

# Utvikling av konsept for en lettvekt strekkbåndbru for gangtrafikk

**Jarle Bergo**

Master i Bygg- og miljøteknikk  
Innlevert: juni 2018  
Hovedveileder: Anders Rönquist, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Institutt for konstruksjonsteknikk





## MASTEROPPGAVE 2018

FAGOMRÅDE: Stålkonstruksjoner / ingeniørarkitektur	DATO: 11. juni 2018	ANTALL SIDER: 122 + 28 vedlegg
--	------------------------	-----------------------------------

TITTEL:

**Utvikling av konsept for en lettvekt strekkbåndbru for gangtrafikk**

Development of a design concept for a lightweight stress-ribbon pedestrian bridge

UTFØRT AV:

Jarle Bergo



SAMMENDRAG:

Denne oppgaven tar for seg utvikling av et generelt konsept for en strekkbåndbru for gangtrafikk.

Med utgangspunkt i en parameterstudie av en enkel bru med brubane av kontinuerlig stålplate med forskjellig lengde og pihøyde, ble det kartlagt hvilke parametere som påvirker bruas dynamiske oppførsel, svingeform og frekvens, samt deres relative betydning.

Basert på parameterstudien og litteraturstudier ble det utviklet et konsept for en lettvekt strekkbåndbru i stål.

Det er i utviklingen av brukonseptet lagt vekt på å benytte løsninger som er egnet for prefabrikasjon og enkel installasjonsmetode. Brua kan monteres ved ett landkar og trekkes over ved hjelp av trinser på brua og vinsj på motsatt side.

FAGLÆRER: Anders Rønnquist

VEILEDER(E): Anders Rønnquist

UTFØRT VED: Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, NTNU

---

# Sammendrag

Denne oppgaven tar for seg utvikling av et generelt konsept for en strekbåndbru for gangtrafikk.

Med utgangspunkt i en parameterstudie av en enkel bru med brubane av kontinuerlig stålplate med forskjellig lengde og pilhøyde, ble det kartlagt hvilke parametere som påvirker bruas dynamiske oppførsel, svingeform og frekvens, samt deres relative betydning.

Basert på parameterstudien ble det valgt et konsept bestående av 4 bærekabler og brudekke i aluminiumsplater og rekkverk integrert mellom øvre og nedre kabler. De dynamiske analysene viste ikke uventet at alle de undersøkte bruene hadde vertikale moder med frekvenser under 5 Hz, og for broene med spenn fra 30 meter og oppover er det også flere vertikale moder med frekvenser i området 1,7 til 2,1 Hz, som er mest kritisk for gangbruene. Analysene viste at alle bruene vil ha akselerasjoner som overskrider minimumskravet for komfort, som betyr at dempende tiltak sannsynligvis vil være nødvendig. Effekten ved bruk av massedempere ( "Tuned Mass Damper - TMD" ), ble undersøkt og viste at disse er effektive i det området de er "tunet" til å dempe. For de lengre bruene øker antall kritiske moder og dermed også behovet for dempere for ulike frekvensområder.

Som et alternativ til bruk av massedempere, ble et det introdusert "strammekabler". Disse har motsatt kurvatur av bærekablene og er festet til bærekabelen i toppen av rekkverket i midten av spennet og avsluttes i nivå med nedre bærekabel ved landkarene. Disse kablene vil når brua svinger trekke brua ned, samtidig som bærekablene trekker brua opp. Studien viser at disse kablene er meget effektive for strekkbåndbruene med korte spenn (under rundt 50 meter). De reduserer drastisk antall kritiske moder og er trolig et godt alternativ til tradisjonelle dempere for de korteste spennene. For bruene med større spenn (rundt 60 meter) tyder resultatene på at dette designet, i kombinasjon med dempere kan være en meget god løsning. For lange spenn påopp mot 100 meter og oppover er trolig ikke strammekablene lenger en egnet metode å redusere vertikale vibrasjoner.

Det er i utviklingen av brukonseptet lagt vekt på å benytte løsninger som er egnet for prefabrikasjon og enkel installasjonsmetode. Brua kan monteres ved ett landkar og trekkes over ved hjelp av trinser på brua og vinsj på motsatt side.



---

---

# Abstract

This master thesis involves the development of a general concept for a stress-ribbon bridge for pedestrian traffic.

Based on a parameter study of a simple bridge with continuous steel plate of different lengths and arrows, it was mapped which parameters affect the dynamic behavior, swing form and frequencies of the natural modes of the bridge, and their relative importance.

Based on the parameter study, a concept was chosen consisting of 4 main cables, deck-plates in aluminum and railings integrated between upper and lower cables. The dynamic analyzes did show as expected that all the bridge models had vertical modes with frequencies below 5 Hz and for bridges with 30 m and upwards, there are also many vertical modes with frequencies in the range 1.7 to 2.1 Hz, which are the most critical for pedestrian traffic. The analyzes showed that all bridges will have accelerations that exceed the comfort criteria, which means that dampening measures will most likely be necessary to satisfy this criteria. The effect of using Tuned Mass Dampers (TMD) was investigated and showed that they are very effective in the area they are “tuned” to damp. For the longer spans, the number of critical modes increases and thus the need for dampers for different frequency ranges.

As an alternative to the use of tuned mass dampers, “inverted cables” were introduced. These have the opposite curvature of the main load-bearing cables and are attached to these at the top of the railing in the center of the span and end in line with the lower cables at the abutments. These cables will, when the bridge starts to swing in the vertical direction, pull down the bridge, while the main load-bearing cables pull upwards. The study shows that these cables are very effective for short span bridges (less than about 50 meters). They reduce drastically the number of critical modes and are probably a good alternative to traditional dampers for the shortest bridges. For bridges with larger spans (around 60m), the results indicate that this design, combined with dampers, can be a very good solution. For longer spans from around 100 meters and upwards, the “inverted cables” are probably not a suitable design to reduce vertical vibrations.

In the development of the bridge concept, emphasis has been placed on using solutions that are suitable for prefabrication and simple installation methods. The bridge can be assembled by one of the abutments and pulled over by using puleys attached to the railing and a winch on the opposite side.

---

---

# Forord

Denne oppgaven er et resultat av det siste semesteret i mitt masterstudie ved Institutt for Konstruksjonsteknikk ved Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Universitet (NTNU) i Trondheim.

Oppgaven ble valgt ut fra interesse for brukonstruksjoner generelt og de utfordringer som er knyttet til slanke konstruksjoner som henge- og strekkbåndbruer spesielt. Det effektive bæresystemet, der lastene hovedsakelig bæres som strekk i kabler, i motsetning til bjelkebruer som bærer på moment og skjærkraft, gir konstruksjonen et enkelt og minimalistisk uttrykk. Disse egenskapene gjør brutypen godt egnet både som en del av turveinettet i urbane strøk og turiststier i veiløse områder. Utbyggingen av slike miljøvennlige ferdselsveier øker stadig, og dermed også behovet for bruer langs disse. På bakgrunn av ovennevnte ønsket jeg å studere nærmere hvordan de dynamiske egenskapene til strekkbåndbruer best kan påvirkes for å sikre funksjonelle, vakre og økonomiske konstruksjoner, og deretter utvikle og teste et eget design for en bru av denne typen. Studien har tatt utgangspunkt i bru for gangtrafikk med spenn som varierer fra 15 til 90 meter.

En stor takk til veileder prof. Anders Rønnquist for inspirasjon og faglig bistand underveis i prosjektet.

Trondheim, 11. juni 2018

Jarle Bergo

---

# Innhold

<b>Sammendrag</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract</b>	<b>v</b>
<b>Forord</b>	<b>vii</b>
<b>Innholdsfortegnelse</b>	<b>1</b>
<b>1 Introduksjon</b>	<b>3</b>
<b>2 Litteraturstudie</b>	<b>5</b>
2.1 Hva er en strekkbåndbru? . . . . .	5
2.2 Hovedtyper strekkbåndbruer . . . . .	7
2.2.1 Oppspente betongbruer . . . . .	7
2.2.2 Bærende stålkabler eller stålbånd, med lokalt bærende brubane . . . . .	9
2.2.3 “Enkel hengebru” - Bærende stålkabler med lettvekt brubane . . . . .	11
<b>3 Metode og programvare</b>	<b>17</b>
<b>4 Parameterstudie</b>	<b>19</b>
4.1 Bakgrunn . . . . .	19
4.2 Modellene i parameterstudiet . . . . .	20
4.2.1 Avvik mellom reell og modellert pilhøyde/helning . . . . .	21
4.3 Kvalitetskontroll . . . . .	23
4.4 Resultater . . . . .	23
4.4.1 Vertikale moder . . . . .	24
4.4.2 Horisontale moder . . . . .	34
4.4.3 Torsjonsmoder . . . . .	40
<b>5 Forslag til design av en strekkbåndbru</b>	<b>45</b>
5.1 Konseptbeskrivelse . . . . .	45

---

5.1.1	Analysemodeller . . . . .	49
5.2	Dynamisk analyse av bruene . . . . .	51
5.2.1	Technical guide, Footbridges SETRA-guiden . . . . .	51
5.3	Konklusjoner . . . . .	62
<b>6</b>	<b>Demping med massedempere</b>	<b>65</b>
6.1	Grunnleggende teori . . . . .	65
6.2	Demping av enkeltmoder . . . . .	66
6.2.1	15m - demping av mode 3 med TMD . . . . .	67
6.2.2	30m - demping av mode 2 med TMD . . . . .	69
6.2.3	60m - demping av mode 6 med TMD: . . . . .	71
6.2.4	Resultater . . . . .	72
6.3	Demping av frekvensområder med massedempere . . . . .	73
6.3.1	30m - demping av frekvensområdet "case 1" . . . . .	74
6.3.2	Konklusjoner . . . . .	76
<b>7</b>	<b>Konsept med underliggende oppstrammingskabler</b>	<b>79</b>
7.1	Grunnlag . . . . .	79
7.2	Beskrivelse av konseptet . . . . .	81
7.3	Beregningsmodeller og analyser . . . . .	83
7.4	Resultater . . . . .	85
7.5	Kontroller etter SETRA-guiden . . . . .	93
7.6	Statisk analyse av designet . . . . .	94
7.6.1	Krefter i elementene . . . . .	94
7.6.2	Valg av dimensjoner . . . . .	95
7.7	Evaluering av resultatene . . . . .	97
7.8	Vurdering av konseptet . . . . .	99
7.9	Komponenter og montasjemetode . . . . .	99
7.9.1	Komponenter . . . . .	99
7.9.2	Montasjemetode . . . . .	110
<b>8</b>	<b>Konklusjon</b>	<b>115</b>
<b>9</b>	<b>Videre arbeid</b>	<b>117</b>
	<b>Referanser</b>	<b>119</b>
	<b>Vedlegg</b>	<b>A1</b>
Vedlegg A - Parameterstudiet . . . . .	A1	
Vertikale moder . . . . .	A1	
Horisontale moder . . . . .	A11	
Torsjonsmoder . . . . .	A13	
Vedlegg B - Tegninger . . . . .	B1	
Brukonsept med underliggende oppstrammingskabler . . . . .	B1	
Tegninger av komponenter og detaljer . . . . .	B1	
Montasjetegninger . . . . .	B9	

---

---



# Kapittel 1

## Introduksjon

Strekkbåndbruer, eller “stress ribbon bridges” er en av de eldste brutypene vi kjenner til. Bæreprinsippet er enkelt – tau i strekk mellom to punkter med en gangbane oppå disse. Generelt kjennetegnes bruene ved at de er lette og slanke, der lastene på brua i hovedsak overføres som aksiale krefter i strekkbåndet.

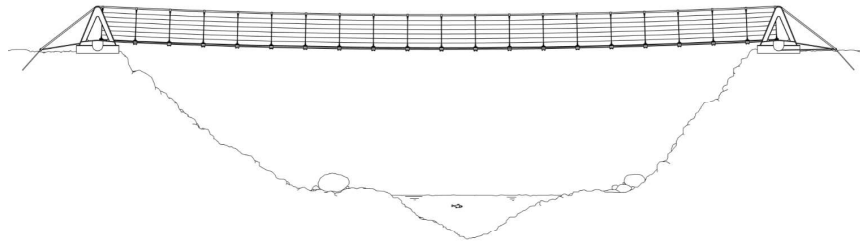
I litteratur om strekkbåndbruer vies utfordringer knyttet til dynamisk oppførsel mye oppmerksomhet. I tillegg setter store strekkrefter krav til grunnforhold med hensyn til forankring ved bruene.

Mål for denne oppgaven har vært å se på hvilke kriterier som bør legges til grunn for å kunne oppnå et optimalt teknisk og økonomisk brukonsept med stort bruksområde. Som utgangspunkt for oppgaven ble en parameterstudie gjennomført for å kartlegge hvilke parametere som påvirker bruas dynamiske oppførsel og deres innbyrdes betydning for bruas svingeform og frekvens.

Parameterstudien tar utgangspunkt i “*The rollout stress ribbon bridge*” av Bendik Manum, Anders Rønnquist, Nathalie Labonnote og Arne Aalberg [1] - en enkel bru med brubane av kontinuerlig stålplate med tykkelse 10 mm og bredde 1,5 m, og varierende spenn og pilhøyde. Utviklingen av konseptet med “bru på rull” er bygget etter ønsket om å gjøre en bru så enkel som den overhodet kan bli, der både brubane og bærende element er en og samme bygningsdel og kun rekkverk må legges til for at brua skal være ferdig.

Første designkast/konsept var en bru med 4 bærekabler; 2 på undersiden av brudekket og 2 som utgjør håndlisten i rekkverket. Brudekket består av 15 mm aluminiumsplater (ca. 1,5 x 1,6 m), som boltes til de nedre kablene og til hverandre via et gummielement, slik at de bidrar til bruas sideveis stivhet, men ikke til aksialstivheten. Øvre og nedre kabler er koblet sammen med stag. Rekkverket består av 6 kontinuerlige horisontale wire som kobles til rekkverkstagene.

Denne brua ble analysert for spenn på 15, 30, 60 og 90 m og med varierende pilhøyder.

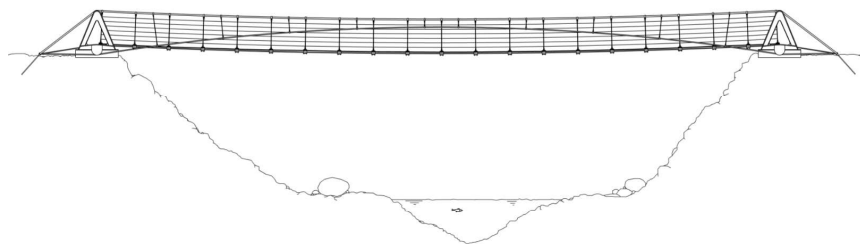


**Figur 1.1:** Første konsept for strekkbåndbru

Dynamiske analyser i både frekvens- og tidsplanet ble gjort med beregningsprogrammer og responsen (hovedsakelig akselerasjoner) ble sjekket i henhold til kravene i SETRA-guiden. Bruk av dempere, Tuned Mass Dampers (TMD), er undersøkt og viser positiv effekt i frekvensområdet de er "tunet" for å dempe. Men for flere av bruene med lange spenn, vil det være behov for mange dempere.

Som et alternativ til dempere ble det derfor sett på en videreutvikling av denne brutypen der "strammekabler" - kabler som har motsatt kurvatur av bærekablene - ble introdusert. Disse trekker brua ned og gir stivhet for vertikale bevegelser. "Strammekabelen" er festet til den øvre kablen i toppen av rekkverket i midten av spennet, og til underkant av brufundamentene ved landkarene. Dette for å unngå ytterligere festepunkter til omkringliggende terreng med tilhørende krav til geologi etc. Strammekablene medfører også at de nedre bærekablene avlastes, fordi de lander nær nøytralaksen i brua og dimensjonen av disse kan dermed reduseres. Som følge av dette blir de vertikale rekkverkstagene rene strekkstag.

Alle 3 kablene på hver side av brua er tenkt utført med felles anker, dette ut fra antagelsen om at det er mer effektivt/gunstig å ha færrest mulig festepunkter i terrenget rundt brua og heller sette strengere krav til disse. Dette vil selvsagt variere fra prosjekt til prosjekt, men gjør i utgangspunktet konseptet mer anvendelig og universelt.



**Figur 1.2:** Konsept for strekkbåndbru med underliggende "strammekabler"

# Kapittel 2

## Litteraturstudie

### 2.1 Hva er en strekkbåndbru?

En “stress ribbon bridge” eller “strekkbåndbru” er en av de eldste brutypene vi har. Når våre første brobyggere forsøkte å spenne over avstander lenger enn lengden på en trestamme, ble løsningen å kaste et tau over og binde det til en stein eller et tre. Dette naturlig enkle bæresystemet bygger på lastbæring gjennom kabler i strekk mellom de to fundamentene, hvor selve kabelen også fungerer som brubane.

*“It is difficult to imagine a simpler structural system: walkway surface and supporting cable, often from natural fibres, are one”*

-Baus U. og Schlaich M. [2].

I dagens moderne strekkbåndbruer består bæresystemet stort sett av stålkabler eller stålbånd laget av høyfast stål. Brudekket finnes i mange varianter, og det mest vanlige er betongdekk, enten av elementer som kobles etter hverandre og støpes sammen, eller støpt på stedet. Ofte blir strekkbåndbruene i betong også etteroppspent. Andre vanlige løsninger er at dekket består av betongelementer, steinblokker eller lignende som plasseres på oversiden av de bærende elementene. Disse bruene er i de aller fleste tilfeller designet som gangbruer både på grunn av deres livlige natur og utfordringer med svingninger og fasongen på brubanen som kan gi relativt store helninger ved endene av brua. Bæresystemet ligner på en klassisk hengebru, men i strekkbåndbrua ligger de bærende elementene i brubanen, eller i nivå med brubanen. Ulikt der brubanen er hengt opp i en kabel mellom to tårn som har en langt større pilhøyde. I en strekkbåndbru “går man på kabelen”, det vil ikke være mulig med den fasongen som kabelen har i de fleste hengebruer.



**Figur 2.1:** Punt da Suransuns, Viamala , Switzerland , 1999 [2]

Begrepene “taubru” , “enkel hengebru” (simple suspension bridge) og strekkbåndsbru (stress-ribbon bridge) er lette å forveksle, og brukes delvis om hverandre. Arkitekten SAHAA, som har designet “Jungelbru” i Oslo, bruker følgende definisjon: *“A simple suspension bridge is a type of bridge that is supported entirely from anchors at both ends and has no towers or piers. In such bridges, the deck of the bridge follows the downward and upward catenary shape of the load-bearing cables”* . Slike “enkle hengebruer” kan enten ha bærende elementer i rekkverket, under brubanen eller begge deler. SAHAA mener forskjellen på en enkel hengebru og en strekkbåndsbru er om kablene er etteroppspent eller ikke; *“It is important to say that the bridge cables are not post-tensioned, hence it is not a stress ribbon bridge”* [3]. Ikke alle følger denne terminologien, ifølge Ursula Baus og Mike Schlaich kan bruer som av mange blir kalt for en enkel hengebru også karakteriseres som en strekkbåndsbru; *“Bridges for which the deck is suspended from the handrails acting as the main supporting tension element may also be considered stress ribbon bridges”* [2]. Fellestrekkene for de ulike betegnelsene er store. Bæresystem med bærende elementer i strekk, enten i bruas gangbane, eller i form av kabler på undersiden av gangbanen, i høyde med rekkverket, i rekkverket eller begge deler.

---

## 2.2 Hovedtyper strekkbåndbruer

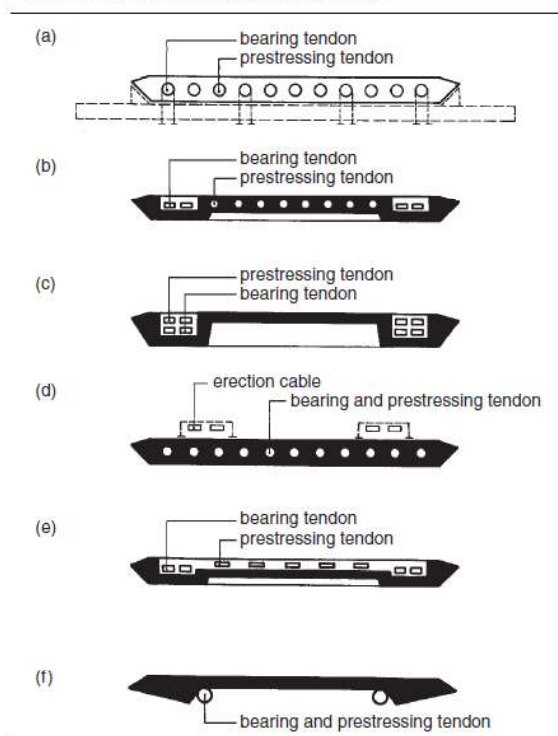
Det finnes mange litt forskjellige typer bruer som alle kan kategoriseres som strekkbåndbruer. Her er det valgt å dele disse inn i tre hovedtyper. En forklaring av de forskjellige typene og deres kjennetegn, i tillegg til bilder og eksempler på eksisterende bruer er samlet her.

### 2.2.1 Oppspente betongbruer

Den første og kanskje vanligste varianten er bruer med betongdekke med ståkabler som bærende elementer. Ståkablene fører de store strekkkreftene til fundament, mens betongdekket gir en viss bøyestivhet av brudekket. For denne typen er det vanlig å benytte etteroppente ståkabler for å "løfte" / "stramme opp" brua og på den måten også gi betongtverrsnittet en liten strekkapasitet.

Byggemetoden er godt beskrevet av Jiri Strasky i "Stress ribbon and cable-supported pedestrian bridges" [4]

Figure 7.9 Prestressed band: typical sections



Figur 2.2: Typiske tverrsnitt for strekkbåndbruer i betong [4]

---

Figur 2.2 hentet fra boken til Strasky illustrerer noen forskjellige varianter (og byggemetoder) for disse strekkbåndsbruene.

Et eksempel på denne brutypen er den meget elegante Deai bridge i Japan med et spenn på hele 100 meter [5]. Denne vakre brua er bygget for gangtrafikken inn til Shirakawa-go, en liten landsby som står på UNESCOs verdensarvliste [6]. Brua ble i 2003 tildelt designprisen fra “Japan Society of Civil Engineers” [7].



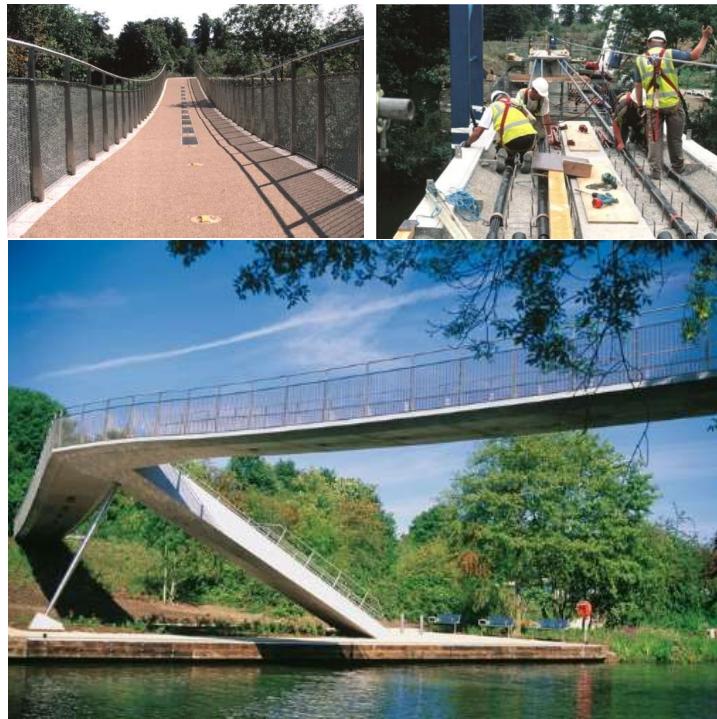
**Figur 2.3:** Deai Bridge [8]

Et annet godt eksempel på denne brutypen og byggemetoden beskrevet av Strasky er Kent Messenger Millenium Bridge i Kent, England. Brua, som sto ferdig i 2001 er den første av sitt slag som strekkbåndsbru med en “knekk” (retningsendring) i brubanen. Knekken er under et støtte som deler spennet i to. Total lengde på brua er 101,5 meter, bestående av et sidespenn på 37,5 meter og et hovedspenn på 49,5 meter [9].

I følge arkitekt Cezary Bednarski sin hjemmeside var brua den rimeligste av alle de britiske “millenium bridges” med en kostnad på 2880 per kvadratmeter av brua og en total kostnad på £ 1 235 860 [9]. Dette tilsvarer cirka 32 000 kr per kvadratmeter og 14 000 000 kr totalt etter dagens valutakurser.

I figuren kan man se hvordan brua er konstruert av prefabrikkerte betongelementer som henges opp i bærekablene. Når alle elementene er hengt på plass og spennkablene er lagt i føringer, støpes det rundt kablene i tomrommet i elementene som blir støpt sammen til en homogen brubane. Til slutt etterspennes brua etter at betongen er herdet.

Denne brutypen er den vanligste typen strekkbåndsbru. Takket være det oppspente betongdekket som bidrar med både mye stivhet og tyngde i brua, er det den typen som normalt sett har minst problemer med dynamiske utfordringer. Tyngden og bøysetivheten som betongen gir systemet gjør også at bruer som dette har meget små deformasjoner under



**Figur 2.4:** Kent Messenger Millenium Bridge [9]

normal trafikklast [1]. Den er derfor mye brukt i gangbruer i urbane strøk, selv der trafikklastene kan forventes å være store. Spennet på bruene kan være ganske langt, ofte helt opp til rundt 100 meter.

### **2.2.2 Bærende stålkabler eller stålbånd, med lokalt bærende brubane**

En annen variant strekkbåndsbruer er typen der det benyttes bærende strekkelementer av stål, vanligvis i form av stålkabler eller stålplater i kombinasjon med dekke-elementer som monteres på oversiden. Dekke-elementene er ofte laget av tunge materialer for å bidra med økt stabilitet og komfort [2]. Men det finnes også bruer av denne typen med brudekker av lett vekt.

Et vakkert eksempel på bruer som dette er den ekstremt slanke og av utseende utrolig “enkle” brua Punt da Suransuns i Viamala, Sveits, bygget i 1999. Den krysser en elv langs en populær tursti, og er en av flere bruer langs tur-ruten som er designet av kontoret til Conzett Bronzin i Chur i Sveits [2].

Brua har et spenn på 40 meter og bæresystemet består av to stålbånd i rustfritt duplex-stål som er spent opp mellom de to betongfundamentene. Dekket består av granittplater som hviler på stålbåndene og er festet ved hjelp av rekkverksøyrlene som går gjennom både





**Figur 2.5:** Punt da Suransuns [10]



**Figur 2.6:** [11]

granittplatene og stålbåndene, og er skrudd fast på undersiden. Spaltene mellom hver av granittplatene er fylt med 3mm tykke bånd av aluminium.

Uttrykksmessig er dette en bru “så enkel en bru kan bli” . Så slank at det nesten ser urimelig ut at den holder, og et “simpelt” system med kun de overhode mest nødvendige elementer.

Brua har ifølge Baus, U. og Schlaich, M. noe sjenerende vertikale svingninger, men der brua er plassert og bruken den er beregnet for, skaper ikke dette nevneverdige problemer [2].

En lignende konstruksjon, ferdigstilt i 2013, finnes i Tirschenreuth i Tyskland. Denne brua har en veldig lik oppbygning med to strekkbånd i høyfast stål med bruelementene festet på oversiden. Her er bruelementene laget av tre og gangbane og rekkverk henger sammen i ett monolittisk element gjennom et momentstivt hjørne. Brubanen består av en rekke slike prefabrikkerte elementer som er løftet på plass og festet til stålbåndene.



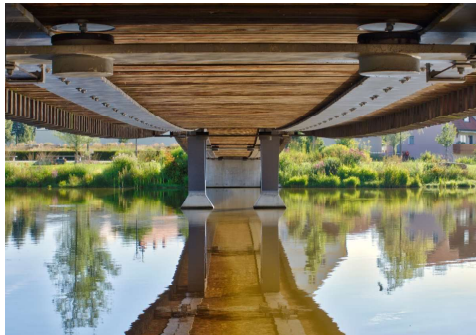
**Figur 2.7:** Brua i Tirschenreuth ([12], [13], [14] og [15])

Brua er delt opp i to spenn, hvert på 37,5 meter. Disse er oppdelt ved hjelp av en sadel midt i elva som stålbåndene hviler på.



---

Brua hadde ifølge Strobl [15] noen små utfordringer med vibrasjoner fra gangtrafikk, noe som var forventet allerede i prosjekteringsfasen. Ved hjelp av to “dynamic absorbers” (bestående av bladfjærer i kombinasjon med oljedempere) montert på undersiden av brua, en i hvert spenn, ble svingningene redusert til akseptable nivåer.



**Figur 2.8:** Undersiden med dynamic absorber [16]

Denne typen strekkbåndbru er som regel en noe lettere konstruksjon enn den første typen i betong, og har vanligvis også noen større utfordringer med tanke på svingninger. Det er nok noe av grunnen til at disse bruene ikke er fullt så vanlige i områder der det er mye gangtrafikk. Denne typen er mer brukt der det er mer beskjeden trafikk og kravene til bruas svingninger ikke like strenge.

### 2.2.3 “Enkel hengebru” - Bærende stålkabler med lettvekt brubane

Denne kategorien er bærende kabler under eller i nivå med brubanen, i rekkverkets håndløper eller begge deler.

Dette er vår tids versjon av den type taubruer som ble bygget blant annet av Inkaene for rundt 500 år siden i Sør-Amerika [17].

Om denne brutypen kan kalles en strekkbåndbru blir et definisjonsspørsmål. Noen velger å kalle en slik bru for en enkel hengebru, og andre mener de regnes som strekkbåndbruer derom de bærende elementene (kablene eller båndene) er etteroppspent. Etter Baus, U. og Schlaich, M kan denne brutypen også karakteriseres som en strekkbåndbru [2]. Uavhengig av hvordan en velger å definere dette er bæresystemets prinsipp er det samme og likheten med den foregående kategorien er stor. De forskjellige navnene flyter litt over i hverandre for bruer av denne typen.

Disse bruene har som regel to kabler i rekkverkets høyde, en på hver side (i enkelte tilfeller flere). Disse kablene utgjøre i mange tilfeller håndlisten i rekkverket. I tillegg er det enten to eller flere kabler under eller i nivå med brubanen. Brubanen er ofte bygget opp av plater i lette materialer som stål eller aluminium, og noen tilfeller plank av treverk. Hvilke kabler som fungerer som bærende elementer varierer fra bru til bru. Ofte er det de nedre kablene (langs brubanen) som er bærende, lignende de foregående typene strekkbåndbruer.



**Figur 2.9:** Taubru i Peru [18]

Andre ganger kan de øvre kablene fungere som bærende elementer og brubanen “henger” under denne. Ofte er det også en kombinasjon, ved at kablene i begge nivåer er bærende elementer og deler på belastningen.

“Jungelbru” i Oslo som i 2017 ble tildelt Norsk Stålkonstruksjonspris er en bru av denne typen [19]. Brua har fire lastbærende kabler på undersiden av gangbanen, og to mindre kabler på et høyere nivå som fungerer som feste til rekkverket og holder dette oppe. Bilder fra befaring på brua er vist i figur 2.10

Brua befinner seg i et lite skogområde med stort biologisk mangfold. Det var derfor ønskelig å bygge en bru som ikke ville kreve store naturinngrep og en rask og enkel montasje ble vektlagt for å sikre en kort byggeperiode.

Spennet er på 36 meter, bestående av 18 “seksjoner” , hver på 2 meter. Rekkverket består av netting i rustfritt stål og bruas øvrige elementer er utført i galvanisert stål. Brua har fire kabler i underkant av brubanen som er de hovedsakelig lastbærende elementene [3].

På befaring ble brua inspisert. Den har vibrasjoner i vertikal mode 1 og 2 som er absolutt merkbare, selv for kun 1-2 personer. Disse svingningene oppleves derimot ikke som ubehagelige og brua oppleves som svært trygg.

En annen bru der det ble foretatt egen befaring er en lignende bru, men en langt mer simpel konstruksjon. Brua krysser en elv i Måbødalen i øvre Eidfjord. Bruas bæresystem består av tre kabler i underkant av brubanen, i tillegg til to kabler i håndlisten på rekkverket. Alle kablene ser ut til å være lastbærende elementer. Brubanen er laget i trebord, og rekkverket består av enkel gjerdenetting. Brua er meget enkel, og den har også relativt store svingninger som kan oppleves som ubehagelige, selv for kun en person på brua. Brua befinner seg på en lokal tursti, primært benyttet av turgåere og laksefiskere.

Bruer som disse er takket være sin lette vekt og bæring på strekk i kablene meget materialeeffektive og dermed mulig å bygge med svært lange spenn. Det demonstrerer Charles



**Figur 2.10:** Egne bilder fra befarings på Jungelbru



**Figur 2.11:** Egne bilder fra befarings i Måbødalen

Kuonen Suspension Bridge i Sveits. Denne brua har et spenn på imponerende 494 meter, og er med det verdens lengste hengebru for gangtrafikk. Brua har to bærende kabler og

---

brubanen består av løpende monterte prefabrikkerte elementer som henger på undersiden av bærekablene. For å redusere svingninger er det i kablens fester dempere i den ene enden av brua. I følge turistinformasjon fra ruten brua befinner seg på:

*“Thanks to the newly developed and patented vibration damping system, the bridge, measuring almost half a kilometre long, is barely able to swing” [20].*

Nøyaktig hva dette dempersystemet består av gis det ingen ytterligere informasjon om.



**Figur 2.12:** Charles Kuonen Suspension bridge. Montasje og dempersystem [21]

En annen metode for å redusere svingningene for slike bruer med store spenn er montering av underliggende kabler som er fundamentert langt bredere enn selve brua. Slike kabler gir dermed en ekstra fastholdning sideveis og hjelper til med å redusere svingninger. Dersom kablene strammes nok til at de er i en viss mengde strekk gir de også en vertikal fastholdning av brua. Eksempler på slike kabler kan vi se blant annet i “Drac bridge” på 220 meter [22] og “Trift bridge” på 170 meter [23], vist i figurene nedenfor.

Andre muligheter for bruk av eksterne kabler som dette er omtalt av Jiri Strasky i “Stress Ribbon and Cable-supported Pedestrian Bridges” . Her er alternativene å feste kablene på skrå ovenfor brua som et ekstra bærende element, eller kun sideveis vurdert. Figurene nedenfor er hentet fra Strasky og illustrerer disse alternativene.

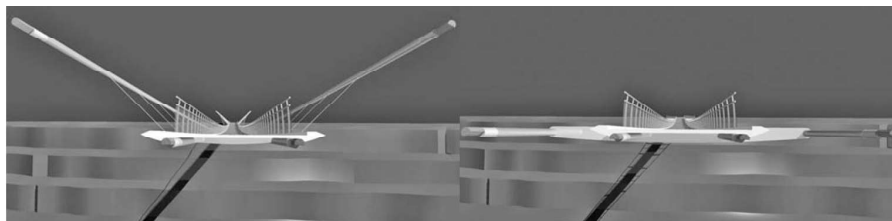




**Figur 2.13:** Drac Bridge [24]



**Figur 2.14:** Trift Bridge [25]



**Figur 2.15:** Designforslag med eksterne kabler, fra Jiri Strasky [4]

Disse bruene er, som eksemplene illustrerer, ofte meget lette konstruksjoner. De består gjerne av enkle elementer som kan settes sammen i "seksjoner" langs brua. De er enkle å både prefabrikere og montere og de krever lite arbeid på byggeplass (bortsett fra eventuelt tungt maskineri til fundamentering). Blant annet på grunn av sin lette vekt er denne typen spesielt utfordrende med tanke på svingninger, noe som naturlig nok begrenser bruken. Alt dette er nok grunner til at dette er en mye brukt brutype på turstier, i fjellet og andre steder der det er generelt lite gangtrafikk, ønsker om minimale naturinngrep og en enkel konstruksjon i tillegg til dårlig tilgjengelighet for anleggsmaskiner og lignende.

---

# Kapittel 3

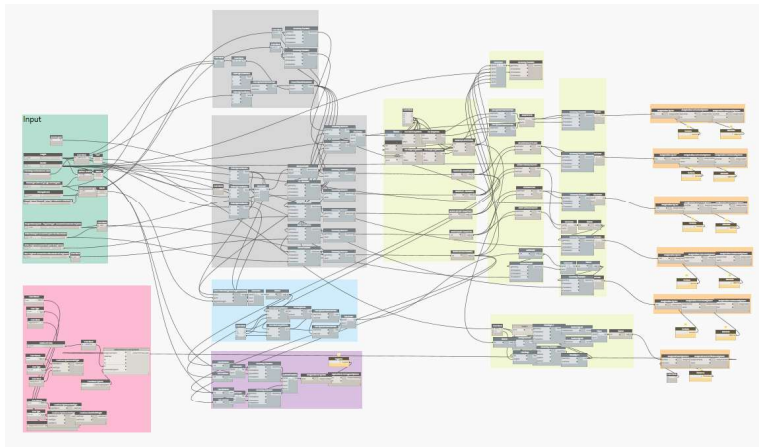
## Metode og programvare

I oppgaven har programvare fra Autodesk vært sentralt. Tidligere fag på NTNU og Høgskolen i Oslo og Akershus har benyttet seg av og gitt delvis opplæring i programvare fra Autodesk.

Robot Structural Analysis er et avansert programverktøy for konstruksjonsanalyse. Programmet er kjent for sin brukervennlighet samtidig som det har de fleste nødvendige funksjoner for selv avanserte analyser. Blant annet kan det gjøres dynamiske analyser og analyse av konstruksjoner både i frekvensplanet og tidsplanet.

Abaqus/CAE er et elementmetodeprogram som brukes til både modellering og analyse av mekaniske komponenter og visualisering av resultatene. Abaqus har mulighetene til å gjøre svært kompliserte simuleringer av nesten hva som helst.

Dynamo Studio er et programmeringsmiljø for beregningsbasert BIM-design som bygger på visuell programmering der brukeren benytter visuell logikk til å styre arbeidsflyt og automatisere oppgaver. Ved hjelp av dynamo studio kan man lage en parametrisert geometri som styres av varierende inputverdier. Programmet kan jobbe sammen med Robot Structural Analysis og på den måten kan det raskt lages forskjellige analysemodeller ved kun å endre på inputverdier i Dynamo Studio. Figur viser et utsnitt fra en av prosjektene i Dynamo Studio.



**Figur 3.1:** Dynamo “workspace” for en av modellene

Autodesk AutoCAD er programvare for 2D og 3D dataassistert konstruksjon (computer-aided design (CAD)). I arbeidet har AutoCAD blitt brukt til å lage illustrasjoner og tegninger til konsept for design av en strekkbndbru.

I tillegg til de nevnte programmene har Windows Excel blitt mye brukt som et assisterende verktøy i mange faser. Det har fungert til å samle resultater og data i tabellform, blitt brukt til å lage tabeller og kurver og blitt brukt til enkelte beregninger og assistanse av modellering i Robot Structural Analysis.

Robot Structural Analysis ble valgt som hovedverktøy for analyser av flere grunner. For det første har programmet alle de funksjoner som ble ansett som nødvendige gjennom denne oppgaven, og det ble derfor det naturlige valget fremfor mer avanserte alternativer som f.eks. Abaqus. Abaqus, som er et mer avansert analyseprogram har flere muligheter, men kan også være mer utfordrende å bruke. Robot ble bedømt tilstrekkelig avansert for bruken i denne oppgaven. I tillegg var det ønskelig å benytte parametrisert modellering for å spare tid og enkelt kunne produsere nye beregningsmodeller ved senere tidspunkter, dette kunne gjøres ved å kombinere bruken av Robot Structural Analysis og Dynamo Studio.



# Kapittel 4

## Parameterstudie

### 4.1 Bakgrunn

Etter grundige litteraturstudier og oppgavens vei videre begynte å ta form ble det gjennomført et parameterstudie av den dynamiske oppførselen til en strekkbåndbru. Det var tydelig at strekkbåndbruer ofte begrenses av sine dynamiske egenskaper og det var ønskelig å finne ut mer om hva som påvirker dynamikken i et bæresystem som dette, og ikke minst i hvilken grad. Hensikten med parameterstudiet var å få en ide om omtrent hvilke frekvenser man kan forvente av en bru med dette bæresystemet avhengig av blant annet stivhet, pillhøyde, vekt osv. I tillegg var det ønskelig å kartlegge i hvilken grad det å variere disse parametere vil påvirke systemets dynamiske oppførsel.

Parameterstudiets utgangspunkt er forslaget som ble lagt frem i “The rollout stress ribbon bridge” [1]. Det blir her presentert en liten parameterstudie der en bærende plate med 1,5 meter bredde og 10mm tykkelse er benyttet for å estimere mulige frekvenser for bruer med lengder på 15, 30 og 50 meter og helninger ved brubanens ender på henholdsvis  $\frac{1}{12}$  og  $\frac{1}{20}$ .

Tverrsnittsverdiene til denne platen ble benyttet som utgangspunktet for undersøkelsene i parameterstudiet. Parameterstudiet består av 3 hoveddeler, delt inn etter hvilke egenmoder som undersøkes vertikale moder, horisontale moder og torsjonsmoder.

Fra HUMAR J., Dynamics of Structures [26], vet vi at frekvensene til en enkel sinusformet svingeform kan estimeres ved hjelp av formelen:

$$f = \sqrt{\frac{(n\pi)^4 EI}{mL^4} + \frac{(n\pi)^2 T}{mL^2}} \quad (4.1)$$

Her er  $n$  antall halve sinusbølger,  $EI$  er bøyestivheten,  $m$  er jevnt fordelt masse og  $T$  er strekkraft. Dette gir en viss ide om hvilke resultater som kan forventes av parameterstudie

---

og er grunnlaget for hvilke parametere som er valgt å variere. Strekkraften i brua varierer indirekte ved å endre bruas pilhøyde/helning ved endene som igjen påvirker strekkraften en lavere helning gir lavere pilhøyde og en “strammere” bru og dermed større strekkraft  $T$ . I “The rollout stress ribbon bridge” [1] er et grovt estimat for forventede frekvenser beregnet for noen forskjellige bruer ved hjelp av ligning 4.1 fra Dynamics of Structures.

Hensikten med parameterstudiet er å lære mer om bruens dynamiske oppførsel, og hva som påvirker denne, ved testing av modeller i beregningsprogrammer i tillegg til bruk av håndberegninger, og sammenligninger av disse resultatene.

## 4.2 Modellene i parameterstudiet

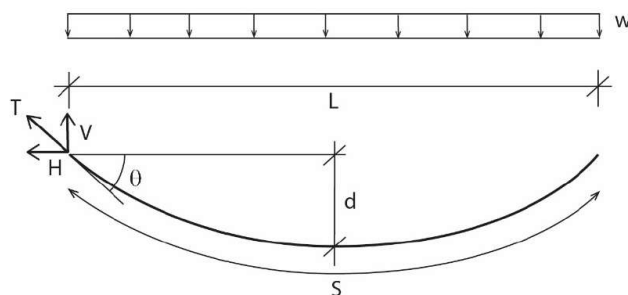
For å undersøke vertikale og horisontale moder benyttes en enkel bjelkemodell i Robot Structural Analysis. Modellens geometri kontrolleres gjennom Dynamo Studio slik at den enkelt og raskt kan varieres. Samtidig kan tverrsnitt og materialer styres på den samme måten. Modellens randbetingelser består av to lager der rotasjoner vertikalt (om  $y$ -aksen) er frigjort og rotasjoner sideveis ( $z$ -aksen) er fastholdt. Elementene som utgjør brua er enkle elementer med lengder på 0,25 meter som følger den tilnærmede fasongen for brua forklart ytterligere nedenfor.

Denne bjelkemodellen er ikke i stand til å fremstille torsjonsmoder, som er meget aktuelle i en bru av denne typen. For å undersøke hvilke frekvenser som kan forventes for torsjonsmodene lages det derfor en platemodell i Robot Structural Analysis, og en tilsvarende modell i Abaqus. Modellen i Abaqus ble hovedsakelig brukt for kontroll av resultatene fra Robot. Torsjonsmoder ble kun testet ved platemodellen i Robot for noen få forskjellige platelykkelser, alle med en bredde på 1,5 meter.

For å bestemme modellenes geometri benyttes en tilnærmet parabolisk funksjon. Fra kabelteori vet vi at en kabel utsatt for jevnt fordelt belastning (eksempelvis egenvekt) vil beskrives eksakt av en hyperbolsk cosinusfunksjon, beskrevet av [27]:

$$y = \frac{H}{g} \left( \cosh\left(\frac{gx}{H}\right) - 1 \right) \quad (4.2)$$

Denne funksjonen er noe tungvinn å bruke og det er enklere å benytte en tilnærmet parabolisk funksjon. Formen på et tau eller en kabel med lave pilhøyder, det vil si når den jevnt fordelte lasten langs tauet er tilnærmet lik jevnt fordelt last langs horisontal lengde av tauet, estimeres ved en parabolisk forenkling [28] vist i figuren nedenfor.



**Figur 4.1:** Parabel for forenklet beskrivelse av kabelform for små pilhøyder [1]

Her indikerer  $d$  bruas pilhøyde og  $\theta$  er brubanens helning ved endene. Ved antagelsene ovenfor kan  $\theta$  finnes ved:

$$\theta = \frac{4d}{L} \quad (4.3)$$

og strekket i kabelen ved opplegg,  $T$  finnes ved:

$$T = \sqrt{H^2 + V^2} = \sqrt{\left(\frac{wL^2}{8d}\right)^2 + \left(\frac{wL}{2}\right)^2} \quad (4.4)$$

Hvor  $H$  og  $V$  indikerer horisontal og vertikal reaksjonskraft ved opplegg,  $w$  er vekten av kabelen per enhetslengde og  $L$  er spennets horisontale lengde.

Disse antagelsene brukes i modelleringen av modellene som benyttes i parameterstudiet og alle modellene i de senere kapitlene.

#### 4.2.1 Avvik mellom reell og modellert pilhøyde/helning

Det er viktig å bemerke at helningene i parameterstudiet henviser til helningen i modellen i vektløs tilstand slik modellen er modellert. Det vil si før nedbøyningen fra egenlast er regnet med. Det betyr at den virkelige pilhøyden og dermed også helningen  $\theta$  er større enn den angitte verdien for resultatene fra modellene i parameterstudiet. Dette kunne vært unngått ved å beregne reell pilhøyde for hver enkelt modell, men dette ville tatt uforholdsmessig lang tid. Siden parameterstudiet er ment som en enkel studie med mål om å gi økt forståelse for systemets dynamiske oppførsel, ble det vurdert som godt nok for formålet. Selv om tallene for helningen,  $\theta$  i resultatene avviker noe fra de faktiske verdiene vil resultatene like fullt gi den ønskede indikasjonen på hvordan variasjon i  $\theta$  påvirker dynamikken.

For å gi en indikasjon på hvor mye tallene for  $\theta$  i parameterstudiet faktisk avviker fra beregningsmodellen er noen eksempler vist i tabeller her.

