Bacheloroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for økonomi
Institutt for samfunnsøkonomi

Live Berg Kile
Espen Løvhaugen

# SØK2901 Bacheloroppgave i samfunnsøkonomi

## I hvilken grad kan vi observere betydningen av klassestørrelse på elevprestasjonermellom barn med ulik innvandrerstatus i Tyskland

Bacheloroppgave i Samfunnsøkonomi
Veileder: Bjarne Strøm
Mai 2020

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology

Live Berg Kile
Espen Løvhaugen

# SØK2901 Bacheloroppgave i samfunnsøkonomi

## I hvilken grad kan vi observere betydningen av klassestørrelse på elevprestasjonermellom barn med ulik innvandrerstatus i Tyskland

Bacheloroppgave i Samfunnsøkonomi
Veileder: Bjarne Strøm
Mai 2020

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for økonomi
Institutt for samfunnsøkonomi

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

# Innholdsfortegnelse


**1 Introduksjon** **3**

1.1 Motivasjon . . . 3

1.2 Problemstilling . . . 3

**2 Teoretisk rammeverk og tidligere litteratur** **4**

2.1 Innledning . . . 4

2.2 Skoleproduktfunksjonen . . . 4

2.3 Litteratur og tidligere funn . . . 4

2.4 Oppsummering . . . 5

**3 Empirisk strategi** **6**

3.1 Innledning . . . 6

3.2 Minste kvadraters metode . . . 6

3.3 Korrelasjon og multikollinearitet . . . 8

3.4 Hypotesetesting . . . 8

3.5 Heteroskedastisitet . . . 10

3.6 Valg av funksjonsform . . . 11

3.7 Oppsummering . . . 11

**4 Presentasjon av datamateriale** **12**

4.1 Innledning . . . 12

4.2 Om datamaterialet . . . 12

4.3 Deskriptiv statistikk for datamateriale . . . 12

4.3.1 Deskriptiv statistikk for avhengig variabel . . . 13

4.3.2 Deskriptiv statistikk av interessevariabler . . . 14

4.3.3 Deskriptiv statistikk av kontrollvariabler . . . 17

4.4 Kritikk av datasett . . . 21

4.5 Oppsummering . . . 21

**5 Empiriske resultater** **22**

5.1 Innledning . . . 22

5.2 Resultater, ulike modeller . . . 22

5.2.1 Modell i: enkel lineær modell . . . 22

5.2.2 Modell ii: utvidet lineær modell . . . 25

5.2.3 Modell iii: utvidet ikke-lineær modell . . . . . 28
5.2.4 Modell iv: utvidet modell med interaksjonsledd . . . . . 30
5.3 Tolkning av resultater . . . . . 34
5.4 Oppsummering . . . . . 36

**6 Oppsummering og konklusjon** **37**

**Referanser** **38**

**A Vedlegg 1: Hypotesetester for modell ii** **39**

**B Vedlegg 2: Hypotesetester for modell iii** **40**

**C Vedlegg 3: Hypotesetester for modell iv** **42**

**D Vedlegg 4: Korrelasjonsmatrise** **43**

# Introduksjon

## 1.1 Motivasjon

Klassestørrelse er en av enkeltfaktorene som i størst grad bestemmer enhetskostnadene for utdanning. Troen at klassestørrelse er en av de viktigste faktorene som fremmer kvalitet i undervisning står sterkt blant folk flest. Vi har dermed bestemt oss for å undersøke effekten av klassestørrelse. Resultatene kan bidra til å redusere kostnader, samt å styrke kvaliteten av undervisningen ved å fokuserer på klassestørrelser. Denne problemstillingen har vært i søkelyset i flere tiår, men selv med flere empiriske undersøkelser så har man ikke avklart dette spørsmålet. Det er viktig å huske på at elever er ulike, med ulike forutsetninger for læring [1]. Vi har dermed valgt å se på forskjellene mellom innvandrerbarn og øvrige elever. Med dette vil vi undersøke hvordan klassestørrelser kan tilrettelegges for å øke elevprestasjoner blant grunnskoleelever.

## 1.2 Problemstilling

Interessen rundt klassestørrelse og elevprestasjoner, som vi nevnte innledningsvis, motiverte oss til å undersøke hvordan dette påvirker innvandrerelever ulikt fra øvrige elever. Vi kom dermed frem til følgende problemstilling:

**"I hvilken grad kan vi observere betydningen av klassestørrelse på elevprestasjoner mellom barn med ulik innvandrerstatus i Tyskland"**

Vi vil begynne med å se på hvordan klassestørrelse og det å være innvandrer påvirker elevprestasjoner. Deretter vil vi utvide analysen for å se hvordan effektene endres når vi legger til ulike kontrollvariabler. Vi vil og se om klassestørrelse er på avtagende form, og finne den optimale klassestørrelsen for elevprestasjoner. Til slutt ser vi på om effekten av klassestørrelse er forskjellig for elever som er innvandrere.

# Teoretisk rammeverk og tidligere litteratur

## 2.1 Innledning

Spørsmålet om det er mulig å øke elevprestasjoner, samt å redusere kostnader, har brakt større oppmerksomhet til skole og utdanning blant økonomer. Nå diskuteres utdanning i toppen av den politiske dagsordenen [1]. Vi skal nå se på produktfunksjonen av utdanning for å forstå bedre hvilke inputs som kan være med å øke output i form av elevprestasjoner. I tillegg ser vi på tidligere funn og litteratur om påvirkningen av klassestørrelse og innvandrerstatus på elevprestasjoner.

## 2.2 Skoleproduktfunksjonen

Som nevnt innledningsvis vil vi i denne oppgaven se på betydningen av klassestørrelse på elevprestasjon mellom barn med ulik innvandrerstatus i Tyskland. Vi vil bruke skoleproduktfunksjonen som grunnlag for vår analyse [2]. Skoleproduktfunksjonen kan skrives som følgende

$$T = f(S, F, P) \tag{2.1}$$

Skoleproduktfunskjonen er en funksjon som ser på hvordan output i form av elevprestasjoner ($T$) avhenger av ulike input. Her er input delt inn i 3 ulike kategorier – skolekarakteristika ($S$), elev- og familiekarakteristika ($F$) og med-elevkarakteristika ($P$). Mange av analysene om skoleproduktivitet fra et økonomisk perspektiv er gjort med bruk av denne enkle funksjonen. De fleste variablene i skolesammenheng går under de kategoriene vi nevnte over, og målet er å måle en form for skoleproduksjon [2]. Det er fra analysen av humankapital, skoleproduktfunskjonen slo rot. Mens de fleste humankapital-analysene ser på output fra arbeidsmarkedet, så ser skoleproduktfunskjonen mer på de underliggende årsakene av humankapital og ferdigheter. Her går man bort fra å se på tid brukt på skolen, til å se hva som faktisk skjer på skolen [2].

## 2.3 Litteratur og tidligere funn

STAR-eksperimentet er et klassisk studie fra 1980-tallet. Eksperimentet foregikk på skoler i Tennessee, hvor de ville se effekten av klassestørrelse på elevprestasjoner. Rundt 6000 elever fra barnehagealder til 3.klasse ble plassert i tilfeldige klasser som varierer i klassestørrelse mellom små klasser (13-17 elever), standard klasser (22-25 elever) og standard klasser med en ekstra hjelpelærer. Rapporten om elevenes resultater ett år

etter endt forsøk viste at elevene i små klasser hadde en signifikant fordel i forhold til de to andre klassene når det kom til elevprestasjoner i alle fag. STAR-eksperimentets funn var at elever i små klasser gjorde det bedre enn øvrige elever på grunnskolen [3]. Dette er det største klassiske studiet om klassestørrelse, og mye forskning viser fortsatt til dette eksperimentet. Det har likevel og blitt avdekket mangler ved dette eksperimentet, noe som gjør at klassestørrelse fortsatt er et aktuelt tema. Å gjennomføre et tilsvarende eksperiement er ideelt, men eksperimenter er dyre, tidkrevende og lite aktuelt for oss. Den største forskjellen på dette klassiske studiet og vår undersøkelse av klassestørrelse, er at i datamaterialet vårt vet vi ikke om elevene er tilfeldig tildelt en klassestørrelse. Vi kan ikke se bort ifra at barn med lærevansker blir satt i mindre klasser. Dette kan da føre til at mindre klasser har dårligere gjennomsnittlig score enn større klasser. Vi tar for oss mangler og kritikk av vårt datasett i kapittel 4.4.

Tidligere litteratur har også hatt fokus på innvandere og hvordan skolen kan tilrettelegge seg for disse elevene. OECD gjennomførte en analyse av innvanderelevers elevprestasjoner i 2015. Her kom de fram til at både førstegenerasjonsinnvandere og andregenerasjonsinnvandere gjorde det dårligere enn elevene som var født i landet. Her så man også at å la innvanderelevene begynne i standariserte klasser assosieres med bedre læringsutbytte enn at eleven må gjennom en forbredende språkklasse først [4].

## 2.4 Oppsummering

I dette kapittelet har vi introdusert teorien som ligger i grunnen for vårt valg av problemstilling. Vi har gitt en kort gjennomgang av skoleproduktfunksjonen, og sett på tidligere funn om betydningen av klassestørrelse og innvandrerstatus.

# Empirisk strategi

## 3.1 Innledning

I dette kapittelet vil vi presentere de viktigste økonometriske metodene vi vil benytte i denne oppgaven. Vi vil og gå gjennom valg og begrunnelse av funksjonsform. Teorien er hentet fra boken «*Using statistics in economics*» av R. Leighton Thomas [5].

## 3.2 Minste kvadraters metode

I denne oppgaven benytter vi oss av estimeringsmetoden minste kvadraters metode, OLS (Ordinary least-squares). Minste kvadraters metode er den mest kjente metoden for å finne den best tilpassede lineære linjen gitt et sett av datapunkter. Vi kaller denne best tilpassede linjen for regresjonslinjen. Regresjonslinjen beskriver sammenhengen mellom en avhengig variabel og en eller flere forklaringsvariabler. Med regresjonslinjen kan vi se hvordan den avhengige variabelen endrer seg når en forklaringsvariabel endres.

For å forklare minste kvadraters metode ser vi på en enkel lineær linje hvor vi antar at $y$ og $x$ er lineært avhengige av hverandre for alle observasjoner, $i$ = 1, 2, ..., n. Vi ser da på forventningsverdien til $y_i$.

$$E(y_i) = \alpha + \beta \cdot x_i \tag{3.1}$$

E($y_i$) er her forventningsverdien til $y_i$ gitt $x_i$. $\alpha$ og $\beta$ er foreløpig ukjente populasjonsparametere. Siden den faktiske verdien til $y_i$ ikke nødvendigvis er lik forventningsverdien til $y_i$, får vi et stokastisk restledd $\epsilon_i$. $\epsilon_i$ fanger opp innflytelsen fra variabler som ikke inngår i modellen, i tillegg til rene tilfeldigheter.

$$y_i = E(y_i) + \epsilon_i \tag{3.2}$$

Vi setter nå sammen de to ligningene (3.1) og (3.2), og får følgende ligning.

$$y_i = \alpha + \beta \cdot x_i + \epsilon_i \tag{3.3}$$

Vi ønsker nå å estimere verdier for $\alpha$ og $\beta$. Minste kvadraters metode velger estimatorer for $\alpha$ og $\beta$ slik at summen av de kvadrerte residualene ($SSR$) er minst mulig. Dette gir oss regresjonslinjen $\hat{y}$, hvor $a$ er estimatoren til $\alpha$ og $b$ er estimatoren til $\beta$.

$$\hat{y} = a + b \cdot x \tag{3.4}$$

$a$ og $b$ velges som følgende (hvor $\bar{y}$ og $\bar{x}$ er gjennomsnittet av variablene):

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \tag{3.5}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \tag{3.6}$$

Minste kvadraters metode baserer seg på noen forutsetninger. Vi antar først at forklaringsvariablene, $x_i$, er ikke-stokastiske. Videre har vi følgende forutsetninger om det stokastiske restleddet $\epsilon_i$:

(i) $\mathrm{E}(\epsilon_i) = 0$. Restleddet har forventningsverdi lik null for alle $i$.

