Katja Eileen Gautvik Holberg

# Figurtall på 2.trinn

Figural numbers in 2nd grade

Bacheloroppgave i LGU13002
Veileder: Solveig Voktor Svinvik
Mai 2019

Bacheloroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Katja Eileen Gautvik Holberg

# Figurtall på 2.trinn

## Figural numbers in 2nd grade

Bacheloroppgave i LGU13002
Veileder: Solveig Voktor Svinvik
Mai 2019

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

# Innholdsfortegnelse

# 1. Innledning
Temaet for denne oppgaven er tidlig algebra, og arbeid med figurtall på 2.trinn. I den norske læreplanen er algebra inkludert som et av hovedområdene fra og med 7.trinn (Utdanningsdirektoratet, 2013b). Algebra er altså et viktig tema i norsk skole, men kunne det ikke fått en større rolle tidligere i skoleløpet? John Mason (2018) sier at det aldri er for tidlig for algebraisk tenkning. I kompetansemålene etter 2.årstrinn kan vi se at elevene skal kunne gjenkjenne, samtale om og videreføre strukturer i enkle tallmønster (Utdanningsdirektoratet, 2013a). Dette målet kan vi knytte til algebra, og er utgangspunktet for prosjektet mitt. Problemstillingen min for dette prosjektet er: *Hvilke strategier bruker elever på 2.trinn for å gjenkjenne mønstre og sammenhenger i figurtall?*

Det var matematikkundervisningen ved NTNU som inspirerte meg til valget av tema for min bacheloroppgave. Mer spesifikt det ene praksisoppdraget vi hadde på høstsemesteret 3.studieår. Da skulle vi gjennomføre datainnsamling i praksis innenfor temaet algebraisk tenking. Vi valgte å se på hvordan elever på 2.trinn stilte seg til utforskning av sammenhenger mellom ulike figurer innen figurtall.

## 1.1 Oppgavens struktur
I det neste kapittelet vil jeg presentere teorien som er grunnlaget for analysen min. Først vil jeg beskrive både algebra og tidlig algebra, for deretter å komme inn på teorien jeg vil knytte direkte til strategiene som elevene bruker. Videre i kapittel 3 presenterer jeg metoden for prosjektet. Valgene bak datainnsamling og forskningsdeltakere, samt hvordan datamaterialet har blitt analysert, vil bli belyst her. Analysekapittelet mitt er strukturert etter de ulike strategiene elevene bruker. Så i kapittel 5 har jeg drøftet hvorvidt strategiene presentert i analysen er gode strategier. I tillegg har jeg et underkapittel hvor jeg går inn på svakheter ved gjennomføringen og oppgavene. Til slutt i kapittel 6 vil jeg oppsummere funnene i prosjektet mitt.

# 2. Teori

## 2.1 Algebra
«Algebra er først og fremst et hjelpemiddel til å beskrive generelle sammenhenger og et verktøy for å løse problemer» (Bjørnestad, Kongelf & Myklebust, 2013, s.204). Dette er bare en av mange forklaringer på hva algebra er. Det mange tenker på som algebra er kanskje bruk av symboler, og spesielt bokstaver, innenfor matematikk. Å se på algebra som en

syntaktiskstyrt symbolmanipulasjon, er et snevert syn på algebra i følge Kaput og Blanton (2001). Bjørnestad et al. (2013) presenterer i alfa, Kaput sin beskrivelse på algebraisk tenkning som de selv mener er den mest komplette beskrivelsen. Kaput beskriver fem ulike former som naturlig fører til algebraisk tenkning: «(1) Generalisering fra aritmetikk og fra mønster (2) Meningsfullbruk av symboler (3) Undersøkelser av strukturer i tallsystemet vårt (4) Undersøkelser av mønstre og funksjoner (5) Prosessen i matematisk modellering, inklusive de fire første formene» (Bjørnestad et al., 2013, s.204).

Kaput sine fem punktet beskriver altså at algebraisk tenkning ikke består kun av en enkelt ide, men er sammensatt av ulike former for forståelse og tolkning av algebraiske symboler. Det er det fjerde punktet *Undersøkelse av mønster og funksjoner,* jeg har som utgangspunkt i prosjektet mitt siden denne etter min mening går mest inn på figurmønster av alle de fem ulike formene.

## 2.2 Tidlig Algebra

Carreher, Schliemann, & Schwarts (2008) poengterer flere ganger i sin artikkel at tidlig algebra ikke er det samme som algebra vi er kjent med fra ungdomsskolen og på høyere trinn. Tidlig algebra bygger sterkt på bakgrunnssituasjoner av problemer, formel notasjon introduseres bare gradvis, og er tett sammenflettet med emner fra tidlig pensum i matematikk. Så det er altså ikke bare å starte med å lære elevene forskjell på variabler og ukjente på et tidligere klassetrinn.

## 2.3 Figurtall

Lannin (2005) er en av flere forskere som har kommet frem i sin forskning at figurmønster kan jobbes med som en tidlig start på algebra. Figurtall er en gitt figurserie som forandrer seg i forhold til et forutsigbart mønster. Forandringen kan være at det vokser, synker eller bytter plass. *Figurtall* beskriver størrelsen, for eksempel antall sirkler eller ruter, mens *figurnummer* beskriver hvilken plass i tallrekken figuren har (Hinna, Rinvold & Gustavsen, 2012).

Mønsteret til figurtallet, kan uttrykkes gjennom formler, enten en eksplisitt formel eller rekursiv formel. I en eksplisitt formel lages formelen uten å bruke det foregående figurtallet men figurnummeret (Hinna et al., 2012). Her uttrykkes antall komponenter i element nr. $x$ som en funksjon av $x$. I en rekursiv formel brukes det foregående figurtallet i tallfølgen for å lage formelen (Hinna et al., 2012). Her uttrykkes antall komponenter i det generelle uttrykket som en funksjon av det foregående elementet. Elevene på 2.trinn har ikke noen forutsetninger for å finne formler på dette stadiet. Jeg vil likevel ta med litt om formelformulering for å kunne se hvordan deres eventuelle formler ville blitt på et senere tidspunkt når de har fått forutsetninger for å uttrykke seg på denne måten. Jeg vil også bruke formlene til å forklare hvilken tankegang elevene kan være preget av. Det er kanskje en rekursiv tankegang som det er mest sannsynlig at elevene velger, da det kan være enklere å se sammenhengen til det konkrete en ser enn et abstrakt tall.

Becker & Rivera (2006) presenterer to former for generalisering for figurtall. Den første er *figurativ dominans* og handler om at eleven har fokus på strukturen i figurene. Ut fra hva de ser vil eleven kunne anta hvordan de neste figurene vil se ut og eventuelt komme med en formel som da vil være rekursiv. Ved at de relaterer oppgaven til figuren istedenfor selve tallene, har de ofte en mer fleksibel måte å tenke på figurtallene på. Den andre formen for generalisering er *numerisk dominans*, her etablerer eleven sin generalisering og formel ut fra tallene i figuren. Fokuset er på figurtallene hver figur representerer, og mindre fokus på selve figuren. Becker & Rivera (2006) sier at denne dominansen er preget av prøving og feiling, og kan ofte være lite fleksibel måte å se figurene på.

## 2.4 Strategier

Stacey (1989) identifisere fire strategier: tellemetode, differansemetode, helt-objekt metode og lineær metode. Jeg kommer ikke til å ta de to siste metodene i bruk, da de går inn på metoder som krever multiplikasjon, noe som elevene på 2.trinn ikke benytter. Tellemetoden går ut på å telle antall komponenter i figurene. Differansemetoden går ut på at elevene legger merke til hvordan komponentene øker for hver figur.

Hargereaves, Shorrocks-Taylor & Threlfall (1998) sier i sin forskning at den mest vanlige strategien brukt av barn var å «se etter differansen». Selv om Hargereaves et al. (1998) ser på numeriske oppgaver og ikke figurtall, vil dette likevel være relevant siden figurtall er numeriske oppgaver illustrert med figurer og det kan være strategien blir brukt her også siden de påsto at den var mest vanlig blant barn.

# 3. Metode

Problemstillingen min for dette prosjektet er: *Hvilke strategier bruker elever på 2.trinn for å gjenkjenne mønstre og sammenhenger i figurtall?* For å svare på problemstillingen min var det ikke tvil om at jeg måtte ut i skolen og forske på elever. Siden det er elever i arbeid med figurtall jeg vil se nærmere på. Videre i dette kapittelet kommer jeg til å beskrive valgene jeg har tatt i løpet av prosjektet mitt for å svare på problemstillingen.

## 3.1 Kvalitativ forskning

Forskningen jeg har gjort er innenfor kvalitativ forskning. Jeg gjennomførte kvalitative intervjuer. Mer spesifikt hadde jeg et semi-strukturert intervju som datainnsamling. Christoffersen og Johannessen (2012) forklarer semi-strukturerte intervju som intervju som har en overordnet intervjuguide som utgangspunkt for intervjuet, mens spørsmål, temaer og rekkefølge kan variere, hvor man kan bevege seg frem og tilbake. Jeg hadde tre forhåndsbestemte spørsmål på oppgavene i oppgaveheftet, som jeg skal se nærmere på i delkapittel *3.4 Oppgaveheftet*. Utenom dette hadde jeg friheten til å stille oppfølgingsspørsmål tilpasset til utsagnene elevene kom med.