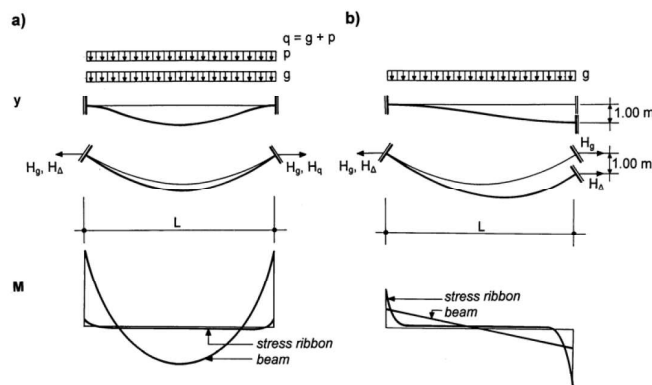
$\theta$	Egenvekt ( $\frac{kg}{m}$ )	Modellert pilhøyde (m)	Reell pilhøyde (m)	Reel $\theta$	Avvik (%)
$\frac{1}{20}$	200	0,1875	0,1975	0,0527	5,3
$\frac{1}{20}$	400	0,1875	0,2075	0,0553	10,7
$\frac{1}{20}$	800	0,1875	0,2245	0,0599	19,7

**Tabell 4.1:** Pilhøyde før og etter nedbøyning for  $L = 15m$  og  $I_y = 300\,000\,000mm^4$

$\theta$	Egenvekt ( $\frac{kg}{m}$ )	Modellert pilhøyde (m)	Reell pilhøyde (m)	Reel $\theta$	Avvik (%)
$\frac{1}{20}$	200	0,375	0,441	0,059	17,6
$\frac{1}{20}$	400	0,375	0,488	0,130	30,1
$\frac{1}{20}$	800	0,375	0,557	0,074	48,5

**Tabell 4.2:** Pilhøyde før og etter nedbøyning for  $L = 30m$  og  $I_y = 125\,000mm^4$

Avviket mellom helningene angitt i parameterstudiet og faktisk helning blir større når spennet på brua øker, tyngden på brubanen øker og når stivheten til tverrsnittet blir mindre. Økende vertikal stivhet av tverrsnittet gir etter hvert en relativt stor momentkapasitet som igjen medfører noe mer bæring på moment. Selv om bæresystemet i prinsippet består kun av strekk i kabelen, kan det opptre en del momenter ved endene, dette er omtalt av Jiri Strasky i *Stress Ribbon and Cable-supported Pedestrian Bridges* [4]. Figur 4.2 viser moment og skjærkraftdiagram for en bjelke og et strekkbånd utsatt for den samme belastningen. Figuren er hentet fra boken til Strasky.



**Figur 4.2:** Moment- og skjærkraftdiagram for innspent bjelke og strekkbånd [4]

---

### 4.3 Kvalitetskontroll

For å kontrollere resultatene fra modellen i Robot Structural Analysis og være sikker på at den fungerer, er en form for kvalitetskontroll nødvendig. Dette ble gjort både med beregningsverktøy og med overslag fra håndberegninger. Egenfrekvensene til en bru ble beregnet med de forskjellige metodene, og sammenlignet.

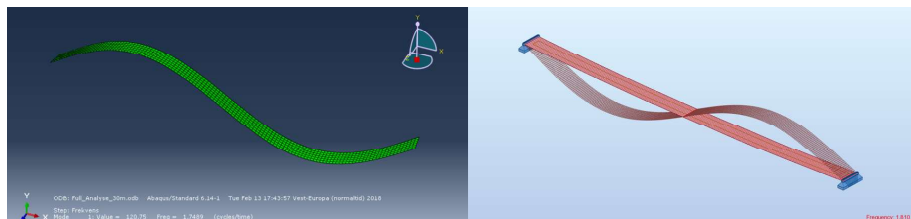
For håndberegninger benyttes formlene for frekvenser fra Jiri Strasky - *Stress Ribbon and Cable-supported Pedestrian Bridges* [4], som presenteres i neste kapittel.

I tillegg kontrolleres frekvensene mot de som beregnes av platemodellene i både Abaqus og Robot Structural Analysis. Da frekvensene fra disse modellene også er så godt som sammenfallende med de fra bjelkemodellen, ansees dette som en tilstrekkelig kvalitetskontroll av resultatene herfra.

Tabell 4.3 viser noen utvalgte vertikale frekvenser beregnet for hånd, hentet fra de forskjellige modellene.

Modenummer n	Robot bjelkemodell	Håndberegninger	Robot Platemodell	Abaqus Platemodell
1	2,00	2,05	2,311	2,32
2	1,81	1,81	1,810	1,749
3	2,85	2,72	3,080	3,134
4	3,63	3,62	3,639	3,519

**Tabell 4.3:** Sammenligning av frekvenser for vertikale moder med forskjellige beregninger



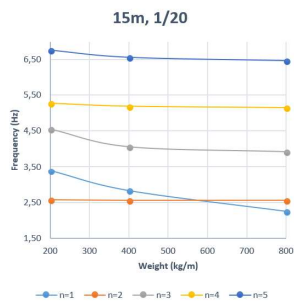
**Figur 4.3:** Deformasjonsfigurer for vertikal mode 2 ( $n=2$ ) fra platemodellene i Abaqus og Robot.

### 4.4 Resultater

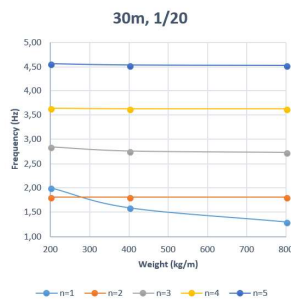
Relevante resultater fra parameterstudiet presenteres i tabeller og kurver underveis i de kommende delkapitlene. For ytterligere resultater fra parameterstudiene for vertikale moder, horisontale moder og torsjonsmoder henvises til vedlegg A.

#### 4.4.1 Vertikale moder

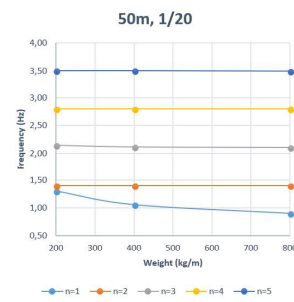
For de vertikale modene ble undersøkelser i beregningsprogram hovedsakelig gjort i Robot Structural Analysis. Det ble her gjort tester i utgangspunktet kun på bjelkemodellen. Platemodellene ble også undersøkt, men som vist i forrige delkapittel var samsvaret for de vertikale frekvensene i platemodellene og bjelkemodellen meget bra. Derfor ble bjelkemodellen brukt da den er langt bedre egnet for en parameterstudie som dette. En av de interessante tingene som ble tidlig oppdaget var hvilken mode som ble den med lavest frekvens. I utgangspunktet kan det virke naturlig at mode 1 alltid vil ha den laveste frekvensen slik det kan forventes av en bjelke – det stemmer imidlertid ikke. Parameterstudiet viser at etter hvert som pilhøyden på brua øker vil frekvensen for mode 1 også øke og etter hvert bevege seg forbi mode 2 (og i noen tilfeller flere moder). Dette er vist i figur 4.4 til 4.6 som viser resultater fra parameterstudiet av bjelkemodellen i Robot. Her er frekvensen til de 5 første vertikale modene beregnet for 15, 30 og 50 meter spenn med helning på  $\frac{1}{20}$ , for de tre egenvektene 200, 400 og 800  $\frac{kg}{m}$ . Tverrsnittsdata utenom dette er holdt konstant.



Figur 4.4



Figur 4.5



Figur 4.6

Forklaringen på dette fenomenet er omtalt av Jiri Strasky, i *Stress Ribbon and Cable-supported Pedestrian Bridges*, kapittel 4 [4]. Kapitlet, som omhandler kabelteori, forklarer at frekvensen til vertikal mode 1 til en kabel bestemmes ved:

$$f_{(1)} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\mu} \left( \frac{H}{l^2} + \frac{EAf^2\pi^2}{2l^4} + \frac{EI\pi^2}{l^4} \right)} \quad (4.5)$$

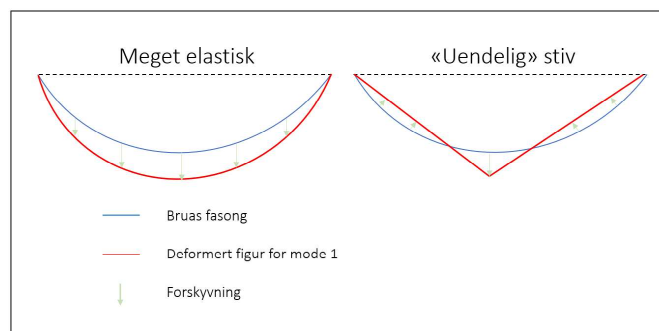
og for de øvrige modene finnes frekvensene ved,

$$f_{(n)} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\mu} \left( \frac{Hn^2}{l^2} + \frac{EI\pi^2n^2}{l^4} \right)} \quad (4.6)$$

der  $H$  er strekkraften i kabelen,  $l$  er spennets lengde,  $\mu$  er massen til kabelen per lengdeenhet,  $f$  er kabelens pilhøyde,  $E$  materialets E-modul,  $A$  tverrsnittets areal,  $I$  er treghetsmoment til kabelen og  $n$  er antall halve sinusbølger i modeformene altså modenummeret (eksempelvis er  $n = 2$  for mode 2).

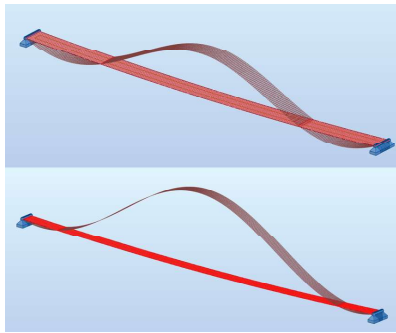
Uttrykket  $\frac{EAf^2\pi^2}{2l^4}$  i ligning 4.5 for første vertikale mode representerer bidraget fra aksialstivheten til kabelen. Kabelen må tøyes når den svinger i formen til mode 1. Dette bidraget fra aksialstivhet er ikke tilstede i ligning 4.6 som beskriver frekvensene til øvrige moder. Dette er grunnen til at mode 1 i noen tilfeller vil ha en høyere frekvens enn opptil flere av de øvrige modene.

Det ble også lagt merke til at fasongen på mode 1 tilsynelatende endres noe når pilhøyden blir større. For at brua skal kunne svinge i en “ren” halv sinusbølge i mode 1 er brubanen, som påpekt av Strasky, nødt til å forlenges. Dette er årsaken til at aksialstivheten gir et så betydelig bidrag til bruas frekvenser for mode 1. Større pilhøyde og dermed større heng på brua gjør bidraget fra aksialstivheten i ligning 4.5 til kabelen større. Det samme skjer når spennet blir redusert, da bidraget fra aksialstivheten har bruas lengde i fjerde potens i nevner, mens de ytterlige bidragene kun har lengden i andre potens. Det kreves mye energi for at brua skal kunne svinge i en fasong av en ren halv sinusbølge. Dette resulterer i at mode 1 får en fasong som blir en mellomting mellom en “ren” sinusbølge og en trekantet fasong på deformasjonen. Desto større aksialstivheten er jo mer “trekantet” vil deformasjonsfiguren se ut. For å illustrere dette er tenkte deformasjonsfigurer for en bru av et materiale med lav aksialstivhet, og en bru av et materiale med “uendelig” aksialstivhet vist figur 4.7.

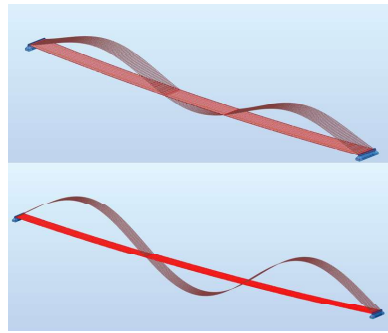


**Figur 4.7:** Overdrevene illustrasjoner av mulige deformasjonsfigurer

Mode 1 for testene i parameterstudiet får derfor fasonger som ligger et sted mellom disse ytterpunktene. Dette innebærer at brubanen får et lite “oppløft” mot kantene på brua. Denne effekten blir som nevnt forsterket når spennet blir kortere og brubanens helning brattere. Når deformasjonsfigurer blir tegnet av beregningsverktøyet vil dette lille “oppløftet”, tegnet i en overdreven deformasjonsfigur, ligne en “ekstra” halv bølge i figuren. Dette betyr at mode 1 kan noen ganger være vanskelig å kjenne igjen, og med overdrevne deformasjonsfigurer kan den fort forveksles med vertikal mode 3. Etter hvert som spennet øker blir dette mindre tydelig (dersom pilhøyden ikke økes drastisk samtidig) og for en lenger bru vil mode 1 være enklere å “lese” av deformasjonsfigurene og den blir likere formen av en “ren” sinusbølge. En illustrasjon av hvordan mode 1 eksempelvis kan se ut i Robot eller Abaqus er vist i figur 4.8 og 4.9. I figur 4.8 er mode 1 for henholdsvis en 30, og 50 meter lang bru vist (med en vekt på  $200 \frac{kg}{m}$  og  $\theta = \frac{1}{20}$ ). Til sammenligning er mode 3 for de samme bruene vist i figur 4.9.



Figur 4.8: Mode 1



Figur 4.9: Mode 3

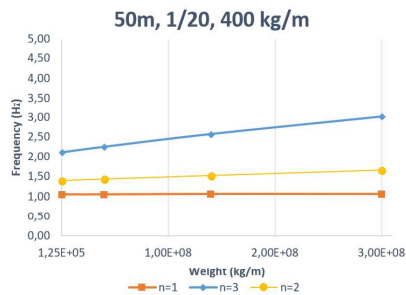
Figurene illustrerer hvordan effekten av “oppløftet” gradvis forsvinner når lengden øker. For spesielt korte spenn ser man at mode 1 og mode 3 fort kan forveksles, spesielt siden frekvensene for disse modene da gjerne kan ligg tett opp til hverandre.

De samme funnene for mode 1 er omtalt og illustrert i *Stress ribbon and cable-supported pedestrian bridges*, Kapittel 7 [4]. Her står det:

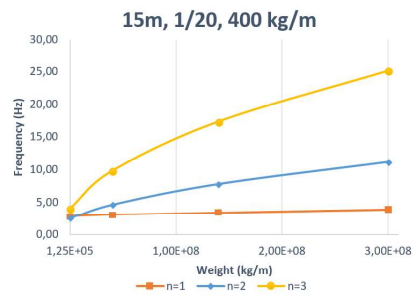
*“A typical one-span stress ribbon structure is characterised by natural modes that are depicted in Figure 7.73. Since the vibration following the first vertical mode requires an elongation of the cable, the corresponding frequency is in some cases higher than the frequency of the second vertical mode.”*

Det neste resultatet fra parameterstudiet, nevnt så vidt tidligere, er at leddet som beskriver bidraget fra bøyestivheten,  $\frac{EI\pi^2 n^2}{l^4}$  i ligning 4.5 og 4.6, i praksis er lite avgjørende for frekvensen til en kabelkonstruksjon. Dette skyldes ganske enkelt at bæresystemet bygger på bæring på strekk i kablene og har kun neglisjerbare bidrag fra moment. Dermed er dette bidraget fra bøyestivhet som regel minimalt for denne konstruksjonstypen. Det samme viser parameterstudiet av modellene. Frekvensene endres relativt lite selv om bøyestivheten til tverrsnittet økes enormt mye. Ved å endre bøyestivheten til tverrsnittet senkes strekket i brua noe pga. større andel bæring på moment, og dette vil også medføre at bøyestivhetens bidrag til frekvensen blir mer avgjørende. Denne effekten blir mest synlig for spesielt korte spenn og lette bruer. Parameterstudiet viser også en tendens til at økning i bøyestivhet påvirker de høyere modene i en større grad. Figur 4.10 og 4.11 illustrerer dette, her er frekvensen for de tre første vertikale modene beregnet med bjelke modellen i ROBOT for varierende verdier av den vertikale bøyestivheten  $I_y$ .





Figur 4.10



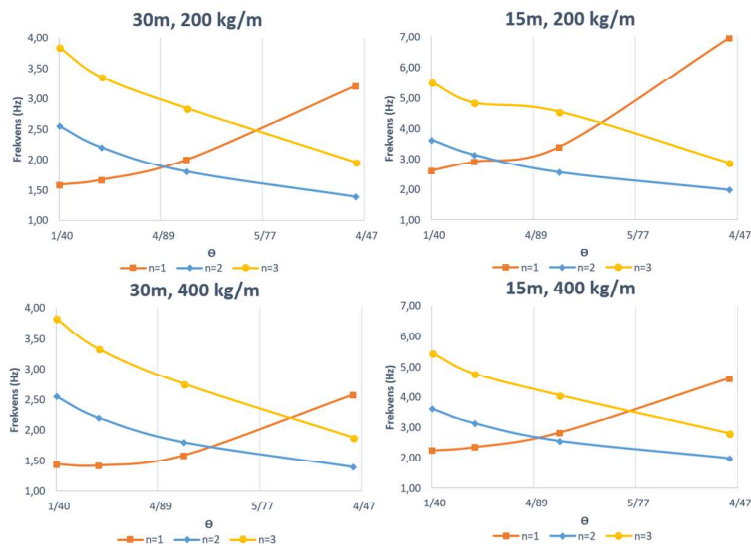
Figur 4.11

I testene er den laveste bøyestivheten på  $1,25 \times 10^5 \text{ mm}^4$  basert på bøyestivheten til platebrua med bredde 1,5 meter og tykkelse 10 mm som er forslaget som ble undersøkt i “The rollout stress ribbon bridge” [1]. Deretter er større bøyestivheter testet. Den største bøyestivheten som er brukt på  $3,00 \times 10^8 \text{ mm}^4$  tilsvarer stivheten av en massiv plate med bredde på 1,5 meter og tykkelse på 135 mm. Så store bøyestivheter lar seg vanskelig oppnå for et brudekke av lett vekt i stål, og er eventuelt avhengig av for eksempel samvirke mellom rekkverk og brubane for å oppnå en så stor stivhet. For en etteroppspent strekkbåndsbru i betong derimot kan dekket ha stor bøyestivhet, som betyr at dette vil være av langt større betydning for frekvensene.

For kortere spenn ser vi av figur 4.11 at økning av stivheten har større effekt. Dette skyldes det reduserte strekket i brubanen og det kortere spennet som begge deler gjør at bøyestivhetens bidrag blir mer betydningsfullt. Å bygge en strekkbåndsbru med meget store bøyestivheter vil være noe kontraintuitivt. Bæresystemet som gjør det mulig å bygge bruer av lett vekt med liten materialbruk tilsier det motsatte og med slanke enkle tverrsnitt har disse bruene stort sett liten bøyestivhet. For korte spenn er det heller mer aktuelt å benytte et annet bæresystem som for eksempel en enkel bjelkebru.

For lange spenn endres ikke strekket i brua i noen særlig grad ved samme variasjoner i bøyestivhet. Effekten på frekvensene av å øke bøyestivheten blir minimal. Det kan leses av ligning 4.6 at for store spenn vil bøyestivhetens bidrag bli gradvis mindre da det deles på lengden i fjerde potens, samtidig som strekket sitt bidrag kun deles på lengden i andre potens.

Det neste punktet i parameterstudiet innebar undersøkelser av endringer i bruenes helning  $\theta$ . Det ble her oppdaget en motsatt utvikling av frekvensene til mode 1 og de øvrige moden. I utgangspunktet var det forventet at en lavere pilhøyde (altså en “strammere” bru) ville resultere i økning av frekvensene på grunn av økt strekk som gjør systemet stivere. Dette er tilfellet for moder der  $n$  er 2 eller høyere. Lavere pilhøyde gir større horisontalkraft  $H$ , som igjen gir et større bidrag fra horisontalkraft i uttrykkene for frekvensene i ligning 4.5 og 4.6. Parameterstudiet viser at dette gjelder alle moder bortsett fra mode 1. Figur 4.12 illustrerer disse funnene fra parameterstudiet av bjelke modellen.



Figur 4.12

Her kan vi se at forskjellene øker ved en lavere vekt av brua, og blir mindre når spennet øker.

For mode 1 ser vi at en “strammere” bru ikke alltid resulterer i en høyere frekvens. Vi ser også av figur 4.10 og 4.11 at frekvensene for mode 1 nærmest ikke lar seg påvirke av en økning av bøyestivheten. Dette forklares av ligning 4.5 der beregning av frekvenser for mode 1 inkluderer et bidrag fra kabelens aksialstivhet. Denne store forskjellen i helningens påvirkning av frekvensene tyder på at bidraget fra aksialstivhet er av meget stor betydning for frekvensen. Dette åpnet for nye spørsmål som det var ønsket å undersøke nærmere:

- Av hvor stor betydning er de forskjellige bidragene som er med på å avgjøre frekvensene?
- Hvordan påvirkes viktigheten av de forskjellige bidragene? Og hva er de viktigste bidragene for ulike forhold?

For å undersøke dette ble det gjort et omfattende parameterstudie av frekvensene for de vertikale modene til en kabel beregnet ved håndberegninger etter Straskys formler gitt i ligning 4.5 og 4.6. Excel ble brukt som verktøy og parameterne vekt, helning ved enden av kabelen (pilhyde) og lengde ble variert. Frekvenser for modene ble beregnet, og i tillegg ble bidragene fra strekk, bøyestivhet og aksialstivhet til den aktuelle modens frekvens beregnet. Utdrag fra resultatene er vist i figur 4.13 til 4.15. Her er også de tre leddenes prosentvise bidrag til frekvensen vist. Frekvensene beregnet er basert på tverrsnittsdataene fra platebrua som var utgangspunktet for parameterstudiet (bredde på 1,5 meter og en tykkelse på 10 mm). Utrekningene i denne delen av parameterstudiet tar ikke hensyn til at en økt bøyestivhet reduserer strekket i kabelen noe, da beregning av strekkraftene er gjort ved håndberegninger som ikke tar hensyn til denne effekten. Det betyr at bidraget fra

bøystivheten  $EI$  trolig er litt større.

$f_{(1)}, 200\text{kg/m}$					Prosentvis bidrag fra		
Spenn	Helning,	Pilhøyde	Strekraft	Frekvens	H	EA	EI
15	1/12	0,31250	177192	6,20	2,56	97,42	0,02
15	1/40	0,09375	588784	2,58	49,18	50,72	0,10
30	1/12	0,62500	354384	3,14	4,99	95,01	0,00
30	1/40	0,18750	1177568	1,57	65,97	34,02	0,02
50	1/12	1,04167	590640	1,92	8,05	91,95	0,00
50	1/40	0,31250	1962613	1,13	76,37	23,63	0,00

Figur 4.13

$f_{(1)}, 800\text{kg/m}$					Prosentvis bidrag fra		
Spenn	Helning,	Pilhøyde	Strekraft	Frekvens	H	EA	EI
15	1/12	0,31250	708768	3,22	9,51	90,48	0,02
15	1/40	0,09375	2355136	2,03	79,47	20,49	0,04
30	1/12	0,62500	1417537	1,68	17,36	82,63	0,00
30	1/40	0,18750	4710271	1,36	88,58	11,42	0,01
50	1/12	1,04167	2362561	1,07	25,94	74,06	0,00
50	1/40	0,31250	7850452	1,03	92,82	7,18	0,00

Figur 4.14

$f_{(2)}, 200\text{kg/m}$					Prosentvis bidrag fra		
Spenn	Helning	Pilhøyde	Strekraft	Frekvens	H	EA	EI
15	1/12	0,31250	177192	1,99	99,35	0	0,65
15	1/40	0,09375	588784	3,62	99,80	0	0,20
30	1/12	0,62500	354384	1,40	99,92	0	0,08
30	1/40	0,18750	1177568	2,56	99,98	0	0,02
50	1/12	1,04167	590640	1,09	99,98	0	0,02
50	1/40	0,31250	1962613	1,98	99,99	0	0,01

Figur 4.15

Av resultatene for de tre leddenes prosentvise bidrag til frekvensene kan vi se at for korte spenn og en relativt stor helning vil frekvensen i all hovedsak bestemmes av kabelens aksialstivhet. Bøystivheten påvirker frekvensen i minimal grad og strekket i kabelen som er ekstremt avgjørende for de øvrige modene har langt mindre innvirkning.

At mode 1 får lavere frekvenser etter hvert som brua strammes opp skyldes at bidraget fra aksialstivheten i ligning 4.5 øker proporsjonalt med bruas pilhøyde i andre potens. Selv om en "slakking" av brua vil senke strekkets bidrag til frekvensen, vil det samtidig øke aksialstivhetens bidrag drastisk.

Resultatene viser at en økt masse av brubanen senker viktigheten av aksialstivhetens bidrag noe, samtidig som strekkets bidrag blir større. Dette skyldes at en økt egenvekt gir større strekk i kabelen. Samtidig vil en oppstramming av brua gradvis gjøre strekket sitt bidrag mer dominerende. Men, brua må være svært stram før dette leddet tar overhånd. Den samme effekten får vi dersom spennet på brua økes. Aksialstivhetens bidrag deles på lengden i fjerdepotens, mens strekket sitt bidrag deles på lengden i andrepotens. Dermed vil økt lengde gradvis gjøre aksialstivheten mindre betydningsfull. Men; brua er nødt til å

være meget lang og samtidig ha en liten pillhøyde før bidraget fra aksialstivhet ikke lenger skal ha en betydningsfull innvirkning på den første modens frekvens. Eksempelvis viser resultatene at for brua på  $200 \frac{kg}{m}$  må vi opp i en lengde på 50 meter og en helning på mellom  $\frac{1}{30}$  og  $\frac{1}{40}$  før frekvensen til mode 1 begynner å øke ved en ytterligere oppstramming av brua. For en tyngre bru derimot snur trenden før, dette viser resultatene fra spennet på 15 meter, hvor det for en vekt på  $800 \frac{kg}{m}$  skjer for  $\theta$  et sted mellom  $\frac{1}{30}$  og  $\frac{1}{40}$ .

Observasjonene som ble gjort rundt mode 1 i parameterstudiet er omtalt i “*Experimental Study on Dynamic Characteristics of Stress-ribbon Bridge*” [29]. Forfatterne har gjort eksperimenter på to 5 meter lange strekkbåndbruer i betong. I figur 4.16 viser kurver over de beregnede frekvensene til de tre første vertikale modene, i tillegg til frekvensene fra eksperimentet, avhengig av forholdet mellom pillhøyden og lengden på brua her notert som “ $s/L$ ”.

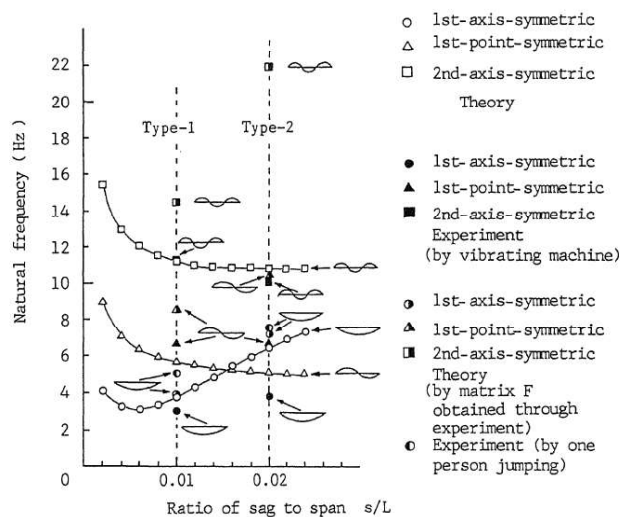


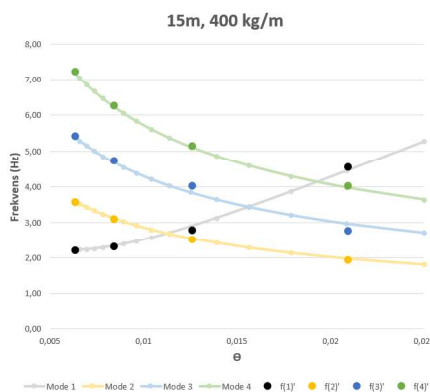
Fig. 7 Influence of Ratio of Sag to Span on Natural Frequency

Figur 4.16: [29]

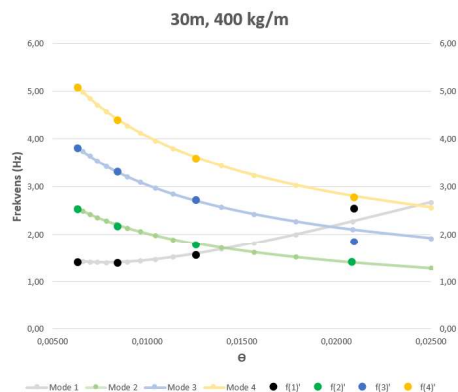
Her bekreftes fenomenet med at mode 1 ikke nødvendigvis har den laveste frekvensen – kurven for mode 1 og mode 2 krysser når  $s/L$  er omtrent 0,015. Vi kan også se at når  $s/L$  når 0,006 vil en videre økning av pillhøyden gi høyere frekvens for mode 1, men lavere frekvenser for de øvrige modene. En interessant observasjon fra figuren er hvordan kurvene for modene over mode 1 flater nesten helt ut etter hvert som  $s/L$  øker. Når forholdet  $s/L$  passerer 0,01 vil en videre økning påvirke disse modene svært lite. Hvilke forhold for  $s/L$  kurvene vil krysse etc. avhenger også av andre parametere som vekt, aksialstivhet og bøyestivhet. Resultatene som her er funnet for en betongbru er derfor ikke direkte overførbare til tilfellet med en lett stålbru, men illustrerer likevel godt den dynamiske oppførselen til en strekkbåndbru.

Parameterstudiet av frekvensene ved håndberegninger kombineres sammen med resultate-

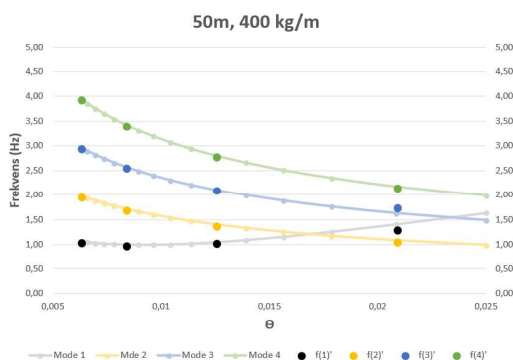
ne fra beregningsmodellen i Robot. I figur 4.17 til 4.19 er disse resultatene satt sammen i kurver der selve kurvene følger frekvenser beregnet med håndberegninger og resultatene fra beregningsmodellene er plottet inn som fargede punkter. Disse kurvene viser meget god sammenheng mellom frekvensene funnet ved håndberegninger og frekvenser funnet i beregningsprogrammet. Fullstendige data fra parameterstudiene finnes i vedlegg A.



Figur 4.17



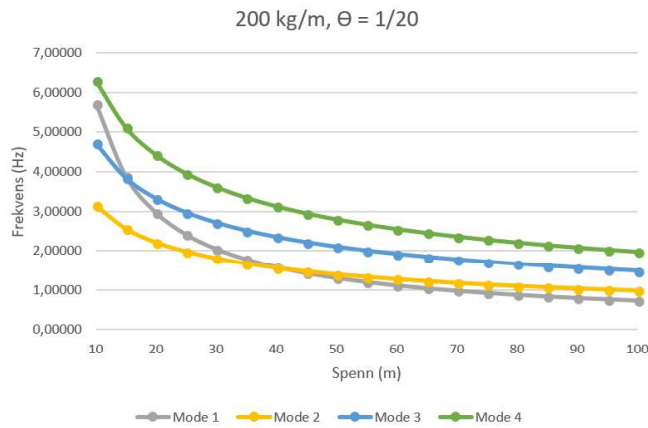
Figur 4.18



Figur 4.19

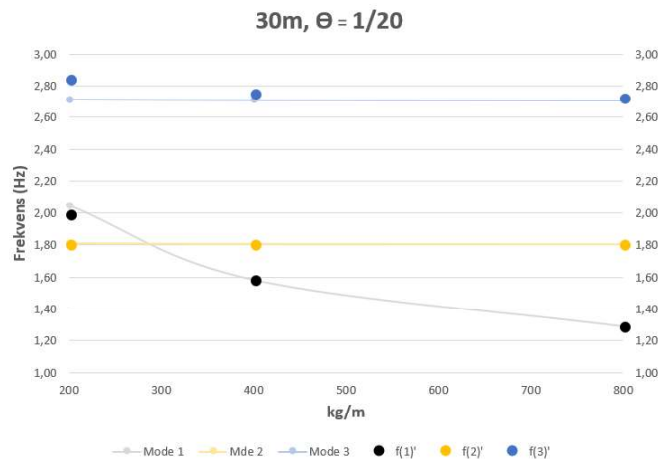
I figurene indikerer “f(1)” frekvensene for mode 1 fra beregningsmodellene, “f(2)” for mode 2 osv. Med håndberegningene i parameterstudiet beregnes også estimerte frekvenser for bruer av større spenn enn det som ble undersøkt i beregningsmodellene. En kurve fra disse resultatene som viser de fire første modene sine frekvenser for en bru med egenvekt på  $200 \frac{kg}{m}$  for spenn helt opp til 100 meter er vist i figur 4.20.

Her ser man hvordan kurvene flater ut etter hvert som spennet øker. Vi kan også observere at kurven for mode 1 krysser både mode 2 og 3 når spennet blir kort, og vi må helt opp i en lengde på mellom 40 og 50 meter før mode 1 har den laveste frekvensen for denne geometrien. Siste punkt i parameterstudiet innebar å variere egenvekten av tverrsnittet. Det



Figur 4.20

ble oppdaget at variasjon i bruas vekt hadde en mindre effekt på frekvensene enn forventet. Fra konstruksjonsdynamikk vet vi at frekvensene i et system som svinger i stor grad er avhengig av systemets masse. Generelt vil en større masse føre til et “tregere” system med lavere frekvenser. Parameterstudiets resultater fra både håndberegninger og beregningsmodellene viser derimot at økt vekt av brua gir meget liten endring i frekvensene. I ligning 4.5 og 4.6 ser vi at en større masse per lengdeenhet,  $\mu$ , ser ut til å gi lavere frekvenser, vil samtidig en større masse resultere i større strekk, som vil øke frekvensene. I de tilfellene der bidraget fra strekkraften  $H$  utgjør mesteparten av frekvensbidraget vil disse to effektene utligne hverandre og frekvensen forblir nærmest uendret selv for store masseendringer. En dobling av masse gir en dobling av strekk dersom geometrien er uendret, når bøyestivhetens bidrag er neglisjerbart innebærer dette at økningen av  $\mu$  og økningen av  $H$  i utligner hverandre i beregningen av frekvensene. Mode 1 er her i de aller fleste tilfeller et unntak. Frekvensene for mode 1 har betydelige bidrag fra aksialstivhet i motsetning til de øvrige modene der leddet fra strekkraft er nærmet enerådende. Derfor medfører en økning i massen betydelig reduksjon av mode 1 sin frekvens da også aksialstivhetens bidrag blir halvert ved en dobling av massen. Figur 4.21 illustrer dette, her er frekvensene for de første 3 vertikale modene for en bru på 30 meter med helning på  $\frac{1}{20}$  samlet. Diagrammet viser kurver beregnet ved håndberegningene med punkter som indikerer verdiene funnet i beregningsmodellene.



**Figur 4.21**

### Oppsummering

- *Mode 1 er ikke alltid moden med den laveste frekvensen.* Dette er spesielt avhengig av bruas lengde og pilhøyde, men påvirkes også delvis av brubanens vekt. Korte spenn, lett vekt og stor pilhøyde vil resultere i høye frekvenser for mode 1. Lenger spenn, større egenvekt og lavere pilhøyder gir generelt den motsatte effekten.
- *Mode 1 og de resterende modene påvirkes ikke alltid likt av en endring i bruas geometri.* For moder fra mode 2 og oppover vil en “strammere” bru (lavere pilhøyde) alltid resultere i en høyere frekvens. Dette skyldes at frekvensen til disse modene er i hovedsak avhengig av strekkraften i brua, og større strekk gir høyere frekvenser. Dette er ikke tilfelle for mode 1 som i tillegg har betydelig bidrag fra aksialstivheten. For korte lengder med normale pilhøyder er aksialstivheten nærmest enerådende. Dersom brua blir lang nok (og/eller stram nok) vil derimot strekket overta som den viktigste faktoren. Eksempler:
  - For en bru som veier  $200 \frac{kg}{m}$  må lengden opp i rundt hele 600 meter før en helning på  $\frac{1}{20}$  har høyere frekvens for mode 1 enn en tilsvarende bru med helning  $\frac{1}{12}$ .
  - For en bru på  $400 \frac{kg}{m}$  må lengden opp i 115 meter for å oppnå det samme.
  - For en enda tyngre bru på  $800 \frac{kg}{m}$  holder det at lengden er 60 meter for at frekvensen til mode 1 for  $\frac{1}{20}$  blir høyere enn  $\frac{1}{12}$ .
- *Bøyestivhet har minimal effekt på frekvensene til alle moder.* Bøyestivhetens bidrag til frekvensene vil i de aller fleste tilfeller være neglisjerbart. Denne type konstruksjon er basert på kabelbæring, som innebærer strekk i kablene og tilnærmet ingen bæring på moment. For korte bruer har det en viss effekt å øke bøyestivheten. For å

---

gi noen gunstig effekt må bøyestivheten være urimelig stor for en kort bru av denne konstruksjonstypen. For lange spenn er det i praksis nesten ingen hensikt å øke bøyestivheten til brua – frekvensene forblir omtrent de samme.

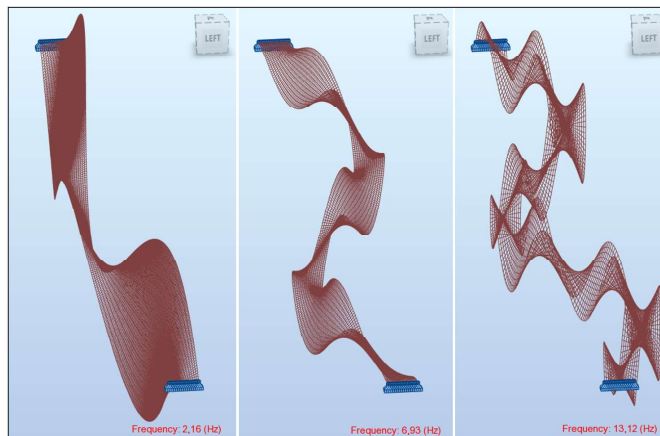
- *Vektendringer av brubanen har neglisjerbar effekt på frekvensene bortsett fra for mode 1.* Det er naturlig å tenke at å øke brubanens vekt vil resultere i et system med lavere frekvenser. Dette er imidlertid ikke tilfellet for moder fra mode 2 og oppover. Disse modene kontrolleres i all hovedsak av strekket i brua og påvirkes ikke brubanens tyngde. Dette skyldes at en dobling i tyngde vil føre til en dobling i strekk, fra ligning 4.6 ser vi at disse doblingene går bort mot hverandre og frekvensen forblir uendret dersom bidraget fra bøyestivhet neglisjeres. For mode 1 som også bestemmes av aksialstivheten til brua vil økt egenvekt derimot resultere i lavere frekvenser.

#### 4.4.2 Horisontale moder

For de horisontale modene ble undersøkelsene også hovedsakelig gjort i Robot Structural Analysis. Det ble her gjort tester både med platemodellen og bjelkemodellen. I tillegg ble resultatene sammenlignet med resultater fra platemodellene i Abaqus for kvalitetskontroll. Det antas at platemodellene gir et mer realistisk resultat for disse frekvensene enn bjelkemodellene. Fordelen med bjelkemodellen fremfor platemodellen er som nevnt at det raskt kan undersøkes en mengde forskjellig tverrsnitt og det er mulig å variere kun en enkelt tverrsnittsverdi av gangen. Dette gjør tolkningen av resultatene enklere. For platemodellen derimot kan kun platens bredde og tykkelse, samt materialegenskaper endres, og da er det vanskeligere å identifisere hva som er årsaken til variasjoner i resultatene. Det var derfor ønskelig å kunne bruke bjelkemodellen til parameterstudiet. Selv om resultatene fra bjelkemodellen trolig avviker mer fra faktiske frekvenser enn platemodellen, gir den like fullt verdifull informasjon om hvilke faktorer som har innvirkning på frekvensene. Lagerbetingelser i bjelkemodellen ble undersøkt ved en sammenligning av frekvensene funnet i platemodell og bjelkemodell, og det var tydelig at et lager der brubanen er fri til å rotere om vertikal akse vil undervurdere frekvensene kraftig. Det ble derfor valgt å holde denne rotasjonen fastholdt. Det resulterte i langt høyere frekvenser som ligger nærmere resultatene fra platemodellen. Fremdeles vil bjelkemodellen gi lavere frekvenser som avviker relativt mye fra tilsvarende moder i platemodellen. Trolig skyldes de høyere frekvensene for platemodellene en kombinasjon av det lineære opplegget i platemodellen, og at horisontale moder i platemodellen alltid innebærer en viss vridning (torsjon) av platen. Det lineære opplegget medfører at selv om tverrsnittet i bjelkemodellen har samme tverrsnittsverdier som platen i platemodellen vil det lineære opplegget på 1,5 meter resultere i en større fastholdning enn det enkle lageret i bjelkemodellen. Der bjelkemodellen er fastholdt i ett punkt og kan “bøyes” direkte inn i en bølgefasong tas det i platemodellen hensyn til at brubanen i realiteten er 1,5 meter bred. De delene av brubanen som ligger langt unna nøytralaksen bidrar til at den samme forskyvningen er vanskelig å oppnå. For bjelkemodellen blir ikke størrelsen av bruas tverrsnitt tatt hensyn til på samme måte. Samtidig vil alle horisontale moder i realiteten innebære en viss torsjon av brubanen. Torsjon tas ikke hensyn til i bjelkemodellen, og denne ekstra motstanden er også med på å gi platemodellene høyere frekvenser for tilsvarende moder i bjelkemodellene. Torsjonen som er en del av



de horisontale modene kan observeres i platemodellens deformasjonsfigurer. De horisontale modene er ikke “rene” horisontale moder i den forstand at brubanen ikke holder seg vannrett. Men det er store mengder torsjon i brubanen. Brua “svinger” ut til siden samtidig som brubanen roterer. Brubanen vrir seg opptil flere ganger i de horisontale modene. Dette er det vist eksempler på i figur 4.22. Disse illustrasjonene er fra platebrua med lengde 50 meter, vekt på  $200 \frac{kg}{m}$  eter og en helning på  $\frac{1}{20}$ , og viser henholdsvis første, andre og tredje horisontale mode. Deformasjonen i disse figurene er ekstremt oppskalert.



**Figur 4.22:** deformasjonsfigurer for de tre første horisontale modene fra platemodellene i Robot

I “*Stress ribbon and cable supported pedestrian bridges*” skriver Strasky:

*“Due to the vertical curvature of the prestressed band, a horizontal movement is always combined with torsion; it is therefore difficult to find a pure torsional mode” [4].*

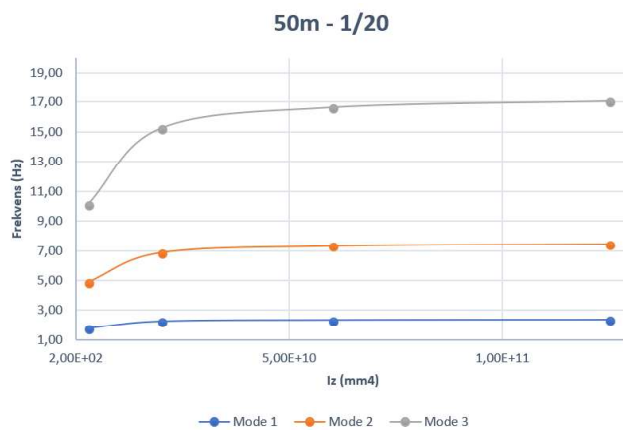
Dette innebærer at de horisontale modene alltid vil inneholde en viss torsjon og vice versa. Sammenligninger for de horisontale frekvensene beregnet med platemodellene og bjelkemodellene er vist i figur 4.23.

	Platemodell				Bjelkemodell			
	30m		50m		30m		50m	
kg/m	200	400	200	400	200	400	200	400
f <sub>h1</sub> (Hz):	6,92	4,70	2,16	1,82	4,52	3,29	1,78	1,39
f <sub>h2</sub> (Hz):	18,27	12,98	6,93	5,01	13,1	9,37	4,90	3,63
f <sub>h3</sub> (Hz):	34,61	24,56	13,12	9,41	27,64	19,65	10,12	7,33

**Figur 4.23:** Sammenligning av horisontale frekvenser fra platemodell og bjelkemodell

Fra denne tabellen kan vi beregne at frekvensene fra bjelkemodellene er i gjennomsnitt rundt 75% av frekvensene som blir funnet i platemodellene. Neste punkt i parameterstudiet

besto av å undersøke hvordan stivheten til tverrsnittet påvirket frekvensene. Det ble her først gjort undersøkelser i bjelke modellen der horisontal bøyestivhet for tverrsnittet ble variert. Resultatene viste at økning av stivheten hadde bedre effekt enn for de vertikale modene – dette er å forvente da brua på grunn av sin bredde vil ha en langt større sideveis stivhet enn vertikal stivhet. Selv om effekten er større enn for de vertikale modene, skal det en stor økning til for å oppnå god effekt. Eksempelvis vil, for brua på 50 meter som veier  $200 \frac{kg}{m}$  hvor  $\theta = \frac{1}{20}$ , et tverrsnitt som er over 45 ganger så stivt i horisontal retning gi en økning i frekvens på bare rundt 33% for mode 1, 53% for mode 2 og 70% for mode 3. Økningen i frekvens er størst dersom brua har en relativt lav horisontal stivhet i utgangspunktet. Når bøyestivheten passerer  $2,0 \times 10^{10} mm^4$  avtar effekten og en videre økning i stivhet har liten innvirkning på frekvensene. Figur 4.24 viser et utvalg resultater. Fullstendige resultater finnes i vedlegg A.

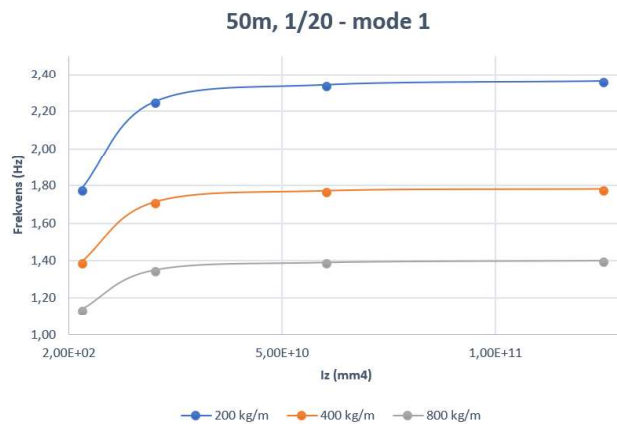


Figur 4.24

Figuren viser også at effekten av økt stivhet blir større for de høyere modene. Dette er derimot av liten betydning for de spennene som er undersøkt, da det stort sett er kun den første horisontale moden som befinner seg i potensielt kritiske frekvensområder (under 2,5 Hz etter SETRA technical guide [30]).

Effekten av økt stivhet avtar også for en økende vekt av brubanen, tilsvarende for de vertikale modene skyldes dette at for tyngre bruer blir strekket stadig større, og samtidig også mer avgjørende for frekvensene sammenlignet med stivheten. Dette er illustrert i figur 4.25.