(ii) $\mathrm{Var}(\epsilon_i) = \sigma^2$. Variansen til restleddet er konstant for alle $i$.

(iii) $\mathrm{Cov}(\epsilon_i, \epsilon_j) = 0$. Restleddene er uavhengige av hverandre for alle $i \neq j$.

(iv) $\epsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ Restleddene er normalfordelt.

Under disse forutsetningene vil estimatorene være *best linear unbiased estimator* (BLUE). Dette vil si at estimatorene er lineære, forventingsrette og effisiente. Lineære estimatorer betyr at estimatorene er lineære funksjoner av $y$-verdiene. At estimatorene er forventningsrette betyr at E(a)=$\alpha$ og E(b)=$\beta$. Forventningsverdien til estimatorene er lik den faktiske verdien på parameteren vi estimerer. Det er altså ikke systematiske avvik fra den sanne parameterfasiten. En forventningsrett estimator er effisient hvis det ikke finnes estimatorer med lavere varians. En effisient estimator gir oss mest mulig presis informasjon om de ukjente parameterne.

Vi ønsker et numerisk mål på hvor mye variablene forklarer variasjonene i modellen og hvor god modellen vår er i forhold til dataene. Til dette bruker vi determinasjonskoeffisienten $R^2$. Determinasjonskoeffisienten beskriver andelen av variasjon i $y$ som forklares av $x$. Jo høyere $R^2$ er jo bedre forklarer modellen vår variasjonene. Vi kaller ofte determinasjonskoeffisienten for forklaringskraften til modellen og den kan beregnes på følgende måte.

$$R^2 = 1 - \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} \tag{3.7}$$

hvor $0 \leq R^2 \leq 1$.

I ligning 3.7 er:

SST – summen av de kvadrerte avvikene av faktisk y-verdi fra gjennomsnittet av y
SSR - summen av de kvadrerte residualene

## 3.3 Korrelasjon og multikollinearitet

Korrelasjonskoeffisienten $r_{ij}$ forteller om hvor sterk samvariasjon det er mellom to variabler, $i$ og $j$, i et utvalg. Korrelasjon forteller oss om samvariasjon, men samvariasjon betyr ikke nødvendigvis at det er en årsakssammenheng mellom variablene. $r_{ij}$ vil alltid ligge mellom -1 og 1. Hvis $r$ = - 1 vil det være perfekt negativ korrelasjon mellom variablene, og tilsvarende hvis $r = 1$, vil det være perfekt positiv korrelasjon mellom variablene. Ved perfekt korrelasjon forventer vi at alle punktene vil ligge på en rett linje. Hvis $r = 0$ vil det ikke være noen korrelasjon mellom variablene og det vil være vanskelig å finne en god regresjonslinje mellom variablene. Ved en positiv korrelasjonskoeffisient mellom $y$ og $x$ forventer vi at $y$ øker dersom $x$ øker. Dersom forklaringsvariablene er perfekt korrelert seg i mellom kan konsekvensene være at det blir umulig å estimere separate effekter av variablene. Dette kalles perfekt multikollinearitet. Ved svakere multikollinearitet, hvor det er høy korrelasjons mellom forklaringsvariablene, kan konsekvensene være høye estimerte standardavvik. Dette kan igjen føre til brede konfidensintervall og feilaktige hypotesetester. Korrelasjonskoeffisientene for vårt datamateriale kan ses i Vedlegg 4.

## 3.4 Hypotesetesting

Vi ønsker å teste hypoteser om estimatorene våre. Hypotesetester handler om å undersøke om det er tilstrekkelige statistiske bevis for at en påstand er sann, eller om vi må forkaste påstanden i fordel for en annen påstand. For å teste en hypotese trenger vi en nullhypotese, $H_0$, og en alternativhypotese, $H_1$, som er motsigende. Hypotesetesten trenger så en testobservator og en kritisk verdi som er avgjørende for utfallet. I tillegg trenger vi et signifikansnivå, $\alpha$. Signifikansnivået forteller oss sannsynligheten for å forkaste en gyldig hypotese. I denne oppgaven benytter vi oss av t-tester og F-tester for å teste hypoteser om enkeltparametere og flere parametere samtidig. Testene baserer seg på forutsetningene i kapittel 3.2 om at $\epsilon_i$ er normalfordelt som igjen medfører at estimatorene er normalfordelt.

t-testen brukes for å teste effekten av enkeltparametere, for eksempel om $\beta_i = 0$. En

t-test benytter en testobservator (TS) som er Student's t fordelt med n-2 frihetsgrader, der n er antall observasjoner.

$$TS = \frac{b_i - \beta_i}{s_b} \sim t_{\frac{\alpha}{2},n-2} \tag{3.9}$$

Her er $b_i$ den estimerte verdien til $\beta_i$, $\beta_i$ er verdien under nullhypotesen og $s_b$ er det estimerte standardavviket til b. I våre tilfeller er standardavviket, $\sigma_b$, til estimatorene ukjent, og vi må derfor benytte oss av estimerte verdier for standardavviket, $s_b$. Under forutsetningene fra kapittel 3.2 vil de estimerte standardavvikene være forventingsrette. Det estimerte standardavviket kan bergenes som følgende (hvor $e_i$ er residualen).

$$s_b = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(e_i^2)/n-2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}} \tag{3.10}$$

Forkastningsregelen for t-testen ved en tosidig hypotesetest blir da som følgende: Forkast $H_0$ dersom $|TS| > t_{\frac{\alpha}{2},n-2}$. Merk at man og kan gjennomføre ensidige tester på en tilsvarende måte.

For å teste en multippel hypotese om flere parametere samtidig kan F-test benyttes. For eksempel kan en hypotese om at både $\beta_1$ og $\beta_2$ er lik 0 testes. Ideen bak denne testen er å basere den på endring i residualkvadratsummen ($SSR = \sum e^2$) gitt restriksjoner. En betydelig endring i SSR tyder på at restriksjonene under nullhypotesen er ugyldige. Testobservatoren blir da F-fordelt, gitt signinikansnivå $\alpha$.

$$TS = \frac{(SSR_R - SSR_U)/h}{(SSR_U)/n-k} \sim F_\alpha(h, n-k) \tag{3.11}$$

Her er:
$SSR_R$ - residualkvadratsummen med restriksjoner
$SSR_U$ - residualkvadratsummen uten restriksjoner
$h$ - antall restriksjoner under nullhypotesen
$k$ - antall parametere i modellen
$n$ - antall observasjoner

Ligning 3.11 kan også skrives om slik at man benytter seg av determinasjonskoeffisienten $R^2$.

$$TS = \frac{(R_U^2 - R_R^2)/h}{(1 - R_U^2)/(n-k)} \sim F_\alpha(h, n-k) \tag{3.12}$$

Her er:
$R_R^2$ - determinasjonskoeffisienten med restriksjoner
$R_U^2$ - determinasjonskoeffisienten utenrestriksjoner
$h$ - antall restriksjoner under nullhypotesen
$k$ - antall parametere i modellen
$n$ - antall observasjoner

Beslutningsregelen blir da å forkaste $H_0$ dersom $TS > F_\alpha(h, n-k)$.

## 3.5 Heteroskedastisitet

Vi har i forutsetninger til minste kvadraters metode antatt at variansen til restleddet er konstant for alle observasjoner (forutsetning ii). Ved denne situasjonen har vi homoskedasisitet. Brudd på denne forutsetningen betyr at variansen til restleddet ikke er konstant, men varierer med observasjonene. Dette fører til heteroskedastisitet. Konsekvensene av heteroskedastisitet er at standardavviket til estimatorene ikke kan beregnes med formel 3.10 som vi beskrev tidligere. Benyttes denne formelen når vi har heteroskedastisitet vil vi få feil standardavvik. Estimatorene vil ikke lenger være effisiente, altså det eksisterer en estimator med lavere varians. Dette vil påvirke testobservatorene og hypotesetestene, ved at stanardavvikene er feilestimert. Det er mulig å teste for heteroskedastisitet.

Vi velger her å benytte oss av Breusch-Pagan test. Testen baserer seg på om variablene bidrar til å forklare variasjonen i residualene. Nullhypotesen er at det er konstant restleddsvarians, mens alternativhypotesen er at det ikke er konstant restleddsvarians. I denne oppgaven vil vi benytte dataprogrammet Stata til å utføre denne testen. Testen benytter seg av en testobservator som er kjikvadratfordelt. Outputtet fra testen gir oss verdien til testobservatoren og en p-verdi. P-verdien forteller om ved hvilket signifikansnivå man kan forkaste nullhypotesen. Den blir målt mellom 0 og 1 hvor for eksempel 0.05 betyr et signifikansnivå på 5%. Ved heteroskedastisitet må vi bruke robuste standardavvik som tar hensyn til at restleddet ikke er konstant. Hypotesetestene vil da også bruke de robuste standardavvikene. Følgende formel benyttes for å bergne de robuste standardavvikene istedenfor ligning 3.10.

$$s_b = \sqrt{\frac{(\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \cdot e_i^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}} \tag{3.13}$$

## 3.6 Valg av funksjonsform

Til nå har vi tatt utgangspunkt i en enkel regresjonsmodell. Denne modellen kan generaliseres til en multippel modell.

$$y_i = \alpha + \beta_1 \cdot x_{1i} + \beta_2 \cdot x_{2i} + ... + \beta_n \cdot x_{ni} + \epsilon_i \tag{3.14}$$

En multippel modell brukes til å estimere verdiene til populasjonsparameterene. Estimatorene vil da vise effekten av forklaringsvariablene. Vi velger å bruke (3.14) som en lineær approksimasjon av skoleproduktfunksjonen (2.1). Dette begrunnes i at vi vil bruke skoleproduktfunksjonen til å representere testskåren på lesetesten. Vår funksjon ser dermed slik ut.

$$read_i = \alpha_0 + \beta_1 \cdot clsize_i + \beta_2 \cdot not_born_i + \epsilon_i$$

Vi har valgt å bruke en lineær modell i de første utvidelsene av modellen, for å så gå over til en ikke-lineær modell. Grunnen for at vi har valgt en lineær modell, i motsetning til en log-lineær modell, er at da vil estimatoren uttrykke endringer i nivået, ikke den relative endringen. Vi får altså en endring i nivået på testskåren per enhet endring i variabelen. En log-lineær vil derimot gi et prosenttall som er vanskeligere å tolke i en sånn analyse. Videre i analysen vil vi utvide funksjonen for å se hvordan resultatene endres når vi legger til flere kontrollvariabler.

