NTNU
Det skapende universitet

Kjært begrep har mange tegn

En studie av matematikkforståelse ved bruk av tegnspråk

Isabella Solem

Lektorutdanning med master i realfag
Innlevert: mai 2014
Hovedveileder: Frode Rønning, MATH

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Forord

Denne masterstudien er et resultat av mitt siste år på lektorutdanning i realfag (LUR) ved NTNU i Trondheim våren 2014. I løpet av et femårig studium har jeg lært mange ulike teorier og tilegnet meg mange ferdigheter som kan hjelpe meg videre i min karriere. Den største gevinsten, slik jeg ser det i dag, er den helhetlige utviklingen av meg selv som menneske. Gjennom de siste fem årene har jeg utvidet min horisont og fått en oppfatning om at jeg kan mestre det jeg bestemmer meg for å mestre, deriblant en masteroppgave med de oppturer og nedturer den byr på. Arbeidet med masteroppgaven har vært en lang prosess. Det har først og fremst vært en meget lærerik prosess. Jeg har fått mulighet til å forske på tema som står meg nær, noe som har gitt mersmak på rollen som forsker. I den forbindelse ønsker jeg å rette en takk til de som har hjulpet meg gjennom prosessen.

Listen over gode hjelpere er lang. Først og fremst vil jeg takke min veileder Frode Rønning som har en oversikt over feltet matematikkdidaktikk som jeg aldri har sett make til. Du har gitt meg konstruktive tilbakemeldinger gjennom hele prosessen og hjulpet meg i arbeidet mot et resultat jeg ikke hadde oppnådd alene. Jeg må også rette en stor takk til læreren og elevene som jeg fikk følge i matematikkundervisningen over flere uker, men som jeg har valgt å la forbli anonyme. Jeg er takknemlig for at dere åpnet døren for meg, slik at jeg fikk observere i en tegnspråklig klasse. Takk til Per Frostad for et dytt i riktig retning i starten av masterstudien, til Aase Lyngvær Hansen for god hjelp fra start til slutt og takk til Solveig Smith for korrekturlesing. Takk til Gary Morgan for et foredrag som satt perspektivet mitt på plass og takk til mine venner fra Gallaudet universitet som så hjertelig sendte meg forskning som det var vanskelig å få tak i på egen hånd. Sist en takk til alle som har tatt seg tid til å hjelpe og som stadig har gitt meg tro og hatt troen på at mitt arbeid vil bli av nytte for fremtidens matematikkundervisning på tegnspråk.

Siden dette markerer enden av min studenttilværelse, vil jeg også gripe muligheten til å takke mine studievenner for fem fine år sammen. Veien hit har riktignok hatt mange motbakker og fortvilelser, men vi har kommet oss over alle hindrene som studiet har bydd på.

Trondheim, Juni 2014

Isabella Solem

Sammendrag

Den overordnede målsettingen med denne studien er å undersøke tegnspråks betydning for begrepsoppfattelse i matematikk. Studien inneholder kunnskap om noen tegn som kan benyttes for noen matematiske begrep, og hvilken virkning lærerens valg av tegn kan ha for elevers begrepsoppfatning. Oppgavens matematiske fokus er på funksjonslære, men studien kan generaliseres til begrep innen andre områder av matematikken. Studien har to overordnede forskningsspørsmål:

Hvilke aspekter ved et matematisk begrep understrekes ved ulike tegnspråklige tegn?
Hvordan innvirker valg av tegn på utvikling av elevers begrepsbilde?

For å besvare forksningsspørsmålene er det gjort en kvalitativ studie med et fleksibelt design der forskeren fungerer som en deltakende observatør. Datamaterialet for oppgaven er dermed innhentet via klasseromsobservasjon og interaksjon i form av samtaler med informantene. I den observerte klassen foregikk undervisningen på norsk tegnspråk. På den måten kunne forskeren observere språkets virkninger på elevenes matematikkforståelse. Datamaterialet består av videoopptak av fire dobbelttimer samt notater gjort fra observasjon. Dette materialet er analysert ved hjelp av et teoretisk grunnlag samt en teoretisk analyse som binder sammen de ulike teoriene. Studien bidrar til å belyse viktigheten av språkets semiotiske funksjon for utvikling av elevers begrepsbilder. Studiens resultater bekrefter at valg av tegnspråklige tegn i matematikkundervisning er av betydning for elevers begrepsbilder. Resultatene viser at bruk av ulike tegnspråklige tegn i undervisningen fremmer ulik forståelse av de matematiske begrepene. Videre viser resultatene at tegn som benyttes kan påvirke elevens forståelse av ideen bak de matematiske begrepene. Tegnene kan være med på å kategorisere elevenes begrepsforståelse i forskjellige perspektiv, som et prosessperspektiv og et objektperspektiv. Lærerens valg av tegn kan også være med på å formalisere elevenes matematiske språk enten ved å være konsekvent i bruk av tegn eller ved å endre tegn fra det generelle til det mer formelle.

Funnene antyder at lærerens bruk av tegn for dets semiotiske funksjon kan ha en større påvirkning av elevenes begrepsoppfattelse enn hva lærere selv er klar over. Lærere må derfor ikke ta for gitt at elever har oppnådd den begrepsoppfattelsen av matematiske begrep som lærerne kanskje forventer.

Summary

The overall purpose of this study is to investigate the significance of sign language for conceptual understanding in mathematics education. The study includes knowledge of some signs that can be used for mathematical concepts, and what impact the teacher's choice of sign can have for students' concept images. The mathematical focus is on functions, but the study can be generalized to concepts in other areas of mathematics. The study has two main research questions:

> *What aspects of a mathematical concept is emphasized by various signs in sign language?*

> *How does choice of sign influence the development of students' conceptual image?*

To answer the research questions there has been made a qualitative study with a flexible design where the researcher acts as a participating observer. The data for the research is collected through classroom observation and interaction in the form of conversations with informants. In the observed class, the language used for teaching, was Norwegian sign language. By this way, the researcher could observe the language effects on students' mathematics understanding. The total data consist of video recordings of four dual hour and notes made from observation. This material is analyzed using a theoretical basis and a theoretical analysis that ties together the different theories. The study helps to highlight the importance of the semiotic function of language for the development of students' concept images. The results of the study confirm that the choice of sign in sign language in mathematics education is important for students' concept images. The results show the use of different signs in teaching, promotes different understanding of the mathematical concepts. Further, the results shows that the sign used can affect students' understanding of the idea behind the mathematical concept. Sign used can help to categorize the conceptual perception in different perspectives, such as a process perspective and an object perspective. Selection of sign can also help to formalize the student's mathematical language. This either by being consistent in the use of sign or by changing the sign from the general to the more formal.

The findings suggest that teachers' use of sign for its semiotic function may have a greater impact on students' conceptual perception than what teachers themselves are aware of. Therefore, teachers should not assume that students have attained the conceptual perception of mathematical concepts that the teacher might expect.

Innholdsfortegnelse

1 Innledning

Mange anser faget matematikk som et vanskelig fag å lære. Når jeg forteller andre at jeg skriver master i matematikkdidaktikk, blir jeg nesten alltid møtt av begeistring, men også ofte av et snev av engstelse. Dette kan komme av at matematikk er det mest abstrakte vitenskapsfaget. Duval (2006) hevder dette da matematiske ideer ikke har primære kilder. Vi matematikklærere sier ofte "Det finnes en funksjon slik at…". Dette uten å ense at funksjoner egentlig ikke eksisterer annet enn som en abstrakt matematisk idé. Som alle andre matematiske ideer, representeres funksjonsbegrepet via forskjellige typer semiotiske representasjoner. Disse representasjonene vil dermed være avgjørende for hvilket perspektiv vi har på funksjonsbegrepet. Semiotiske representasjoner for funksjonsbegrepet kan blant annet være grafer, formler, ord og tegn. Semiotiske representasjoner i form av tegn kan være ulike matematiske tegn, men i denne oppgaven vil slike tegn omtales som symbol. Dette er fordi ordet *tegn* reserveres til å bety tegnspråklige tegn. Da tegnspråklige tegn også er semiotiske representasjoner for matematiske begrep, tenker jeg at ulike tegnspråklige tegn for matematiske begrep kan gi ulike oppfattelser av begrepene.

Det matematiske temaet som er sentralt for oppgaven er læren om funksjoner, et tema som er kjent for sine mange semiotiske representasjoner som det medieres mellom (se 2.3.2). Jeg var derfor nysgjerrig på om valg av tegn for disse kan ha noen virkning på elevers evne til å mediere denne kunnskapen. I oppgavens innledning vil jeg først og fremst gjøre rede for hva det var som førte meg til å velge matematikkundervisning på tegnspråk for min masteroppgave. Videre vil jeg presentere noe tidligere forskning innen dette området, og understreke den store mangelen på slik forskning. Jeg vil deretter kort presentere metode og læringssyn for denne oppgaven. I 1.4 vil jeg gi en oversikt over oppgavens oppbygging og deretter vil jeg gjøre rede for begrep som vil bli brukt gjennomgående i oppgaven. Til slutt i innledningen vil jeg presentere mine forskningsspørsmål.

1.1 Bakgrunn og valg av oppgave

De aller fleste hørselshemmede barn i dag får operert inn ett eller to Cochlea Implantat (CI) i løpet av sine første leveår. Implantatet er konstruert for å gi en form for hørsel. Dette er et resultat av den teknologiske utviklingen, og vi har sett en enorm økning av CI i løpet av de siste tiår. Erlenkamp (2006) viser til statistiske resultat fra 2005 hvor det ble anslått at over 90% av alle døve småbarn fikk operert inn CI. Dette fører til spørsmål som for eksempel om barnet skal gå på døveskole eller integrert sammen med hørende elever på en *bostedsskole*, og om det skal fokusere på tegnspråk eller talespråk. Med bostedsskole mener jeg den skolen eleven sogner til, der eleven er integrert sammen med hørende elever. Mange foreldre velger å la barnet gå på en bostedsskole der undervisningen foregår på talespråk, og slik blir det ofte mer fokus på talespråk enn tegnspråk. Beate og Veronika som er informantene i denne oppgaven, var to av disse barna. De fikk store deler av grunnskolen på en bostedsskole og tilegnet seg dermed et relativt godt talespråk. De valgte selv å bytte til døveskolen for sitt tiende år i grunnskolen. Elevene benytter seg av tegnspråk og talespråk om hverandre, men undervisningsspråket på døveskolen er norsk tegnspråk. Elevene får fortsatt det norske tale- og skriftspråk i undervisningen representert ved blant annet prat elevene i mellom, og ved skriftspråk i lærebøkene. Elevene har enda et system av symbol å forholde seg til, nemlig norsk tegnspråk. Beate og Veronika må, som alle andre elever, forholde seg til de semiotiske representasjonene i det norske talespråket, det norske skriftspråket og i det matematiske språket. I tillegg til alle disse symbolene må de også forholde seg til alle tegn i tegnspråk i sin tilegnelse av det abstrakte faget matematikk.

Det er gjort noe forskning på hørselshemmede barns læringsutbytte i skolen generelt, også med fokus på matematikken. Resultatene peker ofte på deres lave prestasjoner sammenlignet med de øvrige elevene (se 1.2). Et viktig spørsmål er hvorfor hørselshemmede elever ofte får et lavere læringsutbytte enn hørende. Dette er et spørsmål som antakeligvis har et meget komplekst svar. Jeg har lenge tenkt den samme tanken som Bull et al. (2011), at svaret befinner seg et sted innen språkferdighetene hos disse elevene. Det kan også ha noe med lærerens språkferdigheter å gjøre. Jeg tenker grunnen kan være at elevene har dette ekstra settet med symbol å forholde seg til. Tilegnelsen av matematikk kan kanskje bli for kompleks ved så mange ulike representasjoner av begrepene. På den andre siden tenker jeg at det må være mulig å benytte ressursene i tegnspråk for å fremme en bredere forståelse av matematiske begrep, altså for å få et bredere begrepsbilde. Jeg ønsker ikke å finne selve svaret på hvorfor hørselshemmede elever ofte får et lavere læringsutbytte, men jeg ønsker å se på tegnspråk i klassen og hvordan språket blir brukt som et redskap i matematikkundervisningen. Ifølge Dysthe (2001) kan interaksjonsprosesser og språklige kommunikasjonsmønstre være et viktig studieobjekt da det ikke er opplagt at slike prosesser fungerer på en måte som fremmer læring. Jeg ønsker å se om tegnspråk blir brukt som et godt redskap eller om det er i veien for læring.

Beate og Veronika er vant til en undervisning som foregår på norsk talespråk. Dette kommer av at de gikk 1.-9. klasse ved sine bostedsskoler. Begge hadde riktignok tegnspråktolk i undervisningen, men læreren og klassekameratene benyttet seg av talespråk. Beate og Veronika fikk skolehverdagen endret da de byttet til en døveskole der all undervisning foregår på tegnspråk. Skolens lærere, andre ansatte og de andre elevene benytter tegnspråk på skolens område uavhengig av hørselstap. Dette gjør det interessant for meg å se på hvilken rolle tegnspråk har i disse elevenes læringsprosess. Kommunikasjonen i klassen vil altså være på norsk tegnspråk, men kommunikasjonen fra læreboken og tavlen vil være på norsk skriftspråk. Elevene lærer altså matematikk via flere språk samtidig. Bull et al. (2011) siterer fra tidligere forskning at døve individ har en tendens til svakere mestring i assosiasjon mellom begrep. Hvis assosiasjon mellom begrep er vanskelig, kan det tenkes at også mediering mellom symbol, objekt og begrep i matematikken er en vanskelig oppgave for disse elevene. Medieringen er ifølge Duval (1999) en viktig kunnskap i matematikken som ofte glemmes av matematikklærere. Jeg vil dermed utforske hvordan elevene tilegner seg symbolene, objektene og begrepene, og hvilken rolle tegnspråk har i elevene sin tilegnelse av matematiske begrep. Enkelte kan med første øyekast anse dette som en oppgave som tilhører spesialpedagogikken. Jeg vil derfor understreke at dette er en oppgave som omhandler undervisning i matematikk på et annet språk i den hensikt å tilpasse opplæringen. Oppgaven hører derved hjemme innenfor språk, semiotikk og begrepsoppfattelse, og den er innenfor rammen av matematikkdidaktikk.

Som CODA (Children of Deaf Adults), barn av døve foreldre, har jeg en genuin interesse for tegnspråk da dette er ett av mine to morsmål, og en stor del av mitt liv. Jeg har alltid kunnet kommunisere på tegnspråk, men jeg har ikke alltid forstått grammatikken bak språket. I løpet av de siste årene har jeg arbeidet en del som vikar ved ulike pedagogiske institusjoner, der jeg har undervist både i og på tegnspråk, noe som har trigget en større interesse for språket. Selv har jeg aldri fått undervisning i tegnspråk, jeg har måttet lære meg grammatikken bak det språket jeg anser som mitt morsmål via samtaler med kolleger i tegnspråkmiljøer. Dette har ført til at jeg nå har fullført et årsstudium i tegnspråk som privatist, og jeg har fått en bredere forståelse av hva dette språket innebærer.

Jeg har også undervist hørselshemmede elever i matematikk. Da jeg selv har fått matematikkundervisning på talespråk, har jeg ikke fått en formell opplæring i tegnene for ulike matematiske begrep. Dermed har jeg måttet spørre elever og kolleger hvilke tegn de benytter for de matematiske begrepene samt at jeg har konstruert egne tegn. Jeg har lagt merke til at tegnspråkbrukere benytter forskjellige tegn for et og samme matematiske begrep. Noen av disse tegnene kan virke som banale gester som ikke gir inntrykk av hva det matematiske begrepet virkelig omhandler, mens andre tegn er gjennomtenkte tegn som understreker begrepets abstrakte idé. Når jeg nå har blitt mer bevisst på matematikkdidaktikk gjennom lektorutdanning i realfag, har jeg fått en stor interesse for språkets betydning i matematikkundervisningen. Gjennom fag der jeg har blitt kjent med blant annet Raymond Duvals teorier om matematikkens abstrakte egenskap, har jeg forstått at språket man benytter i matematikkundervisningen er meget viktig. Da matematiske begrep ikke har primære kilder (se 2.3.2), anser jeg språkets semiotiske funksjon (se 2.1.2) som meget viktig. Dermed ser jeg på denne oppgaven som en optimal mulighet for å kombinere disse to interesseområdene i en og samme forskningsstudie.

1.2 Tidligere forskning

Mange undersøkelser fra andre land viser at elever med hørselshemming som gruppe presterer lavere enn hørende medelever med hensyn til læringsutbytte i skolen (Allen, 1986; Lang, 2003; Traxler. 2000). I sin doktoravhandling *Matematikkprestasjoner og matematikkinnsikt hos hørselshemmede grunnskoleelever* viser Per Frostad (1998) til mye forskning fra utlandet som har vist at også i faget matematikk presterer hørselshemmede elever lavt (Allen, 1986; Bull et al., 2011; Daniele, 1993). Matematiske tester viser at elever med signifikant hørselstap grovt sett henger tre år etter jevnaldrende hørende til tross for normal IQ (Traxler, 2000). Simonsen, Hjulstad, Høie og Johannessen (2010) hevder at vi vet lite om hvorfor hørselshemmede elever ofte henger etter, og de understreker det store behovet for forksning innen dette feltet.

Etter en lang prosess med leting etter tidligere forskning, har jeg kommet frem til at det meste av forskning innen matematikkundervisning på tegnspråk er med barn i barnehage som fokusgruppe. Det er også noe forskning gjort på Gallaudet universitet i Washington DC på voksne hørselshemmede, men på ungdoms- og videregåendeskole nivå er det meget lite å finne. Det meste av forskningen gjort på barn og voksne er med fokus på hørselshemming og matematikk, mens lite forskning retter seg mot tegnspråkets rolle i matematikkundervisningen. Dermed finnes det ikke teori på akkurat det denne studien omhandler. Jeg ser meg derfor nødt til selv å flette sammen teori fra forskjellige områder for på denne måten å få et teoretisk grunnlag.

1.3 Metode og læringssyn

Til min forskning har jeg valgt en kvalitativ tilnærming. Dette er på grunnlag av at jeg er interessert i å studere fenomenet tegnspråk i matematikkundervisningen. For innsamlingsmetode av kvalitative data er det valgt klasseromsobservasjon der jeg fungerer som en deltakende observatør. Oppgavens metode, design og rammer vil bli omtalt nærmere i kapittel 3. På grunn av oppgavens språklige fokus har jeg valgt å fordype meg i sosiokulturelle læringsperspektiv som mitt læringssyn, der den tegnspråklige klassen er empiriens kontekst. Hovedtrekkene rundt sosiokulturelle læringsperspektiv og sosiokulturelle teoretikeres syn på språk og kommunikasjon vil det nærmere bli redegjort for i kapittel 2.1.

1.4 Oppgavens oppbygging

I mitt teoretiske grunnlag i kapittel 2 vil jeg presentere teori som jeg støtter meg til i min undersøkelse. Da det er gjort lite forskning innen det temaet jeg har valgt for min oppgave, deler jeg det teoretiske grunnlaget i tre hoveddeler fra tre forskjellige hold. I første del vil jeg ta for meg sosiokulturelle læringsperspektiv med fokus på språk og kommunikasjon. Deretter vil jeg gjøre rede for Cochlea Implantat og tegnspråkets verden. Den siste, og største delen av mitt teoretiske grunnlag, vil være en tredje språkredegjørelse, men denne gangen av det matematiske språket med hovedfokus på begrepsforståelse og mediering i matematikken. Med disse tre hoveddelene innen mitt teoretiske grunnlag, vil jeg skape en vid base som jeg så vil forsøke å flette sammen i en teoretisk analyse i 4.1.

Kapittel tre omhandler materiale og metode for innsamling av empiri. Dette kapittelet vil forklare min metode og designet valgt for studien. Konteksten og informantene vil også bli presentert, og jeg vil vurdere etiske betraktinger.

Analysen i kapittel fire er inndelt i en teoretisk analyse, fulgt av en empirisk analyse. I den teoretiske analysen vil jeg, som jeg tidligere har påpekt, forsøke å flette sammen det teoretiske grunnlaget ved blant annet å konstruere egne modeller. Her vil jeg også analysere ulike tegn for matematiske begrep som har blitt observert. Den empiriske analysen vil ta for seg klasseromsituasjoner der noen av disse tegnene blir brukt, dette for å analysere tegnets betydning i lys av mitt teoretiske grunnlag. I kapittel fem vil jeg gi en oppsummering av de viktigste funnene, diskutere metodebruk og resultat, og antyde oppgavens betydning for videre forskning og arbeid for matematikkopplæring på tegnspråk.

1.5 Forskningsspørsmål

Min interesse i denne studien er å finne ut noe om tegnspråks betydning for utviklingen av elevers begrepsbilder (Schwarz & Hershkowitz, 1999; Tall & Vinner, 1981) i matematikk. Jeg ser det som en selvfølge at språket har en betydning for begrepsbildene, da mine synspunkt bygger på sosiokulturelle perspektiv, der det hevdes at læring skjer gjennom samhandling og i en kontekst (Dysthe, 2001). Konteksten for denne oppgaven er en tegnspråklig klasse, en klasse der undervisningen foregår på tegnspråk. Man kan på tegnspråk benytte forskjellige tegn for et og samme norske ord ut ifra hvilken del av begrepet fokuset ligger på, og på denne måten vil et matematisk begrep kunne ha flere tilhørende tegn. Det finnes som tidligere påpekt lite forskning innen matematikkundervisning der undervisningsspråket er tegnspråk, så matematikklærere rundt om i landet har lenge bedt om retningslinjer matematikkundervisning på tegnspråk. Hittil har matematikklærerne fått få retningslinjer for hvilke tegn som bør benyttes for de ulike matematiske begrepene. Dette fører til at mange matematikklærere bruker egendefinerte tegn for matematiske begrep. Videre fører dette til stor variasjon blant matematikklærere når det gjelder hvilke tegn de benytter, noe som leder meg mot mitt første forskningsspørsmål:

Hvilke aspekter ved et matematisk begrep understrekes ved ulike tegnspråklige tegn?

Tegnspråk er ikke det eneste språket som blir brukt i en tegnspråklig klasse. Læreboken og tablen formidler matematisk innhold på norsk skriftspråk, og tegnspråk har lånte munnstillinger fra det norske talespråket. Matematikken har en egen symbolikk som kan anses som et eget språk. Antall språk benyttet i klasserommet blir da et definisjonsspørsmål. Sammen danner disse språkene flere register som elevene må klare å mediere mellom for å kunne oppnå en matematisk forståelse (Duval, 2006; Pimm 1991). De forskjellige registrene vil dermed kunne representere ulike sider ved ett og samme matematiske begrep. Dermed er jeg også interessert i om tegnspråk mer eller mindre kan påvirke elevenes begrepsbilder i ulike retninger, noe som leder til mitt andre forskningsspørsmål:

Hvordan innvirker valg av tegn på utvikling av elevers begrepsbilde?

2 Teoretisk forankring

Formålet med dette kapitlet er å presentere den teoretiske referanserammen som ligger til grunn for min forskning. Denne referanserammen er delt inn i tre delkapittel. Det første omhandler sosiokulturelle læringsperspektiv. Her legges spesiell vekt på de rollene språk og kommunikasjon har for den kognitive utviklingen. Deretter kommer et delkapittel som omhandler tegnspråklige elever. Dette for at leseren skal få et innblikk i sider ved tilværelsen som kan anses som kjente for alle medlemmer av døvemiljøet, men som er ny kunnskap for de fleste andre. Det siste og største delkapitlet vil gjøre rede for områder innen den matematikkdidaktiske verden, som jeg trenger som grunnlag for analysering og drøfting. Her vil jeg hente teorier fra mange hold, men med spesiell vekt på teorier av Raymond Duval, Anna Sfard, David Pimm og Heinz Steinbring, teorier som vil ha stor betydning videre i oppgaven.

2.1 Læringsteori og dets redskaper

Säljö (2001) omtaler mennesket som et kommuniserende vesen som bruker sosiokulturelle redskap i læringssituasjoner. Språk og kommunikasjon anses som noen av disse redskapene i kombinasjon med andre fysiske artefakter som video, tavle og andre medier. Min forståelse for læring bygger på sosiokulturelle læringsperspektiv som tilsier at læring konstrueres hos hvert enkelt individ i samhandling med andre og i en kontekst. I denne oppgaven ble empiri hentet fra dialoger i klassen, altså i samhandling. Konteksten som empirien ble hentet fra var matematikkundervisning i en tegnspråklig klasse.

