Bacheloroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for lærerutdanning

Brian Maridal Aasen

Misoppfatninger innenfor brøk på 6. trinn

Et kvalitativt studie av misoppfatninger innenfor telleren og nevnerens betyding og brøk som relativ størrelse

Bacheloroppgave i LGU13002 Pedagogikk og elevkunnskap 4 (1-7)

Veileder: Tuva Schanke & Øyvind Haugan Lien

Mai 2019

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Brian Maridal Aasen

Misoppfatninger innenfor brøk på 6. trinn

Et kvalitativt studie av misoppfatninger innenfor telleren og nevnerens betyding og brøk som relativ størrelse

Bacheloroppgave i LGU13002 Pedagogikk og elevkunnskap 4 (1-7)
Veileder: Tuva Schanke & Øyvind Haugan Lien
Mai 2019

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for lærerutdanning

Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Denne studiens mål har vært å undersøke hvilke misoppfatninger elevene på 6. trinn har innenfor brøk. Fokuset har vært på telleren og nevnerens betydning samt brøk som relativ størrelse og danner da problemstillingen: *Hvilke misoppfatninger har elever på 6. trinn i brøk med tanke på oppdeling, nevnerens og tellerens betydning og brøk som relativ størrelse?*

Spørsmålet blir forsøkt besvart ved et kvalitativt forskningsdesign med 25 deltaker fra 6. trinn fra en skole i Trondheimsområdet. 25 elevbesvarelser av diagnostiske oppgaver innenfor brøk, observasjon og intervju er lagt til grunn for å besvare spørsmålene.

Det kommer frem i studiet at elevene har misoppfatninger rundt brøk som en relativ størrelse og ikke klarer å se flere helheter i samme oppgave. Videre har også noen elever misoppfatninger rundt oppdeling og viser manglende forståelse for at brøkdelene skal være eksakt like store. Nevnerens og tellerens betydning blir også belyst ved at noen elever tror at teller er det samme som antall deler, uansett størrelse. Noen elever bruker også kunnskapen de har fra før om tall og har misoppfatninger rundt at jo større telleren eller nevneren er, jo større er brøken.

Abstract

The aim of this study is to investigate which misconceptions 6th grade students have within fractions. Fractions as a relative size and the numerator and denominator's significance forms the focus area of this study and therefore forms the research question: *What misconceptions do 6th grade students within fractions have in terms of partitioning, the significance of the numerator and denominator and fraction as a relative size?*

The question is answered with a qualitative research design with 25 participants in the 6th grade from a school in the Trondheim area. These participants responded to a diagnostic test with tasks about fractions relating to the research question. There were also other methods used; observation and interviews with the students where they had the opportunity to explain their thought process.

The study shows that some students have misconceptions about fractions as a relative size and fail to see more than "whole" in the same task. Furthermore, some students also have the misconception within partitioning where they lack the understanding to see that the fraction sizes should be exactly the same size. The significance of the denominator and numerator is also illustrated by the fact that some students believe that the denominator decides how many parts there is, regardless of size. Some students also use their old knowledge about numbers when in comes to fractions and think that the bigger numerator or denominator, the greater the fraction.

Innhold

1.0 Innledning

1.1 Bakgrunn

Gjennom min egen skolegang har jeg alltid syntes at brøk var en interessant del av matematikkfaget. Videre har jeg erfart i praksisperioder knyttet til studiet, samt i nær familie, at brøk kan være problematisk. Mange har et mørkt syn på brøken i matematikk, som igjen vil kunne påvirke deres syn på matematikken som fag i videre skolegang. Jeg ble nysgjerrig på hvorfor akkurat brøk skulle være vanskelig. Brøk er ifølge Lamon (2005, s. 15) starten på forvitringen av forholdet til matematikk. Det er her det virkelig kan gå nedover. Når man går inn i brøk, tar matematikken et stort og sofistikert steg videre. Det elevene har lært fra før med tanke på addisjon, subtraksjon osv. føles plutselig ikke like relevant lenger (Lamon, 2005, s. 16). TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) 2015 viser også at i Norge ligger 5.-trinns-elevene dårligst an i temaet tall. Videre skriver Bergem (2016) at dette området, tall, fokuserer på regneartene, brøkregning og desimaltall. Siden dette er et stort tema som ikke bare omhandler brøk, kan det bli litt diffust, men det er tydelig at det er utfordringer innenfor emnet.

Mye av vanskeligheten kan oppstå i at elevene er vant til at 1 enhet tilsvarer 1 objekt. I brøk kan enheten bestå av mer enn ett objekt som igjen blir delt opp i like store deler, og nye tall blir brukt for å referere til deler av denne enheten (Lamon, 2005, s. 16). Det er mye fokus på norske elevers prestasjoner i matematikk på generelt grunnlag. Samtidig satte jeg igjen med så store inntrykk fra forskjellige praksisperioder og arbeidsdager som vikar, hvor brøk hadde vært en kjempeutfordring. Alle disse faktorene var med på å gi meg en retning innenfor min bacheloroppgave. Jeg vil videre gjøre rede for problemstillingen før jeg vil presentere relevant teori for oppgaven. Deretter blir metode fremlagt og ulike valg som ble tatt vil begrunnes samt en klargjørelse av analysemetode. I analysekapittelet vil innsamlet data bli analysert systematisk som beskrevet i metodedelen før drøftingen og oppsummeringen kommer til slutt. Her vil jeg forsøke å se sammenhenger i resultatene og svare på underspørsmålet, som vil bli belyst i neste avsnitt, før oppsummeringen kommer til slutt.

1.2 Valg av problemstilling

Først måtte jeg presisere feltet i større grad. Det å ta for seg alt innenfor misoppfatninger i brøk hadde blitt for omfattende med tanke på oppgavens natur. Ut ifra min forforståelse av misoppfatninger i brøk bestemte jeg meg for å sette søkelys på teller, nevner, oppdeling og brøk som relativ størrelse. Dette på grunnlag av undervisning jeg har hatt i praksis og som vikar. Valget av hvilket trinn dette skulle foregå på var også sentralt. Praksisen min foregikk på 2. trinn hvor de enda ikke har begynt med brøk i matematikken. Derfor kontaktet jeg en tidligere lærer jeg har bekjentskap til fra praksis som jobber på 6. trinn hvor tematikken har en mer naturlig forankring.

Med utgangspunkt i alt overfor ble problemstillingen: *Hvilke misoppfatninger har elever på 6. trinn i brøk med tanke på oppdeling, nevnerens og tellerens betydning og brøk som relativ størrelse?* Med forankring i problemstillingen ble jeg nysgjerrig på hva konsekvensene kunne være for elever som innehar misoppfatninger i brøk. Dette la grunnlaget for underspørsmålet: *Hva kan være konsekvensen av at elever har de misoppfatningene de har om brøk?*

Disse spørsmålene forsøker jeg å besvare gjennom min datainnsamling samt analyse og tolkning av materialet. Jeg har brukt teori innenfor hva brøk er og ulike misoppfatninger blir presentert i neste kapittel.

2.0 Litteraturgjennomgang

I dette kapittelet vil jeg redegjøre for relevant teori som vil være nødvendig for å besvare på problemstillingen og for å analysere innsamlet datamateriale. Her vil det bli redegjort for brøkbegrepet og ulike temaer innenfor brøk som oppdeling, brøk som relativ størrelse og likeverdige brøker. Videre vil jeg også gjennomgå hva en misoppfatning er, samt de misoppfatningene som er relevant for oppgavens problemstilling og underspørsmål.

2.1 Hva er brøk

«En *brøk* er en tallstørrelse satt sammen av to tall, skrevet over hverandre med en strek mellom, *brøkstreken*. Over brøkstreken står telleren, under står nevneren», $\frac{teller}{nevner}$

(Birkeland, Breiteig, & Venheim, 2011, s. 185). Med brøk blir tallbegrepet særdeles utvidet og det blir brukt to tall, skrevet på en spesiell måte, for å angi én tallstørrelse (Birkeland et.

