

# Stokastisk analyse av r tepotensial i huskledning

** ivind Stokkenes Johansen**

Master i fysikk og matematikk  
Oppgaven levert: Februar 2007  
Hovedveileder: John S lve Tyssedal, MATH  
Biveileder(e): Petra R ther, BAT



### Oppgavetekst

Fra data samlet inn på testhus på Voll i Trondheim skal det lages en stokastisk analyse som tar høyde for å forklare hvordan råtevekstpotensialet i huskledning kan reduseres. Huskledningen er laget av norsk gran. Parametrene som råtevekstpotensialet skal forklares utfra kan justeres etter behov. Det er de optimale nivåene av disse parametrene som skal finnes, og under hvilke forutsetninger de gjelder.

Oppgaven gitt: 15. september 2006

Hovedveileder: John Sølve Tyssedal, MATH



## Forord

Denne diplomoppgaven er skrevet på oppfordring og i samarbeid med SINTEF Byggforsk. Den inngår som endel av forskningsprogrammet Klima 2000. For mer informasjon om forskningsprogrammet, se avsnitt 1.2.

Jeg vil gjerne rette en takk for all hjelp og assistanse til mine veiledere, John Tyssedal ved matematisk institutt ved NTNU og Petra R  ther ved institutt for bygnings- og materialteknikk.

All programmering er gjort i R.

## Sammendrag

Det er benyttet regresjonsanalyse for å analysere innsamlet data. For å unngå eller begrense effektene av multikolinearitet er ridgeregresjon tatt i bruk. Fordi målingene er korrelerte med hverandre er generaliserte minstekvadraters metode benyttet. Det er forsøkt å besvare problemstillingen i tre situasjoner. Den første skal være representativ for forhold lignende de teststasjonen er utsatt for. Den andre og tredje skal representere situasjoner som er henholdsvis svakt og sterkt eksponert for råtevekst. Dette er et forsøk på å oppnå mer generelle resultater fra data. Problemstillingen er forsøkt besvart betinget ikkekontrollerbare forhold og samspill mellom parametrene.

## Innhold

<b>1 Innledning</b>	<b>5</b>
1.1 Utdypende problemdefinisjon . . . . .	5
1.2 Klima 2000 . . . . .	5
1.3 Progresjon . . . . .	5
<b>2 Skog og treindustri</b>	<b>7</b>
2.1 Historiske perspektiver . . . . .	7
2.2 Idag . . . . .	7
2.3 Økonomi . . . . .	8
2.4 Norsk gran . . . . .	9
2.5 Tre som kledning . . . . .	12
<b>3 Data</b>	<b>13</b>
3.1 Målingene . . . . .	13
3.2 Definisjoner og forkortelser . . . . .	15
3.3 Parametrene . . . . .	15
3.4 Sammenheng mellom målt fuktighetsinnhold, temperatur og råtevekstpotensial . . . . .	16
<b>4 Plan</b>	<b>21</b>
<b>5 Regresjonsanalyse</b>	<b>24</b>
5.1 Notasjon . . . . .	24
5.2 Estimering av regresjonskoeffisientene . . . . .	24
5.3 Estimering av $\sigma^2$ . . . . .	26
5.4 Multikolaritet . . . . .	26
5.5 Korrelasjon og kovarians . . . . .	26
5.6 Generalisert minstekvadraters metode . . . . .	27
5.7 Ridgeregresjon . . . . .	28
5.8 Variabelseleksjon . . . . .	30
<b>6 Gjennomføring av estimeringen</b>	<b>33</b>
6.1 Utførsel . . . . .	33
6.2 Modellene . . . . .	36
<b>7 Resultater</b>	<b>38</b>
7.1 Modell 1 . . . . .	39
7.1.1 Endelig modell . . . . .	39
7.1.2 Etter ordinær regresjon . . . . .	40
7.1.3 Etter gls-prosedyre . . . . .	42
7.1.4 Etter ridge-prosedyre . . . . .	44
7.1.5 Forklaring . . . . .	46
7.2 Modell 2 . . . . .	47

7.2.1	Endelig modell . . . . .	47
7.2.2	Etter ordinær regresjon . . . . .	48
7.2.3	Etter gls-prosedyre . . . . .	50
7.2.4	Etter ridge-prosedyre . . . . .	52
7.2.5	Forklaring . . . . .	54
7.3	Modell 3 . . . . .	55
7.3.1	Endelig modell . . . . .	55
7.3.2	Etter ordinær regresjon . . . . .	56
7.3.3	Etter gls-prosedyre . . . . .	58
7.3.4	Etter ridge-prosedyre . . . . .	60
7.3.5	Forklaring . . . . .	62
<b>8</b>	<b>Konklusjon</b>	<b>63</b>
8.1	Generelt . . . . .	63
8.2	Svakheter og feilkilder . . . . .	63
8.3	Tolkning . . . . .	64
8.3.1	Vekstrate . . . . .	64
8.3.2	Lufteåpning . . . . .	64
8.3.3	Overflatebehandling . . . . .	64
8.4	Sammenligning med eksisterende rapport . . . . .	65
	<b>Bibliografi</b>	<b>67</b>
<b>A</b>	<b>Appendiks</b>	<b>68</b>
A.1	Modell 1 . . . . .	68
A.2	Modell 2 og 3 . . . . .	76
A.3	Diverse . . . . .	84



# 1 Innledning

## 1.1 Utdypende problemdefinisjon

Denne diplomoppgaven har altså som hovedhensikt å kartlegge hvordan råtevekstpotensialet i huskledning produsert av norsk gran kan reduseres. Prosjektet har ikke i utgangspunktet som hensikt å lage en generell modell som beskriver råtevekstpotensialet og av hva det avhenger. Størrelser som nedbør, ekstern temperatur og luftfuktighet var ikke tilgjengelige og er ikke tatt med i modellen som forklaringsvariabler. De kan heller ikke kontrolleres, og kan dermed ikke benyttes aktivt for å øke levetiden til kledningsmaterialet. Fordi disse størrelsene ikke er tatt med forventes det at den endelige modellen vil ha et støyledd med relativt stor varians, og at en liten andel av avviket fra middelverdien av alle observasjonene kan forklares ved hjelp av de gitte parametrene. Effektene av for eksempel vær og klima vil i modellen inngå som en del av denne variansen.

Poenget er altså ikke å finne en presis modell, men å finne ut hvilke av de justerbare parametrene som er signifikante, når og hvordan.

## 1.2 Klima 2000

Diplomoppgaven min inngår som en del av et større forskningsprogram; "Klima 2000". Programmet er initiert og ledes av SINTEF Byggforsk og gjennomføres i samarbeid med Forsvarsbygg, Husbanken, Statsbygg, Finansnæringens Hovedorganisasjon (FNH), Undervisningsbygg Oslo KF, Statens bygningstekniske etat, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU) og Norges forskningsråd, samt andre fagmiljøer og sentrale aktører i bygg, anlegg og eiendomsektoren. Programmet ble igangsatt i august 2000 og ble avsluttet i desember 2006. Det hadde en kostnadsramme på 41,8 mill. NOK.

Hovedmålet er definert ved:

“Programmets hovedmål er gjennom forskning og utvikling å oppdatere prinsipp-løsninger for konstruksjoner som både gir økt bestandighet og økt pålitelighet ved ytre klimapåkjenninger. Videre skal programmet kartlegge mulige virkninger av klimaendringer på det bygde miljø, og drøfte hvordan samfunnet best kan tilpasse seg endringene. Hensikten er å definere klarere kriterier og utarbeide bedre anvisninger for prosjektering og utførelse av kritiske konstruksjonsdetaljer, hovedsakelig knyttet til bygningers ytre klimaskjerm. Det skal i tillegg utvikles retningslinjer for hvordan de ulike aktører i plan- og byggeprosessen kan medvirke til å unngå at en bygning får skader eller ulemper som er forårsaket av fukt.”

## 1.3 Progresjon

Bakgrunnstoff om den norske granen er sammen med informasjon om skogen og skog-industri samlet i kapittel 2. Dens egenskaper som huskledning, tradisjon og økonomiske betydning vil fremheves. I kapittel 3 vil det redegjøres for innsamlet tilgjengelig data

og for de relevante parametrene. Matematisk teori som legger grunnlaget for analysen beskrives i kapittel 5. Kapittel 6 består av en beskrivelse av metoden som er utviklet for å kunne besvare problemstillingen på en tilfredstillende måte. Resultatene er gitt i kapittel 7 og i appendikset. Det vil gis en konklusjon i kapittel 8, der det gjøres rede for hvordan levetiden til huskledning kan forbedres.



Figur 1: Detalj fra en stavkirke

## 2 Skog og treindustri

### 2.1 Historiske perspektiver

Gjennom den siste istiden var vegetasjonen i Norge begrenset til den isfrie kyststripen og enkelte fjelltopper som stakk opp av isen. Hovedsaklig lav, lyng og gress tålte det ekstreme klimaet. Muligens klarte hardføre trearter som fjellbjørk seg også. Da istiden tok slutt kom de første skogene i sør-Norge bestående av lavlandsbjørk, osp og furu. Furu ble snart det vanligste treslaget her til lands. Varmekjære tresorter som eik, alm, ask og lind kom som et resultat av et klimaskifte ca 5500 f.Kr. Granen kom også på denne tiden, men ble først vårt dominerende treslag da klimaet endret seg til en kaldere og våtere type ca 500 f.Kr. Forverringen av klimaet gjorde at skoggrensen sank dramatisk. I dag finner vi fremdeles spor etter disse tidligere skogkleddene som rester av furustubber og -stokker nede i myrer og vann i høyreliggende områder. Klimaendringen var gunstig for granen som art, men den reduserte landets totale skogsareal. Omtrent gjennom 4000 år har landets befolkning og dets leveste satt vesentlig preg på skogens utvikling. Skogen har tradisjonelt måtte vike plassen for jordbruk.

Tendensen i vår tid er at jordbrukets omfang reduseres. Kombinert med et varmt klima og et endret levemønster har dette forårsaket mer skog i landet. Det har blitt fokusert mye på de negative konsekvensene. At kulturlandskap endres har blitt sett på som problematisk.

### 2.2 Idag

Av Norges totale landareal på 30 683 000 hektar er omtrent 12 159 000 hektar kledd med skog. Ca 8 868 000 hektar er økonomisk drivverdig utfra dagens tømmerpriser og kostnader. Det vil si at ca 39.6 % av landet er skogkledd og at ca 28.9 % er produktivt skogbruksareal.

For EU-landene E-15 er de tilsvarende andelene 44.2% og 36.9% og for alle industrialiserte land er tallene 48.7% og 34.4%.

Det stående volumet i de norske skogene er mer enn doblet de siste 100 årene. Dette er et resultat av et endret levemønster, der ved ikke lenger er nødvendig for oppvarming, og et endret jordbruk, men også en skogpolitikk som har hatt som mål å øke skogressursene. I tillegg er klimatiske forhold viktige. At stadig færre sauer og geiter går på beite sommerstid gjør også sitt til at stadig mer av landet dekkes av skog.

Idag er det stående volumet på 785 000 000m<sup>3</sup>. E-15 landene har et stående volum på ca 15 003 000 000m<sup>3</sup> og verdens industriland 189 633 000 000m<sup>3</sup>.

Den totale årlige produksjonen av rundvirke er i Norge på 8 300 000m<sup>3</sup>, i hele Europa 590 500 000m<sup>3</sup> og for hele verden 3 361 600 000m<sup>3</sup>.

For mer statistikk se tabellene 41 og 42.

Ca 80% av skogsarealet er privateid, fordelt på omtrent 120 000 eiendommer. Mange småeiere gir et variert og mosaikkpreget skogsbilde.

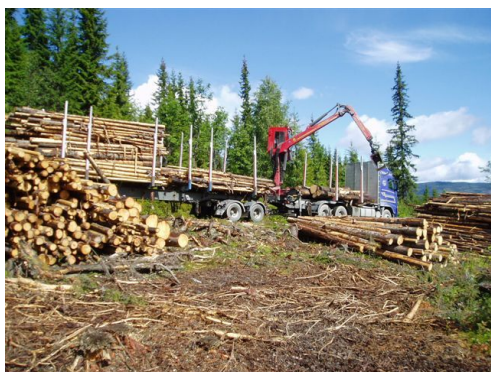
### 2.3 Økonomi

Trevirke har lenge hatt stor betydning som råvare til eksport, bygningsmateriale for hus og skip og i husholdningen. Som energikilde har det vært viktig til saltkoking, tjærebrenning, metallutvinning og oppvarming.

De første skriftlige kildene som vitner om eksport av tømmer stammer fra de første nordmenn som kom til det skogløse Island. Det nevnes i sagaene at en Ingemund Thorsteinson i år 890 e.Kr reiste til Norge for å hente tømmer til å bygge hus av. En viss eksport har det trolig også vært til kontinentet.

I perioden fram til omtrent år 1500 e.Kr. ble planker framstilt ved at tømmeret ble kløyvet i to på langs. Deretter ble hver av delene glatthogget, slik at man bare fikk to planker fra en stamme.

Storstilt utnyttelse av de store innlandskogene skjød fart på begynnelsen av 1500-tallet. Elvene ble brukt til å fløte tømmer og de første sagbrukene drevet av vannkraft ble bygget. Introduksjonen av vannsagen bedret utnyttelsen av arbeidskraft og råtømmer. Viktig for økonomi og økologi var at ungtrær ble begynt dyrket og plantet fra ca år 1700 i Europa og 200 år senere i Nord-Amerika. Slik har skogsutbredelsen vært i en form for balanse lenge. Planmessig foryngling av skogbruket og skogpolitikk generelt er i Norge regulert av Skogvernloven av 1932 og Skogbruksloven av 1965.



(a)



(b)

Figur 2: Råtømmer og foredlet produkt

Skogen gir idag grunnlag for en viktig og tradisjonsrik næring her til lands. Den samlede verdiskapningen fra skogbruk og skogindustri er i henhold til statsbudsjettet beregnet til 40 milliarder kroner i 2007. Nesten halvparten kommer fra eksport. Det tilsvarer omtrent 10% av den totale eksportverdien fra fastlands-Norge. Over 30000 mennesker er ansatt i næringer knyttet til skogbruk i Norge. Norsk trelast- og trevareindustri er med sine mange små og mellomstore bedrifter viktig for verdiskapning i distriktene. Sagtømmer står for omtrent 65-70% av inntektene fra skogbruket. Trelastproduksjonen de siste 20 årene har ligget på ca 2-2.5 mill m<sup>3</sup> årlig. Det har vært en tendens mot færre og større bedrifter. Ca 35% av produktene eksporteres. Treforedlingsindustrien har tradi-

sjonelt vært kjøper av tømmer som ikke er egnet for trelastproduksjon. Også 35% av sagtømmeret går til treforedlingsindustrien som flis. Produksjonen av tremasse, papir og papp har økt siden 60-tallet. 85-90% av treforedlingens produkter eksporteres. Den årlige avvirkningen til salg har siden 60-tallet ligget på omtrent  $8\,300\,000\text{m}^3$ , inkludert ved til salg (ca  $500\,000\text{m}^3$ ). Tilveksten er omtrent  $17\,000\,000\text{m}^3$  årlig, slik at vi hogger og utnytter mindre enn halvparten av dette.

Den siste tiden har vi opplevd stigende tømmerpriser og at produsentene har problemer med å levere nok tømmer til byggenæringen. Samtidig er næringen som industri utsatt for globalisering. Noe som medførte at papirfabrikken Union i Skien ble nedlagt i 2006.



Figur 3: Union papirfabrikk, Skien

## 2.4 Norsk gran

Den norske granen bærer det botaniske navnet *Picea abies* (L.) Karst, og tilhører familien Pinaceae (Bartrefamilien).

Den norske granen er et høyt eviggrønt tre. Den blir normalt 35 – 55m høy og kan ha en stamme på opptil 1.5m i diameter.

Den ble altså en vesentlig del av vår vegetasjon for ca 2500 år siden. Dens utbredelse har idag ennå ikke kulminert. En medvirkende årsak er kunstig planting, men den sprer seg også naturlig. Den utgjør idag omtrent 45% av det stående volumet i skogene i Norge. For at den skal vokse og formere seg kreves 65 døgn i året med minimumstemperatur høyere enn  $12.5^{\circ}\text{C}$ . Stadig større deler av landet har et klima som tilfredstiller denne betingelsen.

Dens kjerneområder er Østlandet, Sørlandet og innlandet i Midt-Norge, Nord til Saltfjellet. Enkelte bestander finnes nord for Saltfjellet som i Karasjok og Sør-Varanger. På Vestlandet finnes den også enkelte steder. Granen går ganske høyt til fjells. I Østerdalen og Gudbrandsdalen danner den skoggrensen på 900-1000 m.o.h.. Fra Norge er den spredd østover gjennom Baltikum omtrent til Uralfjellene i Russland. Dens østlige grense er vanskelig å definere fordi det har blandet seg med den sibirske granen. Ellers i Europa

har den stor utspredelse i Alpene og i Karpatene. Det drives planting av arten i stor skala, både i dens naturlige vekstområde og andre steder. I tillegg til dens industrielle egenskaper er den populær i parker.

Granen kalles gjerne et klimakstre. Den kommer ofte etter andre treetyper og trenger lite lys i sine første leveår. Denne egenskapen, og at den raskt blir høyere enn sine konkurrenter gjør at den ofte fortrenger andre treslag.

Den årlige tilveksten av gran er på ca 11 mill m<sup>3</sup> og økende. Ca 7 mill m<sup>3</sup> går til industrien. Omtrent halvparten går til sagbruksindustrien og den andre halvparten til papir- og masseindustrien. Granen plantes også for kommersiell bruk som juletre.

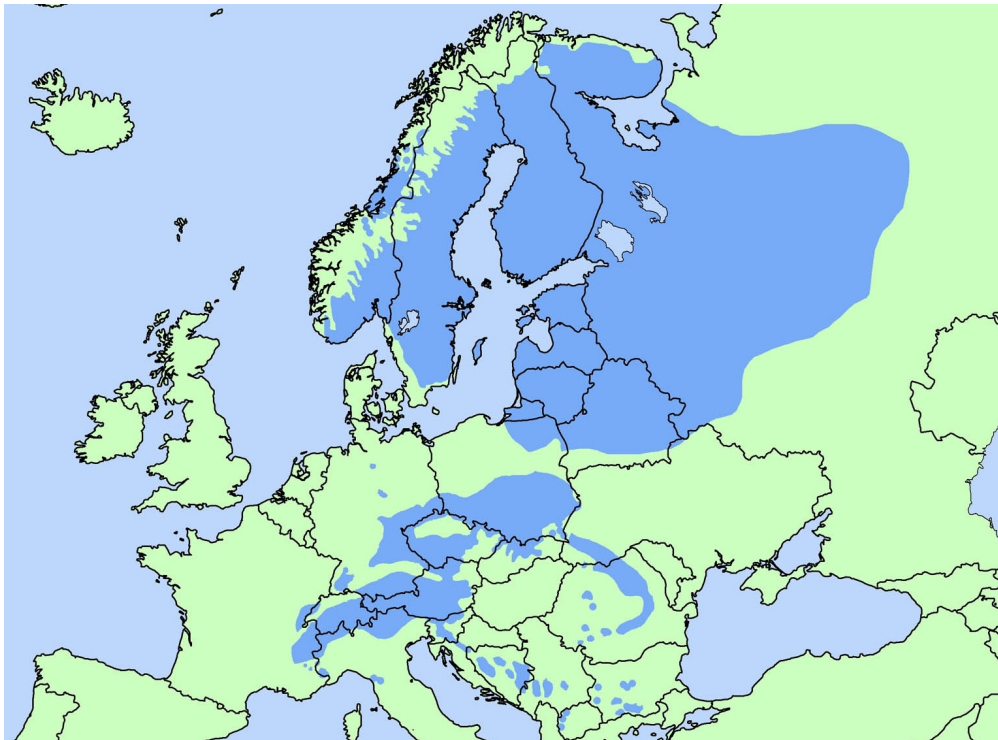


(a) Grantrær tar seg godt ut i skogen...



(b) ...og som juletrær

Figur 4: Granen



Figur 5: Den norske granens utbredelse

## 2.5 Tre som kledning

Tre er dominerende som huskledningsmateriale i Norge. Det utgjør et viktig element i den norske bebyggelsens arkitektoniske særegenhet. Trekledning har vist seg velegnet for vårt klima; kaldt og fuktig. Riktig vedlikehold og behandling samt dyktig håndtverk kan gjøre trebygg svært holdbare. Stavkirkene, som er våre eldste bevarte trebygg, og vikingskipene er gode eksempler på det.

Luftede kledninger kan utføres av mange forskjellige materialer, og på mange forskjellige måter. Hovedprinsippet er imidlertid det samme. Kledningen (regnskjermen) skal skilles fra bakveggen (vindsperren) med et drenert og ventilert luftrom. For detaljer se [4]. For å ventilere og drenerer hulrommet bak kledningen lages normalt lufteåpninger både oppe og nede. De kan delvis tettes for å hindre mus, fugler og andre smådyr. Vann må kunne renne ut. Store åpninger kan være uheldig fordi kondens lettere dannes rundt åpningen. Det kan også gi mer fuktighet på innsiden hvis uteluften er fuktig. Små lufteåpninger gir senere og dårligere uttørkning og dermed øker faren for råteskader. Små åpninger vil øke temperaturen bak kledningen noe. Økt temperatur øker råtepotensialet.

Historisk sett har bruk av trekledning vært preget av lokale tradisjoner og lokalt miljø. Liggende panel har vært mest vanlig langs kysten, mens stående har dominert i innlandet. Idag er forskjellene mindre markante. Typehus bygges like over hele landet. Mote og smak er idag vanligvis utslagsgivende for valg av kledningstype. Teknisk sett er ikke forskjellen mellom liggende og stående kledning så store. Det viktigste med kledningen er at den skal beskytte mot regn.

Stående, eller vertikal kledning gir bygget et mer ruvende og solid preg og har den fordel at årringene leder vannet mot bakken. Liggende eller horisontal kledning gir huset et lavere og bredere preg. Huset kan virke mindre dominerende i terrenget. Hjørner og vinduer vil utgjøre markante arkitektoniske elementer. Den viktigste fordel med liggende kledning er at det er lettere å bytte plankene nederst på veggen som lettest utsettes for råte.



(a) Eidsvollbygningen



(b) Gamle Stavanger

Figur 6: Eksempler på bruk av stående og liggende kledning



## 3 Data

### 3.1 Målingene

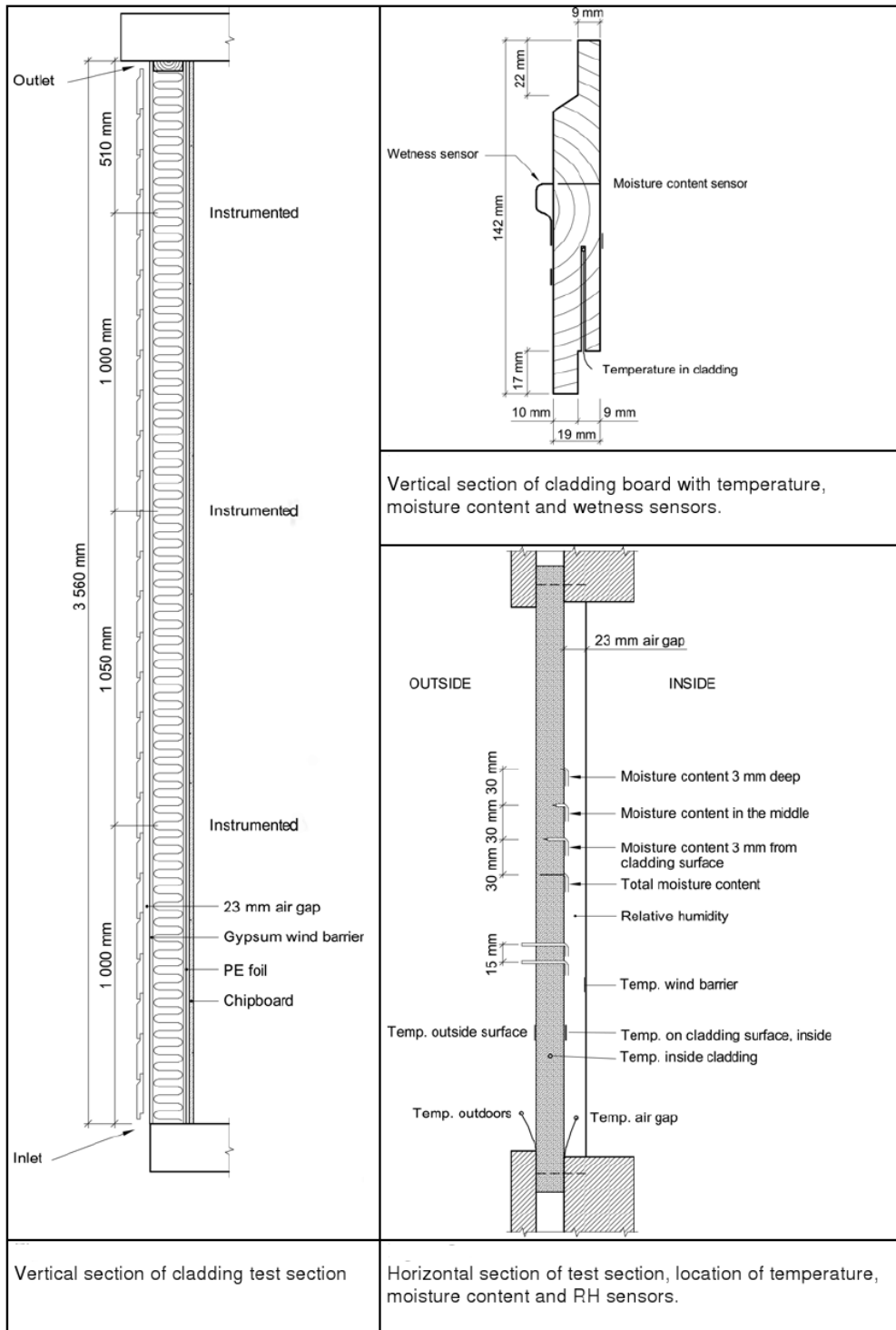
Data er samlet inn på målestasjonen på Voll i Trondheim. Målestasjonen eies av Norges Teknisk Naturvitenskapelige Universitet(NTNU) og SINTEF Byggforsk. Den nøyaktige posisjonen er  $N63^{\circ}25'$ ,  $E10^{\circ}28'$ . Stasjonen befinner seg 129 meter over havoverflaten. Målestasjonen består av et testhus med flyttbare vegg- og takelementer, et annet testhus til vindstudier, en automatisk værstasjon og et lite bygg i forbindelse med denne. Værstasjonen eies av Det Norske Meteorologiske Institutt(DNMI). Data som benyttes i denne oppgaven er målinger hentet inn fra testhuset med flyttbare vegg- og takelementer. Huset er orientert i nord-sør retning.

Målingene er foretatt på 14 delvegger. Veggelementene er kledd med liggende granbord med dimensjonene

$585\text{mm}\times 142\text{mm}\times 19\text{mm}$ . Hvert veggelement måler  $1190\text{mm}\times 3250\text{mm}$ . Veggelementene består altså av to granbord i bredden. Bak ytterkledningen er det et tomrom på 23mm. For seksjonene med lufteåpning på 0 eller 4mm er dette rommet helt eller delvis stengt øverst og nederst. Se figur 7 for øvrige detaljer.

Data benyttet i denne analysen er samlet inn på timesbasis i perioden fra kl 0000 den 1.januar 2004 til kl 2300 den 31.desember 2005. I den aktuelle perioden er det 17544 timer.

