

Konsentrerte tverrkrefter i bjelkesteg

Hy Man Trinh

Bygg- og miljøteknikk

Innlevert: juni 2017

Hovedveileder: Arne Aalberg, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk

Fakultet for ingeniørvitenskap og teknologi
Institutt for konstruksjonsteknikk
NTNU – Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

MASTEROPPGAVE 2017

Konsentrerte tverrkrefter i bjelkesteg

Patch Loading Resistance of Unstiffened Beams

Hy Man Trinh

I arbeidet med forbedring og forenkling og av regelverket for stålkonstruksjoner arbeides det med kapasitetsformlene for forbindelser i stålrammer (Eurocode 3 del 1.8). For bjelke-til- søyleforbindelser finnes designregler som tar hensyn til konsentrerte trykkrefter mot søylesteg, og fare for knekking av søylestegpanelet i forbindelsessonen, som eksempelvis oppstår fra momentvirkningen i tilknyttede bjelker. Belastning i form av punktlaster og opplagerkrefter er også dekket i platestandarden Eurocode 3 del 1.5. Oppgaven skal se på hvordan kapasitet for konsentrert kraft best kan bestemmes, og hvordan formler og regler i de to standardene kan samordnes. Oppgaven løses med elementanalyser og forsøk, og parameterstudier.

Hovedveileder : Professor Arne Aalberg

Forord

Arbeidet i denne rapporten har blitt utført som en avsluttende masteroppgave ved Institutt for konstruksjonsteknik, NTNU, våren 2017.

Rapporten behandler ulike dimensjoneringsregler for konsentrerte tverrkrefter i bjelkesteg i gjeldende standarder og andre publikasjoner. Oppgaven skal se på hvordan kapasitet for konsentrert kraft best kan bestemmes, og i det forsøket ble et laboratorieeksperiment og parameterstudie basert på elementmetoden utført.

Jeg ønsker å takke professor Arne Aalberg for faglig støtte og veiledning. Laboratorieeksperiment med kameramåling ble utført med hjelp av Ragnar Moen, Gøran Loraas, Egil Fagerholt, Trond Auestad og Bjørn Strickert Schjølberg. Fresing av prøvestykker til strekktest ble gjort av SINTEF.

Trondheim 11. juni 2017

Hy Man Trinh

Sammendrag

Denne oppgaven har behandlet uavstivede bjelker utsatt for konsentrerte krefter i steg introdusert fra eksempelvis ovenpåliggende bjelker eller momentvirkning i tilknyttede bjelker ved forbindelser. I det forsøket har en overordnet gjennomgang av tidligere litteraturer blitt presentert. Oppgaven ble løst med en parameterstudie ved hjelp av numeriske simuleringer, der kapasitet for konsentrert ble sett på i forhold til ulike variabler. Før parameterstudiet var mulig, måtte FEM-modellen bli validert med resultater fra laboratorieforsøk. Det ble derfor også utført et laboratorieforsøk til dette formålet.

Kapasitet i bjelkesteg utsatt for konsentrerte tverrkrefter er et tema som har blitt behandlet i mange publikasjoner. Gjeldende beregningsregler finnes i regelverket for stålkonstruksjoner i "Eurokode 3, del 1-5: Plater påkjent i plateplanet" under kapittel "6 Kapasitet for tverrkrefter" og "Eurokode 3: del 1-8" under "delkapittel "6.2.6.2 Steg i søyle med tverrtrykk". Førstnevnte er utviklet med utgangspunkt i høye platebærere, mens sistnevnte behandler tilfellet ved knutepunkter med vanlige bjelkedimensjoner. Andre behandlede publikasjoner er Gozzi (2007) og Taras (2017)s forslag til CEN-TC250-SC3.

Trepunktstest med en IPE220-bjelke og strekktest ble utført i laboratoriet for bestemmelse av maksimal last og materialegenskaper, som senere ble benyttet til å kalibrere den numeriske modellen av samme bjelke. Avviket mellom maksimal last oppnådd i laboratoriet og numerisk simulering ble til 2,2%, og den numeriske modellen ble antatt å være god nok for oppgavens formål.

Etter at modellen er blitt kalibrert med eksperimentet ble en parameterstudie utført, der treffsikkerheten av beregningsmetodenes kapasitet ble vurdert av dets forhold til den maksimale lasten oppnådd i den numeriske simulering, som funksjon av ulike variabler.

Ingen av nevnte beregningsmodeller fanget variasjon av lastpåføringslengde på en bra måte. Platestandarden og Gozzi(2017) var bedre egnet til å forutsi kapasiteten når lasten påføres over en relativt bred lengde på bjelkens flens, for eksempel ved en tvers- og ovenpåliggende bjelke. Forbindelsestandarden var bedre til å forutsi kapasiteten for lavere lastpåføringslengder

tilsvarende en flenstykkelse, noe som er tilfelle ved en forbindelse. Ved lave lastlengder tilsvarende en flenstykkelse, klarte Taras (2017)s forslag til CEN-TC250-SC3 å forutsi kapasiteten perfekt, men overestimeringen var stor for høye lastlengder.

Generelt kunne reduksjonsfaktor for knekking og variasjon i bjelkelengde forbedres i alle beregningsmetoder. Beregningsmodellen i platestandarden gir relativt bra forutsigelse av kapasitet ved varierende slankhet, men parameteren m_2 får metoden til å overestimere kapasiteten for enkelte bjelker. Forbindelsestandardens dimensjoneringsregler er den mest konservative og underestimerer kapasiteten relativt mye. Dette har sammenheng med en for lav reduksjonsfaktor for knekking. Taras (2017)s forslag som i grunn er samme beregningsmetode angitt i forbindelsesstandarden, men uten reduksjonsfaktor, gir en betraktelig bedre kapasitet enn forbindelsestandardens. Mange overestimeringer av kapasitet i Taras (2017) kompenseres med en grense for når beregningsmetoden kan benyttes. Imidlertid har denne grensen stor forbedringspotensiale. Gozzi (2007) som i grunn er samme beregningsmetode angitt i platestandarden, men i fravær av parameteren m_2 , fanger opp ulike variabler i kapasitetsberegningen omtrent like bra som platestandarden, men reduksjonsfaktoren for knekking er for optimistisk kalibrert og overestimerer mange kapasiteter. Om metodens reduksjonsfaktor for knekking recalibreres, kan den potensielt bli mer treffsikker enn platestandardens.

Interaksjonsformelen i platestandarden som tar hensyn til momentvirkning har moderate forbedringsmuligheter. Forbindelsestandardens måte å ta hensyn til momentvirkning på har store forbedringsmuligheter, men det bør kanskje legges mer energi i å forbedre kapasitetsberegningen før en eventuell forbedring av momentinteraksjon.

Summary

This thesis covers the ultimate resistance of steel beams subjected to concentrated forces. These forces are often introduced through flanges at supports, joints and under a purlin, making the web highly vulnerable to failure in terms of yielding and buckling. In the literature, these forces are often referred to as "patch loading". The work presented herein act as a contribution to the ongoing process of simplifying and harmonizing existing design rules specified in various parts of the Eurocode.

A literature review is presented in this thesis. A parametric study has been carried out by means of numerical simulations. The ultimate resistance was studied in regards to different variables. The numerical model is calibrated and verified using results from a three-point flexural test and a tensile test carried out in the laboratory as inputs.

Many design models aiming at predicting the ultimate resistance of beams subjected to concentrated forces has been suggested by different researchers. Current design rules include "Eurocode 3, part 1-5: Plated structural element" under section "Resistance to transverse loading", and "Eurocode 3, part 1-8: Design of joints" under section "Compression in unstiffened column web ". The former was originally developed by Lagerqvist(1994) covering larger steel girders, while the latter covers cases of joints made of beams with common dimensions. Gozzi(2007) and a design suggestion from Taras(2017) as a contribution to CEN-TC250-SC3 is also covered in this thesis.

Generally, the resistance to concentrated forces is considered as being a problem of very complex nature. Therefore, all studies aiming at predicting the ultimate resistance of beams subjected to concentrated forces gives more or less empirical solutions.

The numerical analysis gives a maximum load with 2,2% accuracy compared to the experiment carried out in the laboratory. It is hereby concluded that the numerical model is reliable for further study.

The accuracy of different design methods in accordance to different publications were quantified by a ratio between its calculated ultimate resistance and the maximum load obtained in the numerical analysis as a function of different variables.

None of the presented design methods catches variations of load lengths in a desirable way. The design rules in accordance to EN 1993-1-5 shows a better accuracy in predicting the resistance when the load is applied over a wide length of the flange, which is case for beams under a purlin. EN 1993-1-8 shows better accuracy at lower load lengths equivalent to a flange thickness, which is case for a joint. At lower load lengths, Taras (2017) is able to predict the resistance with perfect accuracy, but the overestimation increases with load lengths.

Generally, the reduction factor for plate buckling and variations in beam lengths could be improved in the design models. EN 1993-1-5 gives a relatively accurate prediction of the resistance with varying slenderness. EN 1993-1-8 is the most conservative, although it underestimates the resistance to an unfavorable degree. The underestimation correlates to the reduction factor for plate buckling. Taras (2017) provides a simplified design model which basically is identical to the rules in accordance to EN 1993-1-8, but without the reduction factor for plate buckling, gives ironically a significantly better accuracy than what EN 1993-1-8 is able to provide. Although it gives many overestimations, it is compensated by a criterion which limits its application. However, this criterion does have room for improvements. The design method provided by Gozzi (2007), which basically is identical to the rules given in EN 1993-1-5, except for m_2 , is able to catch various variables in the calculations as accurate as EN 1993-1-5, but the reduction factor for plate buckling is over-calibrated and therefore overestimates most calculated resistances. If the reduction factor recalibrates, Gozzi (2007) may potentially provide a more accurate prediction of resistance.

The expression of resistance for combined bending moment and concentrated force provided in EN 1993-1-5 have moderate room for improvement. EN 1993-1-8's way of handling the bending moment may be improved significantly, although, attention should be given to improving the method's design model for resistance first.

Innhold

Forord	i
Sammendrag	iii
Summary	v
Symboler	ix
1 Introduksjon	1
2 Tidligere litteratur	3
2.1 Grunnleggende teori	3
2.1.1 Elastisk bøyning med last normal på plateplan	3
2.1.2 Differensialligning for plateknekking	5
2.1.3 Plate med enaksielt trykk	7
2.2 Konsentrert tverrkraft	9
2.2.1 Lagerqvist (1995) og EN 1993-1-5: Plater påkjent i plateplanet	10
2.2.2 Gozzi (2007)	18
2.2.3 EN 1993-1-8- Knutepunkter og forbindelser: Steg i søyle med tverrtrykk	20
2.2.4 Forslag til EN 1993-1-1	24
2.2.5 Sammenligning	26
3 Eksperiment	30
3.1 Strekktest	30
3.2 Trepunktstest	31
3.2.1 Resultater	33

4	Numerisk analyse	35
4.1	Skallelementmodell	36
4.1.1	Materialverdier	39
4.1.2	Analysemetode	40
4.1.3	Resultat	42
4.2	Kalibrering	44
4.3	Volumelementmodell	48
4.4	Knutepunkt	50
5	Parameterstudie	52
5.1	Lastpåføringslengde	52
5.2	Slankhet	54
5.2.1	Statistisk evaluering	60
5.3	Knekkreduksjon	60
5.4	Momentvirkning	62
5.5	Oppsummering av resultat	64
6	Konklusjon og videre arbeid	67
	Referanser	70
A	Appendiks	73

Symboler

a	=	avstand mellom stivere
$b_{eff,c,wc}$	=	effektiv bredde av søylesteg under trykk
b_f	=	flensbredde
d_{wc}	=	steghøyde fratrukket sveis eller avrunding
f_{yf}	=	flensens flytspenning
f_{yw}	=	stegets flytspenning
$f_{wc}, f_{y,wc}$	=	søylestegets flytspenning
h_w	=	steghøyde
k_F	=	knekkingskoeffisient
k_{wc}	=	reduksjonsfaktor mht. moment og aksialkraft ved søylesteg i henhold til EC3-1-8
l_y	=	effektiv lastutbredelseslengde
m_1	=	hjelpetørrelse 1
m_2	=	hjelpetørrelse 2
s_s	=	lengde av stivt opplager / lastpføringslengde
t_w	=	stegtykkelse
t_{wc}	=	stegtykkelse i søyle ved forbindelse
t_{wb}	=	stegtykkelse i bjelke ved forbindelse
t_f	=	flenstykkelse
t_{fc}	=	flenstykkelse i søyle ved forbindelse
t_{fb}	=	flenstykkelse i bjelke ved forbindelse

E	=	elastisitetsmodul
F_{cr}	=	kritisk kraft
F_y	=	kapasitet uten reduksjon for knekking ("yield resistance")
$F_{z,Rd}$	=	forenklet kapasitet for konsentrert tverrlast
$F_{Ed}, F_{z,Ed}$	=	dimensjonerende tverrkraft
F_{FEM}	=	maksimal last fra FEM-simulering
F_R, F_u	=	kapasitet for konsentrert tverrlast i steg
F_{Rd}	=	dimensjonerende kapasitet for konsentrert tverrkraft i henhold til EC3-1-5
$F_{wc,Rd}$	=	dimensjonerende kapasitet for konsentrert tverrkraft i henhold til EC3-1-8
$F_{wc,y}$	=	kapasitet før knekkingsreduksjon i henhold til EN 1993-1-8
L_{eff}	=	effektiv lengde for kapasitet mot tverrkrefter
M_{Ed}, M_E	=	dimensjonerende moment
M_{FEM}	=	moment resultert av F_{FEM}
M_{Rd}, M_R	=	dimensjonerende momentkapasitet
$\bar{\lambda}_F$	=	relativ slankhet i henhold til EC3-1-5
\bar{p}_F	=	relativ slankhet i henhold til EC3-1-8
γ	=	sikkerhetsfaktor
δ	=	deformasjon
ν	=	poissons tall
ρ	=	reduksjonsfaktor for plateknekking i henhold til EC3-1-8
χ_F	=	reduksjonsfaktor for plateknekking i henhold til EC3-1-5
ω	=	reduksjonsfaktor for interaksjon med skjær i søylesteg

Kapittel 1

Introduksjon

I alle konstruksjoner finnes det bjelker og søyler som er utsatt for krefter på tvers av flensen. Kraftene føres ofte inn ved opplager, knutepunkt eller ovenpåliggende bjelker som takås. Slike tilfeller kan føre til store belastninger i steg uten tverrstivere og den konsentrerte kraften kan være av en størrelse som avgjør stegets tykkelse ved dimensjonering. Ofte løses slike problemer ved hjelp av tverrstivere når kraften er stillestående. En slik løsning er derimot ugunstig dersom lasten er bevegelig som ved hjulaster på kranbaner.

Konsentrerte tverrkrefter i bjelkesteg er et tema som har blitt behandlet i mange publikasjoner. I engelsk litteratur blir disse kreftene ofte kalt for "patch loading", som på norsk kan oversettes til "lappelasting". Beregningsmetoder varierer fra publikasjon til publikasjon. Det er også arbeid på gang med å forenkle gjeldene beregningsmetoder i Eurokoden og det ønskes en modell som samordner ulike tilfeller av konsentrerte tverrkrefter i bjelkesteg. Problematikken anerkjennes i litteraturen som "kompleks" ettersom analytiske løsninger fort blir rotete. Empiriske løsninger må derfor til.

I utgangspunktet ble beregningmodellen i EN 1993-1-5 (2006) utviklet av Lagerqvist (1995) for høye sveiste platebærere med relativt stor lastpåføringslengde, men brukes i dag også for valsede bjelker. Lagerqvists beregningmodell er også anvendt i EN 1993-6 (2010) for utregning av kapasitet for bevegelige laster som kranhjul. Gozzi (2007) har senere jobbet videre med denne

modellen der han fjernet hjelpeparameteren m_2 . EN 1993-1-8 (2005), basert på Aribert (1990), angir ytterligere beregningsregler for søylesteg med tverrtrykk introdusert av moment fra bjelke ved knutepunkt. Det ønskes i dag beregningsregler inkludert i EN-1993-1-1 egnet for verifisering av enkle lastintroduksjoner, som ved valsede bjelker uten stivere under takås. I et bidrag til “CEN-TC250-SC3” av Taras (2017) har en forenklet beregningsmodell til EN 1993-1-1 blitt foreslått for å utføre enkle dimensjoneringsverifikasjoner for tverrkrefter i vanlige valsede eller sveiste profiler. Forskjellige beregningsmodeller vil i denne oppgaven ble sammenlignet og i det forsøket vil en parameterstudie bli utført.

Denne oppgaven vil først presentere en overordnet gjennomgang av nevnte litteraturer. Deretter vil et enkelt laboratorieeksperiment av en IPE220 bli framlagt. Basert på dette eksperimentet lages det FEM-modeller i programmet Abaqus for videre parameterstudie. Oppgaven begrenses til uavstivede bjelker utsatt for konsentrerte tverrkrefter ved et enkelt opplagret tilfelle, mens tilfellet med knutepunkter berøres i et underkapittel. Nevnte beregningmodeller sammen med deres interkaksjonsformler vil bli sett på i sammenheng med IPE-, HEA- og HEB-profiler. Variabler som studeres er hovedsakelig slankhet, bjelkelengde og lastpåføringslengde. Reduksjon av kapasitet for knekking og momentvirkning vil også bli berørt. Kapasitetsberegninger og resultater fra FEM-simuleringer presenteres og sammenlignes før oppgaven avsluttes med en konklusjon med forslag for videre arbeid.

Kapittel 2

Tidligere litteratur

Før nevnte litteraturer presenteres, vil grunnleggende teori for tynne plater beskrevet i Timoshenko (1959) som gjengitt i Larsen (1990) bli presentert. Hele delkapittel 2.1 er mer eller mindre omskrevet fra Larsen (1990).

2.1 Grunnleggende teori

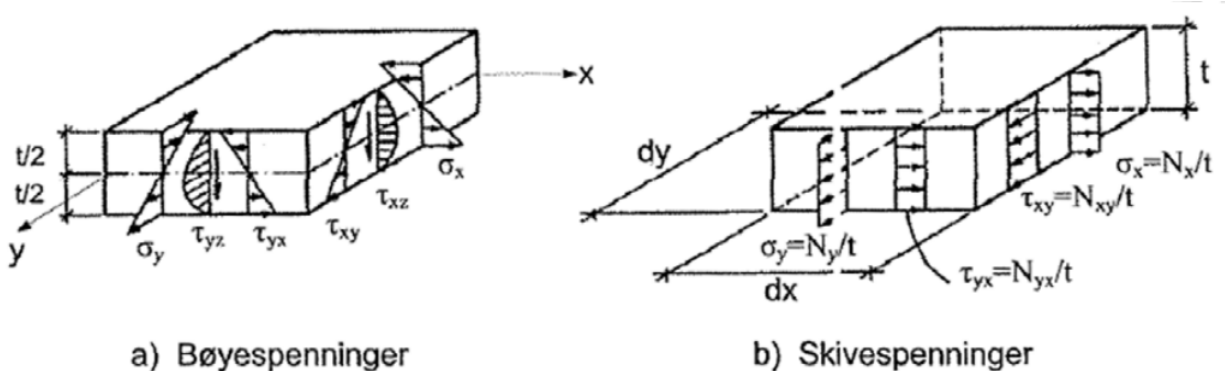
2.1.1 Elastisk bøyning med last normal på plateplan

Plater med tykkelse mindre enn $1/20$ av utstrekningen i xy -plan kan betraktes som tynn. Plateteorien forutsetter et elastisk materiale som følger Hookes lov i tillegg til en plan spenningstilstand, altså når spenningen normalt platens plan, $\sigma_z = 0$. Sammenhengen mellom forskyvninger og tøyninger beskrives av Bernoulli-Naviers hypotesen som sier at plane tverrsnitt forblir plane. Videre antas det deformasjoner mindre enn platetykkelsen, konstant platetykkelse og neglisjerbare tøyninger i platens middelplan. De ytre kreftene overføres via indre skjærkrefter samt bøynings- og torsjonsmomenter til platens render eller opplegg.

En entydig løsning for differensialligningen krever at det foreskrives to randbetingelser, altså forskyvning, rotasjon eller spenningsresultant på hver platerand. Analytiske løsninger finnes kun for noen plategeometrier, randbetingelser og belastning. For noen praktisk forekommende tilfeller finnes det tabellerte løsninger. Uregelmessige geometrier løses i praksis numerisk basert på elementmetoden. Analytiske løsninger er likevel viktig ettersom de danner grunnlag for teorien bak numeriske metoder.

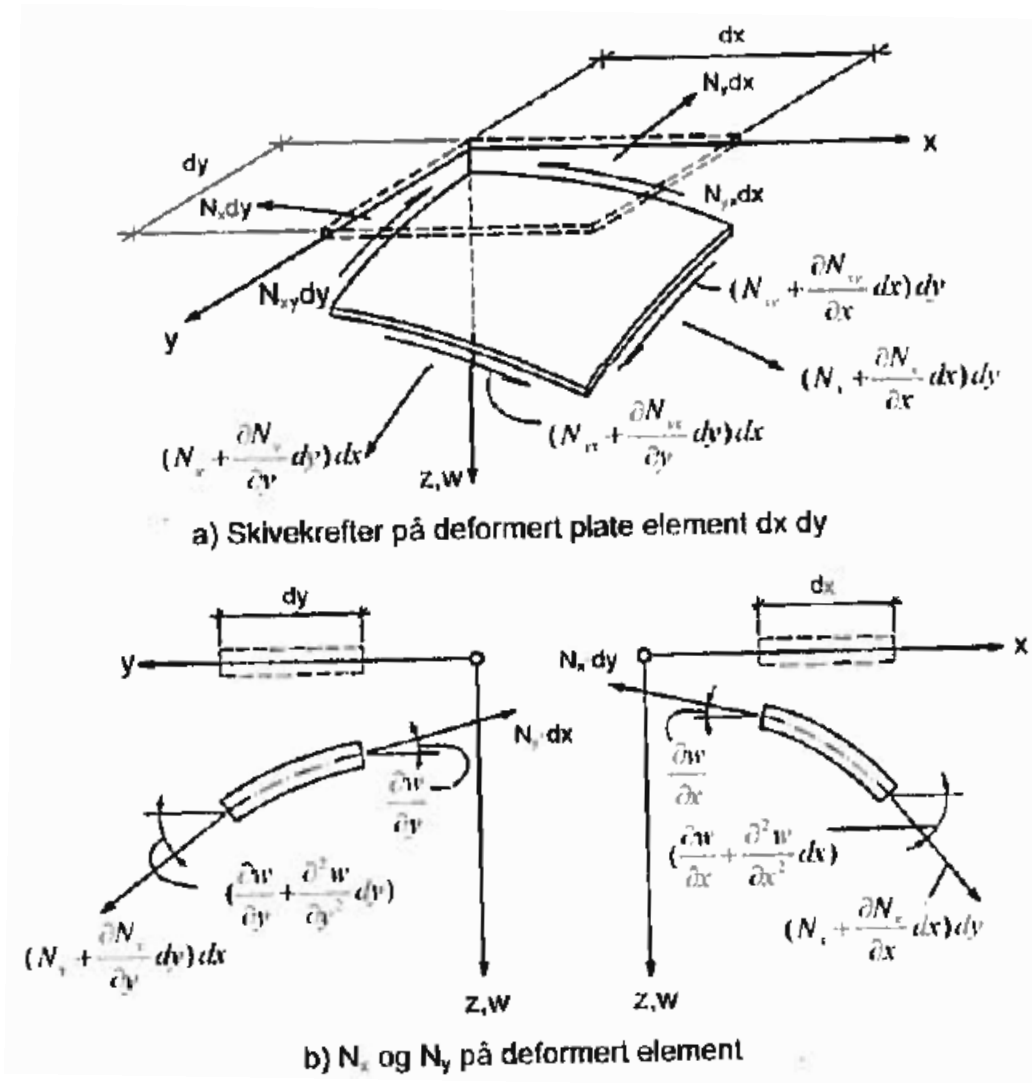
2.1.2 Differensialligning for plateknekking

Dersom en plate belastes med skivekrefter eller membrankrefter N_x, N_y og N_{xy} i plateplanet, oppstår det jevnt fordelte skivespenninger over platetykkelsen angitt som σ_x, σ_y og τ_{xy} i figur 2.2b.



Figur 2.2: Bøye- og skivespenninger i plate [16].

Analogt med søyleknekking, vil en plate bli ustabil for gitte kritiske verdier av skivekrefter. Stabilitetsbetingelsen bestemmes her også ved å påføre platen en infenitesimal forskyvning w , og deretter etablere platens likevektslikninger i deformert tilstand.



Figur 2.3: Skivekrefter på deformert element $dx \cdot dy$ [16].

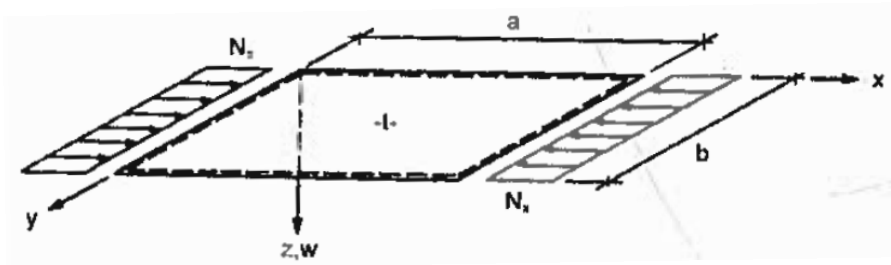
I deformert tilstand har skivekreftene N_x, N_y og N_{xy} på et infinitesimalt element $dx \cdot dy$ en helning relativt til xy -planet. Skivekreftene har dermed komponenter i z -retning som tas med i likevektsligningen som illustrert i figur 2.3. Differensialligningen for plateknekking presenteres i Larsen (1990) som:

$$\Delta^4 w = \frac{1}{D} \left(N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.4)$$

2.1.3 Plate med enaksielt trykk

For en plate fritt opplagt langs alle render som er belastet med en konstant skivekraft N_x i x -retning som vist i figur 2.4, kan differensialligningen forenkles til:

$$\Delta^4 w = \frac{N_x}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (2.5)$$



Figur 2.4: Rektangulær, fritt opplagt plate med enaksial trykk [16].

Randbetingelser er:

$$M_x = 0 \quad \text{for } x = 0 \text{ og } x = a$$

$$M_y = 0 \quad \text{for } y = 0 \text{ og } y = b$$

$$w = 0 \quad \text{for alle render}$$

Randbetingelsene er tilfredsstillt for forskyvningsfunksjonen:

$$w(x, y) = w_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (2.6)$$

Innsatt i differensialligningen (2.5) kan den ikke-trivielle løsningen omskrives til den elastiske knekkspenningen:

$$\sigma_{x,cr} = \frac{N_{x,cr}}{t} = k_\sigma \sigma \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2.7)$$

der

$$k_{\sigma} = \left(m \frac{b}{a} + \frac{n^2 a}{mb} \right)^2 \quad (2.8)$$

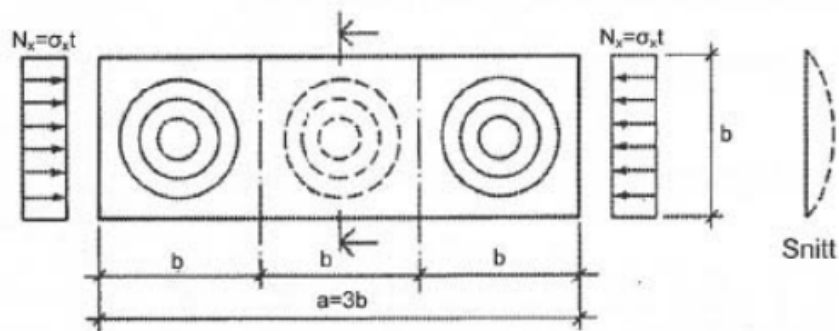
og

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (2.9)$$

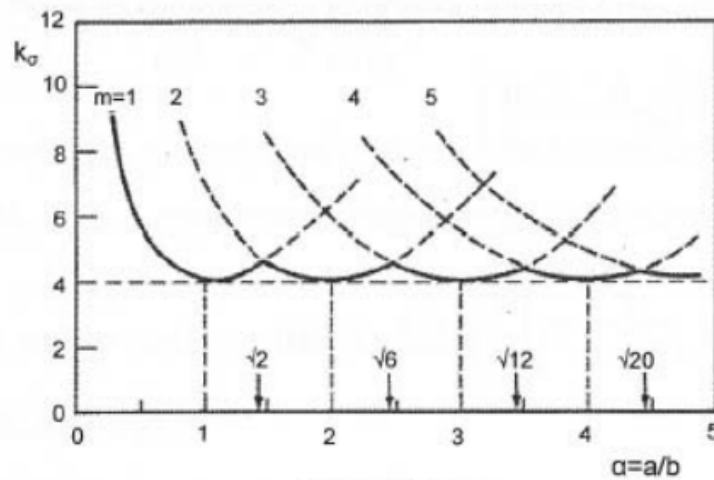
σ_e er basis knekkspenning som kun er avhengig av materialet (E, ν) og platens slankhet (b/t).

Knekkfaktoren k_{σ} ivaretar platens randbetingelser og fordeling av ytre laster.

Kun den laveste kritiske spenningen ved $n = 1$ er av interesse. Platen knekker da i en halv sinusbølge i y -retning. Dersom sidekantforholdet er et heltall vil platen knekke ut i $m = a/b$ halvbølger med knekktall $k_{\sigma} = 4,0$ som vist i figur 2.5.



a) Knekkform for plate med $a=3b$ under konstant aksialkraft



b) Knekkfaktor

Figur 2.5: Knekkform og knekkfaktor for fritt opplagt rektangulær plate med enaksialt trykk [16].

