



Kunnskap for en bedre verden

5 års investeringshorisont for aksjefond – myte eller realitet?

5 years investment horizon for mutual funds - a myth or reality?

Av Ole Henrik Holtmon Øverby
Og Sivert Hansen Sommerstad

Master i økonomi og administrasjon

Dato: Mai 2019

Veileder: Denis Becker

Norges teknisk -naturvitenskapelige universitet
Fakultetet for økonomi

Forord

Denne oppgaven er en obligatorisk og avsluttende del av masterstudiet i økonomi og administrasjon med hovedprofil finansiering og investering, ved NTNU Handelshøyskolen.

Valgt tema er investeringshorisonter, fordi vi finner sammenhengen mellom investeringshorisonter og risiko svært spennende. Vi har i våre daglige jobber observert at mangel på kompetanse fører til at private investorer tenderer til å foretrekke risikofri, sikker avkastning fremfor en usikker, men høyere forventet avkastning over tid. Ved flere tilfeller har vi hørt utsagn som sidestiller investeringer i risikable verdipapirer med gambling og andre lotterier. Derfor ønsket vi å bruke vår avhandling til å undersøke hvilken risiko det er knyttet til investeringer i et globalt aksjefond, og på en enkel måte synliggjøre sammenhengen mellom tid og risiko.

Arbeidet med oppgaven har vært lærerikt og spennende, men også til tider utfordrende. Blant annet hadde vi utfordringer knyttet til å analysere daglige data. Vi var avhengige av hjelp til å anvende programvare, som vi ikke var kjent med, for å kunne håndtere datamengden. Vi fikk også tilgang til daglige data sent i vår skriveprosess. Samlet sett fant vi det derfor lite hensiktsmessig å gjennomføre alle analyser basert på daglige data.

En stor takk til veileder Denis Becker for gode tilbakemeldinger og nyttige diskusjoner underveis i prosessen. Takk til vitenskapelig assistent ved NTNU Handelshøyskolen Karina Mari Olsen Einarsen for hjelp til å laste ned tallmaterialer. Takk til førsteamanuensis Randi Hammervold for innspill til regresjonsanalysene. Oppgaven er forsøkt fremstilt så forståelsesfull som mulig. Innholdet i denne oppgaven står for forfatterens regning.

Trondheim, 22. mai 2019

Ole Henrik Holtmon Øverby og Sivert Hansen Sommerstad

Sammendrag

Vi har i denne oppgaven sett på en praksis i dagens finansmarked som er at man må forvente en holdeperiode på minimum 5 år dersom man skal investere i aksjefond. Forskningsspørsmålet vi forsøker å finne svar på i oppgaven er: Hvor lenge bør en investor forvente å måtte sitte på en risikabel investering for å oppnå ønsket sannsynlighet for positiv avkastning? Videre har vi også formulert en hypotese rundt denne myten, om en forventet holdeperiode for et aksjefond burde være minimum 5 år.

For å finne svar på problemstillingen har vi valgt å analysere det vi fant som den beste referanseindeksen til globale aksjefond, MSCI World. Dette var den globale indeksen vi hadde tilgang på med lengst historikk. Som risikofri investering benyttet vi amerikansk 3-måneders T-Bill da den anses som tilnærmet risikofri, og ofte brukes som en proxy til risikofri rente.

I analysen fant vi etterhvert noe vi anser som svært interessant som vi ikke har sett debattert tidligere. Vi fant er relativt store svingninger i sannsynlighet for positiv avkastning ved de horisontene vi analyserte (6 måneder til 15 år). I intervallene ca. 2 til 4,5 år og ca. 7,5 til 11 år fant vi et større fall i sannsynlighet. Altså at man hadde lavere sannsynlighet for positiv avkastning for lengre holdeperioder i disse intervallene.

Konklusjonen vi kommer til er at vi ikke finner noen gode bevis på hvorfor akkurat 5 år skal være noe måltall når det kommer til anbefalt holdeperiode. Vi kan stille oss bak at nedsiderisikoen reduseres ved å holde aksjeinvesteringer over lengre perioder, men for holdeperioder mellom 2 og 5 år ser vi ingen særlig bedring. Vi ser derimot at dersom man ønsker å maksimere risikojustert avkastning for aksjeinvesteringer er ca. 7,5 år et mer passende mål. Etter ca. 7,5 år har vi et toppunkt i forholdet mellom nedsiderisiko og akkumulert avkastning for investeringshorisonter kortere enn 12 år. Vi ser også at dersom man holder en investering lenge nok ender man med positiv meravkastning, uavhengig av hvor uheldig man er med timingen.

Abstract

In this master thesis we have looked at a practice in today's financial markets which is that one must expect a holding period of at least 5 years if one is to invest in the stock market. The research question we seek to answer is: How long should an investor expect to hold a risky investment to achieve the desired probability of a positive return? Furthermore, we have formulated a hypothesis about the issue: An expected holding period for a mutual fund should be at least 5 years.

To answer the issue, we have chosen to analyze what we found as the best benchmark index for global funds, MSCI World. This was the global index we had access to with the longest history. As a risk-free investment, we used the 3-month US T-Bill as it is often used as a proxy to the risk-free rate.

When we analyzed the issue, we found something we consider to be very interesting, and something we have not seen debated before. We found relatively large fluctuations in the probability of a positive return at the horizons we analyzed (6 months to 15 years) compared to what we expected. During the intervals of ca. 2 to 4.5 years and ca. 7.5 to 11 years, there is a reduction in the probability, meaning you had lower probability of a positive return for longer holding periods.

The conclusion we come to is that we do not find any good proof of why exactly 5 years should be a target when it comes to the holding period. We can agree on that the investor reduce the downside risk by holding the investments over longer periods, but for intervals between 2 and 5 years we see no particular improvement. On the other hand, we see that if one wishes to maximize the risk-adjusted return on the investment about 7.5 years is a more appropriate target. Because, after about 7.5 years, we have a top in the relation between downside risk and accumulated return on investment horizons shorter than 12 years. We also see that if you hold an investment long enough, you end up with positive excess return, regardless of how unfortunate you are with the timing.

Innholdsfortegnelse

| | |
|--|-----|
| Forord | I |
| Sammendrag | II |
| Abstract | III |
| Innholdsfortegnelse | IV |
| Figurliste | VII |
| Tabelliste | IX |
| 1 Innledning | 1 |
| 1.1 Empirisk felt | 3 |
| 1.2 Vårt bidrag | 4 |
| 1.3 Forutsetninger | 5 |
| 2 Teoretisk rammeverk | 6 |
| 2.1 Tidsdiversifikasjon | 6 |
| 2.1.1 Investeringshorisont er irrelevant, risikoen er lik over tid | 7 |
| 2.1.2 Tidsdiversifikasjon finnes ikke, risiko øker over tid | 7 |
| 2.1.3 Tidsdiversifikasjon finnes, risikable verdipapir blir mindre risikable over tid | 9 |
| 2.2 Risikomål | 10 |
| 2.2.1 Standardavvik | 10 |
| 2.2.2 Value at Risk | 12 |
| 2.2.3 Conditional Value at Risk | 12 |
| 2.2.4 Shortfall og expected shortfall | 14 |
| 2.2.5 Sharpe ratio | 14 |
| 2.2.6 Andre Sharpe Ratioer | 15 |
| 3 Forskningsmetode | 17 |
| 3.1 Datagrunnlag | 17 |
| 3.2 Analysemodellen | 19 |
| 3.2.1 Modellens oppbygning | 20 |
| 3.2.2 Utvidelser av modellen | 22 |

| | | |
|--------|--|----|
| 3.3 | Regresjonsanalyse | 24 |
| 3.3.1 | Autokorrelasjon | 24 |
| 3.3.2 | Heteroskedastisitet | 25 |
| 3.3.3 | Normalfordelte residualer | 26 |
| 4 | Resultater og analyse | 27 |
| 4.1 | Sannsynlighet for positiv meravkastning | 27 |
| 4.2 | Shortfall og expected shortfall | 29 |
| 4.3 | Hvordan er avkastningstallene distribuert rundt 0? | 30 |
| 4.4 | Value at Risk & Conditional Value at Risk | 33 |
| 4.5 | Sharpe-ratioer | 37 |
| 4.6 | Model uten risikofri rente | 40 |
| 4.7 | Modell med tidsjusteringer | 41 |
| 4.8 | Modell med annet datagrunnlag | 43 |
| 4.8.1 | S&P 500 1900-2018 | 43 |
| 4.8.2 | Modell med EM og ACWI 1987-2018 | 46 |
| 4.9 | Modell med implementering over 10 måneder | 47 |
| 4.10 | Daglige vs. Månedlige data | 49 |
| 4.11 | Analyse av markeders tilfeldige utvikling | 50 |
| 4.11.1 | Random walk og bootstrapping | 50 |
| 4.11.2 | Tilfeldig orden av reelle avkastningstall | 52 |
| 4.12 | Fenomenet – svært varierende sannsynlighet over horisontene | 53 |
| 4.13 | Resultater ved ulike allokeringer mellom renter og aksjer | 55 |
| 5 | Regresjonsanalyse | 57 |
| 5.1 | Autokorrelasjon | 58 |
| 5.2 | Normalfordelte residualer | 59 |
| 5.3 | Heteroskedastisitet | 61 |
| 5.4 | Intervallmessige tester av sannsynligheten for positiv meravkastning | 62 |
| 5.5 | Intervallmessige tester av 95% CVaR | 63 |
| 6 | Kritikk av oppgaven | 64 |

| | | |
|-------|--|----|
| 7 | Konklusjon | 65 |
| 7.1 | Implikasjoner | 66 |
| 8 | Referanser | 68 |
| 8.1 | Litteratur | 68 |
| 8.2 | Data | 72 |
| 9 | Vedlegg | 73 |
| 9.1 | Vedlegg 1: Hypotesetesting | 73 |
| 9.1.1 | Test 1: Test av autokorrelasjon – Durbin-Watson test | 73 |
| 9.1.2 | Test 2: Test av autokorrelasjon etter Prais-Winsten-metoden-Durbin-Watson test | 73 |
| 9.1.3 | Test 3: Test av heteroskedastisitet – Breusch-Pagan-test | 74 |
| 9.1.4 | Test 4: Test av heteroskedastisitet – Whites test | 75 |
| 9.1.5 | Test 5: Test av normalfordelte residualer – Shapiro-Wilks-test | 76 |
| 9.1.6 | Test 6: Test av signifikante regresjonskoeffisienter – T-test | 76 |
| 9.2 | Vedlegg 2: Finans Norges Bransjenorm for forventet avkastning | 77 |
| 9.3 | Vedlegg 3: Modellen | 78 |
| 9.4 | Vedlegg 4: Modell med implementering | 79 |
| 9.5 | Vedlegg 5 - Finansielle kriser 1970-2018 | 81 |
| 9.6 | Vedlegg 6: Annualisert og akkumulert avkastning | 82 |

Figurliste

| | | |
|----------|--|----|
| Figur 1 | Illustrasjonsbilde av VaR og CVaR i en distribusjon | 13 |
| Figur 2 | MSCI World Index og risikofri rente 1970-2018 | 20 |
| Figur 3 | Sannsynligheten for positiv meravkastning | 28 |
| Figur 4 | Shortfall og expected shortfall | 29 |
| Figur 5 | Distribusjon av avkastningstall for investeringshorisontene 6 mnd., 2,1, 4,3 og 7,7 år | 31 |
| Figur 6 | Grafisk fremstilling av andelen av avkastningen i intervallet -10% til 0% for horisontene 6 mnd., 2,1, 4,3 og 7,7 år | 32 |
| Figur 7 | Grafisk fremstilling av 90%, 95% og 99% Value at Risk | 34 |
| Figur 8 | Grafisk fremstilling av 90%, 95% og 99% Conditional Value at Risk | 34 |
| Figur 9 | Grafisk fremstilling av Sharpe ratio basert på expected shortfall, 95% CVaR og standardavvik | 37 |
| Figur 10 | Sannsynligheten for positiv avkastning | 40 |
| Figur 11 | Sannsynligheten for positiv meravkastning for periodene 1980-2008 og 1990-2018 | 41 |
| Figur 12 | Sannsynligheten for positiv meravkastning for periodene 1970-1994 og 1994-2018 | 42 |
| Figur 13 | Sannsynligheten for positiv avkastning for S&P 500 1900-2018 | 43 |
| Figur 14 | Sannsynligheten for positiv avkastning for S&P 500 1970-2018 | 44 |
| Figur 15 | Sammenligning av MSCI World og S&P 500 | 45 |
| Figur 16 | Sammenligning av sannsynligheten for positiv meravkastning for MSCI World, EM og ACWI | 46 |
| Figur 17 | Sannsynligheten for positiv meravkastning for MSCI med 10 måneders implementeringsperiode | 48 |
| Figur 18 | Sammenligning av daglige og månedlige data fra MSCI World Index | 49 |
| Figur 19 | Eksempler på simuleringer av sannsynligheten for positiv meravkastning | 51 |

| | | |
|----------|--|----|
| Figur 20 | Sannsynligheten for positiv meravkastning basert på avkastningstall i tilfeldig rekkefølge | 52 |
| Figur 21 | Sannsynligheten for positiv avkastning for ulike allokeringer | 55 |
| Figur 22 | Standardiserte residualer | 59 |
| Figur 23 | Annualisert og akkumulert avkastning for ulike investeringshorisonter | 82 |

Tabelliste

| | | |
|-----------|---|----|
| Tabell 1 | Modellen med overlappende porteføljer med investeringshorisonter fra 6 mnd. til 1 år | 21 |
| Tabell 2 | Distribusjon av avkastningstall for investeringshorisontene 6 mnd., 2,1, 4,3 og 7,7 år | 32 |
| Tabell 3 | VaR og CVaR for utvalgte investeringshorisonter | 35 |
| Tabell 4 | Forventet akkumulert avkastning for ulike allokeringer og holdeperioder | 56 |
| Tabell 5 | Prais-Winsten AR (1) regresjonsmodell | 58 |
| Tabell 6 | Deskriptiv statistikk for standardiserte residualer | 59 |
| Tabell 7 | Shapiro-Wilks test av normalfordelte residualer for alle investeringshorisonter | 60 |
| Tabell 8 | Intervallmessige Shapiro-Wilks-tester av normalfordelte residualer | 60 |
| Tabell 9 | Prais-Winsten AR (1) regresjonsmodell med robuste standardfeil | 61 |
| Tabell 10 | Intervallmessige tester av regresjonskoeffisientene til sannsynligheten for positiv meravkastning | 62 |
| Tabell 11 | Intervallmessige tester av regresjonskoeffisientene til 95% CVaR | 63 |
| Tabell 12 | Holdeperioder ved ulike sannsynligheter og allokeringer | 66 |
| Tabell 13 | Sannsynligheten for positiv avkastning ved ulike holdeperioder og allokeringer | 67 |
| Tabell 14 | Prais-Winsten regresjon | 74 |
| Tabell 15 | Breusch-Pagan test | 75 |
| Tabell 16 | Whites test | 75 |
| Tabell 17 | Shapiro-Wilks test | 76 |

| | | |
|-----------|---|----|
| Tabell 18 | Finans Norges bransjenorm for forventet avkastning | 77 |
| Tabell 19 | Strukturering av data i modellen | 78 |
| Tabell 20 | Konstruering av overlappende porteføljer | 78 |
| Tabell 21 | Konstruering av overlappende porteføljer med implementeringsstrategi | 79 |
| Tabell 22 | Andelen av investert beløp over en investeringshorisont på 12 måneder | 80 |
| Tabell 23 | Finansielle kriser | 81 |

1 Innledning

Vi vil i denne avhandlingen se nærmere på investeringshorisonter, og sammenhengen mellom tid og risiko for investeringer i aksjefond. Sammenhengen mellom risiko og investeringshorisont er noe enhver investor bør ha et forhold til, men det kan tyde på at forvaltere av ulike fond ikke er omforente om denne relasjonen.

Sparehorisont: Anbefalt sparehorisont for aksjefond generelt er 5 år eller mer... Risiko: Andelsverdien i et aksjefond vil normalt svinge mye, og alle aksjefond har derfor høy risiko uavhengig av om fondet er et indeksfond eller et aktivt forvaltet fond (DNB Global Indeks, 2018).

Sitatet er hentet fra nøkkelinformasjonen til fondet DNB Global Indeks. Under risiko blir fondet klassifisert som 5 av 7 på Morningstars risikoskala. Et annet aksjefond, Landkreditt Utbytte, opplyser om at de også har en investeringshorisont på 5 år eller mer. Men dette fondet blir klassifisert som 4 av 7 på den samme risikoskalaen (Landkreditt Utbytte, 2018). Det blir ikke presisert hva risikoen innebærer, annet enn at det er snakk om "høy risiko" og at sparehorisont er "5 år eller mer". En annen påstand rundt investeringshorisonter og risiko finner vi i Dagens Næringslivs dekning av Skagens nyttårskonferanse i 2019. Der gjorde Skagen-forvalter og investeringsdirektør Alexandra Morris det klart for forsamlingen at en minst må ha en horisont på fem år, hvis ikke kan en risikere å ende opp med negativ avkastning (Christensen, 2019). Hvor kommer disse påstandene fra? Og hva innebærer det egentlig? Er det altså helt sikkert at man får positiv avkastning dersom man har en investeringshorisont på over 5 år?

Til å starte med kan det være nyttig å se på hvorfor en i det hele tatt snakker om investeringshorisonter, og hva det betyr å spare. Kort fortalt betyr å spare at man utsetter forbruk i dag for å kunne bruke det på et senere tidspunkt. Det kan være ulike grunner til dette. For eksempel at man ikke har råd til det man ønsker seg i dag, og dermed må samle opp overskudd over en

periode for å få råd i fremtiden. Dette kan blant annet være egenkapital til bolig. Et annet eksempel er å spare for å ha en buffer for senere forbruk, typisk hvis man har en usikker inntekt. Eller, noe som alle kan kjenne seg igjen i, at man sparer til man blir pensjonist fordi inntekten vil være lavere enn i yrkesaktiv karriere. Dette er bare noen få eksempler på ulike sparemål, og innenfor alle disse sparemålene har man en horisont.

Det er mange ulike alternativer som kan oppfylle målene til den som sparer. Når man skal ta en beslutning om sparing er man også nødt til å ta en beslutning om hvilken risiko man er villig til å ta. Eksempelvis vil man måtte forvente større verdisingninger i et aksjefond enn i en risikofri plassering på sparekonto. Når vi ser på utsagnene over kan det tyde på at man ved 5 års horisont har relativt sikker avkastning også i aksjefond, men er det ikke mer nyansert enn som så? Selv om dette er relevant for mange sparere og investorer ser man at det er et lite diskutert tema i media. Hvordan er egentlig sammenhengen mellom investeringshorisont, risiko og allokering mellom aksjer og renter?

Med dette som motivasjon har vi kommet frem til følgende forskningsspørsmål: Hvor lenge bør en investor forvente å måtte sitte på en risikabel investering for å oppnå ønsket sannsynlighet for positiv avkastning? Utover dette ønsker vi å se på optimal allokering mellom aksjer og renter i en portefølje for å oppnå ønsket sannsynlighet for positiv avkastning, gitt en konkret investeringshorisont. Dette vil typisk kunne være situasjonen til en investor med et sparemål med en konkret horisont.

Formålet med teksten vil være å bedre kunne gi et bilde av hva 5 års investeringshorisont faktisk tilsvarer av risiko, og å kunne gi investorer en enkel tilnærming til risikoen det innebærer når man investerer i aksjer og risikable verdipapirer. Vi vil i denne avhandlingen legge frem to matriser for å kunne besvare forskningsspørsmålet, og det vil være opp til den enkelte investor å vurdere egen risikovilje. I disse matrisene vil vi inkludere allokering mellom aktiva, ulike sannsynligheter for positiv avkastning og hvilken investeringshorisont dette tilsvarer. Målet for oppgaven vil være å beskrive historiske investeringshorisonter snarere enn å predikere fremtiden. Basert på bakgrunnen

for problemstillingen har vi formulert hypotesen: Anbefalt investeringshorisont for en investor i et globalt aksjefond er minimum fem år.

1.1 Empirisk felt

Investeringshorisonter er et diskutert tema i finansiell litteratur. Zvi Bodie, professor ved Boston University, viste til at det er en generell oppfatning blant profesjonelle investorer at jo lengre horisont man har, desto større andel bør investeres i aksjer (Bodie, 1995). Denne oppfatningen debatterer også Jorion (2003). Han sier, i likhet med Bodie, at det er viden kjent blant investorer at dersom man har en lengre horisont burde man allokere mer i aksjer. Han viste til en tommelfingerregel som ble benyttet. Den prosentvise andelen en investor bør ha i aksjer er 100 minus investorens alder. Altså jo lengre tid man har igjen av livet, desto lengre investeringshorisont har man, desto høyere andel kan man investere i risikable aktiva.

Men, er det virkelig slik at å investere i risikable aktiva blir mindre risikabelt over en lengre investeringshorisont? Med andre ord, finnes det muligheter for å bruke tid som en måte å redusere risiko på? Her er eksisterende litteratur splittet, og vi finner tre hovedoppfatninger knyttet til temaet. Horisonten er irrelevant (Samuelson, 1969), risikoen øker ved lengre horisont (Bodie, 1995) og risikoen reduseres med tiden (Estrada, 2013). Alle viser de til empiri som underbygger argumentene deres. Forfatterens overbevisninger er i stor grad avhengig av perspektivet til forfatterne og forutsetningene som legges til grunn, blant annet hvilke risikomål som brukes.

Anerkjente mål på risiko som er blitt brukt til analyse av investeringshorisont er blant annet standardavvik, Value at Risk (heretter VaR) og Conditional Value at Risk (heretter CVaR). Eksisterende litteratur har også i all hovedsak benyttet generelle funksjoner for å definere risikoaversjon. Vår oppfatning at det stort sett er benyttet Standard and Poor's 500 Index (heretter S&P 500) som datagrunnlag i analysene. Vi ser også at tilnærmingene som har vært til temaet har benyttet gitte horisonter, som regel ved hele år.

1.2 Vårt bidrag

Temaet er hyppig diskutert. I god tro om at vi har lest all relevant litteratur finner vi likevel hull i eksisterende forskning på området. Blant annet ønsker vi i denne avhandlingen å forenkle måten eksisterende litteratur har tilnærmet seg risikoaversjon hos investorer. Bakgrunnen for at vi velger å se på prosentvis sikkerhet er at vi vurderer det som lettere å assosiere seg med en sannsynlighet for positiv avkastning sammenlignet med å måtte identifisere sin egen risikoaversjons- eller nyttefunksjon. Tidligere forskning peker også på utfordringer knyttet til å identifisere sin egen nyttefunksjon (Bertsimas, Lauprete og Samarov, 2004), og med vår intensjon om å skape anvendelige matriser for investorer finner vi det hensiktsmessig å gjøre det slik. Vi vil derfor analysere sannsynligheter for positiv avkastning, der hvor annen litteratur har tilnærmet seg risikoaversjon ved hjelp av generelle funksjoner.

Tidligere forskning har primært tatt utgangspunkt i amerikanske data, men vi velger å besvare problemstillingen ved å bruke en diversifisert global indeks. Videre ser vi at eksisterende litteratur i stor grad presenterer resultater ved et utvalg av investeringshorisonter, som regel i hele år. Vi ønsker snarere å fremstille et kontinuerlig bilde av hvordan sannsynligheten for positiv avkastning utvikler seg for horisonter mellom 6 måneder og 15 år. Ved å bruke et utvalg av investeringshorisonter kan man få for få datapunkter, noe som kan føre til en form for falsk linearitet i sammenhengen mellom horisont og risiko. Det kan være bevegelser mellom datapunktene som ikke blir fanget opp, noe vi vil undersøke om er tilfelle. Til slutt søker vi også å avdekke hva det egentlig betyr at en investor i et globalt aksjefond anbefales å ha en investeringshorisont på minimum 5 år. Hvorfor er ikke denne satt til eksempelvis 2 eller 8 år?

1.3 Forutsetninger

En viktig forutsetning i vår oppgave er at investoren er risikoavers, altså at investoren krever en høyere avkastning for å ta på seg risiko. Avhandlingen vil for eksempel ikke være relevant for en risikonøytral investor da disse investorene ikke vil ha noe ønske om risikominimering, men hele tiden søke høyest mulig forventet avkastning. En annen ting vi ikke vil å ta høyde for er om investoren aktivt ønsker å velge marked eller forvalter. Vi forutsetter at det investeres i et diversifisert globalt indeksfond uten forvaltningskostnad. Videre vil vi i denne oppgaven kun fokusere på forholdet mellom en aksjeinvestering og en risikofri investering. I realiteten er det også mange andre muligheter, blant annet investeringer i obligasjoner eller eiendom. Dersom en inkluderer flere investeringsalternativer vil analysene kompliseres betydelig slik at oppgavens omfang vil kunne bli for uhåndgripelig, og vi anser dette heller ikke som relevant for å besvare vår problemstilling. Vi forutsetter også at investoren har en “kjøp-og-hold”-strategi, som vil si at man ikke gjennomfører rebalanseringer i perioden man er investert.

2 Teoretisk rammeverk

I dette kapitlet vil vi ta for oss det teoretiske rammeverket for analyse av investeringshorisonter. Vi vil først presentere temaet tidsdiversifikasjon, og dets tre hovedstrømmer av litteratur. Dette er et sentralt fundament for analyse av investeringshorisonter. Videre vil vi også se på risikomål. Det finnes mange forskjellige mål på risiko, og vi vil i dette kapitlet ta for oss de vi vil bruke videre i analysen. Disse er standardavvik, VaR, CVaR, shortfall og expected shortfall. Til slutt vil vi presentere William Sharpe sin Sharpe Ratio og andre avarter av denne for å vise hvordan man kan bruke Sharpe sin modell til å lage nye ratioer.

2.1 Tidsdiversifikasjon

Forskningsspørsmålet vårt fører med seg tematikk knyttet til sammenhengen mellom tid og risiko ved investeringer i risikable verdipapirer. Som tidligere nevnt er det litteratur på området om investeringshorisonter, men selve horisonten er ikke av de mest debatterte temaene. En grunn til dette kan være de tre nevnte hovedstrømmene av forståelser rundt tidsdiversifikasjon. Diversifikasjon som konsept går ut på å allokere kapital på en slik måte at man minimerer eksponering mot en enkelt risikofaktor eller eiendel (O'Sullivan og Sheffrin, 2003). Tidsdiversifikasjon kan man derfor forstå som at man ser på tid som en risikofaktor man kan diversifisere seg vekk ifra ved å holde en investering over en lengre periode. En forfatter som er av forståelsen av at tidsdiversifikasjon ikke eksisterer, eller som mener at fenomenet er motsatt, vil ikke undersøke hvorvidt det finnes en horisont som er bedre enn andre. Dette er fordi det er irrelevant og man vil aldri kunne ha mindre risiko ved å holde lengre. Hvis man dog er av oppfattelsen av at man har en form for diversifikasjonseffekt med tid, vil man altså mene at jo lengre man holder en investering desto mindre risikabelt blir det. Dermed kan man se om det finnes noen holdeperioder og allokeringer som vil være bedre enn andre, eller om man på et tidspunkt vil ha en tilstrekkelig sannsynlighet for positiv avkastning. Synene på tidsdiversifikasjon kan man dele i tre, og disse vil vi nå presentere.

2.1.1 Investeringshorisont er irrelevant, risikoen er lik over tid

En av de mest anerkjente og siterte forfatterne når det kommer til temaet tidsdiversifikasjon er tidligere nobelprisvinner i økonomi, Paul Anthony Samuelson. Samuelson (1963) la i sin artikkel frem at investeringshorisont og risiko var uavhengige av hverandre, i noe han kalte “The fallacy of large numbers”. I artikkelen peker han på at risikoen til et veddemål er uavhengig av hvor mange ganger veddemålet gjøres, hvis innsats og sannsynlighet er lik for hvert forsøk. Han fulgte videre opp med en ny artikkel i 1969. Denne var et svar på argumentasjonen om at man har en lengre investeringshorisont dersom man er i en tidligere fase av livet og har flere år med mulighet til å tjene inn et eventuelt tap. Eksemplet Samuelson (1969) trakk frem var en enke og en forretningsmann. Samuelson anerkjente at det var mange gode argumenter for at enken skulle allokere mer i renter (mindre risikable aktiva) enn i aksjer sammenlignet med forretningsmannen som hadde mange gode år med inntjening foran seg. I artikkelen viste han matematisk at den relative risikoaversjonen for en person er lik uavhengig av når i livet man er og dermed uavhengig av hvilken horisont man har.