Delveggene er utstyrt med sensorer som måler temperatur, '*T*'emperature og fuktighetsinnhold, '*M*'oisture. 7 av veggene vender mot Øst, '*E*'ast og 7 mot Vest, '*W*'est. Hver av veggene er delt vertikalt i to seksjoner med benevnelsene '*N*'orth og '*S*'outh. Totalt has 28 seksjoner. Målingene gjøres både oppe, '*u*'p og nede, '*d*'own, på hver seksjon. Dermed benyttes målinger fra 4 punkter på hver delvegg. I hvert punkt måles *M* og *T* slik at totalt  $2 \times 4 \times 14 = 112$  tidsserier i utgangspunktet betraktes. Målepunktene navngis slik at for eksempel *E1N.u* henviser til øvre målepunkt på nordlig seksjon på delvegg 1 på vegg vendt mot øst. Tilsvarende henviser *W7S.d* til nedre målepunkt på sydlig seksjon på delvegg 7 som vender mot vest. De to tidsseriene som kommer fra hvert målepunkt navngis med målepunktets navn og henholdsvis "*.M*" og "*.T*". Eksempelvis *E1N.u.M* og *W7S.d.T*. For ytterlige detaljer se [2].



Figur 7: Veggelementene, [7]

### 3.2 Definisjoner og forkortelser

- **Relativ luftfuktighet**[%] Er andelen vanndamp som luften inneholder i forhold til den maksimale andelen den kan inneholde. Relativ luftfuktighet varierer med forskjellige temperaturer. Størrelsen benevnes “RH” for “Relative Humidity”.
- **Fuktinnhold**[vekt %] Fuktigheten i trevirket. Denne måles oppe og nede på hver seksjon og benevnes “MC” for “Moisture Content”, eller bare “M” for “Moisture”. Feilmarginen er  $\pm 2\%$ .
- **Relativt vekstpotensial** [ $G/G_{max}$ ] Er størrelsen jeg ønsker å basere modellen på. Det relative vekstpotensialet er utslagsgivende for levetiden til trevirket. Det benevnes “RG” som i “Relative Growth (potential)”. Størrelsen kvantifiseres som andel av sin maksimalverdi, der  $G$  er vekstpotensialet.
- **Temperatur**[°C] Temperaturen måles inni kledningen og har en feilmargin på  $\pm 0.5^\circ\text{C}$ .



(a) Målestasjonen fra Sør-Vest



(b) Testhusets østlige fasade

Figur 8: Målestasjonen på Voll

### 3.3 Parametrene

Testseksjonenes kledning er variert med følgende parametre som ønskes å testes:

- **Vekstrate.** Hurtigvoksende trær har normalt mindre tetthet enn saktevoksende. Kledningsbordene som benyttes i dette forsøket veies før start. Gjennomsnittstettheten for den hurtiggroende granen er  $385 \text{ kg/m}^3$  og for den saktegroende  $459 \text{ kg/m}^3$ . Kledningsmaterialet er produsert ved *Aavatsmark Sagbruk*. De to nivåene vekstraten kan ha er “Slow” og “Fast”.
- **Overflatebehandling.** To malingstyper benyttes. En vannbasert akryl/alkyd maling med produktnavnet *Jotun Demidekk Optimal* og en oljebasert alkydmaling

med produktnavnet *Drygolin Extrem Oljedekkbeis*. Bordene ble “primet” med *Jotun Visir* før de ble innsatt med maling. Tre seksjoner er ikke overflatebehandlet. Dersom den oljebaserte malingen er brukt har overflatebehandlingsvariabelen nivå “A”, dersom vannbasert maling er benyttet har den nivå “B” og dersom veggen er ubehandlet har den nivå “U”.

- **Lufteåpning.** Mellom kledningen(regnskjermen) og innerveggen(vindskjermen) er det et tomrom på 23mm. Dette tomrommet kan ha ventilasjonsåpninger på 0, 4, eller 23mm. Åpningene er plassert øverst og nederst på seksjonene. Åpningene oppe og nede på samme seksjon har samme størrelse. Med “ventilasjonsåpning=0” er tomrommet ikke ventilert. Med ventilasjonsåpninger på 4 eller 23mm er tomrommet delvis eller fullstendig ventilert.

I tillegg vil jeg betrakte orienteringen Øst-Vest(E/W) og om seriene er målt oppe eller nede (mikrolokasjon,u/d) som parametre. Disse parametrene kan ikke varieres og er dermed ikke interessante i seg selv. Samspillseffektene med de øvrige parametrene kan imidlertid være av stor interesse. Samspillseffektene kan gi indikasjon på om forskjellig malingstype, trekvalitet og lufteåpning bør benyttes oppe og nede på veggen, og mot Øst og Vest. Målepunktene med parametre er gitt i tabell 1 på side 20. Mer informasjon kan finnes i [2].

### 3.4 Sammenheng mellom målt fuktighetsinnhold, temperatur og råtevekstpotensial

Vekstraten til råte og andre soppvekster er sterkt avhengig av temperatur og fuktighet. Basert på en finsk rapport er det foreslått en relasjon mellom relativ luftfuktighet, temperatur og relativ råtevekstrate. For detaljert beskrivelse og videre referanser se [2] eller [10].

I enkle trekk:

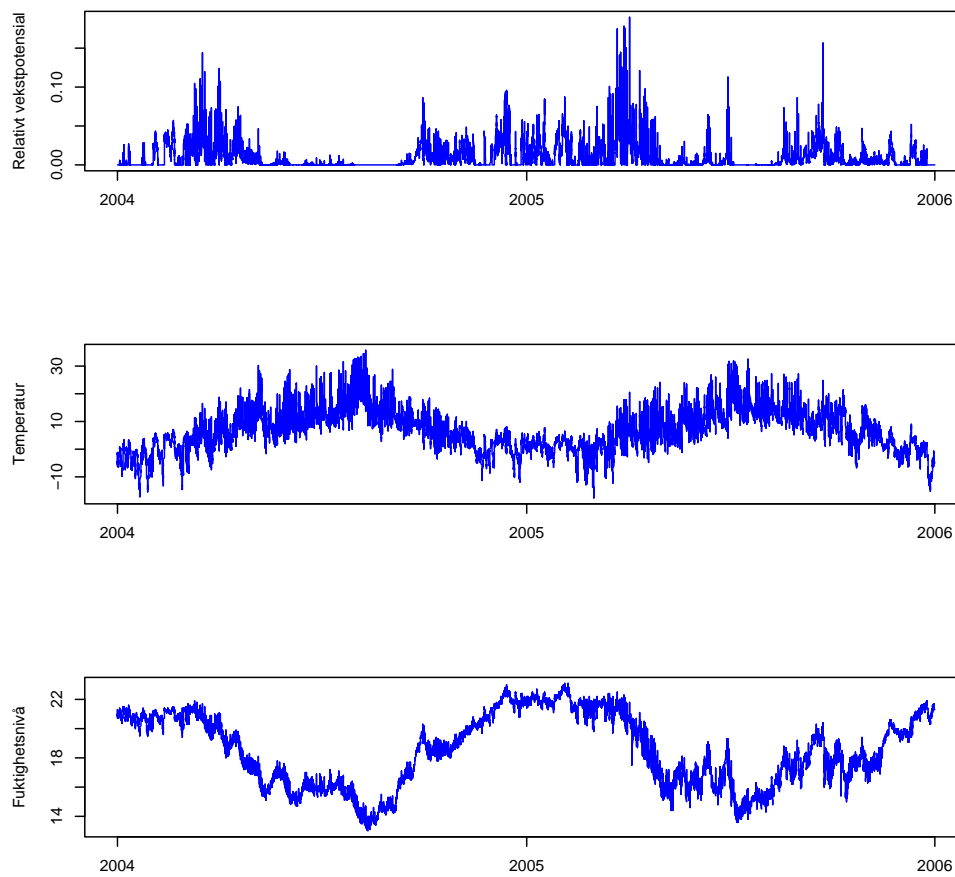
- En sorption isoterm er brukt for å beskrive forholdet mellom relativ luftfuktighet bak kledningen og materialets fuktighetsinnhold. Forholdet er basert på forskning på skandinavisk gran på 60-tallet. Se figur 11a og referanse [9].
- Relativt vekstpotensial(RG) er avhengig av relativ luftfuktighet, RH. For  $RH < 0.75$  antas vekstpotensialet å være lik 0. I intervallet  $0.75 < RH < 0.95$  antas den å følge formelen  $RG = K(T) \cdot ((RH - 0.75)/2)^3$ . For  $0.95 < RH < 1.00$  antas vekstpotensialet å være optimal. Se figur 11b.  $K(T)$  er en funksjon av temperaturen.
- Det antas at  $K(T)$  er 0 når temperaturen er under  $0^\circ\text{C}$  og over  $50^\circ\text{C}$ . For intervallet ( $0^\circ\text{C}, 50^\circ\text{C}$ ), se figur 11c.

Det relative vekstpotensialet som funksjon av både temperatur og relativ luftfuktighet er vist i figur 10.

### 3.4 Sammenheng mellom målt fuktighetsinnhold, temperatur og råtevekstpotensial 17

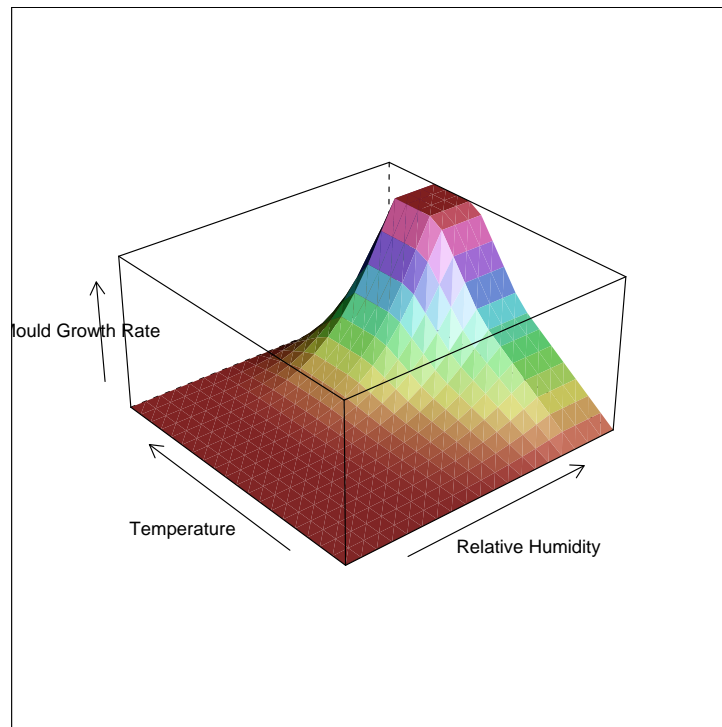
Før selve analysen av data påbegynnes, sjekkes tidsseriene optisk for å finne målinger som er urimelige. Målingene fra seriene som virker åpenbart urimelige betraktes ikke videre i analysen. se figur 43 i appendiks. Seriene E3N.d.M, E4S.d.M, E5S.u.M, E6S.d.M, W1S.u.M og W2N.d.M antas å ha så store feilkalibreringer over lange perioder at de i utgangspunktet virker uaktuelle. Da de urimelige verdiene i seriene E3N.d.M, E4S.d.M og W2N.d.M kommer på tidspunkt med lave temperaturer vil feilkalibreringene ikke gi utslag på råteveksten(RG). Seriene tas da likevel med videre. I tillegg til de nevnte seriene tas seriene fra målepunktene E5S.d, E6S.u, W5N.d og W5N.u ut av analysen på grunn av endrede parameterkonfigurasjoner underveis. Det vil si at omregnet til RG vil  $7 \times 2 \times 2 \times 2 - 7 = 56 - 7 = 49$  serier benyttes i analysen.

En typisk profil av seriene “RG”, “T” og “M” fra samme målepunkt er vist i figur 9. Der vises tydelig hvordan når temperaturen er høy så er fuktigheten lav og vice versa, slik at vekstpotensialet alltid holdes relativt lavt. Dette illustrerer hvorfor klimaet vårt er velegnet for trebygg.

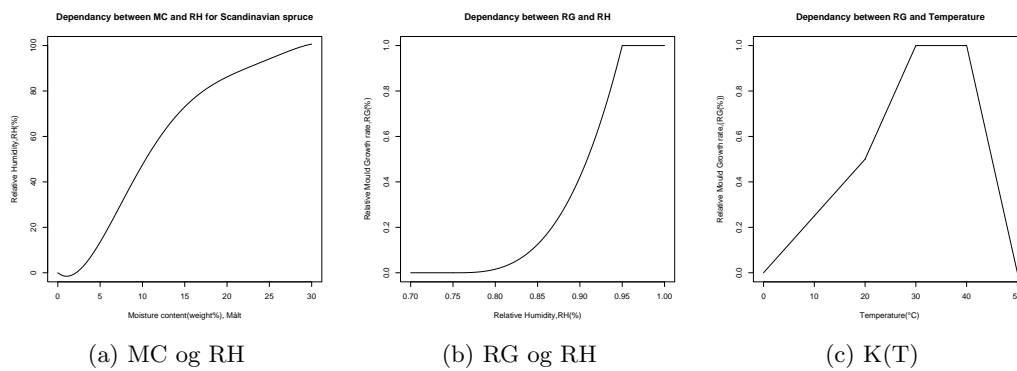


Figur 9: RG, T og M fra målepunktet W1S.d

### 3.4 Sammenheng mellom målt fuktighetsinnhold, temperatur og råvekstpotensial 19



Figur 10: RG som funksjon av temperatur og relativ luftfuktighet



Figur 11: Forhold mellom RH, MC, RG og temperatur

	E-W	1-7	N-S	d-u	vekstrate, Fast-Slow	behandling, A,B,U	åpning, mm
E1S.d	E	1	S	d	Fast	A	0
E1S.u	E	1	S	u	Fast	A	0
E1N.d	E	1	N	d	Slow	A	0
E1N.u	E	1	N	u	Slow	A	0
E2S.d	E	2	S	d	Fast	A	0
E2S.u	E	2	S	u	Fast	A	0
E2N.d	E	2	N	d	Slow	A	4
E2N.u	E	2	N	u	Slow	A	4
E3S.d	E	3	S	d	Fast	A	23
E3S.u	E	3	S	u	Fast	A	23
E3N.d	E	3	N	d	Slow	A	23
E3N.u	E	3	N	u	Slow	A	23
E4S.d	E	4	S	d	Fast	A	4
E4S.u	E	4	S	u	Fast	A	4
E4N.d	E	4	N	d	Slow	U	4
E4N.u	E	4	N	u	Slow	U	4
E5S.d	E	5	S	d	Fast	B	0
E5S.u	E	5	S	u	Fast	B	0
E5N.d	E	5	N	d	Slow	B	0
E5N.u	E	5	N	u	Slow	B	0
E6S.d	E	6	S	d	Fast	B	4
E6S.u	E	6	S	u	Fast	B	4
E6N.d	E	6	N	d	Slow	B	4
E6N.u	E	6	N	u	Slow	B	4
E7S.d	E	7	S	d	Fast	B	23
E7S.u	E	7	S	u	Fast	B	23
E7N.d	E	7	N	d	Slow	B	23
E7N.u	E	7	N	u	Slow	B	23
W1S.d	W	1	S	d	Fast	A	0
W1S.u	W	1	S	u	Fast	A	0
W1N.d	W	1	N	d	Slow	A	0
W1N.u	W	1	N	u	Slow	A	0
W2S.d	W	2	S	d	Slow	A	4
W2S.u	W	2	S	u	Slow	A	4
W2N.d	W	2	N	d	Slow	A	23
W2N.u	W	2	N	u	Slow	A	23
W3S.d	W	3	S	d	Fast	A	23
W3S.u	W	3	S	u	Fast	A	23
W3N.d	W	3	N	d	Fast	U	4
W3N.u	W	3	N	u	Fast	U	4
W4S.d	W	4	S	d	Slow	B	0
W4S.u	W	4	S	u	Slow	B	0
W4N.d	W	4	N	d	Fast	B	0
W4N.u	W	4	N	u	Fast	B	0
W5S.d	W	5	S	d	Slow	B	4
W5S.u	W	5	S	u	Slow	B	4
W5N.d	W	5	N	d	Fast	B	4
W5N.u	W	5	N	u	Fast	B	4
W6S.d	W	6	S	d	Slow	U	4
W6S.u	W	6	S	u	Slow	U	4
W6N.d	W	6	N	d	Fast	A	4
W6N.u	W	6	N	u	Fast	A	4
W7S.d	W	7	S	d	Slow	B	23
W7S.u	W	7	S	u	Slow	B	23
W7N.d	W	7	N	d	Fast	B	23
W7N.u	W	7	N	u	Fast	B	23

Tabell 1: Målepunkt og parametre



## 4 Plan

Gitt at responsvariabelen  $y$  kan uttrykkes ved:

$$y = \alpha + \tau + \gamma + \delta \quad (1)$$

Der  $\alpha$  er en lineær funksjon av hovedeffektene og samspillseffektene av parametrene,  $\tau$  er en funksjon for trenden,  $\gamma$  er en funksjon for ekstremtilfeller og  $\delta$  utgjør en funksjon av andre forhold som hvit støy. Med ekstremtilfeller menes tilfeldige hendelser som kan gi store midlertidige utslag på målingene, som for eksempel en vanndråpe som legger seg på sensoren, et vindkast som fører regn inn lufteåpningen, snøinndrev som stenger en lufteåpning og så videre.

Jeg ønsker å teste effektene av parametrene beskrevet i kapittel 3.3 på side 15 med å lage en regresjonsmodell med RG som responsvariabel og regresjonsvariabler som gitt i tabell 2.

Parameter	Kovariat	Mulige Verdier
Orientering	$x_1$	E/W
Vertikal posisjon	$x_2$	u/d
Vekstrate	$x_3$	Slow/Fast
Ventilasjonsåpning	$x_4$	0/4/23
Overflatebehandling	$x_5$	A/B/U

Tabell 2: Regresjonsvariablene

112 datapunkter samles inn hver time. Etter transformasjonene fra temperatur og overflatefuktighet til relativt vekstpotensial og etter midling til ønsket tidsenhet fås 56 datapunkter per tidsenhet. 7 av seriene vurderes som ikke brukbare av årsaker beskrevet i forrige kapittel. Som allerede beskrevet betraktes til den endelige analysen dermed data fra 49 målepunkter.

Da regresjonsvariablene betraktes som verken kvalitativt eller kvantitativt rangerbare, kodes de om til dummyvariablene:

$$\begin{array}{l}
\mathbf{x}_1 : \left\{ \begin{array}{l} x_{[1]1} = 1 \text{ Hvis østlig orientering} \\ x_{[1]1} = 0 \text{ Hvis vestlig orientering} \\ x_{[1]2} = 0 \text{ Hvis østlig orientering} \\ x_{[1]2} = 1 \text{ Hvis vestlig orientering} \end{array} \right. \\
\mathbf{x}_2 : \left\{ \begin{array}{l} x_{[2]1} = 1 \text{ Hvis måling er gjort oppe på veggen} \\ x_{[2]1} = 0 \text{ Hvis måling er gjort nede på veggen} \\ x_{[2]2} = 0 \text{ Hvis måling er gjort oppe på veggen} \\ x_{[2]2} = 1 \text{ Hvis måling er gjort nede på veggen} \end{array} \right. \\
\mathbf{x}_3 : \left\{ \begin{array}{l} x_{[3]1} = 1 \text{ Hvis vekstrate er "Slow"} \\ x_{[3]1} = 0 \text{ Hvis vekstrate er "Fast"} \\ x_{[3]2} = 0 \text{ Hvis vekstrate er "Slow"} \\ x_{[3]2} = 1 \text{ Hvis vekstrate er "Fast"} \end{array} \right. \\
\mathbf{x}_4 : \left\{ \begin{array}{l} x_{[4]1} = 1 \text{ Lufteåpning er 0 mm.} \\ x_{[4]1} = 0 \text{ Lufteåpning er 4 mm.} \\ x_{[4]1} = 0 \text{ Lufteåpning er 23 mm.} \\ x_{[4]2} = 0 \text{ Lufteåpning er 0 mm.} \\ x_{[4]2} = 1 \text{ Lufteåpning er 4 mm.} \\ x_{[4]2} = 0 \text{ Lufteåpning er 23 mm.} \\ x_{[4]3} = 0 \text{ Lufteåpning er 0 mm.} \\ x_{[4]3} = 0 \text{ Lufteåpning er 4 mm.} \\ x_{[4]3} = 1 \text{ Lufteåpning er 23 mm.} \end{array} \right. \\
\mathbf{x}_5 : \left\{ \begin{array}{l} x_{[5]1} = 1 \text{ Malingstype "A" er benyttet} \\ x_{[5]1} = 0 \text{ Malingstype "B" er benyttet} \\ x_{[5]1} = 0 \text{ Kledningen er ubehandlet} \\ x_{[5]2} = 0 \text{ Malingstype "A" er benyttet} \\ x_{[5]2} = 1 \text{ Malingstype "B" er benyttet} \\ x_{[5]2} = 0 \text{ Kledningen er ubehandlet} \\ x_{[5]3} = 0 \text{ Malingstype "A" er benyttet} \\ x_{[5]3} = 0 \text{ Malingstype "B" er benyttet} \\ x_{[5]3} = 1 \text{ Kledningen er ubehandlet} \end{array} \right.
\end{array}$$

Variablene for samspillene kan tenkes konstruert på følgende måte. Gitt at samspillseffektene av kovariat  $x_A$  på nivåene  $p = 1, \dots, a$  og  $x_B$  på nivåene  $q = 1, \dots, b$  ønskes modellert. Kall samspillsvariabelen  $\mathbf{x}_{[A,B]}$  med nivåer  $p$  og  $q$ , som modelleres ved hjelp av dummyvariabler på følgende måte:

$$\mathbf{x}_{[A,B]} : \left\{ \begin{array}{l} x_{[A,B],[p,q]} = 1 \text{ hvis } x_{Ap} = 1 \text{ og } x_{Bq} = 1 \\ x_{[A,B],[p,q]} = 0 \text{ ellers} \end{array} \right.$$

For tredje ordens samspill tas også hensyn til en kovariat  $x_C$  med nivåer  $r = 1, \dots, c$ . Samspillsvariabelen  $x_{[ABC]}$  med nivåene  $p, q$  og  $r$ , tilsvarende:

$$\mathbf{x}_{[A,B,C]} : \left\{ \begin{array}{l} x_{[A,B,C],[p,q,r]} = 1 \text{ hvis } x_{Ap} = 1, x_{Bq} = 1 \text{ og } x_{Cr} = 1 \\ x_{[A,B,C],[p,q,r]} = 0 \text{ ellers} \end{array} \right.$$

For høyere ordens samspill vil kodingen være tilsvarende, med dummyvariabel lik 1 hvis alle underliggende dummyvariabler er 1 og 0 ellers.

Dersom data fra  $n$  tidsenheter benyttes så kan responsverdiene samles i den  $(49 \cdot n)$  dimensjonale vektoren  $\mathbf{y}$  og kovariatene i den  $(49 \cdot n) \times (m + 1)$  dimensjonale matrisen  $\mathbf{X}$ , der  $m$  er summen av antallet hovedeffekter og samspill som betraktes. Tallet 49 kommer av antallet målepunkter som inngår i modellen. Programvaren som benyttes i denne oppgaven reduserer kolonneantallet i  $\mathbf{X}$  med å bruke en såkalt baseline-funksjon som integrerer det første nivået av hver variabel i konstantleddet. Se forøvrig [5] og [1].

Alle elementene i den første kolonnen av  $\mathbf{X}$  er lik 1. De andre kolonnene representerer dummyvariablene som beskrevet.

Dersom  $\mathbf{X}_{[(s)\bullet]}$  er den  $s$ 'te og  $\mathbf{X}_{[(t)\bullet]}$  er den  $t$ 'te raden i  $\mathbf{X}$  gjelder:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_{[(s)\bullet]} \\ \mathbf{X}_{[(s+1)\bullet]} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{[(s+48)\bullet]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{[(t)\bullet]} \\ \mathbf{X}_{[(t+1)\bullet]} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{[(t+48)\bullet]} \end{bmatrix} \quad (2)$$

For alle  $s$  og  $t$  slik at

$$t = s + (49M)$$

der

$$M \in (\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots)$$

slik at

$$s, t \in [1, (49n - 48)]$$

$\mathbf{X}$  består altså av repetisjon av 49 rader.

Responsverdiene settes opp på samme måte;

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_i \\ \vdots \\ \mathbf{y}_n \end{bmatrix} \quad \text{der} \quad \mathbf{y}_i = \begin{bmatrix} y_{1i} \\ y_{2i} \\ \vdots \\ y_{ji} \\ \vdots \\ y_{49i} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Der  $j$  indekserer målepunktet og  $i$  tidspunktet.

## 5 Regresjonsanalyse

### 5.1 Notasjon

Regresjonsanalyse er en metode for å finne en lineær relasjon som tilpasser gitte data. Fra resultatene av en regresjonsanalyse kan effekten av kovariatene leses. Responsvariabelen  $\mathbf{y}$  er en  $n$ -dimensjonal vektor. I dette tilfellet RG fra et gitt målepunkt.  $y_i$  er det  $i$ 'te elementet av responsvariabelen.  $\mathbf{x}_j$  for ( $j = 1, 2, \dots, k$ ) er  $n$ -dimensjonale variabler eller kovariater, som i dette tilfellet består av verdiene til dummyvariabel  $j$  som korresponderer med  $\mathbf{y}$ .

En lineær regresjonsmodell skrives:

$$\mathbf{y} = \beta_0 + \beta_1 \cdot \mathbf{x}_1 + \beta_2 \cdot \mathbf{x}_2 + \dots + \beta_k \cdot \mathbf{x}_k + \epsilon \quad (4)$$

Som kan skrives på matriseform:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon} \quad (5)$$

der

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nk} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \text{ og } \boldsymbol{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{bmatrix}$$

Hvis  $p = k + 1$  er  $\mathbf{X}$  en  $(n \times p)$ -matrise der kolonnene  $(2, 3, \dots, p)$  i  $\mathbf{X}$  er variablene  $\mathbf{x}_j$  for ( $j = 1, 2, \dots, k$ ) og  $\epsilon$  er feilledet.  $\epsilon$  betraktes som en stokastisk variabel. En rad  $i$  i  $\mathbf{X}$  har første element 1. Resten av elementene i raden er målingene av kovariatene på dag  $i$ . Rad  $i$  i  $\mathbf{X}$  kalles  $\mathbf{z}_i$ .  $\beta_i$ , for  $i = 1, \dots, k$  kalles regresjonskoeffisientene.

Det antas om forventningsverdien og variansen til  $\epsilon$  og om dimensjonene på vektorene:

$$E[\boldsymbol{\epsilon}] = \mathbf{0} \quad (6)$$

$$Cov(\boldsymbol{\epsilon}) = \sigma^2 \mathbf{I} \quad (7)$$

### 5.2 Estimering av regresjonskoeffisientene

En måte å estimere regresjonskoeffisientene på er med minste kvadraters metode, se [6]. Uttrykk (5) kan skrives om:

$$\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \quad (8)$$

Å bestemme regresjonskoeffisientene med minste kvadraters metode går ut på å finne  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  som minimerer residualenes kvadratsum:

$$SS_E = S(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \boldsymbol{\epsilon}'\boldsymbol{\epsilon} \quad (9)$$

Uttrykkene (8) og (9) gir

$$S(\boldsymbol{\beta}) = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{y}'\mathbf{y} - \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{y} - \mathbf{y}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \quad (10)$$

At alle leddene blir skalare gjør at det kan forenkles:

$$S(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{y}'\mathbf{y} - 2\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \quad (11)$$

Minimering gir:

$$\left. \frac{dS}{d\boldsymbol{\beta}} \right|_{\hat{\boldsymbol{\beta}}} = -2\mathbf{X}'\mathbf{y} + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = 0 \quad (12)$$

Som, gitt at  $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$  finnes, gir:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LS} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (13)$$

“LS” indikerer “Least Squares”.  $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$  eksisterer dersom kolonnene i  $\mathbf{X}$  ikke er lineært avhengige. I praktiske tilfeller blir sannsynligheten stor for at dette skal være tilfellet når  $n \gg k$ . Dersom to variabler blir nesten like vil kolonnene i  $\mathbf{X}$  være tilnærmet lineært avhengige. Dette kalles multikolaritet og er diskutert kort i avsnitt 5.4 på side 26.

