

# Skjøting av store limtretverrsnitt i buekonstruksjoner

**Karl-Jørgen Kristiansen**  
**Christer Svendsen**

Master i Bygg- og miljøteknikk  
Innlevert: juni 2018  
Hovedveileder: Kjell A Malo, KT  
Medveileder: Haris Stamatopoulos, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Institutt for konstruksjonsteknikk





## MASTEROPPGAVE 2018

FAGOMRÅDE: Konstruksjonsteknikk	DATO: 08.06.2018	ANTALL SIDER: 122 + 125 (Vedlegg)
------------------------------------	---------------------	--------------------------------------

TITTEL:

### **Skjøting av store limtrettversnitt i buekonstruksjoner**

Splicing of Large Glulam Cross-Sections in Arch Structures

UTFØRT AV:

Karl-Jørgen Kristiansen

Christer Svendsen



SAMMENDRAG:

Oppgaven består av å utvikle en robust stålforbindelse til bruk sammen med lange aksialbærende gjengestenger. Løsningen er universal, med fokus på skjøting av store limtrettversnitt i buekonstruksjoner.

En buebru i tre er tradisjonelt utført som en leddet konstruksjon. Transport av store limtrebuer krever oppdeling av elementene og nødvendig antall ledd må økes ved lange spennvidder. Dette er en begrensning for å ivareta stabiliteten til buen. For å kunne håndtere lange spennvidder er løsningen et knutepunkt som innehar nødvendig momentkapasitet og rotasjonsstivhet. De senere årene har det blitt gjort en del forskning på problematikken. Internasjonalt har det blitt satset på innlimte stålstenger med Epoxy, mens nasjonalt på bruk av lange aksialbærende gjengestenger.

Denne oppgaven bygger i hovedsak videre på det arbeidet som er gjort tidligere, men optimalisere og dokumentere en ny forbindelse. Det ble på bakgrunn av dette utviklet et gaffel-profil forbundet med friksjon. Analytiske- og numeriske modeller er bygd opp for å simulere en firepunkts bøyningspåkjent bjelketest. For å verifisere forbindelsen er det testet en momentpåkjent bjelkeskjøt i limtre. Testen resulterte i brudd ved uttrekk av gjengestang på strekksiden. Skjøten viste duktile egenskaper frem til brudd. Mye tyder på at kapasiteten til både gjengestangen og trevirket har vært høyt utnyttet helt frem til bruddet oppstod. Resultatene viser at rotasjonsstivheten korresponderer godt med numerisk modell, mens momentkapasiteten er nærmere analytisk modell. En nettverksbue i limtre vil ha større dimensjoner enn bjelken fra testen. Analytisk modell er benyttet til å vurdere initielle rotasjonsstivheter og momentkapasiteter i limtrebuen.

Denne rapporten med vedleggene gir leseren en detaljert beskrivelse av design, analytisk- og numerisk modell, samt hvordan forsøket ble gjennomført for å verifisere resultatene.

FAGLÆRER: Kjell Arne Malo

VEILEDER(E): Kjell Arne Malo og Haris Stamatopoulos

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk, NTNU Trondheim



# Forord

Denne rapporten presenterer det avsluttende arbeidet av sivilingeniørutdanningen innen bygg- og miljøteknikk ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet – NTNU, våren 2018. Oppgaven er skrevet ved institutt for konstruksjonsteknikk over en periode på 20 uker fra januar til juni, og er vektet med 30 studiepoeng for hver student.

Denne oppgaven bygger videre på arbeid relatert til momentforsøk av bjelketverrsnitt med lange aksialbærende gjengestenger. Takket være satsing på dette området ved NTNU, over flere år, har vi et godt utgangspunkt for oppgaven. Metoden med lange aksialbærende gjengestenger egner seg godt til skjøting av momentstive limtretverrsnitt. Det er imidlertid komplisert å forbinde gjengestengene sammen. Med vårt engasjement for praktiske løsninger i tre, var dette en interessant problemstilling.

Det er gjennom testing, analytisk- og numerisk arbeid utviklet en friksjonsforbindelse for skjøting av lange aksialbærende gjengestenger. Løsningen er universal, med fokus på skjøting av store limtretverrsnitt i buekonstruksjoner.

I forbindelse med veiledning og hjelp til gjennomføringen av arbeidet rettes det en stor takk til professor Kjell Arne Malo og postdoktor Haris Stamatopoulos for faglige innspill og god oppfølging gjennom hele prosessen. Det rettes også en takk til postdoktor Miguel Costas for hjelp til FEA-programmet Abaqus/CAE 6.14-4. Videre takker vi for hjelp til arbeidet i laboratorie med produksjon og testing, ved Terje Petersen, Odd Kristian Nerdahl, Bjørn Schjølberg og Egil Fagerholt.

Christer Svendsen

Karl-Jørgen Kristiansen

Trondheim, fredag 8. juni 2018



# Sammendrag

Intensjonen med oppgaven er å utvikle en robust stålforbindelse til bruk sammen med lange aksialbærende gjengestenger. Løsningen er universal, med fokus på skjøting av store limtrettverrsnitt i buekonstruksjoner. En buebru i tre er tradisjonelt utført som en leddet konstruksjon. Transport av store limtrebuer krever oppdeling av elementene og nødvendig antall ledd må økes ved lange spennvidder. Dette er en begrensning for å ivareta stabiliteten til buen. For å kunne håndtere lange spennvidder er løsningen et knutepunkt som innehar nødvendig momentkapasitet og rotasjonsstivhet. Per i dag har vi ikke en god nok metode for dette. En nettverksbuebru med buer og fagverk av limtre, skråstag av stål og brubane i betong er det seneste innen trebruteknologi. Det konstruktive prinsippet med kryssende forspente skråstag reduserer behovet for bøyestivhet i buene drastisk. Statikken er dermed endret fra tradisjonelle buer.

Det er mange utfordringer knyttet til å utvikle en ny forbindelse for bruk i store buekonstruksjoner. De senere årene har det blitt gjort en del forskning på problematikken. Resultatene fra dette er på forsøksnivå med bruk av enkle limtrettverrsnitt i kombinasjon med stålstenger. Internasjonalt har det i hovedsak blitt satset på innlimte stålstenger med Epoxy, mens nasjonalt på bruk av lange aksialbærende gjengestenger. Forsøkene var relatert til momentforsøk av bjelketverrsnitt for å bestemme skjøtens rotasjonsstivhet og momentkapasitet.

Denne oppgaven bygger i hovedsak videre på det arbeidet som er gjort tidligere, men utvikle og dokumentere en ny forbindelse. Det ble på bakgrunn av dette designet et gaffel-profil forbundet med friksjon. Analytiske- og numeriske modeller er bygd opp for å simulere en firepunkts bøyningsspåkjent bjelketest. For å verifisere forbindelsen er det testet en momentpåkjent bjelkeskjøt i limtre. Bjelkene er av kvalitet GL30c med lengde 4250mm, bredde 215mm og høyde 585mm. Lange aksialbærende gjengestenger ble skrudd med 5 graders vinkel på fiberretningen, 1200mm inn i treverket, og koblet sammen via gaffel-profilene. En nettverksbue i limtre vil ha større dimensjoner enn bjelken fra testen. Et eksempel med bruk av analytisk modell er utført for å vurdere initiale rotasjonsstivheter og momentkapasiteter i en nettverksbuebru.

Produksjon av testforbindelsen og gjennomføringen av forsøket var vellykket. Testen resulterte i brudd ved uttrekk av gjengestang på strekksiden. Skjøten viste duktile egenskaper frem til brudd. Mye tyder på at kapasiteten til både gjengestangen og treverket har vært høyt utnyttet helt frem til bruddet oppstod. At bruddet oppstod ved uttrekk av gjengestang var egentlig ganske tilfeldig fordi kapasiteten til gjengestangen er 206.7 kN, mens uttrekkskapasiteten er 206 kN. Dette bekrefter at samvirket mellom stålet og treverket har fungert. Resultatene viser at rotasjonsstivheten korresponderer godt med numerisk modell, mens momentkapasiteten er nærmere analytisk modell.

Denne rapporten med vedleggene gir leseren en detaljert beskrivelse av design, analytisk- og numerisk modell, samt hvordan forsøket ble gjennomført for å verifisere resultatene.

# Abstract

The intention of the thesis is to develop a strong steel connector for use with long axial-bearing threaded rods. The solution is universal, focusing on splicing of large glulam cross-section in arch structures. An arch timber bridge is usually made as a hinged construction. For long span, transportation of the timber arch requires dividing it into pieces, which increases the number of hinges. This is a limitation to sustain the stability of the arch. To handle long spans, the solution is a connection that can withstand the requirement of moment capacity and rotational stiffness. Today we don't have a good enough method for this. A network bridge with arches and trusses of timber, diagonal struts of steel and concrete slabs is the latest within timber bridge technology. The structural principle with pre-strained diagonal struts, reduces the need for bending stiffness in the arch. This is the biggest change compared to traditionally bridges.

There are many challenges associated with developing a new connection for use in large arch constructions. In recent years, some research has been done on the problem. The result of this is still on research level, with use of simple glulam cross-sections in combination with steel bars. Internationally, it has been mainly focused on embedded steel bars with Epoxy, while in nationally using long axial-bearing threaded rods. The research was related to applying moment to determine the rotational stiffness and moment capacity of the compound.

This thesis builds upon the work previously done but optimizes and documents a new connection. Based on this, a fork-profile connected with friction was developed. Analytical and numerical models are created to simulate a four-point bending test. To verify the connection a beam splice, loaded with moment has been tested. The beams are of quality GL30c with length 4250 mm, width 215 mm and height 585 mm. Long axial-bearing threaded rods were embedded at a 5-degree angle to the fibre direction, 1200 mm into the timber, and connected with the fork-profiles. A timber arch will have larger dimensions than the beam in the test. Analytical model is used to evaluate initial rotational stiffnesses and moment capacities in the glulam arch.

Production of the connection and completion of the experiment were successful. The test resulted in fracture by pull-out of the threaded rod on the tension side of the beam. The joint showed great ductile properties until fracture. Much indicates that the capacity of both the threaded rod and the timber has been widely utilized until fracture occurred. The pull-out fracture was quite random because the threaded rod capacity was 206.7 kN, while the pull-out capacity is 206 kN. This confirms that the interaction between the steel and the wood is successful. The results show that the rotational stiffness corresponds well to the numerical model, while the moment capacity is closer to the analytical model.

This report with the appendices gives the reader a detailed description of the design, analytical and numerical model, and how the experiment was conducted to verify the results.



# Innholdsfortegnelse

<b>Forord</b>	<b>i</b>
<b>Sammendrag</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract</b>	<b>iv</b>
<b>Tabell liste</b>	<b>vii</b>
<b>Figur liste</b>	<b>x</b>
<b>Symbol liste</b>	<b>xi</b>
<b>1 Introduksjon</b>	<b>1</b>
1.1 Prosjektbakgrunn . . . . .	1
1.2 Problemstilling . . . . .	3
1.3 Avgrensninger . . . . .	3
<b>2 Teori</b>	<b>5</b>
2.1 Trevirke og forbindelser i bruer . . . . .	5
2.1.1 Konstruktive egenskaper . . . . .	5
2.1.2 Miljøegenskaper . . . . .	8
2.1.3 Brukonstruksjoner av tre . . . . .	10
2.1.4 Forbindelser . . . . .	13
2.1.5 Duktilitet . . . . .	15
2.2 Momentstive bjelke skjøter . . . . .	17
2.2.1 Innlimte stålstenger . . . . .	17
2.2.2 Lange aksialbærende gjengestenger . . . . .	20
<b>3 Momentstiv forbindelse</b>	<b>27</b>
3.1 Geometrisk design . . . . .	27
3.1.1 Mekaniske forbindelser . . . . .	28
3.1.2 Friksjonsforbindelser . . . . .	32
3.2 Analytisk modell . . . . .	35
3.2.1 Rotasjonsstivhet . . . . .	35
3.2.2 Momentkapasitet . . . . .	46
3.2.3 Kombinert bøyning og aksialt trykk . . . . .	50
3.2.4 Utnyttelsesgrad . . . . .	53
3.3 Numerisk modell . . . . .	55
3.3.1 Modell . . . . .	55
3.3.2 Rotasjonsstivhet . . . . .	63
3.3.3 Momentkapasitet . . . . .	64
3.3.4 Duktilitet . . . . .	65

<b>4</b>	<b>Forsøk i laboratoriet</b>	<b>69</b>
4.1	Produksjon av testforbindelse . . . . .	69
4.2	Firepunkts bøyningstest . . . . .	82
4.2.1	Målinger . . . . .	82
4.2.2	Densitet og fuktinnhold . . . . .	85
4.2.3	Lastprosedyre . . . . .	86
4.2.4	Bruddårsak . . . . .	91
<b>5</b>	<b>Resultater</b>	<b>93</b>
5.1	Analytiske stivheter og kapasiteter . . . . .	93
5.2	Numerikk . . . . .	95
5.2.1	Rotasjonsstivhet og momentkapasitet . . . . .	95
5.2.2	Duktilitet . . . . .	97
5.3	Bjelketesten . . . . .	99
5.3.1	Rotasjonsstivhet og momentkapasitet . . . . .	99
5.3.2	Duktilitet . . . . .	100
5.4	Effekt av aksialt trykk og moment i nettverksbue . . . . .	102
<b>6</b>	<b>Diskusjon</b>	<b>105</b>
6.1	Design og analytisk modell før forsøket . . . . .	105
6.2	Forsøket . . . . .	106
6.2.1	Sammenligning av deformasjonsmålere . . . . .	106
6.2.2	Slipp i friksjon . . . . .	107
6.3	Sammenligning av resultater . . . . .	109
6.3.1	Analytisk modell . . . . .	109
6.3.2	Numerisk modell . . . . .	114
6.4	Duktilitet . . . . .	115
6.5	Bruk av Gaffel-profilet i nettverksbue . . . . .	116
6.6	Erfaringer . . . . .	116
<b>7</b>	<b>Konklusjon</b>	<b>119</b>
<b>8</b>	<b>Videre arbeid</b>	<b>121</b>
	<b>Referanser</b>	<b>I</b>
	<b>Vedlegg</b>	<b>V</b>
A	Verifisering av Crushing Zone . . . . .	V
B	Dimensjonerende friksjonskapasitet . . . . .	IX
C	Materialkurver . . . . .	XIII
D	Beregning av kilesveiser . . . . .	XVII
E	Produksjonstegninger . . . . .	XXIII
F	Analytisk modell . . . . .	XXV
G	Numerisk modell . . . . .	LXXIII
H	Resultater fra forsøk . . . . .	LXXXIII
I	Analytisk modell i limtrebue . . . . .	LXXXIX
J	Verifisering av analytisk modell . . . . .	CXV

# Tabell liste

2.1	Karakteristisk styrke- og stivhetsegenskaper [1] . . . . .	6
2.2	Dimensjoner og kapasiteter for gjengestenger . . . . .	20
2.3	Kapasiteter og stivheter med koppforbindelse [2] . . . . .	21
2.4	Sammenstilling av resultater for gjengestenger skjøtet med hylse [3] . . .	23
2.5	Dimensjoner og kapasiteter for spesialdesignet gjengestang . . . . .	24
2.6	Sammenstilling av resultater for gjengestenger forbundet med stårling [4]	25
3.1	Materialegenskaper til stålkvalitet S355 . . . . .	42
3.2	Enheter i Abaqus . . . . .	55
3.3	Materialparametere for stål (S355) i Abaqus [5] og [6] . . . . .	57
3.4	Skalerte materialparametere for gjengestenger i Abaqus [4] . . . . .	57
3.5	Materialparametere for GL30c i Abaqus [7] . . . . .	58
4.1	Oversikt over deformasjonsmålere . . . . .	82
5.1	Input geometri . . . . .	93
5.2	Input materialer . . . . .	93
5.3	Stivhetene til friksjonsforbindelsene . . . . .	93
5.4	Momenter og aksialkrefter . . . . .	94
5.5	Analytiske stivheter og momentkapasiteter . . . . .	94
5.6	Numeriske stivheter og momentkapasiteter . . . . .	96
5.7	Resultater fra forsøk . . . . .	99
5.8	Input geometri limtrebue . . . . .	102
5.9	Input materialer limtrebue . . . . .	103
5.10	Momenter og aksialkrefter limtrebue . . . . .	103
5.11	Stivheter og momentkapasiteter i limtrebue . . . . .	104
6.1	Sammenligning av rotasjonsstivheter og momentkapasiteter . . . . .	109
6.2	Sammenligning av stivheter $K_{co}$ . . . . .	111
6.3	Sammenligning av stivheter og trykksonehøyde . . . . .	113
6.4	Sammenligning av duktilitet . . . . .	116
6.5	Sammenligning av rotasjonsstivheter i limtrebue . . . . .	116

# Figur liste

2.1	Tverrsnitt som viser de forskjellige egenskapsretningene . . . . .	5
2.2	Forskjellige limtrekonstruksjoner [8] . . . . .	7
2.3	Vanninnhold i tre [9] . . . . .	7
2.4	Trevirkets brannegenskaper [10] . . . . .	8
2.5	Avvirkning av skog [10] . . . . .	9
2.6	Eksempel på platebru . . . . .	10
2.7	Eksempel på sprengverksbru . . . . .	10
2.8	Eksempel på massiv buebru . . . . .	11
2.9	Eksempel på fagverksbruer . . . . .	11
2.10	Steibrua, spennvidde 88 m foto: Kai Røen . . . . .	12
2.11	Skisse av Hellefossen bru i Etnedal [11] . . . . .	12
2.12	Monetering av Steibrua i Alvdal [11] . . . . .	13
2.13	Alternative limtreforbindelser [12] . . . . .	13
2.14	Momentpåkjenning av limtrebjelke . . . . .	14
2.15	Spenning/tøyningskurve . . . . .	15
2.16	Limt dybelforbindelse med Epoxy [13] . . . . .	17
2.17	Innlimte armeringsstenger med Epoxy [14] . . . . .	17
2.18	Innlimte armeringsstenger med Epoxy og utvendige bolter [15] . . . . .	18
2.19	Innlimte gjengestenger med Epoxy [16] . . . . .	18
2.20	Epoxy-gjengestang forbindelse [17] . . . . .	19
2.21	Lange aksialbærende gjengestenger . . . . .	20
2.22	SPAX gjengestenger med Koppforbinder . . . . .	21
2.23	Gjengestenger skjøtet med hylse og fylt av Epoxy [3] . . . . .	22
2.24	Testoppsett for bjelke skjøt [3] . . . . .	22
2.25	Produksjon og nummerering for momentforsøk . . . . .	23
2.26	Gjengestenger mekanisk forbundet med stålring . . . . .	24
2.27	Spesialdesignet gjengestang [7] . . . . .	24
2.28	Testoppsett for forsøket [4] . . . . .	25
2.29	Produksjon av forbindelsen [4] . . . . .	25
3.1	Prinsipp for innskrudd gjengestenger i testbjelke . . . . .	27
3.2	Prinsippet for strekk- og friksjonsforbindelser . . . . .	28
3.3	Indre momentarm . . . . .	28
3.4	Avstivet T-profil med trykkplate . . . . .	29
3.5	Prinsipp for montering av T-profiler på testbjelke . . . . .	30
3.6	Kloss-profil . . . . .	31
3.7	Prinsipp for montering av kloss-profiler på testbjelke . . . . .	31
3.8	Gaffel-profil til 2 gjengestenger . . . . .	32
3.9	Prinsipp for montering av gaffel-profiler til 2 gjengestenger på testbjelke . . . . .	33
3.10	Gaffel-profil til 4 gjengestenger . . . . .	34
3.11	Prinsipp for montering av gaffel-profiler til 4 gjengestenger på testbjelke . . . . .	34
3.12	Momentpåkjent bjelketverrsnitt (In-Plane) [4] . . . . .	35
3.13	Momentpåkjent bjelketverrsnitt (Out-of-Plane) . . . . .	35

3.14 Analytisk modell for gjengestangens lateralstivhet, rotasjonsfast endestykke [18] . . . . .	39
3.15 Numerisk modell med 2 gjengestenger (Rigid Body) . . . . .	41
3.16 Numerisk modell med 4 gjengestenger (Rigid Body) . . . . .	41
3.17 Engineering Stress-Strain for kaldvalset stål av kvalitet S355 . . . . .	43
3.18 Numerisk modell for å bestemme stivheten $K_{co}$ . . . . .	44
3.19 Kraft-forskyvning med 2 gjengestenger . . . . .	45
3.20 Kraft-forskyvning med 4 gjengestenger . . . . .	46
3.21 Diagram for bestemmelse av $\lambda_u$ [19] . . . . .	48
3.22 Moment- og aksialpåkjent bjelketverrsnitt (In-Plane) . . . . .	50
3.23 Moment- og aksialpåkjent bjelketverrsnitt (Out-of-Plane) . . . . .	50
3.24 Firepunkts momentoppsett for testbjelke [7] . . . . .	53
3.25 Parameterisert "Sketch" i Abaqus . . . . .	55
3.26 "Partition" før "Mesh" i Abaqus . . . . .	56
3.27 C3D8-element . . . . .	56
3.28 Koordinatsystem i Abaqus . . . . .	58
3.29 Limtrebjelke modellert i Abaqus . . . . .	59
3.30 "Mesh" i forbindelse . . . . .	59
3.31 Gjengestangens frie lengde . . . . .	60
3.32 Forspenningskraft på satt gaffel-profilet . . . . .	61
3.33 Skisse av statikken til testmodellen . . . . .	62
3.34 Modell for bøyning om z-akse og y-akse . . . . .	62
3.35 Rotasjonsberegning (In-Plane) . . . . .	63
3.36 Rotasjonsberegning (Out-of-Plane) . . . . .	64
3.37 Brudd i gjengestenger . . . . .	64
3.38 Modell i Abaqus . . . . .	65
3.39 Flytegrense etter NS-EN 12512 [20] . . . . .	65
3.40 Målepunkter etter "Quantifying Ductility in Timber Structures" [21] . . . . .	66
4.1 Utpakking av limtrebjelker . . . . .	69
4.2 Forflytning av limtrebjelker . . . . .	70
4.3 Kontrollmåling og merking av innsnitt . . . . .	70
4.4 Bjelke med sagd innsnitt . . . . .	71
4.5 Merking for hulltaking . . . . .	72
4.6 Bor for utfresing av spor til muttere . . . . .	72
4.7 Forboring av hull til gjengestenger . . . . .	73
4.8 Sliping av utfreste spor til muttere . . . . .	74
4.9 Gjengestangen . . . . .	74
4.10 Innskruing av gjengestenger . . . . .	75
4.11 Maskinering av gaffel-profiler . . . . .	76
4.12 Montering av gaffel-profiler . . . . .	77
4.13 Testområdet . . . . .	78
4.14 Sammenføyning og forspenning av bolter . . . . .	79
4.15 Innskruing av SPAX skruer på trykkside . . . . .	80
4.16 Opplager . . . . .	81
4.17 Deformasjonsmålere sett fra siden . . . . .	82
4.18 Deformasjonsmålere sett underfra . . . . .	83
4.19 Deformasjonsmålere montert . . . . .	83

4.20	eCorr DIC (Digital Image Correlation) . . . . .	84
4.21	Digital fuktmåler . . . . .	85
4.22	Skisse av firepunkts bøyningstest . . . . .	86
4.23	Pålastingsprosedyre [22] . . . . .	86
4.24	Ferdigstilt testoppsett . . . . .	87
4.25	1. pålasting . . . . .	88
4.26	2. pålasting . . . . .	89
4.27	Pålasting til brudd . . . . .	90
4.28	Pålasting fra forsøk . . . . .	91
4.29	Gaffel-profilet på strekksiden etter brudd . . . . .	91
4.30	Uttrekk av gjengestang . . . . .	92
5.1	Rotasjonsstivhet (bøyning om y-akse) . . . . .	95
5.2	Rotasjonsstivhet med aksialkraft (bøyning om y-akse) . . . . .	95
5.3	Rotasjonsstivhet (bøyning om z-akse) . . . . .	96
5.4	Rotasjonsstivhet med aksialkraft (bøyning om z-akse) . . . . .	96
5.5	Duktilitet etter NS-EN 12512 . . . . .	97
5.6	Duktilitet etter ”Quantifying Ductility in Timber Structures” . . . . .	97
5.7	Polynomregresjon uten det elastiske området . . . . .	98
5.8	Rotasjonsstivhet etter regresjon og faktisk kurve . . . . .	98
5.9	Rotasjonsstivhet fra forsøk . . . . .	99
5.10	Duktilitet etter NS-EN 12512 . . . . .	100
5.11	Duktilitet etter ”Quantifying Ductility in Timber Structures” . . . . .	100
5.12	Polynomregresjon uten det elastiske området . . . . .	101
5.13	Rotasjonsstivhet etter regresjon og faktisk kurve . . . . .	101
5.14	Numerisk modell av en nettverksbuebru [23] . . . . .	102
5.15	Skisse av skjõt i nettverksbuebru . . . . .	103
5.16	Analytisk modell av forbindelsen . . . . .	104
6.1	Forskjellige kombinasjoner av deformasjonsmålere . . . . .	106
6.2	Vertikal deformasjon av bjelken . . . . .	107
6.3	Deformasjon målt over gaffel-profilet . . . . .	107
6.4	Merker etter forspenningsbolt i gaffel-profil . . . . .	108
6.5	Kraft-forskyvningskurve til gaffel-profilet fra forsøket . . . . .	110
6.6	Kraft-forskyvningskurve til gaffel-profilet fra Abaqus . . . . .	110
6.7	Kraft-forskyvningskurve fra forsøket . . . . .	111
6.8	Trykksonehøyde . . . . .	112
6.9	Variierende trykksonehøyde . . . . .	112
6.10	Sammenligning mellom vertikal deformasjon og moment . . . . .	114
6.11	Sammenligning mellom rotasjon og moment . . . . .	114
6.12	Lengde på gjengestenger før og etter forsøk . . . . .	115

# Symbol liste

## Store latinske bokstaver

$A$	er bjelkens tverrsnittsareal [ $mm^2$ ]
$A_s$	er arealet til gjengestangen [ $mm^2$ ]
$A, B, C$	er koeffisienter fra 3.grads polynomregresjon [ $Nmm/rad$ ], [ $Nmm/rad^2$ ], [ $Nmm/rad^3$ ]
$C$	er avstand til tyngdepunktaksen [ $mm$ ]
$D_s$	er duktilitetstallet etter NS-EN 12512 [-]
$D_{Sue}$	er duktilitetstallet etter "Quantifying Ductility in Timber Structures" [-]
$E$	er E-modulen til tre [ $N/mm^2$ ]
$E_{cr}$	er knusningsmodulen [ $N/mm^2$ ]
$EI$	er bøyestivheten til gjengestangen [ $Nmm^2$ ]
$E_{mod}$	er modifisert E-modul for gjengestang [ $N/mm^2$ ]
$E_s$	er E-modulen til stål [ $N/mm^2$ ]
$F_{est}$	er estimert lastkapasitet [ $N$ ]
$F_i$	er varierende kraft i forbindelsen [ $N$ ]
$F_{p,c}$	er forspenningskraft [ $N$ ]
$F_{u,i}$	er total kraftkapasitet, per side av forbindelsen [ $N$ ]
$F_{x.rb}$	er kraftresultanten i stålforbinderen [ $N$ ]
$G$	er skjærmodulen til tre [ $N/mm^2$ ]
$I$	er 2.ordens arealmoment [ $mm^4$ ]
$K_{ax}$	er aksialstivheten til gjengestangen [ $N/mm$ ]
$K_{ax,f}$	er ren aksialstivhet til gjengestangen [ $N/mm$ ]
$K_c$	er stivheten til tredelen per side [ $N/mm$ ]
$K_{cc}$	er stivheten til tredelen [ $N/mm$ ]
$K_{co}$	er stivheten til gjengestang forbinderen [ $N/mm$ ]
$K_i$	er total stivhet i strekk- eller trykksonen [ $N/mm$ ]
$K_{p,tot}$	er totalstivheten til gjengestengene, parrallelt med kraftretningen, per side av forbindelsen [ $N/mm$ ]
$K_{ser.ax}$	er aksial uttrekksstivhet for SPAX [ $N/mm$ ]

$K_{ser.Lt}$	er lateralstivheten til forankringsskruen [ $N/mm$ ]
$K_{ser.v}$	er vertikalstivheten til forankringsskruen [ $N/mm$ ]
$K_{si}$	er stivheten til gjengestang rad, $i$ [ $N/mm$ ]
$K_v$	er lateralstivheten til gjengestangen med rotasjonsfast endestykke [ $N/mm$ ]
$K_w$	er aksial uttrekksstivhet [ $N/mm$ ]
$L$	er spennvidden til testbjelken [ $mm$ ]
$L_s$	er avstand fra opplager til kraftvirkning fra stålbjelke [ $mm$ ]
$M$	er opptredende moment [ $Nmm$ ]
$M_0$	er momentet ved proporsjonal grense [ $Nmm$ ]
$M_{,rb}$	er moment [ $Nmm$ ]
$M_{Rd}$	er bjelkens momentkapasitet [ $Nmm$ ]
$M_u$	er momentkapasitet [ $Nmm$ ]
$M_{u,t}$	er momentkapasiteten til tre basert på trykkstyrke [ $Nmm$ ]
$N$	er opptredende aksialkraft [ $N$ ]
$N_u$	er aksial trykk kraft kapasitet [ $N$ ]
$P$	er kraftvirkning [ $N$ ]
$R$	er reaksjonkraft [ $N$ ]
$R_{ax,mean}$	er midlere aksial uttrekksmotstand [ $N$ ]
$R_{axu}$	er uttrekkskapasitet [ $N$ ]
$R_{,rb}$	er opplagerkraft [ $N$ ]
$R_s$	er gaffel-profilets kapasitet, relatert til per gjengestang [ $N$ ]
$R_u$	er gjengestangens strekkstyrke [ $N$ ]
$V_u$	er slipp ved bruddspenning [ $rad$ ]
$V_y$	er slipp ved flytespenning [ $rad$ ]
$W$	er treghetsmomentet [ $mm^3$ ]
$Z_{,rb}$	er indre momentarm [ $mm$ ]
$Z_i, Y_i$	er tverrsnittkoordinater [ $mm$ ]
$Z_{,rb}$	er indre momentarm [ $mm$ ]

## Små latinske bokstaver

$a_i$	er koordinaten langs aksen til gjengestang rad, $i$ [ $mm$ ]
$a_0$	er trykksonehøyden til tredelen [ $mm$ ]



$a_{0,rb}$	er trykk- og strekksone høyden [ $mm$ ]
$b$	er bjelkens bredde [ $mm$ ]
$c$	er avstand fra bjelkekant til gjengestang [ $mm$ ]
$cb$	er avstand fra bjelkekant til bjelkeinnsnitt [ $mm$ ]
$d$	er gjengediameter [ $mm$ ]
$d_1$	er kjernediameter til gjengestangen [ $mm$ ]
$d_{eff}$	er effektiv diameter på gjengestenger [ $mm$ ]
$d_{mod}$	er modellert diameter på gjengestenger [ $mm$ ]
$d_S$	er gjengediameter til forankringsskruen [ $mm$ ]
$e$	er eksentrisitet [ $mm$ ]
$f_{c,0}$	er trykkfastheten parallelt med fiberretningen til tre [ $N/mm^2$ ]
$f_{m,mean}$	er bjelkens midlere bøyingsfasthet [ $N/mm^2$ ]
$f_{uk}$	er bruddspenning [ $N/mm^2$ ]
$f_{ub}$	er boltens bruddfasthet [ $N/mm^2$ ]
$f_w$	er midlere uttrekksfasthet [ $N/mm^2$ ]
$f_{yk}$	er flytespenning [ $N/mm^2$ ]
$h$	er bjelkens høyde [ $mm$ ]
$h_t$	er kontakthøyde til endevend [ $mm$ ]
$k$	er grunnmodulen til tre [ $N/mm^2$ ]
$k_l$	er langsgående grunnmodul til tre [ $N/mm^2$ ]
$k_t$	er transvers grunnmodul til tre [ $N/mm^2$ ]
$k_\theta$	er rotasjonsstivheten til forbindelsen [ $Nmm/rad$ ]
$l_c$	er ekvivalent lengde av trykksonen [ $mm$ ]
$l_{ef}$	er effektiv innskruingslengde [ $mm$ ]
$l_{eff}$	er fri lengde av gjengestang bassert på forenklingen [ $mm$ ]
$l_{ef.S}$	er effektiv innskruingslengde til SPAX [ $mm$ ]
$l_f$	er avstanden mellom bjelkeende og forankringsboltene [ $mm$ ]
$l_{fri}$	er den frie lengden mellom bjelke og midten av gaffelprofilen [ $mm$ ]
$l_{ineff}$	er den ineffektive lengden inn i bjelken [ $mm$ ]
$l_x$	er lengde av gjengestangens frie parti [ $mm$ ]
$m$	er sprøhetsparameter $[-]$
$n$	er antall rader med gjengestenger $[-]$
$n'$	er Ramberg-Osgood koeffisient $[-]$
$w_a, w_b, w_c$	er nedbøyning [ $mm$ ]

$x_{.rb}$  er avstand fra opplager til bjelkeskjøt [ $mm$ ]

## Store greske bokstaver

$\Gamma_e$  er ekvivalent skjærstivhetsparameter [ $(N/mm^2)/mm$ ]  
 $\Delta$  er forskyvning fra deformasjonsmålere [ $mm$ ]  
 $\Theta$  er rotasjon [ $rad$ ]  
 $\Theta_{eu}$  er rotasjon ved bruddlast relatert til elastisk rotasjon [ $rad$ ]  
 $\Theta_i$  er initiell rotasjon [ $rad$ ]  
 $\Theta_p$  er rotasjon i kun det plastiske området [ $rad$ ]  
 $\Theta_{pa}$  er funksjonen til polynomregresjonen [ $rad$ ]  
 $\Theta_{pmax}$  er maks rotasjon i kun det plastiske området [ $rad$ ]  
 $\Theta_{pu}$  er permanent rotasjon i kun det plastiske området [ $rad$ ]  
 $\Theta_{pua}$  er permanent analytisk rotasjon kun i det plastiske området [ $rad$ ]  
 $\Sigma$  er summasjon

## Små greske bokstaver

$\beta$  er forankringsskruens innskruingsvinkel i forhold til fiberretningen [ $deg$ ]  
 $\gamma$  er gjengestangens innskruingsvinkel i forhold til fiberretningen [ $deg$ ]  
 $\delta$  er forskyvning [ $mm$ ]  
 $\delta_{x(1,2)}$  er forskyvningen i x-retning [ $mm$ ]  
 $\delta_{x.0.rb}$  er forskyvningen i avstand,  $a_{.0.rb}$  [ $mm$ ]  
 $\delta_{x.rb}$  er forskyvning fra "Rigid Body" [ $mm$ ]  
 $\epsilon$  er tøying (Engineering Strain) [ $-$ ]  
 $\epsilon_{tr}$  er tøying (True Strain) [ $-$ ]  
 $\epsilon_{u,max}$  er bruddtøying [ $-$ ]  
 $\epsilon_{us}$  er uniform tøying [ $-$ ]  
 $\eta_k$  er utnyttelsesgrad på rotasjonsstivhet [ $-$ ]  
 $\eta_m$  er utnyttelsesgrad på moment [ $-$ ]  
 $\eta_{mn}$  er utnyttelsesgrad på moment og aksialkraft [ $-$ ]  
 $\kappa$  er Timoshenko formkoeffisient for skjærdeformasjon [ $-$ ]

$\lambda$	er dimensjonsløs parameter [–]
$\lambda_u$	er dimensjonsløs parameter [–]
$\mu$	er fuktinnhold [–]
$\rho_m$	er bjelkens midlere densitet [ $kg/m^3$ ]
$\sigma$	er spenning (Engineering stress) [ $N/mm^2$ ]
$\sigma_{c.M}$	er trykkspenning i treverket fra moment [ $N/mm^2$ ]
$\sigma_{c.N}$	er trykkspenning i treverket fra aksialkraft [ $N/mm^2$ ]
$\sigma_j$	er jevnføringsspenningen [ $N/mm^2$ ]
$\sigma_{tr}$	er spenning (True stress) [ $N/mm^2$ ]
$\omega$	er dimensjonsløs parameter [–]



# Del 1

## Introduksjon

### 1.1 Prosjektbakgrunn

Bygging av brukonstruksjoner i tre har de senere årene hatt en utvikling vi ikke ser enden på. Fra enkle tverrspente platebruer til store buebruer, gjør trevirke konkurransedyktig på linje med stål og betong.

En buebru i tre har tradisjonelt blitt utført som en leddet konstruksjon. Det vil si at knutepunktene er frie til å rotere om en akse, og vil kun overføre skjær- og aksialkrefter. Transport av store limtrebruer krever imidlertid oppdeling av elementene og nødvendig antall ledd må økes ved lange spennvidder. Dette er en begrensning for å ivareta stabiliteten til buen. For å kunne håndtere lange spennvidder er løsningen et knutepunkt som innehar nødvendig momentkapasitet og rotasjonsstivhet. Per i dag har vi ikke en god nok metode for dette, og fraviker fra stål som kan sveises sammen. Det er derfor viktig med nye løsninger, så trevirke kan følge utviklingen av moderne bruer.

Det er kunnskapen om treets konstruktive særegenheter, i samvirke med andre materialer, som viser potensialet i moderne bruer. En nettverksbuebru med buer og fagverk av limtre, skråstag av stål og brubane i betong er det seneste innen trebruteknologi. Det konstruktive prinsippet med kryssende forspente skråstag reduserer behovet for bøyestivhet i buene drastisk. Statikken er dermed endret fra tradisjonelle buer. Store momenter mellom leddene opptrer isteden som små momenter mellom skråstagene. Det aksiale trykket blir dimensjonerende, og begrenses ofte av knekkingsproblematikk. Et fagverk mellom buene ivaretar stabiliteten ut av planet.

Det er mange utfordringer knyttet til å utvikle en ny forbindelse for bruk i store buekonstruksjoner. Utgangspunktet bør være en universal og robust løsning, som er kapasitetsbegrenset (lastuavhengig). Den må ha tilstrekkelig rotasjonsstivhet, samt kunne overføre moment, skjær og aksiale trykkrefter. Forbindelsen bør også ha gode egenskaper på utmatting. Dersom limtrevrissnittet har større bredde enn høyde, kan tilstrekkelig rotasjonsstivhet, ut av planet, oppnås til å fjerne fagverket mellom buene. Den må være monteringsvennlig ved krevende forhold, samt sikre enkel tilgang til vedlikehold og utskifting. Forbindelsen bør også plasseres innenfor bjelkens tverrsnitt for tildekking mot fukt og brannbeskyttelse. Utfordringene beskrevet er ikke uttømmende, men anses som viktige aspekter ved utvikling av et nytt knutepunkt.

De senere årene har det blitt gjort en del forskning på problematikken, både her i Norge og internasjonalt. Resultatene fra dette er på forsøksnivå med bruk av enkle limtrevrissnitt i kombinasjon med stålstenger. Internasjonalt har det i hovedsak blitt satset på innlimte stålstenger med Epoxy. En rekke momentforsøk viser til et potensiale for denne løsningen. Imidlertid er dette en komplisert produksjonsprosess som krever stor nøyaktighet. Det er per idag liten fremgang med bruk av dette.

NMBU i Ås var tidlig ute med testing av aksialbærende gjengestenger her i Norge. En spesialutviklet kopp med innvendig metriske gjenger ble benyttet for å forbinde gjengestengene sammen. Det ble gjennomført enkle momentforsøket på relativt små bjelketverrsnitt. Gjengestenger med kort lengde ble skrudd inn parallelt med fiberretningen på strekksiden. En stålplate ble plassert i trykksonen. Resultatet fra dette kan anses som grunnlaget for videre forskning på bruk av aksialbærende gjengestenger i Norge. Etter dette virker det som NMBU har satset på andre områder.

Professor Kjell Arne Malo ved NTNU i Trondheim har vært pådriver for forskning på bruk av lange aksialbærende gjengestenger. Takket være denne satsingen har vi per idag de beste løsningene internasjonalt på dette området. Produksjonsmetoden er at kjernediameteren til gjengestengene bores ut i trevirket med en liten vinkel på fiberretningen, for deretter å skru de inn med ønsket lengde. Fordelen med å skru istedenfor lim, er at samvirke omfatter kun kontakt mellom tre og stål. Doktorgradsoppgaven til Haris Stamatopoulos [24] viser til resultater på blant annet uttrekkskapasiteter og stivheter som ligger til grunn for videre testing. Ved bruk av lange gjengestenger, istedenfor korte, reduseres risikoen for et sprøtt brudd.

Forsøkene videre er basert på momentpåkjennte bjelketverrsnitt, samt bruk av gjengestenger i dekkelløsninger. Metoden er universal og er per idag den mest relevante løsningen for denne oppgaven. Det er komplisert å finne en god metode for å skjøte gjengestengene sammen. Doktorgradsoppgaven til Martin Cepelka [7] presenterer blant annet en mekanisk ringforbinder som monteres direkte på gjengestengene. Gjengestengene ble skrudd inn med 5 graders vinkel på fiberretningen og lengder fra 1000 - 1850 mm i topp og bunn av bjelken. Det reiste seg spørsmål om det var nødvendig å benytte en stålplate i trykksonen for å redusere svakheten til endeveden. Knusningstester av endevend mot endevend ble gjennomført og viste at det ikke var nødvendig med stålplate i trykksonen.

Resultater fra tidligere arbeid på dette området er i hovedsak relatert til momentforsøk av bjelketverrsnitt for å bestemme skjøtens rotasjonsstivhet og momentkapasitet. Det er per idag ikke en god nok metode for å forbinde gjengestengene sammen. Ringforbinderen fungerte godt til forsøk, men det var en prototype som bygde ut over tverrsnittets dimensjoner. I tillegg må det benyttes spesialskiver mot ringen. Det er også komplisert å komme til med verktøy. Spesielt når bjelkebreddene blir store. Det kreves i tillegg skruer for å fastholde ringen mot vertikal forskyvning. Dette fordi innfestningen av gjengestengene, mot ringen, vil opptre som et ledd.

Det er tydelig at forskningsprosessen er på stadiet med utvikling av selve forbinderen. En komplett skjøt som svarer til alle utfordringer, som nevnt ovenfor, vil kunne antas å være et stykke frem i tid. Denne oppgaven vil i hovedsak bygge videre på det arbeidet som er gjort tidligere, men optimalisere og dokumentere en ny forbindelse. Målet er å bidra til at tre som konstruksjonsmateriale følger utviklingen på linje med andre materialer i bruygging. Resultatene her skal også være et steg nærmere svaret på endelig løsning.

## 1.2 Problemstilling

Det skal utvikles en robust stålforbinder til bruk sammen med lange aksialbærende gjengestenger. Skjøten skal være en bjelkeskjøt av limtre med kvalitet GL30c. Løsningen skal være universal, med fokus på skjøting av store limtrevversnitt i buekonstruksjoner. Gjengestengene skal ha innskruingslengde på 1000 - 1200 mm. Dimensjoner og kvalitet på limtrebjelkene, samt gjengestengene skal være likt som vist i doktorgradsoppgaven til Martin Cepelka [7].

Det er ikke nødvendig å benytte en stålplate mellom kontaktflatene til trevirke, men utføre en numerisk verifikasjon av "Crushing Zone". Innfestning av gjengestengene mot forbinderen skal designes med innspenning. Effekten av dette kan fjerne behovet for fastholdning mot vertikal forskyvning.

Skjøten må være monteringsvennlig, selv der forholdene er krevende. Med hensyn på tildekking og beskyttelse skal forbinderen ikke bygge ut over tverrsnittets dimensjoner. Friksjonsforbindelser er tradisjonelt et tilfredstillende alternativ til sveis. Dette på grunn av egenskapene mot utmatting. Det skal vurderes hvorvidt friksjon kan erstatte en ren mekanisk forbindelse.

Analytiske- og numeriske modeller skal etableres for å simulere en firepunkts bøyningspåkjent bjelketest om sterk og svak akse. Modellene skal i tillegg til momentpåkjenning, bygges opp for å vurdere hvilken påvirkning aksial trykkraft vil ha på rotasjonsstivheter og momentkapasiteter. Teoretiske modeller skal på dette nivået sammenlignes med hverandre. Selve testen skal utføres på materialtekniske laboratorier ved NTNU. Det skal gjennomføres ett forsøk, der rotasjonsstivheter og momentkapasiteter skal hentes ut. Dette for å verifisere teoretiske modeller. Forsøket skal kun relateres til bøyning om bjelkens sterke akse.

En nettverksbue i limtre vil ha større dimensjoner enn bjelken fra testen. Analytisk modell skal benyttes til å vurdere initielle rotasjonsstivheter og momentkapasiteter om begge akser.

## 1.3 Avgrensninger

Teoretiske modeller er i hovedsak bygd opp med hensyn på kapasitetsbegrensning. Imidlertid er tverrsnittet lastavhengig med både moment og aksialkraft. Forsiktig antagelser ligger til grunn ved disse beregningene. Bruddkriteriet ved teoretiske modeller er basert på brudd i gjengestenger, uttrekk eller trykkbrudd i endevend. Friksjonskoeffisienten er komplisert å bestemme nøyaktig, så forbinderen er dimensjonert numerisk med større kapasitet. Skjøtens utnyttelse på rotasjonsstivhet er forsiktig tilnærmet. Dette fordi en direkte sammenligning med en bjelke uten skjøt er teoretisk umulig. Videre blir ikke utmatting, dynamisk oppførsel eller skjær vurdert. Hvordan skjøten oppfører seg ved brann, tildekking og fukt blir heller ikke vurdert i denne oppgaven. Geometrien i numerisk modell er testet og optimalisert for å redusere simuleringstid. Videre har oppgaven ingen tallfestede krav, så det er ønskelig med størst mulig styrke og stivhet. Det blir utført kun ett momentpåkjent forsøk for å verifisere analytiske- og numeriske resultater. Det vil bli brukt DIC (Digital Image Correlation) under forsøket, men resultatene vil ikke evalueres nærmere i denne oppgaven.





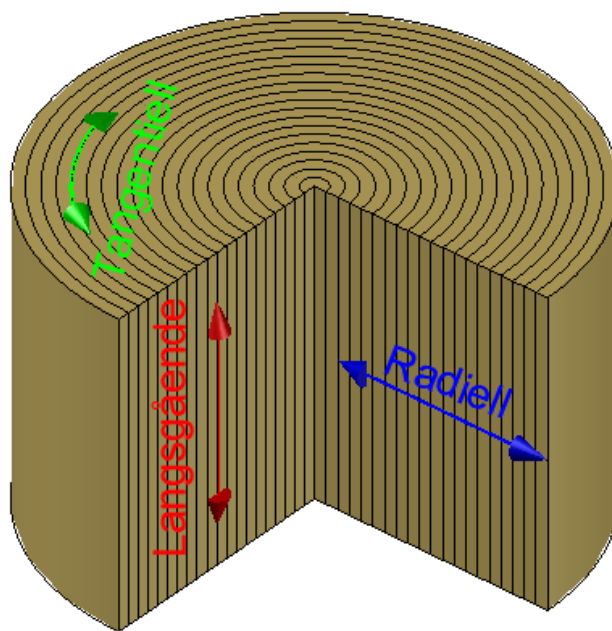
# Del 2

## Teori

### 2.1 Trevirke og forbindelser i bruer

#### 2.1.1 Konstruktive egenskaper

Trevirke er kort forklart et organisk materiale som består av cellulosefibre omgitt av en matriks av lignin. Cellulosefibre tar strekk, mens matriksen av lignin tar trykk. Denne kombinasjonen gjør tre til et gunstig konstruksjonsmateriale [25]. Trevirke er et sterkt materiale med tanke på vekt/styrke forhold. Det har lav densitet og bærer sin egen vekt bedre enn stål. Tre er et anisotrop/ortotrop materiale, det vil si at det har ulike materialegenskaper langs (L) med fiberretningen, radielt- (R) og tangentielt (T) på fiberretningen, som vist i figur 2.1. De sterkeste parameterne er langs (L) med fiberretningen [26].



**Figure 2.1:** Tverrsnitt som viser de forskjellige egenskapsretningene

Tre er et heterogent materiale på tvers av arter, men også innad i arten. Heterogent vil si at hvert enkelt individ har sine unike egenskaper og utforming. Det finnes likhetstrekk, så derfor er det mulig å klassifisere trevirke til minimumskriterier med tanke på styrke og oppførsel. Siden trevirke har forskjellige egenskaper, oppgis gjennomsnittsverdien med en COV (Coefficient of Variation). COV er standardavviket delt på gjennomsnittet, som viser hvor stor variasjon de ulike parameterene kan forventes å ha. Vanligvis oppgis trevirkets karakteristiske verdi. [10]

Det som har størst negativ effekt på trevirkes styrke er kvist. Her blir fibreene nødt til å vokse rundt kvisten som forårsaker retningsendring av fibreene, og svekker styrken. Andre forhold som påvirker trevirkets styrke er blant annet tennar, sprekker, årringbredde og biologiske skader [25]. Tre har gode utmattningsegenskaper, da det fra naturens side står og svaier i vinden. Last over lengre tid vil føre til redusert styrke [27].

### 2.1.1.1 Limtre

Limtre består av små lameller konstruksjonsvirke som er limt sammen. Det lages større og lengre limtrebjelker enn vanlig konstruksjonsvirke. Limtre er sterkere enn konstruksjonsvirke, da konstruksjonsvirke begrenses av svekkelser og defekter som blant annet kvist. Limtre består av flere lameller som reduserer sannsynligheten for at flere defekter finnes i samme område [10].

Limtrebjelker kan kombineres med lameller av ulik fasthetsklasse. Ved å ha høyere fasthetsklasse i over- og underkant, der påkjenningene er størst, og lameller med lavere fasthet i resterende tverrsnitt optimaliseres limtrebjelken. Denne tilvirkningsmetoden kalles kombinert limtre og betegnes med bokstaven c (combined) etter fasthetstallet. For eksempel GL30c, som står for Glulam med bøyefasthet 30 MPa kombinert. Der lameller med samme fasthetsklasse benyttes i hele tverrsnittet betegnes limtre med bokstaven h (homogeneous). For eksempel GL30h [8]. Tabell 2.1 viser de forskjellige styrkeparameterene til kombinert limtre hentet fra Eurokoden [1].

Property	Symbol	Glulam strength class [ $N/mm^2$ ]						
		GL 20c	GL 22c	GL 24c	GL 26c	GL 28c	GL 30c	GL 32c
Bending strength	$f_{m,g,k}$	20	22	24	26	28	30	32
Tensile strength	$f_{t,0,g,k}$	15	16	17	19	19,5	19,5	19,5
	$f_{t,90,g,k}$	0,5						
Compression strength	$f_{c,0,g,k}$	18,5	20	21,5	23,5	24	24,5	24,5
	$f_{c,90,g,k}$	2,5						
Shear strength (shear and torsion)	$f_{v,g,k}$	3,5						
Rolling shear strength	$f_{r,g,k}$	1,2						
Modulus of elasticity	$E_{0,g,mean}$	10400	10400	11000	12000	12500	13000	13500
	$E_{0,g,05}$	8600	8600	9100	10000	10400	10800	11200
	$E_{90,g,mean}$	300						
	$E_{90,g,05}$	250						
Shear-modulus	$G_{g,mean}$	650						
	$G_{g,05}$	540						
Rolling shear modulus	$G_{r,g,mean}$	65						
	$G_{r,g,05}$	54						
Density [ $kg/m^3$ ]	$\rho_{g,k}$	355	355	365	385	390	390	400
	$\rho_{g,mean}$	390	390	400	420	420	430	440

**Table 2.1:** Karakteristisk styrke- og stivhetsegenskaper [1]

Størrelsen på en limtrebjelke begrenses av produksjonslokale eller hva som lar seg transportere. Det kan produseres bjelker med en høyde opp mot 3 m og varierende tverrsnitt, som for eksempel en saltaksbjelke [8]. I følge Samferdselsdepartementet, "Forskrift om bruk av kjøretøy" §5-3.2.a.1, er største tillatte totale vogntoglengde på norske- og europeiske veier 25.25 m uten spesialtillatelse.

Rette limtrebjelker produseres normalt med 45 mm tykke lameller, da dette er største tillatte lamelletykkelse etter Eurokoden [1]. Det kan også produseres krummede limtrebjelker, da gjerne med største lamelletykkelse på 33 mm [8]. Se figur 2.2 for eksempler på limtrekonstruksjoner.

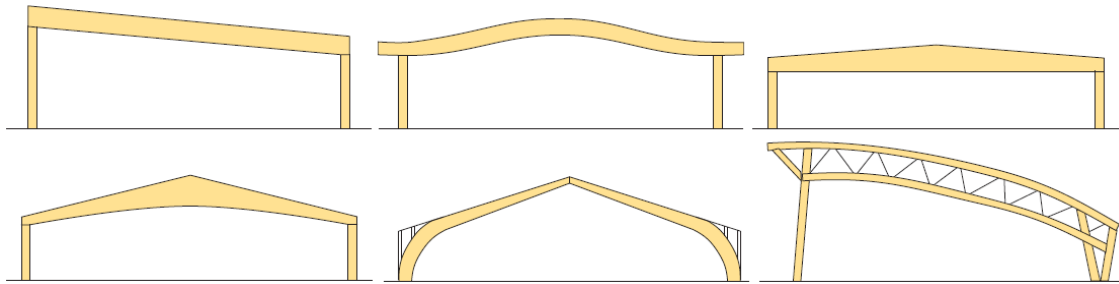


Figure 2.2: Forskjellige limtrekonstruksjoner [8]

### 2.1.1.2 Fukt og nedbrytning

Tre er et hygroskopisk materiale, som adsorberer/desorberer (opptar/avgir) fuktighet, og vil hele tiden prøve å komme i balanse med omgivelsene. Balansegangen avhenger av relativ fuktighet (RF) og temperatur (°C). Hvordan tre reagerer kalles trevirkets sorpsjonsegenskaper og kan leses av i en sorpsjonskurve. Trevirket vil avgi eller oppta fuktighet avhengig av den relative fuktigheten. Sorpsjonsegenskapene til trevirket er også avhengig av de ulike egenskapsretningene. Tre vil absorbere raskere i endeved langs fiberretningen enn tangentielt og radielt. Dette fordi cellene er hule, og i endeveden har fuktigheten direkte tilgang til disse gangene. Trevirket vil raskere oppnå balanse med omgivelsene dersom det blir utsatt for fuktendring i endeveden. Tre utvider seg også forskjellig i de ulike retningene. Fra fibermetningspunktet og ned til 0 % fuktighet vil trevirket gjennomsnittlig utvide seg ca. 0.3 % langs fiberretningen, 4 % i radiell retning og 8 % i tangentiell retning, mens total volumendring er 12 %. [10]

Fuktigheten i trevirket måles i prosent etter følgende uttrykk 2.1:

$$\mu = \frac{(\text{vekt før} - \text{vekt etter})}{\text{vekt etter}} \cdot 100 = \text{Fuktinnhold, i \%} \quad (2.1)$$

Trevirke kan ha et fuktinnhold på over 100 % på grunn av den lave densiteten og store porøsiteten. Det er fibrene i trevirket som sveller ved økt fuktighet, men bare opp til fibermetningspunktet (ca. 30 %). Etter dette vil det være fritt vann i porene som vist i figur 2.3.

Fuktigheten i trevirket kan måles med en fuktmåler. Apparatet sender elektrisitet gjennom to elektroder og måler motstanden. Vann leder strøm, det gjør ikke tre, og på bakgrunn av dette er det mulig å estimere fuktighetsinnholdet. [10]

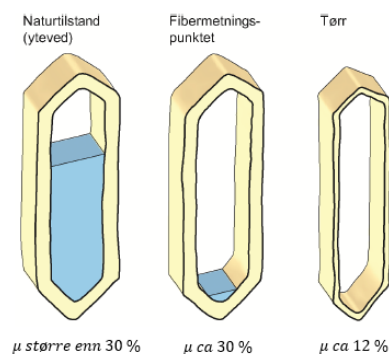


Figure 2.3: Vanninnhold i tre [9]

Eksakt fuktighet finnes ved å veie trevirket, for å deretter tørke og veie det igjen. Dette er i mange tilfeller praktisk umulig, derfor benyttes elektroniske fuktmålere. [10]

Fuktinnholdet i trevirke påvirker styrkeegenskapene, og siden det er et organisk materiale er det også utsatt for nedbrytning. Derfor er det viktig å beskytte trevirket mot klimatiske påkjenninger. Det finnes flere måter å beskytte trevirket på, fra kjemisk til fysisk beskyttelse. Felles er at de skal beskytte trevirket fra å ha høyt fuktinnhold over lengre tid og hindre angrep fra organismer. Ved å tilføre ulike kjemikalier til trevirket endres egenskapene. Enkelte endrer de hygroskopiske egenskapene, mens andre hindrer angrep fra organismer. Kjemikalene kan påføres manuelt ved maling og dypping, eller industrielt gjennom trykkimpregnering. Trevirket kan også beskyttes med beslag eller andre fysiske tiltak. Varmebehandling endrer også egenskapene til trevirket, som gjør det i stand til å håndtere de klimatiske forholdene utendørs. [10]

### 2.1.1.3 Brann

Tre er et brennbart materiale og brannegenskapene påvirkes først og fremst av fuktinnhold, dimensjoner, densitet og fiberretning. Den effektive brennverdien til absolutt tørr furu og gran er 19.3 MJ/kg. Tiden det tar før tre antenner varierer avhengig av temperatur, ventilasjon og nærhet til åpen flamme. Antening uten åpen flamme krever høyere temperatur. Tre forkulles langsomt og innenfor det forkullede laget er trevirket upåvirket [12]. Forkullingshastigheten er ca. 0.5 - 1.0 mm/min, og kan forbedres med brannbeskyttende tiltak. I motsetning til stål påvirkes ikke trevirkets konstruktive egenskaper av temperatur før det når ca. 110-115 C°. De konstruktive egenskapene forsvinner først når det er forkullet, se figur 2.4 [12]. Det er derfor mulig å estimere bæreevnen til en trekonstruksjon ved brann. [10]

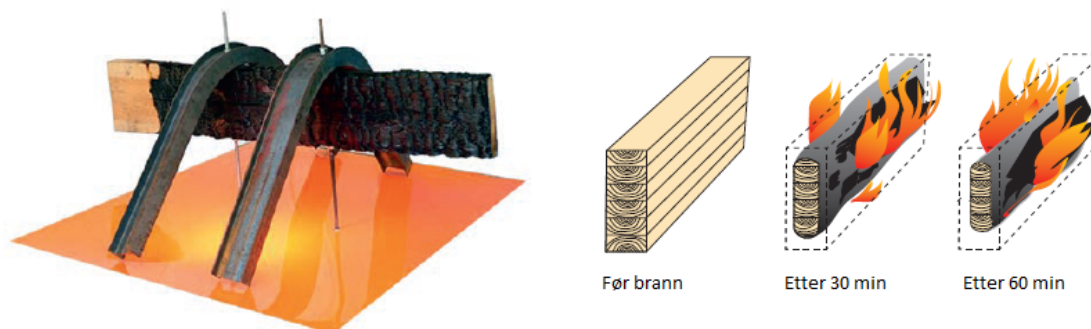


Figure 2.4: Trevirkets brannegenskaper [10]

### 2.1.2 Miljøegenskaper

En brukonstruksjon, som alle andre konstruksjoner, vil ha en innvirkning på miljøet og omgivelsene rundt. Skånsomme inngrep som er tilpasset terrenget og harmonerer med naturen bør etterstrebes for å være i tråd med de miljømessige fordelene lokalt. Globalt ønsker FNs klimakonvensjon å stabilisere konsentrasjonen av klimagasser i atmosfæren, der byggeprosjekter står for en stor andel av det totale klimagassutslippet. En livsløpsvurdering kartlegger ressursbruken fra vugge til grav i prosjektet, mens driften kartlegges for å vurdere energieffektiviteten til konstruksjonen.

Riktig materialvalg vil derfor ha en stor betydning for å minimere den totale miljøbelastningen. Flere sammenligninger av materialvalg i brukonstruksjoner er gjort de senere årene med fokus på LCA (Life Cycle Assessment). Det er tydelig at trebruer kommer best ut i forhold til stål- og betongbruer med tanke på antall CO<sub>2</sub>-ekvivalenter per kvadratmeter effektiv bruflate. [28]

Grunnen til at trebruer viser til store miljøfordeler er fordi trevirket motvirker drivhuseffekten. Tre er en fornybar naturressurs som tar opp karbondioksid når det vokser i skogen. Skogene drives bærekraftig og volumet av tilveksten er omtrent dobbelt så stort som hogsten her i Norge. Produksjonen av trematerialer kommer fra en ren industri med fokus på lavt energibruk, høy utnyttelse av trestokken og lavt utslipp av karbondioksid. Når trematerialet blir brukt i konstruksjoner fungerer det som et karbonlager, men etter endt levetid brytes det ned og karbondioksidet returnerer til den naturlige karbonsyklusen. Fokus på gjenbruk og økt avvirkning av skog til trematerialer vil øke karbonlagringen og minimere utslippene. [29]



**Figure 2.5:** Avvirkning av skog [10]

En utfordring ved bruk av trebruer er bestandighet. Et fuktig miljø gir fare for råte og krever beskyttelse for lang levetid. Trykkimpregnering med saltløsninger har lenge blitt brukt i Norge med god effekt. Imidlertid vil tungmetallene, spesielt arsen, utvaskes av treverket over tid og bidra til økte miljøbelastninger. I dag benyttes kobberoksid som det mest vanlige saltløsningsmiddelet, fordi krom og arsen er forbudt. Alternativt kan treverket impregneres med kreosot, som kanskje er det mest effektive impregneringsmiddelet på markedet i dag. Imidlertid går godkjenningen for bruk av dette middelet ut for bruer i 2018. Det er knyttet stor usikkerhet om Miljødirektoratet vil tillate videre bruk av kreosot for nye bruer i Norge. Fremtiden krever mer forskning på bruk av miljøvennlig impregnering som kan garantere for ønsket brukstid. [28]

### 2.1.3 Brukonstruksjoner av tre

En bru forbinder to sider sammen og kan variere i både utforming og konstruksjon. Stål- og betongbruer har lenge vært den mest rasjonelle måten å håndtere lange spennvidder på, og materialene har vært ansett som evigvarende og vedlikeholdsfrie. I dag ser vi at en trebru er minst like konkurransedyktig, fordi spennvidde alene ikke er avgjørende for valg av materiale. Trebruer kan bygges med stor variasjon av konstruktiv utforming og fungerer som veg-, sykkel- og gangbruer.

Mindre trebruer består av en brubane og et bæresystem som gjerne sammenfaller. Platebruer med spennvidde opp mot 10 m og bjelkebruer med spennvidde opp mot 30 m er eksempler på gang- og sykkelvegbruer med lav byggehøyde. Figur 2.6 viser prinsippet for en platebru som tar utgangspunkt i et enkelt statisk system, og består av et tverrspent tredekke. For bjelke- og kassebruer kombineres tredekke med bjelker. [28]



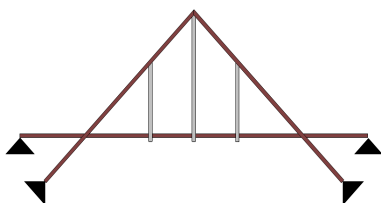
(a) Statisk system platebru



(b) Mattisdammen bru, spennvidde 7,2 m [28]

**Figure 2.6:** Eksempel på platebru

Mellomstore trebruer med krav til større spennvidde enn bjelke- og platebruer fører til et mer komplisert bæresystem. Brubanen er separert fra bærekonstruksjonen slik at i hovedsak tre ulike systemer er aktuelle. Overliggende, mellomliggende eller underliggende bæring. Figur 2.7 viser prinsippet for en sprengverksbru med mellomliggende bæring bestående av trykk, strekk og bøyingspåkjente komponenter avstivet av en u-formet stålramme mot knekking. [28]



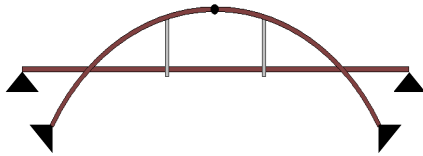
(a) Statisk system sprengverksbru



(b) Beston bru over Rv.23, spennvidde 24 m, foto: Peter Fiskerstrand

**Figure 2.7:** Eksempel på sprengverksbru

Figur 2.8 viser en massiv buebru som et alternativ til sprengverksbru og bygger på det samme prinsippet, men sprengverket er byttet ut med buer.



(a) Statisk system buebru



(b) Gjersøe bru Råde, spennvidde 40 m [30]

**Figure 2.8:** Eksempel på massiv buebru

Store trebruer med lang spennvidde krever ofte et fagverk kombinert med en bue for å etablere nok bøyestivhet. Figur 2.9 viser Tynset bru med 70 m spennvidde, utført med fagverksbue i limtre, og Flisa bru som er verdens lengste fagverksbru i tre for tungtrafikk. [30]



(a) Tynset bru, spennvidde 70 m  
foto: Plan Arkitekter



(b) Flisa bru, hovedspenn 70,3 m  
foto: Tore Huuse Øvre

**Figure 2.9:** Eksempel på fagverksbruer

Det siste innen trebruteknologi er en nettverksbuebru basert på en såkalt Tveit bue. Prinsippet er å benytte et nettverk av skrå stålvaiere som krysser hverandre for å redusere momentet og behovet for bøyestivhet i buen. Det aksiale trykket blir dimensjonerende, og begrenses ofte av knekkingsproblematikk. Et tredekke blir imidlertid ofte for lett i den sammenheng, slik at det mest praktiske er å utføre buene i limtre, stagene av stål og brubanen av betong. Altså en samvirkekonstruksjon. [28]

Figur 2.10 viser Steien bru, også kalt Steibrua, som fører riksveg 3 over Glomma i Alvdal kommune. Brua er utført som en nettverksbuebru med spennvidde på 88 m og fri høyde på 14 m, som gjør den til verdens lengste trebro i ett spenn. [11]

Steibrua stod ferdig i 2016, der buene og fagverket består av limtre, nettverket av stål og brubanen av spennbetong. [11]



**Figure 2.10:** Steibrua, spennvidde 88 m foto: Kai Røen

Figur 2.11 viser trolig neste nettverksbuebru av tre som blir bygd i Norge og skal hete Helleføssen bru over Etna i Etnedal. Prinsippet bygger på Steibrua, men fugefri. Altså ingen fuge mellom bruende og vegfylling. [11]

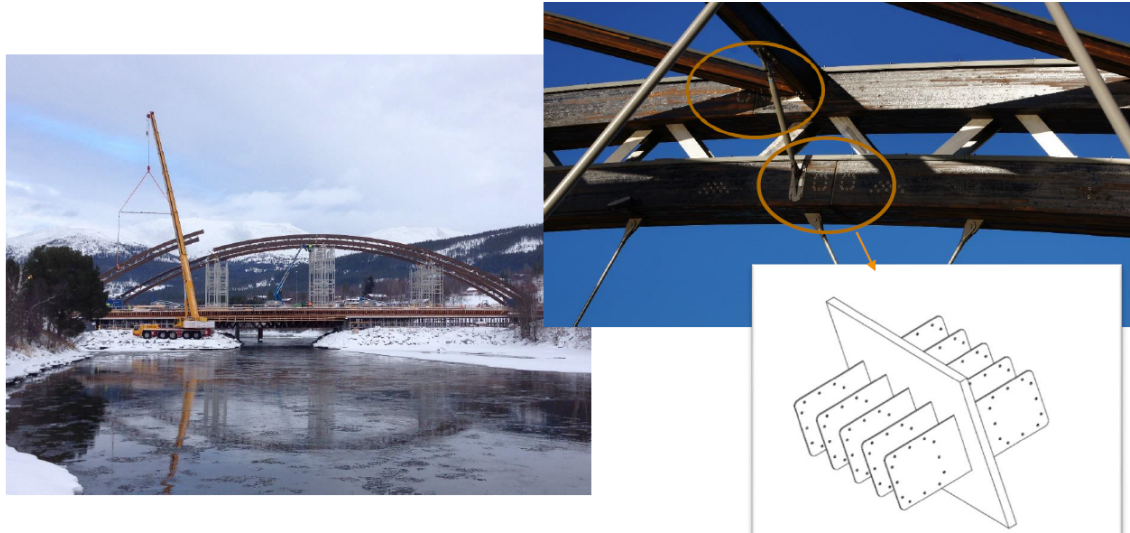


**Figure 2.11:** Skisse av Helleføssen bru i Etnedal [11]



## 2.1.4 Forbindelser

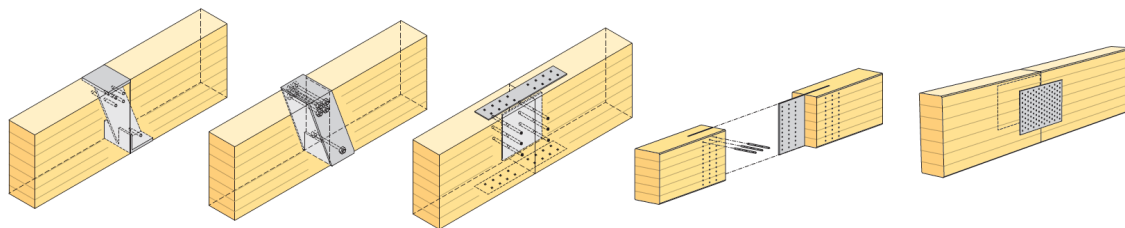
Limtre kan ikke alltid tilvirkes eller transporteres i den størrelsen som er nødvendig, særlig komponenter til brukonstruksjoner. Det er derfor nødvendig å kunne skjøte flere elementer sammen til en konstruksjon, dette gjøres med forbindelser. Figur 2.12 viser montering av Steibrua, som tydelig er for stor til å kunne transporteres som ett element.



**Figure 2.12:** Montering av Steibrua i Alvldal [11]

Forbindelser er gjerne konstruksjonenes svakeste punkt og bestemmer derfor bæreevnen. Det er risiko for at forbindelsen gir opphav til et sprøtt brudd dersom den ikke utformes riktig. Sprøtt brudd bør unngås, og det skal tilstrebe en duktil oppførsel for å få tydelige signaler om brudd innen det inntreffer.

I de fleste limtreforbindelser brukes stålplater i kombinasjon med spiker, skruer, bolter eller dybler, se figur 2.13. Dette medfører at geometrien til limtrettverrsnittet svekkes. Stålplater slisses inn i trevirket, både med tanke på det estetiske, men også for brannbeskyttelse. Eksponert stål har lav brannmotstand, men ved å slisse det inn vil trevirket fungere som et isolerende sjikt og opprettholde forbindelsens kapasitet. [12]



**Figure 2.13:** Alternative limtreforbindelser [12]

Det er mer komplisert å forbinde tre enn andre materialer på grunn av trevirkets egenskaper. Faktorer som spiller inn er lastens varighet, klimaklasse og lastens retning i forhold til fiberretningen. Det er viktig at designet ivaretar materialets anisotropi og hygroskopiske egenskaper.

Tre er et hygroskopisk materiale med store fuktrelaterte bevegelser. Ved dimensjonering av forbindelser bør treverket ha mulighet til å svulle og krympe, uten at det oppstår store indre spenninger i materialene. Ettersom strekkfastheten vinkelrett på fiberretningen er relativt lav, kan treverket sprekke ved uttørking. [12]

En forbindelse i tre er som regel leddet, og overfører kun skjær- og aksialkrefter. Dersom et knutepunkt dimensjoneres til å overføre moment, bør dette momentet være lite i forhold til bjelkens kapasitet. I en typisk forbindelse med innslissede stålplater, vil overføring av moment føre til krefter med en vinkel på fiberretningen. Momentkapasiteten avhenger da av strekk vinkelrett på fiberretningen og skjær langs fiberretningen. Dette er de to svakeste styrkeegenskapene til treverket, se styrketabell 2.1 [7]. I figur 2.14 vises hvordan kreftene fra moment dekomponeres.

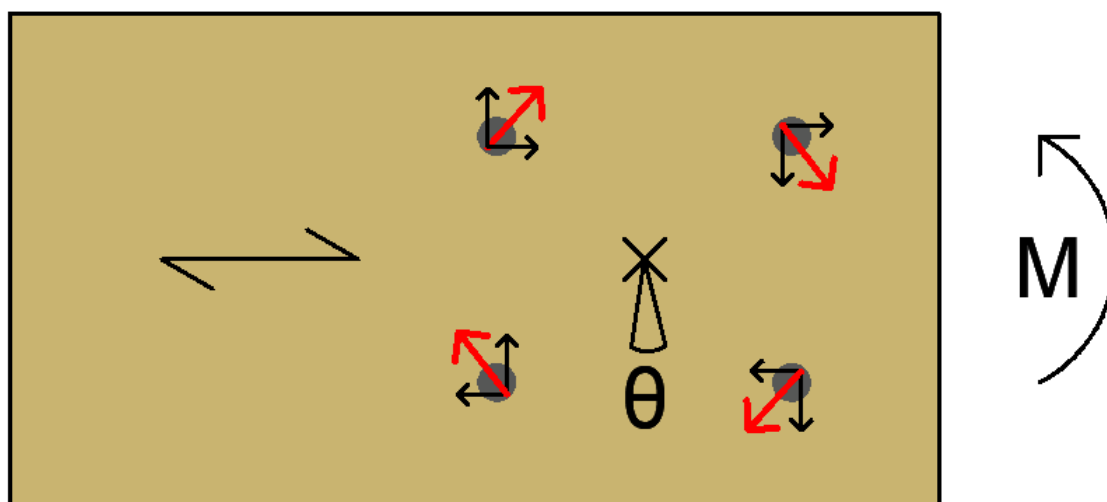


Figure 2.14: Momentpåkjenning av limtrebjelke

Selv om en forbindelse er dimensjonert til å overføre moment vil det ikke si at den er momentstiv. Forbindelsen kan rotere litt før den mobiliserer stivhet, dette på grunn av forbindelsens utforming med tanke på indre spenninger. Det er derfor vanskelig å oppnå både høy momentkapasitet og høy rotasjonsstivhet. [12]

I bygninger kan det plasseres søyler under strategiske punkter hvor momentet er tilnærmet lik null. Denne muligheten kan være begrenset av terreng når det gjelder brukonstruksjoner. Det er ikke alltid mulig å plassere et fundament der det er ønskelig. Derfor er det viktig med en momentstiv forbindelse uten initiell slipp. En liten rotasjon før stivhet mobiliseres vil føre til store deformasjoner i lange spenn. Spesielt i en nettverksbuebro er det viktig med en momentstiv forbindelse. Her vil momentet variere i samme snitt ettersom lasten forflytter seg over brua. En leddet konstruksjon vil kunne bestå av maksimalt 3 ledd. Flere ledd vil føre til en kinematisk kjede. Med en momentstiv forbindelse vil ikke konstruksjonen begrenses av hvor mange elementer som kan skjøtes sammen. Det er også viktig å kunne beregne riktig stivhet. Høy stivhet vil føre til økt belastning, mens lav stivhet vil føre til ustabilitet. I designsammenheng vil det være naturlig å hente ut eksakt stivhet for de representative lastene i brudd- og bruksgrensetilstand [7].

## 2.1.5 Duktilitet

Duktilitet er materialets evne til å opprettholde styrke under deformasjon. Et materiale med lav duktilitet kalles sprøtt, og vil si at det tåler lite tøyning i det plastiske området.

Trevirke er et typisk sprøtt materiale. Det er derfor uvanlig å regne plastiske egenskaper på tre. Tre har kun plastiske egenskaper i trykk parallelt og vinkelrett på fiberretningen. Det er vanskelig å benytte seg av de plastiske egenskapene, da bøyning resulterer i like store trykk- og strekkrefter. [31]

Stål har derimot gode duktile egenskaper. Det er stivt i det elastiske området. Ved flytespenning taper det stivhet, stålet deformeres plastisk og det vil oppstå et duktilt brudd [31].