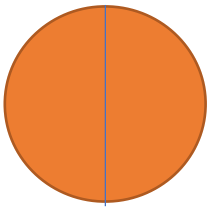
al., 2011, s. 187). Rekkefølgen tallen blir skrev er også ekstremt viktig. Som Lamon (2005, s. 21) skriver så er ikke $\frac{3}{4}$ det samme som $\frac{4}{3}$ hvor det ene tilsvarer mindre enn 1, mens det andre blir mer enn 1.

2.2 Brøkaspekter

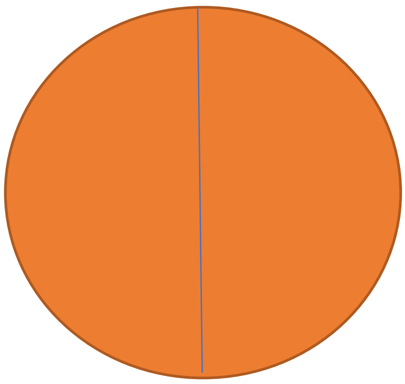
Van de Walle, Karp & Bay-Williams (2015, s. 364) skriver om 5 ulike aspekter som brøken kan representere. Jeg vil kun omtale de som har tydelig relevans for min oppgave. En har brøk som en del av en hel. Her vil vanskelighetsgraden variere med konteksten og mulighetene er endeløse. Det kan være for eksempel at $\frac{2}{4}$ av en klasse dro på tur, og at elevene skal kunne vise hvor mange av da 20 elever dro på klasseturen. Jeg velger kun å gå inn på brøk som del av en hel på grunn av at mine oppgaver, som jeg kommer tilbake til, representerer brøken slik. Altså brøken blir representert som en del av en hel, også med flere helheter.

2.3 Brøk som relativ størrelse og oppdeling

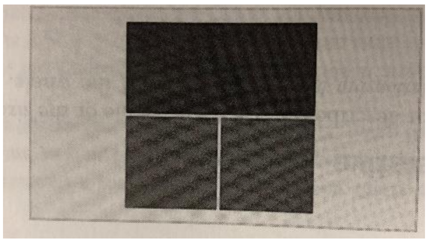
Brøken i seg selv forteller ingenting om størrelsen av helheten, eller størrelsen på delene. En brøk forteller oss noe om forholdet mellom delen og det hele (Van de Walle et.al., 2015, s. 371). Dette kan være at vi ser for oss to pizzaer som begge er delt i to biter. Videre kan vi spørre hvilken pizza er størst? Halvparten av pizza 1 (til venstre) eller halvparten av pizza 2 (til høyre). Her er det snakk om hva brøken er en del av, hva er det halvparten av?



Figur 1



Når vi først snakker om en pizza som er delt opp . blir det relevant å snakke om «partitioning», eller oppdeling i brøk. Van de Walle et. al. (2015, s. 371) skriver at å dele en figur inn i like store deler blir kalt «partitioning». Et stykke fra en kake som er delt inn i fire like store deler, kaller vi da en kvart kake. Det er da gitt at den er en kvart av fire eksakt like store deler. Noen ganger trenger ikke figuren å vise alle delene, for eksempel:



Figur 2 (Van de Walle et.al., 2015, s. 372)

Tar man utgangspunkt figuren ovenfor, og det som er skrevet om oppdeling, vil en da kunne se at det ville blitt fire deler om alle skulle vært like stor.

2.4 Likeverdige brøker

Van de Walle et.al. (2015, s. 382) skriver at konseptet går ut på at to brøker er likeverdige om de representerer samme mengde eller antall, altså om de står for samme tall. Vi kan ta brøkene $\frac{1}{2}$ og $\frac{2}{4}$ som begge tilsvarer halvparten av noe. Om vi har en pizza spiller det ingen rolle om vi deler den i to og spiser et stykke, eller om vi deler den i fire og spiser to. Resultatet blir det samme. En kan da si at $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ fordi 1:2= 0,5 og 2:4=0,5.

2.5 Misoppfatninger – hva er det?

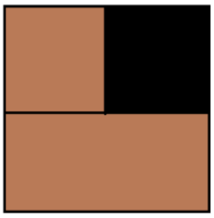
«Misoppfatninger, (…) bygger på en bestemt tenkning hos elevene som brukes nokså konsekvent og er noe annet enn tilfeldige feil og misforståelser» (Matematikksenteret, u.å.) Også Brekke (1995) skriver om at misoppfatninger er ufullstendige tanker som er knyttet opp mot et begrep. Det er stor forskjell på vanlige feil som elever kan gjøre og misoppfatninger. En feil kan komme tilfeldig på grunn av slurv, dårlig tid e.l. Misoppfatninger, derimot er ikke tilfeldige, det er et slags fundament i elevens tenking som brukes konsekvent (Brekke 1995).

«Ofte er dette et resultat av en overgeneralisering av tidligere kunnskaper til nye områder der disse kunnskapene ikke gjelder fullt ut» (Brekke, 1995, s. 27). Det å ta tidligere kunnskaper inn i nye områder, omtales i Piagets teori. Ifølge Piaget så kan nye begreper dannes på to måter. Dette er assimilasjon som vil si at eleven tar opp nye erfaringer og knytter det til allerede kjente erfaringer. Den andre måten begreper kan dannes på er akkomodasjon. Dette er en prosess hvor den kunnskapsstrukturen som eleven allerede har, endres, slik at man kan få inn nye erfaringer og dermed mestre nye situasjoner (Birkeland et.al.,2011, s. 57).

Alt dette kan sees i sammenheng med hva en misoppfatning er, kontra en vanlig feil som kan være en type feilkilde med tanke på oppgaven min. Når elever overgeneraliserer kan man se på det som et forsøk på å skape sammenheng og mening med det den har lært (Brekke, 1995). Ta et eksempel hvor elevene for eksempel. skal vurdere hvilken brøk som er størst av $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{5}$. Her vet eleven fra før at 5 er større enn 2, denne måten å representere tall på kan være ny, og dermed kan eleven ende opp med å si at $\frac{1}{5}$ er større enn $\frac{1}{2}$. Dette kan videre føre til at eleven tenker at det alltid vil være sånn. Jeg skal nå gå videre inn på misoppfatninger innenfor brøk som har relevans for oppgaven.

2.5.1 Misoppfatninger rundt nevnerens betydning og antall deler

La oss starte med et eksempel (figur hentet fra vedlegget; Oppgavehefte): Hvor stor brøkdel av denne kaken er brent?



Figur 3

Noen elever vil ikke her ta hensyn til brøkdelenes størrelse, men fullt og helt fokusere på antall deler. Da oppstår det en misoppfatning om at det ikke trengs å dele inn i like store deler i brøk. Da kan elever tenke at $\frac{1}{3}$ er svaret, og ikke $1/4$. Det er dette som i Van de Walle (2015, s. 372) blir omtalt som en elev uten forståelse for konseptet brøkdeler, der alle delene skal være av eksakt samme størrelse.

2.5.2 Misoppfatninger rundt brøken som en relativ størrelse

Matematikksenteret (u.å.) sier at å kunne se på brøk som en relativ størrelse er en grunnleggende forståelse av brøk. Ut ifra det som allerede er skrevet i 3.3 vet vi at brøken kan være en del av varierende mengder og må sees i forhold til helheten, eller helhetene. For mange elever kan dette være forvirrende fordi at $\frac{1}{2}$ befinner seg kun ett sted på tallinjen, mens $\frac{1}{2}$ av noe kan variere fordi de kommer an på hva helheten er. Altså, isolert sett, så står $\frac{1}{2}$ for det rasjonelle tallet 0,5, mens $\frac{1}{2}$ av 50 står for 25. To vidt forskjellige verdier eller mengder. Misoppfatningen blir da at de vil oppfatte brøkene som en del av den samme helheten. En halv noe og en halv av noe annet vil da være like mye (Matematikksenteret, u.å.). Om vi ser på denne oppgaven fra Matematikksenteret:

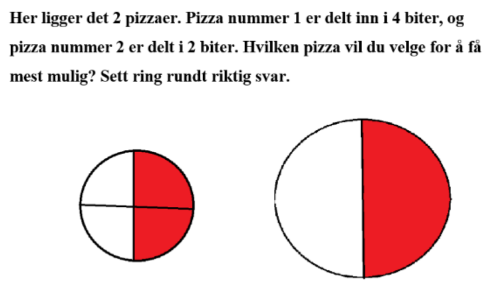
«Henrik og Hanna får ukepenger. Henrik sparer $\frac{1}{4}$ av pengene sine, mens Hanna sparer $\frac{1}{2}$ av pengene sine. Kan Henrik spare mer enn Hanna?» (Matematikksenteret, u.å.)

