

Ola Nesvold

Andreas Rindahl Olsen

Predikering av morgendagens Value-at-Risk ved å inkludere markedsfaktorer

Forecasting one-day-ahead Value-at-Risk
when including market factors

MASTEROPPGAVE - Økonomi og administrasjon/siviløkonom

Trondheim, Mai 2017

Hovedprofil: Finansiering og investering

Veileder: Sjur Westgaard

Forord

Denne masteravhandlingen avslutter studiet i økonomi og administrasjon med hovedprofil i finansiering og investering, ved NTNU Handelshøyskolen. Arbeidet har blitt utført i løpet av våren 2017, med god veiledning fra Professor Sjur Westgaard.

Vi har i denne avhandlingen undersøkt om markedsfaktorer kan bidra til en mer presis prediksjon av Value-at-Risk, ved å sammenligne 5 ulike modeller. Arbeidet med avhandlingen har vært en krevende, men lærerik prosess. Vi har fått en dypere innsikt i et spennende tema og utviklet våre analytiske evner.

Vi ønsker å takke Sjur Westgaard for konstruktive tilbakemeldinger og sin positive innstilling. Ønsker videre å takke våre nærmeste for korrekturlesing og støtte gjennom studiet. Avslutningsvis vil vi takke alle medstudenter for to flotte år med mange gode minner.

Innholdet i denne avhandlingen står for forfatterens egen regning.

Trondheim, mai 2017

Ola Nesvold

Andreas Rindahl Olsen

Sammendrag

Målet med denne masteravhandlingen er å fastslå om markedsfaktorer, sammen med historisk volatilitet, kan bidra til en mer presis prediksjon av morgendagens Value-at-Risk. Det finnes flere modeller og ulike metoder som predikerer fremtidig Value-at-Risk, men forskning viser at prediksjonsevnen varierer på tvers av modell og marked. For finansielle aktiva endres egenskapene over tid og det er viktig å benytte modeller som presterer godt uavhengig av endringer i egenskapene.

Kvantilregresjonsmodeller er ikke avhengig av en bestemt avkastningsfordeling og har vist fremragende prediksjonsevne for Value-at-Risk i ulike markeder. Vi foreslår derfor en kvantilregresjonsmodell, Market Factor Quantile Regression, som inkluderer markedsfaktorer for å predikere Value-at-Risk. Videre sammenlignes modellen med benchmarkmodellene GARCH(1,1), RiskMetrics og Historisk Simulering, samt en kvantilregresjonsmodell, HeterogeneousAutoregressive-Quantile Regression. For å fastslå hvilken modell som gir mest presise prediksjoner, gjennomføres backtesting med Kupiecs ubetingede og Christoffersens betingede dekningstest. I tillegg gjennomføres en scenarioanalyse for å illustrere hvordan markedsfaktorene påvirker Value-at-Risk.

Resultatene viser at kvantilregresjonsmodellene predikerer morgendagens Value-at-Risk vesentlig bedre enn benchmarkmodellene. Market Factor Quantile Regression presterer i tillegg bedre enn HeterogeneousAutoregressive-Quantile Regression, med en treffprosent på 100% mot 94%. Vårt hovedfunn er at markedsfaktorer, sammen med historisk volatilitet, gir en bedre prediksjon av morgendagens Value-at-Risk. Avhandlingen presenterer en bedre og mer presis modell, og kan være nyttig i en tid med finansiell uro.

Studien er gjennomført på futureskontrakter til råvarene *råolje* og *gull*, og indeksen *S&P500* for perioden 02.07.2008 til 06.03.2017, et tiår hvor aktivaene har opplevd både Bull- og Bearmarkeder med store prissvingninger.

Abstract

The purpose of this master thesis is to determine whether market factors, along with historical volatility, can contribute to a more precise prediction of one-day-ahead Value-at-Risk. There are several models and methods to predict Value-at-Risk, but previous research has shown that the prediction ability varies across models and markets. The financial properties of assets are not constant through time; and it is important to use models that perform well despite the changes in these properties.

Quantile regression models do not depend on a specified return distribution and they have proven to give outstanding predictions of Value-at-Risk in different markets. We suggest a quantile regression model, Market Factor Quantile Regression, which includes market factors to predict one-day-ahead Value-at-Risk. We compare the model with benchmark models such as GARCH(1,1), RiskMetrics and Historical Simulation, and a quantile regression model, HeterogeneousAutoregressive-Quantile Regression. To determine which model that give the most accurate forecasts, Kupiec's unconditional and Christoffersen's conditional coverage tests are applied. A scenario analysis is also implemented to illustrate how the market factors affect Value-at-Risk.

The result shows that the quantile regression models outperform the benchmark models. Market Factor Quantile Regression also perform better than HeterogeneousAutoregressive-Quantile Regression, with an acceptance rate of 100% against 94%. Our main finding is that market factors, along with historical volatility, give a more accurate one-day-ahead Value-at-Risk forecast. This thesis presents a better and more precise model, which can be useful in a time with financial turmoil.

This study has been done on futures contracts for Crude Oil, Gold and S&P500-index, for the period 02.07.2008-06.03.2017. A decade where the assets have experienced both Bull and Bear markets with tremendous price fluctuations.

Innhold

1	Introduksjon.....	1
2	Tidligere forskning	3
3	Data og beskrivende statistikk.....	6
4	Metode.....	11
4.1	Value-at-Risk-modeller.....	11
4.1.1	GARCH(1,1).....	11
4.1.2	RiskMetrics.....	12
4.1.3	Historisk Simulering.....	13
4.1.4	Kvantilregresjon.....	14
4.1.5	HAR-QREG.....	15
4.1.6	MF-QREG	15
4.2	Backtesting.....	21
4.2.1	Kupiec.....	21
4.2.2	Christoffersen.....	22
5	Empiriske resultater og diskusjon.....	24
5.1	GARCH(1,1).....	26
5.2	RiskMetrics.....	26
5.3	Historisk Simulering.....	27
5.4	HAR-QREG.....	27
5.5	MF-QREG	28
5.5.1	Scenarioanalyse.....	28
6	Konklusjon	33
7	Referanser.....	34
8	Vedlegg.....	36

Figurer

Figur 1 – Avkastning, futurespris og distribusjonsplott til råolje.....	9
Figur 2 – Avkastning, futurespris og distribusjonsplott til gull.....	9
Figur 3 – Avkastning, futurespris og distribusjonsplott til S&P500.....	10
Figur 4 – Utviklingen i volatilitetsindeksene til råolje, gull og S&P500.....	17
Figur 5 – Scenarioanalyse ved endringer i volatilitetsindeksen.....	30
Figur 6 – Scenarioanalyse ved endringer i volum	31
Figur 7 – Scenarioanalyse ved endringer i open interest	31
Figur 8 – Scenarioanalyse ved endringer i avkastning	31
Figur 9 – Scenarioanalyse ved endringer i bid-ask-spread	32
Figur 10 – Scenarioanalyse ved endringer i helningen på futureskurven.....	32

Tabeller

Tabell 1: Beskrivende statistikk for råolje, gull og S&P500	7
Tabell 2: Modellenes prosentvise overskridelser og resultater fra backtesting	25

1 Introduksjon

Finansmarkedene har de siste tiårene opplevd store kriser, og en nøyaktig prediksjon av Value-at-Risk (VaR) er vesentlig for å forutse fremtidig finansiell risiko. VaR er definert som et nivå av tap en er rimelig sikker ikke overstiges, hvis porteføljen eller posisjonen holdes over en gitt periode, for et gitt statistisk signifikansnivå (Alexander, 2009). I 1998 satte Basel-akkorden et minimumskrav for kapital som skal settes til side basert på kredittisiko-nivået, hvor VaR-modeller benyttes til å finne «minimumskapitalen». Basel-akkorden er en global standard for å evaluere bankers risiko, anerkjent av mer enn 100 land og gjør VaR svært utbredt. Basel-Komitéen tillater bruk av interne modeller for å kalkulere VaR, så lenge de forholder seg til kriteriene om at: 1% 10-dagers VaR estimeres med bakgrunn i ett års historiske daglige data. Denne avhandlingen fokuserer på VaR for én dag frem i tid for ulike statistiske signifikansnivå.

Volatilitet er fremhevet som en av hovedfaktorene i VaR-modeller (Giot og Laurent, 2004), og forskning (Haugom et al., 2016) har vist at modeller for å predikere volatilitet også kan benyttes til å predikere VaR. Haugom et al. (2014) viste at markedsfaktorer bidrar til en fremragende prediksjonsevne av fremtidig volatilitet, og vår hypotese er derfor at markedsfaktorer også vil bidra til en mer presis prediksjon av VaR.

Vi foreslår en kvantilregresjonsmodell, MF-QREG, for å predikere morgendagens VaR. Forklaringsvariablene inkludert i modellen er historisk volatilitet, implisitt volatilitet, volum, open interest, daglig avkastning, bid-ask-spread og helningen på futureskurven. MF-QREG sammenlignes med GARCH(1,1), RiskMetrics, Historisk Simulering og HAR-QREG for å besvare problemstillingen: *Vil markedsfaktorer, sammen med historisk volatilitet, bidra til en mer presis prediksjon av morgendagens Value-at-Risk?*

Futureskontrakter til råvarene *råolje* og *gull*, og indeksen *S&P500* er studert for perioden 02.07.2008 til 06.03.2017. Markedene er valgt ettersom de statistiske egenskapene endres i løpet av perioden (se vedlegg 1), og de har egne volatilitetsindekser som fungerer som et mål på implisitt volatilitet. Avkastningsfordelinger er ofte påvirket av leptokurtose, leverage-effekter og volatilitetsklynger, og gjør predikering av VaR mer utfordrende. En leptokurtisk fordeling har en spissere topp og fetere fordelingshaler enn en normalfordeling. Leverage-effekt kjennetegnes ved at korrelasjonen mellom avkastning og endring i volatilitet er negativ, og at volatiliteten øker mer ved negative sjokk enn positive sjokk av samme størrelse. Perioder med

store bevegelser i avkastning tenderer til å bli fulgt av perioder med store bevegelser og kalles volatilitetsklynger (Enders, 2015).

For å fastslå hvilken modell som predikerer VaR best, gjennomføres backtesting av modellenes prediksjonsevne gjennom Kupiec- og Christoffersens test. Den ubetingede deknings testen av Kupiec (1995) undersøker om antall overskridelser, i prosent av antall prediksjoner, overstiger det valgte signifikansnivået. Den betingede deknings testen av Christoffersen (1998) undersøker antall overskridelser og fordelingen av disse. Dette for å forsikre at overskridelsene ikke viser et mønster eller oppstår i klynger. I tillegg gjennomføres en scenarioanalyse for markedsfaktorene til råolje for å vise hvordan faktorene påvirker VaR, og om faktorene har positiv eller negativ effekt ved endring.

Våre resultater bekrefter at markedsfaktorene, sammen med historisk volatilitet, gir en bedre prediksjon av morgendagens VaR. I tillegg viser resultatene at MF-QREG presterer bedre enn HAR-QREG, og at kvantilregresjonsmodellene presterer bedre enn benchmarkmodellene GARCH(1,1), RiskMetrics og Historisk Simulering. Scenarioanalysen viser at helningen på futureskurven gir høyest endring i morgendagens VaR, etterfulgt av bid-ask-spread, avkastning, implisitt volatilitet, volum og open interest. Funnene er av interesse for investorer og markedsaktører som ønsker å modellere risiko over en kort tidshorisont.

Avhandlingen er organisert som følger: Del 2 tar for seg tidligere forskning om VaR. Del 3 tar for seg data og beskrivende statistikk. Del 4 forklarer de ulike modellene som er benyttet og beskriver metodene for backtesting. Del 5 presenterer empiriske resultater og diskusjon. Til slutt presenteres konklusjonen i del 6.

2 Tidligere forskning

De siste tiårene har finansmarkedene opplevd flere store kriser som Dot.Com-boblen fra 1995 til 2001 og finanskrisen fra 2007 til 2009. Perioder med ekstreme utfall er viktig å forutse for investorer, og det er vesentlig å finne en god måte å predikere fremtidig finansiell risiko. For å predikere fremtidig risiko er Value-at-Risk ofte benyttet, hvor de mest utbredte modellene er GARCH(1,1), RiskMetrics og Historisk Simulering.

Hansen og Lunde (2005) sammenlignet 330 ulike ARCH-modeller for å se hvilken modell som forklarte betinget varians best, og konkluderte med at ingen av modellene presterte signifikant bedre enn GARCH(1,1). McMillan og Kambouroudis (2009) sammenlignet RiskMetrics og GARCH-modeller for 31 ulike markeder i Europa og Asia for predikering av VaR. Konklusjonen var tvetydig ettersom markedet som ble valgt hadde betydning for hvilken modell som predikerte fremtidig VaR best.

RiskMetrics som måleinstrument for VaR er svært utbredt, men har blitt mye kritisert for å ignorere fetere haler siden modellen antar normalfordelte data. Pafka og Kondor (2001) viste, til tross for antakelsen om normalfordeling, at RiskMetrics presterte godt hvis en valgte korrekte risikomål. Modellen presterer spesielt godt hvis en velger en kortere tidshorison og VaR-nivåer rundt 5% ved lang posisjon og 95% ved kort posisjon. Ved de ytre signifikansnivåene 1% og 99% vil RiskMetrics ofte underestimere VaR og ha problemer med å fange opp fetere haler (Pafka og Kondor, 2001). I tillegg er det vist at modellen ikke er egnet til å predikere langsiktige VaR-nivåer, ettersom den ikke antar gjennomsnittsreverserende volatilitet (McMillan og Kambouroudis, 2009).

Den mest benyttede metoden for å kalkulere VaR innen bankindustrien er Historisk Simulering (HS) (Sharma, 2012). Sharma (2012) viste at HS presterer overlegent når det kommer til ubetinget dekning, altså antall overskridelser i forhold til signifikansnivå. Fordelene med HS faller dog bort når en ser på den betingede dekningstesten, som inneholder informasjon om antall overskridelser og fordelingen av disse.

En nyere metode for å predikere VaR er kvantilregresjonsmetoden. Taylor og Timmermann (2000) benyttet kvantilregresjon for å estimere de ulike kvantilene i avkastningsfordelingen for å finne ønsket VaR-nivå. Fordelen med å benytte kvantilregresjon for å beregne VaR er blant annet at metoden ikke antar en gitt form på avkastningsfordelingen. Metoden får støtte av Steen et al. (2015) som viste at kvantilregresjonen presterte bedre enn både RiskMetrics og HS ved predikering av halerisiko til råvarefutures.

