



Norwegian University of  
Science and Technology

INSTITUTT FOR SAMFUNNSØKONOMI

Masteroppgave i finansiell økonomi

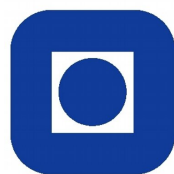
---

MODELLER FOR PROGNOSE PÅ  
OLJEPRIS

---

Knut Christian Hannestad Ree

Veileder: Gunnar Bårdsen



Trondheim, 1. juni 2017



# Forord

Denne masteroppgaven markerer slutten på det toårige masterprogrammet i finansiell økonomi ved Institutt for samfunnsøkonomi, NTNU. Arbeidet har til tider vært svært krevende, og jeg er ganske sikker på at håret er gråere og vikene større enn ved starten av semesteret. Jeg vil gjerne rette en stor takk til meg selv, for aldri å ha gitt opp troen på prosjektet, selv i de stunder der det så som blekest ut. En takk skal også rettes til veileder Gunnar Bårdsen, for gode innspill og for aldri å ha leid meg, hånd i hånd, gjennom oppgaven. Det er også på sin plass med en takk til min far og bror, som begge fant frem rødpennen for å lese korrektur på oppgaven.

Trondheim 1. juni 2017,

Knut Christian Hannestad Ree.



## Sammendrag

I denne oppgaven presenteres tre ulike metoder for oljeprisprognoser. To metoder benytter ukentlige observasjoner på spot- og futures-pris, der prognosene evalueres over tidsrommet 2016.01 - 2016.53. Det betraktes en modell som benytter seg av futures-prisen, og modeller som utnytter *spread*-en mellom futures- og spot-pris. Videre utvides analysen til å betrakte en vektor likevektskorrigeringsmodell som modellerer spot- og futures-pris simultant. Avslutningsvis betraktes tre VAR-spesifikasjoner med oljemarkedsvariable, som alle inkluderer ulike mål på global økonomisk aktivitet. VAR-modellene evalueres over to vinduer; henholdsvis 2015.1 - 2016.12 og 2016.1 - 2016.12. Det blir vist at prognosene basert på futures-pris har suveren evne til å gi prognoser på oljepris på korte horisonter, samt at VAR-modellenes ytelse er svært varierende over de to evalueringsvinduene som foreslås. Resultatene viser at VAR-modellen som inkluderer OECDs indikator for global økonomisk aktivitet gir lavest tap på tolv måneders horisont, ved evaluering over perioden 2016.1 - 2016.12. Resultatene fra den simultane modelleringen av spot- og futures-pris viser at modellen har dårlig evne til å gi prognoser på oljepris og det argumenteres for at metoden er uegnet til dette formålet.

# Innhold

<b>1</b>	<b>Innledning</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Om oljepris og futures-kontrakter</b>	<b>2</b>
2.1	Bestemmelse av oljepris . . . . .	3
2.1.1	Lagringsmarkedet . . . . .	3
2.1.2	Futures-markedet . . . . .	4
2.2	Prising av futures-kontrakter . . . . .	5
2.3	Drivere av oljeprisen . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Tidligere forskning og resultater</b>	<b>9</b>
3.1	Resultater fra studier som benytter futures-prisen . . . . .	9
3.2	Resultater fra studier som benytter VAR-modeller . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Datasett</b>	<b>14</b>
4.1	Futures-kontrakter . . . . .	14
4.2	Oljemarkedsdata . . . . .	15
<b>5</b>	<b>Metode</b>	<b>16</b>
5.1	Metode for enkeltlikninger . . . . .	16
5.1.1	Dickey-Fuller testene . . . . .	16
5.1.2	Kointegrasjon i Engle og Grangers rammeverk . . . . .	17
5.1.3	Bestemmelse av lag-lengde ved hjelp av informasjonskriteriene . . . . .	18
5.2	Metode for system av likninger . . . . .	19
5.2.1	Estimering av VAR-modeller . . . . .	19
5.2.2	Kointegrert VAR: VECM . . . . .	21
5.3	Evaluering av prognoser . . . . .	23
5.3.1	RMSE, MAPE og skjevhet . . . . .	23
5.3.2	Prediksjon av retningsendringer . . . . .	24
5.3.3	Dynamiske- og statiske prognoser . . . . .	25
5.3.4	Prognoser fra VAR- og VEC-modeller . . . . .	25
5.3.5	Random-walk modellen . . . . .	26
5.3.6	Diebold-Mariano-testen . . . . .	26
<b>6</b>	<b>Estimering og resultater</b>	<b>29</b>
6.1	Evalueringsvindu . . . . .	29
6.2	Futures-modeller . . . . .	30
6.2.1	Hvordan kan de varierende resultatene forklares? . . . . .	40

6.3	Estimering basert på kointegrasjonsforholdet mellom spot- og futures-pris . . . . .	43
6.4	VAR-modell for oljepris . . . . .	47
6.5	Oppsummering av resultater . . . . .	55
<b>7</b>	<b>Kritikk av oppgaven</b>	<b>56</b>
<b>8</b>	<b>Konklusjon</b>	<b>57</b>
	<b>Referanser</b>	<b>59</b>
<b>A</b>	<b>Appendiks</b>	<b>62</b>
A.1	Serienummer til data fra Thompson Reuters Datastream . . . . .	62
A.2	Dekomponering av RMSE . . . . .	62
A.3	Informasjonskriteriene i multivariat setting . . . . .	63
<b>B</b>	<b>Tabeller</b>	<b>64</b>

## Tabeller

5.1	Sammenlikning av dynamisk og statisk prognose. . . . .	25
6.1	ADF-tester på spot-pris og logaritmen til spot-pris. . . . .	32
6.2	ADF-tester på futures-kontraktene i nivåform. . . . .	32
6.3	ADF-tester på variablene $\Delta s_{t+h} = s_{t+h} - s_t$ og $(\ln S_{t+h} - \ln F_t^{(h)})$ . . . . .	33
6.4	Prognoserresultater fra modellen: $\hat{S}_{t+h t} = F_t^{(h)}$ . . . . .	34
6.5	Prognoserresultater fra modellen: $\hat{S}_{t+h t} = S_t \cdot \left(1 + \ln \left(F_t^{(h)} / S_t\right)\right)$ . . . . .	35
6.6	Prognoserresultater fra modellen: $\hat{S}_{t+h t} = S_t \cdot \left(1 + \hat{\alpha} + \ln \left(F_t^{(h)} / S_t\right)\right)$ . . . . .	35
6.7	Prognoserresultater fra modellen: $\hat{S}_{t+h t} = S_t \cdot \left(1 + \hat{\beta} \ln \left(F_t^{(h)} / S_t\right)\right)$ . . . . .	36
6.8	Prognoserresultater fra modellen: $\hat{S}_{t+h t} = S_t \cdot \left(1 + \hat{\alpha} + \hat{\beta} \ln \left(F_t^{(h)} / S_t\right)\right)$ . . . . .	37
6.9	Resultater fra Diebold-Mariano-testen på futures-modellene. . . . .	39
6.10	Gjennomsnittlig avvik i spread, og maksimums- og minimums-verdier for avviket i spreaden på utvalgte horisonter. Alle verdier er uttrykt i prosentvise avvik. . . . .	41
6.11	Oversikt over det estimerte standardavviket for futures-modellene for utvalgte kontrakter benyttet estimeringen. . . . .	42
6.12	Bestemmelse av lag-lengde for VEC-modellene. . . . .	44
6.13	Resultater fra Johansens <i>trace-test</i> på VEC-modellene. . . . .	44
6.14	Resultater fra prognoser basert på VEC-modellen. . . . .	45
6.15	Resultater fra Diebold-Mariano-testen på VEC-modellene. . . . .	46

6.16	Bestemmelse av lag-lengde for VAR-modellene. . . . .	48
6.17	Resultater fra Johansens <i>trace-test</i> på VAR-modellene. . . . .	49
6.18	Prognoseresultater fra VAR-modellene ved evaluering over 24 måneder. . .	50
6.19	Prognoseresultater fra VAR-modellene ved evaluering over 12 måneder. . .	50
6.20	Resultater fra modellen VAR-Kilian. . . . .	50
6.21	Resultater fra modellen VAR-06CLI. . . . .	51
6.22	Resultater fra modellen VAR-Steel. . . . .	52
6.23	Resultater fra Diebold-Mariano-testen ved 24 måneders evalueringsvindu. .	53
6.24	Resultater fra Diebold-Mariano-testen ved tolv måneders evalueringsvindu.	54
6.25	Sammenlikning av RMSE for utvalgte modeller. . . . .	55

## Figurer

2.1	Illustrasjon av spread-en mellom prisen på Brent- og WTI-olje. . . . .	2
6.1	Utviklingen i oljepris og prisen på futures-kontrakter på olje med seks og tolv måneders løpetid. . . . .	29
6.2	Illustrasjon av contango i futures-markedet i prognosevinduet 2016.01 – 2017.01. . . . .	42



# 1 Innledning

Oljen har vært en viktig inntektskilde for den norske stat og norske bedrifter helt siden *Conoco Phillips* fant forekomster av olje ved Ekofisk-feltet, 1. juledag 1969. Etter hvert som myndighetene har blitt mer og mer avhengige av inntektene fra oljen, har betydningen av oljepris fått et spesielt innslag i den norske penge- og finanspolitikken. Dette har skapt et behov for å kunne gi prognoser på fremtidig priser, for å sikre forutsigbarhet i politikken. Dette ble tydeliggjort gjennom det kraftige og uventede oljeprisfallet høsten 2014, som blant annet førte til rekordlave rentenivå, svekket kronekurs og økte offentlige investeringer (Olsen, 2017). Norske bedrifter som er avhengig av inntekter fra oljeproduksjon, enten direkte eller indirekte, har også et behov for å kunne basere sine produksjonsbeslutninger på fremtidig oljepris. Gode oljeprisprognoser vil dermed være sentralt både for myndigheter og produksjonsbedrifter.

Øvelsen i å gi prognoser på oljepris har vært mye omtalt i tidligere forskning. Et syn er at futures-prisen godt reflekterer fremtidig oljepris, siden både kjøper og selger av kontrakten er enige om oljeprisen ved leveringstidspunktet. I teorien impliserer dette at futures-prisen gir gode prognoser på oljeprisen, som undersøkt av blant annet Reeve og Vigfusson (2011), Alquist, Kilian og Vigfusson (2013) og Vartomten (2010). Resultatene fra disse studiene viser at å benytte futures-prisen gir bedre prognoser på oljepris enn naïve referansemodeller. Forskningen har de seneste årene dreid i retning av å konstruere prognoser på fremtidig oljepris ved bruk av avanserte og tungt parameteriserte VAR-spesifikasjoner. Valget av slike spesifikasjoner er forankret i identifikasjon av økonomiske drivere av oljeprisen, som vist av for eksempel Kilian (2009).

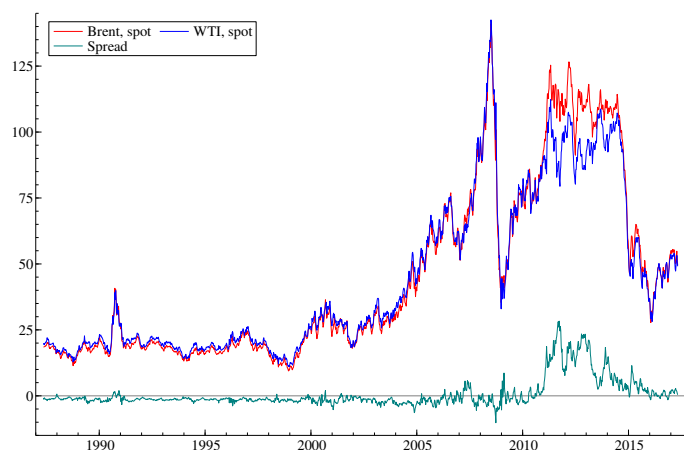
Viktigheten av oljeprisen har dermed ledet til denne oppgaven som søker å undersøke modeller for oljeprisprognoser gjennom problemstillingen: *Hvilke økonometriske modeller gir de beste prognosene på oljeprisen: OLS-modeller som utnytter futures-prisen, likevekts-korrigeringsmodeller som baserer seg på kointegrasjonsforholdet mellom spot- og futures-pris, eller VAR-spesifikasjoner med oljemarkedsvariable?* Analysen er interessant i den forstand i at den gir et overblikk over modeller som anvendes i litteraturen, og undersøker liknende modellers evne til å gi prognoser på fremtidig oljepris. Oppgaven identifiserer også, ved hjelp av tidligere forskning, hoveddriverne av oljeprisen. Dette er viktig i etableringen av gode økonometriske spesifikasjoner.

Oppgaven er delt inn som følger: Kapittel 2 gir en oversikt over hvordan olje- og futures-prisen bestemmes før kapittelet undersøker hoveddriverne av oljeprisen. I kapittel 3 gis det en oversikt over tidligere forskning og resultater, mens kapittel 4 presenterer datasettet. Metoden som benyttes i analysen presenteres i kapittel 5, før estimeringen av modellene og resultater følger i kapittel 6. Kapittel 8 konkluderer.

## 2 Om oljepris og futures-kontrakter

Siden futures-kontrakter på olje som underliggende er sentralt i denne oppgaven, vil jeg i dette avsnittet forklare egenskapene til futures-kontrakter, og vise hvordan oljeprisen bestemmes gjennom likevekten i lagrings- og futures-markedet. Videre vil jeg se på driverne av oljeprisen, som er identifisert i tidligere forskning.

Markedet for olje er bredt, og det finnes ulike grader av olje som i hovedsak baseres på hvor i verden oljen er produsert. Blant de mest brukte referansene for prising av olje er *West Texas intermediate* (heretter WTI) og *Brent blend*, begge omtales som “lette, søte” oljer. Denne egenskapen gjør de idéelle å frakte i rør og gir en enklere raffineringssprosess (Speight, 2011). *Spread*-en som, de seneste år, er observert mellom prisen på Brent og WTI har medført at Brent-prisen har overtatt rollen som global referanse for prising av olje (Alquist et al., 2013), som illustrert i figur 2.1. Ettersom det er prisen på Brent-olje som er av interesse for norske bedrifter og myndigheter, vil det overordnede målet i denne oppgaven være å gi prognoser på Brent-prisen.



Figur 2.1: Illustrasjon av spread-en mellom prisen på Brent- og WTI-olje.

Den røde linjen markerer spot-prisen på Brent-olje, den blå linjen viser spot-prisen på WTI-olje og den grønne linjen viser den observerte spreaden. Y-aksen viser prisen målt i USD per fat, X-aksen viser tiden (1987 - 2017). Seriene er basert på ukentlige gjennomsnitt.

For å forklare hvordan futures-kontrakter fungerer, ser jeg først på sentrale egenskaper ved *forward*-kontrakter, siden de to typene derivater deler mange egenskaper. En forward-kontrakt inngås mellom to parter, og er en forpliktende avtale om levering av en råvare på ett gitt tidspunkt frem i tid. Det er ingen kostnad knyttet til kontrakten på avtaletidspunkt, men *kjøperen* av underliggende råvare er forpliktet til å betale selgeren av råvaren den avtalte prisen (kontraktsprisen) ved kontraktens forfallsdato, selgeren er da forpliktet til å levere råvaren etter de betingelser som er spesifisert i kontrakten (McDonald, 2014).

Futures-kontrakter er i utgangspunktet konstruert som en forward-kontrakt. Hovedforskjellen ligger i at futures-kontrakter handles på åpne markedsplasser, og at futures-kontrakter har regelmessige oppgjør av utestående posisjoner.<sup>1 2</sup> For futures-kontrakter på Brent-olje som omsettes på *the Intercontinental Exchange (ICE)* er det daglige oppgjør av kontraktene. Overraskende nok er det et fåtall av de aktive posisjonene som holdes så lenge at de løses inn og oljen leveres til kjøper. Dette er fordi futures-kontrakter er mye brukt som sikring mot prissvingninger og av spekulative årsaker (Hull, 2011) (Heckinger, Ruffini og Wells, 2014).

## 2.1 Bestemmelse av oljepris

For å undersøke hvordan oljeprisen bestemmes er det naturlig å betrakte Hamilton (2009) sin artikkel “*Understanding Crude Oil Prices*”. Her utleder han tre likevektsbetingelser for oljemarkedet. Betingelsene stammer fra lagringsmarkedet og futures-markedet, samt det faktum at olje er en uttømmelig ressurs. I det videre studeres bestemmelsen av oljepris basert på de to førstnevnte betingelsene.