For rektangulære, fritt opplagte plater med enaksielt trykk kan en for alle praktiske formål sette:

$$k_{\sigma} = 4 \quad \text{for} \quad \alpha = \frac{a}{b} \geq 1 \quad (2.10)$$

$$k_{\sigma} = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right) \quad \text{for} \quad \alpha = \frac{a}{b} < 1 \quad (2.11)$$

Denne forenklingen gir ifølge Larsen (1990) et maksimalt avvik på 12,5% ved $m = 1$ og $\alpha = \sqrt{2}$.

2.2 Konsentrert tverrkraft

En overordnet gjennomgang av tidligere litteratur relatert til konsentrerte tverrkrefter i bjelkesteg vil bli presentert i dette kapitlet. Dette er et tema som har blitt behandlet i mange publikasjoner og mange forskjellige beregningsmodeller har blitt foreslått. Gjeldende beregningsmodeller i dag er angitt i EN 1993-1-5 (2006) og i EN 1993-1-8 (2005). EN 1993-1-5 (2006) ble i utgangspunktet utviklet av Lagerqvist (1995) for høye sveiste platebærere, men brukes i dag også for valsede bjelker. EN 1993-1-8 (2005), basert på Aribert (1990), angir beregningsregler for søylesteg ved tverrtrykk introdusert av moment fra bjelke ved knutepunkt. Nevnverdige publikasjoner av samme tema er Bose (1998) og De Mita et al. (2008). Gozzi (2007) har senere jobbet videre med Lagerqvists modell der han fjernet hjelpeparameteren m_2 . I et bidrag til “CENTC250-SC3” av Taras (2017) har en forenklet beregningsmodell til EN 1993-1-1 blitt foreslått for å utføre enkle dimensjoneringsverifikasjoner for tverrkrefter i vanlige valsede eller sveiste profiler.

2.2.1 Lagerqvist (1995) og EN 1993-1-5: Plater påkjent i plateplanet

Lagerqvist (1995)s beregningsmodell omfattet flere lastsituasjoner i tillegg til å kombinere forskjellige tidligere beregningsmodeller. Før dette var det vanlig å ha to adskilte kriterier for kapasitet, en for flytning og en for instabilitet. Tester viser derimot ingen tydelig skille mellom disse to tilfeller. Knekking vil alltid oppstå i steget under påført last og dets effekt vil øke med stegslankheten. Lagerqvist konkluderer med at det er en gradvis overgang mellom flytning og knekking, ikke ulik andre instabilitetsproblemer. Dette er tatt med i betraktning i hans beregningsmodell. Samme beregningsmetode er også presentert med visse modifikasjoner i EN 1993-6 (2010) for beregning av hjullaster på kranbaner. Det bør merkes at reglene i EN 1993-1-5 (2006) er blitt forenklet fra sin opprinnelige form som presentert i Lagerqvist (1995).

Fordelen med Lagerqvists modell er:

- at den er samordnet med modeller for andre knekkingsproblemer,
- at modellen bygger på en mekanisk modell,
- at alle tre lasttilfeller (patch loading, end patch loading og opposite patch loading) er behandlet av samme modell og
- at modellen viser god overensstemmelse med testresultater

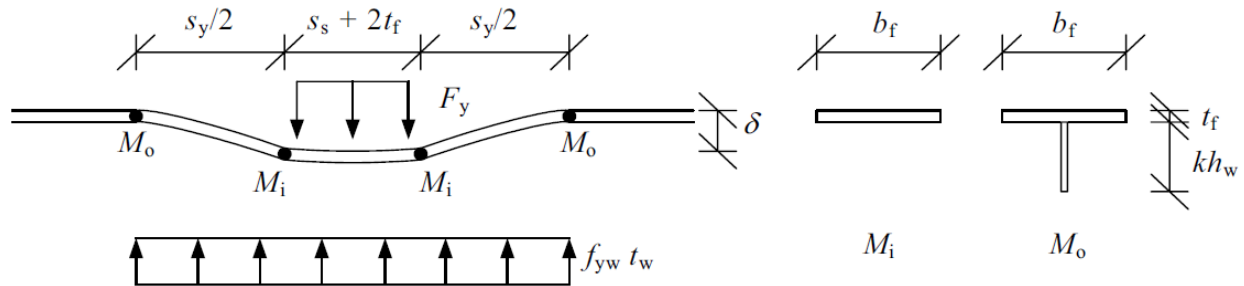
Kapasiteten F_y som i litteraturen blir referert til som “yield resistance” er definert som den øvre kapasitetsgrensen et bjelkesegment kan bære når knekking ikke forekommer. Hvis profilers slankhet er høy, vil den være utsatt for knekking og F_y må reduseres med en faktor til en faktisk kapasitet, F_{Rd} .

Kapasiteten F_y er ikke tydelig definert fordi den effektive steglengden øker med deformasjon. At arbeidsharding begynner ved små deformasjoner kompliserer definisjonen ytterligere. Det er derfor vanskelig å oppnå en beregningsmodell uten subjektive valg av deformasjonsgrense. Dersom arbeidsharding er neglisjert, kan stegets kapasitet F_y approksimeres til en funksjon

av stegets flytespenning og det effektive arealet:

$$F_y = l_y \cdot t_w \cdot f_{yw} \quad (2.12)$$

der l_y er steglengden som responderer til den påførte lasten. Denne lengden samsvarer også med avstanden mellom de ytre flyteleddene som vist i figur 2.6.



Figur 2.6: Mekanisme for F_y med fire flyteledd ifølge Lagerqvist (1995) [12].

Roberts og Rockey(1979) presenterte en modell der kun flensese antas å bidra til momentopptaket i flyteleddene:

$$F_y = f_{yw} \cdot t_w \left(s_s + 2t_f \cdot \sqrt{\frac{f_{yf} \cdot b_f}{f_{yw} \cdot t_w}} \right) \quad (2.13)$$

der leddene innenfor parantesen er steglengden, l_y som responderer til den påførte lasten. Dette var i Roberts og Newark(1997) modifisert til å ta hensyn til lastspredningen gjennom flensen:

$$F_y = f_{yw} \cdot t_w \left(s_s + 2t_f \left(1 + \sqrt{\frac{f_{yf} \cdot b_f}{f_{yw} \cdot t_w}} \right) \right) \quad (2.14)$$

Lagerqvist (1995) foreslo å inkludere en del av steget i momentopptaket ved de ytre flyteleddene for å øke kapasiteten F_y med økende steghøyde. Denne modellendringen ble gjort fordi Lagerqvist observerte at lengden av den deformerte delen i flensen økte med stegslankhet.

Forslaget innebærer å inkludere $0,14h_w$ i T-stykket, noe som gir kapasiteten:

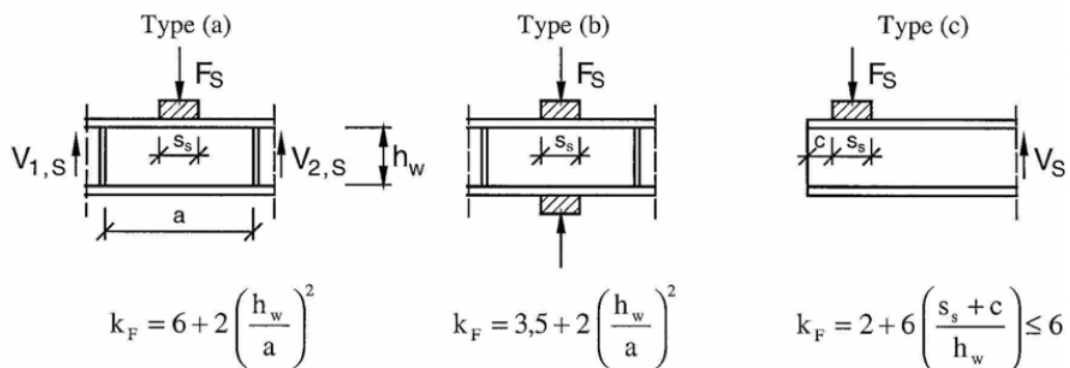
$$F_y = f_{yw} \cdot t_w \left(s_s + 2t_f \left(1 + \sqrt{\frac{f_{yf} \cdot b_f}{f_{yw} \cdot t_w}} + 0,02 \cdot \left(\frac{h_w}{t_f} \right)^2 \right) \right) \quad (2.15)$$

der $0,02 \cdot (h_w/t_f)^2$ kommer fra stegdelen i T-stykket og er i EN 1993-1-5 (2006) referert til som m_2 .

Parameteren m_2 , som stammer fra det fiktive T-stykket ved de ytre flyteleddene som vist i figur 2.6, har i enkelte publikasjoner, blant annet Gozzi (2007), blitt kritisert for å være overflødig. Det er problemer med beregning av parameteren ettersom den er avhengig av $\bar{\lambda}_F$. Videre er $\bar{\lambda}_F$ avhengig av l_y som igjen er avhengig av m_2 . Beregningen går med andre ord i sirkel.

Beregningsmodellen er gyldig for tre lasttilfeller som vist i figur 2.7:

- "Patch loading" - Lasten F_s angriper på overflensen og er i likevekt med skjærkreftene i steget.
- "Opposite patch loading" - lasten angriper på overflensen og holdes i likevekt av en motsatt rettet kraft på underflensen.
- "End patch loading" - lasten angriper på flensen ved platebærerens uavstivede ende og holdes i likevekt av skjærkraften i steget.

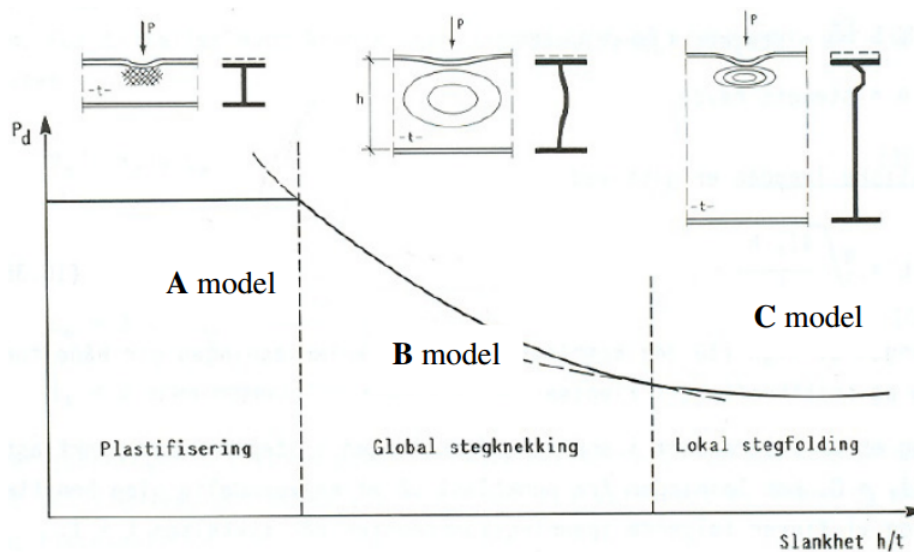


Figur 2.7: Knekkingskoeffisienter for forskjellige typer lastpåføring som beskrevet i EN 1993-1-5

For denne oppgaven er lastsituasjon (a) (patch loading) av størst interesse. Det bør merkes at at knekkingskoeffisienten k_F var oppinnelig noe mer komplisert i Lagerqvist (1995), men har blitt forenklet i EN 1993-1-5.

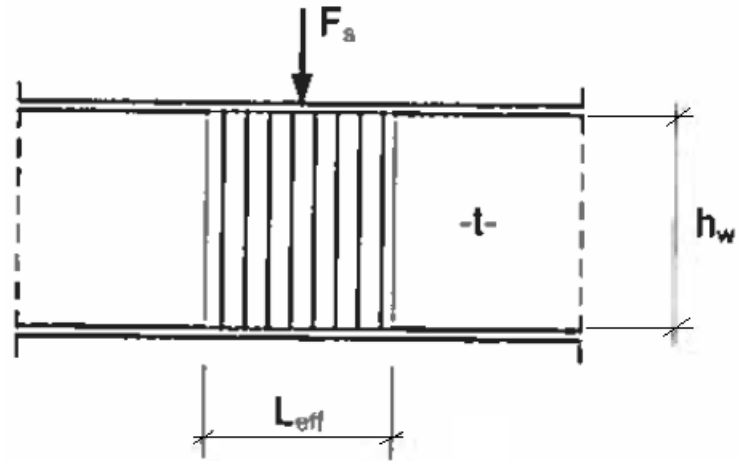
Lagerqvist(1994) identifiserer tre typer bruddformer avhengig av slankheten h_w/t_w , som vist i figur 2.8:

- For små slankheter plastifiseres steget lokalt i et område under lasten.
- For middels slanke steg knekker steget "globalt", og knekkmønsteret omfatter det meste av steget.
- Store slankheter fører til en lokal foldingsmekanisme (cippling) umiddelbart under lasten, mens resten av steget forblir tilnærmet udeformert.

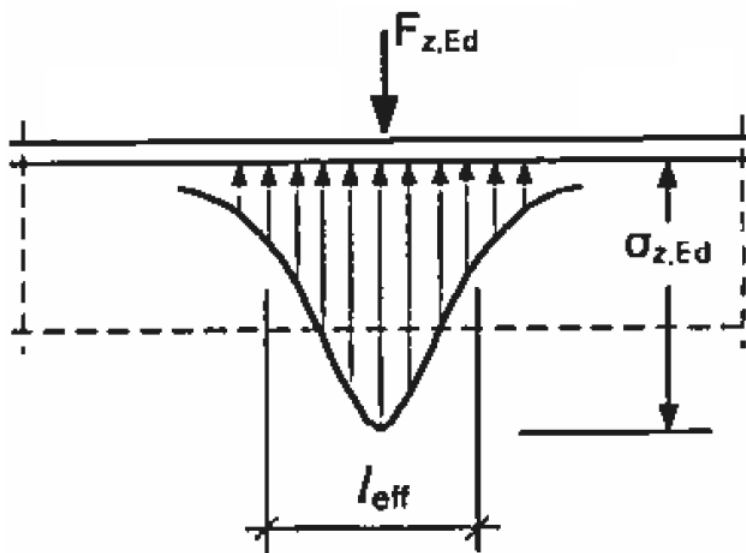


Figur 2.8: Bruddformer for punktlast på platerand [16].

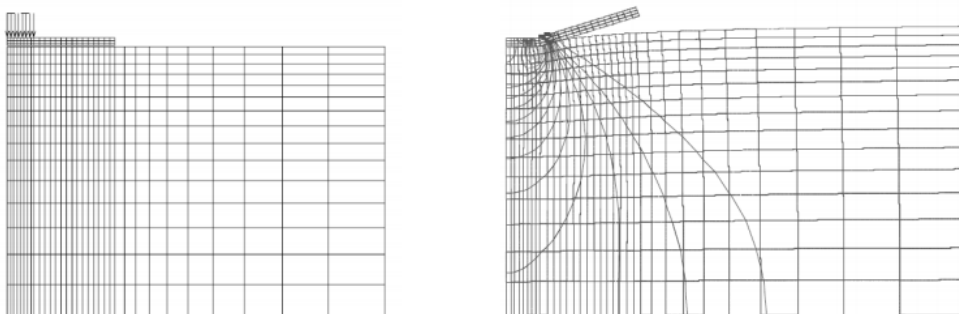
Modellen til Lagerqvist betrakter en platestripe med effektiv bredde L_{eff} , og forutsetter at verikalspenningen i steget under lasten F_s er jevnt fordelt over denne lengden som vist i figur 2.9. Den virkelige fordelingen av stegspenning rett under last ved platerand vises i figur 2.10, mens figur 2.11 viser en sammenligning mellom forenklet og mer realistisk spenningsfordeling gjennom hele stegplaten.



Figur 2.9: Beregningsmodell for punktlast på platerand [16].



Figur 2.10: Effektiv belastningslengde [16].



Figur 2.11: Virkelig og forenklet kraftfordeling.

EN 1993-1-5 oppgir den dimensjonerende kapasiteten mot lokal knekking under tverrkrefter som:

$$F_{Rd} = \frac{f_{yw} L_{eff} t_f}{\gamma_{M1}} \quad (2.16)$$

der

$$l_{eff} = \chi_F l_y \quad (2.17)$$

l_y er den effektive lastutbredelseslengden avhengig lengden på det stive opplageret s_s som illustrert i figur 2.12. Ved konsentrerte laster er det vanlig å anta at lasten spres ut i 45° gjennom en eventuell lastfordelingsblokk og platebærerens flens. Reduksjonsfaktoren χ_F som tar hensyn til at platestripen kan knekke lokalt som en søyle mellom platebærerens flenser er i EN 1993-1-5 (2006) forenklet til ligning 2.18 og illustrert i figur 2.13:

$$\chi_F = \frac{0,5}{\bar{\lambda}_F} \leq 1,0 \quad (2.18)$$

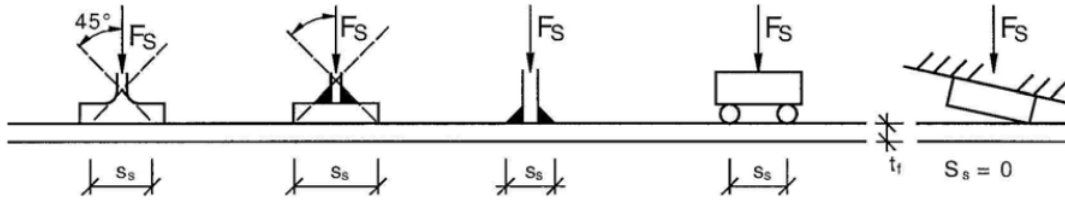
der den relative slankheten uttrykkes ved:

$$\bar{\lambda}_F = \sqrt{\frac{F_y}{F_{cr}}} = \sqrt{\frac{l_y t_w f_{yw}}{F_{cr}}} \quad (2.19)$$

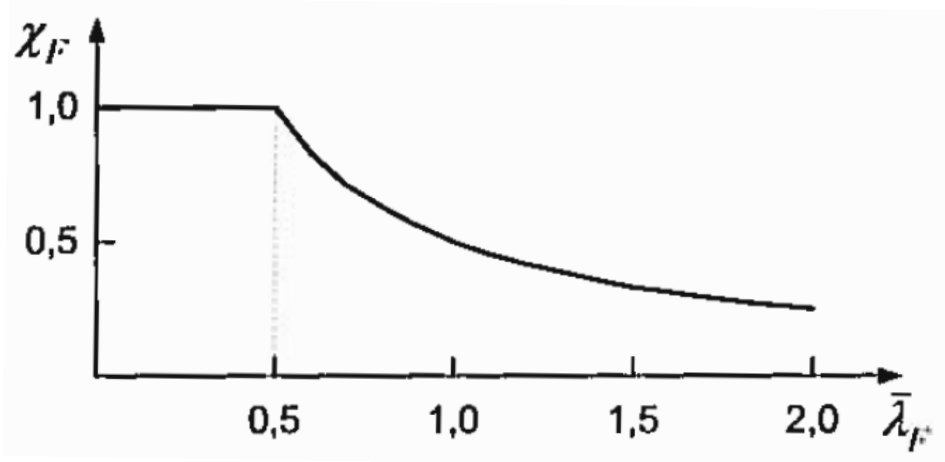
Den kritiske kraften er gitt ved:

$$F_{cr} = 0,9 k_F E \frac{t_w^3}{h_w} \quad (2.20)$$

der knekketallet k_F er beskrevet i figur 2.7.



Figur 2.12: Lastutbredelse for enkelte lastyper som beskrevet i EN 1993-1-5



Figur 2.13: Reduksjonsfaktor χ_F for kneikning under punktlast.

Som illustrert i figur 2.6 og 2.8 får flensen betydelige bøyingsdeformasjoner når steget knekker ut og ved brudd vil det dannes en mekanisme med fire flyteledd (med unntak av $s_s = 0$). Det plastiske arbeidet som utføres i flyteleddene bidrar til å øke lastens angrepslengde.

For "patch loading" og "opposite patch loading", angitt som type a og b i figur 2.7, er den effektive lastlengden i EN 1993-1-5 gitt ved:

$$l_y = s_s + 2 \cdot (1 + \sqrt{m_1 + m_2}), \quad l_y \leq a \quad (2.21)$$

For "end patch loading" angitt som type c, ved den minste av:

$$l_y = l_e + t_f \sqrt{\frac{m_1}{2} + \left(\frac{l_e}{t_f}\right)^2 + m_2} \quad (2.22)$$

og

$$l_y = l_e + t_f \sqrt{m_1 + m_2} \quad (2.23)$$

Hjelpeparametrene defineres som:

$$m_1 = \frac{f_{yf} b_f}{f_{yf} t_w} \quad (2.24)$$

,

$$m_2 = 0,02 \left(\frac{f_{yf} b_f}{f_{yf} t_w} \right)^2 \quad \text{for } \bar{\lambda}_F > 0,5$$

$$m_2 = 0 \quad \text{for } \bar{\lambda}_F \leq 0,5 \quad (2.25)$$

og

$$l_e = \frac{k_F E t_w^2}{2 f_{yw} h_w} \leq s_s + c \quad (2.26)$$

Det er vanskeligheter med beregning av χ_F fordi den inneholder λ_F , som avhenger av m_2 . Videre er m_2 avhengig av λ_F . EN 1993-1-5 forenklet parameteren m_2 slik at den virker kun for $\bar{\lambda}_F > 0,5$. Dette fører til at en profil med $\bar{\lambda}_F = 0,5$ kan ha lavere kapasitet enn en profil med $\bar{\lambda}_F = 0,51$.

Interaksjon

For platebærere utsatt for en konsentrert tverrkraft F_{Ed} som virker på trykkflensen sammen med bøyning, er interaksjonsuttrykket som foreslått av Lagerqvist (1995) og gjengitt i EN 1993-1-5 (2006) gitt ved:

$$\frac{F_{Ed}}{F_{Rd}} + 0,8 \frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} \leq 1,4 \quad (2.27)$$

Ifølge Gozzi (2007) finnes det i litteraturen mange forslag for beregning av interaksjon. Det ble konkludert at effekten er neglisjerbar for lave M_{Ed}/M_{Rd} -forhold.

Som nevnt i Fossbakken (2013), er dette uttrykket ikke fult dekkende ettersom det ikke inkluderer en reduksjon for skjærvirkning. Beg et al. (2010) foreslo følgende interaksjonsuttrykk for

konsentrert tverrkraft og skjærkraft:

$$\left[\frac{V_{Ed}}{V_{bw,Rd}} \left(1 - \frac{F_{Ed}}{2V_{Ed}} \right) \right]^{1,6} + \frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} \leq 1,0 \quad (2.28)$$

For vårt tilfelle vil forholdet mellom dimensjonerende skjærkraft og -kapasitet være langt under 0,5 og er derfor ikke av stor betydning. Andre interaksjonsformler fra litteraturen som tar hensyn til skjær, tar med et skjær som ikke stammer fra den konsentrerte lasten. Dette faller utenfor oppgavens gjøremål. Nevnverdige studier som behandler skjærreduksjon av tverrkraftkapasitet er Zoetemeijer (1980), Shahabian and Roberts (2000) og Kuhlmann et al. (2007).

2.2.2 Gozzi (2007)

På grunnlag av Davaine et al. (2004)s kritikk av parameteren m_2 , utførte Gozzi (2007) et FEM-studie der han konkluderte med at en inkludering av m_2 i l_y var overflødig og førte til en overestimert av kapasitet. l_y uten m_2 viser en bedre overensstemmelse med FEM-resultater.

Som en konsekvens av utelatelsen av m_2 i uttrykk 2.15, måtte Gozzi foreslå en modifikasjon i reduksjonsfakten χ_F i uttrykk 2.29 som følge av lokal knekking for å tilpasse den modifiserte F_y

$$F_R = \chi_F \cdot F_y \quad (2.29)$$

Som grunnlag tok Gozzi i bruk Tillegg B i EN 1993-1-5, som opprinnelig ble utviklet av Müller (2003)). Uttrykket omskrives her med variabelnavn brukt for tverrkrefter i steg:

$$\chi_F = \frac{1}{\phi_F + \sqrt{\phi_F^2 - \lambda_F}} \quad (2.30)$$

med

$$\phi_F = \frac{1}{2} \cdot (1 + \alpha_F \cdot (\lambda_F - \lambda_{F0}) + \lambda_F) \quad (2.31)$$

der α_F er imperfeksjonsfaktoren og λ_{F0} platå lengden. Gozzi kalibrerte disse faktorene med testresultater fra andre tidligere publikasjoner og fikk til resultat:

$$\alpha_F = 0,5$$

$$\lambda_{F0} = 0,6$$

Gozzi observerte at det var trygt å klippe knekkkurven ved $\chi_F = 1,2$ istedet for $\chi_F = 1,0$ som i tidligere litteratur. Med disse faktorene kan uttrykk 2.30 og 2.31 skrives som

$$\chi_F = \frac{1}{\phi_F + \sqrt{\phi_F^2 - \lambda_F}} \leq 1,2 \quad (2.32)$$

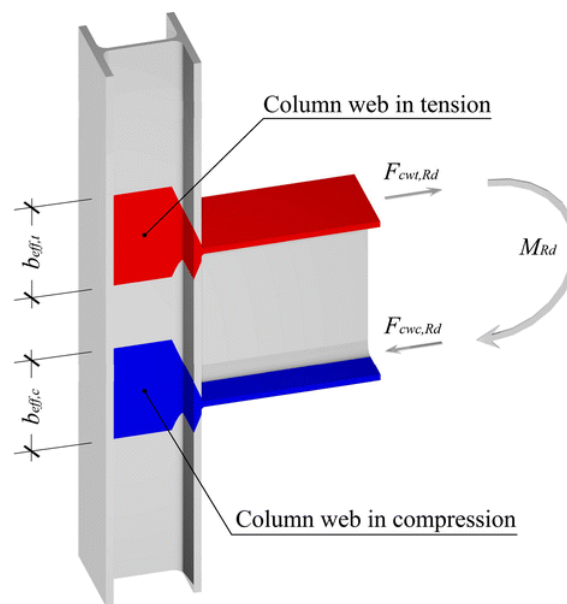
med

$$\phi_F = \frac{1}{2} \cdot (1 + 0,5 \cdot (\lambda_F - 0,6) + \lambda_F) \quad (2.33)$$

Med videre testing kunne Gozzi konkludere med at interaksjonsformelen i EN 1993-1-5 (2006) kan stå som den er selv om uttrykket for tverrkraftkapasiteten er modifisert.

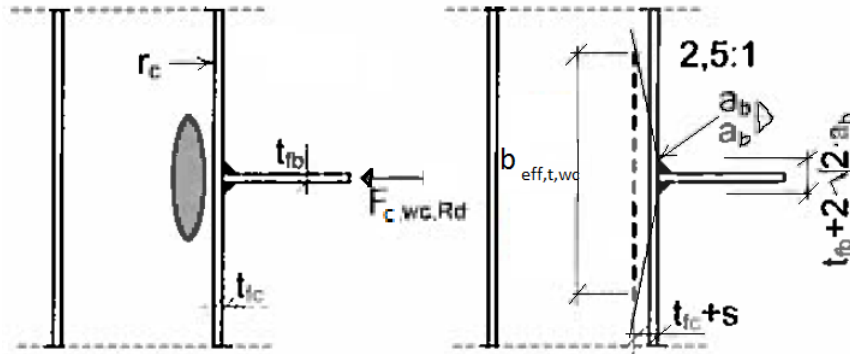
2.2.3 EN 1993-1-8- Knutepunkter og forbindelser: Steg i søyle med tverrtrykk

Beregningsregler for søylesteg med tverrtrykk i en forbindelse som beskrevet i EN 1993-1-8 (2005) er basert på Aribert (1990). Modellen forutsetter konservativt at bjelkemomentet blir tatt av bjelkeflensene, og kreftene overføres fra bjelkeflens til søylesteg analogt med punktlast som vist i figur 2.14. Denne metoden brukes vanligvis for sveiste eller valsede I- og H-bjelker med vanlig geometri.



Figur 2.14: Konservativ modell for momentopptak [5]

Trykkapasiteten $F_{c,wc,Rd}$ av et søylesteg påkjent av en tverrkraft verifiseres i et kontrollsnitt i en avstand $(t_{fc} + s)$ fra søyleflensens ytterside, hvor $s = r_c$ og $s = \sqrt{2}a_c$ for søyler av henholdsvis valset og sveist I- og H-profil. Dette illustreres i figur 2.15. I motsetning til Lagerqvists beregningsmodell er den effektive lengden $b_{eff,c,wc}$ her definert i en avstand $t_{fc} + s$ og helning 1:2,5 fra last.



Figur 2.15: Konservativ modell for momentopptak [16]

Dimensjonerende kapasitet for et uavsivet søylesteget påkjent av tverrtrykk er i EN 1993-1-8 (2005) gitt som:

$$F_{c,wc,Rd} = \frac{\omega k_{wc} b_{eff,c,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{M0}} \quad \text{men} \quad F_{c,wc,Rd} \leq \frac{\omega k_{wc} \rho b_{eff,c,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{M1}} \quad (2.34)$$

der effektiv bredde av søylesteget under trykk er

- for ensveist forbindelse

$$b_{eff,c,wc} = t_{fb} + 2\sqrt{2}a_b + 5(t_{fc} + s) \quad (2.35)$$

der a_c , r_c og a_b er som angitt i figur 2.16

- for skrudd forbindelse med endeplate

$$b_{eff,c,wc} = t_{fb} + 2\sqrt{2}a_p + 5(t_{fc} + s) + s_p \quad (2.36)$$

der s_p er lengden med 45° lastutbredelse gjennom endeplatens tykkelse t_p gitt at endeplaten er ført så langt utenfor bjelkeflensen at denne utbredelsen er fysisk mulig (inntil $2t_p$).