2.1.1 Sosiokulturell teori

Som Olga Dysthe (2001) påpeker, er læring mye mer enn det som skjer i elevens hode. Hun mener at læring har med omgivelsene i vid forstand å gjøre, med relasjoner mellom mennesker, deltaking og gjennom samspill mellom deltakerne. Hun hevder at man ikke kan se på læring som et isolert fenomen, men at hele konteksten spiller en rolle for hva som påvirker læring. Dysthe (2001) understreker at samspill og læring *er* knyttet sammen, en påstand som er noe av grunnlaget for de sosiokulturelle læringsperspektiv. Påstanden bygger på et konstruktivistisk syn der det vektlegges at kunnskap ikke kan overføres, men må konstrueres gjennom individuelle prosesser. Fra et sosiokulturelt perspektiv blir kunnskapen dermed også konstruert, men her gjennom samhandling og i en kontekst (Dysthe, 2001). I sosiokulturelle læringsperspektiv omtales det vi utnytter til kognitiv utvikling som redskaper. Vygotskij (2001) brukte uttrykket "psykologiske redskaper" om språk, regnesystem, formler, regler og begrep. Alle disse redskapene er språklige eller kommunikative, og de medierer læring på mange ulike vis. Med denne teorien i bakhodet vil språk og kommunikasjon være viktige redskap for elevens læring, og ifølge Dysthe (2001) er nemlig språket det viktigste medierende læringsredskapet.

2.1.2 Språk og kommunikasjon

Säljö (2001) understreker viktigheten av kommunikasjon og språk i et sosiokulturelt læringsperspektiv. Han omtaler språket som kodifiserte uttrykk som kan benyttes for å få kontakt med andre, og som inneholder den verdenen som individet opplever. Dysthe (2001) understreker det at språket kan fungere som et kulturelt, medierende redskap som et særdeles viktig tema innen sosiokulturell læringsteori. Menneskelig kommunikasjon, enten den bygger på tale-, skrift-, tegnspråk eller andre kommunikasjonsformer, er ikke noe som eksisterer i et sosialt vakuum. Vi gir mening til språket, tolker det, og på en måte skaper vi våre realiteter gjennom vår bruk av språket. Som kulturelle redskap har symbolene og tegnene blitt kodet gjennom historien til språk som kan mediere verden til oss. På denne måten kan vi tolke og forstå verden gjennom symbol og tegn (Dysthe, 2001).

Säljö (2001) presenterer kommunikasjon som bindeleddet mellom det indre (tenking) og det ytre (interaksjon). I det sosiokulturelle perspektivet er individets utvikling en sosialisering inn i en verden av handlinger, forestillinger og samspillmønstre som er kulturelle og som eksisterer i og gjennom kommunikasjon (Säljö, 2001). Han hevder videre at det viktigste menneskelige læringsmiljøet alltid har vært og alltid kommer til å være den hverdagslige interaksjonen og den naturlige samtalen.

Språket har flere funksjoner, og Säljö (2001) deler språket inn i dets utpekende funksjon, dets semiotiske funksjon og dets retoriske funksjon. Språkets utpekende funksjon kan anses som en erstatning for pekefingerens funksjon. Når noe finnes innenfor synsvidde, kan man peke på objektet eller benytte et språklig uttrykk for å fange våre medmenneskers oppmerksomhet mot objektet (Säljö, 2001, s. 85). Språkets semiotiske funksjon kan anses som den funksjonen språket har dersom man omtaler et objekt som ikke er til stede, eller omtaler betydningen og innholdet av en idé eller et objekt. I språkets semiotiske funksjon finnes viktige deler av våre kunnskaper og verdensbilder tilgjengelige. Å utvikle seg og å lære er derfor et spørsmål om å tilegne seg språklige distinksjoner som en kan bruke til å forstå nye og hittil ukjente fenomener (Säljö, 2001, s. 93). Videre sier Säljö at denne funksjonen gir mulighet til å benytte språket som et medierende redskap og som en ressurs for å skape kunnskap om verden. Den tredje og siste kategorien er språkets retoriske funksjon som omhandler språkets evne til å påvirke andres oppfatning av omverdenen.

2.2 Tegnspråklige elever

Noe som skiller denne oppgaven fra de fleste andre masteroppgaver i matematikkdidaktikk er dens store fokus på tegnspråk som undervisningsspråk. For at oppgaven skal være lett tilgjengelig for matematikkdidaktikere utenfor det tegnspråklige miljøet, vil jeg derfor gi en liten introduksjon i "denne verden". Da oppgavens empiri er samlet fra elever med Cochlea Implantat, vil jeg først forklare hovedtrekkene i implantatets funksjon og noe om den store utviklingen som denne nye teknologien fører med seg. Jeg vil gjøre rede for hørselshemmede elevers situasjon i Norge i dag, og deretter gi en liten innføring i norsk tegnspråk. Tegnspråk er et meget nyansert språk, som jeg har sett at mange har problemer med å lære. Ifølge Säljö (2001) vil det å lære et språk være å lære å tenke innenfor rammen av den kulturen som språket er en del av. Jeg vil derfor med dette kapitlet forsøke å gi leseren litt kunnskap om tegnspråk og et lite innblikk i den såkalte døvekulturen. Det å forklare tegnspråk ved å benytte norsk skriftspråk i denne oppgaven er lite gunstig da tegnspråk bør oppleves. Til tross for dette, vil jeg i 2.2.3 presentere noen grunnleggende fakta om tegnspråk som kan gi leseren en grunnleggende forståelse for tegnspråk som språk.

2.2.1 Cochlea Implantat - CI

Cochlea Implantat, som ofte forkortes til CI, er et avansert teknologisk hjelpemiddel som kan forbedre hørselen til døve og sterkt tunghørte (Neeb, 2009). Implantatet består av elektroder som opereres inn i øret, og en taleprosessor som plasseres bak øret på yttersiden av elektrodene. Selv om det er mange gode resultat når det gjelder oppfatning av lyd hos individ med CI, er det av ulike grunner store individuelle forskjeller med hensyn til utviklingen av talespråk hos individene. Dette både når det gjelder bruk og forståelse (Bollingmo, Strand, Nilsen, Platou, & Ottem, 2009). Lyden fra et Cochlea Implantat vil gi en mekanisk lyd som ikke kan sammenlignes med den lyden som hørende får gjennom øret.

Et hett diskusjonstema i tegnspråkmiljøet de siste tiårene har dreiet seg om hvorvidt man bør gjennomføre CI-operasjon hos barn. Som påpekt innledningsvis ble det anslått i 2005 at 90% av hørselshemmede småbarn opereres med CI. I den forbindelse skilte Vonen (1999) mellom argumentene for og imot operasjon av døve barn. Det som hentes frem som en positiv effekt av CI er at opererte individer kan fungere bedre i storsamfunnet, og at de har glede av å kunne tilegne seg "mors mål som morsmål". Sistnevnte er noe som kan være viktigere enn mange tror. Dette vil jeg fremheve på grunnlag av psykologen Gary Morgan sine forskningsresultat som ble presentert i hans foredrag på Døves kulturdager 2013. Han understreket at hørselshemmede barn med hørende foreldre er langt etter hørende barn i sin kognitive utvikling, mens hørselshemmede barn med hørselshemmede foreldre er på lik linje med hørende barn i sin utvikling. Det er altså ikke hørselshemmingen som forårsaker forsinkelser i barnets kognitive utvikling, men kommunikasjonen i hjemmet (Morgan, 2013). Fra et sosiokulturelt perspektiv, som påpekt i delkapittel 2.1.2, er individets utvikling en sosialisering der det viktigste menneskelige læringsmiljøet er den hverdagslige interaksjonen og den naturlige samtalen. Optimismen rundt effekten av CI kan føre til svekkelse av den politiske satsingen på tegnspråk (Vonen, 1999). Læreren som var informant for denne forskningen hevdet at han allerede har sett at den politiske satsingen på tegnspråk har blitt redusert. En lavere politisk satsing på tegnspråk er en av faktorene som gjør denne masteroppgaven viktig. En konsekvens av den hyppige utviklingen av CI er at flere hørselshemmede får sin skolegang på bostedsskoler fremfor døveskoler. Dermed velger foreldrene å sette fokus på hørsel og talespråk fremfor tegnspråk, noe som også har ført til store diskusjoner. Jeg ser det som en selvfølge at dersom foreldrene av et hørselshemmet barn ensidig satser på utvikling av talespråk, og dermed neglisjerer tegnspråk, vil det i mer eller mindre grad alltid oppstå situasjoner der barnet ikke får med seg det som blir sagt på grunn av en svekket hørsel.

2.2.2 Kommunikasjonen blant hørselshemmede elever

Hørselshemmede elever som vokser opp langt unna byene der døveskolene ligger, får ofte sin skolegang integrert i bostedsskoler nær hjemmet. Ofte får disse elevene en tolk eller assistent, men noen elever forsøker å følge undervisningen på talespråk. Andre elever velger å gå på døveskoler eller skoler der det er flere tegnspråklige elever. Der er det ofte *tegnspråklige klasser*, et begrep som omtaler en klasse der tegnspråk er den kommunikasjonsformen som samspillet i klassen bygger på. Begrepet *hørselshemmede elever* brukes om elever med ulik grad av hørselstap. Der begrepet *tegnspråklige elever* blir brukt, handler det om elever som benytter tegnspråk fremfor talespråk. Dette gjelder både hørselshemmede elever og elever som benytter seg av tegnspråk av andre grunner, som for eksempel svekket taleevne.

Amundsen og Holm (2001) påpeker at alle som kan se, leser alle visuelle symbol vi omgir oss med og bruker dermed synssansen i kommunikasjon. Det som skiller hørselshemmede elever fra andre elever er at de ikke har lik tilgang til den auditive kommunikasjonen. De blir i større grad enn hørende avhengig av den visuelle kommunikasjonen. Dermed er det viktig i en tegnspråklig klasse at alle parter ser hverandre for at kommunikasjonen får flyt, og dette løses ofte ved at elevenes pulter plasseres i en halvsirkel (Hansen, 2005, s. 112). Jeg vil si meg enig med Glomset (2013) i at det typiske for hørselshemmede elever, i tillegg til å være annerledes, først og fremst er kommunikasjonen. Med utgangspunkt i tidligere påpekte argumenter fra Säljö (2001), Morgan (2013) og Dysthe (2001), vil jeg understreke at man har behov for kommunikasjon for å delta i det språklige sosiale samspillet også for å utvikle sine intellektuelle ferdigheter. Dette forutsetter at kommunikasjon skjer på et språk som man opplever som trygt, som man forstår og som gir en følelse av tilhørighet i det sosiale miljøet (Amundsen & Holm, 2001). Det er opplagt at et språk som baseres på en auditiv oppfattelse av språket aldri vil kunne føles helt trygt dersom et individ har problemer med å oppfatte auditivt. Dermed er det i mange tilfeller gunstig med undervisning på tegnspråk for hørselshemmede elever.Vygotskij (2001, s. 173) sier at et fremmed ord ikke øyeblikkelig settes i forbindelse med sin gjenstand, men at det skjer gjennom den betydningen som allerede er etablert på morsmålet. Vitenskapelige begrep står på samme måte i forbindelse med sin gjenstand gjennom begrep som allerede er dannet. Som Säljö (2001) påpeker, går kommunikasjon foran tenking, og å lære seg et språk er å lære seg å tenke innenfor rammen av en viss kultur og et visst samfunnsmessig fellesskap.

2.2.3 Tegnspråkteori

Det eksakte antall tegnspråkbrukere i Norge er det ingen som har en komplett oversikt over, men det antas å være om lag 16.500 brukere av norsk tegnspråk (Holten & Lønning, 2010; Språkrådet, 2012). For å få et bilde av omfanget, kan en sammenligning med andre minoritetsspråk være en hjelp. Av de norske, historiske minoritetsspråkene, har de samiske språkvariantene mellom 10.000 og 20.000 brukere i Norge, kvensk har ca. 2000-8000 brukere, romanés snakkes av 300-400 romfolk og romani har bare et par hundre til et par tusen brukere (Det kongelege kultur- og kyrkjedepartement, 2008, s. 53-54). Dermed konkluderer Holten og Lønning (2010) med at norsk tegnspråk er et av de mest brukte historiske minoritetsspråkene i Norge. Av dette forstår jeg at det finnes mange tegnspråklige elever i Norge, noe som fremhever viktigheten av forskning på tegnspråk i matematikkundervisning.

Noe som skiller tegnspråk fra andre språk er dets fokus på det visuelle fremfor det auditive. Norske tegnspråk benyttes av tegnspråkbrukere rundt om i hele landet. Det å leve alene som hørselshemmet i en liten bygd kan bli ensomt, noe som ofte fører til at døve flytter til steder med flere døve. Dette har ført til at de største miljøene for tegnspråk er i landets største byer der det også finnes samlingsted som døveskoler, døveforeninger, tegnspråkteater og lignende. Holten og Lønning (2010) hevder at ca. 96 % av døve har hørende foreldre, noe som fører til at de færreste tegnspråkbrukere får tegnspråk overført direkte fra sine egne foreldre.

Tegnspråk er et visuelt-gestuelt språk som er naturlig utviklet i kommunikasjon mellom hørselshemmede (Malmquist & Mosand, 1996 s. 30). Med visuelt mener de at det oppfattes gjennom synet uavhengig av lyder, og med gestuelt mener de at det uttrykkes gjennom bevegelser med hender, øyne, ansikt, munn, hode og kropp. Hendene omtales som tegnets manuelle del og resten omtales som tegnets ikke-manuelle deler. Den manuelle delen består av en håndform, håndformens orientering i rommet, håndens plassering i forhold til kroppen og håndens bevegelse (Malmquist & Mosand, 1996, s. 82). Mange tegn ser like ut hvis vi bare ser på den manuelle delen av tegnet. Det er derfor viktig å se på de ikke-manuelle delene, spesielt munnbevegelsene for å oppfatte hva det er snakk om. Dette er fordi en viktig del av et tegn ofte er munnstillingen fra et talespråklig ord. For å eksemplifisere dette, vil jeg benytte meg av tegnet til venstre i Figur 1 som betyr *ball*.

Figur 1: Ikoniske tegn for a) ball, b) hus og c) bil.

Den manuelle delen illustrerer en sirkel samtidig som tegnbrukeren sier lydløst *ball* med munnen. Ved å lese på leppene samtidig som man ser utførelsen av de manuelle delene, vil man forstå hva som blir sagt. Et tegn sett ut ifra de manuelle delene kan altså ha ulike betydninger, men et ord kan også ha ulike tegn. På samme måte som talespråk, varierer tegnspråk da varianter av språkbruken avhenger av alder, kjønn og språkmiljøet en ferdes i (Malmquist & Mosand, 1996, s. 48). Tegnspråk er ikke internasjonalt, og det har dialekter innenfor landegrensene slik talespråk har det.

Et tegn kan være sammensatt av to tegn på lik linje med et sammensatt ord på norsk talespråk. Når et tegn settes sammen til et sammensatt tegn, kan utførelsen endres. Det er ofte ikke et rytmisk brudd mellom de to tegnene. Dette kan sammenlignes med at det heller ikke er rytmiske brudd i sammensatte ord i talespråk. Ved å sette sammen to tegn, kan også rekkefølgen på tegnene, tegnets håndform og andre deler av tegnet endres (Malmquist & Mosand, 1996, s. 95).

Malmquist og Mosand (1996) skiller mellom ikoniske og arbitrære tegn. Ikoniske tegn er tilsynelatende motivert av tegnets betydning. Tegnet kan gi assosiasjoner til formen på tegnets betydning som tegnene for *ball* og *hus* i Figur 1. Tegnet kan også imitere en bevegelse eller uttrykke relasjoner (Malmquist & Mosand, 1996, s. 56). Tegnet for *bil* i Figur 1 imiterer bevegelsen av å dreie på rattet i en bil. Videre definerer de arbitrære tegn som de tegnene som ikke har en opprinnelse motivert av tegnets betydning, for eksempel *finnes*, *er* og *skal* som illustrert i Figur 2.

Figur 2: Arbitrære tegn for a) finnes, b) er og c) skal.

Malmquist og Mosand (1996) understreker imidlertid at et tegn kan være ikonisk for noen, men ikke for andre. Et eksempel er tegnet for bil. Da tegnet for bil som illustrert til høyre i Figur 1 er ikonisk for å bevege på rattet i en bil, trenger ikke dette være ikonisk for et barn som forbinder begrepet *bil* med sin lille lekebil som ikke har et ratt. Dermed vil dette tegnet være arbitrært for barnet frem til det forstår det ikoniske i tegnet.

Da flere tegn blir uttrykt ved en bevegelse, er det vanskelig å få et inntrykk av et tegn på et bilde. For å illustrere tegn som blir beskrevet, vil jeg i denne oppgaven vise bilder av tegnet der håndformen illustreres og en hvit pil indikerer tegnets bevegelser som i Figur 1 og Figur 2. Disse illustrasjonene er hentet fra tegnbanken (Møller-Trøndelag kompetansesenter, 2012). For å få et bedre inntrykk av tegnet kan det imidlertid være lurt å se tegnet i bevegelse. Dette kan gjøres på via tegnordboken (Statped, udatert) der de samme tegnene er vist på video. Jeg vil lage egne navn for flere av disse tegnene, men i vedlegg 1 finnes en liste som viser alle tegnene fra denne oppgaven med søkeord fra tegnordboken.

2.3 Et tredje språk – det matematiske språket

Som tidligere påpekt får noen hørselshemmede elever undervisningen på norsk talespråk. Andre benytter seg av tegnspråk og får da undervisning enten av en lærer som benytter tegnspråk eller via en tegnspråktolk. I matematikkundervisningen vil elevene som får undervisning på tegnspråk ha flere språk å forholde seg til. Tegnspråk benyttes som kommunikasjonsmiddel, norsk skriftspråk og det matematiske språket kommuniseres fra læreboken og via tavlen. Norsk talespråk benyttes til tegnenes munnstillinger, og det matematiske språket har en stor rolle i undervisningen. Det matematiske språket kan ikke anses som et naturlig språk på lik linje med norsk talespråk og norsk tegnspråk. Jeg anser det matematiske språket som både den delen av et naturlig språk som benyttes i matematikken, og matematikkens egne symbol og andre representasjoner.

2.3.1 Funksjonsbegrepet og dets begrepsbilder

Biehler (2005) hevder at matematiske begrep er forskjellige i ulike kontekster. Dette er klart da flere matematiske begrep har forskjellige definisjoner ut ifra hvilket område innen matematikken begrepet blir brukt. Han mener at dette også gjelder selv om man bruker én og samme definisjon for begrepet. Som en rak motsetning til tegnspråk, som er i konstant utvikling har vi det matematiske språket i skolen. Matematikken er riktignok også i konstant utvikling, men stort sett brukes den samme terminologien i dagens skole som for noen år tilbake i tid. Matematikk er vanligvis betraktet som et fag preget av stor presisjon, et fag hvor begrep bør defineres nøyaktig for å gi et solid grunnlag for den matematiske teorien. Schwarz og Hershkowitz (1999) skiller mellom begrep og begrepsbilde. Det matematiske begrep er slik den matematiske definisjon omtaler begrepet, men begrepsbildet er slik begrepet reflekteres i det individuelle sinn. Det er et resultat av en prosess av begrepsoppfattelse, som kan fremstå som den indre representasjonen av begrepet. Tall og Vinner (1981, s. 2) omtaler begrepsbildet som den totale kognitive strukturen som assosieres med begrepet. Selv om denne oppgaven bygger på sosiokulturelle perspektiv, vil begrepet *begrepsbilde* som kommer fra en kognitiv tradisjon tas med. Begrepene i denne oppgaven skapes i en sosial kontekst, og de er i stadig utvikling og påvirkes av impulser fra omgivelsene, blant annet språklige. Jeg mener at dette er i godt samsvar med slik Tall og Vinner (1981) bruker begrepet *begrepsbilde*, og jeg vil derfor bruke dette begrepet i oppgaven. De understreker at det ikke er gitt at individer som har lært om funksjoner husker definisjonen av begrepet. Deres begrepsbilde kan inneholde andre aspekter som for eksempel ideen om at en funksjon er gitt ved en formel, en graf eller en tabell. De kan også ha forskjellige perspektiv på funksjoner (Tall & Vinner, 1981).

For å få en forståelse av funksjonsbegrepet, anser jeg en liten fordypning i funksjonsbegrepets opprinnelse i et vitenskapelig perspektiv som en fordel. Det viser seg at man da må helt tilbake til 1600-tallet da filosofen Descartes gjorde et stort stykke arbeid for matematikken. Ikke overraskende er det kjente navn på matematikere fra flere områder innen vitenskapsfaget matematikk som dukker opp i søken etter funksjonsbegrepets utvikling. Ifølge Rønningstad

(2009) var Descartes (1596-1650) mannen som forente geometri og algebra i begynnelsen av det syttende århundre. Han ga oss den grafiske fremstillingen som vi kjenner i dag som grafer i koordinatsystem. Rønningstad (2009) sier videre at Fermat (1601-1655) innførte bruken av alle fire kvadrantene i et koordinatsystem da Descartes ikke anerkjente bruken av negative tall. Hun betrakter dermed Fermat og Descartes som grunnleggerne av den analytiske geometrien. En etterfølger som gjorde et stort stykke arbeid for utviklingen av funksjonsbegrepet mot det vi bruker i dag, er Euler (1707-1783) som blant annet sto for innføringen av funksjonssymbolet f(x) (Rønningstad, 2009). Kleiner (1989) anser funksjonsbegrepets evolusjon som en drakamp mellom to oppfattelser. Drakampen mellom den analytiske oppfattelsen og den algebraiske oppfattelsen ser vi spor av den dag i dag.

Hvilken definisjon matematikere oftest bruker for funksjonsbegrepet avhenger blant annet av hvilket område matematikerne arbeider med innenfor matematikken. Det som er viktig for en definisjon av funksjonsbegrepet er at den fremhever at en funksjon er entydig og at det ikke bare er snakk om sammenhengen mellom tall. Funksjonen er en matematisk modell for en entydig relasjon mellom mengder som kan bestå av alt mulig. Grafen er en semiotisk representasjon av funksjoner, og den er en punktmengde, ikke tall. Dersom et av disse kriteriene er utelatt, er det ikke en komplett definisjon av funksjonsbegrepet. En graf som ikke er entydig, og dermed ikke en funksjon, kan være en sirkel med formel $x^2 + y^2 = 1$. Jeg vil nå presentere to forskjellige definisjoner av funksjonsbegrepet fra to områder i vitenskapsfaget matematikk. Den første definisjonen jeg ønsker å vise er en analytisk definisjon og den andre definisjonen er hentet fra algebra.

<u>Analytisk definisjon:</u>"A **function** ***f*** on a set D into a set S is a rule that assigns a *unique* element f(x) in S to each element *x* in D" (Adams & Essex, 2010, s. 24).

<u>Algebraisk definisjon:</u> "A **function** ϕ mapping X into Y is a relation between X and Y with the property that each x ε X appears as the first member of excactly one ordered pair (x,y) in ϕ. Such a function is also called a **map** or **mapping** of X into Y. We write ϕ:X→Y and express (x,y) ε ϕ by ϕ(x)=y. The **domain** of ϕ is the set X and the set Y is the **codomain** of ϕ. The **range** of ϕ is ϕ[X]={ ϕ(x)|x εX}" (Fraleigh, 2003, s. 4).

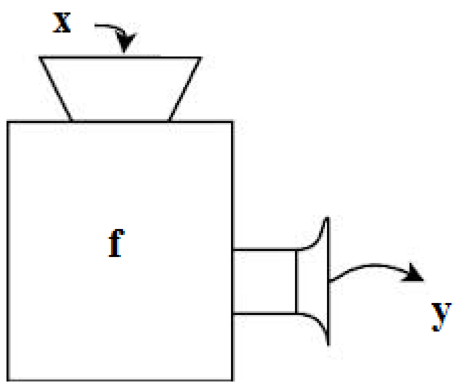
Den analytiske definisjonen omtaler en funksjon som en regel som tildeler en y-verdi. Den gir en oppfattelse av funksjonsbegrepet som en prosess da vi må benytte oss av en regel for å finne y-verdien. Funksjonen oppfattes dermed som noe som *skjer*. Den algebraiske definisjonen omtaler funksjonen som en relasjon mellom X og Y der hver x vises som den første delen av et ordnet par. Definisjonen gir en oppfattelse av at både x og y allerede eksisterer. Den omtaler funksjonsbegrepet som noe som *er*. Begge definisjonene får frem funksjonens entydighet ved å benytte ordene *exactly* og *unique,* og ingen av dem forholder seg bare til forholdet mellom tall. Det er to formelle definisjoner som begge er godkjent i vitenskapen matematikk, men som gir to ulike oppfatninger av begrepet. Dette er drakampen ved den analytiske oppfattelsen versus den algebraiske oppfattelsen av funksjonsbegrepet.

