

Numerisk analyse av sprekkutviklingen i tre med kohesive elementer basert på empiriske resultater.

Martin Mejlænder-Larsen

Master i Bygg- og miljøteknikkInnlevert:juni 2018Hovedveileder:Kjell A Malo, KTMedveileder:Katarzyna Ostapska- Luczkowska, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet Institutt for konstruksjonsteknikk



Åpen

## **MASTEROPPGAVE 2018**

FAGOMRÅDE:	DATO:	ANTALL SIDER:
Institutt for konstruksjonsteknikk	10.06 2018	68 + 48 sider vedlegg.

### TITTEL:

# Numerisk analyse av sprekkutviklingen i tre med kohesive elementer basert på empiriske resultater.

Numerical analyses of wood fracture with cohesive elements based on empirical tests.

UTFØRT AV:

Martin Mejlænder-Larsen



#### SAMMENDRAG:

Denne oppgaven er en del av et nytt forskningsprosjekt ved NTNU med mål på kunne skape en akseptabel numerisk modell av sprekkbrudd i tre, ved bruk av kohesive elementer. Oppgaven går inn på å utvikle et testoppsett og utføre testing av prøvestykker med en kiletest. Et teoretisk studie på å representere brudd i tre med kohesive elementer er utført. Testresultatene blir brukt som referanse for på modellere prøvestykkene numerisk i ABAQUS med kohesive elementer med seighetsegenskapene som inngår i tre.

Det ble utført 46 forsøk med prøvestykker med seks forskjellige fiberretning i bruddplanet RL og TL. For RL prøvestykkene ble fiberretningen variert med 0, 5, 10, 15 og 20 grader i forhold til lengderetningen. Prøvestykkene ble splittet ved hjelp av en kile, introdusert igjennom en lastcelle. Den spesifikke bruddenergien er blitt beregnet for prøvestykkene for å gi en god beskrivelse på seighetsegenskapene rundt bruddet.

Gjennom analyse av last-forskyvningskurven er det blitt laget et forslag på en mulig skademodell som kan bli brukt sammen med kohesive elementer. Forholdet på den elastiske utvidelsen før brudd, sammen men størrelsen bruddprosess sonen er blitt sett på igjennom et parametrisk studie. Med data tilgjengelig fra den empiriske testen, er bruddet forsøkt gjenskapt med like rammebetingelser for sprekkvekst og totalkapasitet med en 2D modell med fiberretning på 0 grader.

Prøvestykkene hadde en økene gjennomsnitts kapasitet med økende fiberretning, samtidig som den spesifikk bruddenergi ble redusert. Basert på lastkurven, det kan tyde på at seighetsegenskapene ikke har like stor påvirkningskraft ved økende fiberretning. Den første numeriske modellen med kohesiv sone viste en for stiv elastisk del frem til det kritiske bruddpunktet. Basert på det parametriske studie, ble en tilpasset skademodell modellert, basert på lastkurven, som et alternativ til det teoretiske grunnlaget. Selv om sprekkdannelsen ble akseptabelt representert, ble den fysiske representasjonen ikke tilstrekkelig, ettersom det førte til overlapping og vrengning av elementene på trykksiden av bruddutbredelses sonen.

FAGLÆRER: Professor Kjell Arne Malo

VEILEDER(E): Katarzyna Ostapska- Luczkowska

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk

# Forord

Denne masteroppgaven er utført ved institutt for konstruksjonsteknikk på NTNU i Trondheim. Arbeidet startet 15. januar 2018 og ble avsluttet i juni 2018. Oppgaven markerer slutten på et toårig masterstudie med fordypning i prosjektering av konstruksjoner. Gjennom min interesse og bakgrunn fra blant annet ikke-lineær elementmetode og trekonstruksjoner, falt valget naturlig på en oppgave med et dypdykk inn i materialegenskapene til tre.

Gjennom 20 uker er har læringskurven vært høy og målet har hele tiden vært å komme nærmere en akseptabel numerisk representasjon av sprekkdannelsen i tre. Oppgaven har gitt meg mange utfordringer, med både blindveier og divergerende resultater fra tester og beregninger. Men dette var også forventet ved å velge en oppgave som omhandler forholdsvis nytt tema for meg. Det er behov for videre arbeid for å representere det numeriske bruddet mer akseptabelt, med dette har blitt en oppgave hvor jeg har prøvd å gi andre et godt grunnlag for å bygge videre på.

Jeg vil gjerne takke min veleder, professor Kjell Arne Malo ved Institutt for konstruksjonsteknikk, for god veiledning gjennom hele semesteret. Spesielt vil jeg takke stipendiat Katarzyna Ostapska- Luczkowska for et godt samarbeid igjennom hele semesteret, med gode diskusjoner på løsninger, både på problemer rundt den empiriske testen og med den numeriske modelleringen. Forhåpentligvis kan denne oppgaven, og samarbeidet igjennom semesteret, være til god hjelpe på vei videre med din doktorgrad, som du har hjulpet meg i mål med min mastergrad.

Marlin Mejkander-Larsen

Martin Mejlænder-Larsen

# Sammendrag

Denne oppgaven er en del av et nytt forskningsprosjekt ved NTNU med mål på kunne skape en akseptabel numerisk modell av sprekkbrudd i tre, ved bruk av kohesive elementer. Oppgaven går inn på å utvikle et testoppsett og utføre testing av prøvestykker med en kiletest. Oppgaven har videre omfattet et teoretisk studie på å representere brudd i tre med kohesive elementer etter som tidligere litteratur baserer seg på brudd uten seighetsegenskaper. Testresultatene blir brukt som referanse for på modellere prøvestykkene numerisk i ABAQUS med kohesive elementer med seighetsegenskapene som inngår i tre.

Det ble utført 46 forsøk med prøvestykker med seks forskjellige fiberretning i bruddplanet RL og TL. For RL prøvestykkene ble fiberretningen variert med 0°, 5°, 10°, 15° og 20° i forhold til lengderetningen. Prøvestykkene ble splittet ved hjelp av en kile, introdusert igjennom en lastcelle. Testene ble utført med lastfart på 0.1 mm/min, for å kunne oppnå en tilnærmet statisk sprekkutvikling. Den spesifikke bruddenergien er blitt beregnet for prøvestykkene for å gi en god beskrivelse på seighetsegenskapene rundt bruddet.

Gjennom analyse av last-forskyvningskurven er det blitt laget et forslag på en mulig skademodell som kan bli brukt sammen med kohesive elementer. Forholdet på den elastiske utvidelsen før brudd, sammen men størrelsen bruddprosess sonen er blitt sett på igjennom et parametrisk studie. Med data tilgjengelig fra den empiriske testen, er bruddet forsøkt gjenskapt med like rammebetingelser for sprekkvekst og totalkapasitet med en 2D modell med fiberretning på 0°.

Prøvestykkene hadde en økene gjennomsnitts kapasitet på 1.6 - 1.9 kN ved økende fiber vinkel, sammen med en synkende spesifikk bruddenergi  $207 - 168J/m^2$ . Basert på lastkurven, det kan tyde på at seighetsegenskapene ikke har like stor påvirkningskraft ved økende fiberretning. Den numeriske modellen med kohesiv sone viste en for stiv elastisk del frem til det kritiske bruddpunktet. Basert på det parametriske studie, ble en tilpasset skademodell modellert basert på lastkurven, som et alternativ til det teoretiske grunnlaget. Selv om sprekkdannelsen ble akseptabelt representert, ble den fysiske representasjonen ikke tilstrekkelig, ettersom det førte til overlapping og vrengning av elementene på trykksiden av bruddutbredelses sonen.

# Abstract

This Master thesis is a part of a new study in fracture mechanics in wood, with the objective to simulate the fracture numerical model, by using cohesive elements. The main focus has been the development of an empirical wedge fracture test and make an introduction based study of the theory on the application of the cohesive elements. Prior research has been on materials without toughness. In this study, a damage model in ABAQUS has been made with the introduction of bridging and micro fracture based on the empirical tests.

Six configurations, out of 46 specimens has been tested, depended on fracture planes, RL and TL, and  $0^{\circ}$ ,  $5^{\circ}$ ,  $10^{\circ}$ ,  $15^{\circ}$  and  $20^{\circ}$  grain angle, with the respect of longitudinal direction. The grain in the specimen was spitted through a wedge introduced to the loading cell. With a low load-speed of  $0.1 \ mm/min$ , the fracture is considered as a static. The specific fracture energy is calculated to represent the toughness in the specimen.

To simulate the fracture, an approach to reproduce a representative load-displacement curve has been made. The ratio between the elastic displacement and total fail of a cohesive element has been investigated in a parametric study, as well as the influence of the fracture process zone. Based on the  $0^{\circ}$  specimen, 0-4, a numerical model has been made in ABAQUS/CAE to represent the total capacity and the fracture length with toughness mechanisms.

The specimens had a rising mean force, 1.6 - 1.9 kN at 0° angle along with a descending specific fracture energy of  $207 - 168J/m^2$ . Based on the load curve, one can be interpreted that the toughness has a diminish effect on the results with the rise of grain angle. The result from the analysis of the numerical model with the cohesive zone showed a too stiff elastic part up on the critical point of fracture. Based on the parametric study, the graph was fitted with relations that contradicted the cohesive theory. As the fracture was represented similar to the empirical test, an interfacial element overlap at the compression part of the fracture process zone made the numerical results inadequate.

# Innholdsfortegnelse

Fo	rord		i
Sa	mmei	ndrag	iii
Ab	ostrac	t	iv
In	nhold	sfortegnelse	vii
Та	bellis	te	ix
Fi	gurlis	te	xii
Sy	mbol	er og notasjoner x	iii
1	Intro 1.1 1.2 1.3 1.4	oduksjon Bakgrunn	1 1 1 2 2
2	<b>Gru</b> 2.1 2.2 2.3	nnlag for oppgavenMaterialegenskapene til treBruddmekanikk2.2.1Griffith sin teori2.2.2Lineær-elastisk bruddmekanikk2.2.3Ikke-lineær bruddmekanikk2.2.4Bruddformer2.2.5Bestemmelse av $G_I$ 2.2.6 $G_f$ vs. $K_{IC}$ Den kohesive sonen2.3.1Bakgrunn	<b>3</b> 5 6 8 12 14 15 16

		2.3.2	Den fiktive bruddmodellen	
		2.3.3	Traksjonsseperasjon	
	2.4	DIC-Di	igital image correlation	
3	Emr	Empirisk forsøk		
-	3.1	Eksperi	imentelle tester	
	0.11	3.1.1	Bakgrunn 23	
	3.2	Utform	ing av prøvestykke	
		3.2.1	Geometriske betrakninger	
		3.2.2	Lastcelle	
		3.2.3	Gruppering av prøvestykker	
	3.3	Testma	skin	
		3.3.1	Instron 100kN	
		3.3.2	Aramis	
		3.3.3	Testprosedyre	
	3.4	Resulta	ter fra forsøkene	
		3.4.1	Typisk forsøk	
		3.4.2	Spesifikk bruddenergi $G_f$	
		3.4.3	$0^{\circ}$ vinkel på fiberretningen RL	
		3.4.4	5 °vinkel på fiberretningen RL	
		3.4.5	10 °vinkel på fiberretningen RL	
		3.4.6	15 °vinkel på fiberretningen RL	
		3.4.7	20 °vinkel på fiberretningen RL	
		3.4.8	0°vinkel på fiberretningen TL	
		3.4.9	Fiberretning	
	3.5	Diskusj	jon av forsøk og resultat	
		3.5.1	Kritiske punkter	
		3.5.2	Validitet av resultatene	
4	Num	erisk m	odell i Abaqus/CAE 47	
	4.1	Modell	erer med ortotropisk materiale	
	4.2	Praksis	for modellering i ABAQUS/CAE	
		4.2.1	Opplager og last 48	
		4.2.2	Data fra forsøk	
		4.2.3	Kohesiv sone	
		4.2.4	Definisjonen av viktige kohesiveparametere	
		4.2.5	Tidsinkrement	
	4.3	Parame	terstudie	
		4.3.1	Traksjonspenningen	
		4.3.2	Påvirkningen av bruddenergi	
		4.3.3	Påvirkningen av E/Enn	
	4.4	Modell	med hensyn på forsøk, FEM Test #1	
		4.4.1	Lav stivhet på den kohesive sonen 55	
		4.4.2	Overlapping av elementer 55	
	4.5	Modell	med hensyn på forsøk, FEM Test #2	
		4.5.1	Reduksjon av stivhet 58	

5	Resultater og konklusjon 6			61
	5.1 Validiteten av numerisk modell basert på empiriske resultater			61
		5.1.1	Empiriske resultater	61
		5.1.2	Numeriske resultater	62
	5.2	Videre	arbeid	63
		5.2.1	Analysere resultater fra prøvestykkene	63
		5.2.2	Videre arbeid på den numeriske modellen	63
Re	feran	ser		64
A	Prøv	estykke	r	69
B	Bere	gningsg	runnlag	111
С	Skiss	ser		115

# Tabeller

2.1	Materialegenskaper til nordisk gran	5
3.1	Prøvestykker	28
3.2	Lasttrinn på de første 15 testene på maskinen Instron	30
3.3	Lasttrinn de resterende testene på maskinen Instron	30
3.4	Resultater for $0^{\circ}$ tester.	34
3.5	Resultater for 5° tester.	36
3.6	Resultater for 10° tester.	38
3.7	Resultater for 15° tester.	39
3.8	Resultater for 20° tester.	40
3.9	Resultater for $0^{\circ}$ tester TL.	41
4.1	Utgangspunkt for det parametriske studiet	53

# Figurer

Trebjelker utsatt for strekkrefter vinkelrett på fiberretningen	3
Bruddplan relativt til akseretningene	4
Strekkspenninger ved sprekkspissen	7
Påvirkningen av størrelsen på NLFM.	9
R-kurven viser hvordan seighetsegnskapene påvirker sprekkmotstanden.	10
Bruddinitiering- mot propagasjonsenergien.	12
De tre bruddformene.	12
Eksempel på arbeidsberegning på en mode II bruddenergitest.	13
Sprekkdannelser med en vinkel på spenningsfeltet	13
Mode I brudd ved bruk av kohesive elementer med traksjon	16
Bi-lineær skademodell	17
Tri-lineær skademodell for kohesive elementer	19
Spenningen i de kohesive elementene ved brudd	19
Prosessonelengden til en sprekk i mode I.	20
Stanzl-Tschegg sitt forsøk	24
Lastcellen på prøvestykket	26
Lastcelle av aluminiumsbraketter med stålhjul med rullelager	27
Bruddplan i praksis	28
Skisse av rammebetingelsene til prøvestykket	29
Forskyvningen $\Delta_M$ fordelt på tiden	31
Typisk bruddplan	32
Last-forskyvingskurven for $0^{\circ}$ fiberretning.	34
Last-forskyvingskurven for $5^{\circ}$ fiberretning.	35
Last-forskyvingskurven for $10^{\circ}$ fiberretning.	37
Last-forskyvingskurven for $15^{\circ}$ fiberretning.	39
Last-forskyvingskurven for $20^{\circ}$ fiberretning $20^{\circ}$	40
Last-forskyvingskurven for $0^{\circ}$ fiberretning TL	41
Gjennomsnittlig kraft fordelt på fiberretning	42
Kritiske punkter	44
	$\label{eq:restrict} Trebjelker utsatt for strekkrefter vinkelrett på fiberretningen$

4.1	Mesh rundt den kohesive sonen. Ikke i målestokk	49
4.2	Påvirkningen på lastkurven ved parameterstudie, sett i forhold til forskyv-	
	ningen ved lastcellen	52
4.3	Forskyvningen u sammen med spenningen og statusen på elementet. Hop-	
	pene på spenningen er konvergensviskositeten	53
4.4	FEM test #1 test sammenlignet med $0^{\circ}$ testene	55
4.5	I gjennomtrenging av overflatene til de kohesive elementene	56
4.6	Sammenligning av $\Delta_M$	57
4.7	Spenningen ved brudd $\sigma_{22}$	58
4.8	Lastforskyvningen basert på reduksjon i stivheten til treet	59