Reduksjonsfaktoren ρ for plateknekking er:

$$\begin{aligned} \rho &= 1,0 && \text{for } \bar{\lambda}_p \leq 0,72 \\ \rho &= \frac{\bar{\lambda}_p - 0,2}{\bar{\lambda}_p^2} && \text{for } \bar{\lambda}_p > 0,72 \leq 0,5 \end{aligned} \quad (2.37)$$

der platens slankhet $\bar{\lambda}_p$ er:

$$\bar{\lambda}_p = 0,932 \sqrt{\frac{b_{eff,c,wc} d_{wc} f_{y,wc}}{E t_{wc}^2}} \quad (2.38)$$

der

$$d_{wc} = h_c - 2(t_{fc} + r_c) \quad \text{for en valset I- eller H-profil} \quad (2.39)$$

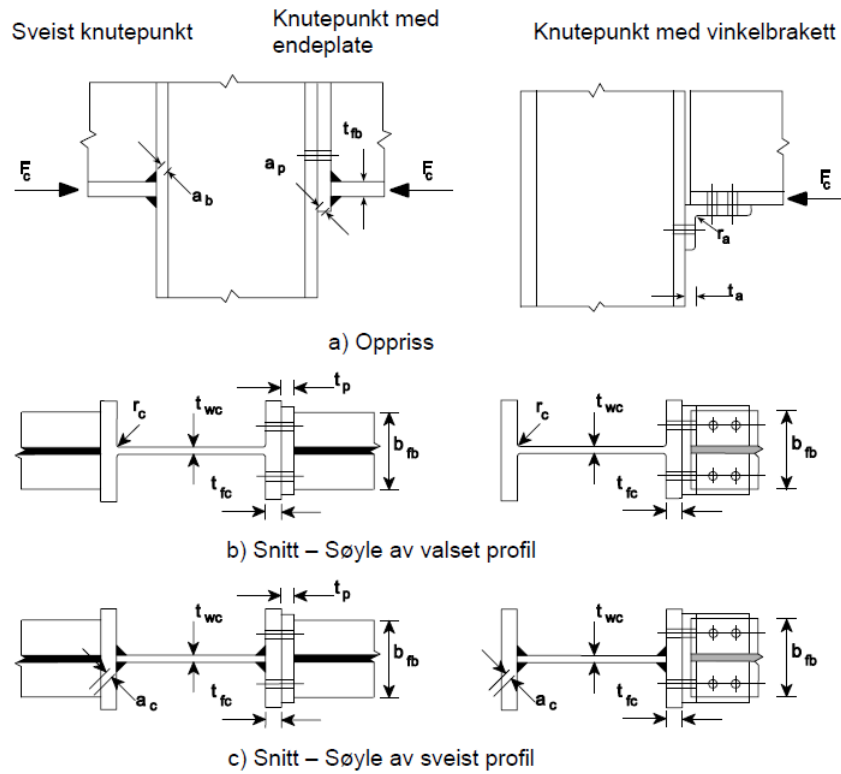
$$d_{wc} = h_c - 2(t_{fc} + \sqrt{2}a_c) \quad \text{for en sveist I- eller H-profil} \quad (2.40)$$

Bakgrunnen for faktoren 0,932 i ligning (2.38) kommer fra knekklasten gitt som følgende i Aribert (1990):

$$F_{cr} = \frac{\pi E t_{wc}^3}{3(1 - \nu^2) d_{wc}} \quad (2.41)$$

Generelt er stegplatens relative slankhet gitt som:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{F}{F_{cr}}} \quad (2.42)$$



Figur 2.16: Tverrtrykk på et uavstivet søylesteg i henhold til EN 1993-1-8 [9]

For en valset I- eller H-profil:

$$s = r_c \tag{2.43}$$

For en sveist I- eller H-profil:

$$s = \sqrt{2} a_c \tag{2.44}$$

For tilfellet med ensidig knutepunkt er reduksjonsfaktoren ω for interaksjon med skjær gitt ved:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{1 + 1,3(b_{eff,c,wc} t_{wc} / A_{cv})^2}} \tag{2.45}$$

Denne faktoren kan for enkelhets skyld settes lik 1 når uttrykk (2.34) skal anvendes i punktlast for en enkel opplagret bjelke senere i oppgaven.

Interaksjon

Dersom største trykkspenning i stegets lenderetning $\sigma_{com,Ed}$ (ved enden av avrundingsradien for en valset profil og sveisetåen for et sveist profil) forsårsaket av askialkraft og bøyningmoment i søylen overskrider $0,7f_{y,wc}$, skal $F_{c,wc,Rd}$ gitt i uttrykk 2.34 multipliseres med en reduksjonsfaktor k_{wc} :

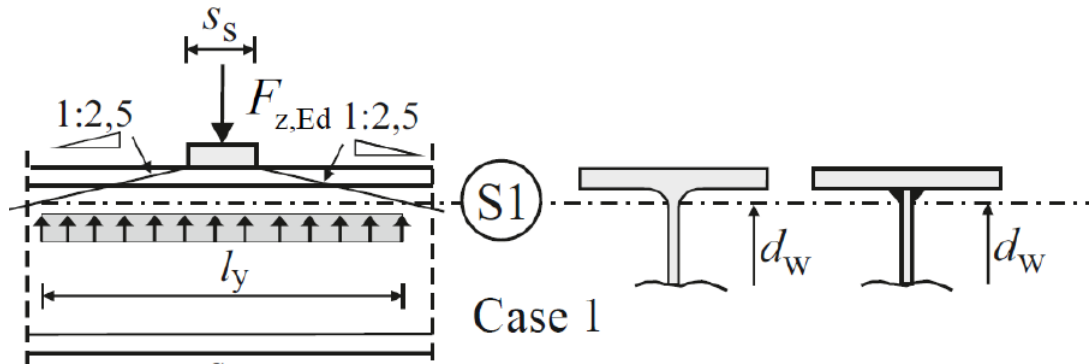
$$\begin{aligned} k_{wc} &= 1 && \text{for } \sigma_{com,Ed} \leq 0,7f_{y,wc} \\ k_{wc} &= 1,7 - \sigma_{com,Ed}/f_{y,wc} && \text{for } \sigma_{com,Ed} > 0,7f_{y,wc} \end{aligned} \quad (2.46)$$

2.2.4 Forslag til EN 1993-1-1

Reglene i EN 1993-1-5 er de som brukes for valsede bjelker i dag, men ble i utgangspunktet utviklet for sveiste platebærere. De er derfor ikke optimalisert for verifisering av enkle lastintroduksjon, som ved valsede bjelker under takås, når stivere ikke er nødvendig. I et bidrag til "CEN-TC250-SC3 Working Group 1 - EN 1993-1-1" foreslår Taras(2017) en forenkling av beregningsregler for verifisering av lokale tverrkrefter i uavstivede steg. Beregningsmodellen dekker reglene i EN-1993-1-8 og inkluderer en utlisieringsgrense. Uttrykk (2.47), uttrykk (2.48) og figur 2.17 foreslås inkludert i kapittel 6.2 i EN 1993-1-1:

$$F_{z,Rd} = \frac{l_y \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad (2.47)$$

$$\frac{d_w}{t_w} = 23,1 \cdot \epsilon \cdot \sqrt{\frac{d_w/l_y}{F_{z,Ed}/F_{z,Rd}}} \quad (2.48)$$



Figur 2.17: Forslagets definisjon av l_y , s_s og d_w [21]

Komponentmetoden for delvis stive knutepunkter i EN 1993-1-8 tar også i bruk den samme fordelingskoeffisienten på 1:2,5 for bestemmelse av den effektive lengden l_y . Denne lengden tilsvarer altså $b_{eff,c,wc}$ i EN 1993-1-8, mens s_s er tilsvarende s_s i EN 1993-1-5.

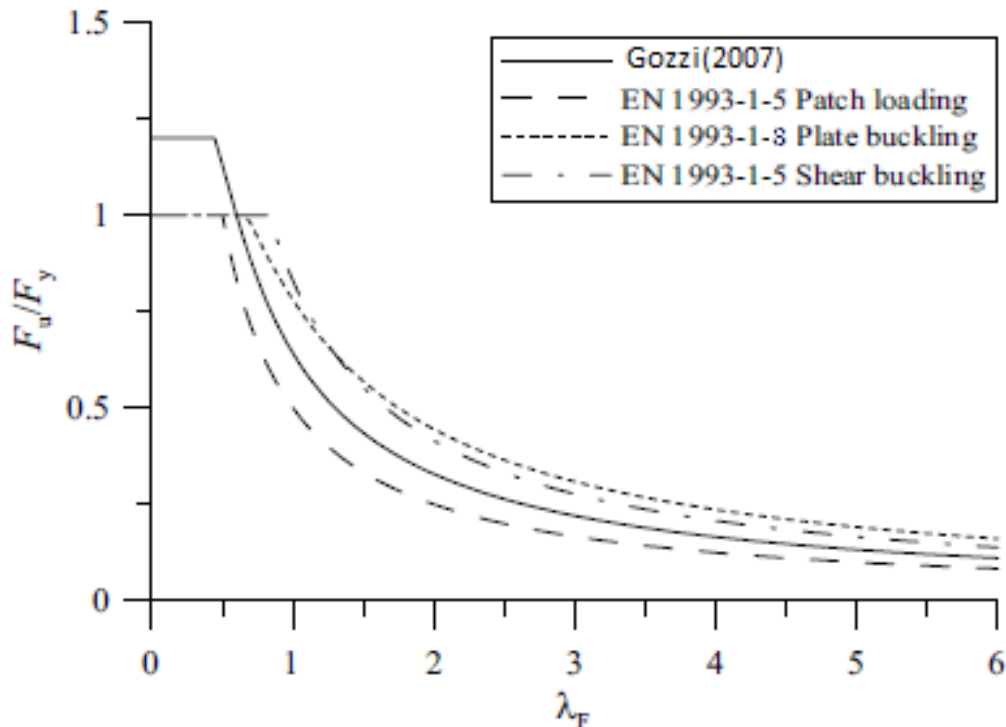
Den foreslåtte grensen for stegets slankhet d_w/t_w tilsvarer platålengden i komponentmetoden for beregningsregler i "uasvtivet søylesteg påkjent av tverrtrykk" i EN 1993-1-8. Dersom denne slankhetsgrensen overskrides, er det nødvendig med en spesifikk knekkingsverifisering av det uavstivede steget. Taras(2017) foreslår da å sende brukeren til mer sofistikerte dimensjoneringsregler i EN 1993-1-5 for slankere tilfeller.

Den foreslåtte slankhetsgrensen for d_w/t_w inkluderer også en utliseringsledd som er brukt på nesten samme måte i flere deler av EN 1993, bla. for tvernsnittsklassifisering i EN 1993-1-1: 5.5.2 (9).

2.2.5 Sammenligning

I tidligere litteratur er det allerede blitt fastslått at stegets tykkelse sammen med høyde (slankhet) er de viktigste parametrene i kapasiteten for konsentrerte tverrkrefter i bjelkesteg. Dette har i oppgaven blitt tatt som utgangspunkt i parameterstudiet under kapittel 5, der kapasiteter ifølge ulike beregningsmodeller sammenliknes hovedsakelig som funksjon slankhet.

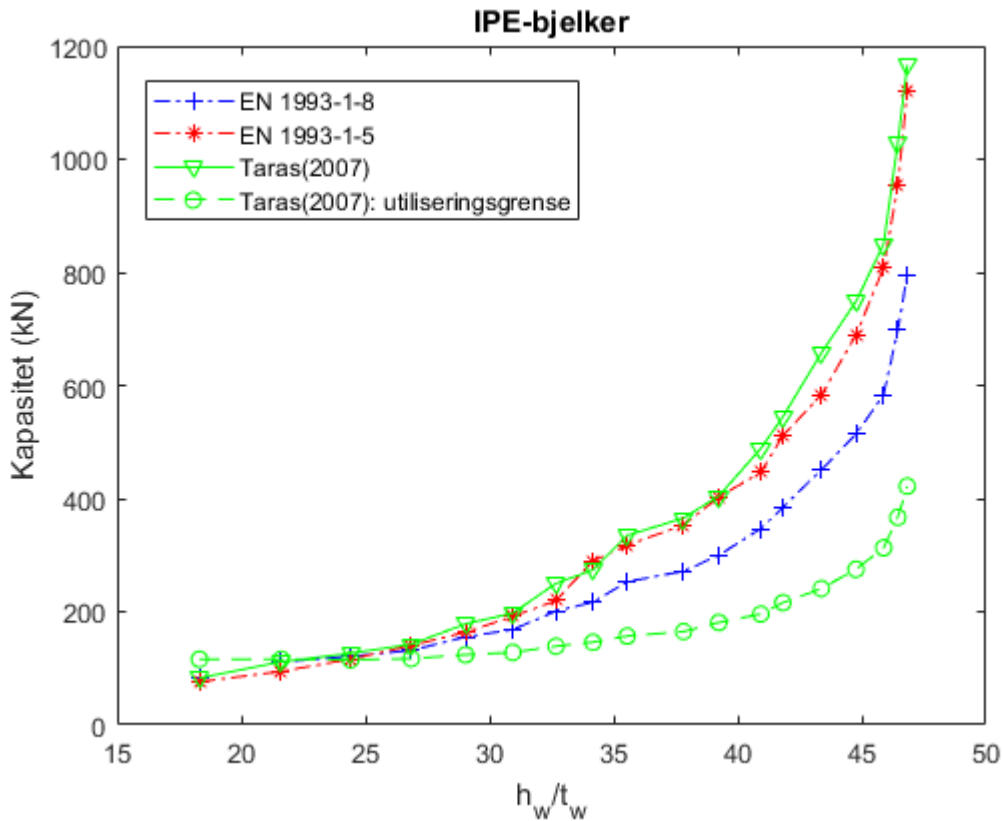
Figur 2.18 viser en sammenlikning av forskjellige reduksjonsfaktorer. Bortsett fra Gozzis forslag, begynner alle på 1, det vil si at kapasiteten ikke reduseres før en viss slankhet, mens Gozzi øker kapasiteten i flytningsområdet. Formen på kurvene ser generelt like ut med største forskjell på omtrent 0,25.



Figur 2.18: Sammenligning av forskjellige reduksjonsfaktorer [12]

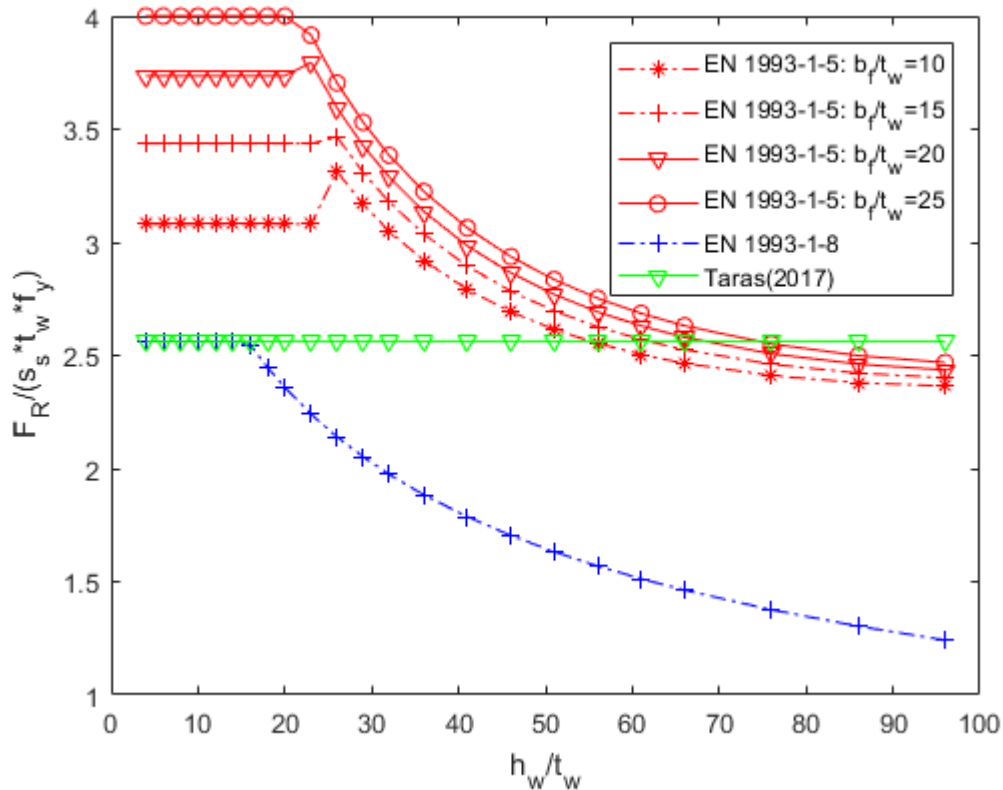
Figur 2.19 viser kapasiteter for IPE-bjelker beregnet etter EN 1993-1-8, EN 1993-1-5 og Taras(2017)s forslag til CEN TS som funksjon av slankhet. Metodene gir sammenfallende resultater opp til en viss slankhet, ellers gir EN 1993-1-5 generelt høyere kapasitet enn EN 1993-1-8. For IPE600 er forskjellen mellom kapasitet beregnet etter platestandard og knutepunktstan-

daren i underkant av 50%. Taras (2017) er tilnærmet sammenfallende med platestandarden og er derfor en passende forenklet metode opp til en viss utliseringsgrense, men dette avhenger av lastp foringslengden som skal bli sett nærmere på i kapittel 5. Kapasiteter for HEA- og HEB-bjelker presentert i Appendiks viser lignende sammenhenger.



Figur 2.19: Kapasiteter for IPE-bjelker ifølge ulike metoder som funksjon av slankhet. Bjelkelengder er valgt som i presentert i Appendiks

Dimensjonsløse kapasiteter $F_R/(s_s t_w f_y)$ er plottet som funksjon av stegslankhet i figur 2.20, slik at effekten av knekkreduksjonen tydeliggjøres, samtidig som forskjellen i bruk av effektiv lengde taes med. Både metoden i EN 1993-1-8 og Taras(2017) er uavhengig av b_f/t_w , mens EN 1993-1-5 gir store forskjeller avhengig av b_f/t_w , spesielt i flytningsområdet f r knekking. Effekten av m_2 avtar med b_f/t_w og for $b_f/t_w = 25$ er den den borte. Der m_2 begynner å virke er sammenfallende med der knekkreduksjonen begynner.



Figur 2.20: Dimensjonsløse kapasiteter som funksjon av stegslankhet. $s_s/t_f = 4,0$, $t_f/t_w = 2,0$, $L = 1200\text{mm}$

Hver interaksjonsformel er utviklet spesifikt til sin beregningmodell, og kan derfor ikke brukes med andre modeller. Det er derfor blitt valgt å innsette $F_{wc,Rd}$ som F_{Ed} i interaksjonsmetoden som beskrevet EN 1993-1-8 og minsteverdien av F_{Rd} og $F_{Ed,interaksjon}$ som F_{Ed} i EN 1993-1-5. Dette gir vanskeligheter med å sammenligne momentets effekt på tverrkapasitet direkte i forskjellige beregningsmetoder, siden interaksjonen (momentutliseringen) er avhengig av forskjellige F_{Ed} . $F_{Ed,interaksjon}$ fås ved å omgjøre uttrykk 2.27:

$$F_{Ed,interaksjon} = \frac{1,4}{\frac{1}{F_{Rd}} + \frac{0,8}{4M_{pl,Rd}}} \quad (2.49)$$

Forskjellen mellom ulike beregningsmetoder ligger hovedsakelig i hvordan den effektive lengden og knekkreduksjonen etableres. Det er den effektive lengden som er vanskeligst å lage modell for. For enklere sammenligning av resultater, er materialfaktoren γ_M konsekvent satt til 1,0 i hele oppgaven.

Kapittel 3

Eksperiment

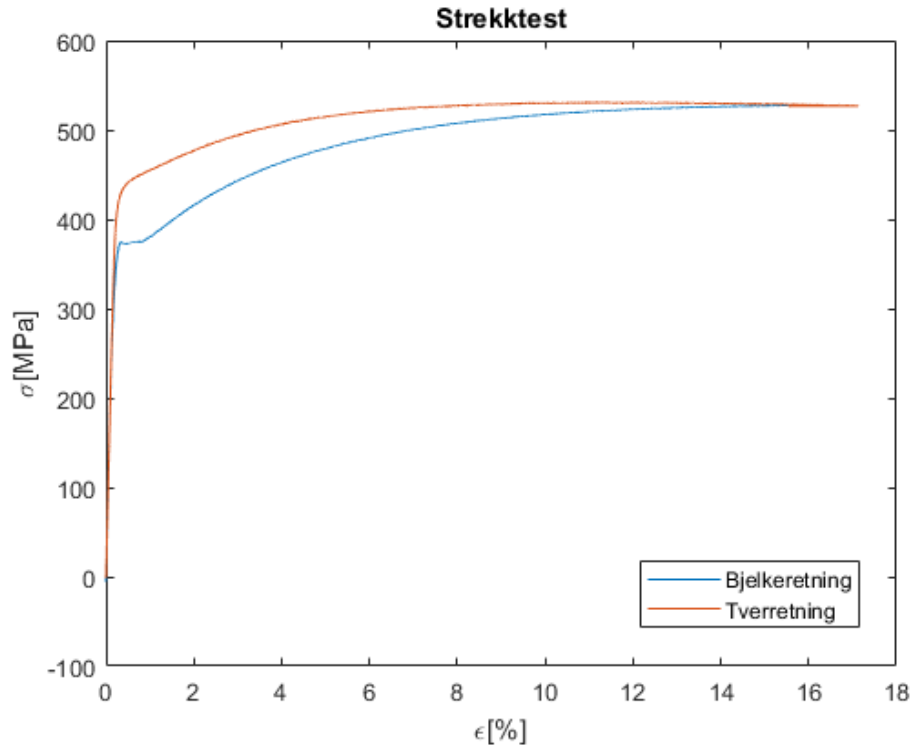
Trepunktstest med en IPE220-bjelke ble utført i tillegg til en strekktest for bestemmelse av materialegenskaper. Disse ble senere brukt til å validere den numeriske modellen utført i Abaqus.

3.1 Strekktest

To prøvestykker ble freset av samme bjelke som skulle bli brukt til trepunktstesten. Bitene er tatt fra steget, en i tverrretning og en i bjelkeretning. Figur 3.1 viser spenning-tøyningskurven fra strekktesten i både tverr- og bjelkeretning, mens tilhørende flyte- og maksimalspenning oppgis i tabell 3.1. Det observeres en anisotropi, spesielt i området ved flytespenning og utover. E-modul og maksimal spenning er imidlertid sammenfallende for begge retninger.

Tabell 3.1: Verdier fra strekktest

	f_y [MPa]	f_u [Mpa]	E [N/mm ²]
Tverrretning	425	528	200 000
Bjelkeretning	373	528	200 000



Figur 3.1: Spenning-tøyningskurve fra strekktest langs tverr-og bjelkeretning

3.2 Trepunktstest

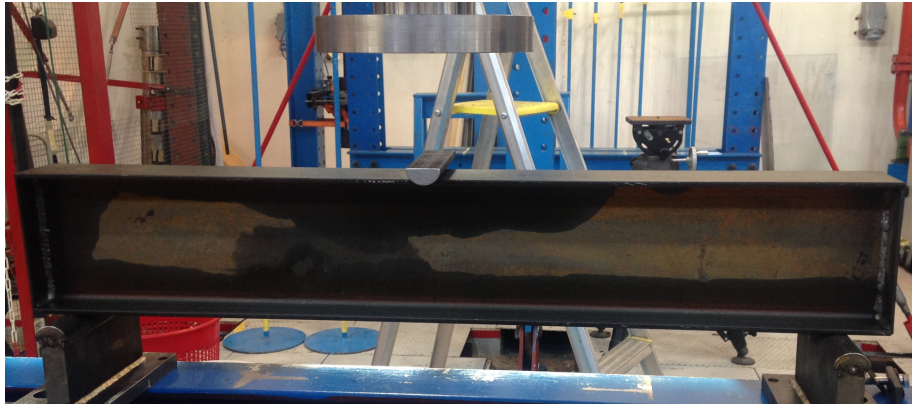
Segmentet fra IPE220-bjelken var 1,3m lang med en stiver påsveist i hver ende, som vist i figur 3.2. Stiverdimensjoner er (21,9x9,9)cm med tykkelse på ca. 5,16mm. Det er 50 mm utstikk mellom opplager og bjelkeende, noe som gir en avstand på 1,2m mellom opplagrene. Målte dimensjoner og skisse av testbjelken er vist i forholdsvis tabell 3.2 og figur 3.3. Høyden på bjelken varierer med ca. 1mm fra side A til side B. Denne skjevheten vil sammen med stegskjevhet bli tatt med i betraktning ved innsetting av initiell formfeil (geometrisk imperfeksjon) i den numeriske analysen senere i oppgaven. Detaljerte målinger av dimensjoner finnes i Appendiks.

Opplagrene er formet som halsylindere med diameter 50mm, der den runde siden er i kontakt med nedre bjelkeflens. Ved pålasting ble det i tillegg lagt et 30 bredt flattstål mellom øvre bjelkeflens og halvsylinderen, slik at lastpåføringslengden, $s_s = 30$ mm.

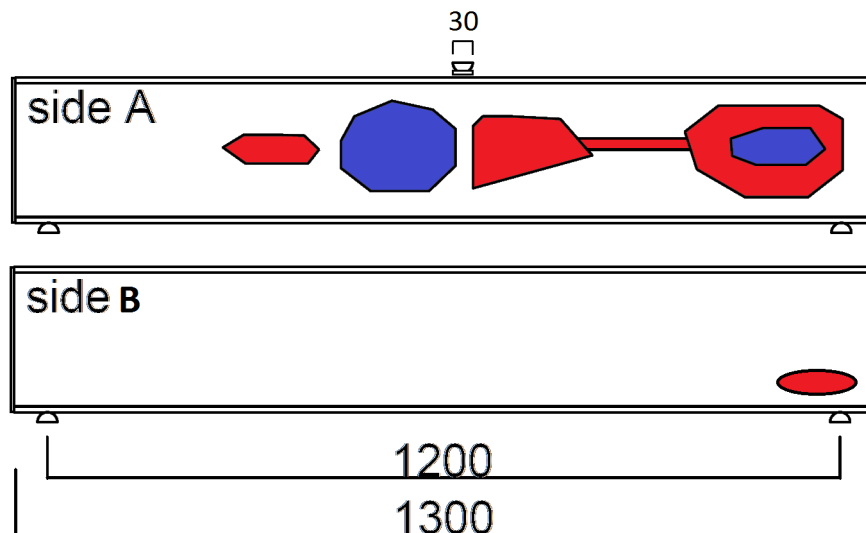
Målte skjevheter i steget vises i figur 3.3, der rødt og blått område antyder henholdsvis $5 \cdot 10^{-3}$ mm og $10 \cdot 10^{-3}$ mm avvik fra rett linje. Dette er såpass lite at det likegodt kan skyldes støvete overflate.

Tabell 3.2: Målte dimensjoner i [mm].

t_f	t_w	b	h_{sideA}	h_{sideB}
8,7	6,1	110	222	223



Figur 3.2: Oppsett for trepunktstest av en IPE220-bjelke



Figur 3.3: Side A og B av bjelken med stegskjevhet

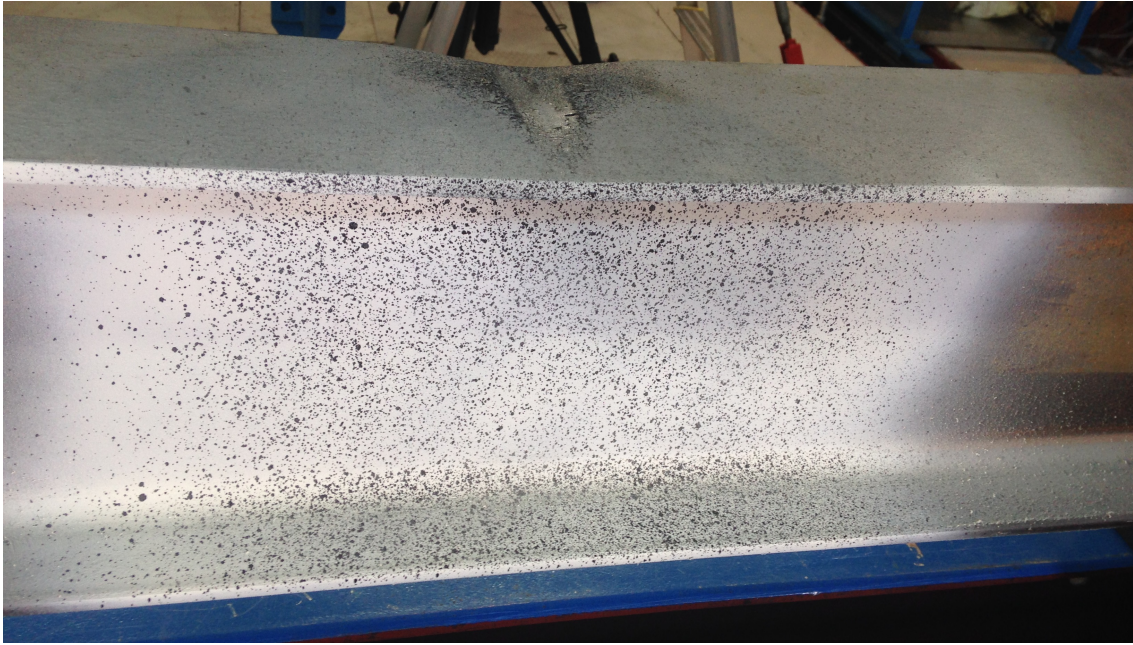
Bjelken ble hvitmalt med svarte prikker over omtrent 30cm i midten for kameramåling som vist i figur 3.4. Det ble foretatt 3D-måling med dobbelkamera, slik at den lokale knekkingen i steget ble fanget. Bjelken lastes på med 1mm nedbøyning per minutt.

