

Verifikasjon av beregningsmodeller for skjærkapasitet av betongkonstruksjoner

En analyse av beregningsmodeller basert på
Critical Shear Crack Theory

Morten Fjeld Eriksen

Master i Bygg- og miljøteknikk

Innlevert: juni 2018

Hovedveileder: Jan Arve Øverli, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk



Institutt for konstruksjonsteknikk

Fakultet for ingeniørvitenskap


NTNU- Norges teknisk- naturvitenskapelige universitet

TILGJENGELIGHET

Åpen

MASTEROPPGAVE 2018

FAGOMRÅDE: Konstruksjonsteknikk	DATO: 11/06-2018	ANTALL SIDER: 129
------------------------------------	------------------	-------------------

TITTEL: Verifikasjon av beregningsmodeller for skjærkapasitet av betongkonstruksjoner Verification of calculation models for shear strength in concrete members	
UTFØRT AV: Morten Fjeld Eriksen	

<p>SAMMENDRAG:</p> <p>Denne avhandlingen vurderer beregningsmodeller for skjærkapasitet til rektangulære slakarmerte betongbjelker og enveisdekker uten skjærarmering, dette relatert til den planlagte Eurokode 2 revisjonen. Beregningsmodellen som ligger til grunn for endringene i denne revisjonen er Critical Shear Crack Theory og vil bli presentert fra to forskjellige stadier. Først den originale beregningsmodellen fra 2008, og deretter videreutviklingen fra 2017. Det har i tillegg blitt presentert Eurokode 2 slik formelverket er i dag, og endringer utført i forbindelse med den planlagte revisjonen av Eurokode 2. I tillegg har det blitt utført parametersammenligninger av beregningsmodellene for å undersøke avhengighet til de forskjellige parametrene som påvirker skjærkapasiteten.</p> <p>Analytiske og eksperimentelle studier har observert at skjærkapasiteten til slakkarmert konstruksjonsdeler uten skjærarmering er primært avhengig av betongtrykkfastheten, betongstrekkfasthet, størrelseseffekten, armeringsforholdet, skjærspenn-dybde forholdet og tilslagstørrelsen. Det er derfor viktig å implementere disse essensielle parametrene for korrekt å analysere hvordan interne og eksterne krefter forplanter seg i betongkonstruksjonen.</p> <p>For den planlagte revisjonen av Eurokode 2 og videreutviklingen av CSCT har de essensielle parametrene blitt implementert tilsvarende likt. Det er noen forskjeller i bruken av kontrollsnitt og kriterier i forhold til bruken av disse parametrene, men dette gir ingen drastiske endringer av skjærkapasiteten. Eurokode 2 på den andre siden benytter ikke slankhetsforholdet, tilslagstørrelsen og skjærspennet. I tillegg ble det observert at størrelseseffekten benyttet i Eurokode 2 førte til en betydelig større skjærkapasitet enn for den planlagte revisjonen av Eurokode 2 og videreutviklingen av CSCT. Dette kan føre til usikre løsninger for dimensjonering av slankbjelker og konstruksjoner med høy effektiv tverrsnittsdybde.</p> <p>Det ble observert at den planlagte revisjonen av Eurokode 2 kan implementere enkle endringer uten store konsekvenser. Videreutviklingen av CSCT benytter alle skjæroverføringskreftene i utledningen av beregningsmodellen. Dette kan føre til at nye ideer og observasjoner kan bli implementert på en mer effektiv måte. Dette er essensielt for et fremtidsrettet formelverk.</p>
FAGLÆRER: Jan Arve Øverli
VEILEDER: Jan Arve Øverli
UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk, NTNU

Forord

Denne avhandlingen er en avsluttende masteroppgave for studieprogrammet Bygg- og miljøteknikk med fordypning i konstruksjonsteknikk ved fakultetet for ingeniørvitenskap og teknologi ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet. Masteroppgaven er utarbeidet i løpet av en periode på 20 uker fra januar til juni 2018.

Jeg ønsker å rekke en takk til min veileder Jan Arve Øverli, professor ved Institutt for konstruksjonsteknikk, for god oppfølging, engasjement og veiledning under arbeidet med denne avhandlingen.

Jeg vil også rette en takk til mine klassekamerater og medstudenter som har bidratt til en hyggelig og kunnskapsrik studietid ved NTNU i Trondheim.

Trondheim, 9. juni 2018



Morten Fjeld Eriksen

Sammendrag

Denne avhandlingen vurderer beregningsmodeller for skjærkapasitet til rektangulære slakarmerte betongbjelker og enveisdekker uten skjærarmering, dette relatert til den planlagte Eurokode 2 revisjonen. Beregningsmodellen som ligger til grunn for endringene i denne revisjonen er Critical Shear Crack Theory og vil bli presentert i forskjellige stadier. Først den originale beregningsmodellen fra 2008, og deretter videreutviklingen fra 2017. Det har i tillegg blitt presentert Eurokode 2 slik formelverket er i dag, og endringer utført i forbindelse med den planlagte revisjonen av Eurokode 2. Hovedfokuset i avhandlingen er å belyse sammensetningen, teorigrunnet og utviklingen av disse beregningsmodellene. I tillegg har det blitt utført parametersammenligninger av beregningsmodellene for å undersøke avhengighet til de forskjellige parameterne som påvirker skjærkapasiteten.

Analytiske og eksperimentelle studier har observert at skjærkapasiteten til slakkarmert konstruksjonsdeler uten skjærarmering er primært avhengig av betongtrykkfastheten, betongtrekkfasthet, størrelseseffekten, armeringsforholdet, skjærspenn-dybde forholdet og tilslagstørrelsen. Det er derfor viktig å implementere disse parameterne for korrekt å analysere hvordan interne og eksterne krefter forplanter seg i betongkonstruksjonen. Når riss forplanter seg i betongkonstruksjonen kan flere skjæroverføringsmekanismer dannes. Disse skjæroverføringsmekanismene er observert å være skjærspenninger i urisset betongtrykksone, aggregate interlock, dybel effekten av lengdearmeringen, resterende strekkspenninger, og bue effekten.

For den planlagte revisjonen av Eurokode 2 og videreutviklingen av CSCT har de essensielle parameterne blitt implementert tilsvarende likt. Det er noen forskjeller i bruken av kontrollsnitt og kriterier i forhold til bruken av disse parameterne, men dette gir ingen drastiske endringer av skjærkapasiteten. Eurokode 2 på den andre siden benytter ikke slankhetsforholdet, tilslagstørrelsen og skjærspennet. I tillegg ble det observert at størrelseseffekten benyttet i Eurokode 2 førte til en betydelig større skjærkapasitet enn for den planlagte revisjonen av Eurokode 2 og videreutviklingen av CSCT. Dette kan føre til usikre løsninger for dimensjonering av slankebjelker og konstruksjoner med høy effektiv tverrsnittsdybde.

Det ble observert at den planlagte revisjonen av Eurokode 2 kan implementere enkle endringer uten store konsekvenser. Videreutviklingen av CSCT benytter alle skjæroverføringskreftene i utledningen av beregningsmodellen. Dette vil kunne føre til at nye ideer og observasjoner kan implementeres på en effektiv måte, som er viktig for et bærekraftig og fremtidsrettet formelverk.

Abstract

This thesis evaluates calculation models for shear strength in rectangular reinforced concrete beams and one-way slabs without transverse reinforcement, in conjunction with the renewal of Eurocode 2. The calculation model that underlines the changes in the renewal of Eurocode 2 is Critical Shear Crack Theory and will be presented from two different stages of its development. First the original calculation method from 2008, and then the developed calculation method from 2017. Eurocode 2 used today and changes done in conjunction with the renewal of Eurocode 2 will also be reviewed. The main focus in this thesis is to evaluate the composition, underlining theory and the development of these calculation models. It has also been used parameter comparison of the calculation methods to evaluate the different parameter dependencies to the shear strength.

Analytical and experimental studies have found that the shear strength in reinforced concrete members without transverse reinforcement is primarily dependent on the concrete compression strength, tension strength, size effect, longitudinal reinforcement ratio, shear span to depth ratio and aggregate size. It is therefore important to implement these essential parameters to correctly analyze how internal and external forces propagate in the concrete member. When cracks propagate in a concrete member different shear transfer mechanisms can be formed. These shear transfer mechanisms are observed to be shear stresses in the uncracked concrete zone, aggregate interlock, dowel action, residual tensile stresses and the arching action.

For the planned renewal of Eurocode 2 and the further developed CSCT the essential parameters have been implemented similarly. There are some differences in the use of control sections and criteria relative to the use of these parameters, but it does not give any drastic changes to the shear strength of the concrete members. Eurocode 2 on the other hand does not include the shear slenderness ratio, aggregate size and shear span in its calculation method. Furthermore it was observed that the size effect used in Eurocode 2 gave a substantial bigger shear strength than for the planned renewal of Eurocode 2 and the further developed CSCT. This can lead to unsafe solutions for design of slender beams and members with large effective depth.

It was observed that the planned renewal of Eurocode 2 can implement simple changes without big consequences. The further developed CSCT implements all the shear transfer mechanisms in its calculation model. This can lead to new ideas and observations being implemented in a more efficient way. This is essential to a forward-thinking framework.

Innholdsfortegnelse

FORORD	I
SAMMENDRAG	III
ABSTRACT	V
1 INNLEDNING	1
1.1 OPPGAVENS FORMÅL	2
1.2 ORGANISERING AV OPPGAVEN	3
2 SKJÆRDIMENSJONERING	5
2.1 SKJÆRVIRKNING FOR KONSTRUKSJONSDELER UTEN SKJÆRARMERING	5
2.1.1 Skjærspenning	5
2.1.2 Risstyper	9
2.2 BRUDDFORMER FOR BJELKER	10
2.2.1 Bruddformer for $a/d < 1$	10
2.2.2 Bruddformer for $1 < a/d < 2.5$	11
2.2.3 Bruddformer for $2.5 < a/d < 6$	12
2.2.4 Bruddformer for $a/d > 6$	12
2.3 ESSENSIELLE PARAMETERE FOR SKJÆRKAPASITETEN	12
2.4 SKJÆROVERFØRINGSKREFTER OG MODELLER	14
2.4.1 Betong trykksone	14
2.4.1 Aggregate interlock	15
2.4.2 Dybel effekten	18
2.4.3 Resterende strekkspenning	20
2.4.4 Bue effekten	25
3 CRITICAL SHEAR CRACK THEORY	30
3.1 BELASTNING OG KRITISK SKJÆRRISS ÅPNINGS FORHOLD	30
3.2 BEREGNINGSMODELL	33
3.3 FORENKLET BEREGNINGSMODELL	35
4 VIDEREUTVIKLING AV CRITICAL SHEAR CRACK THEORY	40
4.1 BELASTNING OG KRITISK SKJÆRRISS ÅPNINGS FORHOLD	40
4.2 BIDRAG FRA SKJÆROVERFØRINGSMEKANISMER	42
4.2.1 Rissform og kinematikk	43
4.2.2 Bidrag fra resterende strekkspenning	47
4.2.3 Bidrag fra aggregate interlock	51

4.2.4	<i>Bidrag fra dybel effekten</i>	56
4.2.5	<i>Bidrag fra trykksonen</i>	60
4.3	TOTAL SKJÆRKAPASITET	63
4.3.1	<i>Lokasjon av det kritiske skjærrisset</i>	64
4.4	BEREGNINGSMODELL FOR LUKKET UTRYKK	66
4.4.1	<i>Lukket utrykk for punkt belastede bjelker</i>	70
4.4.2	<i>Lukket utrykk for jevnt fordelt belastede bjelker</i>	71
5	EUROKODE 2	75
5.1	GRUNNLAG FOR NÅVÆRENDE FORMELVERK.....	75
5.2	VERIFIKASJONSPROSEDYRER ETTER NÅVÆRENDE EUROKODE EC2	76
6	PLANLAGT REVISJON AV EUROKODE 2	79
6.1	KONTROLLPROSEDYRER	79
6.2	BEREGNINGSMODELL.....	80
6.3	MINIMUM SKJÆRKAPASITET.....	81
6.4	LUKKET UTRYKK FOR SKJÆRKAPASITETEN.....	82
7	SAMMENLIGNING AV BEREGNINGSMODELLENE	85
7.1	GRUNNLAG FOR PARAMETERSAMMENLIGNING	85
7.2	PARAMETERSAMMENLIGNING	89
7.2.1	<i>Sammenligning for varierende trykkfasthet</i>	89
7.2.2	<i>Sammenligning for varierende armeringsforhold ved økende armeringsmengde</i>	91
7.2.3	<i>Sammenligning for varierende effektivt tverrsnittsdybde</i>	92
7.2.4	<i>Sammenligning for varierende skjærspenn-dybde forholdet ved økende skjærspenn</i>	94
7.2.5	<i>Sammenligning for varierende tilslagsstørrelse</i>	96
7.3	OPPSUMMERING AV SAMMENLIGNING.....	97
8	DISKUSJON	99
8.1	BEREGNINGSMODELL FORSKJELLER	99
8.1.1	<i>Kontrollsnitt</i>	99
8.1.2	<i>Tilnærmet opphøyd funksjonsutrykk</i>	100
8.1.3	<i>Mulighet for endringer</i>	101
8.2	DRØFTING AV BEREGNINGSMODELLENE	102
8.2.1	<i>Forenklingen av trykksonehøyden</i>	102
8.2.2	<i>Innvirkningen fra aggregate interlock</i>	103
8.2.3	<i>Tilslagsstørrelse for CSCT fra 2008</i>	104
8.3	AVHANDLINGENS BEGRENINGER OG STYRKER	104
8.3.1	<i>Sterke sider</i>	104

8.3.2	<i>Begrensninger</i>	105
9	OPPSUMMERING OG KONKLUSJON	106
9.1	VIDERE ARBEID	107
	REFERANSER	108

Figurliste

Figur 2.1: Praktisk illustrasjon av skjærkraft	5
Figur 2.2: Illustrasjon av hvordan interne krefter forplanter seg i tverrsnittet;.....	7
Figur 2.3: Avstand fra N.A til tyngdepunkt i arealet over element 2.....	8
Figur 2.4: Opprisset tverrsnitt i bruksgrensetilstand	8
Figur 2.5: Spenningstilstand i et lineært elastisk materiale;.....	9
Figur 2.6: Riss typer som kan oppstå i en betongkonstruksjon.....	10
Figur 2.7: Illustrasjon av avstandene a og d.....	10
Figur 2.8: Bruddformer som kan oppstå for konstruksjoner med $a/d < 1$	11
Figur 2.9: Bruddformer som kan oppstå for konstruksjoner med $1 < a/d < 2.5$	12
Figur 2.10: Bruddformer som kan oppstå for konstruksjoner med $2.5 < a/d < 6$	12
Figur 2.11: Kinematikk i riss foreslått av Walraven	16
Figur 2.12: Resultater fra eksperimentene	17
Figur 2.13: Illustrasjon av dybel effekten	18
Figur 2.14: Bruddmekanismer for dybel effekten	19
Figur 2.15: Spenninger opp imot rissbredde for fiktiv rissmodell	21
Figur 2.16: Sammenligning av fiktiv rissmodell.....	22
Figur 2.17: Riss geometri fra.....	22
Figur 2.18: Ikke-lineær bruddmekanikk.....	23
Figur 2.19: Bi-lineær tilnærming av spenning/rissbredde kurven.....	25
Figur 2.20: Bue effekten nedre grense likevekt	26
Figur 2.21: Løsning basert på nedre grense av plastisitetsteorien.....	26
Figur 2.22: Spenningsfelt i en uopprisset tilstand ifølge elastisitetsteorien.....	27
Figur 2.23: Utvikling av rissmønster.....	27
Figur 2.24: Albueformet trykk- og strekkspenningsfelt etter etablert kritisk skjærriss	28
Figur 2.25: Direkte trykkspenningsfelt på grunn av aggregate interlock.....	29
Figur 2.26: Kombinasjon av direkte og albueformet spenningsfelt	29

Figur 3.1: Kontrollsnitt for: (a) punkt belastede bjelker og (b) jevnt fordelt belastede bjelker	31
Figur 3.2: Vurdering av langsgående tøyning i kontrolldybden	32
Figur 3.3: Skjærkapasitetsuttrykk (3.13) sammenlignet med bjelketester	34
Figur 3.4: Forenkling til rektangulær trykkspenning	36
Figur 3.5: Oppdeling i arealer av trykkspenningsfordelingen.....	36
Figur 4.1: Åpning u av det kritiske skjærriss i en region med lengde l_b	41
Figur 4.2: Illustrasjon av alle skjæroverførings bidragene ved det kritiske skjærrisset	42
Figur 4.3: Illustrasjon av det kritisk skjærrisset	44
Figur 4.4 Tilnærming av rissvinkel β_{AB} i segment A-B	45
Figur 4.5: Likevekt av interne krefter fra de forskjellige skjæroverføringskreftene	45
Figur 4.6: Rissåpning w langs det kritiske risset.....	46
Figur 4.7: Dybden d_F av det kritiske skjærrisset	47
Figur 4.8: Krefter i segment B-F.....	50
Figur 4.9: Bidraget fra resterende strekkspenning opp imot en økende åpning av det kritiske skjærrisset ($\epsilon_s d/d_{dg}$)	51
Figur 4.10: Krefter langs segment A-B.....	54
Figur 4.11: Kinematikk, rissbredde (w) og glidningen (δ) av det kritiske risset.....	55
Figur 4.12: Bidraget fra aggregate interlock	56
Figur 4.13: Spenninger ved armeringen	57
Figur 4.14: Bruddplan	58
Figur 4.15: Reduksjonsfaktoren k_b som en funksjon av armeringstøyningen.....	59
Figur 4.16: Bidrag fra dybel effekten.....	60
Figur 4.17: Spenningsfelt benyttet for å finne skjærkraft bidraget fra trykksonen	61
Figur 4.18: Bidraget fra trykksonen	63
Figur 4.19: Bidrag fra alle skjæroverføringsmekanismene	64
Figur 4.20: Potensielle lokasjoner for det kritiske skjærrisset	64
Figur 4.21: Skjærkapasitet ved forskjellige kontrollsnitt med referansebjelke C64	65

Figur 4.22: Bidrag fra skjæroverføringskreftene ved økning av x_d	66
Figur 4.23: Tilnærmet funksjonsuttrykk innenfor øvre og nedregrense av bruddområde	67
Figur 4.24: h_F for forskjellige armeringsforhold ut i fra skjærkapasitetsuttrykk (4.46).....	69
Figur 4.25: Innvirkningen på k_d	69
Figur 4.26: Skjærkapasitet sammenlignet med r_F ved forskjellige påvirkninger.....	70
Figur 4.27: Skjær- og momentforløp for jevnt fordelt belastet bjelke	72
Figur 4.28: Interne krefter for en fritt opplagt bjelke belastet med jevnt fordelt last.....	73
Figur 4.29: Skjærkapasitet som en funksjon av x_F ved forskjellige påvirkninger	73
Figur 6.1: Sammenligning av hyperbolisk og opphøyde bruddkriteriene.....	81
Figur 7.1: Sammenligning av trykkfastheten for hver enkel beregningsmetode	90
Figur 7.2: Sammenligning av armeringsforholdet for hver enkel beregningsmetode.....	91
Figur 7.3: Sammenligning av effektivt tverrsnittsdybde for hver enkel beregningsmetode	93
Figur 7.4: Illustrasjon av Eurokode 2 revisjonen med og uten kriteriet $a_{cs} \geq 2.5d$	94
Figur 7.5: Sammenligning skjærspenn-dybde forhold for hver enkel beregningsmetode	95
Figur 7.6: Sammenligning av tilslagstørrelsen for hver enkel beregningsmetode.....	96
Figur 7.7: Sammenligning av videreutvikling CSCT med og uten k	97
Figur 8.1: Illustrasjon av antagelsen om at $c=0.35$ mot beregnet c	103

Tabelliste

Tabell 4.1: Eksempel bjelke	43
Tabell 4.2: Parameterverdier for øvre- og nedregrense for skjærkapasitetsuttrykk (4.46)	66
Tabell 4.3: Kontrollsnitt r_F , x_F og moment-skjær forhold a_{cs} for punkt last	71
Tabell 4.4: Kontrollsnitt r_F , x_F og moment-skjær forhold a_{cs} for jevnt fordelt last.....	74
Tabell 6.1: Kontrollsnitt r_f , x_f og moment-skjær forhold a_{cs} for punkt last.....	83
Tabell 6.2: Kontrollsnitt r_f , x_f og moment-skjær forhold a_{cs} for jevnt fordelt last	84
Tabell 7.1: Parameterverdier som har blitt benyttet i sammenligningene.....	85
Tabell 7.2: Resterende parameterverdier	86

Tabell 7.3: Kontrollsnitt x_F og moment-skjær forhold a_{cs} for punkt last.....	87
Tabell 7.4: Kontrollsnitt x_F og moment-skjær forhold a_{cs} for jevnt fordelt last.....	88
Tabell 7.5: Oppsummering av formeluttrykk for evaluering av skjærkapasitet.....	89

1 Innledning

Dimensjonering av betongkonstruksjoner utsatt for bøyning på grunn av interne momenter og aksialkrefter kan beskrives ved bruk av bjelketeorien, som fører til en enkel, presis og effektiv dimensjoneringsmodell. Bjelketeorien bygger på antagelsen om at plane snitt forblir plane og kan benyttes også etter opprissing. Dette fordi vertikale riss er vinkelrett til bøyaksen, som videre fører til at hypotesen om at plane snitt forblir plane kan antas. I tillegg har betongen lav strekkfasthet i forhold til trykkfasthet som fører til at strekkspenningen kan bli neglisjert ved risset [1].

I motsetning til dimensjonering av konstruksjoner utsatt for bøyning, er skjærbrudd initiert av skråriss forårsaket av både skjærkrefter i kombinasjon med momenter og aksialkrefter. Etersom skjærbrudd blir initiert av skråriss og er avhengig av en rekke forskjellige parametere, må skjærdimensjonering ta hensyn til en bestemt lengde av betongkonstruksjonen og ikke et enkelt snitt [1]. Dette har medført at skjærdimensjonering av betongkonstruksjoner er et av områdene, innenfor prosjektering av betongkonstruksjoner, som har hatt høy prioritering av forskere opp igjennom tidene. Denne forskningen baserer seg hovedsakelig på skjærdimensjonering av betongkonstruksjoner uten skjærarmering. Dette fordi betongkonstruksjoner med skjærarmering kan relativt lett beskrives ved bruk av fagverksmodeller, og det er stor enighet om hvilke modeller som gir mest presise resultater.

Det er en generell enighet om hvilke mekanismer som kan benyttes for å beskrive virkningen av betongkonstruksjoner utsatt for skjærkrefter, men betydningen av de ulike mekanismene er behandlet forskjellig i hvert enkelt land. Dette har medført at det har blitt utviklet forskjellige skjærdimensjonerings prosedyrer i de ulike standardene som benyttes i dag.

Det er hovedsakelig to forskjellige metoder for utvikling av beregningsmodeller for skjærdimensjonering. Den første, og kanskje den vanligste metoden er en empirisk modell. Empiriske modeller benytter observasjoner som grunnlag for modellen. Disse observasjonene kommer hovedsakelig fra eksperimentelle forsøk. Ved bruk av regresjonsanalyse kan sammenhengen til en eller flere uavhengige variabler beskrives. Ofte vil disse variablene sammen med konstanter bli benyttet for tilpassing av funksjonsuttrykk til eksperimentelle verdier. Den andre metoden er en mekanisk modell. For mekaniske modeller benyttes også observasjoner fra eksperimentelle forsøk, men dette i samvirke med likevektsbetraktninger. Prinsippet til en mekanisk modell for skjærdimensjonering er å danne en forståelse for egenskapene til betong ved hjelp av fysiske lover.

1. Innledning

I Norge benyttes «Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner» som prosjekteringsunderlag [2]. Skjærdimensjonering for konstruksjonsdeler uten skjærarmering i denne standarden baserer seg på empiriske forsøk. En revisjon av Eurokode 2 er planlagt i 2025, hvor blant annet skjærdimensjonering er forsøkt endret fra en empirisk basert beregningsmodell til en fysisk beregningsmodell. Det har blitt dannet en prosjektgruppe som har kommet med et foreløpig utkast som forhåpentlig vil danne den endelige revisjonen av Eurokode 2. Denne prosjektgruppen heter SC2.T1 og inkluderer Muttoni, Caldentey, Hegger, Vill, Shave og Menegotto [3]. den planlagte revisjonen av Eurokode 2 baserer seg på en allerede etablert teori, Critical Shear Crack Theory (CSCT), først omtalt i 1991 av Muttoni [4]. Det er flere grunner til at skjærdimensjonerings prosedyrer blir revidert fra de empiriske beregningsmodellene en benytter i dagens formelverk. Kort forklart så innebærer disse at en rekke faktorer som i nyere tid har blitt observert å ha en stor innvirkning på skjærkapasiteten, er utelatt i dagens Eurokode 2. Dette i tillegg til et ønske om å øke forståelsen for brukeren, ved å implementere fysiske forhold i beregningsmodellen.

1.1 Oppgavens formål

I forbindelse med den planlagte revisjonen av Eurokode 2, har denne oppgaven hovedfokus på beregningsmodellen som ligger til grunn for endringene i dette formelverket. Denne beregningsmodellen baserer seg på Critical Shear Crack Theory (CSCT). CSCT vil bli presentert fra to forskjellige stadier. Først den originale beregningsmodellen utviklet av Muttoni og Fernández Ruiz [5] i 2008, og deretter videreutviklingen av CSCT av Cavagnis, et al [6] i 2017. Oppgaven omhandler også Eurokode 2 slik formelverket er i dag, og endringer utført i forbindelse med den planlagte revisjonen av Eurokode 2. Oppgaven vil se nærmere på sammensetning, teorigrunnlag og utviklingen av disse beregningsmodellene. Beregningsmodellene vil bli presentert med fokus på forståelse og brukervennlighet for leseren. Dette har blitt gjort ved utledninger, belyse og visualisere mekanismer og de essensielle parameterne som teoriene bygger på. I tillegg har det blitt utført sammenligninger av beregningsmodellene for å illustrere beregningsmodellenes avhengighet til de forskjellige parameterne.

Motivasjonen for avhandlingen er å belære bygg studenter med basiskunnskap innenfor matematikk og realfag, samt de med eksisterende kunnskap om konstruksjonsteknikk og prosjektering om Critical Shear Crack Theory og hvordan denne teorien blir anvendt i beregningsmodellen implementert i den planlagte revisjonen av Eurokode 2.

1. Innledning

Oppgaven er utviklet på bakgrunn av et litteraturstudie. Den baserer seg hovedsakelig på forskningsartikler og litteratur fra fagfolk som har direkte eller indirekte vært med på å utvikle disse beregningsmodellene og gjennomført fysiske forsøk knyttet til skjærdimensjonering. I tillegg har formelverkene Eurokode 2 og Model Code 2010 blitt anvendt. Grunnlags dokumentasjonen for både Eurokode 2 og den planlagte revisjonen av Eurokode 2 er også anvendt.

Oppgaven er avgrenset til å kun se på skjærdimensjonering for slanke armerte bjelker og enveisdekker uten skjærarmoring. I tillegg vil beregningsmodellene og deres anvendelse, kun bli presentert for fritt opplagte bjelker utsatt for punkt og jevnt fordelt belastning. Forspente og etterspente bjelker er ikke presentert i denne oppgaven og deres aksialpåvirkning på beregningsmodellene er derfor utelatt. Sammenligningen av beregningsmodellene er kun blitt utført med hensyn på de essensielle parameterne. Disse avgrensningene har blitt gjort for å konkretisere og mer detaljert forklare CSCT.

1.2 Organisering av oppgaven

Denne avhandlingen er delt inn i 9 kapitler. Disposisjonen er lagt opp for at leseren skal først bli introdusert for teorien knyttet til skjærdimensjonering for så å dykke dypere inn i de enkelte beregningsmetodene. Punktene under gir en kort beskrivelse av hvilke temaer som behandles i hvert enkelt kapittel:

- Kapittel 2 gir en innføring av virkningen av skjær på konstruksjoner uten skjærarmoring, og hvilke bruddformer som kan oppstå på grunn av dette. I tillegg vil de essensielle parameterne som påvirker skjærkapasiteten bli presentert. Til slutt vil de forskjellige skjæroverføringsmekanismene og deres teorigrunnlag bli belyst.
- Kapittel 3 presenterer den originale CSCT beregningsmodellen utarbeidet av Muttoni og Fernández Ruiz [5] i 2008. Her vil bakgrunnsteorien, hovedprinsippene og sammensetningen av beregningsmodellen bli belyst. Til slutt vil en forenklet beregningsmodell bli presentert.
- Kapittel 4 har til hensikt å forklare hva som har blitt gjort for å videreutvikle CSCT fra dens originale form i 2008. Utledning av hvert enkelt bidrag fra skjæroverføringsmekanismene benyttet i denne beregningsmodellen vil bli presentert og forklart, samt hvordan disse påvirker skjærkapasitet. Deretter vil den detaljerte beregningsmodellen bli belyst. Til slutt vil beregningsmodellen basert på et lukket uttrykk for både jevnt fordelt og punkt belastede bjelker bli presentert.

1. Innledning

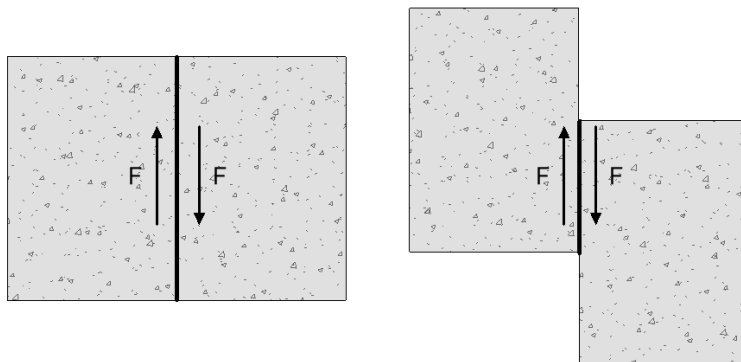
- Kapittel 5 presenterer bakgrunnen til beregningsmetodene for skjærkapasitet av betongkonstruksjoner uten skjærarmoring som benyttes i nåværende Eurokode 2.
- Kapittel 6 tar for seg endringene utført i den planlagte revisjonen av Eurokode 2 for skjærkapasiteten til betongkonstruksjoner uten skjærarmoring. Her vil endringer i skjærdimensjonerings verifikasjoner som benyttes bli utledet og beskrevet.
- Kapittel 7 har som formål å illustrere parameterforskjellene for å lettere forstå hvorfor disse beregningsmodellene gir forskjellige skjærkapasiteter. Dette blir gjort ved en parametersammenligning av beregningsmodellene, hvor ulikheter og likheter blir forklart.
- Kapittel 8 vil oppsummere og drøfte beregningsmodellene. Der sammenligningen i kapittel 7 så på de essensielle parameterne i detalj og sammenlignet disse, vil dette kapitlet diskutere og vurdere beregningsmodellene i sin helhet. I tillegg vil det bli stilt noen spørsmål til beregningsmodellenes valg av antagelser og vektlegging av enkelte parametere og kriterier. Sterke og svake sider ved denne avhandlingen vil også bli belyst avslutningsvis i dette kapitlet.
- Kapittel 9 inneholder en oppsummering og en konklusjon av avhandlingen, samt anbefalinger til videre arbeid.

2 Skjærdimensjonering

Skjærbrudd blir initiert på grunn av riss som forplanter seg skrått eller kvasi-vertikalt i konstruksjonen. Disse rissene fremkommer ikke bare av skjærkrefter men også av skjærkrefter i kombinasjon med momenter og aksialkrefter. Skjærbruddlasten er avhengig av en rekke faktorer. Disse faktorene er materialrelaterte parametere, geometri, belastningsforutsetninger og strukturelle egenskaper for konstruksjonsdelen. Dette kapitlet gir en innføring av virkningen av skjær på konstruksjoner uten skjærarmoring og hvilke bruddformer som kan oppstå på grunn av dette. I tillegg vil de essensielle parameterne som påvirker skjærkapasiteten bli presentert. Til slutt vil de forskjellige skjæroverføringsmekanismene og deres teorigrunnlag bli belyst.

2.1 Skjærvirkning for konstruksjonsdeler uten skjærarmoring

For å ta hensyn til påvirkningen fra skjærspenninger i betongtversnitt er det viktig å vite hvordan disse spenningene fordeler seg i konstruksjonen. Skjærspenninger fremkommer av skjærkraft fra ytre belastning. Praktisk kan skjærkraft forklares ved at en ser for seg to klosser limt i sammen med en kraft (F) plassert på hver side av limflaten (Figur 2.1). Limflaten har en styrke som holder boksene sammen. Dersom kraften overskrider denne styrken, fordeler klossene seg fra limflaten. Kraften som virker langs denne flaten kalles avskjæringskraft eller skjærkraft (V).



Figur 2.1: Praktisk illustrasjon av skjærkraft

2.1.1 Skjærspenning

Spenninger er kraft per arealenhet. Skjærspenningen (τ) kan utledes ved å benytte likevekt av kreftene over (element 2) og under (element 1) tyngdepunktaksen (N.A) (Figur 2.2a). Ved å benytte horisontallikevekt av elementet under snitt 1-1 (Figur 2.2d), kan skjærspenningen utledes:

2. Skjærdimensjonering

$$\begin{aligned}\sum F_x &= (F_t + dF_t) - F_t - \tau b dx = 0 \\ \tau b dx &= dF_t = \frac{dM}{Z} \\ \tau &= \frac{dM}{dx z b} = \frac{V}{z b}\end{aligned}\tag{2.1}$$

Ettersom skjærspenningen er uavhengig av dybden til tverrsnittet under tyngdepunktsaksen vil dette medføre at verdien av skjærspenningen blir konstant i dette område slik Figur 2.2c) illustrerer. En kan nå ta horisontallikevekt av elementet over snitt 2-2 (Figur 2.2):

$$\begin{aligned}\sum F_x &= F_c - (F_c + dF_c) + \tau b dx = 0 \\ \tau b dx &= dF_c\end{aligned}$$

hvor dF_c kan utledes ved integralet av $d\sigma = (dM/I_c) y$ over arealet av trykksonen over snitt 2-2 (Figur 2.2):

$$dF_c = \int_{A_2} d\sigma dA = \int_{A_2} \frac{dM}{I_c} y dA = \frac{dM}{I_c} \int_{A_2} y dA$$

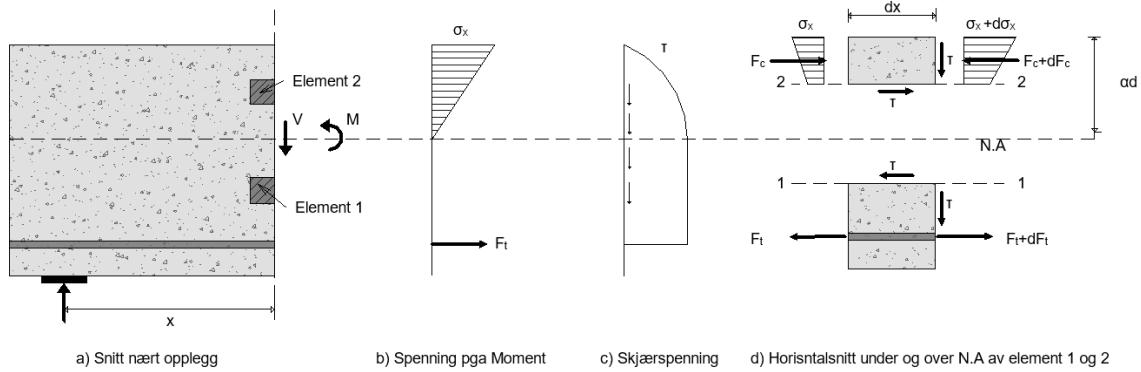
Setter en inn det statiske momentet S_M for $\int_{A_2} y dA$ for en:

$$\begin{aligned}\tau b dx &= \frac{dM}{I_c} S_M \\ \tau &= \frac{dM S_M}{dx I_c b}\end{aligned}$$

hvor $V = dM/dx$:

$$\tau = \frac{V S_M}{I_c b}\tag{2.2}$$

2. Skjærdimensjonering



Figur 2.2: Illustrasjon av hvordan interne krefter forplanter seg i tverrsnittet; (a) oppdelte elementer for bestemmelse av skjærspenning, (b) spenninger på grunn av moment, (c) skjærspenning og (d) likevekt av krefter [7]

Det statiske momentet S_M kan uttrykkes som:

$$S_M = \int_{A_2} y dA = y_{st} A_2$$

hvor y_{st} er avstand fra tyngdepunktsaksen til tyngdepunktet i arealet over element 2 A_2 (Figur 2.3). A_2 og y_{st} blir da:

$$y_{st} = y + \frac{\alpha d - y}{2} = \frac{1}{2}(\alpha d + y)$$

$$A_2 = b(\alpha d - y)$$

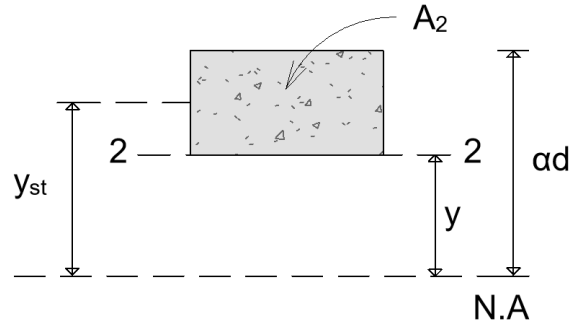
Setter en inn for A_2 og y_{st} for det statiske momentet S_M får en:

$$S_M = \frac{1}{2}(\alpha d + y)(\alpha d - y)b = \frac{1}{2}(\alpha^2 d^2 - y^2)b$$

Setter en nå inn for S_M i uttrykk (2.2) ender en opp med:

$$\tau = \frac{V}{I_c} \frac{1}{2}(\alpha^2 d^2 - y^2) \quad (2.3)$$

2. Skjærdimensjonering

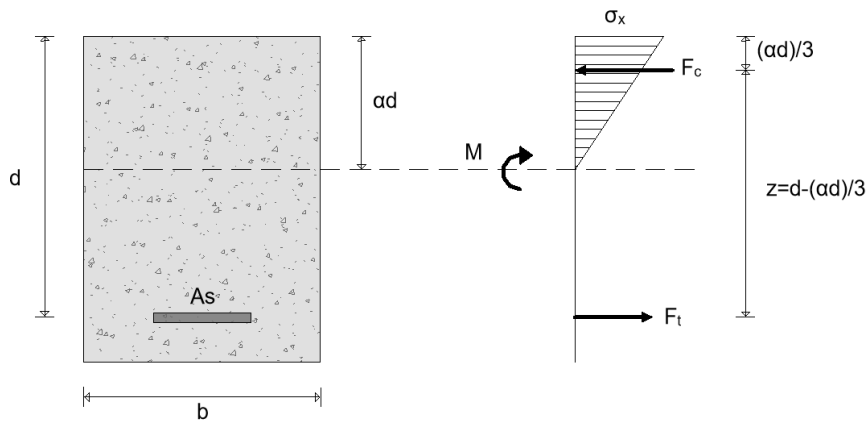


Figur 2.3: Avstand fra N.A til tyngdepunkt i arealet over element 2

Det kan observeres at skjærspenningen (τ) vil variere langs dybden av tverrsnittet over tyngdepunktsaksen. Spenningsbildet vil da bli parabel formet (Figur 2.2c) med $\tau = 0$ i toppen av trykkkranden og ved $y = 0$ (tyngdepunktsaksen) kan skjærspenningen bestemmes ved:

$$\tau = \frac{V}{I_c} \frac{1}{2} (\alpha^2 d^2) \quad (2.4)$$

Arealtreghetsmomentet (I_c) kan utledes ved en forutsetning om at betongen er lineær elastisk i trykk og spenningsløs i strekk (Figur 2.4).



Figur 2.4: Opprisset tverrsnitt i bruksgrensetilstand [7]

Ut i fra fasthetslæren så kan trykkspenningen utledes:

$$\sigma_c = \frac{M}{I_c} \alpha d \quad (2.5)$$

Hvor momentet M er:

$$M = F_c z = \frac{1}{2} \sigma_c b \alpha d \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) d \quad (2.6)$$

2. Skjærdimensjonering

Settes uttrykk (2.6) inn i uttrykk (2.5) får en:

$$\sigma_c = \frac{\frac{1}{2} \sigma_c \alpha \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) b d^2}{I_c} \alpha d \quad (2.7)$$

$$I_c = \frac{1}{2} \alpha^2 \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) b d^3$$

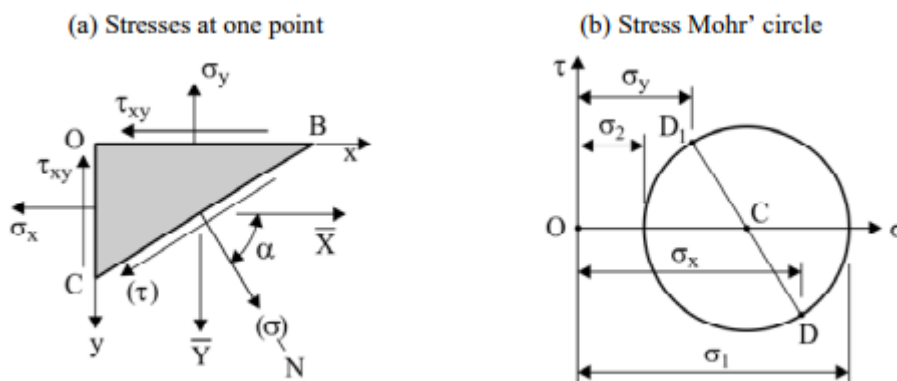
Til slutt kan uttrykk (2.7) settes inn i uttrykk (2.4) får en:

$$\tau = \frac{V \frac{1}{2} \alpha^2 d^2}{\frac{1}{2} \alpha^2 \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) b d^3} = \frac{V}{\left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) b d} = \frac{V}{z b} \quad (2.8)$$

Vi får da en skjærspenningsfordeling vist i Figur 2.2c), hvor den maksimale skjærspenningen kan bestemmes mellom tyngdepunktsaksen N.A og lengdearmeringen med verdi gitt i uttrykk (2.1).

2.1.2 Risstyper

Hvis det antas at materialet er lineær elastisk kan dens plane spenningstilstand bli uttrykt med enten tre spenningskomponenter σ_x , σ_y , og τ_{xy} eller to hoved spenninger, hoved trykkspenningen σ_1 og hoved strekkspenningen σ_2 for et vilkårlig punkt i konstruksjonen (Figur 2.5) [8].

