

Solveig Blindheim

## Når to måter å tenke på møtes

Et undervisningsprosjekt  
LGU13002

Bacheloroppgave i Grunnskolelærerutdanning 1-7 med vekt på  
realfag

Veileder: Kristoffer Humphery

Mai 2019



# Sammendrag

---

Denne oppgaven undersøker mine egne, og elevenes utfordringer knyttet til brøkundervisning på en skole i Zambia. Analysen er basert på egen undervisning, observasjoner og samtale med både elever og læreren i min klasse. Klassen talte 46 elever, og jeg underviste brøk i tre sammenhengende uker. Hovedfunnene mine er knyttet opp mot utfordringene som oppstår når en lærer forsøker å undervise begrepsmessig i et klasserom der elevene kun har møtt prosedyremssige undervisningsformer. I tillegg vurderes faktorer som kommunikasjonsvansker, verdien av produktivt strev og verdien av å ha god nok tid når du skal lære noe nytt, og lære det skikkelig.

Oppgaven preges av en kontrast mellom to kulturer for undervisning som er hverandres rake motsetning. Ved å lese oppgaven får du i hovedsak en innsikt i hvordan jeg har håndtert uvante situasjoner, arbeidsforhold og metoder, men situasjonene vurderes i lys av teori som er høyaktuell for lærere som arbeider mot begrepsmessig undervisning.

En lærer mye av å møte mennesker med en annen bakgrunn, og en annen historie. Jeg vil takke lærerne på min skole for at de tok meg godt imot, og delte av sin kunnskap.

God lesning!

## Summary

---

The following paper investigates my personal challenges, and my pupils' struggles connected to fraction computation at a school in Zambia. The analysis is based on my teaching, observations, conversations with the teacher assigned to me, and the pupils in my class. There were 46 students in my class, and I taught fractions three weeks in a row. My findings are connected to the challenges rising when you try to teach with understanding in a classroom with pupils who only have met algorithm-based education. In addition, I will consider factors like communication difficulties, the value of productive struggle and the value of enough time when learning something new and learning it for real.

The paper is marked by a contrast between opposite cultures of teaching. When reading the paper, you will get insights in how I have dealt with unfamiliar situations, working conditions and methods. However, the situations are examined based on theories relevant if you are a teacher working towards conceptual teaching.

When interacting with humans with another background and a different story you learn a lot. Therefore, I want to thank the teachers at my Zambian school for sharing their knowledge and for treating me like an equal.

Enjoy the reading!

# Innholdsfortegnelse

Sammendrag	0
Summary	1
<b>1.0 Innledning</b>	<b>3</b>
1.1 En oppgave i endring	3
1.2 Forskningsspørsmålet	4
<b>2.0 Metode</b>	<b>5</b>
2.1 Valg av metode	5
2.2 En kvalitativ studie, men hva betyr det?	5
2.3 Intervju som metode	6
2.4 Samtaleintervju	7
2.5 Observasjon som metode	7
<b>3.0 Teori</b>	<b>8</b>
3.1 Hva er brøk?	8
3.2 Brøk som areal og brøk som lengde	8
3.4 Prosedyremessig og begrepsmessig forståelse av brøk.	9
3.5 Vanlige misoppfatninger knyttet til brøk	9
3.6 Produktivt strev	10
<b>4.0 Analyse og drøfting</b>	<b>11</b>
4.1 Begynnelsen	11
4.2 Begynne å bygge forståelse	13
4.3 Gjennomføring og analyse av papirstripeoppgave.	13
4.4 Tallinje som modell for brøk	15
4.5 Hvilken brøk er størst?	18
4.6 Det tar tid å bygge forståelse	18
4.7 Trekke sammen trådene	19
<b>Avslutning</b>	<b>21</b>
Litteraturliste	22
Vedlegg 1	23
Vedlegg 2	27

## 1.0 INNLEDNING

---

Våren 2019 var jeg på et 5 uker langt opphold i Mongu, en mellomstor by i Zambias vestprovins. Der var jeg for å ha praksis på en skole som går under pseudonymet Litunga Primary i denne oppgaven. Det er en offentlig grunnskole der de fleste elevene kan regnes som fattige. Skolen har omtrent 1600 elever. Halvparten har undervisning på formiddagen, og den andre halvparten undervises på ettermiddagen. Alle lærere er allmennlærere, og jeg fikk plass hos læreren som her kalles Melody på 7 trinn. Her skulle jeg, sammen med en annen norsk student undervise matematikk og naturfag. Denne oppgaven handler om hvilke valg jeg har tatt, og hvilke utfordringer jeg har møtt når jeg har undervist 45 Zambiske elever i matematikk.

I Zambia er det 70 språk. Språkene er knyttet til Stammer, og den stammen flest er en del av på Litunga Primary heter Lozi. De snakker Lozi på skolen frem til femte klasse. Fra femte og oppover er det engelsk som er undervisningsspråket fordi det er Zambias nasjonalspråk. Vi kom til en klasse som har hatt engelsk som sitt undervisningsspråk i 3 år, men det er helt mulig å komme seg igjennom skolegangen uten å være god i engelsk. Språket ble en av mine hovedutfordringer. Mer om det senere i oppgaven.

### 1.1 En oppgave i endring

Ting blir ikke alltid som du har tenkt. Det er noe jeg har fått erfare i Zambia, og gjennom skriveingen av denne oppgaven. Før jeg reiste til Zambia hadde jeg en klar plan for hva oppgaven min skulle gå ut på. Planen var å undersøke elevenes forståelse for likeverdige brøker og ulike modeller for brøk. Målet var å undersøke dette med utgangspunkt i den didaktiske tradisjonen jeg har blitt en del av på lærerutdanningen. En tradisjon som i stor grad legger vekt på elevenes forståelse og som bygger opp under kreativ matematisk utfoldelse. Selvfølgelig var jeg klar over at man ville møte en annen virkelighet i Zambia, men at en mattetime på Litunga primary var så ulik det jeg var vant med hadde jeg ikke klart å forestille meg. Dette førte til at jeg måtte skrive en annen oppgave, og oppgaven undersøker hvilke utfordringer jeg og mine elever opplevde når jeg underviste om brøk.

## 1.2 Forskningsspørsmålet

Min problemstilling setter rammen for oppgaven. Mitt mål er at teksten skal besvare den på en best mulig måte, og da må noen ting avklares. Det er blant annet mine personlige utfordringer det er snakk om når jeg i problemstillingen skriver *lærer*, og problemstillingen lyder som følger.

*Hvilke utfordringer møter lærer og elever i forbindelse med brøkundervisning på en skole i Zambia?*

Brøkundervisningen det er snakk om tar utgangspunkt i kunnskapen jeg hadde med fra Norge. Det hadde vært mulig å bygge videre på det elevene alt kunne, men det ville ikke vært like faglig interessant for meg som lærer. I tillegg var et av målene med oppholdet at man skal utveksle undervisningskunnskap. Derfor følte det riktig å undervise med det jeg hadde lært i ryggen. Undervisningens hjørnestein er begrepsmessig forståelse av brøk. Undervisningen jeg har gjennomført har hatt som mål at elevene skal bygge en forståelse som ikke er basert på innlæring av prosedyre, men på å bygge matematisk forståelse som elevene har eierskap til.

På tross av at begrepsmessig forståelse har vært det teoretiske rammeverket jeg har jobbet etter så bærer valg av oppgaver og aktiviteter preg av at jeg i utgangspunktet ønsket å undersøke likeverdige brøker. Igjennom oppgaven prøver jeg å være bevist på dette. Oppgaven er bygget opp med en teoridel, en metodedel, en analyse der jeg både presenterer data og diskuterer funnene mine, og en kort drøfting og avslutning. Jeg velger å diskutere funnene mine fortløpende, fordi mye av datamaterialet er generert av meg, og fordi det gir oppgaven en større helhet.

## 2.0 METODE

---

### 2.1 Valg av metode

Denne oppgaven belyser hvilke utfordringer jeg som lærer og mine elever møtte i møte med brøkundervisning i Zambia. Overordnet er det et kvalitativt forskningsprosjekt, noe jeg skriver mer om i 2.2. For å kartlegge utfordringene mine har jeg samlet inn elevarbeid, løst oppgaver sammen med elever, intervjuet lærer, og gjort meg opp tanker rundt egen undervisning.