3.2.1 Resultater

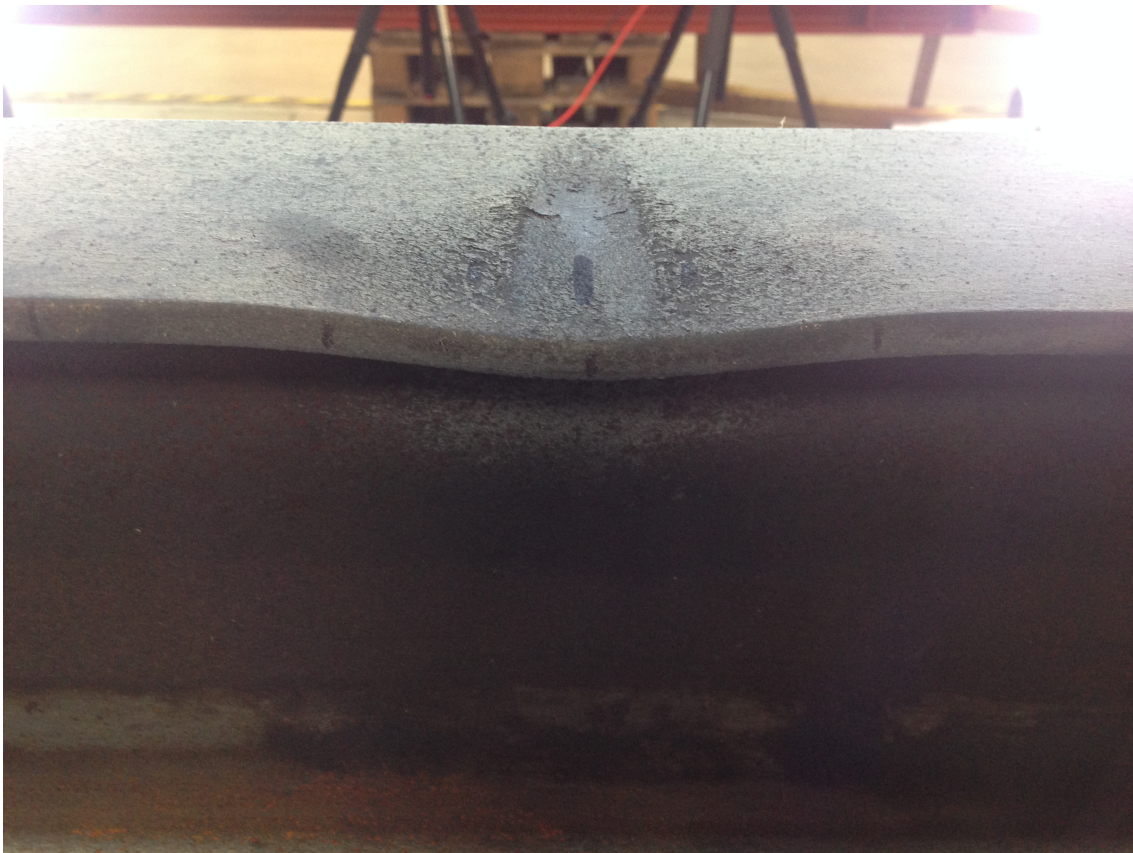
Trepunktstesten nådde sin maksimale last på 272kN ved 8,8mm i total nedbøyning. Ved videre pålastning avtok lasten til 210kN ved 12,2mm nedbøyning. Valgt bjelkelende var noe uheldig i den forstand at vipping og et relativt stort moment oppsto. Dette påvirker bjelkens maksimale last og beregnede kapasiteter, men likevel ikke dramatisk. Tydelig bulking både i øvre flens og steg rett under last kunne observeres ved maksimal last. Bulk i øvre flens kunne bare observeres på motsatt side av utbulking i steg. Etter avlastning strekte bulken i øvre flens på den ene siden over omtrent 10cm og bulken i steg rett under last omtrent 15cm. Det er imidlertid vanskelig å si om disse bulkene oppstår før etter avlastning. Det observeres en moderat vipping av øvre bjelkedel. Etter avlastning kunne en lateral (ut av stegplan) utbøyning i øvre flens bli målt til 1cm. Mer detaljerte resultater presentert som grafiske sammenlikninger med resultater fra FEM-simulering vises i underkapittel 4.2 og Appendiks. Videre i oppgaven vil den testede IPE220-bjelken i laboratoriet bli referert til som "testbjelke" for så skille den mellom IPE220-bjelken, som er modellert etter tabellert geometri.

Tabell 3.3: Sammenlikning av maksimal last fra eksperiment med kapasiteter ifølge ulike beregningsmodeller. * er kapasitet redusert for momentvirkning. ** Taras (2017) har maksimal utlisningsforhold på 0,43

EN 1993-1-5	EN 19931-5*	EN 19931-8	Taras(2017)	Gozzi(2007)	Gozzi(2007)*	FEM	Testbjelke
322	269*	249	326**	336	276*	278	272



Figur 3.4: Hvitmalt IPE-bjelke med svarte prikker etter avlastning.



Figur 3.5: Tydelig deformasjon i øvre flens på den ene siden etter avlastning.

Kapittel 4

Numerisk analyse

Det ble først forsøkt å lage den numeriske modellen så lik testbjelken i kapittel 3 som mulig. Når modellen er kalibrert med eksperimentet kan en parameterstudie utføres, der dimensjoner og evt. andre variabler som materialegenskaper endres. Den numeriske simuleringen utføres i FEM-programmet Abaqus 6.14-4. Fordelen med numeriske simuleringer er at variabler kan isoleres og uønskede variasjoner i størrelser kan unngås. Metoden er relativt tids- og kostnadseffektiv sammenliknet med laboratorieeksperimenter. Ulempen er at simuleringene kan gi resultater som ikke er i overensstemmelse med virkelige tilfeller i laboratoriet.

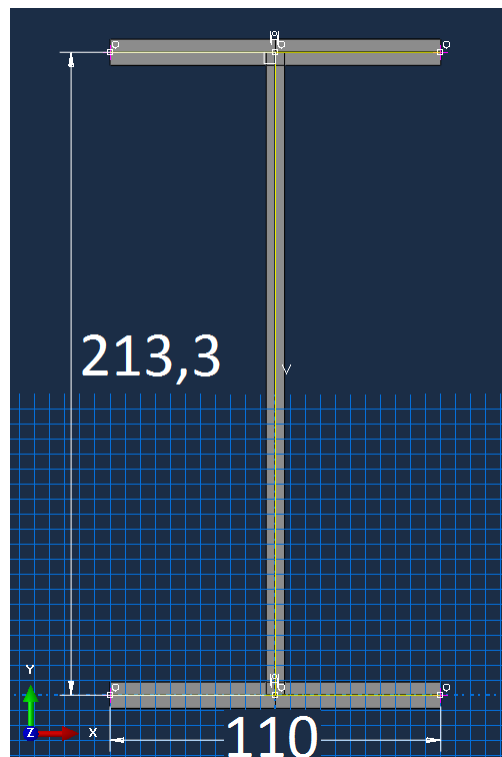
Alle verdier er konsekvent skrevet inn som [mm] og [N] for henholdsvis lengde- og kraftenhet. For enkelhets skyld ble det valgt å ikke modellere avrundingen mellom steg og flens. Denne forenklingen antas å være konservativ og ikke av stor betydning og for skallelementer er dette uansett vanskelig. En grei tilnærming hadde vært å øke stegets tykkelse i et lite området tilsvarende avrundingen rett under flens. Heller ikke longitudinale residualspenninger er tatt med i FEM-modellen.

4.1 Skallelementmodell

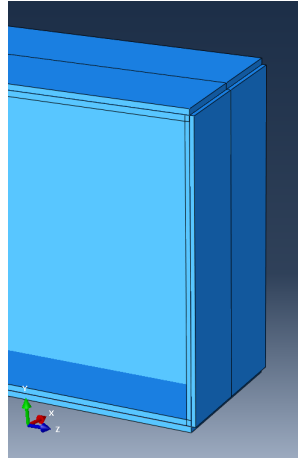
Modellert geometri for testbjelken er som vist i figur 4.3 og tabell 4.1. Som i laboratoriekseptimentet er bjelkelengden modellert som $L = 1,3\text{m}$. Skallelementer har ingen fysisk tykkelse; de defineres i Abaqus som materialegenskap og er i figur 4.3 og 4.2 kun vist visuelt. På grunn av skallelementenes natur, er det overlapp i skallenes tykkelser og høyden må modelleres som hele profilhøyden fratrukket en flenstykkelse som vist i figur 4.3. Av samme grunn blir bjelken forlenget med en stivertykkelse som vist i figur 4.2, i motsetning til eksperimentet som ble forlenget med to stivertykkelser, men dette antas å være insignifikant på resultatet. For modellen av skallelementer er stiverne for enkelhets skyld modellert som plater med dimensjoner som flensen, altså $(110 \times 213,3) \times 8,7\text{mm}$. En stiver er limt i hver ende.

Tabell 4.1: Tverrsnittsdimensjoner

h	b	t_w	t_f
222	110	6,1	8,7

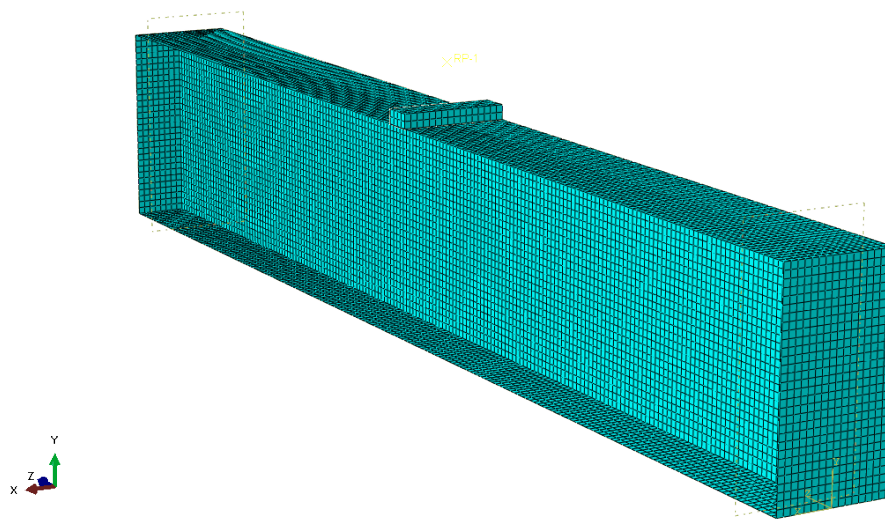


Figur 4.1: Tverrsnitt av profil modellert etter testbjelken med skallelementer.



Figur 4.2: Bjelkeende med stiver modellert som skallelementer.

Etter en sensitivetsanalyse av elementstørrelse ble det valgt et elementnett bestående av omtrent 20000 elementer med elementbredde 5mm som vist i figur 4.3. Et finere elementnett enn dette øker beregningstiden, uten betydelig forbedring av resultat. Samme elementnett og -bredde viste seg også å være godt nok da den ble utprøvd på en IPE80. Elementtype S4R, med fire noder og redusert integrasjon ble brukt for modellen. For modellering av lastpåføringsstaven ble det brukt volumelementtype C3D8R. Tidligere publikasjoner tok i bruk lignende elementtyper, blant annet Tryland (1999) (i LSDyna) og Gozzi (2007). Alle FEM-analyser med skallelementer i denne oppgaven tar i bruk omtrent samme elementnett.



Figur 4.3: FEM-modell av testbjelke med elementnett.

Siden testbjelken i laboratoriet ikke ble fastholdt ut av av stegplanet og fikk en synlig global utknekking sideveis i øvre flens, ble det for bedre sammenligning valgt å tillate FEM-modellen samme utknekking ved å ikke definere grensebetingelser i denne retningen. Når denne utknekkingen ikke tillates i parameterstudiet i neste kapittel, ga simuleringen en ubetydelig økning i kapasitet på 0,72%.

Det ble forsøkt å modellere opplagerbetingelsen som både fysisk opplager og som en definert grensebetingelse. Metoden med grensbetingelser gir noe, men ikke betydelige tvangskrefter. For bjelker uten endestivere, vil grensebetingelsen føre til svikt ved opplagene før svikt under last. Når modellert opplager ble innført, oppførte bjelken seg nesten som om det var stivere og ga samme maksimal last. Dette kan skyldes at kreftene fordeles over en større flate ved det fysiske modellerte opplageret. Deformasjonen derimot avviker litt mellom opplagerbetingelsene. Det ble valgt å fortsette med definerte grensebetingelser som opplager.

Grensebetingelse i vertikal retning er definert som en linje langs nedre flensbredde i hver opplager, mens grensbetingelse i longitudinal retning er definert ved samme linje i ett opplager. For knekkingsanalysen er den longitudinale grensbetingelsen derimot lagt inn ved begge opplager for å gi symmetrisk knekkform. Tre midtpunkter fastholdes ut-av-planet: ved begge opplager og ved lastpåføring. Selv om lastpåføringsplaten i laboratorieeksperimentet kun ble fastholdt mot rotering om bjelkens akse og kunne til en viss grad rotere om transversal-akse slik at den fulgte flensens deformasjon, ble lastplaten i den numeriske modellen fastholdt mot rotering i alle retninger. For modellering av testbjelken er opplagene som i laboratorieforsøket plassert 50 mm fra endene. For senere parameterstudie med bjelkelengde 1,2m defineres opplagerbetingelsene rett under stiverne.

For å modellere lastpåføringen mest mulig realistisk, ble også lastpåføringsplaten inkludert i modellen. Denne ble modellert som en separat del med volumelementer, C3D8R og "tie constraint" i kontaktflate med bjelkeflens. "Tie constraint" betyr i dette tilfellet at flensens overflate rett under lastplaten beveger seg likt med lastplaten under analysen. Lasten påføres jevnt over hele den øvre flaten av lastpåføringsplaten, ved at denne flaten bindes til et referansepunkt ved bruk av "rigid body constraint" og lasten innskriveres deretter i referansepunktet. Det ble også

forsøkt å påføre lasten som en linjelast i midten av lastpåføringsplaten på tvers av bjelken for en mer realistisk tilnærming (som i eksperimentet), men dette ga ingen vesentlig forskjell i resultat.

"Tie constraint" mellom lastplate og øvre bjelkeflens er ikke den mest realistiske måten å modellere på. En bedre løsning hadde vært bruk av "contact surface" mellom platene, som gjør platene delvis frie i forhold til hverandre. Bruk av "tie constraint" er likevel mer gunstig ettersom løsningen lettere konvergerer. Hvis lastplaten er stivere enn flensen, kan separasjon mellom delene skje, der kun lastplaten er i kontakt med flensen. Gozzi (2007) observerte imidlertid at forskjellen mellom disse metodene var neglisjerbar og i vårt laboratorieeksperiment kunne ikke denne separasjonen observeres.

4.1.1 Materialverdier

Materialdata brukt i den numeriske modellen hentes fra strekktesten presentert i kapittel 3. Selv om det kun ble utført strekktest for bjelkesteget, brukes de samme materialdataene i både steg og flens i modellen. Materialet forenkles i den numeriske modellen til å være isotropisk ved å benytte gjennomsnittsverdier av tverr- og bjelkeretning i spenning-tøyningskurven fra kapittel 3.

Det elastiske området er definert som $E = 200\,000 \text{ N/mm}^2$ opp til flytespenning $f_y = 400 \text{ MPa}$, mens det plastiske området når maksimal spenning ved 528 MPa . En flytespenning på $f_y = 400 \text{ MPa}$ er noe høyt, men siden strekktesten ga denne verdien velges det å bruke denne. Detaljerte inndata for spenning-tøyningsrelasjonen brukt i Abaqus presenteres i Appendix. Poissons tall ν i elastisk område er satt til 0,3.

Abaqus benytter sanne spenninger og sanne plastiske tøyninger som inndata. Sanne spenninger tar hensyn til at tverrsnittet endrer seg på grunn av lastpåkjenning. EN 1993-1-5 (2006) C.6 oppgir denne relasjonen som:

$$\sigma_{sann} = \sigma(1 + \epsilon) \quad (4.1)$$

$$\epsilon_{sann} = \ln(1 + \epsilon) \quad (4.2)$$

Abaqus' dokumentasjon [1] oppgir at den sanne plastiske tøyningen som benyttes er regnet som total logaritmisk tøyning ved maksimal sann spenning fratrukket den maksimale spenningens elastiske tøyning:

$$\sigma_{sann} = \sigma_{nom}(1 + \epsilon_{nom}) \quad (4.3)$$

$$\epsilon_{ln}^{pl} = \ln(1 + \epsilon_{nom}) - \frac{\sigma_{sann}}{E} \quad (4.4)$$

4.1.2 Analysemetode

To numeriske simuleringer ble utført for å løse denne oppgaven. Først ble knekkingssimuleringen "Linear perturbations, Buckle" gjennomført for å identifisere mulige formfeil. Deretter ble en statisk spenning-forskyvningsanalyse "Static, Riks" gjennomført der bjelken lastes til maksimal last. Modellene i begge simuleringene må bestå av et identisk elementnett med samme nodenummerering. Den første knekkingssimuleringen identifiserer mulige knekkformer og lagrer dataene i en fil. Riks-simuleringen henter deretter disse dataene fra filen og benytter de mulige knekkformene som initielle formfeil (geometrisk imperfeksjon) i bjelken.

Abaqus skalerer den modellerte lasten et nødvendig antall ganger inntil modellens stivhetsmatrise oppnår singularitet. Maksimal amplitude på knekkformene er 1mm og vises i figur 4.4 og A.1 med skaleringsfaktor 1:120.

I modellen for knekkingssimuleringen ble det i .inp-filen under "***FIELD OUTPUT" lagt til følgende kommandolinje:

```
*node file, global=yes, last node=6  
U
```

Dette får programmet til å lagre nodedeformasjonene U i global aksesystem for de seks første knekkformene. Riks-simuleringen henter da inn dataene fra første knekkform og benytter dem som geometriske formfeil i første simuleringstrinn ved å skrive inn følgende kommandolinjer i analysens .inp-fil under "***STEP:RIKS":

```
*imperfection, file=(".odb-fil for knekkingssimulering"), step=1  
1,0.1
```

Verdien 0,1 etter nummeret på knekkformen er skaleringsfaktor for amplitude. Hvilket knekkform og skalering som benyttes som formfeil viser seg å ha liten betydning på resultat i forhold til maksimal last. Så lenge det er modellert en formfeil, slik at modellen ikke er matematisk perfekt (helt rett), så vil steget knekke ut ved pålastning og gi en mer eller mindre samme maksimal last. Fossbakken (2013) observerte det samme i sin masteroppgave.

Det observeres at knekkformer med utknekkning nær lastens angrepspunkt over steghøyden har lavere egenverdier, mens utknekkning over det meste av steghøyden har høyere egenverdier. Egenverdien er her definert som en faktor som multiplisert med modellert last påført modellen gir lasten der tilhørende knekking forekommer. Den modellerte lasten er satt til 10 000 N.

Riks-analyse

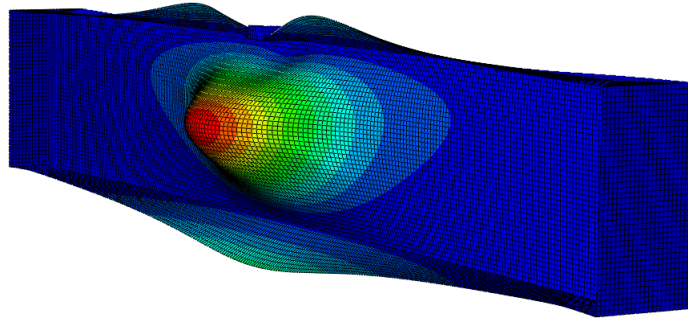
Ifølge Abaqus' dokumentasjon[1] er Riks-motoden egnet til problemer der knekking eller kollaps oppstår, der det er store forandringer i materialets stivhet. Metoden kan med andre ord beregne den avtagende delen i last-deformasjonskurven, mens "static general" vil i dette tilfellet divergere. En "general static" analyse vil lete etter en likvektløsning ved økt last og

forsyvnning. Lasten vil ikke avta for å finne en likevektsløsning ved større forskyvninger, noe Riks-analysen vil gjøre. Riks-analysen finner statisk likevekt under en ustabil fase av responsen hvor lastforsyvningsresposen viser negativ stivhet og konstruksjonen må frigi tøyningsenergi for å forbli i likevekt. Den egner seg derfor for ikke-lineære materialmodeller og geometrisk ikke-lineære statiske problemer hvor maksimal belastning og knekking er av interesse. Riks-metoden behandler lastverdien som en ukjent i tillegg til deformasjon; den beregner last og forskyvning samtidig. Derfor benyttes "arc length" som målestokk for progresjonen i beregningen og resultater blir fortløpende loggført i forhold til denne. Løsningen er uavhengig om responsen er stabil eller ustabil.

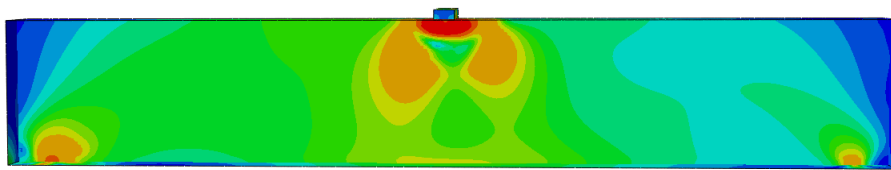
Forsøk på å simulere med "static general" ga omtrentlige resultater som Riks-analysen. Riks er derfor kanskje ikke nødvendig i dette tilfellet når maksimal belastning er av størst interesse. Det velges likevel å benyttes Riks-motoden for et mer nøyaktig deformasjonforløp.

4.1.3 Resultat

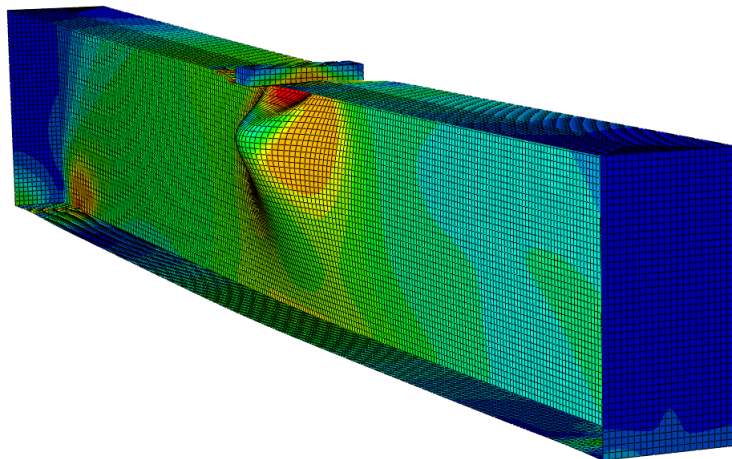
Figur 4.4 viser et forstørret deformasjonbilde av første knekkform produsert fra knekkingsanaylsen. For vårt tilfelle er denne knekkformen av størst interesse, ettersom knekkingen skjer over et området under påført last. Maksimal amplitude i figuren er 1 mm. De fem resterende knekkformer presentres i Appendiks. Spenningsbilde og deformasjon ved maksimallast fra Riks-analysen vises i figur 4.4 og 4.6. Med en maksimallast på 278 kN, avviker resultatene i FEM-simuleringen fra laboratorietesten med kun 2,2%. Selv om overenstemmelsen er overraskende god, kan det ikke utelukkes at det skyldes tilfeldighet. I likhet med laboratorietesten, vipper den den øvre flensen til siden og bulking i øvre flens kunne observeres på motsatt side av stegets bulk ved last 210kN (ved avlastning for laboratorietesten).



Figur 4.4: Første knekkform med egenverdi lik 119.



Figur 4.5: Spenningsbilde ved maksimal last.



Figur 4.6: Spenningsbilde ved maksimal last. Deformasjon ut av planet er forstørret 30 ganger, mens vertikal deformasjon er forstørret 3 ganger.

Tabell 4.2: Sammenlikning av maksimal last fra eksperiment med kapasiteter ifølge ulike beregningsmodeller. * er kapasitet redusert for momentvirkning. ** Taras (2017) har maksimal utliseringsforhold på 0,43

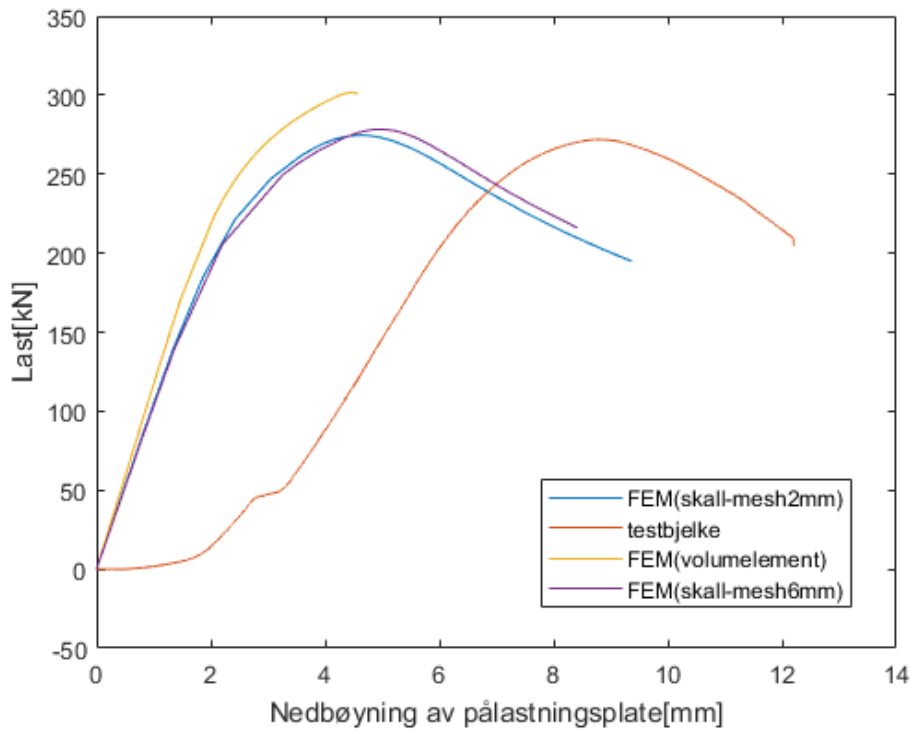
EN 1993-1-5	EN 19931-5*	EN 19931-8	Taras(2017)	Gozzi(2007)	Gozzi(2007)*	FEM	Testbjelke
322	269*	249	326**	336	276*	278	272

4.2 Kalibrering

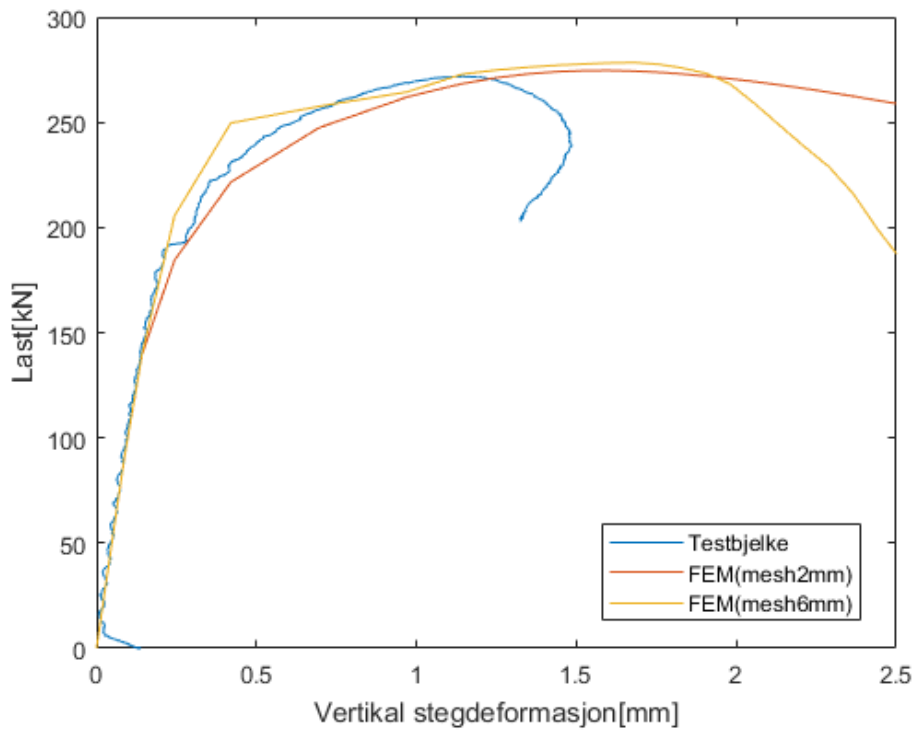
For å avgjøre om modellen er passende for videre studie, er det viktig at FEM-modellen med tilhørende elementvalg og materialegenskaper blir kalibrert mot virkelige testresultater. Ideelt burde modellen kalibreres mot flere virkelige bjelker, men for denne oppgaven antas det at en testbjelke er tilstrekkelig.

Resultat fra FEM-analysen viser bra overensstemmelse med det eksperimentelle testresultatet i forhold til maksimal last ifølge figur 4.7, som viser forholdet mellom last og global forskyvning. Deformasjonen bommet derimot litt. Formen på grafene stemmer greit overens, men nedbøyning fra simuleringen lå omtrent 3mm bak testbjelken. Fra grafen kan det sees at testbjelken brukte de 3 første millimeterne til å sette seg ned, slik at forskjellen mellom testbjelkens og simuleringens deformasjonsforløp kanskje ikke avviket så mye som grafen viser. Nedsettelse av bordet som bjelken ligger på er fratrukket, men er uansett neglisjerbar. For vårt tilfelle var det viktigere å kalibrere(formfeilen i Abaqus) slik at lasten i FEM-simuleringen er i overensstemmelse med den virkelige lasten enn at deformasjonen er i overensstemmelse. Siden FEM-simuleringen ga en relativ presis representasjon av den virkelige lasten, kan avviket i deformasjon tolereres. Det er litt forskjell i stivhet mellom testbjelke og simulering, men ikke dramatisk. Forskjellen mellom elementstørrelse 2mm og 6mm for simuleringen er av liten betydning.