En annen definisjon som jeg ønsker å trekke frem er en definisjon som Hole (2009) omtaler som en skoleaktig definisjon. Dette er en definisjon som ligner de definisjonene av funksjonsbegrepet som jeg har sett i ulike lærebøker for grunnskolen:

<u>Typisk skoleaktig definisjon: </u>*”En funksjon f er en* "*regel*" *som til hvert tall x gir oss et tall f(x) ”* (Hole, 2009, s. 151).

Her sier Hole at f er en regel, han sier dermed at f er noe som *skjer*. Det at f er en regel som gir en y-verdi gjør at definisjonen likner mer på den vitenskapelige definisjonen fra analysen enn den fra algebra. I skolematematikken er definisjonene for funksjonsbegrepet, ut ifra slik jeg har sett det, mer lik den analytiske matematikkens definisjoner, altså de omtales også her som noe som *skjer.* I denne skoleaktige definisjonen er det noe som skurrer. Entydigheten kommer ikke frem her, og Hole begrenser seg til tall i utgangspunktet. Dermed forsvinner funksjonens vilkårlighet da den defineres til å bare være knyttet til relasjonen mellom tall.

Den analytiske oppfattelsen har ifølge Kleiner (1989) en abstrakt, syntetisk definisjon med et mentalt bilde av en funksjon som en maskin som illustrert i Figur 3. I denne oppfattelsen av en funksjon kan man se for seg at maskinen produserer en y-verdi for hver x-verdi som puttes inn i maskinen (Adams & Essex, 2010).



Figur 3: Maskinmetaforen som beskriver hvordan en funksjon fungerer.

Knuth (2000) viser til Moschkovich, Schoenfeld og Arcavi sitt skille mellom to fundamentalt forskjellige perspektiv, disse er prosessperspektivet og objektperspektivet. Sfard (1991) skiller også mellom disse perspektivene der hun omtaler disse som to sider av samme sak. Hun mener at de fleste matematiske begrep kan defineres, og dermed også oppfattes, både via objektperspektivet og via prosessperspektivet. Disse perspektivene er to måter å se et matematisk begrep på, enten ved at begrepet er en prosess, eller ved at begrepet er et objekt. Jeg vil nå gjøre rede for disse to perspektivene hver for seg.

Prosessperspektivet omtaler Knuth (2000) som et perspektiv der en funksjon oppfattes som en forbindelse av x- og y-verdier. For hver verdi av x, gir funksjonen en tilsvarende y-verdi. En person som har denne oppfatningen av en funksjon kan putte en verdi for x inn i en formel og beregne den resulterende verdien for y (Knuth, 2000). Sfard (1991) sier at ved forståelsen fra et prosessperspektiv kan en funksjon anses som en regneprosess eller en veldefinert metode for å komme fra et system til et annet. En måte å kategorisere denne oppfattelsen på, er at en person ved prosessperspektivet av funksjoner vil kunne oppfatte en funksjon som noe som *skjer*. På den andre siden, vil en person med objektperspektivet på funksjonsbegrepet kunne oppfatte en funksjon som noe som *er*. Dermed faller den analytiske definisjonen (Adams & Essex, 2010) innefor prosessperspektivet, mens den algebraiske definisjonen (Fraleigh, 2003) faller innenfor objektperspektivet. Perspektivene er ifølge Knuth (2000) motsetninger til hverandre. Ved objektperspektivet er en funksjon og en hvilken som helst av dens representasjoner er tenkt på som enheter. En person som har denne oppfatningen av en funksjon kan erkjenne at ligninger av formen y=2x+b vil være parallelle linjer i et koordinatsystem (Knuth, 2000). De har da en dypere forståelse av funksjonsbegrepet. Sfard

(1991, s. 5) sier at ved objektperspektivet kan en funksjon oppfattes som et sett ordnede par. Dette perspektivet anser hun som det mer avanserte steget av begrepsutviklingen, så vi har god grunn til å forvente at i prosessen som former et begrep vil en oppfattelse via prosessperspektivet gå foran en oppfattelse via objektperspektivet. Dette gjør det for meg forståelig at lærebøker velger å fokusere på funksjonsbegrepet i et prosessperspektiv. Sfard (1991) ser det som et slags hierarki der det som er oppfattet fra prosessperspektivet på et nivå bør oppfattes fra objektperspektivet på et høyere nivå ved å objektifisere begrepet. Vi kan se både fra historien og fra når barn begynner å telle at matematiske ideer anses som prosesser før de anses som objekt. Et eksempel på dette er at barn lærer prosessen ved å telle lenge før de klarer å se på en mengde av tre epler, for så å si at antallet er tre uten å måtte telle. Dette ser vi også i funksjonsbegrepets historie der Descartes søkte etter en matematisk modell for et fysisk fenomen som involverte variable mengder. Dette resulterte i en matematisk funksjon som deretter kunne objektifisere de variable mengdene.

Sfard (1991, s.6) sier at en matematisk idé noen ganger kan bli sett ved hjelp av et mentalt bilde, mens den samme ideen andre ganger kan bli håndtert ved verbale representasjoner. Videre påpeker hun at et mentalt bilde kan se ut til å støtte oppfattelsen gjennom et objektperspektiv og at visualisering kan gjøre abstrakte ideer mer håndgripelige. Visualisering viser det som ikke er tilgjengelig for synet, og ved visualisering kan man ifølge Duval (1999) få en komplett oppfatning av enhver organisering av relasjoner. Han refererer til visualisering som en kognitiv aktivitet som er semiotisk, det vil si verken mental eller fysisk. Uavhengig av hvilket perspektiv man har på funksjoner sier Schwarz og Hershkowitz (1999) at barns begrepsbilder ofte kun inneholder prototypene. Disse prototypene er de eksemplene man først blir presentert for og som ofte dukker opp senere. For funksjoner påstår Schwarz og Hershkowitz (1999) at lineære og kvadratiske funksjoner ofte fremstår som prototyper.

2.3.2 Semiotiske representasjoner av funksjonsbegrepet

Semiotikk er læren om tegn. Tegnspråkteori, som omtalt i kapittel 2.2.3, er læren om tegnspråk. Säljö (2001) omtaler språk som kodifiserte uttrykk (se 2.1.2) der tegn eller symbol har blitt kodifisert. Dermed er tegnspråkteori også semiotikk. Jeg vil nå utdype nærmere semiotikk i matematikken ved å presentere semiotiske representasjoner, primære kilder, register og transformasjoner.

Duval (2006) fremhever at matematikken har noe eget i forhold til de andre realfagene. Han hevder at begrep i matematikken er abstrakte ideer som vi bare kan få tilgang til ved semiotiske representasjoner. Videre hevder han at disse begrepene ikke har en primær kilde. Det er ingen direkte tilgang til matematiske ideer, bare til deres representasjoner (Duval, 1999). Den matematiske ideen kan ikke sammenlignes med sin representasjon på lik linje med å sammenligne en modell med sitt bilde. Vi kan kun jobbe med og fra semiotiske representasjoner fordi de er midlene som trengs for prosessering av kunnskapen (Duval, 1999, s. 24). Vi kan ikke plukke matematiske ideer som vi i biologien kan plukke en blomst. Blomster har riktignok latinske navn som er eksempel på semiotiske representasjoner for blomster, men blomsten er i seg selv en primær kilde som eksisterer i den virkelige verden. Den eneste måten å få tilgang til en matematisk idé på er ifølge Duval (2006) gjennom dens semiotiske representasjoner. Han hevder at dette generelt gjelder for faget matematikk. Ut ifra dette forstår jeg semiotiske representasjoner som alle mulige måter vi kan representere matematiske ideer på. Det kan blant annet være symbol, illustrasjoner, tale- og skriftspråklige ord og tegnspråklige tegn. Duval (2006) definerer semiotiske representasjoner som vanlige redskap for å uttrykke en matematisk idé, ikke bare for å representere disse ideene, men også for å være med på produksjon av ny kunnskap. Funksjonsbegrepet er kjent for sine forskjellige semiotiske representasjoner som for eksempel funksjonens graf, tabell og formel. Forskjellige semiotiske representasjoner for ett og samme matematiske objekt, kan imidlertid gjøre det vanskelig for elever å kjenne igjen det samme representerte objekt. Dette viser at elevers evne til å mediere mellom forskjellige semiotiske representasjoner er en viktig egenskap når det gjelder matematikk (Duval, 2006). Jeg ser på mediering som det å veksle mellom semiotiske representasjoner, der disse uttrykker den samme matematiske ideen, eller som tar kunnskapen til et nytt nivå. Et eksempel på dette er overgangen mellom graf, formel og tabell.

Register er enda et begrep jeg ønsker å gjøre rede for. Pimm siterer Halliday som beskriver et register som “a set of meanings that is appropriate to a particular *function* of language, together with the words and structures which express these meanings” (Halliday, som sitert i Pimm, 1987, s. 17). Registre er altså meningen sammen med ord og andre representasjoner som uttrykker disse meningene. Et matematisk register er dermed de symbolene fra matematikken sammen med ord fra et naturlig språk for den samme matematiske ideen. Ordene innenfor et naturlig språk som omtaler begrep innenfor matematikken kan oppfattes som et register. Et matematisk register består altså av representasjoner av matematikkterminologiens matematiske begrep, men også av naturlig språk brukt for å uttrykke matematikk. Jeg vil benytte *lineære funksjoner* som et eksempel på en matematisk idé. Denne matematiske ideen vil da ha mange tilhørende register. Et register kan være alle grafiske fremstillinger av den lineære funksjonen. Et annet register kan være alle måter å fremstille den ved hjelp av skriftspråk. Et tredje register kan være alle måter å fremstille den ved hjelp av tegnspråk. I en tegnspråklig klasse vil altså tegnene for de forskjellige matematiske begrepene kunne anses som et register. Andre eksempler på matematiske register kan være gruppen av lineære grafer eller måten disse representeres via formler. Duval (2006) omtaler register som representasjonssystem. Han belyser viktigheten av å kunne beherske de ulike registrene for én og samme matematisk idé.

Der noen lærere fokuserer på hvilket register eleven behersker best, mener Duval (2006) at dette er et feilaktig fokus. Det som er vanskelig er ikke å forstå de forskjellige registrene, men det å kunne gå fra et register til et annet. Et eksempel på dette kan være overgangen ved å plotte en graf fra dens tilhørende formel, da grafer er innen ett register mens formler er innen et annet. Duval hevder også (1999) at matematisk tenkning ofte krever at man aktiverer flere register parallelt selv om det ser ut til å være nok å bare bruke ett register fra et matematisk perspektiv. Duval (2006, s. 128) refererer til skifte mellom register som terskelen av matematisk forståelse for elever på hvert trinn av læreplanen. Han utdyper at det bare er i matematikk at et slikt behov for koordinering av register er så stort, dette spesielt med tanke på at matematikken ikke har primære kilder. Den virkelige utfordringen ved matematikkdidaktikk er ifølge Duval (2006) å utvikle elevens evne til å skifte register.

Duval (2006) påpeker at transformasjon av representasjoner er tillatt i matematiske register. Transformasjoner deler han inn i to kategorier. Disse kategoriene er *behandling* og *omdannelse*. En behandling er dersom man gjør en transformasjon innen samme register, mens en omdannelse skjer når man går fra ett register til et annet. Et eksempel på en behandling av en funksjon kan være å skalere aksene i et koordinatsystem der man holder seg i ett grafisk register. En omdannelse kan være transformasjonen fra graf til formel, altså fra et grafisk register til et algebraisk. Ved en omdannelse endres altså registeret selv om den underliggende matematiske ideen forblir det samme, noe som Duval (2006) hevder kan føre til vanskeligheter for elevene. Videre skiller Duval (2006) mellom kongruente og ikke-kongruente omdannelser, som illustrert i Figur 4. En omdannelse som har samme rekkefølge med det som er skrevet på et matematisk språk er kongruent og Duval (2006) anser dette som en lettere omdannelse enn en ikke-kongruent omdannelse der det forklares på to forskjellige måter.

	Kongruent omdannelse	**Ikke-kongruent omdannelse**
Representasjon på norsk	Antall gutter i klassen er tre ganger antall jenter	I en klasse er det tre ganger så mange gutter som jenter
Algebraisk representasjon	G=3J	G=3J

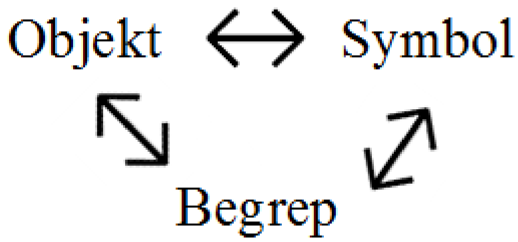
Figur 4: Omdannelser mellom to register.

I den kongruente omdannelsen blir gutter nevnt først i begge representasjonene, mens i den ikke-kongruente omdannelsen endres rekkefølgen. Dette gjør det vanskeligere å begripe selv om alle de fire representasjonene gir den samme budskapen. Duval (2006) hevder at det for ofte blir fokusert på kongruente omdannelser og at ikke-kongruente omdannelser viser seg for mange å være vanskelige.

2.3.3 Den epistemologiske trekanten

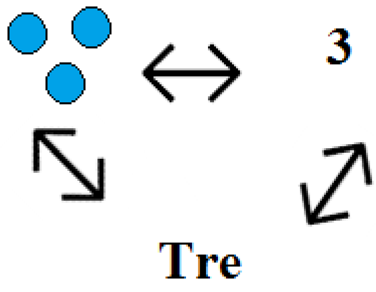
I tillegg til sin semiotiske funksjon, har matematiske symbol også en epistemologisk funksjon (Steinbring, 2006, s. 134). Symbolets semiotiske funksjon innebærer det å stå for noe annet, det vil si representere et matematisk begrep, mens den epistemologiske funksjonen innebærer rollen som bærer av matematisk kunnskap. Steinbring (2006) hevder at de matematiske symbolene inneholder matematisk kunnskap om det de står for, og denne kunnskapen er ikke gitt, den må tolkes og videre forstås av brukeren.

Steinbring benytter den epistemologiske trekanten i Figur 5 for å illustrere hvordan mening skapes gjennom en mediering mellom objekt, symbol og begrep. Trekanten viser altså koblingen mellom et *begrep* som gir en mening til kunnskapen, et *objekt* som brukes for å kode kunnskapen og et *symbol* som får mening gjennom en referansekontekst.



Figur 5: Steinbrings (1997) modell av den epistemologiske trekanten.

Eleven skaper en mening av matematikken ved å mediere mellom forskjellige objekt, symbol og begrep i matematikken. Et eksempel på en slik epistemologisk trekant er illustrert i Figur 6. Der er objektet *mengden av tre kuler* og symbolet er det matematiske symbolet *3* som benyttes for å illustrere denne mengden. I begrepshjørnet er selve tallbegrepet *tre*.



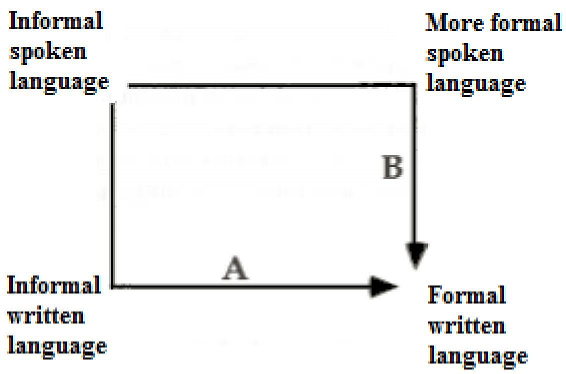
Figur 6: Et eksempel av en epistemologisk trekant.

Symbolene er det Duval (2006) omtaler som en semiotisk representasjon. Objektene kan også være semiotiske representasjoner med mindre det er snakk om noe konkret som for eksempel en bukett med blomster. En skisse av en bukett med blomster ville på den andre siden vært en semiotisk representasjon av for eksempel en mengde. Elevens omfang av semiotiske representasjoner utvikles i en semiotisk prosess der eleven kan feste begrep til de ulike medieringene. Begrepet er altså det abstrakte som man knytter til de konkrete objektene og symbolene for å gi dem mening, men det er ikke alltid at elevene medierer det samme begrepet som læreren. Begrepsbildet utvikles blant annet av mediering i den epistemologiske trekanten. Dersom vi får flere eksempel, endres objektene i hjørnene av trekanten.

2.3.4 Å gjøre språket formelt

Pimm understreker på lik linje med Duval at en del av det å lære matematikk er å øke kontrollen over det matematiske registeret, for å kunne snakke og tenke som en matematiker (Pimm, 1991, s. 18). Videre skriver Pimm (1991, s. 20) at et behov for å uttrykke matematiske ideer med et naturlig språk fører til utviklingen av register der diskusjonen om matematiske ideer, objekt og prosesser kan foregå. Dette sier meg at det å kunne uttrykke seg formelt, er en viktig egenskap i matematikken, for på den måten å kunne tilegne seg mer kunnskap. Pimm (1991, s. 22-23) understreker at kommunikasjon ikke er språkets eneste funksjon. Språket har en annen funksjon, nemlig eksternalisering av tanker. Elever har et behov for å beherske språkene som benyttes i matematikkundervisning for på den måten å kunne både kommunisere de matematiske ideene og å eksternalisere egne tanker. Gjennom muntlig eller skriftlig språk hevder Pimm (1991, s. 23) at man kan få større tilgang til egne tanker i tillegg til at det kan hjelpe refleksjonsprosesser. Videre hevder han at språket kan bli brukt for å mane frem, kontrollere og for å gi tilgang til nye mentale bilder i matematikken. Denne eksternaliseringen gjennom tegnspråk, tale eller skriftspråk kan gi en større tilgang til egne tanker (Pimm, 1991, s. 23). Dette vil jeg tolke som at språket blant annet kan gi elever en større kontroll over sine begrepsbilder og gi elevene tilgang til nye begrepsbilder. Muntlig uttrykkes de matematiske ideene med et naturlig språk, men skriftlig med et komplekst regelstyrt skriftsystem. Det å få elevene fra et uformelt muntlig språk til et formelt matematisk skriftspråk er noe Pimm (1991, s. 21) hevder er et problem. Han foreslår to måter å gjøre det på:

A. Oppmuntre elevene til å skrive ned sine uformelle uttrykk og deretter arbeide med å gjøre de skriftlige uttrykkene mer formelle og generelle (spor A i Figur 7).
B. Arbeide med et formelt muntlig språk og generalitet før man skriver ned de muntlige uttrykkene (spor B i Figur 7).



Figur 7: Tilpasset fra Pimm (1991, s. 21) sine alternative stier fra talespråk til skriftspråk.

2.3.5 Gester i matematikken

Gester defineres av McNeill (1992, s. 11) som bevegelser av armer og hender nært synkronisert med talen. I kontrast til tale som er lineær og sammensatt av mindre enheter, er gester globale og syntetiske. Dermed kan gester uttrykke meninger som et hele, og en gest kan formidle et kompleks av meninger (McNeill, 1992). Edwards (2005) omtaler gester som en viktig bru mellom symbolikk og tale. Malmquist og Mosand (1996) omtalte tegnspråk som et gestuelt-visuelt språk, altså det uttrykkes via gester. Gestene det er snakk om i den sammenheng er en essensiell del av selve språket, som igjen er et redskap for kommunikasjonen. Når mennesker derimot snakker med verbal-auditive språk, trenger ikke gestene være en del av selve språket, men de kan være en del av kommunikasjonen. Ved varierte kontekster, enten det er kommunikasjon ansikt-til-ansikt, over telefonen, eller til og med når vi tenker alene, hender det at vi alle lager gester uten å vite hvorfor vi gjør det (Radford, 2005)**.** Også i matematikkundervisning brukes gester mer eller mindre bevisst, noe flere har forsket på i de senere år. Radford er en av disse forskerne som er oppmerksom på gestens rolle i matematikkundervisning. Han hevder at gesten tillater eleven å objektifisere kunnskap, altså å bli oppmerksom på konseptuelle aspekter (Radford, 2005, s. 143).

McNeill (1992) skiller mellom ulike typer gester der ikoniske gester har et nært forhold til det semantiske innholdet i talen. Det er en billedlig gest for å illustrere et objekt, noe vi også så i tegnspråkteorien (se 2.2.3). Ikoniske gester presenterer konkrete objekt. Videre redegjør McNeill (1992) for metaforiske gester som også er billedlige, men der gestens innhold presenterer en abstrakt idé. Den siste av McNeill (1992) sine kategorier av gester, som jeg vil trekke frem, er den han omtaler "deictic", som betyr pekende gester. Ofte kan det handle om å peke på konkrete objekt, men det kan også pekes på imaginære objekt (McNeill, 1992, s. 18). I koordinering med en modell, kan pekende gester betegne matematiske objekt før de er gitt et navn (Williams, 2005). Edwards (2005) hevder at matematikk som fag kan kreve en enda mer raffinert kategorisering av gester enn i hverdagens gester. Dette er ut ifra at matematikken ikke har det Duval (2006) omtaler som primære kilder.

McNeill (1992) sine kategorier av gester kan minne om den kjente matematikkfilosofen Peirce (1998) sine kategorier av matematiske symbol. Når en gest, eventuelt integrert med parallelle handlinger, blir brukt til å betegne en annen gjenstand, utgjør det et matematisk symbol. I et slikt tilfelle kan gesten være indeksikalsk, ikonisk og/eller symbolsk i Peirces forstand. Det jeg vil trekke frem her er indeksikalske gester som gir en indikasjon eller et hint av objektet (McNeill, 1992; Peirce, 1998). For eksempel kan Golden Gate få noen til å tenke på San Fransisco på samme måte som et koordinatsystem kan få deg til å tenke på funksjonsbegrepet. I disse tilfellene vil et bilde av Golden Gate være en indeks for San Fransisco, og en representasjon av koordinatsystemet vil være en indeks for funksjoner.

Gester kan spille en aktiv rolle i forhold til tale, men også i forhold til tenking. McNeill (1992) hevder at tale og gester former et parallelt system, og at gester sammen med språk hjelper til med å skape tanker (McNeill, 1992, s. 245). Det å kommunisere er en konsekvens av tankene, og på denne måten kan gester skape tanker. Vygotskij (2001) omtaler en gest som det første visuelle tegn der barnets skriving i fremtiden antydes på samme måte som fremtidens eik finnes i frøet. Han omtaler gesten som en skrift i luften og det skriftlige tegn er svært ofte bare en fast gest.

Gester har som tidligere påpekt en viktig funksjon i læringssammenheng og de er viktige element i prosessen med å objektifisere kunnskap. Gestene hjelper blant annet eleven i å synliggjøre sine intensjoner, og å legge merke til abstrakte matematiske sammenhenger (Radford, 2005). Gester er en del av de virkemidlene som lar eleven objektifisere kunnskap (Arzarello & Edwards, 2005). Med dette vil jeg gå tilbake til eksempelet om barnet som lærer å telle. I objektifiseringen av mengden tre, kan gester, som for eksempel det å telle på fingrene være en måte å forenkle denne objektifiseringen. Dette påstår jeg ut ifra det at når barnet teller på fingrene vil barnet kunne knytte mengden tre fra sine tre fingre til det norskspråklige ordet *tre.* Dette forklarer Arzarello og Edwards sin påstand.

Radford (2005) omtaler objektifisering av kunnskap som en multisemiotisk mediert aktivitet. Dette oppfatter jeg som at objektifiseringen er en aktivitet der vi må mediere mellom ulike semiotiske representasjoner, noe som videre kan oppfattes som mediering mellom ulike matematiske register, også kalt semiotiske systemer. Ifølge Radford (2005) kan man ikke redusere konseptet av en matematisk idé til ett semiotisk system, eller register, fordi matematisk mening må dras ut av samspillet mellom flere av dem.

3 Materiale og metode

I dette kapittelet vil jeg redegjøre for mitt prosjekt der jeg begrunner valg av metode og fokusområde. Jeg vil redegjøre for forskningens rammer. Etiske hensyn og vurdering av kvalitativ forskning vil jeg også gjøre rede for.