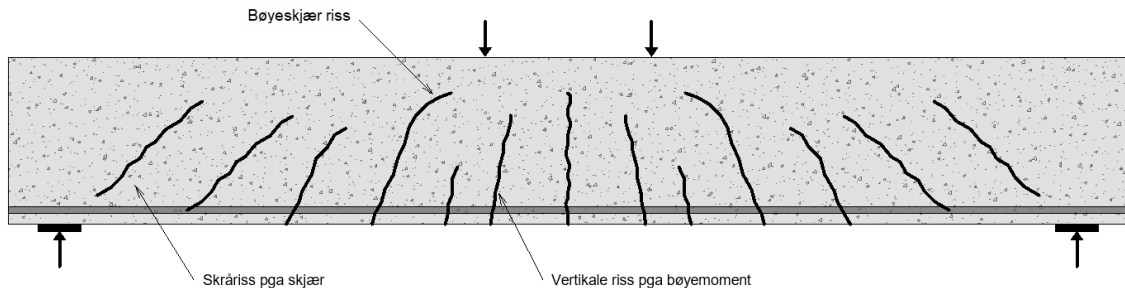


Figur 2.5: Spenningstilstand i et lineært elastisk materiale; (a) Plan spenningstilstand av et vilkårlig punkt og (b) Mohr's spenningssirkel [9]

Ved å belaste en bjelke med økende belastning, vil hoved strekkspenningene også økes. Når disse når strekkfasthet av betong vil riss forplante seg fra underkant på strekksiden av bjelken opp mot trykksiden. Det er derfor konstruksjoner som belastes til bruddlast har riss som går

2. Skjærdimensjonering

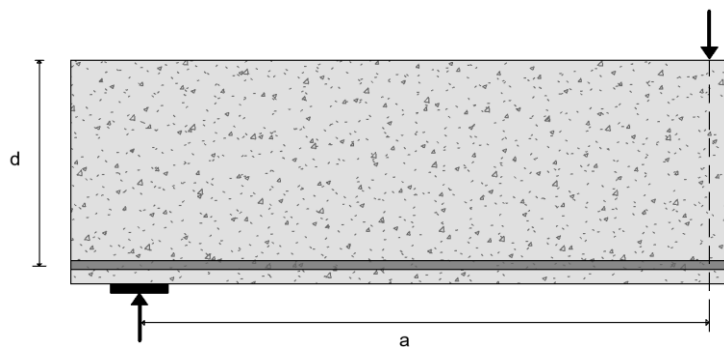
diagonalt fra strekk til trykksiden av betongen. Disse rissene kalles skjærriss eller skråriss. Riss som oppstår midt på bjelken kommer av bøyemomenter og kalles bøyeriss eller vertikale riss. Diagonale riss kan også oppstå fra etablerte vertikale riss og kalles kvasi-vertikale riss eller bøyeskjær riss (Figur 2.6).



Figur 2.6: Riss typer som kan oppstå i en betongkonstruksjon

2.2 Bruddformer for bjelker

For å kunne lage modeller for skjæroverføringskreftene og beregne skjærkapasiteten til en konstruksjon, er det essensielt å vite hvordan brudd oppstår i konstruksjonen. For konstruksjoner utsatt for skjærkrefter er det flere mulige bruddformer som kan oppstå. Disse bruddformene kan klassifiseres ut ifra konstruksjonens a/d forhold, hvor a representerer avstanden fra opplager det belastede området og d er den effektive dybden av tverrsnittet (Figur 2.7). Ved å se på konstruksjonens a/d forhold kan en bestemme hvilke bruddformer konstruksjonen er utsatt for.



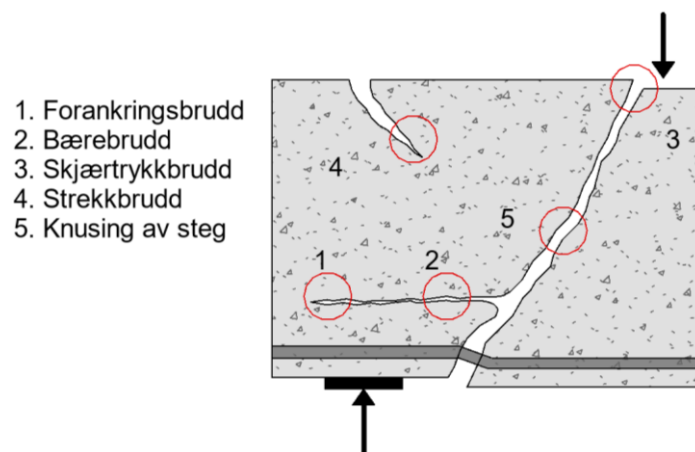
Figur 2.7: Illustrasjon av avstandene a og d

2.2.1 Bruddformer for $a/d < 1$

For bjelker med veldig korte spenn eller veldig høy effektiv tverrsnittsdybde er det flere mulige bruddformer som kan oppstå (Figur 2.8). For konstruksjoner med $a/d < 1$ vil diagonale skjærriss strekke seg fra opplager til belastningspunktet. Det vil i denne sonen etableres ett

2. Skjærdimensjonering

spenningsfelt som fungerer som et trykkstag i konstruksjonen. Dette fører til at mesteparten av skjærkraften overføres langs dette trykkstaget. Forankringsbrudd kan forekomme ved enden av strekkstaget som har blitt formet for å ta opp strekkreftene i underkant av bjelken. Bærebrudd kan oppstå ved at betongen i trykksonen knuses. Skjærtrykkbrudd er også en mulig bruddform der betongen ved den belastede området knuses. Strekkbrudd kan forekomme ved enden på overkant av bjelken på grunn av eksentrisiteten til trykkstaget. Knusing av steget kan også forekomme langsmed det diagonale skrårisset [1].

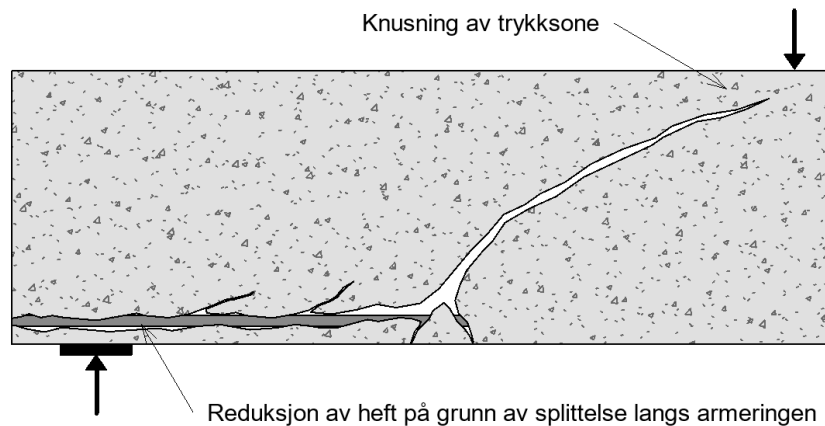


Figur 2.8: Bruddformer som kan oppstå for konstruksjoner med $a/d < 1$

2.2.2 Bruddformer for $1 < a/d < 2.5$

For bjelker med korte spenn eller høy effektiv tverrsnittsdybde kan et diagonalt riss forplante seg langsmed armeringen. Dette risset vil føre til splittelse mellom betongen og lengdearmeringen (Figur 2.9). Denne splittelsen vil redusere heftet mellom armeringen og betongen som kan føre til skjær-strekkbrudd. Risset kan videre forplante seg skrått opp mot det belastede området, som videre kan føre til knusing av betongtrykksonen. Dette kalles trykkstagbrudd [1].

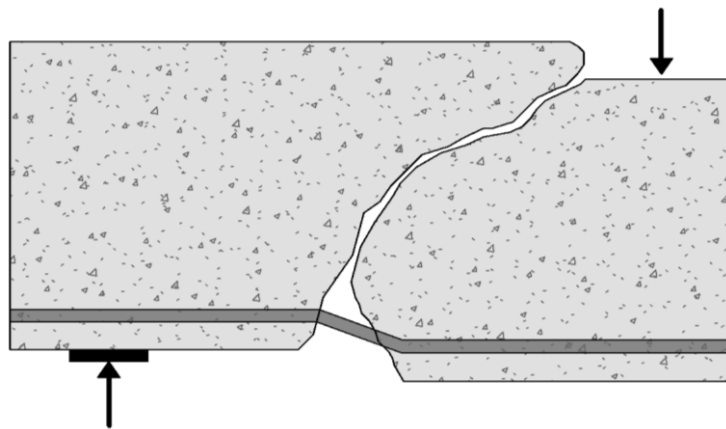
2. Skjærdimensjonering



Figur 2.9: Bruddformer som kan oppstå for konstruksjoner med $1 < a/d < 2.5$

2.2.3 Bruddformer for $2.5 < a/d < 6$

For slanke bjelker kan vertikale riss vokse og føre til dannelsen av bøyeskjærriss. Risset kan forplante seg diagonalt opp mot toppen av bjelken, som vil føre til at bjelken splittes i to separate deler (Figur 2.10). Dette kan også føre til plastifisering av armeringen, hvor armeringen overskrider flytegrensen. Denne bruddformen kalles diagonalt strekkbrudd.



Figur 2.10: Bruddformer som kan oppstå for konstruksjoner med $2.5 < a/d < 6$

2.2.4 Bruddformer for $a/d > 6$

Veldig slanke bjelker vil som regel nå brudd på grunn av bøyeriss på midten av bjelken som fremkommer av momenter og veldig sjeldent på grunn av skjær.

2.3 Essensielle parametere for skjærkapasiteten

Det er mange parametere som påvirker skjærkapasiteten til en konstruksjon og det er ikke alltid like lett å forholde seg til betydningen av disse. Analytiske og eksperimentelle studier har

2. Skjærdimensjonering

observert at skjærkapasiteten til konstruksjonsdeler uten skjærarmoring er primært avhengig av betongtrykkfastheten (f_{ck}), betongtrekkfasthet (f_{ct}), størrelseeffekten (d), armeringsforholdet (ρ), skjærspenn-dybde forholdet (a/d), tilslagstørrelsen (d_g) og aksialkraften fra eventuelt forspenning eller etterspenning av konstruksjonen [1]

Betongtrykkfasthet og betongtrekkfasthet

Betongfastheten kan ha en stor betydning for skjærkapasiteten. Normalt sett vil en betongkonstruksjon med større betongtrykkfasthet ha større skjærmotstand. Dette fordi trekkfastheten er direkte avhengig av trykkfastheten. Ettersom riss fremkommer av hovedtrekkspenninger vil trekkfastheten ha en stor betydning for skjærmotstanden. Denne hypotesen er det stor enighet om og styrer derfor mange av dagens standarder når det kommer til skjær dimensjonering [1].

Størrelseeffekten

Ved å øke dybden til en armert betong bjelke vil skjærkapasiteten økes med en avtagende skjærkapasitet, det vil si at skjærspenningene per kvadratmillimeter blir lavere ved større effektivt tverrsnittsdybde [1]. Denne effekten kalles størrelseeffekten. Størrelseeffekten ble først observert av eksperimentelle forsøk utført av Kani [10] i 1967 og senere Shioya, et al [11] i 1990. I senere tid har denne effekten blitt implementert i de fleste beregningsmodeller for beskrivelse av skjærkapasiteten.

Skjærspenn-dybde forhold

Skjærspennet er avstanden fra opplager til det belastede området (Figur 2.7). Når forholdet mellom skjærspennet og dybden minskes vil skjærkapasiteten til den armerte betong bjelken økes. Mange av dagens standarder benytter a/d forholdet i sine empiriske og mekaniske formler for å ta hensyn til denne effekten. Ved a/d forhold mindre enn 2,5 til 3 vil økningen av skjærkapasiteten være betydelig, dette fordi det nå kan formes et stag som kan overføre skjærkrefter fra opplager til den påførte kraften [1]. Denne mekanismen blir ofte betegnet bue effekten og vil bli nærmere forklart i kapittel 2.4.4.

Armeringsforhold

Armeringsforholdet er forholdet mellom arealet av armeringen og arealet av tverrsnittet. Armeringsforholdet sier noe om hvor mye armering et gitt tverrsnitt inneholder. Ved et avtagende armeringsforhold vil dette føre til en økning av bredden til rissåpningen. Dette fordi lengdearmoringen er avhengig av bøyespenningen og bøyetøyningen. Når disse økes, ved

2. Skjærdimensjonering

minsket armeringsforhold, vil bredden av rissene øke. Dette fører til en reduksjon av skjærkapasiteten [1].

Aksialkraften

Aksialkraft i tverrsnittet har betydning for skjærkapasiteten. Aksial strekk fører til at rissvinkelen blir større, som igjen fører til minsket skjærkapasitet. Aksial trykk på den andre siden vil føre til en økt trykksonehøyde som fører til en økt skjærkapasitet. Ved veldig stort aksial trykk kan dette føre til sprøbrudd [1]. Sprøbrudd er når betongen når brudd ved rask bruddforplantning.

2.4 Skjæroverføringskrefter og modeller

For armerte betongkonstruksjoner har en behov for en analyse av hvordan interne og eksterne krefter forplanter seg i konstruksjonen. Denne analysen bygger på at materialet oppfører seg lineær-elastisk, det vil si at materialet har en spennings-tøyningskurve uten noen form for plastifisering. Teorien kan benyttes så langt plastifisering er begrenset til et ubetydelig volum av materialet [12]. Analysen benyttes for å se hvilken del av konstruksjonen som er kritisk utsatt for de største kreftene som kan føre til brudd.

Som forklart tidligere vil riss forplante seg fra underkant på strekksiden av bjelken og opp mot trykksiden ved økende belastning. Når rissene forplanter seg vil flere forskjellige skjæroverføringskrefter dannes. Dette gjør at mekanismer kan utvikles som videre tar hensyn til at disse kreftene overføres igjennom konstruksjonen fra det belastede området til opplageret. Overføringen av disse kreftene er komplekse og vanskelige å forstå. Det har derfor vært et mål for flere forskere å komme frem til nøyaktige og forståelige mekanismer. Dette har ført til utviklingen av flere teorier som tar hensyn til ulik virkning av parameterne som spiller inn i skjærkapasiteten til konstruksjonen. Allikevel har forskere kommet til enighet i 1973 ASCE-ACI komite 426 [13] i 1973, og igjen i 1998 av ASCE-ACI komite 445 [14] til en rekke skjæroverføringsmekanismer for bjelker utsatt for skjær uten skjærarmering. Disse skjæroverføringsmekanismene er skjærspenninger i urisset betongtrykksone, aggregate interlock, dybel effekten av lengdearmeringen, resterende strekkspenninger, og bue effekten [13].

2.1.1 Betong trykksone

I et opprisset betongtrykksone vil skjærkraften overføres ved en nedover rettet hoved strekk og trykk spenning [14]. Betongens trykksone har en viktig rolle for å veilede og begrense

2. Skjærdimensjonering

utviklingen av bøyeskjærriss. Dette fordi bøyeskjærrisset fører til brudd hvis det forplanter seg igjennom trykksonen, slik beskrevet i kapittel 2.2.3. Skjærkraften kan derfor bestemmes ved å integrere spenningene over dybden av trykksonen. Dette medfører at slanke konstruksjoner uten aksial trykk vil ha et lite bidrag fra skjærkraften fra trykksonen, dette fordi trykksonehøyden for slike konstruksjoner blir relativ små [14].

2.4.1 Aggregate interlock

Aggregate interlock ble først identifisert av Colley og Humphrey [15] fra eksperimenter utført på forbindelser i betongfundamenter [15]. Disse eksperimentene ble utført ved å variere belastningen på to betongfundamenter som var sammenkoblet med en testforbindelse. Frekvensen og belastningsmengden var ment for å simulere bevegelsen av kjøretøy på veifundamenter. Det ble oppdaget at skjærkapasiteten ble redusert ved økende åpning i forbindelsen og økende belastning med konstant åpning i forbindelsen [15].

Etterfulgt av disse eksperimentene ble det utført direkte skjærttester på betongprøver av flere forskere. Målet med disse skjærtestene var å danne de fundamentale forholdene mellom last og forskyvning for å prøve og forklare fenomenet aggregate interlock. Testene ble satt opp ulikt for å ta hensyn til virkningen av forskjellige parametere som påvirker skjæroverføringskraften til betongprøven. Parameterne for testene var trykkfastheten til betongen, tilslagsstørrelse, type tilslag, rissbredden og fastholdningsstivheten [15].

Skjæroverføring som fremkommer av aggregate interlock er avhengig av ruheten til hver overflate av risset. Denne ruheten danner motstand for at hver overflate beveger seg fra hverandre. Denne motstanden kan betegnes som skjærmotstanden langs risset. Når betongen risser opp, vil tilslaget i betongen begynne å stikke ut langs åpningen av risset som en fortanning. Skjærmotstanden er derfor avhengig av tilslagsstørrelsen og bredden av risset. I skjæroverføringsmekanismer blir skjærmotstanden langs risset modellert som et trykkstag. Dette på grunn av at motstanden langs overflaten fremkommer av friksjonen som holder igjen for trykkraften som igjen forplanter seg i risset.

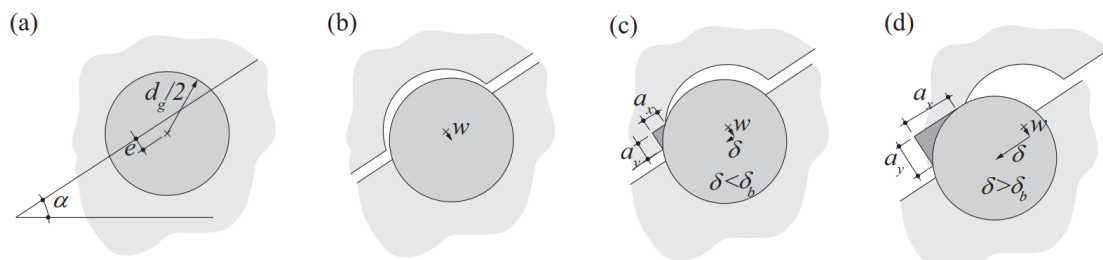
Mattock, et al [16] utførte eksperimenter for å teste betydningen av ulike tilslag. Under disse testene ble det benyttet tilslag av lettere partikler og knust grus som vanligvis blir benyttet i betongblandinger. Resultatene fra eksperimentene viste at skjærmotstanden av betong tilført knust grus og stein som tilslag, var gjennomgående bedre enn for samme betong tilført lettere partikler [16]. Mattock, et al konkluderte med at forbedringen fremkom av forskjellen i ruheten av riss overflatene av de to forskjellige tilslagene. Ved tradisjonell betong tilført knust grus og

2. Skjærdimensjonering

stein som tilslag vil risset forplante seg rundt tilslaget i matriksen av betongen. Dette fordi strekkstyrken av matriksen er mindre enn strekkstyrken av tilslagspartiklene. ved å benytte seg av lettere partikler eller større betongtrykkfasthet vil styrken av partiklene være mindre eller tilsvarende styrken av matriksen, og risset vil derfor forplantes igjennom partiklene. Dette vil medføre en mindre ruhet og fortanning i åpningen av risset [16].

I nyere tid har det blitt utført tester for å se på egenskapene til opprisset betong under bi aksiale belastninger (Nooru-Mohamed (1992), Hassanzadeh (1992), Østergaard, Olesen og Poulsen (2007), og Jacobsen, Poulsen, Olesen (2012), som sitert i Cavagnis [6]). Disse testene har ført til at kinematikken for rissene i armert betong er representert realistisk i forhold til hvordan riss oppfører seg i virkeligheten. På basis av disse eksperimentene har det blitt utviklet empiriske og teoretiske formler for å evaluere skjær og normalspenningene som oppstår ved rissene [6].

Ut ifra de bi aksiale testene, utviklet Walraven [17] i 1980 en modell kalt two-phase modell. Denne baserer seg på en statistisk analyse av riss flatene og dens kontakt punkter som en funksjon av riss åpningen (w), glidningen (δ), og komposisjonen av betong blandingen. Hoved antagelsen til teorien er at betongen kan deles inn i to forskjellige materialer, hvor tilslaget antas å være perfekt sirkulær og matriksen perfekt plastisk ubøyeelig. Spenningene oppstår av kontakten av tilslagspartiklene på den ene siden av åpningen med sementmatriksen på den andre siden av åpningen (Figur 2.11) [17].



Figur 2.11: Kinematikk i riss foreslått av Walraven [17]: (a) Rett før utviklingen av risset, (b) fasen ved når det ikke er kontakt, (c) fasen ved økende kontakt og (d) fasen ved maksimum kontakt [6]

Kontaktområdene mellom tilslagspartiklene og sementmatriksen har en sammenheng med riss kinematikken ved geometriske og statiske forhold [18]. Normal og skjærspenningene kan beregnes ved hjelp av følgende formel utviklet basert på denne modellen;

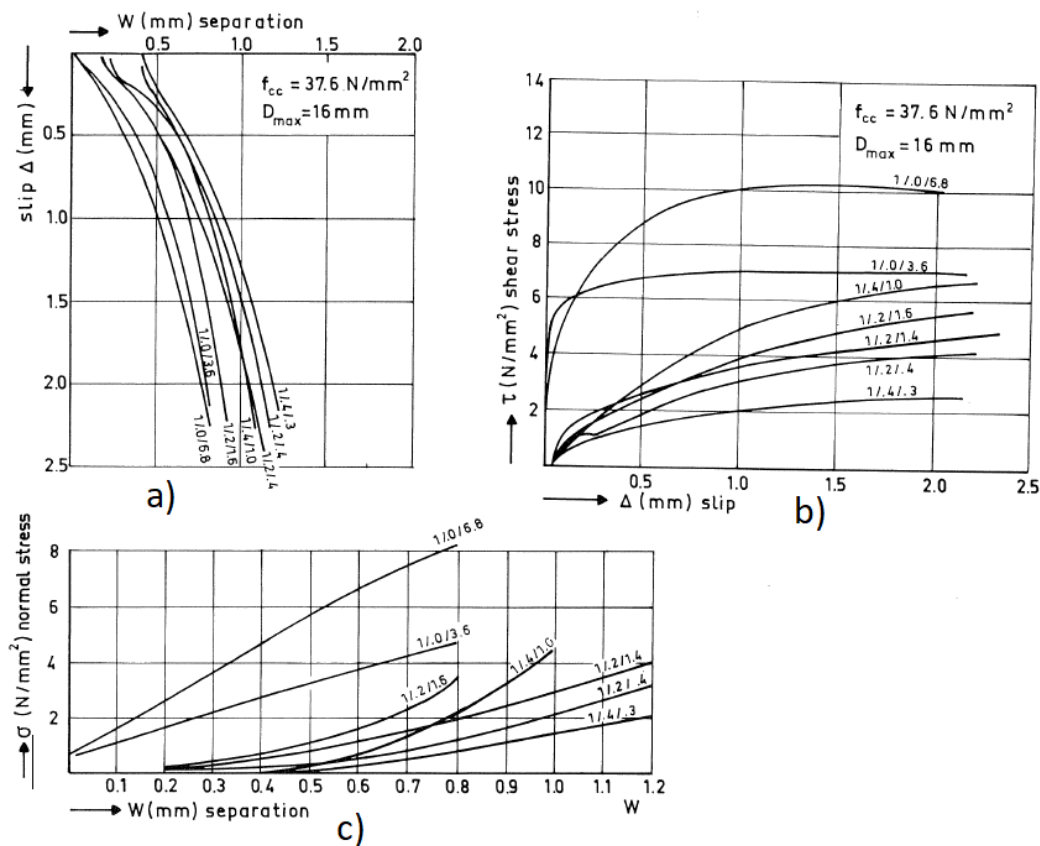
$$\sigma = \sigma_{pu}(A_x - \mu A_y) \quad (2.9)$$

$$\tau = \sigma_{pu}(A_y + \mu A_x) \quad (2.10)$$

2. Skjærdimensjonering

σ_{pu} er den plastiske trykkfastheten til sementmatriksen, μ er friksjons koeffisient og A_x og A_y er summen av projeksjonene (a_x og a_y) av kontakt området mellom tilslaget og matriksen. a_x og a_y er funksjoner av forskyvningen mellom riss flaten og tar hensyn til tilslagstørrelsen d_g .

Walraven og Reinhardt [18] foreslo også to empiriske formler som baserer seg på lineær regresjon. (Lineær regresjon betyr å utføre en statistisk lineær tilnærming for modellering av forholdet mellom en skalar variabel y og et eller flere uavhengige variabler x , der ukjente modellparametere blir beregnet fra dataen fra eksperimentene). Variablene som ble benyttet i eksperimentene utført av Walraven og Reinhardt var glidning, normalspenning, skjærspenning og bredden av riss åpningen.



Figur 2.12: Resultater fra eksperimentene; (a) glidning av risset mot rissbredde forhold, (b) skjær spenning mot glidning av riss forhold og (c) normalspenning mot rissbredde forhold [18]

Resultatene fra eksperimentene til Walraven og Reinhardt [18] er vist i Figur 2.12. Det er mulig å utlede lineære forhold mellom de fire variablene selv om forholdene i Figur 2.12 er ikke-lineært [18]. Formlene ble utviklet for å evaluere skjær spenningene (τ) og normalspenningene (σ) som fremkommer ved risset.

2. Skjærdimensjonering

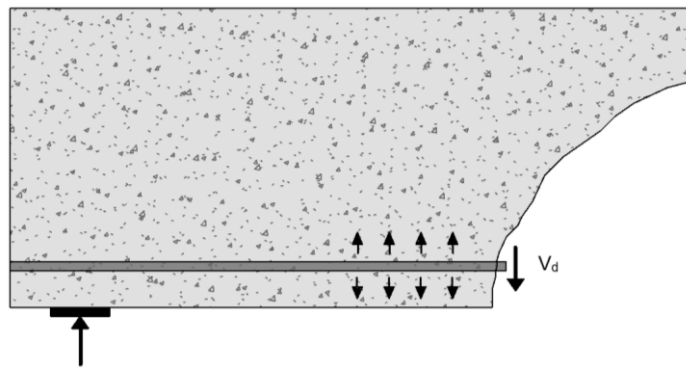
$$\sigma = -\frac{f_{cc}}{20} + [1.35 w^{-0.63} + (0.191 w^{-0.552} - 0.15)f_{cc}] \delta \quad (2.11)$$

$$\tau = -\frac{f_{cc}}{30} + [1.8 w^{-0.80} + (0.234 w^{-0.707} - 0.20)f_{cc}] \delta \quad (2.12)$$

Funksjonene representerte resultatene fra eksperimentene med best nøyaktighet. w er bredden av åpningen av risset, δ er glidningen, og f_{cc} er kube trykkfastheten til betongen.

2.4.2 Dybel effekten

Dybel effekten kan bli definert som kapasiteten av lengdearmeringen til å overføre krefter vinkelrett i forhold til armeringens akser [6]. Når riss krysser lengdearmeringen, vil krefter påføres lengdearmeringen på grunn av nedbøyningen av armeringen ved risset (Figur 2.13) [8].

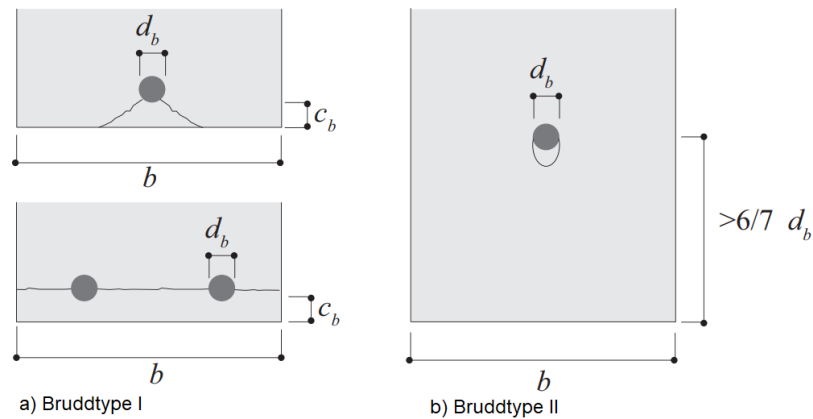


Figur 2.13: Illustrasjon av dybel effekten

Skjærmotstanden fra dybel effekten bygger på at tilslaget rundt armeringen prøver å motstå nedbøyningen ved å låse seg sammen med armeringen [19].

Dybel effekten har blitt forsket på av mange forskere for å utvikle fundamentale last og forskyvnings forhold for å utvikle tilstrekkelige uttrykk for dybel kapasiteten. Ulike eksperimenter er utført, dette har ført til karakterisering av hvordan strekk og dybel krefter fungerer på bruddkapasiteten til dybelen. Dette har resultert i to bruddtyper. Splittelse ved bunn av tverrsnittet for tverrsnitt med liten betongoverdekning (bruddtype I, Figur 2.14a) og knusing av betongen eller flyting av armeringen (bruddtype II, Figur 2.14b) [6].

2. Skjærdimensjonering



Figur 2.14: Bruddmekanismer for dybel effekten: (a) splittelse på grunn av riss ved bunn eller ved siden av betongen, (b) knusing av betong eller flytning i lengdearmeringen [6]

Etter arbeid utført av Vintzeleou og Tassios [20] i 1987, ble det konkludert at Bruddtype II oppstår hvis overdekningen er større enn 6-7 ganger diameteren av armeringen. Ved mindre overdekning vil bruddtype I fremkomme [6].

Hovedparameterne som de fleste forskerne er enig om er essensielle for dybel effekten er;

- Armerings diameteren
- Strekkfastheten til betongen
- Betong overdekningen
- Bredden av tverrsnittet
- Langsgående tøyninger i armeringen

Flere empiriske formler har blitt utviklet der det er stor variasjon av dybel kreftene som fremkommer av de ulike formlene. Disse variasjonene av dybel kreftene oppnås ved forskjellig vektlegging av hovedparameterne i de respektive empiriske formlene. Det er hovedsakelig tre empiriske formler som vanligvis benyttes for å kalkulere dybel kreftene.

Den første formelen er utviklet av Baumann og Rüsç (1970, som sitert i Cavagnis [21]);

$$V_{D,max} = 1.64 b_n d_b f_{ck}^{1/3} \quad (2.13)$$

Der b_n er den effektive bredden av bjelken ($b_n = b - n d_b$), b er bredden av bjelken, n er antall armeringsjern, d_b er diameteren til armeringsjernet og f_{ck} er trykkfastheten til betongen.

2. Skjærdimensjonering

Vintzeleou og Tassios [20] foreslo to formler for evaluering av dybel kreftene. Første formel kan benyttes hvis overdekningen i trykksonen er stor og hvis splitting langs siden av tverrsnittet forekommer:

$$V_{D,max} = \delta b_n d_b f_{ct} \approx 2 b_n d_b f_{ct} \quad (2.14)$$

Der f_{ct} er strekkfastheten til betongen, b_n er den effektive bredden og d_b er armeringsdiameteren.

Når overdekningen i trykksonen er liten og splitting fremkommer i trykksonen er følgende formel foreslått:

$$V_{D,max} = n 5 c_b \frac{c_b}{0.66c_b + d_b} d_b f_{ct} \quad (2.15)$$

Der c_b er overdekningen i trykksonen og n er antall armeringsjern.

Den siste formelen som vanligvis benyttes er utviklet av Fernández Ruiz, et al [22].

$$V_{D,max} = n b_{ef} l_{ef} f_{ct} \quad (2.16)$$

Der n er antall armeringsjern, b_{ef} er effektiv bredde, l_{ef} er lengden av betongen i strekk og f_{ct} er strekkfastheten til betongen.

Alle tre formler tar hensyn til antall armeringsjern n . Både uttrykk (2.14) og (2.16) benytter strekkfastheten til betongen f_{ct} , mens formeluttrykket (2.13) inneholder forholdet mellom trykkfastheten og strekkfastheten $f_{ck}^{1/3}$ og kan derfor benytte trykkfastheten i sitt uttrykk (dette forholdet forklares nærmere i kapittel 3).

2.4.3 Resterende strekkspenning

Den resterende strekkspenning av betongen baserer seg på at strekkspenninger kan bli overført over små riss. Ettersom riss ofte ikke er helt fraskilte, vil det dannes små biter av betong som fungerer som en forbindelse over rissåpningen. En av de første arbeidene som ble utført med hensyn på den resterende strekkspenning av betongen ble utført av Hilleborg, et al [23] i 1976. Hilleborg, et al utviklet en metode for å modellere hvor spenninger forplanter seg over mikroriss. Dette ved å benytte finite element analysis (FEM) i samvirke med bruddmekanikk [23]. Modellen ble i etterkant referert til med navnet fiktiv rissmodell. Modellen baserer seg på antagelsen om at risset forplanter seg når spenningene ved tuppen av risset når strekkfastheten

2. Skjærdimensjonering

av betongen (f_{ct}). Ved økende bredde av rissåpningen (w) vil spenningene ved tuppen av risset avta (Figur 2.15).

Ut i fra kurven i Figur 2.15a) kan energien som blir absorbert per enhet rissareal ved åpning av risset settes lik:

$$\int_0^{w_1} \sigma dw = G_c$$

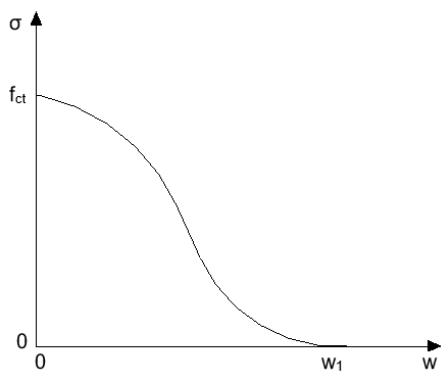
Der w_1 er en integrasjonsgrense og G_c er bruddenergien. Bruddenergien kan settes lik energien som blir absorbert per enhet riss areal, ved bruk av energibalanseprinsippet. Energibalanseprinsippet antar at en viss mengde energi blir absorbert ved utvidelse av en arealenhet av rissflaten. Når risset utvider seg vil en viss mengde energi bli frigitt. Når den frigitte energien er lik den absorberte energien, vil risset forplante seg videre i tverrsnittet [23].

Den tilnærmede kurven i Figur 2.15b) kan settes lik:

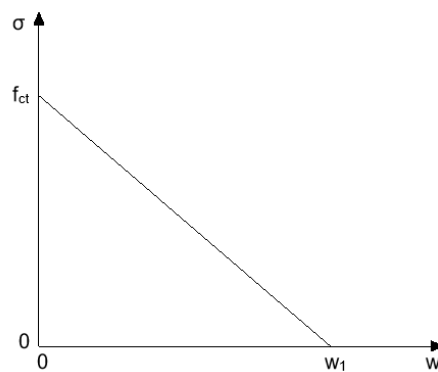
$$\int_0^{w_1} \sigma dw = \frac{f_{ct} w_1}{2}$$

Ved å sette inn for bruddenergien kan følgende funksjon benyttes:

$$w_1 = \frac{2G_c}{f_{ct}} \quad (2.17)$$



a) Variasjon av spenning σ med riss åpning w



b) Forenklet variasjon av spenning σ med riss åpning w

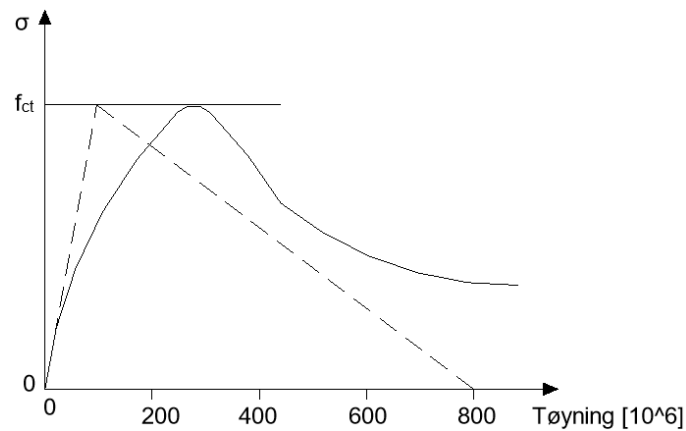
Figur 2.15: Spenninger opp imot rissbredde for fiktiv rissmodell; (a) spenning/rissbredde kurve og (b) lineær tilnærming av spenning/rissbredde kurven

For tradisjonell betong kan forholdet mellom bruddenergien og strekkfastheten av betongen (G_c/f_{ct}) settes lik $0.005 - 0.01 \text{ mm}$ ut ifra eksperimenter utført av Welch og Haisman [24].

Ved å sette inn for dette forholdet i uttrykket (2.17) vil bredden av risseåpningen bli mellom

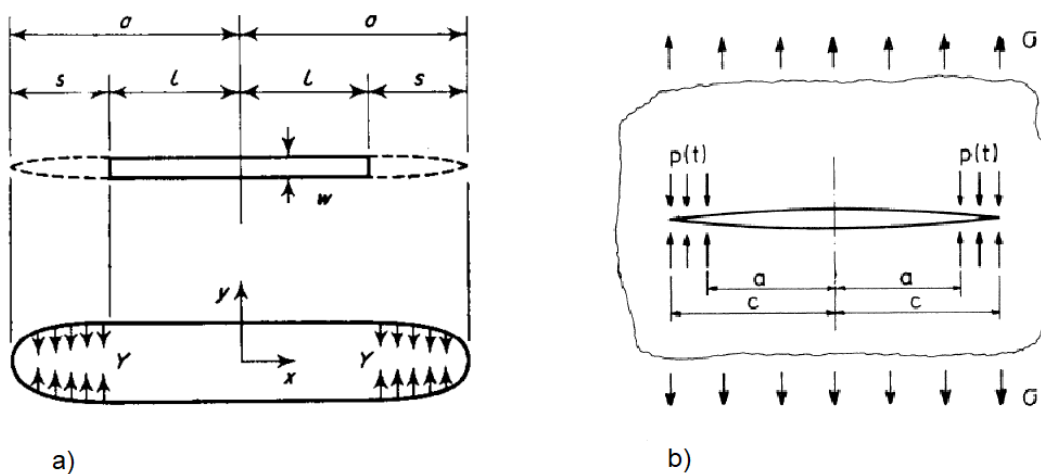
2. Skjærdimensjonering

0.01 – 0.02 mm. Presisjonen til modellen ble målt opp imot spenning-tøyning kurven som ble utviklet av Evans og Marathe [25] fra tester (Figur 2.16).



Figur 2.16: Sammenligning av fiktiv rissmodell (stiplet linje) og eksperimenter utført av Evans og Marathe [25] (heltrukken linje)

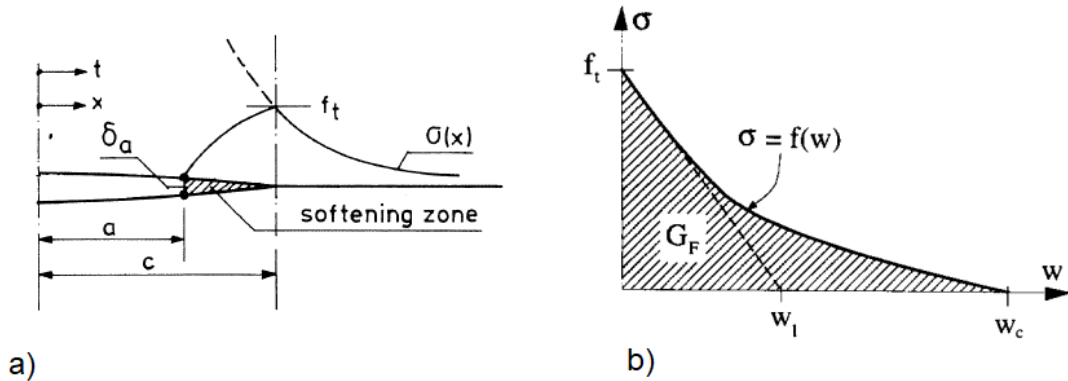
I etterkant av arbeidet til Hilleborg, et al [23] har det kommet flere beregningsmetoder for evaluering av resterende strekkspenning. En av de første beregningsmetodene ble utviklet av Reinhardt [26] i 1984. Reinhardt utviklet et formeluttrykk basert på ikke-lineær strekk (Figur 2.18b). Beregningsmodellen benyttet ikke-lineær bruddmekanikk for modellering av spenning- og deformasjonsoppførselen ved tuppen av et riss. Modellen benyttet de eksisterende definisjonene av riss geometrien observert tidligere av Dugdale [27] og Barenblatt [28] (Figur 2.17a). I følge Dugdale og Barenblatt kan risset bli delt inn i to segmenter: ett segment hvor riss overflatene ikke er påvirket av spenninger (2a) og ett segment hvor sluttspenninger belaster langs riss overflaten ($c - a$) (Figur 2.17b).



Figur 2.17: Riss geometri fra: (a) Dugdale [27] i 1960 og (b) Reinhardt [26] i 1984

2. Skjærdimensjonering

Betong kjennetegnes ved en strain-softening materialoppførsel, hvor skjærmotstanden minskes når materialet når plastifisering på grunn av kontinuerlig plastisk deformasjon. Dette fører til at spenningsfordelingen kan modelleres som en funksjon av deformasjonen og strain-softening materialoppførselen. Betong er også et elastisk-plastisk materiale som vil føre til at sluttspenningene ved tuppen av risset kan modelleres lik flytefastheten [26].



Figur 2.18: Ikke-lineær bruddmekanikk; (a) softening-sonen ved tuppen av risset [26] og (b) ikke-lineær spanning/riss åpning kurve (heltrukken linje) og lineær spanning/riss åpnings kurve (stiplet linje) [29]

Fra Figur 2.18a) kan det observeres at den maksimale spenningen som kan oppstå er strekkfastheten av betongen (f_{ct} , vist som f_t i Figur 2.18). Spenningsfordelingen i softening-sonen (Figur 2.18b), mellom $x = a$ og $x = c$ (Figur 2.18), kan bli definert ved bruk av et opphøyd funksjonsuttrykk:

$$p(t) = f_{ct} - f_{ct} \left(\frac{c-t}{c-a} \right)^n \quad (2.18)$$

Ettersom spenningskurven ikke er fastsatt må uttrykket opphøyes i en parameter n . Der en lav verdi for n gir en bratt reduksjon av spenningen, mens for en høy verdi av n vil føre til at det fortsatt er betydelig spenningsoverføring i softening-sonen [26]. Ved å sette spenningene i softening-sonen opp imot bredden av rissåpningen (Figur 2.18b), kan uttrykk (2.18) modifiseres til et analytisk uttrykk:

$$\sigma_{res} = f_{ct} \left(1 - \left(\frac{w}{w_c} \right)^n \right) \quad (2.19)$$

Der w er bredden av rissåpningen og w_c er en grenseverdi for maksimal bredden av rissåpningen og kan bestemmes ved bruk av bruddenergien G_f :

2. Skjærdimensjonering

$$G_F = \int_0^{w_c} \sigma(w) dw$$

Innsatt for uttrykk (2.19) får en:

$$G_F = \int_0^{w_c} f_{ct} \left(1 - \left(\frac{w}{w_c}\right)^n\right) dw = f_{ct} w_c \frac{n}{n+1} \quad (2.20)$$

Reinhardt [26] utførte også eksperimenter for å sjekke presisjonen av beregningsmodellen. Ut i fra disse eksperimentene ble det observert at den beste verdien for parameteren n var $n = 0,31$. Ved å sette inn for n i uttrykk (2.20) kan grenseverdien for den maksimale bredden av rissåpningen uttrykkes:

$$w_c = 4.226 \frac{G_f}{f_{ct}} \quad (2.21)$$

Ved å sette inn for parameteren n kan den resterende strekkspenningen av betongen fra Reinhardt [26] sin modell evalueres ved bruk av følgende uttrykk:

$$\sigma_{res} = f_{ct} \left(1 - \left(\frac{w}{w_c}\right)^{0.31}\right) \quad (2.22)$$

Der f_{ct} er strekkfastheten av betongen, w er bredden av riss åpningen og $w_c = 4.226 (G_F/f_{ct})$ er maksimal riss bredde for strekkoverføring. For bruddenergien G_F kan den evalueres ved bruk av formeluttrykket $G_F = 73 f_{cm}^{0.18}$ fra Modal Code 2010 [30]

I etterkant av beregningsmodellen til Reinhardt [26] ble det utviklet alternative modeller for evaluering av strekkspenning av betongen. Hordijk (1992, som sitert i Cavagnis, et al [6]) utviklet et eksponentiell formeluttrykk fra spenning-rissåpnings kurven:

$$\sigma_{res} = f_{ct} \left[\left(1 + \left(c_1 \frac{w}{w_c}\right)^3\right) e^{-c_2 \left(\frac{w}{w_c}\right)} - \frac{w}{w_c} (1 + c_1^3) e^{-c_2} \right] \quad (2.23)$$

Der $w_c = 5.14 (G_F/f_{ct})$, $c_1 = 3$ og $c_2 = 6.93$.