Økning av stivheten ble også undersøkt for platemodellen ved å variere platetykkelsen. Ved å doble platetykkelsen oppnås en dobbel sideveis stivhet, men samtidig påvirkes bruas vertikale stivhet som vil øke med en faktor på 8, samtidig som torsjonsstivheten også øker med en faktor på 8. Selv om en økning av vertikal stivhet ikke påvirker de horisontale frekvensene i bjelke modellen og trolig har minimal innvirkning også i platemodellen, vil torsjonsstivheten på grunn av formen til de horisontale modene antageligvis ha en relativt stor innvirkning på frekvensene. Resultatene ser også ut til å bekrefte dette. For en 50 meter



**Figur 4.25:** Horisontale moder for forskjellige platetykkelser

lang bru med samme geometri som resultatene i figur 4.25 er hentet fra, vil en dobling i platetykkelse (som tilsvarer dobling i  $I_z$ , og en økning på 8 ganger i  $I_y$  og  $I_x$ ) gi en frekvensøkning på hele 45% for mode 1, 34% for mode 2 og 41% for mode 3. Figur 4.26 viser hvordan frekvensene i platemodellen påvirkes av endringen i platetykkelse for de tre egenvektene 200, 400 og 800  $\frac{kg}{m}$ .

Spenn (m):	50								
Slope ved opplegg:	1/20								
Platetykkelse (mm):	10	20	40	10	20	40	10	20	40
Egenvekt (kg/m):	200			400			800		
$f_{h1}$ (Hz):	2,16	3,13	5,02	1,82	2,41	3,60	1,45	1,87	2,61
$f_{h2}$ (Hz):	6,93	9,26	13,60	5,01	6,91	9,69	3,69	4,89	6,96
$f_{h3}$ (Hz):	13,12	18,48	26,06	9,41	13,16	18,53	6,85	9,45	13,11

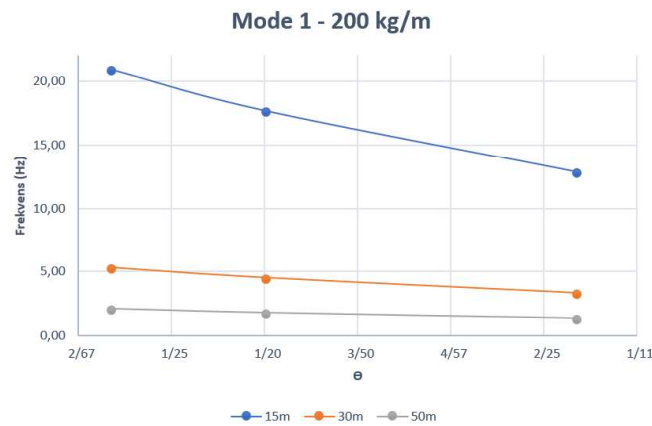
**Figur 4.26**

Som ventet vil også horisontale moder i en strammere bru (bru med lavere pilhøyde), resultere i høyere frekvenser. Dette gjelder for alle de horisontale modene.

Forskjellene er derimot små, i hvert fall når spennet har nådd 30 meter. For korte bruer ser vi at helningen har en større effekt, men for bruer med så beskjedne spenn vil trolig horisontale moder svært sjeldent by på problemer. For lange bruer har helningen på brua lite å si for frekvensene til horisontale svingninger, i kontrast til de vertikale frekvensene. Det samme gjelder for stivheten av brua. Når spennet øker er det etter hvert svært liten hensikt å øke den horisontale stivheten.

Å øke brubanens vekt har for horisontale moder den effekten som i utgangspunktet var ventet for de vertikale modene; økt vekt gir lavere frekvenser og dette gjelder også alle moder uten unntak. Figur 4.29 viser effekten av økt masse for de tre første modene bjelke-modellen på 30 meter med helning  $\frac{1}{20}$ .

Basert på parameterstudiet av platemodell og bjelkemodell under ett er det tydelig at de

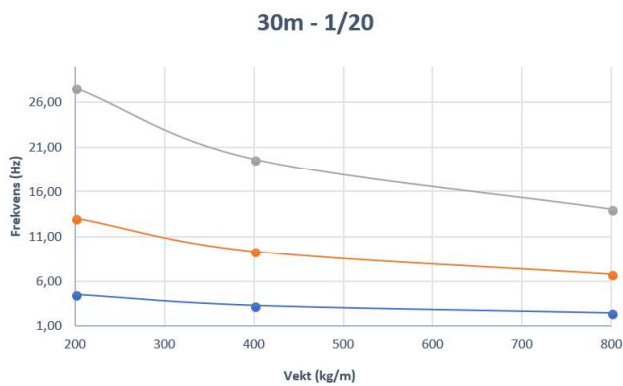


**Figur 4.27:** Mode 1 for de tre lengdene for forskjellige verdier av  $\theta$

horisontale modenes frekvensene generelt er mye høyere enn vertikale frekvenser. For de undersøkte lengdene virker det som de fleste horisontale modene ikke vil bli kritiske. SETRA - Technical guide, Footbridges, [30] oppgir at horisontale moder med frekvenser under 2,5 Hz krever videre kontroll av komfort, og frekvenser mellom 0,5 og 1,1 Hz er de mest kritiske. For bjelkemodellen resulterer dette i at selv for brua på 50 meter (helning  $\frac{1}{20}$ ) er det kun mode 1 som havner innenfor dette området. Selv for en egenvekt på hele  $800 \frac{kg}{m}$ . Platemodellen viser det samme, selv for en platetykkelse på kun 10mm. Med andre ord er de horisontale frekvensen lite problematiske for bruer med de spenn som er undersøkt her. For bruer med større spenn kan nok horisontale svingninger by på større utfordringer.



**Figur 4.28:** Effekten av stivhetsøkning for forskjellige spenn



**Figur 4.29:** Eksempel på effekt av økt masse for de tre første modene

### Oppsummering

- De horisontale modene er ikke “rene” horisontale moder, men innebærer vridning og bøyning av brubanen – det resulterer i at tverrsnittets vertikale bøyestivhet og torsjonsstivhet også har innvirkning på de horisontale modene.
- Tverrsnittets horisontale stivhet påvirker frekvensene i større grad enn for de vertikale modene, men det kreves fortsatt en stor økning i stivheten for å oppnå gode resultater.
- Lavere helning eller en “oppstramming” av brua gir høyere frekvenser, men effekten er langt mindre enn for de vertikale modene. For lange spenn er effekten nærmest neglisjerbar. Siden effekten kun er god for korte spenn der horisontale moder høyst sannsynlig er uproblematisk er denne effekten av liten interesse.

- Større masse resulterer i lavere frekvenser. Effekten av økt masse er for de horisontale modene sammenlignbar med effekten for mode 1 i vertikal retning.

### 4.4.3 Torsjonsmoder

Siden bjelkemodellen ikke er i stand til å fremstille torsjonsmoder, ble det i denne delen av parameterstudiet kun gjort undersøkelser i platemodellene. Det begrenser hvilke parametere som kan varieres til de følgende: vekt, platetykkelse og helning i tillegg til bruas spenn.

Første undersøkelse av torsjonsmodene var en sammenligning av resultatene fra platemodellen i Robot og Platemodellen i Abaqus. Det ble også her tatt utgangspunkt i en platebru med tverrsnitt som foreslått i *“The Rollout Stress Ribbon Bridge”* [1]. De to modellene ga resultater som lå meget tett opp til hverandre. Det ble deretter valgt å gjøre resten av undersøkelsene i Robot. Dette er en raskere prosess mye takket være den parametriserte modellen som styres gjennom samarbeidet mellom Robot og Dynamo Studio. Figur 4.30 viser resultatene for frekvenser i de to programmene.

	ROBOT	Abaqus
Spenn (m):	30	30
$\theta$ :	1/20	1/20
$f_{t1}$ (Hz):	2,53	2,58
$f_{t2}$ (Hz):	3,04	3,06
$f_{t3}$ (Hz):	3,60	3,57
$f_{t4}$ (Hz):	4,75	4,67

Figur 4.30: Torsjonsmoder for platebrua beregnet i Abaqus og Robot

Det ble undersøkt 3 forskjellige platebruer med spenn på henholdsvis 15, 30 og 50 meter. Det ble for disse beregnet frekvenser for forskjellige kombinasjoner av helning,  $\theta$ , på  $\frac{1}{12}$ ,  $\frac{1}{20}$  og  $\frac{1}{40}$ , og de tre platetykkelsene 10, 20 og 40mm. Massen til brubanen ble også variert i deler av parameterstudiet og det ble da undersøkt egenvekt av brubanen på 200 og 400  $\frac{kg}{m}$  (massen ble tilpasset ved å endre densiteten til materialet). Fullstendige resultater fra parameterstudiet er samlet i vedlegg A.

Ved å endre platetykkelsen kan man som nevnt ikke isolere effektene av varierende torsjonsstivhet og bøyestivhet til platen, og det resulterer i at disse testene ikke avgjør hva som har den største innvirkningen på frekvensene av disse. Det er rimelig å anta at de begge har en relativt stor innvirkning, men at torsjonsstivheten sannsynligvis er den mest avgjørende. Uansett vil disse stivhetene i praksis for de fleste design følge hverandre rimelig tett. En økning av den vertikale bøyestivheten til brubanen vil for eksempel for platebrua gi en like stor økning i torsjonsstivhet. Derfor er det interessant å se disse stivhetene under ett, og hvilken effekt de har på frekvensene. En dobling av platebruas tykkelse gir en økning i både vertikal bøyestivhet og torsjonsstivhet på 8 ganger.

Resultatene fra testene viser tydelig at å øke stivheten til brua (platetykkelsen) har stor innvirkning på frekvensene. Resultatene viser at stivhetsbidraget til frekvensene er langt viktigere enn for de vertikale modene. For platemodellen på 30 meter vil for eksempel en økning i platetykkelse fra 10mm til 40mm øke frekvensen til torsjonsmode 2 med over 250%, mens vertikal mode 2 kun øker med rundt 6%. Denne forskjellen blir enda større for de høyere modene.

Økning av stivhet er altså av særlig stor betydning for torsjonsmodene og dette betyr samtidig at strekket i brua ikke er like avgjørende for disse modene som for de vertikale. Frekvensene som ble beregnet for den 30 meter lange brua er vist nedenfor i figur 4.31.

ROBOT						
Spenn (m):	30					
Ø:	1/20					
Platetykkelse (mm):	10		20		40	
Vekt (kg/m):	200	400	200	400	200	400
f1 (Hz):	2,07	1,62	3,12	2,31	5,74	4,11
f2 (Hz):	2,62	2,26	4,21	3,24	9,45	6,80
f3 (Hz):	3,21	2,92	5,36	4,21	14,81	10,58
f4 (Hz):	4,31	3,96	7,28	5,74	17,99	12,97

Figur 4.31: Utdrag fra parameterstudiet, 30 meter spenn

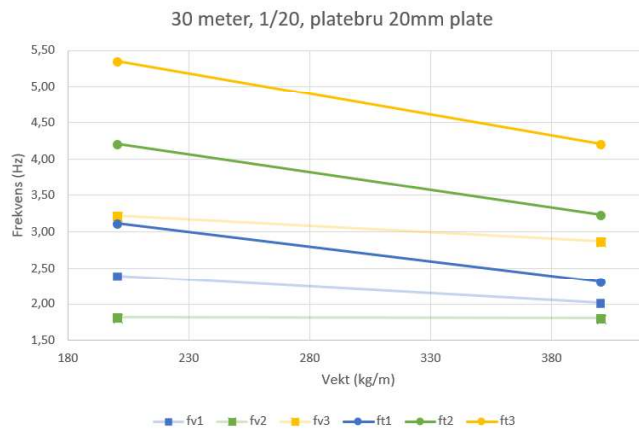
Her kan vi også se effekten av å endre brubanens masse. Mens en økning av massen nærmest ikke ga noen effekt for de vertikale frekvensene (med unntak av mode 1), gir det her en langt større effekt. En økning av massen resulterer i markant lavere frekvenser. For torsjonsmodene i figur 4.31 resulterer en dobling av massen, fra  $200 \frac{kg}{m}$  til  $400 \frac{kg}{m}$ , i frekvenser som er mellom 10 og 30% lavere enn for den foregående massen. Reduksjonen er større for en større platetykkelse. For 10 mm er reduksjonen på 10-20%, 20mm på rundt 25% og for 40mm like oppunder 30%. Dette ser ikke ut til å la seg påvirke av spennet på brua, og er for spennene på 15 og 50 meter i samme område som for 30 meter. For vertikale modene gir en tilsvarende dobling i masse en reduksjon av frekvensene på kun rundt 1% (unntatt for mode 1 der effekten er større). Figur 4.32 viser en sammenligning av frekvensendring for de tre første vertikale modene og torsjonsmodene ved en dobling av massen.

Effekten av å endre massen er imidlertid størst for de horisontale modene, for disse gir en dobling av massen i den samme brua en endring i frekvensene til de tre første modene på over 40%.

Å endre spennet på brua gir reduksjon i frekvensene for alle torsjonsmoder. Et lenger spenn gir lavere frekvenser, effekten av økt lengde på brua viste seg også å være så vidt større for torsjonsmodene enn det var for de vertikale modene. Figur 4.33 viser endringen av de tre første torsjonsmodene ved forskjellige spenn.

Vi kan her se at kurvene flater ut etter hvert som spennet øker, slik de også gjorde for de vertikale modene.

Å endre brubanens helning gir resultater som avhengig av bruas lengde gir samme trend



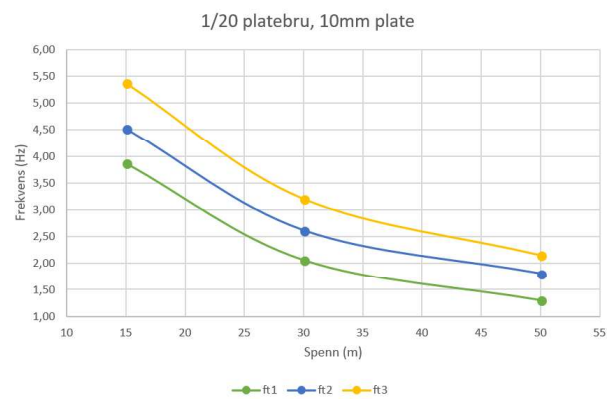
**Figur 4.32:** Sammenligning: vektendringers påvirkning av vertikale moder og torsjonsmoder

for torsjonsmodene som det ble funnet for mode 1 blant de vertikale modene. Det virker intuitivt at en “strammere” bru vil resultere i høyere frekvenser for torsjonsmodene, slik det ble vist for alle horisontale moder og vertikale moder fra mode 2 og oppover. Slik er det derimot ikke. Det tyder på at torsjonsmodene i likhet med vertikal mode 1 i stor grad avhenger av bruas pilhøyde. Resultatene viser at større pilhøyde i noen tilfeller resulterer i en økt frekvens for torsjonsmodene, det betyr at strekket i brua ikke er like avgjørende her, men torsjonsmodene er mer avhengig av tverrsnittets stivheter.

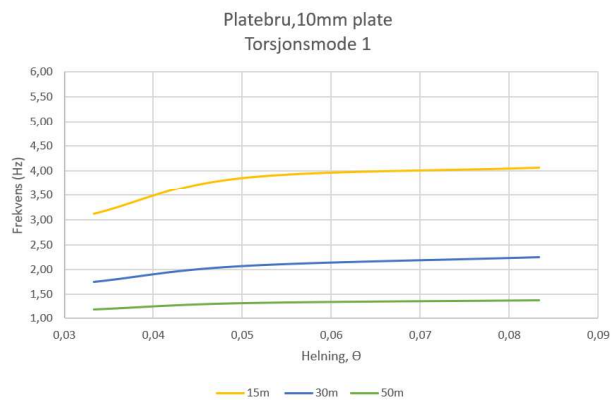
Felles for alle de testede bruene er at torsjonsmode 1, i likhet med vertikal mode 1, får en lavere frekvens dersom brua strammes ytterligere. Torsjonsmode 1 er i form veldig lik vertikal mode 1, og består i prinsippet av at hver side av brubanen svinger i motsatt fase av hverandre i vertikal mode 1. Figur 4.34 viser mode 1 for forskjellige  $\theta$  for platebruene med platetykkelse 10mm.

De samme resultatene oppnås for de andre torsjonsmodene, og det gjelder ikke kun mode 1 slik som for de vertikale modene. Når denne tendensen snur, og en strammere bru gir i høyere frekvens avhenger av flere faktorer. For lengere spenn vil stivheten etter hvert bli mindre viktig og trenden gradvis snu. I tillegg avhenger det av pilhøyden brua har i utgangspunktet, og for de høyere modene skjer det raskere. De fire første modene for 15 og 50 meter spenn for forskjellige verdier av  $\theta$  vist nedenfor i figur 4.35 til 4.36 for å illustrere dette.

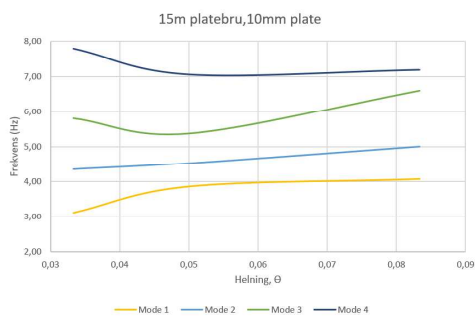




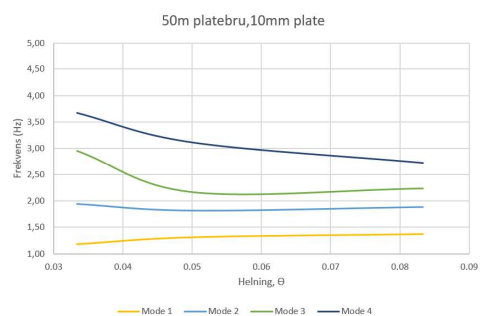
**Figur 4.33:** Torsjonsmoder for forskjellige lengder for spennet



**Figur 4.34:** Torsjonsmoder ved variasjon i  $\theta$



**Figur 4.35:** Torsjonsmoder 15 meter



**Figur 4.36:** Torsjonsmoder 50 meter

---

Vi kan i figurene se hvordan kurvene snur etter hvert som spennet øker, modenummeret øker og  $\theta$  øker. Men for de undersøkte bruene er det jevnt over relativt liten endring i frekvensene, ved selv stor variasjon av  $\theta$ . Hvordan  $\theta$  påvirker frekvensene avhenger som vi ser av mange faktorer og kan være vanskelig å forutsi. Resultatene viser også at for økende tykkelser på platebrua som tilsvarer økende stivheter av tverrsnittet vil det kreves enda lavere pilhøyde og lengere spenn før tendensen snur. Dette skyldes at stivhetens bidrag til frekvensene er relativt større for en tykk plate, og dermed er også strekket mindre viktig. I tilfellene der stivheten er mer avgjørende enn strekket vil ikke frekvensene øke selv om  $\theta$  reduseres.

Det kan konkluderes med at for korte bruer med stor pilhøyde og et tverrsnitt med stor stivhet er strekket i brua lite avgjørende for frekvensene, og en oppstramming av brua vil i første omgang resultere i lavere frekvenser for torsjonsmodene. I motsatt ende av spekteret; for lange bruer med, liten pilhøyde og mykere tverrsnitt er det motsatt og en ytterligere oppstramming vil resultere i høyere frekvenser.

Torsjonsmodene er generelt vanskeligere å forutse enn de andre modene. Dette er fordi frekvensene påvirkes i større grad av flere forskjellige faktorer.

### Oppsummering

- Torsjonsmodene er veldig avhengig av tverrsnittets stivhet. En økning i stivheten gir store økninger av frekvensene. Effekten øker for økende modenummer og kortere spenn, men avtar ved økende strekk i brua altså når helningen (pilhøyden) senkes og når massen økes.
- En økt masse resulterer i lavere frekvenser.
- Å øke bruas spenn gir, som i vertikal og horisontal retning, lavere frekvenser.
- Endring av helningen på brubanen gir resultater som kan være vanskelig å forutse fordi dette endrer både pilhøyden og strekket i brua samtidig. Derfor er resultatet av en endring i helningen veldig avhengig av eksisterende stivhet, masse, lengde og hvilken pilhøyde brua har i utgangspunktet. Effekten for de undersøkte lengdene er imidlertid beskjeden. Og generelt påvirker variasjoner i  $\theta$  frekvensene lite.

# Kapittel 5

## Forslag til design av en strekkbåndbru

### 5.1 Konseptbeskrivelse

Gjennom litteraturstudier og gjennom arbeidet med parameterstudien, økte både forståelsen og interessen for konseptet strekkbåndbru: et enkelt og minimalistisk bæresystem i kombinasjon med utfordringer knyttet til dynamikk. På bakgrunn av ovennevnte ble målet å se på hvilke kriterier som bør legges til grunn for å kunne oppnå et optimalt teknisk og økonomisk brukonsept med stort bruksområde.

Designkriterier i tilfeldig rekkefølge:

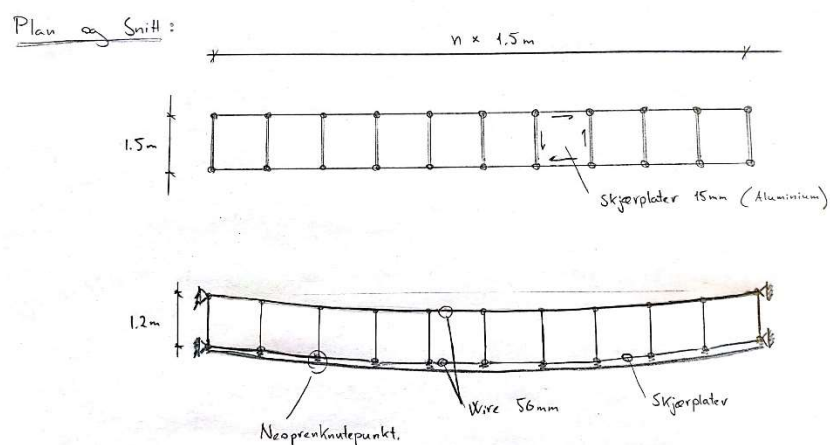
- Slank, enkel og minimalistisk utforming
- Tilfredsstillende dynamiske egenskaper
- Minimalt “fotavtrykk” / små naturinngrep
- Fleksibel med hensyn til anvendelsesområder
  - Tur-/sykkelvei i byområder
  - Stier i veiløse og utilgjengelige områder
- Lav vekt
- Størst mulig grad av prefabrikasjon
- Enkel montasje
- Trygt/redundant bæresystem

---

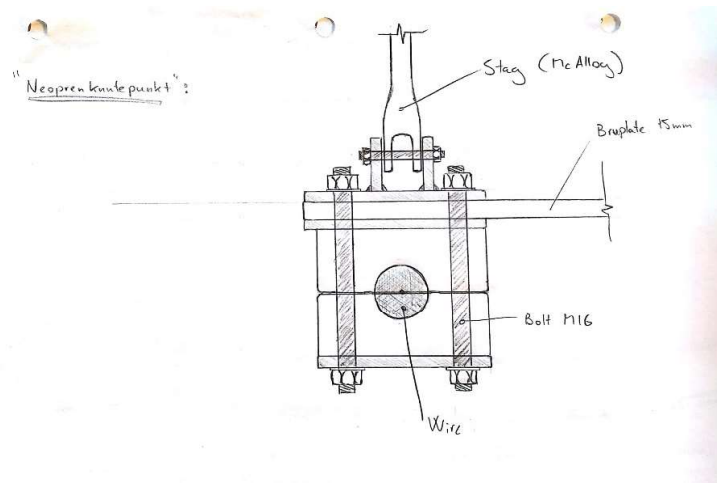
Etter noen runder med skisseblokken, ble resultatet i korte trekk følgende konsept:

- 4 bærekabler
  - 2 kabler som benyttes som håndlisten i rekkverket
  - 2 kabler under brudekket
- Brudekke av aluminiumsplater
  - Lav vekt
  - Korrosjonsbestandig
  - Monteres med bolter
- Rekkverkswire festes til stag mellom øvre og nedre kabel
  - Standardstag og endestykker
- Landkar
  - Sveist stålramme understøtter kablene (2 på hver side)
  - Montert på betongfundament støpt på plassen
  - Felles anker for begge kabler på hver side
- Montasje av brudekket ved landkar, broen trekkes/rulles ut på trinser på rekkverkskabelen
  - Lite montasjearbeid i brospennet



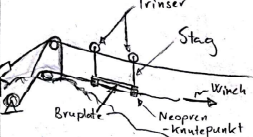

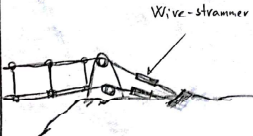
Skissene nedenfor viser de første konseptskissene for designet som det ble valgt å se nærmere på.



**Figur 5.1:** Enkel håndskisse, plan og snitt for konseptet



**Figur 5.2:** Enkel håndskisse, "nitrile-knutepunkt"

Montering av brua		
1		Brolager + Strekkforankring
2		Montere rekkverkwire Med wirestrammer
3		Monter hengestag med trinser og bruplater med neopren-knutepunkt til brubanevire. Første lager strammes fast - øvrige holder løse foreløpig.
4		Brubanevire festes til winch og trues over i takt med montasje av plater, stag og knutepkt.
5		Brubanevire forankres Wirene strammes opp til brua har ønsket heng Knutepunktene og stagene kan nå strammes til over hele brua.

Figur 5.3: Håndskisse over ideer knyttet til montasjemetode

---

Det velges en helning på  $\frac{1}{20}$  ved bruas ender for alle spennene som blir undersøkt. Dette valget tas med tanke på krav til universell utforming der dette er øvre grense [31]. I tillegg baseres avgjørelsene på undersøkelsene i parameterstudiet, som tyder på at en strammere bru trolig vil ha færre moder i det kritiske området under 5 Hz. Ønsket er å undersøke mulighetene for en lettvekt strekkbåndbru i stål, som kan bygges i områder der det er relativt normal gangtrafikk, og ikke utelukkende egner seg til bruk av for eksempel fotturister i fjellet og lignende. Dersom brua skal designes for et slikt område der det er lite gangtrafikk, er kanskje en bru med stor pilhøyde en bedre og mer økonomisk løsning i hvert fall for lange spenn. Eksempler på slike bruer ble nevnt i kapittel 2, og er blant andre Charles Kuonen Suspension Bridge og Passerelle du Drac.

Den lave stigningen på  $\frac{1}{20}$  vil resultere i store horisontale krefter som krever god forankring. Dette kan by på utfordringer med fundamentering, og bruer som dette er derfor best egnet der det er gode grunnforhold og kreftene helst kan forankres direkte i fjell. Dersom spennet blir for stort kan det hende at en så lav stigning som  $\frac{1}{20}$  vil være helt urimelig.

### 5.1.1 Analysemodeller

For å undersøke det nye konseptet videre lages det nye analysemodeller i Robot Structural Analysis. Det ble valgt å gjøre nærmere undersøkelser av 4 forskjellige spenn på brua, henholdsvis 15, 30, 60 og 90 meter.

En kort oppsummering for alle modellene:

- Alle bruer har en helning på  $\frac{1}{20}$  ved opplegg (etter nedbøyning fra egenlast)
- Det benyttes 10mm spalte mellom platene i lengderetningen for alle bruene.
- Alle bruene har en bredde av bruplatene på 1,5 meter
- Som kabler benyttes WLC - galvanized full locked coil cables [32]
- E-modul for wirestålet er 160 000 MPa

I likhet med modellene i parameterstudiet blir modellene nå også laget ved hjelp av Dynamo Studio. Dette gjør det mulig å lage mange forskjellige modeller med ulike geometrier. Dette gjør det mulig å raskt kunne lage en helt ny beregningsmodell med ny geometri når det måtte ønskes. Sammenlignet med å modellere modellene direkte i Robot Structural Analysis er dette en langt mer effektiv løsning.

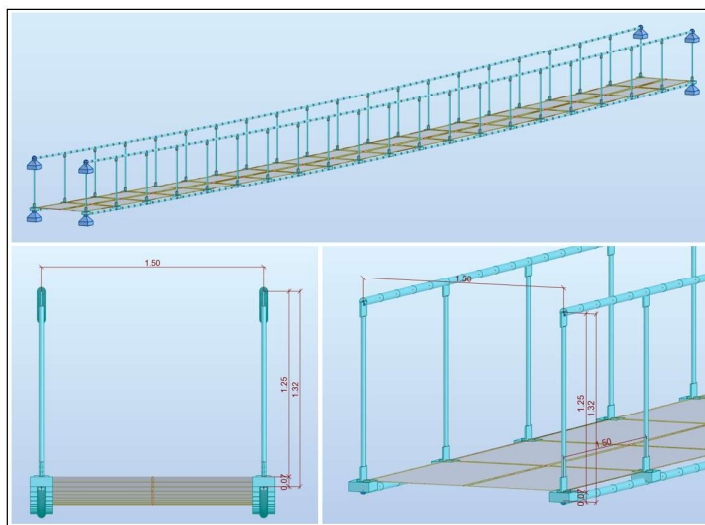
Bruene blir modellert med en fasong beskrevet av en 2. grads likning bestemt av 3 punkter; de to endepunktene og et punkt på midten av brua. Dette punktets plassering bestemmes ved ligning 4.3 presentert tidligere. Med den valgte helningen på  $\frac{1}{20}$  beregnes ønsket pilhøyde for det aktuelle spennet. Men ved å modellere brua med denne pilhøyden oppnås den ønskede geometrien i vektløs tilstand. Når egenvekten deretter settes på i modellen vil nedbøyninger øke pilhøyden og dermed også helningen ved bruas ende. For å få den ønskede geometrien etter påføringen av egenlast, finnes det forskjellige alternativer.

1. Bruk av negativ temperaturlast. En negativ temperaturlast påført bærekablene simulerer en stramming av disse. Slik kan brua “løftes” opp tilbake i ønsket posisjon.

2. Påføre en forskyvning på brulageret i en av bruas ender. Denne metoden kan være mer komplisert fordi den samtidig endrer bruas spenn. Det betyr at for å oppnå et riktig resultat må brua i utgangspunktet modelleres med et spenn som er kortere enn det endelige spennet.
3. Modellere brua med en lavere pilhøyde. Ved å modellere pilhøyden lavere enn det som er ønsket etter egenlast og deretter la nedbøyningen fra egenlasten “senke” brua ned i riktig posisjon.

Det velges å benytte den siste metoden. Dette krever en del prøving og feiling for å finne riktig modellert pilhøyde. Denne prosessen er overkommelig takket være Dynamo Studio. Resultatet avhenger av at tverrsnitt og egenvekt av materialer ikke endres da det vil påvirke nedbøyningen. Små justeringer vil ikke endre egenvekten drastisk. Justeringer kan senere gjøres ved å påføre de bærende kablene temperaturlaster for å enten “slakke” eller “stramme” brua og dermed finjustere pilhøyden ved eventuelle endringer av tverrsnitt og lignende.

Eksempel på utseende i beregningsmodellene er illustrert i figur 5.4. Her er noen utsnitt fra modellen av den 30 meter lange brua vist med sentrale mål. Bruenes bredde og rekkverkshøyde er den samme for alle de forskjellige spennene.



**Figur 5.4:** Beregningsmodellen slik den ser ut i Robot

I modellene tas det hensyn til andre ordens effekter, det benyttes ikke-lineære analyser. Dette er nødvendig for realistisk oppførsel av kablene i brua. Ikke minst er dette viktig for at de dynamiske analysene av bruene skal stemme. Dette understrekes av Jiri Strasky i *Stress Ribbon and Cable-supported Pedestrian Bridges, chapter 7 stress ribbon structures* [4]. Strekket i en kabel vil øke når den begynner å svinge og påvirker den dynamiske oppførselen. Resultatet er høyere frekvenser for egenmodene – Strasky omtaler dette som “the tension stiffening effect” . De modale analysene tar i tillegg hensyn til de statiske



---

kreftene fra egenlasten til konstruksjonen, her inkluderes eventuelle temperaturkrefter der dette er lagt til for å justere bruas pilhøyde. Forskjellen i frekvensene med og uten hensyn til andre ordens effekter er eksempelvis 1,669 Hz og 1,448 Hz, henholdsvis med og uten ikke-lineær modal analyse.

På grunn av oppgavens fokus på de dynamiske utfordringene gjøres det ingen omfattende statistisk analyse og dimensjonering av brua. Enkle valg for dimensjoner av tverrsnitt ble gjort basert på reaksjonskreftene i bruddgrense fra egenlast og trafikklast. Dimensjoner av “full locked coil” kabler som ga lav utnyttelsesgrad ble valgt (henholdsvis WLC-30, 50 og 60 for 15, 30 og 60 meter spenn). Valget av tverrsnitt viste seg å ha liten effekt på bruas svingninger, og det ble derfor valgt antatt “overdimensjonerte” tverrsnitt. Deretter ble fokus rettet mot nærmere undersøkelser av bruens dynamiske oppførsel.

## 5.2 Dynamisk analyse av bruene

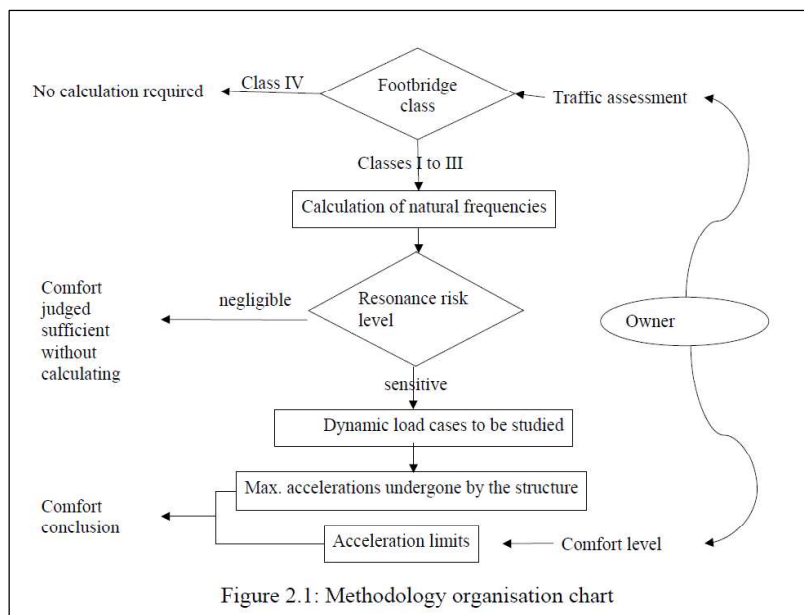
I alle dynamiske analyser av brua med analyseprogrammet settes den strukturelle dempingen, til 1%. Dette valget baseres på funn i forsøk fra “*Experimental Study On Characteristics of Stress-ribbon Bridge*” [29], tall fra SETRA-guiden [30] og “*Dynamic Analysis of Pedestrian Load Models for Footbridges*” [33], samt samtale med veileder. I “*A Walkable Sculptural Structure: Stress Ribbon Bridge at Tirschenreuth, Germany*” [15] ble det funnet en strukturell demping på mellom 0,2 og 0,8%. Denne konstruksjonens bæresystem har mange fellestrekk med konseptet som vurderes her. Samtidig er det trolig en rimelig antagelse at det vil være en større demping i designet som foreslås. Dette baseres på at det her er flere elementer som kan bidra til å ta opp energi, mange boltede forbindelser og knutepunktene i nitrile-gummi som trolig også vil bidra med energioptak. I følge Baus U. og Schlaich M. [2] har bruk av gjerdenetting i rekkverket i strekkbåndbruer vist seg å opptil doble dempingen i konstruksjonen takket være stort energioptak gjennom friksjon i nettingen. Denne typen rekkverk er mye brukt på slanke strekkbåndbruer som dette, blant annet “Jungelbru” som ble omtalt i kapittel 2. Dersom en gjerdenetting som dette velges som løsning for rekkverket er trolig strukturell demping være større enn kun 1%. Det velges derfor å gå videre med antagelsen 1% demping i resten av oppgaven.

### 5.2.1 Technical guide, Footbridges SETRA-guiden

For å gjøre en vurdering av bruens dynamiske oppførsel er det nødvendig å forholde seg til et sett anbefalte regler og krav for beregning og kontroll av dynamikken i en gangbru. Valget falt på den tekniske guiden “*Footbridges - Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading*” fra *Service d’etudes techniques des routes et autoroutes - SETRA*. For resten av dette kapittelet henvises det til dette dokumentet [30].

SETRA-guiden tar for seg teoretisk bakgrunn for dynamikk, laster fra gangtrafikk, eksempler på beregninger og tester, anbefalinger for kontroll av dynamisk oppførsel, komfortkriterier og en fullstendig metode for beregning og kontroll av en gangbru for dynamiske belastninger fra gangtrafikk.

Metoden er beskrevet i kapittel 4 i SETRA-guiden, og flytdiagrammet i figur 5.5 som er hentet herfra illustrerer prosessen.



**Figur 5.5:** Beregningsflyt for dynamisk kontroll av gangbruer etter SETRA-guiden [30]

Prosesen er delt opp i de fire følgende stegene: “*Stage 1: Determination of footbridge class*”, “*Stage 2: Choice of comfort level by owner*”, “*Stage 3: Determination of frequencies and of the need to perform dynamic load case calculations or not*” og “*Stage 4: If necessary: calculation with dynamic load cases*”. Mesteparten av arbeidet består av testing og beregninger med dynamiske lasttilfeller i steg 4.

### Stage 1: Bestemmelse av gangbruas klasse

Klassifiseringen av gangbrua bestemmer hvilket trafikknivå den utsettes for. Hvilken klasse gangbrua hører til velges basert på beregnet bruk av brua og er i hovedsak avhengig av hvilket type område den skal bygges i. Det er tre forskjellige klasser, “*Class I*” er den mest belastede og “*Class III*” er minst belastet. Det velges i denne oppgaven å definere bruene som tilhørende “*Class II*”. Denne klassen defineres som: “*urban footbridge linking up populated areas, subjected to heavy traffic and that may occasionally be loaded throughout its bearing area*”, avhengig av bruken til brua kan dette i mange tilfeller være en konservativ antagelse. Det velges likevel å anta denne klassen da bruer i klasse III, definert som: “*footbridge for standard use, that may occasionally be crossed by large groups of people but that will never be loaded throughout its bearing area*”, kun krever en meget begrenset kontroll i steg 4. Ønsket om å undersøke muligheten for bruk av denne typen bru

---

i middels trafikkerte områder begrunner også valget av denne klassen. “Class I” som er den mest belastede klassen og defineres som “*urban footbridge linking up high pedestrian density areas (for instance, nearby presence of a rail or underground station) or that is frequently used by dense crowds (demonstrations, tourists, etc.), subjected to very heavy traffic*”, blir vurdert som ikke aktuell.

## **Stage 2: Valg av komfortkriterium**

Det skal her velges et komfortkriterium for brua. Kriteriet bestemmer en grense for hvor store akselerasjoner som kan tillates i svingninger eksitert av gangtrafikk. Det er tre forskjellige nivåer av komfort å velge mellom; “maximum”, “average” og “minimum”. De forskjellige nivåene defineres som følger:

- Maximum comfort: Accelerations undergone by the structure are practically imperceptible to the users.
- Average comfort: Accelerations undergone by the structure are merely perceptible to the users.
- Minimum comfort: under loading configurations that seldom occur, accelerations undergone by the structure are perceived by the users, but do not become intolerable.

Det er ikke nødvendig å velge et endelig nivå for komfort på dette stadiet. Fokuset legges på å undersøke bruas oppførsel mer enn å sette endelige grenser og krav. Det velges å heller se på resultatene som finnes i steg 4 og deretter sammenligne resultatene med de forskjellige nivåene av komfort. Det antas at kravet “minimum komfort” er det mest hensiktsmessige for en bru av denne typen. For bruer som dette er en viss mengde svingninger forventet av trafikantene allerede før de beveger seg ut på brua. Det er derfor naturlig å godta litt mer bevegelser for disse bruene enn av bruer med andre bæresystem. I tillegg er beregningene basert på et “worst case scenario” som gir konservative resultater. SETRA-guiden understreker også at komfort er et meget subjektivt begrep og at dette ikke er noen “endelige” krav. Ved bruk av skjønn i det enkelte tilfellet kan disse kravene justeres både opp og ned avhengig av publikum, lengde på brua (en kort bru har kort krysningstid) osv.

Opplevd komfort styres av maksimale akselerasjoner for gangbanen, beregnet for ulike dynamiske lasttilfeller. SETRA-guiden oppgir 4 spektrere av akselerasjoner, notert “range” 1, 2, 3 og 4, for både vertikale og horisontale akselerasjoner. I stigende rekkefølge representerer de 3 første spektrene de tre nivåene av komfort fra “maximum” til “minimum”, og det fjerde representerer ukomfortable akselerasjoner som ikke aksepteres. Illustrasjonene fra SETRA-guiden er vist i figur 5.6.

Acceleration ranges	0	0.5	1	2.5
Range 1	Max			
Range 2		Mean		
Range 3			Min	
Range 4				

Table 2.1: Acceleration ranges (in  $m/s^2$ ) for vertical vibrations

Acceleration ranges	0	0.1	0.15	0.3	0.8
Range 1	Max				
Range 2			Mean		
Range 3				Min	
Range 4					

Table 2.2: Acceleration ranges (in  $m/s^2$ ) for horizontal vibrations

Figur 5.6: Komfortkrav for akselerasjoner etter SETRA-guiden [30]

### Stage 3: Beregning av frekvenser og dynamiske lasttilfeller

For bruer i klasse I til III må det foretas beregninger av bruas naturlige frekvenser egenmoder. Den anbefalte metoden går ut på å beregne bruas frekvenser for to forskjellige tilfeller; brua henholdsvis med og uten belastning fra gangtrafikk. Tilfellet med gangtrafikk på brua innebærer en jevnt fordelt last på  $700 \frac{N}{m^2}$  over hele bruas gangbane (dette tilsvarer 0,8 personer per kvadratmeter, med en snittvekt på 70 kg). I beregningene av frekvensene må denne lasten betraktes som ekstra masse som inkluderes i den modale analysen. Hvilke områder disse frekvensene befinner seg i gjør det mulig å vurdere risikoen for resonans som følge av gangtrafikk. Disse risikoene bestemmer i neste omgang de dynamiske lasttilfellene som er grunnlaget for å vurdere komfortkriteriene.

De videre kontrollene utføres både for konstruksjonen med og uten den jevnt fordelte ganglasten på  $700 \frac{N}{m^2}$  som en inkludert masse. Avhengig av frekvensene i hvert tilfelle kan dette resultere i et enten mer eller mindre gunstig tilfelle. Forskjellen er imidlertid ikke veldig store. Det ble valgt å fokusere på kun en av de to tilfellene i resten av undersøkelsene. Målet med beregningene er ikke å gjøre en endelig kontroll av bruene, men å få en indikasjon på hvilke akselerasjoner som kan forventes og gjøre grove undersøkelser av konseptet. Valget falt derfor på å undersøke det ubelastede tilfellet videre. Frekvensene for dette tilfellet er generelt noe høyere enn for den belastede modellen, dette kan være både gunstig og ugunstig, avhengig av hvilken mode og hvilken bru som undersøkes.

Prosessen illustreres i dette delkapittelet med figurer som viser resultater fra den 15 meter

---

lange brua.

Frekvensene beregnes i den modale analysen i modellene i Microsoft Excel brukes for å samle resultatene fra Robot i tabeller. De beregnede frekvensene for brua på 15 meter er vist i figur 5.7.

Moder	Frekvenser		Type mode (UL)	Type mode (L)
	Ulastet	Lastet		
1	2,64	2,24	v	v
2	2,86	2,61	v (torsjon)	v
3	3,11	2,80	v	v (torsjon)
4	4,40	3,88	v (torsjon)	v
5	4,48	4,08	v (lokal)	v(torsjon)
6	4,70	4,80	v	v (lokal)
7	-	4,92	-	v

**Figur 5.7:** Frekvenser for lastet og ulastet bru, 15 meter spenn

I tabellen indikerer “v” en vertikal mode, “v (torsjon)” indikerer en torsjonsmode, som regnes som primært en vertikal mode (og skal kontrolleres for vertikal last) og “h” brukes for de horisontale modene. Det dukker opp enkelte moder som innebærer en lokal vibrasjon av platen i brubanen. Denne moden er i tabellene betegnet “lokal” i parentes. Disse modene gir ikke nevneverdige eksitasjoner, og utelates derfor fra de videre undersøkelsene.

Alle moder med frekvenser over 5 Hz utelates da de vurderes som ufarlige i henhold til SETRA-guiden. Det samme gjelder moder med frekvenser under 1 Hz. Frekvensene deles inn i 4 risikoområder, for både vertikale og horisontale vibrasjoner. Områdene er, som i likhet med for akselerasjonene, notert som “range” 1, 2, 3 og 4. De fire områdene er bestemt etter hvor “farlige” frekvensene vurderes, basert på normale lastfrekvenser for gangtrafikk og risikoen for at resonans kan opptre. Hvilket område frekvensen til en mode befinner seg i avgjør hvilken kontroll som skal utføres av denne moden og hvilken last som skal brukes i det dynamiske lasttilfellet. Figur 5.9 viser SETRA-guiden sin illustrasjon av inndelingene.

“Range 1” er den mest kritiske, “Range 3” minst kritisk, og “Range 4” regnes som ufarlige frekvenser og moder som befinner seg i “range 4” sine områder trenger ingen ytterligere kontroll av vibrasjoner.

Alle modene deles inn etter de 3 aktuelle risikoområdene. Deretter kan det bestemmes hvilke lasttilfeller modene må kontrolleres for. Det er tre forskjellige lasttilfeller kalt for “Case” 1, 2 og 3. Hvilket case som er gjeldene avgjøres av gangbruas klasse og frekvensområdet for moden som kontrolleres. Figur 5.9 viser SETRA-guiden sin definisjon for hvilke kontroller som blir gjeldene i hvert tilfelle.

Med antagelsen om “Class II” medfører dette at alle moder i “Range 1” og “Range 2” skal kontrolleres for “Case 1” og moder i “Range 3” kontrolleres for “Case 3”.

Frequency	0	1	1.7	2.1	2.6	5
Range 1						
Range 2						
Range 3						
Range 4						

Table 2.3: Frequency ranges (Hz) of the vertical and longitudinal vibrations

Frequency	0	0.3	0.5	1.1	1.3	2.5
Range 1						
Range 2						
Range 3						
Range 4						

Table 2.4: Frequency ranges (Hz) of the transverse horizontal vibrations

**Figur 5.8:** "Frequency ranges" - inndeling av frekvenser etter risiko for resonans etter SETRA-guiden [30]

		Load cases to select for acceleration checks		
Traffic	Class	Natural frequency range		
		1	2	3
Sparse	III	Case 1	Nil	Nil
Dense	II		Case 1	Case 3
Very dense	I	Case 2	Case 2	Case 3

Case No. 1: Sparse and dense crowd      Case No. 3: Crowd complement (2nd harmonic)  
Case No. 2: Very dense crowd

**Figur 5.9:** Bestemmelse av lasttilfeller for videre kontroller av akselerasjoner etter SETRA-guiden [30]

---

### “Case 1”

Dette omfatter en gruppe mennesker som krysser brua, med en jevn fordeling over hele gangbanen. Tettheten av menneskene er basert på bruas klasse, valgt i steg 1. Menneskene vil alle bevege seg i tilfeldige frekvenser og faser. Effekten av full belastning fra gangtrafikk med tilfeldige faser og frekvenser regnes om til et ekvivalent antall fotgjengere som antas alle å bevege seg i fase og i resonans med modens egenfrekvens. Antallet ekvivalente fotgjengere er definert som mengde mennesker som på samme frekvens og i fase vil produsere de samme effektene som full belastning i tilfeldige frekvenser og faser (dette er beskrevet nærmere i kapittel 1 i SETRA-guiden). Antall ekvivalente fotgjengere brukes sammen med en reduksjonsfaktor,  $\psi$ , basert på de oftest forekommende gangfrekvensene til å beregne den dynamiske lasten brua skal kontrolleres for. Lastene påføres brua med fortegn i samsvar med modene sine deformasjoner, og skal svinge i takt med moden som sjekkes.