Corsi (2009) benyttet ulike historiske volatilitetskomponenter som daglig-, ukentlig- og månedlig volatilitet, for å beregne fremtidig realisert volatilitet (RV) i modellen “Heterogeneous Autoregressive Model for Realized Volatility” (HAR-RV). Modellen forklarer langsiktig volatilitet og virker å ha gode egenskaper for predikering av fremtidig volatilitet. Haugom et al. (2016) videreutviklet HAR-RV ved å predikere morgendagens VaR for ulike valuta, aksjer og råvarer, og viser at mål på historisk volatilitet er en viktig faktor for predikering. Volatilitet er også tidligere trukket frem til å være en av hovedfaktorene i VaR-modeller (Giot og Laurent, 2004).

HAR-QREG av Haugom et al. (2016) predikerer de betingede kvantilene direkte ved å kombinere kvantilregresjon og HAR-RV. Positive sider ved modellen er at den kun benytter observerbare variabler og fanger opp den betingede avkastningsfordelingen uavhengig av form. I tillegg predikerer modellen VaR mer nøyaktig sammenlignet med benchmarkmodellene RiskMetrics og HS, og isolerer effekten av kort-, middels- og langsiktig volatilitet (Haugom et al., 2016).

Haugom et al. (2014) bygget videre på HAR-RV ved å kombinere realisert og implisitt volatilitet (IV) med andre markedsfaktorer, for å predikere fremtidig volatilitet i det amerikanske oljemarkedet. Modellen er definert som HAR-RV-IV-EX. Markeds- og likviditetsfaktorene som er inkludert i modellen er volum, open interest, daglige avkastning, bid-ask-spread og helningen på futureskurven. Haugom et al. (2014) viste at modellen fikk en signifikant bedre prediksjonsevne ved å inkludere både IV og markedsfaktorer, enn ved å kun benytte realisert volatilitet. IV trekkes frem som den mest betydelige faktoren for kortsiktig prediksjon, mens markedsfaktorene virker å være mest relevant for langsiktig predikering av volatilitet. Om VaR-nivåer kan predikeres direkte fra en modell som inkluderer markedsfaktorer er enda ikke besvart, og er noe vi ønsker å finne svar på gjennom vår studie.

Oppsummering av tidligere forskning viser at de tradisjonelle modellene ikke gir tilstrekkelige prediksjoner av VaR, og modellene presterer dårlig i Christoffersens betingede dekningstest. Kvantilregresjonsmodellene virker å prestere best ved predikering av fremtidig VaR, hvor HAR-QREG presterer bedre enn benchmarkmodellene GARCH(1,1), RiskMetrics og HS. I tillegg virker markedsfaktorer å bidra til en bedre prediksjonsevne.

3 Data og beskrivende statistikk

Data benyttet i denne studien består av tre futureskontrakter til råvarene råolje og gull, og indeksen S&P500. Kontraktene er valgt ettersom modellen krever et mål på implisitt volatilitet. For de tre markedene er volatilitetsindeksene OVX, GVZ og VIX fra Chicago Board Option Exchange (CBOE) benyttet som proxy for implisitt volatilitet. Daglige data for alle futureskontraktene strekker seg fra 03.06.2008 til 06.03.2017, og logaritmisk avkastning er beregnet for alle kontraktene. Alle variablene er hentet eller beregnet fra én-måned-futures, med unntak av helningen på futureskurven som er beregnet via forholdet mellom 1- og 2-måned-frontkontrakter.

For innhenting av kontinuerlige futureskontrakter som inneholder pris, high- og low-priser, totalt volum og foregående dags open interest er Quandl (www.quandl.com) benyttet. Seriene starter ved nærmeste kontraktsmåned 1POS1M, som former den første prisverdien for den kontinuerlige serien. Kontrakten utløper ved utløpsdato eller første handledag av pålydende kontraktsmåned, hvor det som kommer først velges. Alle kontraktene er prisjusterte i forbindelse med kontraktutstedelse, hvor prisdifferansen mellom den gamle og den nye kontrakten jevnes ut med en mekanisk rullerende metode. Investors posisjon rulleres 20% hver dag de 4 dagene før den nye kontrakten utstedes (Quandl, 2017). Ved å følge denne rulleringsmetoden vil investoren være 100% i den nye kontrakten samme dag som den aktiveres.

Tabellen 1 viser deskriptiv statistikk som gjennomsnitts-, minimums- og maksimumsverdi, standardavvik, kurtose og skjevhet for de daglige avkastningene. Gjennomsnittlig daglig avkastning er -0.04%, 0.01% og 0.03% for henholdsvis råolje, gull og S&P500, og er som forventet for daglige finansielle data tilnærmet lik 0. Råoljefutures er, i prosentpoeng, dobbelt så volatil som gull- og S&P500-futures, henholdsvis 2.47%, 1.24% og 1.35% sett i lys av standardavvik.

Tabell 1: Beskrivende statistikk for råolje, gull og S&P500

Tabellen viser beskrivende statistikk og statistiske tester for råolje, gull og S&P500 i perioden 02.07.2008-06.03.2017.

	Råolje	Gull	S&P500
Antall observasjoner	2173	2173	2173
Gjennomsnitt	-0.04 %	0.01 %	0.03 %
Minimum	-13.07 %	-9.82 %	-10.40 %
Maksimum	13.34 %	8.62 %	13.20 %
Standardavvik	2.47 %	1.24 %	1.35 %
Kurtose	3.55	5.71	13.74
Skjevhet	0.06	-0.19	-0.12
Jarque-Bera	1143	2965	17090
P-verdi (JB)	0.000	0.000	0.000
Portmanteau Q-statistikk, lag (1)	7.406	0.118	15.472
P-verdi (1 lag)	0.007	0.732	0.000
Portmanteau Q-statistikk, lags (5)	14.202	1.214	39.990
P-verdi (5 lags)	0.014	0.943	0.000
Dickey-Fuller test*	-45.635	-41.627	-49.276

*Kritisk verdi DF-test, 1%-nivå: -3.43

Dersom avkastningsfordelingen er symmetrisk på begge sider av gjennomsnittet, og skjevhet og kurtose er lik null, indikerer dette normalfordelte data. Våre data viser positiv skjevhet for råolje (0.06), og negativ skjevhet for gull og S&P500 (-0.19 og -0.12). Eksempelvis innebærer negativ skjevhet at halen på venstre side av gjennomsnittet er lengre, og indikerer at sannsynligheten for negative utfall er høyere enn om dataene var symmetriske.

Kurtose viser hvordan avkastningene fordeler seg rundt gjennomsnittet og beregnes ved hjelp av formelen:

$$Kurtose = n \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{(\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}))^2} - 3 \quad (1)$$

Tabell 1 viser en leptokurtisk fordeling med kurtoseverdi > 0 , og tilsier at dataene har en spissere topp og tykkere haler enn normalfordelingen. Dette kan også ses av figur 1-3 som viser observert avkastning mot normalfordelingen. Egenskaper som skjevhet og kurtose endrer seg over de studerte årene (se vedlegg 1).

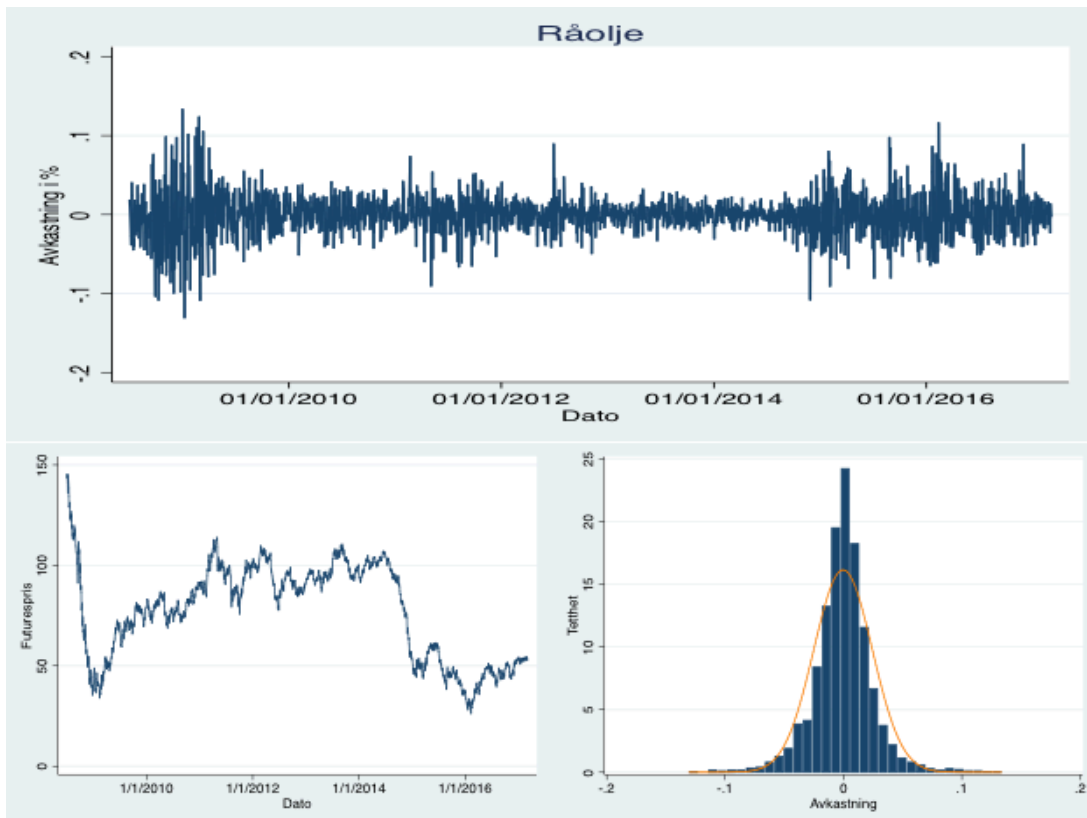
Jarque-Bera-testobservatoren og den tilhørende p-verdien tester nullhypotesen om at avkastningsserien er normalfordelt. Tabell 1 viser at p-verdien er 0.000 for alle de markedene, og nullhypotesen om normalfordelte data forkastes. Testobservatoren er beregnet med formelen:

$$JB = \left[\frac{skjevhet^2}{6/n} + \frac{kurtose^2}{24/n} \right] \sim x^2 \quad (2)$$

Portmanteau Q-statistikk tester for autokorrelasjon i tidsseriene og undersøker om avkastningsserien er uavhengig fordelt. Nullhypotesen tilsier at det ikke eksisterer noen form for autokorrelasjon for et spesifisert antall lags. Det er testet for autokorrelasjon ved 1- og 5-lag, hvor p-verdi under 0.05 gir forkastelse av nullhypotesen og bekrefter autokorrelasjon i utvalget. Resultatene viser sterk signifikant autokorrelasjon i avkastningene til både råolje og S&P500 på 5%-signifikansnivå. P-verdiene til gull viser hverken autokorrelasjon ved 1- eller 5-lag. Dette tilsier at avkastningene til råolje og S&P500 ikke er uavhengig fordelt, mens avkastningene til gull er uavhengig fordelt.

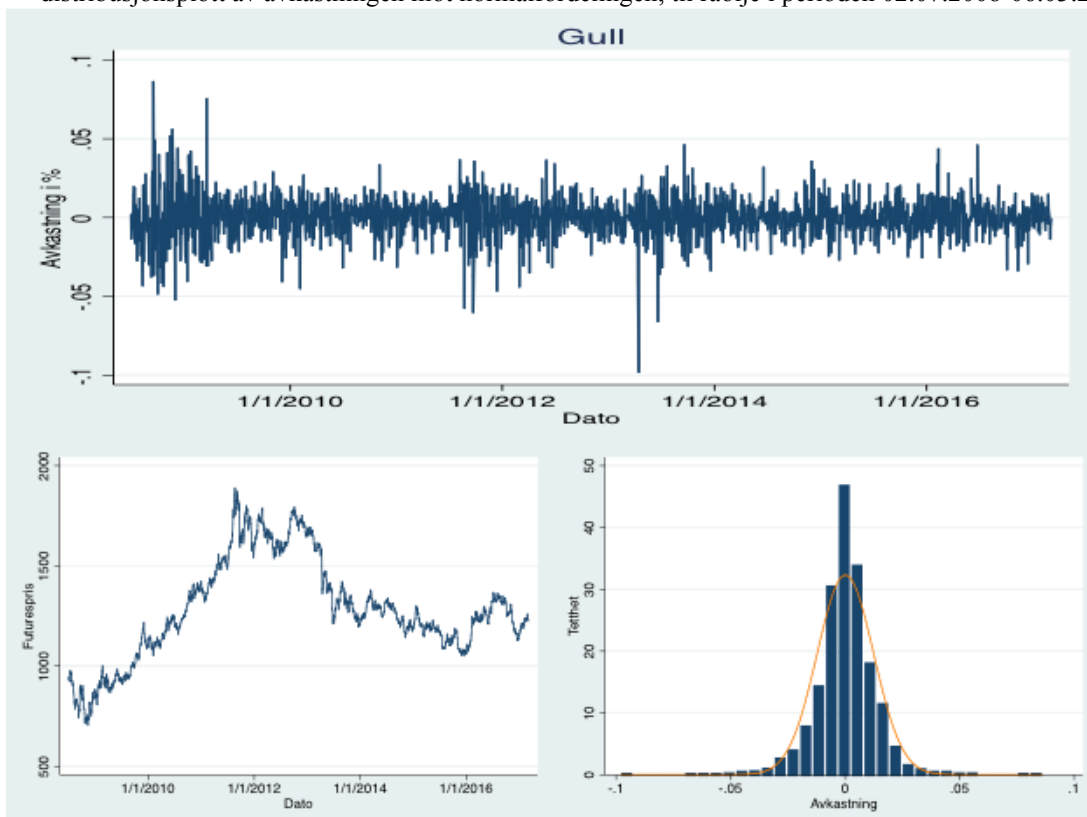
En stasjonær tidsserie er teoretisk definert som en tidsserie med stabile statistiske egenskaper over tid. Ved predikering av fremtidige verdier for avkastningen er det ønskelig at tidsseriene er stasjonære, ettersom ikke-stasjonaritet øker risikoen for spuriøse sammenhenger. En kan derfor teste om tidsseriene er stasjonære med en Dickey-Fuller-test, hvor nullhypotesen tilsier at tidsseriene følger en Random Walk, $y_t I \sim (1)$, mot alternativhypotesen som gir stasjonaritet, $y_t I \sim (0)$. Alle testverdiene er mindre enn den kritiske verdien på -3.43 ved 1%-signifikansnivå, og viser at alle tre tidsseriene for avkastningene er stasjonære. Nullhypotesen forkastes dermed.

Figur 1-3 viser den logaritmiske avkastningen, prisutvikling og distribusjonsplott for alle tre markedene i perioden 02.07.2008 – 06.03.2017.