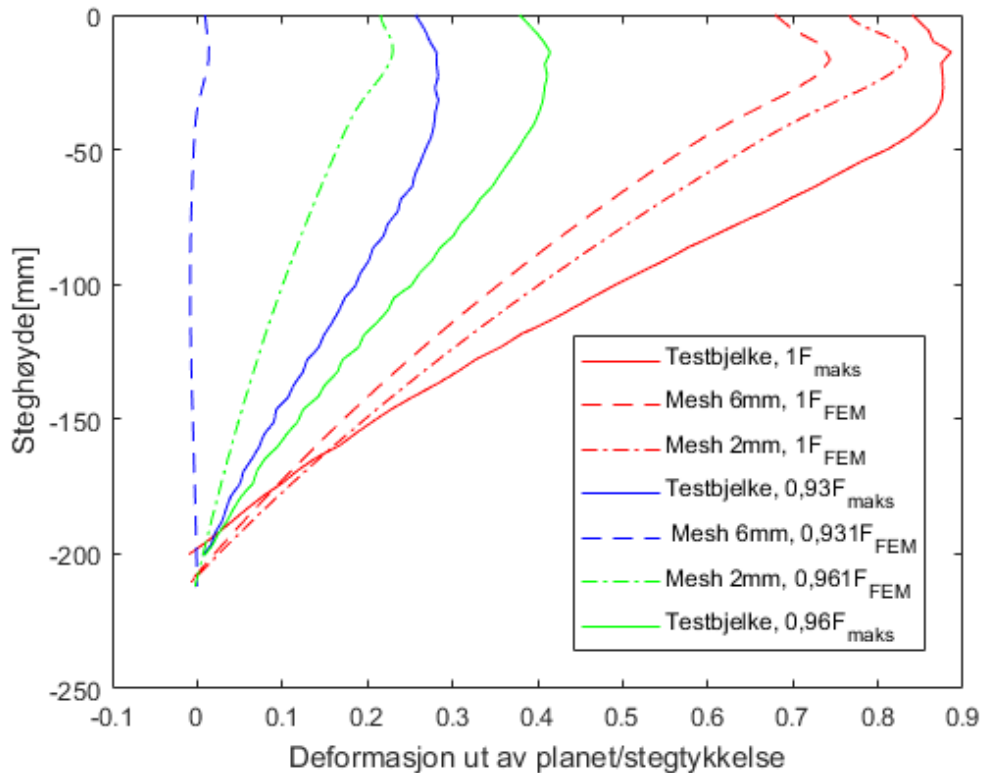
Figur 4.8 viser avviket mellom den vertikale deformasjonen i steg fra testbjelken og FEM-resultatet. Den vertikale deformasjonen er i simuleringen definert som forskyvningen ved midtpunktet i nedre flens fratrukket forskyvningen i midtpunktet i øvre flens. I testbjelken derimot er den vertikale deformasjonen definert som forskjellen mellom elementnettets nedre grense og øvre grense. Dette elementnettets spenner over 200mm i stegets høyde og er vist i Appendiks. Unøyaktigheten i sammenligningen på grunn av forskjellig definisjon av vertikal stegdermasjon er ubetydelig. Overensstemmelsen mellom testbjelken og simuleringen er grei både i forhold til deformasjon og stivhet opp til den testbjelkens maksimale last.



Figur 4.7: Last-nedbøyningskurve

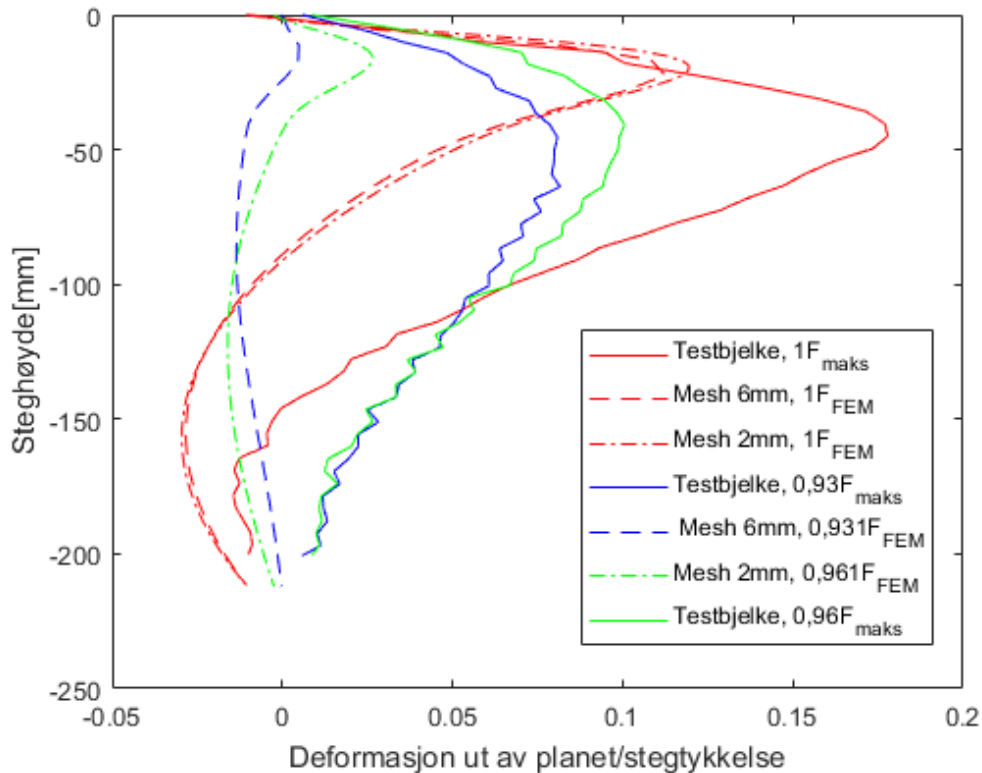


Figur 4.8: Last som funksjon av stegdeformasjon



Figur 4.9: Total utbøyning i steg inkludert vipping

Den laterale stegdeformasjonen over høyden i både testbjelken og den simulerte FEM-analysen vises i figur 4.9 som total utbøyning og i figur 4.10 der vipping er fratrukket. Det bør merkes at deformasjonen tas fra stegets midtmidtpunkt for simuleringen, mens for testbjelken måles den i stegets overflate. Ved maksimal last stemmer deformasjon til simuleringen greit med testbjelken ifølge figur 4.9 når vipping medtas. Ved 0,93 av makslast er avviket større. Det virket som knekkingen begynte svært når maksimal last. Elementbredde 2mm og 6mm gir ubetydelig forskjeller i figur 4.10 når vipping er fratrukket, men gir litt forskjell i vipping ifølge figur 4.9. Begge figurene viser at den laterale deformasjonen i steget er minimal i forhold til stegets tykkelse og forskjellen mellom simulering og testbjelke er i virkeligheten svært liten. Den grafiske sammenlikningen kan derfor være vanskelig og utsatt for bias.



Figur 4.10: Deformasjon ut av stegplan (fratrukket vipping)

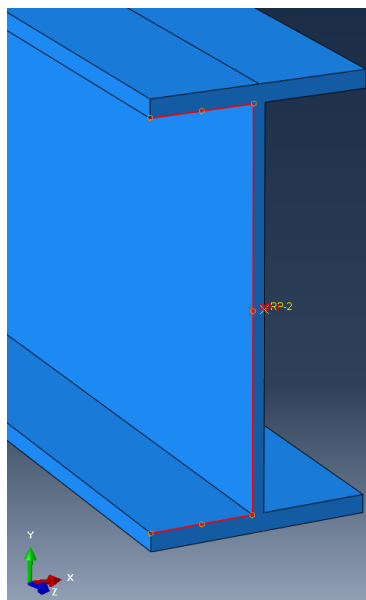
Siden ikke flere tester ble utført, er ikke den kommende konklusjonen så sterk som ønsket. Ideelt burde FEM-modellen blitt validert mot flere testbjelker i laboratoriet, men grunnet mangel av ressurser antas modellen med en testbjelke til validering som god nok. Faren for at det for enkelte resultater i FEM-simuleringene avviker med virkelige bjelker er noe som bør tas hensyn til i neste kapittel der et parameterstudie utføres. Det ble forsøkt å modellere bjelken referert til som "p200" fra Gozzi (2007) med en standard spennings-tøyningsdata for stålfasthet S355. Resultatet på 512kN i maksimallast avviker da $-5,88\%$ med Gozzis laboratorietest.

Som forventet fra tidligere publikasjoner, er FEM-simulering med skallelementer bedre til å forutse maksimal last enn deformasjon. På grunnlag av sammenligningen mellom FEM- og testresultat, konkluderes det med at modellen med de tilhørende programinstillingene er pålitelig og representativt for den virkelige bjelken fra eksperiment. Til tross for avvik i deformasjon, gir modellen fornuftige resultater til oppgavens formål. Det antas videre i oppgaven at modellen også er pålitelig for andre bjelkedimensjoner og kan benyttes i videre studie.

4.3 Volumelementmodell

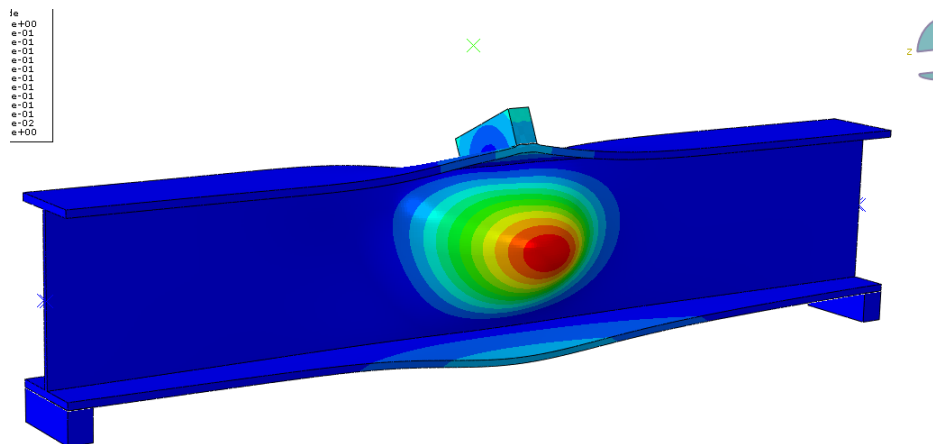
Det ble forsøkt å lage en FEM-modell med volumelementer for samme testbjelke. Det ble brukt C3D8R elementer med omtrent 190 000 elementer og elementbredde 3mm. For å gi pålitelige resultater ble elementnettet tegnet slik at det var omtrent tre elementer i stegets tykkelsesretning som vist i figur 4.14. Det har blitt forsøkt å tegne rektangulære elementer i stegets tykkelse, men uten hell. Definerte grensebetingelser som opplager ga store tvangskrefter. Det ble derfor valgt å modellere opplagrene fysisk med lengde 30mm med grensbetingelser definert i bunnen av opplagrene. Siden bjelken med volumelementer har en lengde på 1200mm, dimensjoner tatt fra tabell, noe annerledes opplagerbetingelse og fastholdt mot ut-av-plan-forskyvning i øvre flens, er den ikke direkte sammenlignbar med testbjelken og den tilhørende skallelementmodellen. Disse forskjellene er imidlertid ikke dramatiske, og en sammenligning gjøres likevel.

For volumelementmodellen, ble det for enkelhets skyld innlagt "rigid body constraint" som linjer ved bjelkeende der den i virkeligheten er i kontakt med stiverne, som vist i figur 4.11, markert rødt . "Rigid body constraint" er knyttet mot et referansepunkt. Ved forsøk for skallelementer vil en slik stiverløsning med "rigid body constraint" føre til store uønskede tvangskrefter. For volumelementer er disse kreftene ubetydelige.

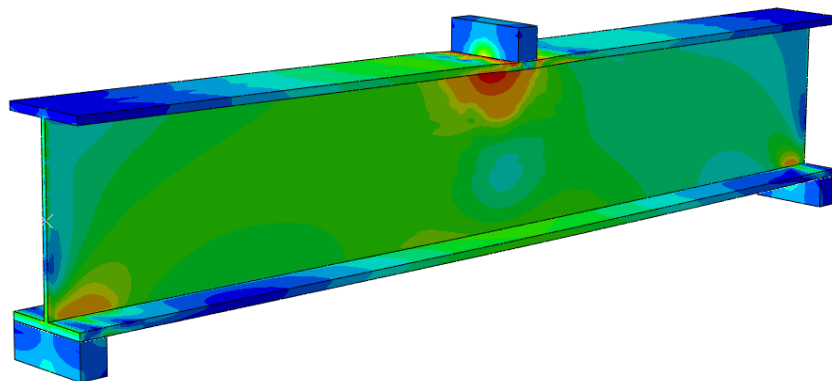


Figur 4.11: "Rigid body constraint" om referansepunkt som endestiver for solid-modell, markert rødt

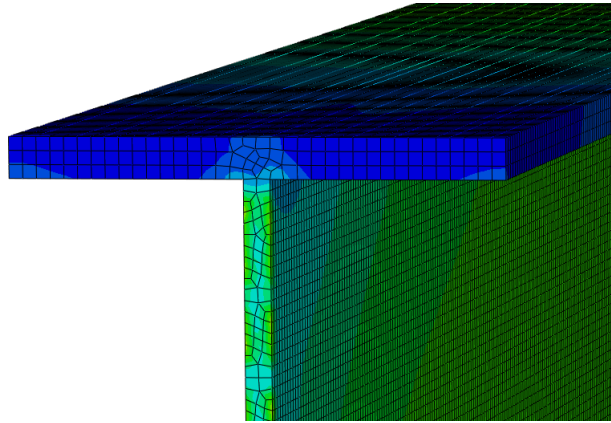
Resultatet ser fornuftig ut med en maksimallast på 302kN. Avviket fra skallelementmodellens maksimallast på 278kN er 8,63%. For dette tilfellet ga volumelementer en større maksimallast enn både resultat fra laboratorieeksperimentet i kapittel 3 og tilhørende skallelementmodell. Stivhet til volumelementmodellen var også noe høyere. Skallelementmodellen ga for vårt tilfellet bedre treffsikkerhet i maksimallast og stivhet. I teorien og tidligere litteratur burde volumelementer gi bedre resultat både i forhold til forskyvning og kraft. Forklaringen kan være ikke tilstrekkelig nok elementer, spesielt i tykkelsesretning, slik at bjelken ble stivere enn det den burde ha vært. Ifølge Tryland (1999) gir skallelementer dårligere treffsikkerhet i deformasjon. Uansett er forskjellen på 8,63% ikke alt for dramatisk. Første knekkform fra knekkingsanalyse og spenningsbildet ved maksimal last er vist i henholdsvis figur 4.12 og 4.13.



Figur 4.12: Første knekkform av knekkingsanalyse for volumelementmodell.



Figur 4.13: Spenningsbilde fra Riks-analysen for volumelementmodell



Figur 4.14: Elementnett ved bjelkeende for volumelementmodell

Siden volumelementmodeller krever vesentlig større tids- og lagringsforbruk, ble det valgt å ikke rette mer oppmerksomhet mot denne metoden til fordel for skallelementmodeller.

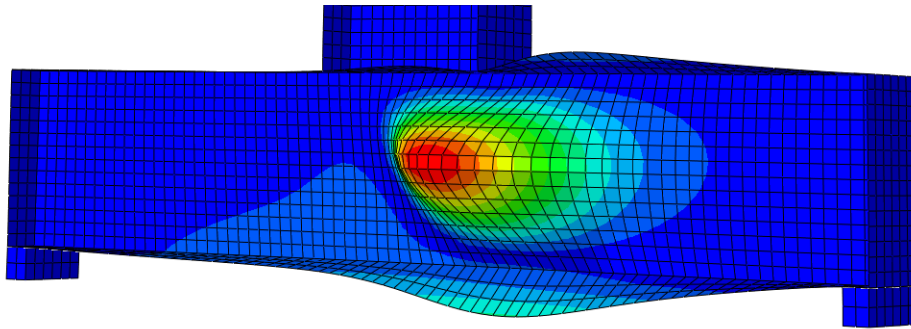
4.4 Knutepunkt

Figur 4.16 viser spenningsbildet til et knutepunkt bestående av to IPE220-bjelker ved maksimal last, mens figur 4.15 viser tilhørende første knekkform. Bjelkedimensjoner er her også hentet fra tabell og skallelementer er brukt. Momentet i forbindelsen ble introdusert ved å påføre den tilknyttede bjelken en horisontal kraft i en avstand 1,2m fra knutepunkt.

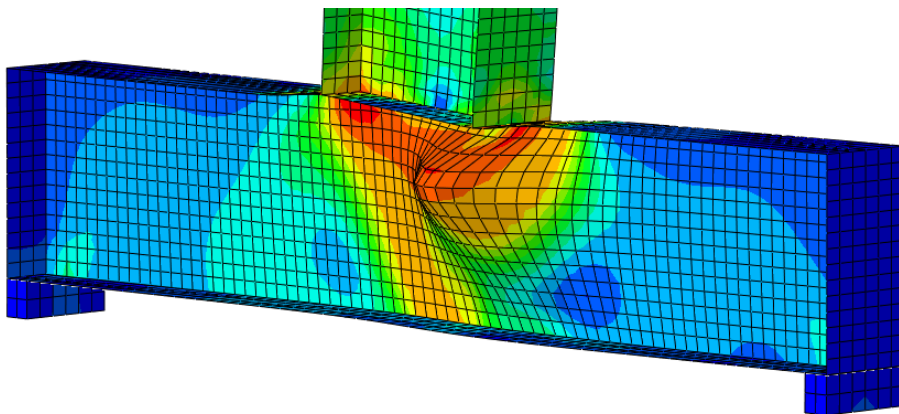
Med en maksimallast på 326kN, avviker resultatet for et knutepunkt fra skallelementmodellen for testbjelken med 17,3%. Resultatet som fås er hele knutepunktets maksimale last og ikke bare stegtrykksonens maksimale last. Tabell 6.1 i EN 1993-1-8 oppgir hvilket komponenter i knutepunktet som er utsatt for brudd. Ut i fra spennings- og deformasjonsbildet i figur 4.16, er det tydelig at det ikke er kollaps i andre områder enn ved trykk- og strekkområdet i steg. Modellen er satt opp slik at den ikke kan det. Begge bjelkene er satt sammen ved å gjøre dem om til en og samme "part" istedenfor bruk av "tie constraint" og modellering av sveis. Dermed er brudd i sveis utelatt. For sveiste forbindelser blir kapasitet for tverrstrekk ifølge EN 1993-1-8 (2005) beregnet på samme måte som tverrtrykk (med samme b_{eff}) hvis momentinteraksjon og knekking er sett bort ifra. Kapasitet for tverrtrykk for et sveist tilfelle er altså sammenfallende

med kapasitet for tverrstrekk for lave og korte søyler. EN 1993-1-8 (2005) antar konservativt at flensene i den vertikale bjelken i figur 4.16 tar hele momentet i kapasitetsberegningen.

Trykkkomponenten virker her ikke i midten av den horisontale bjelken(søylen) som i tilfellet med en enkel opplagret bjelke behandlet i resten av oppgaven. Dette vil påvirke moment og parametrene a og L i kapasitetsberegning. På grunn av et dårlig oppsatt modell, kunne ikke elementbredden bli valgt til å bli mindre enn 16mm da det ga problemer med inkremitter i Abaqus. Dette gir en for høy stivhet og maksimal last. Selv om knekkformen er noe assymetrisk, er den nærmest identisk med knekkformen vist i figur 4.4. Konsentrerte laster introdusert fra moment gjennom bjelkeflens i et knutepunkt er en problematikk som kan forenkles til "patch loading". Ytterligere oppmerksomhet vil ikke bli rettet mot knutepunkter.



Figur 4.15: Første knekkform for knutepunkt.



Figur 4.16: Spenningsbilde av knutepunkt ved maksimal last. Ut av plan deformasjon er forstørret 30 ganger, mens vertikal deformasjon er forstørret 3 ganger.

Kapittel 5

Parameterstudie

I parameterstudiet var bjelken opplagret rett under stiver i motsetning til tidligere da opplageret lå 50 mm fra bjelkeende. Dette ga en ubetydelig forskjell i last og deformasjon. Med mindre bjelkelengden reduseres for å begrense momemtwerkingen, er lengden valgt til 1,2 m. Reduksjon av bjelkelengde vil skje for de minste bjelkelengdene der moment som følge av den konsentrerte lasten er stor i forhold til momentkapasitet. Øvre flens fastholdes sideveis. Dimensjoner for IPE-, HEA- og HEB-bjelker hentes fra "Stålkonstruksjoner: Profiler og formler" (2007). Python-skriptet som kjører parameterstudien i Abaqus er vedlagt i Appendiks

5.1 Lastpåføringslengde

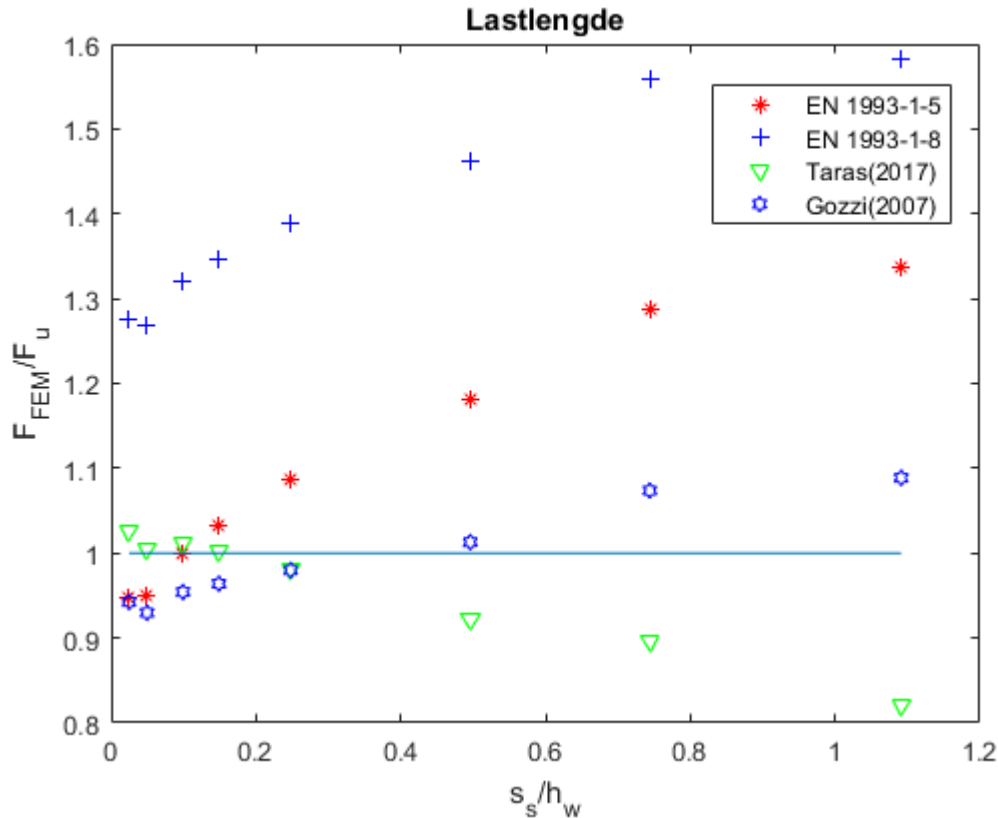
Figur 5.1 og tabell 5.1 viser forhold mellom maksimal last fra FEM-simulering og kapasitet ifølge ulike beregningsmetoder som funksjon av lastlengde over steghøyde. IPE220 med tabellerte dimensjoner er brukt med varierende s_s . Lengde brukt er $L = 740\text{mm}$ for å få $M_E/M_R=0,5$, når interaksjon med moment ikke er av stor betydning.

Siste punkt når $s_s/h_w > 1,0$ kan ikke lenger betraktes som konsentrert last, da bæresituasjonen er annerledes. Lastlengden har blitt så stor at det ikke lenger er steget rett under last som motstår mesteparten av lasten, men store deler av steget ved opplager.

Lagerqvists og Gozzis modell ble utviklet på grunnlag av tester med høye platebærere og lange lastpåføringslengder i samme størrelsesorden som en flensbredde. I sveiste forbindelser mellom vanlige valsede bjelker er denne lastlengden vanligvis mellom 10 og 40mm, tilsvarende en flenstykkelse inkludert sveis. Fra figuren er det tydelig at EN 1993-1-5 og Gozzi(2007) underestimerer kapasiteten for de laveste lastlengdene, men gir relativt greie resultater når lastlengden økes over en viss grense, 0,1 for EN 1993-1-5 og 0,25 for Gozzi(2007). Selv om EN 1993-1-8 havnet i sikker side for alle lastlengder, er de noe konservativt for høye lastlengder. Dette kan ha sammenheng med at motoden er utviklet for forbindelser, som har lavere lastlengder. Taras (2017) fikk et nærmest ideelt F_{FEM}/F_u -forhold på 1.0 for de tre første punktene opptil $s_s = 0,15$, mens resten av F_{FEM}/F_u -forholdene avtok med lastlengden. Ut fra figuren, fanger ingen av beregningsmodellene variasjon av lastlengde på en bra måte. Siden alle metoder, med unntak av Taras (2017), gir F_{FEM}/F_u -forhold som øker med omtrent lik stigning, mistenkes det at systematiske feilkilder fra FEM-simuleringen er innblandet. F_{FEM}/F_u bør være konstant over alle s_s/h_w for en ideell beregningsmodell, slik at plotten viser en horisontal linje. Gozzi (2007) oppnådde med Lagerqvists beregningsmodell en relativ horisontal linje med avvik på kun 0,09%. Hvis den uønskede stigningen ikke skyldes systematiske feilkilder, er det forbedringsmuligheter i alle beregningsmodeller.

Tabell 5.1: Innflytelse av lastpåføringslengde

s_s	s_s/h_w	s_s/a	$F_{u,FEM}$	F_{Rd}	$F_{wc,Rd}$	$F_{z,Rd}$	$F_{Rd,gozzi}$
5	0,025	0,007	269	284	211	262	285
10	0,050	0,014	275	290	217	274	296
20	0,099	0,027	301	301	228	297	315
30	0,149	0,041	322	312	239	321	334
50	0,248	0,068	361	332	260	368	368
100	0,496	0,135	448	379	307	486	442
150	0,744	0,203	542	421	348	604	505
220	1,091	0,297	632	473	399	769	580



Figur 5.1: Forhold mellom maksimal last fra FEM-simulering og kapasitet ifølge ulike beregningsmetoder som funksjon av lastlengde over steghøyde for IPE220, $L = 740\text{mm}$.

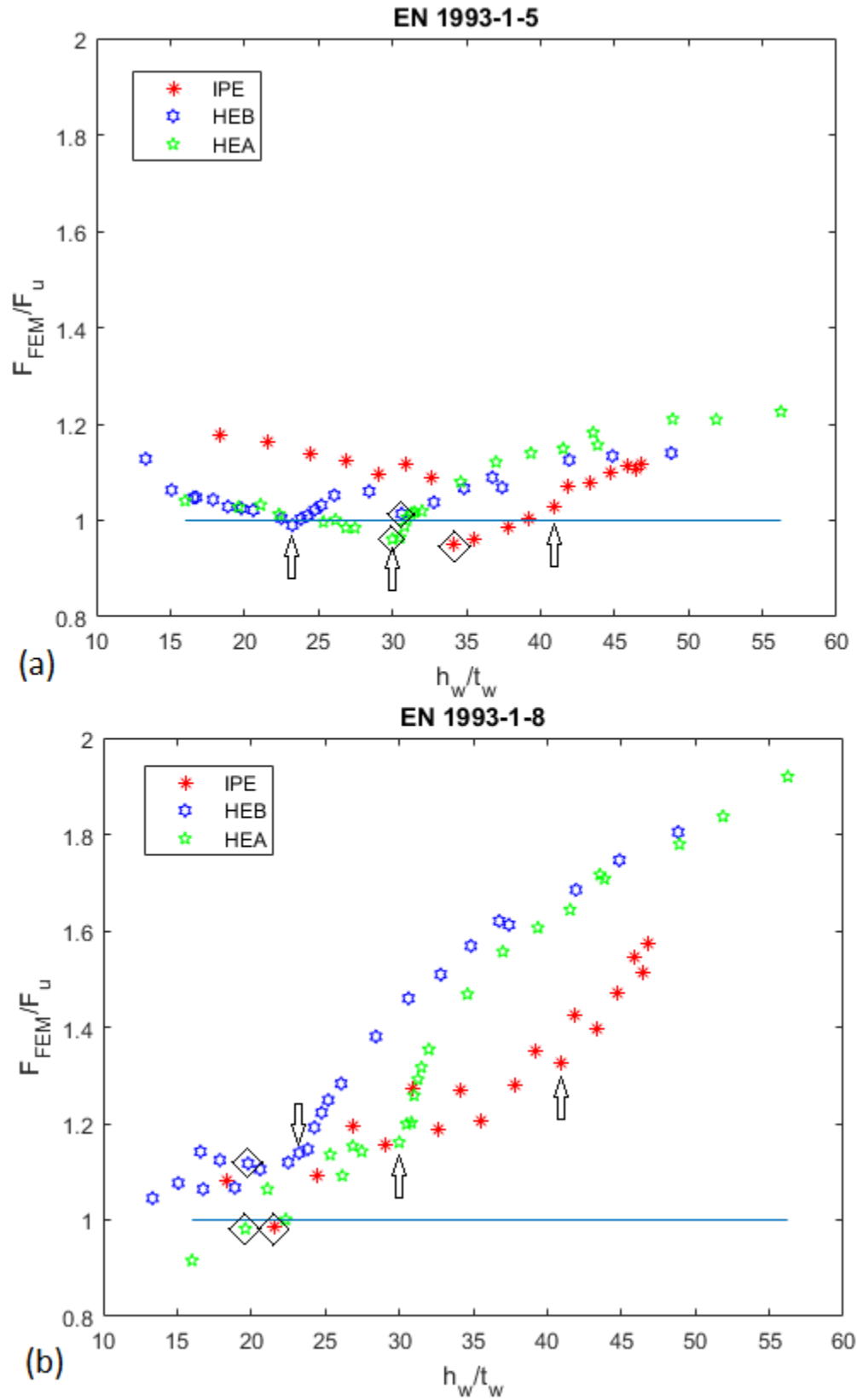
5.2 Slankhet

Forholdet mellom maksimal last F_{FEM} fra simulering og kapasitet F_u ifølge beregningsmetoder i EN 1993-1-5, EN 1993-1-8, Taras (2017) og Gozzi (2007) som funksjon av slankhet er plottet i figur 5.2 og 5.3. Fullstendige tabeller over tilhørende resultater fra 66 simuleringer presenteres i Appendiks. Lastpåføringslengden ble valgt til å være av samme størrelsesorden som en flenstykke, $s_s = 0.05h_w$. Dersom bjelkelengden $L = 1200\text{mm}$ for en gitt bjelke gir $M_{Ed} > 0,5M_{Rd}$, ble det valgt å redusere bjelkelengden slik at $M_{Ed} < 0,5M_{Rd}$. Dette er tilfellet for de minste bjelkene, ellers beholdes bjelkelengden $L = 1200\text{mm}$.