## 3.2 Valg av deltakere

Jeg gjennomførte datainnsamlingen min i februar, i en klasse på 2.trinn ved en barneskole i Trondheim. Som jeg sa innledningsvis, så er grunnen til at jeg valgte 2.trinn som klassetrinn for prosjektet mitt et følge av praksisoppdraget jeg gjennomførte på høstsemesteret. Det kommer ikke uten utfordringer å utføre et slikt forskningsprosjekt på et så lavt trinn. På grunn av deres evner til å uttrykke sin tankegang skriftlig, og ikke ha muligheten til å bruke lyd- eller videoopptak, har jeg oppfordret dem til å bruke tegning for å uttrykke seg og derav brukt dette som store deler av datamaterialet mitt.

Jeg valgte å gjennomføre prosjektet mitt i praksisklassen min. Praksislæreren min, deres kontaktlærer, var positiv til prosjektet mitt og vi hadde en god dialog. Dette gjorde det enkelt for meg, siden jeg da slapp å oppsøke en annen klasse for å gjennomføre datainnsamling. Hun var behjelpelig med å informere foreldre/foresatte og organisere gjennomføringen av prosjektet. Jeg valgte å ikke gjennomføre prosjektet med hele klassen, men kun med et utvalg elever. Jeg gjorde en kriteriebasert utvelgelse (Christoffersen & Johannessen, 2012, s.51). De to kriteriene jeg brukte var (1) at de gikk på 2.trinn og (2) at de ville delta frivillig. Det var åtte elever som ønsket å delta. For å bevare elevenes anonymitet vil de refereres til som elev A-H. Alternativt vil jeg omtale elevene som *han*, siden kjønn ikke er en faktor jeg kommer til å legge vekt på i prosjektet mitt. I prosjektet mitt har jeg som hensikt å representere en bestemt gruppe, ikke en større gruppe av befolkningen.

## 3.3 Gjennomføring av datainnsamling

Instrumentene for datainnsamlingen min var oppgaveheftet (Vedlegg A) og meg selv som veileder/lærer og observatør. Datainnsamlingen ble gjennomført i løpet av to skoleøkter på to ulike skoledager i løpet av praksisperioden, hvor jeg selv ikke hadde ansvar for undervisningen av klassen. Den første økta tok jeg først ut én gruppe hvor det var fire elever og én gruppe med to elever. Jeg valgte å senke antall elever på gruppene siden det ble mye prating elevene mellom og vanskelig for meg å fange opp utsagnene til den enkelte elev. Uken etterpå tok jeg ut den siste gruppen som også var på to elever. Det ble brukt omtrent 30 minutter på hver gruppe.

Hver elev fikk utdelt et og et oppgaveark, tilsammen fire ulike oppgaver. Jeg vil beskrive oppgavehefte nærmere i neste delkapittel. De fikk tid til å gjennomføre arket så godt de kunne, før vi deretter diskuterte i plenum for så å gå videre til neste oppgaveark. Under denne samtalen ble det i tillegg til spørsmålene på arket stilt mer åpne spørsmål for å fylle på datainnsamlingen min. Som tidligere skrevet er dette et semi-strukturert intervju.

## 3.4 Oppgaveheftet

Oppgaveheftet besto av fire sider med ulike oppgaver om figurtall (se oppgaveheftet i Vedlegg A). Hvert oppgaveark hadde ei tallrekke i form av figurtall og i tillegg tre spørsmål som var like for alle tre arkene. Spørsmålene oppfordret elevene til å uttrykke sin forståelse av tallmønstrene og var:

1. Hva har skjedd mellom Figur 2 og Figur 3? Tegn.
2. Hvordan vil Figur 4 se ut? Tegn den.
3. Ser du noen sammenheng mellom figurene? Tegn og forklar.

Jeg vil i de kommende delkapitlene presentere de ulike oppgavene og matematikken bak dem. Det er ikke alle formlene som er aktuelt for trinnet jeg er på. Jeg velger å ha de med uansett for å vise at mønstrene åpner for ulik matematikk og kan dermed være aktuelle for elever på mange flere nivå enn hvor disse elevene er.

### 3.4.1 Oppgave 1

Den første oppgaven består av figur 1 med én sirkel, figur 2 med to sirkler og figur 3 med fire (se Figur 1). Mønsteret kan representeres med følgende formler hvor $f_x$, $g_x$ og $h_x$ står for figurtallet og x står for figurnummeret:

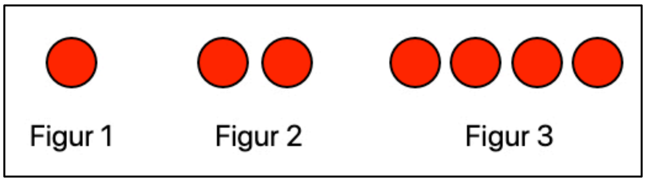
Rekursiv formel:

$$f_x = f_{x-1} \cdot 2$$

$$g_x = g_{x-1} + (x-1)$$

Eksplisitt formel:

$$h_x = 2^{(x-1)}$$




*Figur 1: Rekursivt mønster i oppgave 1*

I læreplanen i matematikk finner vi et mål om at elevene skal kunne doble og halvere (Utdanningsdirektoratet, 2013a). Dette var tanken mønsteret jeg lagde til oppgave 1. Formelen knyttet til denne kan du se i formel $f_x$ ovenfor. Figurtallet ($f_x$) vil bli det dobbelte av figurtallet til figuren før ($f_{x-1}$). Jeg så at mønsteret ut ifra de tre figurene som er opptegnet, se figur 1, kunne bli sett på en annen måte enn dobling. Ved å se hvor mye figurtallet «hopper» mellom hvert figurnummer, kommer en fram til formel $g_x$. For figurnummer x vil altså figurtallet ($g_x$) blir figurnummeret til figuren før ($g_{x-1}$) addert med figurtallet til figuren før (x-1). For eksempel for figur 4, vil figurnummeret være figurtallet til figur 3 pluss figurnummeret til figur 3. Siden jeg har to ulike framgangsmåter mønsteret kan bli sett på, som begge er knyttet til en rekursiv formel, har jeg valgt å kalle mønsteret for *rekursivt mønster.*

### 3.4.2 Oppgave 2

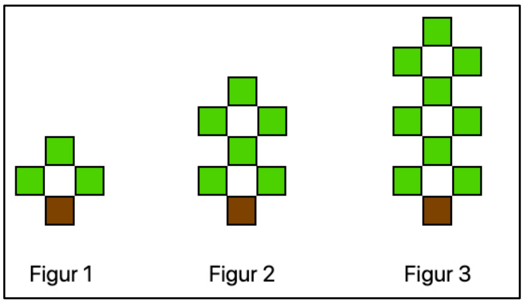
Den andre oppgaven består av figur 1 med et brunt kvadrat og tre grønne kvadrat, figur 2 med tre flere grønne kvadrater lagt til over og figur 3 med tre grønne kvadrater lagt til over der igjen (se Figur 2). På grunn av hvordan den er oppbygd kaller jeg mønsteret for *tremønster.* Mønsteret kan her representeres med følgende formler hvor f(x) og g(x) står for figurtallet og x står for figurnummeret:

Rekursiv formel:

$$f_x = f_{x-1} + 3$$

Eksplisitt formel:

$$g_x = 3x + 1$$




*Figur 2: Tremønster*

Jeg ønsket å ha et mønster som økte likt for hver figur. *Tremønsteret* vil for hvert figurnummer være forrige «tre» pluss tre nye ruter, slik vi ser det ut ifra den rekursive formelen $f_x$. Ut ifra den eksplisitte formelen $g_x$, vil mønsteret bli sett på som tre grønne ruter for figurnummeret (tre for figur 1, seks for figur 2, osv.) og en konstant i form av den brune ruten på bunnen (se figur 2).

### 3.4.3 Oppgave 3

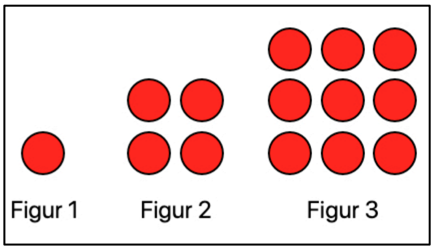
Den siste oppgaven kaller jeg for *kvadratmønster*. Det består av figur 1 med én sirkel, figur 2 med fire sirkler med to og to sammen, og figur 3 med ni sikler med tre og tre sammen (se Figur 3). Mønsteret kan representeres med følgende formler hvor $f_x$ og $g_x$ står for figurtallet og x står for figurnummeret:

Eksplisitt formel:

$$f_x = x^2$$

Rekursiv formel:

$$g_x = g_{x-1} + 2x - 1$$




*Figur 3: Kvadratmønster*

Matematikken bak dette mønsteret er muligens vanskeligere å se forklaringen til 2.klassingene i. Her er både den eksplisitte og den rekursive formelen knyttet til multiplikasjon, som ikke er et tema før senere i skoleløpet.

## 3.5 Etisk betraktninger

I forkant av datainnsamlingen min ble foreldre/foresatte informert skriftlig og elevene ble informert muntlig. I informasjonen muntlig la jeg vekt på at elevene som forskningsdeltakere ville hjelpe meg å bedre forstå hvordan de som elever på 2.trinn tenkte og utførte de gitte oppgavene. Jeg presiserte også at jeg ikke kom til å vurdere hvorvidt de løste oppgavene riktig eller galt. Den skriftlige informasjonen til foreldre/foresatte var i form av et negativt samtykkeskjema, som du kan se i Vedlegg B. Her ble de presentert for prosjektet, og at de eller elevene kunne trekke seg fra prosjektet når som helst. For å ivareta forskningsdeltakernes anonymitet har de fått pseudonymer i prosjektet mitt.