Duktilitet i konstruksjoner er viktig for å sikre at det kan oppstå plastiske deformasjoner før brudd, så eventuelle tiltak kan iverksettes. Det er også viktig med en duktil oppførsel så konstruksjonen kan omfordele energien av en ulykkeslast (Jordskjelv, påkjørsel mm.). Laster det er lite sannsynlig vil oppstå, men som konstruksjonen likevel må dimensjoneres for å kunne motstå. Det tillates derfor plastiske deformasjoner. Det er lite økonomisk å dimensjonere alle konstruksjoner til å kunne motstå alle tenkelige laster innenfor det elastiske området. Ulykkeslaster er gjerne forbundet med mye energi, derfor er konstruksjonens evne til å ta opp energi viktig. Grafen i figur 2.15 viser tydelig at et duktilt materiale tar opp mer energi enn et sprøtt, se ligning 2.2. Dette til tross for at det sprø materiale har høyere styrke. [31]

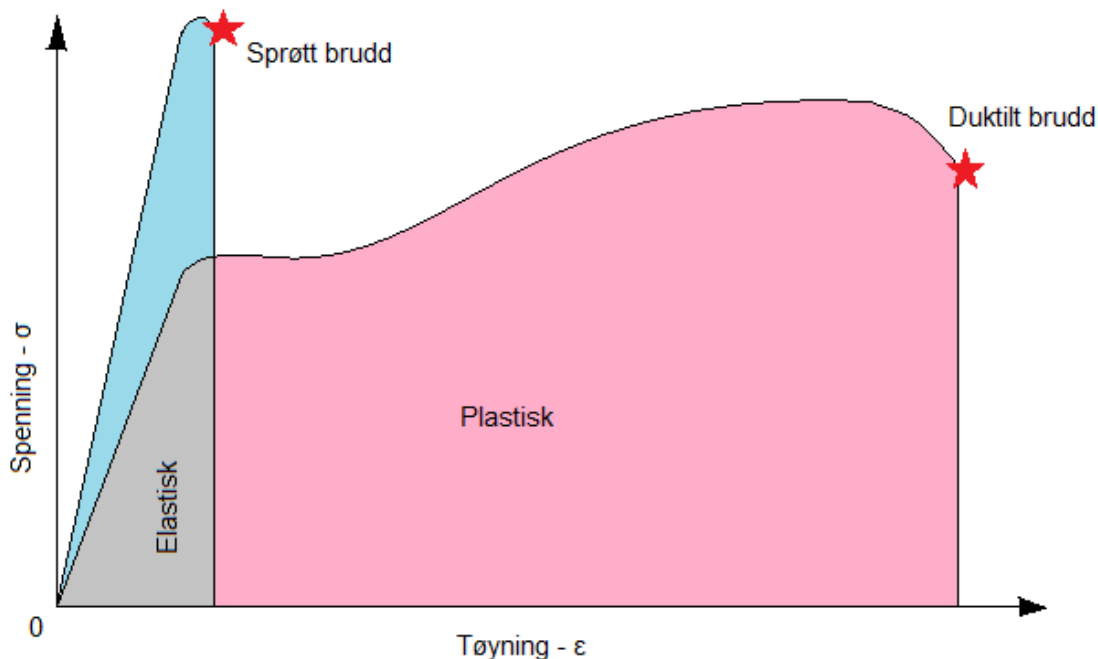


Figure 2.15: Spenning/tøyningskurve

$$W = \int_0^{\epsilon} \sigma d\epsilon \quad (2.2)$$

$W$	er energi
$\epsilon$	er tøyning
$\sigma$	er spenning

Når en konstruksjons designes er det ikke nødvendig at alle materialer som benyttes er duktile. En kjetting er ikke sterkere enn dens svakeste ledd. Dersom dette leddet også er duktilt, vil kjettingen ha en duktil oppførsel. Det samme gjelder konstruksjoner. Den sveitsiske koden for trekonstruksjoner tillater at styrkeparameterene økes for duktile konstruksjoner. Forbindelser med en statisk duktilitet ( $D_s$ ) større enn 3 kan reduseres med forholdet mellom  $\gamma_M/\eta_m$  fra 1.7 til 1.5. [31]

Det finnes mange måter å bestemme duktilitet på. I følge NS-EN 12512 er duktilitet forholdet mellom slipp ved bruddspenning og flytespenning, som vist i ligning 2.3 [20]:

$$D_s = \frac{V_u}{V_y} \quad (2.3)$$

$D_s$	er statisk duktilitet
$V_u$	er slipp ved bruddspenning
$V_y$	er slipp ved flytespenning

Det vil si at et perfekt sprøtt materiale vil ha duktilitets tall  $D = 1$ . Det kan i følge en artikkel, av blant annet professor Kjell Arne Malo, tolkes feil [21]. Artikkelen foreslår en annen metode for å regne duktilitet, der et sprøtt materiale vil ha duktilitet  $D_{Sue} \approx 0$ . Se ligning 2.4:

$$D_{Sue} = \frac{\epsilon_{pu}}{\epsilon_{eu}} \quad (2.4)$$

$D_{Sue}$	er duktilitet
$\epsilon_{pu}$	er permanent tøyning i kun det plastiske området
$\epsilon_{eu}$	er tøyning i det elastiske området

Denne metoden gir et lavere duktilitetstall enn metoden fra Eurokoden, men vil i følge artikkelen "Quantifying Ductility in Timber Structures" gi et tydeligere tall på duktilitet [21].

## 2.2 Momentstive bjelke skjøter

Forskning på momentstive forbindelser i limtre har pågått i en årrekke med utspring over hele verden. Et utvalg av tidligere studier med bruk av stålstenger er presentert nedenfor.

### 2.2.1 Innlimte stålstenger

Townsend fra New Zealand publiserte blant annet en løsning i rapporten "Steel Dowels Epoxy Bonded in Glue Laminated Timber" allerede i 1990 [13]. Forbindelsen ble utført som limt dybelforbindelse parallelt med fiberretningen. Figur 2.16 viser skissen av bjelkeskjøten med påsatt moment.

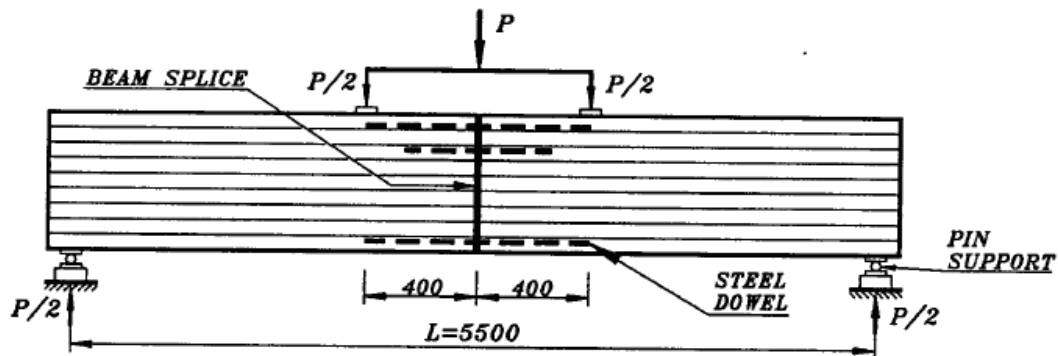


Figure 2.16: Limt dybelforbindelse med Epoxy [13]

Fra International Timber Engineering Conference i 1991 viste Turkovskij fra Russland til en mer montasjevennlig metode [14]. Figur 2.17 viser innlimte armeringsstenger med 30 graders vinkel på fiberretningen, som bøyes mot bjelkekanten når limet er herdet. Bjelkene løftes på plass i riktig posisjon og det monteres en stålplate som deretter sveises fast i armeringen.

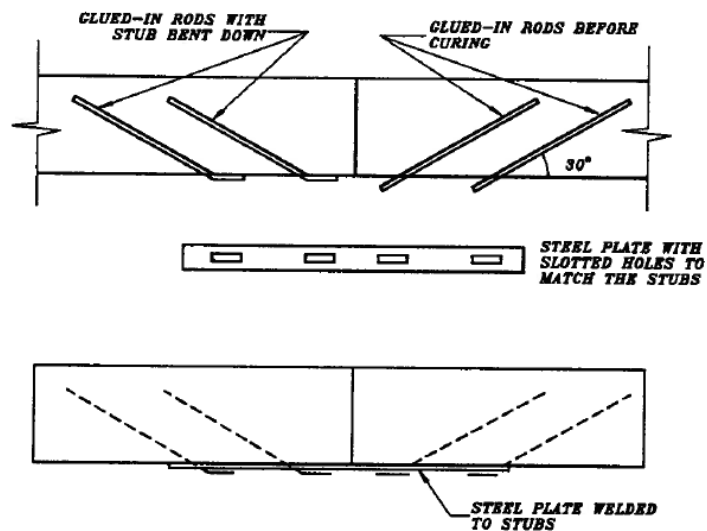


Figure 2.17: Innlimte armeringsstenger med Epoxy [14]

Videreutvikling av den Russiske løsningen fant sted på University of British Columbia i 1993, der tanken om et duktilt brudd i stålet skulle videreføres [15]. Det ble gjennomført en rekke uttrekkstester med armeringsstenger plassert i vinkel på fiberretningen for å verifisere løsningen presentert ovenfor. Figur 2.18 viser hvordan Malczyk forbedret løsningen ved å prefabrikere forbindelsen, for deretter å montere en boltet plate når bjelkene var løftet på plass.

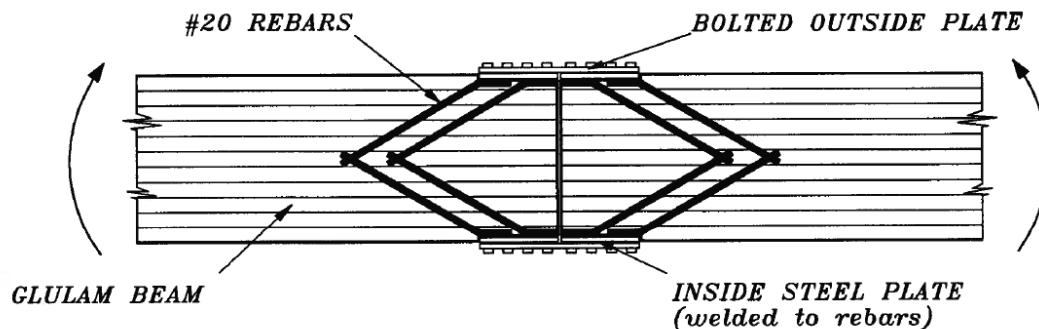


Figure 2.18: Innlimte armeringsstenger med Epoxy og utvendige bolter [15]

En gruppe fra New Zealand gjorde sykliske forsøk for å verifisere en momentstiv løsning med duktile og seismiske egenskaper i 2001 [16]. Figur 2.19 viser testoppsettet, der 8 gjengestenger ble innlimt i ulike systemer og boltet til en stålbrakett i enden av bjelken. Limtrebjelken som ble benyttet hadde et tverrsnitt på 135x495 mm.

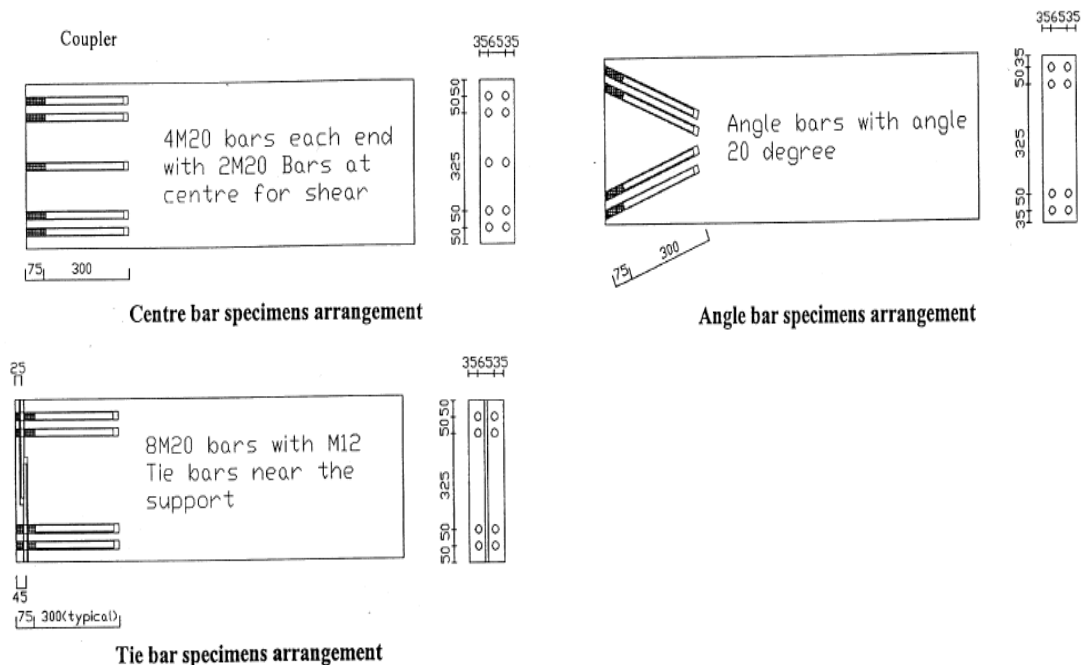


Figure 2.19: Innlimte gjengestenger med Epoxy [16]

Et lignende studie på sykliske forsøk ble presentert på "World Conference on Timber Engineering" i Italia 2010 [17]. 8 gjengestenger ble innlimt med Epoxy i forborede overstore hull. Limtrebjelkene hadde et tverrsnitt på 120x295 mm.



**Figure 2.20:** Epoxy-gjengestang forbindelse [17]

En felles oppsummering av studiene kan konkluderes med følgende:

- Forbindelser med innlimte stenger bidrar til høy stivhet og kan gi duktile brudd ved bruk av riktig stål kvalitet.
- Stenger innlimt i vinkel på fiberretningen inkluderer en betydelig del av tverrsnittet for lastoverføring, samt øker skjærkapasiteten og stivheten til forbindelsen.
- Stenger innlimt parallelt med fiberretningen forårsaker betydelige spenningskonsentrasjoner og gir redusert lastfordeling.
- Økt forankringslengde sikrer flyt i stålstengene og kontaktsonen kan dimensjoneres som stålforbindelsen.
- Fukt- og temperaturendringer påvirker ikke innlimte stenger mer enn limtre elementene.
- Kapasiteten for innlimte stålstenger vil være avhengig av avstanden mellom stengene og hvordan treverket oppfører seg rundt stengene.
- Bidrag fra både aksial- og skjærkraft bør inkluderes i kapasitetsberegninger.

## 2.2.2 Lange aksialbærende gjengestenger

Tidligere studier på bruk av innlimte stenger med Epoxy for momentstive forbindelser har vist potensiale til å gi høy stivhet, duktil oppførsel og god kapasitet. Imidlertid er dette en produksjonskrevende prosess som er lite egnet i praksis. På søk etter en mer universal metode har flere studier, spesielt i Norge, gått mer over til bruk av lange aksialbærende gjengestenger.

SFS Intec og SPAX er hovedprodusenter av lange aksialbærende gjengestenger. Metoden er enkel fordi man forborer hull med dimensjon av gjengestangens indre diameter, for deretter å skru gjengestangen inn i treverket. Se figur 2.21.



(a) SFS Intec (WB system) [32]

(b) SPAX-threaded rod [33]

**Figure 2.21:** Lange aksialbærende gjengestenger

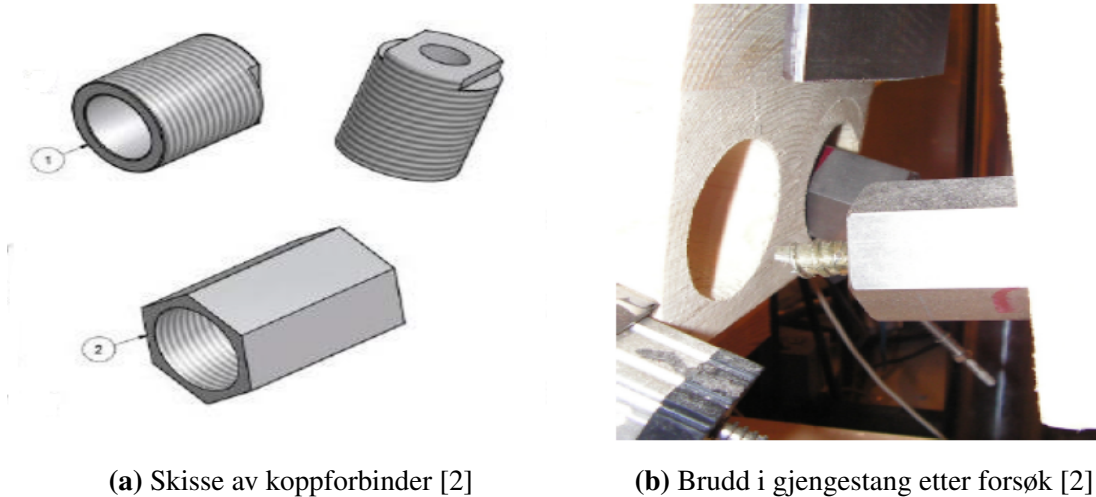
Tabell 2.2 viser typiske dimensjoner og kapasiteter for SFS Intec og SPAX gjengestenger.

Type	Ytre gjenge diameter [mm]	Indre gjenge diameter [mm]	Maks lengde [mm]	Karakteristisk strekk kapasitet [kN]	Midlere strekk kapasitet [kN]
SFS Intec	16	12	3000	91,5 [34]	N.A
SFS Intec	20	15	3000	145 [34]	176 [19]
SPAX	16	12	3000	63 [35]	N.A

**Table 2.2:** Dimensjoner og kapasiteter for gjengestenger

NMBU (Norges miljø- og biovitenskapelige universitet), tidligere kalt UMB, kan vise til forsøk på spesielt SPAX gjengestenger. Forankret i tidligere studier gjennomførte Buene [2] i 2009 momentforsøk på bruk av SPAX gjengestenger kombinert med en egenutviklet koppforbindelse i en bjelke skjõt. Gjengestengene som stakk ut fra hver bjelkeende ble påmontert koppforbindere, for deretter å gjenges sammen til en kontinuerlig skjõt. Figur 2.22 viser koppforbindelsen.





**Figure 2.22:** SPAX gjengestenger med Koppforbinder

Testbjelkene bestod av limtre med kvalitet L40 og hadde et tverrsnitt på 190x355 mm. Skjøten ble utført med to stykk ABC SPAX gjengestenger med 16 mm i ytre diameter på strekksiden og stålplate på trykksiden. Karakteristisk momentkapasitet til testforbindelsen ble beregnet til 58 kNm. Fire forsøk ble gjennomført og tabell 2.3 viser resultatene med tilhørende bruddårsak.

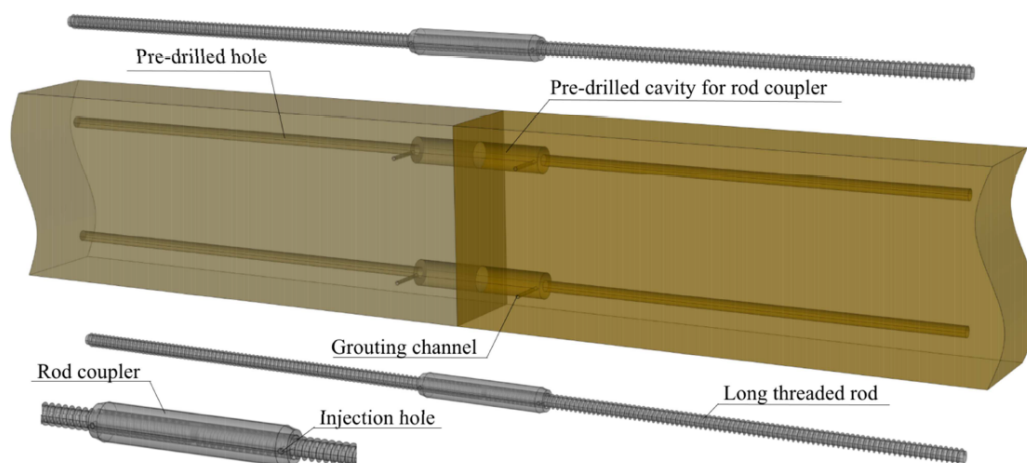
Nr.	Momentkapasitet [kNm]	Rotasjonsstivhet [kNm/rad]	Bruddårsak
1	38.7	N.A	Uttrekk
2	44.1	N.A	Gjengestang
4	58.8	6 950	Gjengestang
5	57.5	7 970	Gjengestang

**Table 2.3:** Kapasiteter og stivheter med koppforbindelse [2]

NTNU (Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet) har de senere årene gjort flere interessante studier på lange aksialbærende gjengestenger. Doktorgradsoppgaven "Withdrawal Properties of Threaded Rods Embedded in Glue-Laminated Timber Elements" utført av Haris Stamatopoulos [24] i 2016 viser til en rekke uttrekkstester, numeriske- og analytiske resultater som verifiserer at det kan oppnås høy kapasitet og stivhet ved bruk av innskrudd gjengestenger i limtrebjelker. Forankret i disse studiene har det blitt gjennomført en doktorgradsoppgave og flere masteroppgaver som går direkte inn på å utvikle en momentstiv forbindelse, tilpasset skjøting av limtrebuer i en nettverksbuebru.

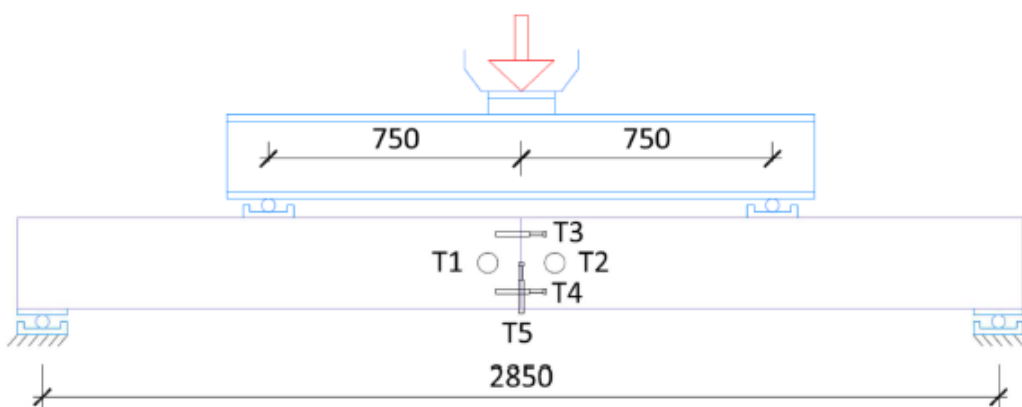
### 2.2.2.1 Gjengestenger skjøtet med hylse og fylt av Epoxy

En masteroppgave [36] fra 2015 ved NTNU presenterte flere momentforsøk av limtrebjelker med gjengestenger, skjøtet via en spesialkonstruert hylse fylt med Epoxy. Forsøkene inngår som en del av doktorgradsoppgaven til Martin Cepelka [3]. Momentkapasiteter og rotasjonsstivheter er funnet og sammenlignet med testing, numerikk og analytisk beregning. Figur 2.23 viser prinsippet for testforbindelsen.



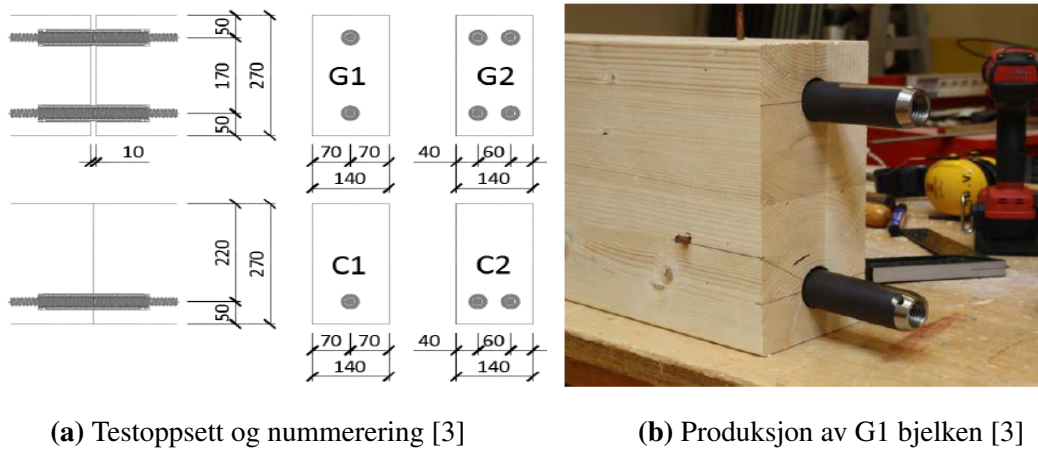
**Figure 2.23:** Gjengestenger skjøtet med hylse og fylt av Epoxy [3]

Testforbindelsen bestod av limtrebjelker med tversnitt på 140x270 mm og kvalitet GL30c. Det ble benyttet SFS Intec gjengestenger med ytre diameter 20 mm, innskrudd 600 mm i endeveden parallelt med fiberretningen. Hylsen var 200 mm lang, der 100 mm fra hver bjelkeside forbandt skjøten. Epoxy ble deretter injesert gjennom prefabrikkerte hull fra utsiden av bjelkeskjøten i ettetid. Figur 2.24 viser oppsettet for testforbindelsen.



**Figure 2.24:** Testoppsett for bjelke skjøt [3]

Det ble utført fire momentforsøk med ulik plassering og antall gjengestenger. Figur 2.25 viser plasseringer og nummerering av bjelkene.



**Figure 2.25:** Produksjon og nummerering for momentforsøk

Alle testene resulterte i uttrekk av gjengestenger på strekkside. Det er verdt å merke seg at bjelke C2 viste til et relativt sprøtt brudd, som kan gi risiko for et progressivt bruddforløp med flere gjengestenger. Imidlertid viste ingen av testene tegn til "initial slip" som bekrefter innskruing av gjengestenger som en tilfredstillende metode for momentstive forbindelser.

I tillegg til forsøkene er en numerisk modell i Abaqus presentert for å bestemme testbjelkens fleksible egenskaper. Momentkapasiteter og rotasjonsstivheter er funnet analytisk.

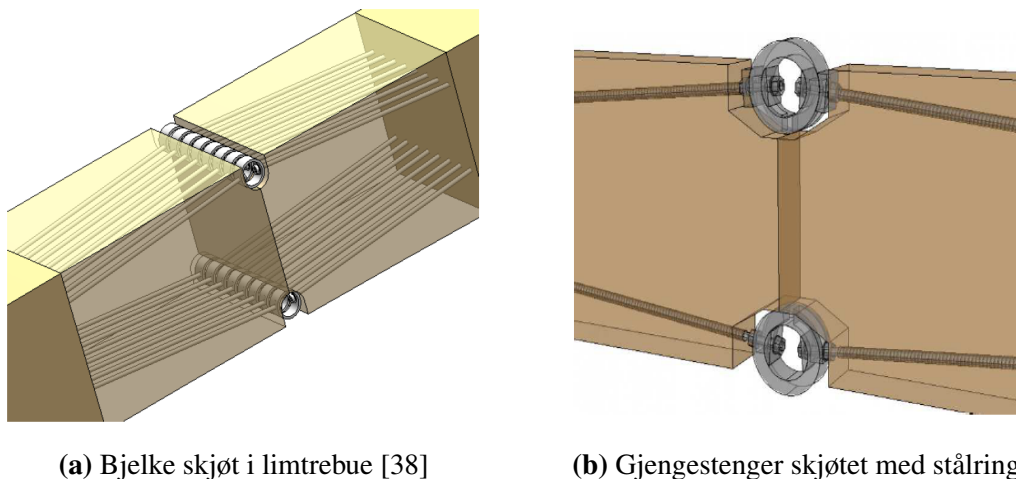
Tabell 2.4 viser sammenstilling av resultater fra forsøk, numerikk og analytisk beregning.

Nr.	$M_u$ [kNm]		$k\theta$ [kNm/rad]			$a_0$ [mm]		
	Exp.	Anal.	Exp.	Anal.	Num.	Exp.	Anal.	Num.
G1	19,1	20,2	1826	1818	1294	105	103	132
G2	43,6	40,3	4016	3636	2762	100	103	132
C1	25,6	21,7	2093	1787	2126	112	113	108
C2	48,1	41,4	3749	2577	3458	139	136	137

**Table 2.4:** Sammenstilling av resultater for gjengestenger skjøtet med hylse [3]

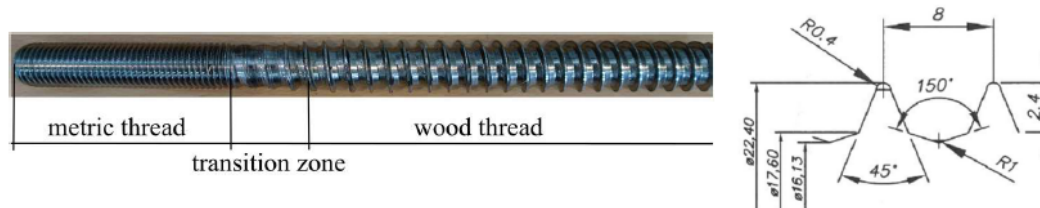
### 2.2.2.2 Gjengestenger mekanisk forbundet med stålring

Masteroppgaven til Hallvard Oltedal Veium [37] fra 2016 kan betraktes som en videreutvikling av løsningen presentert ovenfor. Oppgaven inngår som en del av doktorgradsoppgaven til Martin Cepelka [4]. Figur 2.26 viser prinsippet for løsningen, der hovedforskjellen er at gjengestengene blir innskrudd med 5 graders vinkel på fiberretningen, og er mekanisk forbundet via en spesialdesignet stålring.



**Figure 2.26:** Gjengestenger mekanisk forbundet med stålring

Testforbindelsen bestod av limtrebjelker med tversnitt på 215x585 mm og kvalitet GL30c. Det ble benyttet spesialdesignede gjengestenger med innskruingslengde fra 1000 mm til 1850 mm. Figur 2.27 viser gjengestangen benyttet i forsøkene. Gjengestangen består av tregjenger og et 90 mm endestykke med M20 metriske gjenger til sammenkobling av forbindelsen. Tabell 2.5 viser dimensjoner og kapasiteter.



**Figure 2.27:** Spesialdesignet gjengestang [7]

Type	Ytre gjenge diameter [mm]	Indre gjenge diameter [mm]	Maks lengde [mm]	Karakteristisk strekk kapasitet [kN]	Midlere strekk kapasitet [kN]
Spesialdesignet	22,4	16,9	1900	N.A	207.6 [39]

**Table 2.5:** Dimensjoner og kapasiteter for spesialdesignet gjengestang

Det ble utført fire momentforsøk med ulik innskruingslengde og antall gjengestenger. Figur 2.28 og 2.29 viser testoppsettet for forbindelsen.

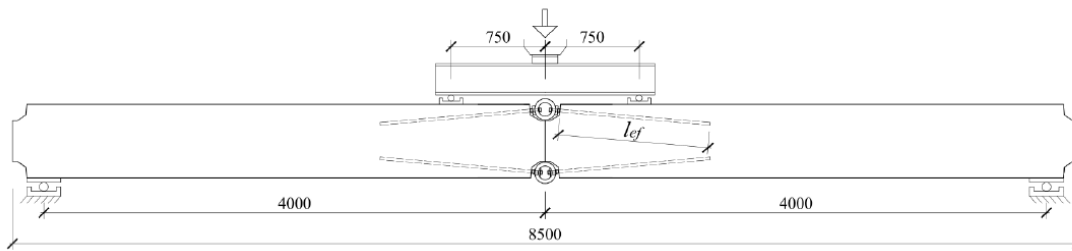


Figure 2.28: Testoppsett for forsøket [4]

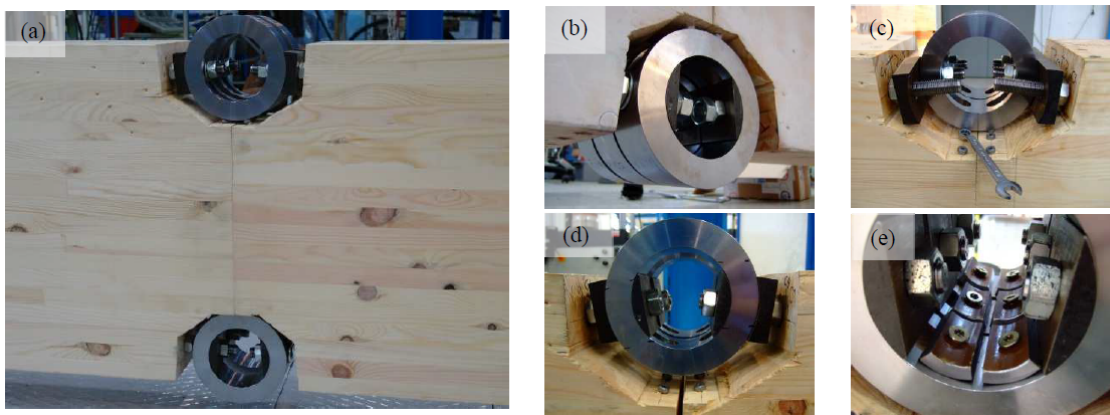


Figure 2.29: Produksjon av forbindelsen [4]

Resultatene viser en variasjon av bruddformer. Bjelkene med 2 gjengestenger i topp og bunn ga brudd i gjengestang på strekkside, mens bjelkene med 3 gjengestenger i topp og bunn endte både med uttrekk og trykkbrudd i treverket. Imidlertid viste forsøkene høy rotasjonsstivhet og et relativt duktilt bruddforløp når stålringene var holdt fast mot forskyvning i vertikal retning.

I tillegg til forsøkene er en numerisk modell i Abaqus presentert for å bestemme testbjelkens fleksible egenskaper. Momentkapasiteter og rotasjonsstivheter er funnet analytisk.

Tabell 2.6 viser en sammenstilling av resultatene fra forsøk, numerikk og analytisk beregning.

Antall gjengestenger i topp og bunn	$k\theta$ [kNm/rad]				$M_u$ [kNm]		
	Exp.	Anal.A	Anal.B	Num.	Exp.	Anal.A	Num.
2	24 952	23 227	18 780	23 755	169/173	188	190
3	35 324	34 044	27 513	36 522	241/230	284/243	286

Table 2.6: Sammenstilling av resultater for gjengestenger forbundet med stålring [4]



# Del 3

## Momentstiv forbindelse

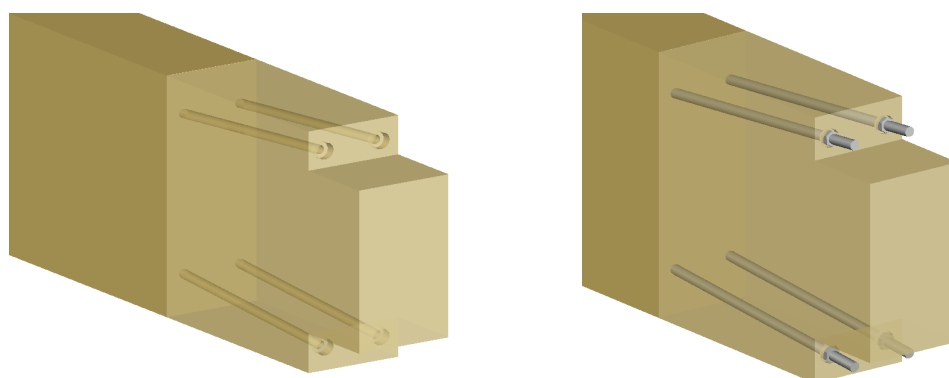
### 3.1 Geometrisk design

Det geometriske designet til forbindelsen er forankret i tidligere studier fra NTNU. Bruk av lange aksialbærende gjengestenger har vist at det er mulig å oppnå høy stivhet med et duktilt bruddforløp.

Testbjelkene består av limtre med tverrsnitt 215x585 mm og kvalitet GL30c. Hver bjelke vil ha en lengde på 4250 mm og skal skjøtes sammen via en utviklet stålforbindelse i topp og bunn. Det er presentert to mekaniske forbindelser og to friksjonsforbindelser som viser prosessen mot valgt løsning.

Felles for alle forbindelsene er at det benyttes gjengestenger som vist i tabell 2.5. Gjengestangen har en ytre diameter på 22,4 mm, og 1200 mm lengde som skrues inn i endevenden. Endestykket for innfestning i stålforbinderen er 90 mm med M20 metriske gjenger. Det er fordelaktig at gjengestengene skrues inn med liten vinkel på fiberretningen. Dette aktiviserer trefibre fra flere lameller for å unngå oppsprekking.

Figur 3.1 viser prinsippet for forboring av kjernediameter og innskrudd gjengestenger i en typisk testbjelke.



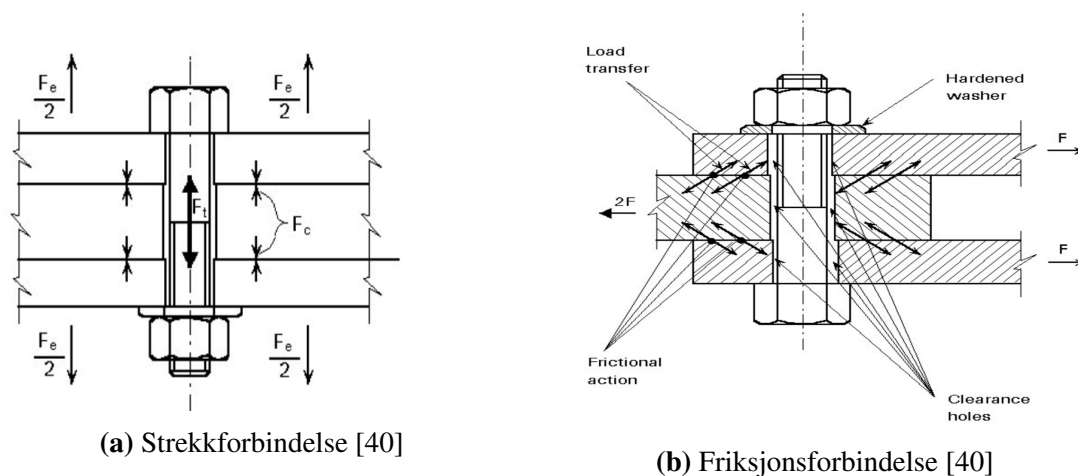
(a) Forboring av kjernediameter

(b) Innskrudd gjengestenger

**Figure 3.1:** Prinsipp for innskrudd gjengestenger i testbjelke

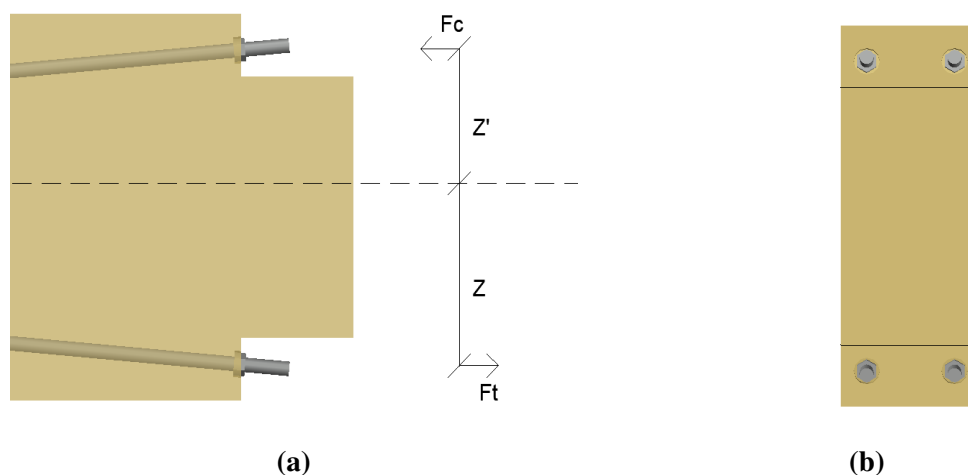
Målet med forbindelsen er at den kan videreføres til bruk i en nettverksbue. Trykket i buen er tenkt overført via tre mot tre, mens momentet overføres via gjengestengene i topp og bunn. Det er ønskelig med høy stivhet som samtidig ivaretar et duktilt bruddforløp.

For å oppnå stivhet i forbindelsen er det ønskelig å benytte forspente bolter med høy fasthet. Figur 3.2 viser prinsippet for en strekkforbindelse og en friksjonsforbindelse. I tillegg til høy stivhet, har slike forbindelser gode egenskaper mot utmatting [40].



**Figure 3.2:** Prinsippet for strekk- og friksjonsforbindelser

Momentkapasiteten og rotasjonsstivheten til skjøten vil være avhengig av plasseringen til gjengestengene i tverrsnittet. Det er derfor ønskelig at gjengestengene plasseres med så stor høyde fra bjelkens nøytralakse som praktisk mulig. Figur 3.3 viser prinsippet for hvordan kreftene opptrer på henholdsvis trykk- og strekkside med hver sin indre momentarm,  $Z$  og  $Z'$ .



**Figure 3.3:** Indre momentarm

### 3.1.1 Mekaniske forbindelser

Det ble tidlig gått bort fra et hylsedesign i vinkel, limt med Epoxy, fordi det praktiske uteblir. En slik forbindelse vil være avhengig av herdetiden til limet under monteringen og kreve at hylsene blir fullstendig fylt med lim, som kan være vanskelig å kvalitetssikre i en montagesituasjon. I tillegg må bjelkene holdes fullstendig i ro mens limet herder.



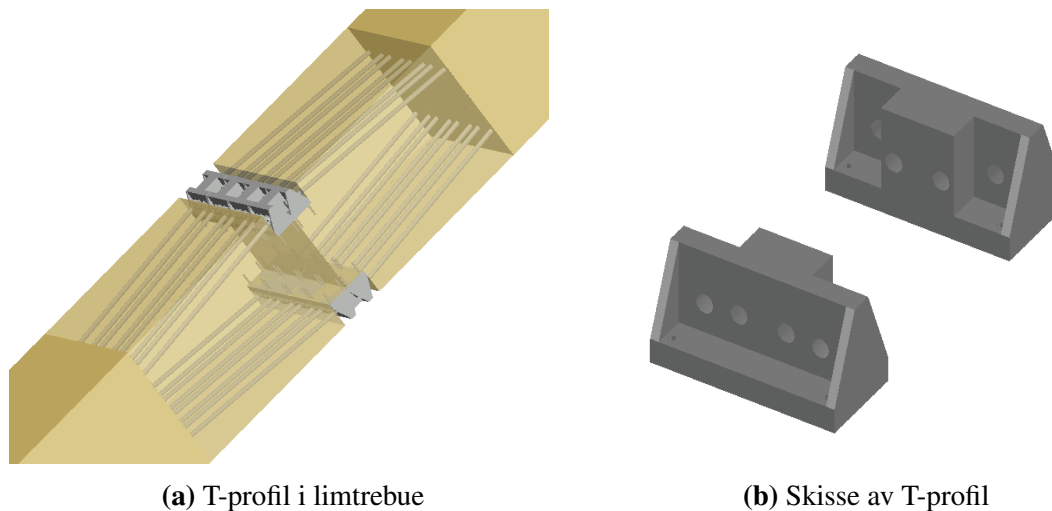
Stålringen presentert i underkapittel 2.2.2.2, er per i dag det beste utgangspunktet for å utvikle en mer praktisk løsning. Dette var en prototype som ikke er optimalisert på design, men funksjon. Ringen har blant annet en byggehøyde som går ut over bjelkens tverrsnitt, og vil komplisere tildekking i ettertid. Ved store bjelkebredder blir det vanskelig å komme til på innsiden for montering av muttere og skiver. Masteroppgaven til Hallvard Oltedal Veium [37] viste til oppbøyning av gjengestengene på trykksiden. Det var derfor nødvendig å holde fast ringen mot forskyvning i vertikal retning. Her ble også limtrebjelkene armert med SPAX skruer. Det var ønskelig med brudd i gjengestengene, men stenger med kort innskruingslengde resulterte i uttrekk og et sprøtt brudd.

Det første steget mot en praktisk og optimalisert løsning er vist i underkapittel 3.1.1.1 og 3.1.1.2. Løsningen representerer skjøting av 2- og 3 gjengestenger på hver side av bjelken, i topp og bunn.

### 3.1.1.1 Avstivet T-profil til 2 gjengestenger

Prinsippet er at 2 gjengestenger på hver side av testbjelken, i topp og bunn, blir innskrudd med 5 graders vinkel på fiberretningen, 1200 mm inn i endeveden. T-profilen vist i figur 3.4 (b) blir deretter påmontert på hver bjelkeende. Det hele løftes på plass, "On-Site", for montasje av bolter og muttere.

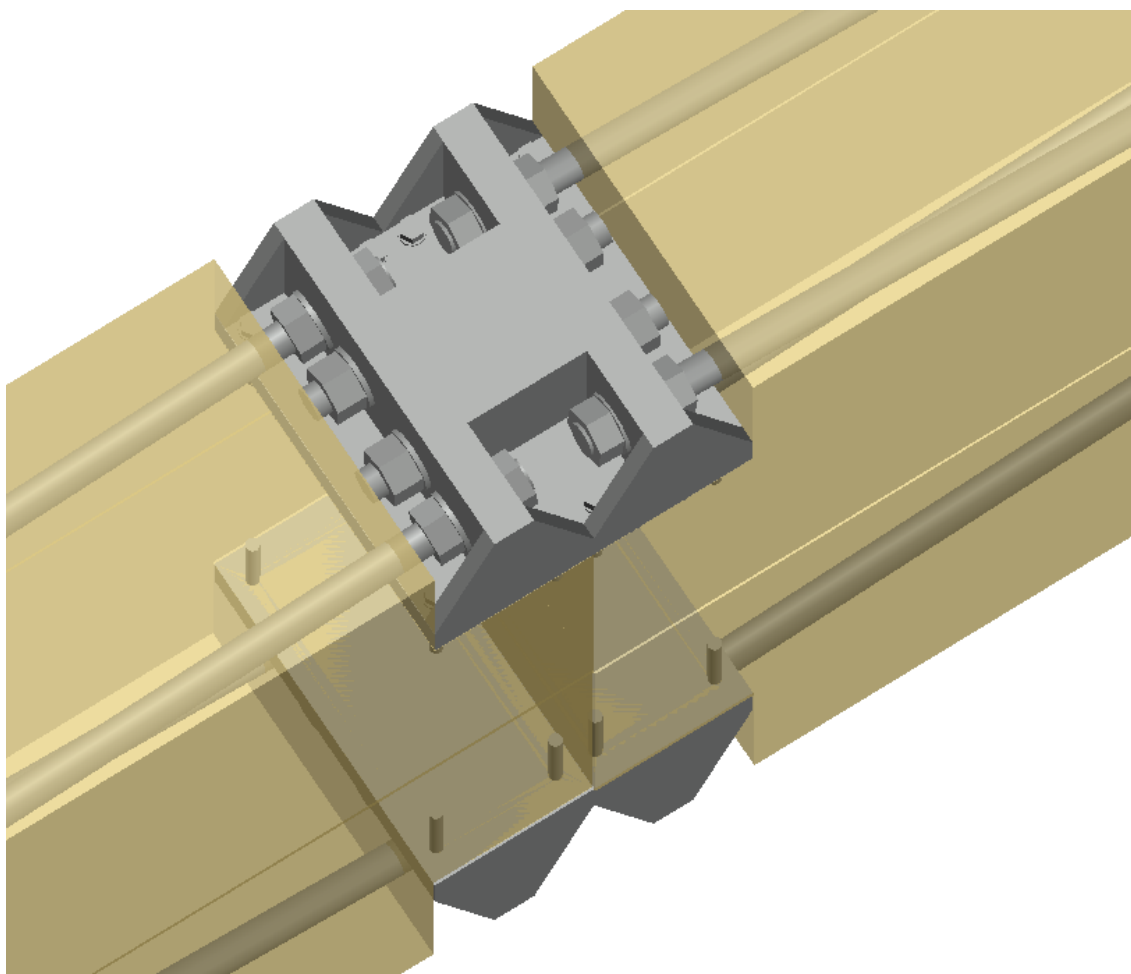
Figur 3.4 (a) viser at forbindelsen kan benyttes til større bjelkebredder, som for eksempel en nettverksbue.



**Figure 3.4:** Avstivet T-profil med trykkplate

T-profilen er modellert geometrisk i AutoCad for å studere hva som er praktisk mulig å få plass til innenfor testbjelkens tverrsnitt. Imidlertid vil det være nødvendig med relativt tykke flenser og stivere for å minimere deformasjoner i stålplatene. Trykkplater blir benyttet for å redusere antall muttere og skiver. Tanken er at bruddet vil oppstå i boltene som forbinder T-profilene sammen, fremfor i gjengestengene, fordi dette gir lett tilgang til inspeksjon og utskifting. For å redusere oppbøyning av den frie enden av gjengestengene, er det modellert inn skruer som reduserer vertikal forskyvning.

Figur 3.5 viser prinsippet for montering av T-profiler på testbjelke.



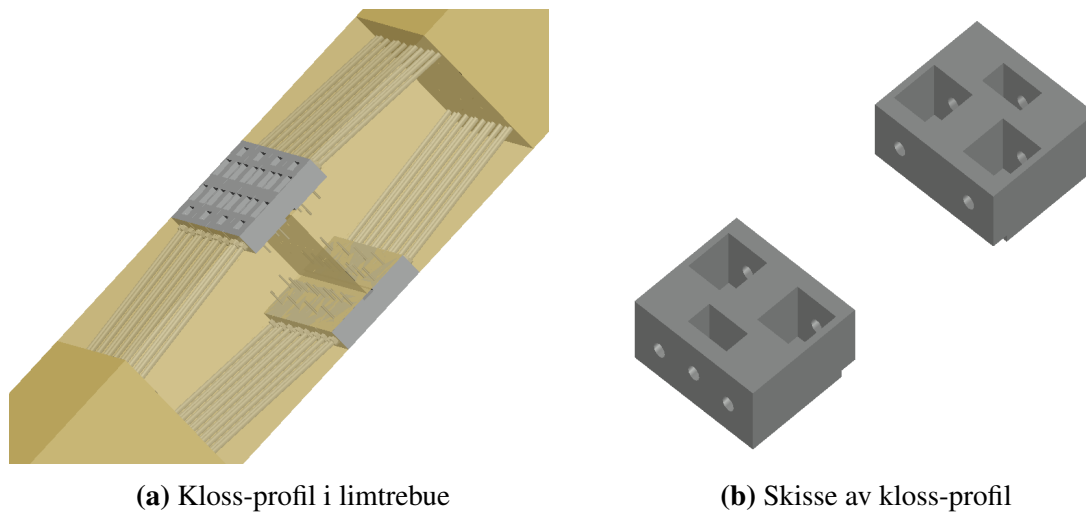
**Figure 3.5:** Prinsipp for montering av T-profiler på testbjelke

### 3.1.1.2 Kloss-profil til 3 gjengestenger

Det å få plass til 3 gjengestenger på hver side av testbjelken, i topp og bunn, viste seg å bli utfordrende på grunn av nødvendig plass til muttere og skiver. En mulighet var å montere gjengestengene i samme plan, men da måtte boltene for å forbinde T-profilene sammen plasseres i et plan ovenfor. Dette er en lite heldig løsning fordi forbindelsen ikke bør bygge utover tverrsnittet. Løsningen ble derfor å designe en slags kloss hvor den midterste gjengestangen ble montert et stykke lenger bak enn de to andre. Prinsippet er at 3 gjengestenger blir innskrudd med 5 graders vinkel på fiberretningen, på hver side av testbjelken, i topp og bunn, 1200 mm inn i endeveden. Kloss-profilen vist i figur 3.6 (b) blir deretter påmontert på hver bjelkeende. Det hele løftes på plass, "On-Site", for montasje av bolter og muttere.

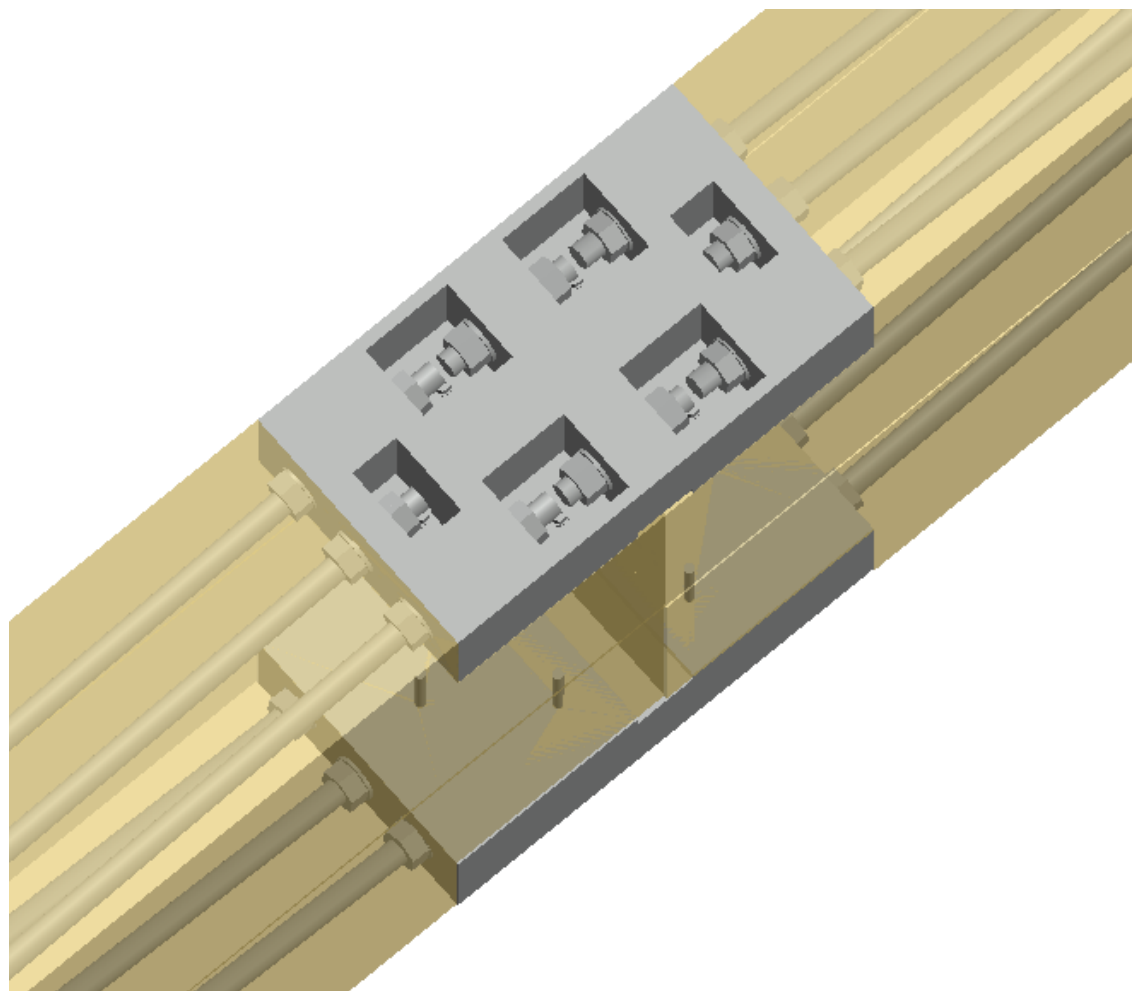
Kloss-profilen er modellert geometrisk i AutoCad. Bakre muttere på gjengestengene er her innfelt i trevirket. Trykkplatene blir benyttet for å redusere antall muttere og skiver. Bruddet er ønskelig at oppstår i boltene som forbinder klossene sammen for lett tilgang til inspeksjon og utskifting. For å redusere oppbøyning av den frie enden av gjengestengene, er det modellert inn skruer som reduserer vertikal forskyvning.

Denne forbindelsen er forholdsvis lang sett i forhold til T-profilet. Dette vil påvirke stivheten negativt. Figur 3.6 (a) viser en skisse av klossen til større bjelkebredder enn testforbindelsen.



**Figure 3.6:** Kloss-profil

Figur 3.7 viser prinsippet for montering av kloss-profiler på testbjelke.



**Figure 3.7:** Prinsipp for montering av kloss-profiler på testbjelke

### 3.1.2 Friksjonsforbindelser

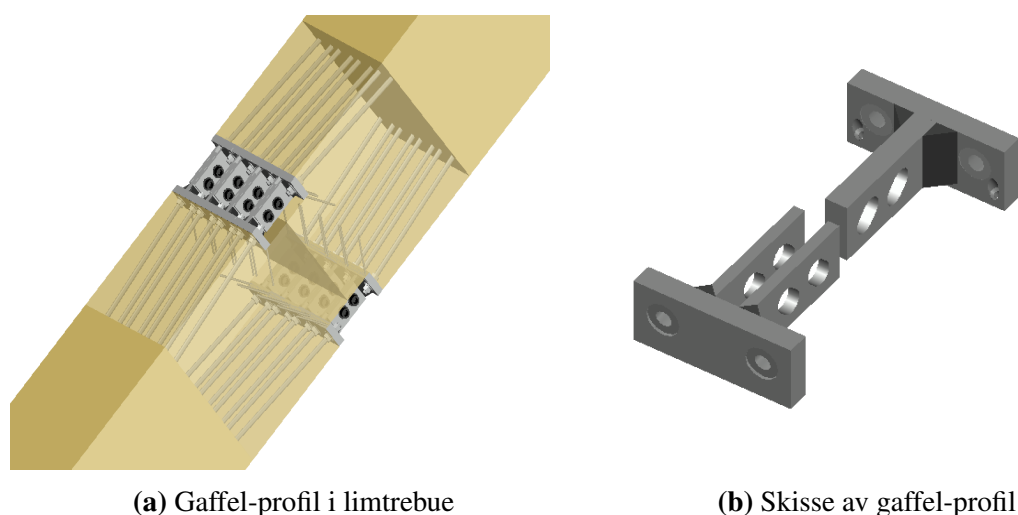
Forslagene vist i underkapittel 3.1.1.1 og 3.1.1.2 er basert på strekk- og trykk forbindelser, der stivheten vil avta gradvis når boltene/trykkplatene går over fra elastisk til plastisk område. Bruddet vil med størst sannsynlighet oppstå på strekk siden, så duktilitet basert på brudd i gjengestang fra forsøkene presentert i underkapittel 2.2.2.2 kan antas oppnåelig. Imidlertid vil en mekanisk løsning få redusert stivhet i plastisk område før brudd. Løsningen ble derfor å utvikle en friksjonsforbindelse. Fordelen med en slik forbindelse er at stivheten opprettholdes helt til slipp i friksjon og boltene sikrer en restkapasitet.

Friksjonsforbindelsene er presentert i underkapittel 3.1.2.1 og 3.1.2.2, der løsningen representerer forbindelse av 2- og 4 gjengestenger på hver side av bjelken, i topp og bunn.

#### 3.1.2.1 Gaffel-profil til 2 gjengestenger

Prinsippet er en videreføring av forslaget vist i underkapittel 3.1.1.1, der 2 gjengestenger på hver side av testbjelken, i topp og bunn, blir innskrudd med 5 graders vinkel på fiberretningen, 1200 mm inn i endeveden. Det blir frest ut spor med vinkel i bakplaten, slik at det kan benyttes ordinære skiver og muttere for innfestning av gjengestenger. Muttere på bakplaten blir som i underkapittel 3.1.1.2 felt inn i trevirket. Bakplaten i gaffel-profilet vil ha en tykkelse på 30 mm, mens gafflene er henholdsvis 15+15 mm og 30 mm. Gafflene blir sveist til bakplaten og har skrå ovale hull for større monterings toleranse. Total høyde på profilet er 90 mm. Felles for alt stålet er å benytte kvalitet S355.

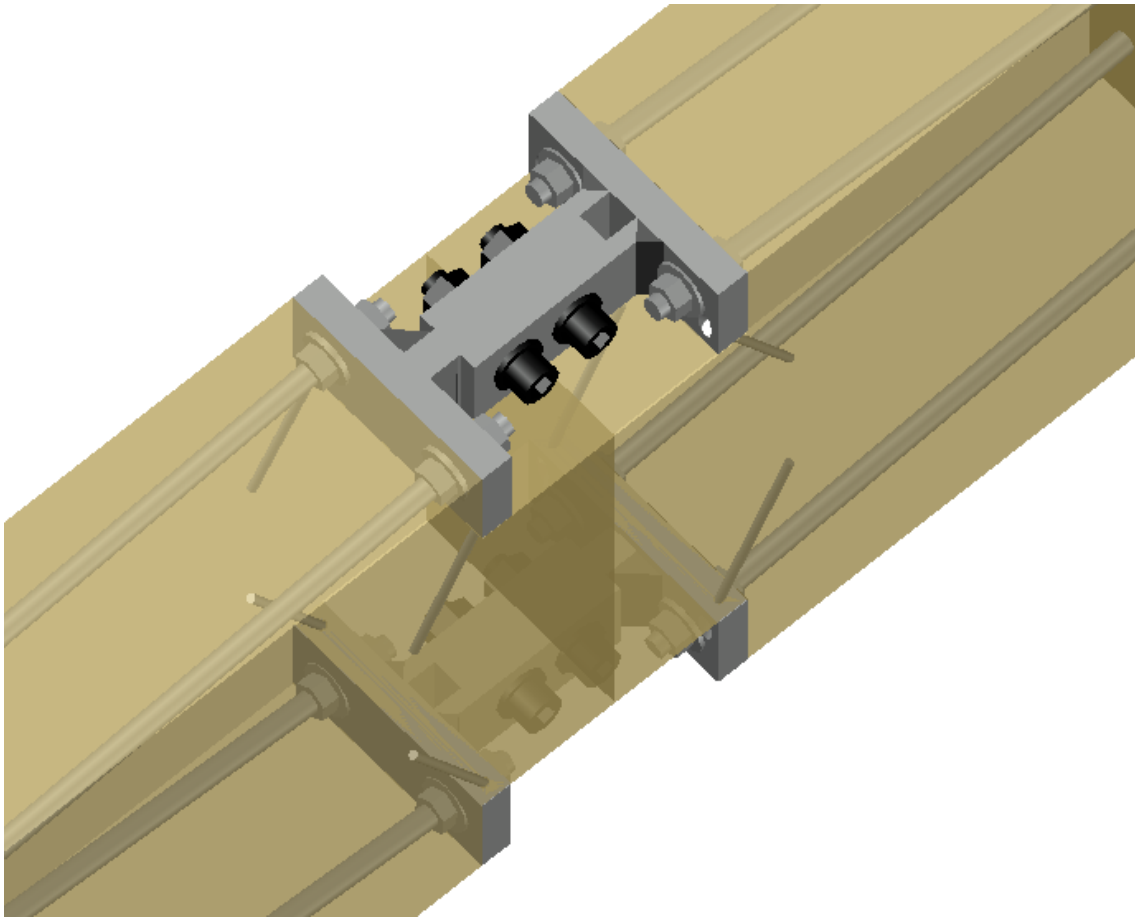
Gaffel-profilet vist i figur 3.8 (b) blir påmontert på hver bjelkeende. Det hele løftes på plass, "On-Site", for montasje av bolter og muttere. Se Figur 3.8 (a) for skisse av gaffel-profilet til større bjelkebredder



**Figure 3.8:** Gaffel-profil til 2 gjengestenger

Figur 3.9 viser prinsippet for montering av gaffel-profilene på testbjelken. Det benyttes to innvendig sekskantbolter av kvalitet 12.9, med ytre gjengediameter M30. Skruene for fastholding mot vertikal forskyvning er 160 mm lange SPAX treskruer.

Gaffel-profilene er modellert i AutoCad for design, samt kontroll at forbindelsen praktisk lar seg gjennomføre. Deretter har numeriske modeller i Abaqus blitt utviklet for en optimalisert løsning.



**Figure 3.9:** Prinsipp for montering av gaffel-profiler til 2 gjengestenger på testbjelke

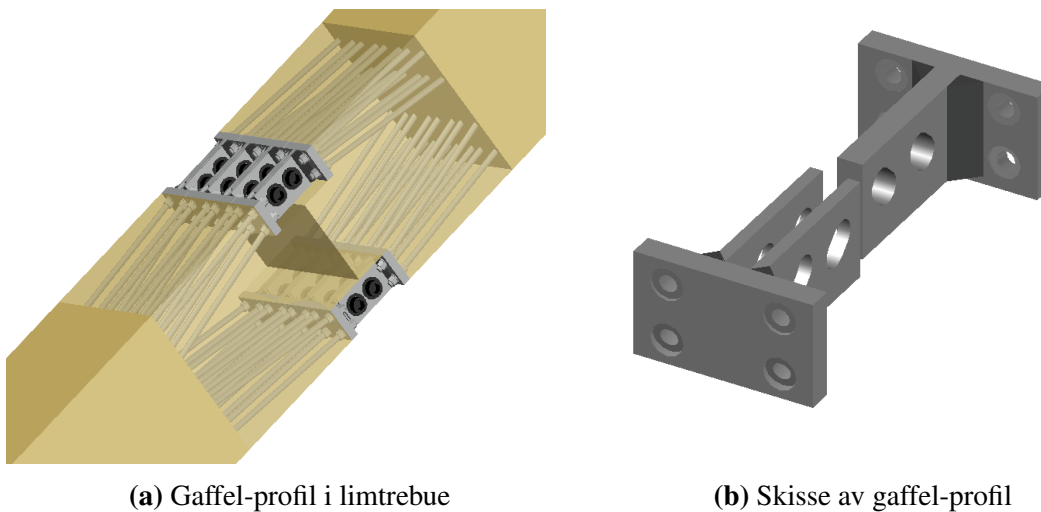
### 3.1.2.2 Gaffel-profil til 4 gjengestenger

Et alternativ til forbindelsen presentert i underkapittel 3.1.2.1, er en løsning med bruk av flere gjengestenger. Tidligere forsøk som vist i tabell 2.6, der det benyttes 3 gjengestenger istedenfor 2 gjengestenger, gir en økning i rotasjonsstivheten til testforbindelsen. Det er derfor valgt å se nærmere på å plassere 4 gjengestenger, i to høyder. Tidligere har det ikke blitt gjort forsøk på en slik løsning ved NTNU. Faren for oppsprekking ved innskruing i endeveden når senteravstanden er liten, er definitivt til stede. Imidlertid har flere studier i utlandet på innlimte stenger i to høyder, med forholdsvis liten senteravstand blitt utført som vist i underkapittel 2.2.1.

Gjengestengene i øvre plan blir innskrudd med 5 graders vinkel på fiberretningen, 1200 mm inn i endeveden. Gjengestengene i nedre plan blir innskrudd med 10 graders vinkel på fiberretningen, 1000 mm inn i endeveden. Bakplaten i gaffel-profilet vil her ha en tykkelse på 30 mm, med gaffler på henholdsvis 15+15 mm og 30 mm. Skrå ovale hull lages i gafflene for å større monterings toleranse.

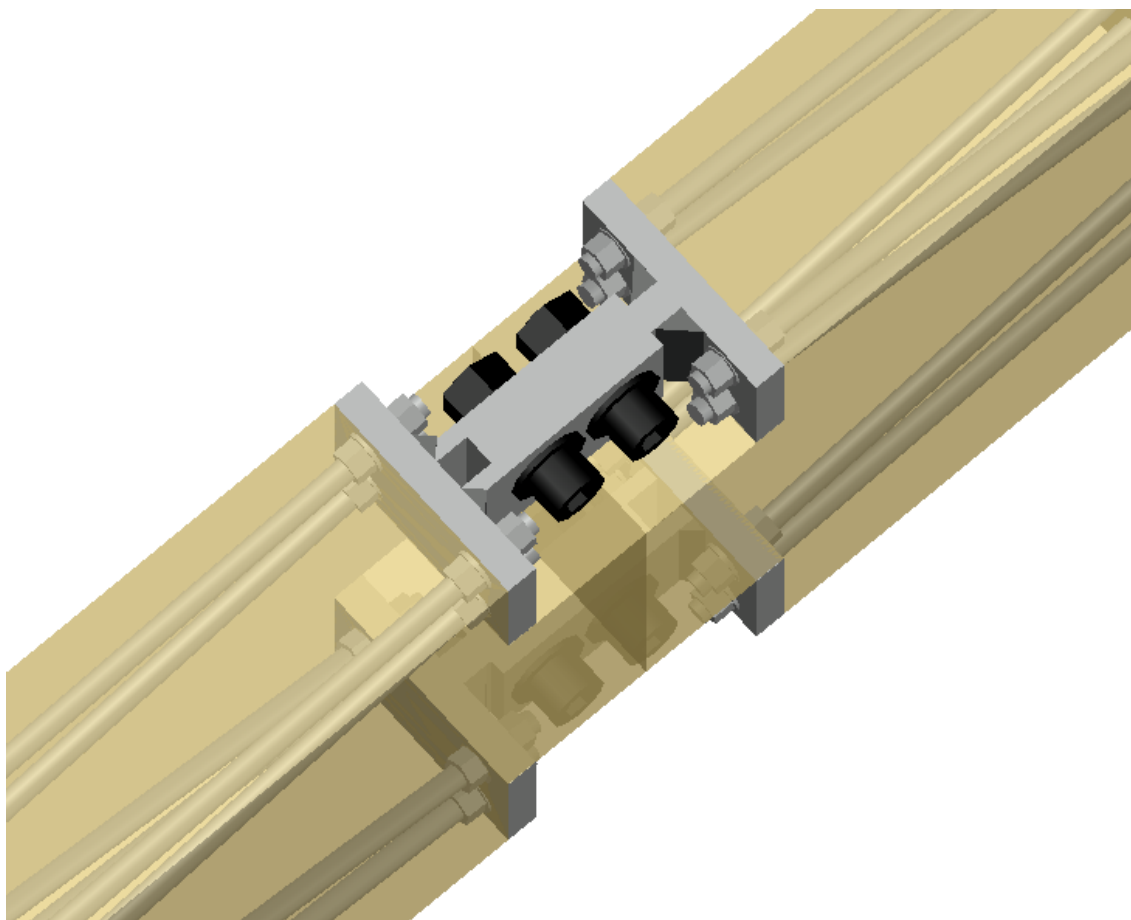
Denne løsningen tar utgangspunkt i at det ikke er nødvendig med skruer for fastholding mot vertikal forskyvning på trykksiden. Høyden på profilet er 130 mm.

Felles for alt stålet er å benytte kvalitet S355. Se figur 3.10 (a) for gaffel-profilet tenkt plassert i limtrebue og figur 3.10 (b) for skisse av gaffel-profilet.



**Figure 3.10:** Gaffel-profil til 4 gjengestenger

Det benyttes to innvendig sekskantbolter av kvalitet 12.9, med ytre gjengediameter M36. Gaffel-profilene er modellert i AutoCad for design, samt kontroll at forbindelsen praktisk lar seg gjennomføre. Deretter har numeriske modeller i Abaqus blitt utviklet for å finne en optimalisert løsning. Se figur 3.11 for skisse av testbjelken.



**Figure 3.11:** Prinsipp for montering av gaffel-profiler til 4 gjengestenger på testbjelke

## 3.2 Analytisk modell

### 3.2.1 Rotasjonsstivhet

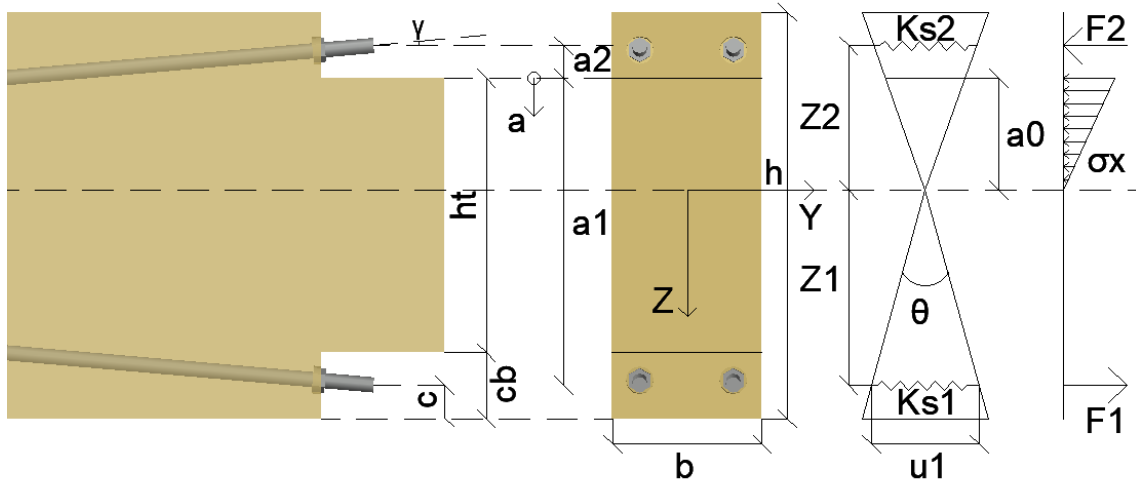


Figure 3.12: Momentpåkjent bjelketversnitt (In-Plane) [4]

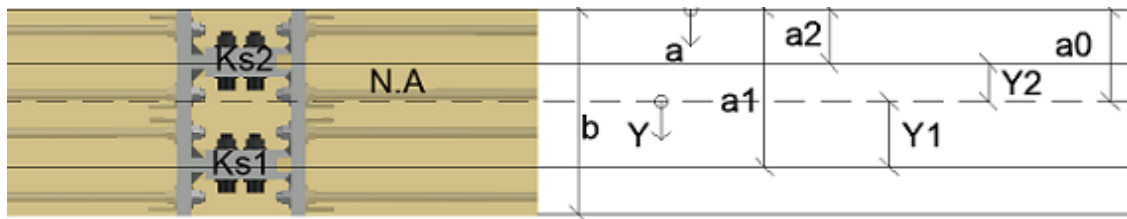


Figure 3.13: Momentpåkjent bjelketversnitt (Out-of-Plane)

Nøytralaksens beliggenhet,  $a_0$ , i planet er gitt av uttrykk 3.1 [3]:

$$a_0 = \frac{-\sum_{i=1}^n K_{si} + \sqrt{(\sum_{i=1}^n K_{si})^2 + \frac{E \cdot b}{l_c} \cdot \sum_{i=1}^n (K_{si} \cdot a_i)}}{\frac{E \cdot b}{2 \cdot l_c}} \quad (3.1)$$

Nøytralaksens beliggenhet,  $a_0$ , ut av planet er gitt av uttrykk 3.2:

$$a_0 = \frac{-\sum_{i=1}^n K_{si} + \sqrt{(\sum_{i=1}^n K_{si})^2 + \frac{E \cdot h_t}{l_c} \cdot \sum_{i=1}^n (K_{si} \cdot a_i)}}{\frac{E \cdot h_t}{2 \cdot l_c}} \quad (3.2)$$

Ekvivalent trykksoneleengde,  $l_c$ , i planet er gitt av uttrykk 3.3 [3]:

$$l_c = 0.85 \cdot h_t + l_{cr} \cdot \frac{E}{E_{cr}} \quad (3.3)$$

Ekvivalent trykksoneleengde,  $l_c$ , ut av planet er gitt av uttrykk 3.4:

$$l_c = 0.85 \cdot b + l_{cr} \cdot \frac{E}{E_{cr}} \quad (3.4)$$

E-modulen,  $E_{cr}$  og trykksoneleengden,  $l_{cr}$  basert på knusning, endaved mot endaved av treelementer i trykk, hentes fra forsøk tidligere utført ved NTNU [3]. Numerisk verifikasjon gir  $E_{cr} = 111N/mm^2$ ,  $l_{cr} = 3mm$ . Se vedlegg A.