### “Case 3”

Teorien bak dette tilfellet er i prinsippet den samme som for “Case 1”, men det gjelder her moder som befinner seg i området rundt den dobbelte frekvensen av gangtrafikken. En fotgjenger som beveger seg med en frekvens som er halvparten av frekvensen til den aktuelle moden vil treffe bruas egenfrekvens på annenhver svingning (istedenfor hver svingning slik som i “Case 1”). Dette tas hensyn til med et likt lasttilfelle som for “Case 1” - lasten svinger i takt med moden som undersøkes, men verdien av lasten reduseres til en fjerdedel av lasten i “Case 1”. Bortsett fra dette behandles tilfellet på samme måte som “Case 1”.

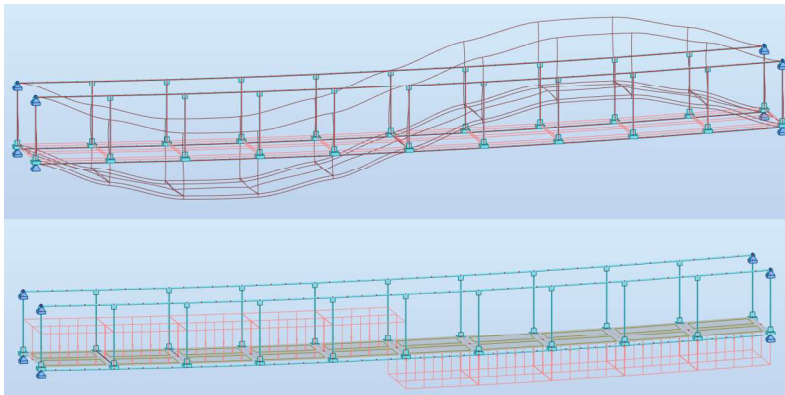
For den 15 meter lange brua vil det fullastede tilfellet innebære 18 mennesker som går over brua, hver på 70 kg, jevnt fordelt over brubanen. Det ekvivalente antallet mennesker blir for denne brua 4,58 mennesker. Modene med frekvenser, reduksjonsfaktor og de gjeldene lastene er i figur 5.10.

Moder	Type	Frekvenser	$\psi$	Last (N/m <sup>2</sup> )
1	v	2,64	0,050	0,71
2	v (torsjon)	2,86	0,325	4,63
3	v	3,11	0,638	9,09
4	v (torsjon)	4,40	0,750	10,69
6	v	4,70	0,375	5,35

**Figur 5.10:** Reduksjonsfaktor og last for modene, 15 meter spenn

Eksempel som viser hvordan lastene påføres i modellen er vist for vertikal mode 2 (mode 3 i Robot) i figure

For hver mode defineres det et lasttilfelle med den beregnede harmoniske lasten. Det lages deretter analyser i frekvensplanet for hver mode der konstruksjonens respons beregnes for et lite område rundt modens egenfrekvens. Det kontrolleres for alle modene deretter hvilken node i bruas gangbane som får den største responsen fra belastningen. Denne noden



**Figur 5.11:** Modedefasong og påføring av laster i Robot

blir brukt som kontrollpunkt for sjekk av opptredende maksimal akselerasjon. For vertikale moder befinner disse nodene seg i midten av brubanens bredde. For torsjonsmodene er de plassert helt i ytterkant av bruplatene, på linje med rekkverket. Da disse punktene ligger lenger ut fra midten av brua enn en trafikant i realiteten kan befinne seg, har det dermed litt større respons. Resultatene for torsjonsmodene vil derfor være litt ekstra konservative.

#### Stage 4: Resultater

I resultatene er modene fått navnene “mode 1”, “mode 2”, osv. Disse navnene henviser til rekkefølgen på modene etter stigende egenfrekvenser. “Mode 1” kan derfor for de forskjellige bruene være mange forskjellige moder. For å lese resultatene og vite hvilke moder de henviste modene i tabellene fra Robot gjelder er det laget en oversikt moder fra mode 1 til mode 11 for de fire undersøkte bruene i tabell 5.1.

Mode	15m	30m	60m	90m
1	$f_{v1}$	$f_{t1}$	$f_{t1}$	$f_{h1}$
2	$f_{t1}$	$f_{v1}$	$f_{v1}$	
3	$f_{v2}$	$f_{v2}$	$f_{v2}$	$f_{t1}$
4	$f_{t2}$	$f_{t2}$	$f_{t2}$	$f_{v2}$
5			$f_{h1}$	$f_{t2}$
6	$f_{v3}$	$f_{v3}$	$f_{v3}$	
7				$f_{v3}$
8			$f_{t3}$	
9		$f_{t3}$		
10		$f_{v4}$	$f_{v4}$	$f_{t3}$
11			$f_{t4}$	$f_{v4}$

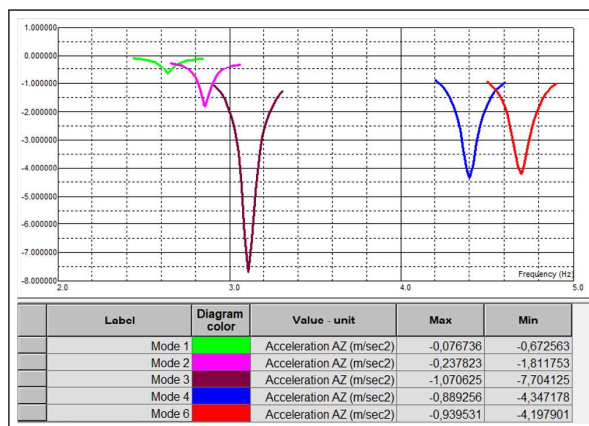
**Tabell 5.1:** Oversikt modenummer i Robot og hvilke moder de tilsvarer

I tabellen indikerer “ $f_{v1}$ ” første vertikale mode, “ $f_{t1}$ ” første torsjonsmode og “ $f_{h1}$ ” første



horisontale mode.

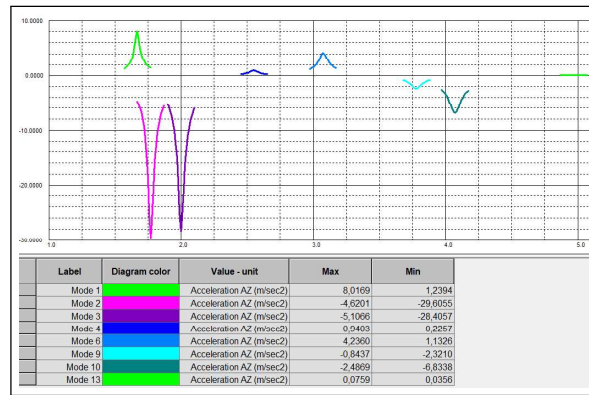
Når analysene i frekvensplanet er gjort kan resultatene for alle modene plottes i diagrammer, eller fremstilles i tabellform. Resultatene for den 15 meter lange brua er vist i figur 5.12.



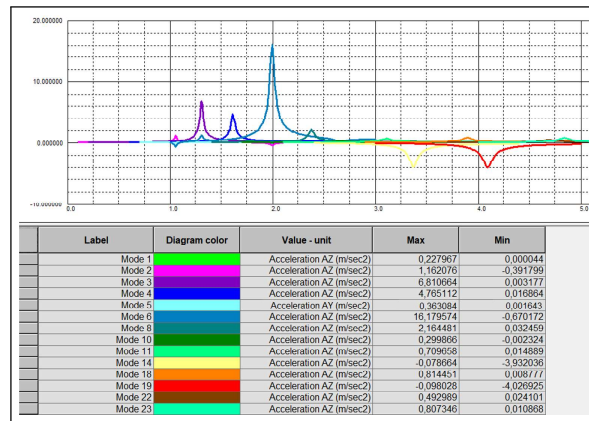
**Figur 5.12:** Resultat for akselerasjoner etter analyse i frekvensplanet, 15 meter spenn

Som resultatene viser vil det for hele 3 av 5 modere opptre akselerasjoner som overskrider minimumskravet for komfort på  $2,5 \frac{m}{s^2}$ . Mode 3 er det mest kritiske med en akselerasjon på hele  $7,7 \frac{m}{s^2}$ . Dette er over det tredobbelte av det normale minstekravet og er med andre ord meget betydelige bevegelser som ikke kan ignoreres.

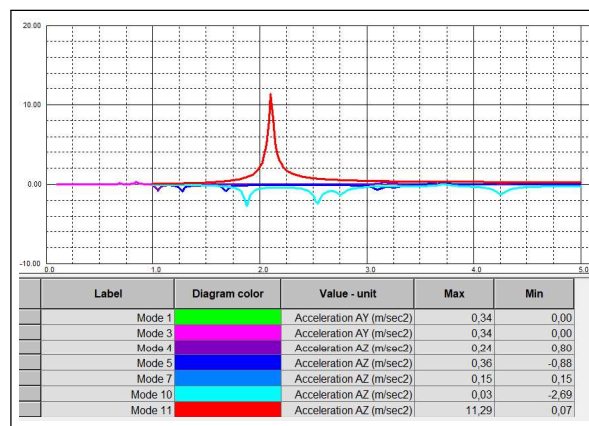
Den tilsvarende prosessen som beskrevet for den 15 meter lange brua gjøres for de andre modellene. Resultatene for 30, 60 og 90 meter lengde er vist i henholdsvis figur 5.13, 5.14 og 5.15. For den 90 meter lange brua er derimot kun de mest kritiske modene undersøkt. Det innebærer de modene som faller inn under “Case 1”. Dette valget ble tatt da de tre andre spennene viste at modene i case 1 var langt mer kritiske enn de i case 3.



Figur 5.13: Resultater for 30 meter spenn



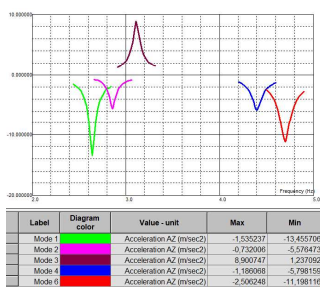
Figur 5.14: Resultater for 60 meter spenn



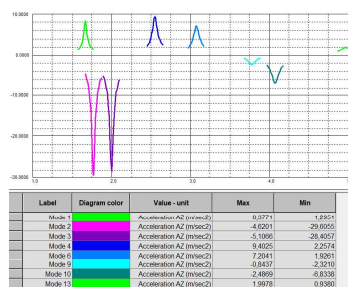
Figur 5.15: Resultater for 60 meter spenn

Av resultatene ser vi at den største akserelasjonen opptrer for brua på 30 meter og er på hele  $29,6 \frac{m}{s^2}$ .

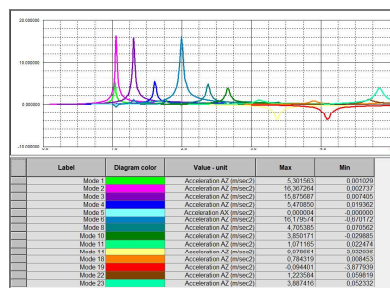
For å kontrollere moder som eventuelt kan være problematiske ved en litt annerledes geometri eller for eksempel med belastning på brua, gjøres de samme analysene, men med reduksjonsfaktoren  $\psi$  satt lik 1 for alle moder som skal undersøkes. Dette er en meget konservativ tilnærming som ikke gjøres for å kontrollere brua, men for å gi en bedre forståelse av hvilke moder som er potensielt mest kritiske ved små forskyvninger i frekvensene. Resultatene fra disse analysene er vist i figur 5.16, 5.17, 5.18 og 5.19.



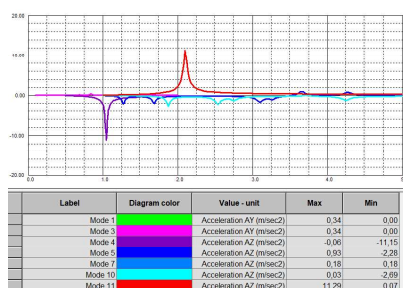
Figur 5.16



Figur 5.17



Figur 5.18



Figur 5.19

Resultatene ga ikke nevneverdig større akselerasjoner enn for de største som allerede var tilstede, men ga flere moder med omtrent de samme verdiene for maksimal akselerasjon. Disse resultatene viser at de rene vertikale modene i de fleste tilfeller er de mest kritiske. For brua på 15 meter gir de tre første vertikale modene størst akselerasjoner. For brua på 30 meter er det de to første vertikale modene som er overlegent mest kritisk. For 60 meter er det igjen de tre første vertikale modene som er mest kritiske, og for brua på 90 meter er det vertikal mode 2 og 4 som viser seg å være langt mer kritisk enn de øvrige modene. Det er tydelig her at flere forskjellige vertikale moder alle gir omtrent de samme akselerasjonene, dersom lasten de utsettes for er den samme. De høyeste akselerasjonene er altså ikke så avhengig av hvilken vertikale mode som kontrolleres, men ser ut til å opptre for den/de moder som ligger innenfor det mest kritiske området rundt 2Hz i "case 1".

Som en ekstra undersøkelse ønskes det å se på effekten av å redusere trafikken på bruene. De samme analysene gjøres derfor på ny, men nå senkes trafikknivået til 0,5 personer

per kvadratmeter. Å redusere gangtrafikken fra 0,8 til 0,5 personer per kvadratmeter (en reduksjon på 38%) reduserer lasten med 20%. Lastene reduseres i henhold til denne trafikktheten og analysene gjøres igjen.

Resultatene viste at en reduksjon i lasten på 20% også gir en reduksjon i akselerasjonene på 20%. Responsen er altså direkte proporsjonal med størrelsen på lasten.

### 5.3 Konklusjoner

Etter beregningene beskrevet av SETRA-guiden vil alle de fire undersøkte bruene ha opp-tredende akselerasjoner som overgår minstekravene for komfort. Den mest kritiske brua er spennet på 30 meter der de maksimale akselerasjonene fra analysene var på  $29,6 \frac{m}{s^2}$ .

For de lenger spennene på 60 og 90 meter blir responsene gradvis mindre. Vi kan også se at for lenger spenn ser det ut til at antallet kritiske moder også reduseres. Grunnen til at akselerasjonene for de større bruene er mindre skyldes en kombinasjon av en redusert last i beregningene etter SETRA-guiden, og at de lenger bruene er vanskeligere å eksitere. Når spennet øker og dermed også den totale tyngden i systemet, samtidig som lasten per kvadratmeter blir mindre vil responsen reduseres. Eksempelvis vil den korte brua på bare 15 meter enkelt kunne eksiteres av kun en fotgjenger som går over brua, mens den lengste brua på 90 meter krever langt større krefter for å oppnå samme eksitasjon. Resultatene viser at mode 4 for 30 meter gir cirka 2,6 ganger så stor respons som mode 11 for 90 meter (begge modene har en frekvens på ca. 2 Hz). Lasten på den 30 meter lange brua er derimot ikke mer enn 2 ganger så stor. Da det tidligere ble vist at responsen er direkte proporsjonal med lasten betyr dette at den ekstra reduksjonen i respons ikke skyldes forskjell i lasten, men at systemet ikke er like "livlig" som for brua på 30 meter.

For å tolke resultatene er det relevant å se på de kritiske modene sine responser i tillegg til verdiene av akselerasjonene. Denne informasjonen er samlet i tabell 5.2. Her er nummeret i raden over "kritisk mode" modenummeret i beregningsmodellen i Robot, og "fv1" indikerer første vertikale mode osv.

Spenn (m)	15	30	60	90
Kritisk mode	3 ( $v_2$ )	2 ( $v_1$ )	6 ( $v_3$ )	11 ( $v_4$ )
Maksimal respons (mm)	20	239	103	65
Maksimal akselerasjon ( $\frac{m}{s^2}$ )	7,7	29,6	16,2	11,3

**Tabell 5.2:** Maksimale responser og akselerasjoner for bruens mest kritiske moder

Som denne tabellen viser er det for den korteste brua veldig små responser. Er responsen liten vil ikke svingningene være like merkbare selv om akselerasjonene kan være store. Dette kan være et argument for å eventuelt øke minstekravet for akselerasjonene til denne brua. Spesielt for de to modene i "case 3" er dette aktuelt, disse har akselerasjoner på rundt  $4 \frac{m}{s^2}$  og respons på kun en halv centimeter. For de øvrige bruene er responsene større, særlig for den mest kritiske moden for spennet på 30 meter.

---

De beregnede maksimale akselerasjonene etter anbefalingene i SETRA-guiden er som vist i mange tilfeller langt over de anbefalte kravene for komfort. Selv om disse verdiene kan virke alvorlig store må det vurderes om resultatene avspeiler akselerasjoner som sannsynlig kan opptre i virkeligheten. Andre bruere som er bygget med svært like bæresystemer som det som er undersøkt her vist i kapittel 2 er eksempler på at dette er bruere som lar seg bygge og som fungerer til den bruken de er designet for. Disse bruene tilfredsstiller ikke nødvendigvis SETRA-guidens krav for akselerasjoner, men akselerasjoner på opp mot  $30 \frac{m}{s^2}$  er det svært lite sannsynlig at finner sted. Egne erfaringer fra befaring på brua i øvre Eidfjord som har en lengde på rundt 20 meter bekrefter dette. Denne brua hadde en livlig oppførsel under belastning fra 1 til 3 personer, men akselerasjoner på opptil  $30 \frac{m}{s^2}$  er trolig i meste laget selv for denne ekstremt enkle brua. Det samme gjelder befaring på Jungelbru i Oslo. Denne brua er beregnet for mer trafikk, men har likevel godt merkbare svingninger, selv for bare 1 til 2 personer. Disse svingningene er derimot ikke problematiske, og brua fungerer utmerket godt likevel. Det er også viktig å ta hensyn til at for strekkbåndbruere som dette vil en viss svingning være forventet av publikum. Strekkbåndbruere helt uten svingninger er trolig nesten uoppnåelig, og større svingninger enn for andre typer bruere er naturlig å tillate.

SETRA-guiden er basert på et tilfelle der lasten virker i perfekt resonans med svingeformene og innebærer ingen “feedback” fra modellene. Dette betyr at fenomenet som opptrer i virkeligheten som for eksempel økt demping ved større responsen, og en endring i trafikklast som følge av svingningene, ikke tas hensyn til i beregningene som er gjort. Disse forholdene gjør at SETRA-guidens beregninger er meget konservative og vil høyst sannsynlig overvurdere de maksimale akselerasjonene som opptrer. I resultatene fra beregningene kan man observere resultatet av disse konservative beregningene ved å se hvor “spisse” alle responstoppe er. Resultatene viser at stort sett alle moder har veldig lave responser, stort sett innenfor komfortkravet, unntatt for et veldig smalt frekvensområde. Kun en liten prosentvis endring i frekvensen til lasten fra resonansfrekvensen vil redusere responsen dramatisk. Effekten av dette kan vises ved å se på responsen for en frekvens som avviker med bare noen få prosent fra egenfrekvensen. Mode 3 for 30 meter spenn har en frekvens på 1,77101 Hz og for denne oppnås en akselerasjon på  $29,6 \frac{m}{s^2}$  og en respons på 239 mm. En endring i frekvensen til lasten på kun 1% senker akselerasjonen og responsen med hele 30% til  $20,5 \frac{m}{s^2}$  og 169 mm. Ved en reduksjon på 2% i lastens frekvens blir verdiene  $12,8 \frac{m}{s^2}$  og 108 mm som tilsvarer en reduksjon på 56%. Tilsvarende undersøkelser gjøres for de andre bruene sine mest kritiske moder, resultatene for reduksjoner i respons avhengig av lastfrekvensens avvik fra resonans er samlet i tabell 5.3.

Selv om det er flere grunner til at resultatene fra kontrollene etter SETRA-guiden er konservative, er likevel akselerasjonene som er beregnet så store at de høyst sannsynlig overskrider normale krav for komfort. Trolig vil det derfor for dette designet være nødvendig å iverksette tiltak for å redusere svingningene. Det ønskes derfor å se nærmere på tiltak som kan bidra til mindre responser av bruene, og samtidig undersøke hvor god effekt som eventuelt kan forventes.

---

Spenn (m) Kritisk mode	15 3 ( $v_2$ )	30 2 ( $v_1$ )	60 6 ( $v_3$ )	90 11 ( $v_4$ )
Maksimal respons	20	239	103	65
Maksimal akselerasjon ( $\frac{m}{s^2}$ )	7,7	29,6	16,2	11,3
Reduksjon ved 1% avvik fra resonans	29%	30%	28%	29%
Reduksjon ved 2% avvik fra resonans	55%	56%	54%	55%
Reduksjon ved 5% avvik fra resonans	80%	80%	80%	80%

**Tabell 5.3:** Reduksjoner i respons for bruene ved ulike avvik fra resonans for dynamisk last

# Kapittel 6

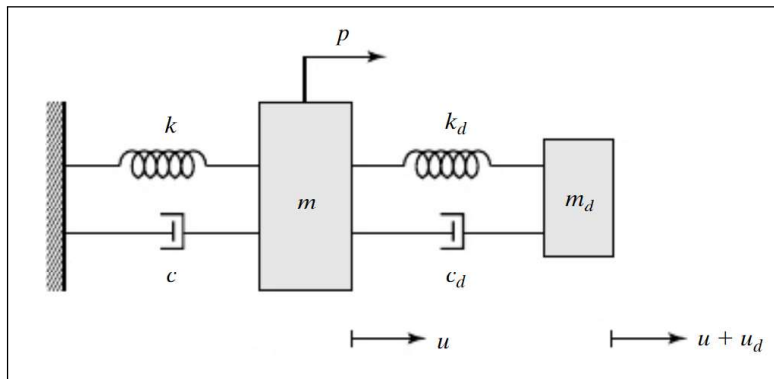
## Demping med massedempere

### 6.1 Grunnleggende teori

Det er tydelig at bruene vil ha akselerasjoner som overskrider normale krav for komfort, nesten uavhengig av tettheten av trafikanter på brua. Det betyr at tiltak må gjøres for at bruene skal kunne fungere tilfredsstillende.

Derfor var det ønskelig å undersøke effekten av mulige tiltak for å senke vibrasjonene. Valget falt på massedempere kalt *Tuned Mass Damper (TMD)* på engelsk. Bruken av massedempere er et av de anbefalte tiltakene i SETRA-guiden, og teorien bak dem er beskrevet her. For dette kapitlet henvises det til SETRA-guiden [30], samt Jerome J. Connor. *Introduction to structural motion control* [34].

Bruk av massedempere er en meget utbredt metode for å tilføre demping til systemer der det oppstår problemer med resonans, og for å flytte enkelte moder vekk fra kritiske frekvensområder. Bruken av en TMD gir økt demping, i tillegg til at samspillet mellom demperen og konstruksjonen resulterer i en oppdeling av den naturlige frekvensen for moden [35]. Massedempere er mye brukt på grunn av sitt enkle system og relativt lave kostnader. En massedemper består av en oscillerende masse med en fjær og en demper koblet i parallell til det svingende systemet som skal dempes. Fjærens stivhet og massen på demperen fininnstilles slik at demperen oppnår samme egenfrekvens som konstruksjonen. Når den aktuelle egenfrekvensen inntreffer settes massen i bevegelse og svinger i motfase med konstruksjonen, det tas så opp energi i demperen og responsen på svingningene reduseres. En illustrasjon av prinsippet kan sees i figur 6.1.



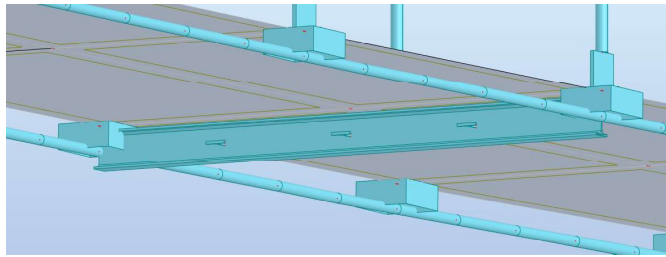
Figur 6.1: Prinsipp for TMD [34]

## 6.2 Damping av enkeltmoder

De utregnede verdiene for demperne som brukes for de videre undersøkelsene er basert på Den Hartog sine formler. Det henvises her til SETRA-guiden [30], *Extending Den Hartogs Vibration Absorber Technique to Multi-degree-of-Freedom Systems* [36] og Autodesk sine brukerforum [37], for bakgrunn for de formelene som blir benyttet.

Dempernes masser settes til 5% av den aktuelle modale massen. Der det eksempelvis velges å installere to dempere for å dempe en mode, deles denne massen på de to. Demperne er i modellen i Robot avhengig av noder hvor demperen kan defineres. Dempere blir definert ved hjelp av en “compatible node” som representerer demperen. En “compatible node” er i Robot en node som er tilknyttet en ønsket node i modellen med en gitt fjærstivhet og en dempefaktor mellom de to. Disse verdiene blir demperens fjærstivhet og demping, og det defineres i tillegg en masse i denne noden som representerer dempermassen. For å modellere en demper på denne kreves derfor en node som demperen kan defineres i, som befinner seg i demperens ønskede plassering. Demperen kan ikke festes direkte i en node i plate-elementene som utgjør gangbanen. Det defineres derfor for nye bjelkeelementer som fungerer som feste til demperne der disse plasseres. Disse bjelkeelementet gjøres vektløst i modellen og påvirker dermed resultatene av den dynamiske analysen minimalt. Bjelkeelementet festes direkte i de to underliggende bærekablene. Bjelken splittes der dempere skal plasseres og nye noder for definisjon av dempere defineres på enden av nye 1cm lange elementer som utgjør festene til demperne. Figur 6.2 viser hvordan det ser ut i modellen. Det er her en bjelke med tre forskjellige mulige festepunkter for dempere, et festepunkt sentrert under brubanen for demping av rene vertikale moder og to eksentriske i bruas fjerdedelspunkter for demping av torsjonsmoder.



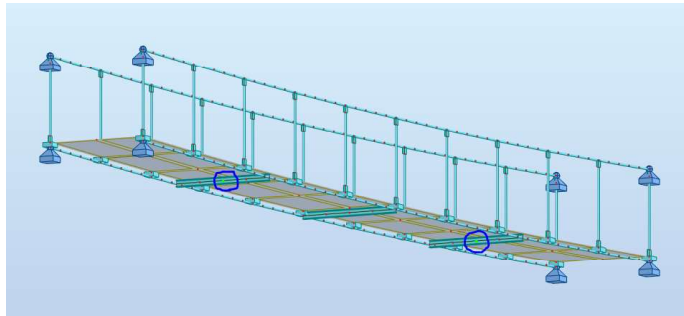


**Figur 6.2:** Bjelke for feste modellering av dempere i modellen

Det er viktig at bjelken som dempere skal festes i er tilstrekkelig stiv i forhold til demperens masse, slik at ikke denne får store deformasjoner under svingningene. For den 15 meter lange brua brukes en IPE100, for de små dempermassene som blir brukt her der dette en tilstrekkelig stiv bjelke. For å illustrere beregningene og prosessen med testing av resultater for bruken av dempere i bruene vises det et eksempel for den 15 meter lange brua her.

### 6.2.1 15m - demping av mode 3 med TMD

“Mode 3” på den 15 meter lange brua er vertikal mode 2. Denne moden har maksimal respons i fjerdedelspunktene og det plasseres derfor to dempere på brua for å se effekten av å dempe ut denne moden, den ene plasseres i  $\frac{L}{4}$  og den andre i  $\frac{3L}{4}$ . Plasseringen av demperene er vist i figur 6.3.



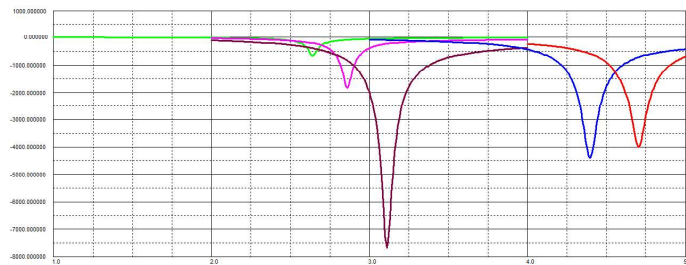
**Figur 6.3:** Bjelker for feste av dempere med demperenes plassering vist

Bjelkene for demperplassering er montert slik som vist i figuren. Og det gjøres en nye analyser. Resultatene av disse er vist i figur 6.4 og 6.5.

Som vi kan se her er endringen av frekvensene som følge av de introduserte bjelkene neglisjerbar. Den opprinnelige frekvensen for mode 3 var 3,110184 Hz. De andre av de 10 første modene endres heller ikke noe mer enn ca. 2-3% på det meste. For å beregne dataene for massedemperene tas det utgangspunkt i Den Hartog sin løsning beskre-

Case/Mode	Frequency (Hz)	Period (sec)	mX (kg)	mY (kg)	mZ (kg)
6/ 1	2,640483	0,378719	0,10	0,05	670,42
6/ 2	2,859977	0,349653	0,01	97,52	148,30
6/ 3	3,110668	0,321474	1,38	0,13	813,76
6/ 4	4,395238	0,227519	0,24	100,20	216,81
6/ 5	4,572009	0,218722	0,00	101,71	2,70
6/ 6	4,703416	0,212611	0,66	14,58	697,42
6/ 7	5,590611	0,178871	0,02	97,44	56,62
6/ 8	5,895755	0,169614	0,00	97,04	0,71
6/ 9	6,084058	0,164364	0,42	0,28	431,15
6/ 10	6,560390	0,152430	0,21	81,78	186,28

Figur 6.4: Ny dynamisk analyse



Figur 6.5: Ny analyse i frekvensplanet

vet i (SETRA-guiden og *Extending Den Hartogs Vibration Absorber Technique to Multi-degree-of-Freedom Systems*). Det benyttes dempermasse på 5% av den aktuelle modale massen,  $\mu = 0,05$ . Utrykkene fra Hartog sin løsning er litt modifisert etter anbefalinger på Autodesk sine forum [37]. Dette omfatter at demperne ikke tunes mot “optimal frekvens” som etter Hartog sin løsning beskrevet i SETRA-guiden, men demperne tunes direkte mot den aktuelle modens frekvens (før dempermassen introduseres). Beregningene for demper til mode 3 for den 15 meter lange brua er vist nedenfor:

$$\text{Frekvens: } f_3 = 3,110636 \text{ Hz}, \omega_3 = 19,55 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{Modal masse: } M_z = 813,76 \text{ kg (deles på to fordi det benyttes to dempere)}$$

$$\text{Dempermasse: } m = 0,05 \times \frac{M_z}{2} = 20,344 \text{ kg}$$

$$\text{Stivhet: } \omega = \omega_3 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$k = m \times (\omega_3)^2 = 7758,71 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\text{Relativ demping: } \xi = \sqrt{\left(\frac{3 \times \frac{\mu}{8}}{1 + \mu}\right)}$$

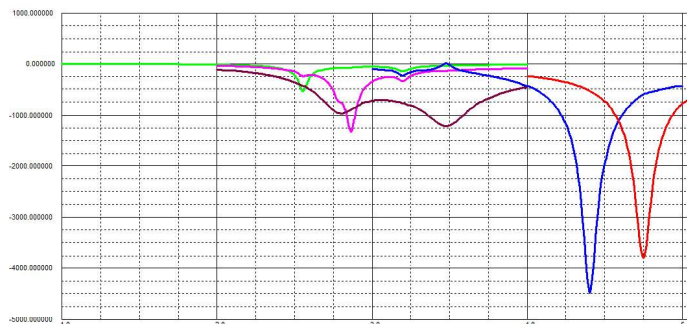
$$= 0,1336306$$

$$\text{Dempningskoeffisient: } c = 2 \times m \times \omega_t \times \xi$$

$$= 106,07 \frac{\text{Ns}}{\text{m}}$$

Effekten av demperne er vist i figur 6.6 plottet sammen med akselerasjonene for de andre

udempede modene. Ny modal analyse gjøres også og resultatene av denne sees i figur 6.7.



**Figur 6.6:** Resultater for akselerasjoner etter installasjon av TMD

Case/Mode	Frequency (Hz)	Period (sec)	mX (kg)	mY (kg)	mZ (kg)
6/ 1	2,552155	0,391826	0,03	0,01	216,22
6/ 2	2,781603	0,359505	0,05	0,00	70,80
6/ 3	2,858873	0,349788	0,01	97,74	148,49
6/ 4	3,160458	0,316410	0,00	0,00	50,85
6/ 5	3,449179	0,289924	0,10	0,02	94,98
6/ 6	4,392494	0,227661	0,24	100,60	217,32
6/ 7	4,572270	0,218710	0,00	101,64	2,07
6/ 8	4,747445	0,210640	0,66	10,19	689,12
6/ 9	5,587820	0,178961	0,02	97,63	56,28
6/ 10	5,895994	0,169607	0,00	97,02	0,72

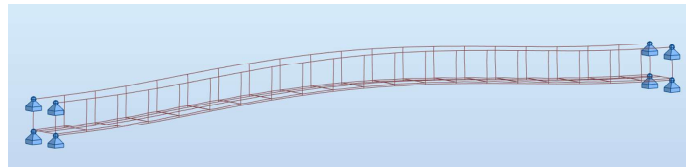
**Figur 6.7:** Ny modal analyse etter installasjon av TMD

Figurene viser tydelig fenomenet med oppdelingen av den naturlige frekvensen til moden som følge av bruas samspill med demperen. Det oppstår to nye responstopper følge av dette, hver av dem noe forskjøvet fra mode 3 i hver sin retning. En noe bedre tuning av demperen kunne kanskje vært oppnådd, men siden resultatet allerede er meget bra da de to responstopperne er nesten like store brukes ikke tid på dette. Innføringen av demperene reduserte maksimal akselerasjon fra  $7,7 \frac{m}{s^2}$  til  $1,3 \frac{m}{s^2}$ , altså en reduksjon på ca. 80%.

### 6.2.2 30m - damping av mode 2 med TMD

Som vist av analysene i henhold til SETRA-guiden viste “mode 2” for den 30 meter lange brua seg å være den mest kritiske med tanke på akselerasjoner. Denne moden er bruas første vertikale mode. Deformasjonsfigur for moden fra Robot er vist i figur 6.8.

Da dette er den mest kritiske av alle de undersøkte modene, for alle spenn, er den også en av de mest interessante å undersøke effekten av implementeringen av en TMD. For å dempe denne moden er det logiske valget å plassere en demper i midten av spennet, der responsen for moden er størst. Det settes inn en vektløs bjelke for montasje av demper slik som beskrevet tidligere.



**Figur 6.8:** Vertikal mode 1 - “mode 2” i robot

Beregningene av demperens spesifikasjoner følger samme fremgangsmåte som for 15 meter spenn. Det benyttes også her dempermasse på 5% av den aktuelle modale massen,  $\mu = 0,05$ . Beregningene er vist nedenfor.

$$\text{Frekvens: } f_2 = 1,76432 \text{ Hz}, \omega_2 = 11,08555 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{Modal masse: } M_z = 1686,07 \text{ kg}$$

$$\text{Dempermasse: } m = 0,05 \times \frac{M_z}{2} = 84,3035 \text{ kg}$$

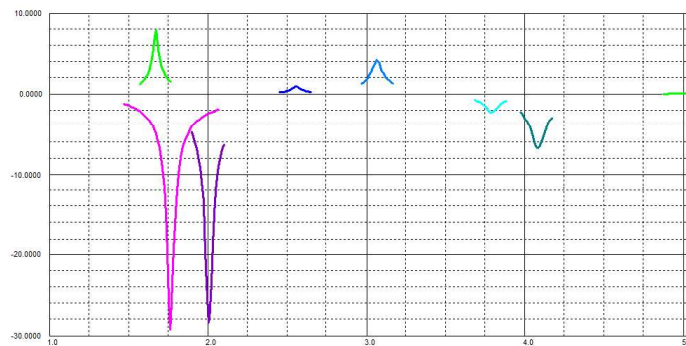
$$\text{Stivhet: } \omega = \omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$k = m \times (\omega_2)^2 = 10360,0081 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\begin{aligned} \text{Relativ demping: } \xi &= \sqrt{\left(\frac{3 \times \frac{m}{8}}{1 + \mu}\right)} \\ &= 0,1336306 \end{aligned}$$

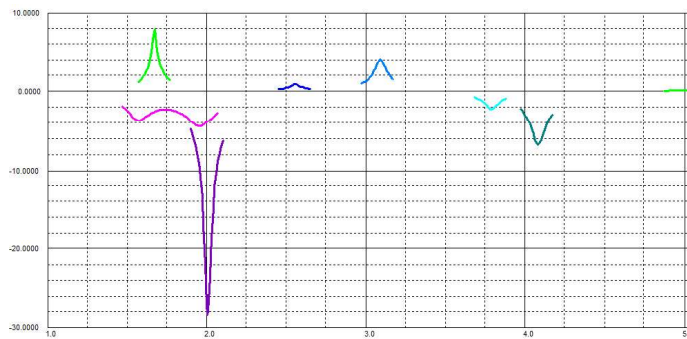
$$\begin{aligned} \text{Dempningskoeffisient: } c &= 2 \times m \times \omega_t \times \xi \\ &= 249,7691 \frac{\text{Ns}}{\text{m}} \end{aligned}$$

Maksimal akselerasjoner før og etter installasjon av demperen er vist i figur 6.9 og 6.10.



**Figur 6.9:** Akselerasjoner før installasjon av demper

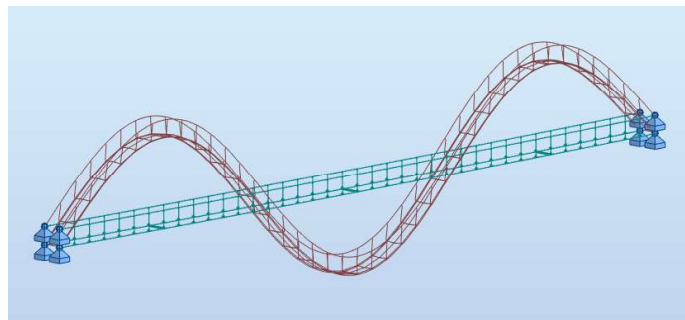
Den samme “splittelsen” av responstoppen forekommer også her, og vi kan se av figuren at tuningen til demperen er god for dette tilfellet også. Maksimal akselerasjon før demperen ble innstallert var på  $29,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , etter at demperen er satt inn i modellen ble maksimale responser redusert til  $4,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Dette er en reduksjon på nesten hele 85%.



**Figur 6.10:** Akselerasjoner etter installasjon av demper

### 6.2.3 60m - demping av mode 6 med TMD:

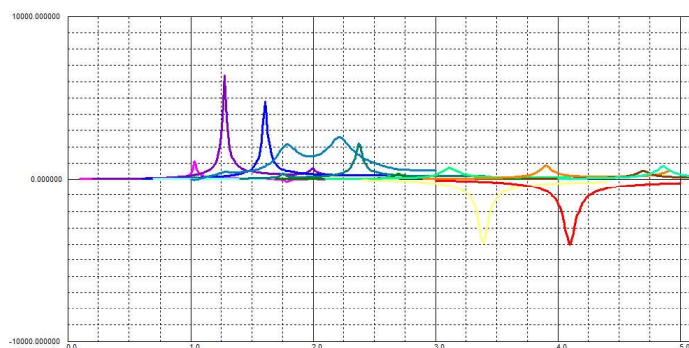
Samme fremgangsmetode som beskrevet i de to foregående eksemplene brukes for å forsøke å dempe ut “mode 6” i den 60 meter lange brua, denne moden er vertikal mode 3 og er den mest kritiske moden for dette spennet med en maksimal akselerasjon på  $16,18 \frac{m}{s^2}$ . Modens fasong er vist i figur 6.11.



**Figur 6.11:** Vertikal mode 3 - “mode 6” i Robot

Det introduseres derfor 3 dempere på brua i de tre punktene der responsen for moden er maksimal, spesifikasjonene beregnes på samme måte som for de foregående testene. Hver av demperene har masse på en tredjedel av modens modale masse. Akselerasjoner for brua etter installasjon av dempere er vist i figur 6.12.

Moden splittes på samme måte som i de forrige eksemplene, og maksimal akselerasjon reduseres fra  $16,1$  til  $2,6 \frac{m}{s^2}$ . En reduksjon på over 80%.



Figur 6.12: Akselerasjoner etter installasjon av dempere

## 6.2.4 Resultater

Resultatene fra undersøkelsene viser gode resultater for bruk av massedempere til å redusere responsen for enkeltmoder i alle bruene. En effekt på over 80% reduksjon i akselerasjonene ble oppnådd i alle de tre testene.

Det er her derimot testet å kun dempe en mode på hver av bruene. Det er derimot for alle de tre spennene flere enn denne ene moden som krever tiltak for demping. For 15 meter er det tre svingeformer som gir akselerasjoner som overgår det minste komfortkravet, og for 30 og 60 meter er det henholdsvis 4 og 5 svingeformer. Å dempe ut alle disse modene “separat” vil i mange tilfeller kreve mange massedempere. Der mange massedempere blir satt inn i systemet vil massen fra demperne kunne påvirke frekvensene til egenmodene som kan gjøre det vanskelig å oppnå effektiv demping av alle modene samtidig. I tillegg er det viktig å bemerke at på grunn av disse bruenes lette egenvekt vil en last fra gangtrafikk på brua påvirke frekvensene relativt mye i forhold til mange andre brukonstruksjoner der egenvekten er langt større. Det betyr at avhengig av mengden trafikk på brua vil modenes frekvenser endres og massedemperne for den spesifikke moden vil ikke lenger være riktig innstilt og effekten av demperne vil være langt dårligere. Dersom det tas hensyn til en ganglast på brua på  $70 \frac{kg}{m^2}$  (0,8 personer per kvadratmeter) vil endringen i frekvensene for de aktuelle svingeformene ligge på rundt 8-12% reduksjon i frekvensene. Dette er den største ulempen med massedempere: de fungerer kun for et smalt frekvensområde rundt den frekvensen de er “tunet” mot. Siden strekkbåndbruer med lett vekt er så sensitive systemer med tanke på endringer i dynamisk oppførsel er kanskje ikke massedempere en så god løsning som resultatene av testene kan gi uttrykk for.

Det er med andre ord vanskelig å finjustere massedempere til hver enkelt mode siden disse kan forandres såpass mye. Det vurderes derfor å undersøke en alternativ løsning. Massedemperne er effektive i et lite frekvensområde rundt den frekvensen som de er “tunet” på. Dette kan muligens utnyttes til å installere flere dempere som er tunet mot stadig nye frekvenser og sammen demper et frekvensområde fremfor å dempe en og en mode separat. Dette vil være en løsning som er mye mer robust med tanke på endringer i modenes frekvenser som følge av laster på brua. Dersom gode resultater oppnås med denne løsningen

---

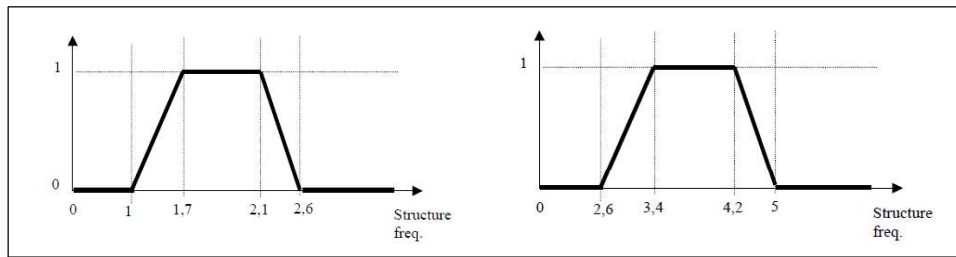
er det trolig en bedre løsning enn å dempe ut hver mode separat med egne dempere. I hvert fall i de tilfellene brua har mange forskjellige kritiske svingeformer.

### 6.3 Demping av frekvensområder med massedempere

Det velges på bakgrunn av resultatene å undersøke effektene av flere dempere på brua som sammen er designet for å dempe eksitasjoner i et frekvensområde, i kontrast til å designe dempere spesifikt for en og en mode. Resultatene i de tre testene brukes som grunnlag for videre undersøkelser. På 15 meter brua er avstanden mellom de to nye frekvensene som modene splittes i ca. 0,6 Hz. For både 30 og 60 meter var avstanden omtrent 0,4 Hz. Demperne har en svært god effekt i en frekvensbredde på rundt halve denne avstanden, det gir altså en avstand på omtrent 0,2 Hz mellom frekvensene til hver demper. Fra SETRA-guiden er det første og mest kritiske frekvensområdet definert fra 1 Hz til 2,6 Hz, hvorav det mest kritiske området (der reduksjonsfaktoren er 1) ligger mellom 1,7 og 2,1 Hz. Utenfor dette området øker reduksjonsfaktoren på lasten raskt. Basert på dette og de tidligere resultatene ser vi at moder som befinner seg i utkanten av dette området på grunn av de høye reduksjonene av lasten blir lite kritiske. Ved å sammenligne resultatene av FRF-analysene med og uten bruken av reduksjonsfaktor kan effekten observeres, og det er tydelig at modeformer som er kritiske når reduksjonsfaktoren sløyfes stort sett er ufarlige der reduksjonsfaktoren blir mindre enn omtrent 0,4. Fra disse resultatene ser det ut til at det er rimelig å konkludere med at moder i områdene der reduksjonsfaktoren er under 0,4 stort sett kan ansees på som ufarlige.

Dette betyr at for det første frekvensområdet bør alle moder mellom 1,2 Hz og 2,4 Hz dempes kontinuerlig av en rekke forskjellig innstilte massedempere. Dersom vi følger antagelsen om at hver enkelt demper er effektiv i en frekvensbredde på 0,2 Hz vil det si at det trengs 6 forskjellig dempere for å dempe dette frekvensområdet. For at demperne skal være effektive for torsjonsmoder i tillegg til rene vertikale moder må de plasseres eksentrisk på brua. Det velges å plassere 2 dempere per "festebjelke". Den tilsvarende fremgangsmetoden kan benyttes på det andre frekvensområdet fra 2,6 til 5 Hz. Disse frekvensene er derimot stort sett langt mindre kritiske og som analysen av brua på 60 meter antyder er det færre moder i dette området som gir kritiske responser, i tillegg til at responsene her er av en mye mindre størrelse. Det ser derfor ut som en rimelig antagelse å si at moder med en reduksjonsfaktor på 0,5 eller mindre kan sees bort ifra. Området der reduksjonsfaktoren er større enn 0,5 er for frekvenser mellom 3,1 Hz og 4,5 Hz. Det velges å i første omgang fokusere på dempingen av det første frekvensområdet som i alle tilfellene er det definitivt mest kritiske. De to frekvensområdene med verdi for reduksjonsfaktoren  $\psi$  som definert i SETRA-guiden er vist i figur 6.13 og 6.13 nedenfor.

Undersøkelser for bruene på 30 og 60 meter er mest interessante. Spenn på 15 og 90 meter har færre kritiske svingeformer og det er her kanskje mer aktuelt å dempe spesifikt de få kritiske modene. Spennet på 30 meter har de mest kritiske akselerasjonene og det velges å undersøke dette tilfellet. Dersom disse akselerasjonene lar seg dempe fungerer metoden høyst sannsynlig også for brua på 60 meter.