2.1.2 Tidsdiversifikasjon finnes ikke, risiko øker over tid

Det andre synet vi finner i litteraturen knyttet til investeringshorisonter er de som ikke finner noe bevis for at tidsdiversifikasjon er reelt. Snarere tvert imot. Forståelsen her er at jo lengre man holder en investering, desto større usikkerhet er det forbundet med mulige utfall. Et eksempel er Bodie (1995) som skriver om forskjellen mellom sannsynlighet og risiko. Han trakk frem at økt investeringshorisont reduserer sannsynligheten for et shortfall (tap i forhold til risikofri rente), men tapet er potensielt større. Han mente at denne økningen i potensielt tap gjerne blir neglisjert i investeringsamfunnet, mens sannsynligheten for shortfall blir fremhevet. Bodie (1995) mente, med dette som argumentasjon, at sannsynlighet for shortfall alene var et dårlig mål på risiko.

Bodie (1995) skrev videre at dersom aksjeinvesteringer virkelig er mindre risikable på lang sikt ville kostnaden knyttet til å forsikre tap være lavere jo lengre investeringshorisont man har. For å fastsette en pris for å forsikre dette benyttet han Black & Scholes-modellen for opsjonsprising, og

priset en salgsoption. Konklusjonen han kom frem til var at forsikringen blir dyrere jo lengre investeringshorisont man har, altså at kostnaden som en relativ andel av investert beløp øker med investeringshorisont. Dette gjaldt også om man anså aksjeavkastning som random walk process eller mean reversion (Bodie, 1995). Med random walk menes det at avkastning er tilfeldig, og det således er umulig å spå hvor aksjekursen skal gå (Malkiel, 2003). Det betyr at man i en random walk ikke kan predikere fremtidige verdier. Med mean reversion menes det at avkastningen over tid vender tilbake til snittet. Dersom det er tilfellet bør man typisk kjøpe når det har gått dårlig og selge når det har gått bra siden avkastningen vil vende tilbake til gjennomsnittet.

Pastor og Stambough (2012) kom også til konklusjonen at risikoen øker over tiden man er investert. De formulerte dog begrunnelsen som at stor usikkerhet til fremtidige avkastninger og estimater gjør at man får mer usikkerhet jo lengre horisont man har. De viste til at estimater bommet mer jo lengre frem i tid man så, og dermed måtte man si at det var større usikkerhet for avkastningen jo lengre man var investert.

En annen anerkjent forfatter som har stilt seg kritisk til at aksjer vender tilbake til snittet er Philippe Jorion (2003). Han mente at aksjer ikke blir mindre risikable dersom man holder de lengre og avskriver mean reversion i aksjeavkastning. Han ønsket med sin artikkel å vise at dette også var tilfelle for andre markeder enn bare USA, fordi det i hovedsak var amerikanske data som var blitt brukt i tidligere litteratur. Jorion (2003) konkluderte nedslående med at han ikke fant noen bevis for langsiktig mean reversion. Han fant videre at nedsiderisikoen minsket veldig lite med økt horisont. Motstridende nok fant han også at VaR økte kraftig med horisont. Verdt å merke seg var at Jorion i sin analyse benyttet varianstester som forutsetter normalfordeling, noe som ikke nødvendigvis er tilfelle for historiske avkastningstall. Dette nevner han også selv som en svakhet ved studien.

En siste artikkel vi har valgt å ta med som avviser tidsdiversifikasjon er Fabozzi, Focardi og Kolm sin artikkel fra 2006. Forfatterne trakk frem at modellene som tidligere var brukt til å bevise tidsdiversifikasjon var urealistiske over lengre tid. De fant også at tidsdiversifikasjon ikke var reelt

ved bruk av noe de kalte realistiske modeller. De fant heller ingen sterke bevis på at avkastning i aksjer var mean reverting ved bruk av disse modellen.

2.1.3 Tidsdiversifikasjon finnes, risikable verdipapir blir mindre risikable over tid

Til tross for at det er forfattere som argumenterer mot tidsdiversifikasjon, finnes det også flerfoldige artikler som har funnet bevis for at tidsdiversifikasjon er et reelt fenomen. Campbell og Vicera (2005) fant at aksjer var mindre volatile over tid i motsetning til alternative investeringer, blant annet obligasjoner. Obligasjoner hadde andre risikofaktorer ved seg som gjorde seg i stor grad gjeldende over lengre horisonter. De fant at grunnet høy gjennomsnittlig avkastning fikk man i stor grad heller ikke negative utfall dersom man hadde en lengre investeringshorisont (Campbell og Vicera, 2005).

Bertazi og Thaler viste i sin artikkel om “Myopic loss aversion and the equity premium puzzle” (1995) at over en lengre horisont var det mer attraktivt å eie aksjer enn obligasjoner. Dette ble også funnet av Barberis (2000), Dolvin, Templeton og Rieber (2010) og Estrada (2013). Men, til tross for en stor fordel i favør aksjer var det likevel relativt sett en for stor andel som foretrakk renteinvesteringer for lengre investeringshorisonter. Den eneste grunnen til at man kunne rettferdiggjøre dagens risikopremie var at investorer hadde kort horisont i sin vurdering av langsiktige investeringer. Deres konklusjon ble dermed at langsiktige investorer har en årlig evaluering av porteføljen, som gjør at langsiktige investorer heller ikke kan risikere for mye kortsiktige svingninger, og at dette kan rettferdiggjøre vektingen mellom aksjer og renter. Med en fordeling på ca. 50/50 mellom aksjer og renter ville man ha den ideelle fordelingen på ett års basis, noe de fant at var praksis i porteføljer med uendelig horisont. Bertazi og Thaler viste til standard fordelingen i pensjonsfond i Amerika. Disse hadde i snitt ca. 60% aksjer og 40% renter. Som langsiktige investorer hadde de tapt 5,5% av risikopremien på 7% per år ved å ha denne fordelingen.

2.2 Risikomål

Et annet viktig element i analyse av investeringshorisonter er som nevnt risikomål. Det er viktig at man bruker riktig risikomål til sitt formål. Enkelte risikomål kan egne seg bedre for måling av investeringsrisiko enn andre. Videre er det viktig at dersom man skal sammenligne resultater at man bruker sammenlignbare mål. Med andre ord, at epler blir sammenlignet med epler og ikke pærer. Artzner *et al.* (1998) introduserte noe de kalte for sammenhengende risikomål (Coherent Risk Measure). Dette er gunstig for å ha gyldige, sammenlignbare resultater også om du endrer det du måler. For at et risikomål skal være sammenhengende må følgende fire aksiomer være oppfylt.

- (1) Større tap gir høyere risiko. $X \leq Y \Rightarrow \rho(X) \leq \rho(Y)$.
- (2) Å øke (minke) tapene, øker (minker) risikoen tilsvarende. $\rho(X + c) = \rho(X) + c$.
- (3) Diversifikasjon reduserer risiko. $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$.
- (4) Å doble porteføljen dobler risikoen $\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$.

I alle aksiomene er X og Y tilfeldige variabler som representerer tap, $c \in \mathbb{R}$ er en skala som representerer tapet, og ρ er en risikofunksjon (Kisiala, 2015).

2.2.1 Standardavvik

Porteføljeteori har helt siden 1952, da Markowitz ga ut sin artikkel om “The Efficient Frontier” søkt etter å minimere risiko. I artikkelen benyttet Markowitz varians og standardavvik som mål på risiko. Han sa at man skulle maksimere risikojustert avkastning ved å investere i The Efficient Frontier, en diversifisert markedsportefølje som minimerer risiko. Dersom denne ikke ga tilstrekkelig eller ønsket avkastning skulle man heller gire opp (belåne) porteføljen for å øke forventet avkastning. Det vil si at man i praksis investerer i to aktiva; markedsporteføljen og risikofri rente. Dersom man ønsker en lavere risiko enn markedsporteføljen kjøper man heller en andel risikofri rente og en andel aksjer, men dersom man er mer risikovillig kan man låne til

risikofri rente og kjøpe mer aksjer. Dette heller enn å investere i porteføljer med en relativt sett mye høyere risiko for en litt høyere forventet avkastning. Men hva er standardavvik?

Et standardavvik er kvadratroten av variansen og kan forstås som gjennomsnittlig avvik fra gjennomsnittet i et datasett. Et problem med å bruke dette til å vurdere risiko er at denne tar for seg både opp- og nedsiderisiko likt, men det som gjerne er det viktige for en investor er nedsiderisikoen. Avvik på oppsiden er ønskelig, mens avvik på nedsiden og tap er gjerne det som er relevant for en risikoavers investor. Eksempelvis vil et fond som bare stiger til himmels ha et høyt standardavvik, og det samme gjelder for et fond som bare synker. Dersom man kun bruker standardavvik som risikomål risikerer man å ta investeringsbeslutninger basert på feil grunnlag (Zakamouline og Koekebakker, 2008). Formelen for standardavvik beregnes som følger, hvor n er totalt antall måneder man undersøker, k er månednummer, r_k er avkastning i måned k og \bar{r} er gjennomsnittlig månedlig avkastning.

$$\text{Standardavvik} = \sigma_p = \sqrt{\frac{\sum_k^n (r_k - \bar{r})^2}{n-1}}$$

Kisiala (2015) legger i sin avhandling frem svakheter ved varians som risikomål. For det første er varians bare nyttig å bruke på normalfordelte eller systematiske tap, men i virkeligheten er ikke avkastningstall nødvendigvis normalfordelte. Dermed kan effekten av skjeve fordelinger føre til misvisende informasjon om hva som egentlig er den reelle risikoen (Zakamouline og Koekebakker, 2008). Det andre poenget er at varians ikke er et sammenhengende risikomål, ifølge Artzner *et al.* (1998).

2.2.2 Value at Risk

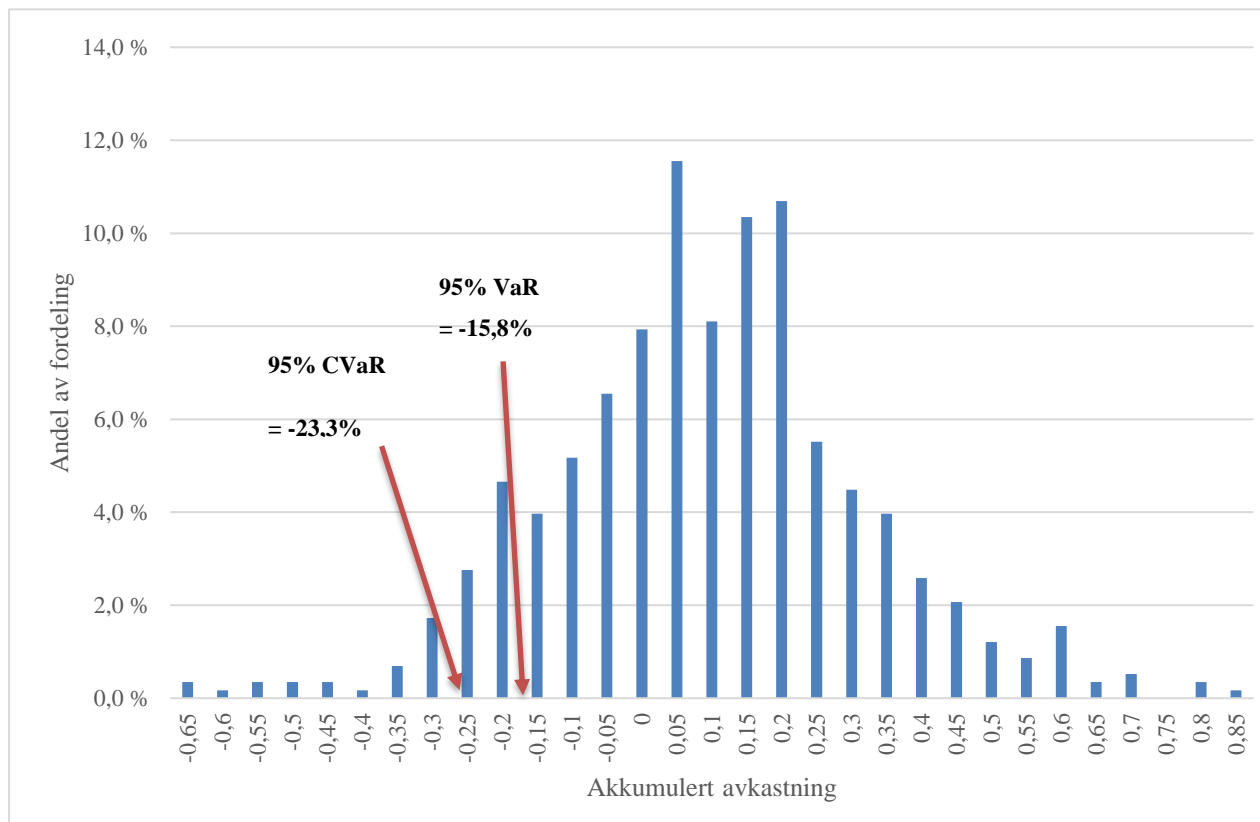
Selv om det var søkelys på minimering av risiko målt ved standardavvik fra før, startet for alvor risikomåling i moderne finans i 1973. I 1973 ga nemlig Black og Scholes ut en artikkel hvor de dannet et konseptuelt rammeverk for måling av risiko, og prising av risiko gitt ingen arbitrasjemuligheter. Risikomåling gikk videre på 80-tallet, og da begynte store firmaer å bruke VaR som mål på risiko (Linsmeier og Pearson, 1996). Men på dette tidspunktet var begrepet enda ikke konkretisert og definert utover “et enkelt, summerende, statistisk mål av mulige porteføljetap”, altså en metode for å måle risiko knyttet til en investering. De definerte derfor VaR. De definerte VaR som terskelverdien til de $\alpha\%$ dårligste utfallene i et datasett (Linsmeier og Pearson, 1996, s. 3).

Forfatterne introduserte tre måter å finne VaR på. Den første var historisk simulering. Tilnærmingen bruker historiske endringer i pris og avkastning for å lage en fordeling av mulige fremtidige avkastninger. Den andre, varians-kovarians-metoden, baserer seg på en forutsetning om at de underliggende faktorene i markedet er normalfordelte. Tilnærmingen fastsetter en fordeling av normalfordelte “mark-to-market”-avkastninger. Og den tredje, Monte Carlo/stokastisk-simulering. I stokastisk simulering er tanken den samme som for historisk simulering, men istedenfor å benytte historiske avkastningstall bruker man simulerte observasjoner for å lage en fordeling. Dermed har vi en pseudo-tilfeldig generering av mange tusen hypotetiske endringer i markedet. Noe som er felles for alle disse tilnærmingene til Linsmeier og Pearson (1996) er at man kan tolke fordelingene for å finne terskelen for de $\alpha\%$ dårligste utfallene for å deretter kunne si noe om risikoen (Linsmeier og Pearson, 1996).

2.2.3 Conditional Value at Risk

CVaR er et risikomål som er basert på VaR. Metoden går ut på at man istedenfor å sette terskelverdien ved $\alpha\%$ (VaR), så regner man et snitt av de $\alpha\%$ dårligste utfallene. Artzner *et al.* (1998) kritiserte blant annet VaR for å ikke være et sammenhengende risikomål fordi det ikke oppfyller det tredje aksiomet. Altså at risikoen ikke reduseres i en samlet portefølje sammenlignet

med summen av to porteføljer med samme komponenter. VaR vil kun være et sammenhengende risikomål hvis avkastningstall er normalfordelte. Fordi CVaR ikke har de samme svakhetene som varians som risikomål, konkluderer Kisiala (2015) med at CVaR er et bedre mål på risiko. Rockefeller og Uryasev (2000) mente også at CVaR var et bedre risikomål enn VaR. De argumenterte med at CVaR var ansett for å være et mer konsistent risikomål.



Figur 1: Illustrasjonsbilde av VaR og CVaR i en distribusjon

For å konkretisere forskjellene på VaR og CVaR presenterer vi i figur 1 en tilfeldig distribusjon av avkastningstall, der VaR og CVaR er markert. Her kan man se hvordan CVaR ligger lengre ut enn VaR i distribusjonen da førstnevnte er et snitt av verdiene bortenfor sistnevnte. Da verdiene har en relativt normalfordelt orden vil således CVaR ligge noe nærmere midten (median) enn dersom det var en flattere og mer uniform fordeling. CVaR vil alltid befinne seg nærmere halen av en fordeling enn VaR.

2.2.4 Shortfall og expected shortfall

I finans brukes begrepene CVaR og expected shortfall om hverandre (Investopedia, 2019), men vi ønsker å skille bruken av begrepene. I vår avhandling definerer vi shortfall på samme måte som Bodie (1995), altså et mål på risiko definert som tap i forhold til risikofri rente. Der hvor CVaR tar gjennomsnittet av de $\alpha\%$ dårligste utfallene, vil shortfall ta snittet av samtlige negative utfall. Dette gjør vi fordi vi ønsker å ha et risikomål på hele nedsiden, og ikke bare en gitt prosentsats av utfallene. Dette gjør shortfall egnet til å studere alle tap, og CVaR egnet til å studere ekstreme tap. Shortfall vil gi en gjennomsnittsverdi av samtlige negative utfall, og defineres av følgende formel, hvor j er antall negative utfall, n er alle utfall og r_k er avkastning i måned k .

$$\text{Shortfall} = \frac{1}{j} \sum_{k=1}^n \min \{0, r_k\}$$

Kombinert med en sannsynlighet for å få et negativt utfall får vi risikomålet expected shortfall som kan oversettes til forventet tap i forhold til risikofri rente.

2.2.5 Sharpe ratio

Et annet mye brukt verktøy til å sammenligne porteføljer er Sharpe ratio. Sharpe ratio er en måte å måle risikojustert avkastning på. Det vil si at man kan kalkulere hvor godt man får betalt for risikoen man tar på seg. William Sharpe (1966) introduserte metoden som en måte å vurdere fond på, men metoden har senere blitt brukt til å vurdere alle typer investeringer som har et standardavvik og avkastning, med større og mindre grad av relevans. En god portefølje vil ha så høy Sharpe ratio som mulig.

Akkumulert avkastning og Sharpe ratio defineres av følgende formler, hvor R_p er porteføljens avkastning, R_f er risikofri rente, og σ_p er porteføljens standardavvik.

$$\text{Akkumulert avkastning} = R_p = \prod_k^n (1 + r_k)$$

$$\text{Sharpe ratio} = \frac{\text{Akkumulert meravkastning}}{\text{Standardavvik}} = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}$$

2.2.6 Andre Sharpe Ratioer

Selv om Sharpe ratio er et anerkjent og mye brukt risikomål kan det også være problematisk å benytte det. Sharpe ratio benytter standardavvik som risikofaktor, noe som vist tidligere kan være problematisk. Sharpes modell er dog enkelt oppsatt og det har ført til at det har kommet en rekke ratioer som måler risikojustert avkastning, men som bruker andre risikomål og avkastningstall enn standardavvik og meravkastning i forhold til risikofri rente. Det er da viktig at man sammenligner ratioer basert på samme risikomål og avkastning. Vi vil nå kort gå gjennom et par eksempler på slike ratioer.

Sortino ratio ble lagt frem av Sortino og Price i 1994. Poenget med ratioen var at denne var et bedre mål på risikojustert avkastning, fordi den så på avkastning fratrukket et avkastningskrav, og benyttet nedsiderisiko istedenfor standardavvik (Sortino og Price, 1994). Med nedsiderisiko menes standardavvik på nedsiden. Skjevhet i avkastning (fordelingene) vil ikke lengre bli noe problem da modellen kun tar for seg de negative verdiene. Sortino ratio defineres av følgende formel hvor σ_d er nedsiderisiko og R_T er avkastningskravet.

$$\text{Sortino ratio} = R_{E,MSCI} \frac{R_p - R_T}{\sigma_d}$$

Sterling ratio er avkastningen minus risikofri rente, delt på gjennomsnittet av de N dårligste utfallene (Lhabitant, 2013). Man kan altså si at man tar meravkastningen og dividerer på CVaR. CVaR blir da satt ut ifra et antall av de dårligste utfallene, istedenfor de prosentvis dårligste som er normalt. Sterling ratio defineres av følgende formel, hvor (*n worst*) er avkastningen for de n dårligste utfallene, og R_p og R_f er som tidligere definert.

$$\text{Sterling ratio} = \frac{R_p - R_f}{\frac{\sum (n \text{ worst})}{n}}$$

I tillegg til disse er det en rekke andre ratioer som kan brukes for måling og sammenligning av risikjustert avkastning. Alle de presenterte ratioene er lagt frem av François-Serge Lhabitant (2013) i kapittel 4 i sin bok «Hedge Funds: Quantitative Insights». Vi har valgt å ikke presentere alle fordi man ser mønsteret i de ulike ratioene når man ser de to eksemplene over. Hensikten med presentasjonen av ratioene er altså å synliggjøre mulighetene for å finne ulike ratioer, hvor man bruker (mer)avkastning per risikoenhet.

3 Forskningsmetode

Vi vil i dette kapittelet presentere de ulike aksjeindeksene, risikofri rente, og hvordan vi har strukturert disse i en modell for å kunne analysere problemstillingen. Videre presenterer vi ulike utvidelser av nevnte modell for å kontrollere hvor overførbare eventuelle resultater er. Avslutningsvis følger informasjon om regresjonsanalysene og forutsetninger knyttet til disse.

3.1 Datagrunnlag

Denne studien har en kvantitativ tilnærming hvor datamaterialet er hentet fra eksterne databaser, og videre behandlet i Excel og Stata. Vi har valgt å bruke MSCI World Index (heretter MSCI) som risikabel investering i våre analyser. Datagrunnlaget er begrenset fra januar 1970 til oktober 2018, som var tilgjengelig data på tidspunktet vi startet innsamlingen. MSCI dekker over 1 600 store og mellomstore selskaper i 23 utviklede land, og dekker omtrent 85% av tilgjengelig markedskapital i de 23 landene (MSCI, 2019). Tallmaterialene er hentet direkte fra MSCI sine egne sider (MSCI II, 2019) og er tilgjengelig kostnadsfritt.

Vi ønsker med denne oppgaven å analysere konkrete investeringshorisonter. Derfor er det naturlig å benytte oss av data som er representative for typiske investeringsalternativer. MSCI er benyttet som referanseindeks for en rekke globale aksjefond, deriblant DNB Global Indeks som nevnt innledningsvis. Det at vi velger selve indeksen vil typisk gi mer presise data, da et fond som følger indeksen alltid vil være noe på etterskudd.

For å analysere dataene fra MSCI og risikofri rente har vi beregnet den risikofylte investeringens månedlige meravkastning, også kalt markedets risikopremie. Den risikofrie renten har vi valgt å sette til 3 måneders US T-Bill. En T-Bill er en gjeldsobligasjon med kort løpetid utstedt av den amerikanske stat, og fordi den amerikanske stat er ansett for å være den mest solide økonomien i verden blir derfor T-Bill tilnærmet risikofri. Vi har også valgt å bruke denne fordi den ofte brukes som en proxy for nettopp risikofri rente. Videre er MSCI er notert i dollar, og dette gjør at vi ikke

vil få noen valutaeffekter i våre analyser. Hvis en forutsetter at teorien om renteparitet holder vil vi kunne si at resultatene vil kunne være overførbare til en norsk investor i samme periode. Dataene for US T-Bill er hentet direkte fra avdelingen Economic Research hos Federal Reserve Bank of St. Louis (FRED, 2019). Vi har i denne oppgaven brukt nominelle verdier og analysert MSCI sin totalavkastning, som inkluderer reinvesterte dividender.

Vi vil i oppgaven også ta for oss andre datasett for å kontrollere at våre valg av data gir solide resultater. Vi har valgt å benytte S&P 500 med historikk fra 1871 som gjør at vi kan se om resultatene vi finner også vil gjelde før 1970. S&P 500 er en aksjeindeks bestående av 500 store amerikanske selskaper og dekker omtrent 80% av tilgjengelig markedskapital i USA (Standard & Poor's, 2019). S&P 500 og MSCI er ikke identiske, men de vil være overlappende da amerikanske aksjer står for ca. halvparten av det globale aksjemarkedet (Statista, 2019). Dette kan føre til en grad av korrelerte resultater. Videre vil vi analysere MSCI sin Emerging Markets Index (heretter EM). Dette er en annen global indeks for fremvoksende markeder. EM dekker 24 fremvoksende markeder og består av i overkant 1 100 selskaper, men har kun historikk tilbake til 1987 som begrenser datagrunnlaget betraktelig. Summen av MSCI og EM utgjør indeksen All Country World Index (heretter ACWI) som vi også inkluderer i analysen.

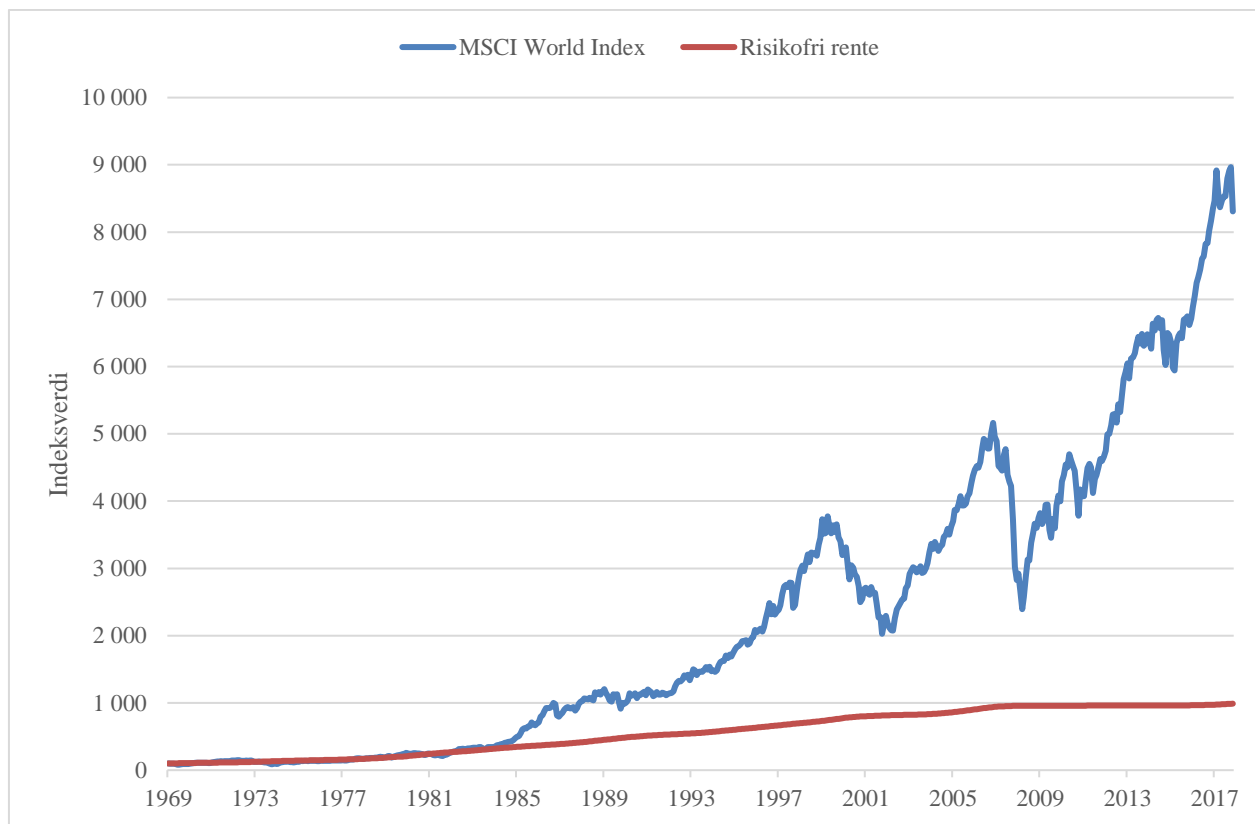
Vi har valgt å studere månedlige data fordi daglige eller ukentlige data vil gjøre analysene svært omfattende, i tillegg til at høyt frekventerte data vil kunne inneholde mer støy enn månedlige data (Forbes, 2012). Vi vil likevel presentere en sammenligning av enkelte resultater basert på daglige og månedlige data for å kontrollere at resultatene ikke avhenger av frekvensen på dataene. De daglige dataene til MSCI har historikk tilbake til 1972, som innebærer to års kortere historikk enn de månedlige dataene. Som tidligere nevnt har vi i utgangspunktet benyttet MSCI sin totalavkastning. Dette er ikke tilgjengelig for daglige data, og sammenligningen mellom månedlige og daglige er derfor basert på en ren prisindeks. Dog vurderer vi det dithen at det er mer interessant å se på forholdet mellom resultatene snarere enn de absolutte verdiene. Selv om vi hovedsakelig benytter månedlige data er likevel historikken såpass lang at vi får 586 månedlige avkastningstall. Dette mener vi er tilstrekkelig for å gjennomføre nødvendige analyser for å besvare vår problemstilling.

3.2 Analysemodellen

Som litteraturen viser er empirien splittet hva gjelder tidsdiversifikasjon. Vi ønsket å lage modell som ikke legger et perspektiv på tidsdiversifisering til grunn, men åpner opp for at det både kan eksistere og ikke eksistere. På bakgrunn av de resultater vi kommer frem til, vil en kunne argumentere for eller imot om det faktisk er tilfelle. Vi ønsker å besvare forskningsspørsmålet ved å lage en modell for å avgjøre hvor lenge, historisk sett, en burde sittede med en risikabel investering for å oppnå en gitt sannsynlighet for positiv meravkastning.