$K_{si}$	er stivheten til gjengestang rad, $i$
$E$	er E-modulen til tre langs med fiberretningen
$E_{cr}$	er knusningsmodulen
$b$	er bjelkens bredde
$a_i$	er koordinaten langs aksene til gjengestang rad, $i$
$l_c$	er ekvivalent lengde av trykksone
$l_{cr}$	er knusningslengde
$h_t$	er kontakthøyde til endaved

Rotasjonsstivheten,  $k_\theta$ , til forbindelsen i planet er gitt av uttrykk 3.5 [3]:

$$k_\theta = \sum_{i=1}^n K_{si} \cdot Z_i^2 + \frac{E \cdot b \cdot a_0^3}{6 \cdot l_c} \quad (3.5)$$

Rotasjonsstivheten,  $k_\theta$ , til forbindelsen ut av planet er gitt av uttrykk 3.6:

$$k_\theta = \sum_{i=1}^n K_{si} \cdot Y_i^2 + \frac{E \cdot h_t \cdot a_0^3}{6 \cdot l_c} \quad (3.6)$$

$n$	er antall rader med gjengestenger
$K_{si}$	er stivheten til gjengestang rad, $i$ , basert på et system med tre fjærer i serie
$Z_i, Y_i$	er koordinaten til gjengestang rad, $i$
$E$	er E-modulen til tre langs med fiberretningen



- $b$  er bjelkens bredde
- $h_t$  er kontakthøyde til endevend
- $a_0$  er trykksonehøyden til tredelen
- $l_c$  er ekvivalent lengde av trykksonen

Stivheten,  $K_{si}$ , til gjengestang rad,  $i$ , er gitt av uttrykk 3.7 [4]:

$$K_{si} = \frac{K_{p,tot} \cdot K_{co}}{2 \cdot K_{co} + K_{p,tot}} \quad (3.7)$$

- $K_{p,tot}$  er totalstivheten til gjengestengene, parallelt med kraftretningen, per side av forbindelsen
- $K_{co}$  er stivheten til gjengestang forbinderen

### 3.2.1.1 Stivheten til gjengestangen

Stivheten,  $K_p$ , til gjengestangen, parallelt med kraftretningen, per side av forbindelsen, fastholdt mot tverrforskyvning er gitt av uttrykk 3.8 [18]:

$$K_p = K_{ax} \cdot \cos^2(\gamma) + K_v \cdot \sin^2(\gamma) \quad (3.8)$$

- $K_{ax}$  er aksialstivheten til gjengestangen
- $K_v$  er lateralstivheten til gjengestangen med rotasjonsfast endestykke
- $\gamma$  er gjengestangens innskruingsvinkel i forhold til fiberretningen

Aksialstivheten,  $K_{ax}$ , til gjengestangen er gitt av uttrykk 3.9 [18]:

$$K_{ax} = \frac{K_w \cdot K_{ax,f}}{K_w + K_{ax,f}} \quad (3.9)$$

- $K_w$  er aksial uttrekksstivhet
- $K_{ax,f}$  er ren aksialstivhet til gjengestangen

Aksial uttrekksstivhet,  $K_w$ , basert på "Pull-Shear Boundary Conditions" er gitt av uttrykk 3.10 [19]:

$$K_w = \pi \cdot d \cdot l_{ef} \cdot \Gamma_e \cdot \frac{\tanh \omega}{\omega} \quad (3.10)$$

Ekvivalent skjærstivhetsparameter,  $\Gamma_e$ , er gitt av uttrykk 3.11 [19]:

$$\Gamma_e = \frac{9.35}{1.5 \cdot \sin^{2.2}(\gamma) + \cos^{2.2}(\gamma)} \quad (3.11)$$

Parameter,  $\omega$ , er gitt av uttrykk 3.12 [19]:

$$\omega = \sqrt{\frac{\pi \cdot d \cdot \Gamma_e \cdot l_{ef}^2}{A_s \cdot E_s}} \quad (3.12)$$

$d$	er gjengediameter
$l_{ef}$	er effektiv innskruingslengde
$\Gamma_e$	er ekvivalent skjærstivhetsparameter
$\omega$	er dimensjonsløs parameter
$\gamma$	er gjengestangens innskruingsvinkel i forhold til fiberretningen
$A_s$	er arealet til gjengestangen
$E_s$	er E-modulen til stål

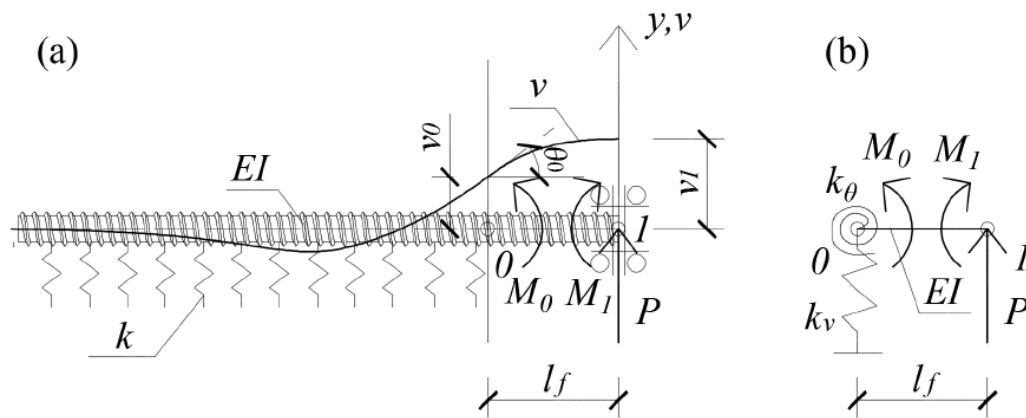
Den analytiske modellen av aksial uttrekksstivhet,  $K_w$ , til gjengestangen kan være konservativ. En numerisk modell fra oppgaven i underkapittel 2.2.2.2 viser til en aksial uttrekksstivhet,  $K_w = 243kN/mm$  [4]. Beregninger vist til i denne rapporten blir imidlertid basert på analytisk metode [19].

Aksialstivheten,  $K_{ax,f}$ , til endestykket av gjengestangen mellom bjelkeende og stålforbinder er gitt av uttrykk 3.13 [18]:

$$K_{ax,f} = \frac{E_s \cdot A_s}{l_f} \quad (3.13)$$

$A_s$	er arealet til gjengestangen
$E_s$	er E-modulen til stål
$l_f$	er avstanden mellom bjelkeende og forankringsboltene til stålforbinderen

Figur 3.14 viser den analytiske modellen til gjengestangen med rotasjonsfast endestykke. Lateralstivheten,  $K_v$ , er gitt av uttrykk 3.14 [18]:



**Figure 3.14:** Analytisk modell for gjengestangens lateralstivhet, rotasjonsfast endestykke [18]

$$K_v = \frac{12kEI(4EI\lambda^3 + kl_f)}{48(EI)^2\lambda^4 + 8kEI\lambda l_f(2l_f^2\lambda^2 + 3l_f\lambda + 3) + k^2l_f^4} \quad (3.14)$$

Grunnmodulen,  $k$ , til tre er gitt av uttrykk 3.15 [18]:

$$k = \frac{k_l \cdot k_t}{k_l \cdot \cos^2(\gamma) + k_t \cdot \sin^2(\gamma)} \quad (3.15)$$

Den transverse grunnmodulen,  $k_t$ , på fiberretningen, og den langsgående grunnmodulen,  $k_l$ , i fiberretningen benyttes som midlere verdier fra forsøk utført av Gattesco og Toffolo [41] [42].  $k_t = 710\text{N/mm}^2$ ,  $k_l = 1300\text{N/mm}^2$

Parameter,  $\lambda$ , er gitt av uttrykk 3.16 [18]:

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{k}{4 \cdot EI}} \quad (3.16)$$

Bøyestivheten,  $EI$ , til gjengestangen er gitt av uttrykk 3.17 [18]:

$$EI = \frac{E_s \cdot \pi \cdot d_1^4}{64} \quad (3.17)$$

$k$	er grunnmodulen til tre
$k_t$	er den transverse grunnmodulen til tre
$k_l$	er den langsgående grunnmodulen til tre
$EI$	er bøyestivheten til gjengestangen
$\lambda$	er dimensjonsløs parameter
$l_f$	er avstanden mellom bjelkeende og forankringsboltene til stålforbinderen
$E_s$	er E-modulen til stål
$d_1$	er kjernediameter til gjengestangen

### 3.2.1.2 Stivheten til forankringsskruen

Vertikal stivhet til forankringsskruen,  $K_{ser.v}$ , er gitt av uttrykk 3.18:

$$K_{ser.v} = K_{ser.ax} \cdot \sin^2(\beta) + K_{ser.Lt} \cdot \cos^2(\beta) \quad (3.18)$$

Aksial uttrekksstivhet for SPAX forankringsskrue,  $K_{ser.ax}$ , er gitt av uttrykk 3.19 [43]:

$$K_{ser.ax} = 780 \cdot d_S^{0.2} \cdot l_{ef.S}^4 \quad (3.19)$$

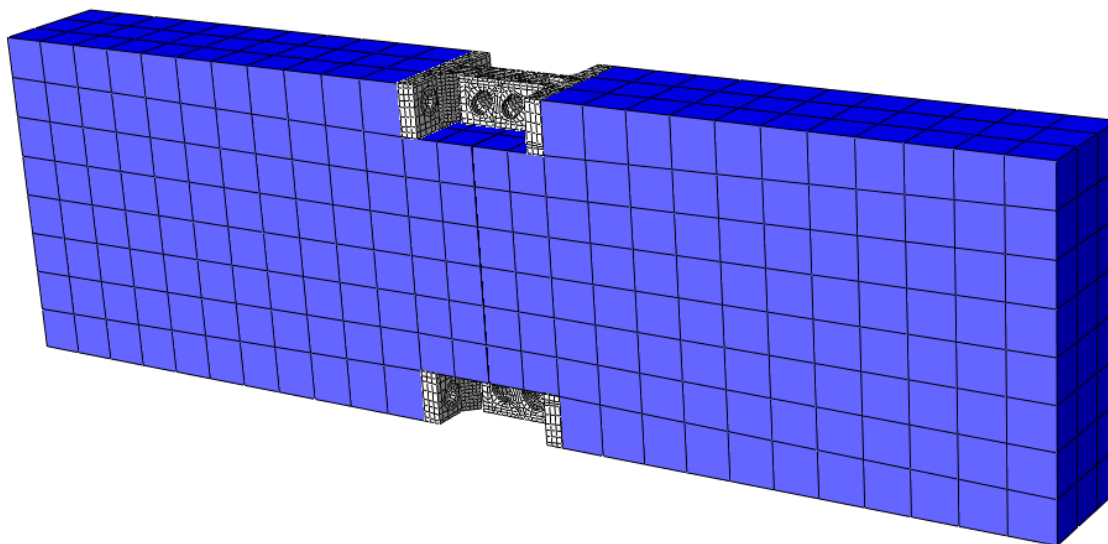
Lateralstivhet for forankringsskrue,  $K_{ser.Lt}$ , er gitt av uttrykk 3.20 [44]:

$$K_{ser.Lt} = \rho_m^{1.5} \cdot \frac{d_S}{23} \quad (3.20)$$

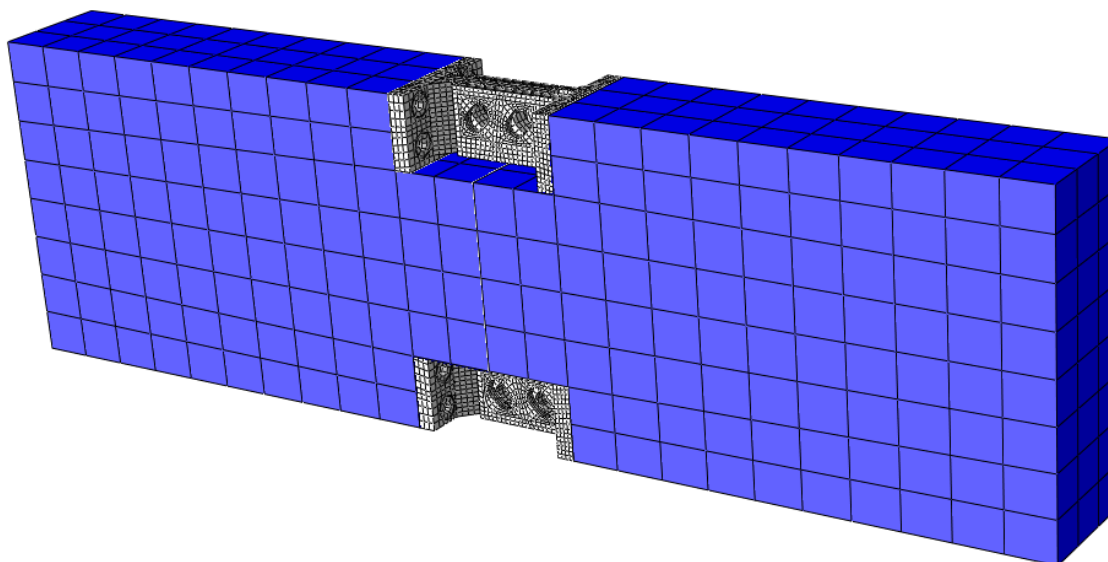
$K_{ser.v}$	er vertikalstivheten til forankringsskruen
$K_{ser.ax}$	er aksial uttrekksstivhet for SPAX
$K_{ser.Lt}$	er lateralstivheten til forankringsskruen
$d_S$	er gjengediameter til forankringsskruen
$l_{ef.S}$	er effektiv innskruingslengde til SPAX
$\rho_m$	er bjelkens midlere densitet
$\beta$	er forankringsskruens innskruingsvinkel i forhold til fiberretningen

### 3.2.1.3 Stivheten til stålforbinderen

For å bestemme stivheten til stålforbinderen er numeriske modeller laget i Abaqus. Det er laget to "Rigid Body" modeller med plass til henholdsvis 2 og 4 gjengestenger. Se figur 3.15 og 3.16.



**Figure 3.15:** Numerisk modell med 2 gjengestenger (Rigid Body)



**Figure 3.16:** Numerisk modell med 4 gjengestenger (Rigid Body)

Det er benyttet 8 noders ”Brick” elementer (C3D8) i modellene. Oppdelingen og størrelsen på elementene er hensiktsmessig optimalisert, slik at det er ”Meshet” tettere rundt hullene. Overføring av kreftene fra bolter/skiver til stålplatene i friksjon er forenklet modellert, slik at forspenningskraften til boltene er påført et areal som representerer skivene. Kontaktflaten til stålplatene har en friksjonskoeffisient på 0,3 etter Eurokode 3 [45].

Forspenningskraft,  $F_{p,c}$ , per bolt er gitt av uttrykk 3.21 [45] (Vedlegg B):

$$F_{p,c} = 0.7 \cdot f_{ub} \cdot A_s \quad (3.21)$$

$f_{ub}$  er boltens bruddfasthet

$A_s$  er arealet av bolten

Tabell 3.1 viser lineære materialegenskaper til gaffel-profilet:

Stålkvalitet	$E_s$ [MPa]	$f_{yk}$ [MPa]	$f_{uk}$ [MPa]	$\epsilon_{u,max}$ [%]
S355	210 000	355	510	15

**Table 3.1:** Materialegenskaper til stålkvalitet S355

For å tilnærme det plastiske området, med forutsetning om bruk av kaldvalset stål, er det valgt å benytte Ramberg-Osgood koeffisient [5] for å lage en ikke-lineær materialkurve til Abaqus.

Materialkurven,  $\sigma - \epsilon$ , er gitt av uttrykk 3.22 [6]:

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E_s} + 0.002 \cdot \left( \frac{\sigma}{f_{yk}} \right)^{n'} \quad (3.22)$$

Ramberg-Osgood koeffisienten,  $n'$ , er gitt av uttrykk 3.23 [6]:

$$n' = \frac{\ln(\epsilon_{us}/0.2)}{\ln(f_{uk}/f_{yk})} \quad (3.23)$$

Uniform tøyning,  $\epsilon_{us}$ , er gitt av uttrykk 3.24 [6]:

$$\epsilon_{us} = 100 \cdot \left( \epsilon_{u,max} - \frac{f_{uk}}{E_s} \right) \quad (3.24)$$

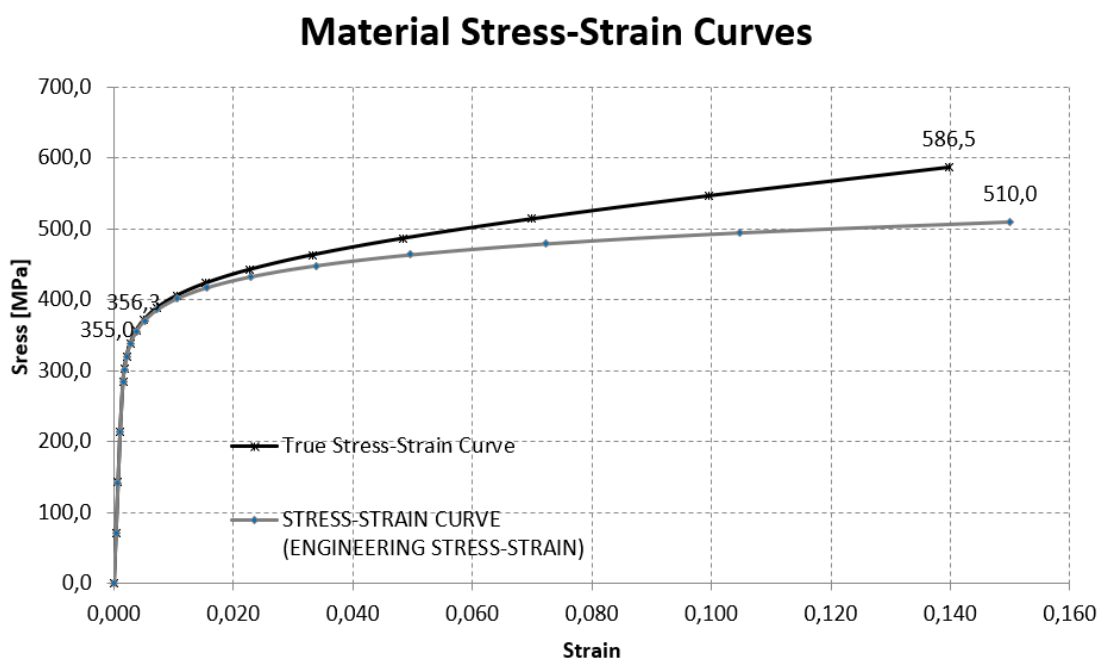
Tilpassing av kurven for å ivareta redusert stålareal i plastisk område er tøyningene,  $\epsilon_{tr}$  og spenningene,  $\sigma_{tr}$  gitt av uttrykk 3.25 og 3.26:

$$\epsilon_{tr} = \ln(1 + \epsilon) \quad (3.25)$$

$$\sigma_{tr} = \sigma \cdot (1 + \epsilon) \quad (3.26)$$

$\epsilon$	er tøyning (Engineering Strain)
$\epsilon_{us}$	er uniform tøyning
$\epsilon_{u,max}$	er bruddtøyning
$\epsilon_{tr}$	er tøyning (True Strain)
$\sigma$	er spenning (Engineering Stress)
$\sigma_{tr}$	er spenning (True Stress)
$E_s$	er E-modulen til stål
$n^i$	er Ramberg-Osgood koeffisient
$f_{yk}$	er flytespenning
$f_{uk}$	er bruddspenning

Figur 3.17 viser materialkurvene basert på henholdsvis "Engineering Stress-Strain" og "True Stress-Strain" for kaldvalset stål av kvalitet S355 (Vedlegg C).

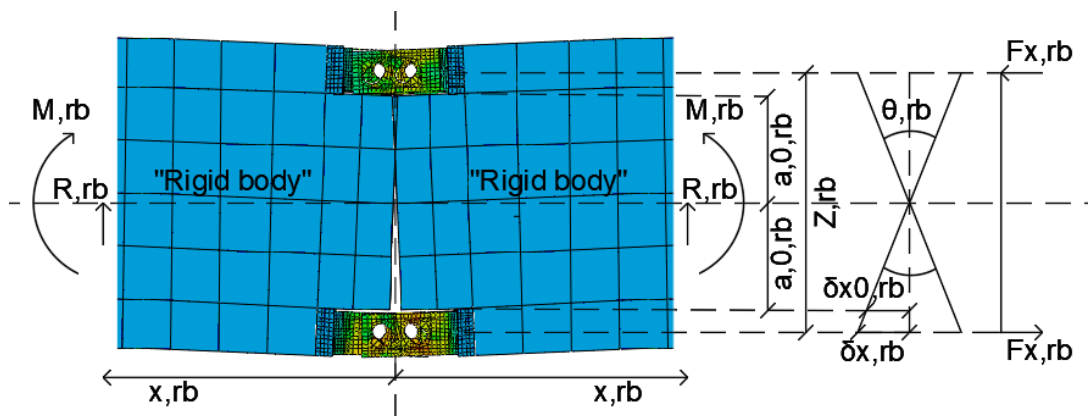


**Figure 3.17:** Engineering Stress-Strain for kaldvalset stål av kvalitet S355

Sveisene som forbinder gaflene mot bakplaten er beregnet etter Eurokode 3 [45]. Det er valgt å benytte kilesveiser med a-mål lik 20mm på profilet med én gaffel, og 10mm på profilet med to gaffer. Retningsmetode er benyttet, der jevnføringsspenningen,  $\sigma_j$ , er gitt av uttrykk 3.27 [45] (Vedlegg D):

$$\sigma_j = \sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3 \cdot (\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)} \quad (3.27)$$

Stivheten,  $K_{co}$ , til friksjonsforbindelsene er beregnet numerisk med Abaqus. Figur 3.18 viser modellen for bestemmelse av kraft-forskyvningsdiagrammer.



**Figure 3.18:** Numerisk modell for å bestemme stivheten  $K_{co}$

Trebjelkene er her modellert som "uendelige stive", slik at avstanden til nøytralaksen,  $a_{0,rb}$ , kan bestemmes av uttrykk 3.28:

$$a_{0,rb} = \frac{h_t}{2} \quad (3.28)$$

Indre momentarm,  $Z_{,rb}$ , er gitt av uttrykk 3.29:

$$Z_{,rb} = 2 \cdot (a_{0,rb} + (c_b - c)) \quad (3.29)$$

- $a_{0,rb}$  er trykk- og strekksone høyden
- $h_t$  er kontakthøyde til endeved, se figur 3.12
- $Z_{,rb}$  er indre momentarm
- $c$  er avstand fra bjelkekant til senter gjengestang, se figur 3.12

Stivheten til stålforbinderen,  $K_{co}$ , er gitt av uttrykk 3.30:

$$K_{co} = 0.5 \cdot \frac{F_{x,rb}}{\delta_{x,rb}} \quad (3.30)$$



$F_{x.rb}$  er kraftresultanten i stålforbinderen

$\delta_{x.rb}$  er tilhørende forskyvning

Kraftresultanten,  $F_{x.rb}$ , er gitt av uttrykk 3.31:

$$F_{x.rb} = \frac{M_{.rb}}{Z_{.rb}} \quad (3.31)$$

Momentet,  $M_{.rb}$ , er gitt av uttrykk 3.32:

$$M_{.rb} = R_{.rb} \cdot x_{.rb} \quad (3.32)$$

Forskyvningen,  $\delta_{x.rb}$ , er gitt av uttrykk 3.33:

$$\delta_{x.rb} = \frac{0.5 \cdot \delta_{x.0.rb} \cdot Z_{.rb}}{a_{.0.rb}} \quad (3.33)$$

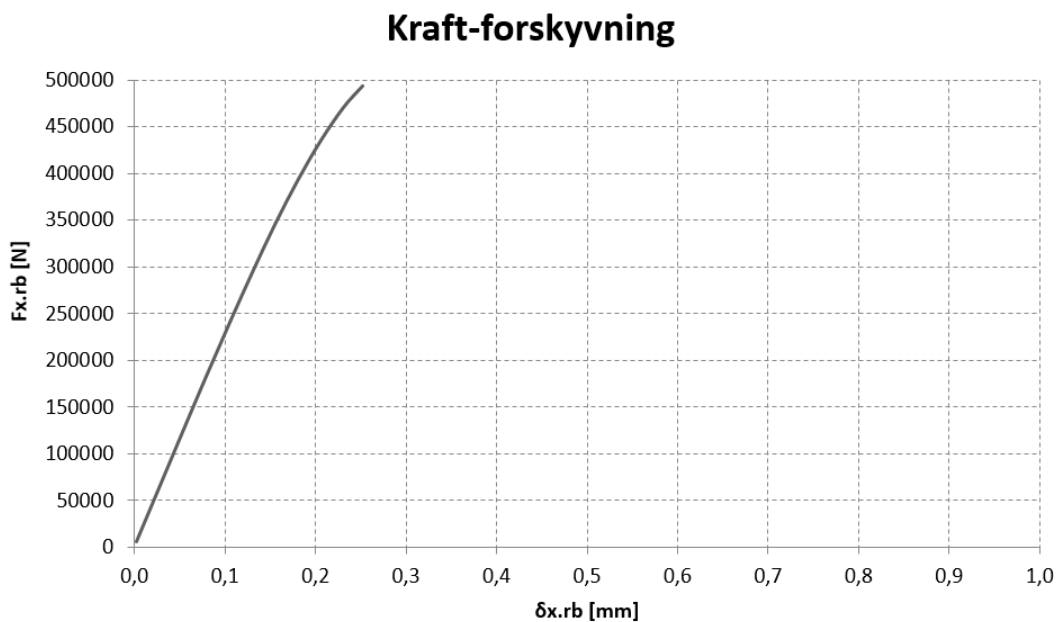
$M_{.rb}$  er momentet

$R_{.rb}$  er opplagerkraften

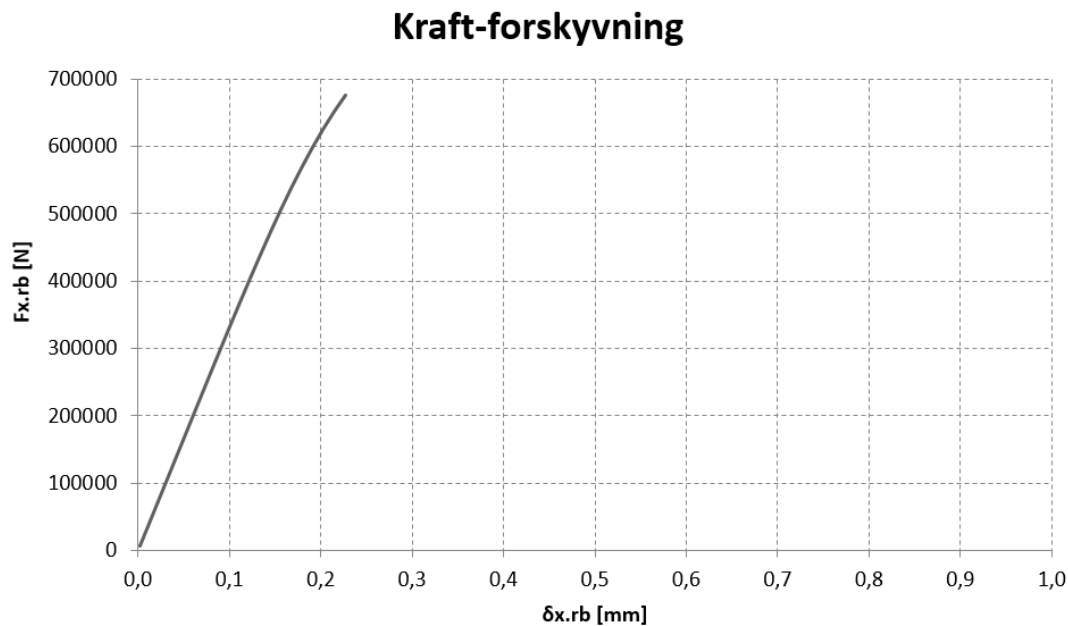
$x_{.rb}$  er avstand fra opplager til bjelkeskjøt

$\delta_{x.0.rb}$  er forskyvningen i avstand,  $a_{.0.rb}$ , fra nøytralaksen

Kraft-forskyvningskurver er vist i figur 3.19 og 3.20 for henholdsvis 2- og 4 gjengestenger.



**Figure 3.19:** Kraft-forskyvning med 2 gjengestenger



**Figure 3.20:** Kraft-forskyvning med 4 gjengestenger

### 3.2.2 Momentkapasitet

Momentkapasiteten,  $M_u$ , til forbindelsen i planet er gitt som minste verdi av 3.34 [4]:

$$M_u = \min[F_{u,i} \cdot Z_{eq,i} ; M_{u,t}] \quad (3.34)$$

Momentkapasiteten,  $M_u$ , til forbindelsen ut av planet er gitt som minste verdi av 3.35 [4]:

$$M_u = \min[F_{u,i} \cdot Y_{eq,i} ; M_{u,t}] \quad (3.35)$$

$F_{u,i}$  er total kraftkapasitet, per side av forbindelsen  
 $Z_{eq,i}, Y_{eq,i}$  er ekvivalent momentarm for gjengestang rad,  $i$   
 $M_{u,t}$  er momentkapasiteten til tre basert på trykkstyrke

Total kraftkapasitet,  $F_{u,i}$ , per side av forbindelsen er gitt av uttrykk 3.36 [4]:

$$F_{u,i} = \cos(\gamma) \cdot \min[R_{axu,tot} ; R_{u,tot} ; R_{s,tot}] \quad (3.36)$$

$\gamma$  er gjengestangens innskruingsvinkel i forhold til fiberretningen  
 $R_{axu}$  er uttrekkskapasitet  
 $R_u$  er gjengestangens strekkstyrke, se tabell 2.5

$R_s$  er gaffel-profilets kapasitet, relatert til per gjengestang

Uttrekkskapasiteten,  $R_{axu}$ , for gjengestangen er gitt av uttrykk 3.37 [3]:

$$R_{axu} = R_{ax} \cdot \left( \frac{l_{ef} - l_x}{l_{ef}} \right) \quad (3.37)$$

Midlere aksial uttrekksmotstand,  $R_{ax,mean}$ , basert på "Pull-Shear Boundary Conditions" er gitt av uttrykk 3.38 [19]:

$$\frac{R_{ax,mean}}{\pi \cdot d \cdot l_{ef} \cdot f_w} = \left( \frac{\sin(m \cdot \omega \cdot \lambda_u)}{m \cdot \omega} + \frac{\tanh((1 - \lambda_u) \cdot \omega) \cdot \cos(m \cdot \omega \cdot \lambda_u)}{\omega} \right) \quad (3.38)$$

Midlere uttrekksfasthet,  $f_w$ , er gitt av uttrykk 3.39 [19]:

$$f_w = \frac{4.35}{0.91 \cdot \sin^2(\gamma) + \cos^2(\gamma)} \quad (3.39)$$

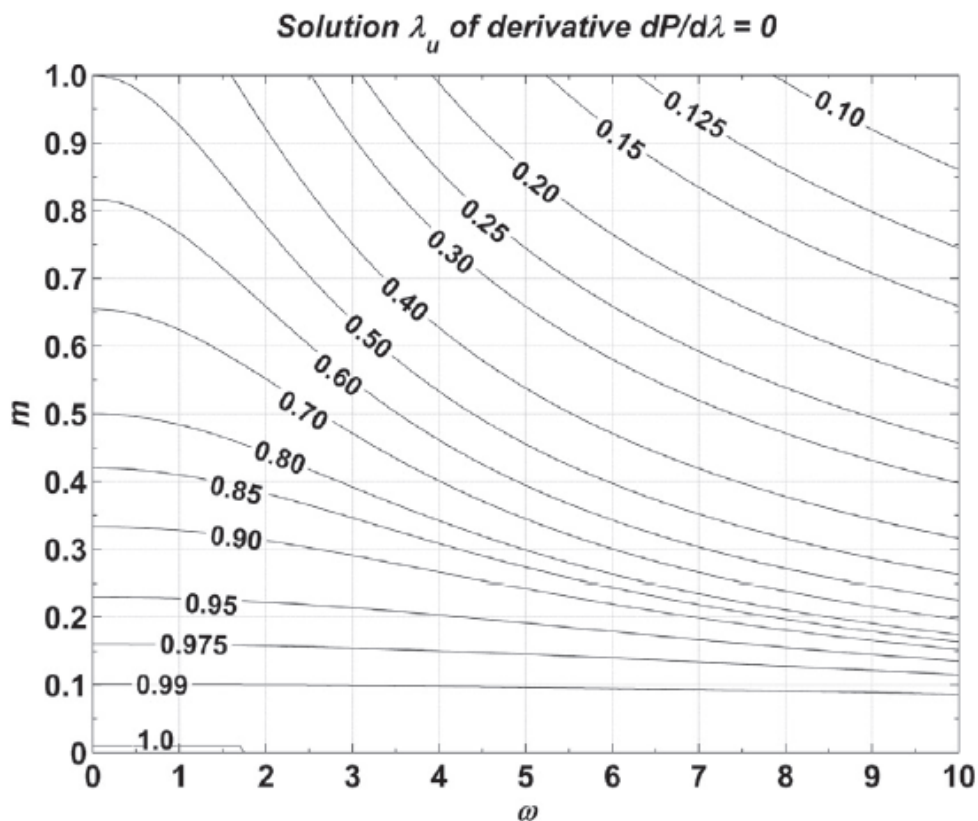
Sprøhetsparameter,  $m$ , er gitt av uttrykk 3.40 [19]:

$$m = \frac{0.332}{1.73 \cdot \sin(\gamma) + \cos(\gamma)} \quad (3.40)$$

Parameter,  $\omega$ , er gitt av uttrykk 3.41 [19]:

$$\omega = \sqrt{\frac{\pi \cdot d \cdot \Gamma_e \cdot l_{ef}^2}{A_s \cdot E_s}} \quad (3.41)$$

Parameteren,  $\lambda_u$ , kan hentes fra figur 3.21.



**Figure 3.21:** Diagram for bestemmelse av  $\lambda_u$  [19]

Ekvivalent skjærstivhetsparameter,  $\Gamma_e$ , er gitt av uttrykk 3.42 [19]:

$$\Gamma_e = \frac{9.35}{1.5 \cdot \sin^{2.2}(\gamma) + \cos^{2.2}(\gamma)} \quad (3.42)$$

Konservativt antatt lengde,  $l_x$ , av gjengestangens frie parti er gitt av uttrykk 3.43 [4]:

$$l_x = \pi \cdot d_1 \cdot \sqrt[4]{\frac{\pi \cdot E_s}{k}} \quad (3.43)$$

Grunnmodulen,  $k$ , til tre er gitt av uttrykk 3.44 [18]:

$$k = \frac{k_l \cdot k_t}{k_l \cdot \cos^2(\gamma) + k_t \cdot \sin^2(\gamma)} \quad (3.44)$$

$R_{ax,mean}$  er midlere aksial uttrekksmotstand

$l_{ef}$  er effektiv innskruingslengde

$l_x$	er lengde av gjengestangens frie parti
$d$	er gjengediameter
$d_1$	er kjernediameter til gjengestangen
$f_w$	er midlere uttrekksfasthet
$\gamma$	er gjengestangens innskruiningsvinkel i forhold til fiberretningen
$m$	er sprøhetsparameter
$\omega$	er dimensjonsløs parameter
$\Gamma_e$	er ekvivalent skjærstivhetsparameter
$A_s$	er arealet til gjengestangen
$E_s$	er E-modulen til stål
$\lambda_u$	er dimensjonsløs parameter
$k$	er grunnmodulen til tre
$k_t, k_l$	er transvers, $k_t = 710N/mm^2$ , og langsgående, $k_l = 1300N/mm^2$ , grunnmoduler til tre [41] [42]

Ekvivalent momentarm,  $Z_{eq,i}$ , i planet for gjengestang rad,  $i$ , er gitt av uttrykk 3.45 [4]:

$$Z_{eq,i} = \frac{k_\theta}{K_{si} \cdot Z_i} \quad (3.45)$$

Ekvivalent momentarm,  $Y_{eq,i}$ , ut av planet for gjengestang rad,  $i$ , er gitt av uttrykk 3.46:

$$Y_{eq,i} = \frac{k_\theta}{K_{si} \cdot Y_i} \quad (3.46)$$

$k_\theta$	er rotasjonsstivheten til forbindelsen
$K_{si}$	er stivheten til gjengestang rad, $i$
$Z_i, Y_i$	er koordinaten til gjengestang rad, $i$

Momentkapasiteten,  $M_{u,t}$ , til tre basert på trykkfasthet er gitt av uttrykk 3.47 [4]:

$$M_{u,t} = \frac{2 \cdot k_\theta \cdot l_c \cdot f_{c,0}}{E \cdot a_0} \quad (3.47)$$

$k_\theta$	er rotasjonsstivheten til forbindelsen
$l_c$	er ekvivalent lengde av trykksonen, se uttrykk 3.3
$f_{c,0}$	er trykkfastheten parallelt med fiberretningen til tre
$E$	er E-modulen til tre langs med fiberretningen
$a_0$	er nøytralaksens beliggenhet, se uttrykk 3.1

### 3.2.3 Kombinert bøyning og aksialt trykk

Figur 3.12 og 3.13 viser et rent momentpåkjent bjelketverrsnitt. En nettverksbue vil imidlertid være påkjent av både moment og aksialt trykk, så dette forholdet vil endre seg. Figur 3.22 og 3.23 viser analytisk modell for bestemmelse av trykksone høyden,  $a_0$ .

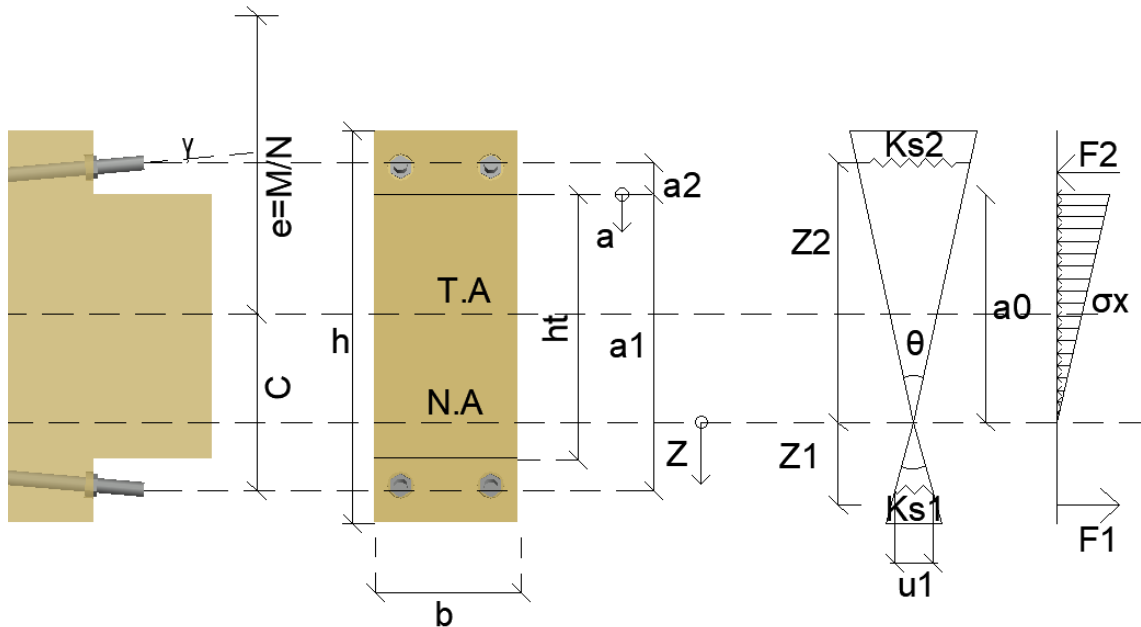


Figure 3.22: Moment- og aksialpåkjent bjelketverrsnitt (In-Plane)

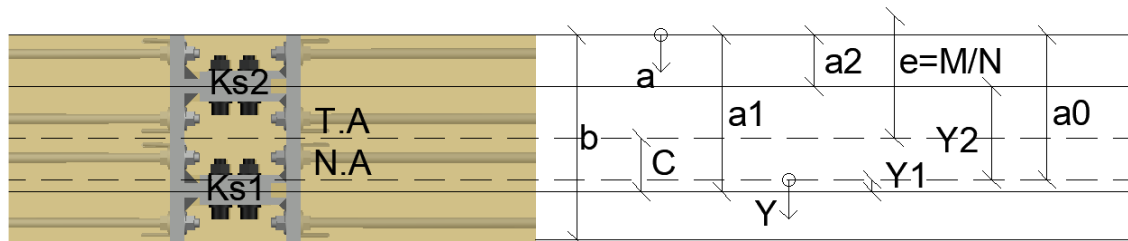


Figure 3.23: Moment- og aksialpåkjent bjelketverrsnitt (Out-of-Plane)

Trykksonehøyden,  $a_0$ , kan finnes eksakt ved å kreve aksial likevekt og momentlikevekt over tverrsnittet. Løsningen finnes i kryssningspunktet og er avhengig av både påført moment og aksiale krefter. En annen metode er grafisk løsning ved å se på spenningene i trevirket som funksjon av trykksonehøyden,  $a_0$ .

Aksial likevekt i planet er gitt av uttrykk 3.48:

$$\frac{E \cdot b}{4 \cdot l_c} \cdot a_0^2 + \sum_{i=1}^n K_{si} \cdot a_0 - \sum_{i=1}^n K_{si} \cdot a_i = -\frac{N}{\Theta} \quad (3.48)$$

Aksial likevekt ut av planet er gitt av uttrykk 3.49:

$$\frac{E \cdot h_t}{4 \cdot l_c} \cdot a_0^2 + \sum_{i=1}^n K_{si} \cdot a_0 - \sum_{i=1}^n K_{si} \cdot a_i = -\frac{N}{\Theta} \quad (3.49)$$

Spenninger i trevirket,  $\sigma_{c.N}$ , som funksjon av trykksonehøyden,  $a_0$ , i planet er gitt av uttrykk 3.50:

$$\sigma_{c.N}(a_0) = \frac{-N}{\frac{2 \cdot l_c}{E \cdot a_0} \cdot \sum_{i=1}^n K_{si} \cdot (a_i - a_0) - \frac{b}{2} \cdot a_0} \quad (3.50)$$

Spenninger i trevirket,  $\sigma_{c.N}$ , som funksjon av trykksonehøyden,  $a_0$ , ut av planet er gitt av uttrykk 3.51:

$$\sigma_{c.N}(a_0) = \frac{-N}{\frac{2 \cdot l_c}{E \cdot a_0} \cdot \sum_{i=1}^n K_{si} \cdot (a_i - a_0) - \frac{h_t}{2} \cdot a_0} \quad (3.51)$$

Momentlikevekt i planet er gitt av uttrykk 3.52:

$$\sum_{i=1}^n K_{si} \cdot (a_i - a_0) \cdot (a_1 - a_i) + \frac{E \cdot b}{4 \cdot l_c} \cdot a_0^2 \cdot (a_1 - \frac{a_0}{3}) = \frac{N \cdot (e + C)}{\Theta} \quad (3.52)$$

Momentlikevekt ut av planet er gitt av uttrykk 3.53:

$$\sum_{i=1}^n K_{si} \cdot (a_i - a_0) \cdot (a_1 - a_i) + \frac{E \cdot h_t}{4 \cdot l_c} \cdot a_0^2 \cdot (a_1 - \frac{a_0}{3}) = \frac{N \cdot (e + C)}{\Theta} \quad (3.53)$$

Spenninger i trevirket,  $\sigma_{c.M}$ , som funksjon av trykksonehøyden,  $a_0$ , i planet er gitt av uttrykk 3.54:

$$\sigma_{c.M}(a_0) = \frac{N \cdot (e + C)}{\frac{2 \cdot l_c}{E \cdot a_0} \cdot \sum_{i=1}^n K_{si} \cdot (a_i - a_0) \cdot (a_1 - a_i) + \frac{b \cdot a_0}{2} \cdot (a_1 - \frac{a_0}{3})} \quad (3.54)$$

Spenninger i trevirket,  $\sigma_{c.M}$ , som funksjon av trykksonehøyden,  $a_0$ , ut av planet er gitt av uttrykk 3.55:

$$\sigma_{c.M}(a_0) = \frac{N \cdot (e + C)}{\frac{2 \cdot l_c}{E \cdot a_0} \cdot \sum_{i=1}^n K_{si} \cdot (a_i - a_0) \cdot (a_1 - a_i) + \frac{h_t \cdot a_0}{2} \cdot (a_1 - \frac{a_0}{3})} \quad (3.55)$$

Eksentrisiteten,  $e$ , er gitt av uttrykk 3.56:

$$e = \frac{M}{N} \quad (3.56)$$

Avstand,  $C$ , til tyngdepunktaksen, T.A, ved symmetrisk tverrsnitt i planet er gitt av uttrykk 3.57:

$$C = \frac{h}{2} - c \quad (3.57)$$

Avstand,  $C$ , til tyngdepunktaksen, T.A, ved symmetrisk tverrsnitt ut av planet er gitt av uttrykk 3.58:

$$C = \frac{b}{2} - c \quad (3.58)$$

$E$	er E-modulen til tre
$n$	er antall rader med gjengestenger
$b$	er bjelkens bredde
$h_t$	er kontakthøyde til endevend
$h$	er bjelkens høyde
$c$	er avstand fra bjelkekant til gjengestang
$a_0$	er trykksonehøyden til tredelen
$l_c$	er ekvivalent lengde av trykksonen
$K_{si}$	er stivheten til gjengestang rad, $i$
$a_i$	er koordinaten langs aksen til gjengestang rad, $i$
$N$	er opptredende aksialkraft
$M$	er opptredende moment
$e$	er eksentrisitet
$C$	er avstand til tyngdepunktaksen
$\Theta$	er rotasjonsvinkel



### 3.2.4 Utnyttelsesgrad

For å beskrive utnyttelsesgraden til rotasjonsstivheten, er det valgt en metode som forsiktig tilnærmer skjøtens effektivitet mot en bjelke uten skjøt. Problemet er at når,  $\eta_k = 1$  vil  $k_\theta$  være uendelig stiv, noe som er fysisk umulig. Denne metoden vil gi lavere prosentøkning ved høye rotasjonsstivheter sett i forhold til lavere rotasjonsstivheter, derav også en forsiktig tilnærming [7].

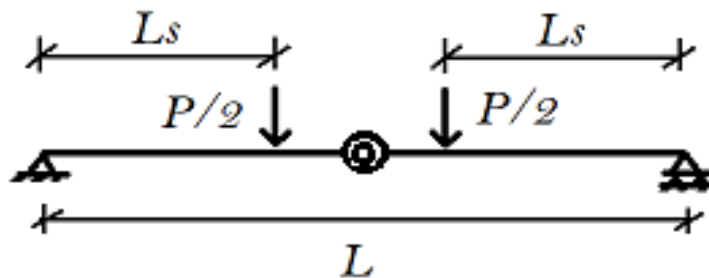


Figure 3.24: Firepunkts momentoppsett for testbjelke [7]

Utnyttelsesgraden,  $\eta_k$ , er gitt av uttrykk 3.59 [7]:

$$\eta_k = \frac{w_a + w_b}{w_a + w_b + w_c} \quad (3.59)$$

Nedbøyningen,  $w_a$ ,  $w_b$  og  $w_c$  er gitt av uttrykk 3.60, 3.61 og 3.62 [7]:

$$w_a = \frac{P \cdot L_s \cdot (3 \cdot L^2 - 4 \cdot L_s^2)}{48 \cdot E \cdot I} \quad (3.60)$$

$$w_b = \frac{P \cdot L_s \cdot \kappa}{2 \cdot G \cdot A} \quad (3.61)$$

$$w_c = \frac{P \cdot L_s \cdot L}{8 \cdot k_\theta} \quad (3.62)$$

$E$	er E-modulen til tre langs med fiberretningen
$P$	er kraftvirkning fra stålbejelke
$L_s$	er avstand fra opplager til kraftvirkning fra stålbejelke
$L$	er spennvidden til testbejelken
$I$	er 2.ordens arealmoment til testbejelke
$\kappa$	er Timoshenko formkoeffisient for skjærdeformasjon ( $\kappa = 5/6$ )
$G$	er skjærmodulen til tre
$k_\theta$	er rotasjonsstivheten til forbindelsen

Utnyttelsesgraden,  $\eta_m$ , er gitt av uttrykk 3.63 [7]:

$$\eta_m = \frac{M_u}{M_{Rd}} \quad (3.63)$$

Momentkapasiteten,  $M_{Rd}$ , er gitt av uttrykk 3.64 [7]:

$$M_{Rd} = f_{m.mean} \cdot W \quad (3.64)$$

$M_u$	er momentkapasitet
$M_{Rd}$	er bjelkens momentkapasitet
$f_{m.mean}$	er bjelkens midlere bøyingsfasthet
$W$	er treghetsmomentet

Interaksjonen mellom bøyning og aksialt trykk i skjøten kan verifiseres med følgende uttrykk 3.65 [4]:

$$\left( \frac{N}{N_u} \right)^2 + \frac{M}{M_u} \leq 1.0 \quad (3.65)$$

$N$	er opptredende aksial trykk kraft
$N_u$	er aksial trykk kraft kapasitet
$M$	er opptredende moment
$M_u$	er momentkapasitet

Aksial trykk kraft kapasitet,  $N_u$ , til skjøten er gitt av uttrykk 3.66 [4]:

$$N_u = \sum_{i=1}^n F_{u,i} + 0.8 \cdot b \cdot h_t \cdot f_{c,0} \quad (3.66)$$

$n$	er antall rader med gjengestenger
$F_{u,i}$	er kraftkapasitet for gjengestang rad, $i$ , se uttrykk 3.36
$b$	er bjelkens bredde
$h_t$	er kontakthøyde til endeved
$f_{c,0}$	er trykkfastheten parallelt med fiberretningen til tre

Trykkspenninger i trevirket kan verifiseres med følgende uttrykk 3.67:

$$\frac{\sigma_c}{f_{c,0}} \leq 1.0 \quad (3.67)$$

### 3.3 Numerisk modell

Til å modellere og simulere de numeriske analysene er Abaqus/CAE 6.14-4 benyttet, videre omtalt som Abaqus. Begreper fra Abaqus er brukt direkte med ”anførselstegn” uten å fornorske språket. Abaqus er et benevningsløst program, det er derfor valgt å konsekvent benytte enheter som i tabell 3.2.

Beskrivelsen forutsetter at leser har generell kunnskap til Abaqus. Den er ment for å belyse metoden som er benyttet, så modellen lar seg etterprøve.

Enheter	
Mengde	SI (mm)
Lengde	<i>mm</i>
Kraft	<i>N</i>
Masse	tonn ( $10^3 kg$ )
Tid	<i>s</i>
Spenning	<i>MPa(N/mm<sup>2</sup>)</i>
Energi	<i>mJ(10<sup>-3</sup>J)</i>
Tetthet	<i>tonn/m<sup>3</sup></i>

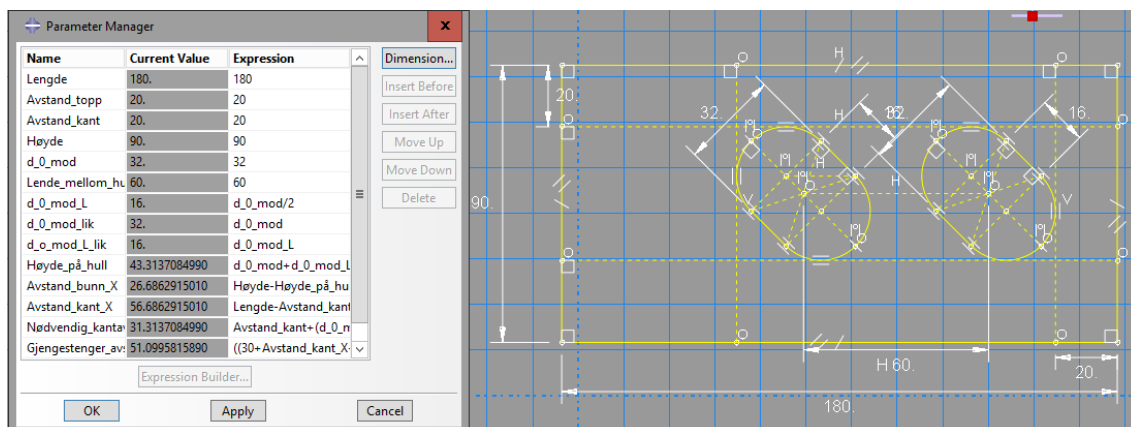
**Table 3.2:** Enheter i Abaqus

#### 3.3.1 Modell

For å designe forbindelsen ble forskjellige geometrier testet. Forbindelsen er forsøkt optimalisert på bakgrunn av numerisk analyse. Optimaliseringen omhandler blant annet forspenningskrefter, sveis og spenningsareal av selve gaffel-profilet. Dette for å sikre et duktilt brudd i gjengestengene, og ikke i selve gaffel-profilet.

##### 3.3.1.1 Part

Endelig modell er rekonstruert som labforsøket med antagelser og forenklinger. Komponentene er laget i ”Part” som ”3D, Deformable, Solid and Extrusion”. Det er opprettet parametriserte ”Sketch” til forbindelsen og bjelken, slik at disse kan endres relativt enkelt, se figur 3.25. Enkelte komponenter er satt sammen og tilpasset i ”Assembly” før de er laget som egne deler ved hjelp av ”Merge/Cut” verktøyet.



**Figure 3.25:** Parameterisert ”Sketch” i Abaqus

For å skape et fornuftig "Mesh" er det laget strategiske "Partitions", som i figur 3.26. "Partitions" hjelper til ved generering av "Mesh" slik at det ser fornuftig ut. Det er ønskelig å ha rektangulære elementer, men på grunn av geometrien vil dette føre til et utrolig fint "Mesh". Dette gir tidkrevende simuleringer. En rasjonell modell gir tilnærmet like resultater om antall elementer økes, men vil være relativt rask å simulere.

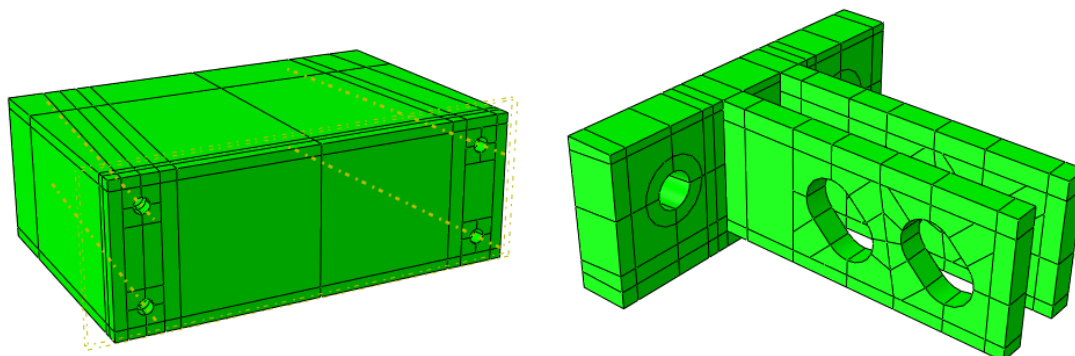


Figure 3.26: "Partition" før "Mesh" i Abaqus

### 3.3.1.2 Elements

Det er benyttet C3D8 elementer, se figur 3.27. C3D8 er et "Continuum Stress/Displacement, 3-Dimensional, 8 Nodal, Fully Integrated Element". Det ble vurdert å benytte C3D8I ("Incompatible Mode") som betyr at elementet har en ekstra indre node. I utgangspunktet egnert dette elementet seg godt til behandling av bøyingsproblematikk, men krever mer CPU-kapasitet (Central Processing Unit). Det er testet flere modeller med bruk av både C3D8 og C3D8I hvor avvikene var under 1.0 %, det ble derfor valgt å benytte C3D8-elementer på hele modellen. [46]

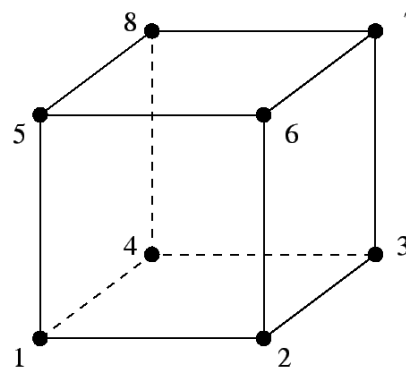


Figure 3.27: C3D8-element

### 3.3.1.3 Step

Simuleringen kjøres i tre eller fire "Steps". Første "Step" er forspenning av bolter, deretter eventuelt aksialkraft, så deformasjon i to "Steps". Forspenning og aksialkraft settes på i ett "Increment", mens deformasjonen påføres gradvis i minimum 20 "Increments". Dette er gjort ved å dele deformasjonen i to. Først settes "Increment Size" til "Maximum" 0.05 over en "Time Period" på 1.0. Deretter til 0.1 over en "Time Period" på 1.0. "Initial Step" er satt lik 0.01 for å registrere hva som skjer helt i starten. Deformasjonen er delt i to for mer nøyaktige resultater der rotasjonsstivheten skal avleses. For modellen som er lik testforsøket er "Increment Size" satt til 0.01. Ikkelineær geometri "Nlgeom" er aktivert, og "Maximum Number of Increments" er økt for å ikke påvirke resultatet.

Sensitiviteten til Abaqus er justert ved å velge fra hovedmenyen øverst: "Other → General Solution Controls → Manager", deretter justere  $I_A$  fra 5 til 20.  $I_A$  står for "Maximum Number of Cutbacks Allowed for an Increment", altså Abaqus gjør flere iterasjoner før den eventuelt avbryter.

### 3.3.1.4 Property

gaffel-profilet modelleres med materialeegenskaper som gitt i tabell 3.3. (Vedlegg C)

Young's Modulus [MPa]	210 000	Yield Stress [MPa]	355	Plastic Strain [-]	0
Poisson's Ratio [-]	0.3		356.3		0.00368
			372.4		0.00507
			388.8		0.00722
			405.7		0.01048
Max Prinsipal Stress [MPa]	586.5		423.5		0.01539
			442.4		0.02265
			463.1		0.03325
Displacement at Failure [mm]	10		486.5		0.04845
			513.7		0.06987
			546.3		0.09953
			586.5		0.13976

**Table 3.3:** Materialparametere for stål (S355) i Abaqus [5] og [6]

Gjengestengene er av stål kvalitet 8.8 og har materialeegenskapene gitt i tabell 3.4 [39]. De er modellert med en diameter på 22 mm for å passe i hullene til gaffel-profilet. E-modulen og flytespenning er justert i forhold til arealet som vist i ligning 3.68 - 3.69. Diameter for gjengestang er vist tidligere i figur 2.27.

$$\frac{d_{eff}^2 \cdot \pi}{4} = \frac{d_{mod}^2 \cdot \pi}{4} = \frac{(16.9 \text{ mm})^2}{(22 \text{ mm})^2} = 0.59 \quad (3.68)$$

$$E_{mod} = E_s \cdot 0.59 = 123 \text{ 690 MPa} \quad (3.69)$$

$E_{mod}$	er modifisert E-modul.
$E_s$	er E-modul for stål.
$d_{eff}$	er effektiv diameter på gjengestenger.
$d_{mod}$	er modellert diameter på gjengestenger.

Young's Modulus [MPa]	123 690	Yield Stress [MPa]	447	Plastic Strain [-]	0
Poisson's Ratio [-]	0.3		546		0.031
			547		1.0

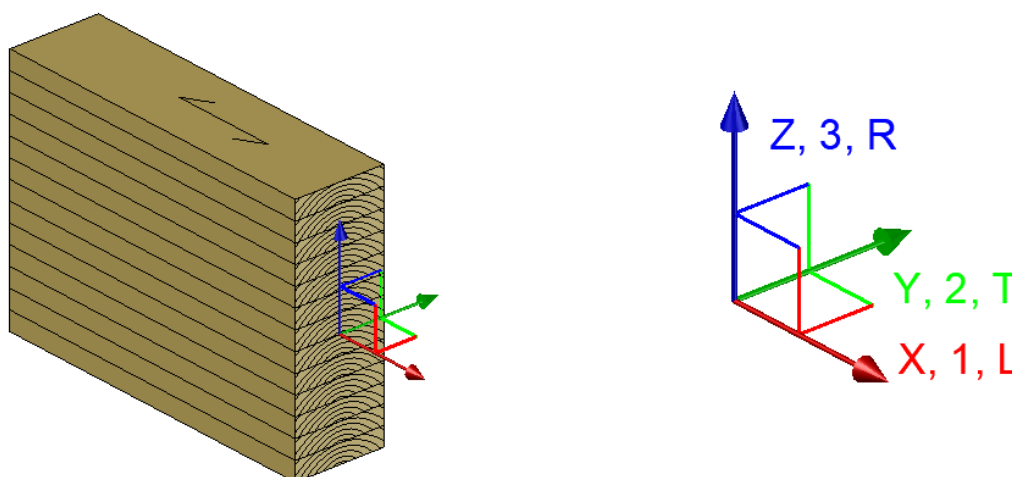
**Table 3.4:** Skalerte materialparametere for gjengestenger i Abaqus [4]

Limtrebjelkene er av kvalitet GL30c og har materialegenskapene som gitt i tabell 3.5. Siden trevirke er et isotropt materiale legges det inn i Abaqus som "Engineering Constants" med orientering slik at  $x \rightarrow 1$ ,  $y \rightarrow 2$  og  $z \rightarrow 3$ , som vist i figur 3.28

E1	E2	E3	Nu12	Nu13	Nu23	G12	G13	G23
$E_L$	$E_T$	$E_R$	$\nu_{LT}$	$\nu_{LR}$	$\nu_{TR}$	$G_{LT}$	$G_{LR}$	$G_{TR}$
[MPa]	[MPa]	[MPa]	[-]	[-]	[-]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
13 000	400	400	0.6	0.6	0.315	600	600	30

Yield Stress	Plastic Strain
[MPa]	[-]
23	0
33	0.0035

**Table 3.5:** Materialparametere for GL30c i Abaqus [7]



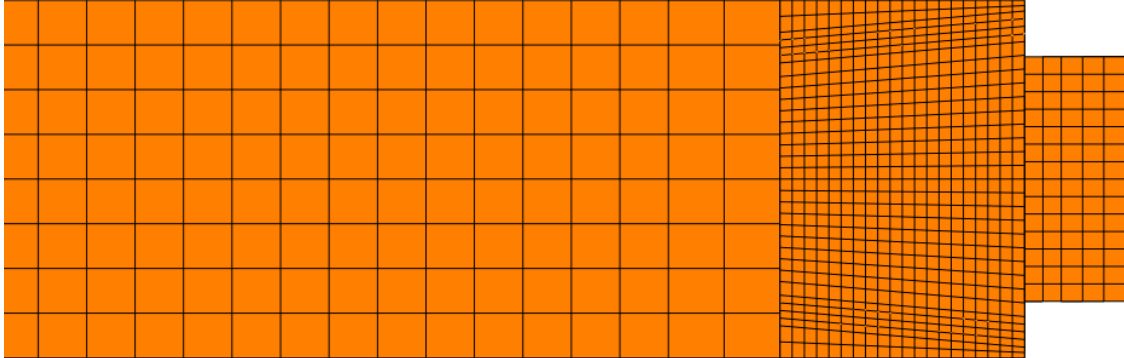
**Figure 3.28:**  
Koordinatsystem i Abaqus

Mellom bjelkene er "Crushing Zone" modellert med egne parametere som verifisert i vedlegg A. Elastisk materiale med E-modul:  $E_{cr} = 111$  MPa og Poisson ratio:  $\nu = 0$ .

### 3.3.1.5 Mesh

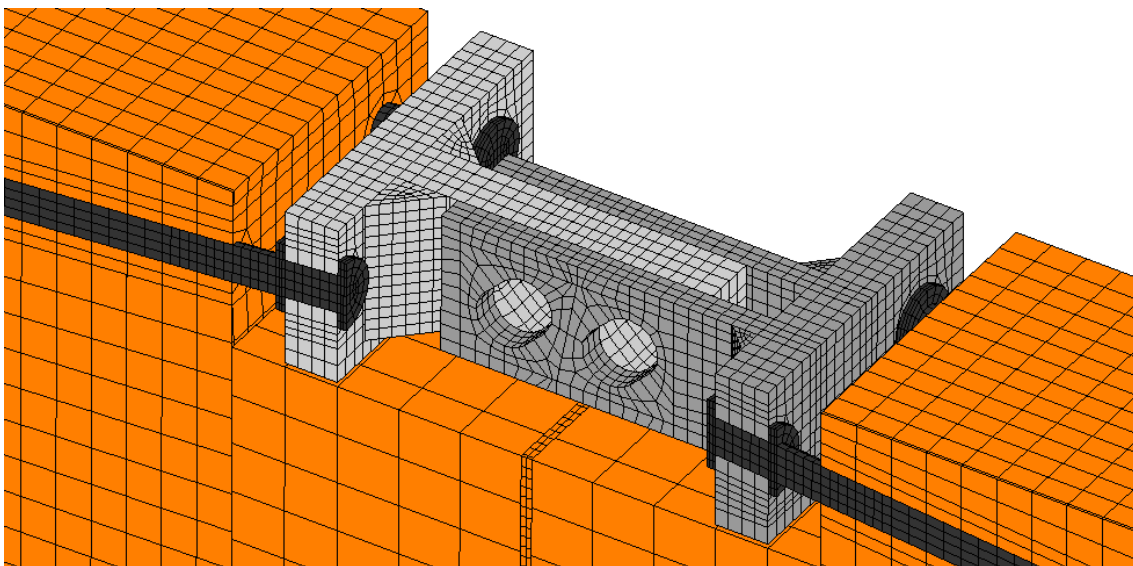
For å optimalisere "Mesh" og spare CPU-kapasitet er det gjort forenklinger av modellen. Det er benyttet Abaqus sitt eget verktøy "Verify Mesh" for kontroll av "Mesh", uten feilmeldinger. Det er også kjørt en tilsvarende modell med fint "Mesh" hvor "Seed" er på 5.0. Forskjellen på de to beregningene var mindre enn 1.0 %.

Bjelken er delt i 4 deler: Delen ved opplageret har ganske grovt "Mesh", området med gjengestenger har ganske fint "Mesh", området under gaffel-profilet litt grovere, mens "Crushing Zone" mellom bjelkene har et veldig fint "Mesh". Se figur 3.29 hvor området fra venstre til høyre har følgende "Seed": 80, 20, 30 og 6.



**Figure 3.29:** Limtrebjelke modellert i Abaqus

gaffel-profilet har et "Mesh" med "Seed" på 8 til 12 som har vist seg å være tilstrekkelig. Gjengestengene har et "Seed" på 5 til 10. Se figur 3.30, vist med innsnitt for hvordan boltene er modellert inn i trevirket. Verifisering på samme måte som bjelke, ved å kjøre samme beregning med fint "Mesh", ("Seed" på 5), og sammenlignet resultat. Både nedbøyning og opplagerkrefter har vært innenfor 1.0 % avvik.



**Figure 3.30:** "Mesh" i forbindelse

### 3.3.1.6 Assembly og Interaction

De modellerte bjelkedelene, "Parts", er koblet sammen med "Tie" funksjonen. Mellom bjelkene er det angitt at "Crushing Zone" har "Hard Contact" som "Normal Behavior" og en friksjonskoeffisient på 0,2 i "Tangential Behavior" [18]. Dette er gjort for å få med trykkbidraget som trevirket vil ha på stivheten.

Gjengestengene er modellert med skiver som er knyttet til gaffel-profilet med "Tie" funksjonen. Disse er kun modellert 300 mm inn i bjelkene på hver side. Det er gjort for å spare CPU-kapasitet. Det er usikkerhet omkring effekten trevirket har på den laterale stivheten, så gjengestengene er forbundet til bjelken ved hjelp av "Tie" funksjonen. Det er gjort tester på den laterale stivheten, disse er lagt til grunn for modellen. Stivheten fra den analytiske modellen regnes om til stivhet for en fast innspent bjelke. Deretter løses det med hensyn på den frie lengden, som vist i ligningene 3.70 - 3.73 og figur 3.31. [47]

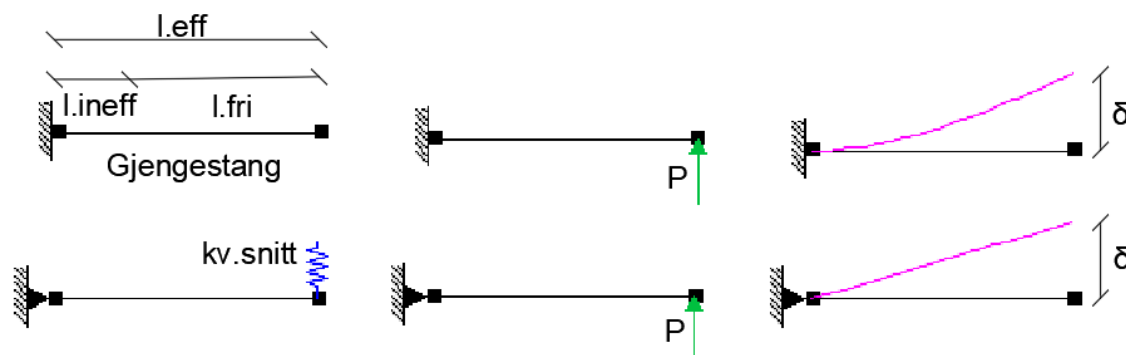


Figure 3.31: Gjengestangens frie lengde

$$\delta = \frac{P}{K_v} = \frac{P \cdot l_{eff}^3}{3 \cdot E_{mod} \cdot I} \quad (3.70)$$

$$l_{eff} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot E_{mod} \cdot I}{K_v}} \quad (3.71)$$

$$I = \frac{\pi \cdot d^4}{64} \quad (3.72)$$

$$l_{ineff} = l_{eff} - l_{fri} \quad (3.73)$$

$\delta$	er forskyvning
$P$	er kraft som forårsaker forskyvningen
$l_{eff}$	er fri lengde av gjengestang basert på forenklingen
$E_{mod}$	er modifisert E-modul for gjengestang
$I$	er 2.ordens arealmoment for modellert sirkelprofil
$d$	er modellert diameter på gjengestang
$K_v$	er den laterale stivhet for gjengestangen
$l_{ineff}$	er den ineffektive lengden inn i bjelken
$l_{fri}$	er den frie lengden mellom bjelke og midten av profilet



Gjengestengenes frie lengde er avstanden mellom bjelkeende og innfesting i gaffel-profilet. På trykksiden vil dette være på baksiden av profilet, mens på strekksiden vil dette være på fremsiden. På strekksiden:  $l_{ineff.t} = 17.6$  mm og på trykksiden:  $l_{ineff.c} = 29.5$  mm. Gjengestengene festes tilsvarende inn i bjelken med "Tie" funksjonen, så trevirket ikke påvirker gjengestengene langs den effektive frie lengden.

### 3.3.1.7 Loads, Deformations and Boundary Conditions

Mellom gaffel-profilene er friksjonskoeffesienten valgt til 0.3. Forspenningskraften er 943 kN og modellert som vist i figur 3.32. Forspenningskraft og friksjonskoeffesient er beregnet etter NS-EN 1993-1-8 [45]. (Vedlegg B)

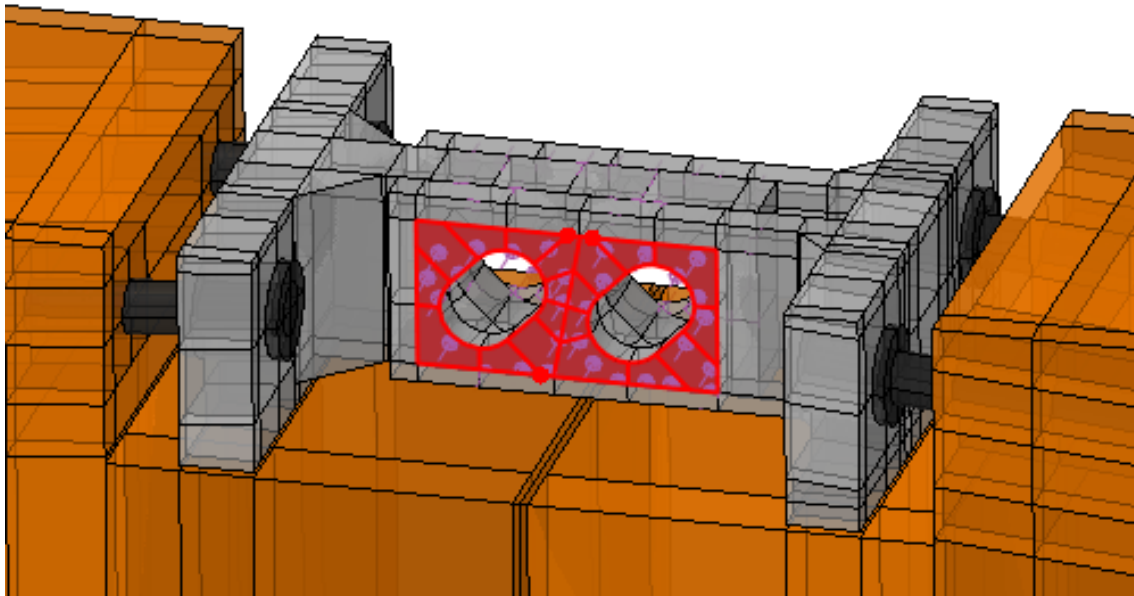
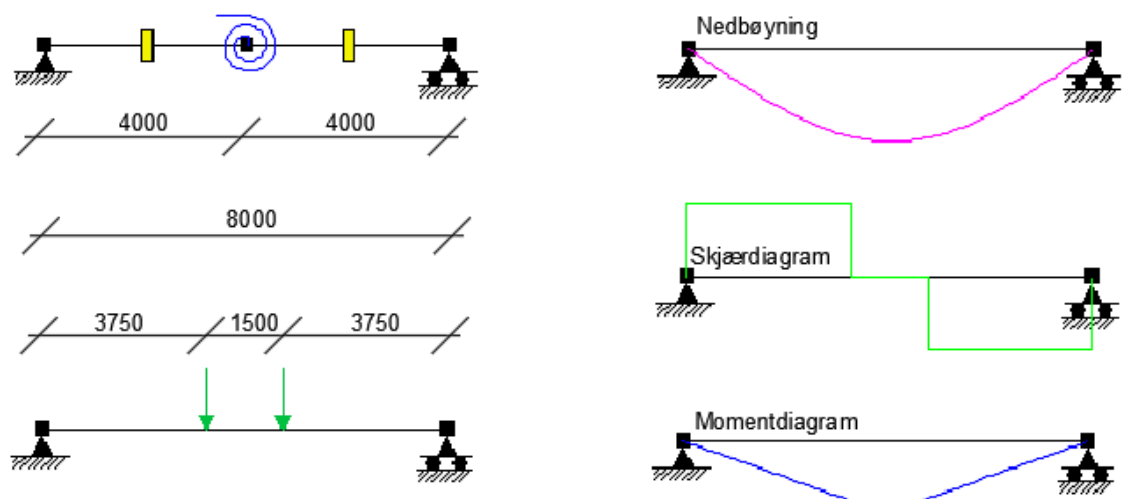


Figure 3.32: Forspenningskraft påsatt gaffel-profilet

Aksialkraften er påsatt som punktlast, fordelt over hele tverrsnittet, i nøytralaksen på bjelkeenden. For testen med bøyning om y-aksen er aksialkraften valgt ut i fra Euler-knekklast 672.438 kN, mens 1000 kN om z-aksen.

I underkant av gaffel-profilet på strekksiden kan forbindelsen vandre fritt inn i bjelken vertikalt. Ved montering er det vanskelig å oppnå full kontakt mellom stålforbindelsen og trevirket. På trykksiden skal det monteres skruer. Disse er modellert ved å feste ett "Reference Point" til undersiden av gaffel-profilet og ett til bjelken for hver skrue. Videre kobles punktene sammen med en "Wire" som er definert med en "Basic Connection Type" og gitt samme aksialstivhet som skruen. Det er kun tatt hensyn til skruens bidrag i z-retning.

Figur 3.33 viser skisser av statikken til testmodellen. Bjelken er modellert med fastlager på ene siden og glidelager på andre. På den ene siden er bjelken fastholdt mot forskyvning i x-, y- og z- retning, men fri til å rotere om x-, y-, og z-aksen. Den andre siden er fastholdt i y- og z-retning, men fri til å bevege seg i x-retning, samt rotere om x-, y-, og z-aksen.

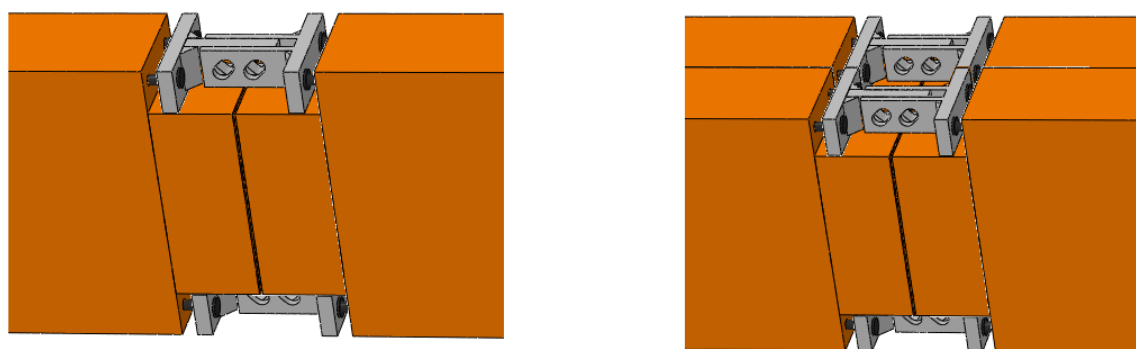


**Figure 3.33:** Skisse av statikken til testmodellen

På simuleringen med aksialkraft er modellen fastholdt mot forskyvning sideveis, helt frem til nedbøyningen starter. Deretter er bjelken fritt opplagt. Dette er gjort for å sikre at bjelken ikke forskyver seg som følge av aksialpåkjenningen.

Modellen med bøyning i planet, om y-aksen, er modellert med én stålforbindelse over og under bjelken. Ut av planet, om z-aksen, er det nødvendig å benytte to stålforbindelser, over og under. De to modellene er vist i figur 3.34.