Her må en ta hensyn til helheten. Henrik sparer altså en fjerdedel av pengene, mens Hanna sparer halvparten. Spørsmålet blir jo da: $\frac{1}{4}$ eller $\frac{1}{2}$ av hva? Her er det en helhet, altså disse brøkene er en del av noe som vi ikke vet helt sikkert. Det kan forandre seg. Elevene må ta stilling til om $\frac{1}{4}$ kan være større enn $\frac{1}{2}$, noe som igjen vil kunne stride veldig mot det de allerede har lært om sammenligning av brøker hvis man ikke klarer å tenke på hva brøken er en del av.

Det kan også være visuelt som i pizzaoppgaven i 3.3. Ser man på brøkene så er $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, eller hvis den ene hadde blitt delt inn i 4, altså $\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. Kan eleven sammenligne brøker, finne fellesnevner så «betyr» de brøkene det samme. Men om man ser på det som er foran seg, altså en liten og en stor pizza, vil ikke en halvpart være en halvpart. Fordi den ene halvparten er større.

2.5.3 Jo større teller eller nevner, jo større brøk

Jeg vil trekke frem et eksempel fra mitt oppgavesett (vedlegg 1):



Her har vi altså to brøker: $\frac{2}{4}\, og\, \frac{1}{2}$ som er en del av ulike helheter, altså to pizzaer med ulik størrelse. Dette sammenfaller en del med forrige punkt, 3.6.2, for dersom elevene ikke ser på helheten vil de da tenke på brøkene. Kan eleven å sammenligne brøker og innehar kunnskap om likeverdige brøker, vil det bli tydelig at $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, men det kan også være misoppfatninger her. Matematikksenteret (u.å.) skriver at disse kommer fra overgeneralisert kunnskap fra de naturlige tallene (les: 1, 2, 3, 4 …). Denne tankegangen medfører at disse elevene vil se på telleren eller nevneren, eller begge to, som en egen tallstørrelse eller mengde. Dette vil da igjen kunne resultere i at eleven mener at $\frac{2}{4}$ er større enn $\frac{1}{2}$ fordi at 2 er større enn 1, eller fordi at 4 er større enn 2. Det kan også komme av at 2+4 er større enn 1+2.

3.0 Metode

I dette kapitlet skal jeg redegjøre for hva jeg har gjort innenfor min undersøkelse og hvordan jeg har samlet inn data. Jeg vil også drøfte rammene rundt prosjektet og hvilke avgjørelser som måtte tas og samtidig diskutere eventuelle konsekvenser rundt disse avgjørelsene. Jeg vil først trekke frem hvilke faktorer som spilte inn før jeg planla innsamlingsmetoder. Dette innebærer litt informasjon som måtte tas hensyn til før alt annet, før jeg så vil ta for meg de ulike metodene jeg benyttet for å samle empiri på en best mulig måte til problemstillingen.

3.1 Juridisk og etisk ansvar

Som nevnt tidligere så skulle prosjektet foregå på 6. trinn. Her gikk jeg ut ifra trinnet, altså alle klassene. Totalt var det 25 elever som deltok på prosjektet fordelt på de ulike klassene på trinnet. En uke før innsamlingen skulle skje ble det sendt ut informasjon til foresatte via kontaktlærere for klassene (se vedlegg 5: informasjonsskriv til foresatte/elever). I informasjonen som ble gjort tilgjengelig for foresatte var også min kontaktinformasjon om de hadde spørsmål. Videre ble det benyttet negativt samtykke slik at foresatte, eller barnet selv, kunne reservere seg mot å delta. Det ble også presisert at elevene selv kunne trekke seg når som helst under gjennomføringen. Alt dette for å sikre frivilligheten til de som deltok. Angående negativt samtykke ble det anbefalt av NSD på grunn av at det er det letteste å gjennomføre.

Christoffersen & Johannesen (2012, s. 42) skriver om det juridiske og etiske ansvaret en har som forsker. Her fremgår det mye av det som er nevnt over angående informantens rett til å bestemme over sin egen deltakelse, altså det skal være helt frivillig. Dette uttrykte jeg også tydelig for elevene som deltok slik at de var helt klar over at de kunne trekke seg når som helst fra start eller underveis. For å unngå alt av spørsmål rundt personopplysninger og søknader for å få tillatelse for å kjøre et forskningsprosjekt, har jeg valgt å kun føre alt av innsamling anonymt. Det vil si at alt av opplysninger og verdier som kan gjøre det mulig å identifisere en gitt enkeltperson, er ikke-eksisterende i mine innsamlede data.

3.2 Presentasjon av oppgaver og valg av innsamlingsmetoder

3.2.1 Oppgavesett/test

Med tanke på min problemstilling og hva jeg ønsket å utforske videre ut ifra dette, var innsamlingsmetoder en veldig viktig del av min oppgave. Hvordan skulle jeg kunne få best mulig empiri som svarte på akkurat det jeg lurte på? Jeg havnet avgjørelsen om å ikke basere meg på en innsamlingsmetode alene, men heller å skaffe input fra informantene på flere ulike måter for å da underbygge det jeg fant i oppgavebesvarelsene. Det første jeg falt på var å et oppgavesett, som nevnt tidligere, som også er hovedkilden min.

Oppgavesettet bestod av 4 oppgaver, hvor en har svaralternativer og de 3 andre krever en forklaring. Jeg vil nå ta for meg hver av oppgavene med en forklaring på hvorfor jeg valgte akkurat disse. Oppgave 1 (se vedlegg 1) er en avkrysningsoppgave, eller sett ring rundt riktig svar, uten noen mulighet for elevene å forklare valget sitt. Oppgaven baserer seg på elevenes forståelse rundt at brøk er en relativ størrelse og ekvivalente brøker.

Oppgave 1 skiller seg ut fra resten med at det er den eneste som har svaralternativer. Oppgave 2 og 3 (se vedlegg 2 og 3) er nokså like og baserer seg på elevenes forståelse innenfor oppdeling og at brøkdelene skal være like store. Her er det også anledning for elevene til å forklare hvordan de tenker da det her kan være stor variasjon i hvordan de har kommet frem til sitt svar.

Oppgave 4 (vedlegg 4) tester elevens forståelse for at brøken er en del av en størrelse som kan variere, altså en relativ størrelse. Her er det også en rute hvor de kan bruke figurer eller tegninger for å forklare seg, men også bare skrive svaret om de vil det. Siden dette er et ja/nei-spørsmål var det interessant for meg å kunne intervjue de som ikke hadde gitt noen forklaring skriftlig.

Det alle oppgavene har til felles er at de er diagnostiske. Altså oppgavesettet, eller testen, er diagnostisk. Cohen (2018, s. 565) beskriver en diagnostisk test som en test som skal avdekke blant annet svakheter innenfor spesifikke felt. I dette tilfellet brøk. Det ble gjennomført med grupper på fire. Det er flere årsaker til dette. For det første kunne jeg bruke det arealet jeg hadde tilgjengelig bedre ved å spre informantene. Dette var for å hindre at de skulle se på hverandres besvarelser og da kopiere i stedet for å produsere egne forklaringer og svar.

Videre kunne jeg letter observere og gjøre notater da jeg hadde flere mindre elevgrupper. Det ble også tryggere for noen av elevene, da vi tok en samtale om hva vi nå skulle gjennomføre og at dette ikke hadde noe med «skolen» å gjøre. Jeg presiserte at det de svarte her ikke ville bli brukt av lærere og at de dermed ikke skulle være redde for å gjøre noe feil. Dette responderte de positivt på.