Som nevnt tidligere har eksisterende litteratur i hovedsak valgt å se på enkelte investeringshorisonter. Dette kan skape et falskt bilde av en relativt lineær sammenheng mellom investeringshorisont og risiko. I stedet har vi konstruert porteføljer med investeringshorisonter fra 6 måneder til 15 år med sprang på 1 måned. Dermed har vi analysert 175 horisonter. For hver investeringshorisont har vi konstruert og analysert overlappende porteføljer fra januar 1970 til oktober 2018, som gir et kontinuerlig bilde av sammenhengen mellom investeringshorisont og risiko. For en investeringshorisont på 6 måneder betyr dette at vi totalt har 581 porteføljer, mens vi for en investeringshorisont på 15 år har 407 porteføljer. Videre ser vi på den kumulative avkastningen for hver enkelt portefølje i alle investeringshorisontene. For hver investeringshorisont vil vi dermed kunne generere statistikk som vil hjelpe oss å besvare forskningsspørsmålet.

Den enkleste måten å besvare det på, er å se på antall positive og negative utfall fra januar 1970 til oktober 2018. Dette kan beskrive sannsynligheten for positivt utfall gitt en investeringshorisont på eksempelvis 6 måneder eller en annen ønsket horisont. Vi har valgt å ikke se på kortere enn 6 måneder da dette er noe vi anser som et minimum for å kalle det en investeringshorisont. Når det gjelder øvre grense for investeringshorisonter har vi valgt 15 år. Dette fordi at jo lengre investeringshorisonter man analyserer, desto færre porteføljer og datapunkter er vi i stand til å generere med den relativt korte historikken fra 1970. Den øvre grensen ble satt til 15 år som et utgangspunkt, men har vist seg å være tilstrekkelig for å besvare problemstillingen.



Figur 2: MSCI World Index og risikofri rente 1970-2018

Vi ser av figur 2 at MSCI historisk sett har gitt høyere avkastning enn risikofri rente, men at MSCI svinger mer i verdi. Derfor ønsker vi å beskrive hvor lenge man må forvente å være investert for å kunne forvente å oppnå denne meravkastningen med en viss sannsynlighet.

3.2.1 Modellens oppbygning

Med datagrunnlaget fra MSCI og US T-Bill har vi utarbeidet en modell som beregner akkumulerte avkastningstall for overlappende porteføljer med horisonter fra 6 måneder til 15 år. Overlappende porteføljer innebærer at portefølje 1 med investeringshorisont på 6 måneder går fra måned 1 til måned 6, mens portefølje 2 går fra måned 2 til måned 7 (Tabell 1). Dersom vi hadde brukt porteføljer som ikke overlapper hverandre ville det generert porteføljer som er mindre korrelerte med hverandre, men samtidig føre til at vi får problematisk få porteføljer å analysere. Porteføljer som ikke overlapper hverandre vil også føre til at man ekskluderer nesten alle mulige investerings-

tidspunkter, og således kan en risikere å ikke få med alle nyansene. Avkastningen og meravkastningen til MSCI (Vedlegg 3) er beregnet ved bruk av følgende formler, hvor $MSCI_t$ er MSCI World Index i måned t.

$$\text{Avkastning MSCI} = R_{MSCI} = \frac{MSCI_t - MSCI_{t-1}}{MSCI_{t-1}}$$

$$\text{Meravkastning MSCI} = R_{E,MSCI} = R_{MSCI} - R_f$$

Deretter er meravkastningstallene omregnet til vekstfaktorer ved legge til 1. Eksempelvis vil måned n med avkastning $i\%$ bli til vekstfaktoren $1+i$ (Vedlegg 3). Dette er gjort for å forenkle beregningene i modellen som er bygget opp i Excel, slik at vi kunne bruke en produktfunksjon for å effektivt regne ut akkumulert avkastning for hver portefølje. For å konkretisere betyr dette at akkumulert avkastning for den første porteføljen med en investeringshorisont på 6 måneder blir vekstfaktorene for de 6 første månedene multiplisert med hverandre.

Videre har vi brukt akkumulerte avkastningstall for alle porteføljene til å beregne hvor mange av porteføljene som har gitt positiv meravkastning og hvor mange som har gitt negativ meravkastning. Dette ga oss et grunnlag for å regne ut sannsynligheten for positiv meravkastning for hver enkelt av de 175 investeringshorisontene vi genererte data for.

| Sannsynlighet | Antall porteføljer | Porteføljer < 0 | Porteføljer > 0 | Horisont | Portefølje 1 | Portefølje 2 | ... | Portefølje n |
|---------------|--------------------|-----------------|-----------------|----------|--------------|--------------|---------|--------------|
| 64,72 % | 581 | 205 | 376 | 6 mnd | -10,53 % | -8,70 % | 5,94 % | 18,56 % |
| 65,69 % | 580 | 199 | 381 | 7 mnd | -8,84 % | -4,45 % | 10,52 % | 19,55 % |
| 67,36 % | 579 | 189 | 390 | 8 mnd | -4,59 % | -0,32 % | 11,44 % | 24,56 % |
| 68,51 % | 578 | 182 | 396 | 9 mnd | -0,47 % | 0,52 % | 16,11 % | 28,33 % |
| 67,76 % | 577 | 186 | 391 | 10 mnd | 0,36 % | 4,73 % | 19,63 % | 24,95 % |
| 69,44 % | 576 | 176 | 400 | 11 mnd | 4,57 % | 7,90 % | 16,48 % | 25,83 % |
| 69,04 % | 575 | 178 | 397 | 12 mnd | 7,74 % | 5,06 % | 17,30 % | 23,35 % |

Tabell 1: Modellen med overlappende porteføljer med investeringshorisonter fra 6 mnd. til 1 år.

Tabell 1 viser et utsnitt av datasettet med investeringshorisontene og sannsynligheten for positiv meravkastning til venstre. Vi har i tillegg beregnet standardavvik, gjennomsnittlig meravkastning, annualisert meravkastning, Sharpe-ratioer, shortfall, expected shortfall, VaR og CVaR. Videre har vi analysert hvordan de ulike variablene utvikler seg etter hvert som investeringshorisonten øker fra måned til måned.

3.2.2 Utvidelser av modellen

For å ta hensyn til at datagrunnlaget i stor grad legger føringer for de resultatene vi kommer frem til har vi valgt å inkludere noen utvidelser samt justeringer i tidsperioder. Vi har også, som nevnt tidligere, benyttet modellen på andre datagrunnlag. Dette er gjort for å teste generaliserbarheten til våre funn, i tillegg til å være et grunnlag for drøfting av mulige årsaker til disse.

Det første vi har gjort er at vi har brukt tilsvarende modell, men der vi kun ser på avkastningen til MSCI, og således ikke tar hensyn til meravkastning. Dette for å kunne isolere eventuelle effekter den risikofrie renten måtte ha på resultatene.

Vi har også gjennomført den samme analysen av MSCI og risikofri rente ved å fjerne de første og siste 10 årene, slik at datagrunnlaget vil være fra januar 1980 til oktober 2008. Tilsvarende analyse er gjort ved å fjerne de første 20 årene, slik at datagrunnlaget vil være fra januar 1990 til oktober 2018. Dette vil redusere det totale antallet porteføljer å analysere, fra 581 og 407, til 326 og 152 for henholdsvis 6 måneders og 15 års investeringshorisonter. Tidsjusteringene gjør at mye av datagrunnlaget overlapper fordi alle mulige porteføljer i disse analysene allerede eksisterer i den opprinnelige analysen. Dermed følger det en forventning om en viss grad av korrelerte resultater. Ekskluderingen av enkelte perioder er gjort for å teste i hvilken grad de første og siste årene har påvirket resultatene. I tillegg har vi testet MSCI fra 1970-1994 og 1994-2018 for teste to serier som ikke overlapper hverandre.

I tillegg har vi analysert MSCI hvor vi inkluderer en implementeringsstrategi der en implementerer investert beløp over 10 måneder (Vedlegg 4). Kapital som ikke er investert under implementeringsperioden er plassert til risikofri rente. Dette innebærer at den korteste investeringshorisonten vi her har analysert er 12 måneder. Den lengste horisonten er fortsatt 15 år. Vi ønsker med dette å se om en implementeringsstrategi som denne kan gi utslag i resultatene, og eventuelt hvor mye og hvordan. Som figur 2 viste er markedets risikopremie over tid positiv, men svinger mer i verdi enn risikofri rente. En implementeringsstrategi kan derfor vurderes som en metode for å være mindre sårbar for kortsiktige svingninger, men med en forventning om å frasi seg noe av risikopremien. Vi ønsket å se på om dette er tilfelle, hvordan en implementeringsstrategi påvirker investeringshorisonten og hvordan den påvirker sannsynligheten for positiv avkastning.

Videre har vi gjort tilsvarende analyser av historiske data til S&P 500. På bakgrunn av indeksens lange historikk har vi begrenset oss til perioden 1900-2018 for å forenkle databehandlingen. Dermed endrer vi både indeksen og lengden på de historiske data. Ved å bruke S&P 500 er vi i stand til å teste perioder som er helt uavhengige av hverandre. Dette vil være viktig for å kunne underbygge generaliserbarheten til resultatene. Fordi MSCI og S&P 500 er delvis overlappende har vi inkludert EM da den er uten overlappende investeringer med MSCI.

Vi ønsket også å sjekke om resultatene endres hvis vi analyserer daglige data fra MSCI sammenlignet med månedlige data, primært fordi daglige data vil generere betraktelig flere porteføljer enn månedlige data. Hvis en antar at et kalenderår innehar i snitt 260 forretningsdager, betyr det et maksimalt antall forretningsdager i perioden på $260 \times 48 \text{ år} = 12\,480$ med tilsvarende antall avkastningstall mot 586 månedlige avkastningstall.

Avslutningsvis ønsket vi å undersøke om eventuelle resultater skyldes tilfeldigheter i markedet eller systematikk. Dette gjorde vi ved å inkludere to analyser av tilfeldig genererte datagrunnlag, der den ene er basert på aksjeavkastning som en tilfeldig prosess og den andre er tilfeldige rekkefølger av reelle avkastningstall.

3.3 Regresjonsanalyse

For å kunne teste om de resultatene vi kommer frem til er statistisk signifikante ønsker vi å bruke regresjonsanalyse. Formålet med analysen er å avgjøre om vi har signifikante forskjeller i investeringshorisonter hva gjelder sannsynlighet for positiv meravkastning og risikoparametre. Vi vil i vår regresjonsanalyse fremstille to enkle modeller der sannsynligheten for positiv meravkastning og CVAR er avhengige variabler av den uavhengige variabelen investeringshorisont.

Regresjonsmodellene er basert på minste kvadraters metode (heretter OLS) som igjen bygger på flere forutsetninger. Dersom en regresjonsmodell ikke tilfredsstiller forutsetningene, vil dette kunne påvirke hypotesetestingen. Det er derfor nødvendig å sørge for at forutsetningene er tilfredsstilt der det er mulig, og eventuelt korrigere hypotesetestingen og testobservatorer der forutsetningene ikke kan bli tilfredsstilt. OLS-forutsetningene er: Modellen skal være korrekt spesifisert, feilleddene skal ha forventning på 0, de skal ha konstant varians, være ukorrelerte, samt ukorrelerte med de uavhengige variablene. De uavhengige variablene må ikke være perfekt korrelerte, verken parvis eller gruppevis, og til slutt skal feilleddene være normalfordelte (Hammervold, 2016).

3.3.1 Autokorrelasjon

Vår modell er basert på tidsseriedata. Dette kan i seg selv kan være en kilde til korrelerte feilledd, også kalt autokorrelasjon. Tidsseriedata, og spesielt data med bakgrunn i indekser, har av natur autokorrelasjon, da en periodes verdi er utgangspunktet for neste periodes verdi (Studenmund, 2017, s. 293). Autokorrelasjon betyr at en har avhengige målinger, og en av forutsetningene til OLS er brutt. En av konsekvensene ved autokorrelasjon er at OLS tenderer til å underestimere størrelsen på standardfeil til koeffisientene. En underestimert standardfeil vil gi en overestimert t-verdi, som igjen fører til forkastningsfeil i hypotesetestingen.

T-verdien defineres av følgende formler, hvor β er estimert regresjonskoeffisient, β_{H_0} er nullhypotesens koeffisient og $SE(\beta_i)$ er standardfeil til koeffisient.

$$\text{T-verdi} = t = \frac{(\beta - \beta_{H_0})}{SE(\beta_i)}$$

Konsekvensen av overestimerte t-verdier vil igjen bli at vi kan risikere å få signifikante koeffisienter i regresjonsmodellen, som i virkeligheten ikke er det. Altså er ikke hypotesetestingen reliabel ved tilfeller av autokorrelasjon (Studenmund, 2017, s. 301). Man kan korrigere for autokorrelasjon blant annet med Prais-Winsten-metoden, noe vi vil gjøre i vår analyse. Metoden, som er tostegs iterativ teknikk, korrigerer for autokorrelasjon gjennom å estimere autokorrelasjonskoeffisienten. Deretter brukes Generalized Least Squares-metoden (heretter GLS), med den estimerte autokorrelasjonskoeffisienten, til å estimere en regresjonsligning som er korrigert for autokorrelasjon (Studenmund, 2017, s. 311). Vi vil i vår modell ikke ha problemer knyttet til korrelerte uavhengige variabler, da vi kun har én uavhengig variabel.

3.3.2 Heteroskedastisitet

Heteroskedastisitet betyr at feilleddene ikke har konstant varians. Heteroskedastisitet er generelt mer sannsynlig å finne i tverrsnittsdata enn i tidsseriedata, men Studenmund påpeker at heteroskedastisitet har vist seg å være en spesielt viktig faktor i finansielle markeder (2017, s. 324). Fordi vi analyserer data fra finansielle markeder vil det være en viktig del av testingen vår. Typisk vil konsekvensene av heteroskedastisitet være underestimerte standardfeil, som igjen vil gi overestimerte t-verdier. Selv om standardfeilene typisk vil underestimeres er det også mulig at standardfeilene kan bli overestimert med påfølgende underestimerte t-verdier. Det finnes flere tester for å avgjøre om en har problemer med heteroskedastisitet, og vi velger i vår analyse å bruke Breusch-Pagan og Whites test.

For å løse problemene må man se på estimeringen av standardfeil. Her kan man bruke korrigerede standardfeil, også kalt robuste standardfeil. Måten vi gjør dette i vår analyse er gjennom Prais-Winsten-metoden. Metoden kan nemlig korrigere for både autokorrelasjon og heteroskedastisitet dersom man benytter robuste standardfeil.

3.3.3 Normalfordelte residualer

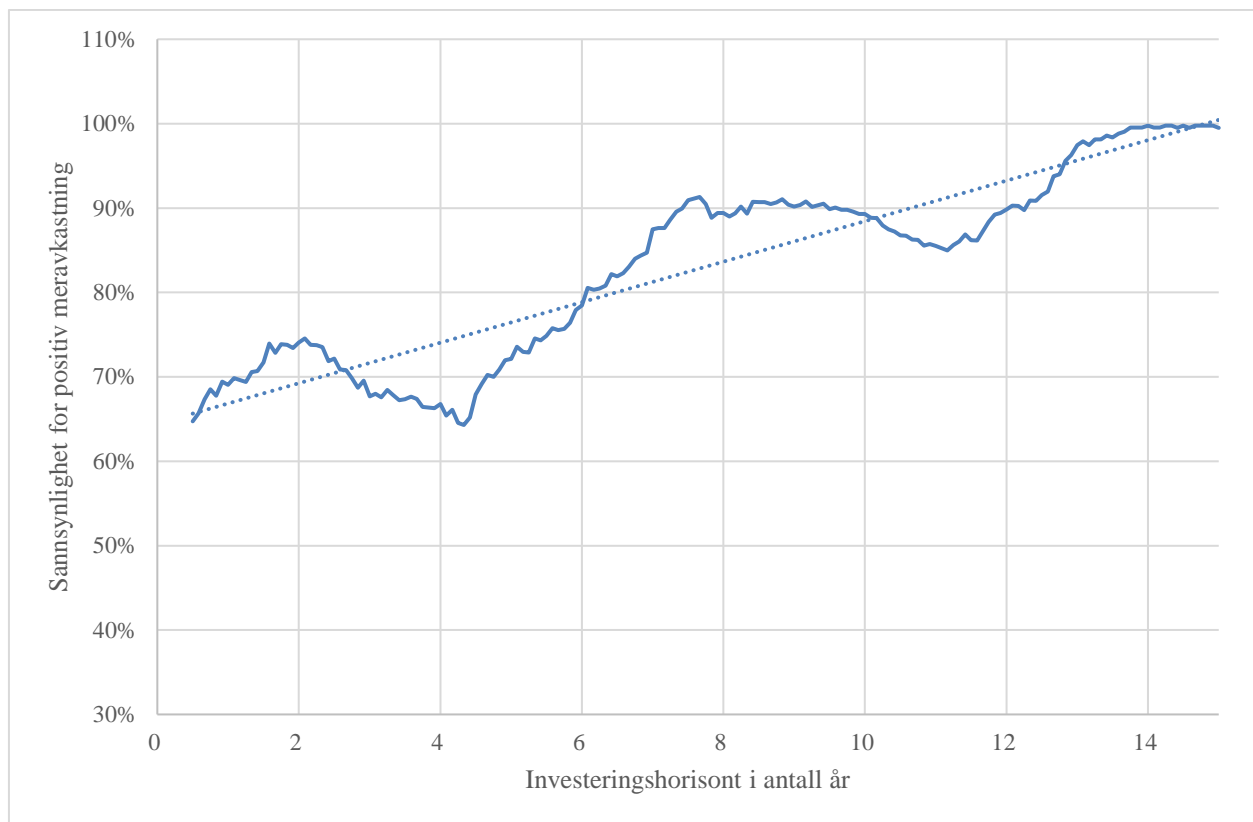
Normalfordelte residualer er en av de klassiske forutsetningene i OLS, men er ikke et krav for estimering i seg selv. Forutsetningen er dog viktig for hypotesetestingen og konfidensintervallene. Derfor anbefales det å legge til denne forutsetningen likevel. For å vurdere om man har normalfordelte data kan en studere histogrammet over standardiserte residualer, eller gjennomføre en Shapiro-Wilks-test med nullhypotese om normalfordelte data. Vi vil i vår analyse gjøre begge deler.

4 Resultater og analyse

Vi vil i dette kapitlet presentere resultatene vi har kommet frem til. Herunder resultater knyttet til shortfall og expected shortfall, sannsynlighet for positiv meravkastning, VaR, CVaR og Sharpe-ratioer. Videre vil vi presentere forskjellene på en modell med og uten meravkastning, se på ulike tidsperioder, sammenligne daglige og månedlige data, analysere resultatene fra ulike datagrunnlag og vurdere resultatene med to ulike måter å generere nye datasett på. Avslutningsvis i kapitlet vil vi drøfte noen av de mest interessante funnene. Vi har valgt å analysere funnene fortløpende mens empirien presenteres. Kapitlet vil i stor grad fokusere på å besvare problemstillingen, og forsøke å finne svar på om hvor enkelt en kan sette en anbefalt investeringshorisont på 5 år for en investering i et globalt aksjefond.

4.1 Sannsynlighet for positiv meravkastning

Det første vi ønsker å analysere på bakgrunn av problemstillingen er hvordan sannsynligheten for positiv meravkastning utvikler seg over tid. For å komme frem til dette har vi sett på antall porteføljer som er positive og negative, for hver investeringshorisont fra 6 måneder til 15 år. For en horisont på 6 måneder finner vi at 342 av 581 porteføljer har positiv, kumulativ meravkastning. Dermed fikk vi 239 negative porteføljer. Basert på dette kan en si at man med 58,86% sannsynlighet vil oppnå meravkastning i MSCI sammenlignet med risikofri rente ved en investeringshorisont på 6 måneder. Figur 3 viser andelen av porteføljene som har positiv akkumulert meravkastning for investeringshorisonter fra 6 måneder til 15 år.



Figur 3: Sannsynligheten for positiv meravkastning

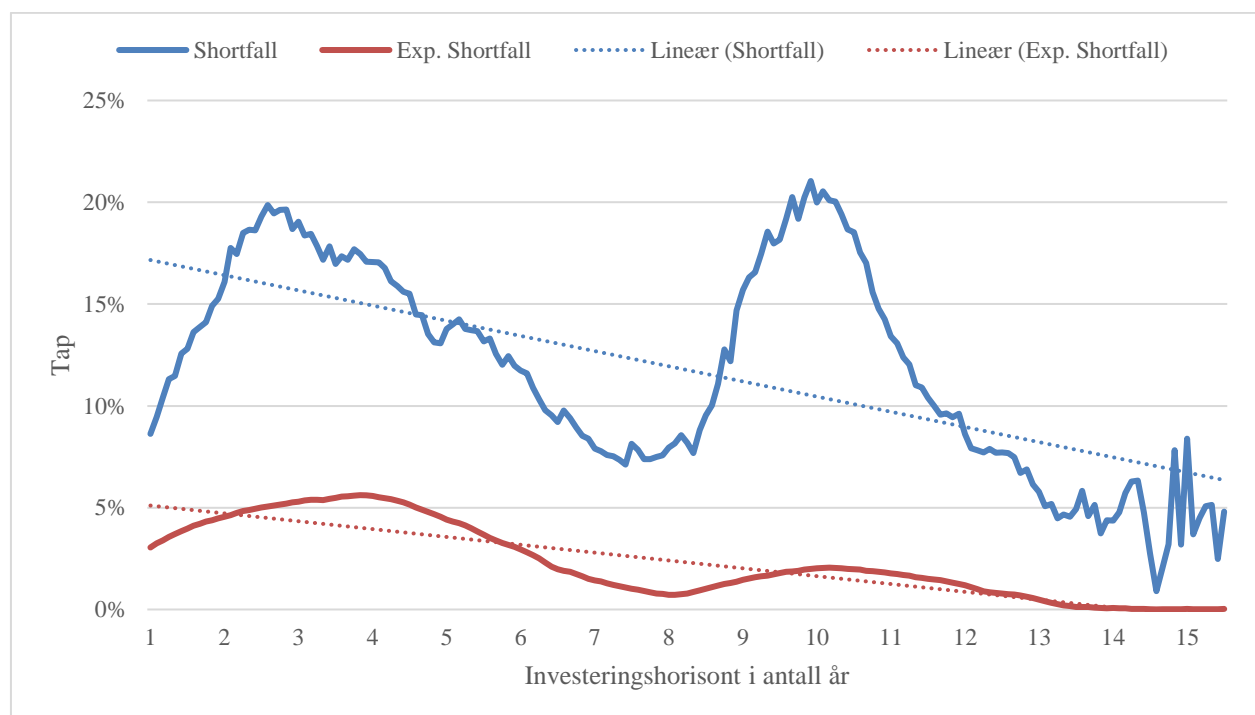
Fra litteratur som støtter tidsdiversifikasjon, skal sannsynligheten for positiv avkastning øke med tiden. Det finner vi også, men vi finner den ikke like lineær som litteraturen antyder. Fra vår modell finner vi at sannsynligheten for positiv meravkastning utvikler seg fra rundt 64% for investeringshorisonter fra 6 måneder til omtrent 75% ved 2 år. Deretter faller sannsynligheten ned igjen til ca. 64% for investeringshorisonter på 4,3 år. Utviklingen tar igjen den lineære trenden først ved investeringshorisonter på 6 år og oppover, før den igjen har et toppunkt ved investeringshorisonter på 7,7 år. Grafen faller igjen etter 7,7 år frem til 11,2 år, og vi ser igjen at det ikke er linearitet i utviklingen.

Fordi sannsynligheten for positiv meravkastning kan brukes som et mål på risiko i en portefølje, kan en hevde at risikoen knyttet til aksjeinvesteringer i horisonter på 3-5 år er høyere enn for både kortere og lengre horisonter. For investeringshorisonter på 2,1 år viser dataene en sannsynlighet på

ca. 75%, mens øker man investeringshorisontene til 4,3 år, har sannsynligheten falt til 64%. Deretter stiger den til 91,3% (7,7 år), før den synker igjen til rundt 85% (11,2 år). Dette vurderer vi som et stort avvik, og i kontrast til både eksisterende teori og intuisjon. Særlig finner vi fraværet av linearitet i sannsynligheten for positiv meravkastning som interessant.

4.2 Shortfall og expected shortfall

Den motsatte siden av sannsynlighet for positiv avkastning er shortfall. Et av de første spørsmålene vi måtte få svar på for å besvare problemstillingen var om vi fant noe indikasjon på at tidsdiversifikasjon eksisterer. Et av argumentene for tidsdiversifikasjon er at sannsynligheten for tap eller negativt utfall reduseres over tid, mens motsvaret til dette er at en må vurdere både sannsynligheten for tap og størrelsen gitt et eventuelt tap. Dersom tidsdiversifisering er tilfelle betyr det at expected shortfall reduseres over tid. Av analysen finner vi at det er tilfelle, men bildet er noe mer nyansert. Empirien viser en noe overraskende trend i datasettene.

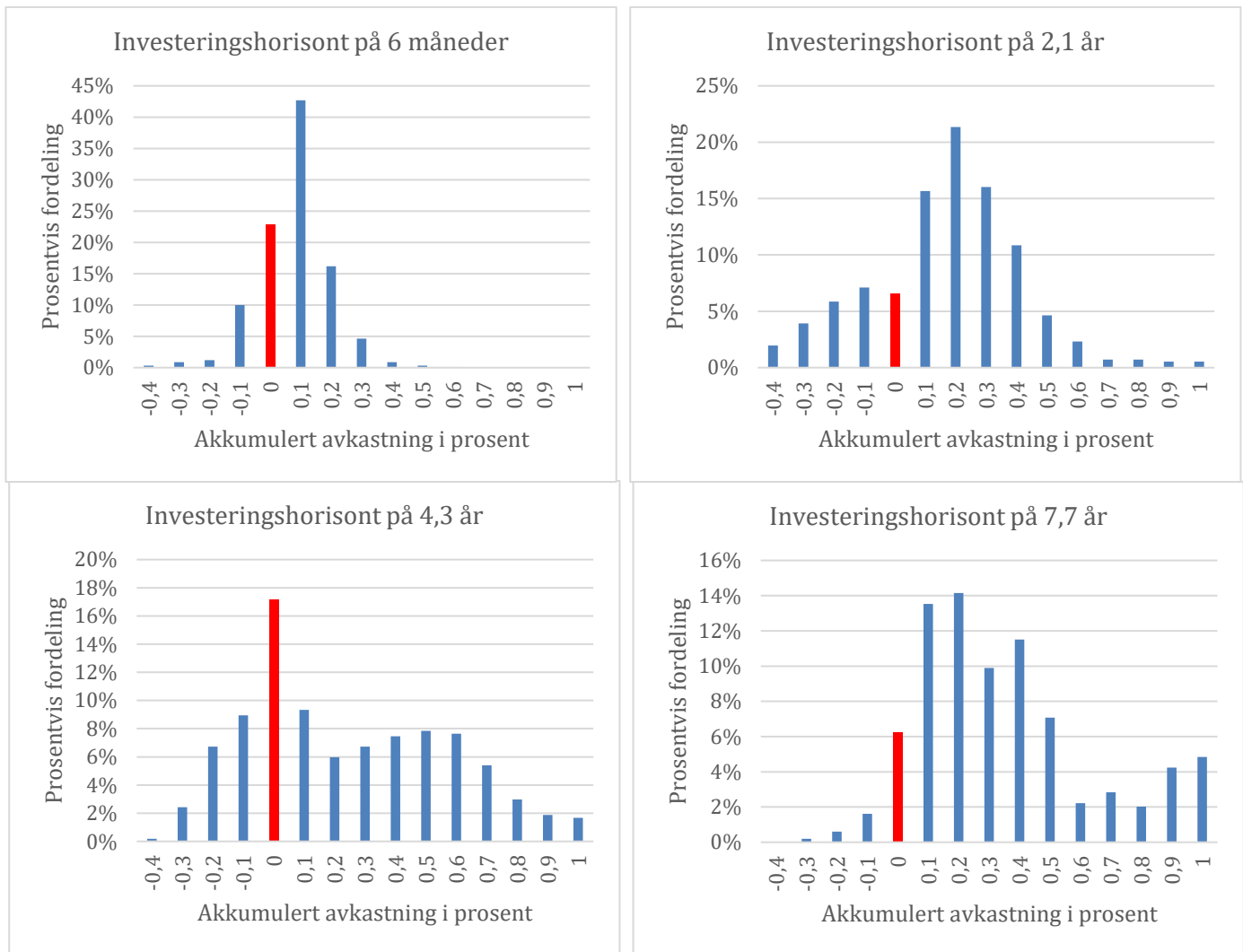


Figur 4: Shortfall og expected shortfall

Av figur 4 kan man se at expected shortfall trender fallende med tiden. Dette underbygger tidsdiversifiserings eksistens. Av figur 4 ser vi at forventet shortfall ser ut til å ha et toppunkt ved investeringshorisonter på 3,3 år, og et bunnpunkt ved ca. 7,5 år. Etter bunnpunktet ved ca. 7,5 år stiger både shortfall og expected shortfall til godt over trendlinjen før de topper ved ca. 11 år. Etter dette synker, forventningsmessig, de to grafene til under trendlinjen igjen. Bodie (1995) hevdet at sannsynligheten for shortfall reduseres over tid, mens potensielle tap øker. Basert på analysen av shortfall og expected shortfall ser vi at begge risikomålene reduseres over tid, men samtidig at utviklingen ikke er lineær. Toppene og bunnene i figur 4 sammenfaller med kurven i figur 3, og vi ønsker å se nærmere på dette.