Videre benyttet Model Code 2010 [30] et uttrykk basert på bi lineær tilnærming av spenning/riss åpnings kurve (Figur 2.19) for å evaluere resterende strekkspenning av betongen:

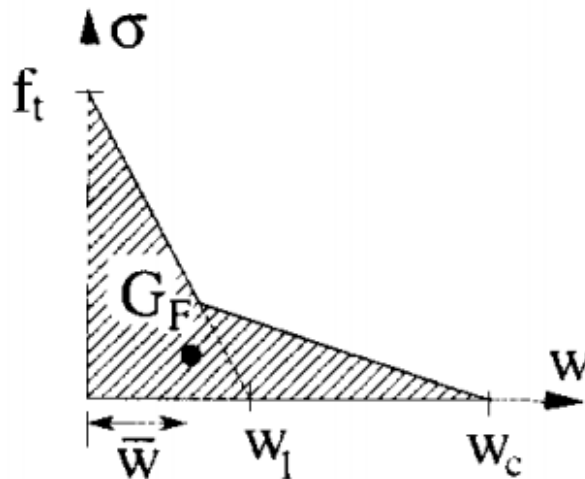
$$\sigma_{res} = f_{ct} \left(1 - 0.8 \frac{w}{w_1}\right) \quad \text{for } w \leq w_1 \quad (2.24)$$

2. Skjærdimensjonering

og

$$\sigma_{res} = f_{ct} \left(0.25 - 0.05 \frac{w}{w_1} \right) \quad \text{for } w_1 < w \leq w_c \quad (2.25)$$

der $w_1 = G_F/f_{ct}$ når $\sigma_{res} = 0.2 f_{ct}$ og $w_c = 5/(G_F/f_{ct})$ når $\sigma_{res} = 0$

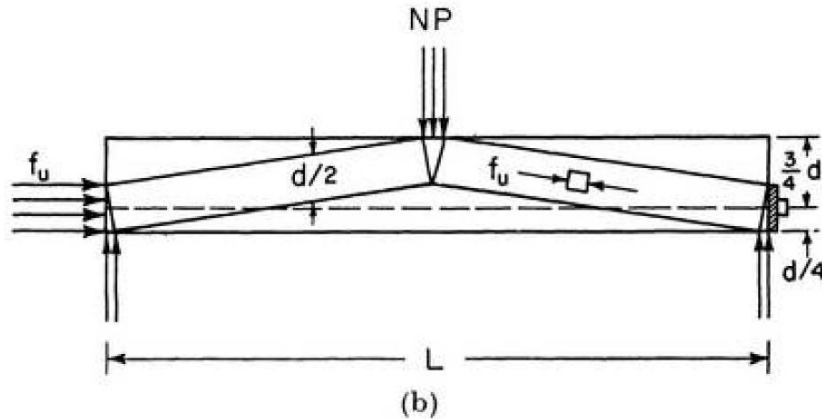


Figur 2.19: Bi-lineær tilnærming av spenning/rissbredde kurven [29]

2.4.4 Bue effekten

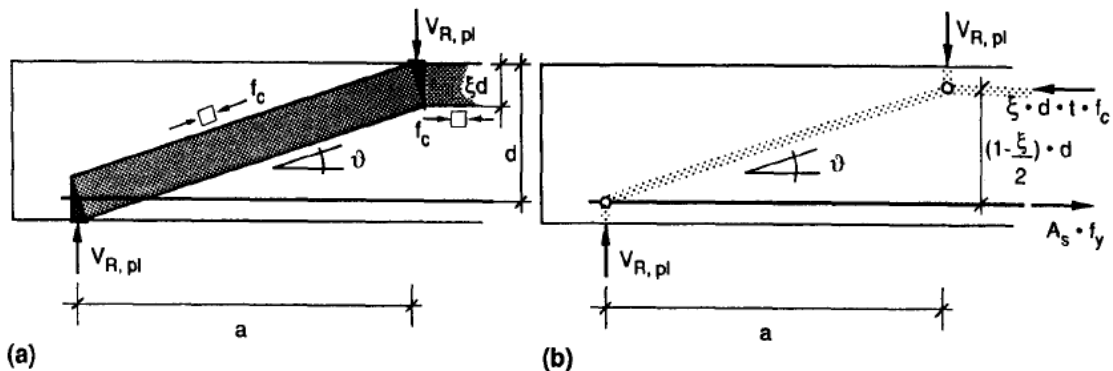
Bue effekten ble først observert av Mörsch [31]. Bue effekten ble definert som en mekanisme som kan fremkomme for en armert betong bjelke på grunn av tap av heft mellom lengdearmeringen og betongen [31]. Bue effekten ble videreutviklet av Drucker [32] der bue effekten ble modellert ved et plastisk spenningsfelt som forplanter seg ved et direkte trykkstag fra opplager til det belastede området (Figur 2.20). Ved å se bort ifra betongens strekkfasthet og ikke anvende skjærforsterkning, er den såkalte direkte støtten den eneste mulige støtte effekten som kan oppstå.

2. Skjærdimensjonering



Figur 2.20: Bue effekten nedre grense likevekt [32]

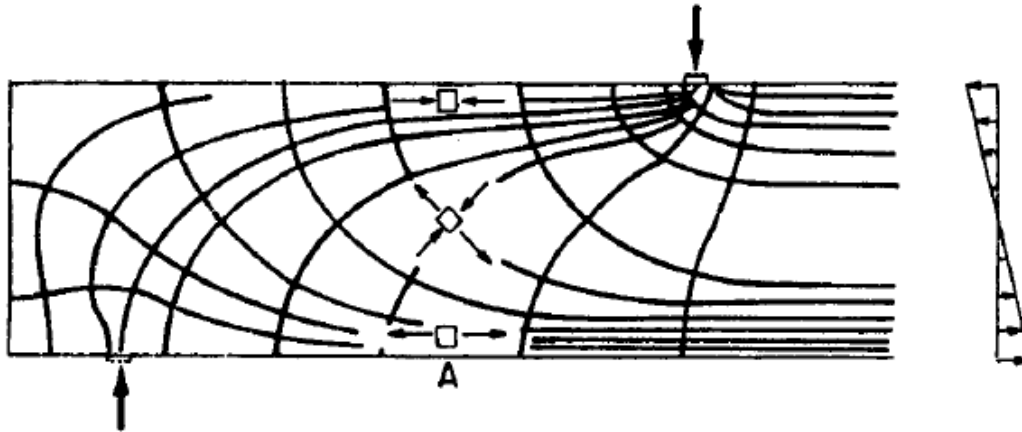
Figur 2.21 viser Drucker [32] sitt foreslåtte spenningsfelt for beskrivelse av det direkte trykkstaget. Ettersom likevektsbetingelsene er tilfredsstillt, betongens trykkfasthet og stålets strekkfasthet ikke overskrides, beregnes spenningsfeltet med en løsning etter den nedre grenseverdien av plastisitetsteorien (Figur 2.21).



Figur 2.21: Løsning basert på nedre grense av plastisitetsteorien: (a) spenningsfelt og (b) likevekt av spenningene som oppstår [33]

Spenningsfeltet utviklet av Drucker [32] kan imidlertid under visse omstendigheter avvike betydelig fra den lastbærende effekten. Ved å undersøke avviket kan en finne en forklaring på hvorfor løsningen basert på plastisitetsteorien delvis ikke kan oppnås i virkeligheten. Muttoni [33] observerte at det er flere faser av lastbærende krefter som kan fremkomme ved å øke belastningen til konstruksjonen når brudd og at disse kunne være en forklaring til avviket i løsningen for plastisitetsteorien [33].

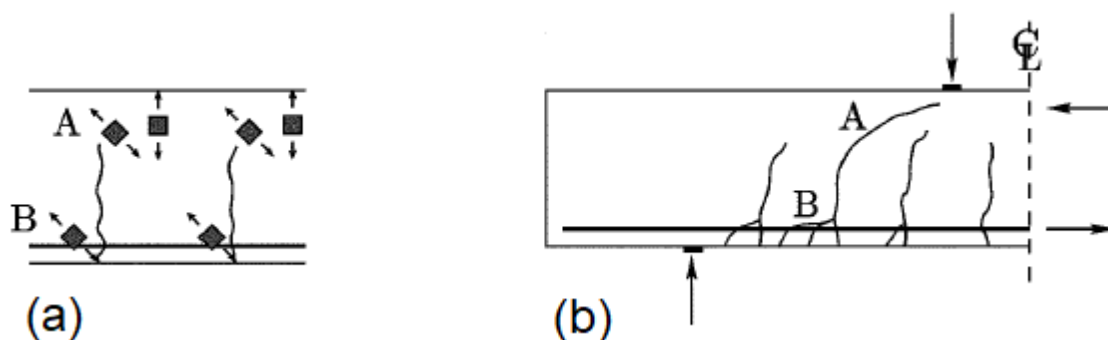
I en uopprikket tilstand kan spenningsfeltet basert på elastisitetsteorien bestemmes. Hovedspenningsretningene er illustrert i Figur 2.22.



Figur 2.22: Spenningsfelt i en uopprisset tilstand ifølge elastisitetsteorien[33]

Muttoni og Schwartz [4] observerte at fasene av de skjæroverførende kreftene kan bidra til dannelsen av et albuformet spenningsfelt. Disse lastbærende kreftene er skjæroverføringskreftene fra betong trykksonen, aggregate interlock, dybel effekten og resterende strekkspenning. Disse er individuelt forklart tidligere.

Skjæroverføringsmekanismene vil etablere strekkspenninger i betongen ved enden av risset i sone A og ved lengdearmingen i sone B (Figur 2.23). Når strekkspenningene i disse områdene når strekkkapasiteten vil de eksisterende rissene bli forstørret og forplante seg i en diagonal retning i sone A eller danne nye riss i sone B (Figur 2.23) [5]. Forstørringen av det eksisterende risset vil føre til at aggregate interlock og den resterende strekkspenning blir ineffektive fordi betongens strekkbånd blir brutt i sone A (Figur 2.23). Dybel effekten vil også miste sin bæreevne da risset vil forstørres region B [4].

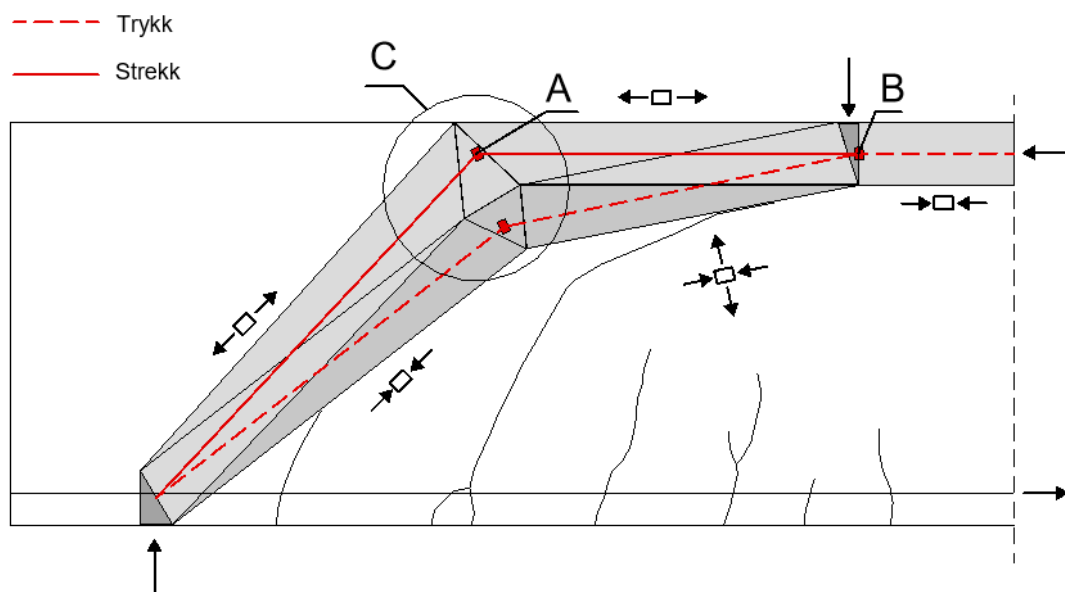


Figur 2.23: Utvikling av rissmønster; (a) Strekkspenninger på grunn av skjæroverføingsmekanismene og (b) kritisk riss [5]

Konsekvensen av den nye riss dannelsen er at den eksisterende kapasiteten for mekanismene blir redusert eller kan helt kanselleres. Selv om kapasiteten til mekanismene reduseres vil ikke dette bety at konstruksjonen kollapser. Når de nye riss mønstrene forplanter seg i sone A og B

2. Skjærdimensjonering

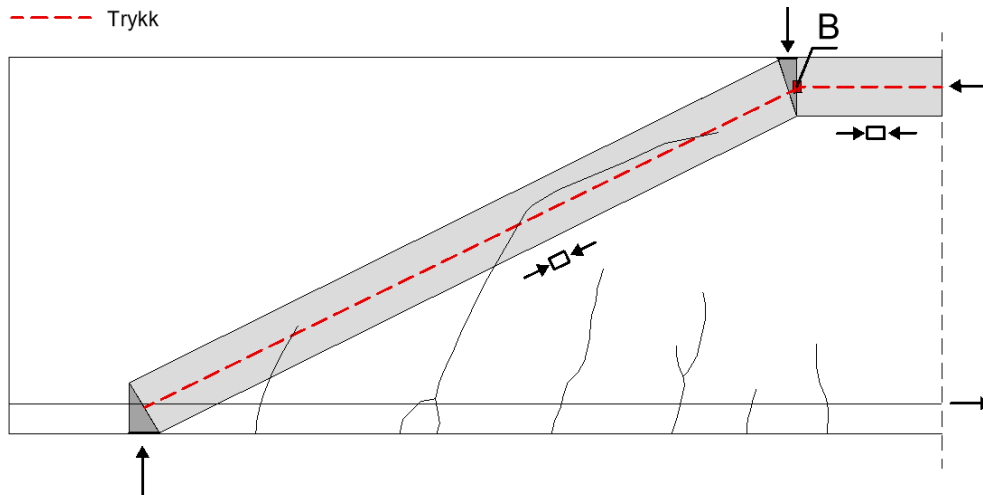
vil to nye mekanismer dannes. Den første mekanismen som dannes er et albueformet spenningsfelt som prøver å unngå det kritiske skjærrisset (Figur 2.24). Der av dens albuelignende form. Denne mekanismen unngår det kritiske skjærrisset ved at trykkstaven samarbeider med strekkstaven i område C (Figur 2.24), som videre fører til at kreftene i dette punktet balansere hverandre ut. Mekanismen vil gå i brudd hvis strekkfastheten i region A når strekkkapasiteten, eller hvis kapasiteten region B, som er utsatt for både strekk- og trykkspenninger, når strekkkapasiteten [4].



Figur 2.24: Albueformet trykk- og strekkspenningsfelt etter etablert kritisk skjærriss

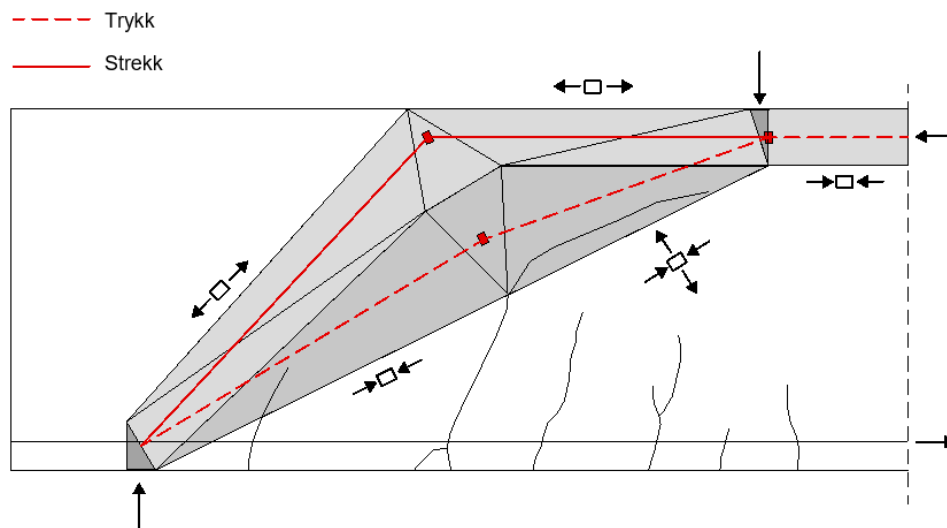
Den andre mekanismen som fremkommer etter etableringen av de nye rissene er et direkte trykkspenningsfelt (Figur 2.25). Denne mekanismen kan etableres på grunn av aggregate interlock som oppstår i det kritiske skjærrisset. Når bjelken går til brudd og rotasjonspunktet er ved tuppen av det kritiske skjærrisset, fører dette til en åpning langs risset. Dette vil skape en friksjons mellom hver side av åpningen og vil da danne motstand som forklart tidligere i kapittel 2.4.1 [5].

2. Skjærdimensjonering



Figur 2.25: Direkte trykkspenningsfelt på grunn av aggregate interlock

Ved brudd vil både det direkte og albueformete spenningsfeltet oppstå. Kombinasjonen av disse spenningsfeltene er illustrert i Figur 2.26.



Figur 2.26: Kombinasjon av direkte og albueformet spenningsfelt

3 Critical Shear Crack Theory

Critical Shear Crack Theory (CSCT) bygger på å anvende ulike skjæroverføringsmekanismer til å estimere skjærriss bredder og mønstre i betongkonstruksjonsdelens kritiske skjærregion. Formålet med metoden er å evaluere skjær- og gjennomlokkingskapasitet for en konstruksjonsdel uten skjærarmering [5]. Metoden kan dateres tilbake til arbeidet Muttoni og Schwartz [4] utførte i 1991, hvor de første prinsippene av denne teorien ble benyttet [4]. Formålet med utviklingen av CSCT var å etablere en beregningsmetode som bygger på en mekanisk modell, som benytter de essensielle parameterne i sin utledning av uttrykk for dimensjonering av skjærkapasitet i konstruksjonsdeler uten skjærkapasitet [5].

Dette kapittelet presenterer den originale CSCT beregningsmodellen utarbeidet av Muttoni og Fernández Ruiz [5] i 2008. Her vil bakgrunnsteorien, hovedprinsippene og sammensetningen av beregningsmodellen bli belyst. Til slutt vil en forenklet beregningsmodell bli presentert.

3.1 Belastning og kritisk skjærriss åpnings forhold

I 1954 utførte Moody, et al [34] tester på 42 fritttopplagte bjelker. Ut i fra dette arbeidet ble det observert at skjærstyrken av konstruksjoner uten skjærarmering har en sammenheng med kvadratroten til betong trykkfastheten. Reineck [35] og Collins, et al [36] observert at skjærstyrken også er avhengig av bredden av det kritiske skjærrisset, og ruheten langs rissoverflaten [5]. Denne avhengigheten er i CSCT uttrykt som:

$$\tau_R = \frac{V_R}{b d} = \sqrt{f_{ck}} f(w, d_g) \quad (3.1)$$

Der V_R er skjærkapasiteten, f_{ck} er trykkfastheten til betongen. Bredden av skjærrisset er uttrykt som w og d_g representerer største tilslagsstørrelse.

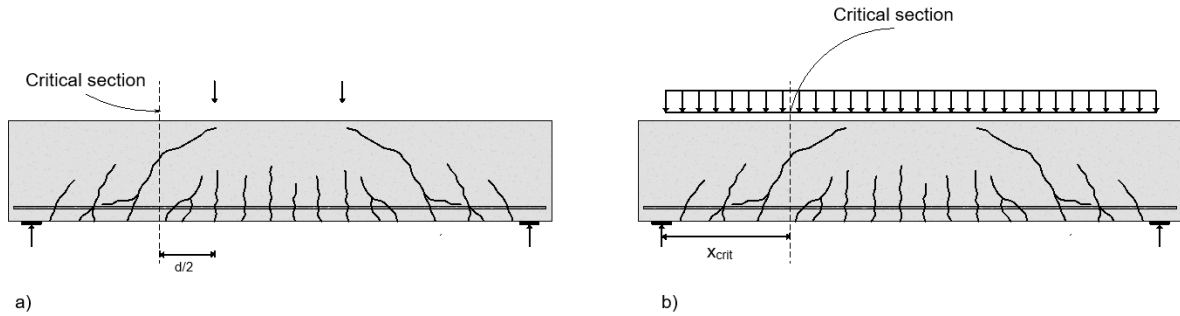
Teorien bygger på følgende antagelser;

1. Skjærstyrken blir evaluert i et snitt hvor bredden av det kritiske skjærrisset kan bli tilstrekkelig representert av tøyningen i en dybde på $0,6d$ fra trykksiden av bjelken. Avstand $d/2$ fra belastningspunktet for bjelker utsatt for konsentrert belastning (Figur 3.1a), og avstand x_{crit} fra opplegg som er minsteverdi av $d/2$ og $L_0/6$ for bjelker utsatt for jevnt fordelt belastning (Figur 3.1b) [37].

3. Critical Shear Crack Theory

2. Bredden av det kritiske skjærrisset er proporsjonal med produktet til den langsgående tøyningen ε i en dybde $0,6d$ (Figur 3.2b), ganger den effektive dybden av bjelken d [37].

$$w \propto \varepsilon d \quad (3.2)$$



Figur 3.1: Kontrollsnitt for: (a) punkt belastede bjelker og (b) jevnt fordelt belastede bjelker

Den langsgående tøyningen (ε) kan beregnes i kontrollldybden hvis det antas at plane snitt forblir plane, og linear elastisk oppførsel i trykksonen for betongen. Spenningsfordelingen er ulik i stål som for i betong siden materialene har forskjellig elastisitetsmoduler. For å kunne beregne den langsgående tøyningen (ε), som er direkte avhengig av spenningen ($\varepsilon = \sigma/E$), kan en definere en parameter n som er ratioen av elastisitetsmodulen for stål og betong ($n = E_s/E_c$). Parameteren n benyttes for å transformere bredden av stålmaterialet slik at den får sammenlignbar elementspenning som for betongen. Betongen over tyngdepunktaksen er påvirket av trykkspenninger, betongen under tyngdepunktaksen kan anses som ineffektiv, og lengdearmeringen er påvirket av strekkspenninger (Figur 3.2b). Tyngdepunktaksen er definert av moment arealer. A_s er arealet av armeringen og d er avstanden fra toppen av betongtverrsnittet til senter av lengdearmeringen (Figur 3.2). Trykksonehøyden c kan derfor bestemmes ved:

$$b c \frac{c}{2} = n A_s (d - c) \quad (3.3)$$

Utrykk (3.3) kan modifiseres til en kvadratisk funksjons ved å flytte høyreside av ligningen over:

$$\frac{b c^2}{2} + n A_s c - n A_s d = 0 \quad (3.4)$$

Den positive løsningen av c for funksjon (3.4) blir:

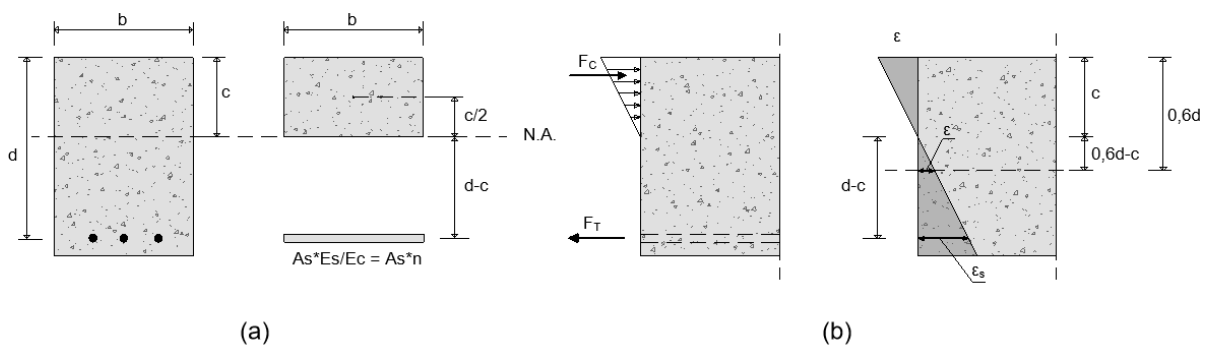
3. Critical Shear Crack Theory

$$c = \frac{n A_s}{b} \left(\sqrt{1 + \frac{2 b d}{n A_s}} - 1 \right) \quad (3.5)$$

Ved å sette inn elastisitetsmodulforholdet (E_s/E_c) for n og innføre parameteren $p = A_s/bd$, som er armeringsforholdet, kan trykksonehøyden c skrives om:

$$c = d p \frac{E_s}{E_c} \left(\sqrt{1 + \frac{2 E_c}{p E_s}} - 1 \right) \quad (3.6)$$

hvor $E_c = 10000 f_{ck}^{1/3}$



Figur 3.2: Vurdering av langsgående tøyning i kontrolldybden, (a) geometriske avstander i tverrsnittet, (b) interne spenninger og tøyninger

Hvis tverrsnittet ikke er aksialbelastet, kan den langsgående tøyning ved armeringen (ϵ_s) utledes fra momentkapasiteten av tverrsnittet på grunn av spenningen i lengdearmeringen. Momentkapasiteten kan utledes ved å gange strekkraften ($F_T = \sigma_s A_s$) med avstanden fra lengdearmeringen til resultantkraften i trykksonen (Figur 3.2):

$$M = F_T \left(d - \frac{c}{3} \right) = \sigma_s A_s \left(d - \frac{c}{3} \right) \quad (3.7)$$

En kan deretter flytte armeringsspenningen σ_s for seg selv, og dele begge sider av uttrykket med elastisitetsmodulen for armeringsstålet E_s :

$$\frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{M}{A_s E_s \left(d - \frac{c}{3} \right)} \quad (3.8)$$

Ved å benytte seg av Hookes lov ($\sigma = \epsilon E$) kan uttrykk (3.8) skrives om til:

3. Critical Shear Crack Theory

$$\varepsilon_s = \frac{M}{A_s E_s \left(d - \frac{c}{3}\right)} \quad (3.9)$$

Den langsgående tøyningen (ε) i kontrolldybden kan nå bestemmes. Dette ved å sette forholdet mellom tøyningen av armeringen og avstanden fra armeringen til tyngdepunktsaksen lik forholdet mellom tøyningen ved kontrolldybden og avstanden fra kontrolldybden til tyngdepunktsaksen (Figur 3.2b):

$$\frac{\varepsilon}{0,6d - c} = \frac{\varepsilon_s}{d - c} \quad (3.10)$$

Ved å sette tøyningen ved kontrolldybden alene og innføre uttrykket for ε_s , uttrykk (3.9), kan tøyningen ε bestemmes ved:

$$\varepsilon = \frac{M}{A_s E_s (d - c/3)} \left(\frac{0,6d - c}{d - c} \right) \quad (3.11)$$

En setter deretter inn for $A_s = p b d$, som kommer av uttrykket for armeringsforholdet, og ender opp med:

$$\varepsilon = \frac{M}{b d p E_s (d - c/3)} \left(\frac{0,6d - c}{d - c} \right) \quad (3.12)$$

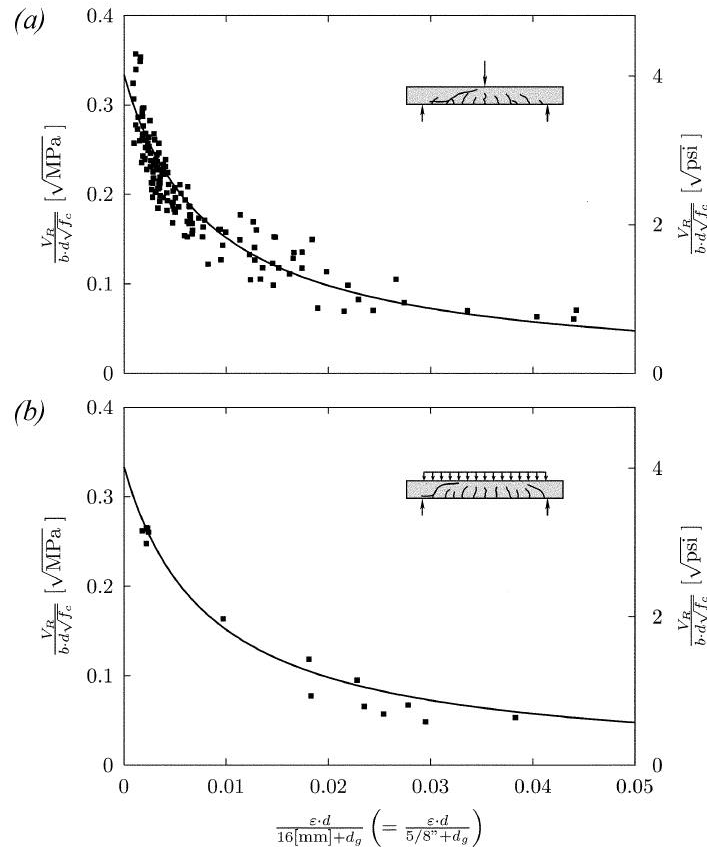
3.2 Beregningsmodell

Hvis en tar hensyn til bredden av det kritiske skjærrisset, tilslagsstørrelsen og trykkfastheten til betongen kan følgende analytisk uttrykk benyttes for å evaluere skjærkapasiteten [37].

$$\tau_R = \frac{V_R}{b d} = \frac{\tau_c}{0,9 + 2,3 \varepsilon d k_{dg}} \quad (3.13)$$

Skjærkapasitetsuttrykket (3.13) er et semi-empirisk uttrykk basert på 128 skjærtester av konstruksjonsdeler uten skjærarmering påført både konsentrert belastning (Figur 3.3a) og jevnt fordelt belastning (Figur 3.3b) [5].

3. Critical Shear Crack Theory



Figur 3.3: Skjærkapasitetsuttrykk (3.13) sammenlignet med bjelketester. Hvor (a) er sammenligning med resultater fra konsentrert belastnings tester og (b) er sammenligning med resultater fra jevnt fordelt belastnings tester [5]

τ_c i uttrykk (3.13) er et numerisk forhold mellom trykkfastheten og strekkfastheten til betongen. Forholdet har ingen direkte avhengighet med hverandre, men ut ifra tester har det blitt observert at ved økende trykkfasthet, øker også strekkfastheten. Dette med en avtagende hastighet. Det har derfor blitt utviklet en empirisk formel som tar hensyn til forholdet:

$$\tau_c = a f_c^b \quad (3.14)$$

Der a og b er koeffisienter, med verdier for b mellom $1/2$ og $3/4$ som vanligvis benyttes [38]. For CSCT benyttes $a = 1/2$ og $K_1 = 0.3$, og formelen kan derfor skrives om til:

$$\tau_c = 0,3\sqrt{f_c} \quad (3.15)$$

Parameteren K_{dg} tar hensyn til tilslagstypen og kan beregnes som:

3. Critical Shear Crack Theory

$$K_{dg} = \frac{48}{d_g + 16} \quad (3.16)$$

Ved å sette inn for τ_c og K_{dg} kan uttrykk (2.13) skrives om til:

$$\frac{V_R}{b d \sqrt{f_c}} = \frac{1}{6} \frac{2}{1 + 120 \frac{\varepsilon d}{16 + d_g}} \quad (3.17)$$

Ruheten av det kritiske risset og dens kapasitet kan bli tatt høyde for ved å dele den nominelle rissbredden $w \propto \varepsilon d$ med størrelsen $(d_{g0} + d_g)$. d_g er maksimal tilslagstørrelse og d_{g0} referanse størrelse lik 16 mm [6]. For betong med mer enn 60 Mpa i trykkfasthet eller for lett betong, skal tilslagsstørrelsen d_g settes lik null [5]. Dette fordi rissene ikke alltid forplanter seg rundt tilslaget for betong tilført grus, men kan i noen tilfeller forplante seg delvis igjennom tilslaget. Dette medfører at antagelsen om at risset forplanter seg i matriksen ikke blir tilfredsstillende som beskrevet av Walraven [18].

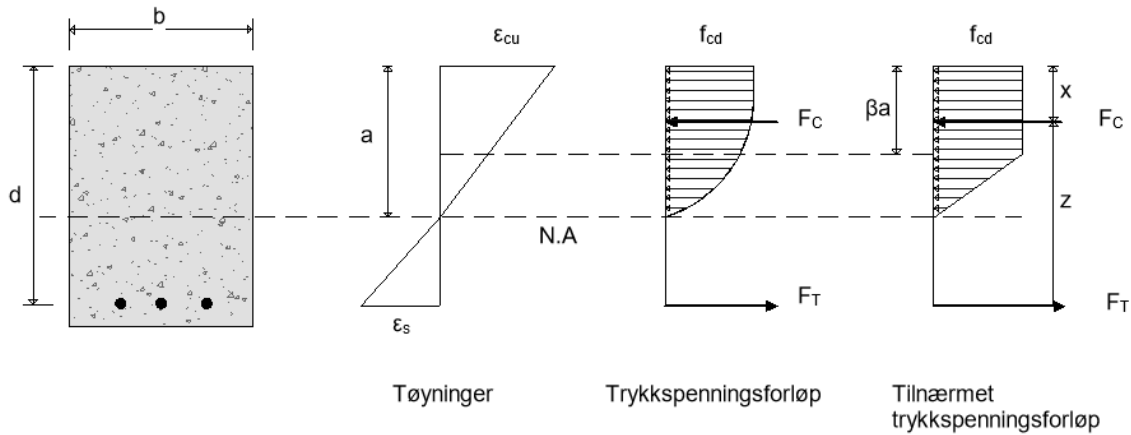
3.3 Forenklet beregningsmodell

Ved beregning av trykksonehøyden (c) for flere forskjellige betongtrykkfastheter og armeringsforhold, kan det observeres at trykksonehøyden med god nøyaktighet kan antas lik $0,35d$ [37]. Den langsgående tøyningen ε kan derfor skrives om til:

$$\varepsilon = \varepsilon_s \frac{0.6d - c}{d - c} \cong 0.41\varepsilon_s \quad (3.18)$$

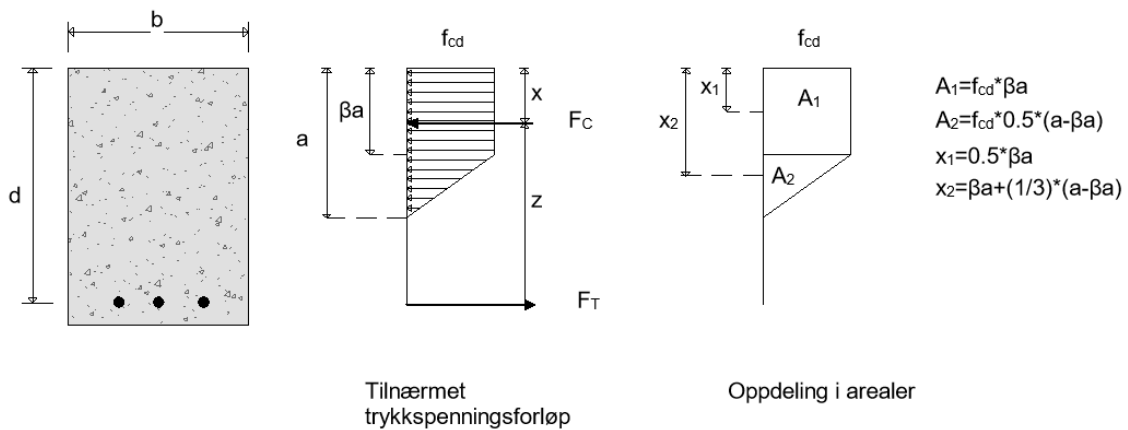
Analysen bygger på at kapasiteten bestemmes i det tidspunktet armeringsstålet når flytegrensen. Det vil si når spenningen er lik designspenningen av armeringen ved flytning ($\sigma_s = f_{yd}$). Armeringstøyningen kan derfor bestemmes ved $\varepsilon_s = \sigma_s/E_s = f_{yd}/E_s$. Når flytegrensen er nådd vil designmomentet være lik det plastiske momentet ($m_{Ed} = m_{Rd}$). Det plastiske momentet kan bestemmes ved bruk av plastisitetsteori og likevekt av tverrsnittet.

3. Critical Shear Crack Theory



Figur 3.4: Forenkling til rektangulær trykkspenning

Ved å forenkle trykkspenningsforløpet til tverrsnittet inn i rektangulære og triangulære trykkspenningssoner (Figur 3.4), kan resultanttrykkspenningskraften bestemmes ved bruk av likevektsbetraktning.



Figur 3.5: Oppdeling i arealer av trykkspenningsfordelingen

Beliggenheten av trykkspenningskraften kan bestemmes ved å dele opp spenningsforløpet i to arealer for deretter å finne tyngdepunktet. Tyngdepunktet kan bestemmes ved å benytte følgende uttrykk:

$$x = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} \quad (3.19)$$

Innsatt for A_1 , A_2 , x_1 og x_2 som er gitt i Figur 3.5 gir:

$$x = \frac{f_{cd} \beta a \frac{1}{2} \beta a + f_{cd} \frac{1}{2} (a - \beta a) \left(\beta a + \frac{1}{3} (a - \beta a) \right)}{f_{cd} \beta a + f_{cd} \frac{1}{2} (a - \beta a)}$$

3. Critical Shear Crack Theory

En kan videre stryke f_{cd} , å gange sammen uttrykkene:

$$x = \frac{\frac{1}{2}\beta^2 a^2 + \frac{1}{2}\beta a^2 + \frac{1}{6}a^2 - \frac{1}{6}\beta a^2 - \frac{1}{2}\beta^2 a^2 - \frac{1}{6}\beta a^2 + \frac{1}{6}\beta^2 a^2}{\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}\beta a}$$

$$x = \frac{\frac{1}{3}\beta^2 a^2 + \frac{1}{3}\beta a^2 + \frac{1}{3}a^2}{a + \beta a}$$

Avstanden til beliggenheten for trykkspenningskraften blir:

$$x = \frac{1 + \beta + \beta^2}{1 + \beta} \frac{a}{3} \quad (3.20)$$

Trykkspenningskraften bestemmes ved beregning av resultantkraften til spenningene i Figur 3.4:

$$F_C = f_{cd}\beta ab + \frac{1}{2}f_{cd}(a - \beta a)b$$

$$F_C = \frac{1}{2}f_{cd}\beta ab + \frac{1}{2}f_{cd}ab$$

Utrykket kan forenkles og en ender opp med trykkspenningskraften av tverrsnittet:

$$F_C = \frac{1 + \beta}{2} ab f_{cd} \quad (3.21)$$

Deretter kan en bestemme uttrykket for trykksonehøydefaktoren a/d ved å benytte horisontallikevekt av tverrsnittet:

$$F_C = F_T$$

En setter deretter inn for F_C og F_T hvor strekkspenningskraften settes lik $F_T = \sigma_s A_s = f_{yd} p b d$:

$$\frac{1 + \beta}{2} ab f_{cd} = f_{yd} p b d$$

$$a = \frac{2f_{yd} p d}{f_{cd}(1 + \beta)}$$

$$\frac{a}{d} = \frac{2f_{yd} p}{f_{cd}(1 + \beta)}$$

3. Critical Shear Crack Theory

Ved å forenkle uttrykket ender en opp med:

$$\frac{a}{d} = \frac{2}{(1 + \beta)} \frac{p f_{yd}}{f_{cd}} \quad (3.22)$$

Nå som en har alle de nødvendige uttrykkene, kan den plastiske momentkapasiteten til tverrsnittet utledes. Den plastiske momentkapasiteten bestemmes ved å gange trykkspenningskraften (F_C) med den indre momentarmen $z = d - x$:

$$m_{Rd} = F_C \left(d - \frac{1 + \beta + \beta^2}{1 + \beta} \frac{a}{3} \right)$$
$$m_{Rd} = \frac{1 + \beta}{2} a b f_{cd} \left(d - \frac{1 + \beta + \beta^2}{1 + \beta} \frac{a}{3} \right)$$
$$m_{Rd} = \frac{a}{d} b d^2 f_{cd} \left(\frac{1 + \beta}{2} - \frac{1 + \beta + \beta^2}{6} \frac{a}{d} \right)$$

Setter deretter inn uttrykket for trykksonehøydefaktoren a/d :

$$m_{Rd} = \frac{2}{(1 + \beta)} \frac{p f_{yd}}{f_{cd}} b d^2 f_{cd} \left(\frac{1 + \beta}{2} - \frac{1 + \beta + \beta^2}{6} \frac{2}{(1 + \beta)} \frac{p f_{yd}}{f_{cd}} \right)$$
$$m_{Rd} = p f_{yd} b d^2 \left(1 - \frac{2(1 + \beta + \beta^2)}{3(1 + \beta)^2} \frac{p f_{yd}}{f_{cd}} \right)$$

Parameter N innføres for ett ryddig uttrykk:

$$m_{Rd} = p f_{yd} b d^2 \left(1 - \frac{1}{N} \frac{p f_{yd}}{f_{cd}} \right)$$

Der N kan bestemmes ved:

$$N = \frac{3(1 + \beta)^2}{2(1 + \beta + \beta^2)}$$

En setter deretter inn verdien for β som er plastisitetsforholdet. β er en empirisk verdi som kommer av egenskapene til betongen ved en belastning like før brudd. Denne kan bli satt til 0.8 for trykkfasthetsklasser \leq B50 og $\beta = 0.8 - (f_{ck} - 50)/400$ for trykkfasthetsklasser $>$ B50. I dette tilfellet forutsettes det at $\beta = 0.8$ [39].