3.2.2 Observasjon

Samtidig som elevene gjennomførte oppgavene, observerte jeg. Her brukte jeg observasjon som en supplerende metode (Christoffersen & Johannesen, 2012, s. 63). Jeg tok notater underveis og vurderte hvem av informantene som ville vært hensiktsmessig å ta en prat med etter endt arbeid. Her så jeg etter spesifikke elementer som for eksempel. en elev som hadde svart feil på en oppgave, men ikke skrevet noe forklaring. Dette er fordi jeg tok høyde for at noen elever kan slite med å uttrykke seg skriftlig innenfor matematikk, og dermed kan jeg bruke den informasjonen til å ta de ut til et intervju hvor de kan forklare seg muntlig. Dette er det Christoffersen & Johannesen (2012, s. 71) kaller for strukturert observasjon, hvor jeg har en form for struktur over hva jeg skal se etter.

Det kan også argumentere for at observasjonen er ustrukturert i og med at jeg ikke følger en slavisk plan for å undersøke veldig spesifikke situasjoner, men står veldig fritt til å variere hva jeg ser etter underveis om jeg vurderer det som bedre.

3.2.3 Intervju

Jeg nevnte også at etter hver gruppe ville jeg gjerne ta en kort prat med en person som skulle forklare meg hva han eller hun hadde tenkt på hver oppgave. Jeg presiserte selvfølgelig at dette var frivillig og at det gikk helt fint om ingen hadde lyst. Fokuset var på å gjøre dette minst mulig skremmende for informantene.

Jeg hadde ikke planlagt noen spesifikke spørsmål med tanke på intervjuene, men samtidig hadde intervjuet et klart utgangspunkt i oppgavesettet og dermed en tydelig agenda. Det er dette Christoffersen & Johannesen (2012, s. 79) kaller for et kvalitativt semistrukuturert intervju. Disse samtalene etter hver gruppe ga meg mer innsikt i noen informanters tankegang og forklaringer enn det som ble vist på papiret. Jeg brukte notatene fra tabellen (figur 4.5) for utvelgelsen av elever til intervju. Det ble gjennomført rett etter at elevene hadde gjort oppgavene etter en rask vurdering tatt av meg. Tematikken for intervjuene kunne for eksempel være elever som har stoppet litt opp på en oppgave, men det var tydelig at de var inne på noe og derfor var det interessant for meg å komme til bunns hva den eleven hadde tenkt akkurat der.

Videre ble det ikke gjort noe lydopptak fra intervjuene pga. for å slippe søknadsprosess hos NSD. Jeg var godt forberedt og skrev notatene mine på pc. Jeg valgte å gjøre det slik for å kunne skrive mest mulig effektivt. Videre tok jeg meg også god tid i gjennomgangen av hver oppgave, dvs. at eleven gjentok sine argumenter og fremgangsmåter slik at det ikke ble skrevet ned feil. Til slutt gikk vi også gjennom notatene mine sammen, slik at eleven fikk sett over og sagt seg enig i det som ble skrevet.

3.3 Kvalitativ eller kvantitativ metode

Oppgaven min vil gå under ulike metoder innenfor samfunnsforskning. Christoffersen & Johannesen (2012, s. 17) beskriver kvalitative metoder som fleksible og at det tillates i større grad spontanitet og tilpasning. På den andre siden har vi kvantitative metoder som da blir det motsatte. Her er det liten fleksibilitet og det kan for eksempel være spørreskjemaer med svaralternativer og alle får de samme spørsmålene.

Min oppgave beveger seg mellom både kvalitativ og kvantitativ metode. På den ene siden så blir alle stilt de samme spørsmålene, og på oppgave 1 (vedlegg 1) er det svaralternativer. Og en kan også se kun på svarene, ikke forklaringene, på resten av oppgavene også. Alt kan representeres ved tall. Videre har de 3 siste oppgavene en del hvor det skal forklares, samtidig som jeg har intervjuer hvor spørsmålene tilpasses underveis. Det blir som Christoffersen & Johannesen (2012, s. 17) skriver om at forskningen ikke enten er kvalitativ eller kvantitativ. Her kombineres metodene i en og samme undersøkelse for å samle inn mest mulig relevant empiri for å besvare problemstillingen.

3.4 Analysemetode

Til å avslutte dette metodekapitlet vil jeg gjøre rede for analysemetoden jeg har benyttet meg av på datamaterialet. Analyseprosessen begynte lenge før intervjuene var gjennomførte. Underveis som elevene arbeidet med oppgavene observerte jeg hvordan kom seg frem til ulike svar og fokuserte på å plukke opp relevante innspill som kunne besvare min problemstilling.

Parallelt med observasjonen jobbet jeg ut ifra en tabell hvor jeg gjorde notater fra hver oppgave på hva og hvordan elevene har svart. Dette gjorde jeg for å gjøre meg opp en mening på hvilke elever som det ville være nødvendig med et intervju for å kunne få forklaringene deres på hvordan de hadde tenkt. Figur 4 viser notatene mine på tre av elevene som gjennomførte oppgavesettet, hvor det som er markert i rødt er vurderingen om det ville være nødvendig med et intervju i etterkant.

Oppgave/ informant	Oppg. 1	Oppg. 2	Oppg. 3	Oppg. 4
4	Ser ut til å jobbe ut ifra brøkene, ekvivalente brøker – ser ikke ut til å ta hensyn til den faktiske størrelsen/helheten	«$\frac{1}{3}$ av en større bit» tenker ikke på at bitene ikke er like store. Kan være at misforståelse rundt hvordan å skrive brøken. Altså at 1 representerer brente biter og at 3 er resten. Altså 4 biter totalt.	Funnet at $\frac{1}{3}$ av flagget er gult. Oppdelingsfeil. Interessant for intervju.	Kommet frem til at det avhenger av hvor mye penger Brian får. **Interessant for intervju – fått til den «vanskeligste» oppgaven.**
6	Riktig svar. Gikk veldig raskt.	$\frac{1}{3}$ forklarer det med at 1 er antall brent og 3 er antall deler.	$\frac{1}{3}$ svarer informanten. Skriver at det er 1 del av hver farge.	Svarer nei, fordi $\frac{1}{2}$ er mere enn $\frac{1}{4}$. **Alt i alt gode forklaringer i besvarelsen. Vurderer det til å ikke være nødvendig med intervju.**
17	Riktig svar. Brukte kanskje 1 sekund på å bestemme seg.	Tegner figuren på nytt og deler inn. Alle bitene er like store. God kontroll på oppdeling. Svarer $\frac{1}{4}$	Stipler en linje på flagget slik at den gule biten blir delt i to. Sier derfra at halvparten av flagget er gult.	Svarer ja; det avhenger av mengden hver person får. Viser til eksempel med penger. **Viser god evne til å forklare svarene sine. Ser ut til å ha god forståelse innenfor tematikken.** **Besvarelsen vil ikke belyse problemstillingen.**

Figur 4 Utdrag fra hvordan jeg valgte ut relevante besvarelser til intervju/videre analyse

Hele denne prosessen som er beskrevet overfor går under for-analysen min. Med dette mener jeg det som ble gjort mellom at elevene arbeidet med oppgavesettet og starten på intervjuene. Dette ga meg en tidlig oversikt og formening over datamaterialet mitt, og jeg kunne på et veldig tidlig tidspunkt begynne å se tendenser. Det hjalp meg også i prosessen med hvilke besvarelser jeg skulle utelukke, altså som ikke ville kunne belyse problemstillingen min noe.

3.4.1 Analysemetode for besvarelsene og intervjuene

På datamaterialet har jeg benyttet meg av en konstant komparativ analysemetode (Corbin & Strauss, 2008) og jeg vil videre beskrive hvordan jeg har gjort det. Her snakkes det om åpen koding, aksial koding og selektiv koding. Jeg vil gå gjennom hvert steg i min analyseprosess og se på disse stegene ut ifra Cohen et.al. (2018).

Da jeg først satte meg ned med det totale datamaterialet å skulle se etter kategorier/tendenser, visste jeg hva jeg skulle se etter. Problemstillingen min omhandler misoppfatninger i brøk innenfor, brøk som relativ størrelse, oppdeling og nevnerens betydning. Dette ble derfor mine kategorier/tendenser jeg jobbet ut fra i analyseprosessen. Kategoriene ble i all hovedsak til ut ifra problemstillingen min; «*Hvilke misoppfatninger har elever på 6. trinn i brøk med tanke på oppdeling, nevnerens og tellerens betydning og brøk som relativ størrelse?*». Cohen (2018, s. 671) omtaler dette som åpen koding, altså det første steget i prosessen. En kan også argumentere for at den sorteringen som ble gjort før intervjuene også er åpen koding hvor målet er å sortere ut det som ikke er relevant for problemstillingen. Det ville da vært snakk om to kategorier, altså relevant og irrelevant. Besvarelser hvor elevene viste god forståelse gjennom hele oppgavesettet ville ikke gitt noe med tanke på problemstillingen.