## 3.6 Analyse metode

Analysearbeidet mitt er inndelt i to kodingsfaser: Åpen koding og aksial koding. Jeg startet med å lese gjennom datamaterialet mitt. For å få en bedre oversikt noterte jeg stikkord fra intervjunotatene mine i margen på elevbesvarelsene. I tillegg noterte jeg ned umiddelbare tanker om hvilke typer strategier elevene kunne ha brukt. Jeg markerte også et par interessante oppdagelser som jeg ville se på i videre analyse.

Etter å ha lest gjennom og blitt kjent med datamaterialet mitt startet jeg med å kode materialet i ulike kategorier som beskrev de ulike strategiene som ble brukt. I arbeidet med å kode og kategorisere brukte jeg tellemetoden og differansemetoden til Stacey (1989) til kategoriene jeg kalte *Tall* og *Differansen*. I tillegg utviklet jeg seks egne kategorier jeg mente var passende: *Tegning, Markering, Figurnummer = Figurtall, Assosiering, Medelever* og *Symmetri.*

Etter denne fasen hadde jeg et behov for å kode materialet mer detaljert. På grunn av dette utviklet jeg koder av hendelsene som karakteriserte de ulike strategiene jeg identifiserte. Denne prosessen, hvor datamaterialet blir navngitt og inndelt i mindre kategorier, kalles åpen koding. Deretter samlet jeg de hendelsene som hadde fellestrekk i de ulike kategoriene jeg hadde utviklet innledningsvis (aksial koding) (Nilssen, 2014). I vedlegg C kan du se et diagram over sammenhengen mellom koder og kategorier.

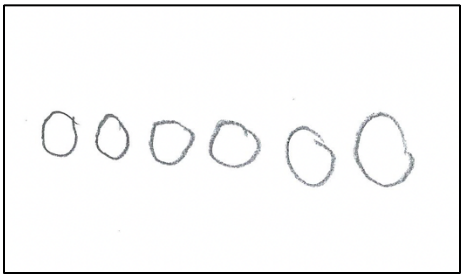
# 4. Analyse

Analysekapittelet mitt har jeg valgt å dele inn i de ulike strategiene elevene har brukt i arbeidet sitt med figurtalloppgavene. Jeg har organisert de fra mest brukt til minst brukte strategi. Jeg kommer til å tekke inn både teori og funn fra datamaterialet for å argumentere for disse strategiene.

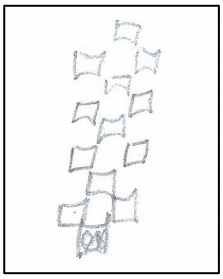
## 4.1 Tegning

*Tegning* virker som den strategien som er mest dominerende blant elevene på 2.trinn. Denne strategien har jeg delt inn i kodene *Tegning av figur 4, Tegning til tekst* og *Forklare ved hjelp av tegning.* I tillegg har jeg lagt merke til litt tegning på elevenes besvarelser som ikke er relatert til oppgaven i det hele tatt, deriblant litt hjerter her og der og et romskip som du kan se på figur 11. Det var ikke uforventet at dette skjedde, i alle fall ut fra min erfaring etter å ha vært på 2.trinn i løpet av praksis.

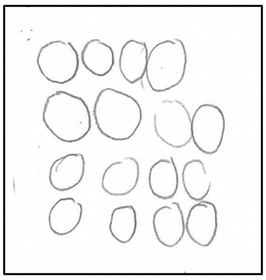
Alle elevene tegnet figur 4 i hvert av mønstrene. Du kan se noen av dem i figur 5, 6 og 7 nedenfor. Figur 4 viser elev G sin tegning av figur 4 i det rekursive mønsteret, hvor han har tegnet seks sirkler etter hverandre. I figur 5 ser du korrekt tegning av tremønsteret av elev C med 12 hvite ruter og én svart. Figur 6 viser en korrekt tegning av figur 4 i kvadratmønsteret med fire rader med fire sirkler i hver.



*Figur 5: Figur 4 i rekursivt mønster av elev G*

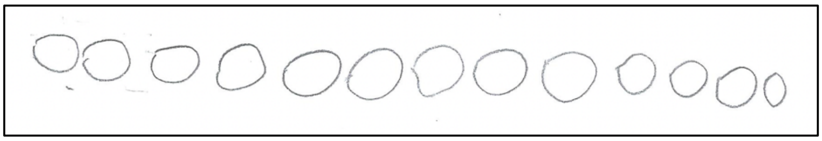


*Figur 6: Figur 4 i tremønster av elev C*

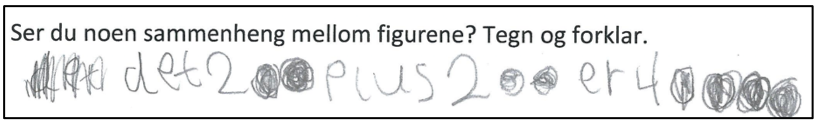


*Figur 7: Figur 4 i kvadratmønster av elev F*

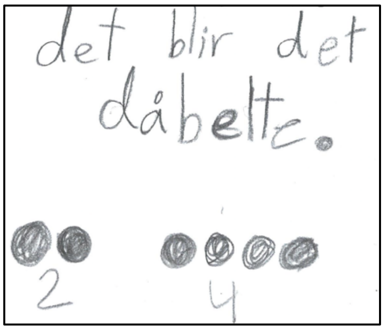
I figurene ovenfor kan det se ut som elevene har en figurativ dominans, mens i figur 8 under kan det se ut som elev F har numerisk dominans. Han har tegnet korrekt antall i forholdt til figurtall for figur 4 i tremønsteret, men representasjonen av figurtallet er som det rekursive mønsteret og ikke tremønsteret. Elevene fikk muligheten til å tegne sirkler istedenfor ruter om de ønsket og syntes dette var enklere. Det kan se ut som elev F knytter *sirkler* til den forrige oppgaven og dens representasjon av mønsteret.



*Figur 8: Figur 4 i tremønster av elev F*




*Figur 9: Tegner til tekst av elev B*

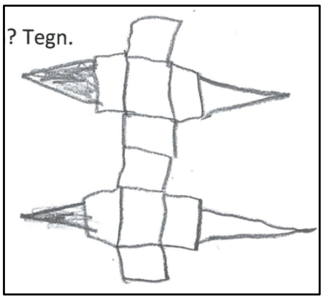



*Figur 10: Tegner til tekst av elev A*

En annen måte elevene bruker tegning til å forklare sammenhengen i figurtall er at de *tegner til teksten* de har skrevet. Dette skaper et litt sterkere bilde på hva de mener med teksten sin. I figur 9 og 10 over ser vi elev A og elev B bruker denne strategien. I figur 9 ser vi at elev B tegner inn sirklene fra figur 2 og figur 3 etter tallene i teksten sin «Det 2 pluss 2 er 4». Her er det altså snakk om doblingen som skjer mellom figur 2 og 3. Tallet «2» blir koblet mot figur 2, og tallet «4» blir koblet til figur 3. Elev A legger derimot tegningen under teksten sin for å forklare hva han mener med setningen sin (se figur 10). Dette gir indikasjoner på at elevene kanskje så på figurmønsteret som en hjelp når de skulle forklare sammenhengen.

Det er også elever som bruker *tegning* alene som en strategi. Om vi velger å se denne koden uten å ta med *tegning av figur 4,* er det ikke mange steder i datamaterialet denne strategien blir brukt. Elev C brukte tegning til å svare på spørsmålet «Hva har skjedd mellom Figur 2 og Figur 3?» på oppgave 3 med kvadratmønster, se figur 11. Han har tegnet opp figur 3 og fargelagt de fire rutene som kommer fra figur 2. Elev G har derimot brukt tegningen sin til å vise hvordan han mente at figur 2 i tremønsteret egentlig skulle se ut, se figur 12. Han sa at det var figur 1 som skulle bli lagt til for hver figur videre. For å vise dette tegnet han hvordan figur 2 egentlig skulle se ut, med 8 ruter tegnet som figur 1 opp på figur 1. Tegningen ble etterhvert til et romskip ved hjelp av trekantene på siden

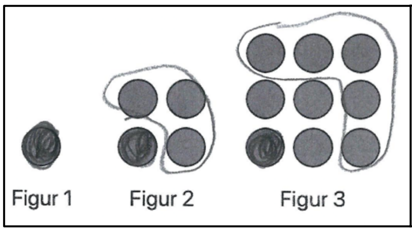
*Figur 11: Elev C sin tegning av hva som har skjedd mellom figur 2 og 3 i kvadratmønsteret.*



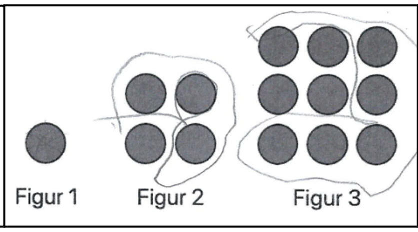

*Figur 12: Elev G sin tegning av hvordan figur 2 egentlig skulle se ut i tremønsteret.*

## 4.2 Markering

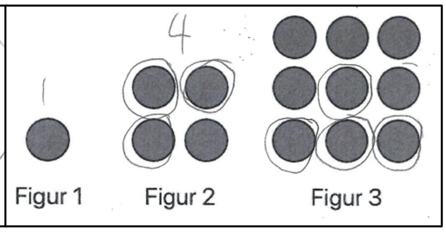
*Markering* er en strategi som ligner på tegning, men som jeg har valgt å ha for seg selv. I tegning har elevene lagd egne figurer, mens i denne kategorien jeg har valgt å kalle markering er det tegning til figurene på oppgavearkene det er fokus på. Strategien er delt inn i tre koder: *Markering av økning, markering av forrige figur,* og *Markering av rett og galt.*