### 2.1.1 Lagringsmarkedet

Likevekt i lagringsmarkedet betyr at den forventede oljeprisen skal være lik dagens pris pluss rente- og lagringskostnadene forbundet med å lagre oljen over en gitt horisont. Denne betingelsen utledes ved å se på en strategi der du låner penger på tidspunkt  $t$  til rente  $i$ , kjøper et gitt kvantum ( $Q$ ) med olje til prisen  $P_t$ , og samtidig betaler en eier av en lagringstank  $C_t$  for å lagre oljen i et år. Dette krever at det må inngås et lån på  $(P_t + C_t)Q$  på tidspunkt  $t$ . Dersom strategien har en horisont på ett år, må man betale tilbake  $(1 + i)(P_t + C_t)Q$ . På dette tidspunkt sitter du igjen med oljen, som du kan selge til prisen  $P_{t+1}$ . Strategien er lønnsom dersom ulikheten:

$$P_{t+1} > (1 + i)(P_t + C_t)Q$$

holder. Ettersom prisen om ett år er usikker, er strategien lønnsom hvis

$$E_t P_{t+1} > (1 + i)(P_t + C_t)Q,$$

der  $E_t P_{t+1}$  reflekterer forventet oljepris om ett år. Likningen kan omformuleres til å gi

$$E_t P_{t+1} > P_t + C_t^*, \tag{2.1}$$

---

<sup>1</sup>*New York Merchantile Exchange (NYMEX)*, *The Intercontinental Exchange (ICE)* og *Chicago Mercantile Exchange (CME)* er eksempler på markedsplasser med høy omsetning av futures-kontrakter.

<sup>2</sup>*Mark-to-market* tilsier at dersom sluttkursen til kontrakten på den aktuelle handelsdagen er lavere enn det futures-prisen var ved inngåelse av kontrakten, er kjøperen av kontrakten skyldig selgeren av kontrakten differansen mellom kjøpspris og sluttkurs.

der  $C_t^* = i_t P_t + (1 + i_t)C_t$  og uttrykker samlede rente- og lagringskostnader.

Dersom forventningene i markedet er slik at ulikheten i (2.1) holder, vil det være mulig å oppnå profitt ved å kjøpe olje i dag, lagre den i ett år, for så å selge oljen med gevinst. Dersom det antas at det er nok risikonøytrale investorer, slik at mange nok følger strategien, vil det være rasjonelt å følge den. Dette presser dagens oljepris oppover. Dersom alle har informasjon om at all oljen går til lagring for å bli solgt om ett år, er det naturlig at dette presser forventet pris ( $E_t P_{t+1}$ ) nedover. Det konkluderes dermed med at ulikheten i (2.1) ikke vil holde i likevekt, og under de antakelser som er gjort her.

Dersom den omvendte likevekten  $E_t P_{t+1} < P_t + C_t^*$  er gjeldende, vil enhver som kjøper olje for å lagre den forvente å tape penger. Hamilton (2009) konkluderer da med at ingen vil lagre olje med den hensikt å spekulere i fremtidig oljepris. Siden olje er essensielt for transport og raffinering, medfører ulikheten over *ikke* at alle lagringstanker vil være tomme. Dette følger av eierfordelene tilknyttet lagring av olje.<sup>3</sup> Ved å definere lagringskostnadene fratrukket eierfordelene ved å lagre olje som  $C_t^\#$ , vil følgende ulikhet gjelde:

$$E_t P_{t+1} < P_t + C_t^\#, \quad (2.2)$$

der  $C_t^\#$  kalles netto bærekostnad.

Dersom ulikhet (2.2) holder er det insentiver til å selge ut oljelageret i år, siden prisen forventes å være lavere i fremtiden. Frislippet av olje i markedet vil presse dagens pris ned, grunnet tilbudsoverskuddet, som leder til den konklusjon at ulikheten ikke holder.

Likevektsbetingelsen er dermed gitt

$$E_t P_{t+1} = P_t + C_t^\#, \quad (2.3)$$

som betyr at forventet oljepris om ett år avhenger av dagens pris og de samlede rente- og lagringskostnadene.

### 2.1.2 Futures-markedet

Gjennom å benytte lignende arbitrasjeargumenter for futures-markedet kan vi finne likevekten i futures-markedet. Ved å inngå en futures-kontrakt avhenger den potensielle gevinsten eller det potensielle tapet av fremtidig spot-pris på olje. Så lenge fremtidig oljepris er større enn futures-prisen,  $F_t < P_{t+1}$ , vil du tjene penger. Her ignoreres transaksjonskostnader og daglige oppgjør av kontrakten (slik at futures-kontrakten sees på som en forward-kontrakt). Argumentet over er en følge av at du kan selge oljen til en høyere pris på tidspunkt  $t+1$  enn den avtalte kontraktsprisen,  $F_t$ . Differansen blir ren profitt. Dersom markedets forventninger er slik at  $F_t < E_t P_{t+1}$  vil det være overvekt på kjøpersiden, slik

---

<sup>3</sup> *Convenience yield* er et begrep som benyttes om fordeler ved å lagre olje. En raffinør kan for eksempel benytte oljen han har til lagring som innsatsfaktor i produksjon av petroleumsprodukter.

at kontraktsprisen presses opp, noe som gjør at likevekten ikke kan holde lenge. I motsatt tilfelle, ved  $F_t > E_t P_{t+1}$ , vil ingen inngå kontrakten siden den avtalte kontraktsprisen er høyere enn forventet spot-pris. Dette vil presse kontraktsprisen ned.

Argumentasjonen over, leder til likevekten i futures-markedet, gitt ved:

$$F_t = E_t P_{t+1} + H_t^\# \quad (2.4)$$

I  $H_t^\#$  inkluderes risikopremien, samt utfordringer skapt av daglige oppgjør og marginkrav. Det er viktig å merke at (2.3) og (2.4) ikke er alternativ, men to betingelser som må holde i likevekt. Ved å kombinere de to likningene, og ved å ignorere netto bærekostnad ( $C_t^\#$ ) og risikopremiekomponenten ( $H_t^\#$ ), kommer Hamilton frem til betingelsen

$$P_t = F_t,$$

som medfører at futures-prisen følger spot-prisen. Hvis netto bærekostnader og risikopremiekomponenten inkluderes, ser betingelsen slik ut:

$$P_t = F_t + H_t^\# - C_t^*$$

Dette medfører at en eventuell spread mellom spot- og futures-pris stammer fra forskjeller mellom risikopremien knyttet til futures-kontrakten og netto bærekostnader forbundet med lagring av oljen.

I praksis finner man ofte at spot- og futures-pris varierer, men spreaden mellom dem er ofte lav. Nyheter som gir endring i spotprisen, vil også gi endringer i futuresprisen.

## 2.2 Prising av futures-kontrakter

Ved å følge Chernenko, Schwarz og Wright (2004) og Pagano og Pisani (2009) kan man prise futures-kontrakten ved å se på den stokastiske gevinsten som kan oppnås ved å inngå kontrakten. Ved å inngå en lang futures-kontrakt, er det ingen initielle utlegg og ved kontraktens utløp har man utgiften  $f_t^{(h)}$ . Når kontrakten utløper, på tidspunkt  $t+h$ , kan underliggende råvare selges til markedspris,  $s_{t+h}$ . Det sees bort fra daglige oppgjør av futures-kontrakten, slik at den i praksis prises som en forward-kontrakt. Strategien gir en stokastisk gevinst  $(s_{t+h} - f_t^{(h)})$ , og arbitrasjefri prisingsteori krever at

$$E_t [m_{t+h}(s_{t+h} - f_t^{(h)})] = 0, \quad (2.5)$$

der  $m_{t+h}$  er den stokastiske prisingsfaktoren (eng.: “stochastic pricing kernel”). Likning (2.5) løses:

$$\begin{aligned} E_t[m_{t+h}s_{t+h}] - E_t[m_{t+h}] \cdot E_t[f_t^{(h)}] &= 0 \\ E_t[m_{t+h}] \cdot E_t[f_t^{(h)}] &= E_t[m_{t+h}]E_t[s_{t+h}] - \text{cov}(m_{t+h}, s_{t+h}) \\ f_t^{(h)} &= E_t[s_{t+h}] - \frac{\text{cov}(m_{t+h}, s_{t+h})}{E_t[m_{t+h}]} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Der løsningen av uttrykket  $E_t[m_{t+h}s_{t+h}]$  følger fra sammenhengen mellom forventningen til et produkt av to stokastiske variable og kovariansen mellom dem. Vi ser av likning (2.6) at futures-prisen på tidspunkt  $t + h$  avhenger av forventet fremtidig spot-pris og risikopremien, gitt ved det andre leddet på høyre side.

## 2.3 Drivere av oljeprisen

Sentralt i oppgaven står en VAR-modell konstruert for å gi prognoser på oljepris. I arbeidet med å etablere en god modell er det sentralt å identifisere de viktigste driverne av oljeprisen. I det videre oppsummeres tidligere forskning som søker å svare på hva som er hoveddriverne av oljeprisen.

Aastveit, Bjørnland og Thorsrud (2012) benytter en FA-VAR (*Factor Augmented Vector Auto-Regression*) modell for å identifisere drivere av oljeprisen og finner at etterspørselssjokk historisk har stått for en stor andel av svingningene i oljepris. Funnene tyder på at etterspørselssjokk fra utviklede- og fremvoksende økonomier står for 50 - 60 prosent av svingningene i pris. Dette indikerer at økonomisk aktivitet har betydelig påvirkning på oljeprisen, for eksempel vil økt økonomisk aktivitet presse oljeprisen oppover grunnet økt etterspørsel etter olje.

I sin artikkel fra 2009, ser Kilian på de viktigste faktorene som påvirker oljeprisen. Han finner at tilbudssjokk i oljemarkedet (som for eksempel hindringer i oljeproduksjonen skapt av geopolitiske forhold) vil redusere produksjonen og føre til en liten, statistisk signifikant, økning i realoljeprisen. Det pekes også på at sjokk i aggregert etterspørsel etter råvarer<sup>4</sup> har en sterk, signifikant effekt på realoljeprisen.

Kilian og Murphy (2014) undersøker rollen den spekulative etterspørselen (oppbyggingen av oljelager for å selge på et tidspunkt med høyere pris) har på realoljeprisen ved bruk av en strukturell VAR-modell med ulike restriksjoner. Funnene viser at økningen i oljepris mellom 2003 og 2008 i hovedsak var forårsaket av endringer i global etterspørsel, og forfatterne mente at realoljeprisen skulle øke som følge av at den økonomiske aktiviteten tok seg opp igjen etter finanskrisen i 2008.

Hamilton (2009) prøver å forklare økningen i oljeprisen mellom 2003 og 2008 ved å undersøke faktorer som kunne bidra til prisstigningen. Han peker på spekulering gjennom futures-kontrakter, sterk global etterspørselsvekst, tidsetterslep i produksjonsøkning slik at produksjonen ikke fulgte etterspørselen (og til slutt ledet til overskuddstilbud), kartell-oppførselen til OPEC og det økende bidraget til knapphetsrentenen (*scarcity rent*) som mulige årsaker til økningen i pris. Resultatene viser at ingen av faktorene alene kunne forklare prisøkningen, men at *“det er et element av sannhet i alle hypotesene”* (Hamilton,

---

<sup>4</sup>Dette er ikke aggregert etterspørsel som i et klassisk makroperspektiv, men heller aggregert etterspørsel etter råvarer

2009, s. 204).

He, Wang og Lai (2010) undersøker kointegrasjonsforholdet mellom oljeprisen; global økonomisk aktivitet (der Kilian sin REA indeks er brukt som indikator); en handelsvektet USD valutakursindeks; og oljeproduksjon. De finner at svingninger i økonomisk aktivitet har signifikant påvirkning på realoljeprisen. Samtidig peker de også på betydningen oljelager har på balansen mellom tilbud og etterspørsel av olje. En sterk økning i oljelager (økt tilbud) vil etterfølges av lavere oljepriser. Informasjonen som kan leses fra lagertall kan dermed bidra til å fange opp endret markedspress på oljeprisen.

Caldara, Cavallo og Iacoviello (2016) benytter en strukturell VAR-modell for å undersøke hvilke faktorer som påvirker svingninger i oljeprisen, og studerer i tillegg om oljeprissjokk har forskjellig påvirkning på produksjonsnivå i utviklede- og fremvoksende økonomier.

Som indikator på etterspørsel bruker de en kombinasjon av indikatorer for industriell produksjon i fremvoksende- og industrialiserte økonomier, samt en indeks for metaller brukt i industriproduksjon.<sup>5</sup> For å undersøke tilbudssjokkene, ser forfatterne på global oljeproduksjon. Resultatene i artikkelen viser at tilbudssjokk står for omlag 50 prosent av pris-svingningene, mens 25 - 30 prosent av svingningene i oljepris skyldes etterspørselssjokk. Det pekes også på at etterspørselssjokk står for om lag 25 prosent av svingningene i oljeproduksjon. Dette tilsier at både global oljeproduksjon og global økonomisk aktivitet er viktige drivere av oljepris.

Både Kilian og Murphy (2014) og Baumeister og Hamilton (2015) peker på oljelager (*inventory*) som en viktig årsak til kortsiktige svingninger i pris og produsert kvantum. Grunnen til dette er at en produksjonsøkning ikke nødvendigvis går til økt konsum, men som oppbyggingen av lager. Dette er tydelig gjennom likningen

$$Q_t^S - Q_t^D = \Delta I_t^*,$$

der  $Q$  er kvantum henholdsvis tilbudt ( $S$ ) og etterspurt ( $D$ ), og  $\Delta I_t^*$  er den faktiske endringen i globale lager. Asterisken markerer at dette anslaget innebærer unøyaktighet siden det for enkelte land er begrenset rapportering av lagertall (spesielt gjelder dette for Kina). Videre finner Baumeister og Hamilton (2015) at de viktigste faktorene som påvirker oljeprisen er sjokk i oljetilbud og sjokk i konsumetterspørselen, mens økonomisk aktivitet står for en liten andel av bidraget til endring i oljepris.

Av tidligere studier som har undersøkt drivere av oljeprisen er det tydelig at global etterspørsel, oljeproduksjon, og svingninger i oljelager er viktige komponenter for endringer i oljepris. De nevnte forklaringsvariablene burde derfor inkluderes i VAR-modeller

---

<sup>5</sup>Valget av metallprisindeksen er begrunnet i at politikktutformere og anvendere benytter dette som en indikator på svingninger i økonomien. Dette er videre støttet av Arezki og Blanchard (2014) som mener at metallpriser typisk vil reagere sterkere på endringer i globale økonomiske forhold enn oljeprisen.

som har som mål å gi gode prognoser på nominell og reell oljepris. I det neste kapitlet studeres modeller anvendt i tidligere forskning, og disse modellenes evne til å gi prognoser på oljepris.



## 3 Tidligere forskning og resultater

En rekke tidligere studier har undersøkt modeller for prognoser på den nominelle og reelle oljeprisen. Forskningen har studert prognoserresultater fra modeller som benytter futures-prisen og modeller som inkluderer oljemarkedsvariable, diskutert i det foregående kapittelet. Dette kapittelet gir et overblikk over resultatene fra modeller som er benyttet i tidligere forskning.

### 3.1 Resultater fra studier som benytter futures-prisen

Allerede i 2005 undersøker Wu og McCallum oljefutures sin evne til å predikere fremtidig oljepris. De påpeker at futuresprisen inneholder direkte informasjon om investorenes syn på fremtidig oljepris, siden begge parter som inngår kontrakten er enige om prisen på leveringstidspunktet. I notatet betraktes futures-prisen sin evne til å gi prognoser på oljepris. Dette ved først å benytte den direkte, ved  $\hat{S}_{t+h|t} = F_t^{(h)}$ , for så å benytte en modell som utnytter *spread*-en mellom futures- og spot-pris. Av de to modellene viser resultatene at *spread*-modellen gir noe bedre prognoser enn futures-prisen direkte ved korte horisonter, og at evnen til *spread*-modellen er overlegen på lengre horisonter.

I et arbeidsnotat fra 2009 benytter Pagano og Pisani en “*risikojustert futures-modell*” for å gi prognoser på oljeprisen. Modellen er sammenliknet med både futures-prisen direkte ( $\hat{S}_{t+h|t} = F_t^{(h)}$ ) og random-walk modellen. Estimeringen er gjort ved bruk av ekspanderende estimeringsvindu, med evaluering over perioden 1990.1 - 2007.2. Resultatene viser at den direkte futures-modellen har lavere RMSE<sup>6</sup> enn random-walk modellen på to- og tre måneders horisont, men at modellen ikke gir forbedringer i RMSE sammenliknet random-walk modellen på 4 - 12 måneders horisont. Prognosene fra den direkte futures-modellen har også betraktelig større skjevhet sammenliknet med random-walk modellen.