4.3 Hvordan er avkastningstallene distribuert rundt 0?

En mulig forklaring på hvorfor vi ser mangel på linearitet i shortfall og sannsynligheten for positiv avkastning, kan være at man får mange akkumulerte avkastningstall rett i underkant av 0 for enkelte investeringshorisonter. For å bekrefte eller avkrefte om dette er tilfelle kan en se på hvordan avkastningstallene er distribuert ved de aktuelle horisontene. Det er viktig å være oppmerksom på at utfallsrommet øker kraftig fra investeringshorisonter på 6 måneder til 7,7 år, som er den lengste investeringshorisonten vi har studert distribusjonen til. Derfor vi har valgt et noe bredt intervall, på 10%, for å kunne visuelt sammenligne distribusjonene for de ulike investeringshorisontene. Dette betyr at når vi skal analysere avkastningstallene rundt 0%, menes det i intervallet -10% til 0%.

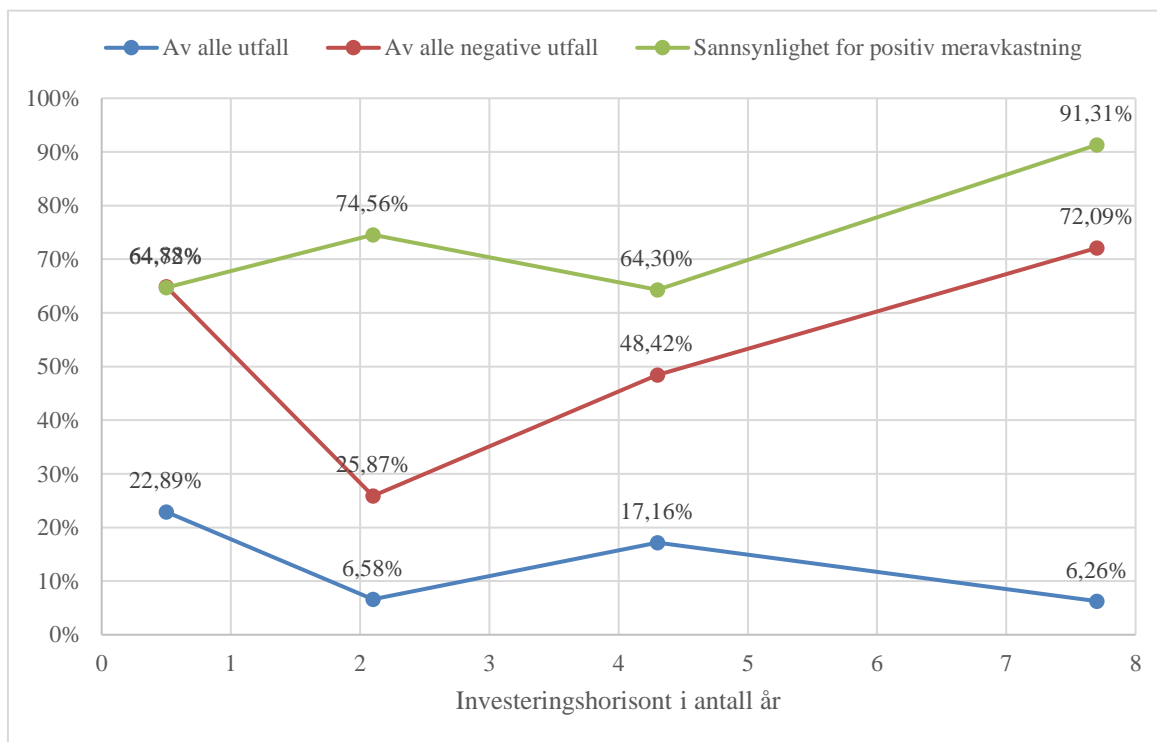


Figur 5: Distribusjon av avkastningstall for investeringshorisontene 6 mnd., 2,1, 4,3 og 7,7 år.

Figur 5 viser hvordan akkumulerte avkastningstall for en investeringshorison på henholdsvis 6 måneder, 2,1 år, 4,3 år og 7,7 år fordeler seg med intervaller på 10%. Den første investeringshorisonten vi har sett på er 6 måneder. Den kumulative fordelingen under 0% er her 35%. Andelen som ligger mellom -10% og 0% er 23% av alle utfall, noe som tilsvarer 65% av alle negative utfall. Vi skal videre sammenligne dette med distribusjonen av avkastningstallene for de lokale maksimumspunktene ved 2,1 år og 7,7 år, og det lokale minimumspunktet ved 4,3 år fra figur 3.

| Investeringshorisont | [-10%, 0%] av alle utfall | [-10%, 0%] av alle negative utfall |
|----------------------|---------------------------|------------------------------------|
| 6 måneder | 23% | 65% |
| 2,1 år | 7% | 26% |
| 4,3 år | 17% | 48% |
| 7,7 år | 6% | 72% |

Tabell 2: Distribusjon av avkastningstall for investeringshorisontene 6 mnd., 2,1, 4,3 og 7,7 år



Figur 6: Grafisk fremstilling av andelen av avkastningen i intervallet -10% til 0% for horisontene 6 mnd., 2,1, 4,3 og 7,7 år

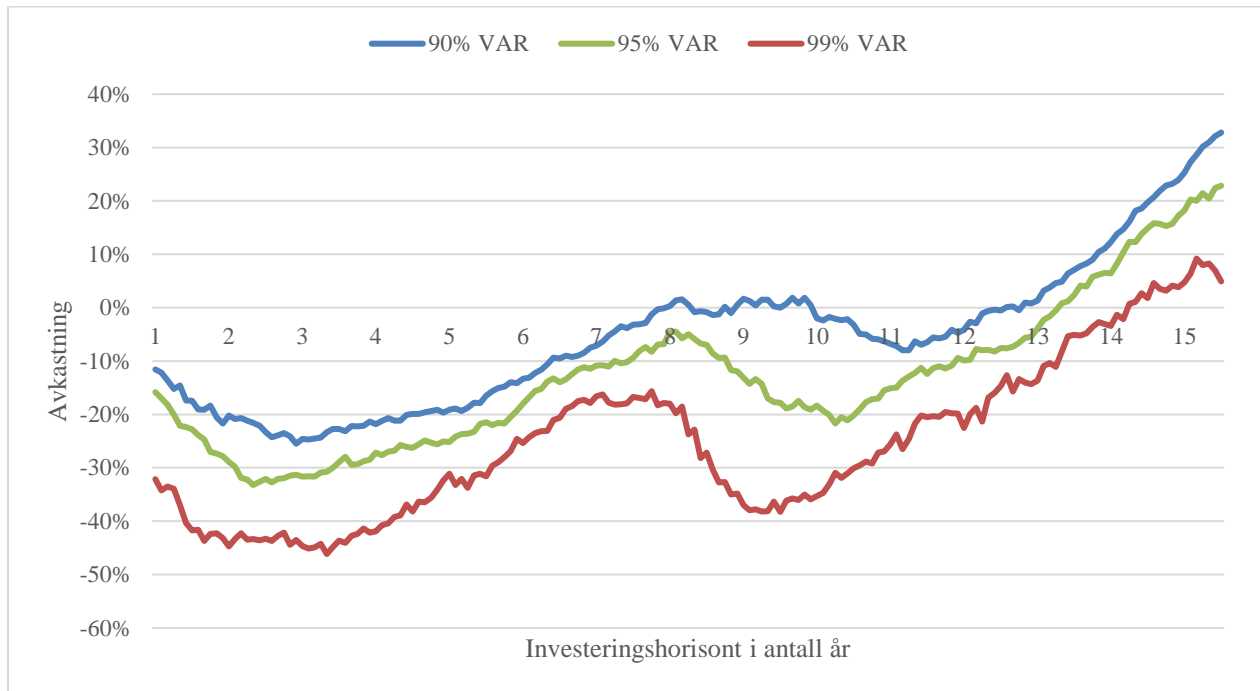
For det lokale maksimumspunktet på 2,1 år er den kumulative fordelingen under 0% avkastning 25%, og andelen som ligger mellom -10% og 0% er 7% av alle utfall, og 26% av alle negative utfall. Dette tyder på en sterk reduksjon i distribusjonen av avkastningstall rett under 0. Vi har oppsummert dataene i tabell 2 og figur 6.

Vi ser av figur 6 at reduksjonen i sannsynlighet for positiv meravkastning mellom horisontene 2,1 år og 4,3 år blant annet kan forklares ved økt andel avkastningstall fordelt rundt null. Andelen som er distribuert rundt null øker fra 6,58% på 2,1 år til 17,16% på 4,3 år. Selv med et bredt intervall på 10% ser vi en tydelig økning i avkastning fordelt rundt 0%. Det kan se ut til at sannsynligheten for positiv meravkastning, og fordeling rundt nullavkastning, til en viss grad er negativt korrelert. Dog er det interessant å se hva som skjer med distribusjonen fra investeringshorisonter på 4,3 år til det neste lokale maksimumspunktet på 7,7 år. I denne perioden stiger sannsynligheten for positiv meravkastning fra 64% til over 90%. Samtidig reduseres andelen som er distribuert rundt nullavkastning fra 17% til 6% av alle utfall. Av alle de negative utfallene ved investeringshorisonten på 7,7 år er så mye som 72% av alle de negative utfallene distribuert i intervallet -10% til 0%. Oppsummert tyder dette på at ved investeringshorisonter på 7,7 år oppnås høy sannsynlighet for positiv meravkastning, og gitt at man har negativ meravkastning er så mye som 72% av fordelingen i intervallet -10% til 0%. Dette tyder altså på en reduksjon i risikoen for ekstremtap når investeringshorisonten blir strukket til 7,7 år.

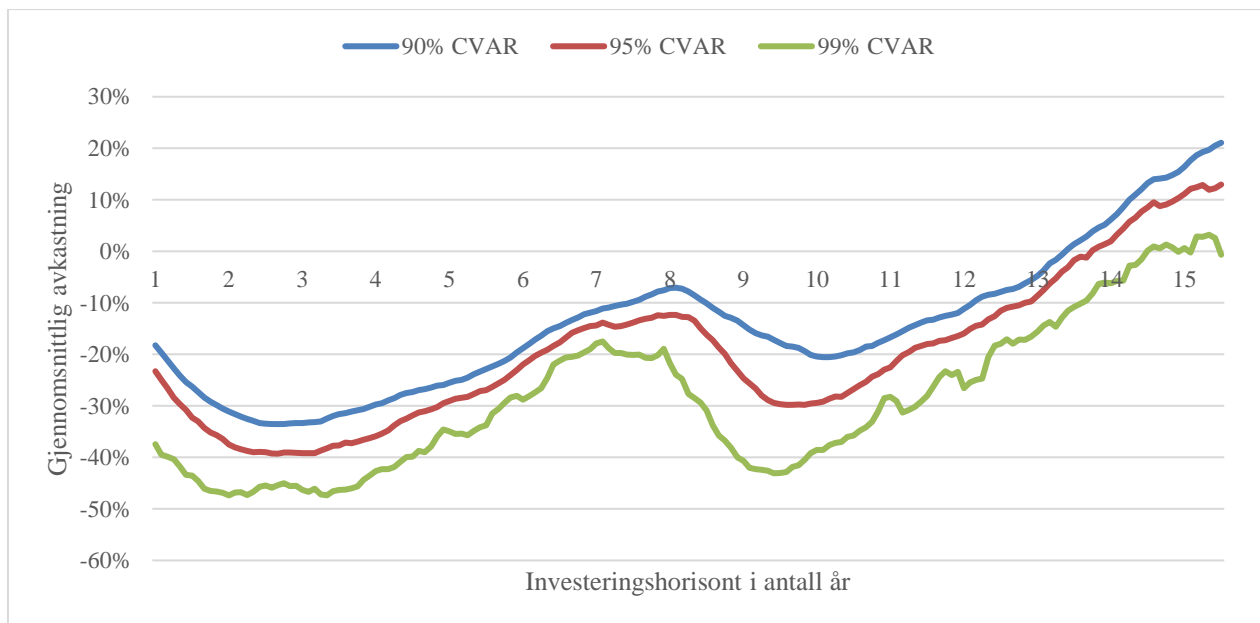
4.4 Value at Risk & Conditional Value at Risk

Som presentert i teorikapittelet er VaR og CVaR metoder for å måle risiko knyttet til en investering. Fordi vår oppgave tar utgangspunkt i sannsynligheten for positiv avkastning i en portefølje, er det også meningsfullt å studere hva sannsynligheten for negativ meravkastning innebærer. Sannsynligheten for positiv eller negativ meravkastning påpeker ganske enkelt kun fortegnet til akkumulert avkastning. Vårt ønske er gjennom å analysere VaR og CVaR å gå mer i dybden i hvordan risikoen utvikler seg når man utvider investeringshorisonten. Når vi benytter VaR og CVaR vil vi kunne si noe om ekstremutfallene, og tar således bort problematikken med mange

avkastningstall rundt null (kapittel 4.3). Figur 7 og 8 viser hvordan VaR og CVaR utvikler seg for alle investeringshorisontene.



Figur 7: Grafisk fremstilling av 90%, 95% og 99% Value at Risk



Figur 8: Grafisk fremstilling av 90%, 95% og 99% Conditional Value at Risk

Figurene over viser VaR og CVaR med porteføljeverdier. Det betyr at dersom 95% CVaR er -40% innebærer det at gjennomsnittlig tap i de 5% verste porteføljene er nesten 40%. Dette betyr at jo lavere grafiske verdier, desto høyere tap i %. Begge figurene viser en positiv trend over tid, og at nedsiderisikoen reduseres over tid. På lang sikt blir også de dårligste utfallene, noe overraskende, mindre dårlige. Dette er motstridende til noe av argumentasjonen mot tidsdiversifikasjon. Her var argumentasjonen at for lange horisonter ville også de dårligste resultatene bli dårligere enn ved korte horisonter (Bodie, 1995). Det er interessant å se hvordan VaR og CVaR utvikler seg etter investeringshorisonter på 7,7 år, der samtlige kurver er fallende før de igjen stiger og etter hvert får positive verdier. Positive verdier for VaR og CVaR viser at nedsiderisikoen blir svært liten når investeringshorisonten blir så lang som 11-12 år.

| Horisont | VaR 90% | VaR 95% | CVaR 90% | CVaR 95% |
|----------|---------|---------|----------|----------|
| 6 mnd | -11,5 % | -15,8 % | -18,2 % | -23,3 % |
| 2,1 år | -24,3 % | -32,7 % | -33,5 % | -39,3 % |
| 4,3 år | -19,2 % | -25,9 % | -26,1 % | -30,2 % |
| 7,7 år | 1,4 % | -5,7 % | -7,6 % | -12,7 % |
| 11,1 år | -4,1 % | -11,1 % | -12,6 % | -17,1 % |

Tabell 3: VaR og CVaR for utvalgte investeringshorisonter

Tabell 3 viser 90% VaR og CVaR, og 95% VaR og CVaR for et utvalg av investeringshorisonter. Som presentert i teorikapittelet vil 90% VaR angi tapet i porteføljen som er rangert som den 10% verste, mens 90% CVaR vil angi gjennomsnittlig tap for de 10% verste porteføljene. Investeringshorisontene vi har tatt utgangspunkt i er hentet fra figur 3 av sannsynligheten for positiv meravkastning, og punktene er henholdsvis startpunkt, først topp, første bunn, andre topp og andre bunn i kurven.

Verdt å merke seg er at selv om figur 3 har et toppunkt i investeringshorisonten 2,1 år med en sannsynlighet på omtrent 75%, og figur 5 viste at avkastningstallene var relativt normalfordelte, er dette investeringshorisonten med de dårligste utfallene hva gjelder VaR og CVaR. Her får vi blant

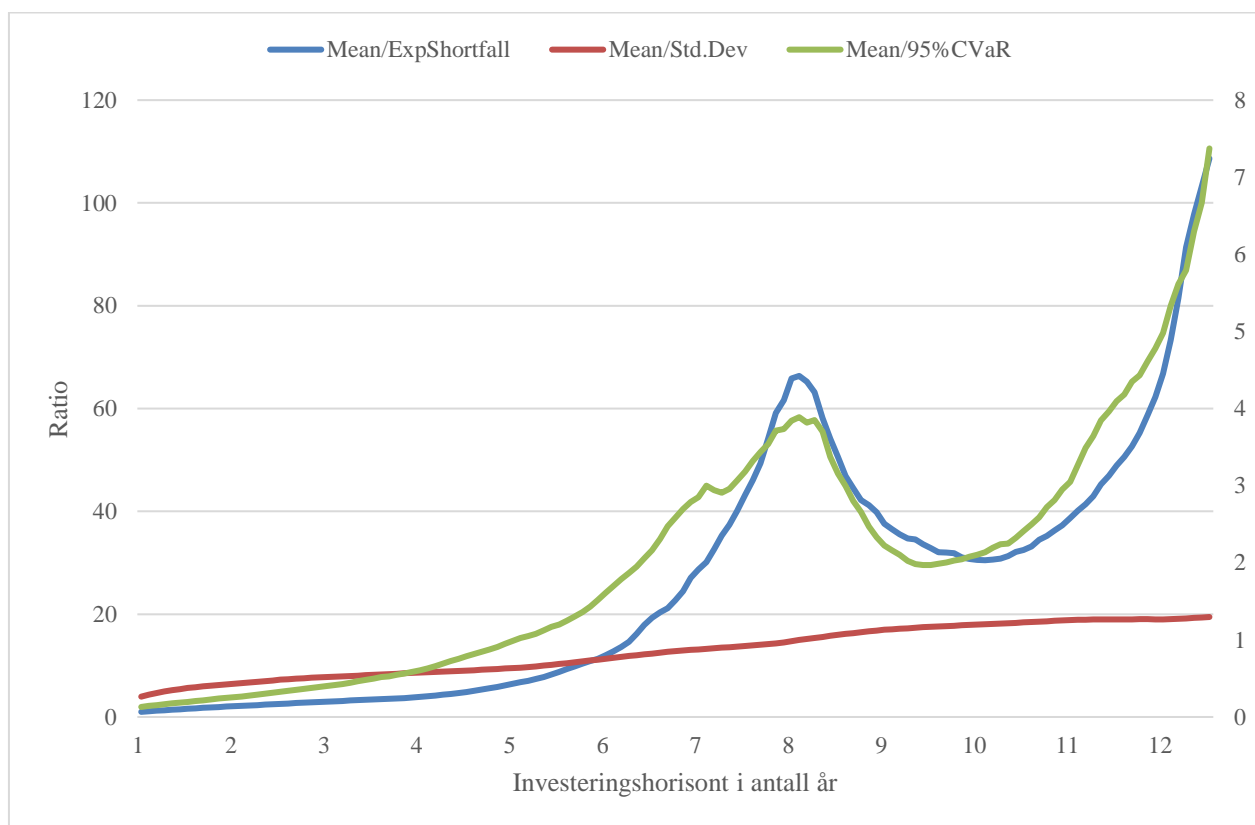
annet gjennomsnittlig tap for de 5% og 10% dårligste utfallene på henholdsvis 39,3% og 33,5%. Så selv om sannsynligheten for positive utfall er relativt sett høy, er nedsiderisikoen relativt sett også høy. VaR og CVaR viser at investeringshorisonten på 2,1 år gir større risiko for ekstremtap sammenlignet med både kortere og lengre investeringshorisonter, og eksempelvis 95% CVaR har sitt bunnpunkt på 2,1 år med gjennomsnittlig tap på nesten 40%.

Bunnpunktet i sannsynligheten for positiv meravkastning på mellomlang sikt ligger på 4,3 år med en sannsynlighet på ca. 64%. Basert på figur 5 har en større andel av disse porteføljene akkumulert avkastning rett i underkant av 0% og det kan virke som at dette driver fallet i sannsynlighet i figur 3. Selv om sannsynligheten for positive utfall har falt, har nedsiderisikoen forbedret seg. Gjennomsnittlig tap for de 5% og 10% dårligste utfallene er på henholdsvis 30,2% og 26,1%. Dette tyder på at sannsynligheten for positiv meravkastning og nedsiderisikoen er noe i utakt. En høy sannsynlighet for positiv avkastning går på bekostning av nedsidebeskyttelsen. Dette kan bekreftes av både VaR og CVaR, ved at deres kurver har stigende trender mot investeringshorisonter på 4,3 år.

Det andre toppunktet i figur 3 ved 7,7 år innebærer et gjennomsnittlig tap for de 5% og 10% dårligste utfallene på henholdsvis 12,7% og 7,6%. Dette betyr at fra bunnpunktet ved 4,3 år til toppunktet ved 7,7 år øker sannsynligheten for positiv meravkastning med 26% (fra ca. 64% til 90%), og risikoen for ekstremtap reduseres betraktelig fra 30,2% til 12,7% og 26,1% til 7,6% for henholdsvis 95% og 90% CVaR. Videre når sannsynligheten for positiv meravkastning faller fra over 90% ved 7,7 år til ca. 85% ved 11,2 år øker også nedsiderisikoen. Gjennomsnittlig tap for de 5% og 10% dårligste utfallene fra går henholdsvis 12,7% til 17,1% og 7,6% til 12,6%. Analysen av distribusjonene viste en utvikling der andelen av porteføljer som lå i intervallet -10% til 0% falt fra 17% til 6%. Kombinert med at andelen av negative porteføljer i samme intervall steg fra 48% til 72% kunne en konkludere med at sannsynligheten for ekstremtap faller mellom investeringshorisonter på 4,3 år og 7,7 år. VaR og CVaR underbygger dette argumentet med sine lokale toppunkter på ca. 7,5 år. Overordnet betyr det at tap og gjennomsnittlig tap i de 1%, 5% og 10% verste tilfellene er mindre enn for kortere og lengre investeringshorisonter.

4.5 Sharpe-ratioer

Vi har nå har sett på ulike mål for risiko og særlig risiko på nedsiden. En annen sentral brikke når man skal ta en investeringsbeslutning er forventet avkastning. I dette delkapittelet vil vi se på hvordan ulike Sharpe-ratioer utvikler seg over tid. Sharpe-ratioer er som presentert i kapittel 2.2.5 et mål på hvor høy avkastning man får per enhet risiko man påtar seg. En naturlig forventning er at risikojustert avkastning vil være relativt lineær, altså at forventet avkastning er stigende for lengre holdeperiode. Annualisert avkastning utvikler seg relativt lineært fra investeringshorisonter på 6 måneder til 15 år, men noe fallende fra 6% til 5% (Vedlegg 6). Dermed fikk vi også en relativt lineær stigende akkumulert avkastning. Dette gjør at større utslag i Sharpe-ratioene primært er forårsaket av risikoparametrene.



Figur 9: Grafisk fremstilling av Sharpe ratio basert på expected shortfall, 95% CVaR og standardavvik

Figur 9 viser utviklingen av ulike Sharpe-ratioer. Blå graf har Y-verdier på venstre side, mens grønn og rød graf har Y-verdier på høyre side. Den første grafen vi skal se på er den røde grafen. Dette er den tradisjonelle Sharpe-ratioen med avkastning (akkumulert meravkastning) for perioden delt på porteføljens standardavvik. Vi ser at denne er relativt lineær og stigende. Dette tyder på at den forventede avkastningen for en portefølje stiger mer enn forventet standardavvik. Man har her en lineær, positiv tidsdiversifisering.

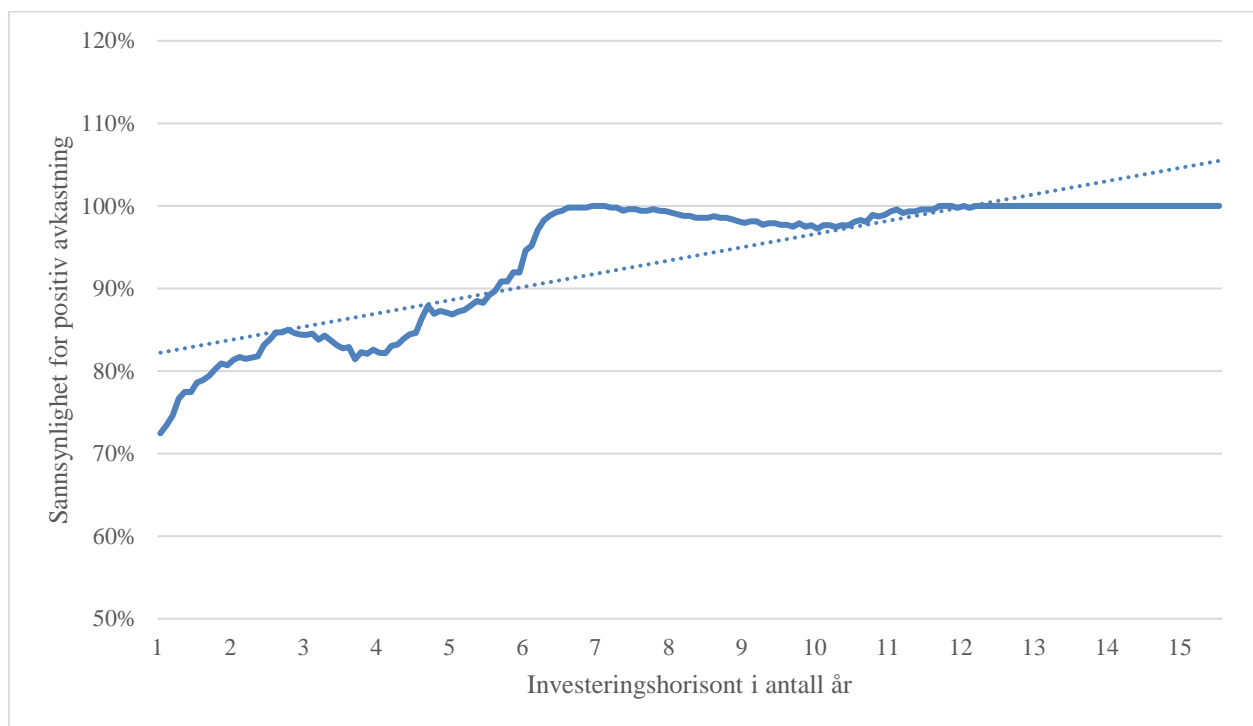
Den neste grafen vi vil se på er den blå. Denne viser gjennomsnittlig akkumulert meravkastning over expected shortfall. Vi ser her en tydelig eksponentiell vekst i ratioen over lengre investeringshorisonter. Den enorme ratioveksten skjer først etter investeringshorisonter på ca. 10 år. Den positive trenden underbygger at tidsdiversifisering eksisterer og at man får bedre betalt over tid, men at det først gjør seg gjeldende ved svært lange investeringshorisonter. Utover at veksten ser ut til å være eksponentiell over tid har kurven et tydelig toppunkt ved en investeringshorisont på 7,6 år. Resultatene sammenfaller med expected shortfalls minimumspunkt på 0,72% ved 7,6 år fra figur 3. Dette tyder på man ved en investeringshorisont på 7,6 år kan få bedre betalt for risikoen man påtar seg enn ved både kortere og noe lengre investeringshorisonter.

Til slutt tar vi for oss den grønne grafen. Denne viser utviklingen i akkumulert meravkastning over 95% CVaR. Det er interessant å se at denne beveger seg relativt likt som Sharpe-ratioen basert på expected shortfall. Der hvor 95% CVaR ser på de 5% dårligste utfallene, ser expected shortfall på alle avkastningstall under null. Dette gjør at sammenligningen mellom 95% CVaR og expected shortfall blir en sammenligning av hvordan ekstremverdier og halene til fordelingen påvirker nedsiden. Der den røde grafen viser utviklingen på både oppsiden og nedsiden, viser de to andre kun nedsiden. Når veksten blir eksponentiell i Sharpe-ratioene basert kun på nedsiderisiko forteller det oss at fordelingen av avkastning blir skjevare og skjevare mot oppsiden for lengre horisonter.