Figur 6.13: Reduksjonsfaktor  $\psi$  for “Case 1” og “Case 3” etter SETRA-guiden [30]

### 6.3.1 30m - demping av frekvensområdet “case 1”

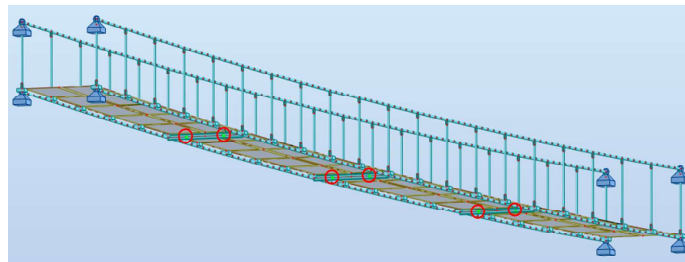
Det tas utgangspunkt i brua med FRF-analyse der ingen reduksjonsfaktor er brukt, og analysene i frekvensplanet kjøres kun i modenes respektive kritiske områder, henholdsvis fra 1 Hz til 2,6 Hz for moder i “case 1” og fra 2,6 Hz til 5,0 Hz for moder i “case 3”. For denne brua er det 4 moder, mode 1 til 4, innenfor det første frekvensområdet altså i “case 1”. Av disse 4 gir mode 1, 2 og 3 kritiske akselerasjoner i testen av brua der reduksjonsfaktor tas hensyn til. Mode 4 gir svært beskjedne akselerasjoner da frekvensen for denne er på 2,55 Hz og reduksjonsfaktoren blir 0,1. Ved introduksjon av mer masse i systemet kan derimot denne moden forkyves til en lavere og mer kritisk frekvens. “Mode 1” er første torsjonsmode, “mode 2” og “mode 3” er første og andre vertikale mode og de definitivt mest kritiske, “mode 4” er andre torsjonsmode. Torsjonsmodene er langt mindre kritiske enn de vertikale modene, men trenger likevel demping og demperne legges eksentrisk på undersiden av brubanen. De to første modene med de laveste frekvensene har maksimale eksitasjoner midt i bruas spenn, mens de 2 øvrige modene har maksimale eksitasjoner i fjerdedelspunktene av spennet. Med 6 dempere som plasseres eksentrisk to og to trengs det 3 “festebjelker”. Det velges å plassere disse i henholdsvis  $\frac{L}{4}$ ,  $\frac{L}{4}$ , og  $\frac{3L}{4}$ , demperne som er innstilt for de to laveste frekvensene plasseres i  $\frac{L}{4}$  da modene med lavest frekvenser har maksimal eksitasjon i dette området. De øvrige demperne plasseres parvis på de to andre festebjelkene. Brua har en vekt på 4060 kg. De to torsjonsmodene har modale masser i vertikal retning i på 410kg og 544 kg som tilsier en dempermasse på rundt 24 kg dersom  $\zeta = 0,05$ . De vertikale modene derimot har modale masser på 1672 kg og 1972 kg som tilsvarende gir en dempermasse på ca. 90 kg. For å oppnå symmetri er det ønskelig å benytte samme dempermasse på alle demperne. Det velges derfor å teste en mellomting av de to og det benyttes en dempermasse på 50 kg for alle demperne. Undersøkelser av effekten av å øke dempermassen til 100 kg ble gjort i etterkant og ga ikke bedre resultater. En oversikt over demperne, deres spesifikasjoner og plassering er vist i tabell 6.1.

Bjelkene for demperfester lages I modellen, en illustrasjon av dette er vist i figur 6.14. Her er nodene der demperne festes merket med røde sirkler på figuren.

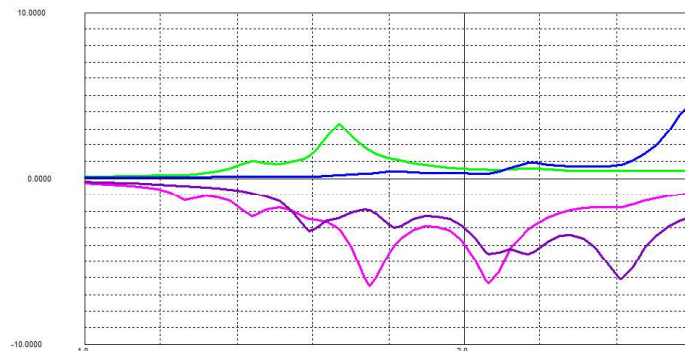


Demper	1	2	3	4	5	6
Frekvens (Hz)	1,3	1,5	1,7	1,9	2,1	2,3
Stivhet ( $\frac{N}{m}$ )	3335,926	4441,322	5704,631	7125,854	8704,991	10442,041
c ( $\frac{Ns}{m}$ )	109,151	125,944	142,736	159,529	176,321	193,114
Plassering	$\frac{L}{2}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{L}{4}$	$\frac{L}{4}$	$\frac{3L}{4}$	$\frac{3L}{4}$

**Tabell 6.1:** Oversikt over demperverdier og plasseringer på brua



**Figur 6.14:** Modellen med fester for dempere indikert



**Figur 6.15:** Resultater for akselerasjoner med de nye demperne

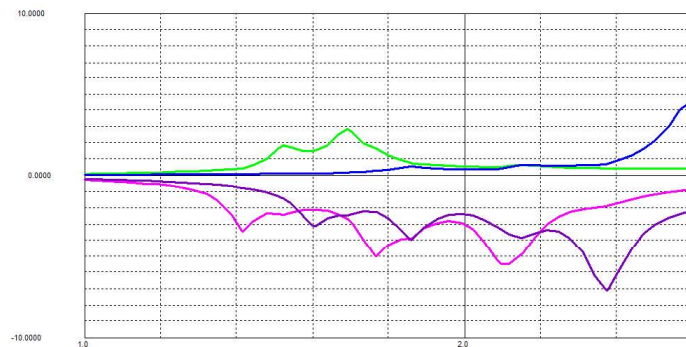
Figur 6.15 viser resultatene med de nye demperne i modellen. Resultatene av dempingen av frekvensområdet er ganske god, men de maksimale akselerasjonene blir ikke like mye redusert som for dempingen av en og en enkelt mode. I dette tilfellet er de maksimale akselerasjonene på over  $6 \frac{m}{s^2}$  for mode 2 som i den forrige testen ble dempet helt ned til  $4,5 \frac{m}{s^2}$ .

Området fra rundt 1,3 Hz og nedover er lite problematisk, mens frekvensene rundt 1,8 og 2,0 Hz er de mest kritiske. Det gjøres derfor nye tester der tuningen av demperne forskyves slik at de ligger tettere og forhåpentligvis gir en økt demping av modene mellom 1,5Hz og 2,2Hz. Det eksperimenteres med flere forskjellige tuninger av demperne. De to beste resultatene som ble funnet var den første testen og de følgende nye demperverdier som er vist i tabell 6.2.

Demper	1	2	3	4	5	6
Frekvens (Hz)	1,5	1,6	1,7	2,0	2,1	2,2
Stivhet ( $\frac{N}{m}$ )	4441,322	5053,237	5704,631	7895,684	8704,991	9553,777
c ( $\frac{Ns}{m}$ )	125,944	134,340	142,736	167,925	176,321	184,718
Plassering		$\frac{L}{2}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{L}{4}$	$\frac{L}{4}$	$\frac{3L}{4}$

**Tabell 6.2:** Nye dempververdier og plasseringer for demperne på brua

Resultatene fra denne tuningen av demperne er vist i figur 6.16.



**Figur 6.16:** Resultater for akselerasjoner med nye dempververdier og plasseringer

Denne testen ga omtrent like god demping av akselerasjoner som det forrige eksempelet. Maksimal akselerasjon her er i overkant av  $7 \frac{m}{s^2}$ , men dette er for en frekvens på nesten 2,2 Hz som betyr at dersom reduksjonsfaktoren tas hensyn til vil verdien reduseres.

### 6.3.2 Konklusjoner

Demping av et helt frekvensområde gir dårligere resultater for total demping av enkeltmodene enn testene der hver av modene dempes separat. Dette skyldes en kombinasjon av flere ting. Hver mode i disse undersøkelsene dempes i hovedsak av kun 1 massedemper av gangen. I tillegg er massedemperene ikke fininnstilt direkte mot moden og resultatene blir dermed ikke fullt så gode.

Men når massedemperene er tunet mot frekvenser som ligger tett etter hverandre i de kritiske frekvensområdene ser det ut til at det oppnås en rimelig god kontinuerlig demping av flere svingformer på en gang. Med flere dempere fordelt kontinuerlig langs bruas lengde kan trolig mesteparten av de uønskede svingningene dempes effektivt med denne fremgangsmåten. Det krever dermot ganske mange dempere, og om dette er en bedre løsning enn å dempe modene hver for seg bør vurderes grundigere ved ytterligere undersøkelser. Dette avhenger av hvor mange moder som faktisk krever tiltak i form av demping. I tillegg

---

er det avgjørende hvor godt modene lar seg dempe ut separat. Løsningen med å dempe et frekvensspekter er utvilsomt mer "hardfør" med tanke på at systemts egenmoder påvirkes av ytre belastninger, hvor avgjørende dette er bør vurderes i det enkelte tilfellet, dette avhenger også av størrelsen og tyngden på brua, og hvor mye trafikklast det tas hensyn til og hvor mye denne påvirker bruas egenfrekvenser.

---

# Kapittel 7

## Konsept med underliggende oppstrammingskabler

### 7.1 Grunnlag

Basert på undersøkelsene som er gjort i denne oppgaven og studier gjort av andre eksisterende lignende bruer, er det tydelig at denne typen brukonstruksjon vil ha en livlig oppførsel. For en strekkbåndbru som dette er det ingen tvil om at svingningene vil være den største utfordringen. Bruas lette vekt er en av hovedårsakene til den livlige oppførselen. Dette er nok noe av grunnen til at slike lettvekts strekkbåndbruer i de fleste tilfeller er bygget på steder der trafikken er begrenset og noe større svingninger kan tillates. I områder der det er mer trafikk er bruer laget i betong stort sett det vanligste. Problemet med svingningene kan muligens dempes med massedempere til akseptable nivåer i de fleste tilfeller, men å bli helt kvitt den livlige oppførselen er trolig vanskelig. I tillegg kan bruken av massedempere bli krevende og kostbar hvis det kreves mange dempere før vibrasjonene når akseptable verdier.

Disse forholdene gjør det naturlig å stille seg spørsmålet om det finnes andre måter å håndtere uønskede svingninger på i en bru av denne typen.

Basert på designet som er vist i “Drac bridge” og “Trift bridge” i kapittel 2, med underliggende kabler som bidrar til å begrense svingningene, ønskes det å undersøke effekten av et lignende design nærmere. Det finnes få bruer som dette, og lite informasjon om både designet og virkningen av de underliggende kablene. De få eksemplene på bruer der slike kabler er tatt i bruk er bruer med svært lange spenn der kablene trolig er viktigere for de horisontale bevegelsene enn de vertikale.

For å finne ut mer om bruken av underliggende kabler, og spesielt for kortere spenn og med hensikt å roe ned vertikale vibrasjoner, ble det utviklet et eget design der slike kabler

---

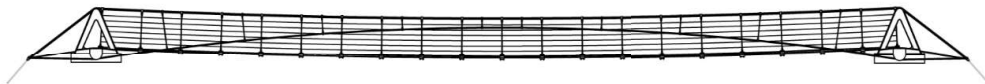
benyttes. Det var ønskelig å videreutvikle det første designet ved å implementere underliggende kabler. Følgende tanker, ønsker og ideer var med på å forme konseptet:

- I det tidligere designet som er blitt undersøkt er svingninger i vertikal retning den største utfordringen. Det ble derfor vurdert som unødvendig å legge de underliggende kablene bredere enn selve brubanen for å på den måten roe ned horisontale vibrasjoner.
- Eksemplene på bruer der lignende design er tatt i bruk har alle festene for de underliggende kablene langt nedenfor fundamentene for selve brubanen, dette krever fundamentering flere steder i tillegg til at man med en slik løsning er avhengig av muligheten for forankring her. Det er kun mulig i noen tilfeller, som for eksempel når brua spenner over store juv og lignende. Det var ønsket en løsning som ikke er avhengig av dette, men optimalt kunne feste alle kabler ved samme fundament.
- Den ønskede effekten av de underliggende kablene var å roe eksitasjoner fra vertikale moder. Tanken bak designet er at de underliggende kablene skal strammes opp i takt med bruas bærende kabler. Brua trekkes ned av strammekablene, samtidig som bærekablene trekker den opp. På den måten vil bærekablene og strammekablene begge være i strekk, og jobbe mot hverandre. Dette kan forhåpentligvis ha en gunstig effekt på de vertikale svingningene.
- Det er flere spørsmål rundt dette konseptet som ønskes å undersøke nærmere:
  - Hvor stor effekt har det for modenes egenfrekvenser?
  - Hvor store økninger i strekkreftene trengs for å eventuelt oppnå gode resutater?
  - Hvor lange spenn er dette aktuelt for?
  - Fungerer festing av de underliggende kablene i brubanens høyde, eller er man avhengig av å feste dem langt nedenfor brua?

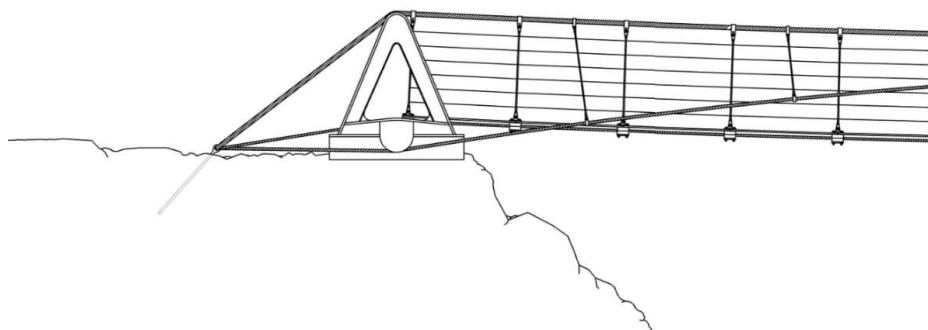
---

## 7.2 Beskrivelse av konseptet

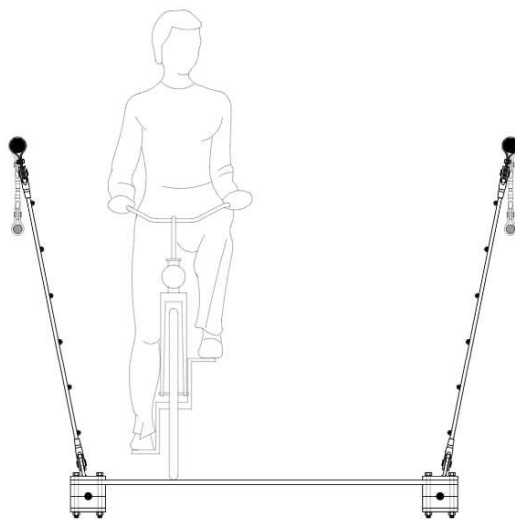
Basert på det første designforslaget som allerede er blitt undersøkt i de fire spennlengdene 15, 30, 60 og 90 meter og konseptideen med underliggende kabler, ble det utviklet et nytt forslag til et endelig design av en bru av denne typen. Tegninger er laget i Autocad, og figur 7.1 til 7.3 illustrerer designet. Fullstendige skisser med målsetting av geometrien og eksempel på mål av detaljeringer finnes i vedlegg B. Forskjellige detaljtegninger er også vist og beskrevet til sist i dette kapittelet.



**Figur 7.1:** Brukonsept med underliggende oppstrammingskabler, oppriss



**Figur 7.2:** Detaljer ved bruas ende



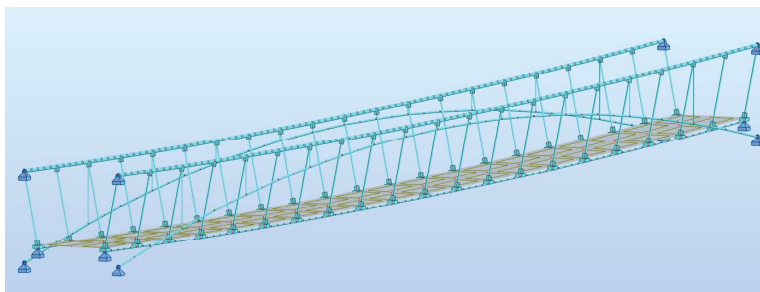
**Figur 7.3:** Snitt ved midten av spennet



---

## 7.3 Beregningsmodeller og analyser

De allerede etablerte beregningsmodellene i Robot ble brukt som utgangspunkt for nye modeller. Lettvekt-designet fra disse modellene ble beholdt og bygget videre på. Ønsket om en lett bru med liten materialbruk som har stor grad av prefabrikkering og er rask å montere er sentralt for designet. I Robotmodellene av det tidligere designet ble kablene som utgjør håndløperen i rekkverket flyttet til en større bredde og rekkverkets høyde ble økt til 1,5 meter. Platenes bredde og de nedre kablenes posisjon ble beholdt uendret. Nye underliggende kabler ble lagt til i modellen, disse ble fastholdt med fastlager i bruenes ender i en høyde på 30 cm under brubanekablene. De underliggende kablene festes til rekkverkskablene hver tredje meter i bruenes lengderetning. Figur 7.4 viser hvordan en modell ser ut i beregningsprogrammet, her er den 30 meter lange brua vist. Dimensjoner er vist i skisser i vedlegg B.



**Figur 7.4:** Beregningsmodellen for 30 meter spenn i Robot

Bruas bærekabler strammes opp slik at den beholder den originale geometrien med en helning på  $\frac{1}{20}$  ved brubanens ender. Deretter benyttes temperaturlaster i bærekablene og de underliggende kablene til å stramme opp brua ytterligere. I disse modellene gjøres all lastbæring av de øvre kablene som utgjør håndløper i rekkverket (heretter kalt "bærekabler"), de nedre kablene tar minimalt med last. Dette må gjøres for å unngå at det oppstår trykk i stagene som utgjør søylene i rekkverket, og som brua gangbane er opphengt etter. Temperaturlastene i bærekablene og de underliggende kablene økes i takt slik at brubanens posisjon endres minimalt og bruas geometri forblir tilnærmet den samme. Med denne metoden lages det flere modeller med forskjellige nivåer av oppstramming av bruene. I tillegg undersøkes modeller der disse kablene ikke er monterte. Her blir kun bærekablene strammet opp, som resulterer i en lavere pilhøyde på brua. Resultatene fra modellen med og uten de nye kablene sammenlignes på grunnlag av summen av strekkraftene i alle kablene.

De modale analysene sjekkes for hver av modellene og resultatene kartlegges. I tillegg undersøkes noen utvalgte modeller nærmere for akselerasjoner i henhold til SETRA-guiden.

Å kontrollere modene i henhold til SETRA-guiden med reduksjonsfaktor etc. er meget tidkrevende og det velges å istedenfor sjekke alle moder for den største lasten som oppnås i "case 1" - altså det første og mest kritiske frekvensområdet. Denne lasten settes brukes for alle modene og FRF-analysen gjøres fra 1 til 5 Hz for alle aktuelle moder. Dette er en ekstremt konservativ tilnærming, men går ekstremt mye raskere. Undersøkelsene blir gjort for

å få sammenlignbare resultater fremfor korrekte resultater. Da de tidligere undersøkelsene viste at lastens størrelse er direkte proporsjonal med maksimale akselerasjoner kan dette brukes til å tolke resultatene bedre. Tabell 7.1 gir en oversikt over maksimal last som oppnås for de 4 brulengdene i henholdsvis “case 1” og “case 3”, og forholdet mellom dem.

Spenn (m)	Last “case 1” ( $\frac{kN}{m^2}$ )	Last “case 3” ( $\frac{kN}{m^2}$ )	Forholdstall
15	0,0570	0,0143	0,25
30	0,0403	0,0101	0,25
60	0,0285	0,0071	0,25
90	0,0233	0,0058	0,25

**Tabell 7.1:** Maksimale laster for kontroller etter SETRA-guiden for de forskjellige lengdene

For akselerasjoner beregnet i frekvensspekteret til “case 3” - fra 2,6 Hz til 5,0 Hz er det derfor en god tilnærming å gange de beregnede akselerasjonene med forholdstallet fra denne tabellen. Disse analysene gjøres ikke for å kontrollere om akselerasjonene er innenfor kravene, men for å sammenligne resultater for bruene med og uten oppstramming og undersøke hvilke effekter de ekstra kablene har. Da frekvensene for bruene med og uten underliggende kabler i de sammenlignede modellene avviker fra hverandre er det mer hensiktsmessig å sammenligne resultatene for maksimale responser fremfor akselerasjoner. Akselerasjonene er avhengig av frekvensen til moden som undersøkes, og to moder med samme forskyvning på forskjellige frekvenser har ikke like akselerasjoner. Å sammenligne responsen istedenfor gir en bedre sammenligning av effekten til de nye kablene, og gir informasjon om hvor mye de begrenser responsene i systemet.

Kontroller av det tidligere designet for bruene uten oppstramming er allerede gjort til en viss grad i kapittel 5. Ved å sammenligne resultatene fått her med de tidligere resultatene fås en ide om hvordan bruene ligger an i forhold til de samme kontrollene.

Brua på 90 meter sjekkes ikke for konseptet med oppstrammingskablene. De tidligere resultatene viser at brua med denne lengden har meget få kritiske moder, og den har ikke det samme behovet for oppstramming som de kortere bruene har. I tillegg har en så lang bru med et heng på kun  $\frac{1}{20}$  ved endene allerede store strekkrefter og en ytterligere oppstramming virker som en lite egnet løsning for de virkelig lange spennene. Det ble gjort noen raske tester av designet for 90 meter spenn som bekreftet at det var dårligere egnet her enn for de andre bruene. Dette skyldes også at å feste de nye kablene i høyde med gangbanen på brua kun fungerer dersom pilhøyden på brua er en del mindre enn bruas rekkverkshøyde. For en 90 meter lang bru er pilhøyden på brua tilnærmet 1,125 m. Med en rekkverkshøyde på 1,5 meter gir dette en pilhøyde på de underliggende kablene på omtrent bare en halv meter. Det betyr at det kreves større krefter i disse kablene for å oppnå samme stramming av brua. Når pilhøyden blir enda større vil ikke designet fungere med mindre de underliggende kablene fundamenteres lenger nedenfor bruas landkar.

I tilfeller der så store spenn er ønsket er det trolig aktuelt å bygge en bru med en større pilhøyde, som igjen vil resultere i et enda tregere system hvor de første vertikale modene

---

har så lave frekvenser at de ikke trenger videre kontroller. Som den tidligere dynamiske analysen av brua på 90 meter i henhold til SETRA-guiden viser er det få moder for denne brua som har kritiske svingninger. Dette skyldes den mye større tyngden av brua som gjør den vanskeligere å eksitere, i tillegg til at lasten per kvadratmeter er lavere for større bruer i følge anbefalingene i SETRA-guiden. For spesielt lange bruer er det sannsynligvis en større utfordring med horisontale moder enn det som er funnet i de undersøkte bruene her. Det vil da trolig ha en god effekt for horisontale svingninger å montere underliggende kabler i et system som ligner det som er brukt i “Drac bridge” og “Trift bridge”. For så lange bruer blir pilhøyden så stor at oppstrammingskablene er avhengig av fundamentering i en mye lavere høyde enn selve bærekablene.

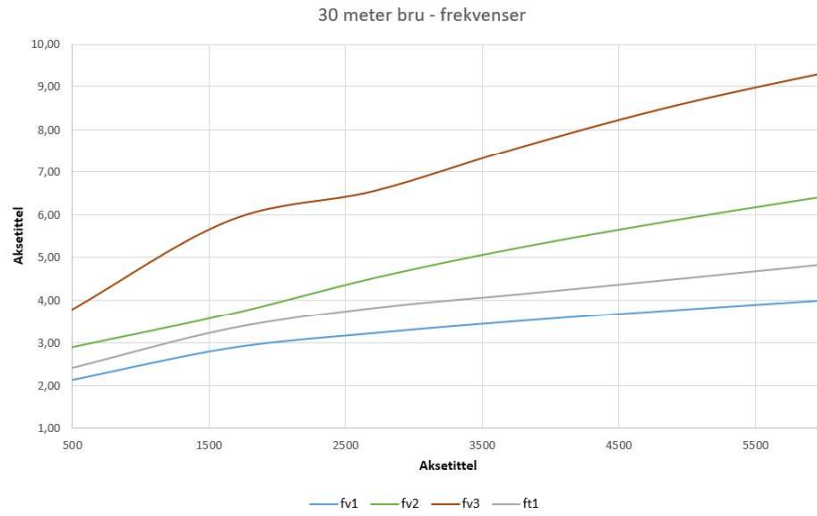
I undersøkelsene varieres graden av oppstramming ved å påføre kablene temperaturlaster. De underliggende kablene og bærekablene påføres temperaturkrefter som øker i takt slik at brua blir strammere, men uten at det endrer pilhøyden. Den opprinnelige geometrien er bevart og for alle testene fremdeles er en pilhøyde tilsvarende  $= \frac{1}{20}$ .

## 7.4 Resultater

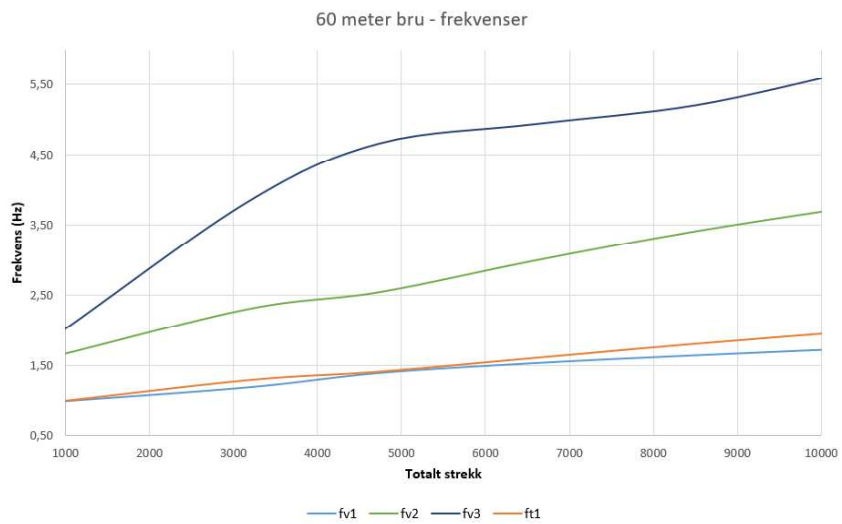
For å undersøke effekten på modene under det nye designet testes modellene for forskjellige grader av strekk i kablene og frekvensene til de tre første vertikale modene, og den første torsjonsmoden kartlegges. Dette er de modene som viste seg å være de mest kritiske for alle spennene i de tidligere testene. Frekvensene plottes i forhold til summen av strekkrefter som må forankres ved bruens ender kalt “totalt strekk”. Disse resultatene er vist i figur 7.5 til 7.7.



Figur 7.5: Frekvenser for variabel grad av oppstramming, 15 meter spenn



**Figur 7.6:** Frekvenser for variabel grad av oppstramming, 30 meter spenn



**Figur 7.7:** Frekvenser for variabel grad av oppstramming, 60 meter spenn

---

Kurvene kan brukes til å evaluere effekten på bruens dynamiske oppførsel for ulike mengder totalt strekk. Informasjonen i kurvene brukes som grunnlag til å velge en grad av oppstramming for videre undersøkelser av designet. For brua på 15 meter ser vi at økningen i frekvenser er meget rask, og at allerede for et totalt strekk på 700 kN har alle bruas moder frekvenser over 5 Hz. Det betyr at det ikke lenger kreves videre kontroller av svingningene. Etter hvert som spennet øker kreves det raskt større krefter for å påvirke modenes frekvenser i merkbar grad. For 30 meter spenn er fortsatt effekten stor, kurven viser at for et totalt strekk på rundt 3 500 kN har alle vertikale moder fra mode 2 og oppover frekvenser som ligger over 5 Hz. Samtidig er alle andre moder utenfor det mest kritiske frekvensområdet “case 1” og det vil kun kreves kontroller etter “case 3”. Som det ble vist i de tidligere undersøkelsene av akselerasjoner i bruene var moder i “case 3” langt mindre kritisk og å øke frekvensene til modene til dette tilfellet vil dermed redusere maksimale akselerasjoner dramatisk. For det tidligere designet av den 30 meter lange brua var akselerasjoner for det verste tilfellet i “case 3” over 4 ganger lavere enn det verste tilfellet i “case 1”. Når spennet har nådd 60 meter er endringen i de laveste modene sine frekvenser så liten at å forflytte disse ut av “case 1” ikke lar seg gjøre uten helt urimelige store strekkrefter. Effekten på de høyere modene ser derimot ut til å fortsatt være rimelig god, dette kan sees av endringen i frekvensene til vertikal mode 3 i figur 7.7. Når det totale strekket passerer 5 000 kN flater kurvene ut og effekten avtar noe. Men ved denne graden av oppspenning har vertikal mode 3 forflyttet seg over 5 Hz samtidig som vertikal mode 2 har beveget seg ut av “case 1”. Man har da oppnådd å effektivt kvitte seg med så godt som alle moder utenom første vertikale mode og første torsjonsmode. I en bru med så få gjenværende kritiske modeformer er det langt enklere å dempe ut de få eventuelt kritiske modene med for eksempel massedempere.

Basert på konklusjonene ovenfor, velges det et nivå av oppstramming for hver av bruene for videre beregninger. Samtidig lages det modeller av tilsvarende bruer uten underliggende kabler, men med oppstramming som gir samme mengde totalt strekk ved endene. Disse modellene brukes i videre undersøkelser av designet hvor modellene med og uten de underliggende kablene kan brukes i direkte sammenligninger. Kraftene i de forskjellige kablene, og verdier for totalt strekk for de ulike modellene er samlet i tabell 7.2. Begrunnelser for valgene som ble gjort er oppsummert nedenfor:

- For spennet på 15 meter velges det å gå videre med et totalt strekk på 400 kN. Dette er nok til at de eneste gjenværende modene som krever kontroller er første vertikale og første torsjonsmode. Disse har likevel så høye frekvenser over 4 Hz at de høyst sannsynlig ikke vil by på noen store problemer.
- For 30 meter velges et totalt strekk på 2 000 kN. Dette er nok til å unngå moder som må kontrolleres etter “case 1”.
- For brua på 60 meter blir 6 500 kN valgt for de videre testene. Dette ble også valgt da det for denne verdien av totalt strekk gir alle vertikale moder og torsjonsmoder over mode 1 frekvenser som befinner seg utenfor det kritiske område til “case 1”.

	Spenn (m)	Streck, bærekabler (kN)	Streck, underliggende kabler (kN)	Totalt strekk (kN)
Med underliggende kabler	15	190	10	400
	30	890	110	2000
	60	2950	300	6500
Uten underliggende kabler	15	200	-	400
	30	1000	-	2000
	60	3250	-	6500

**Tabell 7.2:** Valgt grad av oppstramming og krefter i elementene for de videre analysemodellene

For disse modellene samles informasjon om modene sine frekvenser, og maksimale responser for de forskjellige modene utsatt for den konservative maksimale lasten fra “case 1” påført modellene på samme måte som i kapittel 5. Disse resultatene er presentert i figur 7.8. I figuren indikerer “ $f_{v1}$ ” frekvens for første mode, og “ $u_{v1}$ ” respons for den samme moden. “ $f_{t1}$ ” indikerer frekvens for første torsjonsmode etc.

		15m		30m		60m	
		Uten kabler	Med kabler	Uten kabler	Med kabler	Uten kabler	Med kabler
Frekvenser (Hz)	fv1	2,12	4,06	1,82	3,02	1,52	1,64
	fv2	3,72	4,19	3,55	3,99	3,01	3,06
	fv3	5,57	6,02	5,32	5,76	4,50	4,53
	ft1	3,56	5,16	2,56	3,72	2,12	2,13
	ft2	6,11	6,48	4,9	5,12	4,11	4,02
	ft3	8,54	-	7,04	7,24	5,63	5,54
Responser (mm)	uv1	286	68	208	64	176	140
	uv2	43	68	57	41	47	41
	uv3	-	-	-	-	21	19
	ut1	-	-	26	11	17	16
	ut2	-	-	-	-	6	5
	ut3	-	-	-	-	-	-

**Figur 7.8:** Frekvenser og responser for de valgte designmodellene, med og uten underliggende kabler

Det er tydelig at bruene med oppstrammingskabler får høyere frekvenser for de samme modene. Figuren viser også forskjellene i maksimal respons for de tilsvarende modene. Vi kan her se at bruene med kablene får langt mindre responser for spesielt første vertikale mode og første torsjonsmode. Denne store reduksjonen i respons for de to modene med som regel lavest frekvens kombinert med at oppstrammingen kan forskyve de resterende modene vekk fra det mest kritiske frekvensområdet, lover godt for designet sin effekt. For store spenn derimot er forskjellene mindre. For 60 meter ser vi av figuren at modenes frekvenser er nærmest identiske og forskjellene i respons er nesten borte.

---

Evaluering av resultatene viser at en oppstramming av brua uten de nye kablene også gir økning i frekvensene, men er likevel ikke en like god løsning av flere årsaker:

- For det første vil en oppstramming av brua uten underliggende kabler føre til at brua mister sin originale geometri med helning på  $\frac{1}{20}$  ved endene. Dette medfører at belastning på brua fra gangtrafikk, snølast osv. vil gi langt større strekk ved endene enn for brua med underliggende kabler. For å illustrere dette gjøres det en tilnærming ved håndberegninger for et spenn på 30 m:

Dersom de to bruene spennes opp til et totalt strekk på ca. 2 100 kN ved hver ende, reduseres pilhøyden fra 0,375 m til 0,160 m for brua uten underliggende kabler. Dette tilsvarer en omtrentlig endring i helningen ved endene fra  $\frac{1}{20}$  til nesten  $\frac{1}{50}$ . For å estimere forskjellene i reaksjonskrefter fra en påført last brukes ligning 4.4. Lasten  $w$  settes her til en last på  $5 \frac{kN}{m^2}$ , som kan være en aktuell maksimal snølast.

Brua med kabler:

$$T = \sqrt{\left(\frac{5 \times 30^2}{8 \times 0,375}\right)^2 + \left(\frac{5 \times 30}{2}\right)^2} = 1502 kN$$

Brua uten kabler:

$$T = \sqrt{\left(\frac{5 \times 30^2}{8 \times 0,375}\right)^2 + \left(\frac{5 \times 30}{2}\right)^2} = 1502 kN$$

Det ser altså ut til at reaksjonskreftene kan antas å bli av omtrent dobbel størrelse. Resultatene fra parameterstudiet viser det samme der en endring i pilhøyden fra 1/20 til 1/40 gir omtrent dobbelt så store reaksjonskrefter for to bruer med samme egenvekt. Testing av modellene i Robot viser omtrent samme forhold, men reaksjonskreftene blir mindre enn estimert her på grunn av nedbøyningen fra lasten som endrer geometrien.

- Den neste fordelene med underliggende kabler skyldes også endringen i pilhøyden på brua. Som det ble vist i parameterstudiet avhenger frekvensen på den første vertikale moden i stor grad av bruas pilhøyde på grunn av bidraget fra aksialstivheten. En oppstramming av brua uten de underliggende kablene vil gi lavere pilhøyde som resulterer i mindre bidrag fra aksialstivhet. Det vil si at oppstrammingen som endrer bruas geometri ikke nødvendigvis resulterer i høyere frekvenser for første vertikale mode. Dersom brua strammes opp med underliggende kabler slik at geometrien ivaretas er ikke dette et problem og det er dermed enklere å bli "kvitt" mode 1 for denne løsningen. Dette er illustrert i figur 7.9 til 7.11, som viser sammenhengen mellom totalt strekk som må forankres på hver ende av brua og frekvensene til den første vertikale moden.

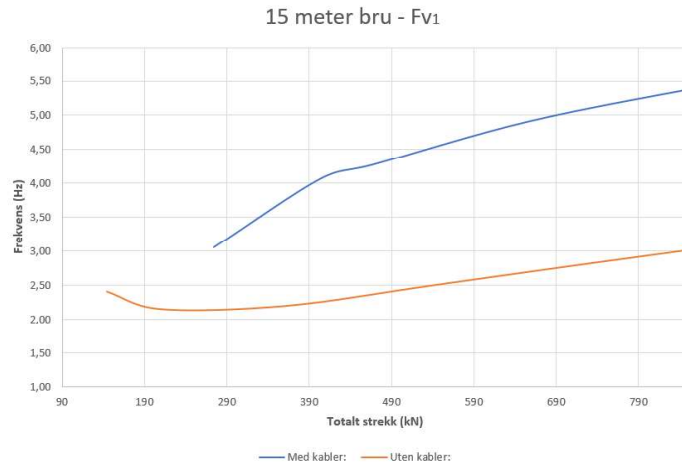
Som figurene viser blir den første vertikale moden sin frekvens langt mer effektivt forskjøvet for bruene med de underliggende kablene. Forskjellen er størst for korte bruer, og når spennet når 60 meter er forskjellen i frekvensene neglisjerbar. Det ser her heller ut til at den ekstra tyngden i de underliggende kablene faktisk bidrar til

---

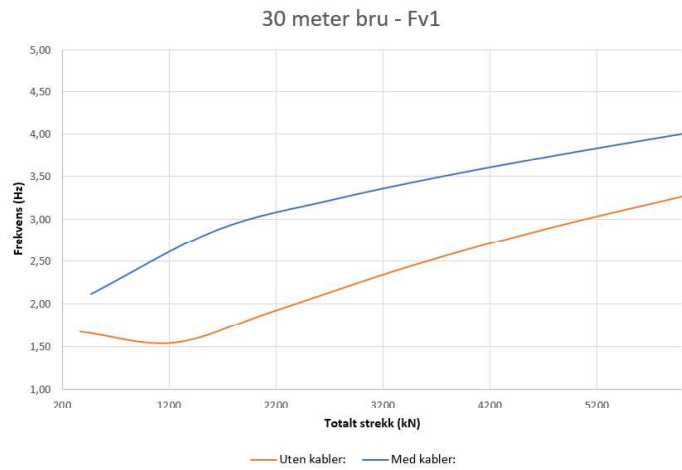
en lavere frekvenser, og effekten av økt strekk er borte. Dette tyder på at designet ikke er like godt egnet for lange spenn. For brua på 15 meter ser vi at den første moden raskt flyttes ut av det kritiske frekvensområdet under 2,6 Hz ved bruk av de underliggende kablene. Den kan også fjernes helt fra områdene som krever videre kontroll av brua for en relativt beskjedne total strekkraft. For brua uten kablene kreves det langt større krefter. For 30 meter er forskjellen mindre, men det kreves fortsatt rundt hele 1500 kN større total strekkraft for å gi mode 1 en frekvens på over 2,6 Hz.

- I tillegg til de store forskjellene i frekvensene for første vertikale mode er det også forskjeller for de øvrige modene. Bruene med underliggende kabler har høyere frekvenser for samme totale strekk også her. Når brua settes i bevegelse vil strekket i bærekablene øke når brua forskyves nedover og kabelen tøyes kalt “the tension stiffening effect”, som omtalt tidligere. Med de underliggende kablene oppstår denne effekten også i begge sett med kabler, og for begge retninger av svingninger for brubanen. Dette resulterer i høyere frekvenser for modellene med nye kabler. Også denne forskjellen forsvinner gradvis når spennet øker, slik som for frekvensen for første vertikale mode. Disse resultatene vises i figur 7.9 til 7.11, og er ytterligere illustrert ved hjelp av figur 7.12 som viser forholdet mellom frekvensene med og uten kablene for de tre lengdenes valgte oppstramming.
- Den siste forskjellen som gjør løsningen med de underliggende kablene til et bedre design er den ekstra stivheten de tilfører systemet. Disse kablene vil når brua svinger trekke brua ned, samtidig som bærekablene trekker brua opp. Dette gir et mye stivere system enn der de underliggende kablene ikke er tatt i bruk, men kun bærekablene er strammet opp alene. Denne effekten er som nevnt størst for de to laveste modene  $v_1$  og  $t_1$ , og størst effekt oppnås ved kortere spenn. Effekten er meget god for både 15 og 30 meter, men for brua på 60 meter er ikke resultatene like gode. Figur 7.12 viser forholdstallet mellom respons med og uten underliggende kabler, og indikerer dermed de ulike effektene av oppstrammingskablene i de tre tilfellene.

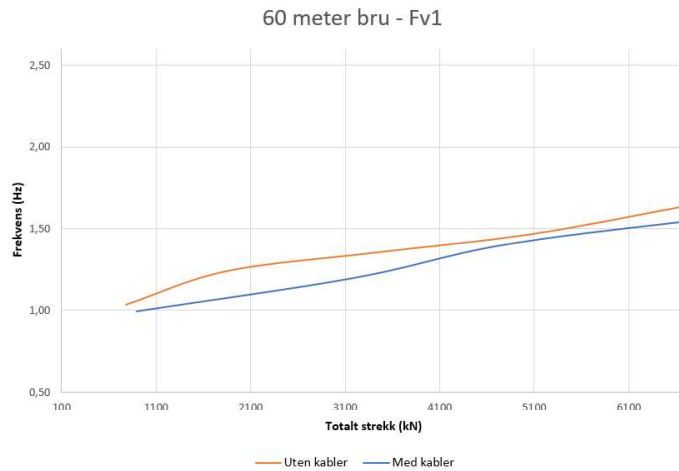




**Figur 7.9:** Første vertikale mode for forskjellig totalt strekk, 15 meter spenn



**Figur 7.10:** Første vertikale mode for forskjellig totalt strekk, 30 meter spenn



**Figur 7.11:** Første vertikale mode for forskjellig totalt strekk, 60 meter spenn

		15m	30m	60m
(frekvens med kabler)/(frekvens uten kabler)	fv1	1,92	1,66	1,08
	fv2	1,13	1,12	1,02
	fv3	1,08	1,08	1,01
	ft1	1,45	1,45	1,00
	ft2	1,06	1,04	0,98
	ft3	-	1,03	0,98
(respons med kabler)/(respons uten kabler)	uv1	0,24	0,31	0,80
	uv2	1,58	0,72	0,87
	uv3	-	-	0,90
	ut1	-	0,42	0,94
	ut2	-	-	0,83
	ut3	-	-	-

**Figur 7.12:** Forholdene mellom modenes frekvenser og responser for samme mengde totalt strekk med og uten de underliggende kablene

---

## 7.5 Kontroller etter SETRA-guiden

Til sist gjøres en enkel kontroll av de tre spennene med de valgte gradene av oppstramming i henhold til SETRA-guiden. Den konservative lasten beskrevet tidligere fjernes og erstattes med lasten slik den beregnes etter SETRA-guiden, etter enten “case 1” eller “case 3” inkludert bruk av reduksjonsfaktoren  $\psi$ . Prosessen er den samme som ble gjort under kontrollene av det første designet beskrevet i kapittel 5. Resultatene fra disse analysene er presentert i figur 7.13.

		15m	30m	60m
Responseer (mm)	uv1	14	8	126
	uv2	13	10	5
	uv3	-	-	3
	ut1	-	3	14
	ut2	-	-	1
	ut3	-	-	-
Akselerasjoner (m/s <sup>2</sup> )	av1	8,8	2,9	13,4
	av2	9,1	6,5	1,9
	av3	-	-	2,2
	at1	-	1,5	4,6
	at2	-	-	0,8
	at3	-	-	-

**Figur 7.13:** Resultater av kontroll av maksimale akselerasjoner etter SETRA-guiden

For den 15 meter lange brua er akselerasjonene for begge modene som krever kontroll større enn minstekravet for komfort. Men, det er verdt å bemerke at de aktuelle response-ene er på kun 13mm og 14 mm, som er meget lite og derfor er trolig disse akselerasjonene ikke veldig kritiske. Som nevnt tidligere er også de maksimale akselerasjonene som beregnes etter SETRA-guiden konservative og vil trolig overvurdere den virkelige response. Frekvensene til de to modene er helt i utkanten av frekvensområdet som krever kontroller og dersom videre undersøkelser skulle vise at de opptredende akselerasjonene er større enn ønsket kan en ytterligere oppspenning av brua øke frekvensen på modene over 5 Hz. En økning i totalt strekk på rundt 250 kN vil øke frekvensene tilstrekkelig til å unngå problemstillingen med disse modene.

For 30 meter ligger akselerasjonene fra første vertikale mode på  $2,9 \frac{m}{s^2}$  som er litt over kravet på  $2,5 \frac{m}{s^2}$ . Tatt i betraktning de konservative beregningene i SETRA-guiden vil denne moden høyst sannsynlig være akseptabel. I tillegg kan vi se at response for denne moden er spesielt lav på kun 8mm. Mode 2 er derimot mer problematisk. Det ser ut til at de nye kablene ikke gir like god fastholdning for mode 2 som mode 1. Response er for mode 2 litt større enn for mode 1, tross i at lasten i analysen er mindre. Da frekvensen er såpass høy som 3,99Hz blir naturlig nok akselerasjonene en del større. En akselerasjon på  $6,5 \frac{m}{s^2}$  for denne moden er trolig uheldig, selv om beregningene er konservative. Første torsjonsmode som er den siste moden som krever kontroll i dette tilfellet er godt innenfor kravet med en akselerasjon på kun  $1,5 \frac{m}{s^2}$ . For modellen på 30 meter er det altså kun vertikal mode 2 som har kritiske akselerasjoner. Denne moden kan mest sannsynlig dempes ut effektivt med to

---

massedempere, slik som i testene i kapittel 5.

Som de tidligere resultatene også har vist er ikke effekten av de underliggende kablene like god når spennet når 60 meter. Men oppstrammingen har oppnådd å redusere antall moder under 5 Hz drastisk. Det er etter oppstrammingen langt færre potensielt kritiske svingeformer. Første vertikale mode og første torsjonsmode kontrolleres etter “case 1”, og vertikal mode 2 og 3 og torsjonsmode 2 kontrolleres etter “case 3”. Av disse modene er det kun vertikal mode 1 og torsjonsmode 1 som har akselerasjoner som overskrider minstekravet. Mode 1 har en maksimal akselerasjon på  $13,4 \frac{m}{s^2}$ , og er såpass kritisk at demping med massedempere eller andre tiltak sannsynligvis er nødvendig. Første torsjonsmode har maksimal akselerasjon på  $4,6 \frac{m}{s^2}$ , for en respons på 14 mm. Diss verdiene er derimot målt helt i ytterkant av brubanen og vil derfor i realiteten være noe mindre der trafikanter beveger seg. Dette kan tyde på at denne moden ikke vil være kritisk. Eventuelt må kanskje tiltak som massedempere benyttes også her.

## 7.6 Statisk analyse av designet

### 7.6.1 Krefter i elementene

Hovedfokuset i hele oppgaven har vært å undersøke den dynamiske oppførselen til en strekkbåndbru. Den dynamiske oppførselen er det mest kritiske for en bru av denne typen, og det er sannsynligvis dynamikken av brua som setter grensene for hva som kan bygges. En statisk dimensjonering vil for en bru som dette i hovedsak bestå av å velge dimensjoner for de forskjellige kablene, i tillegg til å dimensjonere forankring for brua.