# Symboler

Store latinske bokstaver

A	:	Totalt sprekkareal
$A_c$	:	Nytt sprekkareal
C	:	Fleksibilitet
E'	:	Modifisert elastisitetsmodul
$E_C$	:	Nabomaterialets elastisitetsmodul
$E_{eff}$	:	Kohesiv effektiv elastisitetsmodul
F	:	Punktkraft
G	:	Bruddergifrislippsfaktor
$G_{prop}$	:	Propagasjons-bruddenergien
$G_c$	:	Kritiske tøyningsenergifrislippsfaktor
$G_f$	:	Spesifikk bruddenergi
$\dot{K}$	:	Spenningsinsitetsfaktor
$K_c$	:	Bruddseighet
$K_{eff}$	:	Kohesiv effektiv stivhet
$N_e$	:	Antall elementer i den kohesive sonen
R	:	Sprekkmotstand
S	:	Skjær-traksjonsspenning
T	:	Traksjonspenning
$T_C$	:	Tykkelsen av de kohesive elementene.
$U_{strain}$	:	Indre tøyningsarbeid
W	:	Arbeidet påført.
$W_s$	:	Arbeid for å lage nytt sprekkareal

#### Små latinske bokstaver

a	:	Sprekklengde
$a_0$	:	Initieringssprekk
$a_n$	:	Sprekklengde fra kraftpunktet
$f_{ij}(\theta)$	:	Overflateenergien
k	:	Geometrisk konstant
$l_{cz}$	:	Lengden på den kohesive sonen
$l_{pz}$	:	Lengden på prosess sonen
$\hat{l_e}$	:	Lengden på ett kohesivt element
n	:	Lokal kohesiv retning på tvers
r	:	Radius, Polartkoordinat
s	:	Lokal kohesiv retning på langs
t	:	Lokal kohesiv retning på inn i planet
$\overrightarrow{t}$	:	Traksjonsvektor
$t^{\circ}$	:	Maksimal trykkspenning
$t_e$	:	Tykkelse på naboelementene
$t_{eff}$	:	Kohesiv effektiv tykkelse på elementet
$\overrightarrow{u}$	:	Tøyningsfelt
w	:	Tøyningsdensiteten

### Store greske bokstaver

Γ	:	Tilfeldig tøyningsområde rundt sprekken
$\Delta_c$	:	Kohesiv kritisk skaddeforskyvning
$\Delta_f$	:	Kohesiv bruddforskyvning
$\Delta_{fail}$	:	Sprekkåpning ved totalt brudd
$\Delta t$	:	Tidsinkrement
$\Delta_M$	:	Vertikal kileforskyvning
$\Delta_H$	:	Horisontal kileforskyvning
П	:	Potensiell energi
Ω	:	Ytre arbeid

### Små greske bokstaver

$\alpha$	:	Stivhets parameter
$\beta$	:	Geometrisk parameter
$\gamma_s$	:	Overflateenergien
$\theta$	:	Vinkel, Polartkoordinat
$\mu$	:	Kohesiv konvergensviskositet
$\rho_C$	:	Nabomaterialets densitet
$\sigma_{comp}$	:	Trykkspenning ved prosess sonen
$\sigma_{ij}$	:	Spenningsvektor
$\sigma_{YS}$	:	Flytgrense

### Forkortelser

FPZ	Fracture process zone	Bruddutbredelsessone
LEFM	Linear elastic fracture mechanics	Lineærelastisk bruddmekanikk
NLFM	Nonlinear fracture mechanics	Ikke-lineær bruddmekanikk
DIC	Digital image correlation	Digital bilde korrelasjon
G	Strain energy release rate	Bruddergifrislippsfaktor
CZ	Cohesive zone	Kohesiv sone
DCB	Double cantilever beam	Dobbel utkragerbjelke

Kapittel 1

# Introduksjon

## 1.1 Bakgrunn

Tre er et ganske komplekst og anisotropt materiale med flere irregulariteter som kvister, fibere og porer. Egenskapene til tre endrer seg som følge av flere omstendigheter som blant annet vekstvilkår og på hvordan produseringen av tømmeret foregår. I dimensjoneringen av trekonstruksjoner er det ofte kapasiteten i områdene rundt forbindelser frem til brudd, som får fokus når det snakkes om bruddkapasitet og beregningsmetoder. Seighetsegenskapene i treet sørger for at det fortsatt er kapasitet igjen etter bruddet er nådd. Å modellere et numerisk brudd, må det på bakgrunn av irregulariteten i tre, basere seg på et empirisk forsøk.

I denne oppgaven starter, det som en del av et forskningsprosjekt på bruddmekanikk i tre, i et studie på hvordan sprekkdannelsen oppfører seg og kan modelleres numerisk ved bruk av kohesive elementer. Oppgaven er ment som en start på et studie i bruk av kohesive elementer til å beskrive bruddet og det er lagt opp til at oppgaven skal være en byggestein for videreføring basert på denne oppgaven.

## 1.2 Problemstilling

Denne oppgaven skal danne et godt grunnlag for numerisk modellering av brudd i tre, basert på empiriske tester, med kohesive elementer. Problemstillingen går ut på å designe et test oppsett med en god praksis for testing av prøvestykker som videre kan kombineres med de ulike teoriene og parameterne i bruddmekkaniken for numerisk analyse.

## 1.3 Avgrensinger

Oppgaven behandler en empirisk- og numeriskdel av et forsøk på å beskrive bruddmekanikken i tre. Følgende avgrensinger er tatt med hensyn til oppgavens mål og på bakgrunn av en sen oppstart av empiriske tester.

Det er modellert numerisk for 0°fiberretning i forhold til lengderetning.

På grunn av begrenset med tid vil ikke postprosesseringen av tøyningsfeltet igjennom programmet ARAMIS (DIC) bli gjort. Dataene fra testene baserer seg derfor på deformasjon og kraft fra lastcellen.

## 1.4 Struktur på oppgaven

Oppgaven er bygget opp med en teoridel i kapittel 2 om bruddmekanikken og numeriske beregninger av den kohesive sonen, hvor mulige løsninger blir diskutert. Kapittel 3 handler om utførelsen og resultatene av den empiriske testen av prøvestykkene. Kapittel 4, tar for seg den numeriske modelleringen basert på teorien i kapittel 2 og resultatene fra kapittel 3. Oppgaven rundes av med en diskusjon og konklusjon av resultatene i kapittel 5 og anbefaler videre arbeid. Kapittel 2

# Grunnlag for oppgaven

## 2.1 Materialegenskapene til tre

Siden forrige århundre har tre som konstruksjonsmateriale utviklet seg fra et tradisjonelt småhusmateriale til å være den bærende konstruksjonen i høyhus og broer. Med et større fokus har det føret frem til en bredere forskning på egenskapene til tre.

Ved dimensjoneringen av tre konstruksjoner blir det som regel prøvd å unngå løsninger som vil føre til store spenninger vinkelrett på fiberretningen. Det er de lave styrkeegenskapene, spesielt vinkelrett på fiberretningen, som gjør muligheten for brudd stor. Som sett på figur 2.1, er det ofte uunngåelig.



Figur 2.1: Trebjelker utsatt for strekkrefter vinkelrett på fiberretningen[1]

I figur 2.1 er den horisontale bjelken i strekk vinkelrett på fiberretningen, som kan føre til sprekkinitiering og forplantning langs fiberretningen. Sprekkinitiering i tre kan bli sett på som et kvasi-sprøtt brudd, som vil si at bruddet kommer plutselig og uten forvarsel av større deformasjoner før bruddet. Dette medfører at sprekkinitiering og forplantning av

sprekken er viktige elementer i dimensjonering av trekonstruksjoner, spesielt med tanke på at treet mister det meste av sine styrkeegenskaper etter brudd.

På et makroskopisk nivå er tre beskrevet som et kontinuerlig og ortotropisk materiale. Materialegenskapene følger sirkulære steg etter hvordan treet vokser, med årringer i planet med fibercellene orientert vertikalt. Treets materialretninger deles opp sylindrisk, i radiell (R) retning vinkelrett på årringene, tangentiell retning (T) med årringene og i lengderetning (L) parallelt med fiberretningen. Planene sprekkdannelsen kan propagere er notert TL, RL, LR, TR, RT og LT hvor den første bokstaven indikerer retningen normalt på sprekkplanet og den andre bokstaven retningen til sprekken. [2]



Figur 2.2: Bruddplan relativt til akseretningene [3]

Tre er et levende heterogent materiale som gjør at materialegenskapene er komplekse og avhenger blant annet av last, densitet, fuktinnhold, temperatur og vekstforhold[4]. Et prøvestykke kan ha stor varians i styrke innad, ettersom styrkeegenskapene avhenger av fiberstørrelsen, mengden kvist og tetthet på årringene som fører til store spredninger i styrke og fasthetsegenskaper.

Fiberretningen, eller lengderetningen til treet, har høy stivhet og styrke, da det skal stå imot store egenlaster og naturlige laster. Styrken normalt på fiberretningen er derimot betydelig svakere. Lengderetningen har 10-15 ganger så høy stivhet som radiell retning, og 20-30 ganger så høy som tangentiell retning. Skjærstivheten i radiell-tangentiell plan er veldig lav for de fleste myke tretyper, ofte 5 % av radiell stivhet, gitt i tabell 2.1

#### Variasjonen i styrkeegenskaper

Et lite prøvestykke fra et tre kan ha store variasjoner til et tilsvarende nærliggende stykke og to stykker vil aldri være helt like. Forskjellen kan være stor, både fra tretype til tretype, forskjellige trestykker fra samme type tre og innad i et prøvestykke. Miljø og vekstforhold fører til at cellene har forskjellig størrelse over årringene. Vårveden har store porer for å transportere mye vann og næring sammenlignet med sommerveden. I løpet av veksten

dannes det reaksjonsved på trykksiden av stammen for å rette opp skjevheter i veksten. Disse rød-brune delene av årringene, som har 40% større densitet, er med på å styrke treet og finnes som regel i sommerveden samt under kvister [5]. Den reelle fiberretningen i trevirke er ofte ikke parallell med lengderetningen. Vekstforhold og kvister kan gjøre at fibrene buer seg, noe som kan føre til reduserte lastegenskaper [3].

Kvistdannelser er noe av det som gjør treets styrkeegenskaper mer variable. Størrelsen på kvistdannelsen, om kvisten er "død" eller om den er levende, innvendig eller utvendig, er typiske usikkerhetsmomenter som er med på å begrense styrkeegenskapene [3].

De fleste styrkeegenskapene til tre øker samtidig som fuktinnholdet reduseres under et karakteristisk metningsinnhold. Når vannmolekylene forsvinner ved redusert fuktinnhold, binder mange nye hydrogenatomer seg i mikrofibrillen i celleveggene[3]. Ved økende temperatur minsker som regel styrkeegenskapene. Disse endringene er forholdsvis små og er reverserbare ved temperaturer under 100 °C. Ved høyt fuktinnhold kan skadene ved minusgrader være u reverserbare, ved at vann ekspanderer og bryter opp fibrene. I denne oppgaven har prøvestykkene ligget i et klimarom, med utgangspunkt på en temperatur på  $20^{\circ}C$  og 12% fuktinnhold. Styrkeegenskapene brukt i denne oppgaven er gitt i tabell 2.1

Symbol	$E_{LL}$	$E_{RR}$	$E_{TT}$	$v_{LR}$	$v_{LT}$	$v_{RT}$	$G_{LT}$	$G_{LR}$	$G_{TR}$
Abaqus	E1	E2	E3	Nu12	Nu23	Nu12	G23	G13	G12
Nordisk gran	9400	790	340	0.5	0.66	0.84	640	580	30
Enhet	MPa	MPa	MPa	-	-	-	MPa	MPa	MPa

Tabell 2.1: Materialegenskaper til nordisk gran

## 2.2 Bruddmekanikk

Styrkeegenskapene igjennom bruddmekanikken har igjennom de siste århundre blitt forsket på, men er et relativt ungt fagfelt. Den tidligst krediterte studien ble gjennomført av A. A. Griffith (1921). I løpet av årene rundt andre verdenskrig ble det satt fart på fagfeltet, blant annet etter bruddene på skipene i Liberty klassen.[6]

Bruddmekanikken er i dag flere modeller for å beskrive hvordan defekter og sprekkdannelser har sin innvirkning på materialer. Noen av de mest sentrale studiene for bruddmekanikk for denne oppgaven er basert på Porter(1964) som pionerte bruddmekanikken i tre med å beskrive brudegenskapene for ortotropiske materialer. Stanzl-Tschegg et al.(1995)[7] beskriver en ny kilebasert test, for å kunne måle mer en kun bruddpunktet, men også seighetsegenskapen ved propageringen av sprekken. Det nye med denne er hvordan testen ikke introduserer et ustabilt brudd og beskrive den spesifikke bruddenergien. Boström [8] kom frem til hvordan tre kan bli sett på som et kvasi-sprøtt materiale og at lineære metoder ikke er tilstrekkelige for å beskrive bruddet. Aicher(2010) [9] beskriver videre hvordan Mode I bruddenergien er uavhengig av initialsprekken og hvordan bestemmelsen av den kritiske bruddenergien kan formuleres.

### 2.2.1 Griffith sin teori

#### Griffith's energibalanse

Griffith's kriteriet går ut på at om en sprekk skal oppstå eller vokse, må den totale energien henholdsvis være konstant eller minke.[3] Likevektsligningen er gitt ved:

$$-\frac{d\Pi}{dA} = \frac{dW_s}{dA} \tag{2.1}$$

hvor:

A	:	Nytt sprekkareal
Π	:	Potensiell energi
$W_s$	:	Arbeidet for å lage en ny overflate

Tøyningsenergifrislippsfaktoren G kan settes som:

$$G = -\frac{d\Pi}{dA} \tag{2.2}$$

Sprekkpropagasjonen skjer når G oppnår den kritiske verdien:

$$G_c = \frac{dW_s}{dA} = 2\gamma_s \tag{2.3}$$

hvor:

 $\gamma_s$  : Overflate energien

### 2.2.2 Lineær-elastisk bruddmekanikk

Griffiths teorier er basert på homogent glassbrudd og hadde gode resultater opp mot virkeligheten. Glass er ikke det mest vanlige konstruksjonsmaterialet, så for heterogene og anisotrope materialer som tre, trengtes det en videre utvikling. Den lineær-elastiske bruddmekanikken (LEFM) har kriterier som tar for seg at materialet oppfører seg lineært, etter Hooks lov, helt opp til bruddet. Sprekkpropagasjonen oppstår når en lokal spenning på sprekkspissen, overstiger en gitt kritisk spenning.

#### Spenningsintensitetsfaktor

Normaltsett er det ikke gunstig å måle hele det globale systemet når det er snakk om bruddenergi og seighet før og etter ett brudd[3]. Et alternativt bruddkriterie er blitt utviklet som baserer seg på lokale spenninger rundt sprekkspissen. Spenningsfeltet rundt sprekkspissen kan bli beskrevet som:

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{k}{\sqrt{r}}\right) f_{ij}(\theta) \tag{2.4}$$

hvor:

$\sigma_{ij}$	:	Spenningsvektoren
$k^{-}$	:	Geometrisk konstant
$f_{ij}(\theta)$	:	Dimensjonsløs funksjon av $\theta$
$r \ og \ \theta$	:	Polarkoordinater rundt sprekkspissen

Spenningsfeltene for et lineært-elastisk materiale kan med hensyn på Mode I – III defineres som

$$\lim_{r \to 0} \sigma_{ij}^{(\text{I},\text{II},\text{III})} = \frac{K_{(\text{I},\text{II},\text{III})}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(\text{I},\text{II},\text{III})}(\theta)$$
(2.5)



Figur 2.3: Strekkspenninger ved sprekkspissen [3].