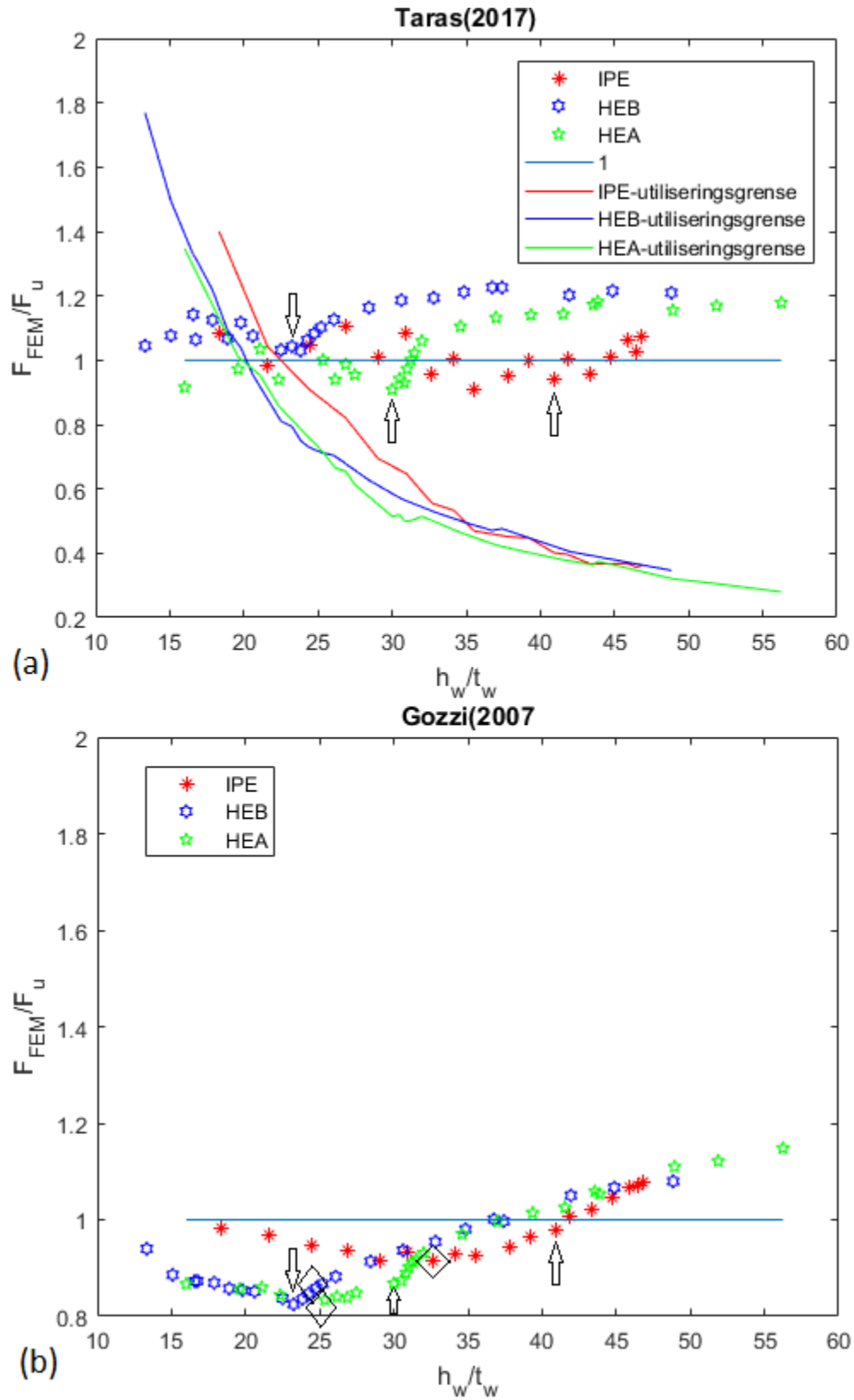
For EN 1993-1-5 havnet 9 av totalt 66 punkter i utrygt område som vist i figur 5.2(a). Diskontinuiteten i grafene mellom $h_w/t_w = 30$ og $h_w/t_w = 35$ for alle bjelketyper skyldes inkluderingen av m_2 i effektiv lastlengde fra og med dette punktet. Dette er spesielt tydelig for IPE-bjelker. Det er tydelig at en slik inkludering av m_2 overestimerer kapasiteten for enkelte bjelker. Kurvene er likevel relativt flate med beskjedne variasjoner.

Med unntak av de omtrentlige åtte første punktene viser alle figurer et økende F_{FEM}/F_u -forhold med slankhet. De omtrentlige åtte første punktene er relativt flate. Dette har sammenheng med valg av kortere bjelkelengder for de første bjelkene med lavest slankhet for å begrense momentvirkningen. At begynnelsen på stigningen for IPE-bjelker i figur 5.2(a) er sammenfallende med diskontinuiteten relatert til m_2 kan skyldes tilfeldighet. Neste observasjon bekrefter denne påstanden: For HEB-bjelker i figur 5.2(a) begynner stigningen ved tilnærmet $h_w/t_w = 23$, mens inkluderingen av m_2 begynner fra $h_w/t_w = 30$.

På grunnlag av dette ble det tatt en nærmere titt på sammenhengen mellom F_{FEM}/F_u -forholdets stigning med knekkreduksjonen, valg av lengder og m_2 . En pil rundt resultatpunkt i figurene markerer første punkt der kapasiteten er redusert for knekking, mens en firkant markerer punkt der bjelkelengdene holdes konstant på $L = 1200\text{mm}$ fra og med punktet. For figur 5.2(a) markerer pilen i tillegg der m_2 begynner å virke på grunn av hvordan parametere er definert i EN 1993-1-5. For HEA- og HEB-bjelker i alle beregningsmetoder er det tydelig at F_{FEM}/F_u begynner å øke fra og med firkanten. Denne sammenhengen kan ikke observeres for IPE-bjelker i noen av figurene. Begynnelsen på økningen i F_{FEM}/F_u for IPE-bjelker ser ut til å være mer sammenfallende med pilen der knekking begynner, men dette er ikke like tydelig i alle figurer, bortsett fra figur 5.2(a). Konklusjonen er at stigningen av F_{FEM}/F_u -forhold med slankhet skyldes både valg av bjelkelengder og kapasitetenes reduksjonsfaktor for knekking. For HEB-bjelker i figur 5.2(b) begynner reduksjonsfaktoren for knekking nesten samtidig som der L holdes konstant, mens for HEA-bjelker kan man tydelig se hvordan F_{FEM}/F_u -forholdene øker med reduksjonsfaktoren i området mellom pilen og firkanten. Etter firkanten øker F_{FEM}/F_u -forholdet både på grunn av reduksjonsfaktoren og $L = \text{konstant}$.



Figur 5.2: Forhold mellom maksimal last F_{FEM} fra simulering og kapasitet F_u ifølge beregningsmetoden i EN 1993-1-5 (a) og i EN 1993-1-8 (b) med $s_s = 0.05h_w$.



Figur 5.3: Forhold mellom maksimal last F_{FEM} fra simulering og kapasitet F_u ifølge beregningsmetoden i Taras (2017) og Gozzi (2007) med $s_s = 0.05h_w$.

Det er tydelig at beregningsmodellen i EN 1993-1-8 er den mest konservative, med kun fire punkter i utrygt området i figur 5.2(b). Det er likevel relativt store forbedringsmuligheter, ettersom metoden ikke fanger opp variasjon i slankhet. Underestimeringen av kapasiteten øker med slankhet, og for HEA1000 underestimerer kapasiteten $F_{c,wc,Rd}$ bjelkens maksimale last med en faktor på 1,9, nesten en dobling. Formen på grafene minner svært mye om knekkkurven, spesielt for HEB, men kurvaturen og noe av stigningen skyldes valg av bjelkelengder. Taras(2017) som hovedsakelig er EN 1993-1-8 uten reduksjonsfaktor, viser den samme kurvaturen og man kan se hvor mye av stigningen i figur 5.2(b) skyldes reduksjonsfaktoren for knekking og hvor mye som skyldes valg av bjelkelengder.

I figur 5.3(a) som viser Taras(2017) uten reduksjonsfaktor kan man se hvordan valg av bjelkelengder påvirker stigningen i F_{FEM}/F_u -forhold. Ved de første punktene for HEA- og HEB-bjelkene der L øker, holder F_{FEM}/F_u -forholdene seg generelt horisontalt med noe spredning. Etter at L holdes konstant er det en umiddelbar økning i F_{FEM}/F_u -forhold og flater deretter ut. Spredningen er også mindre etter at L holdes konstant. IPE-bjelker ser ikke ut til å være påvirket av valg av bjelkelengder.

Selv om figur 2.19 i kapittel 2, figur A.9 og figur A.10 i Appendiks viser en god overensstemmelse mellom EN 1993-1-5 og Taras (2017)s forslag, viser figur 5.3(a) at forslaget modell overestimerer kapasiteten i mange tilfeller når utliseringsgrensen sees bort i fra. Forslaget er likevel konservativt dersom utliseringsgrensen er overholdt. Variasjonen i F_{FEM}/F_u er relativ liten og punktene holder seg relativt horisontalt. For tre bjelker ved lavere slankhet i figuren, havnet utliseringsgrensen på utrygg side. Disse tre bjelkene er IPE100, HEA100 og HEA120. For bjelkene med høyere slankhet, kan utliseringsgrensen være noe konservativ. En bedre utliseringsgrense for dette tilfellet kunne havne rett under punktene med lavest F_{FEM}/F_u -forhold ved 0,9 som en horisontal linje. Det kan være fristende å kalibrere beregningsmodellen slik at alle punktene i figuren havnet i sikker side ($F_{FEM}/F_u \geq 1$) og dermed fjerne utliseringsgrensen, men det kan diskuteres hvor fornuftig dette er ettersom beregningsmodellen ikke tar knekking direkte med i betraktning. Modellen er trossalt en forenkling ved beskjeden last og utliseringsgrensen kompenseres uansett for at mange av kapasitetene overestimerer. Det er interessant at spredningen av F_{FEM}/F_u -forhold ble mye flatere og holdt seg relativt konstant med økende slankhet, når

kapasiteten ikke tar knekkreduksjonen direkte med i beregningen som EN 1993-1-8 gjør. Man skulle tro at F_{FEM}/F_u ville avta med økende slankhet og falle enda lengre under 1 og at utliseringsgrensen skulle gjøre opp for dette.

Som forventet følger resultater med Gozzi (2007)s beregningsmodell i figur 5.3(b) samme form som EN 1993-1-5 i figur 5.2(a). Forskjellen ligger i fraværelsen av diskontuiteten grunnet m_2 og recalibrering av knekkingsfaktoren slik at beregningsmodellen er mindre konservativt. Selv om spredningen av punktene er relativt liten, overestimerer denne beregningsmodellen alle simulerte bjelker fram til omtrent stegslankhet $h_w/t_w = 40$. Ved håndberegning viste det seg at kun når bjelken har slankhet over omtrent 80 begynte kapasiteter med Gozzi(2007) å bli lavere enn EN 1993-1-5. Slankhet over 80 er imidlertid langt over det denne oppgaven behandler. Med minste F_{FEM}/F_u -forhold på 0,82 ved $h_w/t_w = 23$, er underestimeringen likevel ikke dramatisk. Underestimeringen kan skyldes at Gozzis (og Lagerqvists) beregningsmodell opprinnelig ble laget på grunnlag av høye platebærere med relativt lange lastpåføringslengder, s_s . Ifølge Gozzi (2007) viser hans beregningsmodell bedre prediktabilitet av kapasitet ved lengre s_s og større slankhet. For vårt tilfelle, vil en bedre kalibrering av knekkingsfaktoren potensielt gi større treffsikkerhet enn gjeldende regler i 1993-1-5 basert på Lagerqvist (1995). Kun 19 av totalt 66 punkter havnet i trygt område, men metoden gir minst avvik mellom IPE-, HEA- og HEB-bjelker

For HEA og HEB, fanger modellene generelt opp variasjon i bjelkelengden relativt dårligere enn IPE-bjelker. Det er vanskelig å si om det skyldes beregningsmetoden eller FEM-simuleringen. EN 1993-1-5 inneholder den eneste beregningmetoden som for vårt tilfellet indirekte tar hensyn til bjelkelengden gjennom variabelen a , som egentlig er avstanden mellom stivere og har ingen betydning etter en viss grense. Kapasiteten ifølge EN 1993-1-8 er ikke sensitivt for variasjon i bjelkelengden i det hele tatt. Med andre ord påvirker ikke L kapasitetsberegninger, men maksimale laster i FEM-simulering. Variasjon i bjelkelengde er noe som bør tas opp av interaksjonsformelene, og her er ikke interkasjonsformlene brukt grunnet $M_E/M_R < 0,5$. Dette sees nærmere på i senere underkapittel.

5.2.1 Statistisk evaluering

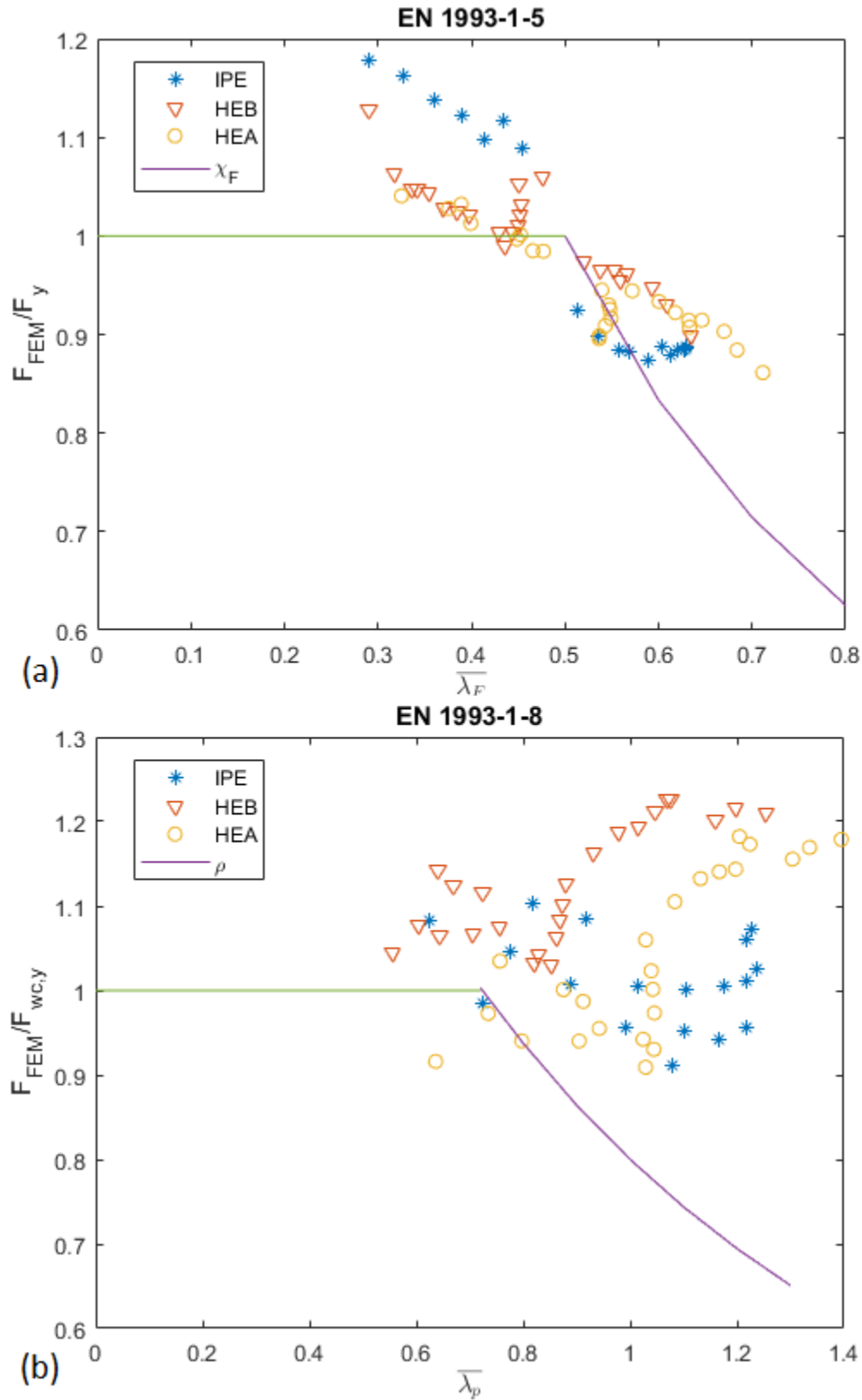
Tabell 5.2 viser en statistisk sammenligning av F_{FEM}/F_u for 66 simuleringer av IPE-, HEA- og HEB-bjelker med $M_E/M_R \leq 0,5$. Den mest konservative er som nevnt EN 1993-1-8 med et gjennomsnitt på 1,323, mens EN 1993-1-5 og Taras(2017) har tilfeldigvis samme gjennomsnittsverdi på 1,064. Gozzi (2007) har et gjennomsnitt som faller under 1. Med et standardavvik så lavt som 0,067 har beregningsmodellen i EN 1993-1-5 den meste ideelle spredningen, men Gozzi (2007) har bedre avstand mellom øvre og nedre 5%-fraktilene. Taras (2017)s standardavvik på 0,090 og Gozzi (2007)s på 0,084 er ikke dramatisk større enn EN 1993-1-5. EN 1993-1-8 har derimot en relativ høy standardavvik på 0,245. Alle metoder gir omtrent samme nedre 5%-fraktil, mens EN 1993-1-8 har en øvre 5%-fraktil som er høyere enn resten.

Tabell 5.2: Sammenligning av F_{FEM}/F_u for 66 simuleringer med $M_E/M_R \leq 0,5$.

	EN 1993-1-5	EN 1993-1-8	Taras(2017)	Gozzi(2007)
Gjennomsnitt	1,064	1,323	1,064	0,942
Standardavvik	0,067	0,245	0,090	0,084
Variasjonskoeffisient	0,063	0,185	0,085	0,089
Nedre 5%-fraktil	0,954	0,921	0,916	0,804
Øvre 5%-fraktil	1,173	1,724	1,211	1,080

5.3 Knekkreduksjon

Resultater fra de samme simuleringene benyttes igjen til å plote F_{FEM}/F_y som funksjon av den relative slankheten sammen med reduksjonsfaktorene for knekking. Metoden i EN 1993-1-5 vises i figur 5.4(a), mens metoden i EN 1993-1-8 vises i 5.4(b). Både reduksjonsfaktoren ρ angitt i EN 1993-1-8 og χ_F i EN 1993-1-5 fanger opp virkningen av knekking på kapasitet på en fornuftig måte. Som i figur 5.2(a) og 5.2(b), gir EN 1993-1-5 her 12 punkter i utrygt område, mens EN 1993-1-8 gir 3 punkter i utrygt område av sammenlagt 66 punkter. Bortsett fra de tre overestimerte punktene for EN 1993-1-8, er reduksjonsfaktoren relativt konservativ. Grensen mellom der knekking begynner og ren flytning er som forklart i litteraturen ikke tydelig.



Figur 5.4: F_{FEM}/F_y som funksjon av $\bar{\lambda}_F$ eller $\bar{\lambda}_p$ fra 66 simuleringer med $M_E/M_R \leq 0,5$ sammen med reduksjonsfaktoren χ_F eller ρ i henhold til EN 1993-1-5 (a) og EN 1993-1-8 (b).

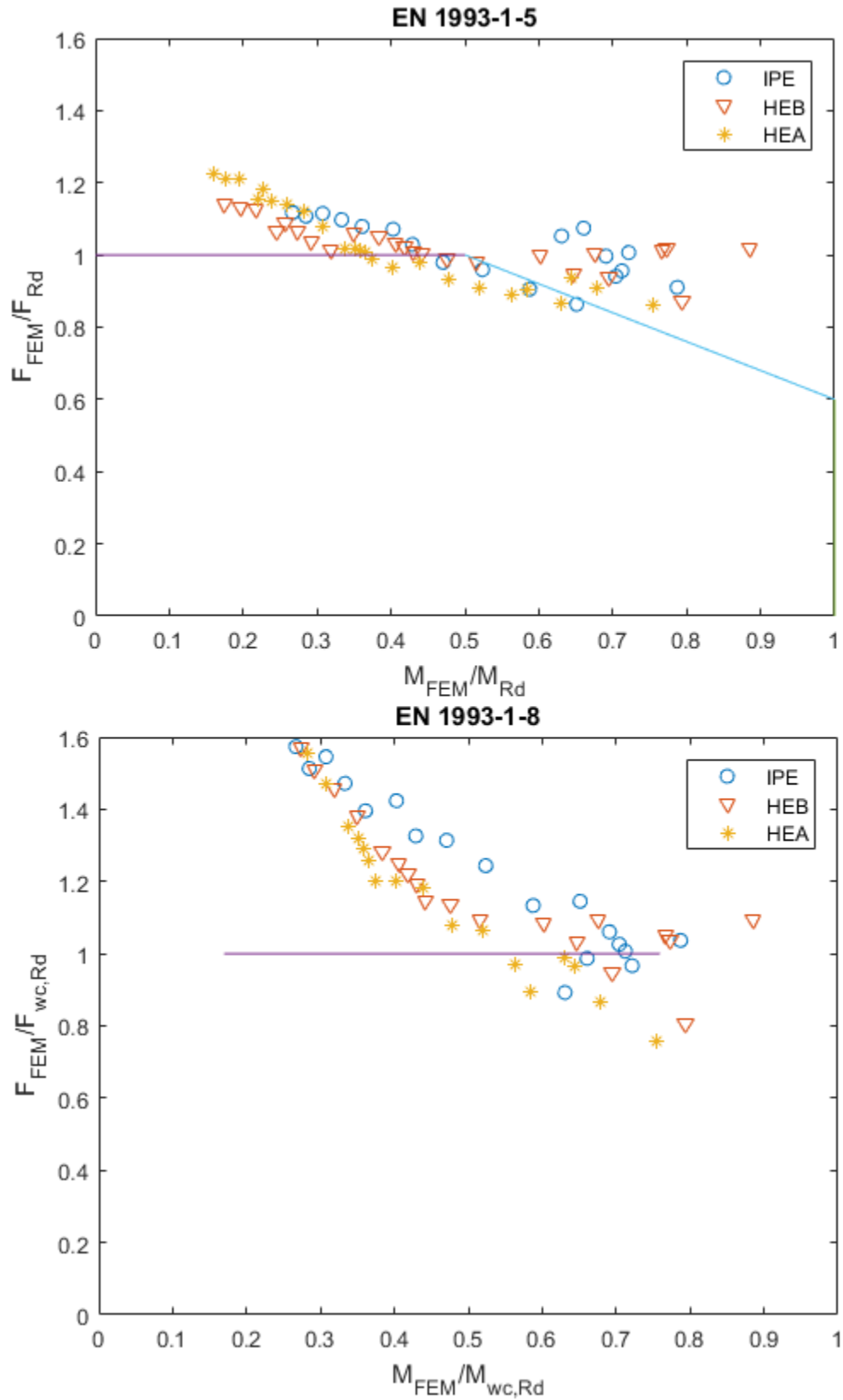
5.4 Momentvirkning

I figur 5.5 ble 17 simuleringer av de minste bjelkene erstattet med nye, slik at bjelkelengdene som tidligere ble redusert for å oppnå $M_{Ed} < 0,5M_{Rd}$ ble nå økt for få gi høyere moment. Detaljerte verdier av dimensjoner og resultater presenteres i Appendiks.

I figur 5.5(a) havnet 14 av totalt 66 punkter i utrygt område mellom $M_{Ed}/M_{Rd} = 0,35$ og $M_{Ed}/M_{Rd} = 0,65$. Resten av punktene havnet over grafen i henhold til interaksjonsformelen i EN 1991-1-5 angitt som uttrykk 2.27. Også før $M_{Ed}/M_{Rd} = 0,5$, der interaksjonsformelen tar effekt, kan en se at F_{FEM}/F_u avtar med økende moment. Ut fra figuren kunne interaksjonsformelen vært mer konservativ ved at momentreduksjonen begynner litt tidligere, ved $M_{Ed}/M_{Rd} = 0,35$. Det er imidlertid vanskelig å gi en fornuftig konklusjon med såpass få resultater.

Som vist i figur 5.5(b) reduserer angitte regler for momentvirkning i EN 1993-1-8 ingen kapasiteter for vårt tilfelle, selv om F_{FEM}/F_u tydelig avtar med økende moment. Her er forbedringsmulighetene store. 11 av totalt 66 punkter havnet i utrygt område. Ved håndberegning ble det funnet at for S355, vil kapasiteter til de minste IPE-bjelkene med samme lengder bli redusert på grunn av momentvirkning ifølge EN 1993-1-8.

I likhet med knekkreduksjonen viser figurene her ingen tydelig skille mellom der momentvirkningen er neglisjerbar og der den begynner å slå ut på kapasiteten.



Figur 5.5: F_{FEM}/F_{Rd} som funksjon av M_{FEM}/M_{Rd} fra 66 simuleringer med interaksjonsformel i henhold til EN 1993-1-5 (a) og EN 1993-1-8(b) .

5.5 Oppsummering av resultat

Ved å variere lastpåføringslengden s_s på en IPE220-bjelke ble det funnet at ingen av nevnte beregningsmodeller fanget variasjon av lastlengde på en bra måte. EN 1993-1-5 og Gozzi ga bedre treffsikkerhet i kapasitet ved høye lastlengder, i samme størrelsesorden som en flensbredde, mens EN 1993-1-8 var bedre egnet for lavere lastlengder tilsvarende en flenstykkelse. Ved de laveste lastlengdene opptil $s_s/h_w = 0,15$, tilsvarende en flenstykkelse, klarte Taras (2017)s forslag til CEN-TC250-SC3 å forutsi kapasiteten perfekt med $F_{FEM}/F_u = 1,0$, men overestimeringen økte raskt med s_s . Siden alle tre nevnte metoder gir F_{FEM}/F_u -forhold som øker med omtrent lik stigning, mistenkes det at systematiske feilkilder fra FEM-simuleringen er innblandet. Hvis den uønskede stigningen ikke skyldes systematiske feilkilder, er det forbedringsmuligheter i alle beregningsmodeller.

Når F_{FEM}/F_u -forholdet ble sett på i forhold til slankhet ved å simulere 66 modeller av IPE-, HEA- og HEB-bjelker, ble det valgt en lav lastpåføringslengde tilsvarende en flenstykkelse, $s_s = 0.05h_w$. Generelt gir reduksjonsfaktor for knekking og variasjon i bjelkelengde utslag på F_{FEM}/F_u . Det er med andre ord forbedringsmuligheter i disse variablene. EN 1993-1-5 gir relativt gode resultater med beskjedne spredning av F_{FEM}/F_u , men parameteren m_2 , som tar hensyn til stegets bidrag til momentopptaket ved de ytre flyteleddene i mekanismen, overestimerer kapasiteten. Beregningsmodellen i EN 1993-1-8 er den mest konservative, men underestimeringen av kapasitet er for stor ved økende slankhet og reduksjonsfaktoren for knekking slår for mye ut i F_{FEM}/F_u -forholdet. Taras (2017) er i grunn samme metode som EN 1993-1-8 uten reduksjonsfaktoren. Det er interessant at Taras (2017) uten reduksjonsfaktor har en betraktelig bedre spredning av F_{FEM}/F_u enn EN 1993-1-8, nesten like bra som EN 1993-1-5. Det bør imidlertid merkes at resultatet gjelder kun for gitt lastpåføringslengde, $s_s/h_w = 0,05$. Ved andre lastpåføringslengder kan det som nevnt gi større avvik. Mange overestimeringer i Taras (2017) kompenseres med en utlisningsgrense. Imidlertid har denne grensen relativt store forbedringsmuligheter. Gozzi (2007)s beregningsmodell er i grunn samme modell som i EN 1993-1-5 i fravær av m_2 og har en rekalkulert reduksjonsfaktor for knekking. Denne modellen gir omtrent like bra spredning av F_{FEM}/F_u som EN 1993-1-5, men reduksjonsfaktoren er for optimistisk kalibrert og overestimerer mange

kapasiteter. Om metodens reduksjonsfaktor for knekking kalibreres slik at F_{FEM}/F_u -forholdene havner i trygt side, kan den potensielt bli mer treffsikker enn EN 1993-1-5.