3. Critical Shear Crack Theory

$$N = \frac{3(1 + 0.8)^2}{2(1 + 0.8 + 0.8^2)} = 1.99 \approx 2$$

En får da følgende uttrykk for det plastiske momentet:

$$m_{Rd} = p f_{yd} b d^2 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{p f_{yd}}{f_{cd}} \right) \quad (3.23)$$

Ettersom den langsgående tøyningen (ε) er linjert opptil flytegrensen (Figur 3.4), kan tøyningen av ett gitt tverrsnittet bestemmes ved å gange uttrykket for tøyningen med forholdet mellom designmomentet og det plastiske momentet. Ved å innføre disse forutsetningene kan uttrykk (2.33) skrives om til:

$$\varepsilon = 0.41 \varepsilon_s \frac{m_{Ed}}{m_{Rd}} = 0.41 \frac{f_{yd}}{E_s} \frac{m_{Ed}}{m_{Rd}} = 0.41 \frac{f_{yk}}{E_s \gamma_s} \frac{m_{Ed}}{m_{Rd}} \quad (3.24)$$

Skjærkapasitetsuttrykket (3.17) kan nå skrives om til:

$$\frac{V_R}{b d \sqrt{f_{ck}}} = \frac{1}{6} \frac{2/\gamma_c}{1 + 120 \frac{d}{16 + d_g} 0.41 \frac{f_{yk}}{E_s \gamma_s} \frac{m_{Ed}}{m_{Rd}}} \quad (3.25)$$

som gir:

$$\frac{V_R}{b d \sqrt{f_{ck}}} = \frac{0.3/\gamma_c}{1 + \frac{50}{16 + d_g} \frac{f_{yk}}{E_s \gamma_s} d \frac{m_{Ed}}{m_{Rd}}} \quad (3.26)$$

Ved å sette inn for $d_g = 32 \text{ mm}$, $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$, $\gamma_s = 1.15$, $\gamma_c = 1.5$ og $E_s = 200 \text{ GPa}$ kan uttrykk (3.26) igjen forenkles til:

$$\frac{V_R}{b d \sqrt{f_{ck}}} = \frac{0.2}{1 + 0.0022 d \frac{m_{Ed}}{m_{Rd}}} \quad (3.27)$$

Dimensjonering ved bruk av skjærkapasitetsuttrykk (3.27) kan være gunstig ettersom en kan sette $m_{Ed}/m_{Rd} = 1$ som en konservativ antagelse. Hvis det blir funnet ut i etterkant at skjærstyrken av tverrsnittet ikke er tilfredsstillende, kan en mer detaljert verdi for m_{Ed}/m_{Rd} beregnes [5].

4 Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

I 2017 utviklet Cavagnis, et al [6] en mekanisk modell for skjærdimensjonering av slanke betongkonstruksjoner uten skjærarmoring basert på hoved hypotesene tidligere utviklet i CSCT av Fernández Ruiz, et al [40]. Modellen bygger på at skjærkrefter kan overføres langs det kritiske skjærrisset på grunn av aggregate interlock, resterende strekkspenning, dybel effekten og innvirkning fra trykksonen. Modellen har til hensikt å evaluere deformasjons kapasitet og lokasjonen av det kritiske skjærrisset som fører til brudd i konstruksjonen [6], hvor bruddkriteriet kan bli tilnærmet ved bruk av et opphøyd funksjonsuttrykk. Resultatene fra modellen er kvalitet sikret opp imot skjærttester [41].

Beregninger og figurer for illustrasjon av skjærkapasiteten er utført med hensyn på tilsvarende beregninger utført av Cavagnis, et al [41], men med forskjellige parametere. Grunnen til dette er å teste om beregningsuttrykkene stemmer overens med figurer presentert i arbeidet utført av Cavagnis, et al. Den andre grunnen er for å inkludere disse illustrasjonene for hvert enkelt bidrag og ikke i sin helhet, noe som gjør det lettere å se endringer av bidragene.

Dette kapittelet har til hensikt å forklare hva som har blitt gjort for å videreutvikle CSCT fra dens originale form i 2008. Videre vil skjæroverføringsmekanismene og de enkelte og samlede bidragene bli utledet og presentert. Deretter vil den detaljerte beregningsmodellen bli belyst. Til slutt vil beregningsmodellen basert på et lukket uttrykk for både jevnt fordelt og punkt belastede bjelker bli presentert.

4.1 Belastning og kritisk skjærriss åpnings forhold

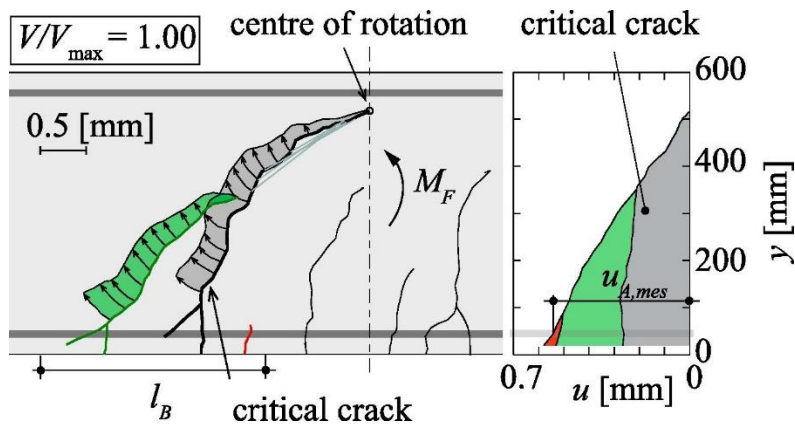
Et av hoved hypotesene til CSCT er som nevnt tidligere at bredden av åpningen til det kritiske skjærrisset er proporsjonal med produktet av den langsgående tøyningen i kontrollsnittet ganger dybden av tverrsnittet ($w \propto \epsilon d$) [5]. Denne hypotesen er grunnlaget for evalueringen av forholdet mellom skjærrissåpningen og kreftene som oppstår i kontrollsnittet. Etter arbeidet til Muttoni og Fernández Ruiz [5] av CSCT, har det blitt utført en rekke digitale eksperimenter ved bruk av digital image correlation (DIC) målinger. DIC er en metode for å måle endringer i bilder. DIC har mange bruksområder, innenfor byggmiljøet blir ofte DIC anvendt for å måle forskyvninger og tøyingsfelt. Cavagnis, et al [21] benyttet tredimensjonal DIC for å innhente målinger av riss kinematikken, observasjon av rissmønstre og forskyvningsfeltet av til sammen 20 bjelker [21]. Disse eksperimentene ble utført for å få en bedre forståelse av hvordan kritiske skjærriss forplanter seg i konstruksjonen [41].

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

Ut i fra disse testene har det blitt observert at mikroriss som fremkommer ved lengdearmeringen forplanter seg videre. Summen av disse bidrar til at det kritiske skjærrisset former seg med en tilnærmet lineær horisontal åpning (Figur 4.1) [41]. Cavagnis, et al [21] observert ut ifra de samme eksperimentene at dette forekommer i en region med lengde l_b . Lengden kan bestemmes ved følgende empirisk uttrykk [41]:

$$l_b = d - c \quad (4.1)$$

Der c er dybden av trykksonen, og kan bestemmes av uttrykk (3.6) ved å anta en lineær respons i trykksonen slik vist i kapittel 3 og d representerer den effektive dybden.



Figur 4.1: Åpning u av det kritiske skjærriss i en region med lengde l_b [41]

Ved å benytte prinsippet om at deformasjon er et produkt av tøyning ganger lengde, kan den horisontale riss åpningen ved lengdearmeringen bestemmes ved å benytte følgende uttrykk:

$$u_A = \varepsilon_s l_b \quad (4.2)$$

der tøyningen av lengdearmeringen kan bestemmes ved (se kapittel 3 for utledning):

$$\varepsilon_s = \frac{M}{A_s E_s z} = \frac{V_F a_{cs}}{A_s E_s (d - c/3)} \quad (4.3)$$

En kan nå bestemme den horisontale riss åpningen ved å sette uttrykket (4.1) og (4.3) inn i uttrykk (4.2):

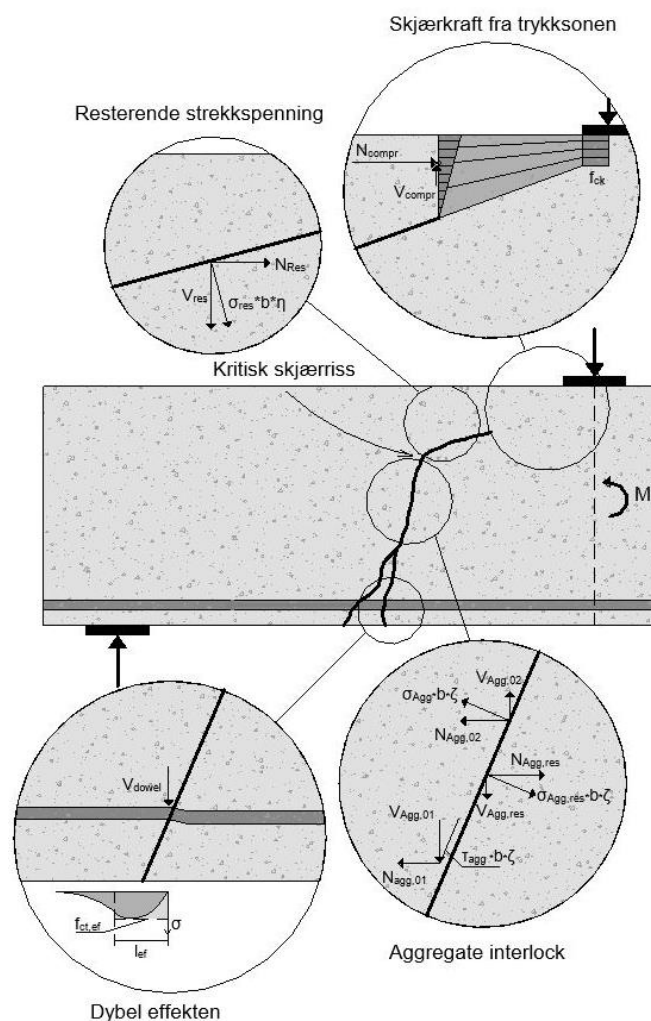
$$u_A = \frac{M}{A_s E_s (d - c/3)} (d - c) = \frac{V_F a_{cs}}{A_s E_s} \frac{(d - c)}{(d - c/3)} \quad (4.4)$$

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

Der a_{cs} er moment-skjær forholdet i kontrollsnittet. a_{cs} kommer av antagelsen om at lengdearmerings tøyningen er proporsjonal med bøyemomentet ved tuppen av det kritiske skjærrisset [41].

4.2 Bidrag fra skjæroverføringsmekanismer

Cavagnis, et al [21] evaluerte bidragene fra skjæroverføringsmekanismene ved å benytte de grunnleggende lovene for de respektive mekanismene (som er presentert i kapittel 2.4). Skjæroverføringsmekanismene vil bli vurdert hver for seg for deretter å bli summert for å kunne bestemme skjærkapasiteten til konstruksjonen (Figur 4.2).



Figur 4.2: Illustrasjon av alle skjæroverførings bidragene ved det kritiske skjærrisset

For å beregne og illustrere de ulike bidragene har en eksempel bjelke blitt benyttet med verdier gitt i Tabell 4.1. Det kritiske skjærrisset kan oppstå i forskjellige posisjoner, alt ut ifra belastningsforutsetninger og geometriske dimensjoner. For å kunne beregne bidragene er det

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

derfor nødvendig å anta et spesifikt kontrollsnitt. Det har derfor blitt antatt at risset oppstår midt mellom opplager og det belastede punktet, ved $x_A = 0.5a$ som tilsvarer $x_f = 0.5a + 0.51d$ og $r_f = 0.5a - 0.51d$ (Tabell 4.1). Posisjonen til det kritiske skjærriset for både jevnt fordelt og punkt belastede bjelker vil bli forklart nærmere i respektive kapitler 4.4.1 og 4.4.2.

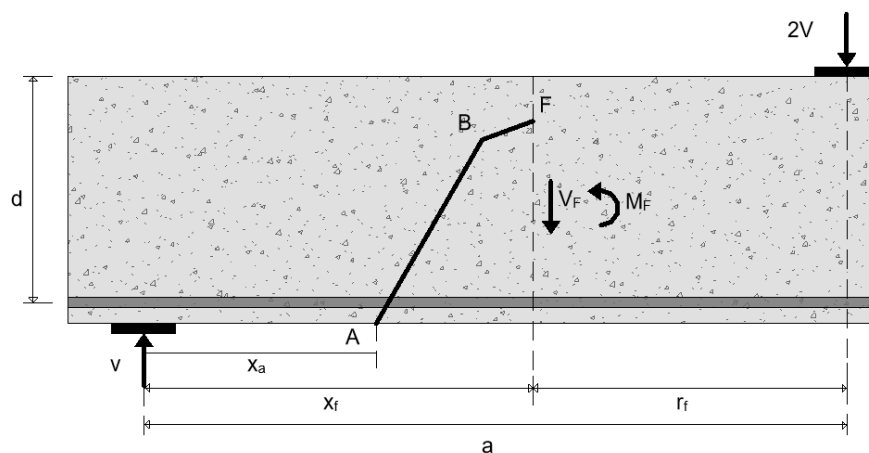
Parametere	Verdier	Eksempel bjelke
f_{ck} [MPa]	35	
ρ [%]	1	
d [mm]	400	
b [mm]	200	
dg [mm]	16	
E_s [MPa]	200000	
E_c [MPa]	32700	
f_y [MPa]	500	
a [mm]	1400	
V [kN]	(0-800)	
x_A [mm]	$0.5a$	
x_f [mm]	$0.5a+0.51d$	
r_f [mm]	$0.5a-0.51d$	

Tabell 4.1: Eksempel bjelke for å illustrere bidragene fra hver enkel skjæroverføringsmekanisme

4.2.1 Rissform og kinematikk

Ut ifra DIC målingene til Cavagnis, et al [6] kan det kritiske skjærriset ved brudd bli tilnærmet til en bi-lineær rissform bestående av en kvasi-vertikal del (A-B), og en kvasi-horisontal del (B-F) (Figur 4.3) [42]. Kontrollsnittet er plassert i en avstand (x_f) fra opplager til tuppen av det kritiske skjærriset og fra det belastede punktet (r_f) (Tabell 4.1).

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory



Figur 4.3: Illustrasjon av det kritisk skjærrisset

Helningen til det kritiske skjærrisset mellom A-B (β_{AB}) har blitt evaluert basert på vinkler målt fra eksperimentene (Figur 4.4b). Ut ifra de målte vinklene er følgende empiriske uttrykk blitt utviklet for å bestemme vinkelen av segment A-B [41]:

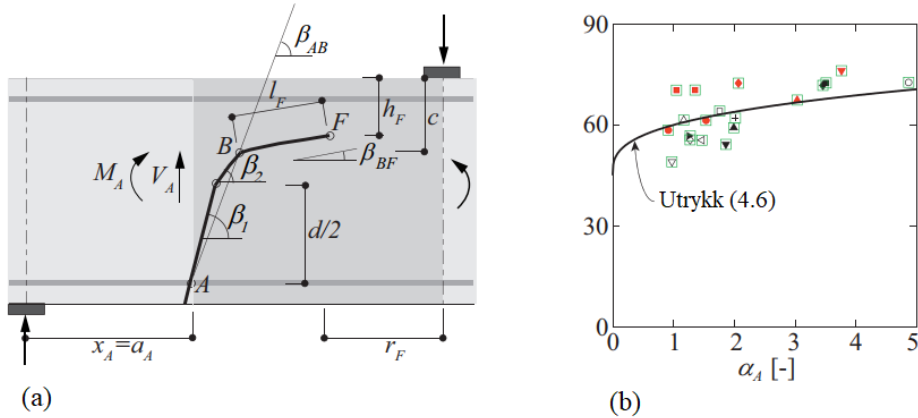
$$\beta_{AB} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{12} \alpha_A^{1/3} = \frac{\pi}{4} \left(1 + \frac{\alpha_A^{1/3}}{3} \right) \quad (4.5)$$

Der α_A er skjær slankhets forholdet:

$$\alpha_A = \frac{M_A(x)}{V_A(x) d} = \frac{V x_a}{V d} = \frac{x_a}{d} \quad (4.6)$$

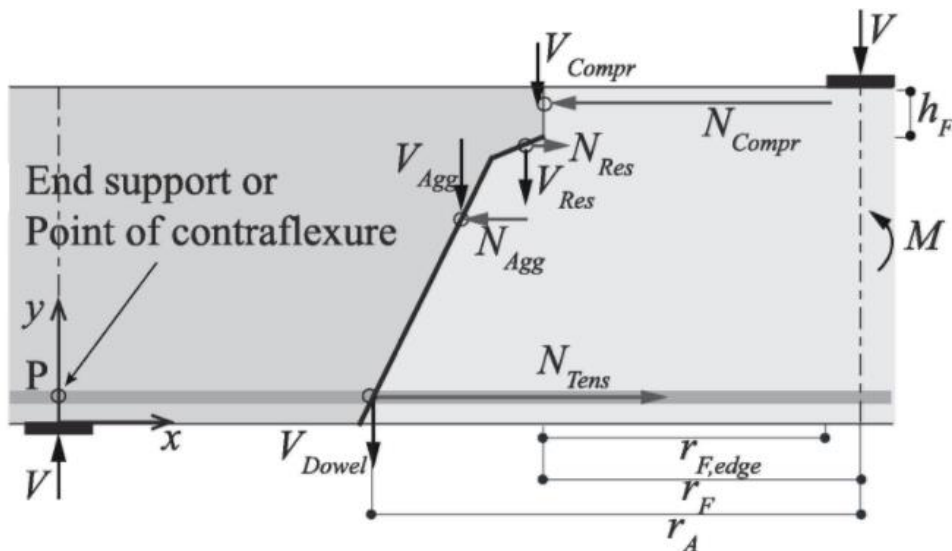
M_A refererer til momentet og V_A refererer til skjær kraften i snitt A hvor det kritiske skjærrisset bryter armeringen (Figur 4.3).

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory



Figur 4.4 Tilnærming av rissvinkel β_{AB} i segment A-B; (a) Geometri av riss med tilnærmet vinkel β_{AB} og (b) vinkel β_{AB} i segment A-B opp imot målte vinkel β_{AB} fra tester [41]

Ved å anvende det tilnærmede kritiske skjærrisset kan formen og kinematikken gjøre det mulig å definere bredden av rissåpningen og glidningen langs hele risset (Figur 4.4a). Del B-F kan bli karakterisert med bare bredden av åpningen langs risset (Modus I), mens Del A-B blir karakterisert med både glidning og bredden av åpningen langs risset (Modus II) [41]. Dette fordi riss åpningen i segment A-B kan nå en kritisk åpning og da vil aggregate interlock tre kraft (Figur 4.5). Når aggregate interlock effekten begynner å gi etter, vil dette danne en glidning av risset.



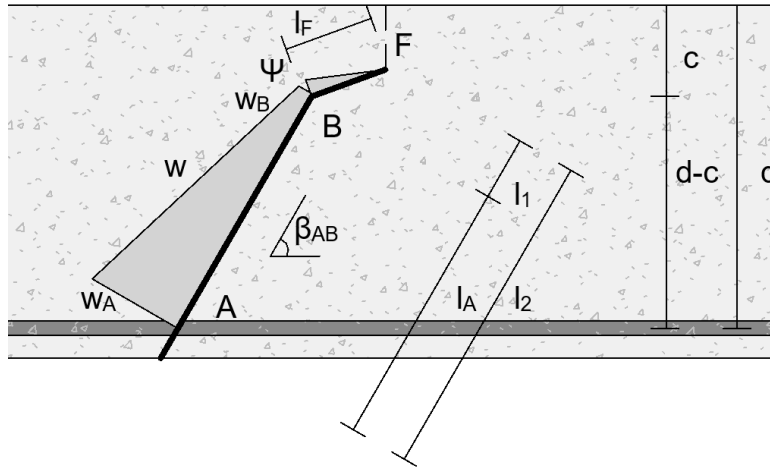
Figur 4.5: Likevekt av interne krefter fra de forskjellige skjæroverføringskreftene over det kritiske skjærrisset [43]

Lengden av segment A-B (l_A) kan bestemmes ved bruk av trigonometri (Figur 4.6):

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

$$\sin(\beta_{AB}) = \frac{d - c}{l_A} \Rightarrow l_A = \frac{d - c}{\sin(\beta_{AB})} \quad (4.7)$$

l_F kan antas lik $d/6$ og β_{BF} lik $\pi/8$ som følge av eksperiment målinger [41].



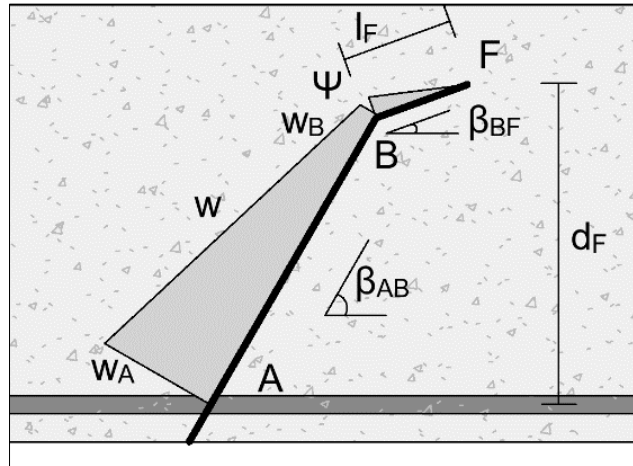
Figur 4.6: Rissåpning w langs det kritiske risset

Lengden d_F som går fra tuppen av risset og ned til lengdearmeringen (Figur 4.7) kan bestemmes ved hjelp av trigonometri:

$$d_F = d - c + l_F \sin(\beta_{BF}) \quad (4.8)$$

Ut i fra arbeidet til Campana, et al [44] kan det antas at rotasjonspunktet er lokalisert ved tuppen av risset. Rotasjonen kan dermed bli utledet som en funksjon av tøyningen i lengdearmeringen:

$$\Psi = \frac{u_a}{d_F} = \frac{\varepsilon_s l_B}{d_F} \quad (4.9)$$



Figur 4.7: Dybden d_F av det kritiske skjærrisset

4.2.2 Bidrag fra resterende strekkspenning

Opprisset betong har som sagt en resterende kapasitet til å overføre strekkspenninger over små rissåpninger. Det er flere mulige metoder å modellere denne kapasiteten. Cavagnis et al [41] benyttet det ikke-lineære uttrykket foreslått av Reinhardt [26] (utledningen av dette uttrykket se kapittel 2.4.3):

$$\sigma_{res} = f_{ct} \left(1 - \left(\frac{w}{w_c} \right)^{c1} \right) \geq 0 \quad (4.10)$$

Dette er et uttrykk som er karakterisert av et opphøyd funksjonsuttrykk, hvor $c1=0.31$ og den maksimale rissbredden kan bestemmes ved:

$$w_c = \frac{G_F}{f_{ct}} \left(\frac{1 + c1}{c1} \right) \quad (4.11)$$

Der w_c representerer maksimal bredde av rissåpningen for overføring av spenninger. Bruddenergien G_F for tradisjonell betong kan kalkuleres som $G_F = 0.073 f_c^{0.18}$ etter Modal Code 2010 [30]. For betongstrekkfastheten kan uttrykket fra Model Code 20010 benyttes:

$$\begin{aligned} f_{ct} &= 0.3 f_c^{2/3} && \text{for } f_c < 50 \text{ MPa} \\ f_{ct} &= 0.3 (50 f_c)^{1/3} && \text{for } f_c \geq 50 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (4.12)$$

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

Cavagnis [41] beregning av den resterende strekkspenningen inneholder bare bidraget fra segment B-F av risset (Modul I). Den resterende strekkspenningen fra segment A-B inkluderes i bidraget fra aggregate interlock og vil bli beregnet i kapittel 4.2.3 [41].

Skjærkraften fra den resterende strekkspenningen kan utledes ved først å benytte trigonometri av kreftene i segment B-F (Figur 4.8):

$$\cos(\beta_{BF}) = \frac{V_{Res}}{\sigma_{res} b \eta} \Rightarrow V_{Res} = \cos(\beta_{BF}) \sigma_{res} b \eta \quad (4.13)$$

der η er en integrasjonsvariabel, b er bredden av tverrsnittet, σ_{res} refererer til den resterende strekkspenningen som står normalt på risset og β_{BF} er vinkelen til del B-F (Figur 4.8).

For å bestemme skjærkraften for hele segment BF, må en integrere spenningene langs hele segmentet:

$$V_{Res} = \int_0^{l_{F1}} \sigma_{res} b \cos(\beta_{BF}) d\eta \quad (4.14)$$

der l_{F1} er integrasjonsgrensen.

Videre kan en sette inn for den resterende strekkspenningen (σ_{res}) fra uttrykk (4.10), hvor bredden av rissåpningen kan settes lik $w = \Psi \eta$:

$$V_{Res} = f_{ct} b \cos(\beta_{BF}) \int_0^{l_{F1}} \left(1 - \left(\frac{\Psi \eta}{w_c} \right)^{c1} \right) d\eta$$

$$V_{Res} = f_{ct} b \cos(\beta_{BF}) \left[\left(\eta - \frac{1}{1+c1} \left(\frac{\Psi \eta}{w_c} \right)^{c1} \eta \right) \right]_0^{l_{F1}}$$

Ved å sette inn for rotasjonen (Ψ) fra uttrykk (4.9) og integrasjonsgrensen (l_{F1}) for integrasjonsvariabelen (η) kan skjærkraften fra den resterende strekkspenningen skrives om til:

$$V_{Res} = f_{ct} b \cos(\beta_{BF}) l_{F1} \left(1 - \frac{1}{1+c1} \left(\frac{u_A l_{F1}}{d_F w_c} \right)^{c1} \right) \quad (4.15)$$

Normalkraften kan bestemmes på samme måte ved bruk av trigonometri av kreftene i segment B-F (Figur 4.8):

$$N_{Res} = V_{Res} \tan(\beta_{BF}) \quad (4.16)$$

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

Ved å se på bredden av rissåpningen (w) opp imot den maksimale bredden av rissåpningen (w_c), kan integrasjonen av spenningene langs segment B-F fører til to mulige utfall. Et hvor normalspenningene forekommer over hele lengden av segment B-F ($w = \Psi l_F < w_c$) slik at $L_{F1} = L_F$. Et annet hvor normalspenningene bare forekommer ved tuppen av risset ($w = \Psi l_F \geq w_c$), hvor L_{F1} er lik forholdet mellom den maksimale bredden av rissåpningen og den beregnede bredden av rissåpningen [41] (Figur 4.8):

$$L_{F1} = \frac{w_c}{\Psi l_F} l_F = \frac{w_c}{u_A} d_F \quad (4.17)$$

Det første utfallet hvor $L_{F1} = L_F$ gir følgende uttrykk for skjærkraften fra den resterende strekkspenningen (med $c1 = 0.31$) :

$$V_{Res} = f_{ct} b \cos(\beta_{BF}) l_F \left(1 - \frac{1}{1.31} \left(\frac{u_A l_F}{d_F w_c} \right)^{0.31} \right) \quad (4.18)$$

Det andre utfallet kan utledes ved å sette $L_{F1} = (w_c d_f)/u_A$ inn i uttrykk (4.15) :

$$V_{Res} = f_{ct} b \cos(\beta_{BF}) \frac{w_c}{u_A} d_F \left(1 - \frac{1}{1 + c1} \left(\frac{u_A \frac{w_c}{u_A} d_F}{d_F w_c} \right)^{c1} \right)$$

$$V_{Res} = f_{ct} b \cos(\beta_{BF}) \frac{w_c}{u_A} d_F \left(1 - \frac{1}{1 + c1} \right)$$

Ved å sette inn for w_c fra uttrykk (4.11) kan uttrykket skrives om til:

$$V_{Res} = f_{ct} b \cos(\beta_{BF}) \frac{G_F (1 + c1)}{f_{ct} c1 u_A} d_F \left(1 - \frac{1}{1 + c1} \right)$$

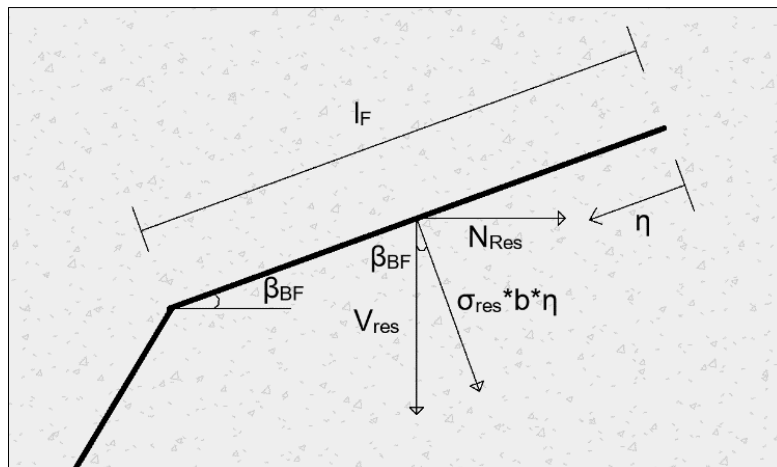
$$V_{Res} = b \cos(\beta_{BF}) \frac{G_F (1 + c1)}{u_A c1} d_F \left(1 - \frac{1}{1 + c1} \right)$$

$$V_{Res} = \frac{b \cos(\beta_{BF}) G_F d_F}{u_A} \left(\frac{1 + c1}{c1} - \frac{1}{c1} \right)$$

Til slutt kan det settes inn for $c1 = 0.31$. Skjærkraften fra den resterende strekkspenningen for det andre utfallet kan dermed bestemmes:

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

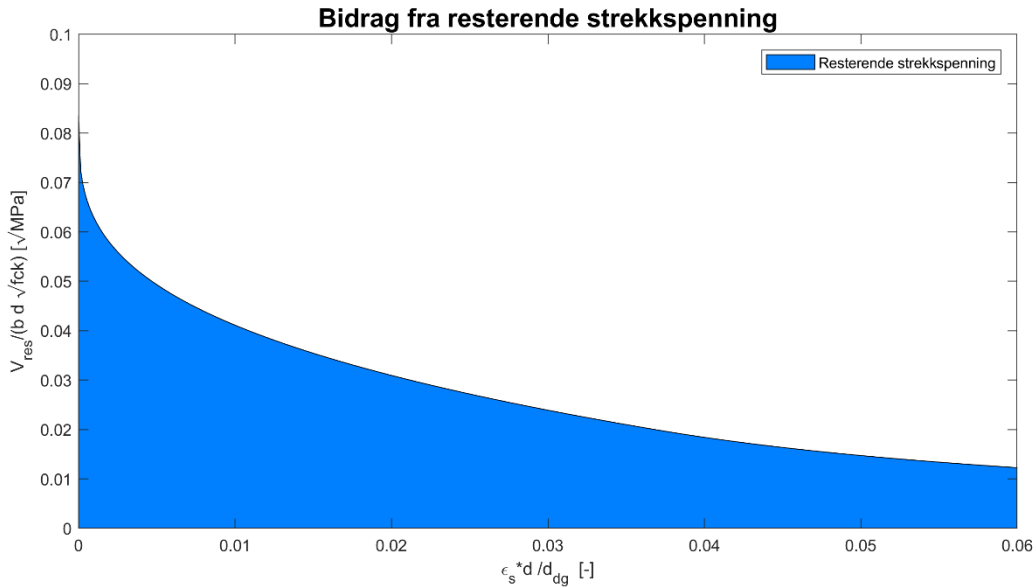
$$V_{Res} = \frac{G_F b \cos(\beta_{BF}) d_F}{u_A} \quad (4.19)$$



Figur 4.8: Krefter i segment B-F

Ved å benytte verdiene og geometrien av bjelken i Tabell 4.1, har bidraget fra den resterende strekkspenningen blitt beregnet ved en belastning på mellom (0-800kN). En kan nå se hvor stort bidraget fra skjærkraften for den resterende strekkspenningen, normalisert med $b d \sqrt{f_{ck}}$, i forhold til det kritiske skjærrisset ($\varepsilon_s d/d_{dg}$) (Figur 4.9). Det kan bli observert i Figur 4.9 at bidraget fra skjærkraften (V_{Res}) har en hyperbolisk reduksjon ved økning av riss åpningen $u_a = \varepsilon_s (d - c)$ [41]. Dette stemmer godt overens med observasjonene til Fernández Ruiz, et al [40].

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory



Figur 4.9: Bidraget fra resterende strekkspenning opp imot en økende åpning av det kritiske skjærrisset ($\epsilon_s d/d_{dg}$)

4.2.3 Bidrag fra aggregate interlock

I segment A-B vil aggregate interlock effekten inntre. På lik linje som for den resterende strekkspenningen kan bidraget fra aggregate interlock modelleres på flere måter. Cavagnis, et al [41] valgte å basere sin formel på Walraven [17] sin «two-phase» modell. Etersom Walraven sitt uttrykk behøver numerisk integrasjon har Cavagnis, et al utviklet to analytiske uttrykk for skjær- og normalspenningene. Disse er basert på kinematikken utviklet av Guidotti [45], der skjærspenningen kan bestemmes ved:

$$\tau_{agg} = \tau_{agg,0} = \sqrt{f_c} \frac{c_3 \bar{\delta}^{4/3}}{(c_2 \bar{w})^{1.8+c_2 \bar{\delta}}} \quad (4.20)$$

og normalspenningen står normalt på risset:

$$\sigma_{agg} = \sigma_{res} - \sigma_{agg,0} = \sigma_{res} - \sqrt{f_c} \frac{c_4 \bar{\delta}^{7/3}}{(c_2 \bar{w})^{3+c_2 \bar{\delta}}} \quad (4.21)$$

For σ_{res} kan uttrykk (4.9) benyttes. $c_2=40$, $c_3=35$ og $c_4=400$ er konstanter. $\bar{\delta} = \delta/d_{dg}$ og $\bar{w} = w/d_{dg}$ er normalisert riss glidning og bredden av rissåpning [41], hvor d_{dg} er gjennomsnittlig ruhet. For trykkfaster større en 60MPa introduseres en korreksjons funksjon for tilslagstørrelsen $d_g(60/f_{ck})^2$. Dette i samsvar med observasjoner fra Mattock, et al [16] (se kapittel 2.4.1). Sherwood, et al [46] observerte at ved tilslagsstørrelser større en 25mm vil

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

Økningen av skjærkapasiteten være varierende. Det har derfor blitt introdusert et kriterium hvor den gjennomsnittlige ruheten må være mindre eller lik 40mm ($d_{dg} \leq d_{g0} + d_{gmax} = 16 + 25 = 41 \approx 40$):

$$d_{dg} = \min(40\text{mm}, 16 + d_g) \quad \text{for } f_c \leq 60 \text{ MPa} \quad (4.22)$$

$$d_{dg} = \min(40\text{mm}, 16 + d_g(60/f_c)^2) \quad \text{for } f_c > 60 \text{ MPa}$$

De analytiske uttrykkene for skjær- og normalspenningene tar høyde for at det både fremkommer glidning og åpning av risset i segment A-B (Modus II). Cavagnis, et al [6] ville med denne modellen gi et mer realistisk inntrykk av hvordan risset oppfører seg ved glidning. Dette ved at uttrykkene tar høyde for at betong danner ruhet langs matriks flatene i risset, i motsetning til hvordan Walraven [17] modellerte glidningen der det ble antatt en perfekt plan flate mellom tilslaget [41].

Skjærkraften fra aggregate interlock kan utledes ved først benytte trigonometri av kreftene i segment A-B (Figur 4.10):

$$\begin{aligned} \sin(\beta_{AB}) &= \frac{V_{agg,01}}{\tau_{agg,0} b \xi} \Rightarrow V_{agg,01} = \tau_{agg,0} \sin(\beta_{AB}) b \xi \\ \cos(\beta_{AB}) &= \frac{V_{agg,02}}{\sigma_{agg,0} b \xi} \Rightarrow V_{agg,02} = \sigma_{agg,0} \cos(\beta_{AB}) b \xi \\ \cos(\beta_{AB}) &= \frac{V_{agg,res}}{\sigma_{agg,res} b \xi} \Rightarrow V_{agg,res} = \sigma_{res} \cos(\beta_{AB}) b \xi \end{aligned} \quad (4.23)$$

Der $V_{agg,01}$ er bidraget fra skjærspenningen, $V_{agg,02}$ er bidraget fra normalspenningen og $V_{agg,res}$ er bidraget fra den resterende strekkspenningen. I tillegg er ξ er en integrasjonsvariabel, b er bredden av tverrsnittet, $\tau_{agg,0}$, $\sigma_{agg,0}$ og σ_{res} er definert i respektive uttrykk (4.20), (4.21) og (4.10), og β_{AB} definert i uttrykk (4.5) (Figur 4.10). Resultantkraften for hvert enkelt bidrag kan bestemmes ved å integrere spenningene langs hele segment A-B:

$$\begin{aligned} V_{agg,0} &= V_{agg,01} - V_{agg,02} \\ V_{agg,0} &= b \left(\int_{l_1}^{l_2} \tau_{agg,0} \sin(\beta_{AB}) d\xi - \int_{l_1}^{l_2} \sigma_{agg,0} \cos(\beta_{AB}) d\xi \right) \end{aligned} \quad (4.24)$$

og

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

$$V_{agg,res} = b \int_{l_1}^{l_3} \sigma_{res} \cos(\beta_{AB}) d\xi \quad (4.25)$$

Der l_1 , l_2 og l_3 er integrasjonsgrenser.

Tar en vertikallikevekt av kreftene langs segment A-B (Figur 4.10) får en uttrykket for skjærkraften fra aggregate interlock V_{agg} :

$$\begin{aligned} V_{agg} &= V_{agg,0} + V_{agg,res} \\ V_{agg} &= b \left(\int_{l_1}^{l_2} \tau_{agg,0} \sin(\beta_{AB}) d\xi - \int_{l_1}^{l_2} \sigma_{agg,0} \cos(\beta_{AB}) d\xi \right) \\ &\quad + b \int_{l_1}^{l_3} \sigma_{res} \cos(\beta_{AB}) d\xi \end{aligned} \quad (4.26)$$

Det samme gjelder for normalkraften, der en først benytter trigonometri av kreftene i del A-B (Figur 4.10):

$$\begin{aligned} \cos(\beta_{AB}) &= \frac{N_{agg,01}}{\tau_{agg,0} b \xi} \Rightarrow N_{agg,01} = \tau_{agg,0} \cos(\beta_{AB}) b \xi \\ \sin(\beta_{AB}) &= \frac{N_{agg,02}}{\sigma_{agg,0} b \xi} \Rightarrow N_{agg,02} = \sigma_{agg,0} \sin(\beta_{AB}) b \xi \\ \sin(\beta_{AB}) &= \frac{N_{agg,res}}{\sigma_{agg,res} b \xi} \Rightarrow N_{agg,res} = \sigma_{res} \sin(\beta_{AB}) b \xi \end{aligned} \quad (4.27)$$

Videre kan hvert enkelt bidrag finnes ved å integrere spenningene langs segment A-B:

$$\begin{aligned} N_{agg,0} &= N_{agg,01} + N_{agg,02} \\ N_{agg,0} &= b \left(\int_{l_1}^{l_2} \tau_{agg,0} \cos(\beta_{AB}) d\xi + \int_{l_1}^{l_2} \sigma_{agg,0} \sin(\beta_{AB}) d\xi \right) \end{aligned} \quad (4.28)$$

og

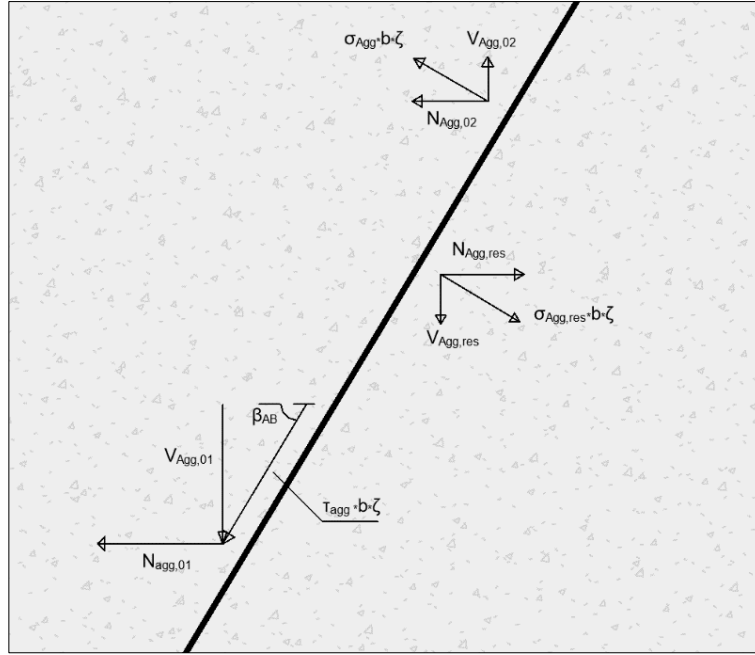
$$N_{agg,res} = b \int_{l_1}^{l_3} \sigma_{res} \sin(\beta_{AB}) d\xi \quad (4.29)$$

Tar en horisontallikevekt av kreftene i segment A-B (Figur 4.10) får en uttrykket for normalkraften fra aggregate interlock:

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

$$N_{agg} = N_{agg,0} - N_{agg,res}$$

$$N_{agg} = b \left(\int_{l_1}^{l_2} \tau_{agg,0} \cos(\beta_{AB}) d\xi + \int_{l_1}^{l_2} \sigma_{agg,0} \sin(\beta_{AB}) d\xi \right) - b \int_{l_1}^{l_3} \sigma_{res} \sin(\beta_{AB}) d\xi \quad (4.30)$$



Figur 4.10: Krefter langs segment A-B

Ved å sette inn for $\tau_{agg,0}$, $\sigma_{agg,0}$ og σ_{res} og for $\bar{w} = w/d_{dg} = \Psi\xi/d_{dg}$ i uttrykk (4.26), kan skjærkapasitet bidraget fra aggregat interlock bestemmes ved følgende uttrykk:

$$\begin{aligned} \frac{V_{Agg}}{\sqrt{f_c} b} &= \int_{l_1}^{l_2} \frac{\sin(\beta_{AB}) c_3 \bar{\delta}_A^{4/3}}{\left(c_2 \Psi \frac{\xi}{d_{dg}}\right)^{1.8+c_2\bar{\delta}_A}} - \frac{\cos(\beta_{AB}) c_4 \bar{\delta}_A^{7/3}}{\left(c_2 \Psi \frac{\xi}{d_{dg}}\right)^{3+c_2\bar{\delta}_A}} d\xi + \int_{l_1}^{l_3} \cos(\beta_{AB}) \left(1 - \left(\frac{\Psi \xi}{w_c}\right)^{c_1}\right) d\xi \\ &= \sin(\beta_{AB}) \frac{c_3 \bar{\delta}_A^{4/3}}{(c_2 \bar{\delta}_A + 2) \left(\frac{u_a}{d_F} \frac{c_2}{d_{dg}}\right)^{1.8+c_2\bar{\delta}_A}} \frac{l_2^{0.8+c_2\bar{\delta}_A} - l_1^{0.8+c_2\bar{\delta}_A}}{(l_2 l_1)^{0.8+c_2\bar{\delta}_A}} \\ &\quad - \cos(\beta_{AB}) \frac{c_4 \bar{\delta}_A^{7/3}}{(c_2 \bar{\delta}_A + 2) \left(\frac{u_a}{d_F} \frac{c_2}{d_{dg}}\right)^{3+c_2\bar{\delta}_A}} \frac{l_2^{2+c_2\bar{\delta}_A} - l_1^{2+c_2\bar{\delta}_A}}{(l_2 l_1)^{2+c_2\bar{\delta}_A}} \\ &\quad + \cos(\beta_{AB}) \left[l_3 \left(1 - \frac{1}{1+c_1} \left(\frac{u_a l_3}{d_F w_c}\right)^{c_1}\right) - l_1 \left(1 - \frac{1}{1+c_1} \left(\frac{u_a l_1}{d_F w_c}\right)^{c_1}\right) \right] \frac{f_{ct}}{\sqrt{f_c}} \end{aligned} \quad (4.31)$$

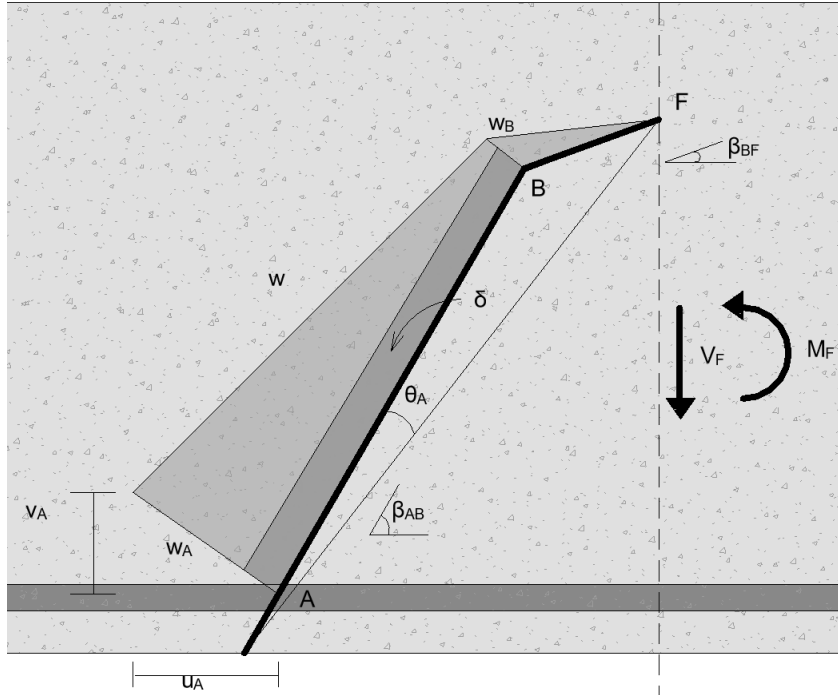
Der $\bar{\delta}_A$, v_A og θ_A kan bestemmes ved trigonometri (Figur 4.11):

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

$$\bar{\delta}_A = \frac{\delta_A}{d_{dg}} = \frac{\sqrt{u_a^2 + v_a^2} \sin(\theta_A)}{d_{dg}}$$

$$v_A = \frac{u_a}{d_F} (l_F \cos(\beta_{BF}) + l_A \cos(\beta_{AB})) \quad (4.32)$$

$$\theta_A = \beta_{AB} - \arctan \frac{d_F}{l_F \cos(\beta_{BF}) + l_A \cos(\beta_{AB})}$$



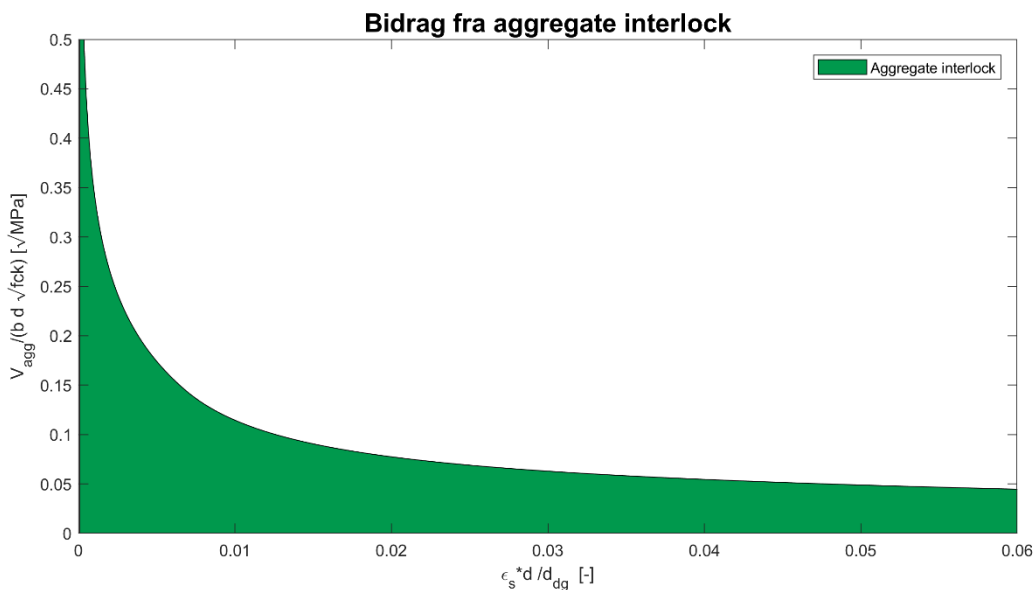
Figur 4.11: Kinematikk, rissbredde (w) og glidningen (δ) av det kritiske risset

Integrasjonsgrensene l_1 og l_2 kan bestemmes ved bruk av trigonometri og geometri av risset (Figur 4.6). En får da $l_1 = l_F \cos(\beta_{AB} - \beta_{BF})$ og $l_2 = l_1 + l_A$. Integrasjonsgrensen l_3 fører til tre mulige utfall [41]:

1. Første mulig utfall er der den resterende strekkspenningen forplanter seg langs hele lengden av del A-B ($w_A < w_c$). Som fører til at $l_3 = l_2$.
2. Andre mulig utfall er der den resterende strekkspenningene forplanter seg bare i toppen av segment A-B ($w_B < w_c < w_A$). Som fører til at $l_3 = (w_c/w_A) l_2$.
3. Det siste mulige utfallet er hvor ingen rest spenning forplanter seg langs segment A-B. Siden åpningen av risset er større enn w_c som er maksimalstørrelsen av risset som tillater overføring av spenninger. Dette medfører at $l_3 = l_1$ som igjen fører til at V_{Agg} og $N_{Agg,res}$ blir lik null.