Når  $r \to 0$  vil leddet i formel 2.5,  $\frac{1}{\sqrt{2\pi r}}$ , føre til en singularitet ved sprekkspissen og vil dermed ikke gjelde i dette område. Konstanten k, som beskriver intensiteten på singulariteten, kan omformuleres med spenningsintensitetsfaktoren  $K = k\sqrt{2\pi}$  [10]

Med dette kan, for mode I, spenningsintensitetsfaktor defineres som:

$$K_{\rm I} = \lim_{r \to 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_y \tag{2.6}$$

 $K_{\rm I}$  representerer styrken til singularitetstrykket som opptrer på sprekkspissen. Spenningsintensitetsfaktor er en funksjon av geometrien, last og sprekklengden og kan skrives om for lettere analysering som[3]:

$$K_{\rm I} = \beta \sigma \sqrt{a} \tag{2.7}$$

hvor:

$\beta$	:	Geometrisk parameter
a	:	Sprekklengden

Hvis  $K_{\rm I}$  er like stor som materialets bruddseighet  $K_{\rm IC}$ , vil sprekken propagere.  $K_{\rm IC}$  er en motstandsfaktor i materialet mot sprekkdannelser, og er forskjellig for alle Moder, som gitt i formel refeq:motstandsfaktor.

$$K_{\rm IC} \neq K_{\rm IIc} \neq K_{\rm IIIc} \tag{2.8}$$

#### 2.2.3 Ikke-lineær bruddmekanikk

Lineær bruddmekanikk har ikke mulighet til å ta hensyn til alle egenskapene rundt et brudd. LEFM avhenger av en skarp sprekkspiss med singulær spenning på tippen, noe som ikke er en reel virkelig hendelse i materialet. LEFM gir en god beskrivelse i plutselige brudd i materialer slik som glass og støpejern, men vil dårlig beskrive brudd med seighetstrekk slik som tre med sin mikrostruktur[11]. I følge Griffith, er den generelle ideen at all tøyningsenergien blir brukt til å lage en ny bruddflate. I de fleste materialer er ikke dette tilfelle, da flere forskjellige mikromekanismer spiller inn. Energien går ikke direkte for å danne nytt sprekkareal, men mye av energien blir tatt opp i plastisiteten rundt bruddet [1]. Seighetsegenskapene i et materiale varierer i betydningsgrad og er med på å bestemme om en modell for hvordan en ikke-lineær bruddmekanikk(NLFM) kan bli brukt. Tre er et kvasi-sprøtt materiale med kjennetegn på at materialet har samme drastiske brudd slik som sprø materialer, men en mindre dramatisk initiering og overgang. Etter en lineær-elastisk tøyning begynner ikke-lineariteten å spille inn rundt bruddet.

#### Bruddutbredelses sone

En av effektene med stor betydning for bruddseigheten, er størrelsen på prøvestykket. Selv om bruddseigheten er ansett som en materialegenskap, påvirker størrelsen på hvor mange ikke-lineariteter som er i sving. Ved bruk av større prøvestykker, kan det oppleves lavere brudd-seighetsegenskaper. Grunnen til dette er at bruddutbredelses sonen (FPZ) rundt sprekkspissen. Foran sprekkspissen, i FPZ, vil flere seighetsegenskaper kunne oppstå, enten om det er plastiske deformasjoner i stål, eller mikrosprekking i tre. Siden FPZ ikke endrer seg i størrelse sammenlignet med prøvestykkets størrelse, vil større prøvestykker nærme seg LEFM. Siden størrelsen på FPZ i forhold til hele systemet er liten og mindre betydelig som beskrevet av Aicher (2010)[9]. Som på figur 2.4, er NLFM en modell for en sammenkobling av LEFM og bruddfasthet.



Figur 2.4: Sammenhengen mellom styrketeorien og den relative størrelsen på prøvestykket[3].

#### **R-kurve**

For å sette innflytelsen av FPZ i perspektiv, er en sprekkvekstmotstands kurve, eller en R- kurve, en vanlig måte å beskrive seighetsegenskapene i materialene. Sprekkmotstanden R kan bli definere som  $G_C = G$  fra formel 2.3, for LEFM. Når seighetsegenskapene til materialet begynner å ta effekt, vil R øke i størrelse og etterhvert avta mot konstant, parallelt med LEFM, etterhvert som sprekken vokser. At R kurven nærmer seg konstant, er en indikasjon på at seighetsegenskapene ikke er ubestemte. Eksempelvis kan det beskrives med lite brobygging i forhold til sprekklengden i starten av sprekkpropagasjonen, sammenlignet med forholdet ved en større sprekk.

Det er to vanlige muligheter for å beregne R kurven. J-integralet eller Rice-integral, baserer seg på å integrere tøyningsenergidensiteten w og traksjonspenningen over en tilfeldig vei  $\Gamma$ , som gitt i formel 2.9.

$$J = \int_{\Gamma} \left( w dy - \overrightarrow{t} \frac{\partial \overrightarrow{u}}{\partial x} ds \right)$$
(2.9)

hvor:

Γ	:	Området rundt brudutbredelsen
$w_{j}$	:	Tøyningsenergidensiteten
$\overrightarrow{t}$	:	Traksjonsvektoren
$\overrightarrow{u}$	:	Tøyningsfeltet

Tøyningsfeltet er hentet fra DIC og oppsettet for beregning kan baseres på Bergan et al.(2014)[12].

En alternativ metode er modified compliance calibration (MCC) metoden. For et lineær elastisk stykke med en konstant bredde b med en sprekklengde a, utsatt for en konsentrert last F som fører til sprekkåpningen  $\Delta$ , er G gitt ved:

$$G = \frac{F^2}{2b} \frac{\partial C}{\partial a} \tag{2.10}$$

hvor C er fleksibiliteten (compliance) som er gitt ved forholdet mellom sprekkåpningen og ekstern kraft.



 $C = \frac{\Delta}{F} \tag{2.11}$ 

Figur 2.5: *R*-kurven viser hvordan seighetsegnskapene påvirker sprekkmotstanden [3]

#### Stabil sprekkvekst

Under sprekkdannelsen kan både sprekken gro både stabilt og ustabilt. Når G er er mindre en  $R = \frac{dW}{dA}$ , vil sprekken få en ustabil vekst. For G = R og G > R, vil sprekken gro stabilt. Ved G > R må sprekken øke i størrelse og/eller spenningene må øke for at sprekken skal få en ustabil vekst. Generelt kan det bli sagt at en sprekk er ustabil ved[13]:

$$\frac{dG}{da} > \frac{dR}{da} \tag{2.12}$$

Dette er en generell betingelse for sprekkdannelsen og gjelder både for LEFM og NLFM. For å sikre en stabil sprekkvekst, er det å sørge for at spenningen ikke øker ved sprekkvekst en forutsetning. Ved en kiletest, vil spenningen avta i det sprekken begynner å propagere og det er derav sikret en stabil sprekkvekst[3].

#### Tøyningsoppmykning

I løpet av lastpåføringen vil de små mikrostrukturene sprekke opp og gi etter, noe som fører til at last-forskyvningskurven flater ut og når toppen. Rett før toppen blir fler mikrosprekker samlokalisert til mindre områder, som igjen vil bli større helt til fiberene må gi etter og slipper hverandre slik at sprekken starter.

Når toppen er nådd og en FPZ er etablert, vil en tøyningsoppmykning starte. Seighetsegenskapene i materialet rundt sprekkdannelsen fører til et gradvis energitap. Mikrosprekker og brobygging mellom fibrene sammen med kvistdannelser er typpiske seighetsegenskaper i tre.

#### Spesifikk bruddenergi

Fra før av har det blitt introdusert den kritiske tøyningsenergifrislippsfaktoren  $G_c$ . For et kvasi-sprøtt materiale slik som tre, vil den spesifikke bruddenergien  $G_f$  gi et bedre bilde på bruddet. For et materiale med minimal bruddutbredelses sone (FPZ), vil teoriene for LEFM gjelde at de to verdiene er like hverandre. Forskjellen kommer etter bruddet hvor det fortsatt blir gjort et arbeid[3]. Den spesifikke bruddenergien kan skrives som:

$$G_f = \frac{W}{A} \tag{2.13}$$

hvor:

A : Bruddarealet W : Arbeidet påført.

Arbeidet er gitt ved:

$$W = \int_{0}^{\Delta_{fail}} F(\Delta) d\Delta$$
 (2.14)

Totalt sett for bruddenergien, kan den spesifikke bruddenergien bli beskrevet den med en initieringsdel,  $G_c$ , og en propagasjonsdel, slik at:

$$G_f = G_c + G_{prop} \tag{2.15}$$

11



Figur 2.6: Bruddinitiering- mot propagasjonsenergien.

### 2.2.4 Bruddformer

Et brudd kan bli karakterisert i tre forskjellige modes, basert på geometrisk separasjon. Mode I beskriver en symmetrisk åpning med separasjon normalt på bruddplanet, mens Mode II og III, beskriver skjær, henholdsvis i og ut av planet slik som i figur 2.7. Modusene kan opptre hver for seg eller som en kombinasjon av to eller fler modes samtidig.



Figur 2.7: De tre bruddformene [14].

#### Mode I brudd

Det mest vanlige og utsatte bruddet, er strekkbrudd i Mode I [3]. Radiell og tangentiellretning har ca 10-30 % av styrkeegenskapene til fiberretningen[3]. Naturlig vil da brudd parallelt med fiberretningen, RL og TL, lettest oppstå i mode I og derav har det blitt hovedområdet til forskning innenfor bruddmekanikken i tre. Det er ofte den kritiske styrken i en konstruksjonsdel, spesielt rundt festemidler som for eksempel bolter og spiker [3].

#### Mode II brudd

Mode II beskriver skjærbrudd i planet som vist på figur 2.7. Mode II kommer litt i skyggen, ved at mode I er en lettere bruddform å relatere til og mode II derfor lett kan bli sett forbi i designet. I elementer som bøyes og for bolter som opptrer med skjær, er typiske mode II tilfeller. Bruddenergien  $G_f$  kan bli målt på den ytre energien, delt på det nye arealet som blir til. For å måle den ytre energien, blir prøvestykket avlastet og det blir målt forskjellen på arealet, lastfasen og avlastingsfasen som gitt på figur 2.8



Figur 2.8: Eksempel på arbeidsberegning på en mode II bruddenergitest[3].

#### Mixed Mode brudd



Figur 2.9: Sprekkdannelser med en vinkel på spenningsfeltet [3].

I mixed mode kombineres flere modes samtidig og tendenserer til å være den dominante i virkeligheten. I utgangspunktet propagerer sprekken når de respektive spenningsintensitetsfaktorene,  $K_{IC}$  eller  $K_{IIC}$ , er nådd. Det er normalt å betrakte at bruddet går slik at energifrigjøringen G er maksimal og naturlig vil bruddet gå vinkelrett på lastaksen mot mode I brudd, slik som figur 2.9. For isotropiske materialer derimot, slik som tre, som har relativt svake plan relativt, i forhold til hverandre, vil fiberretningen dominere og sprekken vil ta retning slik at bruddmotstanden R blir minimal. I praksis vil det bli opplevd at sprekken for det meste går langs fiberretningen kombinert med at den hopper over fra et fiberplan til et annet.

For denne oppgaven er kombinasjonen av Mode I og II som aktuell. Sprekkinitieringskriteriet kan bli kombinert og er definert som:

$$\left(\frac{K_{\rm I}}{K_{\rm IC}}\right)^a + \left(\frac{K_{\rm II}}{K_{\rm IIC}}\right)^b = 1 \tag{2.16}$$

hvor Wu (1967)[15], foreslo a = 1 og b = 2. Deretter ble det verifisert for gran av Mall(1983)[16]. Sprekkinitieringskriteriet kan, på bakgrunn av forholdet gitt i formel 2.18, også bli gitt med hensyn på G:

$$\left(\frac{G_{\rm I}}{G_{\rm IC}}\right)^a + \left(\frac{G_{\rm II}}{G_{\rm IIC}}\right)^b = 1 \tag{2.17}$$

#### Mode III brudd

Avrivingsbrudd i mode III er ikke av relevans for denne oppgaven. Generelt er det beskrevet lite i litteraturen. Lettest å forestille seg mode III er ved å rive et ark i to og relevansen kan ses rundt forbindelser, for eksempel ved utdragning av en skrue, eller som et fuktproblem.

#### **2.2.5** Bestemmelse av $G_I$

Der hvor spenningsintensitetsfaktoren ikke har en fysisk størrelse, er bruddergifrislippsfaktor  $G_I$  en mer brukt størrelse. Irwin(1958) beskrev relasjonen mellom Bruddergifrislippsfaktor og spenningsintensitetsfaktoren som:

$$G_I = \frac{K_I^2}{E'} \tag{2.18}$$

hvor E' er elastisitetsmodulen gitt etter Sih et al.(1965) for TL og RL som:

$$\frac{1}{E_{TL}'} = \sqrt{\frac{1}{2E_L E_T}} \left[ \sqrt{\frac{E_L}{E_T}} + \frac{E_L}{2G_{LT}} - v_{TL} \right]^{\frac{1}{2}}$$
(2.19)

$$\frac{1}{E_{RL}'} = \sqrt{\frac{1}{2E_L E_R}} \left[ \sqrt{\frac{E_L}{E_R}} + \frac{E_L}{2G_{LR}} - v_{RL} \right]^{\frac{1}{2}}$$
(2.20)

Ulempen med både spenningsinsitetsfaktoren og bruddenergifrislipps farten er at de er avhengig av geometrien. Spesielt formlene for å finne spenningsinsitetsfaktoren  $K_I$  for en dobbel utkragerbjelke(DCB) er kompliserte og basert på isotropisk materialoppførsel. For en tilnærming for å bestemme bruddergifrislippsfaktoren G, kan et eksempel med en utkrager bjelke hvor den totale potensielle energien  $\Pi_p$ , kan bli beskrevet som:

$$\Pi_p = U_{strain} + \Omega = U_{strain} - Fu \tag{2.21}$$

hvor:

$U_{strain}$	:	Indre energi
Ω	:	Ytre arbeid
u		Forskyvning ved lastpunktet

Forutsatt en dobbel utkragerbjelke(DCB), kan bruddenergifrislippsfaktoren bli bestemt av bjelketeorien som:

$$G_I = \frac{d\Pi_p}{dA} = \frac{F^2 a^2}{E' I b} \tag{2.22}$$

hvor:

a : Sprekklengden fra last punktet I :  $\frac{bh^3}{12}$ 

Skjærdeformasjoner er blitt neglisjert, full utregning finnes i vedlegg B.

### **2.2.6** $G_f$ vs. $K_{IC}$

Når det kommer til relevante materialegenskaper som har mest verdi for denne oppgaven, og tre generelt, er det satt fokus på en viktig forskjell når det kommer til den spesifikke bruddenergien og bruddseigheten. Hvor bruddseigheten  $K_{IC}$  gjelder for å finne ut når bruddet går, beskriver den spesifikke bruddenergien  $G_f$  hele prosessen for bruddet. For materialer med sprøbrudd som stål, gir  $K_{IC}$  en god beskrivelse av bruddkapasiteten etter som last-forskyvningskurven stopper ved bruddet. For tre derimot, er det flere post-brudd ikke-lineariteter som spiller inn. Stanzl-Tschegg et al.(2010)[17] mente at bruddseigheten er diskutabelt mer relevant for tre og videre i denne oppgaven vil på samme grunnlag hovedfokuset ligge på den spesifikke bruddenergien.

## 2.3 Den kohesive sonen

Sprekkdannelser i tre som er utsatt for kort lastvarighet kan bli numerisk analysert igjennom ikke-lineær bruddmekanikk (NLFM), ved bruk av kohesive soner[2]. Den kohesive sonen var først introdusert av Branblatt (1962) og Dugdale (1960) og videreført for kvasisprø materialer av Hillerborg et al. (1976) i en fiktiv sprekkdannelsemodell.

### 2.3.1 Bakgrunn

ABAQUS har flere muligheter for modellering av sprekkdannelser, som XFEM, Virtual Crack Closure Technique (VCCT) og kohesive elementer. Denne løsningsmåten bruker en bruddutbredelses sone (FPZ) forran sprekkspissen ved å bruke traksjonsseperasjons lover for å relatere åpningen med spenningen. Hver mode har en initial elastisk stivhet, en maksimal traksjon eller en mellomflatespenning. Arealet under traksjonsseperasjonsgrafen er lik som den kritiske bruddenergien.



Figur 2.10: Mode I brudd ved bruk av kohesive elementer med traksjon T [18].

Bruddmodellering med kohesive elementer er en krevende prosess og der det trengs kunnskap og erfaring med de kravene og valgene rundt defineringen av egenskapene til traksjonsseperasjonen. Mange av verdiene har ikke en fysisk mening og må bli parametrisert og testet opp mot eksperimentelle resultater[19].