En omfattende studie av prognoser basert på ulike modeller som benytter futures-pris som indikator på spot-pris ble gjennomført av Alquist og Kilian (2010). Her benyttes futures-prisen direkte og ulike modeller som utnytter *spread*-en mellom futures- og spot-pris til å gi prognoser på fremtidig spot-pris. De fire modellene som betraktes er: en modell som låser logaritmen til *spread*-en til én; en modell som legger til et konstantledd og låser *spread*-en til én; en modell som tillatter for skjevhet i *spread*-en mellom futures- og spot-pris; og en modell som tillatter for både konstantledd og skjevhet. Videre evalueres prognosene over tidsrommet 1991.1 - 2007.2. Denne studien ble oppdatert og inkludert i Alquist et al. sitt bidrag til *Handbook of Economic Forecasting (2013)*. Resultatene fra de to studiene er tvetydige, slik at det fokuseres på resultatene fra den sistnevnte studien.

Prognosene fra studien til Alquist et al. (2013) evalueres over tidsrommet 1991.1 -

---

<sup>6</sup>Root mean square error

2009.12 og betrakter WTI-prisen og NYMEX-futures<sup>7</sup> med WTI som underliggende. Kontraktslengdene som benyttes gir grunnlag for horisontene som undersøkes. Lengden på kontraktene og horisontene som studeres er: én, tre, seks, ni og tolv måneder.

Det fremkommer at den direkte futures-modellen slår random-walk benchmarket på alle horisonter som undersøkes. Modellen som tillater for skjevhet og konstantledd, og modellen med konstantledd og låst koeffesient mellom *spread*-en, klarer ikke slå random-walk modellen på noen horisonter. Modellen som ikke inkluderer konstantledd, men tillater for skjevhet slår benchmarket på alle horisonter, med unntak av tolv måneders horisont.

For modellen der konstantledd utelates og *spread*-en mellom futures- og spot-pris låses til én gis det forbedringer i MSPE<sup>8</sup> mot random-walk modellen på alle horisonter. Denne modellen yter soleklart bedre enn de andre *spread*-modellene.

Chernenko et al. (2004) undersøker prognoser basert på futureskontrakter til en rekke ulike råvarer, da også WTI-futures-kontrakter omsatt på NYMEX. Resultatene viser at den direkte futures-modellen ( $\hat{S}_{t+h|t} = F_t^{(h)}$ ) benyttet på oljeprisen gir RMSE-forbedringer fra random-walk modellen på horisontene som er undersøkt; tre, seks og tolv måneder.

Liknende resultater finner Reeve og Vigfusson (2011) som gjennomfører en tilsvarende analyse. Relativt til random-walk modellen yter den direkte futures-modellen bedre på tre og tolv måneders horisont i begge estimeringsvindue som benyttes (1990 - 2010 og 2003 - 2010).

En omfattende studie som undersøker ulike modeller for å gi prognoser på Brent-prisen ble gjennomført av Manescu og Van Robays i 2014. Av modellene som undersøkes er den direkte futures-modellen,  $\hat{S}_{t+h|t} = F_t^{(h)}$ , der prognosene er gitt kvartalsvis og med et evalueringsvindu fra 1995Q1 - 2012Q4. Resultatene viser at futures-modellen yter bedre enn random-walk modellen på tre og fire kvartals horisont, mens den gir dårligere prognoser på ett og to kvartals horisont.

Beckers og Beidas-Strom (2015) benytter modellen  $\hat{S}_{t+h|t} = F_t^{(h)}$  som sammenlikningsgrunnlag mot ulike VAR-spesifikasjoner. Prognosene er gitt på én til tolv måneders horisont. Over evalueringsvinduet 2008.7 - 2014.12 finner forfatterne ingen RMSE-forbedringer for futures-modellen sammenliknet med random-walk prognosen.

I en tidligere masteroppgave ved NTNU benytter Vartomten (2010) futures-prisen direkte og to modeller som utnytter *spread*en mellom futures- og spot-pris til å gi prognoser på oljeprisen på tre og seks måneders horisont. Én spesifikasjon tar hensyn til både konstantledd og skjevhet, mens den andre kun tillater skjevhet.

Med et estimeringsvindu fra 1997.27 - 2009.52 og ved å betrakte NYMEX futures på WTI-olje, finner han RMSE-forbedringer fra random-walk modellen på tre og seks

---

<sup>7</sup>New York Mercantile Exchange

<sup>8</sup>Mean squared prediction error

måneders horisont ved bruk av futures-prisen direkte. For modellene som tillater *spread* mellom futures- og spot-pris gis det ingen RMSE-forbedringer, noe forfatteren mener skyldes den store volatiliteten i datasettet etter finanskrisen.

Oppgaven til Vartomten deler mange likheter med denne oppgaven. Jeg har valgt å utvide antall futures-modeller som studeres, samt å undersøke prisen på Brent-olje, og *ICE* futures med Brent-olje som underliggende. I tillegg studerer denne oppgaven utvidelser i form av VEC- og VAR-modeller.

### 3.2 Resultater fra studier som benytter VAR-modeller

Bruken av ulike VAR-spesifikasjoner for å lage prognoser på realoljeprisen har økt betraktelig i popularitet de siste ti årene. Bakgrunnen for benyttelse av vektor autoregressive (VAR) modeller stammer fra økonomisk teori. Trolig vil konjunktursvingninger, endringer i oljeproduksjon eller svingninger i oljelager påvirke oljeprisen. Dette avsnittet oppsummerer resultater fra tidligere studier som benytter VAR-modeller for å gi prognoser på den nominelle og reelle oljeprisen.

Den tidligere nevnte studien gjennomført av Alquist et al. (2013) benytter, i tillegg til futures-modellene, ulike VAR-modeller for å lage prognoser på oljeprisen. Utgangspunktet er en VAR-modell uten restriksjoner med fire forklaringsvariable. Disse er: Kilian sin indeks for global produksjon, den prosentvise endringen i global oljeproduksjon, endringen i globale oljelager, og logaritmen til realoljeprisen. Studien benytter RAC (*refiners acquisition cost*) deflatert med konsumprisindeksen i USA som mål på realoljeprisen. Modellen som spesifiseres inkluderer 12 autoregressive *lags*, og forfatterne evaluerer prognoser på 1, 3, 6, 9 og 12 måneders horisont over et utvalg fra 1991.1 til 2009.8. Resultatene viser statistisk signifikante MSPE-forbedringer på 1, 3, og 6 måneders horisont, sammenliknet med random-walk modellen. Det gis ikke forbedringer på ni og tolv måneders horisont.

Baumeister og Kilian (2014) benytter en tilsvarende modell som i Alquist et al. (2013) for å gi kvartalsvise prognoser på realoljeprisen. Det presenteres en modell som inkluderer realprisen på Brent-olje, for å undersøke hvordan Norges Bank burde lage prognoser på oljeprisen. En alternativ spesifisering estimeres, der Kilians REA indeks erstattes med indikatoren OECD+6MNE CLI. Dette gjøres for å undersøke prognoser basert på en alternativ indikator for global etterspørsel.

Modellene som benyttes evalueres over perioden 1992.Q1 - 2011.Q2, og resultatene viser at prognosene fra grunnmodellen (med RAC som mål på oljepris) slår random-walk referansen på ett og to kvartals horisont, men gir dårligere prognoser på tre og fire kvartal. For modellen der RAC erstattes med realprisen på Brent-olje finner forfatterne MSPE-forbedringer fra random-walk modellen på ett og to kvartals horisont. For prognoser på tre og fire kvartals horisont gis det ingen forbedringer mot random-walk modellen. Mo-

dellen som inkluderer realprisen på Brent-olje og OECD+6CLI, gir betraktelig dårligere prognoser på alle horisonter som undersøkes sammenliknet med random-walk modellen.

Baumeister og Kilian (2012) undersøker sanntidsprognosene<sup>9</sup> fra modeller for den reelle oljeprisen over et evalueringsvindu fra 1992.1 til 2010.6, og et initialiseringsvindu fra 1973.1 til 1991.12. Modellen tar utgangspunkt i Kilian og Murphy sin analyse fra 2014,<sup>10</sup> med prosentvis endring i global oljeproduksjon; Kilians REA indeks; endringen i globale oljelager; og realprisen på WTI som forklaringsvariable. Studien trekker frem at en VAR-modell med tolv *lag* uten restriksjoner slår random-walk modellen på én, tre, og tolv måneders horisont, mens random-walk modellen slår VAR-modellen på seks og ni måneders horisont.

I en studie gjennomført av Manescu og Van Robays (2014) benyttes ulike VAR-spesifikasjoner for å gi prognoser på Brent-prisen. Forklaringsvariablene som inngår er de samme som benyttes av Baumeister og Kilian (2012) (presentert over), men der RAC erstattes med logaritmen til den nominelle Brent prisen. Med forskjellige utvidelser konstrueres prognoser på Brent-prisen, som videre evalueres over perioden 1995Q1 - 2014Q4. Relevante alternative VAR-spesifikasjoner består av modellen beskrevet over, men der trend inkluderes, og en spesifisering der Kilians REA indeks erstattes med indikatoren OECD+06MNE CLI. Denne serien er uttrykt i førstedifferansen til dens naturlige logaritme, for å gjøre den stasjonær.

Av resultatene fremkommer det at VAR-modellene med og uten trend, ikke klarer å slå random-walk referansen på horisonter opp til fire kvartal. VAR-modellen som inkluderer OECD+6CLI som indikator på økonomisk aktivitet, slår random-walk modellen på ett og to kvartals horisonter. Modellen gir dog dårligere resultater på tre og fire kvartals horisont.

Beckers og Beidas-Strom (2015) undersøker prognoser på den nominelle Brent-prisen basert på ulike VAR-spesifikasjoner. Grunnmodellen som benyttes i analysen inneholder forklaringsvariablene: oljeproduksjon; en indikator for industriell produksjon; data for oljeinventar i OECD (som proxy for inventar i verden); konsumprisindeksen i USA; og den reelle oljeprisen (Brent-pris deflatert med U.S. CPI). Alle variablene er *log-differensiert* for å gjøre de stasjonære. En alternativ spesifisering av modellen benyttes, der indikatoren for industriproduksjon erstattes med Kilians REA indeks.

Prognosene evalueres over vinduet 2008.7 – 2014.12, og forfatterne finner RMSE-forbedringer fra random-walk modellen for alle horisonter, med unntak av 24 måneders

---

<sup>9</sup>*Real-time forecasts* er, i følge Koenig, Dolmas og Piger (2003), et begrep om prognoser som benytter data som er mest tilgjengelig på hvert spesifikke tidspunkt i perioden, dette benyttes siden *end-of-sample data* (som benyttes i denne masteroppgaven) kan revideres i ettertid, og dermed vil variere fra data som prognosemaker har tilgjengelig i sanntid.

<sup>10</sup>Artikkelen til Kilian og Murphy ble publisert som arbeidsnotat i 2010.

horisont for grunnmodellen. Modellen som benytter Kilians REA indeks har kun RMSE-forbedringer på én til tre måneders horisont sammenliknet med random-walk modellen.

Det er tydelig at resultatene fra tidligere forskning spriker, både for prognoser basert på futures-prisen og for mer avanserte VAR-spesifikasjoner. Det vil derfor være interessant å se hvilken evne modellene som undersøkes i denne oppgaven har til å gi prognoser på oljeprisen, og hvor godt de samsvarer med tidligere resultater. Det neste kapitlet presenterer datasettene som benyttes i oppgaven.

## 4 Datasett

Datasettet som benyttes i oppgaven er todelt; en del består av ukentlige observasjoner på Brent spot- og futures-pris, mens den andre delen består av månedlige observasjoner på lagertall, oljeproduksjon og tre indikatorer for global økonomisk aktivitet, samt konsumprisindeksen i USA.

### 4.1 Futures-kontrakter

I analysen benyttes spot-prisen på Brent-olje og futures-kontrakter (med Brent-olje som underliggende) med kontraktslengde på én til tolv måneder. Serien med data for Brent-spot er hentet fra St. Louis Fed, og består av daglige observasjoner på spot-pris som strekker seg tilbake til 1987. Data for futures-kontraktene er hentet fra Thompson Reuters Datastream, med daglige observasjoner for *kontinuerlige* futures-kontrakter.<sup>11</sup>

Futures-kontraktene som benyttes i oppgaven er omsatt på *The Intercontinental Exchange (ICE)*, og serien for én-månedskontrakter (frontkontrakten) strekker seg tilbake til juni 1988. Kontrakter med tolv måneders løpetid er tilgjengelig fra 15. april 1994.

Rulleringen av kontraktene har betydning for konstruksjonen av datasettet. Til og med februar 2016 var følgende gjeldende: Kontraktene rullerer enten den 15. dagen før den første kalenderdagen i kontraktsmåned, dersom denne dagen ikke er en handelsdag (i UK), rullerer kontrakten på den påfølgende handelsdagen. Det vil si at dersom vi i starten av april 2015 eide frontkontrakten (én-månedskontrakten), ville denne utløpt den 15. april, deretter rulleres kontrakten over til kontrakten for levering i mai.

Fra mars 2016 gjelder følgende for kontraktene: Handelen i en kontrakt ender på den siste handelsdagen to måneder før kontrakten utløper. Dette betyr at kontrakten for levering av olje i juni utløper på den siste handelsdagen i april (The Intercontinental Exchange, 2017).

Dataene med futures-kontrakter er satt sammen til ukentlige observasjoner, der sluttkursen på fredag er benyttet. Dersom den aktuelle fredagen ikke er en handelsdag, benyttes den nærmeste tilgjengelige observasjonen tilbake i tid.<sup>12</sup> Samme strategi er benyttet for oljepriserien.

Konstruksjonen av variablene som benyttes i analysen fører til at datasettet avkortes med 52 observasjoner. Dette gir en sammenhengende tidsserie med data fra 21.04.1995 - 06.01.2017.

---

<sup>11</sup>Etttersom en enkeltkontrakt har varighet tilsvarende lengden på den spesifiserte kontrakten, gir en enkeltkontrat lite informasjon. Konstruksjonen av kontinuerlige kontrakter medfører at alle kontrakter med samme lengde til forfall er satt sammen til en kontinuerlig serie.

<sup>12</sup>Det betyr at om 1. juledag er på en fredag (som ikke er handelsdag i Storbritannia) er den manglende observasjonen erstattet med avsluttende pris den 24. desember.

## 4.2 Oljemarkedsdata

Data for oljeinventar i USA, oljeproduksjon i verden, og stålproduksjon i verden er hentet fra Thompson Reuters Datastream. Oljeproduksjons og -lagerdata er utgitt av *U.S. Energy Information Administration (EIA)*, mens data for stålproduksjon publiseres av *World Steel Association*. Kilians indeks for global økonomisk aktivitet er hentet fra Lutz Kilian sin hjemmeside.<sup>13</sup> Indikatoren er foreslått av Kilian i artikkelen: “*Not All Oil Price Shocks Are Alike*” (Kilian, 2009). Indikatoren er konstruert for å fange opp endringer i global etterspørsel etter industrielle råvarer som følger av globale konjunktursvingninger. Serien er konstruert ved å bruke fraktrater for tørrlast i global shipping.

OECD utgir data for indikatoren OECD+6MNE CLI, som er en månedlig indikator på globale konjunktursvingninger målt for OECD landene pluss seks store fremvoksende økonomier.<sup>14</sup> Også denne tidsserien er hentet fra Thompson Reuters Datastream.

Serien med konsumprisindeks fra USA er hentet fra St. Louis Fed, denne er sesongjustert og indekstert med 1982 - 1984 satt til 100. Konsumprisindeksen er publisert av *U.S. Bureau of Labor Statistics*.

Forklaringsvariablene som benyttes i analysen med VAR-modeller har følgende benevninger:

- *RBrent* – Reell Brent-pris, konstruert som nominell pris delt på konsumprisindeksen i USA.
- *prod* – Global oljeproduksjon.
- *crinv* – Lagertall for olje fra USA (som proxy for oljelager i verden).
- *06CLI* – Indikatoren for global produksjon, publisert av OECD.
- *Kilian REA* – Kilians globale shipping-indeks, benyttet som indikator på global produksjon.
- *Steel* – Stålproduksjon som indikator på global økonomisk aktivitet.

Behandlingen av rådataene som benyttes i oppgaven er gjort ved bruk av MS Excel, mens Oxmetrics og *R* er benyttet i estimeringen av modellene.

---

<sup>13</sup><http://www-personal.umich.edu/~lkilian/paperlinks.html>

<sup>14</sup>+6MNE indikerer landene: Brasil, Kina, India, Indonesia, Russland og Sør-Afrika.

