

Modellering med elementmetoden av trebaserte dekker for lange spenn

Sissel Solibakke Mo

Bygg- og miljøteknikk

Innlevert: juni 2018

Hovudrettleiar: Kjell A Malo, KT

Medveileidar: Sveinung Nesheim, KT

Noregs teknisk-naturvitskaplege universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk



MASTEROPPGAVE 2018

FAGOMRÅDE:	DATO:	ANTALL SIDER:
Konstruksjonsteknikk	08.06.2018	88 + 30

TITTEL:

Modellering med elementmetoden av trebaserte dekker for lange spenn

Modelling of long Span Wooden Floors with Finite Element Method

UTFØRT AV:

Sissel Solibakke Mo



SAMMENDRAG:

Denne masteroppgåva inngår i forskingsprosjektet *WoodSol* som har hovudmål om å utvikle eit industrielt konstruksjonssystem. Dette systemet er basert på momentstive rammer med stive dekker for bruk i høge bustad- og næringsbygg. Arbeidet i denne masteroppgåva fokuserer på optimalisering av ein numerisk modell som skal beskrive trebaserte dekke-element for lange spenn. Den numeriske modellen er modellert i elementmetode programmet Abaqus. Det er brukt eit Python skript for å gjere optimaliseringsprosessen enklare og for å kunne køyre fleire simuleringar på kort tid. Prototyp dekket som den numeriske modellen vart optimalisert mot består av Kerto-Q plater i topp- og botnflens med limtrebjelkar som steg. Komponentane er limt og skrudd saman, og ein kan difor anta fullstendig samvirke.

Arbeidet består av fleire delar. Fyrst vart det gjort eit litteraturstudium for å innhente nødvendig teoretisk bakgrunnsinformasjon. Deretter vart det utført eksperimentelt arbeid i laboratoriet for optimalisering av materialparametrane til komponentane. Det vart utført enkle deformasjonsmålingar på Kerto-Q plater, og fuktmålingar både på Kerto-Q platene og prototyp. Deformasjonsmålingane for Kerto-Q platene var grunnlag for optimalisering av materialparametrane. I denne prosessen vart det nytta Isight som optimaliseringsverktøy. Resultatet frå optimaliseringsprosessen ga materialparametrar av høgare verdi enn dei anbefalte middelveidiane for Kerto-Q. I tillegg vart også elementtype- og størrelse for komponentane i prototyp optimalisert. Resultata frå dette arbeidet danna grunnlag for optimaliserte materialparametrar og elementkombinasjon for komponentane i prototyp. Dette vart så implementert i numerisk modell for prototyp og samanlikna med tidlegare eksperimentelle resultat innhenta i litteraturstudiet.

Ved implementering av optimaliserte materialparametrar vart den numeriske modellen betydeleg forbetra. Den numeriske modellen representerer spesielt godt stivheita i lengderetning til prototyp, men over breidda er det framleis eit forbettringspotensiale. Ein ser at gode verdiar på materialdata og val av kombinasjon av elementtype- og størrelse er avgjerande for å få ein numerisk modell som stemmer godt overeins med røynda.

FAGLÆRER: Kjell Arne Malo

VEILEDER(E): Kjell Arne Malo, Sveinung Nesheim

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk

Forord

Denne masteroppgåva er avsluttande oppgåve ved studiet Bygg- og miljøteknikk ved Norges Teknisk-Naturvitenskaplige Universitet (NTNU). Oppgåva er ein del av «*WoodSol – Wood frame solutions for free space design in urban buildings*» og tilsvara 30 studiepoeng.

Masteroppgåva er utarbeida våren 2018, over ein periode på 20 veker, ved Institutt for konstruksjonsteknikk. Kjell Arne Malo er hovudrettleiar for oppgåva.

Masteroppgåva har hatt fokus på å utvikle ein numerisk modell for trebaserte dekke-element for lange spenn. Arbeidet frå start til slutt har vore variert og utfordrande på mange måtar. Alt i frå testar i laboratoriet, bruk av nye verktøy og skriptbasert numerisk modellering er noko av det eg har vore innom dette semesteret.

Eg vil rette ein stor takk til Kjell Arne Malo for god fagleg rettleiing. Tusen takk til Sveinung Nesheim for hjelp med numerisk analyse og for god faglig diskusjon. Takk til avdelingsingeniørar Ragnar Moen og Terje Petersen ved Institutt for konstruksjonsteknikk med all hjelp i samband med laboratoriearbeid. Avslutningsvis vil eg takke Asplan Viak AS for kontorplass ved avdelinga i Trondheim under arbeidet med masteroppgåva.

Trondheim, fredag 8. juni 2018

Sissel Solibakke Mo

Sissel Solibakke Mo

Samandrag

Denne masteroppgåva inngår i forskingsprosjektet *WoodSol* som har hovudmål om å utvikle eit industrielt konstruksjonssystem. Dette systemet er basert på momentstive rammer med stive dekker for bruk i høge bustad- og næringsbygg. Arbeidet i denne masteroppgåva fokuserer på optimalisering av ein numerisk modell som skal beskrive trebaserte dekke-element for lange spenn. Den numeriske modellen er modellert i elementmetode programmet Abaqus. Det er brukt eit Python skript for å gjere optimaliseringsprosessen enklare og for å kunne køyre fleire simuleringar på kort tid. Prototyp dekket som den numeriske modellen vart optimalisert mot består av Kerto-Q plater i topp- og botnflens med limtrebjelkar som steg. Komponentane er limt og skrudd saman, og ein kan difor anta fullstendig samvirke.

Arbeidet består av fleire delar. Fyrst vart det gjort eit litteraturstudium for å innhente nødvendig teoretisk bakgrunnsinformasjon. Deretter vart det utført eksperimentelt arbeid i laboratoriet for optimalisering av materialparametrane til komponentane. Det vart utført enkle deformasjonsmålingar på Kerto-Q plater, og fuktmålingar både på Kerto-Q platene og prototyp. Deformasjonsmålingane for Kerto-Q platene var grunnlag for optimalisering av materialparametrane. I denne prosessen vart det nytta Isight som optimaliseringsverktøy. Resultatet frå optimaliseringsprosessen ga materialparametrar av høgare verdi enn dei anbefalte middelveidiane for Kerto-Q.

I tillegg vart også elementtype- og størrelse for komponentane i prototyp optimalisert. Resultata frå dette arbeidet danna grunnlag for optimaliserte materialparametrar og elementkombinasjon for komponentane i prototyp. Dette vart så implementert i numerisk modell for prototyp og samanlikna med tidlegare eksperimentelle resultat innhenta i litteraturstudiet.

Ved implementering av optimaliserte materialparametrar vart den numeriske modellen betydeleg forbetra. Den numeriske modellen representerer spesielt godt stivheita i lengderetning til prototyp, men over breidda er det framleis eit forbettringspotensiale. Ein ser at gode verdiar på materialdata og val av kombinasjon av elementtype- og størrelse er avgjerande for å få ein numerisk modell som stemmer godt overeins med røynda.

Abstract

This Master thesis is part of the *WoodSol* research project, which has the main objective of developing an industrial construction system. The *WoodSol* building system receives stability from moment resisting frames composed of columns rigidly connected to beams, and where the beams are embedded in the floor elements. The work in this thesis focuses on the optimization of a numerical model that will describe long span wooden floors. The numerical model is modeled in the finite element method program Abaqus. A Python script has been used to make the optimization process easier and to run more simulations in a short period of time. The prototype the numerical model where optimized against consists of Kerto-Q plates in the top and bottom flange with glulam beams as webs. Components are glued and screwed together, and therefore completely interacted.

The work consists of several parts. First, there was a literature study to obtain the necessary theoretical background information. Then it was performed experimental work in the laboratory for optimization of material properties for components. There were simple deformation measurements on Kerto-Q plates, and moisture measurements on both the Kerto-Q and prototype. Deformation measurements for the Kerto-Q plates were the basis for optimizing material properties for the relevant plates. In this process, Isight where used as an optimization tool. The result of the optimization process gave material properties higher than the recommended mean values for Kerto-Q.

In addition, the prototype element type and size were also optimized. Results from this work form the basis for optimized material properties and element combination for prototype components. This was then implemented in numerical model for the prototype and compared with earlier experimental results obtained in the literature study.

When implementing optimized material properties, the numerical model was significantly improved. The numerical model represents particularly good longitudinal stiffness in the prototype model, but over the width it is a potential for improvement. The results proved that good value on material data and the choice of combination of element type and size is decisive in order to get a numerical model that fits well with the reality.

Innhald

Forord	ii
Samandrag	iv
Abstract	vi
1 Innleiing	1
1.1 Bakgrunn	1
1.2 Mål og objektivitet	1
1.3 Avgrensing	2
1.4 Metode	2
2 Bakgrunnsteori	3
2.1 Tre som konstruksjonsmaterial	3
2.1.1 Miljøaspektet	3
2.1.2 Ortotropisk material	3
2.1.3 Densitet	4
2.1.4 Fuktinnhald	4
2.1.5 Fasthet og stivhet	5
2.1.6 Fastsetting av fysiske og mekaniske eigenskapar	6
2.2 Trebaserte material	6
2.2.1 Limtre	6
2.2.2 LVL	7
2.2.3 Massivtre – CLT	7
2.3 Kriterier for komfort og vibrasjonar i etasjeskillarar	7
2.3.1 Eurokode	8
2.3.2 Hu & Chui	9
2.3.3 Toratti og Talja	9
2.3.4 TRADA-metoden	10
2.4 Eksisterande dekkssystem i tre	10

2.4.1	Moelvans Trä8	10
2.4.2	Metsä Wood.....	11
2.4.3	Lignatur	11
2.4.4	Byggesystem av Stora Enso	12
2.5	Prototyp av dekke i fullskala (Bjørge og Kristoffersen)	13
2.6	Prosjektarbeid hausten 2017 (Solibakke Mo).....	15
2.6.1	Eksperimentell modal analyse av prototyp.....	15
2.6.2	Eksperimentelle- og numeriske resultat	17
3	Optimalisering av LVL (Kerto-Q).....	21
3.1	Eksperimentelt arbeid.....	21
3.1.1	Utstyr for fuktmåling.....	21
3.1.2	Utstyr for deformasjonsmålingar	22
3.1.3	Oppsett.....	24
3.1.4	Gjennomføring.....	25
3.2	Eksperimentelle resultat	26
3.2.1	Fuktmåling.....	26
3.2.2	Deformasjonsmålingar på Kerto-Q plater	27
3.3	Numeriske modellar – Kerto-Q plater.....	30
3.3.1	Materialparametrar	30
3.3.2	Elementstørrelse og type	30
3.3.3	Resultat med middelveidiar.....	31
3.4	Optimalisering LVL (Kerto-Q).....	32
3.4.1	Verktøy for optimalisering	32
3.4.2	Optimalisering av Kerto-Q plater - LVL.....	36
3.4.3	Optimaliserte materialparametrar	37
3.4.4	Samanlikning av resultat for Kerto-Q plater	37
4	Optimalisering av prototypdekket.....	41

4.1	Materialparametrar	41
4.2	Val av elementtypar	43
4.2.1	Skallelement	43
4.2.2	Volumelement.....	43
4.2.3	Elementkombinasjonar	43
4.2.4	Resultat for val av element	45
4.3	Numeriske resultat – eigenfrekvens	48
4.4	Samanlikning med analytisk utrekning	50
4.4.1	Analytisk eigenfrekvens	54
4.5	Numerisk modell – punktlast	55
4.5.1	Elementtypar	56
4.5.2	Randkrav	56
4.5.3	Punktlast	57
4.5.4	Resultat	58
4.5.5	Oppsummering.....	60
5	Oppsummering av resultat og diskusjon.....	61
5.1	Optimalisering av LVL (Kerto-Q)	61
5.2	Optimalisering av numerisk modell for prototyp.....	62
6	Konklusjon	65
7	Vidare arbeid.....	66
8	Kjelder	67
	Vedlegg	I
A	Eksperimentelle oppsett.....	III
B	Modellering av LVL (Kerto-Q) i Abaqus.....	XI
B.1	Komponentar	XI
B.2	Definisjon av tverrsnitt.....	XII
B.3	Tileigning av tverrsnitt og materialorientering til komponentane	XIII

B.4	Samla komponentane	XIII
B.5	Definering av steg for påføring av last.....	XV
B.6	Randkrav.....	XV
B.7	Last.....	XVI
B.8	Elementinndeling	XVI
C	Framgangsmåte for optimaliseringsverktøyet.....	XVII
C.1	Framgangsmåte i Isight	XVII
C.2	Korrelasjonskart.....	XXI
C.3	Korrelasjonstabell	XXII
C.4	Resultat frå optimalisering av LVL (Kerto-Q)	XXV
D	Analytisk utrekningar	XXVII

Figurliste

Figur 2.1 Definisjon av normal- og skjærspenning i trevirke.....	4
Figur 2.2 Prinsippskisse av Moelvens Trå8.....	11
Figur 2.3 Prinsippskisse av Kerto-Ripa dekkssystem.....	11
Figur 2.4 Oppbygging av Lignatur dekkssystem.....	12
Figur 2.5 Oppbygging av Stora-Enso byggesystem.....	13
Figur 2.6 Oppbygging av Kerto- Q.....	14
Figur 2.7 Komponentar i prototyp.....	14
Figur 2.8 Teoretisk tverrsnitt av prototyp.....	15
Figur 2.9 Prinsippskisse for gjengestag.....	15
Figur 2.10 Oppsett av eksperiment.....	16
Figur 2.11 Plassering av akselerometer og påverknadspunkt øvst.....	16
Figur 2.12 Oppsett av OROS-systemet og modal hammar.....	17
Figur 2.13 Samanlikning av modar frå prosjektarbeid.....	18
Figur 3.1 Kerto-Q plate med akseretningar.....	22
Figur 3.2 Elektronisk mikrometer.....	23
Figur 3.3 Opplagerdetalj for rullelager.....	24
Figur 3.4 Oppsett 1.....	24
Figur 3.5 Oppsett 2.....	25
Figur 3.6 Oversiktsbilete for deformasjonsmålingar med last.....	26
Figur 3.7 Resultat Kerto-Q 43 mm.....	28
Figur 3.8 Resultat Kerto-Q 61 mm.....	29
Figur 3.9 Optimalisering av elementstørrelse.....	31
Figur 3.10 Numerisk modell i Abaqus for Kerto-Q plater.....	31
Figur 3.11 Dataflyt i Isight for optimaliseringsprosess.....	33
Figur 3.12 "Isight Runtime Gateway"-vindauge.....	35
Figur 3.13 Korrelasjonskart frå Isight.....	35
Figur 3.14 Korrelasjonstabell frå Isight.....	36
Figur 3.15 Samanlikning av resultat for 43 mm plate.....	38
Figur 3.16 Avvik mellom eksperimentelle - og numeriske resultat for 43 mm plate.....	38
Figur 3.17 Samanlikning av resultat for 61 mm plate.....	39
Figur 3.18 Avvik mellom eksperimentelle - og numeriske resultat for 61 mm plate.....	39
Figur 4.1 Kombinasjon med S4- og C3D8-element.....	45

Figur 4.2 Kombinasjon med S4R- og C3D8R-element.	46
Figur 4.3 Kombinasjon med S4- og C3D8I-element.	46
Figur 4.4 Kombinasjon med S4R-og C3D8I-element.....	47
Figur 4.5 Modeformer for fri-fri randkrav.....	48
Figur 4.6 Samanlikning av resultat for prototyp.....	49
Figur 4.7 Avvik mellom eksperimentelle- og numerisk resultat med ulike materialparametrar.	50
Figur 4.8 System med fordelt masse og elastisitet.....	50
Figur 4.9 Modar for fri-fri bjelke, analytisk.	53
Figur 4.10 Mode 2 frå numerisk analyse i Abaqus.	54
Figur 4.11 Samanlikning med volum- og skallelement i feltbjelkar.....	56
Figur 4.12 "BCXP" randkrav for deformasjon ved punktlast.....	57
Figur 4.13 Plassering av punktopplegg ved deformasjonsmålingar	57
Figur 4.14 Punktlast på midtre feltbjelke.	58
Figur 4.15 Deformasjon over høgda til dekket.	58
Figur A.1 Oppsett 1 - 43 mm.....	IV
Figur A.2 Oppsett 2 - 43 mm.....	V
Figur A.3 Oppsett 1 - 61 mm.....	VI
Figur A.4 Oppsett 2 - 61 mm.....	VII
Figur B.1 Modelltreet (t.v), "Create Part"-vindu (m) og Kerto-Q plate med partisjonar (t.h). XI	
Figur B.2 "Edit Material"-vindu. Young's modul, Poisson rate og skjærmodul for materialet blir skrive inn.	XII
Figur B.3 "Edit Section"-vindaug.....	XII
Figur B.4 "Modelltreet", "Edit Section Assignment"- og "Edit Material Orientation"- vindaug. Kerto-Q plata blir tileigna tverrsnitt og materialorientering.	XIII
Figur B.5 Modelltreet og "Create Instance"-vindaug.....	XIII
Figur B.6 Modelltreet og "Create Constraint".	XIV
Figur B.7 "Edit Constraint".	XIV
Figur B.8 Modelltreet og "Create Step"-vinduet.....	XV
Figur B.9 "Edit Boundary Condition"-vindaug.....	XVI
Figur C.1 "Isight Design Gateway"-vindaug.....	XVII
Figur C.2 "Sim-flow" med "Optimization1" og "Abaqus" verktøy.	XVIII
Figur C.3 "Component Editor - Abaqus"-vindaug.....	XVIII
Figur C.4 "Component Editor - Optimization"- vindaug.....	XIX

Figur C.5 "Component Editor - Optimization"- vindauget med "Variables"-fana.	XX
Figur C.6 Dataflyt i optimaliseringsprosessen i Isight.	XX
Figur C.7 "Isight Runtime Gateway"-vindauget i optimaliseringsprosessen.	XXI
Figur C.8 Korrelasjonskart for optimaliseringsprosessen.	XXII
Figur C.9 Korrelasjonstabell Kerto-Q 43 mm, Oppsett 1.....	XXIII
Figur C.10 Korrelasjonstabell Kerto-Q 43 mm, Oppsett 2.....	XXIII
Figur C.11 Korrelasjonstabell Kerto-Q 61 mm, Oppsett 1.....	XXIV
Figur C.12 Korrelasjonstabell Kerto-Q 61 mm, Oppsett 2.....	XXIV

Tabelliste

Tabell 2.1 Omtrentleg endring i fastheitsegenskapane per 1 % endring i fuktighet for feilfritt trevirke.....	5
Tabell 2.2 Vibrasjonsklasser for kontor og leilighetskompleks av Toratti og Talja (2006).....	9
Tabell 2.3 Akseptkrav for vibrasjonsklassar.....	10
Tabell 2.4 Fiberstruktur Kerto-Q	13
Tabell 3.1 Middelerdiar for materialparametrar for Kerto-Q	22
Tabell 3.2 Resultat frå fuktmålingar på Kerto-Q plater.	27
Tabell 3.3 Resultat frå fuktmålingar på prototyp.....	27
Tabell 3.4 Grunnlag for optimalisering av materialparametrar.	30
Tabell 3.5 Numerisk- og eksperimentelle resultat samanlikna for 43 mm plata.	32
Tabell 3.6 Numerisk- og eksperimentelle resultat samanlikna for 61 mm plata.	32
Tabell 3.7 Eksperimentelle resultat med avgrensing for deformasjon i Isight.	34
Tabell 3.8 Optimaliserte materialparametrar med Isight.....	37
Tabell 4.1 Middelerdiar for materialparametrar nytta i numerisk modell.....	41
Tabell 4.2 Optimaliserte materialparametrar med og utan bidrag for fuktendring for Kerto-Q plater.	42
Tabell 4.3 Materialparametrar for limtre med bidrag frå fuktendringar.	42
Tabell 4.4 Prinsipp for kombinasjon av skall- og volumelement for komponentar i prototyp.....	44
Tabell 4.5 Kombinasjonar av elementtype- og størrelse.	44
Tabell 4.6 β_L - og β - verdiar for dei fire fyrste modane, analytisk.....	53
Tabell 4.7 Geometri og materialdata ved analytisk utrekningar.....	55
Tabell 4.8 Resultat for randbjelke ved punktlast på midterste feltbjelke.	59
Tabell 4.9 Resultat for randbjelke ved punktlast på midtre feltbjelke.	59

Tabell 4.10 Resultat for randbjelke ved punktlast på randbjelke.....	59
Tabell 4.11 Resultat for midtre feltbjelke ved punktlast på randbjelke.	60
Tabell A.1 Deformasjonsmåling Oppsett 1 - 43 mm.	VIII
Tabell A.2 Deformasjonsmåling Oppsett 1 - 43 mm.	IX
Tabell A.3 Deformasjonsmåling Oppsett 1 - 61 mm.	IX
Tabell A.4 Deformasjonsmåling Oppsett 2 - 61 mm.	X
Tabell C.1 Nedbøyning Kerto-Q 43 mm.	XXV
Tabell C.2 Nedbøyning Kerto-Q 61 mm.	XXV
Tabell C.3 Avvik frå eksperimentelle resultat, Kerto-Q 43 mm.....	XXV
Tabell C.4 Avvik frå eksperimentelle resultat, Kerto-Q 61 mm.....	XXV

1 Innleing

1.1 Bakgrunn

Målet med denne masteroppgåva er å utvikle ein modell med bruk av elementmetoden for trebaserte dekke-element med lange spenn. Masteroppgåva inngår som ein del av forskingsprosjektet *WoodSol* (*Wood frame solutions for free space design in urban buildings*). WoodSol har som hovudmål å utvikle eit industrielt konstruksjonssystem. Dette er basert på momentstive rammer med stive dekker for bruk i høge bustad- og næringsbygg. Systemet skal ha stor arkitektonisk fleksibilitet som gjer til at ein kan ha store opne flater utan tette lastbærande element (SINTEF, 2017).

WoodSol fokuserer på fire hovudemne (WoodSol, 2017):

- Produksjon og samansetning av konstruksjonssystem og komponentar
- Momentstive rammer
- Golvsystem
- Akustikk

Løysingane som blir utvikla av WoodSol skal vere tilgjengeleg for heile bransjen. Arbeidet blir derfor nøye dokumentert gjennom testing og prøving. Ved prosjektets slutt er målet å kunne bygge hus frå fem til ti etasjar med hovudbæresystem i tre. Systemet skal tilfredsstille relevante krav til lyd og brann, samt vere rasjonelle, enkle og raske å montere på byggeplass (SINTEF, 2017).

1.2 Mål og objektivitet

Masteroppgåva er eit studie for modellering med elementmetode av trebaserte dekker for lange spenn. Målet er å bruke numerisk analyse for å beskrive ein eksisterande prototype og komme fram til ein optimalisert numerisk modell for denne. Det er eit mål at numerisk modell skal representere røynda på ein god måte. Det blir derfor utført forsøk i laboratoriet med mål om å finne optimaliserte materialdata. Vidare skal desse resultatane implementerast i numerisk modell. Det viktig å presisere at dei optimaliserte materialparametrane gjeld for dei spesifikke komponentane nytta i prototyp. Den optimaliserte numeriske modellen kan så vidare bli anvendt på fleire variantar for trebaserte dekke-element med lange spenn.

1.3 Avgrensing

Studien fokuserer kun på den konstruksjonsmessige oppførselen til dekke-elementet. Brann- og akustikk krav blir derfor ikkje omtala i denne masteroppgåva. Det blir i oppgåva brukt ein prototyp som optimaliseringsgrunnlag for numerisk modell. Materialparametrane vert optimalisert mot komponentane i prototyp sine eigenskaper. Materialparametrane som blir optimalisert gjeld spesifikt for komponentane nytta i prototyp.

1.4 Metode

I dette kapitlet blir det gitt ein kort presentasjon av metodane brukt i oppgåva.

Fyrst er det henta inn informasjon om tre som konstruksjonsmaterial, allereie eksisterande dekke-element samt krav til vibrasjon og svingingar gjennom eit litteraturstudium. Dette legg grunnlaget for vidare arbeid i masteroppgåva. Det er blitt utført eksperiment i laboratoriet som omfattar deformasjon- og fuktmålingar. Det blir testa to LVL plater med ulik tjukkelse, på to forskjellige tidspunkt. Desse resultatata vert vidare grunnlag for optimalisering av numerisk modell. Optimaliseringsverktøyet Isight blir brukt for å finne det beste settet med materialparametrar. Dei numeriske modellane blir modellert i Abaqus og ved bruk av skript i programmet Python.

Diskusjon av resultat blir gjort kontinuerlig gjennom oppgåva. Numeriske berekingar blir vurdert opp mot eksperimentelle resultat, og resultatet av dette legg føringar for neste steg i optimaliseringsprosessen. I tillegg vert det også utført ein analytisk berekning for å sjå kor godt ein enklare metode måler seg opp mot tyngre elementmetode rekneverktøy som Abaqus.

2 Bakgrunnsteori

I dette kapittelet blir nødvendig bakgrunnsteori presentert. Fyrst blir trevirke som konstruksjonsmaterial gjort greie for. Vidare blir eksisterande trebaserte dekke-element presentert og avslutningsvis komfort og vibrasjonskriterier for etasjeskillarar oppsummert.

2.1 Tre som konstruksjonsmaterial

Tre som byggematerial har vore mykje brukt i Noreg, men då i mindre bygg. Bæresystem for større konstruksjonar har frå tidleg 1900-tallet vore dominert av stål og betong. Det har i seinare tid blitt meir aktuelt å bruke tre i større konstruksjonar etter at bearbeidde treprodukt som limtre har komme på marknaden. Samstundes har det vore stor utvikling i forbindelsesmidlar mellom trekomponentar som gir større spelerom for bruk av tre som byggemateriale (Bell, 2017).

2.1.1 Miljøaspektet

Miljøaspektet har fått ei viktigare rolle i byggesektoren. Tre er eit naturleg og levande material med låg eigenvekt. Det er samtidig enkelt å bearbeide og tilgjengeligheten på materialet er god. Tre er ein naturressurs som kan brukast i store mengder så lenge skogressursane blir forvalta på ein god måte. Materialet er fornybart og blir framstilt ressurseffektivt. Dette fordi det er lågt forbruk av fossil energi og høg andel klimavennlig bioenergi som blir nytta i produksjonen. Dette gjer treindustrien rein og miljøeffektiv med lave klimagassutslipp, samanlikna med andre konstruksjonsmaterialer, som for eksempel stål og betong (TRE, 2013).

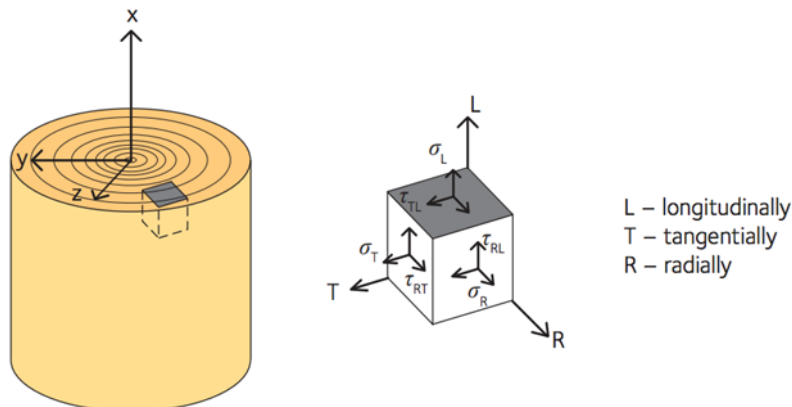
Bygging i tre byr også på utfordringar. Det blir avgjerande å sikre komfortkrav som blir stilt til bygningar der menneskje oppheld seg daglig. I tillegg til komfortkrav kjem også andre krav som for eksempel akustikk.

2.1.2 Ortotropisk material

Tre er ein naturleg kompositt og har derfor uregelmessigheiter som kvistar, vre, ungdomsved, reaksjonsved, vridde vekst, brent og blåved i strukturen. Alle desse vil påverke dei konstruktive eigenskapane og gjer tre til eit komplisert og anisotrop material på mikronivå. På makronivå har trevirket tilnærma konstante eigenskapar i tre forskjellige retningar. Dette gjer det til eit ortotropisk material. Retningane er:

- Langs fiberretninga (L)
- Tvers på fiberretninga i radiell retning (R)

- På tvers av fiberretninga i tangentiell retning til årringane (T)



Figur 2.1 Definisjon av normal- og skjærspenning i trevirke (Johannson, 2016).

Vidare kan ein anta at trevirke har like eigenskapar i R - og T -retning. Dette gjer tre til eit to-dimensjonalt ortotrop materiale. Noko som betyr at trevirket har eit sett med fysiske og mekaniske eigenskapar parallelt med fiberretninga, og eit anna normalt på fiberretninga (Bell, 2017).

Materialparameterane for eit ortotrop materiale som trevirke kan beskrivast med ni forskjellige konstanter; Young's modul, skjærmodul og Poisson rate, alle i tre retningar. Desse ni konstantane er E_{LL} , E_{RR} , E_{TT} , ν_{LR} , ν_{LT} , ν_{RT} , G_{LT} , G_{LR} og G_{TR} (Hopperstad og Børvik, 2015). Vidare i oppgåva blir notasjonane sett til $L=1$, $R=2$ og $T=3$ for retningane.

2.1.3 Densitet

Densiteten er ein viktig eigenskap til trevirket då den påverkar trevirket sin styrke. Densiteten er definert ved:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

der m er masse i kg og V er volumet i m^3 .

Trevirkets densitet er avhengig av fuktinnhaldet samt forholdet mellom andel cellevegg og celleholrom. Verdiane for densitet som blir nytta i Eurokode 5 (EC5) føreset at masse og volum er basert på likevekttilstand ved $20^\circ C$ og relativ fuktigheit på 65 % (Bell, 2017).

2.1.4 Fuktinnhald

Trevirket er eit hygroskopisk material noko som vil sei at det endrar fuktinnhaldet med omgivingane. Materialet krympar og sveller i takt med endringar i fuktinnhaldet. Krympinga

er størst i radiell retning der den i mjuk ved kan vere opp til 8%, rekna frå eit fuktinnhald som svarer til fibermettinga og ned til turt virke. I radiell retning er den på ca. 4 %, medan i lengderetning er den betraktelig mindre, omlag 0,3 %. I EC5 er det tatt omsyn til betydinga av trefuktigheit og lastvarigheit ved å innføre klimaklassar. Klimaklassane styrer verdien på modifikasjonsfaktoren, k_{mod} (Bell, 2017).

Dei mekaniske eigenskapane til trevirke er avhengig av fuktinnhaldet. Aukande fukt over fibermetningspunktet vil gi redusert styrke. Reduksjon av fuktinnhaldet under fibermetningspunktet gir økt fastheit og E-modul. Det skuldast delvis at om celleveggen sveller blir det mindre celleveggmateriale per arealeining. Den viktigaste årsaken er at vatnet som trengjer inn i celleveggen reduserer styrken mellom bindingane som held mikrofibrillane saman. Fuktinnhaldet over fibermetningspunktet påverkar ikkje dei mekaniske eigenskapane til trevirke. Dette skuldast at det då kun er snakk om endring av mengde fritt vatn i celleholrommet (Bell, 2017).

Fastheitsvariasjonane er ulike for ulike lastretning. For feilfritt trevirke gir 1 % endring i fuktnivå endring i fastheitseigenskapane gitt i Tabell 2.1. Denne samanhengen er gyldig for fuktinnhald mellom 8 % og 20 %.

Eigenskap	Eining	Symbol	Endring [%]
Trykkfasthet i fiberretning	N/mm^2	$f_{c,0,k}$	5
Trykkfasthet vinkelrett på fibrane	N/mm^2	$f_{c,90,k}$	5
Bøyefasthet i fiberretning	N/mm^2	$f_{m,0,k}$	4
Strekkfasthet i fiberretning	N/mm^2	$f_{t,0,k}$	2,5
Strekkfasthet vinkelrett på fibrane	N/mm^2	$f_{t,90,k}$	2
Skjærfastheit i fiberretninga	N/mm^2	$f_{v,0,k}$	3
Elastisitetsmodul i fiberretninga	N/mm^2	E_0	1,5

Tabell 2.1 Omtrentleg endring i fastheitseigenskapane per 1 % endring i fuktighet for feilfritt trevirke (SwedishWood, 2016).

2.1.5 Fasthet og stivhet

I trevirke er det stor forskjell på fastheit og stivheit langs og på tvers av fibrane. Fastheita mot avskjæring vinkelrett på fibrane er større enn avskjæring parallelt med fibrane. Som nemnt i kapittel 2.1.4 er styrken avhengig av fuktinnhaldet, i tillegg ser ein også at belastninga si varigheit spelar ei viktig rolle (Bell, 2017).

2.1.6 Fastsetting av fysiske og mekaniske eigenskapar

Fastsetting av fysiske og mekanisk eigenskapar for trevirke blir gjort ved $(20 \pm 2)^\circ\text{C}$ og relativ luftfukt $(65 \pm 5)\%$. Trevirket har då eit relativt fuktinnhald på omlag 12 % avhengig av trevirke. Styrkesorteringa av trevirke er basert på to indirekte metodar; visuell- og maskinell sortering. Visuell sortering blir utført etter NS-EN 518 og NS-EN 1912. Metoden er basert på det visuelle, og kvistar er derfor ofte avgjerande. Det blir ofte supplementert med målinstrument som måler densitet. Trevirket bør undersøkjast på alle fire sider, men på grunn av økonomisk omsyn er ikkje dette mogleg. Metoden graderer ofte trevirke for lågt for å sikre pålitelegheita av sorteringa.

Maskinell strykesortering blir gjort etter NS-EN 408:2010+A1:2012. Maskinell styrkesortering er målt opp mot ein indikasjonsparameter. Indikasjonsparameteren er for eksempel materialparametran for konstruksjonstrevirke. Sorterings nøyaktigheten hjå maskina blir uttrykt med ein forklaringskoeffisient, r^2 . Forklaringskoeffisienten fortel kor stor del av den totale variasjonen som kan forklarast ved hjelp av regresjonsmodellen, og er ein verdi mellom null og ein. Der null betyr at regresjonsmodellen forklarar ein liten del av variasjonen, mens 1 betyr at den beskriver den totale variasjonen godt. Testar ein eit parti av same type treprodukt med same fuktinnhald vil resultata i stor grad sprike.