En typisk strategi i porteføljesammenheng er å maksimere Sharpe-ratioen for å maksimere risikojustert avkastning. Hvis en antar eksponentiell vekst vil det være fordelaktig å ha en lengre investeringshorisont enn en kortere en, men vi ser et lokalt maksimumspunkt for både grønn og blå graf ved ca. 7,5 år. Dette betyr at man har en høyere risikojustert avkastning ved en investeringshorisont på 7,5 år enn ved kortere og noe lengre horisonter.

Oppsummert ser vi at det første toppunktet i sannsynlighet for positiv meravkastning, etter 2,1 år, innebærer for stor nedsiderisiko til å kunne bety mye for en investor. Dog viser utviklingen av både sannsynligheten for positiv meravkastning, VaR, CVaR og Sharpe-ratioene at en investeringshorisont på ca. 7,5 år både kan maksimere sannsynlighet for positiv meravkastning, og minimere nedsiderisiko, for investeringshorisonter under 12 år. Videre i avhandlingen vil begrepet fenomenet henviser til våre oppsummerte funn av de store variasjonene i sannsynligheten for positiv meravkastning. Men er fenomenet en konsekvens av dataene vi har benyttet, eller kan det være et universelt fenomen? Dette er noe vi ønsker å se nærmere på.

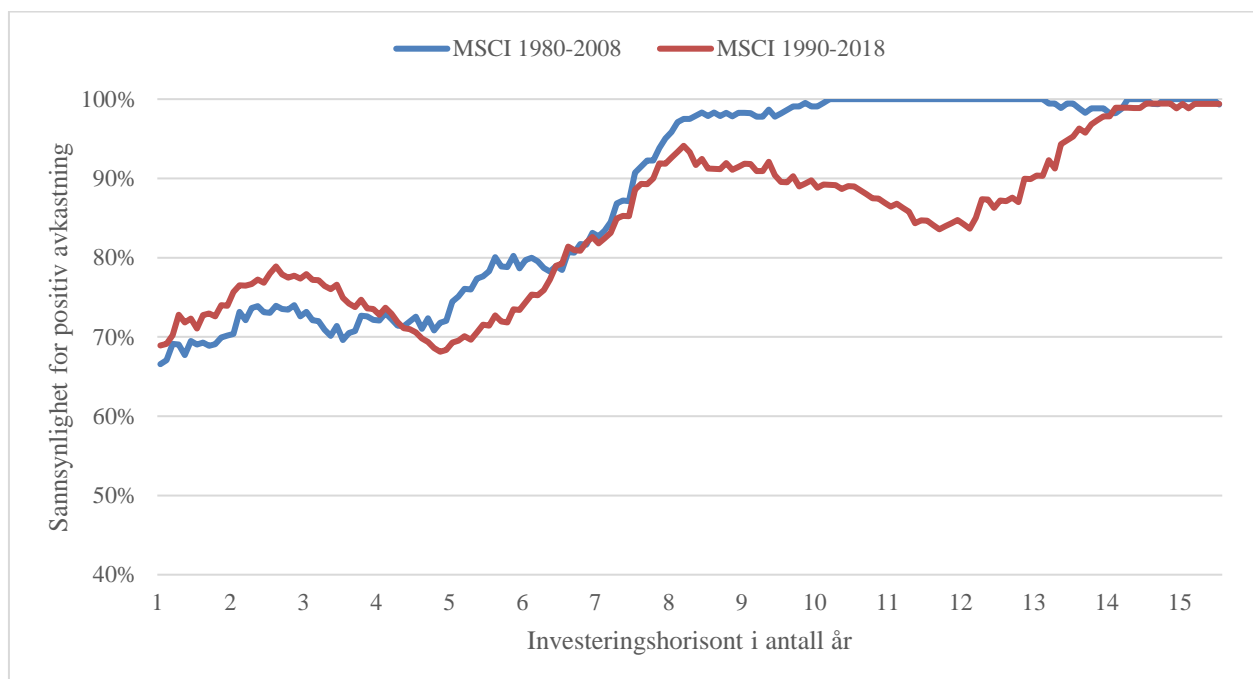
4.6 Model uten risikofri rente



Figur 10: Sannsynligheten for positiv avkastning

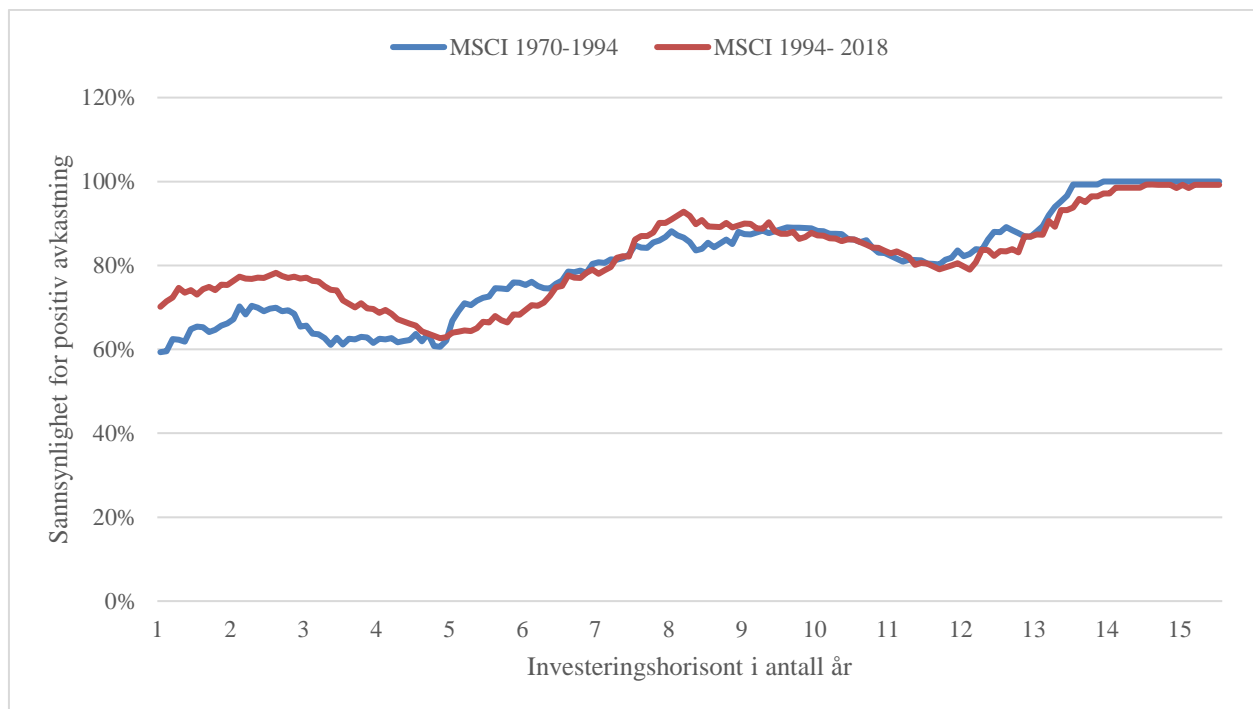
Den første måten vi valgte å teste resultatene på var å gjøre tilsvarende analyser av samme datasett, MSCI World fra 1970 til 2018, men uten å ta hensyn til risikofri rente i perioden. Dette er gjort, som nevnt, for å søke etter årsaker til om de resultatene vi har kommet frem til kun er en konsekvens av hvordan renten har utviklet seg i perioden. At grafiske verdier og sannsynlighetene i figur 10 generelt er høyere kommer som et naturlig resultat av at risikofri rente ikke er trukket fra i månedlige avkastningstall, noe som vil føre til en større andel porteføljer med positiv avkastning. Dermed er det mer interessant å se de relative forskjellene i resultater med og uten risikofri rente snarere enn absolutte verdier. Fra figur 10 ser vi at sannsynligheten for positiv avkastning har samme positive trend, men med svakere variasjoner enn i opprinnelig analyse. Men variasjonene eksisterer likevel. Sannsynligheten faller fra ca. 85% på 2,3 års horisonter, til 81% på ca. 3,2 år. Videre stiger kurven til ca. 100% etter 6 år før den igjen får et svakt fall. Fallene er ikke ekstreme som opprinnelig, men utviklingen den samme med to topper med påfølgende fall.

4.7 Modell med tidsjusteringer



Figur 11: Sannsynligheten for positiv meravkastning for periodene 1980-2008 og 1990-2018

Vi ønsket også å gjøre justeringer for å se om fenomenet vi har funnet er tidsbegrenset. Vi sammenlignet derfor datagrunnlaget fra periodene 1980-2008 og 1990-2018 for å teste i hvilken grad de første og siste tiårene påvirker resultatene. Analysene er gjort av MSCI World fratrukket risikofri rente. Igjen bekreftes den positive trenden over tid, og større variasjoner på mellomlang sikt. For perioden 1980-2008 faller sannsynligheten fra ca. 74% på 2 års horisonter, til ca. 70% på 3 års horisonter. Tilsvarende, for perioden 1990-2018 et fall fra a 79% på 2,1 års horisonter til ca. 68% på 4,3 års horisonter. Igjen har investeringshorisonter på 3-4 år betydelig lavere sannsynlighet for positiv meravkastning enn både kortere og lengre investeringshorisonter. Vi ser også at fallet fra 7,7 år i figur 3 i hovedsak skyldes perioden 1990-2018.



Figur 12: Sannsynligheten for positiv meravkastning for periodene 1970-1994 og 1994-2018

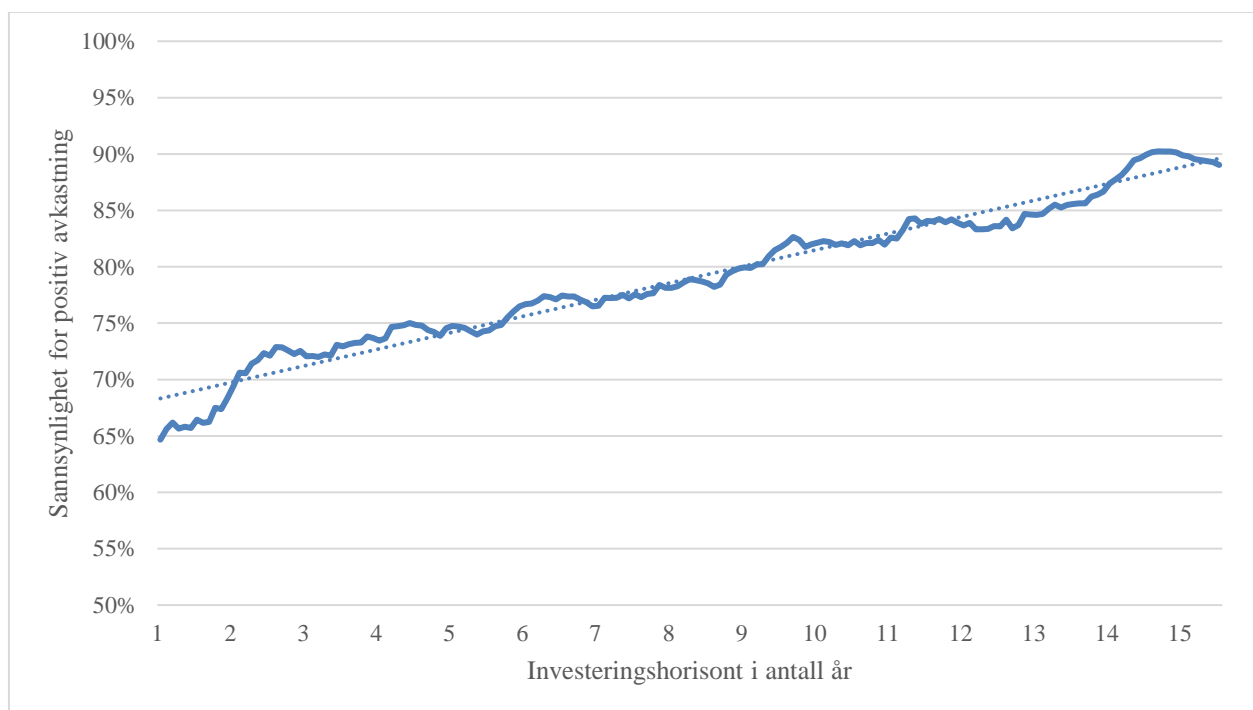
Vi ønsket videre å teste et datagrunnlag uten overlappende tidsperioder. Her har vi testet to 24-års perioder fra 1970-1994 og 1994-2018 vi av figur 12 at begge datasettene har samme trend. På kort sikt topper sannsynligheten seg ved ca. 2 år, deretter bunner den ut ved ca. 4 år, før den stiger til 7,6 og 7,7 år. Det er oppsiktsvekkende at det her ikke er større forskjeller. Vi får data som topper og bunner på nesten identiske steder i to ulike 24-års perioder. Noe av utfordringen med å analysere en tidsperiode på 24 år er at datagrunnlaget begrenses. Antall porteføljer vi kunne analysere ble redusert fra opprinnelige 407 til 121 for investeringshorisonten på 15 år.

4.8 Modell med annet datagrunnlag

4.8.1 S&P 500 1900-2018

For å vurdere om fenomenet kun er gjeldende for MSCI ønsket vi å undersøke hvordan tilsvarende modell og analyser ser ut med et annet datagrunnlag. Et mulig datagrunnlag er S&P 500. En fordel med denne indeksen er at den har lengre historikk enn MSCI. En ulempe er at den vil være noe overlappende i innhold fra 1970 da USA står for en betydelig del av markedsverdien i utviklede land (Statista, 2019). Vi har valgt å analysere S&P 500 fra 1900 til 2018. Fordi vi kom frem til at fenomenet inntreffer dersom en ser bort i fra risikofri rente har vi ikke hensyntatt denne ved analysen av S&P 500.

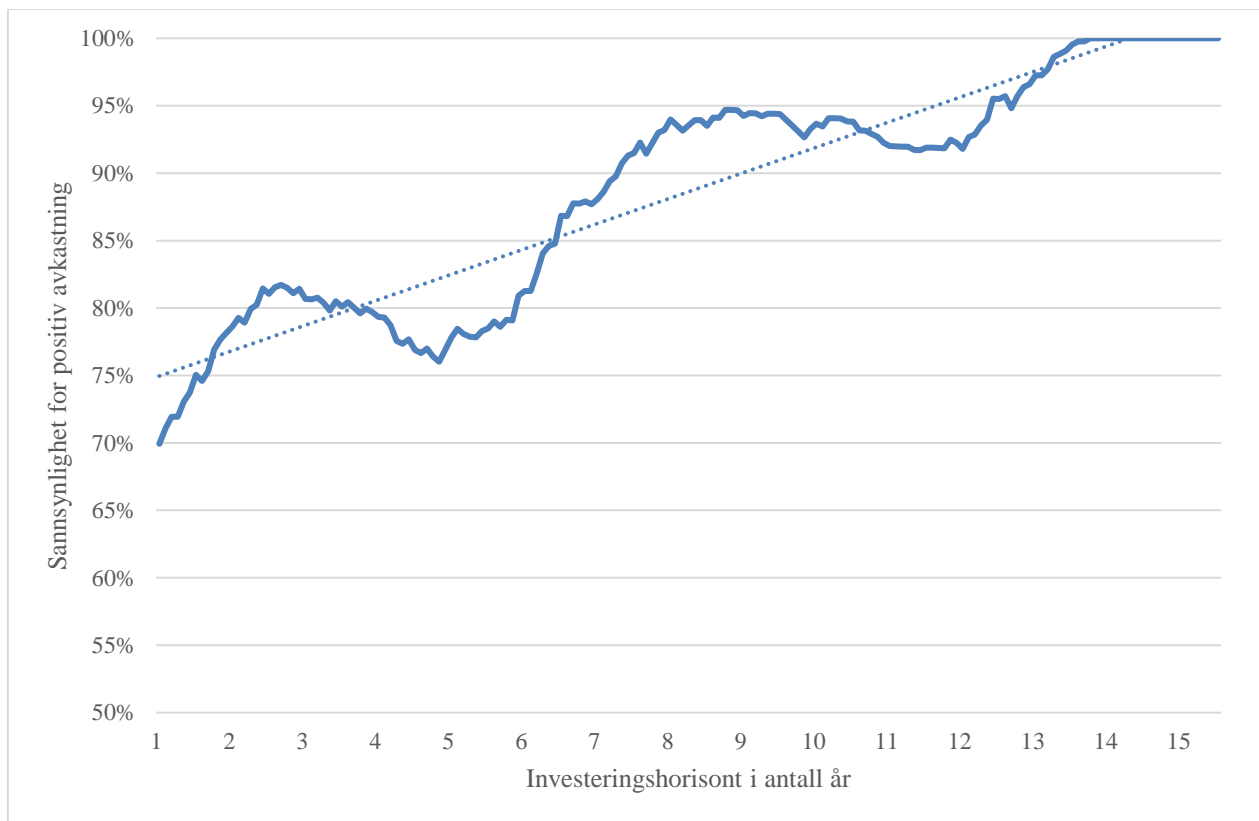
Overordnet finner vi også for denne indeksen en positiv trend over tid, men som varierer svært lite, og det tyder ikke på store variasjoner i sannsynligheten slik vi fant ved MSCI. Figur 13 viser at grafen stiger fra ca. 65% til omkring 90% for horisonter mellom 6 måneder og 15 år.



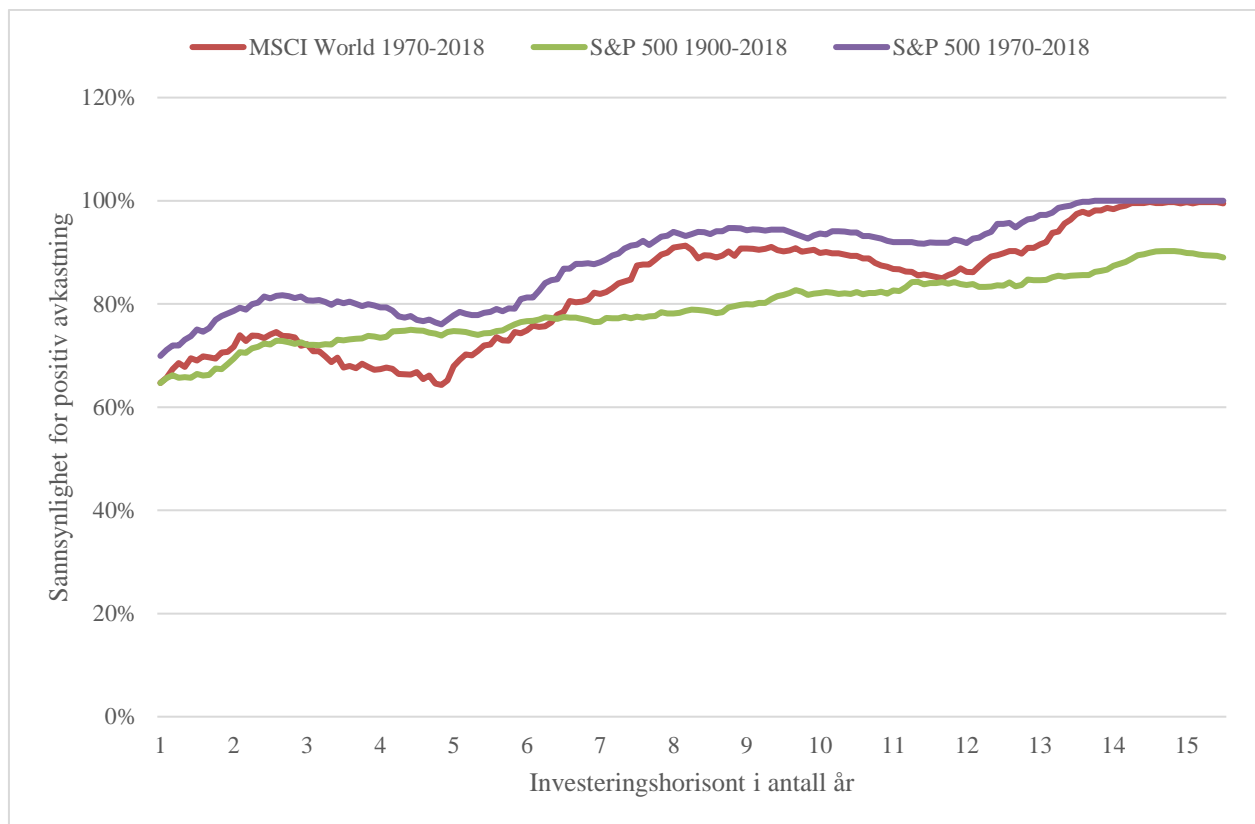
Figur 13: Sannsynlighet for positiv avkastning for S&P 500 1900-2018

Med S&P 500s lange historikk vil sammenligningen med MSCI være en solid test på om den varierende sannsynligheten for positiv avkastning over tid kan være et universelt fenomen eller ei. Som figur 13 viser er ikke likhetene tilstede og vi kan dermed avkrefte at fenomenet er universelt.

Vi ønsket å undersøke S&P 500 med data fra samme periode som for MSCI for å se hvor like indeksene var i samme tidsperiode. Figur 14 viser hvordan sannsynligheten for positiv avkastning utvikler seg over investeringshorisontene med S&P 500 fra 1970 til 2018 som grunnlag. Her er likheten med MSCI enkel å se. Dette sier oss, om ikke annet, at fenomenet også gjelder for S&P 500, men kun for de siste 50 årene.



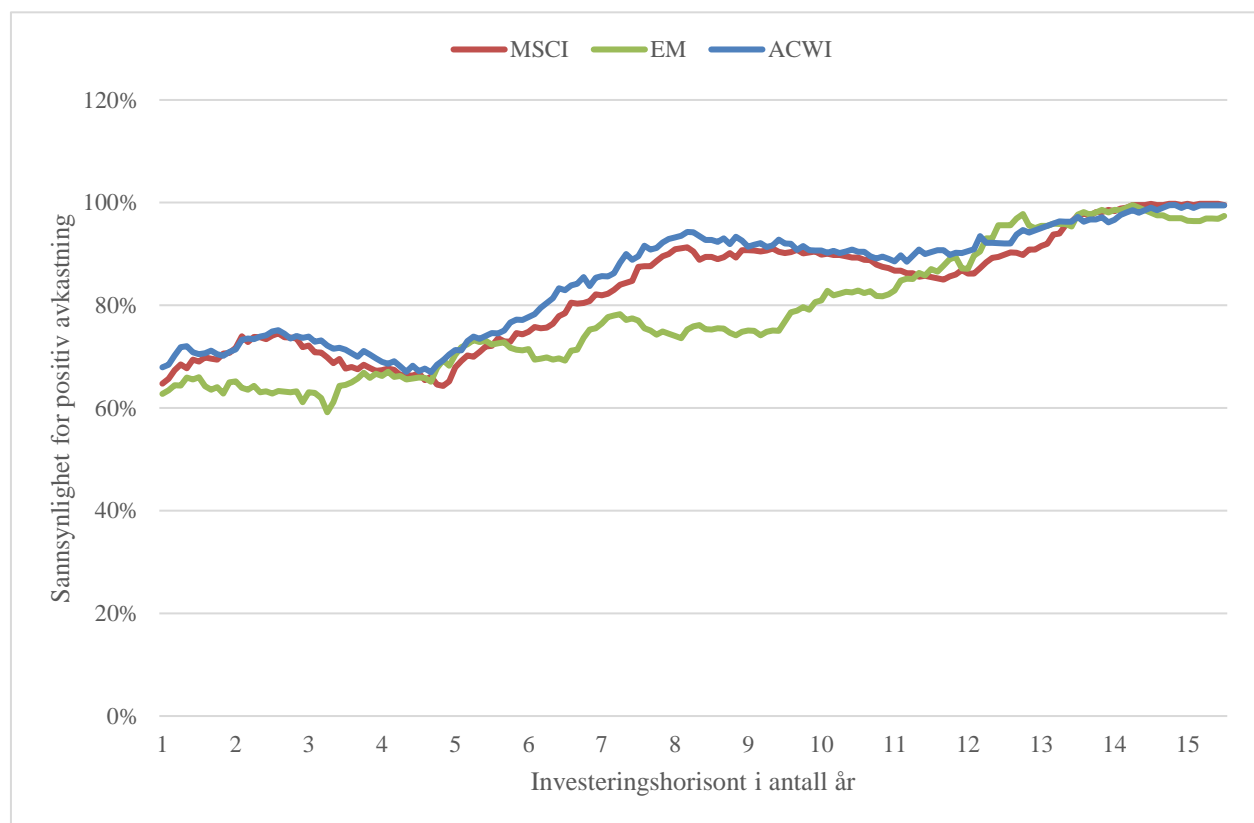
Figur 14: Sannsynlighet for positiv avkastning for S&P 500 1970-2018



Figur 15: Sammenligning av MSCI World og S&P 500

Som vi ser av presentert empiri, og av figurene over, viser utvalgte datasett innenfor en gitt periode det samme fenomenet. Et fall i sannsynligheten for positiv avkastning på mellomlang sikt, altså for investeringshorisonter på ca. 2 til 4,5 år, og et nytt fall fra rundt 7,5 til 11 år. Vi kan videre si at fenomenet ikke har vist seg gjeldende i perioden 1900-1970, og dermed at det avkreftes som universelt fenomen. Et problem med denne avkreftelsen er at den kun er testet for amerikanske markeder som, som nevnt tidligere, kun står for ca 50% av de globale aksjemarkedene (Statista, 2019). Et argument som styrker avkreftelsen er graden av korrelasjon i resultatene basert på MSCI og S&P 500 i perioden 1970-2018, og at man dermed kan anta at de også var korrelerte i perioden før 1970. Dersom de var korrelerte i perioden før 1970 også, er det grunn til å tro at vi ikke hadde funnet fenomenet for MSCI med på data før 1970.

4.8.2 Modell med EM og ACWI 1987-2018



Figur 16: Sammenligning av sannsynligheten for positiv meravkastning for MSCI World, EM og ACWI

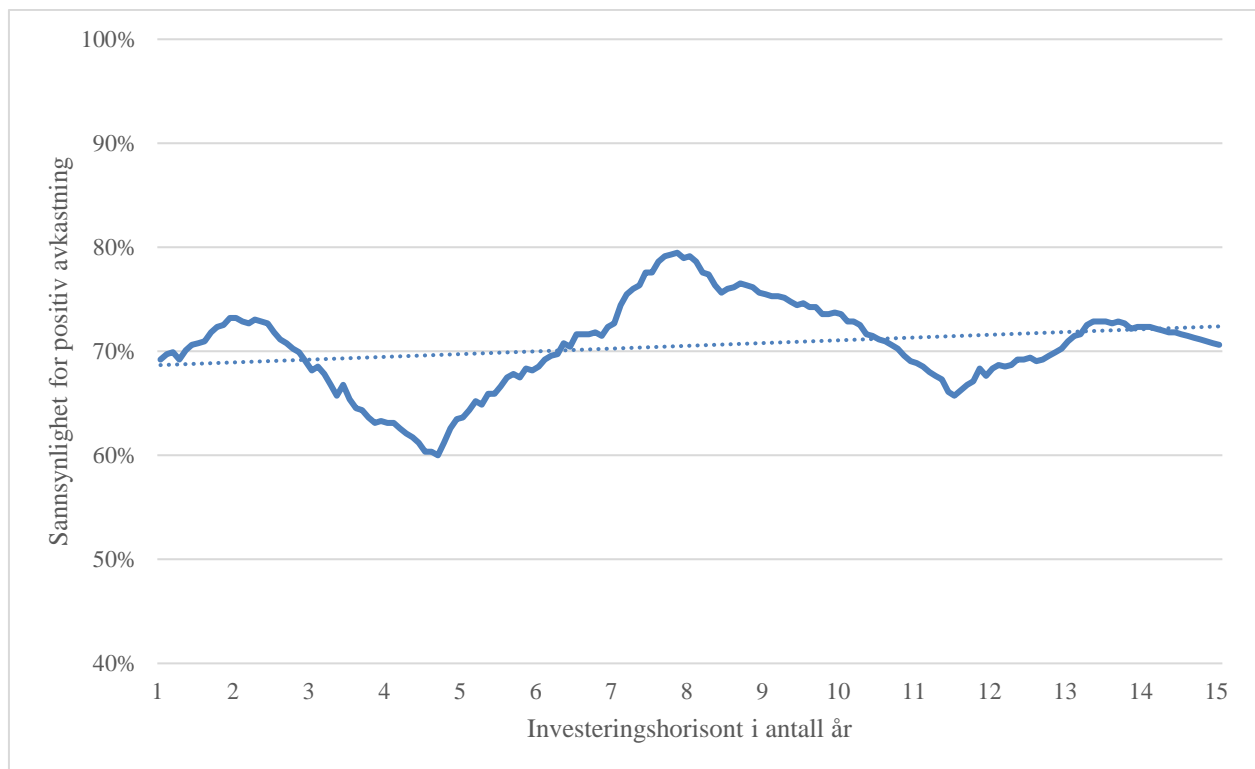
En annen indeks, som vi mente var interessant å teste var, MSCI sin indeks for fremvoksende markeder. En svakhet ved EM er at den hadde oppstart i desember 1987, og dermed har kortere historikk enn MSCI. Fordi historikken til EM er kortere kan det være hensiktsmessig å sammenligne resultatene med analysen basert på MSCI fra 1994-2018 tidligere i kapittelet. Når vi så på tidsjusteringen av MSCI var det denne perioden hvor fenomenet gjorde seg mest gjeldende. EM er en global aksjeindeks uten overlappende aksjer med MSCI og kan således fungere godt som en robusthetstest til resultatene funnet tidligere. Derfor ønsket vi å analysere EM og se om vi fant fenomenet her som i utviklede markeder (MSCI). Figur 16 viser at de starter og slutter på omtrent de samme punktene, men at EM stort sett har ligget noe under MSCI når det kom til sannsynlighet for positiv meravkastning. Man kan også se at EM varierer mindre på kortere horisonter, altså at det er kortere avstander mellom topper og bunner, sammenlignet med MSCI. MSCI har to mer

definerte topper og bunner på en 10 års horisont. Videre kan man se at på kort til mellomlang sikt, så har man en liten trend av fallende sannsynlighet. EM har en topp etter 1,1 år på 66% og en bunn etter 2,8 år på 59,8%. Grafen til EM har dog mindre svingninger og fenomenet fra MSCI gjør seg i mindre grad gjeldende.