## 5 Metode

Denne delen av oppgaven tar for seg metoden som benyttes i estimeringen av de ulike modellene. Først presenterer jeg metoden som benyttes for enkeltlikninger, før jeg går videre til metoden som benyttes for modellene som består av system av likninger. Til slutt avslutter jeg ved å se på mål på prognosenes nøyaktighet.

### 5.1 Metode for enkeltlikninger

#### 5.1.1 Dickey-Fuller testene

Stasjonaritet er sentralt for at standard inferensmetoder skal kunne benyttes. Dersom en variabel i en spesifikk modell inneholder en enhetsrot (*eng: unit-root*) vil variansen til estimatoren være eksplosiv og sjokk i feilleddet vil persistere for alltid. En formell test for enhetsrøtter ble foreslått av Dickey og Fuller i 1979. Dickey-Fuller testen er en test av nullhypotesen om at variabelen  $y_{t-1}$  i den enkle modellen

$$y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim i.i.d. \mathcal{N}(0, \sigma^2). \quad (5.1)$$

inneholder en enhetsrot, slik at prosessen  $\{y_t\}$  ikke er stasjonær ( $I(1)$ ). Alternativhypotesen er at prosessen er stasjonær ( $I(0)$ ).

AR(1) prosessen vist i likning (5.1) vil inneholde en enhetsrot dersom  $\phi = 1$ . Prosessen kalles da en *random walk* eller *tilfeldig gang*. Dersom  $|\phi| < 1$  er prosessen stasjonær og modellen kan estimeres uten problemer. Den formelle testen for en enhetsrot som foreslått av Dickey og Fuller tar utgangspunkt i følgende reparameterisering av likning (5.1):

$$\begin{aligned} \Delta y_t &= (\phi - 1)y_{t-1} + \varepsilon_t \\ \Delta y_t &= \rho y_{t-1} + \varepsilon_t \end{aligned}$$

Dickey-Fuller testen er da en test av den ensidige hypotesen  $H_0 : \rho = 0$ , mot alternativet  $H_A : \rho < 0$ . Dersom  $\rho = 0$  har følger  $\{y_t\}$  en  $I(1)$ -prosess, som medfører at serien må differensieres én gang før den er stasjonær. Testobservatoren som benyttes er en  $t$ -test på den estimerte verdien på  $\rho$ :

$$t_{DF} = \frac{\hat{\rho}}{\text{se}(\hat{\rho})}$$

Et problem her, er at under nullhypotesen om ikke-stasjonaritet, vil ikke  $t$ -fordelingen følge sin vante fordeling, slik at kritiske verdier fra  $t$ -tabellen blir ugyldige. Kritiske verdier er simulert og gitt i Dickey og Fuller (1979).

Testen kan også utvides til å ta hensyn for både trend og konstantledd, dette gir tre



utgaver av testen:

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta y_t = \alpha + \beta \cdot t + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$

En videre utvidelse av testen inkluderer differensierte lag av forklaringsvariabelen for å unngå problemet med seriekorrelerte restledd, muligheten for *flere* enhetsrøtter, og muligheten for at AR(1)-modellen ikke er den sanne modellen. Den utvidede testen er kjent som *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) testen, og er formulert som:

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \rho y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \gamma_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t, \quad (5.2)$$

der

$$\rho = -1 + \sum_{j=1}^p \phi_j, \quad \text{og} \quad \gamma_j = - \sum_{k=j+1}^p \phi_k, \quad j = 1, 2, 3, \dots, p$$

### 5.1.2 Kointegrasjon i Engle og Grangers rammeverk

Dersom man studerer to variable  $y_t$  og  $z_t$  som begge er  $I(1)$  vil en regresjon av  $z_t$  på  $y_t$  som oftest gi en spuriøs regresjon, altså at feilledet også er  $I(1)$ . Dette medfører at OLS-estimatoren i regresjonen  $y_t = \alpha + \beta z_t + \varepsilon_t$  ikke konvergerer mot sin sanne verdi, samt at estimatoren ikke følger normalfordelingen.<sup>15</sup> Det vil, dersom de to variablene følger samme trend eller mønster, være mulig at feilledet i en slik regresjon er  $I(0)$  som tilsier at vi har kointegrasjon mellom de to variablene.

Ved å se på en regresjon av futures-prisen på spot-prisen

$$S_t = \alpha + \beta F_t^{(h)} + u_t, \quad (5.3)$$

vil spot- og futures-prisen være kointegrert dersom  $\hat{u}_t = S_t - \hat{\alpha} - \hat{\beta} F_t^{(h)} \sim I(0)$ . Som vi ser krever kointegrasjon at de estimerte residualene er stasjonære. Dersom variablene er kointegrert, vil MKM-estimatoren  $\hat{\beta}$  konvergere mot sin sanne verdi raskere enn dersom begge variablene er stasjonære. Dette medfører at  $\hat{\beta}$  kalles en super-konsistent estimator for  $\beta$ .

En test for kointegrasjon presenteres av Engle og Granger (1987). Testen er i utgangspunktet en ADF test på de estimerte residualene, og kan formuleres som:

$$\Delta \hat{u}_t = \rho \hat{u}_{t-1} + \sum_{j=1}^p \Theta_j \Delta \hat{u}_{t-j} + \eta_t, \quad (5.4)$$

---

<sup>15</sup>Spuriøse regresjoner kan for eksempel gi en bra tilpasset modell, med høy forklaringskraft, mellom to variable som ikke har noen økonomisk sammenheng.

der man tester den ensidige hypotesen  $H_0 : \mu = 0$ , mot alternativet  $H_A : \mu < 0$ . Dersom nullhypotesen kan forkastes, vil restleddet  $\hat{u}_t$  være stasjonært og variablene vil være kointegrert. Et problem ved benyttelse av denne metoden er at de kritiske verdiene fra ADF-testen ikke kan benyttes. Det følger av at vi tester de estimerte residualene, og ikke de faktiske residualene. Dersom  $\alpha$  og  $\beta$  i likning (5.3) var kjent på forhånd, kunne man konstruere de sanne residualene og benytte de kritiske verdiene for ADF-testen (Enders, 2015) (Bjørnland og Thorsrud, 2014). Kritiske verdier for Engle og Grangers kointegrasjonstest er tilgjengelig fra *Supplementary Manual (Table C)* i Enders' *Applied Econometric Time Series*.

### 5.1.3 Bestemmelse av lag-lengde ved hjelp av informasjonskriteriene

For å velge korrekt lag-lengde for modellen, er det vanlig å benytte en *generell-til-spesifikk* metode der man tar utgangspunkt i en generell modell. Med utgangspunkt i den generelle modellen testes lag-lengden ned ved å benytte en  $t$ -test på det siste inkluderte lag-et. Man velger da en modell der alle inkluderte lag er statistisk signifikante. Et problem med denne metoden er at man kan ende opp med for få lags, slik at viktig informasjon utelates fra modellen. I motsatt tilfelle kan man ende opp med en for generell modell som gir et frihetsgradsproblem i estimeringen.

I bestemmelsen av den "rette" modellen er det vanlig å kombinere metoden over med en analyse av informasjonskriteriene. De tre vanligste informasjonskriteriene, som også rapporteres i OxMetrics, er Aikaikes Informasjonskriterie (AIC), Schwarz' Bayesiske kriterie (SBC) og Hannan-Quinn kriteriet (HQC). Ved å følge Lütkepohl og Krätzig (2004) er de tre kriteriene gitt ved:

$$AIC(n) = \ln \tilde{\sigma}_u^2(n) + \frac{2}{T} \cdot n \quad (5.5)$$

$$SBC(n) = \ln \tilde{\sigma}_u^2(n) + \frac{\ln(T)}{T} \cdot n \quad (5.6)$$

$$HQC(n) = \ln \tilde{\sigma}_u^2(n) + \frac{2 \ln(\ln(T))}{T} \cdot n \quad (5.7)$$

Der  $\tilde{\sigma}_u^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{u}_t(n)^2$  er et konsistent estimat på variansen til residualene fra en MKM-regresjon på en modell med  $n$  lags. Målet er å velge det kriteriet med lavest verdi. Logaritmen til den estimerte residualvariansen vil naturligvis reduseres ettersom antall parametre i modellen øker, siden dette gir en bedre tilpasset modell. Ettersom det ikke gis noen korreksjon for antall frihetsgrader inkluderes dette i alle kriteriene, gitt ved andre leddet på høyre side. Dette leddet straffer inkluderingen av forklaringsvariable. Det fremgår at SBC gir en "strengere" straff for inkludering av forklaringsvariable sammenliknet med AIC.

Fra Lütkepohl og Kratzig fremkommer det at AIC vil overestimere lag-lengden med positiv sannsynlighet, at HQC gir et konsistent estimat på lag-lengden ( $plim \hat{p} = p$ ), og at SBC gir et strengt konsistent estimat på lag-lengden ( $\hat{p} \xrightarrow{a} p$ ). Ved å kalle lag-lengden bestemt av de tre kriteriene  $\hat{p}(AIC)$ ,  $\hat{p}(HQC)$  og  $\hat{p}(SBC)$  fremgår det av resonnementet over at

$$\hat{p}(SBC) \leq \hat{p}(HQC) \leq \hat{p}(AIC).$$

Ved inkonsistente resultater fra de tre kriteriene, burde det velges modell basert på bakgrunn av SBC. Dersom det overordnede målet er å finne en modell som skal benyttes til å gi prognoser på oljepris, burde SBC benyttes siden dette målet velger den mest sparsommelige modellen (Bjørnland og Thorsrud, 2014, s. 67).

## 5.2 Metode for system av likninger

### 5.2.1 Estimering av VAR-modeller

Dette avsnittet tar for seg metoden for å estimere vektor autoregressive- (VAR) og vektor likevektskorrigeringsmodeller (VECM). Argumentasjonen baserer seg på Lütkepohl og Krätzig (2004), Bjørnland og Thorsrud (2014) og Kilian og Lütkepohl (Kommende).

For å estimere en VAR-modell med  $p$  lag betraktes modellen:

$$\bar{y}_t = \bar{\mu} + \mathbf{A}_1 \bar{y}_{t-1} + \mathbf{A}_2 \bar{y}_{t-2} + \cdots + \mathbf{A}_p \bar{y}_{t-p} + \bar{u}_t, \quad (5.8)$$

der  $\bar{y}_t = [y_{1,t}, y_{2,t}, \dots, y_{n,t}]'$  definerer vektoren med  $n$  forklaringsvariable, vektoren  $\bar{\mu}$  inneholder konstantleddene, mens matrisene  $\mathbf{A}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$  inneholder koeffesientene til de respektive laggene av  $\bar{y}_t$ . Vektoren  $\bar{u}_t$  inneholder feilleddene. Det antas at de følger en *white-noise* prosess med  $E[\bar{u}_t] = 0$  og  $\text{cov}(\bar{u}_t, \bar{u}_s') = \Sigma_u$  for  $t = s$  og lik null for  $t \neq s$ .

Ved å stable systemet på *companion-form* kan det estimeres ved å benytte minste kvadraters metode (MKM). Denne formuleringen reduserer i tillegg  $VAR(p)$ -prosessen til en  $VAR(1)$ -prosess. Ved å definere den  $(np \times 1)$ -dimensjonale vektoren:

$$\bar{Z}_t = [\bar{y}_t', \bar{y}_{t-1}', \dots, \bar{y}_{t-p+1}']',$$

kan systemet skrives som:

$$\bar{Z}_t = \bar{\Gamma}_0 + \mathbf{\Gamma}_1 \bar{Z}_{t-1} + \bar{v}_t,$$

med egenskapene:

$$\bar{\Gamma}_0 \equiv \begin{bmatrix} \bar{\mu} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{(np \times 1)}, \quad \mathbf{\Gamma}_1 \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 & \cdots & \mathbf{A}_{p-1} & \mathbf{A}_p \\ \mathbf{I}_n & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_n & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{I}_n & 0 \end{bmatrix}_{(np \times np)},$$

$$\bar{v}_t \equiv [\bar{u}_t, 0, 0, \dots, 0]'_{(np \times 1)}$$

For at  $VAR$ -prosessen skal være stabil, kreves det at:

$$|\mathbf{\Gamma}_1 - \lambda \mathbf{I}| = 0, \quad (5.9)$$

som betyr at alle egenverdiene til matrisen  $\mathbf{\Gamma}_1$  har modulus strengt mindre enn én.

Ved bruk av MKM likning for likning, kan  $VAR$ -modellen estimeres. Dette vil gi konsistente estimatorene, og under forutsetningen om normalfordelte restledd har vi en effisient estimator. For å finne MKM-estimatorene antas det at vi har et utvalg på  $T$  observasjoner,  $y_1, y_2, \dots, y_t$  for hver av de  $n$  parametrene som inngår i modellen. Det antas også at vi har  $p$  *pre-sample* verdier for hver av de  $n$  variablene,  $(y_{t-p+1}, y_{t-p}, y_{t-p-1}, \dots, y_0)$ . Videre defineres

$$\mathbf{Y} = [\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_T]$$

$$\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2 : \dots, \mathbf{A}_p]$$

$$U = [\bar{u}_1, \bar{u}_2, \dots, \bar{u}_T], \text{ og}$$

$$Z = [Z_0, Z_1, \dots, Z_{T-1}]$$

med  $Z_{T-1} = [\bar{y}'_{t-1}, \bar{y}'_{t-2}, \dots, \bar{y}'_{t-p}]'$ .  $VAR(p)$ -modellen gitt i likning (5.8) kan da formuleres som

$$\mathbf{Y} = \mathbf{AZ} + \mathbf{U}$$

der MKM-estimatoren for  $\mathbf{A}$  er gitt ved:

$$\hat{\mathbf{A}} = [\hat{\mathbf{A}}_1 : \hat{\mathbf{A}}_2 : \dots : \hat{\mathbf{A}}_p] = \mathbf{YZ}'(\mathbf{ZZ}')^{-1}$$

Under vanlige forutsetninger er MKM-estimatoren  $\hat{\mathbf{A}}$  konsistent og asymptotisk normalfordelt:

$$\sqrt{T} \text{vec}(\hat{\mathbf{A}} - \mathbf{A}) \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0, \Gamma^{-1} \otimes \Sigma_u)$$

Her defineres  $\text{vec}$  som vektoriseringen av differansen  $(\hat{\mathbf{A}} - \mathbf{A})$  og  $\xrightarrow{d}$  som konverges i sannsynlighet.  $\otimes$  er Kronecker-produktet.

Lütkepohl og Krätzig (2004) definerer egenskapene til estimatoren  $\hat{\mathbf{A}}$  på følgende måte:

$$\sqrt{T} \text{vec}(\hat{\mathbf{A}} - \mathbf{A}) \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0, \Sigma_{\hat{\mathbf{A}}}),$$

der

$$\text{vec}(\hat{\mathbf{A}}) \overset{a}{\sim} \mathcal{N}(\text{vec}(\mathbf{A}), \Sigma_{\hat{\mathbf{A}}}/T)$$

Kovariansmatrisen til estimatoren er definert som:

$$\Sigma_{\hat{\mathbf{A}}} = \text{plim}(\mathbf{ZZ}'/T)^{-1} \otimes \Sigma_u$$

Som gir resultatet

$$\text{vec}(\hat{\mathbf{A}}) \approx \mathcal{N}(\text{vec}(\mathbf{A}), (\mathbf{Z}\mathbf{Z}')^{-1} \otimes \Sigma_u)$$

Kovariansmatrisen til residualene  $\Sigma_u$  kan estimeres ved bruk av MKM likning for likning på systemet. Ved å anta at residualene er gitt ved  $\hat{u}_t = y_t - \hat{\mathbf{A}}\mathbf{Z}_{t-1}$  er følgende konsistente estimatorer på kovarians-matrisen:

$$\hat{\Sigma}_u = \frac{1}{T - Kp} \sum_{t=1}^T \hat{u}\hat{u}', \text{ og } \tilde{\Sigma}_u = \sum_{t=1}^T \hat{u}\hat{u}'$$

Der  $K$  er antall likninger og  $p$  er antall parametre som inngår i systemet.

### 5.2.2 Kointegrert VAR: VECM

For å undersøke om det er kointegrasjon i et system av likninger er det vanlig å reparameterisere VAR-prosessen, som vist for Dickey-Fuller testene. VAR(1)-prosessen gitt ved

$$\bar{y}_t = \bar{\mu} + \mathbf{A}_1 \bar{y}_{t-1} + \bar{u}_t,$$

kan reparameteriseres til å gi:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{y}_t &= \bar{\mu} + (\mathbf{A}_1 - \mathbf{I})\bar{y}_{t-1} + \bar{u}_t \\ &= \bar{\mu} + \mathbf{\Pi}\bar{y}_{t-1} + \bar{u}_t \end{aligned} \tag{5.10}$$

Som nevnt tidligere vil en VAR(p)-prosess være stabil dersom alle egenverdiene til den karakteristiske likningen  $|\mathbf{\Pi} - \lambda\mathbf{I}| = 0$  har modulus strengt mindre enn én. Dersom noen av egenverdiene har modulus større enn én, vil det ikke være mulig å benytte standard inferensmetoder, siden VAR-modellen ikke er invertibel. Problemet med å estimere en ustabil VAR kan overkommes ved å formulere modellen som i likning (5.10).