Interaksjonsformelen i EN 1993-1-5 som tar hensyn til momentvirkningen har moderate forbedringsmuligheter. EN 1993-1-8 inkluderer en metode som tar hensyn til momentvirkning, men for vårt tilfellet ble ingen kapasiteter redusert ifølge metoden. Forbedringsmulighetene er derfor store, men det bør kanskje legges mer energi i å forbedre metoden EN 1993-1-8 i forhold til effektiv bredde $b_{eff,c,wc}$ eller knekkreduksjonen ρ for å gi en mer treffsikker kapasitet før en eventuell forbedring av momentinteraksjon.

Feilkilder

I sammenlikningen mellom FEM-simulering og laboratorieforsøket kan noen feilkilder oppstå på grunn forenklinger gjort i Abaqus. Anisotropi i materialeegenskaper er ikke tatt hensyn til i simuleringen. Longitudinal residualspenning spenning og avrunding mellom steg og flens ble i simulering heller ikke tatt med. At avrundingen ble tatt med i kapasitetsberegninger og ikke i simulering ble antatt å være konservativ. Bruk av skallelementer i FEM-modellen er også en forenkling av virkeligheten. Hvis det for enkelte bjelker er blitt brukt et for grovt elementnett, vil modellen bli for stiv og dermed gi et for høyt F_{FEM}/F_u -forhold.

Resultatene presentert i denne oppgaven er helt avhengige av at den numeriske modellen er pålitelig. Kun et eksperiment i laboratoriet ble brukt for å kalibrere modellen, og en bør derfor være kritisk til resultatene som FEM-simuleringen gir. Siden F_{FEM}/F_u -forhold varierer mellom 0,9 og 1,9, er det trygt å påstå at den numeriske modellen ikke er alt for langt unna virkeligheten.

For at den empiriske løsningen skal være gyldig må et bredt spekter av tester med ulike variabler inkluderes i studien. Sammenliknet med tidligere litteratur har denne oppgaven produsert relativt få resultater som funksjon av forskjellige variabler. Dette kan gi unøyaktige konklusjoner.

Det kan være urettferdig å sammenligne dimensjoneringsreglene i EN 1993-1-5 med andre fordi modellen er blitt forenklet fra sin opprinnelige form fra Lagerqvist (1995). Forenklinger er blant annet gjort for grensebetingelsene for parameteren m_2 og knekkkoeffisienten k_F . Siden metoden som angitt i EN 1993-1-5 er gjelende dimensjoneringsregler, har kun denne blitt behandlet

i oppgaven.

Sammenlikningen mellom de forskjellige beregningsmetodenes måte å ta hensyn til momentvirkning på var vanskelig på grunn av forskjellig bruk av dimensjonerende last i metodene. F_{Ed} ble satt til F_{Rd} i henhold til EN 1993-1-5 ved bruk av interaksjonsuttrykk 2.27, mens $F_{c,wc,Rd}$ i henhold til EN 1993-1-8 ble brukt som dimensjonerende last i uttrykk 2.46.

Kapittel 6

Konklusjon

Denne oppgaven har behandlet uavstivede bjelker utsatt for konsentrerte krefter i steg introdusert fra eksempelvis ovenpåliggende bjelker eller momentvirkning i tilknyttede bjelker ved forbindelser. I det forsøket har en overordnet gjennomgang av tidligere litteraturer blitt presentert i kapittel . Oppgaven ble løst med en parameterstudie med FEM-simuleringer i kapittel 5, der kapasitet for konsentrert ble sett på i forhold til ulike variabler. Før parameterstudiet var mulig, måtte FEM-modellen bli validert i kapittel 4 med resultater fra laboratorieforsøk. Det ble derfor også utført et laboratorieforsøk i kapittel 3 til dette formålet.

Kapasitet i bjelkesteg utsatt for konsentrerte tverrkrefter er et tema som har blitt behandlet i mange publikasjoner. Gjeldende beregningsregler i dag finnes i EN 1993-1-5 (2006) under kapittel "6 Kapasitet for tverrkrefter" og EN 1993-1-8 (2005) under delkapittel "6.2.6.2 Steg i søyle med tverrtrykk". Førstnevnte er utviklet med utgangspunkt i høye platebærere, mens sistnevnte behandler tilfellet ved knutepunkt med vanlige bjelkedimensjoner. Andre behandlede publikasjoner er Gozzi (2007) og Taras (2017)s forslag til CEN-TC250-SC3. Gozzi (2007) jobbet videre med Lagerqvist (1995)s beregningsmodell der han utelukket parameteren m_2 og rekaliserte reduksjonskoeffisienten for knekking, mens Taras (2017) foreslo å inkludere en forenklet modell som kan erstatte EN 1993-1-5 ved moderate laster i EN 1993-1-1.

Trepunktstest med en IPE220-bjelke og strekktest ble utført i laboratoriet for bestemmelse av

maksimal last og materialegenskaper, som senere ble brukt til å kalibrere FEM-modellen av samme bjelke. Avviket mellom maksimal oppnådd i laboratoriet og FEM-simulering ble 2,2%, og FEM-modellen ble antatt å være god nok for oppgavens formål.

Etter at modellen er blitt kalibrert med eksperimentet ble en parameterstudie utført, der treffsikkerheten av beregningsmetodene for kapasitet ble vurdert av dets forhold til den maksimale lasten oppnådd i FEM-simulering, F_{FEM}/F_u .

Ingen av nevnte beregningsmodeller fanget variasjon av lastlengde på ønsket måte. EN 1993-1-5 og Gozzi var bedre til å forutsi kapasiteten ved høye lastlengder, i samme størrelsesorden som en flensbredde, mens EN 1993-1-8 var bedre for lavere lastlengder tilsvarende en flenstykkelse. Ved lave lastlengder tilsvarende en flenstykkelse, klarte Taras (2017)s forslag til CEN-TC250-SC3 å forutsi kapasiteten perfekt, men overestimeringen var stor for høye lastlengder.

Generelt kunne reduksjonsfaktor for knekking og variasjon i bjelkelengde forbedres i beregningsmetodene. Beregningsmodellen i EN 1993-1-5 gir relativt bra forutsigelse av kapasitet ved varierende slankhet, men parameteren m_2 overestimerer kapasiteten for noen bjelker. EN 1993-1-8 underestimerer kapasiteten og har en alt for lav reduksjonsfaktor for knekking. Taras (2017) uten reduksjonsfaktor gir en betraktelig bedre kapasitet enn EN 1993-1-8. Mange overestimeringer i Taras (2017) kompenseres med en utlisreingsgrense. Imidlertid har utlisreingsgrensen stor forbedringspotensiale. Gozzi (2007) uten m_2 gir omtrent like gode resultater som EN 1993-1-5, men reduksjonsfaktoren er for optimistisk kalibrert og overestimerer mange kapasiteter. Om metodens reduksjonsfaktor for knekking kalibreres slik at F_{FEM}/F_u -forholdene havner i trygg side, kan den potensielt bli mer treffsikker enn EN 1993-1-5.

Interaksjonsformelen i EN 1993-1-5 som tar hensyn til momentvirkningen har moderate forbedringsmuligheter, mens metoden i EN 1993-1-8 som tar hensyn til momentvirkning har store forbedringsmuligheter, men det bør kanskje legges mer energi i å forbedre kapasitetsberegningen før en eventuell forbedring av momentinteraksjon.

Videre arbeid

I de eksisterende dimensjoneringsreglene er det forbedringsmuligheter i momentinteraksjon og knekkreduksjonen. Siden reduksjonsfaktorer og effektive steglengder er empirisk utviklet, er det viktig å sjekke om modellene fanger opp variasjoner i flere ulike variabler, noe denne oppgaven ikke har rukket å gjøre. Eksempler kan være a/h_w , b_f/t_r , t_f/t_w og f_{yf}/f_{yw} .

Konsentrerte trykkrefter i søylesteg er noe som denne oppgaven ikke har behandlet i detalj. Det kan være interessant å se hvordan dimensjoneringsreglene presentert i oppgaven vil fungere for konsentrerte tverrkrefter i søyler introdusert av momenter fra tilknyttede bjelker. Søylestegpanelet i forbindelsessonen vil da være mer utsatt skjærkrefter som følge av bjelkens momentet. EN 1993-1-8 tar hensyn til denne skjærkraften ved reduksjonsfaktoren ω , mens EN 1993-1-5 tar ikke hensyn til skjærkrefter på noen måter. Det er aktuelt å se om EN 1993-1-8 er bedre til å forutsi kapasiteten for forbindelser enn det som ble konkludert i denne oppgaven for et "patch loading" tilfelle. Lastpåføringslengden for et tilfelle med sveist forbindelse er ofte i samme størrelsesorden som en flenstykking. Dersom endeplater er brukt for den tilknyttede bjelken, vil lastpåføringslengden være av samme størrelsesorden som brukt i litteraturen. Ved tilfellet med forbindelser kompliseres problemstillingen ytterligere ved at flere komponenter står i fare for svik, for eksempel strekkkomponenten fra tilknyttet bjelkemoment.

Videre arbeid i pågående tema vil være å se på muligheten i å utvikle en beregningsmodell som samordner og forenkler dimensjoneringsregler som angitt i EN 1993-1-8 og EN 1993-1-5. Denne ideelle beregningsmodellen burde takle et bredt spekter av slankheter og lastpåføringslengder, i tillegg til å ta hensyn til interaksjon med skjærkrefter. "Opposite patch loading" som forklart av Lagerqvist (1995) minner om forbindelsestilfellet med søyler tilknyttet bjelker på begge sider. Det er interessant å se om det kan utvikles en metode som forener disse to tilfeller også.

Referanser

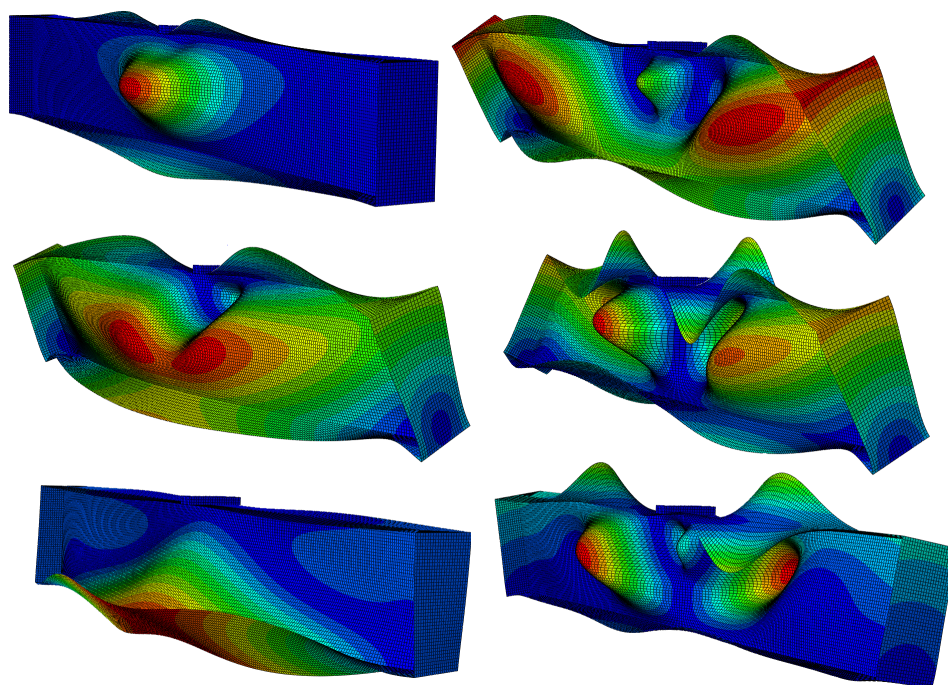
- [1] Abaqus, V. (2014). Abaqus 6.14 documentation. *Dassault Systemes Simulia Corporation*.
- [2] Aribert, J. M., L. A. o. M. M. (1990). *Modelling and experimental investigation of plastic resistance and local buckling of H or I steel sections submitted to concentrated or partially distributed loading*.
- [3] Beg, D., Kuhlmann, U., Davaine, L., and Braun, B. (2010). Design of plated structures. *Ernst and Sohn, Berlin*.
- [4] Bose, B. (1998). Design resistance of unstiffened column web subject to transverse compression in beam-to-column joints. *Journal of Constructional Steel Research*, 45(1):1–15.
- [5] Brando, G., Sarracco, G., and De Matteis, G. (2014). Strength of an aluminum column web in tension. *Journal of Structural Engineering*, 141(7):04014180.
- [6] Davaine, L., Raoul, J., and Aribert, J. (2004). Patch load resistance of longitudinally stiffened bridge girders. In *Proceedings of Steel Bridge-An International Symposium on Steel Bridges, Millau, France*.
- [7] De Mita, L., Piluso, V., and Rizzano, G. (2008). Theoretical and experimental analysis of column web in compression. *Open Construction and Building Technology Journal*, 2:313–322.
- [8] EN 1993-1-5 (2006). *Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner - Del 1-5: Plater påkjent i plateplanet*.

- [9] EN 1993-1-8 (2005). *Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner - Del 1-8: Knutepunkter og forbindelser*.
- [10] EN 1993-6 (2010). *Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner - Del 6: Kranbaner*.
- [11] Fossbakken, V. (2013). Opplagring av stålbejler i broer. Master's thesis, Institutt for konstruksjonsteknikk.
- [12] Gozzi, J. (2007). *Patch loading resistance of plated girders: ultimate and serviceability limit state*. PhD thesis, Luleå tekniska universitet.
- [13] Kuhlmann, U., Braun, B., Detzel, A., Feldmann, M., Naumes, J., Oppe, M., Galéa, Y., Martin, P., Raoul, J., Davaine, L., et al. (2007). Competitive steel and composite bridges by improved steel plated structures (combri). final report. Technical report, RFS-CR-03018, European Commission–Research Fonds for Coal and Steel.
- [14] Lagerqvist, O. (1995). *Patch loading: resistance of steel girders subjected to concentrated forces*. PhD thesis.
- [15] Larsen, Per Kr og Clausen, A. H. o. A. A. (2007). Stålkonstruksjoner-profiler og formler. *Tapir Akademisk Forlag*, 3:44.
- [16] Larsen, P. K. (1990). *Dimensjonering av stålkonstruksjoner*. Tapir.
- [17] Müller, C. (2003). *Zum Nachweis ebener Tragwerke aus Stahl gegen seitliches Ausweichen*. Shaker.
- [18] Roberts, TM og Newark, A. (1997). Strength of webs subjected to compressive edge loading. *Journal of Structural Engineering*, 123(2):176–183.
- [19] Roberts, TM og Rockey, K. (1979). A mechanism solution for predicting the collapse loads of slender plate girders when subjected to in-plane patch loading. In *Institution of Civil Engineers, Proceedings, Pt2*, volume 67.
- [20] Shahabian, F. and Roberts, T. (2000). Combined shear-and-patch loading of plate girders. *Journal of Structural engineering*, 126(3):316–321.

- [21] Taras, A og Unterweger, H. (2017). *Contribution to the CEN-TC250-SC3 Working Group 1 - EN 1993-1-1: Proposal for a simplified rule for the verification of local transverse load introduction into unstiffened webs ("patch loading" for rolled sections)*. Universität der Bundeswehr München.
- [22] Timoshenko, Stephen og Woinowsky-Krieger, S. (1959). *Theory of plates and shells*.
- [23] Tryland, T. (1999). *Aluminium and steel beams under concentrated loading*. Norwegian University of Science and Technology, Department of Structural Engineering, 30.
- [24] Zoetemeijer, P. (1980). *The influence of normal-, bending- and shear stresses on the ultimate compression force exerted laterally to European rolled sections*. Technische Universiteit Delft, Faculteit der Civiele Techniek.

Appendiks A

A.1 Knekkformer



Figur A.1: Seks forskjellige knekkformer fra simulering av testbjelke med maksimal implitude på 1mm

A.2 Skriptfiler

Python-skript har blitt brukt til å produsere de fleste modeller i parameterstudiet. Med Python-skript kan det produseres mange modeller på relativt kort tid. Link til et .py-skript er lagt ved under. Andre skript som brukes er mer eller mindre variasjoner av denne. Bjelke dimensjoner og andre variabler som materialgenskaper kan varieres direkte i skriptet og deretter bli kjørt i Abaqus grensesnitt. Skriptene har blitt laget ved å kopiere kommandolinjene som fortløpende blir lagret i en .rpy fil mens en arbeider i Abaqus grensesnitt. Programmet lagrer alle steg som blir gjort i grensesnittet i denne filen. Andre metoder som ble brukt er "macro"-funksjonen.

<https://www.dropbox.com/sh/roqn96gx66xmrhu/AAC1rBjglxPrVELqIJ6yncEga?dl=0>

A.3 Målte dimensjoner for testbjelken i laboratoriet

Stiver

	tykkelse	høyde	bredde
	5.17	21.9	9.9
	5.15		
	5.18		
	5.12		
snitt	5.154949		

Segment til strekktest

	stegtykkelse		
	V	H	
oppe	6.05	6.07	
midt	6.01	6.06	oppe
nede	6.05	6.11	nede
snitt	6.036637	6.079962	6.058261

flenstykkelse

flenstykkelse				høyde		
<u>sideA</u>		<u>sideB</u>		<u>sideA</u>	<u>sideB</u>	
<u>V ende</u>	<u>H ende</u>	<u>V ende</u>	<u>H ende</u>	ende	222	223
8.77	8.58	8.85	8.7	ende	222	223
8.86	8.97	8.92	8.81			

8.806727

Bjelke

	flenstykkelse				høyde		
	<u>sideA</u>		<u>sideB</u>		<u>sideA</u>	<u>sideB</u>	
	oppe	nede	oppe	nede	ende	222	223
<u>V ende</u>	8.83	8.71	8.63	8.85	midt	222	223.5
	8.84	8.66	8.61	8.89	ende	222	223
	8.83	8.65	8.67	8.89			
	8.83	8.67	8.76	8.85			
midt	8.8	8.74	8.61	8.92			
	8.84	8.61	8.61	8.84			
	8.82	8.71	8.74	8.84			
	8.93	8.71	8.64	8.84			
<u>H ende</u>	9.13	8.88	8.68	8.84			
snitt	8.871697	8.704145	8.660947	8.862177	8.774243		

bredde

110 111

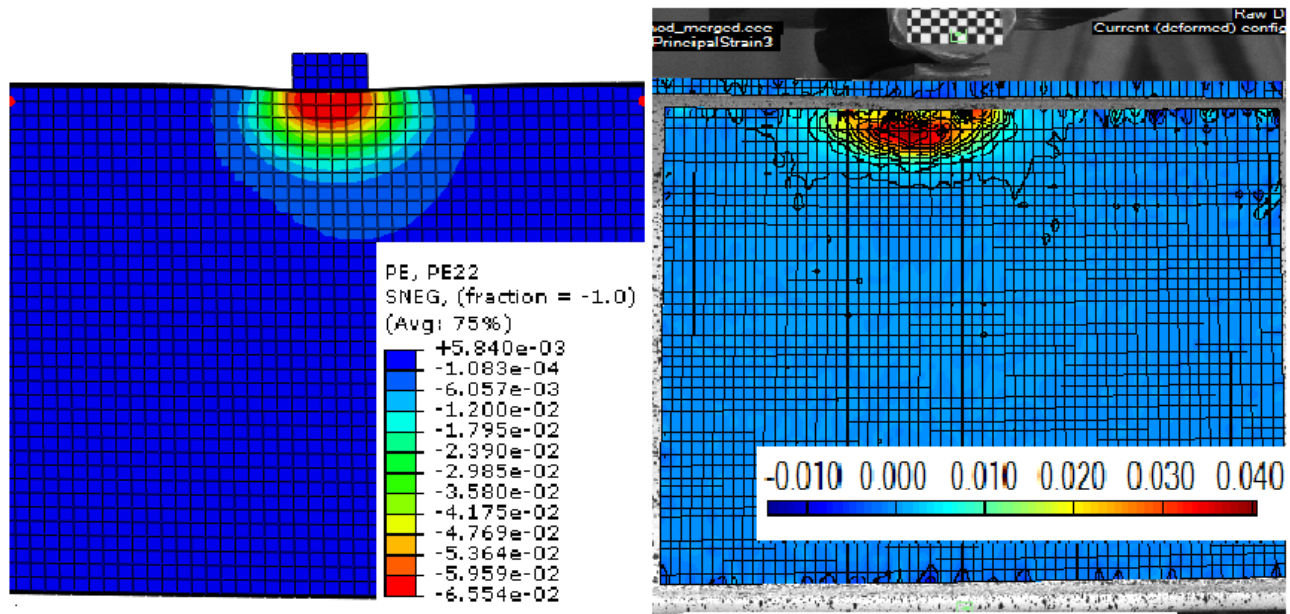
Figur A.2: Alle målinger av testbjelken

A.4 Inndata av spenning-tøyningsrelasjonen i Abaqus

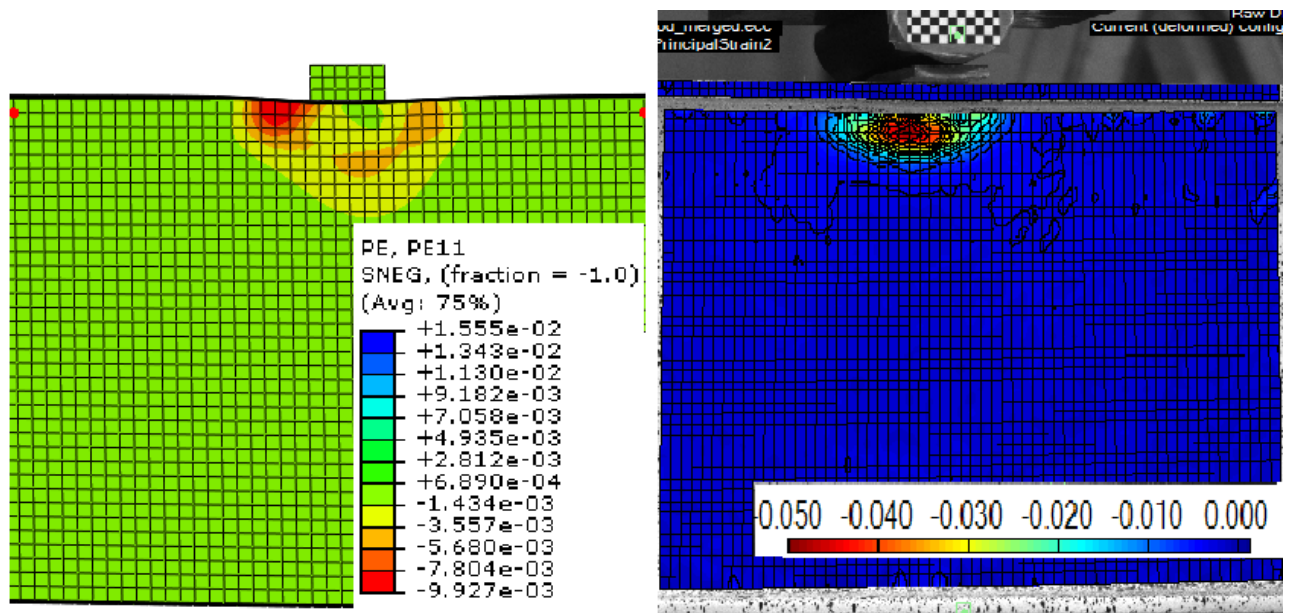
	spenning				tøyning_sann		
	bjelkeretr	tverretrn	snitt	%	toyning	pl_epsilon	sigma_sann
0	373	428	400,5	0,33	0,0033	0,00128546	401,8217
1	375	450	412,5	0,84	0,0084	0,00628509	415,965
2	430	486	458	2,48	0,0248	0,02215068	469,3584
3	470	510	490	4,38	0,0438	0,04031059	511,462
4	490	520	505	5,9	0,059	0,05465109	534,795
5	513	530	521	9	0,09	0,08333825	567,89
6	528	528	528	16	0,16	0,14535761	612,48

Figur A.3: Brukte punkter for plastisk data i Abaqus

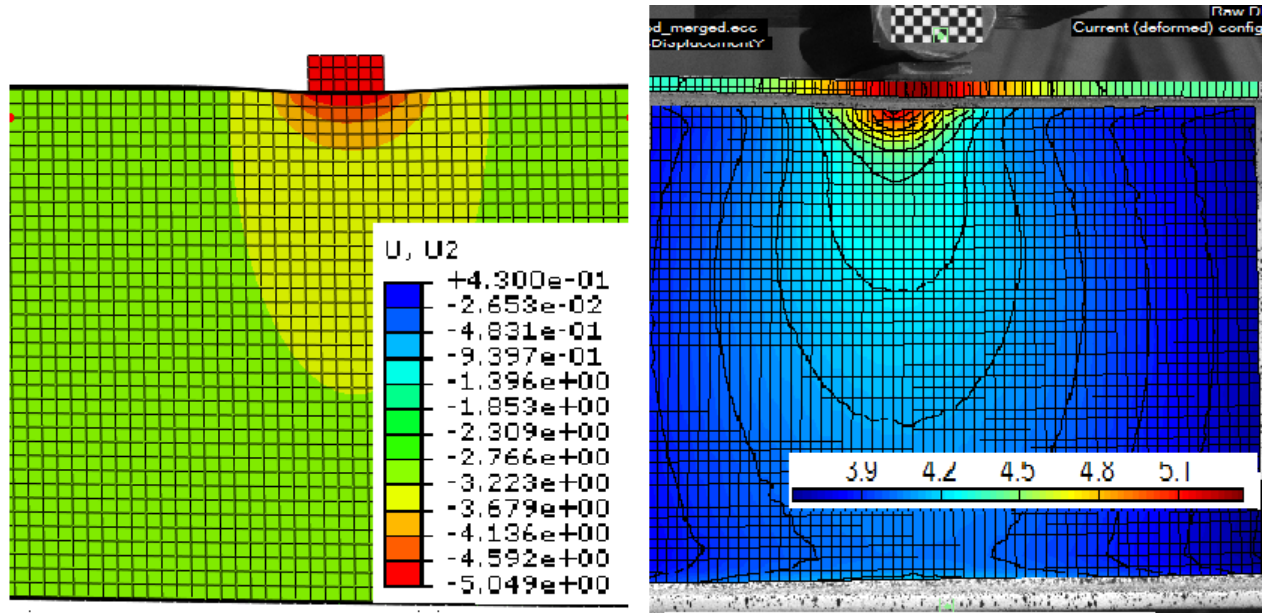
A.5 Figurativ sammenlikning mellom Abaqus og forsøk



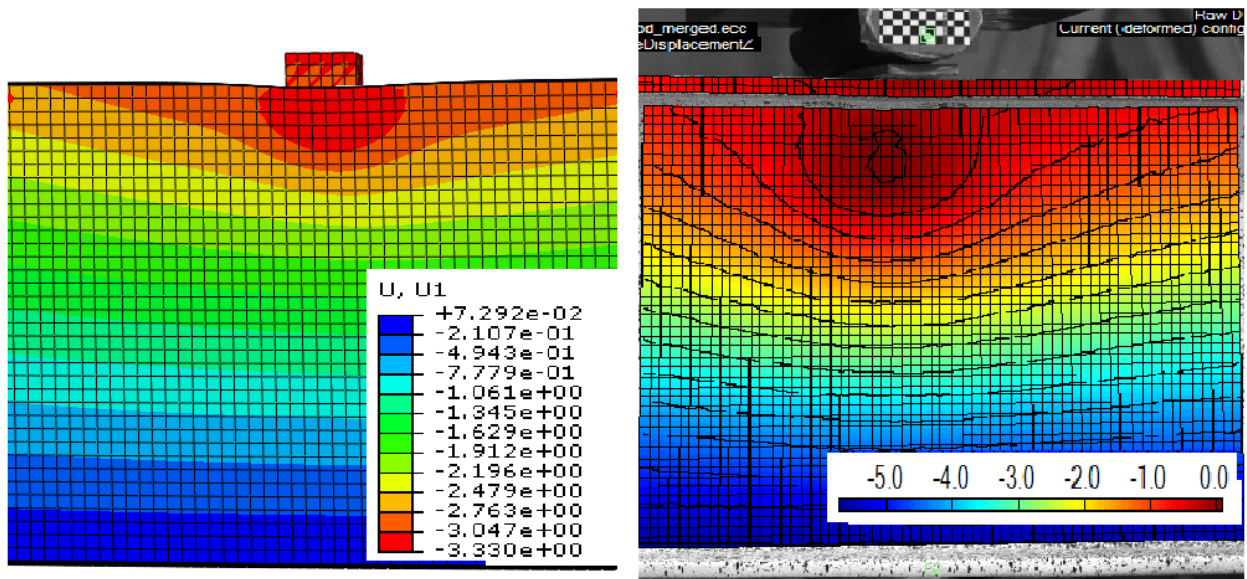
Figur A.4: Sammenlikning mellom vertikal tøyingsbilde fra simulering i Abaqus og laboratorieeksperiment



Figur A.5: Sammenlikning mellom ut-av-plan tøyingsbilde fra simulering i Abaqus og laboratorieeksperiment