### 2.2 En kvalitativ studie, men hva betyr det?

Jeg har valgt å gjennomføre en kvalitativ studie. Mitt datamateriale er hentet fra en liten gruppe informanter, og mine funn vil ikke være representative, eller generaliserbare. Resultatene er representative for den klassen jeg har vært observatør i, og funnene kan være interessante for andre i en liknende situasjon. Aksel Tjora skriver om kvalitativ forskning som systematisk nysgjerrighet (Tjora, 2017, s. 21). Det er en beskrivelse som passer til mitt arbeid fordi jeg har gått inn i en ukjent kontekst med observerende øyne. Alle metodene som har blitt brukt i oppgaven kan beskrives som subjektive, eller intersubjektive.

Datamaterialet oppgaven tar utgangspunkt i er sett gjennom mine øyne. Resultatene er tolket ut i fra de erfaringene jeg har gjort meg. «Det finnes ingen nøytrale eller objektive observatører» (Tjora, 2017, s. 203). På grunn av dette er det viktig å være seg bevist sin rolle som fortolker. Grunntanken er at studiet som gjennomføres skal være pålitelig. Derfor er intervjuer lagt ved. Det skal være mulig for en annen person å gjennomføre en tilnærmet likt studie.

Prinsippet om etterprøvbarehet henger høyt i alle former for forskning, men det er vanskeligere å få til i kvalitative studier der det er direkte kontakt mellom forsker og informanter. Det dannes en intersubjektivitet i møte mellom mennesker, og denne kan ikke gjenskapes ved å etterligne en annens forskningsdesign (Tjora, 2017, s. 224). Oppgaven greier ut om mine egne og elevenes møte med brøkundervisning, og resultatene er en blanding av mine egne tolkninger og observasjoner. Derfor er det vanskelig å si at mine resultater har lav gyldighet. Prinsippet om gyldighet er viktig



for at vi skal kunne stole på forskningen, og det sterkeste virkemiddelet som brukes for å styrke denne oppgavens validitet er åpenhet, og bruk av relevant og fagfellevurdert litteratur. Ny kunnskap bygges med museskritt, og man bruker tidligere forskning som grunnmur. Om en gjør en god jobb kan man få være med å legge en stein på grunnmuren selv også (Tjora, 2017, s. 206).

### **2.3 Intervju som metode**

Jeg valgte å bruke intervju som supplerende metode fordi jeg var interessert i lærerens tanker og perspektiver rundt undervisning og matematikk. Alle intervjuer kan plasseres på en akse mellom lav struktur, og høy grad av struktur. Mitt intervju kan betegnes som semistrukturert (Bjørndal, 2011, s. 96). En intervjuguide var viktig for at jeg skulle komme meg igjennom en rekke spørsmål som var planlagt på forhånd. På tross av dette var jeg åpen for uforutsette vendinger, og tok i bruk oppfølgingsspørsmål for å få så god informasjon som mulig. Læreren virket trygg gjennom hele intervjuet, og mitt inntrykk var at hun hele tiden holdt seg innenfor sin egen komfortsone, selv da jeg prøvde å stille kritiske spørsmål.

Intervjuet ble gjennomført i klasserommet vi bruker daglig. Elevene hadde time i et annet klasserom. Jeg hadde spurt læreren om vi kunne gjennomføre intervjuet dagen før, og hun virket motivert og klar da vi begynte. Alt av lyd ble tatt opp, og det var læreren klar over. Hun ble også informert om at intervjuet skulle brukes i forbindelse med en oppgave, og at det ikke ville være mulig å identifisere henne etter å ha lest oppgaven. Klimaet i intervjuet føltes trygt. Vi hadde arbeidet sammen over en lang periode, og det bar preg av gjensidig åpenhet så lenge man ikke beveget seg inn på tema som var knyttet direkte til staten. Da virket hun nervøs.

I teksten fungerer intervjuet som et verktøy som kontekstualiserer informasjonen i oppgaven, og jeg bruker deler av intervjuet for å underbygge mine utsagn. Intervjuet er vedlagt, og linjene er nummerert. I oppgaven vil jeg henvise til vedlegg og linjer. I en intervjusituasjon finnes det mange potensielle feilkilder. Noe av det jeg var mest redd for var å stille ubalanserte spørsmål der hun svarte det jeg ville at hun skulle svare. Som lærer ble jeg respektert, og hun ønsket å bekrefte at jeg gjorde en god jobb. Derfor var det viktig å ikke la det bli en sammenlikning mellom min og hennes undervisning. En annen feilkilde er selve transkriberingen. Intervjuet ble gjennomført på engelsk. I ettertid har jeg oversatt det til norsk, men det finnes ingen objektiv oversettelse fra muntlig til skriftlig språk (Bjørndal, 2011, s. 106). Derfor går det an å dra oversettelsen i ønsket retning. Dette har jeg vært meg bevisst, og prøvd å unngå.

## 2.4 Samtaleintervju

I etterkant av undervisningen har jeg hatt samtaleintervju med enkeltelever. Elevene ble valgt ut av læreren, og det de flinkeste elevene ble valgt ut først, noe jeg vet etter å ha sett dem arbeide i timen. Jeg intervjuet til sammen 11 elever. Det var et litt tilfeldig antall, det var fordi at etter den 11. eleven fikk jeg ikke så mye ny informasjon. Jeg ba dem løse oppgaver som var relevante i forbindelse med undervisningen vi hadde gjennomført. Alle elevene fikk like oppgaver, og oppgavearket ligger vedlagt. Disse oppgavene er grunnlaget for en del av analysen. I etterkant har jeg tolket elevarbeidet ved å sammenlikne de ulike besvarelsene. Jeg har forsøkt å trekke linjer mellom besvarelsene, og min egen undervisning. Denne metoden ble valgt fordi elevarbeider er gode å ha når du skal analysere i etterkant. I tillegg var dette en del av forskningsdesignet jeg hadde laget før jeg dro ned, men alle oppgavene i arket ble ikke tatt i bruk fordi de ikke lenger var relevante for min problemstilling. Styrken ved å bruke denne formen for datainnsamling er at elevene selv får uttrykket sin kunnskap uten å måtte være avhengig av språket som kommunikasjonsmiddel. I tillegg får man samlet inn veldig tydelige svar på hva elevene sitter igjen med etter endt undervisning. Svakheterne kan være at ikke alle elevene har blitt spurt. Jeg kan ikke vite om det den ene eleven svarer gjelder hele klassen, men jeg kan gjøre meg opp noen antakelser.

## 2.5 Observasjon som metode

Observasjon betyr å iaktta, eller å undersøke (Bjørndal, 2011, s. 32). Jeg har prøvd å både iaktta og undersøke mine egne utfordringer og elevenes utfordringer ved å gjennomføre undervisning. Mine observasjoner har vært observasjon av andre orden fordi jeg ikke har hatt observasjon som min primæroppgave. I etterkant av undervisning har jeg skrevet ned mine tanker og tolkninger. De er grunnlaget for det jeg skriver i denne oppgaven. Det er mange ting som kan påvirke hva man sitter igjen med etter endt observasjon slik som førsteinntrykk, sisteinntrykk og personlige forhold (Bjørndal, 2011, s. 42). Fordelen i dette studiet er at jeg i tillegg til egne tanker kan støtte meg på elevarbeid, som kan underbygge mitt observerende øye. Det kan være ting jeg har glemt, eller husket feil. Vårt korttidsminne har veldig begrenset kapasitet, og i langtidsminnet er alt til en viss grad fortolket ut ifra de erfaringene vi har fra før (Bjørndal, 2011, s. 38).

## 3.0 TEORI

---

### 3.1 Hva er brøk?

En brøk er en matematisk representasjon for flere like deler av en enhet. Skriftlig representeres brøk  $\frac{a}{b}$ , der  $b$  sier noe om hvor mange deler enheten er delt inn i, og  $a$  forteller oss hvor mange slike deler vi har (Aubert, 2017). Å forstå brøk har vist seg å være vanskelig for mange barn og unge. En av årsakene er elevenes representasjonsfattigdom. Elevene har i størst grad opplevd brøk som en del av den hele, konkretisert ved å bruke en «pizza-modell», eller liknende modeller som bruker et oppdelt areal (Van de Walle, Karp & Williams, 2007, s. 311). Det finnes en rekke modeller og representasjoner for brøk. Noen av disse er hel-del, brøk som et forhold og brøk som operator. I denne oppgaven er fokuset lagt på modeller for brøk, og da i hovedsak brøk som lengde og brøk som areal.