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

Ved å benytte verdiene og geometrien av bjelken i Tabell 4.1 har bidraget fra aggregate interlock blitt beregnet ved en belastning på mellom (0-800kN). En kan nå se hvor stort bidraget fra aggregate interlock er i forhold til skjærkraften. Dette normalisert med $b d \sqrt{f_{ck}}$, i forhold til det kritiske skjærrisset ($\epsilon_s d/d_{dg}$) (Figur 4.12). På lik linje med resterende strekkspenning vil bidraget fra aggregate interlock (V_{Agg}) ha en hyperbolisk reduksjon ved økning av riss åpningen $u_a = \epsilon_s (d - c)$ [41]. Dette stemmer også godt overens med observasjonene til Fernández Ruiz, et al [40].



Figur 4.12: Bidraget fra aggregate interlock imot en økende åpning av det kritiske skjærrisset ($\epsilon_s d/d_{dg}$)

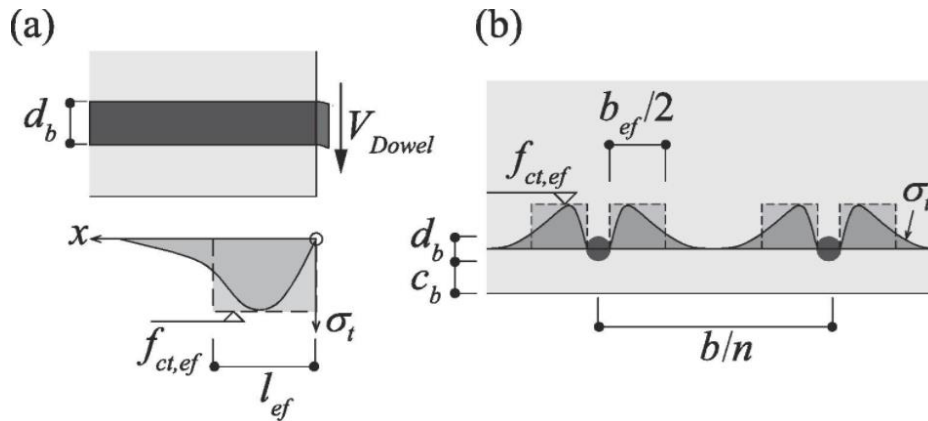
4.2.4 Bidrag fra dybel effekten

Dybel effekten baserer seg på krefter som aktiveres på grunn av vertikale forskyvninger mellom riss åpningen ved lengdearmingen [41]. Dybel effekten kan modelleres på flere måter. Modellen som ble brukt av Cavagnis, et al [41] for å stedfeste bidraget fra dybel effekten (V_{Dowel}) er formelen utledet av Fernández Ruiz, et al [22]:

$$V_{Dowel} = n f_{ct,ef} b_{ef} l_{ef} \quad (4.33)$$

Formelen til dybel effekten er avhengig av det effektive arealet av betongen i strekk nær lengdearmingen og av betongens effektive strekkfasthet i dette området [47]. Der n er antall armeringsjern, $f_{ct,ef}$ er den effektive strekkfastheten av betongen, b_{ef} er effektiv bredde og l_{ef} er effektiv lengde av strekkspenningsområdet (Figur 4.13).

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

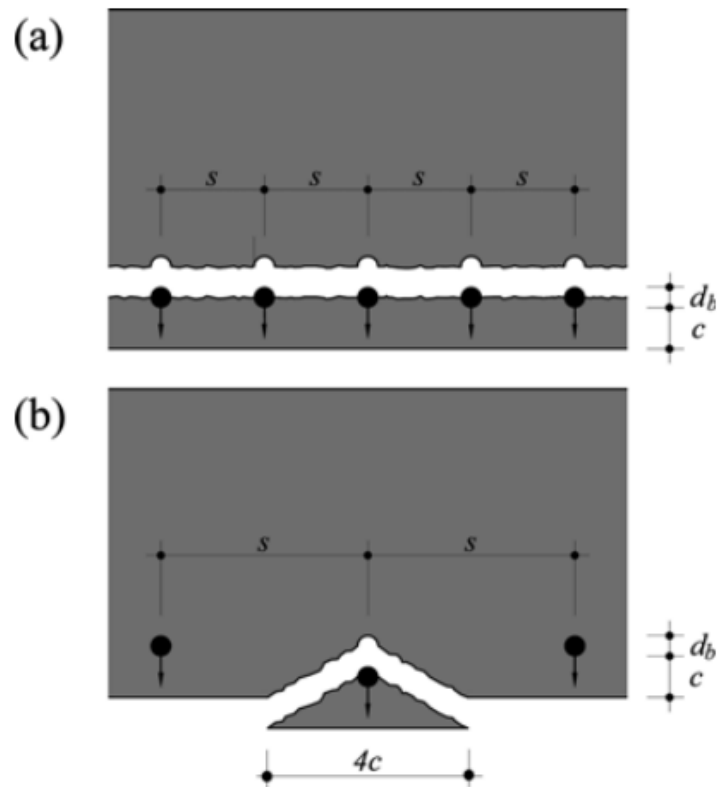


Figur 4.13: Spenninger ved armeringen: (a) Spenninger langs overdekningen langs armeringen og definisjonen av effektiv lengde l_{ef} ; (b) Strekkspenninger vinkelrett til armeringen og definisjonen av effektiv bredde b_{eff} [41]

Effektive lengden l_{ef} er ut ifra eksperimentelle og analytiske studier blitt observert å være avhengig av diameteren av armeringsjernet [48]. Fernández Ruiz, et al [22] utviklet et empirisk formeluttrykk basert på en rekke tester som tok hensyn til denne avhengigheten:

$$l_{ef} = 2d_b \quad (4.34)$$

Effektive bredden tar hensyn til fordelingen av strekkspenninger i betongen ikke er konstant (Figur 4.13b). Den effektive bredden er utledet ved å studere mulige bruddplan som kan oppstå ved armeringen (Figur 4.14) [49]. Det første bruddplanet kan oppstå når forholdet mellom overdekningen og avstanden mellom armeringen (s/c_b) er liten (Figur 4.14a). Her vil den effektive bredden være lik avstanden mellom armeringen minus armeringsdiameteren ($b_{ef} = s - d_b$). Det andre bruddplanet forekommer når forholdet mellom overdekningen og avstanden mellom armeringen er stor (Figur 4.14b). Her vil den effektive bredden være lik 4 ganger betongoverdekningen ($b_{ef} = 4 c_b$).



Figur 4.14: Bruddplan: (a) for liten (s/c) forhold; (b) for stor (s/c) forhold [50]

En ender dermed opp med følgende uttrykk for den effektive bredden:

$$b_{ef} = \min \left[\frac{b}{n} - d_b; 4 c_b \right] \quad (4.35)$$

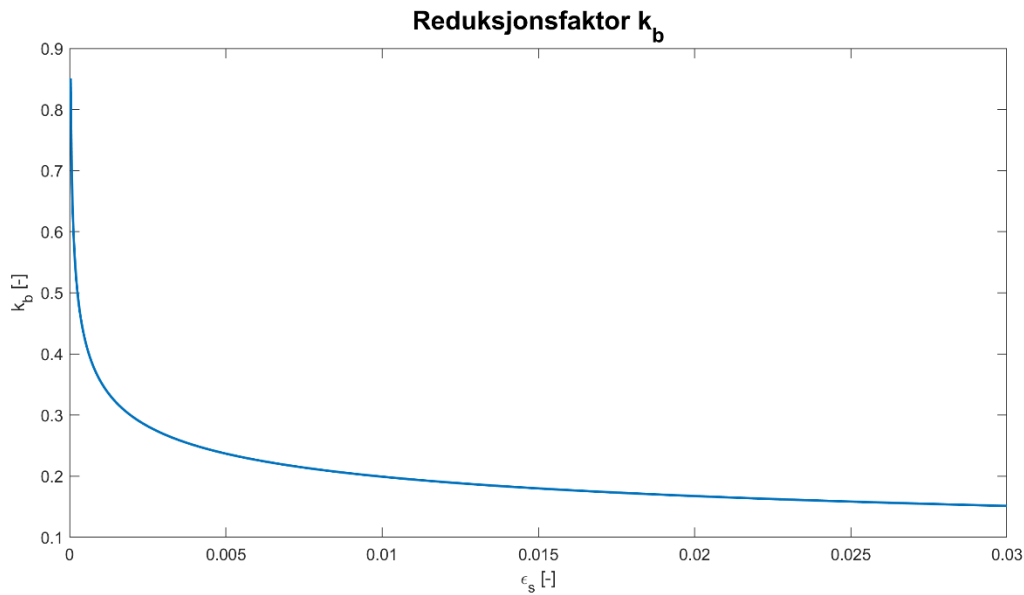
hvor b er tverrsnittsbredden, n er antall armeringsjern, d_b er armeringsdiameteren og c_b overdekningen.

Den effektive strekkfastheten av betongen er påvirket av armeringstøyningen. Dette fordi strekkfastheten påvirkes ved splittelsen langs armeringen [50]. Denne effekten kan bestemmes ved følgende uttrykk:

$$f_{ct,ef} = k_b f_{ct} \quad (4.36)$$

k_b er en reduksjonsfaktor som tar hensyn til ved økende tøyning i armeringen medfører en reduserende effektiv strekkfasthet [50]. Reduksjonsfaktoren er utledet fra eksperimentene utført av Fernández Ruiz, et al [50] (Figur 4.15) og kan bestemmes:

$$k_b = 0.063 \varepsilon_s^{-1/4} \leq 1 \quad (4.37)$$



Figur 4.15: Reduksjonsfaktoren k_b som en funksjon av armeringstøyningen

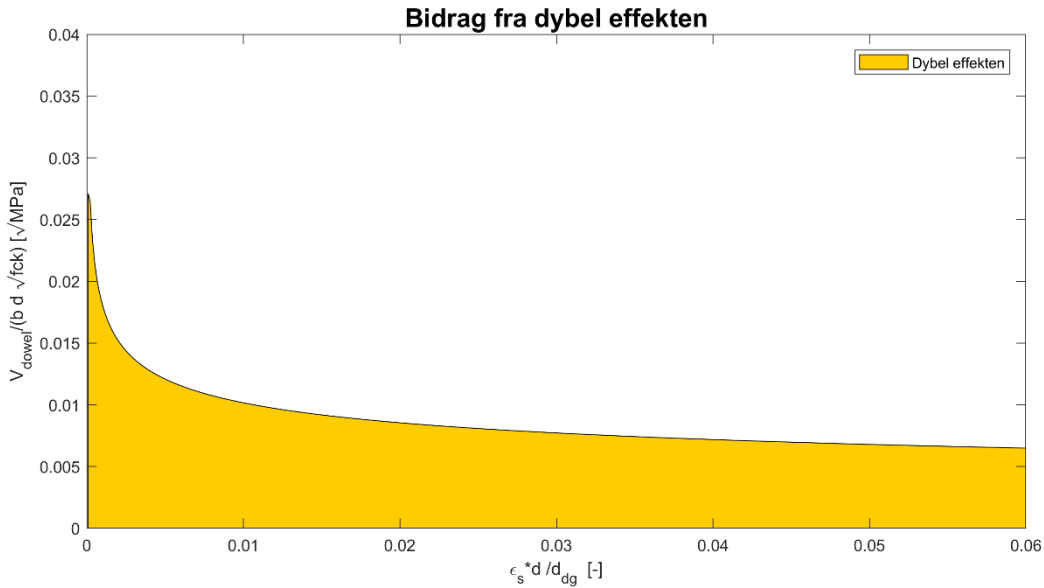
Ved å sette inn for tøyningen av lengdearmeringen $\epsilon_s = u_A/l_B$ i formeluttrykket kan reduksjonsfaktoren uttrykkes:

$$k_b = 0.063 \left(\frac{l_b}{u_a} \right)^{1/4} = 0.063 \left(\frac{d-c}{u_a} \right)^{1/4} \leq 1 \quad (4.38)$$

En kan nå utrykke skjærkraftbidraget fra dybel effekten ved å anta ett armerings lag og sette inn for b_{ef} og l_{ef} :

$$V_{Dowel} = k_b f_{ct} n (b/n - d_b) 2 d_b \quad (4.39)$$

Ved å benytte verdiene og geometrien av bjelken i Tabell 4.1 har bidraget fra dybel effekten blitt beregnet ved en belastning på mellom (0-800kN). En kan nå se hvor stort bidraget fra dybel effekten, normalisert med $b d \sqrt{f_{ck}}$, i forhold til det kritiske skjærrisset ($\epsilon_s d/d_{dg}$) (Figur 4.12). På lik linje som for de andre skjæroverføringsmekanismene vil bidraget fra dybel effekten (V_{Dowel}) ha en hyperbolisk reduksjon ved økning av riss åpningen $u_a = \epsilon_s (d - c)$ [41]. Dette stemmer også godt overens med observasjonene til Fernández Ruiz, et al [40].



Figur 4.16: Bidrag fra dybel effekten opp imot en økende åpning av det kritiske skjærrisset ($\epsilon_s d/d_{dg}$)

4.2.5 Bidrag fra trykksonen

Det siste bidraget som Cavagnis, et al [41] inkluderer i sin modell er bidraget fra trykksonen. Dette bidraget baserer seg på skjæroverføring på grunn av dannelsen av en trykkstag før det kritiske risset forplanter seg langs segment B-F (Figur 4.17) [41].

Helningen til trykkstaven utledet av eksperimenter [51]. Ved å forutsette helningen av tøyningene er parallell med spenningene, ble det observert at retningen på tøyningene er slik som vist i Figur 4.17. Ut fra denne antagelsen kan plasseringen av resultantkraften av trykksonen finnes ved avstanden $c_n = 1/3 h_F$ fra toppen av trykksonen. h_F referer til høyden av trykksonen over tuppen av risset (Figur 4.17). Dette kan beregnes som $h_F = d - d_F$. Helningen kan nå bestemmes ved bruk av trigonometri ved å forutsette en avstand c_m fra toppen av trykksonen til senter i trykkstaven [6]:

$$\tan(\alpha_c) = \frac{c_n - c_m}{r_{F,edge}} \Rightarrow \alpha_c = \tan^{-1} \left(\frac{c_n - c_m}{r_{F,edge}} \right) \quad (4.40)$$

Hvor, $r_{F,edge}$ er avstanden fra tuppen av risset til belastningspunktet (Figur 4.17). Skjærkraften fra trykksonen kan bestemmes ved å ta forholdet mellom avstandene $c_n - c_m$ og $r_{F,edge}$ og settes lik forholdet mellom V_{compr} og N_{compr} (Figur 4.17):

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

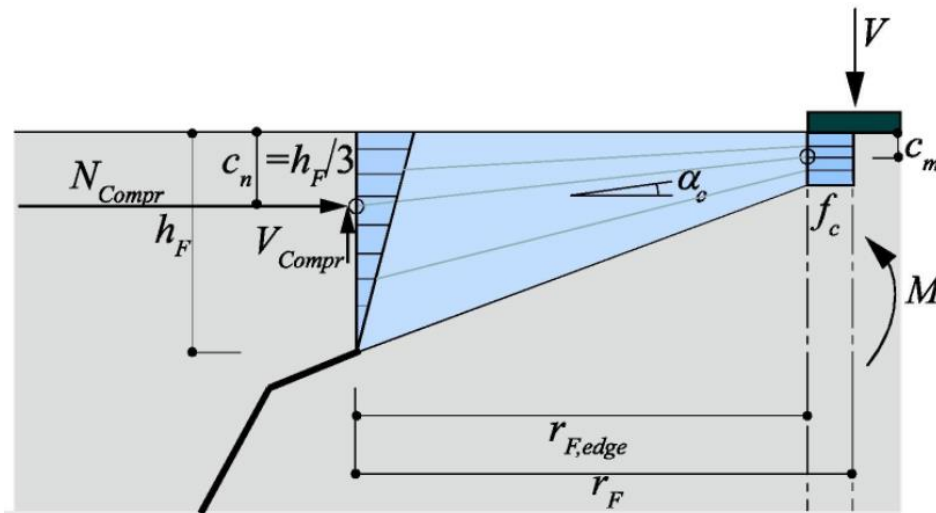
$$\frac{V_{compr}}{N_{compr}} = \frac{c_n - c_m}{r_{F,edge}} \Rightarrow V_{compr} = N_{compr} \frac{c_n - c_m}{r_{F,edge}} \quad (4.41)$$

Ved å endre på avstanden c_m helt til spenningen σ når trykkfastheten av betongen (f_{ck}) kan trykkraften uttrykkes som [6]:

$$N_{compr} = \sigma b 2c_m = f_{ck} b 2c_m \quad (4.42)$$

Ved sette inn for trykkraften (N_{compr}) i uttrykk (4.41) kan skjærkraften fra trykksonen bestemmes:

$$V_{compr} = N_{compr} \frac{c_n - c_m}{r_{F,edge}} = f_{ck} b 2c_m \frac{c_n - c_m}{r_{F,edge}} \quad (4.43)$$



Figur 4.17: Spenningsfelt benyttet for å finne skjærkraft bidraget fra trykksonen [41]

For å beregne skjærkraften på grunn av bidraget fra trykksonen er en avhengig av å utføre beregninger for alle potensielle kritiske skjærriss langs bjelken. Dette da plasseringen av skjærrisset er ukjent. For å slippe og gå igjennom denne tidkrevende og lite effektivt beregningsprosedyren har Cavagnis, et al [41] observert ved å beregne skjærkraften for 629 slanke bjelker fra databasen av skjærtester [52]. Disse testene viser at forholdet mellom skjærkraften fra trykksonen og den totale skjærkraften er direkte avhengig av forholdet mellom r_F/h_F . Ved å innføre en konstant k_{c1} som korrigerer formelen opp i mot beregningene utført fra databasen, har Cavagnis, et al utviklet et forenklet uttrykk for skjærkraften fra trykksonen:

$$\frac{V_{compr}}{V_c} = \frac{k_{c1} h_F}{r_F} < 1 \quad (4.44)$$

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

Hvor $V_c = (V_{Res} + V_{Agg} + V_{Dowel} + V_{compr})$ og korrigeringskonstanten k_{c1} kan settes lik 0.5.

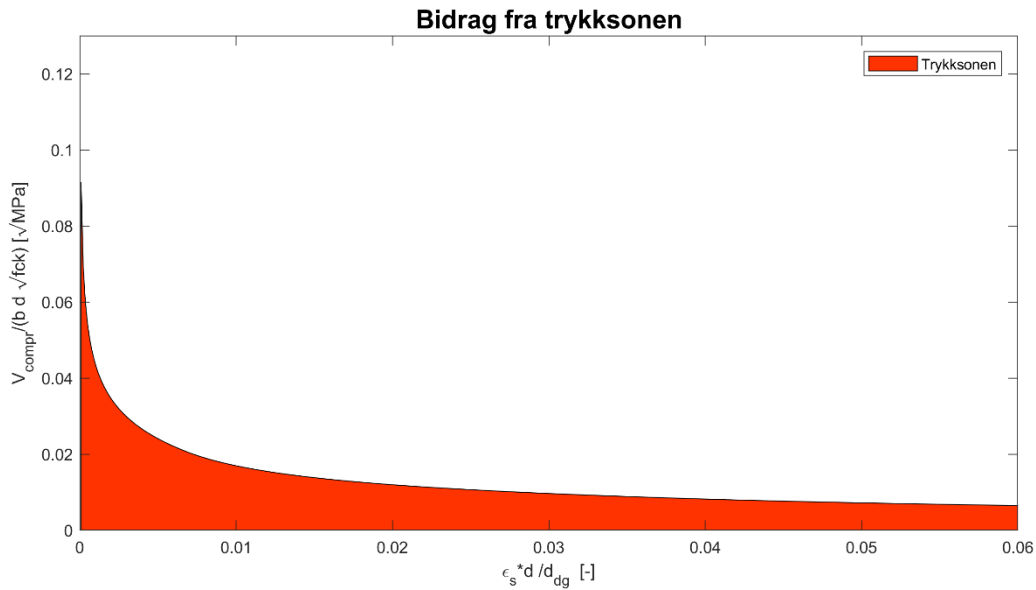
Utrykk (4.44) kan nå skrives om til:

$$\begin{aligned}V_{compr} &= \frac{0.5 h_F}{r_F} (V_{Res} + V_{agg} + V_{dowel} + V_{compr}) \\V_{compr} &= \frac{0.5 h_F}{r_F} (V_{Res} + V_{agg} + V_{dowel}) + \frac{0.5 h_F}{r_F} V_{compr} \\V_{compr} \left(1 - \frac{0.5 h_F}{r_F}\right) &= \frac{0.5 h_F}{r_F} (V_{Res} + V_{agg} + V_{dowel})\end{aligned}$$

Det forenklete uttrykket av skjærkraften fra trykksonen kan dermed omskrives til:

$$V_{compr} = \frac{0.5 h_F / r_F}{1 - 0.5 h_F / r_F} (V_{Res} + V_{agg} + V_{dowel}) \quad (4.45)$$

Ved å benytte verdiene og geometrien av bjelken i Tabell 4.1 har bidraget fra trykksonen blitt beregnet ved en belastning på mellom (0-800kN). En kan nå se hvor stort bidraget er fra trykksonen. Dette normalisert med $b d \sqrt{f_{ck}}$, relatert til det kritiske skjærrisset ($\varepsilon_s d/d_g$) (Figur 4.12). På lik linje som for de andre skjæroverføringsmekanismene vil bidraget fra trykksonen (V_{compr}) ha en hyperbolisk reduksjon ved økning av riss åpningen $u_a = \varepsilon_s (d - c)$ [41]. Dette stemmer også godt overens med observasjonene til Fernández Ruiz, et al [40].



Figur 4.18: Bidraget fra trykksonen imot det kritiske skjærrisset ($\epsilon_s d/d_{dg}$)

4.3 Total skjærkapasitet

Den totale skjærkapasiteten kan nå uttrykkes ved å legge sammen alle skjærbidragene:

$$V_C = V_{Res} + V_{Agg} + V_{Dowel} + V_{Compr}$$

$$V_C = V_{Res} + V_{Agg} + V_{Dowel} + \frac{0.5 h_F/r_F}{1 - 0.5 h_F/r_F} (V_{Res} + V_{agg} + V_{dowel})$$

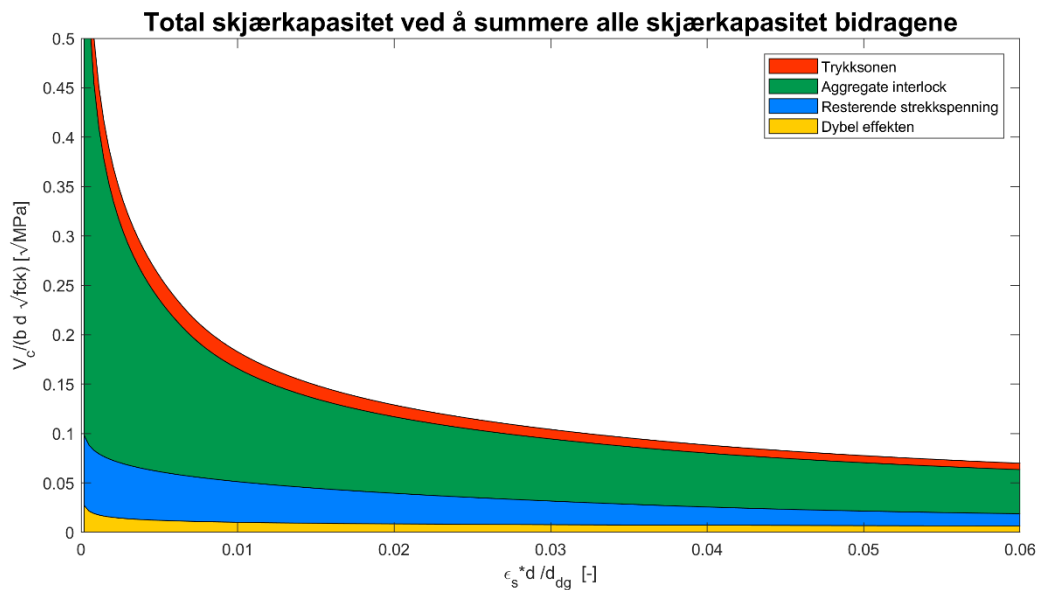
$$V_C = (V_{Res} + V_{agg} + V_{dowel}) \frac{(1 - 0.5 h_F/r_F) + (0.5 h_F/r_F)}{1 - 0.5 h_F/r_F}$$

Dette gir skjærkapasitetsuttrykk:

$$V_C = \frac{V_{Res} + V_{Agg} + V_{Dowel}}{1 - 0.5 h_F/r_F} \quad (4.46)$$

Ved å legge sammen alle skjæroverføringsbidragene kan en observere hvor mye hvert enkelt bidrag har i forhold til totalkapasiteten (Figur 4.19). En kan observere at aggregate interlock har størst bidrag til skjærkapasiteten. Mer enn resterende strekkspenning, trykksonen og dybel effekten til sammen. Dette spesielt ved lave verdier for åpningen av det kritiske skjærrisset.

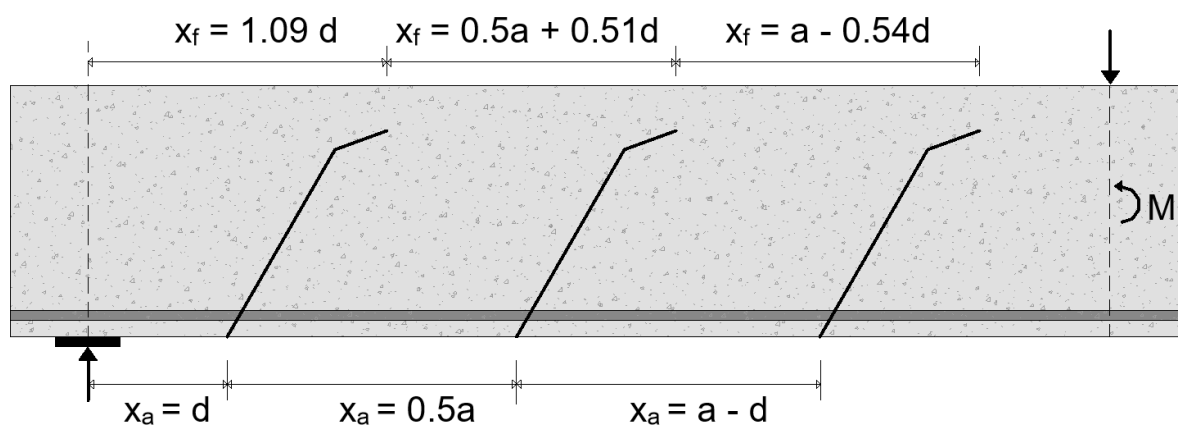
4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory



Figur 4.19: Bidrag fra alle skjæroverføringsmekanismene imot det kritiske skjærrisset ($\epsilon_s d/d_{dg}$)

4.3.1 Lokasjon av det kritiske skjærrisset

Lokasjonen til det kritiske skjærrisset er avhengig av endringer av geometri, materialparametere og belastning. Cavagnis, et al [41] utforsket tre potensielle lokasjoner for det kritiske skjærrisset for punkt belastede bjelker ($x_a = d$, $x_a = 0.5a$, $x_a = a - d$) (Figur 4.20). For enkelhetens skyld er det gunstig å ha et fiksert lokasjon for det kritiske skjærrisset. Det teoretiske kritiske skjærrisset er derfor lokalisert hvor summen bidragene fra alle skjæroverføringskreftene når sin minste verdi [41]. Dette fordi det gir en konservativ dimensjonering for skjær.



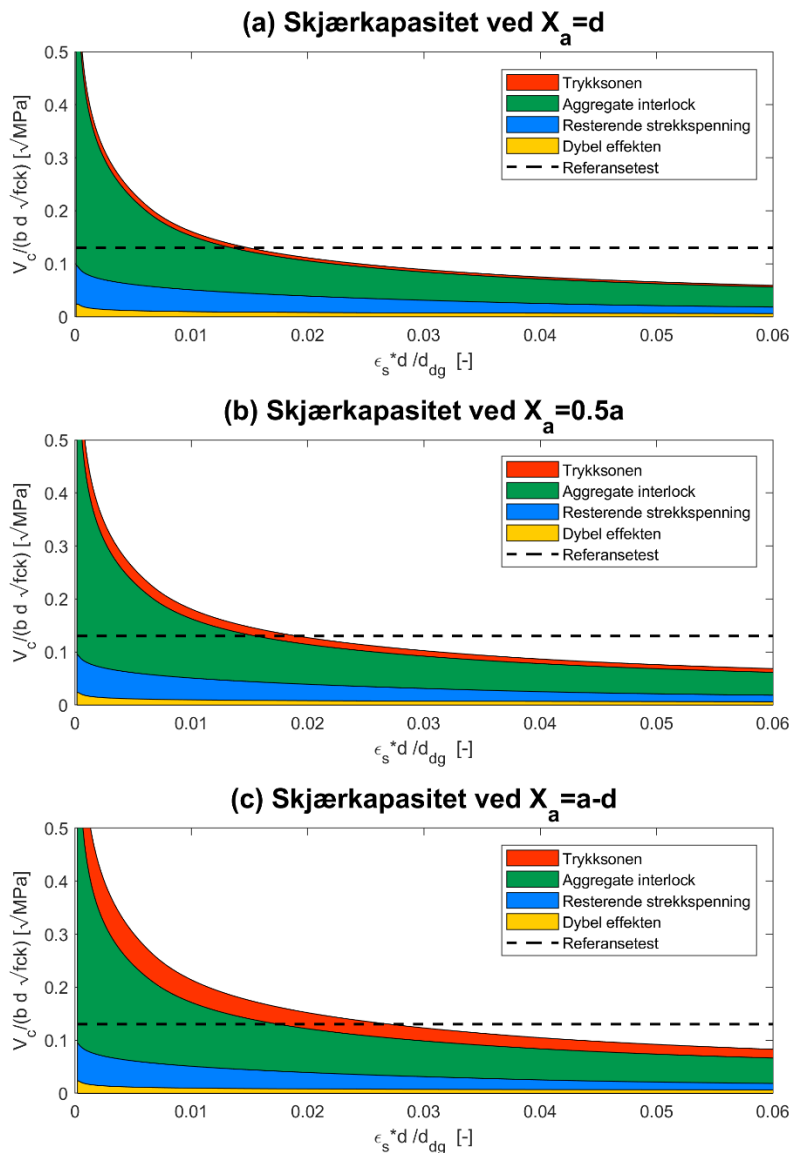
Figur 4.20: Potensielle lokasjoner for det kritiske skjærrisset (basert på [41])

For sammenligning av skjærkapasiteten etter uttrykk (4.46) ved forskjellige lokasjoner av det kritiske skjærrisset er testbjelken SC64 (presentert i detalj i [51]) benyttet. Testbjelken har

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

følgende parametere ($a = 1750 \text{ mm}$, $f_{ck} = 35.6 \text{ MPa}$, $\rho = 0.886 \%$, skjærkraft ved brudd $V = 105 \text{ kN}$, $b = 250 \text{ mm}$ og $d = 556 \text{ mm}$).

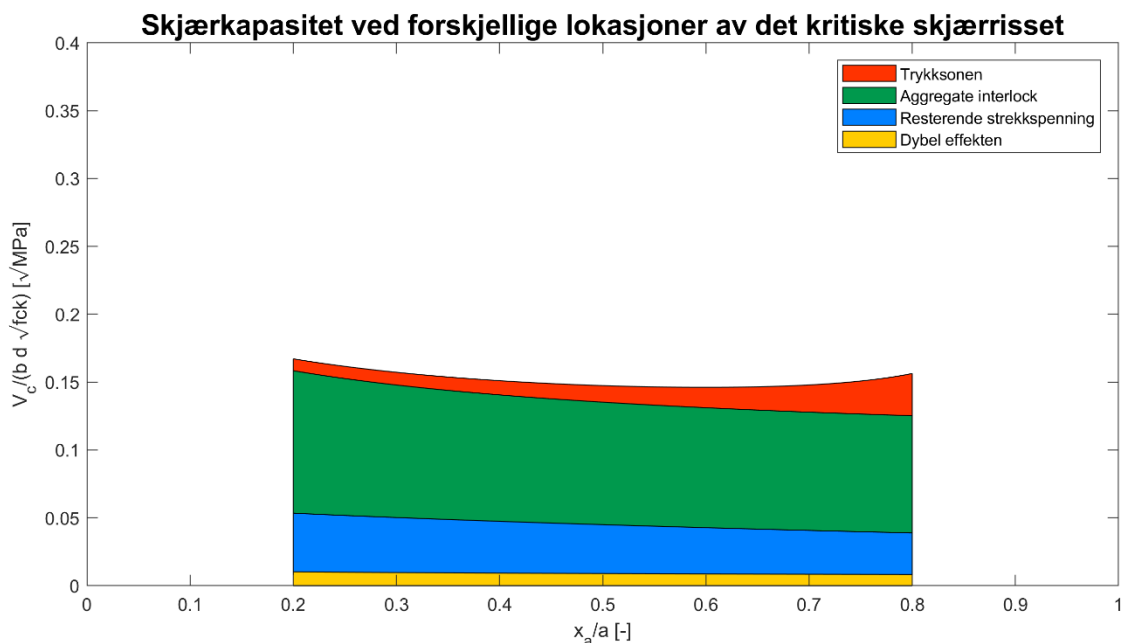
I Figur 4.21 kan det observeres at variasjon av avstanden x_a gir minimale endringer av skjærkapasiteten. Det som i størst grad endres ved økning av avstanden x_a er bidraget fra trykksonen og resterende strekkspenning. Desto nærmere det kritiske skjærriset er til det belastede punktet til større innvirkning vil bidraget til trykksonen ha på den totale skjærkapasiteten. I motsetning vil resterende strekkspenning få et mindre bidrag (Figur 4.21).



Figur 4.21: Skjærkapasitet ved forskjellige kontrollsnitt med referansebjelke C64; (a) ved $x_a = d$; (b) ved $x_a = 0.5a$; (c) ved $x_a = a-d$

Det kan observeres i Figur 4.22 at det kritiske skjærriset i lokasjonen mellom $0.4a$ og $0.6a$ gir en tilnærmet lik skjærkapasitet (flat kurve), selv om hvert enkelt bidrag varierer. Cavagnis, et al [41] valgte derfor at lokasjonen av det kritiske skjærriset kunne settes lik $x_a = 0.5a$.

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory



Figur 4.22: Bidrag fra skjæroverføringskreftene ved økning av x_a

4.4 Beregningsmodell for lukket utrykk

Summen av bidragene fra skjæroverføringskreftene fra utrykk (4.46) gir en detaljert evaluering av skjærkapasiteten til konstruksjonsdeler uten skjærarmoring. Allikevel vil det være upraktisk og tidkrevende å utføre beregninger fra hvert enkelt bidrag fra skjærkapasitetsuttrykket (4.46). Cavagnis, et al [41] observerte et bruddområde ved å benyttet ekstrem verdier for de forskjellige parameterne (d_g fra 8-32 mm, f_{ck} fra 20-100 MPa, ρ fra 0.5-3%, a/d fra 2.5-8 og d fra 200-2000 mm) (Figur 4.23). Parameter verdiene for den øvre- og nedregrensen har blitt observert å være lik de i Tabell 4.2.

Parametere	d_g [mm]	f_{ck} [MPa]	ρ [%]	a/d [-]	d [mm]
Øvre grenseverdier	8	20	3	2.5	2000
Nedregrenseverdier	32	100	1	2.5	200

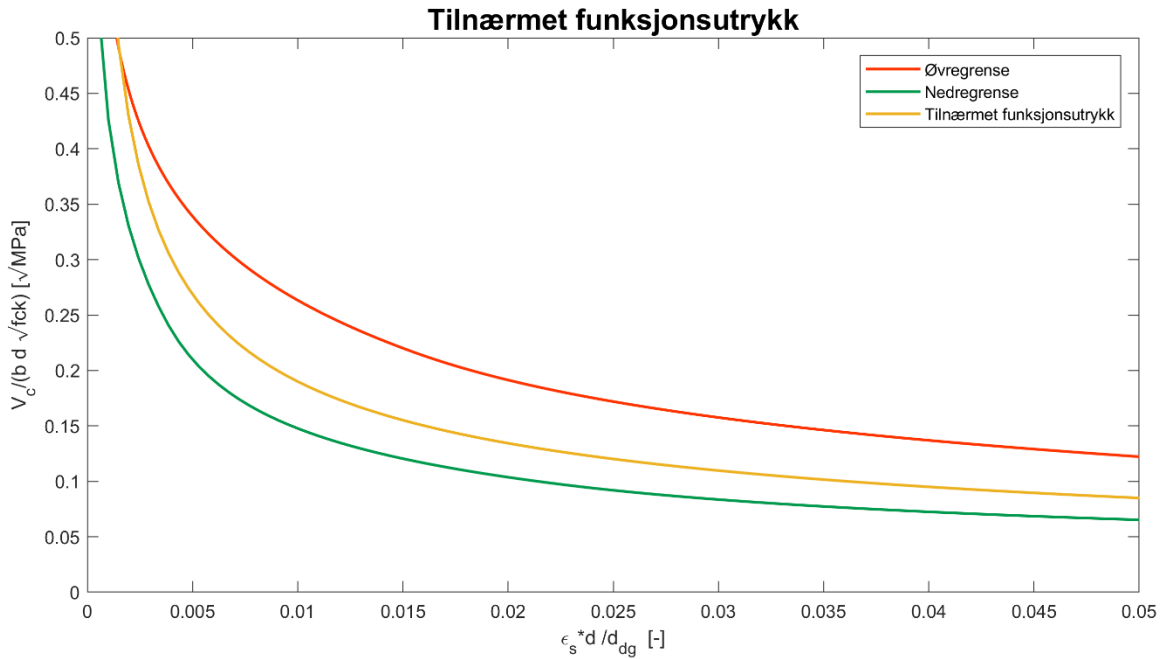
Tabell 4.2: Parameterverdier for øvre- og nedregrense for skjærkapasitetsutrykk (4.46) ved sammenligning mot økende åpning av det kritiske skjærrisset

For å forenkle beregningsprosessen utviklet Cavagnis, et al et tilnærmet funksjonsutrykk basert på det observerte bruddområdet for skjærkapasitetsuttrykket (4.46) (Figur 4.23):

$$V_c = k \left(\frac{f_{ck} d_{dg}}{\varepsilon_s d} \right)^{1/2} b d \quad (4.47)$$

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

hvor d er den effektive dybden, f_{ck} er trykkfastheten, ϵ_s er armeringstøyningen (fra uttrykk (4.3)), og d_{dg} er den gjennomsnittlige ruheten av det kritiske risset. k er en koeffisient som er avhengig av de mekaniske og geometriske parametere. Så som armeringsforhold, a/d forhold, trykkfasthet, effektiv dybde og moment-skjærforholdet [41].