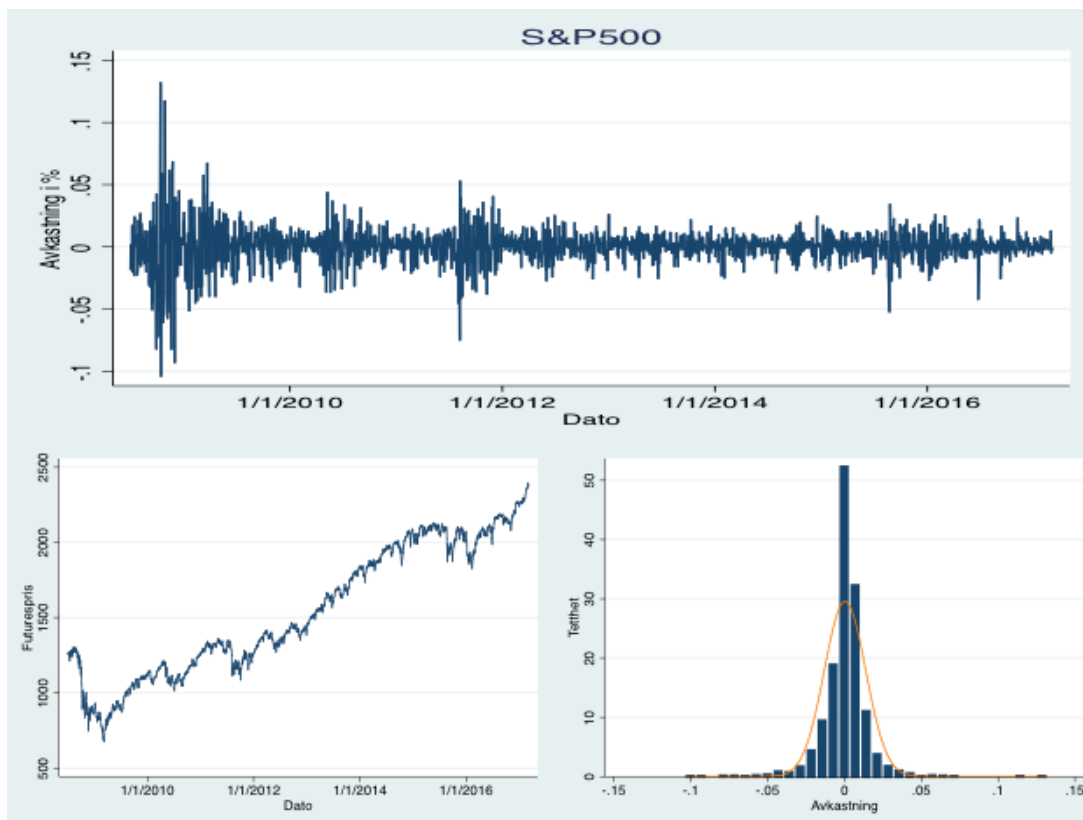
Figur 1 – Avkastning, futurespris og distribusjonsplott til råolje

Over vises avkastning i prosent, under til venstre vises utvikling i futurespris og under til høyre distribusjonsplott av avkastningen mot normalfordelingen, til råolje i perioden 02.07.2008-06.03.2017.



Figur 2 – Avkastning, futurespris og distribusjonsplott til gull

Over vises avkastning i prosent, under til venstre vises utvikling i futurespris og under til høyre distribusjonsplott av avkastningen mot normalfordelingen, til gull i perioden 02.07.2008-06.03.2017.



Figur 3 – Avkastning, futurespris og distribusjonsplott til S&P500

Over vises avkastning i prosent, under til venstre vises utvikling i futurespris og under til høyre distribusjonsplott av avkastningen mot normalfordelingen, til S&P500 i perioden 02.07.2008-06.03.2017.

Figur 1-3 viser at markedene har opplevd flere Bull- og Bear-perioder, og viser en solid nedgang i pris for alle markeder i perioden 2008-2009 under finanskrisen. Den daglige avkastningen til råolje, gull og S&P500 var så lav som -13.06%, -9.82% og -10.40% i 2008. Avkastningen svinger mer for alle futureskontraktene både i positive og negative verdier under finanskrisen. I tillegg kan samme tilfelle ses for råolje i 2015/16 da oljeprisen på nytt falt til lave nivåer. Avkastningsplottet i figur 1-3 kan fungere som en illustrasjon for volatilitet i perioden, og viser til tider tegn til leverage-effekter. Videre viser figurene at perioder med nedgang gjerne blir etterfulgt av nedgang og tilsvarende ved oppgang, altså volatilitetsklynger.

Distribusjonsplottet i figur 1-3 viser at alle markedene har høyere spiss enn normalfordelingen. Høye spisser rundt gjennomsnittet tyder på at det fordelingen er mer sentrert rundt gjennomsnittet og har fetere haler som følge av ekstremverdier. Dette viser at avkastningsfordelingene er leptokurtisk.

4 Metode

For å fastslå om MF-QREG predikerer morgendagens Value-at-Risk bedre enn dagens modeller for råvare- og indeksfutures, vil tradisjonelle og nyere modeller sammenlignes. MF-QREG sammenlignes med benchmarkmodellene GARCH(1,1), RiskMetrics og Historisk Simulering, samt kvantilregresjonsmodellen HAR-QREG.

4.1 Value-at-Risk-modeller

Alexander (2009) definerer VaR som tap en er rimelig sikker ikke overstiges dersom porteføljen eller posisjonen holdes over en periode. VaR består følgelig av to parametere: 1) signifikansnivå α eller konfidensnivå $1 - \alpha$ og 2) risikohorizonten. I denne studien er morgendagens VaR beregnet for 1%, 5% og 10% for lang posisjon, i tillegg til 90%, 95% og 99% for kort posisjon.

Deskriptiv statistikk viser at gjennomsnittlig avkastning er tilnærmet lik null, og VaR er dermed gitt ved:

$$VaR_{\alpha} = \Phi^{-1}(\alpha)\sigma_t \quad (3)$$

hvor α er signifikansnivået, $\Phi^{-1}(\alpha)$ er kvantilen fra normalfordelingen for valgt signifikansnivå og σ_t er predikert volatilitet. Avkastningsseriene i figur 1-3 indikerer at en bør benytte seg av et dynamisk mål på volatilitet. GARCH(1,1) og RiskMetrics benyttes derfor for predikering av morgendagens VaR. ARCH- og GARCH-modeller designet for å håndtere eventuelle utfordringer med volatilitetsklynger (Engle, 2001).

Volatilitetsestimatene fra GARCH(1,1) og RiskMetrics blir benyttet som input i formel (3). Morgendagens VaR blir kalkulert ved å multiplisere roten av morgendagens varians, σ^2 , med $\Phi^{-1}(\alpha)$.

4.1.1 GARCH(1,1)

Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity-modellen til Bollerslev (1986) er en generalisering av ARCH-modellen til Engle (1982). GARCH-modellen er designet for å fange opp volatilitetsklynger og autokorrelasjon, typisk for avkastningsserier, ved å inkludere laggede betingede varianser av avkastning σ_{t-1}^2 . En utfordring er at GARCH(1,1) antar

normalfordelte avkastninger, noe som ofte ikke er tilfelle i finansielle data. Matematisk er GARCH(1,1) gitt ved:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (4)$$

hvor α_0 er konstantleddet, α_1 er hastigheten variansen reagerer på sjokk i markedet, r_{t-1}^2 er laggede kvadrerte avkastninger og β_1 måler tilstedeværelsen av forrige periodes betingede varians σ_{t-1}^2 . GARCH(1,1) benyttes ettersom utvalget inneholder autokorrelasjon og avkastningsplotet i figur 1-3 viser volatilitetsklynger. I tillegg har GARCH(1,1) vist å forklare betinget varians best av 330 ulike ARCH-modeller (Hansen og Lunde, 2005).

$\alpha_0, \alpha_1, \beta_1$ estimeres ved å maksimere verdien av log-likelihood-funksjonen definert av Alexander (2008) som:

$$\ln L(\theta) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(\ln(\sigma_t^2) + \left(\frac{\varepsilon_t}{\sigma_t} \right)^2 \right) \quad (5)$$

hvor θ er parameterne som skal estimeres. Med restriksjonene $\alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0, \beta_1 \geq 0$ og $\alpha_1 + \beta_1 < 1$, vil betinget varians alltid være positiv.

4.1.2 RiskMetrics

RiskMetrics er en modell som predikerer morgendagens volatilitet fra et eksponentielt vektet glidende gjennomsnitt (EWMA) av dagens faktiske og predikerte volatilitet (McMillan og Kambouroudis, 2009).

RiskMetrics har flere positive sider; modellen fanger opp endring i daglig volatilitet ved at den venter nyere observasjoner mer enn eldre. Ved å benytte EWMA vil sjokk i markedet fanges opp raskere enn ved likt vektet glidende gjennomsnitt. Modellen er kun avhengig av dagens volatilitet og kvadrerte avkastninger, og krever dermed lite lagring av data. I tillegg tar metoden hensyn til volatilitetsklynger, og har kun én ukjent parameter, λ . Negative sider ved modellen er at den antar normalfordelte data. Antakelsen resulterer i at modellen ignorerer fetere haler i avkastningsfordelingen, som også kan ses i vårt utvalg. I tillegg er den ikke egnet til å predikere langsiktige VaR-nivåer (McMillan og Kambouroudis, 2009).

Matematisk er RiskMetrics gitt ved:

$$\sigma_{t+1}^2 = (1 - \lambda)r_t^2 + \lambda\sigma_t^2 \quad (6)$$

hvor λ er justeringskoeffisienten, r_t^2 er den kvadrerte avkastningen og σ_t^2 er den predikerte volatiliteten.

RiskMetrics kan bli sett på som et spesialtilfelle av GARCH(1,1) hvor $\alpha_1 = 1 - \lambda$ og $\beta = \lambda$, som gir $\alpha_1 + \beta = 1$ og $\alpha_0 = 0$. Når det gjelder daglige avkastninger er det vanlig å sette $\lambda = 0.94$, som gir $(1-\lambda) = 0.06$ (Alexander, 2009).

4.1.3 Historisk Simulering

Historisk Simulering (HS) antar at alle mulige utfall i fremtiden har hendt i fortiden. Hovedfordelene med metoden er at den er enkel å implementere i et regneark og kan beregnes for alle posisjoner. I tillegg fanger HS opp skjevhet, leptokurtose og andre ikke-lineære egenskaper som andre modeller har problemer med. HS har blitt kritisert ettersom metoden krever store datasett og at VaR-predikeringen baseres alene på historiske data. I tillegg bruker modellen lengre tid før den fanger opp sjokk i markedet (Dowd, 2002).

HS benytter datasett med daglige historiske avkastninger for de siste n dagene en antar er representativt for fremtidige avkastninger (Kavussanos og Dimitrakopoulos, 2011). Videre benyttes et rullerende vindu for å finne de øvre og nedre kvantilene for ønsket signifikansnivå. Kavussanos og Dimitrakopoulos (2011) definerer HS-VaR på følgende måte:

$$VaR_{\alpha,t+1} = Q^\alpha(\{r_t\}_{t=1}^n) \quad (7)$$

hvor Q^α representerer α -kvantilen og $\{r_t\}_{t=1}^n$ er serien av avkastninger fra 1 til n , hvor n representerer det rullerende vinduet.

Et rullerende vindu på 500 observasjoner er benyttet. VaR for $\alpha = 0.05$ vil derfor være representert ved den 25. laveste observasjonen, hvor observasjonene er sortert fra laveste til høyeste verdi i stigende rekkefølge:

$$r_1 < r_2 < r_3 < \dots < r_{499} < r_{500}$$

Den 25. laveste verdien representerer det beløpet en er relativt sikker en investor i lang posisjon ikke vil tape, ved å holde posisjonen over en gitt tidsperiode, med 5%-signifikansnivå. Merk at den 25. høyeste observasjonen representerer tilsvarende risiko for en investor i kort posisjon.

4.1.4 Kvantilregresjon

Koenker og Bassett introduserte kvantilregresjon i 1978. Siden VaR er en spesifisert persentil av porteføljens eller posisjonens avkastningsfordeling, betinget på nåværende informasjon, virker kvantilregresjon å være en egnet metode til å predikere VaR (Haugom et al., 2016). En enkel lineær kvantilregresjonsmodell er gitt ved:

$$Y_{q,t} = \alpha_q + \beta_{1,q}X_{1,t} + \varepsilon_{q,t} \quad (8)$$

hvor $\varepsilon_{q,t}$ har en uspesifisert fordeling og q er den valgte kvantilen, $0 < q < 1$, gitt som løsningen på minimeringsproblemet definert av Koenker og Bassett (1978);

$$\min(\alpha, \beta) \sum_{t=1}^T (q - \mathbf{1}_{Y_t \leq \alpha + \beta X_t})(\alpha + \beta X_t) \quad (9)$$

hvor

$$\mathbf{1}_{Y_t \leq \alpha + \beta X_t} = \begin{cases} 1 & \text{hvis } Y_t \leq \alpha + \beta X_t \\ 0 & \text{ellers} \end{cases} \quad (10)$$

Kvantilregresjonen for VaR er gitt ved:

$$VaR_{q,t+1}|X_t = \alpha_q + \beta_{1,q}X_{1,t} + \varepsilon_{q,t} \quad (11)$$

Hver kvantil vil gi et sett av regresjonskoeffisienter, $\beta_{1,q}, \dots, \beta_{i,q}$, og hele avkastningsfordelingen kan derfor modelleres og predikeres betinget på nåværende informasjon. Av interesse for oss er de nedre og øvre kvantilene for henholdsvis 1%, 5% og 10%, samt 90%, 95% og 99%. For avkastningsfordelinger som endrer egenskaper over tid vil det være en fordel å benytte en modell som ikke er avhengig av en gitt avkastningsfordeling. Dette kan tyde på at en kvantilregresjon vil være mer egnet enn GARCH(1,1) og RiskMetrics for predikering av fremtidig VaR, ettersom metoden ikke antar normalfordelte data.

4.1.5 HAR-QREG

Heterogeneous Autoregressive-Quantile Regression (HAR-QREG) av Haugom et al. (2016) predikerer de betingede kvantilene direkte. Kvantilregresjonen består av daglig log-avkastning på dag t , representert ved r_t , og daglig, ukentlig og månedlig historisk volatilitet beregnet ved:

$$\sigma_{dag,t} = \sqrt{r_t^2}$$

$$\sigma_{uke,t} = \sqrt{\frac{1}{5}(r_{t-4}^2 + r_{t-3}^2 + \dots + r_t^2)}$$

$$\sigma_{mnd,t} = \sqrt{\frac{1}{20}(r_{t-19}^2 + r_{t-18}^2 + \dots + r_t^2)}$$

HAR-QREG er matematisk gitt ved:

$$r_{q,t+1} = \alpha_q + \beta_{1,q}\sigma_{dag,t} + \beta_{2,q}\sigma_{uke,t} + \beta_{3,q}\sigma_{mnd,t} \quad (12)$$

hvor $r_{q,t+1} = VaR_{q,t+1}$ er den betingede kvantilen til morgendagens avkastning, og α_q , $\beta_{1,q}$, $\beta_{2,q}$, $\beta_{3,q}$ er de estimerte parameterne for konstantleddet, daglig, ukentlig og månedlig historisk volatilitet.