Uttrykk (12) er normallikningene på matriseform.

Når regresjonskoeffisientene er funnet kan de brukes til å estimere  $\hat{y}_i$  for ethvert punkt  $\mathbf{z}'_i = [1, x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}]$  der  $(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik})$  er observasjonene som korresponderer til responsvariabelen på dag  $i$ . Estimaten finnes med formelen:

$$\hat{y}_i = \mathbf{z}'_i \hat{\boldsymbol{\beta}} \quad (14)$$

Relasjonen mellom de tilpassede verdiene  $\hat{\mathbf{y}}$  og de observerte  $\mathbf{y}$  er gitt ved:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{y} \quad (15)$$

Der  $\mathbf{H}$  er en  $(n \times n)$ -matrise. Denne matrisen kalles “hat” matrisen. Avviket mellom de målte og de tilpassede verdiene kan uttrykkes:

$$\begin{aligned} \mathbf{e} &= \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} \\ &= \mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \\ &= \mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{y} \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{y} \end{aligned} \quad (16)$$

Diagonaledd  $h_{ii}$  i matrisen  $\mathbf{H}$  kalles “leverage”  $i$  og indikerer hvor mye innflytelse observasjonene  $\mathbf{z}_i$  har på regresjonskoeffisientene.

Gauss(-Markov) teoremet slår fast at minstekvadrat estimaten  $\mathbf{c}'\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LS}$  er det beste lineære (minimum varians) forventningsrette estimaten (BLUE) av  $\mathbf{c}'\boldsymbol{\beta}$  for en vilkårlig  $\mathbf{c}$  av passende dimensjon. For detaljer se [3].

### 5.3 Estimering av $\sigma^2$

Utgangspunktet for å finne et estimat på  $\sigma^2$  kan tas i kvadratsummen av residualene (Residual Sum of Squares). Uttrykkene (9) og (11) gir:

$$SS_E = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \boldsymbol{\epsilon}'\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{y}'\mathbf{y} - 2\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \quad (17)$$

Forenkling av (12) gir:

$$\mathbf{X}'\mathbf{y} = \mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \quad (18)$$

Ved å kombinere (17) og (18) fås:

$$SS_E = \mathbf{y}'\mathbf{y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}'\mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (19)$$

$SS_E$  har  $(n - p)$  frihetsgrader når  $p$  parametre skal bestemmes. En forventningsrett estimator for  $\sigma^2$  er  $MS_E$  (Residual Mean Square).

$$\hat{\sigma}^2 = MS_E = \frac{SS_E}{(n - p)} \quad (20)$$

### 5.4 Multikolaritet

Variabler som ikke er lineært avhengige eller korrelerte med hverandre sies å være ortogonale. Avhengighet eller korrelasjon mellom variablene kalles multikolaritet. Multikolaritet kan være et problem i regresjonsmodeller. Matematisk gjør multikolaritet uttrykk (13) singulært eller nært singulært.

Dersom det oppstår problemer med multikolaritet kan ridgeregresjon, se avsnitt 5.7, være en metode for å løse problemet.

En måte å finne ut om multikolaritet utgjør et problem er å beregne egenverdiene  $\lambda_i$ ,  $i \in [1, p]$  til matrisen  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ , der  $\mathbf{X}$  er definert i uttrykk 5.

Forholdet

$$\kappa = \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}$$

kalles “the condition Number” og indikerer dersom det er stort (si større enn 100) at mulighetene for problemer med multikolaritet er til stede.

### 5.5 Korrelasjon og kovarians

For en vilkårlig matrise  $\mathbf{X}$  er kovariansmatrisen gitt ved:

$$\boldsymbol{\Sigma} = E(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})' = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \dots & \sigma_{1k} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & \dots & \sigma_{2k} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} & \dots & \sigma_{3k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{k1} & \sigma_{k2} & \sigma_{k3} & \dots & \sigma_{kk} \end{bmatrix}$$

Og korrelasjonsmatrisen:

$$\Psi = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} & \cdots & \rho_{1k} \\ \rho_{21} & 1 & \rho_{23} & \cdots & \rho_{2k} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & 1 & \cdots & \rho_{3k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k1} & \rho_{k2} & \rho_{k3} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

$\sigma_{ij}$  er kovariansen mellom kolonnene  $i$  og  $j$  i  $\mathbf{X}$ .  $\sigma_{ii}$  er variansen til kolonne  $i$  i  $\mathbf{X}$ . Standardavviket finnes ved å ta kvadratroten av variansen. Korrelasjonsmatrisen og kovariansmatrisen er symmetriske. Estimatene for elementene i kovariansmatrisen  $s_{ij}$  og  $s_{jj}$  er uttrykt ved:

$$s_{ij} = \sum_{u=1}^n [(x_{ui} - \bar{x}_i)(x_{uj} - \bar{x}_j)] \quad (21)$$

og

$$s_{jj} = \sum_{v=1}^n (x_{vj} - \bar{x}_j)^2 \quad (22)$$

Et estimat for elementene i korrelasjonsmatrisen er gitt ved:

$$r_{ij} = r_{ji} = \frac{s_{ij}}{(s_{ii}s_{jj})^{\frac{1}{2}}} \quad (23)$$

## 5.6 Generalisert minstekvadraters metode

Dersom antagelsen om at residualene er uavhengige og har konstant varians ikke er oppfylt, må data transformeres for at teorien skal være gyldig. Uttrykket (7) erstattes med

$$Cov(\epsilon) = \sigma^2 \mathbf{V} \quad (24)$$

Dersom de ikkediagonale elementene av  $\mathbf{V}$  er ulik 0 har vi en situasjon der observasjonene er korrelerte. Dermed gjelder ikke estimatoren  $\beta_{LS} = \mathbf{X}'\mathbf{X}^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}$ . “Generalized Least Squares” er en metode som transformerer data slik at ordinær “Least Squares” kan anvendes.

Matrisen  $\mathbf{V}$  antas ikkesingulær og positivt definit siden  $\sigma^2\mathbf{V}$  er residualenes kovariansmatrise. Dermed finnes det en  $n \times n$ -matrise  $\mathbf{K}$  slik at

$$\mathbf{K}'\mathbf{K} = \mathbf{K}\mathbf{K} = \mathbf{K}^2 = \mathbf{V}$$

Dette uttrykket løses ved å bruke matrisens diagonale form, se [8].

Definer

$$\mathbf{z} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{y} \quad (25)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{X} \quad (26)$$

$$\mathbf{g} = \mathbf{K}^{-1}\epsilon \quad (27)$$

Slik at regresjonsmodellen  $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon}$  for de transformerte størrelsene blir

$$\mathbf{K}^{-1}\mathbf{y} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{X} + \mathbf{K}^{-1}\boldsymbol{\epsilon} \quad (28)$$

eller

$$\mathbf{z} = \mathbf{B}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{g} \quad (29)$$

Forventningsverdien til  $\mathbf{g}$  blir

$$E[\mathbf{g}] = \mathbf{K}^{-1}E[\boldsymbol{\epsilon}] = \mathbf{0} \quad (30)$$

For kovariansmatrisen gjelder:

$$\begin{aligned} Cov(\mathbf{g}) &= E([\mathbf{g} - E(\mathbf{g})][\mathbf{g} - E(\mathbf{g})]') \\ &= E(\mathbf{g}\mathbf{g}') \\ &= E(\mathbf{K}^{-1}\boldsymbol{\epsilon}\boldsymbol{\epsilon}\mathbf{K}^{-1}) \\ &= \mathbf{K}^{-1}E(\boldsymbol{\epsilon}\boldsymbol{\epsilon})\mathbf{K}^{-1} \\ &= \sigma^2\mathbf{K}^{-1}\mathbf{V}\mathbf{K}^{-1} \\ &= \sigma^2\mathbf{K}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{K}^{-1} \\ &= \sigma^2\mathbf{I} \end{aligned} \quad (31)$$

At betingelsene (6) og (7) er oppfylt for  $\mathbf{g}$  gjør at ordinær minstekvadraters metode kan brukes på transformert data.  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{GLS}$  finnes ved å minimere funksjonen

$$S(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{g}'\mathbf{g} = \boldsymbol{\epsilon}'\mathbf{V}^{-1}\boldsymbol{\epsilon} = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})'\mathbf{V}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \quad (32)$$

Normalligningene blir

$$(\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X})\hat{\boldsymbol{\beta}}_{GLS} = \mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{y} \quad (33)$$

Som har løsningen med hensyn på  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{GLS}$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{GLS} = (\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{y} \quad (34)$$

Kovariansmatrisen til  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{GLS}$  er

$$Cov(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{GLS}) = \sigma^2(\mathbf{B}'\mathbf{B})^{-1} = \sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X})^{-1} \quad (35)$$

## 5.7 Ridgeregresjon

I tilfeller der kolonnene i  $\mathbf{X}$  er nesten lineært avhengige kan en oppnå veldig dårlige estimater av regresjonskoeffisientene med ordinær minstekvadraters metode. Variansene til koeffisientene kan bli veldig store. Ridgeregresjon er en metode for å stabilisere variansen med å lette på kravet om at  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  skal være forventningsrett. Gauss(-Markov) teoremet fastslår at  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LS}$  har den minste variansen av alle forventningsrette estimater,



men det utelukker ikke at det kan finnes bedre ikke-forventningsrette estimatorer, etter visse kriterier.

Anta så at vi kan finne en ikke-forventningsrett estimator  $\hat{\beta}^*$  som har mindre varians enn  $\hat{\beta}$ . Den forventede kvadratfeilen til elementene  $\hat{\beta}_i^*$  til estimatoren  $\hat{\beta}^*$  er definert som:

$$MSE(\hat{\beta}_i^*) = E(\hat{\beta}_i^* - \beta_i)^2 = Var(\hat{\beta}_i^*) + (E(\hat{\beta}_i^*) - \beta)^2 \quad (36)$$

$MSE$  kan tolkes som den kvadrerte forventede avstanden fra  $\hat{\beta}_i^*$  til  $\beta$ . Det finnes altså en mulighet for at det kan finnes et ikke-forventningsrett estimat på  $\beta$  som har mindre  $MSE$  enn  $\hat{\beta}_{LS}$ . Dette kan resultere i langt mindre konfidensintervall for den ikke-forventningsrette estimatoren. Dette kan være spesielt viktig dersom modellen skal brukes til prediksjon. En måte for å finne en slik estimator er ridgeregresjon. Metoden tar utgangspunkt i å løse en noe moderert form av normalligningene. Estimaten på  $\beta$  betegnes  $\hat{\beta}_R$  og er løsningen på uttrykket

$$(\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})\hat{\beta}_R = \mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (37)$$

som gir

$$\hat{\beta}_R = (\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (38)$$

Det finnes forskjellige måter å finne parameteren  $k$  på.  $k$  kalles biasparameteren. I denne oppgaven er det brukt metoden beskrevet i [6] side 353, med

$$k = \frac{p\hat{\sigma}^2}{\hat{\beta}'\hat{\beta}} \quad (39)$$

der  $p$  er antallet kolonner i  $\mathbf{X}$ , og  $\hat{\beta}$  finnes ved hjelp av minstekvadraters metode.  $\hat{\sigma}$  finnes med ligning (20) i avsnitt 5.3

Kovariansmatrisen til  $\hat{\beta}_R$  og forventet kvadratfeil ( $MSE$ ) finnes med formlene:

$$Cov(\hat{\beta}_R) = \sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-1} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} MSE(\hat{\beta}_R) &= Cov(\hat{\beta}_R) + (\hat{\beta}_R - \beta)^2 \\ &= \sigma^2 \sum_{j=1}^p \frac{\lambda_j}{(\lambda_j + k)} + k^2 \beta' (\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-2} \beta \end{aligned} \quad (41)$$

I uttrykket 41 er  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$  egenverdiene av matrisen  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ . Den første delen av uttrykkets høyre side er summen av variansene av elementene i  $\hat{\beta}$  og det andre leddet er biasen kvadrert. Det første leddet minsker når  $k$  øker, mens det andre leddet øker. Målet er å finne en  $k$ -verdi som gir større reduksjon i varians enn økning i kvadrert bias.

Kvadratsummen av residualene er gitt ved:

$$\begin{aligned} SSE(\hat{\beta}_R) &= (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\beta}_R)'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\beta}_R) \\ &= (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\beta})'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\beta}) + (\hat{\beta}_R - \hat{\beta})'\mathbf{X}'\mathbf{X}(\hat{\beta}_R - \hat{\beta}) \end{aligned} \quad (42)$$

Siden det første leddet på høyre side av ligning 42 er kvadratsummen av residualene for  $\hat{\beta}_{LS}$  så øker  $SSE$  med  $k$ . Som en konsekvens, siden  $SST$  er konstant, så vil  $R^2$ -kriteriet reduseres med  $k$ . Målet med ridgeregresjon er altså ikke å forbedre tilpasningen til datapunktene som er observert, men å gi en mer robust, generell og troverdig modell.

## 5.8 Variabelseleksjon

Praktiske problemstillinger gir ofte en mengde kandidatvariabler. Variabelseleksjon dreier seg om å finne den mest passende gruppen av variabler ut fra gitte kriterier. Ved å etablere en regresjonsmodell har man som mål å minimere bias og varians. Målene er motstridende, så prioriteringer må gjøres. Se [11].

- Vi ønsker flest mulig variabler for å gjøre estimatet  $\hat{y}$  likest mulig  $y$ . Eller med andre ord, benytte så mye av tilgjengelig informasjon som mulig.
- Vi ønsker færrest mulig variabler fordi variansen til  $\hat{y}$  blir større for hver variabel som inkluderes.

Det finnes en rekke forskjellige kriterier for å finne et kompromiss mellom de to målene. Imidlertid finnes det ingen unik måte å definere den beste modellen.

For en modell som inkluderer alle variablene er:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \epsilon \quad (43)$$

Der  $\mathbf{X}$  er en  $(n \times (k + 1))$ -matrise. Det eksisterer  $k$  variabler å velge mellom. Anta at  $r$  er antallet variabler som forkastes og  $(s - 1)$  er antallet variabler i forslagsmodellen. Konstantleddene utgjør første kolonne av  $\mathbf{X}_s$ . Uttrykk (43) skrives:

$$\underbrace{\mathbf{y}}_{n \times 1} = \underbrace{\mathbf{X}_s}_{n \times s} \underbrace{\boldsymbol{\beta}_s}_{s \times 1} + \underbrace{\mathbf{X}_r}_{n \times r} \underbrace{\boldsymbol{\beta}_r}_{r \times 1} + \underbrace{\epsilon}_{n \times 1} \quad (44)$$

$\mathbf{X}$  er altå dekomponert slik at konstantleddene og observasjonene av variablene i forslagsmodellen er i  $\mathbf{X}_s$  mens de forkastede variablene er i  $\mathbf{X}_r$ . For den fulle modellen er minstekvadratesestimater for  $\boldsymbol{\beta}$  fra (13):

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^* = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (45)$$

(19) og (20) gir:

$$\hat{\sigma}_*^2 = \frac{\mathbf{y}'\mathbf{y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}^{*'}\mathbf{X}'\mathbf{y}}{n - k - 1} = \frac{\mathbf{y}'[\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}']\mathbf{y}}{n - k - 1} \quad (46)$$

$\boldsymbol{\beta}^*$  kan dekomponeres til  $\boldsymbol{\beta}_s^*$  og  $\boldsymbol{\beta}_r^*$ , se [6]. De tilpassede verdiene av responsvariabelen for den fulle modellen skrives  $\hat{y}_i^*$ . For en forslagsmodell med færre variabler skrives de tilpassede verdiene  $\hat{y}_i$ . For en slik redusert modell:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}_s\boldsymbol{\beta}_s + \epsilon \quad (47)$$

har vi tilsvarende:

$$\hat{\beta}_s = (\mathbf{X}'_s \mathbf{X}_s)^{-1} \mathbf{X}'_s \mathbf{y} \quad (48)$$

Og:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\mathbf{y}'\mathbf{y} - \hat{\beta}'_s \mathbf{X}'_s \mathbf{y}}{n - s} = \frac{\mathbf{y}' [\mathbf{I} - \mathbf{X}_s (\mathbf{X}'_s \mathbf{X}_s)^{-1} \mathbf{X}'_s] \mathbf{y}}{n - s} \quad (49)$$

Egenskapene til  $\hat{\beta}$  og  $\hat{\sigma}^2$  oppsummeres i følgende punkter:

- 

$$\begin{aligned} E[\hat{\beta}_s] &= E[(\mathbf{X}'_s \mathbf{X}_s)^{-1} \mathbf{X}'_s \mathbf{y}] \\ &= E[(\mathbf{X}'_s \mathbf{X}_s)^{-1} \mathbf{X}'_s (\mathbf{X}_s \beta_s + \mathbf{X}_r \beta_r + \epsilon)] \\ &= E[(\beta_s + (\mathbf{X}'_s \mathbf{X}_s)^{-1} \mathbf{X}'_s \mathbf{X}_r \beta_r)] \\ &= \beta_s + A \beta_r \end{aligned} \quad (50)$$

Hvor  $A = (\mathbf{X}'_s \mathbf{X}_s)^{-1} \mathbf{X}'_s \mathbf{X}_r$  kalles *Alias*-matrisen.  $\hat{\beta}_s$  er altså ikke en forventningsrett estimator av  $\beta_s$  med mindre regresjonskoeffisientene  $\beta_r$  som korresponderer til de fjernede variablene er identisk lik 0, eller kolonnene i  $\mathbf{X}_s$  og  $\mathbf{X}_r$  er ortogonale, slik at  $\mathbf{X}'_s \mathbf{X}_r = 0$ .

- Variansene til estimatene  $\hat{\beta}_s$  og  $\hat{\beta}^*$  er

$$\begin{aligned} V(\hat{\beta}_s) &= \sigma^2 (\mathbf{X}'_s \mathbf{X}_s)^{-1} \\ V(\hat{\beta}^*) &= \sigma^2 (\mathbf{X}' \mathbf{X})^{-1} \end{aligned} \quad (51)$$

Matrisen  $V(\hat{\beta}^*) - V(\hat{\beta}_s)$  er positivt semidefinit.  $V(\hat{\beta}^*)$  er alle elementene i  $V(\hat{\beta}^*)$  som er varians eller kovarians mellom variablene i  $\mathbf{X}_s$ . Se [6]. Tolkningen er at ved å slette variabler fra forslagsmodellen vil aldri variansen øke.

- Fordi  $\hat{\beta}^*$  i motsetning til  $\hat{\beta}_s$  er en forventningsrett estimator av  $\beta_s$  kan det være hensiktsmessig å sammenligne presisjonen til estimatorene ved hjelp av  $MS_E$ . For en vilkårlig parameter  $\theta$ , med estimator  $\hat{\theta}$  har vi relasjonen

$$MS_E(\hat{\theta}) = V(\hat{\theta}) + [E(\hat{\theta}) - \theta]^2 \quad (52)$$

For  $\beta_s$ :

$$MS_E(\hat{\beta}_s) = \sigma^2 (\mathbf{X}'_s \mathbf{X}_s)^{-1} + \mathbf{A} \beta_r \beta_r' \mathbf{A}' \quad (53)$$

Det kan vises at hvis  $V(\hat{\beta}^*) - \beta_r \beta_r'$  er positivt semidefinit så er  $V(\hat{\beta}^*) - MS_E(\hat{\beta}_s)$  det også. Dette tolkes som at minstekvadratestimatet til parametrene i forslagsmodellen har mindre  $MS_E$  enn de korresponderende parameterestimaterne i den fulle modellen når regresjonskoeffisientene til de forkastede variablene er mindre enn standardavviket til estimatene i den fulle modellen.

- Estimatoren  $\hat{\sigma}_*^2$  gir et forventningsrett estimat av  $\sigma^2$ . For forslagsmodellen fås

$$E[\hat{\sigma}^2] = \frac{\sigma^2 + \boldsymbol{\beta}'_r \mathbf{X}'_r [\mathbf{I} - \mathbf{X}_s (\mathbf{X}'_s \mathbf{X}_s)^{-1} \mathbf{X}'_s] \mathbf{X}_r \boldsymbol{\beta}_r}{n - s} \quad (54)$$

- For den fulle modellen gjelder, dersom vi vil predikere  $\hat{y}_i^*$  i punktet  $\mathbf{x}' = [\mathbf{x}'_s, \mathbf{x}'_r]$

$$\hat{y}^* = \mathbf{x}' \hat{\boldsymbol{\beta}}^* \quad (55)$$

med forventning  $\mathbf{x}' \boldsymbol{\beta}$  og prediksjonsvarians  $V(\hat{y}^*) = \sigma^2 [1 + \mathbf{x}' (\mathbf{X}' \mathbf{X})^{-1} \mathbf{x}]$ . Hvis noen av variablene utelates har vi  $\hat{y} = \mathbf{x}_s \hat{\boldsymbol{\beta}}_s$  med forventning  $E[\hat{y}] = \mathbf{x}'_s \boldsymbol{\beta}_s + \mathbf{x}'_s A \boldsymbol{\beta}_r$  og prediksjons  $MSE$

$$MSE(\hat{y}) = \sigma^2 [1 + \mathbf{x}'_s (\mathbf{X}'_s \mathbf{X}_s)^{-1} \mathbf{x}_s] + (\mathbf{x}'_s A \boldsymbol{\beta}_r - \mathbf{x}'_r \boldsymbol{\beta}_r)^2 \quad (56)$$

$\hat{y}$  er ikke forventningsrett estimat av  $y$  bortsett fra i spesialtilfellet der  $\mathbf{x}'_s A \boldsymbol{\beta}_r = 0$  som stemmer generelt dersom  $\mathbf{X}'_s \mathbf{X}_r \boldsymbol{\beta}_r = 0$ . Videre har vi at variansen til  $\hat{y}^*$  i den fulle modellen ikke er mindre enn variansen til  $\hat{y}$  i forslagsmodellen.

Variabelseleksjon går altså ut på å finne en undermengde av alle potensielle variabler som gir et mest mulig forventningsrett estimat på  $\mathbf{y}$  som gir minimal varians.

## 6 Gjennomføring av estimeringen

### 6.1 Utførsel

For regresjonsmodellen foretas to transformasjoner av data for å kunne tilpasse det generelle regresjonsuttrykket:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon} \quad (57)$$

Hensikten er å tilfredsstille betingelsene for at (57) skal gjelde. Betingelsene er gitt i uttrykkene (6) og (7) på side 24. Tolkningen er at  $\boldsymbol{\epsilon}$  må kunne antas symmetrisk og uavhengig fordelt med forventning lik 0. Fra ligningene 1 og 57 kan det skrives:

$$\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\delta} \quad (58)$$

Og:

$$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{x}\boldsymbol{\beta} \quad (59)$$

Der  $\mathbf{x}$  er dummyvariablene for det aktuelle målepunktet. Støyleddet  $\boldsymbol{\epsilon}$  betraktes som en kombinasjon av støy fra trend( $\boldsymbol{\tau}$ ) med årsak i klimamessige forhold, støy fra ekstremtilfeller( $\boldsymbol{\gamma}$ ) og annen tilfeldig støy( $\boldsymbol{\delta}$ ). Transformasjonene utføres for å gjøre

$$\boldsymbol{\epsilon} \approx \boldsymbol{\delta} \quad (60)$$

- Data midles på månedsbasis. Midlingen har som hovedhensikt å redusere effekten  $\boldsymbol{\gamma}$  har på  $\boldsymbol{\epsilon}$ . Midlingen er et forsøk på stabilisere og redusere variansen til  $\boldsymbol{\epsilon}$ . Midlingen gjør at tidsindeksens øvre verdi,  $n$ , settes lik 24.
- For å fjerne trend fra forhold som antas å ha samme effekt på alle målingene målt over det samme tidsrom forsøkes det med å trekke fra gjennomsnittsverdien over alle responsene over et gitt tidsrom fra de respektive responsverdiene. Se forklaring under. Denne transformasjonen har som hensikt å eliminere  $\boldsymbol{\tau}$ .

For å forklare hvordan trendeffekten forsøkes eliminert endres notasjonen. Observasjonen på tidspunkt  $i$  og i målepunkt  $j$  skrives etter midlingen:

$$y_{ij} = \mathbf{x}_j\boldsymbol{\beta} + \tau_i + \delta_{ij} \quad (61)$$

Det antas at alle innbyrdes forskjeller mellom de 49 målingene gjort samtidig kan beskrives med parametrene fra avsnitt 3.3 på side 15. Antakelsen om at all sesongvariasjon kan forklares med  $\boldsymbol{\tau}$  gir estimatet:

$$\tau'_i = C + \bar{y}_{i\bullet} \quad (62)$$

Der  $C$  er en konstant som kan settes lik null fordi det i ligning (57) uansett kan inkluderes et konstantledd  $\beta_0$ .  $\bar{y}_{i\bullet}$  er gitt med uttrykket:

$$\bar{y}_{i\bullet} = \frac{1}{49} \sum_j y_{ij}, \quad j = 1, 2, \dots, 49 \quad (63)$$

Uttrykket (61) kan da skrives

$$y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet} = \mathbf{x}_j \boldsymbol{\beta} + \tau_i + \delta_{ij} - \tau_i'$$

Og gitt at  $\tau_i'$  er en forventningsrett estimator av  $\tau$ :

$$y'_{ij} = \mathbf{x}_j \boldsymbol{\beta} + \delta'_{ij} \quad (64)$$

Det er da tatt hensyn til sesongvariasjon.

At andre faktorer som vær og vind spiller inn på råtepotensialet (RG), er hevet over enhver tvil, selvom effektene vil reduseres på grunn av transformasjonene beskrevet. Dersom utgangspunktet for analysen tas i en ordinær regresjonsmodell så vil residualene være korrelert med hverandre fordi de ytre faktorene virker tilnærmet likt på alle målepunktene. Med korrelerte residualer vil ikke teorien for ordinær lineær regresjon være gyldig. Problemet løses ved å anvende “generalisert minstekvadraters metode” eller “Generalized least Squares”. For teori se avsnitt 5.6 på side 27. All korrelasjon antas å være konsentrert mellom forskjellige ikkelaggede tidserier fra forskjellige målepunkt. Altså antas at det ikke forekommer korrelasjon i tid når trenden er fjernet. Korrelasjonsmatrisen  $\mathbf{R}$  til de ikkelaggede residualene vil dermed bli en  $m \times m$  eller  $49 \times 49$ -matrise. Matrisen  $\mathbf{V}$  blir da en  $(nm) \times (nm)$  eller  $(24 \cdot 49) \times (24 \cdot 49)$ , altså  $1176 \times 1176$ -blokkmatrise med  $\mathbf{R}$  repetert 24 ganger langs diagonalen og alle andre elementer lik 0. De nevnte matrisene blir

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \rho_{1,1} & \rho_{1,2} & \cdots & \rho_{1,49} \\ \rho_{2,1} & \rho_{2,2} & \cdots & \rho_{2,49} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{49,1} & \rho_{49,2} & \cdots & \rho_{49,49} \end{bmatrix} \quad (65)$$

der  $\rho_{pq}$  er korrelasjonen mellom residualene til de ikkelaggede tidseriene  $p$  og  $q$ . Korrelasjonen regnes ut som beskrevet i avsnitt 5.5 på side 26.

$\mathbf{0}$  er en  $49 \times 49$ -matrise med alle elementer lik 0. Da blir:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \quad (66)$$

“Radene” i  $\mathbf{V}$  består da av 23  $\mathbf{0}$ -matriser av samme dimensjoner som  $\mathbf{R}$  og en gang  $\mathbf{R}$ . For å illustrere nødvendigheten av gls-transformasjonen er  $\mathbf{R}$  plottet som et bilde i figur 12. Dersom alle ikkediagonale elementene hadde vært hvite (dvs. lik 0) ville dette ikke vært nødvendig.