### 3.2 Brøk som areal og brøk som lengde

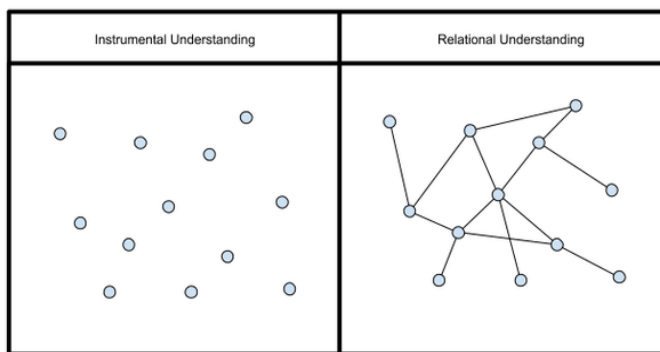
Den vanligste modellen for brøk er arealmodellen. Den går ut på at man deler opp et areal, og bygger opp under at brøk er en del av en helhet, og er et godt sted å begynne for å forstå brøk. Det er den mest brukte modellen, og de fleste har blant annet et forhold til sirkelmodeller. Nyere forskning sier at arealmodellen ikke har vært til god hjelp når grunnskoleelever skal bygge en sterk og fleksibel brøkforståelse. Det er fordi arealmodellen i liten grad gir kunnskap som er overførbart til andre modeller for brøk (Zhang, Clements & Ellerton, 2015).

Lengdemodeller sammenlikner lengder fremfor arealer. Dette kan gjøres ved å bruke papirstrimler, tallinjer, eller andre enheter som enkelt lar seg dele opp. Modellen hjelper elevene til å forstå at brøk er et tall, og ikke et tall over et annet. Lengdemodeller for brøk brukes lite i klasserommet sammenliknet med hvor effektiv modellen har vist seg å være (Van de Walle et al., 2007, s. 314).

### 3.4 Prosedyremessig og begrepsmessig forståelse av brøk.

Richard R. Skemp regnes som en pioner innenfor matematikdidaktikk, og skriver blant annet om prosedyremessig og begrepsmessig forståelse for brøk. Det er hans teoretiske rammeverk jeg tar i bruk i denne oppgaven. Dersom man helt enkelt skal skille begrepene fra hverandre kan man si at instrumentell forståelse betyr at en elev

utføre en regel, eller en prosedyre, og evner å bruke den. En begrepsmessig forståelse betyr at en elev vet hva hun skal gjøre og hvorfor (Skemp, 2006). Figur 1 illustrerer hvordan de to formene for forståelse skiller seg fra hverandre. Den ene representerer at kunnskapen henger sammen som et nett, mens den andre



Figur 1: (Wees, 2016)

symboliserer isolerte kunnskaper knyttet til fremgangsmåter som ikke virker i sammenheng. Selv om den ene metoden virker bedre enn den andre er det flere grunner til at mange tar i bruk prosedyremessig undervisning. For det første er instrumentell matematikk for det meste lettere å lære. Dersom en for eksempel skal dele to brøker på hverandre er det lettere å si at den ene brøken snus, og så kan du gange, enn å forklare hvorfor det gjøres slik. For det andre blir du raskere belønnet fordi du ender opp med mange rette svar og du får det rette svaret raskere (Skemp, 2006).

Det er mange argumenter for hvorfor begrepsmessig undervisning er det beste. Denne formen for undervisning er mer generelle, og kan lettere overføres til andre områder innenfor matematikken. Forståelse ses også på som et mål i seg selv og elevene motiveres lettere dersom de forstår hva de arbeider med og mot (Skemp, 2006).

### 3.5 Vanlige misoppfatninger knyttet til brøk

Når elevene i grunnskolen skal lære seg brøk bygger de på den kunnskapen de alt har. Frem til nå har de arbeidet med heltall, men brøk er ikke et heltall. Brøk symboliserer et forhold. Denne endringen fører med seg utfordringer for mange elever. Noen av utfordringene knyttet til brøk henger sammen med hvordan læreren underviser, fordi måten læren snakker om brøk er med på å forme elevenes forståelse. Dersom læreren sier «tre av fire» eller «tre over fire» kan elevene tro at størrelsen på delene ikke har noe å si. Om en derimot sier «tre fjerdedeler» angir man størrelsen på delen samtidig som man tydelig viser at tallene må sees i forhold til hverandre (Van de Walle

et al., 2007, s. 312). En annen vanlig misoppfatning er knyttet til overgeneralisering fra heltall. Dette nevnes flere ganger, det er fordi denne misoppfatningen har flere underdimensjoner. Den første er knyttet til å sammenlikne brøker. Dersom elever som ikke har en begrepsmessig forståelse for brøk tror mange at  $\frac{1}{10}$  er større enn  $\frac{1}{5}$  fordi 10 er mer enn fem. Den andre er knyttet opp mot addisjon av brøk. Dersom et regnestykke blir regnet ut slik  $\frac{4}{7} + \frac{6}{5} = \frac{10}{12}$  overgeneraliserer eleven fra heltall (Van de Walle et al., 2007, s. 313). Å være klar over, og møte disse misoppfatningene er avgjørende for god brøkundervisning.

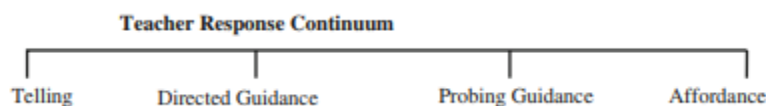
### 3.6 Produktivt strev

Dersom en ønsker å skape et læringsmiljø der matte læres med forståelse er produktivt strev viktig. Det er et nøkkelbegrep i forbindelse med å «gjøre matematikk» som igjen bygger på elevenes undersøkende arbeid, og problemløsning (Warshauer, 2015). «Målet er at elevene skal ha en «utvidet innsats for å finne ut noe som ikke er umiddelbart tydelig» (Hiebert, Grouws & Learning, 2007). Denne formen for innsats kalles produktivt strev. Det er ofte en frustrerende følelse for elevene fordi arbeidet går saktere, og man får færre svar, men prosessen gir positive langsiktige virkninger, selv om elevene ikke klarer oppgaven (Warshauer, 2015).

I klasserommet kan læreren velge å basere seg på direkte instruksjon eller produktivt strev. Direkte instruksjon regnes som tradisjonell tavleundervisning der læreren presenterer en fremgangsmåte som elevene tar i bruk. Det er gjennomført forskning der ulike elevgrupper har fått tilsvarende utfordrende oppgaver, men de har tatt i bruk ulike fremgangsmåter. I disse situasjonene har det vist seg at produktivt strev også her gir de beste langsiktige resultatene. Elevene trenes i utholdenhet og må vise et engasjement når de arbeider mot en løsning. (Warshauer, 2015). Figuren til høyre viser ulike måter en lærer

kan hjelpe elever på. *Telling* og *Direct Guidance* er lite kognitivt krevende, og kan svekke elevenes

evne til å møte kognitivt krevende oppgaver. *Problem Guidance*, der læreren kommer med forslag basert på elevenes tenking opprettholder kognitiv kapasitet, men bare *Affordance* øker elevenes kognitive kapasitet. Her får elevene god tid til å arbeide, samtidig som de får tid til å utvikle egne strategier.



Figur 2 (Warshauer, 2015)

## 4.0 ANALYSE OG DRØFTING

---

Det jeg skriver om i analysen kan være spennende for andre. Mange nyutdannede grunnskolelærere kommer en dag til å gå ut i skolen for å undervise om brøk for første gang. Konteksten kommer ikke til å være lik denne, men valgene jeg tok, tok jeg ut ifra kunnskapen jeg har tilegnet meg på lærerutdanningen. Personlig synes jeg det er spennende å reflektere over de valgene jeg har tatt i undervisningssituasjonene. På mange måter er valgene et bilde på hva jeg har tatt med meg fra matematikkundervisningen, og jeg skal så godt jeg kan prøve å være kritisk til avgjørelsene jeg har tatt.

Tolkningene i analysen er subjektive noe som øker behovet for transparens fordi mine funn aldri kan etterprøves helt likt. Min egen virkelighetsoppfatning er med på å påvirke hva jeg ser på som viktig i mitt datamateriale, men så lenge jeg begrunner mine tolkninger tror jeg andre vil ha muligheten til å lese oppgaven på en god måte. Jeg underviste brøk i tre uker, og analysen som følger skal belyse hvilke utfordringer lærer og elever møter i forbindelse med brøkundervisning på en skole i Zambia.

