

Beregningsmodeller for skjær i NS-EN  
1992-1-1:2004 og utkast til ny standard,  
EC2:2017

**Arne Kristoffer Aaserød**  
**Linn Kristin Røsland Turøy**  
**Ali Øzbal**

Master i Bygg- og miljøteknikk  
Innlevert: juni 2018  
Hovedveileder: Jan Arve Øverli, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Institutt for konstruksjonsteknikk





Institutt for konstruksjonsteknikk  
Fakultet for ingeniørvitenskap

**NTNU- Norges teknisk- naturvitenskapelige universitet**

TILGJENGELIGHET

åpen

## MASTEROPPGAVE 2018

|                                 |                  |                   |
|---------------------------------|------------------|-------------------|
| FAGOMRÅDE: Betongkonstruksjoner | DATO: 11/06.2018 | ANTALL SIDER: 285 |
|---------------------------------|------------------|-------------------|

**TITTEL:**

**Beregningsmodeller for skjær i NS-EN 1992-1-1:2004 og utkast til ny standard, EC2:2017**  
Calculation methods for shear in NS-EN 1992-1-1:2004 and the new Eurocode draft, EC2:2017

**UTFØRT AV:**

Ali Yasar Øzbal

Arne Kristoffer Aaserød

Linn Kristin Turøy



**SAMMENDRAG:**

Dagens standard, NS-EN 1992-1-1:2004, er basert på en empirisk tilnærming ved beregning av kapasitet mot skjærkraft og gjennomlokking. Med stadig ny teknologi og økt kunnskap om betong, har ønsket om en mekanisk modell for å beregne skjærkraftkapasitet blitt sterkere.

Formålet med oppgaven er å belyse teorien bak skjærdimensjonering for konstruksjonsdeler uten skjærarmering i utkastet til den kommende standarden, EC2:2017. Testresultater har vist at skjærfastheten i betongen samsvarer godt med tredjeroten av trykkfastheten. Videre er parametere som bjelkegeometri, tilslagstørrelse, samt armeringens tøyning og mengde, sentrale med tanke på skjærkapasiteten. Det er foreslått et uttrykk med disse variablene basert på «Critical Shear Crack Theory» som stemmer godt overens med testresultater. Denne mekaniske modellen utnytter kunnskapen om rissutvikling i bjelker og stabilitetsproblemer i plater til å beregne skjærkraft- og gjennomlokkingskapasiteten for konstruksjonsdelen. Kapasiteten samsvarer også godt med summen av de ulike skjæroverføringsmekanismene: utkragereffekten, reststrekkkapasiteten, dybeffekten, aggregat interlock og bueffekten. Størrelsen på de ulike bidragene styres av rissutviklingen som avhenger av bjelke- og lastgeometrien.

Under litteraturstudiet ble det oppdaget at ved overgang til ny standard, har definisjonen av kollaps endret seg. I EC2:2004 inntreffer kollaps når skjærisset endrer retning fra kvasi-vertikal til kvasi-horisontal, mens det i EC2:2017 beregnes skjærkapasitet langs det kvasi-horisontale risset i form av betongens reststrekkkapasitet.

Sammenligning av bjelker og grafer har avdekket forskjeller og likheter mellom de ulike standardene. Ved store effektive høyder, overestimerer EC2:2004 bjelkens skjærkapasitet, mens den underestimeres ved aksielle strekkspenninger. Konsekvensen av dette er henholdsvis dimensjonering til usikker side og økte kostnader på grunn av større konstruksjoner. I EC2:2017 oppnås verdier som samsvarer bedre med testresultater, noe som fører til mer optimale konstruksjoner. Samtidig kan en ut ifra resultatene se at standardene tar hensyn til betongens trykkfasthet og bredden av tverrsnittet på samme måte. Bjelker med minimum skjærarmering vil oppnå høyere kapasitet enn det forenklete uttrykket for konstruksjonsdeler uten skjærarmering, med unntak av bjelker med lav effektiv høyde.

FAGLÆRER: Jan Arve Øverli

VEILEDER: Jan Arve Øverli

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk. Bygg- og miljøteknikk.



## FORORD

Denne oppgaven er skrevet i løpet av 20 uker fra januar til juni 2018 og avslutter masterstudiet ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU). Oppgaven er skrevet ved institutt for konstruksjonsteknikk, bygg- og miljøteknikk og er vektet med 30 studiepoeng.

Dimensjonering av betongkonstruksjoner gjøres i dag ved hjelp av nasjonale og internasjonale standarder. I Eurokode2:1992 blir et empirisk tilpasset uttrykk benyttet ved beregning av skjærkapasiteten for konstruksjonsdeler uten skjærarmering. Dette gir brukeren liten praktisk forståelse for dimensjoneringen, og kan i visse tilfeller føre til overdimensjonering, eller i verste fall dimensjonering til usikker side. European Committee for Standardization (CEN) har utarbeidet et utkast til en ny standard som introduseres i 2025. Denne rapporten vil belyse den nye standardens teoretiske tilnærming til dimensjonering av konstruksjonsdeler uten skjærarmering.

Proessen ved å skrive masteroppgaven har vært lærerik og til tider veldig utfordrende. Motivasjonen har vært på plass under hele masteroppgaven på grunn av et ønske om å forstå og forklare teorien bak endringene i standarden, samt å kunne utnytte den tilegnede kompetansen til fremtidig arbeid.

Figurene i denne rapporten er egenproduserte for å gi en mer forståelig oppgave, der enkelte av de er inspirerte av brukte referanser.

Vi ønsker å rette en stor takk til professor Jan Arve Øverli for å ha stilt opp med gode, konstruktive kritikker og veiledning under hele semesteret. En stor takk rettes også til professor Terje Kanstad og stipendiat John Fredrick Berntsen for gode innspill underveis i oppgaven. Til sist vil vi rette en stor takk til ph.d. Francesco Cavagnis og ph.d. Miguel Fernandez Ruiz ved universitetet i Lausanne (UNIL) for kompetansehjelp innenfor «Critical Shear Crack Theory».

*Trondheim, Juni 2018*



Ali Yasar Øzbal



Arne Kristoffer Aaserød



Linn Kristin Turøy



## SAMMENDRAG

Dagens standard, NS-EN 1992-1-1:2004, er basert på en empirisk tilnærming ved beregning av kapasitet mot skjærkraft og gjennomlokking. Med stadig ny teknologi og økt kunnskap om betong, har ønsket om en mekanisk modell for å beregne skjærkraftkapasitet blitt sterkere.

Formålet med oppgaven er å belyse teorien bak skjærdimensjonering for konstruksjonsdeler uten skjærarmering i utkastet til den kommende standarden, EC2:2017. Testresultater har vist at skjærfastheten i betongen samsvarer godt med tredjeroten av trykkfastheten. Videre er parametere som bjelkegeometri, tilslagstørrelse, samt armeringens tøyning og mengde, sentrale med tanke på skjærkapasiteten. Det er foreslått et uttrykk med disse variablene basert på «Critical Shear Crack Theory» som stemmer godt overens med testresultater. Denne mekaniske modellen utnytter kunnskapen om rissutvikling i bjelker og stabilitetsproblemer i plater til å beregne skjærkraft- og gjennomlokkingskapasiteten for konstruksjonsdelen. Kapasiteten samsvarer også godt med summen av de ulike skjæroverføringsmekanismene: utkragereffekten, reststrekkapasiteten, dybeleffekten, aggregate interlock og bueeffekten. Størrelsen på de ulike bidragene styres av rissutviklingen som avhenger av bjelke- og lastgeometrien.

Under litteraturstudiet ble det oppdaget at ved overgang til ny standard, har definisjonen av kollaps endret seg. I EC2:2004 inntreffer kollaps når skjærrisset endrer retning fra kvasi-vertikal til kvasi-horisontal, mens det i EC2:2017 beregnes skjærkapasitet langs det kvasi-horisontale risset i form av betongens reststrekkapasitet.

Sammenligning av bjelker og grafer har avdekket forskjeller og likheter mellom de ulike standardene. Ved store effektive høyder, overestimerer EC2:2004 bjelkens skjærkapasitet, mens den underestimeres ved aksielle strekkspenninger. Konsekvensen av dette er henholdsvis dimensjonering til usikker side og økte kostnader på grunn av større konstruksjoner. I EC2:2017 oppnås verdier som samsvarer bedre med testresultater, noe som fører til mer optimale konstruksjoner. Samtidig kan en ut ifra resultatene se at standardene tar hensyn til betongens trykkfasthet og bredden av tverrsnittet på samme måte. Bjelker med minimum skjærarmering vil oppnå høyere kapasitet enn det forenklete uttrykket for konstruksjonsdeler uten skjærarmering, med unntak av bjelker med lav effektiv høyde.





## ABSTRACT

The Eurocode used today, NS-EN 1992-1-1:2004, is based on an empirical approach in calculations of shear- and punching force capacity. The advancements of new technology and increased knowledge about concrete has strengthened the desire for a mechanical model to calculate shear capacity.

The purpose of this thesis is to explain the theory behind the shear calculations for construction parts without shear reinforcement proposed in the draft of the coming Eurocode, EC2:2017. Test results have shown that the shear strength in concrete correlates to the third root of the compressive strength. Furthermore, parameters such as beam geometry, aggregate size and the amount and strain of the reinforcement are central when it comes to shear capacity. It is proposed an expression with these variables based on “Critical Shear Crack Theory”, which seemingly match well with the test results. This mechanical model utilizes the knowledge of crack development in beams and stabilization problems in plates to calculate a shear- and punching force capacity for a given construction part. The calculated capacity also matches well with the total capacity given by the shear transfer actions (dowelling action, aggregate interlock, arching action, residual tensile strength and the contribution from the compressive zone). The size of the different contributions is controlled by crack design, which is depended on the beam- and force geometry.

During the literature study it was observed that during the transition to the new Eurocode, the definition of when the failure occurs has changed. In EC2:2004 the failure occurs when the shear crack changes direction from quasi-vertical to quasi-horizontal, while in EC2:2017, the shear capacity is calculated along the quasi-horizontal crack by the residual tensile strength of the concrete.

The comparisons made between the two Eurocodes have revealed differences and similarities. In EC2:2004 the code will overestimate the capacity when the beam has a large effective depth, while it underestimates the capacity for beams subjected to axial tensile stresses. This can potentially lead to unsafe structures and increased material costs. The values of the capacity achieved by the calculations in EC2:2017 are more similar to the test results, which leads to more favorable structures. It has been observed accordingly to the results that both Eurocodes takes the compressive strength and the beam width into account by the application of the same method. Beams with minimum shear reinforcement tend to have a larger capacity compared to the minimum capacity for concrete structures without shear reinforcement, unless the beam has a low effective depth value.



# Innhold

|   |      |
|---|------|
| FORORD.....   | I    |
| SAMMENDRAG.....   | III  |
| ABSTRACT.....   | V    |
| Symboler.....   | XVII |
| 1 Introduksjon.....   | 1    |
| 2 Materialer.....   | 3    |
| 2.1 Betong.....   | 3    |
| 2.1.1 Bestanddeler.....                                       | 3    |
| 2.1.2 Betongens trykkfasthet og stivhet.....                  | 4    |
| 2.1.3 Betongens strekkfasthet.....                            | 8    |
| 2.2 Stål.....   | 9    |
| 3 Bruddtyper.....   | 13   |
| 3.1 Diagonalt strekkbrudd.....                                | 13   |
| 3.2 Skjær-trykkbrudd.....                                     | 14   |
| 3.3 Skjær-strekkbrudd.....                                    | 14   |
| 3.4 Skjærknusing og skjærsplitting.....                       | 15   |
| 3.5 Diagonalt trykkbrudd.....                                 | 15   |
| 3.6 Hovedstrekkbrudd.....                                     | 16   |
| 4 Skjærkraft.....   | 17   |
| 4.1 Forenklet skjærkraftmodell.....                           | 19   |
| 4.2 Forenklet kapasitetskontroll (oppripping i bjelke).....   | 27   |
| 4.3 Aksialkraft og skjærkapasitet.....                        | 29   |
| 5 Dagens standard og grunnlaget for endringer i EC2:2017..... | 31   |
| 5.1 NS EN 1992-1-1:2004.....                                  | 31   |
| 5.1.1 Minimum skjærkapasitet.....                             | 33   |
| 5.1.2 Bakgrunn dagens standard.....                           | 35   |

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 5.2   | Grunnen for endring av skjærformel .....                 | 36 |
| 5.2.1 | Størrelseseffekt .....                                   | 37 |
| 5.2.2 | Aksielle spenninger .....                                | 38 |
| 5.2.3 | Tilslagsstørrelse .....                                  | 38 |
| 5.2.4 | Empiriske grenser .....                                  | 39 |
| 5.2.5 | Nytt syn på hvor kollaps inntreffer .....                | 39 |
| 6     | Skjæroverføringsmekanismer .....                         | 41 |
| 6.1   | Critical Shear Crack Theory (CSCT) .....                 | 42 |
| 6.1.1 | Utkragereffekten .....                                   | 43 |
| 6.1.2 | Reststrekkapasitet .....                                 | 45 |
| 6.1.3 | Dybeleffekten .....                                      | 48 |
| 6.1.4 | Aggregate interlock .....                                | 50 |
| 6.2   | Bueeffekten .....  | 59 |
| 6.2.1 | Overføring av skjærkraft ved bueeffekten .....           | 62 |
| 6.3   | Bidrag til skjærkapasitet .....                          | 65 |
| 6.3.1 | Utkragereffektens bidrag .....                           | 65 |
| 6.3.2 | Iterasjonsmetode for total skjærkapasitet .....          | 66 |
| 6.3.3 | Utførte skjærtester .....                                | 69 |
| 6.3.4 | Risstyper .....  | 71 |
| 6.3.5 | Bruddriss .....  | 72 |
| 6.3.6 | Ulike bidrag i forhold til bjelke- og lastgeometri ..... | 74 |
| 7     | Utledninger .....  | 77 |
| 7.1   | Skjærkapasitet .....                                     | 77 |
| 7.2   | Minimum skjærkapasitet .....                             | 89 |
| 7.3   | Gjennomlokkingskapasitet .....                           | 90 |
| 8     | Sammenligning av EC2:2004 og EC2:2017 .....              | 97 |
| 8.1   | Presentasjon av kapasitetsuttrykk .....                  | 97 |

|       |   |     |
|-------|---|-----|
| 8.2   | Vurdering av skjærtrykk-begrensningen i Eurokode 2:2004 .....               | 99  |
| 8.3   | Sammenligning ved grafer.....   | 100 |
| 8.3.1 | Utgangspunkt .....  | 100 |
| 8.3.2 | Resultater.....   | 104 |
| 8.4   | Sammenligning ved bjelkeeksempler .....                                     | 116 |
| 8.4.1 | Prestasjon av bjelke- og lastgeometri.....                                  | 116 |
| 8.4.2 | Resultater.....   | 117 |
| 8.5   | Sammenligning av bjelker med aksialkraft .....                              | 120 |
| 8.5.1 | Presentasjon av uttrykk med aksialkraft.....                                | 120 |
| 8.5.2 | Resultater.....   | 121 |
| 9     | EC2:2017: Minimum skjærkapasitet og -armering.....                          | 123 |
| 9.1   | Presentasjon av kapasitetsuttrykk .....                                     | 123 |
| 9.2   | Resultater .....  | 126 |
| 10    | Diskusjon.....  | 127 |
| 10.1  | Bakgrunn for standardene.....   | 127 |
| 10.2  | Utleddning av uttrykkene .....  | 127 |
| 10.3  | Kontrollsnitt.....  | 129 |
| 10.4  | Kapasitet uten skjærarmering .....  | 130 |
| 10.5  | Kapasitet med skjærarmering .....   | 132 |
| 11    | Konklusjon .....  | 133 |
| 12    | Forslag til videre arbeid.....  | 135 |
| 13    | Referanser.....   | 137 |
| 14    | Vedlegg .....   | 145 |
| 14.1  | Vedlegg A: Detaljert figur av skjæroverføringsmekanismer gjennom riss ..... | 147 |
| 14.2  | Vedlegg B: Vurdering av tilnærming 1 .....                                  | 149 |
| 14.3  | Vedlegg C: Utleddning av rotasjonen $\psi$ .....                            | 153 |
| 14.4  | Vedlegg D: Vurdering av tilnærming 2 .....                                  | 161 |

|       |   |     |
|-------|---|-----|
| 14.5  | Vedlegg E: Vurdering av tilnærming 3 .....                            | 165 |
| 14.6  | Vedlegg F: Grafer med skjærkapasitetsuttrykk .....                    | 167 |
| 14.7  | Vedlegg G: Bjelkeeksempler .....                                      | 181 |
| 14.8  | Vedlegg H: Bjelke med aksialt strekkraft.....                         | 251 |
| 14.9  | Vedlegg I: Kontroll av minimum skjærkapasitet bjelker: EC2:2017 ..... | 255 |
| 14.10 | Vedlegg J: Uttrykk som benyttes i den sveitsiske standarden .....     | 261 |

## Figurliste

|   |    |
|---|----|
| Figur 2-1 Typisk spenning-tøyningskurve for betong i trykk .....                          | 5  |
| Figur 2-2 Idealisert og dimensjonerende spenning-tøyningskurve for betong i trykk.....    | 5  |
| Figur 2-3 Fasthetsklasser for betong .....  | 6  |
| Figur 2-4 Typisk spenning-tøyningskurve for stål .....                                    | 10 |
| Figur 2-5 Idealisert og dimensjonerende spenning-tøyningskurve for stål.....              | 10 |
| Figur 3-1 Diagonalt strekkbrudd skjer når skjærrisset går gjennom hele trykksonen.....    | 13 |
| Figur 3-2 Fotografi av diagonalt strekkbrudd .....  | 13 |
| Figur 3-3 Skjær-trykkbrudd kan forekomme når risset stopper utviklingen i trykksonen..... | 14 |
| Figur 3-4 Krefter fra dybeeffekten fører til skjær-strekkbrudd.....                       | 14 |
| Figur 3-5 a) Skjærknusing under punktlast b) Skjærsplitting under punktlast .....         | 15 |
| Figur 3-6 Diagonalt trykkbrudd der betongen mellom skjærbøylene knuses .....              | 15 |
| Figur 3-7 Fotografi av diagonalt trykkbrudd der betongen skaller av skjærarmeringen.....  | 16 |
| Figur 3-8 Fotografi av en hovedstrekkbrudd-test.....                                      | 16 |
| Figur 4-1 Laminert bjelke bestående av to lag under last .....                            | 17 |
| Figur 4-2 Hvis limet er sterkt mellom lagene vil plane tverrsnitt forbli plane.....       | 17 |
| Figur 4-3 Hvis limet er svakt vil det oppstå parallellforskyvninger mellom lagene.....    | 17 |
| Figur 4-4 Horisontale skjærspenninger forhindrer parallellforskyvninger .....             | 18 |
| Figur 4-5 Fordeling av vertikal skjærspenning over tverrsnittets høyde.....               | 18 |
| Figur 4-6 Forenkling der det antas jevnt fordelte skjærspenninger .....                   | 18 |
| Figur 4-7 Fritt opplagt bjelke med jevnt fordelt last .....                               | 19 |
| Figur 4-8 Snittkrefter og aksiale spenninger som oppstår på grunn av moment.....          | 19 |
| Figur 4-9 Horisontalsnitt under nøytralaksen av bjelken i Figur 4-7 .....                 | 20 |
| Figur 4-10 Snittkrefter i bjelkesnittet markert i Figur 4-9 .....                         | 20 |
| Figur 4-11 Horisontalsnitt over nøytralaksen av bjelken i Figur 4-7 .....                 | 22 |
| Figur 4-12 Hjelpesfigurer som viser spenningsresultanter i bjelkesnitt .....              | 24 |
| Figur 4-13 Illustrasjon av beregnet fordeling av skjærspenninger.....                     | 26 |

|   |    |
|---|----|
| Figur 4-14 Spenningstilstand betongelement .....  | 27 |
| Figur 4-15 Mohr's spennings sirkel og bruddelement med riss .....                                 | 27 |
| Figur 4-16 Spenningstilstand betongelement .....  | 28 |
| Figur 4-17 Mohr's spennings sirkel og bruddelement med riss .....                                 | 28 |
| Figur 4-18 Bjelkesnitt med spenninger fra moment og aksialkraft .....                             | 29 |
| Figur 5-1 Faktor $k$ som tar hensyn til størrelseseffekten .....                                  | 31 |
| Figur 5-2 Kollaps i EC2:2004 er når risset går fra kvasi-vertikalt til kvasi-horisontalt .....    | 32 |
| Figur 5-3 Ugunstig plassering av last .....   | 33 |
| Figur 5-4 Lasten føres direkte til opplegg som en trykkstav .....                                 | 36 |
| Figur 5-5 Testresultater og beregnede verdier som funksjon av effektiv høyde .....                | 37 |
| Figur 5-6 Testresultater og beregnede verdier som funksjon av aksielle spenninger .....           | 38 |
| Figur 5-7 Standardoppsett for en variant av skjærtesting av betongbjelker .....                   | 39 |
| Figur 5-8 Plotting av når kvasi-horisontale riss inntreffer ved forskjellige slankhetsverdier ..  | 39 |
| Figur 6-1 Skjæroverføringsmekanismene gjennom risset .....  | 41 |
| Figur 6-2 Bueeffekt .....   | 41 |
| Figur 6-3 De indre skjæroverføringsmekanismene er lik den ytre opplagerkraften .....              | 41 |
| Figur 6-4 Illustrasjon av opprisset bjelke, hvor vertikale bøyeriss går over til skrå skjærriss . | 42 |
| Figur 6-5 Geometri av kritisk skjærriss .....   | 42 |
| Figur 6-6 Tannlignende struktur gir redusert trykksone som avhenger av risslengden .....          | 43 |
| Figur 6-7 Trykk- og stekktaver mellom to riss opprettholder .....                                 | 43 |
| Figur 6-8 Spenningsfordeling i over det kritiske risset gir trykksonen en vertikal komponent      | 44 |
| Figur 6-9 Riss-spenningsforholdet i betongen .....  | 45 |
| Figur 6-10 a) Illustrasjon av dybeleffekten .....   | 48 |
| Figur 6-11 Illustrasjon av den effektive bredden .....  | 48 |
| Figur 6-12 Illustrasjon av den effektive lengden .....  | 49 |
| Figur 6-13 Tøyningens påvirkning på reduksjonsfaktoren, $kb$ .....                                | 49 |
| Figur 6-14 Mikroruhet der riss går rundt eller gjennom tilslaget .....                            | 50 |



|  |    |
|--|----|
| Figur 6-15 Makroruhet som avhenger av formen på risset .....                                 | 50 |
| Figur 6-16 Spenninger som oppstår når sidene av risset forsøker å gli langs hverandre .....  | 51 |
| Figur 6-17 Forskyvninger i ulike retninger .....   | 52 |
| Figur 6-18 Forskyvninger i ulike modeller for å beregne bidrag fra aggregate interlock.....  | 52 |
| Figur 6-19 Risskinematikk av bjelke SC69 [7].....  | 53 |
| Figur 6-20 Generell rissgeometri som inngår i beregning av aggregate interlock bidrag.....   | 54 |
| Figur 6-21 Hjelpesfigurer for å finne $l_A$ .....  | 55 |
| Figur 6-22 Rissmønster SC59 .....  | 57 |
| Figur 6-23 Snittflater av bjelke SC59 for å beregne bidrag til aggregate interlock .....     | 57 |
| Figur 6-24 Spenninger fra snittflatene i Figur 6-23 .....                                    | 58 |
| Figur 6-25 kraftendring .....  | 59 |
| Figur 6-26 Bueeffekten over hele bjelken.....  | 59 |
| Figur 6-27 Bueeffekten over enden av to riss .....   | 59 |
| Figur 6-28 Direkte trykkstav gjennom risset på grunn av aggregate interlock.....             | 60 |
| Figur 6-29 Kani's valley, skjæroverføringsmekanismer som en funksjon av skjærslankhet... 60  | 60 |
| Figur 6-30 Albueformet trykkstav som går utenom rissene.....                                 | 61 |
| Figur 6-31 Definisjon av ulike vinkler ved beregning av bidrag fra bueeffekten.....          | 62 |
| Figur 6-32 Hjelpesfigurer for å vise sammenheng mellom vinkler og krefter i Figur 6-30 ..... | 63 |
| Figur 6-33 Hjelpesfigurer for å vise at vinkler knyttet til bueeffekten er konstante .....   | 64 |
| Figur 6-34 Eksempelbjelke for å illustrere distansene $x_A$ , $a$ , $r_F$ og $h_F$ .....     | 65 |
| Figur 6-35 Bidrag fra trykksonen i forhold til den totale kapasiteten .....                  | 65 |
| Figur 6-36 Hjelpesfigurer for å vise de ulike risslokasjonene i sammenligning .....          | 67 |
| Figur 6-37 Ulike bidrag til skjærkapasitet avhengig av hvor risset er lokalisert .....       | 68 |
| Figur 6-38 Rissmønster for bjelke SC67 .....   | 70 |
| Figur 6-39 Rissmønster for bjelke SC65 .....   | 70 |
| Figur 6-40 Ulike risstyper definert av Cavagnis .....  | 71 |
| Figur 6-41 Premisser for utvikling av riss type F.....                                       | 72 |

|  |     |
|--|-----|
| Figur 6-42 Bruddriss CCT1.....   | 72  |
| Figur 6-43 Bjelke SC67 utviklet bruddriss CCT1.....  | 72  |
| Figur 6-44 Bruddriss CCT2.....   | 73  |
| Figur 6-45 Bjelke SC68 utviklet bruddriss CCT2.....  | 73  |
| Figur 6-46 Bruddriss CCT2' .....   | 73  |
| Figur 6-47 Bjelke SC57 utviklet bruddriss CCT2' .....  | 73  |
| Figur 6-48 Bruddriss CCT3 [27].....  | 73  |
| Figur 6-49 Bjelke SC56 utviklet bruddriss CCT3.....  | 73  |
| Figur 6-50 Bruddriss CCT4.....   | 73  |
| Figur 6-51 Bjelke SC61 utviklet bruddriss CCT4.....  | 73  |
| Figur 6-52 Riss i testbjelker .....  | 74  |
| Figur 6-53 Testbjelkenes ulike bidrag til skjærkapasiteten.....                              | 75  |
| Figur 7-1 Kritisk snitt og kontrolldybde for bjelke med konsentrerte laster.....             | 78  |
| Figur 7-2 Potensielle kritiske snitt på bjelke med jevnt fordelt last.....                   | 78  |
| Figur 7-3 Hjelpesfigurer for å utlede tøyning i kontrolldybden .....                         | 79  |
| Figur 7-4 Hjelpesfigurer for å utlede høyden på trykksonen .....                             | 80  |
| Figur 7-5 Ytre krefter som virker etter å ha snittet bjelken.....                            | 84  |
| Figur 7-6 Indre krefter som virker på snittet i Figur 7-5 .....                              | 85  |
| Figur 7-7 Sammenligning av hyperbel-, ligning (7.44), og potensfunksjon, ligning (7.56) .... | 86  |
| Figur 7-8 Forenklet figur av gjennomløkkingsprinsippet .....                                 | 90  |
| Figur 7-9 Ulykken i Versialles wedding hall tok livet av 23 og skadet 250 mennesker.....     | 91  |
| Figur 7-10 Illustrasjon av nedbøyningsvinkelen, $\psi$ .....                                 | 91  |
| Figur 8-1 Skjærkapasitet som funksjon av lengdearmeringsmengde.....                          | 105 |
| Figur 8-2 Tverrsnitt med effektiv høyde .....  | 106 |
| Figur 8-3 Skjærkapasitet som funksjon av effektiv høyde, $d$ .....                           | 107 |
| Figur 8-4 Detaljert utsnitt av Figur 8-2 .....   | 108 |
| Figur 8-5 Bjelke med jevnt fordelt last som er snittet i avstand $x$ fra opplegg .....       | 110 |

|  |     |
|--|-----|
| Figur 8-6 Skjærkapasitet som funksjon av bjelkens lengde, $l$ .....        | 111 |
| Figur 8-7 Skjærkapasitet som funksjon av betongens trykkfasthet.....       | 112 |
| Figur 8-8 Skjærkapasitet som funksjon av tilslagsstørrelse .....           | 114 |
| Figur 8-9 Skjærkapasitet som funksjon av tverrsnittsbredden .....          | 115 |
| Figur 8-10 Illustrasjon eksempelbjelker.....                               | 116 |
| Figur 8-11 Skjærkraftdiagram eksempelbjelker.....                          | 116 |
| Figur 8-12 Momentdiagram eksempelbjelke .....                              | 116 |
| Figur 9-1 Fagverksmodell fra EC2:2017 .....                                | 125 |
| Figur 10-1 Fordeling av kreftene innenfor en avstand $4d$ fra opplegg..... | 129 |
| Figur 10-2 Fagverksmodell av skjærarmert betongbjelke.....                 | 132 |

## Tabelliste

|   |     |
|---|-----|
| Tabell 6-1 Informasjon og resultater fra utførte skjærtester .....                | 69  |
| Tabell 8-1 Uttrykk for skjærkapasitet i EC2:2004 .....                            | 97  |
| Tabell 8-2 Uttrykk for skjærkapasitet i EC2:2017 .....                            | 98  |
| Tabell 8-3 Bjelker med parametere og skjærkapasitet .....                         | 117 |
| Tabell 8-4 Uttrykk for skjærkapasitet med aksialkraft.....                        | 120 |
| Tabell 8-5 Skjærkapasitet for eksempelbjelke med aksialkraft .....                | 121 |
| Tabell 9-1 Uttrykk for minimum skjær- og skjærarmeringskapasitet i EC2:2017 ..... | 124 |
| Tabell 9-2 Minimum skjærkapasitet og kapasitet med minimum skjærarmering.....     | 126 |

# Symboler

## *Små latinske bokstaver*

|             |   |
|-------------|---|
| $a$         | skjærspenn  |
| $a_{cs}$    | effektivt skjærspenn i kontrollsnitt  |
| $a_v$       | mekanisk skjærspenn   |
| $b, b_w$    | bjelkens bredde   |
| $b_{ef}$    | effektiv bredde   |
| $c$         | betongtrykksoneens høyde  |
| $c_n$       | $= h_f / 3$ , avstanden fra ytterste fiber til resultanten av kreftene i trykksonen |
| $c_{nom}$   | betongoverdekning   |
| $d$         | effektiv høyde  |
| $d'$        | avstand fra trykkarmering til betongoverflaten                                      |
| $d_g$       | tilslagetets størrelse  |
| $d_{dg}$    | gjennomsnittlige ruheten  |
| $f_{cd}$    | betongens dimensjonerende trykkfasthet  |
| $f_{ck}$    | betongens karakteristiske trykkfasthet  |
| $f_{ck(t)}$ | betongens karakteristiske trykkfasthet ved alder $t$ døgn                           |
| $f_{cm}$    | betongens midlere trykkfasthet  |
| $f_{cm(t)}$ | betongens midlere trykkfasthet ved alder $t$ døgn                                   |
| $f_{ct,ef}$ | betongens effektive strekkfasthet   |
| $f_{ctk}$   | betongens karakteristiske strekkfasthet   |
| $f_{ctd}$   | betongens dimensjonerende strekkfasthet   |

|                  |  |
|------------------|--|
| $f_{ctk,0.05}$   | karakteristisk sentrisk strekkfasthet med 5% sannsynlighet for underskridelse  |
| $f_{ctk,0.95}$   | karakteristisk sentrisk strekkfasthet med 5% sannsynlighet for overskridelse   |
| $f_{ctm}$        | betongens midlere strekkfasthet  |
| $f_{yd}$         | armeringens dimensjonerende fasthet  |
| $f_{yk}$         | armeringens karakteristiske fasthet  |
| $h$              | bjelkens høyde   |
| $h_f$            | avstanden fra toppen av bjelken ned til enden av risset  |
| $h_l$            | tykkelsen på spenningene i underkant lastplate   |
| $k$              | størrelseeffekten  |
| $k$              | virkningsfaktor som tar hensyn til tilslagets effektivitet   |
| $k_b$            | reduksjonsfaktor som tar hensyn til tøyningen i armeringen   |
| $k_{tc}, k_{tt}$ | koeffisient som tar hensyn til belastning over tid, samt ugunstige virkninger på grunn av utførelse av belastningen etter EC2:2017 |
| $l$              | Spennlengde  |
| $l_{ef}$         | effektiv lengde  |
| $m$              | masseforhold   |
| $n$              | antall lengdearmeringsjern   |
| $q$              | jevnt fordelt last   |
| $r_F$            | avstanden fra enden av risset til belastningspunktet   |
| $r_{F,edge}$     | avstanden fra enden av lastplaten til tuppen av risset   |
| $s$              | senteravstand armeringsjern  |
| $u_A$            | horisontal rissåpning ved armering   |

|           |  |
|-----------|--|
| $u_{Ai}$  | antatt rissåpning  |
| $v$       | fasthetsreduksjonsfaktor etter EC2:2004                          |
| $v/c$     | vann / sement  |
| $v_c$     | skjærstyrke  |
| $v_{c,0}$ | maksimal skjærstyrke   |
| $w$       | rissåpning   |
| $w$       | tverrforskyvning   |
| $\bar{w}$ | normalisert rissvidde  |
| $w_c$     | maksimal rissåpningen betongen kan ha for å overføre krefter     |
| $x_A$     | lokasjonen til det kritiske risset                               |
| $y_{st}$  | avstanden fra nøytral akse og til tyngepunktet av betongen       |
| $z$       | indre momentarm mellom lengdearmring og betongens trykkresultant |

*Store latinske bokstaver*

|             |  |
|-------------|--|
| $A$         | areal  |
| $A_c$       | betongens areal                                |
| $A_s$       | lengdearmings-mengde                           |
| $C_{Rd,c}$  | faktor som tar hensyn til tilslaget i EC2:2004 |
| $E_c$       | betongens E-modul                              |
| $E_{c,eff}$ | betongens langtids E-modul                     |
| $E_{ct}$    | betongens tangent E-modul                      |
| $E_{cm}$    | betongens sekantmodul                          |

|                   |  |
|-------------------|--|
| $E_s$             | armeringens E-modul                                  |
| $G_f$             | bruddenergien i betongen                             |
| $I_c$             | arealtreghetsmoment                                  |
| $M$               | moment   |
| $M_0$             | rissmoment   |
| $M_F$             | moment ved rissets endepunkt                         |
| $V$               | skjærkraft   |
| $V_{Agg}$         | skjærbidraget fra aggregat interlock                 |
| $V_c$             | total skjærkapasitet fra skjæroverføringsmekanismene |
| $V_{cc}$          | skjærbidraget fra bueeffekten                        |
| $V_{Compr}$       | skjærbidrag fra utkragereffekten                     |
| $V_{Dowel}$       | skjærbidrag fra dybeleffekten                        |
| $V_{exp}$         | normalisert skjærspenningsverdi ved brudd            |
| $V_{Res}$         | skjærbidraget fra betongens reststrekkapasitet       |
| $V_{test}$        | skjærkapasitet fra tester                            |
| $V_{Rd_c}$        | skjærkapasitet uten skjærarmering                    |
| $V_{Rd_{min}}$    | minimum skjærkapasitet                               |
| $V_{Rd,skråriss}$ | skrårisskapasitet                                    |
| $S$               | strekraft  |
| $S_M$             | statisk moment                                       |
| $T$               | trykkraft  |
| $W$               | motstandsmoment                                      |



$\emptyset$  armeringens diameter

*Greske bokstaver*

$\alpha_c$  vinkelendringen til trykkspenningene

$\alpha_{cc}, \alpha_{ct}$  koeffisient som hensyn til belastning over tid, samt ugunstige virkninger på grunn av utførelse av belastningen etter EC2:2004

$\alpha_{cc}$  fasthetsreduksjonsfaktor etter EC2:2017

$\alpha d$  trykksonehøyde

$\beta_{AB}$  rissvinkel

$\beta_{cc}$  trykkstavens helning

$\delta$  parallellforskyvning

$\bar{\delta}$  normalisert rissglidning

$\varepsilon_c$  betongens tøyning

$\varepsilon_{c2}$  betongens tøyning ved dimensjonerende trykkfasthet

$\varepsilon_{cu2}$  betongens tøyning ved brudd

$\varepsilon_{yd}$  armeringens dimensjonerende flytetøyning

$\varepsilon_{ud}$  armeringens dimensjonerende bruddtøyning

$\varepsilon_{uk}$  armeringens karakteristiske bruddtøyning

$\varepsilon_s$  armeringens tøyning

$\gamma$  slankhetsverdi

$\gamma_c$  materialsikkerhetsfaktoren for betong

$\gamma_s$  materialsikkerhetsfaktoren for armering

|                      |   |
|----------------------|---|
| $\kappa$             | krumning                                  |
| $\mu$                | friksjonskoeffisient                      |
| $\rho$               | armeringsforhold for lengdearmering       |
| $\rho'$              | armeringsforhold for trykkarmering        |
| $\rho_k$             | densitet                                  |
| $\sigma_1$           | største hovedtrekkspenning                |
| $\sigma_2$           | minste hovedtrekkspenning                 |
| $\sigma_c$           | spenning i betong                         |
| $\sigma_{cp}$        | midlere trykkspenning                     |
| $\sigma_M$           | spenning på grunn av moment               |
| $\sigma_N$           | spenning på grunn av aksialkraft          |
| $\sigma_{pu}$        | trykkfastheten av betongmatriksen         |
| $\sigma_{res}$       | spenningen betongen overfører over risset |
| $\sigma_s$           | spenning i armering                       |
| $\sigma_x, \sigma_y$ | normalspenning                            |
| $\tau$               | skjærspenning                             |
| $\varphi$            | rissets rotasjon                          |
| $\varphi(t, t_0)$    | kryptall                                  |
| $\psi$               | nedbøyningsvinkel                         |

# 1 Introduksjon

Betong er et materiale som benyttes mye i ulike byggeprosjekter verden over. Hovedgrunnene til dette er de gode egenskapene med tanke på fleksibilitet i bygging, bæreevne og levetid. Selv om materialet benyttes ofte og har blitt forsket på i over 60 år, har en ikke kommet til enighet om en teori om hvordan dimensjonering av skjærkraft skal utføres [1]. Grunnen til dette er at betong er et komplekst materiale som påvirkes av en rekke parametere, som sementmiksen, heft mellom betong og armering, tilslag, og selve utformingen av tverrsnittet. Det å komme fram til en modell som tar hensyn til alle disse parameterne er utfordrende, ikke minst innenfor skjærdimensjonering, der rissutviklingen er vanskelig å anta.

I dag brukes «Eurokode 2 – dimensjonering av betongkonstruksjoner», EC2:2004, til verifikasjon av betongkonstruksjoner. Ved EC2:2004 blir skjærkapasiteten for konstruksjonsdeler uten skjærarmering dimensjonert etter et empirisk tilpasset uttrykk. Dette gir brukeren liten praktisk forståelse for dimensjoneringen, og kan i visse tilfeller føre til overdimensjonering, eller i verste fall dimensjonering til usikker side [2].

Flesteparten av betongbroene i Nederland ble bygd på 60- og 70-tallet og dimensjonert i forhold til forventet trafikklast på den tiden [3]. I 2008 ble disse broene, med moderne og tyngre trafikklast, kontrollert av det nederlandske departementet for infrastruktur og miljø etter EC2:2004 [4]. Beregningene viste at flere av broene ikke hadde tilstrekkelig skjærkapasitet. En konsekvens kunne vært å oppgradere disse broene, noe som ville blitt dyrt for staten. Samtidig fløt trafikken godt uten noe signifikant skade på konstruksjonene. Konklusjonen av dette var at dagens beregningsmodell av skjærkapasitet ikke hadde tilstrekkelig nøyaktighet, og at det måtte komme på plass en ny og forbedret modell [5]. Teknologien har også utviklet seg siden EC2:2004 ble lansert. Det har blant annet kommet nye materialer, for eksempel fiberbetong. Dette er utenfor de empiriske grensene som danner grunnlaget for dagens modell og kan dermed ikke tas hensyn til ved dimensjonering.

Dette, kombinert med at skjærbrudd er et sprøtt brudd som fører til at kollaps inntreffer uten noen form for forvarsel, gjør det ønskelig med en ny standard [6]. På denne måten kan det enklere dimensjoneres slik at momentbrudd, som er duktilt og gir forvarsel før brudd, blir kritisk. I den kommende standarden har mange forslag blitt vurdert [7], men det er valgt å benytte Muttoni et al. sin modell, som tar utgangspunkt i «Critical Shear Crack Theory» og de ulike skjæroverføringsmekanismene [8]. Denne mekaniske modellen utnytter kunnskapen om

rissutvikling i bjelker og stabilitetsproblemer i plater til å beregne skjærkraft- og gjennomløkkingskapasiteten for konstruksjonsdeler.

Formålet med denne oppgaven er å belyse teorien bak den nye modellen og videre se om den er sammenlignbar med EC2:2004, samt å undersøke om manglene ved standarden har blitt forbedret.

Rapporten er bygd opp slik at det først presenteres generell teori om materialer, bruddformer og skjærkraft. Deretter presenteres dagens standard og grunnlaget for ønsket om å fornye denne. Videre forklares «Critical Shear Crack Theory», og de ulike skjæroverføringsmekanismene som denne bygges på, samt hvordan disse bidrar til den totale skjærkapasiteten.

De nye uttrykkene for beregning av skjær- og gjennomløkkingskapasitet blir utledet, før førstnevnte uttrykk sammenlignes med EC2:2004. I tillegg ses det nærmere på forholdet mellom minimumskravet til skjærarmering i bjelker og skjærkapasiteten uten skjærarmering. Rapporten avsluttes med at teorien og resultatene av sammenligningen diskuteres, og på bakgrunn av dette trekkes det konklusjoner.

## 2 Materialer

### 2.1 Betong

Da betongens komplekse oppbygning er en av grunnene til at dimensjonering av betongkonstruksjoner er utfordrende, vil betongens bestanddeler presenteres. Videre vil materialmodellene fra Eurokode 2 belyses.

#### 2.1.1 Bestanddeler

Betong er et materiale som er satt sammen av vann, sement, tilslag og eventuelle tilsetningsstoffer. Tilslaget vil utgjøre rundt 70 volumprosent, mens vann, sement og tilsetningsstoffene vil utgjøre de resterende 30 volumprosentene [9].

Blandingen av vann, sement og eventuelle tilsetningsstoffer kalles for sementlim. Sementlimets egenskaper vil påvirkes i stor grad av blandingsforholdet mellom vann og bindemiddel. Blandingsforholdet blir definert på vektbasis. Hvis bindemiddelet kun består av vann og sement brukes formel (2.1) og resultatet kalles for v/c-forholdet eller v/c-tallet [9]

$$\frac{Vann}{Sement} = v/c - forholdet \quad (2.1)$$

Hvis bindemiddelet inneholder tilsetningsstoffer betegnes dette med formel (2.2). Resultatet kalles for masseforholdet og forkortes til bokstaven  $m$ .

$$\frac{Vann}{Sement + \sum k \cdot \text{tilsetningstoffer}} = m \quad (2.2)$$

der  $k$  er en virkningsfaktor som tar hensyn til tilsetningsstoffets effektivitet med tanke på bestandigheten.

Sement er et hydraulisk bindemiddel, noe som betyr at det reagerer med vann som aktivator og danner et fast reaksjonsprodukt. Reaksjonen mellom sement og vann skjer på to måter:

CSH-fasen – en vannmengde tilsvarende et v/c-tall på rundt 0,25 inngår i den kjemiske reaksjonen og danner sementgel

Gelvann – en vannmengde tilsvarende et v/c-tall på rundt 0,15 vil bindes fysisk til overflaten av reaksjonsproduktene som vann i gelporene.

Begge disse reaksjonene skjer samtidig, og dermed kreves det et v/c-forhold på 0,4 for å oppnå 100 % hydratisering. Ved tilsetning av mer vann vil det dannes kapillærporer som fører til økt porøsitet og redusert fasthet. Tilsetningsstoffer i betongen brukes for å oppnå eller forbedre spesielle egenskaper. Etter NS-EN 934-2 skal mengden av tilsetningsstoffer ikke overstige 5 % av sementmengden [9] [10].

### 2.1.2 Betongens trykkfasthet og stivhet

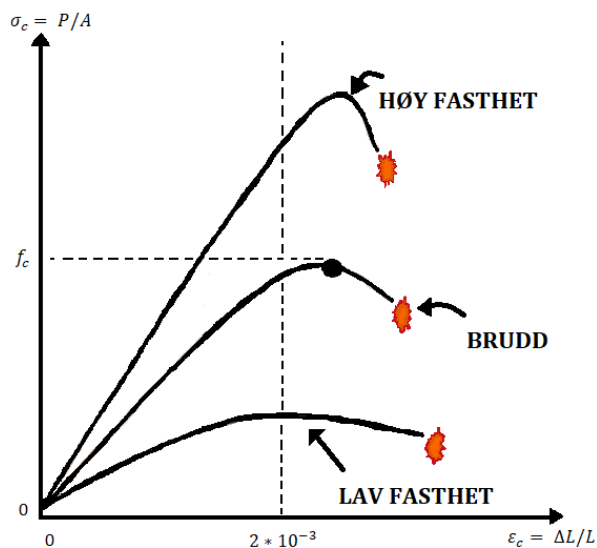
Styrken til materialet blir representert med spenningen betongen tåler før brudd, også kalt fastheten. Dermed blir betong delt opp i ulike fasthetsklasser som angir disse karakteriserte fastheter [11]. For å dele opp betong i fasthetsklasser blir styrken til materialet målt etter krav fra NS-EN 206. Standarden krever at prøvestykkene enten skal formes som terninger eller som sylindere, der høyden av sylindere er to ganger diameteren [12]. For klassifiseringen av fasthetsklassene i Eurokode 2 har en brukt sylindere med diameter på 150 mm og høyde lik 300 mm, samt terninger med sidekanter på 150 mm [13]

I Eurokode 2 beskriver fasthetsklassene med bokstaven C for normal- og tungbetong, mens bokstavene LC benyttes for lettbetong. Deretter blir 28-døgns karakteristiske trykkfastheten belyst. Et eksempel på dette er C45/55, hvor  $45 \text{ N/mm}^2$  er sylindrefastheten og  $55 \text{ N/mm}^2$  terningfastheten [14]. I Norge benyttes bokstavene B og LB samt sylindrefastheten. Den norske betegnelsen for C45/55 blir dermed B45. Videre i denne rapporten vil, om ikke annet er beskrevet, sylindrefastheten til betong benyttes. Fasthetsklassene som kan benyttes i Eurokode 2 har blitt begrenset til B20 –B90 og LB12 –LB75 [11].

Betongens stivhet, også kalt E-modul, er avhengig av type tilslag, type sement og masseforholdet. Det har blitt påvist at økt E-modul for tilslaget gir økt E-modul for betong. Et unntak av dette er kalkstein, der tilslagets høye E-modul gir en relativt lav E-modul for betongen [9] [15].

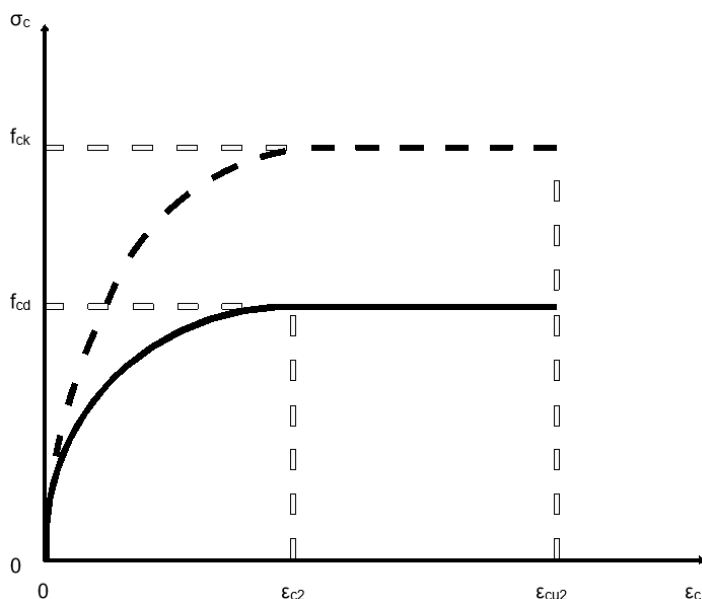
## Kortidsoppførsel

Betong framviser en ikke-lineær spenning-tøyningsoppførsel i trykk, se Figur 2-1 [11].



Figur 2-1 Typisk spenning-tøyningskurve for betong i trykk

Ut ifra Figur 2-1 kan en se at betong med høy fasthet vil få et sprøtt brudd, mens betong med lav fasthet er mer duktil og oppnår høyere tøying ved brudd. Videre kan en også se at toppunktene til alle kurvene ligger ved tilnærmet samme tøying,  $\epsilon_c = 2 \cdot 10^{-3}$ . For å kunne benytte spenning-tøyningskurvene til kapasitetsberegninger blir kurvene idealiserte, se Figur 2-2 [11].



Figur 2-2 Idealisert og dimensjonerende spenning-tøyningskurve for betong i trykk

Dermed kommer en fram til uttrykkene (2.3) og (2.4) for å beskrive spenning-tøyningsforløpet:

$$\sigma_c = f_{cd} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \text{for } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} \quad (2.3)$$

$$\sigma_c = f_{cd} \quad \text{for } \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2} \quad (2.4)$$

hvor  $f_{cd}$  er betongens dimensjonerende trykkfasthet,  $\varepsilon_c$  er trykktøyningen i betongen,  $\varepsilon_{c2}$  er dimensjonerende trykktøyning,  $\varepsilon_{cu2}$  er tøyningen ved brudd og  $n$  er en korreksjonsfaktor. Alle parameterne kan finnes i tabell 3.1 i EC2:2004, se Figur 2-3. Verdiene er de samme i EC2:2017.

| Fasthetsklasser for betong |      |     |     |     |     |      |     |     |      |      |     |      |     | Analytisk sammenheng/<br>Forklaring |   |
|----------------------------|------|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|------|------|-----|------|-----|-------------------------------------|---|
| $f_{ck}$ (MPa)             | 12   | 16  | 20  | 25  | 30  | 35   | 40  | 45  | 50   | 55   | 60  | 70   | 80  | 90                                  |   |
| $f_{ck,cube}$ (MPa)        | 15   | 20  | 25  | 30  | 37  | 45   | 50  | 55  | 60   | 67   | 75  | 85   | 95  | 105                                 |   |
| $f_{cm}$ (MPa)             | 20   | 24  | 28  | 33  | 38  | 43   | 48  | 53  | 58   | 63   | 68  | 78   | 88  | 98                                  | $f_{cm} = f_{ck} + 8$ (MPa)   |
| $f_{ctm}$ (MPa)            | 1,6  | 1,9 | 2,2 | 2,6 | 2,9 | 3,2  | 3,5 | 3,8 | 4,1  | 4,2  | 4,4 | 4,6  | 4,8 | 5,0                                 | $f_{ctm} = 0,30 \times f_{ck}^{2/3} \leq C50/60$<br>$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln(1 + (f_{cm}/10))$<br>$> C50/60$ |
| $f_{ctk,0,05}$ (MPa)       | 1,1  | 1,3 | 1,5 | 1,8 | 2,0 | 2,2  | 2,5 | 2,7 | 2,9  | 3,0  | 3,1 | 3,2  | 3,4 | 3,5                                 | $f_{ctk,0,05} = 0,7 \times f_{ctm}$<br>5%-fraktil   |
| $f_{ctk,0,95}$ (MPa)       | 2,0  | 2,5 | 2,9 | 3,3 | 3,8 | 4,2  | 4,6 | 4,9 | 5,3  | 5,5  | 5,7 | 6,0  | 6,3 | 6,6                                 | $f_{ctk,0,95} = 1,3 \times f_{ctm}$<br>95%-fraktil  |
| $E_{cm}$ (GPa)             | 27   | 29  | 30  | 31  | 33  | 34   | 35  | 36  | 37   | 38   | 39  | 41   | 42  | 44                                  | $E_{cm} = 22[(f_{cm}/10)^{2,3}]$<br>( $f_{cm}$ in MPa)  |
| $\varepsilon_{c1}$ (‰)     | 1,8  | 1,9 | 2,0 | 2,1 | 2,2 | 2,25 | 2,3 | 2,4 | 2,45 | 2,5  | 2,6 | 2,7  | 2,8 | 2,8                                 | Se figur 3.2<br>$\varepsilon_{c1}^0(\infty) = 0,7 f_{cm}^{0,31} \leq 2,8$                                     |
| $\varepsilon_{cu1}$ (‰)    | 3,5  |     |     |     |     |      |     |     |      | 3,2  | 3,0 | 2,8  | 2,8 | 2,8                                 | Se figur 3.2 for $f_{ck} \geq 50$ MPa<br>$\varepsilon_{cu1}^0(\infty) = 2,8 + 27[(98 - f_{cm})/100]^4$        |
| $\varepsilon_{c2}$ (‰)     | 2,0  |     |     |     |     |      |     |     |      | 2,2  | 2,3 | 2,4  | 2,5 | 2,6                                 | Se figur 3.3 for $f_{ck} \geq 50$ MPa<br>$\varepsilon_{c2}^0(\infty) = 2,0 + 0,085(f_{cm} - 50)^{0,83}$       |
| $\varepsilon_{cu2}$ (‰)    | 3,5  |     |     |     |     |      |     |     |      | 3,1  | 2,9 | 2,7  | 2,6 | 2,6                                 | Se figur 3.3 for $f_{ck} \geq 50$ MPa<br>$\varepsilon_{cu2}^0(\infty) = 2,6 + 35[(90 - f_{ck})/100]^4$        |
| $n$                        | 2,0  |     |     |     |     |      |     |     |      | 1,75 | 1,6 | 1,45 | 1,4 | 1,4                                 | For $f_{ck} \geq 50$ MPa<br>$n = 1,4 + 23,4[(90 - f_{ck})/100]^4$   |
| $\varepsilon_{cs}$ (‰)     | 1,75 |     |     |     |     |      |     |     |      | 1,8  | 1,9 | 2,0  | 2,2 | 2,3                                 | Se figur 3.4 for $f_{ck} \geq 50$ MPa<br>$\varepsilon_{cs}^0(\infty) = 1,75 + 0,55[(f_{cm} - 50)/40]$         |
| $\varepsilon_{cu3}$ (‰)    | 3,5  |     |     |     |     |      |     |     |      | 3,1  | 2,9 | 2,7  | 2,6 | 2,6                                 | Se figur 3.4 for $f_{ck} \geq 50$ MPa<br>$\varepsilon_{cu3}^0(\infty) = 2,6 + 35[(90 - f_{ck})/100]^4$        |

Figur 2-3 Fasthetsklasser for betong [2]



Ved enkelte tilfeller, som påføring av forspenning, vil det være nødvendig å vite trykkfastheten til betongen ved en lavere alder enn 28 døgn [11]. Dette blir tatt hensyn til i punkt 3.1.2 (5) i EC2:2004 og 5.1.3 (5) i EC2:2017 [2] [16].

$$f_{ck(t)} = f_{cm(t)} - 8 \quad \text{for } 3 < t < 28 \text{ døgn} \quad (2.5)$$

$f_{ck(t)}$  er betongens karakteristiske trykkfasthet etter  $t$  døgn og  $f_{cm(t)}$  er middelvei av trykkfasthet etter  $t$  døgn.

Videre kan betongens dimensjonerende trykkfasthet bestemmes etter (2.6) [2].

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (2.6)$$

$\alpha_{cc}$  er en koeffisient som tar hensyn til belastning over tid samt ugunstige virkninger på grunn av utførelse av belastningen. I det nasjonale tillegget settes koeffisienten lik 0,85.  $\gamma_c$  er materialsikkerhetsfaktoren som følge av usikkerheten i materialet og settes lik 1,5.

I EC2:2017 blir  $\alpha_{cc}$  erstattet av  $k_{tc}$ , og blir 0,85. Det blir i tillegg multiplisert med en ny faktor  $\alpha_{cc}$  som erstatter fasthetsreduksjonsfaktoren  $\nu$ , se (2.7). Denne tar hensyn til at betongens trykkfasthet reduseres ved opprissing, se ligning (2.8) [16].

$$f_{cd} = \alpha_{cc} k_{tc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (2.7)$$

$$\alpha_{cc} = \left( \frac{30 \text{ MPa}}{f_{ck}} \right)^{1/3} \quad (2.8)$$

Betongens stivhet kan estimeres ved sekantmodulen  $E_{cm}$  som ligger mellom  $\sigma_c = 0$  og  $\sigma_c = 0,4f_{cm}$ . EC2:2004, Tabell 3.1, angir følgende sammenheng mellom E-modulen og betongens midlere trykkfasthet [2]:

$$E_{cm} = 22000 \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} \quad (2.9)$$

Sekantmodulen bør reduseres med 10 % eller 30 % ved bruk av tilslag av henholdsvis kalkstein eller sandstein, mens den bør økes med 20 % ved bruk basaltstein [2].

Den kommende standarden EC2:2017 har valgt modifisere formelen til [16]:

$$E_{cm} = 10f_{cm}^{\frac{1}{3}} \quad (2.10)$$

der sekantmodulen bør bli multiplisert med en faktor  $\alpha$  som varier mellom 0,5 og 1,3, avhengig av tilslaget.

### Effekt av langtidslast

Når betong belastes oppstår det en momentan elastisk deformasjon. Ved påkjenning av trykk over lengre tid vil deformasjonen øke og denne tilleggsdeformasjonen kalles for kryp [11]. deformasjonen som følge av kryp fører til at betongens stivhet reduseres. Denne reduksjonen kan estimeres lik [2]:

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \frac{E_{cm}}{E_{ct}} \cdot \varphi(t, t_0)} \approx \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(t, t_0)} \quad (2.11)$$

hvor  $E_{c,eff}$  er langtids E-modul,  $E_{ct} = 1,05$  og  $\varphi(t, t_0)$  er kryptallet.

### 2.1.3 Betongens strekkfasthet

I motsetning til trykk, vil betongen ved strekk ha en tilnærmet lineær spennings-tøyingsutvikling for lave tøyninger [14]. I dag brukes spaltestrekktesten for å estimere betongens strekkfasthet. Dette på grunn av at det er utfordrende å teste betong i enaksialt strekk. Utførelsen skjer ved at sylindren beskrevet i kapittel 2.1.2 blir utsatt for en linjelast i tverretningen som fører til at sylindren går i brudd i lengderetning [12]. I EC2:2004 kan betongens midlere strekkfasthet bestemmes ved følgende måte [16]:

$$f_{ctm} = 0,3f_{ck}^{2/3} \quad \text{for klasse} \leq B50 \quad (2.12)$$

$$f_{ctm} = 2,12\ln(1 + f_{cm}/10) \quad \text{for klasse} > B50 \quad (2.13)$$

I EC2:2017 er ligning (2.12) helt lik, mens ligning (2.13) har blitt forenklet og reformulert som en funksjon av trykkfastheten [16].

$$f_{ctm} = 1,10f_{ck}^{1/3} \quad \text{for klasse} > B50 \quad (2.14)$$

Ved å anta at strekkfastheten er normalfordelt kan de karakteriserte fasthetene  $f_{ctk,0.05}$  og  $f_{ctk,0.95}$  finnes.

$$f_{ctk,0.05} = 0,7f_{ctm} \quad (2.15)$$

$$f_{ctk,0.95} = 1,3f_{ctm} \quad (2.16)$$

hvor  $f_{ctk,0.05}$  er karakteristisk sentrisk strekkfasthet med 5 % sannsynlighet for underskridelse og  $f_{ctk,0.95}$  er karakteristisk sentrisk strekkfasthet med 5 % sannsynlighet for overskridelse.

Deretter kan den dimensjonerende strekkfastheten finnes. Etter EC2:2004 kan den dimensjonerende strekkfastheten beregnes ved ligning (2.17) [2].

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \frac{f_{ctk,0.05}}{\gamma_c} \quad (2.17)$$

$\alpha_{ct}$  innføres av samme årsak som  $\alpha_{cc}$  og settes i Norge lik 0,75.

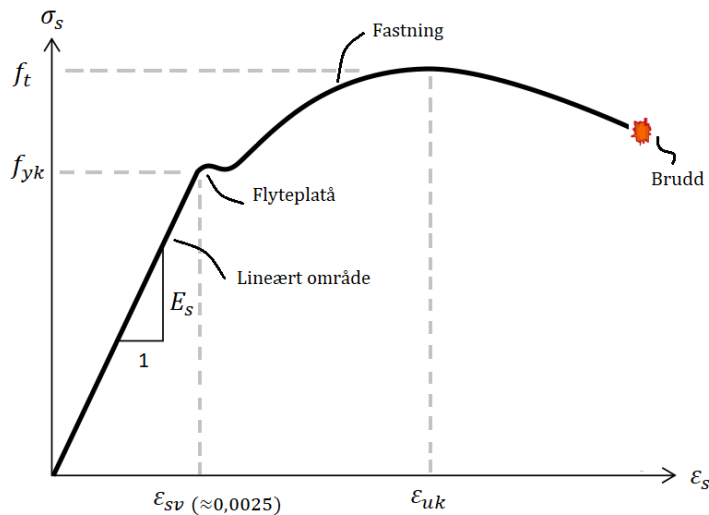
EC2:2017 har valgt å erstatte  $\alpha_{ct}$  med  $k_{tt} = 0,70$ , se ligning (2.18). Dette kan endre seg i det kommende norske nasjonale tillegget [16].

$$f_{ctd} = k_{tt} \frac{f_{ctk,0.05}}{\gamma_c} \quad (2.18)$$

## 2.2 Stål

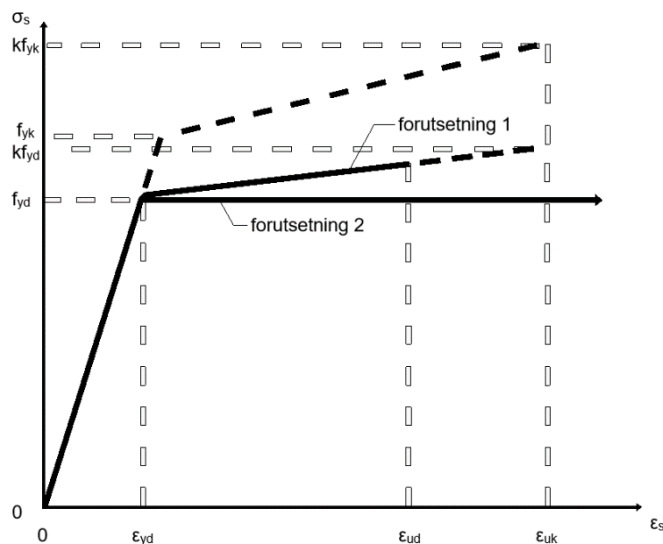
Armeringsstål begrenser rissvidden og -dybden i betongen. Dette fører til at bidragene fra skjæroverføringsmekanismer som dybeeffekten (kapittel 6.1.3), og aggregate interlock (kapittel 6.1.4), øker [17]. Ved riktige dimensjoner gir armeringen konstruksjonen en duktil oppførsel [11].

Eurokode 2 stiller krav til overdekning for å sikre kraftoverføring ved heft mellom betong og armering samt beskyttelse for korrosjon og brannmotstand [2]. For å finne ut av armeringens kapasitet gjennomføres det en strekktest. Figur 2-4 viser en typisk spenning-tøyningsfordeling av en varmvalset armeringsstang.



Figur 2-4 Typisk spenning-tøyningskurve for stål

Denne figuren blir på samme måte som betongen idealisert for å finne dimensjonerende fasthet, se Figur 2-5.