Hvis forklaringsvariablene som inngår er  $I(1)$  kan det eksistere flere lineære kombinasjoner av prosessen som er stasjonære ( $I(0)$ ), kalt kointegrerte kombinasjoner eller -vektorer. For å finne antall kointegrerte vektorer undersøkes rangen ( $r$ ) til matrisen  $\mathbf{\Pi}$ . Dersom

1. Antall variable er lik rangen til matrisen ( $n = r$ ) har  $\mathbf{\Pi}$  full rang, og VAR-prosessen kan estimeres på nivåform.
2. Rangen til  $\mathbf{\Pi}$  er mindre enn antall variable ( $1 \leq r < n$ ) må vi finne antallet kointegrerte vektorer som inngår. I det enkle tilfellet der  $n = 2$  kan det kun eksisterere én kointegrert vektor.
3. Dersom  $\mathbf{\Pi}$  har rang null vil VAR-prosessen ikke være kointegrert, og den kan estimeres i førstedifferanser. I dette tilfellet vil det ikke være noen langsiktig likevekt mellom variablene som inngår i systemet.

Testen for kointegrasjon i multivariat setting er mer avansert og krevende å utføre enn Engle-Granger metoden. For å teste for kointegrasjon i en VAR er det vanlig å benytte Johansen-metoden, som er å betrakte som en multivariat versjon av Dickey-Fuller testen.

Johansen (1988) foreslår følgende test-observator, kjent som Johansens *trace-statistic*.

$$\lambda_{trace}(r) = -T \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_i), \quad r = 0, 1, 2, \dots, n-1 \quad (5.11)$$

der  $\hat{\lambda}_i$  er de estimerte egenverdiene fra matrisen  $\mathbf{\Pi}$ ,  $r$  er rangen, og  $n$  er antallet forklaringsvariable. Nullhypotesen i testen er at  $r(\mathbf{\Pi}) \leq n$ , altså at rangen til  $\mathbf{\Pi}$  er mindre eller lik antall forklaringsvariable,  $n$ . Alternativhypotesen er at matrisen  $\mathbf{\Pi}$  kan formuleres som  $\mathbf{\Pi} = \alpha\beta'$ , der  $\alpha$  og  $\beta$  er matriser av dimensjon  $n \times r$ . Matrisen  $\beta$  inneholder kointegrasjonsvektorene, mens elementene i matrisen  $\alpha$  kalles *speed-of-adjustment*<sup>16</sup> parametrene. Dette medfører at dersom vektorprosessen  $\bar{y}_t \sim I(1)$ , vil prosessen  $\Delta\bar{y}_t$  være stasjonær, slik at de lineære kombinasjonene av  $\beta'\bar{y}_t$  er stasjonære.

*Maximum-likelihood* metoden foreslått av Johansen går ut på at egenverdiene ( $\lambda_i$ ) rangeres slik at  $\hat{\lambda}_1 > \hat{\lambda}_2 > \dots > \hat{\lambda}_n$ , der rommet som spennes av vektoren som inneholder de  $r$  største egenverdiene er det  $r$ -dimensjonale kointegreringsrommet.

For å teste hypotesen om antallet kointegrerte vektorer, benyttes test-statistikken som gitt i (5.11) som nullhypotesen, mens alternativhypotesen er at det er flere enn  $r$  kointegrerte forhold. Det testes stegvis ved først å teste hypotesen om at  $r \leq 1$  mot alternativhypotesen  $r \geq 1$ , hvis nullhypotesen forkastes, sees det på  $r \leq 2$  mot alternativet  $r \geq 2$ , og så videre. Det konkluderes med at rangen til  $\mathbf{\Pi}$  er gitt ved den første signifikante test-statistikken.

I denne oppgaven betraktes et system med to forklaringsvariable som er kointegrert, og det vil dermed kun være én kointegrert vektor i systemet.<sup>17</sup> Matrisen  $\mathbf{\Pi}$  vil i dette tilfellet være formulert som:

$$\mathbf{\Pi} = \alpha\beta' = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 \end{bmatrix}$$

Bjørnland og Thorsrud (2014) peker på at for å oppnå full identifikasjon kreves  $r^2$  restriksjoner på systemet, der  $r$  er antallet kointegrerte vektorer. Siden  $r$  i tilfellet med to variable kun kan være én, er en mulig strategi for å identifisere den langsiktige likevekten å normalisere rundt et av elementene  $\beta_{ij}$ . Ved å følge Doornik og Hendry (2013b) og sette  $\beta_1 = 1$  kan matrisen  $\mathbf{\Pi}$  formuleres som:

$$\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} \alpha_1\beta_1 \\ \alpha_2\beta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \beta_2/\beta_1 \end{bmatrix}$$

<sup>16</sup>Tilpasningshastighetsparametre.

<sup>17</sup>Dersom systemet har full rang kan det estimeres på sin spesifiserte form, og dersom rangen er null kan det estimeres i førstedifferanser, slik at det ikke er nødvendig å identifisere  $\mathbf{\Pi}$ .

Valget  $\beta_1 = 1$  tillegger ingen restriksjoner på kointegrasjonsrommet, men er kun en bestemmelse av verdien på et av elementene i kointegrasjonsvektoren.

Dersom dummy-variable er inkludert i regresjonen påvirker dette kritiske verdier for Johansens test-observator. En diskusjon av dummy-variable sin påvirkning på den asymptotiske fordelingen til Johansens test-observator er gjort i Juselius (2006). Essensen fra diskusjonen er at uansett om dummy-variablene er pålagt restriksjoner for å ligge i kointegrasjonsrommet, eller inngår i systemet uten restriksjoner, vil trolig fordelingen til test-observatoren forskyves. Dette medfører at kritiske verdier for Johansens test-observator må simuleres. Ved inkludering av dummy-variable vil dermed Johansen-testen kun gi en *indikasjon* på rangen til systemet.

## 5.3 Evaluering av prognoser

### 5.3.1 RMSE, MAPE og skjevhet

For å evaluere prognosene som genereres av de ulike modellene benytter jeg tre vanlige mål på prognosefeil; RMSE (*root mean squared error*), MAPE (*mean absolute percentage error*), og skjevhet (*bias*). Dersom prognosen evalueres over det tilbakeholdte utvalget  $h = 1, 2, \dots, H$ , og  $y_{t+h}$  og  $f_{t+h}$  er de faktiske- og prognostiserte verdiene, er prediksjonsfeilen på tidspunkt  $t+h$  gitt ved  $e_{t+h} = (y_{t+h} - f_{t+h})$ . De tre nevnte tapsfunksjonene som måler prognosefeil er gitt ved:

$$RMSE = \left[ \frac{1}{H} \sum_{h=1}^H (y_{t+h} - f_{t+h})^2 \right]^{1/2}$$

$$MAPE = \frac{100}{H} \sum_{h=1}^H \left| \frac{y_{t+h} - f_{t+h}}{y_{t+h}} \right|$$

$$Bias = \frac{1}{H} \sum_{h=1}^H (y_{t+h} - f_{t+h})$$

Som vi ser viser skjevheten hvor mye prognosen i snitt under- eller overestimerer utviklingen i serien  $\{y_t\}$ . Dersom  $Bias > 0$  vil prognosen underestimere den reelle utviklingen og ved  $Bias < 0$  er prognosen i snitt større enn serien  $\{y_t\}$ . RMSE gir et mål på hvor mye prognosen i snitt *“bommer”* i faktisk verdi mot den underliggende serien. Dersom den underliggende serien er oljepris, tilsier en RMSE på 1 at prognosen i snitt bommer med én dollar fatet. Til slutt gir MAPE et mål på det gjennomsnittlige prosentvise avviket fra den observerte serien.

### 5.3.2 Prediksjon av retningsendringer

I litteraturen er et vanlig brukt mål på en prognoses treffsikkerhet, suksessraten til prognosen.<sup>18</sup> Pesaran og Skouras (2006) viser til at mål på prognosenøyaktighet har forskjellige verdi for ulike brukere av prognosene. Målet inkluderes ettersom det kan være av betydning for brukeren av prognosen å vite hvor godt prognosen klarer å predikere riktige endringer i oljepris. For eksempel kan det være av interesse for Norges Bank å vite hvor godt deres prognose klarer å predikere “*opp*”-bevegelser i oljepris. Dette følger av at en økning i oljepris gir et annet innslag i makroøkonomien sammenliknet med en nedgang i oljeprisen.

Videre peker Elliott og Timmermann (2008) på at prognoser som generer lav RMSE og MAPE ikke nødvendigvis gir høy andel korrekt predikerte retningsendringer; høy suksessrate. Det vil da være av interesse å inkludere enda et mål på prediksjonsnøyaktighet slik at vi unngår å bli blendet av RMSE og MAPE, og får et sterkere grunnlag for å evaluere prognosene fra de ulike modellene.

Basert på Blaskowitz og Herwartz (2009) og Pesaran og Skouras (2006) utledes det en enkel tapsfunksjon som måler suksessraten til prognosen. For å beregne suksessraten til en prognose, den andelen av prognosen som predikerer korrekt fortegn på endringen i den sanne verdien, defineres de binære variablene

$$\begin{aligned}\tilde{Y}_t &= I(y_{t+h} - y_{t+h-1} > 0), \text{ og} \\ \tilde{F}_t &= I(f_{t+h} - y_{t+h-1} > 0),\end{aligned}$$

der den sanne verdien  $h$  steg fremover er gitt ved  $y_{t+h}$ , og prognosen er gitt ved  $f_{t+h}$ .  $I(\cdot)$  er indikatorfunksjonen, som tar verdien én hvis uttrykket i parentes er sant og null ellers. Målet  $\tilde{F}_t$  kan sees på som en korrekt predikert *opp*-bevegelse. Til slutt defineres variabelen

$$\tilde{Z}_t = I(\tilde{F}_t = \tilde{Y}_t),$$

som tar verdien én dersom variablene  $\tilde{F}_t$  og  $\tilde{Y}_t$  er like. Tapsfunksjonen defineres som

$$L_h^{DA} = \begin{cases} 1 & \text{hvis } \tilde{Z}_t = 1 \\ 0 & \text{hvis } \tilde{Z}_t = 0 \end{cases}$$

Suksessraten til prognosen generert av serien  $y_t$  er dermed gitt ved

$$SR = \frac{1}{H} \sum_{h=1}^H L_h^{DA}. \quad (5.12)$$

Det er tydelig at suksessraten gir en verdi mellom null og én, slik at vi får et mål på antallet korrekt predikerte fortegnsendringer for prognosen, oppgitt i prosent.

<sup>18</sup>På engelsk benyttes begrepene *success-ratio* og *directional accuracy* om hverandre. Av språklige hensyn har jeg valgt å bruke begrepet *suksessrate*.



### 5.3.3 Dynamiske- og statiske prognoser

For å gi prognoser på oljepris basert på de ulike modellene er det to sentrale metoder som kan benyttes. Man kan benytte en dynamisk prognose, der verdien på tidspunkt  $t + 2$  avhenger av den predikerte verdien på spot-pris på tidspunkt  $t + 1$ . Dette vil være den teoretisk rette metoden å lage prognoser på, ettersom man i utgangspunktet ikke vet hva som skjer i morgen, eller på tidspunkt  $t + 3$ .

Ved å benytte en statisk prognose vil den predikerte verdien på oljepris på tidspunkt  $t + 2$  avhenge av den faktiske verdien på tidspunkt  $t + 1$ , og den predikerte verdien på tidspunkt  $t + 3$  avhenge av den faktiske verdien på tidspunkt  $t + 2$ . Dette medfører at man er avhengig av faktiske verdier på oljepris for å lage prognosen, noe som ikke vil være tilgjengelig i en ekte *out-of-sample* analyse.

Ved å følge Doornik og Hendry (2013a) kan de to metodene oppsummeres ved:

Tabell 5.1: Sammenlikning av dynamisk og statisk prognose.

$\hat{y}$  gir predikert verdi og  $y$  gir faktisk verdi.

Prognosehorisont	Statisk prognose	Dynamisk prognose
$T + 1$	$\hat{y}_{T+1} = \hat{\beta}y_T$	$\hat{y}_{T+1} = \hat{\beta}y_T$
$T + 2$	$\hat{y}_{T+2} = \hat{\beta}y_{T+1}$	$\hat{y}_{T+2} = \hat{\beta}\hat{y}_{T+1}$
$T + 3$	$\hat{y}_{t+3} = \hat{\beta}y_{T+2}$	$\hat{y}_{T+3} = \hat{\beta}\hat{y}_{T+2}$

Av tabell 5.1 ser vi at den statiske prognosen avhenger av siste realiserte verdi på oljepris, mens en dynamisk prognose vil avhenge av siste predikerte verdi på oljepris. Dette gjør den dynamiske prognosen mer realistisk i den forstand at en pur *out-of-sample* prognose ikke kan avhenge av realiserte verdier på oljepris.

### 5.3.4 Prognoser fra VAR- og VEC-modeller

For å gi prognoser basert på VEC-modeller, skrives den først på VAR-form, før det kan genereres prognoser. VAR( $p$ )-prosessen som ble undersøkt i likning (5.8) kan benyttes til å gi  $h$ -stegs prognoser på følgende måte:

$$\hat{y}_{t+h|T} = \hat{\mu} + \hat{\mathbf{A}}_1 \hat{y}_{t+h-1|T} + \dots + \hat{\mathbf{A}}_p \hat{y}_{t+h-p|T}$$

Som et illustrerende eksempel betraktes et tilfelle der det gis én-stegs dynamiske prognoser tre steg frem i tid for VAR(2) modellen  $\bar{y}_t = \mathbf{A}_1 \bar{y}_{t-1} + \mathbf{A}_2 \bar{y}_{t-2} + \bar{u}_t$ :

$$\begin{aligned}\hat{y}_{T+1} &= \hat{\mathbf{A}}_1 \bar{y}_T + \hat{\mathbf{A}}_2 \bar{y}_{T-1} \\ \hat{y}_{T+2} &= \hat{\mathbf{A}}_1 \hat{y}_{T+1} + \hat{\mathbf{A}}_2 \bar{y}_T \\ \hat{y}_{T+3} &= \hat{\mathbf{A}}_1 \hat{y}_{T+2} + \hat{\mathbf{A}}_2 \hat{y}_{T+1}\end{aligned}$$

Det er klart at prognosen vil avhenge av faktiske verdier på forklaringsvariablene opp til et gitt punkt, predikerte verdier på forklaringsvariablene, og de estimerte verdiene til matrisen  $\mathbf{A}_i$ ,  $i = 1, 2$ .

Senere i oppgaven estimeres en VAR-modell der forklaringsvariablene som inngår er uttrykt i førstedifferanser, og det er ønskelig at disse prognosene uttrykkes på nivåform. Prognosene basert på denne typen modellspesifikasjon blir noe forskjellig fra metoden som er vist over. Lütkepohl og Krätzig (2004) ser på sammenhengen mellom en variabel uttrykt i førstedifferanse og variabelen på nivåform. Det antas at  $y_t \sim I(1)$ , slik at  $\Delta y_t \sim I(0)$ . Gjennom akkumulering av de førstedifferenseierte leddene i prognoseperioden (mellom  $T$  og  $T + h$ ) kan variabelen på nivåform skrives som:

$$y_{T+h} = y_T + \Delta y_{T+1} + \Delta y_{T+2} + \cdots + \Delta y_{T+h} = y_T + \sum_{i=1}^h \Delta y_{T+i}$$

For å finne prognosen på  $y_{T+h}$  må det dermed lages prognoser på førstedifferansene ( $\Delta y_{t+j}$ ,  $j = 1, 2, \dots, h$ ), for så å legge disse til  $y_T$ .

### 5.3.5 Random-walk modellen

Prognosene som generes av de ulike modellene sammenliknes mot et benchmark som baserer seg på en *random walk uten drift*. Dette impliserer at fremtidig anslag på oljepris er upredikerbart, og at den beste prognosen er siste observerte spot-pris:

$$\hat{S}_{t+h|t} = S_t. \quad (5.13)$$

Hamilton (2009) peker på den negative siden ved å benytte random-walk-modellen som referanse, nemlig usikkerheten rundt det: Standardfeilen til en random walk  $h$  perioder frem er gitt ved  $\sigma\sqrt{h}$ , noe som vil medføre at konfidensintervallet rundt prognosen over tid vil gi stor usikkerhet rundt fremtidig verdi.

