

Utvikling og programmering av
beregningsprogram for
kontaktledningsmaster langs jernbanen

Oscar Brustad Børke
Gunnar Wiedswang Horjen

Bygg- og miljøteknikk

Innlevert: juni 2017

Hovedveileder: Anders Rönquist, KT

Medveileder: Mirza Porobic, Bane NOR

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk



MASTEROPPGAVE 2017

FAGOMRÅDE: Beregningsmekanikk	DATO: 11. juni 2017	ANTALL SIDER: 14 + 152
----------------------------------	------------------------	---------------------------

TITTEL:

Utvikling og programmering av beregningsprogram for kontaktledningsmaster langs jernbanen

Programming a Software Suite for Design of Poles used to Support Overhead Contact Lines

UTFØRT AV:

Oscar Brustad Børke
Gunnar Wiedswang Horjen



SAMMENDRAG:

Mange scenarier tidligere beregnet med tabeller og håndregnemetoder er i dag erstattet av dataassistert konstruksjon. Denne masteroppgaven tar for seg en oppgradering av Bane NORs dimensjoneringsprogram for kontaktledningsmaster, *KL_fund*. Bane NOR tilbyr programvaren til innleide konsulenter og påtar seg dermed ansvaret for at kontaktledningsmastene dimensjoneres i henhold til gjeldende teknisk regelverk.

Men *KL_fund* dimensjonerer ikke kontaktledningsmastene etter gjeldende teknisk regelverk. Basert på klassisk Euler-Bernoulli bjelketeori har det objektorienterte programmeringsspråket Python blitt brukt til å omprogrammere *KL_fund* over i en ny plattform. Gjennom et parameterstudie har koden blitt sammenlignet med den gamle programvaren. Resultatene var tilfredsstillende.

En Newton-Raphson algoritme har blitt programmert for å løse tredjegradslikningen som uttrykker strekkraften i mastenes fastavspente ledninger. Videre har stivheten til de koniske gittermastene blitt bestemt med bruk av enhetslastmetoden.

I den nye programvaren kan mastene belastes med en vilkårlig last. Kapasiteten til mastene kontrolleres om både sterk og svak akse, enten med eller uten bardun, og brukeren kan generere en beregningsutskrift fra et programmert grafisk brukergrensesnitt.

Brukere av programmet kan selv velge hvilken beregningsprosedyre masten skal dimensjoneres etter; Eurokoden eller bransjestandarden til Norsk Elektroteknisk Komite. Det foreslås en ny standard til bruk for bestemmelse av snølastens størrelsesorden.

Vedrørende evolusjon av programkoden foreslås det konkrete tiltak både på kort- og lang sikt.

HOVEDVEILEDER: Professor Anders Rønnquist
MEDVEILEDERE: Mirza Porobic, Stanislav Pika (Bane NOR)
UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk, NTNU (Trondheim)

MASTEROPPGAVE 2017

for

Oscar Brustad Børke og Gunnar Wiedswang Horjen

Utvikling og programmering av beregningsprogram for master langs jernbanen.

Bane NOR opererer med to programmer som tar for seg beregning av master og fundamenter langs jernbanen. Disse er programmert med Visual Basic direkte i Microsoft Excel. Programmet *KL_fund* beregner mastetverrsnitt og skriver ut krefter og momenter som overføres til programmet *Fundamast* der mastens fundament dimensjoneres. *KL_fund* er oppdatert i flere omganger og har vist seg å være sensitivt for nye oppgraderinger av Microsoft. Oppgaven består ikke bare i å forbedre *KL_fund* med en plattform formulert i Python, men også å validere ligningene den eksisterende programvaren er basert på.

Programmet skal benyttes til beregning og dimensjonering av kontaktledningsmaster. I likhet med eksisterende programvare skal resultater i form av utnyttelsesgraden til kontaktledningsmast, bøyning og vridning av kontaktledningsmast, forskyvninger av kontaktråd i kontaktrådens høyde, krefter i toppen av mastefundament og deformasjon kunne skrives ut og eksporteres.

Besvarelsen er først og fremst selve programmet, men det skal også utarbeides en kortfattet rapport som beskriver problemstillinger, utfordringer og valgte løsninger. En oversikt over problemer som er løst med korrekt resultat bør inngå, og det samme bør eventuelle problemer som ikke er løst tilfredsstillende.

Fra Bane NOR sin side er det ønskelig å vurdere disse punktene til oppgradering av *KL_fund*:

- Mulighet å vise eller generere beregningsutskrift.
- Studie av ulike beregningsalternativer, fordeler og ulemper med disse samt forslag eller anbefaling av en. Dimensjonering iht. Eurokode men lastberegning iht. 50119 og eller Eurokode. Kanskje bygge inn mulighet for begge alternativer som kan velges etter brukerens ønske.
- Studie av snø- og is-laster på ledninger. Da denne er mangelfullt utredet ønsker vi en uavhengig vurdering og dokumentering av valgt metode eller last størrelse. Valgene som blir tatt bør det argumenteres for.
- Mulighet til å beregne åk med tilhørende master
- Resultater i samme format som i dag slik at disse kan benyttes med «Fundamast»
- Kan beregning av fundamenter (Fundamast) implementeres i programmet
- Programmet bør ha et lavterskel som mulig for bruk.
- Beholde lista med banestrekninger og kilometrering.
- Grafisk brukergrensesnitt
- Avspenningsmast uten bardunering
- Stivheten til master i forbindelse med fastinnspente ledninger

Institutt for konstruksjonsteknikk

FAKULTET FOR INGENIØRVITENSKAP OG TEKNOLOGI

NTNU – Norges teknisk- naturvitenskapelige universitet

Hovedveileder: Professor Anders Rønnquist (NTNU)

Medveiledere: Mirza Porobic (Bane NOR), Stanislav Pika (Bane NOR)

Det vil være opp til kandidaten at selv vektlegge de enkelte delene i oppgaven der oppgaven utføres i henhold til retningslinjer for utførelse av hovedoppgaven ved Institutt for konstruksjonsteknikk.

Besvarelsen skal leveres institutt for konstruksjonsteknikk og Bane NOR innen 11. juni 2017.

NTNU, 15. januar 2017

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'AR', with a long horizontal stroke extending to the right.

Anders Rønnquist

Abstract

As the need for accurate analysis of complex engineering systems grows, so does the demand for computer aided design. It may seem inconceivable to young engineers, but it was not long ago that computers were nowhere to be seen in design offices. Times have changed.

This paper considers a symbiosis of software engineering and applied steel design of pole supports for the contact wire system. The benefits of the object oriented programming language Python have been exploited to port Bane NORs software into a new platform. Classical Euler-Bernoulli beam theory yields the foundation for the computerized pole-design model. The behaviour of the equations behind the software was studied through a sensitivity analysis measured against Bane NORs outdated Microsoft Excel software. Results were found to be satisfactory.

A Newton-Raphson scheme has been implemented within the software in order to determine the tension force in catenary wires, taking the variables temperature, span length, sag and self-weight into account. Furthermore, a generic algorithm to calculate the stiffness of tapered double-channeled steel lattice poles by demanding work equilibrium between inner and outer forces has been programmed. The code also exhibits the capability of loading the poles with an arbitrary load at an arbitrary height.

Moreover, a thorough investigation within the myriad of related national- and international standards has been carried out. The international standard *Atmospheric icing on structures* has been recommended as a remedy for the Norwegian ice load problem. Finally; suggestions for short- and long-term objectives related to evolution of the code have been promoted.

Keywords: *Overhead contact lines, Single pole contact wire support, Design of steel structures, Object oriented programming, Python*

Forord

Denne masteroppgaven er utført i samarbeid mellom institutt for konstruksjonsteknikk ved Norges teknisk- naturvitenskapelige universitet (NTNU) og Bane NOR. Temaet for oppgaven er kontaktledningsanlegget langs jernbanen. Da Bane NOR har et utdatert beregningsverktøy for å dimensjonere sine kontaktledningsmaster, forelå det et ønske om å modernisere dette.

Høsten 2016 kontaktet overingeniør Mirza Porobic i Bane NORs avdeling for digitalisering og teknologi Anders Rønnquist, professor i konstruksjonsdynamikk ved NTNU. Samtalen endte ut i denne masteroppgaven: *Utvikling og programmering av beregningsprogram for kontaktledningsmaster langs jernbanen*. Vi var ikke sene med å vise vår interesse for oppgaven, da vi ønsket å vie våren 2017 til programvareutvikling.

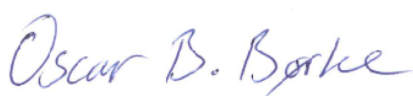
Det rettes en stor takk til professor Rønnquist for tilliten han viste ved å tildele oss denne oppgaven. Vi vil også rette en spesiell takk til Postdoktor ved institutt for konstruksjonsteknikk, Petter Røe Nåvik, for entusiastisk veiledning. Doktorgradsstipendiat Gunnstein Thomas Frøseth takkes for å ha bidratt med gode tips og triks til programmering i Python.

Følgende nøkkelpersoner takkes for å ha øst av sin kunnskap og erfaring:

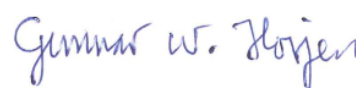
- Mirza Porobic: Kontinuerlige tilbakemeldinger i programvareutviklingsprosessen
- Stanislav Pika: Holdt et introduksjonskurs i programmering
- Martin Rosvold: Organiserte en ekskursjon til den elektrifiserte delen av Trønderbanen
- Svein M. Fikke: Hjalp oss med å finne en løsning på islast-problemet
- Oddbjørn Jorde: Har gitt oss tips til hvordan *KL_fund* bør oppgraderes

Denne oppgaven er skrevet slik at den skal være forståelig for våre medstudenter ved sivilingeniørstudiet bygg- og miljøteknikk på NTNU. For å bedre kunne forstå hvordan den nye programvaren er bygd opp, oppfordres alle lesere av denne masteroppgaven til å klikke seg rundt i .html-dokumentasjonen til koden.

Trondheim, 11. juni 2017



Oscar Brustad Børke



Gunnar Wiedswang Horjen

Innhold

Sammendrag	vii
Forord	ix
1 Introduksjon	1
1.1 Bakgrunn	1
1.2 Mål	2
1.3 Begrensninger	3
1.4 Fremgangsmåte	3
1.5 Jernbanen i Norge	5
1.6 Elektrisk jernbanedrift	5
1.6.1 Strømforskyning	7
1.7 Kontaktledningsanlegget	10
1.7.1 Kontaktledningen	11
1.7.2 Utliggerkonstruksjonen	13
1.7.3 Master	16
1.7.4 Fundament	19
1.8 Programvareutvikling	20
1.8.1 Klasser	21
1.8.2 Grunnleggende Python	22
2 Beregningsgrunnlag	25
2.1 Antagelser	26
2.2 Koordinatsystem	28
2.3 Vertikale laster	29
2.4 Horisontale laster	31
2.5 Forskyvninger	41

2.6	Beregningsprosedyrer	44
2.7	Kapasitetsberegning	49
3	KL-mast	61
3.1	Systemdefinisjon	62
3.1.1	Masteegenskaper	62
3.1.2	Fastavspente ledninger	64
3.1.3	System	66
3.1.4	Geometriske mastedata	67
3.1.5	Avansert	69
3.1.6	Nytt brukergrensesnitt	69
3.2	Sentrale klasser	70
3.2.1	class Inndata	71
3.2.2	class System	71
3.2.3	class Kraft	72
3.2.4	class Mast	73
3.2.5	class Tilstand	73
3.3	Beregningsgang	74
3.3.1	Fase #0: Brukerinput	74
3.3.2	Fase #1: Initiering	74
3.3.3	Fase #2: Beregning	75
3.3.4	Fase #3: Sortering	81
3.3.5	Fase #4: Utskrift	81
3.3.6	Overblikk	83
3.4	Validering & verifikasjon	85
3.4.1	Parameterstudie	86
3.4.2	Valg av standard	93
4	Diskusjon	99
4.1	Forskyvningsberegninger	99
4.2	Fastavspente ledninger	103
4.3	Optimering av programmets ressursbruk	105
4.4	Regelverk	106

5 Avslutning	115
5.1 Konklusjon	116
5.1.1 Oppsummering	117
5.1.2 Tilbakeblikk	119
5.2 Videre arbeid	119
5.2.1 Kortsiktige mål	120
5.2.2 Langsiktige mål	126
A Tillegg	129
A.1 Enkel strekkutligger	136
A.2 Nyttige bjelkeformler	142
A.3 Utliggerdeformasjon	143
A.4 Tegning H-mast	145
A.5 Tegning B-mast	145
Bibliografi	148

Kapittel 1

Introduksjon

Kontaktledningsanlegg er et system av elektriske ledere som sammen med en strømavtaker kan brukes til å forsyne kjøretøy med elektrisk energi. Strømforsyningen kan foregå via en kontaktledning over, eller med en ledeskinne under- eller ved siden av kjøretøyet.

Kiessling et al. (2009, s.123)

Denne oppgaven tar for seg kontaktledningsanlegget for elektrisk jernbanedrift med strømforsyning *over* skinnegangen. Anlegget består av master, utliggere og ledninger som tilsammen danner fasilitetene for elektrisk drift av jernbanen. Et kontaktledningsanlegg med strømforsyning *over* kjøretøyet kan operere ved langt høyere hastigheter enn hva ledeskinnen *under* eller langs skinnegangen kan tilby. I 2007 satte Train à Grand Vitesse (TGV) i Frankrike den gjeldende verdensrekorden for fremføring av tog via tradisjonelt kontaktledningsanlegg med en hastighet på $574,8 \text{ km/t}$ (Kiessling et al., 2009, s.249).

Foruten kjernekrefter skiller en mellom to typer fundamentalkrefter i naturen: Gravitasjonskrefter og elektriske krefter. Kontaktledningsmastene langs jernbanen utsettes for begge typer krefter. Denne oppgaven undersøker imidlertid hvilken effekt gravitasjonslastene, herunder også klimaeffekter har på kontaktledningsanlegget. Det skal utvikles et generisk beregningsprogram for dimensjonering av mastene langs jernbanen.

1.1 Bakgrunn

Alle kontaktledningsmaster i Norge skal dimensjoneres med *KL_fund*, Bane NORs beregningsverktøy. Dette er et Excel-program utviklet av sivilingeniør Oddbjørn Jorde. Selv om

Jorde var ansatt på bruseksjonen i BanePartner, tidligere Jernbaneverket, i perioden 1994-2000 fikk han likevel flere oppdrag med å dimensjonere master til kontaktledningsanlegget. Før datamaskinens tid brukte Bane NOR tabeller fra SIEMENS til å finne krefter på kontaktledningsmastene. Men i perioden mellom år 1995-2000 automatiserte Jorde store deler av tabellverket til den tyske elektrogiganten. Thor Egil Thoresen og Ali Reza Sadeghi bistod Jorde med å utvikle regneark i Excel til å plukke ut krefter på kontaktledningsmastene fra tabulerte verdier. Sadeghi og Thoresen stod for kunnskapen om kontaktledningsanlegget, mens Jorde programmerte. Regnearkene utviklet seg til det som i dag er bedre kjent under navnet *KL_fund*.

Siden den gang har programmet hele tiden vært under utvikling med implementering av nye funksjonaliteter. I mellomtiden har medveilederen til denne masteroppgaven Mirza Porobic erstattet Sadeghi. Jorde skiftet arbeidsgiver ved tusenårsskiftet, men har siden hatt en rammeavtale med Bane NOR om vedlikehold av programmet. I 2010 engasjerte Bane NOR Jorde for å oppgradere *KL_fund* til å beregne kontaktledningsmastene i henhold standardverket gitt i den siste Eurokode-serien.

Prosjektet med å holde *KL_fund* oppdatert på et stadig endrende regelverk har vært svært kostbart for Bane NOR. Jordes innsats med å oversette programmet til Eurokode-beregninger var bare ett av flere dyre "lappeprosjekter" for å holde *KL_fund* i live. Utgiftsposten til vedlikehold av *KL_fund* ble så stor at programmet ble vurdert skrinlagt i 2015. Porobic stod overfor valget om å utvikle et nytt program, eller rett og slett skrote *KL_fund*.

Det hersker fremdeles usikkerhet rundt nøyaktigheten til beregningene i *KL_fund*. Store ujevnheter i kontaktledningsanlegget for det nye dobbeltsporet på Mjøsbanen har ført til at togene blir tvunget til å senke hastigheten fra 200 til 130 *km/t*. I følge en tysk ekspert på kontaktledningsanlegg skyldes ikke dette bare feil i entreprenørens arbeider, men også det faktum at det er mulig å gjøre beregningsfeil i Bane NORs interne programvare (Ramsdal, 2017).

1.2 Mål

Målet med denne masteroppgaven er ikke bare å omprogrammere *KL_fund* over i en ny plattform, men også å undersøke beregningsgrunnlaget den eksisterende programvaren er basert på. Med utgangspunkt i det gjeldene regelverket – hvor det åpnes for å bruke både Eurokode

og bransjestandardene til Norsk Elektroteknisk Komite – skal fordeler og ulemper ved de to alternativene diskuteres. Én av beregningsprosedyrene skal anbefales. Besvarelsen er først og fremst koden til det nye programmet, men vi vil med denne oppgaven gjøre rede for de valgene vi har tatt underveis i programvareutviklingsprosessen. Hensikten med denne masteroppgaven er å:

1. Modernisere Bane NORs programvare *KL_fund*
2. Forbedre beregningsgrunnlaget koden er basert på
3. Anbefale en beregningsprosedyre

I tillegg til å dimensjonere kontaktledningsmaster i ferdig montert tilstand, skal programmet kunne beregne krefter i toppen av mastefundamentet, samt forskyvninger og torsjonsvinkel i strømforsyningslinens høyde.

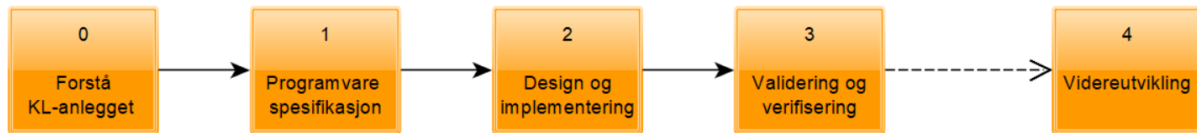
1.3 Begrensninger

Bane NOR bruker flere Excel-programmer til beregning av kontaktledningsanlegget. *KL_fund* benyttes for å dimensjonere selve masten. Resultatene fra *KL_fund* eksporteres videre til *Fundamast* der de geotekniske beregningene av fundamentene foretas. I tillegg bruker Bane NOR programmet *CanDrop* til å dimensjonere utliggerkonstruksjonen.

Denne oppgaven dreier seg imidlertid om å utvikle et beregningsverktøy for dimensjonering av kontaktledningsmaster. Kontaktledningsmastene kan også benyttes som opplegg for åk, men det er ikke mulig å regne på portalrammer med dette programmet. Mastene er gjerne laget av betong, stål eller trevirke. Kun tverrsnittsdata for Bane NORs stålmaster er lagt inn i det nye programmet, da det kun benyttes master av stål på nye kontaktledningsanlegg.

1.4 Fremgangsmåte

Ny programvare er ofte basert på videreutvikling av eksisterende systemer, og dette er intet unntak. Selv om det neppe finnes en perfekt programvareutviklingsprosess, vil softwareutvikling ofte innebære følgende fundamentale aktiviteter angitt i figur 1.1 (Sommerville, 2011, s.248).



Figur 1.1: Sentrale aktiviteter i en programvareutviklingsprosess.

Det er ingen obligatoriske jernbanefag i den generelle utdannelsen ved sivilingeniørlinjen bygg- og miljøteknikk på NTNU. En innledende øvelse til denne masteroppgaven, aktivitet 0 i figur 1.1, innebar dermed å sette seg inn i hvordan jernbanen fungerer, samt hvordan software kan programmeres. Læreboken *Contact lines for electric railways* av Kiessling, Puschmann, Schmeider og Schneider har vært et sentralt oppslagsverk for å forstå de mekaniske kravene til kontaktledningsanlegget. Utover introduksjonskurset i programmering med Bane NOR, har nettsiden CodeCademy vært viktig for å plukke opp de grunnleggende funksjonalitetene i Python. Ellers har dokumentasjonen til *KL_fund* vært en sentral støtte-spiller (Jorde, 2007).

Programmets randbetingelser, aktivitet 1 i figur 1.1, ble definert på oppstartsmøtet med Mirza Porobic og Stanislav Pika den 19. desember 2016. Møtet var viktig for å identifisere hvilke funksjoner det nye programmet skulle ha. Aktivitet 2 og 3 i figur 1.1 representerer denne oppgaven i miniatyrform.

I masterkontrakten er det definert at Bane NOR skal ha rettighetene til å bruke, forstå, modifisere og distribuere det endelige produktet. Videreutvikling av programvaren er dermed overlatt til Bane NOR selv. Men koden er skrevet med tanke på at den skal leses langt flere ganger enn den skrives – at den skal være enkel å forstå – og at det skal være lett å videreutvikle programmet.

Det vil i det følgende gis en introduksjon til jernbanen i Norge, med fokus på kontaktledningsanlegget. Deretter følger en kort introduksjon til Python, språket det nye programmet for dimensjonering av kontaktledningsmaster er programmert i. De resterende kapitlene i denne masteroppgaven tar for seg følgende tematikk:

Kapittel 2 - Beregningsgrunnlag. Det konstruksjonstekniske beregningsgrunnlaget for dimensjonering av kontaktledningsmaster presenteres.

Kapittel 3 - Ny programvare. Viser hvordan dimensjonering av kontaktledningsmastene har blitt oversatt til kjørbare kode i Python. Et parameterstudie gjennomføres.

Kapittel 4 - Diskusjon. Resultater fra parameterstudiet i kapittel 3 diskuteres. Styrker og svakheter ved koden identifiseres.

Kapittel 5 - Avslutning. Det anbefales en beregningsprosedyre for dimensjonering av kontaktledningsmaster. Konkrete tiltak for videre arbeid på kort- og lang sikt foreslås.

1.5 Jernbanen i Norge

I 1854 fikk Norge sin første jernbane. Hovedbanen var 68 *km* lang og gikk fra Kristiania til Eidsvoll (Svingheim, 2008). I dag er dette landets mest moderne jernbanestrekning. Gardermobanen trafikkeres i dag med tog i hastigheter opptil 210 *km/t*.

Hver dag frakter jernbanen i Norge i snitt mer enn 200.000 passasjerer og 85.000 tonn gods ved hjelp av det 4219 *km* lange jernbanenettverket i Norge. 6%, deriblant den allerede omtalte Mjøsbanen, er dobbeltsporet (Stephansen, 2017a). Den norske jernbanen består av 2700 bruer og strekker seg fra Kristiansand i sør til Narvik i nord, se figur 1.2. For kollektivtransporten i storbyene er jernbanen spesielt viktig. I 2015 ble det foretatt hele 65,6 millioner personreiser med jernbanen i Norge (NSB, 2015), og tallet er stigende.

Togtrafikk er en miljøvennlig transportmåte. Investeringene i jernbanen defineres ikke lenger kun som en investering i samfunnets infrastruktur, men også som et miljøpolitisk satsningsområde. Solberg-regjeringen har et uttalt mål om å øke investeringene i jernbanen som et motkonjunkturpolitisk tiltak i en tid med lave oljepriser. Med Nasjonal Transportplan for perioden mellom år 2018-2029 foreslår regjeringen 312 milliarder kroner til jernbanefor-mål (Stephansen, 2017b). Investeringene skal bidra i omstillingen til lavutslippssamfunnet Norge.

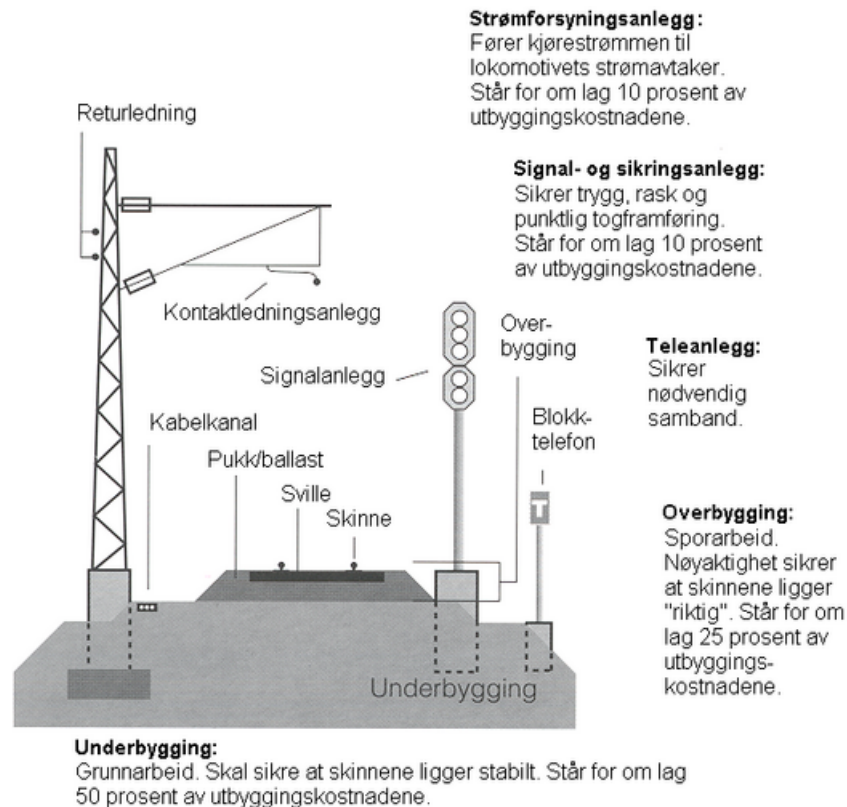
Jernbanens fremtid i Norge ser lys ut. Det skal bygges et kapasitetssterkt jernbanenett i storbyområdet rundt Oslo med dobbelspor på alle strekninger fra Oslo til Hamar, Hønefoss, Tønsberg og Seut utenfor Fredrikstad (Monstad, 2015). Dessuten skal forhåpentligvis de dieseldrevne jernbanelinjene elektrifiseres (Nordli, 2016), vist i oransje på figur 1.2.

1.6 Elektrisk jernbanedrift

Lokomotiver brukes til å trekke både person- og godsvogner. De er enten elektriske eller dieseldrevet, men 80% av jernbanetrafikken i Norge skjer med elektrisk drevne tog. Teknisk utvikling med bruk av kraftelektronikk og asynkronmotorer har gjort det mulig å bygge universallokomotiver beregnet for både passasjer- og godstog. Figur 1.3 viser hvilke komponenter



Figur 1.2: Jernbanenettets infrastruktur i Norge (Jernbaneverket, 2012, s.8).



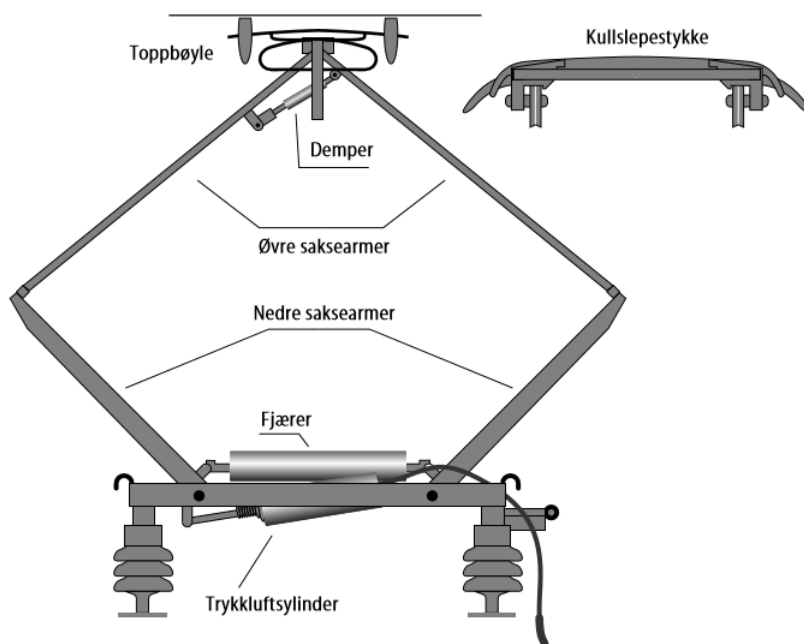
Figur 1.3: Nødvendige anleggsdeler for elektrisk jernbanedrift (BaneNOR, 2017a).

som inngår for fremføring av det elektrisk drevne lokomotivet langs de grønne jernbanelinjene i figur 1.2 (BaneNOR, 2017a).

1.6.1 Strømforskyning

“Vekk med dampen” var slagordet i fornyelsesbevilgningen regjeringen la frem til elektrifisering av det norske jernbanenettet i 1952 (Svingheim, 2008). Selv om den første elektrifiserte jernbanen kom til Orkdal kommune allerede i 1908, var det ikke før i etterkrigsårene damplokomotivene ble erstattet med elektriske og dieseldrevne tog (Wisting, 2014). I dag er 2500 km, tilsvarende omtrent 60% av det norske jernbanenettet elektrifisert. Norske lokomotiver forbruker årlig 500 GWh elektrisk energi. Det utgjør omlag 0,5% av det årlige norske elektriske energiforbruket (Jernbaneverket, 2012, s.23).

Norske tog forsynes med elektrisk energi levert med en opprinnelsesgaranti på at energien er produsert i vannkraftverk (Jernbaneverket, 2012, s.23). Med hensyn til luftkvaliteten i storbyene – der hvor togtrafikken er størst – er det en fordel med elektrisk jernbanedrift. Sammenlignet med dieseldrevne tog er elektrisk drevne tog sterkere, de akselererer bedre, de krever et lavere energiforbruk og de er rimeligere med hensyn til drift og vedlikehold. Ulem-



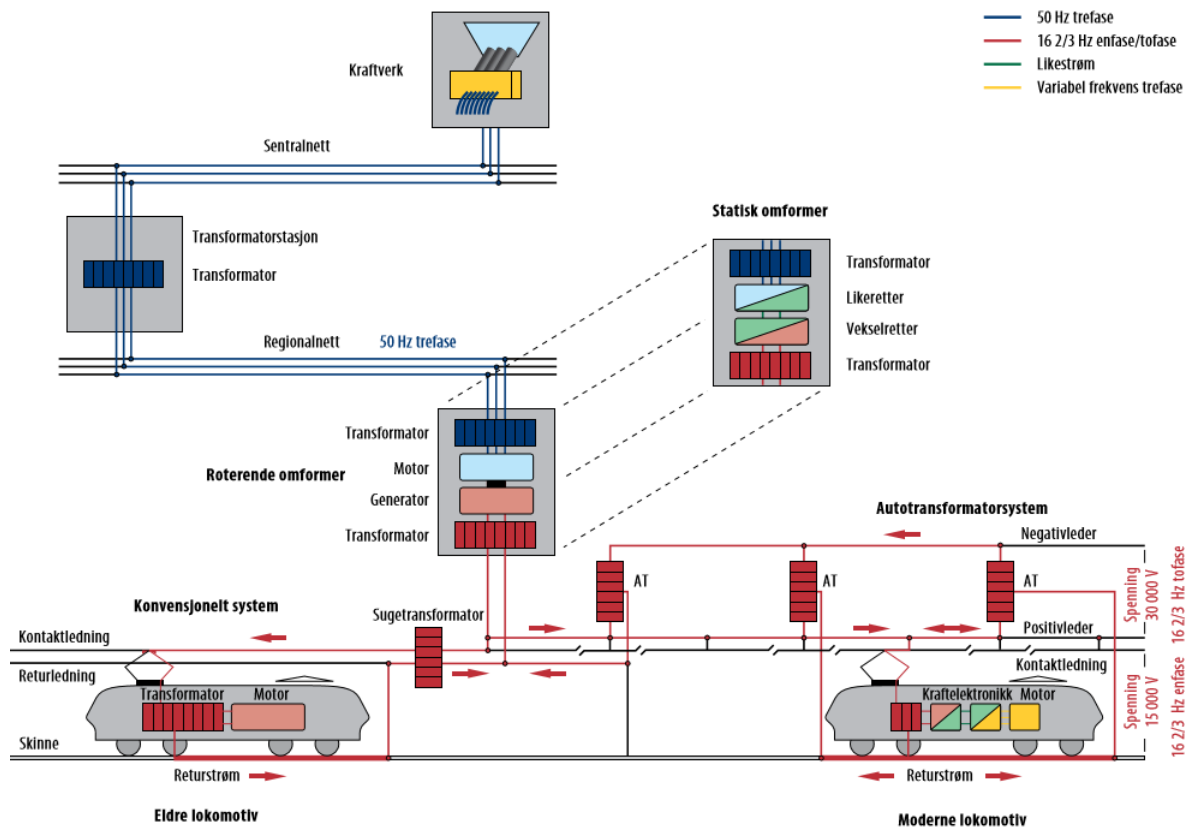
Figur 1.4: Pantografen, lokomotivets strømvaktaker (Jernbaneverket, 2012, s.28).

pene ved å etablere og vedlikeholde et strømforsyningsanlegg er færre en fordelene ved å bruke elektrisk drevne lokomotiver. Moderne togsett kan dessuten returnere strøm når toget bremses ved å bruke fremdriftsmotorene som generatorer. Regenerativ bremsing er svært fordelaktig i Norge da det finnes mange lange nedoverbakker. I stedet for at energien går tapt som varme i bremsene kan den brukes i andre tog (Jernbaneverket, 2012, s.20).

Figur 1.4 viser pantografen, togets strømvaktaker. Kullsløpeestykket på pantografen, vist til høyre i figur 1.4, berører kontakttråden – strømforsyningslinen – til enhver tid (Jernbaneverket, 2012, s.25). Interaksjonen mellom kontakttråd og pantograf er en slags invers variant av interaksjonen mellom bil og kjøreveg. På samme måte som at en bil kan ta skade når den kjøres raskt over fartsdumper, blir pantografen slitt når den passerer ujevnheter i kontakttråden i høy hastighet. Pantografen er utstyrt med en demper for å minimere slitasjen på kullsløpeestykket ved passering av ujevnheter i kontakttråden.

Technical specifications for interoperability (TSI) er et byrå satt ned fra EU hvor målet er at elektrisk jernbanedrift skal kunne foregå på tvers av Europas landegrenser. I tråd med dette målet er det definert krav for en *Europantograf* slik at godstrafikk for eksempel skal kunne gå fra Narvik i nord til Madrid i sør. (BaneNOR, 2017b).

Spenningen og frekvensen på strømmen togene mates med gjennom pantografen er historisk basert. På den XIII Internasjonale Jernbanekongressen i Bern i 1910 ble ulike systemer for elektrifisering av jernbanen diskutert. Tyskland besluttet i 1912 å benytte énfase veksel-



Figur 1.5: Strømmens veg fra kraftverk til tog (Jernbaneverket, 2012, s.24).

strøm 15 kV og $16\frac{2}{3}\text{ Hz}$. Årsaken til den lave frekvensen var at det i starten var traksjonsmotoren som var bestemmende og utslagsgivende for valg av system for overføring av elektrisk kraft. På den tiden ble motorsystemet for plasskrevende ved høyere frekvenser (BaneNOR, 2017a).

Figur 1.5 viser hvordan den elektriske energien mates til kontaktledningsanlegget via kraftverk, omformer- og transformatorstasjoner. I omformerstasjonene endres vekselspenningsens frekvens fra 50 Hz , som de lokale elektrisitetsverkene leverer med, til $16\frac{2}{3}\text{ Hz}$ – frekvensen lokomotivene opererer på. Kontaktledningsanlegget kan mates med strøm direkte fra en omformerstasjon, eller via et høyspentnett kople til kontaktledningsanlegget via en transformatorstasjon. For å kompensere for eventuelle spenningsfall mellom matestasjon og tog, leverer matestasjonene normalt ut en spenning på $16,5\text{ kV}$ (Jernbaneverket, 2012, s.23).

Pantografen leser så av en spenning som videre blir matet inn i transformatoren hvor den reduseres til $1/10$ av spenningen den får inn. Transformatoren i lokomotivet, vist nederst til venstre på figur 1.5, består av en jernkjerne med elektriske viklinger rundt. Det er en av de tyngste enkeltkomponentene i toget, montert inne i en stålkapsling fylt med isolerende

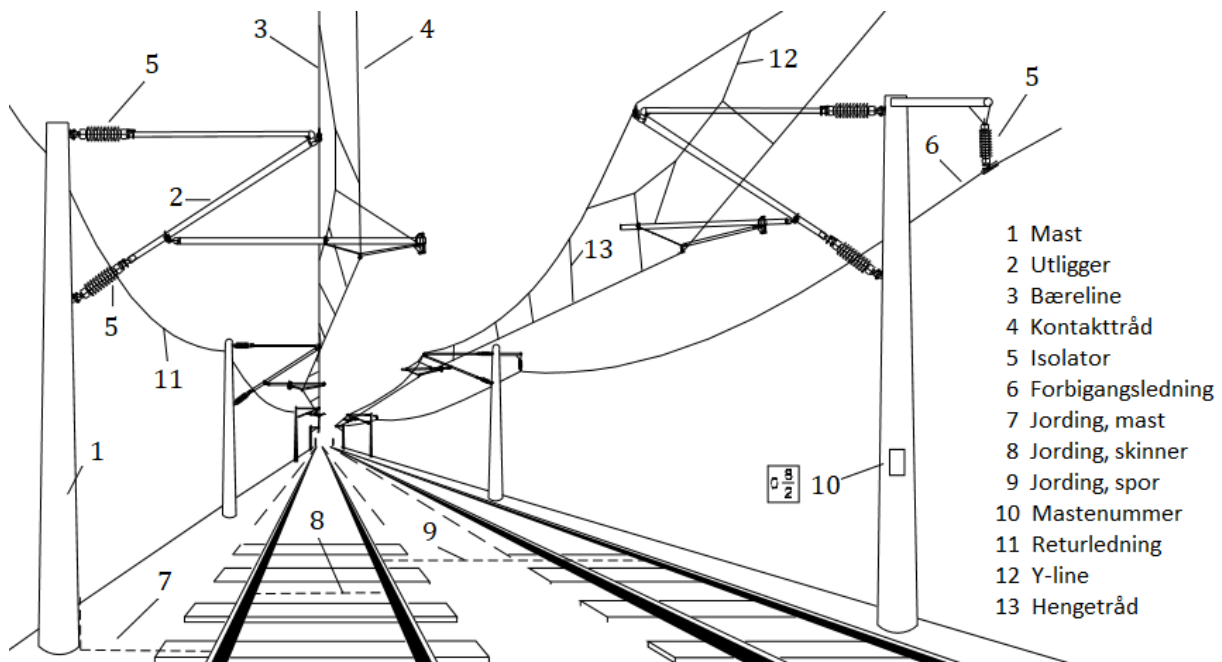
transformatorolje (Jernbaneverket, 2012, s.20).

Til slutt må elektrisk strøm alltid gå i en lukket krets. Når effekten er tatt ut i lokomotivets motor, sendes returstrømmen tilbake til matestasjonen. Fra elkraftsentraler i Trondheim, Fron, Bergen, Oslo, Drammen og Kristiansand kan både matestasjonene og kontaktledningsanlegget overvåkes og fjernstyres. Disse kontorene kan koble inn og ut brytere slik at kontaktledningsanlegget kan vedlikeholdes uten at togtrafikken forstyrres (Jernbaneverket, 2012, s.25).

1.7 Kontaktledningsanlegget

Kontaktledningsanlegg er betegnelsen på alle de komponenter strømforsyningen for elektrisk banedrift består av, deriblant ledninger, master, brytere og anlegg for å sikre at returstrømmen går der den skal."

Jernbaneverket (2012, s.26)



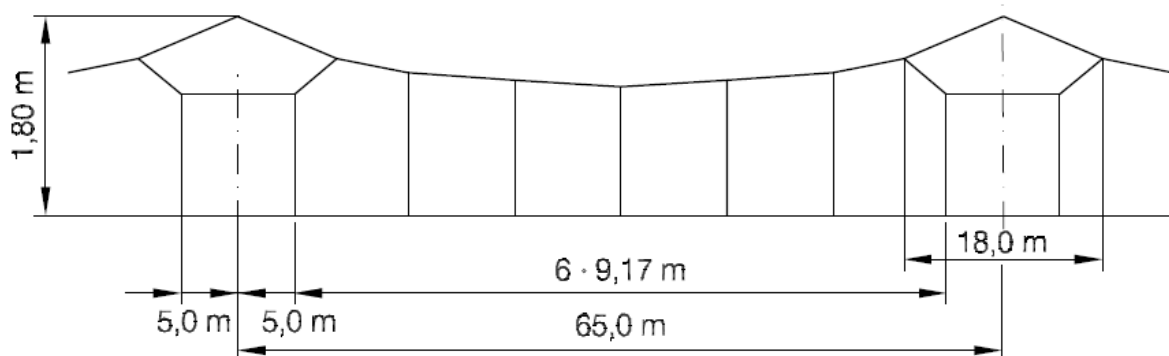
Figur 1.6: Kontaktledningsanlegget for jernbanen (Kiessling et al., 2009, s.151).

Kontaktledningsanlegget er essensielt for elektrisk jernbanedrift. Anlegget sørger for kontinuerlig overføring av elektrisk energi fra matestasjonene til lokomotivet via togets strømavtaker. Figur 1.6 viser de sentrale komponentene i kontaktledningsanlegget. Langs enkelt- eller dobbeltspor henger kontakttråden i en utkragerkonstruksjon på masten, vist i figur 1.6.

På større jernbanestasjoner med flere parallelle spor er imidlertid kontaktledningene ofte hengt opp i en portalramme – et åk. Kontaktledningsanlegget vist i figur 1.6 er likevel å foretrekke da det gir minimale kostnader over levetiden (Kiessling et al., 2009, s.153).

1.7.1 Kontaktledningen

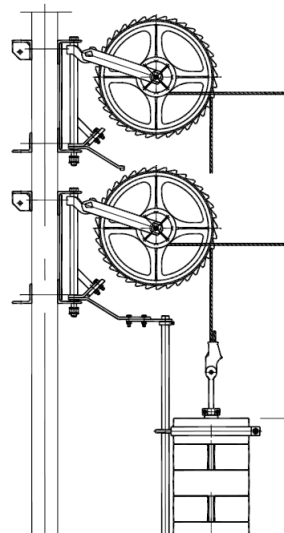
Kontaktledningen, ofte forkortet til *KL*, er et paraplybegrep for bæreline, hengetråd, kontakttråd og Y-line. Kontakttråden er den horisontale linjen i figur 1.7. Bærelinen, hengetrådene og en eventuell Y-line sørger for å holde kontakttråden – strømforsyningslinjen pantografen glir mot – i riktig høyde over sporet. Jo brattere helningen på bærelinen i figur 1.7 er, desto stivere er opplegget for kontakttråden. Det betyr at kontakttråden har et stivere opplegg over masteene, enn i feltmidtre mellom to kontaktledningsmaster. Bruk av Y-line er en måte å kompensere for ulik stivhet i feltmidtre og ved opplegg på. Med Y-line ved masteoppleggene blir den vertikale bevegelsen i kontaktpunktet mellom pantografen og kontaktledningen når toget passerer så jevn som mulig (Kiessling et al., 2009, s.159).



Figur 1.7: Kontaktledningen for Bane NORs system 25 (Kiessling et al., 2009, s.242).

Pantografen er svært sensitiv for vertikale endringer i kontakttrådens beliggenhet. For å minimere vertikale bevegelser av kontakttråden er kontaktledningen strukket opp med lodd. Et vekt- /trinsesystem i begge ender av kontaktledningen sørger for et tilnærmet konstant strekk i ledningen til enhver tid (Jernbaneverket, 2012, s.26). Figur 1.8 viser hvordan denne strekkraften i kontaktledningen oppnås. Både bærelinen og kontakttråden føres inn på en trinse. Lodd av betong er koblet til den samme trinsen, men med en annen radius.

På nye anlegg som angitt på bildet i figur 1.8 er det et utvekslingsforhold på 3:1. Det betyr at loddenes momentarm om trinsen er tre ganger større enn bærelinen og kontakttrådens momentarmer. For Bane NORs system 20 skal kontakttråden og bærelinen strekkes opp med



Figur 1.8: Loddavspenning.

en kraft på $S = 10\text{ kN}$. Hvis $G = mg$ tilsvarer loddets kraft kan massen, m , loddet må ha bestemmes ved å kreve momentlikevekt om trinsens massesenter:

$$S \cdot 1 - G \cdot 3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad m = \frac{S}{3g} = \frac{10\text{ kN}}{3 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 340\text{ kg}$$

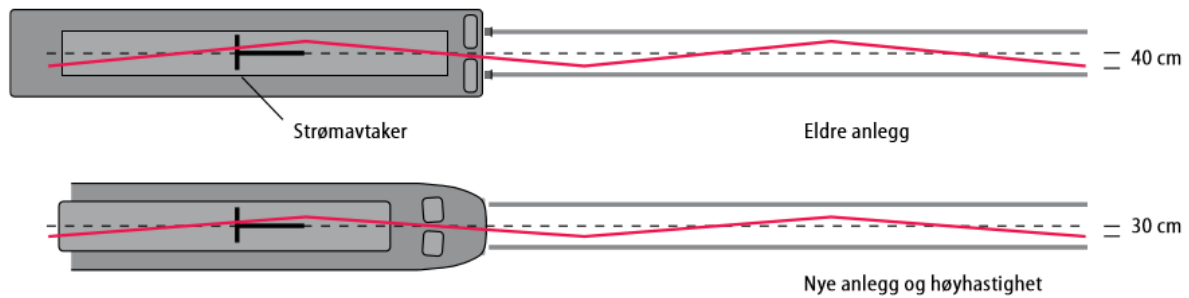
Materialer og strekkrefter i bærelinen og kontaktledningen skal velges slik at den maksimale hastigheten på strekket ikke overstiger 70% av bølgehastigheten c i kontaktledningen (Kiessling et al., 2009, s.155):

$$c = 3,6 \sqrt{\frac{\sigma_K}{\rho_K}} \quad (1.1)$$

3,6 er en omregningsfaktor fra m/s til km/t . σ_K er spenningen i kontaktledningen og ρ_K den spesifikke densiteten til materialet. Norske kontakttråder er påført en strekkraft mellom 7,1 og 15 kN avhengig av ønsket tillatt hastighet.

For å unngå at kullslepestykket på pantografen slites på ett og bare ett sted er kontakttråden strukket opp i sikksakk mellom masteoppleggene, se figur 1.9. Ved å betrakte sikksakkets vinkelutslag i forhold til avstanden mellom to master kan det vises at større sikksakk påfører mastene langs sporet større skjærkrefter. Kontakttråden holdes oppe av en utliggerkonstruksjon festet til masten. Intuitivt ville det vært hensiktsmessig å plassere mastene på annenhver side av sporet og dermed belaste utliggerkonstruksjonen i strekk. I praksis gjøres ikke dette da det er ønskelig å med letthet kunne utvide til dobbeltspor ved en senere anledning.

Sikksakket gir ikke bare pantografen en forlenget levetid, men sørger også for at kontakt-



Figur 1.9: Sikksakk-føring av kontakttråden (Jernbaneverket, 2012, s.25).

tråden får bedre dynamiske egenskaper. Kontakttrådens sikksakk gjør det dessuten mulig å øke spennvidden mellom mastene der banen går i kurver (Jernbaneverket, 2012, s.25). Men dersom kontakttråden skulle befinne seg utenfor kullsløpestykkets arbeidsområde kan det føre til at pantografen ødelegges, eller at kontaktledningen rives ned. Dette kan være årsaken til flere timers forsinkelser i togtrafikken (Jernbaneverket, 2012, s.29).