Figur 2-5 Idealisert og dimensjonerende spenning-tøyningskurve for stål

Dermed kan en ved hjelp av strekktesten komme fram til armeringens karakteristiske fasthet,  $f_{yk}$ , den dimensjonerende flytetøyningen,  $\epsilon_{yd}$ , og den dimensjonerende bruddtøyningen,  $\epsilon_{ud}$ .

Den mest benyttede armeringen i Norge er kamstål med typebetegnelse B500NC [11]. Kamstål er varmvalset armering med ujevn overflate. B500 står for karakteristisk flytespenning lik  $500 \text{ N/mm}^2$ . Videre blir armering delt opp i tre duktilitetsklasser NA, NB og NC, hvor NA er mest sprø og NC er mest duktil. Hver av disse klassene har sitt tilhørende minstekrav til karakteristisk tøyning ved største last  $\epsilon_{uk}$  og forholdstallet  $k$  [2].

Eurokode 2 tillater oss å bruke én av to forutsetninger ved dimensjonering [11]:

1. Armeringen oppfører seg lineær-elastisk inntil  $\sigma_s = f_{yd}$  etterfulgt av en lineær fastning med øvretøyning ved  $\varepsilon_s = \varepsilon_{ud}$  og øvrespenningsverdi  $\sigma_s = kf_{yd}$ , se Figur 2-4.
2. Armeringen oppfører seg lineær-elastisk inntil  $\sigma_s = f_{yd}$  og er konstant fram til brudd, se Figur 2-4.

Den dimensjonerende fastheten kan beregnes etter ligning (2.19):

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (2.19)$$

der  $\gamma_s$  er materialfaktoren for armering

Spenningen i armeringen kan finnes ved å benytte Hookes lov:

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \quad (2.20)$$

hvor E-modulen til stålet settes lik 200 *GPa*.

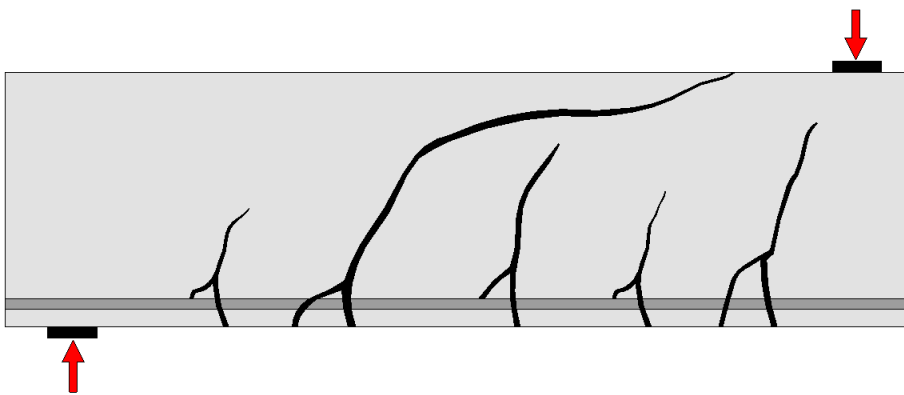


### 3 Bruddtyper

Det finnes flere ulike varianter av brudd på grunn av skjærkraft. I dette kapitlet vil disse forklares og illustreres.

#### 3.1 Diagonalt strekkbrudd

Dette bruddet skjer når det skrå risset går gjennom hele trykksonen av bjelken, noe som fører til et sprøtt brudd. Når risset propagerer inn i trykksonen vil helningen avta, se Figur 3-1 for illustrasjon og Figur 3-2 for fotografi av forsøk. Dette risset oppstår når strekkspenningen i betongen overstiger betongens strekkfasthet [18].



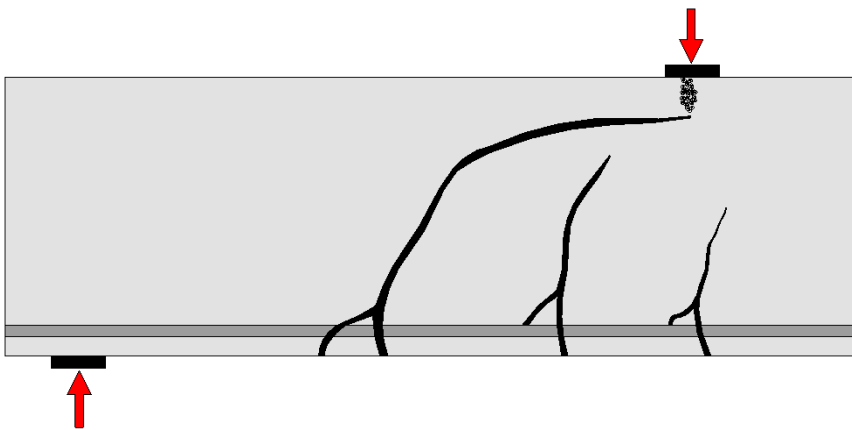
Figur 3-1 Diagonalt strekkbrudd skjer når skjærrisset går gjennom hele trykksonen



Figur 3-2 Fotografi av diagonalt strekkbrudd [19]

### 3.2 Skjær-trykkbrudd

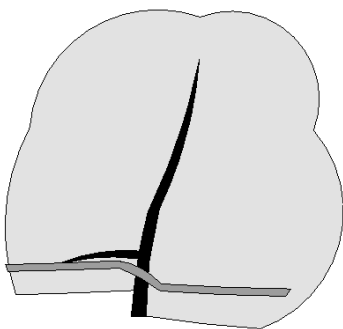
Dette bruddet kommer av at skrårisset går inn i trykksonen, men ikke utvikler seg gjennom hele bjelken [18]. Grunnen til at risset stopper utviklingen kan være trykkarmering eller at rissenden er under punktlasten, se Figur 3-3. I dette området er det store vertikale trykkspenninger som fører til at deler av trykksonen risser opp. Resultatet er en redusert effektiv trykksone og økte horisontale spenninger i betongen ovenfor risset, noe som kan føre til knusning av betongen. En forutsetning for bruddet er at påført last er høyere enn lasten som kreves for å utvikle skråriss.



Figur 3-3 Skjær-trykkbrudd kan forekomme når risset stopper utviklingen i trykksonen

### 3.3 Skjær-strekkbrudd

Når et skråriss oppstår vil betongen også ha en forskyvning i vertikal retning som vil motvirkes av lengearmeringen (dybeffekten, kapittel 6.1.3), se Figur 3-4. Denne motvirkningen kan føre til at det oppstår et nytt riss horisontalt langs armeringen, noe som fører til heftbrudd mellom armering og betong. Resultatet av dette er økt åpning av skrårisset. Bjelken kan etter hvert ses på som en bjelke uten lengearmering og dermed gå til brudd, da betong alene ikke er egnet til å ta opp strekkspenninger.

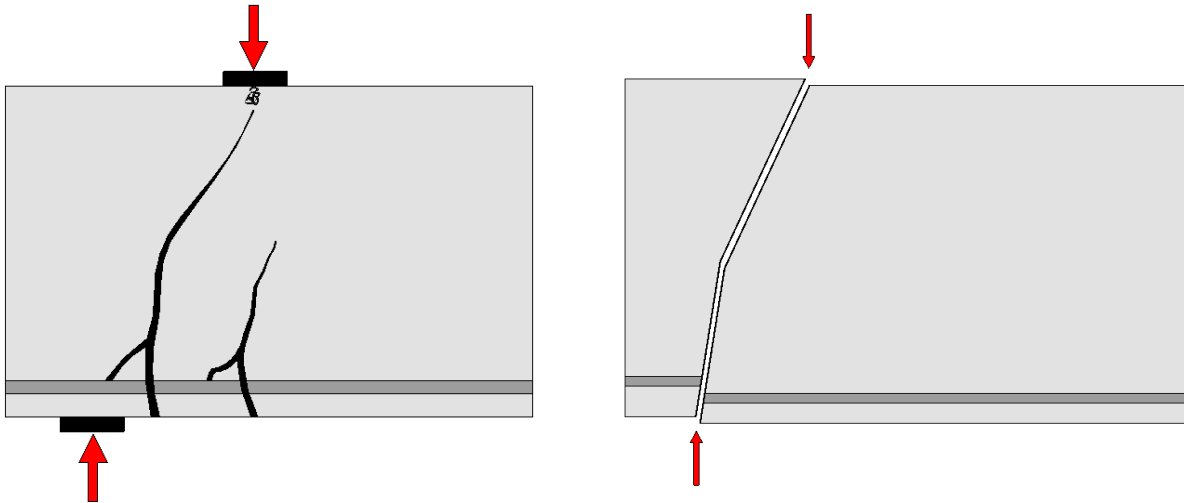


Figur 3-4 Krefter fra dybeffekten fører til skjær-strekkbrudd



### 3.4 Skjærknusing og skjærsplitting

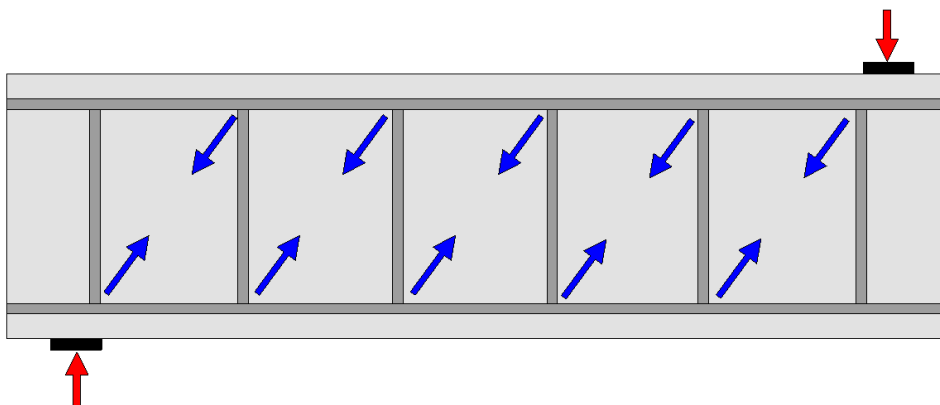
I bjelker med korte skjærspenn,  $a/d < 1$ , kan brudd skje ved at betongen knuses nært opplegg eller ved den påførte lasten, se Figur 3-5. Dersom trykkstaven ikke er direkte mellom disse to punktene, men har en albueform, kan bjelken oppleve brudd på grunn av betongsplitting. Størrelsen på platen som påfører lasten og opplegget påvirker denne bruddformen da de kan spre spenningene ut over et større areal.



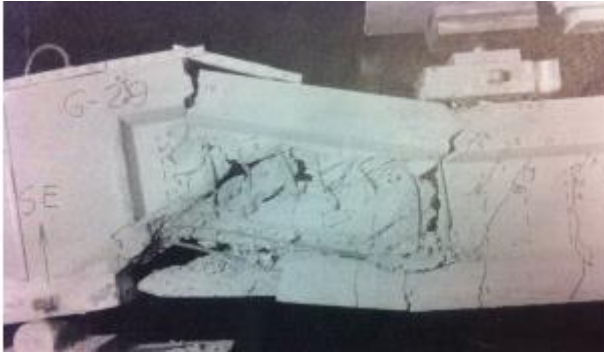
Figur 3-5 a) Skjærknusing under punktlast b) Skjærsplitting under punktlast

### 3.5 Diagonalt trykkbrudd

I bjelker med skjærarmoring vil det oppstå skrå trykkstaver mellom armeringsbøylene for å opprettholde likevekt. Ved store krefter kan det oppstå knusing av betongen i disse trykkstavene. Det kan da som i se ut som at betongen «skaller av». Denne bruddformen er mest vanlig for I- og T-tverrsnitt som har variabel tykkelse, se Figur 3-6 for illustrasjon og Figur 3-7 for bilde.



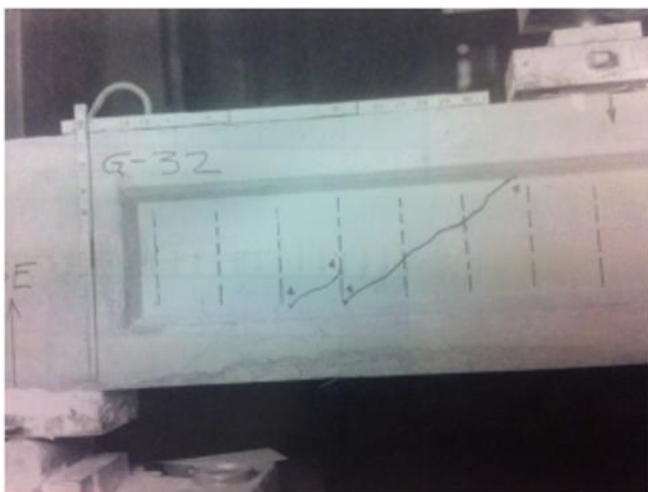
Figur 3-6 Diagonalt trykkbrudd der betongen mellom skjærbøylene knuses



Figur 3-7 Fotografi av diagonalt trykkbrudd der betongen skaller av skjærarmeringen [19]

### 3.6 Hovedstrekbrudd

Bruddformen oppstår når momentkreftene ikke har initiert et bøyeriss og at strekkreftene i steget overskrider betongens strekkfasthet. Bruddet oppstår i det snittet med størst skjærkraft, for eksempel ved en konsentrert kraft eller ved opplegg. For at spenningene skal være høye nok, krever bruddtypen at tverrsnittet også må være utsatt for store aksielle trykkspenninger, se Figur 3-8.



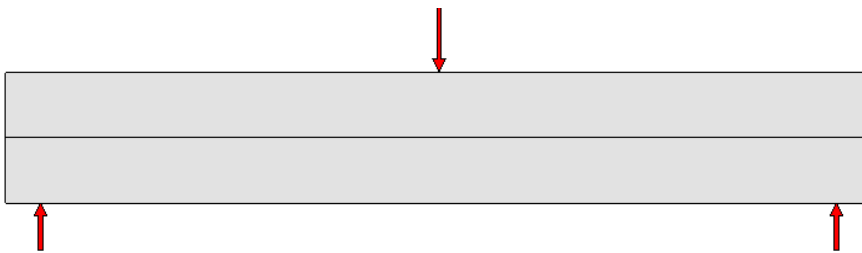
Figur 3-8 Fotografi av en hovedstrekbrudd-test [19]

## 4 Skjærkraft

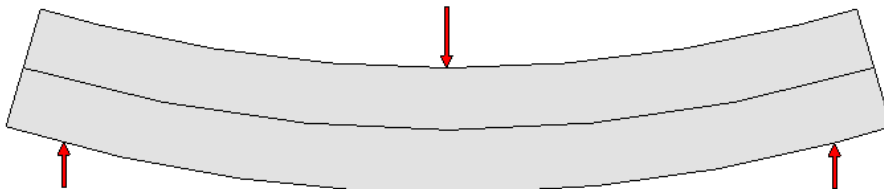
En betongbjelke må kontrolleres for en rekke bruddformer, der noen av bruddformene vil bli ansett som farligere enn andre. Skjærbrudd blir regnet som et av de mer problematiske formene for brudd.

En har i lang tid studert skjærbrudd og selv i dag, med avanserte analytiske programvarer, er det vanskelig å anta hvilket type skjærbrudd som vil inntreffe. Dette i kombinasjon med at skjærbrudd ikke gir noen form for forvarsel før kollaps, gjør bruddformen utfordrende [20]

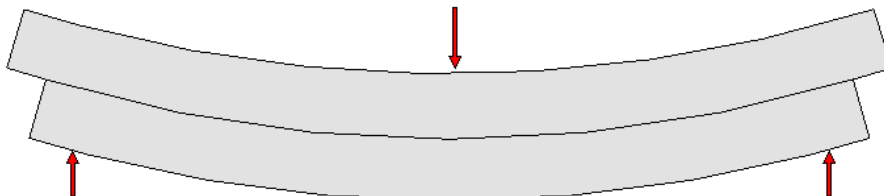
For å få en bedre forståelse for hvordan skjærkraft fungerer, kan en se nærmere på den laminerte bjelken i Figur 4-1. Denne bjelken består av to like store deler hvor kontaktflaten mellom dem er limt sammen. Hvis limet mellom de to delene er sterkt nok vil bjelkene under lastpåkjenning oppføre seg som én homogen bjelke, som vist i Figur 4-2. Om limet er svakt vil de to delene skli fra hverandre, som vist i Figur 4-3 [20].



Figur 4-1 Laminert bjelke bestående av to lag under last

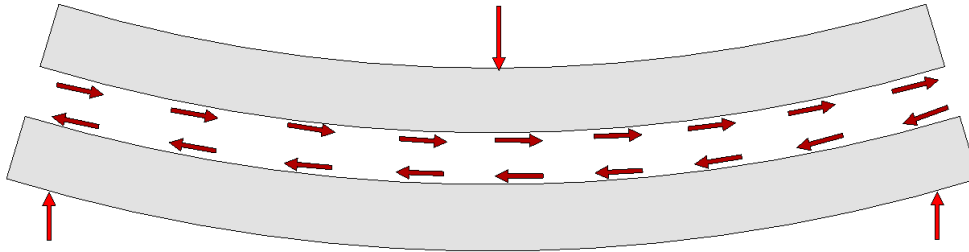


Figur 4-2 Hvis limet er sterkt mellom lagene vil plane tverrsnitt forbli plane

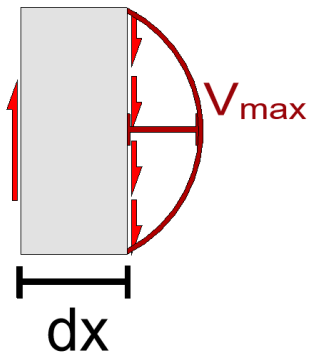


Figur 4-3 Hvis limet er svakt vil det oppstå parallellforskyvninger mellom lagene

Når forbindelsen mellom lagene er god, er det styrken i limet som hindrer glidning. Dette blir kalt skjær, og de horisontale skjærspenningene er vist i Figur 4-4. Ved en homogen bjelke under belastning vil de samme spenningene opptre i det horisontale planet. Størrelsen på spenningene vil variere langs tverrsnittet som vist i Figur 4-5 [20].

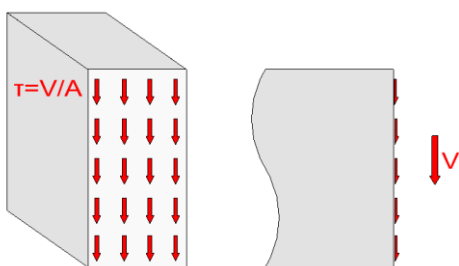


Figur 4-4 Horisontale skjærspenninger forhindrer parallellforskyvninger



Figur 4-5 Fordeling av vertikal skjærspenning over tverrsnittets høyde

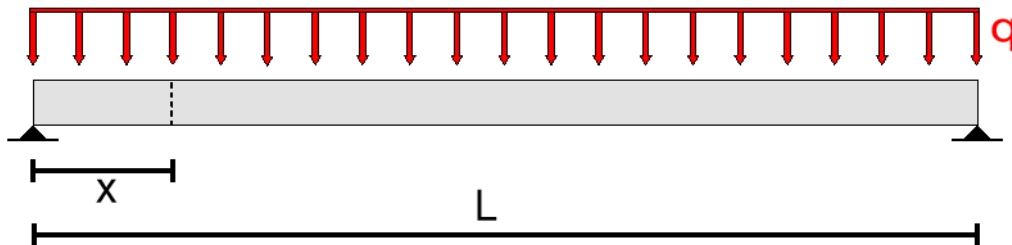
Forenklet kan en anta at spenningene fordeler seg jevnt i tverrsnittet. Dette gir et spenningsbilde som vist i Figur 4-6 hvor spenningen kan uttrykkes som  $\tau = V/A$ .



Figur 4-6 Forenkling der det antas jevnt fordelte skjærspenninger

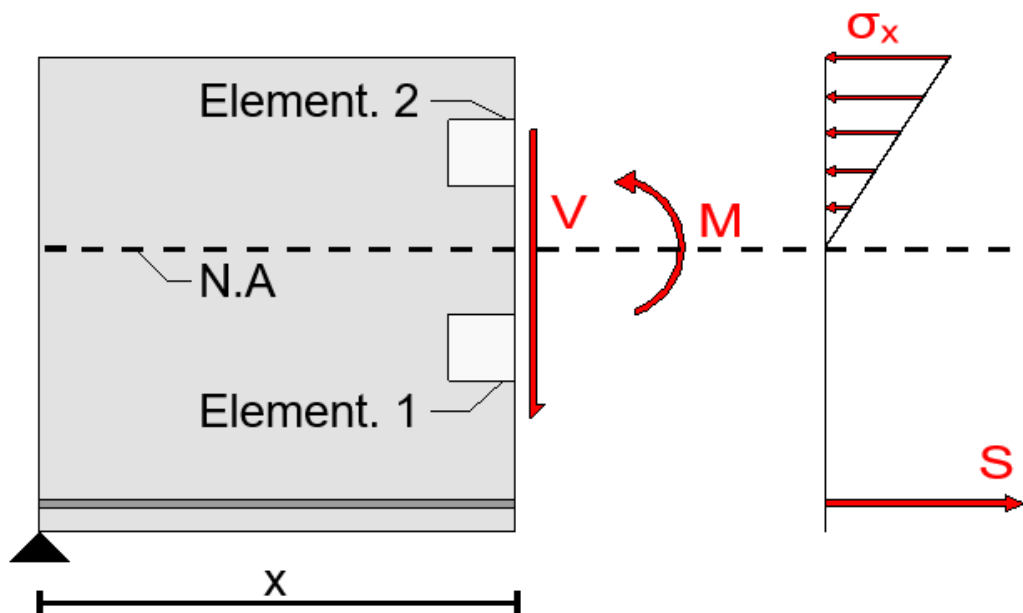
## 4.1 Forenklet skjærkraftmodell

En forenklet modell av skjærkraft er gitt i boken «Betongkonstruksjoner» av Svein Ivar Sørensen [11]. Her betraktes en fritt opplagt bjelke med jevnt fordelt last med tilhørende skjærkraftdiagram, Figur 4-7. I figuren er det også markert et snitt i avstand  $x$  fra opplegg.



Figur 4-7 Fritt opplagt bjelke med jevnt fordelt last

Det er tatt utgangspunkt i at bjelken kun armert i underkant. Ved å se nærmere på snittet vil følgende spenningsdiagram kunne tegnes som konsekvens av momentet som virker, se Figur 4-8.

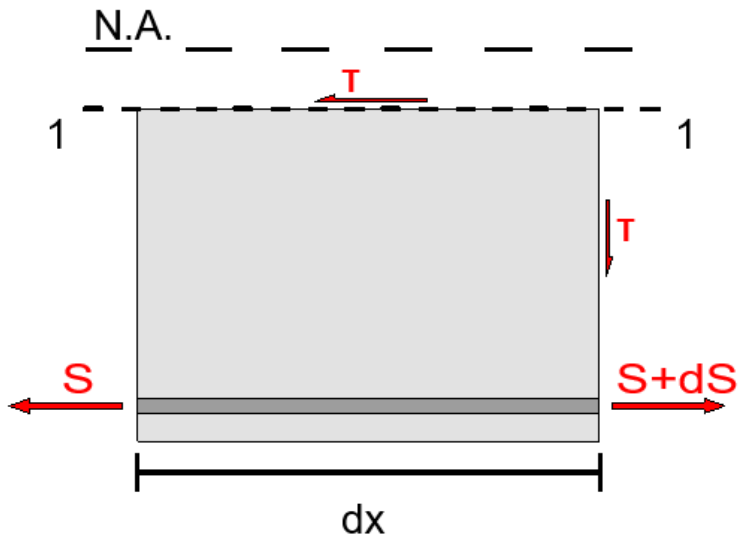


Figur 4-8 Snittkrefter og aksiale spenninger som oppstår på grunn av moment

Av Figur 4-8 kan en se at aksialkreftene,  $\sigma_x$ , øker lineært over nøytralaksen, mens de er lik null under nøytralaksen. Grunnen til dette er antakelsen om at betong ikke tar strekk. Den andre aksialkraften er resultanten fra lengearmeringen. Videre vil dette benyttes som grunnlag for å vise hvordan fordelingen av skjærspenninger varierer over tverrsnittshøyden.

## Skjærkrefter mellom nøytralaksen og lengdearmening

For å finne et uttrykk for skjærspenningene mellom nøytralaksen og lengdearmening, lages det et horisontalsnitt under nøytralaksen, se Figur 4-9. Betongen nedenfor lengdearmening er ikke interessant å betrakte, da den antas opprisset og dermed ikke overfører spenninger.



Figur 4-9 Horisontalsnitt under nøytralaksen av bjelken i Figur 4-7

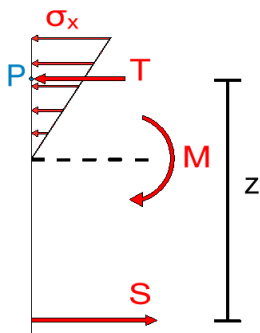
Videre ser en på horisontal likevekt. Her er det viktig å huske på at skjærspenningen må multipliseres med arealet den virker på,  $b \cdot dx$ .

$$\sum F_x = 0 \quad (4.1)$$

$$-\tau b \cdot dx - S + S + dS = 0 \quad (4.2)$$

$$\tau b \cdot dx = dS \quad (4.3)$$

I denne ligningen er kraften  $dS$  ukjent. Denne kan finnes ved en momentlikevekt av hele bjelkesnittet, se Figur 4-10



Figur 4-10 Snittkrefter i bjelkesnittet markert i Figur 4-9

Momentlikevekt om punktet P gir

$$\sum M_P = 0 \quad (4.4)$$

$$M - Sz = 0 \quad (4.5)$$

Deretter løses denne med hensyn på S før begge sider deriveres og et eksplisitt uttrykk for  $dS$  finnes.

$$S = \frac{M}{z} \quad (4.6)$$

$$\frac{d}{dx} S = \frac{d}{dx} \frac{M}{z} \quad (4.7)$$

$$dS = \frac{dM}{z} \quad (4.8)$$

Dette uttrykkes settes deretter inn i ligning (4.3)

$$\tau b \cdot dx = \frac{dM}{z} \quad (4.9)$$

Denne ligningen løses så med hensyn på  $\tau$

$$\tau = \frac{dM}{zb \cdot dx} \quad (4.10)$$

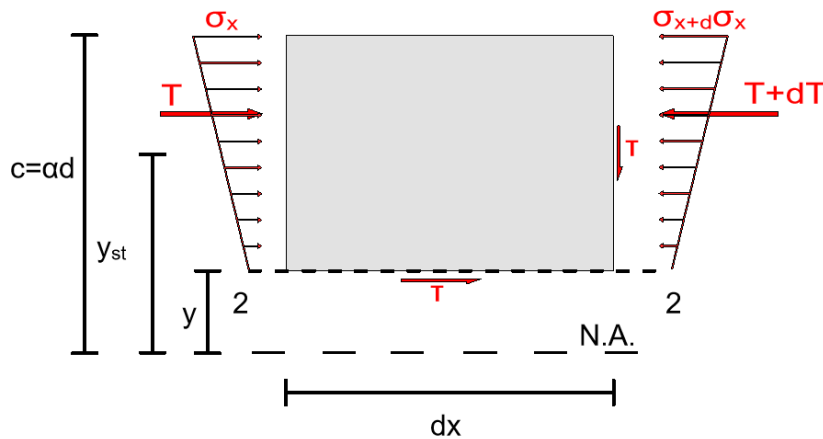
Setter så inn  $V = \frac{dM}{dx}$

$$\tau = \frac{V}{zb} \quad (4.11)$$

Dette viser at skjærspenningen mellom nøytralaksen og lengearmeringen er konstant.

### Skjærkrefter over nøytralaksen

Den samme fremgangsmåten benyttes for spenningene i horisontalsnittet over nøytralaksen, Figur 4-11. Her må det imidlertid tas hensyn til aksialkreftene. Trykksonehøyden kalles  $ad$ , resultatanten fra  $\sigma_x$  kalles  $T$  og resultatanten fra  $d\sigma_x$  kalles  $dT$



Figur 4-11 Horisontalsnitt over nøytralaksen av bjelken i Figur 4-7

Først ser en på horisontal likevekt

$$\sum F_x = 0 \quad (4.12)$$

$$\tau b \cdot dx + T - T - dT = 0 \quad (4.13)$$

$$\tau b \cdot dx = dT \quad (4.14)$$

Endringen av aksial spenning,  $dT$ , finnes ved å integrere endringen av de aksielle spenningene,  $d\sigma_x$ , over arealet,  $A$ , de virker på.

$$dT = \int_A d\sigma_x dA \quad (4.15)$$

Deretter settes den mekaniske sammenhengen  $\sigma_x = \frac{M}{W} = \frac{M}{I_c} y$  inn i uttrykket.

$$dF = \int_A \frac{dM}{I_c} y dA \quad (4.16)$$



$\frac{dM}{I}$  er uavhengig av integrasjonsgrensene og flyttes dermed ut av integralet.

$$dT = \frac{dM}{I_c} \int_A y dA \quad (4.17)$$

En annen mekanisk sammenheng er det statiske momentet som er gitt ved

$$\int_A y dA = S_M = y_{st} A \quad (4.18)$$

der  $y_{st}$  er avstanden fra nøytralaksen og til tyngepunktet av betongen over snittet i Figur 4-11 mens arealet  $A$  svarer til den samme delen av tverrsnittet.

$$y_{st} = y + \frac{\alpha d - y}{2} = \frac{1}{2}(\alpha d + y) \quad (4.19)$$

$$A = b(\alpha d - y) \quad (4.20)$$

Dette settes så inn i ligningen for det statiske momentet

$$S_M = y_{st} A \quad (4.21)$$

$$S_M = \frac{1}{2}(\alpha d + y) \cdot b(\alpha d - y) \quad (4.22)$$

$$S_M = \frac{1}{2}(\alpha^2 d^2 - y^2)b \quad (4.23)$$

I ligning (4.14) settes det dermed inn

$$dT = \frac{dM}{I_c} \int_A y dA = \frac{dM}{I_c} S_M = \frac{dM}{I_c} \cdot \frac{1}{2}(\alpha^2 d^2 - y^2)b \quad (4.24)$$

Dette gir

$$\tau b \cdot dx = dT$$

$$\tau b dx = \frac{dM}{I_c} \cdot \frac{1}{2}(\alpha^2 d^2 - y^2)b \quad (4.25)$$

Deretter settes  $V = \frac{dM}{dx}$  inn, og ligningen løses med hensyn på  $\tau$ .

$$\tau = \frac{V}{I_c} \cdot \frac{1}{2} (\alpha^2 d^2 - y^2) \quad (4.26)$$

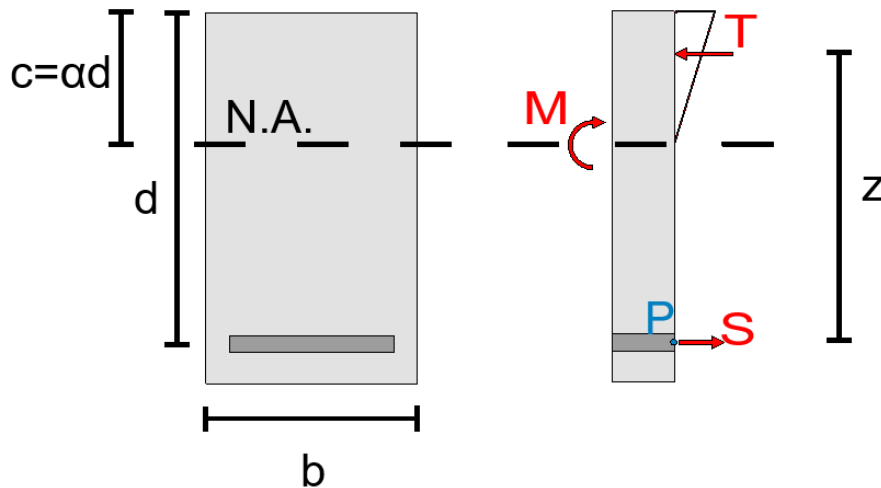
Denne ligningen gir at skjærspenningene over nøytralaksen varierer kvadratisk. Den øverste fiberen i tverrsnittet,  $y = \alpha d$ , vil dermed ha skjærspenningen

$$\tau = \frac{V}{I_c} \cdot \frac{1}{2} (\alpha^2 d^2 - (\alpha d)^2) = 0 \quad (4.27)$$

Ved nøytralaksen,  $y = \alpha d$ , vil skjærspenningen være

$$\tau = \frac{V}{I_c} \cdot \frac{1}{2} \alpha^2 d^2 \quad (4.28)$$

For å ha kontinuitet i skjærspenningene må det dermed vises at dette kan omskrives til  $\tau = V/zb$ , som tidligere (ligning (4.11)) er vist til å være spenningen under nøytralaksen. Det må dermed finnes et uttrykk for  $I_c$ . Utgangspunktet for dette er Figur 4-12. Her er det, som tidligere, antatt at betong er lineært elastisk i trykk og spenningsløst i strekk.



Figur 4-12 Hjelpesfigurer som viser spenningsresultanter i bjelkesnitt

Ved å ta momentlikevekt om punkt P fås følgende uttrykk.

$$\sum M_P = 0 \quad (4.29)$$

$$M - Tz = 0 \quad (4.30)$$

Resultanten,  $T$ , av spenningene i betongen og momentarmen,  $z$ , kan omskrives til

$$T = \frac{\sigma_c}{2} b \alpha d \quad (4.31)$$

$$z = \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) d \quad (4.32)$$

Innsatt i ligning (4.30) gir dette

$$M = \frac{1}{2} \sigma_c b \alpha \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) d^2 \quad (4.33)$$

Setter så inn  $\sigma_c = \frac{M}{W} = \frac{M}{I_c} \alpha d$  i uttrykket og løser det med hensyn på  $I_c$ .

$$M = \frac{1}{2} \cdot \frac{M}{I_c} \alpha d \cdot b \alpha \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) d^2 \quad (4.34)$$

$$I_c = \frac{1}{2} \alpha^2 \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) b d^3 \quad (4.35)$$

Dette uttrykket settes deretter inn i ligning (4.28).

$$\tau = \frac{V}{I_c} \cdot \frac{1}{2} (\alpha^2 d^2)$$

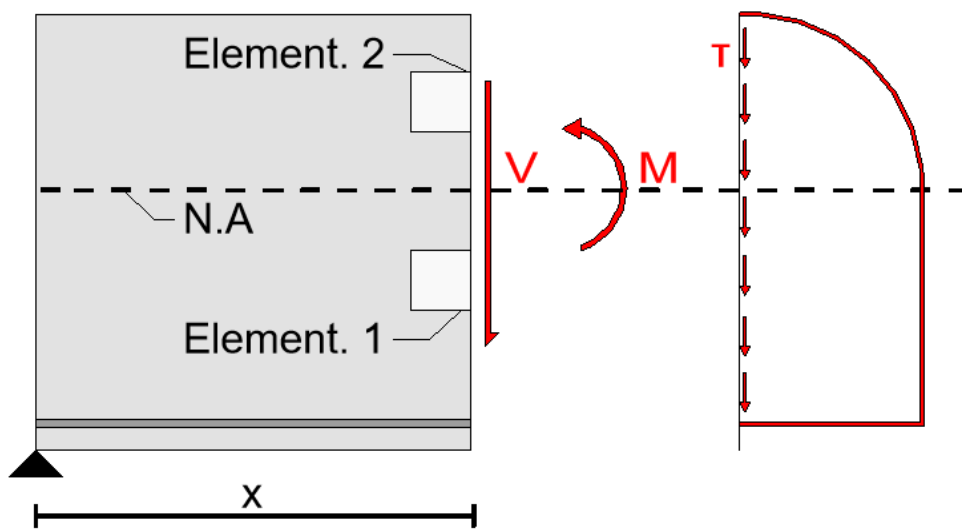
$$\tau = \frac{V}{\frac{1}{2} \alpha^2 \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) b d^3} \cdot \frac{1}{2} \alpha^2 d^2 \quad (4.36)$$

$$\tau = \frac{V}{\left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) b d} \quad (4.37)$$

Setter inn  $\left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) d = z$

$$\tau = \frac{V}{z b} \quad (4.38)$$

Kontinuitetskriteriet er dermed oppfylt. I Figur 4-13 kan en dermed se fordeling av skjærkreftene over tverrsnittet.



Figur 4-13 Illustrasjon av beregnet fordeling av skjærspenninger

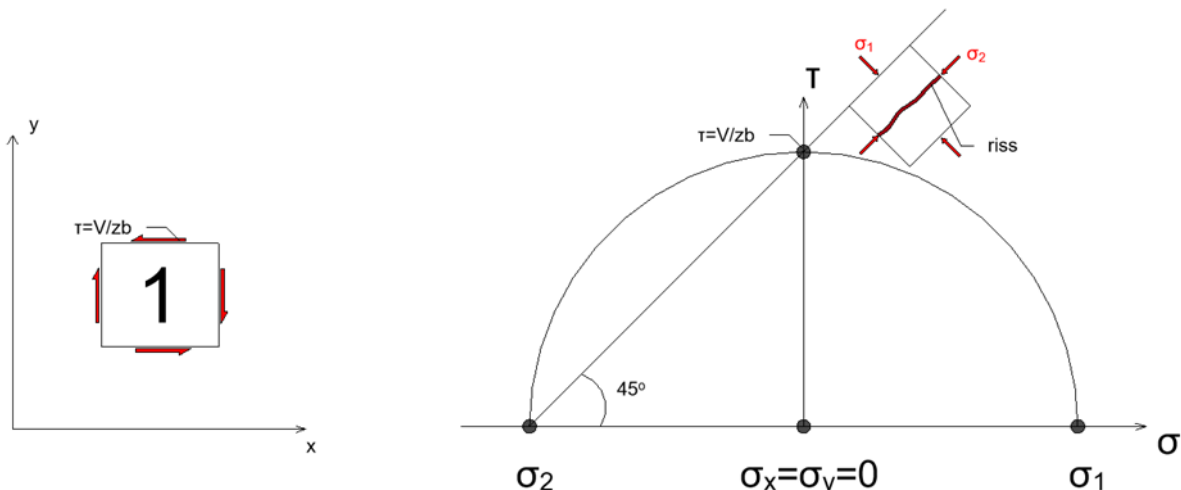
## 4.2 Forenklet kapasitetskontroll (oppripping i bjelke)

Uttrykkene for skjærspenning,  $\tau$ , og normalspenning,  $\sigma_x$  kan videre benyttes for å foreta en forenklet kapasitetskontroll [11]. Denne kontrollen finnes ikke i EC2, men kan være nyttig å bruke for å sammenligne resultater.

Når største hovedtrekkspenning,  $\sigma_1$ , nærmer seg betongens karakteristiske strekkfasthet (5 kvartil),  $f_{ctk,0.05}$ , oppstår riss. Skjærriss er en forlengelse av bøyeriss som allerede er oppstått på grunn av moment, og vil først dannes ute ved opplegget der skjærkreftene er størst.

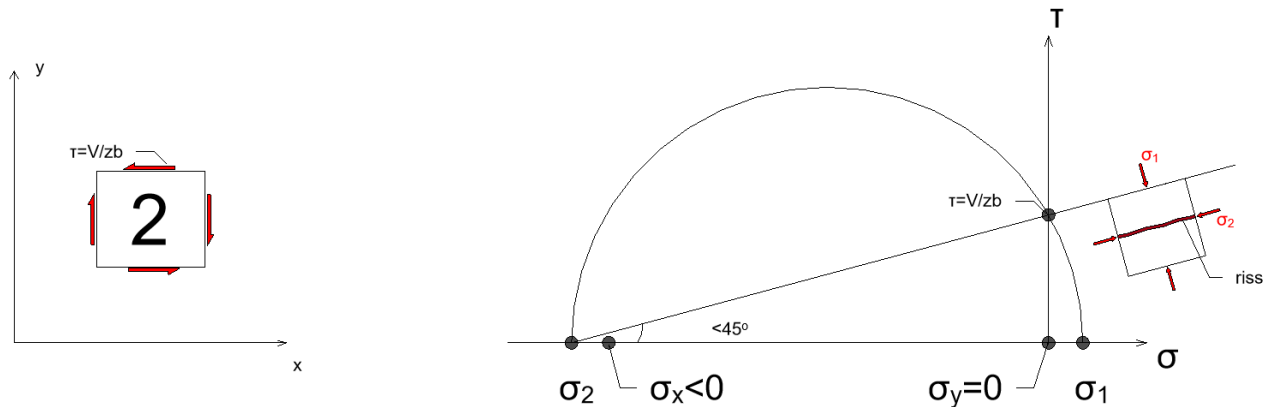
Retningen på hovedspenningene avhenger av forholdet mellom skjær- og normalspenning. I dette tilfellet er Mohr's spennings sirkler et nyttig hjelpemiddel. I disse diagrammene er strekkspenninger positive, mens trykkspenninger er negative.

I Figur 4-14 er element 1 fra Figur 4-13 tegnet inn med tilhørende spenningstilstand. Dette elementet er i strekksonen, og dermed er normalspenningene,  $\sigma_x$  (betong tar ikke strekk) og  $\sigma_y$  (ikke krefter i y-retning) lik null. Skjærspenningen i hele strekksonen er gitt i ligning (4.11) til  $\tau = V/zb$ . I Figur 4-15 er spenningene  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  og  $\tau$  tegnet inn. Videre er det med utgangspunkt i disse punktene laget en sirkel der skjæringspunktene med  $\sigma$ -aksen definerer største og minste hovedspenning,  $\sigma_1$  og  $\sigma_2$ . På grunnlag av dette kan rissvinkelen bestemmes og bruddelementet med tilhørende spenninger tegnes. I dette tilfellet vil rissvinkelen være  $45^\circ$ .



Figur 4-14 Spenningstilstand betongelement    Figur 4-15 Mohr's spennings sirkel og bruddelement med riss

I Figur 4-16 er element 2 fra Figur 4-13 tegnet inn med tilhørende spenningstilstand. Dette elementet er i trykksonen, og dermed er normalspenningen  $\sigma_x \neq 0$  (betong tar trykk), mens  $\sigma_y = 0$  (ikke krefter i y-retning). I tillegg vil, som utledet i ligning (4.26), skjærspenningen variere kvadratisk mellom  $\tau = 0$  og  $\tau = V/zb$ . I Figur 4-17 er Mohr's spenningssirkel tegnet på samme måte som for element 1. Dette elementet vil ha en rissvinkel som er mindre enn  $45^\circ$ . Grunnen til dette er at når  $\sigma_x$  øker, vil risset bli mer parallelt med bjelkeaksen.



Figur 4-16 Spenningstilstand betongelement      Figur 4-17 Mohr's spenningssirkel og bruddelement med riss

Disse spenningssirkelene kan brukes til kapasitetskontroll mot skråriss. Først må hovedspenningene finnes ved den geometriske betraktningen.

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (4.39)$$

Deretter sammenlignes denne med  $f_{ctk,0.05}$ . På grunnlag av dette kan en legge inn sikkerhetsmargin og finne skrårisskapasiteten:

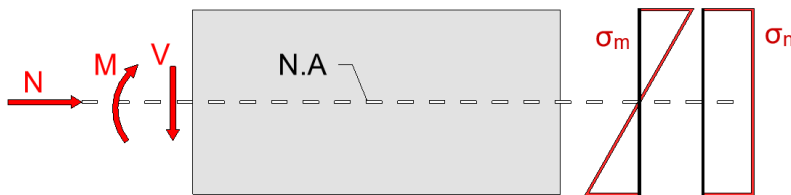
$$f_{td} = 0,85 \frac{f_{ctk,0.05}}{1,5} \quad (4.40)$$

$$V_{Rd,skråriss} = f_{td} \cdot zb \quad (4.41)$$

Denne forenklete formelen kan brukes til å få en forståelse over hvor stor kapasitet betongen må ha for å unngå skråriss.

### 4.3 Aksialkraft og skjærkapasitet

Bjelker er ofte utsatt for aksielle spenninger i tillegg til tverrbelastningen. Et eksempel på dette kan være vindkrefter. I Figur 4-18 betraktes et tverrsnitt belastet med både skjærkraft, moment og aksial kraft. Formålet er å vurdere hva dette har å si for rissmomentet,  $M_0$ . Dette momentet tilsvarer at bøyespenningene på strekksiden går fra trykk til strekk [11].



Figur 4-18 Bjelkesnitt med spenninger fra moment og aksialkraft

Av Figur 4-18 fremkommer det at trykkraften vil fordele seg jevnt over tverrsnittet, mens bøyespenningene vil variere lineært over tverrsnittshøyden. Rissmomentet kan finnes ved ligningen:

$$\sigma_M - \sigma_N = 0 \quad (4.42)$$

Fra mekanikken er sammenhengen  $\sigma_M = M_0/W_c$ , der  $W_c$  er motstandsmomentet av det uopprissede betongtverrsnittet, og  $\sigma_N = N/bh$  kjent. Disse innføres og ligningen løses deretter med hensyn på  $M_0$ .

$$\frac{M_0}{W_c} - \frac{N}{bh} = 0 \quad (4.43)$$

$$M_0 = \frac{NW_c}{bh} \quad (4.44)$$

Av denne sammenhengen fremkommer det at desto høyere trykkraften er, desto høyere må momentet være for at betongen skal risse opp. Dette fører til at skjærkapasiteten øker.





## 5 Dagens standard og grunnlaget for endringer i EC2:2017

I denne delen vil først dagens standard presenteres. Deretter vil årsaken til ligningen om minimum skjærkapasitet forklares og utledes. Videre vil bakgrunnen for standarden belyses og til slutt vil grunnlaget for ønsker om endringer i den kommende standarden forklares.

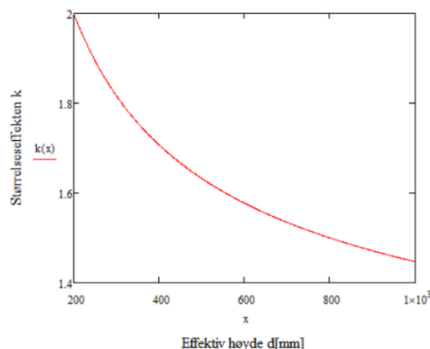
### 5.1 NS EN 1992-1-1:2004

I dagens standard, NS EN 1992-1-1:2004, er uttrykket for skjærkapasitet uten skjærarmering gitt i punkt 6.2.2(1), [2]:

$$V_{Rd,c} = (C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d \quad (5.1)$$

$C_{Rd,c}$  er en faktor som er funnet ved hjelp av skjærprøver. Faktoren tar hensyn til tilslagsstørrelse i betong og kan settes lik  $k_2/\gamma_c$ .  $k_2$  settes lik 0.18, hvis største tilslag er større eller lik 16 mm, og det grove tilslaget utgjør 50 % eller mer av den samlede tilslagsmengden. Det skal heller ikke benyttes grovt tilslag av kalk eller stein med tilsvarende lav fasthet. Hvis kravet ikke er tilfredsstillt kan  $k_2$  settes lik 0.15, og vil være en konservativ tilnærming ved usikkerhet av tilslagsstørrelse [2].

$k = 1 + (200/d)^{\frac{1}{2}} \leq 2$  er en faktor som tar hensyn til at høye bjelker er mindre effektive til å motstå skjærspenninger enn mindre bjelker,  $d$  settes inn i mm. Figur 5-1 viser at  $k$  reduseres ettersom effektiv høyde  $d$  blir større enn 200 mm.



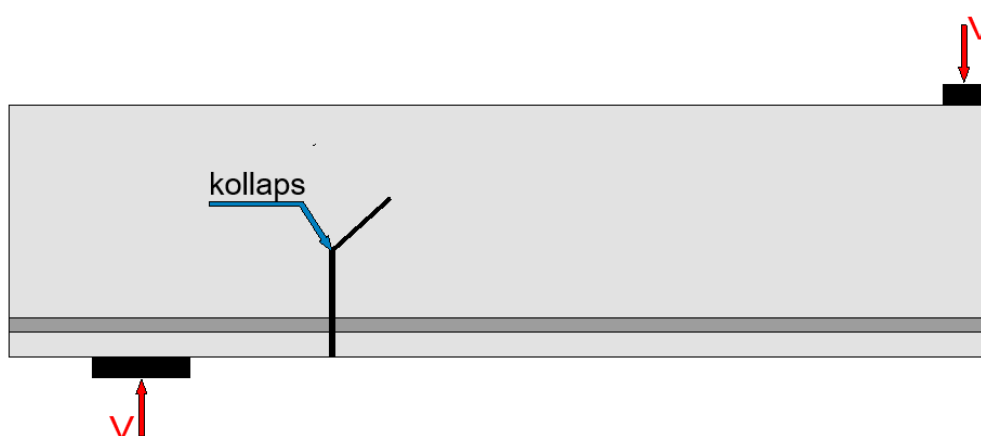
Figur 5-1 Faktor  $k$  som tar hensyn til størrelseeffekten

$\rho_l = A_s/bd \leq 0,02$  er armeringsforholdet.

$k_1 = 0.15$ . Dette er en konservativ verdi, som kan bli bevist utfra å regne om aksialkraften til en ekvivalent tverrkraft som er parallell med skjærkraften, og sette inn verdier for tverrsnittsdimensjoner og skjærspenn fra en forsøksrekke [21]. I henhold til det nasjonale tillegget settes  $k_1 = 0.15$  ved aksiell trykkraft og  $k_1 = 0.3$  aksiell strekkraft.

$\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c \leq 0.2f_{cd}$  er midlere trykkspenning, som benyttes når konstruksjonen er utsatt for aksialkraft og den settes inn som negativ verdi ved aksiell strekkraft [11].

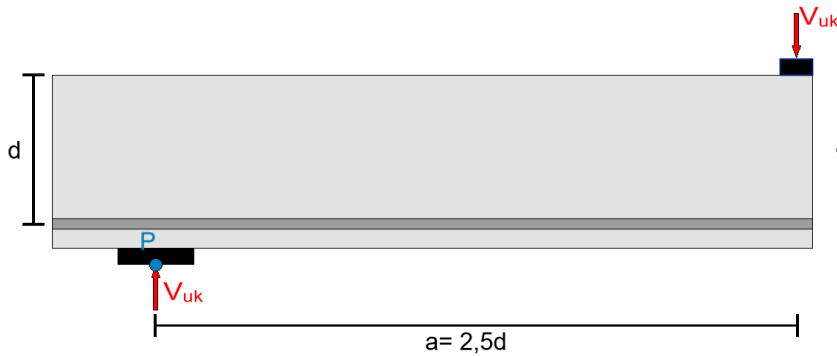
Ligning (5.1) tar hensyn til de viktigste påvirkningsfaktorene, som betongstyrke, lengdearmring og tverrsnittshøyden. Det antas at kollaps inntreffer samtidig som det oppstår diagonale riss initiert av vertikale bøyeriss, se Figur 5-2 [21].



Figur 5-2 Kollaps i EC2:2004 er når risset går fra kvasi-vertikalt til kvasi-horisontalt

### 5.1.1 Minimum skjærkapasitet

En ulempe med formelen er at skjærkapasiteten går mot null når det langsgående armeringsforholdet går mot null. Dette fører til at det i mange plater vil kreves skjærarmering, selv om det ikke er nødvendig. Det er derfor utledet et uttrykk for minimum skjærkapasitet. Dette er blitt gjort ved å plassere en punktlast  $2,5d$  fra opplager, da dette er ugunstig, se Figur 5-3 [21]. Ved avstander mindre enn dette vil det oppstå en bueffekt som øker kapasiteten.



Figur 5-3 Ugunstig plassering av last.

Gjennom forsøk kan en se at følgende uttrykk fører til at den 5 % nedre grensen for skjærmotstand er oppnådd [21] [22].

$$V_{uk} = 0.15k(100\rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} b_w d \quad (5.2)$$

Videre kan en finne minimum skjærkapasitet ved å ta momentlikevekt om punkt P

$$\sum M_P = 0 \quad (5.3)$$

$$M_{uv} = V_{uk} \cdot 2.5d \quad (5.4)$$

$$M_{uv} = 0.15k(100\rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} b_w d \cdot 2.5d \quad (5.5)$$

$$M_{uv} = 0.347k(100\rho_l f_{cm})^{\frac{1}{3}} b_w d^2 \quad (5.6)$$

Deretter settes flytemomentet,  $M_{uf} = 0.9d(\rho_l b d) f_{yk}$ , inn for  $M_{uv}$

$$0.9d(\rho_l b d) f_{yk} = 0.347k(100\rho_l f_{cm})^{\frac{1}{3}} b_w d^2 \quad (5.7)$$

Løser uttrykket med hensyn på  $\rho_l$

$$\rho_l = \frac{0.347}{0.9f_{yk}} k(100\rho_l f_{cm})^{\frac{1}{3}} \frac{b_w}{b} \quad (5.8)$$

Setter inn  $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$

$$\rho_l^{1-\frac{1}{3}} = \frac{0.347 \cdot 100^{\frac{1}{3}}}{0.9 \cdot 500} k f_{cm}^{\frac{1}{3}} \frac{b_w}{b} \quad (5.9)$$

$$\rho_l^{\frac{2}{3}} = \frac{0.347 \cdot 100^{\frac{1}{3}}}{0.9 \cdot 500} k f_{cm}^{\frac{1}{3}} \frac{b_w}{b} \quad (5.10)$$

Opphøyer begge sider i  $\frac{3}{2}$

$$\rho_l = \left( \frac{0.347 \cdot 100^{\frac{1}{3}}}{0.9 \cdot 500} \right)^{\frac{3}{2}} k^{\frac{3}{2}} f_{cm}^{\frac{1}{2}} \left( \frac{b_w}{b} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (5.11)$$

$$\rho_l = 0.00024 k^{\frac{3}{2}} f_{cm}^{\frac{1}{2}} \left( \frac{b_w}{b} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (5.12)$$

Dette uttrykket settes deretter inn i ligning (5.1), mens  $C_{Rd_c}$  settes lik 0,12.

$$V_{Rd_c} = C_{Rd_c} k (100 \rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} b_w d \quad (5.13)$$

$$V_{Rd_c} = 0.12 \cdot k \left( 100 \cdot 0.00024 k^{\frac{3}{2}} f_{cm}^{\frac{1}{2}} \left( \frac{b_w}{b} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck} \right)^{\frac{1}{3}} b_w d \quad (5.14)$$

Setter inn  $f_{cm} \approx f_{ck}$  og  $\frac{b_w}{b} = 1$  (rekangulær tverrsnitt med konstant bredde) [8].

$$V_{Rd_c} = 0.12 \cdot 100^{\frac{1}{3}} \cdot 0,00024^{\frac{1}{3}} \cdot k^{\frac{3}{2}} f_{ck}^{\frac{1}{2}} \cdot b_w d \quad (5.15)$$

Forkorter og får minimum skjærkapasitet:

$$V_{Rd_c} = 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} f_{ck}^{\frac{1}{2}} \cdot b_w d \quad (5.16)$$

Innfører  $v_{min} = 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}}$  og får ligning (5.17) i EC2:2004

$$V_{Rd_c} = v_{min} \cdot b_w d \quad (5.17)$$

### 5.1.2 Bakgrunn dagens standard

Når det ikke er noen skjærarmering, er skjærføringsmekanismene, beskrevet i kapittel 6, det eneste gir skjærmotstand. Her mangler EC2:2004 støtte fra tilstrekkelig teori, men bruker i stedet empiriske prosedyrer [23].

Empirisk forskning baserer seg på observasjoner og funn. Denne type forskning er basert på kunnskap fra erfaring og ikke fra teori eller en oppfatning av hvordan noe fungerer [24]. For å finne frem til uttrykket i dagens standard er det gjort mange forsøk på forskjellige bjelker. Resultatene fra disse forsøkene har dannet grunnlaget for utvikling av de empiriske uttrykkene. Videre er det blitt gjort regresjonsanalyser fra testing til ferdig uttrykk. Regresjonsanalyser betyr at en kan finne sammenhenger mellom én eller flere uavhengige variabler. Eksempler på uavhengige variabler i dette tilfellet vil være lengdearmeringsmengde, betongfasthet, tverrsnittsdimensjon og aksiallast. Summen av disse danner en funksjon som gir et uttrykk for skjærkapasiteten. For å gjøre dette uttrykket sikkert, er det også lagt inn statistiske usikkerheter og sikkerhetsfaktorer slik at det tas høyde for feilmålinger. De ulike parameterne som inngår i uttrykket er beskrevet nedenfor.

#### **Betongstyrke, $f_{ck}$**

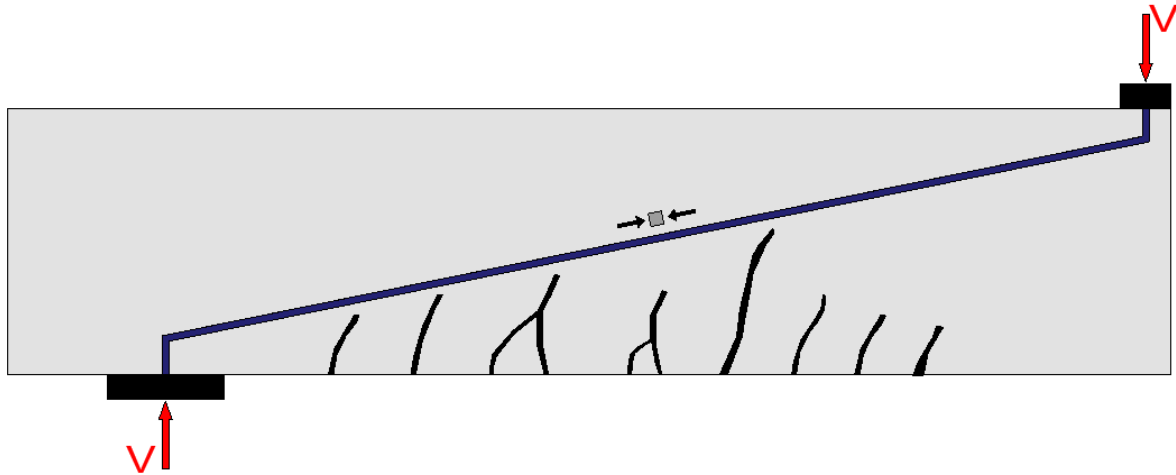
Det viktigste aspektet av denne parameteren er motstanden mot riss, som kommer av strekkstyrken til materialet, og motstanden mot parallellforskyvning på hver side av risset. Dette er beskrevet som en aggregate interlock-relasjon, se kapittel 6.1.4 [17].

#### **Lengdearmeringsmengde, $A_s$**

Denne faktoren inngår i armeringsforholdet,  $\rho = \frac{A_s}{bd}$ , som påvirker rissvidden og rissdybden. Redusert rissvidde vil føre til at aggregate interlock-bidraget øker, mens redusert rissdybde påvirker hvor stor del av tverrsnittet som forblir urisset, som igjen påvirker trykksonehøyden. Økt armeringsmengde vil også føre til at bidraget fra dybeffekten øker [17].

## Last påføring

Konsentrerte laster kan bli direkte ført til opplegg med en trykkstav om den virker nært opplegg, se Figur 5-4. Det samme vil den delen av en jevnt fordelt belastning som virker tilstrekkelig nærme opplegg [17].



Figur 5-4 Lasten føres direkte til opplegg som en trykkstav

## Dimensjon av tverrsnitt, bd

Bredden, b, og den effektive høyden, d, påvirker kapasiteten proporsjonalt da de multipliseres med uttrykket for skjærfasthet [17].

## 5.2 Grunnen for endring av skjærformel

Det var ønskelig med en beregningsmetode som baseres på mekanisk teori, fremfor empiri, som dagens standard, EC2:2004, gjør [25]. Denne modellen skulle ha en forenklet og konservativ kapasitetsformel samt en mer detaljert formel. Den forenklete, punkt 8.2.1 i EC2:2017 er ment som en rask kontroll med et begrenset antall parametere:

$$\tau_{Rdc,min} = \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yd}} \cdot \frac{d_{dg}}{d}} \quad (5.18)$$

En av hovedfordelene med denne formelen er at den ikke krever informasjon om valgt lengdearmoring i form av armeringsforhold.

Dersom  $\tau_{Rdc,min}$  ikke gir tilstrekkelig kapasitet, kan en benytte en mer nøyaktig tilnærming.

Denne er gitt i punkt 8.2.2.

$$\tau_{Rd,c} = \frac{1}{\gamma_c} \left( 100 \rho_l f_{ck} \frac{d_{dg}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \geq \tau_{Rd,c,min} \quad (5.19)$$

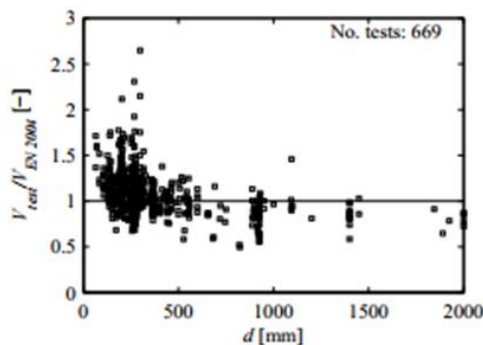
Det er valgt å ha denne formelen på en form som ligner dagens uttrykk for å gjøre overgangen til ny beregningsmodell enklere for utøvende ingeniører.

Når det gjelder endringer i formelen er det noen aspekter som det er lagt ekstra vekt på i arbeidet.

### 5.2.1 Størrelseseffekt

I den nåværende standarden introduseres størrelseseffekten, representert ved  $k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2$ , eksplisitt. Uttrykket er basert på empiri og underestimerer effekten ved store effektive dybder. Denne effekten reduserer skjærfastheten ved økning av effektiv høyde. Likevel vil den totale skjærkapasiteten øke på grunn av økt effektivt tverrsnitt [8].

I Figur 5-5 er  $\frac{V_{test}}{V_{EN\ 2004}}$  plottet for bjelker med ulik effektiv dybde. Figuren viser at høye verdier av den effektive dybden fører til dimensjonering til usikker side. Dermed er det ønskelig at denne effekten tas hensyn til i større grad i EC2-2017 [8].

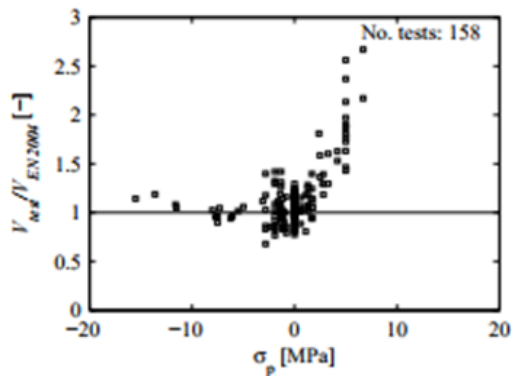


Figur 5-5 Testresultater og beregnede verdier som funksjon av effektiv høyde [8]

## 5.2.2 Aksielle spenninger

Av Figur 5-6 under kan det ses at ved aksielle strekkspenninger ( $\sigma_p > 0$ ) har bjelken flere ganger kapasiteten under testing sammenlignet med beregnede verdier. Dette har en tatt hensyn til i EC2:2017 ved at de aksielle spenningene påvirker skjærspennet [8]:

$$a_{cs} = \left| \frac{M_E}{V_E} \right| + \frac{N_E}{|V_E|} \cdot \frac{d}{6} \quad (5.20)$$



Figur 5-6 Testresultater og beregnede verdier som funksjon av aksielle spenninger [8]

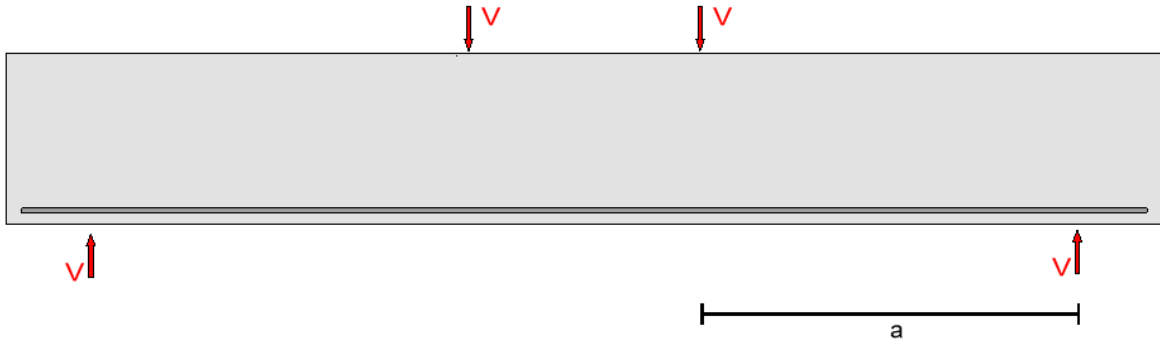
## 5.2.3 Tilslagsstørrelse

I EC2:2004 tas det ikke hensyn til tilslagets størrelse, med unntak i  $C_{Rd,c}$ . Dette fører til at tilslagets bidrag til skjærkapasiteten (aggregate interlock) nærmest neglisjeres [8].