### 2.3.2 Den fiktive bruddmodellen

I den lineær-elastiske bruddmodellen, LEFM, kan bli beregnet med forbehold om at det er uendelig spenning på sprekkspissen. I virkeligheten vil ikke dette være riktig da for eksempel flyt og defekter i materialet forhindrer dette for å kunne opptre. Som diskutert i 2.2.3, LEFM kan bli brukt så lenge FPZ er forholdsvis liten i forhold til den globale størrelsen og ut i fra LEFM teorier er det blitt utviklet modeller for å beskrive de ikke-lineære egenskapene. Dugdale(1960) og Barenblatt(1962), tok hver for seg, og så på sprekkdannelsen med en litt større fiktiv sprekk. De inkluderte en plastisk sone hvor slutt-spenningen ble fordelt på størrelsen på den plastiske sonen, mellom den reelle og fiktive sprekkdannelsen. Slutt-spenningen er lik materialets flytgrense,  $\sigma_{YS}$ , og hvor lengden på den plastiske sonene kan bli beskrevet som[3]:

$$\rho = \frac{\pi K_1^2}{8\sigma_{YS}^2} \tag{2.23}$$

Hillerborg et al.(1976) utviklet en modell, basert på Dugdale og Barenblatt, på å modellere bruddsonen i betong. For å overkomme egenskapene ved mikrosprekking og brobygging mellom fibrene, ble en kohesiv sone introdusert. Sonen hadde i motsetning til Dugdale ikke en konstant spenningsfordeling, men baserte seg på at spenningen minsket mot sprekkspissen. Fortino et al.(2012) så på hvordan binnemiddel påvirker mode I brudd i RL planet. De testet forskjellige limtyper og testet eksperimentelt en dobbel-utkragerbjelke (DCB) og en numeriske løsninger opp mot hverandre. Dourado et al.(2007) testet ut en fritt opplagte bjelker med hakk på undersiden av nordisk gran og maritime furu. De sammenlignet resultatene for en invers numerisk modell laget med utgangspunkt i resultatene og et bi-lineært skadeinitierings forslag.

#### 2.3.3 Traksjonsseperasjon

Det er videre kun tatt hensyn til Mode I brudd i notasjonen ved defineringen av den kohesive sonen, men de samme teknikkene gjelder for mode II og III.

Den konstitutive reaksjonen til den kohesive sonen som blir brukt er en bi-lineær traksjonsseperasjons lov. Som vis i Figur 2.10, drar traksjonsspenningen T, elementene fra hverandre. Teorien går ut på at den kohesive initialresponsen er lineær opp mot punktet når bruddinitieringen er møtt. Så reduseres spenningen med hensyn på bruddenergien,  $G_C$ .

Det må defineres en effektiv stivhet  $E_{eff}$  og traksjonspenningen T. For skademodellen er det enten basert på forskyvning  $\Delta_f$  ved brudd eller ved den kritiske bruddenergien  $G_{IC}$ , etter som de implisitt gir hverandre.



Figur 2.11: Bi-lineær skademodell [20]

ABAQUS sin brukermanual[19] beskriver bruddenergien  $G_C$  som arealet under spenningtøynings grafen, som sett på figur 2.11. Bruddenergien er gitt som:

$$G_c = \frac{\Delta_f T}{2} \tag{2.24}$$

Den effektive elastisitetsmodulen til den kohesive sonen er i ABAQUS, er beskrevet som E/Enn. Som beskrevet av Diehl(2006)[21] er stivheten  $K_{eff}$  på CZ:

$$K_{eff} = \frac{T}{\Delta_c} \tag{2.25}$$

Videre kan  $K_{eff}$  bli beskrevet med hensyn på bruddenergien:

$$K_{eff} = \frac{2G_c}{\Delta_c \Delta_f} \tag{2.26}$$

Den effektive modulusen er gitt ved[21]:

$$E_{eff} = K_{eff} t_{eff} \tag{2.27}$$

hvor  $t_{eff}$  er den effektive tykkelsen på de kohesive elementene. Det er to forskjellige måter å definere den effektive tykkelsen i ABAQUS/CAE. Den første er  $t_{eff} = 1$ . Da er den geometriske lengden satt som en enhetslengde. Da vil tøyningen i det kohesive elementet være lik den faktiske utvidelsen. Hvis den endelige separasjonen er satt til  $\Delta_f = 0.5$ , vil elementet utvide seg 0.5 mm ved brudd. Den andre er den faktiske geometriske størrelsen mellom nodene. Rent praktisk kan den siste muligheten være vanskelig å oppnå, ettersom tykkelsen på CZ ofte er ukjent eller lik null [21].

Den effektive stivheten skal i utgangspunktet tilsvare nabomaterialet, men det finnes fler retningslinjer[19]. Verdien må være høy nok for å hindre penetreringen av sprekkflatene og for å forhindre kunstig elastisitet fra de kohesive elementene til å påvirke modellen. Som vist på figur 2.14, vil området med  $\sigma_{comp}$  bli bøyd i negativ z-retning og inn i den tilsvarende delen under og kan føre til at de kohesive elementene blir vrengt. Samtidig må den ikke være så stor at den kan komme til å skape numeriske konvergensproblemer [20]. Turon et al.(2007) foreslo en formel for å sikre at elastisiteten til den kohesive sonen er mye større en nabo elementene.

$$K_{eff} \ge \alpha \frac{E_3}{t_e} \tag{2.28}$$

hvor:

$\alpha$	:	parameter mye større en 1
$t_e$	:	tykkelsen på naboelementene.

#### En tilnærming for tre

Figur 2.11 vise en bi-lineære skademodell. For å kunne gjenskape en god representasjon av seighetsegenskapene i tre, foreslo Hillerborg(1991) en alternativ bi-lineær modell som tar for seg en mer representativ bruddseigheten. Modellen i figur 2.12 viser at etter sprekkeninitieringen har startet, begynner mikrosprekker  $G_{f1}$  og brodannede fibere  $G_{f2}$ , å påvirke bruddenergien forskjellig. Mikrospekkene har i virkeligheten innvirkning foran og rundt sprekkspissen og de brodannende fibrene, bak bruddet[3]. Modellen er definert av to spenninger og to sprekkstørrelser for å kunne beskrive bruddenergien i en tri-lineær bruddmodell.



Figur 2.12: Tri-lineær skademodell for kohesive elementer .



Figur 2.13: Spenningen i de kohesive elementene ved brudd.

#### Størrelse på den kohesive sonen

For å nøyaktig gjenskape propagasjonen av sprekken er det viktig med et tilstrekkelig antall elementer i en kohesive sonen for å sikre et akseptabelt spenningsfelt rundt sprekkspissen. Lengden på den kohesive sonen,  $l_{cz}$ , strekker seg fra sprekkspissen til der den maksimale kohesive traksjonen oppstår. Turon (2007) beskrev for numerisk beregning, at
uavhengig av geometrien, kan lengden av den kohesive sonen beskrives som en materialegenskap. For mode I og Mode II er lengden gitt ved:

$$l_{cz \perp} \ge ME \frac{G_{\mathrm{IC}}}{T^2} \quad \text{og} \quad l_{cz \perp \mathrm{II}} \ge ME \frac{G_{\mathrm{IIC}}}{S^2}$$
(2.29)

hvor M en en parameter som beskriver den kohesive sonen, anbefalt som 1. Turon baserte seg på isotropisk materiale for elastisitet modulen. Blant annet Cottrell (1963) og Hillerborg et al.(1976) kom frem til samme formel for ortotropiskemateriale, men da uten parameteren M og at elastisiteten er gitt som E'. En annen tilnærming er ved ved klassisk bjelketeori. Da kan det kommes frem til lengden av en bruddutbredelses sone.

Gitt en utkragerbjelke utsatt for bøying[22], slik som på figur 2.14, og fordeler spenning likt, kan momentlikevekten i punkt A beskrives som

$$Fa - \int_{0}^{l_{pz}} \sigma_{comp}(x) b dx - \int_{0}^{l_{pz}} T(x) b dx = Fa - b l_{pz}^2 T_{\max}^2 = 0$$
(2.30)

hvor  $\sigma_{comp}$  trykkspenning, satt lik traksjonen, og *b* er bredden på bjelken. Kombineres ligning 2.30 og 2.22 med hensyn på G, kan lengden av  $l_{pz}$  er bli satt lik:

$$l_{pz} = h \left[ \frac{G_{IC} E'}{12T^2} \right]^{1/4}$$
(2.31)

I en studie på relativt slanke deler, beskrev Yang og Cox (2005)[23] en lik tilnærming for brudd:

$$l_{pz} = h \left[ \frac{G_{IC} E'}{T^2} \right]^{1/4}$$
(2.32)



Figur 2.14: Prosessonelengden til en sprekk i mode I [18].

Turon et al.(2007) anbefalte minimum tre elementer,  $N_e$ , i den kohesive sonen for å sikre et akseptabelt resultat. Lengden  $l_e$  på ett element kan bli beskrevet som:

$$l_e \le \frac{l_{cz}}{N_e} \tag{2.33}$$

#### Skadeinitiering

Det finnes i ABAQUS fire skaderegel som kan bli brukt for traksjonsseperasjon[19]. De baserer seg på maksimal spenning  $\sigma$ , tøying  $\varepsilon$  eller prinsipiell spenning i hver av retningene n, t og s uavhengig av hverandre. Siden bruddegenskapene i tre avhenger av hverandre i mixed mode, blir en kvadratisk formel presentert her. Den kan bli definert både med hensyn på strekk og trykk, hvor trykk kriteriet, Quadratic nominal stress criterion eller QUADS er gitt ved:

$$\left\{\frac{\langle t_n \rangle}{t_n^{\circ}}\right\}^2 + \left\{\frac{t_s}{t_s^{\circ}}\right\}^2 + \left\{\frac{t_t}{t_t^{\circ}}\right\}^2 = 1$$
(2.34)

hvor  $\langle \rangle$  betyr kun trykk spenning og  $t^{\circ}$  representerer maksimalverdien, representert på hver av retningene n, t og s. Skaden blir betraktet å starte når formel 2.34 når 1.

#### Konvergeringshjelp

Et av problemene knyttet rundt ikke-lineær analyse av kohesive elementer ved implisitt analyse, er konvergens[19]. I ABAQUS implisitt elementanalyse blir det blir brukt Newton–Raphson skrittvis tilnærming for å løse likevektsbetingelsene. Det vil kunne bli opplevd at radiusen på konvergensen nærmer seg null ved en ustabilitet, slik som ved brudd. På maksimalpunktet for spenningen kan det oppstå en ustabilitet ved den elastiske tilbakevendingen ved avlasting. Ved å bruke en eksplisitt likevektsløsning vil løsningen raskt divergere fra likevekten og skape en uekte løsning[24]. Løsningen ligger i å gi de kohesive elementene en liten viskositet og Gao og Bower(2004)[24] foreslo  $\mu = 0.00125$ . Et stabilt tidsinkrementet trengs også for konvergens. Etter manualen til Abaqus [19], blir det foreslått et maksimum tidsinkrement gitt ved:

$$\Delta t = T_C \sqrt{\frac{\rho_C}{E_C}} \tag{2.35}$$

hvor:

 $\rho_C$  : nabomaterialets densitet

 $E_C$  : nabomaterialetselastisitet

 $T_C$  : tykkelsen av de kohesive elementene.

Den kohesive sonen trenger ofte et lavere tidsinkrement i forhold til resten av elementene [24]. Gao og Bower foreslo  $\Delta t \approx 10^{-5}$  for å sikre konvergens.

## 2.4 DIC-Digital image correlation

For å måle deformasjonsfeltet på overflaten er det blitt montert et kamerasystem fra ARA-MIS. Kameraene tar bilder fra to vinkler og lager derav et mesh system for å måle deformasjonsfelt. Overflaten til prøvestykkene må bli malt med et heterogent stokastisk mønster, slik som et svart hvit mønster for å oppfatte deformasjonsendringene i 3D. Prøvestykkets tøyningsoverflate kan hentes ut, å brukes til å måle sprekk lengde, sprekk åpning og material egenskapene til treet. For en god representasjon av J-integralet kan DIC bli brukt[25].

# Kapittel 3

# Empirisk forsøk

## 3.1 Eksperimentelle tester

For bruddmekanikken er det bare igjennom eksperimentelle tester det kan bli tatt nødvendige betraktninger for å kunne fremskaffe materialdata av praktisk nytte [13]. Trematerialet har som beskrevet i tidligere kapitler, store usikkerhetsfaktorer. En god og reproduserbar test for å kunne oppnå mest nøyaktige resultater er da ekstra viktig. Hellan (1980) beskrev blant annet det å måle sprekkens vekst, med gode avlesninger av kraft og forskyvning, som kritiske punkter. Basert på tidligere litteratur, har en kilebasert test blitt utviklet, basert på Stanzl-Tschegg (1995). Kilen føres ned i en lastcelle, festet til trestykket, for å presse trestykket fra hverandre, som på figur 3.1.

## 3.1.1 Bakgrunn

Testing av splitting av tre, har foregått siden 1940-tallet i forskjellig former som blant annet beskrevet av Kollmann (1951)[7]. Det har i hovedsak vært to testmetoder som har blitt brukt for tre før i tiden. Den ene er en strekktest med hakk kun på en side. Den andre er en kile som blir ført direkte inn i treet[7], likt som en øks. Problemet med begge testene, er muligheten for å beskrive hva som skjer etter sprekkeninitieringen har startet på en akseptabel måte.

#### Stanzl-Tschegg et al.(1995)

Et av gjennombruddene i å måle tøyningsspenningen etter toppen av lastkapasiteten var nådd, var forsøket til Stanzl-Tschegg et al.(1995). De kom frem til en kile modell, men der friksjonen mellom kile og treet ble tatt bort av stålhjul med rullelager, som var festet til en brakett. Fra før av har energifrigjøringen  $G_{IC}$  og den kritiske bruddseighets faktoren  $K_{IC}$  blitt målt på toppen, før seighetskapene har begynt å spille inn. Dette kunne nå måles over hele forsøket, fra laststart til totalt brudd, etter som oppsettet garanterer en stabil sprekkvekst, i henhold til formel 2.5, ved at spenningen minsker etter sprekkinitieringen [3].



Figur 3.1: Stanzl-Tschegg sitt forsøk

## 3.2 Utforming av prøvestykke

#### 3.2.1 Geometriske betrakninger

Det ble tatt utgangspunkt i Stanzl-Tschegg oppsettet. Hvor de hadde et 150mm x 100mm x 40mm(h x b x t) stort prøvestykket. Hvor Stanzl-Tschegg brukte et forholdsvis lite prøvestykke for å unngå ujevnheter slik som kvister, kan det bli argumentert for at størrelsen på prøvestykket er for liten i forhold til prosess sonen rundt sprekkspissen for at LEFM teorier kan bli brukt. Sammen med å kunne se en lengre sprekkdannelse og sikre at geometrien ikke er en påvirkende faktor, ble geometrien oppskalert til 300mm x 225mm x 150mm. Prøvestykket består av fem lameller a 45mm som er limt sammen. Alle mål kan ses i vedlegget.

#### Fukt og densitet

Alle prøvestykkene er lagret i et fuktrom frem til prøvestart. Fuktrommet har en temperatur på 20°C og en luftfuktighet på 65%. Fuktinnholdet var på rundt 12%. Ved endt forsøk var densiteten på prøvestykkene 396 ±50  $g/cm^3$ , en nedgang på rundt 0.15% fra teststart.

#### Utsparing

Det er blitt laget en 105mm bred innsparing på toppen av stykket for å få plass til braketter med hjul og kilen. Etter som det var litt usikkert på hvor mye av kilen som kom til å penetrere ned i trestykket, ble det gitt rom for at kilen skulle få gå hele lengden. Derfor ble innsnittet 45mm før det ble kuttet  $45^{\circ}$  mot midten.

#### Jevn overgang

I innsnittet ble det valgt å runde av overgangen fra lastflaten ned til initieringssprekken, med en radius på  $30^{\circ}$  for å sikre en jevn spenningsovergang. Et annet grep som også ble tatt, var å pusse overgangene mellom lamellene rundt initieringssprekken, slik at maksspenningen ikke ville opptre i en overgang, slik som på Figur 3.2.

#### Initieringssprekken

Slik som sett på Figur 3.2, har sprekken ikke blitt initiert over et plan. For å sikre at sprekken initierer fra midten, er det saget et 10mm hakk med et sagblad på 3mm.

## 3.2.2 Lastcelle

For å kunne få et best mulig forsøk, er det viktig med så få feilkilder som mulig. Energien fra testmaskinen, skal optimalt, direkte overføres til prøvestykket, slik at det blir nøyaktige resultater av treets oppførsel. Det er viktig å ha så stive som mulige deler i testen, slik at energien ikke kan bli tatt opp i ukontrollerbare deler og der med oppleve energihopp. I denne masteroppgaven er det valgt en løsning med en lastcelle der to braketter av aluminium, med hjul som skal overføre energien fra kilen til prøvestykket.