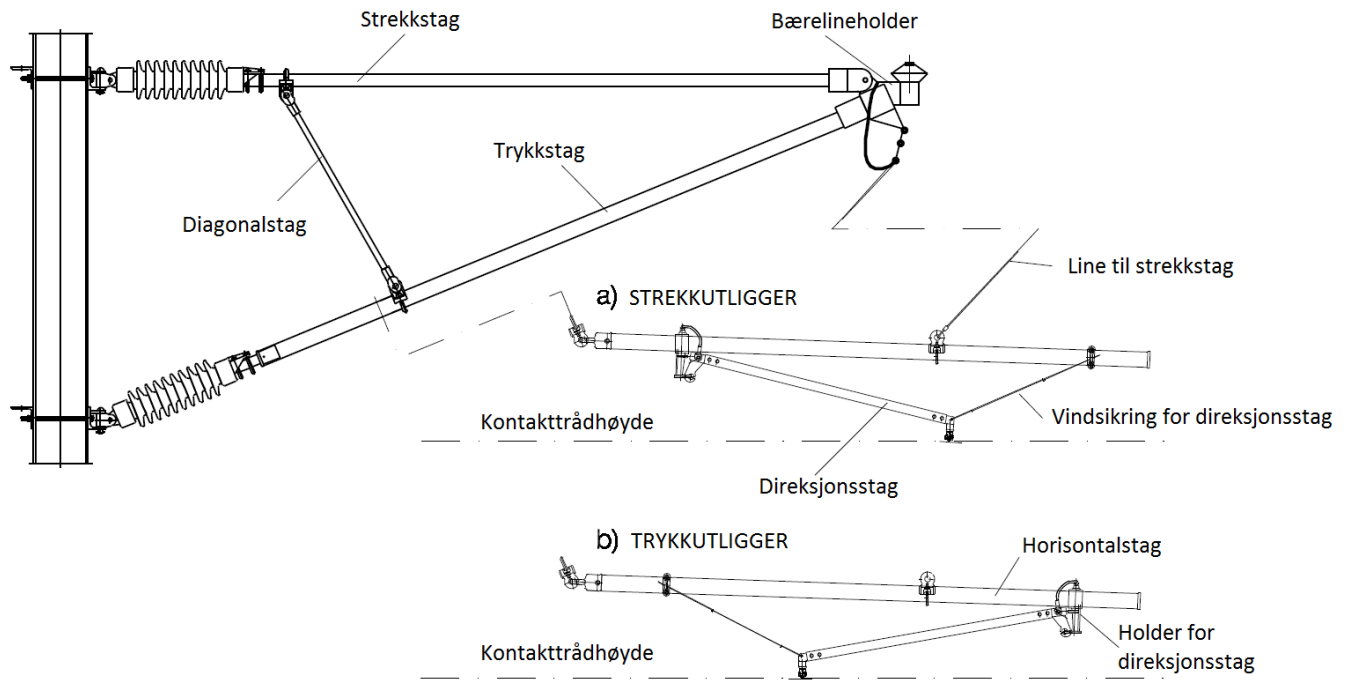
Kontakttråden er laget av elektrolyttkobber. Tråden er massiv, omtrent én centimeter tykk, med et tverrsnitt mellom 100 og 120 mm^2 (Jernbaneverket, 2012, s.26). Ut i fra økonomiske årsaker er det fordelaktig at tverrsnittet til kontakttråden er så lite som mulig (Kiesling et al., 2009, s.153). Samtidig er det nødvendig at kontakttråden har gode termiske egenskaper på grunn av den store temperaturvariasjonen fra sommer- til vinterhalvåret i Norge. Kontakttråden vil utvide seg når det blir varmere og trekke seg sammen når det blir kaldere. Med en temperaturvariasjon på 70°C mellom sommer- og vinterhalvåret kan dette utgjøre en lengdeforskjell i kontaktledningen på nesten én meter. De resulterende kreftene utlignes ved at loddene beveger seg opp og ned.

$$\Delta L = \alpha L(\theta_x - \theta_0) = 17 \cdot 10^{-6} \cdot 750 \cdot [40 - (-30)] = 0,89 \text{ m} \quad (1.2)$$

α i eksempelet gitt i ligning 1.2 er kontakttrådens termiske utvidelseskoeffisient. $L = 750m$ tilsvarer et halvt seksjonsfelt; typiske seksjonslengder for kontaktledningen i Norge er 1500 m . I følge Martin Rosvold, arbeidsplanlegger for nye kontaktledningsanlegg på Trønderbanen, kan lengre seksjonslengder medføre at loddavspenningen går i bakken.

1.7.2 Utliggerkonstruksjonen

Utliggerkonstruksjonen gir kontakttråden en eksentrisitet fra masten som plasserer den riktig i forhold til sporet og pantografen. Utliggeren er leddforbundet til masten slik at den kan



Figur 1.10: Utliggerkonstruksjonen (Kiessling et al., 2009, s.181).

følge temperaturinduserte bevegelser i kontakttråden uten å skape tvangskrefter i systemet, se figur 1.11b. Funksjonelt utgjør denne delen av kontaktledningsanlegget et opplegg for selve kontaktledningen. Figur 1.10 viser de sentrale komponentene i en utliggerkonstruksjon. Isolatorene i figur 1.10 forhindrer at strøm på avveie går i masten. Figur 1.10 viser også forskjellen mellom en strekk- og trykkutligger. Hvorvidt utliggerkonstruksjonen er strekk- eller trykkbelastet avhenger blant annet av sporets kurvatur og kontakttrådens sikksakk.

Figur 1.10 viser hvordan opplegget for bærelinen holdes av det diagonale trykkstaget, et strekkgstag og en bærelineholder i toppen. Bærelineholderen i figur 1.11c tillater fastholdingen av bærelinen å rotere. Hensikten med å la bærelinen rotere er at bærelinen til enhver tid skal stå parallelt med sporet, til tross for at utliggerkonstruksjonen vandrer parallelt med skinnegangen på grunn av temperaturinduserte krefter i ledningene. Kontakttråden holdes av et direksjonsstag. Direksjonsstaget er festet til horisontalstaget og en vindsikring. Vindsikringen sørger for at direksjonsstaget holdes på plass også ved uønskede vindbelastninger.

Direksjonsstaget er et viktig element i utliggerkonstruksjonen da dette elementet holder selve kontakttråden. Direksjonsstaget sørger for at konsentrerte krefter på horisontalstaget minimeres (Kiessling et al., 2009, s.181). I det øyeblikket pantografen passerer masteopp- legget påføres direksjonsstaget et oppløft. Oppløftet skyldes det faktum at pantografen øver et trykk på 55 N mot kontakttråden. Figur 1.11a viser en sperre i forbindelsen mellom di-



(a) Direksjonsstagherder.



(b) Ledd for trykkstag.



(c) Bærelinjeholder.

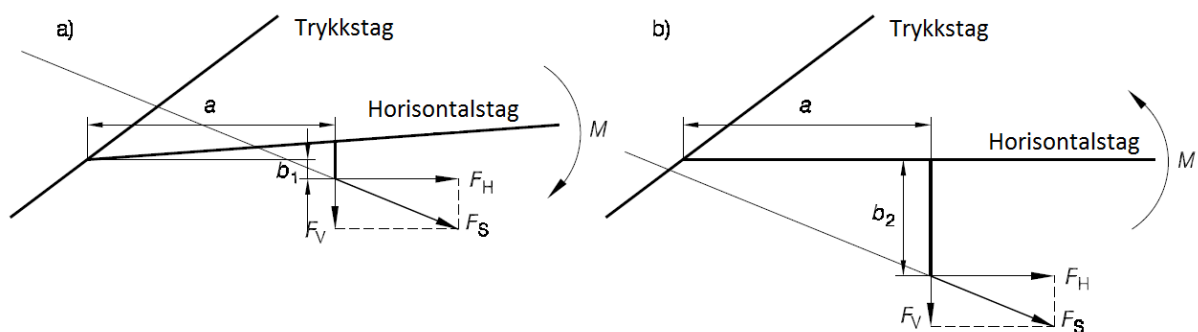
Figur 1.11: Komponenter i utliggerkonstruksjonen (Kiessling et al., 2009, s.210).

reksjonsstaget og et avkappet horisontalstag. Sperren forhindrer direksjonsstaget i å påføre horisontalstaget slagskader når pantografen passerer.

Figur 1.12 viser kraftbildet på et direksjonsstag. Kontakttrådens egenvekt påfører utliggerkonstruksjonen en vertikal kraft, F_V . Sikksakket, samt eventuelle kurvekrefter, gir sidekraften F_H .

$$M = a \cdot F_V - b \cdot F_H \quad (1.3)$$

a er avstanden mellom trykk- og direksjonsstaget. b er avstanden mellom kontakttrådens opphengspunkt og horisontalstaget. Hvis $a \cdot F_V > b_1 \cdot F_H$ vil et moment med klokken virke på holderen for direksjonsstaget, vist i figur 1.12a. Dette momentet motvirkes av stållinen i figur 1.10, hengt opp mellom strekk- og horisontalstaget. Dersom $a \cdot F_V < b_2 \cdot F_H$ vil et moment mot klokken virke på holderen for direksjonsstaget, figur 1.12b. Dette kan bare motvirkes av en stav mellom trykk- og horisontalstaget. I følge Kiessling et al. (2009, s.181) monteres dette staget dersom oppløftet idet pantografen passerer er større enn 150 mm.



Figur 1.12: Belastning på direksjonsstaget (Kiessling et al., 2009, s.181).

Bane NOR opererer med tre utliggerkonstruksjoner for den norske jernbanen: System 20, 25 og 35. System 20 er dimensjonert for hastigheter inntil 200 km/t. System 25 ble tatt i bruk for å tillate hastigheter inntil 250 km/t da Gardermobanen åpnet i 1998 (Kiessling et al., 2009, s.242). Forskjellen på utliggerkonstruksjonen mellom system 20 og 25 er det avstivende diagonalstaget mellom trykk- og strekkstaget vist på figur 1.10. Ut fra Hookes lov $F = k \cdot x$ følger

det at større stivhet k gir en mindre forskyvning x . Dette er hensiktsmessig da strekkraften i kontakttråd og bæreline for system 25 er 15 kN kontra 10 kN for system 20. I den andre enden av skalaen ligger system 35, det eldste systemet Bane NOR vedlikeholder. Kontakttråd og bæreline spennes her opp til $7,1\text{ kN}$, og dette systemet egner seg best for hastigheter rundt 130 km/t (BaneNOR, 2017a).

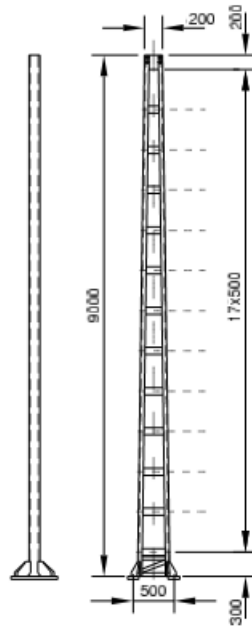
Uansett systemvalg er utliggeren en enkel rørkonstruksjon i aluminium. Materialet er valgt for sine gode mekaniske egenskaper og lave egenvekt. For utliggerer på innsiden av kurver kan trykkraften utliggeren påføres fra vind og sikksakk overskride egenvekten til kontakttråden. I så fall må en knekkningsanalyse utføres (Kiessling et al., 2009, s.182). Bane NOR bruker programmet Candrop til å dimensjonere sine utliggerkonstruksjoner.

1.7.3 Master

Mastene langs jernbanen sørger for at kreftene fra kontaktledningen og annet tilbehør i masten tas opp og føres ned i bakken via fundamentet. Da jernbanen i Norge ble elektrifisert i etterkrigstiden ble tremaster brukt på fri linje mellom stasjoner. På stasjoner hvor det var behov for å henge opp kontaktledningen i en ramme, ble plasstøpte betongmaster satt opp. Store deler av kontaktledningsanlegget i Norge er i dag alt fra 20 - 60 år gammelt, bygd ut for hastigheter under 100 km/t (Jernbaneverket, 2012, s.28). De gjenstående tre- og betongmastene nærmer seg sin forventete levetid. Mange er allerede modne for utskiftning.



Figur 1.13: Tremaster på strekket fra Brusand mot Oгна langs Jærbanen. Foto: Øystein Grue.



Figur 1.14: Stigemast med horisontale diagonaler (Kiessling et al., 2009, s.459).

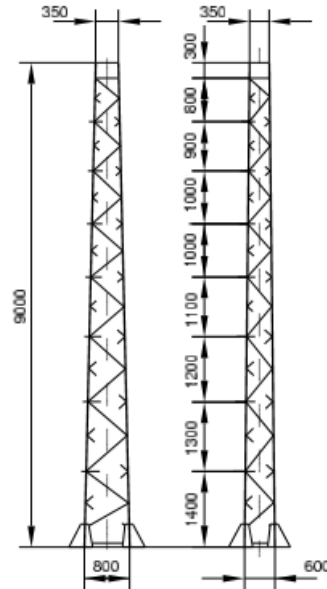
Figur 1.13 viser et bilde av kreosotbehandlede trestolper langs Jærbanen. Tremaster er imidlertid ikke lenger lov å bruke. For det første skader kreosot miljøet, og for det andre mister tremastene sin kapasitet over tid. Martin Rosvold, arbeidsplanlegger på Trønderbanen, forteller om råtne tremaster i Klettbyggene ved Heimdalen:

Kjerneveden hadde forvitret. Mastene fikk sykt store utbøyninger.

For å motvirke store forskyvninger er svært mange av tremastene forsterket med bardun – særlig de i kurver der strekkraften i kontaktledningen påfører masten økt sidekraft på grunn av sporets kurvatur.

Tre- og betongmaster har gradvis blitt erstattet med master av stål. Den første generasjonen med stålmaster var utført som “stigemaster”. Bildet til venstre i figur 1.14 viser hvordan to UNP-kanalprofiler av stål skråner mot hverandre. Til høyre i den samme figuren kan man se hvordan mellomliggende flattstål sveist til kanalprofilets flenser forbinder masten. Sett fra siden – bildet til høyre i figur 1.14 – ser masten ut som trinnene på en stige, derav navnet. B-master har imidlertid erstattet stigemastene da stigemastene viste seg å være sensitive for torsjonsbelastninger. Forskjellen fra en stige- til en B-mast er simpelthen at flattstålet monteres skråstilt framfor horisontalt.

B-masten tilhører kategorien gittermaster. Gittermastene kan ansees som tredimensjonale fagverk, der kanal- eller vinkelprofiler i stål utgjør gurtene i fagverket. Det er verdt å



Figur 1.15: H-masten er dobbeltsymmetrisk (Kiessling et al., 2009, s.459).

merke seg at lokal sterk akse for de individuelle UNP-kanalprofilene i B-masten sammenfaller med det sammensatte tverrsnittets svake akse, antydnet i figur 1.14. B-masten har langt mindre kapasitet om tverrsnittets svake enn sterke akse. Derfor står B-master vanligvis med sterk akse orientert parallelt sporretningen, slik at utbøyninger av masten i retning sporet ikke skal bli for store.

Gittermastene er avtrappet vertikalt, med størst tverrsnitt ved mastefoten, se 1.15. Bane NOR opererer med to typer gittermaster: B- og H-masten. Figur 1.15 viser hvordan H-masten i motsetning til B-masten er symmetrisk. De to kanalprofilene i B-masten er erstattet med fire vinkelprofiler, ett i hvert hjørne av H-mastens sammensatte tverrsnitt. Figur 1.15 viser også hvordan diagonale staver sveist fast til vinkelprofilenes flenser i hjørnene forbinder masten. H-masten antas å ha et tilnærmet lukket tverrsnitt, da masten er svært rotasjonsstiv. Den symmetriske formen på H-masten gjør at kapasiteten er like stor om begge bøyingsakser. Bakerst i vedlegg A er det sammensatte tverrsnittet for gittermastene vist.

Annet arealmoment er et sentralt tverrsnittsmål: Det gir en indikasjon på hvor motstandsdyktig en konstruksjon er mot deformasjon. Steiners teorem 1.4 gir tverrsnittets andre arealmoment om tverrsnittets sterke hovedakse:

$$I_y = I_{y,lokal} + e_z^2 \cdot A \quad (1.4)$$

Fra Steiners formel ser vi at jo større areal A i en avstand e_z unna arealsenteret, desto stør-

re blir andre arealmoment I_y . Det er først og fremst gurtene – de to kanalprofiler i B-masten og de fire vinkelprofilene i H-masten – som bidrar til gittermastenes andre arealmoment.

Ulempene ved å bruke gittermaster ble større enn de mekaniske fordelene da det ble innført krav om klatrevern, hevder Bane NORs kontaktledningsekspert Thor Egil Thoresen. Etter at kravet om klatrevern på gittermastene ble innført, forteller Thoresen om flere klager fra entreprenører på grunn av arbeidskrevende masteoppsett. Klatrevern i gittermaster kan dessuten ødelegge sikten for lokførere der toget kjører i krappe kurver. Derfor ble bjelkemaster av prefabrikkerte HEB-profiler innført som et alternativ til gittermastene.

Bjelkemaster er hyppig brukt i nye kontaktledningsanlegg. For det første behøves ikke klatrevern i bjelkemastene. For det andre er de prefabrikkerte bjelkemastene billigere å produsere enn gittermastene. For det tredje er det enklere å montere konsoller for montasje av utliggerkonstruksjonen på bjelkemastene på grunn av tverrsnittets regulære form. Den koniske formen på gittermastene vil på den andre siden medføre at det behøves flere typer konsoller for utliggerkonstruksjonen avhengig av mastens høyde.

Bjelkemastene Bane NOR operer med er imidlertid ikke optimert for bruk i kontaktledningsanlegg. HEB-mastene har et høyt vekt/styrke forhold, lav motstand mot deformasjon, samt lav torsjonsstivhet (Kiessling et al., 2009, s.459). Bjelkemastene er ikke avtrappet vertikalt, slik at flensene har en konstant eksentrisitet fra tverrsnittets arealsenter. I motsetning til de koniske gittermastene vil ikke bjelkemastens andre arealmoment variere med høyden på masten.

B-, H- og bjelkemastene Bane NOR bruker er alle slanke konstruksjoner. Med slankhet menes det at mastene er høye i forhold til typiske tverrsnittsdata. Derfor må mastene kontrolleres for instabilitetsfenomener. Utnyttelsesgraden, bøyning, vridning og forskyvning av masten i kontakttrådens høyde må beregnes.

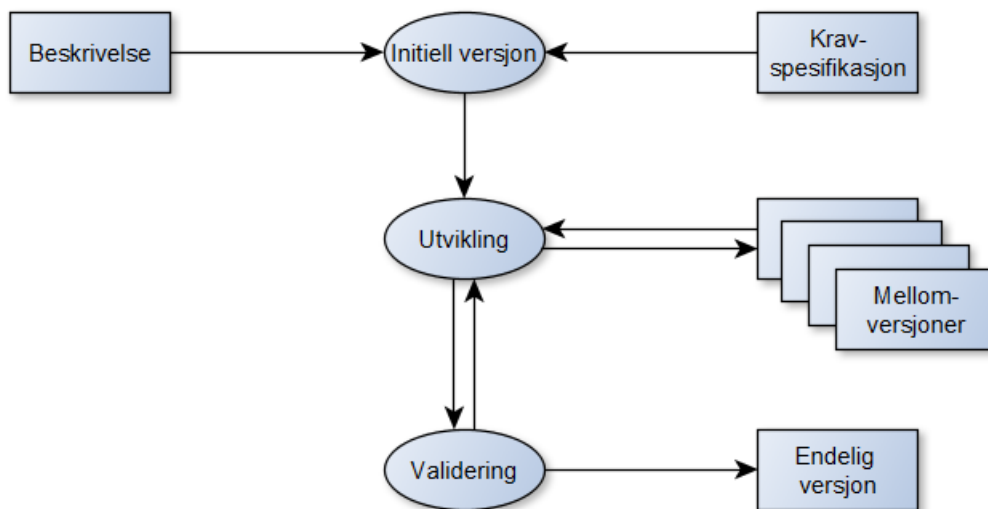
1.7.4 Fundament

Det benyttes to ulike fundamenter for kontaktledningsmaster; gysert pelefundament og plastøst betongfundament. De geotekniske beregningene av fundamentene gjøres ikke i *KL_fund*, men med programmet *Fundamast* utviklet av Det Norske Veritas (DNV). For rådende lokale grunnforhold, fundamenttype og fundamentdimensjon foretar *Fundamast* et oppslag i en database som inneholder resultatene fra utførte beregninger. Rotasjon og utbøyning av fundamentet i fundamenttopp brukes deretter til å beregne horisontal- og vertikal forskyvning i

kontakttrådens høyde. *Fundamast* importerer krefter og momenter fra *KL_fund* (Jorde, 2007, s.23). I kapittel 3 presentertes koden for det nye beregningsverktøyet for dimensjonering av kontaktledningsmaster. Denne er utformet slik at det vil være enkelt å utvide funksjonaliteten ved å implementere *Fundamast* i den nye programvaren.

1.8 Programvareutvikling

Det vanlig å skille mellom plandrevne og smidige prosesser i programvareutvikling. Inkrementell programvareutvikling, en underart av en smidig prosess, er basert på å vise stadige mellom-versjoner til bestilleren, se figur 1.16. Slik kan brukeropplevelsen optimeres til den endelige versjonen (Sommerville, 2011, s.249). Hvert eneste møte med Bane NOR underveis har derfor vært svært viktig for å inkorporere nødvendige kapabiliteter i programmet.



Figur 1.16: Inkrementell programvareutvikling (Sommerville, 2011, s.253).

Excel-ark blir ofte skrevet i henhold til utviklerens tankesett. Da kan det bli vanskelig for andre å bruke programmet riktig. Bane NOR har slitt med sine Excel-program ved nye oppdateringer fra Microsoft. En av betingelsene for denne masteroppgaven ble dermed at programmet måtte formuleres i et programmeringsspråk med regler for hvordan koden skal skrives. Valget falt på Python. Python er et interaktivt og åpent objektorientert programmeringsspråk. Objektorientert programmering er velegnet for større systemer da det gir en naturlig oppdeling i programenheter skrevet uavhengig av hverandre. Dette har blitt utnyttet til det fulle i den nye utgaven av Bane NORs dimensjoneringsverktøy for kontaktledningsmaster – spesielt med tanke på evolusjon av koden.

```

1 # Klassedefinisjon
2 class Dyr (object):
3     """Lager forskjellige dyr."""
4     # Konstruktøren initialiserer data-objekter
5     def __init__(self, navn, alder, sulten):
6         self.navn = navn
7         self.alder = alder
8         self.sulten = sulten
9
10    # Merk at self bare blir brukt i definisjonen av
11    # __init__() funksjonen. Det er ikke nødvendig å
12    # gjenta self for våre data-objekter.
13
14    hund = Dyr("Per", 3, True)
15    katt = Dyr("Pål", 7, False)
16    elg = Dyr("Espen", 9, False)
17
18    print(hund.navn, hund.alder, hund.sulten)
19    print(katt.navn, katt.alder, katt.sulten)
20    print(elg.navn, elg.alder, elg.sulten)

```

Figur 1.17: Enkelt eksempel på bruk av data-objekt i Python.

1.8.1 Klasser

Objektorientert programmering skiller seg fra prosedyreorientert programmering ved at koden i programmet struktureres i *klasser*. Klassene er programmert til å håndtere en bestemt type data. Når koden kjøres er tilstanden til programmet kapslet inn i *objekter* med tilhørende *metoder*. Metoder er funksjoner tilhørende objektets klasse, som sørger for at objektets datavariabler, også kalt *tilstand*, håndteres etter veldefinerte regler.

Syntaks for definisjon av en klasse består av nøkkelordet `class`, etterfulgt av navnet på klassen. `__init__()` funksjonen i figur 1.17 kalles en *konstruktør* og brukes til å initialisere instanser av klassen. Disse unike instansene av en klasse refereres til som objekter. `__init__()` funksjonen tar automatisk inn parameteren `self`. Objekter i Python bruker `self`-parameteren for å enkelt kunne referere til seg selv. `self` angir altså identiteten til objektet.

I figur 1.17 er `__init__()` funksjonen gitt flere argumenter. `self` parameteren referer til Dyr-objektet. Videre gis Dyr-objektet et navn, en alder og en sann/usann verdi. Dermed kan det enkelt refereres til tre ulike dyr ved å opprette tre separate instanser av klassen Dyr. På samme måte kan man opprette en Mast-klasse som brukes til å beskrive de ulike mastene

Bane NOR benytter når nye kontaktledningsanlegg prosjekteres. Navn, alder og sulten skiftes da ut med felter som er relevante for en mast, eksempelvis stivhet, areal og høyde.

En klasses konstruktør kan innta et virkårlig antall parametre, og kan også inneholde et ubegrenset antall metoder. Metodene kan også kalles fra instanser av klassen andre steder i programmet. For Mast-klassen vil det eksempelvis kunne være relevant å definere en metode for å regne ut annet arealmoment. På denne måten kan verdien hentes ut hvor som helst i programmet; for eksempel der redusert aksialkraftkapasitet på grunn av knekking beregnes.

1.8.2 Grunnleggende Python

Programmer formulert i Python kan opprettes uavhengig av tekstbehandlingsprogram, men skal lagres som .py-filer. Teksteditoren PyCharm har blitt brukt til denne masteroppgaven. PyCharm er et integrert utviklingsmiljø (IDE), skreddersydd for programmering i Python. PyCharm tilbyr blant annet en grafisk debugger, innebygd kodeanalyse og integrerte versjonskontroller mot GitHub. Under følger en kort introduksjon til sentrale byggeklosser i Python og det nye programmet for dimensjonering av kontaktledningsmaster. Dokumentasjonen til koden er lagt ved denne masteroppgaven som en zippet .html-fil.

☞ **Indentering:** I motsetning til hva eksempelvis MATLAB gjør, bruker ikke Python semikolon eller krøllparenteser for å identifisere datablokker. I stedet gjenkjennes datablokker ved at de har samme *indentering*. Indentering betyr at linjer leses i sammenheng etter hvor stort innrykk de har i koden.

```
1  navn = "NTNU"  
2  
3  andre_bokstav = navn[1]
```

Figur 1.18: Et eksempel på en string og indeksering i Python.

☞ **String:** En *string* er en sentral datatype i Python: Den kan inneholde bokstaver, tall eller symboler. Hver karakter i en *string* er identifisert med et nummer, en indeks. Dette kan ansees som en adresse til å identifisere lokasjonen til det aktuelle elementet i en liste. Python skiller seg fra en del andre programmeringsspråk ved at tellingen begynner fra null. Figur 1.18 viser et enkelt eksempel. Tekststrengen NTNU har fire bokstaver, nummerert fra 0 til 3.

Hvis bokstaven "T" fra NTNU skal hentes ut, kan denne identifiseres som angitt i linje 3 i figur 1.18.

☞ **Lister:** I Python er det svært vanlig å bruke *lister*. Lister kan lagre en samling av data som en sekvens under ett enkelt variabelnavn. Elementene kan være av vilkårlig type, tilogmed instanser av en egendefinert klasse. Indekseringen av elementene i listen kan brukes til å finne tilbake til ønsket element, eller en kan iterere over listens elementer og plukke ut ønsket element basert på andre parametre. Lister behøver ikke å ha en fast lengde, slik at man kan addere elementer til listen ved behov. Det kan også være hensiktsmessig å lage en tom liste, for eksempel før iterasjon i en for-løkke, se linje 5 i eksempelet vist i figur 1.19.

```
1 # Dette er en liste
2 liste_navn = ["moskus", "reinsdyr", "delfin"]
3
4 # Dette er en tom liste
5 F = []
6
7 # Dette er en dictionary
8 handlekurv = {"agurk": 1, "tomat": 3, "juice": 2}
```

Figur 1.19: Enkle eksempler på lister og en dictionary.

☞ **Dictionary:** En *dictionary* er på mange områder lik en liste, men i stedet for å referere til data med en indeks, brukes en nøkkel i form av en *string*. Til hver av disse nøklene knyttes en verdi i form av en vilkårlig datatype, ved hjelp av syntaksen *nøkkel:verdi*. En dictionary lagres mellom to krølle-parenteser, se linje 8 i figur 1.19.

☞ **Array:** På dataterminologi betyr *array* en systematisk oppstilling av objekter organisert i et vilkårlig antall dimensjoner. En 1-dimensjonal array vil dermed være en vektor, mens 2 dimensjoner gir en matrise. Python innehar mange av MATLABs kapabiliteter når det gjelder lineær algebra via pakken NumPy. Importering av denne pakken er dermed nødvendig for å kunne gjennomføre matriseoperasjoner på n-dimensjonale arrays.

Kapittel 2

Beregningsgrunnlag

En aksjon på en mast – en last – vil på generell basis føre til en reaksjon – spenninger – på legemet lasten påføres (Hibbeler, 2011, s.3). Kontaktledningsmastene langs jernbanen utsettes for både permanente og variable laster. Permanente laster er laster knyttet opp mot konstruksjonens egenvekt og kontaktledningens strekkraft. Variable laster skyldes tilfeldig fordelte laster på grunn av vind, is og temperatureffekter. Spenningene i materialet lastene påfører mastene overføres til fundamentet som aksialkraft, skjærkraft og moment.

Kontaktledningsmastene langs jernbanen utsettes stort sett for punktlaster i forskjellige høyder. I dette kapitlet vil beregningsgrunnlaget for det nye dimensjoneringsprogrammet til Bane NOR presenteres. Kraftene mastene utsettes for identifiseres og konstruksjonstekniske antagelser bak programvaren vil spesifiseres. Kortversjonen av beregningssekvensen for dimensjoneringen av kontaktledningsmastene er som følger:

I. Finn lastvirkning: N_{Ed} , $V_{y,Ed}$, $V_{z,Ed}$, $M_{y,Ed}$, $M_{z,Ed}$ og $M_{T,Ed}$

II. Beregn kapasiteter: N_{Rk} , $V_{y,Rk}$, $V_{z,Rk}$, $M_{y,Rk}$, $M_{z,Rk}$

III. Bestem reduksjons- og interaksjonsfaktorer: χ_y , χ_z , χ_{LT} og k_{ij}

IV. Kapsitetssjekker gir utnyttelsesgrader for valg av mast

Den lange versjonen av dimensjoneringsgrunnlaget følger med underpunktene i dette kapitlet.

2.1 Antagelser

Kontaktledningsmast-problemet er veldefinert: Mastene er enkle, statisk bestemte konstruksjoner – det er like mange reaksjonskrefter som uavhengige likevektsligninger – og det regnes på én mast om gangen. Derfor er det valgt å legge elementær bjelketeori til grunn for dimensjoneringen. For å avgrense dimensjoneringsproblemet er det valgt å fremheve de antagelsene analysene er basert på:

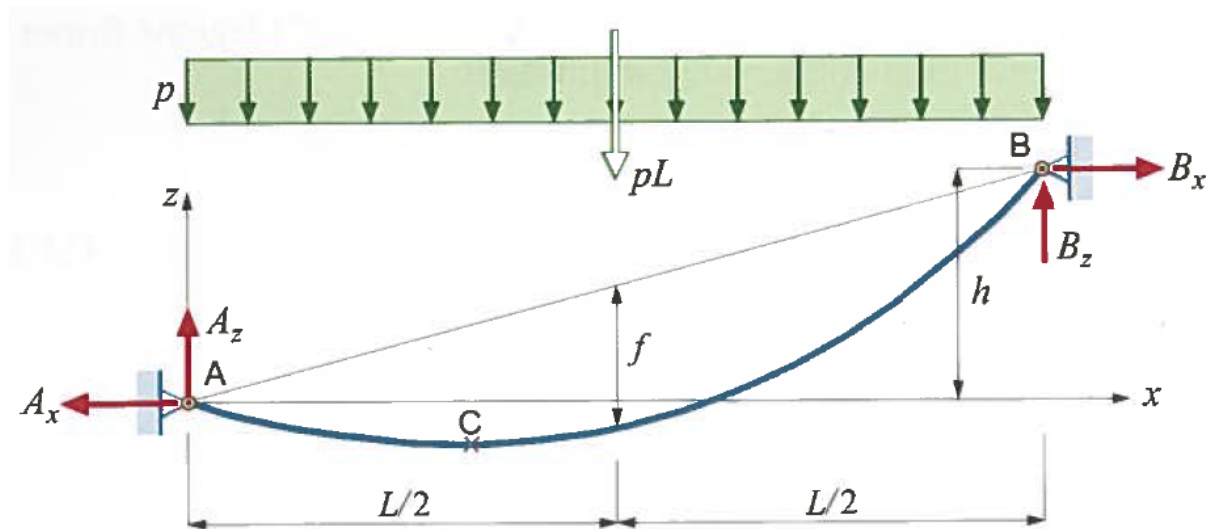
- Spenning er proporsjonal med tøyning $\sigma = \epsilon \cdot E$
- Euler-Bernoulli bjelketeori er gyldig
- Superposisjonsprinsippet er gyldig
- Ikke-lineære, andre ordens effekter neglisjeres
- Dynamisk interaksjon mellom pantograf og kontaktledning neglisjeres
- Mastene dimensjoneres *ikke* mot jordskjelvbelastning
- Langtidseffekter som utmatting og korrosjon er *ikke* tatt hensyn til
- Utligger samt forplate og bolter til fundamentet antas å ha tilstrekkelig kapasitet
- Egenvektlasten til utliggerkonstruksjonen bidrar *ikke* til deformasjon av mast
- Snølast på mast, travers, utligger og brukerdefinert last neglisjeres
- Den horisontale kraftkomponenten fra en bardun antas eksakt lik og motsatt rettet kraften det barduneres mot
- Fundamentet antas stivt – deformasjonsbidraget adderes senere
- Transport- og montasjelast antas *ikke* å være dimensjonerende
- Fastavspente ledninger antas 100% faste til masten
- $T \in [-40^{\circ}C, 5^{\circ}C]$ - det antas at temperaturer over $5^{\circ}C$ *ikke* blir dimensjonerende

Euler-Bernoulli bjelketeori er en essensiell antakelse for dimensjoneringsproblemet. Teorien er basert på et lineært elastisk homogent materiale, små forskyvninger samt at plane tverrsnitt normalt på bjelkeaksen forblir plane og normale på bjelkeaksen (Bell, 2015, s.25).

To sentrale implikasjoner følger med bruken av teknisk Euler-Bernoulli bjelketeori: Skjærdeformasjoner og 2. ordens, ikke-lineære effekter neglisjeres. Dermed kan klassiske bjelkeformler fra mekanikken benyttes. Dette er avledete sammenhenger fra bjelkens differensialligning, vist av Bell (2015, s.27):

$$\frac{d^4 w}{dx^4} \equiv w'''' = \frac{q}{EI} \quad (2.1)$$

Der w er bjelkens forskyvning, x bjelkens lengdeakse, q er belastningen og EI er bjelkens bøyestivhet. Ved å løse bjelkens differensialligning, ligning 2.1, for relevante randbetingelser tilhørende kontaktledningsmastene, kan nyttige bjelkeformler for en mast avledes, se figur A.7 i tillegg A.



Figur 2.1: Asymmetrisk kabel med jevnt fordelt projeksjonslast (Bell, 2014, s.218).

I Bane NORs tekniske regelverk står det at kontaktledningsanlegget skal dimensjoneres for en temperaturvariasjon på $\Delta T = 70^\circ\text{C}$. Likevel er det antatt at temperaturer $T > 5^\circ\text{C}$ ikke blir dimensjonerende. Årsaken til dette valget er basert på ledningenes termiske egenskaper. Siden ledningene er av metall vil de trekke seg sammen når temperaturen synker og utvide seg når temperaturen øker. Pilhøyden, f , er den vertikale avstanden fra den rette linjen mellom to opphengspunkt for en fastavspent ledning og ledningens dypeste punkt i spennet, se figur 2.1. f blir mindre for en temperaturreduksjon, og omvendt når temperaturen øker.

$$H = \frac{G' \cdot l^2}{8 \cdot f} \quad (2.2)$$

Kabelligningen 2.2 gir sammenhengen mellom strekkraft i ledningen H , egenvekten G' ,

masteavstanden l og pilhøyden f (Kiessling et al., 2009, s.276). Dersom vi ser bort fra en økning i G' på grunn av snølast, kan man fra ligning 2.2 se at strekkraften i en fastavspent ledning blir større når pilhøyden f blir mindre. Hvis G' øker til G'_x på grunn av snølast vil dette øke strekkraften i ledningen ytterligere, men det ansees som høyst usannsynlig at det forekommer betydelig snølast på ledninger ved $T > 5^\circ C$.

I og med at vindlasten på masten defineres uavhengig av temperatur er det valgt å ikke dimensjonere mastene for temperaturlaster over $5^\circ C$. Hvis $T > 5^\circ C$ vil dette i alle tilfeller innebære en mindre belastning på masten, da strekkraften i de fastavspente ledningene avtar når temperaturen øker.

I bransjestandarden til Norsk Elektroteknisk Komite står det skrevet:

Dynamisk last på grunn av pantograf / kontakttråd interaksjon forårsaket av forbi-passerende tog er liten og behøves ikke å tas hensyn til ved dimensjonering.

EN50119 (2009, s.36)

Mens man i andre land antar at fundamentet er fullstendig stivt, må man i Norge ta hensyn til grunnens beskaffenhet. Eventuell rotasjon av fundamentet beregnes med Bane NORs geotekniske dimensjoneringsprogram, *Fundamast*.

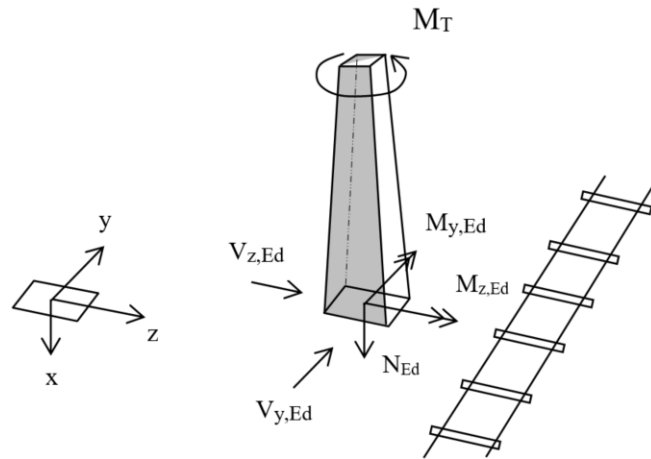
Videre antas det at både transport og montasje av kontaktledningsmast ikke blir dimensjonerende. Likeledes går man i den nye programvaren ut fra at utliggeren heller ikke svikter. Basert på antagelsene i listen over er problemet avgrenset til å kun dreie seg om dimensjonering av kontaktledningsmaster. Det er viktig å presisere at verken utliggerkonstruksjonen, fundamentet eller ledninger dimensjoneres i det nye beregningsverktøyet. Boltene og fotplaten til fundamentet antas også å ha tilstrekkelig kapasitet.

2.2 Koordinatsystem

Kreftene på kontaktledningsmastene er definert etter et standard høyrehånds koordinatsystem vist i figur 2.2. I henhold til Hibbeler (2011, s.203) er aksene definert slik at tommelen gir x-aksen, pekefingeren y-aksen og langefingeren z-aksen.

Koordinatsystemet i figur 2.2 er imidlertid rotert 180° om y-aksen for å sørge for at z-aksen peker mot sporet, samt at egenvekter gir positive kraftbidrag. Med hensyn til implementasjon av kraftbidrag i et beregningsverktøy er koordinatsystemet i figur 2.2 hensiktsmessig, da man slipper å skrive minustegnet unødvendig mange ganger. De doble pilene i

figur 2.2 angir momenter om den aksen pilen peker langs. M_T er torsjonsbelastningen på masten. Det vil i det følgende skilles mellom vertikale- og horisontale laster på master.



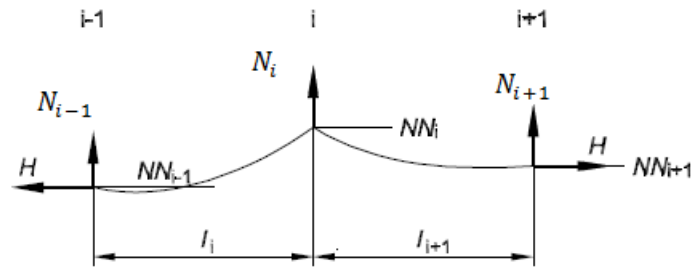
Figur 2.2: Globalt koordinatsystem for kontaktledningsmastene (Jorde, 2007, s.75).

2.3 Vertikale laster på master

Vertikale laster på kontaktledningsmastene stammer fra mastens egenvekt, herunder bidrag fra ledninger, isolatorer, utliggerkonstruksjonen og annet tilbehør. Mens mastenes egenvekt er tabulerte verdier kan ledningenes bidrag til aksialkraften i masten bestemmes etter følgende uttrykk (Kiessling et al., 2009, s.264):

$$N = G' \cdot \left[\frac{l_i + l_{i+1}}{2} \right] \quad (2.3)$$

G' er enhetslengdekraften til ledningene på grunn av deres egenvekt i $\frac{N}{m}$. Figur 2.3 viser hvordan l_i og l_{i+1} angir avstanden fra henholdsvis forrige og neste mast til aktuell mast. Det er både greit og enklere å bruke masteavstanden l fremfor buelengden L av ledningene, da denne substitusjonen kun medfører en feil i størrelsesorden én promille (Kiessling et al., 2009, s.264). Jo større avstanden l_i mellom mastene er, desto større blir aksialkraftbidraget fra opphengte ledninger. Enhetslengdekraften G' til ledningene øker til G'_x dersom ledningene belastes med islast.



Figur 2.3: Ulik mastehøyde gir ulik vertikal belastning på mast (Kiessling et al., 2009, s.264).

Hvis ledninger henger i ulik høyde Δh mellom nabomaster vil aksialkraften i masten modifiseres, se figur 2.3. Δh antas lik for *alle* ledninger. Ved å regne momentlikevekt om henholdsvis forrige og neste mast i figur 2.3 fås følgende aksialkraftbidrag til ligning 2.3 (Kiessling et al., 2009, s.264):

$$N_i = H \cdot \left[\frac{\Delta h_{i-1}}{l_i} + \frac{\Delta h_{i+1}}{l_{i+1}} \right] \quad (2.4)$$

H i ligning 2.4 er strekkraften i aktuell fastavspent ledning. Høydeforskjellen $\Delta h_{i-1} = NN_i - NN_{i-1}$ og $\Delta h_{i+1} = NN_i - NN_{i+1}$. Hvis innfestingen av de fastavspente ledningene er høyere på nabomastene enn beregnet mast, vil aksialkraften i beregnet mast reduseres. Aksialkraften vil derimot øke dersom innfestingspunktet for ledningene på nabomastene er lavere enn beregnet mast (Kiessling et al., 2009, s.264).

Tabell 2.1: Dimensjonerende islast i henhold til bransjestandarden (EN50125, 2002).

Isklasse [-]	Islast [N/m]
0 (ingen)	0,0
1 (lav)	3,5
2 (medium)	7,0
3 (kraftig)	15,0

Begivenhetenes gang foregripes ved å nevne at valg av beregningsstandard implisitt vil avgjøre islasten på ledninger. Ettersom standarden *Atmospheric icing of structures* ikke er lov å nytte for dimensjonering av kontaktledningsanlegget, er det valgt å fortsette med SIEMENS el-gamle formel for islast med dimensjonering i henhold til Eurokoden (SIEMENS, 1993, s.7):

$$q_{is} = \frac{200 + 50 \cdot d}{100} \quad (2.5)$$

Ligning 2.5 er empirisk basert. For en ledningsdiameter d i mm får man en islast i $\frac{N}{m}$.

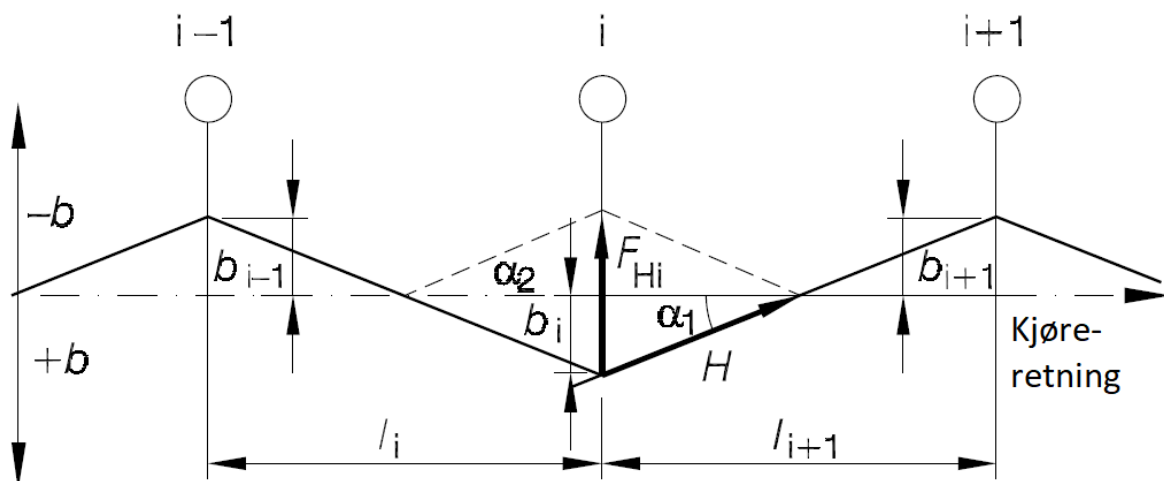
Islast i henhold til bransjestandarden fra Norsk Elektroteknisk Komite blir bestemt fra tabulerte verdier i EN50125 (2002, s.10). Denne tabellen er antagelig kalibrert for tyske islaster og er kun gyldig for ledninger med diametre fra 10 - 20 mm. Ettersom AT-ledninger har større diameter enn dette, maksimeres islasten for disse ledningen ved beregninger i henhold til bransjestandarden. I kapittel 4 anmodes bruk av en annen islastberegning basert på standarden *Atmospheric icing of structures*.

2.4 Horisontale laster på master

Horisontale krefter på mastene er avledete størrelser fra strekkraften i ledninger og vindtrykket masten belastes for. Sidekrefter på en mast overføres til fundament som skjærkraft og moment.

Kontakttrådens sikksakk

På grunn av kontaktledningens sikksakk vil strekkraften i ledningen H gi en kraftkomponent normalt på sporet F_{Hi} . For små vinkler er antagelsen $\tan \alpha \approx \sin \alpha$ gyldig. Dermed kan følgende sammenhenger i figur 2.4 vises:



Figur 2.4: Horisontalkomponenten F_H av strekkraften H på grunn av ledningens sikksakk (Kiessling et al., 2009, s.265).

$$\tan \alpha_1 = \frac{(b_i - b_{i+1})}{l_{i+1}} \approx \sin \alpha_1 = \frac{F_{Hi}^{(1)}}{H}$$

$$\tan \alpha_2 = \frac{(b_i - b_{i-1})}{l_i} \approx \sin \alpha_2 = \frac{F_{Hi}^{(2)}}{H}$$

b_i , b_{i-1} og b_{i+1} er kontakttrådens sikksakk ved henholdsvis aktuell mast, forrige mast og neste mast. l_i og l_{i+1} er allerede definert som avstanden til forrige og neste mast. $F_{sikksakk}$ – den horisontale kraftkomponenten normalt på sporet på grunn av kontaktledningens sikksakk kan dermed uttrykkes som summen av de to sidekraftbidragene $F_{Hi}^{(1)}$ og $F_{Hi}^{(2)}$:

$$F_{sikksakk} = F_{Hi}^{(1)} + F_{Hi}^{(2)} = H \cdot \left[\frac{(b_i - b_{i-1})}{l_i} + \frac{(b_i - b_{i+1})}{l_{i+1}} \right] \quad (2.6)$$

Tilfellet når $b_i = b$, $l_i = l_{i+1} = l$ og $b_{i-1} = b_{i+1} = -b$ inntreffer når radiusen $R = \infty$. Det betyr at toget kjører på et rett strekke. Da kan sidekraften på masten grunnet kontakttrådens sikksakk i ligning 2.6 forenkles til følgende uttrykk (Kiessling et al., 2009, s.265):

$$F_{sikksakk} = 4H \cdot \frac{b}{l} \quad (2.7)$$

Kurvekraft

Der sporet går i kurve vil det i tillegg til sidekraften på grunn av kontakttrådens sikksakk være et bidrag fordi ledningene tvinges til å følge samme kurvatur som sporet. Bidraget gjelder for både fastavspente- og kontaktledninger. Fra figur 2.5 kan følgende sammenhenger for et kurvet spor med radius R utledes (Kiessling et al., 2009, s.266):

$$\tan \alpha_1 = \frac{l_i}{2R} \approx \sin \alpha_1 = \frac{F_{Hi}^{(1)}}{H}$$

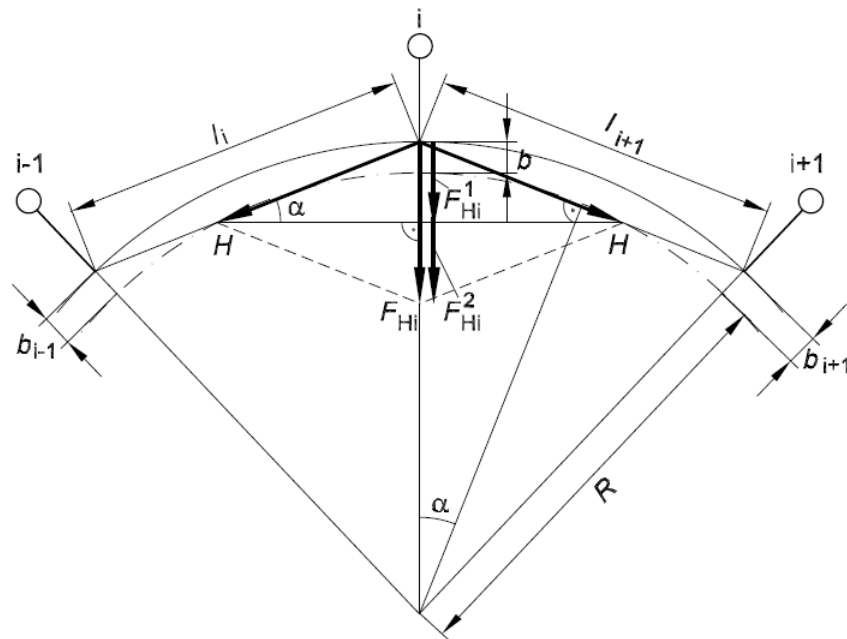
$$\tan \alpha_2 = \frac{l_{i+1}}{2R} \approx \sin \alpha_2 = \frac{F_{Hi}^{(2)}}{H}$$

Kurvekraftens bidrag til sidekraften F_{kurve} er lik summen av kraftbidragene fra de to nabospennene $F_{Hi}^{(1)}$ og $F_{Hi}^{(2)}$:

$$F_{Hi} = F_{Hi}^1 + F_{Hi}^2 = H \cdot \left[\frac{l_i + l_{i+1}}{2R} \right] \quad (2.8)$$

Dersom $l_i = l_{i+1}$ kan kurvekraften i ligning 2.8 forenkles til følgende uttrykk (Kiessling et al., 2009, s.266):

$$F_{kurve} = H \cdot \frac{l}{R} \quad (2.9)$$

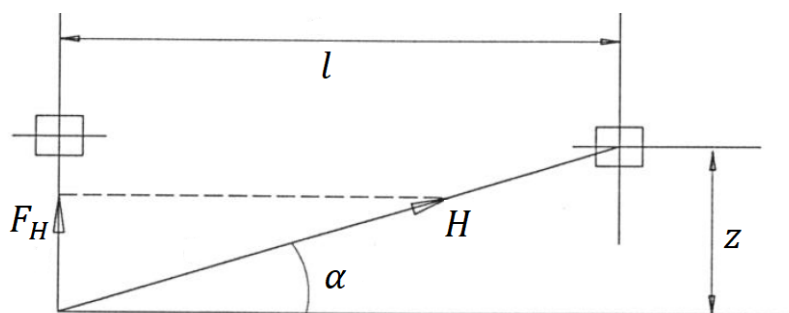


Figur 2.5: Horisontalkomponenten F_{Hi} av strekkraften H på grunn av sporets kurvatur (Kiesling et al., 2009, s.266).