For bearbeida treprodukt blir trevirket styrkesortert før det blir sett saman. For limtre blir lamellane styrkesortert før dei blir fingerskjøtt. Trevirkets variasjon i fastheit og stivheit innan ein styrkeklasse gjer det vanskelig å vurdere prestasjonen til ein individuell komponent. Dette fordi materialparametran for komponenten er ein middelvei for eit parti. Ved dimensjonering kompenserer materialfaktoren γ_M for usikkerheit knytta til materialeigenskapane og bestemmelsen av desse. Den tar også omsyn til usikkerheit knytt til modellering og variasjon i dimensjonar. I Noreg er $\gamma_M=1,25$ for konstruksjonsvirke og $\gamma_M=1,15$ for limtre (Bell, 2017).

2.2 Trebaserte material

2.2.1 Limtre

Limtre er eit bearbeida treprodukt som består av minst to lamellar. Lamelltjukkelsen varierer frå 6 mm til 45 mm og fiberretninga er i komponenten si lengderetning. Lamellane blir produsert i ynskt lengd og fingerskøytt med lim, for deretter å bli lagt oppå kvarandre. Etter herding blir lamellane høvla på flatsidene og påført fuge lim. Dei ferdige pakkane med lamellar blir så lagt i presstrykk. Det ferdige limtreet blir kontrollert etter reglane i EN 14080

som fastlegg krava til CE-merka limtre. I CE-merkinga inngår det kven som er produsent, kva styrkeklasse limtreet tilhøyrar, treslag for lamellane og kva lim som er nytta.

Limtre som blir bygd opp av lamellar med same styrkeklasse blir kalla homogent limtre. Kombinert limtre er bygd opp ved at den beste kvaliteten er i dei ytre delane av tverrsnittet der påkjenninga er størst, og dermed gir best mogleg utnytting av trevirket. Største breidd på lamell i Noreg er 215 mm. Lagerførte breidder er 90, 115 og 140 mm. Andre breidder må spesialbestillast (NLM, 2015).

2.2.2 LVL

LVL (*Laminated Veneer Lumber*) er eit parallellfinèr (PLV – *Parallel Laminated Veneer*) produkt. Dette er eit produkt bygd opp av minimum 5 finèrlag. Vanlegvis ligg finèrlaga i same retning, men det fins også produkt der finèrlag ligg normalt på hovudretninga. Finèr tjukkelsen er ikkje over 6 mm. Det mest kjente LVL produktet på den norske marknaden er Kerto, som blir levert som bjelkar og plater. Finèrlaga er her 3 mm. I Kerto-S ligg finèrlaga i same retning, men for Kerto-Q er det to eller fleire innvendige finèrlag. Desse er limt saman med fiberretning på tvers og symmetrisk plassert i forhold til dekketjukkelsen (Bell, 2017).

2.2.3 Massivtre – CLT

CLT er lamellar som er satt saman til element ved bruk av skruar, spikar, dyblar, lim eller stålstag. Tjukkelsen og mengde lamellar er avhengig av elementet sin funksjon og bruksområde. CLT blir i hovudsak delt inn i to kategoriar; kantstilte element og krysslagde element. Kantstilte element kjenneteiknast med ståande lamellar i elementa. Krysslagde element er element der lamellane ligg i sjikt. Sjikta ligg som regel med vinkel i forhold til kvarandre, gjerne 90 eller 45 grader. I dei ytste sjikta blir det vanlegvis nytta trevirke av høgare kvalitet. CLT kan produserast i alle fasongar og størrelsar, og kan brukast som bærande eller ikkje-bærande element i tak, dekker eller veggjar.

CLT er eit relativt nytt produkt og har dermed ikkje fått nokon plass i standarden. Mangelen på standardiserte krav til produktet og berekningsreglar gjer at materialet i dag blir brukt etter produktgodkjenningar frå produsentane. I neste versjon av EC5 kjem nok dette (Treteknisk, 2008).

2.3 Kriterier for komfort og vibrasjonar i etasjeskillarar

Høghus med bærekonstruksjon av tre har blitt stadig meir populært dei siste åra. Det har vore stor utvikling av bæresystem og trematerial, som no gjer det mogleg å bruke trevirke i høghus. Dei moderne og opne løysingane krev tredekker med lange spenn, som igjen stiller krav til

komfort når det kjem til vibrasjonar og deformasjonar. Lengre spennvidder vil medføre at trekonstruksjonar blir meir konkurransedyktige samanlikna med betong og stål. Det blir stilt krav til ein kombinasjon mellom lågaste eigenfrekvens og nedbøyning under ein punktlast. Desse krava stemmer godt for subjektiv og objektiv vurdering av komfort. Desse parametranne skal kunne bestemast med akseptabel nøyaktighet. Studiar viser at deformasjonskriterier ikkje er tilstrekkelig for å ivareta opplevde eigenskapar ved ristingar og vibrasjonar. På grunnlag av dette blir det stilt krav til dekkets fyrste eigenfrekvens.

Kriteria angir ein metode for kva krav ein bør stille for vibrasjonar i bjelkelag. Menneskeleg følsamheit overfor vibrasjonar:

- er relatert til svinginga sin akselerasjon for frekvensar lågare enn 8 Hz
- er relatert til svinginga sin hastighet for frekvensar større enn 8 Hz
- aukar med varigheten til svinginga
- tek av med avstanden til, og bevisstheita om kjelda til svinginga
- tek av med fysisk aktivitet

For dekker i høge trehus er svingingar eit komfortproblem der menneskeleg aktivitet og oppførsel er det som i hovudsak forårsakar problema (Bell, 2017).

2.3.1 Eurokode

EC5 skil mellom dekker i bustad, med eigenfrekvens mindre enn 8 Hz, og eigenfrekvens større enn 8 Hz. For dekker med eigenfrekvens mindre enn 8 Hz bør det føretakast ein spesiell undersøking, mens for dekker med eigenfrekvens over 8 Hz skal følgjande krav tilfredsstillast:

$$\frac{w}{F} \leq a \quad \left[\frac{\text{mm}}{\text{kN}} \right]$$

og

$$v \leq b^{f_1 \zeta - 1} \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{Ns}^2} \right]$$

Det fyrste uttrykket seier at deformasjon (w) frå ei statisk kraft (F) skal vere mindre enn grenseverdien a . Vidare seier siste uttrykk at hastighetsresponsen (v) frå ein einingsimpuls skal vere mindre enn ein grenseverdi (b) opphøgd i, og avhengig av den første eigenfrekvensen (f_1) i tillegg til den relative dempinga (ζ) til dekket. Sjå EC5 kapittel 7.3.3 for komplett utrekning (CEN, 2008).

2.3.2 Hu & Chui

For vanlige bjelkelag blir det anbefalt å bruke kriteriet utarbeida av Hu & Chui (2004):

$$\delta_{1\text{ kN}} < \left(\frac{f_0}{18,7} \right)^{2,27}$$

Der f_0 svarar til første eigenfrekvens til dekke-elementet, og kravet til deformasjon, $\delta_{1\text{ kN}}$, baserer seg på 1 kN punktlast i midtpunktet på dekket.

2.3.3 Toratti og Talja

Toratti og Talja (2006) sitt kriterie er basert på ei rekke forsøk over fleire år på forskjellige dekker, og under forskjellige laboratorieforhold. Alle vibrasjonsmålingane er gjennomført med ein gåande person som dynamisk last. Det blir foreslått at deformasjonen ved punktlast blir delt inn i lokal deformasjon grunna mjuke flytande overgolv, og global deformasjon under hovudgolvet. Det foreslås fem forskjellige vibrasjonsklassar for kontor og leilegheitskompleks, vist i Tabell 2.2.

A	Normal klasse for vibrasjonar overført frå ein leilegheit til ein annan. Vibrasjonar er vanlegvis ikkje merkbar.
B	Lågare klasse for vibrasjonar overført frå ein leilegheit til ein annan. Vibrasjonar er knapt merkbar.
C	Normalklasse for vibrasjon inne i leilighet.. Vibrasjoner er merkbar.
D	Lågare klasse for vibrasjonar inne i leilighet. For eksempel loft og hytter. Vibrasjon er klart merkbar.
E	Klasse utan restriksjonar. Vibrasjonar er godt merkbar.

Tabell 2.2 Vibrasjonsklasser for kontor og leilegheitskompleks av Toratti og Talja (2006).

Kort oppsummert er kriterium basert på deformasjon ved 1 kN punktlast i kombinasjon med maksimal hastighet, v_{max} for golv med lågaste eigenfrekvens minimum 10 Hz. For dekker med lågaste eigenfrekvens under 10 Hz er kriteriet basert på deformasjon og tidsavhengig akselerasjonsnivå, $a_{w,\text{rms}}$. Fullstendig akseptable krav for vibrasjonsklassar er vist i Tabell 2.3 (Toratti og Talja, 2006).

	$f_1 < 10 \text{ Hz}$	$f_1 > 10 \text{ Hz}$				
	Vibrasjonskrav			Deformasjonskrav		
	a_{rms} $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$	v_{maks} $\left[\frac{\text{mm}}{\text{s}}\right]$	v_{rms} $\left[\frac{\text{mm}}{\text{s}}\right]$	$ u_{\text{maks}} $ [mm]	Global deformasjon $\delta_0 \left[\frac{\text{mm}}{\text{kN}}\right]$	Lokal deformasjon $\delta_1 \left[\frac{\text{mm}}{\text{kN}}\right]$
A	$\leq 0,03$	≤ 4	$\leq 0,3$	$\leq 0,05$	$\leq 0,12$	$\leq 0,12$
B	$\leq 0,05$	≤ 6	$\leq 0,6$	$\leq 0,1$	$\leq 0,25$	$\leq 0,25$
C	$\leq 0,075$	≤ 8	$\leq 1,0$	$\leq 0,2$	$\leq 0,5$	$\leq 0,5$
D	$\leq 0,12$	≤ 10	$\leq 1,5$	$\leq 0,4$	$\leq 1,0$	$\leq 1,0$
E	$> 0,12$	> 10	$> 1,5$	$> 0,4$	$> 1,0$	$> 1,0$

Tabell 2.3 Akseptkrav for vibrasjonsklassar (Toratti og Talja, 2006).

2.3.4 TRADA-metoden

TRADA-metoden er ein dynamisk responsbasert metode for å sikre vibrasjonskrav i bruksgrensetilstand for trebaserte dekker, og vart utvikla på 1980-tallet ved *UK Timber Research and Development Association*. Metoden krev at dekker utan nyttelast med første eigenfrekvens større enn 8 Hz skal ha ein *RMS-akselerasjon* frå ganglast mindre enn 0,45 m/s². *RMS* står for *root mean square*, og *RMS-akselerasjon* er det kvadratiske gjennomsnittet av akselerasjonen over ein tidsperiode (Weckendorf *et al.*, 2016).

2.4 Eksisterande dekkessystem i tre

Dei fins allereie fleire trebaserte dekke-element på marknaden i dag. Det finnes dekkessystem som kun er av tre, men det finnes også løysingar der både trevirke og betong blir nytta i kombinasjon. Vidare blir det presentert dekker som kun består av trevirke.

2.4.1 Moelvens Trä8

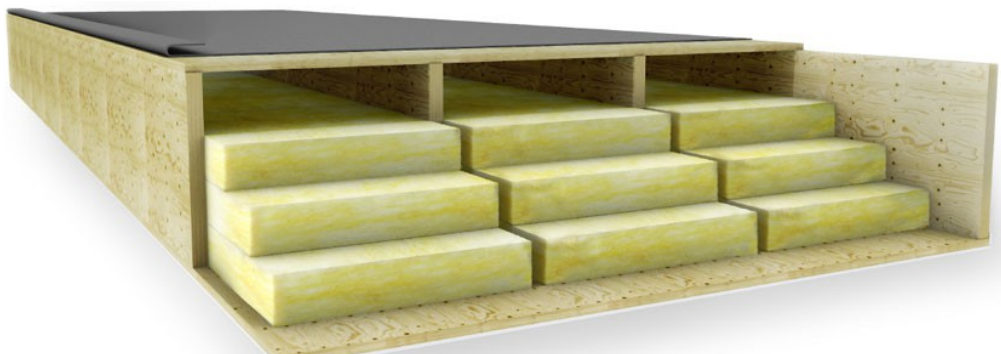
Trä8 er eit byggesystem utvikla av Moelven og Luleå Tekniske Universitet. Byggesystemet har søyler og bjelkar i limtre, stabiliserande element av limtre og Kerto. Dekkesystemet har kontinuerlig toppflens i Kerto-Q og bjelkar i Kerto-S. Holromma er isolert med mineralull for lydisolering. Elementa er lette og stive, som bidrar til gode eigenskapar for deformasjon og vibrasjonar. Systemet er utvikla for fabrikkbygging og har eit maksimalt modulmål på 8x8 meter. Dette gir stor fridom i forhold til arkitektonisk utforming. Systemet kan brukast i bygg med fleire etasjar og har fram til i dag vore brukt i bygg med opp til seks etasjar (Moelven, 2015).



Figur 2.2 Prinsippskisse av Moelvens Trä8 (Moelven, 2015).

2.4.2 Metsä Wood

Metsä Wood har sitt eige fleireetasjars rammesystem i tre. Rammesystemet har Kerto i søyler, avstivingsselement, bjelkar og dekker. Dekkesystemet, «Kerto-Ripa», blir brukt i både tak og golv. Elementa har bjelkar i Kerto-S og topp- og botnflens i Kerto-Q. Elementa kan spenne frå 9 til 20 meter. Rammesystemet fungerer best for tre- til fireetasjars bygningar. (Metsä, 2018a).



Figur 2.3 Prinsippskisse av Kerto-Ripa dekkesystem (Metsä, 2018a).

2.4.3 Lignatur

Lignatur har tre forskjellige typar dekkeelement

- Bokselement (LKE)
- Overflateelement (LFE)
- Skallelement (LSE)

Komponentane i elementa er bygd opp av konstruksjonsvirke, C24. Elementa har spennvidder opp til 12 meter. Bokselementet er satt saman av boksar med breidd 200 mm og har ein maksimal spennvidde på 12 meter. Høgda varierer frå 120 -320 mm. Overflateelement har breidd 1000 mm og høgde 90-360 mm. Skallelementet er likt overflateelementet, men dette

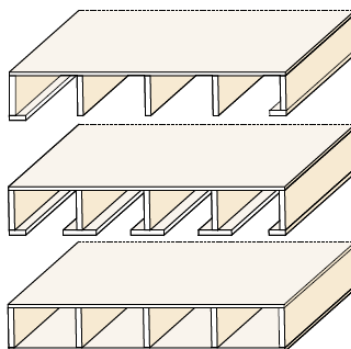
elementet har ikkje toppplate. Elementa kan fyllast med med trinn-, lyd- og termisk isolasjon. I tillegg kan dei leverast med slisser og hol i underflensen.



Figur 2.4 Oppbygging av Lignatur dekkessystem. Bokselement (LKE), overflateelement (LFE) og skallelement (LSE) (ETA, 2014).

2.4.4 Byggesystem av Stora Enso

Stora Enso byggesystem er eit system for fleireetasjehus. Systemet er blitt utvikla for optimal yting i innfesting, brann, akustikk og deformasjon i forhold til byggereguleringar. Systemet er opent som vil sei at det kan utvidast til bruk saman med andre komponentar som ikkje er ein del av systemet. Systemet har dekker, brannbeskyttelse, vegger, avstivningssystem og knutepunkt. Byggesystemet har eige ribbedekke, «LVL rib slab». Dekket blir levert som tre typar; oppsplitta botnflens kun på randbjelkar, åpen boks konstruksjon med oppsplitta botnflens og kontinuerlig botnflens. Dei kan leverast med breidde frå 2,4 – 2,5 meter og med ei lengd på opptil 10 meter. Høgda varierer frå 200-700 mm. Toppflens er av Kerto-Q, bjelkar og botnflens er av Kerto-S (Stora-Enso, 2016).



Figur 2.5 Oppbygging av Stora-Enso byggesystem. Tre moglege dekkeelement (Stora-Enso, 2016).

2.5 Prototyp av dekke i fullskala (Bjørge og Kristoffersen)

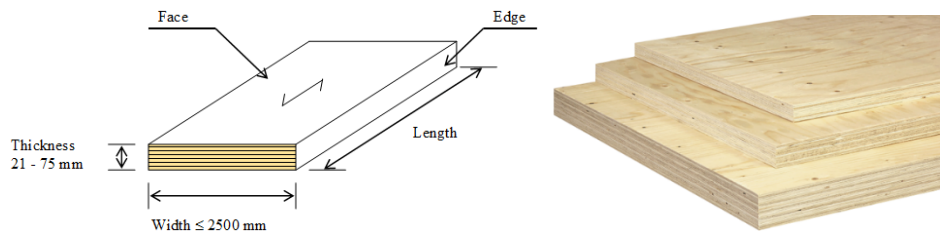
Bjørge og Kristoffersen utførte eit konseptstudie av trebaserte komposittdekker våren 2017. Dette blei gjort som ein del av forskingsprosjektet WoodSol. Etter ein optimaliseringsprosess enda Bjørge og Kristoffersen opp med eit dekke bygd opp av to material, heretter omtalt som *prototyp*. Limtre i bjelkar og kontinuerleg Kerto-Q plater som topp- og botnflens (Bjørge og Kristoffersen, 2017).

Både topp- og botnflens er av kontinuerleg Kerto-Q plater. Tjukkelsane på topp- og botnplata i konseptstudiet til Bjørge og Kristoffersen hadde ein teoretisk verdi på 45 og 63 mm då plata vart bestilt. Ved leveranse var den reelle tjukkelsen på 43 og 61 mm (Bjørge og Kristoffersen, 2017). Redusert tjukkelse skuldast pussing av platene. Oppbygginga av tverrsnittet ti Kerto-Q med teoretiske tjukkelsar er vist i Tabell 2.4.

	Tjukkelse [mm]	Fiberstruktur
Toppflens	45	II-III-III-II
Botnflens	63	II-III-III-III-III-II

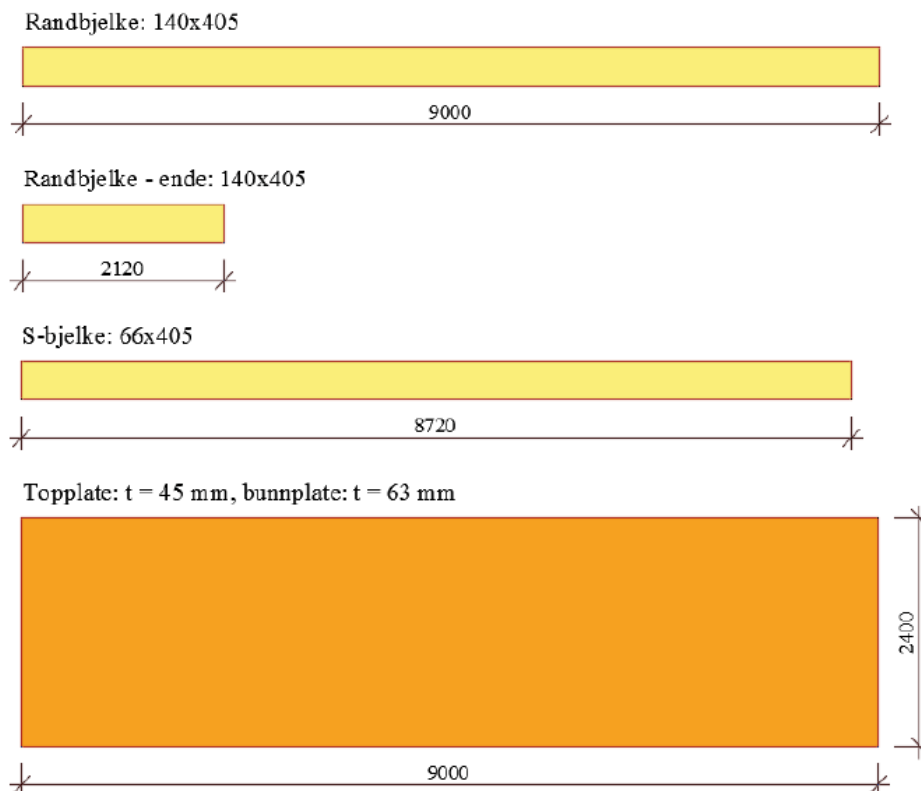
Tabell 2.4 Fiberstruktur Kerto-Q (Metsä, 2018b).

- fiberretninga langs hovudretninga «I»
- fiberretninga på tvers til hovudretninga «->»
- kvart fiberlag har tjukkelsen 3 mm.

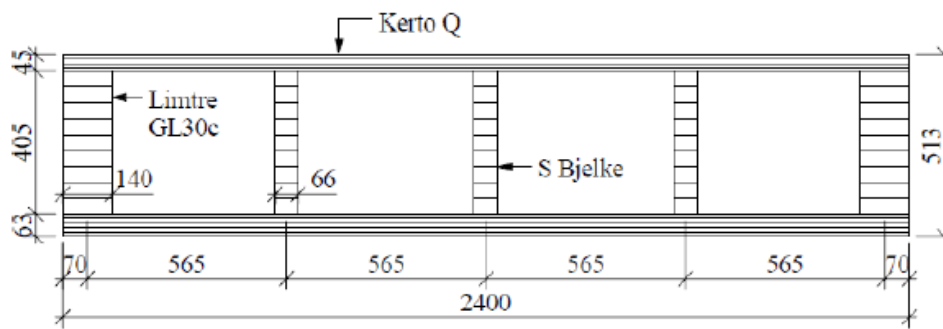


Figur 2.6 Oppbygging av Kerto- Q. Venstre: Oppbygging Kerto-Q. Høgre: Kerto-Q plater (Metsä, 2018b).

Begge flensane i dekket har lengd 9000 mm og breidd 2400 mm. Randbjelkane og ende-randbjelkane har tverrsnitt 140x405 mm, og limtrekvalitet GL30c. Dei innvendige bjelkane, kalla «S-bjelkar», har tverrsnitt 66x405 mm og limtrekvalitet GL28c. Dimensjonen til det endelege dekket er 2400x9000 mm med ein total tjukn på 513 mm. Figur 2.7 viser komponentane dekket er samansett av og Figur 2.6 viser tverrsnitt av prototyp. Begge figurane er med teoretiske mål.

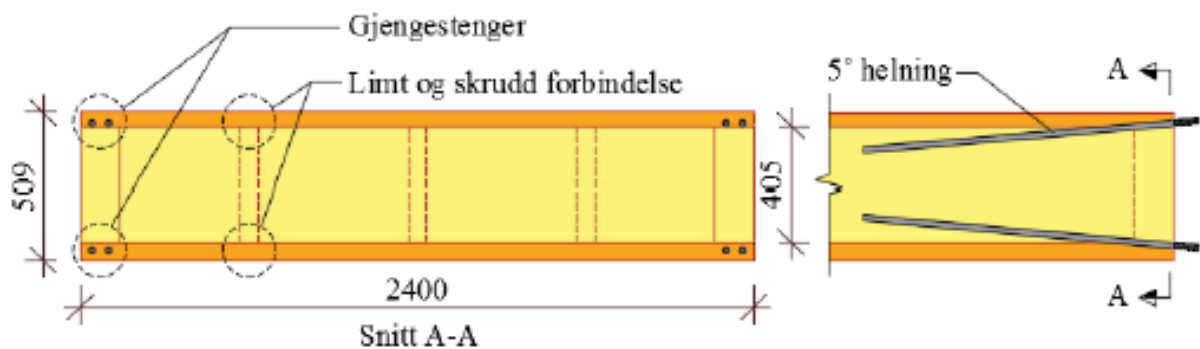


Figur 2.7 Komponentar i prototyp. Mål er teoretiske (Bjørge og Kristoffersen, 2017, s. 66)



Figur 2.8 Teoretisk tverrsnitt av prototyp (Bjørge og Kristoffersen, 2017, s. 53).

Det optimaliserte dekket vart bygd i fullskala våren 2017 på laboratoriet for konstruksjonsteknikk ved NTNU. I forbindelsen mellom S-bjelkane og ende-randbjelkane blei det nytta ni skruar av typen Spax 8x300 mm. Forbindelsen mellom randbjelke og ende-randbjelke lyt overføre større skjærkrefter og derfor vart det her nytta 16 stk Spax 8x300 mm skruar fordelt på to rader. Monteringsskruar blei sett med ein senteravstand på 300 mm. For sikre at det ikkje oppstår glidning mellom plater og bjelkelag vart det nytta lim. Det vart i tillegg montert gjengestag for innspenning, vist i Figur 2.9 (Bjørge og Kristoffersen, 2017).



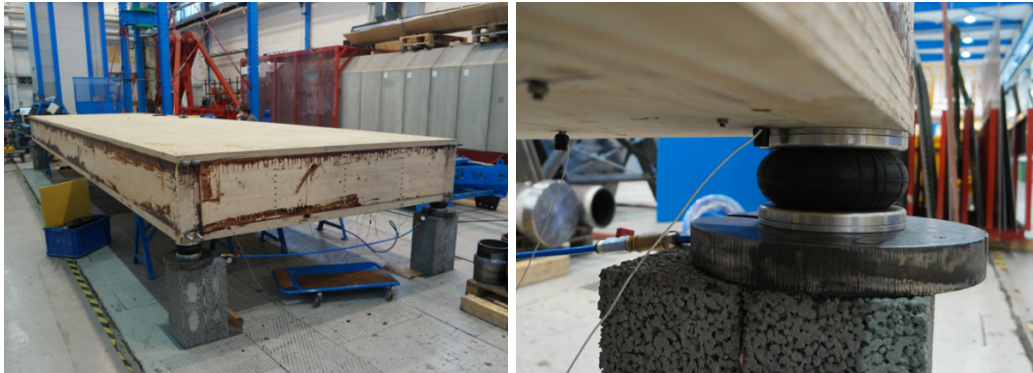
Figur 2.9 Prinsippkisse for gjengestag (Bjørge og Kristoffersen, 2017, s. 58).

2.6 Prosjektarbeid hausten 2017 (Solibakke Mo)

2.6.1 Eksperimentell modal analyse av prototyp

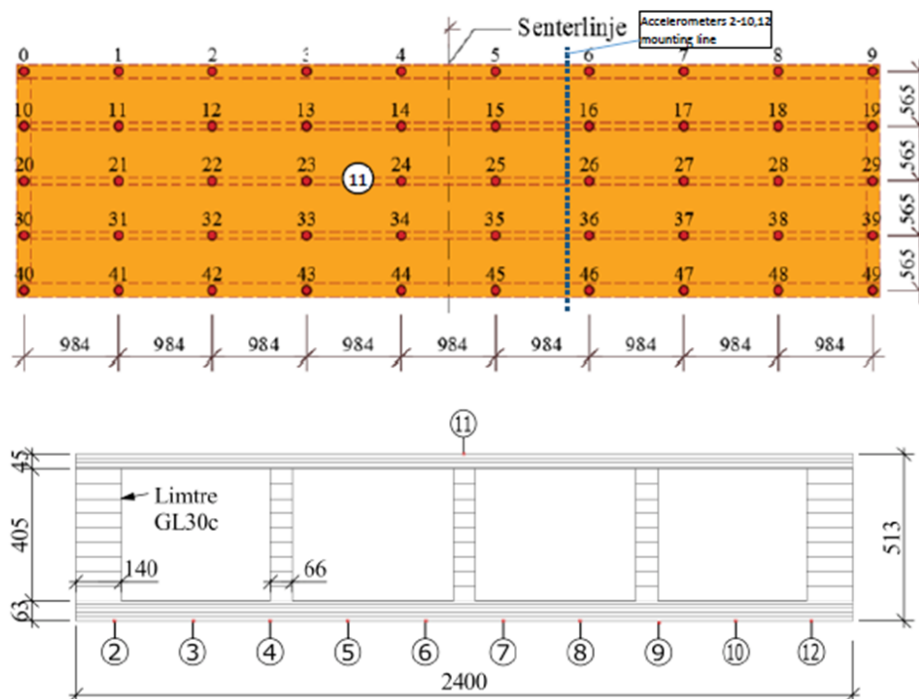
For å verifisere den numeriske modellen av prototyp i Abaqus vart det hausten 2017 utført ein eksperimentell modal analyse på prototyp. Prototyp vart testa med fri-fri randkrav for å unngå påverknad frå opplegg. Det vart då ikkje overført energi ned i opplagera frå dekke-elementet. I tillegg vil opplagera sin påverknad på den dynamiske oppførselen til dekket bli godt kjent og minimert. Dekket blei derfor plassert på pneumatisk puter. Putene har ein resonans frekvens mindre enn første forventa eigenfrekvens til dekket, og dermed gir dei fri-fri randkrav for

prototyp. Figur 2.10 viser oppsett for eksperimentet og dei pneumatisk putene prototyp var lagt opp på.



Figur 2.10 Oppsett av eksperiment. Oversiktbilete av oppsett og detaljbilde av opplegg.

Den eksperimentelle modale analysen blei utført med «roving hammer-metoden» ved laboratoriet for konstruksjonsteknikk ved NTNU 23-25. oktober 2017 av Conta, Nesheim og Solibakke Mo. På undersida av dekket blei det plassert 10 akselerometer på linje, samt eit referanseakselerometer på toppen av dekket. Punkt nummer 0-49 representerer påverknadspunkt for den modale hammaren vist i Figur 2.11.



Figur 2.11 Plassering av akselerometer og påverknadspunkt øvst. Plassering av akselerometer i oppriss nedst (Conta, 2017).

Impulsane blei påført med ein modal hammar og registrert av OROS-systemet. For punkt 0-49 vart det slått tre slag med 3 sekundars mellomrom. Dette for å sikre at svingingane frå føregåande slag ikkje påverka inneverande slag. Den modale hammaren samt OROS-systemet er vist i Figur 2.12.

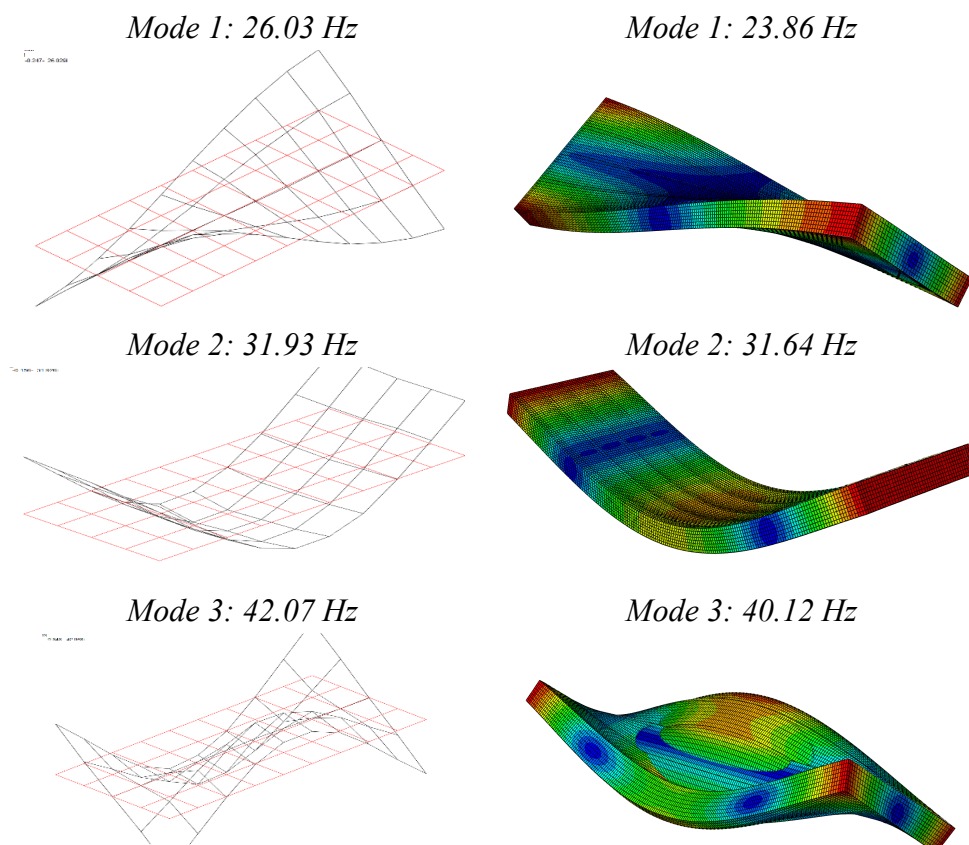


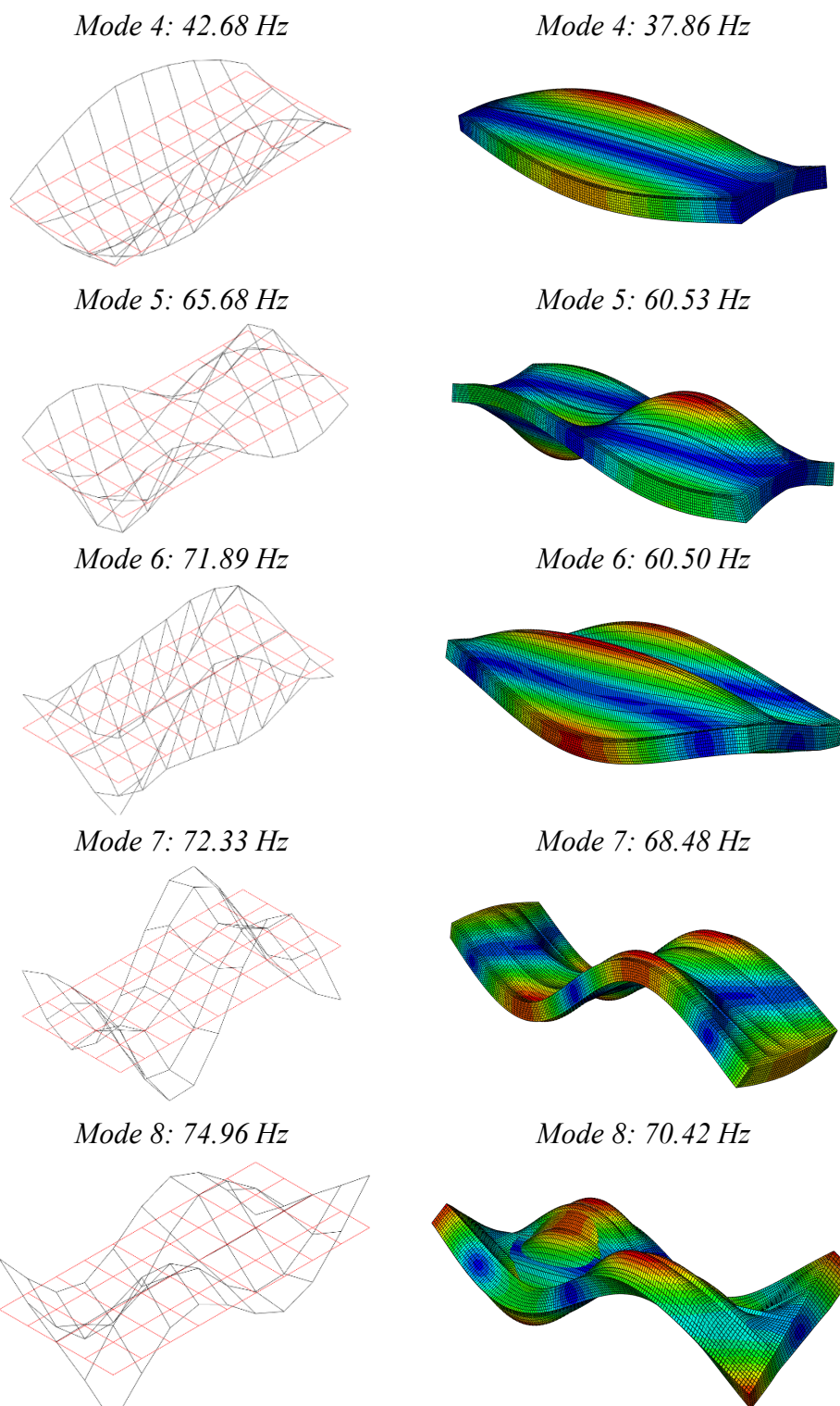
Figur 2.12 Oppsett av OROS-systemet og modal hammar.