Testen i seg selv går ut på at vertikalt trykk overføres som strekk krefter på prøvestykket. Lastcellen er en kile som presses ned imellom to rullelager. Som på figur 3.2 er kilen ført ned mellom hjulene, og gir en kraft med retning på  $10^{\circ}$  på horisontalretningen.



Figur 3.2: Lastcellen på prøvestykket

#### Energihopp og slipp

En av utfordringene var å få lasten til å bli påført i en rolig bevegelse. Dette for å kunne forhindre plutselige sprekkdannelser som følge av energihopp. Ved en sammenligning til hvordan en øks kløyver en trestubbe, der det blir påført en plutselig kraft, som fører til at sprekkdannelsen går hele veien igjennom stykket, slik at det blir delt i to. En slik, øyeblikkelig sprekk, blir forsøkt å unngått ved dette oppsettet av forsøket. Lastfarten ble satt til  $0.2 \ mm/min$  ved første forsøk, for å oppnå et statisk brudd. Farten ble for de første 15 testene supplementert med en startfart på  $5 \ mm/min$  opp til  $\Delta_M = 5 \ mm$  for at forsøkene skulle gå raskere. Etter 15 forsøk var det ønskelig å teste avlastingsegenskapene, samtidig som det ble registrert flere plutselige energihopp. For test 15 til 46 ble derfor hastighetene endret. Full oversikt kan ses i tabell 3.2.

#### Prototype på kileløsning

Det var fler mulige løsninger på hvordan denne lastcellen i praksis kunne utføres. I utgangspunktet ble en løsning med fem Ottomanhjul møbelhjul, med glidelager fra Clas Ohlson, på hver brakett. Hjulene hadde en maksimal kapasitet på 45kg, så totalt med 10 hjul, 450kg eller 4,4 kN. Det ble ansett å være tilstrekkelig. Plastikken på hjulene var litt for unøyaktig støpt, kombinert med at den naturlige feilmarginen på vinkelen trestykket er kuttet i. Dette førte til at få av hjulene tok det meste av kreftene. Som på figur 3.2, er det venstre hjulet fremst deformert. Dette skjedde allerede fra rundt 500N. Selv om alle kreftene blir ført igjennom hjulet til prøvestykket, er det med en ukontrollerbar fart, ettersom hjulene blir deformert på en ukjent måte. At hjulene plutselig skal slippe, etter at energi har bygget seg opp i hjulet, slik at det plutselig blir et hopp i splittelsen og last kurven, er ikke ønsket. Derfor måtte overgangen fra kile til prøvestykke forbedres.

#### Rullelager og kile av stål

For å gjøre delene stivest mulig, ble to spesiallaget braketter i aluminium med 4 stålhjul med rullelager, laget på konstruksjonsteknisk laboratorium på NTNU. Kilen av stål har en  $10^{\circ}$  helling og går fra 10 mm til 35 mm over en høyde på 70 mm. Både kilen og brakettene har 150 mm bredde for å dekke hele prøvestykket.



Figur 3.3: Lastcelle av aluminiumsbraketter med stålhjul med rullelager

#### Opplagerbetingelser

Prøvestykket står på et søylesegment med diameter på 50mm. Opplageret er sentrert i midten av prøvestykket, parallelt med kilen.

#### 3.2.3 Gruppering av prøvestykker

Forsøkene er blitt delt inn i seks grupper, med to forskjellige fiberretning. De er merket med vinkel først, så nummer. For eksempel 0-1, 0-2 osv. for  $0^{\circ}$ . Forsøkene er blitt utført



(a) Bruddplan RL

(b) Bruddplan TL



sammen med doktorgradsstudent Katarzyna Ostapska- Luczkowska og de empiriske resultatene er hentet delvis fra Ostapska- Luczkowska(2018) [26].

#### Tabell 3.1: Prøvestykker

Fibervinkel	Retning	Antall
0°	RL	8
$5^{\circ}$	RL	8
10°	RL	8
15°	RL	8
$20^{\circ}$	RL	8
0°	TL	8

#### Definisjon av bruddplan

Testene er delt opp etter to forskjellige bruddplan, RL og TL, etter figur 2.2. I praksis TL et rent TL brudd. RL planet derimot, er en mellomting mellom RL og TL, se figur 3.4.

## 3.3 Testmaskin

#### 3.3.1 Instron 100kN

Prøvestykket har blitt testet på trykkmaskinen, Instron. Den har en kapasitet på 100 kN. Hastigheten på lastpåførselen kan kontrolleres og det kan velges fler lasttrinn med forskjellig fart.

Det er fler hensyn å ta, rundt hvor stor lastfart det skal være. Optimalt, så lav lastfart som mulig er best, for å hindre energihopp. Problemet da er fuktforholdene i testrommet vil påvirke prøvestykket slik at materialegenskapene kan endre seg og påvirke resultatene. Den andre faktoren er tidsbruken. Med hensyn på tidsbegrensningen på denne oppgaven, ble middelvei mellom lav lastfart og effektiviteten på testingen valgt, for å få testet alle prøvestykkene.



Figur 3.5: Skisse av rammebetingelsene til prøvestykket

#### Testfart 1

Etter en prøvetest for å finne ut til en viss grad hvor det kritiske punktet befant seg, ble en fart på 1 mm/min frem til  $\Delta_M = 5 mm$ , deretter 0.2 mm/min videre basert på forsøk [7, 9, 17], se tabell 3.2. De første 14 forsøkene ble utført med denne farten, 8 fra 5° gruppen og 6 av 10° gruppen.

#### **Testfart 2**

Det var ønskelig å tilføye testen flere av- og pålaster. Samtidig var farten på 0.2 mm/minlitt stor, ettersom sprekken utviklet seg veldig fort etter sprekkstarten, med store energihopp. Derfor ble utgangsfart på 1 mm/min frem til  $\Delta_M = 5 mm$  opprettholdt, mens farten ble redusert til 0.1 mm/min etter dette. Avlastingen foregår ved en fart på 2 mm/minfrem til 1 mm og tilbake til utgangspunktet ved starten på avlastingen. Fullt oversikt over lastfarten kan ses i tabell 3.3 og figur 3.6

Tabell 3.2: Lasttrinn på de første 15 testene på maskinen Instron

Step	Speed	Limit	Time	Total
#	[mm/min]	[mm]	[s]	[s]
1	1	5	300	300
2	0.2	100	3000	3300

Step	Speed	Limit	Time	Total
#	[mm/min]	[mm]	[s]	[s]
1	1	5	300	300
2	0.1	7	1200	1500
3	-2	1	180	1680
4	2	7	180	1860
5	0.1	8	600	2460
6	-2	1	210	2670
7	2	8	210	2880
8	0.1	9	600	3480
9	-2	1	240	3720
10	2	9	240	3960
11	0.1	10	600	4560
12	-2	1	270	4830
13	2	10	270	5100
14	0.5	11	120	5220

Tabell 3.3: Lasttrinn de resterende testene på maskinen Instron



**Figur 3.6:** Forskyvningen  $\Delta_M$  fordelt på tiden

#### 3.3.2 Aramis

Aramis(DIC) ble satt opp med en bilderate på 0.2 Hz på de første 60 bildene og videre 0.5 Hz. Innenfor den tiden som var til disposisjon for denne masteroppgaven, ble det ikke tid til å prosessere dataene fra Amaris.

#### 3.3.3 Testprosedyre

Prøvestykket ble sentret under kilen og en pre-last, 0 - 40 N ble tilført, slik at kilen fikk kontakt med hjulene. Last og forskyvning blir målt av maskinen. Prøvestykkene ble sprayet hvitt og svart for at kameraer fra Aramis skal fange opp sprekkutviklingen. Dette ble gjort for hver test for å kunne sammenligne faktisk sprekklengde og tøyningsfelt sammen med last i ettertid. Maskinene oppdaterte kraft og forskyvning under forsøket 10 ganger i sekundet og lastfart på maskinen er som i tabell 3.2 og 3.3.

## 3.4 Resultater fra forsøkene

Resultatene vil bli presentert som gjennomsnittlige og typiske for generelt og for hver gruppe. Resultater for hvert forsøk finnes i vedlegg A.

#### 3.4.1 Typisk forsøk

Som for de fleste tretester, er variasjonen stor. Typisk kraft var  $F_H = 1600 N$  med en kritisk sprekkåpning  $\Delta_H = 2.1 mm$ . Forsøkene ble avsluttet etter forskjellig tid, men rundt 2-3 timer slik at flere tester kunne bli gjennomført per dag.

#### Kvister

Det var mye innvendige kvister i prøvestykkene. De jevneste grafene kom av de prøvestykkene med få eller ingen kvister. Det kan skilles mellom døde og levende kvister, der de døde er svarte. Døde kvister ga lavere kapasitet mens levende kvister ga en høyere kapasitet. En død kvist binder ikke noe av de omkringliggende fibrene sammen og vil derfor sørge for at det effektive arealet og volumet som kan ta opp krefter blir redusert. En levende kvist vil binde fler fibre sammen, samtidig som reaksjonsved blir dannet slik at området blir styrket. Sprekken dannet en bane rundt kvistene, som førte til et større nytt sprekkareal.

#### Sprekkvekst

Sprekken fulgte fiberretningen for det meste og var rett. Utvendige kvister førte som regel til brooverganger mellom plan. Det faktiske bruddplanet avviker fiberretningen med rundt  $2\pm5\%$ . I senter av prøvestykket, mot kjernen i treet, tok bruddet gjerne og fulgte parallelt med årringene. Bruddet gikk dermed fra en mellomting av RL og TL til rent RL og tilbake til en mellomting av RL og TL, slik som sett på figur 3.7.



Figur 3.7: Typisk bruddplan

## **3.4.2** Spesifikk bruddenergi $G_f$

På bakgrunn av de resultatene som er hentet ut fra testingen, er den spesifikke bruddenergien beregnet følgende måte:  $G_f$  er regnet ut etter formel 2.13. Arealet under lastkurven for hvert prøvestykke er delt på sprekkarealet. Sprekkarealet er regnet ut med bredde på prøvestykket ganget med sprekklengden a, som målt ved endt forsøk. Siden sprekken ofte gikk rundt kvister, utbrer seg i fler plan ved broer mellom fibrene, er sprekklengden en usikker lengde. Sprekken var også, i fler tilfeller, større på en side en den andre. Det kan da ikke vites hvor stor den er midt i prøvestykket. Etter som arealet under last-forskyvningskurven  $dW \rightarrow 0$ , når sprekken nærmer seg endekanten, ble testen avsluttet tidligere. Dette var på grunn av effektiviteten av forsøkene, som nevnt tidligere. En forenklingen ble gjort, at sprekklengden er gått igjennom hele prøvestykket, fratrukket en målt lengde sprekken har igjen. For et makronivå antas dette en akseptabel tilnærming[17].

#### Bruddenergifrislippsfarten

For å bestemme når sprekken propagerer kan det ved hjelp av formel 2.22, bestemme den kritiske bruddenergifrislippsfarten. Dette forutsetter kjennskap til den maksimale kraften. For enkelhets skyld neglisjeres skjærdeformasjonen. Sprekklengden a er lik  $a_n$  ved maksimal kraft. Beregningsgrunnlaget finnes i vedlegget.

#### Lastdiagram

Et typisk lastdiagram hadde en akselererende start før den lineære-elastiske tøyingen forekom. Dette var siden pre-lasten ofte ikke var stor nok til at oppsettet rundt kilen hadde fått satt seg skikkelig. Ved overgangen på lastfarten ved  $\Delta_M = 5mm$ ,  $\Delta_H = 1.76mm$ horisontalt, forekom det et energihopp slik at grafen falt med 30 - 40N. Videre steg kapasiteten til rundt 2.1mm horisontal forskyvning, hvor toppen var nådd. I området rundt 3.1mm horisontalforskyvning begynner brobyggingen mellom fibrene å være den dominerende effekten. Derav flater grafen av og går mot 0. Ved overgangen på lastfarten, fra 1.76mm horisontalt, begynner mikrosprekkene og ikke-linearitetene å spille inn og grafen avtar mot toppen. Mikrosprekker som førte til at bruddet kunne hoppe over til ett nytt bruddplan mot slutten var ofte tilfelle. Dette førte til slakkere seighets fase.

#### Av og på-lasting

Det ble gjennomført av og pålasting fra  $\Delta_M = 7, 8, 9$  og 10 mm. Ut i fra last- forskyvningsdiagrammene, blir ikke skaden i treet noe vesentlig større. Kraften ved start av avlasting er lik kraften ved ny sprekk propagasjon på lastingen.

#### Spenning

Spenningen ved bruddåpningen er beregnet etter bjelketeori, antatt at spenningen fordeler maksimalt langs indre kant og til initieringssprekken, forholdet ligger rundt 1600 N = 0.56 MPa. Utregning finnes i vedlegg B.

## 3.4.3 0° vinkel på fiberretningen RL

For 0 °er det bare Mode I som har innvirkning på prøvestykket. Maksimal kraft på maskinen ble målt på prøvestykket 0-3 og var 1820*N*. Gjennomsnittlig var 1536*N* med et standardavvik på 111*N*. Lastkurvene til prøvestykkene er ganske likt utformet. Et kritisk punkt for alle testene var overgangen på lastfarten ved  $\Delta_M = 5 mm/\Delta_H = 1.75 mm$ . Prøvestykkene får et energihopp som er med på å starte sprekken. De fleste prøvestykkene får videre en ekstra topp som fører til at maksimalkapasiteten nødvendigvis ikke er nådd ved toppen av last-forskyvningskurven, hadde ikke farten blitt endret ved det punktet.



Figur 3.8: Last-forskyvingskurven for 0° fiberretning [26].

Forsøk	Maksimal $F_M$ [N]	$G_f \left[ J/m^2 \right]$	Kommentar
0-2	1693	203	Levende kvist mot slutten
0-3	1820	230	Stor levende kvist
0-4	1636	182	Jevn sprekk
0-5	1414	128	Jevn sprekk
0-6	1511	201	To døde kvister
0-7	1230	121	Jevn sprekk
0-8	1607	144	En stor levende kvist
$\overline{x}$	1559	173	
$\sigma$	180	39	
CoV	11.5%	22.5%	

**Tabell 3.4:** Resultater for 0° tester.

## 3.4.4 5 °vinkel på fiberretningen RL

På gruppen med 5° ble det en vesentlig forskjell på prøvestykkene med levende kvister og de uten. I forhold til 0° prøvestykkene er maksimal kraft  $F_M$  større samtidig som horisontalforskyvning  $\Delta_H$  er mindre. Det kan skylles en større initiallast. 5-2 og 5-3 hadde vesentlig lavere kapasitet en resten. 5-2 hadde noen sprekker allerede, som kan komme av uttørking, og dermed forklare en tidlig topp. 5-3 hadde et jevnt bruddplan uten kvister som kan forklare en lavere kapasitet.



Figur 3.9: Last-forskyvingskurven for 5° fiberretning [26].

Forsøk	Maksimal $F_M$ [N]	$G_f \left[ J/m^2 \right]$	Kommentar
5-1	2117	237	En stor kvist i starten
5-2	724	101	En død kvist midt i
5-3	1124	134	Jevnt brudd
5-4	1617	158	Jevnt brudd
5-5	1800	219	En stor kvist midt i
5-6	1919	219	En stor kvist midt i
5-7	1995	294	To store kvister midt i
5-8	1920	259	En stor kvist midt i i
$\overline{x}$	1652	202.5	
$\sigma$	453	62.5	
CoV	27%	3%	

**Tabell 3.5:** Resultater for 5° tester.

## 3.4.5 10 °vinkel på fiberretningen RL

Bruddet i 10 °vinkel på fiberretningen var "sprøe", ved at det ble store energihopp etter bruddtoppen, relativt til de andre forsøkene. Hele gruppen hadde den første fartsinnstillingen på Instron(100kN). Det førte, slik som på figur 3.10 at kurven faller raskt etter toppen. 10-5 hadde en stor levende kvist som bygget opp mye energi. Det førte til en høy kapasitet, men også et stort energifall når kvisten slapp.



Wedge split test: grain angle 10

Figur 3.10: Last-forskyvingskurven for 10° fiberretning [26].