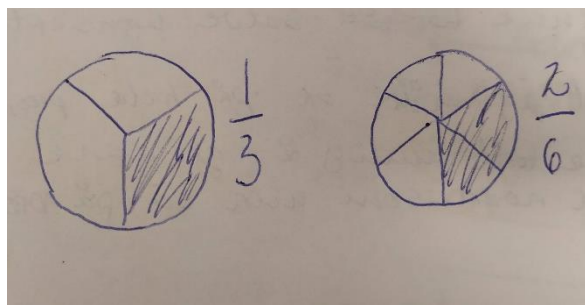
### 4.1 Begynnelsen

Elevenes forståelse for matte kan tolkes som instrumentell da jeg kom til Litunga primary. De var vant til å regne med brøk og forståelsen var prosedyrebasert. Oppgavene var gitt på en måte som gjorde at brøken kunne behandles som heltall de trengte altså ikke å forholde seg til at brøk er et forhold. Richard Skemp beskriver en instrumentell forståelse av matte som «rueles without reasons» (Skemp, 2006). I egen artikkel er han selv kritisk til dette utsagnet. Det er fordi selve fremgangsmåten kan oppfattes som meningsfylt for både lærere og elever. Jeg gjennomførte et intervju om matematikkundervisning med min lærer, og spurte henne om hun mente elevene forsto begrepene dersom de mestret metoden. Hennes svar på det var at «du kan ta et eksempel, forklare det på tavla, også kan du gi dem en oppgave der de kan jobbe sammen» (vedlegg 1. linje 41-44).

Ut ifra dette sitatet og samtalen for øvrig mener jeg det er riktig å si at hun ser på innlæring av regler som å bygge forståelse. Skemp kommer med et liknende eksempel i sin artikkel. Han argumenterer for at det i mange tilfeller kan være enklere for læreren å komme med en

instrumentell forklaring «vi kan alle tenke på slike eksempler...for eksempel når vi snur brøken og ganger ved deling av brøk» (Skemp, 2006, s. 21).

De to første ukene på Litunga primary gikk med til observasjon og undervisning om subtraksjon. Så i begynnelsen av den tredje uka i praksis trodde jeg oversikten min over elevenes kunnskap var så god at jeg kunne begynne å dreie elevene inn på mitt fokusområde, nemlig brøk. Jeg hadde snakket med læreren om brøk og hun fortalte at dette var noe de hadde jobbet mye med. Etter intervju med læreren vet jeg at det å få undervisning i brøk, ikke betyr at elevene har fått forståelse, men det var jeg ikke klar over på dette tidspunktet. Ut ifra det jeg hadde sett i bøkene, og i undervisning hadde de jobbet med brøk knyttet til alle de fire regneartene. De brukte også brøk som strategi dersom de skulle gjøre om et desimaltall til et heltall.



**Bilde 1: Likeverdige brøker**

Planen var å bruke en del av min første mattetime om brøk for å se om de forsto noen av de begrepene jeg hadde planer om å undersøke. Det var ulike modeller for brøk, og likeverdige brøker. Ut ifra det læreren hadde fortalt meg, og nivået på læreboka var jeg optimistisk. Jeg begynte undervisningen med å tegne to sirkler. I den ene

sirkelen tegnet jeg opp og skraverde  $\frac{1}{3}$ , i den andre tegnet jeg opp og skraverde  $\frac{2}{6}$ . Grunnen til det var at jeg ville se om elevene så at begge brøkene representerte den samme mengden. Jeg var også på utkikk etter om de kunne dra en parallell mellom brøk og bilde. Altså variere mellom ulike representasjoner. Å forstå ideen bak likeverdige brøker er noe av det vanskeligste som læres bort på barneskolen. Elevene må både tenke multiplikativt, samtidig som de må vurdere forholdet mellom del og hel i brøken (Pantziara & Philippou, 2012). Selv om dette bare var en kartleggingsoppgave var den for vanskelig. Den var vanskelig fordi elevene ikke har arbeidet med modeller for brøk. Jeg valgte å bruke arealmodellen da jeg tegnet opp det fysiske eksempelet. Denne valgte jeg fordi det er den jeg vet at norske elever bruker mest, men i den zambiske skolen er det ikke vanlig å bruke modeller i det hele tatt.

Læreboka for 7. årstrinn er helt uten bilder. Bruk av konkrete og visualiserende hjelpemidler knyttes i hovedsak til de lavere årstrinnene (vedlegg 1, linje 24). For meg virket det som de ikke

helt forsto hvorfor jeg tegnet sirklene. Jeg spurte om hvilke de trodde var størst, og alle svarte  $\frac{2}{6}$ . I slike tilfeller er det viktig å ta hensyn til gruppedynamikken fordi mange gjør det samme som sidemannen, men her er jeg ganske sikker på at alle var helt enige. Jeg hadde illustrert at begge de skraverte delene var like store deler av det hele.

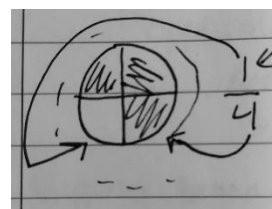
## 4.2 Begynne å bygge forståelse

Som konsekvens av det jeg lærte i kartleggingstimen min fant jeg ut at det var nødvendig å bygge grunnleggende, begrepsmessig forståelse for brøk. For at de skulle ha noe å henge forkunnskapene sine på startet jeg timen med å gå igjennom hva en brøk er, men jeg merket at mesteparten av det jeg sa ble for krevende. Å undervise om et abstrakt tema som brøk er ikke lett når språket er en barriere. Før jeg reiste til Zambia hadde jeg en ide om at det ville bli enkelt å undervise i matte, fordi matematikkens språk er universelt. Men på samme måte som at tegnspråk er ulikt fra land til land har også matematikken kulturelle koder som man må ta hensyn til. Å bruke en Pizza som modell for brøk er kanskje ikke like aktuelt når elevene spiser mais tre ganger om dagen og syv dager i uka.

## 4.3 Gjennomføring og analyse av papirstripeoppgave.

På forhånd bestemte jeg meg for at vi skulle arbeide med en representasjon for brøk. Valget falt på papirstriper. Dette er en form for arealmodell. Arealmodeller er helt grunnleggende dersom en underviser prinsippet om deler av det hele. Van de Walle skriver at «bruk av fysiske hjelpemidler fører til at man bygger mentale modeller, og dette bygger elevenes forståelse for brøk» (Van de Walle et al., 2007, s. 312). Det fine med papirstrimler er at de både kan representere areal og lengde. I tillegg får elevene mulighet til å jobbe med noe konkret, og praktisk. Ingen av delene er vanlige på Litunga primary. Målet med papirstripene var at elevene skulle få erfare at den samme lengden kunne representere ulike brøker. Mitt langsiktige mål var at erfaringen med papirstriper skulle gjøre det lettere å gå over til den mer sofistikerte tallinja.

Før jeg startet undervisning med papirstriper hadde vi over flere økter jobbet med å veksle mellom ulike modeller for brøk. De fikk blant annet beskjed om å tegne  $\frac{1}{4}$  i boka. Dette var noe mange mestret på grunn av grundige instruksjoner på tavla. Elevene fikk selv velge hvordan arealene skulle se ut, men de fleste ble helt like min. Det er vanskelig å vite hvor mye elevene faktisk lærer når jeg gir dem muligheten til å bruke en enkel fremgangsmåte for å forstå et



Bilde 2 Instruksjon hentet fra forberedelser til time



vanskelig konsept. Undervisningen beveger seg med en gang over mot det instrumentelle, fordi elevene følger en fastsatt fremgangsmåte. De har ikke en forståelse for hva de gjør. Dette er i alle fall noe jeg kan anta. Vi kan ikke forstå forståelse fullt ut, men vi kan forsøke å kategorisere den på en hensiktsmessig måte. (Pirie, 1988) I dette tilfellet er det i utgangspunktet to veldig forskjellige kategorier med kunnskap som møtes, men det betyr ikke at jeg kan vite hva alle elevene sitter igjen med etter endt undervisning.