Målingane frå desse 50 punkta gav grunnlaget for den eksperimentelle modale analysen. For etterbehandling av eksperimentelle data vart *Abravibe toolbox* nytta.

2.6.2 Eksperimentelle- og numeriske resultat

Figur 2.13 viser modar med tilhøyrande frekvens. Framstillinga viser eksperimentelle resultat til venstre og numeriske resultat til høgre.





Figur 2.13 Samanlikning av modar frå prosjektarbeid.

Ved samanlikning av numerisk- og eksperimentelle resultat, frå prosjektarbeid, viser det seg at den numeriske modellen ikkje klarer å representere prototyp eksakt. Numerisk modell klarer å representere Mode 2 godt, men ved svingingar i to dimensjonar gir den ikkje godt nok resultat. Den numeriske modellen gir lågare eigenfrekvensar enn ved eksperimentelle resultat for alle modar. Ergo er den numeriske modellen ikkje tilstrekkelig stiv. Det er derfor

nødvendig å forbedre den numeriske modellen i Abaqus for å få ein numerisk modell som gir betre resultat. Denne numeriske modellen kan brukast vidare til utvikling av prototyp. På grunnlag av avviket mellom numerisk modell og røynda blir det satt i gang ein optimaliseringsprosess.

3 Optimalisering av LVL (Kerto-Q)

Målet med denne prosessen er å utvikle ein representativ numerisk modell for prototyp. Det blir derfor utført eksperimentelt arbeid på restar av Kerto-Q plater samt prototyp. Dette for å vurdere middelveiane for materialparametrane i Kerto-Q platene og limtre, og korleis desse varierer med fuktendringar. Optimaliseringsverktøyet Isight blir brukt for å optimalisere. Vidare blir optimaliserte verdiar implementert i den numeriske prototypmodellen.

3.1 Eksperimentelt arbeid

To plater av Kerto-Q med tjukkelse 43 og 61 mm er igjen frå bygging av prototyp. Det blir utført enkle deformasjonsmålingar på platene. Kerto-Q platene har vore oppbevart i 20°C og 65 % relativ luftfuktighet i over 6 månader. Det kan derfor antakast at platene har kome i likevekttilstand med omgivnadane og har same fuktinnhald som platenes middelparantar blir funne med. Materialdataene til Kerto-Q blir undersøkt ved å gjere deformasjonsmålingane på to ulike tidspunkt. Dette for å sjå korleis deformasjonen endrar seg med fuktinnhald. Deformasjonsmålingane blir vidare modellert i Abaqus for å sjå korleis denne numeriske modellen stemmer overeins med eksperimentelle resultat. I tillegg vart det vurdert om middelveiar for materialdata i numerisk modell gir tilsvarande resultat som deformasjonsmålingar i laboratoriet. Som forklart i kapittel 2.1.6 kan det vere skilnad mellom teoretiske middelveiar og reelle materialparantar. Målet er å modellere Kerto-Q platene i Abaqus og få deformasjonen til å stemme overeins med målt nedbøyning i laboratoriet.

3.1.1 Utstyr for fuktmåling

For måling av fuktinnhald vart det brukt to forskjellige måleinstrument *Wagner Model L612 Digital Recording* og *Protimeter Timbermaster*. *Protimeter Timbermaster* er eit instrument spesielt utvikla for nøyaktig måling i tre. Det har åtte kalibreringsskalaer som gir nøyaktige målingar for 150 tresortar. Instrumentet blir brukt med piggelektrodar som blir ført inn i trevirket (Tørtbygg, 2018). *Wagner Model L612 Digital Recording* brukar elektromagnetisk bølgeteknologi og er sensitiv til endringar i tetthet og faktisk fuktinnhald i treverket. Det er usikkerheit knytt til målingar av eit produkt som Kerto-Q fordi platene inneheld lim og er eit samansett produkt. Likevel vil det vere mogleg å finne eit referanse fuktinnhald mellom platene som har vore oppbevart på klimarommet og prototyp. Dette kan nyttast til kalibrering av materialparametrane nytta i den numeriske modellen. Instrumentet blir kalibrert for trevirketype, og det blir brukt trevirket «*spruce*» og kategori 1 (Wagner Electronic Products, 1997).

3.1.2 Utstyr for deformasjonsmålinger

Kerto-Q plater

Plata med tjukkelse 43 mm har dimensjonane 997x2404 mm, og plata med tjukkelse 61 mm har dimensjonane 995x2401 mm. Trevirke blir beskrevet med ni forskjellige konstanter; Young's modul, skjærmodul og Poisson rate, ni materialkonstanter totalt. Materialparametrane og densitet for Kerto-Q, vist i Tabell 3.1, er henta frå produsenten MetsäWood og er anbefalt ved bruk av elementmetoden (Metsä, 2016). Figur 3.1 viser akseretninga på platene.

Middelverdiar for materialparametrar for Kerto-Q	
E_1	$105 * 10^8 \text{ N/m}^2$
E_2	$20 * 10^8 \text{ N/m}^2$
E_3	$1,3 * 10^8 \text{ N/m}^2$
ϑ_{12}	0,11
ϑ_{13}	0,81
ϑ_{23}	0,70
G_1	$6 * 10^8 \text{ N/m}^2$
G_2	$1,2 * 10^8 \text{ N/m}^2$
G_3	$0,22 * 10^8 \text{ N/m}^2$

Tabell 3.1 Middelverdiar for materialparametrar for Kerto-Q (Metsä, 2016).



Figur 3.1 Kerto-Q plate med akseretningar.

Stålbjelkar

Stålbjelkar blir plassert på golvet i laboratoriet. Bjelkane får platene opp frå bakken. Dette gir tilgang på undersida av platene for måling av nedbøyning samt at dei skal sikre at platene ligger i vater.

Belastning

Belastninga på platene blir påført manuelt, og det blir lagt på ei lastskive som fungerer som lastfordelar. Påført belastning for Kerto-Q 61 mm er større enn for 43 mm plata. Dette for at deformasjonen skal bli av same størrelse som for 43 mm plata. Lastskiva var ei stålplate med diameter på 150 mm, tjukkkelse 38 mm og vekta var 5,129 kg.

Måleutstyr

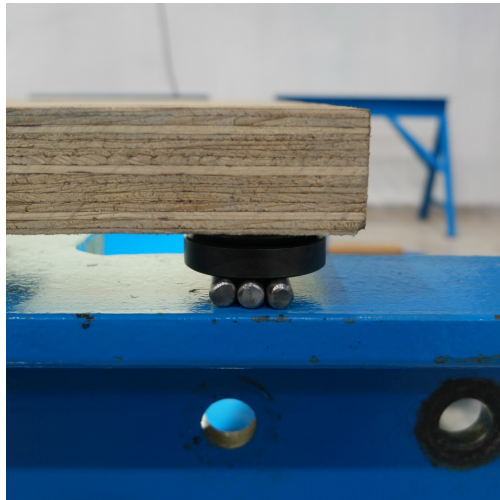
Det blir nytta elektrisk mikrometer for å måle deformasjonen. Mikrometeret er festa til ein magnetisk arm som ein justerte plassering av slik som ynskt. Armen er festa til stålbjelken på undersida av plata med den magnetiske armen.



Figur 3.2 Elektronisk mikrometer.

Opplager

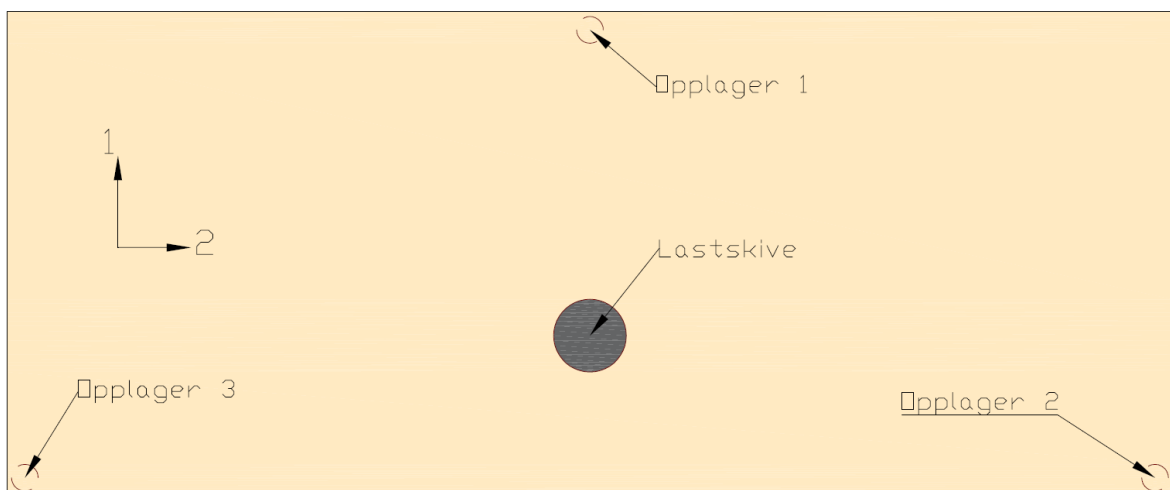
Platene vart lagt på tre hemisfæriske opplager. Opplagera vart smurt slik at det var liten friksjon mot rotasjon i lagera. Dei har ein diameter på 55 mm og ei høgd på 18 mm. Platene vart lagt på tre opplager med forskjellige randkrav. Lagera som kan forskyve seg i ei retning i planet er lagt opp på tre pinnar av stål. Desse rullar i retninga som har fri forskyving. Lageret som ikkje kan forskyve seg i nokon retning er lagt opp på ei lastskive. Dette for at Kerto-Q platene skal ligge i planet og opplagera skal ha lik høgd. *Opplager 1* er fri til å forskyve seg i 1- retning. *Opplager 2* er fri til å forskyve seg i 2-retning og *Opplager 3* kan ikkje forskyve seg i nokon retning, men er fri til å rotere. Figur 3.3 viser rullelagera nytta i forsøket.



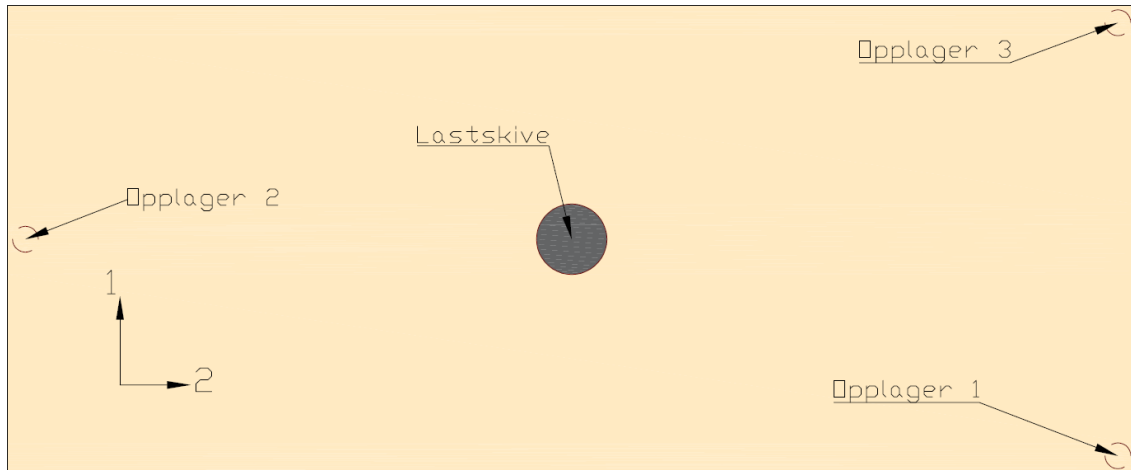
Figur 3.3 Opplagerdetalj for rullelager.

3.1.3 Oppsett

Det vart brukt to forskjellige oppsett under deformasjonsmålingane. Desse er vist i Figur 3.4 og Figur 3.5. Utkanten av opplagera låg 10 mm frå utkanten av plata, som gjorde at avstanden frå platekant til senter av opplager vart 37,5 mm. Lastskiva er plassert ulikt for dei to oppsetta. Formålet med dette var å få størst mogleg deformasjon. For Oppsett 1 vil *1-retning* vere hovudbærande, mens for Oppsett 2 vil det vere *2-retninga*. Sjå vedlegg A for detaljert oppsett.



Figur 3.4 Oppsett 1.



Figur 3.5 Oppsett 2.

3.1.4 Gjennomføring

Forsøka vart gjennomført på to ulike tidspunkt. Det første forsøket vart utført når platene kom frå klimarommet og forsøk nummer to vart gjennomført etter at platene hadde vore oppbevart i laboratoriet i ca. ein måned. Vidare blir forklaringa på gjennomføringa av forsøka delt opp i to deler. Fyrst korleis fuktmålingane vart gjennomført og deretter korleis deformasjonsmålingane blei utført.

Fuktmålingar

Det blei tatt målingar av fuktinnhald med *Protimeter Timbermaster*, men denne målarer viste usannsynleg store fuktverdiar for Kerto-Q platene. Det vart derfor avgjort å nytte Wagner for måling av fukt da denne ga eit betre resultat.

Det vart tatt fuktmålingar på prototyp og Kerto-Q plater. Fuktmålaren blir lagt på komponenten som det skulle gjennomførast fuktmåling på. Det er viktig å legge fuktmålaren på ei overflate som er rein samtidig som heile flata til fuktmålaren har kontakt med komponenten. Det gjennomførast fleire målingar på kvar av komponentane for så og berekne gjennomsnitt av målingane.

Første fuktmålinga vart utført 7. februar ved Institutt for konstruksjonsteknikk. Målingane vart utført på toppplate, randbjelkar og endebjelkar på prototyp. Målingar vart ikkje føreteke på botnplate eller innvendige bjelkar da desse ikkje var mogleg å komme til. Prototyp hadde vore oppbevart i laboratoriehallen i over 6 månader og ein kan derfor rekne med at fuktinnhald i botnplata er likt som for topplata, og innvendige bjelkar har same fuktinnhald som rand- og endebjelkar. Kerto-Q platene kom rett frå klimarommet ved fuktmåling.

Deformasjonsmålingar

Oppsettet for deformasjonsmålingane på Kerto-Q platene er vist i Figur 3.6. Lasta blir plassert midt på fordelingsskiva. Det blir påført ei og ei vektskive og deformasjonen vart lest av på mikrometeret for kvar pålastning. Kvar av platene vart testa for dei to oppsetta vist i Figur 3.4 og Figur 3.5.



Figur 3.6 Oversiktsbilete for deformasjonsmålingar med last.

3.2 Eksperimentelle resultat

I dette kapitlet blir dei eksperimentelle resultatata presentert. Først blir resultatet for fuktmålingane på Kerto-Q plater og prototyp omtala, og deretter resultat frå deformasjonsmålingar utført på Kerto-Q plater.

3.2.1 Fuktmåling

Kerto-Q plater

Kerto-Q platene hadde ein gjennomsnittlig fuktighet på 12,8 % etter å ha vore oppbevart i klimarommet. Etter ca. ein måned i laboratoriet var fuktigheten redusert med 3,7 % for 43 mm plata og 2,1 % for 61 mm plata. Fuktendringa var størst i 43 mm plata fordi den er tynnast og fuktigheten endrar seg dermed raskare. Resultat frå fuktmålingane og auke i E- og G-modul som følgje av dette er vist i Tabell 3.2

Tjukkelse	7. februar	12. mars	Fuktendring	Auking E-og G-modul
43 mm	12,8 %	9,16 %	3,66 %	5,49 %
61 mm	12,8 %	10,6 %	2,14 %	3,21 %

Tabell 3.2 Resultat frå fuktmålingar på Kerto-Q plater.

Prototyp

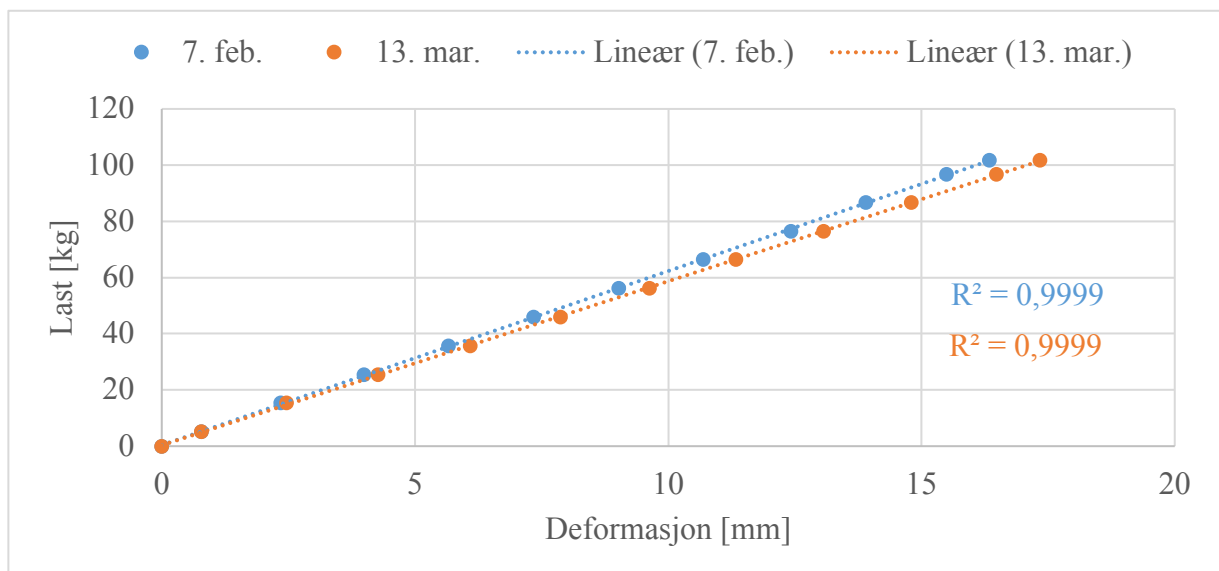
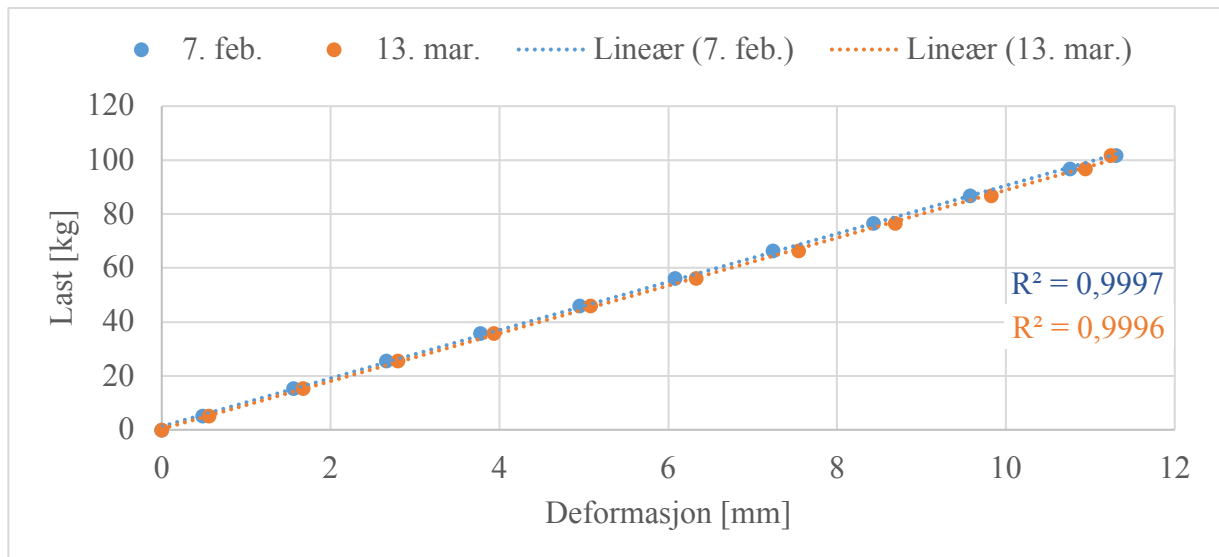
Prototyp sin toppflens hadde eit fuktinnhald på 9,2 %, randbjelkar 8,5 % og randbjelke-ende 7,0 %. Sidan randbjelkar og randbjelke-ende er av same material reknar ein med at dei har same fuktinnhald. Fuktinnhald blir derfor satt til gjennomsnittet mellom randbjelkar og randbjelke-ende, altså 7,8 %. For eit trestykke av mjukved oppbevart i lengre tid i eit miljø der temperaturen er 20°C og RF= 65%, vil fuktinnhaldet i treet vere på ein likevektsfuktighet på ca. 12 % (Bell, 2017). Dette brukast som referansefuktinnhald for limtre komponentane i prototyp. Skilnaden mellom limtrekomponentane og limtre oppbevart i klimarom er då 4,3 %. Feltbjelkar reknar ein med har same fuktendring.

Komponent	Referansefuktinnhald	7. februar	Fuktendring	Auke i E-og G-modul
Topp-/botnflens	12,8 %	9,16 %	3,66 %	5,49 %
Feltbjelkar	12,0 %	7,75 %	4,25 %	6,4 %
Randbjelke	12,0 %	7,75 %	4,25 %	6,4 %
Randbjelke-ende	12,0 %	7,75 %	4,25 %	6,4 %

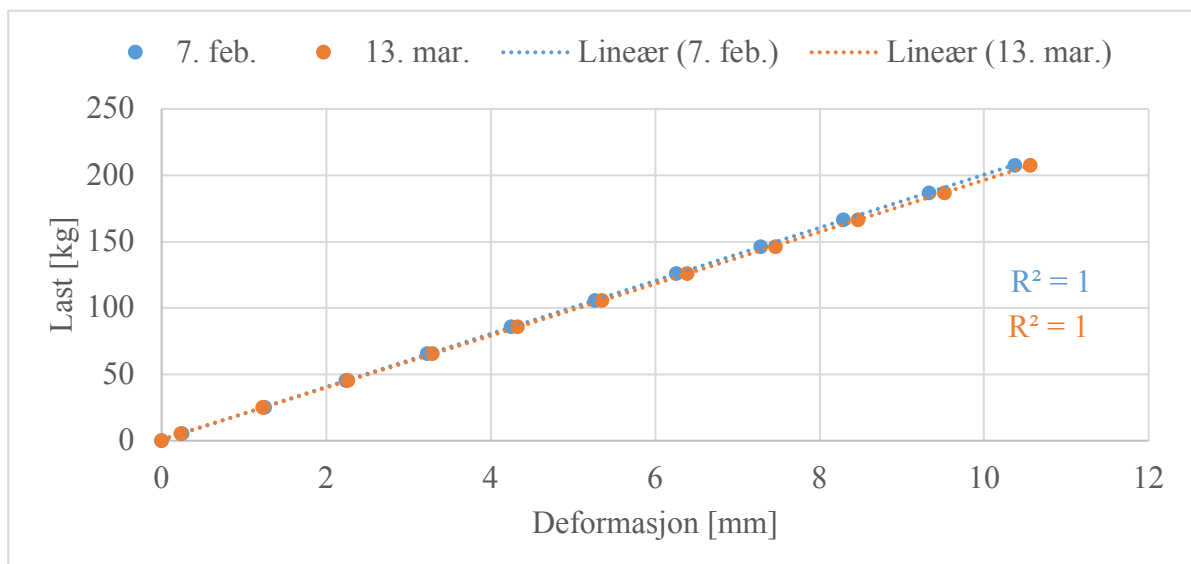
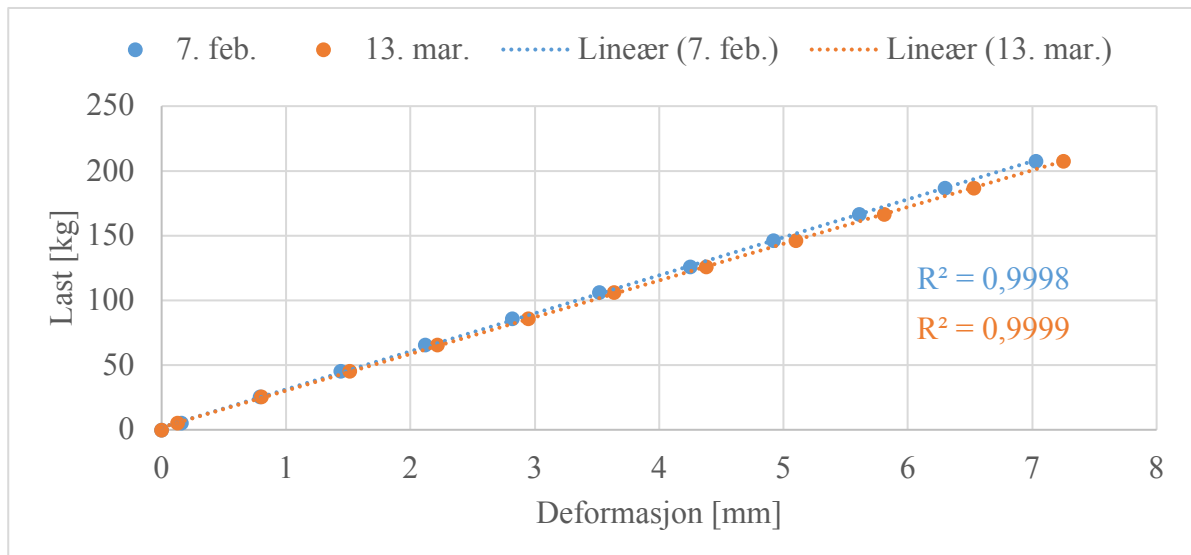
Tabell 3.3 Resultat frå fuktmålingar på prototyp.

3.2.2 Deformasjonsmålingar på Kerto-Q plater

Som skildra i kapittel 3.1 vart det utført deformasjonsmålingar på to Kerto-Q plater med tjukkelse 43 og 61 mm på to ulike tidspunktet. Figur 3.7 og Figur 3.8 syner deformasjon som funksjon av påført last på Kerto-Q platene for begge tidspunkta. Vedlegg A viser detaljert talldata for deformasjonsmålingane utført i laboratoriet.



Figur 3.7 Resultat Kerto-Q 43 mm. Oppsett 1 øvst. Oppsett 2 nedst.



Figur 3.8 Resultat Kerto-Q 61 mm. Oppsett 1 øvst. Oppsett 2 nedst.

Elastisitetsteorien gir ein lineær samanheng mellom påført last og deformasjonen så lenge ein opererer innanfor det elastiske området til trevirket. Den stipla linja angir regresjonslinja til den estimerte funksjonen. Forklaringskoeffisient, R^2 , fortel kor stor del av den totale variasjonen som kan forklarast ved hjelp av regresjonsmodellen. Koeffisienten er ein plass mellom 0 og 1, der 0 betyr at den forklarar ein liten del av variasjonen og 1 betyr at den beskriver variasjonen godt. Lineær regresjon gir god forklaringsgrad på alle tilfella. I tillegg viser grafane at målingane oppfører seg lineært frå start til slutt ved pålastning. Dette tyder på at målingane er av god kvalitet.

Målingane viser liten skilnad mellom deformasjonsmålingane 7. februar og 13.mars. I teorien skulle platene fått høgare materialparametrar, og dermed redusert deformasjon, som følgje av redusert fuktinnhald ved måling 13.mars. Målinga viser derimot at platene var mjukare etter å ha stått i laboratoriet i over ein måned. Dette kan skuldast friksjon i systemet. Det skulle derfor blitt tatt deformasjonsmålingar ved avlastning for å sjå om det ver, og eventuelt kor stor friksjonen i systemet var. Det kan ikkje konkluderast noko om korleis fuktendringar påverkar materialparametrane til Kerto-Q.

7. februar hadde platene same fuktinnhald som ein finn middel materialparametrar ved. Ein kan difor bruke deformasjonsmålingane frå 7. februar til å finne dei reelle materialparametrane til Kerto-Q platene numerisk, og sjå korleis dei samsvara saman med middel materialparametrar. Tabell 3.4 viser maksimal deformasjon for deformasjonsmålingar utført 7. februar gjort for begge oppsetta og begge platene. Dette er grunnlaget for den vidare optimaliseringsprosessen for å finne reelle materialparametrar som gjeld for Kerto-Q platene.

	Nedbøyning 43 mm [mm]		Nedbøyning 61 mm[mm]	
	Oppsett 1	Oppsett 2	Oppsett 1	Oppsett 2
7. februar	11,31	16,34	7,03	10,37

Tabell 3.4 Grunnlag for optimalisering av materialparametrar.

3.3 Numeriske modellar – Kerto-Q plater

Den numeriske analysen er utført i modelleringsprogrammet Abaqus/CAE. Abaqus har ingen relasjon til einingar. Det betyr at eininga må holdast konsekvent, i geometri og materialdata. Det blir brukt SI-einingar for alle mål og parametrar i den numerisk modellen. Nærare beskriving av modelleringa si gang er skildra i Vedlegg B.

3.3.1 Materialparametrar

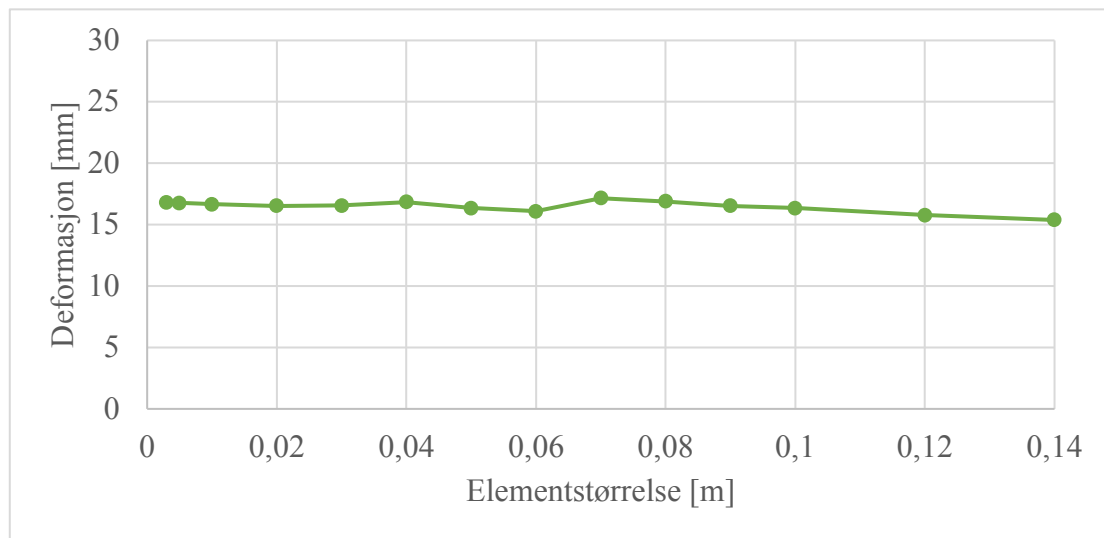
Materialparametrane som er brukt i den numeriske modellen for Kerto-Q platene er dei anbefalte materialparametrane angitt i Tabell 3.1. Lastskiva blir modellert som eit homogent material med E-modul 210 000 MPa, Poisson rate 0,3 og utan tetthet då vekta blir påført som jamnt fordelt last.

3.3.2 Elementstørrelse og type

Det blir brukt S4-skallelement for å modellere Kerto-Q platene. S4 er eit godt element å bruke på platene, då dei har større utstrekning i lengde- og breidderetning enn i tjukkelsen. Fordelen med skallelement er at det krev mindre reknekraft enn ved bruk av volumelement.

Skallelement fungerer godt for deformasjonar der deformasjon og spenningar over tjukkelsen ikkje er aktuell å sjå på. For modellering av forsøket er det kun aktuelt og sjå på deformasjon av sjølve plata, og ikkje deformasjon i tverrsnittet.

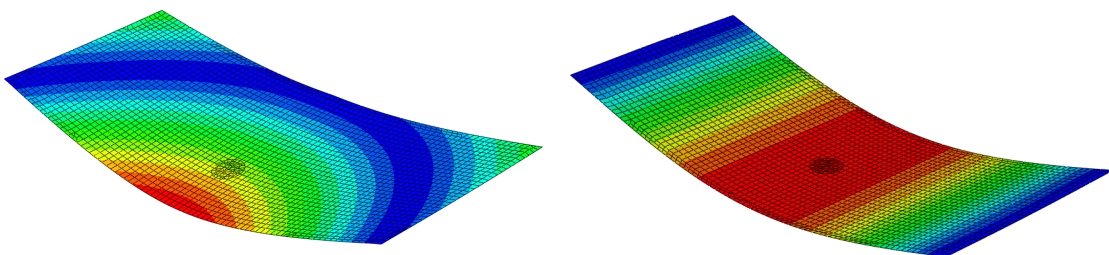
Elementstørrelsen brukt på platene er valt på grunnlag av fleire numeriske analysar. Som Figur 3.9, viser konvergerer deformasjonen mot ei løysing når elementstørrelsen er 0,03 m eller mindre. Elementstørrelsen for lastskiva blir satt av Abaqus til 0,021 m. Det blir på grunnlag av dette brukt elementstørrelse 0,03 m på platene i vidare modellering og 0,021 m for lastskiva.



Figur 3.9 Optimalisering av elementstørrelse.

3.3.3 Resultat med middelerdiar

Figur 3.10 viser korleis platene deformerer seg i Abaqus. Deformasjonen av Oppsett 2 viser at hovudbærerretninga er i retning 2, som forventa.