Figur 4.23: Tilnærmet funksjonsuttrykk innenfor øvre og nedregrense av bruddområde

Ved å sette inn for armeringstøyningen fra uttrykk (4.3) i uttrykk (4.47) og anta at brudd skjærkraften i kontrollsnittet er lik skjærkapasiteten ($V_F = V_C$), kan uttrykket skrives om til:

$$V_c = k \left(\frac{f_{ck} d_{dg}}{\frac{V_F a_{cs}}{A_s E_s z}} \right)^{1/2} b d = k \left(\frac{b \rho E_s z}{V_c a_{cs}} f_{ck} d_{dg} \right)^{1/2} b d$$

$$V_c = k \left(\frac{f_{ck} d_{dg}}{a_{cs}} z \rho b E_s \right)^{1/2} b d \frac{1}{V_c^{1/2}}$$

$$V_c^{3/2} = k \left(\frac{f_{ck} d_{dg}}{a_{cs}} z \rho b E_s \right)^{1/2} b d$$

$$V_c = k^{2/3} \left(\frac{f_{ck} d_{dg}}{a_{cs}} z \rho b E_s \right)^{1/3} b^{2/3} d^{2/3}$$

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

Setter deretter inn $E_s = 200000$, antagelsen at $z = 0.9d$ og benytter regelen om at $x^{2/3} = x \frac{1}{x^{1/3}}$

$$V_c = k^{2/3} \left(200000 \rho \frac{f_{ck} d_{dg} 0.9d}{a_{cs} d} \right)^{1/3} b d$$

$$V_c = k^{2/3} (0.9 * 2000)^{1/3} \left(100 \rho \frac{f_{ck} d_{dg}}{a_{cs}} \right)^{1/3} b d$$

Ved å innføre en koeffisient $\kappa = k^{2/3} (0.9 * 2000)^{1/3}$ gir dette følgende uttrykk:

$$V_c = \kappa \left(100 \rho \frac{f_{ck} d_{dg}}{a_{cs}} \right)^{1/3} b d \quad (4.48)$$

Koeffisienten κ kan nå bestemmes ved å sette inn uttrykk (4.46) i uttrykk (4.48):

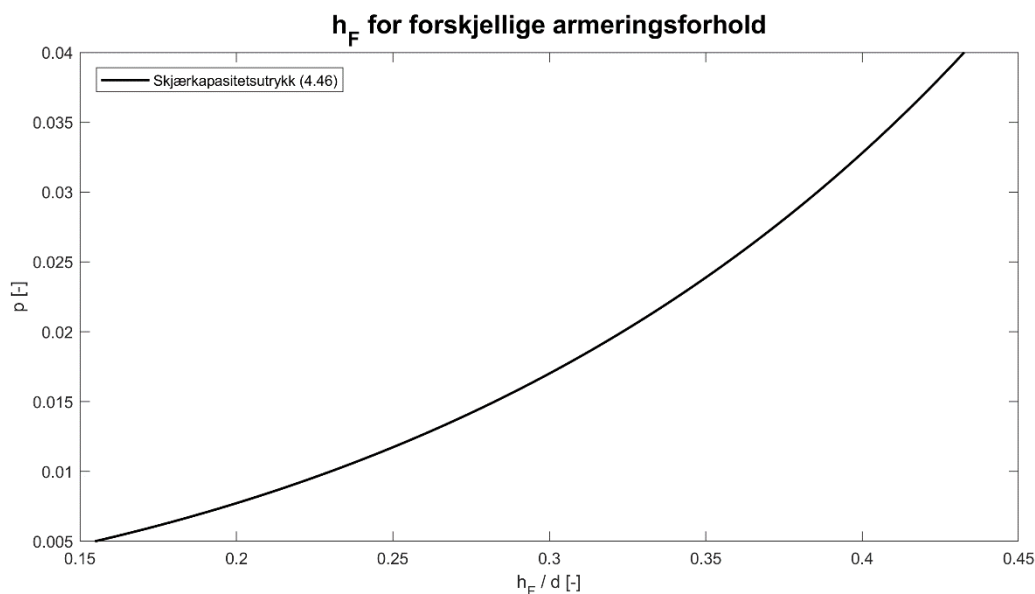
$$\kappa = \frac{1}{1 - 0.5 h_F/r_F} \frac{V_{Res} + V_{Agg} + V_{dowel}}{\left(100 \rho \frac{f_{ck} d_{dg}}{a_{cs}} \right)^{1/3} b d} = k_c k_a \quad (4.49)$$

hvor

$$k_c = \frac{1}{1 - 0.5 h_F/r_F} \text{ og } k_a = \frac{V_{Res} + V_{Agg} + V_{dowel}}{\left(100 \rho \frac{f_{ck} d_{dg}}{a_{cs}} \right)^{1/3} b d}$$

Med hensyn til k_c , er h_F avstanden mellom tuppen av det kritiske skjærrisset og toppen av trykksonen (Figur 4.17). h_F varierer mellom $0.2d$ (for armeringsforhold lavere enn 1%) og $0.4d$ (for armeringsforhold større enn 3%) (Figur 4.24). h_F kan derfor med god rimelighet antas lik $0.3d$ for normale armeringsforhold [41].

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

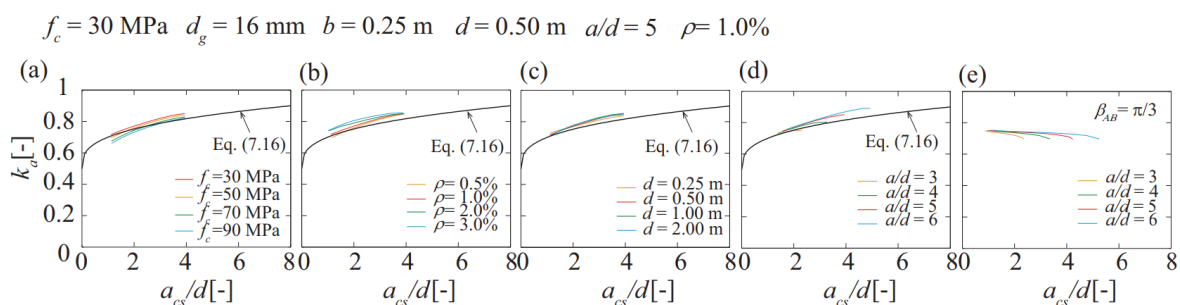


Figur 4.24: h_F for forskjellige armeringsforhold ut i fra skjærkapasitetsuttrykk (4.46)

Beregning av koeffisienten k_a for en rekke parametere som påvirker skjærkapasiteten er vist i Figur 4.25. Det kan her observeres at endringene av disse parameterne har ubetydelig påvirkning på koeffisienten k_a . Det som påvirker koeffisienten k_a er moment-skjærforholdet (a_{cs}). k_a kan derfor tilnærmes ved bruk av følgende analytisk formeluttrykk:

$$k_a = 0.5 + 0.2 \alpha_{cs}^{1/3} \quad (4.50)$$

hvor $\alpha_{cs} = a_{cs}/d$ er slankhets forholdet ved tuppen av det kritiske risset (avstand x_F fra opplageret).



Figur 4.25: Innvirkningen på k_a fra: (a) trykkfasthet f_{ck} ; (b) armeringsforhold ρ ; (c) effektiv dybde d ; (d) slankhetsforholdet a/d ; (e) k_a beregnet for vinkel β_{AB} for hver lokasjon av det kritiske skjærrisset [41].

En kan nå sette inn uttrykket for koeffisienten k_a og $h_F = 0.3d$ inn i uttrykk (4.49):

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

$$\kappa = k_c k_a = \frac{1}{1 - 0.15 d/r_F} (0.5 + 0.2 \alpha_{cs}^{1/3}) \quad (4.51)$$

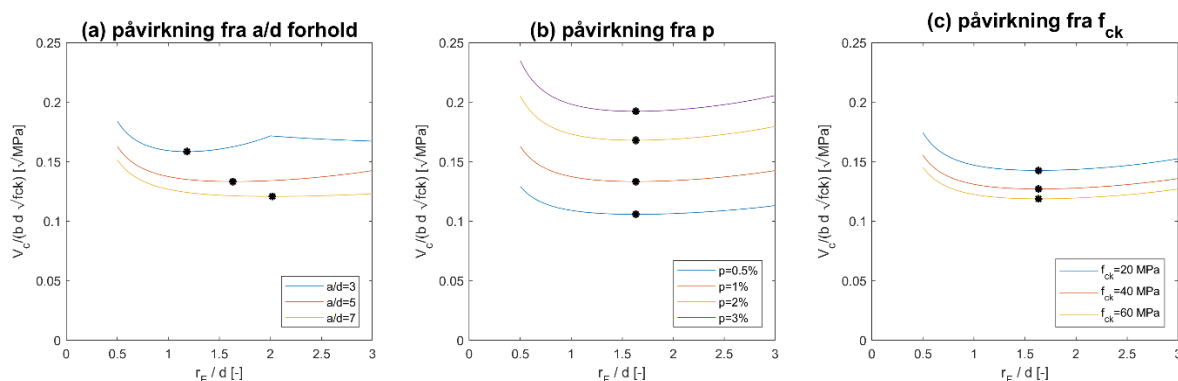
Til slutt kan uttrykk (4.51) settes inn i skjærkapasitetsuttrykket (4.48) og det lukkede uttrykket for skjærkapasiteten kan skrives:

$$V_c = k_c k_a \left(100\rho \frac{f_{ck} d_{dg}}{a_{cs}} \right)^{1/3} b d \quad (4.52)$$

Det lukkede uttrykket kan benyttes for forskjellige lastkombinasjoner, hvor r_F og x_F er de avgjørende parameterne.

4.4.1 Lukket uttrykk for punkt belastede bjelker

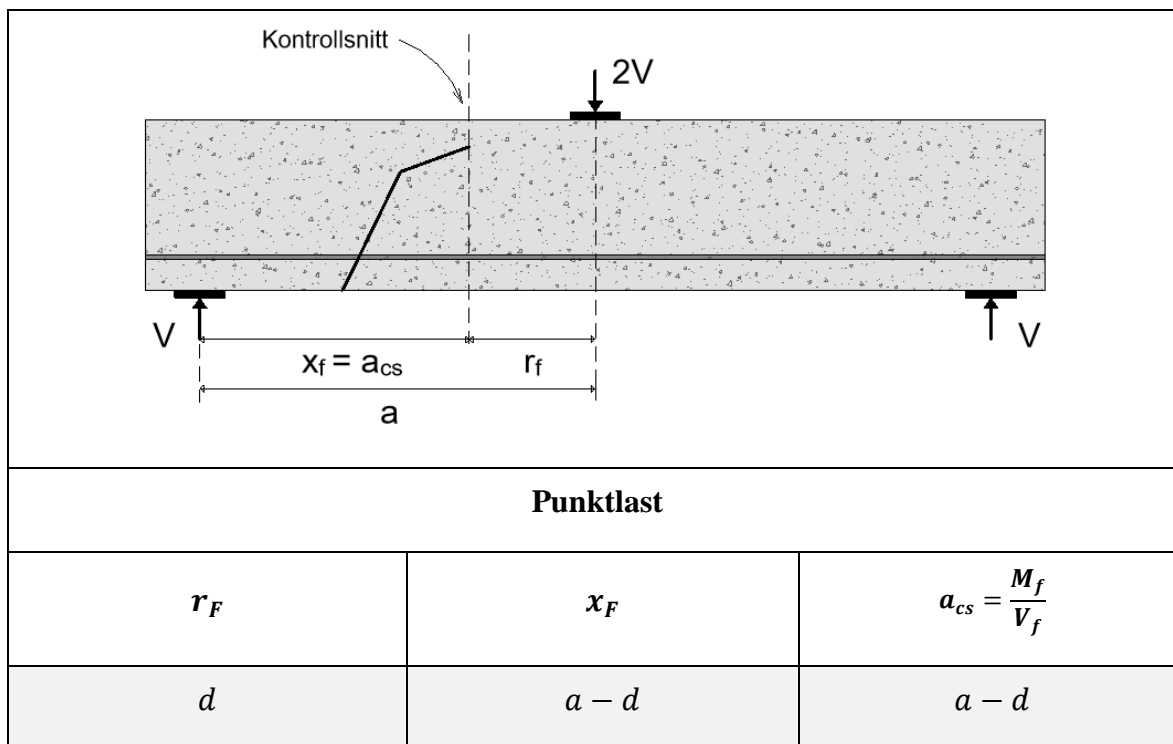
Figur 4.26 viser skjærkapasiteten sammenlignet med avstanden fra det belastede punktet til tuppen av det kritiske risset (r_F). Dette for en fritttopplagt bjelke med $a/d = 5$, $d = 500 \text{ mm}$, $p = 1\%$, $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ og $d_g = 16 \text{ mm}$. De svarte prikkene representerer minsteverdien for hver enkel graf, og befinner seg i et område for r_F på mellom d og $2d$. Cavagnis, et al [41] foreslo derfor at skjærkapasiteten skal kontrolleres i en avstand d fra det belastede området ($r_F = d$ og $x_F = a - d$).



Figur 4.26: Skjærkapasitet sammenlignet med r_F ved forskjellige påvirkninger; (a) fra a/d forhold; (b) fra armeringsforholdet (p); (c) fra trykkfastheten (f_{ck}).

Skjærdimensjonering for punkt belastede fritttopplagte bjelker uten skjærarmering kan utføres ved å benytte det lukkede uttrykket for skjærkapasiteten (4.52) i et kontrollsnittet vist i Tabell 4.3.

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

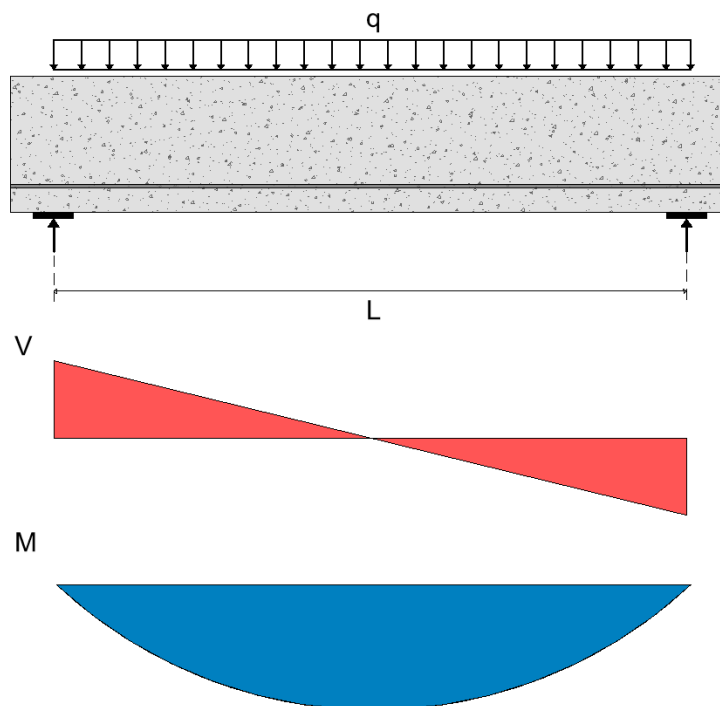


Tabell 4.3: Kontrollsnitt r_F , x_F og moment-skjær forhold a_{cs} for punkt last

4.4.2 Lukket uttrykk for jevnt fordelt belastede bjelker

Ved å følge samme prosedyre som for punkt belastede bjelker, kan de forskjellige skjæroverføringskreftene beregnes for en jevnt fordelt belastet bjelke. Den største forskjellen for det lukkede uttrykket for jevnt fordelt belastede bjelker vil være det kritiske skjærrisset som er lokalisert nærmere opplageret. Dette fordi skjærkraften er størst og momentet minst i dette område, mens ved midten av bjelken vil momentet bli størst og skjærkraften minst (Figur 4.27). Som følge av dette vil moment-skjær forholdet øke betydelig raskere enn for punkt belastede bjelker ved endringer av geometriske parametere (lengde og dybde) [41].

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory



Figur 4.27: Skjær- og momentforløp for jevnt fordelt belastet bjelke

Helningen av det kritiske risset i segment A-B, vinkelen β_{AB} , er avhengig av moment-skjær forholdet ved starten av det kritiske risset. Ved jevnt fordelt last vil helningen bli ulik punkt belastede bjelker. β_{AB} kan fortsatt beregnes ved bruk av utrykk (4.5), men slankhetsforholdet blir nå:

$$\alpha_A = \frac{M_A}{V_A d} = \frac{x_A}{d} \frac{l - x_A}{l - 2 x_A} \quad (4.53)$$

Ut ifra figur Figur 4.28 kan avstanden fra resultantkraften fra den jevnt fordelte belastningen til tuppen av det kritiske skjærrisset (r_F) bestemmes ved:

$$r_F = \frac{(l/2 - x_F)}{2} \quad (4.54)$$

Momentet i kontrollsnittet ved tuppen av det kritiske skjærrisset, en avstand x_f , kan bestemmes ved bruk av likevektbetrakning:

$$M_F = \frac{q l}{2} x_f - \frac{q x_f}{2} x_f = q \left(\frac{l}{2} x_f - \frac{x_f^2}{2} \right) \quad (4.55)$$

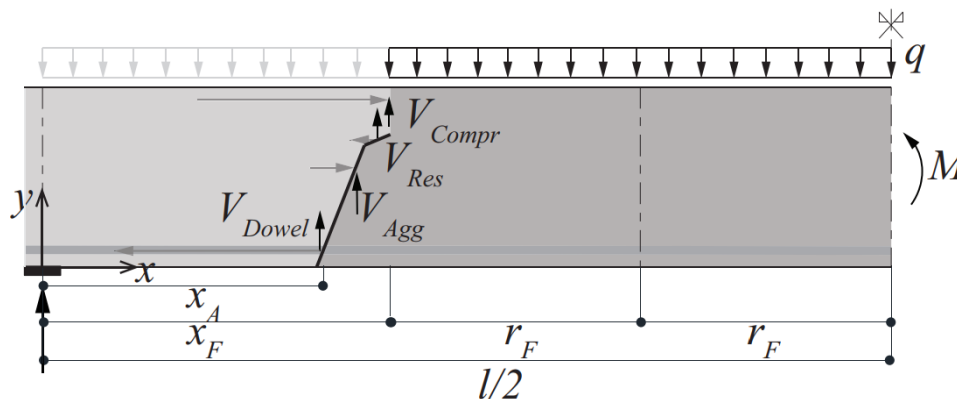
Ved å benytte vertikal likevekt av bjelken i Figur 4.28 kan bruddlasten bestemmes ved å anta at den er lik skjærkapasiteten:

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

$$\sum F_y = 0$$

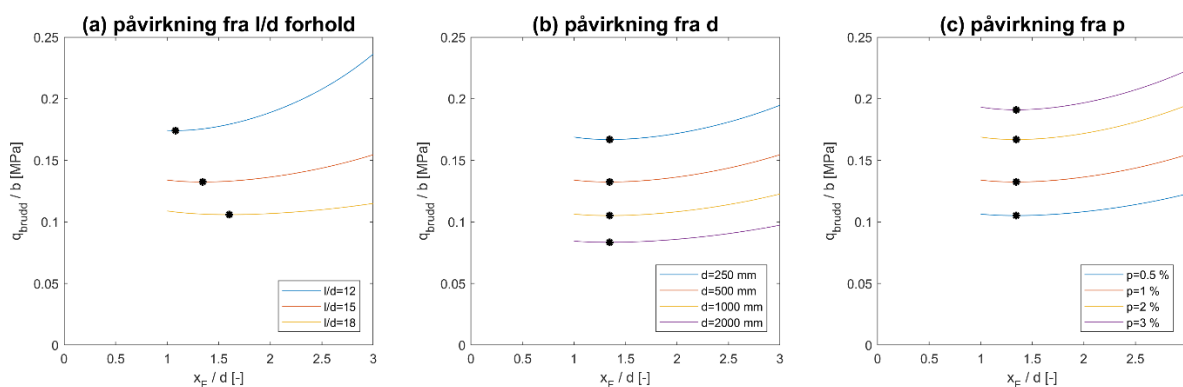
$$V_{Res} + V_{Agg} + V_{Dowel} + V_{Compr} - q(l/2 - x_F) = 0 \quad (4.56)$$

$$q = \frac{V_{Res} + V_{Agg} + V_{Dowel} + V_{Compr}}{l/2 - x_F}$$



Figur 4.28: Interne krefter for en fritt opplagt bjelke belastet med jevnt fordelt last [41]

Figur 4.29 viser skjærkapasiteten ved forskjellige påvirkninger relatert til avstanden fra opplager til tuppen av det kritiske skjærrisset x_F . Påvirkningene som er studert er forholdet mellom bjelkelengden og dybden (l/d), effektive dybden (d) og armeringsforholdet (ρ). Disse er relatert til bruddlasten (q) fra uttrykk (4.56). Det kan observeres at ved x_F mellom $1d$ og $2d$ er grafene relativt konstante. For å etablere et fiksert kritisk skjærriss valgte Cavagnis, et al [41] å lokalisere det kritiske skjærrisset i en avstand $x_F = d$, og r_F fra uttrykk (4.54).



Figur 4.29: Skjærkapasitet som en funksjon av x_F ved forskjellige påvirkninger; (a) fra l/d forholdet; (b) fra effektiv dybde (d); (c) fra armeringsforholdet (ρ)

Ved å sette inn for $x_F = d$ og r_F fra uttrykk (4.54), kan skjærkapasitetsuttrykket (4.52), for jevnt fordelt belastede bjelker, skrives om:

4. Videreutvikling av Critical Shear Crack Theory

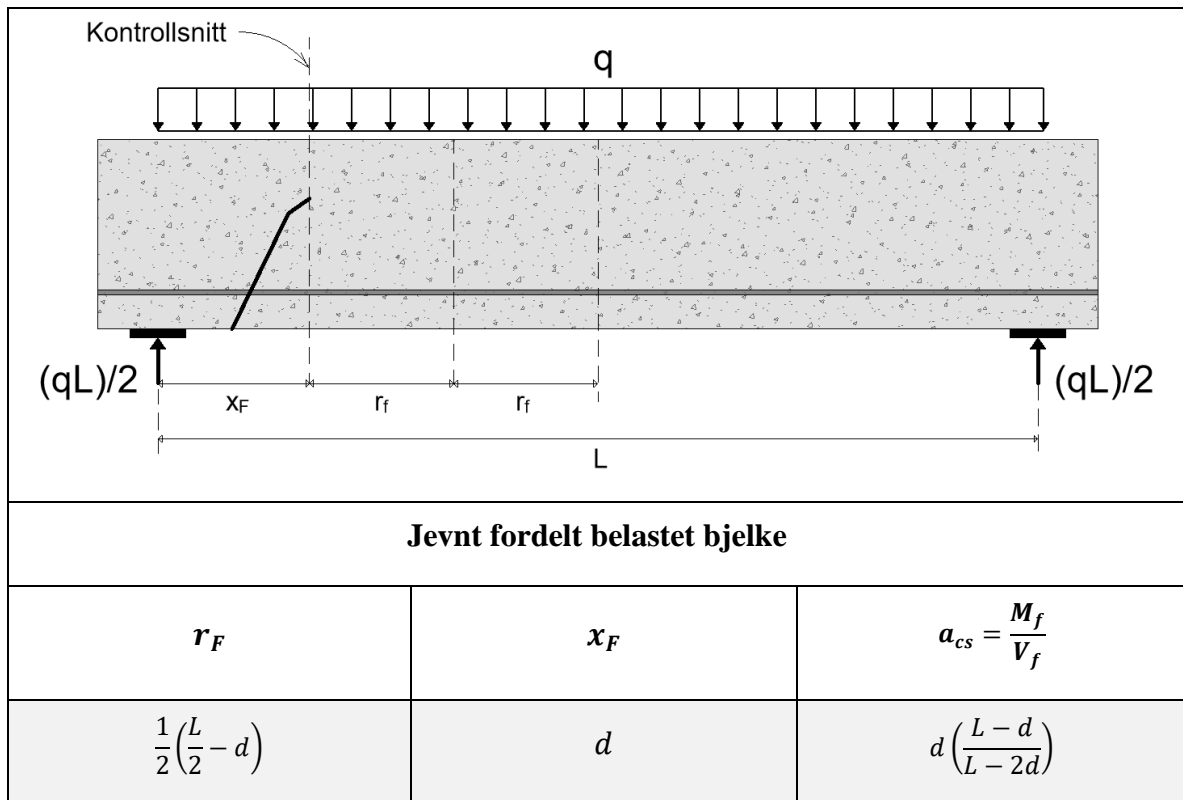
$$V_c = \left(\frac{1}{1 - 0.6d/(l - 2x_F)} \right) k_a \left(100\rho \frac{f_{ck} d_{dg}}{a_{cs}} \right)^{1/3} b d \quad (4.57)$$

hvor moment-skjær forholdet (a_{cs}) ved kontrollsnittet (x_F) er:

$$a_{cs} = \frac{M_F}{V_F} = \frac{q(l/2) x_F - q(x_F^2/2)}{q(l/2) - q x_F} = \frac{l x_F - x_F^2}{l - 2x_F} = x_F \frac{l - x_F}{l - 2x_F}$$

og k_a kan bestemmes ved uttrykk (4.50).

Skjærdimensjonering for jevnt fordelt belastede fritttopplagte bjelker uten skjærarmoring kan nå utføres ved å benytte det lukkede uttrykket for skjærkapasiteten (4.52) i et kontrollsnitt vist i Tabell 4.4.



Tabell 4.4: Kontrollsnitt r_F , x_F og moment-skjær forhold a_{cs} for jevnt fordelt last

5 Eurokode 2

Skjærkapasitetskontroll av betongkonstruksjoner i Norge utføres i henhold til «Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner, Del 1-1». Eurokode 2 kan dateres tilbake til 1975. Det første utkastet ble produsert i 1985 etterfulgt av en periode med diskusjoner og senere utgitt i 1993. Eurokode 2 har gått igjennom en rekke revisjoner siden den gang og ble sist revidert i 2014. Dette kapittelet belyser grunnlaget bak dagens formler for skjær dimensjonering av konstruksjonsdeler uten skjærarmoring etter Eurokode 2.

5.1 Grunnlag for nåværende formelverk

Formlene som benyttes i dag kan dateres tilbake til arbeidet utført av Zsutty [53] i 1968. Zsutty foreslo følgende empiriske skjærkapasitetsuttrykk som bygger på regresjons analyse av skjærdata fra 86 slanke armerte betong bjelker uten skjærarmoring [53]:

$$V_{Rm} = 2.2 \left(f'_c \rho_1 \frac{d}{a} \right)^{1/3} b d \quad (5.1)$$

$$V_{Rm} = \left(2.5 \frac{d}{a} \right) 2.2 \left(f'_c \rho_1 \frac{d}{a} \right)^{1/3} b d \quad \text{for } a/d \leq 2.5$$

Disse uttrykkene tar hensyn til at skjærkapasiteten er avhengig av tre parametere; trykkfastheten av betongen (f'_c), armeringsforholdet (ρ_1) og forholdet mellom skjærspennet og dybden (a/d). Utrykket tar ikke hensyn til størrelseseffekten som forklart tidligere har en stor innflytelse på skjærkapasiteten.

CEB-FIB Modal Code 1990 [30] utviklet videre på formeluttrykkene til Zsutty [53]. Formeluttrykket til Modal Code 1990 har som grunnlag en større skjær database og inneholder de samme parameterne benyttet av Zsutty (trykkfasthet og armeringsforholdet), men skjærspennet og tverrsnittets dybde forholdet ble modifisert. Det ble i tillegg tatt høyde for størrelses effekt. Utrykket for skjærkapasiteten er som følger [54]:

$$V_{Rm} = 150 \left(1 + \sqrt{\frac{0.2}{d}} \right) \left(\frac{3d}{a} \right)^{1/3} (100\rho_1)^{1/3} (f'_c)^{1/3} b d \quad (5.2)$$

Første versjon av Eurokode 2 benyttet et modifisert uttrykk basert på uttrykk (5.2) som ble benyttet av Modal Code 1990, med følgende verifikasjoner for skjærkapasitet av konstruksjonsdeler uten skjærarmoring:

5. Eurokode 2

$$V_{Ed} \leq V_{Rd1} \quad (5.3)$$

$$V_{Rd1} \leq V_{Rd2,max} \quad (5.4)$$

Hvor V_{Ed} er dimensjonerende skjærkraften i det aktuelle tverrsnittet, beregnet fra eksterne laster, V_{Rd1} er skjærkapasitet bidraget fra betongen og $V_{Rd2,max}$ er øvre skjærkapasitetsgrensen for å hindre knusning av trykksonen. Dimensjonerings prosedyrene innført i første versjon av Eurokode 2 gjelder for trykkfastheter fra $12 \leq f'_c \leq 50 \text{ MPa}$, hvor $f_{ck} \cong 0.9f'_c$.

Verdien av V_{Rd1} kan finnes ved å benyttefølgende empirisk uttrykk [54]:

$$V_{Rd1} = \beta \tau_{rd} k (1.2 + 40\rho_l) b_w d \quad (5.5)$$

Hvor:

β er en forbedringsfaktor som tar hensyn til plasseringen av belastningen og kan settes lik: $\beta = 2.5 d/x$, ($1.0 \leq \beta \leq 5.0$). Der $x \leq 2.5d$ er avstanden fra konsentrert last til opplager, ellers kan $\beta = 1.0$.

τ_{Rd} er dimensjonerende skjærstyrke og kan settes lik $0.25 f_{ctk0.05}$.

k er en størrelsesfaktor som tar hensyn til at lave bjelker har større skjærmotstand enn høye bjelker: $k = (1.6 - d/1000) \geq 1$

ρ_l er armerings ratioen og tar hensyn til lengdearmeringsmengden og kan settes lik: $\rho_l = A_{sl}/b_w d$

Den øvre skjærkapasitetsgrensen for å hindre knusning av trykksonen $V_{Rd2,max}$ er basert på plastisitetsteorien og uttrykket er utledet ved å se på de effektive spenningene i trykkstaget. $V_{Rd2,max}$ kan bestemmes ved følgende uttrykk:

$$V_{Rd2,max} = 0,5 v f_{cd} b_w (0.9d) \quad (5.6)$$

Hvor:

v er en reduksjonsfaktor for fastheten av betong som er opprisset på grunn av skjær spenninger og settes lik: $v = 0.7 - f_{ck}/200 \geq 0.5$

5.2 Verifikasjonsprosedyrer etter nåværende Eurokode EC2

I 2008 ble skjærkapasitetsformlene i Eurokode 2 revidert til de formelene som benyttes i nåværende Eurokode 2. Et av problemene med uttrykket for skjærkapasiteten av

5. Eurokode 2

konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmering var at de bare var brukbar for relativt lave trykkfastheter ($12 \leq f'_c \leq 50 \text{ MPa}$). Ved større trykkfastheter var avviket av eksperimentelle tester uakseptabelt. Et annet problem var at utrykkene var utviklet med bakgrunn i bjelker utsatt for brudd via bøyeskjærriss. Det var også utelatt konstruksjonsdeler som ofte får brudd via skjærstrekk [55].

Utrykket for skjærkapasitet etter revisjonen av Eurokode 2 bygger på uttrykket foreslått i Modal Code 1990 på lik linje som for uttrykket før revisjonen. Dette fordi uttrykket tar hensyn til de viktigste faktorene som påvirker skjærkapasiteten. Dette slik som betongtrykkfastheten, lengdearmerings ratioen og tverrsnitts dybde. Et basisuttrykk ble utviklet på bakgrunn av disse faktorene [54]:

$$V_u = C k (100\rho_l f_{ck})^{1/3} b_w d \quad (5.7)$$

Hvor:

k er en størrelsesfaktor som tar hensyn til at lave bjelker har større skjærmotstand enn høye bjelker. Faktoren ble optimalisert i revisjonen til: $k = 1 + (200/d)^{1/2}$

ρ_l er lengdearmerings ratioen og kan settes lik: $\rho_l = A_{sl}/b_w d$

C er en koeffisient som tar høyde for parameter variasjoner basert på skjærtester. Følgende test parametere ble benyttet for å finne en optimal verdi for C ; ρ_l , f_{ck} , d , b og a/d . En nedre verdi for C ble deretter funnet ut ifra fordelingen av de optimale C verdiene [55]. Denne nedre verdien kan uttrykkes som:

$$C_{lower\ bound} = C_{mean} \exp(\alpha\beta v - 0.5v^2)$$

Hvor β er en pålitelighets indeks, α er en sensitivitets faktor og v en standard fordeling. I 1995 benyttet König og Fisher [56] dette uttrykket på 176 skjærtester og kom frem til at $C = 0.12$ var en gunstig nedre verdi [56]. Innsatt i uttrykk (5.7):

$$V_{Rd,c} = 0.12 k (100\rho_l f_{ck})^{1/3} b_w d$$

En av ulempene ved dette uttrykket er at det ikke skiller mellom permanentlast og variabellest kombinasjoner, hvor det blir benyttet forskjellige sikkerhetsfaktorer ($\gamma_G = 1,2$ for permanentlast og $\gamma_Q = 1,5$ for variabellest). Utrykket ble derfor modifisert med kun betong sikkerhetsfaktoren [55]:

5. Eurokode 2

$$V_{Rd,c} = (0.18/\gamma_c) k (100\rho_l f_{ck})^{1/3} b_w d \quad (5.8)$$

Ettersom skjærkapasiteten går mot 0 for $\rho_l = 0$ ble det introdusert en minsteverdi:

$$V_{min} = 0.035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2}$$

En ender dermed opp med følgende uttrykk for skjærkapasiteten av konstruksjonsdeler uten skjærarmoring i nåværende Eurokode 2:

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} k (100\rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d \quad (5.9)$$

hvor $k_1 \sigma_{cp}$ er bidraget fra aksialspenning og kan settes lik 0 for konstruksjonsdeler som ikke er utsatt for aksialspenninger og $C_{Rd,c}$ er $(0.18/\gamma_c)$. Minsteverdien av skjærkapasiteten er:

$$V_{Rd,c} = (V_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d \quad (5.10)$$

hvor k_1 er 0,15 og V_{min} kan settes lik:

$$V_{min} = 0.035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2} \quad (5.11)$$

Kontrollene i Eurokode 2 for skjærkapasitet uten skjærarmoring er dermed:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$$

$$V_{Rd,c} \geq (V_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d$$

$$V_{Ed} \leq 0.5 b_w d v f_{cd}$$

Hvor $0.5 b_w d v f_{cd}$ er trykkbruddkapasiteten til betongen og er modifisert på bakgrunn av uttrykk (6.7). Hvor v er en reduksjonsfaktor for fastheten av betong som er opprisset på grunn av skjær spenninger og tar hensyn til at strekksonen ikke er egnet til å motstå trykk og kan settes lik: $v = 0.6(1 - f_{ck}/250)$.

6 Planlagt revisjon av Eurokode 2

En revisjon av Eurokode 2 er planlagt i 2025, hvor blant annet skjærdimensjonering er endret fra den empirisk basert dimensjoneringen til en mekanisk beregningsmodell. Det er flere grunner til at skjærdimensjonerings prosedyrene blir revidert fra de empiriske beregningsmetodene en benytter i dagens formelverk. En av grunnene er at dagens skjærdimensjonering undervurderer innvirkningen av størrelseseffekten. Dette kan føre til utrygge løsninger for store effektiv tverrsnittsdybder (d). En annen grunn er at nåværende formeluttrykk for skjærkapasitet av konstruksjonsdeler uten skjær armering ser bort i fra virkningen av tilslagstørrelsen, som styrer aggregate interlock kapasiteten. Effekten av slankhetsforholdet er også utelatt som kan føre til utrygge løsninger for slanke bjelker. Dette i tillegg til et ønske om å øke forståelsen for brukeren, ved å implementere fysiske forhold i beregningsmodellen [3].

Dette kapittelet har til hensikt å beskrive endringer utført i andre utkastet for den planlagte revisjonen av Eurokode 2 for skjærkapasiteten til betongkonstruksjoner uten skjærarmering. I dette kapittelet vil beregningsmodellen som baserer seg på CSCT fra 2008 bli belyst. Avslutningsvis vil et lukket uttrykk for jevnt fordelt og punkt belastede bjelker og enveisdekker bli forklart.

6.1 Kontrollprosedyrer

Revisjonen av Eurokode 2 benytter følgende kontrollprosedyrer for dimensjonering av skjærkapasiteten for konstruksjonsdeler uten skjærarmering;

1. Hvis følgende kontroll er tilfredsstilt er det ikke nødvendig med en detaljert kontroll av skjærkapasiteten:

$$\tau_{Ed} \leq \tau_{Rdc,min}$$

2. Ingen beregnet skjærarmering er nødvendig hvis følgende kontroll er tilfredsstilt:

$$\tau_{Ed} \leq \tau_{Rd,c}$$

3. Hvis ikke disse verifikasjonene er tilfredsstilt må skjærarmering benyttes.

Den første kontrollen sjekker skjærspenningene som oppstår av ytre krefter relatert til minimumsskjærkapasiteten til tverrsnittet. Denne kontrollen gjør det mulig å utføre en innledende kontroll av tverrsnittet uten å inkludere armeringsmengden på forhånd. Den andre kontrollen refererer til den detaljert skjærkapasiteten til konstruksjonsdeler uten skjærarmering.

6.2 Beregningsmodell

Skjærkapasitet dimensjoneringen for konstruksjonsdeler uten skjærarmering i revisjonen av Eurokode 2 bygger på den teoretiske modellen i CSCT, hvor det benyttes et hyperbolisk bruddkriteriet for kontroll av skjærkapasiteten som beskrevet tidligere i kapittel 3:

$$V_{R,c} = \frac{0.3}{1 + \varepsilon_v d k_{dg}} \sqrt{f_{ck}} b_w d \quad (6.1)$$

Utrykket bygger på det semi-empiriske uttrykket (3.13) fra CSCT i 2008. Utrykket har noen endringer i form av konstantfaktorene og tøyningen for lengdearmeringen benyttes istedenfor tøyningen i kontrolldybden $0,6d$. k_{dg} er en koeffisient som tar hensyn til betong kvaliteten og tilslaget $k_{dg} = 48/(16+dg)$. Hvor ε_v kan bestemmes (for utledning av uttrykket se kapittel 4.2.1):

$$\varepsilon_v = \frac{M_E}{A_s E_s Z} = \frac{V_E a_{cs}}{\rho b d E_s Z}$$

Den langsgående tøyningen kan derfor skrives om til:

$$\varepsilon_v = \frac{M_E}{A_s E_s Z} = \frac{V_E a_{cs}}{\rho b d E_s Z} \quad (6.2)$$

For å uttrykke CSCT med et enkelt lukket uttrykk, øke brukervennligheten og gjøre uttrykket sammenlignbart med nåværende formeluttrykk i Eurokode 2, kan uttrykk (6.1) bli tilnærmet ved bruk av et opphøyd funksjons uttrykk (Figur 6.1):

$$V_{R,c} = 0.14 \left(\frac{f_{ck}}{\varepsilon_v d K_{dg}} \right)^{1/2} b_w d$$

Ved å sette inn for $K_{dg} = 48/d_{dg}$ får en:

$$V_{R,c} = 0.14 \left(\frac{1}{48} \frac{f_{ck} d_{dg}}{\varepsilon_v d} \right)^{1/2} b_w d$$

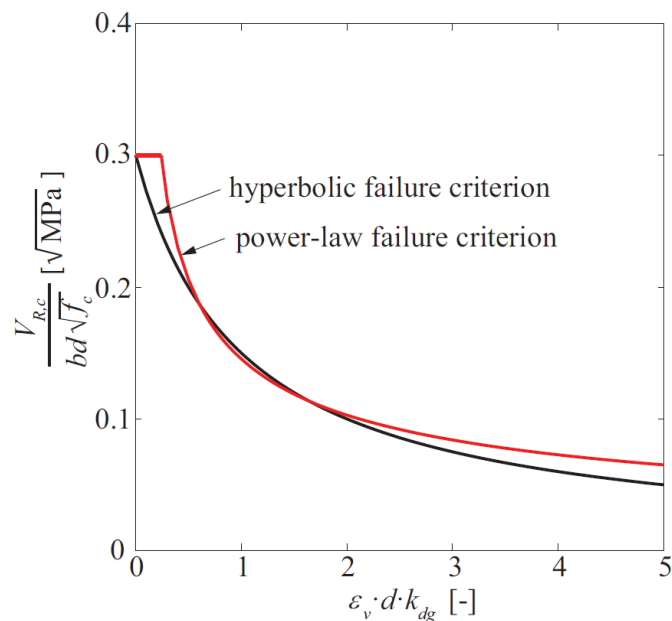
$$V_{R,c} = 0.14 \left(\frac{1}{48} \right)^{1/2} \left(\frac{f_{ck} d_{dg}}{\varepsilon_v d} \right)^{1/2} b_w d$$

Som gir, ved å runde opp, følgende uttrykk:

6. Planlagt revisjon av Eurokode 2

$$V_{R,c} = 0.021 \left(\frac{f_{ck} d_{dg}}{\varepsilon_v d} \right)^{1/2} b_w d \quad (6.3)$$

Hvor $d_{dg} = 16\text{mm} + d_{dg}$ og tar hensyn for den gjennomsnittlige ruheten i det kritiske skjærrisset. For sammenligning av det hyperboliske og opphøyde funksjons uttrykket for bruddkriteriene se Figur 6.1.