*Figur 13: Markering av nye i kvadratmønster av elev A*



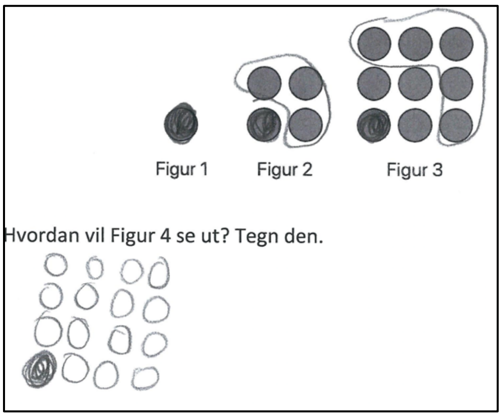

*Figur 14: Markering av nye i kvadratmønster av elev B*



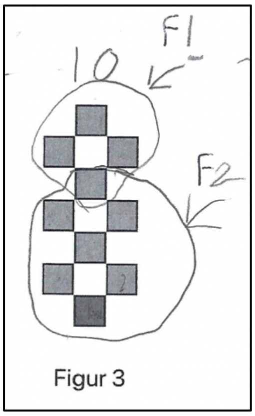

*Figur 15: Markering av nye i kvadratmønster av elev F*

Seks av åtte elever markere hva som er nytt én eller flere ganger i oppgaveheftet. Jeg har trukket ut tre eksempler fra kvadratmønsteret som du kan se i figur 13, 14 og 15 over. Her har elev A, B og F markert hva som er nytt i figur 2 og 3. Alle tre har markert tre sirkler i figur 2, elev A og B har markert fem sirkler i figur 3, mens elev F har markert 4 sirkler i figur 3. Jeg syntes det var interessant hvordan de har markert. I figur 12 kan du se at elev A har markert de nye i samme retning på figur 2 og 3, de på øverste rad og de på kolonnen til høyre. Dette kan være en indikasjon på at han ser på mønsteret som en lik, jevn økning. På den andre siden har Elev B markert øverste rad og de på høyre kolonne i figur 2, men nederste kolonne og høyre kolonne i figur 3 (se figur 14). Elev A og B har en figurativ dominans på hvordan de ser økningen med at de markerer den rundt figuren, men selv om elev B har likt antall i økning i figurtall er ikke retningen så stor betydning her. Ut fra markeringen i figur 15, kan det virke som elev F ikke ser mønsteret på samme måte som de andre. Han har markert øverste rad og venstre kolonne i figur 2, men i figur 3 har han markert nederste rad og sirkelen i midten av raden i midten. Det ser ut som istedenfor å markere økningen, så har han markert den forrige figuren som består av fire sirkler, men markeringen illustrerer ikke på noen god måte hvordan figuren har vokst.

Dette leder oss inn mot den andre koden innen markering, altså *markering av forrige figur.* Istedenfor å markere det som har blitt lagt til, har altså noen elever markert det som har blitt gjentatt i figurene. Denne strategien kan kobles opp mot en rekursiv tankegang, hvor man finner økningen ved å bruke det forrige leddet, eller den forrige figuren. Elev A har fargelagt figur 1 sin posisjon i de videre figurene i kvadratmønsteret (se figur 16). I figur 17 ser vi en annen måte elevene har brukt markering av tidligere figurer. Her har elev E markert med sirkel og pil hvor han ser figur 1 (F1) og figur 2 (F2) i figur 3 i tremønsteret.

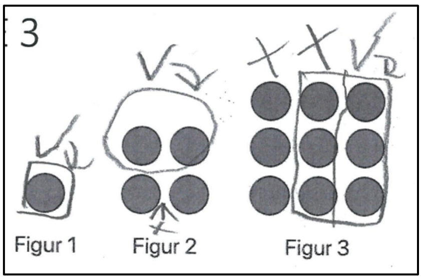



*Figur 16: Elev A har markert hvor figur 1 er i figur 1, 2, 3 og 4 i kvadratmønsteret.*

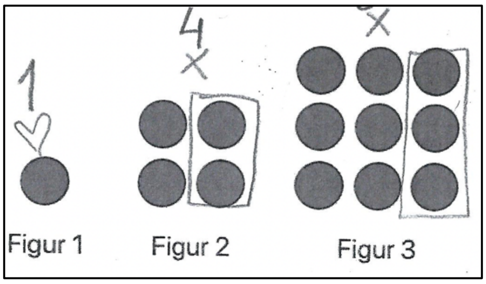



*Figur 17: Elev E har tegnet sirkel rundt der han ser figur 1 og figur 2 i figur 3 i tremønsteret.*

Den siste koden i strategien markering, er *markering av rett og galt*. Elev G og H har brukt markering til verken markere vekst eller forrige figur. De har derimot markert det som er riktig og galt. I figur 18 under har elev G markert rundt med sirkel og haket av for det som skal være der og satt «x» på det som ikke skal være der i figur 3. Elev H har markert med hjerte eller en boks rundt det som han mener er riktig i figuren og en «x» over hva som er galt (se figur 19). De begge viser at det er kun én som er riktig i figur 1, to i figur 2, og tre i figur 3. Jeg kommer til å gå nærmere inn på denne i 4.4 Figurnummer = Figurtall, men nevner den her siden de bruker markering som strategi.




*Figur 18: Elev G markerer hva som er riktig og galt i kvadratmønsteret*

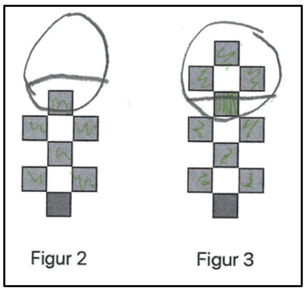



*Figur 19: Elev H markerer hva som er rett og galt i kvadratmønsteret*

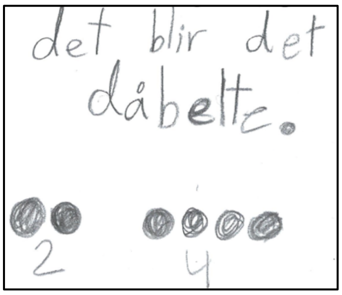
## 4.3 Differansen

En annen strategi elevene bruker for å gjenkjenne sammenhenger i figurtall er hva jeg har kalt *differansen*. Både Stacey (1989) og Hargereaves et al. (1998) sier at elever bruker differanse som en metode innen figurtall. Disse kommer av forskning gjort på elever på et høyere nivå enn det jeg forsker på. På grunn av dette og at jeg har funnet spor av dette også i mitt datamateriale er dette interessant å ha med. Kodene denne kategorien er delt inn i er *markering, tegning til ord, tegning, skriving* og *språk.* De tre første kodene overlapper de to foregående strategiene, men jeg har valgt å ta de med i begge likevel fordi de spiller en stor rolle for hvordan elevene uttrykker differanse. Den største delen av datamaterialet mitt er selve elevbesvarelsene og som sett tidligere er tegning og markering en stor del av den.

Nesten alle elevene bruker den første koden *markering* for å vise differansen mellom figurene. I figur 20 under ser vi elev A som har markert differansen i tremønsteret. Han har markert en sirkel rundt det nye i figur 3, og i tillegg markert hvor det nye blir i figur 2. Det kan se ut som elev A har heller enn figurativ dominans, enn numerisk dominans ved denne oppgaven.

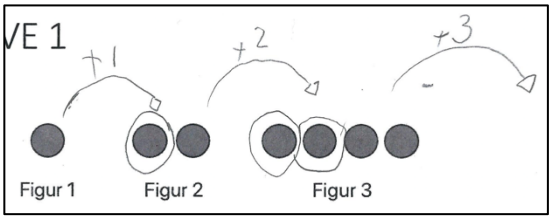


*Figur 20: Elev A markerer differansen i tremønsteret*



*Figur 21: Elev A svar på sammenhengen mellom figurene i rekursivt mønster.*

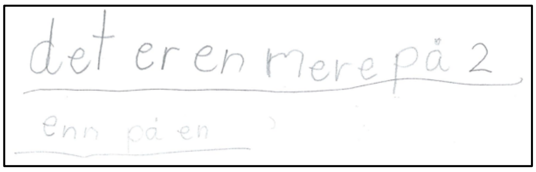
I figur 21 over ser du et eksempel på koden innenfor *differansen* jeg har valgt å kalle *tegning til ord.* Elev A har skrevet «det blir det dåbelte.» og deretter har han tegnet figur 2 og 3 med figurtallet under tegningen. Han bruker da denne tegningen til å forsterke påstanden han kommer med i teksten. Det at eleven her ser dobling kan det se ut som han ser mønsteret gjennom den rekursive formelen $f_x$ (se 3.4.1 Oppgave 1).



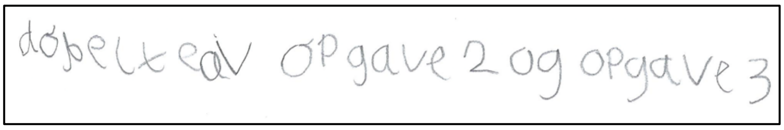
*Figur 22: Elev E beskriver differansen ved hjelp av piler i rekursivt mønster*

Den tredje koden vi skal inn på innen kategorien differansen er *tegning.* I figur 22 kan du se elev E beskrive differansen mellom figurene i det rekursive mønsteret ved hjelp av å tegne piler mellom hver av figurene og skrive «pluss differansen» over. Han tegner også sirkel rundt de «nye» sirklene. Elev E ser ut til å ha forstått mønsteret ut ifra den rekursive formelen $g_x$. I tillegg til å tegne og markere differansen, svarer han muntlig til spørsmålet om sammenhengen mellom figurene: «Det blir alltid en mer, så da blir det +1, +2, +3, +4, +5, +6, +7, +8, +9, +10, +11, +12, +13». Derfor vil jeg anse *snakking* også som en kode innen kategorien differansen.