Forsøk	Maksimal $F_M$ [N]	$G_f \; [J/m^2]$	Kommentar
10-1	1619	246	Jevnt brud
10-2	1124	97	Noen døde kvister mot slutten
10-3	1623	240	Fler små levende kvister
10-4	1798	150	Død og levende kvist mot slutten
10-5	2085	207	Stor levende kvist i midten
10-7	1689	160	En død og en levende kvist mot slutten
$\overline{x}$	1656	183	
$\sigma$	256	53	
CoV	17%	29%	

Tabell 3.6	Resultater for	$10^{\circ}$ tester.
------------	----------------	----------------------

## 3.4.6 15 °vinkel på fiberretningen RL

15-5 dominerte testen. Sprekken former seg en god bue rundt en innvendig, levende kvist, eller fler som fører til denne høye kapasiteten. I forhold til  $0^\circ$ ,  $5^\circ$  og  $10^\circ$ , er det en økning i kapasitet, som er forventet.



Figur 3.11: Last-forskyvingskurven for 15° fiberretning [26].

Forsøk	Maksimal $F_M$ [N]	$G_f \left[ J/m^2 \right]$	Kommentar
15-3	1607	144	En død kvist mot slutten
15-4	1739	156	Tre små døde kvister
15-5	2709	212	En stor levende kvist
15-6	1398	158	To små levende kvister mot slutten
15-7	1262	110	En veldig stor kvist midt i
$\overline{x}$	1743	156	
$\sigma$	510	33	
CoV	29%	21%	

Tabell 3.7:	Resultater	for 15° tester.
-------------	------------	-----------------

## 3.4.7 20 °vinkel på fiberretningen RL

For 20° var det forholdsvis like tester, men en lav CoV(9%). Den spesifikke bruddenergien var også jevn. Slik som på figur 3.12, har 20-1 en høyere kapasitet på slutten av testen. Dette var på grunn av en stor levende kvist mot slutten.



Figur 3.12: Last-forskyvingskurven for 20° fiberretning [26]

Tabell 3.8:	Resultater	for 20°	°tester.
-------------	------------	---------	----------

Forsøk	Maksimal $F_M$ [N]	$G_f \left[ J/m^2 \right]$	Kommentar
20-0	2321	171	Små døde kvister
20-1	2332	178	Halvdød i starten, stor mot slutten
20-2	1825	178	Fler døde og levende kvister
20-3	2007	182	To døde kvister i starten
20-5	1870	154	Noen døde kvister
20-6	1790	144	Noen små døde kvister
20-7	2038	168	Noen døde kvister
$\overline{x}$	1991	168	
$\sigma$	214	13	
CoV	10%	8%	

## 3.4.8 0 °vinkel på fiberretningen TL

For prøvestykkene med 0° med rent TL bruddplan kan det bli sett en økning, både i kapasitet og spesifikk bruddenergi, sammenlignet med RL planet. Bruddet går over fler lameller som er limt sammen. Det var større ujevnheter i TL planet med stor påvirkning av kvister innvendig kvister. R0-6 hadde store innvendige kvister og bruddplanet formet seg rundt disse, som førte til den unormalt høye kapasiteten.



Figur 3.13: Last-forskyvingskurven for 0° fiberretning TL [26].

Forsøk	Maksimal $F_M$ [N]	$G_f \left[ J/m^2 \right]$	Kommentar
R0-1	1539	203	Små døde kvister fordelt
R0-2	1629	230	Små døde kvister fordelt
R0-3	1652	182	En død kvist mot slutten
R0-4	1610	128	Tre små døde kvister
R0-5	1250	201	En stor levende kvist
R0-6	3220	299	To små levende kvister mot slutten
$\overline{x}$	1812	207	
$\sigma$	643	51	
CoV	35%	25%	

#### 3.4.9 Fiberretning

#### Gjennomsnittlig kraft

Forholdet mellom vinkel på fiberretningen og maksimal kapasitet er gitt ved figur 3.14. TL bruddplanet gir en noe høyere kapasitet en RL. Videre øker kapasiteten sammen med fiberretningen



Figur 3.14: Gjennomsnittlig kraft fordelt på fiberretning

#### Gjennomsnittlig spesifikk bruddenergi

Den gjennomsnittlige bruddenergien ser ut til å avta ved økning av vinkelen på fiberretningen. Etter som den spesifikke bruddenergien både er avhengig av maksimal kapasitet og seighet i materialet, ser det ut som seighetsegenskapene minsker ved økt fiberretning. Den elastiske deformasjonen endrer seg ved at det blir mer tøyning i lengderetning, sett i forhold til radiell og tangentiell retning. Prøvestykket blir dermed mer stivt. Det kan forklare hvordan grafen på figur 3.15 utformer seg.



Figur 3.15: Gjennomsnittlig spesifikk bruddenergi fordelt på fiberretning

#### Kommentar til Variasjonskoeffisienten CoV

Det er verdt å nevne at variasjonskoeffisient minsker ved økende fiberretning. Sannsynligvis er dette for sprekken lettere kan hoppe over til ett nytt fiberplan ved møte på for eksempel en kvist. Dette følger teoriene fra mixed mode i 2.2.4, ved å følge banen med lavest R. Kvistdannelsene har dermed mindre påvirkning på kapasiteten ved høyere vinkel. Populasjonen av prøvestykkene har også en påvirkning, slik som forskjellen på  $0^{\circ}$ ,  $5^{\circ}$  og  $10^{\circ}$ . Prøvestykkene er for det meste kuttet ut av 3 bjelker, hvor samtlige i hver grupper er skåret ut av samme bjelke.

## 3.5 Diskusjon av forsøk og resultat

#### 3.5.1 Kritiske punkter

Det var enkelte resultater i forsøkene av prøvestykkene som gikk igjen. Det var ialt fem kritiske punkter som utformer last-forskyvningskurve. Noen er naturlige, mens andre kommer av testoppsettet. Om punktet er, i den forstand kritisk, varierer. Påvirkningen og hvordan tolkningen av utførelsen er gjort, kan bli beskrevet i de fem punktene i figur 3.16.



Figur 3.16: Kritiske punkter

#### Kritisk punkt # 1: Start av lastpåkjenningen

En av testens mest varierende punkt var punkt nummer 1. Når prøvestykkene ble satt inn i maskinen Instron-100kN, ble kilen ført ned til prøvestykket. Det var da en statisk stabilitet mellom lastcellen og sylindersegmentet den sto på. I teorien trengs det ikke noe pre-last her, men ettersom den naturlige unøyaktigheten på trekuttingen sammen med en effektiv start på forsøket, ble kilen kjørt litt lengre ned. Hvor sot initieringsforskyvning kilen introduserer og hvor stor initieringslasten var, varierte, men kraften var < 50 N og dermed neglisjert her.

Deretter ble last og forskyvning nullet ut for start. Den neste perioden hadde fler av prøvestykkene tendenser til å "sette" seg litt, litt slark, slik stigningen på grafen gikk fra lav til at den akselererte mot lineær-elastisk.

#### Kritisk punkt # 2: Elastisk sone

Den elastiske sonen var forholdsvis parallell innad i gruppene, som forventet. Som beskrevet i punkt 1, ble starten på denne varierende. Mot slutten av den elastiske sonen ble det fler forskjeller på hvor tidlig den plastiske delen med mikrosprekking startet.

#### Kritisk punkt # 3: Endring av last fart

Ved  $\Delta_M = 5 \ mm$  skjedde det ofte en kritisk endring. Lastfarten gikk fra  $1 \ mm/min$ til  $0.2 - 0.1 \ mm/min$ . I utgangspunktet kunne det bli trodd at det ikke ville forekomme noen lasthopp ved senkning av farten. Det kan derfor virke som at maskinen Instron 100kN hopper litt i overgangen på lastfart. Det var for flere prøvestykker maksimal kapasitet som ble oppnådd her ved  $\Delta_M = 5 \ mm$ .

#### Kritisk punkt # 4: Brudd

Etter prøvestykket har nådd maksimal kapasitet og sprekkenpropagasjonen har startet, sank grafen som regel drastisk. Det antas å være to forskjellige årsaker til hvor drastisk endringene var etter bruddet. For 10° gruppen var lastfarten sannsynligvis den store grunnen. Sprekken vil da gro raskt som følge av mye energi som ble bygd opp som følge av lastfarten.

Den andre hovedgrunnen var levende kvister. En levende kvist vil typisk sørge for at kapasiteten øker. Sprekken vil danne nye baner rundt kvisten, mens kvisten fortsetter å ta opp spenning. Når kvisten da slipper, vil energien bygd opp i kvisten føre til et stort energihopp, slik som sett på for eksempel 10-5 på figur 3.10.

#### Kritisk punkt # 5: Seighetsegenskapene

Sett som en helhet, er lastkurvene ganske parallelle etter  $\Delta_M = 10$ . Det er der de ikkelineære egenskapende er i hovedfokus. Etter lasttoppen vil brobygging mellom fiberene og mikrosprekker utvikle seg neddover, slik som den tri-lineære skademodellen tilsier. Ta gruppe 20° på figur 3.12. Gjennomsnittlig er toppen nådd rundt 6 - 7 mm. Da starter brobyggingen mellom fiberene etter sprekkspissen og mikrosprekkene forran sprekkspissen. Dette fører til en flat ut-flatning på grafen når forskyvningen øker.

## 3.5.2 Validitet av resultatene

Resultatene er som presentert her veiledende. Uten informasjon om tøyningfeltet rundt sprekken, vil den spesifikke bruddenergien og bestemmelse av bruddkriterier i Mode I og Mixed Mode ikke kunne bestemmes nøyaktig. Kun med informasjon om tøyningsfeltet fra DIC kan bruddegenskapene bli beskrevet nøyaktig.

For å komme testens svakheter i møte med analyse av last-forskyvningskurven, vil en graftilpasning av den elastiske sonen føre til et mer sammenlignbart resultat. Å fjerne den elastiske delen slik at grafen presenterer kun den plastiske deformasjonen med hensyn på tøyningen, er også en god måte å videre prosessere dataene.

Kapittel 4

# Numerisk modell i Abaqus/CAE

Bruddtesten er modellert i Abaqus/CAE 2D etter spesifikasjonene av prøvestykket som nevnt i kapittel 2 og etter resultatene fra de empiriske testen. Dette kapittelet vil gi en innføring i hvordan modelleringen og analysen av prøvestykket er foretatt numerisk og resultatene som det er kommet frem til.

## 4.1 Modellerer med ortotropisk materiale

Spesielt for et ortotropisk materiale som tre, er at styrke egenskapene følger fiberretningen på langs sammen med radielt og tangentielt om årringene. Dette fører til et sylindriskkoordinatsystem, i motsetning til det vanlige kartesiske koordinatsystemet. Det ene bruddplanet kalles for RL, som sier bruddet går i planet parallelt med fiberretningen og vinkelrett på den radielle retningen. I virkeligheten vil planet bevege seg over både tangentielt og radielt plan, men ha en retning som er dominerende. Det er i denne oppgaven tatt utgangspunkt at de radielle og tangentielle egenskapene er like. Derfor har en 2D modell muligheten til å beskrive dette. Å modellere 3D med et sylindrisk koordinatsystem er en tidkrevende prosess og krever stor CPU-utnyttelse. Det er derfor blitt lagt til grunn at en numerisk 2D modell som skal beskrive treets bruddoppførsel.

Materialegenskapene til tre er, som nevnt i tabell 2.1, avhengig av mange forhold. Verdiene for materialet kommer fra testing av prøvestykker hvor tettheten av nettopp kvister og andre ujevnheter varierer. Med et så stort prøvestykke hvor brorparten har en eller flere kvister, kan det med fordel bli en redusering av stivheten i den numeriske modellen, for å ta høyde for dette.

Det er viktig å understreke at enkelte parametere er basert på kilens forskyvning og deretter tilpasset dette, i og med at det ikke er blitt brukt DIC til å hente ut tøyningsfeltet rundt sprekkdannelsen.

## 4.2 Praksis for modellering i ABAQUS/CAE

Den numeriske modellen ble på bakgrunn av de eksperimentelle resultatene forsøkt tilpasset. Det er gjort enkelte forenklinger og noen parametere som er blitt valgt, blir forklart her.

#### 4.2.1 Opplager og last

#### Opplager

Det er modellert et søylesegment med diameter på 50mm av stål, E = 210GPa, v = 0.3. Med en flat kontaktflate på 10 mm mellom toppen av søylesegment og prøvestykket er det brukt en interaksjon hvor ståldelen er satt som slaveflate.

#### Last

Det er påført en vertikal og en horisontal forskyvning med resultant på 10°på horisontalkraften. Lasten ble påført braketter av stål som var bunnet til prøvestykket med Constraints: Tie. Her er brakettene slaveoverflaten, på grunn av høyere mesh konsentrasjon og stivere materiale.

#### 4.2.2 Data fra forsøk

Når det skal forekomme en sammenligning av empiriske resultater med numeriske, er det viktig å kunne tolke forskjellene. Prøvestykkene var pre-lastet til en viss grad, mens lastcellen satt seg mer etterhvert som kraften økte og sørget for en litt forsinket start på den elastiske sonen. Kvister som både sørger for økt og forminsket stivhet er vanskelig å modellere, og det kan bli sett på som materialegenskapene en noe svakere. Prøvestykket 0-4 er sett på som en gjennomsnittlig test og var ikke vesentlig påvirket av noen kvister. Den numeriske modellen er derfor prøvd å tilpasset kraft-forskyvnings grafen. Maksimalkraft på rundt 1600 N og en forskyvning ved lastcellen på 2 mm

#### Modellen i helhet

Den numeriske modellen ble tegnet some i 2D i samme mål som prøvestykkene. Det ble brukt 2D - solid section. Materialegenskapene er som i tabell 2.1. Alle elementene er C4 Plane strain elementer med redusert integrasjon. \*Element, type=CPS4R

#### Mesh

Hovedfokuset for analysen ligger rundt den kohesive sonen(CZ). Derfor er elementene lengst unna CZ er elementstørrelsen h = 5, strukturert. Innenfor 30 mm fra CZ er går h fra 5 mm til 1.5 mm med free meshing. Innenfor 1.5 mm, er det brukt et mønster slik som sett på figur 4.1. Dette valget ble gjort for å sikre god kvalitet rundt CZ, samtidig som en effektiviteten i analysetiden på grunn av det parametriske studiet med mange gjennomkjøringer.



Figur 4.1: Mesh rundt den kohesive sonen. Ikke i målestokk

#### 4.2.3 Kohesiv sone

Den kohesive sonen er modellert etter teorien i kapittel 2. Elementene er modellert med COH2D4 med tykkelsen på de kohesive elementene er  $T_C = 0.02$ .

#### Lengden på den CZ

Det er mange teorier på hvor store de kohesive elementene skal være. Harper et al.(2008) [27] foreslo den laveste av formel 2.30, 2.31 og 2.32.

Med formel 2.30 vil lengden på CZ, med M = 1, E' = 697 MPa,  $G_{IC} = 0.0135 MPa$  og T = 2 være:

$$l_{cz} = 2.35 \ mm$$
 (4.1)

Ved bruk av Turon et al.(2007), med minimum 3 elementer i den kohesive sonen, vil et element på 0.5 mm være tilstrekkelig.

#### Tykkelsen på kohesive elementene

Tykkelsen på de kohesive elementene bør være så liten som mulig, etter som de ikke er fysisk tilstede i virkeligheten. Her er det modellert med 0.01 mm på hver side. En annen metode er såkalte "Zero thickness elements" der  $T_C = 0 mm$  og overflaten blir kohesiv. For at tøyningen skal være lik den faktiske deformasjonen, den analytiske tykkelsen på  $T_C$ , satt til 1.

#### 4.2.4 Definisjonen av viktige kohesiveparametere

Det ble gjort flere parameterstudier for å tilpasse de kohesive elementene til de eksperimentelle testene. De dominerene faktorende blir angitt her.

#### **Traksjons spenning**

På grunn av initieringssprekken  $a_0$ , vil spenningen  $\sigma_{RR}og\sigma_{TT}$  væren noe mindre en oppført i diverse måledata. Dahl(2010) kom frem til henholdsvis 3.37 og 1.84 MPa, mens Reiterer [28] kom frem til spenningen ved sprekkpropagasjon i gran til 2.02 MPa. Med en kraft på 1.6 kN vil det etter bjelketeori, komme frem til 0.56 MPa I denne oppgaven er T variabel mellom 0.5 - 2 ettersom spenningen ikke er nøyaktig hentet ut fra DIC.  $S_1$  og  $S_2$  vil ikke påvirke fem modellen på  $0^\circ$ , men er tatt med for kompletthet.