Avspenningsmast

Avspenningsmastene påføres en ekstra sidekraft ettersom kontaktledningen avspennes med lodd her. Årsaken kan forklares med figur 2.6 der sideforskyvningen z gir kontaktledningen en økt avbøyingsvinkel α . Ved å dekomponere strekkraften i ledningen H vil masten påkjennes av en kraftkomponent F_H normalt på sporet.

$$F_H = H \cdot \sin \alpha \approx H \cdot \frac{z}{l} \quad (2.10)$$



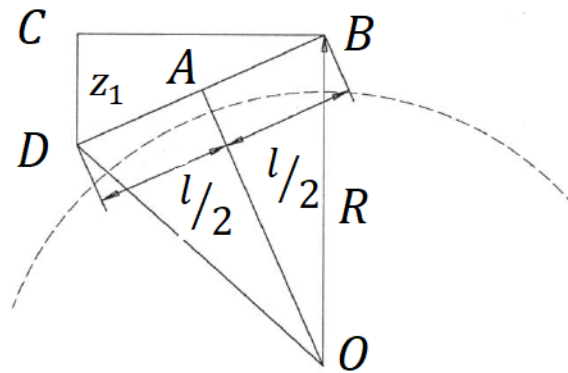
Figur 2.6: Avspenningsmast på rettstrekke (SIEMENS, 1993, s.14).

I ligning 2.10 er det antatt små vinkler, slik at $\tan \alpha \approx \sin \alpha$ er gyldig. Hvis kontaktledningen avspennes i en kurve får sidekraften F_H beregnet i formel 2.10 et tillegg. Ut i fra de likedannede trekantene CDB og AOB i figur 2.7 kan størrelsen på kontaktledningens ret-

ningsendring i kurvens buelengde bestemmes (SIEMENS, 1993, s.15):

$$\frac{CD}{DB} = \frac{AB}{OB} \Leftrightarrow \frac{z_1}{l} = \frac{l}{2 \cdot R}$$

Det generelle uttrykket for sidekraften normalt sporet $F_{avsp.}$ på grunn av at kontaktledningen føres til avspenning blir dermed:



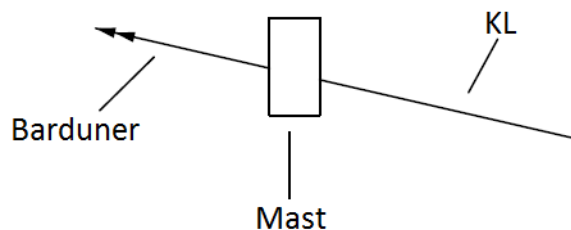
Figur 2.7: Avspenningsmast i kurve (SIEMENS, 1993, s.15).

$$F_{avsp.} = H \cdot \frac{z \pm z_1}{l} = H \cdot \left(\frac{z}{l} \pm \frac{l}{2 \cdot R} \right) \quad (2.11)$$

Ligning 2.11 gjelder også for fiksavspenningsmaster. Strekkraften i kontaktledningen H skiftes da ut med strekkraften i fikslinen, H_{fiks} .

Bardun

Sidekraften F_H i ligning 2.11 er en kraftkomponent normalt sporet på grunn av strekk i kontaktledningen, eller en fikslinje. Kraftkomponenten parallelt sporet på grunn av strekkraften i ledningene utlignes vanligvis av en avspenningbardun. Figur 2.8 viser et eksempel på hvordan kontaktledningens innfallsvinkel tilsvarer bardunenes utfallsvinkel der kontaktledningen går til avspenning på en avspenningsmast. Avspenningsbarduner fra avspennings- og fiksavspenningsmaster beregnes alltid med en vinkel på 45° ned mot bakken og innfører dermed et aksialkraftbidrag på masten (Jorde, 2007, s.7).



Figur 2.8: Innfallsvinkel er lik utfallsvinkel for barduner.

Det er vanlig å bardunere både fiksavspenning- og avspenningsmaster. Hensikten er å avlaste masten for sidekrefter parallelt sporet forårsaket av ledninger som føres til avspenning. Sidekraften fra ledningene til avspenning antas like stor som horisontalkomponenten av strekkraften i bardunet. I programmet vil fiksavspenning- og avspenningsmaster dimensjoneres med bardun, med mindre brukeren velger å fjerne denne. Uten bardun blir masten straks belastet med større sidekrefter og momenter om mastens svake akse, parallelt sporet.

Siste mast før avspenning

Sidekraften F_H i figur 2.6 er påført den siste masten før kontaktledningen føres til avspenning (SIEMENS, 1993, s.14). Bidraget til sidekraften på masten er allerede definert i ligning 2.10. Uttrykket er likevel gjengitt under, for ordens skyld:

$$F_H \approx \pm H \cdot \frac{z}{l} \quad (2.12)$$

Sidekraften i ligning 2.12 er definert negativ dersom kraften er rettet fra sporet mot masten. Det inntreffer når avspenningsmasten står på samme side av sporet som den siste masten før avspenning, vist i figur 2.6. Dersom avspenningsmasten står på den andre siden av sporet i forhold til den siste kontaktledningsmasten før kontaktledningen går til avspenning, vil sidekraften være rettet fra masten til sporet. For dette tilfellet blir sidekraftbidraget i ligning 2.12 positivt.

Grunnen til at uttrykket for sidekraftbidraget i ligning 2.12 settes *tilnærmet* lik er fordi z aldri vil stå over brøkstreken. På grunn av kontaktrådens sikksakk og sporets overhøyde vil telleren i formel 2.12 avvike noen ti-centimetre fra z -avstanden.

Neste mast på andre siden av sporet

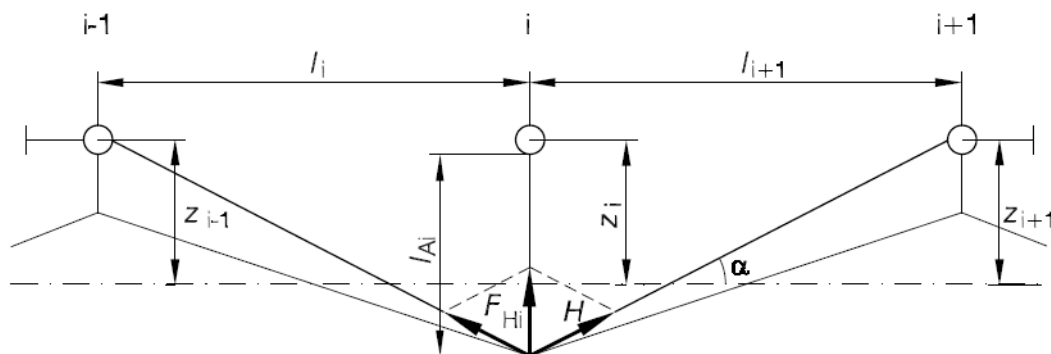
Når master bytter side av sporet vil alle fastavspente ledninger i masten gi et ekstra bidrag til sidekraften. Det er imidlertid verdt å merke seg at strekkraften i kontakttråden ikke vil gi et bidrag til sidekraften på masten for dette tilfellet. Ekstra sidekraft fra fastavspente ledninger på masten når masten bytter side av sporet er gitt av formelen:

$$F_{bytt} \approx 2H \cdot \frac{z+d}{l} \quad (2.13)$$

Sidekraften i ligning 2.13 vil alltid virke fra masten mot sporet, se figur 2.2. d angir her den fastavspente ledningens eksentrisitet fra mastens arealsenter. De fastavspente ledningenes eksentrisitet i z -retning vil alltid være mindre eller lik null da de alltid henger i bakkant eller i toppen av kontaktledningsmasten.

Fixpunktmast

Fixpunktmasten sørger for en fastholding av utliggerkonstruksjonen. Utliggeren til den midtre masten i figur 2.9 forblir normalt på masten ved at en fikslinje er strukket opp til de to nabomastene. Kraftkomponenten parallelt sporet utliknes ved at strekkraften H i fikslinjen er like stor i begge retninger. Fikslinjen blir som regel strukket opp til $10kN$ i norske kontaktledningsanlegg.



Figur 2.9: Fixpunktmast (Kiessling et al., 2009, s.266).

Avbøyningsvinkelen α i fikslinjen til nabomastene medfører at en strekkraften H_{fiks} innfører en sidekraft rettet fra sporet mot masten på fikspunktmasten. Bidraget til sidekraften på fikspunktmasten er gitt av uttrykket (Kiessling et al., 2009, s.267):

$$F_{fiks} = H_{fiks} \left[\frac{(z_{i-1} - b_i)}{l_i} + \frac{(z_{i+1} - b_i)}{l_{i+1}} \pm \frac{l_i + l_{i+1}}{2R} \right] \quad (2.14)$$

De to første leddene i ligning 2.14 er et resultat av en enkel geometrisk betraktning basert på antagelsen om små vinkler. Kurvekraftens bidrag til sidekraften på masten forårsaket av strekkraften i fikslinen gjenspeiles med det siste leddet i ligning 2.14.

Differansestrekk

Dersom $l_i \neq l_{i+1}$, at avstanden fra aktuell mast til henholdsvis forrige og neste mast ikke er lik, vil de fastavspente ledningene påføre masten en sidekraft parallelt sporet. Denne kraften kalles for differansestrekket og vil avhenge av belastningen på ledningen, temperatur og geometriske forhold som pilhøye og masteavstand.

Kiessling, Puschmann, Schmieder og Schneider har i kapittel 5 i boka *Fahrleitungen elektrischer Bahnen* utledet et generelt uttrykk for strekkraften i en fastavspent ledning (Kiessling et al., 2009, s.282). Det vises til Kiessling et al. (2009, s.282) for utledningen – resultatet er gjengitt her:

$$f(H_x) = H_x^2 \left[H_x - H_0 + \frac{EAG_0^2 l^2}{24H_0^2} + EA\alpha(\theta_x - \theta_0) \right] - \frac{EAG_x^2 l^2}{24} = 0 \quad (2.15)$$

Ligning 2.15 er en residualfunksjon. Strekkraften i den fastavspente ledningen er den verdien av H_x som gir $f(H_x) = 0$. I det nye programmet er ligning 2.15 utgangspunktet for beregningen av strekkraften i alle fastavspente ledninger. Her tas det hensyn til ledningens strekkraft ved montasjetemperatur, H_0 , tverrsnittsdata, temperaturlast, masteavstand l_i samt eventuell snølast på ledningen, G_x .

For å finne strekkraften H_x som tilfredsstillter tredjegradsligningen 2.15 benyttes Newton-Raphsons metode. Dette er en effektiv algoritme for å finne røttene til reelle funksjoner. Algoritmen viser en kvadratisk konvergens mot riktig løsning dersom gjetningen på den ukjente variabelen, i dette tilfellet strekkraften H_x , ikke er for langt unna den faktiske løsningen. Årsaken til at Newton-Raphsons metode konvergerer raskt i nabolaget til løsningen, kan forstås ut i fra ligningens opphav. Metoden er nemlig basert på en linearisering av Taylors formel. Taylors formel er en rekkeutvikling av en n-ganger deriverbar, glatt funksjon og er gjengitt i ligning 2.16:

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + \frac{f'_{x_i}}{1!}(x_{i+1} - x_i) + \frac{f''_{x_i}}{2!}(x_{i+1} - x_i)^2 + \dots \quad (2.16)$$

Enhver funksjon kan matematisk tilnærmes som en uendelig rekke (Hass et al., 2011, s.502). Feilen mellom den reelle funksjonen og rekkeutviklingen representeres med verdien av det neste neglisjerte leddet. I Newton-Raphsons metode neglisjeres alle bidrag fra og med det andrederiverte leddet i ligning 2.16. Videre settes $f(x_{i+1})$ lik null. Resultatet er den én-dimensjonale Newton-Raphson formelen. Her er algoritmen gjengitt og omskrevet for å kunne regne ut strekkraften i en fastavspent ledning, H_x :

$$H_{x_{i+1}} = H_{x_i} - \frac{f(H_{x_i})}{f'(H_{x_i})} \quad (2.17)$$

Det må itereres for å finne den riktige løsningen for strekkraften i den fastavspente ledningen. Koden er skrevet slik at den initielle gjetningen for strekkraften H_x i ledningen antas å være lik strekkraften ved montasjetemperatur, H_0 . Algoritmen regner seg deretter fram til en bedre verdi av H_x ved hjelp av ligning 2.17, som igjen mates inn i ligning 2.15. Hele prosessen gjentas i en while-løkke, og for å styre antall iterasjoner er det definert en matematisk funksjon som estimerer feilen under siste gjennomkjøring av løkken:

$$\epsilon_i = \left| \frac{f(H_{x_i})}{\frac{EAG_x^2 l^2}{24}} \right| \quad (2.18)$$

Nevneren i ligning 2.18 gjenkjennes som konstantleddet i residualfunksjonen 2.15. Dette medfører at konvergenstkriteriet skaleres med hensyn på ledningens totale vekt, lengde og stivhet. Beregningene gjentas inntil et konvergenkskrav på $\epsilon_i < 10^{-2}$ er oppfylt. Det er også implementert en feilsikring i form av et maksimalt antall iterasjoner lik 1000 før loopen stoppes, men denne vil i praksis ikke bli utslagsgivende da forsøk viser at funksjonen alltid vil konvergere under normale omstendigheter.

Dersom ledningene på hver side av masten har lik lengde, belastning og pillhøyde vil de fastavspente ledningene påføre masten en like stor kraft i begge retninger slik at det resulterende differansestrekket forsvinner. Hvis betingelsene over ikke stemmer, vil de fastavspente ledningene påføre masten en kraft parallelt sporet. Differansestrekket bestemmes da ved hjelp av Newton-Raphsons metode.

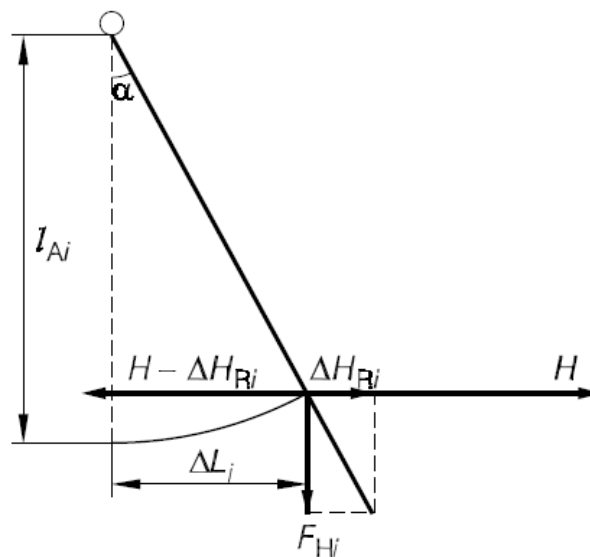
Ligningene iterasjonsprosessen er basert på forutsetter at de fastavspente ledningene gjøres faste til kontaktledningsmasten. Grenseverdibetingelsene for ligning 2.15 vil *ikke* len-

ger være gyldige dersom opphenget for fastavspente ledninger er med bevegelige ledd.

Temperaturlast

Utliggerkonstruksjonen er i motsetning til de fastavspente ledningene leddet til masten. Forbindelsen gjør at utliggeren kan "vandre" parallelt med skinnegangen. Kontaktledningens lengdeutvidelse, eller kontraksjon, gjør at utliggerkonstruksjonen trekkes slik at denne ikke lenger står normalt på masten, se figur 2.10. Ved å dekomponere aksialkraften i utliggerkonstruksjonen på grunn av sidekrefter fås en kraftkomponent i sporets lengderetning, kalt vandringskraften (Kiessling et al., 2009, s.268):

$$\Delta H_{vandre} = \Delta H_{Ri} = F_{Hi} \cdot \frac{\Delta L_i}{l_{Ai}} \quad (2.19)$$



Figur 2.10: Vandringskraften (Kiessling et al., 2009, s.268).

Størrelsen på vandringskraften avhenger av utliggerens vinkelutslag relativt til masten, α i figur 2.10. Skråstillingen ΔL_i av utliggeren bestemmes med ligning 1.2:

$$\Delta L = \alpha_{term} \cdot l_{fiks} \cdot \Delta \theta$$

α_{term} er den termiske utvidelseskoeffisienten til ledningen. $\Delta \theta$ er temperaturendringen, mens l_{fiks} er avstanden fra mast til fikspunkt. For fikspunktmaster gjelder $l_{fiks} = 0$: Utliggerkonstruksjonen fastholdes av fikslin.

Vindbelastning

Statistikk danner det matematiske grunnlaget for å representere variable laster på konstruksjoner. Vindlasten på masten er en tilfeldig fordelt variabel da den vil variere med tiden, $q(t)$. Derfor kan ikke vindbelastningen $q(t)$ defineres presist på forhånd (Newland, 1993, s.5). Sentralgrenseteoremet i statistisk analyse gir at fordelingen av identisk fordelte tilfeldig variable går mot normalfordelingen når antallet målpunkter går mot uendelig (Myers et al., 2012, s.234). I *Eurokode 0: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner* er sentralgrenseteoremet den matematiske ryggraden for antagelsen om at fordelte variable laster er normalfordelt.

Vindlasten på en konstruksjon blir bestemt basert på sannsynligheten for at $q(t)$ er innenfor visse grenser (Newland, 1993, s.2). I dimensjoneringsstandarder er det vanlig å representere laster med en karakteristiske verdier. Den karakteristiske verdien for vindbelastning har en årlig sannsynlighet for overskridelse på 0,02 – uavhengig av vindretning. Dette tilsvarer en midlere returperiode på 50 år (Eurokode1, 2005, s.14). Teorien bak karakteristiske laster forklares nærmere i kapittel 2.6.

Den lokale, stedavhengige *referansevindhastigheten* bestemmer vindlasten på masten. Basisvindhastigheten er basert på referansevindhastigheten målt i en høyde 10 meter over bakken, midlet over 10 minutter. I tabell 4 i det nasjonale tillegget i Eurokode 1-4 er alle kommunene i Norge listet opp med lokal referansevindhastighet (Eurokode1, 2005, s.3-7 i NA). Referansevindhastigheten gjelder uavhengig av om brukeren ønsker å dimensjonere en kontaktledningsmast med Eurokode-serien eller bransjestandarden til Norsk Elektroteknisk Komite.

Uavhengig av valgt beregningsprosedyre betraktes vindlasten som en jevnt fordelt kvadratisk belastning på kontaktledningsmastene. Kraften fra vindlasten på ledninger diskretiseres til punktlaster på mastene hvor kreftene føres videre ned til fundamentet. Vindlasten vil avhenge av hvorvidt masten skal dimensjoneres med Eurokode1 (2005) eller bransjestandarden til Norsk Elektroteknisk Komite EN50119 (2009). Det vises til vedlegg A for et eksempel på hvordan vindlasten på masten kan bestemmes med de to beregningsprosedyrene.

Vilkårlig last på mast

I utgangspunktet er det ikke ønskelig at utstyr utover det som tilhører selve kontaktledningsanlegget henges opp i mastene. Av praktiske årsaker hender det likevel at ytterligere komponenter monteres. Et vanlig eksempel er skilt som ettermonteres; dette vil gi et ekstra last-

bidrag ikke bare i form av skiltets egenvekt men også grunnet mastens økte vindfang. En kan i denne situasjonen tenke seg at et stort skilt monteres et godt stykke opp på masten. Dersom skiltets flatenormal peker parallelt sporretningen vil vindlast kunne gi et signifikant momentbidrag når vinden blåser parallelt sporet. Da B-master og bjelkemaster vanligvis monteres med svak akse parallelt sporretningen vil dette momentbidraget kunne bli kritisk for dimensjoneringsprosessen. I tilfellet bjelkemast vil eksentrisiteten av et slikt vindfang fra mastens lengdeakse også kunne gi uønsket store rotasjoner i form av torsjonsvinkel grunnet økt torsjonsmoment.

En brukerdefinert, vilkårlig last registreres via en lastvektor $[x, y, z]$ som plasseres i rommet ved hjelp av koordinatsystemet i figur 2.2. Videre defineres separate areal for vindfang normalt og parallelt sporet, med en kraftresultant lik produktet av vindtrykk og areal og en retning tilsvarende vindretningen. Resultanten fra denne vindlasten antas å virke i samme punkt $[x, y, z]$ som den brukerdefinerte lastvektoren. Det tas ikke hensyn til areal for snølast ved påsetting av en vilkårlig last. I avsnitt 3.2.3 følger en mer detaljert utredning for hvordan krefter implementeres i det nye beregningsprogrammet.

2.5 Forskyvninger

Bøyemomentet M , skjærkraften V , aksialkraften N og torsjonsmomentet T på kontaktledningsmasten gir opphav til forskyvninger og vridning av masten. For en konstruktør av en kontaktledningsmast er det essensielt å ha kontroll på forskyvningen i kontakttrådens høyde. I følge Bane NORs tekniske regelverk skal det dokumenteres at maksimal tillatt forskyvning av en kontaktledningsmast i kontakttrådens høyde ikke overskrides. Ved beregning av maksimal forskyvning skal den aktuelle dimensjonerende vindhastigheten benyttes og det skal tas hensyn til alt tilbehør i masten.

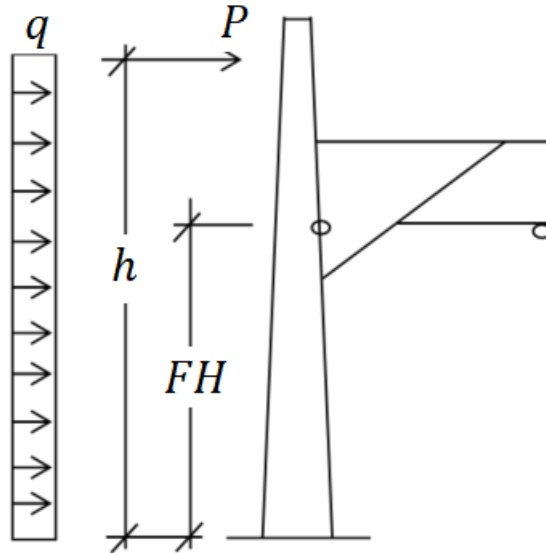
FH i figur 2.11 angir kontakttrådens høyde. q er det dimensjonerende vindtrykket på masten. Forskyvningen i kontakttrådens høyde på grunn av en jevnt fordelt last q kan bestemmes med følgende uttrykk (Jorde, 2007, s.60):

$$\delta_z = \frac{q \cdot FH^2}{24EI_y} (6 \cdot h^2 - 4 \cdot h \cdot FH + FH^2) \quad (2.20)$$

h i ligning 2.20 angir mastehøyden. Men dersom forskyvningen av masten på grunn av en punktlast skal beregnes, angir h avstanden til ledningen fra fundamentet, se 2.11. Forskyv-

ningen δ_z på grunn av en punktlast på masten i en høyde h bestemmes med følgende formel (Jorde, 2007, s.59):

$$\delta_z = \frac{P}{2EI_y} \left(h \cdot FH^2 - \frac{1}{3} FH^3 \right) \quad (2.21)$$



Figur 2.11: Forskyvningsbidrag i kontakttrådens høyde (Jorde, 2007, s.59).

Beregning av mastenes bøyestivhet

Det ble allerede i innledningen påpekt at kontaktledningsmastene Bane NOR opererer med har ulikt annet arealmoment. Mens bjelkemastene har konstant bøyestivhet EI_y , vil bøyestivheten for gittermastene variere i alle snitt langs masteaksen, x . På grunn av gittermastes koniske form, vil bøyestivheten være en funksjon av mastehøyden, $EI_y(x)$:

$$I_y(x) = I_{y_{lokal}} + e_z(x)^2 \cdot A$$

Annet arealmoment $I_y(x)$ er et mål på tverrsnittets motstand mot deformasjon og inngår derfor i alle forskyvningsberegninger. Tidligere ble det antatt et annet arealmoment i gittermastens tredjedelspunkt fra fundamentet for å beregne forskyvninger. Ettersom det ikke har blitt dokumentert hvorvidt dette gir mastene en for stiv – eller for myk – oppførsel, er antagelsen blitt undersøkt.

Enhetslastmetoden er en elegant beregningsprosedyre for å bestemme forskyvninger av konstruksjoner. Ved å kreve likevekt mellom ytre og indre arbeid i en bjelke kan forskyvnin-

gen Δ av en mast på grunn av last i for eksempel toppen av masten beregnes (Clausen, 2014, kap.5, s.28):

$$\sum W = 0 \Leftrightarrow F \cdot \Delta = \int_0^L m \frac{M}{EI_y} dx \quad (2.22)$$

I arbeidsbetrakningen i ligning 2.22 settes $F = 1$ til en enhetslast i toppen av masten. Det medfører et tilhørende enhetsmoment ved mastens fundament, $m = F \cdot x$. Innsatt uttrykket for annet arealmoment, enhetslasten og enhetsmomentet i ligning 2.22 fås følgende sammenheng:

$$\Delta = \frac{1}{E} \int_0^L \frac{x^2}{I_y(x)} dx \quad (2.23)$$

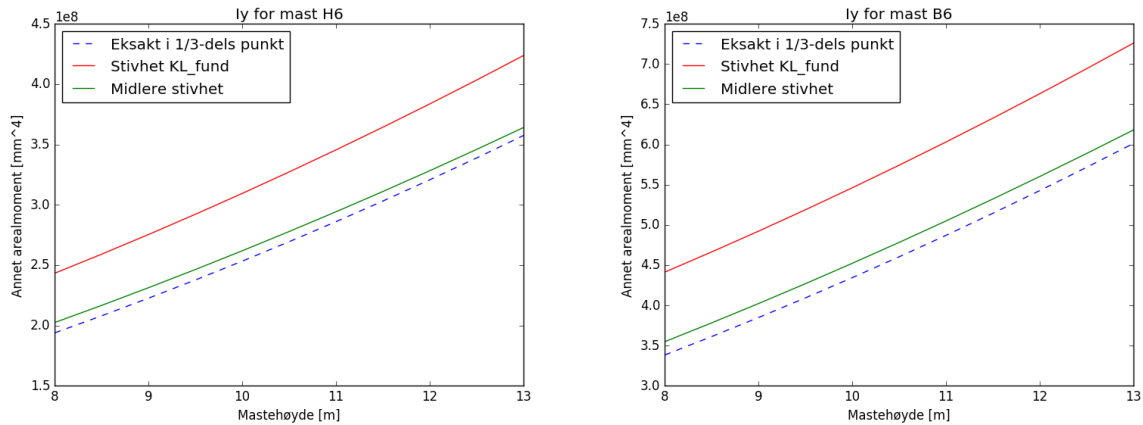
Høyresiden av ligning 2.23 kan løses for alle gittermaster med den innebygde integrasjonsfunksjonen i Python. Dermed kan eksakt forskyvningen Δ på grunn av en enhetslast beregnes. Ved å bruke sammenhenger gitt i standard bjelkeformler for forskyvning av en utkragerbjelke kan en *midlere* stivhet for gittermastene bestemmes (Larsen et al., 1997, s.29):

$$\Delta = \frac{FL^3}{3EI_y} \Leftrightarrow I_y = \frac{L^3}{3E\Delta} \quad (2.24)$$

I figur 2.12 er midlere stivhet $I_y(x)$ for H6- og B6-gittermaster plottet mot mastehøyder fra 8 til 13 meter. For å beregne den midlere stivheten til gittermastene er det brukt at masten er belastet med en enhetslast i toppen, $F = 1$. Den grønne linjen i figur 2.12 viser midlere mastestivhet, den røde reflekterer antagelsen gamle *KL_fund* er basert på, mens den blåstiplede linjen er den analytiske stivheten i mastens tredjedelspunkt fra fundamentet. Med figur 2.12 er det klart at gamle *KL_fund* gir gittermastene en kunstig stivhet ved punktlast-belastning i mastetoppen. Denne belastningen kan for eksempel stamme fra strekkraften i toppmonterte fastavspente ledninger der togsporet går i en kurve.

Diskusjonen om hvorvidt antagelsen om gittermastenes stivhet i mastens tredjedelspunkt fra fundamentet er god plukkes opp i kapittel 4.1. Det skal likevel nevnes at det er valgt å se bort fra antagelsen om å bruke gittermastenes stivhet i tredjedelspunktet for forskyvningsberegninger. I stedet er det implementert en logikk i den nye koden for å beregne en midlere $I_y(x)$ analytisk i ethvert punkt langs mastens lengdeakse.

Tilsvarende prosedyre for å beregne midlere $I_y(x)$ er brukt for tilfellet med jevnt fordelt vindbelastning på masten, men for dette lasttilfellet benyttes formelen for en jevnt fordelt



(a) H-mastens stivhet for punktlast i toppen.

(b) B-mastens stivhet for punktlast i toppen.

Figur 2.12: Annet arealmoment om y-aksen for Bane NORs gittermaster ved belastning i mastetopp.

belastning på en utkragerbjelke til å bestemme forskyvningen Δ som substitueres inn i ligning 2.24.

Ytterligere forskyvningsbidrag

Utbøyningen av kontaktledningsmasten er ikke det eneste bidraget til forskyvningen av kontakttråden i kontakttrådens høyde. Det tilkommer også forskyvningsbidrag fra utliggerkonstruksjonen og fundamentet. Forskyvningsbidraget fra fundamentet skyldes at det ikke regnes 100% stivt – det tas høyde for at det kan rotere i jordsmonnet. Dersom fundamentets eventuelle skråstilling er ufordelaktig vil masten gis et ekstra forskyvningsbidrag δ_z . Dette beregnes separat med programvaren *Fundamast*, utviklet av DNV-GL.

Valg av utliggersystem har stor innflytelse på forskyvningsbidraget δ_z fra utliggerkonstruksjonen. Dersom system 25 er brukt vil diagonalstaget mellom utliggerens trykk- og strekkstag gi en betydelig stivere oppførsel av utliggeren, se figur A.8. System 20 og 35 er imidlertid bygget uten diagonalstag – da blir forskyvningsbidraget fra utliggerkonstruksjonen større.

2.6 Beregningsprosedyrer

Bane NORs tekniske regelverk gir de generelle retningslinjene for prosjektering, bygging og vedlikehold av kontaktledningsanlegget. Regelverket for dimensjonering av kontaktledningsmastene langs jernbanen i Norge er koblet til nasjonale- og internasjonale standarder styrt ved lover, normer og forskrifter.

Den Europeiske Unionen (EU) har gjennom byrået Technical specifications for interoperability (TSI) bestemt hvilke regelverk som tillates brukt for dimensjonering av kontaktledningsanlegget. Før utga TSI separate regelverk; ett for konvensjonell- og ett for høyhastighetsjernbane. Disse ble samlet i 2014. Med regelverket utgitt i TSI Energy og TSI LOC & PAS er det overordnede målet en sømløs elektrisk jernbanedrift på tvers av Europas landegrenser. TSI åpner for å bruke enten Eurokode-serien (EC), eller bransjestandardene til Norsk Elektroteknisk Komite (NEK) (TSI, 2014, Table E.1). Uansett valg av standard skal dimensjoneringen av mastene ivareta pålitelighet og sikkerhet for alle lastscenarier ved ulike lastkombinasjoner. I det nye beregningsverktøyet til Bane NOR kan brukeren selv bestemme hvilket standardverk kontaktledningsmastene skal dimensjoneres etter.

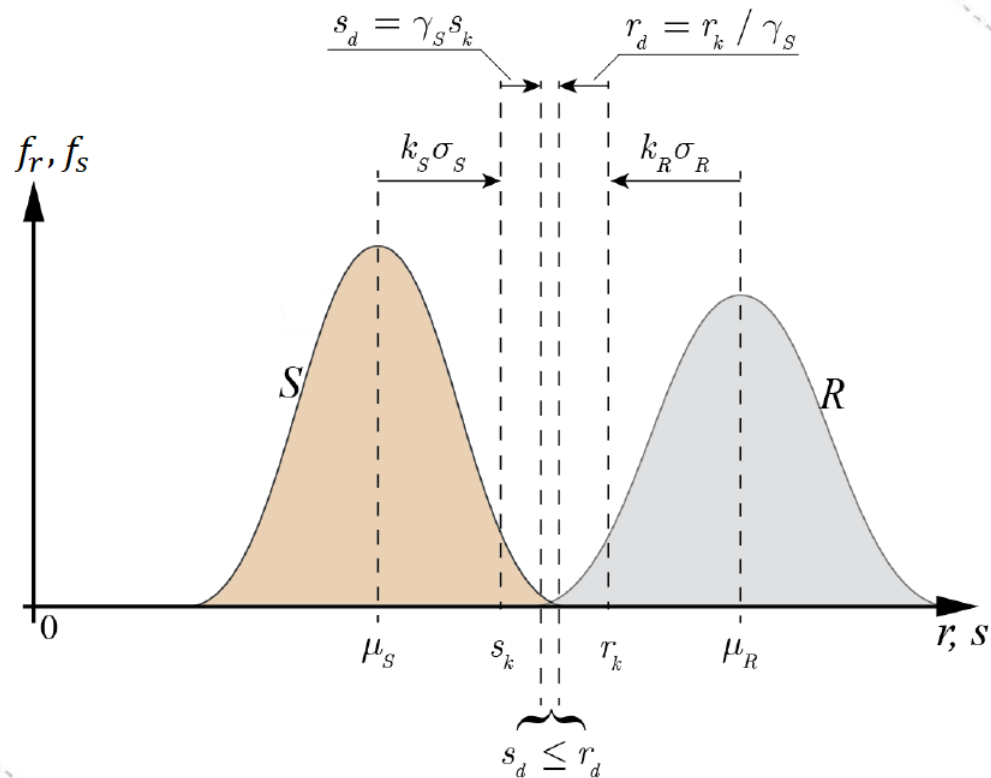
Alle europeiske prosjekteringsregler for byggebransjen er basert på bruk av partialfaktormetoden. Det skal påvises at lastvirkningen S på en legeme ikke overskrider legemets motstand R i definerte grensetilstander: $S \leq R$. Det skilles mellom brudd- og bruksgrensetilstander (Larsen, 2008, s.25).

Statistikk er et verktøy for gjøre vurderinger og ta beslutninger under usikkerhet og variasjon. Partialfaktormetoden er en semi-probabilistisk metode der det tas hensyn til den statistiske spredningen i lastvirkningen på en forenklet måte (Larsen, 2008, s.24). En aksialbelastet mast vil ha en motstand – en kapasitet $R = f_y \cdot A$ – som en funksjon av flytespenningen f_y og mastens areal, A . Motstanden R vil være en stokastisk størrelse ettersom både f_y og A har en statistisk spredning. Det refereres igjen til sentralgrenseteoremet i statistikken: Den statistiske fordelingen av identisk fordelte tilfeldig variable går mot normalfordelingen når antallet målpunkter er stort (Myers et al., 2012, s.234). Ved hjelp av et tilstrekkelig antall statistiske målepunkter kan det altså fastlegges en normalfordelt tetthetsfunksjon for både kapasiteten R og lastvirkningen S på en konstruksjon.

Den røde normalfordelingen i figur 2.13 gjenspeiler sannsynlighetstettheten til lastvirkningen på en konstruksjon. Den grå normalfordelingen i samme figur 2.13 angir konstruksjonens kapasitet. Utgangspunktet for dimensjoneringen er de karakteristiske verdiene r_k og s_k av henholdsvis motstand og lastvirkning (Larsen, 2008, s.26):

$$r_k = \mu_R - k_R \cdot \sigma_R \quad (2.25)$$

$$s_k = \mu_S + k_S \cdot \sigma_S \quad (2.26)$$



Figur 2.13: Dimensjoneringskriteriet (Larsen, 2008, s.22).

Figur 2.13 viser at μ_i er respektive middelværdier, standardavvikene noteres med σ_i . k_i er kvantilkoeffisienter for å definere r_k og s_k som karakteristiske verdier. For det ovennevnte eksempelet med aksialkraftkapasiteten til en mast vil det i praksis være en forsvinnende liten variabilitet tilknyttet legemets areal, A , da mastene bygges med prefabrikerte stålprofiler. Flytespenningen vil derimot kunne variere. Dersom kontaktledningsmasten dimensjoneres med en stål kvalitet på S355 angir den karakteristiske verdien, r_k i figur 2.13 en gitt sannsynlighet for at flytespenningen faktisk er 355 MPa . For stål er 5% kvantilen – en *nedre* grenseverdi – for flytespenningen f_y til materialet valgt. Det betyr at det er 5% sannsynlighet for at flytespenningen f_y er *mindre* enn den karakteristiske verdien r_k for materialet (Myers et al., 2012, s.255).

Variable laster blir karakterisert på en tilsvarende måte, men med en *øvre* kvantil. I tilfellet for en vindlast Q refererer den øvre kvantilen – den karakteristiske verdien Q_k – til en gitt sannsynlighet for ikke å bli overskredet. Da det er bestemt at kontaktledningsanlegget skal dimensjoneres for en returperiode på 50 år, innebærer dette en årlig overskridelesannsynlighet på $\frac{1}{50} = 0,02$. I figur 2.13 er den karakteristiske 98%-kvantilenverdien for lastvirkningen gitt ved den stiplede linjen tilhørende s_k .

Mens en matematiker vil beskjeftige seg med bakgrunnen for den statistiske fordelingen

til den variable lasten, er det det overlappende området mellom normalfordelingene i figur 2.13 som er av interesse for en bygningsingeniør. Det er i dette domenet konstruksjonen risikerer at lastvirkningen er større enn kapasiteten, $S > R$. Dimensjoneringsformelen for påvisning av konstruksjoners kapasitet kan nå etableres:

$$g(r_k, s_k) = \frac{r_k}{\gamma_m} - s_k \cdot \gamma_f \geq 0 \quad (2.27)$$

r_k er i ligning 2.27 den karakteristiske kapasiteten til materialet, s_k den karakteristiske verdien for lastpåkjenningen. Partialkoeffisientene, γ_i , er innført for å sørge for at det fortsatt er en gitt prosentvis sannsynlighet for at r_k underskrides og s_k overskrides (Larsen, 2008, s.26). γ_f , partialfaktoren for lastene, ivaretar overskridelser av s_k som skyldes unøyaktige lastmodeller, usikkerheten i lastens påvirkning på konstruksjonen samt unøyaktig lastmodellering. Partialfaktoren til materialet γ_m er kalibrert for blant annet å ta høyde for ufordelaktige avvik fra den karakteristiske fastheten til materialet.

EC - Eurokoden

Lastfaktorene er forskjellige i EC og NEK. Standardene gir dessuten forskjellige "oppskrifter" for sortering av lastkombinasjoner. I EC0 skilles det mellom dominerende og ikke-dominerende variable laster. I bruddgrensetilstanden kan alle lastkombinasjoner på en konstruksjon uttrykkes generelt som (Eurokode0, 2016, s.38):

$$s_d = \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (2.28)$$

Calgaro et al. (2012) forklarer at "+" i ligning 2.28 betyr kombineres med, mens \sum angir kombinert virkning av. Kombinasjonsverdiene ψ er assosiert med kombinasjoner av aksjoner. ψ tar hensyn til redusert sannsynlighet for at den minst fordelaktige verdien av flere aksjoner inntreffer simultant. Det er for eksempel redusert sannsynlighet for at maksimal temperatur- og maksimal vindlast inntreffer på kontaktledningsanlegget samtidig. Kombinasjonsverdien $\gamma_Q \psi_Q Q_k$ er ansett for å være den dimensjonerende verdien for den ikke-dominerende variable lasten på konstruksjonen.

NEK - Bransjestandarden

I bransjestandarden står det eksplisitt skrevet hvilke lastkombinasjoner som er relevante for kontaktledningsmastene. Det dimensjonerende tilfellet i bruddgrensetilstanden kan i henhold til NEK50119 finnes ved ett av lasttilfellene under (EN50119, 2009, s.43):

- A. Laster ved minimum temperatur
- B. Maksimal vindbelastning
- C. Islast
- D. Kombinert is- og vindlast
- E. Ulykkeslast

Ulykkeslasten – at en kontaktledning ryker – vurderes også i beregningsprosedyren med EC.

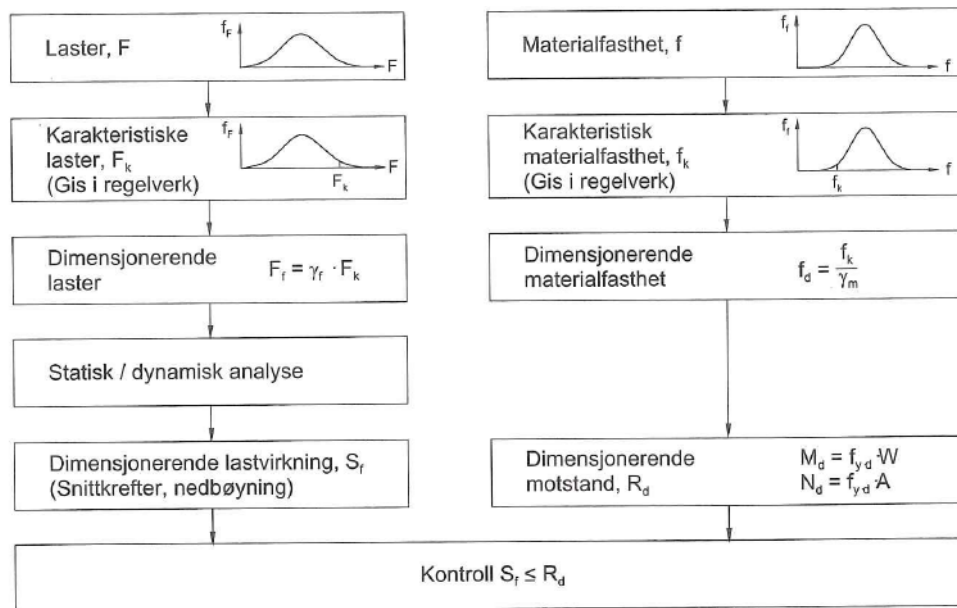
Bruksgrensetilstanden

I bruddgrensetilstanden beregnes mastene for store laster. Det er svært lav sannsynlighet for å lastene mastene påføres i bruddgrensetilstanden opptrer i løpet av konstruksjonens levetid. Lastfaktorene reduseres til $\gamma_{SLS} = 1,0$ i bruksgrensetilstanden – tilsvarende den karakteristiske lasten. Dette gjelder for påvisning av brukskrav i begge beregningsprosedyrer. Lastene i bruksgrensetilstanden er mindre, men opptrer oftere under vanlig bruk (Larsen, 2008, s.26).

Bruksgrensetilstanden for kontaktledningsmaster omfatter en forskyvningskontroll av masten i kontaktrådens høyde. Utbøyningen av en mast skal ikke bli så stor at den skal kunne begrense togfremføring ved at kontaktråden befinner seg utenfor pantografens arbeidsområde.

Tabell 2.2: Teknisk regelverk definerer grenser for forskyvning av kontaktråd.

Forskyvning δ_z			
Lasttype [-]	Mast [mm]	Fund. [mm]	Totalt [mm]
Statisk	12	25	37
Dynamisk	18	45	63
Sum	30	70	100



Figur 2.14: Dimensjonering etter partialfaktormetoden (Larsen, 2008, s.27).

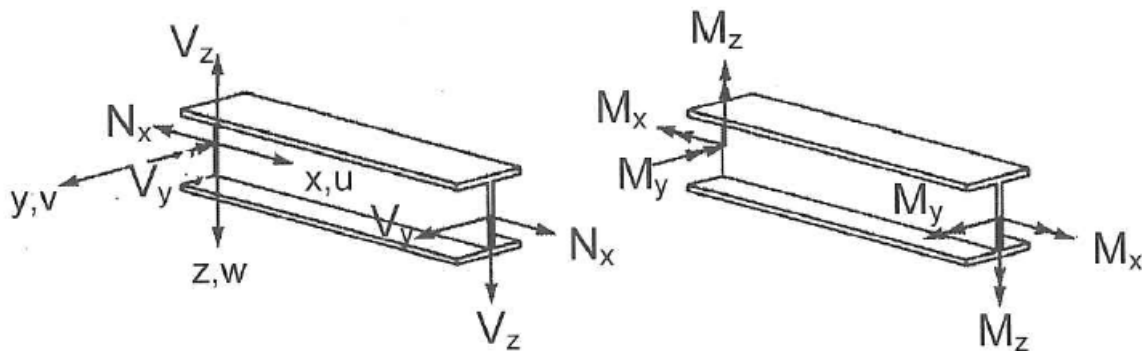
I henhold til Bane NORs tekniske regelverk skal det i tillegg til påvisning av kapasitet i bruddgrensetilstand dokumenteres ved beregninger at maksimal tillatt forskyvning av en kontakttråd ikke overskrides. Det skilles mellom forskyvningsbidrag på grunn av vedvarende statiske laster og forbigående dynamiske påkjenninger (BaneNOR, 2017b). Kravene er gjengitt i tabell 2.2. Verdiene er gyldige for en kontakttråd i høyde 5,6m over skinnegangen. Fra tabell 2.2 er det tydelig at det tillates et betydelig forskyvningsbidrag fra fundamentet.

Larsen (2008, s.27) har laget et fint flytskjema som oppsummerer dimensjoneringsprosessen. I figur 2.14 er S_d den totale dimensjoneringsverdien for alle lastpåkjenninger, mens R_d er den dimensjonerende kapasiteten til materialet. Valget av beregningsprosedyre vil implisitt bestemme alle partialfaktorer for dimensjoneringsformelen, enten det gjelder brudd- eller bruksgrensetilstanden.

2.7 Kapasitetsberegning

De lærde strides om hvorvidt y- eller z-aksen skal være vertikal – og om vertikalaksen skal peke opp eller ned – i det lokale koordinatsystemet brukt i faststoffmekanikken. Da det ikke eksisterer noen standard norm for definisjon av koordinatsystemet, er det forskjellig praksis fra land til land. I det nye beregningsprogrammet til bruk for dimensjonering av kontaktledningsmaster i Bane NOR er det imidlertid valgt å samkjøre det lokale- og globale koordinatsystemet. Figur 2.15 viser hvordan x-, y- og z-aksen er definert lokalt for en bjelkemast. z-

aksen peker alltid mot jernbanesporet. Når det refereres til kontaktledningsmastenes sterke- og svake akse er dette henholdsvis y - og z -aksen i figur 2.15. H-masten er like sterk om begge akser, mens det for bjelkemasten gjelder at $I_y \gg I_z$ (Larsen et al., 1997, s.13). I introduksjonen ble det nevnt at UNP-kanalprofilets sterke akse sammenfaller med den globalt svakeste aksens til B-masten. Det betyr at $I_z \gg I_y$ med det lokale koordinatsystemet definert i figur 2.15 (Larsen et al., 1997, s.18), der x angir lengdeaksen til masten og z -aksen peker mot sporet.



Figur 2.15: Definisjon av koordinataksler og snittkrefter i henhold til Larsen (2010, s.73).

Kontaktledningsmastene langs jernbanen er høye sammenlignet med typiske tverrsnittsmål og regnes derfor som slanke konstruksjoner i dimensjonering av stålkonstruksjoner. Slankheten innebærer at dimensjoneringsformelen $\frac{S_d}{R_d} \leq 1,0$ må modifiseres for å ta hensyn til instabilitetsproblemer som knekking og vipping. Kapasitetskontrollen for en kontaktledningsmast skal påvise at (Eurokode3, 2008, s.68):

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1,0 \quad (2.29)$$

I ligning 2.29 angir N_{Ed} mastens aksialkraftbelastning, mens N_{Rk} er mastens aksialkraftkapasitet. Tilsvarende notasjon er brukt for momentbelastningen om mastens sterke (y) og svake (z) akse. Kontaktledningsmastene er imidlertid belastet med beskjedne aksialkrefter. Kun få prosent av den globale kapasiteten til kontaktledningsmastene allokeres til aksialkraften, se eksempelberregning i vedlegg A. Bøyemomentet vil for enhver lastkombinasjon dominere den globale belastningen av masten.