Etter hvert som jeg gjennomgikk intervjunotatene og sammenlignet det med det skriftlige noterte jeg meg de tendensene som gikk igjen i flere besvarelser. Noen eksempler på dette var *flere helheter* og *nevner betyr antall deler*. Det jeg fant her ble kodene mine og det er dette som omtales som aksial koding av Cohen (2018, s. 679). Videre ble kodene gruppert sammen slik at disse gruppene da ble kategorier. Det er dette som er det siste steget i den konstant komparative analysemetoden og kalles selektiv koding (Cohen, Manion, & Morrison, 2018). Et eksempel på dette er for eksempel er at misoppfatninger knyttet til brøk som en relativ størrelse kom sammen med at det ble snakk om flere helheter, slik som i oppgave 4 (Vedlegg 4).

Kategori	**Koder**
Misoppfatninger knyttet til brøk som relativ størrelse	Flere helheter Ingen konkrete tall
Misoppfatninger knyttet til nevnerens og tellerens betydning	Oppdeling Nevner er det samme som antall deler Jo større teller eller nevner jo større brøk

Figur 5 – kategorier og koder fra datamaterialet

3.5 Metodekritikk

4.0 Analyse

Jeg vil nå redegjøre for resultater fra analyseprosessen og dermed forsøke å svare på min problemstilling: *Hvilke misoppfatninger har elever på 6. trinn i brøk med tanke på oppdeling, nevnerens betydning og brøk som relativ størrelse?*

Jeg vil se på kategoriene mine; *Misoppfatninger knyttet til brøk som relativ størrelse* og *misoppfatninger knyttet til nevneren og tellerens betydning*. Deretter vil jeg ta for meg hver kode og knytte det opp mot tilhørende kategori for å videre trekke inn eksempel fra det innsamlede datamaterialet. Tidligere har jeg nummerert besvarelsene og intervjunotatene slik at det skulle være mulig å se hvilke som hørte sammen. Jeg vil nå også gi elevene falske navn for å gjøre det lettere å gå gjennom deres besvarelse og utsagn under intervjuene.

4.1 Misoppfatninger knyttet til brøk som relativ størrelse

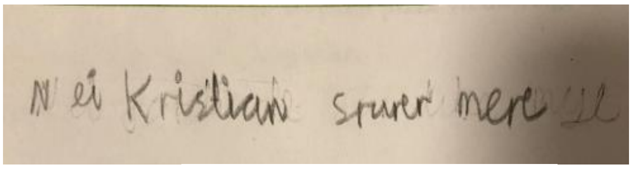
Denne kategorien er spesielt knyttet til oppgave 1 (vedlegg 1) og 4 (vedlegg 4) i oppgavesettet som ble gjennomført. Her kommer det videre frem ulike misoppfatninger og vanskeligheter som elevene har med dette. Kodene i kategorien er *flere helheter* og *ingen konkrete tall*, hentet fra figur 4.5.1. Dette var utsagn som gjentok seg gjennom intervjuprosessen og dermed med i mine notater. Videre vil jeg ta for meg hver av kodene.

4.1.1 «Flere helheter»

Denne koden ble til gjennom en gjennomgang av det som ble sagt i intervjuene rundt oppgave 1 (vedlegg 1), altså «hvilken pizza er størst?»-oppgaven. Siden det ikke var noen måte for elevene å grunngi eller forklare sine svar skriftlig på oppgave 1, er det utelukkende muntlige utsagn og eksempler som blir presentert her. Tendenser i innsamlet datamateriale viser at det var mange elever som hadde ulike utfordringer med denne oppgaven. Jeg vil nå gå gjennom 3 ulike eksempler fra intervju med elever som hadde svart feil på denne oppgaven og dermed ble valgt ut til intervju.

Elev nummer 4, som jeg har valgt å kalle Fredrik, hadde svart «c» på oppgave 1 (vedlegg 1), altså at «de er like store». Under intervjuet spurte jeg hvordan han tenkte for å komme frem til akkurat dette. «Fordi $\frac{2}{4}$ er det samme som $\frac{1}{2}$», svarte han. Her er det tydelig at Fredrik har sett bort i fra hva disse brøkene faktisk var en del av, og dermed har han kun fokusert på brøkene. Fredrik har ikke klart å se at det er snakk om en del av en hel og videre sett sammenhengen i hvilken del som hører til hvilken helhet. Dvs. $\frac{2}{4}$ hører til pizzaen til høyre som er størst. Her kan det vøre at han har sett for seg $\frac{1}{2}$ og $\frac{2}{4}$ på tallinjen som begge korresponderer med tallet 0,5. Ut ifra vår samtale kommer det frem at Fredriks kunnskap rundt ekvivalente brøker kommer i fokus i denne oppgaven. Her kommer det han har lært, altså at $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ foran hans egen forståelse av oppgaven. Det kan virke som om det er manglende forståelse for grunnleggende aspekter innenfor brøk som setter en stopper for denne oppgaven.

Videre har elev nummer 1, Daniel, har svart at pizzaen til venstre (altså svaralternativ A på vedlegg 1). I intervjuet kommer det frem at Daniel mener at $\frac{2}{4}$ er større enn $\frac{1}{2}$ på grunn av teller og nevner, dette skal jeg komme tilbake til senere i kapittel 4.2.2. På oppgave 4 har Daniel skrevet følgende; (se figur 6) Ganske enkelt mener han at Kristian alltid vil spare mer.



Figur 6 – Daniels svar på oppgave 4

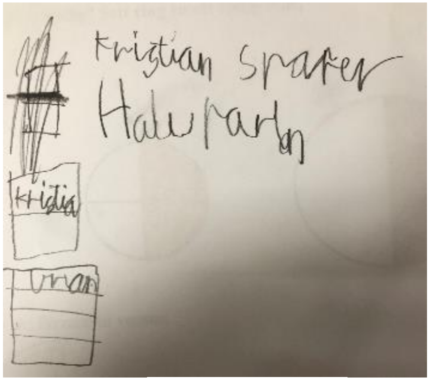
Under intervjuet kom det frem i at det bunner ut i at halvparten er mer enn $\frac{1}{4}$, noe som er riktig om det snakkes om samme helhet. Her klarte ikke Daniel å se oppgavens kontekst. Som Van de Walle et.al. (2015) skriver om at brøken i seg selv ikke sier noen ting om størrelsen av helheten. Daniel sier at uansett hva de får i ukepenger så vil Kristian spare mest. Her går han ut fra at de får det samme beløpet, alltid. Med utgangspunkt i den tankegangen er ikke utsagnet til Daniel feil, men med tanke på at det ikke er gitt noen konkrete beløper klarer ikke han å se hele konteksten. At det er en oppgave på generelt grunnlag og ikke et riktig svaralternativ med tall.

Daniel ser ikke at de mengdene penger som Kristian og Brian mottar, er en størrelse som kan variere. Altså at brøkene $\frac{1}{4}$ og $\frac{1}{2}$ er deler av en relativ størrelse som kan variere, og absolutt ikke trenger å være den samme. Utfordringen med å kunne se på brøk som en relativ størrelse ser ut til å øke med når det er snakk om flere helheter, som for eksempel. i denne oppgaven hvor det er to størrelser som kan variere.

Med utgangspunkt i de besvarelsene fra oppgave 1 og 4 ser jeg at elevene har utfordringer med å håndtere oppgaver som omhandler brøk som relativ størrelse, hvor flere helheter er involvert. Og at det her blir veldig tydelig at elevene innehar misoppfatninger angående dette.

4.1.2 «Ingen konkrete tall»

Koden «ingen konkrete tall» kom til ved en gjennomgang av intervjuene, men også noen gode skriftlige forklaringer fra elever. Det gikk igjen, i diskusjonen av oppgave 4, at mye av elevenes vanskeligheter bunnet ut i mangelen på tall å jobbe med. Jeg vil nå ta for meg et par elevutsagn og besvarelser som skal eksemplifisere dette tydeligere.