Figur 3.10 Numerisk modell i Abaqus for Kerto-Q plater. Oppsett 1 til venstre og Oppsett 2 til høgre.

Resultatet frå den numeriske modellen med middelerdiar (*E-mean*) er vist i Tabell 3.5. Ved samanlikning med eksperimentelt arbeid er den numeriske modellen for begge platene ikkje

tilstrekkelig stiv. Dette tyder på at dei reelle materialparametrane for Kerto-Q platene er høgare enn dei anbefalte middelveidiane for FEM-analyse.

Deformasjon Kerto-Q 43 mm			
	Eksperiment	E-mean	Avvik
Oppsett 1	11,31 mm	12,68 mm	12,1 %
Oppsett 2	16,34 mm	18,90 mm	15,7 %

Tabell 3.5 Numerisk- og eksperimentelle resultat samanlikna for 43 mm plata.

Avviket er 12,1 % og 15,7 % for Oppsett 1 og Oppsett 2 for 43 mm plata. Dette er eit relativt godt resultat. Den største skilnaden er for Oppsett 2. I Oppsett 2 er det retning to som er mest last bærande. Dette tyder på at E_2 bør aukast for å komme nærmare eksperimentelle resultat.

Deformasjon Kerto-Q 61 mm			
	Eksperiment	E-mean	Avvik
Oppsett 1	7,03 mm	9,73 mm	38,4 %
Oppsett 2	10,37 mm	14,01 mm	35,1 %

Tabell 3.6 Numerisk- og eksperimentelle resultat samanlikna for 61 mm plata.

For 61 mm plata er avviket 38 % og 35 % for Oppsett 1 og Oppsett 2. Avviket er omtrent 20 % høgare enn for 43 mm plata. Dette tyder på at 61 mm har ein del høgare reelle materialparametrar enn dei anbefalte middel materialparametrane.

3.4 Optimalisering LVL (Kerto-Q)

I dette kapittelet blir optimaliseringsprosessen for Kerto-Q platene presentert. Det er viktig å presisere at dei optimaliserte materialparametrane som blir funne gjelder for Kerto-Q nytta i prototyp, samt avskjær av Kerto-Q plater som det er utført deformasjonsmålingar på. Dei optimaliserte parametrane seier ikkje noko om mangfaldet sine materialeigenskapar av materialet Kerto-Q, men viser at materialeigenskapane til materialet kan varierer relativt mykje.

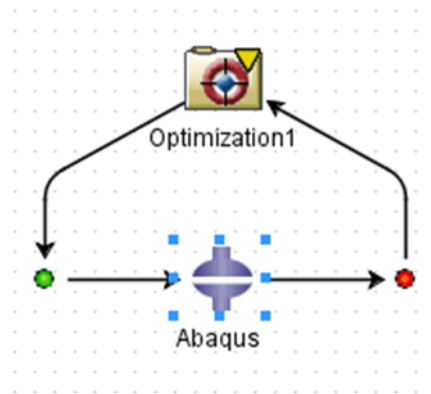
3.4.1 Verktøy for optimalisering

Isight

For å optimalisere materialparametrane blir Isight nytta. Isight er eit tilleggsprodukt til Abaqus, som gir mulighet for prosessintegrasjon og optimalisering. Programmet gjer det mogleg å prøve mange design eller kombinasjonar raskt då programmet automatiserer utføringa av simuleringa. Dette fører til effektivisering, redusering av manuelle feil og

akselererer evalueringa av design alternativa. Eit økt tal alternativ kan vurderast og tidsbruken vert dermed redusert. Programmet kan koplast til fleire analyseverktøy som blant anna; Abaqus, Matlab, Word og Excel.

Isight endrar raskt og automatisk data i Abaqus input-, .cae-, .idb-, og .dat-filer. Ein definerer problemet med variablar, begrensingar og vel algoritme for å løyse problemet. «*target*»-verdiar blir definert for «*output*» parametrane og target løysaren endrar «*input*» verdiar for å nå target-verdien (Systems, 2018). Figur 3.11 viser dataflyten i Isight i optimaliseringsprosessen.



Figur 3.11 Dataflyt i Isight for optimaliseringsprosess.

For optimalisering av materialparametrane for Kerto-Q platene blir optimaliseringsverktøyet (*Optimization1*) valt. Pointer algoritmen blir nytta då det er ein robust algoritme, men den brukar som regel lengre tid enn andre algoritmar (Van der Velden og Koch, 2010).

Inputparametrane frå Abaqus modellen er materialparametrane for Kerto-Q, som blir automatisk endra i Isight for optimalisering. Det blir valt eit minimum og maksimum for alle materialparametrane. Outputparameteren for Abaqus er deformasjonen målt i laboratoriet for Kerto-Q platene som følge av påført last. Deformasjonen frå eksperimentelt resultat blir satt som *target* for å optimalisere inputverdiane, altså materialparametrane. Isight gir dei *mappede* materialparametrane som *input* til Abaqus, som utfører det definerte laststeget og elementmetode simuleringa. Resultatet frå Abaqus blir importert tilbake til Isight, der etterprosessering av resultatet blir utført.

For optimalisering av materialparametrane vart Poisson ratane haldt konstant, mens Youngs- og skjærmodul vart optimalisert med avgrensingar i forhold til middelveidiane:

- $E_1 \pm 5 \%$
- $E_2 \pm 30 \%$
- $E_3 \pm 20 \%$
- $G_1 \pm 20 \%$
- $G_2 \pm 20 \%$
- $G_3 \pm 20 \%$

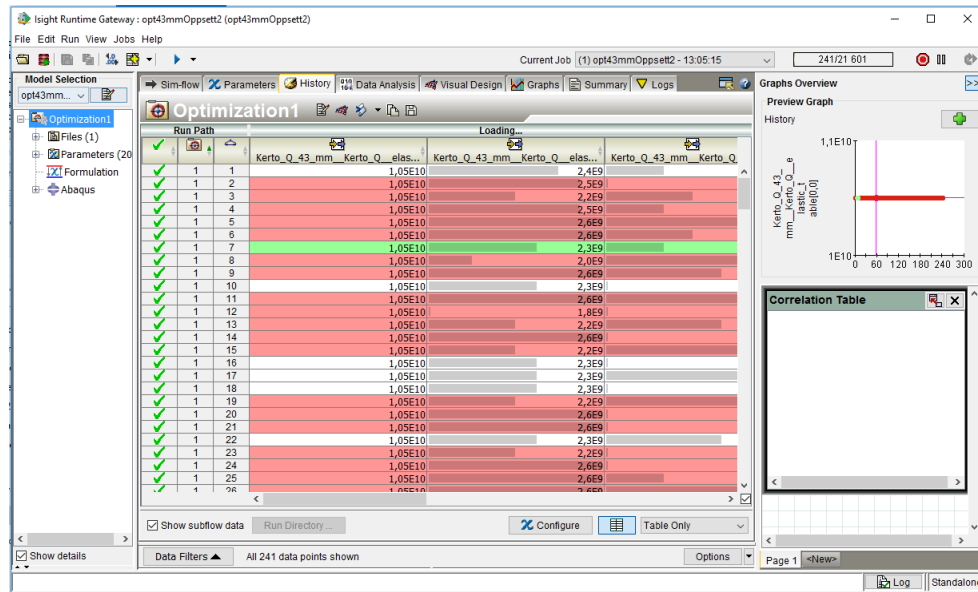
Avgrensinga for materialparametrane er valt på grunnlag av ei analyse i Isight. Denne viser at endringa av for eksempel E_1 har lite å bety for deformasjonen, mens E_2 har større påverknad. Intervallet for moglege verdiar er då mindre for E_1 og større for E_2 . I tillegg til avgrensing på materialdata, vert det satt avgrensingar for deformasjon. Deformasjon kan ha eit avvik på maksimalt 5 % frå eksperimentelle resultat. Dette betyr at alle materialdata som gir større avvik enn 5 % frå eksperimentelle resultat ikkje er gode nok. Avgrensing for deformasjon er vist i Tabell 3.7. Nærare skildring av optimaliseringsprosessen i Isight er beskrive i Vedlegg C.

	Kerto-Q 43 mm		Kerto-Q 61 mm	
	Målt deformasjon	Avgrensing i Isight	Målt deformasjon	Avgrensing i Isight
Oppsett 1	11,31 mm	5 %	7,03 mm	5 %
Oppsett 2	16,34 mm	5 %	10,37 mm	5 %

Tabell 3.7 Eksperimentelle resultat med avgrensing for deformasjon i Isight.

Isight Runtime Gateway

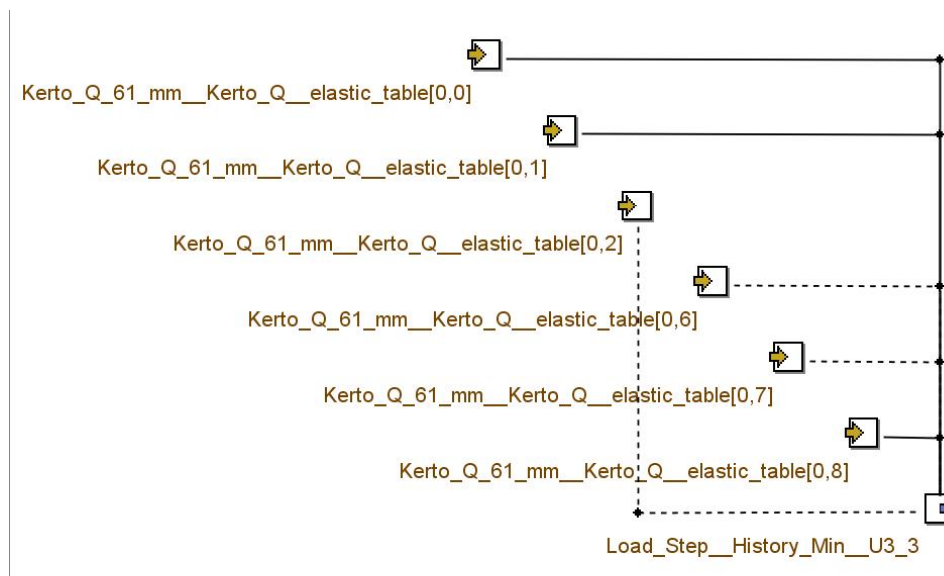
Når ein set i gang optimalisering i Isight opnar «Runtime» vindauget seg. I dette vindauget dukkar alle kombinasjonar av materialdata og deformasjon opp, mens analysen føregår. Kombinasjonar som ikkje tilfredsstillar avgrensinga på deformasjon blir merka med raudt. Kombinasjonar som tilfredsstillar deformasjon blir kvite. Kombinasjonen med materialparametrar som gir den beste løysinga for deformasjon blir merka i grønt. Dette er vist i Figur 3.12. Den beste løysinga for begge oppsetta gir ikkje nødvendigvis dei same materialparametrane, men ein kan finne ein kombinasjon frå begge løysingane som samla gir ei god løysing for begge. Det er då nyttig å bruke korrelasjonstabellen som Isight produserer i *Runtime*-vinduget.



Figur 3.12 "Isight Runtime Gateway"-vindauge.

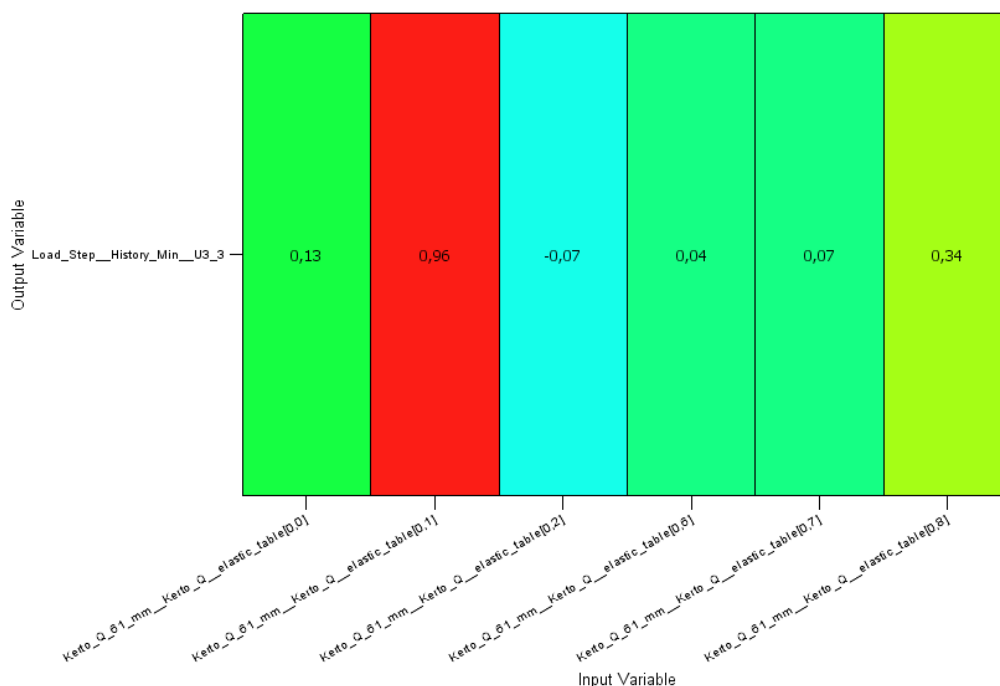
Korrelasjonskart – og tabell

Korrelasjonskart er eit verktøy som gir ei rask visualisering over parametrane og deira relasjon til kvarandre. Figur 3.13 viser korrelasjonskartet for 61 mm Kerto-Q, Oppsett 2. Figuren viser alle input materialparametrane som deformasjonen er avhengig av.



Figur 3.13 Korrelasjonskart frå Isight. Bildet viser korrelasjonskart for 61 mm Kerto-Q plate, oppsett 2.

Korrelasjonstabellen i Figur 3.14 viser i kor stor grad input variabelen påverkar outputvariabelen. Større korrelasjonskoeffisient har større påverknad enn liten. Positiv korrelasjonskoeffisient påverkar output verdien positivt, altså mindre deformasjon for dette tilfellet, mens negativ korrelasjonskoeffisient påverkar output verdien negativt.



Figur 3.14 Korrelasjonstabell frå Isight. Bilete viser korrelasjonstabell for 61 mm Kerto-Q plate, oppsett 2.

3.4.2 Optimalisering av Kerto-Q plater - LVL

Etter optimaliseringsprosessen gir Isight moglege kombinasjonar av materialparametrar og beste løysing. Den beste løysinga for ei plate med to forskjellige oppsett er ikkje nødvendigvis den same. Eit av problema er at løysninga for Oppsett 2 ofte blir for stiv i forhold til Oppsett 1 med same parametrar. Korrelasjonstabell blir derfor nytta for å optimalisere verdiane for platene. Isight gir også negative korrelasjonsparametrar slik at ved auke i materialparameterverdi blir deformasjon større. Viss eitt sett parametrar er for stive for Oppsett 2 kan materialparameteren som har negativ korrelasjonskoeffisient for dette tilfellet aukast. Korrelasjonskoeffisienten er positiv for Oppsett 1 og dermed blir deformasjonen mindre for dette tilfellet, som er ynskt. Ut frå korrelasjonstabellen kan det altså hentast ut kva materialparameter som bør justerast for å gi ynskt deformasjon for kvart av resultat. Bruk av korrelasjonstabellen i kombinasjon med dei beste løysingane frå analysane gir dei optimaliserte materialparametrane for Kerto-Q platene.

For 61 mm må avgrensinga aukast for deformasjon til 10% da 5 % avvik ikkje gir løysingar for materialparametrane. I tillegg aukast materialparameteren E_2 opptil 3000 MPa for å finne materialparametrar som passar for 61 mm plata.

3.4.3 Optimaliserte materialparametrar

Ein kombinasjon av beste løysing av materialdata for kvart oppsett og bruk av korrelasjonstabell gir dei optimaliserte materialparametrane for Kerto-Q platene. Dette er vist i Tabell 3.8.

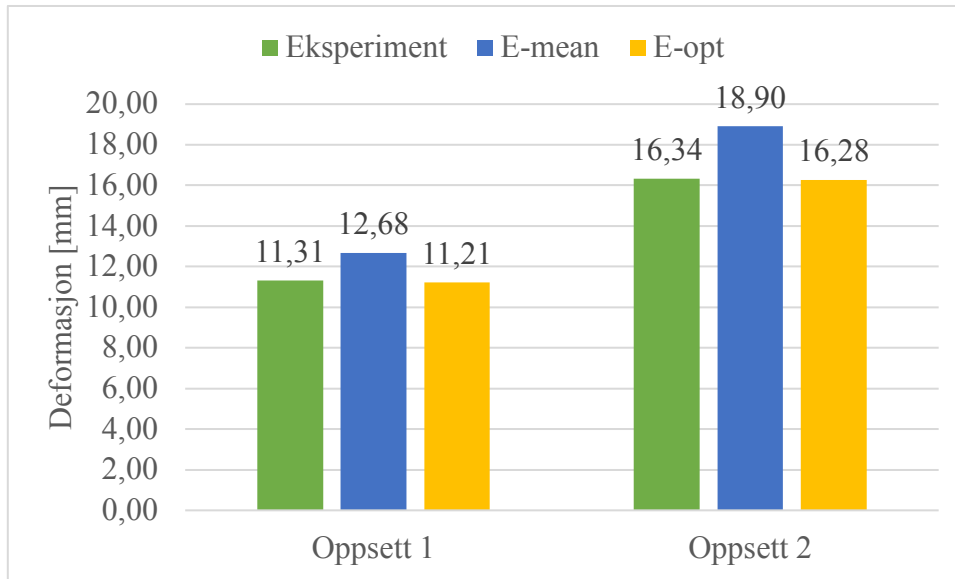
	Optimaliserte materialparametrar med Isight	
	Kerto-Q 43 mm	Kerto-Q 61 mm
E_1 [N/m ²]	$105 * 10^8$	$105 * 10^8$
E_2 [N/m ²]	$23,5 * 10^8$	$29 * 10^8$
E_3 [N/m ²]	$1,3 * 10^8$	$1,3 * 10^8$
ϑ_{12}	0,11	0,11
ϑ_{13}	0,81	0,81
ϑ_{23}	0,70	0,70
G_1 [N/m ²]	$6,0 * 10^8$	$8,0 * 10^8$
G_2 [N/m ²]	$1,2 * 10^8$	$1,2 * 10^8$
G_3 [N/m ²]	$0,22 * 10^8$	$0,22 * 10^8$

Tabell 3.8 Optimaliserte materialparametrar med Isight.

3.4.4 Samanlikning av resultat for Kerto-Q plater

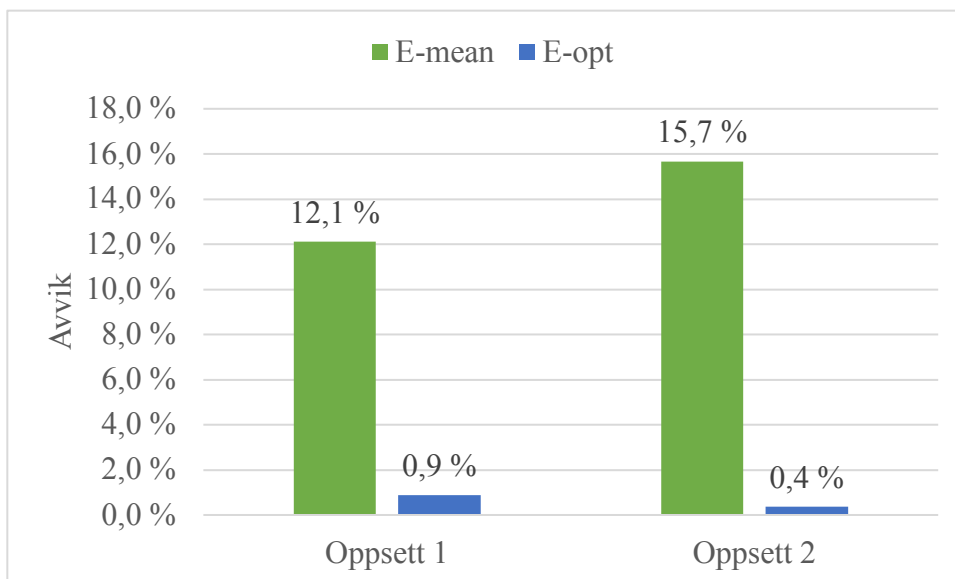
I dette kapittelet blir det numeriske resultatet med dei optimaliserte materialparametrane (*E-opt*) samanlikna med middelerdi (*E-mean*) og eksperimentelle resultat. Dette for å sjå korleis resultatet frå numerisk modell tydelig blir forbetra med optimaliserte materialparametrar.

Figur 3.15 viser resultatet for 43 mm Kerto-Q plate.



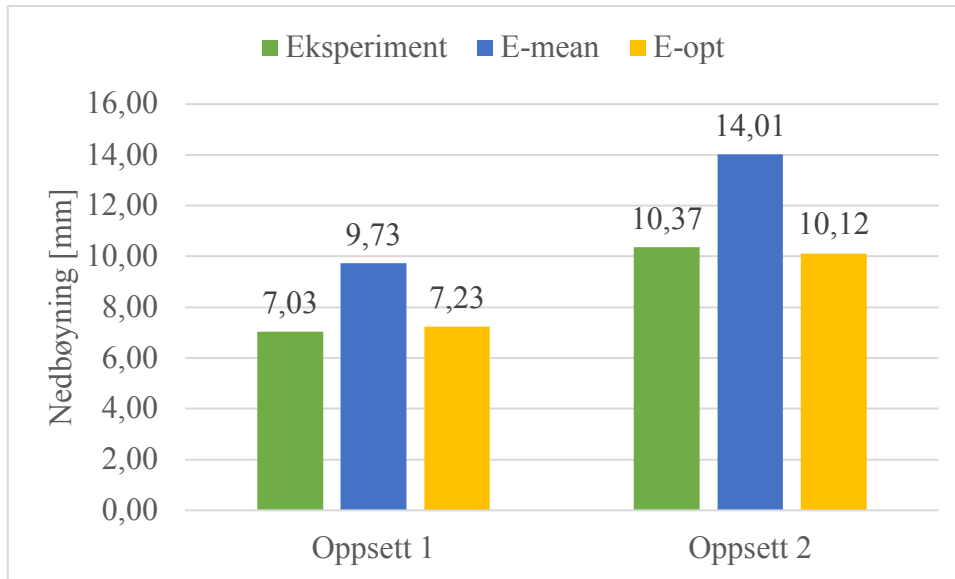
Figur 3.15 Samanlikning av resultat for 43 mm plate. Figuren viser samanlikning av eksperimentelle - og numeriske resultat med middel- og optimaliserte materialparametrar.

I Figur 3.16 er avviket mellom eksperimentelle resultat og numerisk resultat vist. Avviket er redusert frå 12,1 % til 0,9 % for Oppsett 1 og 15,7 % til 0,4 % for Oppsett 2, ved bruk av dei optimaliserte materialparametrane i numerisk modell.



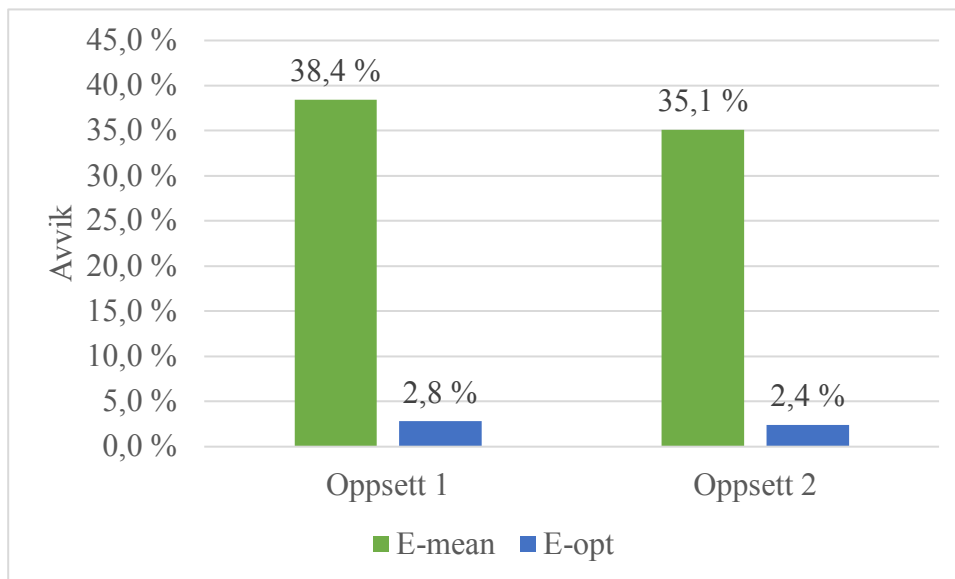
Figur 3.16 Avvik mellom eksperimentelle - og numeriske resultat for 43 mm plate.

Vidare er resultatet for 61 mm plata vist i Figur 3.17. Avviket mellom eksperimentelle- og numeriske resultat er betraktelig større for 61 mm plata enn 43 mm plata. Etter optimaliseringsprosessen ser ein at deformasjonen er mykje nærmare det eksperimentelle resultatet.



Figur 3.17 Samanlikning av resultat for 61 mm plate. Figuren viser samanlikning av eksperimentelle - og numeriske resultat med middel- og optimaliserte materialparametrar.

Avviket er redusert frå 38,4 % til 2,8 % for Oppsett 1 og 35,1 % til 2,4 % for Oppsett 2 ved bruk av dei optimaliserte materialparametrane i numerisk modell.



Figur 3.18 Avvik mellom eksperimentelle - og numeriske resultat for 61 mm plate.

Avviket mellom eksperimentelle- og optimalisert numerisk deformasjon er små. Dei optimaliserte materialdataene skal vidare implementerast i prototypmodellen. Dette for å sjå om modellen blir betre ved bruk av optimaliserte materialdata. I tillegg skal det leggst til bidrag frå auka stivhet grunna endring av fuktinnhald i alle komponentane i dekket.

4 Optimalisering av prototypdekket

I dette kapittelet blir resultatet frå kapittel 3 implementert i prototyp dekket. I tillegg til dette resultatet blir det også gjort ein optimalisering av kva elementtype og størrelse som bør brukast på komponentane. For å vurdere kor godt dette resultatet stemmer med røynda blir det numeriske resultatet samanlikna med eksperimentelt arbeid utført hausten 2017 i samband med prosjektoppgåva, samt deformasjonsmålingar med punktlast utført av Bjørge og Kristoffersen (2017). Numerisk resultat for Mode 2, ved fri-fri randkrav, blir også samanlikna med ei analytisk utrekning. Dette for å sjå kor godt ei analytisk utrekning kan måle seg opp mot avanserte elementmetodeprogram som Abaqus.

4.1 Materialparametrar

For optimalisering av prototyp blir dei optimaliserte materialparametrane for Kerto-Q brukt, samt middelveidiar for limtreet. For limtre er Poisson ratane henta frå Dahl (2009), medan Young's modul, skjærmodul og densitet er henta frå NS-EN 14080:2013 (CEN, 2013).

	Kerto-Q	GL28C	GL30C
ρ [kg/m ³]	510	430	430
E_1 [N/m ²]	$105 * 10^8$	$125 * 10^8$	$130 * 10^8$
E_2 [N/m ²]	$20 * 10^8$	$3 * 10^8$	$3 * 10^8$
E_3 [N/m ²]	$1,3 * 10^8$	$3 * 10^8$	$3 * 10^8$
ϑ_{12}	0,11	0,39	0,39
ϑ_{13}	0,81	0,49	0,49
ϑ_{23}	0,70	0,64	0,64
G_1 [N/m ²]	$6 * 10^8$	$6,5 * 10^8$	$6,5 * 10^8$
G_2 [N/m ²]	$1,2 * 10^8$	$6,5 * 10^8$	$6,5 * 10^8$
G_3 [N/m ²]	$0,22 * 10^8$	$0,65 * 10^8$	$0,65 * 10^8$

Tabell 4.1 Middelveidiar for materialparametrar nytta i numerisk modell.

Fukta til komponentane har endra seg over tid. Komponentane har redusert fukt samanlikna med fuktinnhaldet som middelveidiane blir målt med. Som forklart i kapittel 2.1.4 bidrar dette til økt stivhet for alle komponentane. Som vist i Tabell 2.1 gir 1 % reduksjon av fuktighet 1,5 % auke av E_0 -modulen. Det blir antatt at endringa er like stor for E- og G-modul i alle tre retningane. Endringa for dei ulike komponentane er vist i Tabell 3.2 og Tabell 3.3. Poisson raten blir haldt som anbefalt for middelveidiane. I Tabell 4.2 *E-opt* dei optimaliserte materialparametrane og *E-opt+fukt* er optimaliserte materialparametrar med auke av stivhet

grunna fuktendringar i Kerto-Q. Tabell 4.3 syner middel verdi for materialparametrane med bidrag frå fukt, *E-fukt*.

	Kerto-Q 43 mm		Kerto-Q 61 mm	
	E-opt	E-opt + fukt	E-opt	E-opt + fukt
E_1 [N/m ²]	$105 * 10^8$	$110,8 * 10^8$	$105 * 10^8$	$110,8 * 10^8$
E_2 [N/m ²]	$23,5 * 10^8$	$24,79 * 10^8$	$29 * 10^8$	$30,6 * 10^8$
E_3 [N/m ²]	$1,30 * 10^8$	$1,37 * 10^8$	$1,3 * 10^8$	$1,37 * 10^8$
ϑ_{12}	0,10	0,11	0,11	0,11
ϑ_{13}	0,80	0,81	0,81	0,81
ϑ_{23}	0,70	0,70	0,70	0,70
G_1 [N/m ²]	$6,0 * 10^8$	$6,33 * 10^8$	$8,0 * 10^8$	$8,44 * 10^8$
G_2 [N/m ²]	$1,2 * 10^8$	$1,27 * 10^8$	$1,2 * 10^8$	$1,27 * 10^8$
G_3 [N/m ²]	$0,22 * 10^8$	$0,23 * 10^8$	$0,22 * 10^8$	$0,23 * 10^8$

Tabell 4.2 Optimaliserte materialparametrar med og utan bidrag for fuktendring for Kerto-Q plater.

	GL28C	GL30C
	E-fukt	E-fukt
ρ [kg/m ³]	430	430
E_1 [N/m ²]	$133,0 * 10^8$	$138,3 * 10^8$
E_2 [N/m ²]	$3,19 * 10^8$	$3,19 * 10^8$
E_3 [N/m ²]	$3,19 * 10^8$	$3,19 * 10^8$
ϑ_{12}	0,39	0,39
ϑ_{13}	0,49	0,49
ϑ_{23}	0,64	0,64
G_1 [N/m ²]	$6,92 * 10^8$	$6,92 * 10^8$
G_2 [N/m ²]	$6,92 * 10^8$	$6,92 * 10^8$
G_3 [N/m ²]	$0,69 * 10^8$	$0,69 * 10^8$

Tabell 4.3 Materialparametrar for limtre med bidrag frå fuktendringar.

4.2 Val av elementtypar

Prototyp inneheld fleire komponentar som er festa saman. Det er difor rimelig å anta fullstendig samvirke mellom komponentane. Den numeriske modellen skal kunne produsere nøyaktige eigenfrekvensar, både transversale og laterale deformasjonar. I tillegg er det viktig og velje ein elementkombinasjon som treng minst mogleg datakraft. Dette er fordi ein ynskjer å bruke den optimaliserte numeriske modellen til å undersøkje mange forskjellige trebaserte dekke-element. Optimaliseringsprosessen for elementkombinasjonar og størrelse på elementa blir presentert i dette kapittelet.

4.2.1 Skallelement

Det blir vurdert tre Mindlin-Reissner element som innehar dei nødvendige eigenskapane til å representere den numeriske modellen, henholdsvis S4, S4R, og S8R. S4 er eit robust 4-noders skallelement og S8R er eit 8-noders skallelement. S4R og S8R nyttar redusert integrasjon. Redusert integrasjon kan vere å føretrekke da fullintegrasjon ofte gir stivare løysingar grunna skjærlåsingar. For problem der lasta i hovudsak er i eit plan, er skallelement effektive. Dei konvergerer raskt og krev lite datakraft.

4.2.2 Volumelement

Volumelement krev større datakraft enn skallelement då det trengs fleire nodar for at løysinga skal konvergere. Volumelementet C3D8 blir vurdert, og dette er eit 8-noders volumelement. Elementet blir vurdert med full- og redusert integrasjon, altså C3D8 og C3D8R. I tillegg blir C3D8I vurdert på grunn av elementets gode eigenskapar til å produsere bøyepeningar.

4.2.3 Elementkombinasjonar

Prinsippet bak elementkombinasjonane av volum og skallelement for komponentane i prototyp er vist i Tabell 4.4

Randbjelkar	Randbjelkar- ende	Feltbjelkar	Flensar
Volumelement	Volumelement	Volumelement	Volumelement
			Skallelement
		Skallelement	Volumelement
			Skallelement
	Skallelement	Volumelement	Volumelement
			Skallelement
		Skallelement	Volumelement
			Skallelement
Skallelement	Volumelement	Volumelement	Volumelement
			Skallelement
		Skallelement	Volumelement
			Skallelement
	Skallelement	Volumelement	Volumelement
			Skallelement
		Skallelement	Volumelement
			Skallelement

Tabell 4.4 Prinsipp for kombinasjon av skall- og volumelement for komponentar i prototyp.

Kombinasjonane av volum- og skallelementtype er vist i Tabell 4.5. Elementstørrelsane 0,07 m, 0,05 m, 0,035 m og 0,025 m blir vurdert.

Skallelement	Volumelement	Elementstørrelse [m]			
S4	C3D8	0,07	0,05	0,035	0,025
S4R	C3D8R	0,07	0,05	0,035	0,025
S4	C3D8I	0,07	0,05	0,035	0,025
S4R	C3D8I	0,07	0,05	0,035	0,025

Tabell 4.5 Kombinasjonar av elementtype- og størrelse.