Forbindelsen ut av planet er generert ved å kopiere hele modellen og legge inn tilsvarende "Constraints" og endre nødvendig randbetingelser. Bjelkene er koblet sammen med "Tie" funksjonen.



**Figure 3.34:** Modell for bøyning om z-akse og y-akse

### 3.3.2 Rotasjonsstivhet

Rotasjonsstivhet i planet regnes som i ligningene 3.74 - 3.76, og etter figur 3.35.

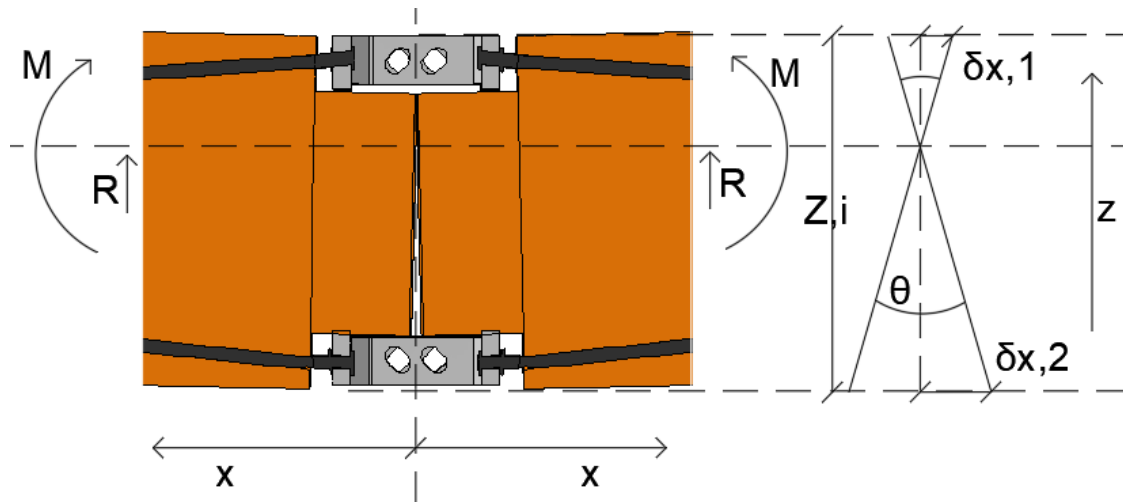


Figure 3.35: Rotasjonsberegning (In-Plane)

$$\Theta = 2 \cdot \frac{\delta_{x2} - \delta_{x1}}{Z_i} \quad (3.74)$$

$$M = R \cdot L_s \quad (3.75)$$

$$k_\theta = \frac{M}{\Theta} \quad (3.76)$$

$k_\theta$	er rotasjonsstivhet
$M$	er moment
$\Theta$	er rotasjon i radianer
$R$	er reaksjonkraften
$L_s$	er avstand fra opplager til kraftvirkning fra stålbjelke
$\delta_{x(1,2)}$	er forskyvningen i x-retning vist på figur 3.35
$Z_i$	er avstanden mellom $\delta_x$

Rotasjonsstivheten ut av planet regnes på samme måte, men etter figur 3.36.

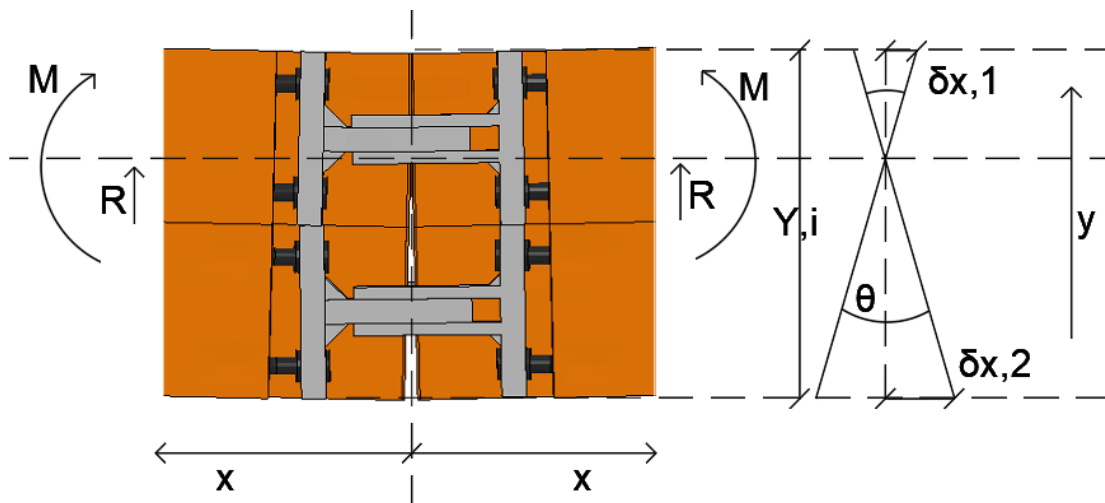


Figure 3.36: Rotasjonsberegning (Out-of-Plane)

For å bestemme en verdi som kan sammenlignes med analytiske beregninger og forsøket benyttes lineær regresjon mellom to punkter. Punktene velges i henhold til NS-EN 12512 [20]:  $0.1 \cdot F_{maks}$  og  $0.4 \cdot F_{maks}$ . Til å utføre regresjonen benyttes trendlinje-funksjonen i Excel. Stigningstallet til den lineære regresjonsfunksjonen er rotasjonsstivheten  $k_{\theta}$ .

### 3.3.3 Momentkapasitet

Momentkapasiten er beregnet som vist i formel 3.75, og er valgt ut i fra maksimale reaksjonskrefter. Det vil være like før brudd i gjengestengene. I modellen vil dette være når spenningene i gjengestengene overskrider  $f_{u,mean} \cdot 0.59 = 546 \text{ MPa}$ . Modellen viser tydelig hvordan gjengestengene ryker på strekksiden, samtidig som reaksjonskreftene synker. I virkeligheten vil ikke gjengestenge ha restkapasitet etter bruddspenning. Figur 3.37 viser brudd i gjengestenger.

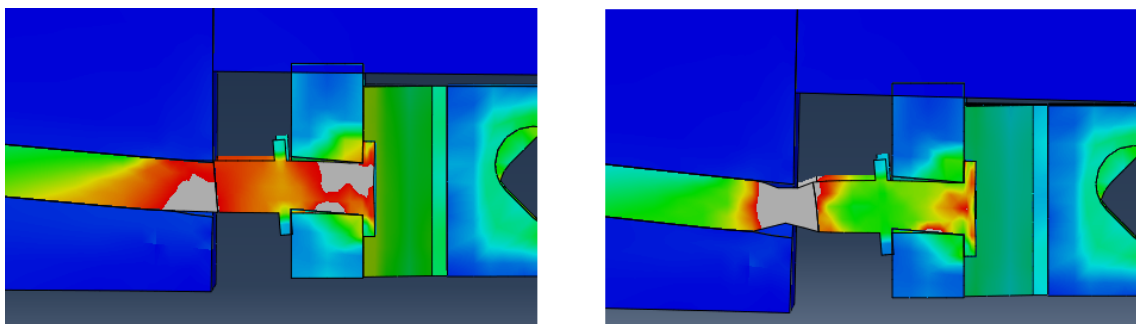


Figure 3.37: Brudd i gjengestenger

Figur 3.38 viser modellen etter simulering.

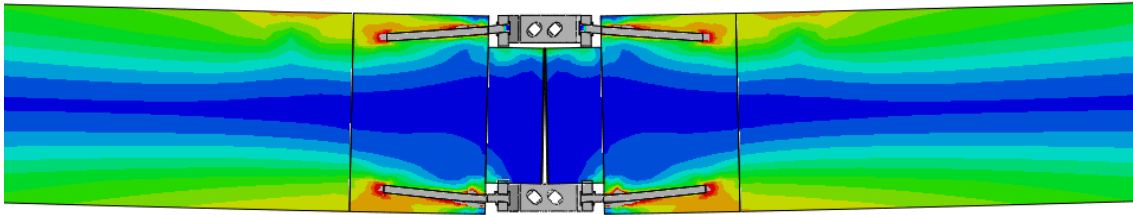


Figure 3.38: Modell i Abaqus

### 3.3.4 Duktilitet

For å beregne forbindelsens duktilitet benyttes formelverket både i NS-EN 12512 [20] og artikkelen "Quantifying Ductility in Timber Structures" [21]. Formlene omskrives til å gjelde moment/rotasjon og benyttes med denne oppgavens notasjon.

Duktilitet etter NS-EN 12512 er forholdet mellom maks rotasjon og rotasjon ved flyt, vist i ligning 3.77. Rotasjon ved flyt finnes som vist i figur 3.39. Skjæringspunktet mellom linjen til det elastiske området, og tangenten til grafen med et stigningstall på  $1/6 \cdot k_{\theta}$ . Den rette linjen for det elastiske området finnes ved regresjon mellom punktene  $0.1 \cdot F_{est}$  og  $0.4 \cdot F_{est}$ .

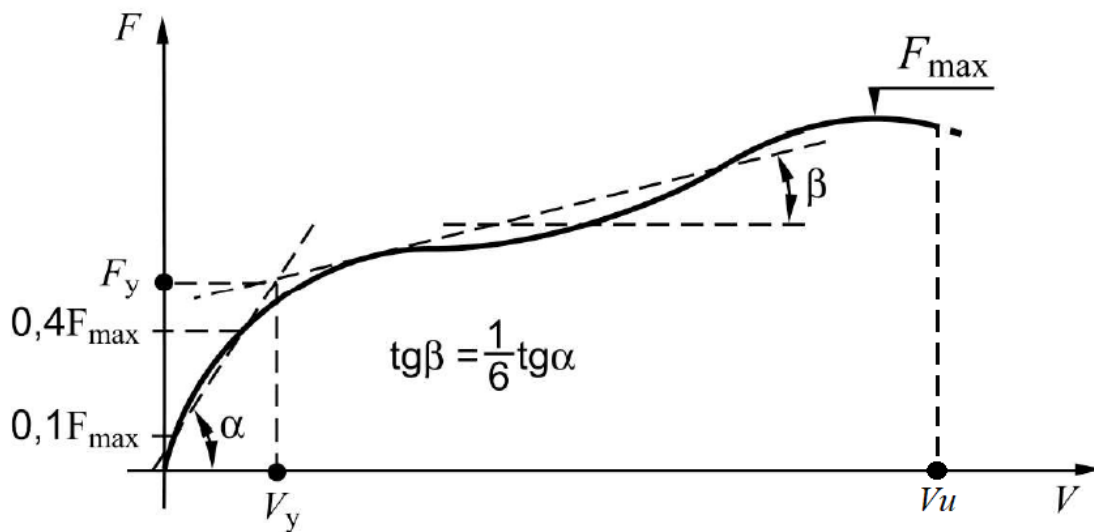


Figure 3.39: Flytegrense etter NS-EN 12512 [20]

Figurforklaring:

$$V = \Theta \text{ (Rotasjon)}$$

$$F = M \text{ (Moment)}$$

$$\alpha = k_{\theta} \text{ (Rotasjonsstivhet)}$$

Duktilitet etter NS-EN 12512 [20]:

$$D_s = \frac{\Theta_u}{\Theta_y} \quad (3.77)$$

- $D_s$  er duktilitetstallet
- $\Theta_u$  er maks rotasjon
- $\Theta_y$  er rotasjon ved flytespenning

### Quantifying Ductility in Timber Structures

For det elastiske området benyttes lineær regresjon mellom  $0.1 \cdot og 0.4 \cdot F_{est}$ . For å generere en funksjon for det plastiske området benyttes polynomisk regresjon av 3.grad [21]. Figur 3.40 viser målepunkter brukt i formlene.

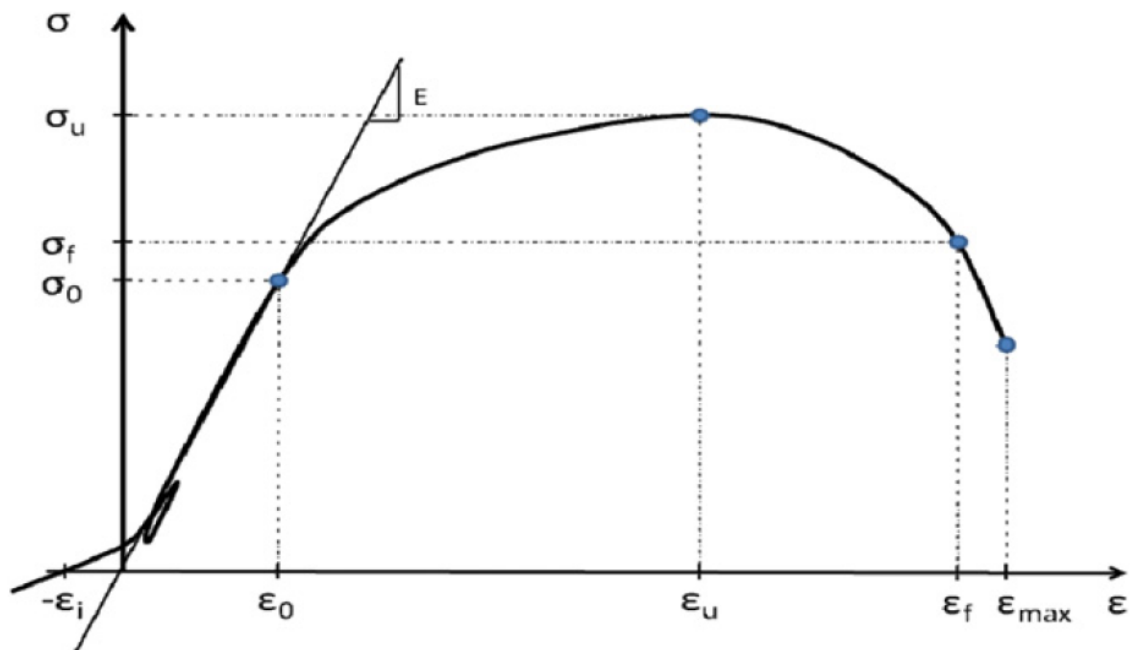


Figure 3.40: Målepunkter etter "Quantifying Ductility in Timber Structures" [21]

Figurforklaring:

- $\epsilon = \Theta$  (Rotasjon)
- $\sigma = M$  (Moment)
- $E = k_\theta$  (Rotasjonsstivhet)

Duktilitetstallet beregnes som vist i ligning 3.78 [21]:

$$D_{Sue} = \frac{\Theta_{pu}}{\Theta_{eu}} \quad (3.78)$$

$$\Theta_{eu} = \frac{M_u}{k_\theta} \quad (3.79)$$

$$\Theta_{pu} = \min\{\Theta_{pmax}; \Theta_{pua}\} \quad (3.80)$$

$$\Theta_{pua} = -\frac{B + \sqrt{B^2 - 3 \cdot C \cdot A}}{3 \cdot C} \quad (3.81)$$

$$\Theta_{pa} = f(\Theta_{pa}) = M_0 + A \cdot \Theta_p + B \cdot \Theta_p^2 + C \cdot \Theta_p^3 \quad (3.82)$$

$$\Theta_p = \Theta - \Theta_i - \frac{M_0}{k_\theta} \quad (3.83)$$

$D_{Sue}$	er duktilitetstallet
$\Theta_{eu}$	er rotasjon ved bruddlast relatert til elastisk rotasjon
$\Theta_{pu}$	er permanent rotasjon i kun det plastiske området
$M_u$	er momentkapasitet
$k_\theta$	er rotasjonsstivhet/stigningstallet til det elastiske området
$\Theta_{pmax}$	er maks rotasjon i kun det plastiske området
$\Theta_{pua}$	er permanent analytisk rotasjon i kun det plastiske området
$M_0$	er momentet ved proporsjonal grense
$A, B, C$	er koeffisienter fra 3. grads polynomregresjon
$\Theta_{pa}$	er funksjonen til polynomregresjonen
$\Theta_p$	er rotasjon i kun det plastiske området
$\Theta_i$	er initiell rotasjon





# Del 4

## Forsøk i laboratoriet

### 4.1 Produksjon av testforbindelse

Tegningene som gitt i vedlegg E, ligger til grunn for produksjon av testforbindelsen. Maskinering og sveising av gaffel-profilene utførte Delprodukt AS, mens bolter og skiver ble levert av Albert E. Olsen. Dokka Fasteners leverte gjengestengene allerede i 2016.

Figur 4.2 viser produksjonsstart av testforbindelsen i materialtekniske laboratorier ved NTNU i Trondheim. Leveransen bestod av to limtrebjelker med dimensjon 215x585x4250 mm, og ble levert av Moelven Limtre. Bjelkene var pakket inn i plast når de ankom laboratoriet og ble midlertidig lagret i verkstedhallen. Det ble oppservert stedvise rifter i plasten før utpakking, som kan akselerere tørkeprosessen og føre til sprekkdannelse. Etter fjerning av plast ble det foretatt en visuell inspeksjon av bjelkene, så skader ved transport kunne avdekkes før videre bearbeiding. Det ble ikke registrert skader eller sprekker av betydning. Fuktmåling ved ankomst ble ikke foretatt.



**Figure 4.1:** Utpakking av limtrebjelker

Snekkerverkstedet var klargjort som arbeidsstasjon, slik at bjelkene ble transportert fra lagringsplass ved hjelp av lave traller med fastmonterte hjul. Vekten per bjelke er i overkant av 250 kg, så det var viktig med fokus på HMS. Se figur 4.2.

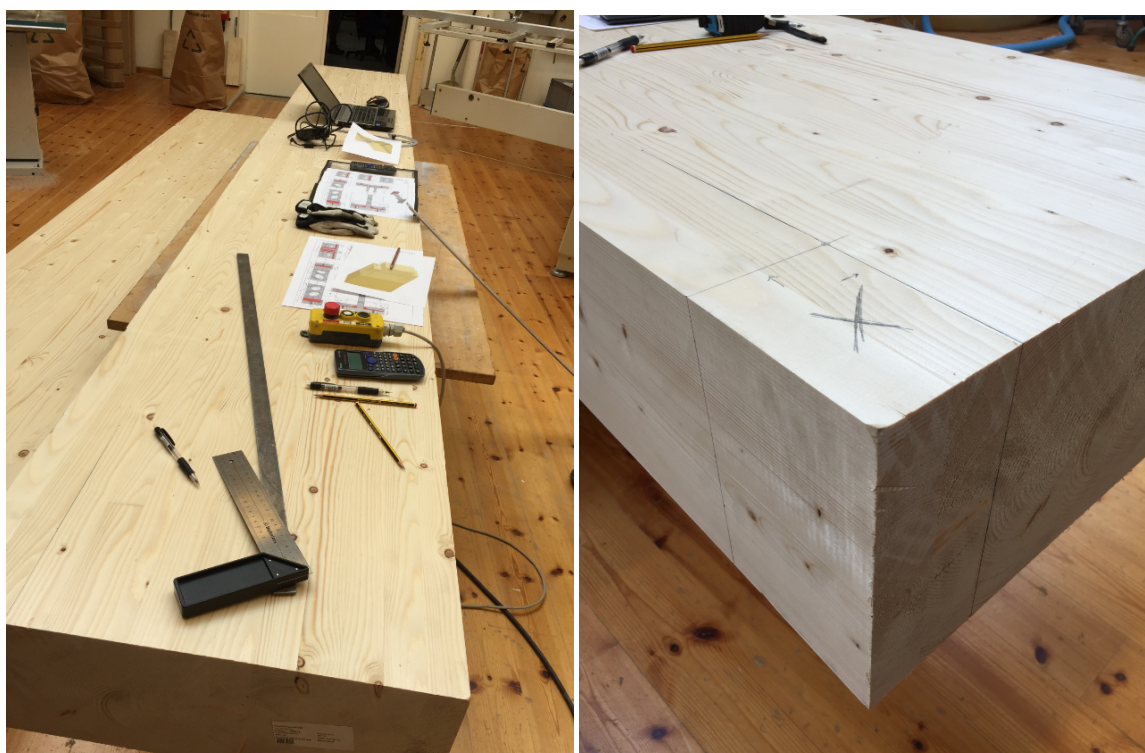


(a) D 215x585x4250mm

(b) Moelven Limtre GL30c

**Figure 4.2:** Forflytning av limtrebjelker

Når bjelkene var på plass ble det benyttet et bord med høydejustering for å ivareta en god arbeidsstilling. Dimensjoner og vinkler ble deretter kontrollert. Endevedsiden hadde noen millimeter retningsavvik, så topp- og bunnkant ble benyttet som utgangspunkt for merking av innsnitt.



(a) Kontrollmåling

(b) Merking for innsnitt

**Figure 4.3:** Kontrollmåling og merking av innsnitt

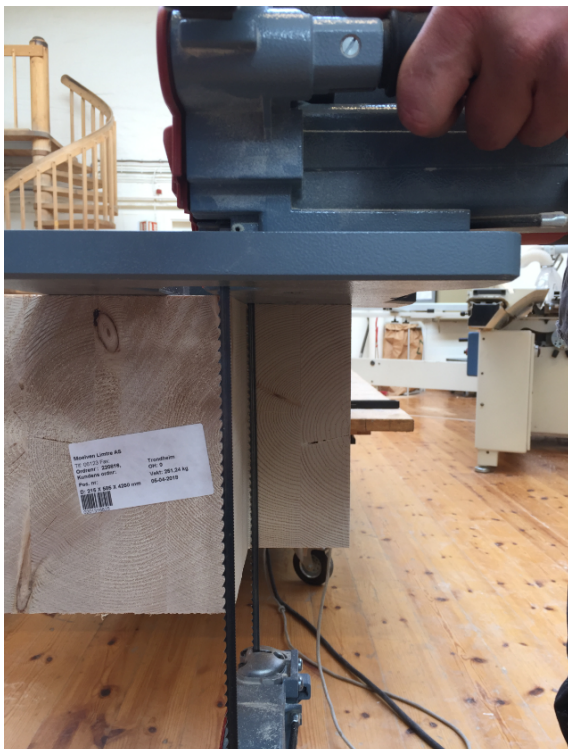
For å sage ut innsnittet ble det benyttet en håndholdt båndsg. I forkant ble det utført prøvesaging på et trestykke, som viste at sagen hadde behov for små justeringer. Det ble lokalisert justeringsskruer i underkant og rettinkel ble benyttet for å stille inn saken i riktig posisjon. Metoden og sagingen gikk effektivt og resulterte i fine kutt. Se figur 4.4.



(a) Mafell håndholdt båndsgag



(b) Utsaging av innsnitt



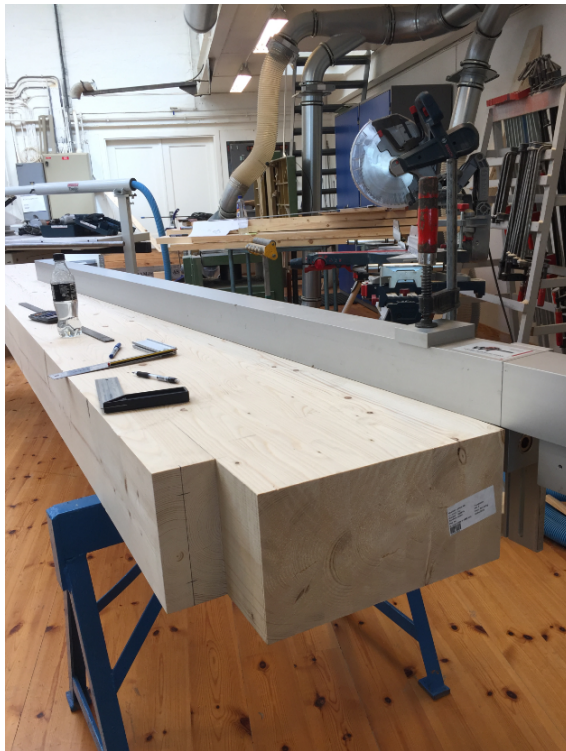
(c) Nærbilde ved utsaging



(d) Ferdig innsnitt

**Figure 4.4:** Bjelke med sagd innsnitt

Når begge bjelkene var klargjort med innsnitt, ble det merket opp for boring av kjernediameter til gjengestenger. Innskrivingsvinkelen skal være 5 grader, så det ble satt ut tre punkter langs bjelken. Deretter ble boreriggen brukt som mal for å tegne en linje som boret skal følge. Merker ble etablert for å effektivt plassere boreriggen i riktig vinkel når hulltakingen starter. Se figur 4.5.



(a) Merking av innskruingsvinkel



(b) Klargjorte spor for plassering av borelegg

**Figure 4.5:** Merking for hulltaking

Figur 4.6 viser utfresing av spor til muttere med Bosch bormaskin og 30 mm spiralbor.



(a) Bor for utfresing



(b) Utfreste spor til muttere

**Figure 4.6:** Bor for utfresing av spor til muttere

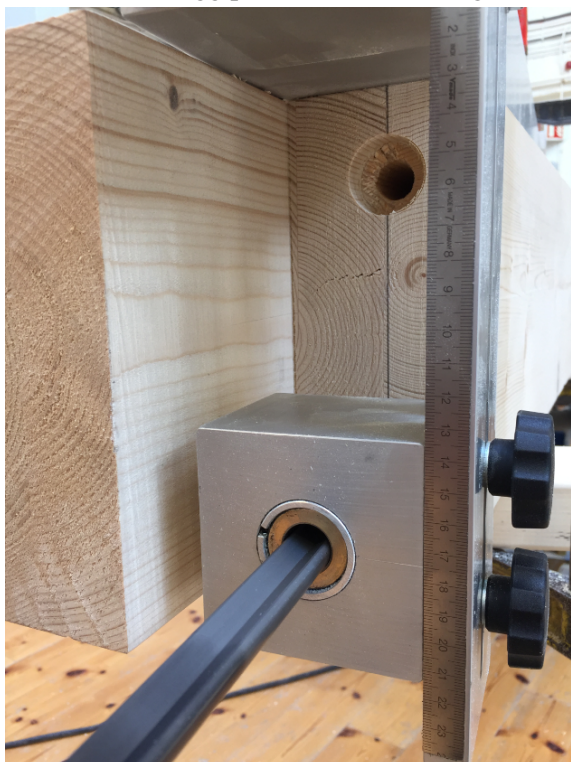
Borriggen ble plassert og fastholdt ved hjelp av skrutvinger. Boret er langt og hult, med tilkobling av trykkluft for å blåse ut trespon under selve boringen. Bosch bormaskin ble benyttet og gjorde jobben effektiv. Se figur 4.7



(a) Borrigg plassert for hulltaking



(b) Bosch bormaskin



(c) Nærbilde ved hulltaking



(d) Ferdig boret bjelketversnitt

**Figure 4.7:** Forboring av hull til gjengestenger

Før innskruing av gjengestenger ble utfreste spor til muttere slipt med Dremel. Se figur 4.8



(a) Dremel

(b) Sliping av utfreste spor til muttere

**Figure 4.8:** Sliping av utfreste spor til muttere

Figur 4.9 viser gjengestangen med 22.4 mm tregjenger og lengde 1200 mm, samt et 90 mm endestykke med M20 metriske gjenger.



**Figure 4.9:** Gjengestangen

For innskruing av gjengestenger ble det benyttet en Fein maskin med lav utveksling, og et spesialmunnstykke med innvendig metriske gjenger. Maskinen ble lagt på et bord med hjul og høydejustering, for deretter å vares i rett høyde før innskruing. Det var ikke behov for å smøre hullene med fett i forkant. Se figur 4.10.



(a) Fein ASq 621-1



(b) Innskruing av gjengestenger



(c) Gjengestenger ferdig montert



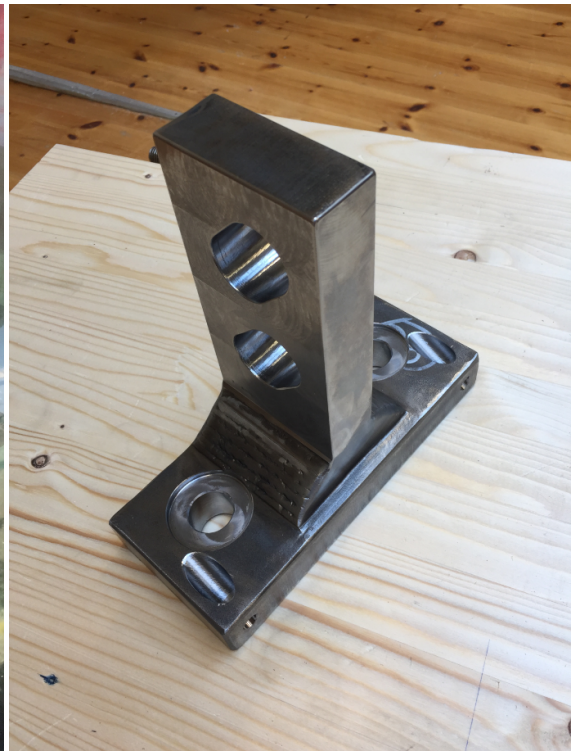
(d) Mellomlagring i klimarom

**Figure 4.10:** Innskruing av gjengestenger

Figur 4.11 viser produksjon og leveranse av gaffel-profiler. Delene ble sveiset sammen og maskinert med CNC (Computer Numeric Control) maskin.



(a) Hulltaking med CNC maskin



(b) Maskinert gaffel-profil 1



(c) Maskinert gaffel-profil 2



(d) Leveranse av gaffel-profiler

**Figure 4.11:** Maskinering av gaffel-profiler



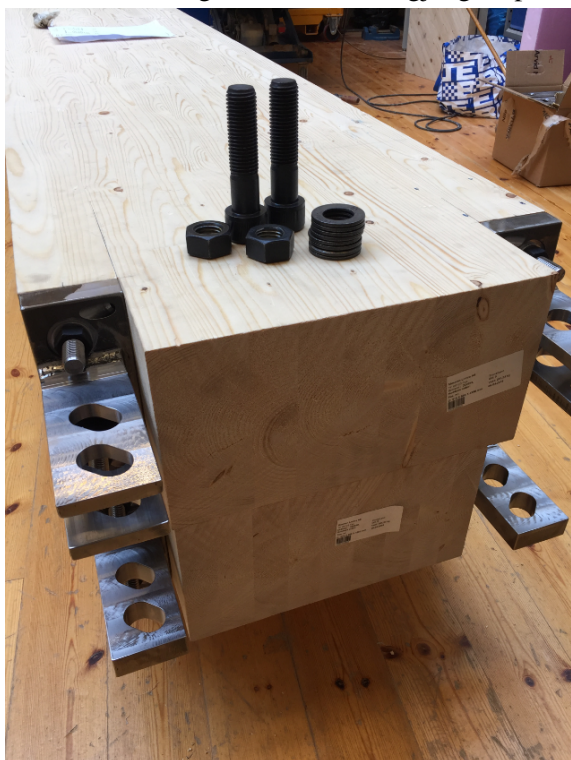
Når gaffel-profilene var ankommet NTNU ble de montert på gjengestengene. Det ble benyttet gjengeteip for å unngå slark når bakplaten skulle strammes inntil de bakre mutterne. Deretter ble bjelkene prøvemontert mot hverandre for å kontrollere hvordan det hele passet. Jekkestropper ble brukt for å føre profilene sammen. Se Figur 4.12.



(a) Montering av muttere med gjengeteip



(b) M20 skiver



(c) Testbjelker påmontert gaffel-profiler



(d) Prøvemontering med M30 bolter

**Figure 4.12:** Montering av gaffel-profiler

Figur 4.13 viser testområdet. Det ble benyttet plater og bjelker for å bygge oppleggene. Alle deler ble løftet på plass ved hjelp av kran og mekanisk magnet, samt løftestroppe. Riggens består av en hydraulisk jekk med trykkraft opp mot 1000 kN.



(a) Underlagsplater og bjelker



(b) Limtrebjelker i testområdet



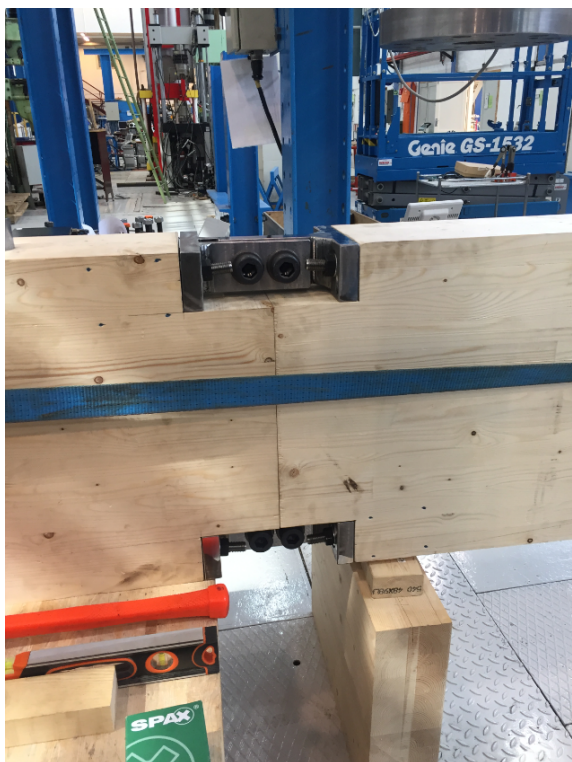
(c) Posisjonering med kran



(d) Sammenføyning

**Figure 4.13:** Testområdet

For å oppnå ønsket forspenning i boltene ble det benyttet en hydraulisk momenttrekker. Fra tabell ble det valgt et tiltrekkingsmoment på 2 500 Nm. Ved tiltrekking av den siste bolten ble sluttstykke på momenttrekkeren deformert. Se figur 4.14.



(a) Sammenføyning med jekkestropper



(b) Enerpac muttertrekkerpumpe



(c) Forspenning med momenttrekker



(d) Deformert sluttstykke

**Figure 4.14:** Sammenføyning og forspenning av bolter

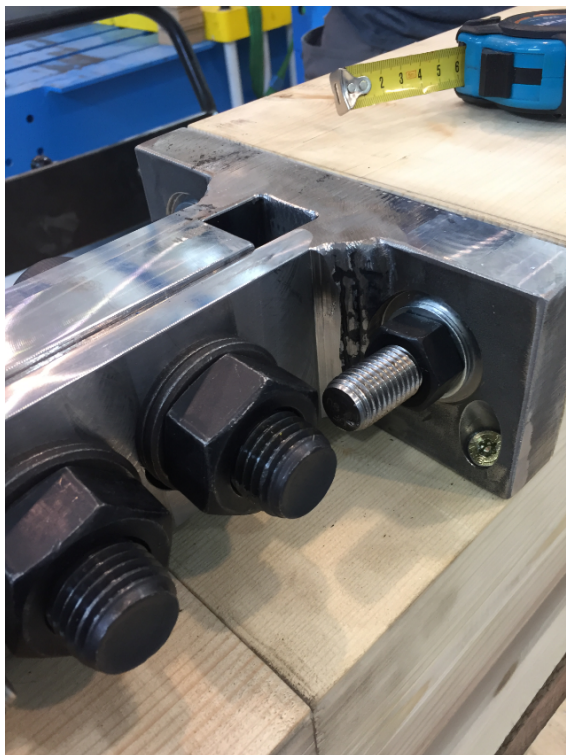
Siste operasjon for å ferdigstille skjøten var innskruing av SPAX skruer på trykksiden. Figur 4.15 viser sluttprosessen til ferdig montert skjøt.



(a) 8x160 mm SPAX skruer



(b) Innskruing med Milwaukee drill



(c) SPAX skruer på trykkside



(d) Ferdig montert skjøt

**Figure 4.15:** Innskruing av SPAX skruer på trykkside

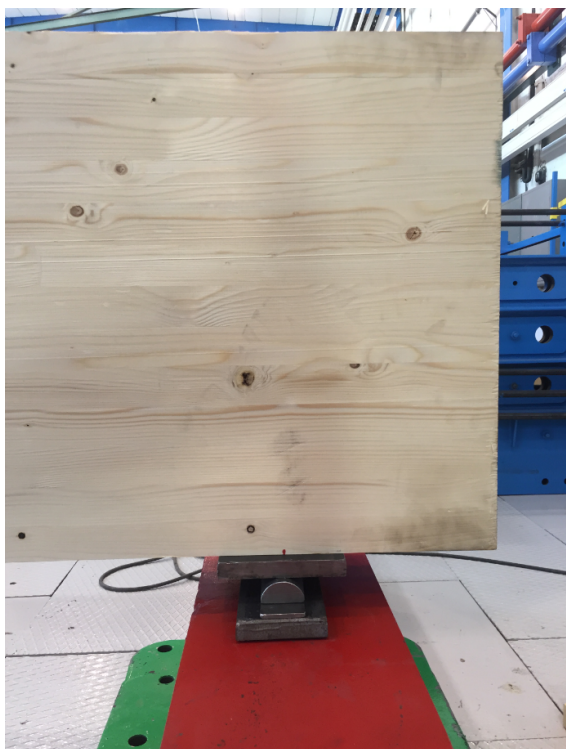
Figur 4.16 viser opplagerene. Glidelageret på limtrebjelken er satt på motsatt side i forhold til lastpåføringsbjelken. Ekstra stålplater ble benyttet for å bygge opp til riktig høyde. Bjelkene ble til slutt kontrollert med vater.



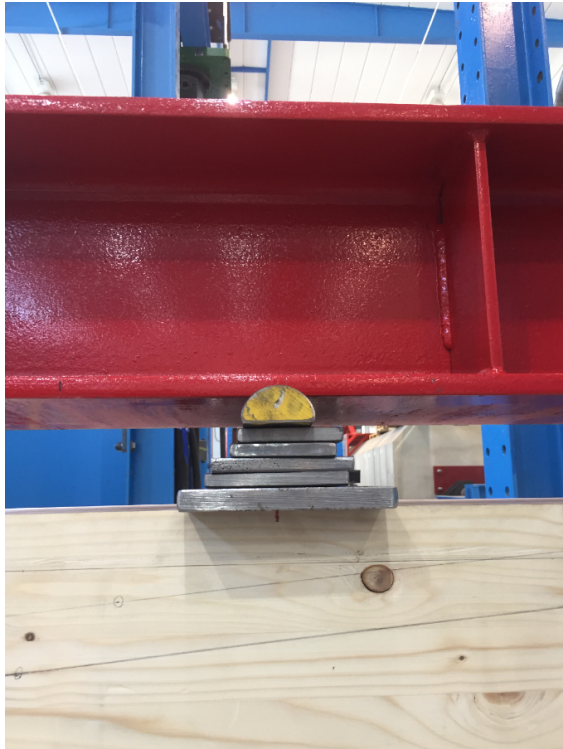
(a) Limtrebjelke på glidelager



(b) Glidelager lastpåføringsbjelke



(c) Limtrebjelke på fastlager



(d) Fastlager lastpåføringsbjelke

**Figure 4.16:** Opplager

## 4.2 Firepunkts bøyningstest

Bjelkeskjøten er testet i en firepunkts bøyningstest som vist i figur 4.22. Poenget med en firepunkts test er å utsette forbindelsen for kun moment. Ved hjelp av diverse måleutstyr er nedbøyning, rotasjon, krefter og momenter målt kontinuerlig gjennom hele testen.

### 4.2.1 Målinger

Til å måle forskyvning ble deformasjonsmålere plassert på bjelken som vist i figur 4.17 og 4.18. I tillegg hadde jekken last- og forskyvningsmåler. Tabell 4.1 viser oversikten over de ulike målerene.

	Kanal	Benevning	Type måler	Kalibrering	Plassering
$\Delta_1$	Ch 6	[mm]	NKT 222 (0 - 100 mm)	+/- 1 %	Bjelke / bjelke
$\Delta_2$	Ch 5	[mm]	NKT 221 (0 - 20 mm)	+/- 0.5 %	Bjelke / bjelke
$\Delta_3$	Ch 4	[mm]	NKT 220 (0 - 20 mm)	+/- 0.5 %	Bjelke / bjelke
$\Delta_4$	Ch 3	[mm]	NKT 226 (+/- 100 mm)	+/- 0.5 %	Bjelke / bjelke
$\Delta_5$	Ch 7	[mm]	NKT 227 (+/- 100 mm)	+/- 0.5 %	Stål / stål
$\Delta_6$	Ch2	[mm]	NKT 271 (+/- 100 mm)	+/- 0.5 %	Bjelke / gulv
$\Delta_7$	Ch 10	[mm]	NKT 228 (+/- 100mm)	-	Bjelke / gulv
	Ch 0	[kN]	Lastmåler fra jekk	-	Jekk
	Ch 1	[mm]	Deformasjonsmåler fra jekk	-	Jekk

Table 4.1: Oversikt over deformasjonsmålere

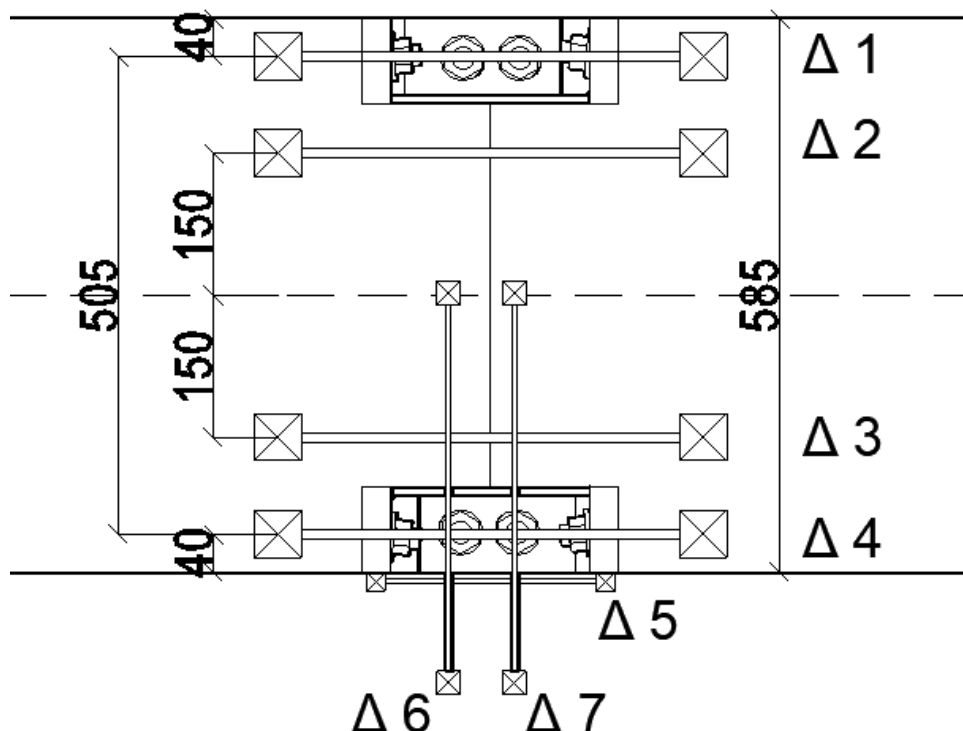


Figure 4.17: Deformasjonsmålere sett fra siden

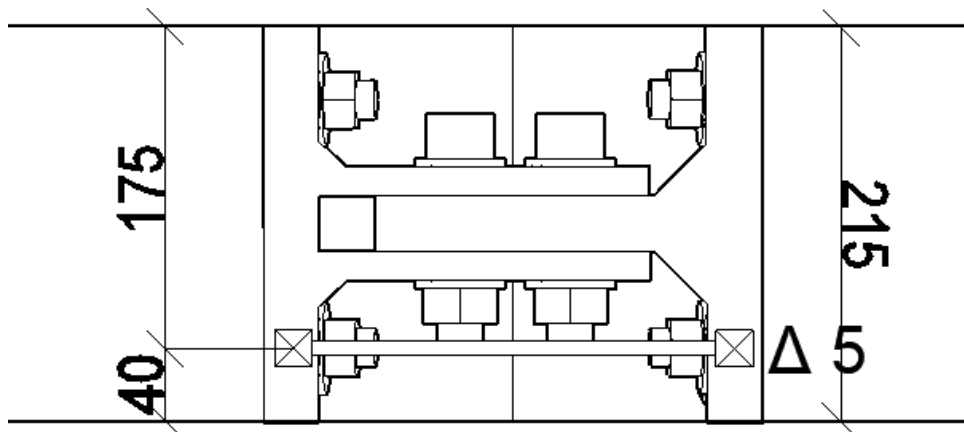


Figure 4.18: Deformasjonsmålere sett underfra

Figur 4.19 viser montering av deformasjonsmålere i testriggen. Rotasjonsmålere ble ikke benyttet fordi tidligere forsøk har vist til hakkete resultater [37].

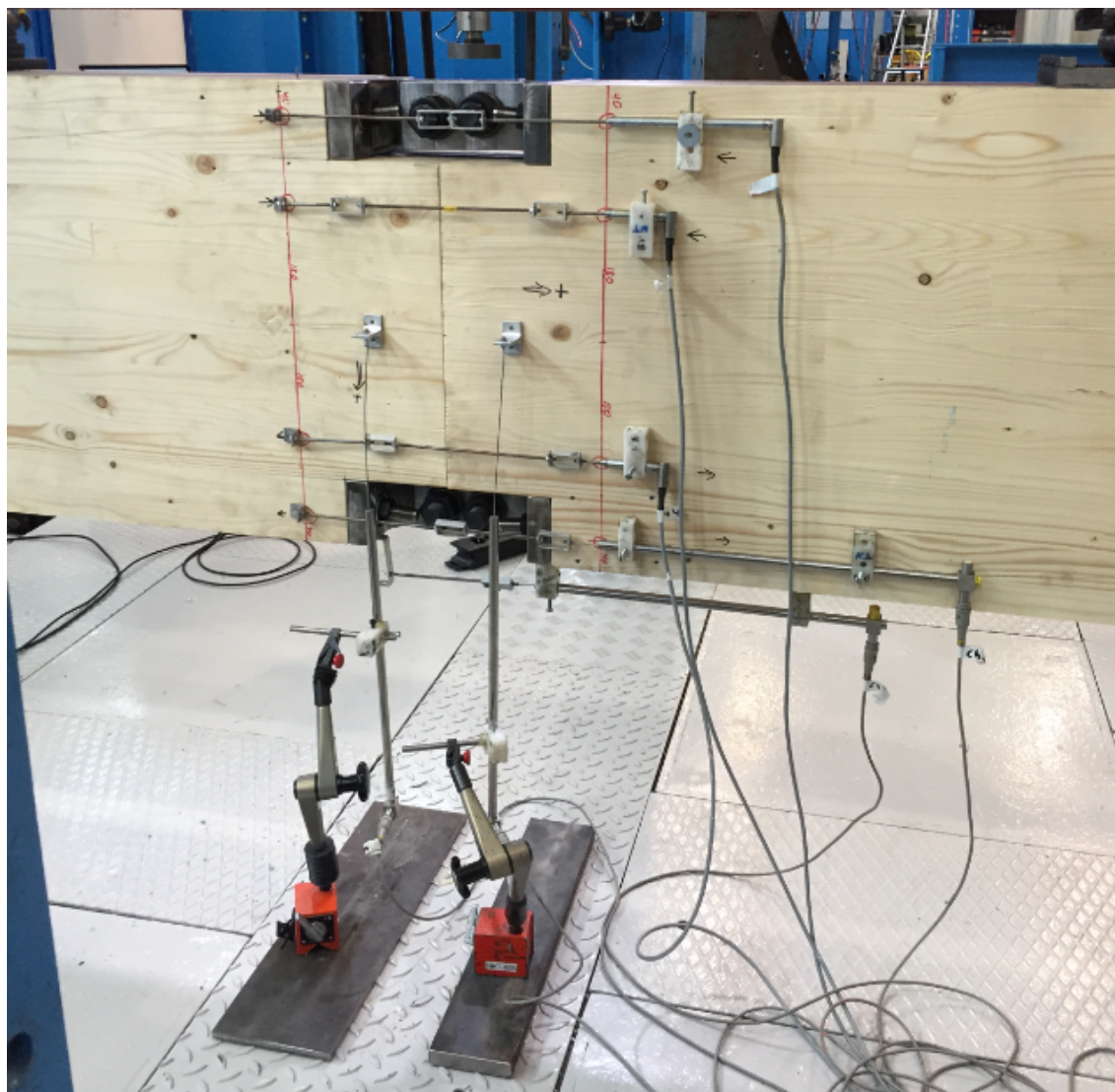


Figure 4.19: Deformasjonsmålere montert

For å beregne rotasjonen er det kun nødvendig med to målepunkter for deformasjon. For eksempel i topp og bunn av bjelkesiden. I dette tilfellet er det kun utført ett forsøk, så det ble satt på to ekstra målere for å kvalitetssikre resultatene.

Rotasjonen beregnes etter formel 4.1:

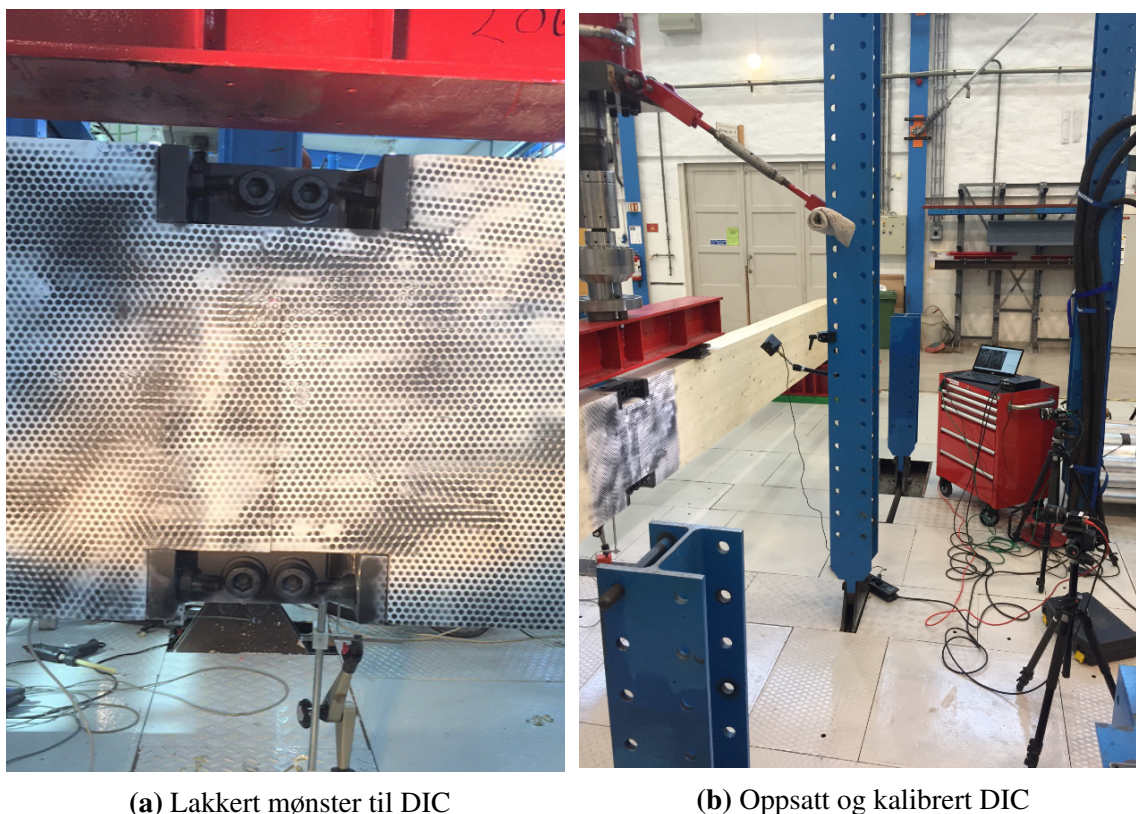
$$\Theta = \frac{\Delta_i - \Delta_j}{Z_{i,j}} \quad (4.1)$$

$\Theta$  er rotasjon i radianer

$\Delta_{(i,j)}$  er forskyvning i deformasjonsmåler (se figur 4.17)

$Z_{i,j}$  er avstanden mellom  $\Delta_{i,j}$  (se figur 4.17)

For digitale målinger ble det benyttet eCorr DIC (Digital Image Correlation) [48]. Systemet er utviklet ved NTNU og er et ikke-kontakt og materialuavhengig målesystem. Det ble benyttet DIC for å måle bjelkesiden i 2D, samt utvalgte punkter på gaffel-profilene. Videre kan det hentes ut forskyvninger og tøyingsfelt for senere analyser. Dette blir imidlertid ikke vurdert nærmere i denne rapporten. Figur 4.20 viser oppsatt og kalibrert eCorr DIC i testrigg.



**Figure 4.20:** eCorr DIC (Digital Image Correlation)



## 4.2.2 Densitet og fuktinnhold

Fra tabell 2.1 har limtre med kvalitet GL30c en karakteristisk densitet,  $\rho_{g,k}$ , lik  $390 \text{ kg/m}^3$ , mens middelveiden,  $\rho_{g,mean}$ , er  $430 \text{ kg/m}^3$ . Prøvestykker er ikke tatt ut av testbjelken, så vekten ved ankomst legges til grunn for densitetsberegningen.

Densiteten er gitt ved beregning 4.2:

$$\rho_w = \frac{m_w}{V_w} = \frac{251.24 \text{ kg}}{(4.250 \cdot 0.585 \cdot 0.215) \text{ m}^3} = 470 \text{ kg/m}^3 \quad (4.2)$$

$\rho_w$	er densiteten
$m_w$	er vekt ved ankomst
$V_w$	er volumet av en bjelke

Det ble heller ikke tatt ut prøvestykker av bjelken for å måle fuktinnhold. Derimot ble en digital fuktmåler benyttet på testbjelkene rett før testen. Målinger ble utført på bjelkens side, langs lengderetningen. Fuktmåleren viste litt ulike resultater, selv om målepunktet var det samme. Målingene viste alt fra 10.4 til 10.8 %. Figur 4.21 viser fuktmåleren benyttet.



Figure 4.21: Digital fuktmåler

### 4.2.3 Lastprosedyre

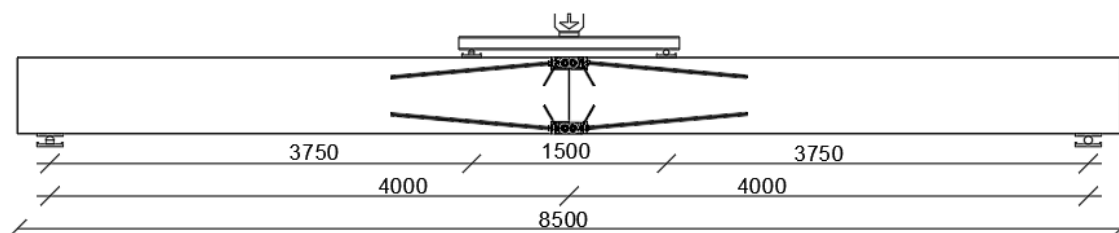


Figure 4.22: Skisse av firepunkts bøyningstest

Lastpåføring ble utført i henhold til NS-ISO 6891 [22]. Standarden tar utgangspunkt i estimert lastkapasitet  $F_{est}$ . Lasten skal påføres gradvis med en økning på  $0.2 \cdot F_{est}$  per minutt opptil  $0.4 \cdot F_{est}$ . Den holdes konstant i 30 sekunder, før den avlastes gradvis med  $0.2 \cdot F_{est}$  per minutt ned til  $0.1 \cdot F_{est}$ . Den skal holdes konstant i 30 sekunder, før den pålastes med en økning på  $0.2 \cdot F_{est}$  per minutt opp til  $0.7 \cdot F_{est}$ . Deretter skal det påføres last så brudd oppstår mellom 3 - 5 minutter etter  $0.7 \cdot F_{est}$  som vist i figur 4.23. Hele testen skal ta mellom 10 - 15 minutter.

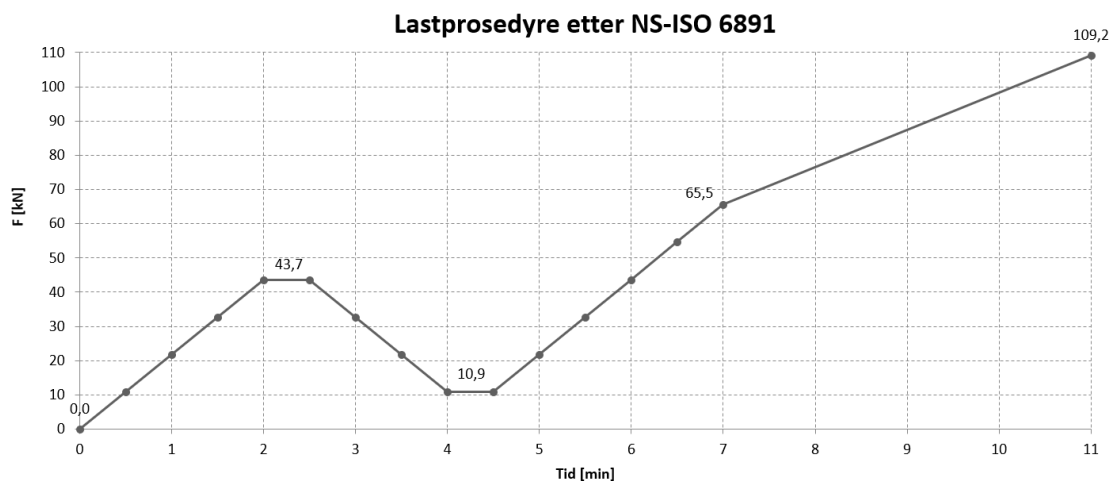


Figure 4.23: Pålastingsprosedyre [22]

Teoretisk lastkapasitet  $F_{est}$  beregnes etter formel 4.3:

$$F_{est} = 2 \cdot \frac{M_u}{L_s} \quad (4.3)$$

$F_{est}$

er estimert lastkapasitet

$M_u$

er teoretisk momentkapasitet

$L_s$

er avstand fra opplager til kraftvirkning fra stålbejelke

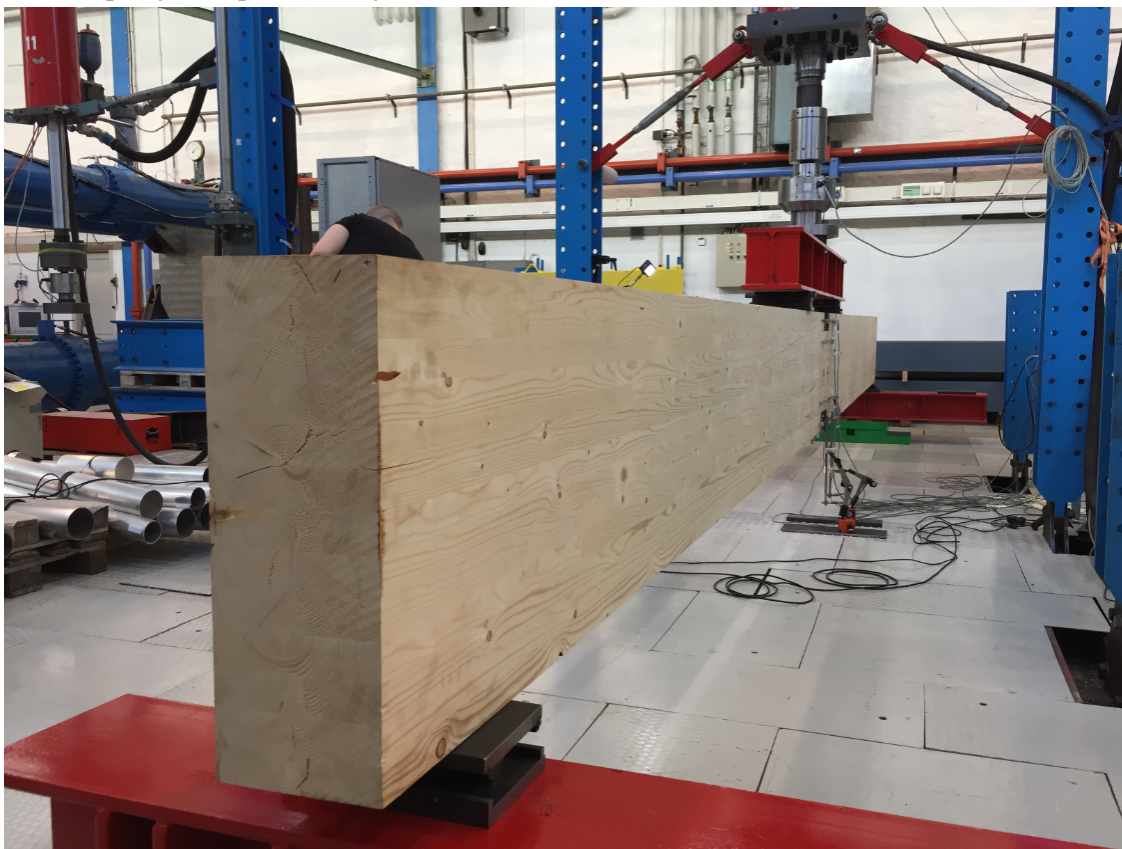
Figur 4.24 viser ferdigstilling av arbeidet før testing. Inspeksjon av professor Kjell Arne Malo ble foretatt før det hele kunne settes igang.



(a) Inspeksjon av professor Kjell Arne Malo



(b) Kontroll av deformasjonsmålere

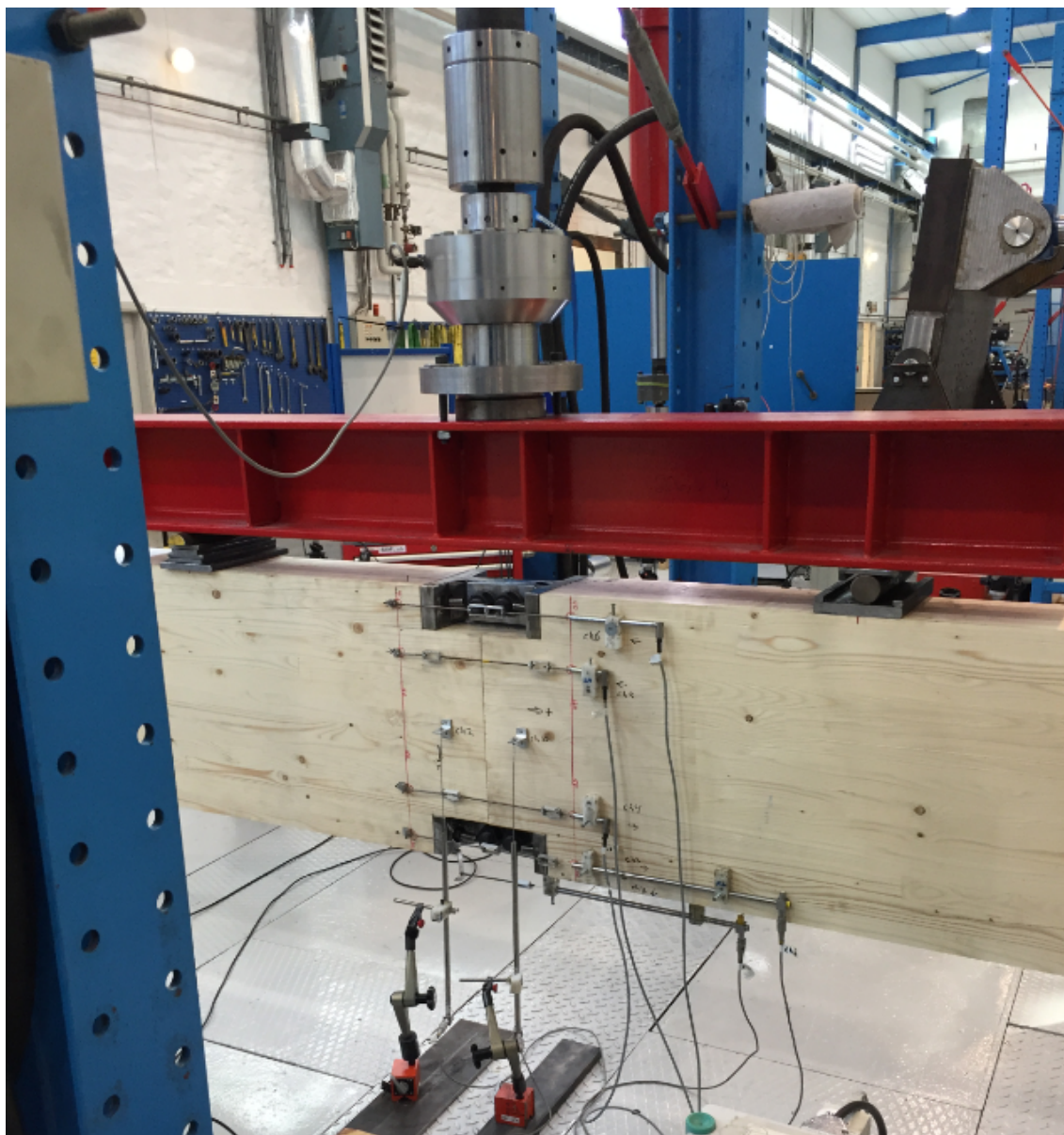


(c) Limtrebjelker rigget for testing

**Figure 4.24:** Ferdigstilt testoppsett

Pålastingshastigheten,  $\nu_{test}$ , er valgt på bakgrunn av tidligere forsøk. Fra oppgaven i underkapittel 2.2.2.2 ble det benyttet pålastingshastigheter fra 0.03 - 0.06 mm/s på den første testen. Dette ga en relativt lang testvarighet, så hastigheten ble økt til 0.09 mm/s for de resterende testene [37]. På bakgrunn av dette ble det benyttet en pålastingshastighet på 0.09 mm/s på denne testen.

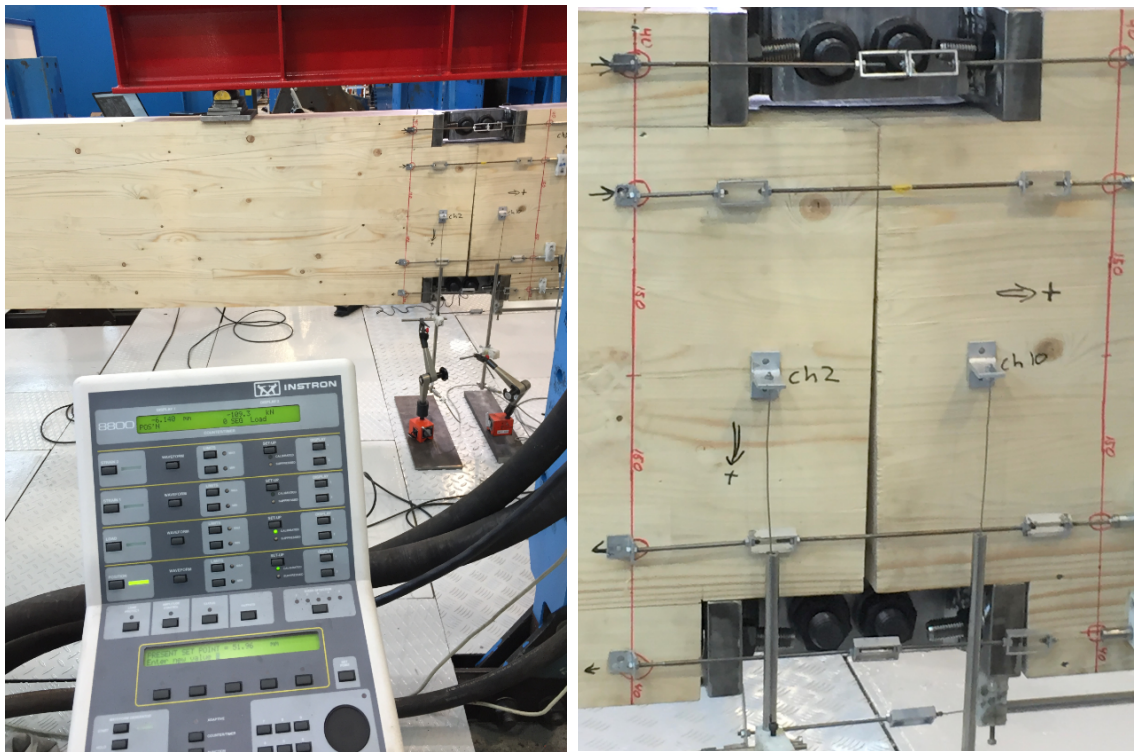
Under forsøket ble pålastingsprosedyre fulgt som vist i figur 4.23. Observasjoner ved 1. pålasting viste til en lineær økning av last og deformasjon. Figur 4.25 viser ingen synlige tegn til rotasjon eller deformasjon i skjøten.



**Figure 4.25:** 1. pålasting

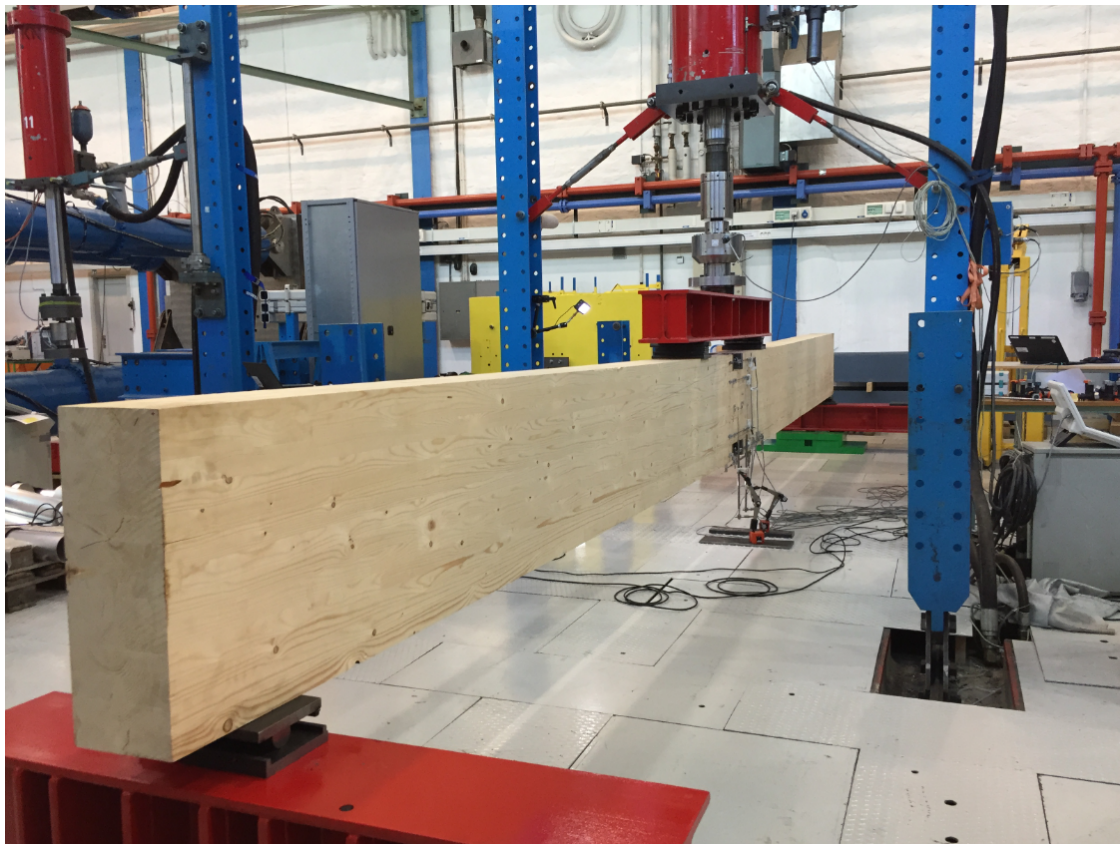
Ved 2. pålasting ble det registrert et tilnærmet likt last-deformasjonsforløp som ved 1. pålasting, opp mot 40 % av estimert last,  $0.4 \cdot F_{est}$ . Når kraftmåleren viste 71.5 kN ble det observert en rask økning av deformasjon, før skjøten mobiliserte nok stivhet til at kraften økte videre.

Figur 4.26 viser tydelig nedbøyning og rotasjon ved estimert last,  $F_{est}$ .



(a) 2. pålasting

(b) Rotasjon ved ved  $F_{est}$



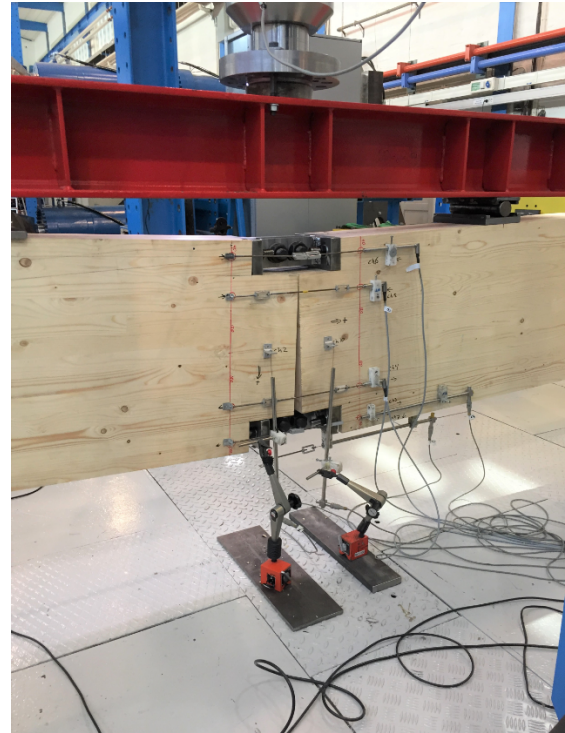
(c) Nedbøyning ved  $F_{est}$

Figure 4.26: 2. pålasting

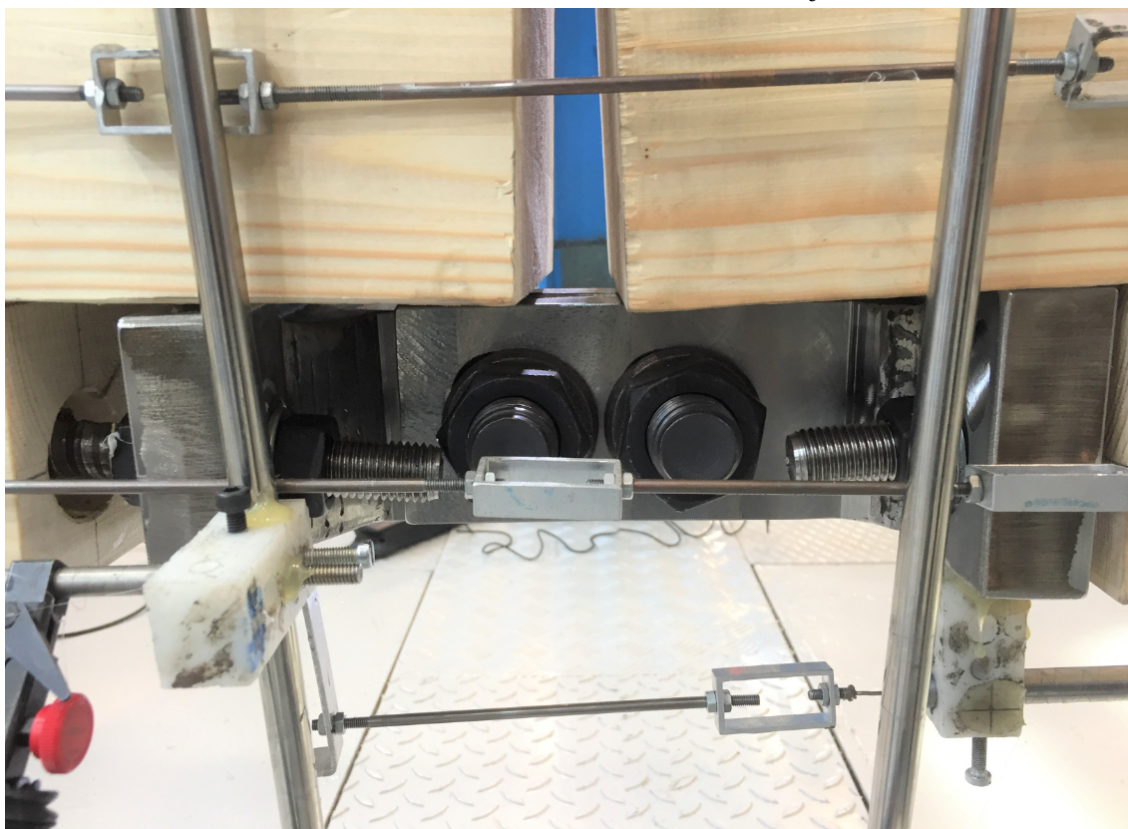
Skjøten oppførte seg veldig seig før bruddet. Bjelkene forholdt seg stabile og ble holdt igjen av resterende komponenter i forbindelsen mot total kollaps. Se figur 4.27.