Figur 7 – Fridas svar på oppgave 4

Elev nummer 5, Frida, hadde svart følgende på oppgave 4 (vedlegg 4) Her ser en at Frida har brukt den informasjonen som blir nevnt konkret i oppgaveteksten, altså $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{4}$. Frida går deretter videre for å prøve å komme frem til et svar, men det går litt i surr etter at hun har visualisert at hva hver person svarer. Under intervjuet ville jeg få Frida til å forklare hvordan hun tenkte da hun begynte på oppgaven. Frida svarte at det ikke gikk an å svare på oppgaven fordi vi vet ikke hvor mye de får i ukepenger. Videre forklarte hun at det eneste som kunne bli gjort var å sammenligne brøkene, og at Kristian dermed sparte mest fordi den brøken var størst. Her kommer det frem som Matematikksenteret (u.å.) forklarer med at det kan være forvirrende å ta stilling til om $\frac{1}{4}$ kan være større enn $\frac{1}{2}$, og Frida har ikke klart å ta stilling til dette. Årsaken, det vil stride mot det hun allerede kunne fra før, nemlig at halvparten er større enn en kvart. Det å ta stilling til to helheter samtidig som at det ikke foreligger konkrete tall å gå ut ifra, ble for komplisert.

Videre er det også en stor del av mine informanter som uttrykte vanskeligheter med å forholde seg til oppgaver uten konkrete tall. Dermed kommer det tydelig frem at elever innehar misoppfatninger rundt brøken som en relativ størrelse.

4.2 Misoppfatninger knyttet til nevneren og tellerens betydning

Denne kategorien er knyttet opp mot oppgave 2 og 3 (se vedlegg 2 og 3), men det kommer også frem i besvarelser fra andre oppgaver. Her er kodene *oppdeling*, *nevner er det samme* *som antall deler* og *jo større teller eller nevner jo større brøk.* Jeg velger å ta for meg kodene *oppdeling* og *antall nevner er det samme som antall deler* sammen siden de sammenfaller i veldig høy grad.

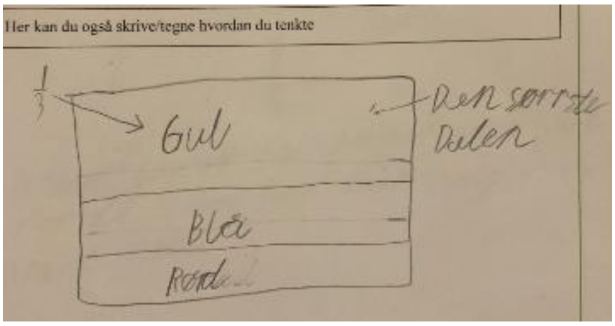
4.2.1 «Oppdeling» og «nevner er det samme som antall deler»

Kodene overfor ble til under gjennomgang av elevbesvarelser og intervjunotater hvor dette ble formidlet i stor grad. Disse to kodene går innunder hverandre fordi når vi snakker om oppdeling, eller «partitioning» (Van de Walle et. al., 2017, s. 371), mener vi å dele en figur i eksakt like store deler. Dette sammenfaller da med å ha en misoppfatning som tilsier at nevner er det samme som antall deler som jeg nå skal gå inn på og eksemplifisere.

Her går vi tilbake til elev nummer 1, Daniel. På oppgave 2 (se vedlegg 2) hvor det blir spurt hvor stor brøkdel av sjokoladekaken som ble brent, har han svart $\frac{1}{3}$. Han har heller ikke benyttet seg av ruten hvor det var mulig å forklare hvordan han kom frem til, bare $\frac{1}{3}$. Under intervjuet var det dermed interessant å finne ut hva Daniel tenkte da han løste oppgaven. På spørsmålet om hvordan han kom frem til $\frac{1}{3}$, svarte han: «Det er ganske enkelt, fordi kaken er delt inn i 3 biter og 1 av de er brent, og derfor en 1 av 3 biter brent». Utsagnet til Daniel her er ikke feil, men det er snakk om brøkdeler, og her er det tydelig at han innehar en misoppfatning med at brøkdelene ikke trenger å være like store.

På Daniel sin besvarelse på oppgave 3 (vedlegg 4) ser jeg tydelige tendenser fra oppgaven før (analysert i avsnittet over). Han har svart $\frac{1}{3}$ uten noen forklaring, denne oppgaven ble da også et hovedtema for intervjuet. Svaret var ganske likt som det forrige. «Det er $\frac{1}{3}$ fordi det er 3 forskjellige farger og en av de er gul, altså 1 av 3 farger er gul». Dette gjør det enda tydeligere at det ligger en misoppfatning til grunn, altså at Daniel har overgeneralisert konseptet $nevner = antall\ deler$ og at det gjelder uavhengig av størrelsen på de forskjellige delene.

Jeg vil også trekke frem elev nummer 3, Katja, sin besvarelse (*figur 8*) på oppgave 3 (vedlegg 3). Her kommer det tydelig frem at Katja har sett at den gule delen av flagget er markant større enn de andre fargene, altså det dobbelte. Hun påpeker både skriftlig og under intervju at det er den største delen og at det er $\frac{1}{3}$ av flagget.



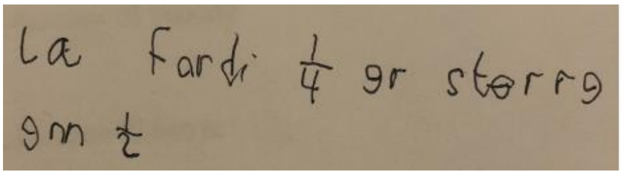
Figur 8 – Katjas svar på oppgave 3

Det er dette Van de Walle et.al. (2015, s. 372) omtaler som en elev uten forståelse for konseptet brøkdeler, altså at delene skal være eksakt like stor. Det er tydelig at Katja tror at nevner representerer antall deler uavhengig av størrelsen.

4.2.2 «Jo større teller eller nevner jo større brøk»

Denne koden gikk spesielt igjen i oppgave 1 og 4 (se vedlegg 1 og 4). På oppgave 1 (vedlegg 1) har en stor andel av de som svarte alternativ A (og ble intervjuet) grunngitt det med at $\frac{2}{4}\ er\ større\ enn\ \frac{1}{2}$. Her går vi tilbake til Daniel. Som nevnt i kapittel 4.1.1. svarte Daniel på oppgave 1 (vedlegg 1) at $\frac{4}{2}\ er\ større\ enn\ \frac{1}{2}$. Under intervjuet grunnga Daniel dette med at 4 er større enn 1, og dermed vil $\frac{4}{2}$ være større enn $\frac{1}{2}$. Her har ikke han klart å se det som likeverdige brøker, altså to brøker som representerer samme mengde eller antall. Som Matematikksenteret (u.å.) skriver, kommer dette fra overgeneralisert kunnskap fra de naturlige tallene, nemlig at 4 er større enn 1.

Videre vil jeg ta for meg besvarelsen til elev nummer 6, Sondre, på oppgave 4 (vedlegg 4). Misoppfatningen nevnt i avsnittet over kan også gå nevneren. Svaret til Sondre (*Figur 9*) viser at han har svart at Brian sparer mer fordi $\frac{1}{4}\ er\ større\ enn\ \frac{1}{2}$.



Figur 9 – Sondres svar på oppgave 4

Under intervjuet kommer det frem at Sondre mener dette på grunnlag av at 4 er større enn 2, og dermed blir det riktig. Den brøken med størst nevner blir dermed vurdert som størst av han. Dette sammenfaller med det som er beskrevet i kapittel 3.6.3. og avsnittet over om overgeneralisert kunnskap fra de naturlige tall, i dette tilfellet at 4 er større enn 2.

4.3 *Hvilke misoppfatninger har elever på 6. trinn i brøk med tanke på oppdeling, nevnerens og tellerens betydning og brøk som relativ størrelse*?