3.1 Valg av metode

For å finne svar på mitt forskningsspørsmål vil jeg benytte en kvalitativ metode. Jeg ønsket å analysere forskjellige situasjoner der læring skjer via tegnspråk som undervisningsspråk, dermed valgte jeg observasjon som metode. Oppgavens design er meget fleksibel og jeg fungerte som en deltagende observatør, noe jeg vil redegjøre for i denne delen av oppgaven.

3.1.1 Kvalitativ metode

Robson (2011) introduserer begrepet *sosial forskning*. Denne typen forskning går ut på å forske på folk i en sosial setting. Det er to hovedtyper av forskning som hver har mange underkategorier. Disse to typene er kvantitativ og kvalitativ forskning. Kvantitativ forskning omhandler, som navnet tilsier, å samle data i numerisk form, mens kvalitativ forskning kan anses som en motsetning. Med kvantitativ forskning forbinder jeg statistikk, mengder og antall, mens med kvalitativ forskning forbinder jeg utsagn fra individ, utsagn som kan tolkes og drøftes, og der forskeren er interessert i hvilke kvaliteter og egenskaper et fenomen har. I denne oppgaven er det satt fokus på kvalitative data fremfor kvantitative. Dette er på grunnlag av at jeg ønsket å forstå et fenomen, noe Robson (2011) ser på som selve hensikten med kvalitativ analyse. Fenomenet jeg ønsket å forstå er tegnspråks betydning for elevers forståelse av matematikk. Jeg ønsket å samle mye data fra få representanter, en metode som også er innenfor konteksten av en kvalitativ metode.

3.1.2 Forskningens design

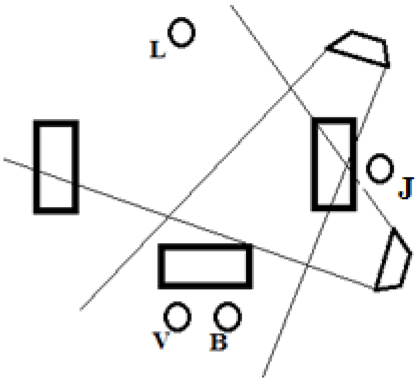
Valget av forskningsmetode var et valg som jeg måtte foreta tidlig i prosessen, og deretter måtte jeg foreta et valg av design for min kvalitative forskningsoppgave. Designet av en forskningsoppgave deler Robson (2011) inn i to hovedkategorier. Disse er fast og fleksibelt design. Robson (2011, s. 5) refererer til et fast design der studiens design er fastsatt fra et tidlig tidspunkt i forskningsprosessen. Hvordan man skal samle inn data og hva man skal samle inn er altså planlagt på detaljnivå allerede før datainnsamlingen er startet. Et fleksibelt design er som ordlyden tilsier mer fleksibelt, der detaljer angående datainnsamlingsprosessen ikke er fastsatt i forkant av selve datainnsamlingen ettersom fokuset ofte kan endres i løpet av forskningsprosessen. I kvalitative studier er det vanlig å ha fleksible design, noe som førte til at også mitt design ble fleksibelt. Robson (2011) presenterer flere fleksible forskningsdesign, blant annet kasusstudier og etnografiske studier. Metoden jeg har brukt i denne oppgaven kan på mange måter anses som en mikroetnografisk studie da jeg har forsket på en gruppe med en egen kultur. Postholm (2005, s. 52) skiller imidlertid mellom en mikroetnografisk studie og en kasusstudie gjennom tidsaspektet. Ved en mikroetnografisk studie er det ifølge henne i utgangspunktet ingen tidsbegrensning. Hun sier at datainnsamlingens varighet i en kasusstudie avhenge av hendelsen som blir observert. I mitt tilfelle varte datainnsamlingen fra klassen startet med temaet funksjoner til de gikk videre til et nytt tema. Klassen skulle riktignok komme tilbake til temaet siden, men på grunnlag av tidsrommet gitt for oppgaven, var det ikke tid til mer observasjon. Dermed vil jeg definere min forskning som en kasusstudie med fleksibelt design.

Robson (2011, s. 136) omtaler kasusstudie som en forskningsstrategi som involverer en tidsbestemt empirisk forskning av et fenomen innen dets normale kontekst med multiple datakilder. For en slik studie nevner Robson (2011, s. 136) noen viktige punkt som jeg har tatt hensyn til i min studie. Han hevder at det er viktig å ha en strategi for tilnærmingen til informantene som for eksempel ved observasjon eller intervju. Strategien jeg valgte var først og fremst klasseromsobservasjon, noe jeg kom frem til ganske tidlig. Postholm (2005) omtaler dette som en meget vanlig måte å samle kvalitative data fra klasserom på. Videre hevder Robson (2011, s. 136) at det er viktig å ha et teoretisk grunnlag før innsamling av data. Jeg sørget tidlig for å skaffe meg et teoretisk grunnlag for oppgaven, da jeg tidlig begynte å samle artikler, bøker og annet materiale som jeg kunne benytte i mitt teoretiske grunnlag. Jeg kontaktet mennesker rundt om i Norge, i USA og i England for å få et teoretisk grunnlag for tegnspråk i matematikkundervisning. Det viste seg at det ikke finnes mye informasjon å hente i denne forbindelse. Dermed måtte jeg nøye meg med teorier fra mange kanter for så å forsøke å benytte disse forskjellige teoriene til et samlet grunnlag. Med denne informasjonen så jeg meg nødt til å forsøke å samle teoriene i en teoretisk analyse (se 4.1) for å blant annet bearbeide modeller for å tilpasse modellene til en tegnspråklig kontekst. Robson (2011, s. 136) fremhever viktigheten av å støtte seg til det innsamlede datamaterialet og viktigheten av at den spesifikke studien kan generaliseres til lignende situasjoner. I min studie er det bare tre informanter, en lærer og to elever. Det er dermed et meget spesifikt eksempel i en helt spesiell kontekst da det er en tegnspråklig klasse der begge elevene tidligere har fått undervisning integrert i bostedsskoler. Dette ser jeg ikke som et hinder for å kunne støtte meg på mitt innsamlede datamateriale, da fokuset ikke ligger spesielt på individene, men på fenomenet tegnspråk og hvordan det benyttes. Dermed er også oppgaven generaliserbar til tross for den spesielle konteksten. Jeg føler meg trygg på at mye av innholdet kan generaliseres til andre klasserom der tegnspråk blir brukt i mer eller mindre grad. Fokuset i en slik forskning skal ifølge Robson (2011, s.136) være på et fenomen i en kontekst og man bør som forsker benytte seg av flere ulike metoder for datainnsamling. Som påpekt var intensjonen at metoden for innsamling av data skulle være observasjon, men jeg var åpen for interaksjon i form av intervju og samtaler underveis. Selve observasjonen inneholdt også forskjellige metoder da alt ble filmet, samt at det ble tatt notat under undervisningens forløp.

3.1.3 Bruk av videokamera

Som metode for datainnsamling ble en klasse observert i matematikktimer over en periode på fire dobbelttimer. En vanlig metode for klasseromobservasjon er bruk av videokamera. Heikkilä og Sahlström (2003, s. 25) sier at dersom man vil forstå forskningen, må man også forstå de handlinger som former den. Med et sosialteoretisk perspektiv hevder de at innspillingsarbeidet er en av mange handlinger som former forskningen. Det er begrenset hvor mye man kan observere med ett kamera i en tegnspråklig klasse, det ble derfor benyttet to videokamera der ett fokuserte på læreren og ett på elevene. Dette er på grunn av at samtalen i en tegnspråklig klasse må oppfattes via synet, et ekstra kamera sørger for å få med kommunikasjonen fra flere hold samtidig. Det å benytte to kamera erstatter dermed noe av funksjonen en mikrofon ville hatt i en klasse der undervisningsspråket er talespråk. Begge videokameraene ble plassert på stativ slik at min oppmerksomhet kunne rettes mot det som foregikk i klasserommet. Det var gjennom ansatte ved skolen at jeg ble bevisst på viktigheten av flere enn ett kamera, og med min erfaring fra et fag i videoproduksjon fra da jeg gikk på videregående skole, hadde jeg nok kunnskap til å kunne gjøre de nødvendige innstillinger på kameraene for å få opptakene synkronisert.

Figur 8 er en illustrasjon av klasserommet der personer er illustrert med sirkler, pulter er illustrert med rektangler og kamera er illustrert med trapeser. Elevene er markert med sine forbokstaver, læreren med *L* og jeg med *J*. Kameraenes synsfelt er illustrert med linjer som viser de delene av klasserommet som blir med på opptakene.



Figur 8: Illustrasjon av kamerabruk i klasserommet.

Som man kan observere på Figur 8, er pultene i klasserommet plassert i en halvsirkel, noe som understreker Hansen (2005, s. 112) sin påstand om at pultene plasseres slik på grunn av at kommunikasjonen må oppfattes via synet. Det er riktignok kun to elever, så de sitter ikke i en halvsirkel, men i andre undervisningstimer der det er flere elever i klasserommet, sitter elevene i den halvsirkelen som plasseringen av pultene indikerer. Jeg plasserte meg mellom de to kameraene, læreren sto foran tavlen den tiden han ikke hjalp elevene, og elevene satt side om side med fronten vendt mot tavlen og læreren.

Det vil ikke være riktig å si at jeg med mitt forskningsdesign får med meg alt som skjer i klasserommet. Som vist i Figur 8, får kameraene med seg alt som skjer av synlig kommunikasjon i klasserommet, men videobildet gir en todimensjonal gjengivelse av en tredimensjonal virkelighet. Ved å se videoopptakene gjentatte ganger, ga dette en bedre oppfatning av hva som virkelig skjedde i klasserommet. Jeg forsøkte å holde blikket festet til kommunikasjonen i rommet hele tiden, for å få med meg så mye som mulig av det som virkelig skjedde. Det å se videoopptakene etterpå, fungerte som en påminnelse av det som skjedde under observasjonen.

3.1.4 Forskeren som deltakende observatør

Samtidig med at kameraene tok opptak av undervisningstimene, ble mine observasjoner notert kronologisk i en tabell. Etter hver dobbelttime ble videoopptaket konsultert for å få mer utfyllende notat i tabellen (se Vedlegg 2). Denne observasjonen var den utforskende delen av forskningen som var viktig for å se hvordan samspillet fungerte i klasserommet. Før og etter timene ble det stilt spørsmål til både lærer og elever for å utdype hendelser i klasserommet. Elevene ble også stilt kartleggende og klargjørende spørsmål for at jeg skulle få et bedre inntrykk av elevenes begrepsbilder underveis. Jeg fungerte dermed som en deltakende observatør. Fangen (2004, s. 29) sier at dersom man skal benytte deltakende observasjon som forskningsmetode, må man finne gode metoder for å kombinere det å være observatør og det å være deltaker. Hun sier at man kan nedtone sin observasjonsrolle ved å gå i så tett samhandling med informantene at man blir en av dem. På denne måten blir forskerrollen nærmest fraværende. Man kan på den andre siden nedtone sin deltakerrolle ved å gå helt inn i rollen som observatør. Deltakende observasjon er en forskningsmetode der man deltar som menneske, ikke bare som forsker, og der man engasjerer seg i informantene (Fangen, 2004, s. 30). Hun omtaler at det ideelle for en deltakende observatør er at man glir naturlig inn i den sosiale sammenhengen slik at informantene føler seg bekvemme med forskerens tilstedeværelse, selv om de vet at forskeren ikke er "en av dem".

For å fungere som en deltakende observatør, så jeg det som en viktig oppgave å bli en deltaker i klasserommet slik at informantene kunne bli trygge på min tilstedeværelse. Jeg deltok derfor i samtaler som omhandlet tema som var utenfor min studie. Dette gjaldt for eksempel ved timens start da jeg alltid hilste på informantene og deltok i samtaler om løst og fast. I starten stilte elevene en del spørsmål om kameraet, og jeg la merke til at de ble litt forstyrret av kameraenes tilstedeværelse, men dette gikk tilsynelatende over i løpet av første dobbelttime.

Fangen (2004, s. 31) ser en fordel ved deltakende observasjon i at man slik kommer nærmere inn på informantene enn ved andre forskningsmetoder. Denne metoden kan sikre informasjon som deltakerne eventuelt ikke ville ha kommet med i et intervju. Som deltakende observatør kan man ifølge Fangen (2004, s. 31) få anledning til å stille spørsmål ut ifra observasjoner som man ikke ville hatt grunnlag for stille uten å ha vært en deltakende observatør. I min forskning grep jeg denne muligheten. I løpet av en dobbelttime der jeg ikke var deltakende, bare observatør, la jeg merke til at læreren var konsekvent i tegnene han benyttet for nyinnførte matematiske begrep. Dermed benyttet jeg de siste minuttene av denne dobbelttimen til å se om elevene også hadde gjort denne observasjonen. Her overtok jeg for læreren, gikk opp til tavlen og stilte elevene spørsmål ut ifra det jeg hadde observert. Dermed fungerte jeg som en fullt deltagende observatør, noe som ga interessante observasjoner som jeg vil analysere i 4.2. Min posisjon i klasserommet utviklet seg i takt med mitt forhold til informantene da jeg fikk ulike roller overfor de forskjellige informantene. Dette ble jeg ikke oppmerksom på før etter endt observasjon, noe Fangen (2004, s. 114) omtaler som en normal utvikling. Læreren henvendte seg til meg noen ganger både i løpet av undervisningstimene og i etterkant for å få tilbakemeldinger på sin undervisning. Dermed fikk vi et forhold som kolleger som observerer hverandres undervisning. Elevene vendte seg også til meg noen ganger i timenes forløp. De benyttet muligheten til å snakke om løst og fast da det ikke var noe annet å ta seg til. Dermed fikk jeg et vennskapelig forhold til elevene, noe som gjorde at min tilstedeværelse føltes normal.

3.2 Rammer for undersøkelsen

Som tidligere påpekt ble 10.trinn på en døveskole observert for innsamling av data til denne oppgaven. Klassen besto av tre elever hvorav to fulgte matematikkundervisningen. Disse to elevene og deres matematikklærer er informantene for denne oppgaven. I en periode på to uker ble matematikkundervisningen observert og elevene ble til tider bedt om å besvare spørsmål. Underveis i timenes forløp ble det mindre tavleundervisning og mer selvstendig arbeid med oppgaver. Dermed fikk jeg mindre ut av den ikke-deltakende observasjonen etter hvert, og mine notater fra observasjonen ble derfor kortere fra time til time, se vedlegg 2.

Undervisningen følger paragraf 2-6 fra opplæringsloven som blant annet sier at elevene har krav på opplæring i og på tegnspråk (kunnskapsdepartementet, 2013). Begge elevene har gått på bostedsskoler frem til 10. klasse da de selv valgte å bytte til en døveskole for sitt siste år i grunnskolen. Elevene var dermed vant fra 1.-9. klasse til en undervisning på talespråk med en tegnspråktolk som oversatt til tegnspråk. I perioden der forskningen fant sted, gikk elevene på en døveskole der undervisningsspråket var tegnspråk. Overgangen fra bostedsskolen bød på store endringer som blant annet en endring i undervisningsspråk og en drastisk reduksjon i antallet elever i klassen. Observasjonen fant sted tidlig på våren, elevene hadde dermed vært i denne nye undervisningssituasjonen i over et halvt år.

3.3 Etiske betraktninger

Det er som påpekt bare to elever som følger matematikkundervisningen i den observerte klassen. Døvemiljøet er lite og det kan dermed være lett for medlemmer av dette miljøet å resonnere seg frem til hvilken klasse og lærer det er snakk om i denne oppgaven. Derfor vil jeg være meget forsiktig med hva jeg velger å utgi av det som ble sagt i klasserommet. Ingen virkelige navn vil bli gitt. Lesere vil i denne oppgaven møte de fiktive navnene Beate og Veronika. Læreren omtales bare som "læreren". Det er først og fremst kommunikasjonen i klasserommet som blir studert, og denne kommunikasjonens betydning for elevenes begrepsoppfatning. Dette er altså ikke en studie som går dypt inn på de enkelte individenes forståelse.

I forkant av observasjonen ble det sendt skjemaer til elevenes foresatte for å få samtykke for bruk av videokamera, se vedlegg 3. Det ble returnert signerte svarslipper fra samtlige av elevenes foresatte.

3.4 Å vurdere en kvalitativ metode

I dette delkapitlet vil jeg presentere forskjellige måter å vurdere kvalitativ forskning på, måter som jeg vil benytte i kapittel 5.2 i min egen vurdering av mitt forskningsarbeid. Kvalitativ forskning har ifølge Fangen (2004, s. 195) ofte blitt nedvurdert, dette fordi den ikke er like objektiv og kontrollerbar som kvantitativ forskning. Kvalitativ forskning produserer en helt annen form for data enn den kvantitative. Vurdering i kvalitativ forskning vil ha et litt annet fokus enn vurdering i kvantitativ forskning (Fangen, 2004). I kvalitative metoder velger forskere forskjellige fokus for vurdering av metode, men mine fokus vil være på validitet, katalytisk validitet, reliabilitet og generaliserbarhet.

Validitet i kvalitativ forskning er ifølge Postholm (2005, s. 164) avhengig av mangfoldet i informasjonen og forskerens evne til å analysere. Fangen (2004, s. 196) omtaler deltakende observasjon som en metode som ofte sikrer god validitet da informantene befinner seg i normale omstendigheter uten store påvirkninger av forskningen. Dersom forskeren glir inn som en naturlig del av konteksten i størst mulig grad, vil dette være med på å gjøre påvirkningen så liten som mulig (Fangen, 2004, s. 196). Katalytisk validitet er en form for validitet som har å gjøre med i hvilken grad forskningen påvirker de som blir studert, slik at de forstår sin verden og den måten den formes på. Og på denne måten kan de endre den.

Forskning som innehar katalytisk validitet, vil ikke bare fremstille hvordan forskningens påvirkning bidrar til å endre virkeligheten, den vil også innrette denne påvirkningen slik at de som blir studert, vil oppnå selvforståelse og retning for sine liv (Fangen, 2004, s.202).

Reliabilitet forklares av Fangen (2004, s. 208) som et spørsmål om en annen uavhengig observatør ville ha observert de samme begivenhetene og fått de samme konklusjonene som forskeren. Med dette i tankene vil jeg påpeke at mine erfaringer med tegnspråk strekker seg langt tilbake på grunn av min oppvekst i en tegnspråklig familie. I tillegg har jeg selv til tider arbeidet som vikar i tegnspråklige klasser gjennom de siste seks årene. Jeg synes det er viktig å få dette frem da forskningsfeltet ifølge Postholm (2005) vil betraktes gjennom forskerens subjektive briller. De mange meningene og tankene jeg har dannet på grunnlag av mine erfaringer, vil jeg både bevisst og ubevisst dra inn i denne studien. I tillegg vil min forståelse av elevenes begrepsoppfattelse være studert gjennom det Postholm (2005) omtaler som teoretiske briller ut ifra det teoretiske grunnlaget jeg har lagt før datainnsamlingen. Oppgavens kvalitet bunner ifølge Postholm (2005) blant annet i om jeg har forstått situasjonene riktig eller ikke, og på den måten klart å skrive oppgaven så autentisk som mulig.

Generaliserbarhet, også ofte kalt overførbarhet og gjenkjennbarhet dreier seg om hvorvidt forskerens tolkninger kan overføres til å gjelde i andre sammenhenger (Fangen, 2004, s. 212). Forskningen foregår i én bestemt kontekst og i ett bestemt tidsrom, mens forskningens generaliserbarhet omhandler hvorvidt forskningen kan generaliseres til å omhandle andre lignende settinger. Dette er en spesielt viktig faktor for god kvalitativ forskning. Fangen (2004) omtaler en situasjon der den enkelte undersøkelse kan bidra til en generell teoretisk forståelse av et fenomen, som den ideelle undersøkelsen.

3.5 Transkripsjoner

På grunn av tegnspråks kompleksitet er det en ekstra tidkrevende oppgave å transkribere tegnspråk. I denne oppgaven har jeg derfor valgt ikke å transkribere alt det innsamlede datamaterialet. Jeg transkriberer bare det jeg mener vil være hensiktsmessig for å fremme mine poeng. I transkripsjonene velger jeg kun å fokusere på munnstilling, tegnets manuelle del, og andre hendelser i klasserommet som for eksempel det som blir skrevet på tavlen. Transkripsjonene illustreres som vist i Figur 9. Den første raden viser hva munnstillingen viser eller hva som blir sagt avhengig av om tegnbrukeren benytter stemmen eller ikke. Den andre raden viser tegnet og den siste viser andre hendelser, som for eksempel det som blir skrevet på tavlen.

<table>
<tr><td rowspan="3">Tegnbrukeren</td><td>Munnstilling/tale</td></tr>
<tr><td>Tegn/gest</td></tr>
<tr><td>Skrift på tavle</td></tr>
</table>

Figur 9: Mal for transkripsjoner.

Alle tegn som er annotert med store bokstaver i rad to, er leksikalske tegn som er hentet fra den norske tegnordboken (Statped, udatert). Andre tegn vil stå med en bindestrek mellom tegnene, som for eksempel OPPFATTE-DERE. Dette vil si at tegnet er retningsbestemt slik at tegnet OPPFATTE er gjort i den retningen som tilsier at det rettes mot de som tegnbrukeren snakker til. En siste annotasjon jeg vil redegjøre for er PEK:Tavle. I tegnspråk benyttes ofte pekefingeren for å referere til en karakter, et område eller et objekt. Dersom dette benyttes vil det stå PEK etterfulgt av hva det er som pekes på.

4 Analyse

Analysen er delt inn i to hoveddeler der den første er en teoretisk analyse. Her vil jeg presentere egne bearbeidelser av Steinbring (1997) og Pimm (1991) sine figurer som ble presentert tidligere (se Figur 5 og Figur 7). I den teoretiske analysen vil jeg også analysere ulike tegn som jeg har funnet for forskjellige matematiske begrep. Den teoretiske analysen er mitt forsøk på å flette sammen mitt vide teoretiske grunnlag for å tilpasse konteksten av en tegnspråklig klasse. Den andre delen av analysen er en analyse av empiri innhentet ved deltakende observasjon. Her vil utdrag fra observasjonene bli presentert og analysert opp mot teori. Det vil i denne delen bli lagt vekt på hvordan læreren benytter seg av tegn i matematikkundervisningen, og hvilken rolle tegnene kan ha for elevenes begrepsforståelse.

4.1 Teoretisk analyse

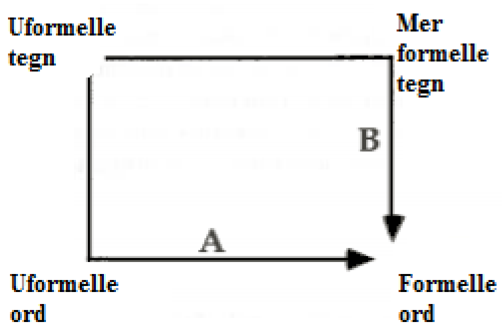
Tegnspråk kan omtales som et visuelt redskap. Sfard (1991) hevder at visualisering viser det som ikke er tilgjengelig for synet, for på denne måten å gjøre abstrakte ideer mer håndgripelige. Dersom det er slik at man ved visualisering kan få en komplett oppfatning av enhver organisering av relasjoner (Duval, 1999), må tegnspråk kunne være med på å utvikle en bedre forståelse av de matematiske ideene ved å visualisere de matematiske begrepene via tegn. Jeg har observert flere tegn for matematiske begrep innen funksjonslære. Jeg vil gjøre rede for disse etter bearbeidelser av to modeller.

4.1.1 En bearbeidelse av modeller

Jeg har flere ganger påpekt at et norsk ord kan ha svært mange tilhørende tegn som velges ut i fra mange faktorer. Noen tegn for et norsk ord kan ha små nyanseforskjeller, mens andre tegn kan være helt ulike med kun munnstillingen som avslører at de er tegn for det samme norske ordet. Det avhenger først og fremst av hvilken betydning av ordet det er snakk om, men også av dialekt og formalitet (Malmquist & Mosand, 1996). *Funksjon* er et eksempel på et norsk ord som har mange ulike tegn. Også innen matematikken har funksjonsbegrepet mange tegn på tegnspråk, og variasjonen av tegn stemmer overens med Biehler (2005) sin påstand om at matematiske begrep er forskjellige i ulike kontekster. Hvilket tegn som benyttes i en gitt situasjon kan avhenge av mange faktorer, blant annet hvilken oppfattelse av begrepet som vektlegges. Dette kan komme av hvilken definisjon tegnbrukeren har lagt til grunn for funksjonsbegrepet eller hvilket perspektiv på funksjoner det legges vekt på i utsagnet. Jeg vil utdype dette nærmere for noen tegn som jeg har sett brukt for matematiske funksjoner. I en tegnspråklig klasse vil selvsagt tegnspråk være et slikt naturlig språk. Da munnstillingene ofte er lånt fra det norske språket, og læreboken også representerer norsk via skriftspråk, vil det i en tegnspråklig klasse være rom for flere naturlige språk. Duval (2006) omtaler viktigheten av å mestre koordineringen mellom de ulike registrene i matematikk på grunn av fagets abstrakte natur der det ikke finnes primære kilder, med dette oppfatter jeg at forholdet mellom matematikken og de naturlige språkene er essensielt for matematikkforståelsen. Dermed ser det ut til at valg av tegn for de matematiske begrepene kan være av stor betydning for elevers begrepsoppfattelse innen matematikken.