### 5.2.4 Empiriske grenser

Nåværende formel for skjærkapasitet er utledet empirisk ved hjelp av tester. Testene har blitt utført ved hjelp av fritt opplagte bjelker med punktlast slik Figur 5-7 viser.

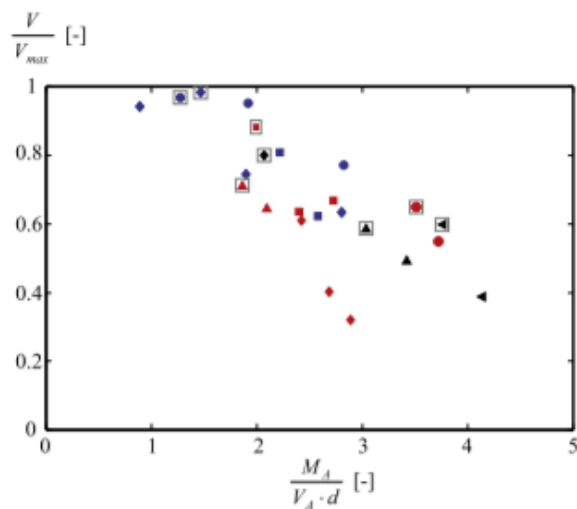


Figur 5-7 Standardoppsett for en variant av skjærtesting av betongbjelker

Dette fører til at formelen kun gjelder for bjelke- og lastgeometri som har inngått i forsøkene. Innenfor dette området er de ulike parameterne empirisk kalibrert. Dermed kan det ikke benyttes ny teknologi, som for eksempel fiberarmering, da dette ikke har inngått i testene [8].

### 5.2.5 Nytt syn på hvor kollaps inntreffer

Dagens standard neglisjerer alt bidrag fra kvasi-horisontale riss. Tester utført av Cavagnis et al. viser at kvasi-horisontale riss utvikles når lasten er mellom 50-99% av bruddlasten, se Figur 5-8 [26]. Derfor må en ta hensyn til bidraget fra kvasi-horisontale riss for å få en korrekt representativ skjærkapasitet.



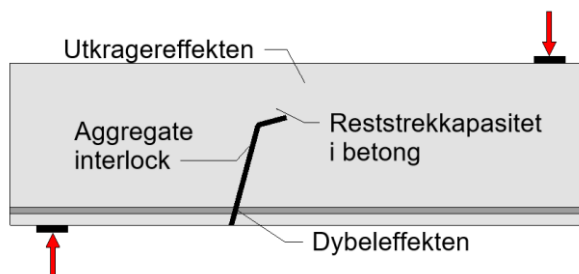
Figur 5-8 Plotting av når kvasi-horisontale riss inntreffer ved forskjellige slankhetsverdier



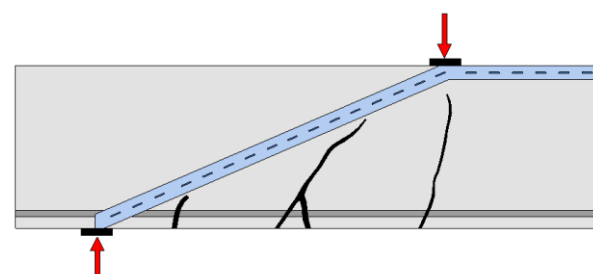
## 6 Skjæroverføringsmekanismer

Bidragene til skjærkraft deles tradisjonelt inn i to grupper. Disse styrer utviklingen av skjærrissene [27].

- Skjæroverføringsmekanismene som går gjennom det kritiske skjærriset, se Figur 6-1. For en mer detaljert figur se vedlegg A.
  - Utkragereffekt
  - Reststrekkekapasitet i betong
  - Dybeffekt
  - Aggregate interlock
- Skjæroverføringsmekanismen som går rundt det kritiske skjærriset, se Figur 6-2.
  - Bueffekt

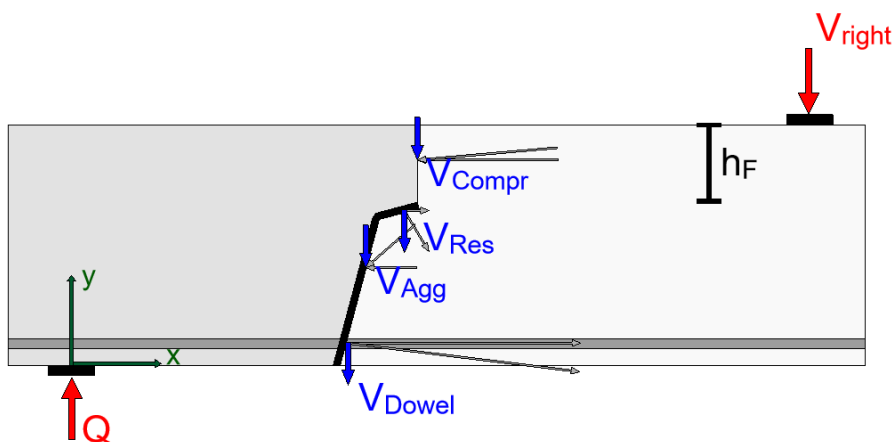


Figur 6-1 Skjæroverføringsmekanismene gjennom risset



Figur 6-2 Bueffekt

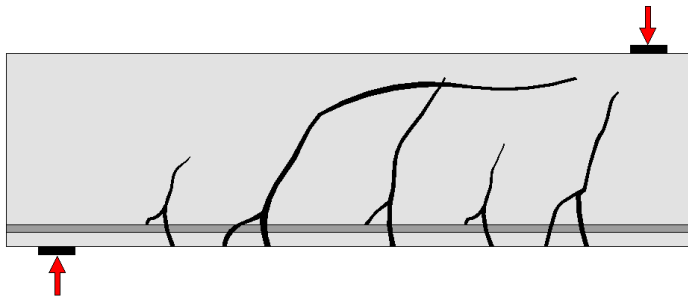
For å utvide forståelsen av disse bidragene er det utført utallige forsøk med nøyaktige målinger. “Digital Image Correlation” (DIC) er et gunstig verktøy for å logge tøyningen og undersøke den kontinuerlige omfordelingen av spenninger i tverrsnittet under pålastning [27]. I tillegg er det vanlig å benytte likevektsfigurer til å analysere skjæroverførings-spenningene. Et eksempel på dette er vist i Figur 6-3.



Figur 6-3 De indre skjæroverføringsmekanismene er lik den ytre opplagerkraften

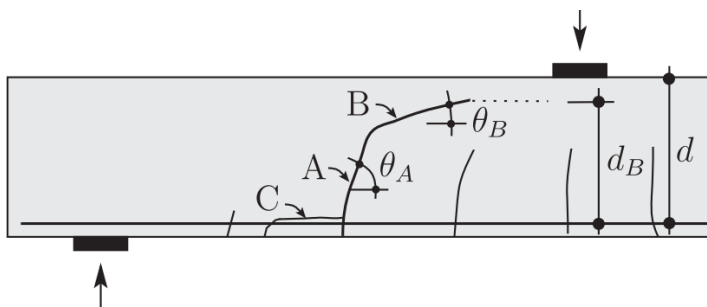
## 6.1 Critical Shear Crack Theory (CSCT)

“Critical Shear Crack Theory” er en teori som ble utviklet av Aurelio Muttoni tidlig på 80-tallet [28]. Opprinnelig var den ment for kontroll av gjennomlokking for flatdekker uten skjærarmering. Prinsippene ble først introdusert gjennom forslag til den sveitsiske standarden i 1985 [29]. Da standarden, SIA 262, kom ut, var CSCT grunnlaget for dimensjonering mot gjennomlokking [30]. I dag har metoden blitt utvidet til å også omfatte bjelker og enveisplater uten skjærarmering [31]. CSCT baserer seg på utkragereffekten, resttrekkkapasiteten i betong, dybeleffekten og aggregate interlock. Der grunnantagelsen er at kapasiteten betongen har til å overføre skjærkrefter reduseres som en funksjon av rissåpningen og rissets ruhet. Forsøk viser at bjelker har et gjentakende mønster i hvordan bjelken risser, se Figur 6-4 [31].



Figur 6-4 Illustrasjon av opprisset bjelke, hvor vertikale bøyeriss går over til skrå skjærriss

Typisk er det vertikale riss frem til lengdearmingen, og over dette kan risset ses på som en av de tre delene beskrevet nedenfor, se Figur 6-5. Risset som har den dimensjonerende åpningen blir kalt kritisk skjærriss [31].



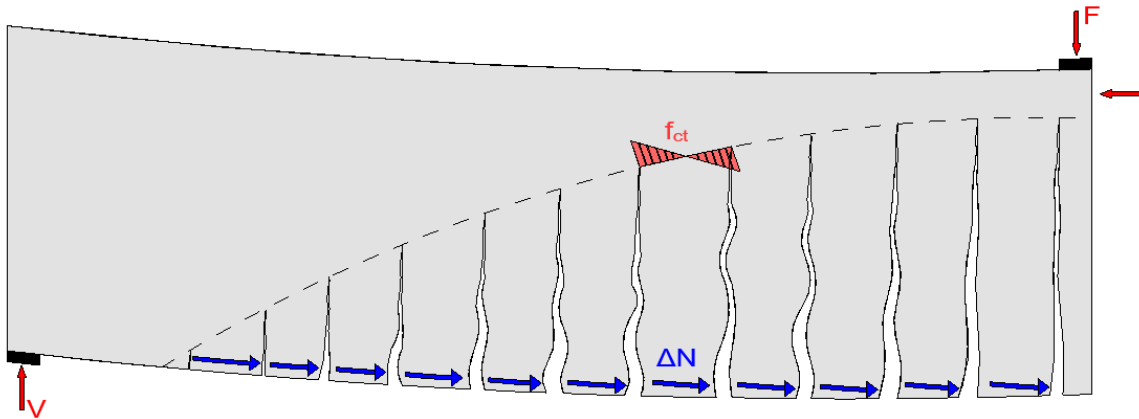
Figur 6-5 Geometri av kritisk skjærriss [32]

- A: Kvasi-vertikal del som utvikles med vinkelen  $\theta_A$ .
- B: Kvasi-horisontal del som utvikles med vinkelen  $\theta_B$  og går mot stedet lasten påføres.
- C: Riss som utvikles nærmere opplegg og følger lengdearmingen frem til riss A.

Lengden av de forskjellige delene av risset kan variere, men det er vanlig at riss A, som kommer av bøyning, går opp til betongfiberen der spenningen tilsvarer betongens strekkfasthet.

### 6.1.1 Utkragereffekten

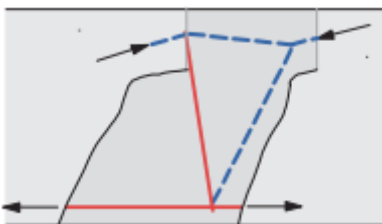
Effekten av en slank bjelke under økende last er vel kjent. De første rissene vil oppstå lenge før bjelken når sin maksimale kapasitet. Disse rissene er i utgangspunktet lite viktige og vil ikke bidra til en merkbar reduksjon av kapasiteten, men med økt last vil rissene bli dypere og åpningen større. Til slutt vil det formes en tannlignende struktur der trykksonen har blitt redusert, se Figur 6-6 [33].



Figur 6-6 Tannlignende struktur gir redusert trykksone som avhenger av risslengden

Betongelementene mellom hvert riss kan ses på som utkragere som er innspent øverst i trykksonen. Hver av utkragerne utsettes for forskjellig strekkraft fra lengdearmeringen på grunn av varierende momentkrefter.

Det kan videre antas at ingen krefter overføres over rissene. Dermed må likevekt tilfredstilles ved interne trykk og strekkstaver i hvert betongelement (tann). Dette illustreres i Figur 6-7, der blå strek er trykk og rød strek er strekk [34].



Figur 6-7 Trykk- og strekkstaver mellom to riss opprettholder [34]

Når kapasiteten i strekkstaven er nådd, går bøyeriss over til kvasi-horisontale riss. Dette reduserer bidraget utkragereffekten gir til skjærkapasiteten [34].

Etter testene utarbeidet av Cavagnis et al. kan en anta at spenningene ovenfor enden av risset oppfører seg lineært [34]. Dette fører til at resultanten av kreftene i trykksonen treffer en avstand  $c_n = h_f / 3$  fra toppen av bjelken, der  $h_f$  er avstanden ned til enden av risset, se Figur 6-8. Videre kan vi også anta at spenningene i underkant av lasteplaten har en tykkelse lik  $h_l = 2 \cdot c_m$ .

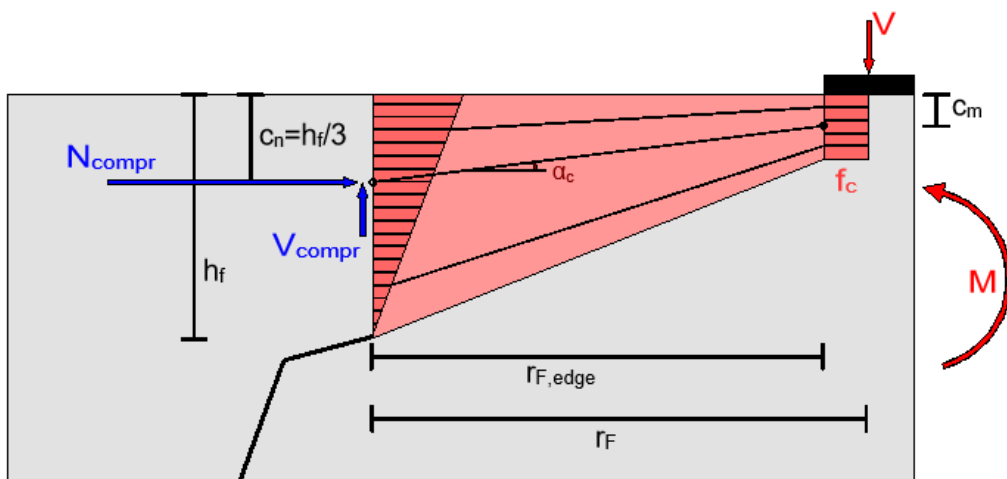
Dette fører til at vinkelendringen til trykkspenningene er lik:

$$\tan \alpha_c = \frac{c_n - c_m}{r_{F,edge}} \quad (6.1)$$

hvor  $r_{F,edge}$  er avstanden fra enden av lastplaten til enden av risset.

Dermed kan en komme fram til skjærbidraget:

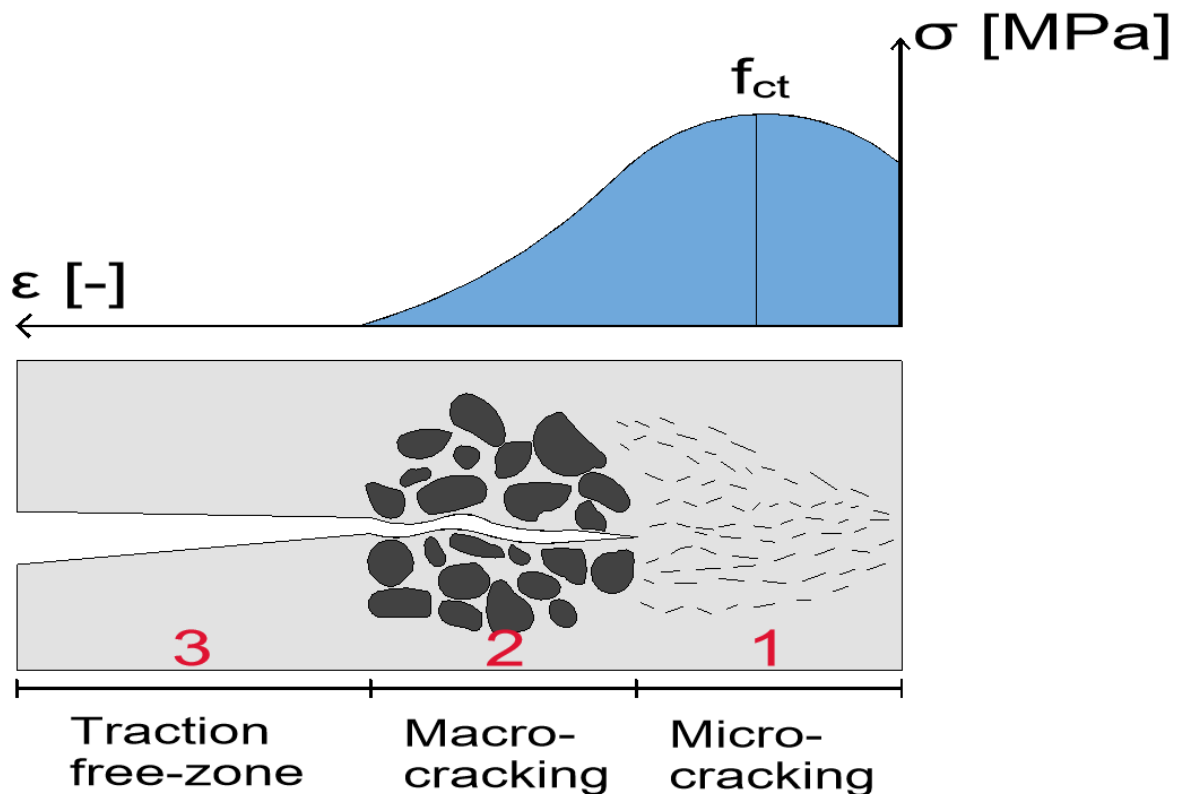
$$V_{Compr} = N_{Compr} \cdot \tan \alpha_c = f_c \cdot b \cdot h_l \cdot \frac{c_n - c_m}{r_{F,edge}} = f_c \cdot b \cdot 2 \cdot c_m \cdot \frac{c_n - c_m}{r_{F,edge}} \quad (6.2)$$



Figur 6-8 Spenningsfordeling i over det kritiske risset gir trykksonen en vertikal komponent

### 6.1.2 Reststrekkapasitet

Når betongen risser opp vil reststrekkapasiteten i betongen føre krefter over risset. Spenningen i betongen vil reduseres ved at det dannes mikrosprekker (1, i Figur 6-9). Den vil reduseres ytterligere ved økt deformasjon (2, i Figur 6-9). Risset kan fortsette å overføre krefter frem til rissåpningen når rundt 0.2 mm, etter dette vil betongen ha null reststrekkapasitet. (3, Figur 6-9) [34]. Dette bidraget kommer fra det kvasi-horisontale risset, det vil si etter definisjonen av kollaps i EC2:2004.



Figur 6-9 Riss-spenningsforholdet i betongen

For å kunne representere spenning-riss relasjonen, utarbeidet Reinhardt denne ligningen [35]

$$\sigma_{res} = f_{ct} \cdot \left(1 - \left(\frac{w}{w_c}\right)^{c_1}\right) \geq 0 \quad (6.3)$$

hvor  $c_1$  er en faktor lik 0,31,  $f_{ct}$  er betongens strekkfasthet,  $w$  er rissåpningen og  $w_c$  er den maksimale rissåpningen betongen kan ha for å overføre krefter [7]. Maks rissåpning kan bli utregnet med formelen:

$$w_c = \frac{G_f}{f_{ct}} \cdot \frac{1 + c_1}{c_1} = 4,226 \cdot \frac{G_f}{f_{ct}} \quad (6.4)$$

Bruddenergien i betongen,  $G_f$ , er lik [31]:

$$G_f = 0,073 \cdot f_{ct}^{0.18} \quad (6.5)$$

Betongens strekkfasthet er lik [31]:

$$f_{ct} = 0.3 \cdot f_c^{2/3} \quad (6.6)$$

For å finne skjærbidraget integreres spenningene over det kvasi-horisontale risset, se Figur 6-5 [7]:

$$V_{Res} = \int_0^{l_{F1}} \sigma_{res} \cdot b \cdot \cos \beta_{BF} d\eta \quad (6.7)$$

Setter inn ligning (6.36.49) og  $w = \varphi \cdot \eta$ , der  $\varphi$  er rissets rotasjon og  $\eta$  er integrasjonsvariabelen

$$V_{Res} = f_{ct} \cdot b \cdot \cos \beta_{BF} \int_0^{l_{F1}} 1 - \left( \frac{\varphi \cdot \eta}{w_c} \right)^{c_1} d\eta \quad (6.8)$$

$$V_{Res} = f_{ct} \cdot b \cdot \cos \beta_{BF} \left( l_{F1} - \frac{1}{1 + c_1} \cdot \left( \frac{\varphi \cdot l_{F1}}{w_c} \right)^{c_1} \cdot l_{F1} \right) \quad (6.9)$$

$$V_{Res} = f_{ct} \cdot b \cdot \cos \beta_{BF} \cdot \left[ \eta - \left( \frac{\varphi \cdot \eta}{w_c} \right)^{c_1} \cdot \eta \right]_0^{l_{F1}} \quad (6.10)$$

Setter inn  $\varphi = \frac{u_A}{d_f}$ , hvor  $u_A$  er den horisontale rissåpningen ved armeringen

$$V_{Res} = f_{ct} \cdot b \cdot \cos \beta_{BF} \cdot l_{F1} \left( 1 - \frac{1}{1 + c_1} \left( \frac{u_A \cdot l_{F1}}{w_c \cdot d_f} \right)^{c_1} \right) \quad (6.11)$$

Integrasjonen av spenningene fører til to løsninger avhengig av integrasjonens øvre grense,  $l_{F1}$ .

1. Normalspenninger utvikler seg langs hele BF ( $\varphi \cdot l_F \leq w_c$ ) som fører til at  $l_{F1} = l_F$
2. Spenningene utvikler seg bare ved enden av risset ( $\varphi \cdot l_F > w_c$ ), som fører til at [7]:

$$l_{F1} = \frac{w_c}{\varphi \cdot l_F} \cdot l_F = \frac{w_c}{u_A} \cdot d_f \quad (6.12)$$

Ved å se på ligning (6.12), kan en se at bidraget til skjærkapasiteten reduseres når den horisontale rissåpningen,  $u_A$ , øker.



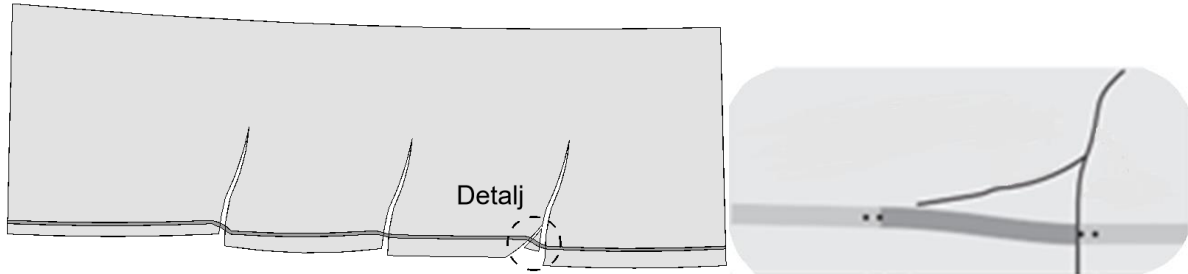
$u_A$  kan finnes ved å anta at rissåpningen er proporsjonal med produktet av armeringstøyningen,  $\varepsilon_s$ , og avstanden mellom den effektive høyden  $d$  og trykksonen  $c$ . Dette fører til at:

$$u_A = \varepsilon_s \cdot (d - c) \quad (6.13)$$

$$u_A = \frac{M_F}{A_s E_s} \cdot \frac{(d - c)}{\left(d - \frac{c}{3}\right)} \quad (6.14)$$

### 6.1.3 Dybeleffekten

Dybeleffekten er lengdearmeringens kapasitet til å overføre vertikale krefter. Effekten inntreffer når hver side av risset beveger seg i transvers retning [27], se Figur 6-10.

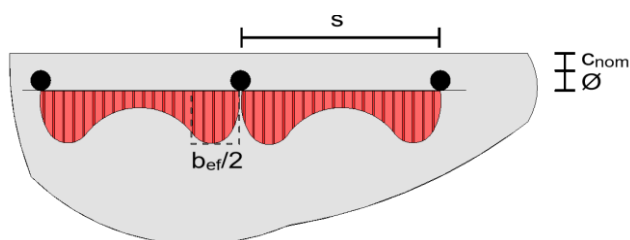


Figur 6-10 a) Illustrasjon av dybeleffekten b) Detalj [34]

Bidraget dybeleffekten gir til skjærkapasiteten er avhengig av det effektive arealet av betong i strekk rundt armeringen og dens strekkfasthet. Bidraget kan kalkuleres med denne formelen [36].

$$V_{Dowel} = n \cdot f_{ct,ef} \cdot b_{ef} \cdot l_{ef} \quad (6.15)$$

I uttrykket er  $n$  antall armeringsstenger,  $f_{ct,ef}$  er betongens effektive strekkfasthet,  $b_{ef}$  og  $l_{ef}$  er den effektive bredden og lengden hvor strekkspenningene utvikler seg for hver armeringsstang. Den effektive bredden,  $b_{ef}$ , tar hensyn til at spenningsfordelingen i betongen ikke er konstant, se Figur 6-11

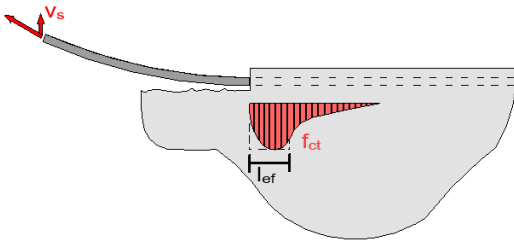


Figur 6-11 Illustrasjon av den effektive bredden

Verdien av  $b_{ef}$  er avhengig av betongoverdekningen,  $c_{nom}$ , armeringens diameter,  $\emptyset$ , og avstanden mellom armeringsstengene,  $s$  [36]. Parameteren finnes ved uttrykket nedenfor.

$$b_{ef} = \min(s - \emptyset; 6\emptyset; 4c_{nom}) \quad (6.16)$$

Den effektive lengden,  $l_{ef}$ , er forankringslengden som trengs for å overføre kraften fra armeringen til betongen, se Figur 6-12.



Figur 6-12 Illustrasjon av den effektive lengden

Empiriske og analytiske studier viser at den effektive lengden korresponderer med armeringsstengenes diameter [37]. Fernandez et al. foreslår en estimering av  $l_{ef}$  lik:

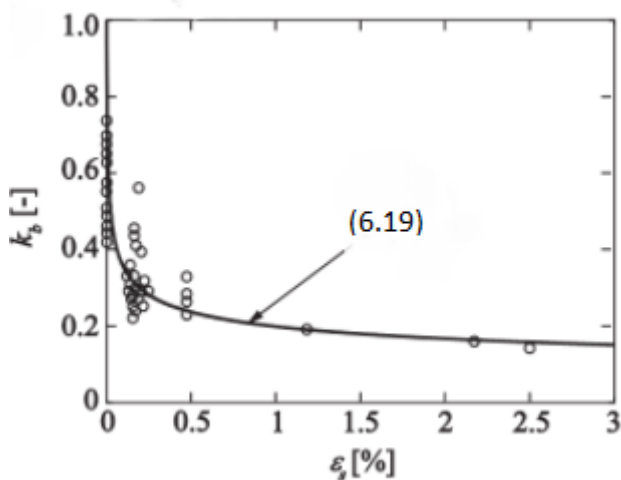
$$l_{ef} = 2\emptyset \quad (6.17)$$

Betongens effektive strekkfasthet påvirkes av spenningene i armeringen på grunn av heft og kan estimeres lik [32]:

$$f_{ct,ef} = k_b \cdot f_{ct} \quad (6.18)$$

der  $k_b$  er en reduksjonsfaktor som tar hensyn til tøyningen i armeringen. Ved null tøyning kan faktoren settes lik én. Ut ifra eksperimenter foretatt av Fernandez et al. kan  $k_b$  beregnes, se Figur 6-13 [7] [32]:

$$k_b = 0.063 \cdot \epsilon_s^{1/4} \leq 1 \quad (6.19)$$



Figur 6-13 Tøyningens påvirkning på reduksjonsfaktoren,  $k_b$

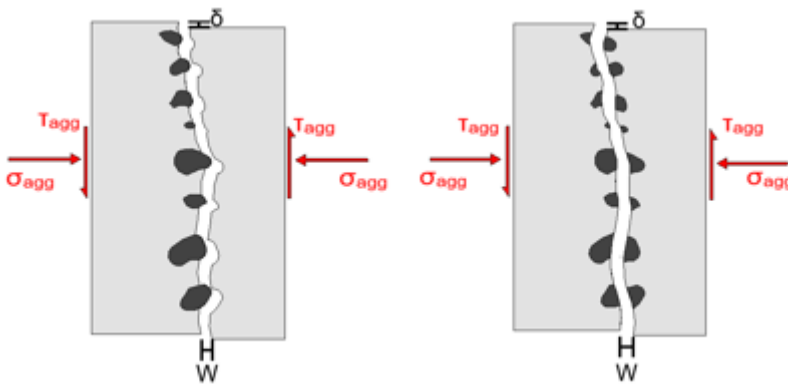
Setter deretter inn  $f_{ct,ef} = k_b \cdot f_{ct}$  og  $l_{ef} = 2\emptyset$  i ligning (6.15) og kommer fram til det endelige uttrykket for dybeleffekten.

$$V_{Dowel} = n \cdot f_{ct,ef} \cdot b_{ef} \cdot l_{ef}$$

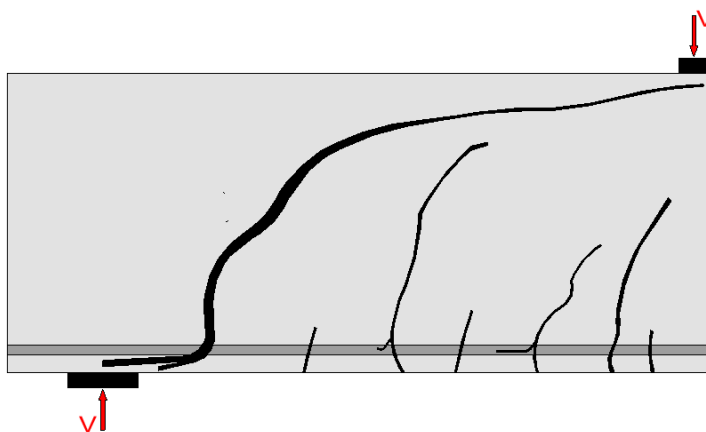
$$V_{Dowel} = n \cdot b_{ef} \cdot 2\emptyset \cdot k_b \cdot f_{ct} \quad (6.20)$$

### 6.1.4 Aggregate interlock

Betongriss vil aldri være perfekt plane og glatte, men vil ha en viss ruhet. Mikroruhet er at rissene går gjennom tilslaget eller rundt det, se Figur 6-14. Makroruhet kommer av selve formen på risset og retningsforandringer, se Figur 6-15 [32].

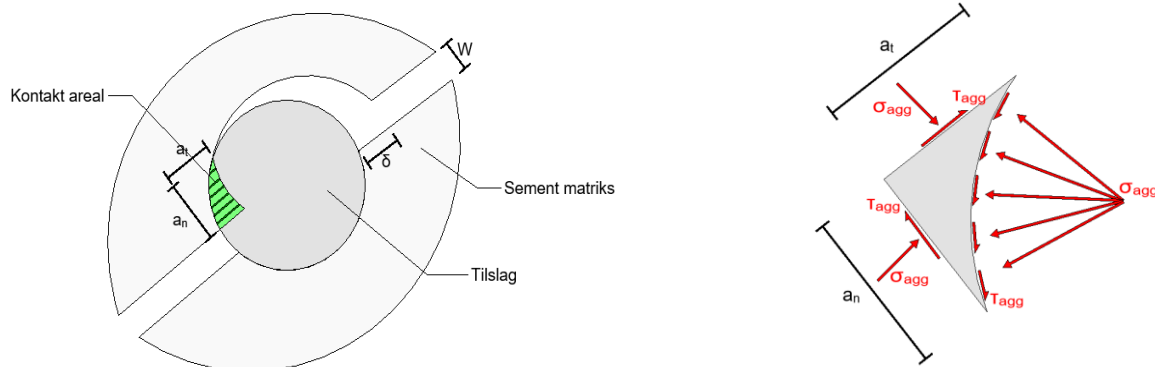


Figur 6-14 Mikroruhet der riss går rundt eller gjennom tilslaget



Figur 6-15 Makroruhet som avhenger av formen på risset

Det vil oppstå friksjonskrefter i form av normal- og parallellspenninger når de to sidene av rissene forsøker å gli langs hverandre, se Figur 6-16. Dette bidrar til å overføre skjærkrefter fra den ene siden av risset til den andre [27].



Figur 6-16 Spenninger som oppstår når sidene av risset forsøker å gli langs hverandre

Det har blitt foreslått flere metoder for å beregne dette bidraget til skjærkapasiteten. En av disse er “Two-phase Model” som ble foreslått av Joost Walraven i 1981 [32]. Denne metoden har en mekanisk tilnærming basert på statistiske og geometriske antagelser av rissoverflaten og tilhørende områder hvor det er kontakt mellom tilslag og sementmatriks. Modellen ender opp med disse formlene for beregning av spenninger: [32].

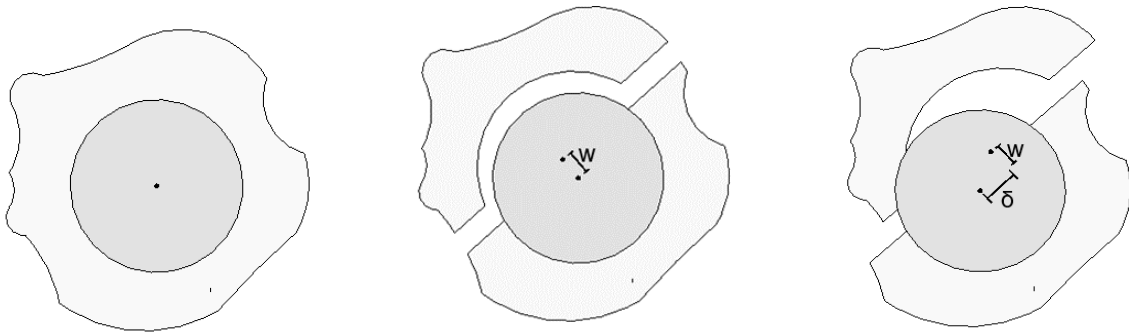
$$\sigma = \sigma_{pu} \cdot (A_x - \mu \cdot A_y) \quad (6.21)$$

$$\tau = \sigma_{pu} \cdot (A_y + \mu \cdot A_x) \quad (6.22)$$

I disse uttrykkene er  $\sigma_{pu}$  trykkfastheten av betongmatriksen, mens  $\mu$  er en friksjonskoeffisient.  $A_x$  og  $A_y$  er summen av projeksjonene  $a_x$  og  $a_y$  for kontaktflaten mellom tilslaget og sementmatriksen. Projeksjonene tar hensyn tilslagets størrelse,  $d_g$ , densitet,  $\rho_k$ , og utledes fra forskyvningene,  $w$  og  $\delta$  [34].

Videre tar disse formlene hensyn til rissvidden  $w$ , nedbøyning på grunn av skjær  $\delta$  og betongblandingen. Til grunn for uttrykkene ligger følgende antakelser:

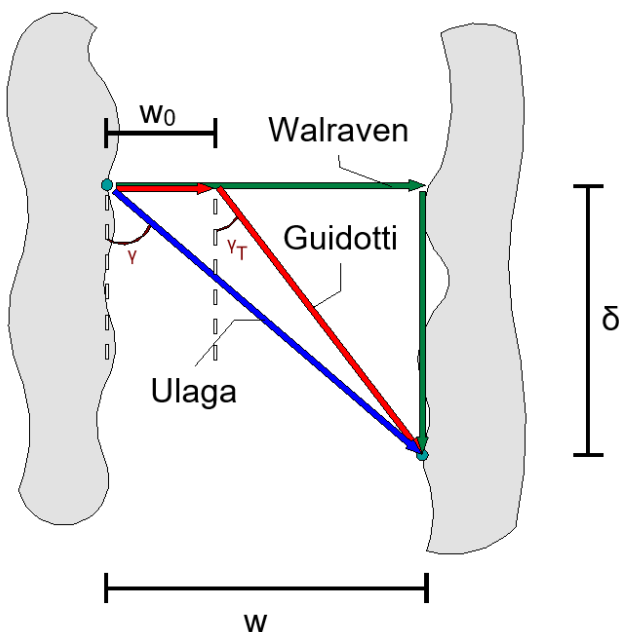
- Betong er et to-fase material med perfekt kuleformet tilslag og fullstendig stiv sementmatriks. Spenninger oppstår dermed i kontaktflaten mellom tilslaget på den ene siden av risset, og sementmatriksen på den andre.
- Riss er plane frem til de møter kuleformet tilslag. Deretter går de rundt tilslaget forsetter i samme plane globale retning, se Figur 6-17.
- Forskyvningen skjer først i tverretning av risset, deretter i parallell retning, se Figur 6-17 [34].



Figur 6-17 Forskyvninger i ulike retninger . Først tverrforskyvning, deretter parallellforskyvning

Denne beregningsmetoden gir øvre grenseverdi for spenningene. To andre personer, Ulaga [38] og Guidotti [39], tok utgangspunkt i beregningsmodellen til Walraven og modifiserte denne. Resultatene ble henholdsvis nedre grenseverdi og spenningsverdier i mellom disse ytterpunktene. De tre modellene fremkommer av Figur 6-18 [40].

Her kan en se at risset i Walraven sin modell først har tverrforskyvning  $w$ , og deretter parallellforskyvning,  $\delta$ , (grønn). Ulaga sin modell har disse forskyvningene samtidig med en vinkel  $\gamma$  (blå). Modellen til Guidotti har først en initial tverrforskyvning,  $w_0$ , før risset gis en skråforskyvning med vinkel  $\gamma_T$  (rød).



Figur 6-18 Forskyvninger i ulike modeller for å beregne bidrag fra aggregate interlock

Metoden til Walraven innebærer integralregning som må løses numerisk. For å kunne løse dette analytisk er det utledet to ligninger [7]:

$$\tau_{agg} = \tau_{agg,0} = \sqrt{f_c} \cdot \frac{c_3 \cdot \bar{\delta}^{4/3}}{(c_2 \cdot \bar{w})^{1.8+c_2 \cdot \bar{\delta}}} \quad (6.23)$$

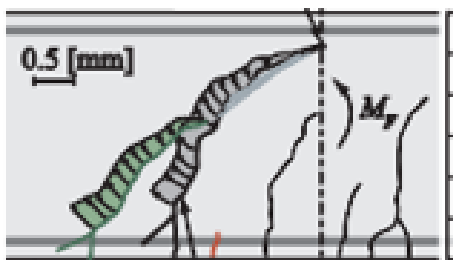
$$\sigma_{agg} = \sigma_{res} - \sigma_{agg,0} = \sigma_{res} - \sqrt{f_c} \cdot \frac{c_4 \cdot \bar{\delta}^{7/3}}{(c_2 \cdot \bar{w})^{3+c_2 \cdot \bar{\delta}}} \quad (6.24)$$

I disse ligningene er  $\sigma_{res}$  reststrekkkapasiteten i betong, som er utledet kapittel 6.1.2. Videre er konstantene  $c_2 = 40$ ,  $c_3 = 35$  og  $c_4 = 400$ , mens normalisert rissgliding,  $\bar{\delta} = \delta/d_{dg}$  og normalisert rissvidde,  $\bar{w} = w/d_{dg}$  [7]. Den gjennomsnittlige ruheten,  $d_{dg}$ , er gitt ved uttrykket nedenfor der maksimal tilslagsstørrelse er gitt ved  $d_g$ .

$$d_{dg} = \min \begin{cases} 40\text{mm}, 16 + d_g & \text{for } f_c \leq 60\text{MPa} \\ 40\text{mm}, 16 + d_g \cdot \left(\frac{60}{f_c}\right)^2 & \text{for } f_c > 60\text{MPa} \end{cases} \quad (6.25)$$

Ligning (6.26) tar hensyn til type betong og tilslagets egenskaper. Da dette vil avgjøre om det kritiske risset vil gå rundt eller igjennom tilslaget.

Ligningene (6.24) og (6.25) er basert på en kombinasjon av arbeidet til Walraven og kinematikken til Guidotti [7]. Kinematikk er den delen av fysikken som handler om legemers bevegelse uten å ta hensyn til bevegelsens årsak [41]. Dermed kan en med en gitt rissvidde  $w$  og tverrglidning,  $\delta$ , beregne overført skjærkraft [7]. I Figur 6-19 er et riss med målte forskyvninger vist.



Figur 6-19 Risskinematikk av bjelke SC69 [7]

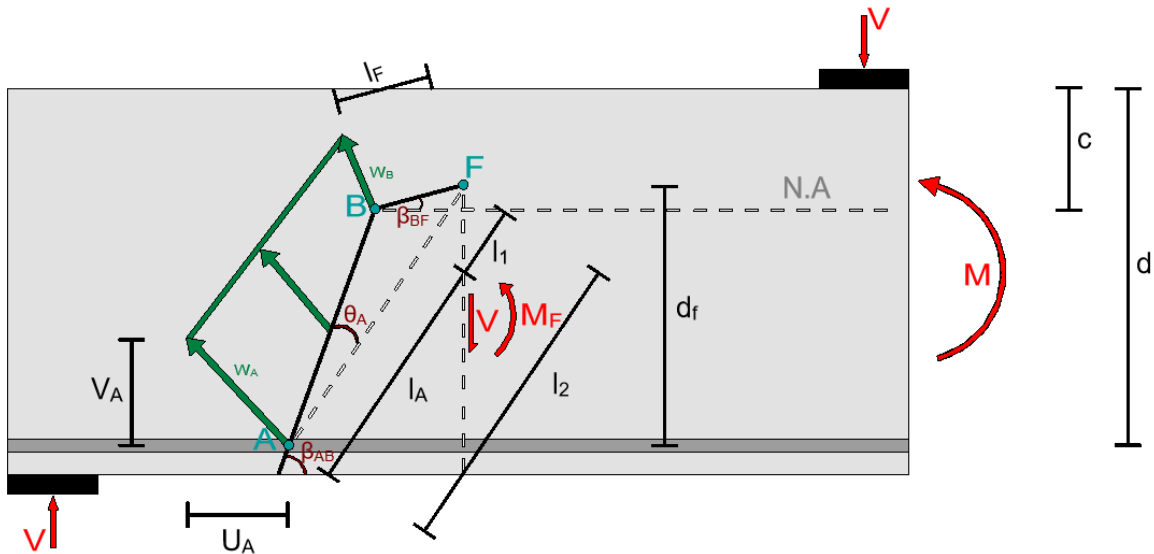
For å komme til et uttrykk for aggregate interlock, integreres spenningene over risset og gir resulterende krefter [7].

$$V_{Agg} = b \cdot \left( \int_{l_1}^{l_2} \tau_{agg,0} \cdot \sin\beta_{AB} d\xi - \int_{l_1}^{l_2} \sigma_{agg,0} \cdot \cos\beta_{AB} d\xi \right) + b \cdot \int_{l_1}^{l_3} \sigma_{res,0} \cdot \cos\beta_{AB} d\xi = V_{Agg,0} + V_{Agg,res} \quad (6.26)$$

$$N_{Agg} = b \cdot \left( \int_{l_1}^{l_2} \tau_{agg,0} \cdot \cos\beta_{AB} d\xi + \int_{l_1}^{l_2} \sigma_{agg,0} \cdot \sin\beta_{AB} d\xi \right) + b \cdot \int_{l_1}^{l_3} \sigma_{res,0} \cdot \sin\beta_{AB} d\xi = N_{Agg,0} + N_{Agg,res} \quad (6.27)$$

I disse uttrykkene er  $\xi$  integrasjonsvariabelen, mens  $b$  er bredde av konstruksjonsdelen. Integrasjon av  $\tau_{agg,0}$  og  $\sigma_{agg,0}$  leder til  $V_{Agg,0}$  og  $N_{Agg,0}$ , mens  $\sigma_{res}$  leder til  $N_{Agg,res}$  [7].

Integrasjonsgrensene avhenger av rissets geometri, se Figur 6-20.



Figur 6-20 Generell rissgeometri som inngår i beregning av aggregate interlock bidrag

Ved hjelp av Figur 6-20 kan  $l_1$  og  $l_2$  finnes ved bruk av geometri.

$$\cos(\beta_{AB} - \beta_{BF}) = \frac{l_1}{l_F} \quad \rightarrow \quad l_1 = l_F \cdot \cos(\beta_{AB} - \beta_{BF}) \quad (6.28)$$

$$l_2 = l_1 + l_A \quad (6.29)$$



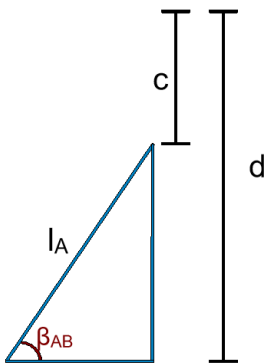
Lengden,  $l_3$ , avhenger av forholdet mellom rissvidden og den maksimale rissvidden for å overføre strekkspenninger,  $w_c$ , se ligning (6.4). Rissviddene  $w_A$  og  $w_B$  er vist i Figur 6-20 [7]

- $w_A < w_C$ :  $\sigma_{res}$  utvikles langs hele AB. Dette fører til at  $l_3 = l_2$
- $w_B < w_C < w_A$ :  $\sigma_{res}$  utvikles kun i enden av AB. Dermed gir formlikhet av Figur 6-20 at
 
$$l_3 = \frac{w_C}{w_A} l_2$$
- $w_B > w_C$ :  $\sigma_{res} = 0$  langs hele AB. Dette fører til at  $l_3 = l_1$ .

Ut ifra resultater fra forsøk er det påvist i at rissvinkelen  $\beta_{AB}$  kan tilnærmes med uttrykket under [32, 42].

$$\beta_{AB} = \frac{\pi}{4} \cdot \left( 1 + \frac{\alpha_A^{1/3}}{3} \right) \quad (6.30)$$

I dette uttrykket er  $\alpha_A$  er forholdet mellom moment og skjær ved punkt A:  $\alpha_A = \frac{M_A}{V_A \cdot d}$ . Videre viser de samme forsøkene at tilnærmingene  $l_F = d/6$  og  $\beta_{BF} = \pi/8$  er gode. I henhold til Figur 6-20 er punkt B ved nøytralaksen. I Figur 6-21 er kun de relevante verdiene for å finne  $l_A$  vist.



Figur 6-21 Hjelpefigur for å finne  $l_A$

Dermed kan det ut i fra trigonometri vises at

$$\sin \beta_{AB} = \frac{d - c}{l_A} \quad \rightarrow \quad l_A = \frac{d - c}{\sin \beta_{AB}} \quad (6.31)$$

Skjærkraften som kan overføres over risset kan dermed uttrykkes ved [7]:

$$\begin{aligned} \frac{V_{Agg}}{\sqrt{f_c} \cdot b} = & \int_{l_1}^{l_2} \frac{\sin\beta_{AB} \cdot c_3 \cdot \bar{\delta}_A^{-4/3}}{\left(c_2 \cdot \psi \cdot \frac{\xi}{d_{dg}}\right)^{1.8+c_2 \cdot \bar{\delta}_A}} - \frac{\cos\beta_{AB} \cdot c_4 \cdot \bar{\delta}_A^{-7/3}}{\left(c_2 \cdot \psi \cdot \frac{\xi}{d_{dg}}\right)^{3+c_2 \cdot \bar{\delta}_A}} \\ & + \int_{l_1}^{l_3} \cos\beta_{AB} \cdot \left(1 - \left(\frac{\psi \cdot \xi}{w_c}\right)^{c_1}\right) d\xi \end{aligned} \quad (6.32)$$

I [7] løses integralene, og endelig uttrykket for å beregne aggregate interlock fremkommer.

$$\begin{aligned} V_{Agg} = & \sin\beta_{AB} \cdot \frac{c_3 \cdot \bar{\delta}_A^{-4/3}}{(c_2 \bar{\delta}_A + 0.8) \cdot \left(\frac{u_A \cdot c_2}{d_F \cdot d_{dg}}\right)^{1.8+c_2 \cdot \bar{\delta}_A}} \cdot \frac{l_2^{0.8+c_2 \cdot \bar{\delta}_A} - l_1^{0.8+c_2 \cdot \bar{\delta}_A}}{(l_2 \cdot l_1)^{0.8+c_2 \cdot \bar{\delta}_A}} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b \\ & - \cos\beta_{AB} \cdot \frac{c_4 \cdot \bar{\delta}_A^{-7/3}}{(c_2 \bar{\delta}_A + 2) \cdot \left(\frac{u_A \cdot c_2}{d_F \cdot d_{dg}}\right)^{3+c_2 \cdot \bar{\delta}_A}} \cdot \frac{l_2^{2+c_2 \cdot \bar{\delta}_A} - l_1^{2+c_2 \cdot \bar{\delta}_A}}{(l_2 \cdot l_1)^{2+c_2 \cdot \bar{\delta}_A}} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b \\ & + \cos\beta_{AB} \left[ l_3 \cdot \left(1 - \frac{1}{1+c_1} \cdot \left(\frac{u_A \cdot l_3}{d_F \cdot w_c}\right)^{c_1}\right) - l_1 \cdot \left(1 - \frac{1}{1+c_1} \cdot \left(\frac{u_A \cdot l_1}{d_F \cdot w_c}\right)^{c_1}\right) \right] \cdot f_{ct} \\ & \cdot b \end{aligned} \quad (6.33)$$

I formlene over er [7]

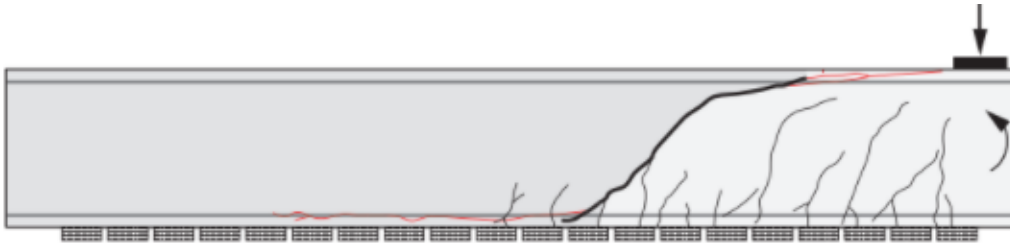
$$\bar{\delta}_A = \frac{\delta_A}{d_{dg}} = \frac{\sqrt{u_A^2 + v_A^2} \cdot \sin\theta_A}{d_{dg}} \quad (6.34)$$

$$v_A = \frac{u_A}{d_F} \cdot (l_F \cdot \cos\beta_{BF} + l_A \cdot \cos\beta_{AB}) \quad (6.35)$$

$$\theta_A = \beta_{AB} - \operatorname{atan} \frac{d_F}{l_F \cdot \cos\beta_{BF} + l_A \cdot \cos\beta_{AB}} \quad (6.36)$$

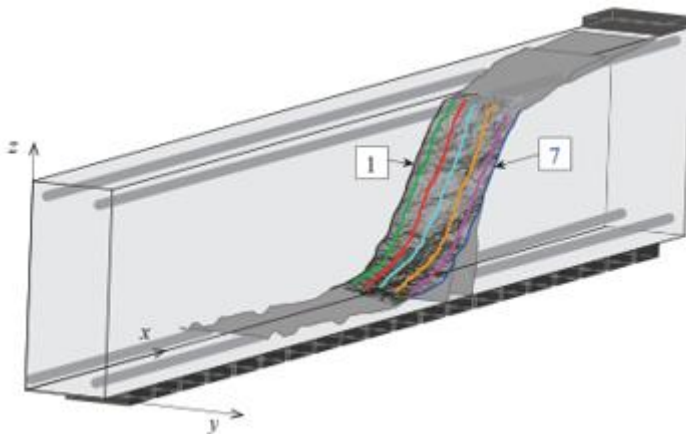
### Kontroll av formler for aggregate interlock

For å etterprøve formlene etter utførte forsøk, kan en skanne det kritiske skjærrisset. Dette gjort på forsøksbjelke SC59. Rissmønsteret til denne bjelken er gjengitt i Figur 6-22, der sorte linjer riss før maks last, mens røde linjer er riss etter maks last [27].



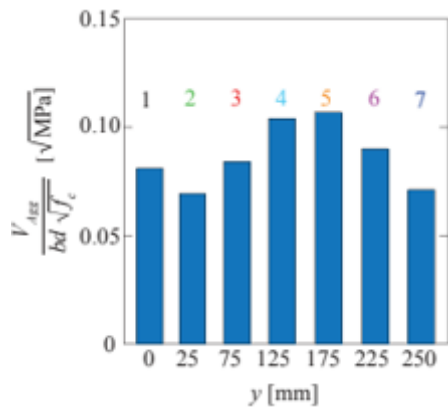
Figur 6-22 Rissmønster SC59 [27].

Av denne skanningen fremkommer det at risset ikke er likt gjennom hele tykkelsen. Dermed foretar en flere skanninger for å lage snitt gjennom risset. Deretter brukes disse snittene som grunnlag for å beregne bidraget til aggregate interlock for hele risset. For SC59 ble det laget syv snitt. Disse er gjengitt på Figur 6-23



Figur 6-23 Snittflater av bjelke SC59 for å beregne bidrag til aggregate interlock [27]

Videre ble spenningene på grunn av aggregat interlock fra hvert snitt beregnet og er gjengitt i Figur 6-24.

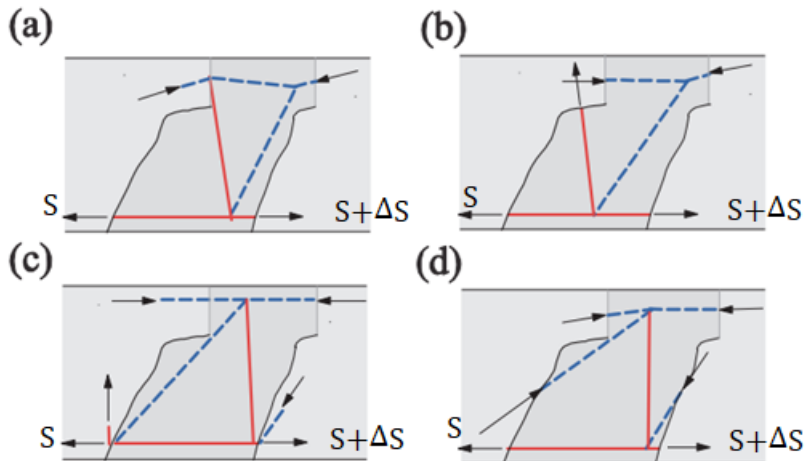


Figur 6-24 Spenninger fra snittflatene i Figur 6-23 [27]

Ut i fra denne figuren kan en se at det ikke er en spesifikk plassering i snittet som gir et dominerende bidrag. For å finne summen av bidragene ekstrapoleres målingene av snittene ut over hele bjelken før disse legges sammen.

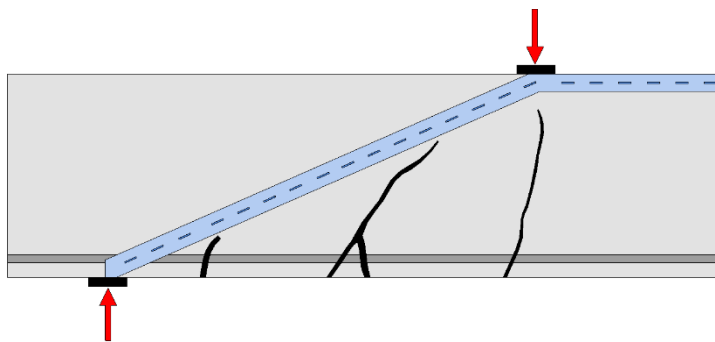
## 6.2 Bueeffekten

De andre skjæroverføringsmekanismerne overfører skjærkraft med prinsippet om konstant momentarm,  $z$ , mellom trykk- og strekkstaven [7]. Dette gjør at kraften i strekkarmeringen kan variere i henhold til momentet i bjelken. I Figur 6-25 er denne kraftendringen illustrert ved å legge til  $\Delta S$  på høyre side.

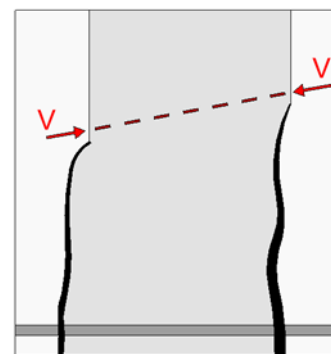


Figur 6-25 kraftendring a) utkragereffekten b) aggregate interlock c) dybeffekten d) reststrekkapasiteten

Ved å anta konstant aksialkraft i armeringen, oppstår det en skrå trykkstav for å opprettholde likevekt i bjelken, se Figur 6-26. Dette kalles bueeffekten [7]. Utover i spennet øker risslengden på grunn av kombinasjonen av skjærkraft og moment, se Figur 6-27.

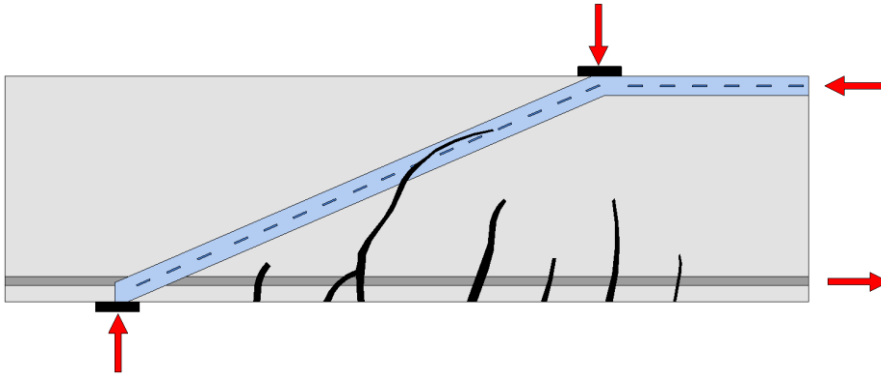


Figur 6-26 Bueeffekten over hele bjelken



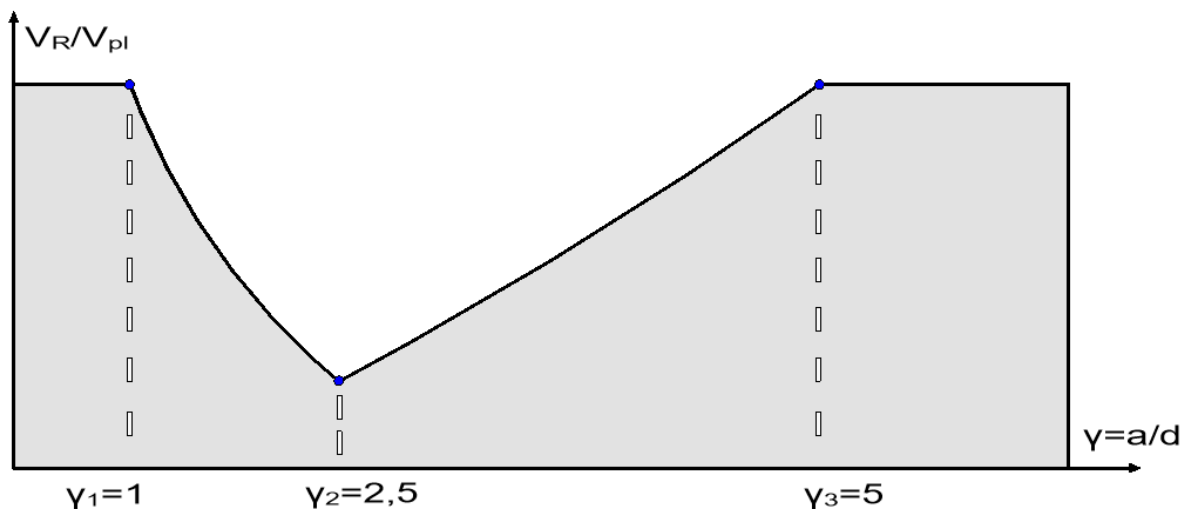
Figur 6-27 Bueeffekten over enden av to riss

Ved store krefter på grunn av aggregate interlock kan bjelken oppleve «låsning» av det kritiske skjærisset. Dermed kan det etableres en direkte trykkstav gjennom risset, se Figur 6-28 [43]. Kapasiteten av denne trykkstaven er dermed begrenset av aggregate interlock.



Figur 6-28 Direkte trykkstav gjennom risset på grunn av aggregate interlock [43]

På grunn av at trykkstaven som regel er utenom der rissene går, er det spesielt i høye bjelker at bueeffekten er betydelig [32]. Dette er bjelker som generelt har lav skjærslankhet, forhold mellom skjærspenn og effektiv høyde,  $\gamma = \frac{a}{d}$ . Effekten av denne slankheten presenteres ved hjelp av «Kani's valley», se Figur 6-29.



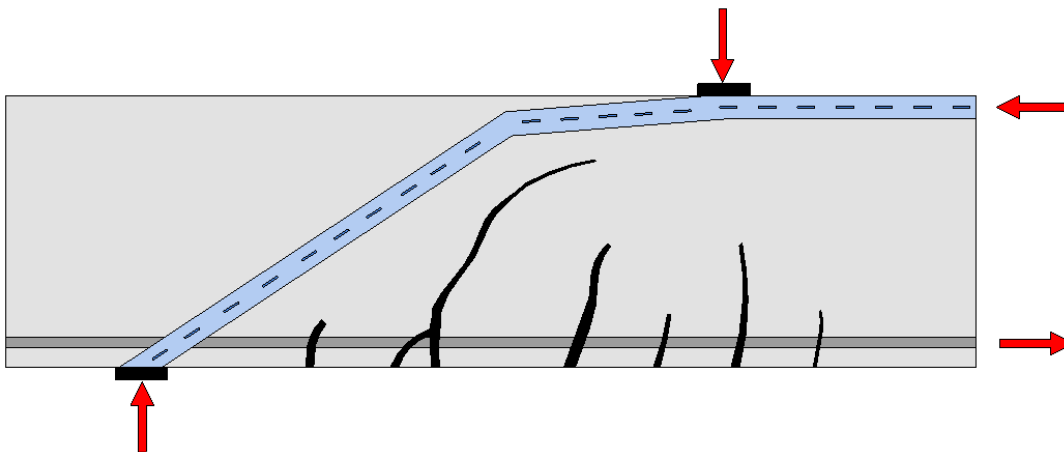
Figur 6-29 Kani's valley, skjæroverføringsmekanismer som en funksjon av skjærslankhet [32]

For rektangulære bjelker med større høyde enn bredde er det i Figur 6-29 to kritiske punkter [44].

- $\gamma = \gamma_2 \approx 2,5$ : Bueeffekten og skjæroverføringsmekanismene har lik kapasitet.
- $\gamma = \gamma_3 \approx 5$ : Kapasiteten av skjæroverføringsmekanismene er lik momentkapasiteten.