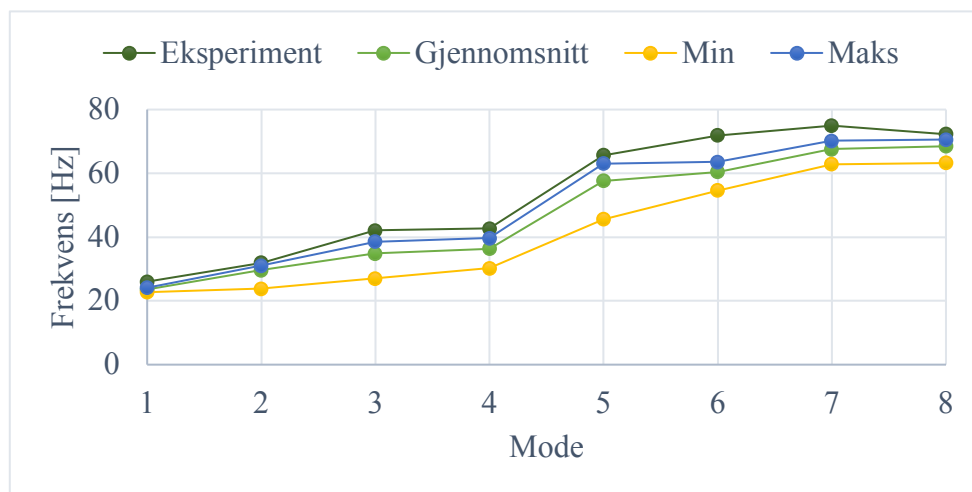
Det blir kjørt 64 simuleringar for kvar elementkombinasjon når alle fire elementstørrelsane blir vurdert. Det blir dermed kjørt 256 kombinasjonar totalt.

For å køyre analysane blir Python-skript versjon «20180415_txtfileInput_working», utarbeida av Nesheim, nytta (Nesheim, 2018). Randkravet «BCFF» i skriptet er nytta. Analysen er utført i Abaqus. Tekstdokumentet for kombinasjonane blir lest av Python som deretter byggjer prototyp, definerer jobben og skriver resultatet til ei tekstfil. Tekstfila inneheld tal nodar i

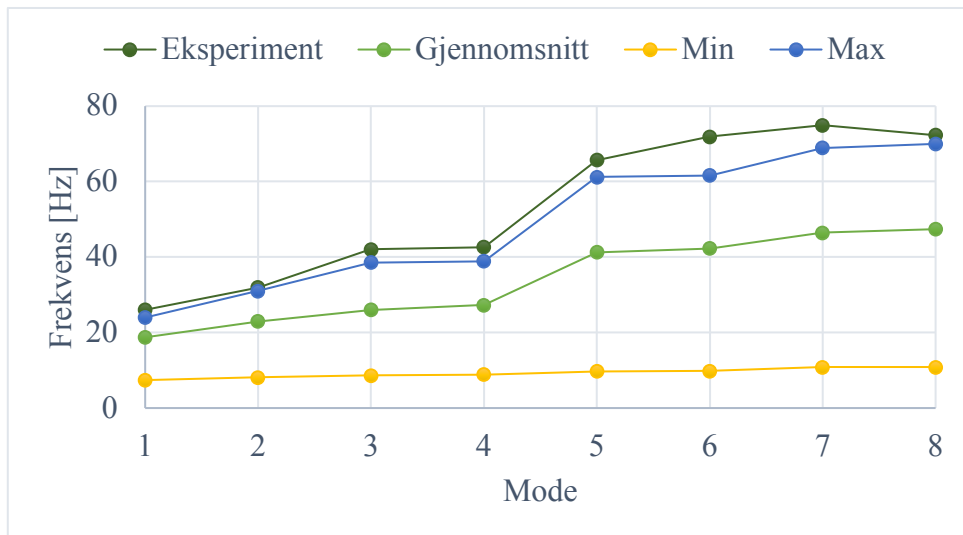
modellen, samt dei ti første eigenfrekvensane til prototyp. Talet på nodar blir brukt til å vurdere datakrafta som er nødvendig for analysen i Abaqus. Analysane blir kjørt med fri-fri randkrav og middelveidiar for materialparametrane. Resultat i samband med eksperimentell modal analyse på prototyp, med fri-fri randkrav, hausten 2017 blir brukt som optimaliseringsgrunnlag. Kombinasjonane som gir minst gjennomsnittleg avvik frå modal analyse på prototyp, blir vurdert opp mot kvarandre med tanke på nødvendig datakraft.

4.2.4 Resultat for val av element

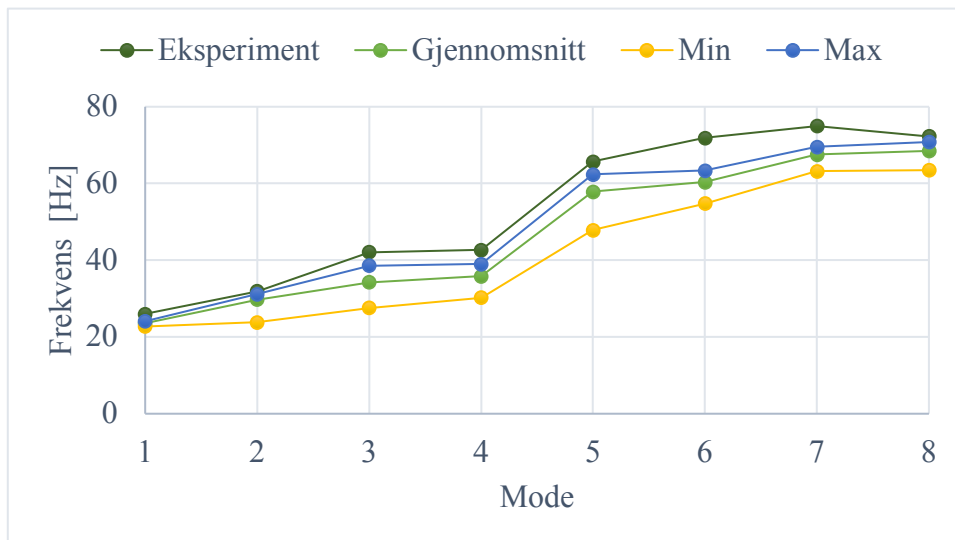
Dei åtte første modeformane for eksperimentelle- og numeriske resultat er grunnlaget for samanlikning og val av elementkombinasjon. Figur 4.1 – Figur 4.4 viser ei samanlikning for eksperimentelle- og numeriske resultat for dei fire ulike kombinasjonane av skall- og volumelement. For kvar figur er det fire kurver. Den første kurva (*Eksperiment*) er resultat frå eksperimentell modal analyse. Resterande kurver er resultat henta frå numerisk simulering i Abaqus. Gjennomsnittskurva er gjennomsnittsverdien for kvar modeform. Minimumskurva (*Min*) er den minste frekvensen for Mode 1-8 for dei 64 ulike kombinasjonane. Det same gjeld også for maksimumskurva (*Maks*).



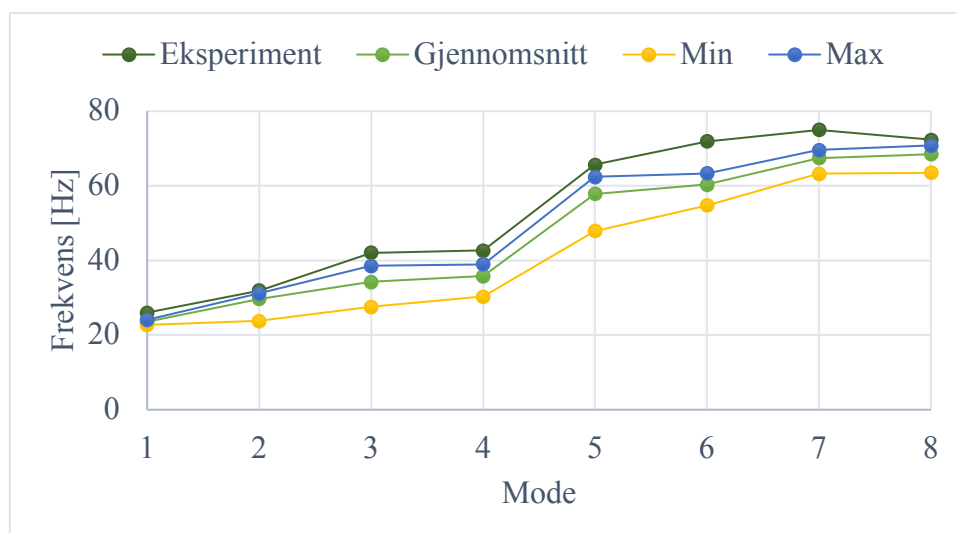
Figur 4.1 Kombinasjon med S4- og C3D8-element.



Figur 4.2 Kombinasjon med S4R- og C3D8R-element.



Figur 4.3 Kombinasjon med S4- og C3D8I-element.



Figur 4.4 Kombinasjon med S4R-og C3D8I-element.

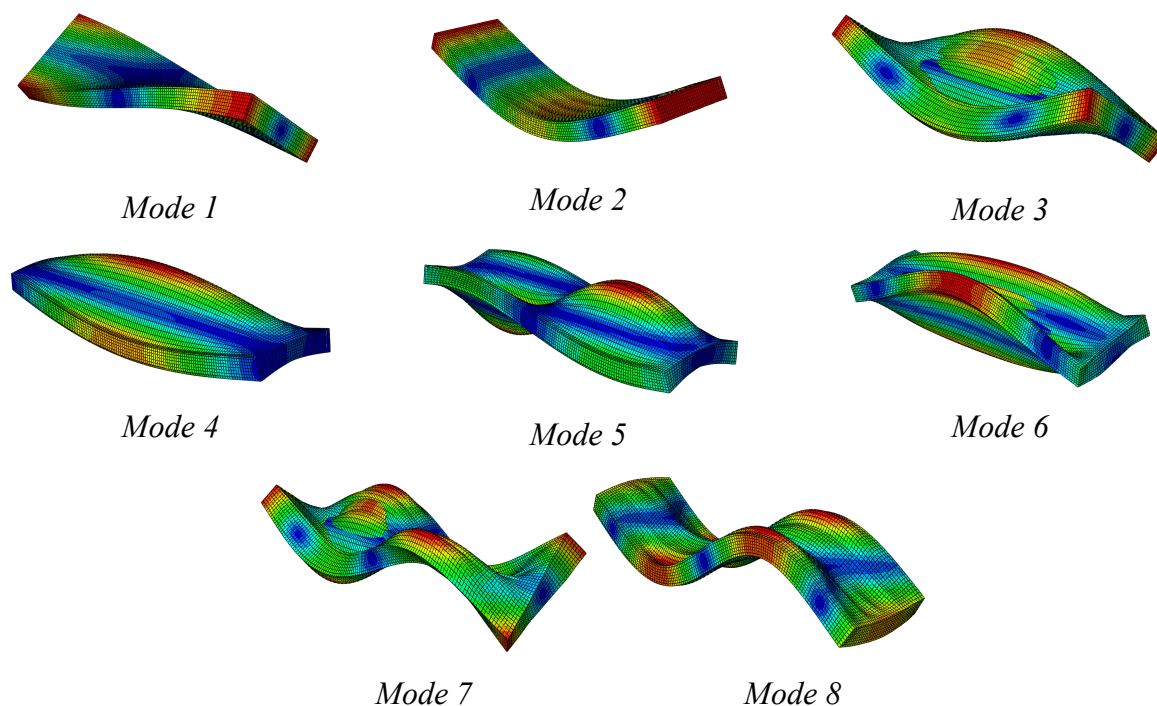
Kombinasjonen vist i Figur 4.2 med S4R-og C3D8R –element er den numeriske modellen som gir størst avvik frå eksperimentelle resultat, om ein samanliknar med gjennomsnittleg kurve. Resterande kombinasjonar av skall- og volumelement representera prototyp i større grad, men kombinasjonen av S4- og C3D8-element er den beste løysinga.

Den optimale elementstørrelsen og elementtype på komponentane vart funne ved å finne kombinasjonen med minst gjennomsnittleg avvik frå eksperimentelle resultat for alle modeformene med S4- og C3D8-element. Kombinasjon med S4- element i topp- og botnflens og C3D8-element i resterande komponentar var den beste elementkombinasjonen. Denne kombinasjonen med elementstørrelse 0,07 m gir minst gjennomsnittlig avvik på 6,7 % frå eksperimentelt arbeid.

4.3 Numeriske resultat – egenfrekvens

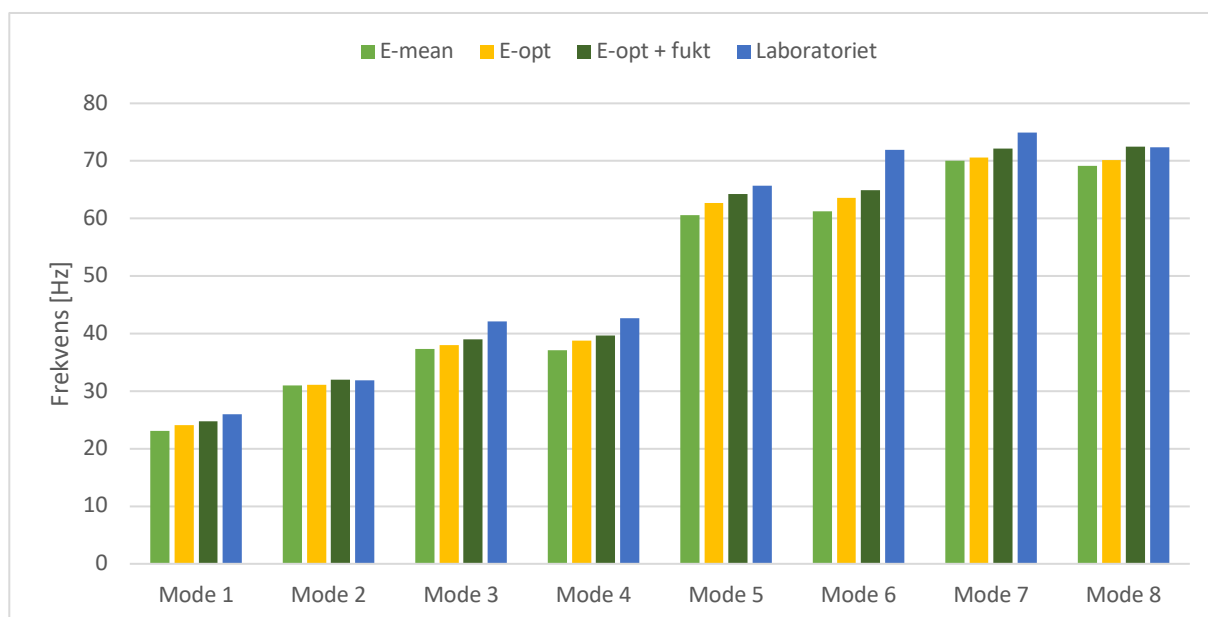
I dette kapitlet blir dei optimaliserte materialparametrane for Kerto-Q, samt auke i materialparametrane grunna fuktendringar, implementert i numerisk modell for prototyp. Det blir nytta S4-element i topp- og botnflens og C3D8-element i limtre komponentane, da det er vist i kapittel 4.2.4 at dette gir det beste resultatet.

Figur 4.5 viser modeformane for optimalisert prototyp med fri-fri randkrav frå numerisk analyse.



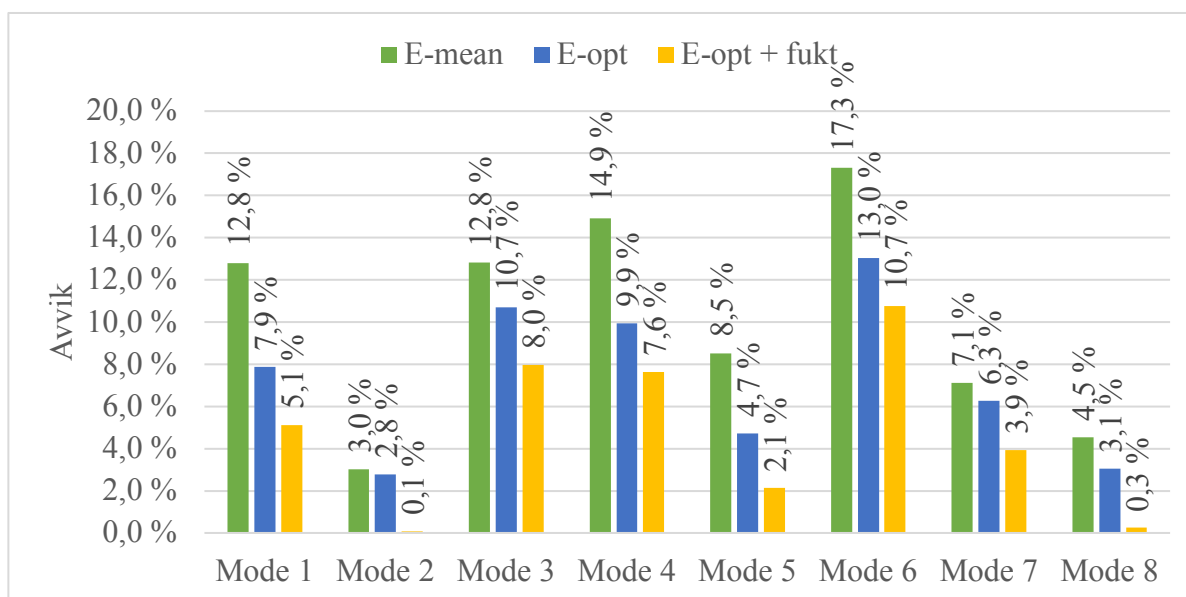
Figur 4.5 Modeformer for fri-fri randkrav.

Resultatet frå numeriske berekningar ved bruk av optimaliserte numeriske materialparametrar er grafisk framstilt i Figur 4.6 og 4.7 E -mean er resultat med middelveidiar for alle komponentane. E -opt er optimaliserte reelle materialparametrane for Kerto-Q, og middelveidi for limtre. E -opt+fukt er føregåande verdiar med bidrag frå fuktinnhald. Materialparametrane er henta frå Tabell 4.2 og 4.3



Figur 4.6 Samanlikning av resultat for prototyp. Eksperimentelle resultat er samanlikna med middel- og optimaliserte materialparametrar, samt optimaliserte materialparametrar med bidrag frå fuktendingar.

Den numeriske modellen er framleis ikkje stiv nok til å representere røynda. Figuren viser også resultatet ved bruk av optimaliserte materialparametrar for Kerto-Q platene. I tillegg er også bidraget frå stivheten grunna fuktendingar for alle komponentane lagt til. Ved bruk av desse justerte materialparametrane ser ein at resultatet er nært opp mot verdiar funne i laboratoriet. Det største avviket mellom numeriske- og eksperimentelle resultat er for Mode 6. Avviket gjekk ned med 6,6 % ved bruk av optimaliserte materialparametrar som inneheldt bidrag grunna fuktendingar. Mode 2 er framleis modeforma som er representert best, men også Mode 8 gode resultat frå numerisk modell.,



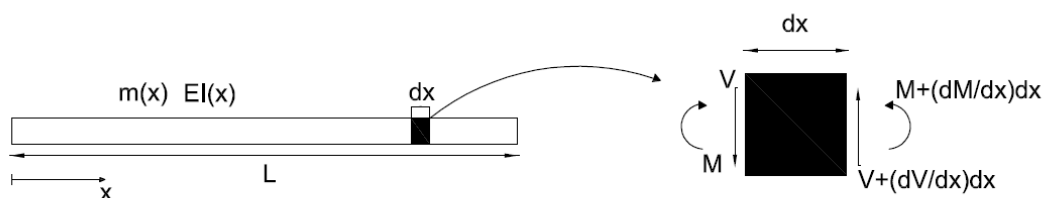
Figur 4.7 Avvik mellom eksperimentelle- og numerisk resultat med ulike materialparametrar.

Generelt sett ser ein at den numeriske modellen har blitt betraktelig utbetra ved bruk av optimaliserte materialparametrar, *E-opt+fukt*.

4.4 Samanlikning med analytisk utrekning

På bakgrunn av den numeriske analysen ser ein at Mode 2 er svært lik ein fri-fri bjelke sin første mode i lengderetninga til dekke. Det blir derfor utført ein analytisk berekning for å sjå kor godt denne stemmer overeins med det numeriske resultatet. Dette vil gi ein peikepinn på kor godt ein enkel metode kan måle seg med avanserte elementmetodeberekningar.

For å finne eigenfrekvensen til Mode 2, analytisk, kan ein sjå på det som ein ein-dimensjonal bjelke med fordelt stivhet og masse. Likninga for eit slikt system utsatt for transversale svingingar blir utleda vidare her i kapittel 4.4. Dekket har jamt fordelt masse $m(x)$ og stivhet $EI(x)$ og er ikkje utsatt for nokon andre krefter enn eigenlast (Chopra, 2012).



Figur 4.8 System med fordelt masse og elastisitet. Til høgre vises kreftene på eit lite element.

Ved å sjå på likevekt av eit lite element kan ein kome fram til rørslelikninga for ein fri-fri bjelke.

Likevekt i y-retning gir:

$$V - \left(V + \frac{\partial V}{\partial x} dx \right) - m dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

Momentlikevekt gir:

$$-M - V dx + M + \frac{\partial M}{\partial x} dx = 0$$

$$V = \frac{dM}{dx} \quad (2)$$

Moment-kurvatur samanhengen gir:

$$M = EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3)$$

Setter likning (2) og (3) inn i (1) og får rørslelikninga for bjelken:

$$m(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI(x) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}) = 0 \quad (4)$$

Løysinga på forskyvinga er på forma:

$$u(x, t) = \varphi(x)q(t)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \varphi(x) \ddot{q}(t) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \varphi''(x)q(t) \quad (5)$$

Setter (5) inn i rørslelikninga (4):

$$m(x)\varphi(x)\ddot{q}(t) + q(t)(EI(x)\varphi''(x))'' = 0$$

$$-\frac{\ddot{q}(t)}{q(t)} = \frac{(EI(x)\varphi''(x))''}{m(x)\varphi(x)} \quad (6)$$

For at dette uttrykket skal vere gyldig for alle t og x må dei to uttrykka i (6) vere konstantar.

Set

$$\omega^2 = \frac{(EI(x)\varphi''(x))''}{m(x)\varphi(x)} \quad (7)$$

Setter (7) inn i rørslelikninga

$$\ddot{q} + \omega^2 q = 0$$

$$(EI(x)\varphi''(x))'' + \omega^2 m(x)\varphi(x) = 0$$

Set

$$\beta^4 = \frac{\omega^2 m(x)}{EI(x)} \quad (8)$$

Den generelle løysinga til rørslelikninga er

$$\varphi(x) = C_1 \sin\beta x + C_2 \cos\beta x + C_3 \sinh\beta x + C_4 \cosh\beta x \quad (9)$$

Likninga består av fem ukjente. Randkrava for bjelken gir den spesielle løysinga for rørslelikninga.

Randkrav:

$$\begin{cases} \varphi''(0) = 0 \\ \varphi'''(0) = 0 \\ \varphi''(L) = 0 \\ \varphi'''(L) = 0 \end{cases} \text{ som gir } \begin{cases} -C_2 + C_4 = 0 \\ -C_1 + C_3 = 0 \\ -C_1 \sin\beta L - C_2 \cos\beta L + C_3 \sinh\beta L + C_4 \cosh\beta L = 0 \\ -C_1 \cos\beta L + C_2 \sin\beta L + C_3 \cosh\beta L + C_4 \sinh\beta L = 0 \end{cases}$$

der L er lengda på dekket som er 9,0 m.

Dei to siste likningane kan skrivast på matriseform

$$\begin{bmatrix} -\sin\beta L + \sinh\beta L & -\cos\beta L + \cosh\beta L \\ -\cos\beta L + \cosh\beta L & \sin\beta L + \sinh\beta L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

For at det skal vere ein ikkje-triviell løysing må determinanten av matrisa vere lik null.

$$\det \begin{bmatrix} -\sin\beta L + \sinh\beta L & -\cos\beta L + \cosh\beta L \\ -\cos\beta L + \cosh\beta L & \sin\beta L + \sinh\beta L \end{bmatrix} = 0 \rightarrow \cos\beta L \cosh\beta L = 1$$

Dei fire første løysingane på $\cos\beta L \cosh\beta L = 1$ er gitt i Tabell 4.

Mode	βL	β
0	0	0
1	4,73	0,526
2	7,85	0,872
3	10,9	1,23
4	14,1	1,57

Tabell 4.6 βL - og β - verdier for dei fire fyrste modane, analytisk.

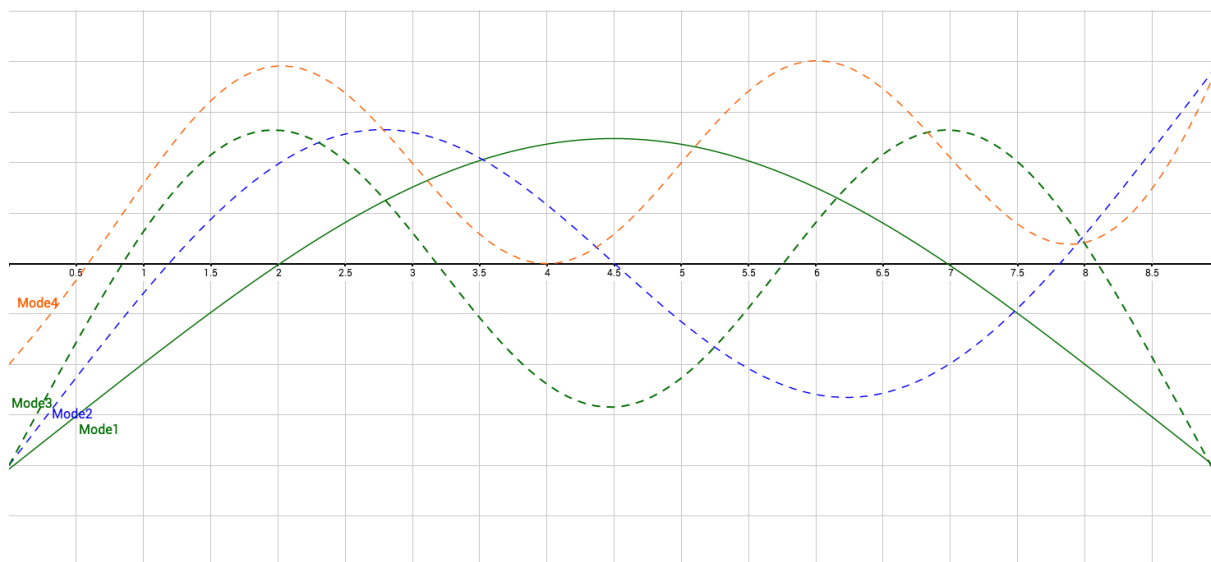
Setter $C_1 = 1$. C_2 blir da:

$$C_2 = \frac{\cos\beta L - \cosh\beta L}{\sin\beta L + \sinh\beta L}$$

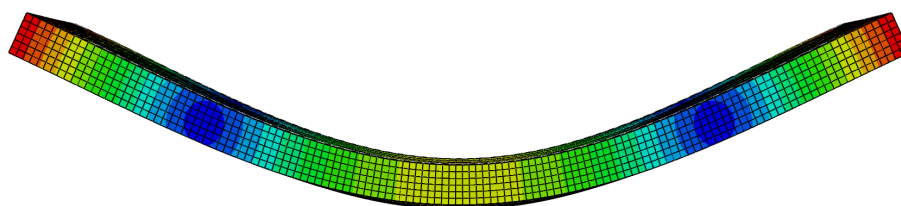
Den spesielle løysinga for rørslelikninga er

$$\varphi(x) = \sinh(\beta x) + \sin(\beta x) + \frac{\sin(\beta L) - \sinh(\beta L)}{\cosh(\beta L) - \cos(\beta L)} (\cos(\beta x) + \cosh(\beta x))$$

Plottar $\varphi(x)$ over lengda som gir modane.



Figur 4.9 Modar for fri-fri bjelke, analytisk.



Figur 4.10 Mode 2 frå numerisk analyse i Abaqus.

4.4.1 Analytisk egenfrekvens

Dekket er samansett av fleire komponentar med ulik bøyestivhet. Komponentane er limt og skrudd saman. Sidan det er brukt lim som forbindelsesmiddel er det rimelig og anta fullstendig samvirke mellom komponentane. Den effektive bøyestivheten til dekket er gitt i Tillegg B i Eurokode 5 (CEN, 2004).

Effektive bøyestivheten:

$$(EI)_{ef} = \sum_{i=1}^3 E_i I_i + \gamma_i E_i A_i a_i^2$$

der

$$A_i = b_i h_i$$

$$I_i = \frac{b_i h_i^3}{12}$$

$$a_2 = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 (h_1 + h_2) - \gamma_3 E_3 A_3 (h_2 + h_3)}{(2 \sum_{i=1}^3 \gamma_i E_i A_i)}$$

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 1,0$$

$\gamma_i = 1$ ved fullstendig samvirke mellom komponentane.

Dekket har lineær tøyingsvariasjon over heile høgda sidan det er fullstendig samvirke mellom komponentane. Det kan derfor sjåast på som eit tal I-bjelkar med effektive flensbreidde b_{ef} .

$$b_{ef} = b_{c,ef} + b_w$$

der

$$b_{c,ef} = \min \begin{cases} 0,1L \\ 20h_f \end{cases}$$

jamfør 9.1.2(3) i Eurokode 5 (CEN, 2004).

Effektiv breidd til topp- og botnflens er utrekna til å vere 2372 mm. Dette er den teoretiske verdien tverrsnittet kan utnytte ved belastning. Sjå Vedlegg D for detaljerte utrekningar.

Toppflensen er element 1, randbjelkar og S-bjelkar som steg er element 2 og botnflensen er element 3.

Element	b [m]	h [m]	E-opt+fukt [N/m ²]	γ [-]	A [m ²]	a [m]	I [m ⁴]
1	2,372	0,043	110,8 · 10 ¹⁰	1	0,102	0,246	1,57 · 10 ⁻⁵
2	0,206	0,405	131,6 · 10 ¹⁰	1	0,194	-0,022	2,65 · 10 ⁻³
3	2,372	0,061	110,8 · 10 ¹⁰	1	0,145	0,211	4,49 · 10 ⁻⁵

Tabell 4.7 Geometri og materialdata ved analytisk utrekningar.

Den effektive bøyestivheita for tverrsnittet til dekket blir då:

$$EI_{ef} = 1,765 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Total teoretisk masse for dekket er henta frå Abaqus som gir ein total masse på 2050 kg.

Eigenfrekvensen for mode 1 løysast ut frå likning (8):

$$\omega = (\beta L)^2 \cdot \sqrt{\left(\frac{EI_{ef}}{\text{m} \cdot L^3}\right)} = 241 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 38,69 \text{ Hz}$$

Den analytiske eigenfrekvensen for Mode 2 blir då 38,69 Hz. Avviket frå numerisk analyse og eksperimentelle resultat blir då 21,1 % og 17,5 %. Det er tydeleg at analytisk metode ikkje gir gode nok resultat for prototyp.

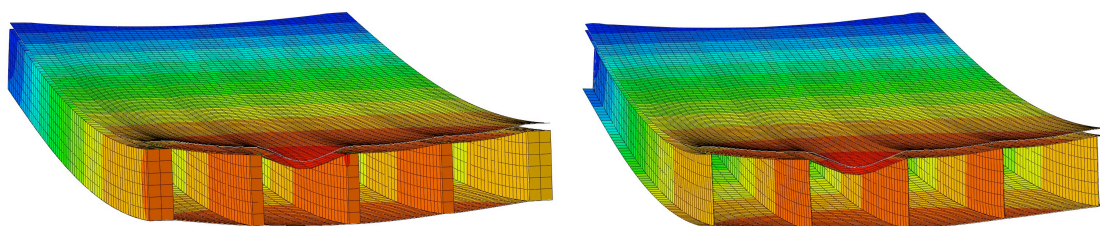
4.5 Numerisk modell – punktlast

I dette kapittelet blir den numeriske modellen i Abaqus samanlikna med eksperimentelt resultat frå deformasjonsmålingar utført av Bjørge og Kristoffersen (2017). Målingane den numeriske modellen samanliknast med, er varierende punktlast på randbjelke og på midtre feltbjelke. Dei optimaliserte materialparametrane for Kerto-Q med bidrag frå fuktendringar

vert nytta. For resterande limtre komponentar blir middelveidiar med fuktendringar brukt. Versjon «20180515_probeAtApp» av skriptet til Nesheim (2018) er brukt i simuleringa, men dei optimaliserte materialparametrene for komponentane er lagt inn.

4.5.1 Elementtypar

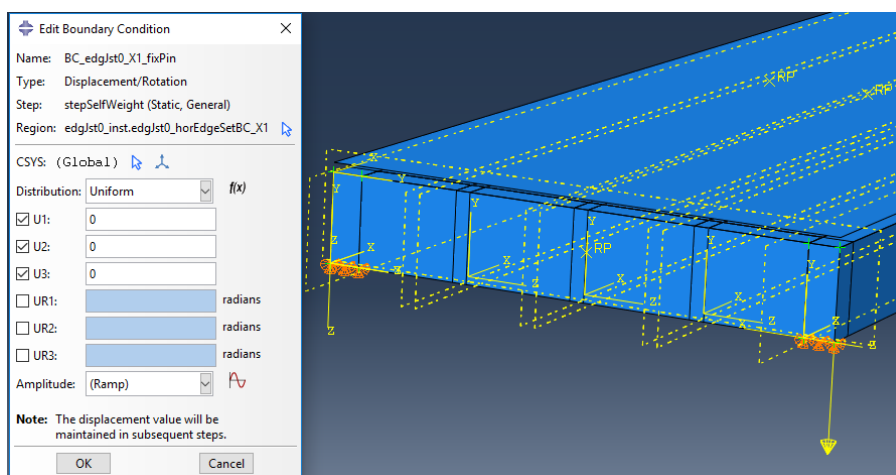
Optimaliserte elementtypar for prototypen beskrive i kapittel 4.2.4 blir brukt i den numeriske modellen i Abaqus for deformasjonssimulering ved påført punktlast. Det vil sei at S4 element er nytta i topp- og botnflens, og C3D8 element i resterande komponentar. Elementstørrelse 0,07 m er nytta for alle komponentane. Figur 4.11 viser forskjellen for skall- og volumelement ved deformasjon. Skallelementa tar ikkje høgde for tjukkelsen for feltbjelken ved deformasjon på toppflens, men det gjer volumelementet. Dette er viktig å tenkje på ved påføring av punktlaster.



Figur 4.11 Samanlikning med volum- og skallelement i feltbjelkar. Skallelement tar ikkje høgde for tjukkelsen til feltbjelkar ved deformasjon på topplate.