*Differansen* er den strategien som skrivingen kommer best fram i, derfor har jeg laget koden *skriving*. Det var tre elever som klarte å uttrykke med ord hvordan sammenhengen i figurtallet var for det rekursive mønsteret og tremønsteret. I figur 23 under ser du elev C sitt svar på sammenhengen mellom figurene i det rekursive mønsteret. Han skriver «det er en mere på 2 enn på en». Elev C ser altså forholdet mellom figur 1 og 2. Hvis jeg skal si noe om hvilken av de rekursive formlene knyttet til oppgaven han har brukt, vil jeg si $g_x$. Dette av den grunn at han skriver *en mer* og ikke dobbelte. Derfor kan vi også si at elev B ser det ut fra formel $f_x$ siden han skriver om dobling. Jeg spurte han hva han mente med «dobelt av opgave 2 og opgave 3» (se figur 24). Da pekte han på figur 2 og 3 og sa det hadde doblet seg.

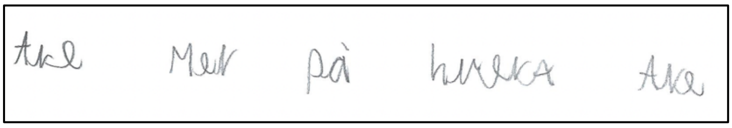



Figur 23: Elev C sitt svar på sammenheng mellom figurene i det rekursive mønsteret

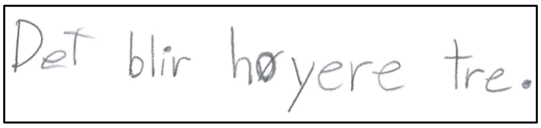



Figur 24: Elev B sitt svar på sammenheng mellom figurene i det rekursive mønsteret

I tremønsteret svarte elevene A-D noe lignende i «tre mer for hvert tre» som du kan se elev D har skrevet som sitt svar i figur 25, eller «Det blir høyere tre» som elev A i figur 26. De beskriver differansen som at det blir *tre mer* eller at det blir *tre høyere*. *Det* og *hvert tre* er de ordende elev D og A bruker til å beskrive figurene.



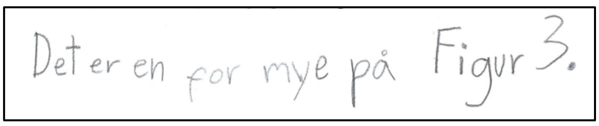
Figur 25: Elev D sitt svar på sammenhengen mellom figurene i tremønsteret



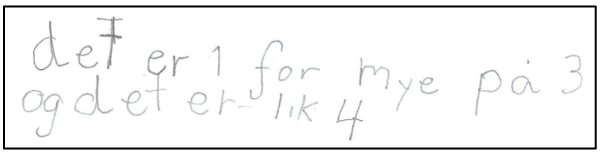

Figur 26: Elev A sitt svar på sammenhengen mellom figurene i tremønsteret

## 4.4 Figurnummer = Figurtall

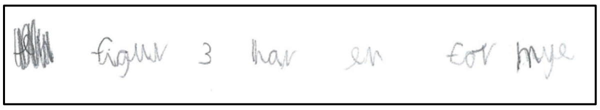
*Figurnummer = Figurtall* er en ganske spennende strategi. I denne kategorien har elevene stort sett uttrykt at figurene jeg har presentert er feil. Feilen de ser er at figurnummeret ikke stemmer med figurtallet. Kategorien er delt inn i tre koder *skriving, tegning og markering,* og *snakking.* Jeg har også for denne kategorien valgt å ta med tegning og markering som en kode siden dette er en av uttrykksformene for kategorien.




Figur 27: Elev A sitt svar på hva som har skjedd mellom figur 2 og 3 i det rekursive mønsteret.



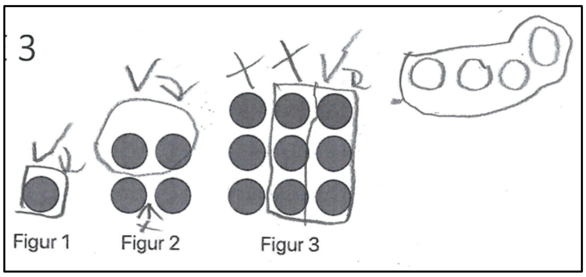

Figur 28: Elev C sitt svar på hva som har skjedd mellom figur 2 og 3 i det rekursive mønsteret



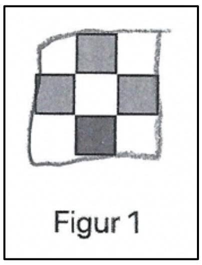

*Figur 29: Elev D sitt svar på hva som har skjedd mellom figur 2 og 3 i det rekursive mønsteret.*

Den første koden i denne kategorien er *skriving*. Det var tre elever som skrev at figuren var feil i det rekursive mønsteret. Elev A, C og D skriver at det er en for mye på figur 3 (se figur 27, 28 og 29). Det ser ut til at disse eleven ser mønsteret som en konstant økning og i samsvar med figurnummeret. Grunnen til at de sier at figuren 3 er feil kan komme av at for figur 1 og figur 2 så har figurnummeret og figurtallet lik verdi, derav burde det være slik for figurene videre også.

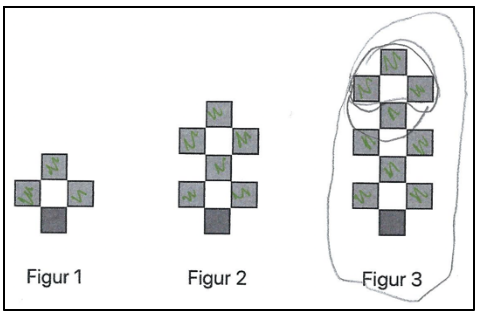
Deretter har vi koden *tegning og markering*. I figur 30 kan du se hvordan elev G sin uttrykt sin forståelse ovenfor kvadratmønsteret. Han har markert hva som er riktig og galt i figur 1-3, som overlapper koden *markering av rett og galt* fra *4.2 Markering*. Han har også tegnet figur 4 ut ifra hva han forstår som riktig figur. Figur 1 med sin ene sirkel er riktig, mens figur 2 skal bare ha to av de fire sirklene ifølge elev G. Figur 3 skal bare ha tre sirkler og figur 4 har han tegnet med 4 sirkler. Slik jeg har forstått det har elev G sett en relasjon mellom figurnummer og figurtall, som sier de skal ha lik verdi. Dette kan indikere en numerisk dominans, siden han ser mønsteret gjennom figurnummeret heller enn figuren i seg selv. I tillegg er det ujevne retningen på økningen av mønsteret han ønsker. Figur 2 og 4 er vannrett, og figur 3 er loddrett. Vanskelig å si om figur 1 er vannrett eller loddrett, men den har potensiale til å bli sett på begge måter. Selv om elev G anser mønsteret som feil, er det mønsteret han forestiller seg ikke feil ifølge forklaringen på hva figurtall er. Mønsteret hans er forutsigbart, og det både vokser og forandrer plassering.




*Figur 30: Elev G markerer hva som er riktig i figurene og tegner riktig figur i kvadratmønsteret.*




*Figur 31: Elev G har tegnet rundt hva som skal gjentas i tremønsteret.*




*Figur 32: Elev B har markert veksten i tremønsteret*

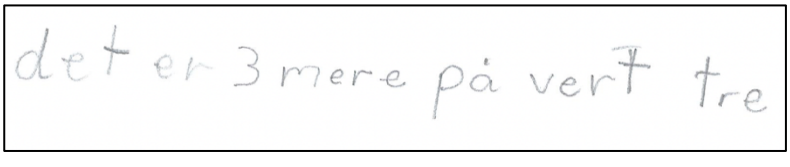
Flere av elevene bruker *snakking* som metode for å vise at de tenker *figurnummer = figurtall.* Noen elever sier at figuren er feil på det rekursive mønsteret og noen sier kvadratmønsteret er feil. Enten ved at de kommer med påstanden selv eller at de sier seg enig i andre sin påstand. Det er også én elev, elev G, som sier tremønsteret er feil. Han forsetter med å forklare at det mangler ruter på figur 2 og 3. Rundt figur 1 tegner han en firkant (se figur 31) og sier at denne skal legges opp på hverandre i de videre figurene. Mønsteret hans er derfor fire og fire som blir lagt til hver gang og mønsteret blir sett på med en figurativ dominans

Det var også en elev som snakket om hvordan mønsteret økte ved å se på sammenhengen mellom figurnummer og figurtall. Elev B sier «den blir fire siden den er tre» også peker han på den minste sirkelen han har tegnet rundt de tre øverste rutene på figur 3 (se figur 32). Det kan virke som elev B ser på tre og tre ruter som en enhet, og at disse blir lagt til for hver figur. Denne tankegangen antyder at han er inne på formel $g_x$ (se 3.4.2 Oppgave 2), selv om han ikke nevner den nederste ruten i forklaringen sin og dermed ikke «+1»-leddet i formelen. Elev B er den eneste eleven som bruker figurativ dominans og beskriver økningen med en eksplisitt tankegang.