De lokale trykkreftene i gittermastenes diagonaler kan derimot bli så store at de overskrider stavens lokale kapasitet. Derfor utføres det en lokal, separat knekkingsanalyse for lokale diagonaler i gittermaster av typen H.

Interaksjonsfaktorene k_{ij} i ligning 2.29 er bestemt med tillegg B for torsjonsmyke staver i *Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner* (Eurokode3, 2008, s.83). Det påpekes videre at det er vanlig å bruke stål kvalitet S235 i Bane NORs gittermaster, mens S355 er benyttet i de prefabrikerte bjelkemastene langs jernbanen.

Dimensjoneringen av kontaktledningsmastene er gjort i henhold til gjeldende regelverk i *Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner, del 1-1 Allmenne regler og regler for bygninger* med bruk av formel 2.29 om mastens sterke akse. En tilsvarende kapasitetskontroll er også utført om mastenes svake akse.

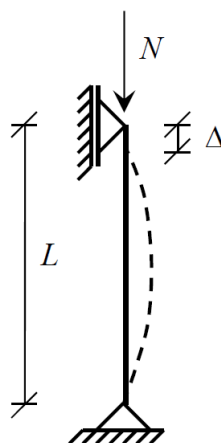
Konstruksjonstekniske antagelser med hensyn til påvisning av tilstrekkelig kapasitet med ligning 2.29 med tilhørende reduksjonsfaktorer χ_i vil presiseres i det følgende.

Lokal stavkontroll

Knekking er et instabilitetsproblem – det inntreffer når likevektstilstanden i trykkbelastede konstruksjonsdeler slutter å være stabil, se figur 2.16. χ_y gitt i kapasitetsformelen for stålkonstruksjoner, ligning 2.29, er en reduksjonsfaktor for å redusere aksialkraftkapasiteten til en stav på grunn av fenomenet knekking.

Ved å bruke moment-krumning relasjonen $M = -EIw''$ i stavens utbøyde tilstand i figur 2.16 kan likevekten etableres som følger, der w er en sideveis utbøyning:

$$M = N \cdot w = -EI \cdot w'' \Leftrightarrow w'' + \frac{N}{EI} w = 0 \quad (2.30)$$



Figur 2.16: Knekkingsfenomenet – Eulerstaven.

Ligning 2.30 er en lineær homogen differensialligning med konstante koeffisienter. Løsningen kan skrives (Larsen, 2010, s.153):

$$w = C_1 \sin \sqrt{\frac{N}{EI}} x + C_2 \cos \sqrt{\frac{N}{EI}} x$$

Bruk av randbetingelsene om null forskyvning ved opplagrene gir:

$$w(0) = 0 \Rightarrow C_1 \cdot 1 + C_2 \cdot 0 = 0 \Rightarrow C_1 = 0$$

$$w(L) = 0 \Rightarrow 0 + C_2 \cdot \sin \sqrt{\frac{N}{EI}} L = 0$$

$C_2 = 0$ gir den ikke-trivielle løsningen $w(x) \equiv 0$. Dette er med andre ord tilstanden *før* utknekking. For å finne den ikke-trivielle løsningen må det kreves at $\sin \sqrt{\frac{N}{EI}} L = 0$ for å unngå den trivielle løsningen. $\sin \sqrt{\frac{N}{EI}} L = 0$ for alle heltall av π :

$$\sin \sqrt{\frac{N}{EI}} L = 0 \Rightarrow \sqrt{\frac{N}{EI}} L = n \cdot \pi; \quad n = 1, 2, \dots, m$$

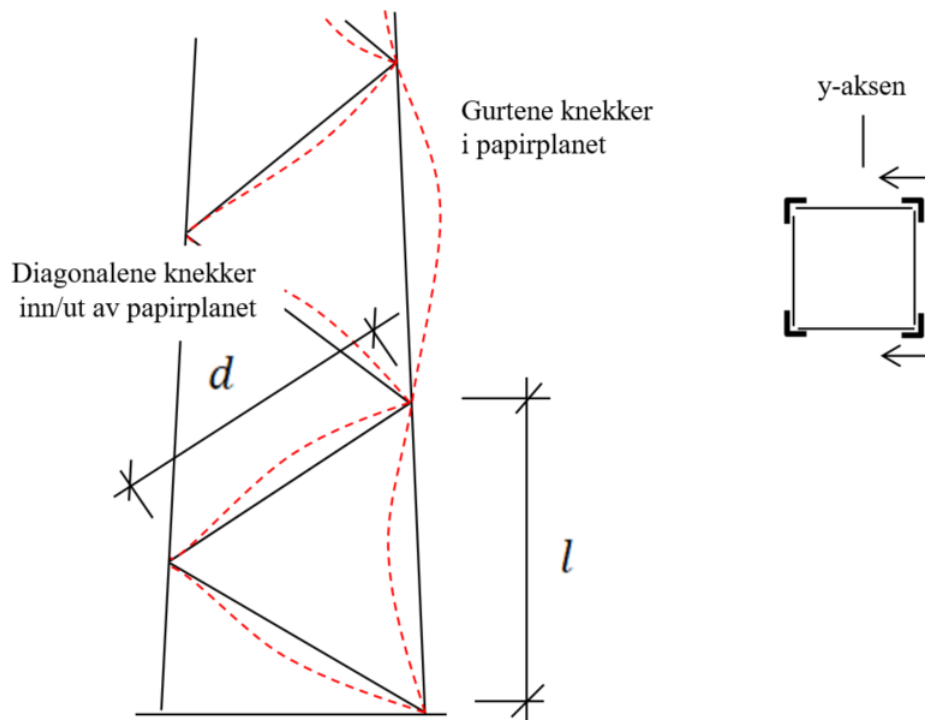
$n = 1$ gir den laveste knekklasten – populært kalt Eulerlasten (Larsen, 2010, s.154):

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_{cr}^2} \quad (2.31)$$

Når en komponent knekker er avstanden mellom endepunktene til komponenten uendret. Forskyvningen i figur 2.16 er sterkt overdrevet. Larsen (2010, s.187) viser til eksperimentelle data og numeriske simuleringer der et sett med knekkkurver for aksialbelastete trykkstaver. Aksialkraftkapasiteten reduseres i henhold til en relativ slankhet normalisert mot Eulerlasten gitt i ligning 2.31. Den relative slankheten gir reduksjonsfaktoren χ_y i ligning 2.29.

Figur 2.17 viser H-mastens lokale antatte knekkform. H-mastene kontrolleres for knekking for både diagonale staver og vinkelprofilene i tverrsnittets hjørner. Knekk lengden til vinkelprofilene i hjørnene – angitt med lengden l i figur 2.17 – er antatt lik $l_{cr} = 0,85 \cdot l$ for å ta hensyn til diagonalenes stivhet. Vedrørende knekk lengden til diagonalene, angitt med d i figur 2.17, er det tatt hensyn til at innspenningen er stiv, da diagonalene er sveist til vinkelprofilens flenser. I henhold til Jorde (2007, s.62) antas den kritiske knekk lengden for diagonalene til å være $d_{cr} = 0,55 \cdot d$. Diagonalene i H-masten antas å belastes med den største av følgende verdier:

$$N_{Ed,diagonal} = \max\left(\frac{\sqrt{2}}{2} V_{y,Ed}, \frac{\sqrt{2}}{2} V_{z,Ed}\right) \quad (2.32)$$



Figur 2.17: H-mastens lokale knekkform (Jorde, 2007, s.62).

Pythagoras læresetning er brukt for å finne kreftene i ligning 2.32 (Hass et al., 2011, s.513). Videre er det antatt at Jorde (2007, s.61) har rett i at gurtene i H-masten belastes med aksialkraften:

$$N_{Ed,gurt} = \frac{1}{2} \left(\frac{M_{y,Ed}}{b} + \frac{M_{z,Ed}}{b} + V_{y,Ed} + V_{z,Ed} \right) + \frac{N_{Ed}}{4} \quad (2.33)$$

Uttrykket i parentesen i ligning 2.33 deles på to på grunn av definisjonen av et moment. Et moment er lik kraft ganger arm. Kraften kan finnes ved å dele momentet på armen. Det deles på to, da to av panelene vil belastes i trykk, de to andre i strekk for et enaksielt bøyemoment. Mastebredden b er i henhold til Jorde (2007, s.61) beregnet én meter over fundamentet for å ta hensyn til mastens koniske form, samt det faktum at det er i bunnen av masten gurtene har lengst spennlengde, se figur 2.17. Aksialkraften i ligning 2.33 deles på fire fordi H-masten består av fire gurter – fire vinkelprofilene i hvert hjørne av masten. For bestemmelse av aksialkraftkapasiteten i H-masten er knekkurve c valgt for diagonalene, mens gurtene beregnes for knekkurve b Eurokode3 (2008, Fig.6.4). Til slutt foretas det en isolert aksialkraftkapasitetssjekk for H-masten. Utnyttelsesgraden (Utility Ratio, UR) beregnes for både diagonale og gurt med formel:

$$UR_{aksial} = \frac{N_{Ed}}{\frac{\chi N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1,0 \quad (2.34)$$

B-mastene kontrolleres i likhet med bjelkemastene kun for knekking globalt, med aksialkraften N_{Ed} . For å bestemme reduksjonsfaktoren χ_y for knekking av UNP-kanalprofilene er det her antatt knekkurve c i Eurokode3 (2008, Fig.6.4). Det er samme er gjort for knekking om bjelkemastenes svake akse. Om sterk akse er knekkurve b valgt for bjelkemasten.

Ekvivalent mastelengde

For den globale knekningsanalysen av kontaktledningsmastene behøves den kritiske mastelengden L_{cr} til bruk i Eulerlasten, ligning 2.31. For en aksialbelstet mast er det i klassisk mekanikk vanlig å anta en knekkelengde lik to ganger mastelengden. Men kontaktledningsmastene langs jernbanen er ikke kun aksialbelastet. Snarere tvert i mot. Mastene er belastet med sidekrefter i forskjellige høyder, egenvekt samt en jevnt fordelt vindbelastning over mastenes høyde. I henhold til Jorde (2007, s.54) er det valgt å finne en ekvivalent mastelengde l_e ved å vekte alle laster på følgende vis:

$$l_e = \frac{\sum_{i=1}^n M_i \cdot h_i}{M_{total}} \quad (2.35)$$

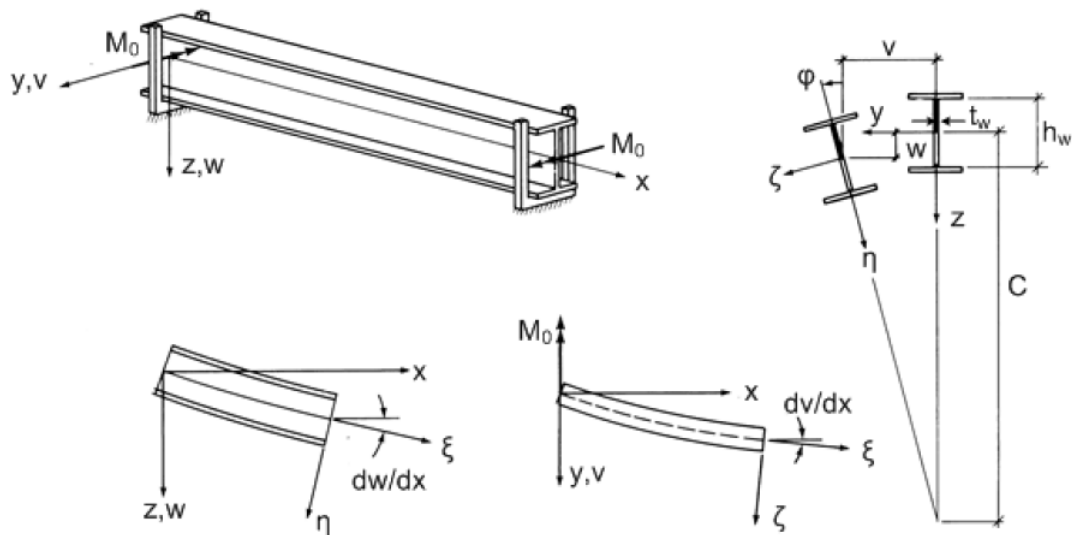
n i ligning 2.35 er antall bidrag til momentet, mens h_i er høyden på masten hvor den aktuelle lasten angriper. Vedrørende kontaktledningsmastenes kritiske knekkelengde til bruk i Eulerlasten gitt i ligning 2.31, er det i henhold til Larsen et al. (1997, s.32) antatt at:

$$L_{cr} = 2 \cdot l_e \quad (2.36)$$

Det skal bemerkes at ligning 2.36 ikke er gyldig for fiksavspennings- og avspenningsmaster der avspenningsbardunen antas å gi masten en tilnærmet fastholding om toppunktet. Avspenningsmastene antas en knekkelengde som vist i figur 2.16, med $L_{cr} = L_e$.

Kritisk vippemoment

Momentbelastete konstruksjonsdeler med $I_y \gg I_z$ må påvises å ha tilstrekkelig kapasitet med hensyn til vipping. $I_y \equiv I_z$ for H-mastene slik at vipping kun blir dimensjonerende for Bane NORs B- og bjelkemaster. Figur 2.18 viser fenomenet vipping: En momentbelastet bjel-



Figur 2.18: Vipping av stålbjelke av typen I (Rønnquist, 2016).

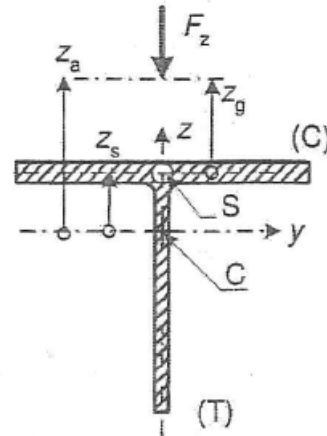
ke får en sideveis utbøyning kombinert med en rotasjon om bjelkens lengdeakse (Larsen, 2010, s.213).

Vipping av bjelker behandles på samme måte som knekking av staver, men for vipping søkes det ikke etter aksialkraften, men momentet som gir en labil likevekt av bjelken i utbøyd tilstand, se figur 2.18. Vipping er i likhet med knekking et egenverdi-problem, hvor det kritiske vippemomentet M_{cr} er den laveste egenverdien (Larsen, 2010, s.213).

For dobbeltsymmetriske tverrsnitt å la I-bjelken vist i figur 2.18 er den minste egenverdi-en til vippeproblemet gitt av sammenhengen (Larsen, 2010, s.217):

$$M_{cr} = \left(\frac{\pi}{l_e}\right) \sqrt{EI_z GI_T} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{l_e}\right)^2 \frac{EI_w}{GI_T}} \quad (2.37)$$

Ligning 2.37 kan forenklet skrives $M_{cr} = \frac{\pi}{l_e} \sqrt{EI_z GI_T} \cdot \mu_{cr}$, der μ_{cr} er det relative dimensjonsløse kritiske momentet. Løsningen gitt i ligning 2.37 er imidlertid ikke gyldig for tilfeller hvor det er et varierende moment og skjærkrefter langs bjelkeaksen. Da dette er tilfellet for kontaktledningsmastene langs jernbanen, må det kritiske vippemomentet justeres. I *Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner* gis det ingen informasjon om hvordan det kritiske vippemomentet skal beregnes. Professor i stålkonstruksjoner Anders Rønnquist ved NTNU hevder imidlertid det er akseptert å benytte det nasjonale tillegget i *Eurokode 9: Prosjektering av aluminiumkonstruksjoner* for å bestemme det kritiske vippemomentet. Det relative dimensjonsløse kritiske vippemomentet settes her lik (Eurokode9, 2008, s.173):



Figur 2.19: Notasjon og fortegnskonvensjon for bjelker under gravitasjonslast (Eurokode9, 2008, s.175). C er massesenteret, S skjærsenteret, (C) og (T) henholdsvis trykk og strekksiden.

$$\mu_{cr} = \frac{C_1}{k_z} \left[\sqrt{1 + \kappa_{wt}^2 + (C_2 \zeta_g - C_3 \zeta_j)^2} - (C_2 \zeta_g - C_3 \zeta_j) \right] \quad (2.38)$$

Dette uttrykket gjelder generelt for enkeltsymmetriske tverrsnitt. κ_{wt} i ligning 2.38 er den dimensjonsløse torsjonsparameteren:

$$\kappa_{wt} = \frac{\pi}{k_w l_e} \sqrt{\frac{EI_w}{GI_T}}$$

Det antas at $k_w = 1,0$ da det ikke er innført spesifikke tiltak for å forhindre hvelving ved kontaktleningsmastenes ender. For Bane NOR sine B-master er det antatt at hvelvingskonstanten I_w kan uttrykkes:

$$I_w = \frac{1}{2} I_{w,gurt} \cdot (0,9b)^2 \quad (2.39)$$

For $I_{w,gurt}$ i ligning 2.39 skal hvelvingskonstanten for én UNP-kanalprofil brukes. Tilbake i ligning 2.38 refererer parameteren ζ_g til det relative dimensjonsløse koordinatet for lastangrepspunktet (Eurokode9, 2008, s.173):

$$\zeta_g = \frac{\pi \cdot z_g}{k_z l_e} \sqrt{\frac{EI_z}{GI_T}}$$

Figur 2.19 viser hva som menes med lastens angrepspunkt til relativt skjærsenteret. Det presiseres at z_g antas lik null – at lastene angriper i mastenes skjærsenter. Denne antagelsen er et emne for diskusjon i siste kapittel. ζ_j i ligning 2.38 er en dimensjonsløs parameter relatert til enkeltsymmetriske tverrsnitt:

$$\zeta_j = \frac{\pi \cdot z_j}{k_z l_e} \sqrt{\frac{EI_z}{GI_T}}$$

I likhet med z_g neglisjeres også z_j for kontaktleddningsmastene. Det innebærer at både ζ_g og ζ_j faller bort i utregningen av det kritiske dimensjonsløse momentet i ligning 2.38. På grunn av den forenklete antagelsen om at lastene angriper i mastenes skjærsenter, kan det kritiske vippemomentet for kontaktleddningsmastene dermed skrives:

$$M_{cr} = \mu_{cr}^* \left(\frac{\pi}{l_e} \right) \sqrt{GI_T \cdot EI_z} \quad (2.40)$$

μ_{cr}^* i ligning 2.40 er tabulert i EC9 basert på antagelsen om at lasten angriper i mastenes skjærsenter. $\mu_{cr}^* = 1,28$ for punktlaster i henhold til Eurokode9 (2008, Tab.I.3) og $\mu_{cr}^* = 2,05$ plukkes ut fra Eurokode9 (2008, Tab.I.4) for en jevnt fordelt vindlast på masten. Det må med andre ord beregnes to kritiske momenter for å bestemme det endelige kritiske vippemomentet.

På grunn av de prefabrikkerte HEB- og HEM-mastenes regulære form er de nødvendige parametrene for utregning av det kritiske vippemomentet tabulert. Med på grunn av B-mastens koniske form vil for eksempel torsjonstregghetsmomentet I_T variere med mastehøyden. Jorde (2007, s.53) foreslår i henhold til beregningsprosedyren gitt av Larsen (2010, s.217) følgende beregning for B-mastens torsjonstregghetsmoment:

$$I_T = 2 \cdot I_{T,gurt} + \frac{1}{3} b t^3 \quad (2.41)$$

$I_{T,gurt}$ i ligning 2.41 er torsjonstregghetsmomentet til én gurt – det vil si én av de to kanalprofilene for B-masten. t i ligning 2.41 kan bestemmes med følgende uttrykk (Jorde, 2007, s.53):

$$t = \frac{E l_d \cdot 0,9b}{G \frac{d^3}{A_d}}$$

l_d er avstanden mellom diagonales innfestningspunkter, vist i figur 2.17. A_d er tverrsnittsarealet til en diagonal, mens b angir bredden ved mastefot. Her er 90% av bredden antatt på grunn av gittermastenes koniske form.

Det er ikke trivielt å bestemme det kritiske vippemomentet til B- og bjelkemastene til Bane NOR, blant annet fordi det relative dimensjonsløse kritiske vippemomentet μ_{cr}^* er for-

skjellig for punkt- og jevnt fordelt belastning. Det kritiske vippemomentet for begge tilfeller må bestemmes. Videre godtas Jorde (2007, s.64) antagelse om å vekte det endelige kritiske vippemomentet i henhold til belastningen på kontaktledningsmasten. Andelen av det totale momentet på masten forårsaket av vindbelastningen allokere til konstanten A . Den resterende prosentverdien må da nødvendigvis stamme fra punktlaster – B . Utgangspunktet for beregningen av kontaktledningsmastenes reduserte momentkapasitet χ_{LT} i dimensjoneringsformelen 2.29 blir som følger:

$$M_{cr} = A \cdot M_{cr,vind} + B \cdot M_{cr,punkt} \quad (2.42)$$

Ligning 2.42 tar ikke høyde for geometriske formfeil, egenspenninger i masten eller langtidseffekter som gradvis plastifisering av masten når lasten økes mot bruddlasten. Dersom det er ønsket å ta hensyn til disse effektene må det gjøres en inelastisk kapasitetsanalyse. χ_{LT} i ligning 2.29 – reduksjonsfaktoren på grunn av vipping – bestemmes til slutt med prosedyren gitt i Eurokode3 (2008, s.63).

For B-masten bestemmes reduksjonsfaktoren χ_{LT} med det generelle tilfellet Eurokode3 (2008, kap.6.3.2.2). Knekkurve d for vipping antas med $\alpha_{LT} = 0,76$ (Eurokode3, 2008, Tab.6.4).

Knekkurver for vipping for valsede stålprofiler antas når den reduserte momentkapasiteten til Bane NORs bjelkemaster bestemmes (Eurokode3, 2008, kap.6.3.2.3). Høyde/breddeforholdet til HEB- og HEM-mastene er mindre enn 2, slik at $\alpha_{LT} = 0,34$ velges.

Plastisk tverrsnittskapasitet

Larsen (2008, s.27) sitt flytskjema i figur 2.14 viser at lastvirkningsanalyse og kapasitetsberegning kan håndteres separat. Dette prinsippet er brukt til dimensjonering av kontaktledningsmastene: Snittkreftene på kontaktledningsmastene beregnes elastisk slik at superposisjonsprinsippet kan benyttes; kapasitetssjekken er basert på plastisitetsteori der hele tverrsnittet oppnår flytning. Sammenlignet med elastisk vil plastisk tverrsnittskapasitet normalt gi mastene større kapasitet. Antagelsen er basert på plastisitetsteoriens nedre grenseteorem:

En valgt (antatt) fordeling av spenninger innen en konstruksjon som tilfredsstiller likevekt mellom indre og ytre krefter og som ikke noe sted overskrider den plastiske kapasitet, vil gi en kapasitet som er mindre eller lik den korrekte verdi.

Larsen (2010, s.87)

Plastisk tverrsnittskapasitet innebefatter flytning av hele tverrsnittet. Permanente deformasjoner vil oppstå dersom flytegrensen overskrides. Så lenge deformasjonene ikke fører til brudd er dette akseptabelt i bruddgrensetilstanden. På den andre siden er det i bruksgrensetilstand uakseptabelt med permanente deformasjoner. Forskyvningsberegninger i bruksgrensetilstand utføres derfor etter elastisitetsteori.

I den globale kapasitetsanalysen av Bane NORs gittermaster er det konservativt antatt at stavnene i det tredimensjonale fagverket ikke bidrar til den totale kapasiteten ettersom Steinerbidraget er lik null. Følgende motstandsmomenter for henholdsvis B- og H-masten ligger til grunn for kapasitetsberegningen om mastenes sterke akse:

$$M_{y,Rk}^{(B)} = A_{gurt} \cdot 0,90b \cdot f_y \quad (2.43)$$

$$M_{y,Rk}^{(H)} = 2 \cdot N_{Rk,gurt} \cdot 0,90b = 2 \cdot A_{gurt} \cdot 0,90b \cdot f_y \quad (2.44)$$

Når lastvirkningen, kapasiteten, reduksjons- og interaksjonsfaktorer er bestemt, kan man vende tilbake til ligningene 2.29 og 2.34. Den foreslåtte masten brukeren blir presentert i det nye beregningsprogrammet er den masten med høyest utnyttelsesgrad som likevel tilfredsstiller kriteriet $UR \leq 1,0$.

Kapittel 3

Beregningsverktøyet KL-mast

Mange scenarier tidligere beregnet med tabeller og håndregnemetoder i byggebransjen er i dag erstattet av dataassistert konstruksjon. Elementmetoden er kanskje den viktigste numeriske løsningsmetoden for problemstillinger som lar seg beskrive med partielle differensialligninger. Konstruksjonen diskretiseres til å bestå av et endelig antall elementer med tilhørende frihetsgrader i elementenes knutepunkter. I stedet for å løse bjelkens differensialligning analytisk tilnærmes et forskyvningsfelt mellom elementene basert på antatte formfunksjoner. Formfunksjonene må tilfredsstillende en del betingelser for at de skal kunne interpolere forskyvningen mellom knutepunktverdiene (Bell, 2013, s.157). Selv om elementmetoden er et svært slagkraftig beregningsverktøy, er det viktig å huske på at elementanalyser gir en *tilnærmet* løsning som konvergerer mot den faktiske for et gradvis finere elementnett. Resultater fra elementmetode-analyser skal alltid kontrolleres opp mot virkeligheten for å verifisere analysens gyldighet.

Løsningen med hensyn til reaksjonskrefter og forskyvninger på en kontaktledningsmast kan imidlertid finnes ved å bruke sammenhenger fra fasthetslæren direkte. En fullskala elementmetodemodell av kontaktledningsmastene krever unødvendig mye arbeid ettersom analytiske løsninger allerede foreligger via avledete sammenhenger fra bjelkens differensialligning. Reaksjonskrefter og forskyvninger kan for dette enkle statiske problemet finnes eksakt ved å implementere ligninger som uttrykker kreftene mastene utsettes for i et beregningsprogram. Det er ikke nødvendig å skyte spurven med kanon.

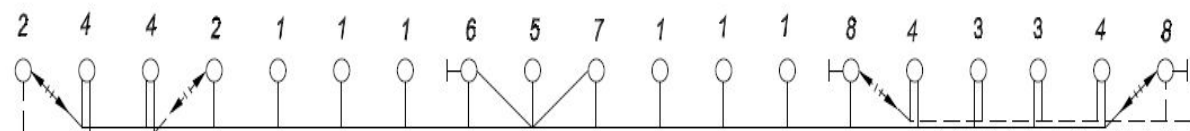
3.1 Systemdefinisjon

En kontaktledningsmast langs et jernbanestrekke mellom to stasjoner påføres krefter avhengig av hvilke funksjoner masten skal betjene. Det er definert et sett med inputparametre for å identifisere hvilke krefter masten må overføre til fundamentet.

Systemdefinisjonen er introduksjonen til det nye beregningsprogrammet KL-mast. Her vil valgene brukeren av programmet står overfor for å generere en beregningsutskrift presenteres. De fysiske forholdene som skal medtas i beregningen av en mast er gjengitt ved en rekke modifiserbare inputparametre. Underpunktene omhandler dermed ikke master generelt, men gjenspeiler de faktiske valgene brukeren tar i programmet. Til tross for at noen inputparametre er nye, vil kjennere av gamle *KL_fund* kjenne seg igjen.

3.1.1 Masteegenskaper

Det er vanlig at kontaktledningsanlegget seksjoneres ut i felt på 1500 til 1600 m. Jernbanestrekningene i Norge er angitt over et bestemt kilometerintervall med Jernbanetorget i Oslo som origo, se figur 1.2. Kontaktledningsmastene langs jernbanen er markert med prosjekt-, mast- og kilometernummer. Figur 3.1 viser et typisk seksjonsfelt for en representativ jernbanestrekning mellom to stasjoner (Kießling et al., 2009, s.455).



Figur 3.1: Kategorisering av kontaktledningsmaster (Kießling et al., 2009, s.455).

☛ **Mastefelt** definerer antall utliggerkonstruksjoner i masten. Hvorvidt én eller to utliggerer er festet til masten avhenger av inputparametrene:

- Linjemast med én utligger
- Linjemast med dobbel utligger
- Siste mast før avspenning

En mast med en enkel utligger er markert med tallet 1 i figur 3.1. Masten belastes i likhet med alle andre kontaktledningsmaster med systemets egenvekt, sidekrefter og klimalaster.

Kontaktledningsmaster med to utliggerer er vist med tallene 3 og 4 i figur 3.1. Mastetype 4 er den siste seksjonsmasten før kontaktledningen går til avspenning. Disse står i et vekslingsfelt i overgangssonen mellom to seksjonsfelt der to kontaktledninger overlapper mekanisk. Den heltrukket linjen i figur 3.1 er den aktuelle seksjonslengden, mens de stiplede er kontaktledningen til nabofeltene. Mastene i overgangssonen må være torsjonsstive da de kan utsettes for ulikt strekk i de to kontaktledningene den er festet til (Kiessling et al., 2009, s.455).

☛ **Mastefunksjonen** definerer kontaktledningsmastens egenskaper. Brukeren kan velge mellom følgende alternativer:

- Avspenningsmast
- Fikspunktmast
- Fiksavspenningsmast
- Neste mast på andre siden av sporet
- Strekk- eller trykkutligger

Et seksjonsfelt starter alltid fra en avspenningsmast. Avspenningsmasten kan være bardunert, vist ved type 8 i figur 3.1, eller uten bardun, type 2 i figur 3.1. Bardunet opptar sidekraften strekket i kontaktledningen ellers ville påført masten der den føres til avspenning. Belastningen på både mast og fundament blir dermed redusert (Kiessling et al., 2009, s.455). Loddavspenning for både kontaktråd og bærelinje henger også i avspenningsmasten.

I fikspunktmasten, type 5 i figur 3.1, er utliggerkonstruksjonen fastholdt mot bevegelse parallelt sporet. Fastholdingen realiseres ved at en kabelvaier spennes opp mellom utliggerkonstruksjonen i fikspunktmasten og henholdsvis forrige og neste mast (Kiessling et al., 2009, s.455). Kabelvaieren – populært kalt fikslinjen – er normalt strukket opp med en kraft på 10 kN. Fikspunktmasten er nødvendig for å ivareta global stabilitet av kontaktledningsanlegget. Det forhindrer et domino-kollaps-scenario av kontaktledningsmastene ved for stort strekk i kontaktledningen. Dessuten hjelper fikspunktmasten med å redusere nærliggende

utliggeres vinkelutslag grunnet temperaturindusert lengdeutvidelse og kontraksjon av kontakttråden.

Nabomastene til fikspunktmasten kalles fiksavspenningsmaster. Fiksavspenningsmastene kan monteres med eller uten bardun, angitt med henholdsvis tallet 6 og 7 i figur 3.1. Bardunet er også i dette tilfellet montert for å redusere belastningen på masten og dets fundament.

Dersom den neste masten står på den andre siden av sporet, vil ikke dette påføre masten det regnes på ekstra sidekrefter fra kontaktledningen. Dersom det henger andre ledninger i toppen eller bakkant av masten derimot, vil disse påføre masten sidekrefter på grunn av økt avbøyningsvinkel i det ledningen føres til den andre siden av jernbanesporet.

Brukeren kan i tillegg velge hvorvidt utliggerkonstruksjonen belastes i trykk eller strekk under fanen *mastefunksjoner*.

3.1.2 Fastavspente ledninger

Det kan henge flere ledninger i tillegg til selve kontaktledningen i en kontaktledningsmast. Det er dog ikke mulig at alle ledningene i listen under henger på masten samtidig.

☞ **Fastavspente ledninger** er ikke loddavspente. Dette gjelder følgende ledningstyper:

- Returledninger
- Forbigangsledning
- Autotransformator ledninger
- Mate-/fjernledninger
- Jordledning
- Fiberoptisk ledning

Elektrisk strøm må alltid gå i en lukket krets. Etter at den elektriske energien er tatt ut i lokomotivets motor, kan returstrømmen gå i skinnene eller i egne ledninger (Jernbaneverket, 2012, s.25). Fordelen med å la returstrømmen gå i egne ledninger fremfor i skinnene er at det ikke vil påvirke andre elektriske anlegg. Det vil da alltid være to returledninger og disse henger i bakkant av masten.



Figur 3.2: Forbigangsledning ved Marienborg stasjon, Trondheim.

Forbigangsledningen transporterer strømmen forbi en stasjon. Det kan være svært nyttig ved vedlikeholdsarbeider. Strømmen i kontaktledningen kan da kobles ut, mens den elektriske energien kan transporteres forbi stasjonen med forbigangsledningen (Jernbaneverket, 2012, s.28). Forbigangsledningen henger som regel i bakkant av masten, se figur 3.2.

Autotransformator-, forkortet til AT-ledninger, er strømforsyningssystemet for fremtidens jernbane. Dette systemet består av to AT-ledninger, kalt positiv- og negativlederen. AT-ledningene henger alltid i toppen av masten. Autotransformatorsystemet er vist nederst til høyre på figur 1.5. Positivlederen er tilkoblet $+15\text{ kV}$, 0 V i returskinne og -15 kV i negativlederen. En spenning på 30 kV overføres fra matestasjonen til hver autotransformator. Disse står plassert ca. hver tiende kilometer. Kontaktledningen er tilkoblet positivlederen slik at kontaktledningsspenningen forblir 15 kV . AT-systemet reduserer impedansen – elektrisk motstand i en vekselstrømkrets – mellom matestasjon og tog. Dermed bedres spenningen for togene og tapene reduseres (Jernbaneverket, 2012, s.25).

Inntil to mate-/fjernledninger mater strøm til kontaktledningsanlegget fra strømforsyningens matestasjoner. Mate-/fjernledningen(e) henger alltid i toppen av masten.

Jordledningene hindrer strøm på avveie. Jording er forsikringen mot at anlegg ikke brenner opp på grunn av at strømmen finner seg en annen vei enn planlagt (Jernbaneverket, 2012, s.28). Jordledningen kan henge enten i bakkant, eller i toppen av masten. Sistnevnte monteringsløsning velges dersom verken mate-/fjern- eller AT-ledninger henger i masten.

En fiberoptisk ledning er en svært rask internettlinje. I internettkabelen brukes lys til å transportere informasjon i stedet for strøm. Siden det er svært dyrt å grave ned fiberoptiske kabler, vil det i mange tilfeller være et klokt valg å benytte seg av jernbanens infrastruktur ved å henge de opp i kontaktledningsmastene. Dersom masten utstyres med en fiberoptisk kabel, vil den henge i bakkant av masten.

3.1.3 System

Under fanen *System* i programmet bestemmes jernbanelinjens overordnede randbetingelser.

☛ **System**-valgene brukeren står overfor er:

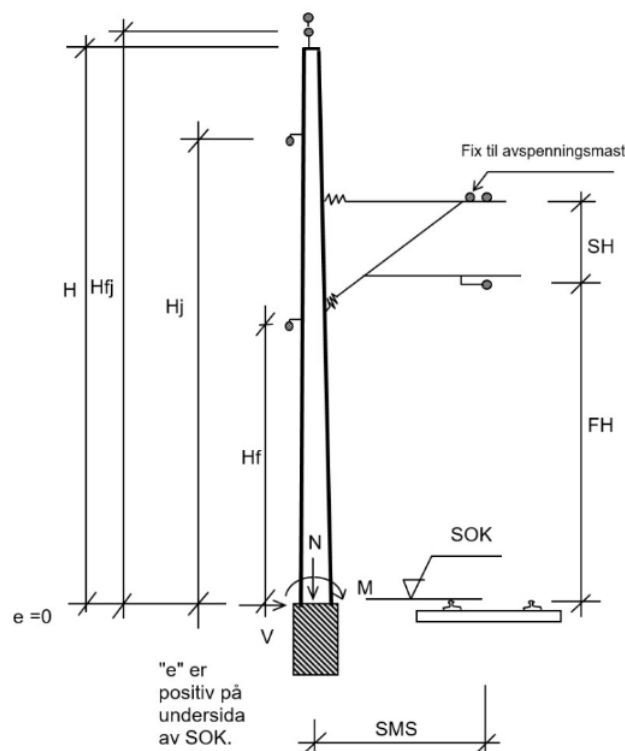
- Høyfjellsgrense
- Vind

- Radius
- Utliggerkonstruksjon

Vindkasthastighetstrykket på kontaktledningsmasten vil øke dersom togtraséen befin-
ner seg over høyfjellsgrensen satt til 800 moh. Vindkasthastighetstrykket vil igjen bestemme
størrelsen på vindbelastningen. Vindtrykket masten utsettes for vil avhenge av valgt bereg-
ningsprosedyre, mer om dette i avsnitt 3.1.5. Jo krappere kurvatur, desto større blir sidekref-
tene på masten. Radiusen til sirkelbanen sporet følger er dermed en sentral inputparameter.
Bane NOR har fire forskjellige utliggerkonstruksjoner: System 20, 25 og 35, se kapittel 1.7.2.

3.1.4 Geometriske mastedata

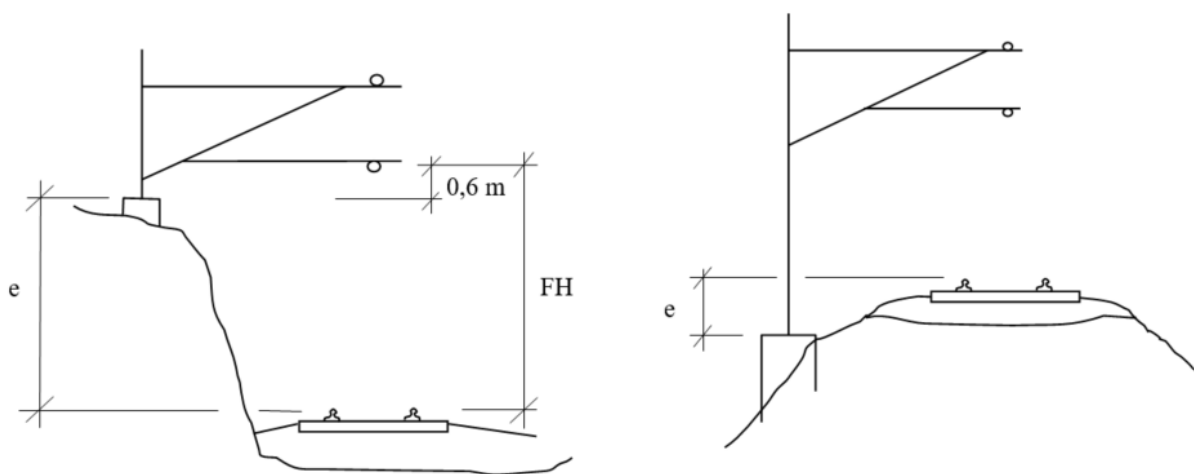
Figur 3.3 viser hvilke parametre som skal bestemmes under fanen *geometriske mastedata*.
Det er begrensninger på hvor høy en mast kan være. Dette er definert i Bane NORs tekniske
regelverk. Bane NORs tekniske regelverk er et viktig styringsverktøy og et sentralt hjelpemid-
del ved prosjektering, bygging og vedlikehold av kontaktledningsanlegg (BaneNOR, 2017b).



Figur 3.3: Kontaktledningsmasten (Jorde, 2007, s.16).

☞ **Geometriske mastedata** definerer mastens størrelse og plassering i rommet, samt plassering av ledninger:

- Mastehøyde, H
- Høyde toppmonterte ledninger, H_{fj}
- Høyde jordledning, H_j
- Høyde returledning, H_r
- Høyde forbigangsledning, H_f
- Kontakttråd høyde, FH
- Utliggerens systemhøyde, SH
- Avstand skinneoverkant (SOK) – topp mastefundament, e
- Avstand senter mast – senter spor, SMS



Figur 3.4: Fundamentets plassering i forhold til skinneoverkanten (Jorde, 2007, s.18).

Bortsett fra e -målet fremgår det ganske klart av figur 3.3 hvordan kontaktledningen, utliggerkonstruksjonen, masten og fastavspente ledninger plasseres i forhold til sporet. e -målet tar høyde for hvorvidt masten står i en skjæring gjennom landskapet, eller på en fylling. Positive verdier for e -målet inngis hvis fundamentet er støpt lavere enn skinneoverkanten, angitt til høyre i figur 3.4 (Jorde, 2007, s.18). Det er viktig å bemerke at FH og samtlige ledningshøyder angis med skinneoverkant som nullpunkt; verdiene konverteres via e -målet til mastens aksesystem før kreftene påsettes systemet.

3.1.5 Avansert

Vinduet “Avansert” gir brukeren tilgang til ytterligere funksjoner for finjustering av maste-egenskaper samt overstyring av ellers automatisk bestemte beregningsparametre. Mange av valgalternativene i dette vinduet fantes ikke i gamle *KL_fund* og er valgt lagt hit for ikke å komplisere brukeropplevelsen i de tilfeller justering av disse parametrene ikke er nødvendig.

KL-mast

Alternativer

Beregningsprosedyre: Eurokode (EC3) Bransjestandard (NEK)

Materialkoeffisient: 1.05 *Anbefalt: 1.05 (EC3), 1.10 (NEK)*

Traverslengde hver side: 0.6 [m]

Avspenningsbardun (dersom fixavsp.- eller avsp.mast)

Automatisk beregning av differansestrekk

Differansestrekk: 0.0 [kN]

Ledningers midlere innfestingshøyde i aktuell mast i forhold til...

forrige mast: 0.0 [m]

neste mast: 0.0 [m]

(Positiv verdi = aktuell mast høyere)

Egendefinert last

Aktiver egendefinert kraftvektor og vindareal

Lastvektor		Eksentrisitet fra masteinnspenning	
f_x:	0.0 [N]	e_x:	0.0 [m]
f_y:	0.0 [N]	e_y:	0.0 [m]
f_z:	0.0 [N]	e_z:	0.0 [m]
<i>f_x = positiv nedover</i>		<i>e_x = positiv oppover</i>	

Vindfang

Effektivt areal for vind...

normalt sporet (A_xy): 0.0 [m²]

parallelt sporet (A_xz): 0.0 [m²]

Lukk vindu

Figur 3.5: Avansert-vinduet i KL-mast.

3.1.6 Nytt brukergrensesnitt

Sammenliknet med *KL_fund* er det i hovedsak fanene “Avansert” og “Kjør beregning” som skiller seg ut på det nye dashbordet i figur 3.6. Resultatene fra en beregning med hensyn til

krefter, forskyvninger og eventuell torsjonsvinkel av en kontaktledningsmast vises i et eget vindu.

KL-mast Prosjektnr: 1337 Signatur: ANONYM Dato: 31.03.2017

Banestrekning: 0010 Oslo S Kilometer: 0.0 Mastenr: 1 Kontrollert av: Kontrollert dato:

Inngangsdata

<p>Mastefelt</p> <p><input checked="" type="radio"/> Linjemast med enkel utligger <input type="radio"/> Linjemaster med dobbel utligger <input type="radio"/> Siste seksjonsmast før avspenning</p> <p>Avstand til fixpunkt: [m] <input type="text" value="700"/></p> <p>Mastefunksjoner</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Alternative mastefunksjoner</p> <p><input checked="" type="radio"/> Fixpunktmast <input type="radio"/> Fixavspenningsmast <input type="radio"/> Avspenningsmast</p> <p><input checked="" type="radio"/> Strekkutligger <input type="radio"/> Trykkutligger</p> <p><input type="checkbox"/> Neste mast på andre siden av sporet</p> <p>Fastlavspente ledninger</p> <p><input type="checkbox"/> Mate-/jernledning Antall: <input type="text" value="2"/></p> <p><input checked="" type="checkbox"/> AT-ledninger (2 stk.) <input type="text" value="Al 400-37 uisolert"/></p> <p><input type="checkbox"/> Forbigangsledning (1 stk.)</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Jordledning (1 stk.) <input type="text" value="KHF-70"/></p> <p><input type="checkbox"/> Returledninger (2 stk.)</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Fiberoptisk ledning (1 stk.)</p> <p>Differansestrekk: [kN] <input type="text" value="0.2"/></p>	<p>System</p> <p><input type="text" value="System 20B"/></p> <p>Radius: [m] <input type="text" value="1200"/></p> <p><input type="checkbox"/> Høgfjellsgrense</p> <p>Masteavstand: [m] <input type="text" value="63,0"/> <small>(Max. masteavstand = 63,0 m)</small></p> <p><input type="text" value="Vind"/></p> <p><small>(Vindkasthastighetstrykk = 0,71 kN/m²)</small></p> <p>Geometriske data</p> <table style="width: 100%;"> <tr><td>H (maste høyde): [m]</td><td><input type="text" value="10,0"/></td></tr> <tr><td>Hfj (AT-ledning): [m]</td><td><input type="text" value="11,0"/></td></tr> <tr><td>Hf (fiberoptisk ledning): [m]</td><td><input type="text" value="5,0"/></td></tr> <tr><td>Hj (jordledning): [m]</td><td><input type="text" value="7,0"/></td></tr> <tr><td>Hr (returlledning): [m]</td><td><input type="text" value=""/></td></tr> </table> <table style="width: 100%;"> <tr><td>FH (kontakttråd): [m]</td><td><input type="text" value="5,7"/></td></tr> <tr><td>SH (system høyde): [m]</td><td><input type="text" value="1,6"/></td></tr> <tr><td>e (SOK - topp fundament): [m]</td><td><input type="text" value="0,0"/></td></tr> <tr><td>SMS (s mast - s spor): [m]</td><td><input type="text" value="3,5"/></td></tr> </table> <p>Mast</p> <p><input checked="" type="radio"/> Gittermast <input type="radio"/> Bjelkemast</p> <p>Stålkvalitet: <input type="text" value="S355"/></p> <p style="text-align: center;"><input type="button" value="Avansert"/> <input type="button" value="Kjør"/></p>	H (maste høyde): [m]	<input type="text" value="10,0"/>	Hfj (AT-ledning): [m]	<input type="text" value="11,0"/>	Hf (fiberoptisk ledning): [m]	<input type="text" value="5,0"/>	Hj (jordledning): [m]	<input type="text" value="7,0"/>	Hr (returlledning): [m]	<input type="text" value=""/>	FH (kontakttråd): [m]	<input type="text" value="5,7"/>	SH (system høyde): [m]	<input type="text" value="1,6"/>	e (SOK - topp fundament): [m]	<input type="text" value="0,0"/>	SMS (s mast - s spor): [m]	<input type="text" value="3,5"/>
H (maste høyde): [m]	<input type="text" value="10,0"/>																		
Hfj (AT-ledning): [m]	<input type="text" value="11,0"/>																		
Hf (fiberoptisk ledning): [m]	<input type="text" value="5,0"/>																		
Hj (jordledning): [m]	<input type="text" value="7,0"/>																		
Hr (returlledning): [m]	<input type="text" value=""/>																		
FH (kontakttråd): [m]	<input type="text" value="5,7"/>																		
SH (system høyde): [m]	<input type="text" value="1,6"/>																		
e (SOK - topp fundament): [m]	<input type="text" value="0,0"/>																		
SMS (s mast - s spor): [m]	<input type="text" value="3,5"/>																		

Figur 3.6: Utkast til nytt dashbord.

Det grafiske brukergrensesnittet er utformet slik at overgangen fra gamle *KL_fund* til det nye programmet skal bli så enkel som mulig (Jorde, 2007, s.9-15). Skjermbildet i figur 3.6 oppsummerer de ovennevnte valgene brukeren av programmet må ta for å kunne generere en beregning av kontaktledningsmaster

Det er viktig å bemerke at figur 3.6 viser en tenkt modell av det endelige utseendet på programmet. Brukergrensesnittet i nåværende versjon av KL-mast er en tentativ utgave av den avbildete modellen. Funksjonelt sett mangler en del elementer for å sikre en mest mulig brukervennlig opplevelse. Forslag til utbedringer på dette området forklares nærmere i kapittel 5.2.1.

3.2 Sentrale klasser

Det er valgt å systematisere det nye programmet inn i moduler. Inndeling i separate .py-filer gjør det mulig å organisere koden bedre, og hver av klassene i dette underkapittelet er følgelig tilknyttet sin egen .py-modul. Noen av klassene er såkalt *funksjonelle*, da de har definert en rekke metoder for diverse regneoperasjoner. Andre fungerer som såkalte *modellklasser*, også

kalt *containers*, for innkapsling av data. Deres oppgave er å holde på data og sikre effektiv informasjonsflyt fra én del av programmet til en annen.