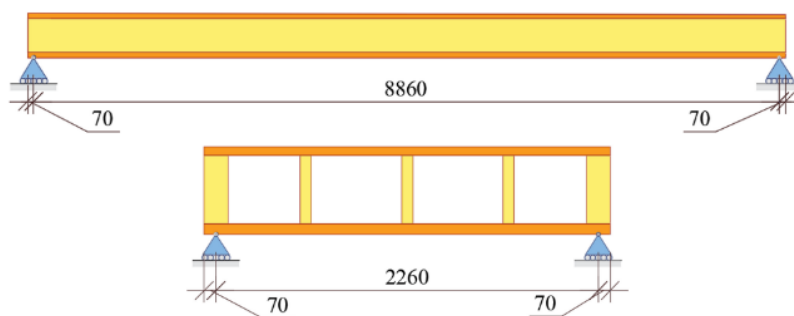
4.5.2 Randkrav

For deformasjonsanalysen har alle dei fire nedste hjørna randkrav. Randkravet «BCXP» i skriptet er nytta for simulering av deformasjon til dekket ved punktlast. Dette randkravet inneberer at dei nedste fibrane i hjørnet på randbjelkane er fasthaldt mot all forskyving. Randkravet samsvarer best med oppsettet for deformasjonsmålingar ved punktlast i laboratoriet. Randkrava nytta for alle hjørna er vist i Figur 4.12.



Figur 4.12 "BCXP" randkrav for deformasjon ved punktlast.

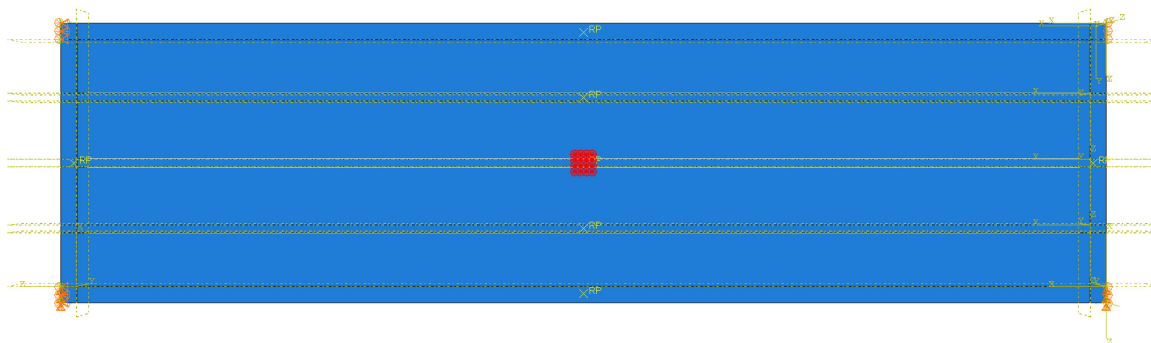
Figur 4.13 viser korleis opplagera var plassert under målingar gjort i laboratoriet. På bakgrunn av den reduserte spennvidda mellom opplegga, tek ein omsyn til dette ved å la den vere 8,86 m i skriptet.



Figur 4.13 Plassering av punktopplegg ved deformasjonsmålingar (Bjørge og Kristoffersen, 2017).

4.5.3 Punktlast

Deformasjonsmålingane blir simulert på lik måte i Abaqus, med tilsvarende lastnivå, som testane utført i laboratoriet. Lasta blir påført som ei spenning over eit areal på 200x256 mm som svarar til størrelsen på lastskiva nytta i laboratoriet. Deformasjonen blir simulert for punktlast på randbjelke og midtre feltbjelke, og blir målt på undersida. Deformasjonsensoren nytta ved det eksperimentelle arbeidet hadde eit registreringsområdet på ± 5 millimeter og ein nøyaktighetsgrad ned mot 1/100 millimeter (Bjørge og Kristoffersen, 2017). Figur 4.14 viser korleis punktlasta vart plassert og fordelt.

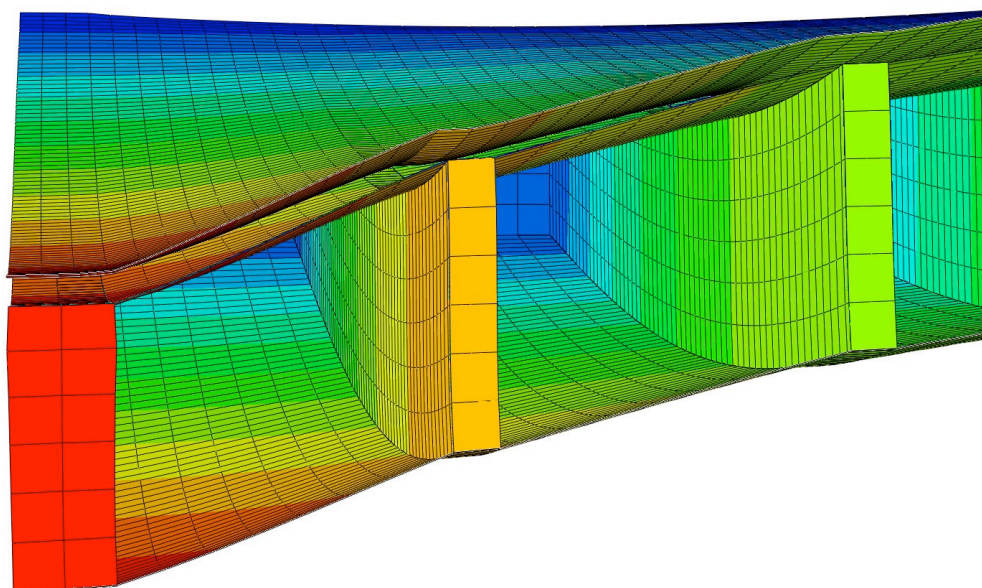


Figur 4.14 Punktlast på midtre feltbjelke.

4.5.4 Resultat

Det er skilnad mellom deformasjon målt i topp- og botnflens. Dette skyldes deformasjon over høyden til dekket. Skriptet nytta i simuleringa returnerer deformasjon på toppflens.

Deformasjon blir derfor henta ut manuelt på undersida av botnflens. Numerisk modell og oppsett i laboratoriet samsvarer då med kvarandre. Figur 4.15 viser deformasjonen på randbjelken ved påføring av punktlast, og viser kvifor deformasjonen er forskjellig målt på topp- og botnflens.



Figur 4.15 Deformasjon over høyden til dekket. Bilete viser at bjelkar blir deformerte ved påføring av punktlast.

Punktlast på midtre feltbjelke

Resultatet for påført punktlast på midtbjelke er vist i Tabell 4.8 og Tabell 4.9. Avviket mellom eksperimentelle og numeriske resultat er presentert i millimeter og prosent. Dette for å sjå om avviket i millimeter er konstant.

Last [N]	Randbjelke		Avvik	
	Eksperiment [mm]	Numerisk [mm]	[mm]	[%]
1780	0,1562	0,1181	0,0381	32,3 %
2760	0,2491	0,1823	0,0668	36,7 %
3740	0,3417	0,2465	0,0952	38,6 %
4720	0,4379	0,3107	0,1272	41,0 %
6600	0,6204	0,4339	0,1866	43,0 %

Tabell 4.8 Resultat for randbjelke ved punktlast på midterste feltbjelke.

Resultat for påført last på midtbjelke viser at avviket mellom eksperimentelle- og numeriske resultat aukar både i mm og prosent med aukande last.

Last [N]	Midtre feltbjelke		Avvik	
	Eksperiment [mm]	Eksperiment [mm]	[mm]	[%]
1780	0,2925	0,3204	0,0279	9,5 %
2760	0,4637	0,4983	0,0346	7,5 %
3740	0,6396	0,6750	0,0354	5,5 %
4720	0,8170	0,8517	0,0347	4,2 %
6600	1,1570	1,1906	0,0336	2,9 %

Tabell 4.9 Resultat for randbjelke ved punktlast på midtre feltbjelke.

Avviket for deformasjonsmålingar under midtre feltbjelke er omtrent på 0,03 millimeter for alle seks målingane. Dette er svært gode numeriske resultat for midtre feltbjelke.

Punktlast på randbjelke

Resultatet for punktlast på randbjelke er vist i Tabell 4.10 og 4.11.

Last [N]	Randbjelke		Avvik	
	Eksperiment [mm]	Numerisk [mm]	[mm]	[%]
1780	0,4464	0,4013	0,0451	11,2 %
3250	0,8279	0,7315	0,0964	13,2 %
4720	1,2030	1,0618	0,1412	13,3 %
5710	1,4630	1,2843	0,1787	13,9 %

Tabell 4.10 Resultat for randbjelke ved punktlast på randbjelke.

Avviket er aukande i millimeter, men held seg stabilt i prosent for aukande punktlast.

Last [N]	Midtre feltbjelke		Avvik	
	Eksperiment [mm]	Numerisk [mm]	[mm]	[%]
1780	0,1529	0,1222	0,0307	25,1 %
3250	0,2933	0,2225	0,0708	31,8 %
4720	0,4286	0,3229	0,1057	32,7 %
5710	0,5221	0,3842	0,1379	35,9 %

Tabell 4.11 Resultat for midtre feltbjelke ved punktlast på randbjelke.

For midtre feltbjelke ser vi same tendensane som for randbjelken når punktlasta blir påført på midtjelken. Avviket aukar i både millimeter og prosent for aukande last og er opp imot 40 % for største punktlast.

4.5.5 Oppsummering

Resultatet presentert i kapittel 4.5.4 viser dei same tendensane. Ved deformasjonsmåling rett under påført punktlast blir avvika små og resultatata svært gode. For målingar på randbjelke ved punktlast på midtre feltbjelke, er avvika betrakteleg større. Dette samsvarer med resultatet for punktlast på randbjelke og deformasjonsmåling på midtre feltbjelke. Det viser seg at den numeriske modellen er for stiv samanlikna med eksperimentelle målingar. Det er viktig å presisere at det er snakk om små deformasjonar ved påføring av last og måleutstyret nytta i laboratoriet har ein nøyaktigheitsgrad på 1/100 millimeter. Dermed kan feil skuldast at måleutstyret ikkje alltid klarar å fange opp små deformasjonar til ein kvar tid.

5 Oppsummering av resultat og diskusjon

I dette kapittelet kjem ein oppsummering av alle resultat samt diskusjon av desse. Kapittelet er delt inn i to hovudpunkt, optimalisering av Kerto-Q og optimalisering av numerisk modell for prototyp.

5.1 Optimalisering av LVL (Kerto-Q)

I forbindelse med eksperimentelt arbeid på Kerto-Q plater viste det seg at fuktendringa på 43 mm plata var 3,7 % medan den var 2,1 % for 61 mm. Deformasjonsmålingane viste for 43 mm plata ein skilnad på 0,06 mm for Oppsett 1, og 1,00 mm for Oppsett 2. For 61 mm plata var skilnaden 0,22 mm og 0,19 mm. Skilnad mellom deformasjonsmålingane utført 7. februar og 13. mars var relativt små. I teorien skulle deformasjonen vore mindre 13. mars enn 7. februar. Det viste seg at dette ikkje var tilfelle da deformasjonen var større for målingane utført 13. mars. Dette kan skuldast friksjon i laboratorieoppsettet, i tillegg er det snakk om små deformasjonar og resultatet er sensitivt for små endringar i testoppsettet.

Målingane på to ulike tidspunkt ga ikkje resultat som forventa. Dermed kunne ein ikkje konkludere noko om korleis fuktendringar påverka materialparametrane til Kerto-Q platene. Likevel vart deformasjonsmålingane frå 7. februar nytta til å finne reelle materialparametrar. Dette var mulig fordi platene hadde vore oppbevart på klimarom ved 20°C og RF=65 % som tilseier at dei hadde riktig fuktinnhald og temperatur til testing av middel materialparametrar.

Resultat frå maksimale deformasjonsmålingar for begge oppsetta av platene vart brukt som optimaliseringsgrunnlag. Maksimal deformasjon for Oppsett 1 for 43 mm plata var 11,31 mm og 16,34 mm for Oppsett 2. For 61 mm plata var det 7,03 mm og 10,37 mm.

Optimaliseringsverktøyet Isight vart brukt for å finne reelle materialparametrar som ga denne deformasjonen i dei numeriske modellane i Abaqus. Poisson ratane blei haldt som for middelverdiane. For E- og G- modulane blei det satt avgrensingar og likeins for deformasjonane. Dette for å ha eit materialdatasett som kunne forsvarast og som ga godt nok numerisk resultat samanlikna med eksperimentelle. Isight ga ikkje same materialparametrar for begge oppsetta for ei plate. Det blei difor nytta korrelasjonstabellar til å justere materialparametrane. Dette vart gjort for å kome fram til eitt sett med spesifikke materialparametrar for kvar plate.

Ved samanlikning av eksperimentelle- og numeriske resultat med middel- og reelle materialparametrar kom det fram at dei sistnemnte ga klart best resultat. For 43 mm plata vart avviket frå eksperimentelle resultat redusert med 11,2 % for Oppsett 1 og 15,3 % for Oppsett

2. For 61 mm plata vart avviket redusert frå 38,4 % til 2,8 % for Oppsett 1 og frå 35,1 % til 2,4 % for Oppsett 2. Samanlikninga viste at platene har høgare verdi på materialparametrar enn dei anbefalte middelveiane for materialet Kerto-Q. Materialparametrane funne for platene gjelder for akkurat desse platene som er omtalt, men seier ikkje noko om materialparametrane generelt for Kerto-Q som material.

Resultata frå optimaliseringsprosessen viser at middelveiane for Kerto-Q ikkje er representative for alle Kerto-Q plater. Materialparametrane som blir brukt i den numeriske modellen er avgjerande for kor godt resultatet blir samanlikna med røynda. Dette vart vidare tatt med i betrakninga da den numeriske modellen av prototyp skulle optimaliserast.

5.2 Optimalisering av numerisk modell for prototyp

I samband med prosjektarbeidet, utført av Solibakke Mo hausten 2017, viste det seg at den numeriske modellen ikkje representerte prototyp tilstrekkelig. To tiltak vart satt til verks for å forbetre dette. Optimalisering av elementtype- og størrelse samt optimalisering av materialparametrar til komponentane.

For optimalisering av elementtype- og størrelse var dei åtte fyrste modane frå eksperimentell modal analyse med fri-fri randkrav grunnlaget for samanlikning og val av elementkombinasjon. Det vart brukt middelveiar for alle materialparametrar. Skallelement S4, S4R og S8R og volumelement C3D8, C3D8R og C3D8I vart vurdert for komponentane. Kombinasjonen med S4-element i topp- og botnflens og C3D8-element i resterande komponentar ga best resultat. Denne kombinasjonen saman med elementstørrelse 0,07 m for alle komponentar ga minst gjennomsnittleg avvik, på 6,7 %, for alle modane.

Vidare vart dei reelle materialparametrane for Kerto-Q platene implementert i den numeriske modellen til prototyp. Resultatet av denne implementeringa var eit redusert avvik på 4,9 % for Mode 1. I tillegg vart også bidrag til stivheita frå fuktendringar for alle komponentane lagt til. Dette ga eit numerisk resultat som var svært nær det eksperimentelle. Generelt såg ein at den numeriske modellen vart betraktelig utbetra ved å bruke optimaliserte materialparametrar. Dette viser at materialparametrane som blir brukt i den numeriske modellen er svært viktig for det numeriske resultatet. Dersom komponentane sine materialparametrar avviker mykje frå anbefalte middelveiar kan dette påverke resultatet. Det er difor avgjerande og ha nøyaktige materialdata for å få gode resultat frå den numeriske modellen.

Det vart også gjort ei analytisk utrekning for Mode 2 da denne modeforma er svært lik ein fri-fri bjelke sin fyrste Mode. Analytisk utrekning ga ein eigenfrekvens på 38,69 Hz for Mode 2.

Samanliknar ein denne med numerisk- og eksperimentelle resultat vart avvika 21,1 % og 17,5 %. Dette er eit betrakteleg større avvik enn for det numeriske, som er 0,1 %. Dette viser at analytisk metode ikkje er tilstrekkeleg nøyaktig for dette tilfellet.

Den optimaliserte numeriske modellen for prototyp vart så samanlikna med resultat for deformasjonsmålingar, med punktlast på rand- og midtre feltbjelke, utført av Bjørge og Kristoffersen (2017). Randkravet «*BCXP*» vart nytta i simuleringa for punktlastene. Punktlasta vart fordelt over eit areal på 200x256 mm som svarar til størrelsen på lastskiva nytta i laboratoriet. For punktlast på randbjelke var avviket mellom eksperimentelle og numeriske resultat aukande i mm, men det heldt seg stabilt i prosent for aukande punktlast. For midtre feltbjelke auka både avviket i mm og i prosent for aukande last. Avviket var her opp mot 40 %. Ved påføring av last på midtre feltbjelke var avviket for deformasjonsmålinga under punktlasta omtrent 0,03 mm for alle seks målingane. Dette blir vurdert som svært gode numeriske resultat. Randbjelken viser same resultat som for midtre feltbjelke når punktlasta blir påført randbjelken. Om ein summerer opp resultatet viser dei to ulike punktlastene dei same tendensane. Ved deformasjonsmåling rett under punktlast er avvika mellom numeriske- og eksperimentelle resultat små, og resultata gode for den numeriske modellen. Ved deformasjonsmåling i avstand frå punktlast vil avvik mellom numerisk- og eksperimentelt arbeid auke. Grunnen til dette kan vere at måleutstyret ikkje klarar å fange opp deformasjonen korrekt, når det er snakk om så små deformasjonar.

6 Konklusjon

Målet med denne masteroppgåva har vore å utvikle ein modell med bruk av elementmetoden for trebaserte dekker med lange spenn. Masteroppgåva inngår som ein del av forskingsprosjektet WoodSol der målet er og utvikle eit industrielt konstruksjonssystem. Det er blitt brukt numerisk analyse for å beskrive ein eksisterande prototyp. Dette for å finne ein numerisk modell i Abaqus som representerer røynda godt. Det vart difor sett i gang ein optimaliseringsprosess med eksperimentelt arbeid og bruk av optimaliseringsverktøy, blant anna Isight.

Ved evaluering av Kerto-Q plater sine middelvdiar i laboratoriet kom det fram at desse var for låge i dei aktuelle platene. Materialparametrane for Kerto-Q platene vart derfor optimalisert før dei vart implementert i prototyp. Kombinasjon av elementtype- og størrelse vart også vurdert for å kome fram til best mogleg resultat med minst mogleg bruk av datakraft. Komponentane i prototyp hadde auka materialparametrar grunna redusert fuktinnhald. Ved implementering av optimaliserte materialparametrar såg ein at den numeriske modellen vart betydeleg forbetra. Mode 2 er spesielt godt representert samanlikna med eksperimentelt resultat. Dette tyder på at stivheita i lengderetninga til dekket stemmer godt overeins med faktisk stivheit til prototyp. For modar med svingingar i lengde- og breidderetning har den numerisk modell framleis forbetningspotensial.

Prototyp dekket representera ikkje det gjennomsnittlege dekket av denne typen. Grunnen til dette er at materialparametrane for komponentane i dekket avvik frå middelvdi materialparametrane. Dette fører til at prototyp er stivare enn det gjennomsnittleg dekke av denne typen. Det kan dermed konkluderast med at gode materialdata og val av kombinasjon av elementtype- og størrelse er avgjerande for å ha ein numerisk modell som stemmer godt overeins med røynda.

7 Vidare arbeid

I vidare arbeid kan talet på feltbjelkar og tjukkelse av desse vurderast. I tillegg kan ein vurdere om massivtre kan nyttast, og om dette kan gi betre resultat enn Kerto-Q i topp- og botnflens. Vinkelen mellom lamellane i massivtreet bør også undersøkjast og eventuelt optimaliserast. Sidan det føreligg ein forbetra parameterisert numerisk modell for trebaserte dekke-element med lange spenn, vil dette gi moglegheit for enkelt å prøve ut ei større mengd kombinasjonar over eit mindre tidsrom.

For utvikling av nye dekke-element bør desse sjekkast opp mot krav til brann, akustikk, vibrasjon og deformasjonar i etasjeskillarar. Komfort og vibrasjonskrav som dekke-elementet bør vurderast opp mot er EC5, Hu & Chui, TRADA og Toratti & Talja. I vidare analyse bør også massen for tiltenkt overgolv for dekke-elementet leggast til i den numeriske modellen, da den påførte eigenvekta vil ha mykje og seie for eigenfrekvensen.

For vidare arbeid vil denne masteroppgåva fungere som eit godt verktøy i vidare utvikling av trebaserte dekke-element med lange spenn.

8 Kjelder

- Bell, K. (2017) *Dimensjonering av trekonstruksjoner*. Fagbokforlaget.
- Bjørge, H. og Kristoffersen, T. (2017) *Konseptstudie av trebaserte komposittdykker med mulighet for innspenning til limtresøyler*. Master.
- CEN (2004) NS-EN 1995-1-2:2004+NA:2010 Eurokode 5: Prosjektering av trekonstruksjoner - Del 1-2: Brannteknisk dimensjonering: European Committee for Standardization, Brussels.
- CEN (2008) NS-EN 1995-1-1:2004+A1:2008+NA:2010. Eurokode 5: Prosjektering av trekonstruksjoner - Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger: European Committee for Standardization, Brussels.
- CEN (2013) NS-EN 14080:2013+NA:2016: Trekonstruksjoner - Limtre og limt laminert heltre - Krav: European Committee for Standardisation
- Chopra, A. K. (2012) *Dynamic of structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering*.
- Conta, S. (2017) *Experimental modal analysis on Woodsol prototype deck*.
- Dahl, K. B. (2009) *Mechanical properties of clear wood from Norway spruce*, - Norwegian University of Science and Technology, Department of Structural Engineering - Trondheim.
- ETA (2014) European Technical Assessment: ETA-11/0137 of 20.06.2014 - Lignatur *Prefabricated wood-based loadbearing stressed skin panels*. Vienne, Austria: Austrian Institute of Construction Engineering.
- Hopperstad, O. S. og Børvik, T. (2015) *Material Mechanics, Part 1*.
- Hu, L. J. og Chui, Y. (2004) Development of a design method to control vibrations induced by normal walking action in wood-based floors, i *Proceedings of the 8th World Conference on Timber Engineering*. s. 217-222.
- Johansson, M. (2016) *Design of timber structures - Structural aspects of timber construction*. Swedish Forest Industries Federation.
- Metsä (2016) Properties of Kerto LVL for FEM calculations, s. 1.
- Metsä (2018a) *Multi-storey timber frame system by Metsä Wood*. Tilgjengeleg frå: <http://www.metsawood.com/global/Products/kerto/applications/Pages/Multi-storey-systems.aspx> [26.04.2018].
- Metsä (2018b) *Kerto LVL Q-panel*. Tilgjengeleg frå: <https://www.metsawood.com/global/Tools/MaterialArchive/MaterialArchive/MW-KertoLVL-Q-panel-datasheet-EN.pdf> [07.05.2018].
- Moelven (2015) *Trä8 - et Pelarbalksystem*. Tilgjengeleg frå: <https://www.moelven.com/Documents/Toreboda/Broschyren/TR%C3%848.pdf> [26.04.2018].
- Nesheim, S. (2018) *Parametric floor element generator for FEA*. NTNU.
- NLM (2015) *Limtreboka*. Norsk Limtreprodusenters Forening.
- SINTEF (2017) *Woodsol*. Tilgjengeleg frå: <http://www.sintef.no/prosjekter/woodsol/> [25.04.2018].
- Stora-Enso (2016) *Building Systems by Stora Enso, Residential multi-storey buildings*. Tilgjengeleg frå: <http://assets.storaenso.com/se/buildingandliving/ProductServicesDocuments/Residential%20Multistorey%20Buildings%20-%20Design%20Manual%20%5Bfinal%202016-06-20%3B%20version%201.4%5D%20EN.pdf> [26.04.2018].
- SwedishWood (2016) *Design of timber structures - Structural aspects of timber construction: Volume 1, Edition 2*. Stockholm.
- Systems, D. (2018) *Isight 5.9*. Tilgjengeleg frå: <https://www.4realsim.com/wp-content/uploads/2016/12/simulia-isight-datasheet.pdf> [22.05.2018].
- Toratti, T. og Talja, A. (2006) Classification of human induced floor vibrations, *Building acoustics*, 13(3), s. 211-221.
- TRE, M. m. (2013) *Treindustriens Lille grønne*. Tilgjengeleg frå: <http://www.trefokus.no/resources/Treindustriens-lille-gronne.pdf> [05.06.2018].
- Treteknisk (2008) *Fokus på tre Nr. 20*. Tilgjengeleg frå: <http://www.treteknisk.no/resources/filer/publikasjoner/fokus-pa-tre/Fokus-nr-20.pdf> [21.04.2018].
- Tørtbygg (2018) *Protimeter Timbermaster*. Tilgjengeleg frå: <http://tortbygg.no/produkter/maleinstrumenter/175-protimeter-timbermaster> [01.06.2018].

- Van der Velden, D. A. og Koch, D. P. (2010) *Isight Design Optimazation Methodologies*. Tilgjengeleg frå: http://www.simulia.com/download/products/Isight_Design_Optimization_Methodologies.pdf [23.04.2018].
- Wagner Electronic Products, I. (1997) *Wagner Model L612 "Digital Recording" Moisture Meter Owner's Manual*.
- Weckendorf, J. *et al.* (2016) Vibration serviceability performance of timber floors, *Holz als Roh- und Werkstoff*, 74(3), s. 353-367. doi: 10.1007/s00107-015-0976-z.
- Woodsol (2017) *Project summary*. Tilgjengeleg frå: <http://www.woodsol.no/reservations/> [12.03.2018].

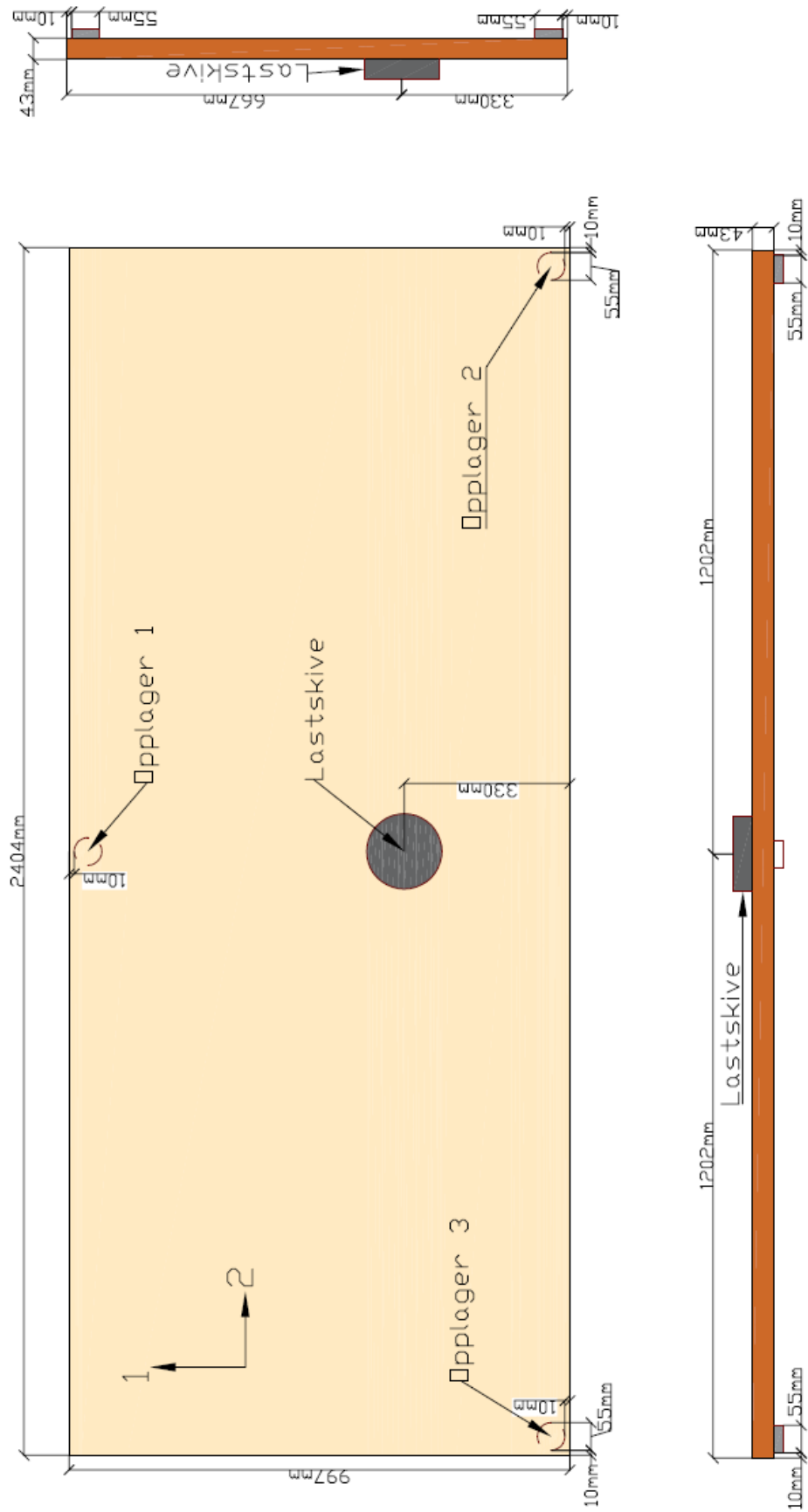


Vedlegg

A Eksperimentelle oppsett

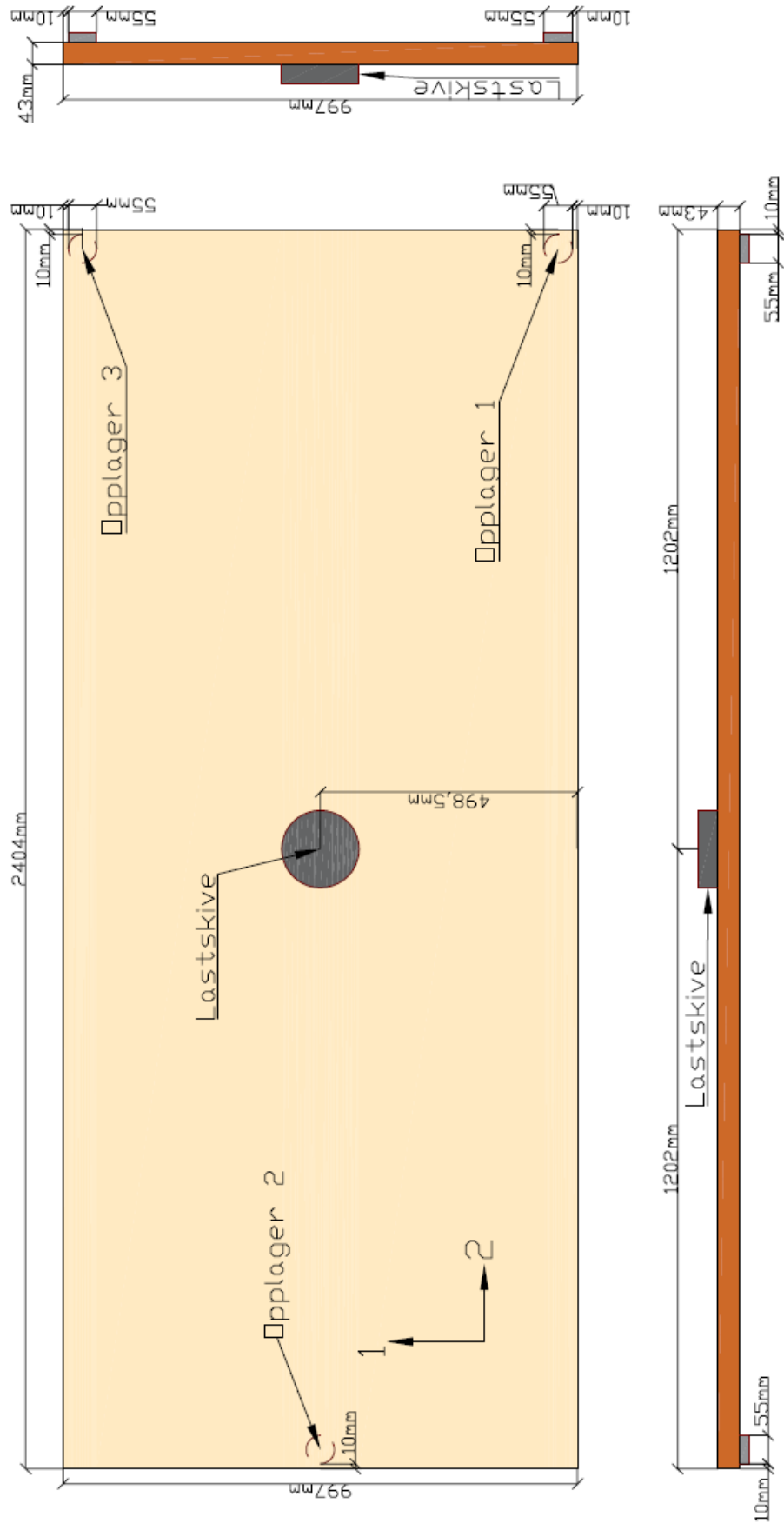
Testoppsett for deformasjonsmålinger for Kerto-Q plater er vist i Figur A.1 – Figur A.4.