Figur 6.1: Sammenligning av hyperbolisk og opphøyde bruddkriteriene

6.3 Minimum skjærkapasitet

Minimum skjærkapasitet bygger på at det benyttes den maksimale tøyningen av lengdearmeringen, ettersom uttrykk (5.2) er tøyningbasert. Hvis en antar at tøyningen holder seg i elastisk sone så kan den maksimale tøyningen av lengdearmeringen utledes ved å benytte flytespenningen av armeringsstålet. Ved å anvende Hooke's lov kan den maksimale tøyningen uttrykkes:

$$\sigma_s = \varepsilon_v E_s \Rightarrow \varepsilon_v = \frac{f_y}{E_s} \quad (6.4)$$

Ved å sette inn for den maksimale tøyningen av lengdearmeringen inn i bruddkriteriet (5.2), kan minimumsskjærkapasiteten uttrykkes:

$$V_{Rdc,min} = 0.021 \left(\frac{E_s f_{ck} d_{dg}}{f_y d} \right)^{1/2} b_w d \quad (6.5)$$

Ved å innføre sikkerhetsfaktorer og benytte elastisitetsmodulen for armeringen ($E_s = 200000$), kan uttrykket skrives om til:

$$\tau_{Rdc,min} = \frac{V_{Rdc,min}}{b_w d} = \frac{10}{\gamma_c} \left(\frac{f_{ck} d_{dg}}{f_{yd} d} \right)^{1/2} \quad (6.6)$$

6.4 Lukket uttrykk for skjærkapasiteten

Skjærkapasiteten i uttrykk (5.2) kan utledes til lukket form ved å sette inn uttrykket for den langsgående tøyningen ε_v fra uttrykk (6.2):

$$V_{R,c} = 0.021 \left(\frac{f_{ck} d_{dg}}{\frac{V_{R,c} a_{cs}}{z \rho b_w d E_s} d} \right)^{1/2} b_w d \leq V_{Rc,0}$$

$$V_{R,c} = 0.021 \left(\frac{f_{ck} d_{dg}}{V_{R,c} a_{cs}} z \rho b_w E_s \right)^{1/2} b_w d \leq V_{Rc,0}$$

$$V_{R,c} = 0.021 \left(\frac{f_{ck} d_{dg}}{a_{cs}} z \rho b_w E_s \right)^{1/2} b_w d \frac{1}{V_{R,c}^{1/2}} \leq V_{Rc,0}$$

$$V_{R,c}^{3/2} = 0.021 \left(\frac{f_{ck} d_{dg}}{a_{cs}} z \rho b_w E_s \right)^{1/2} b_w d \leq V_{Rc,0}$$

$$V_{R,c} = 0.021^{2/3} \left(\frac{f_{ck} d_{dg}}{a_{cs}} z \rho b_w E_s \right)^{1/3} b_w^{2/3} d^{2/3} \leq V_{Rc,0}$$

Setter deretter inn $E_s = 200000$, antagelsen $z = 0.9d$ og benytter $d^{2/3} = d \frac{1}{d^{1/3}}$:

$$V_{R,c} \cong 1 \left(100 \rho f_{ck} \frac{d_{dg}}{a_{cs}} \right)^{1/3} b_w d \leq V_{Rc,0}$$

Deretter setter en inn sikkerhetsfaktoren for trykkfastheten og $V_{Rc,0}$ kan bli introdusert som en grenseverdi i skjærspennet. Denne er foreslått å være $a_v = \min(a_{cs}; 2.5d)$ og en ender dermed opp med følgende lukkede uttrykk for skjærkapasiteten:

6. Planlagt revisjon av Eurokode 2

$$\tau_{Rd,c} = \frac{V_{Rd,c}}{b_w d} = \frac{1}{\gamma_c} \left(100 \rho f_{ck} \frac{d_{ag}}{a_v} \right)^{1/3} \quad (6.7)$$

Kontrollsnittet som benyttes i den planlagte revisjonen av Eurokode 2 tilsvarer det samme kontrollsnittet benyttet for CSCT fra 2008. For punktbelastede bjelker settes kontrollsnittet i en avstand $r_f = d/2$ fra det belastede punktet som tilsvarer $x_f = a - d/2$.

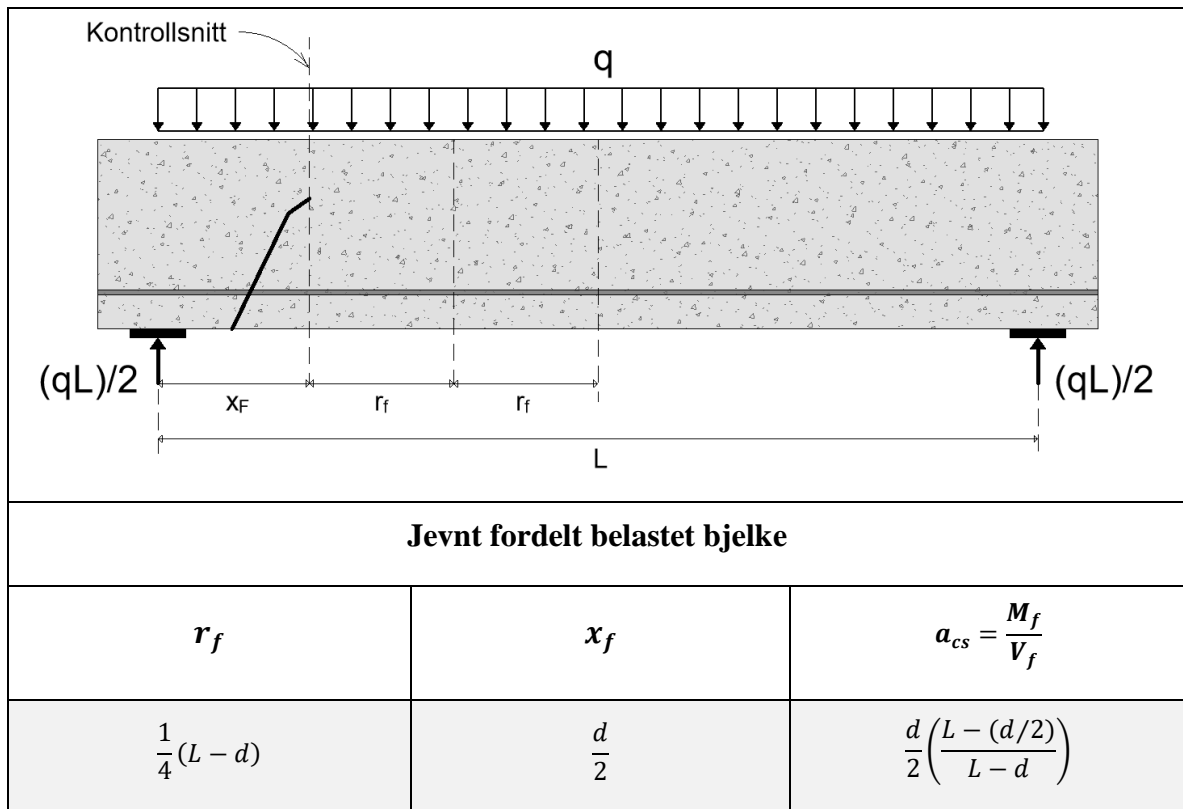
Skjærdimensjonering for punkt belastede fritttopplagte bjelker uten skjærarmoring kan nå bli utført ved å benytte det lukkede uttrykket for skjærkapasiteten (6.7) i et kontrollsnitt vist i Tabell 6.1.

Punktlast		
r_f	x_f	$a_{cs} = \frac{M_f}{V_f}$
$\frac{d}{2}$	$a - \frac{d}{2}$	$a - \frac{d}{2}$

Tabell 6.1: Kontrollsnitt r_f , x_f og moment-skjær forhold a_{cs} for punkt last

Skjærdimensjonering for jevnt fordelt belastede fritttopplagte bjelker uten skjærarmoring kan bli utført ved å benytte det lukkede uttrykket for skjærkapasiteten (6.7) i et kontrollsnitt vist i Tabell 6.2.

6. Planlagt revisjon av Eurokode 2



Tabell 6.2: Kontrollsnitt r_f , x_f og moment-skjær forhold a_{cs} for jevnt fordelt last

7 Sammenligning av beregningsmodellene

CSCT fra 2008, videreutvikling av CSCT, Eurokode 2 og den planlagte Eurokode 2 revisjonen tar som tidligere forklart forskjellige hensyn til de essensielle parameterne som bidrar til skjærkapasiteten. Dette er beskrevet i kapittel 2.3. Sammenligningene har som formål å illustrere disse bidragene grafisk for lettere å forstå hvorfor disse beregningsmodellene gir forskjellige skjærkapasiteter. Det vil bli utført en parametersammenligning for varierende trykkfasthet, armeringsforhold, effektiv tverrsnittsdybde, skjærspenn forhold og tilslagsstørrelse.

7.1 Grunnlag for parametersammenligning

Sammenligningen er utført ved å benytte samme verdier for de essensielle parameterne, for deretter å variere de respektive parameterne som skal undersøkes innenfor en øvre og nedre grenseverdi (Tabell 7.1). For sammenligningen av effektiv tverrsnittsdybde (d) og sammenligningen av skjærspenn-dybde forholdet (a/d) må flere parametere varieres. For det første er både armeringsforholdet (ρ) og skjærspenn-dybde forholdet avhengig av den effektive tverrsnittsdybden. For det andre så er skjærspenn-dybde forholdet avhengig av skjærspennet (a). Det er valgt å ikke inkludere sikkerhetsfaktorene i denne sammenligningen, da dette gir et mer realistisk resultat av skjærkapasiteten og fordi den ordinere metoden fra CSCT 2008 ikke har inkludert disse.

Variabel	f_{ck} [MPa]	ρ [%]	d [mm]	a/d [-]	a [mm]	d_g [mm]
Grunnlag	35	1	400	3,5	1400	16
f_{ck}	(5 – 100)	1	400	3,5	1400	16
ρ	35	(0,5 – 3)	400	3,5	1400	16
d	35	(0,3 – 0,8)	(500 – 1200)	(2,5 – 6)	3000	16
a/d	35	1	400	(2,5 – 6)	(1000 – 2400)	16
d_g	35	1	400	3,5	1400	(0 – 40)

Tabell 7.1: Parameterverdier som har blitt benyttet i sammenligningene. Venstre kolonne viser hvilken parameter som undersøkes. Verdier satt i parentes betyr fra og til

Tabell 7.2 viser de resterende verdiene som har blitt benyttet i denne sammenligningen. Disse verdiene er konstante igjennom alle sammenligningene, foruten betong elastisitetsmodulen som

7. Sammenligning av beregningsmodellene

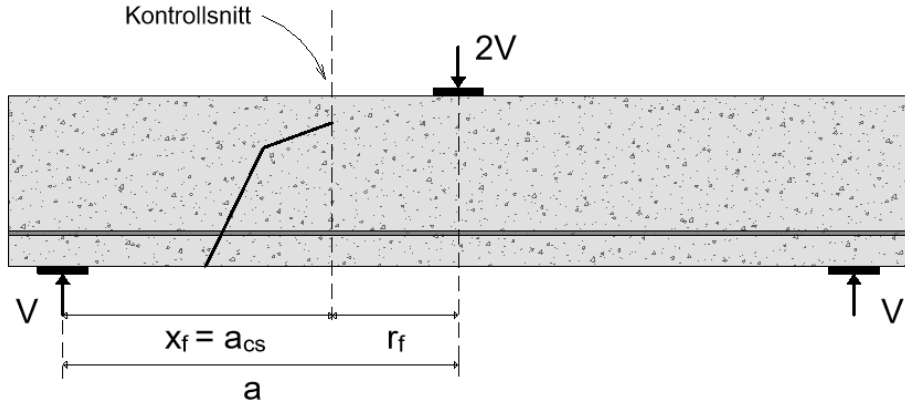
er direkte avhengig av trykkfastheten. Betong elastisitetsmodulen kan beregnes på forskjellige måter basert på hvilken tilhørighet en har. I denne sammenligningen er det valgt å benytte $E_c = 10000f_{ck}^{1/3}$ fra CSCT 2008 for alle beregningsmodellene. V og q er belastningen fra respektivt punkt- og jevnt fordelt belastning på bjelken. Lengden (L) av eksempelbjelken brukt for sammenligningene av trykkfastheten og armeringsforholdet. For tilslagstørrelsen er lengden satt til $L = 2800 \text{ mm}$ som kommer av to ganger valgt skjærspenn (a). For sammenligningen av den effektive tverrsnittsdybden er lengden satt til $L = 6000 \text{ mm}$. Dette for å få et a/d forhold mellom 2,5 og 6, som tilsvarer slanke bjelker, med en stor nok variasjon av den effektive tverrsnittsdybden.

Variabler	V [kN]	q [kN/m]	b [mm]	E_s [N/mm ²]	E_c [N/mm ²]	f_y [N/mm ²]
Verdier	59	50	200	200000	$10000f_{ck}^{1/3}$	500

Tabell 7.2: Resterende parameterverdier

Skjærkapasitet blir evaluert i et kontrollsnitt mellom det belastede punktet og opplager. Dette kontrollsnittet blir behandlet på forskjellig måte i CSCT fra 2008, videreutvikling av CSCT og Eurokode 2 revisjon. For Eurokode 2 er ikke dette kontrollsnittet inkludert i uttrykket for skjærkapasiteten. Tabell 7.3 viser plasseringen av kontrollsnittet og moment-skjær forholdet for evaluering av skjærkapasiteten i de forskjellige beregningsmodellene for punktbelastede bjelke. Tabell 7.4 viser for jevnt fordelt belastet bjelke.

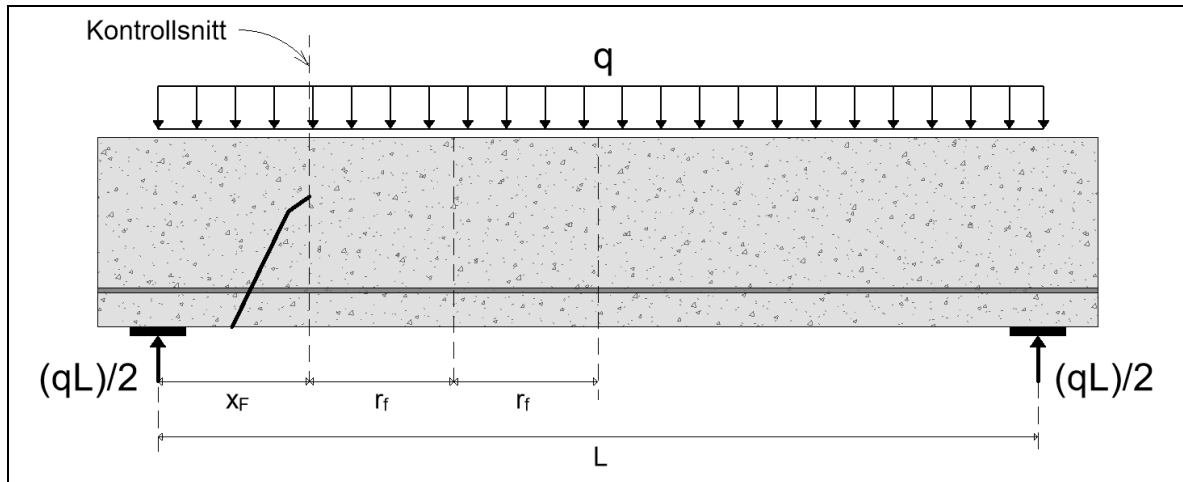
7. Sammenligning av beregningsmodellene



	Punktlast		
Beregningsmodell	r_f	x_f	$a_{cs} = \frac{M_f}{V_f}$
CSCT 2008	$d/2$	$a - \left(\frac{d}{2}\right)$	$a - \left(\frac{d}{2}\right)$
CSCT Videreutvikling	d	$a - d$	$a - d$
Eurokode 2	–	–	–
Eurokode 2 revisjon	$d/2$	$a - \left(\frac{d}{2}\right)$	$a - \left(\frac{d}{2}\right)$

Tabell 7.3: Kontrollsnitt x_F og moment-skjær forhold a_{cs} for punkt last

7. Sammenligning av beregningsmodellene



	Jevnt fordelt last		
Beregningsmodell	r_f	x_f	$a_{cs} = \frac{M_f}{V_f}$
CSCT 2008	$\frac{1}{4}(L - d)$	$\frac{d}{2}$	$\frac{d}{2} \left(\frac{L - (d/2)}{L - d} \right)$
CSCT Videreutvikling	$\frac{1}{2} \left(\frac{L}{2} - d \right)$	d	$d \left(\frac{L - d}{L - 2d} \right)$
Eurokode 2	–	–	–
Eurokode 2 revisjon	$\frac{1}{4}(L - d)$	$\frac{d}{2}$	$\frac{d}{2} \left(\frac{L - (d/2)}{L - d} \right)$

Tabell 7.4: Kontrollsnitt x_F og moment-skjær forhold a_{cs} for jevnt fordelt last

Tabell 7.5 viser en oppsummering av hvilke formeluttrykk de forskjellige beregningsmodellene benytter for å evaluere skjærkapasiteten for armerte bjelker uten skjærarmoring. Legg merke til at sikkerhetsfaktorer og aksialbidraget ikke er inkludert i uttrykkene i Tabell 7.5. Dette fordi sammenligningen ikke inkluderer aksialkraft fra eventuelt for/etterspenninger. Dette kan derfor settes lik null. Sikkerhetsfaktoren er ikke inkludert på grunn av en mer realistisk løsning som omtalt tidligere.

7. Sammenligning av beregningsmodellene

Beregningsmodeller	Formel	Skjærkapasitet
CSCT 2008	Utr.(3.17)	$V_{Rd} = \frac{1}{6} \frac{2 b_w d \sqrt{f_c}}{1 + 120 \frac{\varepsilon d}{16 + d_g}}$
CSCT Videreutvikling	Utr.(4.52)	$V_{Rd} = \left(\frac{1}{1 - 0.15 d/r_f} \right) \left(0.5 + 0.2 \left(\frac{a_{cs}}{d} \right)^{1/3} \right) \left(100 \rho f_{ck} \frac{d_{dg}}{a_{cs}} \right)^{1/3} b d$
Eurokode 2	Utr.(5.8)	$V_{Rd} = 0.12 \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} b_w d$
Eurokode 2 revisjon	Utr.(6.7)	$V_{Rd} = \left(100 \rho f_{ck} \frac{d_{dg}}{a_v} \right)^{1/3} b_w d$

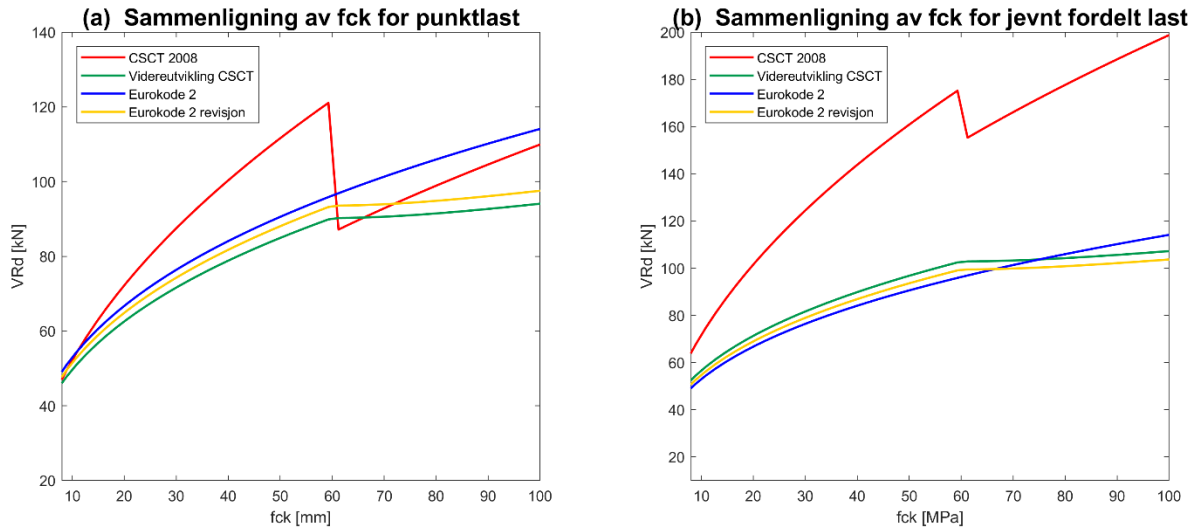
Tabell 7.5: Oppsummering av formeluttrykk for evaluering av skjærkapasitet for hver enkelt beregningsmodell

7.2 Parametersammenligning

7.2.1 Sammenligning for varierende trykkfasthet

I Figur 7.1 er skjærkapasiteten for hver enkel beregningsmodell med varierende trykkfasthet (f_{ck}) presentert. Trykkfastheten varierer med verdi fra 5 MPa til 100 MPa. Grunnen til at øvre og nedre grense for trykkfastheten er satt til slike ekstremverdier er for å undersøke, i et bredere spektrum, hvordan beregningsmodellene håndterer parametervariasjonen. Dette selv om blant annet Eurokode 2 kun tillater trykkfastheten mellom $20 \leq f_{ck} \leq 95$. CSCT 2008 og videreutviklingen av CSCT samt Eurokode 2 revisjonen har kriterier for tilslagstørrelsen når trykkfasthet større enn 60 MPa.

7. Sammenligning av beregningsmodellene



Figur 7.1: Sammenligning av trykkfastheten for hver enkel beregningsmetode; (a) for punktlast; (b) for jevnt fordelt last

Videreutviklingen av CSCT (grønn) og Eurokode 2 revisjonen (gul) har omtrent like funksjonsuttrykk (Figur 7.1). Det som skiller uttrykkene er at videreutviklingen av CSCT har kontrollsnittet lenger fra det belastede området (Tabell 7.3 og Tabell 7.4). Dette medfører et mindre moment-skjærforhold (a_{cs}). I tillegg benytter videreutviklingen av CSCT en koeffisient k . Denne tar hensyn til vinkelen av segment A-B for det kritiske risset for de forskjellige skjæroverføringsbidragene (Figur 4.3). Koeffisienten k er direkte avhengig av avstanden fra resultantkraften av belastningen til kontrollsnittet (r_f) og avstanden fra opplager til kontrollsnittet (x_f). Ettersom den punktbelastede og jevnt fordelt belastede bjelken har forskjellige kontrollsnitt, vil verdien av koeffisienten k være ulik. Verdiene av koeffisienten k for denne sammenligningen av trykkfastheten er $k=0.907$ for den punktbelastede bjelken, og $k=0.807$ for den jevnt fordelt belastede bjelken. Dette i samvirke med en mindre moment-skjærforhold fører til at skjærkapasiteten for den punkt belastede bjelken og for den jevnt fordelt belastede bjelken, er tilnærmet lik for disse to beregningsmodellene.

CSCT 2008 (rød) øker skjærkapasiteten mer enn for de andre beregningsmodellene ved økning av trykkfastheten. Dette forklarer en brattere kurve som kan lett observeres i Figur 7.1. Grunnen til dette er fordi CSCT 2008 introduserer trykkfastheten med en kvadratrott ($\sqrt{f_{ck}}$ eller $f_{ck}^{1/2}$), mens de andre beregningsmodellene benytter tredjeleroten ($\sqrt[3]{f_{ck}}$ eller $f_{ck}^{1/3}$).

Ved $f_{ck} > 60$ MPa kan det observeres et skift i beregningsmodellene, foruten Eurokode 2 (blå). CSCT 2008 har en drastisk reduksjon av skjærkapasiteten i dette skiftet (Figur 7.1). Grunnen til dette er at CSCT benytter et kriterium hvor tilslagstørrelsen (d_g) settes lik null ved

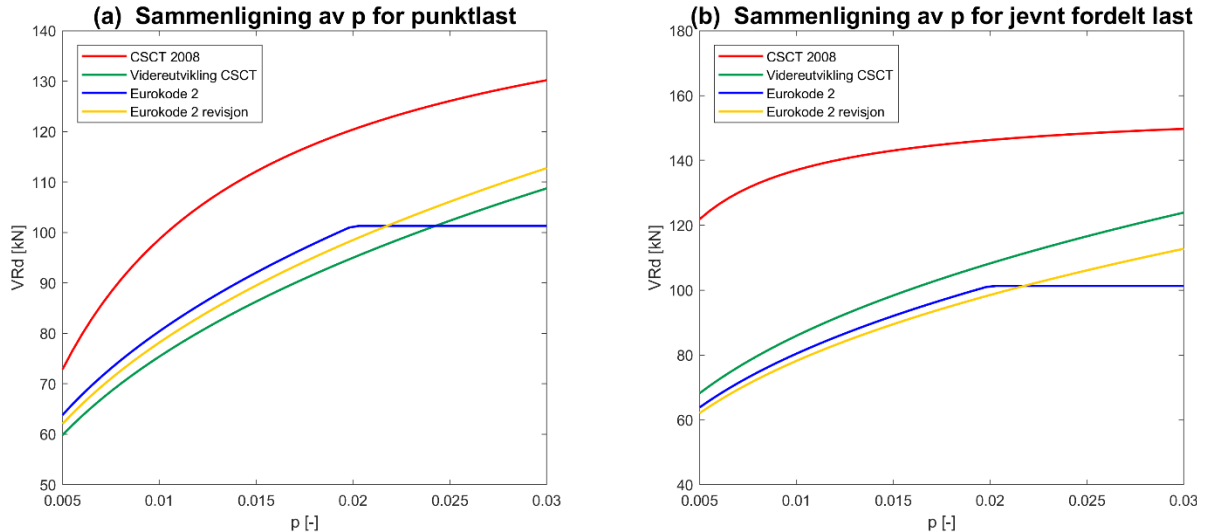
7. Sammenligning av beregningsmodellene

trykkfastheter (f_{ck}) større enn 60 MPa. For videreutviklingen av CSCT og Eurokode 2 revisjonen er ikke skiftet så drastisk. For disse to beregningsmodellene benyttes det et korreksjonsuttrykk for tilslagstørrelsen ($dg(60/f_{ck})^2$). Denne tilslagsstørrelse korreksjonen vil kun minske stigningen av skjærkapasiteten (Figur 7.1).

Eurokode 2 har omtrent samme kapasitet som for videreutviklingen av CSCT og Eurokode 2 revisjonen, foruten ved $f_{ck} > 60$. Dette er fordi Eurokode 2 ikke inneholder tilslagstørrelsen i skjærkapasitetsuttrykket.

7.2.2 Sammenligning for varierende armeringsforhold ved økende armeringsmengde

I Figur 7.2 er skjærkapasiteten for hver enkel beregningsmodell med varierende armeringsforhold (ρ) presentert. Med verdier for armeringsforhold mellom 0.5% og 3%. Dette tilsvarer, med valgt tverrsnitt i Tabell 7.1 og Tabell 7.2, en armeringsmengde på mellom 400 mm^2 og 2400 mm^2 . Selv om en armeringsmengde på 2400 mm^2 , som tilsvarer 12 armeringsjern med diameter 16 mm , er upraktisk på et så lite tverrsnitt er dette valgt for å observere beregningsmodellene i et større spektrum.



Figur 7.2: Sammenligning av armeringsforholdet for hver enkel beregningsmetode; (a) for punktlast; (b) for jevnt fordelt last

På lik linje med sammenligningen av trykkfastheten er funksjonsuttrykkene til videreutviklingen av CSCT og Eurokode 2 revisjonen så å si like foruten koeffisienten k . Armeringsforholdet har ingen innvirkning på koeffisienten k og har derfor samme verdi som for trykkfasthet sammenligningen $k=0.907$ for punktlast og $k=0.807$ for jevnt fordelt last.

7. Sammenligning av beregningsmodellene

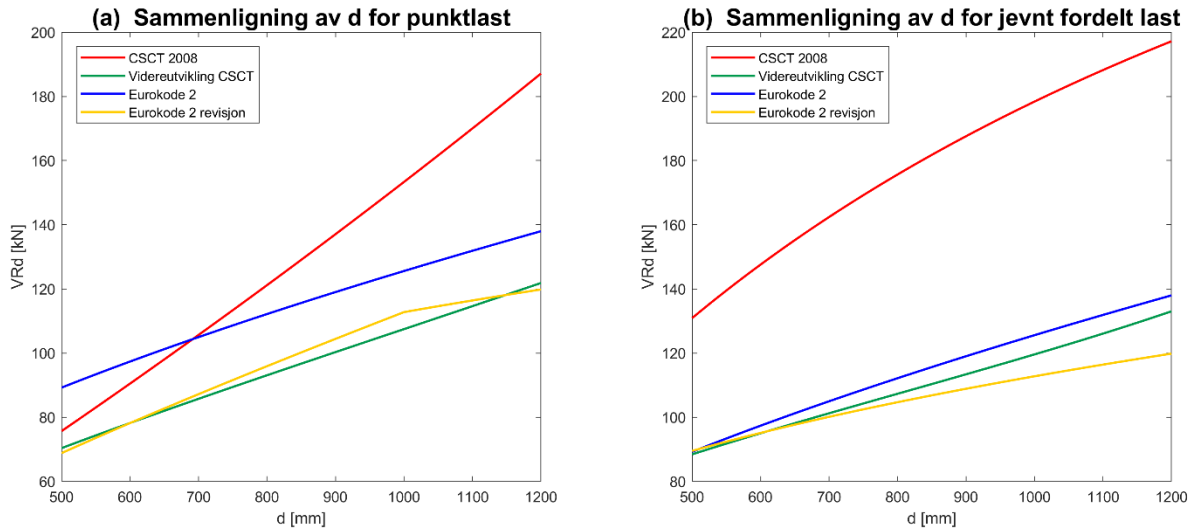
CSCT 2008 har en større stigning enn de andre beregningsmodellene, men jevner seg ut når armeringsforholdet blir større. Dette kommer av at trykksonehøyden (c) øker med en gradvis stigning som fører til at tøyningen (ϵ) minskes ved økende armeringsforhold. Ettersom skjærkapasiteten for CSCT 2008 inkluderer tøyningen under brøkstreken i sitt formeluttrykk, vil dette føre til en avtagende stigning av skjærkapasiteten ved økning av armeringsforholdet (Tabell 7.5). Skjærkapasitetsuttrykket for de andre beregningsmodellene har også en avtagende stigning av skjærkapasiteten ved økning av armeringsforholdet, men i mindre grad enn for CSCT 2008. Dette fordi de andre beregningsmodellene benytter tredjeroten av armeringsforholdet ($\sqrt[3]{\rho}$ eller $\rho^{1/3}$) (Tabell 7.5).

Skjærkapasitetsuttrykket for Eurokode 2 økes helt til armeringsforholdet når 2%. Grunnen til dette er fordi Eurokode 2 har et kriterium hvor armeringsforholdet ikke kan være større enn 0.02, og ved fortsatt økende armeringsmengde vil dette ikke ha noen påvirkning på skjærkapasiteten. For uten dette kriteriet så gir Eurokode 2 en tilsvarende kapasitet som for videreutviklingen av CSCT og revisjonen av Eurokode 2.

7.2.3 Sammenligning for varierende effektivt tverrsnittsdybde

I Figur 7.3 er skjærkapasiteten for hver enkel beregningsmodell med varierende effektivt tverrsnittsdybde (d) presentert. Den effektive tverrsnittsdybden er valgt til en verdi fra 500 mm til 1200 mm. Grunnen til at det sammenlignes med effektiv tverrsnittsdybde innenfor denne øvre og nedre grensen, er ønsket om å beholde det samme skjærspenn uavhengig av varierende effektiv tverrsnittsdybde. Ettersom skjærspennet er valgt til 3000 mm og skjærspenn-dybde forholdet er satt mellom 2.5 og 6 (slanke bjelker), vil den effektive dybden få de gitte nedre og øvre grense verdiene. Den effektive tverrsnittsdybden har stor innvirkning på skjærkapasiteten. Dette fordi den effektive tverrsnittsdybden spiller inn i bidraget fra lengdearmeringen i form av armeringsforholdet og bidraget fra trykk- og strekksone i form av trykk- og strekksone høyden. I tillegg ender skjærkapasitetsuttrykkene for beregningsmodellene med å gange sammen tverrsnitts arealet. Den effektive trykksonehøyden har også for de CSCT baserte beregningsmodellene en innvirkning på kontrollsnittet for moment-skjærforholdet (Tabell 7.3 og Tabell 7.4). Likheten for alle beregningsmodellene er at de inkluderer en størrelsesfaktor i sine respektive beregningsuttrykk. Ved å øke dybden til en armert betong bjelke vil skjærkapasiteten økes med en avtagende skjærkapasitet, det vil si at skjærspenningene per kvadratmillimeter blir lavere ved større effektivt tverrsnittsdybde.

7. Sammenligning av beregningsmodellene

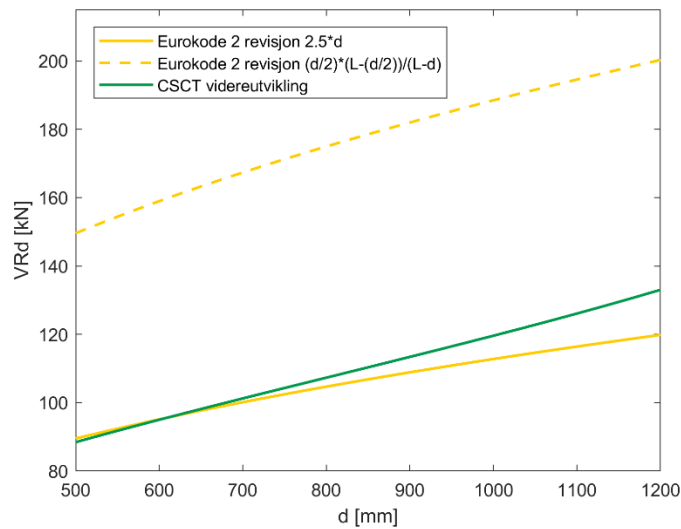


Figur 7.3: Sammenligning av effektivt tverrsnittsdybde for hver enkel beregningsmetode; (a) for punktlast; (b) for jevnt fordelt last

Videreutvikling av CSCT starter i denne sammenligningen med høyere skjærkapasitet enn Eurokode 2 revisjonen for punktbelastede bjelker. Grunnen til at videreutviklingen av CSCT har høyere kapasitet ved $d = 500$ er fordi videreutviklingen av CSCT har et større moment-skjær forhold ($a - d$) enn for Eurokode 2 revisjonen ($a - (d/2)$) (Tabell 7.3). Ettersom beregningsuttrykkene for disse modellene inkluderer den gjennomsnittlige ruheten av risset delt på moment-skjærforholdet opphøyd i en tredjedel ($(d_{dg}/a_{cs})^{1/3}$) (Tabell 7.5), medfører dette en høyere skjærkapasitet for videreutviklingen av CSCT. I tillegg vil koeffisienten k , som vanligvis reduserer skjærkapasiteten sammenlignet med Eurokode 2 revisjonen, i beregningsuttrykket for videreutvikling av CSCT bli lik 1 ved bjelker med $d \leq 500$ mm i denne sammenligningen. Når den effektive tverrsnittsdybden går fra 500 mm mot 1200 mm vil dette medføre at koeffisienten k varierer med en verdi på $(1 - 0,85)$. Dette medfører at videreutvikling av CSCT får en lavere skjærkapasitet enn for Eurokode 2 revisjonen ved økning av den effektive tverrsnittsdybden for punkt belastede bjelker (Figur 7.3a). For jevnt fordelt belastede bjelker vil kriteriet $a_{cs} \geq 2.5d$ føre til at $a_{cs} = 2.5d$ over alle økninger av den effektive dybden for Eurokode 2 revisjonen. Dette er illustrert i Figur 7.4 hvor beregningsuttrykket for Eurokode 2 revisjonen er beregnet med både kriteriet $a_{cs} \geq 2.5d$ hvor blir $a_{cs} = 2.5d$ og uten kriteriet hvor $a_{cs} = (d/2) * ((L - (d/2))/(L - d))$. Dette fører til at Eurokode 2 revisjonen får en lavere skjærkapasitet for høyere effektive dybder sammenlignet med CSCT videreutvikling for jevnt fordelt belastede bjelker. Dette kriteriet påvirker også

7. Sammenligning av beregningsmodellene

punkt belastede bjelker som kan bli observert i Figur 7.3b hvor grafen til Eurokode 2 revisjonen får en knekk ved en effektiv dybde mellom 900 og 1000 mm.



Figur 7.4: Illustrasjon av Eurokode 2 revisjonen med og uten kriteriet $a_{cs} \geq 2.5d$

Grunnen til at skjærkapasiteten for CSCT videreutvikling ser ut som en linjer funksjon i Figur 7.3b er fordi koeffisienten k variere fra (0,75 – 0,90) som påvirker, i samvirke med en lavere $(d_{dg}/a_{cs})^{1/3}$ verdi, at skjærkapasiteten for videreutvikling av CSCT øker med en veldig liten avtagende skjærkapasitet ved økning av den effektive dybden.

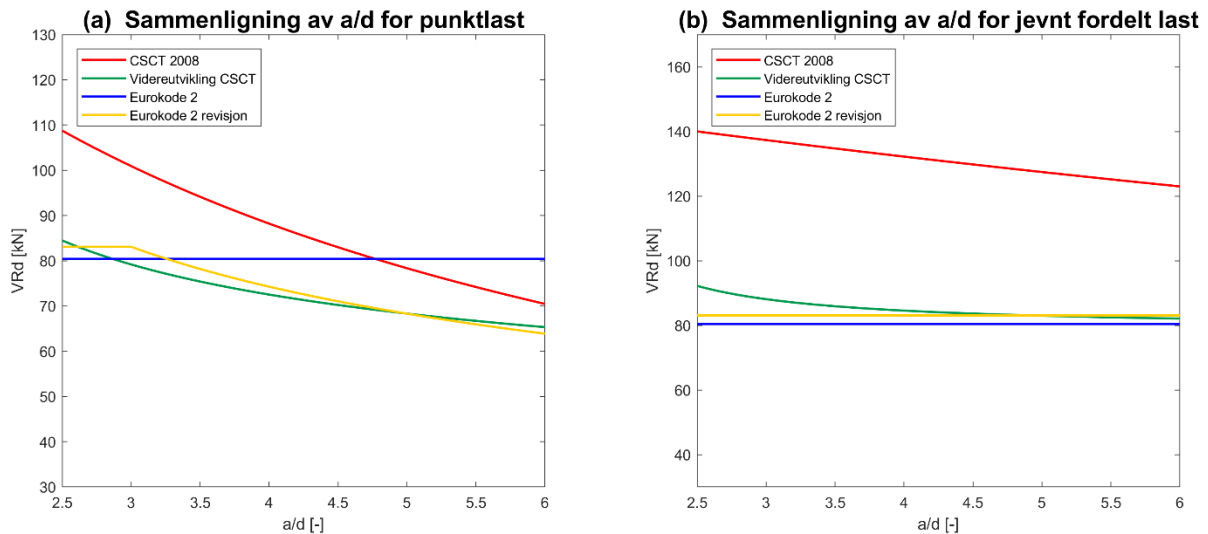
Beregningsmodellen fra Eurokode 2 stiger også med en større avtagende skjærkapasitet ved en økende effektiv tverrsnittsdybde. Dette er fordi Eurokode 2 inkluderer en størrelsesfaktor K , hvor skjærspenningene per kvadratmillimeter blir lavere ved større effektivt tverrsnittsdybde (Figur 7.3). Eurokode 2 gir også lik skjærkapasitet for både jevnt fordelt og punkt belastede bjelker, fordi Eurokode 2 ikke skiller på forskjellige belastningsforutsetninger. For punkt belastede bjelker gir Eurokode 2 større skjærkapasitet en for Eurokode 2 revisjonen og videreutviklingen av CSCT. Dette stemmer godt overens med begrunnelsen om at Eurokode 2 undervurderer størrelseseffekten.

7.2.4 Sammenligning for varierende skjærspenn-dybde forholdet ved økende skjærspenn

I Figur 7.5 er skjærkapasiteten for hver enkel beregningsmodell med varierende a/d forhold presentert. a/d forholdet er satt til å være mellom 2.5 og 6 (slanke bjelker). I denne sammenligningen er det valgt å kun endre skjærspennet og sette den effektive dybden konstant. Dette fordi den effektive dybden allerede er sammenlignet i kapittel 7.2.3. Ved et a/d forhold

7. Sammenligning av beregningsmodellene

på mellom 2.5 og 6 vil dette tilsvare en variasjon av skjærspennet på mellom 1000 og 2400 mm. Ved økende skjærspenn vil dette medføre redusert skjærkapasitet.



Figur 7.5: Sammenligning skjærspenn-dybde forhold for hver enkel beregningsmetode; (a) for punktlast; (b) for jevnt fordelt last

For punkt belastede bjelker vil et økende skjærspenn medfører et økende moment-skjær forhold (Tabell 7.3) for videreutviklingen av CSCT og Eurokode 2 revisjonen. Når moment-skjær forholdet økes vil $(d_{dg}/a_{cs})^{1/3}$ i beregningsuttrykkene (6.7) og (4.52) bli mindre som fører til en avtagende skjærkapasitet ved økende skjærspenn. For CSCT 2008 vil et økende skjærspenn føre til et større moment som igjen fører til en større tøyning i kontrollsnittet (Tabell 7.3). Når tøyningen økes vil dette medføre en avtagende skjærkapasitet ved økende skjærspenn etter uttrykk (3.17) i Tabell 7.3.

Eurokode 2 har derimot ingen innvirkning fra skjærspennet som fører til en konstant skjærkapasitet for økende a/d forhold. Eurokode 2 revisjonen vil i området med a/d forhold mellom 2.5 og 3 få et konstant skjærkapasitet. Dette er fordi moment-skjær forholdet gir en mindre verdi enn $2.5d$ og kriteriet $a_{cs} \geq 2.5d$ må benyttes.

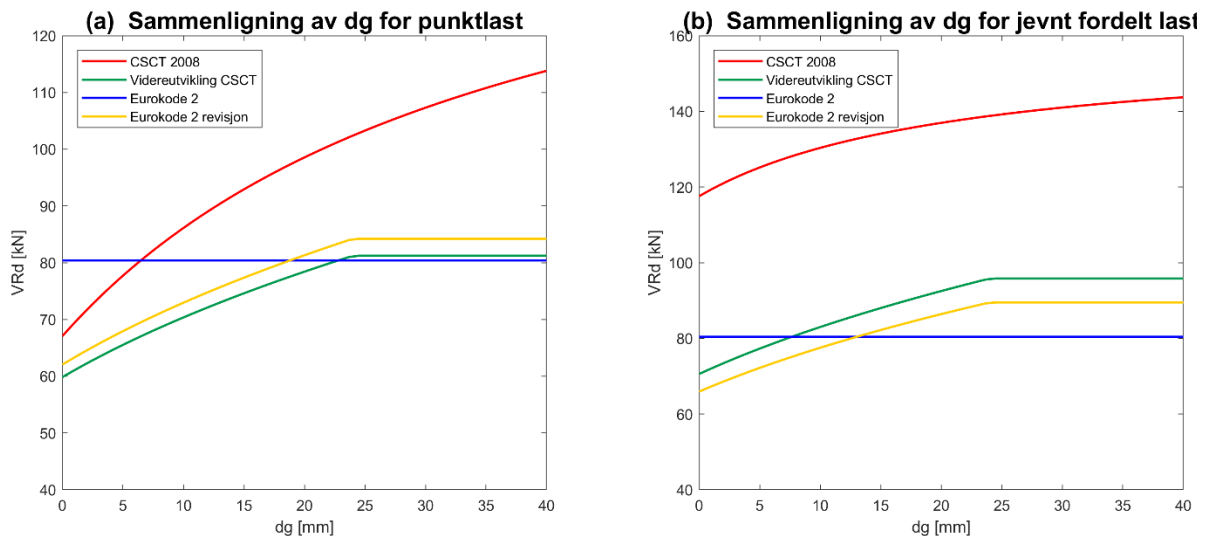
For jevnt fordelt belastede bjelker innfaller kriteriet $a_{cs} \geq 2.5d$ for Eurokode 2 revisjonen for alle lengder av skjærspennet. Grunnen til dette er fordi moment-skjær forholdet aldri blir større enn $2.5d$ ettersom avstanden fra opplager til kontrollsnittet er betydelig mindre for jevnt fordelt belastede bjelker enn for punkt belastede bjelker (Tabell 7.4). Dette vil medføre at skjærkapasiteten blir konstant på lik linje som for Eurokode 2 ved økende a/d forhold.