Når klassen hadde jobbet med overgangen fra areal til brøk og tilbake, utfordret jeg dem til å forme arealet som en papirstripe slik at overgangen til den fysiske papirstripen potensielt skulle bli lettere. Selv om dette ikke var hovedaktiviteten, så er det viktig å arbeide med overganger mellom ulike representasjoner (Van de Walle et al., 2007, s. 292).

Selve aktiviteten gikk ut på å brette papirstriper. Elevene hadde akkurat avsluttet arbeidet med arealene, og jeg merket at dette kunne bli vanskeligere enn det jeg hadde sett for meg. Jeg startet med et eksempel. Jeg brettet  $\frac{1}{2}$ . Altså brettet jeg strimmelen i to. Grunnen til dette var å få frem at den samme strimmelen kunne representere flere ulike brøker. Elevene hadde fått utdelt stripene, og alle klarte å brette den i to. Den neste brøken skulle elevene klare på egenhånd. Jeg valgte 3-deler, fordi jeg ville at elevene skulle lage sine egne brettekanter. I tillegg til å brette ble elevene bedt om å skravere  $\frac{2}{3}$  av papirstripene.

Totalt antall elever	41
Antall striper samlet inn	36
Klarte mye av oppgaven	9
Brettet 4-deler	9

**Tabell 1:** resultater fra papirstripene

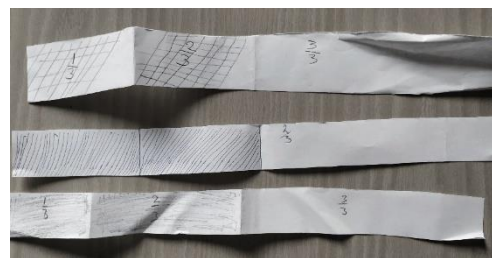
Det er to hovedfunn som er viktige med tanke på hvilke utfordringer lærer og elever møter i forbindelse med brøkundervisning. Den første utfordringen kommer til syne gjennom antallet som nesten kom i mål med oppgaven. Av 41 elever klarte 9 nesten alt. Aktiviteten jeg trodde ville treffe en stor del av klassen traff bare litt under en fjerdedel av elevene. På tross av at en del hadde ulike problemer med aktiviteten mener jeg det er en god øvelse. Brøker representert med en linjemodell er mye lettere å sammenlikne, enn brøker som er representert med en sirkel. De kan legges ved

siden av hverandre, og på den måten kan en tydelig se likeverdige brøker (Scott, 1981). Det kan være en ulempe at mange faller av, men om man ser det i lys av produktivt strev, kan selve prosessen elevene gikk igjennom da de ikke klarte oppgaven ha vært med på å øke deres kognitive kapasitet til neste gang de møter på en utfordring (Warshauer, 2015).



Den andre tydelige **Bilde 3: Riktig utført papirstripe**

feiloppfatningen er den som fører til at elevene bretter 4-deler. På Bilde fire er det flere eksempler på elevarbeid der elevene ikke ser sammenhengen mellom brøkdelenes fysiske størrelse og dens verdi. Grunnen til at mange brettet på denne måten var nok at vi begynte med å brette den i to. På den måten var det lett å bare brette den ene delen i to på nytt for å få tre deler. Det hadde vært bedre å dele ut helt nye striper, men vi manglet ressurser. Dersom elevene hadde fått nye ark er det sannsynlig at noen uansett ville ha feilet. Det er på grunn av manglende forkunnskaper og manglende erfaring med denne typen oppgaver. Elevene ser ikke sammenhengen mellom papirbrettene relative størrelse, og brøken. En av grunnene til at man bruker papirstriper er at de er lette å sammenlikne, men før man skal kunne sammenlikne må man se sammenhengen mellom lengden på papirdelen og brøkens verdi. I praksis må man forstå at det viktigste er antall like deler.



**Bilde 4: Elever som har brettet 4-deler**

#### 4.4 Tallinje som modell for brøk

Som nevnt innledningsvis underviste jeg med tanke på at elevene skulle forstå likeverdige brøker, slik at de kunne klare oppgavene i mitt skjema (vedlegg 2). Det er ikke sikkert at jeg bestandig har tatt valg som har vært best for elevenes forståelse av brøk generelt sett. På tross av det tror jeg at jeg har vært heldig fordi det jeg har undervist har vært nyttig for elevenes forståelse på lang sikt. Tallinje er en av modellene jeg valgte med likeverdige brøker i baktankene. Dette resulterte i bygging av forståelse, men kanskje ikke på den måten jeg hadde håpet på.

På lik linje med arealmodellen er tallinje en modell for å representere brøk. Modellen går inn under lineære modeller, og regnes som vanskeligere enn arealmodellen fordi elevene må forstå at en brøk er et forhold, og en verdi mellom 0 og 1 (Van de Walle et al., 2007). Grunnen til at jeg ønsket å

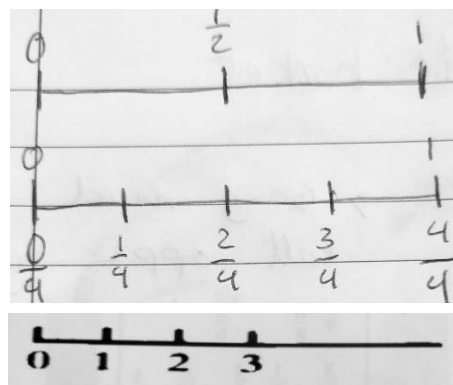
bruke en lineær modell som en del av min brøkundervisning var fordi jeg så på det som et godt verktøy for å sammenlikne brøker av ulik størrelse, og jeg så på metoden som et fint verktøy for å nærme seg en forståelse av hva likeverdige brøker er fordi man kan stille flere tallinjer under hverandre, og se hvilke brøk som er nærmest 1. Bilde 5 viser planlegging av undervisningen om tallinjer. Målet var at elevene skulle mestre tallinjen på bilde 6. Ut ifra det jeg vet om vanlige misoppfatninger knyttet til brøk visste jeg at utfordringen med denne oppgaven er å vite at brøk er en

verdi mellom 0 og 1 (Van de Walle et al., 2007, s. 313). Planen for undervisningen var at elevene skulle tegne den samme tallinjen flere ganger, men dele den opp i ulike deler. Jeg så for meg at de da lettere kunne se at  $\frac{1}{2}$  tilsvarer  $\frac{2}{4}$ . Selve aktiviteten var planlagt slik at elevene skulle få utdelt en brøk, plassere den på en tallinje, og tegne den. Dermed fikk de muligheten til å variere mellom ulike representasjoner. På bilde 7 ser man min plan for økta.

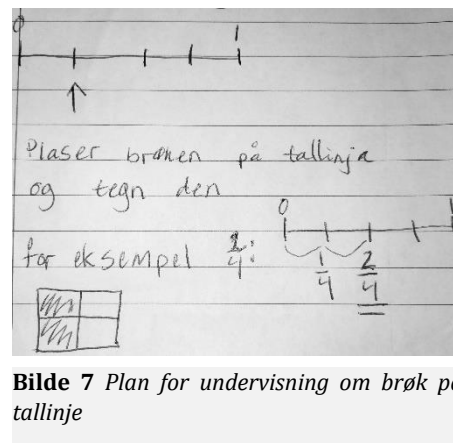
Planen er kort, og enkel. Noe jeg trodde aktiviteten også var. All undervisning på Litunga primary er basert på Direct Guidance. Da jeg underviste ønsket jeg ikke å bruke denne metoden, men da elevene skulle begynne å arbeide sto jeg frustrert igjen fordi jeg så at elevene ikke visste hvor de skulle begynne. Akkurat dette er noe Skemp skriver om i sin artikkel Relational understanding and instrumental understanding. Når elevenes mål er å forstå noe

instrumentelt, men læreren ønsker å undervise forståelsesbasert kan det raskt oppstå frustrasjon fra lærerens side (Skemp, 2006). Denne frustrasjonen bør læren se på som noe positivt fordi man bringer elevene inn i produktivt strev (Warshauer, 2015), men i praksis er det ikke like lett.

For det første forsto de ikke at tallinjene må være like lange. Hele poenget med tallinjer som modell for brøk er at tallinja fungerer som en fellesnevner. Det er fordi linjene er like lange, og derfor kan man sammenlikne brøkene, og se hvilke brøk som er størst (Van de Walle et al., 2007, s. 330). For det andre krever læring uten en fremgangsmåte at man kan ha god kontakt med barna via språket.