(a) Nedbøyning ved brudd



(b) Rotasjon ved ved brudd



(c) Brudd på strekkside

**Figure 4.27:** Pålasting til brudd

Figur 4.28 viser pålastingsforløpet under forsøket. Ved 71,5 kN viser kurven et lite stopp i kraftøkningen, før forbindelsen mobiliserte nok stivhet til å fortsette. Videre var jekken forhåndsinnstilt mot estimert maksimal forskyvning. Rett før makslasten var oppnådd måtte jekkens inntillinger oppjusteres.

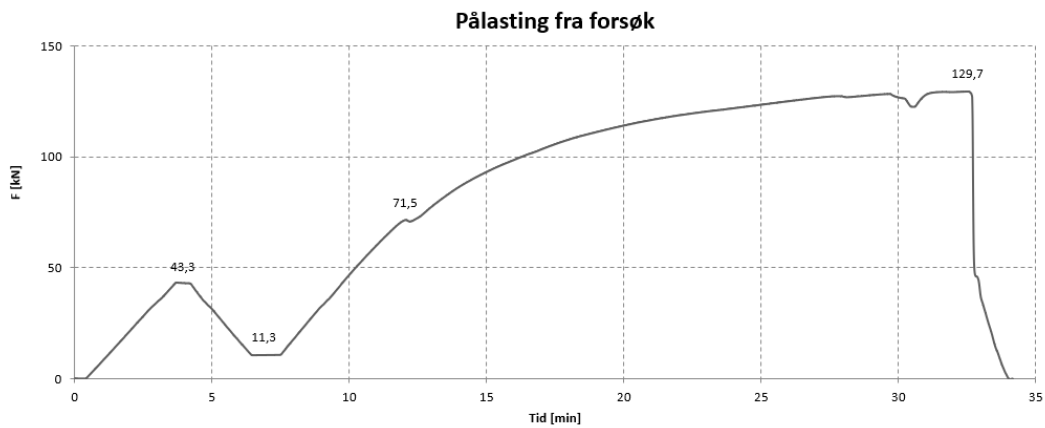
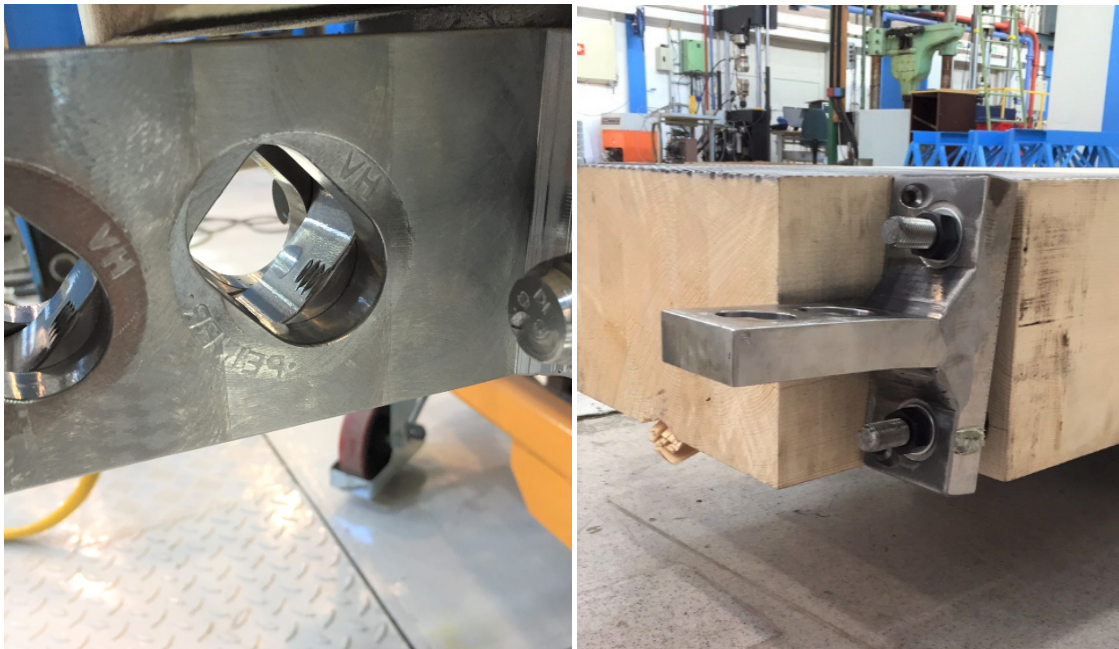


Figure 4.28: Pålasting fra forsøk

#### 4.2.4 Bruddårsak

Figur 4.29 viser at det var slipp i friksjon ved 71,5 kN. Det er tydelige spor etter gjenger i det midterste profilet. Imidlertid mobiliserte forbindelsen stivheten raskt tilbake etter slippet, så det vil gi liten innvirkning på resultatene. Gaffel-profilet fikk også en utbøyning når bruddet intraff.



(a) Slipp i friksjon

(b) Deformert gaffel-profil

Figure 4.29: Gaffel-profilet på strekksiden etter brudd

Det var i forkant av forsøket estimert brudd på strekksiden. Bruddårsak i gjengestang eller ved uttrekk av gjengestang var ganske tilfeldig. Dette fordi gjengestangens kapasitet var beregnet til 206.7 kN og uttrekkskapasiteten til 206 kN. Se vedlegg F. Figur 4.30 viser uttrekk av gjengestang som bruddårsak.



(a) Utskruing av gjengestangen



(b) Inspeksjon av hull



(c) Gjengestangen etter uttrekk

**Figure 4.30:** Uttrekk av gjengestang



# Del 5

## Resultater

### 5.1 Analytiske stivheter og kapasiteter

Analytisk rotasjonsstivhet og momentkapasitet til skjøtene, vist i underkapittel 3.1.2.1 og 3.1.2.2, er beregnet etter metoden presentert i kapittel 3.2. Tabell 5.1 og 5.2 viser input verdiene for geometri og materialer.

Antall gjengestenger i topp og bunn	$h$ [mm]	$b$ [mm]	$h_t$ [mm]	$l_{cr}$ [3] [mm]	$l_f$ (strekk/ trykk) [mm]	$l_{ef}$ (over/ under) [mm]	$d$ [mm]	$d_1$ [mm]
2	585	215	405	3	50/20	1200	22.4	16.9
4	585	215	325	3	50/20	1200/1000	22.4	16.9
	$\gamma$ (over/ under) [deg]	$d_s$ [mm]	$d_{1.S}$ [mm]	$l_s$ [mm]	$l_{ef.S}$ [mm]	$n_s$ [stk]	$n_{ef.S}$ [stk]	$\beta$ [deg]
2	5	8	5	160	145	2	1.9	60
4	5/10	N.A	N.A	N.A	N.A	N.A	N.A	N.A

**Table 5.1:** Input geometri

$E$	$E_s$	$E_{cr}$	$G$	$k_t$	$k_l$	$f_{m.mean}$	$f_{c.0.mean}$	$\rho_m$
[4] [MPa]	[MPa]	[3] [MPa]	[4] [MPa]	[41] [42] [MPa]	[41] [42] [MPa]	[4] [MPa]	[4] [MPa]	[4] [kg/m <sup>3</sup> ]
13000	210000	111	600	710	1300	41.4	33.6	430

**Table 5.2:** Input materialer

Tabell 5.3 viser stivhetene fra "Rigid Body" modellene i Abaqus.

Antall gjengestenger i topp og bunn	$K_{co,t}$ (strekk) [kN/mm]	$K_{co,c}$ (trykk) [kN/mm]
2	1 152	1 279
4	1 657	1 839

**Table 5.3:** Stivhetene til friksjonsforbindelsene

Det er først beregnet rotasjonsstivhet og momentkapasitet, basert på et momentpåkjent tverrsnitt som vist i figur 3.12. Videre er det tatt utgangspunkt i et moment- og aksialpåkjent bjelketverrsnitt for å se på økningen av både rotasjonsstivheter og momentkapasiteter til bjelkeskjøten. Når bjelken blir påsatt aksialt trykk, i tillegg til moment, vil nøytralaksens beliggenhet flyttes nedover i tverrsnittet. I motsetning til modellen vist i figur 3.12, der nøytralaksens beliggenhet er uavhengig av momentet, vil modellen vist i figur 3.22 være avhengig av både moment og aksialkraft.

For å beregne rotasjonsstivheter er det benyttet representative momenter og aksiale trykkrefter til hvert tverrsnitt.

Tabell 5.4 viser input parametre for beregning av bjelkeskjøt med moment- og aksialkraft.

(Antall gjengestenger per profil) / (Antall gaffelprofler)	$M$ (In-Plane) [kNm]	$M$ (Out-of-Plane) [kNm]	$N$ [kN]
(2) / (1)	208	-	672.4
(4) / (1)	377	-	539.6
(2) / (2)	-	161	1000

**Table 5.4:** Momenter og aksialkrefter

Resultater oppsummert i tabell 5.5, viser initielle rotasjonsstivheter og momentkapasiteter fra analytiske beregninger. For komplett beregning se vedlegg F.

(Antall gjengestenger per profil) / (Antall gaffelprofler)	$k_{\theta.ini}$ (M) [kNm/rad]	$\eta_k$ (M) [-]	$M_u$ (M) [kNm]	$\eta_m$ (M) [-]	$k_{\theta.ini}$ (M+N) [kNm/rad]	$\eta_k$ (M+N) [-]	$M_u$ (M+N) [kNm]	$\eta_m$ (M+N) [-]
(2) / (1) (In-Plane)	19 948	0.59	193	0.38	28 180	0.67	229	0.45
(4) / (1) (In-Plane)	32 378	0.70	356	0.70	35 205	0.72	388	0.76
(2) / (2) (Out-of-Plane)	12 412	0.45	196	0.26	25 070	0.62	199	0.27

**Table 5.5:** Analytiske stivheter og momentkapasiteter

## 5.2 Numerikk

### 5.2.1 Rotasjonsstivhet og momentkapasitet

Stivheten til forbindelsen vil variere ut i fra belastning. Det er derfor valgt å presentere hele grafen for stivheten, i tillegg til stivheten fra regresjon mellom  $0.1 \cdot F_{est}$  og  $0.4F_{est}$ .

Den aksialbelastede modellen er belastet med  $N = 642.438 \text{ kN}$  i planet (om y-aksen) og  $N = 1000 \text{ kN}$  ut av planet (om z-aksen).

For fullstendig beregning se vedlegg G.

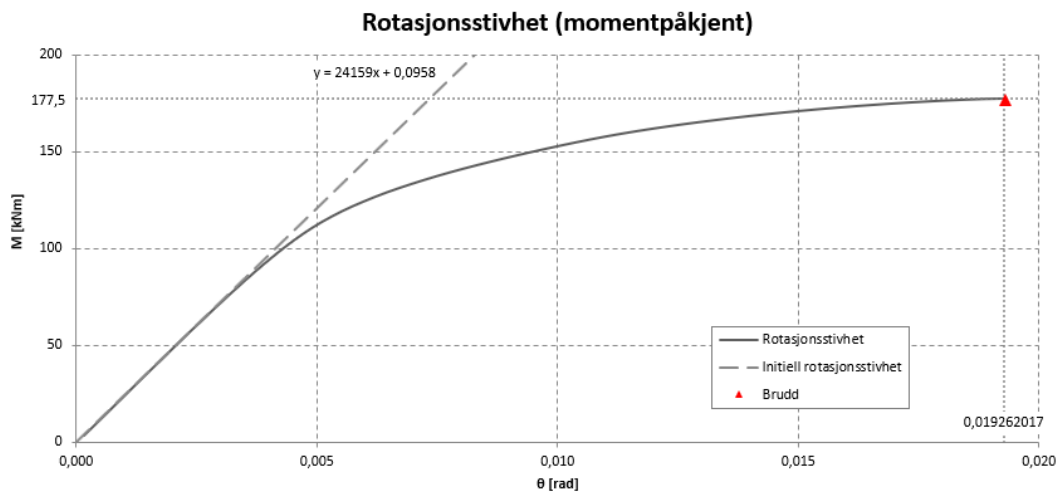


Figure 5.1: Rotasjonsstivhet (bøyning om y-akse)

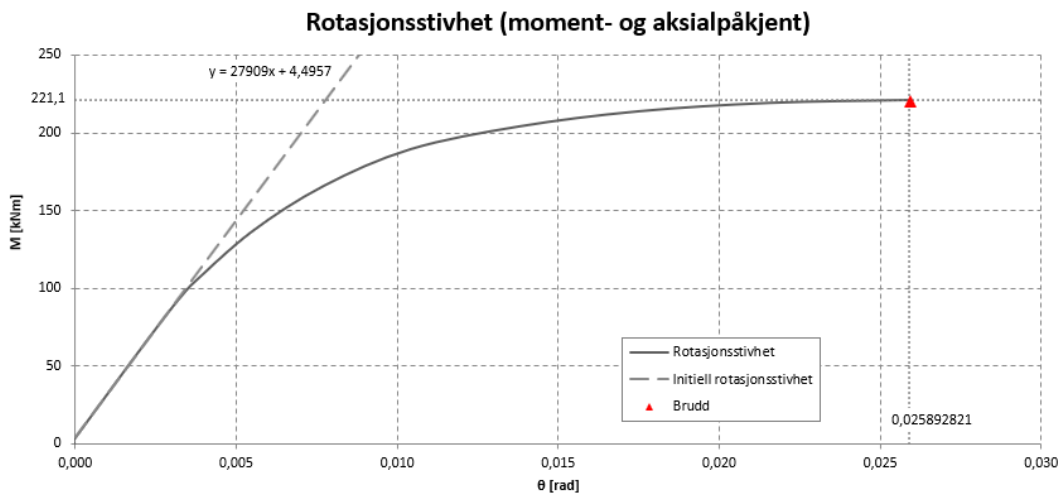


Figure 5.2: Rotasjonsstivhet med aksialkraft (bøyning om y-akse)

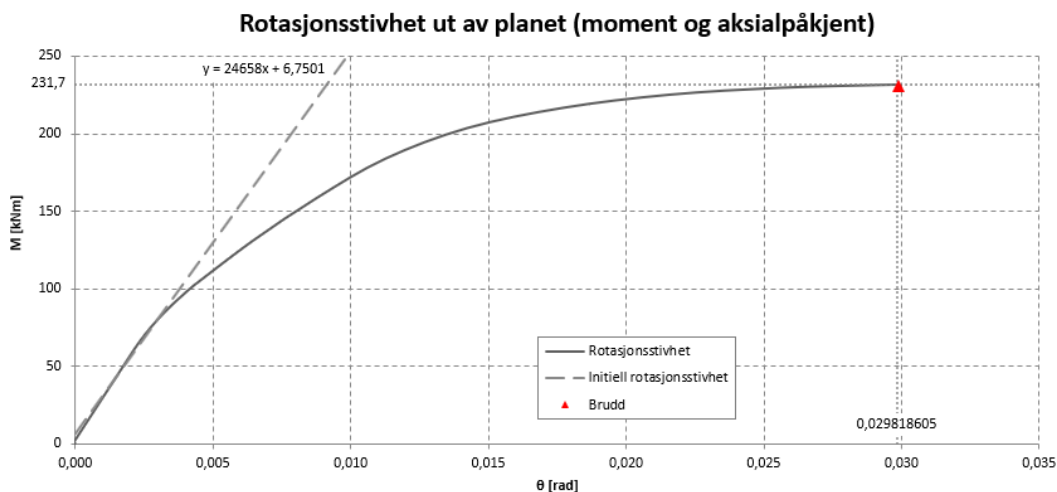


Figure 5.3: Rotasjonsstivhet (bøyning om z-akse)

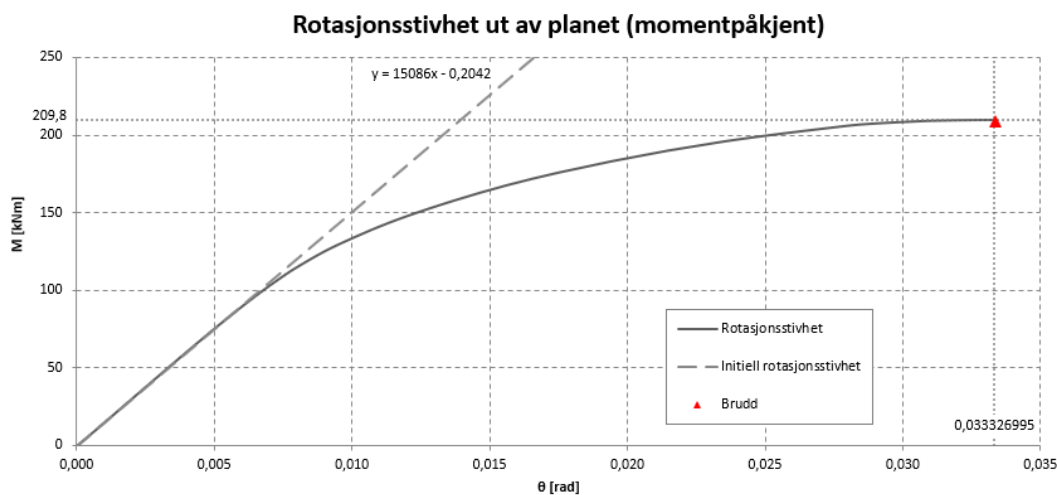


Figure 5.4: Rotasjonsstivhet med aksialkraft (bøyning om z-akse)

(Antall gjengestenger per profil) / (Antall gaffelprofler)	$k_{\theta.ini}$ (M) [kNm/rad]	$\eta_k$ (M) [-]	$M_u$ (M) [kNm]	$\eta_m$ (M) [-]	$k_{\theta.ini}$ (M+N) [kNm/rad]	$\eta_k$ (M+N) [-]	$M_u$ (M+N) [kNm]	$\eta_m$ (M+N) [-]
(2) / (1) (In-Plane)	24 159	0.64	177.5	0.35	27 909	0.67	221	0.44
(2) / (2) (Out-of-Plane)	15 086	0.49	210	0.28	24 658	0.61	232	0.31

Table 5.6: Numeriske stivheter og momentkapasiteter

### 5.2.2 Duktilitet

Duktilitet etter NS-EN 12512 [20]:

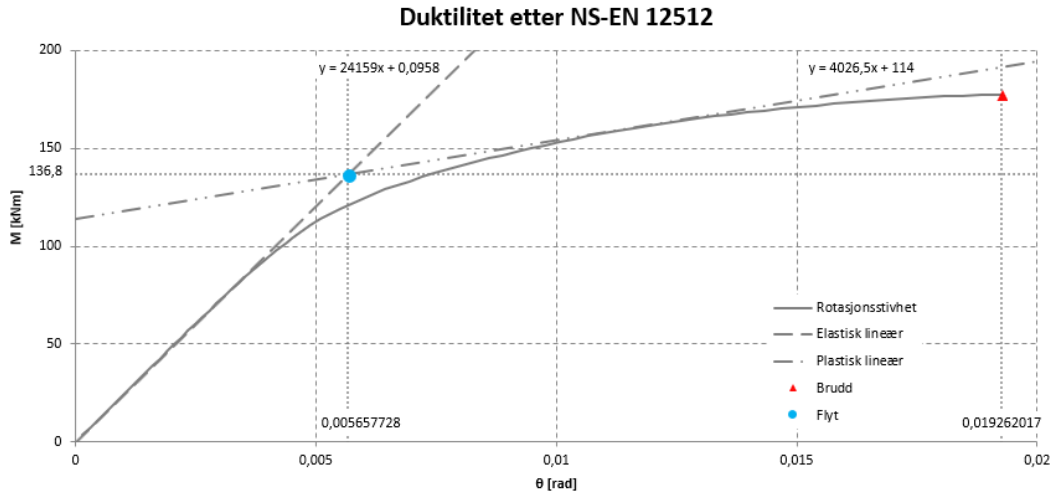


Figure 5.5: Duktilitet etter NS-EN 12512

$$D_s = \frac{\Theta_u}{\Theta_y} = \frac{0,005657728}{0,01926017} = 3.40 \tag{5.1}$$

Duktilitet etter "Quantifying Ductility in Timber Structures" [21]:

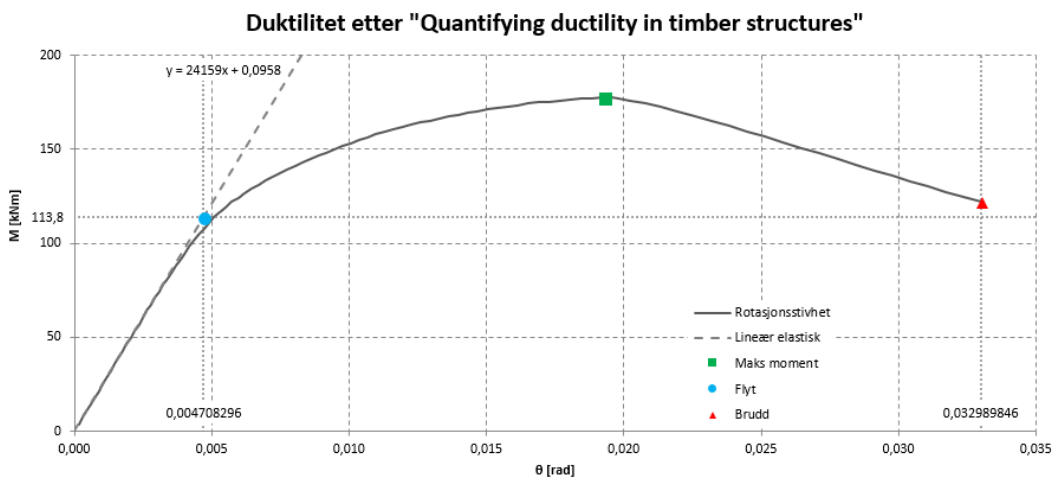


Figure 5.6: Duktilitet etter "Quantifying Ductility in Timber Structures"

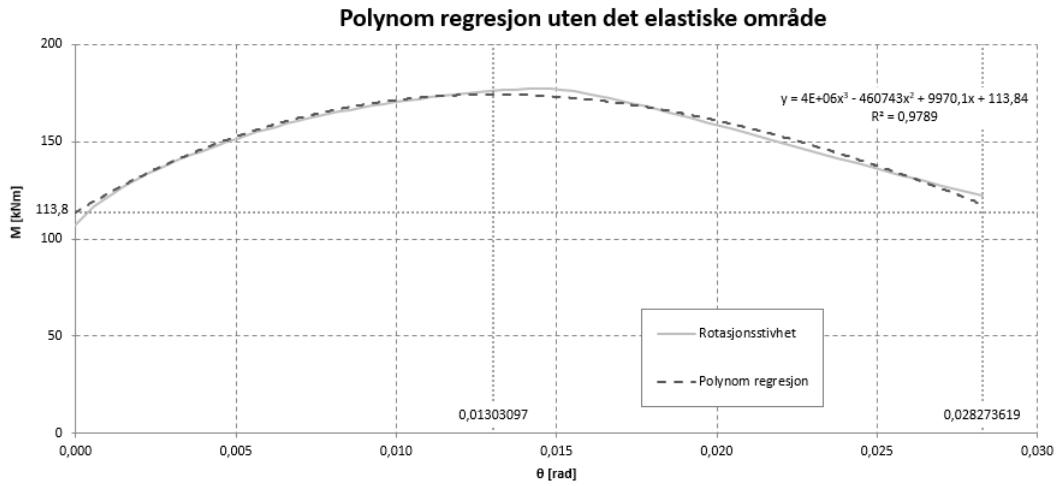


Figure 5.7: Polynomregresjon uten det elastiske området

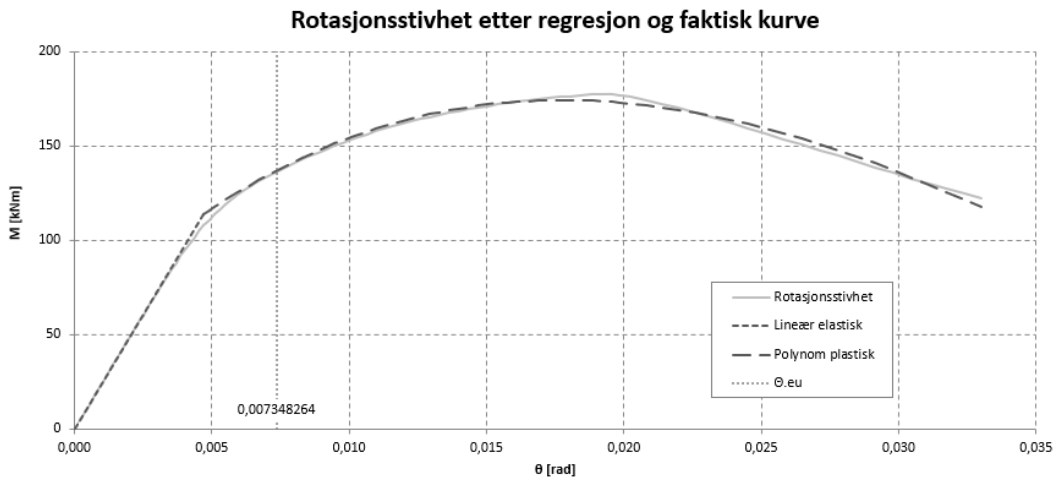


Figure 5.8: Rotasjonsstivhet etter regresjon og faktisk kurve

$$D_{Sue} = \frac{\Theta_{pu}}{\Theta_{eu}} = \frac{0.01303097}{0.007348264} = 0.77 \quad (5.2)$$

For fullstendig beregninger se vedlegg G.

## 5.3 Bjelketesten

### 5.3.1 Rotasjonsstivhet og momentkapasitet

Stivheten til forbindelsen vil variere ut i fra belastning. For å beregne rotasjon ble resultatene fra deformasjonsmåler  $\Delta_1$  og  $\Delta_4$  benyttet. Det ble etablert en graf for moment og rotasjon som i figur 5.9. For å finne rotasjonsstivheten ble det benyttet trendlinjefunksjonen i Excel mellom  $0.1 \cdot F_{est}$  og  $0.4 \cdot F_{maks}$  ved andre pålasting. Her vil stigningstallet til grafen representere rotasjonsstivheten.

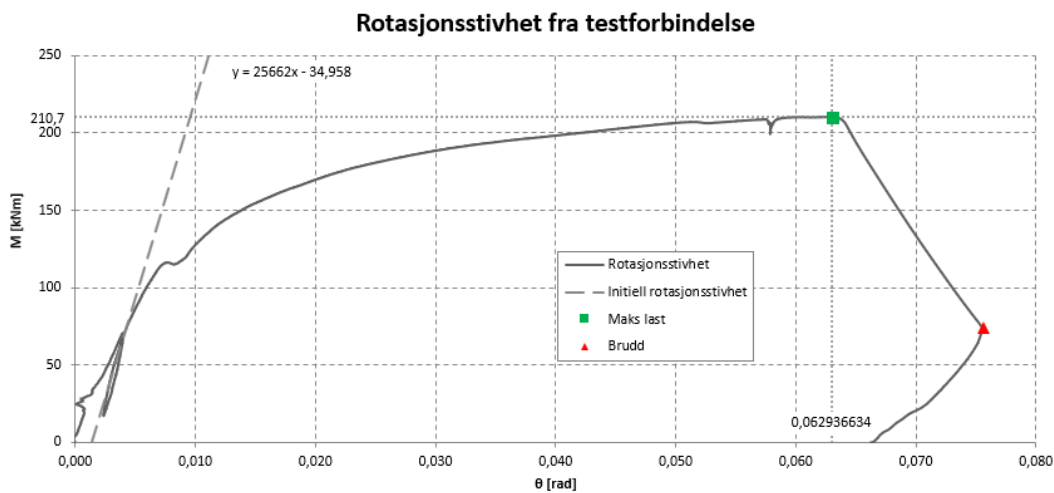


Figure 5.9: Rotasjonsstivhet fra forsøk

Tabell 5.7 viser rotasjonsstivhet og momentkapasitet, samt utnyttelsesgrader fra forsøket. For fullstendig beregninger se vedlegg H.

Forsøksdato	$k_{\theta.ini}$ [kNm/rad]	$\eta_k$ [-]	$M_u$ [kNm]	$\eta_m$ [-]
31.05.2018	25 662	0.65	210.7	0.42

Table 5.7: Resultater fra forsøk

### 5.3.2 Duktilitet

Duktilitet etter NS-EN 12512 [20]:

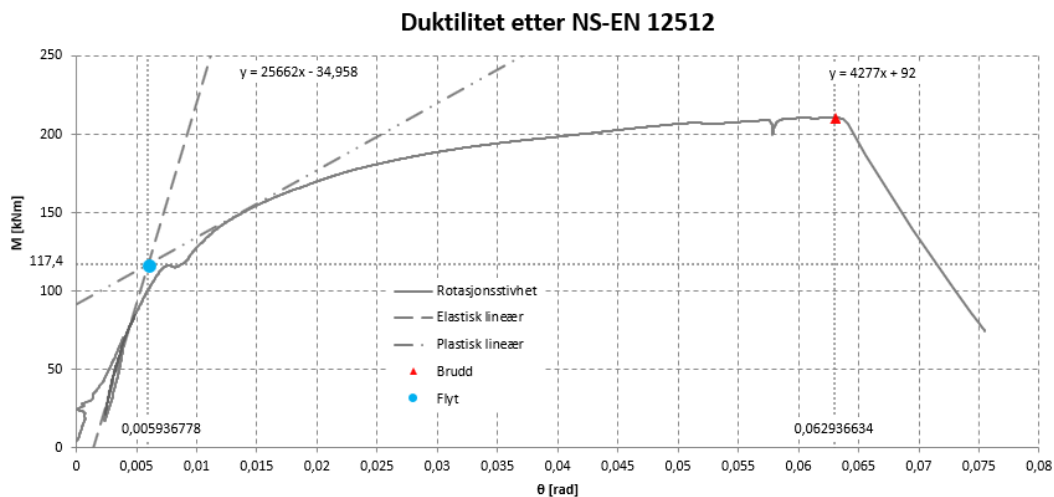


Figure 5.10: Duktilitet etter NS-EN 12512

$$D_s = \frac{\Theta_u}{\Theta_y} = \frac{0.005936778}{0.075520792} = 12.72 \quad (5.3)$$

Duktilitet etter "Quantifying Ductility in Timber Structures" [21]:

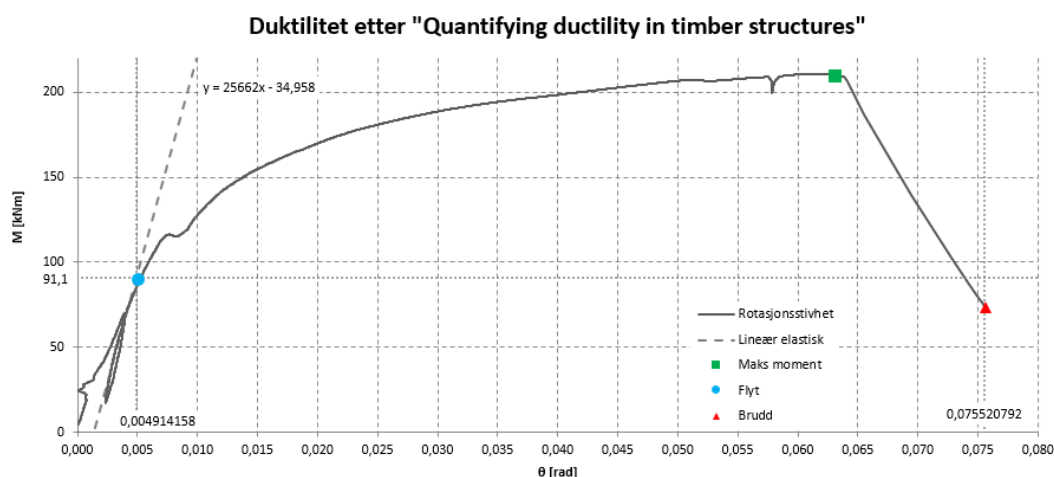


Figure 5.11: Duktilitet etter "Quantifying Ductility in Timber Structures"



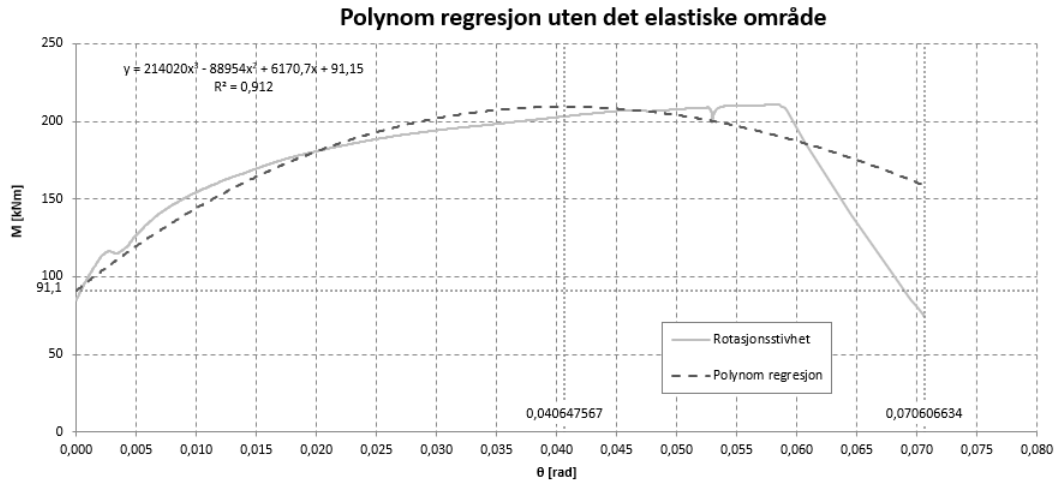


Figure 5.12: Polynom regresjon uten det elastiske området

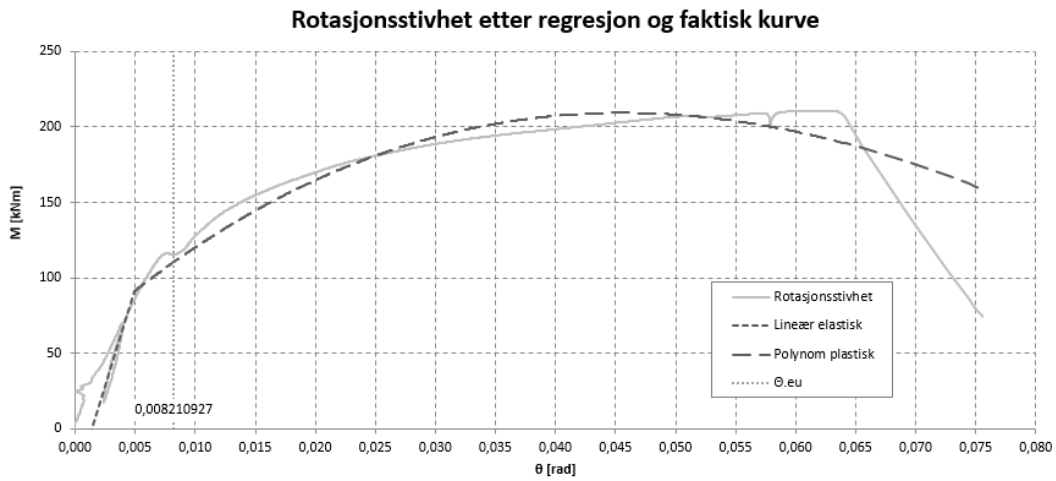


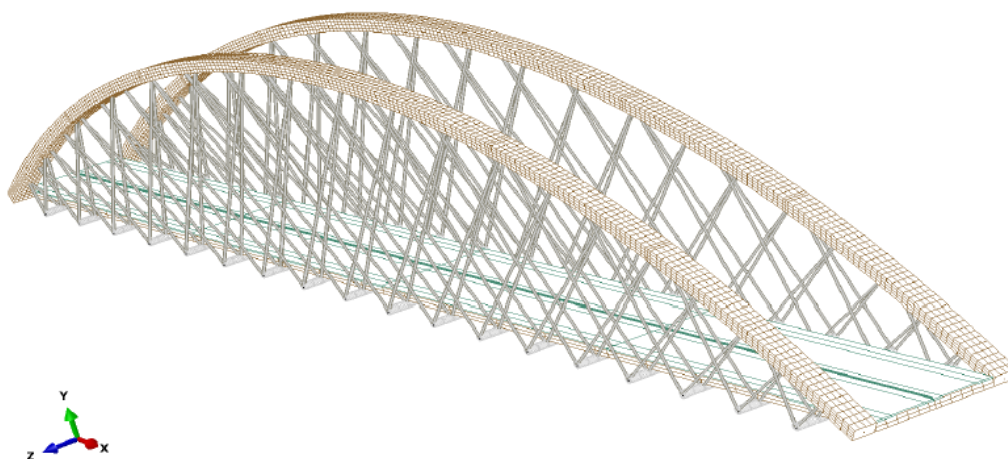
Figure 5.13: Rotasjonsstivhet etter regresjon og faktisk kurve

$$D_{Sue} = \frac{\Theta_{pu}}{\Theta_{eu}} = \frac{0.040647567}{0.008210927} = 4.95 \quad (5.4)$$

For fullstendig beregninger se vedlegg H.

## 5.4 Effekt av aksialt trykk og moment i nettverksbue

Rapporten, "Effect of On-Site Splice Joints for Timber Network Arch Bridges" [23], beskriver at ved bruk av lange aksialbærende gjengestenger kan det oppnås praktiske bjelkeskjøter med rotasjonsstivhet som ivaretar stabiliteten til nettverksbuebruer. En numerisk studie ble gjennomført og resultatene viser til at det vil være tilstrekkelig med en rotasjonsstivhet på 500 000 kNm/rad i planet, og 600 000 kNm/rad ut av planet for å ivareta stabiliteten til denne bruene [23]. Figur 5.14 viser designet av nettverksbuebruene fra Abaqus.



**Figure 5.14:** Numerisk modell av en nettverksbuebru [23]

Brubanen har to felt med spennvidde på 100 m og 18 stålvaiere i kryss jevnt fordelt. Fri bredde mellom buene er 7 m og høyden fra senter dekke til senter bue er 16 m. Limtrebuene har tverrsnitt med bredde 1300 mm og høyde 900 mm. Kvaliteten på limtrebuene er GL30c og brubanen består av et 500 mm dekke med laminering av kvalitet GL24h. [23]

Med utgangspunkt i bruene vist i figur 5.14 er det laget en analytisk modell ved bruk av gaffel-profilen presentert i underkapittel 3.1.2.1. Det benyttes 6 gaffel-profiler med plass til 12 gjengestenger på hver side av bjelken, i topp og bunn.

Tabell 5.8 og 5.9 viser input verdier for geometri og materialer.

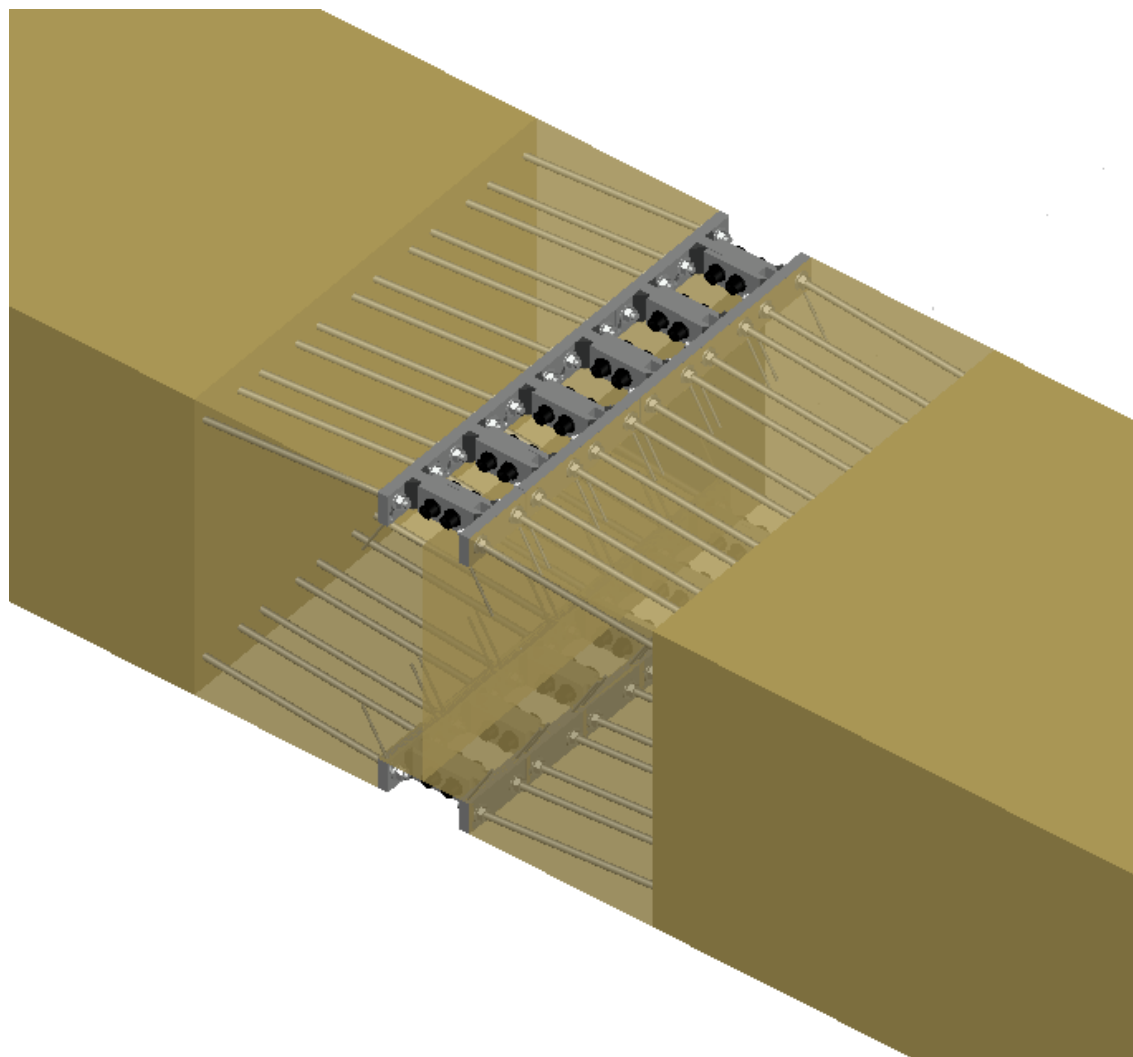
Antall gjengestenger i topp og bunn	$h$ [mm]	$b$ [mm]	$h_t$ [mm]	$l_{cr}$ [3] [mm]	$l_f$ (strekking/trykk) [mm]	$l_{ef}$ [mm]	$d$ [mm]	$d_1$ [mm]
12	900	1300	720	3	50/20	1200	22.4	16.9
	$\gamma$ [deg]	$d_S$ [mm]	$d_{1.S}$ [mm]	$l_S$ [mm]	$l_{ef.S}$ [mm]	$n_S$ [stk]	$n_{ef.S}$ [stk]	$\beta$ [deg]
12	5	8	5	160	145	12	9.4	60

**Table 5.8:** Input geometri limtrebue

$E$	$E_s$	$E_{cr}$	$G$	$k_t$	$k_l$	$f_{m.mean}$	$f_{c.0.mean}$	$\rho_m$
[4] [MPa]		[3] [MPa]	[4] [MPa]	[41] [42] [MPa]	[41] [42] [MPa]	[4] [MPa]	[4] [MPa]	[4] [kg/m <sup>3</sup> ]
13000	210000	111	600	710	1300	41.4	33.6	430

**Table 5.9:** Input materialer limtrebue

En skisse av skjøten i nettverksbuebru er presentert i figur 5.15.

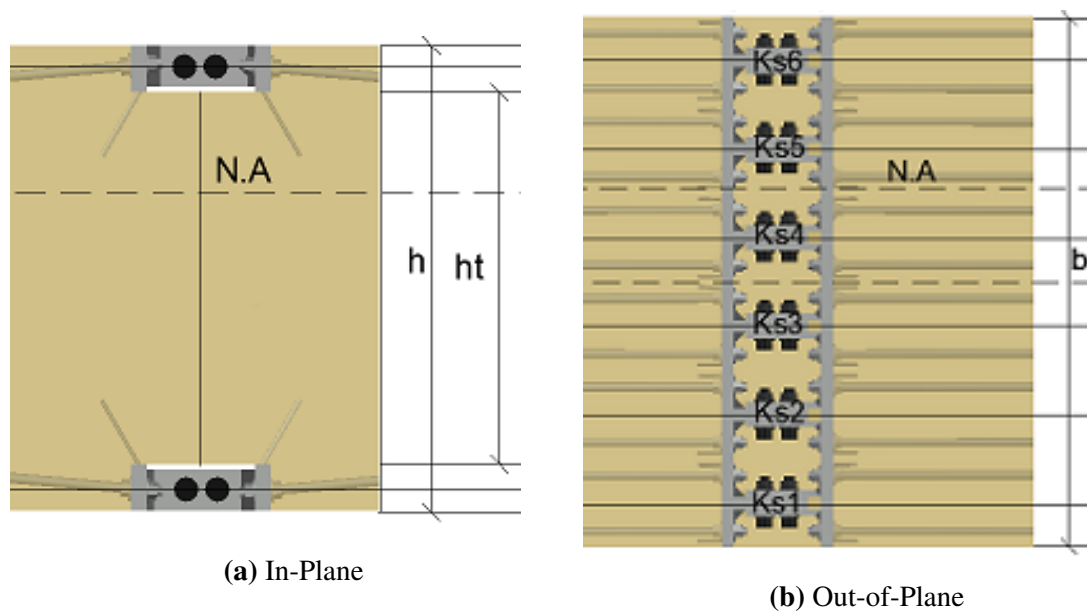

**Figure 5.15:** Skisse av skjøt i nettverksbuebru

Tabell 5.10 viser momenter, aksialkrefter og kapasitetsutnyttelse i limtrebuen.

Antall gjengestenger i topp og bunn	$M$ (In-Plane) [kNm]	$M$ (Out-of-Plane) [kNm]	$N$ [23] [kN]
12	2027	1 684	6 831

**Table 5.10:** Momenter og aksialkrefter limtrebue

Analytisk modell av forbindelsen er vist i figur 5.16 .



**Figure 5.16:** Analytisk modell av forbindelsen

Tabell 5.11 viser beregnede rotasjonsstivheter og momentkapasiteter i limtrebuen. Se vedlegg I for komplett beregning.

Antall gjengestenger i topp og bunn	$k_{\theta.ini}$	$M_u$	$k_{\theta.ini}$	$M_u$
	(M)	(M)	(M+N)	(M+N)
	[kNm/rad]	[kNm]	[kNm/rad]	[kNm]
12 (In-Plane)	331 334	1 886	924 198	2 550
12 (Out-of-Plane)	380 474	1 443	1 583 887	3 343

**Table 5.11:** Stivheter og momentkapasiteter i limtrebue

# Del 6

## Diskusjon

### 6.1 Design og analytisk modell før forsøket

Det var en lang prosess for å utvikle friksjonsforbindelsen. Geometriske krav til dimensjoner var på mange måter styrende ettersom doktorgradsoppgaven til Martin Cepelka [7] skulle ligge til grunn. I samarbeid med veiledere ble det til slutt gitt klarsignal for at løsningen var optimalisert. Starten på arbeidet var å se på hvordan forbindelsen fungerte på strekk og trykk. Målet ved dette tidspunktet var å identifisere når det oppstod slipp i friksjon. Etter flere numeriske simuleringer var det med stor usikkerhet om friksjonskoeffisienten ville korrespondere med antagelse. Strekktester av gaffel-profilen i friksjon kunne blitt utført, men siden forsøket ble såpass nær innleveringsfristen ble det ikke tid til dette. Det ble derfor valgt å øke dimensjonen på forspenningsboltene for å sikre nok kapasitet til at bruddet skulle oppstå i gjengestenger eller ved uttrekk. Deretter ble bjelkemodeller om den sterke aksens laget.

Den analytiske modellen ble laget i Mathcad. Fordelen med dette programmet er at alle formler vises, og endring av input oppdateres direkte for alle beregninger. Ulike parametre ble undersøkt nærmere for å finne hva som ga størst utslag på resultatet. Det er satt opp en liste som har stor påvirkning på valgene som er tatt.

- Plassering av gjengestenger i tverrsnittet, med størst mulig høyde,  $Z$ , mellom gjengestenger i trykk og strekk.
- Lav innskruingsvinkel,  $\gamma$ , av gjengestenger, gir best mulig utnyttelse av aksial uttrekksstivhet. Det bør merkes at det ikke anbefales å skru gjengestengene parallelt med fiberretningen, fordi det er ønskelig å aktivisere flere lameller i bjelken. Gjengestenger med stor lengde og lav vinkel vil derfor være optimalt.
- Minimere den frie lengden,  $l_f$ , av gjengestangen ut av endeveden til treverket. Den frie lengden er også fastholdt mot rotasjon i forankringspunktet, samt mot vertikal forskyvning.
- Høy aksial uttrekk/inntrykk stivhet,  $K_w$ , til gjengestangen. En numerisk modell fra oppgaven i underkapittel 2.2.2.2 viser til en aksial uttrekksstivhet,  $K_w = 243$  kN/mm [4]. Ved å benytte denne stivheten hadde resultatet blitt påvirket i stor grad. På grunn av manglende dokumentasjon, ble det benyttet analytisk stivhet.
- Høy stivhet på forbinderen,  $K_{co}$ . Det ble observert fra den numeriske "Rigid Body" modellen at det vil oppnås 1.11 ganger høyere stivhet på trykksiden, kontra strekksiden.

- Parametrene,  $E_{cr}$  og  $l_{cr}$ , som definerer knusningssonen til treverket. Dette området vil ha lavere stivhet enn resten av bjelketverrsnittet, så en forholdsvis myk knusningssone vil ha negativ innflytelse på rotasjonsstivheten. Dette er verifisert utfra tidligere forsøk ved NTNU [3] (Vedlegg A). Imidlertid ble det observert at det er benyttet en større stivhet i knusningssonen fra oppgaven i underkapittel 2.2.2.2 [4].

I samråd med veiledere var det også interessant å se hvordan skjøten oppførte seg om den svake aksen. Gaffel-profilene viste lav stivhet og resulterte i knekking ut av planet. Det ble derfor vurdert at minimum to gaffel-profiler, i topp og bunn, må benyttes i skjøt med både moment og aksialkraft.

En interessant observasjon fra tabell 5.5, er når tverrsnittet både er moment- og aksialpåkjent. Rotasjonsstivheten til skjøten økes betraktelig når høyden av endevend mot endevend forblir størst mulig. Trykksonehøyden,  $a_0$  til treverket blir dermed avgjørende, slik at effekten ved bruk av gjengestenger i to høyder blir liten.

## 6.2 Forsøket

### 6.2.1 Sammenligning av deformasjonsmålere

Til beregninger ble deformasjonsmålere  $\Delta_1$  og  $\Delta_4$  benyttet. Disse velges fordi det er størst avstand mellom målepunktene. Mindre avstand gjør målingene mer ustabile. Figur 6.1 viser alle kombinasjonene for å beregne rotasjon. Kurven  $\Delta_{1,4}$  har forstyrrelser ved første pålasting, men gir mest representativ kurve sammenlignet med de andre. Like før maks moment har grafen en liten dupp, det skyldes at den forhåndsinnstilte deformasjonen var nådd. Jekken måtte da startes på nytt, men har ikke påvirket resultatene.

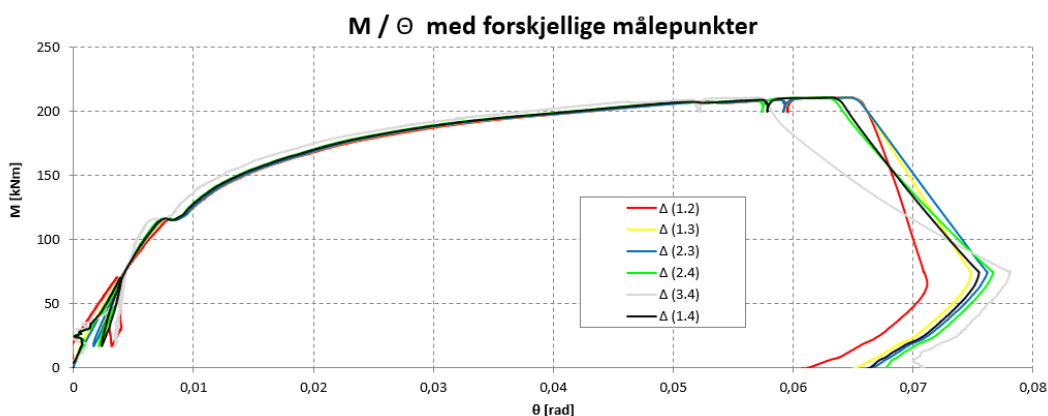


Figure 6.1: Forskjellige kombinasjoner av deformasjonsmålere

Vertikal deformasjon ble målt i jekken, samt med to deformasjonsmålere fra gulvet til bjelken. Sammenligningen viser at de to deformasjonsmålerene treffer hverandre eksakt, mens målinger fra jekken avviker. Derfor legges  $\Delta_6$  og  $\Delta_7$  til grunn for vertikal deformasjon av bjelken.

Figur 6.2 viser sammenligning av de vertikale målerene.

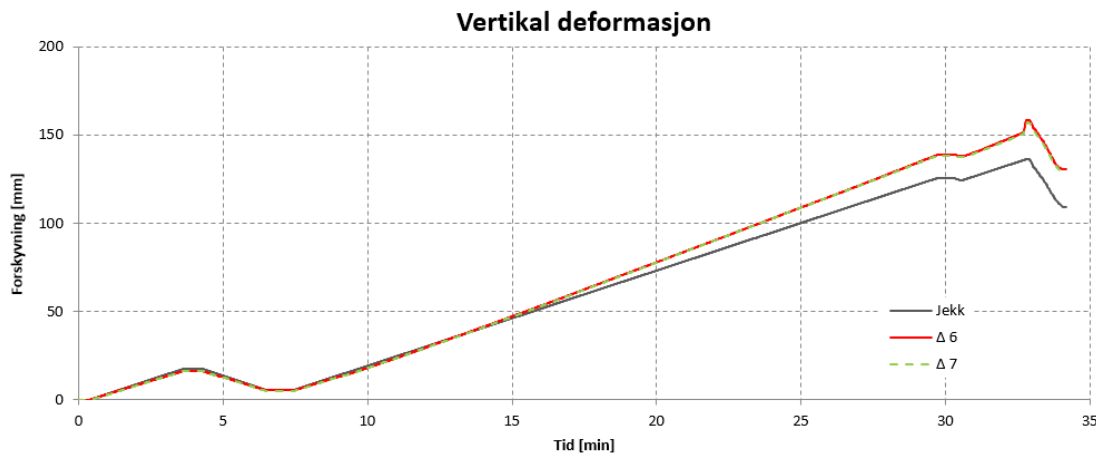


Figure 6.2: Vertikal deformasjon av bjelken

## 6.2.2 Slipp i friksjon

12 minutter ut i testen slapp forbindelsen på friksjon. Dette skjedde fordi friksjonskoeffesienten til forbindelsen var estimert for lav eller forspenningen ikke like stor som antatt. Selvom forspenningen var beregnet til å være høyere, fantes det ikke utstyr til å stramme bolten tilstrekkelig. Selvom maskinen hadde kapasitet, ble bitset deformert. Dette skjedde under stramming av den siste bolten og det ble besluttet å ikke bruke et nytt bits, da det antageligvis ikke hadde høyere kapasitet. I etterkant ble det observert at bitset hadde en maks kapasitet på 1.8 kNm, mens maskinen var stilt inn på 2.5 kNm. Det var meningen at alle boltene skulle strammes en ekstra gang, men dette ble altså ikke gjort. Figur 6.3 viser deformasjon mellom stålprofilene ( $\Delta_5$ ). Etter slipp på friksjon reduseres stivheten i stålforbindelsen, og deformasjonen øker. Det skyldes enten flyt i forbindelsen eller at bolten skyves innover mot hullkanten.

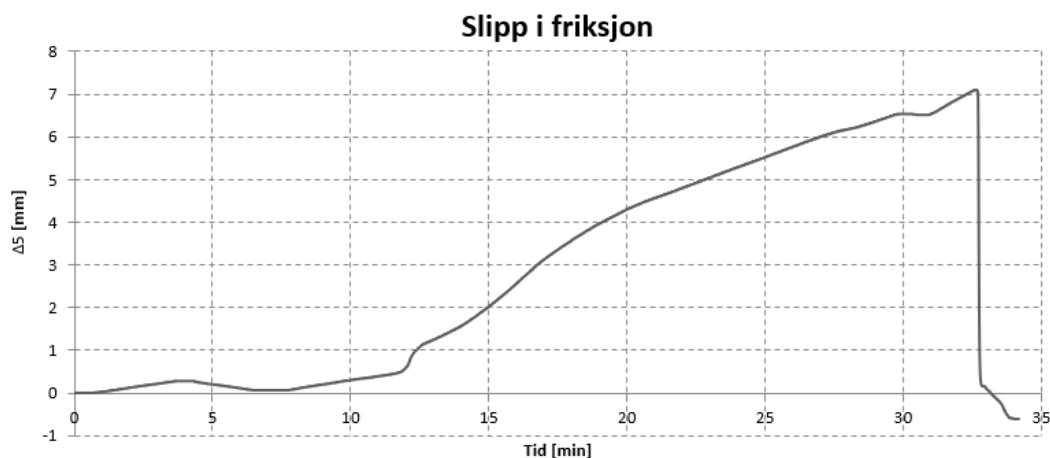


Figure 6.3: Deformasjon målt over gaffel-profilet

Friksjonen til forbindelsen kunne vært forbedret. Under maskinering av forbindelsen ble det brukt en blanding av vann og olje for å kjøle ned stålet og maskineringsutstyret. Forbindelsen ble tørket av med en fille før montering, men oljefilmen ble ikke kjemisk fjernet. Andre friksjonsforbedrene tiltak ble heller ikke utført og forbindelsen hadde en glatt overflate. Det medførte slipp i forbindelsen ved et moment på omtrent 116 kNm. Forbindelsen var designet for dette, og ble deretter holdt fast ved en kombinasjon av friksjon og avskjæringskapasitet til boltene.

Figur 6.4 viser tydelig hvor forspenningsbolten har truffet hullkanten til det midterste gaffel-profilet. Det tyder på at kraften har vært for stor, men ikke stor nok til å forskyve boltene helt til enden av hullet. På stålprofilet med to gaffler var det ingen tilsvarende merker. Det vil si at det var tilstrekkelig friksjon mellom forspenningsbolt, skiver og gaffel-profilets ytterflate.



**Figure 6.4:** Merker etter forspenningsbolt i gaffel-profil



## 6.3 Sammenligning av resultater

Tabell 6.1 viser en sammenstilling av resultatene fra forsøket, numeriske- og analytiske beregninger. Som det kommer frem av tabellen så korresponderer teoretiske modeller godt med forsøket.

(Antall gjengestenger per profil) / (Antall gaffel-profiler)	$k_{\theta.ini}$ [kNm/rad]			$M_u$ [kNm]		
	Forsøk	Analytisk	Numerisk	Forsøk	Analytisk	Numerisk
M (2) / (1) (In-Plane)	25 662	19 948	24 159	211	193	178
M + N (2) / (1) (In-Plane)	-	28 180	27 909	-	229	221
M (2) / (2) (Out-of-Plane)	-	12 412	15 086	-	196	210
M + N (2) / (2) (Out-of-Plane)	-	25 070	24 658	-	199	232

**Table 6.1:** Sammenligning av rotasjonsstivheter og momentkapasiteter

### 6.3.1 Analytisk modell

Tabell 6.1 viser at analytisk modell gir i hovedsak konservative resultater. Likevel bør enkelte parametre studeres nærmere for å finne ut hva som kan optimalisere modellen. Det er derfor valgt å kontrollere stivheten til gaffel-profilet, trykksonehøyden til trevirket, samt stivheten i strekk- og trykksonen.

#### 6.3.1.1 Stivheten til gaffel-profilet

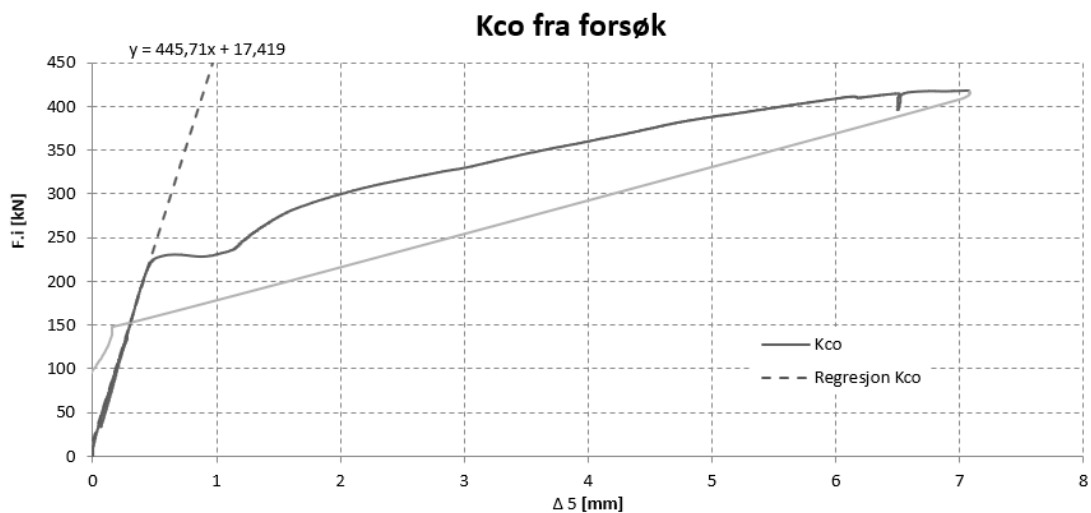
Under forsøket ble forskyvning mellom gaffel-profilene på strekksiden registrert. Kraften som har vært i profilene gjennom hele forsøket er vanskelig å bestemme eksakt. Det er derfor valgt at indre momentarmen er konstant lik avstanden mellom gjengestengene, mens momentet varierer. Dette gir en overslagsberegning på hva som kan forventes av stivhet i gaffel-profilet på strekksiden.

Kraften,  $F_i$ , varierer i gaffel-profilene etter uttrykk 6.1:

$$F_i = \frac{M}{h - 2 \cdot c} \quad (6.1)$$

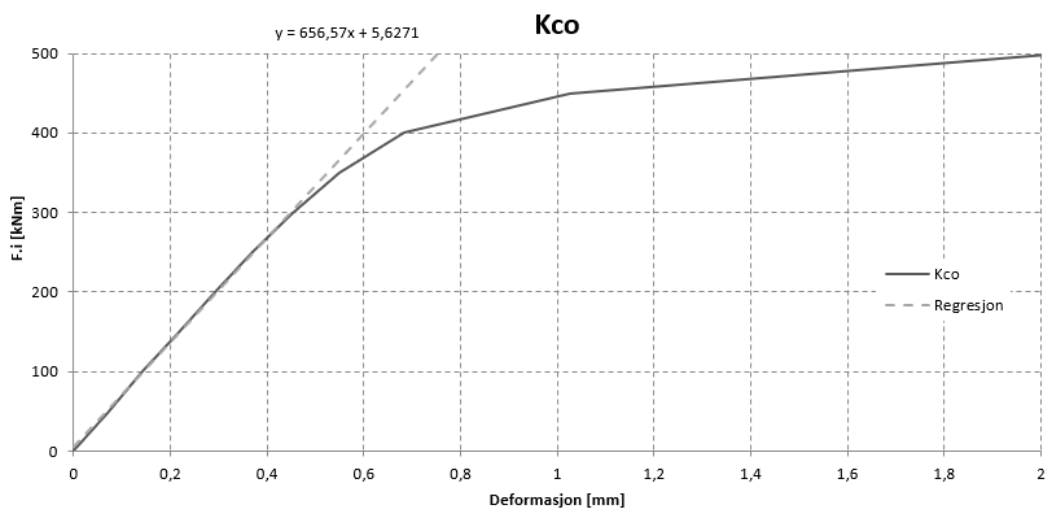
- $M$  er momentet
- $F_i$  er varierende kraft i forbindelsen
- $h$  er bjelkens høyde
- $c$  er avstand fra bjelkekant til gjengestang

Figur 6.5 viser kraft-forskyvningskurven for gaffel-profilet på strekksiden.



**Figure 6.5:** Kraft-forskyvningskurve til gaffel-profilet fra forsøket

Antagelsen om å bruke en kort "Rigid Body" bjelkemodell i Abaqus gir for stive egenskaper til gaffel-profilet. Metoden er vist i kapittel 3.2.1.3. En annen metode er å se på et rent strekkpåkjent gaffel-profil i Abaqus. Resultatene vil korrespondere bedre med forsøket, men fortsatt gi for stive egenskaper. Se figur 6.6.



**Figure 6.6:** Kraft-forskyvningskurve til gaffel-profilet fra Abaqus

Tabell 6.2 viser stivhetene fra "Rigid Body", strekkpåkjent gaffel-profil og forsøket. Beregninger finnes i vedlegg J.

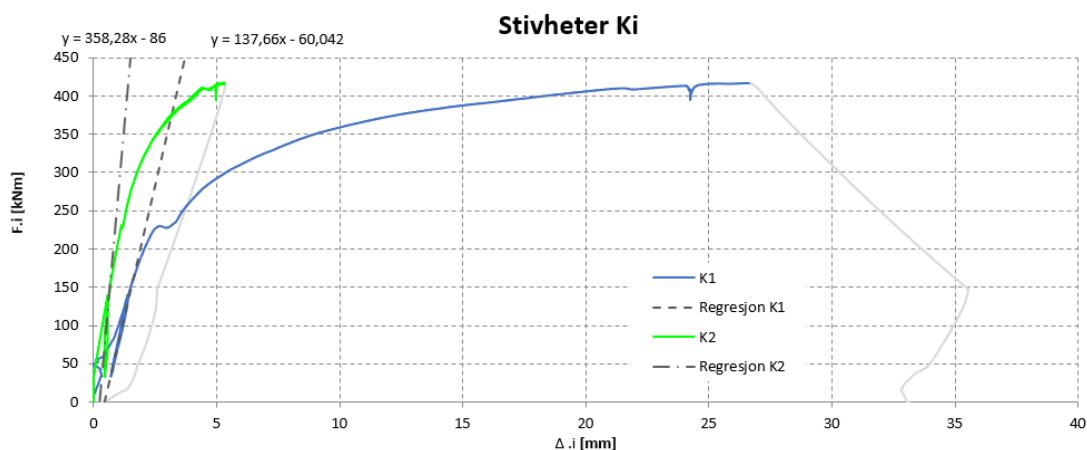
$K_{co}$		
[kN/mm]		
Rigid Body	Strekk	Forsøk
1152	656	446

**Table 6.2:** Sammenligning av stivheter  $K_{co}$

### 6.3.1.2 Stivheten i strekk- og trykksonen

Deformasjonsmålerne langs bjelkesiden registrerte forskyvningen kontinuerlig under hele forsøket. Basert på antagelsen gitt i uttrykk 6.1 er tilhørende stivheter hentet ut. Dette for å sammenligne med analytiske stivheter og få en indikasjon på hva som bør studeres nærmere. Beregninger finnes i vedlegg J.

Figur 6.7 viser stivheter i strekk- og trykksonen.



**Figure 6.7:** Kraft-forskyvningskurve fra forsøket

Stivheten i strekksonen antas uberørt av trekontakt. Det er ikke tilfelle i trykksonen fordi stivheten vil fordeles mellom stålet og trevirket. For å beregne stivheten i tredelen må trykksonehøyden,  $a_0$ , bestemmes i det elastiske området. Dette er uttrykt ved 6.2 og vist i figur 6.8:

$$a_0 = h - c - cb - \frac{\Delta_4}{\Theta} \quad (6.2)$$

- $a_0$  er trykksonehøyden til tredelen
- $h$  er bjelkens høyde
- $c$  er avstand fra bjelkekant til gjengestang

- $cb$  er avstand fra bjelkekant til bjelkeinnsnitt
- $\Delta_4$  er forskyvning fra deformasjonsmåler
- $\Theta$  er rotasjon

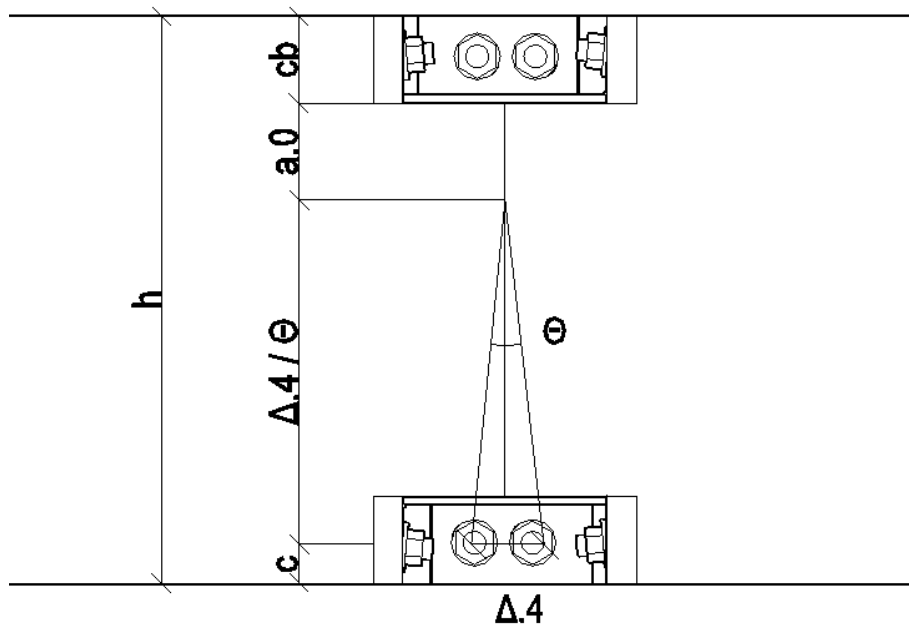


Figure 6.8: Trykksonehøyde

Figur 6.9 viser hvordan  $a_0$  varierer i det elastiske området før trykksonehøyden stabiliseres på rundt 100 mm.

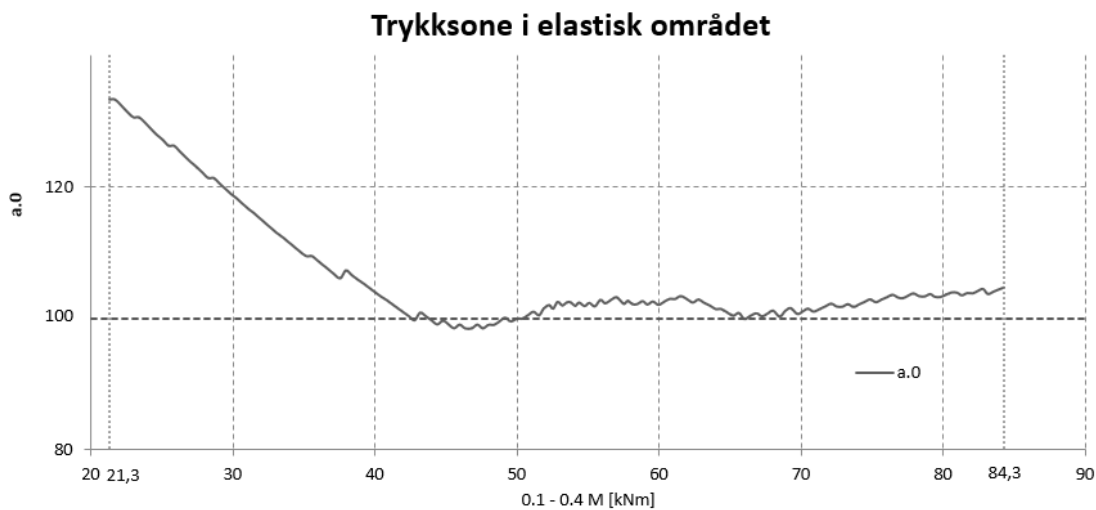


Figure 6.9: Varierende trykksonehøyde

Stivheten til trevirke,  $K_{cc}$  blir beregnet som to fjærer i serie og er gitt av uttrykk 6.3:

$$K_{cc} = \frac{K_c}{2} \quad (6.3)$$

Stivheten til trevirke,  $K_c$ , per side av forbindelsen er gitt av uttrykk 6.4:

$$K_c = \frac{E \cdot b \cdot a_0}{2 \cdot l_c} \quad (6.4)$$

- $K_{cc}$  er stivheten til tredelen
- $K_c$  er stivheten til tredelen per side
- $b$  er bjelkens bredde
- $a_0$  er trykksonehøyden
- $l_c$  er ekvivalent lengde av trykksonen

Stivheten til forbindelsen,  $K_{s2}$ , i trykksonen beregnes etter uttrykk 6.5:

$$K_{s2} = K_2 - K_{cc} \quad (6.5)$$

- $K_{s2}$  er stivheten til forbindelsen i trykksonen
- $K_2$  er total stivhet i trykksonen (se figur 6.7)

Tabell 6.3 viser stivhetene beregnet med analytisk modell og fra forsøket.

$K_{s1}$		$K_{s2}$		$a_0$	
[kN/mm]		[kN/mm]		[mm]	
Analytisk	Forsøk	Analytisk	Forsøk	Analytisk	Forsøk
130.6	137.7	144.4	257.8	129	100

**Table 6.3:** Sammenligning av stivheter og trykksonehøyde

Ved å oppdatere stivhetene i analytisk modell korresponderer resultatene bedre med forsøket. Vedlegg J viser at trykksonehøyden analytisk blir lik som forsøket. Det bekrefter at både modellen og kontrollen er god. På grunnlag av dette er det nærliggende å anta at den analytiske modellen for aksial uttrekk/inntrykk stivhet er for konservativ. Utslaget er størst i trykksonen, så det hadde vært interessant å teste prøvestykker på både uttrekk- og inntrykk for å bekrefte/avkrefte dette. Tidligere tester har omhandlet uttrekk av gjengestenger med kortere lengde enn benyttet i dette forsøket. Problemet kan også være i kombinasjon med at den analytiske stivheten til treverket er for myk.

### 6.3.2 Numerisk modell

En numerisk modell er gjerne for stiv, det er også tilfelle her. For å forbedre dette kunne det vært brukt flere elementer med høyere antall noder. Figur 6.10 viser at Abaqusmodellen er stivere, men treffer godt. Dersom ikke forbindelsen hadde sluppet på friksjon hadde de korrespondert bedre.

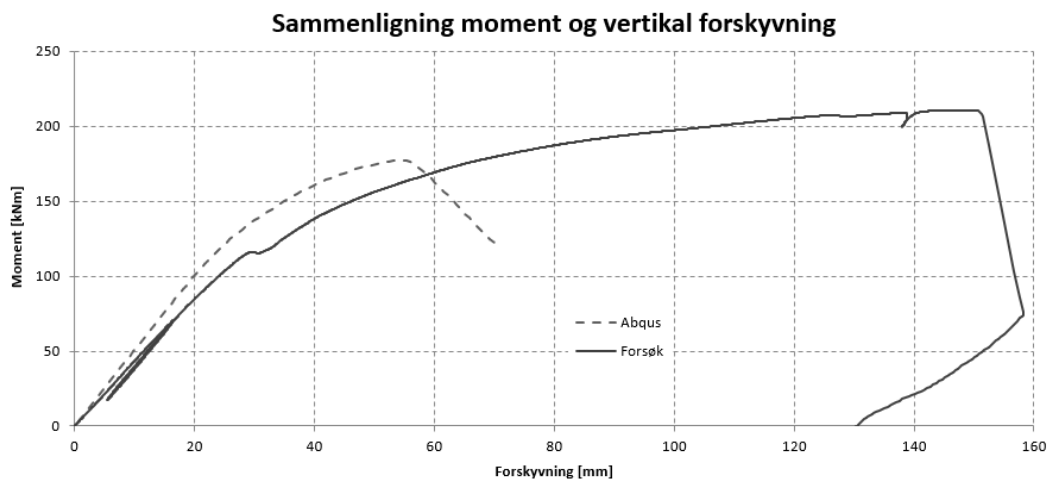


Figure 6.10: Sammenligning mellom vertikal deformasjon og moment

Modellen ser ellers ut til å stemme veldig bra. Den numeriske rotasjonsstivheten treffer utrolig godt, se figur 6.11. Til tross for slipp i friksjon er tendensen til grafen den samme. Forbindelsen mobiliserer stivhet igjen like etter friksjonsslippet. Dersom kapasiteten i Abaqus hadde vært høyere hadde grafene fulgt hverandre lengre.