3.2.1 class Inndata

Inndata-klassen er en container-klasse for å holde informasjon om hvilke egenskaper brukeren av programmet ønsker at masten skal ha. Disse mates inn i Inndata-klassens konstruktør via et enkelt tekstdokument med filtype `.ini`. Denne filen inneholder samtlige inputparametre fra bruker. Klassen er skreddersydd med felter som samsvarer en-til-en med såkalte *nøkler* i `.ini`-filen. Hver av disse nøklene i `.ini`-filen har en tilknyttet verdi som avleses via den innebygde Python-klassen *ConfigParser* og lagres i samsvarende felt ved opprettelse av et Inndata-objekt. *nøkkel:verdi*-strukturen i `.ini`-filen er spesialtilpasset *ConfigParser*, slik at denne kan foreta hele jobben med transformasjon fra tekst til datavariabler.

```
# Jordledninger
jordledninger = []
KHF_70 = {"Navn": "KHF-70", "Egenvekt": 5.81,
          "Diameter": 10.5, "Tverrsnitt": 66.75,
          "E-modul": 116000, "Max tillatt spenning": 125.0,
          "Lengdeutvidelseskoeffisient": 1.7 * 10 ** (-5),
          "Strekk 5C": _strekraft(2.09, 2.25, a)}
KHF_95 = {"Navn": "KHF-95", "Egenvekt": 8.25,
          "Diameter": 12.5, "Tverrsnitt": 94.7,
          "E-modul": 116000, "Max tillatt spenning": 125.0,
          "Lengdeutvidelseskoeffisient": 1.7 * 10 ** (-5),
          "Strekk 5C": _strekraft(2.97, 3.20, a)}
jordledninger.extend([KHF_70, KHF_95])

# Utliggere (s2x for system 20A/20B/25, s3x for system 35)
utligger_s2x = {"Egenvekt": 170, "Momentarm": 0.35}
utligger_s3x = {"Egenvekt": 200, "Momentarm": 0.40}
```

Figur 3.7: Kodestruktur for ledninger og utliggere

3.2.2 class System

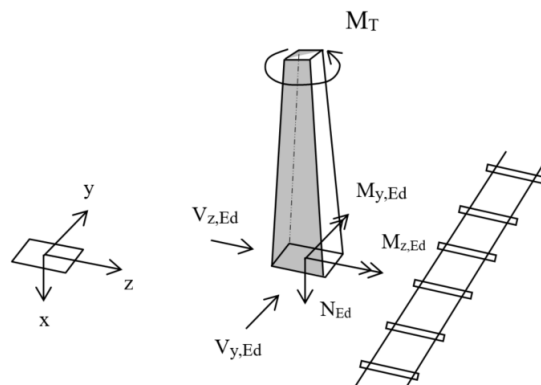
System-klassen er også en container-klasse, men istedenfor å holde brukerens konkrete inputverdier inneholder den data om utliggerkonstruksjonen samt ledninger i masten. Instansiering av denne klassen gjøres med utgangspunkt i Inndata-objektet, slik at riktige utliggere og ledningstyper påsettes systemet. Ledningene og utliggerne i masten er representert ved hjelp av dictionaries. Ved hjelp av *nøkkel:verdi* strukturen lagres det informasjon om blant

annet ledningenes navn, egenvekt, tverrsnitt, elastisitetsmodul og termisk utvidelseskoeffisient, mens utliggerne har felter for egenvekt og momentarm.

Når et System-objekt opprettes kjøres automatisk funksjoner som beregner kabelstrekk ved forskjellige temperaturer og snølast. På denne måten kan strekkraftverdier for forskjellige lastsituasjoner enkelt leses fra System-objektet senere i beregningsprosessen.

3.2.3 class Kraft

Kraft-klassen er en generell klasse for både konsentrerte og jevnt fordelte krefter som påføres masten. Koden for å definere Kraft-objektet er kort, men likevel essensiell for programmets funksjon og smidige utforming. Det teoretiske grunnlaget for klassen bygger på vektornotasjon i et 3D-koordinatsystem, som definert i figur 3.8. Objekter av klassen initialiseres ved å oppgi x -, y - og z -komponentene til enten en kraftvektor eller en jevnt fordelt last, med tilhørende plassering i rommet. Videre oppgis et navn for identifikasjon av kraftens opphav, en type-tag for sortering av kraftbidrag og påsettelse av lastfaktorer, samt en eventuell lastutbredelse i tilfelle fordelt last. Ut fra disse enkle parametrene er lasten fullstendig definert, og beregningsalgoritmen kan ved hjelp av aritmetiske operasjoner beregne samtlige reaksjonskrefter på masten som følge av hvert enkelt Kraft-objekt.



Figur 3.8: Koordinatsystem for kontaktledningsmastene (Jorde, 2007, s.75).

Ved å behandle alle kreftene på kontaktledningsmastene som vektorer i programmet, åpnes også muligheten for å belaste mastene med vilkårlige tilleggslaster i vilkårlige høyder. En slik vilkårlig kraft vil med andre ord være like lett å definere og implementere som for eksempel strekk i en ledning. En annen fordel med et generelt, tredimensjonalt vektorsystem er at det enkelt kan regnes på mastenes kapasiteter både normalt på og langs med sporet. Der *KL_fund* kun beregnet kreftene normalt sporet, vil kapasitetskontrollen nå innebære en

kontroll om mastenes sterke- og svake akse.

3.2.4 class Mast

Samtlige av Bane NORs kontaktledningsmaster representeres i programmet ved hjelp av Mast-klassen. Hver eneste instans av Mast initialiseres via `hent_master()` i `mast.py`-modulen. Denne funksjonen oppretter alle Mast-objektene som skal beregnes og returnerer de som en liste til beregningsdelen av programmet, se også 3.3.3. Figur 3.9 viser kallene til Mast-klassens konstruktør for opprettelse av en H3-mast. Inngangsparametrene er valgt for å best mulig kunne simulere egenskapene til en fysisk mast. Følgelig inneholder Mast-klassen felter for å ikke bare ta vare på verdiene som inngis konstruktøren ved opprettelse av et nytt objekt, men også funksjoner for å automatisk beregne manglende tverrsnittsparemetre basert på disse verdiene.

```
# H-master
H3 = Mast(navn="H3", type="H", egenvekt=520, A_profil=1.15 * 10 ** 3,
          A_ref=0.20, Iy_profil=5.89 * 10 ** 5, noytralakse=21.69,
          toppmaal=200, stigning=20 / 1000, d_h=50, d_b=10, k_g=0.85,
          k_d=0.55, h_max=13.0, h=hoyde, s235=s235, materialkoeff=materialkoeff)
```

Figur 3.9: Instansiering av et Mast-objektet.

Videre er Mast programmets desidert mest funksjonelle egendefinerte klasse. Dette kommer av at den foruten sine mange tilstandsvariabler også inneholder metoder for dynamisk beregning av bredde og annet arealmoment for tverrsnittet i en vilkårlig høyde, integrasjon av stivhet ved forskjellige belastninger, samt lagring og sortering av Tilstand-objekter i forbindelse med dimensjoneringsprosessen.

3.2.5 class Tilstand

Tilstand-klassen er en klasse for å holde all data tilknyttet en beregningsiterasjon. Her lagres blant annet reaksjonskrefter, forskyvninger, laster og lastfaktorer for hver eneste lastkonfigurasjon og Mast i systemet. Klassen har videre innebygde metoder som automatisk beregner utnyttelsesgraden for tilknyttet Mast ved den aktuelle lastkonfigurasjonen. Dette inkluderer funksjoner for kalkulasjon av reduksjonsfaktorer for knekking og vipping, interaksjonsfaktorer og generell kapasitetsbestemmelse. Hvordan Tilstand-objekter opprettes og behandles i programmet forklares nærmere under 3.3.3.

3.3 Beregningsgang

Det er vanlig ingeniørpraksis å dele et problem opp i mindre små enheter. Derfor er koden til KL-mast delt inn i flere filer. Relasjonen mellom klassene og kodens forløp kan grovt sett deles inn i fem faser. Kortversjonen av informasjonsflyten er som følger:

0. Brukergrensesnittet leser brukerinput og skriver en `.ini`-fil med brukerens valg
1. `.ini`-filen avleses og oversettes til datavariabler
2. Laster påføres mastene ut fra datavariablene fra `.ini`-filen, og ut fra disse beregnes matriser for reaksjonskrefter **R** og forskyvninger **D**
3. Resultater sorteres for å finne dimensjonerende tilstander
4. Resultater skrives ut til bruker og eksporteres eventuelt videre

Basert på aktivitetene tilhørende hvert av punktene er det naturlig å dele inn programforløpet i fem distinkte faser. Denne inndelingen reflekterer ikke direkte hvordan koden er bygd opp, men forenkler prosessen med å forstå forløpet i koden og logikken som ligger bak programmets oppbygning.

3.3.1 Fase #0: Brukerinput

Ved hjelp av den innebygde Python-modulen for opptegning av grafisk brukergrensesnitt, `tkinter`, tegnes et programvindu med elementer for brukerinput. Disse elementene inkluderer felter, spinnere, knapper og nedtrekkslister tilknyttet spesielle `tkinter`-variabler for input. Variablene skiller seg fra normale Python-variabler ved at de kan kommunisere tettere med `tkinter` modulen, noe som muliggjør dynamisk oppdatering av verdiene på skjermen etterhvert som bruker foretar valg. Så fort bruker er ferdig med å oppgi input-data, trykkes knappen **Beregn**. Brukergrensesnittet leser da av samtlige `tkinter`-variabler og skriver verdien av disse til en `.ini`-fil som danner det komplette grunnlaget for resten av programprosedyren.

3.3.2 Fase #1: Initiering

For å lette videre behandling av data mates `.ini`-filen inn i et `Inndata`-objekt der tekstfilen oversettes til tall, tekststrenger og logiske operatører. Denne prosessen organiseres av

programmets `main.py`-modul. Det er viktig å merke seg at denne fasen, og påfølgende beregninger, kun er avhengig av en gyldig `.ini`-fil med inputverdier for å igangsettes. Fase #0 er kun til for å gjøre programmet mer brukervennlig, men er ikke essensiell for å faktisk gjennomføre en beregningsprosedyre. Dette muliggjør skripting av beregningsprosessen via sekvensiell kjøring av `.ini`-filer, noe som diskuteres nærmere under kapittel 4.3.

3.3.3 Fase #2: Beregning

Inndata-objektet returneres fra klassens konstruktør og lagres under variabelnavnet `i`. Da brukerens inputverdier definerer utallige parametre underveis i beregningsprosessen, kalles dette objektet svært mange ganger i programmet; Inndata-objektet blir derfor gitt et meget kort, om enn lite forklarende, navn.

`i` videresendes til modulen `beregning.py`. Her opprettes to andre objekter som er helt essensielle for beregningsprosessen: System-objektet `sys` samt listen `master` som inneholder samtlige av programmets master representert ved `Mast`-objekter. Basert på valgene brukeren gjorde i initieringsfasen, skal tilhørende krefter påføres alle mastene, reaksjonskrefter og forskyvninger skal beregnes for samtlige lastsituasjoner og dimensjonerende verdier skal finnes. Pseudokoden i figur 3.10 gir et forenklet bilde av denne prosessen:

Ytterste løkke for `mast` in `master` omslutter foruten returverdien hele kodesnutten, hvilket betyr at hver eneste operasjon gjentas for hvert enkelt `Mast`-objekt i `master`-listen. Effektiviteten av denne implementasjonen diskuteres forøvrig nærmere i kapittel 4.3.

Første oppgave i masteløkken er å fylle listen `F` med krefter uavhengige av vind, vist øverst i pseudokoden i figur 3.10. Mer konkret hvordan dette gjøres i koden utdypes senere i dette avsnittet under 3.3.3. Løkken for vindretning in `range(3)` gjør det mulig å undersøke systemets respons med tre separate vindretninger:

0 Vind fra mast mot spor

1 Vind fra spor mot mast

2 Vind parallelt spor

Det skilles med andre ord ikke mellom to forskjellige vindretninger parallelt sporet. Siden det ikke er mulig å vite retningen på alle krefter parallelt sporet er det dermed gjort en konservativ antagelse om at samtlige krefter i sporretningen virker kumulativt.

```

for mast in master:
    F = []
    F.extend(beregn_krefter())

    for vindretning in range(3):
        F.extend(beregn_vindkrefter())

        R_0 = beregn_reaksjonskrefter()
        D_0 = beregn_defomasjoner()

        for lastsituasjon in lastsituasjoner:

            D = D_0 * lastsituasjon
            t = Tilstand(D, vindretning, lastsituasjon, ...)
            mast.lagre_tilstand(t)

            for lastfaktorkombinasjon in lastfaktorer

                R = R_0 * lastsituasjon * lastfaktorkombinasjon
                t = Tilstand(R, vindretning, lastsituasjon,
                             lastfaktorkombinasjon, ...)
                mast.lagre_tilstand(t)

return master

```

Figur 3.10: Pseudokode for beregningsloopen i KL-mast.

Etter at F er populert med samtlige krefter i systemet beregnes reaksjonskrefter og forskyvninger i form av de tredimensjonale matrisene R_0 og D_0 . Disse inneholder karakteristiske verdier, altså reaksjonskrefter fra krefter uten lastfaktorer for dimensjonering. Hver av disse lastfaktorkombinasjonene sjekkes igjen innenfor forskjellige lastsituasjoner. Kodelinjen for `lastsituasjon in lastsituasjoner` sørger for at hver enkelt av disse blir undersøkt. Hver av disse lastsituasjonene er representert ved dictionary-objekter med lastsituasjonens navn og tilhørende lastkombinasjonsfaktorer for å simulere ulike lastsituasjoner. Dimensjonerende forskyvningsmatrise D opprettes på bakgrunn av disse lastsituasjonene. For å undersøke hvilke lastfaktorer som blir dimensjonerende for masten i bruddgrensetilstand kjøres en nøstet lykke som for hver enkelt mulige kombinasjon av disse lastfaktorene beregner dimensjonerende reaksjonskraftmatrise R . Den nøstede løkkestrukturen er representert med linjen for `lastfaktorkombinasjon in lastfaktorer` i pseudokoden i figur 3.10.

For å finne ut hvilken av disse iterasjonene som gir ekstremalverdier i form av utnyttelsesgrad, momenter og forskyvninger er det nødvendig å ta vare på data underveis. Dette gjøres via opprettelsen av skreddersydde `Tilstand`-objekter, en container-klasse som inn-

kapsler alle relevante parametre for én enkelt iterasjon av beregningsloopen før de lagres i sitt respektive Mast-objekt. Etter at hver enkelt kombinasjon av lastsituasjoner, faktorer og vindretninger er sjekket for hver eneste mast i programmet, returnerer beregningsfunksjonen listen `mast` for videre behandling av beregningsresultater.

Det skal nevnes at dersom valgt system har to påmonterte utliggerer, tilfellet for siste seksjonsmast før avspenning eller dersom masten står i et vekslingsfelt der to kontaktledninger overlapper mekanisk, vil det i tillegg regnes på en lastsituasjon hvor kontaktledningen i én av disse utliggerne ryker. Dette vil medføre et ekstra torsjonsmoment, noe som medfører betydelige rotasjoner i en bjelkemast. Denne ulykkelasten regnes maksimalt én gang per mast i loopen, og er for enkelhets skyld ikke avbildet i pseudokoden.

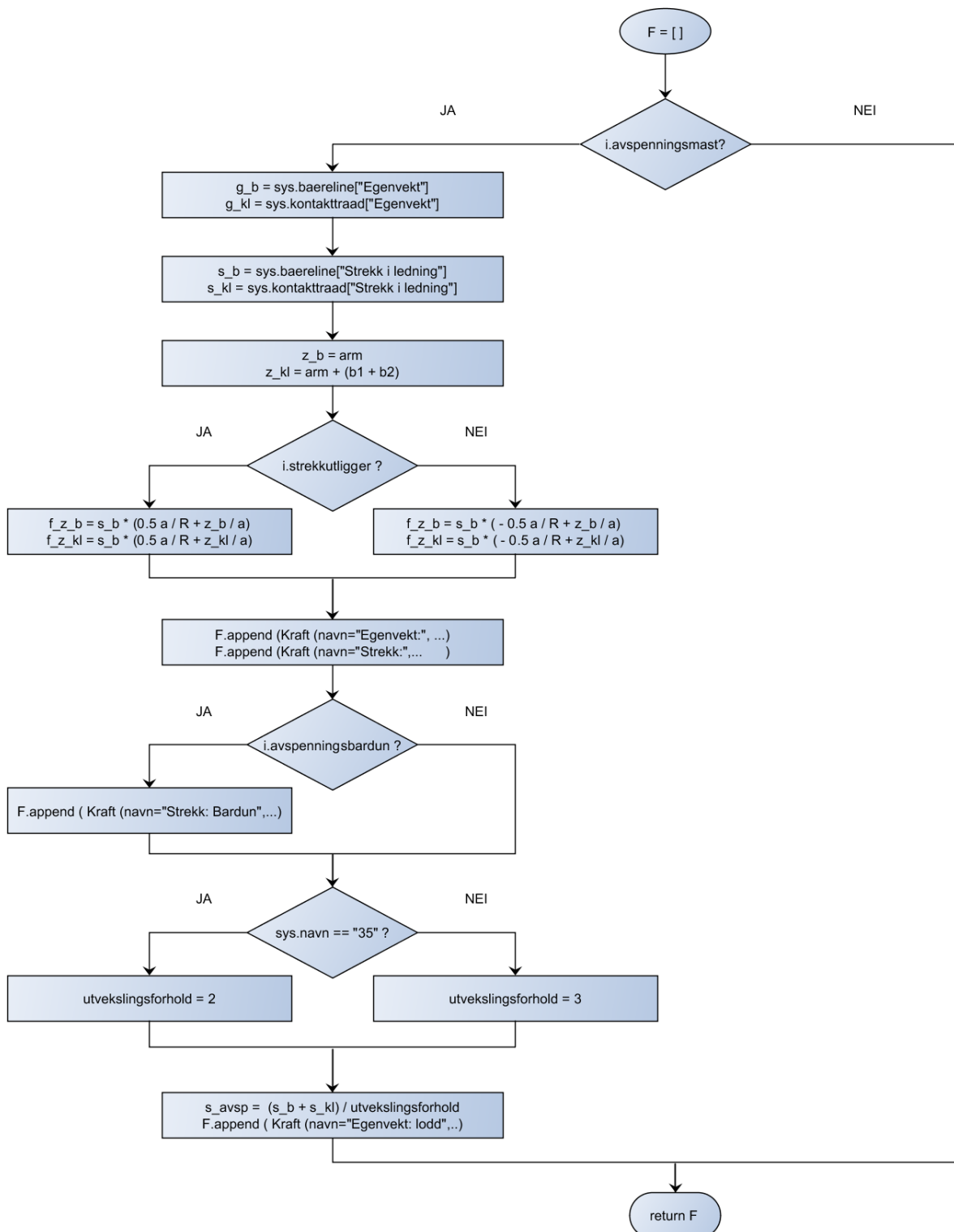
Liste med krefter - F

Basert på brukerens inndata fylles det en liste `F` med alle kreftene på kontaktledningsmasten. Bidragene importeres fra modulen `laster.py`. Modulen `laster.py` inneholder alle de statiske kreftene på systemet. Et utdrag fra `laster.py` er skjematisk fremstilt i flytskjemaet i figur 3.11.

Under den første for-løkken i pseudokoden i figur 3.10 ble det vist hvordan krefter uavhengig av vindretning settes på systemet. Modulen `laster.py` importeres i `beregning.py` hvor `System-`, `Mast-` og `i-`objektet allerede har blitt importert. Listen `F` populeres med kraftbidrag avhengig av brukerens input i `i-`objektet.

Figur 3.11 viser hvordan if-setninger styrer hvilke laster som påsettes mastene. Flytskjemaet er et utdrag fra modulen `laster.py` hvor kreftene på en avspenningsmast skal avgjøres. Øverst i skjemaet er initieres en liste `F` der kraftbidragene skal fylles inn. Dette er vist i pseudokoden i figur 3.10. Dersom brukeren av `KL-`mast ønsker å dimensjonere en avspenningsmast, vil masten automatisk belastes med egenvekten til ledningene og strekkraften i disse. For ordens skyld gjentas det her at `System-`objektet ble importert som `sys` i `beregning.py`. Fra `sys` hentes egenvekten til bærelinen og kontakttråden ut, som angitt med den første boksen på "JA" siden av flytskjemaet i figur 3.11.

Tilsvarende hentes strekkraften i ledningene ut med punktum notasjon. Videre defineres armen til både bærelinen og kontakttråden før krefter faktisk legges inn i listen `F`. Valget om hvorvidt avspenningsmasten er en strekkutligger eller ikke påvirker ikke noe annet en fortegnet på kraften masten påføres. Når dette er bestemt populeres `F` med et sidekraftbidrag



Figur 3.11: Flytskjema for bestemmelse av avspenningsmastens lastpåkjenning.

fra avspenningsmasten. Kraften lagres i henhold til definisjonen av `Kraft`-objektet.

Hvis det er påmontert en avspenningsbardun på avspenningsmasten vil en sidekraft utligne sidekraften fra kontaktledningen ført til avspenning. Om utliggerkonstruksjonen tilhører system 35 eller ikke avgjør utvekslingsforholdet på trinsen mellom avspenningsloddet og kontakttråden. Utvekslingsforholdet avgjør altså hvorvidt kraften fra loddavspenningen må være halvparten, eller en tredjedel av strekkraften. Egenvekten av loddet påfører masten en aksialkraft. Kraften lagres som et `Kraft`-objekt i listen med alle krefter, `F`.

Flytskjemaet i figur 3.11 viser den konseptuelle tankegangen bak hvordan alle krefter på systemet påføres masten: if-setninger styrer om en kraft skal adderes inn i listen `F`, eller ikke. Til slutt returneres listen `F` fra modulen `laster.py`.

Dette gjøres inne i en for-løkke som itererer over alle mastene i listen med `master`. Det betyr at alle beregningene gjøres én gang pr. mast i mastelisten. Listen `F` fylles deretter opp med samtlige laster på systemet. Ut i fra hvilken mast det regnes på i løkken genereres det en korresponderende egenvekt på masten. Og ut i fra `i`-objektet plukkes det ut relevante krefter på systemet. Dersom brukeren har valgt at det skal være fastavspente ledninger i masten, vil kraftbidraget fra disse genereres ut ifra ledningsdata i `System`-objektet.

Løkken for vindretning `in range(3)` gjør det mulig å variere vindretningen på masten. Det skilles mellom vind fra mast mot sporet, vind fra sporet mot masten og vindlast parallelt sporet. Det loopes altså over tre ulike retninger i denne løkken — én gang for hver vindretning. Listen med kraftbidrag på masten endres for hver vindretning.

Matrise med reaksjonskrefter - **R**

Ettersom programmet skal overføre størrelsen på krefter og momenter til fundamentet behøves det en systematikk for å beregne reaksjonskreftene på masten. Mens `F`-listen inneholder alle kreftene på masten, lagres alle reaksjonskreftene ved fundamentet i **R**-matrisen. Dette er en 3-dimensjonal matrise. Kolonnene i matrisen angir reaksjonskreftene relatert til M_y , V_y , M_z , V_z , N og T på masten. Radene i matrisen angir kraftens opprinnelse. Kraft på mast på grunn av kontakttrådens sikksakk har eksempelvis en annen rad enn krefter som stammer fra en AT-ledning. Kraftens lokasjon i **R**-matrisen bestemmes ut i fra en tag kalt `type`". Hvert kraftobjekt i `F`-listen har en typetag, hvilket definerer lastreaksjonens plassering i **R**-matrisen.

Etasjene – den tredje dimensjonen i **R**-matrisen – brukes for å skille mellom lastfaktorer.

Etasje null inneholder kraftbidrag fra egenvekter, etasje én gir krefter på masten på grunn av strekk i ledninger, etasje to inneholder kraftbidrag fra temperatureffekter, krefter på grunn av snølast legges i etasje tre, mens vindlaster tilordnes etasje nummer fire.

Avhengig av brukerens valg av standard beregningsmetode – Eurokode eller NEK sin bransjestandard – hentes det en liste med tilhørende lastfaktorer. Deretter loopes det over alle lastkombinasjoner for alle etasjene i **R**-matrisen. Da lastfaktorene for hvert av bidragene i **R**-matrisens etasjer kan ha en gunstig eller en ugunstig verdi, er det valgt å bruke en nøstet løkke for å beregne alle mulige kombinasjoner. Hvert av bidragene i hver av etasjene i **R**-matrisen ganges sekvensielt med en lastfaktor. Det itereres over hver lastfaktor for hver etasje i **R**-matrisen i seks nøstede for-løkker.

Lastfaktorene settes altså på reaksjonskreftene, til forskjell fra vanlig praksis ved å multiplisere inn lastfaktorer før laster påsettes. Beregningsmessig blir resultatet det samme siden det hele tiden er snakk om lineærkombinasjoner av verdier. Fordelen med å sette på lastfaktorer til slutt dette er at datamaskinen slipper å beregne 4-5000 nye **R**-matriser, altså én gang per iterasjon av beregningsloopen. Det sparer beregningstid å gange inn lastfaktorer med reaksjonskrefter fremfor å konvertere fra krefter til reaksjonskrefter over 4000 ganger. På denne måten holdes kjøretiden nede, selv i tilfeller hvor listen med krefter på systemet blir lang.

Til slutt foretas en dobbel summering for alle **R**-matriser. Når lastfaktorene er satt på summeres først langs etasjene, deretter en summasjon langs alle kolonner. Resultatet blir en liste, **K**, med de dimensjonerende kreftene på masten. Lengden på **K** tilsvarer altså kolonnene i **R**-matrisen. **K** mates inn i en annen klasse, **Tilstand**. **Tilstand**-objektet er en såkalt container – en dataholder – med info om aktuell iterasjon. I **Tilstand** brukes de dimensjonerende kreftene fra listen **K** til å bestemme eventuelle reduksjoner i mastens kapasitet på grunn av knekking og/eller vipping. Aktuell tilstand lagres i korresponderende **Mast**-objekt.

Målet er å sjekke alle lastkombinasjoner opp mot hverandre. Derfor lagrer programmet alle resultater for alle løkker for alle master. Dette åpner muligheten for å sortere ut den mest påkjente masten med hensyn til den parameteren brukeren ønsker.

Forskyvningsmatrisen - D

Forskyvningene beregnes på grunnlag av de kreftene masten påføres. Det er valgt å regne på forskyvningen i z- og y-retning, samt torsjonsvinkelen ϕ i kontakttråd høyde. Forskyvningsmatrisen, **D**, har altså færre kolonner enn **R**-matrisen. Ellers er inndelingen lik.

Utrekningen av dimensjonerende forskyvning i bruksgrensetilstanden blir veldig lik beregningen av dimensjonerende reaksjonskrefter. Men da det ikke er like mange lastkombinasjoner for bruksgrensetilstanden, blir det ikke nødvendig å iterere over like mange lastkombinasjoner.

3.3.4 Fase #3: Sortering

Hver enkelt mast i programmet inneholder nå en rekke `Tilstand`-objekter med dimensjonerende krefter og forskyvninger samt all annen relevant informasjon tilknyttet beregningsprosessen. På bakgrunn av disse finnes så tilstander inneholdende ekstremalverdier av følgende parametre:

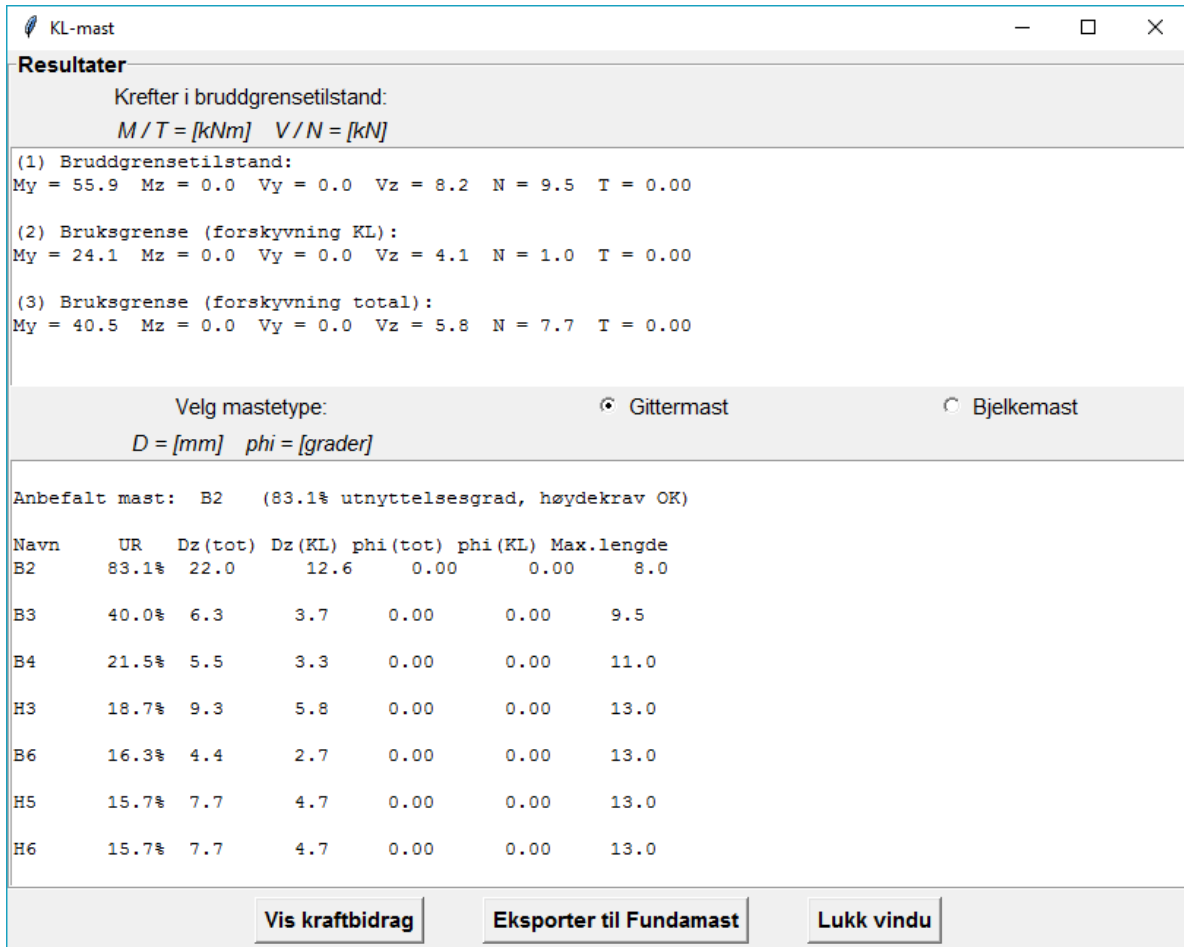
- Største utnyttelsesgrad UR i bruddgrensetilstand
- Største moment om sterk akse M_y i bruddgrensetilstand
- Største torsjonsmoment T i bruddgrensetilstand
- Største forskyvning i sporretningen D_z i bruksgrensetilstand forskyvning KL og totalt
- Største torsjonsrotasjon ϕ i bruksgrensetilstand forskyvning KL og totalt

Tilstandene valgt ut fra ovennevnte parametre vil da inneholde alle krefter og forskyvninger som trengs for påvisning av kapasitet, utskrift av resultater og eksport til dimensjonering av fundament. Merk at disse verdiene lagres separat for hver enkelt Mast i programmet. Listen med ferdig beregnede master deles så i to deler; gittermaster og bjelkemaster. Dette er hensiktsmessig da brukeren senere vil få mulighet til å velge hvilken mastetype resultatene skal vises for. De to listene sorteres så innbyrdes basert på maksimal utnyttelsesgrad UR for hver enkelt av mastene.

3.3.5 Fase #4: Utskrift

Resultatene for krefter i brudd- og bruksgrensetilstand skrives ut på skjerm til bruker i form av høyeste registrerte verdier for en H5-mast. Basisen for dette er at en ønsker å trygt kunne dimensjonere fundamentet uten å først vite hvilken mast som skal settes opp; H5 er gittermasten med størst vindfang og resultatene for denne gir dermed et konservativt estimat av kreftene en bør ta hensyn til. Disse kreftene kan så eksporteres til ei tekstfil ved navn

FUNDAMAST.DAT som er tilpasset avlesing i fundament-dimensjoneringsprogrammet Fundamast.



Figur 3.12: Resultatvinduet i KL-mast.

I samme vindu vises også anbefaling av mast, avhengig av om bruker velger gitter- eller bjelkemast. Den anbefalte masten vil være den som gir *høyest utnyttelsesgrad under 100%* samtidig som den oppfyller høydekravene basert på slankhet. Videre vises resultater for samtlige master av valgt type. Merk at verdiene som vises her er basert på forskjellige Tilstandobjekter, utvalgt basert på parametre som forklart under forrige avsnitt. Dette medfører at den oppgitte kombinasjonen av reaksjonskrefter ikke nødvendigvis vil opptre samtidig. Oppgitte krefter M_y , V_y , M_z , V_z og N hentes ut basert på tilstand med høyeste registrerte verdi av moment om sterk akse M_y , mens T kan stamme fra en annen lastsituasjon, typisk ulykkeslast ved beregning av mast med to utliggere. Utnyttelsesgraden UR kan, teoretisk sett, stamme fra en annen lastsituasjon. I praksis vil dette dog sjeldent forekomme, da lastsituasjon med vind fra mast mot spor som dominerende lastbidrag vanligvis gir høyeste verdier av både UR og M_y .

Videre finnes muligheten for dekomponert visning av reaksjonskrefter på systemet via knappen **Bidrag**. Her kan brukeren spore hvert eneste Kraft-objekt påsatt systemet. Krefte-
ne hentes ut fra Tilstand-objektet med høyest M_y i en H5-mast, noe som gir overenstem-
melse med bruddgrenseverdiene som eksporteres til Fundamast.

3.3.6 Overblikk

Akkurat som en bygningsingeniør lager plantegninger for å vise hvordan et bygg skal kon-
strueres, vil en dataingeniør tegne sekvensdiagram for å vise funksjonskall og returverdier i
en tenkt gjennomkjøring av programmet. Figur 3.13 viser i fugleperspektiv hvordan koden i
programmet kjøres. Tidsaksen peker nedover og pilene representerer funksjonskall med til-
hørende stiplede returverdier. Boksene i toppen er programmets moduler.

Koden innenfor krølle-parentesen i figur 3.13 gjentas for hver mast. Videre sjekkes hver
eneste mast for flere forskjellige lastsituasjoner med gunstige og ugunstige lastfaktorer. Figur
3.10 er gjengitt her for å sees i sammenheng med figur 3.13.

```

for mast in master:
    F = []
    F.extend(beregn_krefter())

    for vindretning in range(3):
        F.extend(beregn_vindkrefter())

        R_0 = beregn_reaksjonskrefter()
        D_0 = beregn_deformasjoner()

        for lastsituasjon in lastsituasjoner:

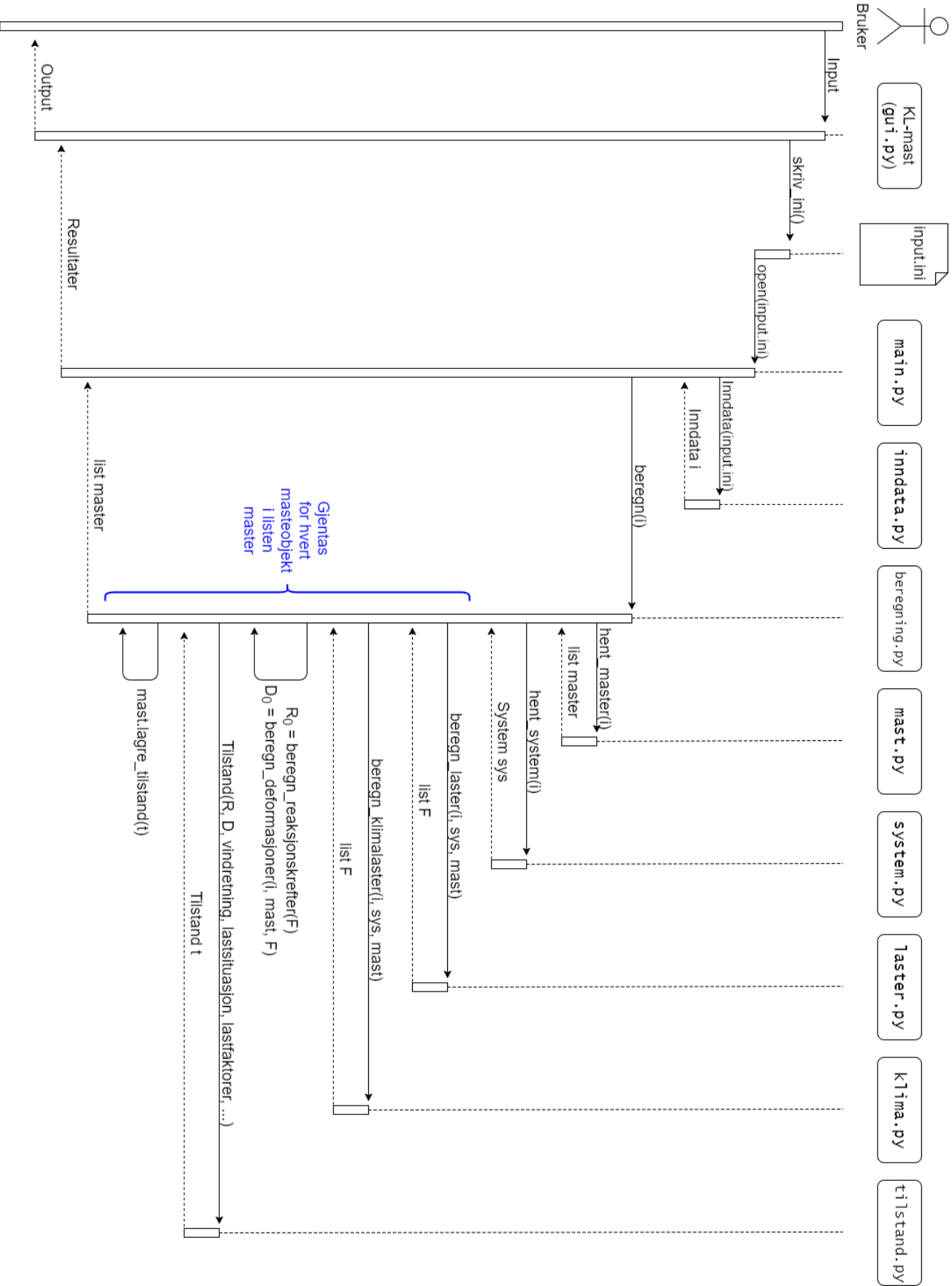
            D = D_0 * lastsituasjon
            t = Tilstand(D, vindretning, lastsituasjon, ...)
            mast.lagre_tilstand(t)

            for lastfaktorkombinasjon in lastfaktorer

                R = R_0 * lastsituasjon * lastfaktorkombinasjon
                t = Tilstand(R, vindretning, lastsituasjon,
                    lastfaktorkombinasjon, ...)
                mast.lagre_tilstand(t)

return master

```



Figur 3.13: Sekvensdiagram for KL-mast.

3.4 Validering & verifikasjon

Teorier og lover kan ikke bevises, bare falsifiseres. Et av Albert Einsteins viktigste kriterier ved formuleringen av den spesielle relativitetsteorien var at den skulle lede til de samme resultatene som Newtons gravitasjonslov. Men Einstein fant ut at Newtons lover i fysikken ikke passet med relativitetsteorien. Eksperimentell påvisning fra avvikene til Newtons lover ble tatt som bekreftelse på relativitetsteoriens gyldighet.

Figur 3.14 viser den overordnede iterative prosessen for validering og verifikasjon av programmet KL-mast. Fysisk beskrivelse av kontaktledningsmastene med deres geometriske størrelse, grensebetingelser og gjeldende ligninger gjenspeiles med en konseptuell modell basert på beregningsgrunnlaget i kapittel 2. Ligningene har blitt kodet i en Python program, beskrevet med figur 3.13. Hvorvidt datamodellen er i stand til å beskrive den virkelige belastningen på mastene må sjekkes ved uttesting gjennom simulering av lastsituasjoner.

☞ **Validering** er å løse de riktige ligningene.

Validering innebærer en aksept for at modellen godkjennes for sitt tiltenkte bruk. Aksepten er basert på at Bane NORs kravspesifikasjoner tilfredsstilles. Lineær bjelketeori er antatt som tilstrekkelig for å dimensjonere kontaktledningsmastene langs jernbanen. Det er *ikke* blitt utført eksperimentelle forsøk for å se til at ligningene er riktige.

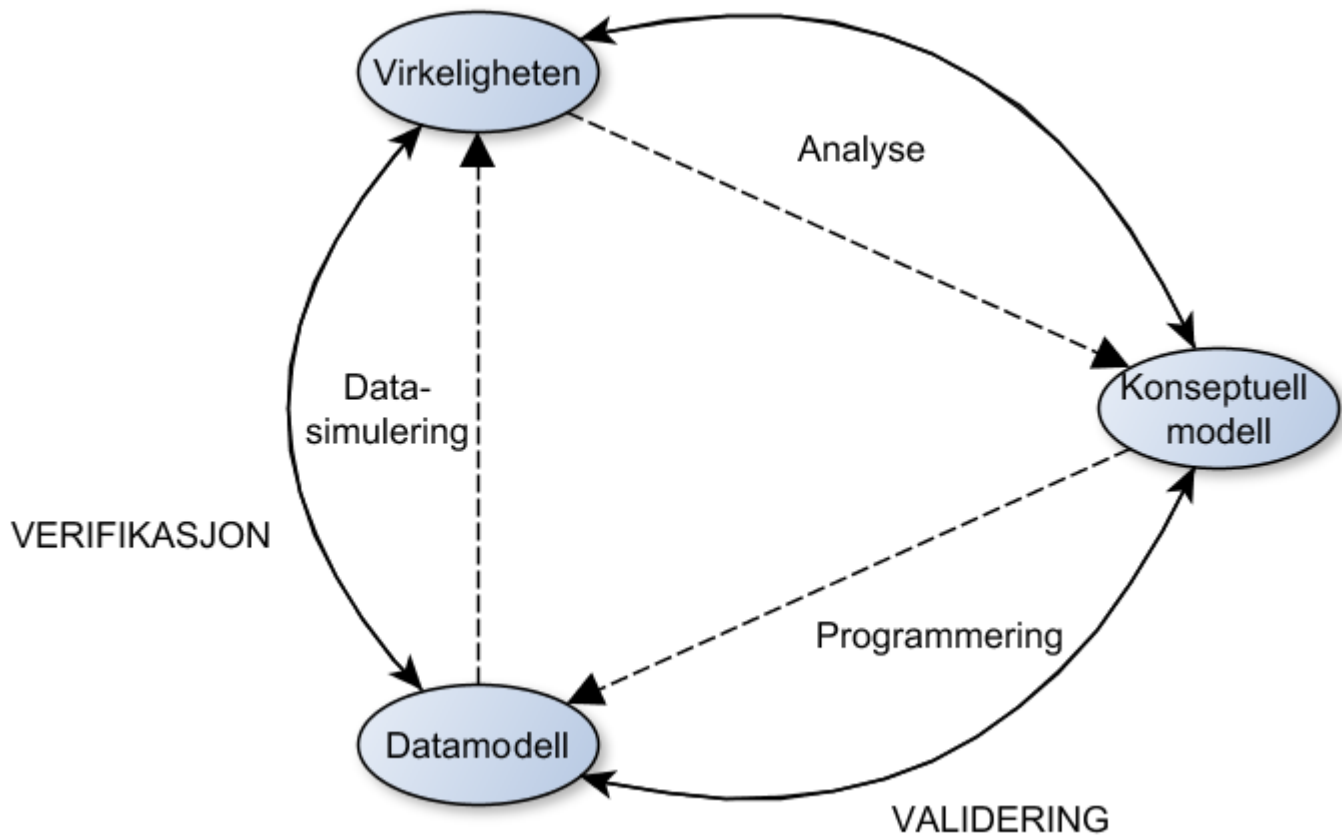
☞ **Verifikasjon** er å løse ligningene rett.

Verifikasjon gjenspeiler iterasjonene knyttet til feilsøking for å identifisere hvorvidt programmet regner riktig, eller ikke. Ved uttestingen av ENIAC – verdens første datamaskin – ble begrepet “debugging” innført: Insekter lå i veien og forhindret informasjonsflyten i den elektrisk programmerbare maskinen.

Det skal godt gjøres å overestimere hvor mye tid som er gått med til debugging av KL-mast. Enkle håndregnemetoder og den gamle programvaren *KL_fund* ble brukt til å avgjøre om programmet ga riktige resultater. Verifikasjonen handlet med andre ord om å kontrollere at løsningenes nøyaktighet var som forventet.

Validering / verifikasjonsloopen i figur 3.14 gjenspeiler en generell problemløsningsmetode. Koden bak KL-mast ble ikke feilfritt implementert på første forsøk; den endelige versjonen er blitt til gjennom gjentatte iterasjoner. Dersom resultatene fra en iterasjon ikke ga mening betød dette *enten* en feil i prosessen med validering eller verifikasjon. Dersom re-

sultatvinduet i Python viste riktige verdier med hensyn til krefter og momenter beregnet for hånd, betød dette at verifikasjonen var bestått. Dermed kunne fokuset rettes mot andre problemstillinger som å designe brukergrensesnittet og sørge for korrekt eksportering av resultater.



Figur 3.14: Validering / verifikasjon loopen for KL-mast.

3.4.1 Parameterstudie

Verifikasjon av programvare er ofte basert på en sensitivitetsanalyse for å identifisere mangler og feil. I stedet for å kjede leseren med X antall håndberegninger i vedlegget ble det i stedet valgt å gjennomføre et parameterstudie der resultater fra KL-mast sammenlignes med *KL_fund*. Sammenligningen ansees som en del av verifikasjonen til programkoden KL-mast, da det ikke eksisterer noe bedre sammenligningsgrunnlag enn *KL_fund*. Målet er ikke å få identiske resultater, men snarere å peke på årsaker til hvorfor simuleringer med KL-mast eventuelt skiller seg fra *KL_fund*.

Parameterstudiene som følger er alle basert på den samme logikken: Én og én parame-

ter velges ut og varieres, mens de resterende holdes konstant. Denne overordnede metoden danner grunnlaget for følgende utvalgte parameterstudier:

- Radius, R
- Masteavstand, l
- Kapasitetskontroll, UR
- Kontakttrådhøyde, FH
- Fastavspente ledninger

Resultatet fra studiene vil bli brukt til å vurdere kvaliteten på KL-mast.

Radius

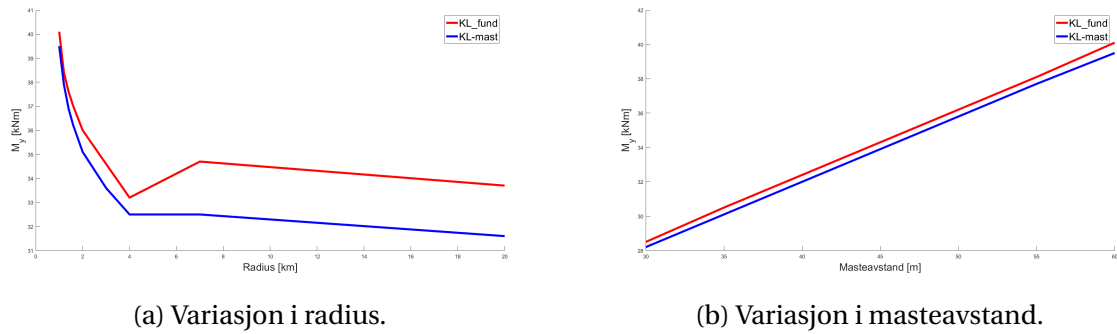
I *KL_fund* printes reaksjonskrefter uavhengig av mastevalg. Fundamentene dimensjoneres uansett valg av mast for en H5-mast. For å kunne måle resultater fra KL-mast opp mot *KL_fund* med hensyn til krefter og momenter ble følgende inngangsparametre valgt, mens masteavstanden $l_i = l_{i+1} = 60m$ ble holdt konstant:

- H5-mast, System 20A
- $H = 8,0m$, $FH = 5,7m$, $SH = 1,6m$ og $SMS = 3,5m$
- Basisvindhastigheten antas lik $22 m/s$

Figur 3.15a viser hvordan momentbelastningen avtar med økende kurvatur. Årsaken til spranget i den røde kurven for momentet i *KL_fund* er uvisst. For identisk belastning skrives det ut større reaksjonskrefter i *KL_fund* sammenlignet med KL-mast.

Masteavstand

For å vurdere hvilken innvirkning valg av masteavstand har i de to programmene, ble en radius på $R = 1000m$ holdt konstant. Figur 3.15b viser en lineær sammenheng mellom masteavstand og momentbelastning på kontaktledningsmastene. Sammenligningen viser at den resulterende påkjenningen for den samme belastningen blir lavere med KL-mast. Mulige årsaker til den observerte trenden i figur 3.15 diskuteres nærmere i kapittel 4.4.



(a) Variasjon i radius.

(b) Variasjon i mastestavstand.

Figur 3.15: Annet arealmoment om y-aksen for Bane NORs gittermaster ved belastning i mastetopp.