For å finne initielle estimater av  $\mathbf{R}$  og  $\mathbf{V}$  brukes residualene for en ordinær lineær regresjon med uttransformerte variabler i kolonnene i  $\mathbf{X}$  som i uttrykk (5) på side 24. Systemet transformeres som beskrevet i avsnitt 5.6 og ordinær lineær regresjon anvendes



- beregn  $\hat{\beta}_{GLS_i}$  og  $Var(\hat{\beta}_{GLS_i})$  med uttrykkene (34) og (35).

Etterat tilfredstillende verdier for  $\hat{\beta}_{GLS}$  er funnet, beregnes  $\kappa$ , “The condition Number”, som beskrevet i avsnitt 5.4. Dersom  $\kappa$  er stor kan multikolaritet gi problemer. Problemet løses med å anvende ridgeregresjon på modellen fra prosessen beskrevet i pseudokoden over. For å finne et godt estimat på biasparameteren  $k$ , se avsnitt 5.7, benyttes igjen en iterativ prosess med følgende pseudokode:

- initier  $\hat{\sigma}_0^2$  og  $\hat{\beta}_{RIDGE_0}$  fra modellen som forrige iterasjonsprosess resulterer i.
- beregn  $k_0$  med uttrykk (39).
- Iterer for  $i \in [1, 2, 3, 4, \dots]$  til  $k$  er tilnærmet konstant:
  - finn  $\hat{\beta}_{RIDGE_i}$  og  $\hat{\sigma}_i^2$  med  $k_{i-1}$  i uttrykk (38) og (20).
  - finn  $k_i$  med  $\hat{\beta}_{RIDGE_i}$  og  $\hat{\sigma}_i^2$  med uttrykk (39).

Variabelseleksjon utføres med bakovereliminering av resultatene som fremkommer etter 4 iterasjoner av gls-prosedyren. Hele prosedyren kjøres på nytt til alle variablene har p-verdi mindre enn 0.10 etter 4 iterasjoner. Hele prosessen blir:

- Utfør gls-prosedyren på modellen.
- Finn variabelen som er minst signifikant.
- Dersom variabelens p-verdi etter t-testen er større enn 0.10 slettes den fra modellen. Dersom den er mindre enn 0.10 betraktes den eliminerte modellen for ferdig eliminert.
- Gjenta prosedyren til variabelen med størst p-verdi har en p-verdi mindre enn 0.10.
- Utfør Ridge-prosessen på modellen.

## 6.2 Modellene

Metoden beskrevet i avsnitt 6.1 utføres på tre forskjellige modeller.

- Modell 1 har (transformert) RG som responsvariabel og bruker parametrene og samspillene mellom de beskrevet i avsnitt 3.3 som forklaringsvariabler.
- Modell 2 har også med  $\bar{y}_{i\bullet}$  beskrevet i (63) som forklaringsvariabel. For å finne resultater settes den lavest målte verdien av  $\bar{y}_{i\bullet}$  for  $i \in (1, 2, \dots, 24)$ , inn for denne variabelen.
- Modell 3 er identisk med modell 2, men den største målte verdien av  $\bar{y}_{i\bullet}$  for  $i \in (1, 2, \dots, 24)$  brukes.



Hensikten er å undersøke med modell 1 det spesifikke tilfellet for det respektive testhuset over det gitte tidsintervallet. Med modell 2 ønskes simulert et tilfelle med lite råtevekst og med modell 3 en situasjon det kledningen er utsatt for mye råtevekst.

I samtlige modeller betraktes parametrene, konstantledd og samspillsledd til 3 orden. Utgangspunktet for modell 1 blir da:

$$\begin{aligned}
 RG = & \beta_0 + x_{[1],[1]}\beta_{[1],[1]} + x_{[1],[2]}\beta_{[1],[2]} + x_{[2],[1]}\beta_{[2],[1]} + \dots + x_{[5],[3]}\beta_{[5],[3]} \\
 & + x_{[1,2],[1,1]}\beta_{[1,2],[1,1]} + \dots + x_{[4,5],[3,3]}\beta_{[4,5],[3,3]} \\
 & + x_{[1,2,3],[1,1,1]}\beta_{[1,2,3],[1,1,1]} + \dots + x_{[3,4,5],[2,3,3]}\beta_{[3,4,5],[2,3,3]}
 \end{aligned} \tag{67}$$

og for modell 2 og 3:

$$\begin{aligned}
 RG = & \beta_0 + m + x_{[1],[1]}\beta_{[1],[1]} + \dots + x_{[5],[3]}\beta_{[5],[3]} \\
 & + mx_{[1],[1]}\beta_{[1],[1]} + \dots + mx_{[5],[3]}\beta_{[5],[3]} + x_{[1,2],[1,1]}\beta_{[1,2],[1,1]} + \dots + x_{[4,5],[3,3]}\beta_{[4,5],[3,3]} \\
 & + mx_{[1,2],[1,1]}\beta_{[1,2],[1,1]} + \dots + mx_{[4,5],[3,3]}\beta_{[4,5],[3,3]} + \dots + x_{[1,2,3],[1,1,1]}\beta_{[1,2,3],[1,1,1]} \\
 & + \dots + x_{[3,4,5],[2,3,3]}\beta_{[3,4,5],[2,3,3]}
 \end{aligned} \tag{68}$$

der  $m$  er henholdsvis

$$\max_i \bar{y}_{i\bullet}$$

og

$$\min_i \bar{y}_{i\bullet}$$

for  $i \in [1, 2, \dots, 24]$ .  $\bar{y}_{i\bullet}$  er gitt fra ligning (63). Forklaring på notasjonen av variablene finnes på side 22 i avsnitt 6.  $\beta$ -verdiene er de korresponderende regresjonskoeffisientene. Suffiksene i den første klammeparantesen indikerer variabelen og i den andre de respektive nivåene.

## 7 Resultater

Hver av figurene 13-30 viser RG som funksjon av overflatebehandling(A,B,U) og luftåpning(0,4,23). De fire delfigurene viser RG betinget på parametrene “orientering(E/W)”, indikert av “x1”, “mikrolokasjon(u/d)”, indikert av “x2” og “Vekstrate(Fast/Slow)” som indikeres av “x3”.

For hver modell er det 6 figurer. Figurene 13-18 inneholder resultatene fra modell 1, figurene 19-24 inneholder resultatene fra modell 2, og figurene 25-30 inneholder resultatene fra modell 3. Figurene er med hensyn på delfigurene satt opp slik at de til venstre gjelder på vestveggen og de to til høyre gjelder for østveggen. De to øverste delfigurene gjelder for RG på de øvre målepunktene mens de to nederste gjelder for de nedre.

De seks figurene for hver modell er laget slik at to gjelder for resultatene etter ordinær lineærregresjon. To gjelder for etter gls-prosedyre og de to siste gjelder for resultatene etter ridge-prosedyren. For hvert av disse parene gjelder det første for hurtiggroende materiale og det andre for tilfellet der saktegroende materiale er benyttet.

## 7.1 Modell 1

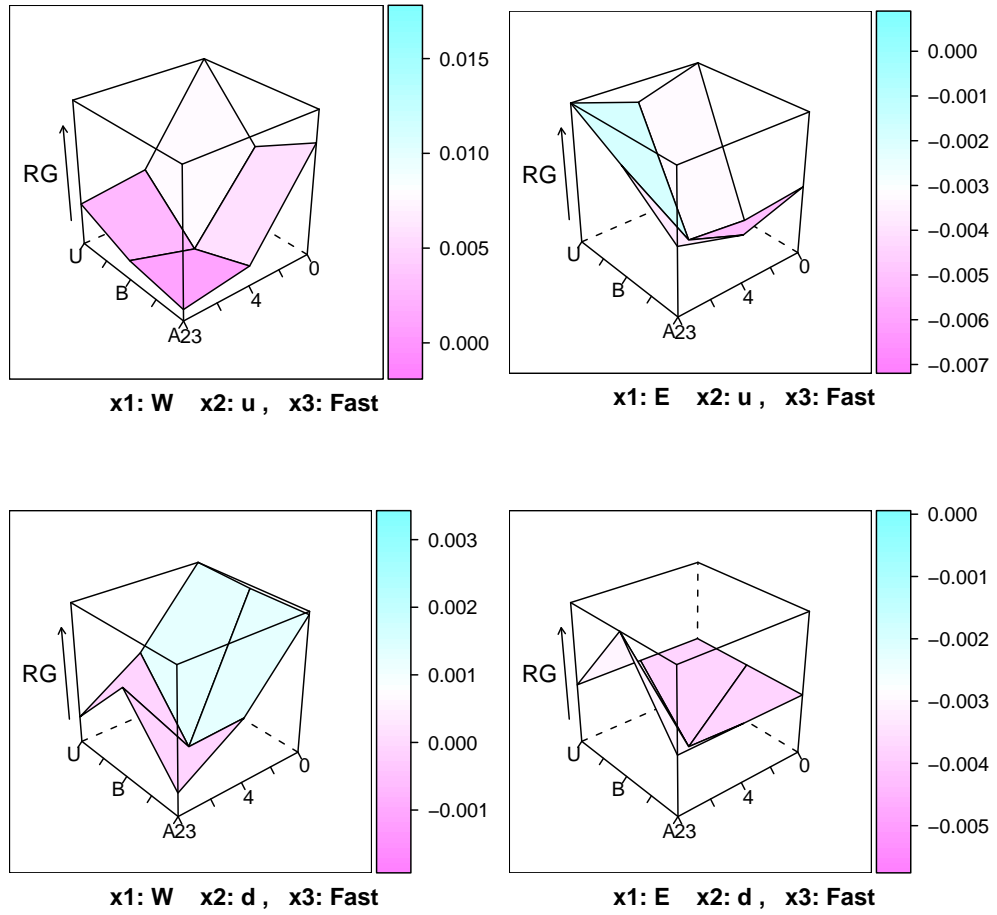
### 7.1.1 Endelig modell

Etter variabelseleksjon fås den endelige modellen:

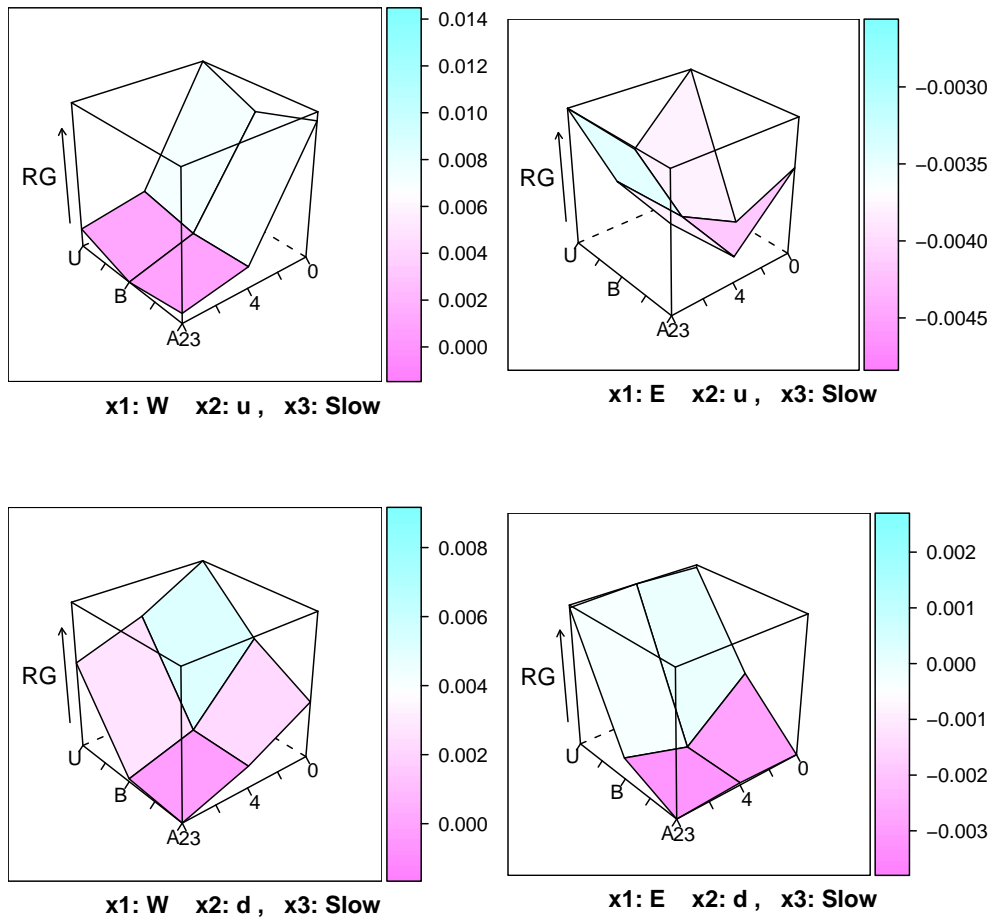
$$\begin{aligned}
 RG = & \beta_0 + \beta_{[1],[W]} + x_{[3],[Slow]} \beta_{[3],[Slow]} + x_{[1,2],[W,u]} \beta_{[1,2],[W,u]} + x_{[1,4],[W,4]} \beta_{[1,4],[W,4]} + x_{[1,4],[W,23]} \beta_{[1,4],[W,23]} \\
 & + x_{[1,5],[W,U]} \beta_{[1,5],[W,U]} + x_{[2,4],[u,4]} \beta_{[2,4],[u,4]} + x_{[2,5],[u,B]} \beta_{[2,5],[u,B]} + x_{[2,5],[u,U]} \beta_{[2,5],[u,U]} \\
 & + x_{[3,4],[Slow,4]} \beta_{[3,4],[Slow,4]} + x_{[3,5],[Slow,B]} \beta_{[3,5],[Slow,B]} + x_{[3,5],[Slow,U]} \beta_{[3,5],[Slow,U]} \\
 & + x_{[4,5],[4,B]} \beta_{[4,5],[4,B]} + x_{[4,5],[23,B]} \beta_{[4,5],[23,B]} + x_{[1,2,4],[W,u,4]} \beta_{[1,2,4],[W,u,4]} \\
 & + x_{[1,2,4],[W,u,23]} \beta_{[1,2,4],[W,u,23]} + x_{[1,2,5],[W,u,B]} \beta_{[1,2,5],[W,u,B]} + x_{[1,4,5],[W,23,B]} \beta_{[1,4,5],[W,23,B]} \\
 & + x_{[2,3,5],[u,Slow,U]} \beta_{[2,3,5],[u,Slow,U]} + x_{[2,4,5],[u,4,B]} \beta_{[2,4,5],[u,4,B]} + x_{[2,4,5],[u,23,B]} \beta_{[2,4,5],[u,23,B]} \\
 & + x_{[3,4,5],[Slow,23,B]} \beta_{[3,4,5],[Slow,23,B]}
 \end{aligned}$$

Der tallene i den første klammeparantesen viser til dummyvariablene, og i tilfelle det er mer enn et tall; samspillene mellom disse. Dette er beskrevet i avsnitt 6. Tallene i den andre klammeparantesen referer til de respektive nivåene. Størrelsene på regresjonskoeffisientene varierer avhengig av om bare ordinær lineærregresjon, gls-prosedyren og ridge-prosedyren er utført. Størrelsene kan finnes i tabellene 6-8 i appendikset. I disse modellene er koeffisientene skrevet på formen `as.factor.A.B` der A symboliserer forklaringsvariabelen og B dens nivå. For samspillene blir koeffisientene skrevet på tilsvarende måte på formen `as.factor.A.B.as.factor.C.D`. A og C indikerer variablene og B og D nivåene.

## 7.1.2 Etter ordinær regresjon

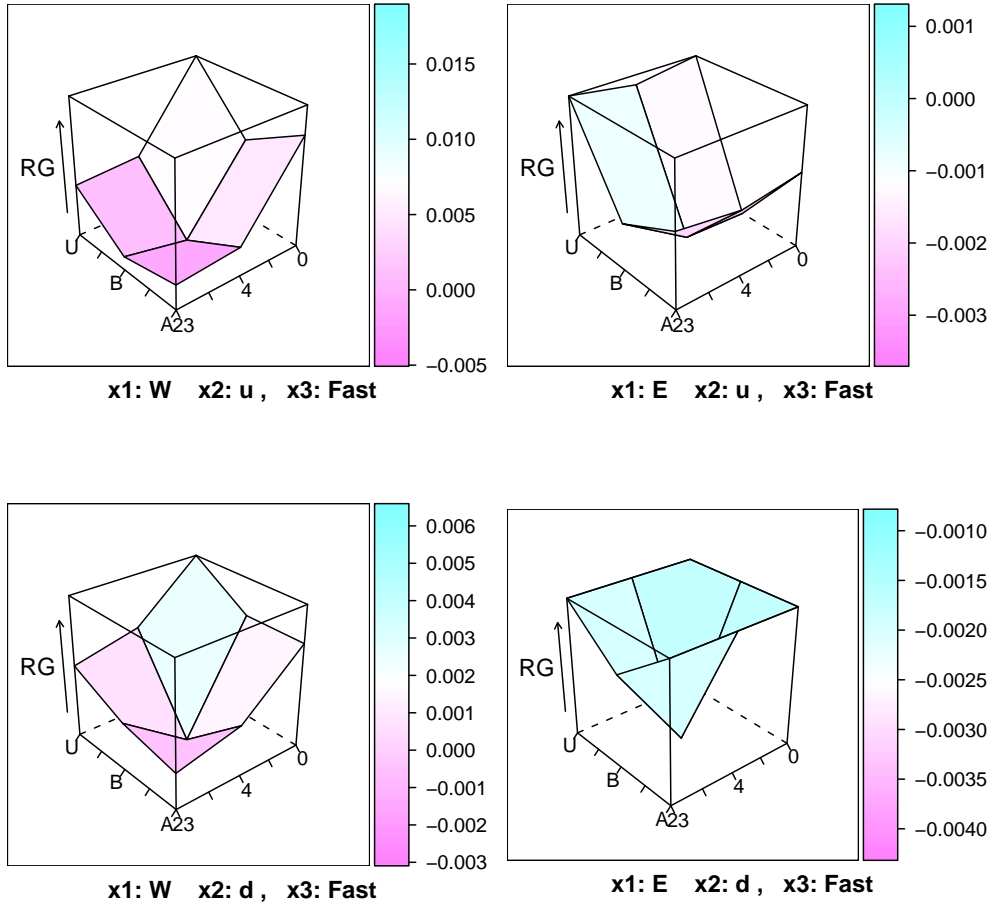


Figur 13: Modell 1, ordinær regresjon, Hurtigvoksende materiale

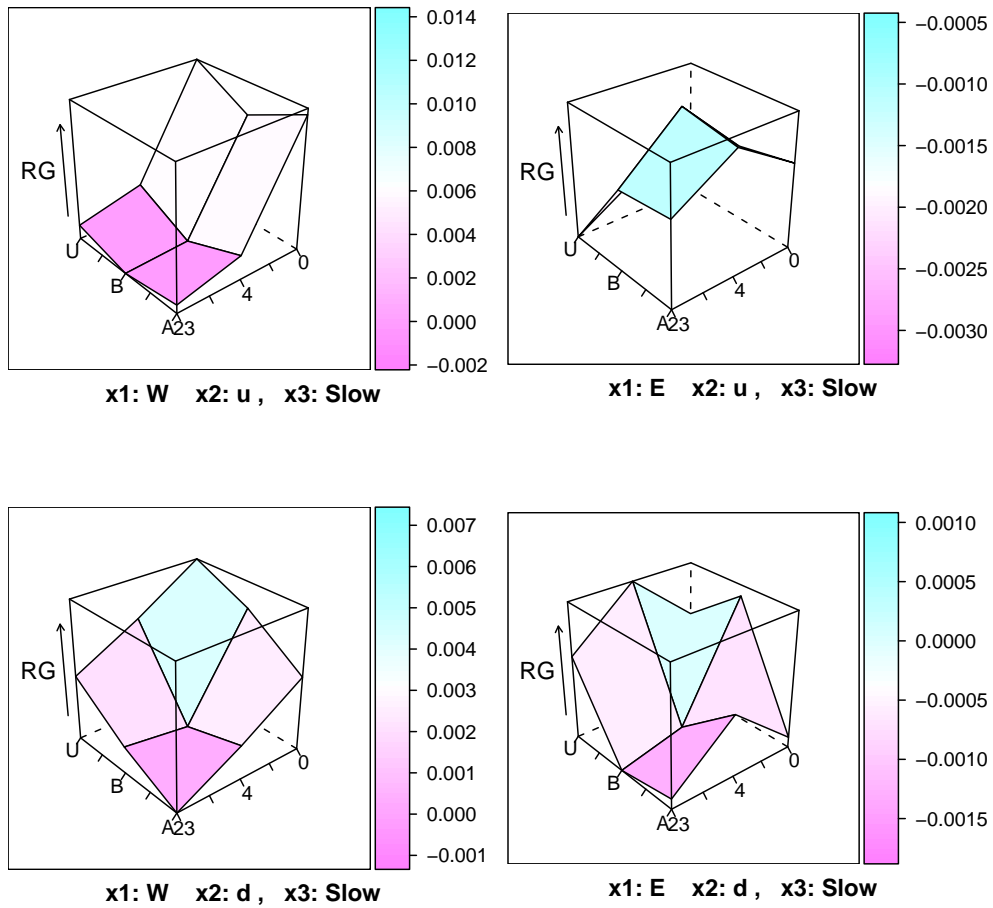


Figur 14: Modell 1, ordinær regresjon, Saktevoksende materiale

## 7.1.3 Etter gls-prosedyre

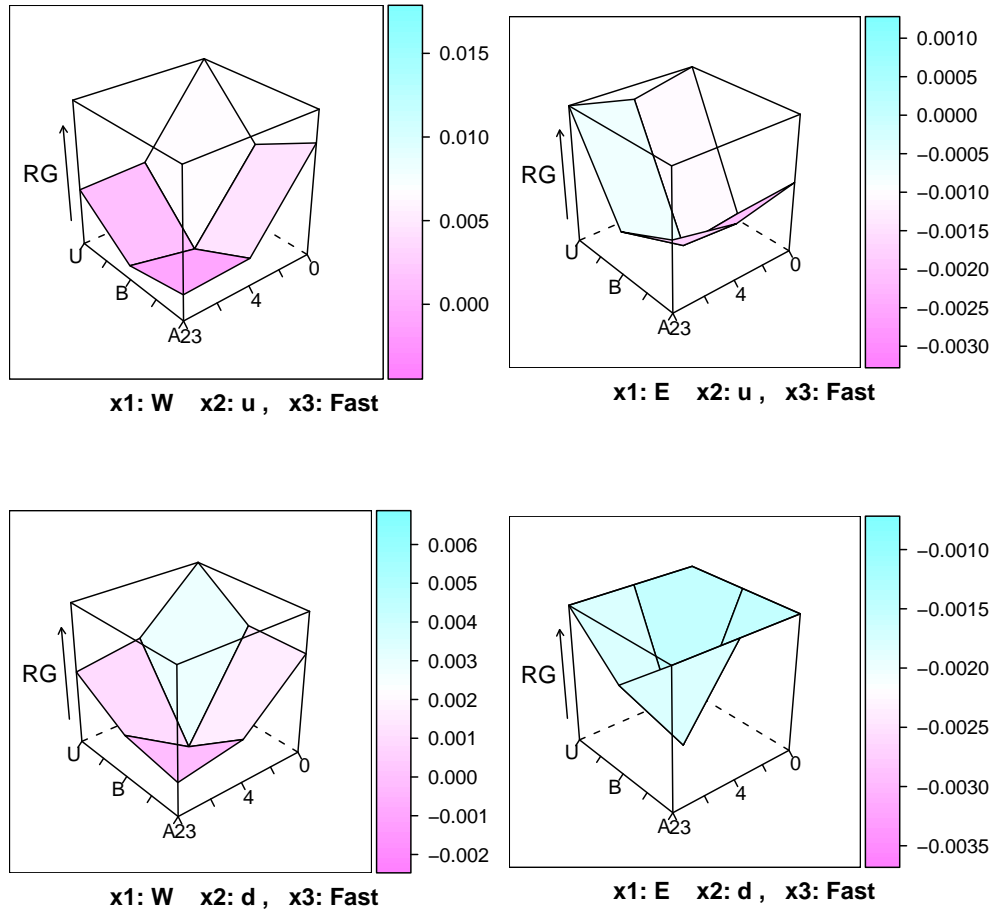


Figur 15: Modell 1, etter gls-prosedyre, Hurtigvoksende materiale



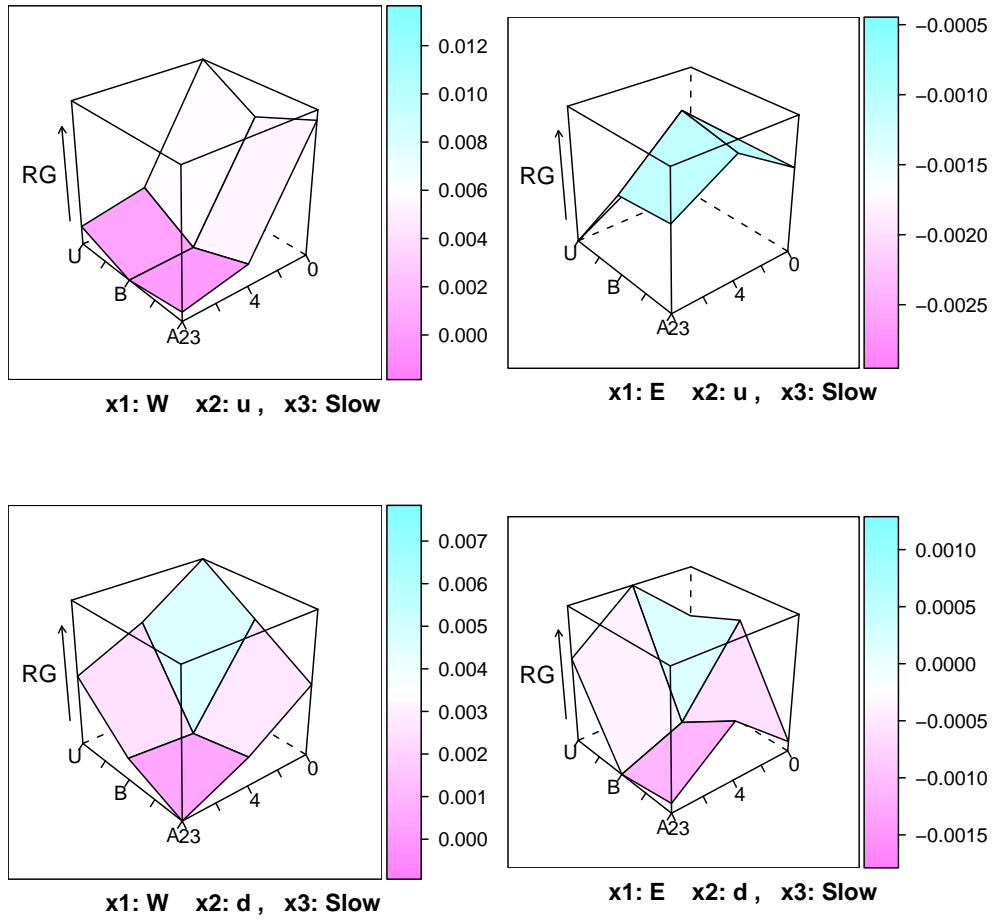
Figur 16: Modell 1, etter gls-prosedyre, Saktevoksende materiale

## 7.1.4 Etter ridge-prosedyre



Figur 17: Modell 1, etter ridge-prosedyre, Hurtigvoksende materiale





Figur 18: Modell 1, etter ridge-prosedyre, Saktevoksende materiale

### 7.1.5 Forklaring

**På vestvegg:** Hvis kledningen er produsert av hurtigvoksende trevirke oppnås best resultater med lufteåpning på 4mm og overflatebehandling av type B. Så lenge veggen er laget med lufteåpning og overflatebehandlingen er av type A eller B er forskjellene imidlertid marginale.