## 3.7 Oppsummering

I dette kapittelet har vi presentert de viktigste metodene vi vil bruke i denne oppgaven. Vi har gått gjennom teorien bak de ulike metodene, og forklart hvorfor vi har valgt å bruke disse i vår analyse.

# Presentasjon av datamateriale

## 4.1 Innledning

I dette kapittel vil vi gi en gjennomgang av datamaterialet vi har valgt å bruke i vår analyse. I tillegg vil vi fortelle om bakgrunnen for undersøkelsen dataene er hentet fra. Deretter presenterer vi deskriptiv statistikk for avhengig variabel, interessevariabler og kontrollvariablene. Til slutt diskuterer vi mangler ved datamaterialet som kan føre til feiltakelser i analysen.

## 4.2 Om datamaterialet

Denne oppgaven baserer seg på datamateriale hentet fra en internasjonal leseundersøkelse om leseferdigheter blant elever i fjerde klasse. Undersøkelsen Progress in International Reading Literacy Study, PIRLS, ble gjennomført i 35 land i 2001. Det var *International association for the evaluation of educational achievement* som organiserte og gjennomførte undersøkelsen.

Elevene som deltok i undersøkelsen, gjennomførte tester av leseferdigheter. Leseferdighetene baserte seg på hvor flink eleven var å innhente informasjon, trekke enkle slutninger, tolkning og forståelse av språk. Testene ble gjennomført med både faktatekster og litterære tekster. I tillegg besvarte elevene og deres foresatte på et spørreskjema for å innhente data om elevkarakteristika. Tilsvarende ble medelevkarakteristika og skolekarakteristika kartlagt ved at lærere og skolens ledere besvarte egne spørreskjemaer [6].

## 4.3 Deskriptiv statistikk for datamateriale

I vår analyse er den avhengige variabelen i skoleproduktfunksjonen, *read*. Interessevariabelene vår er *not_born* og *clsize*. Vi bruker flere ulike kontrollvariabler som går under de forskjellige karakteristikkene i skoleproduktfunksjonen. Datamaterialet vi benytter oss av omfatter Tyskland. Figur 1 gir en oversikt over alle variablene vi har benyttet i vår analyse.

| *Navn på variabel* | *Forklaring* | *Variabeltype* | *Skoleproduktfunksjon* |
|---|---|---|---|
| *read* | Testskår på lesetest. | Kontinuerlig | Elevprestasjon |
| *not_born* | Om eleven ikke er født i landet. | Dummy | Elev og familie karakteristika |
| *clsize* | Antall elever i klassen. | Kontinuerlig | Skolekarakteristika |
| *teacher_cert* | Om læreren er sertifisert. | Dummy | Skolekarakteristika |
| *teacher_fem* | Om læreren er kvinne. | Dummy | Skolekarakteristika |
| *girl* | Om eleven er kvinne. | Dummy | Elev og familie karakteristika |
| *par_edu* | Foreldrenes høyeste fullførte utdanning. | Kategori | Elev og familie karakteristika |
| *kingerg_att* | Om eleven har gått i barnehage. | Dummy | Elev og familie karakteristika |
| *speak_testlang_home* | Om eleven snakker testspråket hjemme | Kategori | Elev og familie karakteristika |
| *pct_abroad* | Prosentandel av elevene som er født i et annet land på skolen. | Kategori | Medelevkarakteristika |

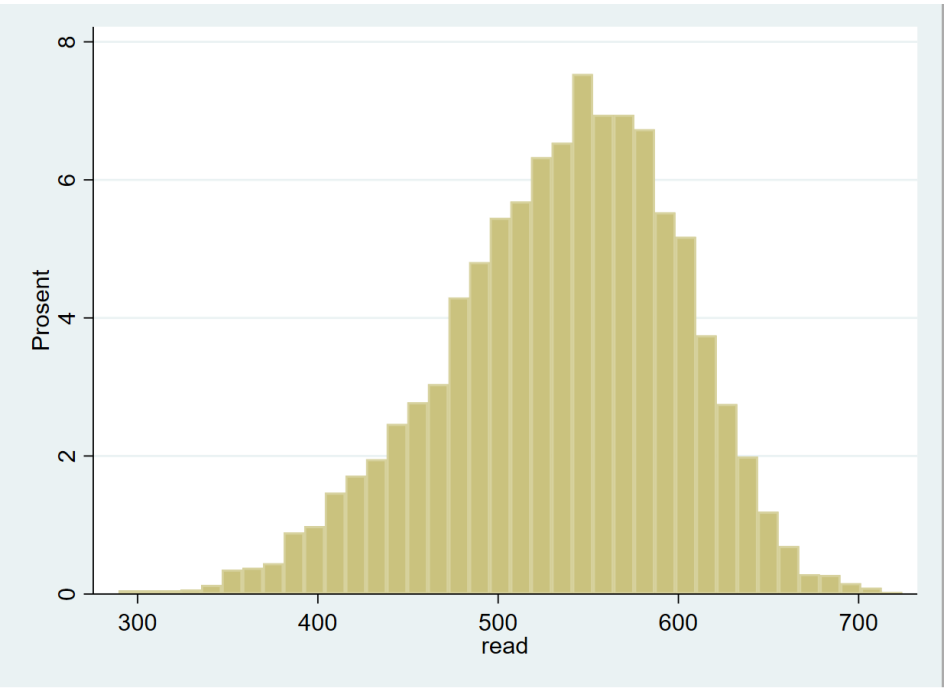
Figur 1: Oversikt over alle variabler

### 4.3.1 Deskriptiv statistikk for avhengig variabel

Som vi nevnte i *Om datamaterialet* så er *read* resultatet av en lesetest elevene gjennomførte. Leseferdighetene ble testet ved at elevene måtte svare på flervalgsspørsmål og åpne spørsmål om to ulike tekster, én skjønnlitteratur og én faktatekst. Spørsmålene var knyttet til ulike områder som; hente ut informasjon, trekke enkle slutninger, tolke og sammenholde informasjon og til slutt vurdere språk, virkemidler og innhold i teksten. Besvarelsene ble rettet av to forskjellige personer for å kontrollere poengskåringen på de åpne spørsmålene. Dermed skal skåringen av elevene være tilsvarende lik for alle, og vi antar dataen vi har fått gir riktig informasjon om elevenes leseferdighet [6].

| *read* | |
|---|---|
| Antall observasjoner | 7633 |
| Gjennomsnitt | 534.77 |
| Standardavvik | 63.13 |
| Minste Verdi | 289.44 |
| Største Verdi | 724.22 |

Figur 2: Deskriptiv statistikk for avhengig variabel, *read*




Figur 3: Prosentvis fordeling av avhengig variabel, *read*

Som vi ser fra Figur 2 har vi 7633 observasjoner av *read*, med et gjennomsnitt på 543.77. *read* er en kontinuerlig variabel hvor minste verdi er 289.44 og største verdi er 724.22. Standardavviket viser et mål på spredningen av verdiene, og her er det relativt lavt og målt til 65.13. Figur 3 viser oss prosentvis fordeling av *read*. Vi kan se av fordelingen at det er få som gjør det veldig bra og veldig dårlig. Mange av elevene skårer relativt likt, noe som samsvarer med det lave standardavviket. Likevel ser vi at den nedre halen av fordelingen er større enn den øvre halen.

### 4.3.2 Deskriptiv statistikk av interessevariabler

Den første interessevariabelen vi bruker er *clsize*. *clsize* er en kontinuerlig variabel som beskriver klassestørrelsen til elevene. Fra figur 4 ser vi at gjennomsnittlig klassestørrelse er på 23. Vi har klassestørrelser mellom 9 og 32. Figur 5 viser fordelingen av *clsize* og hyppigheten av de forksjellige klassestørrelsene.

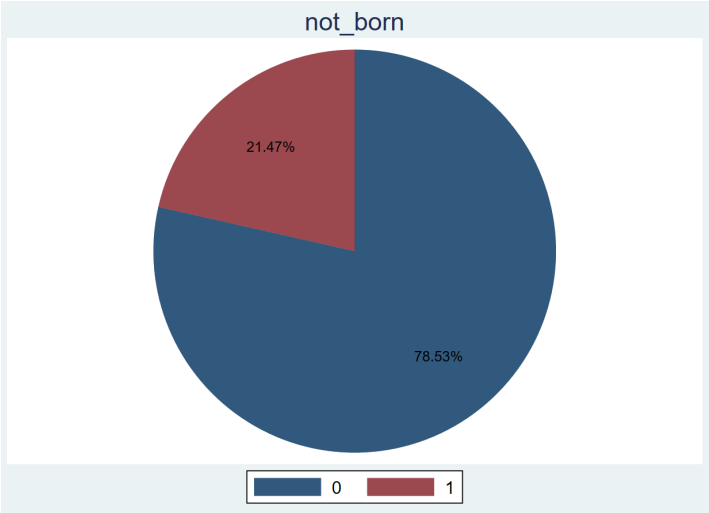
| *clsize* | |
|---|---|
| Antall observasjoner | 7109 |
| Gjennomsnitt | 23.02 |
| Standardavvik | 3.75 |
| Minste Verdi | 9 |
| Største Verdi | 32 |

Figur 4: Deskriptiv statisitkk for interessevariabelen, *clsize*

| *clsize* | Frekvens | Prosent |
|---|---|---|
| 9 | 26 | 0.37 |
| 11 | 9 | 0.13 |
| 13 | 8 | 0.11 |
| 14 | 40 | 0.56 |
| 15 | 49 | 0.69 |
| 16 | 151 | 2.12 |
| 17 | 290 | 4.08 |
| 18 | 215 | 3.02 |
| 19 | 390 | 5.49 |
| 20 | 513 | 7.22 |
| 21 | 599 | 8.43 |
| 22 | 836 | 11.76 |
| 23 | 840 | 11.82 |
| 24 | 719 | 10.11 |
| 25 | 724 | 10.18 |
| 26 | 570 | 8.02 |
| 27 | 309 | 4.35 |
| 28 | 205 | 2.88 |
| 29 | 200 | 2.81 |
| 30 | 281 | 3.95 |
| 31 | 87 | 1.22 |
| 32 | 48 | 0.68 |

Figur 5: Fordeling av interessevariabelen, *clsize*

Vår andre interessevariabel er *not_born* og den er en dummyvariabel. Dette betyr at variabelen har enten verdien 0 eller 1. Hvis eleven ikke er født i Tyskland blir verdien 1. Er eleven født i Tyskland blir verdien 0. Vi har 7055 observasjoner av denne variabelen.




Figur 6: Fordelingen av interessevariabelen, *not_ born*

Som vi ser fra figur 6 er 21.47% av elevene ikke født i Tyskland, mens 78.53% er født i Tyskland. Det vil si vi har 1515 observasjoner av elever som ikke er født i Tyskland, og 5540 som er født i Tyskland. I denne analysen antar vi at alle elever som ikke er født i landet er innvandrere og vi benytter variabelen som interessevariabel.

Figur 7 viser et scatterplot av *read* og *clsize*. I tillegg viser figuren to linjer. Den røde linjen er den best tilpassede linjen hvis eleven er født i landet. Den grønne linjen er den best tilpassede linjen hvis eleven ikke er født i landet. Vi merker oss at linjene tyder på at økt klassestørrelse fører til bedre leseskår. Fra figuren kan det se ut som at effekten av økt klassestørrelse er relativ lik for begge elevgruppene, men elevene som ikke er født i landet har et dårligere utgangspunkt. Dette ønsker vi å se nærmere på med analyse i *Empiriske resultater*.