En fordel med HAR-QREG er at den er lett å implementere og benytter kun observerbare forklaringsvariabler beregnet fra historisk avkastning. I tillegg er den en av de enklere modellene for å predikere VaR og krever lite lagring av data.

4.1.6 MF-QREG

Haugom et al. (2014) studerte evnen til å predikere volatilitet i det amerikanske oljemarkedet ved å benytte implisitt volatilitet fra OVX i tillegg til andre observerbare likviditets- og markedsfaktorer som forklaringsvariabler. Effekten ved å benytte disse variablene, sammen med realisert volatilitet, ga en bedre prediksjon sammenlignet med tidligere modeller. Siden VaR-modeller er sterkt knyttet til volatilitet ønsker vi å bygge videre på HAR-RV-IV-EX-modellen til Haugom et al. (2014), ved å predikere de betingede kvantilene direkte. Kvantilene som predikeres vil representere VaR-nivået.

Vår foreslåtte modell Market Factor Quantile Regression (MF-QREG) er matematisk gitt ved:

$$r_{q,t+1} = \alpha_q + \beta_{1,q}\sigma_{dag,t} + \beta_{2,q}\sigma_{uke,t} + \beta_{3,q}\sigma_{mnd,t} + \beta_{4,q}IV_t + \beta_{5,q}V_t + \beta_{6,q}OI_t + \beta_{7,q}r_t + \beta_{8,q}BAS_t + \beta_{9,q}SL_t + \varepsilon_{q,t+1} \quad (13)$$

hvor markedsfaktorene blir presentert i kommende del.

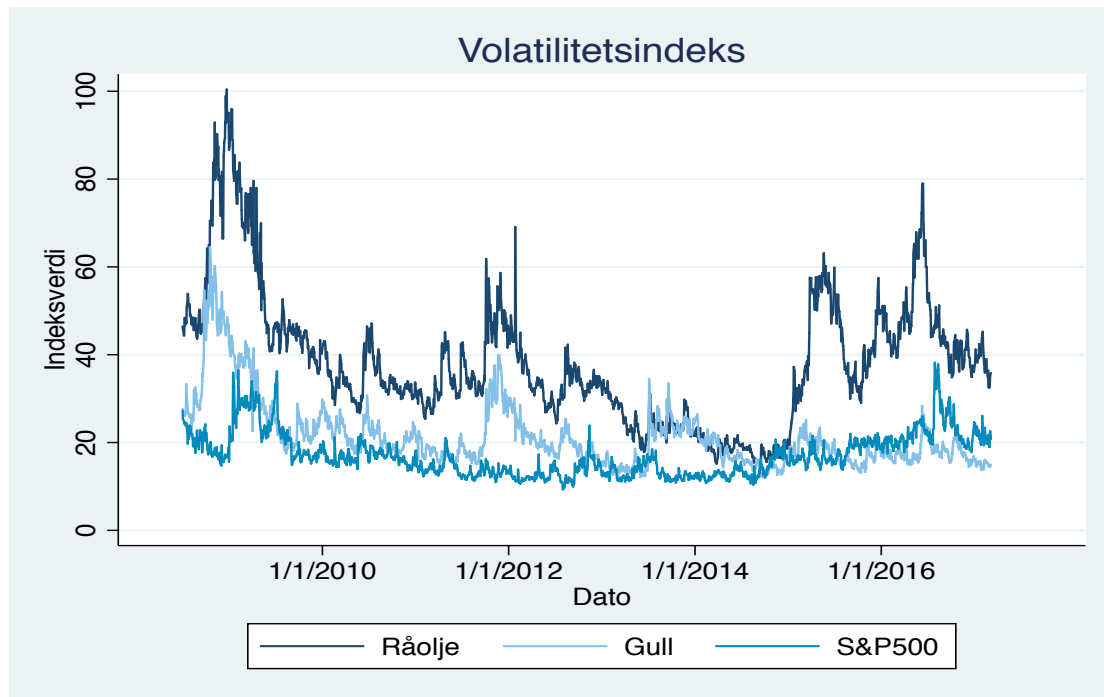
4.1.6.1 Mål på historisk volatilitet

Tidligere forskning (Haugom et al., 2016) har vist at historisk volatilitet er en viktig faktor for predikering av fremtidige nivåer av VaR. Daglig, ukentlig og månedlig volatilitet har blitt inkludert i MF-QREG for å fange opp effekten av historisk volatilitet på kort og lang sikt. Målene på historisk volatilitet er representert ved $\sigma_{dag,t}$, $\sigma_{uke,t}$ og $\sigma_{mnd,t}$ fra HAR-QREG (formel 12).

4.1.6.2 Volatilitetsindekser og implisitt volatilitet (IV)

En volatilitetsindeks, for eksempel OVX, GVZ og VIX, er en indeks på lik linje med S&P500. Forskjellen mellom VIX og S&P500, er at S&P500 måler pris og VIX måler volatiliteten forventet av markedet i fremtiden. VIX er en indikator på 30-dagers implisitt volatilitet som observeres gjennom opsjonsprisene til S&P500 (Rhoads, 2011). Dette medfører at volatilitetsindeksene kan fungere som proxy for IV.

Haugom et al. (2014) benytter OVX som proxy for implisitt volatilitet og konkluderte med at IV er den sterkeste driveren for kortsiktig volatilitetspredikering. Tsuji et al. (2016) studerte det amerikanske aksjemarkedet, og viste at VIX effektivt kan benyttes til å predikere VaR. I tillegg viste Tsuji (2017) at VIX har gode prediksjonsevner for prisfall på Tokyo Stock Price Index (TOPIX). Volatilitetsindeksene OVX for råolje, GVZ for gull og VIX for S&P500 er inkludert i modellen, og alle indeksene leveres av CBOE.



Figur 4 – Utviklingen i volatilitetsindeksene til råolje, gull og S&P500

Figuren viser utviklingen i volatilitetsindeksene til råolje (OVX), gull (GVZ) og S&P500 (VIX) i perioden 02.07.2008 – 06.03.2017.

OVX og GVZ bygger på den samme metodologien som VIX, hvor salgs- og kjøpsopsjoner reflekterer markedets forventning om framtidig volatilitet. Høye indeksverdier gir forventninger om større svingninger i kommende periode (Whaley, 2009).

Formelen som benyttes i VIX-kalkuleringen er som følger (CBOE, 2015):

$$\sigma^2 = \frac{2}{T} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT} Q(K_i) - \frac{1}{T} \left[\frac{F}{K_0} - 1 \right]^2 \quad (14)$$

hvor

$$\Delta K_i = \frac{K_{i+1} - K_{i-1}}{2}$$

hvor T er tid til forfall, F er fremtidig indeksverdi bestemt med utgangspunkt i opsjonspriser, K_0 er første utøvelsespris under fremtidig indeksverdi og K_i utøvelsespris for den i -ende «out-of-the-money» opsjonen. ΔK_i er differansen mellom utøvelsesprisene dividert med 2, R er risikofri rente og $Q(K_i)$ er midtpunktet til BAS for enhver opsjon med utøvelsespris K_i .

VIX-nivået er matematisk gitt ved:

$$VIX = 100 \cdot \sigma = 100 \cdot \sqrt{\frac{2}{T} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT} Q(K_i) - \frac{1}{T} \left[\frac{F}{K_0} - 1 \right]^2} \quad (15)$$

σ benyttes som IV i MF-QREG, og ikke indeksverdi fra formel (15).

4.1.6.3 Volum (V)

Volum representerer antall kontrakter handlet på daglig basis. Volum er det totale antall kjøp eller salg gjennomført, men ikke summen av disse, da det for hver kjøper av en futureskontrakt også må være en selger. Volum fungerer som en indikator på hvor aktivt og likvid markedet er (Carter, 2015). Chang et al. (2013) viste at både negative og positive volum i forkant av åpning av aksjemarkedene har en mer informativ rolle for investorer i futuresmarkeder enn opsjonsmarkedene, og volum vil kunne si noe om prisens utvikling. Chevallier og Sévi (2012) viste at både frekvens og totalt volum har en signifikant positiv sammenheng til prisvolatilitet i futuresmarkeder i energisektoren. De viste videre at handelens størrelse ikke bidrar med noe ekstra informasjon utover det en finner i frekvens og totalt volum, hvor de to sistnevnte bidrar med samme informasjon. Floros og Salvador (2016) studerte effekten volum og open interest har på volatiliteten i 36 internasjonale futuresmarkeder. De viser i likhet med Chevallier og Sévi (2012) at volum har en signifikant positiv innvirkning på volatilitet.

Haugom et al. (2014) valgte å splitte volum i størrelse og antall handler, og viste følgelig at antall handler har en signifikant negativ innvirkning, mens størrelse ikke har signifikant innvirkning. Dette motstrider funn fra tidligere forskning (Chevallier og Sévi, 2012, Floros og Salvador, 2016) som viste at sammenhenger mellom volatilitet og volum er positiv. Med utgangspunkt i tidligere forskning velger vi å inkludere totalt volum som én variabel i vår modell¹.

4.1.6.4 Open interest (OI)

Open Interest er det totale antall av futureskontrakter som eksisterer på ethvert tidspunkt som ikke er lukket. OI er antall åpne lange eller korte posisjoner, men ikke summen av disse (Carter, 2015). Ripple og Moosa (2009) viste i sin studie av råoljefutures på New York Mercantile

¹ Variablene volum og open interest viser tydelige sykliske variasjoner, hvor syklusene er avhengige av dager til forfall for kontraktene. Sesongvariasjoner er derfor fjernet ved hjelp av STL (Seasonal and Trend decomposition using Loess) i R.

Exchange (NYMEX) at OI er en signifikant forklaringsvariabel for volatilitet. Floros og Salvador (2016) viste også at OI er en signifikant forklaringsvariabel for volatilitet i futuresmarkeder, men at effekten er avhengig av kontraktstype eksempelvis aksjer, indekser, obligasjoner, råvarer og valuta.

4.1.6.5 Daglig avkastning (r)

Tseng et al. (2012), som også bygger på HAR-RV-modellen til Corsi (2009), og Gallo (2001) viste at predikering av fremtidig volatilitet vil forbedres ved å inkludere daglig avkastning. Funnene støttes også av Haugom et al. (2014) som viste at både positive og negative avkastninger er signifikante forklaringsvariabler i deres HAR-RV-IV-EX-modell. Vi forventer dermed å få en mer presis prediksjon av morgendagens VaR ved å inkludere daglig avkastning i MF-QREG. Avkastning beholdes som én variabel, og er ikke delt inn i negative og positive verdier, for å få en enklere modell med færre variabler.

4.1.6.6 Bid-Ask-Spread (BAS)

Bid-ask-spread kan benyttes som en indikator på markedets likviditet (Qiu et al., 2012) og et aktivum med store forskjeller mellom bid- og ask-pris vil ofte anses som mindre likvid. Corwin og Schultz (2012) utviklet en enkel metode for å finne BAS ved hjelp av daglige high- og low-priser i markeder hvor BAS ikke er direkte observerbar, som er tilfelle for våre studerte marked. Daglige high-priser er nesten utelukkende kjøpsordre mens daglige low-priser er nesten utelukkende salgsordre, dermed vil differansen mellom high-low-prisene reflektere både fundamental volatilitet til aksjen og BAS. BAS finnes som en funksjon av high-to-low-differansen fra en todagersperiode og to enslige handledager.

Corwin og Schultz (2012) viser i sin artikkel *A Simple Way to Estimate Bid-Ask Spreads from Daily High and Low Prices*, at deres BAS-estimator gir mer presise estimater enn andre kjente fremgangsmåter som Roll-estimatoren og tick-estimatoren (se Roll, 1984 og Holden, 2009). BAS-estimatoren har flere fordeler; den gir mer presise beregninger, er enkel å implementere, kan benyttes på kort sikt og i store utvalg, og blir beregnet under svært generelle forhold. BAS er gitt ved:

$$BAS = \frac{2(e^{\alpha} - 1)}{1 + e^{\alpha}} \quad (16)$$

hvor

$$\alpha = \frac{\sqrt{2\beta} - \sqrt{\beta}}{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{\gamma}{3 - 2\sqrt{2}}}$$

$$\beta = \sum_{j=0}^1 \left[\ln \left(\frac{H_{t+j}^O}{L_{t+j}^O} \right) \right]^2$$

$$\gamma = \left[\ln \left(\frac{H_{t,t+1}^O}{L_{t,t+1}^O} \right) \right]^2$$

hvor $H_{t,t+1}^O$ er den høyeste og $L_{t,t+1}^O$ den laveste verdien observert på dag t og t+1.

4.1.6.7 Helning på futureskurven (SL)

Futures er enten i normal backwardation eller contango. Backwardation er et tilfelle hvor prisene øker når utøvelsesdatoen nærmer seg, og contango er et tilfelle hvor prisene synker når utøvelsesdato nærmer seg (Han et al., 2016). Kogan et al. (2009) viste at volatiliteten til futures ofte vil være høyere når futureskurven er i backwardation. I tillegg viste Haugom et al. (2014) at helningen på futureskurven har en signifikant innvirkning på nivå av volatilitet.

Kogan et al. (2009) benytter en logaritme av futuresprisen for sjette korteste posisjonen i måneder til forfall tilgjengelig på dag t, $P_{t,6}$, mot futuresprisen for tredje korteste posisjonen i måneder til forfall tilgjengelig på dag t, $P_{t,3}$. Helningen på futureskurven finnes ved:

$$SL_t = \ln \left(\frac{P_{t,6}}{P_{t,3}} \right) \quad (17)$$

Vi har valgt å benytte logaritmen av futuresprisen for nest nærmeste posisjonen i måneder til forfall på dag t, $P_{t,2}$, mot futuresprisen for nærmeste posisjonen i måneder til forfall tilgjengelig på dag t, $P_{t,1}$. Helningen til futureskurven finnes dermed ved:

$$SL_t = \ln \left(\frac{P_{t,2}}{P_{t,1}} \right) \quad (18)$$

Denne justeringen gjøres som følge av tilgang til data i Quandl slik at kontraktene får samme rullerende justering. I tillegg vil dette fange opp den kortsiktige effekten av SL, og kan være positivt for MF-QREG som predikerer morgendagens VaR-nivå. SL er i likhet med volum og avkastning i vår modell kun én faktor, og ikke delt inn i negative og positive verdier.

4.2 Backtesting

Backtesting referer til å undersøke en modells prediksjonsevne av VaR over en historisk periode etter at den sanne verdien er kjent. Dersom en modell er feilspesifisert og/eller inneholder estimeringsfeil vil backtesting fange opp dette. De vanligste metodene for å undersøke en modells prediksjonsevne, er å studere tilfeller hvor faktisk utfall er lavere (høyere) enn VaR-nivået gitt fra modellens prediksjoner ved lang (kort) posisjon. Dersom faktisk avkastning er lavere (høyere) enn predikert VaR ved lang (kort) posisjon, vil det defineres som en overskridelse.