Vi fant det også nyttig å se på MSCI sin andre totale globale indeks, ACWI. Her ble resultatene relativt like MSCI, som figur 16 viser. Vi finner her samme fenomen som tidligere, at sannsynligheten stiger noe de første to årene før den synker de neste to. Deretter stiger den frem til en topp på ca. 7,6 år. Fenomenet gjør seg altså gjeldende her også. Problemet med å bruke ACWI er at de to indeksene er svært like innholdsmessig ($ACWI = MSCI + EM$). Altså vil testen av ACWI mest være en test for å se hvor stor innvirkning EM har på de globale markedene totalt sett. Figur 16 viser at ACWI og EM gir ganske ulike resultater og at bevegelsene i EM dermed ikke vil ha så mye å si for en investor som ønsker en diversifisert global portefølje.

4.9 Modell med implementering over 10 måneder

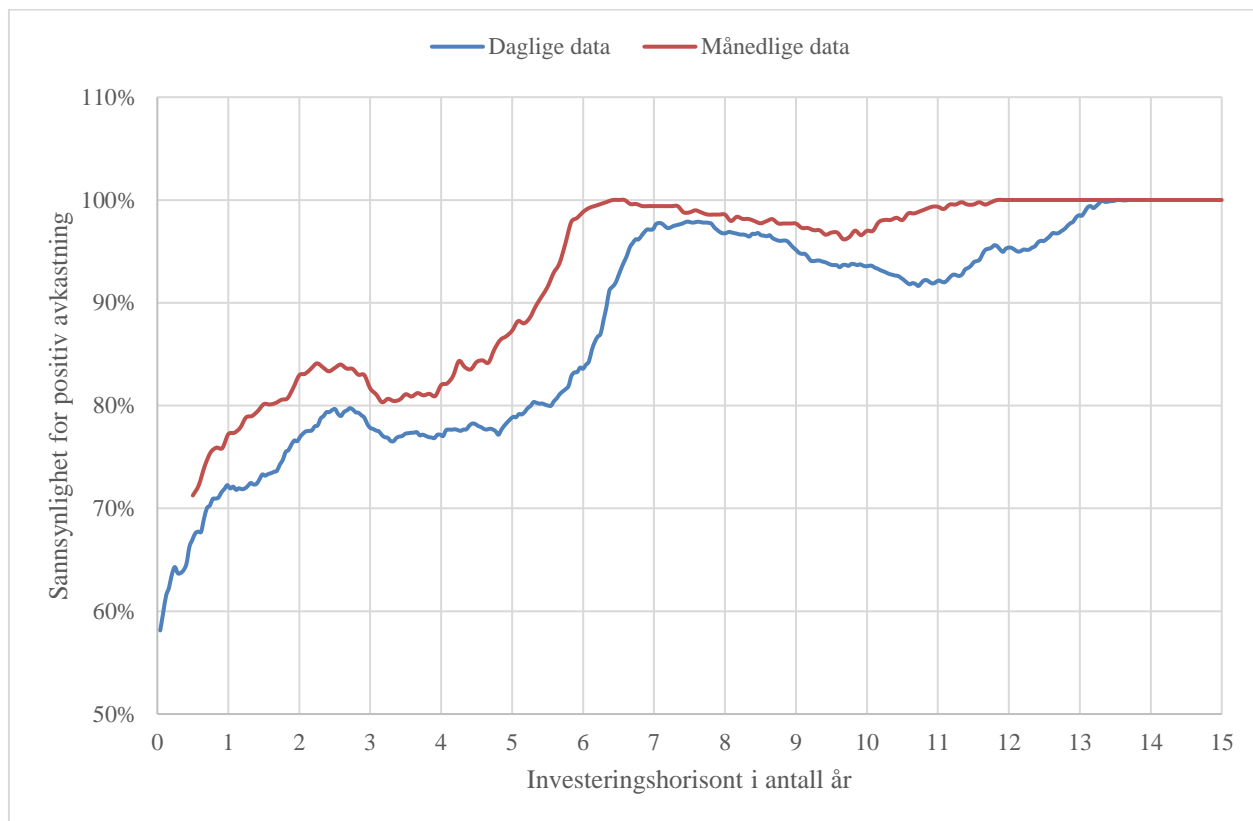
Et annet spørsmål vi stilte oss var om timing var en viktig faktor for resultatene. Grunnlaget for denne analysen er MSCI fra 1970 til 2018 med meravkastning i forhold til risikofri rente. En måte å redusere timingrisikoen i en portefølje på er å benytte seg av gradvis implementering i markedet. Vi konstruerte derfor en modell av porteføljer med investeringshorisonter fra 1 til 15 år, alle inklusive 10 måneders implementeringer. Dette for å redusere risikoen knyttet til kjøpstidspunktet. Som presentert i kapittel 3.2.2 skal dette resultere i lavere risiko for kortsiktige svingninger, og lavere gjennomsnittlig avkastning.



Figur 17: Sannsynligheten for positiv meravkastning for MSCI med 10 måneders implementeringsperiode

Av figur 17 er det interessant å se at vi her finner en tilnærmet horisontal trend i sannsynlighet over tid. Vi ser at sannsynligheten for positiv meravkastning er omtrent 73% ved 2 år og derfor noe lavere enn i opprinnelig analyse. Der hvor vi tidligere hadde et lokalt minimumspunkt på ca. 64% ved horisonter på 4,3 år, har implementeringsstrategien et minimumspunkt på ca. 60% ved 4,7 år. Tilsvarende som i figur 3 viser figur 17 et større fall i sannsynligheten etter 7,5 år. Fenomenet gjør seg også gjeldende dersom en inkluderer en implementeringsstrategi. Basert på empirien vi har funnet tyder en strategi med implementering på noe redusert sannsynlighet for positiv meravkastning på mellomlang sikt, sammenlignet med en strategi uten implementering. Noe som igjen kan tyde på at avkastningen man frasier seg i implementerings-perioden påvirker sannsynligheten for positiv meravkastning. På kort sikt følger det naturlig av at noe kapital ikke vil være investert i markedet. Mens på lang sikt kan man tolke det dithen at den reduserte forventede avkastningen i implementeringsperioden vil påvirke sannsynligheten på lang sikt grunnet rentesrente-effekten.

4.10 Daglige vs. Månedlige data



Figur 18: Sammenligning av daglige og månedlige data fra MSCI World Index

Vi ønsket også å sjekke om resultatene endres hvis vi undersøker daglige data fra MSCI, sammenlignet med månedlige data fra samme indeks. Daglige data vil generere betraktelig flere porteføljer enn månedlige data, og således gi flere datapunkter å analysere. I vår modell vil månedlige data i perioden 1970 til 2018 generere 581 porteføljer med en investeringshorisont på 6 måneder. Med daglige data kunne vi generere 12 307 porteføljer for den korteste investeringshorisonten vi har undersøkt. Da vi undersøkte daglige data undersøkte vi porteføljer med investeringshorisonter fra 15 dager til 5 000 dager, med et intervall på 1 dag. Dette innebærer at for investeringshorisonten på 15 dager vil portefølje 1 gå fra dag 1 til dag 15, mens portefølje 2 gå fra dag 2 til dag 16, og så videre.

Vi ser av figur 18 at kurvene korrelerer sterkt. Vi ser også at kurvene ikke ligger nøyaktig oppå hverandre. Vår antakelse er at dette skyldes hvordan investeringshorisontene er notert. For de månedlige dataene er investeringshorisontene notert i kalenderår, mens de for daglige data er laget med utgangspunkt i forretningsdager og deretter justert til kalenderår. Dermed kan vi forstå det slik at denne justeringen kan være årsaken til hvorfor kurvene ikke ligger nærmere hverandre. Utover dette kan vi tolke den grafiske sammenligningen dit at det ikke utgjør en avgjørende forskjell å bruke månedlige data til analysene vi har gjort tidligere i oppgaven.

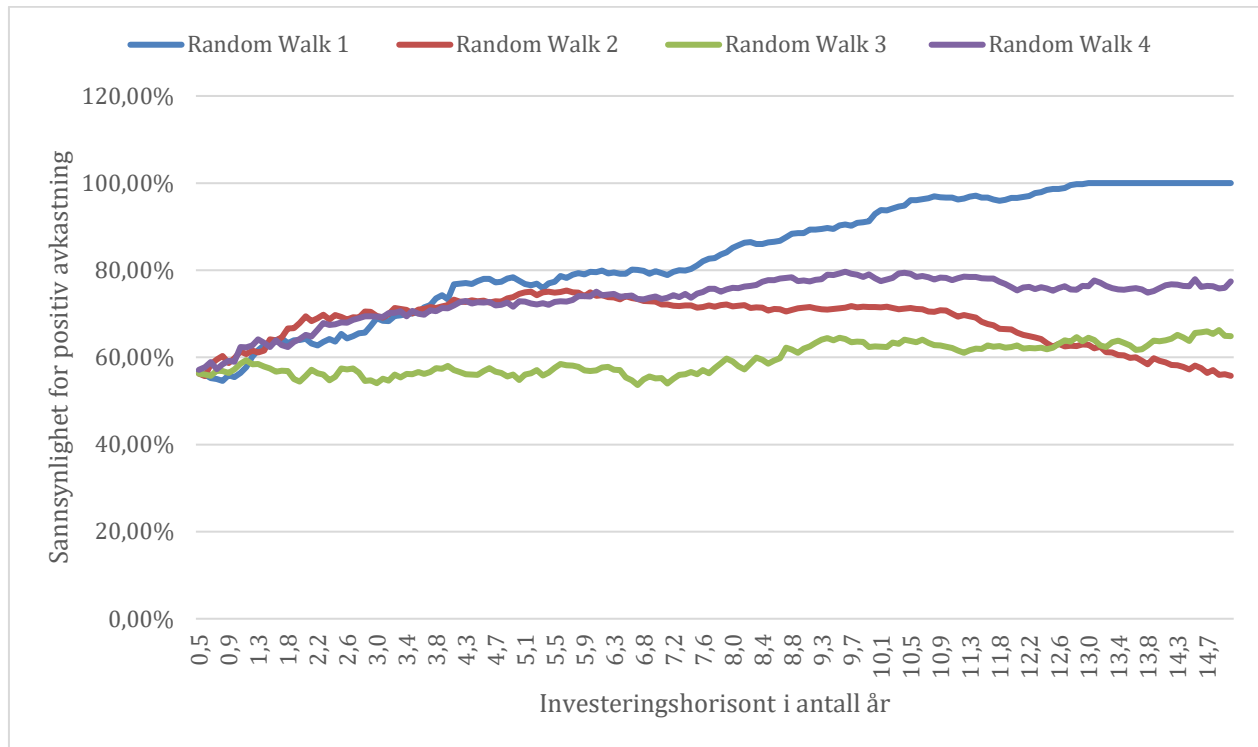
4.11 Analyse av markeders tilfeldige utvikling

Burton G. Malkiel (2003) la i sin bok “A Random Walk Down Wall Street” frem at aksjer beveger seg uavhengig av tidligere avkastning og dermed at det beste for en investor vil være å investere i et indeksfond med lave kostnader, fremfor et aktivt forvaltet fond. Han la frem at over lang tid vil en forvalter ikke kunne slå markedet. Begrunnelsen var at det ikke var mulig å forutse fremtidig avkastning, og at aksjene beveger seg som en random walk. Markedene er også effisiente, noe som gjør at all informasjon er reflektert i prisen. Dermed er det ikke mulig å skape meravkastning i forhold til indeks over tid, med mindre man bare har flaks. Gitt at aksjekurser beveger seg som en random walk, har vi videre formulert to tilfeldige måter markedet kunne beveget seg på. Vi har gjennom bruk av eksisterende tallmaterialer simulert nye tallmaterialer for å forsøke å svare på om aksjemarkedet de siste 50 årene har beveget seg som en random walk for å kunne si noe om fenomenet kan være tilfeldig.

4.11.1 Random walk og bootstrapping

Den første måten er basert på Malkiels (2003) vurdering av aksjekurser som tilfeldige prosesser. Vi ønsket å se på hvorvidt det kunne stemme at markedet var en random walk. Vi estimerte nye, tilfeldige månedlige avkastningstall ved bruk av Excel sin funksjon for å returnere den inverse av den kumulative fordelingen for angitt middelvei og standardavvik (Microsoft, 2019). I denne funksjonen anga vi sannsynligheten som tilfeldig generert, og middelvei og standardavvik med

like verdier som for datasettet “Sannsynlighet for positiv meravkastning”. Dermed ble funksjonen for tilfeldige avkastningstall bygget opp av en fordeling med middelerverdi på 0,45% og et standardavvik på 4,2%.

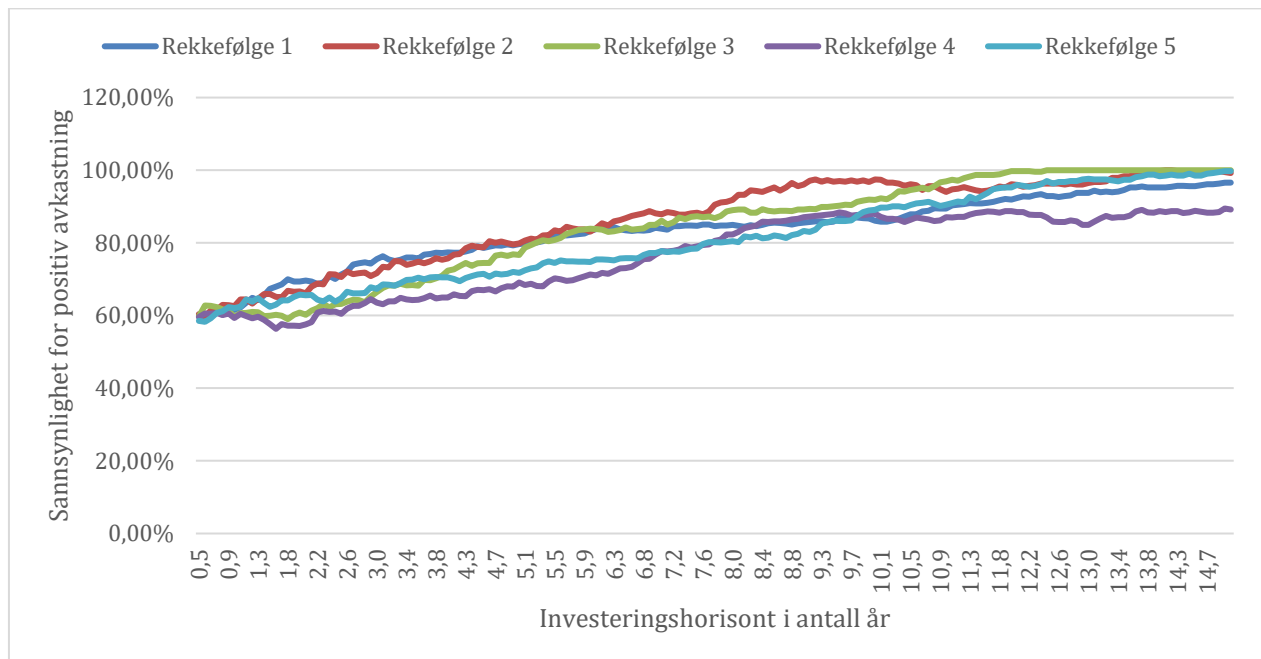


Figur 19: Eksempler på simuleringer av sannsynligheten for positiv meravkastning

Da vi gjennomførte fire uavhengige simuleringer av tilfeldige avkastningstall, og satte de inn i vår opprinnelige modell, fikk vi sannsynligheter for positiv avkastning som vist i figur 19. Det første en kan merke seg er at kurvene ikke får like tydelige, periodiske variasjoner som vi oppdaget i tidligere analyser av reelle avkastningstall. Forventet resultat er rundt blå linje, men når vi setter avkastningen helt tilfeldig kan vi også ende opp med lengre fall som i den røde kurven, eller nesten helt vannrett som i den grønne. Vi gjorde gjentatte simuleringer, men fikk ingen utfall hvor sannsynligheten varierte rundt trendlinjen slik vi har sett for MSCI, S&P 500 (fra 1970) og EM.

4.11.2 Tilfeldig orden av reelle avkastningstall

Den andre måten vi brukte for å generere tilfeldige avkastningstall på var gjennom en tilfeldig orden av reelle avkastningstall til nye, tilfeldige tallrekker. Deretter analyserte vi de nye tallrekkene ved å bruke den opprinnelige modellen fra tidligere analyser. Det vi ser er at vi får kurver som er relativt lineære og tenderer til å være like trendlinjen i det faktiske datasettet i figur 3.



Figur 20: Sannsynligheten for positiv meravkastning basert på avkastningstall i tilfeldig rekkefølge

Hvis vi ser på de ulike tilfeldige, simulerte tallrekkene er det en ting som er slående. Begge måter gir relativt forutsigbare kurver. Dette er ganske forskjellig fra hva vi har funnet når vi har sett på faktiske data. Der fant vi at sannsynligheten faller relativt mye i korte intervaller, som vi vil teste nærmere i neste kapittel. Disse svingningene klarer vi ikke å generere når vi simulerer, noe som for oss kan tyde på at avkastningen ikke er helt tilfeldig. Det er tydelig at markedets avkastningstall har en sammenheng med hva som har skjedd tidligere og det kan virke som at det går i sykluser, og noe som ikke blir fanget opp i en random walk. Det kan derfor tale for at markedet ikke har oppført seg tilfeldig, og derfor at det kan være systematiske årsaker til at fenomenet presentert i kapittel 4 oppstod.

4.12 Fenomenet – svært varierende sannsynlighet over horisontene

Et av de mest interessante funnene vi gjorde i vår analyse av investeringshorisonter var at vi for globale, utviklede markeder i perioden 1970-2018 fant et mønster i sannsynlighet for positiv meravkastning. I denne perioden ville du i snitt hatt høyere sannsynlighet for positiv meravkastning ved å holde investeringen i 2 år sammenlignet med å holde den i 4,5 år. Vi så også at risikojustert avkastning toppet seg ved 7,5 års horisont. Dette mener vi var oppsiktsvekkende og noe vi ikke forventet å finne. Men hvorfor er det slik? Og hva kan man forvente i fremtiden?

Det er viktig å presisere at dette delkapittelet ikke har et teoretisk eller empirisk fundament, eller er som investeringsrådgivning å regne, men snarere et tankekors og et mulig utgangspunkt for videre forskning på området.

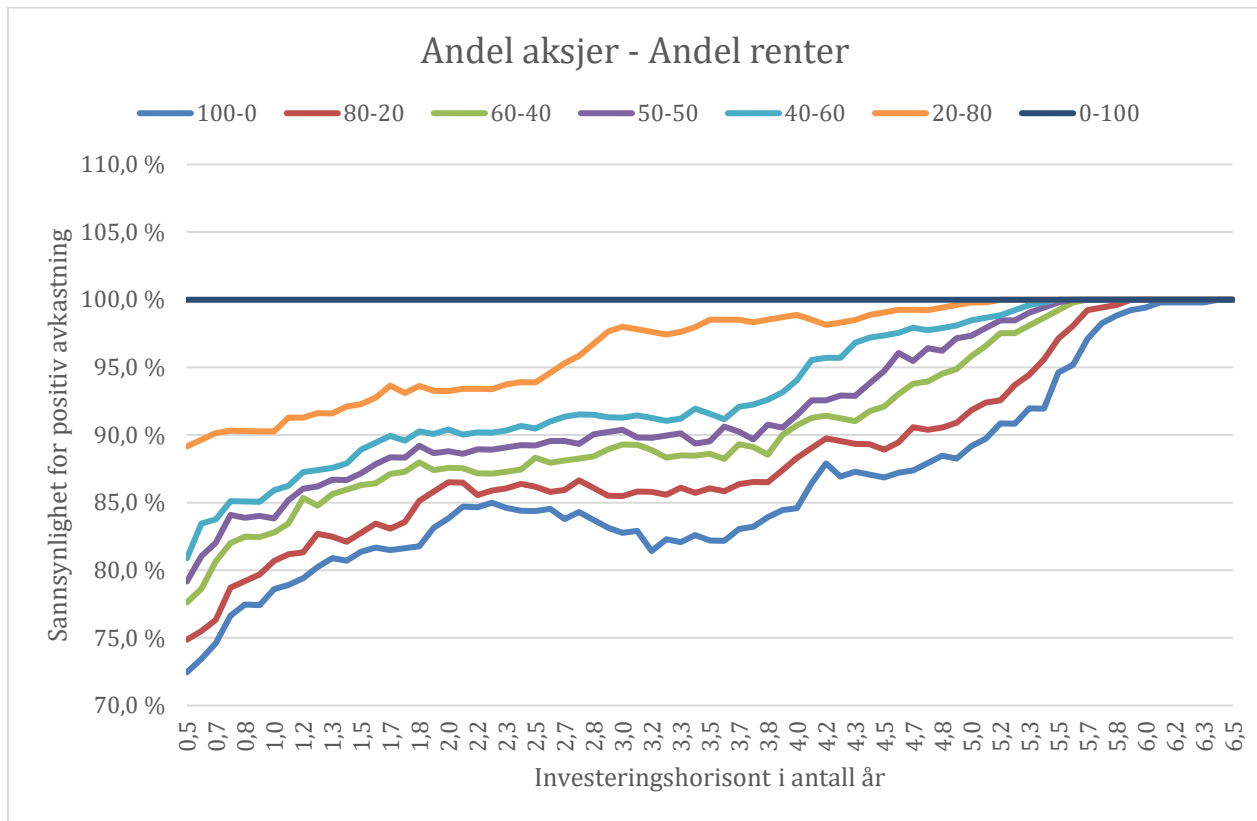
Det første vi ønsker å drøfte er at fenomenet kun gjelder for utviklede markeder i en begrenset tidsperiode. Når vi ser på S&P 500, som er det eneste datasettet vi bruker som er eldre enn 1970, fant vi ikke fenomenet. Dette avkrefter fenomenet som universelt, men det at resultatene fra perioden 1970-2018 var så like for MSCI og S&P 500 finner vi interessant. Altså kan man tro at S&P 500 for perioden 1900-1970 også hadde korrelert med MSCI, dersom vi hadde hatt lengre historikk for MSCI. Dette ville igjen ført til at vi ikke hadde funnet fenomenet for MSCI i perioden før 1970. Men så kan man også spørre seg - hvor representative er data fra 1900-1970 for hva som vil skje de neste 50 årene? Man kan til og med spørre seg - hvor representative er data fra 1970 til i dag for hva som vil skje fremover? Det finnes det ikke noe godt svar på, men vi mener at det kan være nyttig å lufte noen tanker. For eksempel vet vi allerede at digitaliseringen av aksjehandel har stor innvirkning på total omsetning av finansielle produkter. Digitaliseringen betyr at kjøp og salg kan foretas uten forsinkelse, og arbitrasjemuligheter blir spottet og eventuell gevinst kan tas ut umiddelbart. Algoritme- og robohandel gjør at det er flere aktører som ikke er subjektive i sine vurderinger av selskaper. Samtidig kan man argumentere for at digitaliseringen ikke er grunnen til at fenomenet har oppstått da internett kom på 90-tallet, og når vi testet periodene 1970-1994 og 1994-2018 mot hverandre (figur 12), så fikk vi relativt like resultater.

En annen faktor som kan forklare fenomenet kan være penge- og finanspolitikk. Dersom økonomien går bra vil velgerne ha jobb, være fornøyde og gjenvelge politikere. Det gir politikere sterke insentiver til at økonomien skal gå bra, som de kan påvirke blant annet gjennom investeringer i offentlige varer og tjenester. Tilsvarende kan en argumentere for at det kanskje ikke er like lett å stramme inn når økonomien går bra. Dette gjør at det kan bygge seg opp ujevnheter i perioder som ender med en krise.

Om vi antar at økonomiske kriser er årsaken til fenomenet kan vi se nærmere på dette. Basert på et utvalg av større, finansielle kriser i globale markeder i perioden 1970-2018, kan vi se at kriser oppstår i snitt hvert femte år (Vedlegg 5). Det vil altså si at fenomenet vil oppstå på grunn av at man i løpet av en 11 års periode som regel vil oppleve to kriser. Dersom man har en 7,5 års horisont vil man ofte kun oppleve én krise, men samtidig maksimere hvor lenge man er investert i markedet. Det samme får man også dersom man er investert i ca. 2 år, fordi det er relativt lav sannsynlighet for at man har opplevd en krise, men man har hatt to år i markedet. Dermed vil man få et toppunkt på ca. 7,5 år for når man har høyest risikjustert avkastning.

Vi ønsker ikke å spekulere videre i hva som vil være mest representativt for fremtiden, men tenker at finansielle kriser, hyppighet mellom og størrelse på disse kan være et godt utgangspunkt for videre forskning på fenomenet.

4.13 Resultater ved ulike allokeringer mellom renter og aksjer



Figur 21: Sannsynligheten for positiv avkastning for ulike allokeringer

Et annet aspekt som vi enda ikke har belyst, men som er sentralt for å besvare problemstillingen, er hvor mye sannsynligheten for positiv avkastning øker ved å øke renteandelen i en portefølje. Figur 21 viser hvordan sannsynligheten utvikler seg over ulike investeringshorisonter ved ulike allokeringer mellom renter og aksjer. Interessant er det å se at bare 20% aksjer gir store utslag i sannsynligheten, sammenlignet med 100% renter og 100% aksjer på kort sikt. En annen interessant observasjon man kan gjøre seg er at 100% aksjer når 100% sannsynlighet ved ca. 6 år, og 20% aksjer (80% renter) når 100% sannsynlighet ved ca. 5 år. Her frasier man seg altså store deler av risikopremien for en liten del av risikoen.

For å kunne gi et bilde av hva man frasier seg i forventet avkastning har vi valgt å bruke Finans Norges bransjenorm for forventet avkastning fremover (Finans Norge, 2019). De bruker en forventet avkastning i aksjer på 5,75% og en forventet avkastning i pengemarked på 2,5% (Vedlegg 2). Vi mener dette er mer representativt enn historisk avkastning i aksjer og renter for forventningene til fremtiden. Noe som synliggjør dette er at gjennomsnittlig historisk risikofri rente har vært ca. 4,5%, noe som kan være problematisk å ta utgangspunkt i når en vet at dagens rentenivå er mye lavere.

I tabell 4 kan man få et inntrykk av hva man potensielt sier ifra seg av forventet avkastning for den reduserte risikoen man ser av grafene i figur 21. For eksempel ser vi at på 1 års sikt sier man ifra seg en risikopremie på 3,3% i en portefølje bestående utelukkende av risikofri rente, sammenlignet med en ren aksjeforfølje, mens man for en seksårsperiode sier ifra seg 23,9 % (3,98% pr. år). Grunnet rentes-rente-effekten blir differansen eksponentiell over tid, i tillegg til at sannsynligheten for positiv avkastning i aksjer også øker. Altså vil det være betydelig mer attraktivt å være investert i aksjer så fremt man tåler risikoen.

| Andel aksjer | Andel renter | 1 år | 2 år | 3 år | 4 år | 5 år | 6 år |
|--------------|--------------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0 % | 100 % | 2,5 % | 5,1 % | 7,7 % | 10,4 % | 13,1 % | 16,0 % |
| 20 % | 80 % | 3,2 % | 6,4 % | 9,8 % | 13,2 % | 16,8 % | 20,5 % |
| 40 % | 60 % | 3,8 % | 7,7 % | 11,8 % | 16,1 % | 20,5 % | 25,1 % |
| 60 % | 40 % | 4,5 % | 9,1 % | 14,0 % | 19,0 % | 24,3 % | 29,9 % |
| 80 % | 20 % | 5,1 % | 10,5 % | 16,1 % | 22,0 % | 28,2 % | 34,8 % |
| 100 % | 0 % | 5,8 % | 11,8 % | 18,3 % | 25,1 % | 32,3 % | 39,9 % |

Tabell 4: Forventet akkumulert avkastning for ulike allokeringer og holdeperioder

5 Regresjonsanalyse

Vi vil i dette kapittelet presentere hvordan vi har testet om resultatene vi har funnet er troverdige gjennom en regresjonsanalyse av tallmaterialet. Formålet med testingen er å avgjøre om vi har signifikante forskjeller i investeringshorisonter hva gjelder både sannsynlighet for positiv meravkastning og risikoparametre. Vi vil blant annet presentere tester for stigningstall i sannsynlighet for positiv meravkastning over ulike perioder, og således om vi har et signifikante fall, bevegelser og topper i perioden. Videre testet vi 95% CVAR for å kunne si noe om hvorvidt toppunktet ved ca. 7,5 år er statistisk signifikant. Testene er gjort ved bruk av Stata og SPSS.