Ut fra analysen jeg har gjennomført kommer det tydelig frem at elevene som har deltatt i undersøkelsen på 6. trinn innehar misoppfatninger rundt brøk. Det Matematikksenteret (u.å.) skriver om misoppfatninger rundt brøken som en relativ størrelse går igjen hos flere elever i undersøkelsen. Et eksempel vil være Fredrik, skrevet om i kapittel 4.1.1. Videre kommer det også frem av analysen at elevene har vanskeligheter rundt oppdeling og tror at nevner er det samme som antall deler, dette er forklart i 2.5.1 ut ifra Van de Walle et.al. (2015). Dette kommer tydelig frem i Katja sin besvarelse (*figur 8)* og av intervjuet gjort i etterkant.

Med utgangspunkt i det som ble redegjort for med tanke på *nevnerens og tellerens betydning* i brøk (Matematikksenteret, u.å.), blir dette eksemplifisert i 4.2.2. Her kommer det tydelig frem under intervju med Daniel hva som blir resultatet av å inneha en slik misoppfatning.

5.0 Tolkning/Drøfting

I dette kapittelet vil jeg drøfte resultatene mine fra analysekapittelet. Ut ifra det som blir presentert i teorikapitlet vil jeg til den grad det er mulig finne forklaringer, og sammenhenger, i resultatene. Jeg vil også besvare underspørsmålet; *hva kan være konsekvensen av at elever har de misoppfatningene de har om brøk?* Videre vil jeg drøfte hvordan misoppfatningene ble identifisert og samtidig se på hvorfor akkurat brøk er så vanskelig. Til slutt vil undersøkelsens generaliserbarhet drøftes.

5.1 Elevbesvarelser i sin helhet

Med utgangspunkt de 25 elevbesvarelsene og 7 intervjuer er det mye materiale som kan drøftes. Det første jeg vil ta for meg er hvor essensielt intervjuene var for å avdekke disse misoppfatningene som nevnt i 4.3. En gjenganger i mange besvarelser var, slik som Daniel gjorde (4.2.1), var at det kun var tall uten noen som helst forklaring eller indikasjon på hvordan vedkommende har kommet frem til svaret. Under intervjuene ble det dermed avdekket misoppfatninger av ulike slag, som da igjen ga meg svar på problemstillingen. Uten de 7 intervjuene hadde jeg hatt tilnærmet ingen grunnlag for å påstå at det lå misoppfatninger til grunn. På grunn av at de elevene som ikke hadde skrevet ned noen forklaring eller lignende, fikk utfolde seg muntlig i stedet, kunne jeg utelukke at det de har gjort bare var tilfeldige feil eller misforståelser. Matematikksenteret (u.å.) beskriver en misoppfatning slik, altså at tankegangen er konsekvent og ikke tilfeldig, som redegjort for i 2.5. Det fremgikk også av intervjuet av Snorre, 4.2.2, at han baserer seg på tidligere kunnskap når han skal løse nye oppgaver, selv om den kunnskapen ikke stemmer overens med det området som nå skal jobbes med. Dette stemme overens med det Brekke (1995) skriver om at elever forsøker å skape mening og sammenheng med det de har lært, som redegjort for i 2.5.

Videre er det også tydelig i datamaterialet at misoppfatningene kommer sjeldent alene. Om vi tar utgangspunkt i de elevene som har blitt intervjuet, siden de gir mest informasjon med tanke på å svare på problemstillingen, kommer dette tydelig frem. De som har svart feil på en oppgave og innehar tydelige misoppfatninger innenfor temaet, har også gjort det samme på senere oppgaver. Dette går også sammen med det Matematikksenteret (u.å.) skriver om misoppfatninger og dette konsekvente mønsteret.

5.1.1 Tidligere forskning

Gjennom analysen av mitt datamateriale er det tydelig at brøk er en utfordring for mange. Med utgangspunkt i min undersøkelse er det tydelig at elever på 6. trinn innehar ulike misoppfatninger innenfor brøk. Utsagn fra intervjuene hvor elevene uttrykte vanskeligheter med å forholde seg til *flere helheter* som i oppgave 1 og 4 (se vedlegg 1 og 4) viser tydelige mangler på grunnleggende forståelse innenfor brøk slik som Van de Walle et. al. (2015) beskriver det. Også kodene *oppdeling, nevner er det samme som antall deler* og *jo større teller eller nevner jo større brøk* eksemplifiserer hvilke misoppfatninger de har knyttet til nevnerens og tellerens betydning.

Om vi går tilbake til det som er skrevet i innledningen om TIMSS 2015 og ser på resultatene fra emnet *tall* på 5. trinn. Her skriver Bergem (2016), at brøkregning inngår i emnet og at det er rom for forbedring. Elevene scorer lavt her. Selv om det ikke er brøkregning i seg selv som blir fokuset i min undersøkelse er det fortsatt relevant. Forståelsen bør alltid ligge til grunn. Resultatene mine viser også at det er tydelig at det forekommer misoppfatninger i brøk innenfor ulike aspekter på 6. trinn. Det er også relevant og se på det Lamon (2005) skriver om at brøk er et spesielt tema innenfor matematikk hvor mange elever møter motgang. Dette kommer tydelig frem gjennom intervjuene hvor flere elever innehar ulike misoppfatninger og blir da hindret i å kunne besvare oppgaven.

5.2 Hvorfor er brøk vanskelig?

Med utgangspunkt i innsamlet data er det tydelig at brøk er spesielt vanskelig sånn generelt. Som Lamon (2005) skriver om at brøk kan være starten på forvitringen av elevers forhold til matematikk. Som Lamon (2005) skriver, tar brøken et stort steg videre og alt det elevene har lært om tall fra før føles nødvendigvis ikke like relevant lenger. Her kan det fort oppstå misoppfatninger. Dette kommer tydelig frem under intervjuet med Daniel, i kapittel 4.2.2, hvor han ikke helt vet hvordan oppgaven skal angripes, og da går tilbake til tidligere kjent kunnskap om naturlige tall, slik Matematikksenteret (u.å.) beskriver det.

Alle disse ulike «delene» av brøken, som blir nevnt i teorikapittelet, er med å gjøre brøk til et avansert felt. Det Birkeland et. al. (2011) skriver om at det nå er en tallstørrelse som er satt sammen av to tall, er helt nytt for elever når de begynner med brøk. Videre kommer det flere nye konsepter, som kan bli svært utfordrende for elever dersom det ikke legges forståelse til grunn i opplæringen. Slik Birkeland et. al (2011) skriver, skal kunnskapsstrukturen endres. De skal ta tidligere kunnskaper inn i brøken, og her kan det skje misforståelser som igjen kan føre til konsekvente tankemønster som ikke stemmer overens med realiteten. Og slik blir brøken vanskelig og det oppstår misoppfatninger som elevene tar med seg videre.

5.3 Hvilke konsekvenser kan disse misoppfatningene ha for elevene?

Jeg vil nå prøve å besvare på underspørsmålet; *hva kan være konsekvensen av at elever har de misoppfatningene de har om brøk?* Som skrevet i kapittel 4.3 er det tydelig at det foreligger misoppfatninger innenfor brøk i den elevgruppen jeg har gjennomført undersøkelsen. Hva er konsekvensen for disse elevene å faktisk ha disse misoppfatningene? Det som kommer tydelig frem i intervjuene er at elevene ikke vil kunne besvare oppgavene korrekt. Dette er den mest logiske konsekvensen. Et eksempel på dette er Frida, kapittel 4.1.2, hvor hun ikke forstår at brøk er en relativ størrelse. Denne mangelen på forståelse gjør at hun ikke klarer å se forbi oppgaven og blir da opphengt i at det ikke er noen *konkrete tall* knyttet til sparingen, og klarer dermed ikke å svare.

Det vil også være relevant og tenke på videre utvikling. Matematikksenteret (u.å.) presiserer at en misoppfatning er en bestemt tenkning altså konsekvent. Om en knytter det opp mot det Birkeland et. al. (2011) skriver om Piagets teori hvordan begreper dannes, kommer en viktig konsekvens til syne. Ifølge Piagets teori så vil nye begreper dannes ved akkomodasjon eller assimilasjon. Om utgangspunktet er en misoppfatning er ikke det noe særlig å bygge videre på. Det vil muligens kunne føre til flere og mer komplekse misoppfatninger innenfor temaet og dermed redusere grunnlaget for å kunne mestre matematikk. Det kommer også tydelig frem i intervjuene at en misoppfatning kommer sjelden alene og det blir dermed en kombinasjon av misoppfatninger og det er flere som ligger til grunn for elevenes svar.