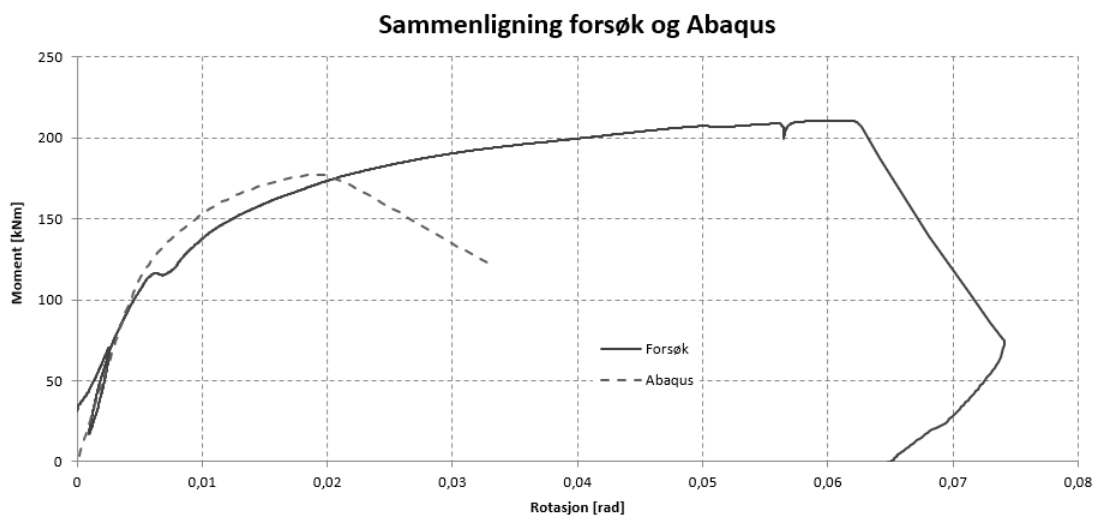


Figure 6.11: Sammenligning mellom rotasjon og moment

Modellen er ikke blitt endret etter forsøket, men enkelte parameterjusteringer kunne fått modellen til å treffe bedre. Når det gjelder rotasjonsstivhet så korresponderer forsøket og modellen bra, men momentkapasiteten er lavere på den numeriske modellen. Gjengestengene i Abaqus er knyttet til trevirket med "Tie" funksjonen, som vil si at uttrekk ikke er mulig. Derimot kunne skaleringsfaktoren for gjengestengene vært høyere ved å benytte et større effektivt areal. Dette ville fortsatt resultert med brudd i gjengestang, men høyere momentkapasitet.

Den effektive avstanden mellom gjengestengene og gaffel-profilet ( $l_{eff}$ ) kan endres. Av testen ble det ikke observert vertikal forskyvning av gaffel-profilet i forhold til trevirket. Dette skyldes blant annet bruk av SPAX skruer. På bakgrunn av dette kan den ineffektive lengden i trevirket fjernes. Det vil føre til en liten økning i rotasjonsstivheten. Modellen vil fortsatt ha en fri lengde på 30/60 mm mellom trevirket og gaffel-profilet.

Det er i tillegg til rotasjonsstivhetene presentert over, gjort en beregning uten trekontakt. Beregningen viste kun 8 % lavere resultat. På bakgrunn av dette vil det største bidraget til rotasjonsstivheten være fra stålkomponentene.

## 6.4 Duktilitet

Sammenligning av duktilitet viser store avvik i resultatene. Både Abaqus modellen og forsøket har begge god duktilitet. Dette til tross for at bruddet oppstod som uttrekk av gjengestang. Uttrekkskapasiteten ligger så nær gjengestengenes bruddkapasitet, så det er trolig flyt i gjengestengene som førte til den duktile oppførselen. Derimot er det ikke visuelle plastiske deformasjoner på gjengestengene. Disse ble målt før og etter forsøket som vist i figur 6.12. Bjelken kollapset ikke etter brudd som er en viktig egenskap. Testen ble utført deformasjonsstyrt og ikke laststyrt. Dersom testen var laststyrt hadde lasten fortsatt å øke etter brudd. En annen viktig kommentar er restkapasiteten etter brudd i Abaqus. På forsøket registreres hva som skjer ved og etter brudd, som ville ført til at modellen i Abaqus ikke konvergerer.



(a) Lengde på gjengestang før montering

(b) Lengde på gjengestang etter forsøk

**Figure 6.12:** Lengde på gjengestenger før og etter forsøk

Til tross for at selve bruddet ikke er duktilt, gir målingene punkter etter brudd med økt rotasjon og lavere moment. Dette fører til høyere tall for duktilitetsberegningene til forsøket. Testen ble forstyrret av at forbindelsen slapp på friksjon. Dersom dette ikke hadde skjedd ville duktiliteten vært litt lavere. Tabell 6.4 viser de store forskjellene i duktiliteten. For fullstendig beregning se vedlegg G og H.

	$D_s$ (NS-EN 12512)	$D_{Sue}$
Numerisk modell	3.40	1.77
Forsøk	12.72	4.95

**Table 6.4:** Sammenligning av duktilitet

## 6.5 Bruk av Gaffel-profilet i nettverksbue

Tabell 6.5 viser at bruk av gaffel-profiler i limtrebue gir betydelig større rotasjonsstivhet enn hva som antas nødvendig. Rotasjonsstivhetene er relatert til bruene vist i underkapittel 5.4. (Vedlegg I)

$k_{\theta,nød}$ (In-Plane) [kNm/rad]	$k_{\theta,nød}$ (Out-of-Plane) [kNm/rad]	$k_{\theta,anal}$ (In-Plane) [kNm/rad]	$k_{\theta,anal}$ (Out-of-Plane) [kNm/rad]
500 000 [23]	600 000 [23]	924 198	1 583 887

**Table 6.5:** Sammenligning av rotasjonsstivheter i limtrebue

Firepunkts testen viste at analytisk modell er både konservativ på rotasjonsstivhet og momentkapasitet. Det er helt klart avgjørende for rotasjonsstivheten at trykkraften i buen er stor med små momenter. Ved å optimalisere designet av limtrebuen, som vist i doktorgraden "Network Arch Timber Bridges with Light Timber Deck on Transverse Crossbeams" utført av Anna W. Ostrycharczyk [49], kan det designes buer med relativt små momenter.

## 6.6 Erfaringer

Det er viktig å kontrollere utstyret før bruk. Ved å prøveskjære båndsaen ble det oppdaget at bladet ikke skar rett og nødvendig justering ble foretatt. Det er viktig med tålmodighet, beregne god tid og ikke stresse. Kontroller tidlig at alle nødvendige deler og komponenter er tilgjengelig i laboratoriet. Det tar tid å bestille varer som leverandør ikke har på lager. Ved å utføre bestillinger i god tid ble det spart unødvendig venting på deler, som for eksempel skruer, gjengestenger, bolter, skiver og muttere.

Det er viktig å være nøye med oppmåling og kontrollere vinkeler. Ved oppmåling ble det oppdaget at bjelkens endevend ikke var rettvinklet, så nødvendige justeringer ble foretatt. Ved å være nøye med merking er det lett å følge med under boring og montering. Det er også viktig, til tross for forboring, at innskruing av gjengestenger foretas i den vinkelen som er ønskelig.



Utstyret fungerte bra, men det er viktig å være forsiktig. Fein maskinen til innskruing av gjengestengene er sterk og har en låse knapp som er lett og komme borti. Det kan være lurt om en står klar til å dra ut stikkkontakten.

Gaffel-profilene ble produsert eksternt og var forsinket. Det viste seg å være vanskelig å få maskinert delene. Det ble derfor foretatt et besøk til bedriften som produserte gaffel-profilene for å fremskynde leveransen. Det var på tegning gitt monterings toleranse på 2mm, som etter samtale med verkstedet hadde blitt for mye. Hullene til gjengestengene på det ene gaffel-profilet ble økt til 24 mm, samt at avstanden mellom gaflene på friksjon ble gjort så liten som mulig. Dette førte til at ved montering så gikk gaflene lett i hverandre. Når nye deler skal utvikles kan det være smart å ta direkte kontakt med bedriften som skal produsere de. De har som regel tips og erfaringer fra lignende prosjekter, og vet hvilke operasjoner som er krevende.

Når det gjelder monteringen av forspenningsboltene bør disse smøres. Det vil føre til mindre friksjon mellom bolt og mutter som resulterer i høyere oppnådd forspenningskraft. Samtidig bør kapasiteten på maskinen og bits kontrolleres.

Det bør utføres friksjonsforbedrende tiltak på gaffel-profilet. Ved enkel kjemisk behandling kan oljefilmen fra maskineringen fjernes. Det bør også vurderes ytterligere forbedringer for å øke friksjonen, som for eksempel sandblåsing eller andre overflatebehandlinger.

Til å måle fuktighet kan trestykkene som skjæres ut for montering av forbindelsen benyttes. Det gir eksakt registrering av fuktinnhold.

Før forsøket starter er det viktig at alt av utstyr er kalibrert og kontrollert. Det bør dokumenteres hvilke målere som er montert hvor, og hvilken kanal de logges på.

Siden brudd oppstod ved uttrekk i gjengestang kan det være lurt å enten øke lengden på gjengestengene, innskruingsvinkelen i trevirket, størrelsen på gjengene eller hele dimensjonen. Dersom hele dimensjonen økes krever dette nytt utstyr til forboring av hull og hylse for montering av gjengestenger.



## Del 7

### Konklusjon

Det er utviklet en god løsning for en momentstiv forbindelse. Skjøten viser gode resultater fra testen og er universell. Det er etablert en analytisk modell i Mathcad hvor inputparametre enkelt kan byttes ut for ulike tverrsnitt. Den analytisk beregningen er verifisert gjennom forsøk og viser til konservative resultater.

Skjøten består av to gaffel-profiler som skjøtes sammen med friksjon. Hver del består av plater som er sveist sammen som en T. Gaffel-profilet er 215 mm bredt, 90 mm høyt og 180 mm langt. De kobles sammen med not og fjær. Dimensjonene på profilet er optimalisert gjennom bruk av numerisk verktøy. På baksiden er det hull til gjennomføring av gjengestenger som festes med skive og mutter på frem- og bakside. Skjøten er dermed i stand til å håndtere trykk og strekk. Selve gaffelen er utformet med avlange hull som sørger for monterings toleranse. Disse føres inn i hverandre og forspennes med friksjonsbolter som monteres i de avlange hullene. Gaffel-profilet er forholdsvis liten og kompakt, som ivaretar det estetiske i trekonstruksjoner.

Forbindelsen er utviklet slik at det krevende arbeidet som å justere bjelken, skru inn gjengestenger og montere gaffel-profiler kan gjøres på fabrikk. Selve sammenføyningen er enkelt og tilfredsstillende de krevende monteringsforholdene under brubygging. Forbindelsen kobles sammen og forspenningsbolter entres, dette fører til at bjelkeelementet holdes på plass under montering. Deretter kan bjelken justeres i korrekt posisjon før forbindelsen forspennes og stivhet mobiliseres. Dersom profilene ikke skulle passe i hverandre, kan mutter på gjengestang løsnes og nødvendig justering av gaffel-profilet foretas. Dette skal i utgangspunktet ikke være nødvendig dersom montering fra fabrikk er utført korrekt. Dersom gaffel-profilet skulle bli skadet under transport eller montering kan de enkelt skiftes ut.

Forbindelsen ble testet ved å skjøte to limtrebjelker av kvalitet GL30c. Hver bjelke var 585 mm høy, 215 mm bred og 4250 mm lang. Avstand mellom opplagerene var 8 000 mm, mens lasten ble påført 750 mm til hver side for senter. Dette er en firepunkts bøyningstest som utsetter forbindelsen for kun moment. Forsøket viste en momentkapasitet på 210.7 kNm og en rotasjonsstivhet på 25 662 kNm/rad. Momentkapasiteten tilsvarer en utnyttelse på 42 % i forhold til tverrsnittskapasiteten. Rotasjonsstivheten fører til en utnyttelse på 65 % i forhold til en kontinuerlig bjelke.

Til tross for at forbindelsen slapp på friksjon og brudd oppstod ved uttrekk, var forsøket vellykket. Slipp og brudd oppstod lenge etter området som skulle brukes til verifikasjon av initiell stivhet. Forbindelsen viser god duktilitet og med enkle tiltak kan skjøten optimaliseres ytterligere. Dette gjelder friksjonsforbedrende tiltak og økt kapasitet av gjengestenger. Dersom forbindelsen ikke slipper på friksjon og brudd oppstår i gjengestang vil resultatene bli ytterligere forbedret. Bjelken hadde ingen synlige sprekker eller deformasjoner etter brudd. Dette til tross for liten kant- og endeavstand på gjengestengene.

Gjennom forsøk er både numerisk og analytisk modell verifisert, og potensielle forbedringer avdekket. Dette dreier seg for det analytiske om stivheter i strekk- og trykksonen. Det numeriske omhandler interaksjon mellom gjengestenger og trevirket, samt kontaktsone mellom bjelkene.

Ved å sammenligne resultatene med et konkret bruksempel, gir denne løsningen 1.85 ganger den nødvendige stivheten i planet, og 2.64 ganger ut av planet. Denne metoden for å skjøte store limtrettvernsnitt er en løsning å se anvendt i nær fremtid. Ytterligere verifikasjon er nødvendig, men metoden er veldig lovende.

# Del 8

## Videre arbeid

I den numeriske modellen ble bjelken belastet med forskjellige aksialkrefter. Disse ga som forventet økt stivhet ved økt belastning, men bare opp til et visst punkt, deretter avtok stivheten. Det kan være interessant å finne årsaken til dette, og teste forbindelsen med aksialkraft i tillegg.

Den numeriske modellen kan optimaliseres ved å undersøke hva som faktisk skjer i kontakt mellom gjengestenger og trevirket. Denne modellen bygger på antagelser som er enkle å modellere. Modellen tar heller ikke hensyn til uttrekkskapasiteten.

Det er ikke gjort undersøkelser i forhold til utmatting eller dynamiske laster. Friksjon er i teorien godt egnet til å håndtere utmatting, men gaffel-profilet forøvrig bør kontrolleres. Heller ikke ulykkeslast og støt er undersøkt. Det vil også være interessant å se hvordan skjøten håndterer skjærkrefter.

Monteringstoleransen kan forbedres ytterligere ved å ha liggende avlange hull i bakkant. Da kan gaffel-profilet justeres sideveis i større grad.

Det er også interessant å verifisere stivhet ut av planet, altså sideveis knekking, med minst to forbindelser. Det er opprettet en numerisk modell for dette, verifikasjon av denne er interessant.

Det er viktig å huske at det kun er gjort ett forsøk, det vil gi mer nøyaktige resultater dersom flere forsøk blir utført. Siden forbindelsen slapp på friksjon og brudd oppstod ved uttrekk, kunne det vært interessant å gjøre forsøk med lengre gjengestenger og friksjonsforbedrende tiltak. Ut i fra dette forsøket vil det gi gode resultater med tanke på stivhet og duktilitet. Dimensjonene på gjengestengenes tykkelse og gjenger kan også endres. Større gjenger vil gi større uttrekkskapasitet.

Det er usikkerhet omkring gjengestengenes stivhet. Det hadde vært interessant å undersøkt stivheten til gjengestengene, ikke bare på uttrekk, men også på trykk. Det virker som stengene har større stivhet her. I tillegg er tidligere uttrekksforsøk basert på kortere gjengestanglengde enn hva som er benyttet i dette forsøket. Den analytiske stivheten til treverket kan også være for myk, så flere knusningsforsøk hadde vært interessant. Spesielt hvordan treverket oppfører seg ved bøyning. Det kan verifisere knusningsmodulen  $E_{cr}$  i større grad.

Det er interessant å finne ut om gaffel-profilet slapp på friksjon fordi spenningene i gaffel-profilet ble for høye. Spesielt om friksjonsegenskapene til stål endrer seg i det plastiske området. Det virker som friksjonsslipp og flyt skjer samtidig i gaffel-profilet.

Det ble gjort målinger med eCorr DIC, disse er ikke behandlet videre. Det er interessant å se nærmere på tøyingsfeltet rundt gaffel-profilene og på kontakten mellom bjelkene. Dette for å verifisere kontaktsonen mellom trevirket. Både med tanke på spenninger og hvordan denne sonen endrer seg gjennom forsøket.



# Referanser

- [1] European committee for standardization. *NS-EN 14080: Timber structures - Glued laminated timber and glued solid timber - Requirements*. Standard Norge, 2013.
- [2] P.K. Buene. *Utforming av monterbar og momentstiv forbindelse basert på lange aksialbelastede treskruer, masteroppgave*. NMBU - Norges universitet for miljø og biovitenskap, 2009.
- [3] M. Cepelka; K.A. Malo. *Moment resisting splice of timber beams using long threaded rods and grout-filled couplers – Experimental results and predictive models*. Department of Structural Engineering, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, 2017.
- [4] M. Cepelka; K.A. Malo. *Moment resisting on-site splice of large glulam elements by use of mechanically coupled long threaded rods*. Department of Structural Engineering, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, 2017.
- [5] W. Ramberg; W.R. Osgood. *Description of stress-strain curves by three parameters, Technical Note No. 902*. National Advisory Committee For Aeronautics, Washington DC., 1943.
- [6] R C. Rice et al. *METALLIC MATERIALS PROPERTIES DEVELOPMENT AND STANDARDIZATION (MMPDS)*, Washington DC. U.S. Department of Transportation Federal Aviation Administration Office of Aviation Research Washington, DC 20591, 2002.
- [7] M. Cepelka. *Splicing of Large Glued Laminated Timber Elements by Use of Long Threaded Rods. Thesis for the degree of Philosophiae Doctor*. Department of Structural Engineering, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, 2017.
- [8] H. Gross et al. *Limträhandbok Del 1*. Svenskt Trä, 2016.
- [9] T. Ramstad. *Trevirke. Treslag og materialegenskaper*. Byggforskserien, Sintef, 2015.
- [10] P. Bergkvist et al. *Att välja trä*. Svenskt Trä, 2013.
- [11] J. Veie et al. *Brukonferansen 2016, Steibrua*. Statens vegvesen, bruseksjonen region øst, 2016.
- [12] R. Crocetti et al. *Limträhandbok Del 2*. Svenskt Trä, 2016.
- [13] P.K Townsend et al. *Steel Dowels Epoxy Bonded in Glue Laminated Timber, Report 90-11*. Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 1990.

- [14] S. Turkovskij et al. *Prefabricated Joints of Timber Structures with Inclined Glued-in Bars*. Proceedings of the 1991 International Timber Engineering Conference, TRADA, London, U.K, 1991.
- [15] R. Malczyk. *Glued-in Rebar Connections, M.A.Sc Thesis*. Department of Civil Engineering, University of British Columbia, Vancouver, Canada, 1993.
- [16] A. Buchanan et al. *Ductile moment-resisting connections in glulam beams*. Wood Technology Research Centre, and Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 2001.
- [17] N. Gattesco et al. *Cyclic behaviour of glued-in joints under bending moments*. Proceedings of the World Conference on Timber Engineering (WCTE 2010), June 20-24, Riva Del Garda, Trento, Italy, 2010.
- [18] M. Cepelka; K.A. Malo; H. Stamatopoulos. *Effect of rod-to-grain angle on capacity and stiffness of axially and laterally loaded long threaded rods in timber joints*. Department of Structural Engineering, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, 2017.
- [19] H. Stamatopoulos; K.A. Malo. *Withdrawal capacity of threaded rods embedded in timber elements, Construction and Building Materials 94 (2015) 387-397*. Department of Structural Engineering, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, 2015.
- [20] Standard Norge. *NS-ISO 12512: Trekonstruksjoner - Prøvmingsmetoder - Syklisk prøving av mekaniske forbindelser*. Standard Norge, 2002.
- [21] J. Malo, K. A.; Siem and P. Ellingsbø. Quantifying ductility in timber structures. *Engineering Structures*, 33, November 2011.
- [22] Standard Norge. *NS-ISO 6891: Trekonstruksjoner - Mekaniske fobindelsesmidler - Generelle prinsipper for bestemmelse av styrke og deformasjonssegenskaper*. Standard Norge, 1991.
- [23] M. Cepelka; K.A. Malo. *Effect of on-site splice joints for timber network arch bridges, Proceedings of the International Conference on Timber Bridges (ICTB 2017), Skellefteå*. Department of Structural Engineering, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, 2017.
- [24] H. Stamatopoulos. *Withdrawal properties of threaded rods embedded in glued-laminated timber elements. Dissertation, vol Doctoral thesis*. Department of Structural Engineering, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, 2016.
- [25] A. Øvrum et al. *Fokus på tre, nr43: Konstruksjonsvirke*. Treteknisk, 2007.
- [26] E. Skaug. *Fokus på tre, nr.40: Trevirkets oppbygging og egenskaper*. Treteknisk, 2007.
- [27] E. Borgstöm. *Dimensionering av träkonstruktioner, Del 1*. Svenskt Trä, 2016.
- [28] T. Dyken. *Trebruer*. Statens vegvesens rapporter, nr. 422, 2017.



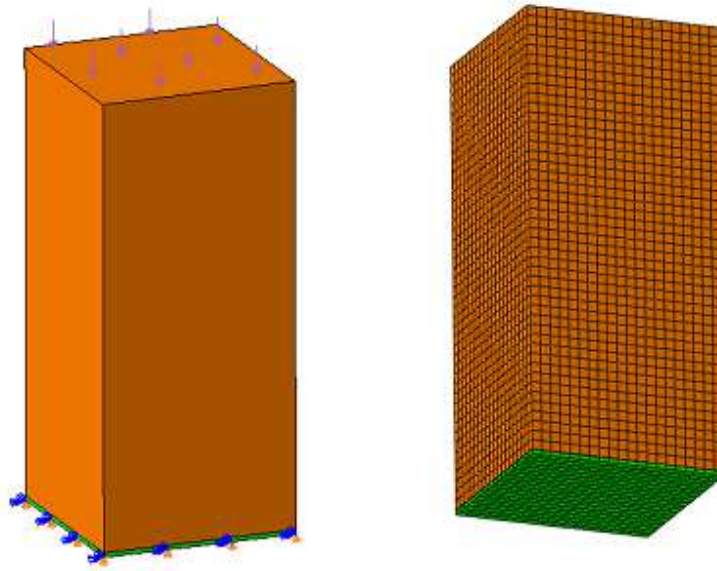
- [29] J. Svanæs. *Fokus på tre, nr.8: Tre og miljø*. Treteknisk, 2004.
- [30] K H. Solli. *Fokus på tre, nr.12: Broer i tre*. Treteknisk, 2007.
- [31] A. Jorissen and M. Fragiaco. General notes on ductility in timber structures. *Engineering Structures*, 33, November 2011.
- [32] SFS Intec. Sfs intec (wb system). <https://www.sfsintec.biz/en/web.html>, Februar 2018.
- [33] SPAX. Spax threaded rod. <https://www.spax.com/uk/craftsmen/screw-finder/products/specials/spax-for-timber-construction/spax-threaded-rod-without-head>, Februar 2018.
- [34] DiBt. *Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung - Z-9.1-777 - Gewindestangen mit Holzgewinde als Holzverbindungsmittel (General building approval - Z-9.1-777 - Threaded rods with wood threads as wood connectors)*. Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin, 2015.
- [35] DiBt. *Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung - Z-9.1-832 - SPAX Gewindestangen als Holzverbindungsmittel (General building approval - Z-9.1-832 - SPAX Threaded rods as wood connectors)*. Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin, 2016.
- [36] M. Strøm; C. A. Moe. *Skjøting av lange aksialbærende skruer for momentstive forbindelser i trekonstruksjoner, Masteroppgave*. Department of Structural Engineering, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, 2015.
- [37] H.O. Veium. *Aksialbelastede gjengestenger i limtreforbindelse, Masteroppgave*. Department of Structural Engineering, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, 2016.
- [38] M. Eilertsen; D.E. Haddal. *Long Span Network Arch Bridges in Timber, Masteroppgave*. Department of Structural Engineering, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, 2016.
- [39] M. Cepelka; K.A. Malo. *Moment resisting on-site splice of large glulam elements by use of mechanically coupled long threaded rods, Submitted for publication in an international scientific journal*. Department of Structural Engineering, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, 2017.
- [40] P. Može. *Lecture 11.3.2: Connections with Preloaded Bolts*. UNIVERZA V LJUBLJANI, Fakulteti za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani, Slovenia, 2015.
- [41] N. Gattesco; I. Toffolo. *Experimental study on multiple-bolt steel-to-timber tension joints. Materials and Structures/Materiaux et Constructions 37:129-138*. Department of Architectural and Urban Design, University of Trieste, Italy, Del Piccolo Consulting Engineers, Udine, Italy, 2004.
- [42] N. Gattesco. *Strength and local deformability of wood beneath bolted connectors. Journal of Structural Engineering 124:195-202*. Dipartimento di Ingegneria Civile, Università degli Studi di Udine, via Delle Scienze, 208, 33100-Udine, Italy, 1998.

- [43] SPAX International GmbH and Co. KG. *European Technical Approval ETA-12/0114, SPAX self-tapping screws*. SPAX International GmbH and Co. KG, Kölner Strasse 71-77, DE-58256 Ennepetal, 2012.
- [44] Standard Norge. *NS-EN 1995-1-1:2004+A1:2008+NA:2010, Eurokode 5: Prosjektering av trekonstruksjoner, Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger*. Standard Norge, 2010.
- [45] Standard Norge. *NS-EN 1993-1-8:2005+N.A:2009, Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner, Del 1-8: Knutepunkter og forbindelser*. Standard Norge, 2009.
- [46] Dassault Systèmes Simulia Corp. *Abaqus analysis user's guide, version 6.14*. <http://abaqus.software.polimi.it/v6.14/books/usi/default.htm>, April 2014.
- [47] P. K. Larsen, A. H. Clausen, and A. Aalberg. *Stålkonstruksjoner: Profiler og formler*. Tapir Akademiske Forlag, 2003.
- [48] E. Fagerholt. *Field Measurements in Mechanical Testing Using Close-Range Photogrammetry and Digital Image Analysis*. Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, 2012.
- [49] A. W Ostrycharczyk. *Network arch timber bridges with light timber deck on transverse crossbeams, Doctoral Thesis*. Department of Structural Engineering, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, 2017.

## A Verifisering av Crushing Zone

### VERIFISERING AV "CRUSHING-ZONE"

FIGUR



#### **GENERELL INPUT**

##### Geometri:

Limtre GL30C

$$l_b := 300\text{mm}$$

$$l_{cr} := 3\text{mm}$$

$$b := 130\text{mm}$$

$$h := 130\text{mm}$$

$$A_b := b \cdot h$$

$$A_b = 16900 \cdot \text{mm}^2$$

$$l_T := l_b - l_{cr}$$

$$l_T = 297 \cdot \text{mm}$$

##### Material:

Limtre GL30C

$$E_L := 13000\text{MPa}$$

$$\nu_{LR} := 0.6$$

$$G_{LR} := 600\text{MPa}$$

$$E_T := 400\text{MPa}$$

$$\nu_{LT} := 0.6$$

$$G_{RT} := 30\text{MPa}$$

$$E_R := 400\text{MPa}$$

$$\nu_{TR} := 0.315$$

$$G_{LT} := 600\text{MPa}$$

## Skjøting av store limtretverrsnitt i buekonstruksjoner

### **TRYKK KRAFT**

$$F_b := 500\text{kN}$$

### **DEFORMASJON ( $\Delta$ ) UTEN Å HENSYNTA CRUSHING-ZONE**

Teoretisk

$$\Delta_{\text{teoretisk}} := \frac{F_b \cdot 2 \cdot l_b}{E_L \cdot A_b} \qquad \Delta_{\text{teoretisk}} = 1.3655 \cdot \text{mm}$$

Numerisk

$$\Delta_{\text{Abaqus}} := 1.36319\text{mm}$$

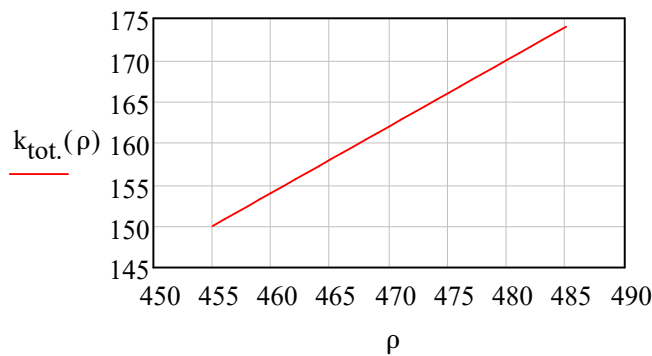
### **FRA FORSØK**

Avlest fra rapport: EXPERIMENTAL STUDY OF END GRAIN EFFECTS IN TIMBER JOINTS UNDER UNIAXIAL COMPRESSION LOAD.

Av: Martin Cepelka & Kjell Arne Malo

Gyldig fra  $455 < \rho < 485$

$$k_{\text{tot.}}(\rho) := \left[ 150 + (174 - 150) \cdot \left( \frac{\rho - 455}{485 - 455} \right) \right] \quad \rho := 455..485$$



## Skjøting av store limtrettversnitt i bukonstruksjoner

$$\rho_m := 479$$

$$k_{\text{tot}} := \left[ 150 + (174 - 150) \cdot \left( \frac{\rho_m - 455}{485 - 455} \right) \right] \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}} \quad k_{\text{tot}} = 169.2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$E_{\text{tot}} := \frac{k_{\text{tot}} \cdot 2 \cdot l_b}{A_b} \quad E_{\text{tot}} = 6007 \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta_{\text{tot}} := \frac{F_b \cdot 2 \cdot l_b}{E_{\text{tot}} \cdot A_b} \quad \Delta_{\text{tot}} = 2.95508 \cdot \text{mm}$$

Velger crushing-zone på 3mm

$$\Delta_r := \frac{F_b \cdot 2 \cdot l_r}{E_L \cdot A_b} \quad \Delta_r = 1.35184 \cdot \text{mm}$$

$$\Delta_{\text{cr}} := \Delta_{\text{tot}} - \Delta_r \quad \Delta_{\text{cr}} = 1.60324 \cdot \text{mm}$$

$$E_{\text{cr}} := \frac{F_b \cdot 2 l_{\text{cr}}}{\Delta_{\text{cr}} \cdot A_b} \quad E_{\text{cr}} = 111 \cdot \text{MPa}$$

### ***BJELKE MED CRUSHING ZONE (ABAQUS)***

$$E'_{\text{cr}} := 111 \text{MPa}$$

$$\Delta_{\text{tot. vTR.0}} := 2.951 \text{mm}$$

## Skjøting av store limtrettversnitt i buekonstruksjoner

### **FEILMARGIN (FORSØK VS. ABAQUS)**

$$\eta := \frac{\Delta_{\text{tot}}}{\Delta_{\text{tot.vTR.0}}}$$

$$\eta = 1.00138$$

### **KONKLUSJON**

Tidligere forsøk korresponderer godt med numerisk modell i ABAQUS når vTR settes lik 0 i selve "crushing-zone".

Rapporten: **Moment resisting splice of timber beams using long threaded rods and grout-filled couplers –'96 Experimental results and predictive models**, viser til  $E_{cr} = 114 \text{ MPa}$  og  $l_{cr} = 3 \text{ mm}$ .

Rapporten: **Moment resisting on-site splice of large glulam elements by use of mechanically coupled long threaded rods**, viser til  $E_{cr} = 914 \text{ MPa}$  og  $l_{cr} = 3 \text{ mm}$ .

Basert på dette kan det se ut som det tidligere er valgt for stive verdier i crushing-zone med den dokumentasjonen som foreligger. For videre beregninger vil det benyttes  $E_{cr} = 111 \text{ MPa}$  og  $l_{cr} = 3 \text{ mm}$  crushing-zone.

## B Dimensjonerende friksjonskapasitet

### DIMENSJONERENDE FRIKSJONSKAPASITET

#### BEREGNING ETTER EUROKODE 3 - NS-EN 1993-1-8:2005+N.A:2009, PKT.3.9.1

##### **GENERELL INPUT**

##### Geometri

Bolt M30  $d_{M30} := 30\text{mm}$   $n_{M30} := 2$

$$A_{b.M30} := \frac{d_{M30}^2 \cdot \pi}{4} \quad A_{b.M30} = 706.9 \cdot \text{mm}^2$$

$$A_{s.M30} := 0.794 \cdot A_{b.M30} \quad A_{s.M30} = 561.2 \cdot \text{mm}^2$$

Bolt M36  $d_{M36} := 36\text{mm}$   $n_{M36} := 2$

$$A_{b.M36} := \frac{d_{M36}^2 \cdot \pi}{4} \quad A_{b.M36} = 1017.9 \cdot \text{mm}^2$$

$$A_{s.M36} := 0.794 \cdot A_{b.M36} \quad A_{s.M36} = 808.2 \cdot \text{mm}^2$$

Friksjonsflater  $n := 2$

##### Material

Bolt 12.9  $f_{ub} := 1200 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$   $f_{yb} := 1080 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$$\mu := 0.3 \quad k_s := 0.7 \quad \gamma_{M3} := 1.25$$

## Skjøting av store limtrettversnitt i buekonstruksjoner

### **TOTAL FORSPENNINGSKRAFT**

70% av bruddspenning (EC3)

$$F_{p.07fub.M30} := 0.7 \cdot f_{ub} \cdot A_{s.M30} \cdot n_{M30}$$

$$F_{p.07fub.M30} = 942.9 \cdot \text{kN}$$

$$F_{p.07fub.M36} := 0.7 \cdot f_{ub} \cdot A_{s.M36} \cdot n_{M36}$$

$$F_{p.07fub.M36} = 1357.8 \cdot \text{kN}$$

Flytespenning

$$F_{p.fyb.M30} := f_{yb} \cdot A_{s.M30} \cdot n_{M30}$$

$$F_{p.fyb.M30} = 1212.3 \cdot \text{kN}$$

$$F_{p.fyb.M36} := f_{yb} \cdot A_{s.M36} \cdot n_{M36}$$

$$F_{p.fyb.M36} = 1745.7 \cdot \text{kN}$$

### **OPPTREDENDE KRAFT I FORBINDELSEN**

Gjengestangens kapasitet

$$R_u := 207.5 \text{ kN}$$

(2 gjengestenger)

$$F_{s.Ed} := 2 \cdot R_u$$

$$F_{s.Ed} = 415 \cdot \text{kN}$$

(4 gjengestenger)

$$F'_{s.Ed} := 4 \cdot R_u$$

$$F'_{s.Ed} = 830 \cdot \text{kN}$$

### **DIMENSJONERENDE FRIKSJONSKAPASITET**

$$F_{s.Rd.M30} = \frac{k_s \cdot n \cdot \mu}{\gamma_{M3}} \cdot F_{p.07fub.M30}$$

$$F_{s.Rd.M30} = 316.8 \cdot \text{kN}$$



## Skjøting av store limtreverrsnitt i buekonstruksjoner

$$F_{s.Rd.M36} = \frac{k_s \cdot n \cdot \mu}{\gamma_{M3}} \cdot F_{p.07fub.M36} \qquad F_{s.Rd.M36} = 456.2 \cdot \text{kN}$$

### **UTNYTTELSESGRAD**

$$\eta_{M30} := \frac{F_{s.Ed}}{F_{s.Rd.M30}} \qquad \eta_{M30} = 1.31$$

$$\eta_{M36} := \frac{F'_{s.Ed}}{F_{s.Rd.M36}} \qquad \eta_{M36} = 1.82$$

Merk: Kapasiteten er overskredet etter Eurokode 3, slik at det i utgangspunktet kreves 3xM30 i forbindelsen med 2 gjengestenger og 4xM36 i forbindelsen med 4 gjengestenger. Alternativt kan antall friksjonsflater økes tilsvarende. Etter numeriske beregninger i ABAQUS vil det imidlertid holde med antall valgte bolter og friksjonsflater.



## C Materialkurver

### MATERIALKURVER ETTER RAMBERG-OSGOOD

#### BEREGNING ETTER:

- W. RAMBERG, W.R. OSGOOD: DESCRIPTION OF STRESS-STRAIN CURVES BY THREE PARAMETERS, TECHNICAL NOTE NO. 902
- R C. RICE ET AL.: METALLIC MATERIALS PROPERTIES DEVELOPMENT AND-STANDARDIZATION (MMPDS)

#### GENERELL INPUT

##### Material

$$\begin{array}{l} \text{S355} \\ \text{(Kaldvalset)} \end{array} \quad E_s := 210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \eta_{E_s} := 210000$$

$$f_{yk} := 355 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \eta_{f_{yk}} := 355$$

$$f_{uk} := 510 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \eta_{f_{uk}} := 510$$

$$\varepsilon_{u,\max} := 15\%$$

#### RAMBERG-OSGOOD KOEFFISIENT

$$\varepsilon_u := 100 \cdot \left( \varepsilon_{u,\max} - \frac{f_{uk}}{E_s} \right) \quad \varepsilon_u = 14.757$$

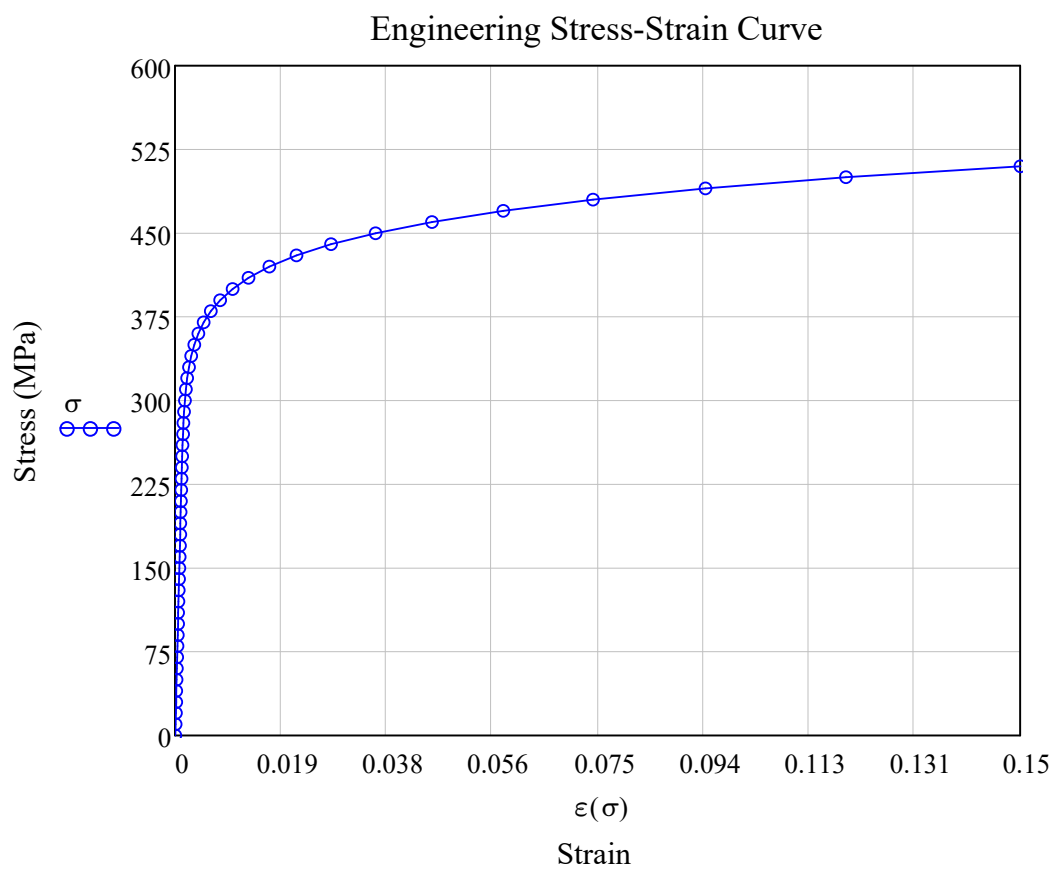
$$n := \frac{\ln\left(\frac{\varepsilon_u}{0.2}\right)}{\ln\left(\frac{f_{uk}}{f_{yk}}\right)} \quad n = 11.872$$

## Skjøting av store limtrevernsnitt i bukonstruksjoner

### ENGINEERING STRESS-STRAIN CURVE

$$\sigma_0 := 0 \quad \sigma_{dx} := 10$$

$$\varepsilon(\sigma) := \frac{\sigma}{\eta_{Es}} + 0.002 \cdot \left( \frac{\sigma}{\eta_{fyk}} \right)^n \quad \sigma := \sigma_0, \sigma_0 + \sigma_{dx} \cdot \eta_{fuk}$$



$$\varepsilon_{\max} := 15\%$$

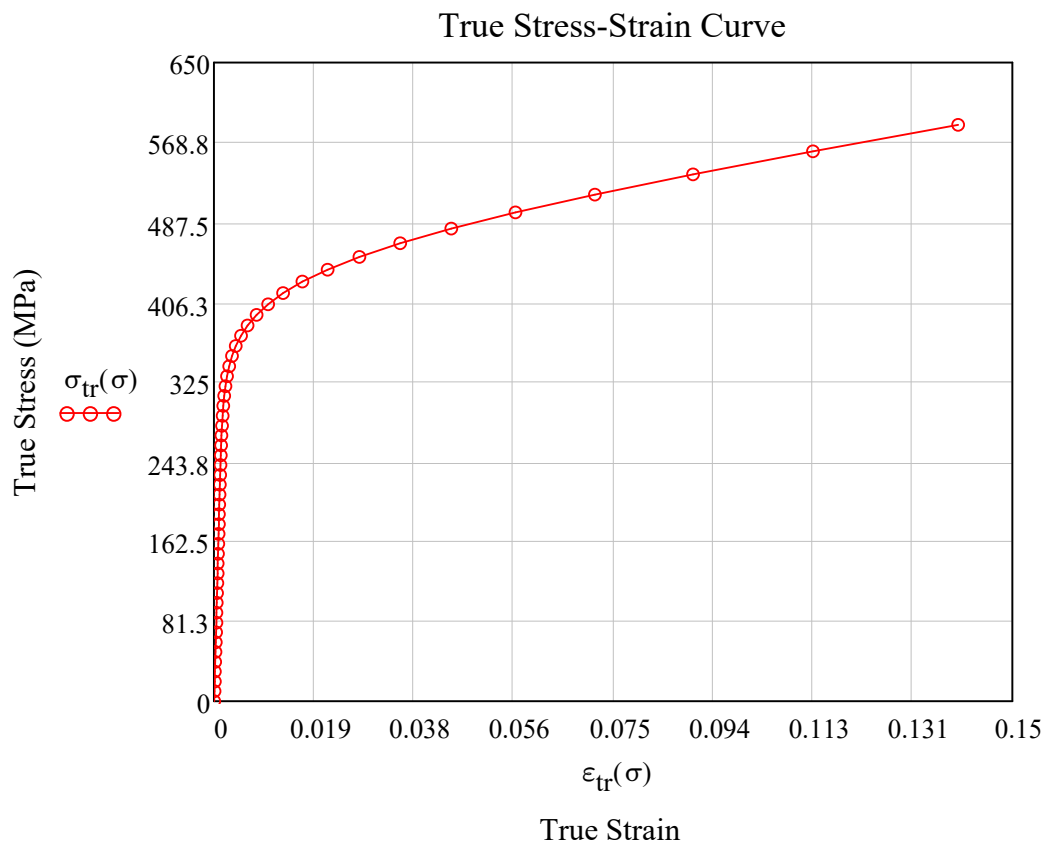
$$\sigma_{\max} := 510 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

## Skjøting av store limtreverrsnitt i bukonstruksjoner

### **TRUE STRESS-STRAIN CURVE**

$$\epsilon_{tr}(\sigma) := \ln \left[ 1 + \left[ \frac{\sigma}{\eta_{Es}} + 0.002 \cdot \left( \frac{\sigma}{\eta_{fyk}} \right)^n \right] \right]$$

$$\sigma_{tr}(\sigma) := \sigma \cdot \left[ 1 + \left[ \frac{\sigma}{\eta_{Es}} + 0.002 \cdot \left( \frac{\sigma}{\eta_{fyk}} \right)^n \right] \right]$$



$$\epsilon_{tr.max} := 13.976\%$$

$$\sigma_{tr.max} := 586.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

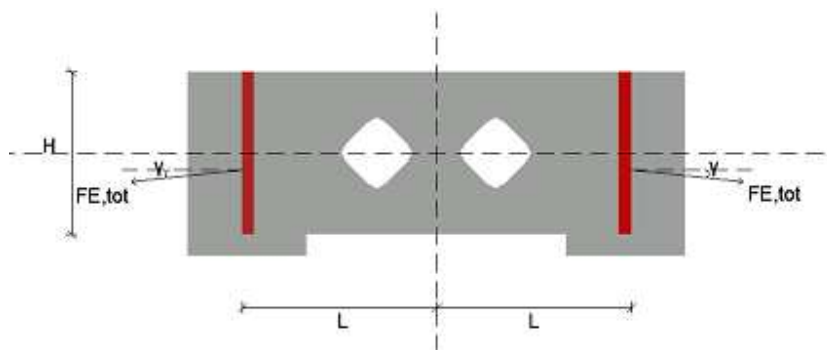


## D Beregning av kilesveiser

### ANALYTISK DIMENSJONERING AV SVEISENE I FRIKSJONSFORBINDELSEN

#### RETNINGSMETODE ETTER EUROKODE 3 - NS-EN 1993-1-8:2005+N.A:2009, PKT.4.5.3.2

FIGUR



#### GENERELL INPUT

##### Geometri

(2 gjengestenger)

$$L := 108.4\text{mm} \quad H := 80\text{mm} \quad \gamma := 5\text{deg} \quad \alpha := 45\text{deg}$$

$$a_v := 10\text{mm} \quad a_h := 20\text{mm} \quad n_v := 4 \quad n_h := 2$$

(4 gjengestenger)

$$L' := 124.3\text{mm} \quad H' := 120\text{mm} \quad \gamma_{ov} := 5\text{deg} \quad \gamma_{un} := 10\text{deg} \quad \alpha' := 45\text{deg}$$

$$n'_v := 4 \quad n'_h := 2 \quad a'_v := 10\text{mm} \quad a'_h := 20\text{mm}$$

## Skjøting av store limtrettversnitt i buekonstruksjoner

### Material (S355)

$$f_{u,k} := 510 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \beta_w := 0.9 \quad (\text{Tabell 4.1}) \quad \gamma_{M2} := 1.25 \quad (\text{NA 2.2})$$

### **OPPTREDENDE SVEISESPENNINGER (4.1)**

Gjengestangens kapasitet

$$R_u := 207.5 \text{ kN}$$

Opptredende krefter og momenter, basert på gjengestangens kapasitet

(2 gjengestenger)

$$F_{E,\text{tot}} := 2 \cdot R_u \qquad F_{E,\text{tot}} = 415 \cdot \text{kN}$$

$$F_{E,x} := F_{E,\text{tot}} \cdot \cos(\gamma) \qquad F_{E,x} = 413.4 \cdot \text{kN}$$

$$F_{E,z} := F_{E,\text{tot}} \cdot \sin(\gamma) \qquad F_{E,z} = 36.2 \cdot \text{kN}$$

$$M := F_{E,z} \cdot L \qquad M = 3.9 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

(4 gjengestenger)

$$F'_{E,x} := 2 \cdot (R_u \cdot \cos(\gamma_{ov}) + R_u \cdot \cos(\gamma_{un})) \qquad F'_{E,x} = 822.1 \cdot \text{kN}$$

$$F'_{E,z} := 2 \cdot (R_u \cdot \sin(\gamma_{ov}) + R_u \cdot \sin(\gamma_{un})) \qquad F'_{E,z} = 108.2 \cdot \text{kN}$$

$$M' := F'_{E,z} \cdot L' \qquad M' = 13.5 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$



## Skjøting av store limtretversnitt i bukonstruksjoner

Sveisespenninger

(2 gjengestenger)

$$\sigma_{\perp.v} := \frac{F_{EX} \cdot \sin(\alpha)}{n_v \cdot a_v \cdot H} + \frac{6 \cdot M \cdot \sin(\alpha)}{n_v \cdot a_v \cdot H^2} \quad \sigma_{\perp.v} = 156.3 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{\perp.h} := \frac{F_{EX} \cdot \sin(\alpha)}{n_h \cdot a_h \cdot H} + \frac{6 \cdot M \cdot \sin(\alpha)}{n_h \cdot a_h \cdot H^2} \quad \sigma_{\perp.h} = 156.3 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{\perp.v} := \frac{F_{EX} \cdot \cos(\alpha)}{n_v \cdot a_v \cdot H} + \frac{6 \cdot M \cdot \cos(\alpha)}{n_v \cdot a_v \cdot H^2} \quad \tau_{\perp.v} = 156.3 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{\perp.h} := \frac{F_{EX} \cdot \cos(\alpha)}{n_h \cdot a_h \cdot H} + \frac{6 \cdot M \cdot \cos(\alpha)}{n_h \cdot a_h \cdot H^2} \quad \tau_{\perp.h} = 156.3 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{\parallel.v} := \frac{F_{EZ}}{n_v \cdot a_v \cdot H} \quad \tau_{\parallel.v} = 11.3 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2} \quad \tau_{\parallel.h} := \frac{F_{EZ}}{n_h \cdot a_h \cdot H} \quad \tau_{\parallel.h} = 11.3 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{j.v} := \sqrt{\sigma_{\perp.v}^2 + 3 \cdot (\tau_{\perp.v}^2 + \tau_{\parallel.v}^2)} \quad \sigma_{j.v} = 313.3 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{j.h} := \sqrt{\sigma_{\perp.h}^2 + 3 \cdot (\tau_{\perp.h}^2 + \tau_{\parallel.h}^2)} \quad \sigma_{j.h} = 313.3 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

(4 gjengestenger)

$$\sigma'_{\perp.v} := \frac{F'_{EX} \cdot \sin(\alpha')}{n'_v \cdot a'_v \cdot H'} + \frac{6 \cdot M' \cdot \sin(\alpha')}{n'_v \cdot a'_v \cdot H'^2} \quad \sigma'_{\perp.v} = 220.2 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

## Skjøting av store limtrettversnitt i buekonstruksjoner

$$\sigma'_{\perp\perp.h} := \frac{F'_{EX} \cdot \sin(\alpha')}{n'_h \cdot a'_h \cdot H'} + \frac{6 \cdot M' \cdot \sin(\alpha')}{n'_h \cdot a'_h \cdot H'^2} \qquad \sigma'_{\perp\perp.h} = 220.2 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$\tau'_{\perp\perp.v} := \frac{F'_{EX} \cdot \cos(\alpha')}{n'_v \cdot a'_v \cdot H'} + \frac{6 \cdot M' \cdot \cos(\alpha')}{n'_v \cdot a'_v \cdot H'^2} \qquad \tau'_{\perp\perp.v} = 220.2 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$\tau'_{\perp\perp.h} := \frac{F'_{EX} \cdot \cos(\alpha')}{n'_h \cdot a'_h \cdot H'} + \frac{6 \cdot M' \cdot \cos(\alpha')}{n'_h \cdot a'_h \cdot H'^2} \qquad \tau'_{\perp\perp.h} = 220.2 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$\tau'_{\parallel.v} := \frac{F'_{EZ}}{n'_v \cdot a'_v \cdot H'} \qquad \tau'_{\parallel.v} = 22.5 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2} \qquad \tau'_{\parallel.h} := \frac{F'_{EZ}}{n'_h \cdot a'_h \cdot H'} \qquad \tau'_{\parallel.h} = 22.5 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma'_{j.v} := \sqrt{\sigma'_{\perp\perp.v}{}^2 + 3 \cdot (\tau'_{\perp\perp.v}{}^2 + \tau'_{\parallel.v}{}^2)} \qquad \sigma'_{j.v} = 442.1 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma'_{j.h} := \sqrt{\sigma'_{\perp\perp.h}{}^2 + 3 \cdot (\tau'_{\perp\perp.h}{}^2 + \tau'_{\parallel.h}{}^2)} \qquad \sigma'_{j.h} = 442.1 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

### **DIMENSJONERNEDE KAPASITET AV KILESVEIS (4.1)**

$$\sigma_{Rd} := \frac{f_{u.k}}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}} \qquad \sigma_{Rd} = 453.3 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{\perp\perp.Rd} := \frac{0.9 \cdot f_{u.k}}{\gamma_{M2}} \qquad \sigma_{\perp\perp.Rd} = 367.2 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

## Skjøting av store limtretversnitt i buekonstruksjoner

### **UTNYTTELSESGRAD**

(2 gjengestenger)

$$\eta_{\sigma_{j.v}} := \frac{\sigma_{j.v}}{\sigma_{Rd}}$$

$$\eta_{\sigma_{j.v}} = 0.691$$

$$\eta_{\sigma_{\perp.v}} := \frac{\sigma_{\perp.v}}{\sigma_{\perp.Rd}}$$

$$\eta_{\sigma_{\perp.v}} = 0.426$$

$$\eta_{\sigma_{j.h}} := \frac{\sigma_{j.h}}{\sigma_{Rd}}$$

$$\eta_{\sigma_{j.h}} = 0.691$$

$$\eta_{\sigma_{\perp.h}} := \frac{\sigma_{\perp.h}}{\sigma_{\perp.Rd}}$$

$$\eta_{\sigma_{\perp.h}} = 0.426$$

(4 gjengestenger)

$$\eta'_{\sigma_{j.v}} := \frac{\sigma'_{j.v}}{\sigma_{Rd}}$$

$$\eta'_{\sigma_{j.v}} = 0.975$$

$$\eta'_{\sigma_{\perp.v}} := \frac{\sigma'_{\perp.v}}{\sigma_{\perp.Rd}}$$

$$\eta'_{\sigma_{\perp.v}} = 0.6$$

$$\eta'_{\sigma_{j.h}} := \frac{\sigma'_{j.h}}{\sigma_{Rd}}$$

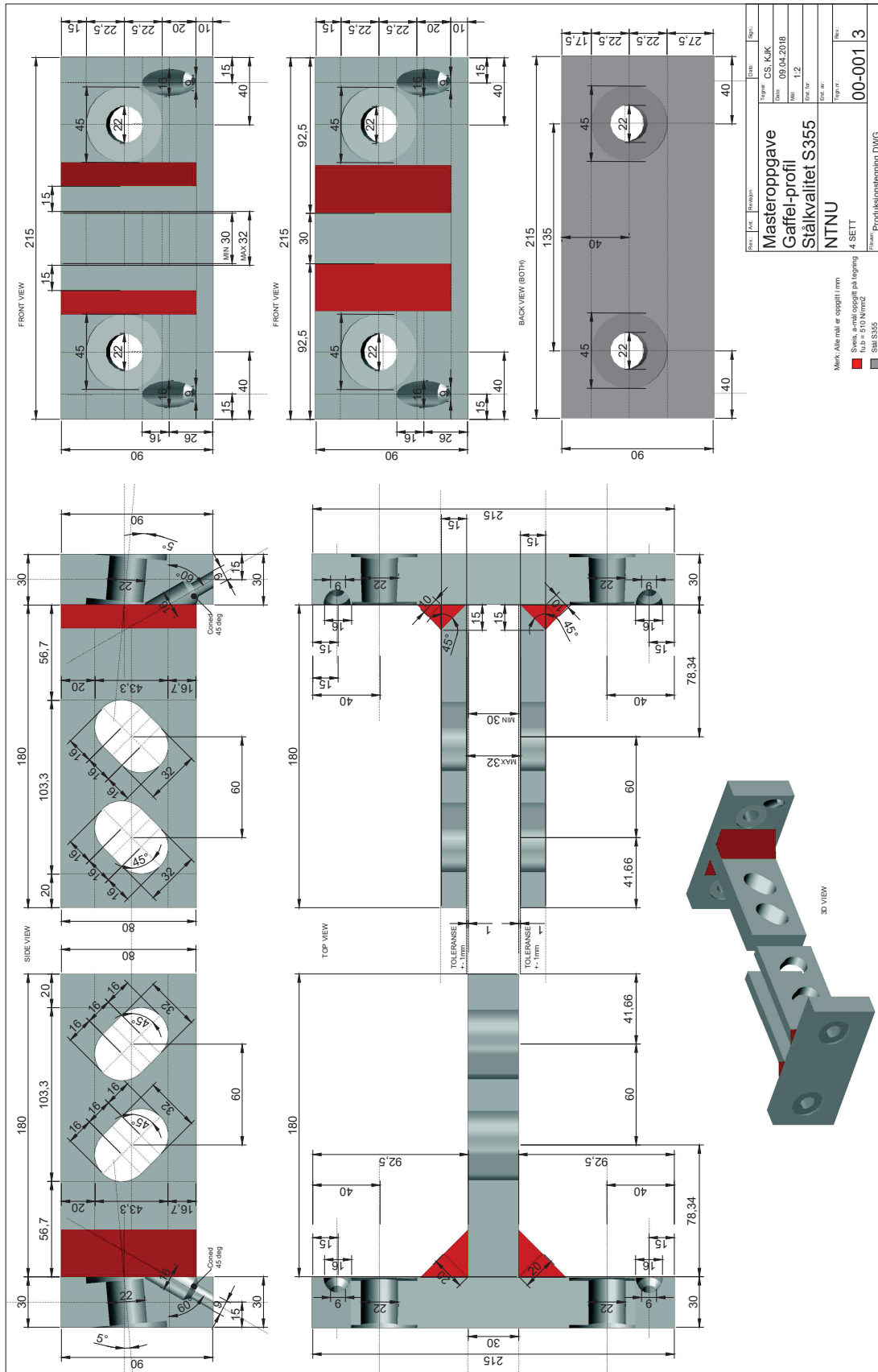
$$\eta'_{\sigma_{j.h}} = 0.975$$

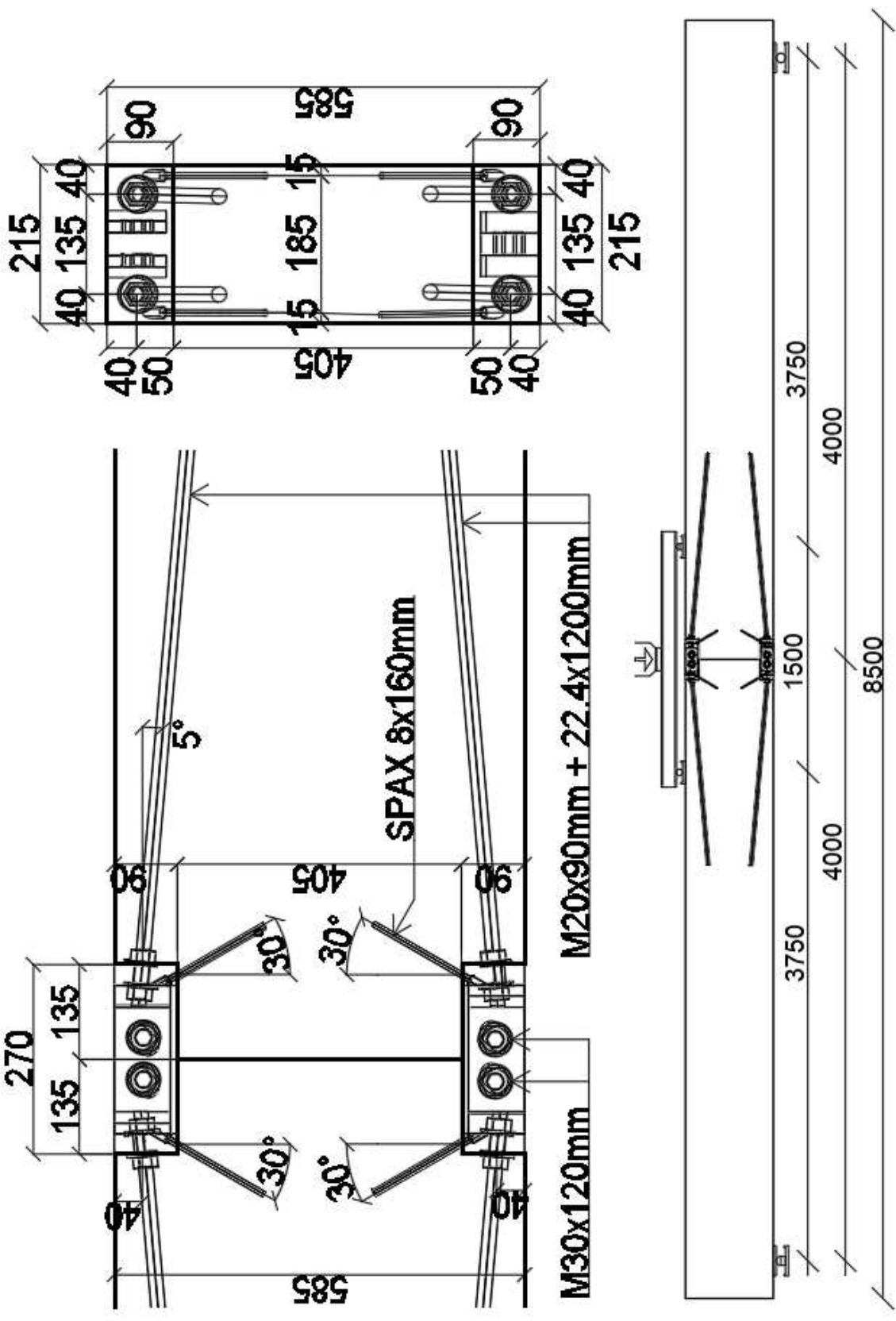
$$\eta'_{\sigma_{\perp.h}} := \frac{\sigma'_{\perp.h}}{\sigma_{\perp.Rd}}$$

$$\eta'_{\sigma_{\perp.h}} = 0.6$$



# E Produksjonstegninger





## F Analytisk modell

### STIVHETER OG KAPASITETER TIL FORANKRINGSSKRUE

#### BEREGNING ETTER:

- EUROPEAN TECHNICAL APPROVAL ETA-12/0114
- EUROKODE 5: NS-EN 1995-1-1:2004+A1:2008+NA:2010

#### **GENERELL INPUT**

##### Geometri

SPAX  $d := 8\text{mm}$     $d_1 := 5\text{mm}$     $d_h := 15.1\text{mm}$     $\beta := 60\text{deg}$

$l_1 := 300\text{mm}$     $l_2 := 160\text{mm}$     $n := 2$

$l_{\text{ef.1}} := l_1 - 25\text{mm}$     $l_{\text{ef.1}} = 275\text{mm}$

$l_{\text{ef.2}} := l_2 - 15\text{mm}$     $l_{\text{ef.2}} = 145\text{mm}$

$n_{\text{ef}} := n^{0.9}$     $n_{\text{ef}} = 1.9$

Gjengestang  $\gamma := 5\text{deg}$

##### Material

SPAX  $f_{\text{ax.k}} := 12 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$     $f_{\text{tens.cs}} := 17\text{kN}$     $f_{\text{tens.ss}} := 13\text{kN}$

Treverk (GL30c)  $\rho_m := 430 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$     $\rho_k := 390 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$\gamma_m := 1.3$     $k_{\text{mod}} := 0.9$

## Skjøting av store limtreverrsnitt i bukonstruksjoner

### **STIVHETER**

Lateral og aksial stivhet for gjengestangen

$$K_{v.c} := 20256 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad K_{ax.c} := 163875 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Vertikal stivhet per gjengestang

$$K_{p.v.c} := K_{v.c} \cdot (\cos(\gamma))^2 + K_{ax.c} \cdot (\sin(\gamma))^2 \quad K_{p.v.c} = 21347 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Aksial uttrekksstivhet for SPAX

$$K_{ser.ax.1} := 780 \cdot d^{0.2} \cdot l_{ef.1}^{0.4} \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm} \cdot \text{mm}^{0.6}} \quad K_{ser.ax.1} = 11180 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$K_{ser.ax.2} := 780 \cdot d^{0.2} \cdot l_{ef.2}^{0.4} \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm} \cdot \text{mm}^{0.6}} \quad K_{ser.ax.2} = 8655 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Lateral stivhet for SPAX

$$K_{ser.Lt} := \rho_m^{1.5} \cdot \frac{d}{23} \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}^{3.5}}{\text{mm} \cdot \text{kg}^{1.5}} \quad K_{ser.Lt} = 3101.5 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Vertikal stivhet per SPAX

$$K_{ser.v.1} := K_{ser.ax.1} \cdot (\sin(\beta))^2 + K_{ser.Lt} \cdot (\cos(\beta))^2 \quad K_{ser.v.1} = 9160 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$K_{ser.v.2} := K_{ser.ax.2} \cdot (\sin(\beta))^2 + K_{ser.Lt} \cdot (\cos(\beta))^2 \quad K_{ser.v.2} = 7267 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$



## Skjøting av store limtrettversnitt i bukonstruksjoner

Total vertikal stivhet

$$K_{p.v.c.tot.1} := K_{p.v.c} + K_{ser.v.1} \qquad K_{p.v.c.tot.1} = 30507 \cdot \frac{N}{mm}$$

$$K_{p.v.c.tot.2} := K_{p.v.c} + K_{ser.v.2} \qquad K_{p.v.c.tot.2} = 28613 \cdot \frac{N}{mm}$$

### **FORSKYVNING**

Gjengestangens kapasitet

$$R_u := 207.5 \text{ kN}$$

$$R_{u.\gamma.v} := R_u \cdot \sin(\gamma) \qquad R_{u.\gamma.v} = 18.1 \cdot \text{kN}$$

Vertikal forskyvning av forbindelsen

$$\Delta_{z.1} := \frac{R_{u.\gamma.v}}{K_{p.v.c.tot.1}} \qquad \Delta_{z.1} = 0.59 \cdot \text{mm}$$

$$\Delta_{z.2} := \frac{R_{u.\gamma.v}}{K_{p.v.c.tot.2}} \qquad \Delta_{z.2} = 0.63 \cdot \text{mm}$$

### **TOTAL AKSIAL BELASTNING PÅ SPAX**

$$F_{ax.\beta.E.1} := \frac{n \cdot R_{u.\gamma.v} \cdot K_{ser.v.1}}{\sin(\beta) \cdot K_{p.v.c.tot.1}} \qquad F_{ax.\beta.E.1} = 12.5 \cdot \text{kN}$$

$$F_{ax.\beta.E.2} := \frac{n \cdot R_{u.\gamma.v} \cdot K_{ser.v.2}}{\sin(\beta) \cdot K_{p.v.c.tot.2}} \qquad F_{ax.\beta.E.2} = 10.6 \cdot \text{kN}$$

## Skjøting av store limtretversnitt i buekonstruksjoner

### **AKSIAL UTTREKSKAPASITET**

$$F_{ax.\beta.Rk.1} := \frac{n_{ef} \cdot f_{ax.k} \cdot d \cdot l_{ef.1}}{1.2 \cdot (\cos(\beta))^2 + (\sin(\beta))^2} \cdot \left( \frac{\rho_k}{350} \right)^{0.8} \cdot \frac{m \cdot m^{1.4}}{kg^{0.8}} \quad F_{ax.\beta.Rk.1} = 51 \cdot kN$$

$$F_{ax.\beta.Rd.1} := k_{mod} \cdot \frac{F_{ax.\beta.Rk.1}}{\gamma_m} \quad F_{ax.\beta.Rd.1} = 35 \cdot kN$$

$$F_{ax.\beta.Rk.2} := \frac{n_{ef} \cdot f_{ax.k} \cdot d \cdot l_{ef.2}}{1.2 \cdot (\cos(\beta))^2 + (\sin(\beta))^2} \cdot \left( \frac{\rho_k}{350} \right)^{0.8} \cdot \frac{m \cdot m^{1.4}}{kg^{0.8}} \quad F_{ax.\beta.Rk.2} = 27 \cdot kN$$

$$F_{ax.\beta.Rd.2} := k_{mod} \cdot \frac{F_{ax.\beta.Rk.2}}{\gamma_m} \quad F_{ax.\beta.Rd.2} = 19 \cdot kN$$

### **STREKK KAPASITET**

$$F_{tens.Rk.cs} := n_{ef} \cdot f_{tens.cs} \quad F_{tens.Rk.cs} = 32 \cdot kN$$

$$F_{tens.Rd.cs} := k_{mod} \cdot \frac{F_{tens.Rk.cs}}{\gamma_m} \quad F_{tens.Rd.cs} = 22 \cdot kN$$

$$F_{tens.Rk.ss} := n_{ef} \cdot f_{tens.ss} \quad F_{tens.Rk.ss} = 24 \cdot kN$$

$$F_{tens.Rd.ss} := k_{mod} \cdot \frac{F_{tens.Rk.ss}}{\gamma_m} \quad F_{tens.Rd.ss} = 17 \cdot kN$$

## Skjøting av store limtrettversnitt i buekonstruksjoner

### **DIMENSJONERENDE KAPASITET**

$$R_{Rd.cs.1} := \min(F_{ax.\beta.Rd.1}, F_{tens.Rd.cs}) \quad R_{Rd.cs.1} = 22 \cdot kN$$

$$R_{Rd.cs.2} := \min(F_{ax.\beta.Rd.2}, F_{tens.Rd.cs}) \quad R_{Rd.cs.2} = 19 \cdot kN$$

$$R_{Rd.ss.1} := \min(F_{ax.\beta.Rd.1}, F_{tens.Rd.ss}) \quad R_{Rd.ss.1} = 17 \cdot kN$$

$$R_{Rd.ss.2} := \min(F_{ax.\beta.Rd.2}, F_{tens.Rd.ss}) \quad R_{Rd.ss.2} = 17 \cdot kN$$

### **UTNYTTELSE**

$$\eta_{cs.1} := \frac{F_{ax.\beta.E.1}}{R_{Rd.cs.1}} \quad \eta_{cs.1} = 0.57$$

$$\eta_{cs.2} := \frac{F_{ax.\beta.E.2}}{R_{Rd.cs.2}} \quad \eta_{cs.2} = 0.57$$

$$\eta_{ss.1} := \frac{F_{ax.\beta.E.1}}{R_{Rd.ss.1}} \quad \eta_{ss.1} = 0.75$$

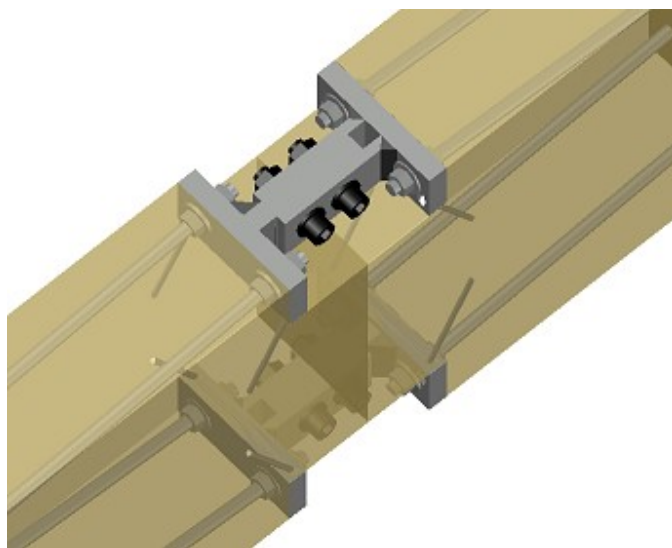
$$\eta_{ss.2} := \frac{F_{ax.\beta.E.2}}{R_{Rd.ss.2}} \quad \eta_{ss.2} = 0.63$$

### **KONKLUSJON**

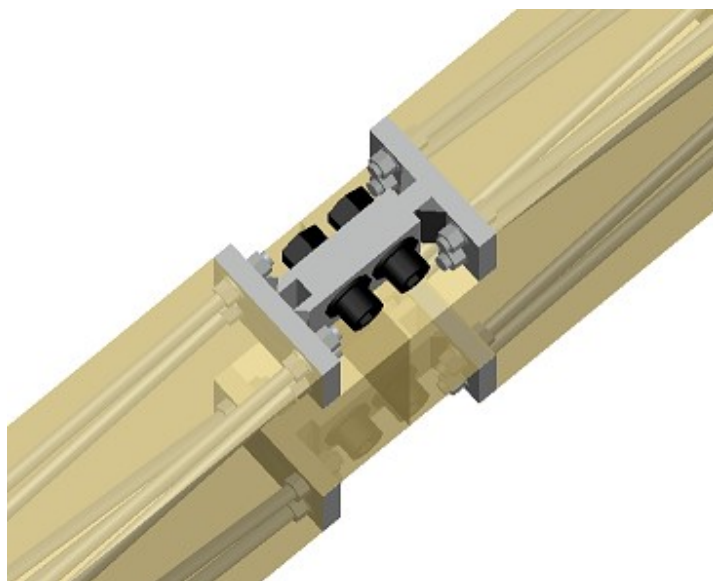
SPAX skruer med lengde 160mm og 300mm kan benyttes. Utnyttelsesgraden relateres til bruk av karbonstål eller rustfritt stål.