Vi ønsket å teste hvor signifikante våre resultater er, og vi gjennomførte en regresjonsanalyse av dataene for å avgjøre om modellens forklaringsvariabel er signifikant eller ei, og eventuelt for hvilke perioder. Vi har i regresjonsanalysen to enkle modeller der sannsynligheten for positiv meravkastning og 95% CVaR er avhengige variabler av den uavhengige variabelen investeringshorisont.

5.1 Autokorrelasjon

Som presentert i metodekapittelet er autokorrelasjon korrelerte feilledd og avhengige målinger noe som kan være til underestimerte standardfeil. Dersom en oppdager autokorrelasjon kan Prais-Winsten-metoden brukes for å korrigere for dette. Vi har gjennomført en Durbin-Watson-test for autokorrelasjon av datasettet “Sannsynlighet for positiv meravkastning” og finner signifikant autokorrelasjon i modellen med testobservator $DW = 0,032$ (Vedlegg 1, test 1). Etter å ha benyttet Prais-Winsten-metoden gjennomførte vi samme Durbin-Watson-test for den nye GLS-modellen og fikk en testobservator $DW = 1,895$ (Vedlegg 1, test 2). Vi kan med det ikke forkaste nullhypotesen om ingen autokorrelasjon. Dette tyder på at den nye modellen korrigerer for autokorrelasjon i dataene.

| Sannsynlighet | Coef. | Std. Err. | t | P> t | [95% Conf. Interval] | |
|----------------------|----------|-----------|-------|-------|----------------------|----------|
| Investeringshorisont | .0239961 | .0040429 | 5.94 | 0.000 | .0160162 | .0319759 |
| _cons | .6406215 | .0419897 | 15.26 | 0.000 | .5577435 | .7234996 |
| rho | .9840554 | | | | | |

Durbin-Watson statistic (original) 0.032145
Durbin-Watson statistic (transformed) 1.894865

Tabell 5: Prais-Winsten AR (1) regresjonsmodell

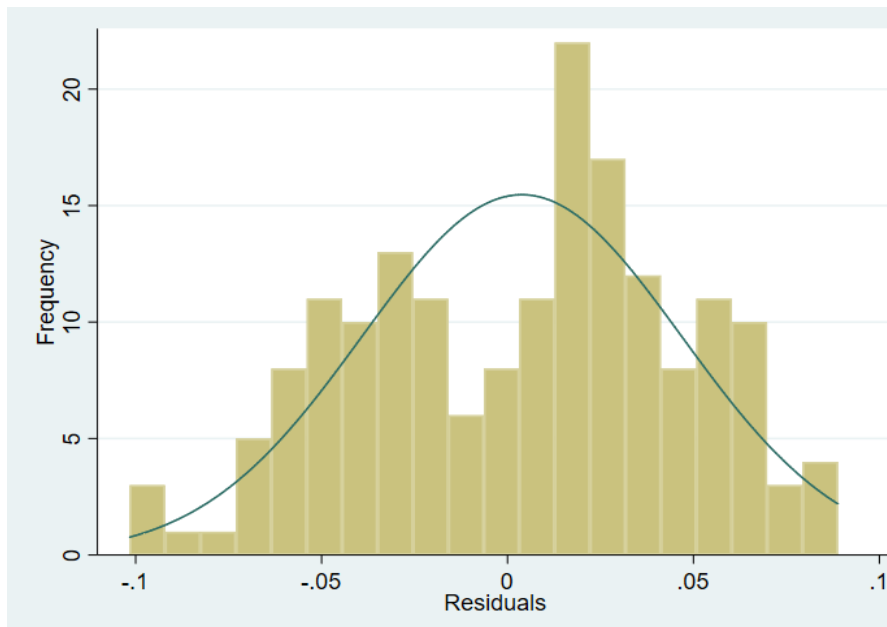
Vi ser av tabell 5 at sannsynligheten for positiv meravkastning forklares av investeringshorisont, med koeffisienten 0,024. Denne har en T-verdi på 5,94, og er signifikant med p-verdi lik 0,000. Investeringshorisont er gitt i antall år. Tolkningen blir dermed at en økning i investeringshorisont på ett år gir en økning på 2,4% i sannsynligheten for positiv meravkastning. Dette resultatet gjelder overordnet for investeringshorisonter fra 6 måneder til 15 år, og tyder på en signifikant, positiv økning i sannsynligheten for meravkastning over tid.

5.2 Normalfordelte residualer

Normalfordelte residualer er viktig for hypotesetestingen og konfidensintervallene. Dette kan undersøkes ved å studere histogrammet over standardiserte residualer eller gjennomføre en Shapiro-Wilks-test. Vi ser av histogrammet over standardiserte residualer i figur 22 at residualene er i nærheten av en normalfordeling. Tabell 6 viser at de standardiserte residualene har forventning lik 0,0039.

| | | | | |
|-----------------|----------|---------------|----------------------|----------|
| Mean estimation | | Number of obs | = | 175 |
| | Mean | Std. Err. | [95% Conf. Interval] | |
| rstandard | .0038568 | .0032498 | -.0025574 | .0102709 |

Tabell 6: Deskriptiv statistikk for standardiserte residualer



Figur 22: Standardiserte residualer

Dog viser Shapiro-Wilks-testen i tabell 7 at residualene ikke er signifikant normalfordelte, med en p -verdi $< 0,05$. Vi kan dermed forkaste nullhypotesen om normalfordelte data når man ser på alle investeringshorisonter fra 6 måneder til 15 år (Vedlegg 1, test 5).

| Shapiro-Wilk W test for normal data | | | | | |
|-------------------------------------|-----|---------|-------|-------|---------|
| Variable | Obs | W | V | z | Prob>z |
| rstandard | 175 | 0.97885 | 2.810 | 2.361 | 0.00912 |

Tabell 7: Shapiro-Wilks test av normalfordelte residualer for alle investeringshorisonter

Da vi delte opp dataene i de ulike intervallene vi har sett på, ser testingen av normalfordelte residualer annerledes ut. Tabell 8 viser at innenfor intervallene 2,1 år til 4,3 år og 4,3 år til 7,7 år viser Shapiro-Wilks-test at residualene er signifikant normalfordelte med p-verdier over 0,05. Her kan vi altså ikke forkaste nullhypotesen om normalfordelte data. For intervallet mellom 7,7 år og 11,2 år er p-verdien er 0,00307, og nullhypotesen om normalfordelte data kan, i likhet med for hele perioden, forkastes.

| Investeringshorisont | N | W | p |
|----------------------|----|---------|---------|
| 2,1 år til 4,3 år | 28 | 0,95196 | 0,22190 |
| 4,3 år til 7,7 år | 41 | 0,96380 | 0,21317 |
| 7,7 år til 11,2 år | 43 | 0,91251 | 0,00307 |

Tabell 8: Intervallmessige Shapiro-Wilks-tester av normalfordelte residualer

5.3 Heteroskedastisitet

Prais-Winsten AR(1) regression -- iterated estimates

```
Linear regression           Number of obs   =       175
                          F(1, 173)           =      120.69
                          Prob > F           =       0.0000
                          R-squared         =       0.5001
                          Root MSE      =       .0077
```

| Sannsynlighet | Semirobust | | t | P> t | [95% Conf. Interval] | |
|----------------------|------------|-----------|-------|-------|----------------------|----------|
| | Coef. | Std. Err. | | | | |
| Investeringshorisont | .0239961 | .0021843 | 10.99 | 0.000 | .0196848 | .0283074 |
| _cons | .6406215 | .0171202 | 37.42 | 0.000 | .6068301 | .6744129 |
| rho | .9840554 | | | | | |

Durbin-Watson statistic (original) 0.032145

Durbin-Watson statistic (transformed) 1.894865

Tabell 9: Prais-Winsten AR (1) regresjonsmodell med robuste standardfeil

Som presentert i metodekapittelet påpeker Studenmund (2017) at heteroskedastisitet har vist seg å være en spesielt viktig faktor i finansielle markeder. Vi fant også dette i våre resultater. Dermed måtte vi benytte en modell med robuste standardfeil (Vedlegg 1, test 3 og 4). Av tabell 9 ser vi at ved å benytte en modell med robuste standardfeil justeres også T-verdien. Koeffisienten vil fremdeles være 0,024, men T-verdien er justert fra 5,94 (tabell 5) til 10,99, som også er signifikant med p-verdi 0,000. Dette betyr med andre ord at bruken av robuste standardfeil har ført til lavere standardfeil enn vi i utgangspunktet hadde. For resultatet av hypotesetestingen betyr ikke dette noe, fordi begge resultater viser en signifikant koeffisient. Tolkningen av regresjonskoeffisienten er fortsatt den samme. En økning i investeringshorisont på ett år, gir en økning på 2,4% i sannsynligheten for positiv meravkastning. Dette gjelder fortsatt overordnet for hele horisontintervallet fra 6 måneder til 15 år, og vi kan med det stille oss bak argumentasjonen om at tidsdiversifisering eksisterer. Likevel ser vi av grafen til sannsynligheten for positiv meravkastning i figur 3 at utviklingen periodevis beveger seg svært forskjellig fra den estimerte lineære regresjonslinjen. Er det slik at det for investeringshorisonter mellom 2,1 år og 4,3 år er et signifikant fall i sannsynligheten for positiv meravkastning? Og tilsvarende økning mellom 4,3 år og 7,7 år? Og er de periodevise variasjonene i utviklingen i CVAR signifikante?

5.4 Intervallmessige tester av sannsynligheten for positiv meravkastning

| Investeringshorisont | N | Koeffisient | Tolkning | Standardfeil | T | p-verdi |
|----------------------|----|-------------|---------------|--------------|-------|---------|
| 2,1 år til 4,3 år | 28 | -0,0416805 | -4,17% pr. år | 0,0042967 | -9,70 | 0,000 |
| 4,3 år til 7,7 år | 41 | 0,0760684 | +7,6% pr. år | 0,0030236 | 25,16 | 0,000 |
| 7,7 år til 11,2 år | 43 | -0,0167321 | -1,7% pr. år | 0,0024533 | -6,83 | 0,000 |

Tabell 10: Intervallmessige tester av regresjonskoeffisientene til sannsynligheten for positiv meravkastning

Tabell 10 viser at en regresjonsmodell justert for både autokorrelasjon og heteroskedastisitet får signifikante koeffisienter i alle de tre intervallene vi testet. For investeringshorisonter mellom 2,1 år og 4,3 år, hvor sannsynligheten for positiv meravkastning faller fra ca. 75% til ca. 64%, har vi en signifikant koeffisient på drøyt -4% for hver årlig økning i investeringshorisont. I intervallet 4,3 år til 7,7 år øker sannsynligheten for positiv meravkastning fra ca. 64% til ca. 91%, og t-testen viser at koeffisienten på 7,6% pr. år er signifikant. Mellom 7,7 år og 11,2 år, hvor sannsynligheten for positiv meravkastning faller fra ca. 91% til ca. 85% er koeffisienten på -1,7% pr. år også signifikant. Dette intervallet har ikke normalfordelte residualer (tabell 8) noe som gjør hypotesetesten lite reliabel. Dette underbygger resultatene vi tidligere har kommet frem til rundt fenomenet, da vi her finner to statistisk signifikante fall til tross for økt investeringshorisont.

5.5 Intervallmessige tester av 95% CVaR

| Investeringshorisont | N | Koeffisient | Tolkning | Standardfeil | T | p-verdi |
|----------------------|----|-------------|---------------|--------------|--------|---------|
| 2,1 år til 7,6 år | 67 | -0,0492917 | -4,9% pr. år | 0,0036075 | -13,66 | 0,000 |
| 7,6 år til 9,2 år | 20 | 0,1123285 | +11,2% pr. år | 0,0099305 | 11,31 | 0,000 |

Tabell 11: Intervallmessige tester av regresjonskoeffisientene til 95% CVaR

T-testene av de periodevise regresjonskoeffisientene for 95% CVAR viser også signifikante koeffisienter. Mellom 2,1 år og 7,6 år, hvor 95% CVAR går fra 39,3% til 12,3% er regresjonskoeffisienten signifikant -4,9% pr. år. Dette betyr gjennomsnittlig tap i de 5% verste tilfellene reduseres med nesten 5% for hver årlig økning i investeringshorisont. Tilsvarende, mellom 7,6 år og 9,2 år hvor 95% CVAR går fra 12,3% til 29,8%, er regresjonskoeffisienten signifikant 11,2% pr. år. På samme måte innebærer dette en økning i gjennomsnittlig tap i de 5% verste tilfellene med over 11% for hver årlig økning i investeringshorisont.

6 Kritikk av oppgaven

Denne avhandlingen følger en kvantitativ tilnærming med bruk av tallanalyse, og våre analyser er basert på data innsamlet fra sekundære kilder. Dette kan gi utfordringer knyttet til reliabiliteten til datagrunnlaget, og vi har forsøkt å samle inn data så nære primærkilden som mulig. Eksempelvis har MSCI data for sine indekser tilgjengelig for offentligheten, som gjør det enkelt å laste ned data direkte fra kilden. Historiske data fra S&P 500 er hentet fra multpl.com som har hele S&P 500s historikk tilgjengelig. [Multpl.com](http://multpl.com) har hentet sine data fra S&P, men der er historiske data begrenset til 10 års historikk som gjorde at vi ikke kunne laste det ned direkte. Vi har tatt utgangspunkt i en global indeks, MSCI World. Det gjør det vanskelig å teste generaliserbarheten av resultatene, fordi det er vanskelig å finne data som er uavhengige i samme periode. De uavhengige datasettene vi har analysert er S&P 500 før 1970 og EM fra 1987, og vi oppdager ikke fenomenet i samme grad med dette datagrunnlaget.

Kapittel 4.11 bærer preg av spekulasjoner knyttet til de resultatene vi presenterer tidligere i kapittelet, og har med det et svakt metodisk grunnlag. Oppgaven har i utgangspunktet et deskriptivt design der vi ønsker å beskrive historikken, men på bakgrunn av noe vi vurderer som interessante funn, finner vi det naturlig å forsøke å spekulere i årsakene bak resultatene. Basert på resultatene vi presenterer i kapittel 4 kommer vi i denne avhandlingen ikke frem til hva fenomenet betyr i praksis. Hvis det er slik at en investeringshorisont på, eksempelvis 10 år, innebærer større risiko enn en investeringshorisont på 7,7 år - hvordan skal man forholde seg til det som investor? Hvis man gjør en investering i et globalt aksjefond i dag - skal man da selge etter 7,7 år?

Vi har i denne avhandlingen primært tatt utgangspunkt i et selvdefinert risikomål, sannsynlighet for positiv avkastning. Analysene inkluderer også andre risikomål for å underbygge de argumentene vi presenterer i kapittel 4, men en kan hevde at avhandlingen ville vært tjent med å ta utgangspunkt risikomål mer anerkjent i litteraturen. For å besvare forskningsspørsmålet har vi, som presentert i kapittel 3, utarbeidet en modell i Excel for å gjennomføre analysene. Dette gir en risiko for feil i resultatene på bakgrunn av feil i modellen.

7 Konklusjon

Vi har i denne oppgaven sett på investeringshorisonter ved investeringer i aksjefond. Praksis i dagens finansmarked er at man må forvente en horisont på minimum 5 år dersom en ønsker å investere i aksjer. I vår analyse har vi forsøkt å besvare en hypotese rundt denne myten, om 5 år burde være en anbefalt sparehorisont. Vi konkluderer med at vi ikke finner noen gode bevis på hvorfor akkurat 5 år skal være noe måltall når det kommer til holdeperiode. Vi kan stille oss bak dagens praksis rundt at man reduserer nedsiderisikoen ved å holde aksjeinvesteringer over lengre perioder, men for horisonter mellom 2 og 5 år ser vi ingen nevneverdig bedring i nedsiderisikoen som har vært i globale aksjemarkeder så langt vi har data. Med dette som argument forkaster vi hypotesen fremstilt innledningsvis i avhandlingen.

Dersom man tar det litt videre, og ønsker å maksimere risikojustert avkastning for aksjeinvesteringer på mellomlang sikt, er ca. 7,5 år et mer passende mål for anbefalt holdeperiode. Vi ser her et toppunkt i forholdet mellom nedsiderisiko og akkumulert avkastning for investeringshorisonter under 12 år. Vi ser også at dersom man holder en investering lenge nok ender man med positiv meravkastning, uavhengig av hvor uheldig man er med timingen. Verdt å merke seg er at våre resultater er basert på historiske tall, og er ikke å anse som investeringsrådgivning. Vi mener dog at området er modent for videre forskning og at vi i denne avhandlingen har funnet interessante bevegelser i sannsynligheten for positiv avkastning over ulike investeringshorisonter som vi ikke har sett diskutert i eksisterende litteratur.

7.1 Implikasjoner

Vi innledet vår avhandling med å beskrive et ønske om å lage et bedre bilde av ulike horisonter og hva de innebærer. Tanken var at investoren lettere kan identifisere sin risikoaversjon i tabellene nedenfor enn ved en nyttefunksjon, som har vært benyttet i annen litteratur. I tabell 12 ser investoren hvilken sannsynlighet han har for å få positiv avkastning, noe som kan være lettere å benytte seg av i praksis. Verdt å merke seg er at vi her har renteinvestering som et investeringsalternativ. Altså at det her ikke er snakk om meravkastning. For å sammenfatte resultatene har vi følgende tabell.

| | | Ønsket sannsynlighet for positiv avkastning | | | | | | |
|--------------|--------------|---|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Andel aksjer | Andel renter | 70 % | 75 % | 80 % | 85 % | 90 % | 95 % | 100 % |
| 100 % | 0 % | | 8 mnd | 1,2 år | 2,3 år | 5,2 år | 5,6 år | 6,4 år |
| 80 % | 20 % | | 7 mnd | 1 år | 1,8 år | 4,7 år | 5,4 år | 5,9 år |
| 60 % | 40 % | | | 8 mnd | 1,2 år | 3,9 år | 5,0 år | 5,7 år |
| 50 % | 50 % | | | 7 mnd | 1,1 år | 2,8 år | 4,6 år | 5,6 år |
| 40 % | 60 % | | | | 9 mnd | 1,8 år | 4,1 år | 5,5 år |
| 20 % | 80 % | | | | | 8 mnd | 2,7 år | 5,2 år |
| 0 % | 100 % | | | | | | | |

Tabell 12: Holdeperioder ved ulike sannsynligheter og allokeringer

Tabellen viser den forventede investeringshorisonten ved ulike sannsynligheter og allokeringer, men dette er kanskje ikke den informasjonen en investor i praksis har bruk for. I praksis kan det være mer relevant å se på ulike horisonter og deretter benytte sin risikoaversjon til å velge allokering, som fremstilt i tabell 13. Vi har valgt allokeringer som går til 100% (ingen mulighet for belåning) og økt/reduert rente- og aksjeandel med 20% per nivå. Interessant er det å se at selv på bare ett års sikt er det 78,6% sannsynlig at man ender opp med positiv avkastning for en ren aksjeportefølje. Problemet, og grunnen til at mange heller velger å ha 100% sannsynlighet, er at man ikke har tid til å hente inn et eventuelt tap. Dersom man er uheldig med timingen av kjøpet vil det kunne ha stor betydning for avkastningen på ett års sikt. Har man eksempelvis en kontrakt hvor man på et gitt tidspunkt skal bruke pengene, vil det være naturlig å ofre den ekstra avkastningen for en høyere sikkerhet. Videre ser vi også at på seks års sikt er man nesten uansett tjent med å investere hele beløpet i aksjer da det er 99,4% sannsynlighet for at man har positiv avkastning.

Verdt å merke seg er at man ikke 100% sikkert slår renteinvesteringen, men man har en betydelig høyere forventet avkastning, som fremstilt i tabell 4.

| Andel aksjer | Andel renter | 1 år | 2 år | 3 år | 4 år | 5 år | 6 år |
|--------------|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| 100 % | 0 % | 78,6 % | 83,8 % | 82,8 % | 84,6 % | 89,2 % | 99,4 % |
| 80 % | 20 % | 80,7 % | 86,5 % | 85,5 % | 88,3 % | 91,8 % | 100,0 % |
| 60 % | 40 % | 82,8 % | 87,6 % | 89,3 % | 90,7 % | 95,8 % | 100,0 % |
| 50 % | 50 % | 83,8 % | 88,8 % | 90,4 % | 91,5 % | 97,3 % | 100,0 % |
| 40 % | 60 % | 85,9 % | 90,4 % | 91,3 % | 94,1 % | 98,5 % | 100,0 % |
| 20 % | 80 % | 90,3 % | 93,3 % | 98,0 % | 98,9 % | 99,8 % | 100,0 % |
| 0 % | 100 % | 100 % | 100 % | 100 % | 100 % | 100 % | 100 % |

Tabell 13: Sannsynligheten for positiv avkastning ved ulike holdeperioder og allokeringer

8 Referanser

8.1 Litteratur

Anderson, H.D., Malone, C.B. og B.R. Marshall. (2012) Time Diversification in Developed and Emerging Markets, *Journal of Emerging Market Finance*, 11 (2), s. 115-144.

Artzner, P., Delbaen, F. Eber, J.-M. og Heath, D. (1998) Coherent measures of risk, *Mathematical Finance*, 9(3), s. 203–228.

Barberis, N. (2000) Investing for the Long Run when Returns are Predictable, *Journal of Finance*, 55(1), s. 225-264.

Benartzi, S. og R.H. Thaler. (1995) Myopic Loss Aversion and the Equity Premium Puzzle, *The Quarterly Journal of Economics*, 110 (1), s. 73-92.

Bertsimas, D., Lauprete, G. J. og Samarov, A. (2004) Shortfall as a risk measure: properties, optimization and applications, *Journal of Economic Dynamics & Control*, 28, s.1353-1381.

Blanchett, D., Finke, M. S. og Pfau, W. D. (2013). *Optimal Portfolios for the Long Run*. Tilgjengelig fra: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2320828 (Hentet: 07. januar 2019)

Bodie, Z. (1995) On the Risk of Stocks in the Long Run, *Financial Analysts Journal*, 51 (3), s. 18-22.

Campbell, J.Y. og Viceira, L.M. (2003) *Strategic Asset Allocation: Portfolio Choice for Long-Term Investors*. New York: Oxford University Press.

Campbell, J.Y. og Viceira, L.M. (2005) The Term Structure of the Risk-Return Tradeoff, *Financial Analysts Journal*, 61 (1), s. 34-44.

Christensen, J. (2019). Skagen-forvalter har et marked for øyet: - Jeg har kjøpt ved to anledninger i høst, og det er ikke usannsynlig at jeg kjøper mer, *Dagens Næringsliv*. Tilgjengelig fra: <https://www.dn.no/bors/alexandra-morris/olav-chen/storebrand-asset-management/skagen-forvalter-har-ett-marked-for-oye-jeg-har-kjopt-ved-to-anledninger-i-host-og-det-er-ikke-usannsynlig-at-jeg-kjoper-mer/2-1-513806?fbclid=IwAR1eU2GwRSwIGavdH9PIQOQAbWd7NgeEAgsLcShQnFPp1DRoAEUqOhfOeco> (Hentet: 14. Januar 2019)

Cleartax (2018). *How are Mutual Funds classified based on Investment Horizon?* Tilgjengelig fra: <https://cleartax.in/s/investment-horizon#how> (Hentet 29. november 2018).

DNB (2018) *Global Indeks – mål og investeringspolicy*. Tilgjengelig fra: <http://doc.morningstar.com/LatestDoc.aspx?clientid=dnbno&key=fb3b5fd7a59e2138&documenttype=74&language=467,472,545,451&id=F00000JORS> (Hentet: 29. november 2018).

Dolvin, S.D., Templeton, W.K. og Rieber, W.J. (2010) Asset Allocation for Retirement: Simple Heuristics and Target- Date Funds, *Journal of Financial Planning*, 23, s. 60-71.

Engle, R. F. (1982) Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation, *Econometrica*, 50 (4), s. 987-1007.

Estrada, J. (2013) Stocks, Bonds, Risk, and the Holding Period: An International Perspective, *Journal of Wealth Management*, 16 (2), s. 25-44.

Fabozzi, F.J., Focardi, S.M. og Kolm, P.N. (2006) A Simple Framework for Time Diversification, *Journal of Investing*, 15 (3), s. 8–17.

Fama, E.F. og French, K.R. (1998) Permanent and Temporary Components of Stock Prices, *Journal of Political Economy*, 96 (2), s. 246-273.

Fama, E.F. og French, K.R. (2002) The Equity Premium, *The Journal of Finance*, 57 (2), s. 637-659.

Finans Norge (2019) *Revidert bransjeavtale om avkastningsprognoser*. Tilgjengelig fra: <https://www.finansnorge.no/aktuelt/nyheter/2018/10/revidert-bransjeavtale-om-avkastningsprognoser/> (Hentet: 13. mai 2019)

Forbes (2012) *Daily Market 'Noise': How The Active Investor Should Deal With It*. Tilgjengelig fra: <https://www.forbes.com/sites/jimwyckoff/2012/08/30/daily-market-noise-how-the-active-investor-should-deal-with-it/#2e091fd775b2> (Hentet 15. mai 2019)

Hammervold, R. (2016) *En kort innføring i SPSS. Anvendelser innen multivariat statistikk*. 2. Utg. Bergen: Fagbokforlaget

Hodge, S. (1998) *A Generalization of the Sharpe Ratio and its Applications to Valuation Bounds and Risk Measures*. Tilgjengelig fra: <https://warwick.ac.uk/fac/soc/wbs/subjects/finance/research/wpaperseries/1998/98-88.pdf> (Hentet: 18. februar 2019)

Investopedia (2019) *Conditional Value at Risk (CVaR)*. Tilgjengelig fra: https://www.investopedia.com/terms/c/conditional_value_at_risk.asp (Hentet: 11. mai 2019)

Jorion, P. og Goetzmann, W. (1999) Global Stock Markets in the Twentieth Century, *Journal of Finance*, 54 (3), s. 953-980.

Jorion, P. (2003) The Long-Term Risks of Global Stock Markets, *Financial Management*, 32 (4), s. 5-26.

Jorion, P. (2006) *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*. McGraw-Hill.

Kisiala, J. (2015) *Conditional Value-At-Risk: Theory and Applications*. Tilgjengelig fra: <https://arxiv.org/pdf/1511.00140.pdf> , (Hentet: 30. Januar 2019)

Landkreditt Utbytte (2018) *Landkredit Utbytte A – Nøkkelinformasjon*. Tilgjengelig fra: <http://doc.morningstar.com/LatestDoc.aspx?clientid=dnbno&key=fb3b5fd7a59e2138&documenttype=74&language=467,472,545,451&isin=NO0010662836> (Hentet: 29. November 2018).