Det er derfor lagt lite vekt på dette, men en enkel statisk dimensjonering av det foreslåtte designet er vist i dette kapittelet. Hovedmålet med betraktningene som gjøres er å estimere hvilke dimensjoner som kan forventes for de forskjellige bruenes kabler. Og undersøke nærmere reaksjonskreftene som kan forventes fra de antatt mest kritiske lastkombinasjonene. Miljølastene som brua kontrolleres for er snølast og temperaturlast. Temperaturlasten innebærer at dersom byggingen foregår i rundt 20 grader lufttemperatur om sommeren kan den i vinterhalvåret utsettes for en stor negativ temperaturlast som vil gi store forkortelser av kablene. Følgende antagelser er gjort for lastene og lastkombinasjonene:

- Maksimal snølast settes til  $5,0 \frac{kN}{m^2}$ .
- Maksimal negativ temperaturlast settes til en temperaturdifferanse på 50 grader
- Lastfaktorene settes til 1,2 for egenlast (inkludert oppstramming) og 1,5 for snølast og temperaturlast

Det beregnes deretter maksimale krefter i de forskjellige elementene for forskjellige laster og lastkombinasjoner. Dette omfatter tilfellene i bruksgrensetilstand, uten lastfaktorer:

- *Egenlast(inkludert oppstramming)*
- *Egenlast + Trafikklast*

Og dimensjonerende lastkombinasjoner, med lastfaktorer:

- $1,2 \times Egenlast + 1,5 \times Snølast$
- $1,2 \times Egenlast + 1,5 \times Temperaturlast$
- $1,2 \times Egenlast + 1,5 \times (Snølast + Temperaturlast)$

Resultatet for maksimale krefter er vist i figur 7.14. Alle krefter er oppgitt i kN og tallene er avrundet til nærmeste 5er.

Lasttilfelle/kombinasjon	15m			30m			60m		
	Bærekabler	Strammekabler	Brubanekabler	Bærekabler	Strammekabler	Brubanekabler	Bærekabler	Strammekabler	Brubanekabler
Egenlast	170	10	5	890	160	5	2880	290	5
Egenlast + Trafikklast	180	2	10	910	140	5	3120	280	60
1,2*Egenlast + 1,5*Snølast	380	0	90	1330	30	90	3790	230	90
1,2*Egenlast + 1,5*Temperaturlast	350	30	40	1540	330	70	4080	480	65
1,2*Egenlast + 1,5*(Snølast + Temperaturlast)	470	0	90	1780	180	140	4350	360	130

**Figur 7.14:** Resultater for maksimale krefter ved forskjellige lastkombinasjoner

I figuren henviser “bærekabler” til de bærende kablene som utgjør håndløperen i rekkverket, “strammekabler” viser til de underliggende oppstrammingskablene og “brubanekabler” er kablene i underkant av brubanen.

I tillegg til statisk dimensjonering som gjøres her må maksimale opptredende laster i dynamiske lasttilfeller også kontrolleres. Dette er det ikke sett på i denne oppgaven.

## 7.6.2 Valg av dimensjoner

Til alle kablene i brua er det valgt å benytte “full locked coil” stålkabler [32]. Kablene benevnes som WLC, etterfulgt av tallverdien for dimensjonen i mm. Eksempelvis WLC-20 for en kabel med diameter på 20mm. Et utsnitt av produktkatalogen til *WireCo Structures* er vist i figur 7.15 nedenfor. Denne produktkatalogen er brukt som kilde for valg av dimensjoner. Og *WireCo Structures* er brukt som kilde for tverrsnittsdata og materialeegenskaper som ble brukt i modellene i Robot.

Basert på noen tidlige tester og antagelser for mulige dimensjoner av bruens elementer ble dimensjonene som er vist i figur 7.16 valgt. Disse dimensjonene er de som er brukt i alle analysene av bruene og er benyttet i modellene der maksimale krefter er beregnet. Det vil si at der det ikke kreves like store dimensjoner som i utgangspunktet var valgt vil kreftene fra egenlast reduseres noe. Denne egenlasten gir derimot meget små krefter sammenlignet med kreftene fra oppstramming, temperaturlast og snølast og er derfor neglisjert.

Full Locked Coil (Metric)							
Typical Construction	Part #	Nominal Diameter (mm)	Approx Weight (kg/m)	Approx Metallic Area (mm <sup>2</sup> )	Nominal Axial Stiffness Each (MN)	Grade 1470	Grade 1570
						Minimum Breaking Strength (kN)	
1 Layer of Full-Lock Wires	WLC - 20	20	2,27	254	41	344	368
	WLC - 22	22	2,75	308	49	416	445
	WLC - 24	24	3,27	366	59	496	529
	WLC - 26	26	3,84	430	69	582	621
	WLC - 28	28	4,45	499	80	675	720
	WLC - 30	30	5,11	573	92	774	827
	WLC - 32	32	5,82	651	104	881	941
	WLC - 34	34	6,57	735	118	995	1060
	WLC - 36	36	7,36	824	132	1120	1190
	WLC - 38	38	8,20	919	147	1240	1330
2 Layers of Full-Lock Wires	WLC - 40	40	9,09	1020	163	1380	1470
	WLC - 42	42	10,40	1160	186	1570	1680
	WLC - 44	44	11,40	1280	205	1730	1840
	WLC - 46	46	12,50	1400	224	1830	2020
	WLC - 48	48	13,60	1520	243	2060	2200
	WLC - 50	50	14,70	1650	264	2230	2380
	WLC - 52	52	15,90	1780	285	2410	2580
	WLC - 54	54	17,20	1920	307	2600	2780

Figur 7.15: Utsnitt fra produktblad for “Full Locked Coil”

Eksisterende dimensjoner								
15m			30m			60m		
Bærekabler	Strammekabler	Brubanekabler	Bærekabler	Strammekabler	Brubanekabler	Bærekabler	Strammekabler	Brubanekabler
WLC-40	WLC-22	WLC-20	WLC-70	WLC-36	WLC-26	WLC-80	WLC-36	WLC-26

Figur 7.16: Tidligere valg for dimensjoner av kabler

For valg av “endelige” dimensjoner velges den laveste “grade 1470” materialkvaliteten for “Full Locked Coil” kabler fra WireCo Structures. Det legges inn materialfaktor på 1,5. Nødvendige minimum dimensjoner er vist i figur 7.17.

	15m			30m			60m		
	Bærekabler	Strammekabler	Brubanekabler	Bærekabler	Strammekabler	Brubanekabler	Bærekabler	Strammekabler	Brubanekabler
Dimensjonerende last	470	30	90	1780	330	140	4350	480	130
Tverrsnitt	WLC-30	WLC-20	WLC-20	WLC-56	WLC-26	WLC-20	WLC-84	WLC-30	WLC-20

Figur 7.17: “Endelige” valg av dimensjoner av kablene

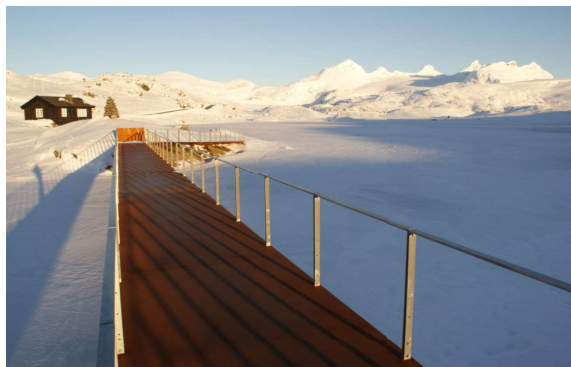
I tillegg er det et spørsmål hvor utnyttelsesgrad for kablene. De valgte dimensjonene i figur 7.17 gir utnyttelsesgrader i bærekablene i bruksgrensetilstand (uten lastfaktorer og materialfaktorer) på 0,23, 0,33 og 0,47. Dette antas å være tilstrekkelig lavt. Trolig kan en for høy utnyttelsesgrad føre til en større relaksasjon av stålet i kablene med tiden, dette er noe som bør begrenses og eventuelt følges opp ved å stramme opp brua ved et senere tidspunkt.

De store horisontale kreftene som dette designet krever må også forankres. For spenn på opp mot 60 meter eller mer kan kreftene bli veldig store dersom det velges å stramme kablene mye. Dette krever optimalt sett gode grunnforhold, helst solid fjell. Steder der

---

grunnforholdene er dårlige kan forankringen bli kostbar. Det gjøres ikke beregninger av forankring her men en enkel vurdering basert på erfaringer fra et lignende prosjekt i Norge. På nettsidene til *Norges Geotekniske Institutt NGI*, finnes informasjon om et prosjekt med en strekkbåndbru på Sognefjellet som sto ferdig sommeren 2017 [38]. Brua er en strekkbåndbru bestående av en sammenhengende tykk stålplate, og underliggende oppspente vaiere. NGI bidro meg ingeniørgeologisk rådgivning, og design av forankringen på prosjektet. På NGI sine nettsider står det følgende om brua:

*“Brudekket ligger på oppspente vaiere mellom to landkar i hver ende av brua. Brua har en total lengde på 52 m, med en spennvidde på 47 m. Brua må tåle en enorm spennkraft. Ved maksimal snømengde og laveste temperatur er spennkraften på hvert fundament lik 11 000 kN De store horisontalkreftene som virker på landkarene forutsetter at hvert landkar er godt forankret. Dette er gjort med seks oppspente bergankere. Ankrene går gjennom landkarene på skrå bakover og ned i berget gjennom borehull med diameter på 200 mm. Hvert anker er 18 m langt og innstøpt i bunn borehull med 6 m heftlengder. Hvert anker har en frilengde på 12 m, og er forspent til 4 000 kN.” [38]*



**Figur 7.18:** Bru over Fantesteinsvatn Sognefjellet [39]

I dette prosjektet er det altså forankret en strekkraft på hele 11 000 kN. Kraftene i designet av brua med underliggende kabler ligger oppunder 10 000 kN for den dimensjonerende lastkombinasjonen (inkludert lastfaktorer). Dette er altså ikke helt urimelig store krefter. De undersøkte nivåene av oppspenning er i en realistisk størrelsesorden. Dersom det er gunstig å spenne opp brua ytterligere er også dette en mulighet. Muligheten for å bygge lenger spenn er også tilstede. Men, som nevnt er det for mye lenger spenn enn det som er undersøkt, kanskje bedre egnet med eventuelle underliggende kabler festet lenger nederfor landkar, eller en bru med større pilhøyde.

## 7.7 Evaluering av resultatene

Dersom de bruene belastes av en trafikklast på brubanen, vil nedbøyning fra lasten føre til at bærekablene får en økt strekkraft, samtidig som strammekablene slakkes og strek-

---

ket i disse vil reduseres. Undersøkelser av reaksjonskreftene i systemet viser at summen av strekket i bruene holder seg nærmest uendret før og etter at ganglasten settes på brua. Strekket i bærekablene øker tilsvarende like mye som strekket i oppstrammingskablene reduseres. Det resulterer i at modenes frekvenser nærmest ikke endres på grunn av endringer i systemets krefter. Dersom reaksjonskreftene fra ganglasten tas hensyn til i den dynamiske analysen påvirkes ikke frekvensene mer enn ca. 1 til 2%. Når massen fra gangtrafikk i tillegg inkluderes i beregningene som en dynamisk masse vil derimot frekvensene reduseres. Det viser seg at frekvensene reduseres med rundt 10-20% når full ganglast på  $70 \frac{kg}{m^2}$  inkluderes i analysen.

Denne reduksjonen i frekvensene vil forskyve moder som for brua uten belastning befinner seg i ukritiske områder, slik at de kan bli potensielt kritiske. Moder i "case 3" kan eksempelvis forskyves ned til langt mer kritiske "case 1", eller moder med frekvenser over 5 Hz kan nå kreve videre kontroller. Frekvensene som totalt strekk i bruene ble basert på vil endres, og valgene bør revurderes. De dynamiske analysene av bruene, inkludert kontroller av svingningene bør derfor gjøres på nytt, der trafikklasten inkluderes i analysene.

Basert på resultatene av en slik analyse bør muligens avgjørelsene for de valgte nivåene av totalt strekk for bruene revurderes, og det vil sannsynligvis kreves større strekkrefter for å oppnå like gode resultater som i testene som er gjort. For å estimere omfanget av en slik endring brukes de tidligere resultatene for frekvenser ved variable mengde totalt strekk. En økning i totalt strekk som gir 20% økning i frekvensene vil være et grovt estimat for hvilke endringer som kan forventes. Fra figur 7.5 til 7.7 kan vi se at dette tilsvarer omtrentlige økninger på 400 kN til 700 kN for 15 meter, 2 000 kN til 4 000 kN for 30 meter og 6500 kN til 10 000 kN for 60 meter. En eventuell slik økning av oppstrammingen av brua vil kreve større dimensjoner på kablene og i tillegg bedre forankring, noe som kan være kostbart. Men, som vist av Brua over Fantesteinsvatn på Sognefjellet er det fullt mulig å forankre disse strekkreftene om det er en økonomisk god løsning må selvsagt vurderes for det enkelte tilfellet.

Dette er ting som bør undersøkes videre. Grad av oppstramming for bruene må vurderes ut ifra effektene det har på de maksimale akselerasjonene i hvert enkelt tilfelle både med og uten en trafikklast på brua. Det avhenger også av hvilket nivå av gangtrafikk den enkelte brua vil utsettes for der den bygges, en full ganglast på  $70 \frac{kg}{m^2}$  vil i mange tilfeller være en last som sjelden finner sted, og det vil være naturlig å tillate noe større svingninger for en belastning som sjelden opptrer.

Kreftene i oppstrammingskablene blir som følge av ganglasten redusert med omtrent 10 kN for alle de tre bruene, oversikt over krefter i elementene for forskjellige lastkombinasjoner er vist i figur 7.14. Da kreftene i oppstrammingskablene reduseres lite, selv for full gangtrafikk på brua, går ikke dette utover den ønskede effekten av fastholdning fra de underliggende kablene. Kablene er fremdeles i strekk. Figur 7.14 viser at for 15 meter bru er reduksjonen i strekket strammekablene nesten så stort at kablene slakkes helt. Det vil derfor muligens være hensiktsmessig å øke graden av oppstramming for denne brua for å unngå dette.



---

## 7.8 Vurdering av konseptet

Effektene av oppstrammingskablene er gode. For spenn under 60 meter er trolig dette en god løsning for å kvitte seg med flertallet av kritiske moder, samtidig som kablene gir gode resultater for reduksjon av responser. For spenn som dette gir kablene en drastisk reduksjon av antallet moder som krever videre kontroller. Det ser ut til at dette designet i kombinasjon med bruk av massedempere for de eventuelt få gjenværende kritiske modene kan være en meget effektiv løsning.

For lange spenn tyder resultatene på at dette designet ikke er dårligere egnet. For 60 meter lengde er effektene ganske gode og antall kritiske moder er redusert kraftig, men kreftene som kreves er store. Designet er trolig lite gunstig for lenger spenn enn 50-60 meter. I så fall er det nødvendig å fundamentere disse kablene i en lavere høyde. Dette kan undersøkes nærmere. Trolig kan ekstra kabler som disse løse problemer med horisontale moder for lange spenn, men har sannsynligvis liten hensikt for vertikale vibrasjoner.

Når spennet øker videre over 60 meter viser de tidligere resultatene at dynamikken i systemet i prinsippet bedres. For disse bruene er det derfor heller ikke det samme behovet for et slikt design, og bruer med større helninger er mer aktuelt i slike tilfeller.

Designet er altså trolig godt egnet for korte spenn. Resultatene tyder på at dette designet kan brukes til å oppnå strekkbåndbruer med meget "stiv" oppførsel og få svingeformer som vil eksiteres merkbart av gangtrafikk. Det kreves relativt store strekkrefter, men avhengig av grunnforhold kan dette likevel være en interessant løsning med stort potensiale!

## 7.9 Komponenter og montasjemetode

### 7.9.1 Komponenter

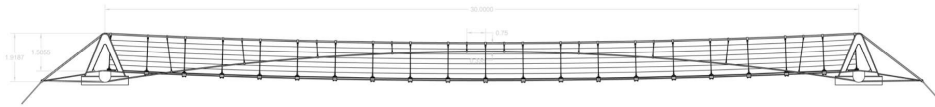
Totalkostnadene i et broprosjekt av denne type påvirkes i stor grad av kostnader knyttet til fabrikasjon og sammenstilling. Derfor er det i valg av konsept og utforming av brua, i tillegg til bæreevne og dynamisk oppførsel, lagt vekt på at den skal være enkel å bygge og montere, samt at ha et bredt anvendelsesområde med et minimum av krav til topografi og terrenget rundt broen.

Brukonseptet er utviklet med fokus på :

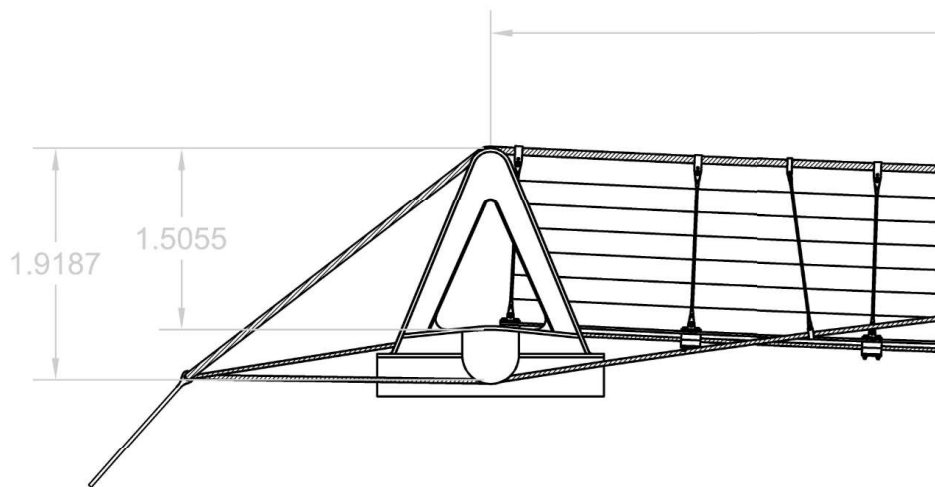
- Prefabrikkerte elementer
- Montering av brubane på fast grunn og unngå arbeider i brospennet
- Bruk av standard komponenter/eksisterende produkter
- Minst mulig "fotavtrykk", dvs. færrest mulige "kontaktpunkter" mot terrenget rundt
- Lav vekt

---

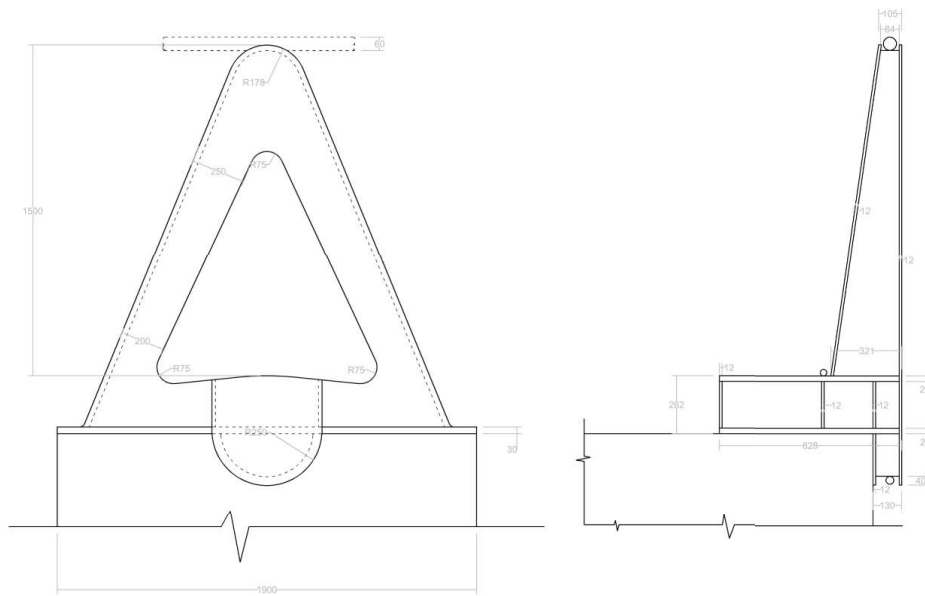
Nedenfor er utvalgte tegninger som illustrerer konseptet vist. Fullstendig samling av tegninger finnes i vedlegg B.



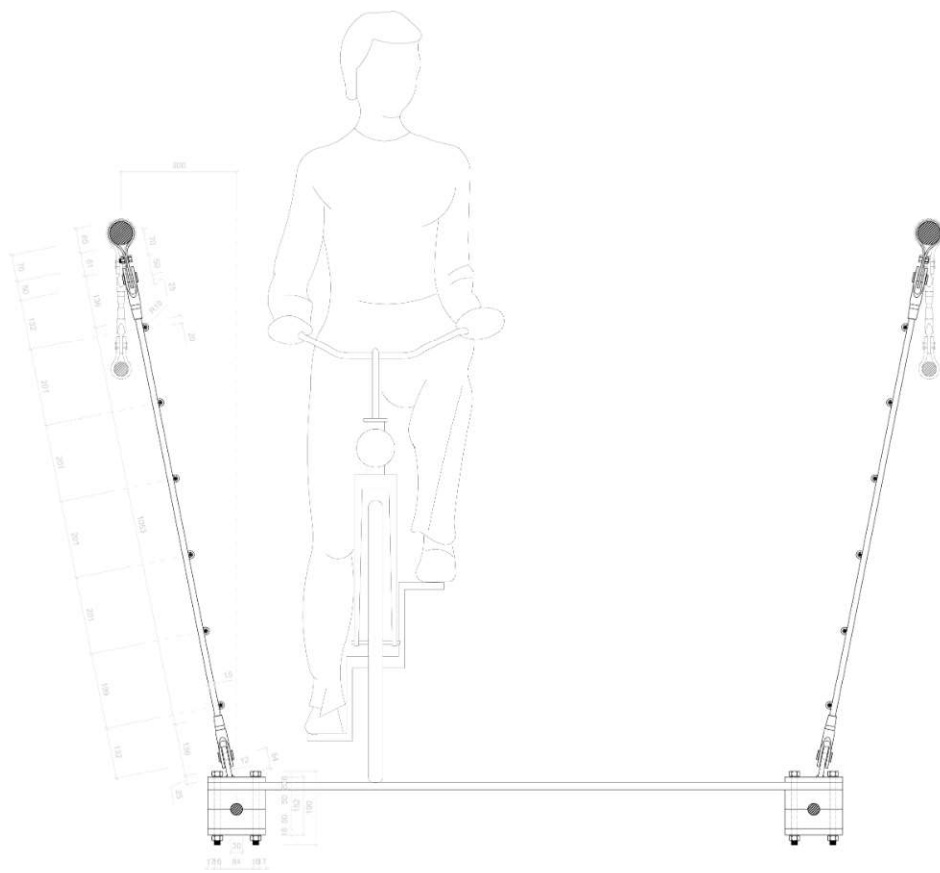
**Figur 7.19:** Hele brua



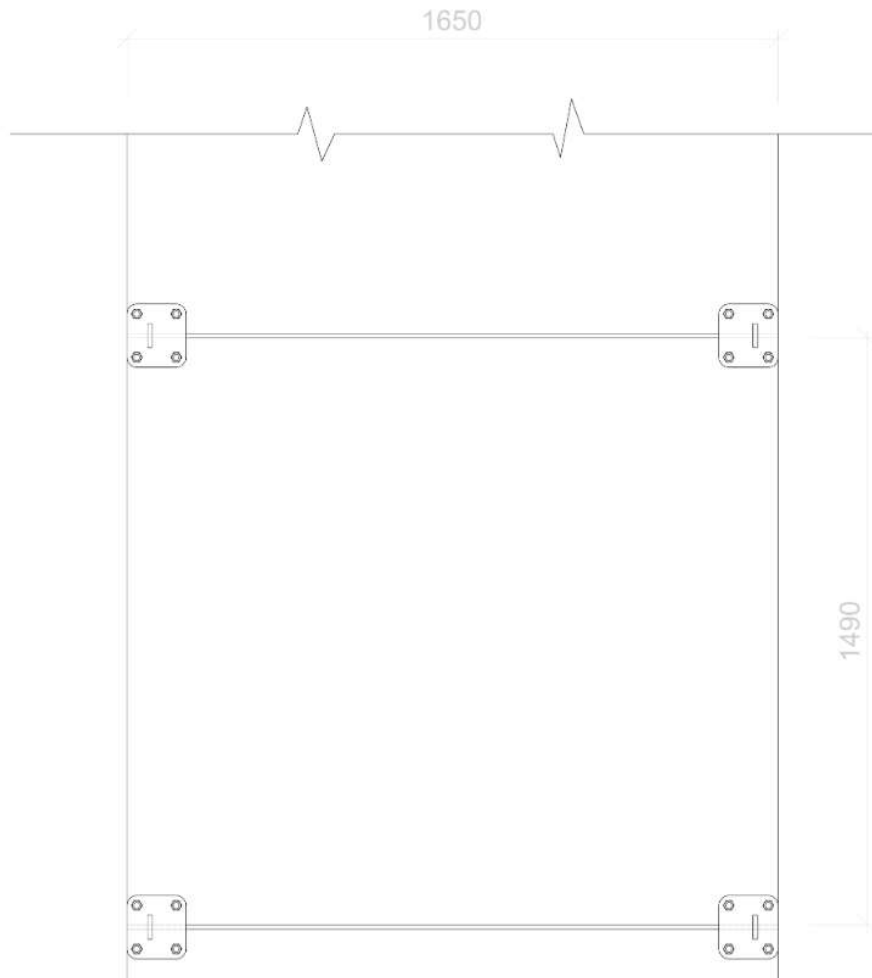
**Figur 7.20:** Brua ved enden



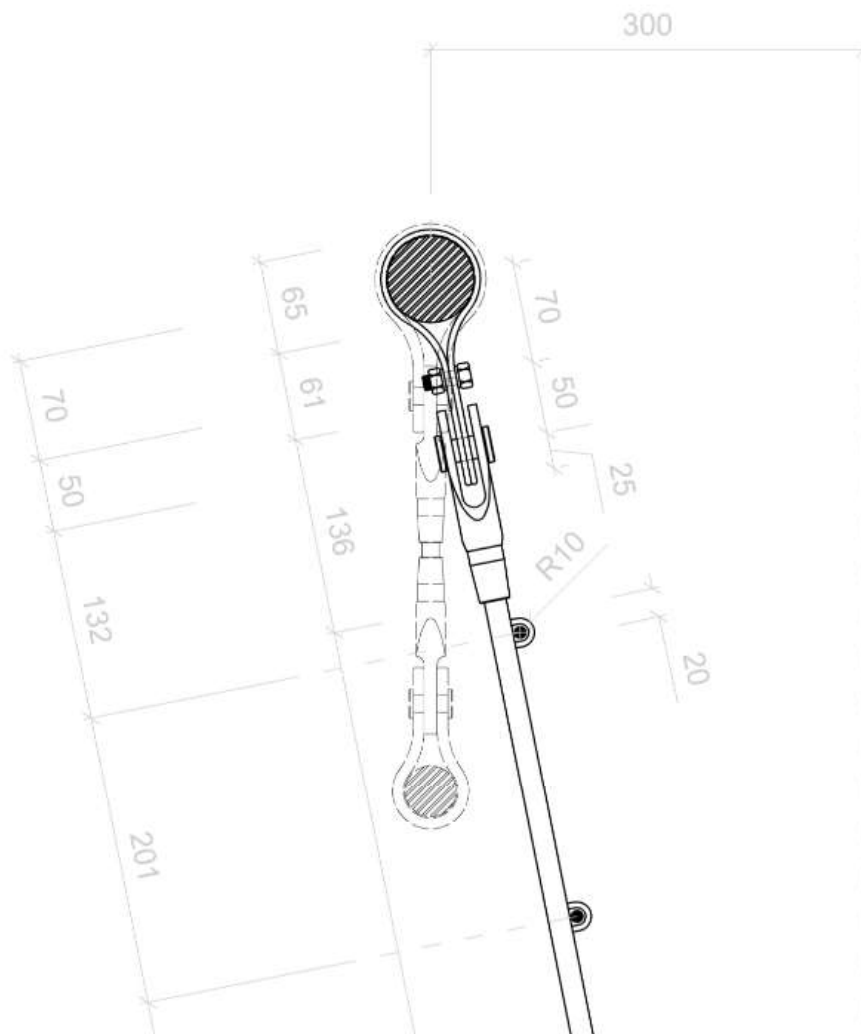
**Figur 7.21:** Stlamme ved landkar



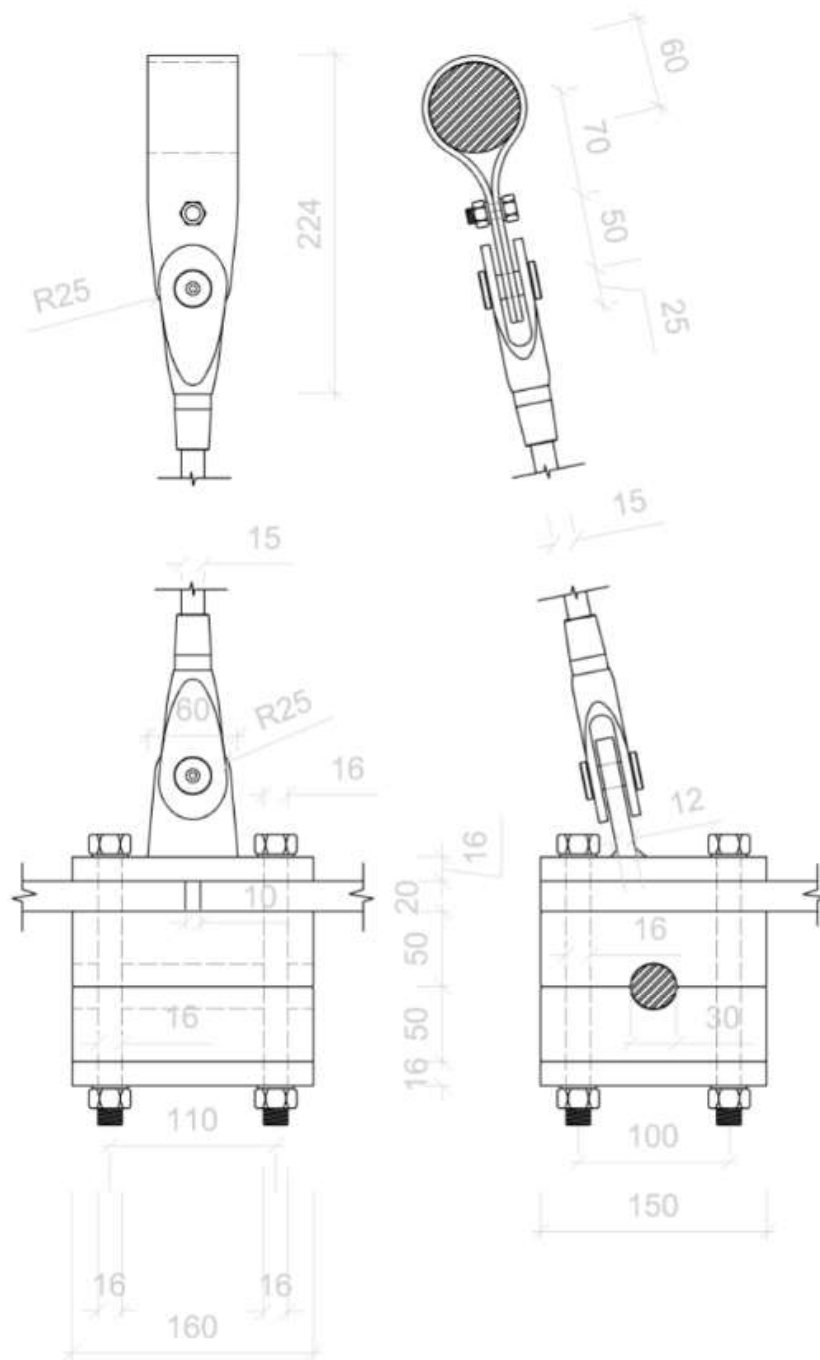
**Figur 7.22:** Snitt av brua



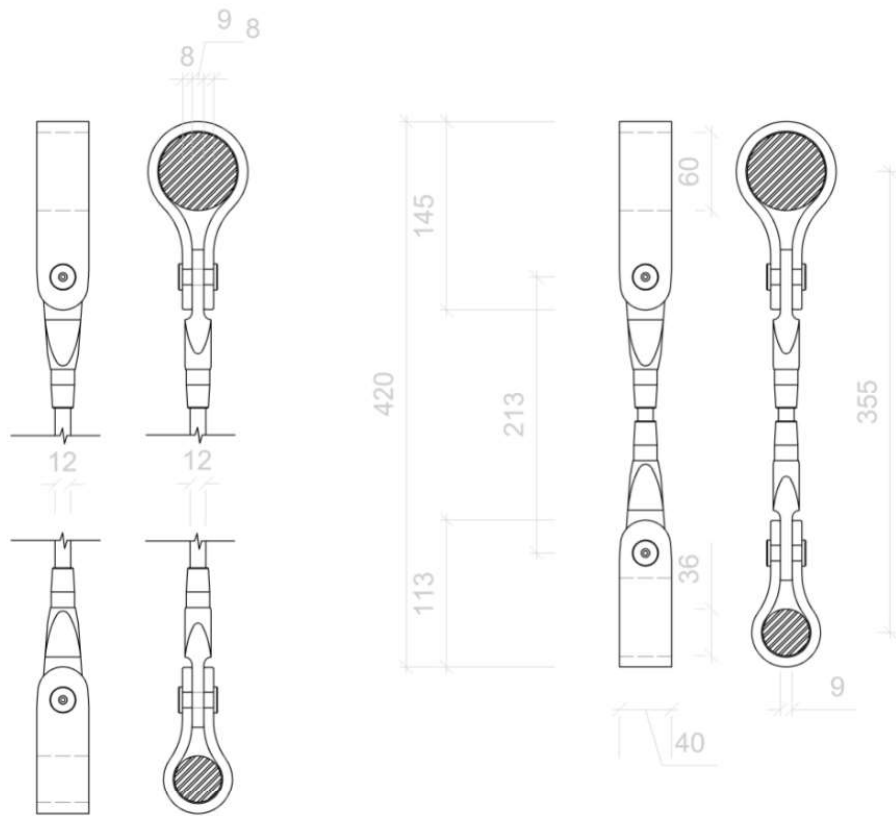
**Figur 7.23:** Bruplatene



**Figur 7.24:** Detaljer rundt bærekablene, og feste av underliggende kabler



**Figur 7.25:** Detaljer rundt festene for rekkverksstag



**Figur 7.26:** Detaljer rundt festene for underliggende kabler



---

Ved å feste strammekablene til samme fundament som hovedkablene, oppnår man at alle fastholdingskrefter samles i landkarene og kabelforankringene bak disse. Man unngår på den måten egne fester for strammekablene i terrenget under broen, som gjør konseptet mer generelt og anvendelig.

### Bærekabler

Det er valgt bærekabler av type Full locked coil cables [32].

### Brubanen

Brubanen består av relativt kvadratiske plater ( $l \times b = 1500 \times 1600$ ) i aluminium, tykkelse 15mm med antatt flytegrense på  $200 \frac{N}{mm^2}$ . Disse har tilstrekkelig bæreevne til å ta en punktlast på 4 kN i midten, eller  $4 \frac{kN}{m^2}$  som jevnt fordelt last (inkludert lastfaktor 1,3 og materialfaktorer 1,15). Hver plate boltes med 2 stk. M12-bolter (kvalitet 8.8) i hvert hjørne til neoprenplaten/kablene på undersiden. Boltene har til sammen en strekkapasitet på 192 kN ( $4 \times 48$ ) som er mer enn kapasiteten til Macalloy-staget som har 48 kN [40]. For å sikre trygg ferdsel er platen på toppen tenkt påført et anti-sklibellegg i epoxy (f.eks HI EP Deck Coat fra Hummervoll [41]). Belegget inneholder sandpartikler og er egnet for tøffe forhold offshore og vil forhåpentligvis sikre lang levetid. Platens skjærstivhet utnyttes i designet. Platen har en skjærkapasitet på ca. 2250 kN  $\left( \frac{15 \times 1500 \times 200}{1,15 \times 1,73} \right)$ . Tilsvarende er skjærkapasiteten for de fire M12-boltene (2 bolter i hvert platehjørne) 136 kN ( $4 \times 34$  kN).

### Gummielement mellom brobane og kabel

Denne komponenten har som oppgave å koble broplaten (aluminium) sammen med bærekabelen (stål). Av hensyn til galvanisk korrosjon er det hensiktsmessig å benytte et ikke-metallisk materiale, som gummi. Gummien er eksponert for vær (sollys, kulde, varme, snø, regn etc.), dette må ta hensyn til ved valg av type gummi. Nitrile-gummi har gode egenskaper med hensyn til værbestandighet og kan være et godt alternativ.

### Rekkverkstag

Mellom broplaten og hovedbærekabelen, som fungerer som håndlist i rekkverket, er det stag som binder disse sammen og som de langsgående rekkverkskablene er koblet til. Stagget vil hovedsakelig bli utsatt for strekkrefter som følge av last på brobanen som skal overføres til øvre kabel. Under dynamiske svingninger kan det oppstå andre krefter i elementene som ikke er kontrollert. Om det opptrer trykk i stagene ved slike tilfeller er ikke undersøkt. Dersom trykk vil oppstå er det nødvendig å velge et stag med trykkapasitet.

Valgt type er rustfrie stag fra Macalloy [40] med strekkfasthet  $460 \frac{N}{mm^2}$ . Som det fremgår av figur har M12-staget en strekkapasitet på 35 kN, som er tilstrekkelig med tanke på

Product name	Material	Minimum Yield Stress N/mm <sup>2</sup>	Min. Breaking Stress N/mm <sup>2</sup>	Min. Elongation %	Min. Charpy Impact Value J @ -20°C	Nominal Young's Modulus kN/mm <sup>2</sup>
Macalloy 460	Carbon Steel	460	610	19	27	205
Macalloy S460	Stainless Steel	460	610	15	27	205
Macalloy 520	Carbon Steel	520	690	19	27	205
Macalloy S520	Stainless Steel	520	690	15	27	205

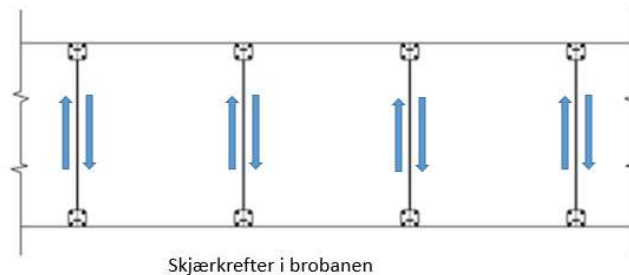
Thread	Units	M10	M12	M16	M20	M24	M30	M36	M42	M48	M56	M64	M76	M85	M90	M100	M105
Nominal Bar Dia.	mm	10	11	15	19	22	26	34	39	45	52	60	72	82	87	97	102
Min. Yield Load	kN	25	36	69	108	156	249	364	501	660	912	1204	1756	2239	2533	3172	3520
Min. Break Load	kN	33	48	91	143	207	330	483	665	875	1209	1596	2329	2969	3358	4206	4667
Design Resistance to EC3 N <sub>d</sub>	kN	24	35	66	103	149	238	348	479	630	870	1149	1677	2138	2418	3029	3360
Nominal Bar Weight	kg/m	0.5	0.75	1.4	2.2	3.0	4.8	7.1	9.4	12.5	16.7	22.2	32	41.5	48.7	58	64.1

Figur 7.27: Macalloy produkttabell, valg av stag [40]

strekkekreftene som kan oppstå. Siden trykkapasiteten er nærmest neglisjerbar, må det i tilfeller der trykk eventuelt opptrer benyttes en annen type stag, f.eks M12 “Compressions Strut” fra Macalloy. M12-trykkstaget har en trykkapasitet på 14 kN, som er antatt å være tilstrekkelig for konseptet med “strammekabler”, siden den nedre kabelen tar lite last og brudekket i praksis er hengt opp på den øvre bærekabelen og gir strekk i stagene. [40].

### Nedre innfesting av rekkverksstag

Den nedre innfestingen har som oppgave å føre vertikale krefter fra brobanen opp i hovedkabelen, samt overfører horisontale skjærkrefter mellom aluminiumsplatene.

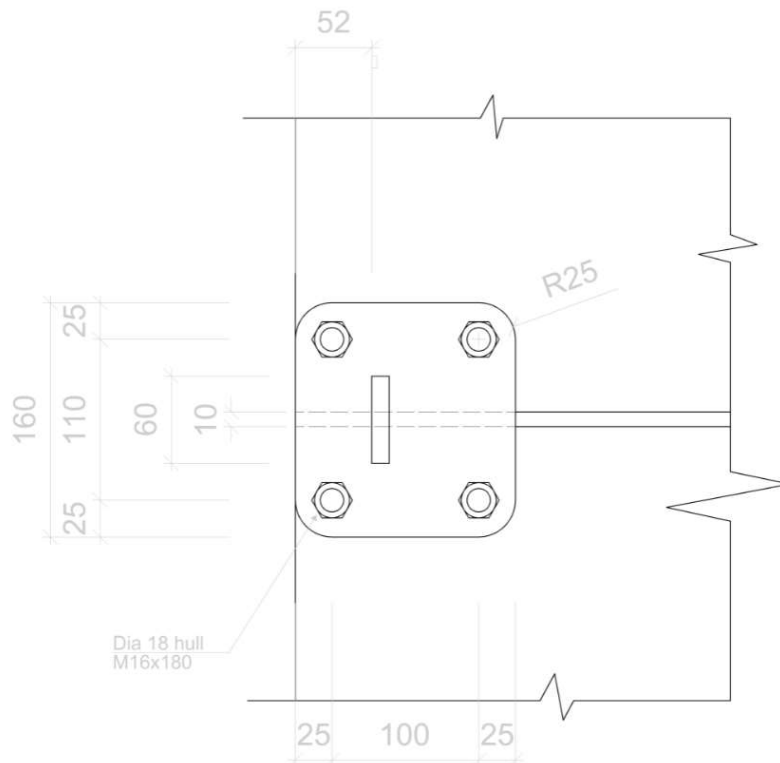


Figur 7.28: Overføring av skjærkrefter gjennom platene i brubanen

Platen i knutepunktene mellom bruplatene er i 10 mm rustfritt materiale (316L) med tilhørende flytegrense på ca.  $210 \frac{N}{mm^2}$ . De 4 boltene er M12 i kvalitet 8.8 i rustfritt/syrefast materiale. Forbindelsen er sjekket for et vindtrykk på  $2 \frac{kN}{m^2}$  på en bro på 90 meter. Projisert areal av broa ( $0,2 \frac{m^2}{m}$ ) og en formfaktor på 2 er antatt i tillegg til lastfaktor på 1,3. Maks skjær blir da:  $2 \times 0,2 \times 2 \times 90 \times 0,5 = 36kN$ , som er mindre enn kapasiteten

---

av M12-boltene som er 136 kN. De utførte kapasitetssjekker viser at konstruksjonen har tilstrekkelig kapasitet til å overføre de opptredende krefter mellom bæreelementene i brua.



**Figur 7.29:** Detaljer rundt knutepunkt mellom bruplatene

### **Bruas prefabrikkerte komponenter**

- Broplate, inkludert sklisikringsbelegg
- Gummielement
- Nedre festeplate for rekkverksstag
- Stålramme ved landkar

Stålrammene på hver side av brobanen har speilvendt utførelse men er ellers like. Avhengig av transportmetode til byggeplass, bil, helikopter etc., kan disse splittes eller sveises sammen til en konstruksjon.

---

### Standardkomponenter som inngår

- Rekkverksstag
- Endekoblinger på rekkverksstag
- Bolter
- Stålwire

### 7.9.2 Montasjemetode

Før montasje av brua kan starte, må landkarene og strekkankrene for kablene være ferdigstilt:

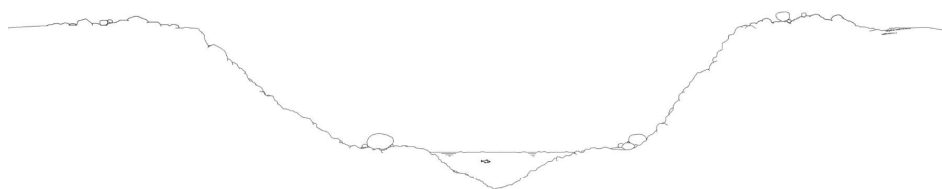
- Støping av fundament for stålrammer ved hvert landkar
- Boring av ankere for kabler

Montasjemetode er valgt basert på at brua kan settes sammen på trygg grunn ved det ene landkaret for å redusere arbeid i brospennet.

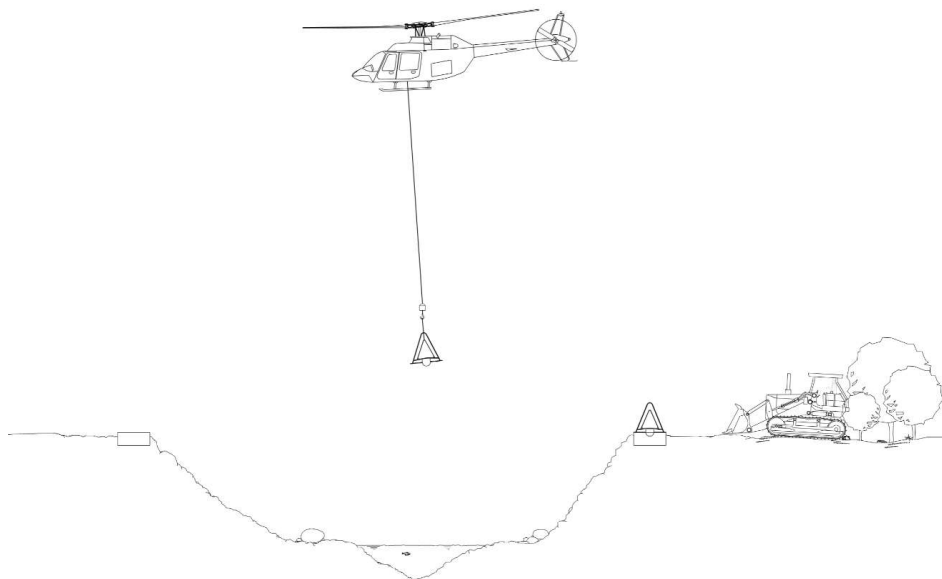
1. Frakt av prefabrikkerte stålrammer til byggeplass
2. Etablere ankere for kablene på begge sider
3. Fest rekkverkskabelen i ankeret og før den over til motsatt side og strammes opp til beregnet forspenning
4. Frakt alle andre brokomponenter fram til landkaret der sammenstilling skal skje.
5. Få på plass trekkevinsj på motsatt landkar.
6. Monter trinse på toppen av rekkverksstag og heng disse av på rekkverkskabelen.
7. Gjør klar nedre kabel med, gummilager, brobane og bolt det til rekkverkstagene. Kun ved det første staget strammes det godt til, de øvrige gjøres litt løse slik at kabelen til slutt kan strammes uten at det påføres krefter/forskyvninger av brobanen.
8. Monter tau/kabel til nedre-kabel og monter skråtau mellom trinsene toppen av første stag og et stykke lengre framme på kabelen, slik at trinsen følger med når brua "trilles ut.
9. Monter strammekabelen til rekkverkskabel.
10. Trekk broen over i takt med sammenstillingen av brobane og tilhørende komponenter.
11. Når broen er kommet over, festes den nedre-kabelen til ankeret og både rekkverks- og nedre-kabel strammes opp til beregnet forspenning.
12. Strammekabelen strammes deretter opp til beregnet kraft.
13. Alle bolter i nedre ende av rekkverksstagene strammes opp.

- 
14. Alle trinsene byttes ut par for par med den endelige koblingen.
  15. Fest brodekke plate til landkar i begge ender (skjærforbindelse som sikret overføring av tverkkrefter på brua til landkarene)
  16. Bro klar til bruk.