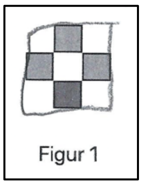
## 4.5 Assosiering

*Assosiering* er en strategi som bygge på hvordan elevene ser figurene. Jeg stilte spørsmål som var noe sånt som: *Hvordan ser figurene ut?* eller *Kan du beskrive figuren?* På disse spørsmålene fikk jeg to forskjellige typer svar som ga kodene: *assosierer med gjenstander* og *figurtall.*

*Assosierer med gjenstander* vil jeg si er den strategien som kanskje får best frem barnet i 2.klassingen. Vi har for eksempel flere elever som i tremønsteret refererer til figuren som trær når de skal forklare sammenhengen mellom figurene. Figur 33 under gir et eksempel på dette av elev C. Vi har også elev G og H som kommer med flere forslag til hva figurene i det rekursive mønsteret og tremønsteret er. Sirklene i figur 2 og figur 3 i det rekursive mønsteret sier de at er en bil og så en lastebil. Det kan da virke som de assosierer sirklene med antall dekk på kjøretøy.



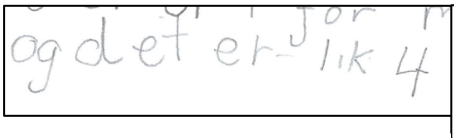

Figur 33: Elev C sitt svar på sammenhengen mellom figurene i tremønsteret.



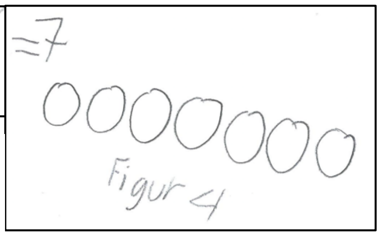

Figur 34: Elev G sin terning i tremønsteret

Det som er litt interessant er hvordan elev G og H ser tremønsteret. Trær blir ikke nevnt i det hele tatt, men de ser mye som jeg ikke ser. Elev G sier for eksempel at figur 1 er en terning og at det er denne som skal gjenta seg i de ulike figurene (se figur 34 over). Elev G har tegnet rundt hva som skal gjentas i tremønsteret. Elev H sier at figur 2 ser ut som en lang diamant om han ser på den stående, men liggende ser det ut som en mann og en dame som lager middag. Elev G er enig i påstanden om diamanten, men sier ikke noe til Elev H sitt syn på figuren liggende. De er begge enige om at figur 3 ser ut som følgene ting: lastebil, stige, bille eller tre hoder.

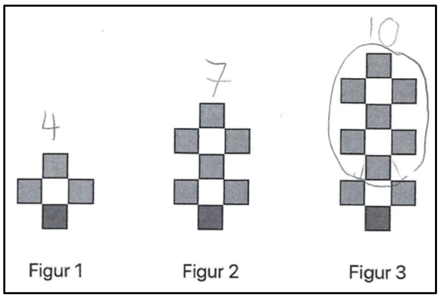
Den andre koden inne *assosiering* er *figurtall.* Istedenfor at elevene har svart hvordan figurene ser ut i form av gjenstander, har de svart hvor mange sirkler eller ruter de består av. I figur 35 kan du se elev C sitt svar på hva som har skjedd mellom figur 3 og 4 i det rekursive mønsteret. Han har skrevet at *det er lik 4*. I figur 36 under ser du figur 4 tegnet av elev E. Han har i tillegg skrevet «=7» over tegningen. Det samsvarer med antall sirkler han har tegnet. Tegningen viser til figurativ dominans siden den lik med de andre figurene, mens tallene han har skrevet på bikker mer mot numerisk dominans siden elev E ikke bruker tegningen alene for å forklare mønsteret. Elev E og F har skrevet figurtallet over hver figur i både tremønsteret og kvadratmønsteret. Et eksempel på dette kan du se på figur 37 hvor elev F har skrevet figurtallene over tremønsteret.




*Figur 35: Deler av elev C sitt svar på hva som har skjedd mellom figur 2 og 3 i det rekursive mønsteret*



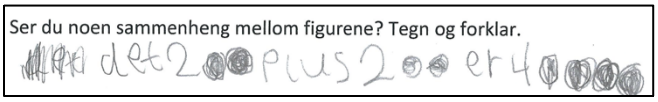

*Figur 36: Elev E sin tegning av figur 4 i det rekursive mønsteret markert med figurtall.*



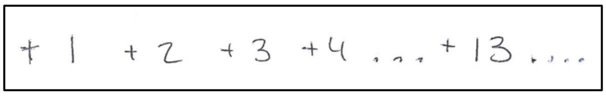

*Figur 37: Figurtall til tremønsteret skrevet over figurene av elev F.*

## 4.6 Tall

Strategien *tall* er ikke den som er mest brukt, men dens innhold er litt varierende. Kategorien er delt inn i tre ulike koder: *addisjon, telling* og *tall.* Et eksempel på bruk av koden *addisjon* er da elev B skriver et regnestykke for sammenhengen i figurene i det rekursive mønsteret. Som du ser i figur 38 under, skriver han «2 pluss 2 er 4». Uten å bruke notasjon ved bruk av tegn, får han fram hvordan han ser sammenhengen mellom figur 2 og 3. Elev E bruker også addisjon for å forklare økningen i det rekursive mønsteret. Han sier at det alltid blir én mer, og derfor blir det «+1, +2, +3, +4, +5, +6, +7, +8, +9, +10, +11, +12, +13» (se figur 39 under for min representasjon av hva elev E beskrev med ord).

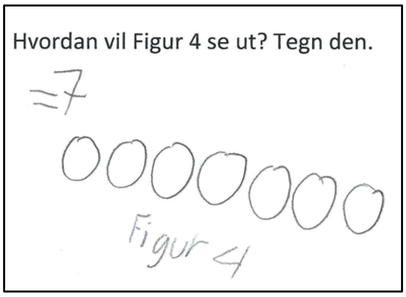



*Figur 38: Addisjonstykket til elev B i det rekursive mønsteret*

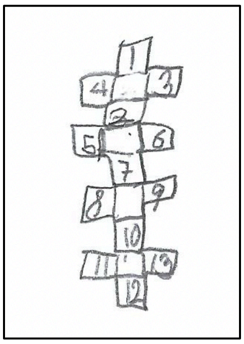



*Figur 39: Min representasjon av hvordan elev E beskrev økningen i det rekursive mønsteret.*

Elevene har i tillegg til *addisjon*, brukt *tall* og *telling* til å beskrive figurene i mønstrene. Jeg så at flere elevere noterte figurtallet. Elev F skriver figurtallet over figurene i tremønsteret og kvadratmønsteret. Elev E gjør det samme, men i tillegg noterer figurtallet til figur 4 i det rekursive mønsteret ved å skrive «=7», som du kan se i figur 40 under. Elev H noterer det kun over kvadratmønsteret.




*Figur 40: Elev E sitt svar på hvordan figur 4 ser ut i det rekursive mønsteret*

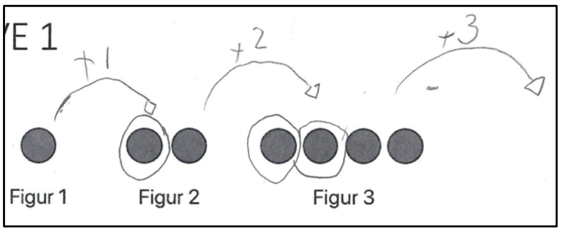



*Figur 41: Elev E sin tegning av figur 4 i tremønsteret*

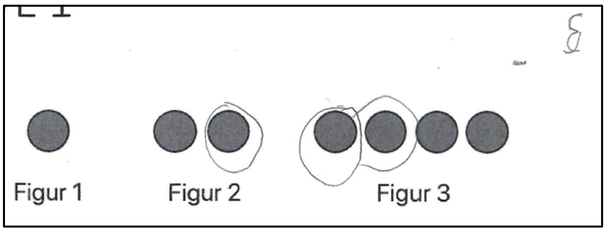
Over i figur 41, kan vi se en annen bruk av tall i arbeidet med figurtall. Her har elev E skrevet tall i alle rutene i tremønsteret. Han sier, etter han har tegnet pilene mellom figurene, at det skal være 13 ruter i figur 4, så tegner han figuren og noterer inn tall for hver rute fra 1 til 13.

### 4.7 Medelever

Denne strategien er kanskje vanskelig å argumentere for i den måten dette prosjektet er utført på, men viktig å ta med uansett. Denne strategien har jeg kalt *medelever*. Det hadde vært enklere å argumentere for at de bruker hverandre som en ressurs med videoopptak, men utfra notatene mine fra diskusjonen og observasjonen i oppgavearbeidet har de brukt hverandre til å forstå mønsteret. De ser på hverandre, hører på hverandre, sier seg enig med de andre sine strategier, og det virker som de prøver ut andre sine strategier. Dette så jeg et eksempel av med elev F og E i arbeidet med det rekursive mønsteret. Her så elev F mye på elev E, og på oppgavearkene deres har de gjort omtrent det samme.