### 5.3.6 Diebold-Mariano-testen

En god metode for å sammenlikne prognoser er Diebold-Mariano testen, foreslått av Diebold og Mariano (1995). Testen er en statistisk test konstruert for å undersøke om en prognose fra en bestemt modell er bedre enn en prognose fra en annen modell, det understrekes at det *ikke* er en test for å bestemme hvilken av *modellene* som er best.

For å benytte testen trengs prognosefeilen generert av modellene som skal sammenliknes. For eksempel er prognosefeilen til en gitt modell (kall den modell 1) på tidspunkt  $h$  definert som:

$$e_{1h} = (y_h - f_h),$$

der  $y_h$  er den faktiske verdien og  $f_h$  er verdien til prognosen på tidspunkt  $h$ . Videre benyttes en tapsfunksjon for prognosefeilen ( $L(e_{1h})$ ), som ofte er spesifisert som et kvadratisk tap:  $L(e_{1h}) = e_{1h}^2$ .

Diebold-Mariano testen utnytter forskjellen mellom tapsfunksjonen fra to forskjellige prognoser, kjent som *tapsdifferensialet* (eng.: *loss-differential*). Tapsdifferensialet mellom prognosene fra modell 1 og 2 på tidspunkt  $h$  er gitt ved

$$d_{12h} = L(e_{1h}) - L(e_{2h}).$$

Forutsetningen for testen er at serien  $d_{12t}$  er kovarians-stasjonær. Ved å følge Diebold (2015) oppsummeres forutsetningene:

$$\text{Forutsetninger DM} = \begin{cases} E(d_{12h}) = \mu, \forall h \\ \text{cov}(d_{12h}, d_{12(h-\tau)}) = \gamma(\tau), \forall h \\ 0 < \text{var}(d_{12h}) = \sigma^2 < \infty \end{cases}$$

Nullhypotesen om lik nøyaktighet mellom prognosene, altså likt forventet tap, hviler på antakelsen om at  $E(d_{12h}) = \mu$ . Dette gir testobservatoren

$$DM_{12} = \frac{\bar{d}_{12}}{\hat{\sigma}_{\bar{d}_{12}}} \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0, 1), \quad (5.14)$$

der det gjennomsnittlige tapsdifferensialet er gitt ved

$$\bar{d}_{12} = H^{-1} \sum_{h=1}^H d_{12h}, \quad h = T, T+1, \dots, T+H$$

og der  $\hat{\sigma}_{\bar{d}_{12}}$  er en konsistent estimator på standardavviket til  $\bar{d}_{12}$ .  $H$  representerer observasjonene i det tilbakeholdte utvalget.

Det fine med Diebold-Mariano testen, er enkelheten ved den. Dette fordi det er en asymptotisk  $z$ -test på hypotesen om at gjennomsnittet til en konstruert og observert serie er lik null. Dette gjør at Diebold-Mariano testen kan gjennomføres ved en regresjon på  $\{d_{12t}\}$ -serien mot et konstantledd og teste nullhypotesen om at konstantleddet er lik null mot alternativet at det er forskjellig fra null:

$$d_{12h} = \alpha_0 + u_h. \quad (5.15)$$

Ved mistanke om seriekorrelasjon i serien, kan regresjonen gjennomføres ved bruk av heteroskedastisitets- og serikorrelasjons-robuste standardfeil (HACSE). Dersom konstantleddet fra regresjonen i (5.15) er signifikant mindre (større) enn null, konkluderes det med at modell 1 gir bedre (dårligere) prognoser enn modell 2.

Analysen benytter også en modifisert versjon av DM-testen, som gir en korreksjon for små utvalg. Den modifiserte DM-statistikken foreslått av Harvey, Leybourne og Newbold

(1997) er gitt ved:

$$DM^* = DM \cdot \left[ \frac{(H + 1 - 2h + H^{-1}(h - 1)h)}{H} \right]^{1/2} \sim t_{H-1}$$

der  $DM$  er test-statistikken som gitt i likning (5.14),  $H$  er *out-of-sample* utvalget, og  $h$  er antallet steg i prognosen. Test-observatoren er  $t$ -fordelt med  $H - 1$  frihetsgrader.

## 6 Estimering og resultater



Figur 6.1: Utviklingen i oljepris og prisen på futures-kontrakter på olje med seks og tolv måneders løpetid.

Denne delen av oppgaven tar for seg de ulike modellene som benyttes i estimeringen og resultatene fra de ulike modellene som er benyttet. Videre vil jeg gi en sammenlikning over hvilke modeller som yter best på ulike horisonter.

### 6.1 Evalueringstvindu

Prognosene fra modellene som benytter futures-prisen er evaluert over et vindu som strekker seg fra 2016.01 – 2017.01. For å få et bedre sammenlikningsgrunnlag for de ulike modellene har jeg valgt å benytte et ekspanderende estimeringsvindu. I praksis betyr det at jeg for prognosene, basert på én-månedskontrakten, har estimert modellen i utvalget 1995.14 til 2015.53, og så generert prognoser fire uker frem i tid. Deretter har jeg lagret prognosen, estimert modellen med utvalget oppdatert til 2016.04, og igjen generert prognoser fire uker frem i tid (og så lagre prognosene). Dette gjøres for hele delen av utvalget som er holdt igjen. For én-månedskontrakten får man da 12 prognoseperioder av fire observasjoner og én prognoseperiode på seks observasjoner. Tapsfunksjonene er beregnet på bakgrunn av denne serien.

Begrunnelsen for å beregne prognosenes nøyaktighet på denne måten, er i hovedsak for å bedre kunne sammenlikne prognosene fra de ulike modellene mot *random-walk-prognosen*.

## 6.2 Futures-modeller

Futures-prisen sin evne til å gi prognoser på oljeprisen analyseres i denne delen av oppgaven. Valget av futures-pris som prediktor på fremtidig oljepris er begrunnet ved at futures-prisen skal reflektere den fremtidige oljeprisen, vist gjennom likningen  $E_t[S_{t+h}] = F_t^{(h)}$ . Begrunnelsen for *spread*-modellene som senere benyttes, ligger i at *spread*-en mellom futures- og spot-pris gir en indikasjon på om oljeprisen skal opp eller ned (Alquist og Kilian, 2010). Gjennomføringen av denne delen av analysen er i stor grad basert på artikkelen til Alquist og Kilian (2010), der det benyttes ulike økonometriske spesifikasjoner for å gi prognoser på oljepris basert på futures-prisen på olje.

Den mest sentrale modellen som benyttes i analysen, er den jeg vil kalle “den direkte futures-modellen”. Denne er spesifisert som:

$$\hat{S}_{t+h|t} = F_t^{(h)}, \quad h = 1, 2, \dots, 12, \quad (6.1)$$

der  $h$  representerer både kontraktslengden og horisonten for prognosen. Prognosen på fremtidig oljepris finnes altså ved å benytte futures-prisen direkte. Estimeringen av denne modellen er gjort ved å kjøre en regresjon av futures-prisen på spot-prisen, uten konstantledd, mens jeg holder igjen 54 observasjoner i utvalget. Deretter benyttes et ekspanderende estimeringsvindu for å undersøke prognoseevnen til de ulike modellene.

Videre benyttes fire ulike modeller som baserer seg på *spread*-en mellom futures- og spot-pris. Dette i tråd med Alquist et al. (2013). Den første av modellene er gitt ved

$$\hat{S}_{t+h|t} = S_t \cdot \left(1 + \ln(F_t^{(h)}/S_t)\right) \quad (6.2)$$

Som estimeres ved først å estimere *forecast-efficiency*-regresjonen

$$\Delta s_{t+h} = f_t^{(h)} - s_t, \quad (6.3)$$

der små bokstaver uttrykker den naturlige logaritmen til henholdsvis spot- og futures-prisen. For futures-kontrakten som har én måneds løpetid (frontkontrakten), beregnes først differansen  $s_{t+1} - s_t$ , der  $s_{t+1}$  er logaritmen til den realiserte spot-prisen én måned frem i tid. Deretter beregnes differansen  $f_t^{(1)} - s_t$ , der  $f_t^{(1)}$  er logaritmen til futures-prisen på tidspunkt  $t$  for levering av olje én måned frem i tid. Dersom futures-prisen er en rett prediktor på spot-prisen, skal høyre- og venstre side i likning (6.3) være like.<sup>19</sup>

For å estimere likning (6.2) lagres de predikerte verdiene fra regresjonen gitt ved likning (6.3) før man kan estimere

$$S_t = S_t \cdot \left(1 + \widehat{\Delta s_{t+h}}\right). \quad (6.4)$$

---

<sup>19</sup>De to *forecast-efficiency*-regresjonene som er basert på at koeffesienten til  $\ln(F_t^{(h)}/S_t)$  er lik én gjennomføres ved bruk av R, ettersom dette programmet muliggjør en slik type regresjon.

Denne likningen benyttes så til å lage prognoser på fremtidig spot-pris, på formen

$$\hat{S}_{t+h|t} = S_t \left( 1 + \widehat{\Delta s_{t+h}} \right).$$

Det estimeres videre tre varianter av regresjonen i likning (6.2). Det tillates først for inkludering av konstantledd i regresjonen (likning (6.5)), deretter tillattes det for at det er skjevhet i regresjonen (likning (6.6)). Til slutt tillattes det for både skjevhet og konstantledd i regresjonen (likning (6.7)). Likningene som estimeres er gitt ved:

$$\hat{S}_{t+h|t} = S_t \cdot \left( 1 + \hat{\alpha} + \ln \left( \frac{F_t^{(h)}}{S_t} \right) \right) \quad (6.5)$$

$$\hat{S}_{t+h|t} = S_t \cdot \left( 1 + \hat{\beta} \ln \left( \frac{F_t^{(h)}}{S_t} \right) \right) \quad (6.6)$$

$$\hat{S}_{t+h|t} = S_t \cdot \left( 1 + \hat{\alpha} + \hat{\beta} \ln \left( \frac{F_t^{(h)}}{S_t} \right) \right) \quad (6.7)$$

Estimeringen gjennomføres ved at man først kjører *forecast-efficiency*-regresjonene som tilhører de forskjellige likningene. Disse er gitt ved

$$\Delta s_{t+h} = \alpha + (f_t^{(h)} - s_t) \quad (6.8)$$

$$\Delta s_{t+h} = \beta \cdot (f_t^{(h)} - s_t) \quad (6.9)$$

$$\Delta s_{t+h} = \alpha + \beta \cdot (f_t^{(h)} - s_t) \quad (6.10)$$

Deretter benyttes de predikerte verdiene fra regresjonene i likning (6.8) - (6.10) for å estimere de respektive modellene de tilhører, på tilsvarende måte som i likning (6.4).

De store likhetene med Vartomten sin masteravhandling fra 2010 ligger i denne delen av oppgaven. Vartomten benyttet modellene i likning (6.1) og (6.6), samt likning (6.7) i sin analyse. Jeg har valgt å utvide estimeringen med modellene i likning (6.5) og (6.2), for bedre å reflektere den tidligere forskningen på dette området. I tillegg utvides denne analysen til å se på et større utvalg horisonter, samt at prognosene evalueres over tid.

Det er sentralt å undersøke om forklaringsvariablene som inkluderes er stasjonære. En studie av figur 6.1 viser at både spot- og futures-prisen (som følger oljeprisen tett) på nivåform later til å være *ikke*-stasjonær. Tabell 6.1 viser resultatene fra ADF-testene gjennomført på spot- og logaritmen til spot-prisen, det fremkommer at begge er *ikke*-stasjonære.

Tabell 6.1: ADF-tester på spot-pris og logaritmen til spot-pris.

Tester nullhypotesen om én eller flere enhetsrøtter mot alternativet om ingen enhetsrøtter. Kritiske verdier er gitt av Dickey og Fuller (1979). Kolonnen  $se(\gamma)$  viser standardfeilen til koeffesienten  $\gamma$ . For regresjonen med trend og konstant er kritiske verdier gitt ved -3,45 og -4,04 på henholdsvis 5 %- og 1 %-nivå. Regresjonen med konstant er basert på kritiske verdier på -2,89 og -3,51 på 5 %- og 1 %-nivå, for regresjonen som kun inkluderer  $\gamma$  er kritiske verdier gitt ved -1,95 og -2,60 på 5 %- og 1 %-nivå.

	Testregresjon	$\gamma = \phi - 1$	$se(\gamma)$	t-value
Spot	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^8 \eta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$	-0,0009676	0,0012195	-0,79347
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^8 \eta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$	-0,0045903	0,0022872	-2,007
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \sum_{i=1}^8 \eta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$	-0,0089492	0,0035049	-2,5534
Lspot	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^8 \eta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$	0,00013821	0,00038912	0,35519
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^8 \eta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$	-0,003367	0,0021493	-1,5665
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \sum_{i=1}^8 \eta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$	-0,0069412	0,0038109	-1,8214

Tabell 6.2: ADF-tester på futures-kontraktene i nivåform.

Tester nullhypotesen om én eller flere enhetsrøtter mot alternativet om ingen enhetsrøtter.  $t$ -verdiene til koeffesienten  $\gamma$  er beregnet på grunnlag av regresjonen  $\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^8 \eta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$ , kritiske verdier er gitt ved -1,95 og -2,60 på henholdsvis 5 %- og 1 %-nivå.

Kontrakt	$\phi$	$\gamma = \phi - 1$	$t$ -verdi
$F_t^{(1)}$	0,9991	-0,0009	-0,7873
$F_t^{(2)}$	0,9991	-0,0009	-0,7852
$F_t^{(3)}$	0,9991	-0,0009	-0,7720
$F_t^{(4)}$	0,9992	-0,0009	-0,7573
$F_t^{(5)}$	0,9992	-0,0008	-0,7444
$F_t^{(6)}$	0,9992	-0,0008	-0,7331
$F_t^{(7)}$	0,9992	-0,0008	-0,7231
$F_t^{(8)}$	0,9993	-0,0008	-0,7124
$F_t^{(9)}$	0,9993	-0,0007	-0,7016
$F_t^{(10)}$	0,9993	-0,0007	-0,6913
$F_t^{(11)}$	0,9993	-0,0007	-0,6803
$F_t^{(12)}$	0,9993	-0,0007	-0,6702

Av tabell 6.2 ser vi at ingen av futures-kontraktene er stasjonære. Differansene  $\Delta s_{t+h}$  og  $f_t^{(h)} - s_t$  ser ut til å være stasjonære, som kan leses fra tabell 6.3. Dette virker naturlig, siden både  $\Delta s_{t+h}$  og  $(f_t^{(h)} - s_t)$  er differanser: Henholdsvis mellom spot-pris på tidspunkt  $t+h$  og tidspunkt  $t$ , og futures-pris på tidspunkt  $t$  for levering av olje  $h$  måneder frem i tid og spot-pris på tidspunkt  $t$ . Begge forventes å være jevnt fordelt mellom rundt null.

Resultater fra Engle og Grangers kointegrasjonstest viser at restleddene til de ulike modellene er stasjonære på alle horisonter. Disse resultatene er vedlagt i appendiks.



Tabell 6.3: ADF-tester på variablene  $\Delta s_{t+h} = s_{t+h} - s_t$  og  $(\ln S_{t+h} - \ln F_t^{(h)})$ .

Tester nullhypotesen om én eller flere enhetsrøtter mot alternativet om ingen enhetsrøtter. Kritiske verdier er gitt av Dickey og Fuller (1979). Kolonnen  $se(\gamma)$  viser standardfeilen til koeffisienten  $\gamma$ .  $t$ -verdien til koeffisienten  $\gamma = \phi - 1$  er beregnet på grunnlag av regresjonen  $\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^8 \eta_i \Delta t_{-i} + \varepsilon_t$ , kritiske verdier er gitt ved -1,95 og -2,60 på henholdsvis 5 %- og 1 %-nivå.