For å undersøke hvor godt modellene predikerer VaR vil to ulike metoder benyttes, henholdsvis Kupiecs (1995) ubetingede og Christoffersens (1998) betingede dekningstest.

4.2.1 Kupiec

Paul H. Kupiec (1995) utviklet en metode for å teste en modells evne til å predikere fremtidig risiko. For en lang posisjon, hvor $q < 0.5$, vil testen gjennomføres ved å la H_t være en indikator som tar verdien 1, hvis den observerte avkastningen er lavere enn den predikerte VaR-kvantilen Q_t ved tid t . Hvis $H_t = 1$ har det forekommet en overskridelse:

$$H_t = \begin{cases} 1 & \text{hvis } r_t \leq VaR_q \\ 0 & \text{hvis } r_t > VaR_q \end{cases} \quad (19)$$

For en kort posisjon, hvor $q > 0.5$, vil H_t ta verdien 1 hvis den observerte avkastningen er høyere enn den predikerte VaR-kvantilen Q_t ved tid t :

$$H_t = \begin{cases} 1 & \text{hvis } r_t \geq VaR_q \\ 0 & \text{hvis } r_t < VaR_q \end{cases} \quad (20)$$

Den ubetingede dekningstesten av Kupiec tester nullhypotesen H_0 om at modellen er korrekt spesifisert, og gir konstant overskridelsesandel lik det valgte signifikansnivået (α) av VaR

(Alexander og Sheedy, 2008). Testobservatoren $-2\ln LR_{uc}$ er kji-kvadrert med én frihetsgrad. For å unngå avrundingsfeil er logaritmen til funksjonen beregnet direkte, istedenfor å beregne LR_{uc} for så å multiplisere svaret med $-2\ln$. Finner dermed testobservator ved:

$$-2\ln(LR_{uc}) = -2[n_1 \ln(\pi_{exp}) + n_0 \ln(1 - \pi_{exp}) - n_1 \ln(\pi_{obs}) - n_0 \ln(1 - \pi_{obs})] \sim \chi_1^2 \quad (21)$$

n_1 representerer antall overskridelser, π_{exp} representerer den forventede andelen overskridelser i prosent (α), n_0 representerer antall ikke-overskridelser og π_{obs} er andelen faktiske overskridelser i prosent:

$$\pi_{obs} = \frac{n_1}{n_0 + n_1}$$

Antall overskridelser i prosent ønskes så nært valgt α som mulig. Dersom overskridelsene observert i perioden er signifikant lavere (høyere) enn det predikerte VaR-nivået (α) vil modellen overestimere (underestimere) det sanne nivået av VaR. I tilfeller hvor $-2\ln LR_{uc}$ er større enn den kritiske verdien fra χ^2 -fordelingen forkastes nullhypotesen, og testen tyder på at modellen gir en upresis prediksjon av VaR. Kritisk verdi fra kji-kvadrat-fordelingen med én frihetsgrad er 3.84 ved 5%-signifikansnivå.

4.2.2 Christoffersen

Christoffersen (1998) påpeker at en modell gjerne kan bli godkjent av Kupiecs test for antall overskridelser, men ikke fordelingen av overskridelsene. Christoffersens betingede dekningstest undersøker, i tillegg til ubetinget dekning, om fordelingen av overskridelsene forekommer i klynger. Dette gjør Christoffersen-testen noe strengere enn Kupiec-testen, og hjelper oss med å fastslå om prediksjonene er under- eller overestimerte i perioder. Merk at testverdien til Christoffersens test, LR_{CC} , kun er sensitiv for under- eller overprediksjoner som kommer rett etter hverandre. Dermed vil to overskridelser med én godkjent observasjon mellom seg, ikke bli oppdaget av testen.

En kombinasjon av teststatistikken for ubetinget dekning og teststatistikken for uavhengighet vil danne den betingede dekningstesten gitt ved: $LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind}$ (Alexander, 2009) hvor:

$$LR_{uc} = \frac{\pi_{\text{exp}}^{n_1} (1 - \pi_{\text{exp}})^{n_0}}{\pi_{\text{obs}}^{n_1} (1 - \pi_{\text{obs}})^{n_0}} \quad (22)$$

og

$$LR_{ind} = \frac{\pi_{\text{exp}}^{n_1} (1 - \pi_{\text{obs}})^{n_0}}{\pi_{01}^{n_{01}} (1 - \pi_{01})^{n_{00}} \pi_{11}^{n_{11}} (1 - \pi_{11})^{n_{10}}} \quad (23)$$

n_1 representerer fortsatt antall overskridelser og n_0 representerer antall ikke-overskridelser funnet ved $n - n_1$, hvor n er antall predikerte verdier. n_{ij} representerer antall observasjoner hvor verdien i er etterfulgt av verdien j . Eksempelvis vil n_{11} være en overskridelse etterfulgt av en annen, og n_{10} vil være en overskridelse etterfulgt av en ikke-overskridelse. Videre er $\pi_{01} = \frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}}$ og $\pi_{11} = \frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}}$ (Christoffersen, 1998).

Testobservatoren $-2 \ln LR_{cc}$ er kji-kvadrat-fordelt med to frihetsgrader og finnes ved:

$$-2 \ln LR_{cc} = -2 \ln LR_{uc} - 2 \ln LR_{ind} \quad (24)$$

I likhet med den ubetingede dekningstesten, ønskes antall overskridelser i prosent så nært α som mulig. Den betingede dekningstesten tester nullhypotesen H_0 som gir konstant overskridelsesandel lik det valgte signifikansnivået av VaR (α), i tillegg til en uavhengig fordeling av overskridelsene. Hvis verdien til $-2 \ln LR_{cc}$ er høyere enn kritisk verdi fra χ^2 -fordelingen forkastes nullhypotesen. Testen tyder da på at modellen gir en unøyaktig prediksjon av morgendagens VaR og/eller at overskridelsene oppstår i klynger. Kritiske verdier fra kji-kvadrat-fordelingen med to frihetsgrader er 5.99 ved 5%-signifikansnivå.

5 Empiriske resultater og diskusjon

Vi sammenligner evnen til å predikere morgendagens Value-at-Risk for GARCH(1,1), RiskMetrics, Historisk Simulering, HAR-QREG og MF-QREG.

Av 2193 observasjoner for hver futureskontrakt, benytter HAR-QREG og MF-QREG de første 20 til å gjøre nødvendige kalkuleringer for input. 2173 observasjoner blir dermed grunnlaget for estimeringen av volatilitetsestimatene til GARCH(1,1) og RiskMetrics, og de betingede kvantilene for HAR-QREG og MF-QREG. HS benytter et rullerende vindu på 500 dager som medfører at første VaR-prediksjon blir 08.07.2010. Predikerer dermed 1673 morgendagens VaR for 1%, 5%, 10%, 90%, 95% og 99%-nivå frem til 06.03.2017, hvor alle modellene predikerer VaR for samme tidsperiode. Resultatene evalueres deretter ved hjelp av Kupiecs (1995) og Christoffersens (1998) dekningstest.

Volatilitetsestimatene og de betingede kvantilene er estimert i Stata, og videre eksportert til Excel for å gjennomføre backtestene. Se vedlegg 2 for Stata-kommandoer og vedlegg 3 for parameterestimater til GARCH(1,1). For HS er både estimering av VaR og backtesting gjennomført i Excel. Tabell 2 viser prosentvis antall overskridelser sett i forhold til VaR-nivå og resultatene fra Kupiecs og Christoffersens dekningstest for perioden 08.07.2010-06.03.2017.

Tabell 2: Modellenes prosentvise overskridelser og resultater fra backtesting

Råolje											
<i>Modell</i>	<i>VaR for lang posisjon</i>					<i>VaR for kort posisjon</i>					<i>Akseptert</i>
	<i>1%</i>	<i>5%</i>	<i>10%</i>	<i>90%</i>	<i>95%</i>	<i>99%</i>					
GARCH(1,1)	1.73%	5.02% * ^{KC}	9.44% * ^{KC}	92.29%	96.00% * ^{KC}	99.40% * ^{KC}	67%				
RiskMetrics	2.21%	5.86% * ^{KC}	10.04% * ^{KC}	91.69% * ^C	95.40% * ^{KC}	99.10% * ^{KC}	75%				
Historisk Simulering	1.91%	5.32% * ^{KC}	10.70% * ^{KC}	90.38% * ^K	94.44% * ^K	98.33%	50%				
HAR-QREG	0.96% * ^{KC}	4.48% * ^{KC}	9.50% * ^{KC}	90.50% * ^{KC}	95.46% * ^{KC}	98.86% * ^{KC}	100%				
MF-QREG	0.96% * ^{KC}	4.90% * ^{KC}	9.56% * ^{KC}	90.32% * ^{KC}	95.16% * ^{KC}	98.92% * ^{KC}	100%				
Gull											
<i>Modell</i>	<i>VaR for lang posisjon</i>					<i>VaR for kort posisjon</i>					<i>Akseptert</i>
	<i>1%</i>	<i>5%</i>	<i>10%</i>	<i>90%</i>	<i>95%</i>	<i>99%</i>					
GARCH(1,1)	1.73%	4.90% * ^{KC}	8.01%	92.65%	96.29%	98.86% * ^{KC}	33%				
RiskMetrics	2.21%	5.44% * ^{KC}	8.97% * ^{KC}	91.99%	95.40% * ^{KC}	98.27%	50%				
Historisk Simulering	1.02% * ^K	4.90% * ^{KC}	9.26% * ^{KC}	90.74% * ^{KC}	95.34% * ^{KC}	98.80% * ^{KC}	92%				
HAR-QREG	1.02% * ^{KC}	4.84% * ^{KC}	9.38% * ^{KC}	90.97% * ^{KC}	95.58% * ^{KC}	99.10% * ^{KC}	100%				
MF-QREG	1.08% * ^{KC}	5.02% * ^{KC}	9.86% * ^{KC}	90.44% * ^{KC}	95.16% * ^{KC}	99.10% * ^{KC}	100%				
S&P500											
<i>Modell</i>	<i>VaR for lang posisjon</i>					<i>VaR for kort posisjon</i>					<i>Akseptert</i>
	<i>1%</i>	<i>5%</i>	<i>10%</i>	<i>90%</i>	<i>95%</i>	<i>99%</i>					
GARCH(1,1)	1.91%	4.66% * ^{KC}	8.25%	91.57%	96.35%	99.10% * ^{KC}	33%				
RiskMetrics	2.45%	5.20% * ^{KC}	9.56% * ^{KC}	90.50% * ^{KC}	95.34% * ^{KC}	99.28% * ^K	75%				
Historisk Simulering	1.02% * ^K	3.89%	8.61% * ^K	91.45%	95.28% * ^K	99.04% * ^K	33%				
HAR-QREG	0.90% * ^K	4.30% * ^{KC}	9.26% * ^{KC}	90.38% * ^K	95.40% * ^{KC}	99.04% * ^{KC}	83%				
MF-QREG	0.96% * ^{KC}	4.48% * ^{KC}	9.32% * ^{KC}	90.68% * ^{KC}	95.40% * ^{KC}	98.86% * ^{KC}	100%				

Kolonnene under VaR-nivå viser overskridelser i % for perioden 08.07.2010-06.03.2017. *^K indikerer at modellen aksepteres av Kupiecs (1995) ubetingede test på 5%-signifikansnivå. *^C indikerer at modellen aksepteres av Christoffersens (1998) betingede test på 5%-signifikansnivå. *^{KC} indikerer at modellen aksepteres av Kupiecs og Christoffersens test på 5%-signifikansnivå. Kolonnen "Akseptert" viser hvor stor andel av 12 mulige tester modellen har bestått. Kritiske verdier for Kupiec og Christoffersen er henholdsvis 3.84 og 5.99.

5.1 GARCH(1,1)

GARCH(1,1) er designet for å fange opp tidsvarierende volatilitet. En av svakhetene til modellen er antakelsen om at dataene er normalfordelte, noe hverken råolje, gull eller S&P500 er for perioden studert. GARCH(1,1) aksepteres i 16 av 36 dekningstester, som tilsvarer 44%. Avviket mellom antallet overskridelser og α er i flere av posisjonene for høyt til å aksepteres av den ubetingede og betingede dekningstesten.

GARCH(1,1) aksepteres i 67% av Kupiec- og Christoffersen-testene for råolje, mens for gull og S&P500 er aksepteringsraten lave 33%. Beskrivende statistikk for de ulike datasettene viser at råolje har lavest verdi for både skjevhet og kurtose, samt lavest Jarque-Bera testobservator. Dette tilsier at avkastningsserien for råolje er mest normalfordelt, og kan være en av årsakene til at modellen presterer best i dette markedet. På tvers av posisjon er det ingen forskjell på antall ganger modellen aksepteres, ettersom modellen aksepters i 44% for både kort og lang posisjon. Modellen presterer derimot best på 5%-nivå for kort posisjon og 99%-nivå for lang posisjon.

Av alle modellene sammenlignet er GARCH(1,1) den svakeste. En videreutvikling for senere studier kan være å benytte andre GARCH-modeller, eksempelvis EGARCH, som tar høyde for den asymmetriske effekten positive og negative sjokk har på volatilitet. I tillegg kan modeller som eksempelvis FIGARCH benyttes, hvor sjokkene har en langtidseffekt på volatiliteten.

5.2 RiskMetrics

Resultatene tyder på at RiskMetrics ikke gir tilstrekkelige prediksjoner av VaR ved lang posisjon på 1%, ettersom modellen blir forkastet ved 6 av 6 mulige tester. For de resterende VaR-nivåene ser vi likevel at RiskMetrics har godkjent prediksjonskraft for 24 av 30 tester. Totalt aksepteres RiskMetrics av Kupiec- og Christoffersen-testene i 24 av 36 mulige tester, som tilsvarer 67%. Resultatene våre viser i likhet med funn av Pafka og Kondor (2001) at RiskMetrics presterer best på 5%- og 95%-nivå.

Deskriptiv statistikk i tabell 1 viser at alle undersøkte markedene har en leptokurtisk fordeling. Dette kan medføre at RiskMetrics, som også antar normalfordelte data, kan ha problemer med å fange opp de ytre halene av fordelingen ettersom modellen ignorerer fetere haler. Modellen presterer i likhet med GARCH(1,1) best for råolje som er ”mest normalfordelt”. Resultatene

bekrefter videre modellens problemer med å fange opp de ytre halene, hvor RiskMetrics kun består 3 av 12 tester på 1%- og 99%-nivå. I motsetning til tidligere funn (McMillan og Kambouroudis, 2009) presterer RiskMetrics bedre enn GARCH(1,1) for alle markedene studert. Ut fra våre resultater har derfor ikke markedet som studeres betydning for hvordan modellen presterer, men det er likevel ikke gitt at RiskMetrics vil prestere bedre enn andre benchmarkmodeller hvis en inkluderer flere marked.