Ved lav skjærslankhet,  $\gamma < \gamma_1$ , vil det oppstå diagonale riss mellom opplegg og belastningsplaten [45]. Dette kan føre til to ulike bruddformer. Den ene kommer av at risset kan utvikle seg mot trykksonen, men ikke gå dypere enn bøyerissene. Dette vil føre til et duktilt brudd. Den andre bruddformen er sprø. Da vil risset i stedet utvikle seg mot opplegget. Uavhengig av bruddform vil ikke kapasiteten være mindre enn momentkapasiteten.

Dersom skjærslankheten øker til intervallet  $\gamma_1 < \gamma < \gamma_2$ , vil rissene delvis trenge inn i trykkstaven. Konsekvensen av dette er at den plastiske kapasiteten overestimeres fordi kapasiteten av trykkstaven begrenses av skjæroverføringsmekanismer over riss [43]. Dette fører til at trykkstaven vil endres til en «albueform», se Figur 6-30.



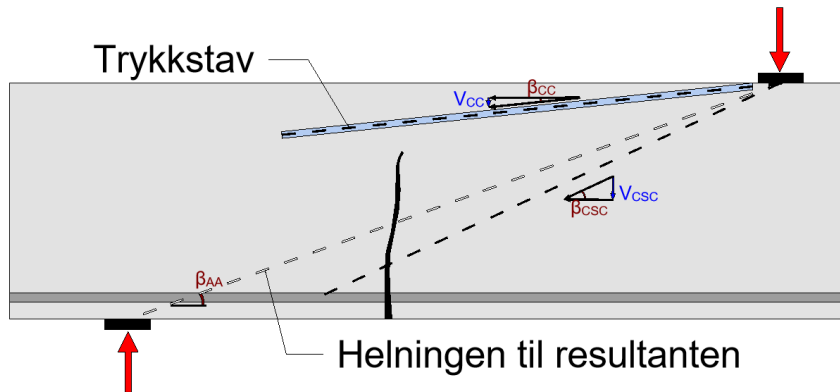
Figur 6-30 Albueformet trykkstav som går utenom rissene [43]

For større verdier av skjærslankheten,  $\gamma > \gamma_2$ , vil bueeffekten virke i kombinasjon med de andre skjæroverføringsmekanismene [32]. Ved økning av  $\gamma$  vil bidraget fra bueeffekten gradvis reduseres mens de andre mekanismene vil gi økt bidrag.

Ved ytterligere økt slankhet,  $\gamma > \gamma_3$  vil bjelken gå til brudd på grunn av moment, til tross for tilstrekkelig skjærkapasitet [32].

### 6.2.1 Overføring av skjærkraft ved bueffekten

Skjærkraften som overføres er den vertikale komponenten av kraften i trykkstaven,  $V_{CC}$ . Trykkstavens helning beskrives med vinkelen  $\beta_{CC}$ , se Figur 6-31, som bestemmer hvor mye skjærkraft trykkstaven kan overføre. Denne vinkelen er videre bestemt av plasseringen og høyden av det kritiske skjærrisset.

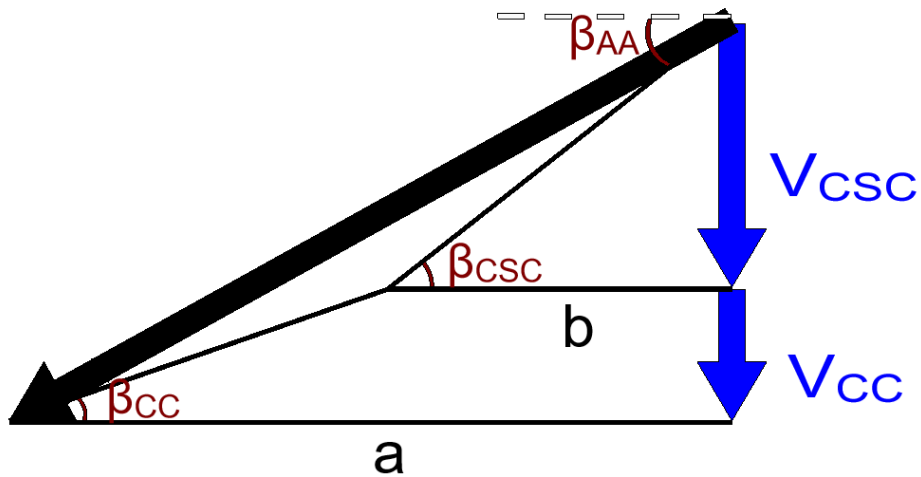


Figur 6-31 Definisjon av ulike vinkler ved beregning av bidrag fra bueffekten [32]

Full bueffekt, rett trykkstav mellom opplegg og påført last, er dermed kun mulig i korte og høye bjelker. For slankere bjelker vil denne trykkstaven ha en knekk, som beskrevet tidligere. I det innerste området til skjærrisset, der helningen er minst, neglisjeres overført skjærkraft da den vertikale komponenten er liten [32]. Mesteparten av dette skjæret vil overføres ved hjelp av en ny trykkstav med vinkel  $\beta_{CSC}$ , se Figur 6-31. Denne vinkelen er påvirket av effekten av aggregate interlock, reststrekkkapasiteten i betong og eventuelt dybeleffekten på grunn av trykkarmeringen hvis risset går helt opp til denne armeringen.

$V_{CC}$  kan finnes ved geometrisk betraktning av Figur 6-31. I Figur 6-32 er kun vektorene og vinklene gjengitt.





Figur 6-32 Hjelpefigur for å vise sammenheng mellom vinkler og krefter i Figur 6-30

Fra denne figuren får en følgende trigonometriske sammenheng:

$$\cot\beta_{CSC} = \frac{b}{V_{CSC}} \quad (6.37)$$

Løser med hensyn på  $b$  og får

$$b = V_{CSC} \cot\beta_{CSC} \quad (6.38)$$

En annen sammenheng er

$$\cot\beta_{CC} = \frac{a - b}{V_{CC}} \quad (6.39)$$

Setter inn  $b = V_{CSC} \cot\beta_{CSC}$  og løser med hensyn på  $a$

$$\cot\beta_{CC} = \frac{a - V_{CSC} \cot\beta_{CSC}}{V_{CC}} \quad (6.40)$$

$$a = V_{CC} \cot\beta_{CC} + V_{CSC} \cot\beta_{CSC} \quad (6.41)$$

Den siste vinkelen er gitt ved

$$\cot\beta_{AA} = \frac{a}{V_{CSC} + V_{CC}} \quad (6.42)$$

Setter inn  $a = V_{CC} \cot \beta_{CC} + V_{CSC} \cot \beta_{CSC}$  og løser med hensyn på  $V_{CC}$ .

$$\cot \beta_{AA} = \frac{V_{CC} \cot \beta_{CC} + V_{CSC} \cot \beta_{CSC}}{V_{CSC} + V_{CC}} \quad (6.43)$$

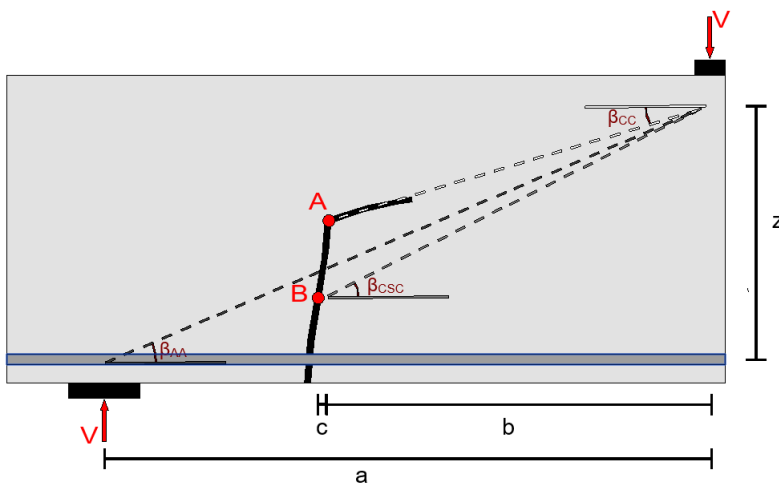
$$V_{CSC} \cot \beta_{AA} + V_{CC} \cot \beta_{AA} = V_{CC} \cot \beta_{CC} + V_{CSC} \cot \beta_{CSC} \quad (6.44)$$

$$V_{CC} (\cot \beta_{AA} - \cot \beta_{CC}) = V_{CSC} (\cot \beta_{CSC} - \cot \beta_{AA}) \quad (6.45)$$

Dermed fremkommer det endelige uttrykket for skjærkraftbidraget fra bueffekten.

$$V_{CC} = V_{CSC} \frac{\cot \beta_{CSC} - \cot \beta_{AA}}{\cot \beta_{AA} - \cot \beta_{CC}} \quad (6.46)$$

I denne formelen er  $V_{CSC} = V_{Agg} + V_{Res}$  summen av bidragene som virker langs det kritiske skjærrisset [32]. Det må dermed merkes at bidraget fra dybeffekten ikke tas med i denne betraktningen.



Figur 6-33 Hjelpesfigur for å vise at vinkler knyttet til bueffekten er konstante

De tre vinklene,  $\beta_{AA}$ ,  $\beta_{CC}$ ,  $\beta_{CSC}$ , kan antas konstante. Figur 6-33 benyttes for å begrunne dette.

- $\beta_{AA}$  avhenger av bjelkens slankhet,  $a/z$ .
- $\beta_{CC}$  avhenger av punkt A i Figur 6-33. Dette punktet er der risset endrer retning fra kvasi-vertikal til kvasi-horisontal.
- $\beta_{CSC}$  avhenger av punkt B. Dette punktet sammenfaller med resultanten fra aggregate interlock spenningene.

Når bjelkens slankhet og plasseringen av det kritiske risset er kjent, vil vinklene ha konstante verdier.

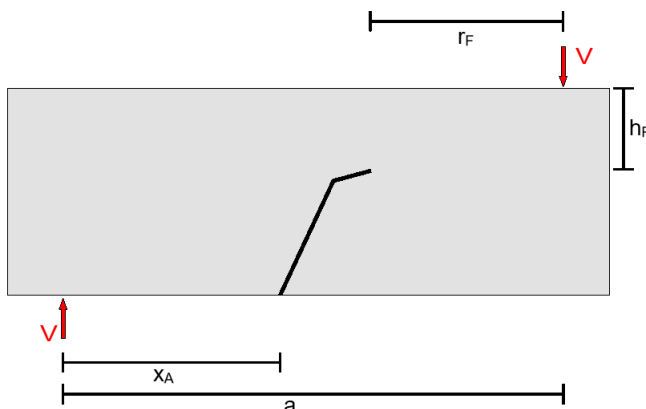
## 6.3 Bidrag til skjærkapasitet

De ulike fenomenene beskrevet tidligere gir alle hvert sitt bidrag til den totale skjærkapasiteten. Dette betyr at dersom det skal bli skjærbrudd, må alle de ulike bidragene overskrides. Hvor stor kapasitet hver del gir, avhenger av last- og bjelkegeometrien.

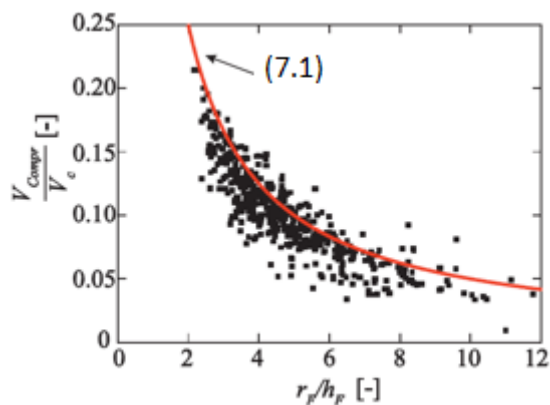
### 6.3.1 Utkragereffektens bidrag

Reineck et al. kalkulerte trykksonens bidrag for 629 slanke bjelker. Avstanden til det kritiske risset ble antatt lik halve bjelkens lengde,  $x_A = 0.5a$ , for alle bjelker, se eksempelbjelke i Figur 6-34 [46].

Ut ifra resultatene gitt i Figur 6-35 kan en se at trykksonens bidrag i forhold til totalen,  $V_{Compr}/V_c$ , er avhengig av forholdet  $r_F/h_F$ .  $r_F$  er avstanden fra enden av risset til belastningspunktet og  $h_F$  er avstanden fra overkant bjelke til rissets endepunkt, se Figur 6-34 og Figur 6-35 [7].



Figur 6-34 Eksempelbjelke for å illustrere distansene  $x_A$ ,  $a$ ,  $r_F$  og  $h_F$



Figur 6-35 Bidrag fra trykksonen i forhold til den totale kapasiteten [7]

En kan se at trykksonens bidrag er relativt lavt for slanke bjelker (høy  $r_f/h_f$ ). Med dette som grunnlag, har en kommet fram til ligning (6.47) som tar for seg relasjonen mellom trykksonens bidrag og bjelkens slanket (rød linje Figur 6-35) [7]:

$$\frac{V_{Compr}}{V_c} = \frac{k_c \cdot h_F}{r_F} \quad (6.47)$$

hvor  $k_c = 0,5$  er en konstant

### 6.3.2 Iterasjonsmetode for total skjærkapasitet

Ved å sette inn  $V_c = V_{Res} + V_{Agg} + V_{Dowel} + V_{Compr}$  i ligning (6.47) kan en finne et uttrykk for den totale skjærkapasiteten.

$$\frac{V_{Compr}}{V_{Res} + V_{Agg} + V_{Dowel} + V_{Compr}} = \frac{k_c \cdot h_F}{r_F} \quad (6.48)$$

$$V_{Compr} = \frac{k_c \cdot h_F}{r_F} \cdot (V_{Res} + V_{Agg} + V_{Dowel} + V_{Compr}) \quad (6.49)$$

Setter så inn  $V_{Compr} = \frac{k_c \cdot h_F}{r_F} V_c$

$$\frac{k_c \cdot h_F}{r_F} V_c = \frac{k_c \cdot h_F}{r_F} \cdot \left( V_{Res} + V_{Agg} + V_{Dowel} + \frac{k_c \cdot h_F}{r_F} V_c \right) \quad (6.50)$$

Løser med hensyn på  $V_c$

$$V_c = V_{Res} + V_{Agg} + V_{Dowel} + \frac{k_c \cdot h_F}{r_F} V_c \quad (6.51)$$

$$V_c - \frac{k_c \cdot h_F}{r_F} V_c = V_{Res} + V_{Agg} + V_{Dowel} \quad (6.52)$$

$$V_c = \frac{V_{Res} + V_{Agg} + V_{Dowel}}{1 - \frac{k_c \cdot h_F}{r_F}} \quad (6.53)$$

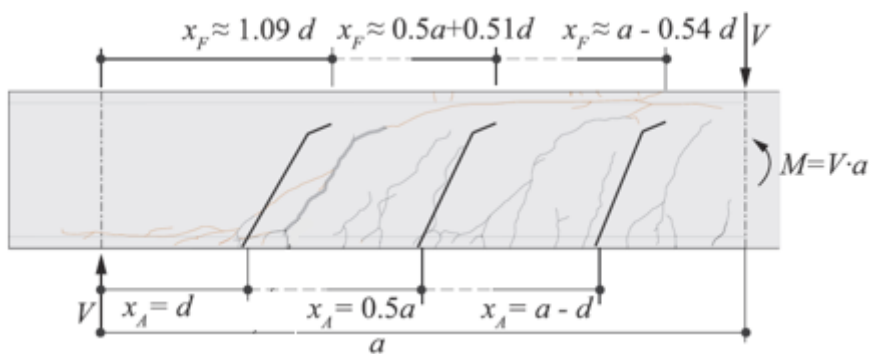
Denne endringen fører til at den totale skjærkapasiteten er tøyningssavhengig, da de tre leddene  $V_{Res}$ ,  $V_{Agg}$  og  $V_{Dowel}$  er tøyningssavhengig. Dermed kan skjærkapasiteten uttrykkes som en funksjon av rissåpningen  $u_A$ .

Ved hjelp av denne iterasjonsmetoden kan en estimere den totale skjærkapasitetet [34]:

- 1) Velg en lokasjon for det kritiske risset,  $x_A$
- 2) Kalkuler vinkelen  $\beta_{AB}$  som en funksjon av  $\alpha_A = M_A/(V_A \cdot d)$  etter ligning 6.30
- 3) Anta en rissåpning  $u_{Ai}$  (anbefales og starte med  $u_{Ai} = 0,001\text{mm}$ )
- 4) Kalkuler bidragene fra restkapasiteten i strekksonen ( $V_{Res}$ , ligning (6.11)), dybeleffekten ( $V_{Dowel}$ , ligning (6.20)), aggregate interlock ( $V_{Agg}$ , ligning (6.33)) og utkrager effekten ( $V_{Compr}$ , ligning (6.2)). Så legges disse sammen for å finne den totale skjærkapasiteten  $V_c$ .
- 5) Kalkuler rissåpningen,  $u_A$ , som en funksjon av momentet ved rissets endepunkt ( $M_F$ , ligning (6.14))
- 6) Gjenta punkt 3-6 til den antatte rissåpningen,  $u_{Ai}$  tilsvarer den kalkulerte rissåpningen  $u_A$ .

### Risslokasjoner

Cavagnis har sett nærmere på risslokasjonene  $x_A = d$ ,  $x_A = 0.5a$  og  $x_A = a - d$ . Disse avstandene definerer avstanden fra opplegg og til starten av risset, se Figur 6-36 [34].

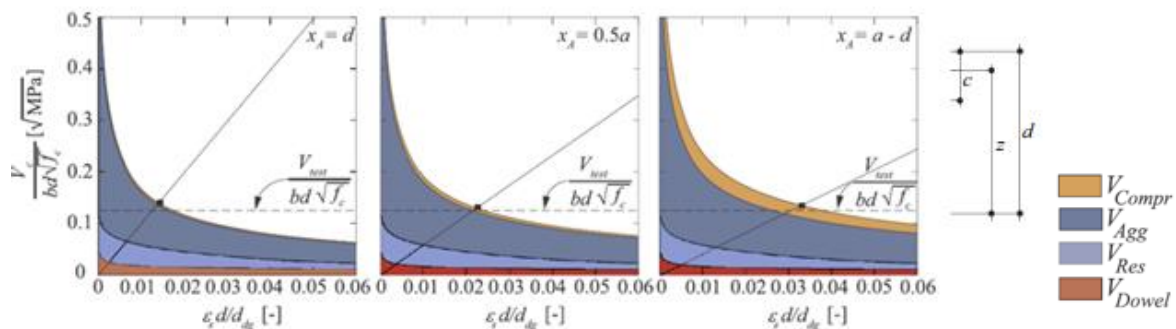


Figur 6-36 Hjelpesfigurer for å vise de ulike risslokasjonene i sammenligning [34]

Videre er iterasjonsmetoden benyttet med følgende inputverdier:

- $f_c = 35,3 \text{ MPa}$
- $d_g = 16 \text{ mm}$
- $b = 250 \text{ mm}$
- $d = 556 \text{ mm}$
- $a/d = 4,41$
- $\rho = 0,886\%$
- $\rho' = 0,886\%$
- $\frac{V_{test}}{bd\sqrt{f_c}} = 0,125$

I Figur 6-37 kan en se resultatene fra iterasjonsmetoden for de tre risslokasjonene:



Figur 6-37 Ulike bidrag til skjærkapasitet avhengig av hvor risset er lokalisert [34]

Ut fra figurene kan en se at bidraget fra aggregate interlock er mest dominerende. Bidraget fra trykksonen er minimalt når det kritiske risset nærmer seg opplageren, men øker gradvis når risset går mot belastningspunktet. Dette har sammenheng med at bøyemomentet øker utover i spennet.

Cavagnis [7] oppgir at en fra Figur 6-37 kan se at den totale skjærkapasiteten ikke varierer signifikant fra  $x_A = d$  og  $x_A = a - d$ . Dette fører til at det kritiske rissets plassering ikke har en nevneverdig innflytelse på skjærkapasiteten [34]. Dette stemmer, gitt at en sammenligner samme inputverdier. I et snitt i en større avstand fra opplegg vil tøyningen være større. Ved å ta hensyn til denne tøyningendringen, ser en at kapasiteten er tilnærmet lik. I Figur 6-27 er dette illustrert ved at de tre markerte punktene har tilnærmet lik verdi for normalisert skjærspenning.

### 6.3.3 Utførte skjærtester

For å få en bedre forståelse for hvordan de ulike bidragene fungerer har en sett nærmere på noen av testene utført av Reineck et al [27], se Tabell 6-1.

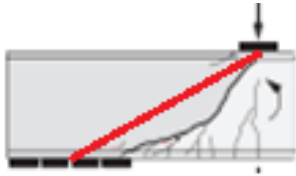
Tabell 6-1 Informasjon og resultater fra utførte skjærtester [27]

| Test      | $l$ (mm) | $a$ (mm) | $M(Vd)(-)$ | $f_c$ (MPa) | $\rho$ (%) | $q$ (kN/m) | $V_{top}$ (kN) | $V_{right}$ (kN) | $\frac{V_{top}}{b \cdot d \cdot \sqrt{f_c}}$ ( $\sqrt{\text{MPa}}$ ) | CCDT  | Remarks                            |
|-----------|----------|----------|------------|-------------|------------|------------|----------------|------------------|--|-------|------------------------------------|
| Figure 1b | SC51a    | 5,600    |            | 33.6        | 0.886      | 60.4       | 169            | (169)            | 0.210  | (4)   | Shear failure at the left support  |
|           | SC51b    | 5,600    |            | 33.6        | 0.886      | 57.8       | (162)          | 162              | 0.201  | (2)   | Shear failure at the right support |
| Figure 1c | SC52     | 5,600    | 1.68       | 36.8        | 0.886      | 59.5       | (133)          | 200              | 0.237  | (1)   | Diagonal cracking right support *  |
|           | SC52a    | 5,600    | 1.68       | 36.8        | 0.886      | 77.1       | 173            | (259)            | 0.205  | (2)   | Shear failure at the left support  |
|           | SC52b    | 5,600    | 1.68       | 36.8        | 0.886      | 85.0       | (190)          | (286)            | 0.226  | (4)   | Shear failure in the central part  |
|           | SC53     | 5,600    | 2.88       | 33.2        | 0.886      | 40.2       | (68)           | 158              | 0.197  | (2)   | Maximum load followed by failure   |
|           | SC54     | 5,600    | 3.78       | 36.5        | 0.886      | 40.6       | (46)           | 182              | 0.217  | (4)   | Maximum load followed by failure   |
|           | SC55     | 5,600    | 4.48       | 33.7        | 0.886      | 33.4       | (19)           | 168              | 0.208  | (3)   | Diagonal cracking *                |
|           | SC55a    | 5,600    | 4.48       | 33.7        | 0.886      | 38.5       | (22)           | 194              | 0.240  | (2-1) | Maximum load followed by failure   |
| Figure 1d | SC56     | 5,600    | 5.04       | 35.3        | 0.886      | 28.2       |                | 158              | 0.191  | (3)   | Diagonal cracking (maximum load)   |
|           | SC57     | 4,900    | 4.41       | 33.2        | 0.886      | 30.0       |                | 147              | 0.184  | (2)   | Maximum load followed by failure   |
|           | SC58     | 4,200    | 3.78       | 36.1        | 0.886      | 50.6       |                | 213              | 0.254  | (2-1) | Maximum load; yielding             |
|           | SC59     | 3,500    | 3.15       | 35.5        | 0.886      | 52.3       |                | 183              | 0.221  | (2)   | Maximum load followed by failure   |
|           | SC62     | 2,800    | 2.52       | 35.8        | 0.886      | 62.1       |                | 174              | 0.209  | (4)   | Maximum load followed by failure   |
|           | SC66     | 2,100    | 1.89       | 31.2        | 0.886      | 91.4       |                | 192              | 0.247  | (2)   | Maximum load followed by failure   |
|           | SC63     | 3,500    | 3.13       | 33.6        | 0.544      | 60.8       |                | 213              | 0.263  | (3-1) | Maximum load; yielding             |
|           | SC60     | 2,800    | 2.50       | 36.9        | 0.544      | 58.9       |                | 165              | 0.194  | (2-1) | Maximum load followed by failure   |
| Figure 1e | SC70     | 3,850    | 6.92       | 33.3        | 0.886      |            |                | 114              | 0.142  | (3-4) | Maximum load followed by failure   |
|           | SC69     | 3,150    | 5.67       | 32.9        | 0.886      |            |                | 107              | 0.134  | (4)   | Maximum load followed by failure   |
|           | SC61     | 2,450    | 4.41       | 35.3        | 0.886      |            |                | 103              | 0.125  | (4)   | Maximum load followed by failure   |
|           | SC64     | 1,750    | 3.15       | 35.6        | 0.886      |            |                | 108              | 0.131  | (3)   | Diagonal cracking (maximum load)   |
|           | SC68     | 1,400    | 2.52       | 32.6        | 0.886      |            |                | 124              | 0.156  | (2)   | Maximum load followed by failure   |
|           | SC67     | 1,050    | 1.89       | 32.0        | 0.886      |            |                | 393              | 0.500  | (1)   | Diagonal cracking *                |
|           | SC67a    | 1,050    | 1.89       | 32.0        | 0.886      |            |                | 429              | 0.546  | (1)   | Maximum load followed by failure   |
|           | SC65     | 1,750    | 3.13       | 35.5        | 0.544      |            |                | 102              | 0.123  | (3)   | Maximum load followed by failure   |

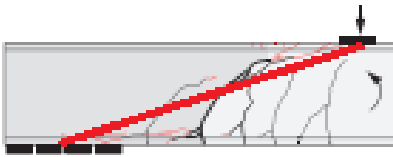
Samtlige av disse bjelkene hadde tverrsnitt  $250 \times 600 \text{ mm}$  og største tilslagsstørrelse  $d_g = 16 \text{ mm}$ . De andre varierende parametere er vist i Tabell 6-1. De to ulike armeringsforholdene  $\rho = 0,54\%$  og  $\rho = 0,54\%$  fører til henholdsvis effektive høyder  $d = 559 \text{ mm}$  og  $d = 556 \text{ mm}$ . Videre ble alle belastet til de fikk skjærbrudd.

I Tabell 6-1 er «Figure 1e» utkragere utsatt for punktlast. Her kan en se at bjelke SC67 har kortest avstand fra opplegg til last,  $a = 1050 \text{ mm}$ . Dette fører videre til at denne bjelken har lavest skjærslankhet,  $a/d = 1050/556 = 1,89$ . Nest lavest skjærslankhet har bjelke SC68 med  $a/d = 1400/556 = 2,51$ . I henhold til [47] er lastplasseringen  $a = 2,5d$  (eller mer) mest ugunstig med tanke på skjær. Ved å sammenligne de normaliserte skjærspenningsverdiene ved brudd,  $\frac{V_{exp}}{b d \sqrt{f_c}}$ , kan en se at SC67 har vesentlig høyere verdi enn resten av bjelkene belastet med punktlast. Samtidig ser en at de andre bjelkene har tilnærmet samme normaliserte skjærspenning ved brudd til tross for ytterligere økt skjærslankhet.

En grunn til at SC67 har så høy kapasitet er at det kritiske skjærrisset ikke gikk gjennom den teoretiske trykkstaven mellom opplegg og belastningsplate, se Figur 6-38. På denne måten kunne nesten hele momentkapasiteten oppnås [27]. For de andre bjelkene gikk risset gjennom denne trykkstaven, noe som svekket kapasiteten. Rissmønsteret til SC65 er gjengitt i Figur 6-39 for å illustrere dette, der den røde linjen illustrerer den direkte teoretiske trykkstaven.



Figur 6-38 Rissmønster for bjelke SC67 [27]. Teoretisk trykkstav krysser ikke riss



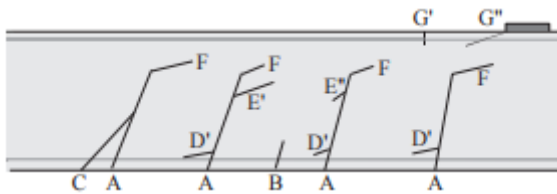
Figur 6-39 Rissmønster for bjelke SC65 [27]. Teoretisk trykkstav krysser riss

Grunnen til at  $a = 2,5d$  er satt som en grense for ugunstig last er at det er i denne avstanden skjærrisset vil krysse den teoretiske trykkstaven. Innenfor denne avstanden går lasten direkte til opplegg uten å krysse skjærriss (bueeffekten) [48].



### 6.3.4 Risstyper

Rissmønsteret er også avgjørende for kapasiteten. Ved maksimal last oppstår det endelige risset som fører til brudd. Dette er ikke nødvendigvis det kritiske skjærrisset. Dermed omtales det videre som bruddriss. Disse rissene er kombinasjoner av riststypene A – G vist i Figur 6-40 [34].



Figur 6-40 Ulike riststyper definert av Cavagnis [34]

**Type A:** Hovedbøyeriss. Disse oppstår på strekksiden idet rissmomentet er oppnådd. Dette risset går så høyt opp i tverrsnittet at strekkspenningene tilsvarer betongens strekkfasthet [34].

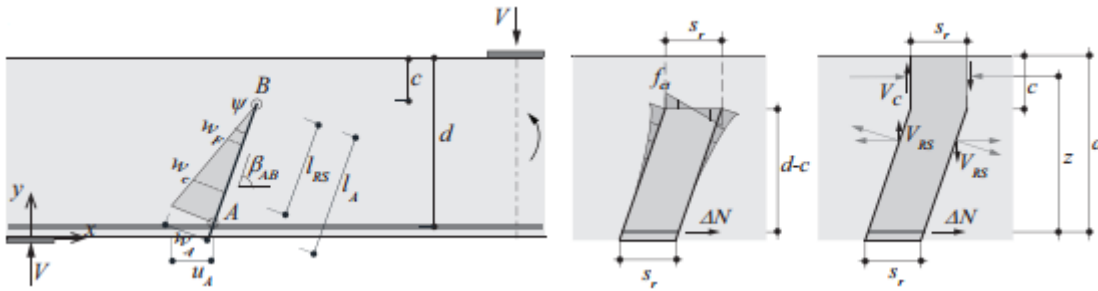
**Type B og C:** Sekundært bøyeriss. Dette er mindre riss som oppstår ved siden av hovedbøyerisset. Når nye riss oppstår, reduseres rissvidden på de andre rissene. Disse kan være selvstendige riss, men også gå sammen med hovedbøyerisset [34].

**Type D:** Dybelriss. Ved stort bidrag fra dybeffekten opplever bjelken tverrspanninger på hver side av hovedbøyerisset. Dette kan føre til et tilnærmet horisontalt riss på en av sidene langs lengdearmingen [34].

**Type E:** Aggregate-interlockriss. Ved stort bidrag fra aggregate interlock opplever bjelken tverrspanninger på hver av sidene av hovedbøyerisset. Dette kan føre til et tilnærmet horisontalt riss på en av sidene [34].

**Type F:** Når hovedbøyerisset når trykksonen vil det begynne å bli mer horisontalt. Dette skjer fordi spenningene her, punkt B i Figur 6-41, når omtrent strekkfastheten i betong. Dermed vil det utvikles riststype F, som vil fortsette med en mindre helning enn risset har hatt tidligere. Riststype F vil utvikles ved høye skjærkraftverdier og lave verdier forholdet mellom moment og skjær [34]:

$$\alpha_A = \frac{M_{A(x)}}{V_{A(x)} \cdot d} \quad (6.54)$$



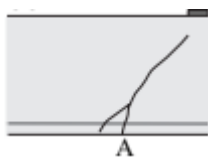
Figur 6-41 Premisser for utvikling av riss type F [34]

**Type G:** Dette er riss i trykksonen som ikke utvikles fra hovedbøyerisset. Slike riss vil kun forplantes når kritisk skjærriss utvikles under lastplaten eller under trykkstaven, som går direkte fra lastplaten og ned til opplegg. Riss type G'' utvikles med en liten vinkel nær lastplaten før maksimal last. G'' vil til slutt vokse inn i kritisk skjærriss eller forplantes inn i den teoretiske trykkstaven. Resultatet av dette er brudd i elementet [34].

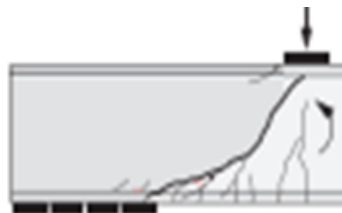
### 6.3.5 Bruddriss

I testene i [27] er fire forskjellige bruddriss identifisert. I figurene er sorte linjer riss før maksimal last, mens røde linjer er riss etter maks last.

Det første risset er «Critical Crack Development Type 1», CCTD1. Kjentetegnet med dette bruddrisset er at en direkte trykkstav kan etableres uten at den krysser risset, se Figur 6-42. Dette fører til at bjelken kan få kapasitet fra bueffekten. Et eksempel her er bjelke SC67, se Figur 6-43.

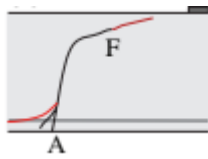


Figur 6-42 Bruddriss CCT1 [27]

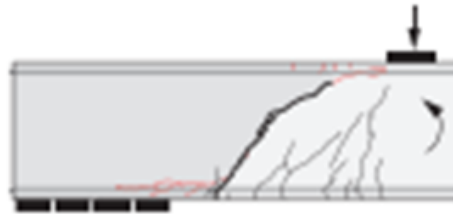


Figur 6-43 Bjelke SC67 utviklet bruddriss CCT1 [27]

Variant to, CCT2, kjennetegnes ved en stabil utvikling av det kritiske skjærrisset. Hovedbøyerisset, type A, går over til et kvasi-horisontalt riss, type F, i trykksonen, se Figur 6-44. Et eksempel på dette er bjelke SC68, se Figur 6-45.

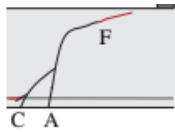


Figur 6-44 Bruddriss CCT2 [27]

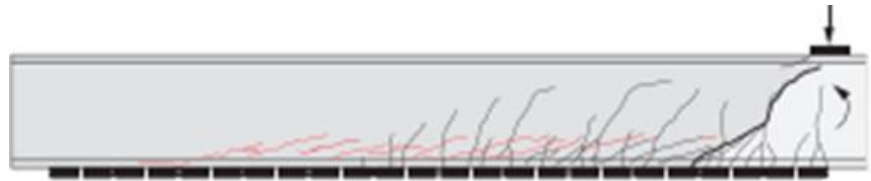


Figur 6-45 Bjelke SC68 utviklet bruddriss CCT2 [27]

CCT2 kan også forekomme ved at et sekundært bøyeriss, type C, utvikles inn i hovedbøyerisset, type A. Se illustrasjon i Figur 6-46, og eksempelbjelke SC57, Figur 6-47.



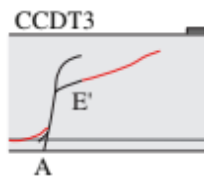
Figur 6-46 Bruddriss CCT2' [27]



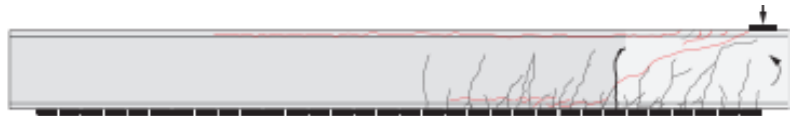
Figur 6-47 Bjelke SC57 utviklet bruddriss CCT2' [27]

Den neste kombinasjonen, CCT3, forekommer på grunn av lokalt tap av aggregate-interlock kapasitet grunnet et riss type E. Dette forekommer dersom bjelken opplever store aggregate-interlock krefter. Se illustrasjon i Figur 6-48, og eksempelbjelke SC56,

Figur 6-49.

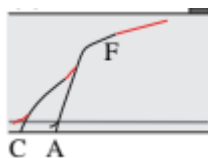


Figur 6-48 Bruddriss CCT3 [27]

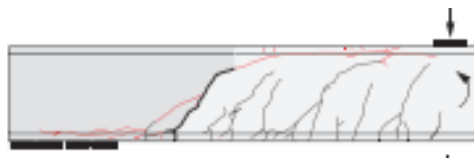


Figur 6-49 Bjelke SC56 utviklet bruddriss CCT3 [27]

Kombinasjonen CCT4 kjennetegnes ved at hovedbøyeriss, A, og sekundært riss, C, møtes. Typisk er det at et riss av type C, går inn og møter et riss av type A-F. Dette fører til økt rissvidde og dermed redusert skjærkapasitet som fører til brudd. En illustrasjon av dette er vist i Figur 6-50 og eksempelbjelke SC61, se Figur 6-51.



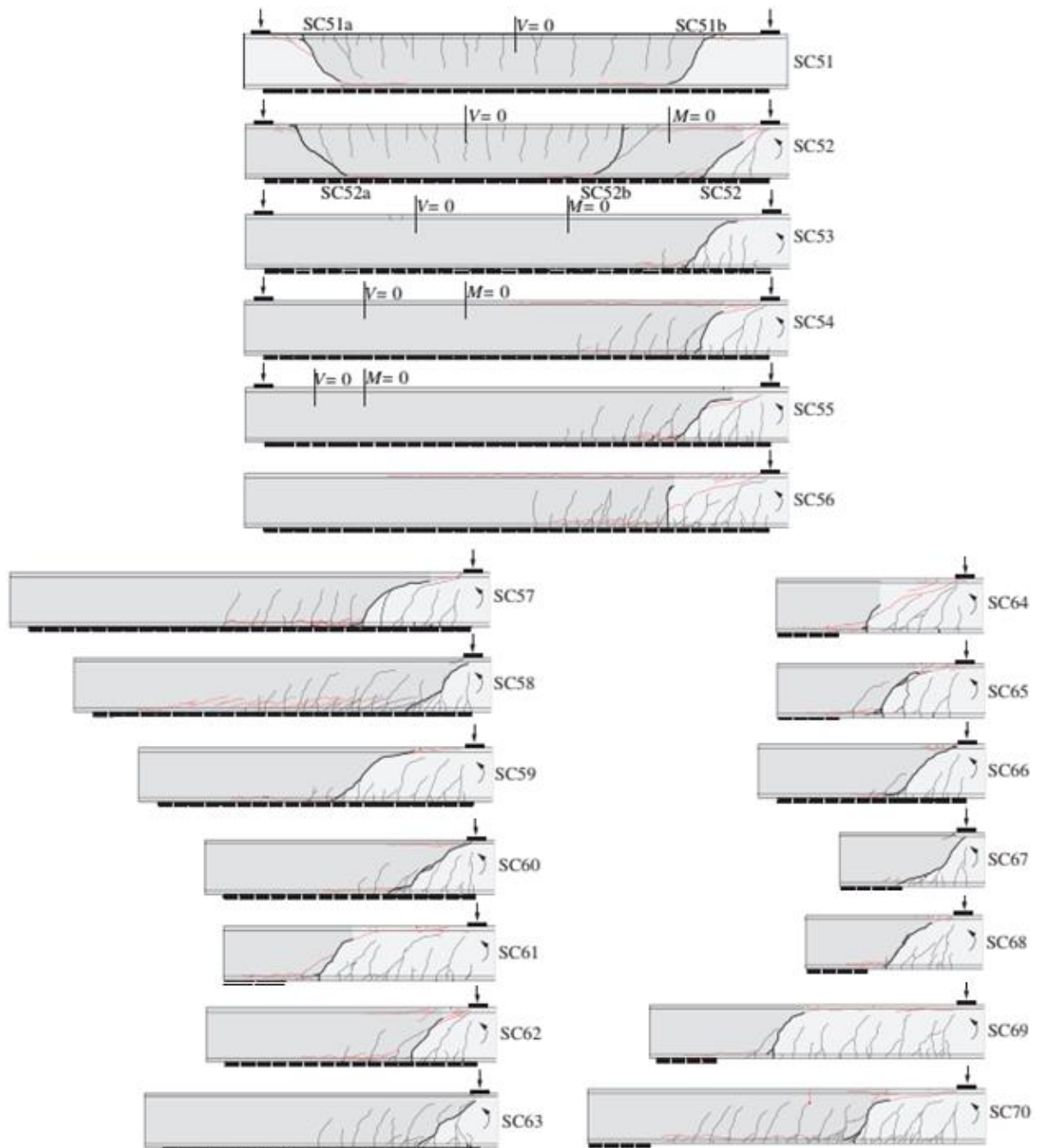
Figur 6-50 Bruddriss CCT4 [27]



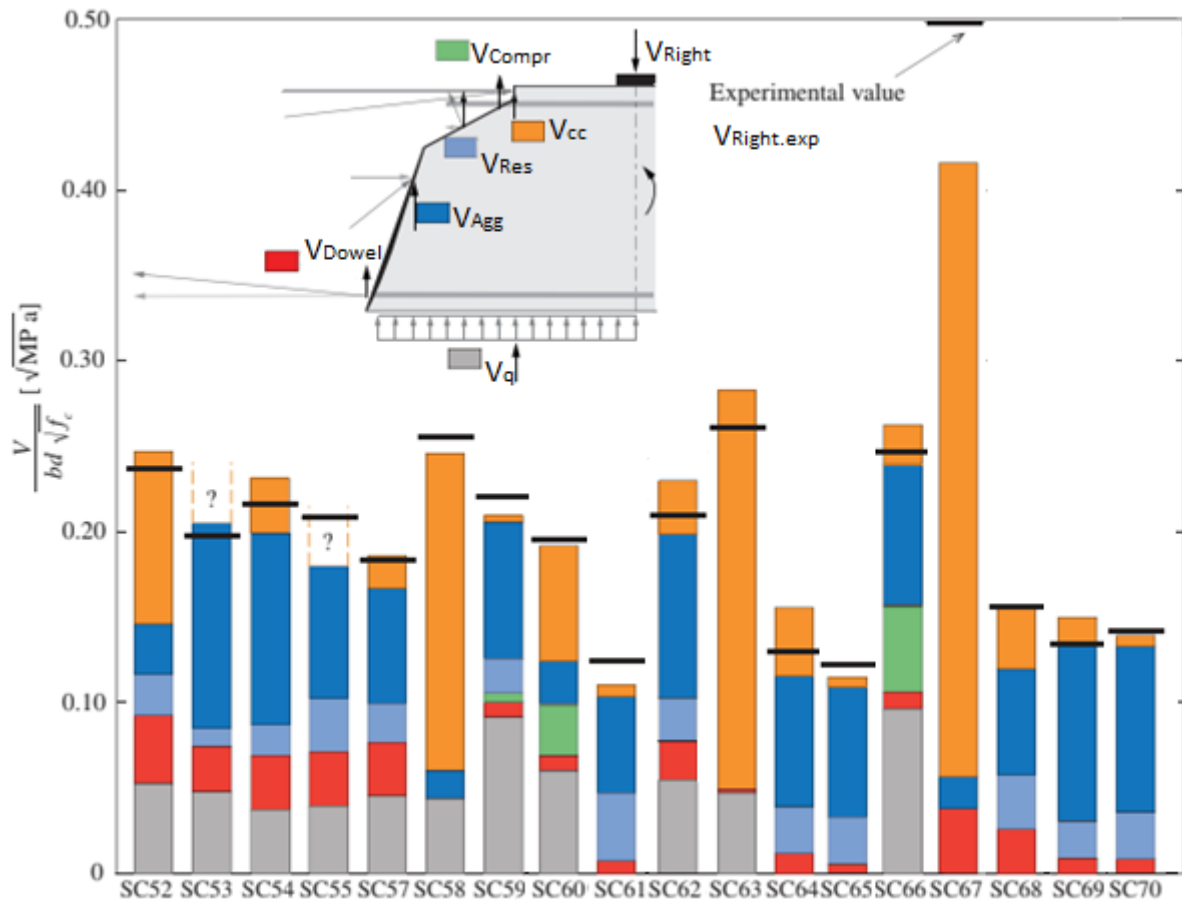
Figur 6-51 Bjelke SC61 utviklet bruddriss CCT4 [27]

### 6.3.6 Ulike bidrag i forhold til bjelke- og lastgeometri

For å se en sammenheng mellom rissmønster i bjelken og hvert av bidragene til skjærkapasiteten er samtlige rissmønster, Figur 6-52 og tilhørende graf med bidragene, Figur 6-53, gjengitt.



Figur 6-52 Riss i testbjelker [27]. Sorte linjer er riss før maks last, mens røde linjer er riss etter maks last



Figur 6-53 Testbjelkenes ulike bidrag til skjærkapasiteten [27]

Vertikal likevekt om Figur 6-53 gir

$$\sum F_y = 0$$

$$V_{Right} = V_q + V_{Dowel} + V_{Agg} + V_{Res} + V_{cc} + V_{Compr} \quad (6.55)$$

I denne ligningen er påført skjærkraft,  $V_{Right_{exp}}$ , og målt skjærkraft som ikke krysser risset,  $V_q$ , kjente. De resterende verdiene er beregnet, men ikke eksakt korrekte. Dette fremkommer også av Figur 6-53 da den sorte streken for  $V_{Right_{exp}}$  ikke samsvarer eksakt med summen av de andre verdiene.

Ved å se nærmere på bjelkene SC52, SC58, SC60, SC63 og SC67 kan en se at bueffekten,  $V_{cc}$ , markert med oransje i Figur 6-53, er det mest dominerende bidraget. Kjentetegnet for det kritiske skjærrisset i disse bjelkene, se Figur 6-52, er at det er tilnærmet rett linje, men går på skrå mot punktlasten. Videre kan man se at bidraget fra aggregate interlock,  $V_{Agg}$ , markert med blå i Figur 6-53, er ganske lite for disse bjelkene, sammenlignet med de resterende bjelkene.

Noe av grunnen til at det er mest bidrag fra aggregate interlock i de resterende bjelkene er at dette utvikles i de bratte delene av risset.

Alle de andre bjelkene har en mer buet form på det kritiske skjærrisset. En konsekvens av dette er at skjærkraften må krysse risset. Dette fører et lite bidrag fra bueeffekten, og den totale skjærkapasiteten kan dermed nesten beskrives eksakt som summen av de andre skjæroverføringsmekanismene.

For tre av bjelkene, SC59, SC60 og SC66, nådde det kritiske skjærrisset trykkarmeringen og følgelig fikk kapasiteten et økt bidrag fra utkragereffekten,  $V_{Compr}$ , markert med grønt i Figur 6-53. Ved å se på utkragerbjelkene, kan en se at dybeffekten fra strekkarmeringen,  $V_{Dowel}$ , gir mest bidrag når risset oppstår nærme opplegg, som ved bjelke SC67 og SC68.

Bidraget fra restkapasiteten av betongen kommer hovedsakelig fra riss type F [27]. Bjelke SC61 har et tydelig riss type F, og følgelig et stort bidrag fra dette.

På grunnlag av disse observasjonene kan en si at verdien av de ulike bidragene styres av lokaliseringen og geometrien av det kritiske skjærrisset.

For slanke bjelker vil skjærkraften hovedsakelig bæres av en kombinasjon av aggregate interlock, dybeffekten og reststrekkapasitet av betong. Aggregate interlock vil være den dominerende skjæroverføringsmekanismen, se Figur 6-53.

Bueeffekten blir den styrende skjæroverføringsmekanismen kun når kritisk skjærriss utvikles rett under lastplaten. Ofte skjer dette med bjelker som har lav skjær slankhet.

## 7 Utledninger

### 7.1 Skjærkapasitet

Utgangspunktet for en ny formel for skjærkapasitet, går helt tilbake til 1954 [1]. Da ble det utført forsøk som viste at skjærkapasiteten var avhengig av kritisk skjærriss og rissets ruhet. I tillegg ble det påvist at skjærfastheten til betongen er proporsjonal med  $\sqrt{f_{ck}}$  [49]. Resultatene av forsøkene var formelen

$$\frac{V_R}{bd} = \sqrt{f_{ck}} \cdot f(w, d_g) \quad (7.1)$$

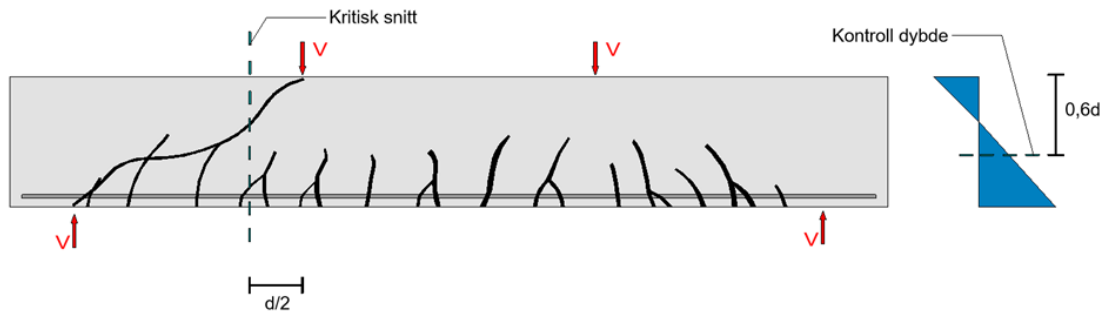
Funksjonen  $f(w, d_g)$  ble foreslått av Aurelio Muttoni, da den viste seg å stemme godt overens med forsøk og tar hensyn til alle typer skjærbrudd [43].

$$f(w, d_g) = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{1 + 120 \frac{\varepsilon d}{16 + d_g}} \quad (7.2)$$

I dette uttrykket er størrelse- og tøyningseffekten,  $\varepsilon d$ , relatert slik at geometrien av tverrsnittet inngår tøyningsuttrykket [43].

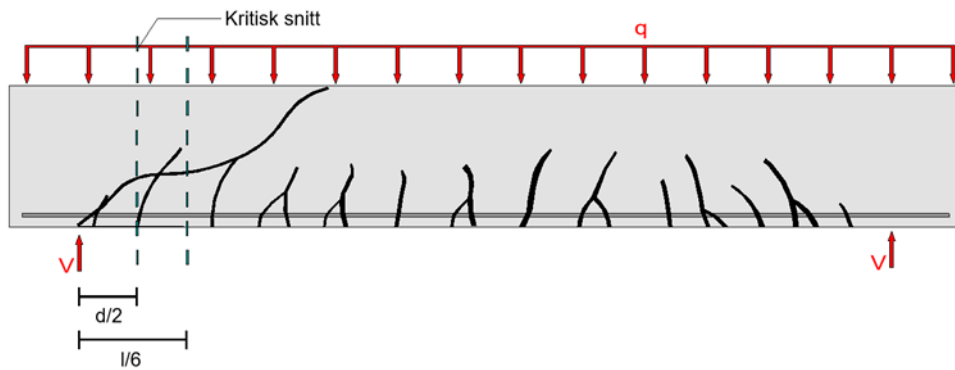
For at ligning (7.2) skal stemme er følgende hypoteser gjeldende:

1. Skjærkapasiteten er kontrollert i det snittet der rissvidden av det kritiske skjærrisset kan bli tilstrekkelig beskrevet ved hjelp av tøyningen ved dybde  $0,6d$  fra trykksiden, se Figur 7-1. I denne dybden er strekktøyningen så stor at betongen risser opp [50]. I henhold til punkt 8.2.2(1) i EC2:2017 er kan det kritiske snittet være over hele bjelken utenom avstanden  $d/2$  fra opplegg [16]. Opplegg har her en dobbeltbetydning og kan også bety der punktlast påføres. For bjelker med konsentrerte laster, som Figur 7-1, vil dermed kritisk snitt være  $d/2$  fra opplegg eller last. Da momentet er høyere ved lasten i figuren, vil kritisk snitt være der det er markert.



Figur 7-1 Kritisk snitt og kontrolldybde for bjelke med konsentrerte laster

For bjelker med jevnt fordelt last vil kritisk snitt være  $d/2$  eller  $L/6$  fra opplegg [51], se Figur 7-2.



Figur 7-2 Potensielle kritiske snitt på bjelke med jevnt fordelt last

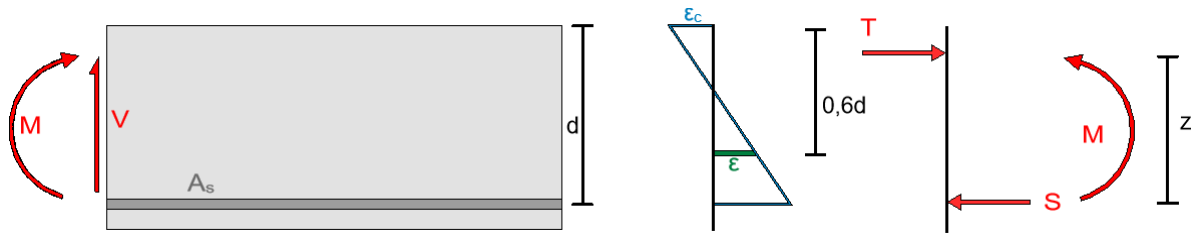
2. Rissvidden på det kritiske skjærrisnet er proporsjonalt avhengig av lengdearmeringen tøyning,  $\varepsilon$ , og den effektive høyden,  $d$ .

$$w \propto \varepsilon \cdot d$$

For å vurdere tøyningen av lengdearmeringen, er det antatt at betong i trykk er lineær-elastisk, betongens strekkapasitet neglisjeres og Navier/Bernoulli's hypotese om at plane tverrsnitt forblir plane gjelder.



I tverrsnitt uten aksiallast kan en ved likevekt påvise tøyningen i kontrolldybden. Utgangspunktet er Figur 7-3.



Figur 7-3 Hjelpesfigurer for å utlede tøyning i kontrolldybden

For å finne denne tøyningen, må armeringens tøyning finnes først.

Momentlikevekt om punktet der trykkresultanten virker, gir følgende

$$\sum M_p = 0 \quad (7.3)$$

$$-M + Sz = 0 \quad (7.4)$$

$$Sz = M \quad (7.5)$$

$$A_s \sigma_s z = M \quad (7.6)$$

$$A_s E_s \varepsilon_s z = M \quad (7.7)$$

$$\varepsilon_s = \frac{M}{A_s E_s z} \quad (7.8)$$

Innfører  $z = d - c/3$ . Dette fremkommer av at trykkspenningene er lineære.

$$\varepsilon_s = \frac{M}{A_s E_s \left(d - \frac{c}{3}\right)} \quad (7.9)$$

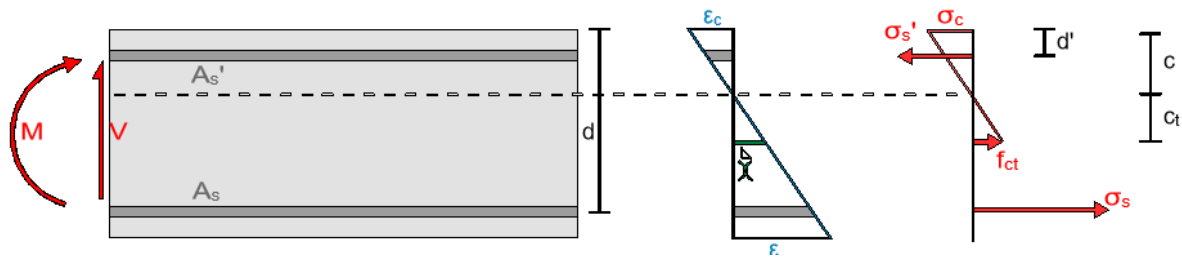
Benytter deretter formlikhet mellom trekanten for å finne tøyningen i kontrolldybden  $0,6d$ .

$$\frac{\varepsilon}{0,6d - c} = \frac{\varepsilon_s}{d - c} \quad (7.10)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_s \frac{0,6d - c}{d - c} \quad (7.11)$$

$$\varepsilon = \frac{M}{A_s E_s \left(d - \frac{c}{3}\right)} \frac{0,6d - c}{d - c} \quad (7.12)$$

Tilsvarende gjelder for høyden på trykksonen,  $c$ . Denne gangen betraktes snittet i Figur 7-4.



Figur 7-4 Hjelpesfigur for å utlede høyden på trykksonen

Den påkjente belastningen fører til krumningen,  $\kappa$ , som gir følgende spenninger:

$$\sigma_s = \kappa(d - c)E_s \quad (7.13)$$

$$\sigma'_s = \kappa(c - d')E_s \quad (7.14)$$

$$\sigma_c = \kappa c E_c \quad (7.15)$$

I tillegg defineres dybden ( $c + c_t$ ) slik at spenningen er lik betongens strekkfasthet

$$f_{ct} = \kappa c_t E_c \quad (7.16)$$

Utgangspunktet for å utlede høyden på trykksonen er aksial likevekt

$$\sum N = 0 \quad (7.17)$$

$$F_s - F'_s + F_{ct} - F_{cc} = 0 \quad (7.18)$$

$$A_s \cdot \sigma_s - A'_s \cdot \sigma'_s + \frac{c_t b}{2} \cdot f_{ct} - \frac{cb}{2} \cdot \sigma_c = 0 \quad (7.19)$$

Betong tar ikke strekk. Dermed kan ledd 3. settes lik 0.

$$A_s \cdot \sigma_s - A'_s \cdot \sigma'_s - \frac{cb}{2} \cdot \sigma_c = 0 \quad (7.20)$$

Setter inn spenningene beskrevet ovenfor

$$A_s \cdot \kappa(d - c)E_s - A'_s \cdot \kappa(c - d')E_s - \frac{c \cdot b}{2} \cdot \kappa c E_c = 0 \quad (7.21)$$

Stryker  $\kappa$  og innfører armeringsforholdene

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \rightarrow A_s = \rho bd \quad (7.22)$$

$$\rho' = \frac{A'_s}{bd} \rightarrow A'_s = \rho' bd \quad (7.23)$$

Får da

$$\rho bd \cdot (d - c)E_s - \rho' bd \cdot (c - d')E_s - \frac{c \cdot b}{2} \cdot cE_c = 0 \quad (7.24)$$

Omarbeider uttrykket ved å stryke  $b$  fra alle ledd og multiplisere ut parentesene

$$\rho ddE_s - \rho dcE_s - \rho' dcE_s + \rho' dd'E_s - \frac{c}{2}cE_c = 0 \quad (7.25)$$

$$\rho d^2E_s - \rho dcE_s - \rho' dcE_s + \rho' dd'E_s - \frac{1}{2}c^2E_c = 0 \quad (7.26)$$

Multipliserer alle ledd med faktoren  $(-\frac{2}{E_c})$

$$-2\rho d^2 \frac{E_s}{E_c} + 2\rho dc \frac{E_s}{E_c} + 2\rho' dc \frac{E_s}{E_c} - 2\rho' dd' \frac{E_s}{E_c} + c^2 = 0 \quad (7.27)$$

Det ses bort fra trykkarmering. Dermed settes  $\rho' = 0$ .

$$-2\rho d^2 \frac{E_s}{E_c} + 2\rho dc \frac{E_s}{E_c} + c^2 = 0 \quad (7.28)$$

Omroterer uttrykket for deretter å benytte andregradsformelen til å finne  $c$ .

$$c^2 + 2\rho d \frac{E_s}{E_c} \cdot c - 2\rho d^2 \frac{E_s}{E_c} = 0 \quad (7.29)$$

$$c = \frac{-2\rho d \frac{E_s}{E_c} \pm \sqrt{\left(2\rho d \frac{E_s}{E_c}\right)^2 - 4 \cdot \left(-2\rho d^2 \frac{E_s}{E_c}\right)}}{2} \quad (7.30)$$

$$c = \frac{-2\rho d \frac{E_s}{E_c} \pm \sqrt{4\rho^2 d^2 \left(\frac{E_s}{E_c}\right)^2 + 8\rho d^2 \frac{E_s}{E_c}}}{2} \quad (7.31)$$

$$c = -\rho d \frac{E_s}{E_c} \pm \sqrt{\rho^2 d^2 \left(\frac{E_s}{E_c}\right)^2 + 2\rho d^2 \frac{E_s}{E_c}} \quad (7.32)$$

Utvider den siste brøken inni kvadratrotten

$$c = -\rho d \frac{E_s}{E_c} \pm \sqrt{\rho^2 d^2 \left(\frac{E_s}{E_c}\right)^2 + 2\rho d^2 \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{\rho E_s E_c}{\rho E_s E_c}} \quad (7.33)$$

$$c = -\rho d \frac{E_s}{E_c} \pm \sqrt{\rho^2 d^2 \left(\frac{E_s}{E_c}\right)^2 + 2\rho^2 d^2 \left(\frac{E_s}{E_c}\right)^2 \cdot \frac{E_c}{\rho E_s}} \quad (7.34)$$

$$c = -\rho d \frac{E_s}{E_c} \pm \sqrt{\left(\rho^2 d^2 \left(\frac{E_s}{E_c}\right)^2\right) \left(1 + 2 \frac{E_c}{\rho E_s}\right)} \quad (7.35)$$

$$c = -\rho d \frac{E_s}{E_c} \pm \rho d \frac{E_s}{E_c} \sqrt{1 + 2 \frac{E_c}{\rho E_s}} \quad (7.36)$$

da  $c$  er større enn null, benyttes den positive løsningen av andregradsligningen.

$$c = -\rho d \frac{E_s}{E_c} + \rho d \frac{E_s}{E_c} \sqrt{1 + 2 \frac{E_c}{\rho E_s}} \quad (7.37)$$

$$c = \rho d \frac{E_s}{E_c} \left( \sqrt{1 + 2 \frac{E_c}{\rho E_s}} - 1 \right) \quad (7.38)$$

Settes dette sammen, ender en opp med følgende uttrykk for å vurdere skjærstyrken:

$$\frac{V_R}{b \cdot d \cdot \sqrt{f_{ck}}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{1 + 120 \frac{\varepsilon d}{16 + d_g}} \quad (7.39)$$

Ved å sette inn ligning (7.12) inn i ligning (7.39) får en

$$V_R = \frac{0.3}{1 + 120 \cdot \frac{\left(\frac{M}{bd\rho E_s \left(d - \frac{c}{3}\right)} \cdot \frac{0,6d - c}{d - c}\right) d}{16 + d_g}} \cdot bd \sqrt{f_{ck}} \quad (7.40)$$

Setter inn  $A_s = bd\rho$  og  $z = d - c/3$

$$V_R = \frac{0.3}{1 + 120 \cdot \frac{\left(\frac{M}{A_s E_s z} \cdot \frac{0,6d - c}{d - c}\right) d}{16 + d_g}} \cdot bd\sqrt{f_{ck}} \quad (7.41)$$

Deretter innføres tøyningen:

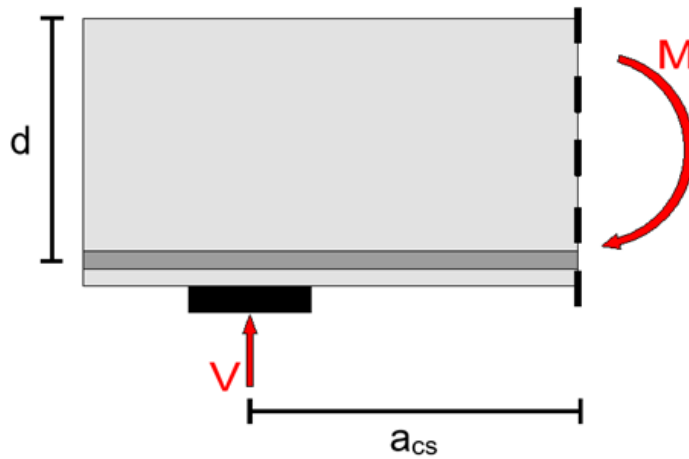
$$\varepsilon_s = \frac{M}{A_s E_s z} \quad (7.42)$$

$$V_R = \frac{0.3}{1 + 120 \cdot \frac{\left(\varepsilon_s \cdot \frac{0,6d - c}{d - c}\right) d}{16 + d_g}} \cdot bd\sqrt{f_{ck}} \quad (7.43)$$

Setter inn  $d_{dg} = 16 + d_g$  og antar at  $\frac{0,6d-c}{d-c} = 0,4$ . Denne tilnærmingen er vurdert i Vedlegg B til å stemme godt med eksakte verdier for ulike bjelker.

$$V_R = \frac{0.3}{1 + 48\varepsilon_s \frac{d}{d_{dg}}} \cdot bd\sqrt{f_{ck}} \quad (7.44)$$

Armeringens tøyning,  $\varepsilon_s$ , finnes ved likevektsbetraktning av Figur 7-5.