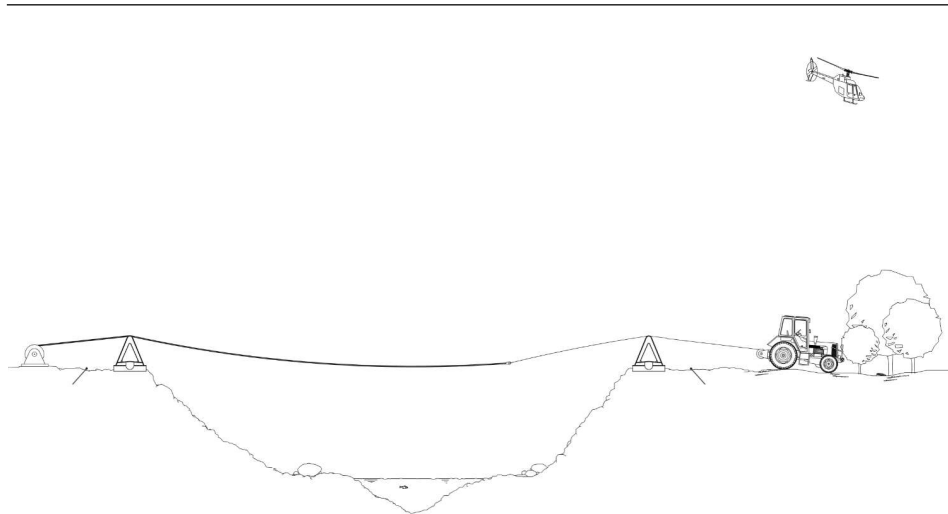
Figurer som oppsummerer montasjen er vist nedenfor. Flere og mer detaljerte tegninger av montasjen finnes i vedlegg B.



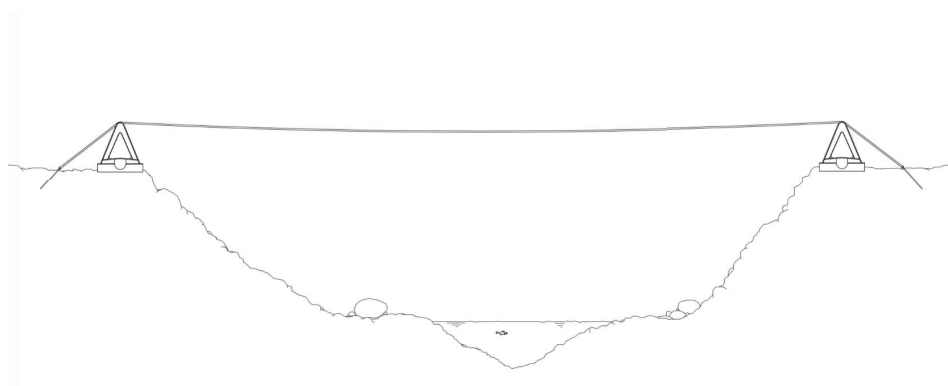
**Figur 7.30:** Terreng før arbeidene begynner



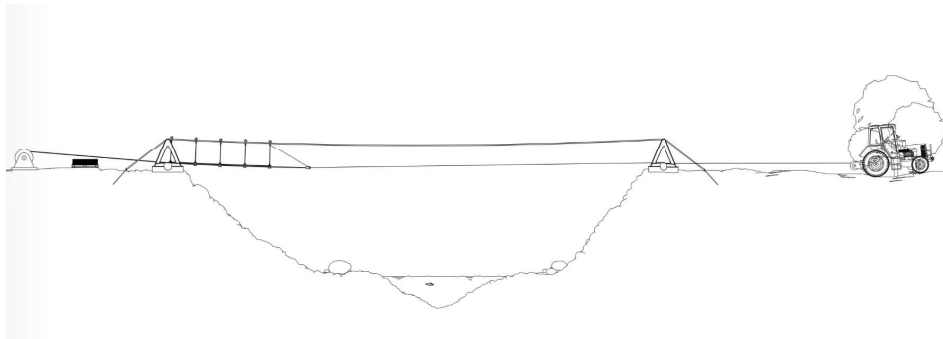
**Figur 7.31:** Terrengarbeider og forberedelser av landkar



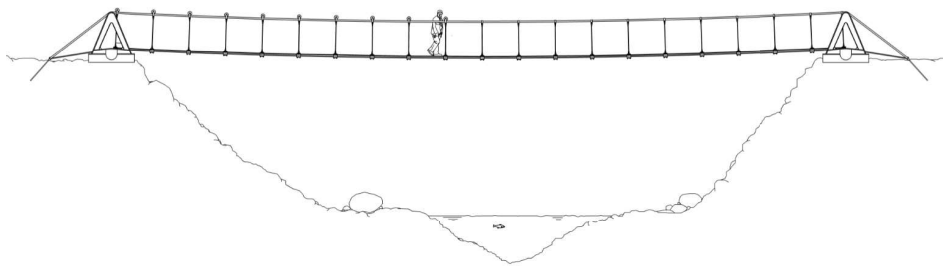
**Figur 7.32:** Bærekablene trekkes over



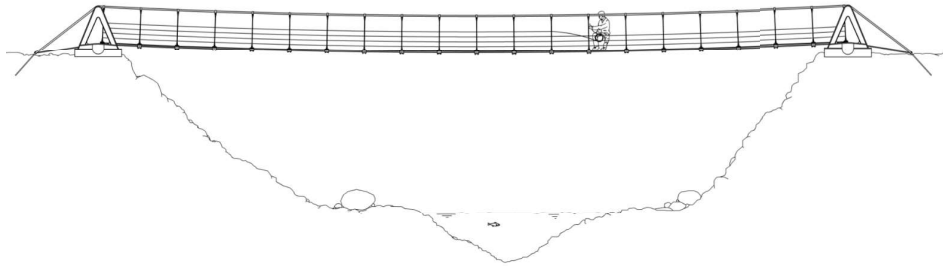
**Figur 7.33:** Bærekabler festet



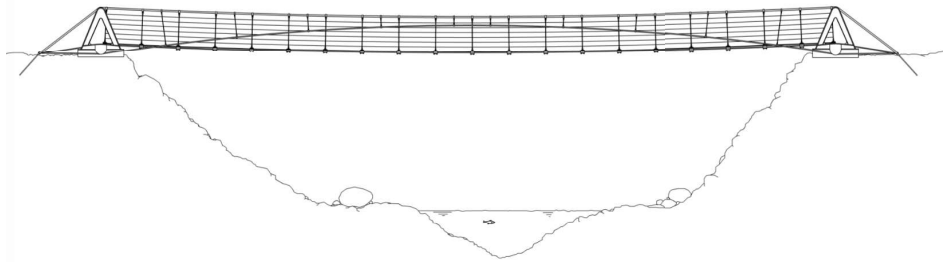
**Figur 7.34:** Brubanen trekkes/rulles over på trinser på bærekablene



**Figur 7.35:** Trinsene erstattes med knutepunktene



**Figur 7.36:** Rekkverk monteres



**Figur 7.37:** Brua med strammekablene montert, klar til bruk



# Kapittel 8

## Konklusjon

Arbeidet har omfattet litteratur- og teoristudier, statiske og dynamiske analyser, innblikk i fabrikkasjons-, monterings- og sammenstillingsmetoder samt befaringer i felten. Å jobbe i grenselandet mellom arkitekt, ingeniør og entreprenør har vært lærerikt, og gitt innsikt i viktigheten av samspillet mellom disse.

Utgangspunktet var å utvikle en bru med lette materialer, tilrettelagt for enkel fabrikkasjon og montasje. Underveis i arbeidet ble det besluttet å undersøke nærmere bruk av integrerte strammekabler i brua, for å øke den vertikale stivheten og dermed frekvensene for de laveste vertikale modene. Kablene viste seg å være effektive og inngår i det endelige konseptforslaget.

Undersøkelser for demping av bruene viser gode resultater. Men resultatene tyder på at en bru av lett vekt som det undersøkte designet kan by på utfordringer med bruken av massedempere. Bruas lette vekt gjør den mer sårbar for endringer i dynamisk oppførsel som følge av varierende belastning, og også innføring av massedempere i systemet.

Strammekablene er som beskrevet festet i nivå med brudekket ved landkarene. Kablenes form vil dermed flate ut og nærme seg en rett linje når bruas spenn eller bruas pilhøyde øker, noe som reduserer effekten av kablene. Dette kan imidlertid motvirkes ved å feste strammekablene lenger ned ved landkarene. På denne måten unngås å introdusere feste- punkter for kablene i terrenget under brua, i tråd med ønsket om et universelt konsept.

Utførte arbeider viser at et konsept med integrerte strammekabler i brua bidrar til en betydelig økning av frekvensene av de laveste vertikale modene, slik at disse kan komme utenfor det kritiske området rundt 2 Hz for broer med spenn opp til 60 m. Effekten av strammekablene varierer med pilhøyden på kabelen. For lange bruspenner vil strammekabelen nærme seg en rett linje, samme effekten får man når bruas pilhøyde øker. Dette kan kompenseres for ved å senke festepunktene for strammekablene ved landkarene. Det har imidlertid ikke vært tid til å se nærmere på detaljer rundt dette i denne oppgaven, men vil være naturlig å se nærmere på i forbindelse med et konkret prosjekt.

---

# Kapittel 9

## Videre arbeid

Videre arbeid er aktuelt for flere av temaene som har blitt tatt for seg. Det innebærer både flere og mer omfattende undersøkelser av det som har blitt sett på, men også andre områder som kan være interessante å finne ut mer om. Noen ting har blitt nevnt underveis. Det går ikke inn på detaljer rundt videre arbeid, men det lages en punktviss oversikt over hva som eventuelt krever videre undersøkelser og andre interessante områder som ikke er sett på.

- Mer omfattende kontroller av bruens svingninger. Som også inkluderer forskjellige ganglaster i systemet.
- Undersøkelser av dynamisk oppførsel som følge av vindlaster
- Videre undersøkelser av effektene av massedempere. Inkludert hensyn til variable mengder gangtrafikk.
- Andre metoder for å redusere svingningene. Spesielt interessant er en form for “kabeldemping” der et dempersystem monteres i festene av kablene (slik som kan sees i Charles Kuonen Suspension bridge).
- Dimensjonering av elementene i brua. Som inkluderer dimensjonering for maksimale krefter fra dynamiske lasttilfeller.
- Dimensjonering av fundamentering
- Eventuell kostnadsvurdering av forskjellige løsninger. Massedempere, oppstramming med underliggende kabler og muligens andre løsninger hva er mest økonomisk i forskjellige tilfeller?
- Kan utmatting være et problem der gjentatte svingninger oppstår?

---

# Bibliografi

- [1] Bendik Manum, Anders Rønnquist, Nathalie Labonnote, and Arne Aalberg. The rollout stress ribbon bridge, 09 2017.
- [2] Ursula Baus and Mike Schlaich. Footbridges : construction, design, history, 2008.
- [3] SAHAA. Jungle footbridge. <http://saaha.no/JUNGLE-FOOTBRIDGE#.WxbO2iBLc2x>. hentet 05.05.2018.
- [4] Jiri Strasky. Stress ribbon and cable-supported pedestrian bridges, 2011.
- [5] Nippon bridge. [http://kintsuri.main.jp/A171\\_deai.html](http://kintsuri.main.jp/A171_deai.html). hentet 07.03.2018.
- [6] Shirakawa Village Official Website. Shirakawa-go tourist information. <http://ml.shirakawa-go.org/en/>. hentet 07.03.2018.
- [7] Japan Society of Civil Engineers. Civil engineering design prize. [http://www.jsce-int.org/a\\_t/civil](http://www.jsce-int.org/a_t/civil). hentet 07.03.2018.
- [8] Fine Art America. Deai bridge. <https://images.fineartamerica.com/images/artworkimages/mediumlarge/1/deai-bridge-to-gassho-village-japan-wei-seng-chen.jpg>. hentet 07.03.2018.
- [9] Studio Bednarski. Kent messenger millenium bridge. <http://studio-bednarski.com/index.php>. hentet 15.03.2018.
- [10] Via mala. <https://www.google.com/maps/place/Via+Mala/@46.6616,9.4481001,3a,75y,90t/data=!3m8!1e2!3m6!1sAF1QipNk7l1DuurQzbQuQo53zawXKvyqKoJ9XKfU7YOT!2e10!3e12!6shttps:%2F%2Flh5.googleusercontent.com%2Fp%2FAF1QipNk7l1DuurQzbQuQo53zawXKvyqKoJ9XKfU7YOT%3Dw203-h114-k-no!7i4190!8i2357!4m5!3m4!1s0x4784ec9b13a95b9f:0x5db57e716dada67a!8m2!3d46.6625847!4d9.4480481>. hentet 15.03.2018.

- 
- [11] Centre d'Assistance la Recherche et la Formation en Architecture. Conférence de jürg konzett. <http://cara.ulb.ac.be/web/conference-de-jurg-konzett>. hentet 15.03.2018.
- [12] Spannbandbrücke / annabau. <https://www.archdaily.com/429141/tir-annabau>. hentet 16.03.2018.
- [13] Gallery of spannbandbrücke. <https://no.pinterest.com/pin/189995678006760489/>. hentet 16.03.2018.
- [14] Spannbandbrücke. <http://csu-tirschenreuth.de/max-gleisner-erhalt-wurdigung-im-gartenschaugelande/>. hentet 16.03.2018.
- [15] Wolfgang Strobl. A walkable sculptural structure: Stress ribbon bridge at tirschenreuth, germany, 09 2017.
- [16] Tirschenreuth. [https://www.google.no/maps/place/95643+Tirschenreuth,+Tyskland/@49.8792838,12.340873,3a,75y,30.06h,90t/data=!3m8!1e2!3m6!1sAF1QipPFv9bTkplhhvKcW9yA\\_4G7REOS5-HPKr0nk-DX!2e10!3e12!6shhttps:%2F%2F1h5.googleusercontent.com%2Fp%2FAF1QipPFv9bTkplhhvKcW9yA\\_4G7REOS5-HPKr0nk-DX%3Dw203-h152-k-no!7i3648!8i2736!4m5!3m4!1s0x47a05ce141b1ef9d:0x545a50d80110eb32!8m2!3d49.8817161!4d12.3303441](https://www.google.no/maps/place/95643+Tirschenreuth,+Tyskland/@49.8792838,12.340873,3a,75y,30.06h,90t/data=!3m8!1e2!3m6!1sAF1QipPFv9bTkplhhvKcW9yA_4G7REOS5-HPKr0nk-DX!2e10!3e12!6shhttps:%2F%2F1h5.googleusercontent.com%2Fp%2FAF1QipPFv9bTkplhhvKcW9yA_4G7REOS5-HPKr0nk-DX%3Dw203-h152-k-no!7i3648!8i2736!4m5!3m4!1s0x47a05ce141b1ef9d:0x545a50d80110eb32!8m2!3d49.8817161!4d12.3303441). hentet 16.03.2018.
- [17] Sara Malm. A bridge too far? villagers risk their lives to rebuild ancient inca walkway 100ft above a ravine using handmade grass ropes. <http://wwdailymail.co.uk/news/article-3057071w./The-Inca-bridge-Villagers-risk-lives-rebuild-ancient-walkway-100ft-river-using-handmade-grass-ropes.html>. hentet 21.03.2018.
- [18] Spannbandbrücke. <http://ivanbustor.com/blog/qeswachaka-last-inca-rope-bridge-peru-apurimac-cusco>. hentet 21.03.2018.
- [19] Katrine Hamre Sørli. Norsk stålkonstruksjonspris 2017 til bumerang bru og jungelbru. <https://www.arkitektur.no/norsk-stalkonstruksjonspris-2017-til-bumerang-bru-og-jungelbru>. hentet 21.03.2018.
- [20] The longest pedestrian suspension bridge in the world is now open. <https://www.graechen.ch/en/Current/GridContainer-IP-Aktuell/Opening-Europabruecke>. hentet 21.03.2018.
- [21] Hängebrücke randa 494m am europaweg. [http://swissrope.com/website/?page\\_id=25](http://swissrope.com/website/?page_id=25). hentet 21.03.2018.
- [22] Drac bridge. <http://www.lac-monteynard.com/en/1-Home>. hentet 23.03.2018.

- 
- [23] Trift bridge. [https://en.wikipedia.org/wiki/Trift\\_Bridge](https://en.wikipedia.org/wiki/Trift_Bridge). hentet 23.03.2018.
- [24] Trail des passerelles. <http://lesportdauphinois.com/2017/07/15/j-1-grande-course-trail-passerelles/>. hentet 23.03.2018.
- [25] Triftbrücke. <http://katiraf.com/most-triftbruecke/>. hentet 23.03.2018.
- [26] J Humar. *Dynamics of structures*. January 1990.
- [27] Per Kr Larsen. *Konstruksjonsteknikk : laster og bæresystemer*, 2004.
- [28] J. L. Meriam. *Engineering mechanics : Vol. 1 : Statics*, 2013.
- [29] Takao Nakazawa, Hajime Tsutsumi, and Hiroshi Tokota. *Experimental study on dynamic characteristics of stress-ribbon bridge*, 1988.
- [30] Setra. *Technical guide, footbridges*, 2006.
- [31] Direktoratet for byggkvalitet. *Krav til fysisk utforming*. <http://uukurs.dibk.no/modul-4/normer-og-dimensjoner/normer-og-dimensjoner/gangveier/lengde-og-h%C3%B8yde/>. hentet 25.01.2018.
- [32] WireCo Structures. *Product catalog: Full locked coil*. <http://wirecostructures.com/Wire-Products/Full-Locked-Coil>. hentet 27.01.2018.
- [33] Anders Mårtensson and Martin Nilsson. *Dynamic analysis of pedestrian load models for footbridges*, 2014.
- [34] Jerome J Connor. *Introduction to structural motion control*, 2003.
- [35] Dressen Oliver Dalmer Frank Meinhardt, Christian. *Increase of the structural damping due to the application of tuned mass dampers tmd subject to the footbridge construction*, 2008.
- [36] Mehmet Bulent Ozer and Thomas Royston. *Extending den hartogs vibration absorber technique to multi-degree-of-freedom systems*. 127, 08 2005.
- [37] Autodesk. *Tuned mass damper (tmd) creation with rsa*. <https://forums.autodesk.com/t5/robot-structural-analysis-forum/tuned-mass-damper-tmd-creation-with-rsa/td-p/3933423>. hentet 25.03.2018.
- [38] NGI. *Bru over fantesteinsvatn sognefjellet*. <https://www.ngi.no/Prosjekter/Bru-over-Fantesteinsvatn-Sognefjellet>. hentet 14.05.2018.
- [39] dronninga.com. *Innfallsport jotunheimen nasjonalpark*. <http://www.dronninga.com/prosjekter/gater-plasser/innfallsport-jotunheimen-nasjonalpark/>. hentet 10.06.2018.

- 
- [40] Macalloy. Brochures. <https://www.macalloy.com/downloads/brochures>. hentet 07.05.2018.
- [41] Hummervoll. Hi ep deck coat. <https://hummervoll.no/nb/produkt/hi-ep-deck-coat>. hentet 09.06.2018.



# Vedlegg

## Vedlegg A

### Parameterstudiet

#### Vertikale moder

#### Resultater fra bjelkemodellene

Her er alle resultater fra bjelkemodellene i *Robot Structural Analysis* samlet.

Spenn (m):		15											
Helning, $\Theta$ , ved opplegg:		1/12			1/20			1/30			1/40		
Egenvekt (kg/m):		200	400	800	200	400	800	200	400	800	200	400	800
$f_{v1}$ (Hz):		6,96	4,60	3,66	3,39	2,83	2,25	2,91	2,36	2,01	2,61	2,25	2,04
$f_{v2}$ (Hz):		2,00	1,99	1,98	2,57	2,56	2,56	3,15	3,14	3,13	3,63	3,62	3,62
$f_{v3}$ (Hz):		2,89	2,81	2,67	4,56	4,06	3,92	4,85	4,77	4,73	5,51	5,46	5,44
$f_{v4}$ (Hz):		4,16	4,06	4,01	5,27	5,19	5,15	6,39	6,32	6,29	7,34	7,28	7,25
$f_{v5}$ (Hz):		5,15	4,60	5,12	6,76	6,57	6,48	8,09	7,96	7,89	9,26	9,15	9,09
Strekk, $H$ (kN):		178	356	712	294	588	1176	441	882	1764	588	1176	2352

Spenn (m):		15											
Helning, $\Theta$ , ved opplegg:		1/12			1/20			1/30			1/40		
Egenvekt (kg/m):		200	400	800	200	400	800	200	400	800	200	400	800
$f_{v1}$ (Hz):		6,96	4,60	3,66	3,39	2,83	2,25	2,91	2,36	2,01	2,61	2,25	2,04
$f_{v2}$ (Hz):		2,00	1,99	1,98	2,57	2,56	2,56	3,15	3,14	3,13	3,63	3,62	3,62
$f_{v3}$ (Hz):		2,89	2,81	2,67	4,56	4,06	3,92	4,85	4,77	4,73	5,51	5,46	5,44
$f_{v4}$ (Hz):		4,16	4,06	4,01	5,27	5,19	5,15	6,39	6,32	6,29	7,34	7,28	7,25
$f_{v5}$ (Hz):		5,15	4,60	5,12	6,76	6,57	6,48	8,09	7,96	7,89	9,26	9,15	9,09
Strekk, $H$ (kN):		178	356	712	294	588	1176	441	882	1764	588	1176	2352

Spenn (m):		30											
Helning, $\Theta$ , ved opplegg:		1/12			1/20			1/30			1/40		
Egenvekt (kg/m):		200	400	800	200	400	800	200	400	800	200	400	800
$f_{v1}$ (Hz):		3,21	2,58	1,62	2,00	1,59	1,30	1,67	1,42	1,27	1,59	1,44	1,36
$f_{v2}$ (Hz):		1,40	1,40	1,40	1,81	1,81	1,81	2,21	2,21	2,21	2,56	2,56	2,56
$f_{v3}$ (Hz):		1,96	1,88	2,24	2,85	2,76	2,73	3,36	3,34	3,33	3,85	3,84	3,84
$f_{v4}$ (Hz):		2,82	2,81	2,68	3,63	3,62	3,62	4,44	4,43	4,43	5,12	5,12	5,12
$f_{v5}$ (Hz):		3,80	3,57	3,53	4,57	4,54	4,53	5,56	5,55	5,54	6,41	6,40	6,40
Strekk, $H$ (kN):		353	706	1412	589	1178	2356	883	1766	3532	1177	2354	4708

Spenn (m):		50											
Helning, Ø, ved opplegg:		1/12			1/20			1/30			1/40		
Egenvekt (kg/m):		200	400	800	200	400	800	200	400	800	200	400	800
f <sub>v1</sub> (Hz):		1,48	1,32	1,06	1,31	1,06	0,90	1,14	1,01	0,94	1,14	1,07	1,03
f <sub>v2</sub> (Hz):		1,08	1,08	1,08	1,40	1,40	1,40	1,71	1,71	1,71	1,98	1,98	1,98
f <sub>v3</sub> (Hz):		2,12	1,77	1,67	2,15	2,12	2,11	2,59	2,58	2,58	2,98	2,97	2,97
f <sub>v4</sub> (Hz):		2,17	2,17	2,17	2,80	2,80	2,80	3,43	3,43	3,43	3,96	3,96	3,96
f <sub>v5</sub> (Hz):		2,77	2,73	2,72	3,51	3,51	3,50	4,29	4,29	4,29	4,96	4,95	4,95
Strek, H (kN):		589	1178	2356	981	1962	3924	1472	2944	5888	1962	3924	7848

Spenn (m):		15											
Slope ved opplegg:		1/20											
Ax (mm2)		15000											
ly (om vertikal akse)		1,25E+05	4,00E+07	1,40E+08	3,00E+08	1,25E+05	4,00E+07	1,40E+08	3,00E+08	1,25E+05	4,00E+07	1,40E+08	3,00E+08
lz (om horisontal akse)		2,80E+09											
Egenvekt (kg/m):		200			400			800					
f <sub>v1</sub> (Hz):		3,39	4,20	4,75	5,52	2,83	3,09	3,44	3,95	2,25	2,34	2,54	2,86
f <sub>v2</sub> (Hz):		2,57	6,19	10,89	15,75	2,56	4,69	7,84	11,21	2,56	3,73	5,74	8,02
f <sub>v3</sub> (Hz):		4,56	13,42	24,30	35,35	4,06	9,82	17,32	25,06	3,92	7,39	12,45	17,82
f <sub>v4</sub> (Hz):		5,27	23,36	42,98	62,72	5,19	16,86	30,53	44,42	5,15	12,39	21,79	31,51
f <sub>v5</sub> (Hz):		6,76	36,24	67,05	97,95	6,57	25,97	47,56	69,33	6,48	18,84	33,83	49,13
Strek, H (kN):		294	258	197	142	589	516	393	285	1177	1031	786	569

Spenn (m):		30											
Slope ved opplegg:		1/20											
Ax (mm2)		15000											
ly (om vertikal akse)		1,25E+05	4,00E+07	1,40E+08	3,00E+08	1,25E+05	4,00E+07	1,40E+08	3,00E+08	1,25E+05	4,00E+07	1,40E+08	3,00E+08
lz (om horisontal akse)		2,80E+09											
Egenvekt (kg/m):		200			400			800					
f <sub>v1</sub> (Hz):		2,00	2,10	2,17	2,27	1,59	1,61	1,65	1,71	1,30	1,31	1,31	1,33
f <sub>v2</sub> (Hz):		1,81	2,28	3,17	4,23	1,81	2,04	2,54	3,20	1,81	1,91	2,17	2,53
f <sub>v3</sub> (Hz):		2,85	4,24	6,57	9,15	2,76	3,54	4,98	6,69	2,73	3,13	3,96	5,03
f <sub>v4</sub> (Hz):		3,63	6,73	11,22	15,98	3,62	5,38	8,29	11,53	3,62	4,56	6,34	8,46
f <sub>v5</sub> (Hz):		4,57	9,98	11,25	24,79	4,54	7,73	12,56	17,76	4,53	6,30	9,38	12,88
Strek, H (kN):		589	569	524	465	1178	1137	1047	930	2355	2274	2094	1859

Spenn (m):		50											
Slope ved opplegg:		1/20											
Ax (mm2)		15000											
ly (om vertikal akse)		1,25E+05	4,00E+07	1,40E+08	3,00E+08	1,25E+05	4,00E+07	1,40E+08	3,00E+08	1,25E+05	4,00E+07	1,40E+08	3,00E+08
lz (om horisontal akse)		2,80E+09											
Egenvekt (kg/m):		200			400			800					
f <sub>v1</sub> (Hz):		1,31	1,32	1,34	1,36	1,06	1,06	1,07	1,07	0,90	0,90	0,90	0,89
f <sub>v2</sub> (Hz):		1,40	1,48	1,67	1,94	1,40	1,44	1,53	1,67	1,40	1,41	1,45	1,51
f <sub>v3</sub> (Hz):		2,15	2,43	3,01	3,77	2,12	2,26	2,58	3,02	2,11	2,17	2,33	2,56
f <sub>v4</sub> (Hz):		2,80	3,46	4,73	6,24	2,80	3,14	3,86	4,80	2,80	2,97	3,35	3,89
f <sub>v5</sub> (Hz):		3,51	4,74	6,93	9,42	3,51	4,16	5,46	7,07	3,50	3,83	4,56	5,53
Strek, H (kN):		981	969	939	895	1963	1938	1878	1791	3925	3876	3757	3581

## Håndberegninger

Resultater for frekvenser beregnet med håndberegninger er samlet her. Frekvensene til vertikal mode 1 bestemmes ved:

$$f_{(1)} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\mu} \left( \frac{H}{l^2} + \frac{EAf^2\pi^2}{2l^4} + \frac{EI\pi^2}{l^4} \right)}$$

og for de øvrige modene finnes frekvensene ved,

$$f_{(n)} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\mu} \left( \frac{Hn^2}{l^2} + \frac{EI\pi^2n^2}{l^4} \right)}$$

Her er alle frekvenser beregnet for tverrsnittsverdiene til bruttverrsnittet fra "The rollout stress ribbon bridge - en massiv plate med bredde på 1,5 meter og tykkelse på 10 mm.

f(1)						Prosentvis bidrag fra		
Spenn	Masse (kg/m)	Helning	Pilhøyde	Strekraft	Frekvens	H	EA	EI
15	200	1/12	0,31250	177192	6,20	2,56	97,42	0,02
15	200	1/20	0,18750	294668	3,89	10,81	89,14	0,04
15	200	1/30	0,12500	441695	2,91	29,01	70,91	0,08
15	200	1/40	0,09375	588784	2,58	49,18	50,72	0,10
30	200	1/12	0,62500	354384	3,14	4,99	95,01	0,00
30	200	1/20	0,37500	589335	2,05	19,52	80,47	0,01
30	200	1/30	0,25000	883390	1,65	45,00	54,99	0,01
30	200	1/40	0,18750	1177568	1,57	65,97	34,02	0,02
50	200	1/12	1,04167	590640	1,92	8,05	91,95	0,00
50	200	1/20	0,62500	982225	1,31	28,79	71,20	0,00
50	200	1/30	0,41667	1472317	1,13	57,69	42,30	0,00
50	200	1/40	0,31250	1962613	1,13	76,37	23,63	0,00

f(2)						Prosentvis bidrag fra		
Spenn	Masse (kg/m)	Helning	Pilhøyde	Strekraft	Frekvens	H	EA	EI
15	200	1/12	0,31250	177192	1,99	99,35	0	0,65
15	200	1/20	0,18750	294668	2,56	99,61	0	0,39
15	200	1/30	0,12500	441695	3,14	99,74	0	0,26
15	200	1/40	0,09375	588784	3,62	99,80	0	0,20
30	200	1/12	0,62500	354384	1,40	99,92	0	0,08
30	200	1/20	0,37500	589335	1,81	99,95	0	0,05
30	200	1/30	0,25000	883390	2,22	99,97	0	0,03
30	200	1/40	0,18750	1177568	2,56	99,98	0	0,02
50	200	1/12	1,04167	590640	1,09	99,98	0	0,02
50	200	1/20	0,62500	982225	1,40	99,99	0	0,01
50	200	1/30	0,41667	1472317	1,72	99,99	0	0,01
50	200	1/40	0,31250	1962613	1,98	99,99	0	0,01

f(3)						Prosentvis bidrag fra		
Spenn	Masse (kg/m)	Helning	Pilhøyde	Strekraft	Frekvens	H	EA	EI
15	200	1/12	0,31250	177192	2,99	99,35	0	0,65
15	200	1/20	0,18750	294668	3,85	99,61	0	0,39
15	200	1/30	0,12500	441695	4,71	99,74	0	0,26
15	200	1/40	0,09375	588784	5,43	99,80	0	0,20
30	200	1/12	0,62500	354384	2,11	99,92	0	0,08
30	200	1/20	0,37500	589335	2,71	99,95	0	0,05
30	200	1/30	0,25000	883390	3,32	99,97	0	0,03
30	200	1/40	0,18750	1177568	3,84	99,98	0	0,02
50	200	1/12	1,04167	590640	1,63	99,98	0	0,02
50	200	1/20	0,62500	982225	2,10	99,99	0	0,01
50	200	1/30	0,41667	1472317	2,57	99,99	0	0,01
50	200	1/40	0,31250	1962613	2,97	99,99	0	0,01

Spenn (m)	Masse (kg/m)	Helning, $\theta$	Pilhøyde (m)	Strekraft (kN)	f(1)	f(2)	f(3)	f(4)	Prosentvis bidrag fra... - for f(1)		
									H	EA	EI
15	200	1	3,75000	20810	73,47	0,70	1,05	1,40	0,00	100,00	0,00
15	200	1/2	1,87500	32904	36,74	0,87	1,30	1,74	0,01	99,99	0,00
15	200	1/4	0,93750	60671	18,38	1,17	1,76	2,34	0,10	99,90	0,00
15	200	1/6	0,62500	89508	12,27	1,42	2,13	2,84	0,33	99,67	0,00
15	200	1/8	0,46875	118636	9,22	1,63	2,45	3,26	0,78	99,22	0,01
15	200	1/10	0,37500	147884	7,40	1,82	2,73	3,64	1,50	98,49	0,01
15	200	1/12	0,31250	177192	6,20	1,99	2,99	3,98	2,56	97,42	0,02
15	200	1/14	0,26786	206535	5,36	2,15	3,22	4,30	4,00	95,98	0,02
15	200	1/16	0,23438	235899	4,73	2,30	3,44	4,59	5,85	94,12	0,03
15	200	1/18	0,20833	265278	4,26	2,43	3,65	4,87	8,12	91,84	0,04
15	200	1/20	0,18750	294668	3,89	2,56	3,85	5,13	10,81	89,14	0,04
15	200	1/22	0,17045	324064	3,60	2,69	4,03	5,38	13,89	86,06	0,05
15	200	1/24	0,15625	353466	3,37	2,81	4,21	5,61	17,32	82,63	0,06
15	200	1/26	0,14423	382873	3,18	2,92	4,38	5,84	21,02	78,91	0,06
15	200	1/28	0,13393	412283	3,03	3,03	4,55	6,06	24,95	74,98	0,07
15	200	1/30	0,12500	441695	2,91	3,14	4,71	6,27	29,01	70,91	0,08
15	200	1/32	0,11719	471110	2,81	3,24	4,86	6,48	33,15	66,77	0,08
15	200	1/34	0,11029	500526	2,73	3,34	5,01	6,68	37,29	62,62	0,09
15	200	1/36	0,10417	529944	2,67	3,44	5,15	6,87	41,38	58,53	0,09
15	200	1/38	0,09868	559364	2,62	3,53	5,29	7,06	45,35	54,55	0,09
15	200	1/40	0,09375	588784	2,58	3,62	5,43	7,24	49,18	50,72	0,10



Spenn (m)	Masse (kg/m)	Helning, Ø	Pilhøyde (m)	Strekraft (kN)	f <sub>(1)</sub>	f <sub>(2)</sub>	f <sub>(3)</sub>	f <sub>(4)</sub>	Prosentvis bidrag fra... - for f <sub>(1)</sub>		
									H	EA	EI
15	400	1	3,75000	41620	51,95	0,69	1,03	1,38	0,00	100,00	0,00
15	400	1/2	1,87500	65807	25,98	0,86	1,29	1,73	0,03	99,97	0,00
15	400	1/4	0,93750	121343	13,00	1,17	1,75	2,33	0,20	99,80	0,00
15	400	1/6	0,62500	179016	8,69	1,41	2,12	2,83	0,66	99,34	0,00
15	400	1/8	0,46875	237272	6,54	1,63	2,44	3,26	1,54	98,45	0,01
15	400	1/10	0,37500	295768	5,27	1,82	2,72	3,63	2,95	97,03	0,01
15	400	1/12	0,31250	354384	4,44	1,99	2,98	3,98	4,99	94,99	0,02
15	400	1/14	0,26786	413070	3,86	2,15	3,22	4,29	7,69	92,29	0,02
15	400	1/16	0,23438	471799	3,44	2,29	3,44	4,58	11,05	88,92	0,03
15	400	1/18	0,20833	530557	3,13	2,43	3,65	4,86	15,03	84,94	0,03
15	400	1/20	0,18750	589335	2,90	2,56	3,84	5,12	19,52	80,44	0,04
15	400	1/22	0,17045	648129	2,72	2,69	4,03	5,37	24,40	75,56	0,04
15	400	1/24	0,15625	706933	2,58	2,80	4,21	5,61	29,52	70,43	0,05
15	400	1/26	0,14423	765746	2,47	2,92	4,38	5,84	34,74	65,21	0,05
15	400	1/28	0,13393	824565	2,39	3,03	4,54	6,06	39,93	60,01	0,06
15	400	1/30	0,12500	883390	2,34	3,14	4,70	6,27	44,98	54,96	0,06
15	400	1/32	0,11719	942220	2,29	3,24	4,86	6,48	49,80	50,14	0,06
15	400	1/34	0,11029	1001053	2,26	3,34	5,01	6,67	54,33	45,61	0,06
15	400	1/36	0,10417	1059889	2,24	3,43	5,15	6,87	58,54	41,40	0,06
15	400	1/38	0,09868	1118727	2,23	3,53	5,29	7,05	62,40	37,53	0,06
15	400	1/40	0,09375	1177568	2,23	3,62	5,43	7,24	65,94	34,00	0,06

Spenn (m)	Masse (kg/m)	Helning, Ø	Pilhøyde (m)	Strekraft (kN)	f <sub>(1)</sub>	f <sub>(2)</sub>	f <sub>(3)</sub>	f <sub>(4)</sub>	Prosentvis bidrag fra... - for f <sub>(1)</sub>		
									H	EA	EI
15	800	1	3,75000	83241	36,74	0,68	1,03	1,37	0,01	99,99	0,00
15	800	1/2	1,87500	131615	18,37	0,86	1,29	1,72	0,05	99,95	0,00
15	800	1/4	0,93750	242686	9,20	1,16	1,75	2,33	0,40	99,60	0,00
15	800	1/6	0,62500	358031	6,16	1,41	2,12	2,83	1,31	98,69	0,00
15	800	1/8	0,46875	474544	4,66	1,63	2,44	3,25	3,03	96,96	0,01
15	800	1/10	0,37500	591536	3,78	1,81	2,72	3,63	5,74	94,25	0,01
15	800	1/12	0,31250	708768	3,22	1,99	2,98	3,97	9,51	90,48	0,02
15	800	1/14	0,26786	826139	2,83	2,14	3,22	4,29	14,28	85,70	0,02
15	800	1/16	0,23438	943598	2,57	2,29	3,44	4,58	19,91	80,07	0,02
15	800	1/18	0,20833	1061114	2,37	2,43	3,64	4,86	26,13	73,84	0,03
15	800	1/20	0,18750	1178671	2,24	2,56	3,84	5,12	32,66	67,31	0,03
15	800	1/22	0,17045	1296257	2,14	2,68	4,03	5,37	39,22	60,74	0,03
15	800	1/24	0,15625	1413866	2,08	2,80	4,21	5,61	45,58	54,38	0,04
15	800	1/26	0,14423	1531492	2,03	2,92	4,38	5,84	51,57	48,39	0,04
15	800	1/28	0,13393	1649131	2,00	3,03	4,54	6,06	57,07	42,89	0,04
15	800	1/30	0,12500	1766781	1,99	3,13	4,70	6,27	62,05	37,91	0,04
15	800	1/32	0,11719	1884439	1,98	3,24	4,85	6,47	66,49	33,47	0,04
15	800	1/34	0,11029	2002105	1,99	3,34	5,00	6,67	70,41	29,55	0,04
15	800	1/36	0,10417	2119777	2,00	3,43	5,15	6,87	73,85	26,11	0,04
15	800	1/38	0,09868	2237454	2,01	3,53	5,29	7,05	76,85	23,11	0,04
15	800	1/40	0,09375	2355136	2,03	3,62	5,43	7,24	79,47	20,49	0,04

Spenn (m)	Masse (kg/m)	Helning, Ø	Pilhøyde (m)	Strekraft (kN)	f <sub>(1)</sub>	f <sub>(2)</sub>	f <sub>(3)</sub>	f <sub>(4)</sub>	Prosentvis bidrag fra... - for f <sub>(1)</sub>		
									H	EA	EI
30	200	1	7,50000	41620	36,73	0,48	0,72	0,97	0,00	100,00	0,00
30	200	1/2	3,75000	65807	18,37	0,61	0,91	1,21	0,03	99,97	0,00
30	200	1/4	1,87500	121343	9,19	0,82	1,23	1,64	0,20	99,80	0,00
30	200	1/6	1,25000	179016	6,14	1,00	1,50	2,00	0,66	99,34	0,00
30	200	1/8	0,93750	237272	4,63	1,15	1,72	2,30	1,54	98,46	0,00
30	200	1/10	0,75000	295768	3,73	1,28	1,92	2,56	2,95	97,04	0,00
30	200	1/12	0,62500	354384	3,14	1,40	2,11	2,81	4,99	95,01	0,00
30	200	1/14	0,53571	413070	2,73	1,52	2,27	3,03	7,69	92,30	0,01
30	200	1/16	0,46875	471799	2,43	1,62	2,43	3,24	11,06	88,94	0,01
30	200	1/18	0,41667	530557	2,21	1,72	2,58	3,43	15,03	84,96	0,01
30	200	1/20	0,37500	589335	2,05	1,81	2,71	3,62	19,52	80,47	0,01
30	200	1/22	0,34091	648129	1,92	1,90	2,85	3,80	24,40	75,58	0,01
30	200	1/24	0,31250	706933	1,82	1,98	2,97	3,96	29,53	70,46	0,01
30	200	1/26	0,28846	765746	1,75	2,06	3,09	4,13	34,76	65,23	0,01
30	200	1/28	0,26786	824565	1,69	2,14	3,21	4,28	39,95	60,04	0,01
30	200	1/30	0,25000	883390	1,65	2,22	3,32	4,43	45,00	54,99	0,01
30	200	1/32	0,23438	942220	1,62	2,29	3,43	4,58	49,82	50,17	0,02
30	200	1/34	0,22059	1001053	1,60	2,36	3,54	4,72	54,35	45,63	0,02
30	200	1/36	0,20833	1059889	1,59	2,43	3,64	4,85	58,56	41,42	0,02
30	200	1/38	0,19737	1118727	1,58	2,49	3,74	4,99	62,44	37,55	0,02
30	200	1/40	0,18750	1177568	1,57	2,56	3,84	5,12	65,97	34,02	0,02

Spenn (m)	Masse (kg/m)	Helning, Ø	Pilhøyde (m)	Strekraft (kN)	f <sub>(1)</sub>	f <sub>(2)</sub>	f <sub>(3)</sub>	f <sub>(4)</sub>	Prosentvis bidrag fra... - for f <sub>(1)</sub>		
									H	EA	EI
30	400	1	7,50000	83241	25,98	0,48	0,72	0,96	0,01	99,99	0,00
30	400	1/2	3,75000	131615	12,99	0,61	0,91	1,21	0,05	99,95	0,00
30	400	1/4	1,87500	242686	6,51	0,82	1,23	1,64	0,40	99,60	0,00
30	400	1/6	1,25000	358031	4,36	1,00	1,50	2,00	1,31	98,69	0,00
30	400	1/8	0,93750	474544	3,30	1,15	1,72	2,30	3,03	96,97	0,00
30	400	1/10	0,75000	591536	2,68	1,28	1,92	2,56	5,74	94,26	0,00
30	400	1/12	0,62500	708768	2,28	1,40	2,11	2,81	9,51	90,49	0,00
30	400	1/14	0,53571	826139	2,00	1,52	2,27	3,03	14,29	85,71	0,00
30	400	1/16	0,46875	943598	1,81	1,62	2,43	3,24	19,91	80,08	0,01
30	400	1/18	0,41667	1061114	1,68	1,72	2,58	3,43	26,14	73,86	0,01
30	400	1/20	0,37500	1178671	1,58	1,81	2,71	3,62	32,67	67,32	0,01
30	400	1/22	0,34091	1296257	1,51	1,90	2,85	3,80	39,23	60,76	0,01
30	400	1/24	0,31250	1413866	1,47	1,98	2,97	3,96	45,60	54,39	0,01
30	400	1/26	0,28846	1531492	1,44	2,06	3,09	4,13	51,58	48,41	0,01
30	400	1/28	0,26786	1649131	1,42	2,14	3,21	4,28	57,09	42,90	0,01
30	400	1/30	0,25000	1766781	1,41	2,22	3,32	4,43	62,07	37,92	0,01
30	400	1/32	0,23438	1884439	1,40	2,29	3,43	4,58	66,51	33,48	0,01
30	400	1/34	0,22059	2002105	1,41	2,36	3,54	4,72	70,43	29,56	0,01
30	400	1/36	0,20833	2119777	1,41	2,43	3,64	4,85	73,87	26,12	0,01
30	400	1/38	0,19737	2237454	1,42	2,49	3,74	4,99	76,87	23,12	0,01
30	400	1/40	0,18750	2355136	1,43	2,56	3,84	5,12	79,49	20,50	0,01

Spenn (m)	Masse (kg/m)	Helning, θ	Pilhøyde (m)	Strekraft (kN)	f(1)	f(2)	f(3)	f(4)	Prosentvis bidrag fra... - for f(1)		
									H	EA	EI
30	800	1	7,50000	166481	18,37	0,48	0,72	0,96	0,02	99,98	0,00
30	800	1/2	3,75000	263230	9,19	0,60	0,91	1,21	0,11	99,89	0,00
30	800	1/4	1,87500	485372	4,61	0,82	1,23	1,64	0,79	99,21	0,00
30	800	1/6	1,25000	716063	3,10	1,00	1,50	1,99	2,58	97,41	0,00
30	800	1/8	0,93750	949089	2,37	1,15	1,72	2,30	5,88	94,11	0,00
30	800	1/10	0,75000	1183071	1,95	1,28	1,92	2,56	10,86	89,14	0,00
30	800	1/12	0,62500	1417537	1,68	1,40	2,10	2,81	17,36	82,63	0,00
30	800	1/14	0,53571	1652279	1,51	1,52	2,27	3,03	25,00	75,00	0,00
30	800	1/16	0,46875	1887195	1,40	1,62	2,43	3,24	33,21	66,78	0,01
30	800	1/18	0,41667	2122227	1,33	1,72	2,58	3,43	41,44	58,55	0,01
30	800	1/20	0,37500	2357341	1,29	1,81	2,71	3,62	49,25	50,74	0,01
30	800	1/22	0,34091	2592514	1,26	1,90	2,85	3,80	56,36	43,64	0,01
30	800	1/24	0,31250	2827731	1,25	1,98	2,97	3,96	62,63	37,36	0,01
30	800	1/26	0,28846	3062983	1,25	2,06	3,09	4,13	68,06	31,93	0,01
30	800	1/28	0,26786	3298261	1,26	2,14	3,21	4,28	72,68	27,31	0,01
30	800	1/30	0,25000	3533561	1,27	2,22	3,32	4,43	76,59	23,40	0,01
30	800	1/32	0,23438	3768879	1,28	2,29	3,43	4,58	79,88	20,11	0,01
30	800	1/34	0,22059	4004211	1,30	2,36	3,54	4,72	82,65	17,35	0,01
30	800	1/36	0,20833	4239555	1,32	2,43	3,64	4,85	84,97	15,02	0,01
30	800	1/38	0,19737	4474909	1,34	2,49	3,74	4,99	86,93	13,07	0,01
30	800	1/40	0,18750	4710271	1,36	2,56	3,84	5,12	88,58	11,42	0,01