5.3 Historisk Simulering

HS presterer, i motsetning til RiskMetrics, svært varierende avhengig av hvilke marked som er studert. Modellen består Kupiec- og Christoffersen-testene i 21 av 36 tilfeller, som tilsvarer 58%. For råolje og S&P500 blir modellen akseptert i 50% og 33% av tilfellene, og har med dette lavest aksepteringsrate. For gull derimot presterer HS bedre enn både GARCH(1,1) og RiskMetrics, med 92% aksepteringsrate. Resultatene tyder på at modellen ikke klarer å fange opp volatilitetsklynger, da den i 7 tilfeller består Kupiec-testen men ikke Christoffersen-testen for samme posisjon.

I likhet med funn fra tidligere forskning (Sharma, 2012) finner vi at fordelene med HS faller bort når en ser på den betingede dekningen til modellen, spesielt for råolje og S&P500. Resultatene sammenlignet med andre modeller er varierende i forhold til betinget og ubetinget dekning, og stemmer ikke overens med funn fra Sharma (2012) hvor HS var overlegen ved ubetinget dekning. Ut fra vår analyse virker ikke HS å ha fremragende prediksjonsevner i forhold til de andre benchmarkmodellene.

HS benytter daglige historiske avkastninger for de siste n dagene som en antar er representativt for fremtidige avkastninger, og skal gjenspeile dagens markedssituasjon. Et rullerende vindu på 500 dager gjør at modellen reagerer tregt på uventede sjokk og representerer morgendagens markedssituasjon dårlig. En videreutvikling for senere studier kan derfor være å benytte et kortere vindu, eksempelvis 250 dager, for å se om dette resulterer i mer presise prediksjoner.

5.4 HAR-QREG

HAR-QREG-modellen, med en aksepteringsrate på 94%, presterer svært bra for markedene studert. Den aksepteres i 100% av testene for både råolje og gull. For S&P500 består ikke modellen den betingede dekningstesten på 1%- og 90%-VaR-nivå, som resulterer i en

aksepteringsrate på 83%. Dette tyder på at antall overskridelser alene aksepteres, men at overskridelsene ikke er jevnt fordelt over perioden og oppstår i klynger. I likhet med tidligere studier (Steine et al., 2014, Alvik og Westgaard, 2016, Haugom et al., 2016) viser resultatene at HAR-QREG presterer bedre enn både GARCH(1,1), RiskMetrics og HS. Resultatene viser at HAR-QREG presterer godt uavhengig av de statistiske egenskapene. Dette kan være en følge av at modellen ikke har noen antagelse om avkastningsfordelingen og dermed tar hensyn til ekstremverdier.

5.5 MF-QREG

MF-QREG presterer best av de testede modellene, og viser utmerkede egenskaper til å predikere morgendagens VaR. Resultatene viser at aksepteringsraten er 100% for alle aktuelle VaR-nivåer og aktiva. Haugom et al. (2014) viste at implisitt volatilitet og andre markedsvariabler forbedrer volatilitets-prediksjonene i det amerikanske oljemarkedet. Våre resultater viser at det samme gjelder for predikering av de betingede kvantilene direkte, og bekrefter vår hypotese om at markedsfaktorer forbedrer prediksjonsevnen av morgendagens VaR. I likhet med HAR-QREG presterer modellen godt i alle markeder, og viser at modeller som ikke har en antagelse om avkastningsfordelingen presterer best.

Vedlegg 4A, 4B og 4C viser regresjonskoeffisienter for de ulike kvantilene fra MF-QREG for henholdsvis råolje, gull og S&P500. Tabellene viser at alle mål på historisk volatilitet, daglig avkastning, bid-ask-spread og helningen på futureskurven virker å ha signifikant innvirkning for markedene studert. Faktorene implisitt volatilitet, volum og open interest virker derimot ikke å ha betydelig innvirkning for predikering av VaR, og bidrar svært varierende ut fra hvilket marked som studeres. En videreutvikling kan dermed være å utelate enkelte variabler med mindre innvirkning, som implisitt volatilitet, volum og/eller open interest. Dette vil resultere i at modellen blir enklere å implementere og i tillegg åpne opp muligheten for å studere flere marked, ettersom modellen ikke lengre krever en egen volatilitetsindeks.

5.5.1 Scenarioanalyse

Vi gjennomfører en scenarioanalyse på 5% og 95% VaR for råolje fra MF-QREG, ved å la markedsfaktorene variere fra laveste til høyeste observerte verdi (vedlegg 5), *ceteris paribus*. Analysen (figur 5-10) viser hvordan markedsfaktorene påvirker VaR, og om faktorene har en positiv eller negativ effekt ved endring.

Figur 5 viser utviklingen i 5% og 95% VaR når implisitt volatilitet (IV) endres og de øvrige faktorene holdes konstante. Figuren viser nivået av tap en med 95% sannsynlighet forventer ikke overstiges når IV endres fra laveste til høyeste observerte verdi, fra 0.145 til 1.00. Det forventede tapet øker for investor i både lang og kort posisjon. VaR for 5%-nivå endres fra -3.27% til -4.73%, og 3.17% til 4.33% for 95% VaR når IV endres fra laveste til høyeste observerte verdi. Investorer i lang posisjon er følgelig mer sensitiv for endring i IV enn investorer i kort posisjon.

Endringer i volum, illustrert av figur 6, har samme innvirkning på VaR for lang og kort posisjon. Økning i variabelen medfører nedgang i VaR for 5% og 95%-nivå, fra henholdsvis -3.88% til -3.21% og 3.80% til 2.78%. Scenarioanalysen viser at endring i volum i liten grad påvirker endring i VaR. Endringen er dog høyere i den øvre kvantilen enn i den nedre kvantilen. Regresjonskoeffisientene (vedlegg 4A) viser at volum er en ikke-signifikant markedsfaktor for 5% og 95% VaR, og kan forklare den lave påvirkningen endringer i volum har på VaR.

Figur 7 viser endringen i VaR når open interest (OI) går fra laveste til høyeste observerte verdi, henholdsvis fra -264 455 til 245 592. VaR på 5%-nivå endres fra -3.55% til -3.79%, og fra 3.07% til 3.87% på 95%-nivå. Figur 7 tyder på at variasjoner i OI resulterer i en større risiko for investorer i kort posisjon, enn for investorer i lang posisjon. Innvirkning på VaR er likevel liten, og kan forklares av at OI er en ikke-signifikant variabel for råoljeavkastning (vedlegg 4A).

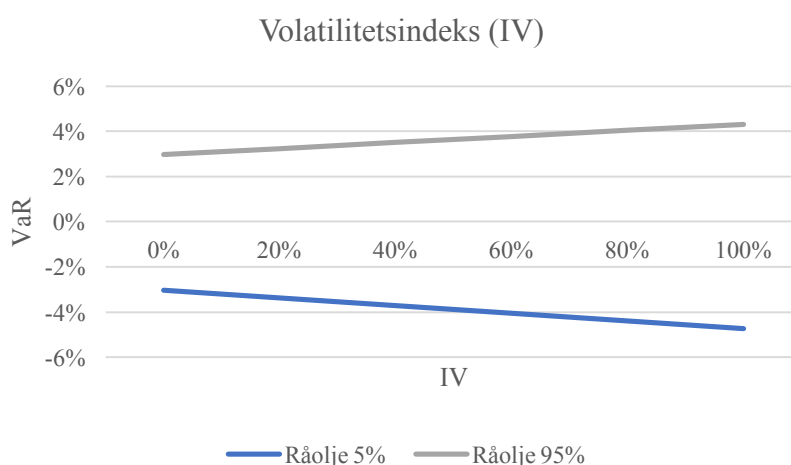
Figur 8 viser utviklingen i VaR når avkastningen fluktuerer mellom laveste og høyeste observerte avkastning i vår tidsperiode, henholdsvis -13.07% og 13.34%. VaR på 5%-nivå endres fra -3.47% til -3.88%, og fra 4.49% til 2.45% på 95%-nivå. Figur 8 tyder på at variasjoner i avkastningen resulterer i en større risiko for investorer i kort posisjon. Endringen i VaR er likevel forsiktig, sett i forhold til endringen i avkastning. En forklaring på dette kan være at avkastning er en ikke-signifikant forklaringsvariabel (vedlegg 4A) for de fremstilte VaR-nivåene.

Figur 9 viser utviklingen i VaR når bid-ask-spreaden (BAS) fluktuerer mellom laveste og høyeste observerte avkastning i vår tidsperiode, henholdsvis 0.45% og 29.39%. VaR på 5%-nivå endres fra -3.04% til -7.08% og gir en nedgang i VaR på totalt 4.04 prosentpoeng. For kort posisjon endres VaR fra 3.06% til 5.79%. Investorer i lang og kort posisjon vil dermed få

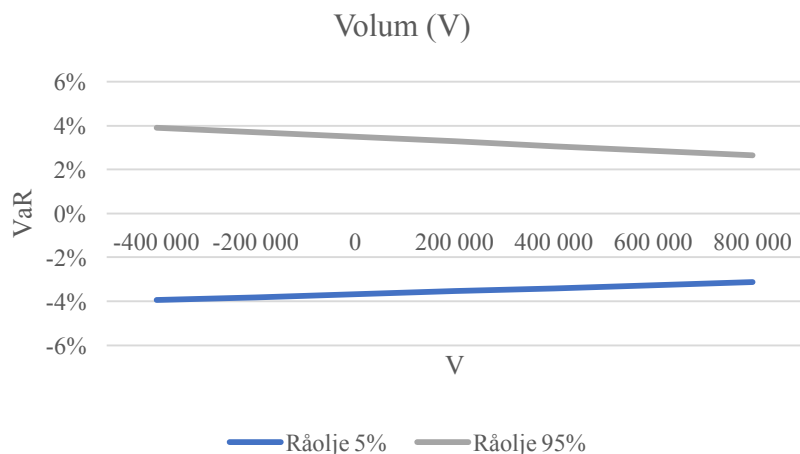
samme effekt når BAS øker, VaR øker med økende BAS. Regresjonsresultatene (vedlegg 4A) viser at BAS er en signifikant variabel for lang posisjon, og kan forklare hvorfor en endring i BAS har større innvirkning på VaR-nivået for lang enn kort posisjon.

En økning i helningen på futureskurven (SL), illustrert av figur 10, vil resultere i samme utfall som en økning i bid-ask-spread (figur 9). For SL er laveste observerte verdi -2.46% og høyeste 21.59%. VaR på 5%-nivå endres fra -3.51% til -4.61%, og fra 2.82% til 7.29% på 95%-nivå som tilsvarer en økning på 4.47 prosentpoeng. Analysen viser at en investor i kort posisjon vil være mer sensitiv for endringer i SL. Regresjonsresultatene (vedlegg 4A) viser at SL er en signifikant variabel for prediksjoner av VaR for de korte posisjonene, og kan forklare hvorfor SL har større innvirkning på VaR-nivået for kort enn lang posisjon.

Figur 5-10 viser at de ulike markedsfaktorene har ulik innvirkning på VaR-nivået, og viser at posisjonen kan ha betydning for hvilken effekt markedsfaktoren gir. De største endringene i morgendagens VaR vises for helningen på futureskurven, etterfulgt av bid-ask-spread, avkastning, implisitt volatilitet, volum og open interest.

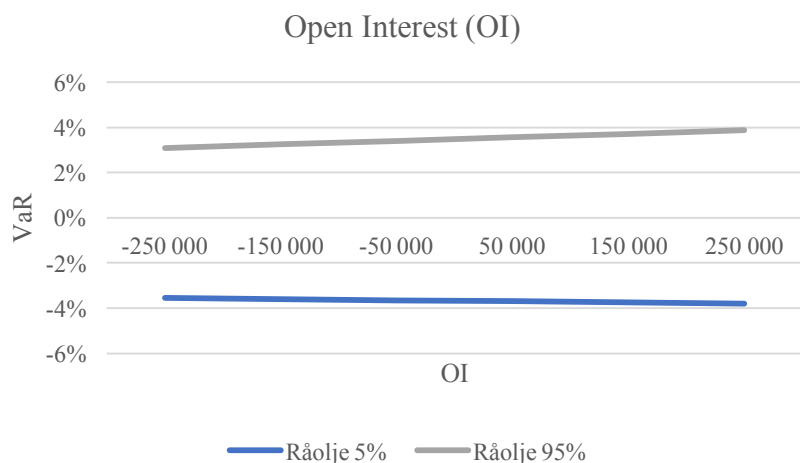


Figur 5 – Scenarioanalyse ved endringer i volatilitetsindeksen
Figuren viser endring i 5% og 95% VaR for råolje som følge av endring i volatilitetsindeksen, alt annet likt.



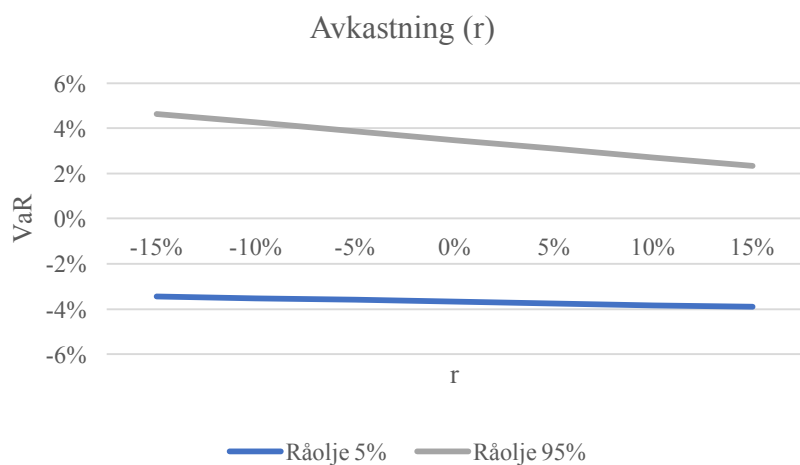
Figur 6 – Scenarioanalyse ved endringer i volum

Figuren viser endring i 5% og 95% VaR for råolje som følge av endring i volum, alt annet likt.