Figur 7: Scatterplot av *read* og *clsize*. Den røde linjen er den best tilpassede linjen hvis eleven er født i landet. Den røde grønne er den best tilpassede linjen hvis eleven ikke er født i landet.

### 4.3.3 Deskriptiv statistikk av kontrollvariabler

Vi har valgt kontrollvariabler som går under de tre karakteristikane som skoleproduktfunksjonen dekker. Under elev- og familiekarakteristika har vi sett på foreldrenes utdanningsnivå, elevens kjønn, hvilken grad eleven snakker testspråket hjemme og om eleven har gått i barnehage. Under skolekarakteristika har vi sett på om læreren er sertifisert og lærerens kjønn. Og til slutt har vi medelevkarakteristika der vi tar med prosentandel av elever på skolen som ikke er født i landet.

*teacher_cert* beskriver om læreren er sertifisert eller ikke. Variabelen er en dummyvariabel. Verdien 1 betyr at læreren er sertifisert, mens 0 betyr at læreren ikke er sertifisert.

| *teacher_cert* | Frekvens | Prosent |
|---|---|---|
| 1 | 6033 | 89.38 |
| 0 | 717 | 10.62 |
| Totalt | 6750 | 100 |

Figur 8: Deskriptiv statisitkk for kontrollvariabelen, *teacher_ cert*

*teacher_fem* beskriver om læreren er kvinne eller ikke. Denne variabelen er en dummyvariabel. Den får verdi 1 om læreren er kvinne, og 0 om læreren er mann.

| *teacher_fem* | Frekvens | Prosent |
|---|---|---|
| 1 | 5825 | 83.07 |
| 0 | 1187 | 16.93 |
| Totalt | 7012 | 100 |

Figur 9: Deskriptiv statisitkk for kontrollvariabelen, *teacher_fem*

*girl* er en dummyvariabel som beskriver om eleven er kvinne eller ikke. Verdien 1 betyr at eleven er kvinne, og verdien 0 betyr at eleven er mann.

| *girl* | Frekvens | Prosent |
|---|---|---|
| 1 | 3705 | 49.32 |
| 0 | 3808 | 50.69 |
| Totalt | 7513 | 100 |

Figur 10: Deskriptiv statisitkk for kontrollvariabelen, *girl*

*par_ edu* beskriver foreldrenes høyeste fullførte utdanning. Det er en kategorivariabel med verdier fra 1 til 5.

| *par_edu* | Verdi | Frekvens | Prosent |
|---|---|---|---|
| University degree | 1 | 1342 | 27.44 |
| Post secondary (not university) | 2 | 1736 | 35.49 |
| Upper secondary | 3 | 1116 | 22.82 |
| Lower secondary | 4 | 587 | 12.00 |
| Not completed lower secondary | 5 | 110 | 2.25 |
| Totalt | | 4891 | 100 |

Figur 11: Deskriptiv statisitkk for kontrollvariabelen, *par_ edu*

Siden *par_edu* er en kategorivariabel gjør vi den om til en dummyvariabel for å se på påvirkningen av foreldrenes utdanningsnivå. Her velger vi å skille mellom høyere utdanning og ikke. Dette betyr at variablene med verdi 1 og 2 blir slått sammen, og 3,4 og 5 blir slått sammen. Vi får da en dummyvariabel *par_edu_ud_us*. Denne har da verdi 1 hvis foreldrene har *University degree* eller *Post secondary* som høyeste fullførte utdanning. Variabelen får verdi 0 hvis foreldrene har *Upper secondary*, *Lower secondary* eller *Not completed lower secondary* som høyeste fullførte utdanning.

| *par_edu_ud_ps* | Frekvens | Prosent |
|---|---|---|
| 1 | 3078 | 62.93 |
| 0 | 1818 | 37.07 |
| Totalt | 4891 | 100 |

Figur 12: Deskriptiv statisitkk for kontrollvariabelen, *par_edu_ud_us*

*kinderg_att* beskriver om eleven har gått i barnehage. Denne variabelen er en dummyvariabel. Den får verdi 1 om eleven har gått i barnehage, og 0 om den ikke har gått i barnehage.

| *kinderg_att* | Frekvens | Prosent |
|---|---|---|
| 1 | 6436 | 96.83 |
| 0 | 245 | 3.67 |
| Totalt | 6681 | 100 |

Figur 13: Deskriptiv statisitkk for kontrollvariabelen, *kinderg_att*

*speak_testlang_home* beskriver i hvor stor grad eleven snakker testspråket hjemme. Det er en kategorivariabel med verdier fra 1 til 3.

| *speak_testlang_home* | Verdi | Frekvens | Prosent |
|---|---|---|---|
| Always | 1 | 6314 | 86.58 |
| Sometimes | 2 | 850 | 11.66 |
| Never | 3 | 129 | 1.77 |
| Total | | 7293 | 100 |

Figur 14: Deskriptiv statisitkk for kontrollvariabelen, *speak_testlang_home*

Siden *speak_testlang_home* er en kategorivariabel gjør vi den om til en dummyvariabel for å se på påvirkningen av om eleven snakker testspråket hjemme. Her velger å skille mellom always, og sometimes/never. Dette betyr at variablene med verdi 3 og 2 blir slått sammen, og 1 er for seg selv. Vi får da en dummyvariabel *speak_testlang_home_some_never*. Variabelen får verdi 1 hvis eleven snakker testspråket aldri eller av og til hjemme, og 0 hvis eleven alltid snakker testspråket hjemme.

| *speak_testlang_home_some_never* | Frekvens | Prosent |
|---|---|---|
| 1 | 979 | 13.42 |
| 0 | 6314 | 86.58 |
| Totalt | 7293 | 100 |

Figur 15: Deskriptiv statisitkk for *speak_testlang_home_some_never*

*pct_abroad* beskriver antallet elever som går på skolen, som ikke er født i Tyskland. Det er en kategorivariabel med verdier fra 1 til 5.

| *pct_abroad* | Verdi | Frekvens | Prosent |
|---|---|---|---|
| 0-10% | 1 | 4485 | 65.02 |
| 11-25% | 2 | 1561 | 22.63 |
| 26-50% | 3 | 616 | 8.93 |
| Mer enn 50% | 4 | 236 | 342 |
| Totalt | | 6898 | 100 |

Figur 16: Deskriptiv statisitkk for kontrollvariabelen, *pct_abroad*

Siden *pct_abroad* er en kategorivariabel har vi valgt å lage en dummyvariabel av den. Dummyvariabelen *pct_abroad_26_up* får verdien 1 når 26% eller flere på skolen er født i utlandet. Den får verdien 0 hvis færre enn 26% er født i utlandet. Vi bruker denne variabelen til å se om antallet elever på skolen som ikke er født i landet, påvirker testskåren.

| *pct_aborad_26_up* | Frekvens | Prosent |
|---|---|---|
| 1 | 852 | 12.35 |
| 0 | 6046 | 87.65 |
| Totalt | 6898 | 100 |

Figur 17: Deskriptiv statisitkk for kontrollvariabelen, *pct_abroad_26_up*

## 4.4 Kritikk av datasett

I dette delkapittelet vil vi se på datamaterialet med et kritisk blikk. Grunnen til at vi gjør dette er for å avdekke mangler som kan føre til misledende resultater. Vi vil og se på eventuelle variabler som kan være av interesse, men som ikke er med i dette datamaterialet.

Datamaterialet vi har benyttet i denne oppgaven tar ingen hensyn til hvordan klassene er fordelt. Vi har ingen informasjon om klassene er tilfeldig fordelt med tanke på ferdigheter. Hvis for eksempel flinke elever blir plassert i store klasser, mens de mindre flinke eleven blir tatt ut og plassert i mindre klasser, kan dette ha innflytelse på vårt resultat av effekten av klassestørrelse på elevresultater.

Vi har i denne oppgaven jobbet ut fra antagelsen om at alle elever som ikke er født i Tyskland er innvandrer. Ved å registrere i undersøkelsen om eleven er en innvandrer eller ikke, kan man få mer nøyaktige resultater rundt effekten ved å være en innvandrer. Det kunne og vært av interesse å se på hvor mange år eleven har bodd i Tyskland etter tilflytting.

Interressevariabelen vår *clsize* beskriver hvor stor klassestørrelsen er. Variabelen sier derimot ikke noe om forholdet mellom elever og lærerer i klassen. Flere klasser kan benytte seg av hjelpelærere, men denne informasjonen kan vi ikke finne i datamaterialet. En stor klasse med flere hjelpelærere kan da påvirke effekten av klassestørrelse ulikt enn en tilsvarende klasse uten hjelpelærere. Derfor kunne det vært av betydning å ha en variabel som forteller om elev-lærer raten.

## 4.5 Oppsummering

I dette kapittelet har vi sett nærmere på datamaterialet vi skal bruke i denne oppgaven. Vi har gitt deskriptiv statistikk for alle variablene som vi skal ta med. Til slutt har vi gjennomgått mangler ved datamateriale og sett på konsekvensene av disse.

# Empiriske resultater

## 5.1 Innledning

I denne delen vil vi ta for oss analyse av datamaterialet. Her vil vi hovedsakelig bruke minste kvadraters metode og hypotesetesting for å undersøke problemstillingen vår. Først vil vi ta for oss en enkel skoleproduktfunksjon med valgt avhengig variabel og interessevariabler. For å forsikre oss om at vi ikke har varierende restleddvarians, vil vi teste modell i for heteroskedastisitet. Etterhvert vil vi utvide skoleproduktfunksjonen ved å ta inn ulike kontrollvariabler. Deretter vil vi utvide modellen for å se om det er ikke-lineære sammenhenger i modellen. Til slutt vil vi se på en modell som inneholder et interaksjonsledd mellom interressevariablene. Alle regresjonsanalysene her blir gjort med minste kvadraters metode i dataprogrammet Stata.

## 5.2 Resultater, ulike modeller

### 5.2.1 Modell i: enkel lineær modell

Den første modellen vi tar for oss er en enkel modell av skoleproduktfunksjonen. Her ser vi hvordan testskår på lesetesten avhenger av klassestørrelse og om eleven er innvandrer (vi antar at elever som ikke er født i landet er innvandrere).

$$read_i = \alpha_0 + \beta_1 \cdot clsize_i + \beta_2 \cdot not_born_i \tag{i}$$

Vi utfører en regresjon med minste kvadraters metode ved hjelp av Stata. Figur 18 viser de beregnede estimatorene til koeffisientene i modell i. Tallene i parentes i figuren er det estimerte standardavviket til estimatorene, beregnet med liginging 3.10 (Merk at denne ligningen bare gjelder for $\beta$ verdiene, og konstantleddet $\alpha_0$ er beregnet med en tilsvarende ligning).

| *Modell:* | i |
|---|---|
| *VARIABLES* | *read* |
| ***clsize*** | **1.365** |
| | (0.195) |
| ***not_born*** | **-53.757** |
| | (1.788) |
| *Constant* | 519.448 |
| | (4.573) |
| | |
| *Observations* | 6,577 |
| *R-squared* | 0.128 |

Figur 18: Tall fra regresjonsanalysen av *modell i*. Standardavvik i parantes.