	$\gamma$	$se(\gamma)$	t-value		$\gamma$	$se(\gamma)$	t-value
$\Delta s_{t+1}$	-0,3018	0,0213	-14,1510**	$\ln S_{t+1} - \ln F_t^{(1)}$	-0,1783	0,0245	-7,2826**
$\Delta s_{t+2}$	-0,1272	0,0145	-8,7490**	$\ln S_{t+2} - \ln F_t^{(2)}$	-0,1113	0,0175	-6,3766**
$\Delta s_{t+3}$	-0,0794	0,0117	-6,8031**	$\ln S_{t+3} - \ln F_t^{(3)}$	-0,0785	0,0141	-5,5729**
$\Delta s_{t+4}$	-0,0553	0,0097	-5,7242**	$\ln S_{t+4} - \ln F_t^{(4)}$	-0,0617	0,0122	-5,0582**
$\Delta s_{t+5}$	-0,0452	0,0085	-5,3097**	$\ln S_{t+5} - \ln F_t^{(5)}$	-0,0515	0,0110	-4,7010**
$\Delta s_{t+6}$	-0,0388	0,0079	-4,8889**	$\ln S_{t+6} - \ln F_t^{(6)}$	-0,0447	0,0100	-4,4464**
$\Delta s_{t+7}$	-0,0334	0,0073	-4,5782**	$\ln S_{t+7} - \ln F_t^{(7)}$	-0,0400	0,0094	-4,2653**
$\Delta s_{t+8}$	-0,0300	0,0070	-4,2684**	$\ln S_{t+8} - \ln F_t^{(8)}$	-0,0367	0,0089	-4,1229**
$\Delta s_{t+9}$	-0,0258	0,0068	-3,8237**	$\ln S_{t+9} - \ln F_t^{(9)}$	-0,0341	0,0085	-4,0033**
$\Delta s_{t+10}$	-0,0212	0,0063	-3,3898**	$\ln S_{t+10} - \ln F_t^{(10)}$	-0,0321	0,0082	-3,9100**
$\Delta s_{t+11}$	-0,0180	0,0061	-2,9446**	$\ln S_{t+11} - \ln F_t^{(11)}$	-0,0305	0,0080	-3,8408**
$\Delta s_{t+12}$	-0,0204	0,0060	-3,3897**	$\ln S_{t+12} - \ln F_t^{(12)}$	-0,0293	0,0077	-3,7813**

Etter å ha gjennomført estimeringen er prognoser fra de ulike modellene generert. Modellenes prognoserresultater følger videre.

Tabell 6.4 gir en oversikt over resultatene fra prognosene basert på den direkte futures-modellen ( $\hat{S}_{t+h|t} = F_t^{(h)}$ ). Det fremkommer av resultatene at den gir bedre prognoser enn random-walk modellen på alle horisontene. Av tallene i kolonne SR kan vi lese suksessraten til prognosen, og vi ser at modellen predikerer riktig fortegn på endringen i oljepris over 57 % av tilfellene på tolv måneders horisont. Det er verdt å legge merke til skjevheten til prognosen. Siden denne gjennomgående er negativ betyr det at prognosene overestimerer oljeprisendringen. Alle tapene øker med lengden på horisontene, noe som tilsier at prognosene er dårligere ved lengre horisonter.

Oversikten i tabell 6.5 gir resultatene fra prognosene basert på modellen  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t \cdot \left(1 + \ln \left(F_t^{(h)}/S_t\right)\right)$ . Som med den direkte futures-modellen genererer denne modellen prognoser som slår random-walk referansen på alle horisonter. Det fremkommer av resultatene i kolonnen "skjevhet" at også denne modellen overestimerer oljeprisen, men ved en sammenlikning mot tabell 6.4 vises det at skjevheten er marginalt lavere enn for den direkte futures-modellen. Suksessraten til prognosen er høy for korte horisonter, men synker med lengden på prognosevinduet. Den dårligste suksessraten er igjen på 57 %, som tilsier at modellen predikerer retningsendringen i oljeprisen bedre enn gjentatte kast om mynt eller kron, med en jevn mynt (*fair coin*).

Tabell 6.4: Prognoseresultater fra modellen:  $\hat{S}_{t+h|t} = F_t^{(h)}$ .

Kolonnen  $h$  viser den aktuelle horisonten i måneder, kolonnenen SR viser suksessraten til prognosen, og RMSE-RW er RMSE-en til random-walk modellen. Kolonnen SD(error) viser standardfeilen til skjevheten.

$h$	RMSE	MAPE	Skjevhet	SD(error)	SR	RMSE-RW
1	1,4268	2,6879	-1,1460	0,5395	0,7963	4,4599
2	1,9453	3,9901	-1,6999	0,6477	0,7593	6,2459
3	2,4160	5,1836	-2,1951	0,8884	0,7222	5,2920
4	2,8889	6,3489	-2,6743	1,0228	0,6667	5,3030
5	3,3442	7,4777	-3,1356	1,0474	0,6296	4,2514
6	3,7671	8,5241	-3,5590	1,1936	0,6296	5,9507
7	4,1536	9,4732	-3,9408	1,3097	0,6111	6,3941
8	4,5151	10,3527	-4,2911	1,3934	0,5926	7,2564
9	4,8612	11,1891	-4,6230	1,4981	0,5926	6,8650
10	5,1901	11,9785	-4,9362	1,6032	0,5741	7,1558
11	5,5151	12,7428	-5,2407	1,7024	0,5741	7,8956
12	5,8411	13,5052	-5,5448	1,6365	0,5741	8,1658

Tabell 6.6 gir en oversikt over prediksjonsnøyaktigheten basert på prognosene fra modellen  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t \cdot \left(1 + \hat{\alpha} + \ln \left(F_t^{(h)} / S_t\right)\right)$ . Prognosene fra modellen gir RMSE-forbedringer på alle horisonter sammenliknet med random-walk modellen. Også denne modellen har gjennomgående negativ skjevhet, som et resultat av at modellen overestimerer oljeprisen. Det tyder på at inkluderingen av konstantledd gir mindre skjevhet i prognosene sammenliknet med prognosene fra modellen uten konstantledd, som vist i tabell 6.5.

Inkluderingen av konstantledd i effisiensregresjonen ser ut til å ha størst effekt på lange horisonter, da reduksjonene i både skjevhet og RMSE, samt MAPE er størst med lengden på prognosens horisont når det sammenliknes mot modellen uten konstantledd. Dette er et overraskende funn, da Alquist et al. (2013) viser til at denne modellen ikke gir forbedringer mot random-walk modellen på noen horisonter.

Tabell 6.5: Prognoseresultater fra modellen:

$$\hat{S}_{t+h|t} = S_t \cdot \left(1 + \ln \left(F_t^{(h)} / S_t\right)\right).$$

Kolonnen  $h$  viser den aktuelle horisonten i måneder, kolonnenen SR viser suksessraten til prognosen, og RMSE-RW er RMSE-en til random-walk modellen. Kolonnen SD(error) viser standardfeilen til skjevheten.

$h$	RMSE	MAPE	Skjevhet	SD(error)	SR	RMSE-RW
1	1,3954	2,6338	-1,1237	0,5234	0,7963	4,4599
2	1,8932	3,8974	-1,6664	0,6209	0,7593	6,2459
3	2,3422	5,0447	-2,1394	0,8396	0,7407	5,2920
4	2,7896	6,1544	-2,5977	0,9534	0,6852	5,3030
5	3,2175	7,2207	-3,0360	0,9564	0,6481	4,2514
6	3,6125	8,2034	-3,4366	1,0756	0,6481	5,9507
7	3,9722	9,0917	-3,7971	1,1654	0,6111	6,3941
8	4,3068	9,9115	-4,1270	1,2244	0,5926	7,2564
9	4,6252	10,6877	-4,4387	1,2979	0,5926	6,8650
10	4,9269	11,4184	-4,7324	1,3705	0,5741	7,1558
11	5,2242	12,1243	-5,0174	1,4416	0,5741	7,8956
12	5,5221	12,8279	-5,3020	1,3738	0,5741	8,1658

Tabell 6.6: Prognoseresultater fra modellen:

$$\hat{S}_{t+h|t} = S_t \cdot \left(1 + \hat{\alpha} + \ln \left(F_t^{(h)} / S_t\right)\right).$$

Kolonnen  $h$  viser den aktuelle horisonten i måneder, kolonnenen SR viser suksessraten til prognosen, og RMSE-RW er RMSE-en til random-walk modellen. Kolonnen SD(error) viser standardfeilen til skjevheten.

$h$	RMSE	MAPE	Skjevhet	SD(error)	SR	RMSE-RW
1	1,4011	2,6446	-1,1283	0,5252	0,7963	4,4599
2	1,8932	3,8973	-1,6619	0,6208	0,7593	6,2459
3	2,3336	5,0261	-2,1315	0,8364	0,7407	5,2920
4	2,7641	6,0981	-2,5740	0,9444	0,6852	5,3030
5	3,1729	7,1207	-2,9941	0,9425	0,6481	4,2514
6	3,5434	8,0467	-3,3710	1,0543	0,6481	5,9507
7	3,8762	8,8724	-3,7057	1,1361	0,6111	6,3941
8	4,1805	9,6215	-4,0065	1,1869	0,5926	7,2564
9	4,4661	10,3207	-4,2867	1,2510	0,5926	6,8650
10	4,7373	10,9799	-4,5512	1,3148	0,5926	7,1558
11	5,0029	11,6120	-4,8059	1,3770	0,5741	7,8956
12	5,2652	12,2327	-5,0567	1,3061	0,5741	8,1658

Tabell 6.7: Prognoseresultater fra modellen:

$$\hat{S}_{t+h|t} = S_t \cdot \left(1 + \hat{\beta} \ln \left(F_t^{(h)}/S_t\right)\right).$$

Kolonnen  $h$  viser den aktuelle horisonten i måneder, kolonnenen SR viser suksessraten til prognosen, og RMSE-RW er RMSE-en til random-walk modellen. Kolonnen SD(error) viser standardfeilen til skjevheten.

$h$	RMSE	MAPE	Skjevhet	SD(error)	SR	RMSE-RW
1	2,1457	4,0870	1,7453	0,7887	0,8148	4,4599
2	3,1578	6,5507	2,7973	1,0024	0,5926	6,2459
3	3,9820	8,6324	3,6683	1,3601	0,5741	5,2920
4	5,4907	12,1886	5,1598	1,7601	0,5000	5,3030
5	6,5130	14,6937	6,2005	1,7756	0,4630	4,2514
6	7,7539	17,6927	7,4448	2,0864	0,4630	5,9507
7	8,3935	19,2970	8,0998	2,2006	0,4259	6,3941
8	8,9938	20,7865	8,7046	2,2578	0,4259	7,2564
9	9,5525	22,1649	9,2632	2,3324	0,4259	6,8650
10	10,0219	23,3211	9,7311	2,3920	0,4259	7,1558
11	10,6746	24,8833	10,3725	2,5085	0,4259	7,8956
12	11,7385	27,4038	11,4156	2,4689	0,4259	8,1658

Resultatene fra prognosene fra modellen  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t \cdot \left(1 + \hat{\beta} \ln \left(F_t^{(h)}/S_t\right)\right)$  er å lese av tabell 6.7. Resultatene viser at tillatelse for skjevhet i *forecast-efficiency*-regresjonene forverrer modellens evne til å gi prognoser på oljepris. Det gis bare RMSE-forbedringer mot random-walk modellen på én, to og tre måneders horisont. Suksessraten til prognosene forverres betraktelig på horisonter utover tre måneder, da gjentatte kast om mynt eller kron vil bedre kunne predikere retningsendringen i oljeprisen fra fire måneders horisont og utover. Skjevheten til prognosene er gjennomgående positiv, som betyr at modellen underpredikerer oljeprisen på alle horisonter. Dette i motsetning til de tidligere estimerte modellene, som ikke tillot for inkluderingen av skjevhet.

Tabell 6.8 oppsummerer resultatene fra prognosene basert på modellen  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t \cdot \left(1 + \hat{\alpha} + \hat{\beta} \ln \left(F_t^{(h)}/S_t\right)\right)$ . Når både konstantledd og skjevhet inkluderes i *forecast-efficiency*-regresjonene, gir modellen dårligere resultater enn resultatene fra tabell 6.5 og 6.6. Det gis kun RMSE-forbedringer mot random-walk modellen på én til tre måneders horisont, og suksessraten forfaller fra fem måneder og utover. Igjen har prognosene betydelig positiv skjevhet, som resultat av at modellen underestimerer oljeprisen. Sammenliknet mot modellen som utelater konstantleddet gir modellen med skjevhet og konstantledd bedre RMSE og MAPE fra fire måneders horisont og utover.

Tabell 6.8: Prognoseresultater fra modellen:

$$\hat{S}_{t+h|t} = S_t \cdot \left(1 + \hat{\alpha} + \hat{\beta} \ln \left(F_t^{(h)} / S_t\right)\right).$$

Kolonnen  $h$  viser den aktuelle horisonten i måneder, kolonnenen SR viser suksessraten til prognosen, og RMSE-RW er RMSE-en til random-walk modellen. Kolonnen SD(error) viser standardfeilen til skjevheten.

$h$	RMSE	MAPE	Skjevhet	SD(error)	SR	RMSE-RW
1	2,4493	4,6687	1,9939	0,8998	0,7778	4,4599
2	3,3338	6,9176	2,9541	1,0561	0,5926	6,2459
3	4,0854	8,8575	3,7641	1,3944	0,5741	5,2920
4	5,5019	12,2136	5,1704	1,7636	0,5000	5,3030
5	6,4373	14,5223	6,1269	1,7560	0,4630	4,2514
6	7,5846	17,3054	7,2814	2,0437	0,4630	5,9507
7	8,1594	18,7576	7,8727	2,1433	0,4259	6,3941
8	8,7011	20,1086	6,6420	2,1898	0,4259	7,2564
9	9,2065	21,3604	8,9259	2,2549	0,4259	6,8650
10	9,6396	22,4301	9,3580	2,3090	0,4259	7,1558
11	10,2576	23,9094	9,9645	2,4383	0,4259	7,8956
12	11,2805	26,3324	10,9679	2,3821	0,4259	8,1658

Resultatene fra analysen av prognosene basert på futures-prisen, viser at den direkte futures-modellen og futures-spot spread-modellene med låst spread mellom spot- og futures-pris gir de beste prognosene på oljepris. I de tilfellene der det tillates for konstantledd og skjevhet i *forecast-efficiency*-regresjonene gir modellene RMSE-forbedringer på korte horisonter, men ytelsen til modellene forverres raskt på lengre horisonter. Dette gjelder også for suksessraten til modellene.

Funnene i denne delen av oppgaven samsvarer i varierende grad med tidligere forskning. Som vist i *Tidligere resultater* finner Alquist et al. (2013) betydelige MSPE-forbedringer for den direkte futures-modellen og futures-spot spread-modellen der spread-en mellom futures- og spot-pris låses. Artikkelen fra 2013 fant, i likhet med mine resultater, at de to modellene som benytter konstantledd og skjevhet i *forecast-efficiency*-regresjonene ga betraktelig dårligere prognoser sammenliknet med random-walk modellen.

Sammenliknes det med resultatene fra Reeve og Vigfusson (2011) finner jeg tilsvarende resultater, da det gis forbedringer i RMSE fra random-walk modellen på tre og tolv måneders horisont ved bruk av den direkte futures-modellen. I likhet med Manescu og Van Robays (2014) finner jeg forbedringer på ni og tolv måneders horisont, dog finner de ingen forbedring på tre og seks måneders horisont, slik det finnes her.

Ved sammenlikning med Vartomten sin oppgave fra 2010 er det tydelig at modellene som benytter futures-prisen direkte gir RMSE-forbedringer på tre og seks måneders

horisont. Dog er de gjennomsnittlige avvikene i denne oppgaven lavere på tilsvarende horisonter. På tre måneders horisont fant Vartomten ingen forbedringer for de to modellene som tillater for konstantledd og skjevhet i estimeringen. Dette står i kontrast til mine resultater, da det for begge modeller er forbedringer på tre måneders horisont. På seks måneders horisont viser mine funn at det ikke gis forbedringer for de to modellene med konstantledd og skjevhet. Dette er i samsvar med funnene til Vartomten.

Det kommer frem av resultatene over at prognosene fra de ulike modellene yter forskjellig fra random-walk modellen. Et interessant spørsmål er da om disse forskjellene er statistisk signifikante. For å undersøke om prognosene fra modellene er bedre enn prognosene fra random walk-modellen benyttes Diebold-Mariano testen, som beskrevet tidligere. Tapsforskjellene mellom de respektive modellene og random-walk modellen er konstruert på følgende måte:

$$d_{j,RW,h} = L(e_{j,h}) - L(e_{RW,h})$$

der fotskrift  $j$  representerer de fem ulike modellene som er benyttet, og  $RW$  markerer random-walk modellen. Videre estimeres regresjonen

$$d_{j,RW,h} = a_j + \nu_h,$$

der det er benyttet robuste standardavvik for å teste signifikansnivået på konstantleddet  $a_{j,h}$ .

En oppsummering av resultatene er gitt i tabell 6.9. For den direkte futures-modellen  $\hat{S}_{t+h|t} = F_t^{(h)}$  er RMSE-forbedringene statistiske signifikant på én til fire måneders horisont. På seks, åtte, 11 og 12 måneders horisont er RMSE forbedringene fra random-walk modellen statistisk signifikant på 5 % nivå. Diebold-Mariano testen klarer ikke å fastslå at futures-modellen gir bedre prognoser enn random-walk modellen på syv, ni, og ti måneders horisont.