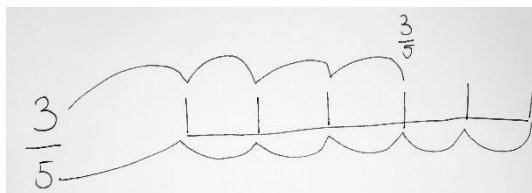
**Bilde 5 og 6:** Til venstre: Planlegging av undervisning om tallinje. Nederst: Tallinje brukt i samtale med elever.



**Bilde 7** Plan for undervisning om brøk på tallinje

I Norge øker fokuset på den matematiske samtalen som verktøy for læring. Det fungerer ikke når barna ikke forstår mer enn grunnleggende engelsk, og mangler trygghet rundt egne muntlige ferdigheter.

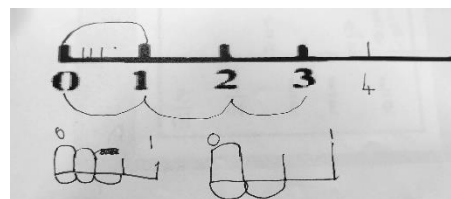
I utgangspunktet skulle ikke elevene få en vanlig fremgangsmåte slik de pleier, men på grunn av min frustrasjon endte det nok så underbevist med at jeg laget en fremgangsmåte til elevene. Skemp snakket med flere lærere som befinner seg i en liknende situasjon som min, og de satt igjen med følelsen av at «alt de vil ha er en eller annen regel for å komme frem til svaret» (Skemp, 2006).



Bilde 8 Fremgangsmåte for brøk på tallinje

Det var nok en liknende følelse som underbevist fikk meg til å forklare at de kunne bruke nevneren for å finne ut hvor mange deler den hele var delt opp i. Deretter kunne de «hoppe så mange ganger bort over tallet på tallinjen som telleren viste. Da ville de finne stedet brøken skulle være. Jeg forsto ikke helt selv at jeg hadde fjernet mye av oppgavens begrepsmessige preg. Det de fleste elevene satt igjen med etter økta var en fremgangsmåte, og ikke forståelse. På Warshauers skala for lærerrespons tar jeg oppgaven ned til nederste nivå, *Telling*. Det er fordi jeg foreslår en strategi, og retter feil (Warshauer, 2015). Det var selvfølgelig noen som hadde gjort det rett, men det krever mye å få noen ut av et læringsmønster de har vært i lenge. Selv ble jeg også neste lurt til å tenke at de klarte oppgavene mine fordi de forsto dem, men det var for det meste feil.

At fremgangsmåten hadde satt seg fast ble tydelig da jeg løste oppgaver sammen med enkeltelever. En av oppgavene går ut på å plassere  $\frac{2}{3}$  på en tallinje som tilsvarer den på bilde 9. Eleven prøver forgjeves å bruke fremgangsmåten for å løse oppgaven, men setter seg helt fast. Feilene eleven gjør



Bilde 9 Elev forsøker å plassere  $\frac{2}{3}$  på tallinja

er ikke knyttet til matematiske feilvurderinger. De er knyttet til en forvirrende fremgangsmåte som ikke passer som verktøy for oppgavene i skjemaet. Denne typen feil kan man argumentere for at er forårsaket av instrumentell læring fordi fremgangsmåten inneholder en rekke regler fremfor færre og mer generelle prinsipper for brøk (Skemp, 2006). En av hovedutfordringene for både meg og elevene ble altså at vi gikk inn i undervisningen med ulike mål for læringen. Jeg ønsket å

undervise med tanke på forståelse, men elevene ønsket seg instrumentell undervisning og fremgangsmåter fordi det er det de er vant til.

#### 4.5 Hvilken brøk er størst?

Sammenlikning av to brøkers størrelse er en prøve på om elever forstår brøk som forhold. I løpet av de foregående undervisningstimene fokuserte jeg mye på at en brøk er et tall mellom 0 og 1. Det var for å hjelpe elevene med å plassere brøk på en tallinje, og for å se at en brøk er en del. En av de vanligste misoppfatningene knyttet til brøk er at en brøk fungerer på samme måte som et heltall (Van de Walle et al., 2007, s. 312). Denne misoppfatningen levde i beste velgående blant mine elever. Det vil si at de vurderte at  $\frac{1}{10}$  er større enn  $\frac{1}{5}$  fordi 10 er mer enn fem. For å hjelpe elevene videre valgte jeg å omformulere spørsmålet til «hvilke brøk er nærmest en?». Undervisningen gikk deretter ut på at de skulle bruke det de kunne om tallinje for å finne ut hvilke brøk som var den nærmeste. I løpet av dette arbeidet var det en annen misoppfatning som slo inn. For å kunne sammenlikne to brøker ved hjelp av en tallinje må tallinjene være like lange, akkurat som at man er avhengig av en fellesnevner dersom en skal sammenlikne to skrevne brøker. Jeg la vekt på at tallinjene måtte være like lange, men størsteparten av elevene tegnet tallinjene i forskjellig størrelse og fikk dermed ikke muligheten til å sammenlikne tallinjene. Etter å ha arbeidet med flere oppgaver, og etter gjentatte repetisjoner klarte de fleste å plassere brøkene noenlunde rett, men både kommunikasjonsvansker og mangelen på en begrepsmessig forståelse førte til at elevene nok en gang fulgte en fremgangsmåte. Dermed fikk ikke oppgaven den rollen i elevenes utvikling av forståelse som jeg hadde sett for meg. Det betyr ikke at det ikke ble et steg i rett retning. Det tar tid å bygge begrepsmessig forståelse (Van de Walle et al., 2007), og til tider har jeg forventet for stor fremgang på for kort tid. Dersom man skulle ha fulgt Skemp's eksempel burde jeg tålt elevenes frustrasjon fordi den på lang sikt fører med seg verdifull utvikling av en relasjonsbasert og analytisk tenkemåte (Skemp, 2006).

#### 4.6 Det tar tid å bygge forståelse

En av de mest gjennomgående oppdagelsene i dette undervisningsprosjektet er at det tar tid å utvikle begrepsmessig forståelse. Dette er en av grunnene til at mange ikke får en dyp forståelse for hva brøk er (Van de Walle et al., 2007, s. 316). Lærerne må gi elevene den tiden de trenger for

å utvikle elevenes forståelse, og ikke bare bruke algoritmer. Jeg syntes det var vanskelig å undervise på en måte som støttet opp under og videreutviklet elevens læring. Det hadde gått mye raskere om jeg hadde brukt algoritmen. En av grunnene til at jeg ser på det som vanskelig er min egen skolegang. Brøkundervisningen la ikke vekt på forståelse. Det er først i løpet av lærerutdanningen at jeg har fått en forståelse for hva det er viktig å forstå. Det er læreren som må passe på at undervisningen går i rett tempo. På Litunga primary kunne vi nok ha bruk enda lenger tid på de ulike aktivitetene, men jeg hadde et mål om å undervise om likeverdige brøker, og da kunne vi ikke bruke for lang tid på å komme oss dit. Farten på undervisningen ble altså deleviss styrt av mine ytre rammer og ikke elevenes faglige behov. I intervjuet med læreren kommer det også frem at tiden ikke bestandig strekker til: «Føler du noen ganger at tiden ikke strekker til? Ja, manglende tid er et problem. Kanskje spesielt i matte. Matte krever mye tid, og ofte er ikke 40 minutter nok» (vedlegg 1 linje 29-30).

#### **4.7 Trekke sammen trådene**

Til nå har jeg gått igjennom de sentrale oppgavene jeg har gjennomført i praksis. Her vil jeg gi en sammenstilling av hvilke utfordringer jeg og mine elever møtte da jeg underviste i brøk på Litunga primary.

Elevens utfordringer var ofte knyttet til at de hadde innarbeidet noen misoppfatninger knyttet til brøk. De hadde for det meste fått direkte instruksjoner uten rom for egen refleksjon, og satt dermed igjen med en prosedyremssig forståelse av brøk (Skemp, 2006). I møte med min, i utgangspunktet begrepsmessige brøkundervisning oppsto det vanskeligheter. Det var ikke like mange klare svar som de var vant med, og de måtte lære på nye måter. Språket var også en hindring. Normalt har de lærere som kan morsmålet deres. Det var ikke tilfellet for vår del. Som skrevet tidligere ser man ofte på matte som et universelt symbolspråk, men i mange tilfeller satt nok elevene igjen med en følelse av at de ikke hadde språkferdighetene til å diskutere høyt, eller forklare. En siste utfordring for elevene var mangel på tid til å gå dypere ned i materien. De kunne ha hatt undervisning om disse temaene lenger enn hva jeg hadde muligheten til, for virkelig å forstå.