Figur 7-5 Ytre krefter som virker etter å ha snittet bjelken

Det effektive skjærspennet finnes ved [16]:

$$a_{cs} = \left| \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \right| + \frac{N_{Ed}}{|V_{Ed}|} \quad (7.45)$$

Momentlikevekt om kritisk snitt i Figur 7-5, gir

$$\sum M_v = 0 \quad (7.46)$$

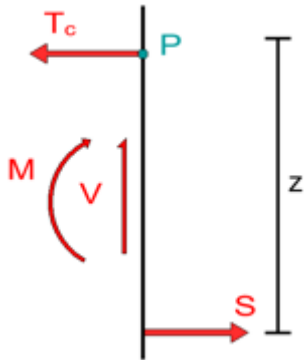
$$V_E a_{cs} - M = 0 \quad (7.47)$$

$$M = V_E a_{cs} \quad (7.48)$$

$V_E$  er skjærresultanten. Denne erstattes med gjennomsnittlig skjærspenning ved  $V_E = v_E b d$

$$M = v_E b d a_{cs} \quad (7.49)$$

Tar deretter momentlikevekt om punkt P i Figur 7-6, og ser på ytre og indre krefter som virker på snittet.



Figur 7-6 Indre krefter som virker på snittet i Figur 7-5

$$\sum M_P = 0 \quad (7.50)$$

$$S z - M = 0 \quad (7.51)$$

$$M = S z \quad (7.52)$$

Setter inn  $M = v_E b d a_{cs}$  og  $S = A_s \sigma_s = A_s E_s \varepsilon_s$

$$v_E b d a_{cs} = A_s E_s \varepsilon_s z \quad (7.53)$$

Løser med hensyn på  $\varepsilon_s$

$$\varepsilon_s = \frac{v_E b d a_{cs}}{A_s E_s z} \quad (7.54)$$

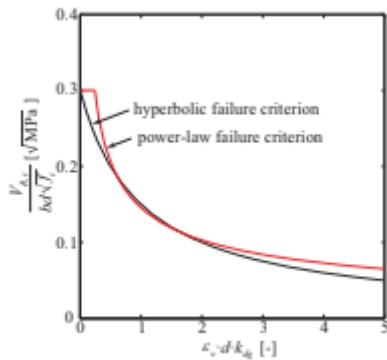
Innfører  $\rho = \frac{A_s}{b d} \rightarrow \frac{b d}{A_s} = \frac{1}{\rho}$

$$\varepsilon_s = \frac{v_E a_{cs}}{E_s \rho z} \quad (7.55)$$

For å finne kapasiteten, altså  $v_E = v_{R,C}$ , må en løse ligningene (8.44) og (8.55). Dette kan enten gjøres ved iterasjon eller ved å løse ligningene i lukket form [52]. Ved skjærkapasitetsuttrykket i den nye standarden er det foretatt en annen tilnærming. Hyperbeluttrykket er modifisert og omgjort til et potensuttrykk.

$$V_{R,C} = 0,021 \left( \frac{f_{ck} d_{dg}}{\varepsilon_s d} \right)^{1/2} b d \quad (7.56)$$

I Figur 7-7 fremkommer det at disse to uttrykkene stemmer godt overens.



Figur 7-7 Sammenligning av hyperbel-, ligning (7.44), og potensfunksjon, ligning (7.56) [8]

Hyperbelen har et injiseringspunkt  $v_{R,c0} = 0,3$  som ikke potensuttrykket har. Denne verdien kommer av  $\tau_c = 0,3 \cdot \sqrt{f_{ck}}$ , og fungerer som en øvre kapasitetsgrense [8].

Potensuttrykket omskrives videre ved at det settes inn for  $\epsilon_s$  der  $v_E$  erstattes med  $V_{R,c}/bd$

$$\epsilon_s = \frac{v_E a_{cs}}{E_s \rho z} = \frac{V_{R,c} a_{cs}}{E_s \rho z b d} \quad (7.57)$$

Innsatt fører dette til

$$V_{R,c} = 0,021 \left( \frac{f_{ck} d_{dg}}{\frac{V_{R,c} a_{cs}}{E_s \rho z b d} \cdot d} \right)^{1/2} b d \quad (7.58)$$

$$V_{R,c} = 0,021 \left( \frac{f_{ck} d_{dg}}{V_{R,c} a_{cs}} \rho b E_s z \right)^{1/2} b d \quad (7.59)$$

Videre løses ligningen med hensyn på  $V_{R,c}$ .

$$V_{R,c} \cdot (V_{R,c})^{1/2} = 0,021 \left( \frac{f_{ck} d_{dg}}{a_{cs}} \rho b E_s z \right)^{1/2} b d \quad (7.60)$$

$$V_{R,c}^{3/2} = 0,021 \left( \frac{f_{ck} d_{dg}}{a_{cs}} \rho b E_s z \right)^{1/2} b d \quad (7.61)$$

$$V_{R,c} = \left( 0,021 \left( \frac{f_{ck} d_{dg}}{a_{cs}} \rho b E_s z \right)^{1/2} b d \right)^{2/3} \quad (7.62)$$



$$V_{R,C} = 0,021^{2/3} \left( \frac{f_{ck} d_{dg}}{a_{cs}} \rho E_s z \right)^{(1/2) \cdot (2/3)} b^{(1/2) \cdot (2/3)} \cdot b^{2/3} \cdot d^{2/3} \quad (7.63)$$

$$V_{R,C} = 0,021^{2/3} \left( \frac{f_{ck} d_{dg}}{a_{cs}} \rho E_s z \right)^{1/3} b d^{2/3} \quad (7.64)$$

Ønsker d med 1 i potens utenfor parentes. Omskriver  $d^{2/3} = d^{3/3} \cdot d^{-1/3} = \frac{1}{d^{1/3}} \cdot d = \left(\frac{1}{d}\right)^{1/3} \cdot d$

$$V_{R,C} = 0,021^{2/3} \left( \frac{f_{ck} d_{dg}}{a_{cs}} \rho E_s \frac{z}{d} \right)^{1/3} b d \leq V_{R,c0} \quad (7.65)$$

Videre gjelder det å forenkle uttrykket slik at det kommer på designformen gitt i den nye standarden. Setter først inn  $E_s = 200\,000 \text{ Mpa}$ .

$$V_{R,C} = 0,021^{2/3} \left( \frac{f_{ck} d_{dg}}{a_{cs}} \rho \cdot 200\,000 \cdot \frac{z}{d} \right)^{1/3} b d \leq V_{R,c0} \quad (7.66)$$

Deretter omskrives  $0,021^{2/3} = (0,021^2)^{1/3}$  og plasseres inne i parentesen.

$$V_{R,C} = \left( 0,021^2 \cdot \frac{f_{ck} d_{dg}}{a_{cs}} \rho \cdot 200\,000 \cdot \frac{z}{d} \right)^{1/3} b d \leq V_{R,c0} \quad (7.67)$$

$$V_{R,C} = \left( 88,2 \cdot \rho \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{a_{cs}} \cdot \frac{z}{d} \right)^{1/3} \leq V_{R,c0} \quad (7.68)$$

Endelig uttrykk finnes ved å sette inn tilnærmingen  $88,2 \cdot z/d = 100$ . Denne forenklingen er gjort for å få et lignende uttrykk som ligning (5.1) i EC2:2004 [2]. Forenklingen har liten betydning da hele uttrykket blir opphøyd i 1/3.

$$V_{R,C} = \left( 100 \cdot \rho \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{a_{cs}} \right)^{1/3} \leq V_{R,c0} \quad (7.69)$$

Denne formelen for skjærkapasitet modifiseres til en dimensjoneringsformel ved å ta hensyn til sikkerhetsfaktoren,  $\gamma_c$ , og grenseverdien for maks skjærstyrke. Denne grenseverdien implementeres ved å innføre minimumsverdi for  $a_{cs}$ . Dette er det effektive skjærspennet med hensyn på kontrollsnittet.

$$a_v = \max \begin{cases} a_{cs} \\ 2,5 \cdot d \end{cases} \quad (7.70)$$

Dimensjoneringsformelen for skjærkapasitet uten skjærarmoring kan dermed skrives på formen, som er gitt i EC2:2017 ligning 8.11

$$\tau_{Rd,c} = \frac{V_{R,c}}{b_w \cdot d} = \frac{1}{\gamma_c} \left( 100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{a_v} \right)^{1/3} \quad (7.71)$$

## 7.2 Minimum skjærkapasitet

Ved hjelp av potensuttrykket, ligning (7.56), kan en også finne fram til minimum skjærkapasitet.

$$V_{R,C} = 0,021 \cdot \left( \frac{f_c \cdot d_{dg}}{\varepsilon_s \cdot d} \right)^{1/2} \cdot bd$$

Ved å anta at armeringen forblir i den elastiske sonen, vil maksimal tøyning være

$$\varepsilon_s = \frac{f_y}{E_s} \quad (7.72)$$

Innsatt i potensuttrykket får en:

$$V_{R,C} = 0,021 \cdot \left( \frac{E_s \cdot f_c \cdot d_{dg}}{f_y \cdot d} \right)^{1/2} \cdot bd \quad (7.73)$$

Setter så inn  $E_s = 200\,000 \text{ MPa}$ ,  $f_y = \frac{f_{yd}}{1,15}$  og  $V_{R,C} = \tau_{R,C} \cdot bd$  og får

$$\tau_{R,C} \cdot bd = 0,021 \cdot \left( \frac{200\,000 \cdot f_c \cdot d_{dg}}{\frac{f_{yd}}{1,15} \cdot d} \right)^{1/2} \cdot bd \quad (7.74)$$

$$\tau_{R,C} = 10 \cdot \left( \frac{f_c \cdot d_{dg}}{f_{yd} \cdot d} \right)^{1/2} \quad (7.75)$$

Til slutt settes sikkerhetsfaktoren,  $\gamma_C$ , inn for å komme fram til det endelige uttrykket for minimum skjærkapasitet i EC2:2017 ligning 8.9.

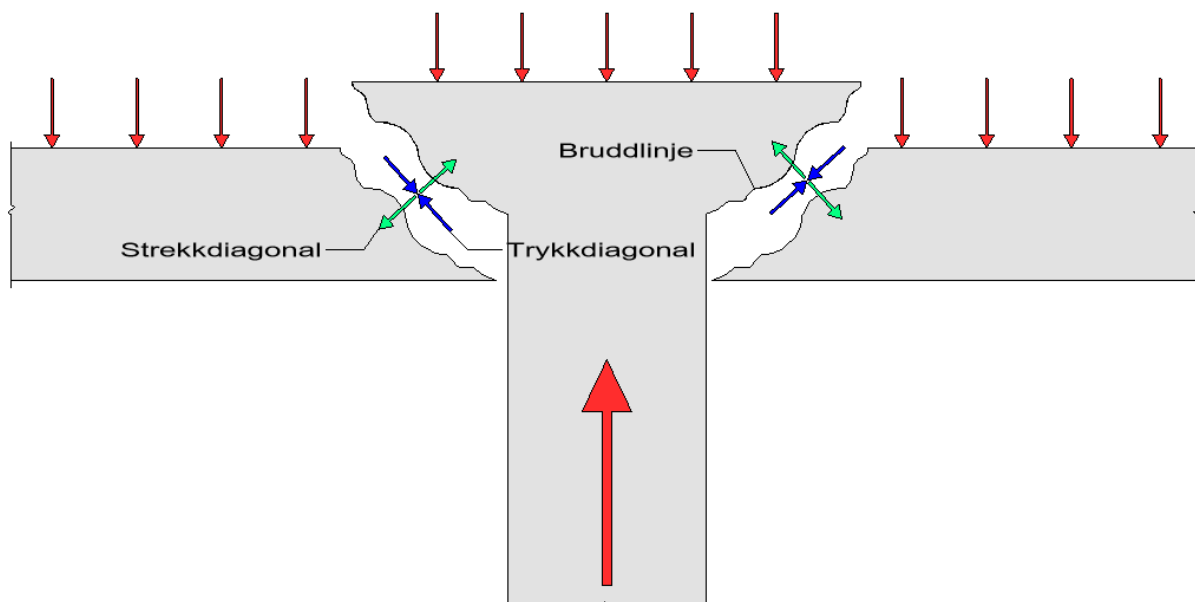
$$\tau_{R,C,min} = \frac{10}{\gamma_C} \cdot \left( \frac{f_c \cdot d_{dg}}{f_{yd} \cdot d} \right)^{1/2} \quad (7.76)$$

### 7.3 Gjennomlokkingskapasitet

Flatdekker er et av de mer vanlige konstruksjonssystemene en har. Fordelene med dette konstruksjonssystemet er blant annet:

- Tynne etasjeskiller
- Redusert konstruksjonstid
- Fleksibel utforming.

Gjennomlokking er som regel den dimensjonerende bruddformen [36]. En bruddform som er sprø og gir liten eller ingen form for forvarsel. Bruddformen er en lokal skjæreffekt som oppstår i plater med konsentrerte laster. Bruddet utvikler seg ved at omkringliggende betong «presses ut» og en står igjen med en betongkjegle, se Figur 7-8 [11].



Figur 7-8 Forenklet figur av gjennomlokkingsprinsippet

Gjennom de siste tiårene har det vært en del ulykker rundt omkring i verden nettopp på grunn av gjennomlokkingsproblematikken. Noen eksempler på dette er undergrunnsparkeringen i Gretzenbach, Sveits, 2004 (7 døde) [36] og Versailles wedding hall i Jerusalem, Israel, 2001 (23 døde), se Figur 7-9 [53].



Figur 7-9 Ulykken i Versialles wedding hall tok livet av 23 og skadet 250 mennesker [53]

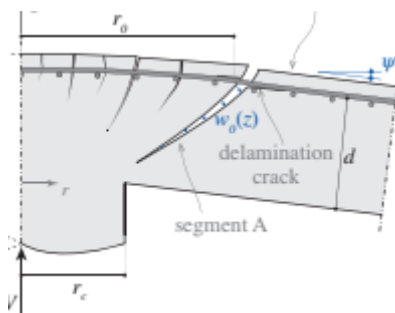
### Kontroll av gjennomlokking i EC2:2017

Den kommende standarden vil også ha en ny modell for å beregne kapasitet mot gjennomlokking. I motsetning til skjærkapasitet i bjelker og plater som avhenger av rissvidde, vil gjennomlukkingsmodellen ta utgangspunkt i nedbøyningsvinkelen til platen. I dette kapittelet vil det utledes hvordan det kommende kapasitetsuttrykket har blitt til.

Skjærkraften som overføres over det kritiske skjærrisset avhenger av rissets ruhet, som er en funksjon av tilslagsstørrelsen og nedbøyningsvinkelen. På grunnlag av dette foreslo Muttoni dette uttrykket [54]:

$$\frac{V_{Rc}}{b_0 d \sqrt{f_c}} = \frac{0,75}{1 + 15 \frac{\psi d}{d_{g0} + d_g}} \quad (7.77)$$

Nedbøyningsvinkelen,  $\psi$ , er illustrert i Figur 7-10. Det er denne vinkelen flatdekket har i det kritiske snittet i avstand  $r_0$  fra senter søyle.



Figur 7-10 Illustrasjon av nedbøyningsvinkelen,  $\psi$

Muttoni viste senere, [55], at hyperbeluttrykket, i ligning (7.77) kunne erstattes med potensuttrykket under med relativt små avvik.

$$V_{Rc} = 0,55b_0d\sqrt{f_c} \left( \frac{1}{25} \frac{d_{dg}}{\psi d} \right)^{2/3} \leq 0,6b_0d\sqrt{f_c} \quad (7.78)$$

Basert på forholdet mellom last og rotasjon foreslo Muttoni en forenklet parabelfunksjon som en tilnærming av den ikke-lineære oppførselen til platen. Denne er utledet i vedlegg C, mens sluttuttrykket er gjengitt under.

$$\psi = 1,2 \frac{r_s f_y}{d E_s} \left( \frac{V}{V_{flex}} \right)^{3/2} \quad (7.79)$$

Dette settes så inn i ligning (7.78) samtidig som  $V$  settes lik  $V_{Rc}$ , noe som fører til maksimal vinkel før brudd og dermed kapasiteten:

$$V_{Rc} = 0,55b_0d\sqrt{f_c} \left( \frac{1}{25} \frac{d_{dg}}{1,2 \frac{r_s f_y}{d E_s} \left( \frac{V_{Rc}}{V_{flex}} \right)^{3/2} \cdot d} \right)^{2/3} \leq 0,6b_0d\sqrt{f_c} \quad (7.80)$$

Omskriver og løser uttrykk med hensyn på  $V_{Rc}$

$$V_{Rc} = 0,55b_0d\sqrt{f_c} \cdot \left( \frac{1}{25 \cdot 1,2} \frac{d_{dg} E_s}{r_s d f_y} \right)^{2/3} \cdot \frac{V_{flex}}{V_{Rc}} \leq 0,6b_0d\sqrt{f_c} \quad (7.81)$$

$$V_{Rc} = \sqrt{0,55b_0d\sqrt{f_c} \cdot \left( \frac{1}{30} \frac{d_{dg} E_s}{r_s f_y} \right)^{2/3} \cdot V_{flex}} \leq 0,6b_0d\sqrt{f_c} \quad (7.82)$$

$$V_{Rc} = \sqrt{0,55b_0d\sqrt{f_c} V_{flex}} \cdot \left( \frac{d_{dg} E_s}{30 r_s f_y} \right)^{1/3} \leq 0,6b_0d\sqrt{f_c} \quad (7.83)$$

$$V_{Rc} = \sqrt{0,55b_0d\sqrt{f_c} V_{flex}} \cdot \left( \frac{d_{dg} E_s}{30 r_s f_y} \right)^{1/3} \leq 0,6b_0d\sqrt{f_c} \quad (7.84)$$

$$\frac{V_{Rc}}{b_0d} = \sqrt{0,55b_0d\sqrt{f_c} V_{flex}} \cdot \left( \frac{d_{dg} E_s}{30 r_s f_y} \right)^{1/3} \cdot \frac{1}{b_0d} \leq 0,6\sqrt{f_c} \quad (7.85)$$

Innfører  $V_{flex} \approx a \cdot 0,75d^2 \rho^{0,9} f_y^{0,9} f_c^{0,1}$ . I vedlegg D er det vist at denne tilnærmingen stemmer godt med de eksakte verdiene.  $V_{flex}$  er den kraften som fører til flyt i både radiell og tangensial retning [55].

Samtidig innføres  $\frac{V_{RC}}{b_0 d} = \tau_{RC}$ . På denne måten opererer uttrykket på spenningsnivå.

$$\tau_{RC} = \sqrt{0,55 b_0 d \sqrt{f_c} \cdot a \cdot 0,75 d^2 \rho^{0,9} f_y^{0,9} f_c^{0,1}} \cdot \left( \frac{d_{dg} E_s}{30 r_s f_y} \right)^{1/3} \cdot \frac{1}{b_0 d} \leq 0,6 \sqrt{f_c} \quad (7.86)$$

Omskriver eksponenter

$$\frac{\sqrt{b_0}}{b_0} = \frac{\sqrt{b_0}}{b_0} \cdot \frac{\sqrt{b_0}}{\sqrt{b_0}} = \frac{b_0}{b_0 \sqrt{b_0}} = \frac{1}{\sqrt{b_0}} \quad (7.87)$$

$$\frac{\sqrt{d d^2}}{d} = \frac{d \sqrt{d}}{d} = \sqrt{d} \quad (7.88)$$

$$\sqrt{\sqrt{f_c} \cdot f_c^{0,1}} = f_c^{0,5 \cdot 0,5 + 0,1 \cdot 0,5} = f_c^{0,3} \quad (7.89)$$

$$\sqrt{\rho^{0,9}} = \rho^{0,9 \cdot 0,5} = \rho^{0,45} \quad (7.90)$$

$$\sqrt{f_y^{0,9}} = f_y^{0,9 \cdot 0,5} = f_y^{0,45} \quad (7.91)$$

og får

$$\tau_{RC} = \sqrt{0,55 \cdot 0,75} \cdot \sqrt{\frac{d}{b_0}} a \cdot (\rho f_y)^{0,45} \cdot f_c^{0,3} \cdot \left( \frac{1}{30 f_y} \right)^{1/3} \cdot \left( \frac{d_{dg}}{r_s} E_s \right)^{1/3} \leq 0,6 \sqrt{f_c} \quad (7.92)$$

I den nye dimensjoneringsformelen skal  $\rho$  og  $f_c$  opphøyes i 1/3. Samtidig kan noe av  $f_y$  strykes hvis denne også opphøyes i 1/3.

Omskriver

$$(\rho f_y)^{0,45} = (\rho f_y)^{1/3} \cdot (\rho f_y)^{0,45-1/3} = (\rho f_y)^{1/3} \cdot (\rho f_y)^{7/60} \quad (7.93)$$

$$f_c^{0,3} = f_c^{1/3} \cdot f_c^{0,3-1/3} = f_c^{1/3} \cdot f_c^{-1/30} \quad (7.94)$$

og får

$$\begin{aligned} \tau_{Rc} &= \sqrt{0,55 \cdot 0,75} \sqrt{\frac{d}{b_0}} a \cdot \rho^{1/3} (\rho f_y)^{7/60} f_c^{1/3} f_c^{-1/30} \left(\frac{1}{30}\right)^{1/3} \left(\frac{d_{dg}}{r_s} E_s\right)^{1/3} \\ &\leq 0,6\sqrt{f_c} \end{aligned} \quad (7.95)$$

Forenkler uttrykket med tilnærmingen

$$\sqrt{0,55 \cdot 0,75} \cdot (\rho f_y)^{\frac{7}{60}} \cdot f_c^{-1/30} \cdot \left(\frac{1}{30}\right)^{1/3} \approx 0,225 \quad (7.96)$$

Det er i vedlegg E vist at denne tilnærmingen samsvarer godt med det analytiske uttrykket for ulike variasjoner av de forskjellige parameterne.

Sitter da igjen med

$$\tau_{Rc} = 0,225 \cdot \sqrt{\frac{d}{b_0}} a \cdot \rho^{1/3} \cdot f_c^{1/3} \cdot \left(\frac{d_{dg}}{r_s} E_s\right)^{1/3} \leq 0,6\sqrt{f_c} \quad (7.97)$$

Samler uttrykket

$$\tau_{Rc} = 0,225 \cdot \sqrt{\frac{d}{b_0}} a \left(E_s \rho f_c \frac{d_{dg}}{r_s}\right)^{1/3} \leq 0,6\sqrt{f_c} \quad (7.98)$$

Setter inn  $E_s = 200\,000 \text{ Mpa}$

$$\tau_{Rc} = 0,225 \cdot \sqrt{\frac{d}{b_0}} a \left(200\,000 \cdot \rho f_c \frac{d_{dg}}{r_s}\right)^{1/3} \leq 0,6\sqrt{f_c} \quad (7.99)$$



I designtrykket er 100 opphøyd i 1/3. Omskriver dermed

$$\begin{aligned} 200\,000^{1/3} &= \left( \frac{200\,000}{100} \cdot 100 \right)^{1/3} = \sqrt{(2000^{1/3})^2} \cdot 100^{1/3} \\ &= \sqrt{2000^{2/3}} \cdot 100^{1/3} \end{aligned} \quad (7.100)$$

og setter inn

$$\tau_{Rc} = 0,225 \cdot \sqrt{\frac{d}{b_0} a \cdot 2000^{2/3}} \left( 100 \cdot \rho f_c \frac{d_{dg}}{r_s} \right)^{1/3} \leq 0,6\sqrt{f_c} \quad (7.101)$$

Flytter 0,225 inn i rottegnet

$$\tau_{Rc} = \sqrt{\frac{d}{b_0} a \cdot 0,225^2 \cdot 2000^{2/3}} \left( 100 \cdot \rho f_c \frac{d_{dg}}{r_s} \right)^{1/3} \leq 0,6\sqrt{f_c} \quad (7.102)$$

$$\tau_{Rc} = \sqrt{8a \frac{d}{b_0}} \left( 100 \cdot \rho f_c \frac{d_{dg}}{r_s} \right)^{1/3} \leq 0,6\sqrt{f_c} \quad (7.103)$$

Innfører sikkerhetsfaktor  $\gamma_c$

Skifter ut  $\sqrt{8a \cdot d/b_0}$  med  $k_{pb} = \sqrt{8u_p \cdot d/b_0}$  med begrensingen  $1 \leq k_{pb} \leq 3$ . Her tar  $u_p$  hensyn til forholdet mellom skjær og moment samt skjærkraftkonsentrasjoner.

Koeffisienten settes lik  $u_p = \beta_e a = \beta_e \frac{VEd}{m_{sd}}$

Begrensningene styrer overgangen mellom en- og toveisplater. Med stort lastareal vil  $k_{pb}$  gå mot 1. Da vil uttrykket gå mot skjæruttrykket for enveisplater. Motsatt vil  $k_{pb}$  øke når søyletverrsnittet minker. Armeringsforholdet i begge retninger tas hensyn til ved å sette  $\rho = \rho_l = \sqrt{\rho_{l,x} \cdot \rho_{l,y}}$ .

Til slutt erstattes  $r_s$  med  $a_p = \sqrt{a_{p,x} \cdot a_{p,y}} \geq 2,5d$ . Dette for å bruke samme symboler som i andre designuttrykk for skjær. Denne variabelen refererer til plasseringen hvor det radielle bøyemomentet er lik null [56]

Ender da opp med designuttrykket for gjennomlokkingskapasitet uten skjærarmering

$$\tau_{Rd,c} = \frac{k_{pb}}{\gamma_c} \left( 100 \cdot \rho_l f_c \frac{d_{dg}}{a_p} \right)^{1/3} \leq \frac{0,6}{\gamma_c} \sqrt{f_c} \quad (7.104)$$



## 8 Sammenligning av EC2:2004 og EC2:2017

Som vist i kapittel 7.1 er utgangspunktet for den nye standarden, EC2:2017 [16], annerledes enn for dagens standard, EC2:2004 [2]. Dermed vil også skjærkapasitetsverdien i den kommende standarden variere fra dagens standard. I dette avsnittet vil det bli gjort en sammenligning av disse standardene. Dette er gjort for å avdekke eventuelle betydelige avvik og for å undersøke hvilke variabler som eventuelt bidrar til avviket.

Ved utførelse av sammenligningen er det tatt utgangspunkt i et bjelkeeksempel der EC2:2004 og EC2:2017 får samme kapasitet. Deretter forandres parameterne én etter én for å se hvordan forholdet mellom standardene påvirkes. Kapasitetsuttrykket er plottet i forskjellige diagrammer som en funksjon av lengdearmeringsmengde, betongkvalitet, effektiv høyde, bredde, tilslagsstørrelse og skjærspenn. Variablene er uttrykt på horisontalaksen mens skjærkapasiteten er uttrykt på vertikalaksen, beregningene er vist i vedlegg F. Det er også beregnet eksempelbjelker. Disse er hentet fra en database med testresultater fra forsøk på rektangulære bjelker uten skjærarmering [57]. Fullstendige beregninger er gjort i Mathcad og vist i vedlegg G.

### 8.1 Presentasjon av kapasitetsuttrykk

I EC2:2004 gis skjærstrekkkapasiteten, som den største av to ligninger. Denne kapasiteten skal ikke overgå skjærtrykkkapasiteten. Disse uttrykkene, med henvisning til ligningsnummer i gjeldende standard, er gjengitt i Tabell 8-1.

Tabell 8-1 Uttrykk for skjærkapasitet i EC2:2004

|                            | Uttrykk  | Lign. nr.            |
|----------------------------|--|----------------------|
| <b>Skjærstrekk</b>         | $V_{Rd_c2004} = C_{Rd_c} k (100 \rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} b_w d$                                  | 6.2.a                |
| <b>Minimum skjærstrekk</b> | $V_{Rd_{min}2004} = (0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} f_{ck}^{\frac{1}{2}}) b_w d$                        | 6.3N innsatt i 6.2.b |
| <b>Skjærtrykk</b>          | $V_{Rd_{max}2004} = 0.5 b_w d \cdot \left( 0,6 \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \right) f_{cd}$ | 6.6N innsatt i 6.5   |

I EC2:2017 kan en kontrollere en konstruksjonsdel med det forenklete uttrykket som gir minimum skjærkapasitet. Dersom dette ikke gir tilstrekkelig kapasitet kan en kontrollere med den mer detaljerte formelen. Begge disse uttrykkene tar hensyn til skjærtrykkkapasiteten, og dermed innehar ikke EC2:2017 noe eget uttrykk for kontroll av dette [58]. Uttrykkene, med henvisning i ligningsnummer i gjeldende standard, er gjengitt i tabell Tabell 8-2, der de i tillegg er multiplisert med effektivt tverrsnitt,  $b_w d$ .

Tabell 8-2 Uttrykk for skjærkapasitet i EC2:2017

|                               | Uttrykk   | Lign. nr. |
|-------------------------------|---|-----------|
| <b>Minimum skjærkapasitet</b> | $V_{Rd_{min}2017} = \frac{10}{\gamma_c} \left( \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yd}} \cdot \frac{d_{dg}}{d}} \right) b_w d$ | 8.9       |
| <b>Skjærkapasitet</b>         | $V_{Rd_c2017} = \frac{1}{\gamma_c} \left( 100 \rho f_{ck} \frac{d_{dg}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} b_w d$         | 8.11      |

Ved plotting av de ulike kapasitetene som funksjon av de forskjellige parameterne, er det valgt å tilpasse aksene slik at kun det relevante området vises.

## 8.2 Vurdering av skjærtrykk-begrensningen i Eurokode 2:2004

Som vist i Tabell 8-1 er skjærkapasiteten begrenset av skjærtrykket,  $V_{Rd_{max}2004}$ . For å ta stilling til om denne kapasiteten vil være aktuell i sammenligning mellom standarder for konstruksjonsdeler uten skjærarmering har en sett nærmere på hva som skal til for at begrensningen trer i kraft. Dette gjøres ved å sette  $V_{Rd_c2004}$  opp mot  $V_{Rd_{max}2004}$ .

$$C_{Rd_c} k (100 \rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} b_w d > 0.5 b_w d \cdot \left( 0,6 \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \right) f_{cd} \quad (8.1)$$

Forenkler ved å stryke bredde,  $b_w$ , og effektiv høyde,  $d$

$$C_{Rd_c} k (100 \rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} > 0.5 \cdot \left( 0,6 \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \right) f_{cd} \quad (8.2)$$

Videre gjøres det antagelser som vil være gunstig for  $V_{Rd_c2004}$

- $d = 200 \text{ mm} \gg k = 1$
- $C_{Rd_c} = 0,12$
- $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$

Dette fører til:

$$0,12 \cdot 1 \cdot (2000 \rho_l)^{\frac{1}{3}} > 0.5 \cdot \left( 0,6 \left[ 1 - \frac{20}{250} \right] \right) \frac{20}{1,5} \quad (8.3)$$

$$1,51 \rho_l > 3,68 \quad (8.4)$$

$$\rho_l > 2,44 \quad (8.5)$$

Begrensningen for armeringsforholdet,  $\rho_l$ , etter EC2:2004 er lik 0,02 [2]. Dermed kan en se at skjærtrykkbegrensningen ikke er aktuell for betongkonstruksjoner uten skjærarmering. For å få en mer oversiktlig og forståelig sammenligning vil skjærtrykkkapasiteten fjernes fra grafene i kommende delkapitler.

## 8.3 Sammenligning ved grafer

### 8.3.1 Utgangspunkt

For å kunne sammenligne kapasiteten de ulike standardene gir som funksjon av ulike variabler, er det funnet et system som gir lik kapasitet for ligning 6.2a i EC2:2004 og ligning 8.11 i EC2:2017, da disse formlene som oftest anses som dimensjonerende. For å finne en bjelke med disse parameterne, er de to ligningene satt lik hverandre.

$$V_{Rd_c2004} = V_{Rd_c2017} \quad (8.6)$$

$$C_{Rd_c} k (100 \rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} b_w d = \frac{1}{\gamma_c} \left( 100 \rho f_{ck} \frac{d_{dg}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} b_w d \quad (8.7)$$

Videre forenkles disse ved at like parametere strykes.

$$C_{Rd_c} k = \frac{1}{\gamma_c} \left( \frac{d_{dg}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (8.8)$$

Antar at det benyttes betong med største tilslag lik 16mm.

- EC2:2004

- NA.6.4.4(1):  $C_{Rd_c} = \frac{k_2}{\gamma_c} = \frac{0,18}{\gamma_c}$  (antar andre forutsetninger ok). Ved å ikke

benytte nasjonalt tillegg ville  $C_{Rd_c} = \frac{0,18}{\gamma_c}$  for alle tilslagsstørrelser.

- 6.2.2(1):  $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$ . Ser bort fra begrensning og setter  $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$

- EC2:2017

- 8.2.1(5):  $D = 16 \text{ mm}$  fører til  $d_{dg} = 32$  (antar  $f_{ck} \leq 60 \text{ MPa}$ )

- 8.2.2(3)  $a_v = \max \left\{ a_{cs} = \left| \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \right|, 2,5d \right\} = 2,5d$  (forenkling)

Innsatt fører dette til

$$\frac{0,18}{\gamma_c} \cdot \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) = \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( \frac{32}{2,5d} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (8.9)$$

$$0,18 \cdot \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) = \left( \frac{32}{2,5d} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (8.10)$$

Løser ut parentes på venstre side og innfører hele uttrykket lik u

$$0,18 + 0,18 \sqrt{\frac{200}{d}} = \left( \frac{32}{2,5d} \right)^{\frac{1}{3}} = u \quad (8.11)$$

Omskriver høyre side

$$\left( \frac{32}{2,5d} \right)^{\frac{1}{3}} = u \quad (8.12)$$

$$d = \frac{64}{5u^3} \quad (8.13)$$

Setter dette inn for d

$$0,18 + 0,18 \sqrt{\frac{200}{\frac{64}{5u^3}}} = u \quad (8.14)$$

$$u - 0,18 = 0,18 \sqrt{\frac{200}{\frac{64}{5u^3}}} \quad (8.15)$$

Opphøyer begge sider i 2 og løser ut parenteser på begge sider

$$(u - 18)^2 = \left( 0.18 \sqrt{\frac{200}{5u^3}} \right)^2 \quad (8.16)$$

$$u^2 - 0.36u + 0.0324 = \frac{4.05u^3}{8} \quad (8.17)$$

Multipliserer alle ledd med 8 og samler leddene på venstre side.

$$8u^2 - 2.88u + 0.2529 = 4.05u^3 \quad (8.18)$$

$$4.05u^3 - 8u^2 + 2.88u - 0.2592 = 0 \quad (8.19)$$

Denne 3.gradsligningen gir 3 løsninger:

$$u_1 \approx 0.142 \quad (8.20)$$

$$u_2 \approx 0.293 \quad (8.21)$$

$$u_3 \approx 1.541 \quad (8.22)$$

Videre gir dette 3 ulike effektive høyder:

$$d_1 \approx \frac{64}{5 \cdot 0,142^3} = 511mm \quad (8.23)$$

$$d_2 \approx \frac{64}{5 \cdot 0,293^3} = 4477mm \quad (8.24)$$

$$d_3 \approx \frac{64}{5 \cdot 1,541^3} = 3,5mm \quad (8.25)$$

Av disse resultatene er  $d_1 \approx 511 \text{ mm}$  den vanligste størrelsen for ulike betongbjelker og vil dermed benyttes som utgangspunkt for sammenligningen.



Oppsummert gir dette følgende verdi på enkelte parametere:

- $\gamma_c = 1,5$
- $C_{Rd_c} = \frac{k_2}{\gamma_c} = \frac{0,18}{1,5} = 0,12$
- $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{511}} = 1,626$
- $d_{ag} = 32 \text{ mm}$
- $a_v = 2,5d = 2,5 \cdot 511 = 1278 \text{ mm}$

Videre velges de andre parameterne som følger:

- Betong B35:  $f_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2$
- Bredder av tverrsnitt:  $b_w = 300 \text{ mm}$
- Armeringsmengde:  $A_s = 1500 \text{ mm}^2$

Dette gir følgende armeringsforhold:  $\rho = \frac{A_s}{b_w d} = \frac{1500}{250 \cdot 511} = 0,011$

Til slutt beregnes skjærkapasiteten med hver av de to formlene

EC2:2004, lign 6.2a

$$V_{Rd_c2004} = C_{Rd_c} k (100 \rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} b_w d \quad (8.26)$$

$$V_{Rd_c2004} = 0,12 \cdot 1,626 \cdot (100 \cdot 0,0117 \cdot 35)^{\frac{1}{3}} \cdot 300 \cdot 511 \cdot 10^{-3} \quad (8.27)$$

$$V_{Rd_c2004} = 103,1 \text{ kN} \quad (8.28)$$

EC2:2017, lign 8.11

$$V_{Rd_c2017} = \frac{1}{\gamma_c} \left( 100 \rho f_{ck} \frac{d_{ag}}{a_{cs}} \right)^{\frac{1}{3}} b_w d \quad (8.29)$$

$$V_{Rd_c2017} = \frac{1}{1,5} \left( 100 \cdot 0,0117 \cdot 35 \frac{32}{1278} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot 300 \cdot 511 \cdot 10^{-3} \quad (8.30)$$

$$V_{Rd_c2017} = 103,1 \text{ kN} \quad (8.31)$$

Formlene gir samme kapasitet og dermed benyttes de ulike parameterverdiene som utgangspunkt for sammenligning av formlene.

### 8.3.2 Resultater

I dette kapittelet vil hver parameter presenteres. Deretter varieres parametrene for å undersøke hvordan det påvirker forholdet mellom EC2:2004 og EC2:2017.

#### Lengdearmering, $A_s$

Nødvendig lengdearmering kan finnes ved uttrykket

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{f_{yd}z} \quad (8.32)$$

I tillegg finnes det krav til minimum lengdearmering. Dette for å unngå sprø brudd, store riss, og motstå krefter som ikke er tatt hensyn til i dimensjoneringen, samt sørge for at store senteravstander mellom armeringsjernene unngås. Uttrykket for denne kapasiteten er likt i begge standardene. I EC2:2004 er det gitt i punkt 9.2.2(1), mens det i EC2:2017 er gitt i punkt 12.1.1(2) [2] [16].

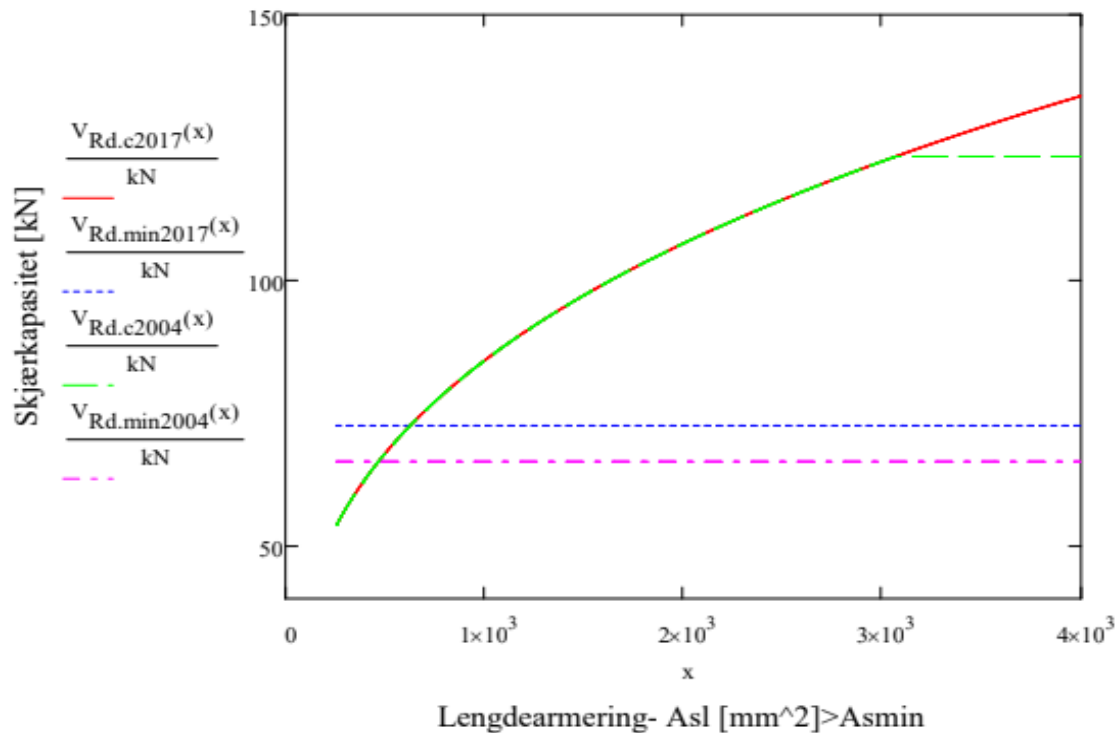
$$A_{s,min} = 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} bd \geq 0,0013bd \quad (8.33)$$

EC2:2004 oppgir armeringsforhold til  $\rho_l = A_{sl}/(b_w \cdot d) \leq 0,02$ . I EC2:2017 finnes armeringsforholdet på samme måte, men innehar ingen øvre grenseverdi. Begge standardene har imidlertid begrensninger på minimum senteravstand mellom armeringsstenger med diameter  $\emptyset$ . På denne måten sikres det at betongen faktisk kan støpes og komprimeres slik at tilfredstillende heft oppnås.

- EC2:2004
  - o 8.2(2):  $s_{l,min} \geq \max\{k_1\emptyset \quad d_g + 5 \text{ mm} \quad 20 \text{ mm}\}$
- EC2:2017
  - o 11.2(2):  $s_{l,min} \geq \max\{\emptyset \quad D_{upper} + 5 \text{ mm} \quad 20 \text{ mm}\}$

I uttrykkene over har  $d_g$  og  $D_{upper}$  samme betydning, da de representerer den største siktstørrelsen i den øverste fraksjonen. En forskjell i disse uttrykkene er faktoren  $k_1$ . Denne er gitt i EC2:2004, NA.8.8(2) til å være lik 2 for stenger i samme lag og lik 1,5 for stenger i ulike lag. Ved å se bort fra nasjonalt tillegg er  $k_1 = 1$  i begge retninger.

Ved å plote uttrykkene presentert i kapittel 8.1, med bjelkegeometri presentert i kapittel 8.3.1, der kun mengden lengdearmering varierer, fremkommer grafen i Figur 8-1.



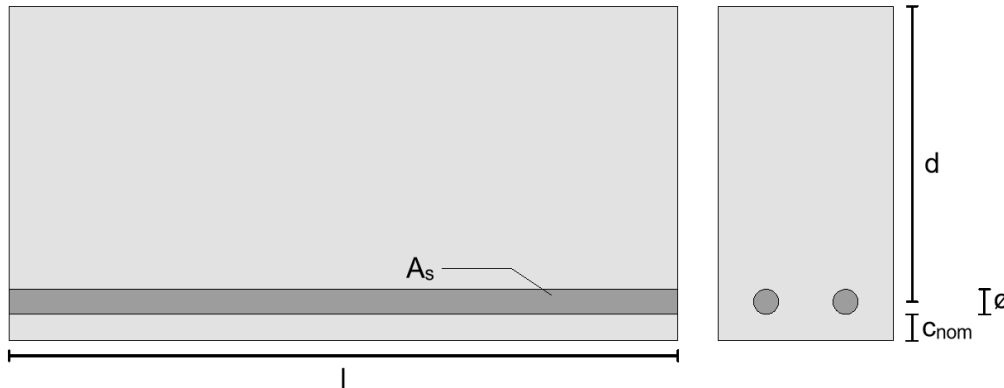
Figur 8-1 Skjærkapasitet som funksjon av lengdearmeringsmengde

Ved lite armering gir  $V_{Rd_{min2004}}$  og  $V_{Rd_{min2017}}$  høyest kapasitet for sine representative standarder, der den nye standarden gir litt høyere verdi enn den dagens. Disse to er imidlertid konstante og uavhengige av benyttet armeringsmengde. Dermed vil  $V_{Rd_c2004}$  og  $V_{Rd_{min2017}}$  bli dimensjonerende ved økning av armeringen. Videre kan det ses at kapasitetene er sammenfallende. Dette fremkommer av hvordan de to uttrykkene ser ut, der  $A_s$  inngår i  $\rho$  som blir opphøyd i  $1/3$  i begge tilfellene. Ved tilstrekkelig høyt armeringsforhold,  $\rho = \frac{A_s}{b_w d} > 0,02$ , blir  $V_{Rd_c2004}$  konstant fordi EC2:2004 ikke tillater en høyere verdi enn dette.

Resultatene stemmer godt overens med teori og utførte forsøk som viser at økt lengdearmeringsmengde fører til lavere tøyninger og spenninger i tverrsnittet, noe som videre fører til mindre rissvidde og økt skjærkapasitet [59].

### Effektiv høyde, $d$

Denne høyden er avstanden fra øverst i trykksonen og til tyngdepunktet av lengdearmeringen, se Figur 8-2, da betongen nedenfor dette anses som opprisset.



Figur 8-2 Tvversnitt med effektiv høyde

I et tvversnitt med armering kun i ett lag, finnes den effektive høyden ved

$$d = h - c_{nom} - \frac{\emptyset}{2} - \emptyset_b \quad (8.34)$$

I dette uttrykket er det kun krav til nominell betongoverdekning,  $c_{nom}$ , som kan variere mellom standardene. Ligningen for å finne denne verdien er imidlertid lik i de to standardene, 4.4.1.1(2) i EC2:2004 og 6.4.1(1) i EC2:2017:

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} \quad (8.35)$$

I dette uttrykket tar  $\Delta c_{dev}$  hensyn til det negative avviket som kan forekomme ved støpearbeid. Denne verdien er uforandret i EC2:2017, punkt 6.4.3, i forhold til punkt 4.4.1.3 i EC2:2004, og settes i de fleste tilfeller lik 10 mm.

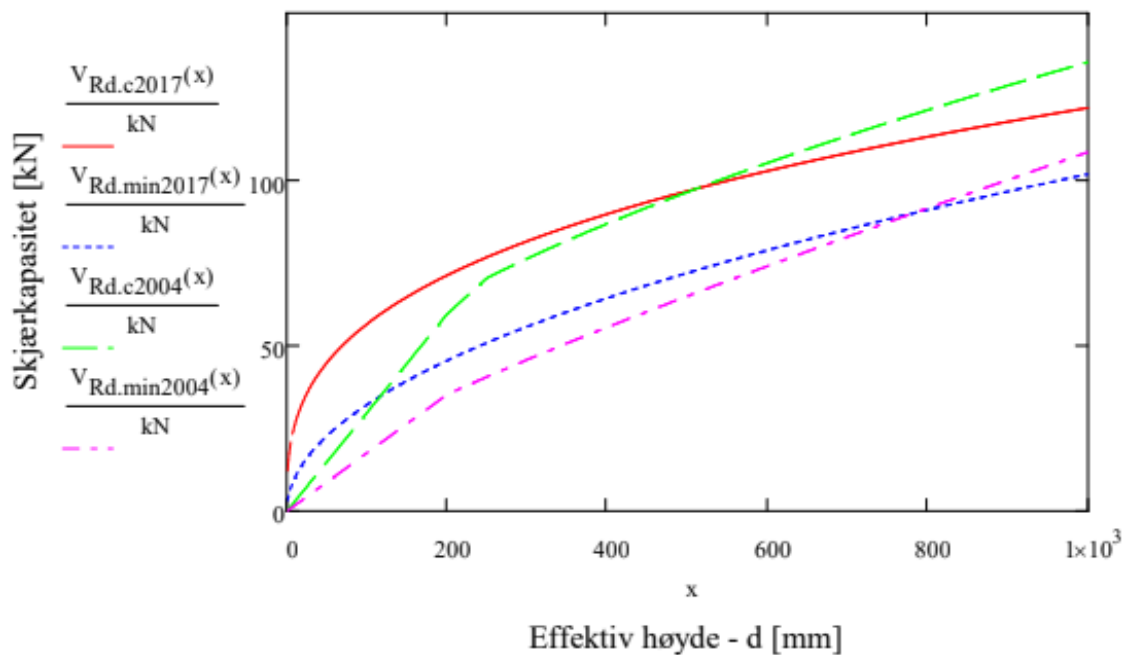
Minste overdekning,  $c_{min}$ , er også lik i de to standardene, men utformingen av uttrykkene er noe forskjellig:

- EC2:2004 punkt 4.4.1.2(2):
  - $c_{min} = \max(c_{min,b} \quad c_{min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add} \quad 10 \text{ mm})$
- EC2:2017 punkt 6.4.2(2):
  - $c_{min} = \max(c_{min,b} \quad c_{min,dur} \quad 10 \text{ mm})$
  - $c_{min,dur}$  kan økes eller reduseres i henhold til sikkerhet, bruk av rustfritt stål eller tilleggsbeskyttelse.

Effektiv høyde påvirker skjærkapasiteten i stor grad da den, i tillegg til å stå direkte i uttrykkene, også inngår i følgende variabler:

- Størrelseseffekten:  $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$
- Armeringsforholdet:  $\rho = \frac{A_s}{b_w d}$
- Mekanisk skjærspenn:  $a_v = \max\left\{a_{cs} = \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}}, 2,5d\right\}$ .

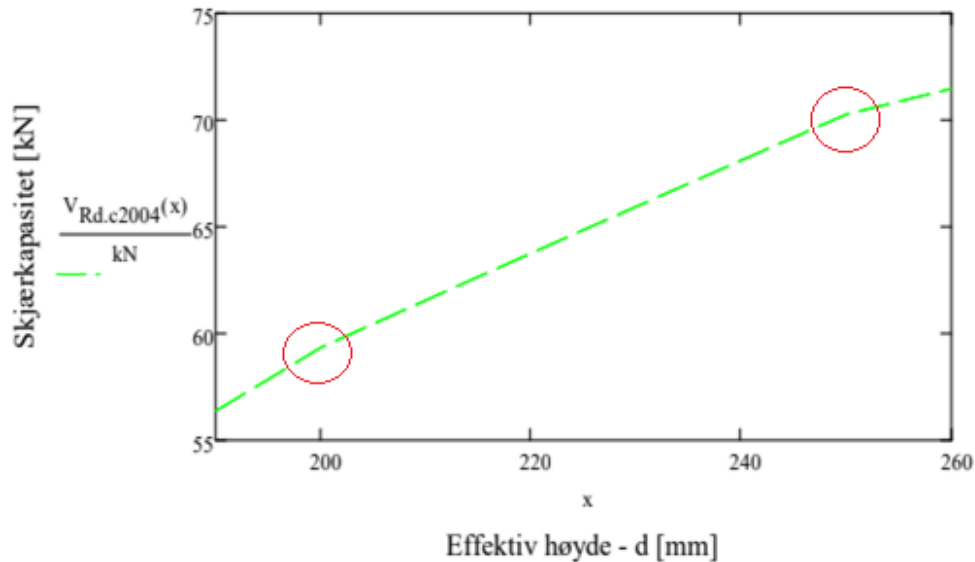
Ved å plote uttrykkene presentert i kapittel 8.1, med bjelkegeometri presentert i kapittel 8.3.1, fremkommer Figur 8-3.



Figur 8-3 Skjærkapasitet som funksjon av effektiv høyde,  $d$

Samtlige uttrykk inneholder  $d$  som en direkte faktor. Dermed er det naturlig at alle kapasitetene vokser ut ifra null.

Uttrykkene for skjærstrekkkapasitet i EC2:2004 har begge knekkpunkter.  $V_{Rd_{min}2004}$  har dette ved  $d = 200 \text{ mm}$  fordi  $k = 2$  for lavere  $d$  enn dette, mens den reduseres i henhold til  $k = 1 + \sqrt{(200/d)}$  når  $d$  er større enn dette.  $V_{Rd_c2004}$  vil ha to knekkpunkt, se Figur 8-4.



Figur 8-4 Detaljert utsnitt av Figur 8-2

I tillegg til samme påvirkning av  $k$  som  $V_{Rd_{min}2004}$ , vil  $V_{Rd,c,2004}$  også endres på grunn av  $\rho = \frac{A_s}{b_w d} \leq 0,02$ . For bjelken benyttet i denne sammenligningen vil dette skje ved

$$\frac{A_s}{b_w d} = 0,02 \quad (8.36)$$

$$d = \frac{A_s}{0,02 b_w} = \frac{1500 \text{ mm}^2}{0,02 \cdot 300 \text{ mm}} = 250 \text{ mm} \quad (8.37)$$

Denne verdien vil imidlertid variere for ulike bjelker da armeringsmengden og bredden varierer.

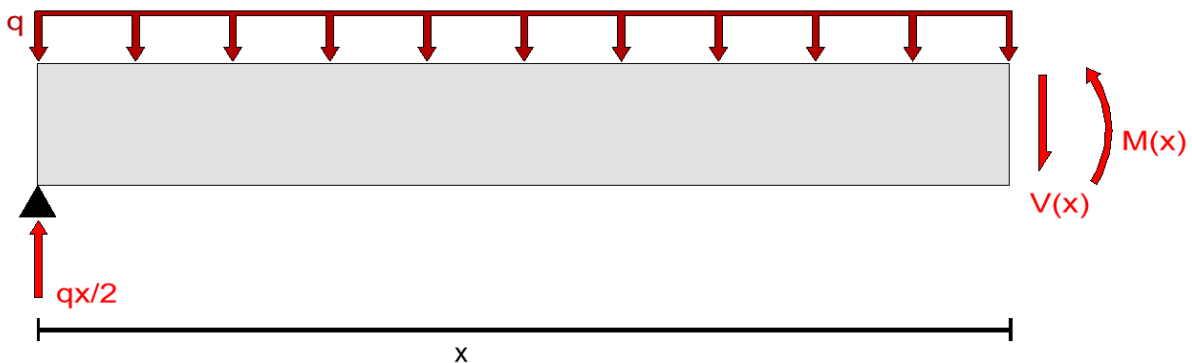
Den nye standarden gir imidlertid et uttrykk på en annen form. For  $V_{Rd_{min}2017}$  kommer bueformen på grafen av påvirkningen  $d$  har ved å virke som nevner i brøken. Dette fører til at  $V_{Rd_{min}2017}$  vokser med den sub-lineære veksten  $\sqrt{(1/d)}d = d^{-\frac{1}{2}+1} = d^{\frac{1}{2}} = \sqrt{d}$ , og dermed kan uttrykkes som en kvadratrot-funksjon.  $V_{Rd_c2017}$  har en tilsvarende form på kurven. Forskjellen er at denne blir påvirket av  $d$  gjennom armeringsforholdet,  $\rho = \frac{A_s}{b_w d}$  og skjærspennet, som i sammenligningen er valgt til  $a_v = 2,5d$ . Veksten av denne kurven blir dermed  $(1/d \cdot 1/d)^{\frac{1}{3}}d = (d^{-2})^{\frac{1}{3}}d = d^{-\frac{2}{3}+1} = d^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{d}$ , noe som tilsvarer en kubikkrot-funksjon.

Resultatet av dette burde vært at  $V_{Rd_{min}2017}$  skulle gitt mest kapasitet da en kvadratrotfunksjon stiger raskere enn en kubikkrot-funksjon. Uttrykkene inneholder imidlertid også noen andre parametere som i denne sammenligningen er konstante. På grunn av at konstantleddet til  $V_{Rd_c2017}$  er størst fører dette til raskest kapasitetsøkning ved lav effektiv høyde.

Ved økning av den effektive høyden kan en se at avstanden mellom kapasitetene minker og EC2:2004 gir etterhvert en høyere kapasitet. Dette stemmer godt overens med teorien presentert i kapittel 5.2, der det fremkommer at dagens standard underestimerer størrelseseffekten og konsekvensen av dette kan være usikre konstruksjoner ved store effektive høyder.

## Bjelkens lengde

For å kunne undersøke det mekaniske skjærspennets påvirkning av skjærkapasiteten, er det valgt å variere på bjelkens lengde. Denne påvirkningen skjer gjennom det effektive skjærspennet gitt ved  $a_{cs} = \frac{|M_{Ed}|}{|V_{Ed}|} + \frac{N_{Ed}}{|V_{Ed}|}$  som regnes ut i et kontrollsnitt. For bjelker med jevnt fordelt last er dette typisk  $d/2$  eller  $L/6$  fra opplegg. Med utgangspunkt i Figur 8-5 er det fremstilt hvordan det effektive skjærspennet er en funksjon av bjelkens lengde,  $a_{cs}(L)$ .



Figur 8-5 Bjelke med jevnt fordelt last som er snittet i avstand  $x$  fra opplegg

Dersom det forutsettes at bjelken har lengde  $L$ , vil skjærkraften og momentet i et snitt i avstand  $x$  fra opplegg være gitt ved:

$$V(x) = \frac{qL}{2} - qx = \frac{q}{2}(L - 2x) \quad (8.38)$$

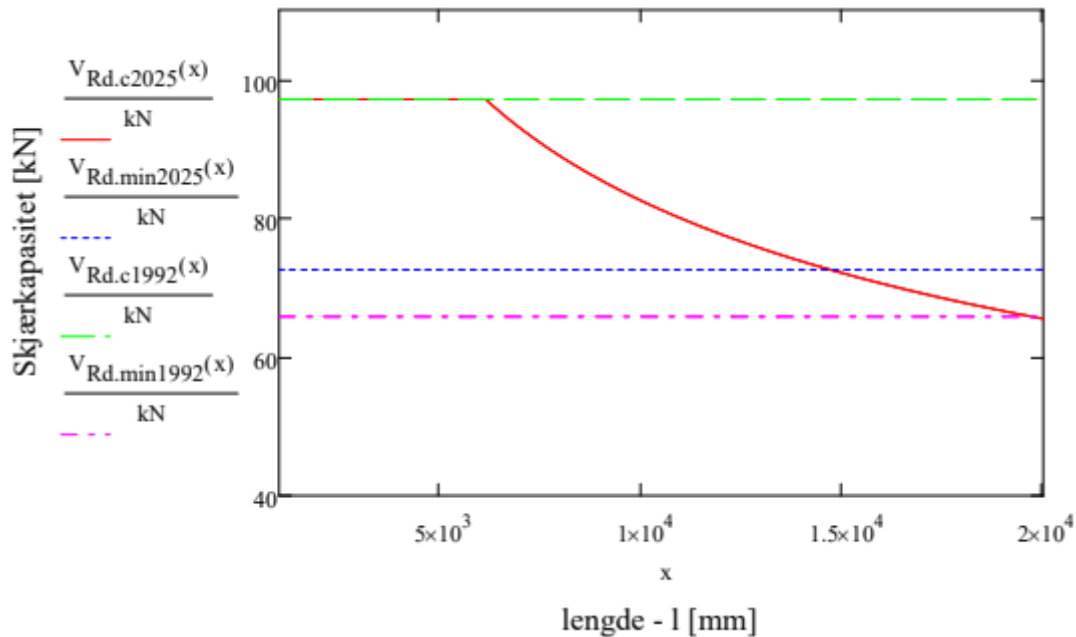
$$M(x) = \frac{qL}{2} \cdot x - qx \cdot \frac{x}{2} = \frac{q}{2}(Lx - x^2) \quad (8.39)$$

Deretter kan verdiene  $d/2$  eller  $L/6$  settes inn for å finne det snittet med det høyeste skjærspennet.

Verdien av det effektive skjærspennet settes deretter inn i uttrykket for det mekaniske skjærspennet gitt ved  $a_v = \max\{a_{cs} \quad 2,5d\}$  som videre benyttes for å regne ut  $V_{Rd,c,2017}$ .



Ved å plote uttrykkene presentert i kapittel 8.1, med bjelkegeometri presentert i kapittel 8.3.1, der kun effektiv høyde varierer, fremkommer Figur 8-6.



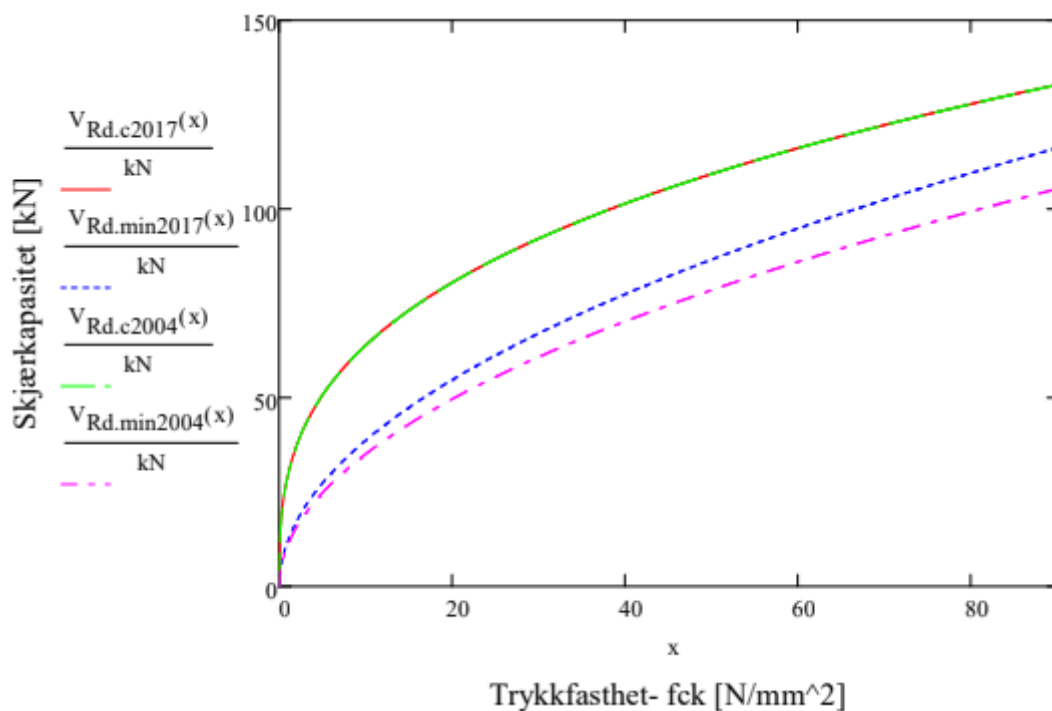
Figur 8-6 Skjærkapasitet som funksjon av bjelkens lengde,  $l$

Av figuren fremkommer det at samtlige kapasitetsuttrykk er konstante, utenom  $V_{Rd.c2017}$ , som kun er konstant så lenge skjærspennet er mindre enn  $2,5d$ . Ved økning utover dette vil kapasiteten reduseres med faktoren  $\frac{1}{a_v}^{1/3}$ . Reduksjonen i  $V_{Rd.c2017}$  er gjort på grunnlag av forsøk på ulike bjelker, blant annet de presentert i kapittel 6.3.3. som viser at kapasiteten avtar når en konsentrert last virker i en økende avstand fra opplegg. Dette på grunn av at ved konsentrerte laster, vil skjærkraften være konstant, mens momentet øker lineært fra opplegg. EC2:2017 tar hensyn til dette ved kontrollsnitt  $d/2$  fra lastens plassering. Denne kombinasjonen fører til et høyt forhold mellom moment og skjærkraft, noe som vil gi et høyt mekanisk skjærspenn og dermed redusert kapasitet.