Oppsett 1 - 43 mm



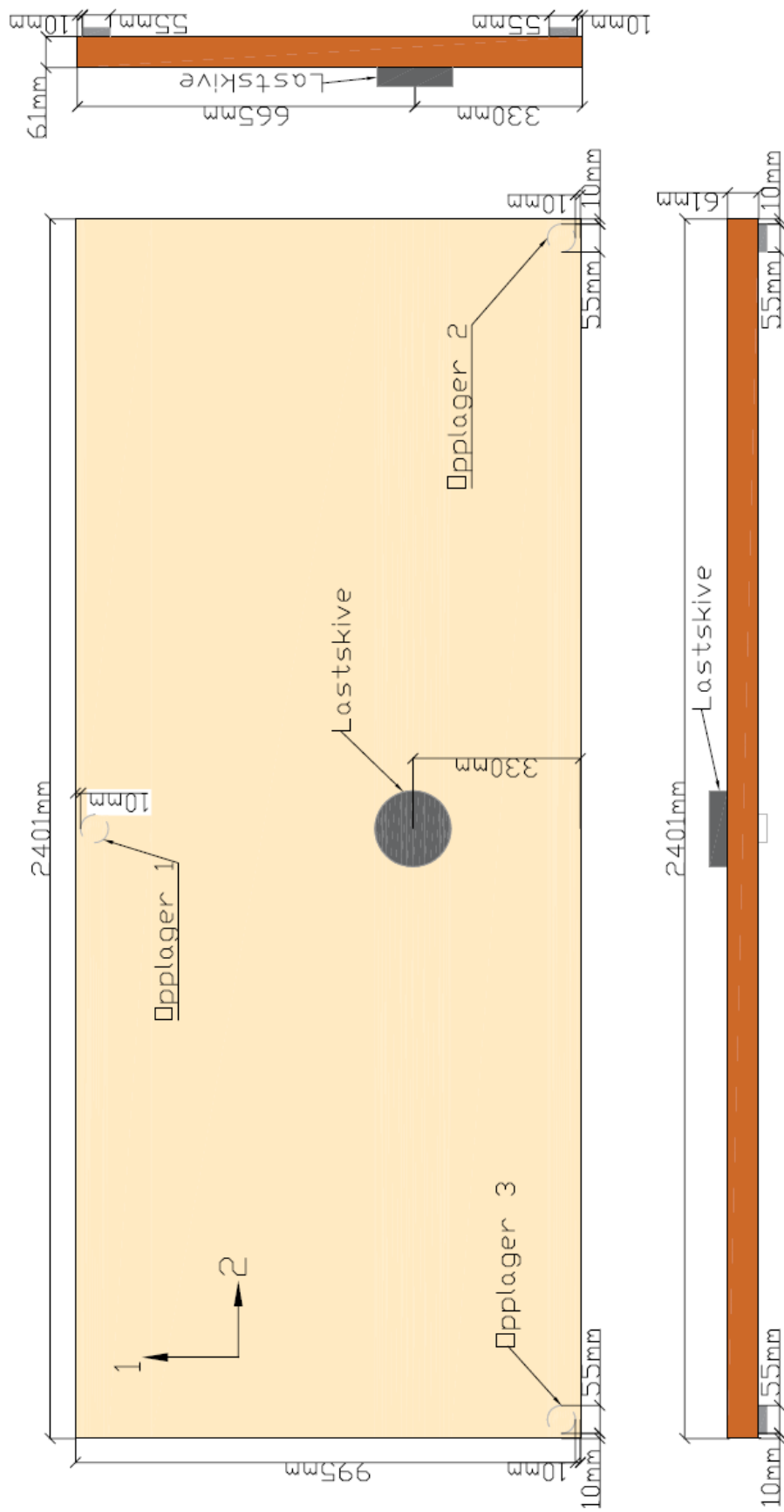
Figur A.1 Oppsett 1 - 43 mm.

Oppsett 2 - 43 mm

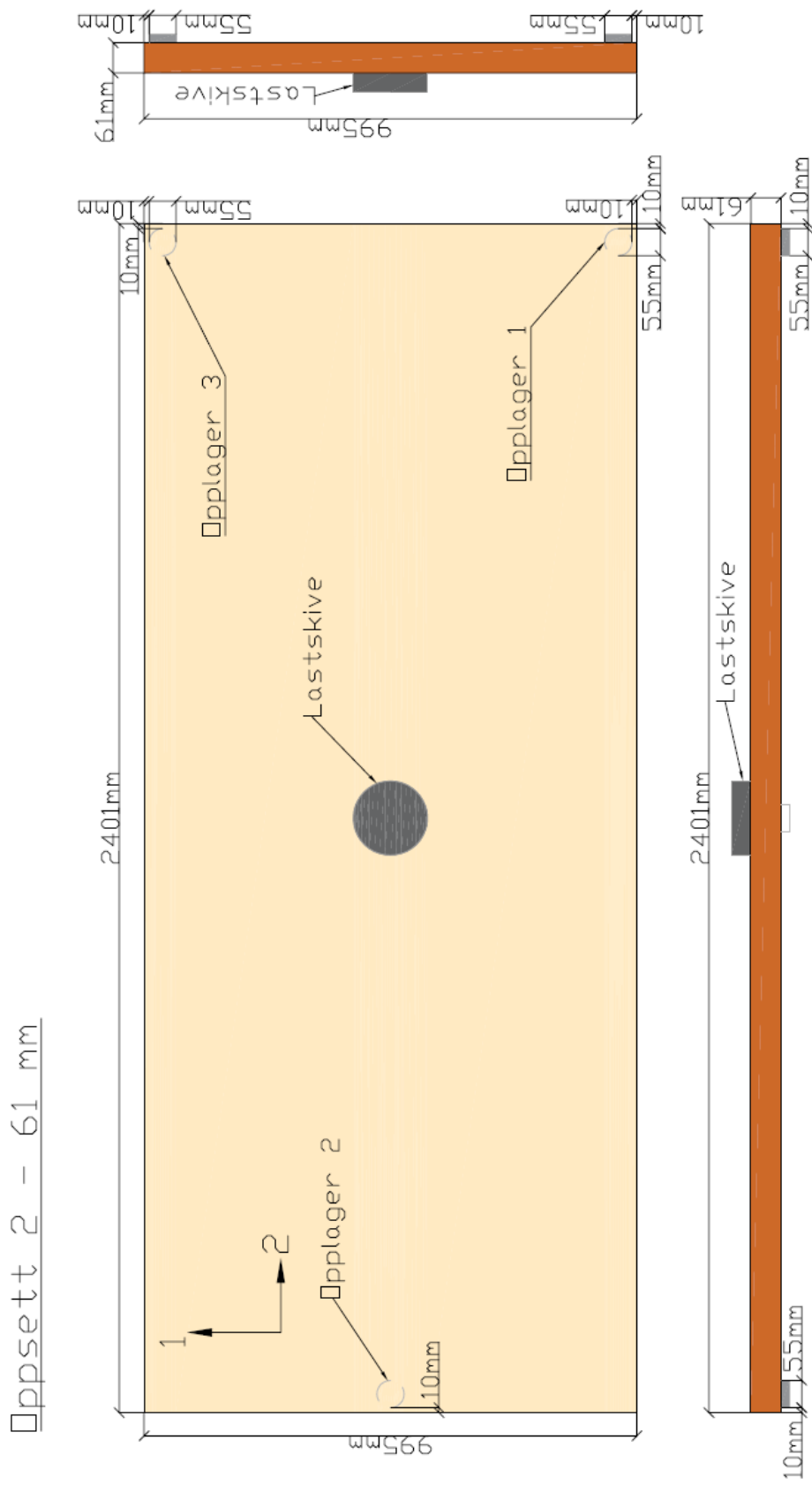


Figur A.2 Oppsett 2 - 43 mm.

Oppsett 1 - 61 mm



Figur A.3 Oppsett 1 - 61 mm.



Figur A.4 Oppsett 2 - 61 mm.

A.2 Deformasjonsmålingar

Tabellane A.1-A.4 viser detaljerte talldata for deformasjonsmålingar på Kerto-Q platene.

Kerto-Q 43 mm - Oppsett 1				
Vekter [kg]	Total belastning [kg]	Deformasjon 7. feb [mm]	Deformasjon 13. mar [mm]	Skilnad
0	0	0	0	0.00 %
5,129	5,129	0,49	0,56	14,3%
10,2	15,329	1,56	1,68	7,7%
10,2	25,529	2,66	2,8	5,3%
10,2	35,729	3,78	3,94	4,2%
10,2	45,929	4,95	5,08	2,6%
10,2	56,129	6,08	6,33	4,1%
10,2	66,329	7,24	7,55	4,3%
10,2	76,529	8,43	8,69	3,1%
10,2	86,729	9,58	9,83	2,6%
10	96,729	10,76	10,94	1,7%
5	101,729	11,31	11,25	0,5%

Tabell A.1 Deformasjonsmåling Oppsett 1 - 43 mm.

Kerto-Q 43 mm - Oppsett 2

Vekter [kg]	Total belastning [kg]	Deformasjon 7. feb [mm]	Deformasjon 13. mar [mm]	Skilnad
0	0	0	0	0,00 %
5,129	5,129	0,79	0,79	0,00 %
10,2	15,329	2,35	2,47	5,1%
10,2	25,529	3,99	4,27	7,00 %
10,2	35,729	5,67	6,09	7,4%
10,2	45,929	7,35	7,88	7,2%
10,2	56,129	9,03	9,63	6,6%
10,2	66,329	10,7	11,34	6,00 %
10,2	76,529	12,42	13,07	5,2%
10,2	86,729	13,9	14,8	6,5%
10	96,729	15,5	16,48	6,3%
5	101,729	16,34	17,34	6,1%

Tabell A.2 Deformasjonsmåling Oppsett 1 - 43 mm.

Kerto-Q 61 mm - Oppsett 1

Vekter [kg]	Total belastning [kg]	Deformasjon 7. feb [mm]	Deformasjon 13. mar [mm]	Skilnad
0	0	0	0	0,00 %
5,129	5,129	0,16	0,13	18,8%
20,2	25,329	0,79	0,8	1,3%
20,1	45,429	1,44	1,51	4,9%
20,2	65,629	2,12	2,22	4,7%
20,15	85,779	2,82	2,95	4,6%
20,1	105,879	3,52	3,64	3,4%
20,2	126,079	4,25	4,38	3,1%
20,2	146,279	4,92	5,1	3,7%
20,2	166,479	5,61	5,81	3,6%
20,3	186,779	6,3	6,53	3,7%
20,5	207,279	7,03	7,25	3,1%

Tabell A.3 Deformasjonsmåling Oppsett 1 - 61 mm.

Kerto-Q 61 mm - Oppsett 2

Vekter [kg]	Total belastning [kg]	Deformasjon 7. feb [mm]	Deformasjon 13. mar [mm]	Skilnad
0	0	0	0	0,00 %
5,129	5,129	0,25	0,23	8,00 %
20,2	25,329	1,25	1,23	1,6%
20,1	45,429	2,24	2,26	0,9%
20,2	65,629	3,23	3,29	1,9%
20,15	85,779	4,25	4,33	1,9%
20,1	105,879	5,27	5,35	1,5%
20,2	126,079	6,26	6,39	2,1%
20,2	146,279	7,28	7,46	2,5%
20,2	166,479	8,29	8,47	2,2%
20,3	186,779	9,33	9,52	2.00 %
20,5	207,279	10,37	10,56	1,8%

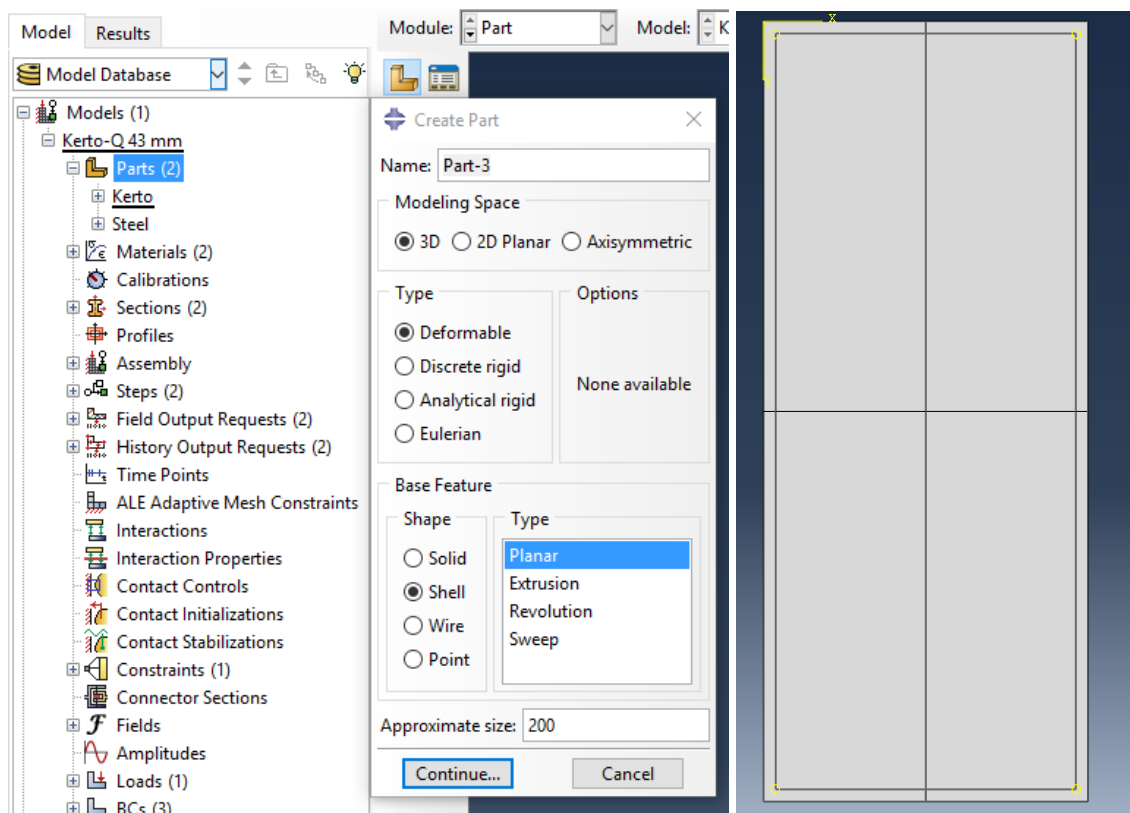
Tabell A.4 Deformasjonsmåling Oppsett 2 - 61 mm.

B Modellering av LVL (Kerto-Q) i Abaqus

Abaqus er eit avansert elementmetode program med mange ulike funksjonar. Dette vedlegget gir lesaren kunnskap om korleis modellering av Kerto-Q plater er utført i Abaqus.

B.1 Komponentar

Komponentane i modellen, Kerto-Q plate og lastskiva, blir definert i *parts*. Dobbelklikk på *parts* i modelltreet. For Kerto-Q og lastskiva blir komponentane definert som «3D, Deformable, Shell, Planar». Vidare blir omrissa til platene teikna. Tjukkelsen blir tileigna seinare. Kerto-Q plata blir delt opp i partisjonar. Dette for å kunne sette stålplata, randkrav og last på riktige punkt seinare. Figur B.1 viser korleis Kerto-Q er definer i *parts*.

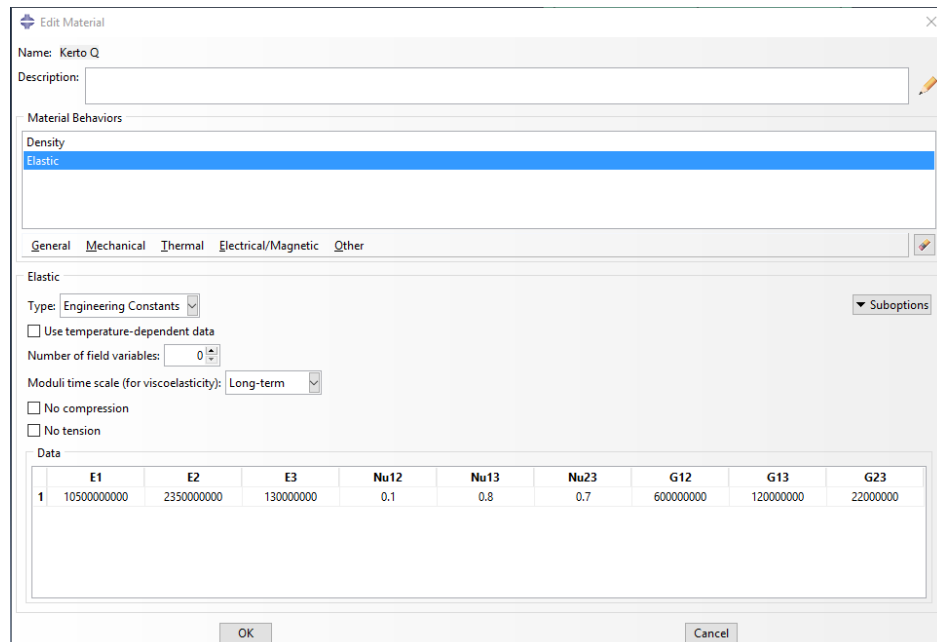


Figur B.1 Modelltreet (t.v), "Create Part"-vindue (m) og Kerto-Q plate med partisjonar (t.h).

B.1 Definisjon av material

Materiala blir definert ved å dobbelklikke på *Material* i modelltreet. For Kerto-Q blir tettheita lagt inn i under «General» og deretter «Mass Density». Kerto-Q platene sine materialparametrar blir lagt inn under «Mechanical», og «Elastic, Engineering Constants» blir valt. Ni materialparametrar blir lagt inn, som vist i Figur B.2.. For stålplata blir det valt

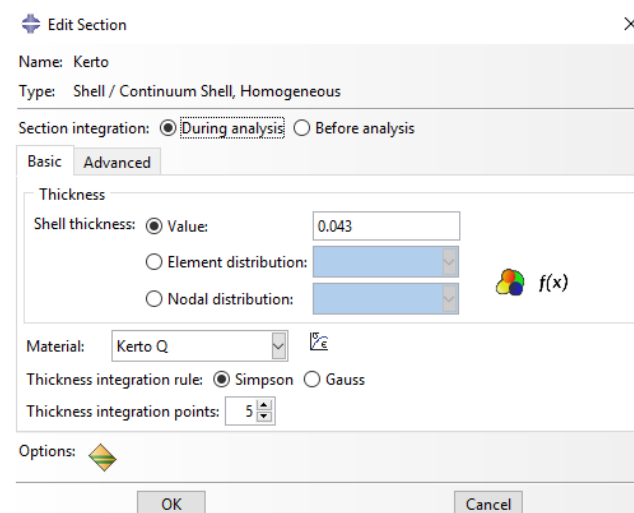
«Elastic, Isotropic» og to materialparametrar blir lagt inn. Det blir ikkje lagt inn tetthet på stålplata, då eigenvekta blir påført som last ved seinare høve.



Figur B.2 "Edit Material"-vindue. Young's modul, Poisson rate og skjærmodul for materialet blir skrive inn.

B.2 Definisjon av tverrsnitt

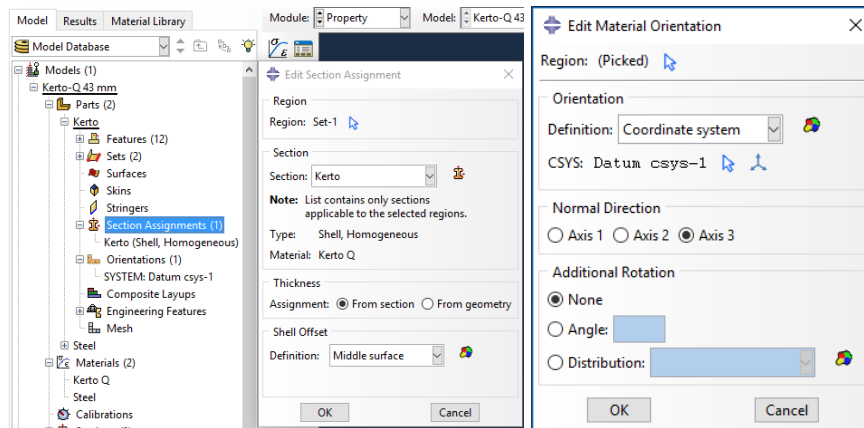
Dobbelklikk på «Sections» i modelltreet for å lage tverrsnitt. «Edit Section»- vindaug dukkar då opp, som vist i Figur B.3. Vel «Shell, Homogeneous» og skriver inn tjukkelsen på tverrsnittet og vel kva material tverrsnittet skal bestå av.



Figur B.3 "Edit Section"-vindaug. Tjukkelsen av tverrsnittet blir skrive inn og materialet blir valt.

B.3 Tileigning av tverrsnitt og materialorientering til komponentane

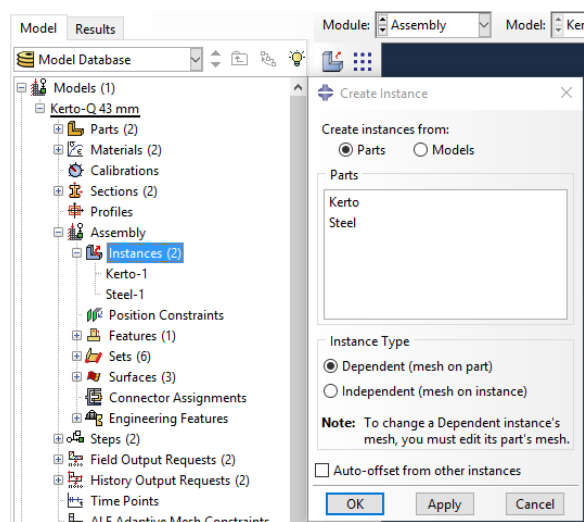
Tverrsnitt blir tileigna komponentane under «parts» og «Section Assignments» i modelletreet. Komponentene blir valt i modellvindaue, og riktig tverrsnitt blir valt under «Edit Section Assignment». Rett under «Section Assignment» er «Orientations», her blir komponenten tileigna materialorienteringa. Figur B.4 viser korleis dette er gjort.



Figur B.4 "Modelltreet", "Edit Section Assignment"- og "Edit Material Orientation"-vindaue. Kerto-Q plata blir tileigna tverrsnitt og materialorientering.

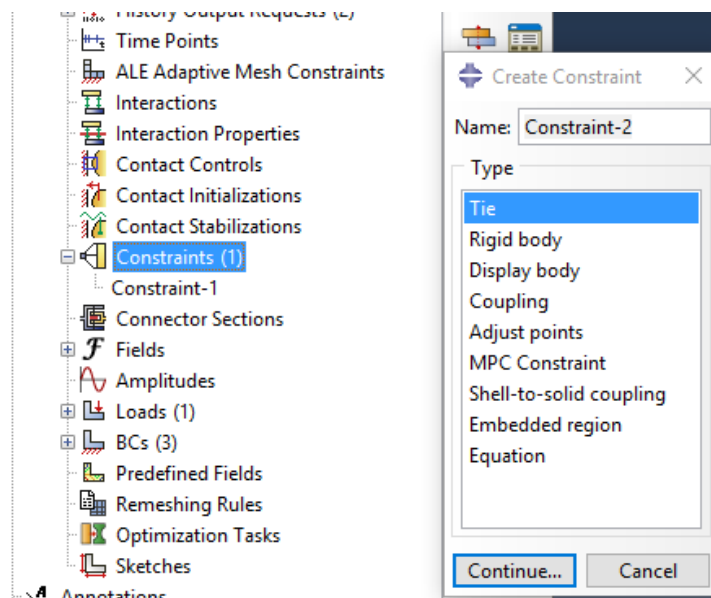
B.4 Samla komponentane

Samling av komponentane blir gjort i «Assembly» og «Instances» i modelletreet. Dobbelklikk på «Instances» og velg komponentane. Vel «Instance» type «Dependant», som vist i Figur B.5. Komponentane blir så delt inn i element kvar for seg under «Parts». Plasserer så stålplata på riktig plass på Kerto-Q plata.

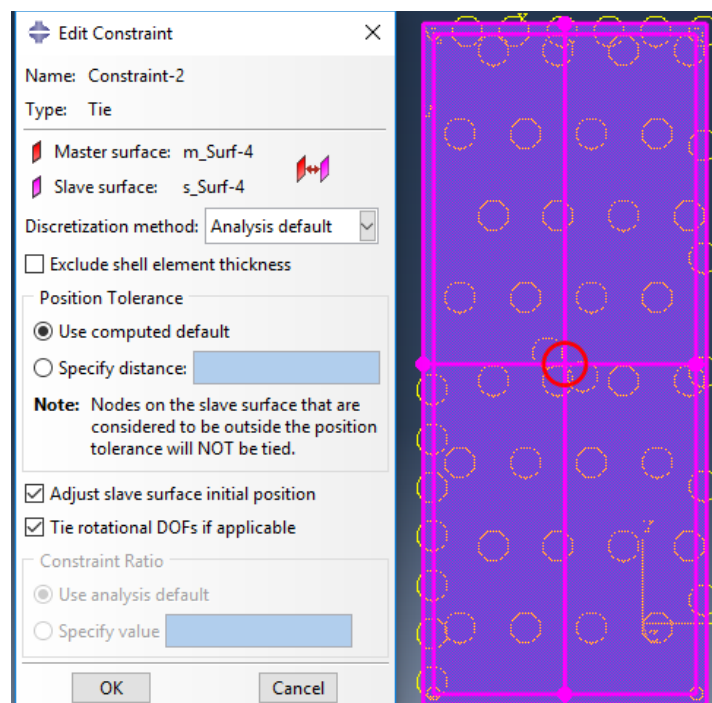


Figur B.5 Modelltreet og "Create Instance"-vindaue. Komponentane blir samla.

Vidare blir set ein avgrensing til lastskiva og Kerto-Q plata under «*Constraint*» i modelltreet, vist i Figur B.6 og B.7. Dette for å feste komponentane saman. Dobbelklikk på «*Constraint*» og vel «*Tie*» og «*Continue*». Vel «*master type , Surface*» og trykk på stålplata i modellvindauget. Kerto-Q plata blir vidare valt som «*slave surface*».



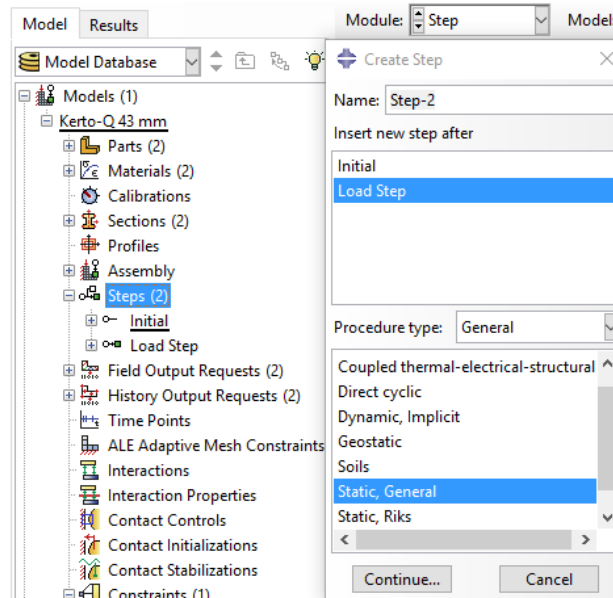
Figur B.6 Modelltreet og "Create Constraint". Komponentane blir knytt saman.



Figur B.7 "Edit Constraint". Komponentane er knytt saman der stålplata er "Master surface" og Kerto-Q plata er "Slave surface".

B.5 Definerings av steg for påføring av last

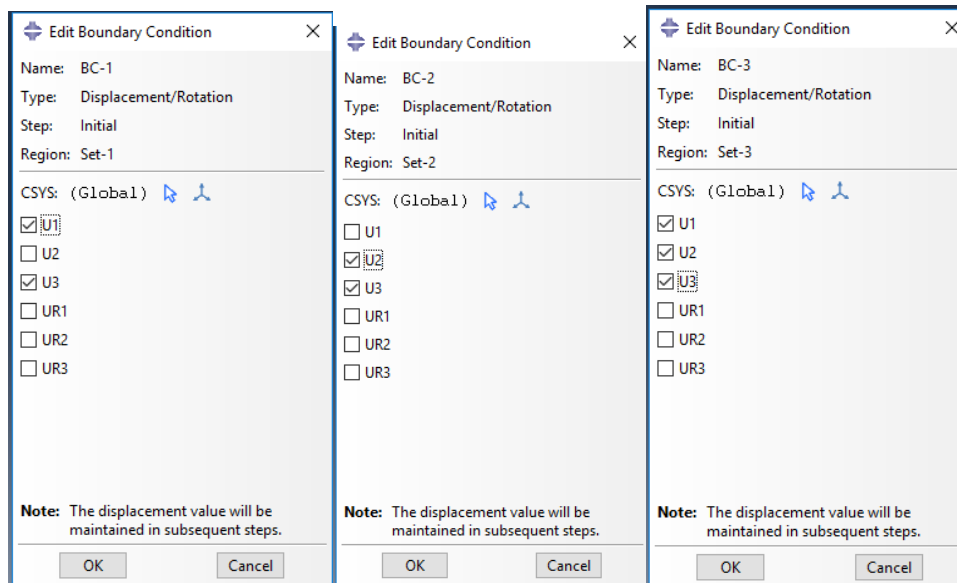
Under «Steps» blir utrekningsstega for analysen definert. Dobbelklikk på «steps» i modelltreet. «Create Step»- vindauget kjem då opp slik som vist i Figur B.8. Her velges «procedure type» «General» og «Static, general».



Figur B.8 Modelltreet og "Create Step"-vinduet. Under "Create Step" blir utrekningsstega for analysen definert.

B.6 Randkrav

Randkrava blir definert under «BCs» i modelltreet. Klikk på «BCs» og «Create Boundary Condition» vindauget kjem opp. Vel «Mechanical» og «Displacement/Rotation». Vidare blir opplegga definert ved å velje punkt og angi kva friheitsgrader som skal fastholdast. For Kerto-Q platene blir det valt tre forskjellige randkrav som vist under i Figur B.9. BC-1 er Opplager 1, BC-2 er Opplager 2 og BC-3 er Opplager 3. Namna referer til opplagera i Figur A.1-A.4



Figur B.9 "Edit Boundary Condition"-vinduget. Randkrava for Kerto-Q plata blir definert med tre forskjellige randkrav.

B.7 Last

Laster blir definert ved å klikke på «Loads» i modelltreet. «Create loads» kjem då opp. For Kerto-Q platene blir det brukt ei flatelast. Det blir derfor valgt «pressure» og lastskiva blir deretter valt i modellvinduget. For «Distribution» vart «Uniform» valt og i «Magnitude» vart den fordelte lasta skrive inn.

B.8 Elementinndeling

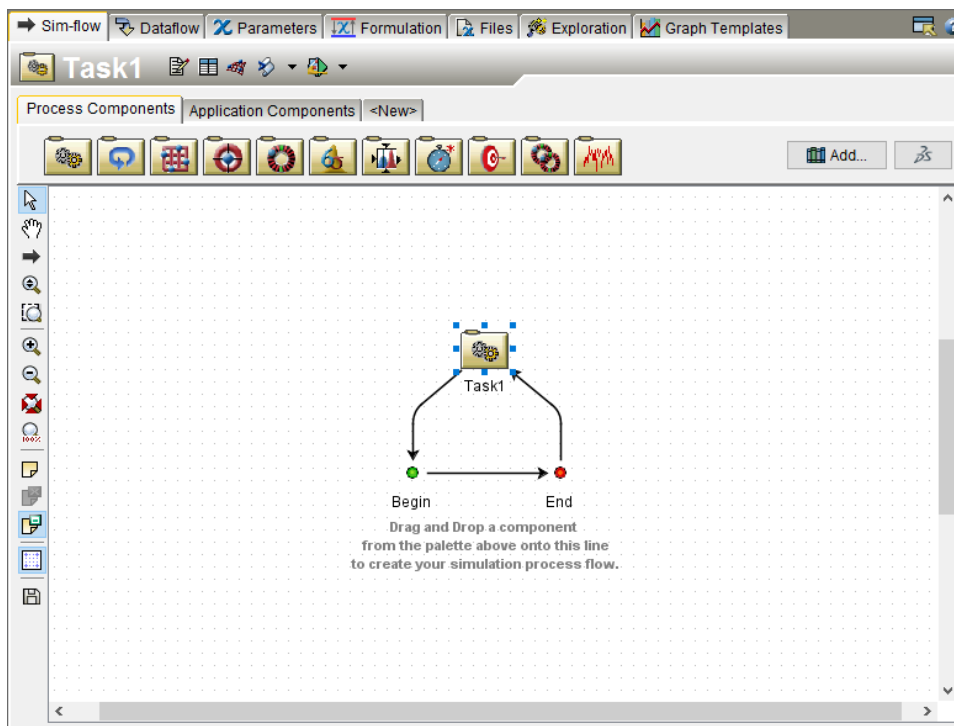
Komponentane blir «mesha» under «part» i modelltreet. Fyrst angir ein elementtype for komponentane. Det blir valt skallelement av typen S4R. Elementstørrelse blir definert under «Seed» → «Part» i verktøylinja. «Global Seeds» vindauget kjem opp og ynskt elementstørrelse blir skrive inn i «Apporoximate global size». For å «meshe» komponenten trykker ein på «Mesh» → «Part» i verktøylinja og deretter «OK to mesh the part» → «Yes».

C Framgangsmåte for optimaliseringsverktøyet

I dette kapittelet blir framgangsmåten for optimaliseringsverktøyet presentert. Vedlegget har som hensikt å gi lesaren kunnskap om korleis verktøyet er nytta og dermed gjere oppgåva mogleg og etterprøve. I optimaliseringsprosessen er Isight og fleire av programmets funksjonar nytta som verktøy. Framgangsmåten er presentert under. Avslutningsvis blir resultatet frå optimaliseringsresultatet oppsummert og samanlikna mot eksperimentelle resultat.

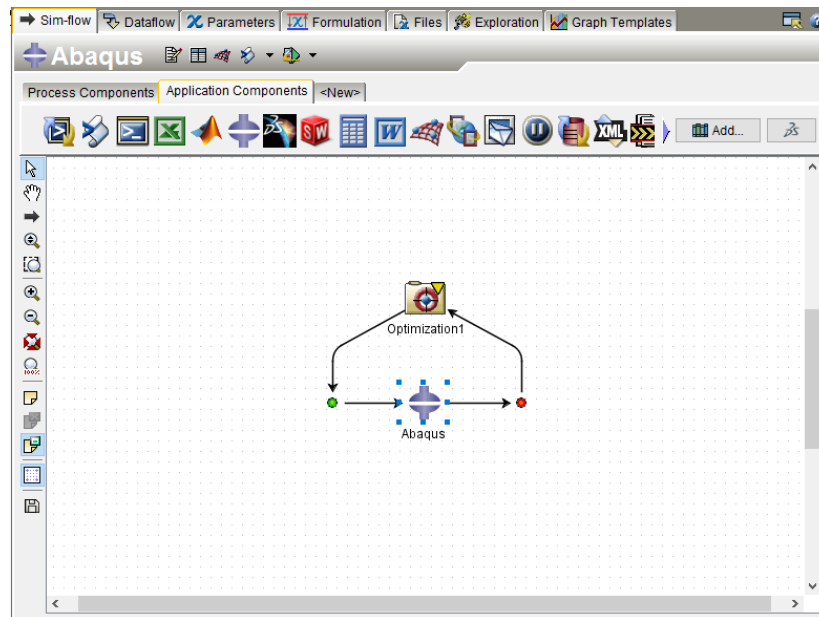
C.1 Framgangsmåte i Isight

For å starte optimaliseringsprosessen opnar ein programmet Isight. Vindauget «*Isight Design Gateway*» kjem då opp, som vist i Figur C.1.