Utfordringene jeg møtte var mange. Jeg hadde manglende kunnskap om elevenes forkunnskaper før undervisningen begynte. Kunnskaper som jeg tok for gitt at elever i 7. klasse har var ikke innarbeidet, og jeg måtte derfor starte på bar bakke. En av mine utfordringer som fikk størst

konsekvens for elevene var at jeg ofte endte opp med å gi dem en fremgangsmåte, eller et svar fremfor å la dem være i et produktivt strev (Warshauer, 2015). Til mitt forsvar var det ikke så lett å vite om elevene holdt på med noe annet eller «strevde» med oppgaven. Om språkbroa mellom meg og elevene hadde vært bedre ville også min mulighet til å gi god undervisning styrket seg. Selv om min undervisning ikke kom høyre opp på skalaen enn *Probing Guidance* fikk de en langt mer variert undervisning enn hva som er tilfellet til vanlig. Klassestørrelse spiller også inn. Når man har opp imot 46 elever på en lærer ble det lettest med tavleundervisning. Spesielt når man ikke hadde mange andre ressurser til rådighet.

Noen av utfordringene ble delt av både meg og elevene. Noe jeg vil trekke frem er å la ting ta tid og ta seg tid. Tid var et problem, men det ble sett fra to ulike vinkler. Som lærer ønsket jeg at elevene skulle føle fremgang, og elevene ønsket å bli geleidet gjennom skoledagen slik de var vant til. Vi hadde altså til tider ulike mål for undervisningen. Når læreren ønsker å undervise relasjonelt, men elevene er vant til å bli undervist instrumentelt er den kortsiktige effekten at barna blir frustrert og ikke forstår, men den langsiktige effekten kan være utvikling av evnen til å vurdere, analysere og forstå nye ting (Skemp, 2006). Utfordringer kan altså være noe positivt, og på lang sikt kan utfordringene gi læring.

## AVSLUTNING

---

Oppgaven har følt mye mer aktuell og relevant å skrive sammenliknet med hva jeg hadde sett for meg. Selve undervisningen i Zambia var ikke som den her i Norge. Men jeg fikk se noen ekstreme forskjeller som virkelig ble en øyeåpner for meg. Spesielt med tanke på hvor viktig det er å undervise med forståelse. Det er lettere å se viktigheten når du har sett hva det vil si å være i et klasserom uten fokus på forståelse i det hele tatt. Matematikk blir noe fjernt og teoretisk, men det har potensialet for å være så mye mer enn det om det undervises på en god måte.

Å skrive selve bacheloren har også gjort meg mer rustet for lærerlivet fordi jeg har satt meg inn i litteratur som jeg kommer til å ta med meg videre. Noen ganger trenger man noen nye erfaringer for å forstå noe bedre. Erfaringen jeg har fått ved å undervise brøk på en skole i Zambia har ført til at jeg har følt undervisning som ikke har vært til det beste for elevene på kroppen. Både den som ble gjennomført av de lokale lærerne, og den som ble gjennomført av meg. Etter endt prosjekt og endt arbeid med bachelor seg jeg hvilke utfordringer som finnes når man skal undervise en klasse uten forståelse om brøk, men jeg ser også alle mulighetene som ligger ute alt. Klare for å bli brukt.



## Litteraturliste

---

- Aubert, K. E. (2017). Brøk: matematikk. I *Store norske leksikon*. Hentet fra [https://snl.no/br%C3%B8k - matematikk](https://snl.no/br%C3%B8k_-_matematikk).
- Bjørndal, C. R. P. (2011). *Det vurderende øyet : observasjon, vurdering og utvikling i undervisning og veiledning* (2. utg. utg.). Oslo: Gyldendal akademisk.
- Hiebert, J., Grouws, D. A. J. S. h. o. r. o. m. t. & learning. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. *1*, 371-404.
- Pantziara, M. & Philippou, G. (2012). Levels of students' "conception" of fractions. *Educational Studies in mathematics*, 79(1), 61-83.
- Pirie, S. E. J. F. t. l. o. m. (1988). Understanding: Instrumental, relational, intuitive, constructed, formalised...? How can we know? , 8(3), 2-6.
- Scott, W. R. (1981). Fractions Taught by Folding Paper Strips. *The Arithmetic Teacher*, 28(5), 18-21.
- Skemp, R. R. (2006). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 12(2), 88-95.
- Tjora, A. H. (2017). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (3. utg. utg.). Oslo: Gyldendal akademisk.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. & Williams, J. (2007). *Elementary and middle school mathematics. Teaching development*: Boston: Pearson.
- Warshauer, H. K. (2015). Productive struggle in middle school mathematics classrooms.(Report). *18*(4), 375.
- Wees, D. (Producer). (2016). Instrumental understanding and relational understanding. [Bilde] Hentet fra <https://buildingmathematicians.files.wordpress.com/2016/07/instrumental.png>
- Zhang, X., Clements, M. A. & Ellerton, N. F. (2015). Conceptual Mis(understandings) of Fractions: From Area Models to Multiple Embodiments. *Mathematics Education Research Journal*, 27(2), 233-261. doi: 10.1007/s13394-014-0133-8

**Vedlegg 1** Intervjuguide og intervju

Intervjuguide: Dato: 06.03.2019

1	Kan du fortelle meg om boka dere bruker i matte, og hva du synes om den?
2	Hvordan, og hvor ofte testes elevene i matte. - Hvilke betydning har prøvene - Er det mye «teaching for the test»
3	Kan du komme med noen tilbakemeldinger, eller kommentarer til brøkundervisningen jeg har gjennomført? - Ville du ha gjort noe på en annen måte?
4	Dersom du hadde fått en klasse som skulle ha blitt undervist i brøk for først gang. Hvor ville du ha begynt?
5	Føler du på noen begrensninger i egen undervisning?

Transkriberingen**Gul: Originalspørsmål****Grønn: oppfølgingsspørsmål**

1. Solveig- Jeg har noen spørsmål til deg som handler om matteundervisning og det første spørsmålet er om du kan fortelle meg litt om matteboka dere bruker, og hva du synes om den
2. Lærer- Den jeg bruker nå? I syvende klasse?
3. Solveig- Ja, den du lånte ut til oss.
4. Lærer- ok, ehmm. Jeg synes boken er helt ok. Den følger det jeg har undervist fra begynnelsen av. Hmmm. Boka er helt ok, i begynnelsen. Det første jeg underviste var brøk, så er det addisjon, subtraksjon, multiplikasjon..... De hadde et problem når det kom til divisjon. De pleide å glemme... for når du deler er det et punkt der du må endre til multiplikasjon. De pleide å pleide å glemme at de må endre telleren, sette den opp på topp og flytte nevneren ned. Men for det meste gjorde de det bra.
5. Solveig – Okei
6. Lærer- Når det kom til divisjon med desimaltall var det noen tall (i boka) som virket veldig store, men de prøvde. Med de som var små var det ingen sak. Med de store tallene pleide de å slite, men i det minste prøvde halve klassen. Så godt de kunne.

**Svarer hun egentlig på spørsmålet i det hele tatt? Hun snakker egentlig bare om hvilke temaer elevene hadde vanskelig for å lære, og det var ikke mitt spørsmål.**

7. Solveig – Om du skulle ha endret boka, hva ville du at skulle ha vært annerledes?

8. Lærer- Om jeg skulle ha endret boka? Mmmmm... selve kurset er helt ok, men det jeg ville ha endret er bare tallene. Noen av tallene er bare for store. De kan forstå konseptet, men noen tall er det som gjør at de sliter. Ellers er boka helt ok.

**Også her sitter jeg igjen med en følelse av at hun svarer det som er riktig.**

9. Solveig – Hvordan og hvor ofte blir elevene testet i matte?

10. Lærer – I matte... Det er sånn at vurdering er en kontinuerlig prosess. Slik som du ser, når vi underviser hver dag må vi gå rundt og markere i bøkene. Det er for å vurdere om de har forstått konseptet eller ikke. Så når du har rettet arbeidet, og du ser at bare noen få har fått alt riktig, så må du gå tilbake og repetere det samme, og dersom majoriteten prøver igjen den neste dagen, og får alt riktig. Da kan du gå fremover. Så det er en daglig vurdering og så vurderer vi dem hver 4. uke. Så vi tester daglig og månedlig.