Dersom veggen er laget av saktevoksende trevirke fås lignende resultater. Det legges merke til at i dette tilfellet er det stor forskjell mellom effekten overflatebehandling har. A og B gir langt lavere verdier enn U, særlig nede på veggen. Aller best resultat oppnås med malingsstype B i kombinasjon med full lufting (23mm)

**Anbefalinger:**

Hurtiggroende trevirke: **Overflatebehandling: B, Lufteåpning: 4**

Saktegroende trevirke: **Overflatebehandling: B, Lufteåpning: 23**

**På østvegg:** På østveggen er variasjonene generelt mindre og målingene lavere enn for de tilsvarende konfigurasjonene på vestveggen. For hurtiggroende plank gir redusert eller ingen lufteåpning bedre resultater, særlig i kombinasjon med overflatebehandling B. For saktegroende materiale er variasjonene små oppe på veggen, men indikerer bedre resultater med liten eller ingen lufteåpning og overflatebehandling A eller B. Nede på veggen gir overflatebehandling av type A best resultater, mens lufteåpningen ikke synes viktig. Malingsstype B i kombinasjon med stor eller liten lufteåpning gir like gode resultater.

**Anbefalinger:**

Hurtiggroende trevirke: **Overflatebehandling: B, Lufteåpning: 4**

Saktegroende trevirke: **Overflatebehandling: B, Lufteåpning: 4**

## 7.2 Modell 2

### 7.2.1 Endelig modell

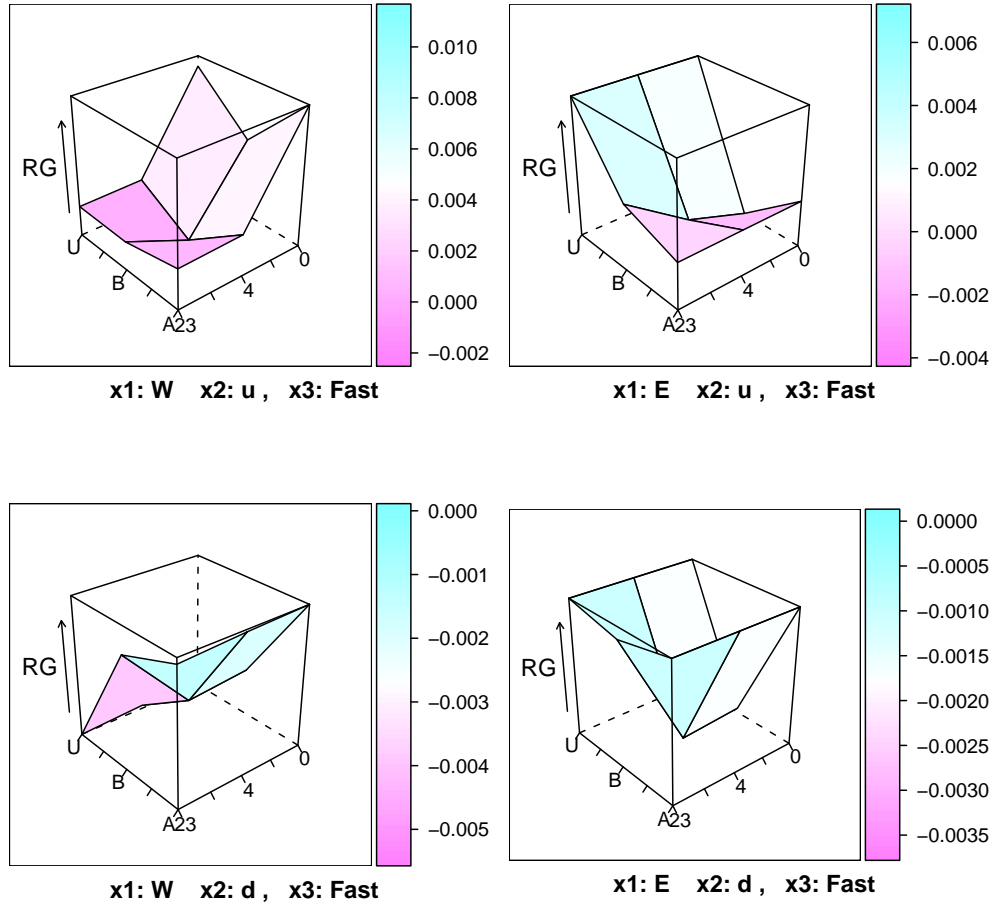
Etter variabelseleksjon fås som endelig modell:

$$\begin{aligned}
RG = & \beta_0 + m + x_{[1],[W]}\beta_{[1],[W]} + x_{[5],[B]}\beta_{[5],[B]} + mx_{[1],[W]}\beta_{[1],[W]} + mx_{[2],[u]}\beta_{[2],[u]} \\
& + mx_{[5],[B]}\beta_{[5],[B]} + x_{[1,2],[W,u]}\beta_{[1,2],[W,u]} + x_{[1,5],[W,U]}\beta_{[1,5],[W,U]} + x_{[2,5],[u,U]}\beta_{[2,5],[u,U]} \\
& + x_{[3,5],[Slow,B]}\beta_{[3,5],[Slow,B]} + x_{[4,5],[23,B]}\beta_{[4,5],[23,B]} + mx_{[1,4],[W,4]}\beta_{[1,4],[W,4]} \\
& + mx_{[1,4],[W,23]}\beta_{[1,4],[W,23]} + mx_{[1,5],[W,B]}\beta_{[1,5],[W,B]} + mx_{[1,5],[W,U]}\beta_{[1,5],[W,U]} \\
& + mx_{[2,3],[u,Slow]}\beta_{[2,3],[u,Slow]} + mx_{[2,4],[u,4]}\beta_{[2,4],[u,4]} + mx_{[2,5],[u,B]}\beta_{[2,5],[u,B]} \\
& + mx_{[2,5],[u,U]}\beta_{[2,5],[u,U]} + mx_{[3,4],[Slow,23]}\beta_{[3,4],[Slow,23]} + mx_{[3,5],[Slow,B]}\beta_{[3,5],[Slow,B]} \\
& + mx_{[3,5],[Slow,U]}\beta_{[3,5],[Slow,U]} + mx_{[4,5],[4,B]}\beta_{[4,5],[4,B]} + mx_{[4,5],[23,B]}\beta_{[4,5],[23,B]} \\
& + x_{[1,2,4],[W,u,4]}\beta_{[1,2,4],[W,u,4]} + x_{[1,2,4],[W,u,23]}\beta_{[1,2,4],[W,u,23]} + x_{[1,2,5],[W,u,B]}\beta_{[1,2,5],[W,u,B]} \\
& + x_{[1,2,5],[W,u,U]}\beta_{[1,2,5],[W,u,U]} + x_{[1,4,5],[W,23,B]}\beta_{[1,4,5],[W,23,B]} + x_{[2,3,5],[u,Slow,U]}\beta_{[2,3,5],[u,Slow,U]} \\
& + x_{[2,4,5],[u,4,B]}\beta_{[2,4,5],[u,4,B]} + x_{[2,4,5],[u,23,B]}\beta_{[2,4,5],[u,23,B]} + x_{[3,4,5],[Slow,23,B]}\beta_{[3,4,5],[Slow,23,B]}
\end{aligned}$$

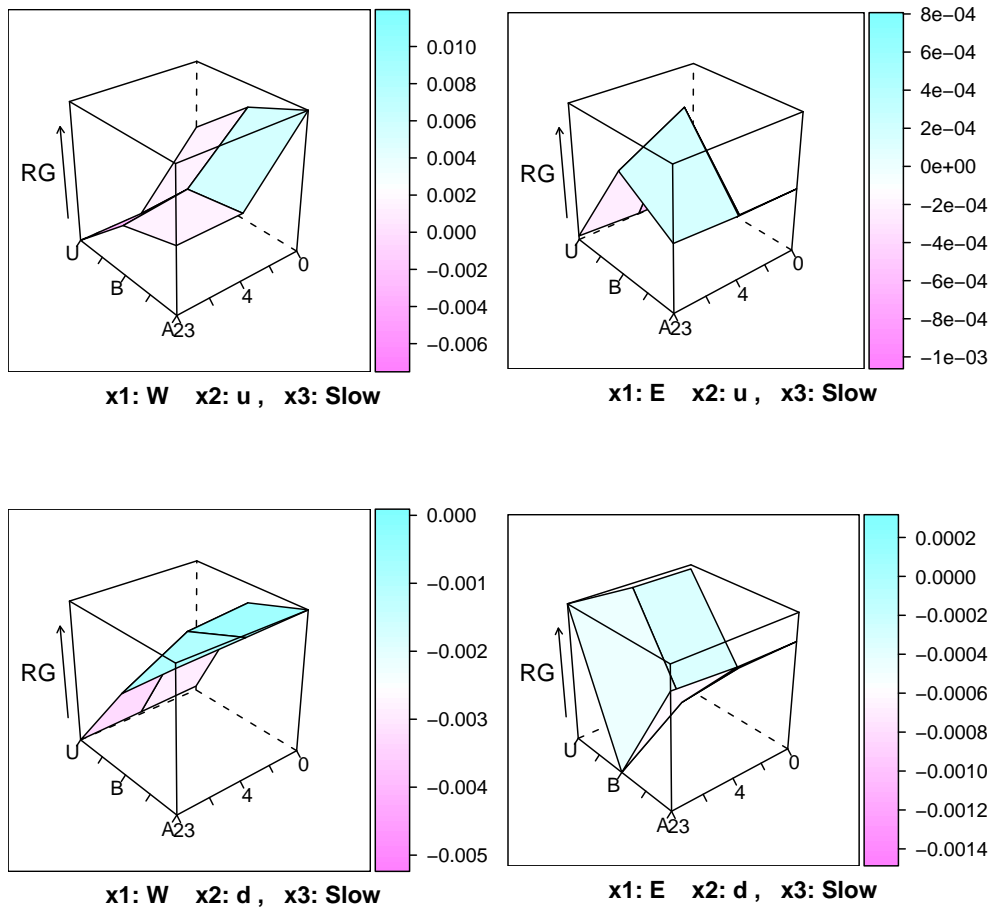
Der  $m$  er beskrevet i avsnitt 6.2. Koeffisientenes verdier hentes fra tabellene 9-11 i appendikset. Her er  $m$  symbolisert med  $mm1$ . For  $m$  gjelder altså:

$$m = \min_i \bar{y}_{i\bullet} = 0.0003984252$$

## 7.2.2 Etter ordinær regresjon

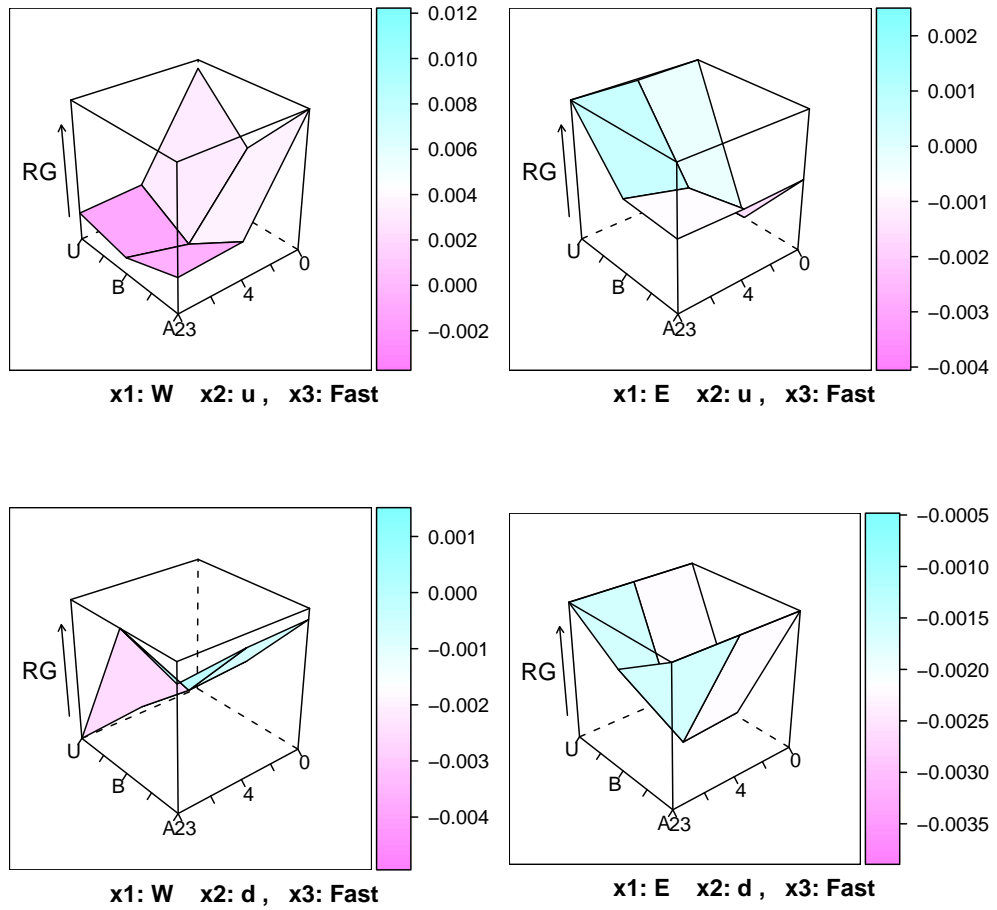


Figur 19: Modell 2, ordinær regresjon, Hurtigvoksende materiale

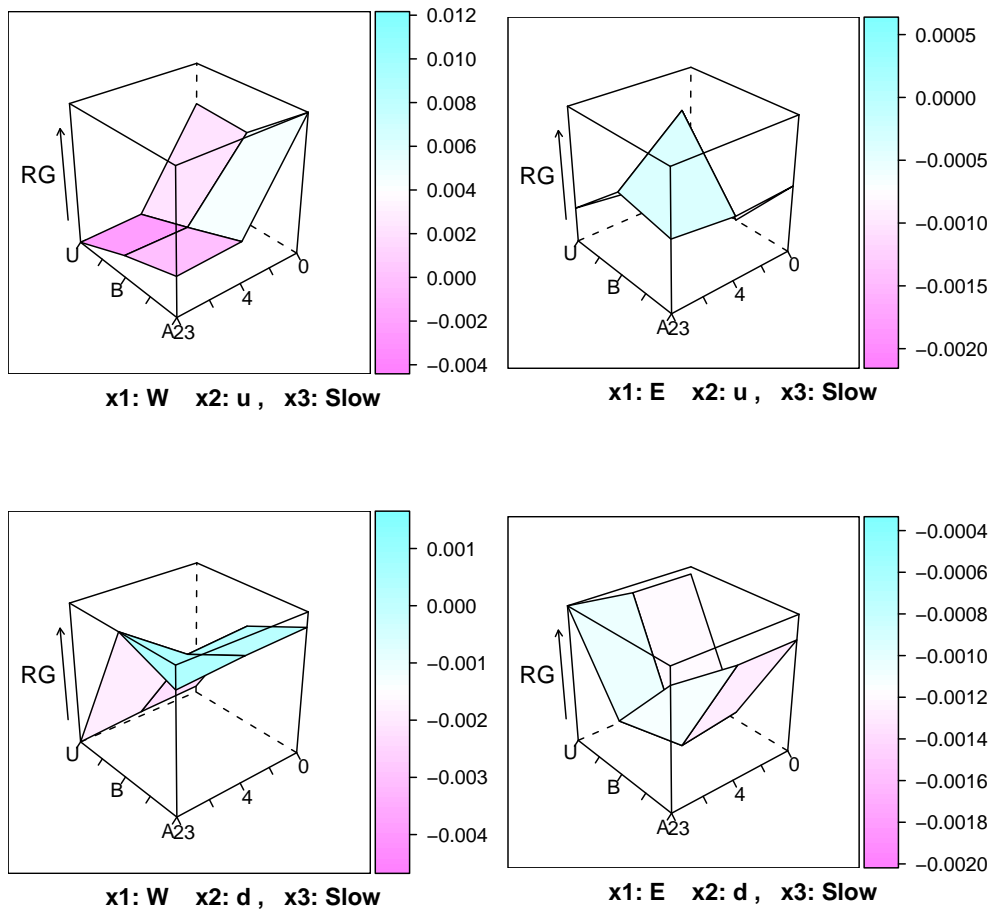


Figur 20: Modell 2, ordinær regresjon, Saktevoksende materiale

## 7.2.3 Etter gls-prosedyre

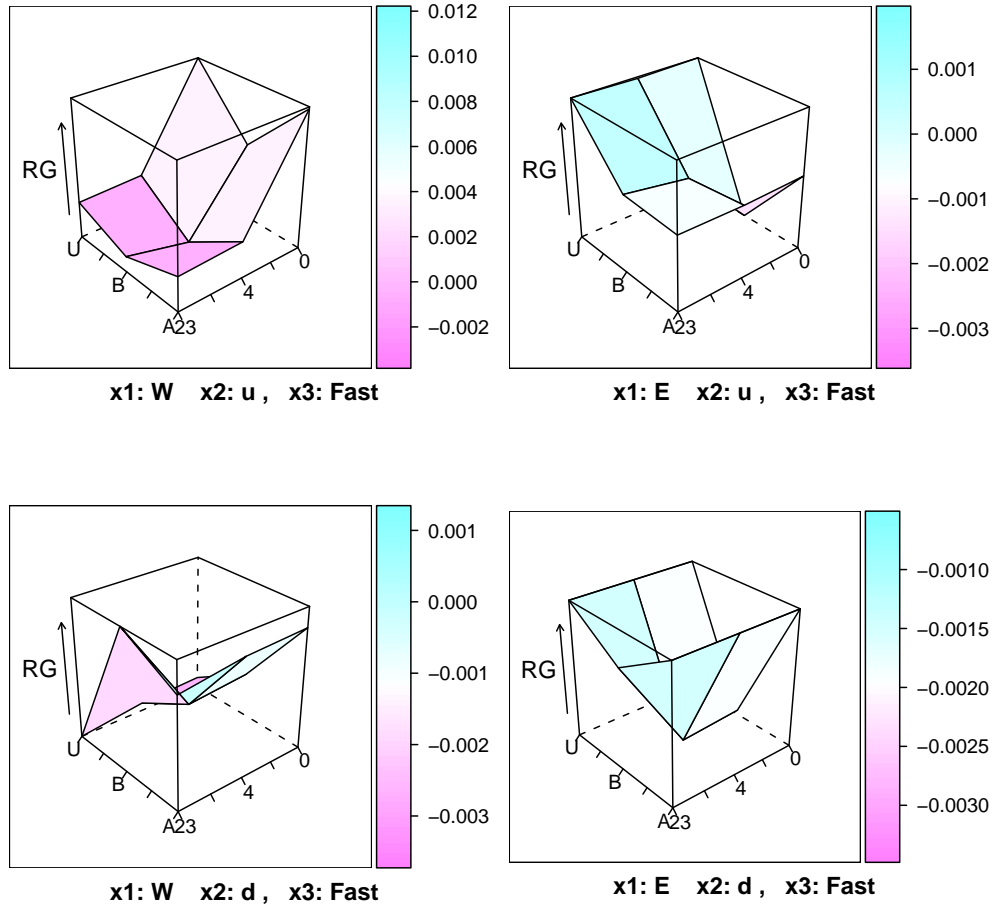


Figur 21: Modell 2, etter gls-prosedyre, Hurtigvoksende materiale



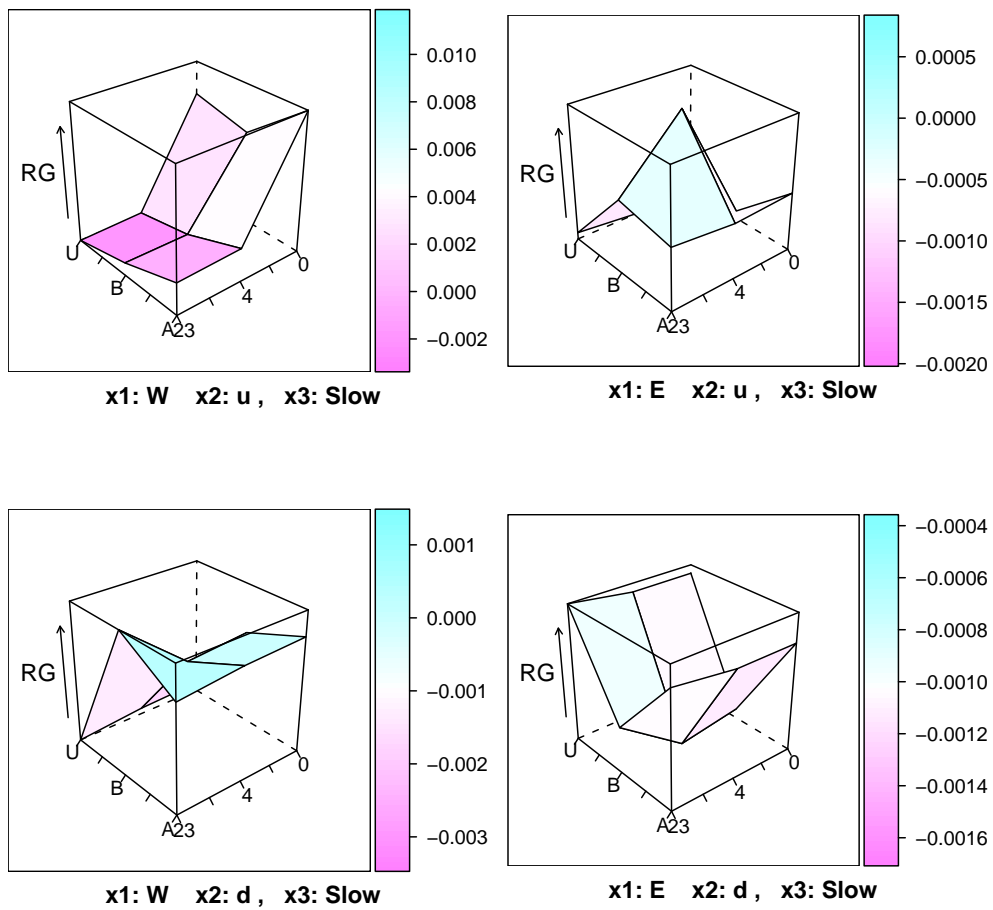
Figur 22: Modell 2, etter gls-prosedyre, Saktevoksende materiale

## 7.2.4 Etter ridge-prosedyre



Figur 23: Modell 2, etter ridge-prosedyre, Hurtigvoksende materiale





Figur 24: Modell 2, etter ridge-prosedyre, Saktevoksende materiale

### 7.2.5 Forklaring

**På vestveggen** I tilfelle hurtiggroende trevirke er benyttet er det på den øvre målingen viktig med lufteåpning på 4mm eller 23mm. Den nedre målingen får lavest verdi med ubehandlet overflate. For saktegroende materiale fås de samme resultatene oppe som nede; ubehandlet overflate sammen med lufteåpning på 23 mm gir de beste resultatene.

**Anbefalinger:**

Hurtiggroende trevirke: **Overflatebehandling: U, Lufteåpning: 23**

Saktegroende trevirke: **Overflatebehandling: U, Lufteåpning: 23**

**På østveggen** På østsiden er utslagene små for modell 2. For hurtigvoksende trevirke oppnås de beste resultatene med liten eller ingen lufteåpning i kombinasjon med malings-type B. Dette gjelder både for det øvre og det nedre målepunktet. For saktevoksende kledning gir kombinasjonen av malings-type B og ingen lufteåpning de laveste verdiene av RG. På den nedre målingen gir liten lufteåpning like gode resultater. På den øvre målingen oppnås gode resultater med ubehandlet overflate også.

**Anbefalinger:**

Hurtiggroende trevirke: **Overflatebehandling: B, Lufteåpning: 0**

Saktegroende trevirke: **Overflatebehandling: B, Lufteåpning: 0**

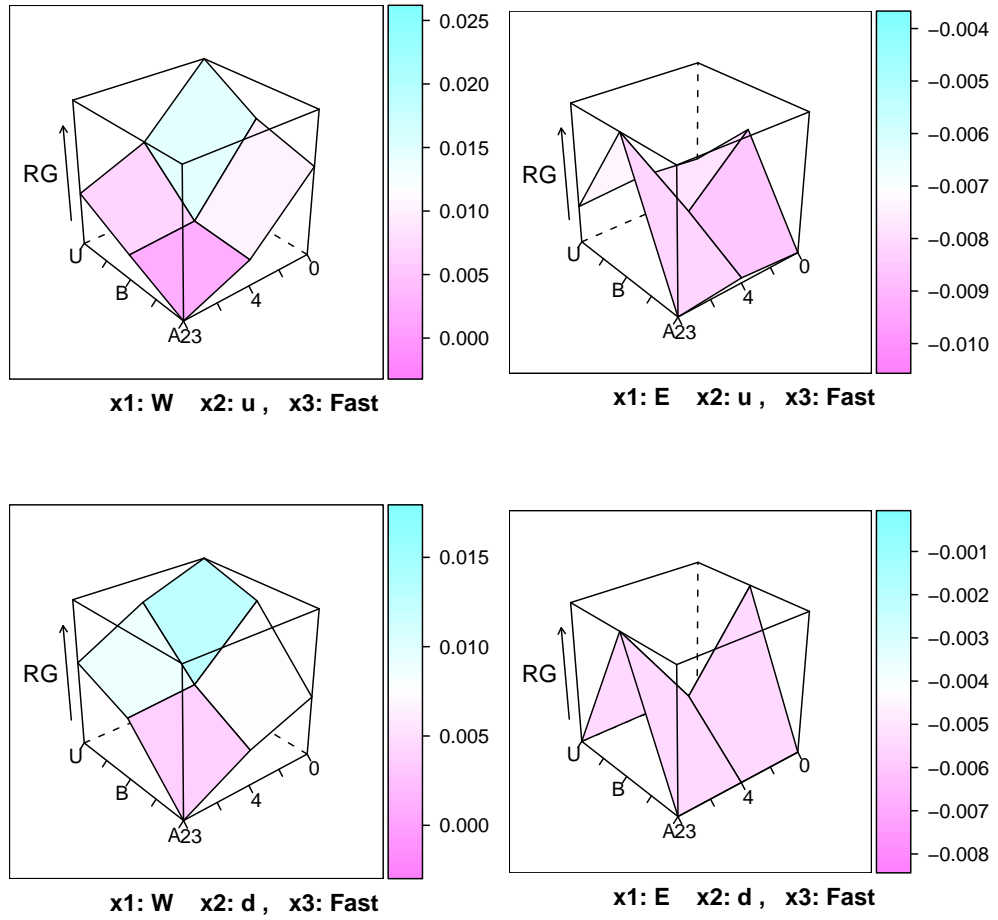
### 7.3 Modell 3

#### 7.3.1 Endelig modell

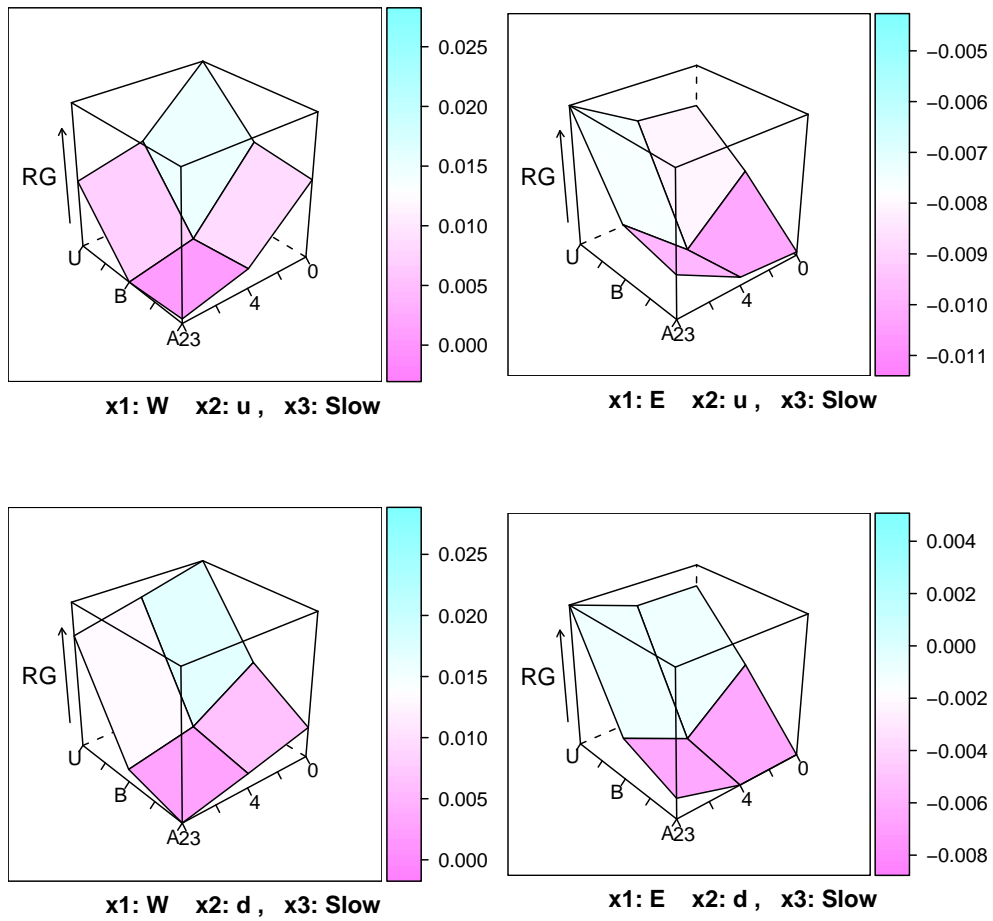
For selve modellen se avsnitt 7.2.1 på side 47. Koeffisientenes verdier hentes også her fra tabellene 9-11 i appendikset. For  $m$  gjelder i dette tilfellet:

$$m = \max_i \bar{y}_{i\bullet} = 0.0154776364$$

## 7.3.2 Etter ordinær regresjon

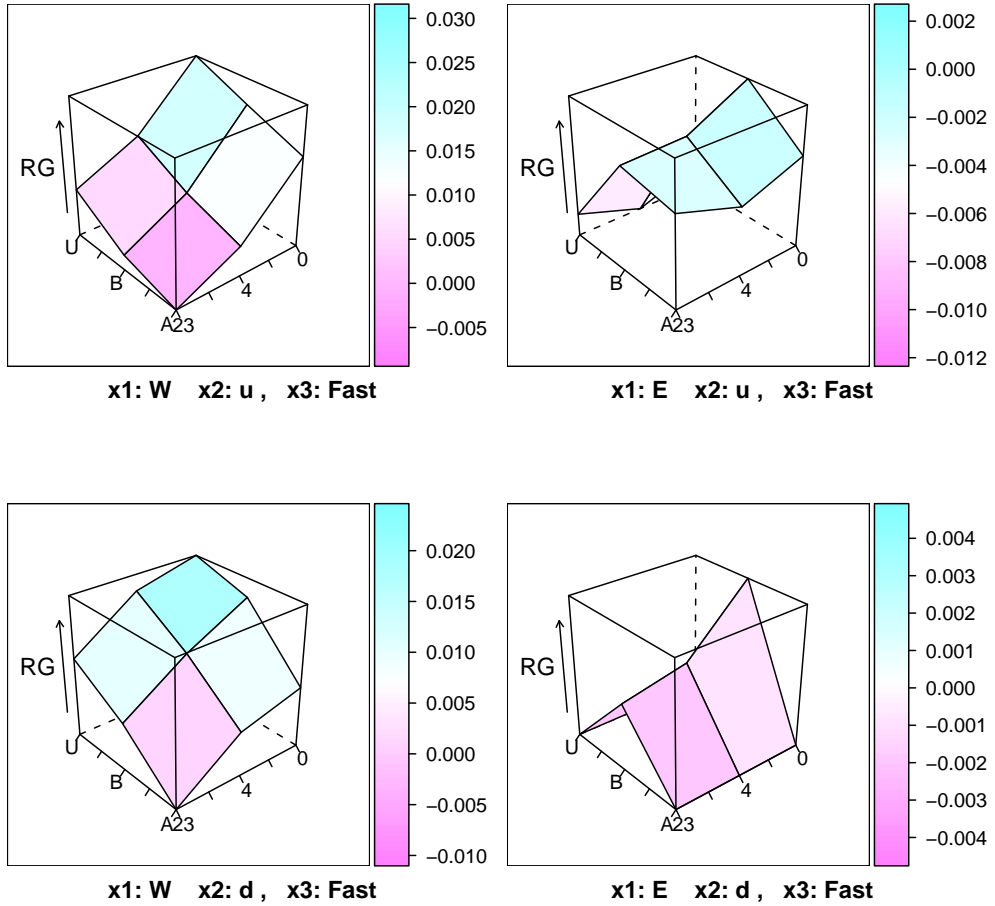


Figur 25: Modell 3, ordinær regresjon, Hurtigvoksende materiale

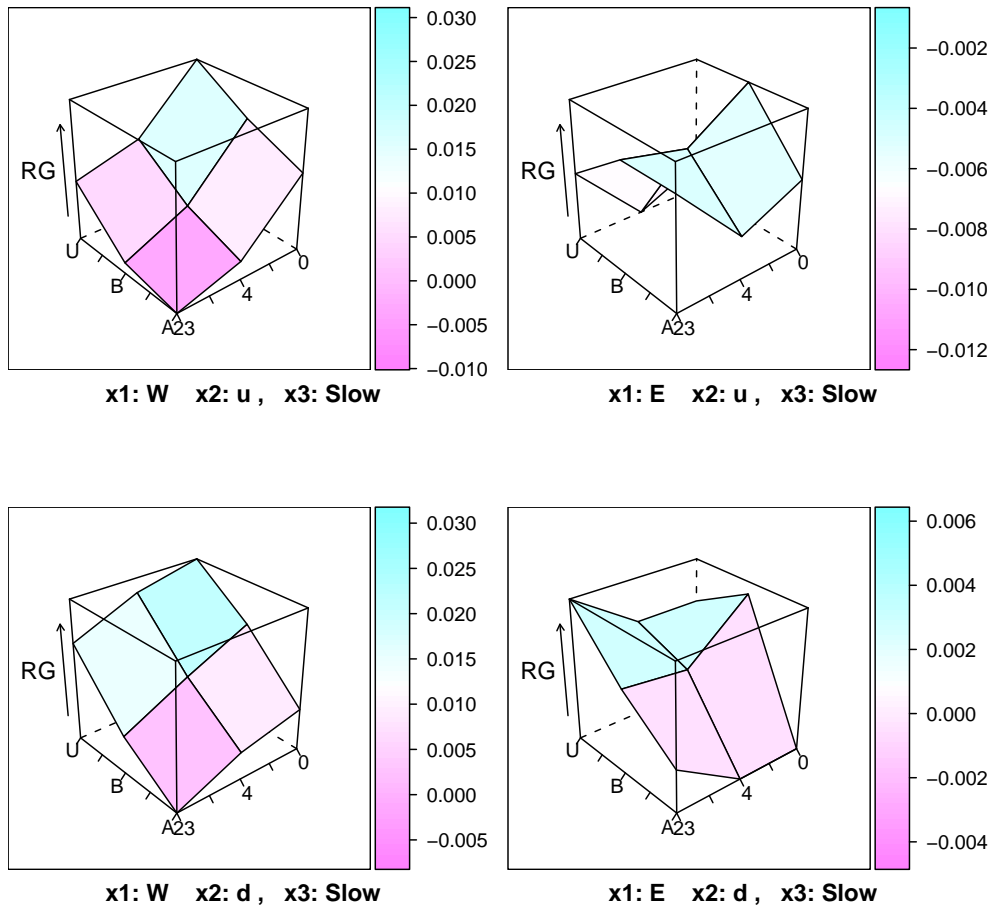


Figur 26: Modell 3, ordinær regresjon, Saktevoksende materiale

## 7.3.3 Etter gls-prosedyre

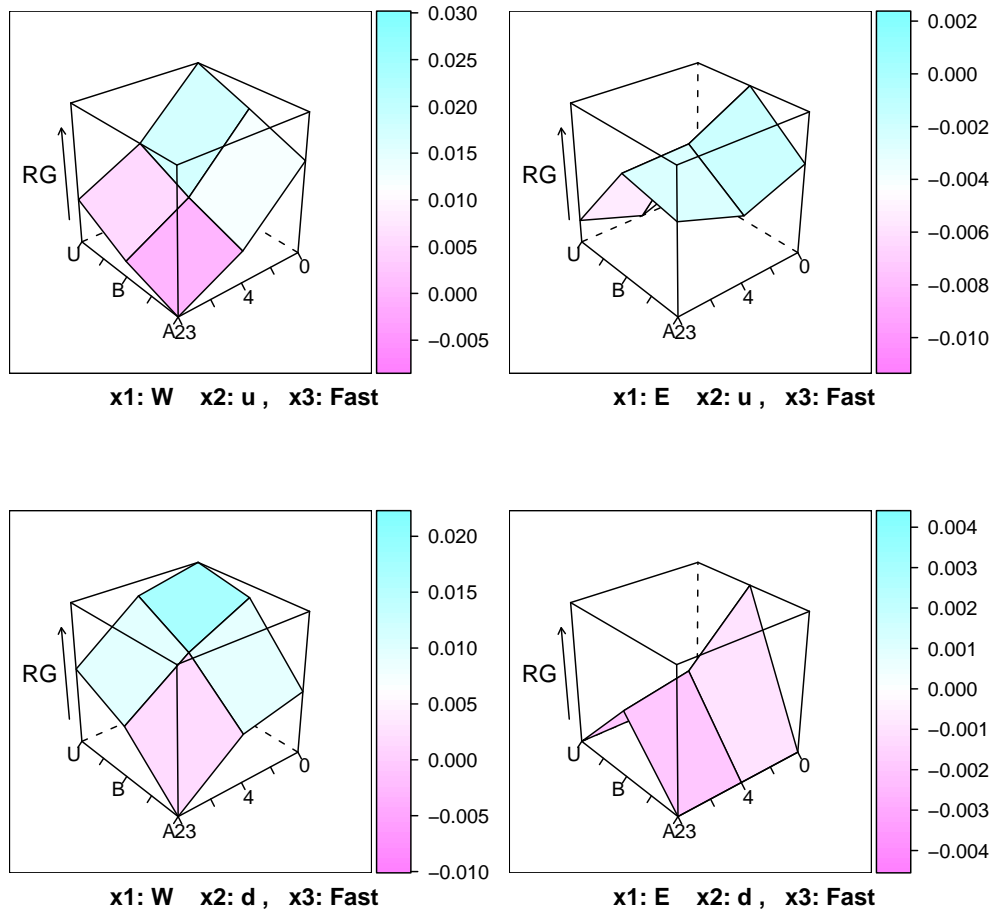


Figur 27: Modell 3, etter gls-prosedyre, Hurtigvoksende materiale



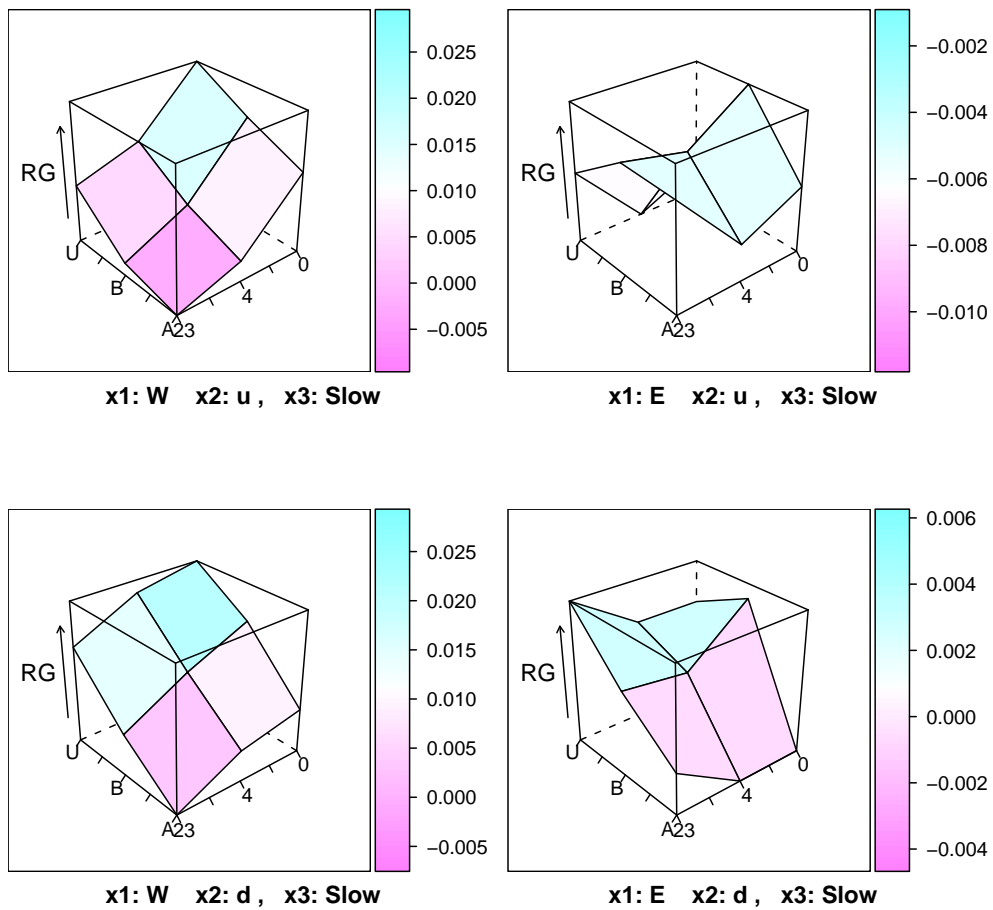
Figur 28: Modell 3, etter gls-prosedyre, Saktevoksende materiale

## 7.3.4 Etter ridge-prosedyre



Figur 29: Modell 3, etter ridge-prosedyre, Hurtigvoksende materiale





Figur 30: Modell 3, etter ridge-prosedyre, Saktevoksende materiale

### 7.3.5 Forklaring

**På vestveggen** Den absolutt beste parametersammensetningen på vestveggen for modell 3 er malingsstype A og lufteåpning på 23mm. Dette gjelder for begge trekvaliteter og både oppe og nede på veggen.

**Anbefalinger:**

Hurtiggroende trevirke: **Overflatebehandling: A, Lufteåpning: 23**

Saktegroende trevirke: **Overflatebehandling: A, Lufteåpning: 23**

**På østveggen** For tre av hurtigvoksende kvalitet oppnås best resultat oppe og nede av ubehandlet overflate. Det later ikke til at lufteåpningen har noen særlig effekt på målingen nede. Oppe på veggen oppnås marginalt bedre verdier med luftåpning på 4mm.

For saktegroende materiale fås lavest responsverdi for målingene oppe på veggen for ubehandlet overflate med lufteåpning på 4mm. Det oppnås imidlertid nesten like gode resultater for malingsstype A i kombinasjon med lufteåpning på 4 mm. Målingene nede på veggen minimeres med malingsstype A i kombinasjon med lufteåpning på 4mm.

**Anbefalinger:**

Hurtiggroende trevirke: **Overflatebehandling: A, Lufteåpning: 4**

Saktegroende trevirke: **Overflatebehandling: A, Lufteåpning: 4**

## 8 Konklusjon

### 8.1 Generelt

Klima og andre parametre er ikke tatt med i denne analysen eksplisitt.

Resultatene fra modell 1 skal være så representative som mulig for situasjonen som gjalt på testhuset i perioden fra januar 2004 til desember 2005, gitt de tilgjengelige data. Resultatene fra modell 2 simulerer en situasjon der gjennomsnittsfuktighet og temperatur kan sammenlignes med det laveste gjennomsnittet målt i perioden denne perioden på testhuset på Voll. Resultatene fra modell 3 simulerer en situasjon med høye verdier av temperatur og fuktighet.

Størrelsen som er plottet i figurene 13 - 30 er RG transformert som beskrevet i (63), altså gjennomsnittsvestpotensialet over den respektive måned subtrahert fra det målte vektspotensialet på de forskjellige punktene. Dette er årsaken til at de kan ha negative verdier.

For de 8 forskjellige konfigurasjonene av de ikke-justerbare parametrene er det stor forskjell i effekt av de justerbare parametrene. Det er også viktig å nevne at differansen mellom den høyeste og den laveste verdien som modellene gir for de justerbare parametrene varierer mye avhengig av de ikke-justerbare. Se tabellene 3, 4 og 5. Tabellene viser at effektene generelt er størst på punktene vendt mot vest og oppe på veggen.

Svært interessant er det at resultatene fra modell 2 og 3 er så forskjellige. Dette betyr at anbefalingene til bruk av maling og luftåpning er avhengig av gjennomsnittsnivået til RG. Med andre ord; fordi RG er avhengig av sted er anbefalingene avhengig av sted.

### 8.2 Svakheter og feilkilder

Analysen har mange åpenbare svakheter. Blant annet har den få eller ingen parametre som gir gode indikasjoner på hvordan været innvirker på resultatene. Effektene av slagregn og tilfeldig vannsprut vil ikke kunne forklare av variablene. Orienteringsvariabelen kan gi et visst bilde av effekten av vind, men det hadde vært gunstig med en bedre forklaringsvariabel.

Eksperimentets design ville ha gitt bedre og mer stabile data dersom det hadde vært balansert. I dette tilfellet er det langt færre målepunkter med overflatebehandling U.

Praktiske hensyn har gjort at parameterkonfigurasjonene ikke kan blandes, altså at et målepunkt har hatt samme parameterkonfigurasjon hele tiden. Dette gjør at svakheter i konstruksjonen og andre feilkilder knyttet til et bestemt målepunkt kan forstyrre virkningen av parameterkonfigurasjonen. Dersom parameterkonfigurasjonene hadde blitt tilfeldig fordelt for hver måling ville denne virkningen ha blitt eliminert.

Målepunktens plassering i lengderetning på husveggen er heller ikke brukt til å forklare målingene. I følge litteraturen skal hjørnene være mer utsatt enn partiene midt på veggen for eksempel.

Ellers er "Råtevekstpotensialet" en størrelse som kan diskuteres. Den er avhengig av temperatur og fuktighet. Omregningsformlene er usikre og er trolig sterkt avhengige av trekvaliteten som er benyttet. I denne analysen er formlene utledet for norsk gran

med densitet  $410\text{kg/m}^3$  mot i virkeligheten  $385\text{kg/m}^3$  for saktegroende og  $459\text{kg/m}^3$  for hurtiggroende plank.

### 8.3 Tolkning

#### 8.3.1 Vekstrate

Med å sammenligne de anbefalte parameterkonfigurasjonene for hurtiggroende og saktegroende trekvalitet finnes at i ni av de tolv anbefalingene som er gitt vil vekstpotensialet minimeres for anbefalingen for hurtiggroende trevirke. Dette er overraskende, da saktegroende trevirke var forventet å ha lengst levetid. En forklaring kan være at saktegroende virke er mer resistent mot fuktighet. Altså at materialet "tåler" mer råtevekstpotensiale. Utfra denne analysen kan det ikke gis anbefalinger til bruk av trekvalitet. En slik beslutning krever mer kjennskap til kvalitetenes egenskaper. Trolig er prisforskjellen også viktig.

#### 8.3.2 Lufteåpning

Analysen anbefaler bruk av stor lufteåpning på vestveggen i alle tilfeller bortsett fra situasjonen der hurtiggroende trevirke er benyttet i modell 1. Årsaken til gode resultater med stor lufteåpning kan være at vestveggen er vindutsatt. Vind er en parameter som ikke er betraktet i analysen, men som kan bidra til å tørke en fuktig vegg. Dersom veggen er utsatt for mye vind er det ikke så farlig om det kommer fuktighet på baksiden av veggen fordi den tørker fort vekk. Hensikten med stor lufteåpning er nettopp å stimulere til tørking.

På østveggen er ikke resultatene så tydelige, men i tilfelle lavt gjennomsnittsvækstpotensiale anbefales ingen lufteåpning. Med høyt gjennomsnittsvækstpotensiale anbefales liten lufteåpning. For modell 1 anbefales liten lufteåpning. Dette kan tolkes dithen at i tørre og/eller kalde områder vil lite fuktighet samles på baksiden og behov for tørking er i utgangspunktet lite. 4mm anbefalt som lufteåpning indikerer at sirkulasjon av luften på baksiden av regnskjermen er gunstig. Dette viser en viss oppsamling av fuktighet, men at denne reduseres i forhold til å ha full lufteåpning.

#### 8.3.3 Overflatebehandling

At malingstype B er å foretrekke for modell 1 og på østveggen i modell 2 (kombinert med ingen lufteåpning) antyder at slik overflatebehandling er et godt kompromiss mellom situasjonene i modell 2 og 3. At det med lite gjennomsnittlig RG kan være en ulempe å overflatebehandle materialet i det hele tatt viser at selv om maling bidrar til å beskytte mot direkte fuktighetseksponering kan det gjøre materialet tettere og hindre lufting. Dette gjenspeiles i resultatene fra modell 2, der det ikke anbefales noen overflatebehandling. At overflatebehandling av type A gir best resultater i modell 3, der gjennomsnittlig vekstpotensial er høyt antyder at denne malingstypen har best vannavstøtende egenskaper, men at den er tett og gjør ventilasjon gjennom veggen vanskelig.

En muligens viktig parameter som ikke er tatt med i analysen er som sagt vind. Vind kan være årsaken til at for modell 2 så er det fordelsmessig å ikke overflatebehandle vestveggen i kombinasjon med full lufteåpning. Dette kan tolkes slik at i et tørt klima med mye vind vil overflatebehandling ikke ha noen reduserende effekt på råtevekstpotensialet.

#### **8.4 Sammenligning med eksisterende rapport**

Resultatene fra denne analysen sammenlignes med resultatene fra [2]. Der er MC, “moisture content” som beskrevet i 3.2 på side 15 benyttet som responsverdi. De grunnleggende resultatene og anbefalingene er nesten i overensstemmelse med hverandre. I denne rapporten er det forsøkt å fokusere på samspillseffekter og ekstremtilfeller (modell 2 og 3), og ikke bare på generelle resultater for hovedeffektene.

	lm	gls	ridge
W/u/Slow	0.0140	0.0146	0.0136
E/u/Slow	0.0020	0.0025	0.0022
W/d/Slow	0.0095	0.0077	0.0077
E/d/Slow	0.0057	0.0026	0.0027
W/u/Fast	0.0173	0.0211	0.0196
E/u/Fast	0.0071	0.0044	0.0040
W/d/Fast	0.0047	0.0085	0.0082
E/d/Fast	0.0051	0.0031	0.0026

Tabell 3: Differansen mellom høyeste og laveste verdi modell 1 gir for de justerbare parametrene gitt de ikke-justerbare

	lm	gls	ridge
W/u/Slow	0.0171	0.0145	0.0134
E/u/Slow	0.0016	0.0025	0.0025
W/d/Slow	0.0047	0.0056	0.0044
E/d/Slow	0.0016	0.0015	0.0012
W/u/Fast	0.0125	0.0140	0.0141
E/u/Fast	0.0101	0.0058	0.0049
W/d/Fast	0.0050	0.0057	0.0045
E/d/Fast	0.0034	0.0030	0.0026

Tabell 4: Differansen mellom høyeste og laveste verdi modell 2 gir for de justerbare parametrene gitt de ikke-justerbare

	lm	gls	ridge
W/u/Slow	0.0275	0.0362	0.0344
E/u/Slow	0.0063	0.0105	0.0096
W/d/Slow	0.0268	0.0351	0.0323
E/d/Slow	0.0121	0.0099	0.0096
W/u/Fast	0.0258	0.0360	0.0340
E/u/Fast	0.0061	0.0132	0.0120
W/d/Fast	0.0184	0.0313	0.0284
E/d/Fast	0.0074	0.0085	0.0079

Tabell 5: Differansen mellom høyeste og laveste verdi modell 3 gir for de justerbare parametrene gitt de ikke-justerbare

## Referanser

- [1] Draper and Smith. *Applied Regression Analysis*. John Wiley & Sons, 1998.
- [2] Stig Geving, Tore Henrik Erichsen, Kristine Nore, and Berit Time. *Hygrothermal Conditions in wooden Claddings*. Byggforsk, 2006.
- [3] Johnson and Wichern. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Prentice Hall, 2002.
- [4] Tore Kvande, Kim Robert Lisø, and Berit Time. *Luftede Kledninger*. Byggforsk, 2003.
- [5] McCullagh and Nelder. *Generalized Linear Models*. Chapman & Hall, 1989.
- [6] Montgomery and Peck. *Introduction to Linear Regression Analysis*. John Wiley & Sons, 2006.
- [7] K. Nore, J.V. Thune, B. Time, and E. Rognvik. *Ventilated wooden Claddings - A Field of Investigation*. Byggforsk, 2005.
- [8] Gilbert Strang. *Linear Algebra and its Application*. Brooks and Cole, 1988.
- [9] A. Tveit. *Measurements of Moisture Sorbtion and Moisture Permeability of porous Materials*. Norwegian Building Research Institute, 1966.
- [10] H. Viitanen and A-C Ritchkoff. *Mould Growth in Pine and Spruce Sapwood in Relation to Air Humidity and Temperature*. Swedish University of Agriculture Sciences, Department of Forest Products, 1991.
- [11] Weisberg. *Applied Linear Regression*. John Wiley & Sons, 2005.