Vi setter inn tallene fra Figur 18 inn i modell i og får følgende ligning.

$$read = 519.448 + 1.365 \cdot clsize - 53.757 \cdot not_born \tag{5.1}$$

Til nå har vi antatt at modellen vår ikke har heteroskedastisitet, altså varierende restleddsvarians. Vi ønsker derfor å teste for heteroskedastisitet. Dette gjør vi i Stata, og vi får følgende output.

```
Breusch-Pagan / Cook-Weisberg test for heteroskedasticity
         Ho: Constant variance
         Variables: clsize not_born

         chi2(2)      =    54.44
         Prob > chi2  =   0.0000
```

Figur 19: Resultat fra *Breusch-Pagan* testen

Vi ser fra resultatet av *Breusch-Pagan* testen at vi får en p-verdi på 0.0000. Dette betyr at vi kan forkaste nullhypotesen om konstant restleddsvarians med signifikansnivå på under 1 prosent. Vi har derfor heteroskedasisitet og må derfor bruke robuste standardavvik, beregnet med ligning 3.13. Dette gir oss følgende verdier.

| *Modell:* | i |
|---|---|
| *VARIABLES* | *read* |
| | |
| ***clsize*** | **1.365** |
| | (0.205) |
| ***not_born*** | **-53.757** |
| | (1.858) |
| *Constant* | 519.448 |
| | (4.874) |
| | |
| *Observations* | 6,577 |
| *R-squared* | 0.128 |

Figur 20: Tall fra regresjonsanalysen av *modell i*. Robuste standardavvik i parantes.

Som vi ser er ikke estimatorene forandet, kun deres standardavvik. Dette betyr at ligning 5.1 fortsatt er gyldig. Siden vi i denne modellen oppdaget heteroskedastisitet kommer vi til å fortsette å benytte oss av robuste standardavvik i fremtidige modeller.

Siden *not_born* tar verdien 0 eller 1 får vi én ligning hvis eleven er født i Tyskland, og én annen hvis eleven ikke er født i Tyskland. For elever som ikke er født i landet får vi ligning 5.2, mens vi får ligning 5.3 for elever som er født i landet.

$$read = 519.448 + 1.365 \cdot clsize - 53.757 \cdot 1 = 465.691 + 1.365 \cdot clsize \tag{5.2}$$

$$read = 519.448 + 1.365 \cdot clsize - 53.757 \cdot 0 = 519.448 + 1.365 \cdot clsize \tag{5.3}$$

Fra Figur 20 og ligningene 5.2 og 5.3 kan vi se at *not_born* påvirker testskåren negativt mens *clsize* påvirker testskåren positivt. Vi har fått et konstantledd på 519.448. Hvis eleven er innvandrer, gjør eleven det 53.757 poeng dårligere enn de som er født i landet. Dette fører til at konstantleddet for innvandrerelever minskes fra 519.448 til 465.691 Øker man klassestørrelsen med en elev, skårer elevene 1.365 poeng bedre. Dette kan tyde på at elever i store klasser gjør det bedre, men det vil vi undersøke nærmere når vi utvider modellen. Vi legger også merke til at effekten av klassestørrelse er estimert

til å være lik for barn født i og utenfor landet. Forklaringskraften ved denne modellen, representert med $R^2$, er målt til 0.128. Det betyr at denne modellen kan forklare rundt 12.8% av variasjonen i read.

For å sjekke om estimatorene foran interessevariablene er av signifikant betydning gjennomfører vi to hypotesetester, én for hver av variablene. Vi benytter oss av teorien beskrevet i kapittel 3.4 og robuste standardavvik. Siden vi tester enkeltparametere bruker vi t-tester. Først ser vi på om estimatoren til $\beta_1$ foran $clsize$ er signifikant ved et 5% signifikansnivå. Her brukes en tosidig test og derfor bruker vi $\alpha = 5\%/2 = 2.5\%$. Vi finner den kritiske verdien i student-t fordelingstabellen med $\alpha = 2.5\%$ og 6575 frihetsgrader.

$$H_0 : \beta_1 = 0 \text{ mot } H_1 : \beta_1 \neq 0$$
$$TS = \frac{1.365 - 0}{0.205} = 6.658$$

$$\text{Kritisk verdi} = t_{\frac{0.005}{2},6577-2} = t_{0.025,6575} = 1.960$$

Vi har da $|6.658| > 1.96$ som gjør at vi kan forkaste nullhypotesen til fordel for den alternative hypotesen.
Vi gjør en tilsvarende test for $\beta_2$ foran $not_born$.

$$H_0 : \beta_2 = 0 \text{ mot } H_1 : \beta_2 \neq 0$$
$$TS = \frac{-53.757 - 0}{1.858} = -28.933$$

$$\text{Kritisk verdi} = t_{\frac{0.005}{2},6577-2} = t_{0.025,6575} = 1.960$$

Siden $|-28.933| > 1.96$ kan vi forkaste nullhypotesen til fordel for den alternative hypotesen. Dette betyr at vi med 95% statistisk sannsynlighet kan si at $\beta_1$ og $\beta_2$ er ulik null. Dermed kan vi si at variablene er av betydning i denne modellen.

### 5.2.2 Modell ii: utvidet lineær modell

Vi ønsker nå å utvide modellen vår med kontrollvariabler. Med kontrollvariabler minsker vi sjansen for utelatt variabel skjevhet. Enkelt forklart betyr dette at effekten av interessevariablene våre kan være skjevt estimert. Dette er fordi interessevariablene fanger opp effekter av andre variabler som ikke er tatt med i modellen. Ved å legge til kontrol-

lvariabler ønsker vi å få mer presise estimatorer for interessevariablene. Kontrollvariablene vi har valgt å legge til er $teacher_cert$, $teacher_fem$, $girl$, $par_edu_ud_ps$, $kinderg_att$, $speak_testlang_home_some_never$, $pct_abroad_26_up$. Ved å legge til kontrollvariablene får vi modell ii.

$$
\begin{aligned}
read_i = \alpha_0 &+ \beta_1 \cdot clsize_i + \beta_2 \cdot not_born_i + \beta_3 \cdot teacher_cert_i \\
&+ \beta_4 \cdot teacher_fem_i + \beta_5 \cdot girl_i + \beta_6 \cdot par_edu_ud_ps_i \\
&+ \beta_7 \cdot kinderg_att_i + \beta_8 \cdot speak_testlang_home_some_never_i \\
&+ \beta_9 \cdot pct_abroad_26_up_i \quad \text{(ii)}
\end{aligned}
$$

| ***Modell:*** | **i** | **ii** |
|---|---|---|
| ***VARIABLES*** | *read* | *read* |
| ***clsize*** | **1.365** | **0.945** |
| | (0.205) | (0.261) |
| ***not_born*** | **-53.757** | **-38.752** |
| | (1.858) | (2.416) |
| *teacher_cert* | | 13.891 |
| | | (3.414) |
| *teacher_fem* | | 5.575 |
| | | (2.452) |
| *girl* | | 10.175 |
| | | (1.832) |
| *par_edu_ud_ps* | | 22.642 |
| | | (1.943) |
| *kinderg_att* | | 10.481 |
| | | (5.011) |
| *speak_testlang_home_some_never* | | -34.778 |
| | | (3.155) |
| *pct_abroad_26_up* | | -20.267 |
| | | (3.084) |
| *Constant* | 519.448 | 491.608 |
| | (4.874) | (9.031) |
| | | |
| *Observations* | 6,577 | 3,679 |
| *R-squared* | 0.128 | 0.202 |

Figur 21: Tall fra regresjonsanalysen av *modell ii*. Robuste standardavvik i parantes.

Ved å benytte tallverdiene fra regresjonsanalysen skriver vi opp ligningen for modell ii.

$$\begin{aligned} read = {} & 491.608 + 0.945 \cdot clsize - 38.452 \cdot not_born + 13.891 \cdot teacher_cert \\ & + 5.575 \cdot teacher_fem + 10.175 \cdot girl + 22.642 \cdot par_edu_ud_ps \\ & + 10.481 \cdot kinderg_att - 34.778 \cdot speak_testlang_home_some_never \\ & - 20.267 \cdot pct_abroad_26_up \quad (5.4) \end{aligned}$$

Vi ser at ved å inkludere kontrollvariablene har effekten av interessevariablene endret seg noe. I modell ii har vi fått et konstantledd på 491.608. Ved en økning i klassestørrelse med en elev forventer vi at elevene gjør det 0.945 poeng bedre. Effekten av klassestørrelse er altså noe redusert etter at kontrollvariablene er lagt inn. Hvis eleven ikke er født i landet gjør eleven det 38.452 poeng dårligere enn de som er født i landet. Vi ser at å legge til kontrollvariabler fører at den negative effekten på testskåren av å ikke være født i landet blir lavere.

Fra kontrollvariablene kan vi se at hvis læreren er sertifisert gjør elevene det 13.891 poeng bedre, enn hvis læreren ikke er sertifisert. Er læreren en kvinne gjør elevene 5.575 poeng bedre enn hvis læreren er en mann. Hvis eleven er en kvinne skårer eleven 10.175 poeng høyere enn mannlige elever. Utdanningen til elevens foreldre har også en påvirkning. Hvis foreldrene har fullført *University degree* eller *Post secondary* utdanning gjør eleven det 22.642 poeng bedre på lesetesten enn hvis foreldrene ikke har det. Vi ser også at elever som har gått i barnehage gjør det 10.481 poeng bedre enn elever som ikke har gått i barnehage. Snakker elevene testspråket hjemme aldri eller noen ganger gjør elevene det 34.778 poeng dårligere enn de som snakker testspråket hjemme hele tiden. Hvis elever går på en skole hvor mer enn 26% av elevene ikke er født i landet, forventer vi at disse gjør det 20.267 poeng dårligere enn elever som går på andre skoler som har færre en 26% innvandrere. Determinasjonskoeffisienten, $R^2$, er i denne modellen målt til 0.202. Vi har altså fått en økt forklaringskraft ved å legge til kontrollvariablene.

Vi utfører hypotesetester for å se om de valgte kontrollvariablene er av betydning. I tillegg utfører vi også hypotesetester om interessevariablene, for å sjekke om de fortsatt er statistisk signifikante etter at kontrollvariablene ble lagt til. Følgende hypoteser ønsker vi å teste:

$$H_0 : \beta_i = 0 \text{ mot } H_1 : \beta_i \neq 0 \text{ for i=1,...,9}$$

Utregning av testene er vedlagt i Vedlegg 1, og vi tar kun for oss konklusjonene av

testene her. Ved signifikansnivå på 5% er resultatene at hver av nullhypotesene blir forkastet mot den alternative hypotesen. Dette betyr at alle variablene i modellen er statistisk signifikante.