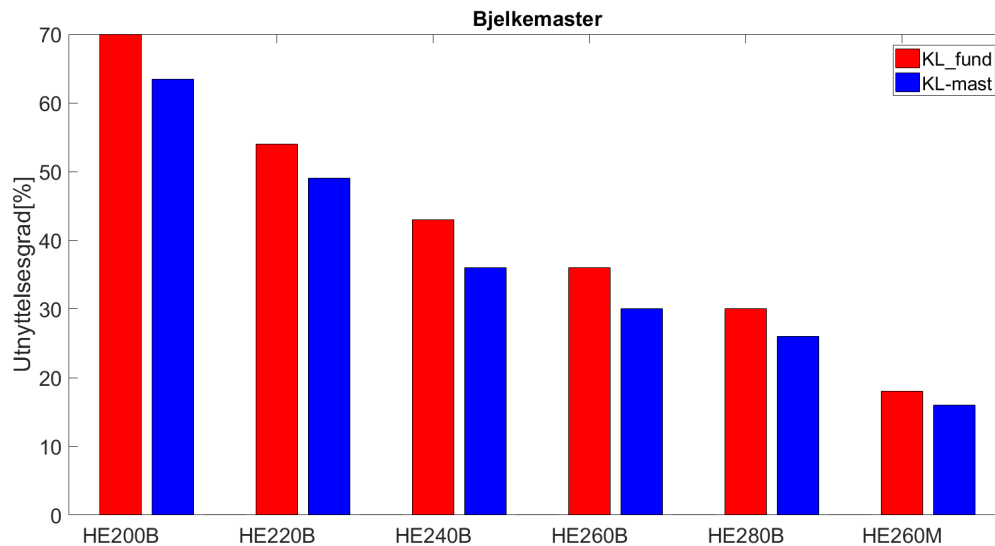
Kapasitetskontroller

Valg av kontaktledningsmast er basert på utnyttelsesgraden. Nettopp derfor ble det valgt å sammenligne utnyttelsesgradene i *KL_fund* med KL-mast ved lik belastning. Ettersom vindlast vanligvis blir dimensjonerende for valg av mast ble det valgt å blåse opp referansevindhastigheten til 30 m/s . Dette tilsvarer full storm i henhold til Beauforts skala. Det er ikke sikkert at togene kjører i så store vindhastigheter, men det er ikke poenget med denne sammenligningene. Poenget er å se responsen med hensyn til utnyttelsesgrad i de to programmene. En mast med dobbel utligger i et vekslingsfelt mellom to seksjonslengder ble valgt som referanse:

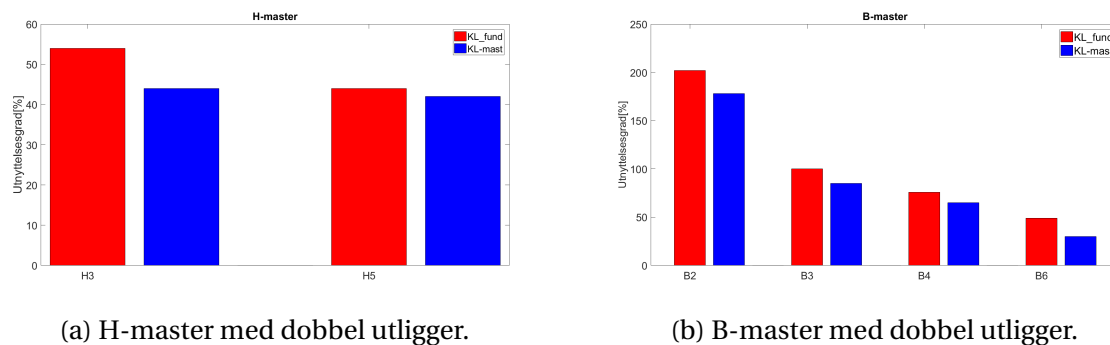
- System 25
- $H = 8,0\text{m}$, $FH = 5,7\text{m}$, $SH = 1,6\text{m}$ og $SMS = 3,5\text{m}$
- $R = 1300\text{m}$ og $l_i = l_{i+1} = 63\text{m}$

Figur 3.16 viser utnyttelsesgraden i % for bjelkemaster i henholdsvis *KL_fund* og KL-mast. Ut fra disse verdiene ble gjennomsnittlig absolutt differanse i utnyttelsesgrad beregnet til cirka 5 %.

Stolpediagrammet i figur 3.17a viser at H-mastenes kapasitet er utnyttet i en større grad dersom dimensjoneringen gjøres i *KL_fund*. Det gjennomsnittlige absolute avviket ble 6% for H-master for denne lastkonfigurasjonen. For B-mastene ble det gjennomsnittlige absolute avviket i utnyttelsesgraden cirka 17 %. Dersom en ser på absolutt differanse i sammenheng med total verdi for utnyttelsesgrad er avviket særskilt stort for mastetype B6. Videre utpeker B2-masten seg som spesielt svak i stolpediagrammet i figur 3.17b. Dette er antage-



Figur 3.16: Utnyttelsesgrad for bjalkemaster med dobbel utligger.



(a) H-master med dobbel utligger.

(b) B-master med dobbel utligger.

Figur 3.17: Utnyttelsesgrad, gittermaster.

lig årsaken til hvorfor denne mastetypen hovedsakelig brukes som pendelmast til åk – den egner seg ikke spesielt godt som en frittstående linjemast.

Sett figur 3.16 og 3.17 under ett kan man igjen trekke den samme konklusjonen på nytt: For identisk belastning er kontaktledningsmastenes kapasitet utnyttet i en større grad med *KL_fund* sammenlignet med *KL-mast*. Mulige årsaker til hvorfor diskuteres i kapittel 4.

Toppmonterte ledninger

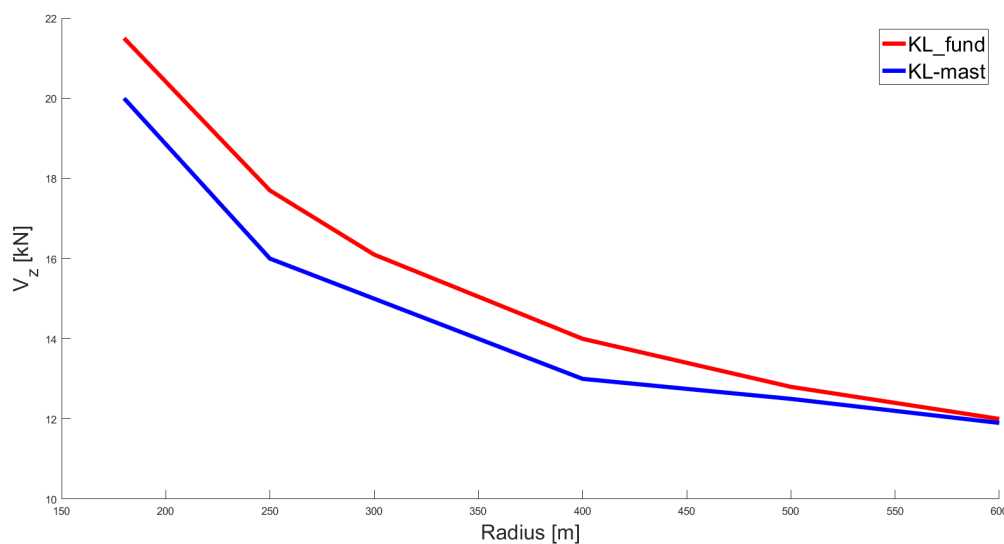
Mange nye kontaktledningsanlegg planlegges med strømforsyning via autotransformator - systemet. Tverrsnittet til de toppmonterte AT-ledere er blant de største av de fastavspente. Etersom AT-lederne alltid henger i toppen av masten vil strekkraften i ledningene kunne påføre mastene et stor momentbelastning for store kurvekrefter ved liten radius. Følgende betingelser gjelder for tabell 3.1 og figur 3.18:

- H5 mast - System 25 - strekkutligger
- $H_{fj} = 10,5m$, $H = 8,5m$, $FH = 5,7m$, $SH = 1,6m$ og $SMS = 3,5m$
- $R = 2000m$ og $l_i = l_{i+1} = 65m$
- Basisvindhastighet antas lik $24 m/s$

I figur 3.18 er sidekraften V_z plottet mot økende radius R . Resultatene korrelerer med hvordan sidekreftene ble definert i kapittel 2: Økende radius R gir mindre sidekrefter F_H på masten og dermed mindre resulterende skjærkraft V_z .

Tabell 3.1: Belastning på en H5-mast med to AT-ledere som vist på bokens omslag.

Program	N [kN]	V_z [kN]	M_y [kNm]
<i>KL_fund</i>	9,1	14,5	114,1
KL-mast	9,9	13,8	107,0



Figur 3.18: Ulik radius gir ulik skjærkraft i H5-gittermasten.

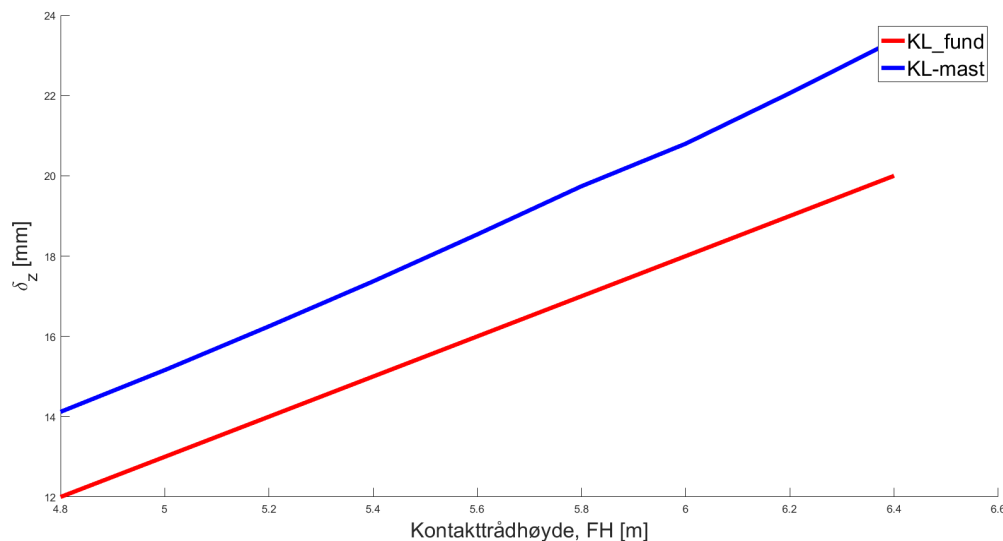
I tabell 3.1 er størrelsesorden på kreftene mastene må overføre til fundamentet tabulert. Det fremgår av tabellen at kreftene masten må overføre til fundamentet blir større i *KL_fund*. Mindre skjærkraft gir lavere momentbelastning. Dette fremgår av tabell 3.1. Årsaken til ulik aksialkraft kan skyldes at databasen for ledninger med tilhørende egenvekter er oppdatert i KL-mast.

Programvaren bak *KL_fund* skiller seg på flere punkter fra KL-mast. *KL_fund* er for eksempel programmert slik at strekkraften i fastavspente ledninger er uavhengig av masteavstand, belastning på ledningen, pilhøyde og temperatur. Konsekvensen av denne antagelsen

kan sees i figur 3.18: Skjærkraften masten må overføre til fundamentet blir større ved dimensjonering med programmet *KL_fund*. I definisjonen av kurvekraften fra kapittel 2, ble det vist at kurvekraften avhenger av strekket i ledningen. Jo større strekkraften i den fastavspente ledningen er, desto større blir kurvekraften. Denne sammenhengen vil bli diskutert ytterligere i kapittel 4.2.

Kontakttrådens høyde

For å måle forskyvningsberegningene i *KL_fund* og *KL-mast* opp mot hverandre ble den samme H5-gittermasten med toppmonterte AT-ledere brukt. Masteavstanden l og radiusen R ble holdt konstant, mens kontakttrådhøyden FH ble justert. Forskyvningen δ_z i kontakttrådhøyden ble målt.



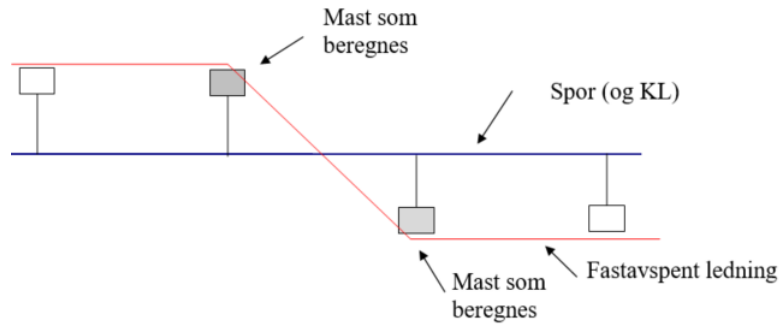
Figur 3.19: Forskyvningen i kontakttrådens høyde δ_z ved forskjellige høyder FH .

Resultatet fra sammenligningen er plottet i figur 3.19. Grafene stemmer bra med intuisjonen: Forskyvningene δ_z øker ettersom lasten angriper høyere på masten. Men beliggenheten til grafene i figur 3.19 strider mot trenden fra de andre sensitivitetsstudiene. For den samme belastningen er forskyvningen δ_z *størst* i programmet *KL-mast*.

En mulig årsak til resultatene i figur 3.19 kan forklares med implementasjonen av beregning for annet arealmoment. I beregningsgrunnlaget definert i kapittel 2 ble det vist hvordan enhetslastmetoden ble benyttet for å beregne en midlere $I_y(x)$ for gittermastene. På grunn av mastens koniske form vil bøyestivheten avhenge av hvor lasten angriper på masten. I *KL-mast* beregnes stivheten til masten dynamisk for hvert enkelt last avhengig av angreps-

høyden. Nettopp derfor er ikke den blå kurven i figur 3.19 rettlinjjet. Årsaken til det overraskende resultatet i figur 3.19 diskuteres ytterligere i kapittel 4.1.

Master bytter side



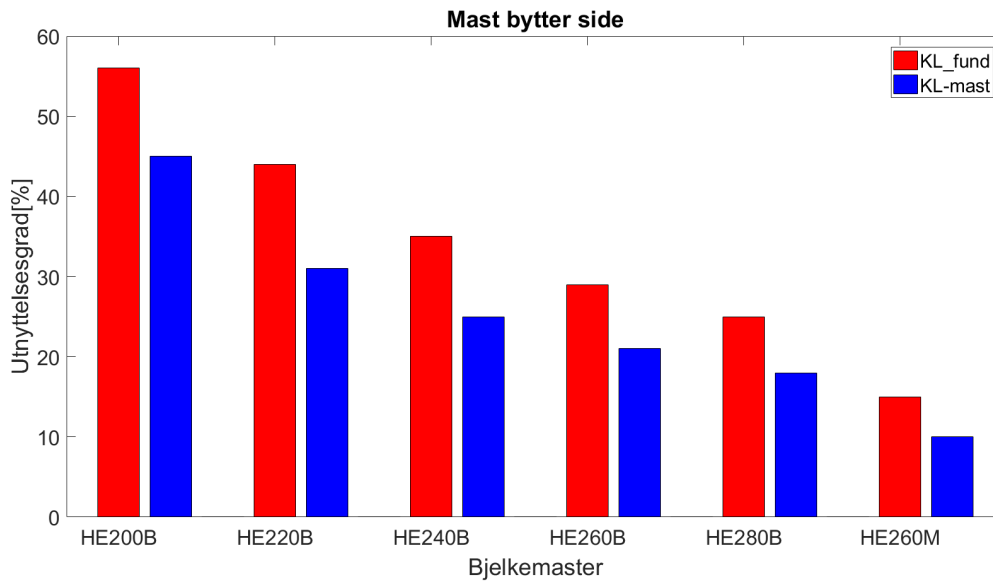
Figur 3.20: Mast bytter side av sporet (Jorde, 2007, s.13).

Fastavspente ledninger får en økt avbøyningsvinkel når mastene bytter side av sporet. Sidebyttet påvirker ikke sidekraften på masten fra kontaktledningen, men de fastavspente ledningene – se figur 3.20. Belastningen på den aktuelle masten i figur 3.20 er som følger:

- S20A - strekkutligger
- Forbigangsledning
- $H_f = 7,3m$, $H = 9,0m$, $FH = 5,7m$, $SH = 1,6m$ og $SMS = 3,5m$
- $R = 700m$ og $l_i = l_{i+1} = 50m$
- Basisvindhastigheten antas lik $24 m/s$

Stolpediagrammet i figur 3.21 viser utnyttelsesgraden for alle bjelkemaster for gitt belastning. Gjennomsnittlig absolutt differanse i utnyttelsesgraden beløper for dette eksemplet til 9% – en økning sammenlignet med tidligere kapasitetskontroll. Det betyr at forbigangsledningen i masten har en innvirkning på kapasiteten. Det vises til kapittel 4.2 der det påpekes at ulik definisjon av strekkraften i fastavspente ledninger i de to programmene er av signifikant betydning.

Kort oppsummer viser resultatene fra parameterstudiene over til at kontaktledningsmastproblemet har blitt løst på en tilfredsstillende måte. Det er klart at sammenligningen kunne vært bredere – i stedet for å vurdere separate enkelttilfeller kunne man ha generert et større



Figur 3.21: Bjelkemastenes utnyttelsesgrad når master med forbigangsledning bytter side av sporet.

utvalg av beregningsutskrifter fra et større utvalg parameterstudier for å bedre kunne bestemme det absolutte prosentvise avviket mellom programmene. Men det ville vært en digresjon. For det første er ikke poenget med denne masteroppgaven å lage en tro kopi av *KL_fund*. For det andre er det slettes ikke sikkert at *KL_fund* regner riktig.

3.4.2 Valg av standard

På dette stadiet – hvor det har blitt vist at KL-mast er i stand til å regne riktig – er valg av beregningsprosedyre et mer interessant emne for undersøkelse. Det dreier seg om den byggetekniske Eurokode-serien (EC) og elektrotekniske bransjestandarder fra Norsk Elektroteknisk Komite (NEK). En kort introduksjon til metodene ble gitt i kapittel 2, der det ble påpekt at metodene bruker forskjellige lastfaktorer. Videre ble det påpekt gjennom en enkel eksempelberegning i vedlegg A at vindlasten er definert annerledes i de to standardene.

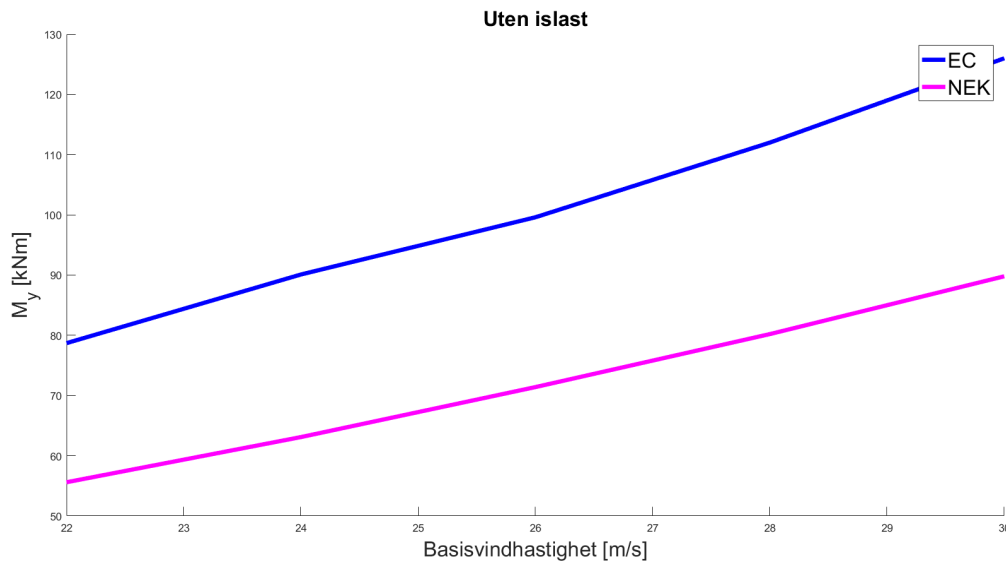
Programkoden til KL-mast har en innebygd logikk for å dimensjonere master i henhold til regelverket i begge standarder. Hvilken effekt valg av standard har med hensyn til kreftene som må overføres til fundamentet vil bli eksemplifisert med to forskjellige lastscenarier. En HE240B-mast er grunnlaget for sammenligningen. Følgende betingelser råder:

- S20A - strekkutligger
- Returledninger

- $H = 10,0m$, $H_r = 7,3m$, $FH = 5,7m$, $SH = 1,6m$ og $SMS = 3,5m$
- $R = 1300m$ og $l_i = l_{i+1} = 65m$

Vindlast uten islast

For å vurdere responsen til masten ble basisvindhastigheten gradvis økt.



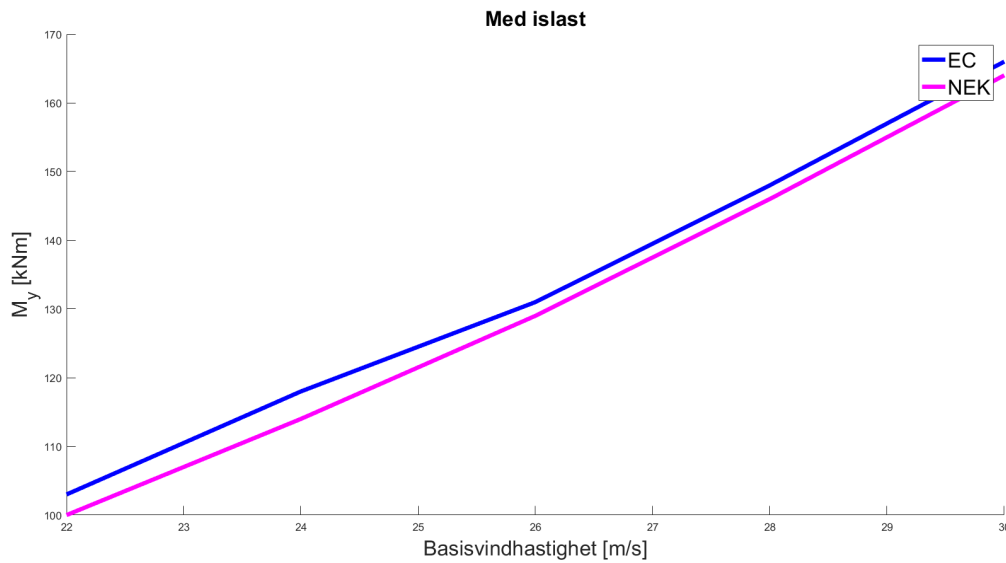
Figur 3.22: Momentbelastning av HE240B-mast uten islast.

Figur 3.22 bekrefter resultatet fra vedlegg A: Momentbelastningen på kontaktledningsmasten blir mindre dersom bransjestandarden benyttes. En naturlig forklaring på figur 3.22 er at vindtrykket på masten blir mindre med beregningsprosedyren i bransjestandarden. For den enkle overslagberegningen i vedlegg A ble vindtrykket på masten $q_p = 294 \frac{N}{m}$ i EC mot $Q_{mast} = 174 \frac{N}{m}$ i NEK. Dermed er det ikke rart at momentbelastningen i masten blir ulik. Effekten forsterkes med ulike lastfaktorer.

Kombinert vind- og islast

For de rådende klimatiske forholdene i Norge er viktig å vurdere islast på kontaktledningsanlegget. Islasten vil gi ledningene større egenvekt. Kategori II er valgt fra EN50125 (2002). Den samme HE240B masten sammenlignes, men nå med både mate-/fjern- og returledninger – vindlasten økes gradvis.

Forskjellen observert i figur 3.22 er ikke like stor for den samme masten med islast, vist i figur 3.23. En mulig forklaring på hvorfor forskjellen plutselig forsvinner er skrevet i EN50119



Figur 3.23: Momentbelastning av HE240B-mast med islast.

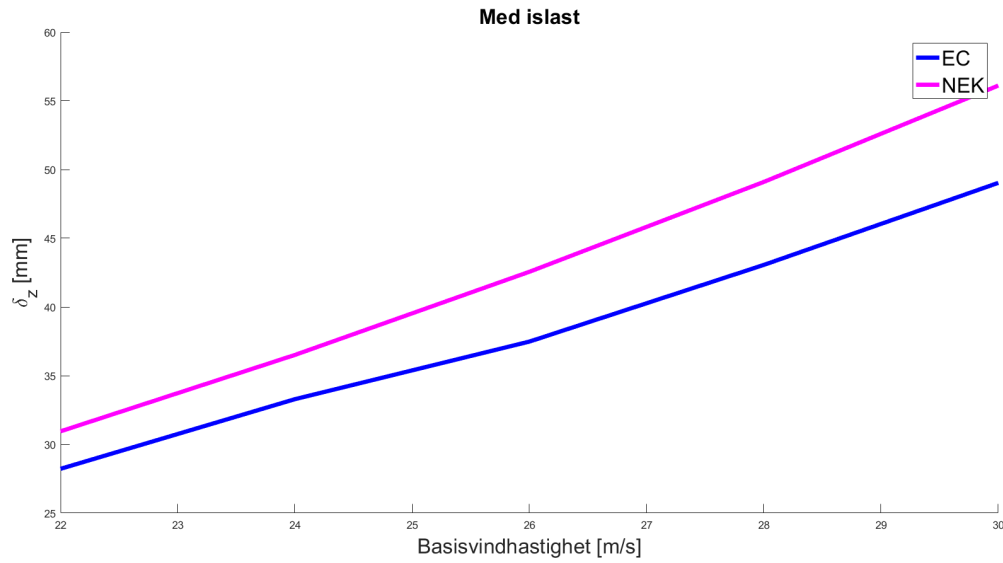
(2009, s.42): For den kombinerte lastsituasjonen vind- og islast skal en ekvivalent ledningsdiameteren benyttes:

$$D_I = \sqrt{d^2 + \frac{4 \times g_{IK}}{\pi \times \rho_I}} \quad (3.1)$$

Effekten av den ekvivalente diameteren er enorm – ledningenes diameter øker betraktelig. For en islast tilsvarende klasse II brukes $g_{IK} = 7,5 \frac{N}{m}$. Dersom $\rho_I = 500 kg \times 9,81 \frac{m}{s^2}$ blir den ekvivalente diameteren for kontakttråden $D_I = 45,7 mm$. Dette tilsvarer en økning i kontakttrådens diameter på 280%.

For lastsituasjonen med kombinert vind- og islast skal vindlasten reduseres med 50% i henhold til EN50119 (2009, s.41). Likevel er det svært merkelig at forskyvningen i kontakttrådens høyde blir større når belastningen på masten er mindre for NEK. Bruken av den ekvivalente diameteren er med overveiende sannsynlighet årsaken. Med ligning 3.1 skal det tas hensyn til at is kan akkumuleres på ledningene. Denne effekten – at ledningenes diameter øker – ved kombinert vind- og islast er *ikke* en del av regelverket i EC. I dette eksempelet blir konsekvensen at returledningene, kontaktledningen og mate-/fjernledningen transformeres til tykke pølser gjennom snø/is-akkumulasjon.

Det åpenbart at et større flagg i toppen av en flaggstang får et større vindfang. Jo større flaggets overflateareal er, desto større blir kreftene på flaggstangen på grunn av drag-kraften i flagget når dette vaier i vinden. Vedrørende figur 3.24 er det klart at når diameteren til mate-/fjernledningen i toppen av HE240B-masten dobles, blir kreftene i toppen av masten større.



Figur 3.24: Forskyvning δ_z i kontakttrådens høyde plottet mot økende vindhastighet for en HE240B-mast med islast.

Fra bjelkeformlene i figur A.7 i vedlegg A er det klart at forskyvningen av masten blir større når kraften i toppen av masten øker. Dette er sannsynligvis forklaringen på det overraskende resultatet der dimensjonering med NEK gir større forskyvninger enn EC til tross for at momentbelastningen er mindre.



Figur 3.25: HE240B-avspenningsmast i Klettbyggene utenfor Trondheim. Dispensasjon ble skaffet fra Martin Rosvold, arbeidsplanlegger på Trønderbanen, til venstre på bildet.

Kapittel 4

Diskusjon

Mange av ligningene gamle *KL_fund* er basert på mangler et godt teoretisk grunnlag, men ble likevel implementert “fordi det alltid har blitt beregnet slik”. Dette er én av de forklarende årsakene til resultatene fra parameterstudiet i forrige kapittel: Mastene har mer kapasitet enn det *KL_fund* foreskriver.

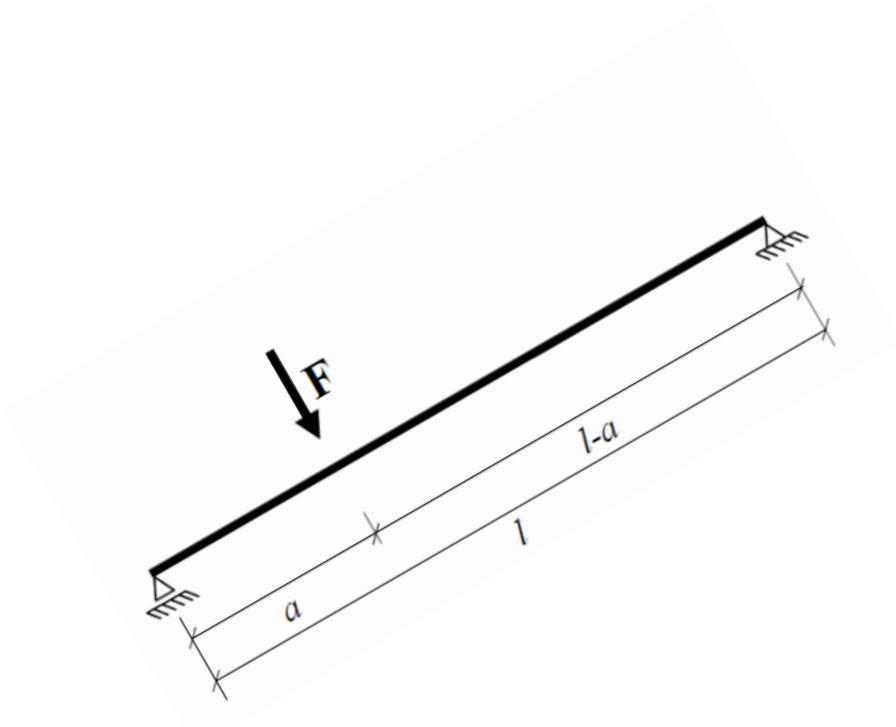
Det er ikke lønnsomt å dimensjonere kontaktledningsmastene for fiktivt store krefter. Et par prosent høyere utnyttelsesgrad kan være tungen på vektskålen for at konstruktøren må velge et større mastetverrsnitt. Vedrørende dimensjonering av kontaktledningsanlegget innebærer større mast et større tverrsnitt og dermed mer stål med en tilhørende dyrere prislapp.

Ved å belyse resultater fra kapittel 3.4 skal det føres en argumentasjon for hvorfor Bane NOR bør vurdere å skifte det teoretiske grunnlaget for dimensjoneringen av kontaktledningsmastene langs jernbanen.

4.1 Forskyvningsberegninger

Parameterstudiet viste at forskyvningen for en H5-gittermast med toppmonterte AT-ledere ble større i programmet *KL-mast*. Men forskyvningen i kontakttrådens høyde dreier seg ikke bare om mastens utbøyning: Det tilkommer ytterligere bidrag fra utliggeren og fundamentet.

Utliggerkonstruksjonens forskyvningsbidrag vil avhenge av belastningen fra sidekrefter. Tabellen i figur A.8 i vedlegg A viser sammenhengen mellom sidekraft og deformasjon i en utliggerkonstruksjon. Det er valgt å gjøre en stikkprøve for å teste om tabellen til Jorde (2007, s.59) stemmer. Sidekraften fra kontakttråden antas forenklet å virke direkte på trykkstaget i



Figur 4.1: Diagonalstaget i utliggerkonstruksjonen, isolert sett.

utliggeren, se figur 4.1. Den geometriske stivheten neglisjeres ved deformasjon av aluminiumsrøret. Dermed kan man bruke elementære bjelkeformler for å bestemme forskyvningen δ_z av trykkstaget i horisontalstagets høyde på grunn av en strekkraft i kontakttråden. Horisontalkomponenten av kraften F i figur 4.1 antas lik $F_z = 1,0kN$. Irgens (2003, s.70) gir følgende sammenheng mellom den maksimale forskyvningen δ_z under en vilkårlig plassert konsentrert punktlast F på en bjelke:

$$\delta_{z,max} = \frac{Fa(l^2 - a^2)^{\frac{3}{2}}}{9\sqrt{3} lEI_y} \quad (4.1)$$

Forskyvningen under punktlasten F er beregnet med antagelsen om at isolatoren i utliggerkonstruksjonen er mye stivere enn diagonalstaget av aluminium. Ved å dekomponere forskyvningen beregnet med 4.1 ble det ved hjelp av trigonometri funnet en horisontal forskyvning tilsvarende $\delta_z = 4,11mm$ for en horisontal sidekraft $F_z = 1,0kN$. Det vises til vedlegg A for en fullstendig utregning av eksempelet over.

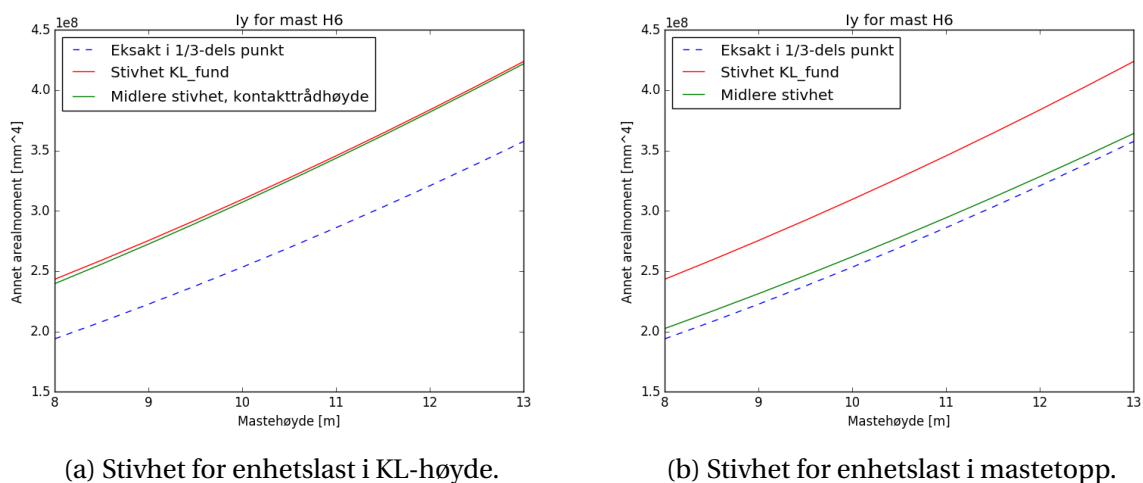
For en tilsvarende last vil masten gis en tilleggsforskyvning på $8mm$ i henhold til tabellen i vedlegg A. Her er imidlertid også forskyvningsbidraget på grunn av sidekraften i bærelinen inkludert. Denne kraften virker direkte i strekkstastaget i toppen av utliggerkonstruksjonen og vil neppe gi et like stort forskyvningsbidrag. Det antas at det totale forskyvningsbidraget

på $\delta_z = 8,0\text{mm}$ tar høyde for slark i endemuffen der horisontalstaget festes til trykkstaget samt slitasje i forbindelsespunktet mellom bøyler og øyemuffe.

I og med at det er valgt å fortsette med disse verdiene i KL-mast kan ikke dette være forklaringen på hvorfor forskyvningen i kontakttrådens høyde ble større i KL-mast for eksempelet med toppmonterte AT-ledere.

Annet arealmoment

Allerede i innledningen ble det påpekt at kontaktledningsmastene Bane NOR opererer med har ulik bøyestivhet. Mens *KL_fund* antar en “representativ” stivhet for de koniske gittermastene, beregnes en midlere stivhet individuelt for hver last i KL-mast. I figur 4.2 er stivheten av en H6-masten plottet mot økende mastehøyde for en punktlast i forskjellige høyder.



Figur 4.2: Annet arealmoment for en H6-gittermast.

Figur 4.2b viser at antagelsen i *KL_fund* om en “representativ” stivhet i den koniske kontaktledningsmastens tredjedelspunkt blir for stiv. Punktlaste n i toppen av masten kan for eksempel stamme fra sidekraften AT-ledere påfører masten i kurve. Ulikheten i figur 4.2b forklarer hvorfor det ble observert større forskyvninger i KL-mast i eksempelet med toppmonterte AT-ledere: Større I_y gir mindre forskyvning δ_z .

Men alle laster angriper ikke i toppen av masten. Punktlaster på masten i kontakttrådens høyde vil også gi et bidrag til forskyvningen δ_z . I figur 4.2a ligger kurven for KL-mast og *KL_fund* nærmest oppå hverandre. Det vil si at antagelsen om en “representativ” mastestivhet i tredjedelspunktet for gittermastene er rimelig god dersom lasten virker i kontakttrådens høyde.

Selv om antagelsen for utregningen av I_y ser ut til å være riktig for belastninger på kontakttrådens nivå, er det ikke valgt å gå videre med denne antagelsen i KL-mast. I stedet for er det valgt å implementere en midlere stivhet for de koniske gittermastene ved å bruke arbeidsbetraktningen $\sum W = 0$ som beskrevet i kapittel 2.5.

Antagelig er det ingen som har testet hvorvidt forskyvningsberegningen i kontakttrådens høyde i *KL_fund* stemmer eller ikke. Resultatet fra analysen gjengitt i figur 4.2 viser imidlertid at gittermastene tilføres en kunstig stivhet for punktlasten i høyder over kontakttrådens plan. Det er ingen hensikt i å regne mastene langs jernbanen for stivere enn det de faktisk er.

Konsekvensen av denne antagelsen kom frem i eksempelet med toppmonterte AT-ledere i kapittel 3.4. Ulik utbøyning skyldes altså ikke bare ulik mastestivhet – utbøyningen avhenger også av hvilken høyde lasten angriper på masten.

Når det gjelder forskyvningsberegninger med hensyn til momentbelastning i utliggerkonstruksjonen refereres det til KL-masts dokumentasjon. Her fremgår det at funksjonen for å beregne forskyvning i kontakttrådens høyde på grunn av momentbelastning i utliggerkonstruksjonen er inaktiv i det nye programmet.

Bøyestivheten til bjelkemastene Bane NOR benytter er ikke et emne for diskusjon siden I_y er konstant over hele mastehøyden.

Valg av mast

Valg av mast beror på utnyttelsesgraden til masten i bruddgrensetilstanden. Men i enkelte tilfeller kan det tenkes at store forskyvninger i bruksgrensetilstanden blir dimensjonerende. Det nytter ikke om masten har ekstra kapasitetslagre i bruddgrensetilstanden hvis kontakttråden ligger utenfor pantografens arbeidsområde.

I *KL_fund* foreslås brukeren en mast basert på dimensjoneringsformelen i bruddgrensetilstanden. Det samme kriteriet er satt i KL-mast, men det påpekes at alle tilstander vedrørende krefter og forskyvninger av masten lagres. Dersom brukeren ønsker å dimensjonere masten med hensyn til maksimal forskyvning i kontakttrådens høyde er det enkelt å endre i programkoden. Tilsvarende kan kriteriet for valg av kontaktledningsmast baseres på maksimal tosjonsvinkel ϕ . Sistnevnte vil bare være aktuelt for bjelkemaster.

Spennlengde	30 m		35 m		40 m		45 m		50 m		55 m		60 m		65 m		70 m	
Temp (°C)	f (m)	P (kg)	f (m)	P (kg)	f (m)	P (kg)	f (m)	P (kg)	f (m)	P (kg)	f (m)	P (kg)	f (m)	P (kg)	f (m)	P (kg)	f (m)	P (kg)
-40	0,09	1198	0,14	1041	0,21	879	0,33	731	0,48	615	0,66	534	0,88	481	1,12	444	1,38	418
-35	0,10	1039	0,16	893	0,25	751	0,38	632	0,54	544	0,73	486	0,95	446	1,19	419	1,44	399
-30	0,12	885	0,19	755	0,29	639	0,43	549	0,60	488	0,80	446	1,01	417	1,25	397	1,51	382
-25	0,14	741	0,23	634	0,34	546	0,49	484	0,66	442	0,86	413	1,08	393	1,31	378	1,57	367
-20	0,17	612	0,27	532	0,40	473	0,55	433	0,73	405	0,92	385	1,14	371	1,37	361	1,63	353
-15	0,21	504	0,32	453	0,45	416	0,61	392	0,78	375	0,98	362	1,20	353	1,43	346	1,69	341
-10	0,25	419	0,37	392	0,50	372	0,66	359	0,84	349	1,04	342	1,26	337	1,49	333	1,75	330
-5	0,30	356	0,42	345	0,56	338	0,72	332	0,90	328	1,09	325	1,31	323	1,55	321	1,80	319
0	0,34	310	0,46	310	0,61	310	0,77	310	0,95	310	1,15	310	1,36	310	1,60	310	1,86	310
5	0,38	275	0,51	282	0,65	287	0,82	291	1,00	294	1,20	297	1,42	299	1,65	300	1,91	301
10	0,42	249	0,55	260	0,70	269	0,86	275	1,05	281	1,25	285	1,47	288	1,71	291	1,96	293
15	0,46	228	0,59	242	0,74	253	0,91	262	1,09	269	1,30	274	1,52	279	1,76	283	2,01	286
20	0,50	212	0,63	227	0,78	240	0,95	250	1,14	258	1,34	265	1,56	270	1,80	275	2,06	279
25	0,53	198	0,67	215	0,82	228	0,99	239	1,18	248	1,39	256	1,61	263	1,85	268	2,11	273
30	0,57	187	0,71	204	0,86	218	1,04	230	1,22	240	1,43	248	1,66	255	1,90	261	2,16	267
35	0,60	177	0,74	194	0,90	209	1,07	221	1,27	232	1,47	241	1,70	249	1,94	255	2,21	261
40	0,63	168	0,77	186	0,94	201	1,11	214	1,31	225	1,52	234	1,74	242	1,99	250	2,25	256

Figur 4.3: Returledningen AHF 150 (Jorde, 2007, s.40).

4.2 Fastavspente ledninger

Det er enklere å regne på strekkraften i kontaktledningen enn for fastavspente ledninger. Loddavspenningen medfører at strekkraften i kontaktledningen er konstant uavhengig av temperatur, masteavstand eller snølast – kreftene blir utlignet ved at loddene beveger seg opp og ned ved avspenningsmastene. Det er ikke like trivielt å regne på strekkraften i de fastavspente ledningene da de antas 100% faste til mastene. Strekkraften i de fastavspente ledningene vil variere avhengig av:

- Ledningens egenvekt
- Lasten på ledningen
- Temperatur
- Pilhøyde og masteavstand

En plausibel årsak til hvorfor utnyttelsesgraden til bjelkemastene ble større i eksempelet der masten byttet side av sporet kan forklares ut i fra hvordan strekkraften i de fastavspente ledningene er definert i de forskjellige programmene. *KL_fund* antar en konstant strekkraft for alle fastavspente ledninger. Den gjeldene strekkraften er konservativt bestemt fra kraften i den minst gunstige returledningen AHF150, se figur 4.3. Produsenten opplyser at maksimal tillatt spenning er 50 MPa. Denne verdien er regnet ut fra en spennlengde på 30 meter mellom mastene, ved -40°C . Fra tabellen i figur 4.3 kan man se at dette tilsvarer en strekkraft på omtrent 12 kN.

Det tilhører sjeldenhetene at en spennlengde på $l = 30\text{m}$ ved -40°C gjelder for en faktisk kontaktledningsmast. Likevel reduseres ikke strekkraften ved økende lengde eller tempera-

tur i programmet *KL_fund*. Antagelsen om en konstant strekkraft i de fastavspente ledningene er ikke bare konservativ, men direkte feil. For det første kan ledningene ha ulik elastisitetsmodul E . For det andre kan ledningene ha forskjellig tverrsnitt. Ulikt tverrsnitt gir ulik egenvekt. Fra kabelligningen kan man se at strekkraften i ledningen H blir større når enhetskraften per lengdeenhet på grunn av ledningens egenvekten G' øker:

$$H = \frac{G' \cdot l^2}{8 \cdot f}$$

For det tredje vil strekkraften i en fastavspent ledning variere med temperaturen. I sum er dette en sentral forklaring på fordelingen av utnyttelsesgraden til bjelkemastene i eksempelet der masten byttet side av sporet i kapittel 3.4.1. Når master bytter side av sporet påfører alle fastavspente ledninger mastene sidekrefter på grunn av den økte avbøyningsvinkelen når ledningene krysser sporet. Ved en temperatur på 0°C og en masteavstand lik $l = 60\text{m}$ skulle strekkraften for en forbigangsledning reduseres til 3 kN . Men dette gjøres *ikke* i *KL_fund* – derfor blir sidekreftene i toppen av masten unormalt store når master bytter side av sporet. Resultatet er urealistisk stor momentbelastning på fundamentet. Ulik prosedyre for bestemmelse av de fastavspente ledningenes strekkraft er for såvidt også en mulig forklaring på hvorfor sidekraften V_z ble forskjellig i eksempelet med toppmonterte AT-ledninger.

Programkoden til KL-mast har imidlertid en innebygd logikk for å beregne spennkraften helt generelt. Implementasjonen ble forklart i kapittel 2: Newton-Raphsons metode benyttes til å løse en tredjegradslikning for strekkraften i de fastavspente ledningene avhengig av temperatur, spennlengde, materiale og snølast. Men Newton-Raphson algoritmen tar ikke hensyn til mastens utbøyning der sporet går i kurvatur. I virkeligheten vil sidekraften på masten bli redusert fordi masten vil bøye seg innover mot sirkelradiens sentrum, noe som minsker avbøyningsvinkelen til den fastavspente ledningen. Dette fører til et ikke-lineært kraft-forskyvningsforhold og medtas ikke i programmet, på grunnlag av antagelsene oppgitt i 2.1.

Det er imidlertid mulig å ta hensyn til reduksjonen i de fastavspente ledningenes strekkraft ved å inkludere stivheten til masten og fundamentet i beregningen. Dette er et emne for videreutvikling av programkoden til KL-mast.

4.3 Optimering av programmets ressursbruk

Ved utvikling av dataprogramvare er det god praksis å konstruere koden på et slikt vis at ressursbruken ikke blir større enn nødvendig. Dette er viktig ikke bare med tanke på programmets plassopptak på harddisken, men også minnebruk og kjøretid når programmet er i bruk. Den ikke-kompilerte kildekoden for KL-mast opptar totalt $\sim 200kB$ på harddisken; statisk plassopptak er dermed ikke noe problem. Også minnebruken på godt under $100MB$ ved kjøring av beregningsprosedyren vil være helt uproblematisk for moderne datamaskiner. Kjøretiden for prosedyren ligger mellom 0,5 – 0,7 sekunder, avhengig av antallet krefter som påsettes systemet og valg av beregningsmetode. Sistnevnte resultater stammer fra en relativt kraftig stasjonær datamaskin, og vil derfor kunne bli høyere på systemer med lavere prosessorhastighet; typisk eldre, portable maskiner.

Ressursbruken for KL-mast vurderes dermed som god, men det er utvilsomt mulig å gjøre forbedringer på dette området. Blant annet settes en rekke masteuavhengige krefter på systemet inne i loppen for Mast-objekter, noe som fører til unødige, gjentatte beregninger, samt at kraftlisten F endrer størrelse unødvendig mange ganger. Sistnevnte situasjon er en typisk tidstyv når det kommer til kjøretiden for et dataprogram, da stadig endring av en listes lengde krever hyppige minneallokeringer. Forsøk på å legge denne prosessen utenfor masteloopen bød imidlertid på en rekke problemer med å behandle elementene i F separat for hvert enkelt Mast-objekt, en problemstilling som sannsynligvis kan tilskrives Pythons “mutability”-konsept (Python, 2017).

Det understrekes at optimering av programmets ressursbruk ikke ble tillagt mye tid iløpet av denne oppgavens forløp, både fordi kjøretiden ble oppfattet som forbedret sammenlignet med forløperen *KL_fund* og fordi arbeid med å finpusse slike indikatorer på datateknisk finesse ble oppfattet som sekundært i forhold til å utvikle en enkel og velfungerende kode. Programmets grad av skalerbarhet er dermed vanskelig å evaluere. Dersom implementasjon av iterasjoner over KL-masts beregningsprosedyre skulle bli aktuelt – for eksempel ved dimensjonering av flere master over en seksjonslengde – vil det i forkant av dette sannsynligvis være gunstig å foreta en optimering av koden. I kapittel 5.2.2 foreslås det hvordan dimensjonering av et representativt mastestrekke kan implementeres.

4.4 Regelverk

Det er full fart i jernbaneutbyggingen i Norge. Med nasjonal transportplan for perioden 2018-2029 vil Solberg-regjeringen bevilge 312 milliarder NOK til jernbaneformål (Stephansen, 2017b). Et kapasitetssterkt jernbanenett rundt hovedstaden skal bygges og kontaktledningsanlegget fornyes – vedlikeholdsetterslepet på jernbanen skal tettes. Den politiske viljen for å investere i jernbanen har ikke vært så stor siden regjeringen bevilget et halvt statsbudsjett for utbygging av Bergensbanen i år 1909 (Bjerke and Holom, 2004, s.158). Men dersom kontaktledningsanlegget skal moderniseres i tråd med den politiske målsettingen – uten at Bane NOR ønsker å ekspandere med flere ansatte – innebærer det at flere ingeniører i privat sektor må bidra i prosjekteringen. Hvor lett er det å sette seg inn i regelverket for dimensjonering av kontaktledningsanlegget?