Lhabitant, F. (2013) *Hedge funds: quantitative insights*. West Sussex: John Wiley & Sons Ltd

Linsmeier, T. J. og Pearson, N. D. (1996) *Risk Measurement: An Introduction to Value at Risk*. University of Illinois at Urbana-Champaign. Tilgjengelig fra: <http://www.exinfm.com/training/pdfiles/valueatrisk.pdf> (Hentet: 25. Januar 2019)

- Malkiel, B. G. (2003) *A Random Walk Down Wall Street: The Time Tested Strategy for Successful Investing*. New York: W.W. Norton
- Markowitz, H. (1952) Portfolio selection, *Journal of Finance*, 7 (1), s. 77-91.
- O'Sullivan, A. og Sheffrin, S. M. (2003) *Economics: Principles In Action*. Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Prentice Hall.
- Microsoft (2019) *NORMINV (funksjon)*. Tilgjengelig fra: <https://support.office.com/nb-no/article/norminv-funksjon-87981ab8-2de0-4cb0-b1aa-e21d4cb879b8> (Hentet 20. mai 2019)
- Pástor, L., og Stambaugh, R.F. (2012) Are stocks really less volatile in the long run?, *Journal of Finance*, 67 (2), s. 431-478.
- Rockefeller, R. T. og Uryasev, S. (2000) Optimization of conditional Value-at-Risk, *Journal of Risk*, 2(3), s. 21.41.
- Samuelson, P. (1963) Risk and Uncertainty: A Fallacy of Large Numbers, *Scientia*, 57 (6), s. 1–6.
- Samuelson, P. (1969) Lifetime Portfolio Selection By Dynamic Stochastic Programming. *The Review of Economics and Statistics*, 51 (3), s. 239-246.
- Sharpe, W. (1966) Mutual fund preformance, *The Journal of Business*, 39 (1), s. 119-138.
- Sortino, F.A. og Price, L.N. (1994) Performance measurement in a downside risk framework, *Journal of Investing*, 3(3), s.59–64.
- Statista (2019) *Countries With Largest Stock Markets Globally 2017*. Tilgjengelig fra: <https://www.statista.com/statistics/710680/global-stock-markets-by-country/> (Hentet: 21. Januar 2019)
- Studenmund, A. H. (2017) *A Practical Guide to Using Econometrics*. Essex: Pearson Education Limited.
- The Investment Strategy Group (2017) *Time in the market, not timing the market*. Tilgjengelig fra: https://www.investorsgroup.com/content/dam/investorsgroup/more/wp-content/themes/ig_magazine/pdf/Whitepaper_Why-Market-Timing-Doesnt-Work_EN.pdf (Hentet: 10. Januar 2018)

Vanguard (2008) *Time Diversification and Horizon-Based Asset Allocations*. Tilgjengelig fra: <https://www.vanguard.com/pdf/icrtd.pdf?2210045172> (Hentet 29. November 2018)

Zakamouline, V. og Koekebakker, S. (2008) Portfolio Performance Evaluation with Generalized Sharpe Ratios: Beyond the Mean and Variance?, *SSRN Electronic Journal*, 33(7), s. 1242-1254.

8.2 Data

FRED (2019) *3-Month Treasury Bill Secondary Market Rate*. Tilgjengelig fra: <https://fred.stlouisfed.org/series/TB3MS> (Hentet 21. Januar 2019)

MSCI (2019) *MSCI World Index*. Tilgjengelig fra: <https://www.msci.com/world> (Hentet: 21. Januar 2019)

MSCI II (2019) *End of Day Index Data Search*. Tilgjengelig fra: <https://www.msci.com/end-of-day-data-search> (Hentet: 21. Januar 2019)

Multpl (2019) *S&P 500 Historical Prices by Month*. Tilgjengelig fra: <http://www.multpl.com/s-p-500-historical-prices/table/by-month> (Hentet: 30. Januar 2019)

Standard & Poor's (2019) *S&P 500*. Tilgjengelig fra: <https://eu.spindices.com/indices/equity/sp-500> (Hentet 21. Januar 2019)

9 Vedlegg

9.1 Vedlegg 1: Hypotesetesting

9.1.1 Test 1: Test av autokorrelasjon – Durbin-Watson test

1. $H_0 : \rho \leq 0$
 $H_A : \rho > 0$

2. $\alpha = 0,05$

3. Testobservator: $DW = \frac{\sum_{i=2}^N (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{i=1}^N e_t^2} = 0,032$

4. $N = 175, K = 2$

$$d_L = 1,623$$

$$d_U = 1,672$$

5. $DW = 0,032 < d_L = 1,623$, og vi kan forkaste nullhypotesen om ingen autokorrelasjon. Modellen har signifikant autokorrelasjon på 5%-nivå.

9.1.2 Test 2: Test av autokorrelasjon etter Prais-Winsten-metoden – Durbin-Watson test

1. $H_0 : \rho \leq 0$
 $H_A : \rho > 0$

2. $\alpha = 0,05$

3. Testobservator: $DW = \frac{\sum_{i=2}^N (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{i=1}^N e_t^2} = 1,895$

4. $N = 174, K = 2$

$$d_L = 1,624$$

$$d_U = 1,671$$

5. $DW = 1,895 > d_U = 1,671$, og vi kan ikke forkaste nullhypotesen om ingen autokorrelasjon. Modellen har ikke signifikant autokorrelasjon på 5%-nivå.

```
Prais-Winsten AR(1) regression -- iterated estimates
```

| Linear regression | | Number of obs | = | 175 |
|-------------------|--|---------------|---|--------|
| | | F(1, 173) | = | 120.69 |
| | | Prob > F | = | 0.0000 |
| | | R-squared | = | 0.5001 |
| | | Root MSE | = | .0077 |

| Sannsynlighet | Semirobust | | | P> t | [95% Conf. Interval] | |
|----------------------|------------|-----------|-------|-------|----------------------|----------|
| | Coef. | Std. Err. | t | | | |
| Investeringshorisont | .0239961 | .0021843 | 10.99 | 0.000 | .0196848 | .0283074 |
| _cons | .6406215 | .0171202 | 37.42 | 0.000 | .6068301 | .6744129 |
| rho | .9840554 | | | | | |


```
Durbin-Watson statistic (original) 0.032145
Durbin-Watson statistic (transformed) 1.894865
```

Tabell 14: Prais-Winsten regresjon

9.1.3 Test 3: Test av heteroskedastisitet – Breusch-Pagan-test

$$1. H_0 : \delta_1 = \delta_2 = \dots = \delta_r$$

H_A : ikke alle like

$$2. \alpha = 0,05$$

$$3. \text{ Testobservator: } LM_{BP} = T \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \hat{p}_{ij}^2 \sim \chi^2 \left(\frac{N(N-1)}{2} \right) = 6,21$$

4. Dersom $p < 0,05$ kan vi forkaste nullhypotesen om homoskedastisitet.

5. $LM_{BP} = 6,21$, $p = 0,0127$ og vi kan forkaste nullhypotesen om homoskedastisitet. Data tyder på signifikant heteroskedastisitet.

```

Breusch-Pagan / Cook-Weisberg test for heteroskedasticity
Ho: Constant variance
Variables: fitted values of Sannsynlighet

chi2(1)      =      6.21
Prob > chi2  =      0.0127

```

Tabell 15: Breusch-Pagan test

9.1.4 Test 4: Test av heteroskedastisitet – Whites test

1. $H_0 : \delta_1 = \delta_2 = \dots = \delta_r$
 $H_A : \text{ikke alle like}$
2. $\alpha = 0,05$
3. Testobservator: $LM = nR^2 = 33,79$
4. Dersom $p < 0,05$ kan vi forkaste nullhypotesen om homoskedastisitet.
5. $LM = 33,79$, $p = 0,000$ og vi kan forkaste nullhypotesen om homoskedastisitet. Data tyder på signifikant heteroskedastisitet.

```

White's test for Ho: homoskedasticity
against Ha: unrestricted heteroskedasticity

chi2(2)      =      33.79
Prob > chi2  =      0.0000

```

Tabell 16: White's test

9.1.5 Test 5: Test av normalfordelte residualer – Shapiro-Wilks-test

$$1. \quad H_0 : e_i \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$H_A : e_i \not\sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$2. \quad \alpha = 0,05$$

$$3. \quad \text{Testobservator: } W = \frac{(\sum_{i=1}^n \alpha_i x_{(i)})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = 0,97885$$

4. Dersom $p < 0,05$ kan vi forkaste nullhypotesen om normalfordelte residualer.

5. $W = 0,97885$, $p = 0,00912$ og vi kan forkaste nullhypotesen om normalfordelte residualer.

Shapiro-Wilk W test for normal data

| Variable | Obs | W | V | z | Prob>z |
|-----------|-----|---------|-------|-------|---------|
| rstandard | 175 | 0.97885 | 2.810 | 2.361 | 0.00912 |

Tabell 17: Shapiro-Wilks test

9.1.6 Test 6: Test av signifikante regresjonskoeffisienter – T-test

$$1. \quad H_0 : \beta_i = 0$$

$$H_A : \beta_i \neq 0$$

$$2. \quad \alpha = 0,05$$

$$3. \quad \text{Testobservator: } t = \frac{(\beta_i - \beta_{H_0})}{SE(\beta_i)}$$

4. Dersom $p < 0,05$ kan vi forkaste nullhypotesen om koeffisient lik null.

5. Koeffisienten er (ikke) signifikant på 5%-nivå.

9.2 Vedlegg 2: Finans Norges Bransjenorm for forventet avkastning

| | Forventet realavkastning ¹ | | Forventet nominell avkastning | |
|--------------|---------------------------------------|---------|-------------------------------|---------|
| | Gjeldende sats | Ny sats | Gjeldende sats | Ny sats |
| Pengemarked | 0 | 0,5 | 2 | 2,5 |
| Obligasjoner | 0,75 | 1,0 | 2,75 | 3,0 |
| Aksjer | 3,75 | 3,75 | 5,75 | 5,75 |

1) Geometrisk beregnet

Tabell 18: Finans Norges bransjenorm for forventet avkastning
(Finans Norge, 2019)

9.3 Vedlegg 3: Modellen

| Dato | MSCI World Index | Return MSCI WI | Risk Free Rate | Excess Return MSCI WI |
|--------------|------------------|----------------|----------------|-----------------------|
| des 31, 1969 | 100,000 | | | |
| jan 30, 1970 | 94,528 | -5,472 % | 0,656 % | -6,128 % |
| feb 27, 1970 | 97,558 | 3,205 % | 0,594 % | 2,611 % |
| mar 31, 1970 | 97,947 | 0,399 % | 0,553 % | -0,154 % |
| apr 30, 1970 | 88,877 | -9,260 % | 0,543 % | -9,803 % |
| mai 29, 1970 | 83,357 | -6,211 % | 0,570 % | -6,781 % |
| jun 30, 1970 | 81,389 | -2,361 % | 0,557 % | -2,918 % |
| jul 31, 1970 | 86,525 | 6,310 % | 0,538 % | 5,773 % |
| aug 31, 1970 | 89,464 | 3,397 % | 0,534 % | 2,863 % |
| sep 30, 1970 | 92,438 | 3,324 % | 0,510 % | 2,814 % |
| okt 30, 1970 | 91,164 | -1,378 % | 0,493 % | -1,871 % |

Tabell 19: Strukturering av data i modellen

Først har vi beregnet indeksens månedlige endringer i prosent, og deretter beregnet indeksens meravkastning i forhold til risikofri rente. Denne rekken, under “Excess Return MSCI WI” er den vi bruker videre i modellen.

| Måned | t | t+1 | t+2 | t+3 | t+4 | t+5 | t+6 | t+7 | t+8 | t+ (n-1) |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|
| 1 | 0,9387 | 1,0261 | 0,9985 | 0,9020 | 0,9322 | 0,9708 | 1,0577 | 1,0286 | 1,0281 | 0,9813 |
| 2 | 1,0261 | 0,9985 | 0,9020 | 0,9322 | 0,9708 | 1,0577 | 1,0286 | 1,0281 | 0,9813 | 1,0190 |
| 3 | 0,9985 | 0,9020 | 0,9322 | 0,9708 | 1,0577 | 1,0286 | 1,0281 | 0,9813 | 1,0190 | 1,0465 |
| 4 | 0,9020 | 0,9322 | 0,9708 | 1,0577 | 1,0286 | 1,0281 | 0,9813 | 1,0190 | 1,0465 | 1,0432 |
| 5 | 0,9322 | 0,9708 | 1,0577 | 1,0286 | 1,0281 | 0,9813 | 1,0190 | 1,0465 | 1,0432 | 1,0083 |
| 6 | 0,9708 | 1,0577 | 1,0286 | 1,0281 | 0,9813 | 1,0190 | 1,0465 | 1,0432 | 1,0083 | 1,0420 |
| 7 | 1,0577 | 1,0286 | 1,0281 | 0,9813 | 1,0190 | 1,0465 | 1,0432 | 1,0083 | 1,0420 | 1,0303 |
| 8 | 1,0286 | 1,0281 | 0,9813 | 1,0190 | 1,0465 | 1,0432 | 1,0083 | 1,0420 | 1,0303 | 0,9736 |
| ... | 1,0281 | 0,9813 | 1,0190 | 1,0465 | 1,0432 | 1,0083 | 1,0420 | 1,0303 | 0,9736 | 1,0070 |
| n | 0,9813 | 1,0190 | 1,0465 | 1,0432 | 1,0083 | 1,0420 | 1,0303 | 0,9736 | 1,0070 | 0,9803 |

Tabell 20: Konstruering av overlappende porteføljer

Etter å ha laget den månedlige meravkastningen har vi konstruert kolonner med vekstfaktorer på de ulike investeringstidspunktene. I utdraget over er t+1 vekstfaktorkolonnen gitt at man investerte den andre måneden i datasettet. Rødt kvadrat indikerer den første porteføljen med 6 måneders investeringshorisont, mens det grønne kvadratet indikerer den andre porteføljen med samme investeringshorisont. Ved bruk av produktfunksjoner kan en beregne produktet av vekstfaktorene, og utarbeide statistikk for hvordan alle investeringshorisontene har sett ut historisk.

9.4 Vedlegg 4: Modell med implementering

| | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T | U | V |
|------|--------------------------|------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | antall måneder investert | P(t) | P(t+1) | P(t+2) | P(t+3) | t+4 | t+5 | t+6 | t+7 | t+8 | t+9 | t+10 | t+11 | t+12 | t+13 | t+14 | t+15 | t+16 | t+17 | t+18 | |
| 1970 | -0,06127833 | 1 | 0,938721667 | 1,026112328 | 0,99846237 | 0,9019739 | 0,93219169 | 0,97082404 | 1,05772935 | 1,02862539 | 1,02814242 | 0,98129279 | 1,01898642 | 1,04654405 | 1,04321023 | 1,00834774 | 1,0419573 | 1,03028728 | 0,97363534 | 1,00701884 | 0,98029702 |
| 1970 | -0,080301 | 2 | 0,99846237 | 0,9019739 | 0,93219169 | 0,97082404 | 1,05772935 | 1,02862539 | 1,02814242 | 0,98129279 | 1,01898642 | 1,04654405 | 1,04321023 | 1,00834774 | 1,0419573 | 1,03028728 | 0,97363534 | 1,00701884 | 0,98029702 | 1,01853076 | 0,98736427 |
| 1970 | 0,026112328 | 3 | 0,9019739 | 0,93219169 | 0,97082404 | 1,05772935 | 1,02862539 | 1,02814242 | 0,98129279 | 1,01898642 | 1,04654405 | 1,04321023 | 1,00834774 | 1,0419573 | 1,03028728 | 0,97363534 | 1,00701884 | 0,98029702 | 1,01853076 | 0,98736427 | 0,95934717 |
| 1970 | -0,00133763 | 4 | 0,93219169 | 0,97082404 | 1,05772935 | 1,02862539 | 1,02814242 | 0,98129279 | 1,01898642 | 1,04654405 | 1,04321023 | 1,00834774 | 1,0419573 | 1,03028728 | 0,97363534 | 1,00701884 | 0,98029702 | 1,01853076 | 0,98736427 | 0,95934717 | 0,92917596 |
| 1970 | -0,05780831 | 5 | 0,97082404 | 1,05772935 | 1,02862539 | 1,02814242 | 0,98129279 | 1,01898642 | 1,04654405 | 1,04321023 | 1,00834774 | 1,0419573 | 1,03028728 | 0,97363534 | 1,00701884 | 0,98029702 | 1,01853076 | 0,98736427 | 0,95934717 | 0,92917596 | 0,898225395 |
| 1970 | -0,02917596 | 6 | 1,05772935 | 1,02862539 | 1,02814242 | 0,98129279 | 1,01898642 | 1,04654405 | 1,04321023 | 1,00834774 | 1,0419573 | 1,03028728 | 0,97363534 | 1,00701884 | 0,98029702 | 1,01853076 | 0,98736427 | 0,95934717 | 0,92917596 | 0,898225395 | 0,86736427 |
| 1970 | 0,05772935 | 7 | 1,02862539 | 1,02814242 | 0,98129279 | 1,01898642 | 1,04654405 | 1,04321023 | 1,00834774 | 1,0419573 | 1,03028728 | 0,97363534 | 1,00701884 | 0,98029702 | 1,01853076 | 0,98736427 | 0,95934717 | 0,92917596 | 0,898225395 | 0,86736427 | 0,83650297 |
| 1970 | 0,028625395 | 8 | 1,02814242 | 0,98129279 | 1,01898642 | 1,04654405 | 1,04321023 | 1,00834774 | 1,0419573 | 1,03028728 | 0,97363534 | 1,00701884 | 0,98029702 | 1,01853076 | 0,98736427 | 0,95934717 | 0,92917596 | 0,898225395 | 0,86736427 | 0,83650297 | 0,80564164 |
| 1970 | 0,02814242 | 9 | 0,98129279 | 1,01898642 | 1,04654405 | 1,04321023 | 1,00834774 | 1,0419573 | 1,03028728 | 0,97363534 | 1,00701884 | 0,98029702 | 1,01853076 | 0,98736427 | 0,95934717 | 0,92917596 | 0,898225395 | 0,86736427 | 0,83650297 | 0,80564164 | 0,77478031 |
| 1970 | -0,02814242 | 10 | 1,01898642 | 1,04654405 | 1,04321023 | 1,00834774 | 1,0419573 | 1,03028728 | 0,97363534 | 1,00701884 | 0,98029702 | 1,01853076 | 0,98736427 | 0,95934717 | 0,92917596 | 0,898225395 | 0,86736427 | 0,83650297 | 0,80564164 | 0,77478031 | 0,74391898 |
| 1970 | -0,01898642 | 11 | 1,04654405 | 1,04321023 | 1,00834774 | 1,0419573 | 1,03028728 | 0,97363534 | 1,00701884 | 0,98029702 | 1,01853076 | 0,98736427 | 0,95934717 | 0,92917596 | 0,898225395 | 0,86736427 | 0,83650297 | 0,80564164 | 0,77478031 | 0,74391898 | 0,71305765 |
| 1970 | 0,01898642 | 12 | 1,04321023 | 1,00834774 | 1,0419573 | 1,03028728 | 0,97363534 | 1,00701884 | 0,98029702 | 1,01853076 | 0,98736427 | 0,95934717 | 0,92917596 | 0,898225395 | 0,86736427 | 0,83650297 | 0,80564164 | 0,77478031 | 0,74391898 | 0,71305765 | 0,68219632 |
| 1970 | 0,04654405 | 13 | 1,00834774 | 1,0419573 | 1,03028728 | 0,97363534 | 1,00701884 | 0,98029702 | 1,01853076 | 0,98736427 | 0,95934717 | 0,92917596 | 0,898225395 | 0,86736427 | 0,83650297 | 0,80564164 | 0,77478031 | 0,74391898 | 0,71305765 | 0,68219632 | 0,651335 |
| 1970 | 0,04654405 | 14 | 1,0419573 | 1,03028728 | 0,97363534 | 1,00701884 | 0,98029702 | 1,01853076 | 0,98736427 | 0,95934717 | 0,92917596 | 0,898225395 | 0,86736427 | 0,83650297 | 0,80564164 | 0,77478031 | 0,74391898 | 0,71305765 | 0,68219632 | 0,651335 | 0,62047367 |
| 1971 | 0,04321023 | 15 | 1,00834774 | 1,0419573 | 1,03028728 | 0,97363534 | 1,00701884 | 0,98029702 | 1,01853076 | 0,98736427 | 0,95934717 | 0,92917596 | 0,898225395 | 0,86736427 | 0,83650297 | 0,80564164 | 0,77478031 | 0,74391898 | 0,71305765 | 0,68219632 | 0,651335 |
| 1971 | 0,00834774 | 16 | 1,0419573 | 1,03028728 | 0,97363534 | 1,00701884 | 0,98029702 | 1,01853076 | 0,98736427 | 0,95934717 | 0,92917596 | 0,898225395 | 0,86736427 | 0,83650297 | 0,80564164 | 0,77478031 | 0,74391898 | 0,71305765 | 0,68219632 | 0,651335 | 0,62047367 |
| 1971 | 0,041957296 | 17 | 1,03028728 | 0,97363534 | 1,00701884 | 0,98029702 | 1,01853076 | 0,98736427 | 0,95934717 | 0,92917596 | 0,898225395 | 0,86736427 | 0,83650297 | 0,80564164 | 0,77478031 | 0,74391898 | 0,71305765 | 0,68219632 | 0,651335 | 0,62047367 | 0,58961234 |
| 1971 | 0,03028726 | 18 | 0,97363534 | 1,00701884 | 0,98029702 | 1,01853076 | 0,98736427 | 0,95934717 | 0,92917596 | 0,898225395 | 0,86736427 | 0,83650297 | 0,80564164 | 0,77478031 | 0,74391898 | 0,71305765 | 0,68219632 | 0,651335 | 0,62047367 | 0,58961234 | 0,55875101 |
| 1971 | -0,02863666 | 19 | 1,00701884 | 0,98029702 | 1,01853076 | 0,98736427 | 0,95934717 | 0,92917596 | 0,898225395 | 0,86736427 | 0,83650297 | 0,80564164 | 0,77478031 | 0,74391898 | 0,71305765 | 0,68219632 | 0,651335 | 0,62047367 | 0,58961234 | 0,55875101 | 0,52788968 |
| 1971 | 0,007018836 | 20 | 0,98029702 | 1,01853076 | 0,98736427 | 0,95934717 | 0,92917596 | 0,898225395 | 0,86736427 | 0,83650297 | 0,80564164 | 0,77478031 | 0,74391898 | 0,71305765 | 0,68219632 | 0,651335 | 0,62047367 | 0,58961234 | 0,55875101 | 0,52788968 | 0,49702835 |
| 1971 | -0,01970298 | 21 | 1,01853076 | 0,98736427 | 0,95934717 | 0,92917596 | 0,898225395 | 0,86736427 | 0,83650297 | 0,80564164 | 0,77478031 | 0,74391898 | 0,71305765 | 0,68219632 | 0,651335 | 0,62047367 | 0,58961234 | 0,55875101 | 0,52788968 | 0,49702835 | 0,46616702 |
| 1971 | 0,018530762 | 21 | 0,98736427 | 0,95934717 | 0,92917596 | 0,898225395 | 0,86736427 | 0,83650297 | 0,80564164 | 0,77478031 | 0,74391898 | 0,71305765 | 0,68219632 | 0,651335 | 0,62047367 | 0,58961234 | 0,55875101 | 0,52788968 | 0,49702835 | 0,46616702 | 0,43530569 |

Tabell 21: Konstruering av overlappende porteføljer med implementeringsstrategi

Analysen av implementeringsstrategien følger samme konstruksjon og oppsett som den opprinnelige modellen i vedlegg 3. Tanken var å konstruere overlappende porteføljer på lik linje, men med en gradvis implementering der 10% av beløpet investeres hver måned til man når 100% investert beløp. Derfor har vi begynt med investeringshorisonter på 12 måneder, og opp til 15 år som tidligere. Dette betyr at den første 12 månedersporteføljen vil investere 10% i hver måned, og ha 100% investert de tre siste månedene.

Tabell 21 skal illustrere følgende. 10% investeres fra måned 1 til 10 (første blått kvadrat fra venstre). 10% investeres fra måned 2 til 10 (rødt kvadrat), og videre frem til 10% investeres fra måned 10 (første lilla kvadrat fra høyre). Til slutt er 100% investert i måned 11 og 12 (første grønne kvadrat fra venstre). Tabell 22 illustrerer hvordan andelen investert beløp fordeler seg over en investeringshorisont på 12 måneder. Formelen er satt opp på denne måten for å enkelt kunne utvide investeringshorisonten (lengden på andelen av porteføljen som er investert 100%). Dette vil da være det nederste grønne kvadratet som utvider seg med investeringshorisonten.

| Måned | Andel investert |
|--------------|------------------------|
| Måned 1 | 10 % |
| Måned 2 | 20 % |
| Måned 3 | 30 % |
| Måned 4 | 40 % |
| Måned 5 | 50 % |
| Måned 6 | 60 % |
| Måned 7 | 70 % |
| Måned 8 | 80 % |
| Måned 9 | 90 % |
| Måned 10 | 100 % |
| Måned 11 | 100 % |
| Måned 12 | 100 % |

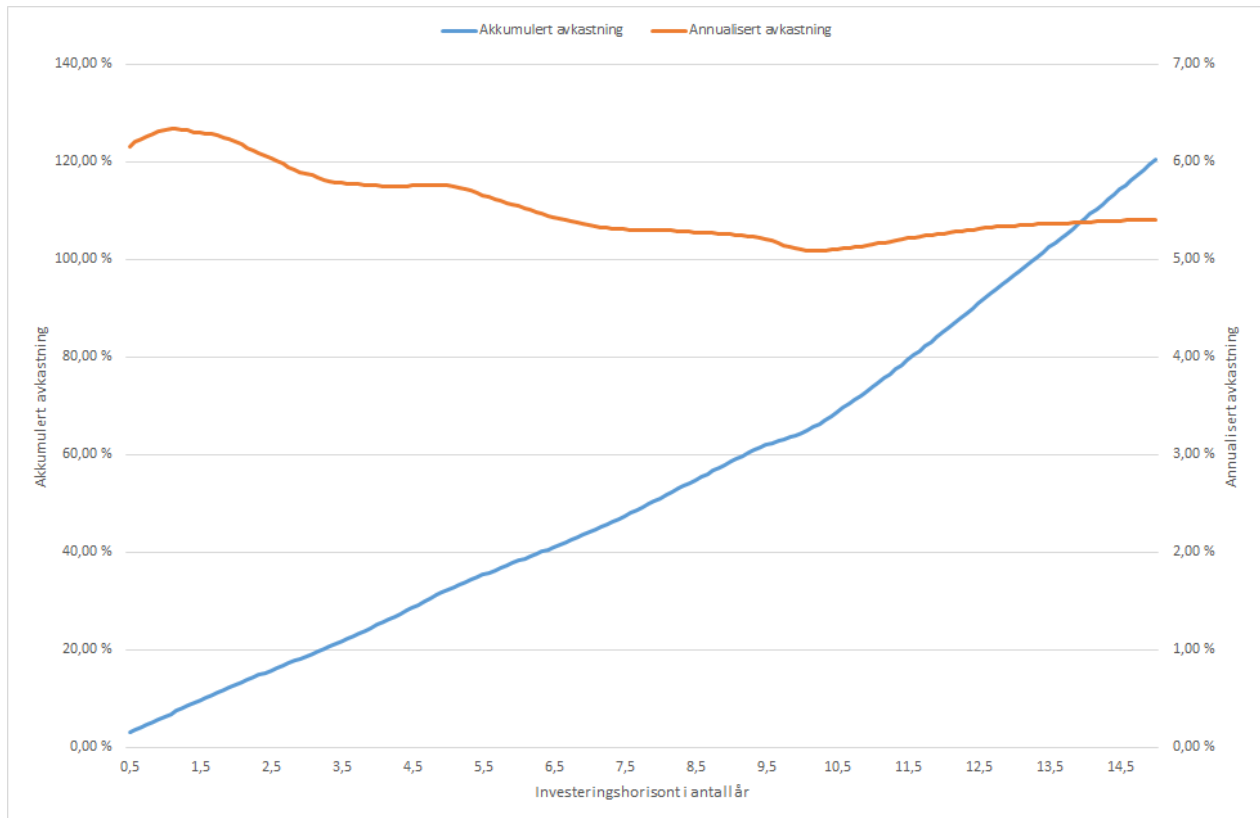
Tabell 22: Andelen av investert beløp over en investeringshorisont på 12 måneder

9.5 Vedlegg 5 - Finansielle kriser 1970-2018

| Krise | Start | Slutt | Tilbake | Varighet, mnd | Tilbake, mnd | Tid i mellom, mnd |
|--|-----------|-----------|---------------------|-----------------|-------------------------------|--------------------------|
| 1 Oljeprissjokk, start Britisk bankkrise | 30.mar.73 | 30.sep.74 | 31.aug.79 | 18,05 | 77,10 | |
| 2 Global resesjon | 28.nov.80 | 30.jul.82 | 31.mar.83 | 20,02 | 28,04 | 94,03 |
| 3 Black Monday | 31.aug.87 | 30.nov.87 | 31.jan.89 | 2,99 | 17,06 | 64,08 |
| 4 Japansk aksjeboble | 29.des.89 | 28.sep.90 | 31.mai.93 | 8,98 | 41,06 | 33,96 |
| 5 Finanskriser Russland | 31.jul.98 | 31.aug.98 | 30.nov.98 | 1,02 | 4,01 | 95,15 |
| 6 Dot Com-boble | 31.mar.00 | 30.sep.02 | 30.nov.06 | 30,02 | 80,05 | 49,02 |
| 7 Finanskriser | 31.okt.07 | 27.feb.09 | 30.apr.14 | 15,95 | 78,02 | 77,00 |
| 8 Eurokrise | 29.apr.11 | 30.sep.11 | 31.jan.13 | 5,06 | 21,14 | 31,07 |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | Gjennomsnitt | Varighet | Tilbake til samme nivå | Tid mellom kriser |
| | | | Måneder | 12,8 | 43,3 | 63,5 |
| | | | År | 1,06 | 3,61 | 5,29 |

Tabell 23: Finansielle kriser

9.6 Vedlegg 6: Annualisert og akkumulert avkastning



Figur 23: Annualisert og akkumulert avkastning for ulike investeringshorisonter