Figur 42: Elev E sitt arbeid med det rekursive mønsteret

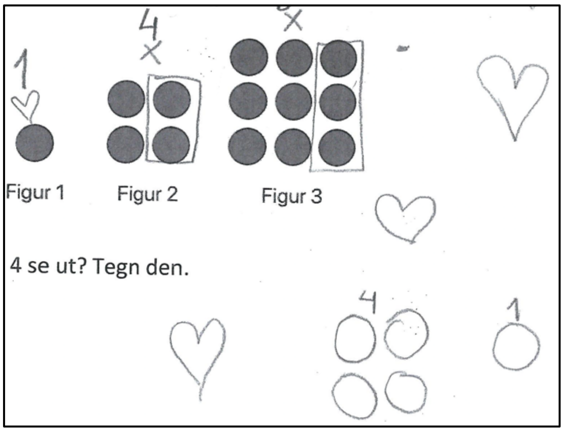



Figur 43: Elev F sitt arbeid med det rekursive mønsteret

I figurene 42 og 43 ovenfor kan du se begge elevene sitt arbeid med det rekursive mønsteret. Begge har markert en sirkel på figur 2 og to sirkler på figur 3. Disse kan representere hva som er fra forrige figur, altså en rekursiv tankegang, eller de kan representere hva som er nytt om vi ser de i sammenheng med pilene som beskriver veksten elev E har tegnet. Elev F har ikke tegnet pilene, men det kan se ut som han har skrevet et 3-tall øverst i høyre hjørne i et forsøk på å etterligne elev E sin metode. Om det hadde blitt brukt tid til at elevene her fikk beskrevet tankegangen sin mer til de andre elevene, så kunne elev F kanskje forstår strategien bedre. Et argument for å samarbeide i matematikk. Elevene kan lære av hverandre og utvikle nye strategier ved å høre hva andre har tenkt.

## 4.8 Symmetri

Den siste strategien jeg skal presentere er *symmetri*. Det er bare én elev som bruker denne strategien, men siden den ikke var forventet tar jeg den med uansett. Som skrevet i teoridelen, forandrer figurtallet seg i et forutsigbart mønster, enten ved økning, synkning eller plasseringsforandring. Eleven H så det på en litt annen. Han tenkte at alle mønstrene sank igjen. Dette ville da gi tallfølget 1-2-4-2-1 for det rekursive mønsteret, 4-7-10-7-4 for tremønsteret, og 1-4-9-4-1 for kvadratmønsteret. Han hadde altså en symmetrisk tankegang i forhold til mønstrene og sammenhengene i figurtallene. I figur 44 kan du se hvordan han har tegnet opp både figur 4 og figur 5 for kvadratmønsteret. Vi kan også se at elev H har skrevet figurtaller over figurene, og figurtallet til figur 2 og 4 er likt, og figurtallet til figur 1 og 5 er likt.




Figur 44: Elev H sin symmetriske representasjon av kvadratmønsteret

## 5. Drøfting

I analysen av datamaterialet mitt har jeg altså kommet fram til åtte forskjellige strategier elevene i denne 2.klassen bruker til å gjenkjenne mønstre og sammenhenger i figurtall. Videre vil jeg diskutere hvorvidt disse strategiene er gode strategier.

Det er vanskelig å si hvor mye av *tegning* og *markering* som er elevenes egen strategi, på grunn av min påvirkning som lærer/veileder. Spørsmålene på oppgavearket spurte direkte etter tegning, og muntlige spørsmål som f.eks. «hva er nytt?» kan være ledende inn mot både tegning og markering. Så hvor mye de hadde brukt denne strategien hadde de ikke vært oppfordret til det, er usikkert. I eksempler hvor de har tegnet til tekst, er det deres egen strategi, men tegning av figur 4 kommer fra instrukser. Jeg vil ikke si tegning er en dårlig strategi, men kanskje sterkere sammen med andre.

Overlappingen mellom *tegning* og *markering*, og *differanse* og *figurnummer = figurtall*-strategiene viser et godt eksempel på dette. Tegning og markering er koder i disse strategiene og er med på å gjøre deres strategi mulig. *Differansen* er jo en av kodene mine som har andre sin forskning i ryggen. Stacey (1989) og Hargereaves, Shorrocks-Taylor & Threlfall (1998) presenterer differanse som en metode innen deres forskning. Det at eleven ser på differansen i figurene kan være en inngang til algebraisk tenking. Om de bare bruker den forrige «overgangen» eller om de klarer å se mønsteret i «alle overgangene» er en viktig faktor her. Det å se på differansen åpner både for numerisk og figurativ dominans, som et bakteppe for generalisering i fremtiden. *Figurnummer = figurtall* vil jeg si er en strategi som er enten god eller ikke. Det var flere som brukte sammenligning mellom figurtall og figurnummer til å si at figuren var feil. Det var derimot en elev som gjennom tegningene så at figurtallet og figurnummeret gav en sammenheng som var knyttet til den eksplisitte formelen til figurtallet. Jeg vil si at dette er hva en ønsker å få fram ved å se på figurnummeret og figurtallet.

Videre til de mindre strategiene som *medelever, tall, assosiering og symmetri.* Jeg vil si at *medelev* kun er en god strategi om medeleven som lærer bort strategien har en god strategi. Også må den som adopterer strategien forstå den og ikke bare ta alt for god fisk. Det er ikke alltid at alle andre har rett. Strategien *tall* er den jeg tenker passer best i arbeidet med tidlig algebra i tillegg til tegning og markering. Som Carreher et al. (2008) sier i sin artikkel er at arbeidet med tidlig algebra skal være tett sammenflettet med emner fra pensum. Addisjon, telling og tall er emner de er kjent med, og slik de har brukt dem her har de klart å gjenkjenne mønster og sammenhenger. Strategien *assosiering* er mer preget av å se den gjeldende figuren enn å se sammenhenger. Uten egnet assosiering vil ikke denne strategien være gunstig for å se hvordan figuren forandres. Til slutt har vi *symmetri* som er en spennende strategi, og i flere tilfeller vil dette passe til det gjeldende mønsteret. I videre arbeid mot generalisering og formelformulering, vil denne strategien bli vanskelig og lite praktisk.

## 5.1 Kritikk til oppgaven

Jeg så det som mest hensiktsmessig å bruke elevbesvarelsene som mitt forskningsmateriale, ettersom av etiske syn ikke fikk gjennomført video- eller lydopptak. Hadde dette vært en mulighet hadde jeg hatt mer fokus på samtalen etterpå. Da hadde jeg hatt større mulighet til å stille flere åpne spørsmål for å få en større forståelse for hvordan de hadde tenkt, uten at jeg måtte ha fokusert på å notere ned det jeg trodde var viktig der og da.

Til slutt litt om selve oppgaven. Det kom flere konsekvenser av at oppgavearkene ble skrevet ut i sort/hvit istedenfor i farger. Ulempen var vel at det ikke var alle som så at *treet* i tremønsteret vokste oppover, siden *stammen* og *bladene* var omtrent samme farge. Fordelen var at vi fikk fram at elevene kunne assosiere figurene med andre gjenstander enn hva som var ment for den. Det var dessverre ikke det mest hensiktsmessige å se for seg at figurene var noe nytt i hver av figurene, som en terning i figur 1, én mann og én dame som lager mat i figur 2, og en lastebil i figur 3. Men om vi ser på assosieringen til det rekursive mønsteret, hvor eleven først så en bil i figur 2, og videre en lastebil i figur 3, kunne denne oppgaven blir konkretisert med å faktisk snakke om dekkene på biler. Noe som i følge Carreher et al. (2008) vil være en mer gunstig oppgave enn bare figurene jeg har presentert, siden de da får en bakgrunnssituasjon knyttet til seg.

Om oppgavene hadde hatt en sterkere bakgrunnssituasjon ville dette muligens gitt meg andre strategier enn de jeg har fått for dette opplegget. En annen mulighet er å bruke konkreter, som å gjøre situasjonen mer visuell for elevene, og gi et mer visuelt inntrykk til meg for hvordan de tenker. Her veldig avhengig av videoopptak.

Noe jeg ikke hadde tenkt over før jeg var i oppgavesituasjonen var at *sammenheng* er et vanskelig ord. De fleste av elevene forsto ikke begrepet, og det var vanskelig å forklare det uten å ta oppgaven i bruk som en konkret for beskrivelsen. Jeg ville da kanskje holdt meg til de to første spørsmålene: «Hva har skjedd mellom Figur 2 og Figur 3?» og «Hvordan vil Figur 4 se ut?».

# 6. Oppsummering

I dette prosjektet har jeg prøvd å finne svar på følgene problemstilling: *Hvilke strategier bruker elever på 2.trinn for å gjenkjenne mønstre og sammenhenger i figurtall?* For å svare på dette har jeg observert elever på 2. trinn i arbeid med et hefte med oppgaver om temaet. I analysen min har jeg trukket fram åtte strategier jeg fant ut ifra datamaterialet mitt: *Tegning, markering, differansen, figurnummer = figurtall, assosiering, tall, medelever* og *symmetri.*

Deretter har jeg diskutert hvorvidt disse strategiene er gode strategier. *Tegning* og *markering* er gode, men er ikke helt på topp når de gjøres alene. *Differansen* åpner for generalisering og algebraisk tenkning. *Figurnummer = figurtall* har potensialet til at elevene ser figurtallet gjennom den eksplisitte formelen. Videre er de mindre brukte strategiene, slik som *medelever* og *symmetri,* bare gode i enkelt tilfeller eller under visse omstendigheter.

Til slutt har jeg sagt litt at selve utformingen kan ha hatt en innvirkning på hvilke strategier som har kommet fram. For eksempel at noen spørsmål var ledende mot strategiene *tegning* og *markering*, og mangelen på video- eller lydopptak begrenset muligens sjansen for andre strategier.

# Litteraturliste


Becker, J. R., & Rivera, F. (2006). Establishing and justifying algebraic generalizations at the sixth grade level. I Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehlíková, N. (Red.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4. Prague: PME.

Bjørnestad, Ø., Kongelf, T.R. & Myklebust T. (2013). *Alfa: matematikk for grunnskolelærerutdanningene 1-7 og 5-10.* Bergen: Fagbokforlaget.