## Betongens trykkfasthet

Denne egenskapen står sentralt i samtlige betongkonstruksjoner, og er beskrevet i kapittel 2.1.2. Gjennom forsøk er det påvist at betongens skjærfasthet samsvarer med tredjeroten av trykkfastheten,  $f_v = \sqrt[3]{f_{ck}}$  [1]. I  $V_{Rd_c2004}$  og  $V_{Rd_c2017}$  er denne sammenhengen benyttet, mens uttrykkene for minimum skjærkapasitet benytter  $f_v^{1/2} = \sqrt{f_{ck}}$ .

Ved å plote uttrykkene presentert i kapittel 8.1, med bjelkegeometri presentert i kapittel 8.3.1, der kun betongens trykkapasitet varierer, fremkommer Figur 8-7. Det støpes sjeldent lavere kvaliteter enn 20 MPa, og EC2:2004, Tabell 3.1, har B90 som øvre grense for betongklasser. Dermed er det valgt å vurdere betong i intervallet B20 til B90, mens det er plottet fra  $f_{ck} = 0$ .



Figur 8-7 Skjærkapasitet som funksjon av betongens trykkfasthet

Grafene kan uttrykkes som rot-funksjoner, der  $V_{Rd_c2004}$  og  $V_{Rd_c2017}$  øker med  $f_{ck}^{1/3} = \sqrt[3]{f_{ck}}$ , mens  $V_{Rd_{min}2004}$  og  $V_{Rd_{min}2017}$  øker med  $f_{ck}^{1/2} = \sqrt{f_{ck}}$ . For  $f_{ck}$ -verdier i det betraktede intervallet har imidlertid resten av uttrykket stor betydning. Ved kun variasjon i  $f_{ck}$ , virker dette som en konstant faktor. Denne faktoren er størst for de detaljerte uttrykkene, og dermed gir disse mest kapasitet i intervallet. Videre kan en se at  $V_{Rd_c2004}$  og  $V_{Rd_c2017}$  er sammenfallende. Dette henger sammen med at parametere beskrevet i kapittel 8.3.1 gir samme konstante verdi. Ved å sammenligne  $V_{Rd_{min}2004}$  og  $V_{Rd_{min}2017}$  ser en at den nyeste standarden gir noe høyere kapasitet.

## Tilslagsstørrelse

Valg av tilslagstype og størrelse påvirker skjærkapasiteten i stor grad, hovedsakelig gjennom bidrag fra aggregate interlock, se kapittel 6.1.4. Denne påvirkningen tas hensyn til ulikt i de to standardene.

I EC2:2004 blir tilslaget tatt hensyn til ved faktoren  $C_{Rd_c} = k_2/\gamma_c$ . I NA.6.2.2(1) bestemmes  $k_2$  på følgende måte:

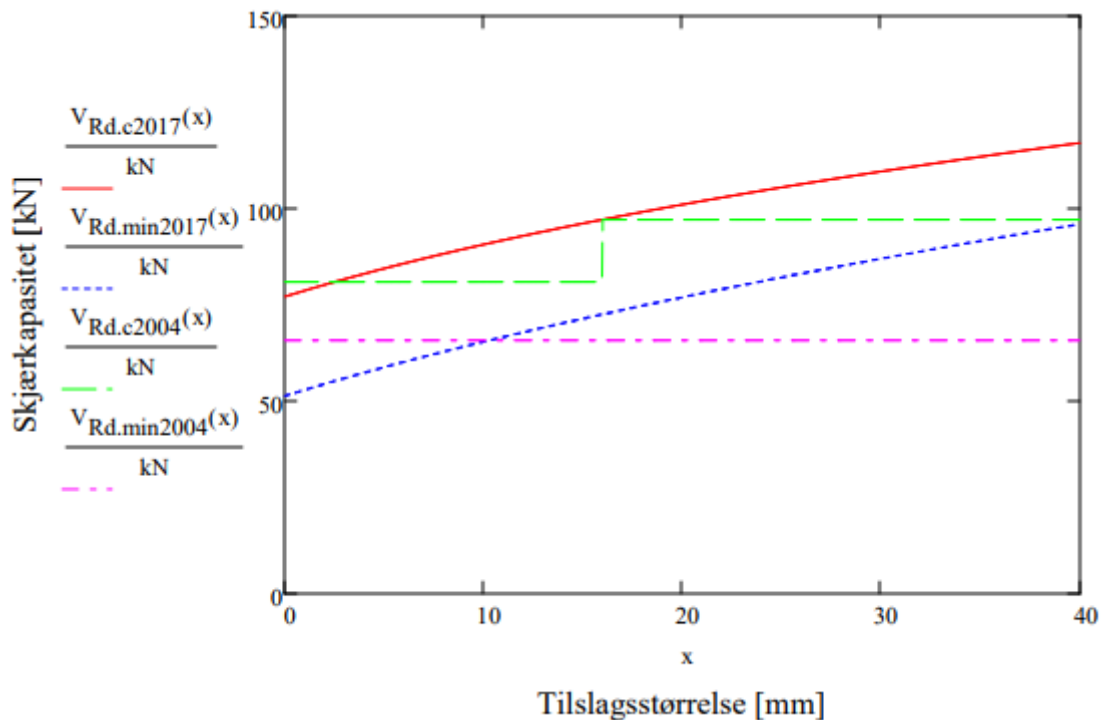
- $k_2 = 0,18$  for betong med største tilslag  $D$ , etter NS-EN 12620, lik eller større enn 16 mm, og der det grove tilslaget utgjør 50 % eller mer av den samlede tilslagsmengden og det ikke benyttes grovt tilslag av kalkstein eller stein med tilsvarende lav fasthet.
- $k_2 = 0,15$  dersom ikke betingelsene for å benytte  $k_2$  lik 0,18 er oppfylt

I Mathcad-beregningene er det valgt å sette  $k_2 = 0,15$  ved største tilslag mindre enn 16 mm og  $k_2 = 0,18$  ved tilslag større enn eller lik dette.

Den kommende standarden, EC2:2017, tar hensyn til tilslaget ved parameteren  $d_{dg}$ , som inngår direkte i begge uttrykkene for skjærkapasitet. I punkt 8.2.1(5) bestemmes verdien på følgende måte:

- 32 mm for normalbetong med  $f_{ck} \leq 60 \text{ MPa}$  og  $D_{lower} > 16 \text{ mm}$ .
- $16 + D_{lower} \leq 40 \text{ mm}$  for normalbetong med  $f_{ck} \leq 60 \text{ MPa}$  og  $D_{lower} < 16 \text{ mm}$ .  
Dette uttrykket kan også benyttes for normalbetong med  $f_{ck} \leq 60 \text{ MPa}$  og  $D_{lower} > 16 \text{ mm}$  for en mer nøyaktig beregning av  $d_{dg}$ .
- $16 + D_{lower} \left(\frac{60}{f_{ck}}\right)^2 \leq 40 \text{ mm}$  for normalbetong med  $f_{ck} > 60 \text{ MPa}$

Ved å plote uttrykkene presentert i kapittel 8.1, med bjelkegeometri presentert i kapittel 8.3.1, der kun tilslagsstørrelsen varierer, fremkommer Figur 8-8.



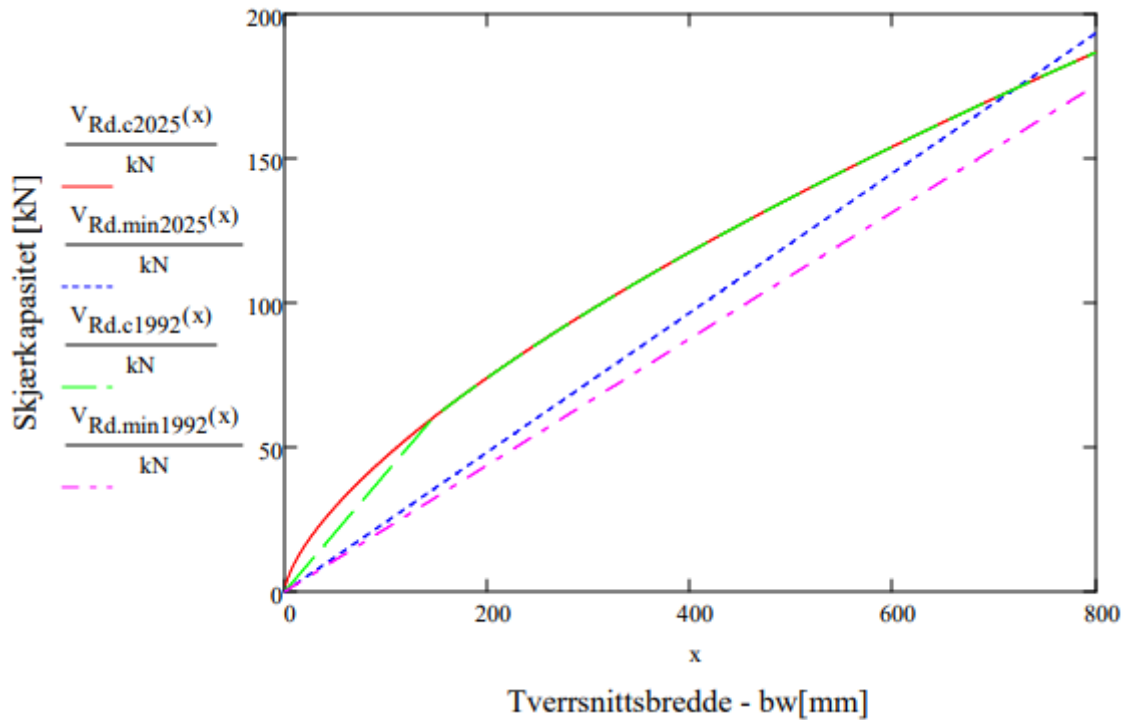
Figur 8-8 Skjærkapasitet som funksjon av tilslagsstørrelse

Av Figur 8-8 fremkommer det at uttrykkene i EC2:2004 er uavhengige av tilslagsstørrelse, unntaket er at  $V_{Rd.c2004}$  har et hopp når tilslaget blir større enn 16mm fordi  $k_2$  går fra 0,15 til 0,18. Dersom en ikke benytter seg av verdier i nasjonalt tillegg, ville  $C_{Rd_c} = k_2/\gamma_c$  vært uavhengig av tilslagsstørrelse, noe som ville gitt  $V_{Rd.c2004}$  konstant lik verdien tilsvarende  $k_2 = 0,18$ . Videre kan det ses at uttrykkene fra EC2:2017 vokser med faktoren  $x^{1/3} = \sqrt[3]{x}$ . Disse uttrykkene blir større enn tilsvarende uttrykk i dagens standard ved relativt lave tilslagsstørrelser, noe som i praksis betyr at de nye uttrykkene gir mer kapasitet uavhengig av størrelsen på tilslaget. Ved tilslagsstørrelse lik 16 mm vil  $V_{Rd.c2004}$  og  $V_{Rd.c2017}$  gi lik kapasitet, noe som er logisk da samtlige parametre er som ved utgangspunktet for sammenligningen i kapittel 8.3.1.

## Bredde

Tversnittets bredde påvirker skjærkapasiteten ved at det inngår direkte i bjelkegeometrien, samt at faktoren er med på å bestemme armeringsforholdet.

Ved å plote uttrykkene presentert i kapittel 8.1, med bjelkegeometri presentert i kapittel 8.3.1, der kun tversnittets bredde varierer, fremkommer Figur 8-9.



Figur 8-9 Skjærkapasitet som funksjon av tversnittsbredden

Uttrykkene for minimum skjærkapasitet øker lineært ved økning av bredden. Dette gjør også  $V_{Rd.c2004}$  så lenge bredden er lav nok slik at armeringsforholdet,  $\rho$ , er lik 0,02. Fra og med denne breddeverdien er uttrykket sammenfallende med  $V_{Rd.c2017}$ , der økningen skjer med

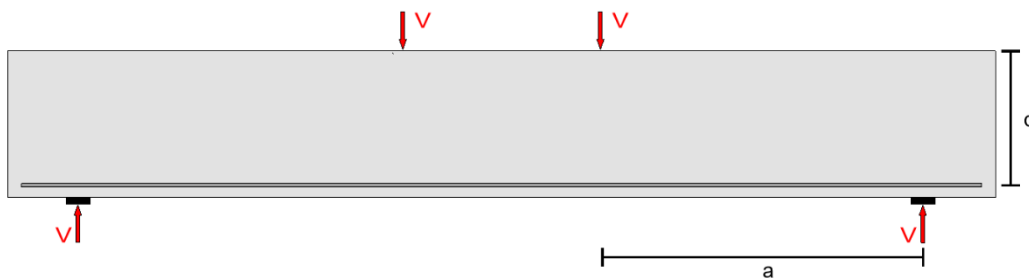
$$\text{variabelen } (1/b_w)^{\frac{1}{3}} b_w = b_w^{-\frac{1}{3}+1} = b_w^{2/3}.$$

## 8.4 Sammenligning ved bjelkeeksempler

For å sammenligne uttrykkene er det også beregnet konkrete bjelkeeksempler. I [57] er det samlet testresultater fra bjelker med tilhørende parametere. Disse er gjennomgått, og det er valgt ut 35 bjelker med ulike kombinasjoner av geometri, betongkvalitet og armeringsmengde.

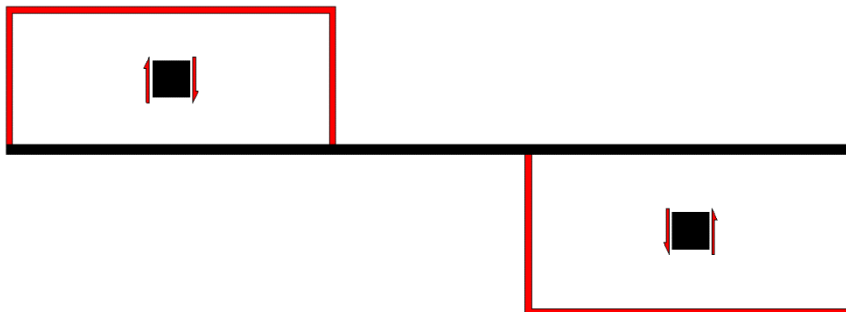
### 8.4.1 Prestasjon av bjelke- og lastgeometri

Felles for bjelkene er at de er belastet med to punktlaster hver, som føres til hvert sitt opplegg, se Figur 8-10.



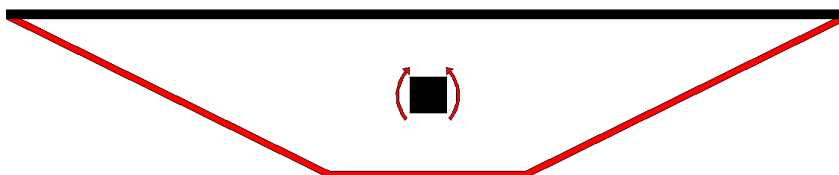
Figur 8-10 Illustrasjon eksempelbjelker

Denne belastningen vil også føre til konstant skjærkraft i mellom opplegg og lastangrepspunkt, se Figur 8-11.



Figur 8-11 Skjærkraftdiagram eksempelbjelker

Momentet vil derimot variere, se Figur 8-12. I vedlegg G er kontrollsnittene  $d/2$  fra både opplegg og last kontrollert for å finne det kritiske snittet.



Figur 8-12 Momentdiagram eksempelbjelke

Da skjærkraften er konstant vil kritisk snitt bestandig være  $d/2$  fra der lasten virker fordi momentet er størst her.

## 8.4.2 Resultater

I Vedlegg G er skjærkapasiteten til bjelkene beregnet etter både EC2:2004 og EC2:2017. I Tabell 8-3 er enkelte parametere gjengitt sammen med beregnet kapasitet etter begge standardene.

Tabell 8-3 Bjelker med parametere og skjærkapasitet

| Nr. | b<br>[mm] | d<br>[mm] | $A_c$<br>[mm <sup>2</sup> ] | $d/b$ | $a_{cs}$<br>[mm] | $a/d$ | $\rho$<br>[%] | $f_{ck}$<br>[N/mm <sup>2</sup> ] | $V_{Rd,2004}$<br>[kN] | $V_{Rd,2017}$<br>[kN] |
|-----|-----------|-----------|-----------------------------|-------|------------------|-------|---------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1   | 200       | 260       | 52000                       | 1,30  | 875              | 3,37  | 0,652         | 39,42                            | 34,6                  | 36,6                  |
| 2   | 152       | 299       | 45372                       | 1,96  | 720,7            | 2,41  | 3,300         | 39,42                            | 42,5                  | 53,6                  |
| 3   | 400       | 167       | 66800                       | 0,42  | 830              | 4,97  | 2,400         | 37,36                            | 67,5                  | 67,3                  |
| 4   | 305       | 233       | 71065                       | 0,76  | 680              | 2,92  | 1,200         | 62,07                            | 69,1                  | 72,0                  |
| 5   | 200       | 368       | 73600                       | 1,85  | 1464             | 3,98  | 3,300         | 79,90                            | 83,3                  | 88,0                  |
| 6   | 295       | 1450      | 427750                      | 5,00  | 4120             | 2,84  | 0,250         | 31,40                            | 139,9                 | 113,9                 |
| 7   | 150       | 345       | 51750                       | 2,33  | 1016             | 2,94  | 2,300         | 54,50                            | 52,3                  | 54,5                  |
| 8   | 300       | 1400      | 420000                      | 4,76  | 7795             | 5,57  | 0,830         | 24,50                            | 189,6                 | 122,4                 |
| 9   | 127       | 202       | 25654                       | 1,59  | 605              | 3,00  | 5,034         | 64,70                            | 31,1                  | 44,2                  |
| 10  | 300       | 951       | 285300                      | 3,13  | 2662             | 2,88  | 1,009         | 28,00                            | 152,1                 | 137,8                 |
| 11  | 1000      | 500       | 500000                      | 0,50  | 1825             | 3,65  | 0,456         | 21,00                            | 208,0                 | 185,4                 |
| 12  | 150       | 159       | 23850                       | 1,06  | 550              | 3,46  | 5,269         | 93,10                            | 32,7                  | 48,6                  |
| 13  | 400       | 889       | 355600                      | 2,22  | 2223             | 2,50  | 1,969         | 30,20                            | 245,6                 | 225,1                 |
| 14  | 300       | 147       | 44100                       | 0,50  | 570              | 3,09  | 4,217         | 89,70                            | 59,7                  | 81,4                  |
| 15  | 152       | 267       | 40584                       | 1,75  | 1321             | 4,95  | 2,220         | 25,30                            | 33,6                  | 30,0                  |
| 16  | 156       | 540       | 84240                       | 3,45  | 4340             | 8,03  | 2,751         | 21,70                            | 57,1                  | 42,7                  |
| 17  | 155       | 1095      | 169725                      | 7,14  | 2737             | 2,50  | 2,703         | 22,40                            | 103,3                 | 100,8                 |
| 18  | 155       | 1095      | 169725                      | 7,14  | 8758             | 8,00  | 2,685         | 22,70                            | 103,7                 | 68,6                  |
| 19  | 154       | 272       | 41888                       | 1,75  | 680              | 2,50  | 2,675         | 31,20                            | 37,0                  | 44,1                  |
| 20  | 170       | 255       | 43350                       | 1,49  | 765              | 3,00  | 4,676         | 48,00                            | 44,9                  | 61,0                  |
| 21  | 300       | 915       | 274500                      | 3,03  | 2745             | 3,00  | 1,872         | 48,00                            | 216,5                 | 185,9                 |
| 22  | 50        | 70        | 3500                        | 1,41  | 210              | 3,00  | 1,616         | 25,50                            | 2,9                   | 4,3                   |
| 23  | 600       | 2003      | 1201800                     | 3,34  | 5968             | 2,98  | 0,139         | 22,24                            | 299,5                 | 229,1                 |
| 24  | 300       | 895       | 268500                      | 2,98  | 2663             | 2,97  | 3,138         | 90,00                            | 267,9                 | 269                   |
| 25  | 300       | 925       | 277500                      | 3,08  | 2663             | 2,88  | 0,759         | 33,00                            | 142,7                 | 124,0                 |
| 26  | 152       | 268       | 40776                       | 1,76  | 1118             | 4,17  | 0,253         | 24,60                            | 18,0                  | 22,3                  |
| 27  | 200       | 368       | 73600                       | 1,84  | 1472             | 4     | 2,001         | 80,50                            | 83,5                  | 74,5                  |
| 28  | 125       | 215       | 26875                       | 1,72  | 526              | 2,45  | 3,771         | 48,00                            | 29,0                  | 39,6                  |
| 29  | 300       | 1889      | 566700                      | 6,30  | 5327             | 2,82  | 0,741         | 29,60                            | 252,3                 | 192,2                 |
| 30  | 300       | 1398      | 419400                      | 4,66  | 4012             | 2,87  | 0,833         | 36,30                            | 216,1                 | 174,0                 |
| 31  | 300       | 1398      | 419400                      | 4,66  | 4012             | 2,87  | 0,833         | 69,60                            | 268,5                 | 216,2                 |
| 32  | 300       | 1398      | 419400                      | 4,66  | 4012             | 2,87  | 0,835         | 36,10                            | 215,9                 | 173,9                 |
| 33  | 122       | 281       | 34282                       | 2,30  | 780              | 2,78  | 0,835         | 39,50                            | 24,3                  | 26,2                  |
| 34  | 295       | 1448      | 427160                      | 4,91  | 4012             | 2,77  | 0,254         | 31,40                            | 140,5                 | 113,8                 |
| 35  | 457       | 360       | 164520                      | 0,79  | 1181             | 3,28  | 0,360         | 39,66                            | 83,6                  | 98,8                  |

Grunnen til at det ene uttrykket er høyere enn det andre avhenger ofte av mer enn én parameter. Dette fører til at bjelkene ikke kan presenteres på samme måte som i kapittel 8.3 der én og én parameter varierte, men at det i stedet presenteres typiske kombinasjoner av variasjoner.

Bredden,  $B$ , og betongens trykkfasthet,  $f_{ck}$ , gir likt bidrag til begge formlene i henhold til kapittel 8.1 og grafer i kapittel 8.3.2. Disse variablene vil dermed virke som en «forsterkningsfaktor» dersom det allerede er en forskjell mellom uttrykkene og øke differansen.

### **Stor effektiv høyde og høyt armeringsforhold**

Omtrent samtlige bjelker med stor effektiv høyde får høyest kapasitet etter EC2:2004. Dette gjelder bjelkene 6,8,10,13,17, 18, 21, 23, 25, 29-32 og 34. Unntaket er bjelke nr. 24 som får høyere kapasitet ved den nye standarden på grunn av det høye armeringsforholdet,  $\rho = 3,138\% = 0,03138$ , da dette er høyere enn maksimal beregningsmessig armeringsforhold,  $\rho = 0,02$ , i EC2:2004. Det kan videre ses at samtlige andre bjelker med  $\rho > 3\%$ , bjelke nr. 2, 5, 9, 12, 14, 20 og 28, får størst kapasitet etter modellen i EC2:2017.

### **Lavt armeringsforhold og minimum skjærkapasitet**

Ved veldig lavt armeringsforhold, eksempelvis bjelke nr. 23 og 26, er begge minimumsuttrykkene dimensjonerende, se vedlegg G. Disse formlene er uavhengige av valgt armeringsmengde. I tillegg kan det ses at bjelke nr. 26 får størst minimum skjærkapasitet ved beregning etter EC2:2017. Dette samsvarer godt med Figur 8-1, som viser at den kommende standarden har noe høyere minimum skjærkapasitet ved lavt armeringsforhold. Grunnen til at bjelke nr. 23 får størst kapasitet etter EC2:2004 er fordi bjelken har en veldig stor effektiv høyde, der størrelseseffekten underestimeres i dagens beregningsmodell.



### Liten effektiv høyde og stort skjærspenn

Ved lav effektiv høyde, gir EC2:2017 størst kapasitet. Dette gjelder bjelke nr. 1-4, 9, 12, 14, 19, 20, 22, 26, 28, 33 og 35. Bjelke nr. 15 har også liten  $d$ , men det høye skjærspennet i forhold til effektiv høyde,  $a/d$ , reduserer kapasiteten etter uttrykket i EC2:2017. Et godt eksempel på skjærspennets betydning for en bjelke finner en ved å sammenligne bjelke nr. 17 og 18. Disse har samme egenskaper foruten skjærspennet som er henholdsvis 2737 mm og 8758 mm. EC2:2004 gir samme kapasitet for begge bjelkene, da denne er uavhengig av skjærspennet, mens den kommende standarden reduserer kapasiteten for bjelke nr. 18.

Videre kan en se at de andre bjelkene med høyt  $a/d$ -forhold, altså bjelke nr. 3, 8, 16, 18 og 27, oppnår høyest kapasitet etter EC2:2004. Ved ekstremt store skjærspenn, som for eksempel bjelke nr. 16 og 18, gir EC2:2004 betydelig større kapasitet.

### Trykkfastheten forsterker forskjellene

Bjelke nr. 30 og 31 har like egenskaper med unntak av betongens trykkfasthet. På denne måten ser en hvor mye betongens trykkfasthet påvirker skjærkapasiteten. For å illustrere at begge modellene påvirkes like mye av  $f_{ck}$ , kan en vise at forholdet mellom kapasitetene er likt:

$$\frac{V_{Rd,2017,bjelke\ 30}}{V_{Rd,2004,bjelke\ 30}} = \frac{182,2}{216,1} = \frac{V_{Rd,2017,bjelke\ 31}}{V_{Rd,2004,bjelke\ 31}} = \frac{226,4}{268,5} = 0,84$$

## 8.5 Sammenligning av bjelker med aksialkraft

I dette kapitlet vil påvirkningen aksialkraft har på skjærkapasiteten til en bjelke undersøkes. Det er i vedlegg H tatt utgangspunkt i en bjelke uten aksialkraft, som deretter er beregnet med både aksiell trykk- og strekkraft etter begge standardene. Uttrykkene for minimum skjærkapasitet var ikke dimensjonerende i noen tilfeller og er dermed ikke vurdert videre i dette kapitlet.

### 8.5.1 Presentasjon av uttrykk med aksialkraft

I EC2:2004 har uttrykket for skjærkapasiteten et ledd ekstra,  $k_1\sigma_{cp}$ . Etter punkt 6.2.2(1) er  $k_1 = 0,15$  og  $\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c < 0,2f_{cd}$ , der trykkraft har positivt fortegn.

Den kommende standarden, EC2:2017, tar med aksielle spenninger ved at det effektive skjærspennet endres til  $a_{cs} = \left| \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \right| + \frac{N_{Ed}}{|V_{Ed}|} \cdot \frac{d}{6}$ , etter punkt 8.2.2(4), der strekkraft har positivt fortegn. I Figur 8-4 er uttrykkene for skjærkapasitet med aksialkraft gjengitt

Tabell 8-4 Uttrykk for skjærkapasitet med aksialkraft

|                                      | Uttrykk   | Lign. nr. |
|--------------------------------------|---|-----------|
| <b>Skjærkapasitet etter EC2:2004</b> | $V_{Rd_c2004} = \left[ C_{Rd_c} k (100 \rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp} \right] b_w d$      | 6.2a      |
| <b>Skjærkapasitet etter EC2:2017</b> | $V_{Rd_c2017} = \frac{1}{\gamma_c} \left( 100 \rho f_{ck} \frac{d_{dg}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} b_w d$ | 8.11      |

## 8.5.2 Resultater

Teorien presentert i kapittel 4.3 viser at aksial trykkraft reduserer eventuelle sprekkspenninger fra momentet i strekksonen. Dette fører til mindre rissvidder og økt skjærkapasitet. Tilsvarende vil strekkrefter påvirke skjærkapasiteten negativt. Denne teorien stemmer godt overens med resultatene oppnådd med beregning av bjelkene i vedlegg H. Påkjent aksialkraft og beregnet kapasitet er gjengitt i Figur 8-5.

Tabell 8-5 Skjærkapasitet for eksempelbjelke med aksialkraft

| Aksialkraft, $N_{Ed}$ [kN] | $V_{Rd_c2004}$ [kN] | $V_{Rd_c2017}$ [kN] |
|----------------------------|---------------------|---------------------|
| 0                          | 58,6                | 60,1                |
| -40 (Trykk)                | 64,6                | 61,1                |
| 40 (Strekk)                | 52,6                | 59,2                |

Det fremkommer at begge uttrykkene gir økt kapasitet ved aksial trykkraft og redusert kapasitet ved aksial strekkraft, noe som stemmer godt med presentert teori. Videre kan en se at aksialkraften påvirker kapasiteten beregnet i EC2:2004 mer enn i EC2:2017. Konsekvensen av dette er at ved trykkraft øker kapasiteten i dagens standard raskt frem til begrensingen  $\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c < 0,2f_{cd}$  blir gjeldende. Ved aksial strekkraft vil kapasiteten reduseres med samme faktor, men uten en nedre grense. Dette stemmer godt med presentert teori om at dagens beregningsmodell er for konservativ ved konstruksjonsdeler utsatt for aksielle strekkrefter, se kapittel 5.2.2 og Figur 5-6.



## 9 EC2:2017: Minimum skjærkapasitet og -armering

For å opprettholde tilstrekkelig reservestyrke og duktilitet etter diagonal sprekking og for å kontrollere utvidelse av diagonal sprekkdannelse, må det alltid legges inn minimum skjærarmering [60].

I dette kapitlet vil uttrykket for minimum skjærkapasitet og kapasiteten som oppnås ved minimum skjærarmering i EC2:2017 sammenlignes. For å kunne gjøre dette er det beregnet tre bjelkeeksempler der den effektive høyden varierer, siden dette er den mest sentrale parameteren i uttrykkene. I alle bjelker er det krav til minimum skjærarmering, uavhengig av påkjent last. Dermed vil samtlige bjelker inneha kapasiteten dette gir, uavhengig av hvilken kapasitet en oppnår ved å regne skjærkapasitet uten skjærarmering. Formålet med sammenligningen er å undersøke om disse formlene gir tilnærmet lik kapasitet.

### 9.1 Presentasjon av kapasitetsuttrykk

For å finne minimum skjærarmering må det tas utgangspunkt i uttrykket for minimum skjærarmeringsforhold, (12.4) i EC2:2017.

$$\rho_{w,min} = 0.08 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} = \frac{A_{sw}}{sb_w \sin \alpha} \quad (9.1)$$

Løser uttrykket med hensyn på  $A_{sw,min}/s$  og innfører vertikale skjærarmeringsbøyler som fører til  $\alpha = 90 \rightarrow \sin \alpha = 1$

$$\frac{A_{sw,min}}{s} = 0.08 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} b_w \quad (9.2)$$

Videre settes dette inn for  $A_{sw}/s$  i ligning (8.21) i EC2:2017. Dette resulterer i et uttrykk for skjærkapasitet med minimum skjærarmering.

$$V_{Rd_s,2017} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta \leq b_w z \cdot \frac{v \cdot f_{cd}}{2} \quad (9.3)$$

$$V_{Rd_s,2017} = 0.08 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \cdot b_w z f_{ywd} \cot \theta \leq b_w z \cdot \frac{v \cdot f_{cd}}{2} \quad (9.4)$$

I Tabell 9-1 er uttrykket for minimum skjærkapasitet uten skjærarmering og det modifiserte uttrykket for skjærarmeringskapasitet gjengitt med henvisning til ligningsnummer i standarden.

Tabell 9-1 Uttrykk for minimum skjær- og skjærarmeringskapasitet i EC2:2017

|  | Uttrykk  | Lign. nr.          |
|--|--|--------------------|
| <b>Minimum skjærarmeringskapasitet</b> | $V_{Rd_s2017} = 0.08 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} b_w z f_{ywd} \cot \theta \leq b_w z \cdot \frac{v \cdot f_{cd}}{2}$ | 8.21<br>modifisert |
| <b>Minimum skjærkapasitet</b>          | $V_{Rd_{min}2017} = \frac{10}{\gamma_c} \left( \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yd}} \cdot \frac{d_{dg}}{d}} \right) b_w d$            | 8.9                |

Da begge uttrykkene har flere parametere som ikke inngår i motsatt uttrykk, egner det seg ikke å sammenligne ved hjelp av grafer som i kapittel 8.3.2. Påvirkningen av parameterne effektiv høyde, tilslagsstørrelse og betongens trykkfasthet er beskrevet i kapittel 8.3.2. I tillegg inneholder uttrykket for kapasitet av skjærbøyler indre momentarm,  $z$ , og helning på betongtrykkdiagonaler,  $\theta$ . Videre i kapitlet vil disse presenteres før resultatene fra bjelkeeksemplene sammenlignes.

### Indre momentarm, $z$

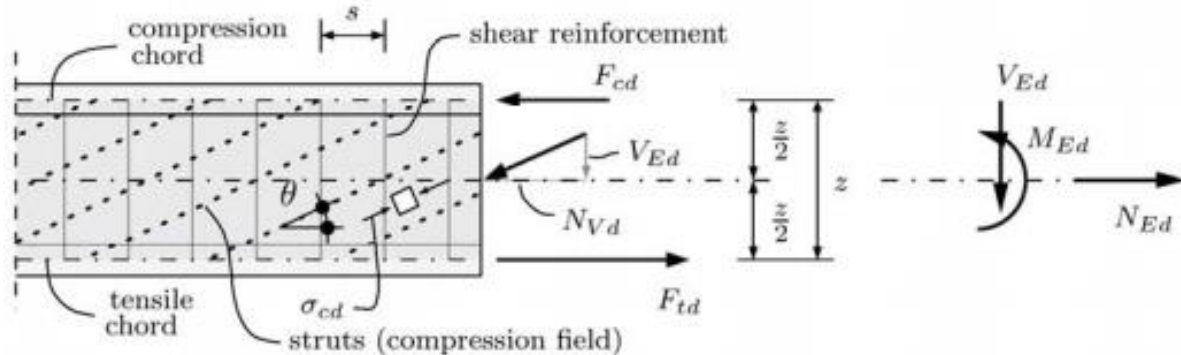
Den indre momentarmen i en bjelke er avstanden mellom lengearmeringen og resultanten av spenningene i trykksonen, se Figur 4-12. Ved å beregne trykksonehøyden,  $c$ , som vist i kapittel 4.1, kan den indre momentarmen finnes ved

$$z = d - \frac{1}{3}c \quad (9.5)$$

I sammenligningen av bjelkene er det valgt  $z = 0,9d$  i henhold til 8.2.3(3) i EC2:2017.

## Helning på betongtrykkdiagonaler

Denne helningen er avgjørende for kapasiteten som oppnås med fagverksmodellen i EC2:2017, punkt 8.2.3(1), se Figur 9-1.



Figur 9-1 Fagverksmodell fra EC2:2017

Dette fagverket antas å bestå av betongtrykkdiagonaler med helning  $\theta$  og vertikale strekkstaver representert som skjærarmering. Videre fungerer trykksonen som trykkgurt og lengdearmeringen som strekkgurt. Punkt 8.2.3(12) i EC2:2017 omhandler fagverksmodellen, der skjærarmeringen settes ut med en vinkel til bjelkeaksen. På denne måten kan samme mengde skjærbøyler oppnå høyere kapasitet. Det er imidlertid kun vurdert vertikale skjærbøyler da dette er mest vanlig i praksis på grunn av effektivitet ved jernbinding.

Helning i betongtrykkdiagonalen,  $\theta$ , kan velges etter punkt 8.2.3(2) i intervallet

$$\cot\theta_{min} \geq \cot\theta \geq 1 \quad (9.6)$$

Da denne sammenligningen omhandler bjelker uten aksielle krefter, blir  $\cot\theta_{min} = 2,5$  etter standarden. For å bruke den minimale mengden skjærarmering, må  $\cot\theta$  velges til maksimal verdi,  $\cot\theta = 2,5$ . Dette fører til at bøylerne står med størst mulig avstand og at trykkdiagonalene overfører mest mulig krefter.

## 9.2 Resultater

Det er valgt ut tre bjelker med samme parametere, utenom den effektive høyden som er forskjellig. Fullstendige beregninger med tilhørende parametere er vist i vedlegg I. Det er antatt lik stål kvalitet for lengde- og skjærarmering. I Tabell 9-2 er den effektive høyden gjengitt med tilhørende skjærkapasitet.

Tabell 9-2 Minimum skjærkapasitet og kapasitet med minimum skjærarmering

| Effektiv høyde, $d$ | $V_{Rd_{min}2017}$ | $V_{Rd_s2017}$ |
|---------------------|--------------------|----------------|
| 100                 | 16,0               | 13,9           |
| 300                 | 27,8               | 41,7           |
| 500                 | 35,9               | 69,5           |

Av resultatene fremkommer det at for små effektive høyder vil beregnet kapasitet uten skjærarmering være størst. Dette gjelder uavhengig av bredden,  $b_w$ , da denne påvirker begge uttrykkene i like stor grad. Ved økning av den effektive høyden vil etter hvert kapasitetene bli like og deretter vil differansen øke i favør uttrykket med skjærarmering. Dette kommer av at uttrykket for skjærarmering, samt begrensningen, øker lineært med den effektive høyden ( $z = 0,9d$ ), mens uttrykket for minimum skjærkapasitet bare øker med  $1/\sqrt{d} \cdot d = \sqrt{d}$ .



## 10 Diskusjon

I dette kapitlet blir det tatt en vurdering av likhetene mellom de to beregningsmodellene som er presentert samt en drøfting av begge sider ved de ulike forskjellene. I tillegg vil valgene som gjøres under utledning av de kommende uttrykkene for kapasitet mot skjærkraft og gjennomlokking diskuteres.

### 10.1 Bakgrunn for standardene

Modellen for å beregne skjærkapasitet i EC2:2004 er empirisk basert. Gitt at parameterne er innenfor de empiriske grensene så gir dette gode resultater. Samtidig får ikke brukeren noe spesielt forhold til formelen da den ikke er fysisk basert. Det er derimot modellen i EC2:2017, som er basert på teori om kritiske skjærriss hvor lengdearmeringens tøyning står sentralt, og i tillegg bygger på uttrykkene for skjæroverføringsmekanismene beskrevet i kapittel 6.

En konsekvens av at tøyning er med i formelen er at skjærkapasiteten varierer langs bjelkens lengde. Dette kommer av at utnyttelsen av lengdearmeringen på grunn av momentet varierer langs bjelken, og det kan antas en sammenheng mellom dette og skjærkapasiteten. Skjærriss er bøyeriss som videreutvikles, og er dermed avhengig av det påkjente momentet i snittet. I EC2:2004 har bjelken samme skjærkapasitet langs hele bjelken, da den ikke tar hensyn til påkjent belastning.

### 10.2 Utledning av uttrykkene

Utgangspunktet for skjærkapasiteten i EC2:2017 er et uttrykk for skjærfastheten, ligning (8.1), som baseres på parameterne  $f_{ck}$ ,  $\varepsilon$ ,  $d$  og  $d_g$ . Sammenhengen uttrykket har med testresultater viser god overenstemmelse, men på konservativ side. Det kan imidlertid vurderes hvor lav sikkerhetsmargin en ønsker med tanke på optimal dimensjonering. Sikkerhetsmargin er nødvendig da den både tar hensyn til eventuelle feil ved prosjektering eller utførelse, men også gir mulighet til bruksendring og annet lastbilde for konstruksjonen. For mye sikkerhet fører imidlertid til unødvendige økonomiske kostnader ved konstruksjon. Tilsvarende gjelder for ligning (9.1) som definerer utgangspunktet for utledningen av kapasitet mot gjennomlokking.

Ved utledning av tøyningen i kontrollsnittet  $0,6d$  fra trykksonen antas lineær spenningsfordeling i betongen. Dersom store momentkrefter virker på tverrsnittet kan dette føre til at betongen er i det plastiske området, med rektangulær spenningsfordeling, og dermed vil den indre momentarmen endres fra  $z = d - c/3$  til  $z = d - c/2$ . En mindre indre momentarm fører til lavere kapasitet, og kan gi usikre konstruksjoner.

For å finne trykksonehøyden i bjelken ser en bort fra trykkarmeringen. Denne armeringen legges i bjelker etter minimumskrav, selv om det beregningsmessig ikke er behov for den. Formålet til trykkarmeringen er å forhindre riss i trykksonen, samt at skjærarmeringen må ha noe å legges rundt. En slik forenkling fører til enklere beregning av spenningsfordelingen over tverrsnittets dybde, samtidig gir det trykksonen redusert stivhet og økt tøyning, noe som fører til mindre kapasitet.

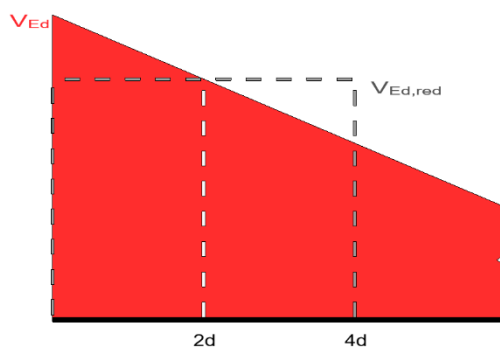
Hyperbeluttrykket, (ligning 8.1), erstattes med et potensuttrykk, (ligning 8.57), da det var ønskelig med uttrykk som lignet på det som benyttes i dag. Uttrykket som benyttes for beregning av skjærkapasitet uten skjærarmering i den sveitsiske standarden, SIA 262, er også basert på arbeidet til Muttoni et al., der utgangspunktet er det samme hyperbeluttrykket. Fullstendig utledning av dette uttrykket er vist i vedlegg J. Dette uttrykket kunne også blitt benyttet i den kommende standarden med tilnærmet likt resultat, som framkommer av utledningen.

I utledningene benyttes også flere tilnærminger. Overenstemmelsen til disse er vist i vedlegg B, D og E. Til tross for små forskjeller mellom fellesverdiene og de analytiske verdiene en oppnår for ulike bjelker, fører dette til at uttrykket blir tilpasset, men samtidig enklere for brukeren å benytte. I enkelte tilfeller kan forenklingen være til usikker side, men det antas at dette inngår i sikkerhetsmarginen ved dimensjonering. Generelt forenkles det ved å anta at betongen ikke kan overføre krefter i strekksonen på grunn av opprissing, noe som er vanlig innen betonglære. Unntaket er i den kvasi-horisontale delen av skjærrisset der betongens reststrekkkapasitet opptrer. Betongen vil imidlertid fremdeles overføre krefter ved tension stiffening mellom rissene. Hadde dette blitt tatt hensyn til og implementert i beregninger ville det ført til noe høyere kapasitet. Dette kan ses ved reststrekkkapasiteten i betong som gir høyere skjærkapasitet, og dermed kunne en vurdert å ta med tension stiffening til å øke andre kapasiteter.

### 10.3 Kontrollsnitt

I EC2:2004 er det etter punkt 6.2.1 (8) ikke nødvendig å påvise kapasiteten for skjærkraft i en avstand mindre enn  $d$  fra kanten av opplegget, såfremt en kan dokumentere at skjærkraften ved opplegget ikke overskrider  $V_{rd,max}$ . Dermed får man en ny skjærkraft,  $V_{Ed,red} = V_{Ed} - qd$ , som skal kontrolleres opp mot skjærstrekkkapasiteten,  $V_{Rd,c}$ . I henhold til punkt 6.2.2 (6) kan skjærkrefter påført på øvre side innenfor en avstand  $0,5d \leq a_v \leq 2d$  fra opplegg reduseres ved å multiplisere med faktoren  $\beta = a_v/2d$ . For  $a_v \leq 0,5d$  bør verdien  $a_v = 0,5d$  brukes.

Ved EC2:2017 har en samlet og forenklet disse to punktene i punkt 8.2.2 (1). Der står det at en ikke trenger å kontrollere tverrsnitt som er plassert nærmere enn  $d/2$  fra opplegg. Videre står det i punkt 8.2.2 (2) at ved tverrsnitt som ikke er belastet av en konstant skjærkraft kan kreftene bli omfordelt ut over en avstand  $4d$  fra opplegg, se Figur 10-1. For en jevnt fordelt last tilsvarer det å ta kontrollsnitt på  $2d$ .



Figur 10-1 Fordeling av kreftene innenfor en avstand  $4d$  fra opplegg

En fordel med endringene er at det ikke er nødvendig å kontrollere punktlaster som treffer nærmere enn  $d/2$  fra opplegget, da de uansett blir redusert til  $V_{Ed} \cdot \beta = V_{Ed} \cdot \frac{0,5d}{2d} = 0,25V_{Ed}$ . Dette fører til 75 % reduksjon i henhold til EC2:2004, noe som ikke vil være dimensjonerende.

For en jevnt fordelt last vil den dimensjonerende lasten i EC2:2017,  $V_{Ed,red:2017} = V_{Ed} - 2qd$ , være lavere enn  $V_{Ed,red:2004} = V_{Ed} - qd$  i dagens standard. Denne forskjellen vil være relativt liten ved små tverrsnitt, men kan føre til betydelige differanser ved store konstruksjonsdeler. Videre vil den dimensjonerende skjærkraften være høyere i EC2:2017 ved konsentrerte laster i avstandsintervallet  $0,5d \leq a_v \leq 2d$  fra opplegg på grunn av reduksjonsfaktoren  $\beta$  i EC2:2004. Samtidig forsikrer begge standardene seg ved å påpeke at alle kritiske snitt må kontrolleres.

## 10.4 Kapasitet uten skjærarmering

### Armeringsmengde og betongens trykkfasthet

Ved å sammenligne uttrykkene for skjærkraftkapasitet, samt studere Figur 8-1 og Figur 8-7, ser en at armeringsmengde og betongens trykkfasthet bidrar like mye til kapasiteten i begge uttrykkene, såfremt  $\rho \leq 0,02$ . Det kan tenkes at begrensingen,  $\rho \leq 0,02$ , har blitt neglisjert i EC2:2017 på grunn av «Critical Shear Crack Theory», der en har oppdaget lengdearmeringens påvirkning på rissutforming.

Økt armeringsmengde fører til lavere spenninger, noe som igjen fører til mindre tøyning, reduserte rissvidder og økt kapasitet [59]. Da EC2:2004 ikke tar hensyn tøyning, kompenseres dette med at lengdearmeringen må ta tilleggs kraft fra skjær, 6.2.3(7) i EC2:2004, [61]. Dersom det armeres med  $A_s = \frac{M_{Ed,max}}{z}$  langs hele bjelken, vil ikke denne tilleggs kraften ha noe påvirkning. Ved optimalisering av konstruksjoner er det imidlertid vanlig å legge varierende armeringsmengde. En bjelke med jevnt fordelt belastning vil ha lite behov for lengdearmering ved opplegg på grunn av lite moment, men grunnet skjærkraften må det tilleggarmeres. Total armeringsmengde i snittet blir dermed  $A_s = \frac{M_{Ed,snitt}}{z} + 0,5V_{Ed}(cot\theta - cot\alpha)$ . Dette samsvarer godt med bidraget fra dybeeffekten, kapittel 8.3.2, som øker med økt armeringsmengde. I tillegg kan det antas at redusert armeringstøyning gir bedre heft mellom armering og betong, noe som bidrar til å hindre overgangen fra bøyeriss til skjærriss, samt heftbrudd.

Begge standardene benytter tredjeroten av betongtrykkfastheten. Å benytte en potens mindre enn én fører til at betongens påvirkning reduseres når fastheten øker, se Figur 8-7. Dette kan ha sammenheng med at økt fasthet fører til sprøere betong, se kapittel 2.1.2.

### Tilslag

Dersom en i EC2:2004 ikke benytter seg av nasjonalt tillegg, vil ikke standarden ta hensyn til valg av tilslagstype og størrelse ved skjærdimensjonering da  $C_{Rd,c}$  settes lik  $0,18/\gamma_c$ . Testresultater har imidlertid vist at tilslaget påvirker skjærkapasiteten, hovedsakelig i form av aggregate interlock, se kapittel 6.1.4. I EC2:2017 er tilslaget tatt hensyn til ved å oppgi nedre siktstørrelse i den største fraksjonen,  $D_{lower}$ , ved bestemmelse av  $d_{ag}$ . I formelen for skjærkapasitet er denne parameteren opphøyd i en tredjedel. På samme måte som for betongtrykkfastheten fører dette til at tilslagets påvirkning varierer mest ved lave verdier, se Figur 8-8. Dette kan komme av at etter en gitt tilslagsstørrelse vil ikke ruheten påvirkes i like stor grad.

### Effektiv høyde og størrelseseffekt

Ulik påvirkning av effektiv høyde i uttrykkene er beskrevet i kapittel 8.3.2. Størrelseseffekten opptrer i bjelker med store effektive høyder og reduserer den normaliserte skjærfastheten [62]. I EC2: 2004 er størrelseseffekten tatt hensyn til ved faktoren  $k = 1 + \sqrt{(200/d)} \leq 2$ . Ved store effektive høyder er det vist at denne effekten underestimeres, og kan føre til usikre konstruksjoner [8]. I den kommende standarden er størrelseseffekten tatt hensyn til ved produktet  $\varepsilon d$  under utledningen av den endelige formen av uttrykket. Dette fører til noe lavere kapasitet ved stor effektiv høyde, se Figur 8-3, og sikrere konstruksjoner. Plotting av utførte tester, Figur 5-5, viser at dette er en mer riktig tilnærming.

### Aksielle krefter

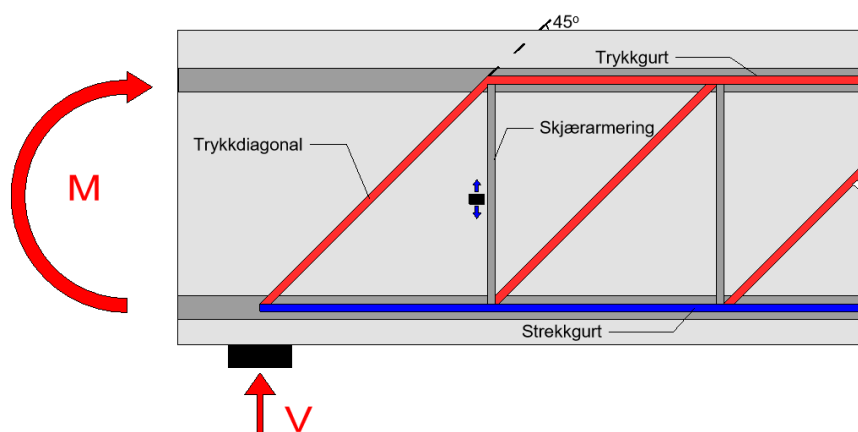
I kapittel 8.5 er det vist hvordan aksiale krefter påvirker skjærkapasiteten. Uttrykket i EC2:2004 påvirkes mest av aksielle krefter. Ved aksielle trykkrefter vil dermed enkelte bjelker oppnå lavere kapasitet ved dimensjonering etter EC2:2017. Dette kan føre til økte materialkostnader ved forspente konstruksjoner. Det stilles spørsmål om den nye tilnærmingen til trykkrefter er for konservativ, men en mulig kompensasjon kan være at begrensingen for armeringsforholdet er neglisjert. Det ble belyst i kapittel 5.2 om hvor konservativ dagens standard er når konstruksjonsdeler blir belastet med aksielle strekkspenninger. Dette stemmer godt overens med opparbeidede resultater.

## 10.5 Kapasitet med skjærarmering

Dersom spenningene i betongen overgår betongens strekkfasthet, er det behov for skjærarmering. Dette innebærer at betongen risser og dermed gir redusert bidrag til kapasiteten. Skjærarmering vil imidlertid redusere rissviddene og dermed gi betongen et økt kapasitetsbidrag.

Begge standardene benytter fagverksmodellen, der skjærarmeringen alene gir skjærstrekkkapasiteten. Dette fører til at betongbidraget neglisjeres, og den totale kapasiteten underestimeres. Samtidig blir konstruksjonen sikrere, da slitasje på betongen over tid ikke vil redusere kapasiteten.

Fagverksmodellen er enkelt bygd opp og kan forstås ut fra likevekt av et betongtverrsnitt, der skjærarmeringen virker som strekkstaver og betongen utvikler diagonale trykkstaver mellom disse, se Figur 10-2. På denne måten er modellen enklere å forstå enn modellene uten skjærarmering, og dermed er den også mer akseptert i bransjen generelt.



Figur 10-2 Fagverksmodell av skjærarmert betongbjelke

Den nye skjærmodellen kan bli mer nøyaktig ved å kombinere bidrag fra armering og betong og ikke kun fagverksmodellen, som er uforandret fra EC2:2004 og kun benytter bidrag fra skjærarmeringen. Tidligere ble dette benyttet i Norge, etter NS 3473. Resultatet av dette er at gamle konstruksjoner i enkelte tilfeller har veldig lite skjærarmering, da denne kun skulle oppta skjærkreftene utover betongens kapasitet [63]. Fordelen med denne metoden er en jevnere kapasitetsøkning idet konstruksjonen får behov for skjærarmering. I EC2:2004 og EC2:2017 får en et kapasitetssprang idet kapasiteten uten skjærarmering ikke er tilstrekkelig, fordi en da må gå over til en annen beregningsmodell. Samtidig er det krevende å benytte beregningsmodellen brukt i NS 3473 på eksisterende bygg, da det er utfordrende å anta betongens bidrag til kapasiteten.

## 11 Konklusjon

I dette kapittelet vil det trekkes konklusjoner basert på observasjoner under utledningene av kapasitetsuttrykkene mot skjærkraft og gjennomlokking i kapittel 7, samt sammenligningene mellom standardene, kapittel 8.

Dimensjoneringen av betongkonstruksjoner vil ved ny standard foregå etter en mekanisk beregningsmodell, i motsetning til dagens empiriske. Det antas at dette vil føre til at utøvende ingeniører får en bedre forståelse av formelen, da flere parametere som påvirker skjærkapasiteten er inkludert. Videre åpner EC2:2017 muligheten for å benytte teknologiske nyvinninger i form av fiberarmert betong til dimensjonering. På denne måten kan det også tenkes at det vil bli mer enighet i bransjen om hvilken modell som skal benyttes, fremfor i dag, der flere modeller eksisterer parallelt.

EC2:2017 inkluderer skjærbidrag fra den kvasi-horisontale delen i form av betongens reststrekkapasitet. Dette bidraget kan ikke inkluderes i dagens modell da den forutsetter kollaps før dette risset utvikles. Av hensyn til utvikling av riss har det blitt observert, ved testing, at det kvasi-horisontale risset utvikles før bruddlasten er nådd. Normalt forekommer dette når lasten er i intervallet 50 - 90 % av maksimal last, se Figur 5-8. For nøyaktig estimering av skjærkapasiteten blir det dermed feil å neglisjere dette bidraget.

Ut ifra generell betongkompetanse kan det tenkes at det vil være en større sannsynlighet for skjærriss når kreftene blir fordelt på et mindre areal, som ved en punktlast, fremfor ved jevnt fordelt belastning. Denne forutsetningen virker logisk og fører til at EC2:2017 kontrollerer de kritiske snittene på en mer korrekt måte, da den reduserer punktlaster mer enn dagens standard, samtidig som jevnt fordelte laster ikke reduseres i like stor grad.

En av endringene i beregningsuttrykkene er at armeringsforholdets begrensning,  $\rho \leq 0,02$ , ikke lengre er gjeldende. Forsøk har vist at mengden lengdearmering påvirker skjærkapasiteten i stor grad, også utover denne grensen. Grunnen til dette er at rissvidden til bøyeriss, som utvikles videre til skjærriss, reduseres. Dette fører til økt ruhet i risset og dermed et større bidrag fra aggregate interlock, samtidig som risset ikke trenger like langt inn i trykksonen, og dermed gir økt utkrager-effekt. Armeringsmengden vil også forhindre parallellglidning av sidekantene i risset i form dybeeffekten. Derfor virker det fornuftig å ikke begrense armeringsforholdets påvirkning av skjærkapasiteten.

Det er påvist at valg av type tilslag og størrelse har mye å si for hvor stor skjærkapasitet en oppnår. Da det finnes mange kombinasjoner av dette, er det også viktig med en

beregningsmodell som tar hensyn til tilslaget. EC2:2017 gir brukeren større forståelse av tilslagets betydning og vil føre til økt fokus på hva slags tilslag som benyttes i betongen.

Overestimeringen av størrelseseffekten i EC2:2004 kan føre til usikre konstruksjoner, se Figur 5-5. Denne usikkerheten er korrigert i den kommende standarden, i samsvar med testresultater. Resultatene fra sammenligningen i kapittel 8 underbygger dette. Ingeniører må dermed vurdere andre løsninger enn bare å øke den effektive høyden for å oppnå tilstrekkelig kapasitet for en konstruksjonsdel.

Endringen av hvordan aksielle strekkrefter tas hensyn til i EC2:2017 i forhold til dagens standard, anses som god på grunn av overenstemmelsen med testresultater, se Figur 5-6. Ved trykkrefter kan en mindre kapasitetsøkning bli vanskelig å rettferdiggjøre da for eksempel eksisterende forspente bruer innehar god nok kapasitet.

Fagverksmodellen som benyttes for beregning av kapasiteten til skjærbøylene er effektiv og enkel å bruke, og dermed er den heller ikke forandret i den nye standarden. Det kunne imidlertid blitt beregnet høyere kapasiteter ved å ikke neglisjere betongens strekkkapasitet ved bruk av skjærarmoring. Dette hadde ført til høyere utnyttelsesgrader av konstruksjoner og reduserte materialkostnader. Samtidig ville det blitt mer utfordrende å kontrollere kapasiteten til en konstruksjon som over tid har blitt utsatt for slitasje. For å sikre fremtidige konstruksjoner vil det være fornuftig å fortsette å benytte fagverksmodellen da denne allerede er godt akseptert i bransjen.

Ved fornyelse av standarden er det viktig at den gir høyere kapasitet enn den gamle. Grunnen til dette er at veldig få konstruksjoner i dag går til brudd, noe som betyr at en modell som gir mindre kapasitet ikke ville blitt akseptert i bransjen. Den nye mekaniske modellen, der tøyninger og tilslagsstørrelse står sentralt, gir generelt høyere kapasitet enn EC2:2004, se kapittel 8. Unntakene er ved store effektive høyder, da størrelseseffekten i dagens standard overestimeres, og ved store skjærspenn. Det er vist at skjærspennet reduserer kapasiteten, i samsvar med testresultater omtalt i kapittel 8.3, se Figur 8-6. Skjærspennet bør dermed påvirke uttrykket for skjærkapasitet, da det fører til en mer nøyaktig beregning.

Det er vist at de nye beregningsmodellene tar hensyn til alle parameterne og skjæroverføringsmekanismene som påvirker skjær- og gjennomlokkingskapasiteten. En mer nøyaktig estimering av skjærkapasiteten gjør det enklere å dimensjonere slik at momentbrudd blir kritisk. Dette er en mer duktil bruddform og vil gi forvarsel i form av riss og deformasjon før brudd. Dermed konkluderes det med at Muttoni et al. sine forslag for beregning av skjær- og gjennomlokkingskapasitet vil føre mer optimale og sikrere konstruksjoner.



## 12 Forslag til videre arbeid

Med utgangspunkt i denne oppgaven er det noen punkter det kan utføres ytterligere arbeid med. Det blir stadig introdusert ny teknologi og nye materialer til betongmiljøet, for eksempel fiberarmert betong. Dette er utenfor de empiriske grensene brukt i EC2:2004. Derfor kunne det vært interessant å se hvordan dette og andre nyvinninger blir tatt hensyn til i den nye standarden. Fiberarmert betong skal bli behandlet i «Annex L» i EC2:2017, men foreløpig er ikke noe mer enn tittelen for dette tillegget publisert.

Det kan arbeides videre med «Critical Shear Crack Theory» for å bruke de forskjellige skjæroverføringsmekanismene til å utlede uttrykkene, (7.1) og (7.77), gitt av Muttoni for å komme fram til de endelige ligningene brukt i EC2:2017, (7.71) og (7.104).

En kan gå dypere inn i hvilke konsekvenser det nye uttrykket for gjennomlorking i EC2:2017 gir. Det kunne vært interessant å sammenligne gjennomlorkingsuttrykket i EC2:2004 med EC2:2017 og se hvilke parametere som dominerer bidragene fra disse to uttrykkene.

Videre kunne det vært aktuelt å gå mer inn på hvordan aksielle krefter påvirker skjærkapasiteten. Det kan også diskuteres hvorfor bidraget fra aksielle trykkspenninger har en begrensning i EC2:2004, samt hvordan en har kommet fram til endringer i skjærspenn på grunn av aksielle krefter i EC2:2017.



## 13 Referanser

- [1] Moody, K. G., Viest, M., Elstner, R. C., and Hognestad, E, «Shear Strength of Reinforced Concrete Beams-Part 1: Tests of Simple Beams,» *ACI Structural Journal*, Vol. 1 av 251, No4, pp. 317-332, 1954.
- [2] Norsk standard, «NS-EN 1992-1-1: Prosjektering av betongkonstruksjoner, Del 1-1: Allmenne,» Standard Norge, 2004.
- [3] Klatter, H. E. & J. M. van Noortwijk, «Life-Cycle Cost Approach to Bridge Management in the Netherlands." 9th International Bridge Management Conference,» Orlando, Florida, 2003, pp. E-C049: 179-188. .
- [4] Rijkswaterstaat, «Inspection report of object 44G-113-01,» Utrecht, The Netherlands (in Dutch), 2008.
- [5] Y. Yang, «Shear behaviour of reinforced concrete members without shear reinforcement,» Netherland, 2014.
- [6] Collins, M. P., Bentz, E. C. & Sherwood, E. G, «Where is Shear Reinforcement Required? Review of Research Results and Design Procedures,» *ACI Structural Journal*, vol. 105(5), pp. 590-600.
- [7] Fernández Ruiz M, Campana S, Muttoni A, «A mechanical model for failures in shear of members without transverse reinforcement based on development of a critical shear crack,» *Structural Concrete*, vol. 157, pp. 300-315, 2018.
- [8] CEN, «Background documents to the second interim draft prEN 1992-1-1:2017-10,» The European Standards, 2007.
- [9] M. Maage, *Betong: regelverk, teknologi og utførelse*, Byggnæringens forlag, 2015.
- [10] Norsk standard, NS-EN 934-2:2009+A12012: Tilsetningsstoffer for betong, mørtel og injiseringsmasse - Del 2: Tilsetningsstoffer for betong - Definisjoner, krav, samsvar, merking og etikettering, Standard Norge, 2012.

- [11] S. I. Sørensen, *Betongkonstruksjoner: beregning og dimensjonering etter Eurocode 2*, 2nd red., Trondheim: Fagbokforlaget, 2003.
- [12] Norsk standard, «NS-EN 206:2013: Betong: spesifikasjon, egenskaper, framstilling og samsvar,» Standard Norge, 2013.
- [13] Norsk standard, «NS-EN 206:2013+A1:2016+NA:2017: NS-EN 206:2013+A1:2016+NA:2017,» Standard Norge, 2017.
- [14] Collins, M. P. & Mitchell, D., *Prestressed Concrete Structures*, New Jersey: Prentice Hall, 1991.
- [15] SVV, «Trykkfasthet og E-modul for SV-40 betong,» Vegdirektoratet, 2013.
- [16] CEN, «PT1 prEN 1992-1-1 2017-10 Eurocode 2: Design of concrete structures-Part 1-1: General rules, rules for buildings, bridges and civil engineering structures,» The European Standards, Lausanne, 2017.
- [17] J. Walraven, «Bulletin D'Information: Shear in prestressed concrete members,» Lausanne, ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE, 1987.
- [18] R. C. Fenwick, «The shear strength of reinforced concrete beams,» University of Canterbury, New Zealand , 1966.
- [19] J. K. Wight, J. G. MacGregor og 6-1, *Reinforced Concrete: Mechanics and Design*, 6nd red., New Jersey: Pearson Education, 2012.
- [20] A. H. Nilson, *Design of concrete structures*, 12th red., California: McGraw-Hill, 1997.
- [21] J.-P. Jacobs, «Commentary Eurocode 2, European Concrete Platform ASBL,» European Concrete Platform ASBL, 2008.
- [22] P. Regan, «Ultimate Limit State Principles: Basic design for moment, shear and torsion,» *fib Text Book on Structural Concrete*, vol. 2, pp. pp. 141-223, 1999.