### 5.2.3 Modell iii: utvidet ikke-lineær modell

Til nå har vi sett på effekten av klassestørrelse som lineær. Vi vil nå utvide modell ii for å undersøke om effekten av klassestørrelse er ikke-lineær. Her vil vi fokusere på om klassestørrelsen har et kvadratisk ledd i tillegg til det lineære leddet. For å kunne gjøre dette må vi lage en variabel som er klassestørrelse kvadrert. Vi gir denne variabelen navnet *clsize_sqrd* og legger den til modell ii, noe som gir oss modell iii.

$$\begin{aligned} read_i = \alpha_0 &+ \beta_1 \cdot clsize_i + \beta_2 \cdot clsize_sqrd_i + \beta_3 \cdot not_born_i + \beta_4 \cdot teacher_cert_i \\ &+ \beta_5 \cdot teacher_fem_i + \beta_6 \cdot girl_i + \beta_7 \cdot par_edu_ud_ps_i + \beta_8 \cdot kinderg_att_i \\ &+ \beta_9 \cdot speak_testlang_home_some_never_i + \beta_{10} \cdot pct_abroad_26_up_i \quad \text{(iii)} \end{aligned}$$

| ***Modell:*** | **i** | **ii** | **iii** |
|---|---|---|---|
| *VARIABLES* | *read* | *read* | *read* |
| ***clsize*** | **1.365** | **0.945** | **6.693** |
| | (0.205) | (0.261) | (2.622) |
| ***clsize_sqrd*** | | | **-0.125** |
| | | | (0.055) |
| ***not_born*** | **-53.757** | **-38.752** | **-38.844** |
| | (1.858) | (2.416) | (2.415) |
| *teacher_cert* | | 13.891 | 13.123 |
| | | (3.414) | (3.407) |
| *teacher_fem* | | 5.575 | 4.912 |
| | | (2.452) | (2.478) |
| *girl* | | 10.175 | 9.981 |
| | | (1.832) | (1.835) |
| *par_edu_ud_ps* | | 22.642 | 22.600 |
| | | (1.943) | (1.942) |
| *kinderg_att* | | 10.481 | 10.520 |
| | | (5.011) | (4.989) |
| *speak_testlang_home_some_never* | | -34.778 | -34.863 |
| | | (3.155) | (3.150) |
| *pct_abroad_26_up* | | -20.267 | -20.781 |
| | | (3.084) | (3.092) |
| *Constant* | 519.448 | 491.608 | 428.536 |
| | (4.874) | (9.031) | (31.148) |
| | | | |
| *Observations* | 6,577 | 3,679 | 3,679 |
| *R-squared* | 0.128 | 0.202 | 0.204 |

Figur 22: Tall fra regresjonsanalysen av *modell iii*. Robuste standardavvik i parantes.

$$
\begin{aligned}
read = 428.537 &+ 6.693 \cdot clsize - 0.125 \cdot clsize_sqrd - 38.844 \cdot not_born \\
&+ 13.123 \cdot teacher_cert + 4.912 \cdot teacher_fem + 9.981 \cdot girl \\
&+ 22.560 \cdot par_edu_ud_ps + 10.520 \cdot kingderg_att \\
&- 34.863 \cdot speak_testlang_home_some_never - 20.781 \cdot pct_abroad_26_up
\end{aligned} \tag{5.5}
$$

Hvis vi sammenligner estimatorene fra modell iii med de vi fikk i modell ii, ser vi at de fleste estimatorene har små endringer. Det vi likevel ser, er at estimatoren foran $clsize(\beta_1)$ og konstantleddet($\alpha_0$), har større endringer. I tillegg ser vi at estimatoren foran $clsize_sqrd(\beta_2)$ er negativ. Dette betyr at effekten av klassestørrelse er positiv, men avtagende. Det vil si at elevprestasjoner øker med klassestørrelser til et toppunkt. Overstiger klassestørrelsen toppunktet vil økningen i klassestørrelse ha en negativ effekt på elevprestasjoner. Dette toppunktet gir oss altså den klassestørrelsen hvor effekten av klassestørrelse på testskår er størst. For å finne toppunktet ved denne regresjonen må vi derivere ligning 5.5 med hensyn på $clsize$. Vi setter så den deriverte lik null og løser for $clsize$.

$$
\frac{\partial read}{\partial clsize} = 6.693 - 2 \cdot 0.125 \cdot clsize = 0 \Rightarrow clsize = 26.772 \tag{5.6}
$$

Resultatet viser at for denne modellen er toppunktet for klassestørrelse er på 26.772. Dette er et interessant funn siden den gjennomsnittlige klassestørrelsen i datasettet vårt er på 23.02 (Figur 4). Ved bruk av gjennomsnittsstørrelsen av klassestørrelsen kan vi også regne ut den marginale effekten av klassestørrelsen. Marginaleffekten forteller oss hvor mye testskåren øker når klassestørrelsen øker med en enhet. Vi deriverer ligning 5.5 og setter inn gjennomsnittsverdien til clsize.

$$
\frac{\partial read}{\partial clsize} = 6.693 - 2 \cdot 0.125 \cdot \overline{clsize} = 6.693 - 2 \cdot 0.125 \cdot 23.02 = 0.938 \tag{5.7}
$$

Som vi ser er marginaleffekten av klassestørrelsen nesten uendret ved å utvide modell ii med et kvadratisk ledd, men er noe lavere (0.989 i moddel ii). Vi ser også at determinasjonskoeffisienten, $R^2$, nå er 0.204. Denne er også nesten uendret ved å legge til det kvadratiske leddet, men er noe større enn i modell ii.

Vi gjennomfører nå en t-test for å undersøke om det kvadratiske leddet er statistisk signifikant. I tillegg kontrollerer vi for at de resterende variablene fortsatt er signifikant.

Selve utregningen utføres i Vedlegg 2. Vi velger et signifikansnivå på 5% og gjennomfører en tosidig hypotesetest for hver variabel. Etter å fullført testene kan vi konkludere med 95% statistisk sannsynlighet at alle variablene skal være ulik 0.

### 5.2.4 Modell iv: utvidet modell med interaksjonsledd

Fra de tidligere modellene ser vi en tydelig negativ effekt på testskår ved å ikke være født i landet. Her vil vi se på om effekten av klassestørrelse er forskjellig for barn som ikke er født i landet sammenlignet med de som er født i landet. Dette gjør vi ved å utvide modell ii med et interaksjonsledd mellom *not_born* og *clsize*. Vi lager variabelen *not_born_clsize* som er *not_born* og *clsize* multiplisert med hverandre. Denne variabelen vil da kunne fortelle oss om effekten av klassestørrelse er forskjellig for barn født i og utenfor landet. Vi legger til *not_born_clsize* til modell ii og får modell iv.

$$\begin{aligned} read_i = \alpha_0 &+ \beta_1 \cdot clsize_i + \beta_2 \cdot not_born_i + \beta_3 \cdot not_born_clsize_i \\ &+ \beta_4 \cdot teacher_cert_i + \beta_5 \cdot teacher_fem_i + \beta_6 \cdot girl_i \\ &+ \beta_7 \cdot par_edu_ud_ps_i + \beta_8 \cdot kingderg_att_i \\ &+ \beta_9 \cdot speak_testlang_home_some_never_i + \beta_{10} \cdot pct_abroad_26_up_i \quad \text{(iv)} \end{aligned}$$

| *Modell:* | i | ii | iii | iv |
|---|---|---|---|---|
| *VARIABLES* | *read* | *read* | *read* | *read* |
| ***clsize*** | **1.365** | **0.945** | **6.693** | **1.126** |
| | (0.205) | (0.261) | (2.622) | (0.287) |
| ***clsize_sqrd*** | | | **-0.125** | |
| | | | (0.055) | |
| ***not_born*** | **-53.757** | **-38.752** | **-38.844** | **-14.916** |
| | (1.858) | (2.416) | (2.415) | (15.927) |
| ***not_born_clsize*** | | | | **-1.019** |
| | | | | (0.666) |
| *teacher_cert* | | 13.891 | 13.123 | 13.861 |
| | | (3.414) | (3.407) | (3.411) |
| *teacher_fem* | | 5.575 | 4.912 | 5.663 |
| | | (2.452) | (2.478) | (2.450) |
| *girl* | | 10.175 | 9.981 | 10.132 |
| | | (1.832) | (1.835) | (1.833) |
| *par_edu_ud_ps* | | 22.642 | 22.600 | 22.600 |
| | | (1.943) | (1.942) | (1.942) |
| *kinderg_att* | | 10.481 | 10.520 | 10.224 |
| | | (5.011) | (4.989) | (5.020) |
| *speak_testlang_home_some_never* | | -34.778 | -34.863 | -34.756 |
| | | (3.155) | (3.150) | (3.153) |
| *pct_abroad_26_up* | | -20.267 | -20.781 | -20.402 |
| | | (3.084) | (3.092) | (3.083) |
| *Constant* | 519.448 | 491.608 | 428.536 | 487.626 |
| | (4.874) | (9.031) | (31.148) | (9.413) |
| | | | | |
| *Observations* | 6,577 | 3,679 | 3,679 | 3,679 |
| *R-squared* | 0.128 | 0.202 | 0.204 | 0.202 |

Figur 23: Tall fra regresjonsanalysen av *modell iv*. Robuste standardavvik i parantes.

Vi skriver nå opp ligningen for modellen med resultater fra regresjonsanalysen. Dette gir oss ligning 5.8. Her skriver vi også opp ligningen som gjelder hvis eleven er født i landet (5.9) og hvis eleven ikke er født i landet (5.10).

$$\begin{aligned} read = {} & 487.626 + 1.126 \cdot clsize - 14.916 \cdot not_born - 1.019 \cdot not_born_clsize \\ & + 13.861 \cdot teacher_cert + 5.663 \cdot teacher_fem + 10.132 \cdot girl \\ & + 22.600 \cdot par_edu_ud_ps + 10.224 \cdot kinderg_att \\ & - 34.759 \cdot speak_testlang_home_some_never - 20.402 \cdot pct_abroad_26_up \end{aligned} \tag{5.8}$$

$$
\begin{aligned}
read = 487.626 &+ 1.126 \cdot clsize + 13.861 \cdot teacher_cert \\
&+ 5.663 \cdot teacher_fem + 10.132 \cdot girl + 22.600 \cdot par_edu_ud_ps \\
&+ 10.224 \cdot kinderg_att - 34.759 \cdot speak_testlang_home_some_never \\
&- 20.402 \cdot pct_abroad_26_up \quad (5.9)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
read = 472.710 &+ 0.107 \cdot clsize + 13.861 \cdot teacher_cert \\
&+ 5.663 \cdot teacher_fem + 10.132 \cdot girl + 22.600 \cdot par_edu_ud_ps \\
&+ 10.224 \cdot kinderg_att - 34.759 \cdot speak_testlang_home_some_never \\
&- 20.402 \cdot pct_abroad_26_up \quad (5.10)
\end{aligned}
$$

Som vi ser er det små forandringer på effekten av kontrollvariablene sammenlignet med modell ii. Det vi legger merke til er forandringen på estimatoren foran *not_born*, som nå er betydelig redusert. I tillegg ser vi at det robuste standardavviket til estimatorene foran *not_born* og *not_born_clsize* er av relativ stor størrelse. Før vi ser nærmere på effekten av variablene, vil vi på grunn av de høye standardavvikene utføre hypotesetester. Her legger vi fokus på estimatorene foran *not_born* og *not_born_clsize*, mens Vedlegg 3 tar for seg de andre variablene. Vi starter med t-tester for undersøke om effekten av hver variabel er signifikant. Her velger vi signifikansnivå $\alpha = 5\%$ og en tosidig hypotesetest.

$$
\begin{aligned}
H_0 : \beta_2 = 0 \text{ mot } H_1 : \beta_2 \neq 0 \\
TS = \frac{-14.916 - 0}{15.927} = -0.937
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
H_0 : \beta_3 = 0 \text{ mot } H_1 : \beta_3 \neq 0 \\
TS = \frac{-1.019 - 0}{0.666} = -1.530
\end{aligned}
$$

$$\text{Kritisk verdi(lik i begge hypotesetestene)} = t_{\frac{0.005}{2},3699-2} = t_{0.025,3697} = 1.960$$