\* COHESIVE. Quads Damage Initiation (table=(T, S, S))

#### Utvidelsen av de kohesive elementene

Det er tatt utgangspunkt i at de kohesive elementene mister all stivhet ved  $\Delta_f = 1 mm$ , Basert på en last topp på  $\Delta_H = 1.76 mm$ . Videre antas det at det er rundt 80% forskjell mellom lastcellen og sprekken etter målte verdier på noen prøvestykker og at maksimal kraft er når den første kohesive elemente når  $\Delta_f$  etter figur: 2.11. Den kritiske separasjonen for brudd initiering  $\Delta_c$  er implisitt basert på den effektive stivheten.

#### Bruddenergi

Bruddenergien er gitt etter formel 2.24.  $G_c$  er bestemt med en lineær skademodell for enkelhetsskylt. Det å finne en tri-lineær skademodell bør bli basert på DIC. Det er prøvd energi og forskyvnings input, der begge er implisitt avhengige av hverandre. De kan de brukes med samme resultat.

#### $\texttt{*COHESIVE.QuadsDamageInitiation.DamageEvolution(table=((G_c)), type=ENERGY)}$

#### Effektiv stivhet på den kohesive sonen

Stivheten er avhengig av traksjonspenningen og kritisk punkt i skademodellen etter formel 2.25. Ved å følge formlene slavisk havnet den effektive stivheten rundt 4-5. Det førte til store overlappinger av naboelementene og vrenging av de kohesive elementer. Det ble dermed prøvd ut forskjellige verdier, hvor videre  $\Delta_c$  varierer lineært avhengig..

#### COHESIVE.Elastic(table=( E/Enn , G1/Gss , G2/Gtt ), type=TRACTION)

#### Viskoelastiskkonvergerings hjelp

Den kohesive konvergensviskositeten ble ikke sett på i denne oppgaven. Viskositeten ble derfor satt i til  $\mu = 0.0001$  på bakgrunn av tidligere litteratur[26].

#### $\textbf{COHESIVE.quadsDamageInitiation.DamageStabilizationCohesive( \ cohesiveCoeff=\mu)}$

#### 4.2.5 Tidsinkrement

Med hensyn på de kohesive elementene er initial størrelsen satt til 0.0001, med 0.01 som maksimal og  $1E^{-15}$  som minimum.

## 4.3 Parameterstudie

For å skjønne påvirkningen av de forskjellige variablene som definerer den kohesive skademodellen, ble det analysert påvirkningen, i forhold til hverandre. Siden det er brukt en lineær skademodell, definerer bruddenergien  $G_c$  her implisitt  $\Delta_f$  etter formel 2.24. Påvirkningen av traksjonspenningen T og stivheten på de kohesive elementene E/Enn er også sett på som de dominerende ukjente. Verdiene som ble brukt som utgangspunkt for det parametriske studiet er gitt ved tabell 4.1 og kan ses i figur 4.1.



(c) Påvirkningen av stivheten på den kohesive sonen

Figur 4.2: Påvirkningen på lastkurven ved parameterstudie, sett i forhold til forskyvningen ved lastcellen

Tabell 4.1: Utgangspunkt for det parametriske studiet

Input	Verdi
$G_C$	0.2
E/Enn	1000
T	2

#### 4.3.1 Traksjonspenningen

Traksjonspenningen bestemmer når den elastiske utvidelsen på de kohesive elementene ender ved  $\Delta_c$  og spenningen avtar med en skademodell. Ut i fra lastdiagrammet på figur 4.2a, kan det bli sett, som forventet, at en høyere maksimal traksjonspenning fører til en lengre elastisk del før bruddet da en høyere kraft ved brudd. Etter bruddet nærmer alle grafene seg en lik linje, utenom 0.2 *MPa*. Ved en for lav spenning samtidig som bruddenergien er gitt, fører det til en for lang utvidelse av de kohesive elementene før full skade er nådd. Det kan virke rart, at med en forhåndsdefinert bruddenergi ved forskjellige spenninger, at de nærmer seg hverandre etter bruddtoppen. Dette kan forklares ved å se på figur 4.3 av påvirkningen av spenningene i det første kohesive elementet.



Figur 4.3: Forskyvningen u sammen med spenningen og statusen på elementet. Hoppene på spenningen er konvergensviskositeten

I denne simuleringen er E/Enn = 1000, T = 2 og G = 1 og dataene tatt fra den høyre noden, N=3, slik at forskyvningen må dobles. Formel 2.25 sier at med T/E/Ennat  $\Delta_C = 0.002$ . Som på figur 4.3, går forskyvnings grafen lineært til u = 0.001 før den begynner å øke eksponentielt. På dette punktet slår det kvadratiske spenningskriteriet inn og skaden begynner. Ved u = 0.5 går status fra  $1 \rightarrow 0$ . Da har leddet den oppnådd bruddenergien  $G_c$  og alle styrkeegenskapene er borte. Brukes formel 2.24, vil  $\Delta_f$  være lik 1. Siden dette bare er en side, vil det her være halve verdien slik som her. Dermed er teoriene for den lineære kohesive sonen verifisert.

Tilbake til figur 4.2a. Det kan da bli trukket en slutning at ved større traksjonspenning, vil fler elementer være i den kohesive sonen. Etter brudd vil da alle elementene som er påvirket den elastiske tøyningen, raskt bli slettet. Sprekken vil da nærme seg de elementene som fortsatt er i den elastiske tøyningen. Derifra går grafen likt videre ettersom det er for lite spenning som i noen av de gjenværende kohesive elementene når forskyvningen blir stor.

## 4.3.2 Påvirkningen av bruddenergi

Bruddenergien  $G_c$  kan defineres som et energikrav eller som  $\Delta_f$ . Etter som de er lineært avhengige, vil med en større bruddenergi, være en større forskyvning per element, som igjen bidrar til mer påvirkning for å bryte opp hver kohesive element. Derfor vil en større  $G_c$  føre til en høyere kraft.

Ved en for liten  $G_c$ , vil bruddet ble sprøtt, i den forstand at det er plutselig. Dette er etter samme prinsipp som med en for høy spenning, at arealet under spennings/tøyningskurven  $G_c$ , er nådd sin maksimale verdi ved brudd og det er dermed ingen seighetsegenskaper igjen.

## 4.3.3 Påvirkningen av E/Enn

Som på figur 4.2c, er påvirkningen av stivheten på nærmer seg en gitt løsning når E/Enn går mot uendelig. I utgangspunktet kan stivheten bli satt så høy som mulig, men i realiteten fører det til konvergensproblemer. Det kan se ut som en stivhet over E modulen til nabomaterialene at grafen nærmer seg en endelige løsningen. Fra formel 2.27 tilsier at stivheten K og E modulen på den kohesive sonen er like, ved  $T_{eff} = 1$ .

Ved en for svak stivhet, vil ikke elementene nå sitt kritiske punkt etter som deformasjonen blir for store før spenningen og Quads kriteriet blir oppnådd slik som sett på figur 4.2c.

## 4.4 Modell med hensyn på forsøk, FEM Test #1

Når den numeriske modellen var ferdig modellert, gjensto en perfeksjonering av parametere for å treffe den faktiske sprekkutviklingen. Basert på tidligere resultater og erfaringer fra veileder, ble de kohesive elementene modellert deretter. Verdiene var for 3D modellering, men prinsippene er de samme[19]. Med en lineærskadeutvikling ble  $G_c$  satt til 0.2, som er jevnt over det som er kommet frem til av bruddenergi i tidligere litteratur[2, 3, 7, 26]. Verdi ble som ble brukt er gitt i tabell 4.1.

Når første forsøk var ferdig og last-forskyvningskurven klar, ble resultatene sammenlignet. Det viste seg å være ganske stivt, sammenlignet med de empiriske resultatene. Maksimal kraft  $F_H$  var nesten 320% større og sprekkstarten var redusert med 50%.

#### 4.4.1 Lav stivhet på den kohesive sonen

I løpet av parameterstudiet kom det frem til god modell som passet godt inn med last forskyvningskurven. Stivheten var redusert til E/Enn = 0.6 basert på bruddenergien fortsatt er  $G_c = 0.2$ . For at bruddet skulle skje rundt 1600 N, ble en spenning på T = 0.45 introdusert, som sett på figur 4.4.



## Force displacement 0 deg

Figur 4.4: FEM test #1 test sammenlignet med 0° testene

Last kurven er litt slakere, sammen med en spissere topp. I utgangspunktet er dette en god tilnærming, sett fra last-forskyvningskurven. Med en eksponentiell skademodell vil kurven bli noe brattere i starten som vil føre til små forskjeller fra faktisk målt.

#### 4.4.2 Overlapping av elementer

Det var to kriterier som var viktige på å velge stivheten E/Enn. Først og fremst kan den ikke være for stor da det byr på numeriske konvergensproblemer. Den andre var at
overlappingen av overflater ved at de kohesive elementene "vrenger" seg. På figur 4.5 kan det bli sett tydelig hvordan trykkstivheten på den de kohesive elementene er for svak.



Figur 4.5: I gjennomtrenging av overflatene til de kohesive elementene

#### 4.5 Modell med hensyn på forsøk, FEM Test #2

Etter utregning fra bjelketeorien, hvor spenningen ved sprekkinitieringen basert på en kraft på 1, 6 kN, er 0.56 kN. Traksjonspenningen endret til dette. For  $\Delta_f$  er det tatt hensyn til følgene for bestemmelse.  $\Delta_H$  er rundt 2 mm, slik at  $\Delta_f$  ligger i området 1 - 1.5 mm. Ut i fra dette er det kommet frem til følgene modell som vist i figur 4.6. Det er verdt å merke at forskyvningen er oppgitt i  $\Delta_M$ , hvor det numeriske resultatet er regnet om for å tilpasse lastcellens forskyvning.



**Figur 4.6:** Sammenligning av  $\Delta_M$ 

Som sett, er stivheten til den numeriske modellen større en de empiriske testene. Det er blitt prøvd ut, i parameterstudiet å få en bedre tilnærming, uten at stivheten blir for lav, men til liten nytte. Det kan se ut som at den kohesive sonen er for lang. Det er for mange elementer som bidrar med stivhetsegenskaper. Selv om bruddet går der hvor det ment i forhold til antatt, så er maksimalt kapasitet før sprekken starter å vokse. Hvordan dette er i forhold til det faktiske resultatet på de empiriske testene er ukjent. Ut i fra en logisk slutning er det tenkt at maksimal kapasitet er når sprekken starter, men med tanke på mikrosprekking rundt initieringssprekken, kan det være at den er maksimal kapasitet er nådd litt før sprekken initierer. Dette må bli verifisert igjennom DIC.

Skademodellen som er brukt er lineær. En tri-lineær skade modell vil bidra å minske den kohesive sonen, men samtidig vil skaden i elementet raskere reduseres etter brudd i forhold til den lineære modellen. Sett bare med tanke på det første elementet i den kohesive sonen, kan det raskt bli kommet inn på, at maksimal kapasitet er når spenningen er maksimal i det elementet. Brobyggingen bidrar til seighet og vil dermed bidra etter bruddet har skjedd. For å oppnå dette kan det se ut som at bruddet ikke kan modelleres 1 til 1, ved at sprekken starter når skaden i elementet er nådd 1 ( $\Delta_f$ ) og elementet slettes. Det kan se ut som,

igjennom fler tester, heller at elementet må slettes senere en sprekkstarten for å kunne gjengi de seighetsegenskapene treet har etter brudd. Etter som de litteraturen og tidligere studier enten ser på sprøe brudd eller isotropiske materialer frem til bruddstart, kan dette forklare hvordan den gitte teorien ikke kan overføres uten modifikasjoner ved bruk av modellering av brudd i tre.



**Figur 4.7:** Spenningen ved brudd  $\sigma_{22}$ 

#### 4.5.1 Reduksjon av stivhet

En annen måte å forklare resultatene er materialegenskapene til treet er satt for høyt i forhold til det faktiske prøvestykket. Ved at initieringssprekken faktisk bidrar på et større

plan til å redusere fasthetsegenskapene samtidig som irregulariteter som kvister kan bidra til at stivheten til treet blir svekket. Ved å redusere E og G modulen med 2/3, vil det som sett på figur 4.8, se at grafen blir mer tilpasset det empiriske resultatet, men stivheten er fortsatt for stor til å kunne representere en akseptabel modell.



Figur 4.8: Lastforskyvningen basert på reduksjon i stivheten til treet

# Kapittel 5

## Resultater og konklusjon

## 5.1 Validiteten av numerisk modell basert på empiriske resultater

#### 5.1.1 Empiriske resultater

Denne oppgaven har som utgangspunkt å gi en god innføring i bruddmekanikken i tre, med overførbarhet til en akseptabel numerisk representasjon av sprekkpropagering. Det er blitt utviklet en kiletest for å få en representativ og reproduserbar måling. Kraft og forskyvning på lastcellen er målt fra maskinen, mens overflatetøyningen er målt med DIC. Resultatene for last-forskyvningskurven beviser at testen produserte en stabil sprekkvekst. Testen hadde to forskjellige lastfart oppsett, hvor overgangen på farten var med på å påvirke resultatene. Det kan derfor trekkes en konklusjonen, at prøvestykkene har fått en redusert maksimal kapasitet, i forhold til en optimalt lastfart igjennom hele forsøket.

Testoppsettet ble utviklet for å måle et representativt utvalg av nordisk gran. Prøvestykkene varierte noe, ved at det var mange kvister som dominerte kapasitetsforskjellene innad i hver gruppe. For å unngå kvistene må mindre prøvestykker med håndplukkete lameller uten kvist, limes sammen. Det vil både endre påvirkningen av prøvestykkets bredde i forhold til prosessonen, samtidig som ved en reel praktisk bruk, er kvister representert. Utførelsen førte til et godt grunnlag av data for videre analyse. Til tross for noen feilmålinger som ble tatt ut av resultatene, ble det gjennomført nok tester til å danne et godt bilde over hvordan både fiberretningen og generelt spenningene brer seg i treet og virker på sprekkpropagasjonen.

Ved å forstå hvordan de kritiske punktene påvirker resultatet, vil det være mulig å hente ut gode analytiske resultater. På grunn av tid ble det ikke prosessert data fra Aramis(DIC). Ved uttak av tøyningsoverflaten til hvert prøvestykke, kan en komplett bruddmekanisk analyse bli gjennomført. Det kan da bli produsert en R-kurve som beskriver det faktiske arbeidet basert per nytt sprekkareal, tøyninger for spenningsintensitetsfaktoren og en mer representativ spesifikk bruddenergi.

#### Påvirkning av fiberretning

For å kunne vite påvirkningen av mixed mode, er prøvestykkene delt opp i seks grupper etter fiberretning. Gruppene besto av 8 prøvestykker hver og hadde en fiberretning på  $0^{\circ}i$  TL,  $0^{\circ}$ ,  $5^{\circ}$ ,  $10^{\circ}$ ,  $15^{\circ}$ og  $20^{\circ}i$  RL. Som forventet fra teori, er kapasiteten høyere ved når fiberretningen går mot  $90^{\circ}$ . Det ble ikke tid til å prosessere resultatene av påvirkningen og verifisere sprekkinitieringskriteriet basert på Wu(1967) og Mall(1983) i denne omgang.

#### 5.1.2 Numeriske resultater

Det ble laget en 2D numerisk modell i Abaqus/CAE. Modellen baserte seg på et snitt av midten, Plain strain mesh, med 0.02 mm tykke kohesive elementer i midten, hvor en teoretisk sprekk kan propagere. Det viste seg, med de data tilgjengelig fra forsøk og litteratur, at den kohesive skademodellen for tre er for stiv ved å følge den kohesive teorien. For å løse problemet er det lagt frem forslag for både å redusere stivhetsegenskapene til materialet for å overkomme problemet. Sammenlignet med de empiriske resultatene er modellen for stiv, ved at bruddet kommer ved en for liten forskyvning  $\Delta_H$ . For å kompensere for den korte elastiske forskyvningen, har stivheten på de kohesive elementene blitt redusert. Det førte til vrengning av elementene i trykksonen, som ikke gir en fysisk akseptabel modell.

Ved en god finjusteringer på skademodellen basert på DIC resultater, kan modellen komme enda nærmere å representere sprekkutviklingen, basert på de empiriske resultatene.