- [23] Collins, M. P., Bentz, E. C., Sherwood, E. G. & Xie, L, «An adequate theory for the shear strength of reinforced concrete structures,» i *Morley Symposium on Concrete Plasticity and its Applications*, Toronto, University of Toronto, 2007, p. pp. 75–93.
- [24] E. Cahoy, «Empirical Research in Education and the Behavioral/Social Sciences,» 2017. [Internett]. Available: <http://guides.libraries.psu.edu/emp>. [Funnet 20 02 2018].
- [25] Fib-Concrete International Federation for Structural, fib Model Code for Concrete, Tyskland:, 2015.
- [26] Cavagnis F, Fernández Ruiz M, Muttoni A, «Shear failures in reinforced concrete members without transverse reinforcement: An analysis of the critical shear crack development on the basis of test results,» *Engineering Structures*, vol. 103, p. p.p 157–173, 2015.
- [27] Cavagnis F., Fernández Ruiz M., Muttoni A., «An analysis of the shear-transfer actions in reinforced concrete members without transverse reinforcement based on refined experimental measurements,» *Structural concrete*, vol. 19, nr. 1, pp. pp. 1-16., 2017.
- [28] Fernández Ruiz M., Muttoni A., «Applications of Critical Shear Crack Theory to Punching of Reinforced Concrete Slabs with Transverse Reinforcement,» *ACI Structural Journal*, vol. 106, nr. 4, pp. 485-494, 2009.
- [29] Muttoni A, «Punching Shear, Draft Code Proposal,» *SIA Draft, SIA 162 / AG 5, Swiss Federal Institute of Technology - Zurich 1985, rév. 19 88, Zürich, Switzerland*, p. 14, 1988.
- [30] SIA, «Swiss Cide-Concrete Structures,» Swiss Society of Engineers and Architects, Zürich, 1993.
- [31] H. N. M. Hawkins, *Punching shear of structural concrete slabs*, Germany: Fédération internationale du béton (fib) and American Concrete Institute (ACI), 2017.
- [32] Fernández Ruiz M., Muttoni A., Sagaseta J., «Shear strength of concrete members without transverse reinforcement: A

- mechanical approach to consistently account for size and strain effects,» *Engineering structures*, pp. UK, 2015, pp. 360-372., 2015.
- [33] G. N. j. Kani, «The Riddle of Shear Failure,» *ACI Structural Journal*, pp. No. 61-28 , 1964.
- [34] F. Cavagnis, «Shear in reinforced concrete without transverse einforcement: from refined experimental measurements to mechanical models,» *ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE*, 2017.
- [35] H. W. Reinhardt, «Fracture Mechanics of an Elastic Softening Material like Concrete,» *Civil Engineering and Geosciences*, vol. 29, 1984.
- [36] Fernández Ruiz M., Mirzaei Y., Muttoni A, «Post-Punching Behavior of Flat slabs,» *ACI Structural Journal*, vol. 110, nr. USA, pp. pp. 801-812, 2013.
- [37] D. P. M. G. P. G. Dei Poli S., Shear Response, Deformations and Subgrade Stiffness of a Dowel Bar Embedded in Concrete, 1992.
- [38] Li B, Maekawa K, Okamura H, «Contact density model for stress transfer across cracks in concrete,» *Journal of the Faculty of Engineering, University of Tokyo* , vol. 40 , nr. 1, p. 9–52, 1989.
- [39] Guidotti R, «Poinçonnement des planchers-dalles avec colonnes superposées fortement, PhD Thesis no 4810,» *Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne* , vol. Thesis no. 15062 (in German), p. 416, 2010.
- [40] T. Ulaga, «Betonbauteile mit Stab- und Lamellenbewehrung: Verbund- und Zuggliedmodellierung,» *PhD Thesis no. 15062 (in German)*, vol. Thesis, nr. Zurich, Switzerland: ETHZ, 2003.
- [41] Ø. Grøn, «<https://snl.no/kinematikk>,» 2018. [Internett]. Available: <https://snl.no/kinematikk>. [Funnet 01 04 2018].
- [42] Cavagnis F., Fernández Ruiz M., Muttoni A., «An analysis of the shear transfer actionsn reinforced concrete members without transverse reinforcement,» *Structural Concrete*, vol. 19, nr. 1, 2017.

- [43] Muttoni, A and Fernández Ruiz, M, «Shear Strength of Members without Transverse Reinforcement as Function of Critical Shear Crack Width,» *ACI Structural Journal*, Vol. 105-S17, pp. p. 163-172, 2008.
- [44] Kani, M. W., Huggins, M. W. & Wittkopp, R. R., «Kani on shear in reinforced concrete,» *Department of Civil Engineering, University of Toronto*, 1979.
- [45] Kotsovos, M. & Pavlovic, M, *Ultimate limit-state design of concrete structures: a new approach*, Thomas Telford, 1999.
- [46] Reineck KH, Kuchma D, Kim K, Marx S, «Shear database for reinforced concrete members without shear reinforcement,» *ACI Structural Journal*, vol. 100, nr. 2, pp. 240-249, 2003.
- [47] Tureyen AK, Frosch RJ, «Concrete shear strength: another perspective,» *ACI Structural journal*, vol. 113(5), pp. 609-615, 2003.
- [48] Pérez Caldentey A, Padilla P, Muttoni A, Fernández Ruiz M, «Effect of load distribution and variable depth on shear resistance of slender beams without stirrups,» *ACI Structural journal*, vol. 109, nr. 5, pp. 595-603, 2012.
- [49] Hyeong-Gook Kim, Chan-Yu Jeong, Min-Jun Kim, Young-Jun Lee, Jung-Han Park, Kil-Hee Kim, «Prediction of shear strength of reinforced concrete beams without shear reinforcement considering bond action of longitudinal reinforcements,» *Advances in Structural Engineering*, vol. 21(1), pp. 30-45, 2017.
- [50] Cavagnis F., Fernández Ruiz M., Muttoni A., «Shear failures in reinforced concrete members without transverse reinforcement: An analysis of the critical shear crack development on the basis of test results,» *Engineering structures*, vol. 103, pp. pp.157-173, 2015.
- [51] M. F. Ruiz, Interviewee, *Critical section and shear span*. [Intervju]. 21 05 2018.
- [52] Muttoni A., Fernández Ruiz M., Cavagnis F., «Shear in members without transverse reinforcement: from detailed test observations to a mechanical model and simple expressions for codes of practice,» *Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne*.

- [53] Y. Freidson, «Jerusalem wedding hall disaster victims to receive compensation from the state,» ynetnews, 28 09 2016. [Internett]. Available: <https://www.ynetnews.com/articles/0,7340,L-4860633,00.html>. [Funnet 21 04 2018].
- [54] A. Muttoni, «Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement,» *ACI Structural Journal*, vol. 105, pp. pp 440-450, 2008.
- [55] Muttoni A., Fernández Ruiz M., Simões J. T., «The theoretical principles of the critical shear crack theory for punching shear failures and derivation of consistent closed-form design expressions,» *Structural Concrete*, pp. pp. 1-17, 2017.
- [56] CEN, «Background document to section 8.4 prEN 1992-1-1 2017-10,» The European Standards, Lausanne, 2017b.
- [57] Reineck K.-H., Bentz E.C., Fitik B., Kuchma D.A., Bayrak O., «ACI-DAfStb Database of Shear Tests on Slender Reinforced Concrete Beams without Stirrups,» *Structural Journal*, vol. 110, nr. 5, pp. 867-876, 2013.
- [58] C. Francesco, Interviewee, *Personlig kommunikasjon*. [Intervju]. 20 05 2018.
- [59] Zakaria, M., Ueda, T., Wu, Z. M. & Meng, L., «Experimental Investigation on Shear Cracking Behavior in Reinforced Concrete Beams with Shear Reinforcement,» *Journal of Advanced Concrete Technology*, vol. 7, pp. 203-214, 2009.
- [60] G. Appa Rao, S.S. Injaganeri, «Evaluation of minimum shear reinforcement in reinforced concrete beams,» Indian Institute of Technology Madras, 2015.
- [61] Zararis, P. D. 2003, «Shear strength and minimum shear reinforcement of reinforced concrete slender beams,» *Aci Structural Journal*, vol. 100, pp. 203-214, 2003.
- [62] Bazant ZP, Kim J-K, «Size effect in shear failure of longitudinally reinforced beams,» *Journal Proceedings*, vol. 81, nr. 5, pp. 456-468, 1984.
- [63] M. Engen, «Sammenligning av metoder for skjærdimensjonering av betong,» NTNU, Trondheim, 2012.



- [64] Engineering ToolBox, «Engineeringtoolbox,» [Internett]. Available: [http://www.engineeringtoolbox.com/fluid-density-temperature-pressure-d\\_309.html](http://www.engineeringtoolbox.com/fluid-density-temperature-pressure-d_309.html). [Funnet 01. May 2017].
- [65] Kani GNJ, « The riddle of shear failure and its solution,» *ACI Structural Journal*, vol. 61(4), pp. 441-467, 1964.

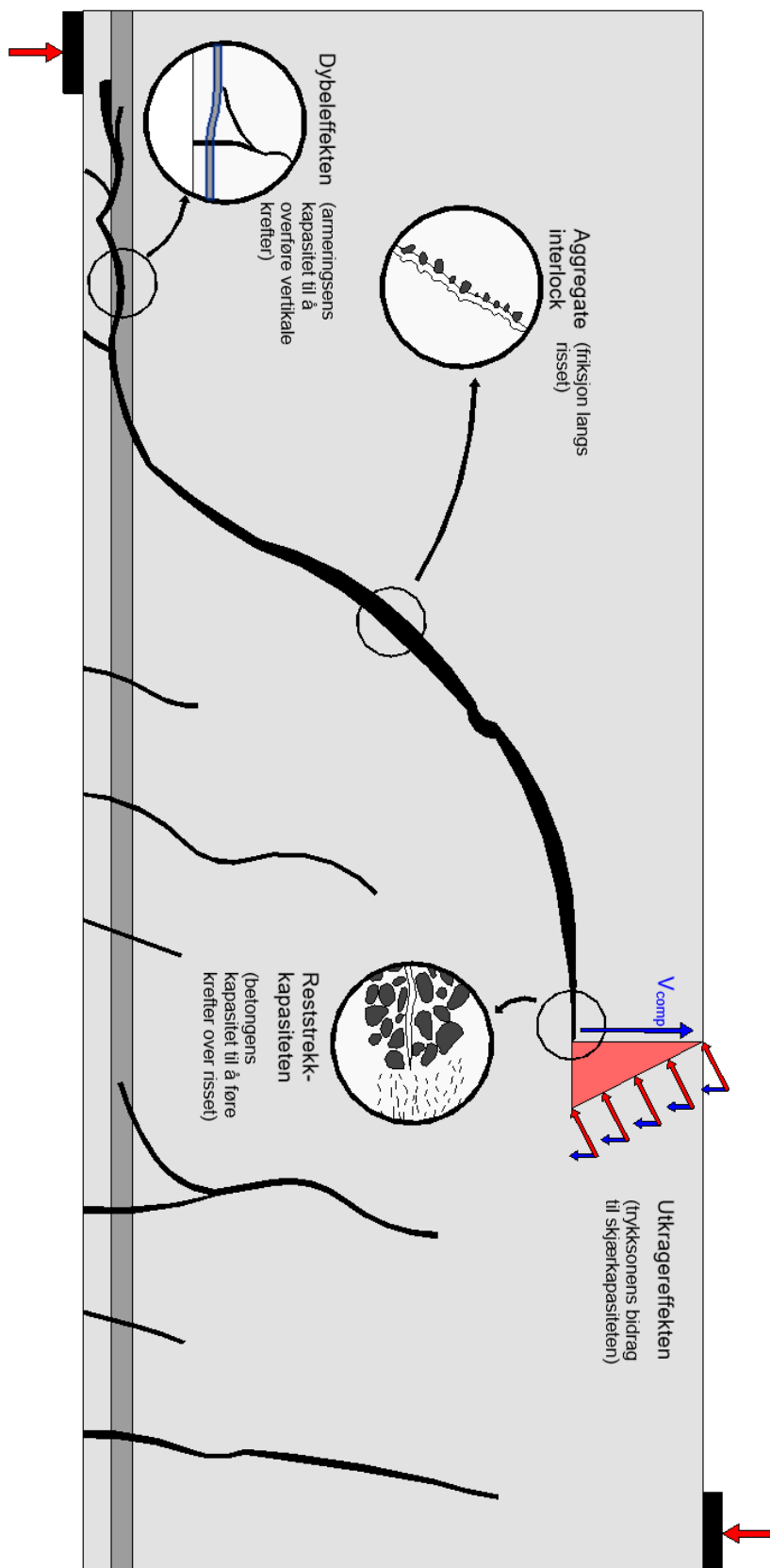


## 14 Vedlegg

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| 14.1  | Vedlegg A: Detaljert figur av skjæroverføringsmekanismer gjennom riss..... | 147 |
| 14.2  | Vedlegg B: Vurdering av tilnærming 1.....                                  | 149 |
| 14.3  | Vedlegg C: Utleddning av rotasjonen $\psi$ .....                           | 153 |
| 14.4  | Vedlegg D: Vurdering av tilnærming 2.....                                  | 161 |
| 14.5  | Vedlegg E: Vurdering av tilnærming 3.....                                  | 165 |
| 14.6  | Vedlegg F: Grafer med skjærkapasitetsuttrykk.....                          | 167 |
| 14.7  | Vedlegg G: Bjelkeeksempler.....  | 181 |
| 14.8  | Vedlegg H: Bjelke med aksialt strekkraft.....                              | 251 |
| 14.9  | Vedlegg I: Kontroll av minimum skjærkapasitet bjelker: EC2:2017.....       | 255 |
| 14.10 | Vedlegg J: Uttrykk som benyttes i den sveitsiske standarden.....           | 261 |



### 14.1 Vedlegg A: Detaljert figur av skjæroverføringsmekanismer gjennom riss





## 14.2 Vedlegg B: Vurdering av tilnærming 1

Forenklingen er gitt ved

$$\frac{0,6d - c}{d - c} = 0,4$$

For å kontrollere at tilnærmelsen stemmer, er det valgt å se på et utvalg av bjelker beskrevet i eksempler i Betongkonstruksjoner av Svein Ivar Sørensen [11]. De samme eksemplene er også brukt med andre betongkvaliteter for å utvide sammenligningen. I enkelte av eksemplene er nødvendig effektiv høyde funnet ved formelen  $d = \sqrt{\frac{M_{Ed}}{K f_{cd} b}}$ . Ved endring av betongkvalitet, vil denne parameteren endres, men dette er ikke hensyntatt da betongverrsnittet er sett på som låst. I tabell B1 er relevant informasjon om bjelkene oppgitt. Beregning av trykksonehøyden er gjort etter ligning (7.38)

$$c = \rho d \frac{E_s}{E_c} \left( \sqrt{1 + 2 \frac{E_c}{\rho E_s}} - 1 \right)$$

Armeringens elastisitetsmodul er konstant lik  $E_s = 200\,000 \text{ N/mm}^2$ , mens den for betong er gitt ved  $E_c = 10\,000 * f_{ck}^{1/3}$ .

Tabell B1: kontroll av tilnærmingen  $\frac{0,6d-c}{d-c} = 0,4$

| Bjelke   | c [mm] | d [mm] | $\frac{0,6d - c}{d - c}$ |
|--|--------|--------|--------------------------|
| Betongkonstruksjoner, Sørensen: Eksempel 4.3<br><br>Bjelkedimensjoner<br>- $b = 250\text{mm}$<br>- $d = 365\text{mm}$<br><br>Betong B30<br>- $f_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$<br>- $E_c = 10\,000 * f_{ck}^{1/3} = 31072 \text{ N/mm}^2$<br><br>Armering<br>- $A_s = 3\text{Ø}20 = 942\text{mm}^2$<br><br>Armeringsforhold<br>- $\rho = \frac{A_s}{bd} = 0,0103$ | 111    | 365    | 0,43                     |

| Bjelke  | c [mm] | d [mm] | $\frac{0,6d - c}{d - c}$ |
|---|--------|--------|--------------------------|
| Samme som eksempel 4.3, men bruker betong B45<br>- $f_{ck} = 45 \text{ N/mm}^2$<br>- $E_c = 10\,000 * f_{ck}^{1/3} = 35569 \text{ N/mm}^2$  | 104    | 365    | 0,44                     |
| Samme som eksempel 4.3, men bruker betong B60<br>- $f_{ck} = 60 \text{ N/mm}^2$<br>- $E_c = 10\,000 * f_{ck}^{1/3} = 39149 \text{ N/mm}^2$  | 101    | 365    | 0,45                     |
| Betongkonstuksjoner, Sørensen: Eksempel 4.4 og 4.8<br><br>Bjelkedimensjoner<br>- $b = 300\text{mm}$<br>- $d = 311\text{mm}$<br><br>Betong B35<br>- $f_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2$<br>- $E_c = 10\,000 * f_{ck}^{1/3} = 32711 \text{ N/mm}^2$<br><br>Armering<br>- $A_s = 3\text{Ø}25 = 1473\text{mm}^2$<br><br>Armeringsforhold<br>- $\rho = \frac{A_s}{bd} = 0,0158$ | 110    | 311    | 0,38                     |
| Samme som eksempel 4.4, men bruker betong B50<br>- $f_{ck} = 50 \text{ N/mm}^2$<br>- $E_c = 10\,000 * f_{ck}^{1/3} = 36840 \text{ N/mm}^2$  | 105    | 311    | 0,39                     |
| Betongkonstuksjoner, Sørensen: Eksempel 4.11<br><br>Bjelkedimensjoner<br>- $b = 350\text{mm}$<br>- $d = 380\text{mm}$<br><br>Betong B30<br>- $f_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$<br>- $E_c = 10\,000 * f_{ck}^{1/3} = 31072 \text{ N/mm}^2$  | 140    | 380    | 0,37                     |



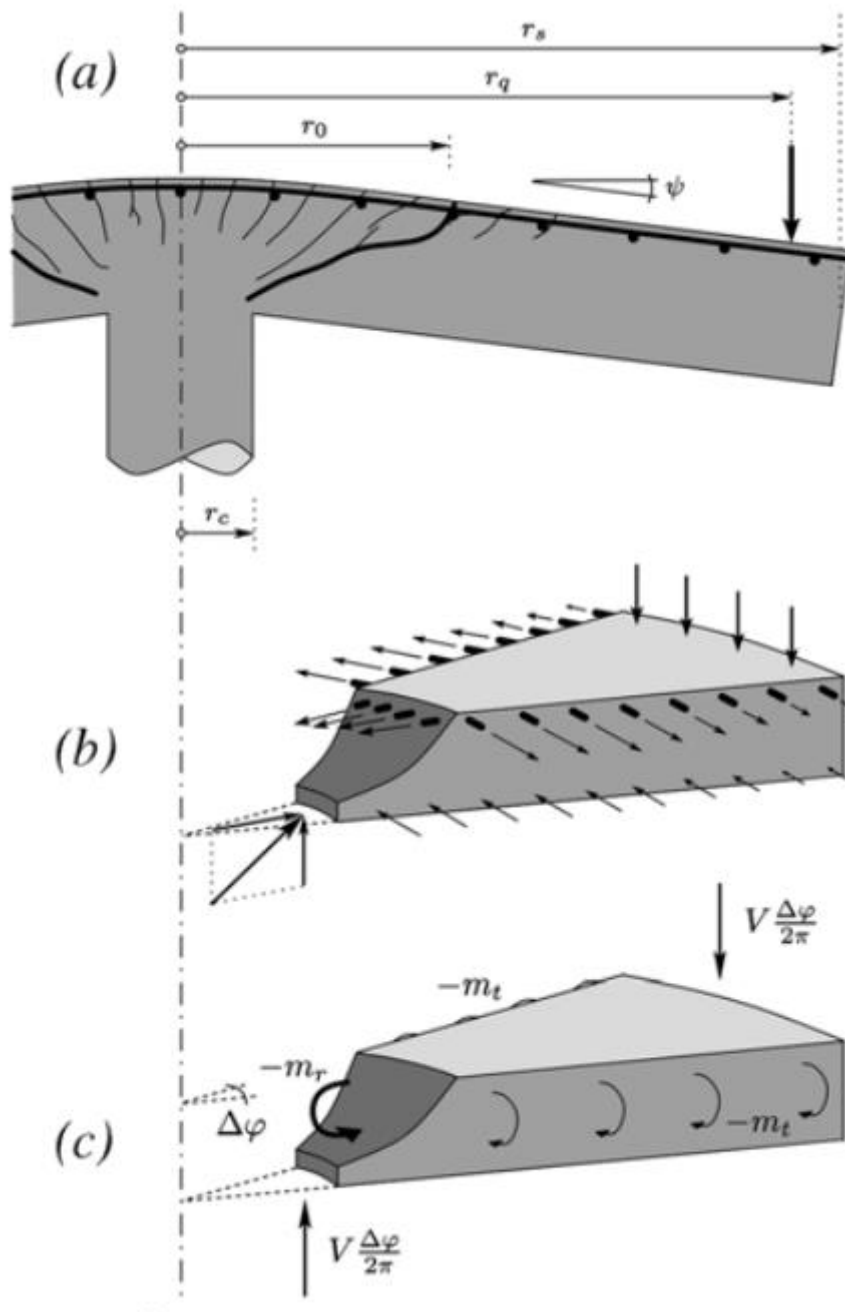
|  |               |               |  |
|--|---------------|---------------|--|
| Armering<br>- $A_s = 8\emptyset20 = 2512\text{mm}^2$   |               |               |  |
| Armeringsforhold<br>- $\rho = \frac{A_s}{bd} = 0,0167$   |               |               |  |
| Samme som eksempel 4.11, men bruker betong B45<br>- $f_{ck} = 45\text{ N/mm}^2$<br>- $E_c = 10\,000 * f_{ck}^{1/3} = 35569\text{ N/mm}^2$  | 133           | 380           | 0,38                                       |
| <b>Bjelke</b>  | <b>c [mm]</b> | <b>d [mm]</b> | <b><math>\frac{0,6d - c}{d - c}</math></b> |
| Samme som eksempel 4.11, men bruker betong B60<br>- $f_{ck} = 60\text{ N/mm}^2$<br>- $E_c = 10\,000 * f_{ck}^{1/3} = 39149\text{ N/mm}^2$  | 128           | 380           | 0,40                                       |
| Betongkonstuksjoner, Sørensen: Eksempel 4.13<br><br>Bjelkedimensjoner<br>- $b = 300\text{mm}$<br>- $d = 360\text{mm}$<br><br>Betong B30<br>- $f_{ck} = 30\text{ N/mm}^2$<br>- $E_c = 10\,000 * f_{ck}^{1/3} = 31072\text{ N/mm}^2$<br><br>Armering<br>- $A_s = 3\emptyset25 = 1473\text{mm}^2$<br><br>Armeringsforhold<br>$\rho = \frac{A_s}{bd} = 0,0136$ | 122           | 360           | 0,39                                       |
| Samme som eksempel 4.13, men bruker betong B45<br>- $f_{ck} = 45\text{ N/mm}^2$<br>- $E_c = 10\,000 * f_{ck}^{1/3} = 35569\text{ N/mm}^2$  | 116           | 360           | 0,41                                       |
| Samme som eksempel 4.13, men bruker betong B60<br>- $f_{ck} = 60\text{ N/mm}^2$<br>- $E_c = 10\,000 * f_{ck}^{1/3} = 39149\text{ N/mm}^2$  | 111           | 360           | 0,42                                       |

Med disse eksemplene som grunnlag kan en konkludere med at tilnærming er tilstrekkelig.



### 14.3 Vedlegg C: Utledning av rotasjonen $\psi$

Uttrykket for rotasjonen,  $\psi$ , fremkommer ved likevekt av et segment av platen. Segmentet er illustrert i Figur C1.



Figur C1: Et segment av platen [54]

Ved å summere kreftene i vertikal retning og gjøre om momentene til krefter fremkommer følgende uttrykk

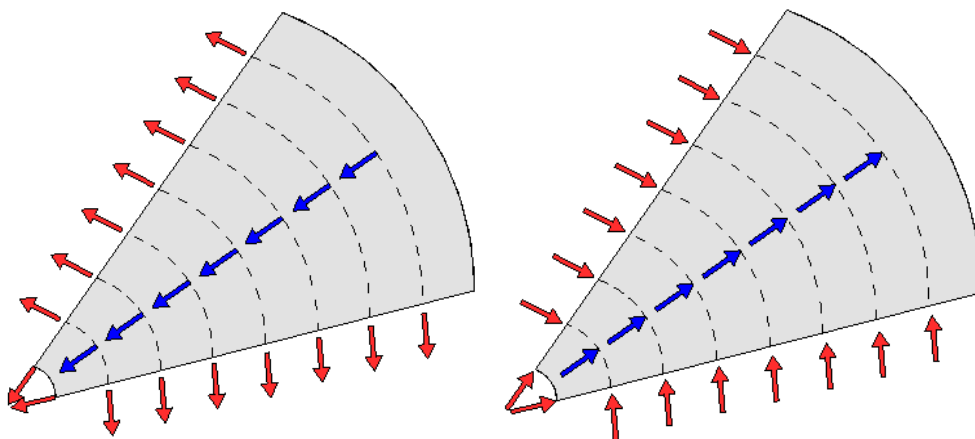
$$\sum M_{rad} = 0 \quad (C.1)$$

$$-V \frac{\Delta\varphi}{2\pi} (r_q - r_c) - m_r r_0 * \Delta\varphi - \Delta\varphi * \int_{r_0}^{r_s} m_\varphi dr = 0 \quad (C.2)$$

$\Delta\varphi$  finnes i alle ledd og strykes. Videre løses ligningen med hensyn på V

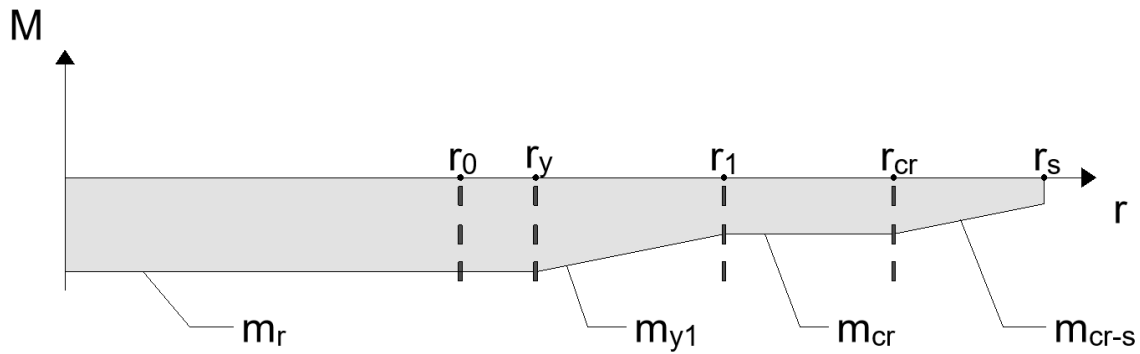
$$V = \frac{2\pi}{r_q - r_c} \left( -m_r r_0 - \int_{r_0}^{r_s} m_\varphi dr \right) \quad (C.3)$$

$m_\varphi$  virker i radiell retning. Denne kan imidlertid dekomponeres til å virke i tangensiell retning, se Figur C2. Denne komponenten kalles  $m_t$



Figur C2 Dekomponering av kreftene i overkant og underkant av segmentet

Bidragene som inngår i  $m_t$  finnes ved å betrakte Figur C3. Her fremkommer det at momentet varierer over radiusen. Dette fører til ulik  $EI$  og krumning  $\chi$ .



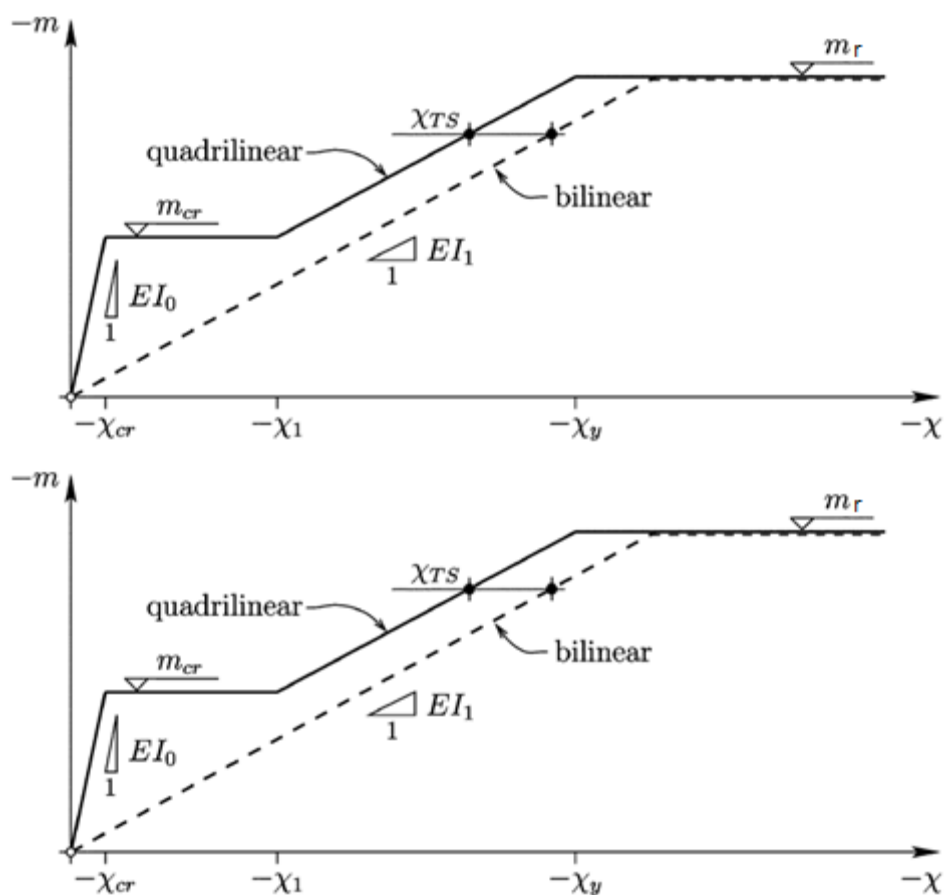
Figur C3: Momentfordeling langs segmentet

Integralet kan dermed løses på følgende måte

$$\int_{r_0}^{r_s} m_\phi dr = \int_{r_0}^{r_y} m_r dr + \int_{r_y}^{r_1} m_{y1} dr + \int_{r_1}^{r_{cr}} m_{cr} dr + \int_{r_{cr}}^{r_s} m_{cr-s} dr \quad (\text{C.4})$$

Figur C3 viser at det fra  $r_0$  til  $r_y$ , samt  $r_1$  til  $r_{cr}$  er konstant moment, mens det er lineært fra  $r_y$  til  $r_1$  og  $r_{cr}$  til  $r_s$ .

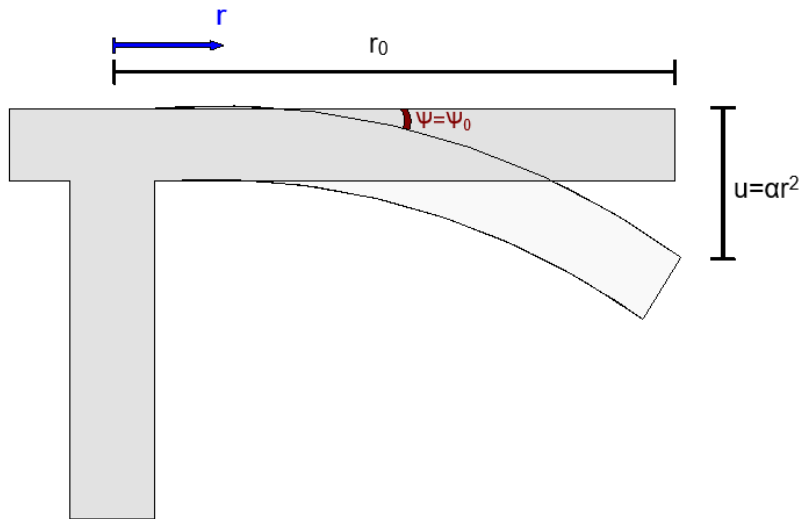
De ulike bøyestivhetene kan skilles ved å benytte Figur C4. I denne figuren fremkommer det også at tension stiffening kun opptrer mellom  $r_y$  og  $r_1$ .



Figur C4: Endring av bøyestivhet [54]

Videre benyttes forholdet  $\chi = \frac{M}{EI} \rightarrow M = EI\chi$ .

For å beskrive krumningen,  $\chi$ , med vinkelen,  $\psi$ , har man sett nærmere på ustabilitetsproblemet, se Figur C5.



Figur C5: Krumningen av segmentet

Ved å anta kvadratisk nedbøyning vet en at nedbøyningen er  $u = ar^2$

Dette fører til at

$$\psi(r) = \frac{du}{dr} = 2ar = \psi_0 * \left(\frac{r}{r_0}\right) \quad (\text{C.5})$$

$$\chi = \frac{d\psi}{dr} = \frac{\psi_0}{r_0} \quad (\text{C.6})$$

Setter inn i  $M = EI\chi$  og får det endelige uttrykket

$$M = \frac{EI\psi}{r} \quad (\text{C.7})$$

Dette settes så inn for de ulike momentbidragene i ligning (C.4)

$$\int_{r_0}^{r_s} m_\varphi dr = \int_{r_0}^{r_y} m_r dr + \int_{r_y}^{r_1} \left( \frac{EI_1\psi}{r} + EI_1\chi_{TS} \right) dr + \int_{r_1}^{r_{cr}} m_{cr} dr + \int_{r_{cr}}^{r_s} \frac{EI_0\psi}{r} dr \quad (\text{C.8})$$

Benytter generell regel  $\int_a^b \frac{1}{r} dr = \ln(b) - \ln(a)$

$$\int_{r_0}^{r_s} m_\varphi dr = m_r(r_y - r_0) + EI_1\psi \left( \ln(r_1) - \ln(r_y) \right) + EI_1\chi_{TS}(r_1 - r_y) + m_{cr}(r_{cr} - r_1) + EI_0\psi \left( \ln(r_s) - \ln(r_{cr}) \right) \quad (\text{C.9})$$

Deretter settes  $\int_{r_0}^{r_s} m_\phi dr$  inn i ligning (C.4).

$$V = \frac{2\pi}{r_q - r_c} \left( -m_r r_0 + m_r (r_y - r_0) + EI_1 \psi \left( \ln(r_1) - \ln(r_y) \right) + EI_1 \chi_{TS} (r_1 - r_y) + m_{cr} (r_{cr} - r_1) + EI_0 \psi (\ln(r_s) - \ln(r_{cr})) \right) \quad (C.10)$$

Deretter starter forenklingen til konservativ side. Ved å ignorere betongens strekkfasthet og tension-stiffening vil uttrykket gi økt rotasjon og rissvidde, noe som fører til redusert gjennomløkkingskapasitet. Uttrykket kan dermed omskrives på følgende måte.

$$V = \frac{2\pi}{r_q - r_c} \cdot EI_1 \cdot \Psi \cdot \left( 1 + \ln \frac{r_s}{r_0} \right) \cdot \left( \frac{V}{V_{flex}} \right) \quad (C.11)$$

Forenkler uttrykket ved å sette inn

$$f_1 = 1 + \ln \frac{r_s}{r_0} \quad (C.12)$$

$$V = \frac{2\pi}{r_q - r_c} \cdot EI_1 \cdot \Psi \cdot f_1 \cdot \left( \frac{V}{V_{flex}} \right) \quad (C.13)$$

Vet at [54]

$$V_{flex} = 2\pi \cdot m_R \cdot \frac{r_s}{r_q - r_c} \quad (C.14)$$

$$\frac{2\pi}{r_q - r_c} = \frac{V_{flex}}{r_s \cdot m_R} \quad (C.15)$$

Setter inn

$$V = \frac{V_{flex}}{r_s \cdot m_R} \cdot EI_1 \cdot \Psi \cdot f_1 \cdot \left( \frac{V}{V_{flex}} \right) \quad (C.16)$$

Forenkler uttrykket ved å sette inn

$$f_2 = f_1 \cdot \left( \frac{V}{V_{flex}} \right) \quad (C.17)$$

Omgjør uttrykket og får

$$\Psi = \frac{r_s \cdot m_R}{EI_1} \cdot f_2 \cdot \left( \frac{V}{V_{flex}} \right) \quad (C.18)$$

Setter inn

$$m_R = \rho \cdot f_y \cdot d^2 \cdot \left( 1 - \frac{\rho \cdot f_y}{2f_c} \right) \quad (C.19)$$



$$EI_1 = \rho \cdot \beta \cdot E_s \cdot d^3 \cdot \left(1 - \frac{c}{d}\right) \cdot \left(1 - \frac{c}{3d}\right) \quad (\text{C.20})$$

$$\Psi = \frac{r_s \cdot \rho \cdot f_y \cdot d^2 \cdot \left(1 - \frac{\rho \cdot f_y}{2f_c}\right)}{\rho \cdot \beta \cdot E_s \cdot d^3 \cdot \left(1 - \frac{c}{d}\right) \cdot \left(1 - \frac{c}{3d}\right)} \cdot f_2 \cdot \left(\frac{V}{V_{flex}}\right) \quad (\text{C.21})$$

Forenkler uttrykket ved å sette inn

$$f_3 = f_2 \cdot \left(\frac{1 - \frac{\rho \cdot f_y}{2f_c}}{\left(1 - \frac{c}{d}\right) \cdot \left(1 - \frac{c}{3d}\right) \cdot \beta}\right) \quad (\text{C.22})$$

$$\Psi = \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot f_3 \cdot \left(\frac{V}{V_{flex}}\right) \quad (\text{C.23})$$

Forenkler ved å sette inn uttrykket

$$f_3 \cdot \left(\frac{V}{V_{flex}}\right) \approx k_m \cdot \left(\frac{V}{V_{flex}}\right)^{3/2} \quad (\text{C.24})$$

der  $k_m$  er en faktor hvor verdien avhenger av finhetsgraden brukt for å estimere dimensjonerende moment ( $k_m = 1,2$  for raffinert analyse og  $k_m = 1,5$  for alle andre estimater)

$$\Psi = \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot k_m \cdot \left(\frac{V}{V_{flex}}\right)^{3/2} \quad (\text{C.25})$$

Videre blir det antatt at man bruker raffinert analyse for å estimere det dimensjonerende momentet og man kommer fram til det endelige uttrykket for vinkelen  $\Psi$

$$\Psi = 1,2 \frac{r_s f_y}{d E_s} \left(\frac{V}{V_{flex}}\right)^{3/2} \quad (\text{C.26})$$



## 14.4 Vedlegg D: Vurdering av tilnærming 2

Dette vedlegget utleder først ligningen gitt under, før denne tilnærmingen kontrolleres.

$$V_{flex} \approx a \cdot 0,75d^2 \rho^{0,9} f_y^{0,9} f_c^{0,1} \quad (D.1)$$

Utledningen starter med forholdet mellom skjærkraft og moment i et snitt.

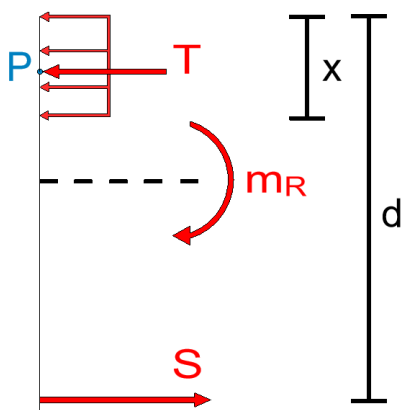
$$a = \frac{V}{M} \quad (D.2)$$

Deretter settes det inn kapasitetsverdier.  $V_{flex}$  er skjærkraften som fører til flyt i både tangensiell og radiell lengdearmring. For å utlede et uttrykk for dette tas det utgangspunkt i en del av en plate som er en meter bred. Momentkapasiteten av denne platedelen er  $m_R$ .

$$a = \frac{V_{flex}}{m_R} \quad (D.3)$$

$$V_{flex} = a * m_R \quad (D.4)$$

Det er dermed nødvendig å finne et uttrykk for  $m_R$ . Dette gjøres ved å betrakte et snitt belastet med  $m_R$ , se figur D1. Betongen er det plastiske området den betraktes i sammenheng med kapasiteten. Trykkspenningene er antatt like sterke over en høyde  $x$ . Strekksonen får kun bidrag fra armeringen, som også er antatt å ha flytespenning.



Figur D1: Indre krefter på plate.

Aksiell likevekt av Figur D1 fører til at konstantene er like hverandre da de virker hver sin vei.

$$\sum N = 0 \quad (D.5)$$

$$T = S \quad (D.6)$$

Ved å sette inn for resultatene, kan høyden  $x$  finnes.

$$f_c b x = f_y A_s \quad (\text{D.7})$$

Innfører  $A_s = \rho b d$

$$f_c b x = f_y \rho b d \quad (\text{D.8})$$

$$x = \frac{f_y}{f_c} \rho d \quad (\text{D.9})$$

Neste steg er å ta momentlikevekt om punktet P.

$$\sum M_P = 0 \quad (\text{D.10})$$

$$m_R = S \left( d - \frac{x}{2} \right) \quad (\text{D.11})$$

Setter inn for  $S$  og  $x$ .

$$m_R = f_y \rho b d \left( d - \frac{\frac{f_y}{f_c} \rho d}{2} \right) \quad (\text{D.12})$$

Platen som betraktes har bredde  $b = 1 \text{ m}$ . Sette inn dette og faktoriserer ut  $d$ .

$$m_R = f_y \rho d^2 \left( 1 - \frac{f_y \rho}{2 f_c} \right) \quad (\text{D.13})$$

For å komme videre, er det gjort tilnærminger. Med ønske om å ha gjennomløkkingsformelen på samme form som tidligere må  $m_R$  skrives på følgende form [34]

$$m_R = k_1 d^2 (\rho f_y)^{k_2} f_c^{1-k_2} \quad (\text{D.14})$$

Konstantene  $k_1 = 0,75$  og  $k_2 = 0,9$  ble deretter funnet ved curve fitting, kurvetilpasning, slik at ligning (D.1) stemte bra med den analytiske ligning (D.4). Dette fører til at følgende tilnærming kan gjennomføres

$$V_{flex} = a \cdot m_R \approx a \cdot 0,75 d^2 \rho^{0,9} f_y^{0,9} f_c^{0,1} \quad (\text{D.15})$$

## Kontroll av tilnærming

For å kontrollere at dette stemmer godt overens, er det valgt å se på et utvalg av plater beskrevet i eksempler i Betongkonstruksjoner av Svein Ivar Sørensen [11]. De samme eksemplene er også brukt med andre betongkvaliteter og armeringsforhold for å utvide sammenligningen. Det er ikke relevant å vurdere skjærspennet,  $a$ , og effektiv høyde,  $d$ , da disse er variabler som ikke endrer form. Videre er stålets flytespenning,  $f_y = 500 \text{ N/mm}^2$ . Relevant informasjon om sammenligningen er gitt i tabell D1.

Tabell D1 Kontroll av tilnærming 2

| Plate  | $\rho f_y \left(1 - \frac{\rho f_y}{2f_c}\right)$ | $\rho^{0,9} f_y^{0,9} f_c^{0,1}$ |
|--|---|----------------------------------|
| Betongkonstruksjoner, Sørensen: Eksempel 4.5<br>(Dette er en plate med lengdearmering i kun en retning)  |   |                                  |
| Armering<br>- $A_s = 987 \text{ mm}^2/\text{m}$  | 3,17  | 3,20                             |
| Armeringsforhold<br>- $\rho = \frac{A_s}{bd} = 0,00658$  |   |                                  |
| Betong B45<br>- $f_{ck} = 45 \text{ N/mm}^2$   |   |                                  |
| Samme som eksempel 4.5, men bruker betong B30<br>- $f_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$  | 3,11  | 3,08                             |
| Samme som eksempel 4.5, men bruker betong B30 og doubler armeringsmengde<br>- $f_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$<br>- $\rho = \frac{2A_s}{bd} = 0,01316$ | 5,86  | 5,74                             |
| Samme som eksempel 4.5, men doubler armeringsmengde<br>- $\rho = \frac{2A_s}{bd} = 0,01316$  | 6,11  | 5,98                             |

|  |      |      |
|--|------|------|
| Samme som eksempel 4.5, men bruker betong B60<br>- $f_{ck} = 60 \text{ N/mm}^2$  | 3,20 | 3,30 |
| Samme som eksempel 4.5, men bruker betong B60 og doubler armeringsmengde<br>- $f_{ck} = 60 \text{ N/mm}^2$<br>- $\rho = \frac{2A_s}{bd} = 0,01316$   | 6,22 | 6,16 |
| Betongkonstuksjoner, Sørensen: Eksempel «Skjærkontroll av innersøyle»<br><br>Armeringsforhold<br>- $\rho = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lz}} = 0,006$<br><br>Betong B30<br>- $f_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$ | 2,85 | 2,83 |
| Samme som eksempel «Skjærkontroll av innersøyle», men bruker betong B45<br>- $f_{ck} = 45 \text{ N/mm}^2$  | 2,90 | 2,95 |
| Samme som eksempel «Skjærkontroll av innersøyle», men bruker betong B45 og doubler armeringsmengde i begge retninger<br>- $f_{ck} = 45 \text{ N/mm}^2$<br>- $\rho = 2 \cdot 0,006 = 0,012$               | 5,60 | 5,50 |
| Samme som eksempel «Skjærkontroll av innersøyle», men bruker betong B60<br>- $f_{ck} = 60 \text{ N/mm}^2$  | 2,93 | 3,04 |
| Samme som eksempel «Skjærkontroll av innersøyle», men bruker betong B60 og doubler armeringsmengde i begge retninger<br>- $f_{ck} = 60 \text{ N/mm}^2$<br>- $\rho = 2 \cdot 0,006 = 0,012$               | 5,70 | 5,67 |

Av tabellen fremkommer det relativt små avvik mellom de beregnede verdiene. Det konkluderes dermed med at tilnærmingen  $V_{flex} \approx a \cdot 0,75d^2 \rho^{0,9} f_y^{0,9} f_c^{0,1}$  kan benyttes.

## 14.5 Vedlegg E: Vurdering av tilnærming 3

For å kunne tilnærme ligning (7.96) til en verdi, starter man med å sette inn  $f_y = 500 \text{ N/mm}^2$

$$\sqrt{0,55 * 0,75} * (\rho f_y)^{\frac{7}{60}} * f_{ck}^{-1/30} * \left(\frac{1}{30}\right)^{1/3} \quad (\text{E.1})$$

$$\sqrt{0,55 * 0,75} * (\rho * 500)^{\frac{7}{60}} * f_{ck}^{-1/30} * \left(\frac{1}{30}\right)^{1/3} \quad (\text{E.2})$$

$$\sqrt{0,55 * 0,75} * 500^{\frac{7}{60}} * \left(\frac{1}{30}\right)^{1/3} * \rho^{\frac{7}{60}} * f_{ck}^{-1/30} \quad (\text{E.3})$$

$$0,4268 * \rho^{\frac{7}{60}} * f_{ck}^{-1/30} \quad (\text{E.4})$$

Deretter sjekkes betongklassene B30, B45 og B60 mot ulike armeringsforhold i tabell E1.

Tabell E1: Tilnærming mot konstant

| Betong                              | Armeringsforhold,<br>$\rho$ | $0,4268 * \rho^{\frac{7}{60}} * f_{ck}^{-1/30}$ |
|-------------------------------------|-----------------------------|---|
| B30<br>$f_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$ | 0,005                       | 0,205   |
|                                     | 0,01                        | 0,223   |
|                                     | 0,015                       | 0,233   |
|                                     | 0,02                        | 0,241   |
| B45<br>$f_{ck} = 45 \text{ N/mm}^2$ | 0,005                       | 0,203   |
|                                     | 0,01                        | 0,220   |
|                                     | 0,015                       | 0,230   |
|                                     | 0,02                        | 0,238   |
| B60<br>$f_{ck} = 60 \text{ N/mm}^2$ | 0,005                       | 0,201   |
|                                     | 0,01                        | 0,218   |
|                                     | 0,015                       | 0,228   |
|                                     | 0,02                        | 0,236   |

På grunnlag av disse resultatene er tilnærmingen  $\sqrt{0,55 * 0,75} * (\rho f_y)^{\frac{7}{60}} * f_{ck}^{-1/30} * \left(\frac{1}{30}\right)^{1/3} \approx 0,225$  som er benyttet i [56] er nøyaktig nok.





|                                  |  |
|----------------------------------|--|
| $b_w := 300$ mm                  | Bredde                                   |
| $d := 511$ mm                    | Effektiv høyde                           |
| $a_v := 1277$ mm                 | Effektiv skjærspenn                      |
| $D_{lower} := 16$ mm             | Minste tilslag i øverste fraksjon        |
| $d_{dg} := 32$ mm                | Gjennomsnittlig ruhet                    |
| $f_{ck} := 35 \frac{N}{mm^2}$    | Karakteristisk<br>betongtrykkfasthet     |
| $f_{cd} := 19.83 \frac{N}{mm^2}$ | Dimensjonerende<br>betongtrykkfasthet    |
| $f_{ctm} := 3.2 \frac{N}{mm^2}$  | Betongens midlere strekkfasthet          |
| $f_{yk} := 500 \frac{N}{mm^2}$   | Armerings<br>dimensjonerende flytegrense |
| $f_{yd} := 435 \frac{N}{mm^2}$   | Armerings<br>dimensjonerende flytegrense |
| $A_{sl} := 1500$ mm <sup>2</sup> | Lengdearmering                           |
| $\gamma_c := 1.5$                | Materialfaktor betong                    |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering  
EC2:2004 [6.2.2]**

|              |   |  |
|--------------|---|--|
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_1(x) := \min\left(0.02, \frac{x}{b_w \cdot d}\right)$   | Armeringsforhold                       |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}, 2.0\right)$   | Størrelsesfaktor                       |
|              | $k_2 := \begin{cases} 0.18 & \text{if } D_{lower} \geq 16\text{mm} \\ 0.15 & \text{if } D_{lower} < 16\text{mm} \end{cases}$      |  |
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{k_2}{1.5} = 0.12$   | Faktor som tar hensyn til<br>tilslaget |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004}(x) := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_1(x) \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] b_w \cdot d$ | Skjærstrekkapasitet                    |
| [(6.2b)]     | $V_{Rd.min2004}(x) := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d$                    | Minimum<br>skjærstrekkapasitet         |

[8.2.2(3)]  $\rho(x) := \frac{x}{b_w \cdot d}$  Ameringsforhold

[(8.9)]  $V_{Rd.c2017}(x) := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100 \rho(x) \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} b_w \cdot d$  Skjærkapasitet

[(8.11)]  $V_{Rd.min2017}(x) := \left( \frac{10}{1.5} \sqrt{\frac{f_{ctm}}{f_{yd}} \cdot \frac{d_{dg}}{a_v}} \right) \cdot b_w \cdot d$  Minimum skjærkapasitet

Minimumsarmering EC2:2025[9.3.1.1(1)] og EC:2017[12.1.1(2)]

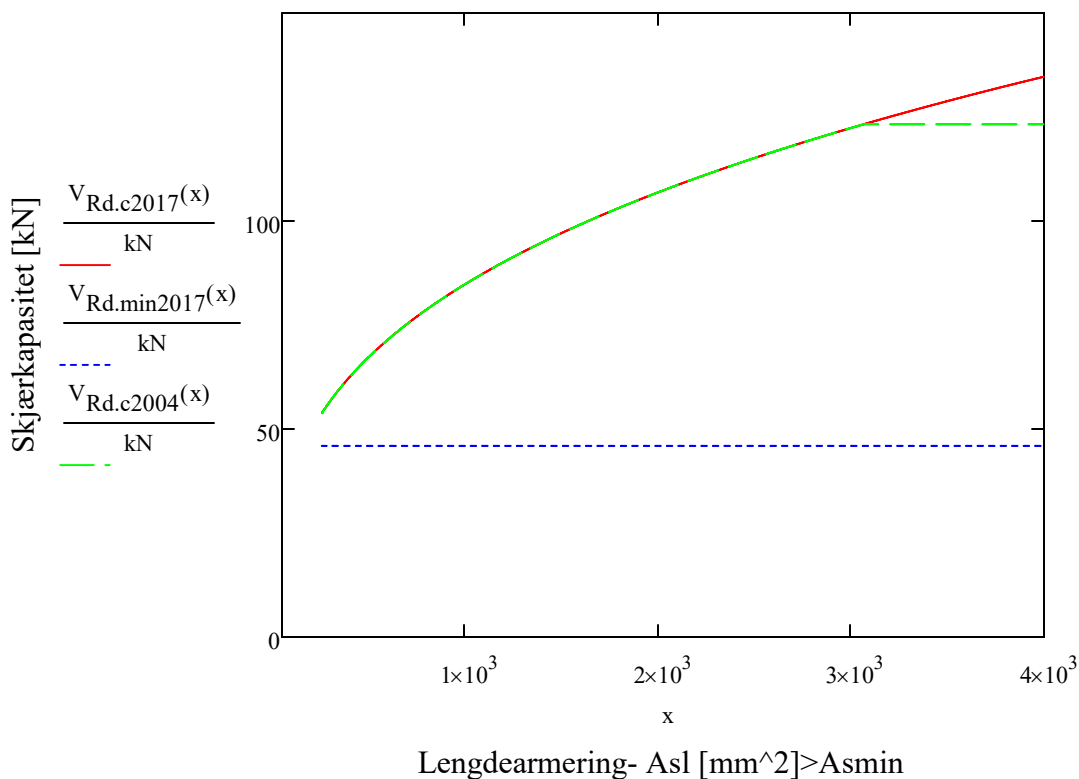
$$A_{smin} := \max \left( 0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_w \cdot d, 0.0013 b_w \cdot d \right) = 255.091$$

$$\frac{A_{smin}}{b_w \cdot d} = 1.664 \times 10^{-3}$$

$$x := A_{smin} \cdot 4000$$

x kan ikke være  
under minimumsarmeringen

Skjærkapasitet som funksjon av lengdearmering



|  |   |
|--|---|
| $b_w := 300$ mm                                | Bredde                                  |
| $D_{lower} := 16$ mm                           | Minste tilslag i øverste fraksjon       |
| $d_{dg} := 32$ mm                              | Gjennomsnittlig ruhet                   |
| $f_{ck} := 35$ $\frac{N}{mm^2}$                | Karakteristisk betongtrykkfasthet       |
| $f_{cd} := 19.83$ $\frac{N}{mm^2}$             | Dimensjonerende betongtrykkfasthet      |
| $f_{yd} := 435$ $\frac{N}{mm^2}$               | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $A_{sl} := 1500$ mm <sup>2</sup>               | Lengdearmering                          |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $q_{Ed} := 15$ $\frac{kN}{m}$                  | Jevnt fordelt last                      |
| $l_b := 6000$ mm                               | Bjelkens lengde                         |
| $V_{Ed} := \frac{q_{Ed} \cdot l_b}{2} = 45$ kN | Opptredende skjærkraft i tverrsnittet   |
| $M_{Ed} := q_{Ed} \cdot \frac{l_b^2}{8}$       | Opptredende moment i tverrsnittet       |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering  
EC2:2004 [6.2.2]**

|              |  |                                     |
|--------------|--|-------------------------------------|
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_1(x) := \min\left(0.02, \frac{A_{sl}}{b_w \cdot x}\right)$   | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k(x) := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200}{x}}, 2.0\right)$   | Størrelsesfaktor                    |
|              | $k_2 := \begin{cases} 0.18 & \text{if } D_{lower} \geq 16\text{mm} \\ 0.15 & \text{if } D_{lower} < 16\text{mm} \end{cases}$ |                                     |
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{k_2}{1.5} = 0.12$  | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004}(x) := \left[ C_{Rdc} \cdot k(x) \cdot (100 \cdot \rho_1(x) \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \right] b_w \cdot x$    | Skjærstrekkkapasitet                |
| [(6.2b)]     | $V_{Rd.min2004}(x) := \left( 0.035 \cdot k(x)^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot x$            | Minimum skjærstrekkkapasitet        |

## EC2:2017 [8.2.1]

$$V_{Ed1}(x) := V_{Ed} - q_{Ed} \cdot \frac{x}{2}$$

Skjærkraft i kritisk snitt

$$M_{Ed1}(x) := V_{Ed} \cdot \frac{x}{2} - q_{Ed} \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{x}{4}$$

Moment i kritisk snitt

$$V_{Ed2}(x) := V_{Ed} - q_{Ed} \cdot \frac{l_b}{6}$$

Skjærkraft i kritisk snitt

$$M_{Ed2}(x) := V_{Ed} \cdot \frac{l_b}{6} - q_{Ed} \cdot \frac{l_b}{6} \cdot \frac{l_b}{12}$$

Moment i kritisk snitt

$$a_{cs}(x) := \max\left(\frac{M_{Ed1}(x)}{V_{Ed1}(x)}, \frac{M_{Ed2}(x)}{V_{Ed2}(x)}\right)$$

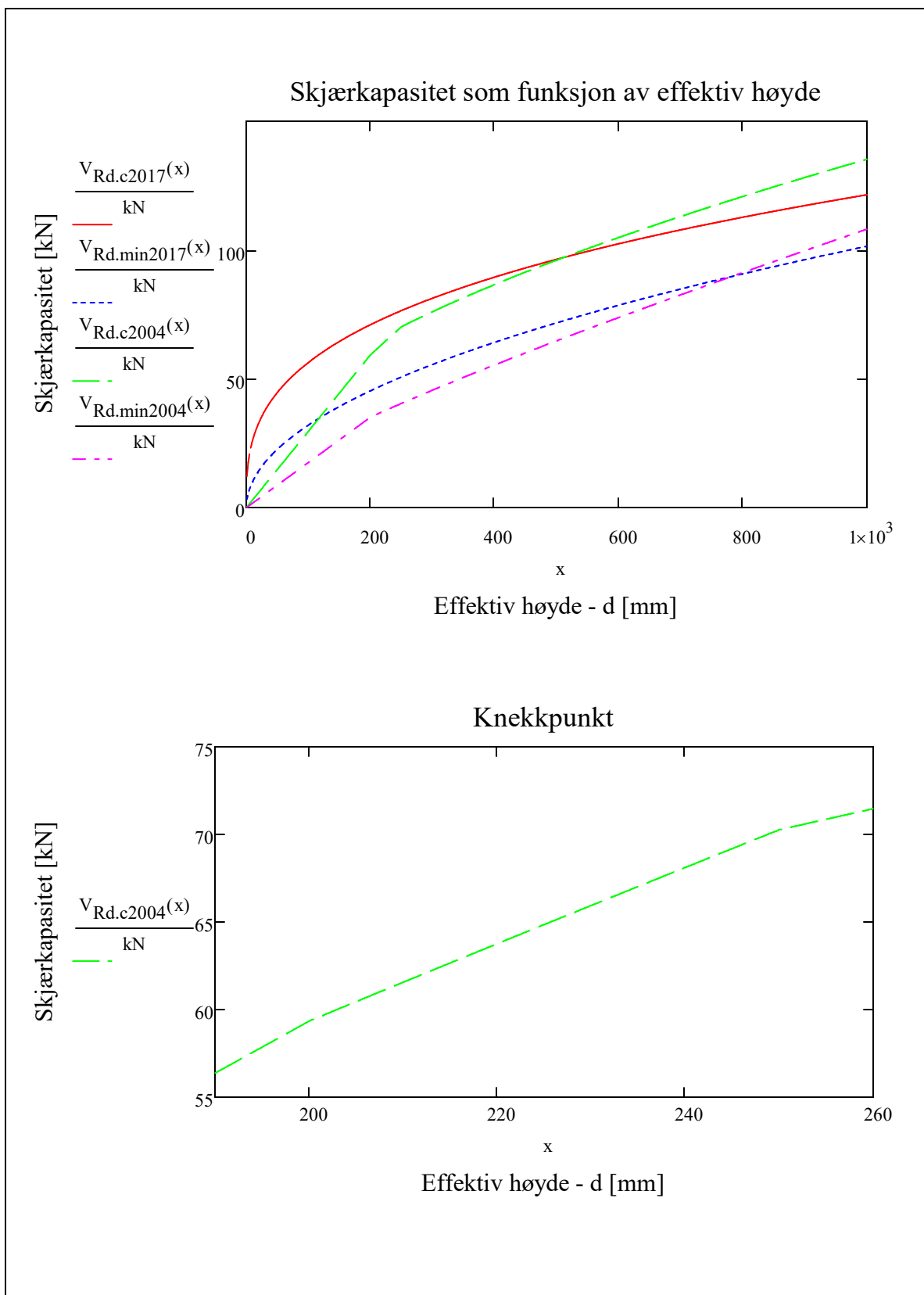
Effektiv skjærspenn

$$a_v(x) := \max(a_{cs}(x), 2.5x)$$

[8.2.2(3)]  $\rho(x) := \frac{A_{sl}}{b_w \cdot x}$  Armeringsforhold

[(8.9)]  $V_{Rd,c2017}(x) := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left(100 \rho(x) \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{a_v(x)}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot x$  Skjærkapasitet

[(8.11)]  $V_{Rd,min2017}(x) := \left(\frac{10}{1.5} \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yd}} \cdot \frac{d_{dg}}{x}}\right) \cdot b_w \cdot x$  Minimum skjærkapasitet



|   |   |
|---|---|
| $b_w := 300$ mm                           | Bredde                                  |
| $d := 511$ mm                             | Effektiv høyde                          |
| $D_{lower} := 16$ mm                      | Minste tilslag i øverste fraksjon       |
| $d_{dg} := 32$ mm                         | Gjennomsnittlig ruhet                   |
| $f_{ck} := 35$ $\frac{N}{mm^2}$           | Karakteristisk betongtrykkfasthet       |
| $f_{cd} := 19.83$ $\frac{N}{mm^2}$        | Dimensjonerende betongtrykkfasthet      |
| $f_{yd} := 435$ $\frac{N}{mm^2}$          | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $A_{sl} := 1500$ mm <sup>2</sup>          | Lengdearmering                          |
| $\gamma_c := 1.5$                         | Materialfaktor betong                   |
| $q_{Ed} := 15$ $\frac{kN}{m}$             | Jevnt fordelt last                      |
| $V_{Ed}(x) := \frac{q_{Ed} \cdot x}{2}$   | Opptredende skjærkraft i tverrsnittet   |
| $M_{Ed}(x) := q_{Ed} \cdot \frac{x^2}{8}$ | Opptredende moment i tverrsnittet       |

### Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering EC2:2004 [6.2.2]

|              |  |                                     |
|--------------|--|-------------------------------------|
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_1 := \min\left(0.02, \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d}\right)$  | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}, 2.0\right)$  | Størrelsesfaktor                    |
|              | $k_2 := \begin{cases} 0.18 & \text{if } D_{lower} \geq 16\text{mm} \\ 0.15 & \text{if } D_{lower} < 16\text{mm} \end{cases}$   |                                     |
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{k_2}{1.5} = 0.12$  | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004}(x) := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] b_w \cdot d$ | Skjærstrekkkapasitet                |
| [(6.2b)]     | $V_{Rd.min2004}(x) := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d$                 | Minimum skjærstrekkkapasitet        |