Vi forkaster nullhypotesen til fordel for den alternative hypotesen dersom |TS| > kritisk verdi. Her ser vi at vi ikke kan forkaste nullhypotesen til hver av variablene. Dette betyr at vi med 95% statistisk sannsynlighet ikke kan si at estimatorene skal være ulike null. Likevel ser vi at testobservatoren til $\beta_3$ ikke er mye forskjellig fra den kritiske verdien. Dette betyr at ved en økning i signifikansnivå kan vi få et annet resultat ved at vi får en

laverer kritisk verdi. Derfor ønsker vi å undersøke mer om disse variablene. Først velger vi å se på en ensidig test for estimatoren foran $not_born_clsize(\beta_3)$. Her vil se om vi kan si at effekten er negativ, i motsetning til ulik null slik vi gjorde over. Deretter gjennomfører vi en hypotesetest som tester om både $not_born$ og $not_born_clsize$ sammen er av signifikant betydning. Dette vil vi gjøre med en F-test. Vi starter her med den ensidige t-testen og velger signifikansnivå på 10%. Her har vi valgt å øke signifikansnivået til 10% siden testobservatoren i den tosidige testen ikke var langt ifra den kritiske verdien. Kristik verdi finner vi i en t-fordeling tabell.

$$H_0 : \beta_3 = 0 \text{ mot } H_1 : \beta_3 < 0$$
$$TS = \frac{-1.019 - 0}{0.666} = -1.530$$
$$\text{Kritisk verdi} = t_{0.10,3697} = 1.282$$

Vi ser nå at ved denne ensidige testen kan vi forkaste nullhypotesen til fordel for den alternative hypotesen siden |-1.520| > 1.282. Med andre ord kan vi med 90% statistisk sannsynlighet si at estimatoren foran $not_born_clsize$ er mindre enn null. Dette tyder på er at innvandrerelever har en mindre effekt av økt klassestørrelse enn de som er født i landet. Vi gjennomfører nå F-testen for å se på begge variablene samtidig. Fra teorien i kapittel 3.4 husker vi at testen baserer seg på endringer i residualkvadratsummen ved å legge på restriksjoner. Restriksjonene vi legger til her er om både estimatoren foran $not_born$ og $not_born_clsize$ er lik null. I testobservatoren bruker vi determinasjonskoeffisienten $R^2$ fra regresjonen med og uten disse restriksjonene. $R^2$ uten restriksjoner får vi fra Figur 23, mens $R^2$ med restriksjoner får vi fra regresjonsanalyse uten variablene $not_born$ og $not_born_clsize$. Vi benytter oss av signifikansnivå $\alpha = 5\%$ og finner den kritiske verdien i en F-fordeling tabell.

$$H_0 : \beta_2 = \beta_3 = 0 \text{ mot } H_1 : \text{ minst én av } \beta_2, \beta_3 \neq 0$$
$$TS = \frac{(0.202 - 0.146)/2}{(1 - 0.202)/(3679 - 11)} = 128.702$$

$$\text{Kritisk verdi} = F_{0.05}(2, 3679 - 11) = F_{0.05}(2, 3668) = 2.996$$

Fra beregningene er det klart at |128.702| > 2.996 og vi kan derfor forkaste nullhypotesen til fordel for den alternative hypotesen. Testen forteller at minst en av variablene skal være ulik null med 95% statistisk sannsynlighet. Dette betyr at påvirkningen fra

begge variablene er statistisk signifikant, men vi kan ikke konkludere noe om hver enkelt av variablene.

Vi ønsker nå å se på effekten av *clsize* og *not_born*. Vi ser fra ligning 5.9 og 5.10 at for barn som er født i landet er effekten av klassestørrelse på 1.126 og for barn som ikke er født i landet på 0.107. Vi kan ikke nå lenger se på effekten av estimatoren foran *not_born* alene på grunn av interaksjonsleddet mellom *not_born* og *clsize*. Derfor vil derivere ligning 5.8 med hensyn på *not_born* for å se marginaleffekten av å ikke være født i landet på testskåren.

$$\frac{\partial read}{\partial not_born} = -21.324 - 1.010 \cdot \overline{clsize} = -14.916 - 1.019 \cdot 23.02 = -38.373 \quad (5.11)$$

Vi ser fra 5.11 at vi får en marginaleffekt på -38.373. Det er ikke så ulikt resultatene fra de tidligere modellene. Dette tyder på at innvandrerelever gjør det rundt 38 poeng dårligere på lesetesten enn elever som er født i Tyskland, også i denne modellen. I denne modellen er $R^2$ målt til 0.202, likt som i modell ii. Vi fikk altså ingen økt forklaringskraft ved å legge til kontrolleddet.

Kapittel 3.3 handlet om korrelasjon og multikollinearitet. Her forklarte vi at høy korrelasjon mellom forklaringsvariablene, altså mulikolliniariet, kan føre til høye standardavvik. Dette fører igjen til vanskeligheter med å estimere separate effekter av variablene. Hvis vi ser på korrelasjonsmatrisen i Vedlegg 4 ser vi at korrelasjon mellom *not_born* og *not_born_clsize* er på 0.9841. Dette kan forklare de høye standardavvikene og vanskelighetene vi har med å estimere effekten av hver variabel separert. Vi har likevel ved hjelp av hypotesetestene sett at *not_born* også i denne modellen har en negativ effekt på read. I tillegg har vi sett at hvis man ikke er født i Tyskland er effekten av klassestørrelse på lesetestskåren redusert. Dette resultatet er likevel ikke noe vi kan konkludere med direkte, grunnet at interaksjonsleddet *not_born_clsize* muligens fanger opp noe av effekten til *not_born*.

## 5.3 Tolkning av resultater

Resultatene er noe annerledes enn hva vi forventet før vi gjennomførte analysen. Basert på tidligere litteratur så forventet vi en reduksjon i testskår når klassestørrelsen økte med 1 elev. Vi forventet også at elever som ikke er født i landet skulle gjøre det noe dårligere på lesetesten enn de som er født i landet. Fra modell i så vi at testskåren

faktisk øker med økt klassestørrelse. Her så vi også at effekten av å være innvandrer hadde negativ effekt på testskåren.

Deretter utvidet vi modellen med kontrollvariabler til modell ii. Kontrollvariablene ga relativt like resultat som våre forventninger om deres påvirkning. Modell ii viste at effektene av klassestørrelse og innvandrerstatus ble redusert etter at kontrollvariablene ble lagt til. Vi tolker dette som at modell i hadde problemer med utelatt variabel skjevhet. Med kontrollvariablene har vi minsket sannsynligheten for utelatt variabel skjevhet, men vi kan fortsatt ha noe skjevhet i estimeringene siden alle variabler fra datasettet ikke er lagt til. Det kan også være variabler som ikke er inkludert i vårt datasett som gir skjevhet. Vi ser fortsatt at en økt klassestørrelse vil gi en positiv effekt på testskåren.

I modell iii la vi på et kvadratisk ledd av klassestørrelsen. Dette var for å se om effekten var avtagende. Resultatene vi fikk tydet på at dette stemmer. Vi fant et toppunkt for klassestørrelse på 26.772, noe vi syns er interessant grunnet gjennomsnittlig klassestørrelse er på 23.02 i datasettet vi brukte. Modell iv tok for seg et interaksjonsledd for å se om effekten av klassestørrelse er forskjellig for innvandrere i forhold til ikkeinnvandrere. Her så vi at det var vanskelig å estimere effekten $not_born$ og $not_born_clsize$ separert. Dette gjør det vanskelig for oss å konkludere med om effekten av klassestørrelse er ulik for elever som er innvandrere sammenlignet med øvrige elever. Vi legger også merke til at determinasjonskoeffisienten $R^2$ ikke økte ved å ta med interaksjonsleddet og den er generelt lav i alle modellene. Det er viktig å huske på at mennesker er individuelle, og at det er ulike faktorer som påvirker elevprestasjonene deres. Klassestørrelse vil for noen ha liten betydning, mens for noen kan det være en av de avgjørende faktorene på elevprestasjoner. Vi mener dette er grunnen til den lave determinasjonskoeffisienten.

Vi ønsket med denne oppgaven å undersøke i hvilken grad man kan observere betydning av klassestørrelse på elevprestasjoner mellom elever med ulik innvandrerstatus i Tyskland. Fra modellene kan vi konkludere med at effekten av klassestørrelse er positiv men avtagende for elever i Tyskland på leseskåren. Vi kan også konkludere med at effekten av å være innvandrer er negativ på leseskåren. Når det kommer til i hvor stor grad effekten av klassestørrelse er mellom innvandrerelever og øvrige elever har vi kun sett antydninger på at effekten er noe mindre for innvandrere. Med andre ord observer vi i liten grad forskjeller på betydningen av klassestørrelse mellom innvandrerelever og øvrige elever. Vi ser klart at det å være innvandrer har negativ virkning på lesetesten,

men at klassestørrelsen ikke er den viktigste faktoren for å forklare hvorfor innvandrerelever gjør det dårligere enn øvrige elever. Fra vår analyse er det derfor ikke mulig å konkludere med at effekten av klassestørrelse er forskjellig for innvandrere og øvrige elever.

Mulige utvidelser for vår analyse kan være å legge til et kubisk ledd. Med et kubisk ledd kunne vi sett om effekten av klassestørrelse ville øke igjen ved en annen klassestørrelse. En annen mulig utvidelse er å se om det er noe forskjell for førstegenerasjonsinnvandrer og andregenerasjonsinnvandrere. Modellene kan også utvides til å ta inn flere, eller eventuelt andre kontrollvariabler. Kontrollvariablene kan da testes med F-fest for å selektere de av betydning. I tillegg er det mulig å gjøre analysen på flere land. En annen mulig utvidelse er å inkludere andre interaksjonsledd mellom clsize og andre variabler. Da kan man se om effekten av klassestørrelse også påvirkes av andre variabler, som for eksempel om eleven snakker testspråket hjemme. En siste mulig utvidelse vi vil nevne, er å se på en modell hvor både *clsize* og *clsize_sqrd* har et interaksjonsledd med *not_born*. Ved denne modellen kan man se om optimal klassestørrelse er ulik for innvandrere i forhold til øvrige elever.

## 5.4 Oppsummering

I dette kapittelet har vi presentert resultatene fra regresjonsanalysen vi utførte i dataprogrammet Stata. Analysen tok utgangspunkt i en enkel lineær modell. Deretter utvidet vi modellen til å omfatte flere kontrollvariabler. Så la vi til et kvadratisk ledd for å se om effekten av klassestørrelse var avtagende. Vi ønsket også å se om effekten av klassestørrelse var ulik for barn født i utlandet sammenlignet med de født i landet. Dette gjorde vi ved å legge til et interaksjonsledd i modellen. Vi fikk flere interessante resultater som vi tolket.

# Oppsummering og konklusjon

I denne oppgaven har vi forsøkt å analysere i hvilken grad det er mulig å observere betydningen av klassestørrelse på elevprestasjoner mellom innvandrerelever og øvrige elever i Tyskland. I vår analyse har vi brukt datamateriale hentet fra undersøkelsen Progress in International Reading Literacy Study, $PIRLS$. Vi har brukt skoleproduktfunksjonen som utgangspunkt for modellene våre inspirert fra tidligere litteratur. I tillegg til å se på effekten av klassestørrelse og elevenes innvandrerstatus på elevprestasjoner, har vi undersøkt hvordan lærerens kjønn, lærerens sertifisering, elevens kjønn, om eleven har gått i barnehage, om elevene snakker testspråket hjemme, foreldrenes utdanningsnivå og antallet innvandrere på skolen påvirker resultatene vi er ute etter.