5.4 Generaliserbarhet

Det er viktig å se på om resultatet fra undersøkelsen er generaliserbart. Med utgangspunkt i oppgavens natur og omfang er ikke dette en «stor» undersøkelse. Her er det 25 elever fra ett trinn på en skole og det vil være hodeløst å påstå at dette vil være et resultat som generaliseres. Samtidig viser tidligere forskning fra TIMSS 2015 at brøk er noe norske elever ligger bakpå i forhold til andre nasjoner (Bergem, 2016). Birkeland et.al. (2011) og Lamon (2005) understreker også at brøk er et stort steg fra det som allerede er kjent når man begynner med brøk, og det er store åpninger for at elever danner misoppfatninger. Selv om undersøkelsen i seg selv ikke er generaliserbar vil nok disse tendensens som jeg avdekket i kapittel 4 kunne gå igjen på de fleste skoler. Selve resultatene og omfanget av misoppfatninger kan komme til å variere fra ulike skoler.

6.0 Konklusjon

Formålet med denne undersøkelsen har vært å finne hvilke misoppfatninger innenfor brøk med tanke på *oppdeling, nevnerens og tellerens betydning og brøk som relativ størrelse.* Jeg vil nå oppsummere resultatene fra forskningen før jeg til slutt gjør rede for hva denne forskningen kan gi meg i fremtiden som lærer.

6.1 Forskningsresultatet

De 25 elevene som deltok i undersøkelsen ga meg i veldig stor grad et svar på hvilke misoppfatninger innenfor brøk med utgangspunkt i *oppdeling, nevneren og tellerens* *betydning* og *brøk som relativ størrelse.* Det kom tydelig frem at det var vanskelig å trekke konklusjoner utelukkende basert på det skriftlige arbeidet til elevene. Dermed var det en kombinasjon av de skriftlige besvarelsene og intervjuet etterpå som gav meg innblikk i elevenes tankegang og banet vei for å identifisere misoppfatningene. Jeg fant ut at noen av elevene jeg intervjuet ikke klarte å se på brøk som en relativ størrelse. Samtidig hadde noen elever ulike misoppfatninger innenfor betydningen av de tallene som står på hver sin side av brøkstreken, altså telleren og nevneren. Dette gikk også over elevenes forståelse av hva oppdeling innenfor brøk er, konseptet med at alle delene skal være eksakt like store.

6.2 Fremtidig jobb som lærer

Min gjennomføring av denne kvalitative forskningsundersøkelsen har gitt meg mange inntrykk jeg kommer til å ta med meg ut arbeidslivet. Fra at det er elever som innehar misoppfatninger og trenger riktig veiledning og en god lærer videre, til at det vil være viktig å kartlegge klassen som en får i jobb. Gjennomføringen har også lært meg at det ikke nødvendigvis er nok med utelukkende oppgaver for å avdekke misoppfatninger, men også samtale med elevene. Det er ikke alle lever som har evnen til å forklare seg like godt skriftlig i matematikk.

6.3 Videre forskning

Med tanke på videre forskning er dette et interessant tema. I min studie presiserer jeg de misoppfatningene elevene kan inneha innenfor noen temaer i brøk. Jeg har en mening om at det ville vært interessant og utvidet oppgaven til å se på begrepsforståelsen elever på mellomtrinn har innenfor brøk. Dette er noe som jeg ser for meg hadde passet til en eventuell masteroppgave.

Referanser

Bergem, O. K. (2016). Vi kan lykkes i realfag. Resultater og analyser fra TIMSS 2015. I O. K. Bergem, H. Kaarstein, & T. Nilsen (Red.), *Hovedresultater i matematikk* (ss. 22-43). Oslo: Universitetsforlaget.

Birkeland, P. A., Breiteig, T., & Venheim, R. (2011). *Matematikk for lærere: 1* (5. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Brekke, G. (1995). Oppfatninger av desimaltall. *Nämnaren, 22 (4).*

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene.* Oslo: Abstrakt Forlag.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). *Research Methods in Education* (8. utg.). London: Routhledge.

Corbin, J., & Strauss, A. (2008). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory.* Thousand Oaks, CA, US: Sage Publications, Inc. .

Lamon, S. (2005). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers , 2. utg.* New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Matematikksenteret. (u.å.). *Dette er FRAMM*. Hentet mars 11, 2019 fra Webområde for Matematikksenteret: https://www.matematikksenteret.no/eksamen-pr%C3%B8ver-og-kartlegging/fra-misoppfatning-til-mestring/dette-er-framm

Van de Walle, J., Karp, K., & Bay-Williams, J. (2015). *Elementary and middle school mathematics : Teaching developmentally* (9. utg.). Upper Saddle River: Pearson.

Vedlegg

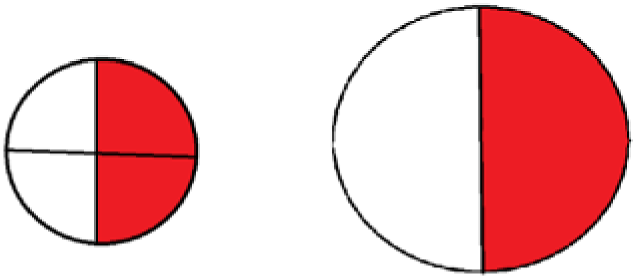
Vedlegg 1 – oppgave 1

Oppgaver i brøk

Du kan når som helst trekke deg fra dette forskningsprosjektet. Dette er helt anonymt og resultatet har ingenting å si for din skolegang.

Oppgave 1

Her ligger det 2 pizzaer. Pizza nummer 1 er delt inn i 4 biter, og pizza nummer 2 er delt i 2 biter. Hvilken pizza vil du velge for å få mest mulig? Sett ring rundt riktig svar.



A: Pizzaen til venstre

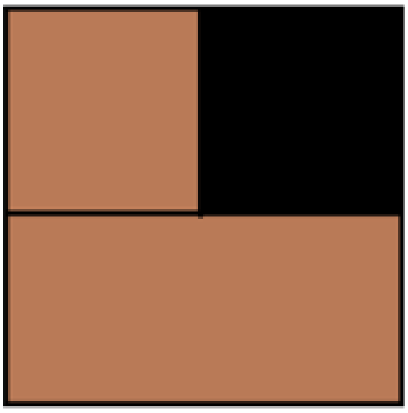
B: Pizzaen til høyre

C: De er like store

Vedlegg 2 – oppgave 2

Oppgave 2

Hvor stor brøkdel av sjokoladekaken ble brent?



Forklar hvordan du tenkte. Her kan du også bruke figurer til å forklare

Vedlegg 3 – oppgave 3

Oppgave 3

Hvor stor brøkdel av flagget til Colombia er gult?

Her kan du også skrive/tegne hvordan du tenkte

Vedlegg 4 – oppgave 4

Oppgave 4

Kristian og Brian får ukepenger.

Kristian sparer $\frac{1}{2}$ av pengene, mens Brian sparer $\frac{1}{4}$ av pengene sine.

Kan Brian spare mer penger enn Kristian?

Vis hvordan du tenker i ruten nedenfor

Vedlegg 5 – informasjonsskriv til foresatte/elever

Infoskriv

Mitt navn er Brian Maridal Aasen. Jeg går lærerutdanning (1-7) m/ vekt på realfag hos NTNU. I sammenheng med min bacheloroppgave vil jeg gjennomføre et forskningsprosjekt på trinnet. Temaet vil være misoppfatninger i brøk. Det vil ikke samles inn noen personopplysninger i undersøkelsen og alt innsamlet materiale vil destrueres ved endt prosjekt.

Dersom du ønsker at ditt barn IKKE skal delta, eller barnet selv ikke ønsker det, vennligst gi beskjed til meg eller kontaktlærer. Barna kan også trekke seg når som helst fra prosjektet.

Tlf.: 46448320 Epost: Brianaa@stud.ntnu.no

Med vennlig hilsen

Brian Maridal Aasen

NTNU
Kunnskap for en bedre verden