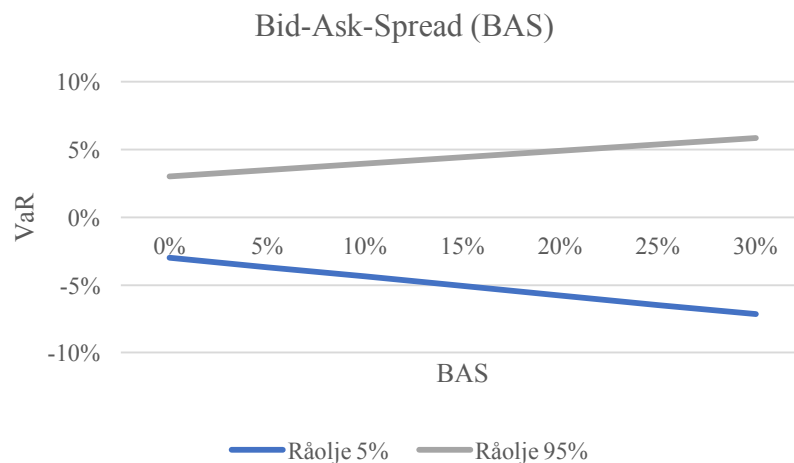
Figur 7 – Scenarioanalyse ved endringer i open interest

Figuren viser endring i 5% og 95% VaR for råolje som følge av endring i open interest, alt annet likt.

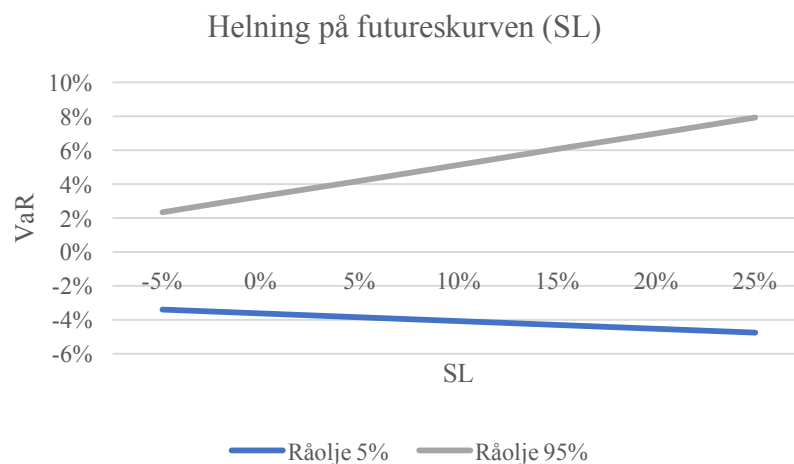


Figur 8 – Scenarioanalyse ved endringer i avkastning

Figuren viser endring i 5% og 95% VaR for råolje som følge av endring i avkastning, alt annet likt.



Figur 9 – Scenarioanalyse ved endringer i bid-ask-spread
 Figuren viser endring i 5% og 95% VaR for råolje som følge av endring i bid-ask-spread, alt annet likt.



Figur 10 – Scenarioanalyse ved endringer i helningen på futureskurven
 Figuren viser endring i 5% og 95% VaR for råolje som følge av endring i helningen på futureskurven, alt annet likt.

6 Konklusjon

Studiens funn bekrefter at markedsfaktorene bidrar til en mer presis prediksjon av morgendagens Value-at-Risk. Resultatene er av interesse for investorer og markedsaktører som ønsker å modellere risiko over en kort tidshorison.

I likhet med funn av Steine et al. (2014), Steen et al. (2015), Alvik og Westgaard (2016) og Haugom et al. (2016) viser resultatene at kvantilregresjonsmetoden gir en bedre prediksjon av VaR enn benchmarkmodellene. GARCH(1,1), RiskMetrics og HS presterer svært varierende for de ulike markedene ettersom ingen av avkastningsseriene er normalfordelte, og HS har i tillegg problemer med å fange opp volatilitetsklynger. For råolje og gull består kvantilregresjonsmodellene 100% av dekningstestene, MF-QREG presterer derimot bedre enn HAR-QREG for S&P500 med henholdsvis 100% mot 83% aksepteringsrate. MF-QREG har flere forklaringsvariabler og er vanskeligere å implementere, men viser mer robuste resultater for markedene studert. Egenskapene til markedet som analyseres har betydning for hvilken modell som presterer best, og vi kan derfor ikke si at én modell er overlegen for alle markeder og tidsperioder.

Scenarioanalysen for råolje demonstrerer praktisk bruk av MF-QREG, og viser at kort og lang posisjon påvirkes ulikt ved endringer i markedsfaktorene. Signifikante markedsfaktorer fra kvantilregresjonen har størst effekt på VaR-nivået. Helningen på futureskurven og bid-ask-spread gir størst endring i morgendagens VaR, hvor endringene er større enn for avkastning, implisitt volatilitet, volum og open interest.

Videre forskning kan velge en annen metode for estimering av volatilitetsparameterne til GARCH(1,1) og de betingede kvantilene til HAR-QREG og MF-QREG, for å se om dette gir et annet resultat. Dette kan gjøres ved å benytte et rullerende vindu på 1000 dager istedenfor hele utvalget. Videre vil det være interessant å undersøke om MF-QREG kan forenkles uten tap av prediksjonsevne, og om modellen presterer like godt for andre markeder.

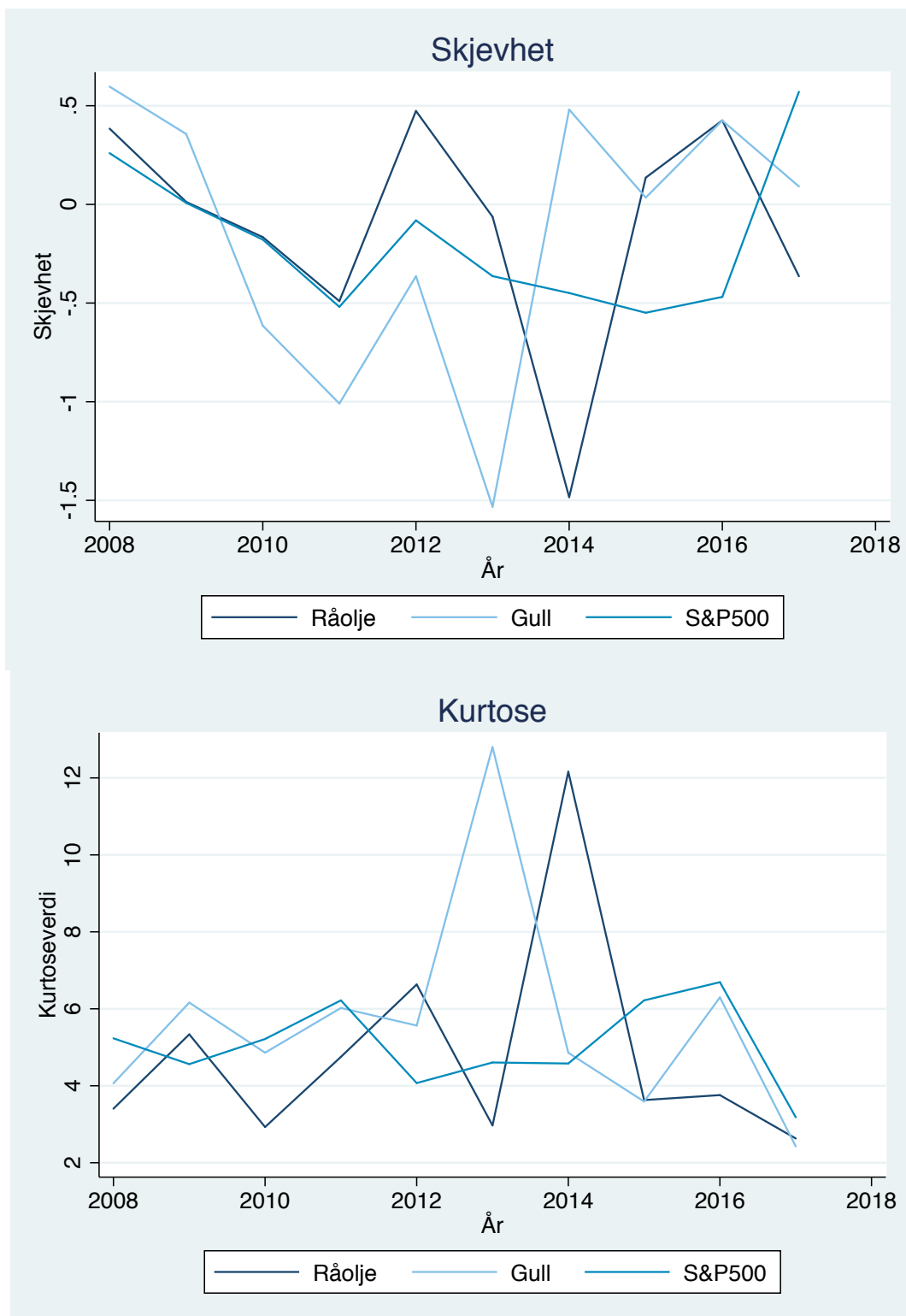
7 Referanser

- Alexander, C. (2008) *Market Risk Analysis : Quantitative Methods in Finance*. Chichester: Wiley.
- Alexander, C. (2009) *Market Risk Analysis : Value at Risk Models*. Chichester: Wiley.
- Alexander, C. og Sheedy, E. (2008) Developing a stress testing framework based on market risk models, *Journal of Banking and Finance*, 32 (10), s. 2220-2236.
- Alvik, Ø. og Westgaard, S. (2016) *Value-at-Risk forecasting with different quantile regression models*. Masteravhandling, Ås: Norwegian University of Life Sciences.
- Bollerslev, T. (1986) Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, 31 (3), s. 307-327.
- Carter, C. A. (2015) *Futures and Options Markets: An Introduction*. California: Rebeltext.
- CBOE (2015) *CBOE the volatility index – VIX*. Tilgjengelig fra: [http://www.cboe.com/aboutcboe/mediahub/cboe-volatility-index-\(vix\)-white-papers-studies](http://www.cboe.com/aboutcboe/mediahub/cboe-volatility-index-(vix)-white-papers-studies) (Hentet: 16. feb. 2017).
- Chang, C.-C., Hsieh, P.-F. og Lai, H.-N. (2013) The price impact of options and futures volume in after-hours stock market trading, *Pacific-Basin Finance Journal*, 21 (1), s. 984-1007.
- Chevallier, J. og Sévi, B. (2012) On the volatility–volume relationship in energy futures markets using intraday data, *Energy Economics*, 34 (6), s. 1896-1909.
- Christoffersen, P. F. (1998) Evaluating interval forecasts.(Symposium on Forecasting and Empirical Methods in Macroeconomics and Finance), *International Economic Review*, 39 (4), s. 841-862.
- Corsi, F. (2009) A Simple Approximate Long-Memory Model of Realized Volatility, *Journal of Financial Econometrics*, 7 (2), s. 174-196.
- Corwin, S. A. og Schultz, P. (2012) A Simple Way to Estimate Bid-Ask Spreads from Daily High and Low Prices, *Journal of Finance*, 67 (2), s. 719-760.
- Dowd, K. (2002) *Measuring market risk*. 1. utg. Chichester: Wiley.
- Enders, W. (2015) *Applied econometric time series*. 4. utg. Hoboken, NJ: Wiley.
- Engle, R. (1982) Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation, *Econometrica*, 50 (4), s. 987-1007.
- Engle, R. (2001) GARCH 101: The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics, *Journal of Economic Perspectives*, 15 (4), s. 157-168.
- Floros, C. og Salvador, E. (2016) Volatility, trading volume and open interest in futures markets, *International Journal of Managerial Finance*, 12 (5), s. 629-653.
- Gallo, G. M. (2001) Modelling the Impact of Overnight Surprises on Intra-daily Volatility, *Australian Economic Papers*, 40 (4), s. 567-580.
- Giot, P. og Laurent, S. (2004) Modelling daily Value-at-Risk using realized volatility and ARCH type models, *Journal of Empirical Finance*, 11 (3), s. 379-398.
- Han, Y., Hu, T. og Yang, J. (2016) Are there exploitable trends in commodity futures prices?, *Journal of Banking & Finance*, 70 (C), s. 214-234.
- Hansen, P. R. og Lunde, A. (2005) A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH(1,1)?, *Journal of Applied Econometrics*, 20 (7), s. 873-889.
- Haugom, E., Langeland, H., Molnar, P. og Westgaard, S. (2014) Forecasting volatility of the U.S. oil market, *Journal of Banking & Finance*, 47, s. 1-14.
- Haugom, E., Ray, R., Ullrich, C. J., Veka, S. og Westgaard, S. (2016) A parsimonious quantile regression model to forecast day-ahead value-at-risk, *Finance Research Letters*, 16, s. 196-207.
- Holden, C. W. (2009) New low-frequency spread measures, *Journal of Financial Markets*, 12 (4), s. 778-813.

- Kavussanos, M. G. og Dimitrakopoulos, D. N. (2011) Market risk model selection and medium-term risk with limited data: Application to ocean tanker freight markets, *International Review of Financial Analysis*, 20 (5), s. 258-268.
- Koenker, R. og Bassett, G. (1978) Regression Quantiles, *Econometrica*, 46 (1), s. 33-50.
- Kogan, L., Livdan, D. og Yaron, A. (2009) Oil Futures Prices in a Production Economy with Investment Constraints, *Journal of Finance*, 64 (3), s. 1345-1375.
- Kupiec, P. (1995) Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models, *Journal of Derivatives*, 3 (2), s. 73-84.
- McMillan, D. G. og Kambouroudis, D. (2009) Are RiskMetrics forecasts good enough? Evidence from 31 stock markets, *International Review of Financial Analysis*, 18 (3), s. 117-124.
- Pafka, S. og Kondor, I. (2001) Evaluating the RiskMetrics methodology in measuring volatility and Value-at-Risk in financial markets, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 299 (1), s. 305-310.
- Qiu, T., Chen, G., Zhong, L.-X. og Wu, X.-R. (2012) Dynamics of bid-ask spread return and volatility of the Chinese stock market, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 391 (8), s. 2656-2666.
- Quandl (2017) *Continuous Futures Documentation, Roll Methodology* Tilgjengelig fra: <https://www.quandl.com/data/SCF-Continuous-Futures/documentation/roll-methodology> (Hentet: 17. mars 2017).
- Rhoads, R. (2011) *Trading VIX Derivatives : Trading and Hedging Strategies Using Vix Futures, Options, and Exchange Traded Notes*. Chichester: Wiley.
- Ripple, R. D. og Moosa, I. A. (2009) The effect of maturity, trading volume, and open interest on crude oil futures price range-based volatility, *Global Finance Journal*, 20 (3), s. 209-219.
- Roll, R. (1984) A Simple Implicit Measure of the Effective Bid-Ask Spread in an Efficient Market, *Journal of Finance*, 39 (4), s. 1127-1139.
- Sharma, M. (2012) The historical simulation method for value-at-risk: A research based evaluation of the industry favorite, *SSRN*, tilgjengelig fra: <https://ssrn.com/abstract=2042594> (Hentet: 12. jan. 2017).
- Steen, M., Westgaard, S. og Gjolberg, O. (2015) Commodity value-at-risk modeling: comparing RiskMetrics, historic simulation and quantile regression, *Journal of Risk Model Validation*, 9 (2), s. 49-78.
- Steine, S. A., Eliassen, M. T. og Haugom, E. (2014) *A New Quantile Regression Model to forecast one-day-ahead Value-at-Risk*. Masteravhandling, Trondheim: Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet.
- Taylor, J. W. og Timmermann, A. (2000) A quantile regression neural network approach to estimating the conditional density of multiperiod returns, *Journal of Forecasting*, 19 (4), s. 299-311.
- Tseng, T.-C., Lai, H.-C. og Lin, C.-F. (2012) The impact of overnight returns on realized volatility, *Applied Financial Economics*, 22 (5), s. 357-364.
- Tsuji, C. (2017) Does the CBOE Volatility Index Predict Downside Risk at the Tokyo Stock Exchange?, *International Business Research*, 10 (3), s. 1-7.
- Tsuji, C., McMillan, D. og McMillan, D. (2016) Does the fear gauge predict downside risk more accurately than econometric models? Evidence from the US stock market, *Cogent Economics & Finance*, 4 (1), s. 1-42.
- Whaley, R. (2009) Understanding the VIX, *Journal of Portfolio Management*, 35 (3), s. 98-106.