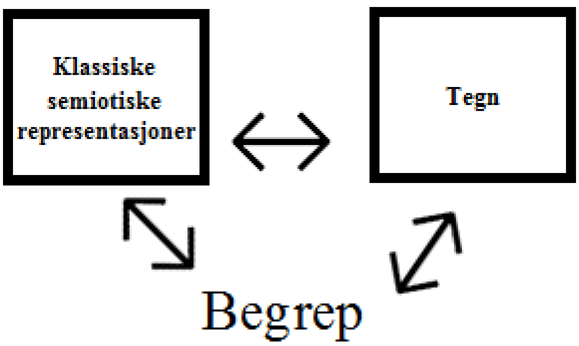
Det er ifølge Pimm (1991) to mulige veier for å oppnå formelt skriftspråk i matematikken som vist i *Figur 7: Tilpasset fra Pimm (1991, s. 21) sine alternative stier fra talespråk til skriftspråk.*, men i denne oppgaven ønsker jeg å lage en egen versjon av denne figuren. Undervisningen i denne oppgaven foregår på tegnspråk, og jeg er i hovedsak interessert i tegnenes betydning for elevenes begrepsbilder. Dermed ønsker jeg å konstruere en figur lik Pimm sin figur, men der det handler om tegn og ord der tegn erstatter talespråk fra Figur 7. Veiene mot et formelt matematisk skriftspråk vil starte i uformelle tegn. De to måtene å oppnå formelle matematiske ord vil jeg anse slik:

A. Oppmuntre elevene til å legge ord på sine uformelle tegn og deretter arbeide med å gjøre ordene mer formelle og generelle (spor A iFigur 10).
B. Arbeide med formelle tegn og generalitet før man skriver ned ord ene (spor B i Figur 10).



Figur 10: Egen bearbeidelse av Pimm sin figur for å tilpasse konteksten i et tegnspråklig klasse.

Med formelle tegn sikter jeg til tegn som kan være ikoniske til de abstrakte ideene bak begrepene, altså tegn som kan utvide elevers begrepsbilder til noe mer formelt. Jeg har samlet ulike tegn som jeg har sett for det matematiske begrepet funksjon, for så å se på tegnes effekt i læringssammenheng, og jeg vil analysere blant annet tegnenes formalitet. Som Malmquist og Mosand (1996) poengterer, kan et tegn bety mer enn ett ord, og et ord kan ha flere tilhørende tegn. Det som skiller betydningen av tegnene fra hverandre er dermed munnstillingen som må vise det talespråklige ordet av tegnets betydning. De fleste tegnene for *funksjon* kan man ikke finne i tegnordboken ved å søke på funksjon. Dermed måtte jeg søke på andre betydninger der tegnets manuelle del er den samme, noe som gjør at munnstillingen på bildet kan være noe annet enn ordet *funksjon*. Et eksempel er tegnet F2 som presenteres i Figur 12 som kan bety både funksjon og lineær. I tegnordboken har jeg hentet tegnet *lineær*. På illustrasjonen kan man derfor se at tegnbrukerens munnstilling indikerer *æ* i ordet *lineær*. Illustrasjonen er allikevel tatt med for å kunne se den manuelle delen, så for at tegnene skal bety det norske begrepet *funksjon* må munnbevegelsen indikere nettopp dette ordet. Alle disse tegnene kan på hver sin måte understreke forskjellige aspekt ved de matematiske begrepene, og det er nettopp dette jeg ønsker å analysere. For å begrunne mine tolkninger vil jeg benytte Steinbrings epistemologiske trekant (1997), men med en liten vri. Begrepshjørnet vil jeg la stå som før, men de andre to hjørnene vil jeg bytte ut med to nye klassifiseringer. Objektshjørnet vil jeg bytte ut med de klassiske semiotiske representasjonene. Disse kan være norske ord, grafiske fremstillinger, formler og andre representasjoner fra de matematiske registrene. I Steinbrings symbol-hjørne vil jeg sette tegn fra tegnspråk som representerer de matematiske begrepene. Denne bearbeidelsen av Steinbrings epistemologiske trekant (1997) er illustrert i Figur 11.

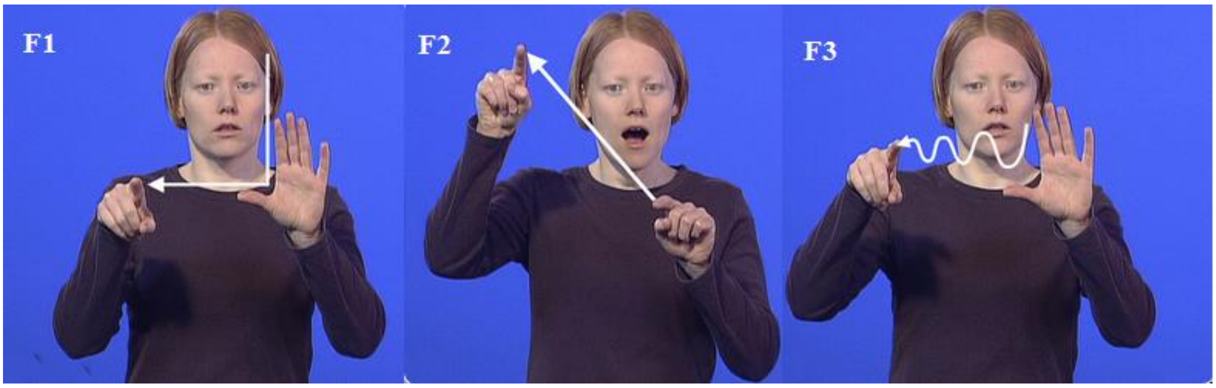


Figur 11: Egen bearbeidelse av den epistemologiske trekanten for å tilpasses tegnspråk.

Denne modellen understreker at elever skaper en mening gjennom medieringen mellom klassiske semiotiske representasjoner, begrep og tegnet som blir brukt i den gitte sammenhengen. På lik linje med Steinbrings epistemologiske trekant (Figur 5), vil hjørnene i denne modellen skiftes ut ved innføring av nye eksempler i form av tegn og andre semiotiske representasjoner. Gjennom mediering i denne epistemologiske trekanten, kan tegnspråklige elevers begrepsbilder utvides.

4.1.2 Funksjonens mange tegn

De første tegnene jeg vil vise har en sterk ikonisk tilknytning til noen semiotiske representasjoner for funksjoner i koordinatsystem, og kategoriseres dermed fra mitt perspektiv som det Malmquist & Mosand (1996) omtaler som ikoniske tegn. Disse tegnene vil dermed ha til felles at den horisontale pilen i Figur 11 vil være sterkest. Dette vil jeg begrunne med at den horisontale pilen er den som illustrerer medieringen mellom tegnet og en klassisk semiotisk representasjon. Når tegnet etterligner en bestemt semiotisk representasjon, vil dette styrke medieringen mellom tegnet og den semiotiske representasjonen. Tegnet dette gjelder for er F1, F2 og F3 som illustreres i Figur 12, og den klassiske semiotiske representasjonen vil være en grafisk fremstilling i disse tilfellene.



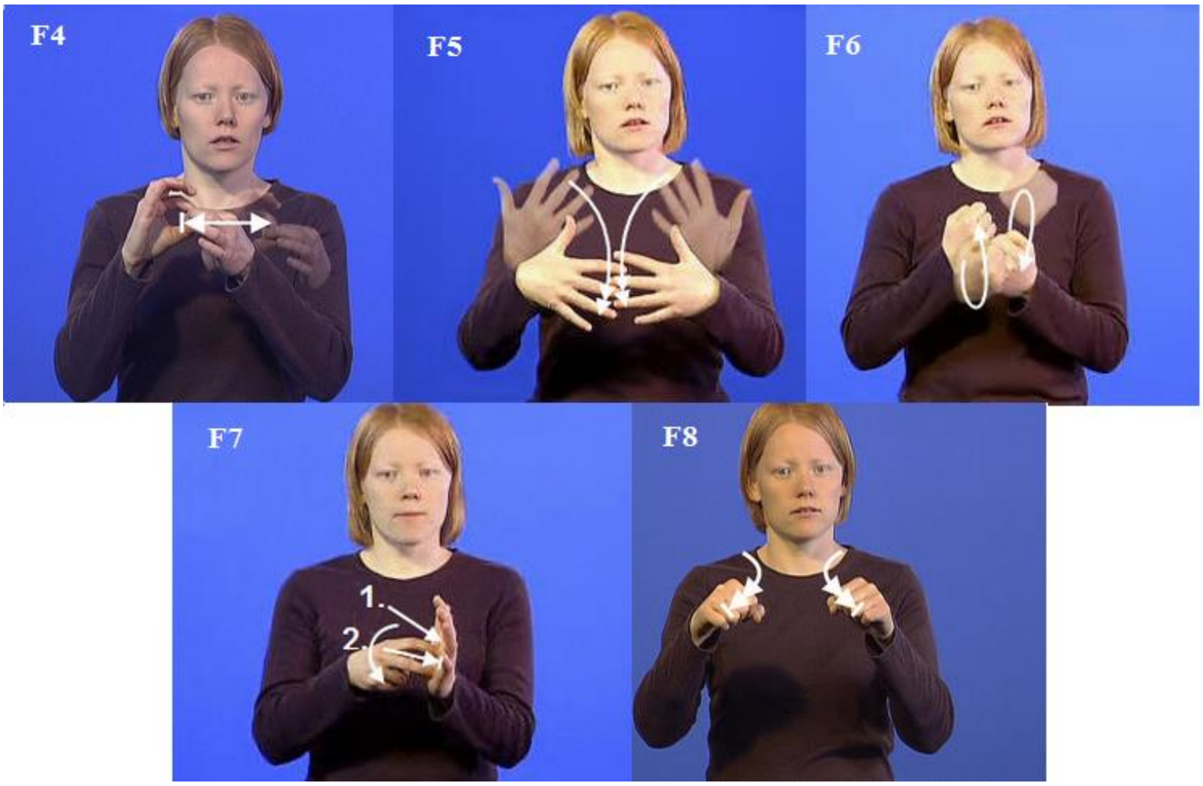
Figur 12: Tre ikoniske tegn for funksjoner (F1-F3).

Det første tegnet, F1 i Figur 12, har jeg ikke observert i noen sammenheng, men det er ifølge Statped (udatert) sin tegnordbok et tegn som kan brukes for *funksjon*. Den venstre hånden i F1 står stille, mens den høyre tegner de positive delene av aksene i et koordinatsystem med pekefingeren, sett fra den som lager tegnet. Fingeren starter nedover langs y-aksen for så å vende 90º ved origo for å illustrere x-aksen. Dette er et ikonisk tegn til deler av et koordinatsystem, men som har et større fokus på aksene i koordinatsystemet enn på grafen til funksjonen. Begge hendene er ikoniske for aksene i koordinatsystemet der den venstre hånden er ikonisk ved sin håndform og den høyre hånden ved sin bevegelse. F2, i midten av Figur 12, har ikke fokus på aksene i det hele tatt. Der holdes en pekefinger fast på et punkt mens den andre hånden dras opp diagonalt for å indikere en rett linje. På denne måten tegner man i F2 en lineær graf, så tegnet er ikonisk ved sin bevegelse. Det kan bety blant annet *lineær* eller *linje* dersom munnstillingen indikerer et av disse ordene, men dersom munnstillingen indikerer *funksjon*, er akkurat dette hva tegnet betyr. F3, det siste tegnet i Figur 12 brukes ofte for å understreke at en funksjon ikke nødvendigvis er lineær. Her brukes fingeren på den ene hånden i en ikonisk bevegelse for å symbolisere en graf som ikke er lineær. Den andre hånden holdes i ro slik at formen indikerer aksene. På denne måten blir F3 en slags sammenslåing av tegnene F1 og F2 da tegnet F3 har fokuset både rettet mot aksene og mot grafen.

Det finnes mange nyanserte former av disse tegnene ut ifra hva man vil legge vekt på. Dersom grafen er en parabel, kan dette vises med F3, men der pekefingeren gåt i en bue som etterligner en parabel. Dersom grafen går under x-aksen, kan dette indikeres ved at pekefingeren som beveges går under den andre hånden der tommelen indikerer x-aksen. Tegnspråk har altså en stor fleksibilitet som kan mediere ulike egenskaper ved funksjoner ved nyanseforskjeller i språket. Felles for disse tegnene er at de indikerer spesielle typer grafer, noe som kan lede begrepsoppfattelsen mot det Schwarz og Hershkowitz (1999) omtaler som prototyper. På den andre side kan det å gjøre tegn for de forskjellige typer funksjoner ved små nyanseforskjeller være med på å unngå prototyper da dette kan gi elevene en tidlig introduksjon for flere typer funksjoner.

Felles for tegnene i Figur 12 er at de er pekende, ikoniske gester da de lages ved å peke på noe imaginært (McNeill, 1992) og alle tre tegnene er det Malmquist og Mosand (1996) omtaler som ikoniske tegn. F1 skiller seg fra de andre to da dette tegnet kan kategoriseres i Peirce (1998) sin gruppe av indeksikalske tegn da det gir et hint av objektet, men ikke representerer selve objektet. Det fremmer ideen om aksene i et koordinatsystem, noe som naturlig forbindes med ideen om en funksjon. F2 og F3 er er ikke indeksikalske, men ikoniske til selve grafen som er en semiotisk representasjon av den matematiske funksjonen.

Tegnene i Figur 13 er ikke direkte ikonisk knyttet til semiotiske representasjoner av funksjoner slik de foregående i Figur 12, men de kan være ikonisk knyttet til funksjoner på andre områder enn grafer i koordinatsystem. Tegnene i Figur 13 er mer eller mindre ikoniske til tanker bak hva en funksjon egentlig er, og dermed er tegnene mer knyttet til begrepet enn til en bestemt representasjon. Her er det altså ikke den horisontale pilen i den epistemologiske trekanten i Figur 11 som er sterkest, men pilen som illustrerer medieringen mellom tegnet og begrepet. Tegnene i Figur 13 vil jeg kategorisere som ikoniske tegn på tegnspråk (Malmquist & Mosand, 1996), men ut ifra McNeill sin teori (1992) vil de anses som metaforiske gester. Dermed kan man argumentere for at de pekende gestene i Figur 12 styrker medieringen mellom tegnet og de klassiske semiotiske representasjonene og at de metaforiske gestene styrker medieringen mellom tegnet og begrepet. Tegnene for funksjon i Figur 13 anser jeg derfor som mer abstrakt enn de foregående fra *Figur 12: Tre ikoniske tegn for funksjoner*.



Figur 13: Abstrakte tegn for funksjon (F4-F8).

Det første tegnet fra Figur 13 jeg vil trekke frem er F4. Det er et tegn som tegnordboken foreslår for funksjon, men som jeg aldri før har sett i denne betydningen. Håndformen i F4 er for meg ikonisk for to ledd av en lenke. Tommelfinger og pekefinger på hver hånd illustrerer to ringer som henger sammen, og pilene indikerer at bevegelsen går fra venstre til høyre, for så å vende tilbake til tegnets startposisjon. Tegnet kan bety sammenheng ved riktig munnstilling, dette kan føre til en forståelse av en funksjon som en sammenheng. Dette samsvarer med både objektperspektivet og prosessperspektivet for funksjoner. Uansett om man anser en funksjon som noe som *er* eller noe som *skjer*, vil funksjonsbegrepet omhandle sammenhengen mellom to mengder. Ved å bare se på tegnets manuelle deler, altså hendene, kan tegnet referere til en forståelse av at en funksjon består av to variabler som henger sammen og som følger hverandre. Denne forståelsen kommer av å anse hendene som de to variablene der de indikerer entydighet. Altså kan det se ut til at de to variablene er av samme nivå og avhenger av hverandre. Da hendene henger sammen, kan dette oppfattes som: hvor enn den venstre hånden beveger seg, vil høyre hånden bare ha en vei å gå, nemlig etter den venstre hånden. Det samme gjelder motsatt vei, så på denne måten indikerer ikke tegnet bare entydighet, men også injektiv korrespondanse. Alle funksjoner er entydige, men ikke alle er injektive, dermed kan dette tegnet være ikonisk for en injektiv funksjon. Ved å innta samme håndstilling som i F4, men å behandle en hånd som den ledende hånden slik at tegnets bevegelse bare går i én retning, ville tegnet vist en enveis entydighet. Og på denne måten kan F4 der bevegelsen går begge veier, være tegnet for en injektiv funksjon. På denne måten kan tegnspråk være med på å skille begrepene *funksjon* og *injektiv funksjon*, men samtidig vil ikke det nye tegnet for funksjon også bety sammenheng.

F5 i Figur 13 er kjent som tegnet for *å fungere* og for *funksjon* i dagligtale. Selv om ordet *funksjon* har én betydning i matematikken og en annen i dagligtalen, kan dette tegnet også benyttes for alle betydninger av funksjon. Dermed kan elevene lett koble det talespråklige ordet med det tegnspråklige tegnet da de gjenkjenner denne koblingen fra dagligtalen. En negativ side ved bruken av dette tegnet er derimot at det kan bli vanskelig for eleven å skille mellom en matematisk funksjon og en funksjon i dagliglivet. Problemet oppstår i det norske språket da elever lett knytter det matematiske begrepet opp mot det dagligdagse begrepet, dette tegnet kan ha den samme virkningen for forståelsen av matematikk som det norske ordet *funksjon*. Tegnet kan også bety *maskin* dersom munnstillingen indikerer ordet *maskin*. Det er også mulig å oppfatte tegnets ikoniske egenskap som at hendene symboliserer to tannhjul, noe som kan gi en indikasjon av en maskin. Matematiske funksjoner blir ofte forklart i en maskinmetafor der verdier av x blir puttet inn og maskinen produserer en y-verdi som kommer ut av maskinen som illustrert i Figur 3 (Kleiner, 1989; Adams & Essex, 2010). De illustrerte tannhjulene i tegnet kan symbolisere at variablene i en funksjon er avhengig av hverandre på lik linje som tannhjulene er avhengig av hverandre for å gå rundt. På denne måten kan tegnet F5 anses som noe som *skjer*. Dermed vil tegnet kategoriseres i den analytiske matematikken fremfor den algebraiske da den analytiske definisjonen til Adams og Essex (2010) omtaler funksjonen som en regel, som man igjen kan anse som noe som *skjer*.

F6 er tegnet for verbet *å gjøre*. Tegnet gir en oppfattelse av at en funksjon er noe vi gjør, altså noe som *skjer*. På denne måten kan en funksjon oppfattes som det Sfard (1991) omtaler som en prosess. Tegnet F6 brukes ofte for funksjon i for eksempel ordet funksjonshemmet, slik at elevene antakeligvis er vant til å se dette tegnet sammen med munnbevegelsen *funksjon*. Det samme gjelder for F5 og F8, så det å bruke et av disse tegnene for matematiske funksjoner kan føre til et bredere begrepsbilde enn ønskelig. Med dette mener jeg at det ved å bruke et av disse tegnene, kan bli vanskelig å skille det matematiske funksjonsbegrepet fra begrepene for funksjon som benyttes i dagligtalen. På norsk skiller vi mellom de forskjellige funksjonsbegrepene ved å benytte ordet *matematisk* når vi omtaler funksjoner i matematikken. Denne presiseringen kan også benyttes på tegnspråk. Enten ved å benytte tegnet for *matematisk* før tegnet for *funksjon*, eller ved å benytte et eget tegn når man omtaler en funksjon i matematikken. Ved å benytte et tegn som ikke refererer til funksjon i dagligtalen, som for eksempel F4 eller F7, er det ikke bruk for ordet *matematisk* for å spesifisere begrepet, slik man ofte må på norsk talespråk.

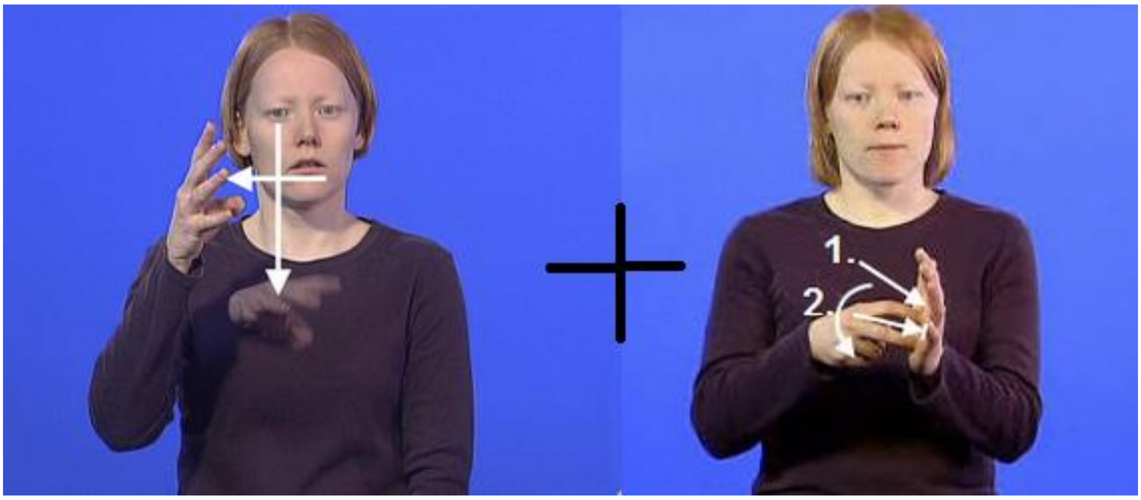
Tegnet F7 kan også benyttes for funksjoner, men er mest kjent som tegnet for *system* og *innstilling*. Tegnet utføres ved at to fingre prikker håndflaten på den andre hånden for så å flytte seg for å prikke en gang til (se pilene i Figur 13). Det kan oppfattes som ikonisk der de to fingrene flyttes, på samme måte som man skifter to ledninger for å få et system til å fungere, men det kan også oppfattes som et arbitrært tegn. Når det kommer til tegnets betydning som funksjon, ser jeg på tegnet som arbitrært. Jeg ser ingen tydelig assosiasjon til matematisk funksjon fra tegnets manuelle del, dermed kan det tenkes at ved bruk av F7, kan dette føre til en begrepsoppfattelse av en matematisk funksjon som et system. Jeg vil anse maskinforklaringen av funksjoner (Adams & Essex, 2010) som et slags system, så jeg ser en likhet hos F7 og F5. Dermed vil jeg også anse F7 som et tegn som kan støtte prosessperspektivet for matematiske funksjoner.

F8 i Figur 13 er det siste tegnet jeg ønsker å trekke frem av tegn for funksjoner. Det er et tegn der de manuelle delene også kan bety *aktivitet* og *engasjert*. Her kan man få en opplevelse av at en funksjon er en aktivitet. På lik linje med F5 og F6 viser dette tegnet til at en funksjon er noe som skjer, altså en hendelse. Ved en oppfatning av at en funksjon er en aktivitet eller noe som gjøres vil jeg sammenligne dette med en oppfattelse av at en funksjon er en prosess fremfor et objekt.

Som vist, har det matematiske begrepet *funksjon* mange tilhørende tegn. Disse tegnene blir laget av matematikere, matematikklærere, språkforskere, lingvister, tegnspråklige elever og andre. Det finnes altså ikke ett korrekt tegn for begrepet *funksjon*, men tegnet bør velges i forhold til konteksten det benyttes i. Tegnet F4 kan det være vanskelig å plassere innen et objekt- eller prosessperspektiv da en funksjon er en sammenheng mellom variabler uavhengig av hva slags perspektiv man har på funksjonen. De andre tegnene i Figur 13 representerer funksjonsbegrepet som noe som *skjer*. Dermed har disse tegnene et prosessperspektiv. Ut ifra de tegnene jeg har observert ser det derfor ut til at de fleste hører til under den analytiske delen av matematikken. Dette er ikke overraskende da definisjonene som benyttes i grunnskolen er ganske lik Hole (2009) sin definisjon, som igjen ligner mer på analytiske definisjoner av funksjonsbegrepet enn algebraiske.