Bane NORs tekniske regelverk er et nyttig hjelpemiddel til alle jernbaneformål. Likevel oppleves nettsidenes brukergrensesnitt som gammelt og uoversiktlig. Ettersom *KL_fund* er en åpen programvare kunne denne like gjerne ha ligget tilgjengelig på nettet sammen med teknisk regelverk. Det samme gjelder for dokumentet *Hjelp til programmet KL_fund*.

Med dette forbedringspotensialet i baktankene har dokumentasjonen til KL-mast blitt formatert i .html-filer. Dermed skal det være lett å laste opp dokumentasjonen på teknisk regelverk-wikien. Det er heller ingen hindre i veien for å laste opp selve programmet KL-mast online.

Enkelte ingeniører opplever regelverket i konstruksjonstekniske standarder som en plage. Dersom denne typen blir satt til å dimensjonere kontaktledningsmaster blir det utrivelig på jobben. Kontaktledningsanlegget langs jernbanen faller mellom to stoler når det gjelder det elektrotekniske- og byggtekniske standardverket. Teknisk regelverk legger imidlertid ingen føringer på hvilket standardverk mastene langs jernbanen skal dimensjoneres etter.

Det er uheldig at det eksisterer et overlappende standardverk for kontaktledningsmastene. Dersom en uerfaren ingeniør skulle velge å dimensjonere en kontaktledningsmast i henhold til NEK, vil han finne at følgende dimensjoneringsformel skal nyttes (EN50119, 2009, s.49):

$$\frac{N_{dax}}{R_{dax}} + \frac{M_{dyy}}{R_{dyy}} + \frac{M_{dzz}}{R_{dzz}} \leq 1,0 \quad (4.2)$$

Det skal ikke mer enn en dårlig dag til for den uerfarne ingeniøren før glemmes å kon-

trollere masten for vipping og knekking med dimensjoneringsformelen gitt i ligning 4.2. Pro-
dusenten burde ha skrevet eksplisitt i standarden at reduksjonsfaktorene $\chi_{y,z}$ og χ_{LT} må be-
stemmes. Det er uforsvarlig å neglisjere instabilitetsfenomenene ved dimensjonering av en
kontaktledningsmast.

Sett fra en vordende byggingeniørs perspektiv virker det som om hovedfokuset ved di-
mensjonering av kontaktledningsanlegg dreier seg om å sikre at den elektriske strømmen
går der den skal. Martin Rosvold, arbeidsplanlegger på Trønderbanen forteller om valg av
mast for kontaktledningsanlegget i Klettbakkene utenfor Trondheim, se figur 3.25:

*I stedet for å forvirre entreprenøren med en rekke forskjellige mastetyper er det her
valgt én og samme mast for hele strekket. Jeg er sikker på at kostnadsdifferansen
mellom en HE240B og HE200B er innspart ved at arbeidet blir enklere for utføren-
de entreprenør.*

Martin Rosvold

Forskjellen i vindfang fra en HE200B- til en HE240B-mast er 20%. Det virker ikke som om
dette aspektet var spesielt viktig for valg av kontaktledningsmaster i Klettbakkene. Dimensjo-
nering av kontaktledningsmaster forutsetter en tålmodig konstruktør ettersom regelverket
for dimensjonering av kontaktledningmaster ikke er veldefinert. Det transnasjonale byrået
TSI åpner for at man kan dimensjonere mastene langs jernbanen med bygg- eller elektrotek-
niske standarder – men hvilket regelverk er egnet for bruk?

Lastfaktorer

Ligning 2.28 i kapittel 2 reflekterer hvordan laster skal kombineres i henhold til EC: For påvis-
ning av konstruksjoners kapasitet skal det skilles det mellom dominerende og ikke-dominerende
variable laster (Eurokode0, 2016, s.115). Denne sorteringen gjøres *ikke* i *KL_fund*. Dette er en
sentral årsak til hvorfor resultatene i parameterstudiene ble forskjellig for de to programva-
rene.

Resultatet av at *KL_fund* ikke skiller mellom dominerende og ikke-dominerende vari-
able laster er at det regnes på lastkombinasjoner som ikke inntreffer i virkeligheten. Ta-
bell 4.2 gir reduksjonsverdiene som må ganges med den karakteristiske verdien for de ikke-
dominerende variable lastene (Eurokode0, 2016, s.102). ψ_i -faktorene brukes da det er re-
dusert sannsynlighet for at flere forbigående laster har maksimal virkning på konstruksjo-

Tabell 4.1: Lastfaktorer for beregningsprosedyrer.

Ugunstige lastfaktorer, ULS			
Lasttype	EC0	NEK	<i>KL_fund</i>
<i>G</i>	1,2	1,3	1,2
<i>Q_vind</i>	1,5	1,3	1,5
<i>Q_is</i>	1,5	1,3	1,5
<i>Q_temp</i>	1,5	—	1,5

Tabell 4.2: Reduksjonsfaktorer ψ_i for ikke-dominerende variabel last.

Dominerende Q	ψ_T	ψ_S	ψ_V
Vind	0,6	0,7	1,0
Snø/is	0,6	1,0	0,6
Temperatur	1,0	0,7	0,6

nen samtidig. I henhold til ligning 2.28 og tabellene 4.1 og 4.2 blir lastfaktoren for den ikke-dominerende variable lasten temperatur: $\gamma_T = 1,5 \cdot 0,6 = 0,9$. *KL_fund* vil imidlertid bruke lastfaktoren $\gamma_T = 1,5$ for den samme lasten.

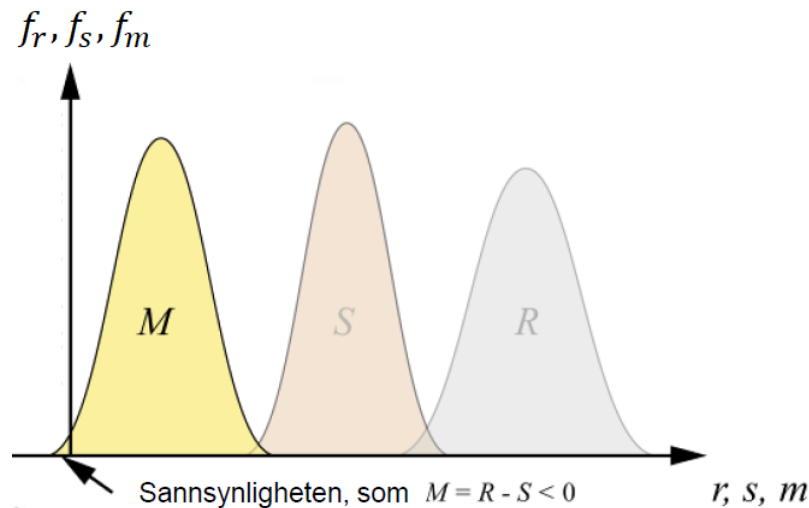
Det fremgår av tabell 4.1 at de samme lastfaktorene benyttes i *KL_fund* og EC-dimensjoneringen i KL-mast. Mens *KL_fund* itererer over seks lastkombinasjoner, vil loopen beskrevet med pseudokoden i figur 3.10 undersøke 3-400 lasttilfeller for hver enkelt mast. Hver eneste kombinasjon av vindretning, reduksjonsfaktorer og lastfaktorer definerer det dimensjonerende tilfellet.

Lastfaktorene er det springende punktet mellom beregningsprosedyren i Eurokoden og bransjestandarden – de er ulike. Tabell 4.1 viser at lastfaktoren for vind er mindre i bransjestandarden. Vind er i svært mange tilfeller opphavet til den største belastningen på kontaktledningsmasten. Dette var tilfellet da beregningsprosedyrene ble målt opp mot hverandre i avsnitt 3.4.2. Uten islast på ledninger viste det seg at vindlasten beregnet med NEK ga betydelig mindre belastning.

I pålitelighetsteori og lastanalyse av konstruksjoner er det vanlig å kvantifisere risiko. Risikobegrepet er et mål for størrelsen av skadeomfanget dersom en hendelse i form av konstruksjonssvikt inntreffer. En forenklet versjon av Melchiers (1999, s.56) gir:

$$Risk = P_f \cdot c \quad (4.3)$$

P_f er sannsynligheten for konstruksjonssvikt og c er konsekvensen av bruddet. Partialfaktorene benyttes for å justere sannsynligheten P_f . Da ulike lastfaktorer i EC og NEK blir



Figur 4.4: Sikkerhetsmarginen M i dimensjoneringsformelen.

brukt innebærer dette at kontaktledningsmastene dimensjoneres for ulike sikkerhetsnivå i de to beregningsprosedyrene.

I figur 4.4 er det introdusert en sikkerhetsmargin $M = R - S$, også normalfordelt. Brudd-sannsynligheten er representert med arealet til venstre for den vertikale akse. Dette kan uttrykkes:

$$P(M < 0) = \int_{-\infty}^0 f_M dm = \Phi\left(-\frac{\mu_M}{\sigma_M}\right) \quad (4.4)$$

Der Φ er den standard normalfordelte funksjonen til M . I den internasjonale standarden *General principles on reliability of structures* introduseres en pålitelighetsindeks (ISO2394, 2015, s.38):

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (4.5)$$

$-\Phi^{-1}$ er den inverse standard normalfordelte sannsynlighetsfordelingen av P_f . Brudd-sannsynligheten M kan kalibreres mot ønsket sikkerhetskrav. Dersom det ønskes en lavere sannsynlighet mot brudd, må det overlappende arealet mellom normalfordelingen til R og S i figur 4.4 reduseres. Intuitivt vil det da være hensiktsmessig å øke avstanden mellom de respektive forventningsverdiene μ_R og μ_S . For byggingeniøren reduseres problematikken til å øke μ_R ved å bruke et større tverrsnitt. Dette var antagelig grunnen til hvorfor Rosvold valgte et større mastetverrsnitt i Klettbakkene. Den statistiske spredningen i vindlasten kan han ikke endre. Men i stedet for å justere mastetverrsnittet kan konstruksjonens sikkerhet iva-

retas med ulike partialfaktorer kalibrert for et ønsket sannsynlighet mot konstruksjonssvikt. Partialfaktorene kan ansees som “skruer” tilpasset for et gitt sikkerhetsnivå.

Dersom partialfaktorer fra ulike standarder blandes fører dette til at brudds sannsynligheten ikke lenger er kjent. Det betyr at man ikke kan være sikker på hvorvidt dimensjoneringen er innenfor sikkerhetsmarginene regelverket tillater. Fordelen med å ha et harmonisert regelverk er at komiteen bak regelverket garanterer at metoden er riktig. Norsk Standard påtar seg ansvaret for konstruksjoners sikkerhet ved modifikasjoner i det nasjonale tillegget. Men dersom metoden gitt i standardverket ikke anvendes riktig, for eksempel ved blanding av lastfaktorer, hviler ansvaret for konstruksjonens sikkerhet på skuldrene til byggingeniøren.

Valg av beregningsprosedyre vil implisitt bestemme brudds sannsynligheten. For å kunne vurdere denne helt nøyaktig, hadde det vært svært interessant å få tilgang til informasjon fra det interne rapporteringssystemet i Bane NOR. Basert på feilstatistikker tilknyttet kontaktledningsanlegget kunne man ha foretatt en lastfaktoranalyse.

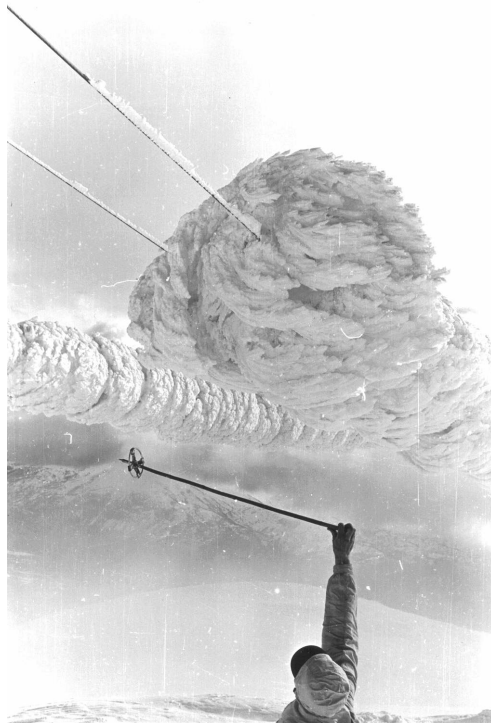
Islast på kontaktledningsanlegget

Grunnlaget for beregning av is- og snølast på kontaktledningsanlegget er svakt begrunnet. Dette gjelder både EC og NEK. Snølasten på ledninger i EC-beregningene gir ikke mening verken med tanke på benevnning eller forståelse. For en ledningsdiameter i mm fås en islast i $\frac{N}{m}$. Formel 2.5 er empirisk basert, men antagelig kalibrert opp mot tyske forhold ettersom den er bestemt av SIEMENS (1993).

Det eksisterer heller ikke underlag for hvordan islast-tabellen i NEK ble bestemt. Uansett; bransjestandarden viste seg å være sensitiv for islast på ledninger. Dette kom tydelig frem i den siste eksempel-beregningen i avsnitt 3.4.2. Det ble påpekt at årsaken til den kraftige økningen i momentbelastning skyldtes bruken av en ekvivalent is/snø-belastet diameter for ledningene i NEK.

I den internasjonale standarden *Atmospheric icing on structures* skilles det mellom *skyis* og *nedbøris*. Skyis inntreffer i tåke – en sky som går ned til jordoverflaten – som inneholder underkjølte, flytende vanndråper grunnet lufttemperatur under $0^{\circ}C$. Dette fenomenet forekommer i høyfjell der ledningen er eksponert for lavt skydekke. For jernbanen i Norge kan dette fenomenet være aktuelt over Hardangervidda eller Dovrefjell. Togtraséen over Saltfjellet nevnes ikke, da denne linjen ikke er elektrifisert – ennå.

Torsjonsstivetheten er en sentral ledningsparameter vedrørende islast. Det mest effekti-



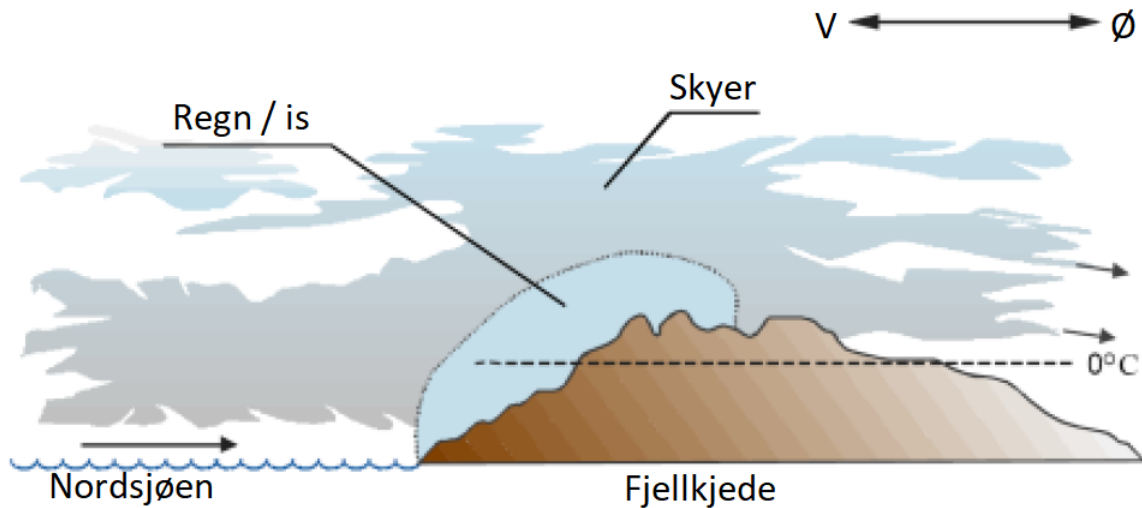
Figur 4.5: Islast på kraftledning. Lønahorgi, Voss, april 1961. Fotograf: Olav Wist.

ve isingsobjektet er en tynn line med ubetydelig torsjonsstivhet. Da kan isen akkumulere til et sirkulært belegg. Lasten kan bli svært stor. Figur 4.5 viser til verdensrekorden i islast på en kraftledning: $305 \frac{kg}{m}$. Skyis vil først og fremst være relevant problematikk for kraftledninger, da ledningene i en kontaktledningsmast kan ikke rotere som fleksible liner. Islast på kontaktledningsanlegget dreier seg altså i all hovedsak om nedbøris. I ISO12494 (2001) skilles det mellom to typer:

1. Underkjølt regn
2. Våt snø

Underkjølt regn inntreffer når temperaturen nær bakken er under frysepunktet og temperaturen stiger med høyden over bakken. Våt snø er den mest vanlige av disse isingsformene i Norge. Dette er delvis smeltete snøflak – de indre kapillærkreftene i den våte snøen gjør at den blir klabbete.

Norge ligger med hovedakse fra sørvest til nordøst, med et fuktig kystland eksponert for vestavindsbeltet. Figur 4.6 viser hvordan fuktige luftmasser fra Nordsjøen heves over fjellene. Dette fører igjen til at mer fuktighet utløses og blir nedbør (Fikke, 2015, s.8). Det er et velkjent fenomen at nedbørintensiteten er kraftigere ved det norske kystklimaet. Jernbanen i Norge



Figur 4.6: Vest-øst tverrsnitt, Norge. Figur fra Fikke (2015, s.8).

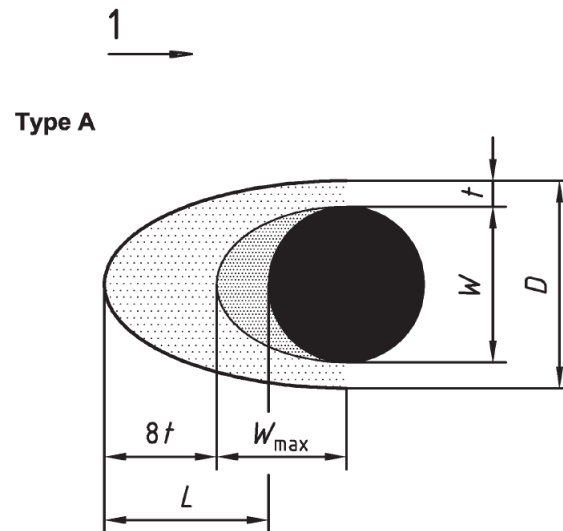
ligger imidlertid plassert i innlandet. Spørsmålet er hvilken type nedbøris kontaktledningene er mest sensitive for: Våt snø eller underkjølt regn?

Underkjølt regn kan forekomme der togtraseen går ved elveleier. Damp fra elven på vinterstid vil kunne påføre fuktighet på kontakttråden som renner ned på undersiden av ledningen hvor istapper kan dannes etter såkalt “våt vekst”. Men i følge meteorologisk konsulent Svein M. Fikke er dette et svært sjeldent forekommende fenomen i Norge. Tilsvarende kan ekstremt våt snø skli rundt ledningen og bli hengende på undersiden, men da er snøen så fuktig at den neppe blir hengende der lenge.

Ifølge Fikke er “tørr vekst” den mest naturlige isingsformen i Norge. Islaget på ledningen vil da akkumuleres mot vindretningen, slik det er vist på figur 4.7. Det antas at snølasten på ledningen bygger seg opp som en konveks parabelflate.

I NEK445 *Mekanisk dimensjonering av luftledninger* opplyses det om at en dimensjonerende snølast for en ledningsdiameter på $d = 30\text{mm}$ er $G_I = 30 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. For en kontaktledning med diameter $d = 12\text{mm}$ er det nærliggende å anta at islasten kan halveres. Med utgangspunkt i dette kan man finne en diameter for kontaktledningen inklusiv snølast $D \approx 30\text{mm}$ i tabell 5 i ISO12494 (2001, s.15). Dermed er den ekvivalente diameteren beregnes med ligning 3.1 redusert med 33%. Dette kan ha en enormt stor betydning for forskyningsberegningen vist i figur 3.24.

I stedet for å bestemme islasten på ledningene ved kvalifisert gjetning – slik praksisen er med EC og NEK i dag – anbefales det å bruke den internasjonale standarden *Atmospheric icing on structures*. ISO12494 (2001) er dessverre ikke inkludert i TSI. TSI skal gjelde for alle



Figur 4.7: Tørr snøvekst på ledning (ISO12494, 2001, s.13). [1] angir vindretningen.

land i Europa – også for Norge. Men det er imidlertid tillatt å benytte strengere regelverk lokalt. For eksempelet med kontaktledningen over ville islasten blitt $G_{is} \approx 16 \frac{N}{m}$ ISO12494 (2001, s.15). Det vil si en fordobling av islasten slik den er definert i dag, altså en konservativ antagelse.

Akkurat som for feilmeldinger på kontaktledningsmastene mangler det informasjon om hvilke problemer Bane NOR opplever for islast. Uten tilstrekkelig data om hvilke faktiske problemer vedrørende islast på ledninger blir det vanskelig å komme med en konkret anbefaling. Videre vil det være naivt å tro at to studenter fra et ikke-EU land kan endre det rådende regelverket på det europeiske kontinentet. Likevel anmodes det om å bruke den internasjonale standarden *Atmospheric icing on structures* for å bestemme islastene. Det er planlagt at denne standarden skal inkluderes som en Europeisk standard (CEN) i løpet av 2018. Det er dermed ikke urealistisk at denne standarden kan bli gjeldende for kontaktledningsanlegget i fremtiden.

Kapittel 5

Avslutning og videre arbeid

Basert på bestillingen fra Bane NOR ble følgende målsettinger satt for prosjektet:

- Modernisere programvaren *KL_fund*
- Forbedre beregningsgrunnlaget
- Anbefale en beregningsprosedyre

Kapittel 3 viste i grove trekk hvordan *KL_fund* har blitt omprogrammert over i en ny plattform formulert i Python. Hovedmålet om å få “oversatt” beregningsgrunnlaget i en kjørbare kode ble nådd og bevist med et sammenlignende parameterstudie.

Beregningsgrunnlaget ble presentert i kapittel 2, der essensielle forbedringer som blant annet sortering av lastfaktorer, generell beregning av gittermastenes stivhet og løsningsalgoritmen for fastavspente ledninger ble introdusert.

Vedrørende valg av beregningsprosedyre har Visal Basic koden bak *KL_fund* blitt demontert. For det første bruker *KL_fund* lastfaktorene feil. For det andre beregnes strekkraften i de fastavspente ledningene urealistisk konservativt. Og for det tredje tas det ikke hensyn til at gittermastene har ulik bøyestivhet langs med mastelengden.

Mer interessant er problemstillingen knyttet til valg av standard. I kapittel 4 ble fordeler og ulemper ved de to beregningsalternativene diskutert: Ulik bruk av lastfaktorer samt ulik definisjon av vind- og islast skiller standardene fra hverandre. Men hvilken beregningprosedyre formidler det beste konstruksjonstekniske grunnlaget?

5.1 Konklusjon

Svaret er Eurokoden. For tilfellet uten vindlast på masten viste parameterstudiet i kapittel 3 at belastningen på masten ble kraftig redusert. Årsaken til dette ble pekt på i kapittel 4 – forskjellige lastfaktorer ga forskjellige dimensjonerende laster. I motsetning til begrepet sikkerhet er påliteligheten til en konstruksjon kvantifiserbar. Begrepet risiko ble introdusert som størrelsen av skadeomfanget dersom hendelsen konstruksjonssvikt inntreffer (Larsen, 2008, s.19). Sammenhengen mellom risiko, bruddsannsynlighet og konsekvens ble innført av Melchiers (1999, s.56):

$$Risk = P_f \cdot c$$

Bakteppet for lastfaktorene ble diskutert opp mot ulik kalibrering med hensyn til ønsket bruddsannsynlighet. I bruddgrensetilstanden er det klart at konsekvensen c av konstruksjonssvikt er stor. For å redusere risikoen brukes partialfaktorene til å justere P_f . I bruddgrensetilstanden er det ønsket at å minimere P_f : Dette oppnås ved å bruke større partialfaktorer, γ_i .

Det finnes ingen dokumentasjonen til hvorfor lastene på mastene kan reduseres såpass mye som de gjøres med bransjestandarden. I byggebransjen eksisterer det en bred oppslutning om at lastfaktorene definert i EC0 ivaretar konstruksjonenes pålitelighet. Men EC0 er ikke en del av de normative referansene i NEK. Det forblir uvisst hvilken sannsynlighet for brudd partialfaktorene i NEK er kalibrert mot. Konklusjonen er at det ansees som risikabelt å redusere lastene uten tilstrekkelig dokumentasjon.

På generell basis formidler Eurokoden utvilsomt det beste konstruksjonstekniske underlaget. For det første inneholder EC0 en presis prosedyre for kombinerende dimensjonerende laster. For det andre gir EC1 nøyaktig statistikk på lokale referansevindhastigheter for alle kommunene i Norge. Og for det tredje formidler EC3 en grundigere prosedyre for dimensjonering av stålkonstruksjoner, der det tas hensyn til instabilitetsfenomener som knekking og vipping.

Islast er det svakeste punktet ved Eurokode-beregninger. SIEMENS empiriske formel gjelder stadig i KL-mast. Men formel 2.5 gir ikke mening verken med hensyn til forståelse eller benevninger. I tillegg til å representere en last vil ising på ledningen medføre at kabelens tverrsnitt øker. Denne effekten kan utgjøre en stor forskjell i lastbildet på masten, eksemp-

lifisert med en sammenligning av EC- og NEK-beregninger i kapittel 3.4.2. Eksempelet viste hvordan den effektive diameteren i NEK pådro masten økte krefter i form av vindlast på ledninger. Det er nødvendig å ta hensyn til denne effekten ved kombinert virkning av snø- og islast.

Det er lov til å bruke strengere regelverk lokalt i et land enn det TSI foreskriver. Derfor ble det foreslått å innføre den internasjonale standarden *Atmospheric icing on structures* som en medisin til islast-problematikken ved dimensjonering av kontaktledningsmaster med Eurokoden.

5.1.1 Oppsummering

Bestillingen fra Bane NOR ble inkludert i oppgavebeskrivelsen. Ønsket funksjonalitet til oppgradering av *KL_fund* er gjengitt under:

- Mulighet til å vise eller generere beregningsutskrift
- Dimensjonering ved hjelp av Eurokode og bransjestandard
- Studie av snølast på ledninger
- Mulighet til å eksportere resultater til *Fundamast*
- Master kan belastes med en vilkårlig tilleggslast
- Fundamast* kan implementeres i programmet
- Lavterskel bruk av programmet KL-mast
- Listen med banestrekninger og kilometrering er beholdt
- Bane NOR innehar alle rettigheter til programmet KL-mast
- Et tentativt grafisk brukergrensesnitt er utarbeidet med *tkinter* i Python
- Programmet kan regne på en avspenningsmast uten bardunering
- Stivheten til master i forbindelse med fastinnspente ledninger
- Mulighet til å beregne åk med tilhørende master
- Utarbeide en brukermanual

Kort oppsummert er mange, men ikke alle aspektene i bestillingen fra Bane NOR oppfylt. Vedrørende implementasjonen av Newton-Raphson algoritmen for å bestemme strekkraften i de fastavspente ledningene, ble det i diskusjonskapitlet 4.2 påpekt at det *ikke* tas hensyn til stivheten til masten og fundamentet. Der mastene står i kurve kunne det vært tatt hensyn til at strekkraften i de fastavspente ledningene – og dermed horisontalkraften i toppen av mastene – blir redusert på grunn av at mastene bøyer seg innover i kurven. Stivheten er avhengig av både fundamentets stivhet, samt stivheten til selve masten. Denne effekten er *ikke* inkludert i Newton-Raphson algoritmen. Det presiseres at algoritmen likevel representerer en vesentlig forbedring sammenlignet med forgjengeren *KL_fund*.

Det er heller *ikke* mulig å dimensjonere åk med programmet *KL-mast*. Et åk er en portalramme. Andre randbetingelser gjelder for rammer kontra en mast. Det er ingen inputparametre i programvaren til *KL-mast* som kan innføre nye randbetingelser. Men det skal nevnes at blant annet kraft- og mast-klassen i *KL-mast* kan benyttes videre i et program for å dimensjonere åk.

I stedet for å forfatte en brukermanual à la det Jorde gjorde i Word, er det blitt laget en dokumentasjon til *KL-mast*. Enhver programvare skal ha en dokumentasjon. I dokumentasjonen beskrives det kort hvilke inputparametre funksjonene i programmet inntar, samt hva som returneres. Etersom denne er laget i .html-format, kan denne enkelt lastes opp på teknisk regelverk-wikien.

Det presiseres at innmaten i beregningsverktøyet for å dimensjonere kontaktledningsmaster langs jernbanen er klar. Men brukeropplevelsen av programmet er imidlertid ikke helt komplett. Den dynamiske plasseringen av ledninger på en mast ettersom brukeren velger hvilke fastavspente ledninger masten skal bære er for eksempel ikke implementert.

Før programmet tas i endelig bruk hadde det vært nyttig med en ekstern kvalitetssikring. Det foreslås at postdoktor og forsker på kontaktledningsanlegg, Petter Røe Nåvik foretar en uavhengig kontroll av beregningsverktøyet *KL-mast* i samarbeid med veileder Rønnquist og doktorgradstipendiat Gunnstein Thomas Frøseth ved institutt for konstruksjonsteknikk, NTNU.

Helt til slutt må nøkkelpersonell på kontaktledningsanlegg i Bane NOR teste programmet. Oppgaven rettes spesielt til ingeniørene Bjørn Ivar Olsen, Thor Egil Thoresen, Mirza Porobic og Stanislav Pika. Ved testing anbefales det å støtte seg til .html-dokumentasjonen.

5.1.2 Tilbakeblikk

Hva kunne vært gjort annerledes?

I startfasen ble Visual Basic koden bak *KL_fund* sett på som fastiten for hvordan et program skulle se ut. Derfor bærer inputparametrene i KL-mast preg av å være en ukritisk kopi av Oddbjørn Jordes program. Det kunne for eksempel vært implementert en inputparameter for å definere hvorvidt en mast står i inner- eller ytterkurve.

Vedrørende vertikale laster på master vises det til avsnitt 2.3, der det ble vist til en funksjonalitet for å regne med en høydeforskjell for fastavspente ledninger mellom nabomaster. Høydeforskjellen Δh_i vil kunne innføre et aksialkraftbidrag på masten. Her antas det forenklet at denne differansen gjelder for *alle* ledninger. I praksis vil det kanskje ikke være likt, derfor bes det om at denne parameteren brukes med omhu. Sammenlignet med typiske aksialkrefter i masten vil dette bidraget være lite. Dessuten er det ytterst sjelden at aksialkraftkapasiteten til masten blir dimensjonerende.

Til vårt forsvar må det tas i betraktning at vi ikke hadde noen som helst bakgrunnsinformasjon om jernbanen eller kontaktledningsanlegget. Det er ingen obligatoriske jernbanefag i den generelle utdannelsen av sivilingeniører ved NTNU i Trondheim. Bakgrunnen for å ta fatt på denne masteroppgaven var med andre ord basert på den iboende egeninteressen for jernbane og programmering.

Det er vanskelig å undervurdere hvor mye tid som er brukt på å forså Visual Basic koden til *KL_fund* samt å lære seg fordelene ved objektorientert programmering. Selv om både Python og Visual Basic var en tidstyv i oppstartsfasen, har ikke de konstruksjonstekniske antagelsene i *KL_fund* fått gå upåaktet hen. I det følgende skal det foreslås konkrete tiltak for videre arbeid med programmet – både på kort- og lang sikt.

5.2 Videre arbeid

En rekke beregningsprogram har blitt utviklet på NTNU – likevel abonnerer institutt for konstruksjonsteknikk i Trondheim på kommersiell software à la programmet ABAQUS. Årsaken til dette er at kommersiell software inkluderer videreutvikling av “datapakken” ved at utvikleren oppdaterer programmet i henhold til gjeldende state-of-the-art forskning.

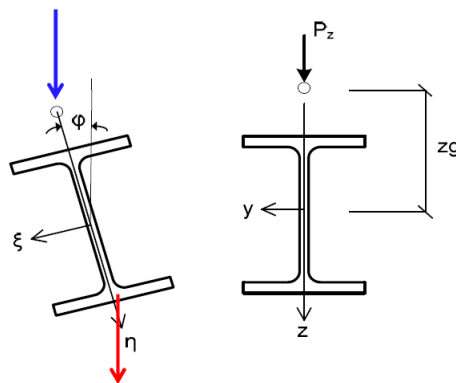
Parallelt er det viktig å sikre kontinuitet i videreutviklingen av beregningsprogrammet KL-mast. Akkurat som at NTNU ønsket et elementmetodeprogram oppdatert på element-

metodeteknologi, er det viktig at Bane NORs KL-software er oppdatert på gjeldende teknisk regelverk. Derfor er det lagt ned mye arbeid i å generalisere beregningsprosedyrene fra *KL_fund*. Koden er skrevet med tanke på at det skal være lett å videreutvikle programmet. Men til tross for at KL-mast hever Bane NORs beregningsverktøy til et høyere nivå, har programmet forbedringspotensialer.

5.2.1 Kortsiktige mål

Det skal presiseres at hovedfokuset i denne oppgaven har vært å få den nye programvaren til å kjøre riktig. Tiden har ikke strukket til for å studere hver enkelt konstruksjonstekniske antagelse bak programmets kode i detalj. De kortsiktige målene dreier seg derfor i all hovedsak om svakt begrunnede antagelser. Kortsiktige mål representerer aspekter ved *KL-mast* som lett kan forbedres enten gjennom en eventuell sommerjobb, eller som en fortsettelse av denne masteroppgaven for neste års masterstudenter.

Lastangrepspunkt



Figur 5.1: Lastens angrepspunkt (Larsen, 2010, s.221).

I kapittel 2.7 ble parameteren z_g for utregning av mastens kritiske momentkapasitet introdusert. Figur 5.1 viser hvordan z_g angir lastangrepspunktet i forhold til skjærsenteret. $z_g > 0$ for den blå, mens $z_g < 0$ for den røde kraftpilen i figur 5.1. Årsaken til dette er at når lasten virker *mot* skjærsenteret vil bjelken i figur 5.1 få et større drivende moment. Når bjelken vipper ut vil kraften på underflensen virke stabiliserende, mens den blå belastningen vil være destabiliserende.

I KL-mast antas det at $z_g = 0$: lastene angriper i mastenes skjærsenter. Dette er en forenkling. Lastene innføres både på baksiden, fremsiden og i toppen av mastene. Det hersker imidlertid usikkerhet rundt hvorvidt denne antagelsen er god. Strekraften fra en bardun på en avspenningsmast kan for eksempel umulig angripe i tverrsnittets skjærsenter.

En annen verdi for z_g vil gi et annet relativt dimensjonsløst kritisk moment μ_{cr} som igjen vil kunne føre til at det kritiske vippemomentet blir annerledes. Dersom M_{cr} øker, reduseres den relative slankheten med hensyn til vipping. En redusert relativ slankhet medfører en lavere momentkapasitet – det vil si en høyere reduksjonsfaktor χ_{LT} (Eurokode3, 2008, s.61). Momentbelastning av kontaktledningsmastene langs jernbanen er normalt dimensjonerende. En økning eller reduksjon av mastenes momentkapasitet kan være av avgjørende betydning.

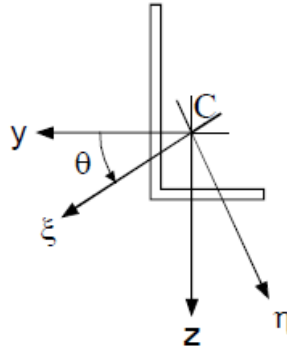
En grundigere analyse av lastenes angrepspunkt på mastene kunne med fordel ha vært gjennomført for å få bekreftet hvorvidt antagelsen $z_g = 0$ faktisk stemmer med virkeligheten.

Knekningsberegninger

Det er et paradoks at H-masten kontrolleres for knekking av både vinkelprofilen og diagonalen, mens det for B-masten kun kontrolleres knekking av UNP-profilen. Det foretas altså ingen knekningsanalyse av diagonalene i B-masten. Dette kan være en relevant sjekk å implementere for bruddgrensetilstanden til B-master.

Det er et krav at nøytralaksen må gå gjennom tverrsnittets tyngdepunkt for at profilen skal være i likevekt. Nøytralaksen til I-profiler er enkelt å bestemme. For asymmetriske tverrsnitt derimot kan nøytralaksen selv for énaksial bøyning være vanskelig å beregne. En rotasjon om for eksempel y-aksen for et L-tverrsnitt vil gi momenter om både y- og z-aksen, se figur 5.2 (Larsen et al., 2012, s.1). Hvis et moment M_y påsettes et asymmetrisk tverrsnitt vil spenninger som er avhengige av både y- og z-koordinaten oppstå (Larsen et al., 2012, s.3).

Det kan defineres ett, og bare ett, sett med hovedakser for et asymmetrisk tverrsnitt. Bøyning om én av hovedaksene til et tverrsnitt vil ikke gi noen spenningsvariasjon langs den andre. Dette innebærer at bøyning om en av hovedaksene vil være enaksiell. Transformasjonen fra y- og z-aksen til hovedaksene ξ og η kan bestemmes ut i fra følgende uttrykk



Figur 5.2: L-profil utsatt for biaksial bøyning (Larsen et al., 2012, s.1).

(Larsen et al., 2012, s.3):

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Annet arealmoment for L-profilet om de roterte hovedaksene blir (Larsen et al., 2012, s.3):

$$\begin{aligned} I_{\xi} &= \int_A \eta^2 dA = \int_A (y^2 \sin^2\theta - 2yz \sin\theta \cos\theta + z^2 \cos^2\theta) dA \\ I_{\xi} &= \dots = I_y \cos^2\theta + I_z \sin^2\theta - I_{yz} \sin 2\theta \end{aligned} \quad (5.2)$$

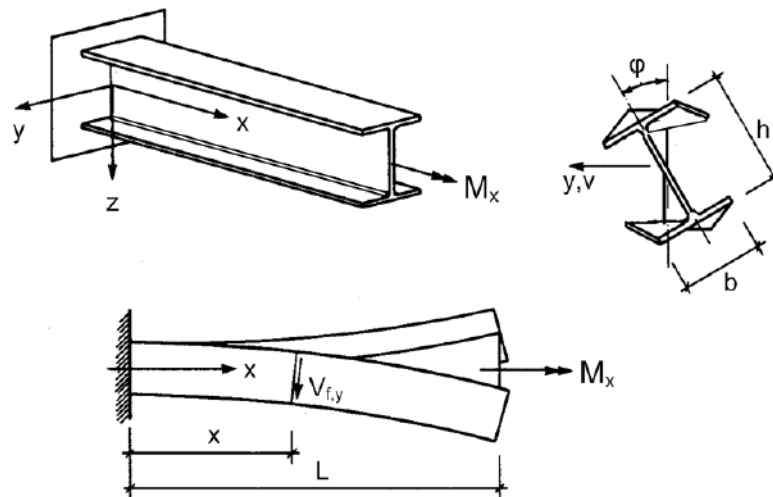
Her er I_{yz} tverrsnittets sentrifugalmoment. Dette vil kun være en nødvendig parameter dersom tverrsnittet ikke har noen symmetriakse.

$$\begin{aligned} I_{\eta} &= \int_A \xi^2 dA = \int_A (y^2 \cos^2\theta - 2yz \sin\theta \cos\theta + z^2 \sin^2\theta) dA \\ I_{\eta} &= \dots = I_y \sin^2\theta + I_z \cos^2\theta + I_{yz} \sin 2\theta \end{aligned} \quad (5.3)$$

For et vinkelprofil L 70x7 er for eksempel $I_y = 424 \cdot 10^3 \text{ mm}^4 \gg I_{\eta} = 176 \cdot 10^3 \text{ mm}^4$ (Larsen et al., 1997, s.20). Når knekking for L-profilene i H-mastene beregnes bør annet arealmoment til den svakeste av de transformerte hovedaksene brukes – ikke annet arealmoment for y- eller z-aksen.

Torsjonsmomentet

Det er bemerkverdig at det dimensjonerende torsjonsmomentet *ikke* inngår i kapasitetsberegningen av mastene. Selv om torsjonsmomentet i svært mange tilfeller vil være forsvinnende lite, kan for en ulykkeslast – for eksempel når én kontaktledning ryker på en mast med to utliggere – bli en nevneverdig belastning på masten.



Figur 5.3: Torsjonsdeformasjoner i utkragerbjelke (Larsen, 2010, s.140).

Bjelmastene brukes stadig oftere på nye jernbanestrekker. Eksempel 4.9 i læreboken *Dimensjonering av stålkonstruksjoner* av Per Kristian Larsen påpekes det at I-profiler er sensitive for torsjonsbelastning (Larsen, 2010, s.145). I figur 5.3 deformeres en generatrise i flensen som en skrueinje, da innspenningen er hvelvningsforhindret. Torsjonsmomentet gir krumning av flensene i sitt eget plan. Flensene får både skjær- og normalspenninger (Larsen, 2010, s.140).

Like randbetingelser som vist i figur 5.3 er rimelig å anta også for nye bjelkemaster langs jernbanen. Figur 5.4 viser hvordan en HE240B-mast er sveist til fotplaten i Klettbakkene utenfor Trondheim. For bjelkemaster kan torsjonsbelastninger ved ulykkeslaster gi en stor torsjonsvinkel som igjen vil kunne bety uheldig rotasjon av masten, antydnet i figur 5.3.

I kapittel 2.1 ble det nevnt at både fundamentet og fotplaten har tilstrekkelig kapasitet. Det er imidlertid ingen hindre i veien for å utvide KL-mast med en funksjonalitet for å dimensjonere bolter – hvis ønskelig.



Figur 5.4: HE240B-mast i Klettbakkene.

Ny utliggerkonstruksjon

Hvis opplegget for tunnelutliggerer kan regnes som en bjelke vil det være trivielt å utvide KL-mast med en logikk for å dimensjonere tunnelutliggerer. Denne funksjonaliteten innebærer at masteklassen i kapittel 3.2.4 må utvides med tverrsnittsdata for tunnelutliggeropplegg. Ellers må beregningsprosedyren beskrevet med pseudokoden i figur 3.10 modifiseres, da lastene på tunnelutligger blir annerledes en for ordinære kontaktledningsmaster. I `beregning.py` vil det for eksempel ikke være nødvendig å kontrollere kapasiteten for tunnelutliggeren for tre forskjellige vindretninger.

Likeledes kan tverrsnittsdata for den nye NT-utliggeren enkelt legges inn i systemklassen beskrevet i kapittel 3.2.2. Det innebærer at tilhørende gyldige sikksakk-mål må legges inn i programkoden.

Master bytter side av sporet ... igjen

Programmet kan ikke beregne på tilfellet der både foregående og neste mast står på motsatt side av sporet. Foruten et ekstra felt i `.ini`-filen vil implementasjon av slike beregninger kreve en modifisering av ligninger for sidekrefter i `laster.py` for å ta hensyn til økt utslagsvinkel i begge sporretninger for fastavspente ledninger påsatt systemet.

Bardunering av fastavspente ledninger

Når brukeren av KL-mast kan velge om kontaktledningsmasten skal barduneres eller ikke, dreier det seg om hvorvidt fiksavspenning- eller avspenningsmasten skal barduneres. I forbindelse med en ekskursjon på Trønderbanen ble det imidlertid observert at flere fastavspente ledninger barduneres. Selv om kun kreosotbehandlede tremaster ble observert med bardun, kan det godt tenkes at dette også kan gjelde for stålmaster. Denne kapabiliteten er *ikke* lagt til i programmet, men det betyr ikke at det ikke kan gjøres.

Utvidet funksjonalitet for brukerdefinerte laster

I nåværende utgave av KL-mast kan bruker kun velge å påføre systemet én vilkårlig last i form av et Kraft-objekt samt effektivt areal for vindlast. Typisk anvendelse av denne funksjonen er tiltenkt ved ettermontering av ekstraustyr på masten, for eksempel et skilt. Her vil det gjerne være ønskelig å ta hensyn til et effektivt areal i horisontalplanet for påsetting av snølast. En slik funksjon vil datateknisk sett være lett å implementere, men krever at det finnes informasjon om hvilken lastintensitet i $\frac{N}{m^2}$ en kan forvente på et slikt areal av vilkårlig form. Det er heller ingenting i veien for å implementere muligheten for å påføre masten et vilkårlig antall slike brukerdefinerte laster. Programmeringsteknisk innebærer dette å åpne for at .ini-filen registrerer flere laster samtidig, som så påsettes sekvensielt i beregningsprosedyren. Videre må da også brukergrensesnittet utvides for å gjøre det enkelt å holde styr på hvilke laster som er påført systemet. Grafisk visualisering vil her kunne være til stor hjelp.

Ferdigstillelse av brukergrensesnitt

Førsteprioritet ved denne masteroppgaven har vært å utvikle et mest mulig robust og vel-dokumentert kodegrunnlag for effektive og nøyaktige beregninger av krefter og forskyvninger på kontaktledningsmaster. Utviklingen av brukergrensesnittet ble dermed ansett som sekundært i forhold til å oppnå dette. Slik programmet fungerer i dag mangler en del funksjoner for å legge til rette for en enkel og brukervennlig opplevelse. Følgende elementer anbefales implementert for å sikre dette:

- **Verifikasjon av programtilstand:** Funksjon som sikrer at inputparametrene på skjermen alltid representerer en gyldig programtilstand, eksempelvis ved å sjekke kombinasjon av fastavspente ledninger og monteringshøyden av disse.

- **Grafisk representasjon av mast:** Dynamisk grafikk som oppdateres automatisk ettersom ledninger påsettes/fjernes eller mastefunksjoner endres. Kan med fordel også implementeres for visning av brukerdefinert last inkludert vindfang.
- **Skalerbart grensesnitt:** Muligheten til å zoome inn/ut i brukergrensesnittet, samt tilpasse vinduets innhold ettersom størrelsen endres.
- **Hurtigtaster:** Mulighet for å kontrollere flere av programmets egenskaper via hurtigtaster, for å bedre arbeidsflyten til den rutinerde bruker.
- **Maler for grunntilstand:** Opprettelse og lagring av maler for inputparametrenes verdi ved oppstart, samt mulighet for å tilbake stille til denne tilstanden uten å avslutte programmet.

5.2.2 Langsiktige mål

De langsiktige målene peker alle i samme retning om å samkjøre dimensjoneringen av kontaktledningsanlegget i én og samme programvare. I første rekke hadde det vært fordelaktig å omprogrammere *Fundamast* til Python. Ettersom KL-mast er et modulært system, der dataen er kapslet inn i objekter, er det nå kun en eventuell mangel på programmeringskunnskap som hindrer Bane NOR i å samkjøre disse programmene.

Ideelt sett kunne man utvidet platformen i Python ytterligere ved å innlemme CanDrop i en total datapakke for dimensjonering av kontaktledningsmaster langs jernbanen. Det ville naturligvis også vært en fordel å kunne dimensjonere åk med KL-mast. Isåfall må beregningsgrunnlaget utvides med elementær matrisestatikk. Portalrammens randbetingelser og frihetsgrader må identifiseres og stivheten til rigelen defineres. Basert på den grunnleggende sammenhengen $\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{R}$ kunne man for et gitt forskyvningsmønster ha funnet portalrammens stivhetsmatrise \mathbf{K} og dermed bestemt krefter \mathbf{R} i rammens knutepunkter.

Beregning av fullstendig mastestrekke

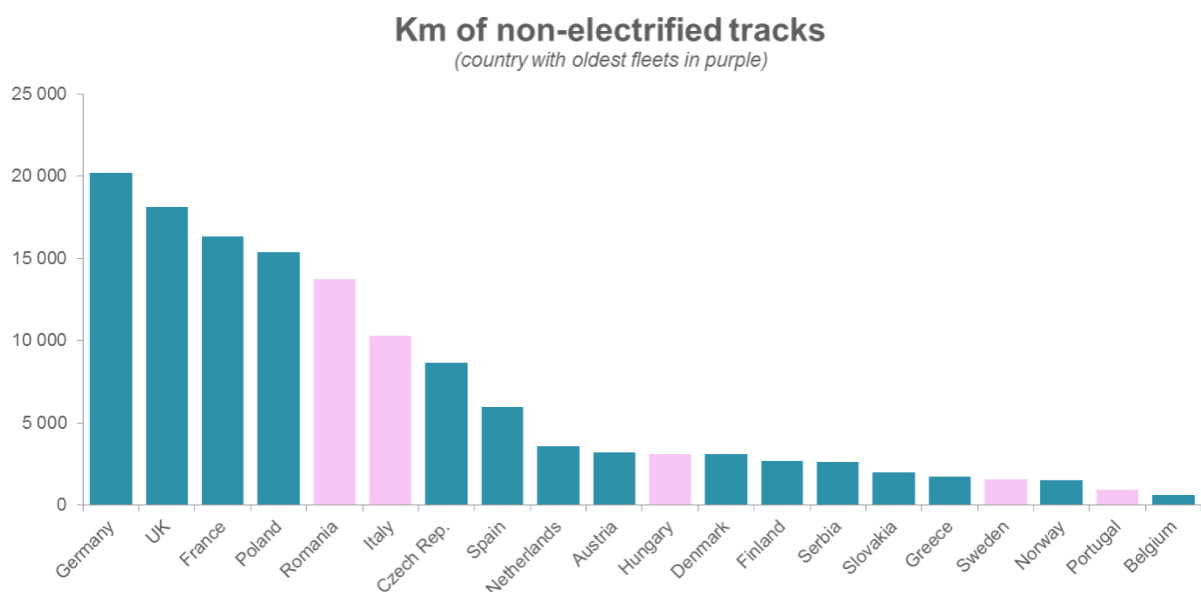
Nåværende utgave av KL-mast regner, som sin forgjenger *KL_fund*, kun på én og én mast av gangen. I praksis vil ikke masten stå alene, men være en del av en seksjonslengde – et mastestrekke. Det ville dermed kunne effektivisere dimensjoneringsprosessen betraktelig dersom en kunne dimensjonere flere master av gangen. En naturlig inndeling av systemet

kontaktledningsmasten er en del av vil være et mastestrekke som følger en individuell kontaktledning fra én avspenningsmast til den neste. Ved implementasjon av beregning av et fullstendig mastestrekke vil konstruktøren dermed kunne beregne master for et sporstrekke på 1500-1600 m av gangen, en drastisk forbedring av de maksimalt 75 m slik det foreligger i dag.