Christoffersen L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene.* Oslo: Abstrakt.

Hargereaves, M., Shorrocks-Taylor, D. & Threlfall, J. (1998). Children's Strategies with Number Patterns. *Educational Studies, 24*, 315-331.

Hinna, K., Rinvold. R., & Gustavsen, T. (2012). *QED 1-7: Matematikk for grunnskolelærerudanningen, Bind 1*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.

Kaput, J., & Blanton, M. (2001). Algebrafying the elementary mathematics experience. Part I: Transforming task structures. I H. Chick, K. Stacey, J. Vincent, & J. Vincent (Red.), *The future of the teaching and learning of algebra: Proceedings of the 12th ICMI Study Conference*, Vol. 1. Melbourne Australia: The University of Melbourne.

Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning, 7,* 231 - 258.

Mason, J. (2018). How Early is too early for thinking algebraically? I C. Kieran (Red.), *Teaching and Learning Algebraic Thinking with 5- to 12-Year-Olds. The Global Evolution of an Emerging Field of Research and Practice* (s. 320–350). Canada: Springer.

Nilssen, V. (2014). *Analyse i kvalitative studier. Den skrivende forskeren.* Oslo: Universitetsforlaget.

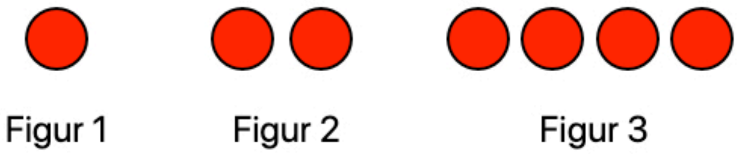
Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics, 20,* 147-164.

Utdanningsdirektoratet (2013a). *Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04): Kompetansemål etter 2.årstrinn.* Hentet fra https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Kompetansemaal/kompetansemal-etter-2.-arstrinn-?lplang=http://data.udir.no/kl06/nob

Utdanningsdirektoratet (2013b). *Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04): Kompetansemål etter 7.årstrinn.* Hentet fra https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Kompetansemaal/kompetansemal-etter-7.-arstrinn?lplang=http://data.udir.no/kl06/nob

Vedlegg A

# OPPGAVE 1

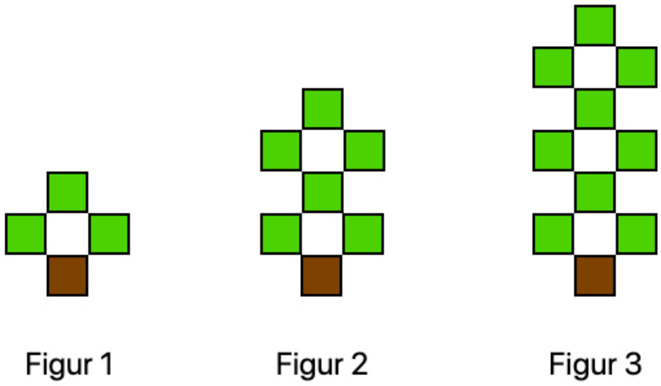



Hva har skjedd mellom Figur 2 og Figur 3? Tegn.

Hvordan vil Figur 4 se ut? Tegn den.

Ser du noen sammenheng mellom figurene? Tegn og forklar.

# OPPGAVE 2

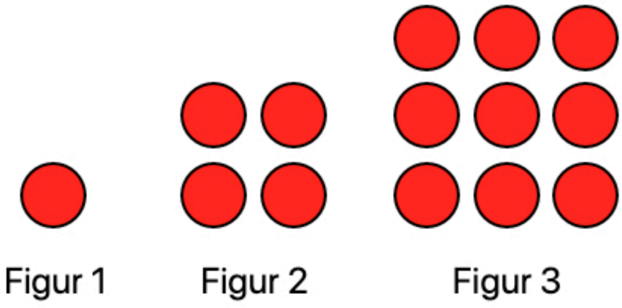



Hva har skjedd mellom Figur 2 og Figur 3? Tegn.

Hvordan vil Figur 4 se ut? Tegn den.

Ser du noen sammenheng mellom figurene? Tegn og forklar

# OPPGAVE 3




Hvordan vil Figur 4 se ut? Tegn den.

Hva har skjedd mellom Figur 2 og Figur 3? Tegn.

Ser du noen sammenheng mellom figurene? Tegn og forklar.

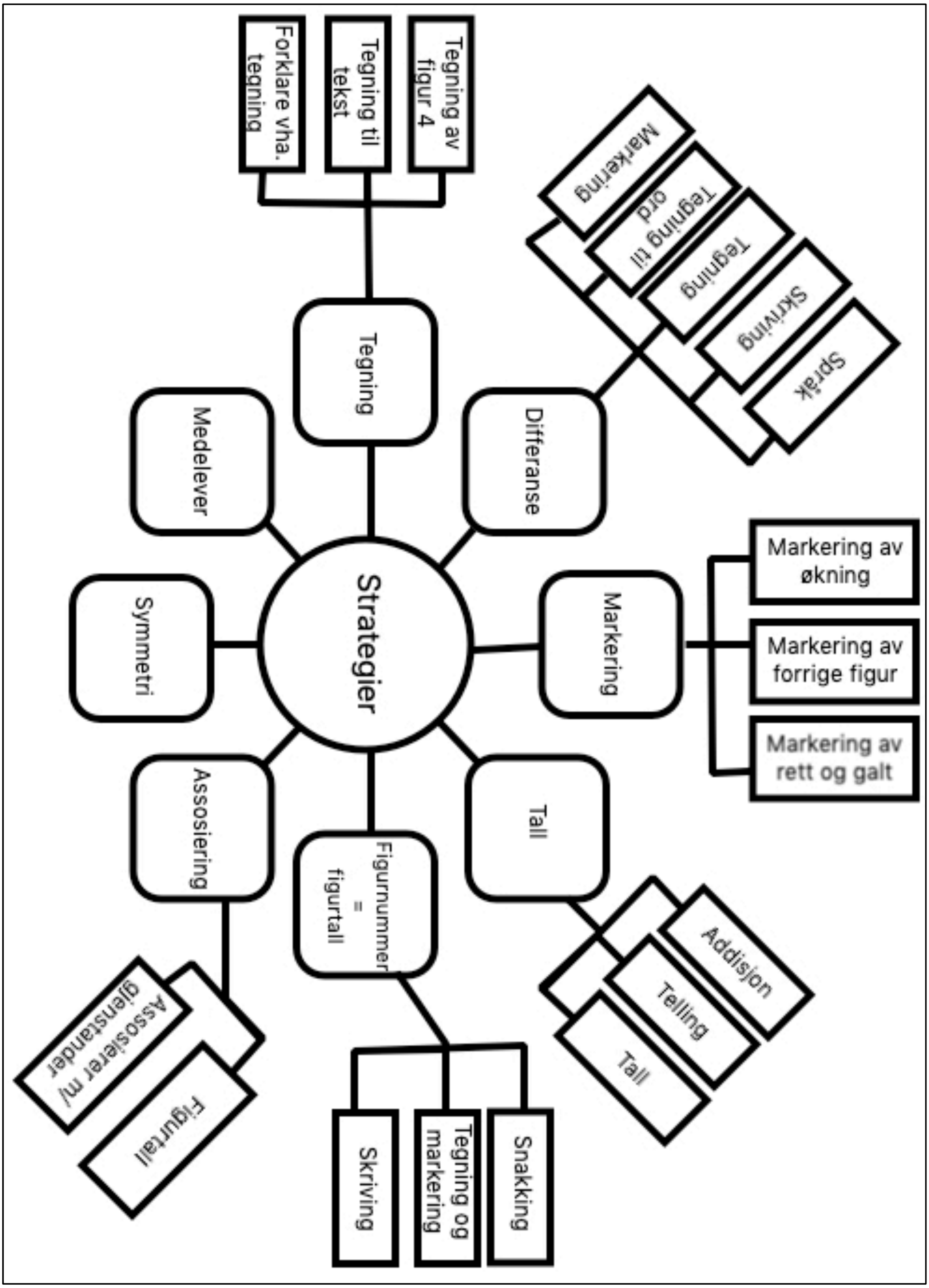
# Vedlegg B

## Info til foreldre av elever i 2A

Jeg studerer ved NTNU og skal i praksis på Åsveien skole samle inn datamateriale til min bacheloroppgave. Jeg skal undersøke hvordan elever på 2.trinn arbeider med figurmønster i matematikk. Alt datamateriale jeg samler vil bli anonymisert og det vil ikke spurt etter personlige opplysninger. Samt vil all samlet data bli slettet etter at prosjektet er gjennomført. Det er selvfølgelig helt frivillig å delta og barnet kan selv trekke seg fra prosjektet når som helst. Om du/dere eller barnet ditt/deres ikke ønsker å være med på prosjektet så er det bare å ta kontakt med meg eller kontaktlærer.

Med vennlig hilsen
Katja Eileen Gautvik Holberg
E-post: katja.eileen@gmail.com
Tlf.: 46897466

# Vedlegg C


Strategier
Tegning
Tegning av figur 4
Tegning til tekst
Forklare vha. tegning
Differanse
Markering
Tegning til ord
Tegning
Skriving
Språk
Markering
Markering av økning
Markering av forrige figur
Markering av rett og galt
Tall
Addisjon
Telling
Tall
Figurnummer = figurtall
Snakking
Tegning og markering
Skriving
Assosiering
Assosierer m/ gjenstander
Figurtall
Symmetri
Medelever

NTNU
Kunnskap for en bedre verden