I analysen har vi brukt minste kvadraters metode, og teorien som er benyttet er presentert. Vi begynte med en enkel modell som bestod av vår avhengige variabel, $read$ , og våre to interessevariabler $clsize$ og $not_born$. Deretter utvidet vi modellen ved å ta inn våre valgte kontrollvariabler. Nå kunne vi undersøke om disse kontrollvariablene endret effekten av klassestørrelse på elevprestasjoner. Vi ville også se om effekten av klassestørrelse var avtagende. Ved å legge til et kvadratisk ledd, klassestørrelse i andre, kunne vi observere at effekten var avtagende. Til slutt ville vi undersøke om effekten av klassestørrelse påvirket innvandrerelever ulikt enn øvrige elever. Det gjorde vi ved å utvide modellen med et interaksjonsledd mellom $not_born$ og $clsize$.

Vi har tolket resultatene fra analysen og sett på mulige utvidelser. Fra dette har vi konkludert med at i våre modeller observerer vi i liten grad at det er forskjellig effekt av klassestørrelse på lesetesten mellom innvandrere og øvrige elever. I tillegg konkluderte vi med at effekten av klassestørrelse er positiv men avtagende, og at innvandrerelever generelt gjør det dårligere på lesetesten sammenlignet med øvrige elever.

# Referanser


[1] Hans Bonesrønning . *Utforming av utdanningspolitikken - hva kan økonomene bidra med?*, 2004. (Funnet på https://samfunnsokonomene.no/wp-content/uploads/2019/05/Trykkutgave-4-2012.pdf 19.03.2020).

[2] Eric A. Hanushek . *Education production function*, 2020. (Funnet på http://hanushek.stanford.edu/sites/default/files/publications/Hanushek%202020%20Education%20Production%20Functions.pdf 19.03.2020).

[3] Nye, Barbara A.; And Others . *The Lasting Benefits Study. A Continuing Analysis of the Effect of Small Class Size in Kindergarten through Third Grade on Student Achievement Test Scores in Subsequent Grade Levels: Fifth Grade. Technical Report.*, 1992. (Funnet på https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED354992.pdf 19.03.2020).

[4] Organisation for Economic Co-operation and Development. *Helping immigrant students to succeed at school and beyond.*, 2015. (Funnet på https://www.oecd.org/education/Helping-immigrant-students-to-succeed-at-school-and-beyond.pdf 19.03.2020).

[5] R Leighton Thomas. *Using Statistics in Economics*, 2005.

[6] Ragnar Gees Solheim, Finn Egil Tønnessen, Senter for leseforskning. *PIRLS - En norsk kortversjon av den internasjonale rapporten om 10-åringers lesekunnskaper*, 2003. (Funnet på https://lesesenteret.uis.no/getfile.php/13108402/Lesesenteret/PIRLS_Norsk_kortversjonpdf.pdf 19.03.2020.

# Vedlegg 1: Hypotesetester for modell ii

Med signifikansnivå på 5% og tosidige hypotesetester får vi kritisk verdi $= t_{\frac{0.005}{2},3679-10} = t_{0.025;3669} = 1.960$. Vi forkaster nullhypotesen til fordel for den alternative hypotesen hvis |TS| > kritisk verdi.

| **Hypoteser** | **Testobservator** | **Konklusjon** |
|---|---|---|
| $H_0 : \beta_1 = 0$ mot $H_1 : \beta_1 \neq 0$ | $TS = \frac{0.945 - 0}{0.261} = 3.621$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |
| $H_0 : \beta_2 = 0$ mot $H_1 : \beta_2 \neq 0$ | $TS = \frac{-38.752 - 0}{2.416} = -16.039$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |
| $H_0 : \beta_3 = 0$ mot $H_1 : \beta_3 \neq 0$ | $TS = \frac{13.891 - 0}{3.414} = 4.069$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |
| $H_0 : \beta_4 = 0$ mot $H_1 : \beta_4 \neq 0$ | $TS = \frac{5.575 - 0}{2.452} = 2.274$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |
| $H_0 : \beta_5 = 0$ mot $H_1 : \beta_5 \neq 0$ | $TS = \frac{10.175 - 0}{1.832} = 5.554$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |
| $H_0 : \beta_6 = 0$ mot $H_1 : \beta_6 \neq 0$ | $TS = \frac{22.642 - 0}{1.943} = 11.653$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |

| | | |
|---|---|---|
| $H_0 : \beta_7 = 0$ mot $H_1 : \beta_7 \neq 0$ | $TS = \frac{10.481 - 0}{5.011} = 2.092$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |
| $H_0 : \beta_8 = 0$ mot $H_1 : \beta_8 \neq 0$ | $TS = \frac{-34.778 - 0}{3.155} = -11.023$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |
| $H_0 : \beta_9 = 0$ mot $H_1 : \beta_9 \neq 0$ | $TS = \frac{-20.267 - 0}{3.084} = -6.572$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |

# Vedlegg 2: Hypotesetester for modell iii

Med signifikansnivå på 5% og tosidige hypotesetester får vi kritisk verdi $= t_{\frac{0.005}{2},3679-11} = t_{0.025,3668} = 1.960$. Vi forkaster nullhypotesen til fordel for den alternative hypotesen hvis |TS| > kritisk verdi.

| **Hypoteser** | **Testobservator** | **Konklusjon** |
|---|---|---|
| $H_0 : \beta_1 = 0$ mot $H_1 : \beta_1 \neq 0$ | $TS = \frac{6.693 - 0}{2.262} = 2.553$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |
| $H_0 : \beta_2 = 0$ mot $H_1 : \beta_2 \neq 0$ | $TS = \frac{-0.125 - 0}{0.055} = -2.273$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |

| | | |
|---|---|---|
| $H_0 : \beta_3 = 0$ mot $H_1 : \beta_3 \neq 0$ | $TS = \dfrac{-38.844 - 0}{2.415} = -16.084$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |
| $H_0 : \beta_4 = 0$ mot $H_1 : \beta_4 \neq 0$ | $TS = \dfrac{13.123 - 0}{3.407} = 3.852$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |
| $H_0 : \beta_5 = 0$ mot $H_1 : \beta_5 \neq 0$ | $TS = \dfrac{4.912 - 0}{2.478} = 1.982$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |
| $H_0 : \beta_6 = 0$ mot $H_1 : \beta_6 \neq 0$ | $TS = \dfrac{9.981 - 0}{1.835} = 5.439$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |
| $H_0 : \beta_7 = 0$ mot $H_1 : \beta_7 \neq 0$ | $TS = \dfrac{22.600 - 0}{1.942} = 11.637$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |
| $H_0 : \beta_8 = 0$ mot $H_1 : \beta_8 \neq 0$ | $TS = \dfrac{10.520 - 0}{4.989} = 2.109$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |
| $H_0 : \beta_9 = 0$ mot $H_1 : \beta_9 \neq 0$ | $TS = \dfrac{-34.863 - 0}{3.150} = -7.893$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |

| | | |
|---|---|---|
| $H_0 : \beta_{10} = 0$ mot $H_1 : \beta_{10} \neq 0$ | $TS = \frac{-20.781 - 0}{3.092} = -6.721$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |

# Vedlegg 3: Hypotesetester for modell iv

Med signifikansnivå på 5% og tosidige hypotesetester får vi kritisk verdi $= t_{\frac{0.005}{2},3679-11} = t_{0.025,3668} = 1.960$. Vi forkaster nullhypotesen til fordel for den alternative hypotesen hvis |TS| > kritisk verdi.

| **Hypoteser** | **Testobservator** | **Konklusjon** |
|---|---|---|
| $H_0 : \beta_1 = 0$ mot $H_1 : \beta_1 \neq 0$ | $TS = \frac{1.126 - 0}{0.287} = 3.923$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |
| $H_0 : \beta_4 = 0$ mot $H_1 : \beta_4 \neq 0$ | $TS = \frac{13.861 - 0}{3.411} = 4.064$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |
| $H_0 : \beta_5 = 0$ mot $H_1 : \beta_5 \neq 0$ | $TS = \frac{5.663 - 0}{2.450} = 2.311$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |
| $H_0 : \beta_6 = 0$ mot $H_1 : \beta_6 \neq 0$ | $TS = \frac{10.132 - 0}{1.833} = 5.528$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |

| | | |
|---|---|---|
| $H_0 : \beta_7 = 0$ mot $H_1 : \beta_7 \neq 0$ | $TS = \dfrac{22.600 - 0}{1.942} = 11.637$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |
| $H_0 : \beta_8 = 0$ mot $H_1 : \beta_8 \neq 0$ | $TS = \dfrac{10.224 - 0}{5.020} = 2.037$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |
| $H_0 : \beta_9 = 0$ mot $H_1 : \beta_9 \neq 0$ | $TS = \dfrac{-34.756 - 0}{3.153} = -11.023$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |
| $H_0 : \beta_{10} = 0$ mot $H_1 : \beta_{10} \neq 0$ | $TS = \dfrac{-20.402 - 0}{3.083} = -6.618$ | Forkast $H_0$ til fordel for $H_1$ |

# Vedlegg 4: Korrelasjonsmatrise

| | read | clsize | clsize~d | not_born | not_bo~e | teache~t | teache~m | girl | par~d_ps | kinder~t | speak_~r | pct_ab~p |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| read | 1.0000 | | | | | | | | | | | |
| clsize | 0.0793 | 1.0000 | | | | | | | | | | |
| clsize_sqrd | 0.0740 | 0.9920 | 1.0000 | | | | | | | | | |
| not_born | -0.3138 | -0.0049 | -0.0076 | 1.0000 | | | | | | | | |
| not_born_c~e | -0.3075 | 0.0678 | 0.0656 | 0.9850 | 1.0000 | | | | | | | |
| teacher_cert | 0.0208 | 0.0739 | 0.0629 | 0.0375 | 0.0409 | 1.0000 | | | | | | |
| teacher_fem | 0.0332 | -0.0811 | -0.0909 | -0.0199 | -0.0218 | -0.0649 | 1.0000 | | | | | |
| girl | 0.0944 | 0.0056 | 0.0008 | -0.0381 | -0.0393 | 0.0173 | 0.0198 | 1.0000 | | | | |
| par_edu_ud~s | 0.2199 | 0.0345 | 0.0350 | -0.0607 | -0.0593 | -0.0826 | 0.0144 | -0.0174 | 1.0000 | | | |
| kinderg_att | 0.0653 | 0.0321 | 0.0331 | -0.0262 | -0.0284 | 0.0012 | -0.0326 | -0.0323 | 0.0739 | 1.0000 | | |
| speak_test~r | -0.2779 | -0.0227 | -0.0259 | 0.2387 | 0.2341 | 0.0650 | 0.0082 | -0.0306 | -0.1082 | -0.0597 | 1.0000 | |
| pct_abroad~p | -0.1794 | -0.0585 | -0.0667 | 0.1168 | 0.1068 | 0.1158 | -0.0202 | 0.0057 | -0.0994 | -0.0570 | 0.1691 | 1.0000 |

Figur 24: Korrelasjonsmatrise mellom alle brukte variabler

NTNU

Norwegian University of
Science and Technology