8 Vedlegg

Vedlegg 1:



Figurene viser årlig utvikling i skjevhet og kurtose for råolje, gull og S&P500 for tidsperioden studert.

Vedlegg 2: Stata-kommandoer

GARCH(1,1)

```
generate t = _n
tsset t
arch r_dag_t, arch(1/1) garch(1/1)
predict Conditional_variance, variance
generate Rot_CV = Conditional_variance^0.5
generate one_pst = Rot_CV*(-2.3263479)
generate five_pst = Rot_CV*(-1.6448536)
generate ten_pst = Rot_CV*(-1.2815516)
generate ninety_pst = Rot_CV*(1.2815516)
generate ninetyfive_pst = Rot_CV*(1.64485363)
generate ninetynine_pst = Rot_CV*(2.32634787)
```

- *Hvor Rot_CV multipliseres med normalfordelingen til gitt signifikansnivå*

RiskMetrics

```
generate t = _n
tsset t
constraint 1 [ARCH]L1.arch = 0.06
constraint 2 [ARCH]L1.garch = 0.94
constraint 3 [ARCH]_cons = 0
arch r_dag_t, arch(1/1) garch(1/1) constraints(1/3)
predict Conditional_variance, variance
generate Rot_CV = Conditional_variance^0.5
generate one_pst = Rot_CV*(-2.3263479)
generate five_pst = Rot_CV*(-1.6448536)
generate ten_pst = Rot_CV*(-1.2815516)
generate ninety_pst = Rot_CV*(1.2815516)
generate ninetyfive_pst = Rot_CV*(1.64485363)
generate ninetynine_pst = Rot_CV*(2.32634787)
```

- *Hvor Rot_CV multipliseres med normalfordelingen til gitt signifikansnivå*

HAR-QREG

```
generate t = _n
tsset t
qreg r_dag_t Sigma_dag_lag Sigma_uke_lag Sigma_mnd_lag, quantile(1)
predict one, xb
qreg r_dag_t Sigma_dag_lag Sigma_uke_lag Sigma_mnd_lag, quantile(5)
predict five, xb
qreg r_dag_t Sigma_dag_lag Sigma_uke_lag Sigma_mnd_lag, quantile(10)
predict ten, xb
qreg r_dag_t Sigma_dag_lag Sigma_uke_lag Sigma_mnd_lag, quantile(90)
predict ninety, xb
qreg r_dag_t Sigma_dag_lag Sigma_uke_lag Sigma_mnd_lag, quantile(95)
predict ninetyfive, xb
```

```
qreg r_dag_t Sigma_dag_lag Sigma_uke_lag Sigma_mnd_lag, quantile(99)
predict ninety-nine, xb
```

MF-QREG

```
generate t = _n
tsset t
qreg r_dag_t Sigma_dag_lag Sigma_uke_lag Sigma_mnd_lag IV_lag V_lag OI_lag r_lag
BAS_lag SL_lag, quantile(1)
predict one, xb
qreg r_dag_t Sigma_dag_lag Sigma_uke_lag Sigma_mnd_lag IV_lag V_lag OI_lag r_lag
BAS_lag SL_lag, quantile(5)
predict five, xb
qreg r_dag_t Sigma_dag_lag Sigma_uke_lag Sigma_mnd_lag IV_lag V_lag OI_lag r_lag
BAS_lag SL_lag, quantile(10)
predict ten, xb
qreg r_dag_t Sigma_dag_lag Sigma_uke_lag Sigma_mnd_lag IV_lag V_lag OI_lag r_lag
BAS_lag SL_lag, quantile(90)
predict ninety, xb
qreg r_dag_t Sigma_dag_lag Sigma_uke_lag Sigma_mnd_lag IV_lag V_lag OI_lag r_lag
BAS_lag SL_lag, quantile(95)
predict ninety-five, xb
qreg r_dag_t Sigma_dag_lag Sigma_uke_lag Sigma_mnd_lag IV_lag V_lag OI_lag r_lag
BAS_lag SL_lag, quantile(99)
predict ninety-nine, xb
```

Vedlegg 3: GARCH(1,1)-estimer for råolje, gull og S&P500

	α_0	α_1	β_1
<i>Råolje</i>	2.92e-06	0.0744630	0.9222887
<i>Gull</i>	2.38e-06	0.0496146	0.9340425
<i>S&P500</i>	3.24e-06	0.1663616	0.8151399

Tabellen viser GARCH(1,1)-estimer fra Stata, hvor estimatene er beregnet fra hele datautvalget.

Vedlegg 4:

4A: Regresjonskoeffisienter for de ulike kvantilene fra MF-QREG for råolje

<i>Råolje</i>	<i>Q(0.01)</i>	<i>Q(0.05)</i>	<i>Q(0.10)</i>	<i>Q(0.90)</i>	<i>Q(0.95)</i>	<i>Q(0.99)</i>
α	-0.015*** (-2.62)	-0.004 (-1.27)	-0.000 (-0.26)	0.003 (1.03)	0.000 (0.12)	0.012*** (2.67)
$\beta_{\sigma_{dag}}$	0.173 (1.06)	0.212** (2.15)	0.195*** (2.63)	0.028 (0.39)	-0.015 (-0.14)	0.050 (0.37)
$\beta_{\sigma_{uke}}$	-0.972*** (-3.33)	-0.033 (-0.19)	-0.153 (-1.15)	0.327** (2.53)	0.405** (2.15)	0.787*** (3.26)
$\beta_{\sigma_{mnd}}$	-0.723** (-2.01)	-0.982*** (-4.52)	-0.640*** (-3.92)	0.377** (2.38)	0.695*** (3.00)	0.906*** (3.04)
β_{IV}	-0.033 (-1.76)	-0.017 (-1.53)	-0.018** (-2.20)	0.010 (1.21)	0.013 (1.13)	-0.007 (-0.44)
β_V	-0.000 (-0.14)	0.000 (0.47)	0.000 (0.09)	0.000 (0.24)	-0.000 (-0.67)	-0.000 (-0.01)
β_{OI}	-0.000 (-1.07)	-0.000 (-0.36)	-0.000 (-0.72)	0.000 (0.03)	0.000 (1.11)	0.000** (2.51)
β_r	-0.023 (-0.30)	-0.015 (-0.34)	-0.026 (-0.76)	-0.085** (-2.55)	-0.077 (-1.58)	-0.185*** (-2.93)
β_{BAS}	0.025 (0.29)	-0.139*** (-2.64)	-0.149*** (-3.75)	0.036 (0.93)	0.094 (1.68)	-0.014 (-0.19)
β_{SL}	0.212 (1.56)	-0.046 (-0.56)	-0.061 (0.51)	0.252*** (4.22)	0.186** (2.13)	0.276** (2.47)
R^2	<i>0.263</i>	<i>0.167</i>	<i>0.124</i>	<i>0.145</i>	<i>0.216</i>	<i>0.379</i>

Tabellen viser kvantilkoeffisientene for råolje beregnet fra ligning (13) på hele datautvalget. Verdiene i parentes representerer tilhørende T-verdi. *, ** og *** viser signifikansnivå for henholdsvis 10%, 5% og 1%. Koeffisientene til volum og open interest vil ikke vises med tre desimaler, men signifikansnivåene vil være representative.

4B: Regresjonskoeffisienter for de ulike kvantilene fra MF-QREG for gull

<i>Gull</i>	<i>Q(0.01)</i>	<i>Q(0.05)</i>	<i>Q(0.10)</i>	<i>Q(0.90)</i>	<i>Q(0.95)</i>	<i>Q(0.99)</i>
α	-0.012*** (-2.85)	-0.005** (-2.11)	-0.001 (-0.84)	0.001 (1.01)	0.003 (1.28)	0.009 (1.39)
$\beta_{\sigma_{dag}}$	0.193 (0.78)	0.378*** (2.86)	0.321*** (3.47)	-0.235*** (-3.24)	-0.256** (-2.10)	-0.370 (-1.04)
$\beta_{\sigma_{uke}}$	-0.555 (-1.51)	-0.210 (-1.06)	-0.211 (-1.53)	-0.223*** (-2.06)	0.089 (0.49)	0.817 (1.55)
$\beta_{\sigma_{mnd}}$	-0.248 (-0.50)	-0.809*** (-3.06)	-0.570*** (-3.09)	0.726*** (5.01)	0.492** (2.02)	0.277 (0.39)
β_{IV}	-0.014 (-0.55)	-0.006 (-0.47)	-0.009 (-1.02)	0.028*** (3.84)	0.037*** (1.98)	0.034 (0.96)
β_V	0.000*** (3.78)	0.000*** (2.85)	0.000** (1.99)	-0.000 (-0.27)	-0.000 (-0.48)	-0.000 (-0.08)
β_{OI}	-0.000*** (-2.81)	-0.000*** (-2.70)	-0.000*** (-2.72)	-0.000 (-0.81)	-0.000 (-0.34)	-0.000 (-1.01)
β_r	0.347*** (3.11)	0.109* (1.84)	0.045 (1.08)	0.049 (1.49)	0.013 (0.23)	-0.362** (-2.26)
β_{BAS}	-0.258** (-2.36)	-0.080 (-1.38)	-0.093** (-2.28)	0.136*** (4.25)	0.152*** (2.83)	0.243 (1.55)
β_{SL}	-0.666 (-0.55)	-1.448* (-1.80)	-1.161** (-2.06)	-0.550 (-1.24)	-0.349 (-0.47)	0.615 (0.28)
R^2	0.200	0.095	0.068	0.060	0.087	0.221

Tabellen viser kvantilkoeffisientene for gull beregnet fra ligning (13) på hele datautvalget. Verdiene i parentes representerer tilhørende T-verdi. *, ** og *** viser signifikansnivå for henholdsvis 10%, 5% og 1%. Koeffisientene til volum og open interest vil ikke vises med tre desimaler, men signifikansnivåene vil være representative.

4C: Regresjonskoeffisienter for de ulike kvantilene fra MF-QREG for S&P500

<i>S&P500</i>	<i>Q(0.01)</i>	<i>Q(0.05)</i>	<i>Q(0.10)</i>	<i>Q(0.90)</i>	<i>Q(0.95)</i>	<i>Q(0.99)</i>
α	-0.15** (-1.99)	-0.010*** (-2.56)	-0.006* (-1.88)	0.001 (0.25)	-0.004 (-1.36)	-0.000 (-0.10)
$\beta_{\sigma_{dag}}$	0.410** (1.96)	0.387*** (3.58)	0.168* (1.87)	-0.242*** (-3.61)	-0.224*** (-2.88)	-0.145 (-1.14)
$\beta_{\sigma_{uke}}$	-0.600 (-1.60)	-0.666*** (-3.46)	-0.586*** (-3.66)	0.530*** (4.69)	0.494*** (3.57)	0.543** (2.39)
$\beta_{\sigma_{mnd}}$	-0.484 (-1.36)	-0.554*** (-3.02)	-0.525*** (-3.44)	0.361*** (4.40)	0.745*** (5.66)	1.075*** (4.97)
β_{IV}	-0.023 (-0.75)	0.003 (0.20)	-0.003 (-0.24)	0.009 (0.95)	0.019* (1.68)	0.000 (0.02)
β_V	-0.000 (-0.01)	-0.000 (-1.15)	0.000 (0.40)	0.000 (0.60)	0.000 (0.57)	0.000 (1.50)
β_{OI}	-0.000 (-0.61)	-0.000 (-0.56)	-0.000 (-1.62)	0.000 (0.37)	0.000 (0.67)	-0.000 (-0.31)
β_r	0.074 (0.72)	0.057 (1.07)	-0.009 (-0.19)	-0.204*** (-6.68)	-0.152*** (-4.00)	-0.255*** (-4.08)
β_{BAS}	-0.417*** (-3.92)	-0.191*** (-3.48)	-0.050 (-1.10)	0.098*** (3.13)	0.182*** (4.61)	0.273*** (4.20)
β_{SL}	-1.964 (-1.56)	-1.314** (-2.03)	-1.152** (-2.14)	-0.150 (-0.40)	-0.746 (-1.60)	-0.820 (-1.07)
R^2	0.419	0.229	0.148	0.184	0.278	0.481

Tabellen viser kvantilkoeffisientene for S&P500 beregnet fra ligning (13) på hele datautvalget. Verdiene i parentes representerer tilhørende T-verdi. *, ** og *** viser signifikansnivå for henholdsvis 10%, 5% og 1%. Koeffisientene til volum og open interest vil ikke vises med tre desimaler, men signifikansnivåene vil være representative.

Vedlegg 5: Deskriptiv statistikk for markedsfaktorene til råolje, gull og S&P500

<i>Råolje</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>OI</i>	<i>r</i>	<i>BAS</i>	<i>SL</i>
Snitt	0.3814	2848	2480	-0.0004	0.0498	0.0114
Maks	1.0042	680442	245592	0.1334	0.2939	0.2159
Min	0.1450	-296625	-264455	-0.1307	0.0045	-0.0246

<i>Gull</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>OI</i>	<i>r</i>	<i>BAS</i>	<i>SL</i>
Snitt	0.2136	72	48648	0.0001	0.0258	0.0011
Maks	0.6453	569698	264969	0.0862	0.2578	0.0075
Min	0.1197	-183623	-99772	-0.0982	0.0015	-0.0013

<i>S&P500</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>OI</i>	<i>r</i>	<i>BAS</i>	<i>SL</i>
Snitt	0.1699	-593	-6760	0.0003	0.0243	-0.0038
Maks	0.3820	76952	94264	0.1320	0.2222	0.0028
Min	0.0931	-36016	-224424	-0.1040	0.0022	-0.0070

Tabellen viser gjennomsnitt, maksimums- og minimumsverdi for markedsfaktorene til råolje, gull og S&P500 i perioden 03.07.2008-06.03.2017. Sesongvariasjoner til variablene volum og open interest er fjernet i R ved hjelp av STL (Seasonal and Trend decomposition using Loess), og er årsaken til at variablene har både positive og negative fortegn.