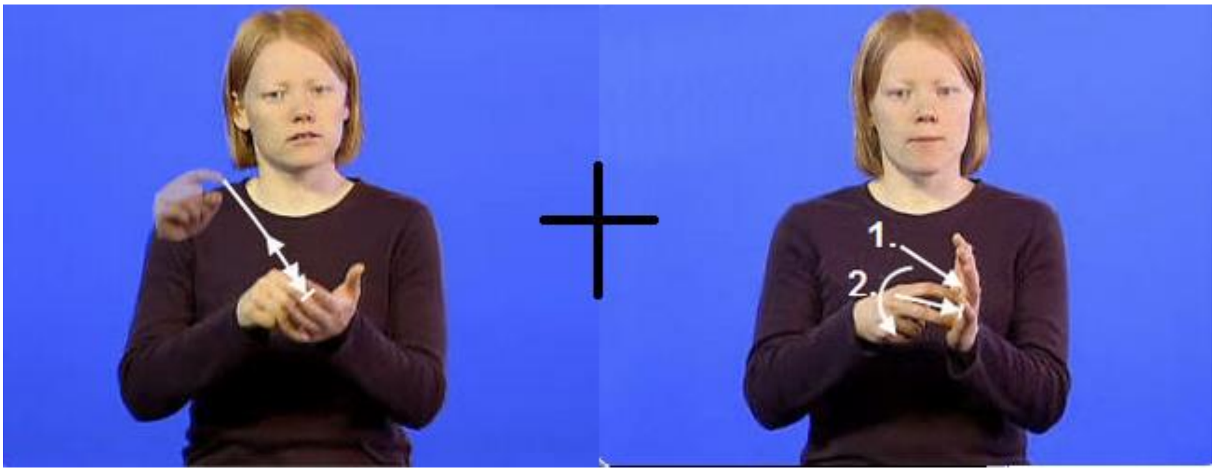
4.1.3 Koordinatsystemets tegn

KS1 i Figur 14 er et sammensatt tegn der tegnet K1, til venstre i Figur 14 for koordinat, settes i sammenheng med SYSTEM til høyre i Figur 14 som tidligere har blitt omtalt som F7. Tegnet læreren benyttet for koordinat, K1, betyr også *rute* eller *tabell*, og tegnet for system kan også brukes for *funksjon* og *innstilling*.



Figur 14: KS1 - Lærerens tegn for koordinatsystem som er et sammensatt tegn av K1 og SYSTEM(F7).

I den første delen av tegnet er håndformen ikonisk for linjer, og bevegelsen gjør hele tegnet ikonisk for et rutenett. Fingrene indikerer linjene, først loddrett så vannrett, og lager et imaginært rutenett. Den andre delen av tegnet ble omtalt som F7 i 4.1.2 da det også kan bety ordet *funksjon*. Tegnet kan gi et forståelig bilde av et koordinatsystem som et slags rutenettsystem eller et tabellsystem. Dersom koordinatsystem oppfattes som et rutenettsystem, kan dette styrke sammenhengen mellom tegnet og den semiotiske representasjonen koordinatsystem. Dersom tegnet oppfattes som et tabellsystem, vil det derimot kunne gi en sterk binding mellom tegnet og den semiotiske representasjonen tabell. Begge disse presenterte oppfattelsene kan føre til en sterk sammenheng mellom tegnet og bestemte semiotiske representasjoner. Fra min epistemologiske trekant i Figur 11, vil den horisontale pilen ha den sterkeste bindingen. Dette er ut ifra av at tegnet lettere kan settes i sammenheng med de klassiske semiotiske representasjonene enn fra en dypere forståelse av begrepet koordinatsystem. Systemdelen av tegnet benyttes ofte i dagligtalen for blant annet *system* og *innstilling*, og det er derfor godt kjent blant tegnspråkbrukere. Det brukes dermed også i KS2 i Figur 15, men der er den første delen av tegnet endret til K2 som er til venstre i Figur 15.



Figur 15: KS2 - Beate sitt tegn for koordinatsystem sammensatt av tegnene K2 og SYSTEM(F7).

Den første delen av KS2 er her ikonisk for punkter der den ene hånden "prikker" i håndflaten til den andre hånden. Sammen gir delene av tegnet et bilde av at et koordinatsystem er et punktsystem. Dette tegnet har altså et større fokus på punktene i rutenettet enn selve rutenettet. På denne måten gir K2 et bedre berepsbilde av hva en koordinat er.

4.2 Analyse av empiriske data

Som tidligere påpekt ble det observert i fire dobbelttimer med matematikkundervisning på 10.trinn ved en døveskole. I dette delkapitlet har jeg valgt noen utdrag fra undervisningssekvenser som jeg vil analysere opp mot relevant teori.

4.2.1 Flere tegn for ett matematisk begrep

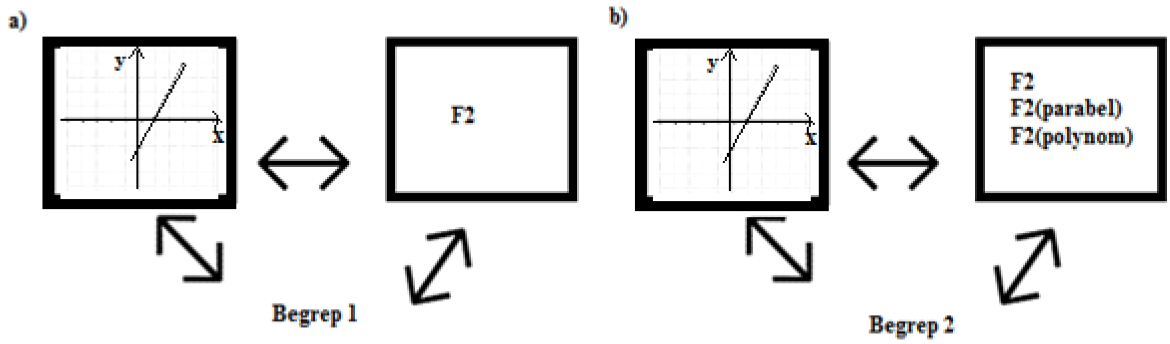
I løpet av observasjonstimene dukket det opp et par tilfeller der læreren brukte flere ulike tegn for det samme begrepet. Etter en innføring av funksjonsbegrepet der alle funksjonene var lineære, forsøkte læreren å presisere at ikke alle funksjoner må være lineære (Utdrag 1).

Lærer	Graf, hva er det?				
	F2, HVA ER-PEK				
Veronika	Linje				
	F2				
Lærer	Ja, riktig. Kan				Mange forskjellige
	RIKTIG KAN	F2	F2(parabel)	F2(polynom)	FORSKJELLIG

Utdrag 1: Innføring av forskjellige typer funksjoner via pekende gester.

Transkripsjonene i Utdrag 1 viser at læreren spør Veronika hva en graf er. Hun svarer at en graf er en linje ved å benytte tegnet F2 i *Figur 12: Tre ikoniske tegn for funksjoner*. Dette er det samme tegnet som læreren benyttet, men læreren benyttet tegnet med munnstilling *graf* og Veronika benyttet tegnet med munnstilling *linje*. Veronika kopierte altså den manuelle delen av lærerens tegn, og ut ifra tegnets ikoniske egenskap for linje, kunne dette hjelpe eleven til å forstå at en graf kan være en linje. Læreren sa at dette var riktig, men at linjen ikke trenger å være rett for at det skal være en graf. Han benytter så tegnet F2 i Figur 12 for å si at en graf kan være rett. Deretter benytter han det samme tegnet enda en gang, men denne gangen lager han en bue, ikke en rett strek lik den i F2. Buen blir da et ikonisk tegn for en parabel. En tredje gang lager han flere buer som illustrert for den høyre hånden i F3, mens hans venstre hånd forblir som i F2 og sier at det er mange muligheter for hvordan grafer kan se ut. Han benytter altså små nyanseforskjeller av tegnet F2 for å skape ikoniske referanser til forskjellige typer grafer uten å behøve å gi deres tilhørende norske navn. På denne måten kan han utvide begrepsbildet for *funksjon* fra å kun dreie seg om lineære funksjoner til et mangfold av forskjellige funksjoner. Dette gjør han ved å skifte mellom forskjellige tegn for ett og samme begrep uten å benytte munnstillingen for ord fra talespråk. Lineær, parabel, eksponentiell og hyperbel er riktignok forskjellige ord på norsk talespråk som betegner forskjellige funksjoner. Disse ordene kan det være vanskelig å knytte opp mot bilder av grafene dersom man ikke på forhånd vet hvordan de ser ut. Læreren brukte i dette tilfelle tegnspråk for å gestikulere forskjellige funksjoner uten å innføre funksjonenes navn. Læreren benyttet språket slik at elevene kunne utvide, samt oppnå en bedre kontroll over, sine begrepsbilder av grafer. Dette kan føre til at elevene senere får et behov for å uttrykke disse matematiske ideene med det norske språket, noe som igjen kan utvide elevenes register (Pimm, 1991). Jeg vil anse alle tegnene læreren benyttet som ikoniske for grafer. Dette på grunnlag av at jeg har sett slike grafer flere ganger før, så jeg klarte fort å forstå hva læreren siktet til. Det trenger ikke bety at de var ikoniske for elevene. Selv om det så ut til at elevene med ett forsto hva læreren mente, trenger ikke dette å være tilfellet. Ved å ta tegnet ut av konteksten, for så å se på tegnene læreren uttrykker uten å bruke munnstillingen, vil de ikke være ikoniske for grafer. For tegnspråklige individ, er det lett å se at læreren forsøker å gestikulere forskjellige typer linjer eller streker, men dersom man ikke vet hva grafer er, kan tegnene oppfattes som arbitrære, pekende gester. Selv om tegnene kan ha vært arbitrære for elevene i øyeblikket da læreren utførte tegnene, kan de være til hjelp da elevene senere ser forskjellige typer grafer på papiret eller på tavlen. Dermed kan tegnene sin ikoniske egenskap være med på å styrke elevenes begrepsoppfattelse.

Da gestene som benyttes er ved å peke, betegner gestene de imaginære grafene i rommet (McNeill, 1992). Det er pekende gester (McNeill, 1992), så de faller innenfor kategorien av språkets utpekende funksjon (Säljö, 2001). Men det pekes på noe imaginært, altså faller gesten også innenfor kategorien av språkets semiotiske funksjon (Säljö, 2001). Dermed inneholder disse pekende gestene både språkets utpekende og semiotiske funksjon. Læreren kan med dette være med på å utvikle elevenes evne til å skifte register, noe som Duval (2006) anser som den virkelige utfordringen ved matematikk. I tillegg til å utvikle elevenes evne til å skifte register, kan lærerens bruk av flere tegn være med på å unngå prototyper. Ifølge Schwarz og Hershkowitz (1999) vil lineære og kvadratiske funksjoner ofte fremstå som prototyper, noe som også kan skje her, men da elevene tidlig introduseres for flere typer funksjoner, kan dette gjøre prototypene mindre markante. Steinbrings epistemologiske trekant, som er omtalt i 2.3.3, viser koblingen mellom begrepene som er selve ideen, objektene som brukes for å kode kunnskapen og symbolene som får mening gjennom en referansekontekst. I en tegnspråklig klasse får elevene gjennom tegnet et ekstra symbol å forholde seg til. Figur 16 er en illustrasjon hentet fra min epistemologiske trekant i Figur 11. Figur 16 illustrerer Veronikas mulighet for utvidelse av sitt begrepsbilde før og etter denne korte samtalen med læreren. Den viser at lærerens bruk av pekende gester kan være med på å utvikle Veronika sitt begrepsbilde av funksjon.



Figur 16: a) Den epistemologiske trekanten før innføring av nye tegn. b) Den epistemologiske trekanten etter innføring av nye tegn.

Veronika får riktignok ikke noe forståelse for de norske ordene parabel og polynomfunksjon, men hun får kjennskap til deres grafiske fremstilling. Det kan være begrepsbildet for grafer som utvides, da læreren gestikulerer forskjellige typer grafer, men dersom Veronika har forstått at grafer er representasjoner for funksjoner, vil begrepsbildet for funksjoner utvides i denne samtalen. Ved å anse begrep 1 i venstre del av Figur 16 som Veronika sitt begrepsbilde av funksjon før samtalen med læreren, kan dette være et meget begrenset begrepsbilde der grafer kun består av rette linjer. Etter samtalen med læreren vil alle tegnene læreren brukte i Utdrag 1 kunne gi en utvikling av elevenes begrepsbilder. Begrep 2 til høyre i Figur 16 vil da inneholde grafer i forskjellige former.

4.2.2 Spiller valg av tegn en rolle for begrepsoppfatningen?

De første to timene med funksjoner ble innledet med en innføring av nye begrep, blant annet begrepet *koordinatsystem*. Læreren introduserte tegnet for koordinatsystem med tegnet KS1 som vist i Figur 14, samtidig som munnstillingen viste det talespråklige ordet for koordinatsystem og dets skriftspråklige representasjon sto på tavlen. Veronika repeterte så tegnet for koordinatsystem for seg selv uten at det var veldig synlig for de andre i klasserommet. Dette gjorde hun bare med tegnets manuelle del, altså hendene, men uten oralkomponenten. Videre tegnet læreren flere koordinatsystem på tavlen med deltagelse av elevene for å vise forskjellige grafer ut ifra forskjellige formler. Starten av innføringen av koordinatsystem illustreres i Utdrag 2.

Lærer	Nå skal vi jobbe med koordinatsystem
	NÅ SKAL JOBBE MED KS1
	Skriver KOORDINATSYSTEM
Veronika	(Ingen munnstilling)
	KS1
Lærer	Oppfatter hva det er?
	OPPFATTE-DERE HVA ER PEK:ord på tavlen

Utdrag 2: Innføring av tegnet KS1 og ordet koordinatsystem

Det at Veronika kopierte lærerens tegn nesten umerkelig kan være et tegn på at hun gjør det vi kaller å "smake på ordet", som på tegnspråk kan anses som å få ordet ut i fingertuppene. Jeg tolker det som at hun i dette tilfellet benytter språket som læringsredskap (Dysthe, 2001). Hun benytter altså ikke tegnet som et redskap for kommunikasjon, men som et redskap for å internalisere tankene sine ved å snakke for seg selv. På denne måten får hun større tilgang til sine egne tanker, og det ser ut til at hun via tegnet gir seg selv tilgang til det nye mentale bildet av begrepet koordinatsystem (Pimm, 1991).

Da jeg i slutten av timen fikk anledning til å spørre elevene hva tegnet for koordinatsystem er, fikk jeg to forskjellige svar. Veronika kopierte lærerens tegn, altså KS1 i Figur 14, mens Beate benyttet et annet tegn, nemlig tegnet i Figur 15 som jeg har valgt å kalle KS2. Beate forklarte at hun hadde sett dette tegnet før på bostedsskolen der hun gikk tidligere, men husket ikke når hun hadde sett det. Jeg understreket at begge tegnene kan brukes, men Veronika viste en tydelig forvirring over det nye tegnet. Elevene var enige i at et koordinatsystemet er et system med rutenett med x- og y-akse og en graf som man må finne ut av som vist i Utdrag 3. Veronika forsto imidlertid ikke hvorfor Beate ville bruke KS2 da man kan se på koordinatsystemet at det ser ut som K1, ikke K2.

Jeg	Tegn hva?	
	TEGN HVA PEK:tavle	
	Peker på KOORDINATSYSTEM på tavlen	
Veronika	Koordinatsystem	
	KS1	
Beate	Koordinatsystem	
	KS2	
	Peker på KOORDINATSYSTEM på tavlen	
Jeg	Du koordinatsystem. Du koordinatsystem. Kan bruke begge	
	PEK:Veronika KS1. PEK:Beate KS2. KAN BRUKE BEGGE	
Veronika	Hæ?	Men d e jo sånn
	K2	K1
	Ser ned i boken og gjør K1 over en tegning av et koordinatsystem	
Jeg	Hva er?	
	HVA ER PEK:tavle	
	Peker på KOORDINATSYSTEM på tavlen	
Veronika	Det her	
	PEK:boken	
	Hun peker på koordinatsystemet i boken sin	
Beate	System over x og y pluss finne ut	
	SYSTEM OVER X Y PLUSS GRAF FINNE UT	

Utdrag 3: Elevene viser forskjellige tegn for koordinatsystem

Veronika viste en tydelig usikkerhet ved møtet med KS2 der K2 illustrerer punkter. Da tegnet K1, som første del av KS1, illustrerer rutenettet i koordinatsystemet meget godt, ble det vanskelig for henne å forstå hvorfor KS2 også kunne brukes for begrepet *koordinatsystem*. KS1 var et så ikonisk tegn for koordinatsystem at det ble uforståelig for Veronika hvorfor man da vil benytte seg av KS2 som ikke er ikonisk for selve koordinatsystemet.

Det neste begrepet jeg ville ta opp med dem var begrepet *koordinat*, som ikke hadde blitt diskutert i timen. Det var igjen lett å se at Veronika ble usikker, noe som ikke er rart da hun ikke før har sett dette begrepet. Hun hadde vist tidligere at hun hadde sett og oppfattet tegnet for *koordinatsystem* ved å repetere KS1 for å internalisere tankene. Veronika fikk svare først og hun valgte å dele tegnet KS1 i Figur 14 og benyttet K1, det første tegnet fra lærerens sammensatte tegn for koordinatsystem. På denne måten eliminerte hun den delen av tegnet som betydde *system* og mente da at det tegnet hun sto igjen med måtte bety *koordinat* (Utdrag 4).

Jeg	Hva tegn?
	HVA PEK:tavle
	Peker på KOORDINAT på tavlen
Veronika	Hæ… Koordinat
	K1
Beate	Jeg vil bruke koordinat
	K2
Jeg	Du koordinat. Du koordinat.
	PEK:Veronika K1. PEK:Beate K2.

Utdrag 4: Elevene viser forskjellige tegn for koordinat.

Det elevene gjorde vil jeg sammenligne med det Duval (2006) omtaler som transformasjoner. Elevene transformerte et matematisk begrep representert på norsk skriftspråk over til norsk tegnspråk, noe som kan beskrives som overgangen fra et matematisk register til et annet (Duval, 2006). Elevene transformerte også koordinatsystem til koordinat innen det norskspråklige registeret. Dette er det Duval (2006) omtaler som en behandling, og elevene gjør den samme behandlingen i tegnspråk, altså de eliminerer tegnet for system fra tegnet for koordinatsystem for da å sitte igjen med tegnet for koordinat. Det skjer altså tre transformasjoner der to er behandlinger innen hvert sitt språklige register og en kongruent omdannelse fra norsk skriftspråk til norsk tegnspråk (Duval, 2006). Som Malmquist og Mosand (1996) påpeker, kan tegnene i et sammensatt tegn forandres når de settes sammen, blant annet i form av at tegnets rekkefølge kan endres. Dersom dette hadde vært tilfellet, ville overgangen fra tegnspråk til norsk være en ikke-kongruent omdannelse. Dette kunne ifølge Duval (2006) ha blitt vanskeligere da det for mange kan oppleves som vanskelig. Ifølge Duval (2006) er det for mye fokus på kongruente omdannelser i matematikken. Ved sammensatte tegn der rekkefølgen på tegnene er motsatt av rekkefølgen på de norske ordene, kan tegnspråket være med på å utvikle elevenes evne til å utføre ikke-kongruente omdannelser.

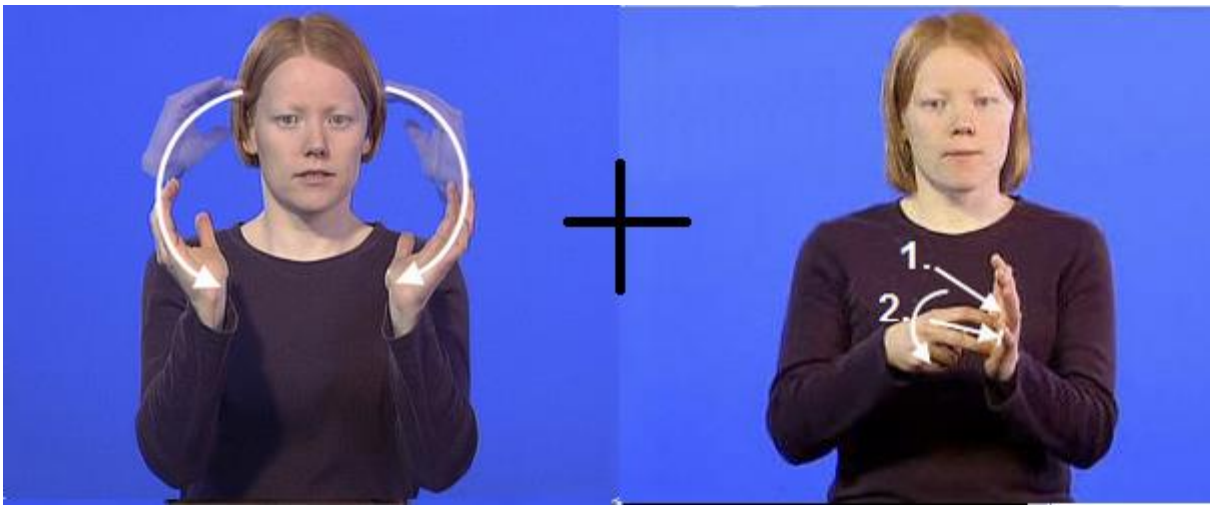
Forskjellen mellom KS1 og KS2 kommer tydelig frem når det er snakk om begrepet koordinat. Dette fordi K1 ikke er ikonisk for koordinater, men at K2 er nemlig dette da det gestikulerer punktene som er det samme som koordinater. Så ved bruk av KS1, vil ikke dette være til noen fordel for en kongruent omdannelse til forståelsen av koordinat. Dette kom frem da jeg spurte elevene hva begrepet koordinat betyr (Utdrag 5).

Jeg	Først du, hva betyr?
	FØRST PEK:Veronika. HVA BETYR PEK:tavlen
	Peker på KOORDINAT på tavlen
Veronika	Betyr liksom kart over havet. Kan brukes ved for eksempel båt eller fly. Du skjønner hva jeg mener
	BETYR LIKSOM KART HAVET. KAN BRUKE EKSEMPEL BÅT, FLY. PEK:du SKJØNNER PEK:jeg MENER
Jeg	Ok. Sånn oppfatte ok. Hva tror du?
	OK. SÅNN OPPFATTE OK. HVA TRO PEK:Beate
Beate	Noe på noe
	NOE PÅ FIRKANT NOE

Utdrag 5: Elevenes oppfattelse kan bygge på naturlig tale

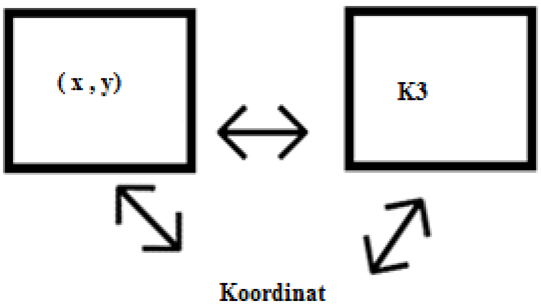
Veronika forklarte koordinater ut ifra noe hun hadde lært gjennom et krigsspill på internett, der hun hadde fått et begrepsbilde av det norske ordet *koordinat*. Det er riktignok en klar sammenheng mellom koordinater i kart og i koordinatsystem, men dette er ikke noe Veronika hadde lært hittil gjennom matematikkundervisningen. Læreren hadde ikke nevnt noe om koordinater i sammenheng med kart. Dette bekrefter Vygotskij (2001) sin påstand om at ord ikke øyeblikkelig settes i forbindelse med sin gjenstand, men at det skjer gjennom den betydningen som allerede er etablert på morsmålet. Da jeg henvendte meg til Beate, kunne hun fortelle at koordinater er "noe på noe". Da hun sa dette, gestikulerte hun en firkant, se Utdrag 5. Det ble tydelig at hun henviste til koordinatsystemet, men at hun ikke klarte å uttrykke det bedre. Jeg oppfattet dette som at Beate henviste til koordinater som noe på koordinatsystemet, og at hun ikke hadde mulighet til å uttrykke dette med et formelt matematisk språk, kun med gester. Selv om Beate benyttet tegnet K2 for koordinat som også betyr punkt, klarte hun ikke å omtale koordinater som punkt. Beate sin oppfattelse av koordinat er nærmere det matematiske begrepet koordinat enn det Veronika uttrykte (Utdrag 5). Dette kan videre tolkes som at KS2 lettere kan transformeres for å finne betydningen for et koordinat.