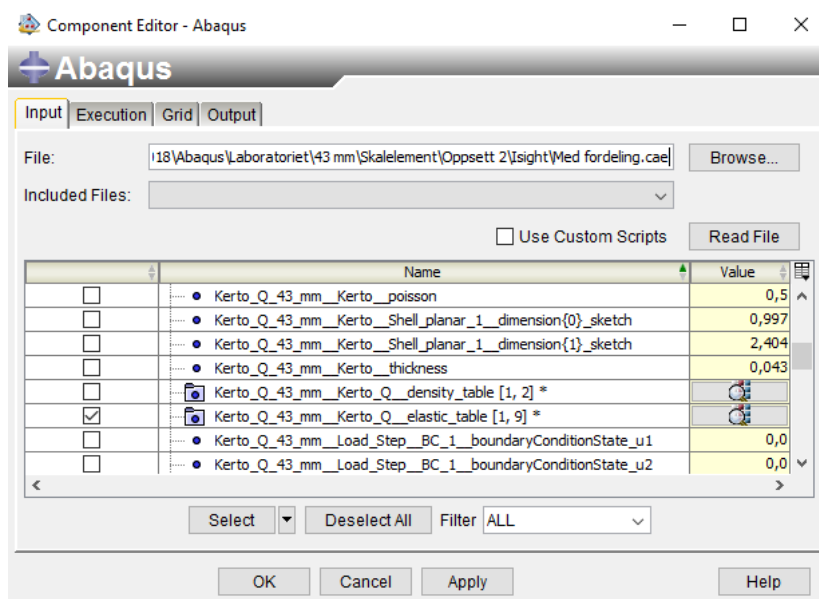
Figur C.1 "Isight Design Gateway"-vindauget.

Til å optimalisere materialparametrane blir «*Optimization1*» valt. Verktøyet blir dratt inn til «*Task 1*». Vidare blir Abaqus verktøyet dratt inn, som vist i Figur C.2. Abaqus verktøyet ligg under fana «*Application Component*». Når optimaliseringsverktøyet og programvaren er dratt inn, skal «*Sim-flow*» sjå ut som i Figur C.2.



Figur C.2 "Sim-flow" med "Optimization1" og "Abaqus" verktøy.

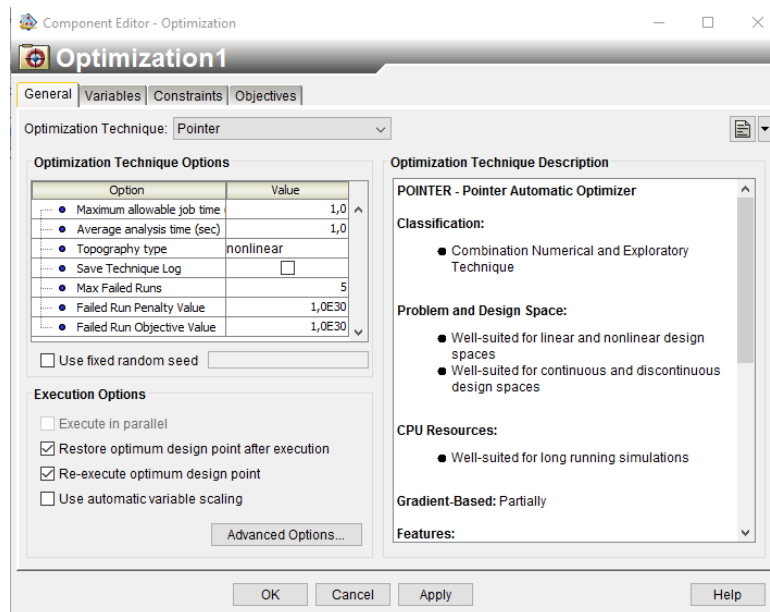
Dobbelklikk på «Abaqus». «Component Editor – Abaqus» - vindauget kjem då opp. I «Input»-fana lastast Abaqus- fila som skal optimaliserast inn. Trykk vidare på «Read File», og input-fila blir lasta inn. Kryss av for materialparametrane som skal endrast.



Figur C.3 "Component Editor - Abaqus"-vindaug. Input parametrane blir valt.

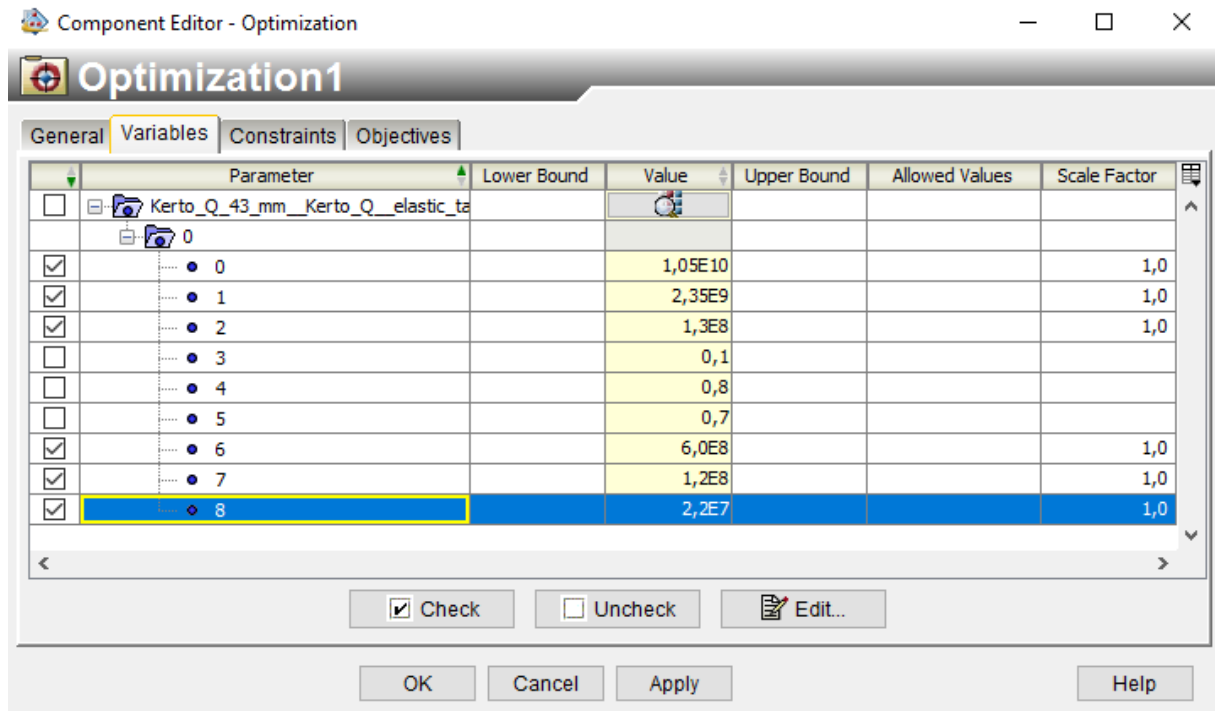
Under «Execution»- fana fjern haken på «Save Output File to Database». Dette for å hindre at lagringa på datamaskina blir fylt opp da Isight produserer store mengder data. Under «Output»-fana velger ein «odb-fila» for Abaqus fila som skal optimaliserast. Les fila slik som for «Input». Kryss av for output-parameteren som skal optimaliserast. Trykk deretter «OK».

Dobbelklikk på «*Optimization 1*». «*Component Editor-Optimization*»-vindauget kjem då opp. I fana «*General*» endrast optimaliseringsteknikken til «*Pointer*», som vist i Figur C.4.



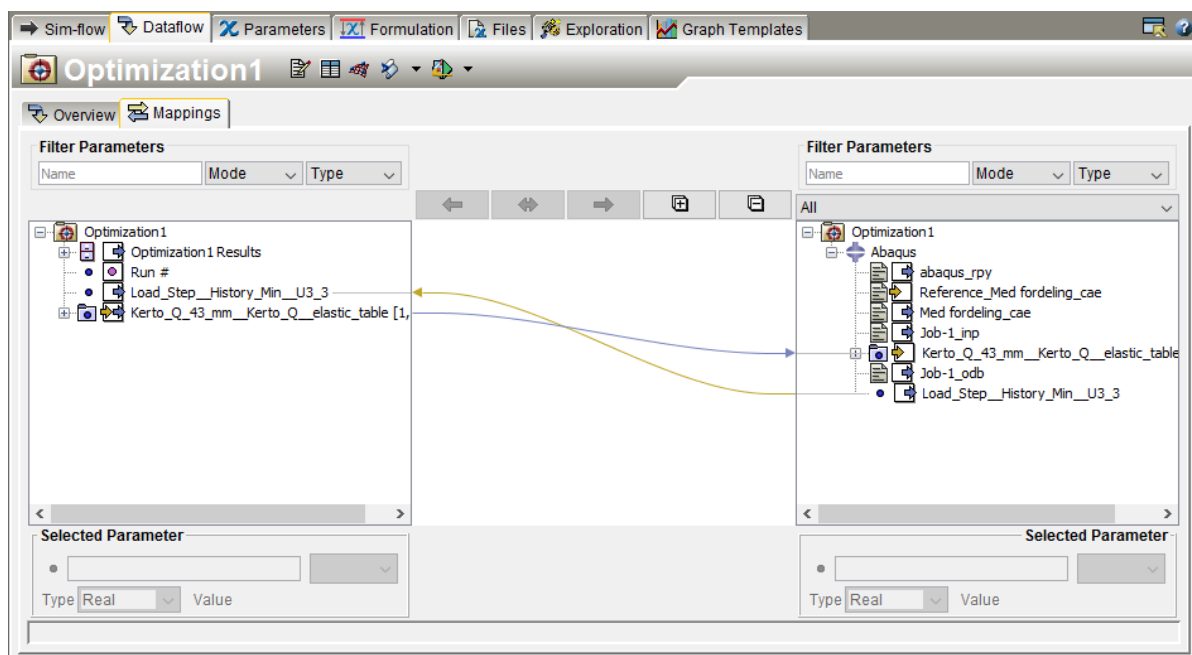
Figur C.4 "Component Editor - Optimization"- vindauget. Optimaliserings algoritme, samt køyretid blir valt.

I tillegg under «*Optimization Technique Options*» endrast maksimal køyretid til ynskt tid. Det er valt 6 timar for optimalisering av platene. Under fana «*Variables*» kryss av for materialdataene som skal endrast. For optimalisering av platene vel ein alle E- og G-modular, som vist i Figur C.5. I tillegg blir avgrensingane for materialparametrane lagt inn, samt kva verdiar som er moglege. Pass på at verdien som ligg inne i «*Value*» er ein av verdiane i «*Allowed Values*» elles blir det feilmelding.



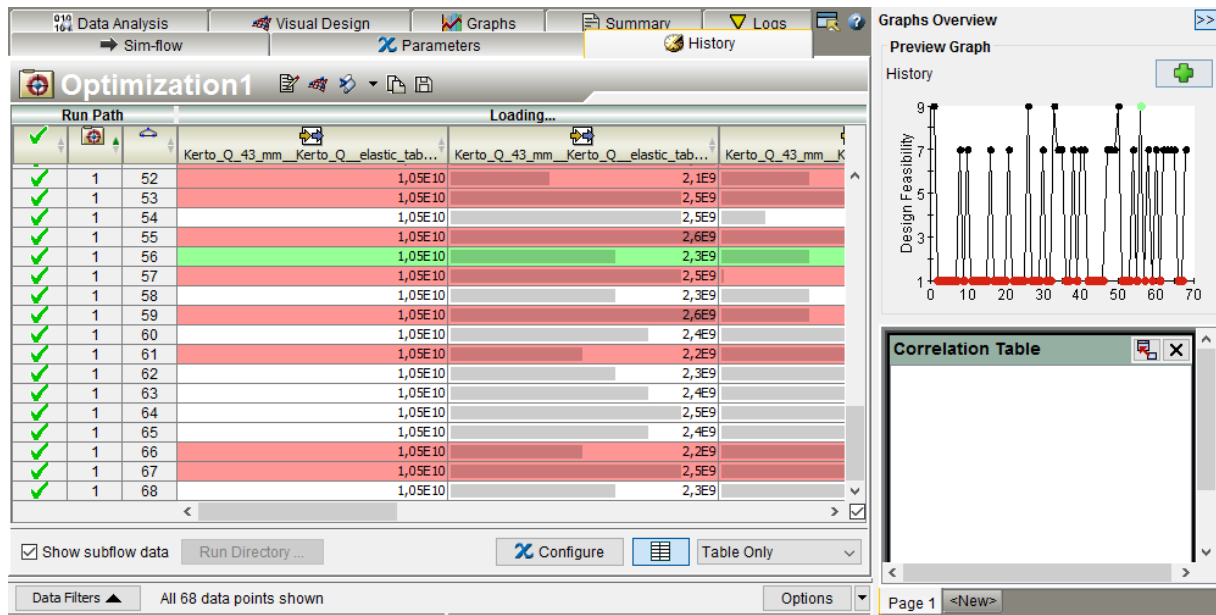
Figur C.5 "Component Editor - Optimization"- vindauget med "Variables"-fana. Inputparametrane som skal optimaliserast blir valt.

Under «Constraints»-vindaugget vel ein output parameterens øvre- og nedre grense. I fana «Objectives» kryssast outputparameteren av og ein vel «target» under «Direction». Skriv inn resultat frå laboratoriet, som «Target»-verdi. Trykk «OK». Optimaliseringsfila er no klar. Sjekk først under fana «Dataflow» at flyten av data er som vist i Figur C.6.



Figur C.6 Dataflyt i optimaliseringsprosessen i Isight.

Trykk videre på «Run the model». «Isight Runtime Gateway»- vindauget opnar seg og optimaliseringa er i gang.

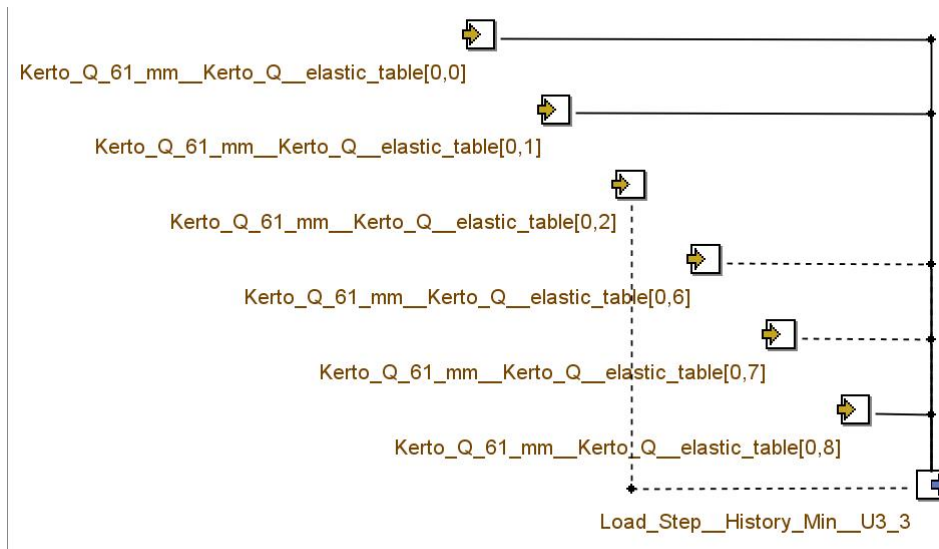


Figur C.7 "Isight Runtime Gateway"-vindaug i optimaliseringsprosessen.

Figur C.7 viser korleis vindaug ser ut etter fleire køyringar. Grøn linje gir den beste kombinasjonen av materialparametrar for ønska output. Kvitt gir mogleg kombinasjon av materialparametrar som gir output innanfor avgrensinga som er satt. Raud er materialparametrar som gir output som ikkje tilfredsstillar kravet som er satt.

C.2 Korrelasjonskart

Korrelasjonskarta for platene og oppsetta er like og er vist i Figur C.8. Dette gir ein god illustrasjon av dataflyten i programvaren. Korrelasjonstabellen ligger under fana «Data Analysis» og «Correlation Map» i «Isight Runtime Gateway» vindaug.



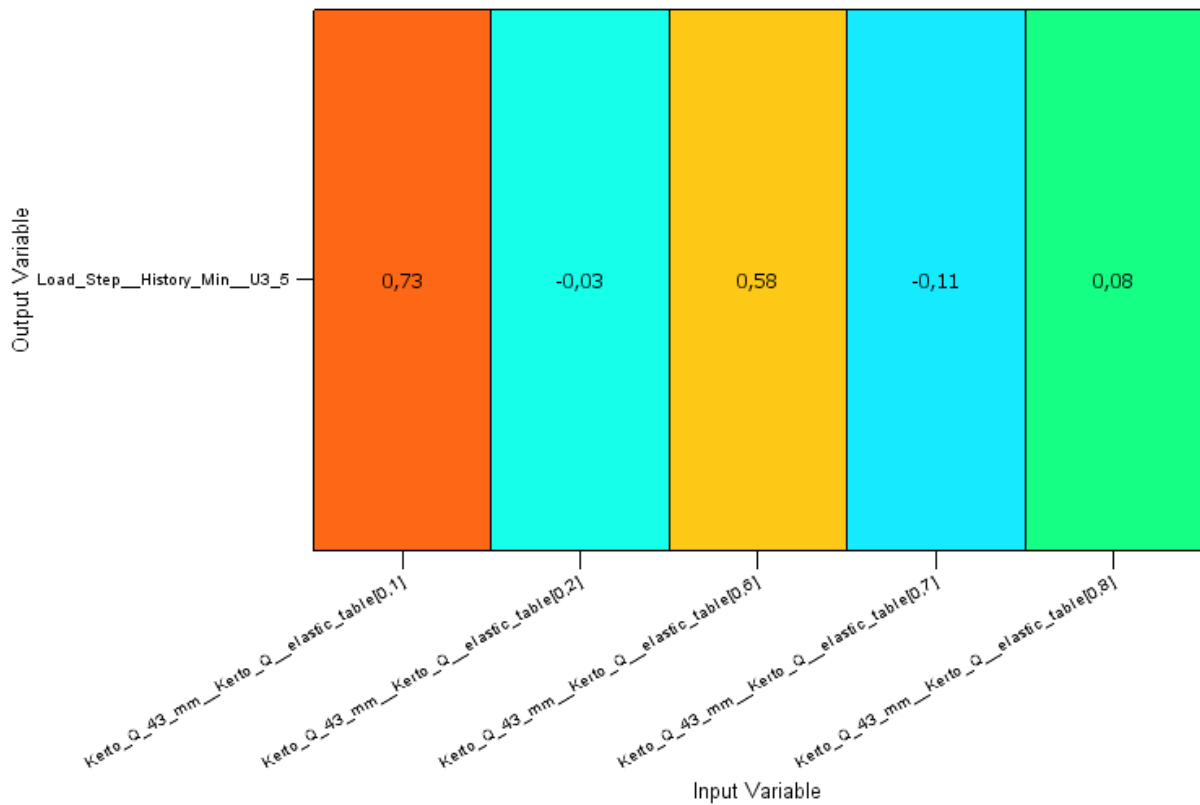
Figur C.8 Korrelasjonskart for optimaliseringsprosessen.

C.3 Korrelasjonstabell

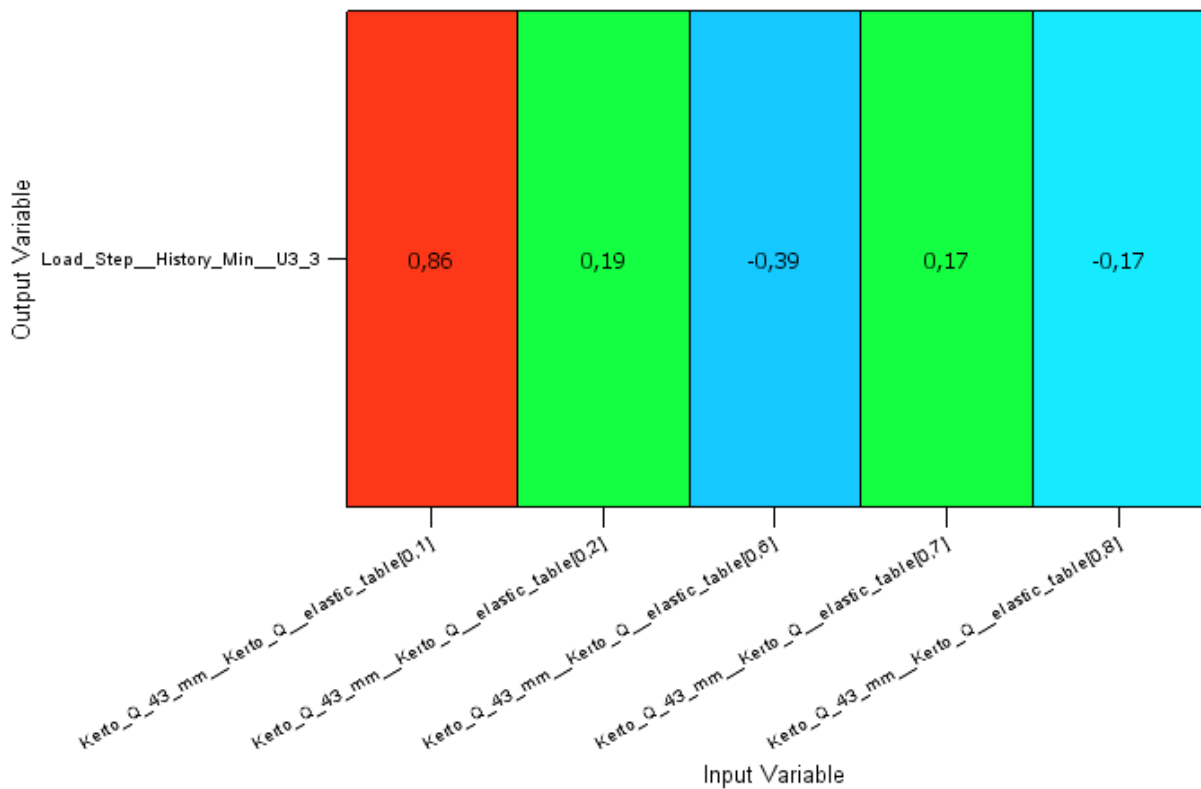
Korrelasjonstabellen ligger under fana «*Data Analysis*» og «*Correlation Table*» i «*Isight Runtime Gateway*» vindauget.

Korrelasjonstabellen viser i kor stor grad input variabelen påvirker outputvariabelen. Stor korrelasjonskoeffisient gir større påverknad enn liten. Positiv korrelasjonskoeffisient påvirker output verdien positivt, mens negativ korrelasjonskoeffisient påvirker output verdien negativt.

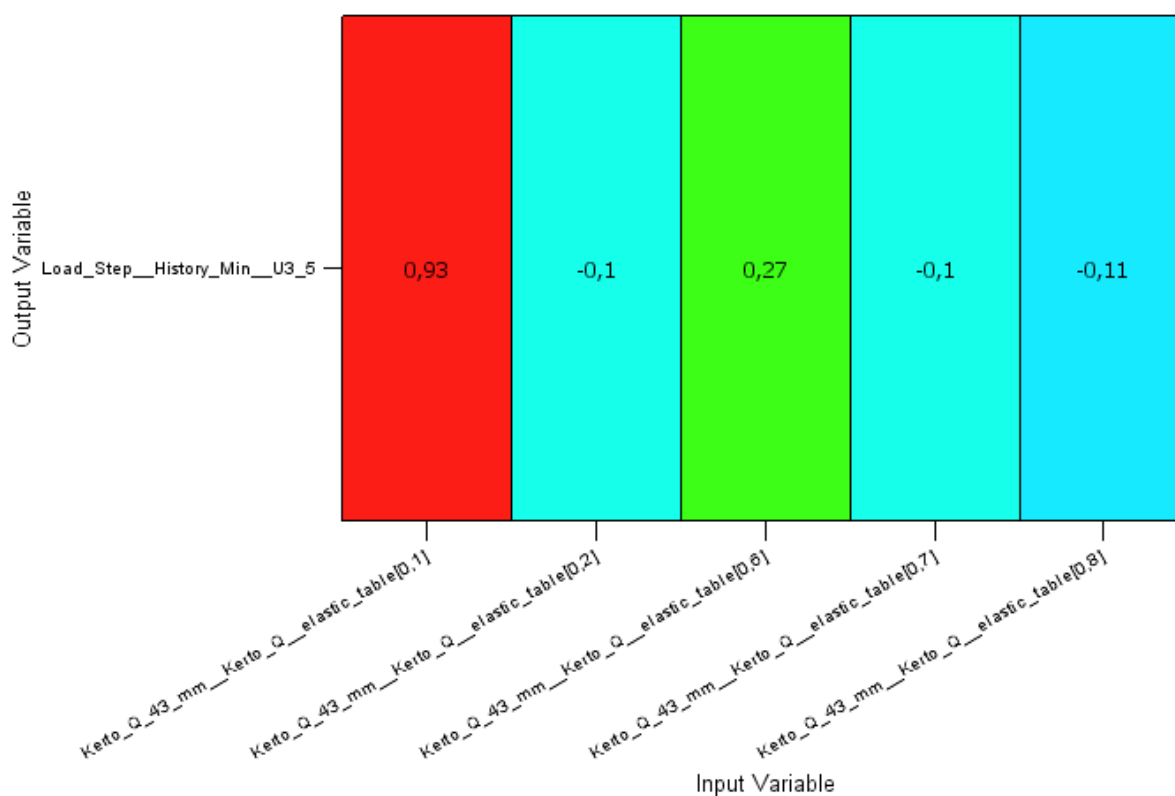
Korrelasjonstabellane frå optimalisering av Kerto-Q er vist i Figur C.9-C.12. E_1 er utelukka frå korrelasjonstabellane då justering av denne materialparameteren vart utelukka, då justering av denne har lite å sei for resultatet samanlikna med andre parametrar.



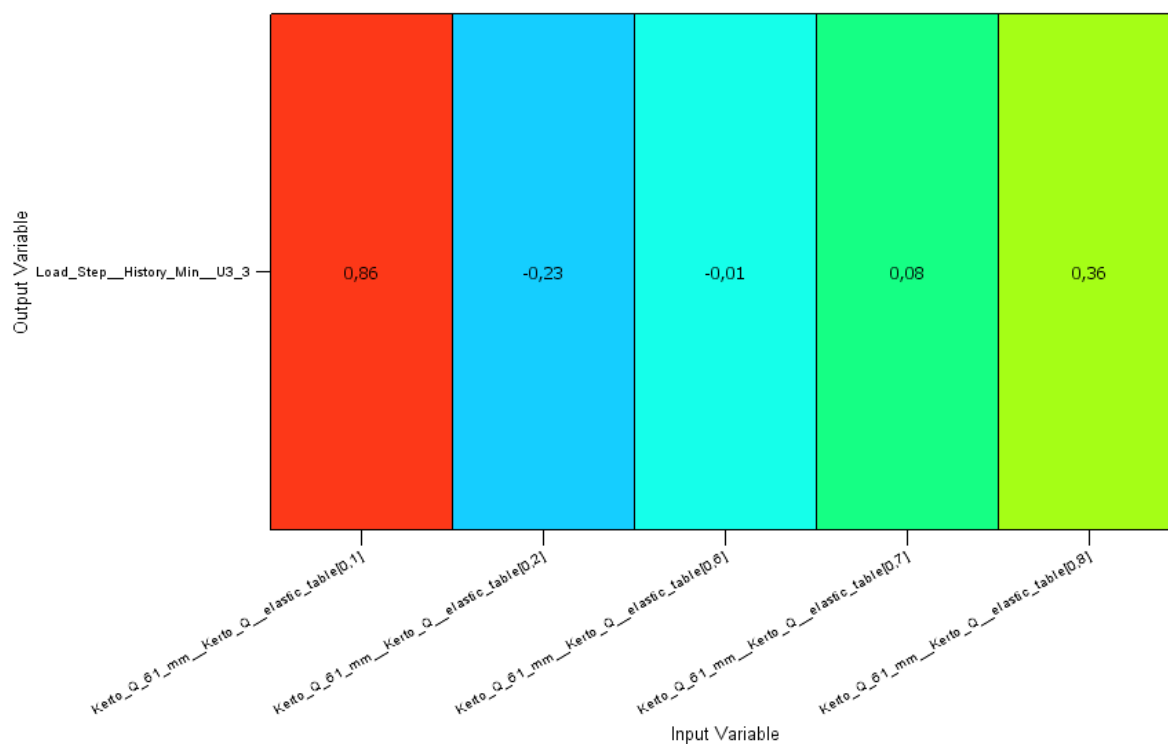
Figur C.9 Korrelasjonstabell Kerto-Q 43 mm, Oppsett 1.



Figur C.10 Korrelasjonstabell Kerto-Q 43 mm, Oppsett 2.



Figur C.11 Korrelasjonstabell Kerto-Q 61 mm, Oppsett 1.



Figur C.12 Korrelasjonstabell Kerto-Q 61 mm, Oppsett 2.

Korrelasjonstabellane viser for alle tilfella at justering av E_2 har mest å seie for nedbøyninga.

C.4 Resultat frå optimalisering av LVL (Kerto-Q)

Dei optimaliserte materialparametrane frå optimaliseringsprosessen er vist under.

	Nedbøyning Kerto-Q 43 mm		
	Eksperiment	E-mean	E-opt
Oppsett 1	11,31 mm	12,68 mm	11,21 mm
Oppsett 2	16,34 mm	18,90 mm	16,28 mm

Tabell C.1 Nedbøyning Kerto-Q 43 mm.

	Nedbøyning Kerto-Q 61 mm		
	Eksperiment	E-mean	E-opt
Oppsett 1	7,03 mm	9,73 mm	7,23 mm
Oppsett 2	10,37 mm	14,01 mm	10,12 mm

Tabell C.2 Nedbøyning Kerto-Q 61 mm.

	Avvik frå eksperimentelle resultat - Kerto-Q 43 mm	
	E-mean	E-opt
Oppsett 1	12,1 %	0,9 %
Oppsett 2	15,7 %	0,4 %

Tabell C.3 Avvik frå eksperimentelle resultat, Kerto-Q 43 mm.

	Avvik frå eksperimentelle resultat - Kerto-Q 61 mm	
	E-mean	E-opt
Oppsett 1	38,4 %	2,8 %
Oppsett 2	35,1 %	2,4 %

Tabell C.4 Avvik frå eksperimentelle resultat, Kerto-Q 61 mm.

D Analytisk utrekningar

Analytiske utrekningar er utført i programmet Mathcad 15. Vedlegget viser detaljer utrekning for Mode 2.

Geometri dekket

$$\begin{aligned} \text{Breidd} &:= 2.4\text{m} & h_f &:= 0.042\text{m} & b_w &:= 0.066\text{m} & b_{w,r} &:= 0.140\text{m} \\ \text{Lengd} &:= 9.0\text{m} & L_s &:= 0.872\text{m} \end{aligned}$$

Effektiv breidd topplate og botnplate

For midterste S-bjelke

$$b_{c,ef,s} := \min \left(\begin{array}{l} 0.1L_s \\ 20h_f \\ 0.499\text{m} \end{array} \right) = 0.499\text{m}$$

$$b_{ef,s} := b_{c,ef,s} + b_w = 0.565\text{m}$$

For dei to andre S-bjelkane

$$b_{c,ef,s1} := \min \left(\begin{array}{l} 0.1L_s \\ 20h_f \\ 0.465\text{m} \end{array} \right) = 0.465\text{m}$$

$$b_{ef,s1} := b_{c,ef,s1} + b_w = 0.531\text{m}$$

For randbjelkane

$$b_{c,ef,r} := \min \left(\begin{array}{l} 0.1 \cdot \text{Lengd} \\ 20h_f \\ \frac{0.465}{2}\text{m} \end{array} \right) = 0.233\text{m}$$

$$b_{ef,r} := b_{c,ef,r} + b_{w,r} = 0.373\text{m}$$

Den totale effektive breidda for topp og botnplate blir då

$$b_{ef} := b_{ef,s} + 2 \cdot b_{ef,s1} + 2b_{ef,r} = 2.372\text{m}$$

Effektiv bøygestivheit

$$\begin{aligned}
 b_1 &:= b_{\text{ef}} = 2.372 \text{ m} & h_1 &:= 0.043 \text{ m} & n_s &:= 3 \\
 b_{2,s} &:= 0.066 \text{ m} & h_2 &:= 0.405 \text{ m} & n_{\text{rand}} &:= 2 \\
 b_{2,\text{rand}} &:= 0.140 \text{ m} & h_3 &:= 0.061 \text{ m} & b_2 &:= b_{2,s} + b_{2,\text{rand}} = 0.206 \text{ m} \\
 b_3 &:= b_{\text{ef}} = 2.372 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_1 &:= 11080000000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} & \gamma_1 &:= 1 & A_1 &:= b_1 \cdot h_1 = 0.102 \text{ m}^2 \\
 E_2 &:= 13156000000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} & \gamma_2 &:= 1 & A_2 &:= (n_s \cdot b_{2,s} + n_{\text{rand}} \cdot b_{2,\text{rand}}) \cdot h_2 = 0.194 \text{ m}^2 \\
 E_3 &:= 11080000000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} & \gamma_3 &:= 1 & A_3 &:= b_3 \cdot h_3 = 0.145 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

$$a_2 := \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2) - \gamma_3 \cdot E_3 \cdot A_3 \cdot (h_2 + h_3)}{2 \cdot [(A_1 \cdot E_1 \cdot \gamma_1) + (E_2 \cdot A_2 \cdot \gamma_2) + (E_3 \cdot A_3 \cdot \gamma_3)]} = -0.023 \text{ m}$$

$$a_1 := \frac{h_2}{2} + \frac{h_1}{2} - a_2 = 0.247 \text{ m}$$

$$a_3 := \frac{h_2}{2} + \frac{h_3}{2} + a_2 = 0.21 \text{ m}$$

$$I_1 := \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} = 1.572 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$I_2 := \frac{(n_s \cdot b_{2,s} + n_{\text{rand}} \cdot b_{2,\text{rand}}) \cdot h_2^3}{12} = 2.646 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$I_3 := \frac{b_3 \cdot h_3^3}{12} = 4.487 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$EI_{\text{ef}} := \left(E_1 \cdot I_1 + \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2 \right) + \left(E_2 \cdot I_2 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot a_2^2 \right) + \left(E_3 \cdot I_3 + \gamma_3 \cdot E_3 \cdot A_3 \cdot a_3^2 \right)$$

$$EI_{\text{ef}} = 1.765 \times 10^8 \cdot \text{N} \cdot \text{m}^2$$

$$\beta L := 4.73$$

$$\text{Lengd} = 9 \text{ m}$$

$$\text{masse} := 2050 \text{ kg} = 2.05 \times 10^3 \text{ kg}$$

Eigenfrekvens for mode 2

$$\omega_n := \beta L^2 \sqrt{\frac{(EI_{\text{ef}})}{\text{masse} \cdot \text{Lengd}^3}} = 243.124 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$
$$\omega := \frac{\omega_n}{2\pi} = 38.694 \cdot \frac{1}{\text{s}}$$

Første eigenfrekvens for dekket er 38,69 Hz.