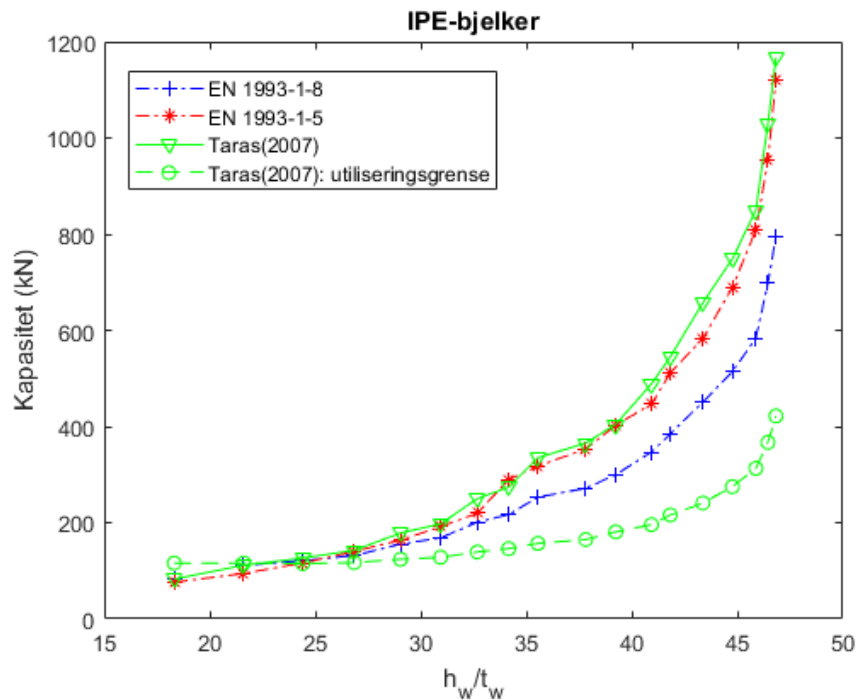


Figur A.6: Sammenlikning mellom vertikal deformasjon fra simulering i Abaqus og laboratorieeksperiment

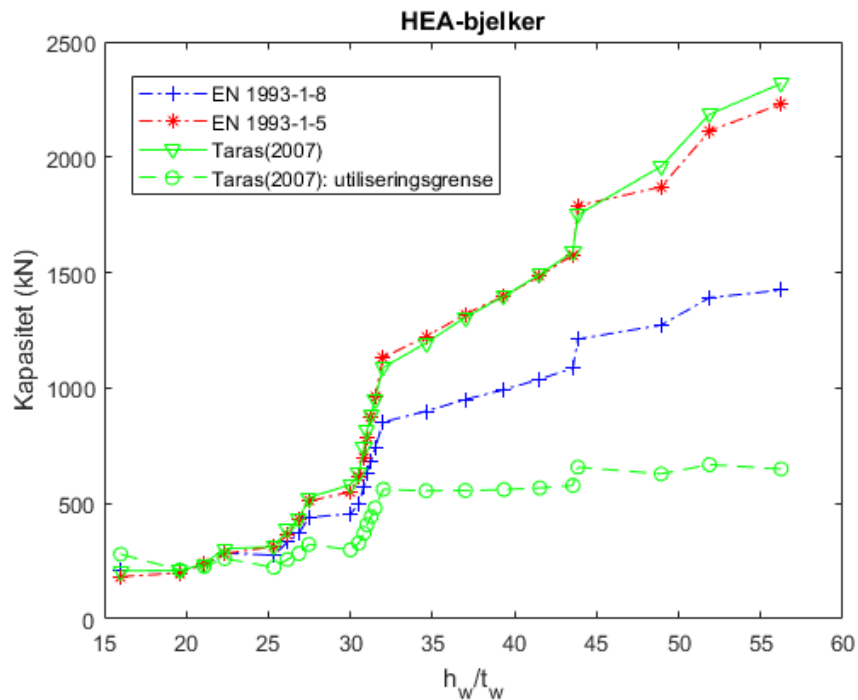


Figur A.7: Sammenlikning mellom ut-av-plan deformasjon fra simulering i Abaqus og laboratorieeksperiment

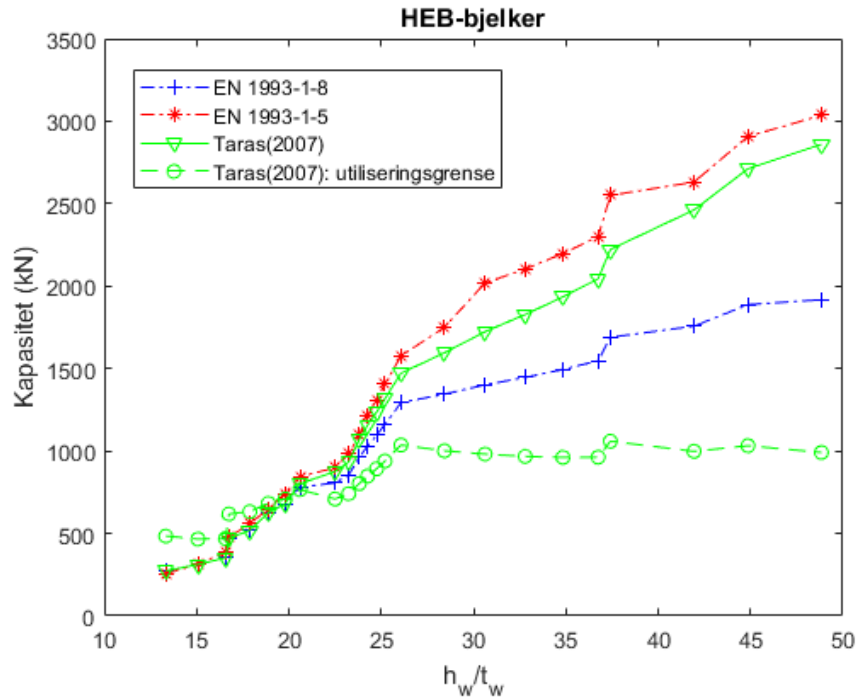
A.6 Sammenligning av kapasiteter i henhold til ulike metoder



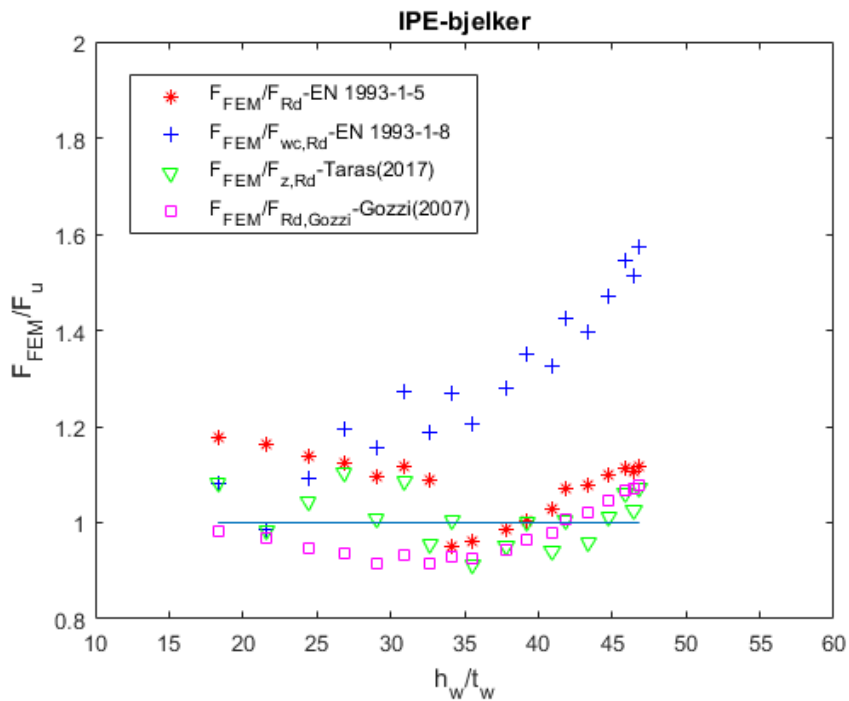
Figur A.8: Kapasiteter for IPE-bjelker ifølge ulike metoder som funksjon av slankhet.



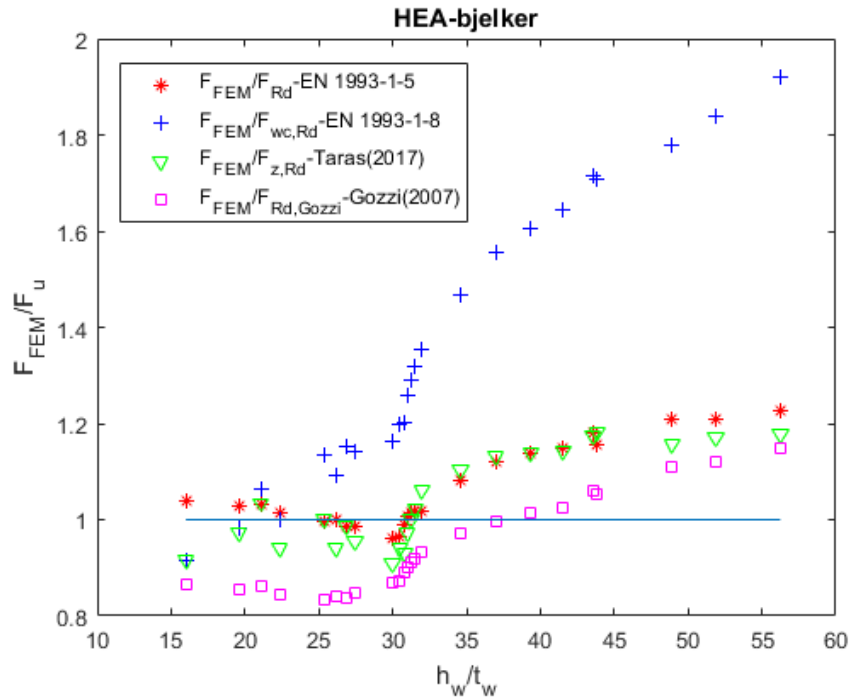
Figur A.9: Kapasiteter for HEA-bjelker ifølge ulike metoder som funksjon av slankhet.



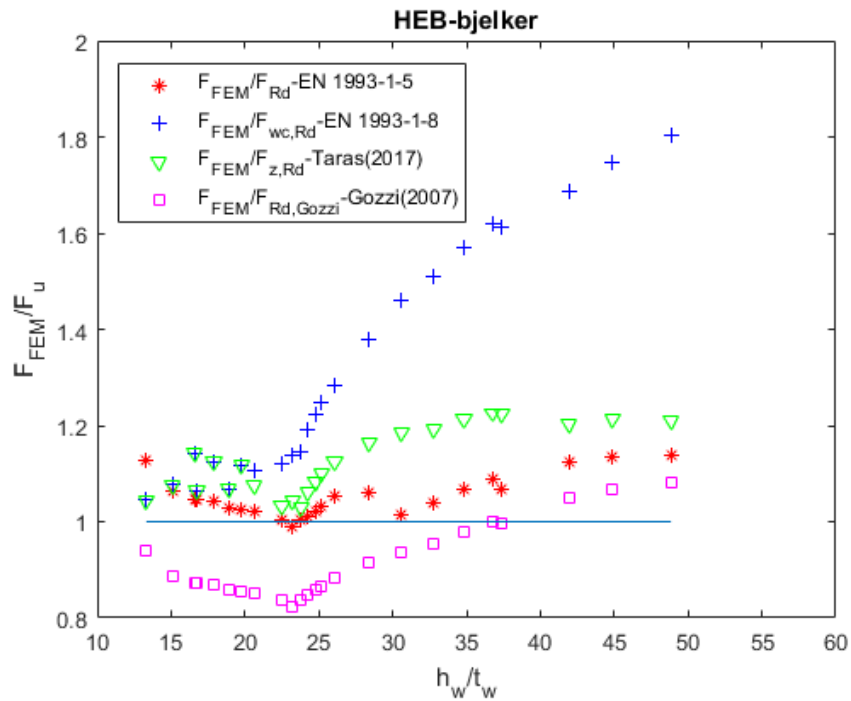
Figur A.10: Kapasiteter HEB-bjelker ifølge ulike metoder som funksjon av slankhet.



Figur A.11: Forhold mellom maksimal last fra Abaqus og kapasitet ifølge ulike beregningsmetoder som funksjon av slankhet. $s_s = 0.05h_w$



Figur A.12: Forhold mellom maksimal last fra Abaqus og kapasitet ifølge ulike beregningsmetoder som funksjon av slankhet. $s_s = 0.05h_w$



Figur A.13: Forhold mellom maksimal last fra Abaqus og kapasitet ifølge ulike beregningsmetoder som funksjon av slankhet. $s_s = 0.05h_w$

A.7 Resultater med $M_E/M_R < 0,5$,

Tabell A.1: Resultater av IPE-bjelker med $M_E/M_R < 0,5$ og $s_s = 0.05h_w$

						Gozzi(2007)	Taras(2017)	Taras(2017)						Taras(2017)	Gozzi(2007)
						F_Rd,Gozzi	F_z,Rd	maks- utlisering	F_FEM	M_E/M_R	M_E/M_R	F_FEM/F_R	F_FEM/F_R	F_FEM/F_R	F_FEM/F_R
IPE	80	18,3	160	0,00	76	83	91	83	1,4	90	0,33	0,36	1,17	1,07	0,97
	100	21,6	230	0,00	94	111	113	111	1,041	110	0,34	0,41	1,15	0,98	0,96
	120	24,4	310	0,00	116	121	139	126	0,909	132	0,37	0,39	1,14	1,04	0,95
	140	26,9	400	0,00	140	132	168	143	0,821	157	0,40	0,37	1,12	1,10	0,93
	160	29,0	490	0,00	164	156	197	179	0,695	180	0,41	0,39	1,09	1,15	0,91
	180	30,9	510	0,00	192	168	230	198	0,648	214	0,37	0,32	1,12	1,08	0,93
	200	32,7	650	0,00	219	201	261	250	0,556	239	0,41	0,37	1,09	0,96	0,92
	220	34,2	740	9,60	290	217	296	274	0,533	275	0,47	0,35	0,95	1,00	0,93
	240	35,5	960	10,12	318	253	330	335	0,469	305	0,51	0,41	0,96	0,91	0,92
	270	37,8	1060	11,98	353	272	369	366	0,451	348	0,48	0,37	0,98	0,95	0,94
	300	39,2	1160	13,56	403	300	420	405	0,447	405	0,46	0,35	1,00	1,00	0,96
	330	40,9	1200	14,25	447	347	470	489	0,401	460	0,42	0,32	1,03	0,94	0,98
	360	41,8	1200	13,88	511	385	543	545	0,397	548	0,38	0,28	1,07	1,00	1,01
	400	43,4	1200	15,27	583	451	617	658	0,367	629	0,33	0,26	1,08	0,96	1,02
	450	44,8	1200	16,61	689	514	722	748	0,367	756	0,30	0,23	1,10	1,01	1,05
	500	45,9	1200	17,11	809	584	846	850	0,368	902	0,28	0,20	1,11	1,06	1,06
	550	46,5	1200	17,97	953	698	987	1029	0,357	1056	0,26	0,19	1,11	1,03	1,07
	600	46,8	1200	17,50	1120	796	1161	1167	0,362	1252	0,24	0,17	1,12	1,07	1,08
											M_Ed fra F_Rd				
											M_Ed fra F_wc_Rd				

Tabell A.2: Resultater av HEA-bjelker med $M_E/M_R < 0,5$ og $s_s = 0,05h_w$

HEA	slankhet	Lengde Steg-	m ₂	EC3-1-5 F _{Rd}	EC3-1-8 F _{wc,Rd}	Gozzi(2007) F _{Rd,Gozzi}	Taras(2017) F _{z,Rd}	Taras(2017) maks- utlisering	Abacus F _{FEM}	EC3-1-5 M _E /M _R	EC3-1-8 M _E /M _R	EC3-1-5 F _{FEM} /F _R	EC3-1-8 F _{FEM} /F _R	Taras(2017) F _{FEM} /F _R	Gozzi(2007) F _{FEM} /F _R
100	16,0	280	0,00	183	208	220	208	1,346	191	0,39	0,44	1,04	0,92	0,92	0,87
120	19,6	390	0,00	199	208	238	210	1,010	204	0,41	0,42	1,03	0,98	0,97	0,86
140	21,1	480	0,00	239	232	287	238	0,953	247	0,41	0,40	1,03	1,06	1,03	0,86
160	22,3	590	0,00	282	286	339	304	0,858	286	0,42	0,43	1,01	1,00	0,94	0,84
180	25,3	700	0,00	314	275	375	312	0,714	313	0,42	0,37	1,00	1,14	1,00	0,83
200	26,2	800	0,00	363	332	432	386	0,666	363	0,42	0,39	1,00	1,09	0,94	0,84
220	26,9	900	0,00	433	370	509	432	0,655	427	0,43	0,37	0,98	1,15	0,99	0,84
240	27,5	1000	0,00	510	440	592	526	0,614	502	0,43	0,37	0,98	1,14	0,96	0,85
260	30,0	1200	6,48	550	455	609	581	0,514	528	0,45	0,37	0,96	1,16	0,91	0,87
280	30,5	1200	7,05	617	496	680	631	0,520	595	0,42	0,33	0,96	1,20	0,94	0,87
300	30,8	1200	7,00	699	574	775	742	0,500	690	0,38	0,31	0,99	1,20	0,93	0,89
320	31,0	1200	6,48	789	631	879	815	0,499	794	0,36	0,29	1,01	1,26	0,97	0,90
340	31,3	1200	6,48	872	684	969	883	0,502	884	0,35	0,28	1,01	1,29	1,00	0,91
360	31,5	1200	6,48	959	740	1063	953	0,505	975	0,35	0,27	1,02	1,32	1,02	0,92
400	32,0	1200	6,86	1133	853	1240	1089	0,515	1155	0,33	0,25	1,02	1,35	1,06	0,93
450	34,6	1200	7,18	1223	900	1361	1196	0,464	1321	0,28	0,21	1,08	1,47	1,11	0,97
500	37,0	1200	7,45	1320	950	1485	1307	0,426	1480	0,25	0,18	1,12	1,56	1,13	1,00
550	39,4	1200	8,41	1399	993	1572	1398	0,401	1595	0,23	0,16	1,14	1,61	1,14	1,01
600	41,5	1200	9,33	1485	1038	1664	1492	0,380	1707	0,21	0,15	1,15	1,64	1,14	1,03
650	43,6	1200	10,23	1577	1086	1761	1590	0,364	1865	0,19	0,13	1,18	1,72	1,17	1,06
700	43,9	1200	11,10	1790	1212	1964	1750	0,375	2070	0,19	0,13	1,16	1,71	1,18	1,05
800	48,9	1200	13,74	1871	1273	2041	1960	0,320	2265	0,16	0,11	1,21	1,78	1,16	1,11
900	51,9	1200	15,31	2113	1391	2279	2186	0,306	2556	0,15	0,10	1,21	1,84	1,17	1,12
1000	56,2	1200	17,92	2231	1424	2380	2319	0,280	2734	0,1	0,1	1,23	1,92	1,18	1,15
										M _{Ed} fra F _{Rd}					
										M _{Ed} fra F _{wc,Rd}					

Tabell A.3: Resultater av HEB-bjelker med $M_E/M_R < 0,5$ og $s_s = 0.05h_w$

HEB	slankhet	Lengde Steg-	m ₂	EC3-1-5 F _{Rd}	EC3-1-8 F _{wc,Rd}	Gozzi(2007) F _{Rd} ,Gozzi	Taras(2017) F _{z,Rd}	Taras(2017) maks- utlisering	Abaqus F _{FEM}	EC3-1-5 M _E /M _R	EC3-1-8 M _E /M _R	EC3-1-5 F _{FEM} /F _R	EC3-1-8 F _{FEM} /F _R	Taras(2017) F _{FEM} /F _R	Gozzi(2007) F _{FEM} /F _R
100	13,3	265	0,00	254	274	304	274	1,769	286	0,40	0,43	1,13	1,05	1,05	0,94
120	15,1	300	0,00	316	312	379	312	1,495	336	0,36	0,35	1,06	1,08	1,08	0,89
140	16,6	400	0,00	384	352	461	352	1,329	402	0,39	0,36	1,05	1,14	1,14	0,87
160	16,8	500	0,00	477	469	572	469	1,316	499	0,42	0,41	1,05	1,06	1,06	0,87
180	17,9	600	0,00	559	519	671	519	1,218	583	0,44	0,40	1,04	1,12	1,12	0,87
200	18,9	700	0,00	648	625	777	625	1,093	666	0,44	0,43	1,03	1,07	1,07	0,86
220	19,8	800	0,00	742	681	891	682	1,039	761	0,45	0,41	1,02	1,12	1,12	0,85
240	20,6	900	0,00	843	780	1012	801	0,955	862	0,45	0,42	1,02	1,10	1,08	0,85
260	22,5	1000	0,00	899	807	1079	875	0,810	903	0,44	0,39	1,00	1,12	1,03	0,84
280	23,2	1200	0,00	983	855	1180	933	0,794	973	0,48	0,42	0,99	1,14	1,04	0,82
300	23,8	1200	0,00	1098	961	1318	1070	0,751	1102	0,44	0,39	1,00	1,15	1,03	0,84
320	24,3	1200	0,00	1216	1030	1450	1157	0,733	1228	0,43	0,36	1,01	1,19	1,06	0,85
340	24,8	1200	0,00	1310	1095	1560	1235	0,722	1338	0,41	0,34	1,02	1,22	1,08	0,86
360	25,2	1200	0,00	1406	1161	1673	1316	0,713	1450	0,39	0,33	1,03	1,25	1,10	0,87
400	26,1	1200	0,00	1576	1293	1880	1472	0,704	1658	0,36	0,30	1,05	1,28	1,13	0,88
450	28,4	1200	0,00	1751	1344	2032	1595	0,627	1856	0,33	0,25	1,06	1,38	1,16	0,91
500	30,6	1200	5,03	2018	1401	2184	1724	0,569	2045	0,31	0,22	1,01	1,46	1,19	0,94
550	32,8	1200	5,76	2103	1446	2286	1828	0,529	2182	0,28	0,19	1,04	1,51	1,19	0,95
600	34,8	1200	6,48	2198	1495	2392	1934	0,497	2344	0,26	0,17	1,07	1,57	1,21	0,98
650	36,8	1200	7,20	2301	1547	2504	2044	0,471	2506	0,24	0,16	1,09	1,62	1,23	1,00
700	37,4	1200	7,90	2550	1690	2732	2222	0,477	2724	0,23	0,15	1,07	1,61	1,23	1,00
800	41,9	1200	9,89	2631	1757	2819	2462	0,405	2960	0,19	0,13	1,13	1,68	1,20	1,05
900	44,9	1200	11,25	2907	1887	3090	2712	0,381	3296	0,17	0,11	1,13	1,75	1,22	1,07
1000	48,8	1200	13,29	3036	1918	3205	2861	0,346	3460	0,15	0,10	1,14	1,80	1,21	1,08
										M _{Ed} fra F _{Rd}					
										M _{Ed} fra F _{wc,Rd}					

A.8 Resultater med $M_E/M_R < 1$

Tabell A.4: Resultater av IPE-bjelker med $M_E/M_R < 1$ og $s_s = 0.05h_w$

IPE	L	EC3-1-5 F _{Rd} *	EC3-1-5 M _E /M _R redusert	EC3-1-8 M _E /M _R	EC3-1-5 F _{FEM} /F _R	F _{FEM}	xi _F	rho	
80	300	71	1	0,58	0,67	0,67	82	1	1
100	400	89	1	0,57	0,71	0,71	99	1	1
120	600	103	1	0,64	0,75	0,75	117	1	0,96
140	700	126	1	0,62	0,65	0,65	140	1	0,92
160	900	144	1	0,65	0,71	0,71	157	1	0,87
180	1200	159	1	0,72	0,76	0,76	175	1	0,85
200	1200	192	1	0,66	0,69	0,69	207	1	0,81
220	1200	251	1	0,66	0,57	0,57	248	0,97	0,79
240	1200	292	1	0,60	0,52	0,52	287	0,93	0,76
270	1200	343	1	0,53	0,42	0,42	338	0,9	0,74
300	1200	402	0	0,48	0,36	0,36	394	0,88	0,74
330	1200	447	0	0,42	0,32	0,32	460	0,85	0,71
360	1200	511	0	0,38	0,28	0,28	548	0,83	0,71
400	1200	583	0	0,33	0,26	0,26	629	0,81	0,69
450	1200	689	0	0,30	0,23	0,23	756	0,81	0,69
500	1200	809	0	0,28	0,20	0,20	902	0,8	0,69
550	1200	953	0	0,26	0,19	0,19	1056	0,8	0,68
600	1200	1120	0	0,24	0,17	0,17	1252	0,8	0,68
					M _{Ed} fra F _{Rd}				
					M _{Ed} fra F _{wc} _{Rd}				

EC3-1-8 reduserer ikke kapasitet for moment i vårt tilfelle

Tabell A.5: Resultater av HEA-bjelker med $M_E/M_R < 1$ og $s_s = 0.05h_w$

HEA	L	EC3-1-5 F_Rd*	EC3-1-8 M_E/M_R redusert	EC3-1-8 M_E/M_R	EC3-1-5 F_FEM/F_R	F_FEM	χ_F	rho
100	635	151	1	0,72	0,99	1,04	158	1
120	720	174	1	0,66	0,78	1,03	180	1
140	800	216	1	0,62	0,67	1,03	223	1
160	900	261	1	0,60	0,65	1,01	256	1
180	1200	278	1	0,64	0,64	0,99	272	1
200	1200	337	1	0,59	0,58	1,00	323	1
220	1200	416	1	0,55	0,49	0,98	394	1
240	1200	506	1	0,51	0,44	0,98	475	1
260	1200	550	0	0,45	0,37	0,96	537	0,93
280	1200	617	0	0,42	0,33	0,96	595	0,93
300	1200	699	0	0,38	0,31	0,99	690	0,92
320	1200	789	0	0,36	0,29	1,01	794	0,91
340	1200	872	0	0,35	0,28	1,01	884	0,91
360	1200	959	0	0,35	0,27	1,02	975	0,91
400	1200	1133	0	0,33	0,25	1,02	1155	0,93
450	1200	1223	0	0,28	0,21	1,08	1321	0,87
500	1200	1320	0	0,25	0,18	1,12	1480	0,83
550	1200	1399	0	0,23	0,16	1,14	1595	0,81
600	1200	1485	0	0,21	0,15	1,15	1707	0,79
650	1200	1577	0	0,19	0,13	1,18	1865	0,77
700	1200	1790	0	0,19	0,13	1,16	2070	0,79
800	1200	1871	0	0,16	0,11	1,21	2265	0,75
900	1200	2113	0	0,15	0,10	1,21	2556	0,73
1000	1200	2231	0	0,13	0,08	1,23	2734	0,7
				M_Ed fra F_Rd				
				M_Ed fra F_wc_Rd				

EN 1993-1-8 reduserer ikke kapasitet for moment i vårt tilfelle

Tabell A.6: Resultater av HEB-bjelker med $M_E/M_R < 1$ og $s_s = 0.05h_w$

HEB	L	EC3-1-5	EC3-1-8	EC3-1-8	EC3-1-5	F_FEM	χ_{iF}	rho	
		F_Rd*	M_E/M_R redusert	M_E/M_R	F_FEM/F_R				
100	600	205	1	0,74	0,98	1,12	221	1	1
120	620	278	1	0,65	0,73	1,06	296	1	1
140	700	348	1	0,62	0,63	1,05	364	1	1
160	900	416	1	0,66	0,75	1,05	487	1	1
180	1200	462	1	0,72	0,81	1,04	569	1	1
200	1200	565	1	0,66	0,73	1,03	657	1	1
220	1200	676	1	0,61	0,62	1,02	746	1	1
240	1200	798	1	0,57	0,55	1,02	845	1	0,97
260	1200	886	1	0,52	0,47	1,00	881	1	0,92
280	1200	983	0	0,48	0,42	0,99	973	1	0,92
300	1200	1098	0	0,44	0,39	1,00	1102	1	0,9
320	1200	1216	0	0,43	0,36	1,01	1228	1	0,89
340	1200	1310	0	0,41	0,34	1,02	1338	1	0,89
360	1200	1406	0	0,39	0,33	1,03	1450	1	0,88
400	1200	1576	0	0,36	0,30	1,05	1658	1	0,88
450	1200	1751	0	0,33	0,25	1,06	1856	1	0,84
500	1200	2018	0	0,31	0,22	1,01	2045	0,96	0,81
550	1200	2103	0	0,28	0,19	1,04	2182	0,93	0,79
600	1200	2198	0	0,26	0,17	1,07	2344	0,9	0,77
650	1200	2301	0	0,24	0,16	1,09	2506	0,88	0,76
700	1200	2550	0	0,23	0,15	1,07	2724	0,89	0,76
800	1200	2631	0	0,19	0,13	1,13	2960	0,84	0,71
900	1200	2907	0	0,17	0,11	1,13	3296	0,82	0,7
1000	1200	3036	0	0,15	0,10	1,14	3460	0,79	0,67
				M_Ed fra F_Rd					
				M_Ed fra F_wc_Rd					

EN 1993-1-8 reduserer ikke kapasitet for moment i vårt tilfelle

A.9 Etertanker

Etter et semesters arbeid sitter jeg med noen ettertanker på sidelinjen av oppgavens problemstilling. Mine kunnskaper om Python og programmering generalt var nærmest ikke eksisterende ved semesterets start, men det ble likevel produsert relativt mange simuleringer på kort tid med det lille jeg kunne. En dataingeniør hadde kanskje løst denne oppgaven enda raskere.

Filosofi og naturvitenskap som før falt under samme fagdisiplin splittet veier etterhvert som teknologi og kunnskap utviklet seg. Arkitekter og byggingeniører gikk i hver sin retning da avansert ingeniørkunst kom på banen. Med dette i bakhodet er det interessant å spørre:

Nå som datateknologi viser tegn til store framskritt, noe den vil fortsette å gjøre i årene framover, vil tradisjonelle ingeniørdisipliner oppleve samme skjebne? Kanskje tradisjonelle ingeniørdisipliner som bygg vil se en framtid der de ikke er like aktuelle som de gjør idag. Det er trygt å påstå at datametoder som genetisk programmering og nervalgt nettverk er i stand til å utvikle optimaliserte beregningmodeller betraktelig raskere og mer presist enn alle nevnte litteraturer i denne oppgaven, gitt at det er tilstrekkelig med inndata. Det er ikke usannsynlig at ingeniører i klassiske fagdisipliner i fremtiden vil fungere som arkitekter bak dataingeniørene med sine programmer. Det blir spennende å se om den nye traktoren stjeler jobben til bonden eller ikke. Om den gjør det, hvem vil da kjøre traktoren?