**ANALYTISK MODELL AV FRIKSJONSFORBINDELSEN**  
**2- OG 4 GJENGESTENGER (IN-PLANE)**  
**ROTASJONSTIVHET**

**FIGUR: 2 GJENGESTENGER**

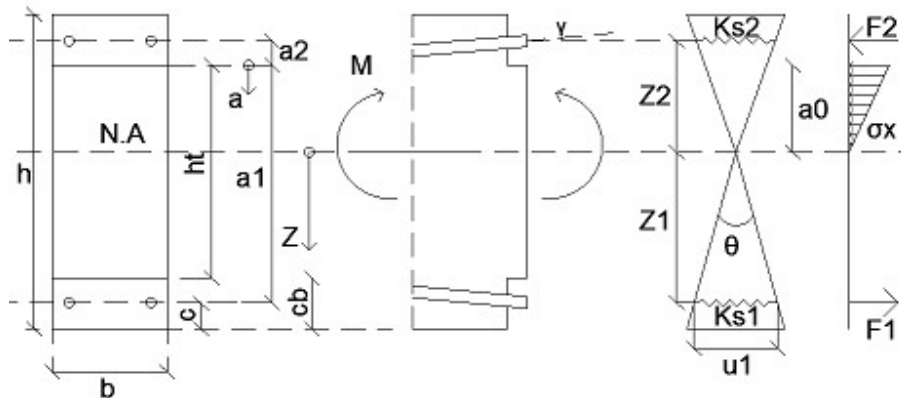


**FIGUR: 4 GJENGESTENGER**



## Skjøting av store limtrettversnitt i bukonstruksjoner

**FIGUR: MOMENTPÅKJENT BJELKETVERRSNITT**



### **GENERELL INPUT**

#### Geometri

Gjengestang  $d := 22.4\text{mm}$   $d_1 := 16.9\text{mm}$   $\gamma_{ov} := 5\text{deg}$   $\gamma_{un} := 10\text{deg}$

$\gamma := 5\text{deg}$   $l_{ef.ov} := 1200\text{mm}$   $l_{ef.un} := 1000\text{mm}$

$l_{ef} := 1200\text{mm}$   $l_{ft} := 50\text{mm}$   $l_{fc} := 20\text{mm}$

$$A_s := \frac{\pi d_1^2}{4} \quad A_s = 224 \cdot \text{mm}^2$$

Bjelke  $h := 585\text{mm}$   $b := 215\text{mm}$

$l_{cr} := 3\text{mm}$

2 gjengestenger

$c_b := 90\text{mm}$   $c := 40\text{mm}$

$h_t := h - 2c_b$   $h_t = 405 \cdot \text{mm}$

$a_1 := h - c_b - c$   $a_1 = 455 \cdot \text{mm}$

## Skjøting av store limtreverrsnitt i bukonstruksjoner

$$a_2 := -(c_b - c) \qquad a_2 = -50 \cdot \text{mm}$$

4 gjengestenger

$$c'_b := 130 \text{mm} \quad c'_{ov} := 30 \text{mm} \quad c'_{un} := 70 \text{mm}$$

$$h'_t := h - 2c'_b \qquad h'_t = 325 \cdot \text{mm}$$

$$a'_{1.ov} := h - c'_b - c'_{ov} \qquad a'_{1.un} := h - c'_b - c'_{un}$$

$$a'_{2.ov} := -(c'_b - c'_{ov}) \qquad a'_{2.un} := -(c'_b - c'_{un})$$

$$a'_{1.mean} := \frac{a'_{1.ov} + a'_{1.un}}{2} \qquad a'_{1.mean} = 405 \cdot \text{mm}$$

$$a'_{2.mean} := \frac{a'_{2.ov} + a'_{2.un}}{2} \qquad a'_{2.mean} = -80 \cdot \text{mm}$$

### Material

Gjengestang

$$E_s := 210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \qquad f_{u.mean} := 925 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Limtre GL30c

$$E := 13000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad E_{cr} := 111 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad G := 600 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$k_t := 710 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad k_l := 1300 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$f_{m.mean} := 41.4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad f_{c.0.mean} := 33.6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

## Skjøting av store limtretversnitt i buekonstruksjoner

### **STIVHETEN TIL GJENGESTANGEN**

Ekvivalent trykksone lengde

$$l_c := 0.85h_t + l_{cr} \cdot \frac{E}{E_{cr}} \quad (2 \text{ gjengestenger}) \quad l_c = 696 \cdot \text{mm}$$

$$l'_c := 0.85h'_t + l_{cr} \cdot \frac{E}{E_{cr}} \quad (4 \text{ gjengestenger}) \quad l'_c = 628 \cdot \text{mm}$$

Ekvivalent skjærstivhetsparameter

(2 gjengestenger)

$$\Gamma_e := \frac{9.35}{1.5 \cdot (\sin(\gamma))^{2.2} + (\cos(\gamma))^{2.2}} \quad \Gamma_e = 9.3627$$

(4 gjengestenger)

$$\Gamma'_{e.ov} := \frac{9.35}{1.5 \cdot (\sin(\gamma_{ov}))^{2.2} + (\cos(\gamma_{ov}))^{2.2}} \quad \Gamma'_{e.ov} = 9.3627$$

$$\Gamma'_{e.un} := \frac{9.35}{1.5 \cdot (\sin(\gamma_{un}))^{2.2} + (\cos(\gamma_{un}))^{2.2}} \quad \Gamma'_{e.un} = 9.3617$$

Parameter

(2 gjengestenger)

$$\omega := \sqrt{\frac{\pi \cdot d \cdot \Gamma_e \cdot l_{ef}^2}{A_s \cdot E_s} \cdot \frac{\text{mm}^{-0.5}}{\text{N}^{-0.5} \cdot \text{mm}}} \quad \omega = 4.488$$

## Skjøting av store limtrevernsnitt i bukonstruksjoner

(4 gjengestenger)

$$\omega'_{ov} := \sqrt{\frac{\pi \cdot d \cdot \Gamma'_{e.ov} \cdot l_{ef.ov}^2}{A_s \cdot E_s} \cdot \frac{\text{mm}^{-0.5}}{N^{-0.5} \cdot \text{mm}}} \quad \omega'_{ov} = 4.488$$

$$\omega'_{un} := \sqrt{\frac{\pi \cdot d \cdot \Gamma'_{e.un} \cdot l_{ef.un}^2}{A_s \cdot E_s} \cdot \frac{\text{mm}^{-0.5}}{N^{-0.5} \cdot \text{mm}}} \quad \omega'_{un} = 3.74$$

Aksial uttrekksstivhet

(2 gjengestenger)

$$K_w := \pi \cdot d \cdot l_{ef} \cdot \Gamma'_e \cdot \frac{\tanh(\omega)}{\omega} \cdot \frac{N}{\text{mm}^3} \quad K_w = 176.13 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

(4 gjengestenger)

$$K'_{w.ov} := \pi \cdot d \cdot l_{ef.ov} \cdot \Gamma'_{e.ov} \cdot \frac{\tanh(\omega'_{ov})}{\omega'_{ov}} \cdot \frac{N}{\text{mm}^3} \quad K'_{w.ov} = 176.13 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K'_{w.un} := \pi \cdot d \cdot l_{ef.un} \cdot \Gamma'_{e.un} \cdot \frac{\tanh(\omega'_{un})}{\omega'_{un}} \cdot \frac{N}{\text{mm}^3} \quad K'_{w.un} = 175.97 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

Ren aksialstivhet

$$K_{ax.ft} := \frac{E_s \cdot A_s}{l_{ft}} \quad K_{ax.ft} = 942 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}} \quad K_{ax.fc} := \frac{E_s \cdot A_s}{l_{fc}} \quad K_{ax.fc} = 2355 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$



## Skjøting av store limtretverrsnitt i bukonstruksjoner

Aksialstivhet

(2 gjengestenger)

$$K_{ax.t} := \frac{K_w \cdot K_{ax.f.t}}{K_w + K_{ax.f.t}} \quad K_{ax.t} = 148.4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{ax.c} := \frac{K_w \cdot K_{ax.f.c}}{K_w + K_{ax.f.c}} \quad K_{ax.c} = 163.9 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

(4 gjengestenger)

$$K'_{ax.t.ov} := \frac{K'_{w.ov} \cdot K_{ax.f.t}}{K'_{w.ov} + K_{ax.f.t}} \quad K'_{ax.t.ov} = 148.4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K'_{ax.t.un} := \frac{K'_{w.un} \cdot K_{ax.f.t}}{K'_{w.un} + K_{ax.f.t}} \quad K'_{ax.t.un} = 148.3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K'_{ax.c.ov} := \frac{K'_{w.ov} \cdot K_{ax.f.c}}{K'_{w.ov} + K_{ax.f.c}} \quad K'_{ax.c.ov} = 163.9 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K'_{ax.c.un} := \frac{K'_{w.un} \cdot K_{ax.f.c}}{K'_{w.un} + K_{ax.f.c}} \quad K'_{ax.c.un} = 163.7 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

Grunnmodulen til tre

$$k := \frac{k_l \cdot k_t}{k_l \cdot (\cos(\gamma))^2 + k_t \cdot (\sin(\gamma))^2} \quad (2 \text{ gjengestenger}) \quad k = 712 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$k'_{ov} := \frac{k_l \cdot k_t}{k_l \cdot (\cos(\gamma_{ov}))^2 + k_t \cdot (\sin(\gamma_{ov}))^2} \quad (4 \text{ gjengestenger}) \quad k'_{ov} = 712 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

## Skjøting av store limtretverrsnitt i bukonstruksjoner

$$k'_{un} := \frac{k_l \cdot k_t}{k_l \cdot (\cos(\gamma_{un}))^2 + k_t \cdot (\sin(\gamma_{un}))^2} \quad (4 \text{ gjengestenger}) \quad k'_{un} = 720 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Ren bøyestivhet

$$EI := \frac{E_s \cdot \pi \cdot d_l^4}{64} \quad EI = 8.409 \times 10^8 \text{ N} \cdot \text{mm}^2$$

Parameter

$$\lambda := \sqrt[4]{\frac{k}{4 \cdot EI}} \quad (2 \text{ gjengestenger}) \quad \lambda = 0.021 \cdot \frac{1}{\text{mm}}$$

$$\lambda'_{ov} := \sqrt[4]{\frac{k'_{ov}}{4 \cdot EI}} \quad (4 \text{ gjengestenger}) \quad \lambda'_{ov} = 0.021 \cdot \frac{1}{\text{mm}}$$

$$\lambda'_{un} := \sqrt[4]{\frac{k'_{un}}{4 \cdot EI}} \quad (4 \text{ gjengestenger}) \quad \lambda'_{un} = 0.022 \cdot \frac{1}{\text{mm}}$$

Lateralstivheten

(2 gjengestenger)

$$K_{v,t} := \frac{12 \cdot k \cdot EI \cdot (4 \cdot EI \cdot \lambda^3 + k \cdot l_{ft})}{48 \cdot (EI)^2 \cdot \lambda^4 + 8 \cdot k \cdot EI \cdot \lambda \cdot l_{ft} \cdot (2 \cdot l_{ft}^2 \cdot \lambda^2 + 3 \cdot l_{ft} \cdot \lambda + 3) + k^2 \cdot l_{ft}^4}$$

$$K_{v,t} = 9.14 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{v,c} := \frac{12 \cdot k \cdot EI \cdot (4 \cdot EI \cdot \lambda^3 + k \cdot l_{fc})}{48 \cdot (EI)^2 \cdot \lambda^4 + 8 \cdot k \cdot EI \cdot \lambda \cdot l_{fc} \cdot (2 \cdot l_{fc}^2 \cdot \lambda^2 + 3 \cdot l_{fc} \cdot \lambda + 3) + k^2 \cdot l_{fc}^4}$$

## Skjøting av store limtrettversnitt i bukonstruksjoner

$$K_{v.c} = 20.26 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{\text{ser.v.SPAX}} := 7.267 \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{v.c.\text{tot}} := K_{v.c} + K_{\text{ser.v.SPAX}}$$

$$K_{v.c.\text{tot}} = 27.52 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

(4 gjengestenger)

$$K'_{vt.o} := \frac{12 \cdot k'_{ov} \cdot EI \cdot (4 \cdot EI \cdot \lambda'_{ov}{}^3 + k'_{ov} \cdot l_{ft})}{48 \cdot (EI)^2 \cdot \lambda'_{ov}{}^4 + 8 \cdot k'_{ov} \cdot EI \cdot \lambda'_{ov} \cdot l_{ft} \cdot (2 \cdot l_{ft}^2 \cdot \lambda'_{ov}{}^2 + 3 \cdot l_{ft} \cdot \lambda'_{ov} + 3) + k'_{ov}{}^2 \cdot l_{ft}^4}$$

$$K'_{vt.o} = 9.14 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K'_{vc.o} := \frac{12 \cdot k'_{ov} \cdot EI \cdot (4 \cdot EI \cdot \lambda'_{ov}{}^3 + k'_{ov} \cdot l_{fc})}{48 \cdot (EI)^2 \cdot \lambda'_{ov}{}^4 + 8 \cdot k'_{ov} \cdot EI \cdot \lambda'_{ov} \cdot l_{fc} \cdot (2 \cdot l_{fc}^2 \cdot \lambda'_{ov}{}^2 + 3 \cdot l_{fc} \cdot \lambda'_{ov} + 3) + k'_{ov}{}^2 \cdot l_{fc}^4}$$

$$K'_{vc.o} = 20.26 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K'_{vt.u} := \frac{12 \cdot k'_{un} \cdot EI \cdot (4 \cdot EI \cdot \lambda'_{un}{}^3 + k'_{un} \cdot l_{ft})}{48 \cdot (EI)^2 \cdot \lambda'_{un}{}^4 + 8 \cdot k'_{un} \cdot EI \cdot \lambda'_{un} \cdot l_{ft} \cdot (2 \cdot l_{ft}^2 \cdot \lambda'_{un}{}^2 + 3 \cdot l_{ft} \cdot \lambda'_{un} + 3) + k'_{un}{}^2 \cdot l_{ft}^4}$$

$$K'_{vt.u} = 9.18 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

## Skjøting av store limtrevernsnitt i buekonstruksjoner

$$K'_{vc.u} := \frac{12 \cdot k'_{un} \cdot EI \cdot (4 \cdot EI \cdot \lambda'_{un}{}^3 + k'_{un} \cdot l_{fc})}{48 \cdot (EI)^2 \cdot \lambda'_{un}{}^4 + 8 \cdot k'_{un} \cdot EI \cdot \lambda'_{un} \cdot l_{fc} \cdot (2 \cdot l_{fc}^2 \cdot \lambda'_{un}{}^2 + 3 \cdot l_{fc} \cdot \lambda'_{un} + 3) + k'_{un}{}^2 \cdot l_{fc}{}^4}$$

$$K'_{vc.u} = 20.39 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

Stivheten per gjengestang

(2 gjengestenger)

$$K_{p.t} := K_{ax.t} \cdot (\cos(\gamma))^2 + K_{v.t} \cdot (\sin(\gamma))^2 \quad K_{p.t} = 147.3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{p.c} := K_{ax.c} \cdot (\cos(\gamma))^2 + K_{v.c.tot} \cdot (\sin(\gamma))^2 \quad K_{p.c} = 162.8 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

(4 gjengestenger)

$$K'_{p.ov.t} := K'_{ax.t.ov} \cdot (\cos(\gamma_{ov}))^2 + K'_{vt.o} \cdot (\sin(\gamma_{ov}))^2 \quad K'_{p.ov.t} = 147.3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K'_{p.ov.c} := K'_{ax.c.ov} \cdot (\cos(\gamma_{ov}))^2 + K'_{vc.o} \cdot (\sin(\gamma_{ov}))^2 \quad K'_{p.ov.c} = 162.8 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K'_{p.un.t} := K'_{ax.t.un} \cdot (\cos(\gamma_{un}))^2 + K'_{vt.u} \cdot (\sin(\gamma_{un}))^2 \quad K'_{p.un.t} = 144.1 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

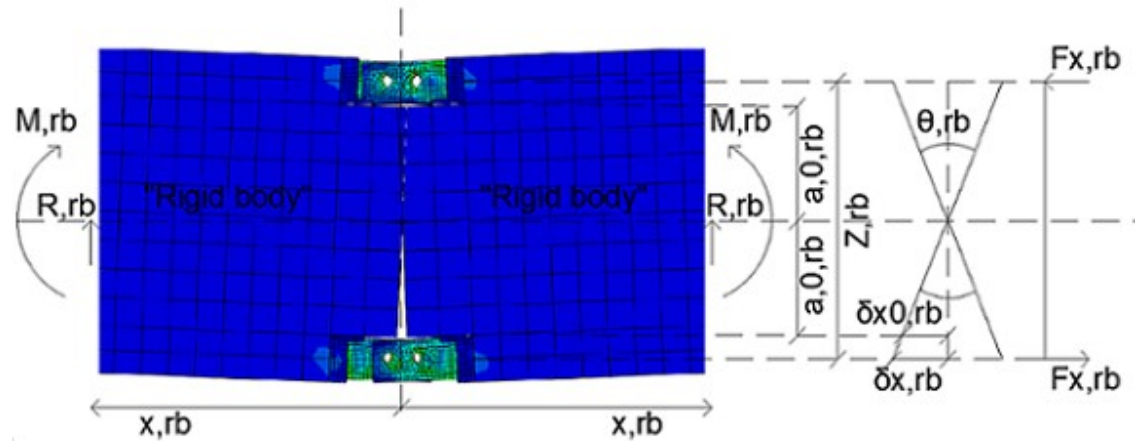
$$K'_{p.un.c} := K'_{ax.c.un} \cdot (\cos(\gamma_{un}))^2 + K'_{vc.u} \cdot (\sin(\gamma_{un}))^2 \quad K'_{p.un.c} = 159.4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

## Skjøting av store limtrevernsnitt i buekonstruksjoner

### STIVHETEN TIL STÅLFORBINDEREN

(NUMERISK)

Figur



(2 gjengestenger)

$$a_{0,rb} := 202.5\text{mm} \quad Z_{rb} := 505\text{mm} \quad x_{rb} := 1000\text{mm} \quad R_{rb} := 2.93831\text{kN}$$

$$M_{rb} := R_{rb} \cdot x_{rb} \quad M_{rb} = 2.9 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$F_{x,rb} := \frac{M_{rb}}{Z_{rb}} \quad F_{x,rb} = 5.8 \cdot \text{kN}$$

$$\delta_{x0,rb} := 0.002024991262\text{mm}$$

$$\delta_{x,rb} := \frac{0.5 \cdot \delta_{x0,rb} \cdot Z_{rb}}{a_{0,rb}} \quad \delta_{x,rb} = 0.00252 \cdot \text{mm}$$

$$K_{co,t} := 0.5 \cdot \frac{F_{x,rb}}{\delta_{x,rb}} \quad K_{co,t} = 1152 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{co,c} := 1.11 \cdot K_{co,t} \quad K_{co,c} = 1279 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

## Skjøting av store limtretversnitt i buekonstruksjoner

(4 gjengestenger)

$$a'_{0.rb} := 162.5\text{mm} \quad Z'_{rb} := 455\text{mm} \quad x'_{rb} := 1000\text{mm} \quad R'_{rb} := 3.42989\text{kN}$$

$$M'_{rb} := R'_{rb} \cdot x'_{rb} \quad M'_{rb} = 3.4 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$F'_{x.rb} := \frac{M'_{rb}}{Z'_{rb}} \quad F'_{x.rb} = 7.5 \cdot \text{kN}$$

$$\delta'_{x0.rb} := 0.00162499109\text{mm}$$

$$\delta'_{x.rb} := \frac{0.5 \cdot \delta'_{x0.rb} \cdot Z'_{rb}}{a'_{0.rb}} \quad \delta'_{x.rb} = 0.00227 \cdot \text{mm}$$

$$K'_{co.t} := 0.5 \cdot \frac{F'_{x.rb}}{\delta'_{x.rb}} \quad K'_{co.t} = 1657 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K'_{co.c} := 1.11 \cdot K'_{co.t} \quad K'_{co.c} = 1839 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

### **TOTAL STIVHET PER SIDE**

(2 gjengestenger)

$$K_{s1} := \frac{2 \cdot K_{p.t} \cdot K_{co.t}}{2 \cdot K_{co.t} + 2 \cdot K_{p.t}} \quad K_{s1} = 130.6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{s2} := \frac{2 \cdot K_{p.c} \cdot K_{co.c}}{2 \cdot K_{co.c} + 2 \cdot K_{p.c}} \quad K_{s2} = 144.4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

(4 gjengestenger)

$$K'_{s1} := \frac{2 \cdot (K'_{p.ov.t} + K'_{p.un.t}) \cdot K'_{co.t}}{2 \cdot K'_{co.t} + 2 \cdot (K'_{p.ov.t} + K'_{p.un.t})} \quad K'_{s1} = 247.8 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

## Skjøting av store limtrevernsnitt i buekonstruksjoner

$$K'_{s2} := \frac{2 \cdot (K'_{p.ov.c} + K'_{p.un.c}) \cdot K'_{co.c}}{2 \cdot K'_{co.c} + 2 \cdot (K'_{p.ov.c} + K'_{p.un.c})} \quad K'_{s2} = 274.2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

### **NØYTRALAKSENS BELIGGENHET**

(2 gjengestenger)

$$a_0 := \frac{-(K_{s1} + K_{s2}) + \sqrt{(K_{s1} + K_{s2})^2 + \frac{E \cdot b}{I_c} \cdot (K_{s1} \cdot a_1 + K_{s2} \cdot a_2)}}{\frac{E \cdot b}{2 \cdot I_c}}$$

$$a_0 = 129 \cdot \text{mm}$$

(4 gjengestenger)

$$a'_0 := \frac{-(K'_{s1} + K'_{s2}) + \sqrt{(K'_{s1} + K'_{s2})^2 + \frac{E \cdot b}{I'_c} \cdot (K'_{s1} \cdot a'_{1.mean} + K'_{s2} \cdot a'_{2.mean})}}{\frac{E \cdot b}{2 \cdot I'_c}}$$

$$a'_0 = 119.7 \cdot \text{mm}$$

### **Z-KOORDINATER TIL GJENGESTENGENE**

(2 gjengestenger)

$$Z_1 := a_1 - a_0 \quad Z_1 = 326 \cdot \text{mm}$$

$$Z_2 := a_2 - a_0 \quad Z_2 = -179 \cdot \text{mm}$$

(4 gjengestenger)

$$Z'_1 := a'_{1.mean} - a'_0 \quad Z'_1 = 285.3 \cdot \text{mm}$$

$$Z'_2 := a'_{2.mean} - a'_0 \quad Z'_2 = -199.7 \cdot \text{mm}$$

## Skjøting av store limtreverrsnitt i bukonstruksjoner

### **ROTASJONSSTIVHETEN**

(2 gjengestenger)

$$k_{\theta} := K_{s1} \cdot Z_1^2 + K_{s2} \cdot Z_2^2 + \frac{E \cdot b \cdot a_0^3}{6 \cdot I_c}$$

$$k_{\theta} = 19948 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

(4 gjengestenger)

$$k'_{\theta} := K'_{s1} \cdot Z_1^2 + K'_{s2} \cdot Z_2^2 + \frac{E \cdot b \cdot a_0^3}{6 \cdot I_c}$$

$$k'_{\theta} = 32378 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

### **UTNYTTELSESGRAD**

Med antagelse om en bjelke uten skjõt,  $\eta_k=1$ , gir  $k_{\theta}=\infty$   
(forsiktig lineær tilnærming, siden det er fysisk umulig at  $k_{\theta}$  blir uendelig stiv)

Input

$$L := 8000\text{mm}$$

$$L_s := 3250\text{mm}$$

$$P := 1000\text{N}$$

$$\kappa := 0.833 \quad (\text{Timoshenko rectangular beam})$$

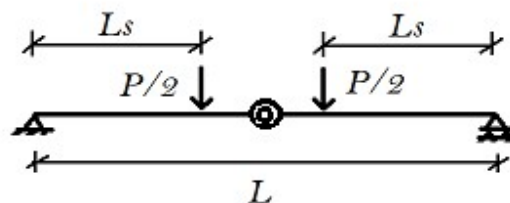
$$A := b \cdot h \quad A = 1.258 \times 10^5 \cdot \text{mm}^2$$

$$I_y := \frac{b \cdot h^3}{12} \quad I_y = 3.587 \times 10^9 \cdot \text{mm}^4$$

Nedbøyning

$$w_a := \frac{P \cdot L_s \cdot (3 \cdot L^2 - 4 \cdot L_s^2)}{48 \cdot E \cdot I_y}$$

$$w_a = 0.217 \cdot \text{mm}$$





## Skjøting av store limtretverrsnitt i bukonstruksjoner

$$w_b := \frac{P \cdot L_s \cdot \kappa}{2 \cdot G \cdot A} \qquad w_b = 0.018 \cdot \text{mm}$$

$$w_c := \frac{P \cdot L_s \cdot L}{8 \cdot k_\theta} \qquad (2 \text{ gjengestenger}) \qquad w_c = 0.163 \cdot \text{mm}$$

$$w'_c := \frac{P \cdot L_s \cdot L}{8 \cdot k'_\theta} \qquad (4 \text{ gjengestenger}) \qquad w'_c = 0.1 \cdot \text{mm}$$

Utnyttelse

(2 gjengestenger)

$$\eta_k := \frac{w_a + w_b}{w_a + w_b + w_c} \qquad \eta_k = 0.59$$

(4 gjengestenger)

$$\eta'_k := \frac{w_a + w_b}{w_a + w_b + w'_c} \qquad \eta'_k = 0.7$$

## MOMENTKAPASITET

### *Kapasiteter*

Gjengestangens kapasitet

$$R_u := A_s \cdot f_{u,\text{mean}} \qquad R_u = 207.5 \cdot \text{kN}$$

Gaffel-profilets kapasitet, relatert til per gjengestang (Her satt lik gjengestang)

$$R_s := R_u \qquad (2 \text{ gjengestenger})$$

$$R'_s := R_u \qquad (4 \text{ gjengestenger})$$

Midlere uttrekksparameter

(2 gjengestenger)

$$f_w := \frac{4.35}{0.91 \cdot (\sin(\gamma))^2 + (\cos(\gamma))^2} \qquad f_w = 4.35$$

(4 gjengestenger)

$$f_{w,\text{ov}} := \frac{4.35}{0.91 \cdot (\sin(\gamma_{\text{ov}}))^2 + (\cos(\gamma_{\text{ov}}))^2} \qquad f_{w,\text{ov}} = 4.35$$

$$f_{w,\text{un}} := \frac{4.35}{0.91 \cdot (\sin(\gamma_{\text{un}}))^2 + (\cos(\gamma_{\text{un}}))^2} \qquad f_{w,\text{un}} = 4.36$$

## Skjøting av store limtrettversnitt i bukonstruksjoner

Sprøhetsparameter

(2 gjengestenger)

$$m := \frac{0.332}{1.73 \cdot \sin(\gamma) + \cos(\gamma)}$$

$$m = 0.289$$

(4 gjengestenger)

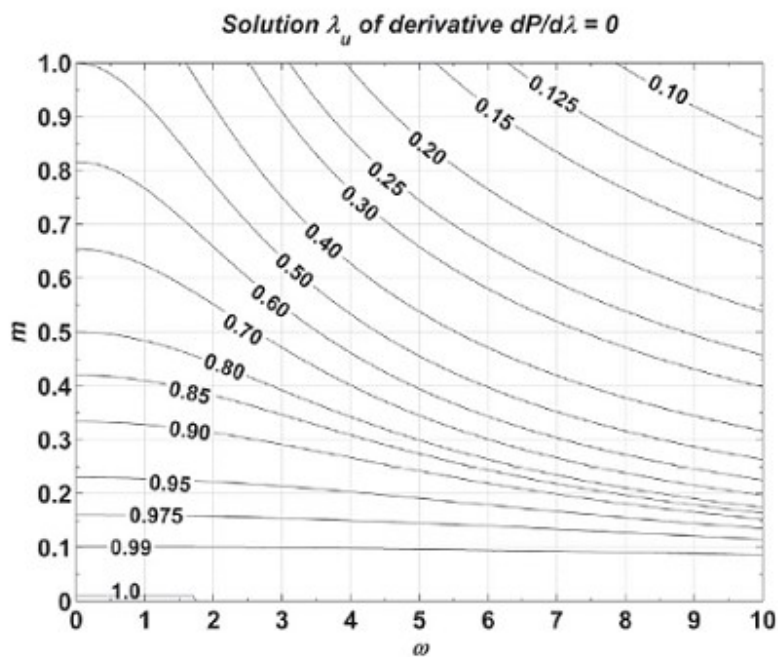
$$m'_{ov} := \frac{0.332}{1.73 \cdot \sin(\gamma_{ov}) + \cos(\gamma_{ov})}$$

$$m'_{ov} = 0.289$$

$$m'_{un} := \frac{0.332}{1.73 \cdot \sin(\gamma_{un}) + \cos(\gamma_{un})}$$

$$m'_{un} = 0.258$$

Parameter



$$\lambda_u := 0.92 \quad \lambda'_{u.ov} := 0.92 \quad \lambda'_{u.un} := 0.94$$

## Skjøting av store limtrevernsnitt i buekonstruksjoner

Midlere aksial uttrekkskapasitet (Pull-shear boundary condition)

(2 gjengestenger)

$$\zeta := \pi \cdot d \cdot l_{ef} \cdot f_w \quad \xi := \frac{\sin(m \cdot \omega \cdot \lambda_u)}{m \cdot \omega} \quad \chi := \frac{\tanh[(1 - \lambda_u) \cdot \omega] \cdot \cos(m \cdot \omega \cdot \lambda_u)}{\omega}$$

$$R_{ax.m} := \zeta \cdot (\xi + \chi) \cdot \frac{\text{mm}^{-2}}{\text{N}^{-1}} \quad R_{ax.m} = 273585 \text{ N}$$

(4 gjengestenger)

$$\zeta'_{ov} := \pi \cdot d \cdot l_{ef.ov} \cdot f_{w.ov} \quad \xi'_{ov} := \frac{\sin(m'_{ov} \cdot \omega'_{ov} \cdot \lambda'_{u.ov})}{m'_{ov} \cdot \omega'_{ov}}$$

$$\chi'_{ov} := \frac{\tanh[(1 - \lambda'_{u.ov}) \cdot \omega'_{ov}] \cdot \cos(m'_{ov} \cdot \omega'_{ov} \cdot \lambda'_{u.ov})}{\omega'_{ov}}$$

$$R'_{ax.m.ov} := \zeta'_{ov} \cdot (\xi'_{ov} + \chi'_{ov}) \cdot \frac{\text{mm}^{-2}}{\text{N}^{-1}} \quad R'_{ax.m.ov} = 273585 \text{ N}$$

$$\zeta'_{un} := \pi \cdot d \cdot l_{ef.un} \cdot f_{w.un} \quad \xi'_{un} := \frac{\sin(m'_{un} \cdot \omega'_{un} \cdot \lambda'_{u.un})}{m'_{un} \cdot \omega'_{un}}$$

$$\chi'_{un} := \frac{\tanh[(1 - \lambda'_{u.un}) \cdot \omega'_{un}] \cdot \cos(m'_{un} \cdot \omega'_{un} \cdot \lambda'_{u.un})}{\omega'_{un}}$$

$$R'_{ax.m.un} := \zeta'_{un} \cdot (\xi'_{un} + \chi'_{un}) \cdot \frac{\text{mm}^{-2}}{\text{N}^{-1}} \quad R'_{ax.m.un} = 261626 \text{ N}$$

## Skjøting av store limtretversnitt i buekonstruksjoner

Antatt lengde av gjengestangens frie parti

(2 gjengestenger)

$$l_x := \pi \cdot d_1 \cdot \sqrt[4]{\frac{\pi \cdot E_s}{k}} \quad l_x = 292.9 \cdot \text{mm}$$

(4 gjengestenger)

$$l'_{x.ov} := \pi \cdot d_1 \cdot \sqrt[4]{\frac{\pi \cdot E_s}{k'_{ov}}} \quad l'_{x.ov} = 292.9 \cdot \text{mm}$$

$$l'_{x.un} := \pi \cdot d_1 \cdot \sqrt[4]{\frac{\pi \cdot E_s}{k'_{un}}} \quad l'_{x.un} = 292.1 \cdot \text{mm}$$

Uttrekkskapasitet

(2 gjengestenger)

$$R_{ax.u} := R_{ax.m} \cdot \left( \frac{l_{ef} - l_x}{l_{ef}} \right) \quad R_{ax.u} = 206.8 \cdot \text{kN}$$

(4 gjengestenger)

$$R'_{ax.u.ov} := R'_{ax.m.ov} \cdot \left( \frac{l_{ef.ov} - l'_{x.ov}}{l_{ef.ov}} \right) \quad R'_{ax.u.ov} = 206.8 \cdot \text{kN}$$

$$R'_{ax.u.un} := R'_{ax.m.un} \cdot \left( \frac{l_{ef.un} - l'_{x.un}}{l_{ef.un}} \right) \quad R'_{ax.u.un} = 185.2 \cdot \text{kN}$$

## Skjøting av store limtretversnitt i bukonstruksjoner

Total kraftkapasitet

(2 gjengestenger)

$$F_{u.1} := \cos(\gamma) \cdot \min(2R_{ax.u}, 2R_u, 2 \cdot R_s) \quad F_{u.1} = 412 \cdot \text{kN}$$

(4 gjengestenger)

$$R'_{ax.\gamma.tot} := 2 \cdot (R'_{ax.u.ov} \cdot \cos(\gamma_{ov}) + R'_{ax.u.un} \cdot \cos(\gamma_{un})) \quad R'_{ax.\gamma.tot} = 776.8 \cdot \text{kN}$$

$$R_{u.\gamma.tot} := 2 \cdot (R_u \cdot \cos(\gamma_{ov}) + R_u \cdot \cos(\gamma_{un})) \quad R_{u.\gamma.tot} = 822.1 \cdot \text{kN}$$

$$R'_{s.\gamma.tot} := 2 \cdot (R'_s \cdot \cos(\gamma_{ov}) + R'_s \cdot \cos(\gamma_{un})) \quad R'_{s.\gamma.tot} = 822.1 \cdot \text{kN}$$

$$F'_{u.1} := \min(R'_{ax.\gamma.tot}, R_{u.\gamma.tot}, R'_{s.\gamma.tot}) \quad F'_{u.1} = 776.8 \cdot \text{kN}$$

### **Ekvivalent momentarm**

(2 gjengestenger)

$$Z_{eq.1} := \frac{k_\theta}{K_{s1} \cdot Z_1} \quad Z_{eq.2} := -\frac{k_\theta}{K_{s2} \cdot Z_2}$$

$$Z_{eq} := \min(Z_{eq.1}, Z_{eq.2}) \quad Z_{eq} = 468.5 \cdot \text{mm}$$

(4 gjengestenger)

$$Z'_{eq.1} := \frac{k'_\theta}{K'_{s1} \cdot Z'_1} \quad Z'_{eq.2} := -\frac{k'_\theta}{K'_{s2} \cdot Z'_2}$$

$$Z'_{eq} := \min(Z'_{eq.1}, Z'_{eq.2}) \quad Z'_{eq} = 457.9 \cdot \text{mm}$$

## Skjøting av store limtrettvernsnitt i buekonstruksjoner

### **Momentkapasitet**

Momentkapasitet til tre, basert på trykk kapasitet

(2 gjengestenger)

$$M_{u,t} := \frac{2 \cdot k_{\theta} \cdot l_c \cdot f_{c,0,mean}}{E \cdot a_0}$$

$$M_{u,t} = 555.9 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

(4 gjengestenger)

$$M'_{u,t} := \frac{2 \cdot k'_{\theta} \cdot l'_c \cdot f_{c,0,mean}}{E \cdot a'_0}$$

$$M'_{u,t} = 877.5 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Forbindelsens momentkapasitet

(2 gjengestenger)

$$M_u := \min(F_{u,1} \cdot Z_{eq}, M_{u,t})$$

$$M_u = 193 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

(4 gjengestenger)

$$M'_u := \min(F'_{u,1} \cdot Z'_{eq}, M'_{u,t})$$

$$M'_u = 356 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

### **UTNYTTELSESGRAD**

$$W_y := \frac{b \cdot h^2}{6}$$

$$W_y = 1.226 \times 10^7 \cdot \text{mm}^3$$

$$M_{Rd} := f_{m,mean} \cdot W_y$$

$$M_{Rd} = 508 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\eta_m := \frac{M_u}{M_{Rd}} \quad (2 \text{ gjengestenger})$$

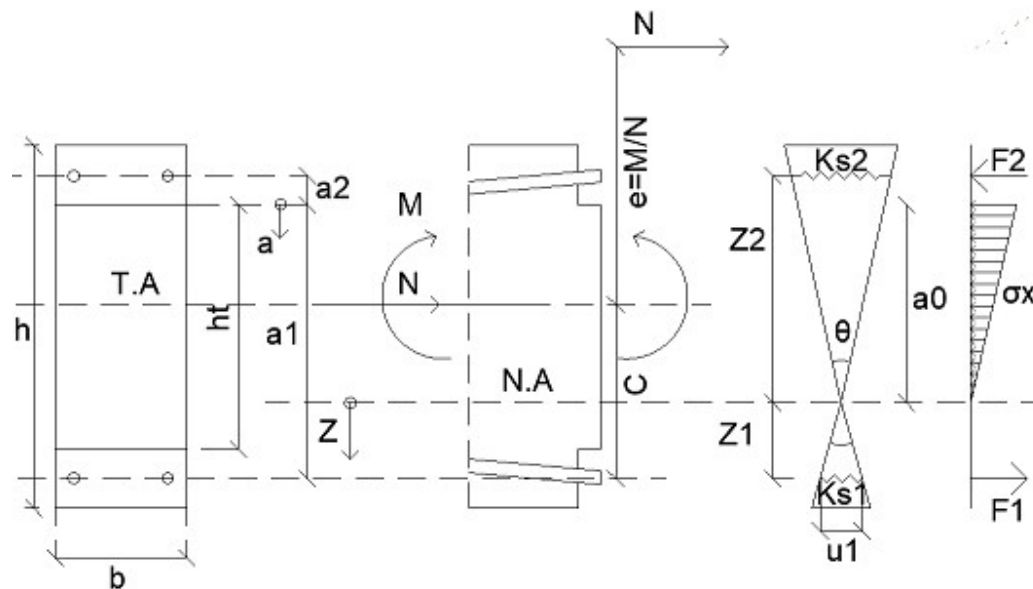
$$\eta_m = 0.38$$

$$\eta'_m := \frac{M'_u}{M_{Rd}} \quad (4 \text{ gjengestenger})$$

$$\eta'_m = 0.7$$

## ROTASJONSSTIVHET

FIGUR: MOMENT- OG AKSIALPÅKJENT BJELKETVERSNITT



### GENERELL INPUT

Dimensjonsløse parametre

$L := 8000$

$$E := E \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{N}} = 13000$$

$$b := b \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 215$$

$$h_t := h_t \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 405$$

$$h'_t := h'_t \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 325$$

$$l_c := l_c \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 695.6$$

$$l'_c := l'_c \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 627.6$$

$$a_1 := a_1 \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 455$$

$$a'_1 := a'_{1.\text{mean}} \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 405$$

$$a_2 := a_2 \cdot \frac{1}{\text{mm}} = -50$$

$$a'_2 := a'_{2.\text{mean}} \cdot \frac{1}{\text{mm}} = -80$$



## Skjøting av store limtretversnitt i buekonstruksjoner

$$K_{s1} := K_{s1} \cdot \frac{\text{mm}}{N} = 130627.1$$

$$K'_{s1} := K'_{s1} \cdot \frac{\text{mm}}{N} = 247819.4$$

$$K_{s2} := K_{s2} \cdot \frac{\text{mm}}{N} = 144447.1$$

$$K'_{s2} := K'_{s2} \cdot \frac{\text{mm}}{N} = 274161.2$$

$$I := \frac{h_t \cdot b^3}{12} \quad (\text{Om svak akse})$$

$$I = 3.354 \times 10^8$$

$$I' := \frac{h'_t \cdot b^3}{12} \quad (\text{Om svak akse})$$

$$I' = 2.692 \times 10^8$$

$$C := \frac{h_t}{2} + (-a_2)$$

$$C = 252.5$$

$$C' := \frac{h'_t}{2} + (-a'_2)$$

$$C' = 242.5$$

$$N_{\text{Eul.}} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2}$$

$$N_{\text{Eul.}} = 672438.1$$

$$N'_{\text{Eul.}} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I'}{L^2}$$

$$N'_{\text{Eul.}} = 539610.8$$

Velger et representativt moment

$$M_{\text{max}} := F_{u.1} \cdot (Z_1 - Z_2) \cdot \frac{1}{N \cdot \text{mm}}$$

$$M_{\text{max}} = 208085237$$

## Skjøting av store limtrettversnitt i bukonstruksjoner

$$M' := F'_{u.1} \cdot (Z'_1 - Z'_2) \cdot \frac{1}{N \cdot \text{mm}} \quad M' = 376758025.6$$

$$e := \frac{M_{\max}}{N_{\text{Eul}}} \quad e = 309.4 \quad e' := \frac{M'}{N'_{\text{Eul}}} \quad e' = 698.2$$

(2 gjengestenger)

$$a_{00.} := 150 \quad a_{0.dx} := 10 \quad a_{0.max} := 405$$

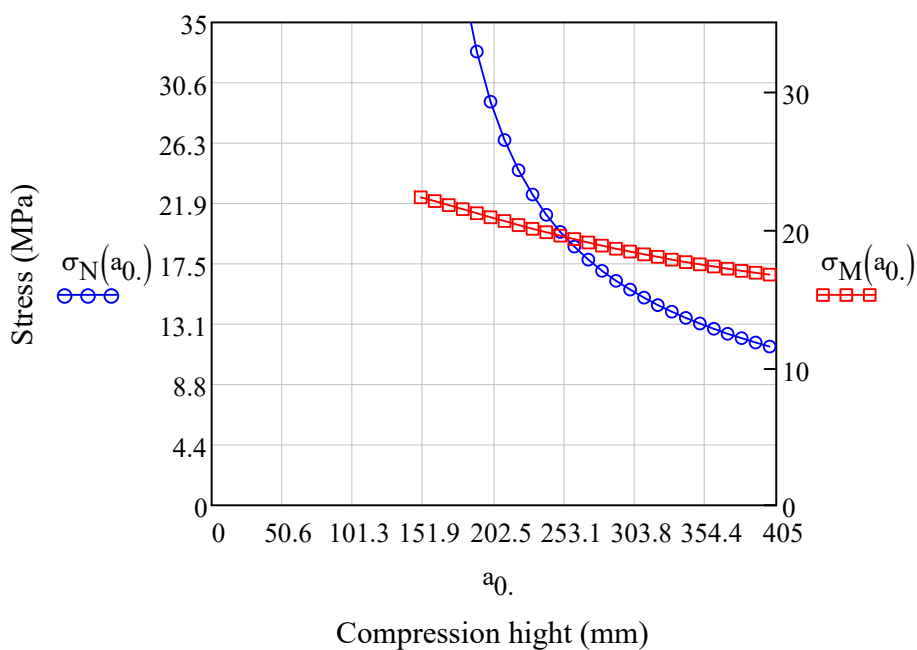
$$a_{0m} := a_{00.} + a_{00.} + a_{0.dx} \cdot a_{0.max}$$

Spenninger i treverket som funksjon av trykksonehøyden,  $a_0$

$$\sigma_N(a_0) := \frac{-N_{\text{Eul.}}}{\frac{2 \cdot l_c}{E \cdot a_0} \cdot [K_{s1} \cdot (a_1 - a_0) - K_{s2} \cdot (-a_2 + a_0)] - \frac{b}{2} \cdot a_0}$$

$$\sigma_M(a_0) := \frac{N_{\text{Eul.}} \cdot (e + C)}{\frac{2 \cdot l_c}{E \cdot a_0} \cdot [K_{s2} \cdot (-a_2 + a_0) \cdot (a_1 - a_2)] + \frac{b \cdot a_0}{2} \cdot \left( a_1 - \frac{a_0}{3} \right)}$$

## Skjøting av store limtreverrsnitt i bukonstruksjoner



$$\sigma_N(a_0) =$$

32.876
29.237
26.469
24.285
22.513
21.043
19.8
18.733
...

$$\sigma_M(a_0) =$$

21.157
20.869
20.586
20.308
20.038
19.776
19.522
19.277
...

$$a_0 =$$

190
200
210
220
230
240
250
260
...

$$a_0 := 245 \text{ mm}$$

$$\sigma_c := 19.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

## Skjøting av store limtrettversnitt i bukonstruksjoner

(4 gjengestenger)

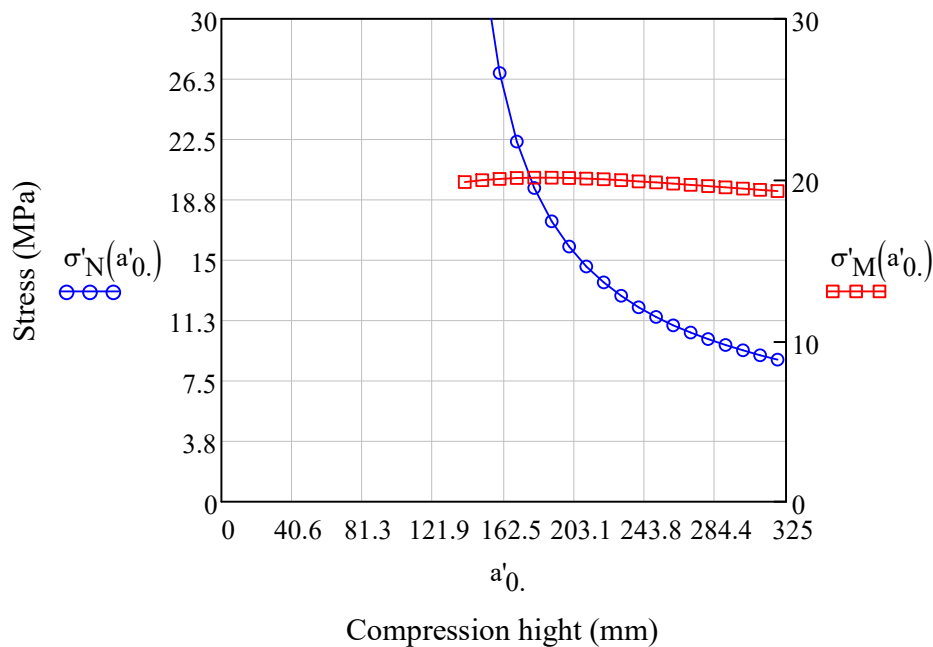
$$a'_{00} := 140 \quad a'_{0.dx} := 10 \quad a'_{0.max} := 325$$

$$a'_{0} := a'_{00} + a'_{0.dx} \cdot a'_{0.max}$$

Spenninger i treverket som funksjon av trykksonehøyden,  $a'_{0}$

$$\sigma'_N(a'_{0.}) := \frac{-N'_{Eul.}}{\frac{2 \cdot I'_c}{E \cdot a'_{0.}} \cdot [K'_{s1.} \cdot (a'_{1.} - a'_{0.}) - K'_{s2.} \cdot (-a'_{2.} + a'_{0.})] - \frac{b}{2} \cdot a'_{0.}}$$

$$\sigma'_M(a'_{0.}) := \frac{N'_{Eul.} \cdot (e' + C')}{\frac{2 \cdot I'_c}{E \cdot a'_{0.}} \cdot [K'_{s2.} \cdot (-a'_{2.} + a'_{0.}) \cdot (a'_{1.} - a'_{2.})] + \frac{b \cdot a'_{0.}}{2} \cdot \left(a'_{1.} - \frac{a'_{0.}}{3}\right)}$$



## Skjøting av store limtretversnitt i bukonstruksjoner

$$\sigma'_N(a'_{0.}) =$$

47.519
33.648
26.625
22.366
19.497
17.426
15.855
14.619
...

$$\sigma'_M(a'_{0.}) =$$

19.854
19.977
20.059
20.107
20.127
20.125
20.105
20.07
...

$$a'_{0.} =$$

140
150
160
170
180
190
200
210
...

$$a'_{0..} := 178\text{mm}$$

$$\sigma'_c := 20 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

### **Z-KOORDINATER TIL GJENGSTENGENE**

(2 gjengestenger)

$$Z_{1.} := a_1 - a_{0..}$$

$$Z_{1.} = 210 \cdot \text{mm}$$

$$Z_{2.} := a_{0..} - a_2$$

$$Z_{2.} = 295 \cdot \text{mm}$$

(4 gjengestenger)

$$Z'_{1.} := a'_{1.\text{mean}} - a'_{0..}$$

$$Z'_{1.} = 227 \cdot \text{mm}$$

$$Z'_{2.} := a'_{0..} - a'_{2.\text{mean}}$$

$$Z'_{2.} = 258 \cdot \text{mm}$$

### **ROTASJONSSTIVHETEN**

(2 gjengestenger)

$$k_{\theta.} := K_{s1} \cdot Z_{1.}^2 + K_{s2} \cdot Z_{2.}^2 + \frac{E \cdot b \cdot a_{0..}^3}{6 \cdot I_c}$$

$$k_{\theta.} = 28180 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

## Skjøting av store limtrettversnitt i buekonstruksjoner

(4 gjengestenger)

$$k'_{\theta} := K'_{s1} \cdot Z'_{1.}{}^2 + K'_{s2} \cdot Z'_{2.}{}^2 + \frac{E \cdot b \cdot a'_{0.}{}^3}{6 \cdot I'_c}$$

$$k'_{\theta} = 35205 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

### **UTNYTTELSESGRAD**

Med antagelse om en bjelke uten skjøl,  $\eta_k=1$ , gir  $k_{\theta}=\infty$   
(forsiktig lineær tilnærming, siden det er fysisk umulig at  $k_{\theta}$  blir uendelig  
stiv)

$$w_c := \frac{P \cdot L_s \cdot L}{8 \cdot k_{\theta}} \quad (2 \text{ gjengestenger})$$

$$w_c = 0.115 \cdot \text{mm}$$

$$w'_c := \frac{P \cdot L_s \cdot L}{8 \cdot k'_{\theta}} \quad (4 \text{ gjengestenger})$$

$$w'_c = 0.092 \cdot \text{mm}$$

Utnyttelse

(2 gjengestenger)

$$\eta_k := \frac{w_a + w_b}{w_a + w_b + w_c}$$

$$\eta_k = 0.67$$

(4 gjengestenger)

$$\eta'_k := \frac{w_a + w_b}{w_a + w_b + w'_c}$$

$$\eta'_k = 0.72$$

## Skjøting av store limtrettversnitt i bukonstruksjoner

### MOMENTKAPASITET

Momentkapasitet til tre, basert på trykk kapasitet

(2 gjengestenger)

$$M_{u.t.} := \frac{2 \cdot k_{\theta} \cdot l_c \cdot f_{c.0.mean}}{E \cdot a_{0..}} \quad M_{u.t.} = 413.6 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

(4 gjengestenger)

$$M'_{u.t.} := \frac{2 \cdot k'_{\theta} \cdot l'_c \cdot f_{c.0.mean}}{E \cdot a'_{0..}} \quad M'_{u.t.} = 641.6 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Momentbidrag fra treverket

(2 gjengestenger)

$$r := \frac{\sigma_c}{E} = 6.122 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}} \quad I := \frac{b \cdot a_{0..}^3}{12} = 2.635 \times 10^8 \text{mm}^4$$

$$E \cdot I = 3.425 \times 10^{12} \text{Nmm}^2$$

$$M_c := r \cdot E \cdot I$$

$$M_c = 21 \text{kN} \cdot \text{m}$$

Forbindelsens momentkapasitet

$$M_u := \min[F_{u.1} \cdot (Z_1 + Z_2) + M_c, M_{u.t.}]$$

$$M_u = 229 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

## Skjøting av store limtrettversnitt i bukonstruksjoner

(4 gjengestenger)

$$r' := \frac{\sigma'_c}{E} = 8.643 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}} \quad I' := \frac{b \cdot a'^3_{0..}}{12} = 1.01 \times 10^8 \text{mm}^4$$

$$E \cdot I' = 1.314 \times 10^{12} \text{Nmm}^2$$

$$M'_c := r' \cdot E \cdot I'$$

$$M'_c = 11.4 \text{kN} \cdot \text{m}$$

Forbindelsens momentkapasitet

$$M'_{u.} := \min[F'_{u.1} \cdot (Z'_{1.} + Z'_{2.}) + M'_c, M'_{u.t}]$$

$$M'_{u.} = 388 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

### **UTNYTTELSESGRAD**

$$\eta_{m.} := \frac{M_{u.}}{M_{Rd}} \quad (2 \text{ gjengestenger})$$

$$\eta_{m.} = 0.45$$

$$\eta'_{m.} := \frac{M'_{u.}}{M_{Rd}} \quad (4 \text{ gjengestenger})$$

$$\eta'_{m.} = 0.76$$



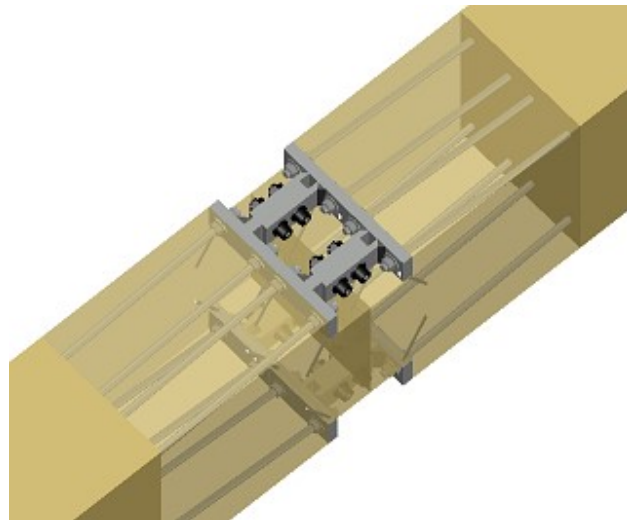
**ANALYTISK MODELL FOR 2 GAFFELPROFILER**

**4 GJENGESTENGER PÅ HVER SIDE AV  
FORBINDELSEN (TOPP OG BUNN)**

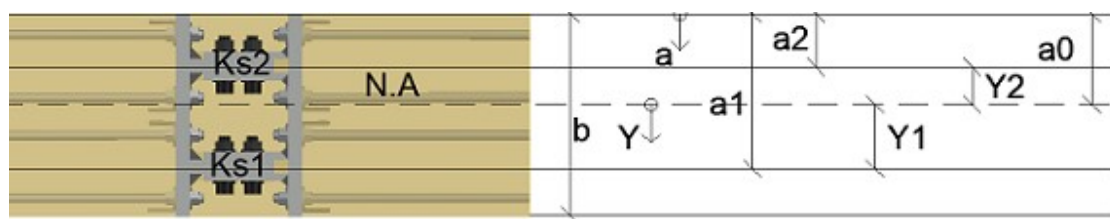
**(OUT-OF-PLANE)**

**ROTASJONSSTIVHET (KUN MOMENTPÅKJENT)**

**FIGUR 1**



**FIGUR 2**



## Skjøting av store limtreverrsnitt i buekonstruksjoner

### **GENERELL INPUT**

#### Geometri

Gjengestang

$$d := 22.4\text{mm} \quad d_1 := 16.9\text{mm} \quad \gamma := 0\text{deg}$$

$$l_{ef} := 1200\text{mm} \quad l_{ft} := 50\text{mm} \quad l_{fc} := 20\text{mm}$$

$$A_s := \frac{\pi d_1^2}{4} \quad A_s = 224 \cdot \text{mm}^2$$

Bjelke

$$h := 585\text{mm} \quad b := 430\text{mm} \quad b_s := 215\text{mm} \quad l_{cr} := 3\text{mm}$$

$$c := 40\text{mm} \quad c_b := 90\text{mm}$$

$$h_t := h - 2 \cdot c_b \quad h_t = 405 \cdot \text{mm}$$

$$a_1 := b - \frac{b_s}{2} \quad a_1 = 322.5 \cdot \text{mm}$$

$$a_2 := a_1 - b_s \quad a_2 = 107.5 \cdot \text{mm}$$

#### Material

Gjengestang

$$E_s := 210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad f_{u.\text{mean}} := 925 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Limtre GL30c

$$E := 13000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad E_{cr} := 111 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad G := 600 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$k_t := 710 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad k_1 := 1300 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$f_{m.\text{mean}} := 41.4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad f_{c.0.\text{mean}} := 33.6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

## Skjøting av store limtretversnitt i bukonstruksjoner

### **STIVHETEN TIL GJENGEANGEN**

Ekvivalent trykksone lengde

$$l_c := 0.85b + l_{cr} \cdot \frac{E}{E_{cr}} \quad l_c = 717 \cdot \text{mm}$$

Ekvivalent skjærstivhetsparameter

$$\Gamma_e := \frac{9.35}{1.5 \cdot (\sin(\gamma))^{2.2} + (\cos(\gamma))^{2.2}} \quad \Gamma_e = 9.35$$

Parameter

$$\omega := \sqrt{\frac{\pi \cdot d \cdot \Gamma_e \cdot l_{ef}^2}{A_s \cdot E_s} \cdot \frac{\text{mm}^{-0.5}}{\text{N}^{-0.5} \cdot \text{mm}}} \quad \omega = 4.485$$

Aksial uttrekksstivhet

$$K_w := \pi \cdot d \cdot l_{ef} \cdot \Gamma_e \cdot \frac{\tanh(\omega)}{\omega} \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^3} \quad K_w = 176.01 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

Ren aksialstivhet

$$K_{ax.f.t} := \frac{E_s \cdot A_s}{l_{ft}} \quad K_{ax.f.t} = 942 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}} \quad K_{ax.f.c} := \frac{E_s \cdot A_s}{l_{fc}} \quad K_{ax.f.c} = 2355 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

Aksialstivhet

$$K_{ax.t} := \frac{K_w \cdot K_{ax.f.t}}{K_w + K_{ax.f.t}} \quad K_{ax.t} = 148.3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{ax.c} := \frac{K_w \cdot K_{ax.f.c}}{K_w + K_{ax.f.c}} \quad K_{ax.c} = 163.8 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

## Skjøting av store limtretverrsnitt i bukonstruksjoner

### **STIVHETEN TIL STÅLFORBINDEREN**

(NUMERISK)

$$K_{co.t} := 1152 \frac{\text{kN}}{\text{mm}} \quad K_{co.c} := 1279 \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

### **TOTAL STIVHET PER SIDE**

$$K_{s1} := \frac{4 \cdot K_{ax.t} \cdot 2K_{co.t}}{4 \cdot K_{co.t} + 4 \cdot K_{ax.t}} \quad K_{s1} = 262.8 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{s2} := \frac{4 \cdot K_{ax.c} \cdot 2K_{co.c}}{4 \cdot K_{co.c} + 4 \cdot K_{ax.c}} \quad K_{s2} = 290.4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

### **NØYTRALAKSENS BELIGGENHET**

$$a_0 := \frac{-\left(K_{s1} + K_{s2}\right) + \sqrt{\left(K_{s1} + K_{s2}\right)^2 + \frac{E \cdot h_t}{l_c} \cdot \left(K_{s1} \cdot a_1 + K_{s2} \cdot a_2\right)}}{\frac{E \cdot h_t}{2 \cdot l_c}}$$

$$a_0 = 142.4 \cdot \text{mm}$$

### **Y-KOORDINATER TIL GJENGSTENGENE**

$$Y_1 := a_1 - a_0 \quad Y_1 = 180.1 \cdot \text{mm}$$

$$Y_2 := a_0 - a_2 \quad Y_2 = 34.9 \cdot \text{mm}$$

## Skjøting av store limtrettvernsnitt i bukonstruksjoner

### ROTASJONSSTIVHETEN

$$k_{\theta} := K_{s1} \cdot Y_1^2 + K_{s2} \cdot Y_2^2 + \frac{E \cdot h_t \cdot a_0^3}{6 \cdot I_c}$$

$$k_{\theta} = 12412 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

### UTNYTTELSESGRAD

Med antagelse om en bjelke uten skjøt,  $\eta\kappa=1$ , gir  $k_{\theta}=\infty$   
(forsiktig lineær tilnærming, siden det er fysisk umulig at  $k_{\theta}$  blir uendelig stiv)

$$L := 8000\text{mm}$$

$$L_s := 3250\text{mm}$$

$$P := 1000\text{N}$$

$$\kappa := 0.833 \quad (\text{Timoshenko rectangular beam})$$

$$A := b \cdot h \quad A = 2.515 \times 10^5 \cdot \text{mm}^2$$

$$I_z := \frac{h \cdot b^3}{12} \quad I_z = 3.876 \times 10^9 \cdot \text{mm}^4$$

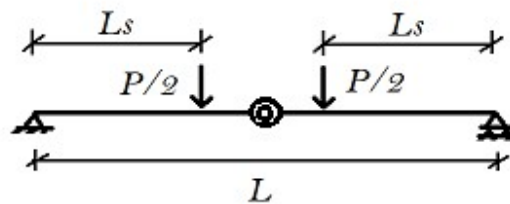
Nedbøyning

$$w_a := \frac{P \cdot L_s \cdot (3 \cdot L^2 - 4 \cdot L_s^2)}{48 \cdot E \cdot I_z}$$

$$w_a = 0.201 \cdot \text{mm}$$

$$w_b := \frac{P \cdot L_s \cdot \kappa}{2 \cdot G \cdot A}$$

$$w_b = 8.969 \times 10^{-3} \cdot \text{mm}$$



## Skjøting av store limtrettversnitt i buekonstruksjoner

$$w_c := \frac{P \cdot L_s \cdot L}{8 \cdot k_\theta}$$

$$w_c = 0.262 \cdot \text{mm}$$

Utnyttelse

$$\eta_k := \frac{w_a + w_b}{w_a + w_b + w_c}$$

$$\eta_k = 0.45$$

### **MOMENTKAPASITET (KUN MOMENTPÅKJENT)**

#### ***Kapasiteter***

Gjengestangens kapasitet

$$R_u := A_s \cdot f_{u,\text{mean}}$$

$$R_u = 207.5 \cdot \text{kN}$$

Gaffel-profillets kapasitet, relatert til per gjengestang (Her satt lik gjengestang)

$$R_s := R_u$$

Midlere uttrekksparemeter

$$f_w := \frac{4.35}{0.91 \cdot (\sin(\gamma))^2 + (\cos(\gamma))^2}$$

$$f_w = 4.35$$

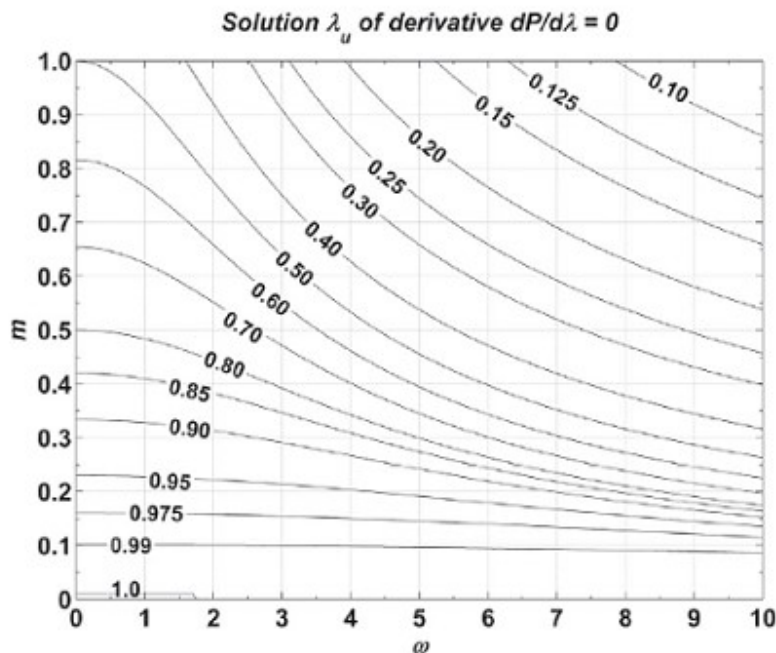
Sprøhetsparameter

$$m := \frac{0.332}{1.73 \cdot \sin(\gamma) + \cos(\gamma)}$$

$$m = 0.332$$

## Skjøting av store limtreverrsnitt i bukonstruksjoner

Parameter



$$\lambda_u := 0.92$$

Midlere aksial uttrekkskapasitet (Pull-shear boundary condition)

$$\zeta := \pi \cdot d \cdot l_{ef} \cdot f_w \quad \xi := \frac{\sin(m \cdot \omega \cdot \lambda_u)}{m \cdot \omega} \quad \chi := \frac{\tanh[(1 - \lambda_u) \cdot \omega] \cdot \cos(m \cdot \omega \cdot \lambda_u)}{\omega}$$

$$R_{ax.m} := \zeta \cdot (\xi + \chi) \cdot \frac{\text{mm}^{-2}}{\text{N}^{-1}} \quad R_{ax.m} = 247371 \text{ N}$$

Antatt lengde av gjengestangens frie parti

$$k := \frac{k_l \cdot k_t}{k_l \cdot (\cos(\gamma))^2 + k_t \cdot (\sin(\gamma))^2} \quad k = 710 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$l_x := \pi \cdot d_l \cdot \sqrt[4]{\frac{\pi \cdot E_s}{k}} \quad l_x = 293.1 \cdot \text{mm}$$

## Skjøting av store limtretversnitt i buekonstruksjoner

Uttrekkskapasitet

$$R_{ax.u} := R_{ax.m} \cdot \left( \frac{l_{ef} - l_x}{l_{ef}} \right) \quad R_{ax.u} = 186.9 \cdot \text{kN}$$

Total kraftkapasitet

$$F_{u.1} := \cos(\gamma) \cdot \min(4R_{ax.u}, 4R_u, 4R_s) \quad F_{u.1} = 747.8 \cdot \text{kN}$$

**Moment arm**

$$Y_{eq.1} := \frac{k_\theta}{K_{s1} \cdot Y_1} \quad Y_{eq.2} := \frac{k_\theta}{K_{s2} \cdot Y_2}$$

$$Y_{eq} := \min(Y_{eq.1}, Y_{eq.2}) \quad Y_{eq} = 262.2 \cdot \text{mm}$$

**Momentkapasitet**

Momentkapasitet til tre, basert på trykk kapasitet

$$M_{u.t} := \frac{2 \cdot k_\theta \cdot l_c \cdot f_{c.0.mean}}{E \cdot a_0} \quad M_{u.t} = 323.1 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Forbindelsens momentkapasitet

$$M_u := \min(F_{u.1} \cdot Y_{eq}, M_{u.t})$$

$$M_u = 196 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$



## Skjøting av store limtrettversnitt i bukonstruksjoner

### UTNYTTELSESGRAD

$$W_z := \frac{h \cdot b^2}{6}$$

$$W_z = 1.803 \times 10^7 \cdot \text{mm}^3$$

$$M_{Rd} := f_{m,\text{mean}} \cdot W_z$$

$$M_{Rd} = 746 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\eta_m := \frac{M_u}{M_{Rd}}$$

$$\eta_m = 0.26$$

### ROTASJONSSTIVHET

#### MOMENT- OG AKSIALPÅKJENT

#### GENERELL INPUT

Dimensjonsløse parametre  $L := 8000$

$$E := E \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{N}} = 13000$$

$$b := b \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 430$$

$$h := h \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 585$$

$$l_c := l_c \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 716.9$$

$$a_{1.} := a_1 \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 322.5$$

$$a_{2.} := a_2 \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 107.5$$

$$b_{s.} := b_s \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 215$$

$$h_{t.} := h_t \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 405$$

$$K_{s1.} := K_{s1} \cdot \frac{\text{mm}}{\text{N}} = 262777.7$$

$$K_{s2.} := K_{s2} \cdot \frac{\text{mm}}{\text{N}} = 290362.2$$

$$C := \frac{b}{2} - a_{2.}$$

$$C = 107.5$$

## Skjøting av store limtretverrsnitt i bukonstruksjoner

$$N := 1000 \cdot 10^3$$

Velger representativt moment

$$M := F_{u.1} \cdot (Y_1 + Y_2) \cdot \frac{1}{N \cdot \text{mm}}$$

$$M = 160771845.8$$

$$e := \frac{M}{N} \quad e = 160.8$$

$$a_{00.} := 150 \quad a_{0.dx} := 10 \quad a_{0.max} := 322.5$$

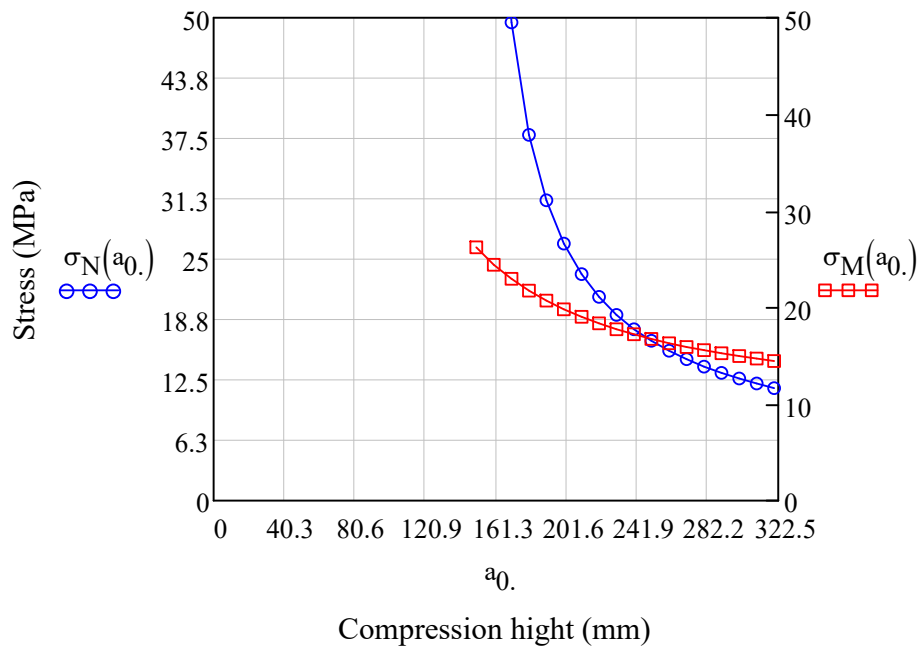
$$a_{0.} := a_{00.}, a_{00.} + a_{0.dx} \cdot a_{0.max}$$

Spenninger i treverket som funksjon av trykksonehøyden,  $a_0$

$$\sigma_N(a_0) := \frac{-N}{\frac{2 \cdot l_c}{E \cdot a_0} \cdot [K_{s1} \cdot (a_1 - a_0) - K_{s2} \cdot (a_0 - a_2)] - \frac{h_t}{2} \cdot a_0}$$

$$\sigma_M(a_0) := \frac{N \cdot (e + C)}{\frac{2 \cdot l_c}{E \cdot a_0} \cdot [K_{s2} \cdot (-a_2 + a_0) \cdot (a_1 - a_2)] + \frac{h_t \cdot a_0}{2} \cdot \left( a_1 - \frac{a_0}{3} \right)}$$

## Skjøting av store limtreverrsnitt i bukonstruksjoner



$$\sigma_N(a_0) =$$

49.503
37.871
31.085
26.624
23.458
21.087
19.24
17.757
16.536
...

$$\sigma_M(a_0) =$$

22.964
21.738
20.699
19.805
19.029
18.348
17.747
17.212
16.733
...

$$a_0 =$$

170
180
190
200
210
220
230
240
250
...

$$a_{0..} := 245\text{mm}$$

$$\sigma_c := 18 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

## Skjøting av store limtrevernsnitt i bukonstruksjoner

### **Y-KOORDINATER TIL GJENGSTENGENE**

$$Y_{1.} := a_1 - a_{0..}$$

$$Y_{1.} = 77.5 \cdot \text{mm}$$

$$Y_{2.} := a_{0..} - a_2$$

$$Y_{2.} = 137.5 \cdot \text{mm}$$

### **ROTASJONSSTIVHETEN**

$$k_{\theta.} := K_{s1} \cdot Y_{1.}^2 + K_{s2} \cdot Y_{2.}^2 + \frac{E \cdot h_t \cdot a_{0..}^3}{6 \cdot I_c}$$

$$k_{\theta.} = 25070 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

### **UTNYTTELSESGRAD**

Med antagelse om en bjelke uten skjøt,  $\eta_k=1$ , gir  $k_{\theta}=\infty$   
(forsiktig lineær tilnærming, siden det er fysisk umulig at  $k_{\theta}$  blir uendelig stiv)

$$w_{c.} := \frac{P \cdot L_s \cdot L}{8 \cdot k_{\theta.}}$$

$$w_{c.} = 0.13 \cdot \text{mm}$$

Utnyttelse

$$\eta_{k.} := \frac{w_a + w_b}{w_a + w_b + w_{c.}}$$

$$\eta_{k.} = 0.62$$

## MOMENTKAPASITET

### MOMENT- OG AKSIALPÅKJENT

#### **Momentkapasitet**

Momentkapasitet til tre, basert på trykk kapasitet

$$M_{u.t.} := \frac{2 \cdot k_{\theta} \cdot l_c \cdot f_{c,0,mean}}{E \cdot a_{0..}} \quad M_{u.t.} = 379.2 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Momentbidrag fra treverket

$$r := \frac{\frac{\sigma_c}{E}}{a_{0..}} = 5.651 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}} \quad I := \frac{b \cdot a_{0..}^3}{12} = 5.27 \times 10^8 \text{ mm}^4$$

$$E \cdot I = 6.851 \times 10^{12} \text{ N mm}^2$$

$$M_c := r \cdot E \cdot I$$

$$M_c = 38.7 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Forbindelsens momentkapasitet

$$M_{u.} := \min[F_{u,1} \cdot (Y_1 + Y_2) + M_c, M_{u.t.}]$$

$$M_{u.} = 199 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

#### **UTNYTTELSESGRAD**

$$\eta_{m..} := \frac{M_{u.}}{M_{Rd}}$$

$$\eta_{m..} = 0.27$$



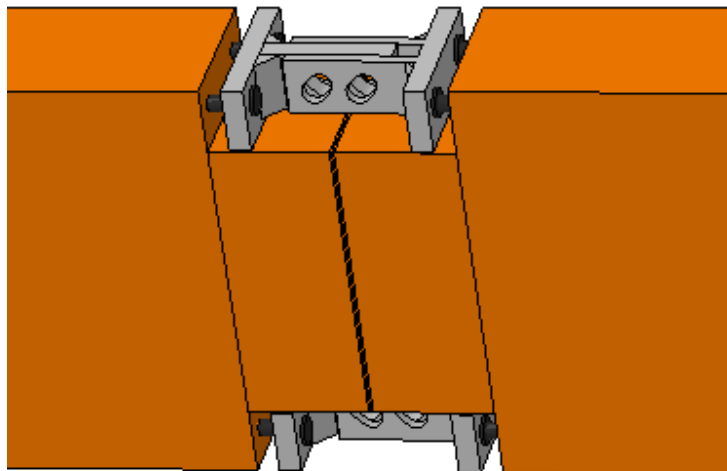
## G Numerisk modell

### NUMERISK MODELL FOR 2 GAFFELPROFILER

2 GJENGESTENGER PÅ HVER SIDE AV  
FORBINDELSEN (TOPP OG BUNN)

(IN-PLANE)

ROTASJONSSTIVHET (KUN MOMENTPÅKJENT)



#### **GENERELL INPUT**

##### Geometri

Bjelke  $h := 585\text{mm}$   $b := 215\text{mm}$

#### **UTNYTTELSESGRAD**

Med antagelse om en bjelke uten skjørt,  $\eta_k=1$ , gir  $k\theta=\infty$   
(forsiktig lineær tilnærming, siden det er fysisk umulig at  $k\theta$  blir uendelig  
stiv)

## Skjøting av store limtreverrsnitt i bukonstruksjoner

Input

$$L := 8000\text{mm}$$

$$L_s := 3250\text{mm}$$

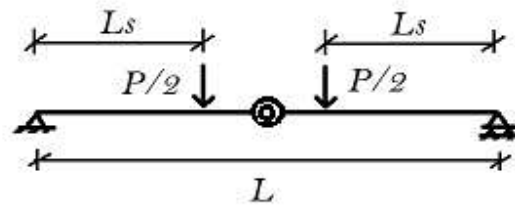
$$P := 1000\text{N}$$

$$\kappa := 0.833 \quad (\text{Timoshenko rectangular beam})$$

$$A := b \cdot h \quad A = 1.258 \times 10^5 \cdot \text{mm}^2$$

$$I_y := \frac{b \cdot h^3}{12} \quad I_y = 3.587 \times 10^9 \cdot \text{mm}^4$$

$$E := 13000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad G := 600 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad f_{m.\text{mean}} := 41.4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$



**Rotasjonsstivheten**

$$k_\theta := 24159 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

Nedbøyning

$$w_a := \frac{P \cdot L_s \cdot (3 \cdot L^2 - 4 \cdot L_s^2)}{48 \cdot E \cdot I_y} \quad w_a = 0.217 \cdot \text{mm}$$

$$w_b := \frac{P \cdot L_s \cdot \kappa}{2 \cdot G \cdot A} \quad w_b = 0.018 \cdot \text{mm}$$

$$w_c := \frac{P \cdot L_s \cdot L}{8 \cdot k_\theta} \quad w_c = 0.135 \cdot \text{mm}$$

Utnyttelse

$$\eta_k := \frac{w_a + w_b}{w_a + w_b + w_c} \quad \eta_k = 0.64$$



## MOMENTKAPASITET

### *Momentkapasitet*

$$M_u := 177.5 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

### *UTNYTTELSESGRAD*

$$W_y := \frac{b \cdot h^2}{6}$$

$$W_y = 1.226 \times 10^7 \cdot \text{mm}^3$$

$$M_{\text{Rd},y} := f_{\text{m.mean}} \cdot W_y$$

$$M_{\text{Rd},y} = 508 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\eta_m := \frac{M_u}{M_{\text{Rd},y}}$$

$$\eta_m = 0.35$$

## ROTASJONSSTIVHET (MOMENT- OG AKSIALPÅKJENT)

**Rotasjonsstivheten**

$$k_{\theta} := 27909 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

**UTNYTTELSESGRAD**

Med antagelse om en bjelke uten skjøl,  $\eta_k=1$ , gir  $k_{\theta}=\infty$   
(forsiktig lineær tilnærming, siden det er fysisk umulig at  $k_{\theta}$  blir uendelig  
stiv)

$$w_c := \frac{P \cdot L_s \cdot L}{8 \cdot k_{\theta}}$$

$$w_c = 0.116 \cdot \text{mm}$$

Utnyttelse

$$\eta_k := \frac{w_a + w_b}{w_a + w_b + w_c}$$

$$\eta_k = 0.67$$

## MOMENTKAPASITET

**Momentkapasitet**

$$M_u := 221.1 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

**UTNYTTELSESGRAD**

$$\eta_m := \frac{M_u}{M_{Rd,y}}$$

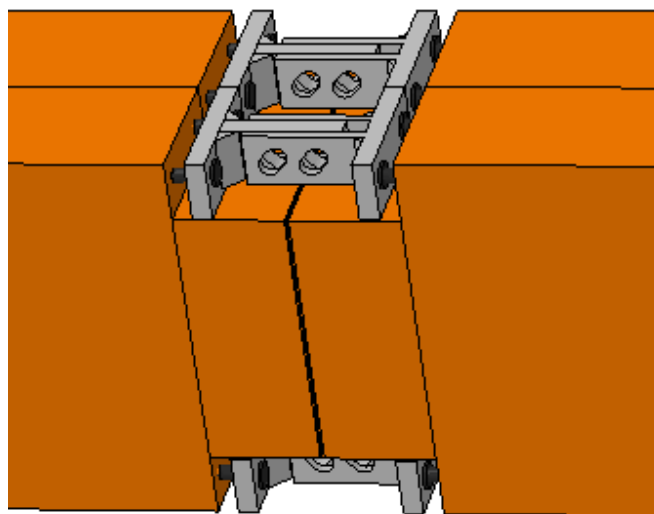
$$\eta_m = 0.44$$

**NUMERISK MODELL FOR 4 GAFFELPROFILER**

**4 GJENGESTENGER PÅ HVER SIDE AV  
FORBINDELSEN (TOPP OG BUNN)**

**(OUT-OF-PLANE)**

**ROTASJONSSTIVHET (KUN MOMENTPÅKJENT)**



***GENERELL INPUT***

Geometri

Bjelke  $h := 585\text{mm}$   $b := 430\text{mm}$

***UTNYTTELSESGRAD***

Med antagelse om en bjelke uten skjøt,  $\eta_k=1$ , gir  $k\theta=\infty$   
(forsiktig lineær tilnærming, siden det er fysisk umulig at  $k\theta$  blir uendelig  
stiv)