KL-mast åpner for enkel implementasjon av denne funksjonen ved at selve beregningsprosedyren er totalt uavhengig av brukergrensesnittet for å fungere. En kan dermed visualisere seg en løsning hvor ferdig verifiserte .ini-filer, som er programmets *eneste* krav for å fungere, mates sekvensielt inn i beregningsprosedyren. Dette kan oppnås ved å styre programmets main-modul via et skript som oppretter flere .ini-filer og automatisk sender dem videre til main-modulen, for så å behandle og sortere returnert data. Den største utfordringen ved en slik implementasjon vil være å lage et brukergrensesnitt som enkelt lar brukeren definere parametre for mange master samtidig, uten at det hele blir rotete og tungvint å bruke.

Framblikk

Selv om Norge er mer enn selvforsynt på fornybar elektrisk energi er ikke alle jernbanestrekninger elektrifisert. Snarere tvert i mot gjenstår det å elektrifisere nærmere 30% av av den norske jernbanen. På Røros-, Nordlands-, Rauma- og Trønderbanen kjører dieseldrevne lokomotiver.



Figur 5.5: Oversikt over andel ikke-elektrifisert jernbane i Europa (Valmot, 2017)

Potensialet for et beregningsprogram for dimensjonering av kontaktlendningsmaster favner videre enn Norge. I figur 5.5 er tilstanden til den europeiske jernbaneflåten vist. Dersom Bane NOR er tilfreds med det nye beregningsvrktøyet kan det tenkes at KL-mast kan introduseres også i andre land på det europeisk kontinentet.

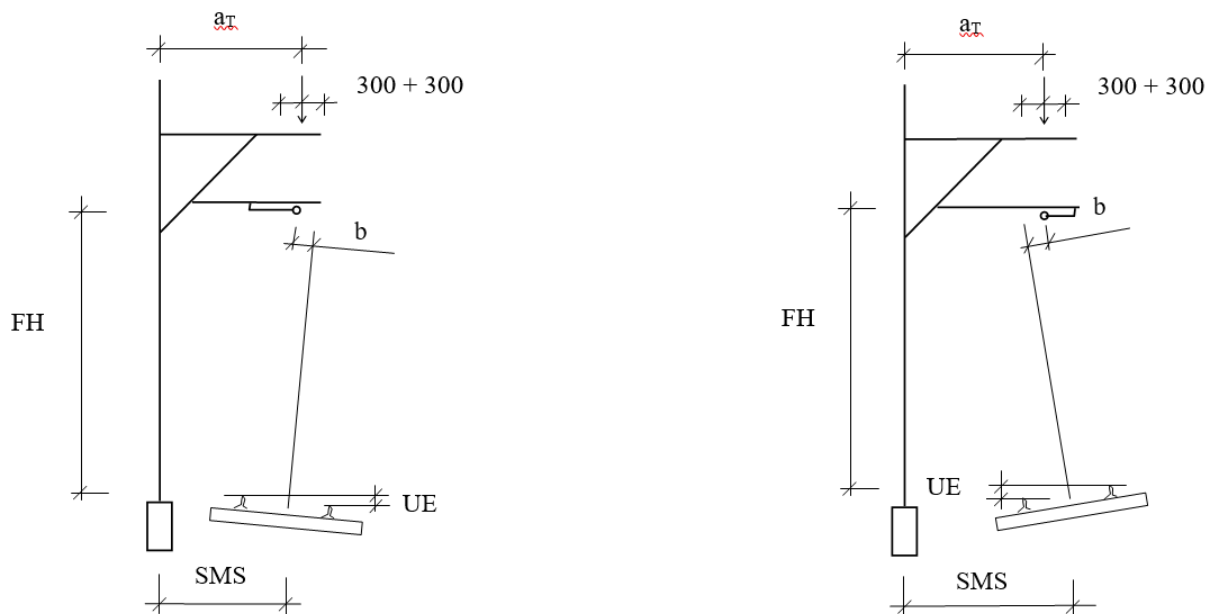
Regelverket er det samme – men små modifikasjoner i programkoden må kunne justeres. Det vil kunne være andre lokale bestemmelser hva gjelder islast og høyfjellsgrenser. Modifiserbare parametre som sikksakk og maksimal tillatt masteavstand vil dessuten også kunne variere fra land til land. Gitt at KL-mast blir en suksess kunne det vært interessant å introdusere programvaren internasjonalt.

Tillegg A

Tillegg

Dette vedlegget inneholder:

1. Beregning av en HE200B kontaktledningsmast med strekkutligger
2. Bjelkeformler
3. Resultattabell med forskyvningsbidrag fra utliggerkonstruksjonen
4. Tegning, H-mast
5. Tegning, B-mast



Figur A.1: Strekkutligger til venstre, trykkutligger til høyde (Jorde, 2007, s.32).

Generelt

Ut i fra sporets kurvatur R kan kontakttrådens sikksakk b , sporets overhøyde UE samt momentarmen a_T til utliggerkonstruksjonen bestemmes. Vindlasten på masten vil avhenge av hvorvidt brukeren ønsker å dimensjonere masten i henhold til Eurokode (EC), eller bransjestandard (NEK).

Momentarm

Momentarmen for kontakledningen avhenger av om det er en strekk- eller trykkutligger. SIEMENS (1993, s.65) har definert momentarmen for henholdsvis strekk- og trykkutligger som følger:

$$a_T = SMS + \frac{UE}{1435} \cdot FH - |b| \pm 0,3 \quad (\text{A.1})$$

$$a'_T = SMS - \frac{UE}{1435} \cdot FH + |b| \pm 0,3 \quad (\text{A.2})$$

UE i ligning A.1 og A.2 er sporets overhøyde i mm , se figur A.1. Nevneren i ligningene er avstanden mellom togskindene i mm .

Figur A.2: Overhøyden UE (Jorde, 2007, s.32).

Radius (m)	Uendelig	20000	10000	7000	5000	4000	3500	3000	2700	2400	2000	1800	1600	1500
Overhøgde (mm)	0	0	0	20	40	50	60	70	80	90	100	110	110	110

Radius (m)	1400	1300	1200	1100	1000	900	800	700	600	500	400	300	250	180
Overhøgde (mm)	110	115	120	120	135	150	150	150	150	150	150	150	150	150

Figur A.3: Kontakttrådens sikksakk b (Jorde, 2007, s.49).

Radius R (m)	System 20A Sikksakk		System 20B Sikksakk		System 25 Sikksakk		System 35 Sikksakk		Overhøgde (mm)
	B1 (m)	B2 (m)	B1 (m)	B2 (m)	B1 (m)	B2 (m)	B1 (m)	B2 (m)	
Uendelig	-0,3	0,3	-0,3	0,3	-0,3	0,3	-0,4	0,4	0
20000	-0,3	0,3	-0,3	0,3	-0,3	0,25	-0,4	0,4	0
10000	-0,3	0,3	-0,3	0,3	-0,3	0,22	-0,4	0,4	0
7000	-0,3	0,3	-0,3	0,3	-0,3	0,19	-0,4	0,4	20
5000	-0,3	0,3	-0,3	0,3	-0,3	0,28	-0,4	0,4	40
4000	-0,3	-0,2	-0,3	-0,2	-0,3	-0,02	-0,2	-0,2	50
3500	-0,3	-0,1	-0,3	-0,1	-0,3	-0,07	-0,2	-0,2	60
3000	-0,3	-0,1	-0,3	-0,1	-0,3	-0,13	-0,2	-0,2	70
2700	-0,3	-0,1	-0,3	-0,1	-0,3	-0,13	-0,2	-0,2	80
2400	-0,3	-0,1	-0,3	-0,1	-0,3	-0,16	-0,2	-0,2	90
2000	-0,3	-0,15	-0,3	-0,15	-0,3	-0,22	-0,2	-0,2	100
1800	-0,3	-0,15	-0,3	-0,15	-0,3	-0,29	-0,2	-0,2	110
1600	-0,3	-0,2	-0,3	-0,2	-0,3	-0,3	-0,2	-0,2	110
1500	-0,3	-0,2	-0,3	-0,2	-0,3	-0,3	-0,2	-0,2	110
1400	-0,3	-0,25	-0,3	-0,25	-0,3	-0,3	-0,4	-0,4	110
1300	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4	-0,4	115
1200	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4	-0,4	120
1100	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4	-0,4	120
1000	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4	-0,4	135
900	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4	-0,4	150
800	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4	-0,4	150
700	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4	-0,4	150
600	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4	-0,4	150
500	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4	-0,4	150
400	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4	-0,4	150
300	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4	-0,4	150
250	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4	-0,4	150
180	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4	-0,4	150

Overhøyde

Sporets overhøyde kan bestemmes ut i fra kurvaturen R , se tabell A.2.

Sikksakk

Kontakttrådens sikksakk avhenger også av radius R og bestemmes med tabellen i figur A.3.

System 20A

Tabellen i figur A.4 inneholder relevant tverrsnittsdata for S20A utliggeren.

Figur A.4: Informasjon for S20A (Jorde, 2007, s.27).

System 20 A	Type	Egenvekt (N/m)	Diameter (mm)	Tverrsnitt (mm ²)	Strekk i loddavsp. ledninger og fixline (kN)	Max. tillatt spenning i fastavsp. ledninger (N/mm ²)
Bæreline	Bz II 50/19	4,37	9,0	48,35	10	
Kontakttråd	Ri 100 Cu	8,9	12,0	100	10	
Fixline	Bz II 50/19	4,37	9,0	48,35	10	
Forbigangsledning	Al 240/61	6,7	20,3	222,35		50
Returledning	Al 240/61 m/isolasjon	9,2	25	242,54		50
Mate-/fjernledning	SAHF 120 26/7	7,77	19,38	222,35		95
Y-line ¹⁾	Bz II 35/7	3,10	7,5	34,36		
Hengetråd ²⁾	Bz II 10/49	0,53	4,5	9,6		
AT-ledninger	Al 400-37 uisolert	10,31	25,34	381		50
	Al 240-19 uisolert	6,46	20	238,76		50
	Al 150-19 uisolert	4,07	15,9	150,90		50
	BLX-T 241-19 isolert	8,13	26,1	241		80
	BLX-T 209,9-19 isolert	7,91	25,8	209		80
	BLX-T 111,3-7 isolert	4,71	20,4	111		80
Jordledning	KHF 70	6,23	10,7	70		125
	KHF95	8,44	12,6	95		125

- 1) Lengde Y-line = 14 m for kurveradius $R \geq 800$ m
- 2) For vindberegning: Det regnes med 8 meter hengetråd for et 60 meter langt mastefelt. Ved andre masteavstander finnes lengde av hengetråd ved å ekstrapolere lineært.

Vindlast - EC

Vindbelastningen bestemmes med EC 1-4. Beregningen tar utgangspunkt i stedets basisvindhastighet v_b (Eurokode1, 2005, tab NA.1.4). Det antas videre terrengkategori II i figur A.5 samt at basisvindhastigheten tar hensyn til terrengets ruhet slik at $c_0 = 1,0$. Luftens densitet settes lik $\rho = 1,25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

$$c_r = k_r \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)$$

Middelvindhastigheten v_m ved masten kan bestemmes med ligning (4.1) i EC 1-4 (Eurokode1, 2005, s.16). Basisvindhastighetstrykket q_m blir dermed:

$$v_m = c_r(z) \cdot c_0 \cdot v_b$$

$$q_m = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_m^2$$

Det dimensjonerende vindkasthastighetstrykket tar hensyn til vindens turbulens, I_v . Ligning (4.7) i Eurokode1 (2005, s.18) gir:

Figur A.5: Terrenkategorier og terrenkparametre (Eurokode1, 2005, s.17).

Terrenkategori		z_0 m	z_{min} m
0	Kyststrøk som er eksponert for åpent hav	0,003	1
I	Innsjøer eller flatt og horisontalt område med lite vegetasjon og uten hindringer	0,01	1
II	Område med lav vegetasjon som gress og spredte hindringer (trær, bygninger) med avstand minst 20 ganger deres høyde	0,05	2
III	Område med vegetasjon eller bygninger eller med spredte hindringer med avstand minst 20 ganger deres høyde (landsbyer, forstadsterreng, permanent skog)	0,3	5
IV	Område der minst 15 % av overflaten er dekket av bygninger, og deres gjennomsnittlige høyde overskrider 15 m	1,0	10
MERKNAD Terrenkategoriene er illustrert i A.1.			

$$I_v = \frac{k_l}{c_0(z) \cdot \ln \frac{z}{z_0}}$$

Det dimensjonerende vindkasthastighetstrykket i $\frac{N}{m^2}$ blir dermed (Eurokode1, 2005, s.19):

$$q_p = [1 + 7 \cdot I_v(z)] \cdot q_m \quad (\text{A.3})$$

For å bestemme vindlasten på masten og ledninger må det bestemmes et referanseareal på A_{ref} angitt i $\frac{m^2}{m}$. A_{ref} for master er summen av projeksjonsarealene av staver og knutepunkter projisert vinkelrett på vindretningen (Jorde, 2007, s.43). Dette er definert for alle master. Referansearealet for ledninger antas lik ledningens diameter i m multiplisert med én meter lengde. Det tas *ikke* hensyn til ledningens økning i diameter ved islast.

Videre antas det en vindkraftfaktor c_f – en funksjon av vindretning og massivetsforholdet til masten. $c_f = 2,2$ for master og $c_f = 1,1$ for ledninger. Vindlasten på mast og ledninger i henhold til Eurokode1 (2005) blir dermed:

$$q = q_p \cdot c_f \cdot A_{ref} \quad (\text{A.4})$$

Vindlast - NEK

I NEK EN 50119 er det oppgitt at vindbelastningen på kontaktledningsmastene kan bestemmes med metoden definert i standarden, eller med prosedyren gitt i EC 1-4, terrengkategori II.

Det dynamiske vindtrykket er i henhold til ligning (6) i NEK 50119 (EN50119, 2009, s.37):

$$q_K = \frac{1}{2} G_q \times G_t \times \rho V_R^2$$

G_q , gust respons faktoren, settes lik 2,05. Terrengfaktoren $G_t = 1,0$. ρ er luftens densitet, mens V_R er stedaktuell referansevindhastighet.

Vindlasten på ledninger bestemmes med uttrykket:

$$Q_{WC} = q_K \times G_C \times d \times C_C \times \frac{L_1 + L_2}{2} \times \cos^2 \phi \quad (\text{A.5})$$

ϕ er vindretningen. For vindbelastning fra masten mot sporet settes ϕ lik null. $G_C = 0,75$ er responsfaktoren til ledninger, mens d er diameteren til ledningen. $C_C = 1,0$ er dragfaktoren. L_i angir masteavstanden til forrige og neste mast.

I motsetning til EC-beregninger tas det med NEK hensyn til økt diameter på ledninger for kombinert lastvirkning av vind- og islast. EN50125 (2002) foreslår en ekvivalent diameter for ledninger lik:

$$D_I = \sqrt{d^2 + \frac{4G'_{ice}}{\pi \cdot \rho_I}}$$

d er ledningens isfrie diameter i m . G'_{ice} er karakteristisk islast i $\frac{N}{m}$, mens ρ_I er islastens densitet. Svein M. Fikke, meteorologisk konsulent i Metconsult og medforfatter av standarden ISO12494 *Atmospheric icing of structures*, foreslår konservativt at $\rho_I = 500 \frac{kg}{m^3}$.

I NEK 50119 skilles det mellom vindlast på H- og vindlast på bjelke og B-mast. Vindbelastningen på en bjelke- eller B-mast bestemmes med følgende uttrykk (EN50119, 2009, s.40):

$$Q_{W,str} = q_K \times G_{str} \times C_{str} \times A_{str} \quad (\text{A.6})$$

Der $G_{str} = 1,0$ for typiske kontaktledningsmaster av stål. Konstanten er mastens reso-

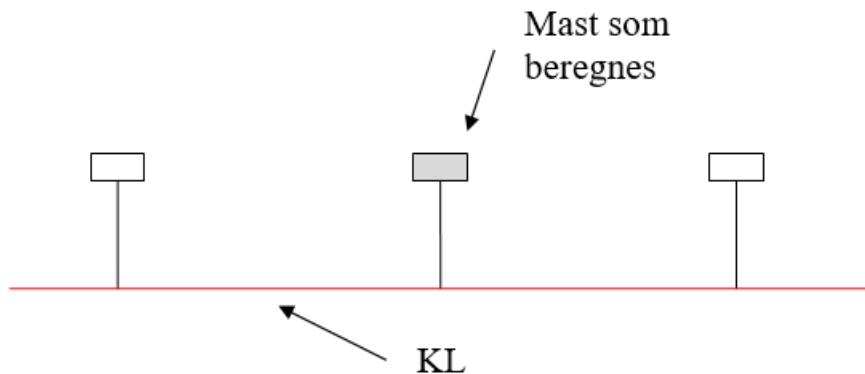
nansfaktor. C_{str} er dragfaktoren til masten. Denne avhenger av formen og ruheten til masten. A_{str} er det projiserte arealet av masten.

Vindlasten på H-masten bestemmes med følgende uttrykk, der ϕ er vindens innfallsretning:

$$Q_{Wt} = q_K \times G_{lat}(1 + 0.2 \sin^2 2\phi)(C_{lat1} \times A_{lat1} \cos^2 \phi + C_{lat2} \times A_{lat2} \sin^2 \phi)$$

For Bane NORs H-master gjelder det at $A_{lat} = A_{lat1} = A_{lat2}$ og $C_{lat} = C_{lat1} = C_{lat2}$ på grunn av mastens symmetri. Ved å bruke den trigonometriske identiteten $\sin^2 + \cos^2 = 1$ kan uttrykket for vinlasten på H-masten forenkles til:

$$Q_{Wt} = q_K \times G_{lat} \times C_{lat} \times A_{lat}(1, 0 + 0.2 \sin^2 2\phi) \tag{A.7}$$



Figur A.6: Enkel linjemast uten fastavspente ledninger (Jorde, 2007, s.9).

A.1 Enkel strekkutligger

Figur A.6 viser skjematisk hva slags type mast som skal beregnes. Følgende parametre vil bestemme lasten på masten:

- Mastetype: HE200B
- Utligger: S20A – strekkutligger
- Geometriske data: $H = 8,0m$; $FH = 5,7m$; $SH = 1,6m$; $SMS = 3,5m$
- Masteavstander: $l_i = l_{i+1} = 63m$
- Radius: $R = 1300m$

Momentarmen a_T for en strekkutligger kan bestemmes med formel A.1:

$$a_T = 3,5 + \frac{115}{1435} \cdot 5,7 - 0,3 = 3,66m$$

Her er overhøyden UE hentet fra tabellen i figur A.2. Sikksaket $b_1 = b_2 = -0,3m$ er bestemt fra tabellen for system S20A i tabellen i figur A.3.

Egenvekt

Fordi $R > 800m$ vil kontaktråden for system 20A ha Y-line. Ellers er alle relevante data for S20A utliggeren gitt i tabellen i figur A.4. Aksialbelastningen av masten blir:

$$\begin{aligned}
 N_{mast} &= 613 \frac{N}{m} \cdot 8m = 4,90kN \\
 N_{utligger} &= 170 \frac{N}{m} \cdot a_T = 0,62kN \\
 N_{KT} &= 8,9 \frac{N}{m} \cdot 63m = 0,56kN \\
 N_B &= 4,37 \frac{N}{m} \cdot 63m = 0,28kN \\
 N_{Henge} &= 0,53 \frac{N}{m} \cdot 8m \cdot \frac{63m}{60m} = 4N \\
 N_{Y-line} &= 3,1 \frac{N}{m} \cdot 14m = 0,56kN \\
 \\
 N_G &= 6,41kN \tag{A.8}
 \end{aligned}$$

Momentbidrag fra egenvekt:

$$\begin{aligned}
 M_{utligger} &= N_{utligger} \cdot 0,35 \cdot a_T = 0,76kNm \\
 M_{KT} &= N_{KT} \cdot a_T = 2,05kNm \\
 M_B &= N_B \cdot a_T = 1,01kNm \\
 M_{Henge} &= N_{Henge} \cdot a_T = 0,01kNm \\
 M_{Y-line} &= N_{Y-line} \cdot a_T = 0,16kNm \\
 \\
 M_G &= M_{utligger} + M_{KT} + M_B + M_{Henge} + M_{Y-line} = 3,99kNm \tag{A.9}
 \end{aligned}$$

Strekraft

I figur A.4 opplyses det om at $S_{KT} = S_B = 10kN$. Fra A.3 vet vi at $b_1 = b_2 = -0,3m$. Dermed forsvinner sidekraftbidraget på grunn av kontaktrådens sikksakk. Sidekraften på masten for bærelinen og kontaktråden blir det samme, da ledningene er strukket opp med samme strekkraft.

$$V_{KT} = V_B = 10kN \cdot \frac{63m}{1300m} = 0,49kN$$

Den totale sidekraften på grunn av de loddavspente ledningene blir dermed:

$$V_L = V_{KT} + V_B = 0,98kN \quad (\text{A.10})$$

Bidragene til momentet blir ulikt da ledningene virker i ulik høyde:

$$M_{KT} = V_{KT} \cdot FH = 2,76kNm$$

$$M_B = V_B \cdot (FH + SH) = 3,54kNm$$

Det totale momentbidraget på masten fra de loddavspente ledningene blir dermed:

$$M_L = 6,30kNm \quad (\text{A.11})$$

Vindlast på mast

Vindlasten på masten antas som en jevnt fordelt, kvadratisk last. Det velges en basisvindhastighet på $v_b = 22m/s$. Ligning A.3 gir det dimensjonerende vindkasthastighetstrykket i henhold til Eurokode-beregning: $q_p = 669,14 \frac{N}{m^2}$.

For en bjelkemast av typen HE200B antas det et referanseareal på $A_{ref} = 0,20 \frac{m^2}{m}$. Med en vindkraftfaktor lik $c_f = 2,2$ kan vindbelastningen på masten bestemmes med formel A.4:

$$q_{mast,EC} = q_p \cdot c_f \cdot A_{ref} = 669,14 \frac{N}{m^2} \cdot 2,2 \cdot 0,20 \frac{m^2}{m} = 294,40 \frac{N}{m}$$

Vindbelastningen på masten blir mindre dersom bransjestandarden benyttes. Formel A.6 gir en vindbelastning lik $Q_{WC} = 173,64 \frac{N}{m}$

Vindbelastningen på HE200B-masten gir en skjærkraft lik:

$$V_{V,mast,EC} = q_{mast,EC} \cdot H = 294,40 \frac{N}{m} \cdot 8,0m = 2,36kN$$

$$V_{V,mast,NEK} = Q_{WC} \cdot H = 173,64 \frac{N}{m} \cdot 8m = 1,39kN$$

Moment som skal overføres til fundamentet blir:

$$M_{V,mast,EC} = \frac{1}{2} \cdot q_{mast,EC} \cdot H^2 = \frac{1}{2} \cdot 294,40 \frac{N}{m} \cdot (8,0m)^2 = 9,42kNm$$

$$M_{V,mast,NEK} = \frac{1}{2} \cdot Q_{WC} \cdot H^2 = \frac{1}{2} \cdot 173,64 \frac{N}{m} \cdot (8,0m)^2 = 5,6kNm$$

Vindbelastningen på masten blir *mindre* med bransjestandard-beregning.

Vindlast på ledninger

Det antas en jevnt fordelt vindlast på ledninger. Belastningen påføres masten som punktlast. I henhold til Eurokode-beregning kan vindlasten på ledningene bestemmes med formel A.4. Vindlasten på ledninger i henhold til bransjestandarden er gitt i ligning A.5. Den resulterende sidekraften i masten blir:

$$V_{V,ledninger,EC} = 1,09kN$$

$$V_{V,ledninger,NEK} = 0,68kN$$

Momentet fra vindbelastningen av ledningene blir:

$$M_{V,ledninger,EC} = 6,90kNm$$

$$M_{V,ledninger,NEK} = 4,33kNm$$

Dimensjonerte laster, EC

Lastfaktorene γ_i kan hentes fra tabell 4.1. De dimensjonerte lasten blir dermed:

$$N_d = \gamma_G \cdot N_G = \underline{7,70kN}$$

$$V_{z,d} = \gamma_L \cdot 2 \cdot V_L + \gamma_V (V_{V,mast,EC} + V_{V,ledninger,EC}) = \underline{6,40kN}$$

$$M_{y,d} = \gamma_G \cdot M_G + \gamma_L \cdot M_L + \gamma_V (M_{V,mast,EC} + M_{V,ledninger,EC}) = \underline{36,80kNm}$$

Dimensjonerte laster, NEK

Lastfaktorene γ_i for NEK kan også hentes fra tabell 4.1. De dimensjonerende laster blir:

$$N_d = \gamma_G \cdot N_G = \underline{8,30kN}$$

$$V_{z,d} = \gamma_L \cdot 2 \cdot V_L + \gamma_V (V_{V,mast,NEK} + V_{V,ledninger,NEK}) = \underline{4,00kN}$$

$$M_{y,d} = \gamma_G \cdot M_G + \gamma_L \cdot M_L + \gamma_V (M_{V,mast,NEK} + M_{V,ledninger,NEK}) = \underline{26,30kNm}$$

De dimensjonerende lastene er oppsummert i tabell A.1. Ulik aksialkraft stammer fra ulik

Tabell A.1: Dimensjonerende laster for EC og NEK.

Last / Standard	EC	NEK
N [kN]	7,70	8,30
V [kN]	6,40	4,00
M [kNm]	36,80	26,30

lastfaktor, γ_G . Ellers er det tydelig at belastningen på masten er mindre ved dimensjonering med NEK. Lastene er beregnet uten snølast på ledninger.

Enkel kapasitetskontroll, EC

Den effektiv lengden, l_e , behøves for for å bestemme den kritiske kneklengden:

$$l_e = \frac{\sum_{i=1}^n M_i \cdot h_i}{M_{TOT}}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n M_i \cdot h_i &= (2,76 + 2,05 + 3,27) \cdot FH + (3,54 + 1,01 + 3,04) \cdot (FH + SH) \\ &\quad + (0,01 + 0,16 + 0,76 + 0,18 + 0,50) \cdot (FH + \frac{SH}{2}) + 9,42 \cdot \frac{H}{2} \\ l_e &= \frac{41,57 + 25,10 + 37,68 + 44,68}{26,61} = \frac{149,03}{26,61} = \underline{5,6m} \end{aligned}$$

Kritisk kneklengde av masten blir dermed:

$$L_{cr} = 2 \cdot L_e = 2 \cdot 5,6m = 11,2m$$

Kritisk knekklast om y-aksen:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot EA}{L_{cr}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 5,7 \cdot 10^7}{11200^2} = 941,63kN$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{7,81 \cdot 10^3 \cdot 355}{941,63}} = 1,72$$

$$\Phi = 0,5 \left[1 + \alpha(\lambda - 0,2) + \lambda^2 \right] = 0,5 \left[1 + 0,34(1,72 - 0,2) + 1,72^2 \right] = 2,24$$

$$\chi_y = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \lambda^2}} = \frac{1}{2,24 + \sqrt{2,24^2 - 1,72^2}} = 0,27$$

Kapasitetsreduksjon på grunn av vipping:

$$M_{cr} = \mu_{cr} \left(\frac{\pi}{l_e} \right) \sqrt{G I_T \cdot E I_z}$$

$$M_{cr,punkt} = 1,28 \left(\frac{\pi}{5600} \right) \sqrt{80000 \cdot 5,95 \cdot 10^5 \cdot 210000 \cdot 2,1 \cdot 10^7} = 321 \text{ kNm}$$

$$M_{cr,vind} = 2,05 \left(\frac{\pi}{5600} \right) \sqrt{80000 \cdot 5,95 \cdot 10^5 \cdot 210000 \cdot 2,1 \cdot 10^7} = 514 \text{ kNm}$$

$$A = \frac{M_{vind}}{M_{TOT}} = \frac{9,42}{26,61} = 0,35$$

$$B = 1 - A = 0,65$$

$$M_{cr,tot} = A \cdot M_{cr,vind} + B \cdot M_{cr,punkt} = 0,35 \cdot 514 + 0,65 \cdot 321 = 389 \text{ kNm}$$

Beregner reduksjonsfaktorer på grunn av vipping.

$$\lambda_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr,tot}}} = \frac{6,42 \cdot 10^5 \cdot 355}{389 \cdot 10^6} = 0,76$$

$$\Phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\lambda_{LT} - 0,4) + \beta \cdot \lambda_{LT}^2 \right] = 0,5 \left[1 + 0,34 (0,76 - 0,4) + 0,75 \cdot 0,76^2 \right] = 0,78$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \lambda_{LT}^2}} = \frac{1}{0,78 + \sqrt{0,78^2 - 0,75 \cdot 0,76^2}} = 0,84$$

Interaksjonsfaktoren om y-aksen blir:

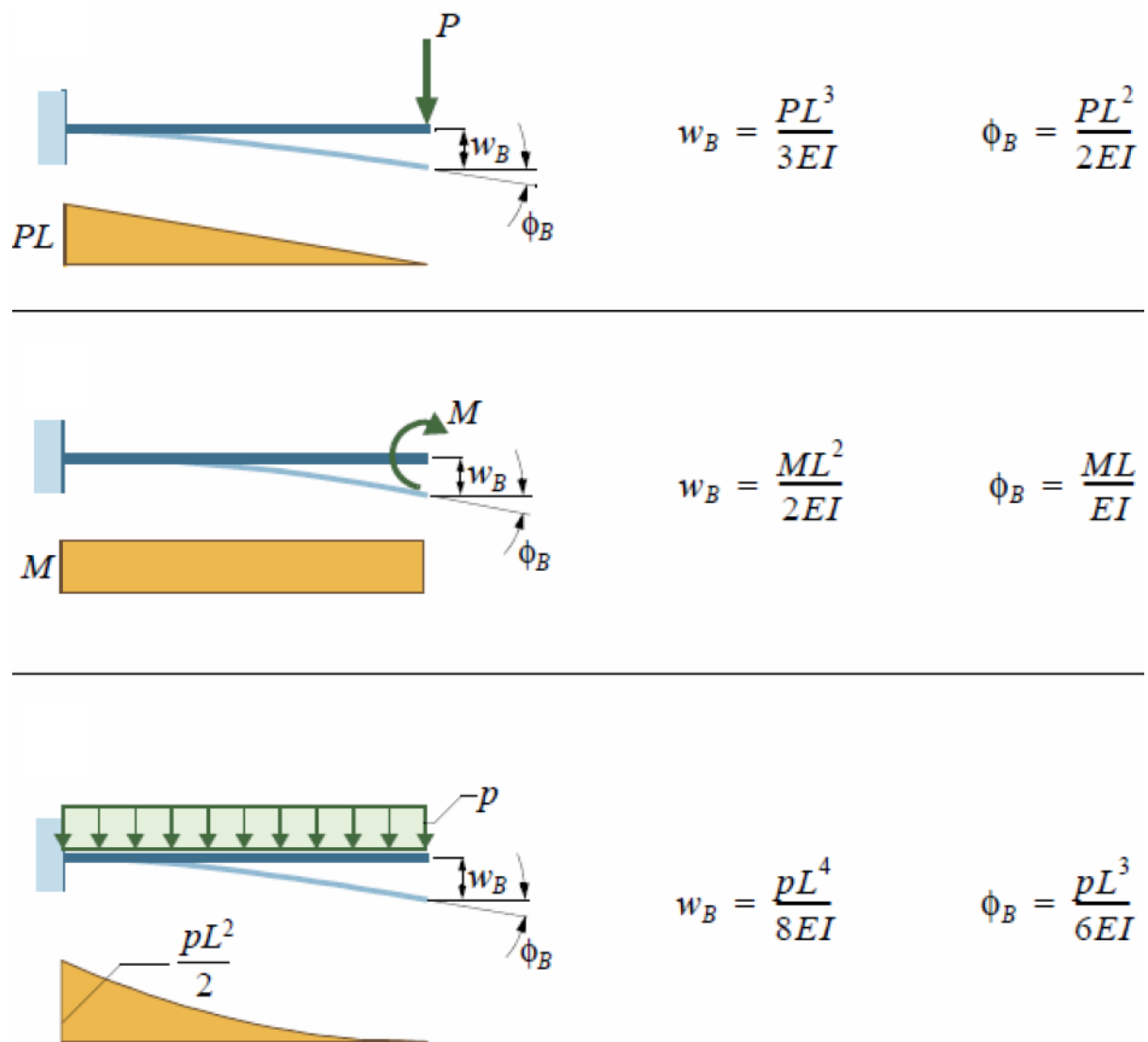
$$k_{yy} = C_{my} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed} \cdot \gamma_M}{\chi_y \cdot N_{Rk}} \right) = 0,6 \left(1 + 0,8 \frac{7,7 \cdot 10^3 \cdot 1,05}{0,27 \cdot 7,81 \cdot 10^3 \cdot 355} \right) = 0,605$$

Forenklet kapasitetskontroll om sterk akse:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_M}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_M}} \leq 1,0$$

$$\frac{7,7 \cdot 10^3 \cdot 1,05}{0,27 \cdot 7,81 \cdot 10^3 \cdot 355} + 0,605 \frac{36,8 \cdot 10^6 \cdot 1,05}{0,84 \cdot 6,42 \cdot 10^5 \cdot 355} = 0,01 + 0,605 \cdot 0,20 \leq 1,0$$

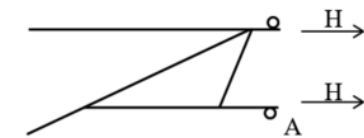
Tverrsnittet har tilstrekkelig kapasitet.



Figur A.7: Nyttige bjelkeformler for en utkragerbjelke (Bell, 2015, s.507).

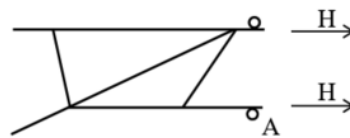
A.2 Nyttige bjelkeformler

Nyttige bjelkeformler avledet fra bjelkens differensialligning 2.1 er gitt i figur A.7.



Alluminium
Strekstag og trykkstag Ø55x6
Horisontalstag Ø42x4

Utligger for System 20



Alluminium
Strekstag og trykkstag Ø55x6
Horisontalstag og diagonalrør Ø42x4

Utligger for System 25

Horisontalkraft H i hver enkelt tråd (kontakttråd og bæreline).	Horisontal forskyvning i kontaktledningspunktet, punkt A i	
	System 20	System 25
± 0,2 kN	± 2 mm	0 mm
± 0,5 kN	± 4 mm	± 1 mm
± 1,0 kN	± 8 mm	± 2 mm
± 1,5 kN	± 12 mm	± 2 mm
± 2,0 kN	± 16 mm	± 3 mm
± 2,5 kN	± 20 mm	± 4 mm

Figur A.8: Deformasjonsbidrag fra utliggerkonstruksjonen (Jorde, 2007, s.58).

A.3 Utliggerdeformasjon

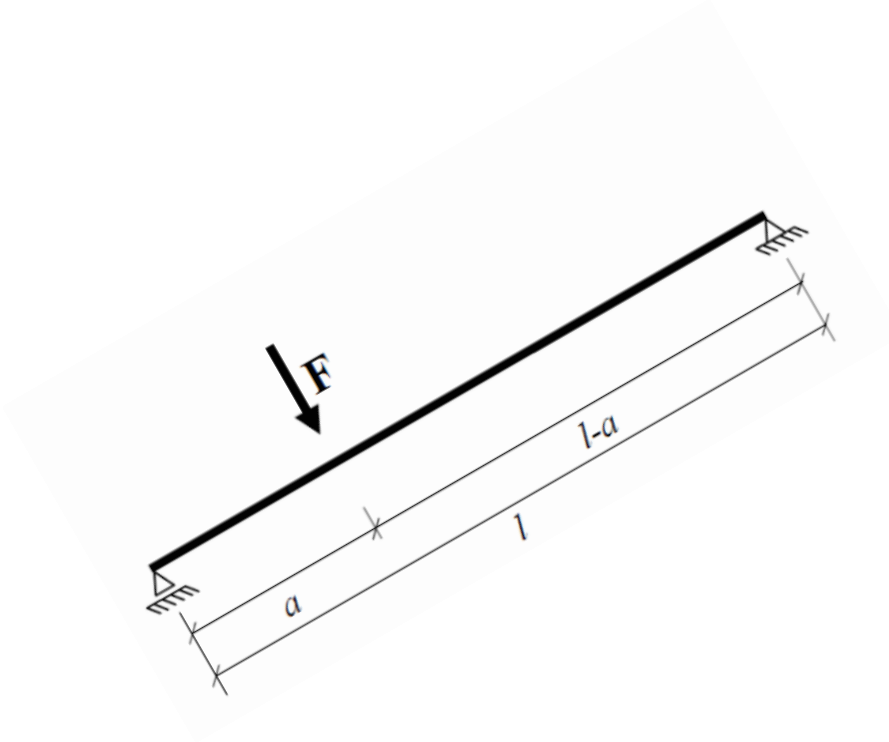
Deformasjonsbidrag δ_z fra utliggerkonstruksjonen er vist i tabellen i figur A.8 (Jorde, 2007, s.58). Utvikleren av *KL_fund* har kommet frem til resultatene ved bruk av verktøyet GPROG-ramme. Resultatene gjelder for en 4,4 m lang utligger.

Stikkprøve

Forskyvningen av et $l = 4,036 m$ langt 55Ø6 trykkstag er blitt beregnet for å overprøve forskyvningsbidragene i figur A.8. Det sammenlignes for den 4,40 m lang utliggerkonstruksjoen, S20. Det antas en høyde mellom diagonalstagets endepunkter lik $h = 1,9 m$. Dette gir diagonalstaget følgende helning:

$$\alpha = \arctan \frac{1,9}{4,4} = 23,35^\circ$$

Videre antas det at isolatorens lengde på 0,757 m kan neglisjeres, da den antas mye stivere enn aluminiumsrøret. Den allerede oppgitte lengden $l = 4,036 m$ er beregnet med denne antagelsen. Dette innebærer at avstanden a i figur A.9 blir mindre. Denne er funnet lik $a = 504,5 mm$. Også egenvektbidraget til røret neglisjeres, slik at forskyvningen kun beregnes for den horisontale strekkraften fra kontakttråden. Dermed kan kraften F som virker normalt på



Figur A.9: Diagonalstaget i utliggerkonstruksjonen, isolert sett.

trykkstaget finnes:

$$F = F_x \cdot \sin \alpha = 396,44 \text{ N}$$

Annet arealmoment av diagonalstaget blir:

$$I = \frac{\pi}{4} (r_y^4 - r_i^4) = \frac{\pi}{4} (27,5^4 - 21,5^4) = 2,81 \cdot 10^5 \text{ mm}^4$$

Forskyvningen under punktlasten F kan dermed bestemmes med ligning 4.1 gitt av Ir-gens (2003, s.70):

$$\delta_{max} = \frac{396,44 \cdot 504,5 \cdot (4036^2 - 504,5^2)^{\frac{3}{2}}}{9\sqrt{3} \cdot 4036 \cdot 70000 \cdot 2,81 \cdot 10^5} = 10,36 \text{ mm} \quad (\text{A.12})$$

For å finne den horisontale forskyvningskomponenten må resultatet funnet i ligning A.12 ganges med vinkelen α diagonalstget står i, se figur A.9. Den horisontale forskyvningen av diagonalstaget på grunn av en horisontal kraft på $1,0 \text{ kN}$ blir dermed:

$$\delta_z = \delta_{max} \cdot \sin \alpha = 10,36 \text{ mm} \cdot \sin 23,35^\circ = 4,1084 \approx \underline{4,11 \text{ mm}} \quad (\text{A.13})$$

Dersom verdiene i figur A.8 gjelder for sidekraften for både kontakttråden og bærelinen antas resultatene som gyldige. Det antas at verdiene i figur A.8 tar høyde for slark i endemuffene der stagene i utliggerkonstruksjonen er festet til hverandre, samt slitasje i forbindelsespunktet med øyemuffe / bøyle.

A.4 Tegning H-mast

Se neste side.

A.5 Tegning B-mast

Se siste side i vedlegg.

Bibliografi

- BaneNOR (2017a). *Jernbanekompetanse – online lærebøker i jernbaneteknikk*. Tilgjengelig fra: <http://www.jernbanekompetanse.no/wiki/Forside> (Hentet: 19. januar 2017).
- BaneNOR (2017b). *Teknisk regelverk*. Tilgjengelig fra: <https://trv.jbv.no/wiki/Forside> (Hentet: 2. februar 2017).
- Bell, K. (2013). *An engineering approach to Finite Element Analysis of linear structural mechanics problems*. Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS.
- Bell, K. (2014). *Konstruksjonsmekanikk. Del I: Likevektslære*. Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS.
- Bell, K. (2015). *Matrisestatikk - statiske beregninger av rammekonstruksjoner*. Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS.
- Bjerke, T. and Holom, F. (2004). *Banedata 2004*. Nasjonalbiblioteket.
- Calgaro, J.-A., Gulvanessian, H., and Holicky, M. (2012). *Designers' Guide to Eurocode 1990: Basis of Structural Design, Second Edition*. ICE Publishing.
- Clausen, A. H. (2014). *Mekanikk 3 - Forelesningskript*. Forelesningskript til kurset TKT4124 Mekanikk 3 ved NTNU; Kontaktinfo: arild.clausen@ntnu.no.
- EN50119 (2009). *NEK EN 50119: Jernbaneanvendelser - Faste installasjoner - Opphengte kontaktledninger for elektrisk togfremføring*. Norsk Elektroteknisk Komite (NEK).
- EN50125 (2002). *NEK EN 50125: Jernbaneapplikasjoner - Fast utstyr - Miljømessige betingelser for faste elektriske installasjoner*. Norsk Elektroteknisk Komite (NEK).
- Eurokode0 (2016). *Eurokode 0: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner*. Norsk Standard.

- Eurokode1 (2005). *EC1: Laster på konstruksjoner, del 1-4: Allmenne laster - vindlaster*. Norsk Standard.
- Eurokode3 (2008). *Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner, del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger*. Norsk Standard.
- Eurokode9 (2008). *Eurokode 9: Prosjektering av aluminiumkonstruksjoner*. Norsk Standard.
- Fikke, S. M. (2015). *HS Distribusjonsnett luft - Islaster på kraftledninger*. Technical report, Metconsult.
- Hass, J., Weir, M. D., and Thomas Jr., G. B. (2011). *Calculus 1*. Pearson Custom Publishing. Kompilert av: Institutt for matematiske fag ved NTNU; Kompilert for: Kurset TMA4100 Matematikk 1, NTNU.
- Hibbeler, R. C. (2011). *Mechanics of Materials, Eighth Edition*. Pearson.
- Irgens, F. (2003). *Formelsamling - mekanikk, 3.utgave*. Tapir akademisk forlag.
- ISO12494 (2001). *Atmospheric icing of structures, first edition*. International Standard (ISO).
- ISO2394 (2015). *General principles on reliability for structures, fourth edition*. International Standard (ISO).
- Jernbaneverket (2012). *Slik Fungerer Jernbanen*. Tilgjengelig fra: http://www.banenor.no/contentassets/55a947e1337748beaee3839e8f34f806/slikfungererjernbanen_2012_web_oppsl.pdf (Hentet: 16. desember 2016).
- Jorde, O. (2007). *Hjelp til programmet KL_fund*. Dette er dokumentasjonen til *KL_fund*. Vedlikeholdsansvarlig er Porobic, M. i Bane NOR; Kontaktinfo: mirza.porobic@banenor.no.
- Kiessling, F., Puschmann, R., Schmieder, A., and Schneider, E. (2009). *Contact lines for electric railways, second edition*. Publicis Publishing, Erlangen.
- Larsen, P. K. (2008). *Konstruksjonsteknikk - Laster og bæresystemer, andre utgave*. Fagbokforlaget.
- Larsen, P. K. (2010). *Dimensjonering av stålkonstruksjoner, 2. utg*. Tapir Akademisk Forlag.
- Larsen, P. K., Clausen, A., and Aalberg, A. (1997). *Profiler og Formler*. NTNU.

- Larsen, P. K., Øiseth, O., and Aalberg, A. (2012). *Unsymmetric bending*. Technical report, Norges teknisk- naturvitenskapelige universitet (NTNU). Tilgjengelig kursmateriell for TKT4230 Stålkonstruksjoner 2 ved NTNU.
- Melchiers, R. E. (1999). *Structural Reliability: Analysis and Prediction*. John Wiley & Sons.
- Monstad, I. (2015). *InterCity*. Tilgjengelig fra: <http://www.banenor.no/Prosjekter/Inter-City-/InterCity/> (Hentet: 27. januar 2017).
- Myers, R. H., Myers, S. L., Walpole, R. E., and Ye, K. (2012). *Probability & Statistics for Engineers and Scientists, Ninth Edition*. Pearson.
- Newland, D. E. (1993). *Random Vibrations, Spectral & Wavelet Analysis, Third Edition*. Dover Publications, Inc, Mineola, New York.
- Nordli, O. (2016). *Elektrifisering av Trønder- og Meråkerbanen*. Tilgjengelig fra: <http://www.banenor.no/Prosjekter/prosjekter/Elektrifisering-trondelag/> (Hentet: 27. januar 2017).
- NSB (2015). *Ny passasjerrekord for NSB*. Tilgjengelig fra: <https://www.nsb.no/om-nsb/siste-fra-nsb/ny-passasjerrekord-for-nsb-11965> (Hentet: 08. juni 2017).
- Python (2017). *Python 3 documentation - Data model*. Tilgjengelig fra: <https://docs.python.org/3/reference/datamodel.html#objects-values-and-types> (Hentet: 06. juni 2017).
- Ramsdal, R. (2017). Ekspert om arbeidet til svenskeid entreprenør: "antallet ujevnheter er uvanlige i verdenssammenheng". *Teknisk Ukeblad (TU)*. Tilgjengelig fra: <https://www.tu.no/artikler/ekspert-om-arbeidet-til-svenskeid-entreprenor-antallet-ujevnheter-er-uvanlige-i-verdenssammenheng/381998> (Hentet: 16. mai 2017).
- Rønnquist, A. (2016). *Lateral Torsional Buckling*. Forelesningsnotat fra kurset TKT4230 Stålkonstruksjoner 2, NTNU; Kontaktinfo: anders.ronnquist@ntnu.no.
- SIEMENS (1993). *Kontaktledningsanlegg for NSB, System 20*. Technical report, NSB. Tilgjengelig fra: www.banenor.no/elkraft/kl/ (Hentet: 21. januar 2017).

- Sommerville, I. (2011). *Theory Book IT Grunnkurs*. Pearson Custom Publishing. Kompilert av: Wang, A. I. og Midtstraum, R.; Kompilert for: Kurset TDT4105 Informasjonsteknologi GK, NTNU.
- Stephansen, S. (2017a). *Jernbanereformen, Nasjonal Transportplan 2018 - 2029*. Tilgjengelig fra: <https://www.regjeringen.no/no/tema/transport-og-kommunikasjon/id928/> (Hentet: 26. mai 2017).
- Stephansen, S. (2017b). *Nye togtilbud, flere avganger og kortere reisetider*. Tilgjengelig fra: <https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/nye-togtilbud-flere-avganger-og-kortere-reisetider/id2548542/> (Hentet: 26. mai 2017).
- Svingheim, N. (2008). *Jernbanen i Norge – en historisk oversikt*. Tilgjengelig fra: <http://www.banenor.no/Jernbanen/Historie1/Historisk-oversikt-jernbanen-i-Norge/> (Hentet: 19. januar 2017).
- TSI (2014). *Comission Regulation (EU) No 1301/2014*. Technical specifications on interoperability (TSI).
- Valmot, O. (2017). Nå ruller hydrogentoget på tyske skinner. *Teknisk Ukeblad (TU)*. Tilgjengelig fra: <https://www.tu.no/artikler/na-ruller-hydrogentoget-pa-tyske-skinner/378109> (Hentet: 23. april 2017).
- Wisting, T. (2014). *Thamshavnbanen*. Tilgjengelig fra: <https://snl.no/Thamshavnbanen> (Hentet: 02. februar 2017).