Spenn (m)	Masse (kg/m)	Helning, θ	Pilhøyde (m)	Strekraft (kN)	f(1)	f(2)	f(3)	f(4)	Prosentvis bidrag fra... - for f(1)		
									H	EA	EI
50	200	1	12,50000	69367	22,04	0,37	0,56	0,75	0,01	99,99	0,00
50	200	1/2	6,25000	109679	11,02	0,47	0,70	0,94	0,05	99,95	0,00
50	200	1/4	3,12500	202238	5,52	0,64	0,95	1,27	0,33	99,67	0,00
50	200	1/6	2,08333	298360	3,69	0,77	1,16	1,55	1,09	98,91	0,00
50	200	1/8	1,56250	395454	2,79	0,89	1,33	1,78	2,54	97,46	0,00
50	200	1/10	1,25000	492946	2,26	0,99	1,49	1,99	4,83	95,17	0,00
50	200	1/12	1,04167	590640	1,92	1,09	1,63	2,17	8,05	91,95	0,00
50	200	1/14	0,89286	688450	1,68	1,17	1,76	2,35	12,19	87,80	0,00
50	200	1/16	0,78125	786331	1,51	1,25	1,88	2,51	17,16	82,83	0,00
50	200	1/18	0,69444	884261	1,39	1,33	1,99	2,66	22,77	77,22	0,00
50	200	1/20	0,62500	982225	1,31	1,40	2,10	2,80	28,79	71,20	0,00
50	200	1/22	0,56818	1080214	1,24	1,47	2,20	2,94	34,99	65,01	0,00
50	200	1/24	0,52083	1178221	1,20	1,54	2,30	3,07	41,12	58,87	0,00
50	200	1/26	0,48077	1276243	1,16	1,60	2,40	3,20	47,03	52,96	0,00
50	200	1/28	0,44643	1374276	1,14	1,66	2,49	3,32	52,58	47,41	0,00
50	200	1/30	0,41667	1472317	1,13	1,72	2,57	3,43	57,69	42,30	0,00
50	200	1/32	0,39063	1570366	1,12	1,77	2,66	3,54	62,33	37,66	0,00
50	200	1/34	0,36765	1668421	1,12	1,83	2,74	3,65	66,50	33,50	0,00
50	200	1/36	0,34722	1766481	1,12	1,88	2,82	3,76	70,20	29,79	0,00
50	200	1/38	0,32895	1864545	1,13	1,93	2,90	3,86	73,48	26,52	0,00
50	200	1/40	0,31250	1962613	1,13	1,98	2,97	3,96	76,37	23,63	0,00



Spenn (m)	Masse (kg/m)	Helning, Ø	Pilhøyde (m)	Strekraft (kN)	f(1)	f(2)	f(3)	f(4)	Prosentvis bidrag fra... - for f(1)		
									H	EA	EI
50	400	1	12,50000	138734	15,59	0,37	0,56	0,75	0,01	99,99	0,00
50	400	1/2	6,25000	219358	7,80	0,47	0,70	0,94	0,09	99,91	0,00
50	400	1/4	3,12500	404477	3,91	0,64	0,95	1,27	0,66	99,34	0,00
50	400	1/6	2,08333	596719	2,63	0,77	1,16	1,55	2,16	97,84	0,00
50	400	1/8	1,56250	790907	2,00	0,89	1,33	1,78	4,95	95,05	0,00
50	400	1/10	1,25000	985893	1,64	0,99	1,49	1,99	9,21	90,79	0,00
50	400	1/12	1,04167	1181280	1,41	1,09	1,63	2,17	14,90	85,10	0,00
50	400	1/14	0,89286	1376899	1,26	1,17	1,76	2,35	21,74	78,26	0,00
50	400	1/16	0,78125	1572663	1,16	1,25	1,88	2,51	29,30	70,70	0,00
50	400	1/18	0,69444	1768523	1,09	1,33	1,99	2,66	37,10	62,90	0,00
50	400	1/20	0,62500	1964451	1,05	1,40	2,10	2,80	44,71	55,28	0,00
50	400	1/22	0,56818	2160428	1,02	1,47	2,20	2,94	51,84	48,16	0,00
50	400	1/24	0,52083	2356443	1,01	1,54	2,30	3,07	58,28	41,72	0,00
50	400	1/26	0,48077	2552486	1,00	1,60	2,40	3,20	63,98	36,02	0,00
50	400	1/28	0,44643	2748551	1,00	1,66	2,49	3,32	68,92	31,07	0,00
50	400	1/30	0,41667	2944635	1,00	1,72	2,57	3,43	73,17	26,82	0,00
50	400	1/32	0,39063	3140732	1,01	1,77	2,66	3,54	76,80	23,20	0,00
50	400	1/34	0,36765	3336842	1,02	1,83	2,74	3,65	79,88	20,12	0,00
50	400	1/36	0,34722	3532962	1,03	1,88	2,82	3,76	82,49	17,50	0,00
50	400	1/38	0,32895	3729091	1,05	1,93	2,90	3,86	84,71	15,28	0,00
50	400	1/40	0,31250	3925226	1,06	1,98	2,97	3,96	86,60	13,40	0,00

Spenn (m)	Masse (kg/m)	Helning, Ø	Pilhøyde (m)	Strekraft (kN)	f(1)	f(2)	f(3)	f(4)	Prosentvis bidrag fra... - for f(1)		
									H	EA	EI
50	800	1	12,50000	277469	11,02	0,37	0,56	0,75	0,03	99,97	0,00
50	800	1/2	6,25000	438717	5,52	0,47	0,70	0,94	0,18	99,82	0,00
50	800	1/4	3,12500	808953	2,77	0,64	0,95	1,27	1,31	98,69	0,00
50	800	1/6	2,08333	1193438	1,88	0,77	1,16	1,55	4,23	95,76	0,00
50	800	1/8	1,56250	1581815	1,45	0,89	1,33	1,78	9,44	90,56	0,00
50	800	1/10	1,25000	1971786	1,21	0,99	1,49	1,99	16,87	83,13	0,00
50	800	1/12	1,04167	2362561	1,07	1,09	1,63	2,17	25,94	74,06	0,00
50	800	1/14	0,89286	2753798	0,98	1,17	1,76	2,35	35,71	64,28	0,00
50	800	1/16	0,78125	3145325	0,93	1,25	1,88	2,51	45,32	54,68	0,00
50	800	1/18	0,69444	3537046	0,90	1,33	1,99	2,66	54,12	45,88	0,00
50	800	1/20	0,62500	3928902	0,89	1,40	2,10	2,80	61,80	38,20	0,00
50	800	1/22	0,56818	4320857	0,89	1,47	2,20	2,94	68,28	31,72	0,00
50	800	1/24	0,52083	4712886	0,89	1,54	2,30	3,07	73,64	26,36	0,00
50	800	1/26	0,48077	5104972	0,90	1,60	2,40	3,20	78,03	21,97	0,00
50	800	1/28	0,44643	5497102	0,92	1,66	2,49	3,32	81,60	18,40	0,00
50	800	1/30	0,41667	5889269	0,93	1,72	2,57	3,43	84,51	15,49	0,00
50	800	1/32	0,39063	6281465	0,95	1,77	2,66	3,54	86,88	13,12	0,00
50	800	1/34	0,36765	6673685	0,97	1,83	2,74	3,65	88,81	11,18	0,00
50	800	1/36	0,34722	7065924	0,99	1,88	2,82	3,76	90,41	9,59	0,00
50	800	1/38	0,32895	7458181	1,01	1,93	2,90	3,86	91,72	8,27	0,00
50	800	1/40	0,31250	7850452	1,03	1,98	2,97	3,96	92,82	7,18	0,00



Spenn (m)	Masse (kg/m)	Helning, θ	Pilhøyde (m)	Strekraft (kN)	f(1)	f(2)	f(3)	f(4)	Prosentvis bidrag fra... - for f(1)		
									H	EA	EI
100	200	1	25,00000	138734	11,02	0,26	0,40	0,53	0,01	99,99	0,00
100	200	1/2	12,50000	219358	5,51	0,33	0,50	0,66	0,09	99,91	0,00
100	200	1/4	6,25000	404477	2,76	0,45	0,67	0,90	0,66	99,34	0,00
100	200	1/6	4,16667	596719	1,86	0,55	0,82	1,09	2,16	97,84	0,00
100	200	1/8	3,12500	790907	1,41	0,63	0,94	1,26	4,95	95,05	0,00
100	200	1/10	2,50000	985893	1,16	0,70	1,05	1,40	9,21	90,79	0,00
100	200	1/12	2,08333	1181280	1,00	0,77	1,15	1,54	14,90	85,10	0,00
100	200	1/14	1,78571	1376899	0,89	0,83	1,24	1,66	21,74	78,26	0,00
100	200	1/16	1,56250	1572663	0,82	0,89	1,33	1,77	29,30	70,70	0,00
100	200	1/18	1,38889	1768523	0,77	0,94	1,41	1,88	37,10	62,90	0,00
100	200	1/20	1,25000	1964451	0,74	0,99	1,49	1,98	44,71	55,28	0,00
100	200	1/22	1,13636	2160428	0,72	1,04	1,56	2,08	51,84	48,16	0,00
100	200	1/24	1,04167	2356443	0,71	1,09	1,63	2,17	58,28	41,72	0,00
100	200	1/26	0,96154	2552486	0,71	1,13	1,69	2,26	63,98	36,02	0,00
100	200	1/28	0,89286	2748551	0,71	1,17	1,76	2,34	68,92	31,08	0,00
100	200	1/30	0,83333	2944635	0,71	1,21	1,82	2,43	73,17	26,83	0,00
100	200	1/32	0,78125	3140732	0,71	1,25	1,88	2,51	76,80	23,20	0,00
100	200	1/34	0,73529	3336842	0,72	1,29	1,94	2,58	79,88	20,12	0,00
100	200	1/36	0,69444	3532962	0,73	1,33	1,99	2,66	82,50	17,50	0,00
100	200	1/38	0,65789	3729091	0,74	1,37	2,05	2,73	84,71	15,28	0,00
100	200	1/40	0,62500	3925226	0,75	1,40	2,10	2,80	86,60	13,40	0,00

Spenn (m)	Masse (kg/m)	Helning, θ	Pilhøyde (m)	Strekraft (kN)	f(1)	f(2)	f(3)	f(4)	Prosentvis bidrag fra... - for f(1)		
									H	EA	EI
100	400	1	25,00000	277469	7,79	0,26	0,40	0,53	0,03	99,97	0,00
100	400	1/2	12,50000	438717	3,90	0,33	0,50	0,66	0,18	99,82	0,00
100	400	1/4	6,25000	808953	1,96	0,45	0,67	0,90	1,31	98,69	0,00
100	400	1/6	4,16667	1193438	1,33	0,55	0,82	1,09	4,23	95,76	0,00
100	400	1/8	3,12500	1581815	1,02	0,63	0,94	1,26	9,44	90,56	0,00
100	400	1/10	2,50000	1971786	0,85	0,70	1,05	1,40	16,87	83,13	0,00
100	400	1/12	2,08333	2362561	0,75	0,77	1,15	1,54	25,94	74,06	0,00
100	400	1/14	1,78571	2753798	0,69	0,83	1,24	1,66	35,71	64,29	0,00
100	400	1/16	1,56250	3145325	0,66	0,89	1,33	1,77	45,32	54,68	0,00
100	400	1/18	1,38889	3537046	0,64	0,94	1,41	1,88	54,12	45,88	0,00
100	400	1/20	1,25000	3928902	0,63	0,99	1,49	1,98	61,80	38,20	0,00
100	400	1/22	1,13636	4320857	0,63	1,04	1,56	2,08	68,28	31,72	0,00
100	400	1/24	1,04167	4712886	0,63	1,09	1,63	2,17	73,64	26,36	0,00
100	400	1/26	0,96154	5104972	0,64	1,13	1,69	2,26	78,03	21,97	0,00
100	400	1/28	0,89286	5497102	0,65	1,17	1,76	2,34	81,60	18,40	0,00
100	400	1/30	0,83333	5889269	0,66	1,21	1,82	2,43	84,51	15,49	0,00
100	400	1/32	0,78125	6281465	0,67	1,25	1,88	2,51	86,88	13,12	0,00
100	400	1/34	0,73529	6673685	0,69	1,29	1,94	2,58	88,81	11,18	0,00
100	400	1/36	0,69444	7065924	0,70	1,33	1,99	2,66	90,41	9,59	0,00
100	400	1/38	0,65789	7458181	0,71	1,37	2,05	2,73	91,73	8,27	0,00
100	400	1/40	0,62500	7850452	0,73	1,40	2,10	2,80	92,82	7,18	0,00

Spenn (m)	Masse (kg/m)	Helning, Ø	Pilhøyde (m)	Strekraft (kN)	f(1)	f(2)	f(3)	f(4)	Prosentvis bidrag fra... - for f(1)		
									H	EA	EI
100	800	1	25,00000	554937	5,51	0,26	0,40	0,53	0,06	99,94	0,00
100	800	1/2	12,50000	877433	2,76	0,33	0,50	0,66	0,36	99,64	0,00
100	800	1/4	6,25000	1617907	1,40	0,45	0,67	0,90	2,60	97,40	0,00
100	800	1/6	4,16667	2386876	0,96	0,55	0,82	1,09	8,13	91,87	0,00
100	800	1/8	3,12500	3163630	0,76	0,63	0,94	1,26	17,25	82,75	0,00
100	800	1/10	2,50000	3943571	0,65	0,70	1,05	1,40	28,87	71,13	0,00
100	800	1/12	2,08333	4725122	0,60	0,77	1,15	1,54	41,19	58,81	0,00
100	800	1/14	1,78571	5507596	0,57	0,83	1,24	1,66	52,63	47,37	0,00
100	800	1/16	1,56250	6290651	0,56	0,89	1,33	1,77	62,37	37,63	0,00
100	800	1/18	1,38889	7074092	0,56	0,94	1,41	1,88	70,23	29,77	0,00
100	800	1/20	1,25000	7857804	0,57	0,99	1,49	1,98	76,39	23,61	0,00
100	800	1/22	1,13636	8641714	0,58	1,04	1,56	2,08	81,15	18,85	0,00
100	800	1/24	1,04167	9425771	0,59	1,09	1,63	2,17	84,82	15,18	0,00
100	800	1/26	0,96154	10209943	0,60	1,13	1,69	2,26	87,66	12,34	0,00
100	800	1/28	0,89286	10994205	0,62	1,17	1,76	2,34	89,87	10,13	0,00
100	800	1/30	0,83333	11778538	0,63	1,21	1,82	2,43	91,60	8,40	0,00
100	800	1/32	0,78125	12562930	0,65	1,25	1,88	2,51	92,98	7,02	0,00
100	800	1/34	0,73529	13347369	0,67	1,29	1,94	2,58	94,08	5,92	0,00
100	800	1/36	0,69444	14131849	0,68	1,33	1,99	2,66	94,96	5,04	0,00
100	800	1/38	0,65789	14916362	0,70	1,37	2,05	2,73	95,68	4,32	0,00
100	800	1/40	0,62500	15700904	0,71	1,40	2,10	2,80	96,28	3,72	0,00

---

## Horisontale moder

### Resultater fra platemodellene

Resultater for horisontale moder fra platemodellene i *Robot Structural Analysis*. Alle modellene har en bredde på 1,5 meter.

Spenn (m):	15								
Helning, $\Theta$ , ved opplegg:	1/20								
Platetykkelse (mm):	10	20	40	10	20	40	10	20	40
Egenvekt (kg/m):	200			400			800		
$f_{n1}$ (Hz):	25,57	36,73	51,90	18,38	25,61	36,74	12,73	18,28	26,04
$f_{n2}$ (Hz):	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$f_{n3}$ (Hz):	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Spenn (m):	30								
Helning, $\Theta$ , ved opplegg:	1/20								
Platetykkelse (mm):	10	20	40	10	20	40	10	20	40
Egenvekt (kg/m):	200			400			800		
$f_{n1}$ (Hz):	6,92	8,80	12,27	4,70	6,70	8,78	3,62	4,97	6,35
$f_{n2}$ (Hz):	18,27	25,73	36,12	12,98	18,31	25,64	9,24	12,99	18,22
$f_{n3}$ (Hz):	34,61	-	-	24,56	-	-	-	-	-

Spenn (m):	50								
Helning, $\Theta$ , ved opplegg:	1/20								
Platetykkelse (mm):	10	20	40	10	20	40	10	20	40
Egenvekt (kg/m):	200			400			800		
$f_{n1}$ (Hz):	2,16	3,13	5,02	1,82	2,41	3,60	1,45	1,87	2,61
$f_{n2}$ (Hz):	6,93	9,26	13,60	5,01	6,91	9,69	3,69	4,89	6,96
$f_{n3}$ (Hz):	13,12	18,48	26,06	9,41	13,16	18,53	6,85	9,45	13,11

### Resultater fra bjelkemodellene

Resultater for horisontale moder fra bjelkemodellene i *Robot Structural Analysis*.

Spenn (m):	15											
Helning, $\Theta$ , ved opplegg:	1/20											
Ax (mm <sup>2</sup> ):	15000											
ly (om vertikal akse):	1,25E+05											
lz (om horisontal akse):	2,80E+09	2,00E+10	6,00E+10	1,25E+11	2,80E+09	2,00E+10	6,00E+10	1,25E+11	2,80E+09	2,00E+10	6,00E+10	1,25E+11
Egenvekt (kg/m):	200				400				800			
f <sub>n1</sub> (Hz):	17,70	23,38	24,40	24,68	12,56	16,57	17,29	17,49	8,95	11,77	12,28	12,42
f <sub>n2</sub> (Hz):	52,02	75,53	80,92	82,53	36,84	53,45	57,26	58,40	26,13	37,85	40,54	41,35
f <sub>n3</sub> (Hz):	110,33	-	-	-	78,07	120,95	-	-	55,28	85,58	94,06	-
Strekk, H (kN):	294	294	294	294	589	589	589	589	1177	1177	1177	1177

Spenn (m):	30											
Helning, $\Theta$ , ved opplegg:	1/20											
Ax (mm <sup>2</sup> ):	15000											
ly (om vertikal akse):	1,25E+05											
lz (om horisontal akse):	2,80E+09	2,00E+10	6,00E+10	1,25E+11	2,80E+09	2,00E+10	6,00E+10	1,25E+11	2,80E+09	2,00E+10	6,00E+10	1,25E+11
Egenvekt (kg/m):	200				400				800			
f <sub>n1</sub> (Hz):	4,52	5,91	6,16	6,23	3,29	4,25	4,43	4,48	2,44	3,11	3,23	3,27
f <sub>n2</sub> (Hz):	13,10	18,83	20,13	20,52	9,37	13,39	14,31	14,59	6,77	9,59	10,23	10,42
f <sub>n3</sub> (Hz):	27,64	42,40	46,45	47,74	19,65	30,05	32,91	33,82	14,04	21,36	23,37	24,01
Strekk, H (kN):	589	589	589	589	1178	1178	1178	1178	2355	2355	2355	2355

Spenn (m):	50											
Helning, $\Theta$ , ved opplegg:	1/20											
Ax (mm <sup>2</sup> ):	15000											
ly (om vertikal akse):	1,25E+05											
lz (om horisontal akse):	2,80E+09	2,00E+10	6,00E+10	1,25E+11	2,80E+09	2,00E+10	6,00E+10	1,25E+11	2,80E+09	2,00E+10	6,00E+10	1,25E+11
Egenvekt (kg/m):	200				400				800			
f <sub>n1</sub> (Hz):	1,78	2,25	2,34	2,36	1,39	1,71	1,77	1,78	1,14	1,35	1,39	1,40
f <sub>n2</sub> (Hz):	4,90	6,88	7,33	7,47	3,63	5,00	5,31	5,41	2,79	3,71	3,93	4,00
f <sub>n3</sub> (Hz):	10,12	15,25	16,64	17,07	7,33	10,90	11,88	12,19	5,42	7,88	8,56	8,78
Strekk, H (kN):	981	981	981	981	1963	1963	1963	1963	3925	3925	3925	3925

Spenn (m):	15								
Helning, $\Theta$ , ved opplegg:	1/12	1/20	1/30	1/12	1/20	1/30	1/12	1/20	1/30
Egenvekt (kg/m):	200			400			800		
f <sub>n1</sub> (Hz):	12,88	17,72	20,97	9,15	12,58	-	6,52	8,96	10,60
f <sub>n2</sub> (Hz):	39,84	52,09	60,06	28,21	36,88	-	20,01	26,26	30,18
f <sub>n3</sub> (Hz):	87,21	110,49	125,07	61,71	78,18	-	43,69	55,36	62,68

Spenn (m):	30								
Helning, $\Theta$ , ved opplegg:	1/12	1/20	1/30	1/12	1/20	1/30	1/12	1/20	1/30
Egenvekt (kg/m):	200			400			800		
f <sub>n1</sub> (Hz):	3,32	4,54	5,35	2,42	3,30	3,91	1,81	2,45	2,91
f <sub>n2</sub> (Hz):	10,07	13,16	15,12	7,21	9,41	10,88	4,93	6,81	7,88
f <sub>n3</sub> (Hz):	21,93	27,79	31,33	15,59	19,75	22,39	11,14	14,12	16,03

Spenn (m):	50								
Helning, $\Theta$ , ved opplegg:	1/12	1/20	1/30	1/12	1/20	1/30	1/12	1/20	1/30
Egenvekt (kg/m):	200			400			800		
f <sub>n1</sub> (Hz):	1,33	1,79	2,12	1,05	1,39	1,65	0,87	1,14	1,36
f <sub>n2</sub> (Hz):	3,79	4,93	5,72	2,82	3,66	4,25	2,17	2,81	3,29
f <sub>n3</sub> (Hz):	8,05	10,20	11,58	5,83	7,38	8,41	4,30	5,46	6,25



---

## Torsjonsmoder

### Sammenligning av frekvenser beregnet med *Robot Structural Analysis* og *Abaqus/CAE*

	ROBOT	Abaqus	ROBOT	Abaqus	ROBOT	Abaqus
Spenn (m):	15	15	30	30	50	50
Helning, $\Theta$ , ved opplegg:	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20
f <sub>t1</sub> (Hz):	4,74	4,79	2,53	2,58	1,57	1,62
f <sub>t2</sub> (Hz):	5,45	5,43	3,04	3,06	2,04	2,05
f <sub>t3</sub> (Hz):	6,38	6,33	3,60	3,57	2,40	2,36
f <sub>t4</sub> (Hz):	8,20	8,13	4,75	4,67	3,33	3,20

### Resultater for torsjonsmoder fra platemodellene i *Robot Structural Analysis*

Spenn (m):	15					
Helning, $\Theta$ , ved opplegg:	1/20					
Platetykkelse (mm):	10		20		40	
Vekt (kg/m):	200	400	200	400	200	400
f <sub>t1</sub> (Hz):	3,87	2,96	6,16	4,46	11,44	8,21
f <sub>t2</sub> (Hz):	4,53	3,70	8,05	5,98	18,87	13,46
f <sub>t3</sub> (Hz):	5,38	4,61	10,37	7,80	26,96	19,25
f <sub>t4</sub> (Hz):	7,06	6,14	14,03	10,55	36,80	26,26

Spenn (m):	30					
Helning, $\Theta$ , ved opplegg:	1/20					
Platetykkelse (mm):	10		20		40	
Vekt (kg/m):	200	400	200	400	200	400
f <sub>t1</sub> (Hz):	2,07	1,62	3,12	2,31	5,74	4,11
f <sub>t2</sub> (Hz):	2,62	2,26	4,21	3,24	9,45	6,80
f <sub>t3</sub> (Hz):	3,21	2,92	5,36	4,21	14,81	10,58
f <sub>t4</sub> (Hz):	4,31	3,96	7,28	5,74	17,99	12,97

Spenn (m):	50					
Helning, $\Theta$ , ved opplegg:	1/20					
Platetykkelse (mm):	10		20		40	
Vekt (kg/m):	200	400	200	400	200	400
$f_{t1}$ (Hz):	1,31	1,06	1,88	1,43	3,35	2,42
$f_{t2}$ (Hz):	1,81	1,62	2,67	2,13	5,70	4,15
$f_{t3}$ (Hz):	2,16	2,38	4,10	3,16	8,36	6,09
$f_{t4}$ (Hz):	3,11	2,95	4,67	3,84	10,75	7,84

Spenn (m):	15								
Vekt (kg/m):	200								
Helning, $\Theta$ , ved opplegg:	1/12			1/20			1/30		
Platetykkelse (mm):	10	20	40	10	20	40	10	20	40
$f_{t1}$ (Hz):	4,07	-	-	3,86	-	-	3,12	-	-
$f_{t2}$ (Hz):	5,01	-	-	4,53	-	-	4,35	-	-
$f_{t3}$ (Hz):	6,61	-	-	5,38	-	-	5,81	-	-
$f_{t4}$ (Hz):	7,19	-	-	7,06	-	-	7,79	-	-

Spenn (m):	30								
Vekt (kg/m):	200								
Helning, $\Theta$ , ved opplegg:	1/12			1/20			1/30		
Platetykkelse (mm):	10	20	40	10	20	40	10	20	40
$f_{t1}$ (Hz):	2,25	3,93	7,21	2,07	3,12	5,74	1,75	2,58	5,12
$f_{t2}$ (Hz):	2,83	4,83	10,21	2,62	4,21	9,45	2,68	4,08	9,24
$f_{t3}$ (Hz):	3,50	5,60	11,87	3,21	5,36	14,81	3,68	5,67	14,48
$f_{t4}$ (Hz):	4,01	7,18	17,92	4,31	7,28	17,99	4,95	7,66	18,14

Spenn (m):	50								
Vekt (kg/m):	200								
Helning, $\Theta$ , ved opplegg:	1/12			1/20			1/30		
Platetykkelse (mm):	10	20	40	10	20	40	10	20	40
$f_{t1}$ (Hz):	1,37	-	-	1,31	-	-	1,18	-	-
$f_{t2}$ (Hz):	1,88	-	-	1,81	-	-	1,94	-	-
$f_{t3}$ (Hz):	2,23	-	-	2,16	-	-	2,95	-	-
$f_{t4}$ (Hz):	2,72	-	-	3,11	-	-	3,67	-	-

---

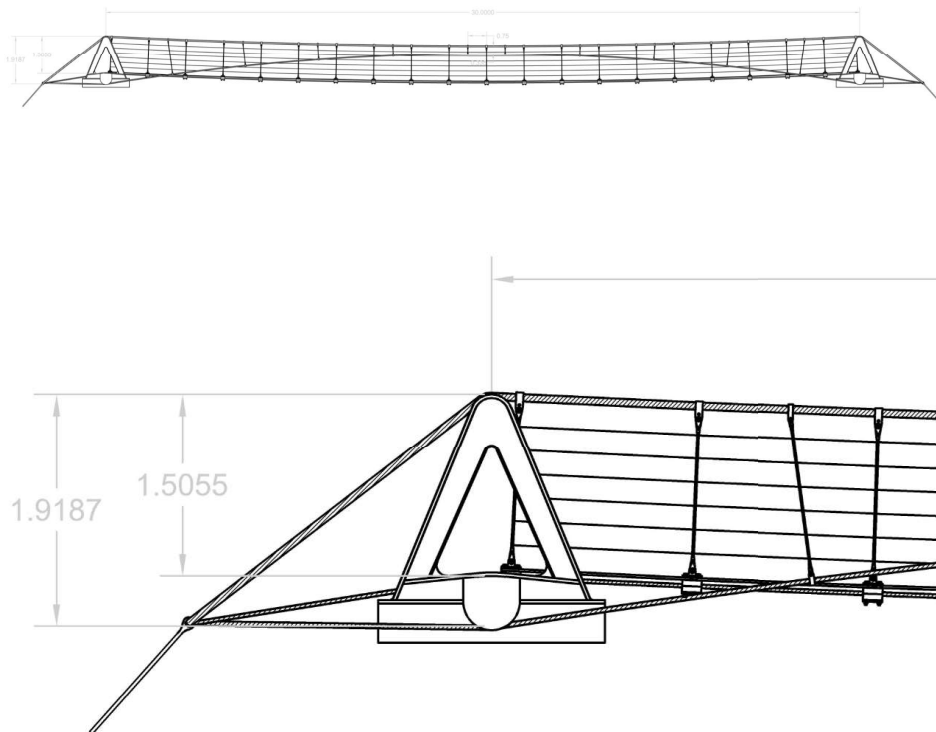
# Vedlegg B

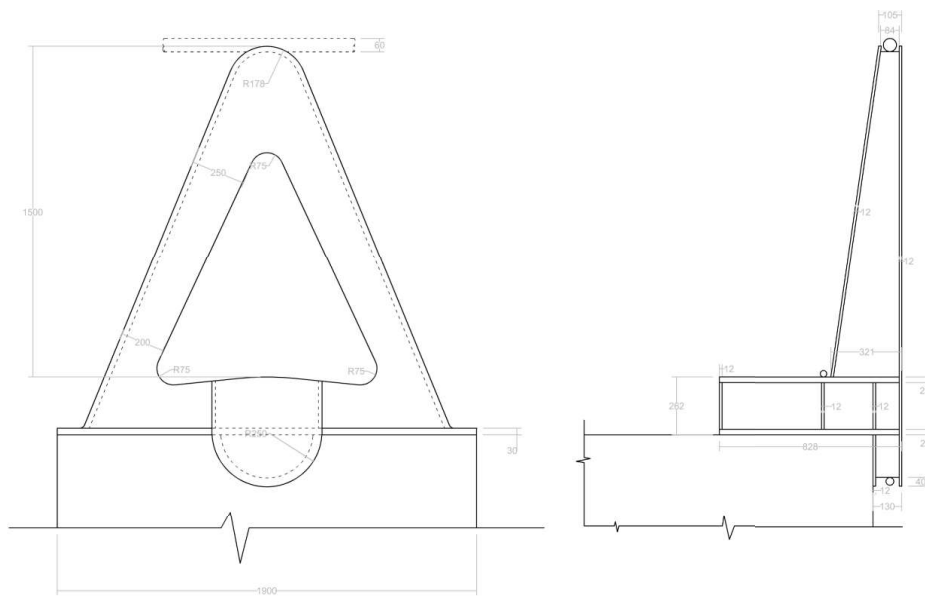
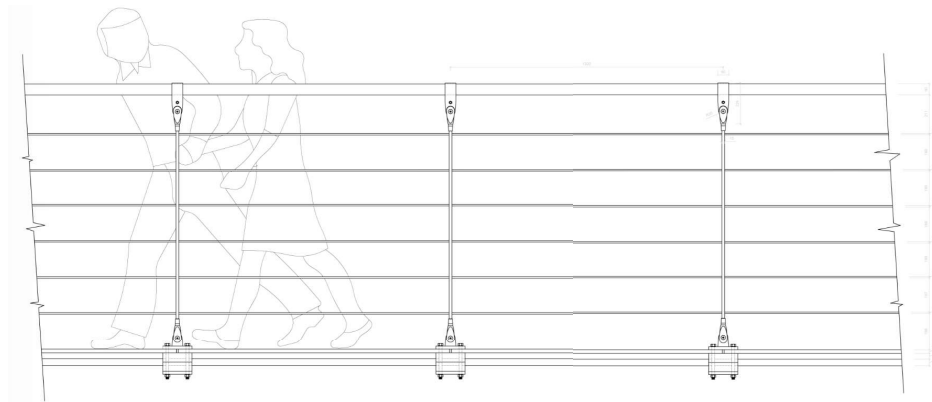
## Tegninger

### Brukonsept med underliggende oppstrammingskabler

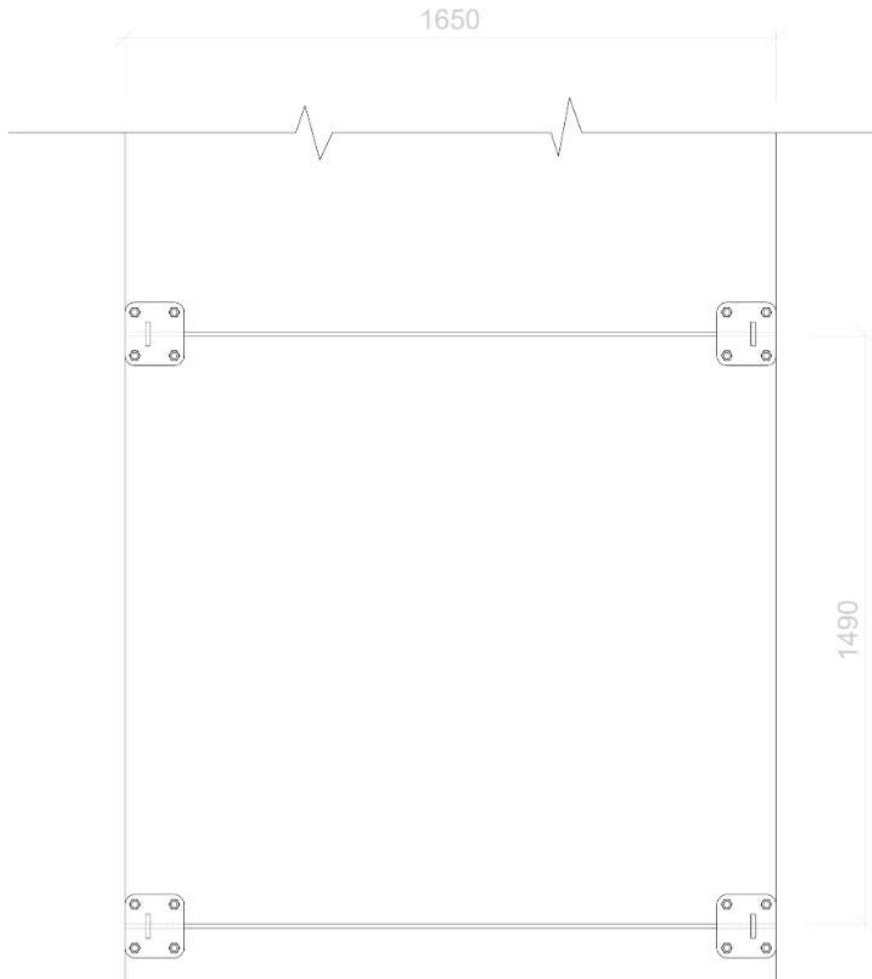
Alle tegninger er av en bru med spenn på 90 meter. Målsatte detaljtegninger er eksempler på mulige dimensjoner.

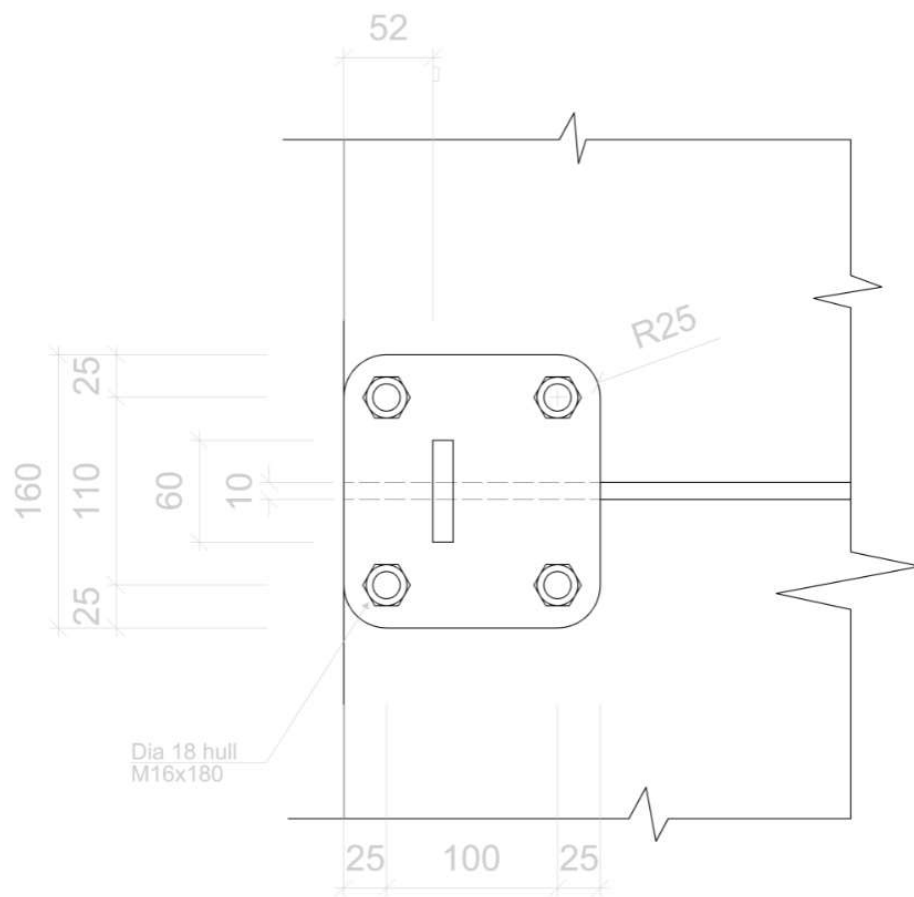
### Tegninger av komponenter og detaljer

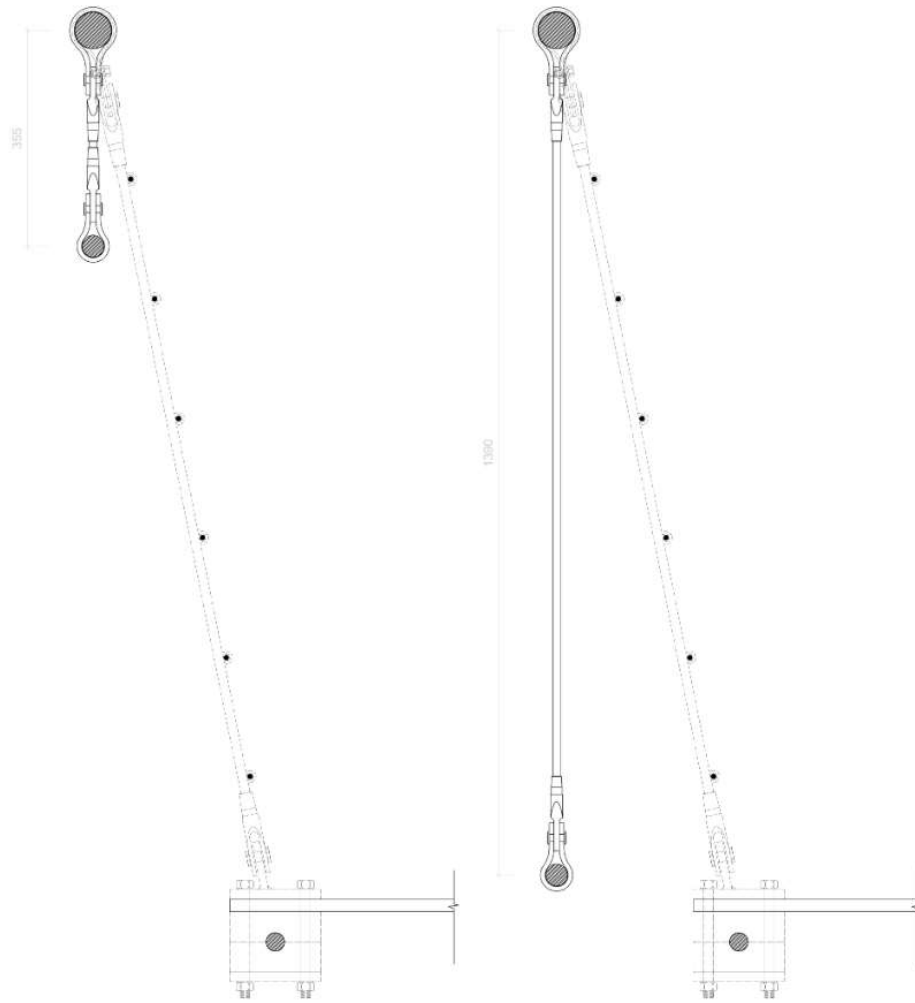


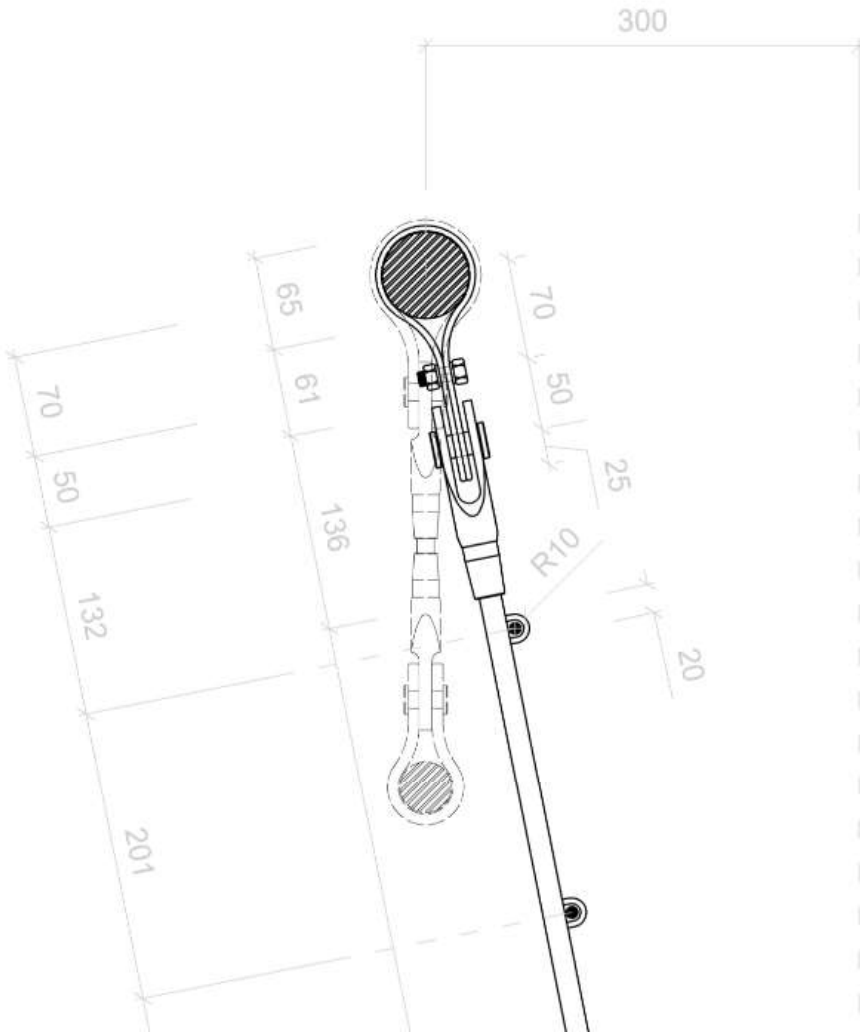


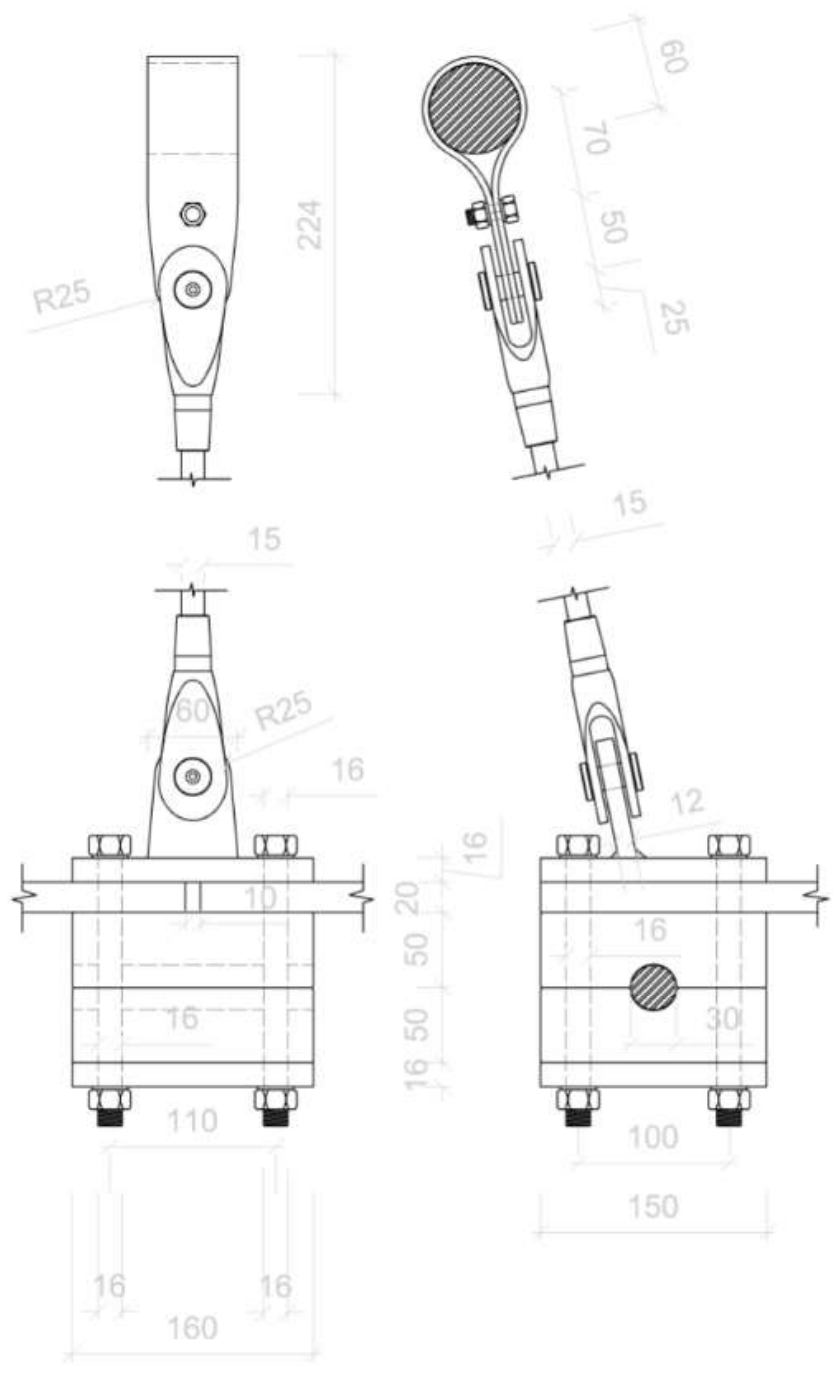


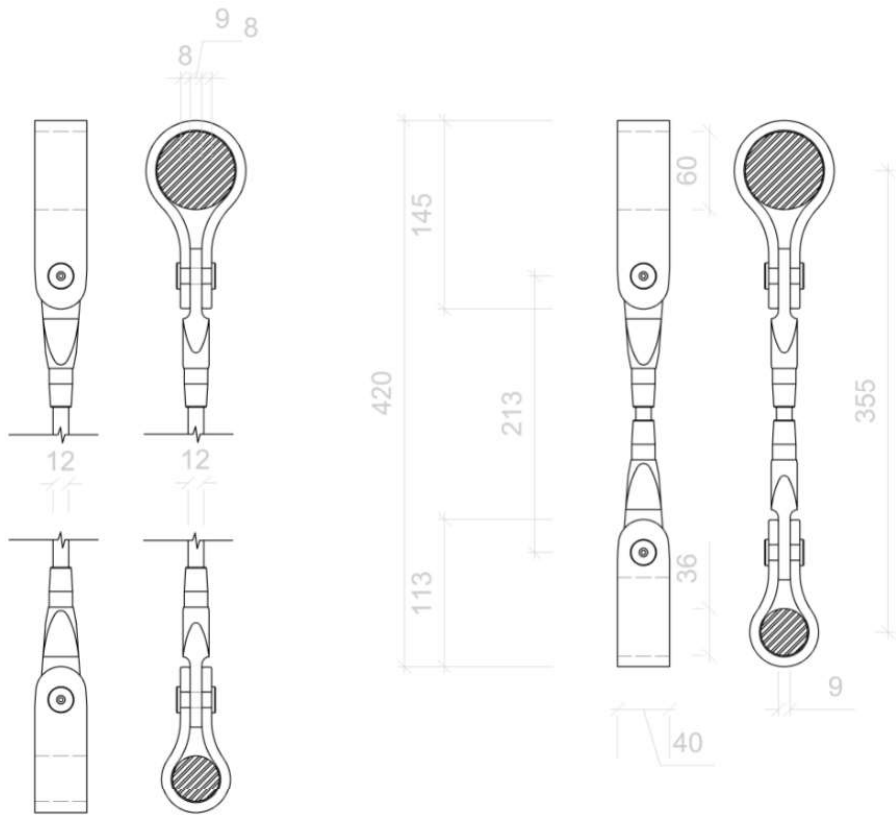












---

## Montasjetegninger