### 5.2 Videre arbeid

Denne oppgaven baserte seg på å gi en god innføring og legge ett godt grunnlag for numeriskberegne brudd i tre. Det videre arbeidet, basert på denne oppgaven, har flere mulige innfalsvinkler. Noen vil bli presentert her.

#### 5.2.1 Analysere resultater fra prøvestykkene

#### **Resultater fra Aramis(DIC)**

For å kunne forstå mer av hvordan tøyningsfeltet rundt en sprekkdannelse oppfører seg, er det avhengig av å analysere resultatene fra Aramis (DIC). Et videre studie på postprosessering av bildedataene fra Aramis vil gi gode forutsetninger for å beskrive sprekklengde og sprekkåpningen, basert på kraften introdusert over tid.

Fra disse resultatene kan det bli gi et bedre resultat på den spesifikke bruddenergien  $G_f$ . Bruddmotstandsenergien, representert ved en R-kurve, kan bli basert på tøyningsfeltet fra DIC igjennom J-integralet.

#### Forståelse av den kohesive sonen

Ut i fra tøyningsfeltet hentet ut med DIC, kan det bli lettere å beskrive hvordan en skademodell skal oppføre seg på de kohesive elementene. Ved å se på hvor elastisk treet er rundt sprekkinitieringspissen, vil det bli lettere å kunne bestemme  $\Delta_f$  og  $\Delta_c$ , ved å se på maksimal kraft sammen med når sprekkinitieringen starter. Videre kan det bli laget en skademodell som baserer seg på en tri-lineær tilnærming ved bruk av tøyningsverdier, i en tabell i ABAQUS/CAE.

Skademodellen vil da få et ekstra trinn som markerer overgangen fra brobygging mellom fibrene og mikrosprekking. Hvordan  $\Delta_c$  er i forhold til  $\Delta_f$  sammen med hvor stiv den kohesive sonen kan være for et akseptabelt resultat for den elastiske delen av skadeinitieringen, sett med hensyn på at elementene ikke skal vrenge seg i trykksonen. Det er et av de mest avgjørende faktorene ved den numeriske modellen av kohesive elementer.

#### 5.2.2 Videre arbeid på den numeriske modellen

#### **Eksplisitt analyse**

I denne oppgaven ble forholdet mellom implisitt og eksplisitt blitt testet ut, uten noen store forskjeller ved start. Derfor ble all modelleringen gjort implisitt i denne oppgaven. Det var fler konvergensproblemer ved sprekktippen når det ble gjennomført et parametrisk studie. En eksplisitt analyse kan løse dette og muligens gi ett bedre resultat.

#### Numerisk modell

Denne oppgaven er en 2D modell blitt brukt for å beskrive sprekkdannelsen i tre. Med tanke på de ortotropiske styrkeegenskapene bør en 3D modell med sylindrisk koordinatsystem bli forsøkt brukt. Sprekken beveger seg ikke rent TL eller RL, men en mellomting, slik at styrkeegenskapene over hele den kohesive sonen blir påvirket.

#### Postprosessering av numerisk modell

Ved hjelp av resultater fra DIC, kan forholdet mellom kraften påført sammen med sprekkåpningen og -lengden, bli sammenlignet og gjøre at modellen gir en bedre beskrivelse av problemet. Hvor det utelukkende er sett på kraft-forskyvnings kurven i denne oppgaven, er for eksempel innføringen av kunstig energi på grunn av de kohesive elementene et området det bør ses videre på.

#### Kohesive elementer

Størrelsen på de kohesive elementene er i denne oppgaven ser ut som å kunne representere den kohesive sonen med minimum tre elementer. Ved endret verdi av bruddenergien  $G_{IC}$ , må det også videre bli sett på lengden av elementene.

Tykkelsen er blitt satt til  $0.02 \ mm$  i denne oppgaven. En videre bruk av en kohesiv sone med elementer bør det bli sett på om størrelsen bør reduseres i henhold til programdokumentasjonen til Abaqus.

Bruk av såkalte "Zero thickness elements" basert på overflate modellering av den kohesive sonen er en videre gang i dette også. Rent kosteffektivt bør det også bli sett på om symmetrien kan bli utnyttet, ved å modellere den ene siden. For 3D kan potensielt problemet reduseres til 1/4 av original størrelse.

## Referanser

- [1] J.C.M. Schoenmakers. *Fracture and failure mechanisms in timber loaded perpendicular to the grain by mechanical connections*. PhD thesis, Department of Built Environment, 2010. Proefschrift.
- [2] A.Mendicino S.Fortino, G.Zagari and G.Dill-Langer. A simple approach for fem simulation of mode i cohesive crack growth in glued laminated timber under shortterm loading. *Rakenteiden Mekaniikka*, 45(1):1–20, 2012.
- [3] I. Smith, E. Landis, and M. Gong. *Fracture and fatigue in wood*. J. Wiley, 2003. ISBN 9780471487081.
- [4] R. A. Bohne og A. Aalberg. Kompendium TBA4122 Bygnings- og konstruksjonsmaterialer. Norges teknisk-naturvitenskaplige universitet, 2011.
- [5] Eivind Skaug. Trevirkets oppbygging og egenskaper. FOKUS på tre, 40, 2007. URL http://www.trefokus.no/resources/filer/fokus-pa-tre/ 40-Trevirkets-oppbygging-og-egenskaper.pdf.
- [6] T. Anderson. Fracture Mechanics Fundamentals and Applications. third ed. Taylor og Francis Group LLC, 2005.
- [7] E.K. Tschegg S.E. Stanzl-Tschegg, D. M. Tan. New splitting method for wood fracture characterization. *Wood Science and Technology*, 29, 1995.
- [8] Lars Boström. Method for determination of the softening behaviour of wood and the applicability of a nonlinear fracture mechanics model. PhD thesis, Division of Building Materials, 1992.
- [9] S. Aicher. Process zone length and fracture energy of spruce wood in mode-i from size effect. *Wood and fiber science: journal of the Society of Wood Science and Technology*, 42, 2010.
- [10] E.R. Klokk J.Ø. Gjernes. Simulering av brudd og sprekkvekst med x-fem. Master's thesis, NTNU, 6 2012.

- [11] N.Dourado et al. Wood fracture characterization under mode i loading using the three-point-bending test. experimental investigation of picea abies l. *Springer Science+Business Media Dordrecht*, 2015.
- [12] Bergan et al. Mode i cohesive law characterization of through-crack propagation in a multidirectional laminate. 29th American Society for Composites Technical Conference, 2014.
- [13] Kåre Hellan. Bruddmekanikk. 2. rev utgave. Tapir, 1980. ISBN 8251903106.
- [14] The three fracture modes. https://upload.wikimedia.org/ wikipedia/commons/e/e7/Fracture\_modes\_v2.svg, 2018. Hentet: 15.05.2018.
- [15] E.M. Wu. Application of fracture mechanics to anisotropic plates. *Journal of Applied Mechanics*, 1967. doi: 10.1115/1.3607864.
- [16] S. Mall; Joseph F. Murphy and James E. Shottafer. Criterion for mixed mode fracture in wood. *Journal of Engineering Mechanics*, 1983.
- [17] E.K. Tschegg S.E. Stanzl-Tschegg, D. Keunecke. Fracture tolerance of reaction wood (yew and spruce wood in the tr crack propagation system). *Journal of the mechanical behavior of biomedical materials*, 4, 2011.
- [18] F.H. Hermes. Process zone and cohesive element size in numerical simulations of delamination in bi-layers. Master's thesis, Eindhoven University of Technology, 2010.
- [19] Abaqus 6.10 Online Documentation. Dassault Systèmes, 4 2010. URL https: //www.sharcnet.ca/Software/Abaqus610/Documentation/docs/ v6.10/books/popups/info.html. Hentet: 03.04.18.
- [20] Kyongchan Song. Guidelines and parameter selection for the simulation of progressive delamination. *Abaqus Users' Conference*, 2008.
- [21] Ted Diehl. Using abaqus cohesive elements to model peeling of an epoxy-bonded aluminum strip: A benchmark study for inelastic peel arms. *DuPont Engineering Technology*, 2016.
- [22] R.T. Fenner. *Mechanics of solids*. Blackwell Scientific Publications, 1999.
- [23] Qingda Yang and B Cox. Cohesive models for damage evolution in laminated composites. *International Journal of Fracture*, 133:107–137, 01 2005.
- [24] Y F Gao and A F Bower. A simple technique for avoiding convergence problems in finite element simulations of crack nucleation and growth on cohesive interfaces. *Brown University*, 2004.
- [25] Bergan et al. A mode i cohesive law characterization procedure for through-thethickness crack propagation in composite laminates. *Composites Part B: Engineering*, 2016.
- [26] Katarzyna Ostapska-Luczkowska. Wedge split test of Norway Spruce ongoing report with experimental results. PhD thesis, NTNU, 2018.

- [27] Paul Harper and Stephen Hallett. Cohesive zone length in numerical simulations of composite delamination. *Engineering Fracture Mechanics*, 75:4774–4792, 11 2008.
- [28] E.K. Tschegg A. Reiterer, S.E. Stanzl-Tschegg. Mode i fracture and acoustic emssion of softwood and hardwoos. *Wood Science and Technology*, 34, 2000.
- [29] David Roylance. Introduction to fracture mechanics. *Department of Materials Science and Engineering Massachusetts Institute of Technology Cambridge*, 2001.



## Prøvestykker



Figur A.1: Brudd på prøvestykke 0-2



Figur A.2: Lastkurve på prøvestykke 0-2



Figur A.3: Brudd på prøvestykke 0-3





Figur A.4: Lastkurve på prøvestykke 0-3



Figur A.5: Bruddplan for prøvestykke 0-4



Figur A.6: Lastkurve for prøvestykke 0-4



Figur A.7: Bruddplan for prøvestykke 0-5



Figur A.8: Lastkurve for prøvestykke 0-5



Figur A.9: Bruddplan for prøvestykke 0-6

Specimen 1 to 1



Figur A.10: Lastkurve for prøvestykke 0-6



Figur A.11: Bruddplan for prøvestykke 0-7



Figur A.12: Lastkurve for prøvestykke 0-7



Figur A.13: Bruddplan for prøvestykke 0-8



Figur A.14: Lastkurve for prøvestykke 0-8



Figur A.15: Bruddplan for prøvestykke 5-1







Figur A.17: Bruddplan for prøvestykke 5-2



Figur A.18: Lastkurve for prøvestykke 5-2



Figur A.19: Bruddplan for prøvestykke 5-3



Figur A.20: Lastkurve for prøvestykke 5-3



Figur A.21: Bruddplan for prøvestykke 5-4



Figur A.22: Lastkurve for prøvestykke 5-4



Figur A.23: Bruddplan for prøvestykke 5-5



Figur A.24: Lastkurve for prøvestykke 5-5



Figur A.25: Bruddplan for prøvestykke 5-6







Figur A.27: Bruddplan for prøvestykke 5-7



Figur A.28: Lastkurve for prøvestykke 5-7



Figur A.29: Bruddplan for prøvestykke 5-8



Figur A.30: Lastkurve for prøvestykke 5-8



Figur A.31: Bruddplan for prøvestykke 10-1



Figur A.32: Lastkurve for prøvestykke 10-1



Figur A.33: Bruddplan for prøvestykke 10-2



Figur A.34: Lastkurve for prøvestykke 10-2



Figur A.35: Bruddplan for prøvestykke 10-3



Figur A.36: Lastkurve for prøvestykke 10-3



Figur A.37: Bruddplan for prøvestykke 10-4



Figur A.38: Lastkurve for prøvestykke 10-4



Figur A.39: Bruddplan for prøvestykke 10-5



Figur A.40: Lastkurve for prøvestykke 10-5



Figur A.41: Bruddplan for prøvestykke 10-7



Figur A.42: Lastkurve for prøvestykke 10-7



Figur A.43: Bruddplan for prøvestykke 10-8



Figur A.44: Lastkurve for prøvestykke 10-8


Figur A.45: Bruddplan for prøvestykke 15-3







Figur A.47: Bruddplan for prøvestykke 15-4



Figur A.48: Lastkurve for prøvestykke 15-4



Figur A.49: Bruddplan for prøvestykke 15-5



Figur A.50: Lastkurve for prøvestykke 15-5



Figur A.51: Bruddplan for prøvestykke 15-6



Figur A.52: Lastkurve for prøvestykke 15-6



Figur A.53: Bruddplan for prøvestykke 15-7



Figur A.54: Lastkurve for prøvestykke 15-7



Figur A.55: Bruddplan for prøvestykke 20-0



Figur A.56: Lastkurve for prøvestykke 20-0



Figur A.57: Bruddplan for prøvestykke 20-1



Figur A.58: Lastkurve for prøvestykke 20-1



Figur A.59: Bruddplan for prøvestykke 20-2



Figur A.60: Lastkurve for prøvestykke 20-2



Figur A.61: Bruddplan for prøvestykke 20-3



Figur A.62: Lastkurve for prøvestykke 20-3



Figur A.63: Bruddplan for prøvestykke 20-4



Figur A.64: Lastkurve for prøvestykke 20-4



Figur A.65: Bruddplan for prøvestykke 20-5



Figur A.66: Lastkurve for prøvestykke 20-5



Figur A.67: Bruddplan for prøvestykke 20-6



Figur A.68: Lastkurve for prøvestykke 20-6



Figur A.69: Bruddplan for prøvestykke 20-7







Figur A.71: Bruddplan for prøvestykke R0-1

Specimen 1 to 1



Figur A.72: Lastkurve for prøvestykke R0-1



Figur A.73: Bruddplan for prøvestykke R0-2







Figur A.75: Bruddplan for prøvestykke R0-3



Figur A.76: Lastkurve for prøvestykke R0-3



Figur A.77: Lastkurve for prøvestykke R0-4



Figur A.78: Bruddplan for prøvestykke R0-5



Figur A.79: Lastkurve for prøvestykke R0-5



Figur A.80: Bruddplan for prøvestykke R0-6



Figur A.81: Lastkurve for prøvestykke R0-6

# Vedlegg B

# Beregningsgrunnlag

#### Omregning av kraft og forskyvning fra kile til prøvestykket

Kilen er 10° på vertikalretningen

Kraften er definert med :

$$F_H = \frac{1}{2} F_M Cos(10^\circ)$$

Forskyvningen er gitt ved:

$$\Delta_H = 2\Delta_M Tan(10^\circ)$$

hvor:

 $F_H$  : Horisontalkraften  $\Delta_H$  : Sprekkåpningen, sett fra lastcellen

#### Spenning ved bjelketeori

Kilen fører påfører prøvestykket en totalkraft på  $F_H = 1600 N$  ved lastcellen. Det er forutsatt at spenningen beveger seg langs indre kant slik at bjelken har tverrsnitt hxb. For halve prøvestykket er spenningen:

$$\sigma = \frac{M}{I}z = \frac{12Fa_n}{bh^3} = \frac{12 \times 800N \times 102.5mm}{140mm \times 112.5^3mm^3} \times 112.5mm = 0.28\frac{N}{mm^2}$$

hvor: $a_n$ :Arm fra kraft til sprekkspissh:høydeb:bredde

#### Beregning av bruddenergiutslippsfarten G<sub>IC</sub>

Utledning av Compliance calibration method basert på [29]:

Den totale tøyningsenergien med hensyn C på er gitt ved:

$$U = \frac{1}{2}F\delta = \frac{1}{2}CF^2$$

$$G_{IC} = \frac{d\Pi_p}{dA} = \frac{dU}{da} = \frac{1}{2}F^2\frac{\partial C}{\partial a}$$

Fra bjelketeorien av Dobbel utkragerbjelke (DCB), figur B.1, har vi følgene:

$$\frac{\delta}{2} = \frac{Fa^3}{3EI}$$



Compliance er beskrevet som:

$$C = \frac{\delta}{F}$$

Satt inn for  $a = a_n$ 

$$G_{IC} = \frac{1}{2} F_c^2 \frac{2a^2}{EI} = \frac{12P_c^2 a_n^2}{b^2 h^3 E}$$

#### Metode for beregning av den spesifikke bruddenergien $G_f$

$$G_f = \frac{1}{A_c} \int_{0}^{\Delta} F d\Delta$$

hvor:

 $A_c$  : Sprekkarealet ved bredde \* sprekklengde

 $\Delta_H$  : Horisontal sprekkforskyvningen sett fra kilepunktet.



# Skisser



Figur C.1: Mål på prøvestykket



Figur C.2: Prøvestykket med lameller