7. Sammenligning av beregningsmodellene

Videreutviklingen av CSCT har ikke dette kriteriet og vil derfor få avtagende skjærkapasitet ved økning av a/d forholdet. Dette på grunn av $(d_{dg}/a_{cs})^{1/3}$ i samvirke med reduksjonskoeffisienten k . Videreutviklingen av CSCT får en større skjærkapasitet ved et a/d forhold mellom 2.5 og 4.5 i sammenligning med Eurokode 2 revisjonen. Dette er fordi kontrollsnittet for videreutvikling av CSCT ligger i en avstand d i motsetning til Eurokode 2 revisjonen der kontrollsnittet ligger ved $d/2$.

7.2.5 Sammenligning for varierende tilslagsstørrelse

I Figur 7.6 er skjærkapasiteten for hver enkel beregningsmodell med varierende tilslagsstørrelse (d_g) presentert. Tilslagsstørrelsen er satt til å variere mellom 0 og 40 mm. Dette for å observere hvordan beregningsmodellene håndterer ekstremverdier for tilslagstørrelsen. For alle de CSCT baserte modellene vil økning av tilslagstørrelsen gi en forbedret kapasitet. Dette er fordi disse beregningsmodellene inkluderer bidraget fra aggregate interlock, som tidligere forklart er avhengig av tilslagstørrelsen som skaper fortanning i risset.



Figur 7.6: Sammenligning av tilslagstørrelsen for hver enkel beregningsmetode; (a) for punktlast; (b) for jevnt fordelt last

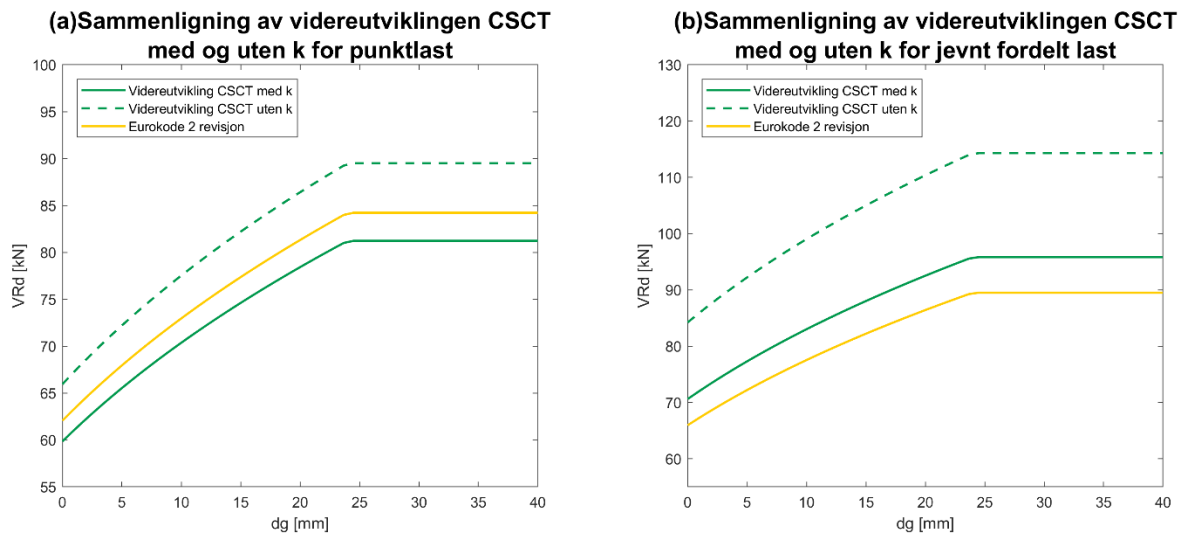
Eurokode 2 inkluderer ikke bidraget fra aggregate interlock og tilslagstørrelsen vil derfor ikke ha innvirkning på skjærkapasiteten. Dette fører til at skjærkapasiteten for Eurokode 2 er konstant ved økning av tilslagstørrelsen for begge belastningsforutsetningene (Figur 7.6).

Både videreutviklingen av CSCT og Eurokode 2 revisjonen introduserer i skjærkapasitet uttrykkene (4.52) og (6.7) tilslagstørrelsen i en eksponert form $(d_{dg}/a_{cs})^{1/3}$, hvor $d_{dg} = 16 + d_g$ som tar hensyn til fortanning av risset. Dette medfører at ved økende tilslagsstørrelse vil

7. Sammenligning av beregningsmodellene

funksjonen for skjærkapasitet øke hyperbolisk. Disse to beregningsmodellene inkluderer et kriterium hvor d_{dg} har en maksimal verdi på 40 mm, som tilsvarer en tilslagsstørrelse på $d_g = 24$ mm. Skjærkapasiteten etter økning av tilslagsstørrelsen til 24 mm blir derfor konstant.

For punktbelastede bjelker vil Eurokode 2 revisjonen gi litt større skjærkapasitet i sammenligning med videreutviklingen av CSCT ved samme tilslagsstørrelse. Dette fordi reduksjonsfaktoren ($k = 0.90$) reduserer skjærkapasiteten. Dette selv om kontrollsnittet ($a - d$) for videreutviklingen av CSCT gir et mindre moment-skjær forhold som, sett bort i fra koeffisienten k , vil føre til større skjærkapasitet på grunn av forholdet $(d_{dg}/a_{cs})^{1/3}$ (stiplet linje Figur 7.7a). Derimot for jevnt fordelt belastede bjelker vil moment-skjær forholdet bli betrakteligere mindre for videreutviklingen av CSCT som medfører adskillig større skjærkapasitet, sett bort fra koeffisienten k (stiplet linje Figur 7.7b). Selv om koeffisienten k er lik 0.83, vil totalt sett beregningsuttrykket for videreutviklingen av CSCT gi større kapasitet enn for Eurokode 2 revisjonen ved tilsvarende tilslagsstørrelse for jevnt fordelt belastede bjelker (Figur 7.7 og Figur 7.6).



Figur 7.7: Sammenligning av videreutvikling CSCT med og uten k ; (a) for punktlast; (b) for jevnt fordelt last

7.3 Oppsummering av sammenligning

En gjentagende observasjon ved sammenligning av de ulike parameterne for Eurokode 2, den planlagte revisjonen av Eurokode 2 og videreutviklingen av CSCT er at disse beregningsmodellene gir relativt like skjærkapasiteter ved økning av den undersøkte parameteren. En av grunnene til dette er fordi både den planlagte revisjonen av Eurokode 2 og videreutviklingen til CSCT har blitt utledet ved et opphøyd funksjonsuttrykk i likhet med

7. Sammenligning av beregningsmodellene

Eurokode 2. Det som utgjør forskjellene er som regel hvordan beregningsmodellene håndterer kontrollsnittet, hvilke kriterier som er implementert og hvordan de essensielle parameterne er inkludert.

Det er også interessant å observere at CSCT fra 2008 gir betydelig høyere skjærkapasitet enn for de andre beregningsmodellene ved alle parametersammenligningene. En av grunnen kan være på grunn av at dette funksjonsuttrykket ikke er opphøyd. En mer realistisk grunn er fordi CSCT fra 2008 inkluderer den belastede skjærkraften direkte i tøyingsuttrykket som inkluderer i skjærkapasitetsuttrykket (refererer til uttrykk (3.11) fra kapittel 3). Dette fører til at tøyningen blir større ved økendebelastning som gir en lavere skjærkapasitet. Ettersom denne sammenligningen baserer seg på variasjon av parameterne er belastningen satt til en konstant verdi. Dette medfører at skjærkapasiteten for CSCT fra 2008 får en større skjærkapasitet enn for de andre beregningsuttrykkene.

8 Diskusjon

Underveis i arbeidet med denne avhandlingen har utviklingen av beregningsmodellen basert på CSCT, dagens Eurokode 2 formelverk og den planlagte revisjonen av Eurokode 2 blitt belyst. Det har blitt sett på teorigrunnlaget, betydningen av de essensielle parameterne for skjæroverføring, og sammensetningen av de forskjellige beregningsmodellene. I dette kapittelet vil forskjeller av beregningsmodellene bli oppsummert og drøftet. Hvor sammenligningen i kapittel 7 så på de essensielle parameterne i detalj og sammenlignet disse, vil dette kapittelet diskutere og vurdere beregningsmodellene i sin helhet. I tillegg vil det bli stilt noen spørsmål til beregningsmodellenes valg av antagelser og vektlegging av enkelte parametere og kriterier. Sterke og svake sider ved denne avhandlingen vil også bli belyst avslutningsvis i dette kapittelet.

8.1 Beregningsmodell forskjeller

Den ordinære beregningsmodellen basert på CSCT satt grunnlaget for de andre CSCT baserte beregningsmodellene. Antagelser anvendt i CSCT fra 2008 har blitt videreutviklet og implementert i tilsvarende eller modifisert form for de andre CSCT baserte beregningsmodellene. Dagens formelverk Eurokode 2 vil bli satt i sammenheng med den påventede revisjonen.

8.1.1 Kontrollsnitt

Hoved antagelsen til CSCT er som sagt at bredden av det kritiske skjærrisset er proporsjonal med tøyningen ganger den effektive dybden av tverrsnittet. CSCT fra 2008 er den første CSCT beregningsmodellen som implementerte denne antagelsen. Her ble bredden av det kritiske skjærrisset undersøkt i en dybde $0.6d$ fra trykksiden av bjelken. Dette i en avstand $d/2$ fra det belastede området for punkt belastede bjelker og minsteverdien av $d/2$ og $L/6$ fra opplageret for jevnt fordelt belastede bjelker.

Videreutviklingen av CSCT kom frem til et bruddkriterium basert på et tilnærmet opphøyd funksjonsuttrykk fra alle skjæroverføringsmekanismene. Det nye bruddkriteriet inkluderte bredden av det kritiske skjærrisset ved tøyningen av lengdearmeringen ganger dybden av tverrsnittet. Dette i et annerledes kontrollsnitt enn hos CSCT fra 2008. Her ble avstanden fra det belastede område til det kritiske risset satt lik d og d fra opplager til det kritiske skjærrisset for jevnt fordelt belastede bjelker.

8. Diskusjon

På lik linje som for videreutviklingen av CSCT så baserer revisjonen av Eurokode 2 på et tilnærmede opphøyde bruddkriterium med bredden av det kritiske skjærrisset ved tøyningen av lengdearmeringen ganger dybden av tverrsnittet. Med dette tilnærmede opphøyde bruddkriteriet bygger på det hyperboliske bruddkriteriet fra CSCT fra 2008. benyttes de samme kontrollsnittene som for CSCT fra 2008.

Det er interessant å se at revisjonen av Eurokode 2 benytter de samme kontrollsnittene som fra den originale CSCT fra 2008, selv om det nye bruddkriteriet presentert i denne revisjonen av Eurokode 2 baserer seg på samme kontrolldybde (tøyning ved lengdearmeringen) som for videreutviklingen av CSCT. Grunnen til dette kan være at det lukkede uttrykket for videreutviklingen av CSCT ble utviklet etter at Muttoni presenterte sitt lukkede uttrykk for revisjonen av Eurokode 2. Etersom Eurokode 2 revisjonen benytter et tilsvarende tilnærmede opphøyde funksjonsuttrykket, foruten koeffisienten κ , og kontrollerer skjærkapasiteten ved det kritiske skjærrisset ved lengdearmeringen likt som for videreutviklingen av CSCT, vil det være rimelig å anta at et tilsvarende kontrollsnitt som for videreutviklingen av CSCT vil bli implementert i tredje utkastet av revisjonen av Eurokode 2. Denne antagelsen baserer seg på teorien presentert tidligere i avhandlingen i kapittel 4.4. På den andre siden kan det hende at dette kontrollsnittet blir beholdt i det videre arbeidet med revisjonen av Eurokode 2. Dette fordi nåværende Eurokode 2 benytter $d/2$ som kontrollsnitt, og ved å endre dette kontrollsnittet til d kan dette medføre en fremmedgjøring av nåværende brukere og overgangen til de nye skjærdimensjoneringene vanskeligere. I tillegg vil ikke endringen av kontrollsnittet fra $d/2$ til d medføre store endringer i skjærkapasiteten som kan bli observert ved å studere parametersammenligningene i kapitlet 7.

8.1.2 Tilnærmet opphøyd funksjonsuttrykk

Når Muttoni presenterte sitt lukkede uttrykk, som nå er implementert i andre utkastet av Eurokode 2, ble det nye bruddkriteriet tilnærmet ved bruk av en tilnærmingskoeffisient k i samsvar med det opphøyde funksjonsuttrykket. Denne koeffisienten k ble benyttet for å tilpasse kurven til bruddområdet. Denne koeffisienten ble satt lik 0.014, for å best representere den tilnærmede opphøyde funksjonsuttrykket i forhold til bruddområdet. Cavagnis valgte en mer fysisk fremstilling av denne koeffisienten. Istedenfor å benytte en konstant koeffisient så ble det valgt å implementere fysiske parametere for å tilpasse det tilnærmede opphøyde funksjonsuttrykket til bruddområdet. Grunnen til dette var fordi Cavagnis mente at koeffisienten k kunne bli gjort avhengig av mekaniske og geometriske parametere (armeringsforholdet, slankhetsforholdet,

8. Diskusjon

trykkfastheten, effektiv dybde, og skjærslankhetsforholdet). Et uttrykk for koeffisienten k basert på disse parameterne ble derfor foreslått implementert i beregningsmodellen.

Ved å benytte fysiske parametere i utledningen av koeffisient k og ikke en konstant verdi, kan funksjonsuttrykket gi en bedre fysisk forståelse og gjøre det lettere å implementere nye effekter i fremtidige revisjoner. Dette fordi parameterne benyttet i uttrykket for koeffisient k er de samme som benyttes i utledningen av hvert enkelt skjæroverførings bidrag som hele mekaniske modellen til Cavagnis bygger på. På den andre siden kan det diskuteres om funksjonsuttrykket brukt i revisjonen av Eurokode 2 er lettere for brukeren å forholde seg til da det er mindre parametere å ta hensyn til.

8.1.3 Mulighet for endringer

Mulighet for implementering av endringer av beregningsmodeller er essensielt for et fremtidsrettet formelverk. Dette fordi vi lever i et samfunn hvor teknologisk utvikling skjer fortløpende. Muligheten til raskt og effektivt implementere endringer til eksisterende eller nye beregningsmodeller er derfor kritisk for et fremtidsrettet formelverk. Det vil i tillegg være gunstig å implementere endringer av en eksisterende underliggende beregningsmodeller fremfor å bytte ut til nye beregningsmodeller med helt forskjellige teorigrunnlag og sammensetninger. Dette for å ikke belaste brukeren av formelverket med helt ny kunnskap og teori som må belæres på nytt. Det er derfor en fordel at revisjonen av Eurokode 2 har gått fra å benytte empiriskbaserte formeluttrykk for å beskrive skjærkapasiteten til en mekanisk basert beregningsmodell. Dette for å gjøre det lettere å bygge videre og implementere endringer i fremtiden. Beregningsmodellen benytter fortsatt en del empiriske observasjoner for beskrivelse av parametere, men dette i mye mindre grad enn ved en empirisk basert beregningsmodell.

Den planlagte revisjonen av Eurokode 2 benytter som tidligere forklart det analytiske formeluttrykket presentert av Muttoni, som er utledet av rissformen, kinematikken og de grunnleggende lovene av de forskjellige skjæroverføringskreftene. Dette medfører at mindre endringer av uttrykket kan bli implementert uten store konsekvenser. Allikevel gir beregningsmodellen lite spillerom for drastiske endringer hvis eksempelvis en skjæroverføringskraft observeres å kunne bli bedre representert av andre parametere. Dette fordi det analytiske uttrykket presentert av Muttoni, som nå er implementert i andre utkastet til revisjonen av Eurokode 2, baserer seg på et allerede tilnærmet formeluttrykk basert på empiriske eksperimenter (refererer til uttrykk (3.13)).

8. Diskusjon

Den mekaniske modellen utviklet av Cavagnis modellerer hvert enkelt bidrag hver for seg for deretter å summere disse sammen. Dette i tillegg til at det benyttes minimalt med forenklinger og tilnærminger i utledningen av modellen. Et resultat av dette er at drastiske endringer av skjæroverføringsbidragene kan bli implementert uten store konsekvenser. Hvis eksempelvis det blir observert i fremtidige forsøk at bidraget fra trykksone kan bli beskrevet av et annet spenningsfelt med andre parameteravhengigheter kan dette implementeres som følgende:

1. Først må skjæroverføringsmekanismen for bidraget fra trykksone bli tilfredsstillende modellert for å ta hensyn til de nye parameteravhengighetene. Ut ifra denne modellen kan et nytt skjærkapasitet uttrykk (V_{Compr}) bli implementert.
2. Hvis den nye modellen for trykksonehøyden ikke har for store påvirkninger på de andre skjæroverføringsmekanismene, kan skjæroverføringsbidragene summeres sammen på lik linje som for den originale mekaniske modellen.
3. Et nytt bruddområde kan nå beskrives ved å benytte ekstremverdier av det summerte skjærkapasitetsuttrykket.
4. Ut ifra det nye bruddområdet kan et nytt tilnærmet opphøyd funksjonsuttrykk bli utledet.

Dette medfører at den mekaniske modellen til Cavagnis gir større spillerom for fremtidige observasjoner, uten å måtte begynne med en helt ny modell eller utføre nye analytiske tilnærminger fra eksperimenter. Dette kan føre til at nye ideer og observasjoner kan bli implementert mye raskere.

8.2 Drøfting av beregningsmodellene

I løpet av arbeidet med denne avhandlingen har beregningsmodellene blitt utforsket i detalj, ved å utlede uttrykk, forklare vanskelige begreper og ved å visualisere mekanismer og de essensielle parameterne som teoriene bygger på. Ut i fra dette arbeidet har det blitt observert konkrete aspekter av beregningsmodellene som ønskes å drøftes nærmere. Denne delen av oppgaven har derfor som formål å stille spørsmål til disse observasjonene.

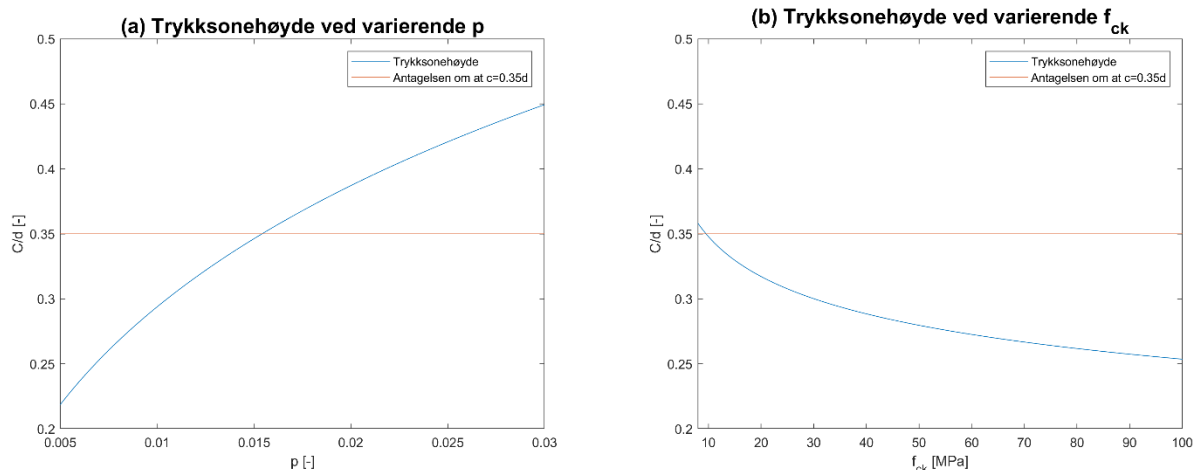
8.2.1 Forenklingen av trykksonehøyden

Et av disse spørsmålene er til en forenklingen benyttet i CSCT fra 2008. Her ble det antatt at dybden av tverrsnittet c (uttrykk (3.6)) kan forenkles til $c = 0.35d$.

8. Diskusjon

“The value of ε is estimated assuming that the depth of the compression zone c is equal to $0.35d$ (which is a reasonable value accounting for various reinforcement ratios and concrete strengths)” ([5], s 168)

Ved endringer av armeringsforhold har det blitt observert fra kontrollberegninger at trykksonehøyde (c) varierer fra $0.22d$ ved lave verdier av armeringsforholdet til $0.44d$ ved høye verdier av armeringsforholdet (Figur 8.1a). For endringer av trykkfastheten har dette resultert i en trykksonehøyde (c) fra $0.36d$ for lave trykkfastheter til $0.25d$ for høye trykkfastheter (Figur 8.1b). Det er interessant å observere at kontrollberegninger ikke stemmer overens med antagelsen utført i denne beregningsmodellen. Grunnen til dette kan være at beregningene ikke tar høyde for nok antall tester, enkelte parametere som blir behandlet forskjellig eller rett og slett beregningsfeil. Det kan også være at antagelsen baserer seg på gjennomsnittsverdien for høy og lav verdi av parameteren (respektivt $0.33d$ og $0.31d$). Allikevel er det nødvendig at denne observasjonen nevnes, for eventuell videre undersøkelse av dette.



Figur 8.1: Illustrasjon av antagelsen om at $c=0.35$ mot beregnet c for: (a) varierende armeringsforhold og (b) varierende trykkfasthet

8.2.2 Innvirkningen fra aggregate interlock

For alle de CSCT baserte beregningsmodellene er aggregate interlock det mest bidragsytende skjæroverførings bidraget. Denne effekten begynner som sagt å virke etter at risset forplanter seg i betongen, ved at tilslag stikker ut langs rissoverflaten og skaper en fortanning som motvirker glidningen av risset. Selv om denne effekten er veldokumentert og modellert logisk, virker det usikkert at en så stor del av skjærkapasiteten er avhengig av en effekt som innvirker

8. Diskusjon

etter at risset forplanter seg. På den andre siden er disse rissene så små i starten at de ikke er synlige.

8.2.3 Tilslagsstørrelse for CSCT fra 2008

Antagelsen om at effekten av aggregate blir redusert ved høyere betongtrykkfastheten i forhold til den benyttede tilslagsstørrelsen. Dette ved mindre ruhet fra forplantning av riss igjennom tilslaget er som forklart tidligere veldokumentert og påvist av Mattock, et al. CSCT fra 2008 modellerte denne antagelsen ved å innføre et kriterium hvor tilslagstørrelsen settes lik 0 for trykkfastheter større enn 60 MPa . Dette medfører en betydelig reduksjon av skjærkapasiteten som allerede er observert og forklart i kapittel 7. Å modellere virkning av tilslaget ved økning av trykkfastheten på en slik måte, virker ulogisk. En forventer som regel en større skjærkapasitet ved økningen av trykkfastheten. Det er forståelig at denne effekten må bli tatt hensyn til og at skjærkapasiteten vil øke med en avtagende økning, men at skjærkapasiteten ut i fra sammenligningen i kapittel 7.2 blir omtrent halvert fra å benytte en betongtrykkfasthet på 55 MPa til å benytte 65 MPa virker ikke riktig. Dette ettersom strekkfastheten er direkte avhengig av trykkfastheten av betongen. Dette ble endret for både videreutviklingen av CSCT og Eurokode 2 revisjonen til en korreksjonsfaktor som ikke reduserte skjærkapasiteten i sin helhet med minsket økningen ved å benytte betong trykkfastheter større enn 60 MPa .

8.3 Avhandlingens begrensinger og styrker

Forskningsspørsmålet i avhandlingen har vært beregningsmodellenes sammensetning, teorigrunnlag og utvikling som ligger til grunn for den planlagte revisjonen av Eurokode 2. Metoden for å svare på dette forskningsspørsmålet har vært en studie av litteratur fra fagpersoner som har forsket direkte eller indirekte på beregningsmodellene, og gjennom fysiske forsøk.

8.3.1 Sterke sider

Denne avhandlingen har gått detaljert inn hver enkel beregningsmodell som er belyst. Det er utledet, illustrert og forklart hvilken betydning parameterne har å si for de respektive beregningsmodellene. Dette har medført en detaljert forklaring av beregningsmodellene. Leseren er forklart hvordan et formeluttrykk er bygd opp og grunnlaget for de ulike parameteren. Innledningsvis ble skjæroverføringskreftene som påvirker skjærkapasiteten beskrevet. Her ble skjæroverføringskreftene satt i et større perspektiv ved å se på flere forskjellige måter å modellere disse kreftene fra de konstitusjonelle reglene for mekanismene.

8. Diskusjon

Det ble utført en parametersammenligning. Her kan en se hvordan de ulike parameterne påvirker skjærkapasitetsuttrykkene, og hvordan de ulike beregningsmodellene behandler disse parameterne. En kan her se hvordan avhengighetene de ulike beregningsmodellene har til de enkelte parametere og hvilke kriterier som har blitt benyttet for å modifisere virkningen av de.

Denne avhandlingen er avgrenset til å kun se på skjærdimensjonering for slanke armerte bjelker og enveisdekker uten skjærarmoring for jevnt fordelt- og punktbelastning. Dette gir masteravhandlingen et konkret og målrettet forskningsspørsmål. Dette åpnet opp for muligheten til å dykke dypere inn i beregningsmodellene uten behov for å inkludere alle mulige parametere som ikke inkluderes i skjærkapasitetsuttrykkene.

8.3.2 Begrensninger

Det ligger også en svakhet i at oppgaven er avgrenset til kun å se på de belastningsforutsetningene som er belyst i denne avhandlingen. Dette fordi det i et prosjekt er sjeldent kun benyttes bjelker som er frittopplagte. Denne avhandlingen kunne også inkludert utkragete og kontinuerlig bjelker i tillegg til frittopplagte konstruksjoner.

Skjærspenningene og normalspenningen for aggregate interlock i kapittel 4.2.3 kunne muligens blitt utledet dypere. Tidsbegrensningen i forhold til søken etter vanskeleg søkbar relevant litteratur strakk ikke til på dette området. Dette i tillegg til kostnader tilknyttet kjøp av disse artiklene. I dette kapittelet ble skjærkraftbidraget utledet fra allerede eksisterende skjær- og normalspenningene. Det hadde vært ønskelig at disse spenningene hadde blitt utledet dypere for å gi leseren en bedre forståelse for aggregate interlock.

Ved parametersammenligningen kunne det ha vært gunstig å inkludert tester fra skjærdatabasen til Reineck, et al [52]. Dette for å observere hvordan beregningsmodellene utnytter de essensielle parameterne for bestemmelse av skjærkapasiteten i forhold til virkelige skjærkapasiteter.

Ettersom oppgaven søker å belyse detaljert hver enkelt beregningsmodell som har blitt presentert i denne oppgaven, kan dette bli tungt teoretisk materiale å lese. Det har blitt prøvd å illustrere så mye som mulig ved bruk av figurer og tabeller, men dette kunne ha blitt gjort i en større grad.

Gjennomlokningskapasiteten for toveisdekker ble ikke prioritert i denne avhandlingen.

9 Oppsummering og konklusjon

I denne avhandlingen har Critical Shear Crack Theory blitt vurdert og analysert fra to forskjellige stadier av utviklingen av beregningsmodellen. Først den originale beregningsmodellen fra 2008, og deretter videreutviklingen av CSCT fra 2017. Det er i tillegg blitt presentert Eurokode 2 slik formelverket er i dag, og endringer utført i forbindelse med den planlagte revisjonen av Eurokode 2. Hovedfokuset til avhandlingen er å belyse sammensetningen, teorigrunnlaget og utviklingen av disse beregningsmodellene. I tillegg er det utført sammenligninger av beregningsmodellene for å illustrere beregningsmodellenes avhengigheter relatert til de forskjellige parameterne.

Det ble observert at den planlagte Eurokode 2 revisjonen og videreutviklingen av CSCT gir sammenlignbare skjærkapasiteter som for Eurokode 2. En av årsakene til dette er at den planlagte revisjonen av Eurokode 2 er blitt utledet ved et opphøyd funksjonsuttrykk for å skape likheter med nåværende Eurokode 2. Videreutviklingen av CSCT benytter også et opphøyd funksjonsuttrykk da denne beregningsmodellen bygger videre på Muttoni's grunnlag i den planlagte revisjonen av Eurokode 2. Det som er interessant å observere ved de forskjellige beregningsmodellene er hvordan de implementerer de essensielle parameterne. For den planlagte revisjonen av Eurokode 2 og videreutviklingen av CSCT har disse blitt implementert tilsvarende likt. Det er noen forskjeller i bruken av kontrollsnitt og kriterier i forhold til bruken av disse parameterne, men dette gir ingen drastiske endringer.

Eurokode 2 på den andre siden benytter seg ikke av slankhetsforholdet, tilslagstørrelsen og skjærspennet. Dette medfører konstante skjærkapasiteter ved økning av de nevnte parameterne. Dette kan føre til usikre løsninger for dimensjonering av slankebjelker og underestimering eller overestimering av skjærkapasiteten for respektive økning og redusering av tilslagstørrelsen. I tillegg ble det observert at størrelseeffekten benyttet i Eurokode 2 førte til en betydelig større skjærkapasitet enn for den planlagte revisjonen av Eurokode 2 og videreutviklingen av CSCT. Dette kan føre til utrygge løsninger for konstruksjoner med høye effektive tverrsnittsdybder. Disse observasjonene stemmer godt overens med begrunnelsen for endringene presentert i andre utkast til den planlagte revisjonen av Eurokode 2.

Mulighet for implementering av endringer av beregningsmodeller er essensielt for et fremtidsrettet formelverk. Den planlagte revisjonen av Eurokode 2 benytter et analytisk formeluttrykket utledet av rissformen, kinematikken og de oven forliggende lovene av de forskjellige skjæroverføringskreftene. Dette medfører at små endringer av uttrykket kan bli

9. Oppsummering og konklusjon

implementert uten store konsekvenser. likevel gir beregningsmodellen lite spillerom for drastiske endringer. Dette fordi det analytiske uttrykket baserer seg på et allerede tilnærmet formeluttrykk basert på empiriske eksperimenter.

Den mekaniske modellen utviklet av Cavagnis modellerer hvert enkelt bidrag hver for seg for deretter å summere disse sammen. I tillegg benyttes det minimalt med forenklinger og analytiske tilnærminger i utledningen av modellen. Dette medfører at den mekaniske modellen til Cavagnis gir større spillerom for fremtidige observasjoner, uten å måtte begynne med en helt ny modell eller utføre nye analytiske tilnærminger fra eksperimenter. Dette kan føre til at nye ideer og observasjoner kan bli implementert på en mer effektiv måte.

9.1 Videre arbeid

Avhandlingen har benyttet flere avgrensninger i form av hvilke konstruksjoner som er undersøkt, belastningsforutsetninger og hvilke verifikasjoner som er prioritert.

Avhandlingen beskriver beregningsmodellenes teorigrunnlag, sammensetning og utledning. Dette kan anvendes videre for å beskrive hvordan disse kan benyttes for forskjellige belastningsforutsetninger. Det som kan være av interesse er å undersøke beregningsmodellenes håndtering av utkragete og kontinuerlige bjelker og enveisdekker.

Gjennomlokkingskapasitet er ikke blitt belyst i denne oppgaven. likevel er det store likheter mellom beregningsmodellen for skjærkapasitet uten skjærarmring av bjelker og enveisdekker og beregningsmodellen for gjennomlokningskapasiteten av toveisdekker. Det kan derfor være av interesse å undersøke hvordan gjennomlokningskapasiteten anvendes av de forskjellige beregningsmodellene.

I denne avhandlingen har det blitt utført sammenligninger av beregningsmodellene for de essensielle parameterne og anvendelsen av disse i beregningsmodellene. Videre studier kan benytte disse parameterne i sammen med eksperimentell data for å undersøke om beregningsmodellene benytter konservative eller overvurderer bidragene fra de ulike parameterne.

Referanser

- [1] N. M. Hawkins, *Simplified shear design of structural concrete members*, Washington, D.C: Transportation Research Board, 2005.
- [2] Norsk Standard, *Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner - Del 1-1: Allmenne regler og relger for bygninger (NS-EN 1992-1-1:2004+NA:2008)*, 1. Utgave red., Standard Norge, 2004.
- [3] A. Muttoni, A. P. Caldentey, J. Hegger, M. Vill, J. D. Shave og M. Menegotto, *Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules, rules for buildings, bridges and civil engineering structures. Background documents to the second interim draft prEN 1992-1-1:2017-10*, CEN/TC 250, 2017.
- [4] A. Muttoni og J. Schwartz, «Behavior of Beams and Punching in Slabs without Shear Reinforcement,» *IABSE Colloquium*, vol. 62, pp. 703-708, 1991.
- [5] A. Muttoni og M. Fernández Ruiz, «Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width,» *ACI Structural Journal*, vol. 105, nr. 2, pp. 163-172, 2008.
- [6] F. Cavagnis, «Shear in reinforced concrete without transverse reinforcement: from refined experimental measurements to mechanical models,» EPFL, Lausanne, 2017.
- [7] S. I. Sørensen, *Betongkonstruksjoner*, Akademika, 2013.
- [8] S. R. Birgisson, «Shear resistance of reinforced concrete beams without stirrups,» Reykjavik University, School of Science and Engineering, Reykjavik, 2011.
- [9] S. Timoshenko, *Theory of Elasticity*, McGraw-Hill Book Company, 1951.
- [10] G. N. J. Kani, «The Riddle of Shear Failure and its Solution,» *ACI Journal*, vol. 61, nr. 4, pp. 441-468, 1964.
- [11] Shioya T, Iguro M, Nojiri Y, Akiyama H og O. T, «Shear Strength of Large Reinforced Concrete Beams,» *ACI Special Publication*, vol. 118, pp. 259-280, 1990.

- [12] F. Irgens, *Fasthetslære*, Tapir akademisk forlaget, 2006.
- [13] ASCE-ACI komite 426, «The Shear Strength of Reinforced Concrete Members,» *ASCE, Journal of the Structural Division*, vol. 99, nr. 6, pp. 1091-1187, 1973.
- [14] ASCE-ACI komite 445, «Recent Approaches to Shear Design of Structural Concrete,» *ASCE, Journal of Structural Engineering*, vol. 124, nr. 12, pp. 417-1375, 1998.
- [15] B. E. Colley og H. A. Humphrey, «Aggregate interlock at joints in concrete pavements,» *Highway Research Record*, nr. 189, pp. 1-18, 1967.
- [16] A. H. Mattock, W. K. Li og T. C. Wang, «Shear transfer in lightweight reinforced concrete,» *PCI Journal*, vol. 21, nr. 1, pp. 20-39, 1976.
- [17] J. C. Walraven, «Aggregate interlock: A theoretical and experimental analysis,» Delft University Press, 1980.
- [18] J. C. Walraven og H. W. Reinhardt, «Theory and Experiments on the Mechanical Behaviour of Cracks in Plain and Reinforced Concrete Subjected To Shear Loading,» *Heron*, vol. 26, nr. 1A, 1981.
- [19] P. Dileep Kumar, «Shear strength of R.C.C beams without web reinforcement,» Government Engineering College, Palakkad, Sreekrishnapuram, 2008.
- [20] E. N. Vintzeleou og T. P. Tassios, «Behavior of Dowels Under Cyclic Deformations,» *ACI Structural Journal*, vol. 84, nr. 1, pp. 18-30, 1987.
- [21] F. Cavagnis, M. Fernández Ruiz og A. Muttoni, «An analysis of the shear-transfer action in reinforced concrete members without transverse reinforcement based on refined experimental measurements,» *Structural Concrete*, vol. 19, nr. 1, pp. 49-64, 2018b.
- [22] M. Fernández Ruiz, Y. Mirzaei og A. Muttoni, «Post-Punching Behavior of Flat Slabs,» *ACI Structural Journal*, vol. 110, nr. 5, pp. 801-812, 2013.
- [23] A. Hillerborg, M. Modéer og P. E. Petersson, «Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements,» *Cement and Concrete Research*, vol. 6, nr. 6, pp. 773-781, 1976.

- [24] G. B. Welch og B. Haisman, «The application of fracture mechanics to concrete and the measurement of fracture toughness,» *Matériaux et constructions*, vol. 2, nr. 9, 1969.
- [25] R. Evans og M. Marathe, «Microcracking and Stress-Strain Curves for Concrete in Tension,» *Matériaux et Construction*, vol. 1, nr. 1, pp. 61-64, 1968.
- [26] H. W. Reinhardt, «Fracture Mechanics of an Elastic Softening Material like Concrete,» *Heron*, vol. 29, nr. 2, pp. 1-42, 1984.
- [27] D. S. Dugdale, «Yielding of steel sheets containing slits,» *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 8, nr. 2, pp. 100-104, 1960.
- [28] G. I. Barenblatt, «The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Fracture,» *Advances in Applied Mechanics*, vol. 7, pp. 55-129, 1962.
- [29] M. Elices og J. Planas, «Fracture mechanics parameters of concrete: An overview,» *Advanced Cement Based Materials*, vol. 4, nr. 3, pp. 116-127, 1996.
- [30] Fédération Internationale du Béton (fib), fib Modal Code for Concrete Structures 2010, Ernst & Sohn, 2013.
- [31] E. Mörsch, Reinforced concrete construction, theory and application (Der Eisenbetongbau, Seine Theorie und Anwendung), Stuttgart, K. Wittwer, 1908.
- [32] D. C. Drucker, «On structural concrete and the theorems of limit analysis,» Division of Engineering, Brown University, 1960.
- [33] A. Muttoni, «Die Anwendbarkeit der Plastizitätstheorie in der Bemessung von Stahlbeton,» *Bericht, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich*, vol. 176, p. 165, 1990.
- [34] K. G. Moody, I. M. Viest, R. C. Elstner og E. Hognestad, «Shear strength of REinforced Concrete Beams Part 1 - Tests of Simple Beams,» *ACI Structural Journal*, vol. 51, nr. 12, pp. 317-332, 1954.

- [35] K. H. Reineck, «Ultimate Shear Force of Structural Concrete Members without Transverse Reinforcement Derived From a Mechanical Model,» *ACI Structural Journal*, vol. 88, nr. 5, pp. 592-602, 1991.
- [36] M. P. Collins, D. Mitchell, P. Adebar og F. J. Vecchio, «A General Shear Design Method,» *ACI Structural Journal*, vol. 93, nr. 1, pp. 36-45, 1996.
- [37] A. Muttoni, «Shear and Punching Strength of Slabs Without Shear Reinforcement (Schubfestigkeit und Durchstanzen von Platten ohne, på tysk),» *Beton- und Stahlbetonbau*, vol. 98, nr. 2, p. 74.84, 2003.
- [38] W. Yao, A. Jiang, W. Fei og T. Cai, «Correlation between the Compressive, Tensile Strength of Old Concrete under Marine Environment and Prediction of Long-Term Strength,» *Advances in Materials Science and Engineering*, p. 12, 2017.
- [39] V. P. Jensen, «The Plasticity Ratio of Concrete and Its Effect on the Ultimate Strength of Beams,» *ACI Journal Proceedings*, vol. 39, pp. 565-584, 1943.
- [40] M. Fernández Ruiz, A. Muttoni og J. Sagaseta, «Shear strength of concrete members without transverse reinforcement: A mechanical approach to consistently account for size and strain effects,» *Engineering Structures*, vol. 99, pp. 360-372, 2015.
- [41] F. Cavagnis, M. Fernández Ruiz og A. Muttoni, «A mechanical model for failures in shear of members without transverse reinforcement based on development of a critical shear crack,» *Engineering Structures*, vol. 157, pp. 300-315, 2018a.
- [42] F. Cavagnis, M. Fernández Ruiz og A. Muttoni, «Shear failures in reinforced concrete members without transverse reinforcement: An analysis of the critical shear crack development on the basis of test results,» *Engineering Structures*, vol. 103, pp. 157-173, 2015.
- [43] F. Cavagnis, M. Fernández Ruiz og A. Muttoni, «A mechanical model for failures in shear of members without transverse reinforcement based on development of a critical shear crack,» *Engineering structures*, vol. 157, pp. 300-315, 2018.

- [44] S. Campana, M. Fernández Ruiz, A. Anastasi og A. Muttoni, «Analysis of shear-transfer actions on one-way RC members based on measured cracking pattern and failure kinematics,» *Magazine of Concrete Research*, vol. 65, nr. 6, pp. 386-404, 2013.
- [45] R. Guidotti, «Poinçonnement des planchers-dalles avec colonnes superposées fortement sollicitées,» EPFL, Lausanne, 2010.
- [46] E. G. Sherwood, C. E. Bentz og M. P. Collins, «Effect of Aggregate Size on Beam-Shear Strength of Thick Slabs,» *ACI Structural Journal*, vol. 104, nr. 2, pp. 180-190, 2007.
- [47] M. F. Ruiz, Y. Mirzaei og A. Muttoni, «Post-Punching Behavior of Flat Slabs,» *ACI Structural Journal*, vol. 110, nr. 5, pp. 801-812, 2013.
- [48] S. Dei Poli, M. Di Priscon og P. G. Gambarova, «Shear Response, Deformations, and Subgrade Stiffness of a Dowel Bar Embedded in Concrete,» *ACI Structural Journal*, vol. 89, nr. 6, pp. 665-675, 1992.
- [49] M. Fernandez Ruiz, S. Plumey og A. Muttoni, «Interaction between Bond and Deviation Forces in Spalling Failures of Arch-Shaped Members without Transverse Reinforcement,» *ACI Structural Journal*, vol. 107, nr. 3, pp. 346-354, 2010.
- [50] M. Fernández Ruiz, S. Plumey og A. Muttoni, «Interaction between Bond and Deviation Forces in Spalling Failures of Arch-Shaped Members without Transverse Reinforcement,» *ACI Structural Journal*, vol. 107, nr. 3, pp. 346-354, 2010.
- [51] F. Cavagnis, M. Fernández Ruiz og A. Muttoni, «Shear failures in reinforced concrete members without transverse reinforcement: An analysis of the critical shear crack development on the basis of test results,» *Engineering Structures*, vol. 103, pp. 157-173, 2015.
- [52] K. H. Reineck, E. C. Bentz, B. Fitik, D. A. Kuchma og O. Bayrak, «ACI DAfStb Database of Shear Tests on Slender Reinforced Concrete Beams without Stirrups,» *ACI Structural Journal*, vol. 110, nr. 5, pp. 867-876, 2013.
- [53] T. C. Zsutty, «Beam Shear Strength Prediction by Analysis of Existing Data,» *ACI Journal Proceedings*, vol. 65, nr. 11, pp. 943-951, 1968.

- [54] V. H. Nghiep, «Shear Design of Straight and Haunched Concrete Beams without Stirrups,» Technische Universität Hamburg, 2011.
- [55] J. P. Jacobs, «Eurokode 2 Commentary,» European Concrete Platform ASBL, Brussels, Belgium, 2008.
- [56] G. König og J. Fischer, «Model Uncertainties concerning Design Equations for the Shear Capacity of Concrete Members without Shear Reinforcement,» *CEB Bulletin 224*, pp. 49-100, 1995.