11. Solveig – Har prøven en funksjon? Får de en karakter eller?

12. Lærer – Ja, vi gir dem markeringer. Si at vi for eksempel gir dem tjue spørsmål, om noen får alt riktig så får de hundre prosent. Og disse vurderingene hjelper oss med å se hvordan progresjonen til barna er. Men man ser at noen ligger bak de andre. Da må vi finne noe arbeid de kan gjøre for å forbedre seg. Man ser at om et spesielt spørsmål ikke har blitt svart godt på, da vet vi at de kanskje ikke har forstått konseptet så godt.

13. Solveig – Så du bruker prøven for å se om mange har misforstått noe, også kan du gå tilbake og undervise mer? (oppfølgingsspørsmål)

14. Lærer – Nei, vi gir deg ekstra arbeid dersom du ikke får det til. Fordi etter at du har rettet en prøve så kan du se at mange av dem ikke gjorde det så bra på dette spørsmålet. Da kan du gå igjennom prøven, og fortelle dem « la oss se på dette» Man må forklare det de ser på som et problem i oppgaven.

15. Solveig – okei, Så du pleier ikke å undervise inn mot en kommende prøve? Du gir prøven uten å forberede dem?

16. Lærer – Det vi gjør... fordi vi følger dem daglig, og ser hva de gjør, og så vet de at de kommer til å måtte skrive en prøve hver 4.uke. Vi har ikke prøven helt plutselig, vi informerer de noen dager før slik at de kan forberede seg.

**Jeg tror at dette spørsmålet ble litt merkelig for henne. Jeg burde ha formulert det på en enda mer åpen måte. Tror ikke hun følte at hun fikk sakt noe nytt.**

17. Solveig – Har du noen kommentarer til måten jeg har undervist i brøk på med denne klassen?

18. Lærer – Kommentarer til det du har undervist?

19. Solveig – Ja

20. Lærer – Faktisk... Jeg likte måten du underviste på. Fordi den var praktisk. Du forklarte muntlig. Ga dem eksempler, du pleide å lage papirstripene for dem, og så de demonstrasjonene du viste på tavla, og den praktiske tingen de gjorde ute på banen den gangen. (humrer) Det var bra. For ved å gjøre det kan barn forstå konseptet helt. Barn husker når de gjør noe, ikke bare når de lytter. De gjør, de husker. Mmhmm. Det var flott.

21. Solveig – Om du skulle endret noe ved måten jeg underviste brøk på. Hva ville du ha endret?

22. Lærer – Jeg tror ikke jeg ville ha endret noen ting. Fordi alt du har undervist har vært bra for barna. Det hjelper dem å forstå brøk fullstendig. Faktisk så har jeg lært mye jeg også. Når du lærte dem om hvilke brøk som er størst og hvilke som er minst. Når du snakket om hvilke som er nærmest en... Det var flott.

23. Solveig – Dersom du skulle ha undervist en klasse som aldri har hatt om brøk før. Hvor ville du ha begynt?

24. Lærer – OK. Når de lærer for første gang kan du gi dem et objekt. For eksempel en appelsin. Fortell dem at dette er en hel appelsin. Så når jeg deler den over midten har jeg en del av den. Det betyr at jeg har laget en del. En del av den hele. Det er sånn vi begynner. Eller om du ikke har en appelsin, eller noe annet. Da kan du ta et ark som dette. Vis dem. Så tegner du en strek et sted. Og spør dem. Hvor mange deler er det her nå? Da vill de fortelle deg at de har disse delene. « vi har tre, vi har to» Så sier du at en del av dem gir en brøkdeler av den hele.

25. Solveig – Føler du at elever sliter med brøk?

26. Lærer – ehmm. Ikke egentlig. Fordi dette med brøk... Vi underviser det helt fra småskolen. De løser enkle, og fortsetter å bygge videre på det. De begynner med brøk i tredje klasse. Enkle oppgaver.... De forsetter... bygger videre på det de kan... helt til de når de høyre klassetrinnene. Hmm....

27. Solveig – Føler du at du har noen begrensninger når du underviser i matte.

28. Lærer – hmmm... Begrensninger det kan være... la oss se .... Fordi vi blir guidet av boka... Vanligvis følger vi den, og vi lærer bort det de ønsker at vi skal lære barna, men når du har en annen ide rundt hva som kan hjelpe dem å lære, kan du implementer dette. Fordi det som er i boka er kurset de ønsker at vi skal følge så du kan undervise det som er i boka og om det finnes andre metoder som du har funnet andre steder kan du bruke disse for at de skal forstå noe helt. **Hun virker litt anibivalent og låst når hun sier dette. Hun vill ikke være negativ til statens opplegg, men det er tydelig at boka, og det at de må følge den så nøye er en begrensning i hennes undervisning av elevene. Boka kommer alltid først.**

29. Solveig – Føler du deg noen ganger begrenset på grunn av manglende tid?

30. Lærer – Ja manglende tid er et problem. Kanskje spesielt i matte. Matte krever mye tid, og ofte er ikkje 40 minutter nok. Så du underviser og ser at tiden renner ut. Du kan utvide dersom du har lyst til å gi dem en aktivitet. Bare gi dem litt arbeid, og så kan du fortsette med arbeid som er likt dagen etter. Da kan de forstå helt. For dersom du haster av sted vil de ikke oppnå noe fordi matte krever øving og forståelse.

31. Solveig – Føler du at du har nok tid til å gå igjennom hele pensumet i løpet av et år?

32. Lærer – I løpet av et år... Det er mulig å gå igjennom alt, men det kommer an på forståelsen til elevene. Men det kreves at man går igjennom alt av pensum. Fordi i 7 klasse skal de skrive en eksamen. Om jeg ikke blir ferdig med kurset betyr det at de ikke kan svare på alle spørsmålene som blir gitt på prøven. Når vi stenger skolen i april er det faktisk slik at 7 klasse må bli på skolen to ekstra uker. Vi har fire uker ferie, men isteden må 7 klasse være på skolen to ekstra uker slik at de får mer tid til å lære, fordi de har eksamen foran seg. Man opplever at arbeid man har planlagt å gjennomføre ikke blir ferdig. Så du kan bruke disse ukene for å ta igjen det tapte.

33. Solveig – Føler du at mangel på tid kan føre til at elevene forstår algoritmen og fremgangsmåten, men at de ikke forstår selve konseptet?

34. Lærer- Kan du gjenta/forklare det igjen?

35. Solveig – For eksempel i brøk. De vet hvordan de kan dele med brøk, men de forstår ikke hva en brøk er (reelt eksempel). Ser du forskjellen?

36. Lærer- Mhmmm.

37. Solveig – Hva tenker du om det?

38. Lærer – Ok. Om de ikke vet hva en brøk er kan de ikke løse oppgaven.

39. Solveig – Men tror du ikke at det er mulig å dele med brøk bare fordi du kan metoden, men du forstår det egentlig ikke.

40. Lærer – Nei, du må forstå. Det er da du kan løse en oppgave.

41. Solveig – Så du tenker at studentene forstår konseptet når de forstår metodene?

42. Lærer- Ok. Barna kan bare forstå når forklarer dem noe, og involverer dem.

43. Solveig- og hva forklarer du?

44. Lærer- Jeg forklarer gjennom eksemplene. For eksempel, i bøkene. Du har sett at det er eksempler der. Så du kan ta ett eksempel. Forklare det på tavla. Du forklarer det på tavla. Og så kan du gi dem en oppgave der de kan jobbe sammen. Når de jobber sammen går du rundt å retter, samtidig som du hjelper dem. Du ser at de jobber, men så kan de sette seg fast. Du hjelper dem, forteller at « her kan du prøve på denne måten». Så når du har gått rundt og ser hva de gjør kan du invitere en elev til å løse en oppgave på tavla. Fordi du kan gi dem en oppgave for hele klassen

når du ser at de har forstått, men når du går rundt og ser at mange gjør feil må du forstsette og forklare. Du må forklare mer. Du kan gi dem oppgaver når du ser at mange nok forstår.

45. Solveig – Perfekt. Takk.

## Vedlegg 2

### Oppgave

- Place number 4 on the number line.
- Place  $\frac{2}{3}$  on the number line.
- Place  $\frac{1}{2}$  on the number line.