## EC2:2004 [8.2.1]

$$V_{Ed11}(x) := V_{Ed}(x) - q_{Ed} \cdot \frac{d}{2} \quad \text{Skjærkraft i kritisk snitt}$$

$$M_{Ed11}(x) := V_{Ed}(x) \cdot \frac{d}{2} - q_{Ed} \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{d}{4} \quad \text{Moment i kritisk snitt}$$

$$V_{Ed12}(x) := V_{Ed}(x) - q_{Ed} \cdot \frac{x}{6} \quad \text{Skjærkraft i kritisk snitt}$$

$$M_{Ed12}(x) := V_{Ed}(x) \cdot \frac{x}{6} - q_{Ed} \cdot \frac{x}{6} \cdot \frac{x}{12} \quad \text{Moment i kritisk snitt}$$

$$a_{cs}(x) := \max\left(\frac{M_{Ed11}(x)}{V_{Ed11}(x)}, \frac{M_{Ed12}(x)}{V_{Ed12}(x)}\right) \quad \text{Effektiv skjærspenn}$$

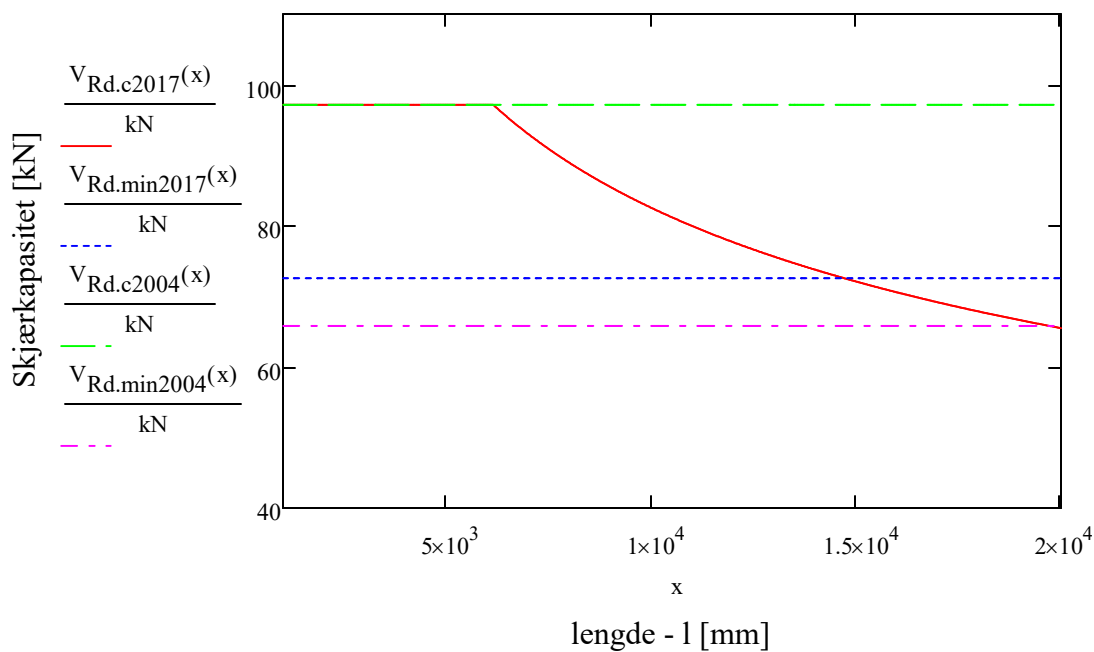
$$a_v(x) := \max(a_{cs}(x), 2.5d)$$

$$[8.2.2(3)] \quad \rho := \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \quad \text{Armeringsforhold}$$

$$[(8.9)] \quad V_{Rd.c2017}(x) := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left(100\rho \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{a_v(x)}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d \quad \text{Skjærkapasitet}$$

$$[(8.11)] \quad V_{Rd.min2017}(x) := \left(\frac{10}{1.5} \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yd}} \cdot \frac{d_{dg}}{d}}\right) \cdot b_w \cdot d \quad \text{Minimum skjærkapasitet}$$

## Skjærkapasitet som funksjon av lengde



|  |   |
|--|---|
| $b_w := 300 \text{ mm}$  | Bredde                                  |
| $d := 511 \text{ mm}$  | Effektiv høyde                          |
| $a_v := 1277 \text{ mm}$   | Skjærspenn                              |
| $D_{\text{lower}} := 16 \text{ mm}$  | Minste tilslag i øverste fraksjon       |
| $d_{\text{dg}} := 32 \text{ mm}$   | Gjennomsnittlig ruhet                   |
| $\gamma_c := 1.5$  | Materialfaktor betong                   |
| $f_{\text{ck}} := 35 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$                               | Karakteristisk betongtrykkfasthet       |
| $f_{\text{cd}(x)} := \frac{x \cdot 0.85}{\gamma_c} \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Dimensjonerende betongtrykkfasthet      |
| $f_{\text{yd}} := 435 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$                              | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $A_{\text{sl}} := 1500 \text{ mm}^2$   | Lengdearmering                          |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering  
EC2:2004 [6.2.2]**

|              |  |                                     |
|--------------|--|-------------------------------------|
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_1 := \min\left(0.02, \frac{A_{\text{sl}}}{b_w \cdot d}\right)$   | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}, 2.0\right)$  | Størrelsesfaktor                    |
|              | $k_2 := \begin{cases} 0.18 & \text{if } D_{\text{lower}} \geq 16 \text{ mm} \\ 0.15 & \text{if } D_{\text{lower}} < 16 \text{ mm} \end{cases}$ |                                     |
| [6.2.2(1)]   | $C_{\text{Rdc}} := \frac{k_2}{1.5} = 0.12$   | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [(6.2a)]     | $V_{\text{Rd.c2004}(x)} := \left[ C_{\text{Rdc}} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot x)^{\frac{1}{3}} \right] b_w \cdot d$                   | Skjærstrekkkapasitet                |
| [(6.2b)]     | $V_{\text{Rd.min2004}(x)} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d$                               | Minimum skjærstrekkkapasitet        |

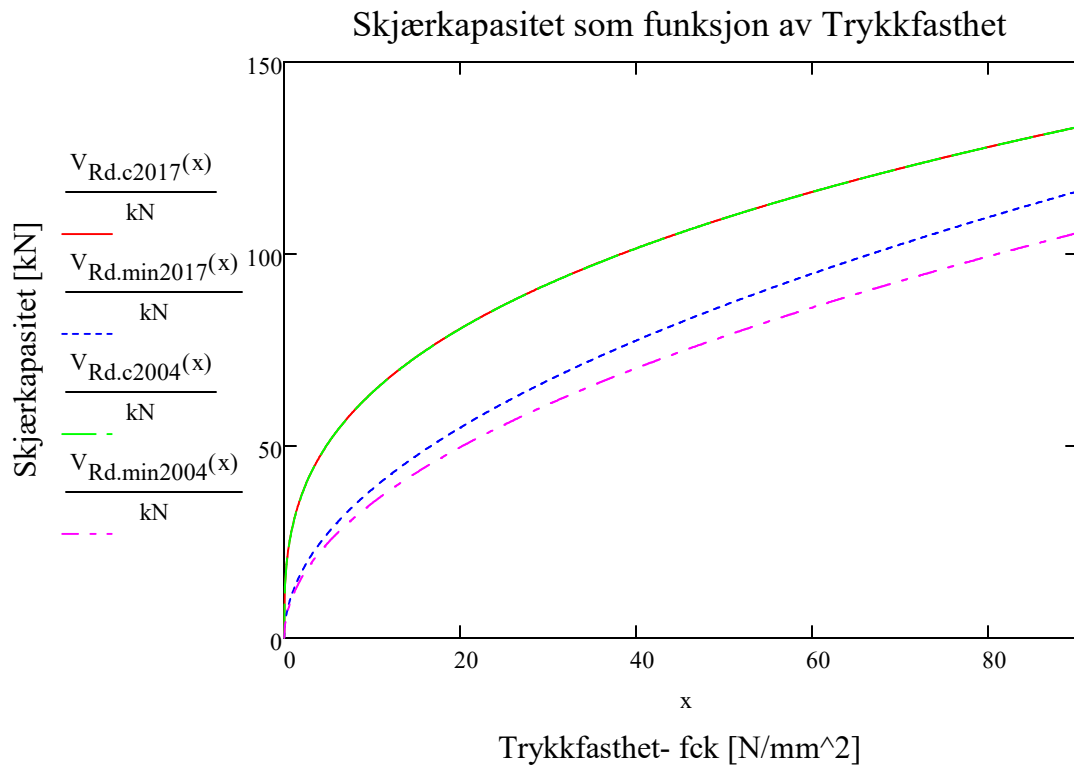


## EC2:2004 [8.2.1]

[8.2.2(3)]  $\rho := \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d}$  Armeringsforhold

[(8.9)]  $V_{Rd.c2017(x)} := \left[ \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100 \cdot \rho \cdot x \cdot \frac{d_{dg}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d$  Skjærkapasitet

[(8.11)]  $V_{Rd.min2017(x)} := \left( \frac{10}{1.5} \sqrt{\frac{x}{f_{yd}} \cdot \frac{d_{dg}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d$  Minimum skjærkapasitet



|  |  |
|--|--|
| $b_w := 300 \text{ mm}$                        | Bredde                                     |
| $d := 511 \text{ mm}$                          | Effektiv høyde                             |
| $a_v := 1277 \text{ mm}$                       | Skjærspenn                                 |
| $D_{\text{lower}} := 16 \text{ mm}$            | Minste tilslag i øverste fraksjon          |
| $d_{dg}(x) := 16 + x \text{ mm}$               | Gjennomsnittlig ruhet                      |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                      |
| $f_{ck} := 35 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$    | Karakteristisk<br>betongtrykkfasthet       |
| $f_{cd} := 19.83 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Dimensjonerende<br>betongtrykkfasthet      |
| $f_{yd} := 435 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$   | Armeringens<br>dimensjonerende flytegrense |
| $A_{sl} := 1500 \text{ mm}^2$                  | Lengdearmering                             |
| $q_{Ed} := 15 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$      | Jevnt fordelt last                         |
| $V_{Ed}(x) := \frac{q_{Ed} \cdot x}{2}$        | Opptredende skjærkraft i<br>tverrsnittet   |
| $M_{Ed}(x) := q_{Ed} \cdot \frac{x^2}{8}$      | Opptredende moment i<br>tverrsnittet       |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering  
EC2:2004 [6.2.2]**

|              |   |  |
|--------------|---|--|
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_1 := \min\left(0.02, \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d}\right)$   | Armeringsforhold                       |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}, 2.0\right)$   | Størrelsesfaktor                       |
|              | $k_2(x) := \begin{cases} 0.18 & \text{if } x \geq 16 \text{ mm} \\ 0.15 & \text{if } x < 16 \text{ mm} \end{cases}$                     |  |
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc}(x) := \frac{k_2(x)}{1.5}$  | Faktor som tar hensyn til<br>tilslaget |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004}(x) := \left[ C_{Rdc}(x) \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d$ | Skjærstrekkapasitet                    |
| [(6.2b)]     | $V_{Rd.min2004}(x) := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d$                          | Minimum<br>skjærstrekkapasitet         |

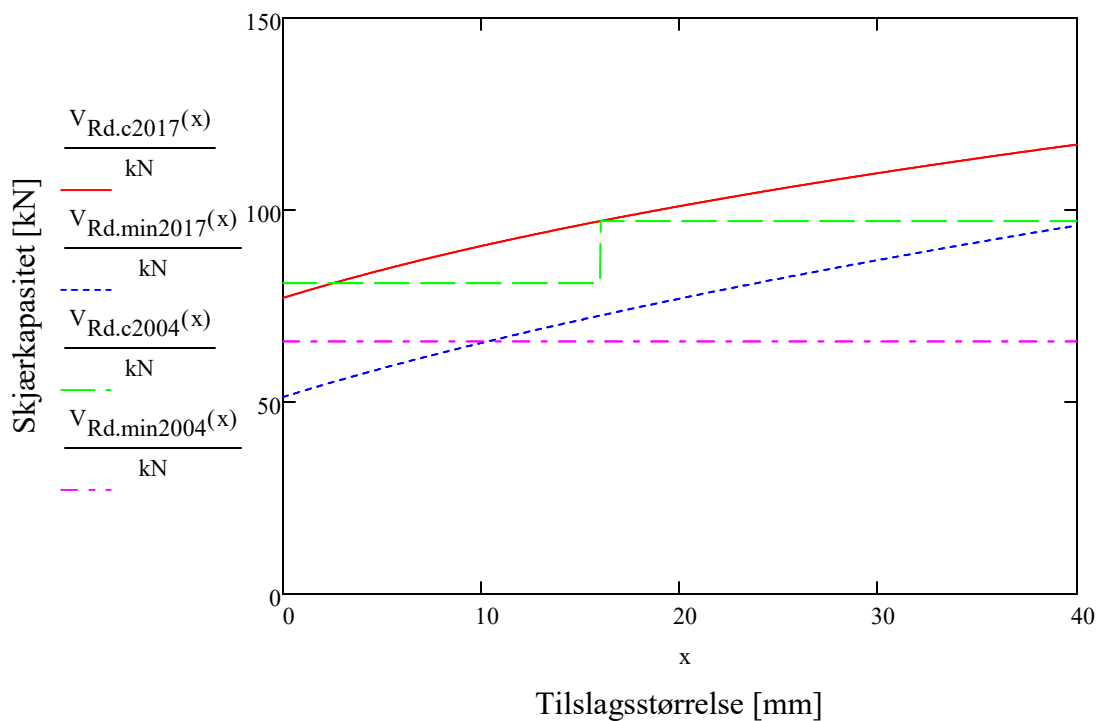
EC2:2004 [8.2.1]

[8.2.2(3)]  $\rho := \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d}$  Armeringsforhold

[(8.9)]  $V_{Rd.c2017}(x) := \left[ \frac{1}{1.5} \cdot \left( 100 \cdot \rho \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}(x)}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d$  Skjærkapasitet

[(8.11)]  $V_{Rd.min2017}(x) := \left( \frac{10}{1.5} \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yd}} \cdot \frac{d_{dg}(x)}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d$  Minimum skjærkapasitet

Skjærkapasitet som funksjon av tilslagsstørrelse



$$d := 511 \text{ mm}$$

Effektiv høyde

$$a_v := 1277 \text{ mm}$$

Skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16 \text{ mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$d_{\text{dg}} := 32 \text{ mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$\gamma_c := 1.5$$

Materialfaktor betong

$$f_{\text{ck}} := 35 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Karakteristisk  
betongtrykkfasthet

$$f_{\text{cd}} := 19.83 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Dimensjonerende  
betongtrykkfasthet

$$f_{\text{yd}} := 435 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Armerings  
dimensjonerende flytegrense

$$A_{\text{sl}} := 1500 \text{ mm}^2$$

Lengdearmering

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering  
EC2:2004 [6.2.2]**

$$[9.2.1.1(3)] \quad \rho_1(x) := \min\left(0.02, \frac{A_{\text{sl}}}{x \cdot d}\right)$$

Armeringsforhold

$$[6.2.2(1)] \quad k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}, 2.0\right)$$

Størrelsesfaktor

$$k_2 := \begin{cases} 0.18 & \text{if } D_{\text{lower}} \geq 16 \text{ mm} \\ 0.15 & \text{if } D_{\text{lower}} < 16 \text{ mm} \end{cases}$$

$$[6.2.2(1)] \quad C_{\text{Rdc}} := \frac{k_2}{1.5} = 0.12$$

Faktor som tar hensyn til  
tilslaget

$$[(6.2a)] \quad V_{\text{Rd.c2004}}(x) := \left[ C_{\text{Rdc}} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_1(x) \cdot f_{\text{ck}}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot x \cdot d$$

Skjærstrekkkapasitet

$$[(6.2b)] \quad V_{\text{Rd.min2004}}(x) := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{\text{ck}}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot x \cdot d$$

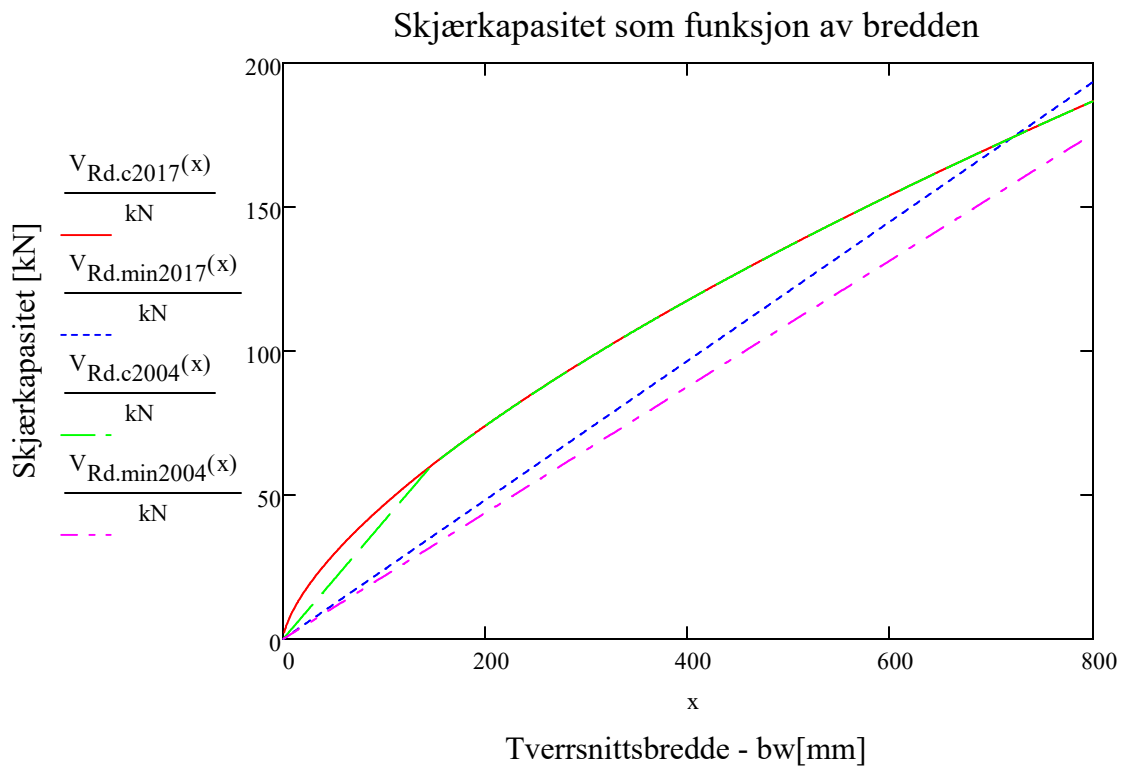
Minimum  
skjærstrekkkapasitet

EC2:2004 [8.2.1]

[8.2.2(3)]  $\rho(x) := \frac{A_{sl}}{x \cdot d}$  Armeringsforhold

[(8.9)]  $V_{Rd.c2017}(x) := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100 \rho(x) \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot x \cdot d$  Skjærkapasitet

[(8.11)]  $V_{Rd.min2017}(x) := \left( \frac{10}{1.5} \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yd}} \cdot \frac{d_{dg}}{d}} \right) \cdot x \cdot d$  Minimum skjærkapasitet



**Bjelke 1**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 200\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 260\text{mm}$                            | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 875\text{mm}$                       | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 39.42 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Karakteristisk betongtrykkfasthet       |
| $\rho := 0.00652$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |  |                                     |
|--------------|--|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$  | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.00652$   | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.877$   | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 34.6 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck1}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 29.4 \cdot \text{kN}$                       | Minimum skjærstrekkapasitet         |

$$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 34.6 \cdot \text{kN}$$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d) = 875 \cdot \text{mm}$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16 \text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16 \text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100 \rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} b_w \cdot d = 33.958 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 36.6 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 36.6 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 2**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 152\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 298.5\text{mm}$                          | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 720.7\text{mm}$                     | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 39.42 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.033$                                | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |   |                                     |
|--------------|---|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$   | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.02$   | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.819$  | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 42.5 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck1}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 24.5 \cdot \text{kN}$            | Minimum skjærstrekkapasitet         |

$$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 42.5 \cdot \text{kN}$$



**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 53.645 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 29.8 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 53.6 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 3**

|  |  |
|--|--|
| $b_w := 400\text{mm}$                          | Bredde                                     |
| $d := 167\text{mm}$                            | Effektiv høyde                             |
| $a_{cs} := 830\text{mm}$                       | Skjærspenn                                 |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                      |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens<br>dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 37.36 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Betong trykkfasthet                        |
| $\rho := 0.024$                                | Armeringsforhold                           |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

[6.2.2(1)]  $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$  Faktor som tar hensyn til tilslaget

[9.2.1.1(3)]  $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.02$  Armeringsforhold

[6.2.2(1)]  $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 2$  Størrelsesfaktor

[(6.2a)]  $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 67.5 \cdot \text{kN}$  Skjærstrekkapasitet

[(6.2b)]  $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck1}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 40.4 \cdot \text{kN}$  Minimum skjærstrekkapasitet

$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 67.5 \cdot \text{kN}$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} b_w \cdot d = 67.336 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 57.2 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 67.3 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 4**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 305\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 233\text{mm}$                            | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 680\text{mm}$                       | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 62.07 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.012$                                | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |  |                                     |
|--------------|--|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$  | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.012$   | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.926$   | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 69.1 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 52.4 \cdot \text{kN}$                        | Minimum skjærstrekkapasitet         |
|              | $V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 69.1 \cdot \text{kN}$   |                                     |

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 71.967 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 66.4 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 72 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 5**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 200\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 368\text{mm}$                            | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 1464\text{mm}$                      | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 79.9 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.033$                                | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |  |                                     |
|--------------|--|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$  | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.02$  | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.737$   | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 83.3 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck1}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 52.7 \cdot \text{kN}$                       | Minimum skjærstrekkapasitet         |
|              | $V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 83.3 \cdot \text{kN}$   |                                     |

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} b_w \cdot d = 87.972 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 62 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 88 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 6**

|  |  |
|--|--|
| $b_w := 295\text{mm}$                          | Bredde                                     |
| $d := 1450\text{mm}$                           | Effektiv høyde                             |
| $a_{cs} := 4120\text{mm}$                      | Skjærspenn                                 |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                      |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens<br>dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 31.4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Betong trykkfasthet                        |
| $\rho := 0.0025$                               | Armeringsforhold                           |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

[6.2.2(1)]  $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$  Faktor som tar hensyn til tilslaget

[9.2.1.1(3)]  $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.0025$  Armeringsforhold

[6.2.2(1)]  $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.371$  Størrelsesfaktor

[(6.2a)]  $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 139.9 \cdot \text{kN}$  Skjærstrekkapasitet

[(6.2b)]  $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 134.7 \cdot \text{kN}$  Minimum skjærstrekkapasitet

$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 139.9 \cdot \text{kN}$



**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{lower} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{dg} := (16\text{mm} + D_{lower}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{Rd.c2017} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 112.238 \cdot \text{kN} \quad \text{Skjærkapasitet}$$

$$[(8.11)] \quad V_{Rd2017min} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yd}} \cdot \frac{d_{dg}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 113.9 \cdot \text{kN} \quad \text{Minimum skjærkapasitet}$$

$$V_{Rd.c2017} := \max(V_{Rd.c2017}, V_{Rd2017min}) = 113.9 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 7**

|  |  |
|--|--|
| $b_w := 150\text{mm}$                          | Bredde                                     |
| $d := 345\text{mm}$                            | Effektiv høyde                             |
| $a_{cs} := 1016\text{mm}$                      | Skjærspenn                                 |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                      |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens<br>dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 54.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Betong trykkfasthet                        |
| $\rho := 0.023$                                | Armeringsforhold                           |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

[6.2.2(1)]  $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$  Faktor som tar hensyn til tilslaget

[9.2.1.1(3)]  $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.02$  Armeringsforhold

[6.2.2(1)]  $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.761$  Størrelsesfaktor

[(6.2a)]  $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 52.3 \cdot \text{kN}$  Skjærstrekkapasitet

[(6.2b)]  $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 31.3 \cdot \text{kN}$  Minimum skjærstrekkapasitet

$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 52.3 \cdot \text{kN}$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 54.527 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 37.2 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 54.5 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 8**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 300\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 1400\text{mm}$                           | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 7795\text{mm}$                      | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 24.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.0083$                               | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

[6.2.2(1)]  $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$  Faktor som tar hensyn til tilslaget

[9.2.1.1(3)]  $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.0083$  Armeringsforhold

[6.2.2(1)]  $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.378$  Størrelsesfaktor

[(6.2a)]  $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 189.6 \cdot \text{kN}$  Skjærstrekkapasitet

[(6.2b)]  $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck1}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 117.7 \cdot \text{kN}$  Minimum skjærstrekkapasitet

$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 189.6 \cdot \text{kN}$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{lower} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{dg} := (16\text{mm} + D_{lower}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{Rd.c2017} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 122.373 \cdot \text{kN} \quad \text{Skjærkapasitet}$$

$$[(8.11)] \quad V_{Rd2017min} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yd}} \cdot \frac{d_{dg}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 100.5 \cdot \text{kN} \quad \text{Minimum skjærkapasitet}$$

$$V_{Rd.c2017} := \max(V_{Rd.c2017}, V_{Rd2017min}) = 122.4 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 9**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 127\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 202\text{mm}$                            | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 605\text{mm}$                       | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 64.7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.05034$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |  |                                     |
|--------------|--|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$  | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.02$  | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.995$   | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 31.1 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck1}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 20.4 \cdot \text{kN}$                       | Minimum skjærstrekkapasitet         |
|              | $V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 31.1 \cdot \text{kN}$   |                                     |

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 44.171 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 26.3 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 44.2 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 10**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 300\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 951\text{mm}$                            | Effektiv høyde                          |
| $a := 2662\text{mm}$                           | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 28 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$    | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.01009$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |   |                                     |
|--------------|---|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$   | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.01009$  | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.459$  | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 152.1 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 93.1 \cdot \text{kN}$                         | Minimum skjærstrekkapasitet         |

$$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 152.1 \cdot \text{kN}$$



**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{lower} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{dg} := (16\text{mm} + D_{lower}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{Rd.c2017} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 137.796 \cdot \text{kN} \quad \text{Skjærkapasitet}$$

$$[(8.11)] \quad V_{Rd2017min} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yd}} \cdot \frac{d_{dg}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 88.6 \cdot \text{kN} \quad \text{Minimum skjærkapasitet}$$

$$V_{Rd.c2017} := \max(V_{Rd.c2017}, V_{Rd2017min}) = 137.8 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 11**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 1000\text{mm}$                         | Bredde                                  |
| $d := 500\text{mm}$                            | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 1825\text{mm}$                      | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 21 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$    | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.00456$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |   |                                     |
|--------------|---|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$   | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.00456$  | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.632$  | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 208 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck1}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 167.3 \cdot \text{kN}$                     | Minimum skjærstrekkapasitet         |

$$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 208 \cdot \text{kN}$$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 183.895 \cdot \text{kN} \quad \text{Skjærkapasitet}$$

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 185.4 \cdot \text{kN} \quad \text{Minimum skjærkapasitet}$$

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 185.4 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 12**

|  |   |
|--|---|
| $b_W := 150\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 159\text{mm}$                            | Effektiv høyde                          |
| $a_{CS} := 550\text{mm}$                       | Skjærspenn                              |
| $\gamma_C := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 93.1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.05269$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |  |                                     |
|--------------|--|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_C} = 0.12$  | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.02$  | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 2$   | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_W \cdot d = 32.7 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_W \cdot d = 22.8 \cdot \text{kN}$                        | Minimum skjærstrekkapasitet         |

$$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 32.7 \cdot \text{kN}$$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{dg} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{Rd.c2017} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 48.591 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{Rd2017\text{min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yd}} \cdot \frac{d_{dg}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 33 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$V_{Rd.c2017} := \max(V_{Rd.c2017}, V_{Rd2017\text{min}}) = 48.6 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 13**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 400\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 889\text{mm}$                            | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 2223\text{mm}$                      | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 30.2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.01969$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |   |                                     |
|--------------|---|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$   | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.01969$  | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.474$  | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 245.6 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck1}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 122.4 \cdot \text{kN}$                       | Minimum skjærstrekkapasitet         |

$$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 245.6 \cdot \text{kN}$$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 0.032 \text{ m}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 225.091 \cdot \text{kN} \quad \text{Skjærkapasitet}$$

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 118.6 \cdot \text{kN} \quad \text{Minimum skjærkapasitet}$$

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 225.1 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 14**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 300\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 147\text{mm}$                            | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 570\text{mm}$                       | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 89.7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.04217$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |  |                                     |
|--------------|--|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$  | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.02$  | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 2$   | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 59.7 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 41.3 \cdot \text{kN}$                        | Minimum skjærstrekkapasitet         |

$$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 59.7 \cdot \text{kN}$$



**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{lower} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{dg} := (16\text{mm} + D_{lower}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{Rd.c2017} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 81.415 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{Rd2017min} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yd}} \cdot \frac{d_{dg}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 62.3 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$V_{Rd.c2017} := \max(V_{Rd.c2017}, V_{Rd2017min}) = 81.4 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 15**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 152\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 267\text{mm}$                            | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 1321\text{mm}$                      | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 25.3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.0222$                               | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

[6.2.2(1)]  $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$  Faktor som tar hensyn til tilslaget

[9.2.1.1(3)]  $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.02$  Armeringsforhold

[6.2.2(1)]  $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.865$  Størrelsesfaktor

[(6.2a)]  $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 33.6 \cdot \text{kN}$  Skjærstrekkapasitet

[(6.2b)]  $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 18.2 \cdot \text{kN}$  Minimum skjærstrekkapasitet

$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 33.6 \cdot \text{kN}$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 29.98 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 22.6 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 30 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 16**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 156\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 540\text{mm}$                            | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 4340\text{mm}$                      | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 21.7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.02751$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

[6.2.2(1)]  $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$  Faktor som tar hensyn til tilslaget

[9.2.1.1(3)]  $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.02$  Armeringsforhold

[6.2.2(1)]  $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.609$  Størrelsesfaktor

[(6.2a)]  $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 57.1 \cdot \text{kN}$  Skjærstrekkapasitet

[(6.2b)]  $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 28 \cdot \text{kN}$  Minimum skjærstrekkapasitet

$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 57.1 \cdot \text{kN}$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{dg} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 0.032\text{ m}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 42.72 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yd}} \cdot \frac{d_{dg}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 30.6 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 42.7 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 17**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 155\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 1095\text{mm}$                           | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 2737\text{mm}$                      | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 22.4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.02703$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

[6.2.2(1)]  $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$  Faktor som tar hensyn til tilslaget

[9.2.1.1(3)]  $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.02$  Armeringsforhold

[6.2.2(1)]  $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.427$  Størrelsesfaktor

[(6.2a)]  $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 103.3 \cdot \text{kN}$  Skjærstrekkapasitet

[(6.2b)]  $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 47.9 \cdot \text{kN}$  Minimum skjærstrekkapasitet

$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 103.3 \cdot \text{kN}$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 100.837 \cdot \text{kN} \quad \text{Skjærkapasitet}$$

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 43.9 \cdot \text{kN} \quad \text{Minimum skjærkapasitet}$$

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 100.8 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 18**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 155\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 1095\text{mm}$                           | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 8758\text{mm}$                      | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 22.7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.02685$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |   |                                     |
|--------------|---|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$   | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.02$   | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.427$  | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 103.7 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot b_w \cdot d = 48.3 \cdot \text{kN}$                         | Minimum skjærstrekkapasitet         |
|              | $V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 103.7 \cdot \text{kN}$   |                                     |



**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} b_w \cdot d = 68.585 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 44.2 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 68.6 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 19**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 154\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 272\text{mm}$                            | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 680\text{mm}$                       | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 31.2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.02675$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |  |                                     |
|--------------|--|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$  | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.02$  | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.857$   | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 37 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck1}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 20.7 \cdot \text{kN}$                     | Minimum skjærstrekkapasitet         |

$$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 37 \cdot \text{kN}$$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 44.059 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 25.7 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 44.1 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 20**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 170\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 255\text{mm}$                            | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 765\text{mm}$                       | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 48 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$    | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.04676$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |  |                                     |
|--------------|--|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$  | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.02$  | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.886$   | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 44.9 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 27.2 \cdot \text{kN}$                        | Minimum skjærstrekkapasitet         |

$$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 44.9 \cdot \text{kN}$$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 60.968 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 34 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 61 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 21**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 300\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 915\text{mm}$                            | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 2745\text{mm}$                      | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 48 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$    | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.01872$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |   |                                     |
|--------------|---|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$   | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.01872$  | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.468$  | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 216.5 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck1}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 118.3 \cdot \text{kN}$                       | Minimum skjærstrekkapasitet         |

$$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 216.5 \cdot \text{kN}$$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 185.853 \cdot \text{kN} \quad \text{Skjærkapasitet}$$

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 113.7 \cdot \text{kN} \quad \text{Minimum skjærkapasitet}$$

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 185.9 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 22**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 50\text{mm}$                           | Bredde                                  |
| $d := 70\text{mm}$                             | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 210\text{mm}$                       | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 25.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.01616$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |   |                                     |
|--------------|---|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$   | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.01616$  | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 2$  | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 2.9 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 1.7 \cdot \text{kN}$                        | Minimum skjærstrekkapasitet         |

$$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 2.9 \cdot \text{kN}$$



**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 4.305 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 3.8 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 4.3 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 23**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 600\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 2003\text{mm}$                           | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 5968\text{mm}$                      | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 22.24 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.00139$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

[6.2.2(1)]  $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$  Faktor som tar hensyn til tilslaget

[9.2.1.1(3)]  $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.00139$  Armeringsforhold

[6.2.2(1)]  $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.316$  Størrelsesfaktor

[(6.2a)]  $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 276.5 \cdot \text{kN}$  Skjærstrekkapasitet

[(6.2b)]  $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck1}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 299.5 \cdot \text{kN}$  Minimum skjærstrekkapasitet

$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 299.5 \cdot \text{kN}$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 204.283 \cdot \text{kN} \quad \text{Skjærkapasitet}$$

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 229.1 \cdot \text{kN} \quad \text{Minimum skjærkapasitet}$$

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 229.1 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 24**

|  |   |
|--|---|
| $b_W := 300\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 895\text{mm}$                            | Effektiv høyde                          |
| $a_{CS} := 2663\text{mm}$                      | Skjærspenn                              |
| $\gamma_C := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 90 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$    | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.03138$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

[6.2.2(1)]  $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_C} = 0.12$  Faktor som tar hensyn til tilslaget

[9.2.1.1(3)]  $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.02$  Armeringsforhold

[6.2.2(1)]  $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.473$  Størrelsesfaktor

[(6.2a)]  $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_W \cdot d = 267.9 \cdot \text{kN}$  Skjærstrekkapasitet

[(6.2b)]  $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_W \cdot d = 159.3 \cdot \text{kN}$  Minimum skjærstrekkapasitet

$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 267.9 \cdot \text{kN}$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 268.995 \cdot \text{kN} \quad \text{Skjærkapasitet}$$

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 154 \cdot \text{kN} \quad \text{Minimum skjærkapasitet}$$

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 269 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 25**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 300\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 925\text{mm}$                            | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 2663\text{mm}$                      | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 33 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$    | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.00759$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |   |                                     |
|--------------|---|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$   | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.00759$  | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.465$  | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 142.7 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck1}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 98.9 \cdot \text{kN}$                        | Minimum skjærstrekkapasitet         |

$$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 142.7 \cdot \text{kN}$$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 0.032 \text{ m}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 123.98 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 94.8 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 124 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 26**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 152\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 268\text{mm}$                            | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 1118\text{mm}$                      | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 24.6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.00253$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |  |                                     |
|--------------|--|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$  | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.00253$   | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.864$   | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 16.8 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck1}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 18 \cdot \text{kN}$                         | Minimum skjærstrekkapasitet         |

$$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 18 \cdot \text{kN}$$



**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 15.281 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 22.3 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 22.3 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 27**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 200\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 368\text{mm}$                            | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 1472\text{mm}$                      | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 80.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.02001$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |  |                                     |
|--------------|--|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$  | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.02$  | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.737$   | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 83.5 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck1}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 52.9 \cdot \text{kN}$                       | Minimum skjærstrekkapasitet         |

$$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 83.5 \cdot \text{kN}$$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 74.51 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 62.3 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 74.5 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 28**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 125\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 215\text{mm}$                            | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 526\text{mm}$                       | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 48 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$    | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.03771$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |  |                                     |
|--------------|--|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$  | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.02$  | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.964$   | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 29 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck1}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 17.9 \cdot \text{kN}$                     | Minimum skjærstrekkapasitet         |
|              | $V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 29 \cdot \text{kN}$   |                                     |

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{lower} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{dg} := (16\text{mm} + D_{lower}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{Rd.c2017} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 39.574 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{Rd2017min} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yd}} \cdot \frac{d_{dg}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 23 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$V_{Rd.c2017} := \max(V_{Rd.c2017}, V_{Rd2017min}) = 39.6 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 29**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 300\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 1889\text{mm}$                           | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 5327\text{mm}$                      | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 29.6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.00741$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |   |                                     |
|--------------|---|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$   | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.00741$  | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.325$  | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 252.3 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck1}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 164.7 \cdot \text{kN}$                       | Minimum skjærstrekkapasitet         |

$$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 252.3 \cdot \text{kN}$$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 192.245 \cdot \text{kN} \quad \text{Skjærkapasitet}$$

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 128.3 \cdot \text{kN} \quad \text{Minimum skjærkapasitet}$$

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 192.2 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 30**

|  |                                       |
|--|---------------------------------------|
| $b_W := 300\text{mm}$                          | Bredde                                |
| $d := 1398\text{mm}$                           | Effektiv høyde                        |
| $a_{CS} := 4012\text{mm}$                      | Skjærspenn                            |
| $\gamma_C := 1.5$                              | Materialfaktor betong                 |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armerings dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 36.3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Betong trykkfasthet                   |
| $\rho := 0.00833$                              | Armeringsforhold                      |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |   |                                     |
|--------------|---|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_C} = 0.12$   | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.00833$  | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.378$  | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_W \cdot d = 216.1 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_W \cdot d = 143.1 \cdot \text{kN}$                        | Minimum skjærstrekkapasitet         |
|              | $V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 216.1 \cdot \text{kN}$   |                                     |



**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{lower} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{dg} := (16\text{mm} + D_{lower}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{Rd.c2017} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 174.041 \cdot \text{kN} \quad \text{Skjærkapasitet}$$

$$[(8.11)] \quad V_{Rd2017min} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yd}} \cdot \frac{d_{dg}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 122.3 \cdot \text{kN} \quad \text{Minimum skjærkapasitet}$$

$$V_{Rd.c2017} := \max(V_{Rd.c2017}, V_{Rd2017min}) = 174 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 31**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 300\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 1398\text{mm}$                           | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 4012\text{mm}$                      | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 69.6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.00833$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |   |                                     |
|--------------|---|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$   | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.00833$  | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.378$  | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 268.5 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck1}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 198.1 \cdot \text{kN}$                       | Minimum skjærstrekkapasitet         |

$$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 268.5 \cdot \text{kN}$$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 216.215 \cdot \text{kN} \quad \text{Skjærkapasitet}$$

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 169.3 \cdot \text{kN} \quad \text{Minimum skjærkapasitet}$$

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 216.2 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 32**

|  |   |
|--|---|
| $b_W := 300\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 1398\text{mm}$                           | Effektiv høyde                          |
| $a_{CS} := 4012\text{mm}$                      | Skjærspenn                              |
| $\gamma_C := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 36.1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.00835$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |   |                                     |
|--------------|---|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_C} = 0.12$   | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.00835$  | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.378$  | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_W \cdot d = 215.9 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_W \cdot d = 142.7 \cdot \text{kN}$                        | Minimum skjærstrekkapasitet         |

$$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 215.9 \cdot \text{kN}$$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 173.859 \cdot \text{kN} \quad \text{Skjærkapasitet}$$

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 121.9 \cdot \text{kN} \quad \text{Minimum skjærkapasitet}$$

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 173.9 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 33**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 122\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 281\text{mm}$                            | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 281\text{mm}$                       | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 39.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.00835$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

|              |  |                                     |
|--------------|--|-------------------------------------|
| [6.2.2(1)]   | $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$  | Faktor som tar hensyn til tilslaget |
| [9.2.1.1(3)] | $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.00835$   | Armeringsforhold                    |
| [6.2.2(1)]   | $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.844$   | Størrelsesfaktor                    |
| [(6.2a)]     | $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 24.3 \cdot \text{kN}$ | Skjærstrekkapasitet                 |
| [(6.2b)]     | $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck1}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 18.9 \cdot \text{kN}$                       | Minimum skjærstrekkapasitet         |

$$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 24.3 \cdot \text{kN}$$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 0.032 \text{ m}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 26.176 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 23.3 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 26.2 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 34**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 295\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 1448\text{mm}$                           | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 4012\text{mm}$                      | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 31.4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.00254$                              | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

[6.2.2(1)]  $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$  Faktor som tar hensyn til tilslaget

[9.2.1.1(3)]  $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.00254$  Armeringsforhold

[6.2.2(1)]  $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.372$  Størrelsesfaktor

[(6.2a)]  $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 140.5 \cdot \text{kN}$  Skjærstrekkapasitet

[(6.2b)]  $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 134.6 \cdot \text{kN}$  Minimum skjærstrekkapasitet

$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 140.5 \cdot \text{kN}$



**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{lower} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{dg} := (16\text{mm} + D_{lower}) = 0.032\text{ m}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{Rd.c2017} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 113.68 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{Rd2017min} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yd}} \cdot \frac{d_{dg}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 113.8 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$V_{Rd.c2017} := \max(V_{Rd.c2017}, V_{Rd2017min}) = 113.8 \cdot \text{kN}$$

**Bjelke 35**

|  |   |
|--|---|
| $b_w := 457\text{mm}$                          | Bredde                                  |
| $d := 360\text{mm}$                            | Effektiv høyde                          |
| $a_{cs} := 1181\text{mm}$                      | Skjærspenn                              |
| $\gamma_c := 1.5$                              | Materialfaktor betong                   |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Armeringens dimensjonerende flytegrense |
| $f_{ck} := 39.66 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Betong trykkfasthet                     |
| $\rho := 0.0036$                               | Armeringsforhold                        |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering****EC2:2004 [6.2.2]**

[6.2.2(1)]  $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$  Faktor som tar hensyn til tilslaget

[9.2.1.1(3)]  $\rho_l := \min(0.02, \rho) = 0.0036$  Armeringsforhold

[6.2.2(1)]  $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.745$  Størrelsesfaktor

[(6.2a)]  $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot b_w \cdot d = 83.6 \cdot \text{kN}$  Skjærstrekkapasitet

[(6.2b)]  $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck1}^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b_w \cdot d = 83.6 \cdot \text{kN}$  Minimum skjærstrekkapasitet

$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 83.6 \cdot \text{kN}$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d)$$

Mekanisk skjærspenn

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$[8.2.1(5)] \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[(8.9)] \quad V_{\text{Rd.c2017}} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100\rho \cdot f_{\text{ck}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 79.918 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{\text{Rd2017min}} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{\text{ck}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 98.8 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$V_{\text{Rd.c2017}} := \max(V_{\text{Rd.c2017}}, V_{\text{Rd2017min}}) = 98.8 \cdot \text{kN}$$

|   |   |
|---|---|
| $b_w := 200\text{mm}$   | Bredde  |
| $d := 300\text{mm}$   | Effektiv høyde                                    |
| $A_c := b_w \cdot d = 6 \times 10^4 \cdot \text{mm}^2$  | Betongens effektive areal                         |
| $a := 1000\text{mm}$  | Skjærspenn  |
| $\gamma_c := 1.5$   | Materialfaktor betong                             |
| $f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | Armeringens dimensjonerende flytegrense           |
| $f_{ck} := 45 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$   | Karakteristisk betongtrykkfasthet                 |
| $\alpha_{cc2004} := 1$  | Langtidslast koeffisienten i EC2:2004             |
| $f_{cd2004} := f_{ck} \cdot \frac{\alpha_{cc2004}}{\gamma_c} = 30 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | Dimensjonerende betongtrykkfasthet etter EC2:2004 |
| $\rho := 0.02$  | Armeringsforhold                                  |
| $F_{Ed} := 50\text{kN}$   | Punktlast (to stykk)                              |
| $N_{Ed} := 40\text{kN}$   | Aksialkraft                                       |

**Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering**

**EC2:2004 [6.2.2]**

[6.2.2(1)]  $C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$  Faktor som tar hensyn til tilslaget

[9.2.1.1(3)]  $\rho_1 := \min(0.02, \rho) = 0.02$  Armeringsforhold

[6.2.2(1)]  $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.816$  Størrelsesfaktor  
 $k_1 := 0.15$

$\sigma_{cp} := \min\left(\frac{-N_{Ed}}{A_c}, 0.2f_{cd2004}\right) = -0.667 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

[(6.2a)]  $V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d = 52.6 \cdot \text{kN}$  Skjærstrekkapasitet

[(6.2b)]  $V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck1}^{\frac{1}{2}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right) \cdot b_w \cdot d = 28.5 \cdot \text{kN}$  Minimum skjærstrekkapasitet

$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 52.6 \cdot \text{kN}$

**EC2:2017 [8.2.1]**

$$V_{Ed,1} := F_{Ed}$$

Skjærkraft i snitt 1

$$M_{Ed,1} := V_{Ed,1} \cdot \frac{d}{2} = 7.5 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Moment i snitt 1

$$V_{Ed,2} := F_{Ed}$$

Skjærkraft i snitt 2

$$M_{Ed,2} := V_{Ed,2} \cdot \left( a - \frac{d}{2} \right) = 42.5 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Moment i snitt 2

$$a_{cs} := \max \left[ \left( \frac{M_{Ed,1}}{V_{Ed,1}} + \frac{N_{Ed}}{V_{Ed,1}} \cdot \frac{d}{6} \right), \left( \frac{M_{Ed,2}}{V_{Ed,2}} + \frac{N_{Ed}}{V_{Ed,2}} \cdot \frac{d}{6} \right) \right] = 0.89 \text{ m}$$

Effektivt skjæerspenn

$$a_v := \max(a_{cs}, 2.5d) = 0.89 \text{ m}$$

Mekanisk skjæerspenn

$$[(8.12)] \quad D_{\text{lower}} := 16 \text{ mm}$$

Minste tilslag i øverste fraksjon

$$d_{dg} := (16 \text{ mm} + D_{\text{lower}}) = 32 \cdot \text{mm}$$

Gjennomsnittlig ruhet

$$[8.2.1(5)] \quad V_{Rd,c2017} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100 \rho \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 59.164 \cdot \text{kN}$$

Skjærkapasitet

$$[(8.9)] \quad V_{Rd2017\text{min}} := \left( \frac{10}{1.5} \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yd}} \cdot \frac{d_{dg}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 42 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærkapasitet

$$[(8.11)] \quad V_{Rd,c2017} := \max(V_{Rd,c2017}, V_{Rd2017\text{min}}) = 59.2 \cdot \text{kN}$$

$$b_w := 200\text{mm}$$

Bredde

$$d := 300\text{mm}$$

Effektiv høyde

$$A_c := b_w \cdot d = 6 \times 10^4 \cdot \text{mm}^2$$

Betongens effektive areal

$$a := 1000\text{mm}$$

Skjærspenn

$$\gamma_c := 1.5$$

Materialfaktor betong

$$f_{yd} := 434.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Armeringens dimensjonerende flytegrense

$$f_{ck} := 45 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Karakteristisk betongtrykkfasthet

$$\alpha_{cc2004} := 1$$

Langtidslast koeffisienten i EC2:2004

$$f_{cd2004} := f_{ck} \cdot \frac{\alpha_{cc2004}}{\gamma_c} = 30 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Dimensjonerende betongtrykkfasthet etter EC2:2004

$$\rho := 0.02$$

Armeringsforhold

$$F_{Ed} := 50\text{kN}$$

Punktlast (to stykk)

$$N_{Ed} := -40\text{kN}$$

Aksialkraft

### Konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering

#### EC2:2004 [6.2.2]

$$[6.2.2(1)] \quad C_{Rdc} := \frac{0.18}{\gamma_c} = 0.12$$

Faktor som tar hensyn til tilslaget

$$[9.2.1.1(3)] \quad \rho_1 := \min(0.02, \rho) = 0.02$$

Armeringsforhold

$$[6.2.2(1)] \quad k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}, 2.0\right) = 1.816$$

Størrelsesfaktor

$$k_1 := 0.15$$

$$\sigma_{cp} := \min\left(\frac{-N_{Ed}}{A_c}, 0.2f_{cd2004}\right) = 0.667 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$[(6.2a)] \quad V_{Rd.c2004} := \left[ C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d = 64.6 \cdot \text{kN}$$

Skjærstrekkapasitet

$$[(6.2b)] \quad V_{Rdmin2004} := \left( 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck1}^{\frac{1}{2}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right) \cdot b_w \cdot d = 40.5 \cdot \text{kN}$$

Minimum skjærstrekkapasitet

$$V_{Rd.c2004} := \max(V_{Rd.c2004}, V_{Rdmin2004}) = 64.6 \cdot \text{kN}$$

**EC2:2017 [8.2.1]**

|   |                       |
|---|-----------------------|
| $V_{Ed,1} := F_{Ed}$  | Skjærkraft i snitt 1  |
| $M_{Ed,1} := V_{Ed,1} \cdot \frac{d}{2} = 7.5 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$   | Moment i snitt 1      |
| $V_{Ed,2} := F_{Ed}$  | Skjærkraft i snitt 2  |
| $M_{Ed,2} := V_{Ed,2} \cdot \left( a - \frac{d}{2} \right) = 42.5 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$   | Moment i snitt 2      |
| $a_{cs} := \max \left[ \left( \frac{M_{Ed,1}}{V_{Ed,1}} + \frac{N_{Ed}}{V_{Ed,1}} \cdot \frac{d}{6} \right), \left( \frac{M_{Ed,2}}{V_{Ed,2}} + \frac{N_{Ed}}{V_{Ed,2}} \cdot \frac{d}{6} \right) \right] = 0.81 \text{ m}$ | Effektivt skjæerspenn |
| $a_v := \max(a_{cs}, 2.5d) = 0.81 \text{ m}$  | Mekanisk skjæerspenn  |

[(8.12)]  $D_{lower} := 16 \text{ mm}$  Minste tilslag i øverste fraksjon

$d_{dg} := (16 \text{ mm} + D_{lower}) = 32 \cdot \text{mm}$  Gjennomsnittlig ruhet

[8.2.1(5)]  $V_{Rd,c2017} := \frac{1}{\gamma_c} \cdot \left( 100 \rho \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{a_v} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d = 61.051 \cdot \text{kN}$  Skjærkapasitet

[(8.9)]  $V_{Rd2017min} := \left( \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yd}} \cdot \frac{d_{dg}}{d}} \right) \cdot b_w \cdot d = 42 \cdot \text{kN}$  Minimum skjærkapasitet

[(8.11)]  $V_{Rd,c2017} := \max(V_{Rd,c2017}, V_{Rd2017min}) = 61.1 \cdot \text{kN}$

**Bjelke nr.1**

|  |                     |  |
|--|---------------------|--|
| $b_w := 150\text{mm}$  | $d := 100\text{mm}$ | Tverrsnittets bredde og høyde              |
| $z := 0.9 \cdot d = 90\text{mm}$   |                     | Indre momentarm                            |
| $\gamma_c := 1.5$  |                     | Materialsikkerhetsfaktor betong            |
| $\gamma_s := 1.05$   |                     | Materialsikkerhetsfaktor stål              |
| $Kval_b := B35$  |                     | Betongkvalitet                             |
| $Kval_s := B500C$  |                     | Stålkvalitet                               |
| $f_{ck} := 35 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  |                     | Karakteristisk betongtrykkfasthet          |
| $f_{yk} = 500 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  |                     | Karakteristisk fasthet stål                |
| $f_{ywk} = 500 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$   |                     | Karakteristisk fasthet armering            |
| $\alpha_{cc} := \left[ \frac{(30\text{MPa})}{f_{ck}} \right]^{\frac{1}{3}} = 0.95$                             |                     | Fasthetsreduksjonsfaktor                   |
| $v := 0.5$   |                     | Reduksjonsfaktor pga. tøyning i armeringen |
| $k_{tc} := 1$  |                     | Langtidsbelastnings koeffisient            |
| $f_{cd} := \alpha_{cc} \cdot k_{tc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 22.165 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ |                     | Dimensjonerende betongfasthet              |
| $f_{yd} = 435 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  |                     | Dimensjonerende fasthet stål               |
| $f_{ywd} = 435 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$   |                     | Dimensjonerende fasthet armering           |



**Minimum skjærkapasitet**

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm} \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32\text{mm}$$

$$V_{\text{Rd.min2017}} := \left( \frac{10}{1.5} \sqrt{\frac{f_{\text{ck1}} \cdot d_{\text{dg}}}{f_{\text{yd}} \cdot d}} \right) \cdot b_{\text{w}} \cdot d = 16 \cdot \text{kN} \quad (8.9)$$

**Kapasitet fra minimum skjærarmoring**

$$\theta := 21.8\text{deg} \quad \text{Helning av trykkfektet, velger 21.8 grader} \rightarrow \cot(\theta) = 2.5 \quad (8.18)$$

$$V_{\text{Rd.s1}} := \min \left( 0.08 \cdot \frac{\sqrt{f_{\text{ck2}}}}{f_{\text{yk}}} \cdot z \cdot b_{\text{w}} \cdot f_{\text{ywd1}} \cdot \cot(\theta), b_{\text{w}} \cdot z \cdot \frac{f_{\text{cd}^{\text{v}}}}{2} \right) = 13.9 \cdot \text{kN} \quad (8.21)$$

**Bjelke nr.2**

|  |                     |  |
|--|---------------------|--|
| $b_w := 150\text{mm}$  | $d := 300\text{mm}$ | Tverrsnittets bredde og høyde              |
| $z := 0.9 \cdot d = 270 \cdot \text{mm}$   |                     | Indre momentarm                            |
| $\gamma_c := 1.5$  |                     | Materialsikkerhetsfaktor betong            |
| $\gamma_s := 1.05$   |                     | Materialsikkerhetsfaktor stål              |
| $Kval_b := B35$  |                     | Betongkvalitet                             |
| $Kval_s := B500C$  |                     | Stålkvalitet                               |
| $f_{ck} := 35 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  |                     | Karakteristisk betongtrykkfasthet          |
| $f_{yk} = 500 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  |                     | Karakteristisk fasthet stål                |
| $f_{ywk} = 500 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$   |                     | Karakteristisk fasthet armering            |
| $\alpha_{cc} := \left[ \frac{(30\text{MPa})}{f_{ck}} \right]^{\frac{1}{3}} = 0.95$                             |                     | Fasthetsreduksjonsfaktor                   |
| $v := 0.5$   |                     | Reduksjonsfaktor pga. tøyning i armeringen |
| $k_{tc} := 1$  |                     | Langtidsbelastnings koeffisient            |
| $f_{cd} := \alpha_{cc} \cdot k_{tc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 22.165 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ |                     | Dimensjonerende betongfasthet              |
| $f_{yd} = 435 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  |                     | Dimensjonerende fasthet stål               |
| $f_{ywd} = 435 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$   |                     | Dimensjonerende fasthet armering           |

**Minimum skjærkapasitet**

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm} \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32\text{mm}$$

$$V_{\text{Rd.min2017}} := \left( \frac{10}{1.5} \sqrt{\frac{f_{\text{ck1}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_{\text{w}} \cdot d = 27.8 \cdot \text{kN} \quad (8.9)$$

**Kapasitet fra minimum skjærarmering**

$$\theta := 21.8\text{deg} \quad \text{Helning av trykkfektet, velger 21.8 grader} \rightarrow \cot(\theta) = 2.5 \quad (8.18)$$

$$V_{\text{Rd.s1}} := \min \left( 0.08 \cdot \frac{\sqrt{f_{\text{ck2}}}}{f_{\text{yk}}} \cdot z \cdot b_{\text{w}} \cdot f_{\text{ywd1}} \cdot \cot(\theta), b_{\text{w}} \cdot z \cdot \frac{f_{\text{cd}} \cdot v}{2} \right) = 41.7 \cdot \text{kN} \quad (8.21)$$

**Bjelke nr.3**

|  |                     |  |
|--|---------------------|--|
| $b_w := 150\text{mm}$  | $d := 100\text{mm}$ | Tverrsnittets bredde og høyde              |
| $z := 0.9 \cdot d = 90\text{mm}$   |                     | Indre momentarm                            |
| $\gamma_c := 1.5$  |                     | Materialsikkerhetsfaktor betong            |
| $\gamma_s := 1.05$   |                     | Materialsikkerhetsfaktor stål              |
| $Kval_b := B35$  |                     | Betongkvalitet                             |
| $Kval_s := B500C$  |                     | Stålkvalitet                               |
| $f_{ck} := 35 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  |                     | Karakteristisk betongtrykkfasthet          |
| $f_{yk} = 500 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  |                     | Karakteristisk fasthet stål                |
| $f_{ywk} = 500 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$   |                     | Karakteristisk fasthet armering            |
| $\alpha_{cc} := \left[ \frac{(30\text{MPa})}{f_{ck}} \right]^{\frac{1}{3}} = 0.95$                             |                     | Fasthetsreduksjonsfaktor                   |
| $v := 0.5$   |                     | Reduksjonsfaktor pga. tøyning i armeringen |
| $k_{tc} := 1$  |                     | Langtidsbelastnings koeffisient            |
| $f_{cd} := \alpha_{cc} \cdot k_{tc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 22.165 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ |                     | Dimensjonerende betongfasthet              |
| $f_{yd} = 435 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  |                     | Dimensjonerende fasthet stål               |
| $f_{ywd} = 435 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$   |                     | Dimensjonerende fasthet armering           |

**Minimum skjærkapasitet**

$$D_{\text{lower}} := 16\text{mm} \quad d_{\text{dg}} := (16\text{mm} + D_{\text{lower}}) = 32\text{mm}$$

$$V_{\text{Rd.min2017}} := \left( \frac{10}{1.5} \sqrt{\frac{f_{\text{ck1}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \frac{d_{\text{dg}}}{d}} \right) \cdot b_{\text{w}} \cdot d = 16 \cdot \text{kN} \quad (8.9)$$

**Kapasitet fra minimum skjærarmoring**

$$\theta := 21.8\text{deg} \quad \text{Helning av trykkfektet, velger 21.8 grader} \rightarrow \cot(\theta) = 2.5 \quad (8.18)$$

$$V_{\text{Rd.s1}} := \min \left( 0.08 \cdot \frac{\sqrt{f_{\text{ck2}}}}{f_{\text{yk}}} \cdot z \cdot b_{\text{w}} \cdot f_{\text{ywd1}} \cdot \cot(\theta), b_{\text{w}} \cdot z \cdot \frac{f_{\text{cd}^{\text{v}}}}{2} \right) = 13.9 \cdot \text{kN} \quad (8.21)$$



## 14.10 Vedlegg J: Uttrykk som benyttes i den sveitsiske standarden

$$\frac{V_R}{bd\sqrt{f_c}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{1 + 120 \frac{\varepsilon d}{16 + d_g}} \quad (\text{J.1})$$

For å komme fram til beregningsmodellen i den sveitsiske standarden har følgende hypoteser blitt lagt til grunn:

1. Tøyningen,  $\varepsilon$ , er estimert med den antagelsen av at trykksonen  $c = 0,35d$ , og kan dermed uttrykkes på følgende måte:

$$\varepsilon = \varepsilon_s \cdot \frac{0,6d - c}{d - c} \cong 0,41\varepsilon_s$$

2. Lengdearmerningens tøyning,  $\varepsilon_s$ , antas proporsjonal med bøyningmomentet,  $m_{Ed}$ .

Ved flyt ( $m_{Ed} = m_{Rd}$ ) er  $\varepsilon_s = \frac{f_{yd}}{E_s}$ , hvor  $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \approx \phi_s f_y$

3. Momentkapasiteten uttrykkes i henhold til plastisitetsteorien som

$$m_{Rd} = \rho d^2 f_{yd} \left( 1 - \frac{\rho f_{yd}}{2f_{cd}} \right)$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \approx \phi_c f'_c$$

[32]

Ved å introdusere hypotesene ovenfor, samt sikkerhetsfaktoren for betong og 5% fraktilen for skjærstyrke i betong, kan ligning (J.1) omskrives til følgende uttrykk

$$\frac{V_R}{bd\sqrt{f_c}} = \frac{\frac{0,3}{\gamma_c}}{1 + \frac{120 \cdot 0,41}{16 + d_g} \left( \frac{f_{yk}}{\gamma_s E_s} \right) d}$$

Setter så inn  $1 = \frac{m_{Ed}}{m_{Rd}}$

$$\frac{V_R}{bd\sqrt{f_c}} = \frac{\frac{0,3}{\gamma_c}}{1 + \frac{50}{16 + d_g} \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s E_s} \cdot d \cdot \frac{m_{Ed}}{m_{Rd}}}$$

For å forenkle dette, settes det inn følgende verdier:

$$E_s = 205\,000 \text{ MPa}$$

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa}$$

$$d_g = 32 \text{ mm}$$

$$\gamma_c = 1,5$$

$$\gamma_s = 1,15$$

Uttrykket kan dermed skrives på følgende form og endelige uttrykket i SIA 262 finnes:

$$\frac{V_R}{bd\sqrt{f_c}} = \frac{\frac{0,3}{1,5}}{1 + \frac{50}{16 + 32} \cdot \frac{500}{1,15 \cdot 205\,000} \cdot d \cdot \frac{m_{Ed}}{m_{Rd}}}$$

$$\frac{V_R}{bd\sqrt{f_c}} = \frac{0,2}{1 + 0,0022 \cdot d \cdot \frac{m_{Ed}}{m_{Rd}}} \quad (J.2)$$

Denne formelen er relativt enkel å bruke da forholdet  $\frac{m_{Ed}}{m_{Rd}}$  kan settes lik én (konservativt) før man går over til en mer detaljert kontroll [30].

Videre må følgende punkter følges:

1. Tilslagsstørrelsen må settes lik null for høystyrke-betong ( $f_{ck} > 60 \text{ MPa}$ ) og for lettilslag. Dette tar hensyn til at det kritiske snittet vil i disse tilfellene gå igjennom tilslagene.
2. Forholdet  $\frac{m_{Ed}}{m_{Rd}}$  må multipliseres med en faktor 1,5 ved forankringssoner



3. Hvis armeringen ikke er plassert parallelt med skjærretningen må forholdet  $\frac{m_{Ed}}{m_{Rd}}$  multipliseres med en koeffisient lik:

$$\frac{1}{\sin^4\theta + \cos^4\theta}$$

hvor  $\theta$  er vinkelen mellom armeringsretningen og skjærretningen. Denne koeffisienten tar hensyn til at risset blir bredere når armeringen ikke er plassert parallelt med skjærretningen.

4. Ved aksielle krefter,  $n_d$ , kan det kritiske risset blir viere eller redusert avhengig om det er strekk- eller trykkrefter. Dermed må  $m_{Ed}$  erstattes med  $(m_{Ed} - m_{Dd})$  og  $m_{Rd}$  erstattes med  $(m_{Rd} - m_{Dd})$ , der  $m_{Dd}$  er bøyemomentet som sørger for null armeringstøyning, også kalt dekompresjonsmomentet. Denne verdien kan finnes ved:

$$m_{Dd} = -n_d \left( \frac{h}{2} - \frac{d}{3} \right) \quad \text{for } n_d < 0$$

$$m_{Dd} = -n_d \left( \frac{h}{2} - d' \right) \quad \text{for } n_d > 0$$

5. Verdien 0,0022 i kapasitetsuttrykket (J.2) gjelder når kreftene har blitt beregnet fra en elastisk analyse. Hvis kreftene finnes fra en plastisk analyse må verdien erstattes med 0,003. Dette på grunn av at når armeringen flyter vil rissvidden øke og dermed redusere skjærkapasiteten til elementet.