## A Appendiks

### A.1 Modell 1

Tabell 6: Resultat av modell 1 etter ordinær regresjon, etter eliminering

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	-0.0032	0.0004	-9.0626	0.0000
as.factor.x1.W	0.0062	0.0006	9.7657	0.0000
as.factor.x3.Slow	-0.0002	0.0005	-0.4386	0.6610
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u	0.0099	0.0012	8.5560	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x4.4	-0.0024	0.0009	-2.6212	0.0089
as.factor.x1.W.as.factor.x4.23	-0.0038	0.0009	-4.0554	0.0001
as.factor.x1.W.as.factor.x5.U	0.0001	0.0010	0.1438	0.8857
as.factor.x2.u.as.factor.x4.4	-0.0010	0.0008	-1.2344	0.2173
as.factor.x2.u.as.factor.x5.B	-0.0035	0.0012	-3.0251	0.0025
as.factor.x2.u.as.factor.x5.U	0.0036	0.0015	2.3170	0.0207
as.factor.x3.Slow.as.factor.x4.4	0.0001	0.0008	0.0943	0.9249
as.factor.x3.Slow.as.factor.x5.B	0.0022	0.0008	2.6271	0.0087
as.factor.x3.Slow.as.factor.x5.U	0.0056	0.0011	5.0895	0.0000
as.factor.x4.4.as.factor.x5.B	-0.0022	0.0013	-1.6474	0.0998
as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	0.0029	0.0009	3.1971	0.0014
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u.as.factor.x4.4	-0.0077	0.0015	-5.2753	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u.as.factor.x4.23	-0.0084	0.0014	-5.9626	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u.as.factor.x5.B	-0.0004	0.0011	-0.4100	0.6819
as.factor.x1.W.as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	-0.0007	0.0011	-0.6362	0.5248
as.factor.x2.u.as.factor.x3.Slow.as.factor.x5.U	-0.0085	0.0018	-4.8069	0.0000
as.factor.x2.u.as.factor.x4.4.as.factor.x5.B	0.0036	0.0017	2.1277	0.0336
as.factor.x2.u.as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	0.0027	0.0014	1.9563	0.0507
as.factor.x3.Slow.as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	-0.0042	0.0011	-3.8711	0.0001

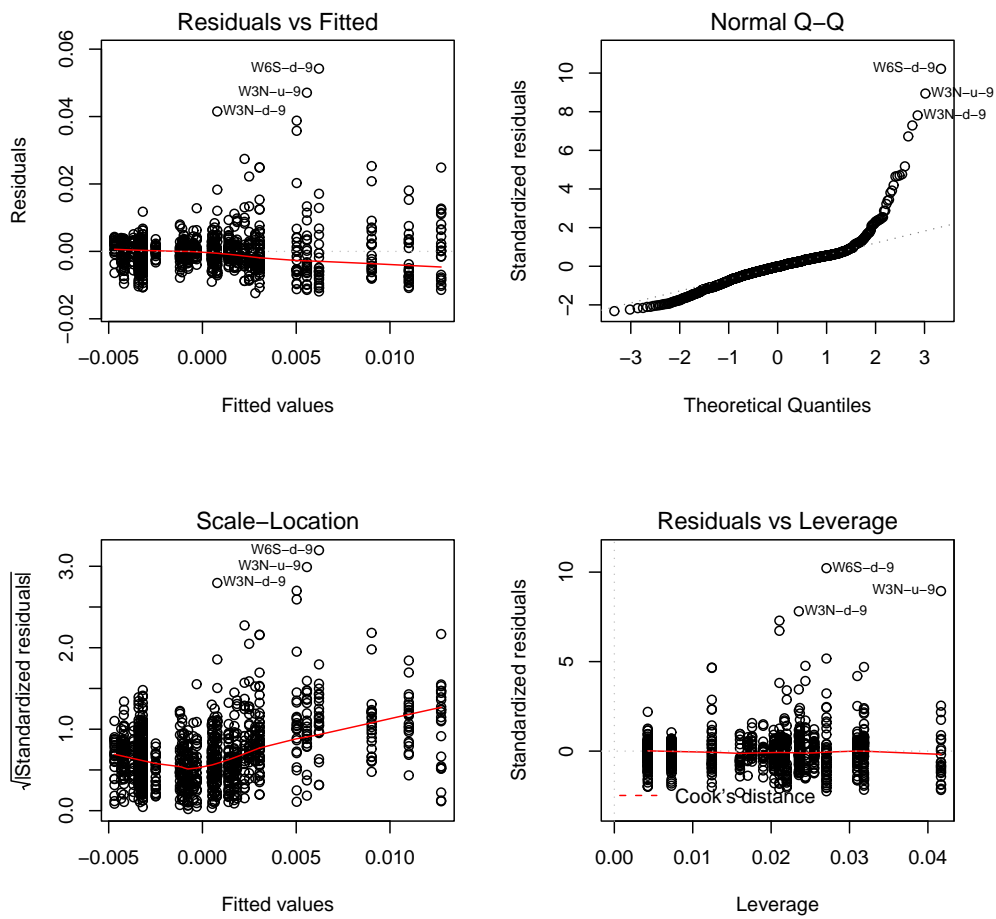


Tabell 7: Resultat av modell 1 etter gls-prosedyre, etter eliminering

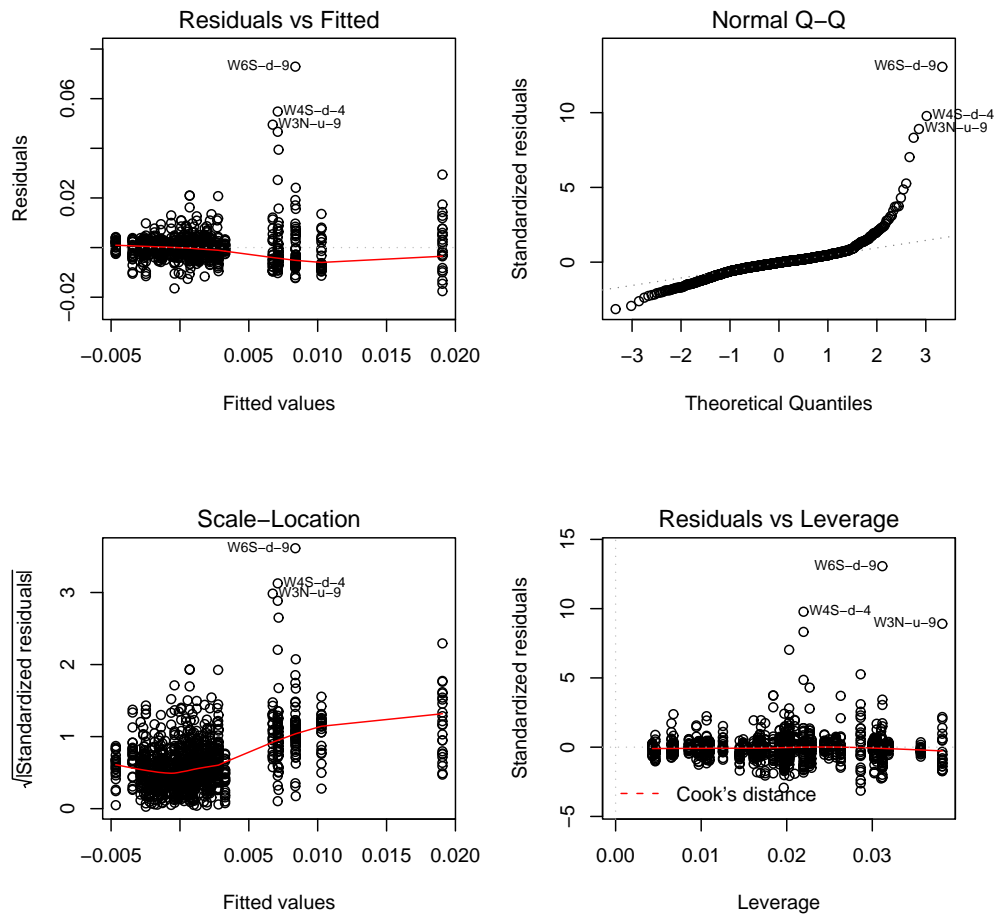
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	-0.0010	3e - 04	-3.7506	0.0002
as.factor.x1.W	0.0048	7e - 04	7.1692	0.0000
as.factor.x3.Slow	-0.0005	2e - 04	-2.1063	0.0354
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u	0.0094	9e - 04	11.0387	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x4.4	-0.0032	6e - 04	-5.2000	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x4.23	-0.0041	7e - 04	-5.5844	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x5.U	0.0022	9e - 04	2.5146	0.0121
as.factor.x2.u.as.factor.x4.4	-0.0003	2e - 04	-1.9627	0.0499
as.factor.x2.u.as.factor.x5.B	-0.0024	6e - 04	-4.1113	0.0000
as.factor.x2.u.as.factor.x5.U	0.0020	7e - 04	2.9088	0.0037
as.factor.x3.Slow.as.factor.x4.4	0.0010	4e - 04	2.4831	0.0132
as.factor.x3.Slow.as.factor.x5.B	0.0021	4e - 04	4.7916	0.0000
as.factor.x3.Slow.as.factor.x5.U	0.0014	6e - 04	2.3590	0.0185
as.factor.x4.4.as.factor.x5.B	-0.0031	7e - 04	-4.4928	0.0000
as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	-0.0010	6e - 04	-1.7086	0.0878
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u.as.factor.x4.4	-0.0089	9e - 04	-10.3584	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u.as.factor.x4.23	-0.0090	9e - 04	-9.7265	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u.as.factor.x5.B	-0.0025	6e - 04	-3.9878	0.0001
as.factor.x1.W.as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	0.0017	7e - 04	2.4534	0.0143
as.factor.x2.u.as.factor.x3.Slow.as.factor.x5.U	-0.0050	8e - 04	-5.9648	0.0000
as.factor.x2.u.as.factor.x4.4.as.factor.x5.B	0.0035	8e - 04	4.2622	0.0000
as.factor.x2.u.as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	0.0025	7e - 04	3.6154	0.0003
as.factor.x3.Slow.as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	-0.0014	6e - 04	-2.3978	0.0167

Tabell 8: Resultat av modell 1 etter ridge-prosedyre, etter eliminering

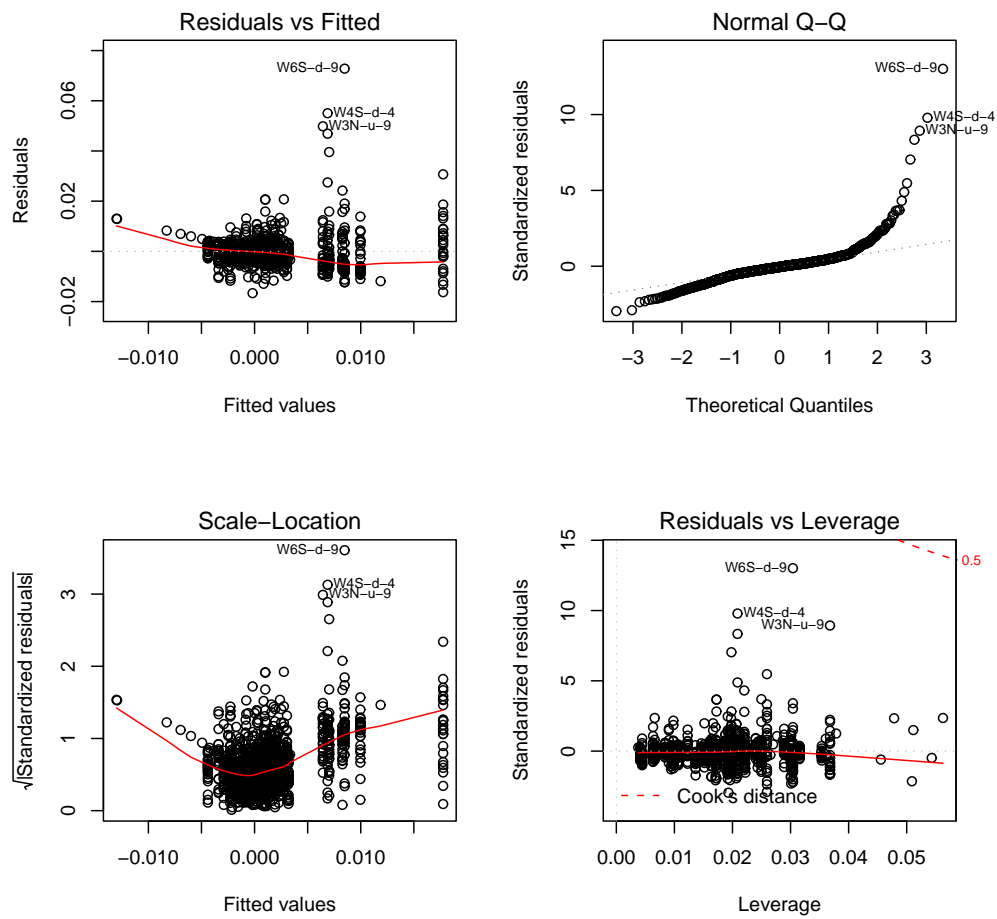
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	-0.0009	$2e - 04$	-3.5836	0.0004
as.factor.x1.W	0.0049	$6e - 04$	7.5945	0.0000
as.factor.x3.Slow	-0.0005	$2e - 04$	-2.1002	0.0359
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u	0.0083	$8e - 04$	10.4380	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x4.4	-0.0033	$6e - 04$	-5.5694	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x4.23	-0.0039	$7e - 04$	-5.5951	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x5.U	0.0023	$8e - 04$	2.8005	0.0052
as.factor.x2.u.as.factor.x4.4	-0.0004	$2e - 04$	-2.1404	0.0325
as.factor.x2.u.as.factor.x5.B	-0.0019	$6e - 04$	-3.4647	0.0005
as.factor.x2.u.as.factor.x5.U	0.0019	$7e - 04$	2.7510	0.0060
as.factor.x3.Slow.as.factor.x4.4	0.0010	$4e - 04$	2.4122	0.0160
as.factor.x3.Slow.as.factor.x5.B	0.0019	$4e - 04$	4.4316	0.0000
as.factor.x3.Slow.as.factor.x5.U	0.0015	$6e - 04$	2.6145	0.0091
as.factor.x4.4.as.factor.x5.B	-0.0026	$7e - 04$	-3.9597	0.0001
as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	-0.0009	$5e - 04$	-1.7103	0.0875
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u.as.factor.x4.4	-0.0078	$8e - 04$	-9.7421	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u.as.factor.x4.23	-0.0079	$9e - 04$	-9.0385	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u.as.factor.x5.B	-0.0022	$6e - 04$	-3.5871	0.0003
as.factor.x1.W.as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	0.0014	$7e - 04$	2.1647	0.0306
as.factor.x2.u.as.factor.x3.Slow.as.factor.x5.U	-0.0048	$8e - 04$	-5.9464	0.0000
as.factor.x2.u.as.factor.x4.4.as.factor.x5.B	0.0028	$8e - 04$	3.5719	0.0004
as.factor.x2.u.as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	0.0020	$7e - 04$	2.9194	0.0036
as.factor.x3.Slow.as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	-0.0012	$6e - 04$	-1.9747	0.0485



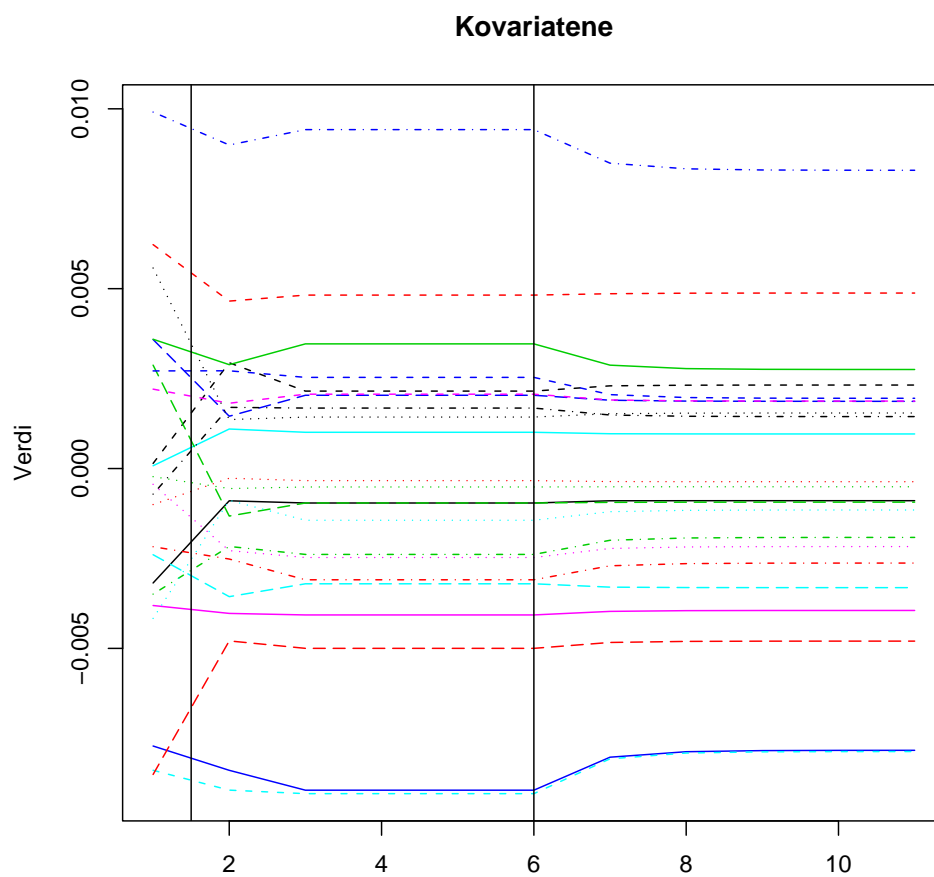
Figur 31: Modell 1, etter lm, etter eliminasjon



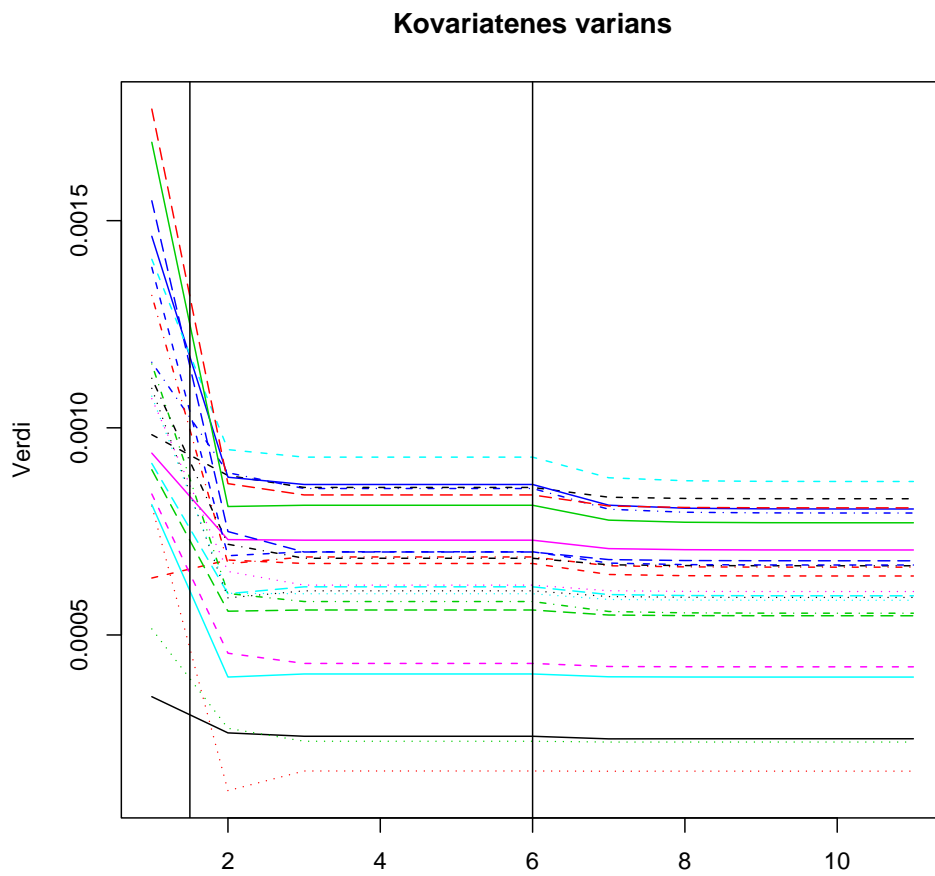
Figur 32: Modell 1, etter gls, etter eliminasjon



Figur 33: Modell 1, etter ridge, etter eliminasjon



Figur 34: Kovariatene som funksjon av iterasjon. Til venstre for den første loddrette streken: lm, mellom de loddrette strekene: gls, til høyre for den siste: ridge.



Figur 35: Kovariatenes varians som funksjon av iterasjon. Til venstre for den første loddrette streken: lm, mellom de loddrette strekene: gls, til høyre for den siste: ridge.

## A.2 Modell 2 og 3

Tabell 9: Resultat av modell 2 og 3 etter ordinær regresjon, etter eliminering

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	0.0001	0.0004	0.1855	0.8529
mm1	-0.5183	0.0644	-8.0483	0.0000
as.factor.x1.W	-0.0005	0.0006	-0.9030	0.3667
as.factor.x5.B	-0.0036	0.0012	-3.0887	0.0021
mm1.as.factor.x1.W	0.9285	0.1049	8.8502	0.0000
mm1.as.factor.x2.u	-0.1435	0.0725	-1.9801	0.0479
mm1.as.factor.x5.B	0.7049	0.1722	4.0943	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u	0.0111	0.0010	10.9809	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x5.U	-0.0052	0.0012	-4.3345	0.0000
as.factor.x2.u.as.factor.x5.U	0.0068	0.0020	3.4222	0.0006
as.factor.x3.Slow.as.factor.x5.B	0.0028	0.0011	2.4173	0.0158
as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	0.0031	0.0014	2.2405	0.0252
mm1.as.factor.x1.W.as.factor.x4.4	-0.1945	0.1024	-1.8996	0.0577
mm1.as.factor.x1.W.as.factor.x4.23	-0.4942	0.1040	-4.7510	0.0000
mm1.as.factor.x1.W.as.factor.x5.B	0.0703	0.1051	0.6685	0.5039
mm1.as.factor.x1.W.as.factor.x5.U	1.0276	0.1651	6.2246	0.0000
mm1.as.factor.x2.u.as.factor.x3.Slow	-0.0426	0.0689	-0.6180	0.5367
mm1.as.factor.x2.u.as.factor.x4.4	0.0151	0.0874	0.1732	0.8625
mm1.as.factor.x2.u.as.factor.x5.B	-0.2003	0.1085	-1.8456	0.0652
mm1.as.factor.x2.u.as.factor.x5.U	-0.3326	0.1850	-1.7981	0.0724
mm1.as.factor.x3.Slow.as.factor.x4.23	0.1184	0.0779	1.5207	0.1286
mm1.as.factor.x3.Slow.as.factor.x5.B	-0.2989	0.1313	-2.2765	0.0230
mm1.as.factor.x3.Slow.as.factor.x5.U	0.6663	0.1009	6.6019	0.0000
mm1.as.factor.x4.4.as.factor.x5.B	-0.2893	0.1170	-2.4724	0.0136
mm1.as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	-0.1976	0.1359	-1.4535	0.1464
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u.as.factor.x4.4	-0.0086	0.0012	-7.4561	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u.as.factor.x4.23	-0.0086	0.0011	-8.1278	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u.as.factor.x5.B	-0.0020	0.0010	-2.0106	0.0446
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u.as.factor.x5.U	-0.0028	0.0018	-1.5363	0.1247
as.factor.x1.W.as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	-0.0005	0.0010	-0.4651	0.6420
as.factor.x2.u.as.factor.x3.Slow.as.factor.x5.U	-0.0077	0.0015	-4.9737	0.0000
as.factor.x2.u.as.factor.x4.4.as.factor.x5.B	0.0017	0.0011	1.5064	0.1322
as.factor.x2.u.as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	0.0018	0.0010	1.8524	0.0642
as.factor.x3.Slow.as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	-0.0037	0.0012	-3.0717	0.0022

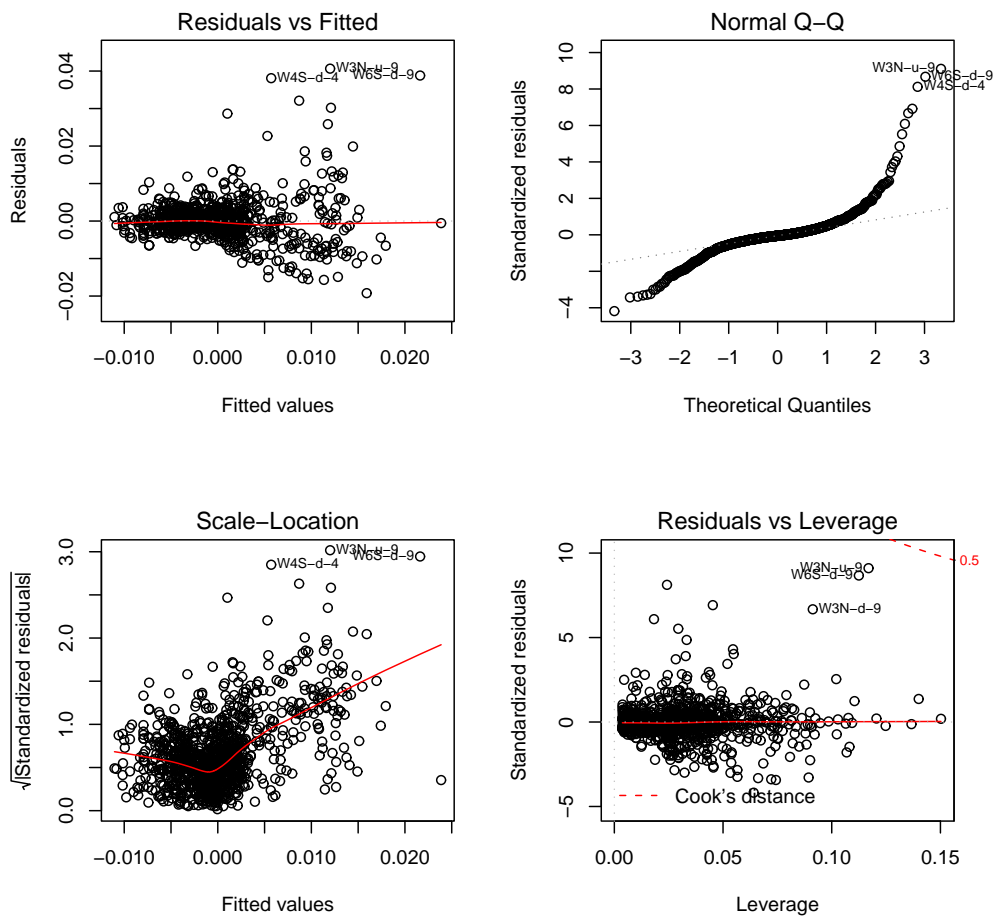


Tabell 10: Resultat av modell 2 og 3 etter gls-prosedyre, etter eliminering

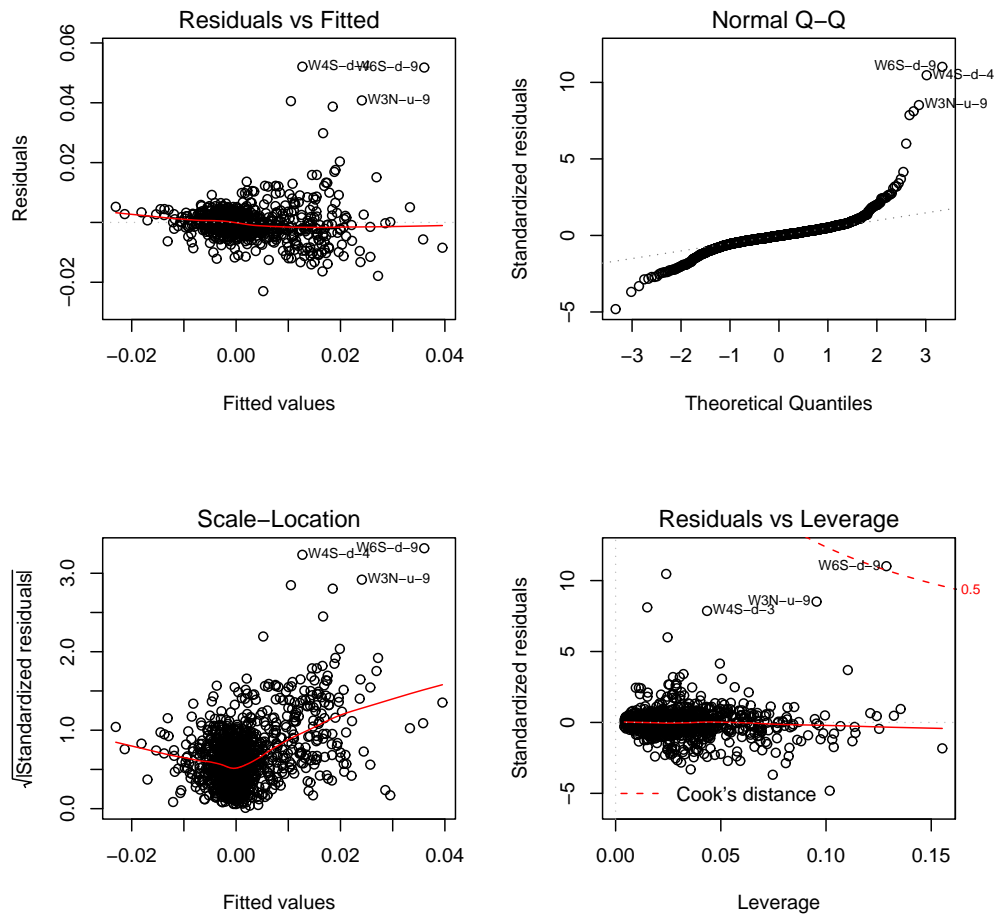
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	-0.0006	0.0002	-2.6002	0.0094
mm1	-0.2303	0.0541	-4.2534	0.0000
as.factor.x1.W	0.0012	0.0005	2.4007	0.0165
as.factor.x5.B	-0.0032	0.0007	-4.5662	0.0000
mm1.as.factor.x1.W	0.4943	0.0975	5.0714	0.0000
mm1.as.factor.x2.u	0.0943	0.0245	3.8456	0.0001
mm1.as.factor.x5.B	0.7557	0.1045	7.2336	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u	0.0105	0.0007	15.2818	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x5.U	-0.0055	0.0012	-4.5655	0.0000
as.factor.x2.u.as.factor.x5.U	0.0030	0.0010	2.8954	0.0039
as.factor.x3.Slow.as.factor.x5.B	0.0018	0.0005	4.0513	0.0001
as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	0.0023	0.0008	3.0011	0.0027
mm1.as.factor.x1.W.as.factor.x4.4	-0.2307	0.0662	-3.4839	0.0005
mm1.as.factor.x1.W.as.factor.x4.23	-0.8736	0.0761	-11.4748	0.0000
mm1.as.factor.x1.W.as.factor.x5.B	0.3332	0.0655	5.0904	0.0000
mm1.as.factor.x1.W.as.factor.x5.U	1.5024	0.1677	8.9564	0.0000
mm1.as.factor.x2.u.as.factor.x3.Slow	-0.2434	0.0278	-8.7690	0.0000
mm1.as.factor.x2.u.as.factor.x4.4	-0.1374	0.0271	-5.0739	0.0000
mm1.as.factor.x2.u.as.factor.x5.B	-0.2589	0.0494	-5.2396	0.0000
mm1.as.factor.x2.u.as.factor.x5.U	-0.6203	0.0807	-7.6895	0.0000
mm1.as.factor.x3.Slow.as.factor.x4.23	0.1963	0.0443	4.4351	0.0000
mm1.as.factor.x3.Slow.as.factor.x5.B	-0.0785	0.0581	-1.3510	0.1769
mm1.as.factor.x3.Slow.as.factor.x5.U	0.4438	0.0452	9.8178	0.0000
mm1.as.factor.x4.4.as.factor.x5.B	-0.2345	0.0646	-3.6299	0.0003
mm1.as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	-0.4360	0.0817	-5.3376	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u.as.factor.x4.4	-0.0099	0.0007	-14.7180	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u.as.factor.x4.23	-0.0100	0.0006	-15.6394	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u.as.factor.x5.B	-0.0036	0.0005	-6.8249	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u.as.factor.x5.U	0.0013	0.0008	1.6152	0.1065
as.factor.x1.W.as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	0.0014	0.0006	2.3783	0.0176
as.factor.x2.u.as.factor.x3.Slow.as.factor.x5.U	-0.0036	0.0008	-4.4024	0.0000
as.factor.x2.u.as.factor.x4.4.as.factor.x5.B	0.0026	0.0005	4.9770	0.0000
as.factor.x2.u.as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	0.0010	0.0004	2.2643	0.0237
as.factor.x3.Slow.as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	-0.0017	0.0006	-3.0509	0.0023