Jeg vil ikke med dette si at tegnet KS2 er et bedre tegn enn KS1 for koordinatsystem, men dette viser hvilket utbytte elever kan ha av ulike tegn. Dette kan illustreres ved min bearbeidelse av Pimm (1991) sin oppdeling mellom to stier mot et formelt matematisk språk illustrert i *Figur 10: Egen bearbeidelse av Pimm sin figur for å tilpasse konteksten i et tegnspråklig klasse.* Jeg anser KS1 som en uformell måte å uttrykke det matematiske begrepet på, som kan føre elevene langs sti A i Pimms figur. Tegnet kan være med på å fremme en forståelse av at et koordinatsystem er navnet på hele rutenettet med både akser og punkt. Tegnet kan dermed plasseres i det øverste hjørnet til venstre i Figur 11. Tegnets svakhet er at det kan lure brukeren til å tro at en koordinat da er selve rutenettet slik Veronika trodde. KS2 gir på den andre siden en god utdypelse av hva et koordinat er, men tegnet er ikke så ikonisk med selve rutenettet og aksene i koordinatsystemet. Dermed anser jeg KS2 som et mer formelt tegn, og kan dermed plasseres i hjørnet øverst til høyre i Figur 10. En innføring av koordinatsystem på KS1 for så å gå over til KS2 kan dermed være en måte å følge stien B på i Pimm sin figur. Læreren benyttet KS1, og innførte begrepet *tallpar* som jeg anser som en mer uformell måte å omtale koordinat på da jeg oftere har møtt ordet *koordinat* i vitenskapen matematikk og dermed forbinder ordet *tallpar* med grunnskolen. Dermed fulgte læreren sti A i Figur 11 mot et formelt skriftspråk. Stiene A og B er ulike måter å få elevene beveget mot ett og samme mål, nemlig et formelt språk. Dette viser at man kan benytte både tegnspråk og tale- og skriftspråk for å nå dette målet. Det er også mange andre ikoniske tegn som kan brukes for å gestikulere et koordinatsystem når det gjelder å formalisere språket. Et eksempel er et egendefinert tegn, KS3, i Figur 17 som jeg mener kan plasseres øverst i høyre hjørne i Figur 10.



Figur 17: KS3 - Egendefinert tegn for koordinatsystem.

Da koordinater ofte skrives i en parentes som (x , y), kan man også benytte tegnet for parentes som ikonisk for koordinat, illustrert i Figur 17. Dette vil også gi elevene mulighet til en kongruent omdannelse (Duval, 2006) og føre elevene langs sti B (Pimm, 1991) av Figur 10, altså ved å starte med et mer formelt tegnspråk. På lik linje med KS1 og KS2, har KS3 en semiotisk funksjon (Steinbring, 2006) da den ved hjelp av munnstillingene representerer ordet *koordinatsystem*. KS3 har også en epistemologisk funksjon. Ifølge Steinbring fungerer da tegnet som en bærer av matematisk kunnskap som må tolkes videre. K3, til venstre i Figur 17, som er den første delen av tegnet er ikonisk for en måte å skrive koordinater på som elevene enda ikke har blitt kjent med. Tegnet vil da både sørge for en kongruent omdannelse mellom tale/skriftspråk og tegnspråk, men tegnet vil også kunne skape en kobling mellom koordinat og tallpar når elevene lærer hvordan man skriver et tallpar med parenteser. Denne koblingen er illustrert i Figur 18 som en epistemologisk trekant.



Figur 18: Den epistemologiske trekanten som illustrasjon for medieringen mellom tegnet K3, tallpar og begrepet koordinat.

Tegnet K3 med munnstillingen koordinat, kan være med på å styrke koblingen mellom tegnet og begrepet, altså pilen til høyre i Figur 18. Den klassiske semiotiske representasjonen i denne konteksten er et tallpar. Da tegnet K3 er ikonisk for den semiotiske representasjonen av er tallpar, kan dette styrke den horisontale koblingen mellom tallparet og tegnet. Da koblingen mellom tegnet K3 og koordinat allerede er sterk, vil dette styrke koblingen mellom begrepet koordinat og tallparet. På denne måten vil den epistemologiske funksjonen til KS3 kunne påvirke begrepsbildet på en måte som krever bruken av tegnspråk. Dette kunne med andre ord ikke blitt gjort i en undervisning som kun består av ett språk. Dette understreker at tegnspråk, som her er et ekstra register i matematikken, kan være med på å styrke begrepsforståelsen via mediering.

4.2.3 Matematiske begrep gjennom skriftspråk

I løpet av de fire dobbelttimene med observasjon, la jeg merke til at læreren ofte skrev ned matematiske ord på tavlen. Læreren begrunnet dette med at elevene trenger å få visualisert talespråk via skriftspråk for å få et grep om de matematiske ordene som de ikke møter i dagliglivet. I vanlige klasser vil lærere ofte si de matematiske ordene, og på denne måten vil elevene høre ordet gang på gang. Dermed kan disse ordene feste seg til hukommelsen uten at elevene trenger å konsentrere seg spesielt om å huske disse, og dette blir uavhengig av hvor langt elevene har kommet i prosessen med begrepsoppfattelse. Også i en tegnspråklig klasse vil matematiske ord bli nevnt gjentatte ganger, men her på tegnspråk. Som vi har sett tidligere, er de fleste tegn for matematiske begrep ikoniske, men det betyr ikke at de er ikoniske til det norskspråklige ordet. Fra Figur 12 har vi sett at noen tegn for funksjon er ikoniske til andre av begrepets semiotiske representasjoner og fra Figur 13 at noen tegn er ikoniske til funksjonens abstrakte ideer. Det eneste tegnet som representerer det norskspråklige ordet funksjon er F5 i Figur 13 som brukes for andre typer funksjoner enn den matematiske. Tegnet er hentet fra dagligtalen, men dette er bare mulig fordi det norske ordet benyttes i dagligtalen. For andre matematiske begrep som ikke brukes i dagligtalen som henholdsvis koordinatsystem, proporsjonalitet og kvadrant blir det annerledes. Læreren fortalte at han ofte får spørsmål fra elever under småprøver om hva som ligger i de forskjellige norske ordene, noe som er bemerkelsesverdig. Dersom elevene ikke forstår hva som ligger i de norske ordene, har de ikke grunnlag for å klare alle oppgavene som blir gitt, selv om den matematiske forståelsen er på plass. For å delta i det språklige sosiale samspillet, trengs kommunikasjon. For å utvikle intellektuelle ferdigheter trengs også kommunikasjon. Ifølge Amundsen og Holm (2001) forutsetter dette at kommunikasjon skjer på et språk som oppleves som trygt, som man forstår og som gir en følelse av tilhørighet i det sosiale miljøet. Det at læreren ofte skriver ned de norskspråklige ordene kan være med på å gjøre dette språket trygt for elevene. Jeg anser derfor det læreren gjør som svært positivt, og svært viktig. På denne måten får elevene mulighet til å eksternalisere sine tanker både på norsk tale- og skriftspråk og på tegnspråk.

5 Konkluderende drøfting

I denne oppgaven har jeg undersøkt om valg av tegnspråklige tegn har betydning for elevers oppfattelse av matematiske begreper, og hvilke betydninger dette valget kan ha. Det vil nå bli gitt en oppsummering av studiens resultater etterfulgt av en vurdering av hele forskningen. Til slutt vil jeg foreslå nye forskningsspørsmål etterfulgt av noen pedagogiske implikasjoner.

5.1 En oppsummering av forskningens resultater

Det matematiske registret består av de to faktorene som Pimm (1991) omtalte, nemlig matematikkterminologiens matematiske begrep og naturlig språk brukt for å uttrykke matematikk. Det naturlige språket vil i en tegnspråklig klasse være både det norske skrift- og talespråket og det norske tegnspråket, noe som fører til at Pimms to faktorer i denne konteksten er tre. Språk er i konstant utvikling. Det kan anses som et redskap som gjennom tiden har blitt kodet med historien og kulturutviklingen, og som fremdeles kodifiseres. Vi trenger stadig flere slike redskap for å uttrykke oss. Det finnes ingen landsdekkende retningslinjer for tegnspråklig terminologi i matematikk. Dermed kan undervisning av matematikk på tegnspråk variere når det gjelder språkbruk fra lærer til lærer. Et spørsmål jeg har stilt meg selv gjennom hele arbeidet med denne oppgaven har vært om valget av tegn er av betydning. Jeg har kommet frem til at det helt klart er av betydning, og begrunnelsen er som følger:

Sosiokulturelle læringsperspektiv anser språk som redskap for kognitiv utvikling. Flere sosiokulturelle teoretikere hevder dette, men mange teoretikere tenker på verbal-auditive språk i slike sammenhenger. Duval (2006) definerer semiotiske representasjoner som vanlige redskap for å uttrykke blant annet matematiske ideer. Samtidig hevder han at matematiske ideer kun kan nås via semiotiske representasjoner, noe som fører til at tegn for matematiske begrep må være semiotiske representasjoner på lik linje med ord. Sfard (1991) hevder at visualisering viser det som ikke er tilgjengelig for synet, og tegnspråk er et visuelt redskap. Dermed vil jeg påstå at tegnspråk er et redskap for kognitiv utvikling på lik linje med verbal-auditive språk. Ifølge Dysthe (2001) er språket det viktigste medierende læringsredskapet, en påstand som understreker betydningen av et godt språk for en kognitiv utvikling. Duval

(2006) hevder at det å fokusere på det registeret elevene behersker best, er et feilaktig fokus. Dette da det er medieringen mellom register som er den viktige kunnskapen elevene må beherske. Valg av tegn er dermed viktig i enhver undervisningssammenheng, men ekstra viktig i matematikkundervisning på grunn av at matematikk er et så abstrakt fag. Faget har ikke primære kilder, så valg av semiotiske representasjoner er dermed viktigere her enn i andre fag. Ifølge Radford (2005) kan man ikke redusere innholdet i en matematisk idé til ett semiotisk system, men samspillet mellom flere register er nyttig. Dermed vil jeg konkludere med at alle språk er viktige for matematikkundervisningen, både det språket læreboken representerer, det språket undervisningen foregår på, og det matematiske språket selv. Denne påstanden har jeg fått understreket gang på gang gjennom observasjon i den tegnspråklige klassen. Elevene benyttet de forskjellige språkene til ulikt bruk. Blant annet ble påstanden understreket av de ulike oppfatningene Beate og Veronika hadde av begrepet koordinat når de benyttet forskjellige tegn for begrepet koordinatsystem. Det å forstå tegnet eller ordet var ikke noe problem for noen av dem. Omdannelsen fra det ene register til det andre, altså selve medieringen, var den som bød på vanskeligheter.

Ulike tegn kan understreke ulike sider ved et matematisk begrep. I denne oppgaven er det funksjonsbegrepet og noen av dets tilhørende matematiske begrep som står i fokus. Funksjonsbegrepet kan som nevnt oppfattes som noe som *skjer* eller noe som *er*. Det kan oppfattes som en graf, en formel, en tabell eller som den abstrakte ideen bak begrepet. Blant de tegnene jeg har observert for funksjonsbegrepet, har jeg sett at av de semiotiske representasjonene er det grafer det blir referert mest til. Dette er ikke overraskende da grafer er ganske spesielle for funksjoner og når jeg selv tenker på funksjonsbegrepet, er nettopp grafer den semiotiske representasjonen jeg først tenker på. Når det gjelder de mer abstrakte tegnene i Figur 13, ser jeg at de fleste refererer til en funksjon som noe som *skjer*, altså er prosessperspektivet det perspektivet som understrekes av tegnet. Dette kom heller ikke som noen overraskelse da den definisjonen Hole (2009) presenterer som en typisk skoleaktig definisjon er langt mer lik Adams og Essex (2010) sin analytiske definisjon enn Fraleigh (2003) sin algebraiske. Nå er riktig nok disse definisjonene bare et utvalg av definisjoner, men jeg mener at de er gode representanter for disse forskjellige områdene der funksjonsbegrepet brukes. Funksjonslæren i skolen er altså nærmere den analytiske matematikken der funksjonsbegrepet ofte blir sett på fra prosessperspektivet, altså som noe som *skjer*. Dette har også kommet frem i tegnene observert i studien. Da tegnspråklige tegn ofte konstrueres av matematikklærere selv, ser jeg det som mer eller mindre selvfølgelig at tegnene samsvarer med definisjonene som blir brukt av lærerne.

Som redegjort for i 4.1.3 er begrepet koordinatsystem et eksempel på at forskjellige tegn kan ha forskjellige grader av formalitet. Noen tegn for matematiske begrep som KS3 kan anses som meget formelle og kan være med på å gi elevene et godt norsk skrift-, tale- og matematisk språk, men kan være til hinder for forståelsen av selve begrepet. Andre tegn som KS1 kan ha motsatt virkning, og kan derfor gi en klar forståelse av hva selve begrepet inneholder, uten å gi noe hint om de norske og matematiske ordene. Uformelle tegn kan ifølge min bearbeidelse av Pimms modell (Figur 10) lede mot et formelt tale- og skriftspråk via to stier. Den ene stien (A) er å benytte det uformelle tegnet for så å skape behov for et mer formelt språk via uformelt tale- og skriftspråk. Den andre (B) er å endre tegn til et mer formelt tegn etter at forståelsen for begrepet er utviklet. Det er altså forskjellige veier å gå mot et formelt språk i matematikken som kan lede fra uformelle tegn. Dermed trenger ikke valg av tegnet å være veldig formelt eller nært knyttet til ideen bak det matematiske begrepet ved innføringen av begrepet. Som i vanlige klasser er det ofte viktig å gi en helhetlig forståelse av de matematiske begrepene først, for så å gå i dybden av begrepene ved å gi flere detaljer. Sett fra dette perspektivet kan KS1 være en ypperlig måte å innføre begrepet koordinatsystem på, da det kan gi elevene et begrepsbilde av et "rutenettsystem" slik at begrepet blir visualisert. Eleven får dermed et bredt overblikk når det gjelder begrepet, noe som gir eleven et grep om hva et koordinatsystem egentlig er. Deretter kan KS2 eller KS3 innføres for å forsøke å gjøre språket mer formelt ved å følge sti B. Når det gjelder perspektivet av sammensatte ord kan valg av tegn for koordinatsystem være ganske viktig. Som redegjort for i 4.2.2 kan valg av tegn for et sammensatt begrep by på problem når man skal dele opp ordet for å se på de sammensatte delene hver for seg. For Veronika var det akkurat dette som skjedde da hun ble spurt om betydningen for begrepet koordinat. Da hun hadde benyttet seg av tegnet KS1 for koordinatsystem, ga ikke dette tegnet noen god forståelse for hva et koordinat er. Dermed kunne det vært en taktikk å innføre et mer formelt tegn for koordinatsystem, som for eksempel KS2 eller KS3 før begrepet *koordinat* ble innført, for på denne måten å følge sti B i Figur 10.

5.2 Vurdering av metoden

I dette delkapitlet vil jeg vurdere metoden jeg har benyttet for denne studien. Jeg vil bygge dette på begrepene presentert i 3.4, nemlig validitet, reliabilitet og generaliserbarhet.

Jeg vil anse oppgavens validitet som god. Noe som imidlertid kan svekke oppgavens validitet er mangel på mangfoldighet i den innsamlede empirien. På grunn av tidsperspektivet, ble det utelatt en god del innsamlet empiri, for å prioritere tidsbruken til de delene av empirien som best mulig kunne gi svar på forskningsspørsmålene. Noe som på den andre siden styrker oppgavens validitet er min tilstedeværelse som deltakende observatør, der jeg til tider var fullt deltakende og ved andre anledninger trakk meg helt tilbake. Dette omtaler Fangen (2004) som en god metode for å sikre en god validitet. Da jeg var deltakende, hadde jeg helt klart en påvirkning på handlingsforløpet ved at jeg stilte spørsmål og ellers var interaktiv overfor både elevene og læreren. Jeg fokuserte hele tiden på ikke å stille ledende spørsmål eller påvirke resultatene på uheldige måter. Ved den ikke-deltakende observasjonen er det ikke gitt at min tilstedeværelse ikke hadde en innvirkning på handlingsforløpet. Læreren sa at elevene oppførte seg normalt, men jeg kan ikke vite om elevene eller læreren ville oppført seg annerledes dersom jeg ikke var tilstede. I klasserommet var det en lærer og kun to elever tilstede under matematikkundervisningen, så en ekstra person i klasserommet utgjør en signifikant forskjell. I tillegg hadde jeg med meg to videokamera, noe som også kan ha påvirket elevene. Et spørsmål jeg stiller meg selv er om det er virkeligheten jeg får se på video. Mennesker som ikke er vant til videomediet, kan føle seg beglodd ved å ha et videokamera rettet mot seg. Dette gjør at jeg er usikker på om elevene opptrådde normalt når kameraene var tilstede. Både elevene og læreren visste i forkant av observasjonen hvem jeg er, da jeg har arbeidet med elevene tidligere og kjenner læreren godt. Dette kan ha hatt en innvirkning på både læreren og elevene på vidt forskjellige måter. En tanke er at informantene kan ha forsøkt å vise seg fra sin beste side da de visste at jeg kom til å se opptakene gjentatte ganger. Et annet utfall kan være at spesielt elevene kan ha et ønske om å virke smart, kul eller avslappet i forhold til skolearbeidet.

Mot slutten av min studie, fikk den observerte læreren se forskningens resultater. Dette var for å se om oppgaven har en katalytisk validitet. Da han leste transkripsjonen som er presentert i utdragene i kapittel 4, smilte han. Han sa at det var på grunn av at han gjennom oppgaven forsto viktigheten av at elevene trenger kunnskap om begrepene bak de ulike tegnene. Han fortalte at han som lærer og jeg som forsker så på hendelsene i klasserommet med forskjellige briller. Han mente at hans fokus lå på at elevene skulle lære matematikken, mens mitt forskerfokus lå på hvordan tegnene påvirket begrepsoppfattelsen. Våre opplevelser av timenes forløp var dermed litt forskjellige. Etter å ha lest hele oppgaven, kom læreren med flere utsagn som bekreftet studiens katalytiske validitet. Læreren viste en selvforståelse og uttrykte at dersom elevene har en trygghet i begrepene, kan dette også gi en trygghet i faget. Dette minner om Amundsen og Holms utsagn (2001) om at deltakelse i det språklige samspillet for å utvikle intellektuelle ferdigheter forutsetter at kommunikasjon skjer på et språk som oppleves som trygt. Læreren understreket dermed viktigheten av å utvikle en trygghet i språket allerede fra tidlig i barneskolen. Han uttrykte at han tidligere ikke var oppmerksom på elevenes mangler i begrepsforståelsen, og at han fra nå av ville være mer bevisst angående valg av tegn. Videre uttrykte han et nytt perspektiv på at språket er en kilde til å lykkes. Læreren sa at han har vært så opptatt av å sørge for at elevene kan de norske ordene at han ikke har tenkt så mye på hvilke tegn han burde benytte for de ulike matematiske begrepene. Han ser nå at noen av tegnene han har benyttet i sine år som lærer, kan være med på å forvirre elevene. Blant annet fordi tegnene kan knyttes til andre betydninger ved lik manuell del av tegnet.

I et spørsmål til læreren om han ønsket å endre noen tegn for matematiske begreper, sa han at han følte at noe måtte endres. Når det gjelder tegnet for funksjon, hadde læreren benyttet det samme tegnet hele livet, han så ikke noen grunn til å forandre det. Han påpekte imidlertid at han ville introdusere KS3 for koordinatsystem snarest. Elevene har allerede hatt en prøve angående temaet der de viste en god forståelse, men transkripsjonene fra denne studien illustrerte for læreren at elevene kanskje ikke hadde den begrepsoppfattelsen som han på forhånd hadde trodd. Dermed virket denne studien katalytisk for både læreren og elevene som var informanter til studien.

Min subjektivitet i denne oppgaven er et faktum både på grunn av mine subjektive og teoretiske briller, og på grunn av de koblingene mellom kategoriene jeg har gjort meg underveis. Jeg har gjennom erfaring fått mange tanker og synspunkt rundt tegnspråk og matematikkundervisning. Jeg har derfor gjennom arbeidet med denne studien forsøkt å være bevisst mine personlige tanker og synspunkt for på denne måten å styrke oppgavens reliabilitet. I følge Fangen (2004, s. 210) kan reliabilitet være nærmest en umulighet for forskeren selv å vurdere, jeg har dermed lagt ved forskningsnotatene jeg har gjort meg i vedlegg 2 samt tatt med transkripsjoner av de utdragene jeg anser som viktige i analysen. På denne måten kan leseren selv bedømme oppgavens reliabilitet på grunnlag av sine egne oppfattelser av det innsamlede datamaterialet. Det er imidlertid ingen vedlagte transkripsjoner av observasjonsperioden. Dette fordi det å transkribere tegnspråk er en meget tidkrevende oppgave, som jeg av kolleger ble anbefalt ikke å benytte tiden min til.

Jeg har ikke funnet noen ny, generell forskning på tegnspråklige tegn for norske begrep i matematikken som benyttes på norske skoler. Lærere over hele landet har bedt om retningslinjer for matematikkundervisning på tegnspråk i flere år. Ikke bare ved døveskolene, men også ved bostedsskoler der hørselshemmede elever er integrert. Som påpekt i 2.2.3 er det antatt at det finnes 16.500 brukere av norsk tegnspråk, så denne forskningen kan rekke mange tegnspråklige elever. Min forskning er basert på tre informanter der to er elever ved en døveskole. Elevene har begge gått på bostedsskoler, noe jeg anser som heldig da dette gjør at min oppgave kan generaliseres både til å omhandle elever ved døveskoler der undervisningen foregår på tegnspråk og på bostedsskoler der undervisningen skjer via en tegnspråktolk. I denne sammenheng kan forskningen i beste fall være starten på noe som kan bli en ny landsdekkende satsing.

Denne forskningen trenger imidlertid ikke bare å kunne generaliseres til matematikkundervisning på tegnspråk. Som tidligere påpekt har gester i matematikkundervisning fått en del fokus innenfor matematikkdidaktikkens rammer de siste årene. Dermed kan denne forskningen også generaliseres for å se på hvordan tegn fra tegnspråk kan være med på gi hørende elever tegn eller gester i et nytt register som kan utvide deres begrepsbilder for positiv utvikling av begrepsoppfattelsen.

5.3 Nye forskningsspørsmål

I en mail fra læreren i etterkant av observasjonen skriver læreren dette:

″Det snakkes lite om matematikk ved høyere utdanning for døve. Derfor er språkmiljøet rundt matematikk ved høyere utdanning dårlig per dags dato. ″

Dette utsagnet understreker viktigheten av forskning på matematikkundervisning i tegnspråklige klasser, og det understreker behovet for retningslinjer for tegnspråklige matematikklærere. Denne studien oppmuntrer til videre forskning innen matematikkundervisning på tegnspråk. Matematikklærere og tegnspråktolker har som tidligere understreket ingen landsdekkende retningslinjer for hvilke tegn de skal benytte for de forskjellige matematiske begrepene. På grunnlag av at det meste av forskningen jeg har funnet i det tegnspråklige miljøet omhandler "hørselshemmede og matematikk" fremfor "tegnspråk og matematikk", vil jeg anta at de færreste legger spesielt stor vekt på hvilke tegn de velger å bruke i matematikkundervisningen. Dette tar meg tilbake til Säljö (2001) sin oppdeling av språket i tre forskjellige funksjoner. Jeg vil påstå at det ikke bare er språkets retoriske funksjon som er viktig for en matematikklærer, men også språkets utpekende og dets semiotiske funksjon. Språkets utpekende funksjon benyttes mye i tegnspråk, noe man kan observere fra transkripsjonene i kapittel 4.2 som viser hvor ofte informantene benytter seg av peking, eller såkalte deiktiske gester. Matematikk anses som det mest abstrakte vitenskapsfaget da matematiske ideer ikke har primære kilder (Duval, 2006), dermed vil tegnspråks semiotiske funksjon være viktig på lik linje med matematikkens semiotiske representasjoner. Som påpekt i 2.1.2 finnes viktige deler av våre kunnskaper og verdensbilder tilgjengelige i språkets semiotiske dimensjon. Å utvikle seg og å lære er derfor et spørsmål om å tilegne seg språklige distinksjoner for bruke til å forstå nye og hittil ukjente fenomen (Säljö, 2001). Jeg tror dermed at videre forskning på tegnspråks semiotiske funksjon i matematikkundervisning vil være gunstig for fremtidens matematikkundervisning på tegnspråk. Forskning på dette kan blant annet finne svar på hva matematikklærere kan bruke tegnspråk til i matematikkundervisningen for å fremme forståelse. Ikke minst kan slik forskning gi svar på hvordan man kan utnytte det tegnspråklige register for å få et økt læringsutbytte.