## Skjøting av store limtreverrsnitt i bukonstruksjoner

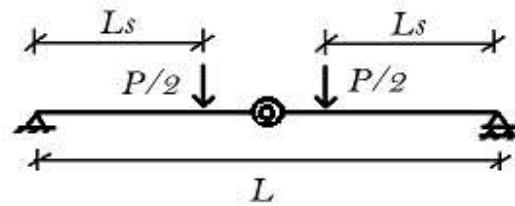
Input

$$L := 8000\text{mm}$$

$$L_s := 3250\text{mm}$$

$$P := 1000\text{N}$$

$$\kappa := 0.833 \quad (\text{Timoshenko rectangular beam})$$



$$A := b \cdot h \quad A = 251550 \cdot \text{mm}^2$$

$$I_z := \frac{h \cdot b^3}{12} \quad I_z = 3875966250 \cdot \text{mm}^4$$

$$E := 13000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad G := 600 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad f_{m,\text{mean}} := 41.4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

**Rotasjonsstivheten**

$$k_\theta := 15086 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

Nedbøyning

$$w_a := \frac{P \cdot L_s \cdot (3 \cdot L^2 - 4 \cdot L_s^2)}{48 \cdot E \cdot I_z}$$

$$w_a = 0.201 \cdot \text{mm}$$

$$w_b := \frac{P \cdot L_s \cdot \kappa}{2 \cdot G \cdot A}$$

$$w_b = 0.009 \cdot \text{mm}$$

$$w_c := \frac{P \cdot L_s \cdot L}{8 \cdot k_\theta}$$

$$w_c = 0.215 \cdot \text{mm}$$

Utnyttelse

$$\eta_k := \frac{w_a + w_b}{w_a + w_b + w_c}$$

$$\eta_k = 0.49$$

## MOMENTKAPASITET

**Momentkapasitet**

$$M_u := 209.8 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

**UTNYTTELSESGRAD**

$$W_z := \frac{h \cdot b^2}{6}$$

$$W_z = 18027750 \cdot \text{mm}^3$$

$$M_{Rd} := f_{m,\text{mean}} \cdot W_z$$

$$M_{Rd} = 746 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\eta_m := \frac{M_u}{M_{Rd}}$$

$$\eta_m = 0.28$$

## ROTASJONSSTIVHET (MOMENT- OG AKSIALPÅKJENT)

**Rotasjonsstivheten**

$$k_{\theta} := 24658 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

**UTNYTTELSESGRAD**

Med antagelse om en bjelke uten skjøt,  $\eta_k=1$ , gir  $k_{\theta}=\infty$   
(forsiktig lineær tilnærming, siden det er fysisk umulig at  $k_{\theta}$  blir uendelig  
stiv)

$$w_c := \frac{P \cdot L_s \cdot L}{8 \cdot k_{\theta}}$$

$$w_c = 0.132 \cdot \text{mm}$$

Utnyttelse

$$\eta_k := \frac{w_a + w_b}{w_a + w_b + w_c}$$

$$\eta_k = 0.61$$

## MOMENTKAPASITET

**Momentkapasitet**

$$M_u := 231.7 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

**UTNYTTELSESGRAD**

$$\eta_m := \frac{M_u}{M_{Rd}}$$

$$\eta_m = 0.31$$

## **DUKTILITET**

### ***DUKTILITET ETTER NS-EN 12512:***

Rotasjon ved brudd:  $\Theta_u := 0.01926017$

Rotasjon ved flyt:  $\Theta_y := 0.005657728$

### ***DUKTILITET:***

$$D_s := \frac{\Theta_u}{\Theta_y}$$

$$D_s = 3.4042234$$

### ***DUKTILITET ETTER "QUANTIFYING DUCTILITY IN TIMBER STRUCTURES"***

Ligning fra lineær regresjon i Excel (elastisk området):  $y = 24159 \cdot x + 0.0958$

Benytt regresjon mellom 0.1 og 0.4 Fest  $M(\Theta) = k_\theta \cdot \Theta + M_i$

### ***GENERELL INPUT***

Rotasjonsstivhet:  $k_\theta := 24159$

Initiell moment:  $M_i := 0.0958$

Maks Moment  $M_u := 177.5$

Moment ved proporsjonal grense:  $M_0 := 113.84$

Maks rotasjon:  $\Theta := 0.032989846$

Initiell rotasjon:  $\Theta_i := \frac{M_i}{k_\theta} = 0.000004$

## Skjøting av store limtretversnitt i buekonstruksjoner

Elastisk rotasjon ved maks last:  $\Theta_{eu} := \frac{M_u}{k_\theta} = 0.0073472$

Permanent plastisk rotasjon:  $\Theta_p := \Theta - \Theta_i - \frac{M_0}{k_\theta} = 0.0282738$

Ligning fra polynomregresjon (elastisk område fjernet):  $\sigma_0 + A \cdot \Theta + B \cdot \Theta^2 + C \cdot \Theta^3$

$\sigma_0 := M_0 = 113.84$        $A := 9970$        $B := -460736$        $C := 4000000$

$$\Theta_{pua} := -\left(\frac{B + \sqrt{B^2 - 3 \cdot C \cdot A}}{3 \cdot C}\right) = 0.013031$$

Maks rotasjon av det plastiske området:  $\Theta_{p.max} := 0.028273652$

Permanent deformasjon ved maks moment:  $\Theta_{pu} := \min(\Theta_{pua}, \Theta_{p.max}) = 0.013031$

### **DUKTILITET:**

$D_{Sue} := \frac{\Theta_{pu}}{\Theta_{eu}}$        $D_{Sue} = 1.7736068$

Total deformasjon med bruddlast:  $\Theta_u := \frac{M_u}{k_\theta} \cdot (1 + D_{Sue}) = 0.0203781$



## H Resultater fra forsøk

### FORSØK MED 2 GAFFELPROFILER

2 GJENGESTENGER PÅ HVER SIDE AV  
FORBINDELSEN (TOPP OG BUNN)

(IN-PLANE)

ROTASJONSSTIVHET (KUN MOMENTPÅKJENT)



### **GENERELL INPUT**

#### Geometri

Bjelke  $h := 585\text{mm}$   $b := 215\text{mm}$

### **UTNYTTELSESGRAD**

Med antagelse om en bjelke uten skjøt,  $\eta_k=1$ , gir  $k_\theta=\infty$   
(forsiktig lineær tilnærming, siden det er fysisk umulig at  $k_\theta$  blir uendelig  
stiv)

## Skjøting av store limtrettversnitt i bukonstruksjoner

### Input

$$L := 8000\text{mm}$$

$$L_s := 3250\text{mm}$$

$$P := 1000\text{N}$$

$$\kappa := 0.833 \quad (\text{Timoshenko rectangular beam})$$

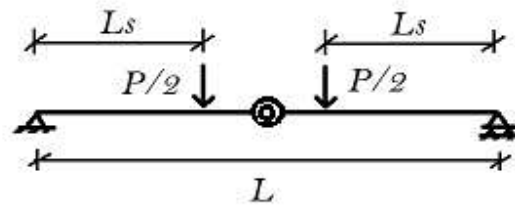
$$A := b \cdot h \quad A = 1.258 \times 10^5 \cdot \text{mm}^2$$

$$I_y := \frac{b \cdot h^3}{12} \quad I_y = 3.587 \times 10^9 \cdot \text{mm}^4$$

$$E := 13000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$G := 600 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$f_{m.\text{mean}} := 41.4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$



### Rotasjonsstivheten

$$k_\theta := 25662 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

### Nedbøyning

$$w_a := \frac{P \cdot L_s \cdot (3 \cdot L^2 - 4 \cdot L_s^2)}{48 \cdot E \cdot I_y}$$

$$w_a = 0.217 \cdot \text{mm}$$

$$w_b := \frac{P \cdot L_s \cdot \kappa}{2 \cdot G \cdot A}$$

$$w_b = 0.018 \cdot \text{mm}$$

$$w_c := \frac{P \cdot L_s \cdot L}{8 \cdot k_\theta}$$

$$w_c = 0.127 \cdot \text{mm}$$

### Utnyttelse

$$\eta_k := \frac{w_a + w_b}{w_a + w_b + w_c}$$

$$\eta_k = 0.65$$

## MOMENTKAPASITET

**Momentkapasitet**

$$M_u := 210.7 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

**UTNYTTELSESGRAD**

$$W_y := \frac{b \cdot h^2}{6}$$

$$W_y = 1.226 \times 10^7 \cdot \text{mm}^3$$

$$M_{\text{Rd.y}} := f_{\text{m.mean}} \cdot W_y$$

$$M_{\text{Rd.y}} = 508 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\eta_m := \frac{M_u}{M_{\text{Rd.y}}}$$

$$\eta_m = 0.42$$

## **DUKTILITET**

### ***DUKTILITET ETTER NS-EN 12512:***

Rotasjon ved brudd:  $\Theta_u := 0.075520792$

Rotasjon ved flyt:  $\Theta_y := 0.005936778$

### ***DUKTILITET:***

$$D_s := \frac{\Theta_u}{\Theta_y}$$

$$D_s = 12.72$$

### ***DUKTILITET ETTER "QUANTIFYING DUCTILITY IN TIMBER STRUCTURES"***

Ligning fra lineær regresjon i Excel (elastisk området) :  $y = 25662 \cdot x - 34.958$

Benytt regresjon mellom 0.1 og 0.4 Fest  $M(\Theta) = k_\theta \cdot \Theta + M_i$

### ***GENERELL INPUT***

Rotasjonsstivhet:  $k_\theta := 25662$

Initiell moment:  $M_i := 34.958$

Maks Moment  $M_u := 210.7$

Moment ved proporsjonal grense:  $M_0 := 91.15$

Maks rotasjon:  $\Theta := 0.075520792$

Initiell rotasjon:  $\Theta_i := \frac{M_i}{k_\theta} = 0.001362$

## Skjøting av store limtretversnitt i buekonstruksjoner

Elastisk rotasjon ved maks last:  $\Theta_{eu} := \frac{M_u}{k_\theta} = 0.008211$

Permanent plastisk rotasjon:  $\Theta_p := \Theta - \Theta_i - \frac{M_0}{k_\theta} = 0.070607$

Ligning fra polynomregresjon (elastisk område fjernet):  $\sigma_0 + A \cdot \Theta + B \cdot \Theta^2 + C \cdot \Theta^3$

$\sigma_0 := M_0 = 91.15$        $A := 6170.7$        $B := -88954$        $C := 214020$

$$\Theta_{pua} := -\left(\frac{B + \sqrt{B^2 - 3 \cdot C \cdot A}}{3 \cdot C}\right) = 0.040648$$

Maks rotasjon av det plastiske området:  $\Theta_{p.max} := \Theta_p$

Permanent deformasjon ved maks moment:  $\Theta_{pu} := \min(\Theta_{pua}, \Theta_{p.max}) = 0.040648$

### **DUKTILITET:**

$D_{Sue} := \frac{\Theta_{pu}}{\Theta_{eu}}$   $D_{Sue} = 4.95$

Total deformasjon med bruddlast:  $\Theta_u := \frac{M_u}{k_\theta} \cdot (1 + D_{Sue}) = 0.048858$



## I Analytisk modell i limtrebue

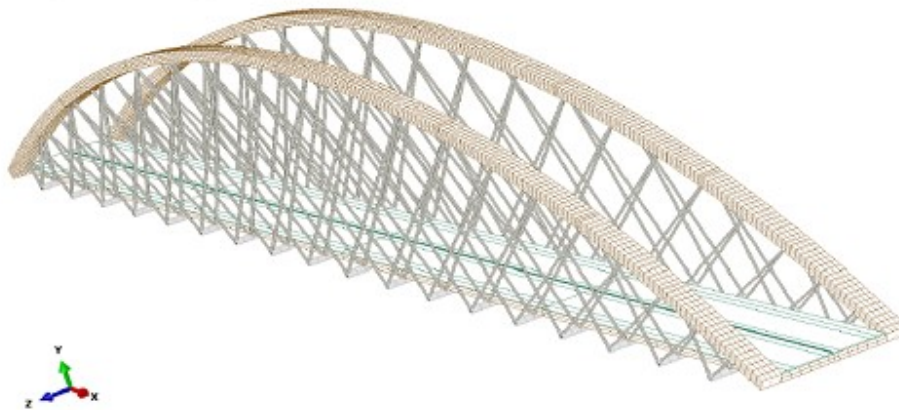
### EFFEKT AV AKSIALT TRYKK OG MOMENT I LIMTREBUE

12 GJENGESTENGER PÅ HVER SIDE AV  
FORBINDELSEN (TOPP OG BUNN)

(IN-PLANE)

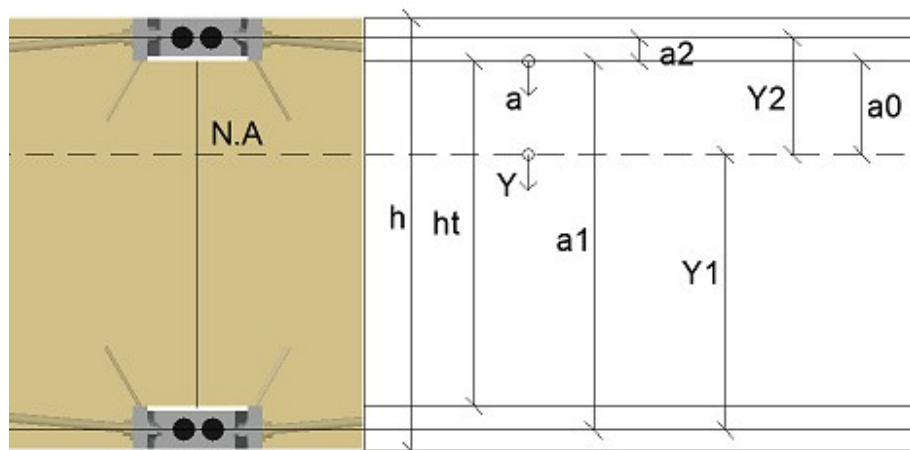
ROTASJONSSTIVHET (KUN MOMENTPÅKJENT)

FIGUR 1



Figur kilde: M. Cepelka, K.A Malo, Effect of on-site splice joints for timber network arch bridges

FIGUR 2



## Skjøting av store limtrettversnitt i bukonstruksjoner

### **GENERELL INPUT**

#### Geometri

Gjengestang

$$d := 22.4\text{mm} \quad d_1 := 16.9\text{mm} \quad \gamma := 5\text{deg}$$

$$l_{ef} := 1200\text{mm} \quad l_{ft} := 50\text{mm} \quad l_{fc} := 20\text{mm}$$

$$A_s := \frac{\pi d_1^2}{4} \quad A_s = 224 \cdot \text{mm}^2$$

Bjelke

$$h := 900\text{mm} \quad b := 1300\text{mm}$$

$$l_{cr} := 3\text{mm}$$

$$c_b := 90\text{mm} \quad c := 40\text{mm}$$

$$h_t := h - 2c_b \quad h_t = 720 \cdot \text{mm}$$

$$a_1 := h - c_b - c \quad a_1 = 770 \cdot \text{mm}$$

$$a_2 := -(c_b - c) \quad a_2 = -50 \cdot \text{mm}$$

#### Material

Gjengestang

$$E_s := 210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad f_{u.\text{mean}} := 925 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Limtre GL30c

$$E := 13000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad E_{cr} := 111 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad G := 600 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$k_t := 710 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad k_1 := 1300 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$f_{m.\text{mean}} := 41.4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad f_{c.0.\text{mean}} := 33.6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$



## Skjøting av store limtretverrsnitt i bukonstruksjoner

### **STIVHETEN TIL GJENGEANGEN**

Ekvivalent trykksone lengde

$$l_c := 0.85h_t + l_{cr} \cdot \frac{E}{E_{cr}} \quad l_c = 963 \cdot \text{mm}$$

Ekvivalent skjærstivhetsparameter

$$\Gamma_e := \frac{9.35}{1.5 \cdot (\sin(\gamma))^{2.2} + (\cos(\gamma))^{2.2}} \quad \Gamma_e = 9.3627$$

Parameter

$$\omega := \sqrt{\frac{\pi \cdot d \cdot \Gamma_e \cdot l_{ef}^2}{A_s \cdot E_s} \cdot \frac{\text{mm}^{-0.5}}{\text{N}^{-0.5} \cdot \text{mm}}} \quad \omega = 4.488$$

Aksial uttrekksstivhet

$$K_w := \pi \cdot d \cdot l_{ef} \cdot \Gamma_e \cdot \frac{\tanh(\omega)}{\omega} \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^3} \quad K_w = 176.13 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

Ren aksialstivhet

$$K_{ax.f.t} := \frac{E_s \cdot A_s}{l_{ft}} \quad K_{ax.f.t} = 942 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}} \quad K_{ax.f.c} := \frac{E_s \cdot A_s}{l_{fc}} \quad K_{ax.f.c} = 2355 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

Aksialstivhet

$$K_{ax.t} := \frac{K_w \cdot K_{ax.f.t}}{K_w + K_{ax.f.t}} \quad K_{ax.t} = 148.4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{ax.c} := \frac{K_w \cdot K_{ax.f.c}}{K_w + K_{ax.f.c}} \quad K_{ax.c} = 163.9 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

## Skjøting av store limtrettversnitt i bukonstruksjoner

Grunnmodulen til tre

$$k := \frac{k_l \cdot k_t}{k_l \cdot (\cos(\gamma))^2 + k_t \cdot (\sin(\gamma))^2} \qquad k = 712 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Ren bøyestivhet

$$EI := \frac{E_s \cdot \pi \cdot d_1^4}{64} \qquad EI = 8.409 \times 10^8 \text{ N} \cdot \text{mm}^2$$

Parameter

$$\lambda := \sqrt[4]{\frac{k}{4 \cdot EI}} \qquad \lambda = 0.021 \cdot \frac{1}{\text{mm}}$$

Lateralstivheten

$$K_{v,t} := \frac{12 \cdot k \cdot EI \cdot (4 \cdot EI \cdot \lambda^3 + k \cdot l_{ft})}{48 \cdot (EI)^2 \cdot \lambda^4 + 8 \cdot k \cdot EI \cdot \lambda \cdot l_{ft} \cdot (2 \cdot l_{ft}^2 \cdot \lambda^2 + 3 \cdot l_{ft} \cdot \lambda + 3) + k^2 \cdot l_{ft}^4}$$

$$K_{v,t} = 9.14 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{v,c} := \frac{12 \cdot k \cdot EI \cdot (4 \cdot EI \cdot \lambda^3 + k \cdot l_{fc})}{48 \cdot (EI)^2 \cdot \lambda^4 + 8 \cdot k \cdot EI \cdot \lambda \cdot l_{fc} \cdot (2 \cdot l_{fc}^2 \cdot \lambda^2 + 3 \cdot l_{fc} \cdot \lambda + 3) + k^2 \cdot l_{fc}^4}$$

$$K_{v,c} = 20.26 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$\boxed{K_{\text{ser.v.SPAX}} := 7.267 \frac{\text{kN}}{\text{mm}}}$$

## Skjøting av store limtrevernsnitt i bukonstruksjoner

$$K_{v.c.tot} := K_{v.c} + K_{ser.v.SPAX} \qquad K_{v.c.tot} = 27.52 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

Stivheten per gjengestang

$$K_{p.t} := K_{ax.t} \cdot (\cos(\gamma))^2 + K_{v.t} \cdot (\sin(\gamma))^2 \qquad K_{p.t} = 147.3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{p.c} := K_{ax.c} \cdot (\cos(\gamma))^2 + K_{v.c.tot} \cdot (\sin(\gamma))^2 \qquad K_{p.c} = 162.8 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

### **STIVHETEN TIL STÅLFORBINDEREN**

**(NUMERISK)**

$$K_{co.t} := 1152 \frac{\text{kN}}{\text{mm}} \qquad K_{co.c} := 1279 \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

### **TOTAL STIVHET PER SIDE**

$$K_{s1} := \frac{12 \cdot K_{p.t} \cdot 6K_{co.t}}{12 \cdot K_{co.t} + 12 \cdot K_{p.t}} \qquad K_{s1} = 783.7 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{s2} := \frac{12 \cdot K_{p.c} \cdot 6K_{co.c}}{12 \cdot K_{co.c} + 12 \cdot K_{p.c}} \qquad K_{s2} = 866.7 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

### **NØYTRALAKSENS BELIGGENHET**

$$a_0 := \frac{-(K_{s1} + K_{s2}) + \sqrt{(K_{s1} + K_{s2})^2 + \frac{E \cdot b}{l_c} \cdot (K_{s1} \cdot a_1 + K_{s2} \cdot a_2)}}{\frac{E \cdot b}{2 \cdot l_c}}$$

$$a_0 = 215.7 \cdot \text{mm}$$

## Skjøting av store limtretversnitt i buekonstruksjoner

### **Z-KOORDINATER TIL GJENGSTENGENE**

$$Z_1 := a_1 - a_0.$$

$$Z_1 = 554.3 \cdot \text{mm}$$

$$Z_2 := a_2 - a_0.$$

$$Z_2 = -265.7 \cdot \text{mm}$$

### **ROTASJONSSTIVHETEN**

$$k_\theta := K_{s1} \cdot Z_1^2 + K_{s2} \cdot Z_2^2 + \frac{E \cdot b \cdot a_0^3}{6 \cdot I_c}$$

$$k_\theta = 331334 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

## **MOMENTKAPASITET (KUN MOMENTPÅKJENT)**

### **Kapasiteter**

Gjengestangens kapasitet

$$R_u := A_s \cdot f_{u,\text{mean}}$$

$$R_u = 207.5 \cdot \text{kN}$$

Gaffel-profilets kapasitet, relatert til per gjengestang (Her satt lik gjengestang)

$$R_s := R_u$$

Midlere uttrekksparameter

$$f_w := \frac{4.35}{0.91 \cdot (\sin(\gamma))^2 + (\cos(\gamma))^2}$$

$$f_w = 4.35$$

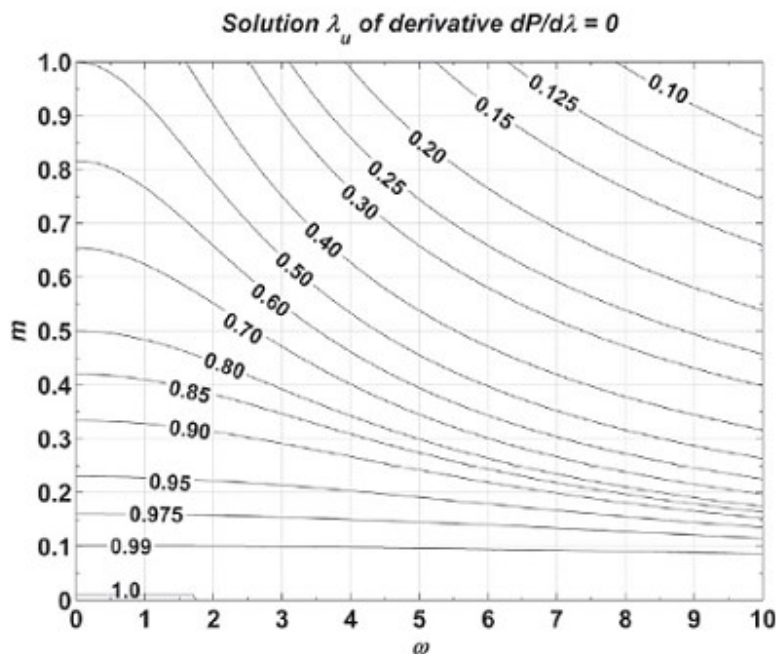
## Skjøting av store limtrevernsnitt i bukonstruksjoner

Sprøhetsparameter

$$m := \frac{0.332}{1.73 \cdot \sin(\gamma) + \cos(\gamma)}$$

$$m = 0.289$$

Parameter



$$\lambda_u := 0.92$$

Midlere aksial uttrekkskapasitet (Pull-shear boundary condition)

$$\zeta := \pi \cdot d \cdot l_{ef} \cdot f_w \quad \xi := \frac{\sin(m \cdot \omega \cdot \lambda_u)}{m \cdot \omega} \quad \chi := \frac{\tanh[(1 - \lambda_u) \cdot \omega] \cdot \cos(m \cdot \omega \cdot \lambda_u)}{\omega}$$

$$R_{ax.m} := \zeta \cdot (\xi + \chi) \cdot \frac{\text{mm}^{-2}}{\text{N}^{-1}}$$

$$R_{ax.m} = 273585 \text{ N}$$

## Skjøting av store limtretversnitt i bukonstruksjoner

Antatt lengde av gjengestangens frie parti

$$l_x := \pi \cdot d_1 \cdot \sqrt[4]{\frac{\pi \cdot E_s}{k}} \quad l_x = 292.9 \cdot \text{mm}$$

Uttrekkskapasitet

$$R_{ax.u} := R_{ax.m} \cdot \left( \frac{l_{ef} - l_x}{l_{ef}} \right) \quad R_{ax.u} = 206.8 \cdot \text{kN}$$

Total kraftkapasitet

$$F_{u.1} := \cos(\gamma) \cdot \min(12R_{ax.u}, 12R_u, 12 \cdot R_s) \quad F_{u.1} = 2472.3 \cdot \text{kN}$$

**Ekvivalent momentarm**

$$Z_{eq.1} := \frac{k_\theta}{K_{s1} \cdot Z_1} \quad Z_{eq.2} := -\frac{k_\theta}{K_{s2} \cdot Z_2}$$

$$Z_{eq} := \min(Z_{eq.1}, Z_{eq.2}) \quad Z_{eq} = 762.7 \cdot \text{mm}$$

**Momentkapasitet**

Momentkapasitet til tre, basert på trykk kapasitet

$$M_{u.t} := \frac{2 \cdot k_\theta \cdot l_c \cdot f_{c.0.mean}}{E \cdot a_0} \quad M_{u.t} = 7648.4 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Forbindelsens momentkapasitet

$$M_u := \min(F_{u.1} \cdot Z_{eq}, M_{u.t}) \quad M_u = 1886 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

## ROTASJONSSTIVHET

### MOMENT- OG AKSIALPÅKJENT

#### GENERELL INPUT

Dimensjonsløse parametre

$$E := E \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{N}} = 13000$$

$$b := b \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 1300$$

$$h_t := h_t \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 720$$

$$l_c := l_c \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 963.4$$

$$a_1 := a_1 \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 770$$

$$a_2 := a_2 \cdot \frac{1}{\text{mm}} = -50$$

$$K_{s1} := K_{s1} \cdot \frac{\text{mm}}{\text{N}} = 783749.2$$

$$K_{s2} := K_{s2} \cdot \frac{\text{mm}}{\text{N}} = 866689.7$$

$$C := \frac{h_t}{2} + (-a_2) \quad C = 410$$

$$N := 6831000$$

Velger et representativt moment

$$M := F_{u,1} \cdot (Z_1 - Z_2) \cdot \frac{1}{\text{N} \cdot \text{mm}}$$

$$e := \frac{M}{N} \quad e = 296.8$$

$$a_{00} := 300 \quad a_{0,dx} := 10 \quad a_{0,max} := 720$$

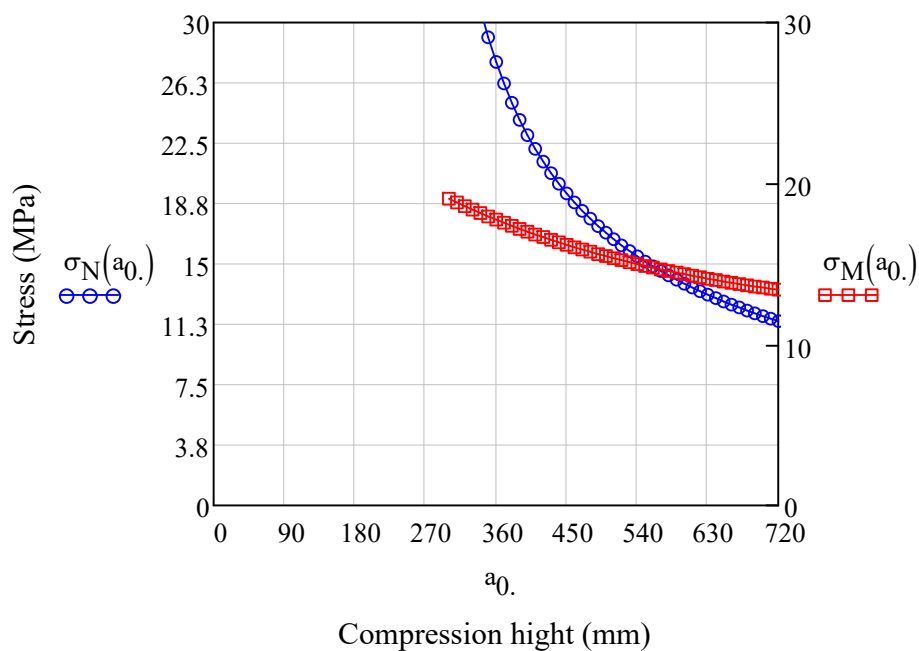
$$a_{0,max} := a_{00} \cdot a_{00} + a_{0,dx} \cdot a_{0,max}$$

## Skjøting av store limtreverrsnitt i bukonstruksjoner

Spenninger i treverket som funksjon av trykksonehøyden,  $a_0$

$$\sigma_N(a_0) := \frac{-N}{\frac{2 \cdot I_c}{E \cdot a_0} \cdot [K_{s1} \cdot (a_1 - a_0) - K_{s2} \cdot (-a_2 + a_0)] - \frac{b}{2} \cdot a_0}$$

$$\sigma_M(a_0) := \frac{N \cdot (e + C)}{\frac{2 \cdot I_c}{E \cdot a_0} \cdot [K_{s2} \cdot (-a_2 + a_0) \cdot (a_1 - a_2)] + \frac{b \cdot a_0}{2} \cdot \left(a_1 - \frac{a_0}{3}\right)}$$





## Skjøting av store limtrettversnitt i bukonstruksjoner

$$\sigma_N(a_{0.}) =$$

16.926
16.527
16.151
15.795
15.459
15.141
14.838
14.551
14.277
14.015
13.765
...

$$\sigma_M(a_{0.}) =$$

15.609
15.477
15.349
15.224
15.103
14.986
14.872
14.761
14.654
14.55
14.45
...

$$a_{0.} =$$

500
510
520
530
540
550
560
570
580
590
600
...

$$a_{0..} := 575\text{mm}$$

$$\sigma_c := 14.6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

### **Z-KOORDINATER TIL GJENGSTENGENE**

$$Z_{1.} := a_1 - a_{0..}$$

$$Z_{1.} = 195\cdot\text{mm}$$

$$Z_{2.} := a_{0..} - a_2$$

$$Z_{2.} = 625\cdot\text{mm}$$

### **ROTASJONSSTIVHETEN**

$$k_{\theta.} := K_{s1} \cdot Z_{1.}^2 + K_{s2} \cdot Z_{2.}^2 + \frac{E \cdot b \cdot a_{0..}^3}{6 \cdot l_c}$$

$$k_{\theta.} = 924198 \cdot \frac{\text{kN}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$$

## MOMENTKAPASITET

### MOMENT- OG AKSIALPÅKJENT

Momentkapasitet til tre, basert på trykk kapasitet

$$M_{u.t.} := \frac{2 \cdot k_{\theta} \cdot l_c \cdot f_{c.0.mean}}{E \cdot a_{0..}} \quad M_{u.t.} = 8004 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Momentbidrag fra treverket

$$r := \frac{\sigma_c}{E} = 1.953 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}} \quad I := \frac{b \cdot a_{0..}^3}{12} = 2.06 \times 10^{10} \text{mm}^4$$

$$E \cdot I = 2.677 \times 10^{14} \text{Nmm}^2$$

$$M_c := r \cdot E \cdot I \quad M_c = 522.9 \text{kN} \cdot \text{m}$$

Forbindelsens momentkapasitet

$$M_{u.} := \min[F_{u.1} \cdot (Z_1 + Z_2) + M_c, M_{u.t}]$$

$$M_{u.} = 2550 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

### UTNYTTELSESGRAD

$$W_y := \frac{b \cdot h^2}{6} \quad W_y = 1.755 \times 10^8 \cdot \text{mm}^3$$

$$M_{Rd} := f_{m.mean} \cdot W_y \quad M_{Rd} = 7266 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\eta_m := \frac{M_{u.}}{M_{Rd}} \quad \eta_m = 0.35$$

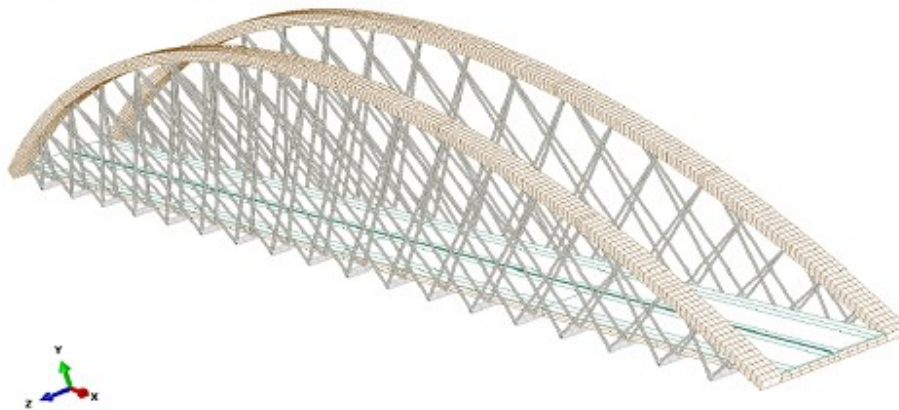
**EFFEKT AV AKSIALT TRYKK OG MOMENT I LIMTREBUE**

**12 GJENGESTENGER PÅ HVER SIDE AV  
FORBINDELSEN (TOPP OG BUNN)**

**(OUT-OF-PLANE)**

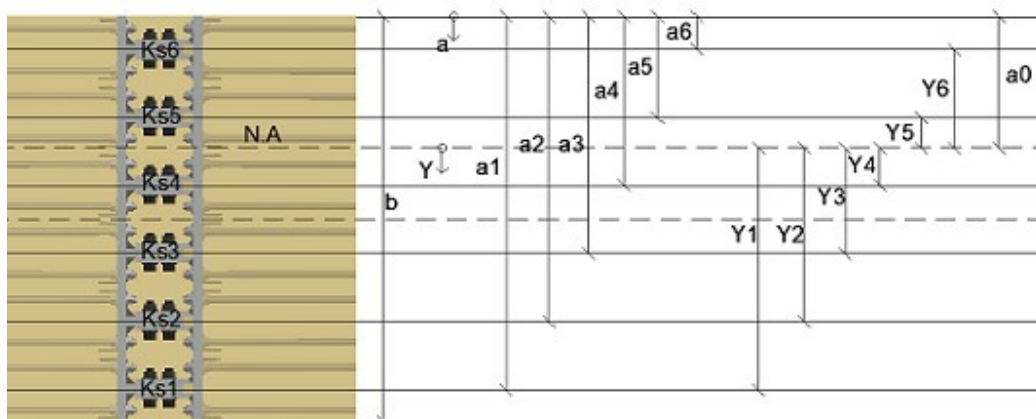
**ROTASJONSSTIVHET (KUN MOMENTPÅKJENT)**

**FIGUR 1**



Figur kilde: M. Cepelka, K.A Malo, Effect of on-site splice joints for timber network arch bridges

**FIGUR 2**



## Skjøting av store limtrevernsnitt i buekonstruksjoner

### **GENERELL INPUT**

#### Geometri

Gjengestang

$$d := 22.4\text{mm} \quad d_1 := 16.9\text{mm} \quad \gamma := 0\text{deg}$$

$$l_{ef} := 1200\text{mm} \quad l_{ft} := 50\text{mm} \quad l_{fc} := 20\text{mm}$$

$$A_s := \frac{\pi d_1^2}{4} \quad A_s = 224 \cdot \text{mm}^2$$

Bjelke

$$h := 900\text{mm} \quad b := 1300\text{mm} \quad b_s := 215\text{mm} \quad l_{cr} := 3\text{mm}$$

$$c := 40\text{mm} \quad c_b := 90\text{mm}$$

$$h_t := h - 2 \cdot c_b \quad h_t = 720 \cdot \text{mm}$$

$$a_1 := b - \frac{b_s}{2} \quad a_1 = 1192.5 \cdot \text{mm}$$

$$a_2 := a_1 - b_s - 2.5\text{mm} \quad a_2 = 975 \cdot \text{mm}$$

$$a_3 := a_2 - b_s - 2.5\text{mm} \quad a_3 = 757.5 \cdot \text{mm}$$

$$a_4 := a_3 - b_s - 2.5\text{mm} \quad a_4 = 540 \cdot \text{mm}$$

$$a_5 := a_4 - b_s - 2.5\text{mm} \quad a_5 = 322.5 \cdot \text{mm}$$

$$a_6 := a_5 - b_s \quad a_6 = 107.5 \cdot \text{mm}$$

#### Material

Gjengestang

$$E_s := 210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad f_{u,\text{mean}} := 925 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Limtre GL30c

$$E := 13000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad E_{cr} := 111 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad G := 600 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

## Skjøting av store limtrevernsnitt i buekonstruksjoner

$$k_t := 710 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad k_1 := 1300 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$f_{m.\text{mean}} := 41.4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad f_{c.0.\text{mean}} := 33.6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

### **STIVHETEN TIL GJENGESTANGEN**

Ekvivalent trykksone lengde

$$l_c := 0.85b + l_{cr} \cdot \frac{E}{E_{cr}} \quad l_c = 1456 \cdot \text{mm}$$

Ekvivalent skjærstivhetsparameter

$$\Gamma_e := \frac{9.35}{1.5 \cdot (\sin(\gamma))^{2.2} + (\cos(\gamma))^{2.2}} \quad \Gamma_e = 9.35$$

Parameter

$$\omega := \sqrt{\frac{\pi \cdot d \cdot \Gamma_e \cdot l_{ef}^2}{A_s \cdot E_s} \cdot \frac{\text{mm}^{-0.5}}{\text{N}^{-0.5} \cdot \text{mm}}} \quad \omega = 4.485$$

Aksial uttrekksstivhet

$$K_w := \pi \cdot d \cdot l_{ef} \cdot \Gamma_e \cdot \frac{\tanh(\omega)}{\omega} \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^3} \quad K_w = 176.01 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

Ren aksialstivhet

$$K_{ax.f.t} := \frac{E_s \cdot A_s}{l_{ft}} \quad K_{ax.f.t} = 942 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}} \quad K_{ax.f.c} := \frac{E_s \cdot A_s}{l_{fc}} \quad K_{ax.f.c} = 2355 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

## Skjøting av store limtrettversnitt i buekonstruksjoner

Aksialstivhet

$$K_{ax.t} := \frac{K_w \cdot K_{ax.f.t}}{K_w + K_{ax.f.t}} \quad K_{ax.t} = 148.3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{ax.c} := \frac{K_w \cdot K_{ax.f.c}}{K_w + K_{ax.f.c}} \quad K_{ax.c} = 163.8 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

**STIVHETEN TIL STÅLFORBINDEREN**

**(NUMERISK)**

$$K_{co.t} := 1152 \frac{\text{kN}}{\text{mm}} \quad K_{co.c} := 1279 \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

**TOTAL STIVHET PER SIDE**

$$K_{s1} := \frac{4 \cdot K_{ax.t} \cdot 2K_{co.t}}{4 \cdot K_{co.t} + 4 \cdot K_{ax.t}} \quad K_{s1} = 262.8 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{s2} := \frac{4 \cdot K_{ax.t} \cdot 2K_{co.t}}{4 \cdot K_{co.t} + 4 \cdot K_{ax.t}} \quad K_{s2} = 262.8 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{s3} := \frac{4 \cdot K_{ax.t} \cdot 2K_{co.t}}{4 \cdot K_{co.t} + 4 \cdot K_{ax.t}} \quad K_{s3} = 262.8 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{s4} := \frac{4 \cdot K_{ax.t} \cdot 2K_{co.t}}{4 \cdot K_{co.t} + 4 \cdot K_{ax.t}} \quad K_{s4} = 262.8 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{s5} := \frac{4 \cdot K_{ax.c} \cdot 2K_{co.c}}{4 \cdot K_{co.c} + 4 \cdot K_{ax.c}} \quad K_{s5} = 290.4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{s6} := \frac{4 \cdot K_{ax.c} \cdot 2K_{co.c}}{4 \cdot K_{co.c} + 4 \cdot K_{ax.c}} \quad K_{s6} = 290.4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

## Skjøting av store limtrevernsnitt i bukonstruksjoner

$$K_{s.tot} := K_{s1} + K_{s2} + K_{s3} + K_{s4} + K_{s5} + K_{s6}$$

$$K_{s.tot} = 1631.8 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

### **NØYTRALAKSENS BELIGGENHET**

$$a_0 = \frac{-\sum_{i=1}^n K_{si} + \sqrt{(\sum_{i=1}^n K_{si})^2 + \frac{E \cdot h}{l_c} \cdot \sum_{i=1}^n (K_{si} \cdot a_i)}}{\frac{E \cdot h}{2 \cdot l_c}}$$

$$a_0 = 442.1 \cdot \text{mm}$$

### **Y-KOORDINATER TIL GJENGSTENGENE**

$$Y_1 := a_1 - a_0$$

$$Y_1 = 750.4 \cdot \text{mm}$$

$$Y_2 := a_2 - a_0$$

$$Y_2 = 532.9 \cdot \text{mm}$$

$$Y_3 := a_3 - a_0$$

$$Y_3 = 315.4 \cdot \text{mm}$$

$$Y_4 := a_4 - a_0$$

$$Y_4 = 97.9 \cdot \text{mm}$$

$$Y_5 := a_0 - a_5$$

$$Y_5 = 119.6 \cdot \text{mm}$$

$$Y_6 := a_0 - a_6$$

$$Y_6 = 334.6 \cdot \text{mm}$$

### **ROTASJONSSTIVHETEN**

$$k_\theta := K_{s1} \cdot Y_1^2 + K_{s2} \cdot Y_2^2 + K_{s3} \cdot Y_3^2 + K_{s4} \cdot Y_4^2 + K_{s5} \cdot Y_5^2 + K_{s6} \cdot Y_6^2 + \frac{E \cdot h_t \cdot a_0^3}{6 \cdot l_c}$$

$$k_\theta = 380474 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

## MOMENTKAPASITET (KUN MOMENTPÅKJENT)

### *Kapasiteter*

Gjengestangens kapasitet

$$R_u := A_s \cdot f_{u,\text{mean}} \qquad R_u = 207.5 \cdot \text{kN}$$

Gaffel-profilets kapasitet, relatert til per gjengestang (Her satt lik gjengestang)

$$R_s := R_u$$

Midlere uttrekksparemeter

$$f_w := \frac{4.35}{0.91 \cdot (\sin(\gamma))^2 + (\cos(\gamma))^2} \qquad f_w = 4.35$$

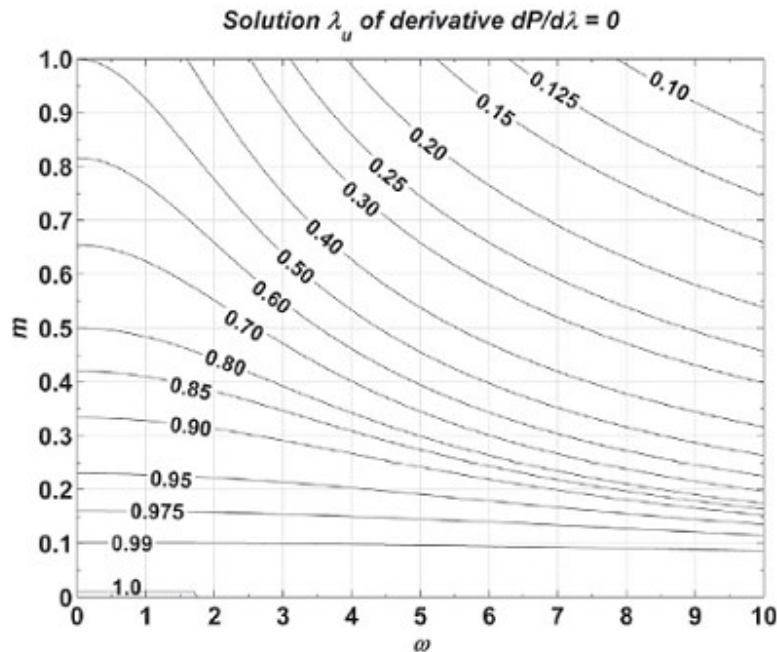
Sprøhetsparameter

$$m := \frac{0.332}{1.73 \cdot \sin(\gamma) + \cos(\gamma)} \qquad m = 0.332$$



## Skjøting av store limtreverrsnitt i bukonstruksjoner

Parameter



$$\lambda_u := 0.92$$

Midlere aksial uttrekkskapasitet (Pull-shear boundary condition)

$$\zeta := \pi \cdot d \cdot l_{ef} \cdot f_w \quad \xi := \frac{\sin(m \cdot \omega \cdot \lambda_u)}{m \cdot \omega} \quad \chi := \frac{\tanh[(1 - \lambda_u) \cdot \omega] \cdot \cos(m \cdot \omega \cdot \lambda_u)}{\omega}$$

$$R_{ax.m} := \zeta \cdot (\xi + \chi) \cdot \frac{\text{mm}^{-2}}{\text{N}^{-1}} \quad R_{ax.m} = 247371 \text{ N}$$

Antatt lengde av gjengestangens frie parti

$$k := \frac{k_l \cdot k_t}{k_l \cdot (\cos(\gamma))^2 + k_t \cdot (\sin(\gamma))^2} \quad k = 710 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$l_x := \pi \cdot d_l \cdot \sqrt[4]{\frac{\pi \cdot E_s}{k}} \quad l_x = 293.1 \cdot \text{mm}$$

## Skjøting av store limtrevernsnitt i bukonstruksjoner

Uttrekkskapasitet

$$R_{ax.u} := R_{ax.m} \cdot \left( \frac{l_{ef} - l_x}{l_{ef}} \right) \quad R_{ax.u} = 186.9 \cdot \text{kN}$$

Total kraftkapasitet

$$F_{u.1} := \cos(\gamma) \cdot \min(4R_{ax.u}, 4R_u, 4 \cdot R_s) \quad F_{u.1} = 747.8 \cdot \text{kN}$$

**Ekvivalent momentarm**

$$Y_{eq.1} := \frac{k_\theta}{K_{s1} \cdot Y_1} \quad Y_{eq.2} := \frac{k_\theta}{K_{s2} \cdot Y_2} \quad Y_{eq.3} := \frac{k_\theta}{K_{s3} \cdot Y_3}$$

$$Y_{eq.4} := \frac{k_\theta}{K_{s4} \cdot Y_4} \quad Y_{eq.5} := \frac{k_\theta}{K_{s5} \cdot Y_5} \quad Y_{eq.6} := \frac{k_\theta}{K_{s6} \cdot Y_6}$$

$$Y_{eq} := \min(Y_{eq.1}, Y_{eq.2}, Y_{eq.3}, Y_{eq.4}, Y_{eq.5}, Y_{eq.6}) \quad Y_{eq} = 1929.4 \cdot \text{mm}$$

**Momentkapasitet**

Momentkapasitet til tre, basert på trykk kapasitet

$$M_{u.t} := \frac{2 \cdot k_\theta \cdot l_c \cdot f_{c.0.mean}}{E \cdot a_0} \quad M_{u.t} = 6479.3 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Forbindelsens momentkapasitet

$$M_u := \min(F_{u.1} \cdot Y_{eq}, M_{u.t})$$

$$M_u = 1443 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

## ROTASJONSSTIVHET

### MOMENT- OG AKSIALPÅKJENT

#### GENERELL INPUT

Dimensjonsløse parametre

$$E := E \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{N}} = 13000$$

$$b := b \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 1300$$

$$h := h \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 900$$

$$l_c := l_c \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 1456.4$$

$$a_{1.} := a_1 \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 1192.5$$

$$a_{2.} := a_2 \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 975$$

$$a_{3.} := a_3 \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 757.5$$

$$a_{4.} := a_4 \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 540$$

$$a_{5.} := a_5 \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 322.5$$

$$a_{6.} := a_6 \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 107.5$$

$$b_{s.} := b_s \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 215$$

$$h_t := h_t \cdot \frac{1}{\text{mm}} = 720$$

$$K_{s1.} := K_{s1} \cdot \frac{\text{mm}}{\text{N}} = 262777.7$$

$$K_{s2.} := K_{s2} \cdot \frac{\text{mm}}{\text{N}} = 262777.7$$

$$K_{s3.} := K_{s3} \cdot \frac{\text{mm}}{\text{N}} = 262777.7$$

$$K_{s4.} := K_{s4} \cdot \frac{\text{mm}}{\text{N}} = 262777.7$$

$$K_{s5.} := K_{s5} \cdot \frac{\text{mm}}{\text{N}} = 290362.2$$

$$K_{s6.} := K_{s6} \cdot \frac{\text{mm}}{\text{N}} = 290362.2$$

$$C := \frac{b}{2} - \frac{b_{s.}}{2} \quad C = 542.5$$

$$N := 6831000$$

## Skjøting av store limtrettversnitt i bukonstruksjoner

Velger et representativt moment

$$M := F_{u.1} \cdot (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5 + Y_6) \cdot \frac{1}{N \cdot \text{mm}}$$

$$M = 1608364685.2$$

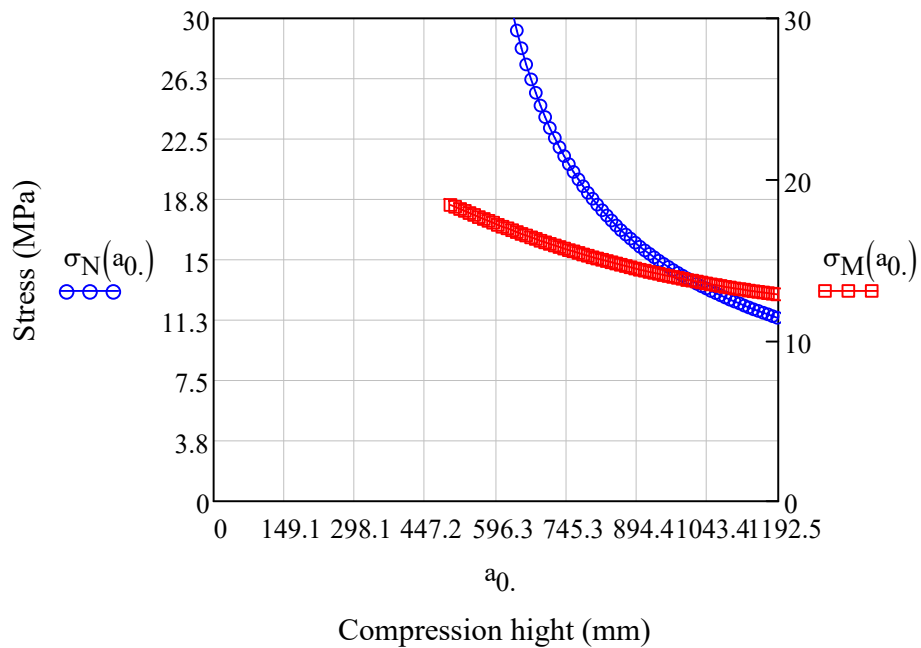
$$e := \frac{M}{N} \quad e = 235.5$$

$$a_{0.0} := 500 \quad a_{0.dx} := 10 \quad a_{0.max} := 1192.5$$

$$a_{0.m} := a_{0.0} + a_{0.dx} \cdot a_{0.max}$$

## Skjøting av store limtreverrsnitt i bukonstruksjoner

Spenninger i treverket som funksjon av trykksonehøyden,  $a_0$



$\sigma_N(a_0) =$

13.838
13.675
13.516
13.363
13.214
13.069
12.928
12.792
12.659
...

$\sigma_M(a_0) =$

13.752
13.694
13.638
13.583
13.529
13.476
13.425
13.374
13.324
...

$a_0 =$

1000
1010
1020
1030
1040
1050
1060
1070
1080
...

$a_0 := 1015 \text{ mm}$

$$\sigma_c := 13.4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

## Skjøting av store limtrettversnitt i buekonstruksjoner

### **Y-KOORDINATER TIL GJENGSTENGENE**

$$Y_{1.} := a_1 - a_{0..}$$

$$Y_{1.} = 177.5 \cdot \text{mm}$$

$$Y_{2.} := a_2 - a_{0..}$$

$$Y_{2.} = -40 \cdot \text{mm}$$

$$Y_{3.} := a_{0..} - a_3$$

$$Y_{3.} = 257.5 \cdot \text{mm}$$

$$Y_{4.} := a_{0..} - a_4$$

$$Y_{4.} = 475 \cdot \text{mm}$$

$$Y_{5.} := a_{0..} - a_5$$

$$Y_{5.} = 692.5 \cdot \text{mm}$$

$$Y_{6.} := a_{0..} - a_6$$

$$Y_{6.} = 907.5 \cdot \text{mm}$$

### **ROTASJONSSTIVHETEN**

$$k_{\theta.} := K_{s1} \cdot Y_{1.}^2 + K_{s2} \cdot Y_{2.}^2 + K_{s3} \cdot Y_{3.}^2 + K_{s4} \cdot Y_{4.}^2 + K_{s5} \cdot Y_{5.}^2 + K_{s6} \cdot Y_{6.}^2 + \frac{E \cdot h_t \cdot a_{0..}^3}{6 \cdot l_c}$$

$$k_{\theta.} = 1583887 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

## MOMENTKAPASITET

### MOMENT- OG AKSIALPÅKJENT

#### *Momentkapasitet*

Momentkapasitet til tre, basert på trykk kapasitet

$$M_{u.t.} := \frac{2 \cdot k_{\theta} \cdot l_c \cdot f_{c,0,mean}}{E \cdot a_{0..}} \quad M_{u.t.} = 11747.6 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Momentbidrag fra treverket

$$r := \frac{\frac{\sigma_c}{E}}{a_{0..}} = 1.016 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}} \quad I := \frac{b \cdot a_{0..}^3}{12} = 1.133 \times 10^{11} \text{mm}^4$$

$$E \cdot I = 1.473 \times 10^{15} \text{Nmm}^2$$

$$M_c := r \cdot E \cdot I$$

$$M_c = 1495.5 \text{kN} \cdot \text{m}$$

Forbindelsens momentkapasitet

$$M_u := \min[F_{u,1} \cdot (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5 + Y_6) + M_c, M_{u,t.}]$$

$$M_u = 3343 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

## Skjøting av store limtrettvernsnitt i bukonstruksjoner

### **UTNYTTELSESGRAD**

$$W_z := \frac{h \cdot b^2}{6}$$

$$W_z = 2.535 \times 10^8 \cdot \text{mm}^3$$

$$M_{Rd} := f_{m,\text{mean}} \cdot W_z$$

$$M_{Rd} = 10495 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\eta_{m.} := \frac{M_u}{M_{Rd}}$$

$$\eta_{m.} = 0.32$$



## J Verifisering av analytisk modell

### VERIFISERING AV ANALYTISK MODELL

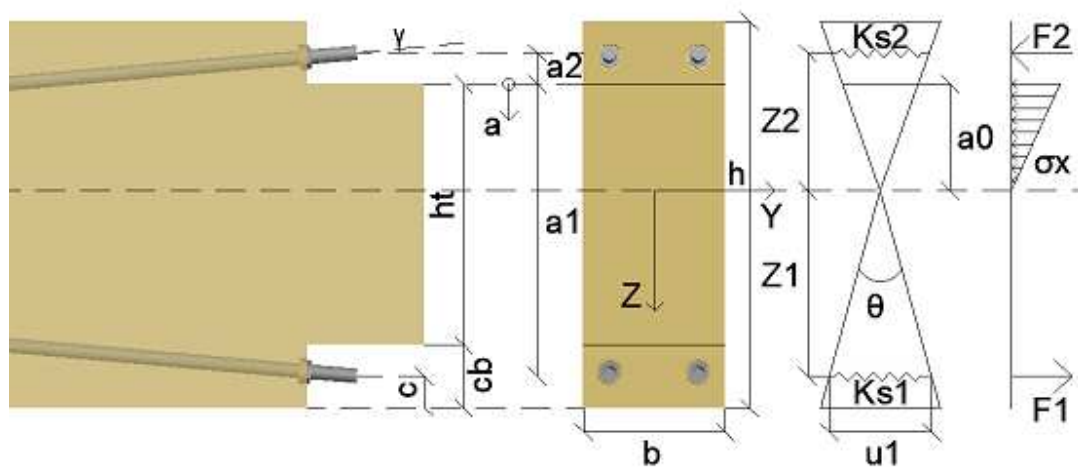
#### 2 GJENGESTENGER (IN-PLANE)

#### ROTASJONSSTIVHET

FIGUR: FORSØK



FIGUR: ANALYTISK MODELL



## Skjøting av store limtretversnitt i bukonstruksjoner

### **GENERELL INPUT**

#### Geometri

Gjengestang  $d := 22.4\text{mm}$   $d_1 := 16.9\text{mm}$   $\gamma := 5\text{deg}$

$l_{ef} := 1200\text{mm}$   $l_{ft} := 50\text{mm}$   $l_{fc} := 20\text{mm}$

$$A_s := \frac{\pi d_1^2}{4} \quad A_s = 224 \cdot \text{mm}^2$$

Bjelke  $h := 585\text{mm}$   $b := 215\text{mm}$

$l_{cr} := 3\text{mm}$

$c_b := 90\text{mm}$   $c := 40\text{mm}$

$h_t := h - 2c_b$   $h_t = 405 \cdot \text{mm}$

$a_1 := h - c_b - c$   $a_1 = 455 \cdot \text{mm}$

$a_2 := -(c_b - c)$   $a_2 = -50 \cdot \text{mm}$

#### Material

Gjengestang  $E_s := 210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$   $f_{u.\text{mean}} := 925 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Limtre GL30c  $E := 13000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$   $E_{cr} := 111 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$   $G := 600 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$k_t := 710 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$   $k_1 := 1300 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$f_{m.\text{mean}} := 41.4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$   $f_{c.0.\text{mean}} := 33.6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

## Skjøting av store limtreverrsnitt i buekonstruksjoner

Ekvivalent trykksone lengde

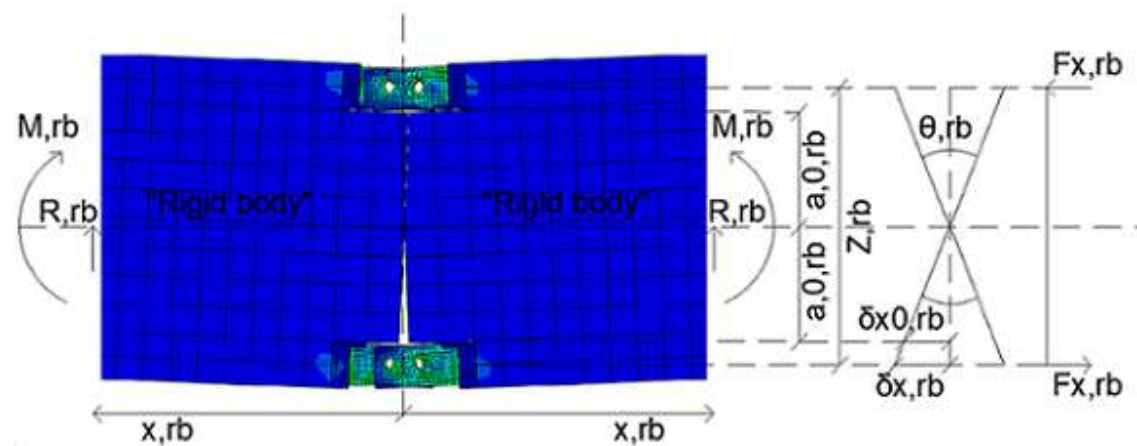
$$l_c := 0.85h_t + l_{cr} \cdot \frac{E}{E_{cr}}$$

$$l_c = 696 \cdot \text{mm}$$

### STIVHETEN TIL STÅLFORBINDEREN

(NUMERISK)

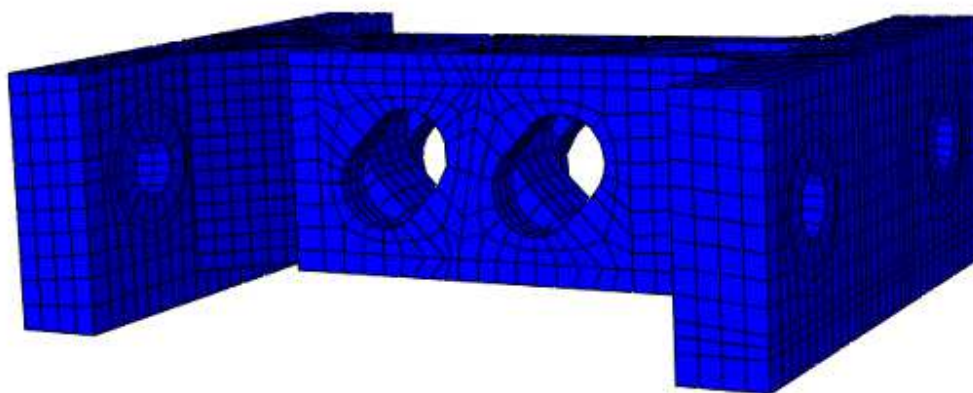
Figur: "Rigid body" fra Abaqus



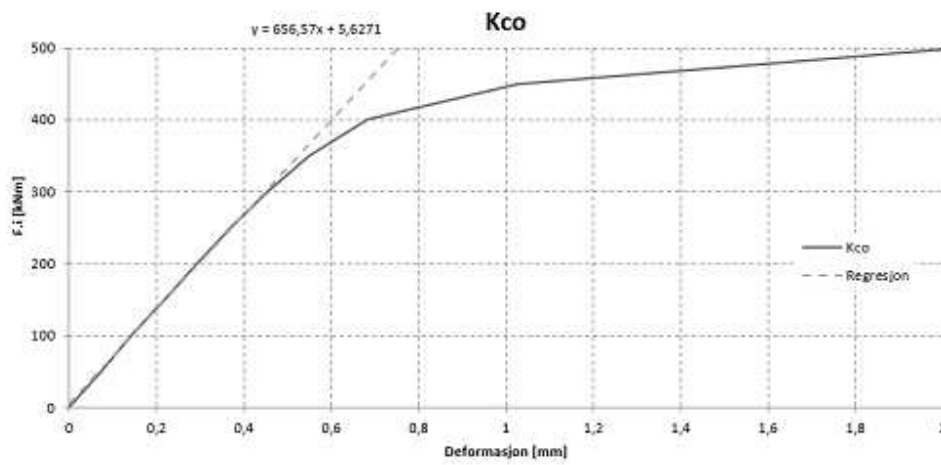
$$K_{co.t.RB} := 1152 \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{co.c.RB} := 1279 \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

Figur: Gaffel-profiler i rent strekk fra Abaqus



## Skjøting av store limtrevernsnitt i bukonstruksjoner

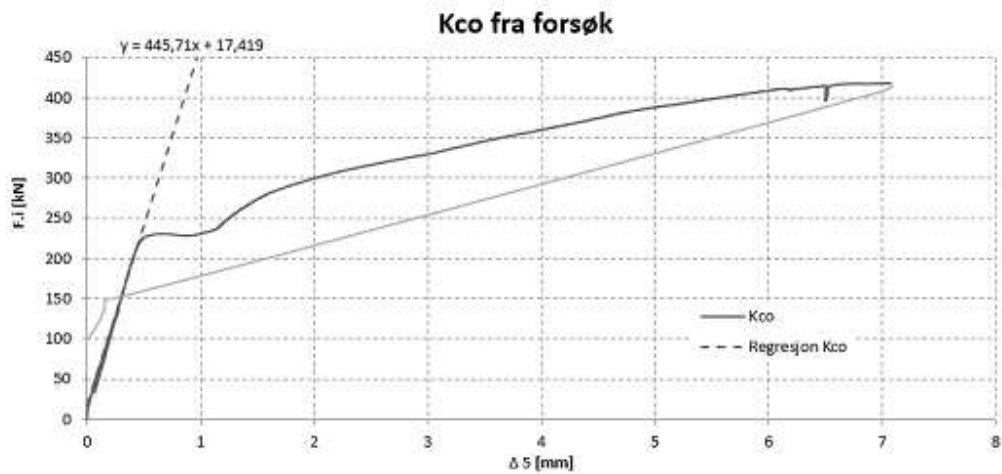


$$K_{co} := 656,57 \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

Figur: Gaffel-profil fra forsøk



## Skjøting av store limtrevernsnitt i bukonstruksjoner

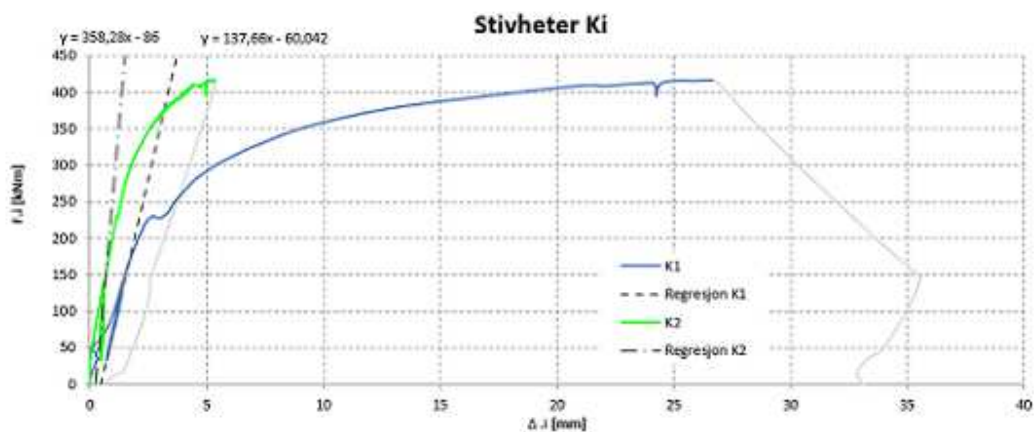


$$K_{co.F} := 445.71 \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

Stivheten til gaffel-profilet i numeriske modeller er for stiv.  
Et rent strekkpåkjent gaffel-profil i Abaqus gir imidlertid en bedre tilnærming for å bestemme  $K_{co}$ .

### TOTAL STIVHET PER SIDE

Figur:  $K_i$  fra forsøk



## Skjøting av store limtretverrsnitt i bukonstruksjoner

Stivheten i strekksonen antas uberørt av trekontakt.  
Dette korresponderer også bra med analytisk modell

$$K_{s1.A} := 130.627 \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

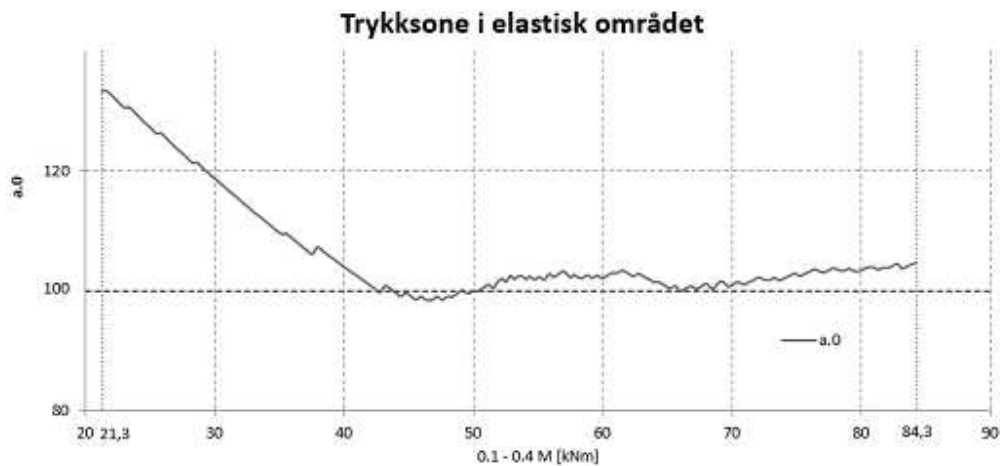
$$K_{s1.F} := 137.66 \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

Stivheten i trykksonen er fordelt mellom stål og trevirke

$$K_F := 358.28 \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

Stivheten til trevirket beregnes som to fjærer i serie med trykksonehøyde lik  $a_0$  fra forsøk

Figur: Trykksonehøyde i elastisk område



$$a_{0.\text{Test}} := 100\text{mm}$$

$$K_c := \frac{E \cdot b \cdot a_{0.\text{Test}}}{2 \cdot l_c} = 200.9 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{c.\text{tot}} := \frac{K_c}{2} = 100.5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

## Skjøting av store limtretversnitt i buekonstruksjoner

$$K_{s2.F} := K_F - K_{c.tot}$$

$$K_{s2.F} = 257.8 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{s2.A} := 144.447 \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

Analytisk modell er for konservativ på stivheter.  
Spesielt på trykksiden.

Stivheten per gjengestang

$$K_{p.t.F} := \frac{2 \cdot K_{s1.F} \cdot K_{co.F}}{2 \cdot K_{co.F} - 2 \cdot K_{s1.F}}$$

$$K_{p.t.F} = 199.2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{p.c.F} := \frac{2 \cdot K_{s2.F} \cdot K_{co.F}}{2 \cdot K_{co.F} - 2 \cdot K_{s2.F}}$$

$$K_{p.c.F} = 611.6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

Aksialstivheten per gjengestang

$$K_{v.t} := 9.14 \frac{\text{kN}}{\text{mm}} \quad K_{v.c} := 27.52 \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

Stivhetene  $K_v$  bidrar minimalt  
til  $K_{ax}$  analytisk. Antar uendret  
fra Analytisk modell

$$K_{ax.t.F} := \frac{K_{p.t.F} - K_{v.t} \cdot (\sin(\gamma))^2}{(\cos(\gamma))^2}$$

$$K_{ax.t.F} = 200.6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{ax.c.F} := \frac{K_{p.c.F} - K_{v.c} \cdot (\sin(\gamma))^2}{(\cos(\gamma))^2}$$

$$K_{ax.c.F} = 616.1 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

## Skjøting av store limtretversnitt i bukonstruksjoner

Ren aksialstivhet

$$K_{\text{ax.f.t}} := \frac{E_s \cdot A_s}{l_{\text{ft}}} \quad K_{\text{ax.f.t}} = 942 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}} \quad K_{\text{ax.f.c}} := \frac{E_s \cdot A_s}{l_{\text{fc}}} \quad K_{\text{ax.f.c}} = 2355 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

Aksial uttrekk/inntrykk stivhet

$$K_{\text{w.A}} := 176.1 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{\text{w.t.F}} := \frac{K_{\text{ax.t.F}} \cdot K_{\text{ax.f.t}}}{K_{\text{ax.f.t}} - K_{\text{ax.t.F}}}$$

$$K_{\text{w.t.F}} = 254.9 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$K_{\text{w.c.F}} := \frac{K_{\text{ax.c.F}} \cdot K_{\text{ax.f.c}}}{K_{\text{ax.f.c}} - K_{\text{ax.c.F}}}$$

$$K_{\text{w.c.F}} = 834.4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

Aksial uttrekk/inntrykk stivhet er vesentlig høyere på trykkside enn strekkside. Analytisk beregning blir derfor konservativ.

### **NØYTRALAKSENS BELIGGENHET**

$$a_{0.A} := \frac{-\left(K_{s1.A} + K_{s2.A}\right) + \sqrt{\left(K_{s1.A} + K_{s2.A}\right)^2 + \frac{E \cdot b}{l_c} \cdot \left(K_{s1.A} \cdot a_1 + K_{s2.A} \cdot a_2\right)}}{\frac{E \cdot b}{2 \cdot l_c}}$$

$$a_{0.A} = 129 \cdot \text{mm}$$



## Skjøting av store limtrettversnitt i bukonstruksjoner

$$a_{0,F} := \frac{-(K_{s1,F} + K_{s2,F}) + \sqrt{(K_{s1,F} + K_{s2,F})^2 + \frac{E \cdot b}{I_c} \cdot (K_{s1,F} \cdot a_1 + K_{s2,F} \cdot a_2)}}{\frac{E \cdot b}{2 \cdot I_c}}$$

$$a_{0,F} = 100.3 \cdot \text{mm}$$

Aksial inntrykk stivhet er vesentlig høyere på trykkside. Dette flytter også nøytralaksen høyere opp i tverrsnittet.

### **Z-KOORDINATER TIL GJENGSTENGENE**

$$Z_{1,A} := a_1 - a_{0,A}$$

$$Z_{1,A} = 326 \cdot \text{mm}$$

$$Z_{2,A} := a_2 - a_{0,A}$$

$$Z_{2,A} = -179 \cdot \text{mm}$$

$$Z_{1,F} := a_1 - a_{0,F}$$

$$Z_{1,F} = 354.7 \cdot \text{mm}$$

$$Z_{2,F} := a_2 - a_{0,F}$$

$$Z_{2,F} = -150.3 \cdot \text{mm}$$

### **ROTASJONSSTIVHETEN**

$$k_{\theta,A} := K_{s1,A} \cdot Z_{1,A}^2 + K_{s2,A} \cdot Z_{2,A}^2 + \frac{E \cdot b \cdot a_{0,A}^3}{6 \cdot I_c}$$

$$k_{\theta,A} = 19948 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

$$k_{\theta,F} := K_{s1,F} \cdot Z_{1,F}^2 + K_{s2,F} \cdot Z_{2,F}^2 + \frac{E \cdot b \cdot a_{0,F}^3}{6 \cdot I_c}$$

$$k_{\theta,F} = 23819 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

$$k_{\theta,\text{Test}} := 25662 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

## Skjøting av store limtretversnitt i buekonstruksjoner

Dette korresponderer bedre med forsøket. Det er grunn til å anta at inntrykkstivheten til analytisk beregning er for konservativ. Denne parameteren gir stort utslag på rotasjonsstivheten. Det anbefales at det gjøres tester på inntrykkstivhet for å kunne verifisere denne påstanden.

### MOMENTKAPASITET

#### **Kapasiteter**

$$R_{u.A} := A_s \cdot f_{u.mean} \quad \text{Analytisk gjengestangkapasitet} \quad R_{u.A} = 207.5 \cdot \text{kN}$$

$$R_{ax.u.A} := 206.8 \text{kN} \quad \text{Analytisk uttrekkskapasitet}$$

$$F_{u.1.A} := \cos(\gamma) \cdot \min(2R_{ax.u.A}, 2R_{u.A}) \quad F_{u.1.A} = 412 \cdot \text{kN}$$

Bruddårsak: Uttrekk av gjengestang

#### **Ekvivalent momentarm**

$$Z_{eq.1.A} := \frac{k_{\theta.A}}{K_{s1.A} \cdot Z_{1.A}} \quad Z_{eq.2.A} := -\frac{k_{\theta.A}}{K_{s2.A} \cdot Z_{2.A}} \quad Z_{max.A} := Z_{1.A} - Z_{2.A}$$

$$Z_{eq.A} := \min(Z_{eq.1.A}, Z_{eq.2.A}, Z_{max.A}) \quad Z_{eq.A} = 468.5 \cdot \text{mm}$$

$$Z_{eq.1.F} := \frac{k_{\theta.F}}{K_{s1.F} \cdot Z_{1.F}} \quad Z_{eq.2.F} := -\frac{k_{\theta.F}}{K_{s2.F} \cdot Z_{2.F}} \quad Z_{max.F} := Z_{1.F} - Z_{2.F}$$

$$Z_{eq.F} := \min(Z_{eq.1.F}, Z_{eq.2.F}, Z_{max.F}) \quad Z_{eq.F} = 487.8 \cdot \text{mm}$$

## Skjøting av store limtrettversnitt i bukonstruksjoner

### **Momentkapasitet**

Momentkapasitet til tre, basert på trykk kapasitet

$$M_{u.t.A} := \frac{2 \cdot k_{\theta.A} \cdot I_c \cdot f_{c.0.mean}}{E \cdot a_{0.A}}$$

$$M_{u.t.A} = 555.9 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{u.t.F} := \frac{2 \cdot k_{\theta.F} \cdot I_c \cdot f_{c.0.mean}}{E \cdot a_{0.F}}$$

$$M_{u.t.F} = 854.3 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Forbindelsens momentkapasitet

$$M_{u.A} := \min(F_{u.1.A} \cdot Z_{eq.A}, M_{u.t.A})$$

$$M_{u.A} = 193 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{u.F} := \min(F_{u.1.A} \cdot Z_{eq.F}, M_{u.t.F})$$

$$M_{u.F} = 201 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{T_{est}} := 210.7 \text{kN} \cdot \text{m}$$

Momentkapasiteten korresponderer også bedre med testen.