Tabell 11: Resultat av modell 2 og 3 etter ridge-prosedyre, etter eliminering

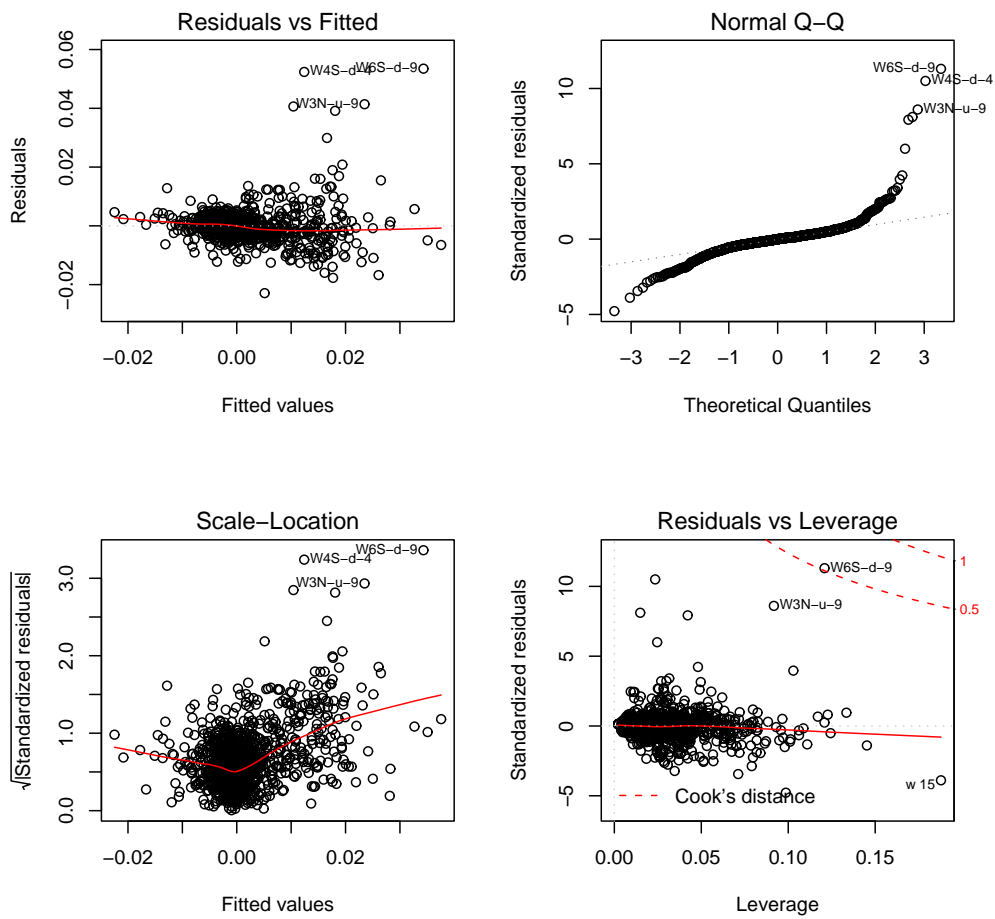
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	-0.0006	0.0002	-2.7114	0.0068
mm1	-0.2198	0.0519	-4.2322	0.0000
as.factor.x1.W	0.0009	0.0005	1.8375	0.0664
as.factor.x5.B	-0.0028	0.0007	-4.1493	0.0000
mm1.as.factor.x1.W	0.5109	0.0911	5.6100	0.0000
mm1.as.factor.x2.u	0.0878	0.0244	3.6049	0.0003
mm1.as.factor.x5.B	0.6888	0.0980	7.0310	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u	0.0106	0.0007	15.4224	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x5.U	-0.0040	0.0011	-3.5715	0.0004
as.factor.x2.u.as.factor.x5.U	0.0025	0.0010	2.4376	0.0149
as.factor.x3.Slow.as.factor.x5.B	0.0017	0.0004	3.8137	0.0001
as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	0.0020	0.0007	2.6887	0.0073
mm1.as.factor.x1.W.as.factor.x4.4	-0.1848	0.0638	-2.8945	0.0039
mm1.as.factor.x1.W.as.factor.x4.23	-0.8353	0.0731	-11.4210	0.0000
mm1.as.factor.x1.W.as.factor.x5.B	0.3379	0.0634	5.3282	0.0000
mm1.as.factor.x1.W.as.factor.x5.U	1.2598	0.1497	8.4126	0.0000
mm1.as.factor.x2.u.as.factor.x3.Slow	-0.2505	0.0275	-9.1032	0.0000
mm1.as.factor.x2.u.as.factor.x4.4	-0.1301	0.0269	-4.8373	0.0000
mm1.as.factor.x2.u.as.factor.x5.B	-0.2379	0.0482	-4.9307	0.0000
mm1.as.factor.x2.u.as.factor.x5.U	-0.5397	0.0780	-6.9184	0.0000
mm1.as.factor.x3.Slow.as.factor.x4.23	0.1838	0.0438	4.1989	0.0000
mm1.as.factor.x3.Slow.as.factor.x5.B	-0.0605	0.0567	-1.0668	0.2863
mm1.as.factor.x3.Slow.as.factor.x5.U	0.4361	0.0447	9.7537	0.0000
mm1.as.factor.x4.4.as.factor.x5.B	-0.2205	0.0620	-3.5585	0.0004
mm1.as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	-0.3942	0.0775	-5.0856	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u.as.factor.x4.4	-0.0100	0.0007	-15.0560	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u.as.factor.x4.23	-0.0100	0.0006	-15.7421	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u.as.factor.x5.B	-0.0037	0.0005	-7.0030	0.0000
as.factor.x1.W.as.factor.x2.u.as.factor.x5.U	0.0014	0.0008	1.6968	0.0900
as.factor.x1.W.as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	0.0015	0.0006	2.5063	0.0123
as.factor.x2.u.as.factor.x3.Slow.as.factor.x5.U	-0.0035	0.0008	-4.2722	0.0000
as.factor.x2.u.as.factor.x4.4.as.factor.x5.B	0.0025	0.0005	4.8268	0.0000
as.factor.x2.u.as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	0.0009	0.0004	2.0545	0.0401
as.factor.x3.Slow.as.factor.x4.23.as.factor.x5.B	-0.0016	0.0006	-2.8682	0.0042



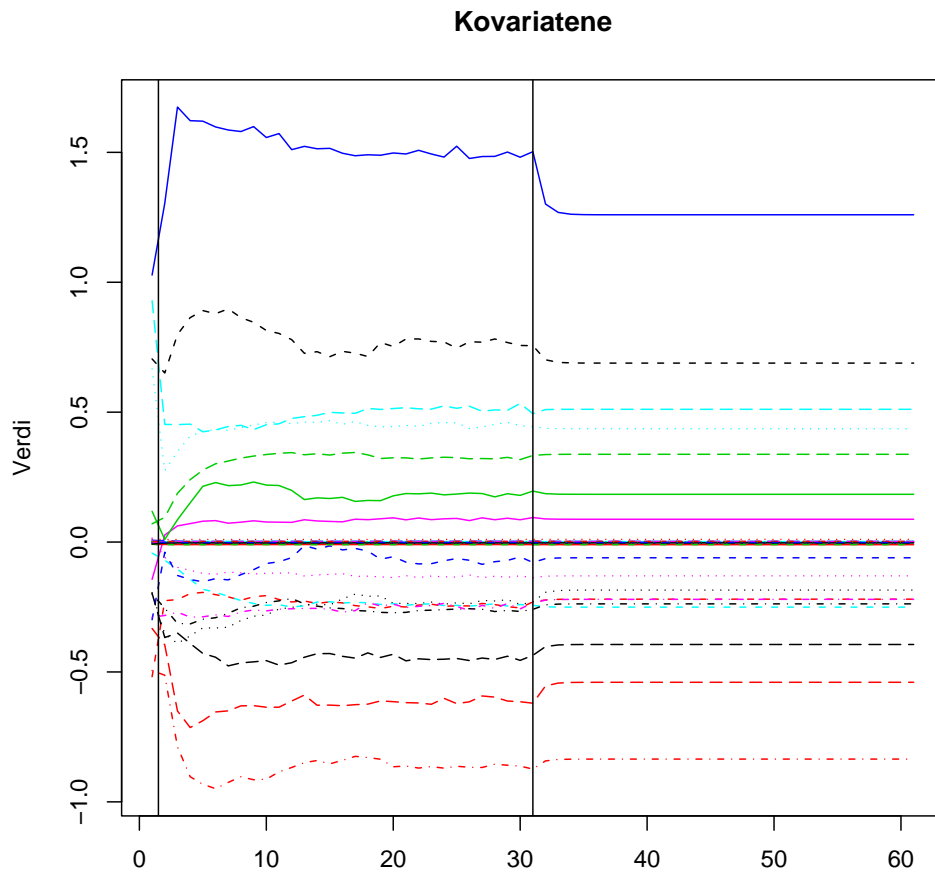
Figur 36: Modell 2, etter lm, etter eliminasjon



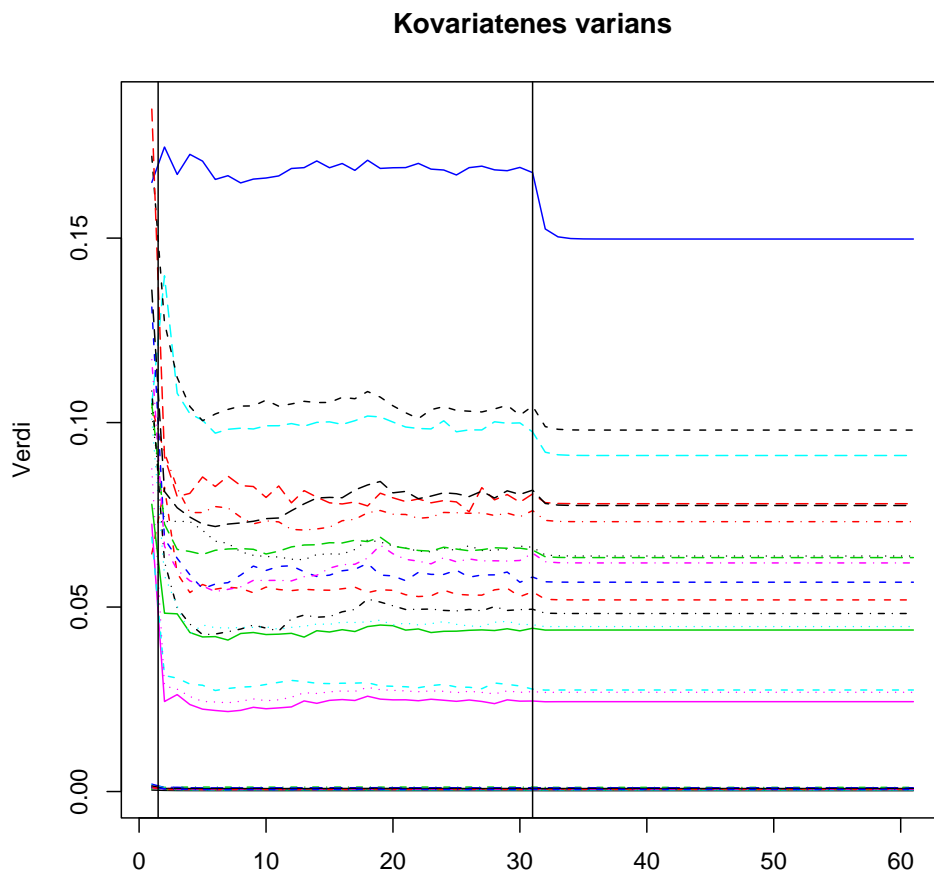
Figur 37: Modell 2, etter gls, etter eliminasjon



Figur 38: Modell 2, etter ridge, etter eliminasjon



Figur 39: Kovariatene som funksjon av iterasjon. Til venstre for den første loddrette streken: lm, mellom de loddrette strekene: gls, til høyre for den siste: ridge.



Figur 40: Kovariatenes varians som funksjon av iterasjon. Til venstre for den første loddrette streken: lm, mellom de loddrette strekene: glm, til høyre for den siste: ridge.

## A.3 Diverse

Skogstatistikk 2004

Norges offisielle statistikk

## 8.1. Utvalgte skogdata for industriland, 2000

Selected forestry data for the developed region, 2000

Region og land Region and country	Folkemengde Population	Landareal Land area	Skogmark <sup>1</sup> Forest land area <sup>1</sup>	Annet trebevokst areal <sup>2</sup> Other wooded land area <sup>2</sup>	Stående volum <sup>3</sup> Growing stock volume <sup>3</sup>
	Million	1 000 ha	1 000 ha	1 000 ha	Mill. m <sup>3</sup>
<b>Total for industriland</b>					
<b>Total, developed regions</b>	<b>1 185,1</b>	<b>4 930 076</b>	<b>1 696 381</b>	<b>703 712</b>	<b>189 633</b>
EU-15	375,1	313 188	115 685	22 738	15 003
Belgia <i>Belgium</i>	10,2	3 024	642	26	140
Danmark <i>Denmark</i>	5,3	4 243	455	93	56
Finland	5,2	30 459	21 935	885	1 945
Frankrike <i>France</i>	58,9	55 010	15 341	1 833	2 927
Hellas <i>Greece</i>	10,6	12 890	3 599	3 154	163
Irland <i>Ireland</i>	3,7	6 889	659	0	49
Italia <i>Italy</i>	57,3	29 406	10 003	985	1 450
Luxemburg <i>Luxembourg</i>	0,4	258	86	3	20
Nederland <i>Netherlands</i>	15,7	3 392	375	0	60
Portugal	9,9	9 150	3 666	84	299
Spania <i>Spain</i>	39,6	49 945	14 370	12 611	632
Storbritannia <i>United Kingdom</i>	59,0	24 160	2 794	0	359
Sverige <i>Sweden</i>	8,9	41 162	27 134	2 980	2 914
Tyskland <i>Germany</i>	82,2	34 927	10 740	0	2 880
Østerrike <i>Austria</i>	8,2	8 273	3 886	84	1 110
Øvrige Vest-Europa <i>Other West European countries</i>	12,1	44 663	10 098	3 452	1 190
Island <i>Iceland</i>	0,3	10 025	31	100	1
<b>Norge <i>Norway</i></b>	<b>4,4</b>	<b>30 683</b>	<b>8 868</b>	<b>3 291</b>	<b>785</b>
Sveits <i>Switzerland</i>	7,3	3 955	1 199	61	404
Øst-Europa og tidligere Sovjetunionen <i>Eastern Europe and former U.S.S.R.</i>	341,2	1 902 008	913 461	3 294	100 253
Albania <i>Albania</i>	3,1	2 740	991	0	80
Bosnia og Hercegovina <i>Bosnia and Herzegovina</i>	3,8	5 100	2 273	433	250
Bulgaria	8,3	11 055	3 690	314	480
Estland	1,4	4 227	2 060	146	321
Hvite-Russland <i>Belarus</i>	10,3	20 748	9 402	1 071	1 436
Jugoslavia <i>Yugoslavia</i>	10,6	10 200	2 887	586	321
Kroatia <i>Croatia</i>	4,5	5 592	1 783	330	358
Lettland <i>Latvia</i>	2,4	6 205	2 923	111	509
Litauen <i>Lithuania</i>	3,7	6 258	1 994	72	366
Makedonia <i>Macedonia</i>	2,0	2 543	906	82	63
Moldova	4,4	3 296	325	31	42
Polen <i>Poland</i>	38,7	30 442	9 047	0	1 930
Romania	22,4	23 034	6 448	0	1 373
Russland <i>Russian Federation</i>	147,2	1 688 851	851 392	0	89 136
Slovakia	5,4	4 808	2 177	15	552
Slovenia	2,0	2 012	1 107	67	313
Tsjekkia <i>Czech Rep.</i>	10,3	7 728	2 632	0	684
Ukraina <i>Ukraine</i>	50,7	57 935	9 584	36	1 719
Ungarn <i>Hungary</i>	10,1	9 234	1 840	0	320
Nord-Amerika <i>North America</i>	307,1	1 837 438	470 564	250 477	60 202
Kanada <i>Canada</i>	30,9	922 097	244 571	173 013	29 364
USA <i>United States</i>	276,2	915 895	225 993	77 464	30 838
Japan	126,5	37 652	24 081	1 082	3 485
Australia	18,7	768 230	154 539	421 590	8 506
New Zealand	3,8	26 799	7 946	1 079	992

<sup>1</sup> Skogmark tilsvarende ECE/FAO's definisjon av "Forest". <sup>2</sup> "Forest land" according to the ECE/FAO definition. <sup>3</sup> Annet trebevokst areal tilsvarende ECE/FAO's definisjon av "Other wooded land". <sup>4</sup> "Other wooded land" according to the ECE/FAO definition. <sup>5</sup> Kubikmeter stående volum over bark. <sup>6</sup> Cubic metres standing volume over bark.

Kilde: The Global Forest Resources Assessment 2000, Main Report, FAO. Source: The Global Forest Resources Assessment 2000, Main Report, FAO.

Figur 41: Skogsdata

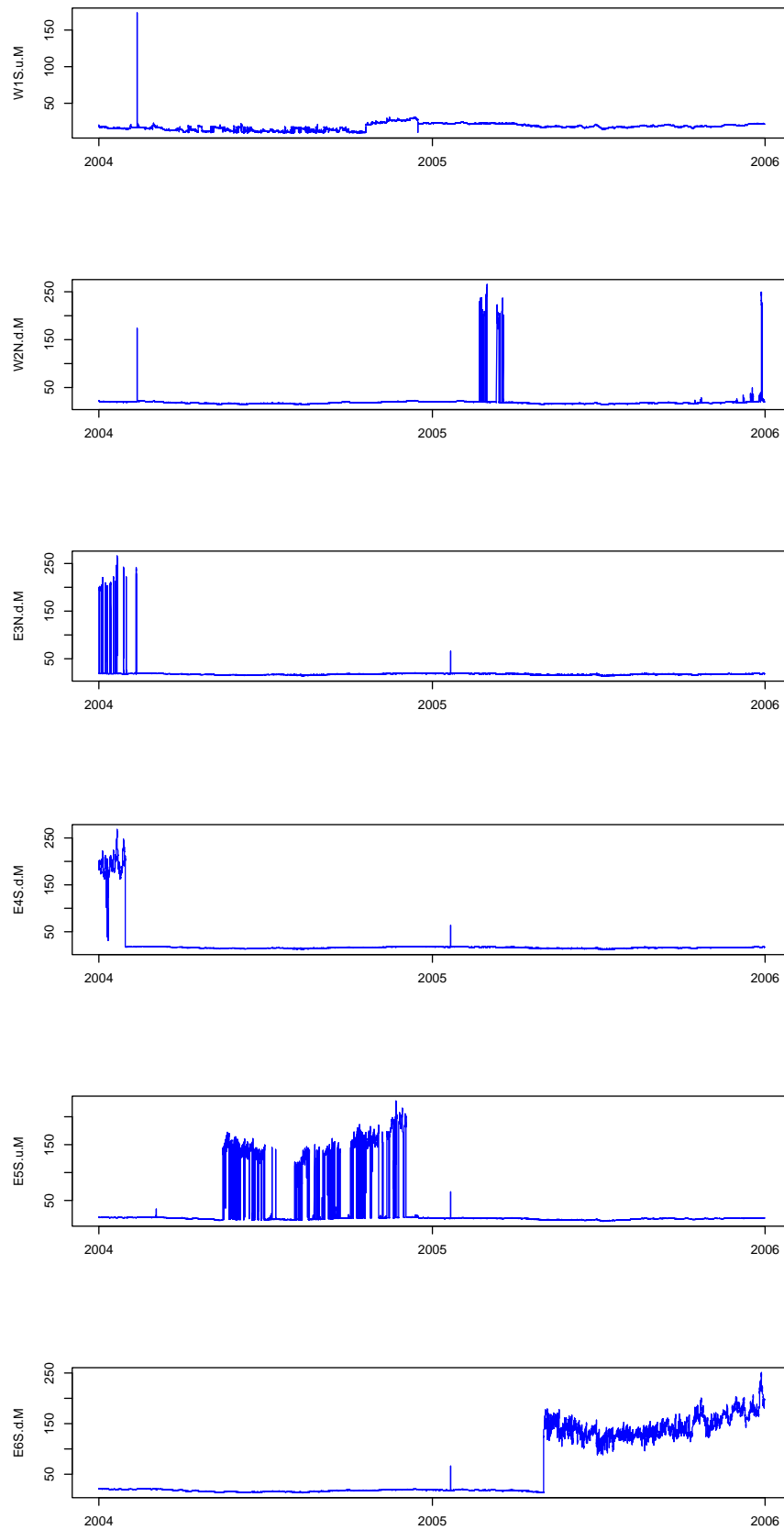


8.2. Produksjon av rundvirke, 2003. Mill. m<sup>3</sup> Roundwood production, 2003. Million m<sup>3</sup>

Region og land Region and country	Rundvirke i alt Roundwood, total	Industrivirke Industrial roundwood							
		Bartré Coniferous				Lauvirke Non-coniferous			
		I alt <sup>1</sup> Total	Sagtommer Sawlogs and veneer logs	Massevirke Pulpwood	Ved til brensel Wood fuel	I alt <sup>1</sup> Total	Sagtommer Sawlogs and veneer logs	Massevirke Pulpwood	Ved til brensel Wood fuel
<b>Hele verden</b> <b>The whole world</b>	<b>3 361,6</b>	<b>1 204,6</b>	<b>664,3</b>	<b>270,5</b>	<b>200,3</b>	<b>2 156,9</b>	<b>278,1</b>	<b>211,6</b>	<b>1 579,7</b>
Europa Europe	590,5	403,7	220,2	121,3	40,2	186,8	45,7	56,4	70,8
EU-15	269,6	205,4	122,5	66,8	12,2	64,2	15,4	26,4	20,0
Øvrige Europa Other European countries	320,9	198,3	97,8	54,5	28,1	122,6	30,3	30,1	50,8
Estland Estonia	10,2	6,6	3,3	2,0	1,0	3,6	0,6	1,5	0,9
Lettland Latvia	12,9	7,0	4,4	1,7	0,5	5,9	3,5	1,8	0,5
Litauen Lithuania	6,3	3,6	2,0	0,9	0,6	2,7	1,4	0,7	0,7
<b>Norge Norway</b>	<b>8,3</b>	<b>7,5</b>	<b>3,9</b>	<b>3,0</b>	<b>0,5</b>	<b>0,8</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,8</b>
Polen Poland	28,8	20,9	9,3	9,1	1,3	7,9	2,4	4,2	1,1
Russland Russian Federation	168,5	107,8	49,0	27,9	18,7	60,7	10,8	15,1	28,0
Andre Others	85,9	44,9	25,9	9,8	5,5	41,0	11,6	6,8	18,8
Afrika Africa	623,3	27,0	8,4	3,7	13,8	596,3	18,9	6,9	542,5
Etiopia Ethiopia	94,1	6,4	0,0	0,0	6,4	87,6	0,0	0,0	85,2
Nigeria	69,9	0,0	0,0	0,0	0,0	69,9	7,1	0,0	60,4
Sør-Afrika South Africa	3,7	0,3	0,3	0,0	0,0	3,4	0,0	0,0	3,2
Andre Others	455,7	20,3	8,1	3,7	7,4	435,4	11,8	6,9	393,6
Asia Asia	1 000,8	179,5	52,0	8,9	94,5	821,3	92,2	12,9	684,1
India	321,5	11,6	2,5	0,0	9,1	309,9	15,8	0,4	293,1
Indonesia Indonesia	112,5	0,2	0,0	0,2	0,0	112,3	26,5	3,0	79,5
Japan Japan	15,2	12,4	11,0	1,4	0,0	2,8	0,4	2,3	0,1
Kina China	284,2	137,1	33,2	4,7	77,3	147,1	18,4	1,8	113,7
Andre Others	267,4	18,2	5,3	2,6	8,1	249,2	31,1	5,3	197,6
North-Amerika	642,8	441,7	318,4	104,7	8,7	201,1	78,1	80,9	37,2
Kanada Canada	194,7	158,1	145,4	9,9	0,6	36,7	16,5	14,2	2,5
USA United States	448,1	283,7	173,0	94,9	8,2	164,4	61,6	66,7	34,7
Latin-Amerika	441,1	114,6	46,8	24,2	41,3	326,5	37,8	47,1	233,3
Brasil Brazil	238,5	53,2	23,5	14,3	13,5	185,3	25,8	31,6	122,0
Chile Chile	38,2	22,1	13,3	6,7	1,9	16,1	0,7	4,6	10,8
Mexico Mexico	45,5	18,2	5,8	0,8	11,4	27,3	0,4	0,2	26,7
Andre Others	118,9	21,1	4,3	2,5	14,4	97,7	10,9	10,7	73,9
Oseania Oceania	63,0	38,1	18,5	7,7	1,7	24,9	5,4	7,4	11,7
Australia Australia	31,8	15,4	9,2	4,2	1,7	16,4	3,0	7,1	5,9
New Zealand	22,6	22,4	9,2	3,4	0,0	0,2	0,0	0,2	0,0
Andre Others	8,6	0,3	0,1	0,2	0,0	8,3	2,3	0,1	5,9

<sup>1</sup> Inkl. annet rundvirke som påler, stolper m.m. Includes other industrial roundwood such as poles, pitprops etc.  
Kilde: FAOSTAT database, november 2004. Source: FAOSTAT Database, November 2004.

Figur 42: Rundvirkeproduksjon



Figur 43: Tidsseriene med vesentlige feilkalibreringer