5.4 Pedagogiske implikasjoner

Den virkelige utfordringen i matematikk er ifølge Duval (2006) å skifte register. Dette fikk meg til å tenke at et ekstra register kan betyr flere skifter mellom registrene, og dermed flere utfordringer. Et fokus på de forskjellige registrene i matematikkundervisningen kan ifølge Duval (2006) være heldig. Fra dette vil jeg trekke den slutning at et fokus både på norsk tegnspråk og norsk tale- og skriftspråk kan være heldig for matematikkforståelse hos elevene. Den observerte læreren klarte dette ved å ha fokus på de matematiske begrepene på skriftspråk da han ofte skrev ordene på tavlen. Samtidig benyttet han tegnspråk for å kommunisere begrepene. Det viktige er altså ikke hvilket register som er sterkest, men kunnskapen i å mediere mellom de ulike registrene i ulike kontekster, for ved det å kunne benytte et formelt eller uformelt tegnspråk, talespråk eller skriftspråk til å eksternalisere tanker. Jeg vil si meg enig med læreren i hans påstand om at språket er en kilde til å lykkes. Dette i mange sammenhenger, noe vi har sett i Gary Morgan (2013) sine forskningsresultater som understreker viktigheten av kommunikasjonen i hjemmet fra tidlig alder. Det er forståelig at det er en stor mangel på tegn for matematiske begrep, dette ut ifra lærerens påstand om at det snakkes lite om matematikk ved høyere utdanning for døve. Denne studien har vist at språkets rolle i matematikkundervisning er meget viktig for elevenes kunnskapsutvikling. Det er ikke kun språkets retoriske funksjon (Säljö, 2001) eller språkets epistemologiske funksjon (Duval, 2006). Språkets semiotiske funksjon (Duval, 2006; Säljö, 2001) er utrolig viktig og kan fremheves i tegnspråk ved for eksempel ikoniske tegn. Dermed er det viktig at læreren i tillegg til gode forklaringer av begrep, også tenker over hvilke tegn læreren benytter for de ulike matematiske begrepene.

6 Litteraturliste

Adams, R. A., & Essex, C. (2010). *Calculus – A complete course* (7. utg.). Toronto: Pearson Education.

Allen, T. E. (1986). Patterns of academic achievement among hearing impaired students: 1974 and 1983. I A. N. Schildroth & M. A. Karchmer (Red.), *Deaf children in America* (s. 161-206). San Diego, CA: College Hills Press.

Amundsen, G., & Holm, A. (2001). Tegnspråk og norsk og noen døve elever i et tospråklig læringsmiljø. I H. Fottland (Red.), *Tilpasning og tilhørighet i en skole for alle* (s. 123-138). Bergen: Fagbokforlaget.

Arzarello, F., & Edwards, L. (2005). Gesture and the construction of mathematical meaning. I H. L. Chick & J. L. Vincent (Red.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, s. 123-127). Melbourne: PME.

Biehler, R. (2005). Reconstruction of meaning as a didactical task: The concept of function as an example. I J. Kilpatrick, C. Hoyles, O. Skovsmose, & P. Valero. (Red.), *Meaning in mathematics education* (s. 61-81). New York: Springer Science + Business Media Inc.

Bollingmo, M., Strand, L., Nilsen, T. G., Platou, F., & Ottem, E. (2009). Barn med cochleaimplantat og språkrelaterte vansker. I A. Hansen, N. Garm, & E. Hjelmervik (Red.), *Hørsel - språk og kommunikasjon* (s. 223-229). Trondheim: Trykk Trondheim AS.

Bull, R., Marschark, M., Sapere, P., Davidson, W., Murphy, D., & Nordmann, E. (2011). Numerical estimation in deaf and hearing adults. *Learning and Individual Differences, 21*(4), 453-457. Doi: 10.1016/j.lindif.2011.02.001.

Daniele, V. A. (1993). Quantitative literacy. *American Annals of the Deaf, 133*(3), 207-211.

Det kongelege kultur- og kyrkjedepartement. (2008). *St.meld. nr.35 (2007-2008). Mål og meining. Ein heilskapleg norsk språkpolitikk*. Oslo: Forfatteren. Hentet 15. mai 2014 fra http://www.regjeringen.no/pages/2090873/PDFS/STM200720080035000DDDPDFS.pdf.

Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. I F. Hitt & M. Santos (Red.), *Proceedings of the 21st Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (s. 3-26). Cuernavaca, Morelos, Mexico: PMENA.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*, 103-131. Doi:10.1007/s10649-006-0400-z.

Dysthe, O. (2001). Sosiokulturelle teoriperspektiv på kunnskap og læring. I O. Dysthe (Red.), *Dialog, samspel og læring* (s. 33-72). Oslo: Abstrakt forlag.

Edwards, L. D. (2005). The role of gestures in mathematical discourse: remembering and problem solving. I H. L. Chick & J. L. Vincent (Red.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, s. 135-138). Melbourne: PME.

Erlenkamp, S. (2006). CI og tegnspråk: Enten eller både og? *Nordisk tidskrift för hörsel- och dövundervisning: NTD, 5*, 6-11.

Fangen, K. (2004). *Deltagende observasjon*. Bergen: Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS.

Fraleigh, J. B. (2003). *A first course in abstract algebra* (7. utg.). Boston, MA: Pearson Education Inc.

Frostad, P. (1998). *Matematikkprestasjoner og matematikkinnsikt hos hørselshemmede grunnskoleelever*. Doktoravhandling, Fakultet for samfunnsvitenskap og teknologiledelse, NTNU, Trondheim.

Glomset, T. (18.10.2013). *Å stå støtt på to bein*. Foredrag ved Fagdag-Døves Kulturdager, Trondheim.

Hansen, A. L. (2005). *Kommunikative praksiser i visuelt orienterte klasserom. En studie av et tilrettelagt opplegg for døve lærerstudenter*. Doktoravhandling, Det historisk-filosofiske fakultetet, NTNU, Trondheim.

Heikkilä, M., & Sahlström, F. (2003). Om använding av videoinnspeling i fältarbete. *Pedagogisk forskning i Sverige, 8*(1-2), 24-41.

Hole, A. (2009). *Grunnleggende matematikk i skoleperspektiv* (4. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Holten S. M., & Lønning, H. R. (2010). *Hørende er våre sjefer: Språkplanlegging og språkendringer i norsk tegnspråk.* Masteroppgave, Det humanistiske fakultet, Universitetet i Oslo.

Kleiner, I. (1989). Evolution of the function concept: A brief survey. *The College Mathematics Journal, 20*(4), 282-300.

Knuth, E. J. (2000). Student understanding of the cartesian connection: An exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(4), 500-507.

Kunnskapsdepartementet. (2013). *Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa (opplæringslova).* Oslo: Forfatteren.

Lang, H. G. (2003). Perspectives on the history of deaf education. I M. Marschark & P. E. Spencer (Red.), *Oxford handbook of deaf studies, language, and education* (s. 9-20). New York, NY: Oxford University Press.

Malmquist, A. K., & Mosand. N. E. (1996). *Se mitt språk!.* Bergen: Døves forlag.

McNeill, D. (1992). *Hand and mind: What gestures reveal about thought.* Chicago, IL: Chicago University Press.

Morgan, G. (18.10.2013). *Deafness, language and theory of mind: research and practice.* Foredrag ved Fagdag-Døves Kulturdager, Trondheim.

Møller-Trøndelag kompetansesenter. (2012). *Tegnordbok.no.* Hentet 26.03.2014 fra http://www.tegnbanken.no/index2.php?Alle.

Neeb, K. (2009). Tverretatlig og tverrfaglig samarbeid. I A. L. Hansen, N.Garm, & E. Hjelmervik (Red.), *Hørsel - språk og kommunikasjon* (s. 223-229). Trondheim: Trykk Trondheim AS.

Peirce, C. S. (1998). *The essential Peirce: Selected philosophical writings*. Bloomington: Indiana University Press.

Pimm, D. (1991). Communicating mathematically. I K. Durkin & B. Shire (Red.), *Language in mathematical education. Research and practice* (s. 17-23). Buckingham: Open University Press.

Postholm, M. B. (2005). *Kvalitativ metode: En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier*. Oslo: Universitetsforlaget.

Radford, L. (2005). Why do gestures matter? Gestures as semiotic means of objectification. I H. L. Chick & J. L. Vincent (Red.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, s. 143-145). Melbourne: PME.

Robson, C. (2011). *Real world research*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd.

Rønningstad, K. (2009). *Misoppfatninger rundt funksjonsbegrepet – En undersøkelse blant elever i videregående skole.* Masteroppgave, Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling, Universitetet i Oslo.

Säljö, R. (2001). *Læring i praksis: Et sosiokulturelt perspektiv*. Oslo: Cappelen Akademisk.

Schwarz, B. B., & Hershkowitz R. (1999). Prototypes: Brakes or levers in learning the function concept? The role of computer tools. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*(4), 362-389.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics, 22*, 1-36.

Simonsen, E., Hjulstad, O., Høie, G., & Johannessen, J. (2010). *Hørselshemning og opplæring: Kunnskapsutvikling og kunnskapsbehov i Norge.* Skådalen publication series, no 30. Oslo: Skådalen kompetansesenter.

Språkrådet. (2012). *Språkrådet: Ofte stilte spørsmål om tegnspråk.* Hentet 23.01.2014 fra http://www.sprakradet.no/Tema/Tegnsprakteiknsprak/Ofte-stilte-sporsmal-om-tegnsprak/.

Statped. (udatert). *Tegnordbok v1.1 (HTML5).* Hentet 26.03.2014 fra http://www.minetegn.no/Tegnordbok-HTML/index.html.

Steinbring, H. (1997). Epistemological investigations of classroom interaction in elementary mathematics teaching. *Educational Studies in Mathematics, 32*, 49-92.

Steinbring, H. (2006). What makes a sign a mathematical sign? – An epistemological perspective on mathematical interaction. *Educational Studies in Mathematics, 61*, 133-162. DOI: 10.1007/s10649-006-5892-z.

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics, 12*, 151–169.

Traxler, C. B. (2000). Achievement of selected deaf and hard-of-hearing students in national norming of the 9th edition Stanford achievement test. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education, 5*(4), 337-348.

Vonen, A. M. (1999). Emosjonelle sider ved språk. I E. Simonsen & K. Arnesen (Red.) *Fornuft og følelser – perspektiver etter 150 års undervisning av døve og døvblinde: Rapport fra seminar 15.-16. oktober 1998, Helga Engs hus, universitetet i Oslo* (s. 69-86). Oslo: Skådalen kompetansesenter.

Vygotskij, L. S., Bielenberg, T.-J., & Roster, M. T. (2001). *Tenkning og tale*. Oslo: Gyldendal akademisk.

Williams, J. (2005). Gestures, signs and mathematisation. I H. L. Chick & J. L. Vincent (Red.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, s. 146-148). Melbourne: PME.

Vedlegg

Vedlegg 1 - Tegn i tegnordboken

Figur nummer	Navn i oppgaveteksten	www.tegnordbok.no
Figur 1	Ball	Ball
	Hus	Hus
	Bil	Bil
Figur 2	Finnes	Finnes
	Er	Er
	Skal	Skal
Figur 12	F1	Funksjon 2
	F2	Lineær funksjon
	F3	Funksjon 3
Figur 13	F4	Funksjon 1
	F5	Fungere
	F6	Gjøre
	F7 / System	System/-atisk
	F8	Arrangør
Figur 14	K1	Tabell 1
Figur 15	K2	Punktlig
Figur 17	K3	Parentes 3

Vedlegg 2 – Observasjonsnotater

Notater fra observasjonstime 1

Dato: 24.02.2014 Tid: 10:15-11:45.

Matematiske begrep: Origo kvadrant proporsjonalitet Koordinat Funksjonsuttrykk Funksjon

TID	Hendelse	Tegn	Tavle	Bemerkelse
10:20	Snakk om vinterferie. 3 mnd igjen av grunnskolen. To tema igjen. Koordinatsystem og økonomi med data.			
10:30	Snakk om ski			
10:32	Start matematikk. Lærer: Nå skal vi snakke om Koordinatsystem. V: Koordinatsystem	Koordinatsystem Y-akse x-akse forklarer opp og bort. V forklarer hva koordinatsystem er	L: KOORDINAT SYSTEM V: KOORDINAT SYSTEM	
10:35		Origo tegn som sentrum		
10:36	Hva er en graf?			
10:37	Proporsjonalitet	Som øke		
10:38	x-verdi og y-verdi			
10:39	Proporsjonalitet	Endret tegnet til to like		
10:40	Proporsjonalitet	Øke		Usikker på hvilket tegn han skulle bruke
10:41	Eksempel om scooter			Elevene blir motivert av et slikt eksempel
10:44	V prøver å gi tegnet			

	for koordinatsystem			
10:45	Finne funksjonsuttrykk	Funksjonsuttrykk		Lærer sier «Y er svaret, x er noe vi ganger med»
10:50	V tegner koordinatsystem på tavlen		Lærer tar bort minussiden. Nøler ved valg av y-verdier.	
10:54	B lager tabell på tavlen		X-verdier 1,3,5	
10:58	B lager koordinatsystem på tavlen		Lærer korrigerer x-verdiene til 1,2,3,4,5 istedenfor 1,3,5 som er x-verdiene i tabellen	
10:59	Lærer ber B fylle inn punktene fra tabellen	Punktene		
11:00	Lærer påpeker at vi ikke har to og 4 timer. Kan disse leses av på grafen?			
11:02	Lærer spør hvor mye man tjener hvis man jobber 3,5 timer			Begge klarer å lese av på grafen
11:03	B lager en biloppgave på tavlen			Skriver opp gangestykkene på tavlen for

				hjelp til tabellen
11:10		Tegn for Graf som linje		
11:11	V har problemer med å få y-verdiene til å bli så høye som den høyeste i tabellen			Læreren viser fleksibilitet ved å gi dem god tid til å øve på hoderegning. Elevene samarbeider for å finne de utregnede y-verdiene.
11:12	Poeng om samme økning mellom punktene på aksen kom frem			
11:15	Hva står x for?		Time, km/t… Hæ?	
11:17	Oppg.4.1			
11:29	B: Jeg forstår ikke tallpar	Tall-par – «Bra du tok opp tallpar, for det sa jeg ikke isted.» Hvilket tallpar har du på første? B: …?	Tallpar: (2,3)	
11:33	V stiller spørsmål om tekstoppgave 4.1			
	Skriver på tavlen, ber elevene forklare hva det er		Funksjon Koordinatsystem Koordinat Lineær graf Proporsjonalite	Tegnet deres for funksjon – samme som for funksjonshemmet. Det dukket opp

			t	et nytt tegn for koordinatsystem som viste hva en koordinat er.

Notater fra observasjonstime 2
Dato: 26.02.2014 Tid: 08:30-10:00.

Matematiske begrep: kvadrant funksjon proporsjonalitet Koordinat

TID	Hendelse	Tegn	Tavle	Bemerkelse
08:39	Elevene fikk oppgaver av meg			Kryss av for riktig/feil/vet ikke. Hvis dere ikke har peiling, krysser dere av for vet ikke, men hvis dere har en følelse, så krysser dere på en av de andre
08:	Repetisjon fra forrige gang med to nye begrep: kvadrant og omvendt proporsjonalitet	K og omvendt parallell	Begrepene listes opp og forklares	
08:45	Lærer sier proporsjonalitet på begge måtene og viser at han ikke er sikker på hvilket tegn han skal bruke	Parallell og øke		
08:48	Kvadrant. Bruker mest tegnet K.	K		
08:49	B skifter mellom y-plassen og x-plassen i et tallpar			
08:51	V tar opp historien om båt for å finne koordinat			
08:53	V forklarer proporsjonalitet ved tegnet som hun har observert læreren bruke	Øke		
08:55	Læreren forklarer	Øke og		

	proporsjonalitet ved å bruke begge tegnene. Bruker tegnene bevisst for å forklare.	parallell		
08:58 (19:31)	Lærer viser forskjellige muligheter for en graf ved å bruke forskjellige tegn for graf.	Holder en hånd, bruker den andre til å vise lineær, parabel, x^n		
09:07	Arbeid med oppgaver start 4.2			
09:08	V omtaler koordinatsystemet som et skjema.	Koordinat		
09:09	Elevene er forvirret på oppgave 4.2. Lærer viser på tavlen			
09:15	Lærer: Klarer du å løse a nå? V sliter litt			
09:17	Lærer retter seg mot B.			
09:25	V gir opp. Sier at oppgaven ikke er vanskelig, men gir opp.			
09:27	B spør om grafen alltid går gjennom origo ved proporsjonalitet. Tror det. L: Ja			
09:29	V får hjelp fra læreren på oppg. 4.3. Begge begynner på samme oppg. B lagde feil type tabell			
09:33	Gjennomgang av tallvalg for y-aksen		Tall på aksene	
09:38	Lærer og V diskuterer en oppgave om å sammenligne	Ikke spesielle tegn. Ser at		

	to grafer. Om bratteste graf kjører fortere. V: Hva skal jeg skrive da?	språket er det vanskelige i oppgaven.		
09:43	V stikker til legen			
09:44	B: Oppgavene er komplisert.			
09:48	B: Lage en regel om hvilken graf som er brattest.			
09:56	L sier kvadrant med tegnet k samtidig som begrepet skrives opp på tavlen. Deretter benytter han tegnet for område. Etter hvert vil han bruke tegnene kombinert. Han sier at det er viktig for elevene å se ordet ofte pga vi hører ordet ofte. Derfor skriver han ordet ofte ned.			
09:59	B står fast. L:Hva sier oppgaven?			

Notater fra observasjonstime 3

Dato: 03.03.2014 Tid: 10:15-11:45.

Matematiske begrep: kvadrant proporsjonalitet Koordinat

TID	Hendelse	Tegn	Tavle	Bemerkelse
10:23	Husker du forrige uke?	B kan begrepene, men sliter med tegnene for de forskjellige begrepene.		
10:24	Starter arbeidet. Først 4.5 b)			
10:26	V kom 10 min sent			
10:28	L ber B lage større koordinatsystem			
10:29	V snakker om ukeplanen			
10:31	V starter på oppg 4.4 a) L viser forskjellige tegn for graf V husker tegn for proporsjonalitet	Parallellitet		
10:32	B ser oppgitt ut. Sliter med oppgaven			
10:33	B spør om hun har laget et godt nok koordinatsystem.			
10:50	V spør om graf			
10:54	B bruker tegn for kvadrant	k		
10:55	L forklarer til V at hvis grafen ikke er rett er den ikke proporsjonal. Da må den være omvendt	Parallell Tegn der grafene vender fra hverandre		
10:57	V spør 4.7 – om å lese av grafen			
11:00	L hjelper B med tallpar			
11:01	V spør om 4.8			
11:06	B spør om hun trenger et tallpar til i tabellen sin			

11:11	V spør om 4.10			
11:12	L bruker tegnrommet for å forklare koordinatsystemet			
11:17	B spør om 4.13. Læreren bruker tegnet for proporsjonalitet.	Øke		
11:25	Læreren bruker konsekvent «er lik» som to streker, ikke «er»	Uke		
11:28	B oppg. 4.14 spør om må lage koordinatsystem ved å tegne aksene med hånden			
11:33	V får mestringsfølelse. Klarte å plotte en tabell			
11:37	Elevene blir mer og mer selvstendige			
11:41	Konkurranseinnstinkt hos jentene. V jobber iherdig for å ta igjen B, men B jobber iherdig for at V ikke skal ta henne igjen.			
11:43	Lærer vil avslutte, jentene vil jobbe.			

Notater fra observasjonstime 4

Dato:10.03.2014 Tid:10:15-11:45

Matematiske begrep Funksjon Koordinat Heltall

TID	Hendelse	Tegn	Tavle	Bemerkelse
10:27	Hvilken formel tilhører hvilken graf?			Arbeid med mediering mellom semiotiske representasjoner
10:30	Elevene vet ikke hvordan man finner graf fra formel.	LINEÆR		
10:33	Lærersier at man bør lage tabell	Tabell		
10:37	Elevene prøver å løse oppgaven etter at læreren har forklart at man må putte inn x-verdiene i formelen for å finne y-verdiene			
10:40	Konfrontasjon med V ang mobilbruk			
10:50	Arbeid med utregning med negative tall for å fylle inn tabellen			
11:02	Lærer sier at V må lære seg å lage tabell	Tabell som koordinat		
11:08	B fyller inn tabellen på tavlen. Viser utregning. Lærer passer på at eleven fører riktig.		Elev: Y=2*2-2=4-2=2 Lærer: Y=2*2-2	

			Y=4-2 Y=2	
11:10	B fyller inn ny tabell			
11:14	V fyller inn ny tabell			
11:12	Arbeid med utregning. V har vanskeligheter med heltall	Heltall som HEL+TALL		
11:27	De skjønner systemet.			
11:28	Lærer: Hva er det (peker på tabellen). B: System, Lærer: Ja, tabell Dere bestemmer x-verdiene.			Interessant herfra
11:30	Nytt tema – likninger. Lærer: Hva er det?	LIK		

Vedlegg 3 – Anmodning om tillatelse til observasjon

Til foreldre/foresatte for elever på 10.trinn ved døveskolen.

Anmodning om tillatelse til observasjon av undervisning og til intervju med elever.

Jeg er masterstudent i lektorutdanning realfag ved NTNU i Trondheim. Jeg skal i løpet av vårsemestret 2014 gjennomføre min masteroppgave i matematikkdidaktikk.

For å få så godt dokumenterte data som mulig, har jeg i samråd med min veileder kommet til at det vil være ønskelig å gjøre videoopptak av undervisningssekvenser og intervju med elever. Derfor ber jeg om tillatelse fra dere til å kunne gjøre videoopptak av elever i 10.trinn ved døveskolen. Det er snakk om å filme samspillet i klassen for å finne ut hvordan samspillet er med på å fremme elevenes begrepsoppfattelse i matematikk. Grunnen til at denne klassen er valgt, er for å se på hvilken rolle tegnspråket har i læringsprosessen spesielt hos elever som tidligere har gått på sine hjemmeskoler.

Forutsetningen for tillatelsen er at alt innsamlet materiale blir behandlet med respekt og blir anonymisert så langt råd er, og at prosjektet ellers følger gjeldende retningslinjer for personvern. Det er naturligvis helt frivillig å delta og man kan til enhver tid trekke seg fra deltakelse uten å måtte oppgi noen grunn til det.

Videoopptak vil være av klassen samt læreren i matematikkundervisningen over en periode på et par-tre uker. Intervjuene vil være med elevene i løpet av semesteret for å se i hvilken grad begrepsoppfattelsen er oppnådd. Jeg vil imidlertid forstyrre undervisningen minst mulig og vil først og fremst observere, men i samarbeid med klassens lærer kan det bli gitt noen oppgaver dersom vi ser behov for dette. Opptakene og innsamlet materiell vil kun bli sett av meg og mine veiledere. I materiale som skrives eller på annen måte presenteres for andre vil det ikke være mulig å spore tilbake til enkeltindivider ettersom involverte personer vil bli anonymisert. Etter at oppgavene (undersøkelser og presentasjoner) er gjennomførte vil innsamlede data bli slettet.

Hvis noen vil vite mer om dette, eller hva det innsamlede materialet skal brukes til, så er det bare å ta kontakt med meg på telefon eller e-post (se øverst for detaljer).

Jeg håper dere synes dette er interessant og viktig, og at dere er villige til å la deres barn være med på det. Jeg ber foreldre/foresatte om å fylle ut svarslippen på neste side om hvorvidt dere gir eller ikke gir tillatelse til videoopptak i klassen.

På forhånd takk!

Vennlig hilsen

Isabella Solem

SVARSLIPP

Vi / jeg har mottatt skriftlig informasjon og er villig til at det kan bli foretatt videoopptak av undervisning i klassen der ________________________________(elevens navn) er elev.

Jeg/vi har snakket med jenta/gutten vår om dette, og hun/han har også gitt sitt samtykke.

____

(Sted og dato)

____

(underskrift fra foresatte/foreldre)

Vennligst returner svarslippen til læreren i klassen så snart som mulig.