Modellen  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t \cdot \left(1 + \ln \left(F_t^{(h)} / S_t\right)\right)$  har statistisk signifikante RMSE-forbedringer på alle horisonter, med unntak av fem måneders horisont. Dog er forbedringene i prognosene bare signifikant på 5 prosent-nivå på seks til tolv måneders horisont. Tilsvarende resultater finner vi for modellen  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t \cdot \left(1 + \hat{\alpha} + \ln \left(F_t^{(h)} / S_t\right)\right)$ , der det er signifikante forbedringer i RMSE på én til fire måneders horisont. På fem måneders horisont kan det ikke fastslås at modellen gir bedre prognoser enn random-walk modellen. RMSE-forbedringene er alle statistisk signifikante på 5 prosent-nivå på seks måneders horisont og utover, med forbedringene på horisonter åtte, 11, og 12 måneder signifikante på 1 prosent-nivå.

Resultatene fra Diebold-Mariano testen er interessant lesning for modellene som, på enkelte horisonter, ikke gir RMSE-forbedringer sammenliknet med prognosen fra random-walk modellen. For modellen  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t \left(1 + \hat{\beta} \ln \left(F_t^{(h)} / S_t\right)\right)$  fant jeg RMSE-forbedringer

Tabell 6.9: Resultater fra Diebold-Mariano-testen på futures-modellene.

$h$  angir horisonten på prognosen i måneden og  $a_i$  konstantleddet i regresjonen.  $p$ -verdier i parentes. \*\* og \* markerer signifikans på henholdsvis 1 og 5 % signifikansnivå.  $a_1$  svarer til modellen  $S_t = F_t^{(h)}$ ,  $a_2$  svarer til modellen  $S_t(1 + \ln(F/S))$ ,  $a_3$  svarer til modellen  $S_t(1 + \hat{\alpha} + \ln(F/S))$ ,  $a_4$  og  $a_5$  svarer til henholdsvis  $S_t(1 + \hat{\beta} \ln(F/S))$  og  $S_t(1 + \hat{\alpha} + \hat{\beta} \ln(F/S))$ .

	$h = 1$	$h = 2$	$h = 3$	$h = 4$	$h = 5$	$h = 6$	$h = 7$	$h = 8$	$h = 9$	$h = 10$	$h = 11$	$h = 12$
$a_1$	-17,8552 (0,0003)**	-35,227 (0,0000)**	-22,1677 (0,0018)**	-19,7763 (0,0004)**	-6,89067 (0,152)	-21,2195 (0,0312)*	-23,6319 (0,0514)	-32,2682 (0,0175)*	-23,497 (0,0691)	-24,2679 (0,0731)	-31,9251 (0,0319)*	-32,5614 (0,0301)*
$a_2$	-17,9441 (0,0003)**	-35,4269 (0,0000)**	-22,5187 (0,0015)**	-20,3398 (0,0002)**	-7,72202 (0,1056)	-22,3604 (0,0218)*	-25,106 (0,0357)*	-34,1065 (0,0104)*	-29,1185 (0,0253)*	-26,9308 (0,0392)*	-35,0493 (0,0142)*	-36,1865 (0,011)*
$a_3$	-17,928 (0,0003)**	-35,427 (0,0000)**	-22,5592 (0,0014)**	-20,4818 (0,0002)**	-8,00727 (0,0927)	-22,8551 (0,0187)*	-25,8594 (0,03)*	-35,178 (0,0079)**	-30,5653 (0,0179)*	-28,7632 (0,0261)*	-37,3118 (0,0085)**	-38,9571 (0,0056)**
$a_4$	-15,2872 (0,0022)**	-29,0397 (0,0001)**	-12,1483 (0,1086)	2,02574 (0,771)	24,3453 (0,0014)**	24,7118 (0,0654)	29,5667 (0,0675)	28,1346 (0,117)	40,7395 (0,0811)	49,2324 (0,0136)*	51,6067 (0,0149)*	71,1137 (0,0027)**
$a_5$	-13,8921 (0,0057)**	-27,897 (0,0003)**	-11,314 (0,1382)	2,14866 (0,7579)	23,3642 (0,0019)**	22,1151 (0,0921)	25,6917 (0,1033)	23,0547 (0,1874)	34,2476 (0,0656)	41,7174 (0,029)*	42,8776 (0,0343)*	60,5709 (0,0071)

på én til tre måneders horisont. Av tabell 6.9 er det tydelig at forbedringen på tre måneders horisont ikke er signifikant, slik at det ikke kan konkluderes med at prognosen er bedre enn prognosen fra random-walk modellen. Resultatene fra testen på fire måneders horisont og utover viser klart at random-walk modellen generer lavere RMSE, men disse forskjellene er kun signifikante på fem, og ti til tolv måneders horisont. Det kan dermed ikke fastslås at random-walk modellen gir bedre prognoser enn futures-modellen på seks til ni måneders horisont.

Prognosene fra modellen  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t \cdot \left(1 + \hat{\alpha} + \hat{\beta} \ln \left(F_t^{(h)}/S_t\right)\right)$  ga RMSE-forbedringer mot random-walk modellen på én til tre måneders horisont. Kun forbedringene på én og to måneders horisont er statistisk signifikante fra DM-testen. Av resultatene kan det fastslås (basert på fortegnet til  $a_{j,h}$ ) at futures-modellen som tillater for konstantledd og skjevhet, gir signifikant dårligere prognoser enn random-walk modellen på fem, ti og 11 måneders horisont.

### 6.2.1 Hvordan kan de varierende resultatene forklares?

For å forklare hvorfor enkelte av futures-modellene har god ytelse velger jeg å følge Alquist og Kilian (2010) og se på en regresjon av log-spreaden mellom futures- og spotpris til utvalgte futures-kotrakter mot et konstantledd:

$$f_t^{(h)} - s_t = \beta + \varepsilon_t \quad (6.11)$$

Regresjonen i likning (6.11) gir det gjennomsnittlige avviket mellom logaritmen til futures-prisen og spot-prisen. Ved bruk av HAC standardfeil kan det testes om dette avviket er signifikant forskjellig fra null. I tillegg til regresjonen i likning (6.11) betraktes maksimums- og minimums-verdiene til log-spreaden, dette for å få et inntrykk av de største avvikene. Ved å uttrykke avviket i spread-en på log-form får vi (tilnærmet) den prosentvise spread-en.



Tabell 6.10: Gjennomsnittlig avvik i spread, og maksimums- og minimums-verdier for avviket i spreaden på utvalgte horisonter. Alle verdier er uttrykt i prosentvise avvik.

$p$ -verdier i parentes for testen om gjennomsnitt lik null er basert på HAC standardfeil.  $h$  angir kontraktslengden som er benyttet i regresjonen fra likning (6.11). Øvre panel studerer hele utvalget, mens nedre panel studerer evalueringsvinduet 2016.01 - 2017.01.

Helt utvalg	$h=3$	$h=6$	$h=9$	$h=12$
Snittavvik	0,8262	0,4605	-0,0842	-0,6457
( $p$ -verdi)	(0,0207)*	(0,4404)	(0,9143)	(0,4893)
Maks	24,3320	33,7490	40,7540	45,1150
Min	-20,1600	-28,3440	-30,9480	-33,8770
Evalueringsvindu	$h=3$	$h=6$	$h=9$	$h=12$
Snittavvik	5,6922	8,8511	11,0904	12,8454
( $p$ -verdi)	(0,0000)**	(0,0000)**	(0,0000)**	(0,0000)**
Maks	11,4330	17,1630	22,7740	27,2970
Min	0,6615	3,7730	5,3937	5,1258

Av nedre panel i tabell 6.10 er det tydelig at snittavviket i prosent mellom futures- og spot-prisen er positiv og økende med lengden på kontrakten – noe som tilsier at risikopremien og marginale eierfordeler er større for lengre kontrakter. Det er også tydelig at både maks- og min-verdiene er positive, dette til forskjell fra hele utvalget, noe som reflekterer contango<sup>20</sup> i prognosevinduet 2016.01 - 2017.01. Figur 6.2 grafer spot og futures-prisen på kontraktene som er benyttet i tabell 6.10, her kommer det tydelig frem at futures-prisen er høyere enn spot-prisen i prognosevinduet.

Ettersom snittavviket mellom futures- og spot prisen er positiv for alle horisontene, mener jeg at dette er en klar årsak til at vi observerer en negativ skjevhet i resultatene fra den direkte futures-modellen og de to modellene som “låser” koeffesienten til log-spreaden mellom futures- og spot-prisen. Futures-prisen vil dominere i prognosen, noe som gir en overestimering av den faktiske spot-prisen.

Bjørnland og Thorsrud (2014) dekomponerer MSPE og peker på at målet avhenger både av den estimerte variansen til regresjonen ( $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ ) og usikkerhet knyttet til parameterne som estimeres.<sup>21</sup> Det er dermed av interesse å undersøke regresjonens estimerte varians for utvalgte modeller, for å se om det er en sammenheng mellom variansen og RMSE-en til de ulike modellene.

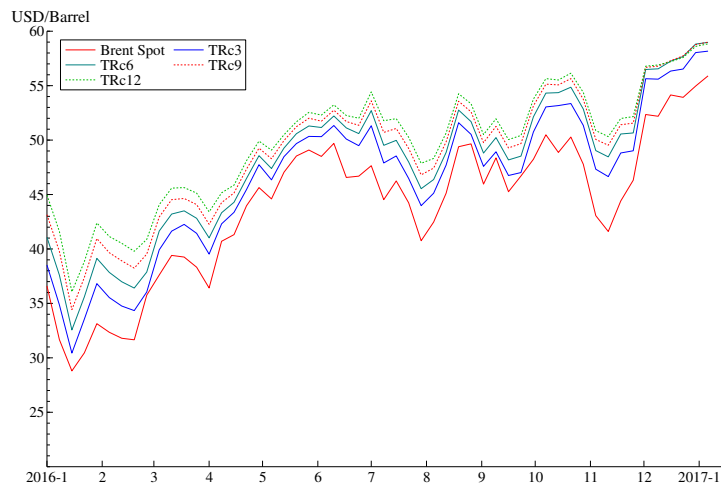
<sup>20</sup>Contango er et begrep som benyttes om situasjoner der futures-prisen er større en spot-prisen.

<sup>21</sup>Ettersom RMSE er gitt som kvadratrotten av MSPE vil  $\sigma_\varepsilon^2$  påvirke prognosens RMSE, gjennom sammenhengen mellom RMSE og MSPE. En fullstendig dekomponering av MSPE (og RMSE) er vedlagt i appendiks.

Tabell 6.11: Oversikt over det estimerte standardavviket for futures-modellene for utvalgte kontrakter benyttet estimeringen.

Kolonnen til venstre angir modellen som betraktes, mens de tilhørende verdiene viser det estimerte standardavviket til regresjonen for modellene på utvalgte kontraktslengder som benyttes i estimeringen.  $h$  angir lengden på futures-kontrakten benyttet i estimeringen. Beregningene er gjort for hele utvalget.

Modell	$h = 1$	$h = 3$	$h = 6$	$h = 9$	$h = 12$
$\hat{S}_{t+h t} = F_t^{(h)}$	1,1488	2,1032	3,3291	4,3229	5,1607
$\hat{S}_{t+h t} = S_t(1 + \ln(F_t^{(h)}/S_t))$	1,1332	2,0609	3,2518	4,2200	5,0418
$\hat{S}_{t+h t} = S_t(1 + \hat{\alpha} + \ln(F_t^{(h)}/S_t))$	1,1379	2,0531	3,1878	4,0691	4,7964
$\hat{S}_{t+h t} = S_t(1 + \hat{\beta} \ln(F_t^{(h)}/S_t))$	1,7117	3,3629	6,4840	7,9538	9,6420
$\hat{S}_{t+h t} = S_t(1 + \hat{\alpha} + \hat{\beta} \ln(F_t^{(h)}/S_t))$	1,9512	3,4482	6,3478	7,6782	9,2836



Figur 6.2: Illustrasjon av contango i futures-markedet i prognosevinduet 2016.01 – 2017.01.

Den røde linjen markerer spot-prisen på Brent-olje, mens linjene TRc3 – TRc12 viser prisen på futures-kontraktene med lengde tre, seks, ni og tolv måneder.

Funnene som viser at modellene gir god RMSE kan tillegges det lave estimerte standardavviket fra regresjonen til modellene som benyttes. For de to modellene som ga dårligere prognoser enn random-walk referansen ser vi at det estimerte standardavviket til regresjonen er høyere enn for de tre første modellene, og at det øker raskere med lengden på horisonten. Dette bidrar til økt RMSE for modellene og dermed dårligere prognoser. Det er verdt å merke seg at modellen med lavest RMSE på én måneds horisont,  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t(1 + \ln(F_t^{(h)}/S_t))$ , har lavest estimert standardavvik. Tilsvarende gjelder for modellen med lavest RMSE på seks og ni måneders horisont ( $\hat{S}_{t+h|t} = S_t(1 + \hat{\alpha} + \ln(F_t^{(h)}/S_t))$ ).

Videre i oppgaven vil jeg se på en dynamisk versjon av modellen som er estimert i likning (6.6), der spot- og futures-pris modelleres simultant i en vektor likevektskorrigeringsmodell.

### 6.3 Estimering basert på kointegrasjonsforholdet mellom spot- og futures-pris

En svakhet ved analysen gjort så langt, er at den baserer seg på statiske prongoser. Som nevnt tidligere gir denne metoden lite realistiske prognoser, ettersom fremgangsmåten er avhengig av faktiske verdier på serien som det skal gis prognoser på. I denne delen av oppgaven undersøkes det derfor om det er mulig å lage dynamiske prognoser, basert på kointegrasjonsforholdet mellom spot- og futures-pris, som slår random-walk modellen. Den påfølgende analysen har som mål å identifisere de kointegrerte vektorene mellom spot- og futures-pris (på utvalgte kontrakter) og benytte kointegrasjonsforholdet til å lage dynamiske prognoser på oljepris.

Sammenliknet med de tidligere estimerte modellene, blir nå spot-og futures-pris modellert simultant basert på sine laggede verdier. Utvidelsen kan sees på som en dynamisk versjon av modellen  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t \cdot \left(1 + \hat{\beta} \ln(F_t^{(h)}/S_t)\right)$ , gitt i likning (6.6).

For å estimere kointegrasjonsforholdet mellom spot- og futures-pris, tas det utgangspunkt i følgende modell, der små bokstaver gir logaritmen på henholdsvis spot- og futures-prisen:

$$\begin{bmatrix} s_t \\ f_t^{(h)} \end{bmatrix} = \mathbf{\Gamma}_1 \begin{bmatrix} s \\ f^{(h)} \end{bmatrix}_{t-1} + \mathbf{\Gamma}_2 \begin{bmatrix} s \\ f^{(h)} \end{bmatrix}_{t-2} + \dots + \mathbf{\Gamma}_p \begin{bmatrix} s \\ f^{(h)} \end{bmatrix}_{t-p} + \bar{\varepsilon}_t, \quad (6.12)$$

$$\mathbf{\Gamma}_i = \begin{bmatrix} \gamma_{11,i} & \gamma_{12,i} \\ \gamma_{21,i} & \gamma_{22,i} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, p$$

Likningen estimeres med tolv laggede verdier av logaritmen til spot- og futures-prisen. Et problem ved estimering av likningen er at enkelte av residualene fra regresjonen er forholdsvis store. Dette problemet overkommes ved at det inkluderes dummy-variable for store residualer (*large residuals*), som er en funksjon tilgjengelig i *Oxmetrics*. Denne estimeringsmetoden vil gi “mindre” residualer og bidra til en bedre tilpasset modell, samt redusere mulige autokorrelasjonsproblemer. Dummy-variablene som *Oxmetrics* foreslår, vil jeg ikke inkludere i likningen over, av estetiske og notasjonsmessige hensyn, men en fullstendig oversikt finnes i Appendiks.

Etter inkludering av dummyvariablene bestemmes optimal lag-lengde for modellene ved bruk av de multivariate versjonene av informasjonskriteriene.<sup>22</sup> For fire av de fem ulike modellene som estimeres, velger både *Schwarz*- og *Hannan-Quinn*-kriteriet to lag. Resultatene for *Aikaike*s kriterie varierer litt, men ettersom både SBC og HQC er strengere fokuseres det på de to sistnevnte kriteriene.

<sup>22</sup>Informasjonskriteriene for bruk i multivariat setting er vedlagt i appendiks.

Tabell 6.12: Bestemmelse av lag-lengde for VEC-modellene.

Den øverste raden viser forklaringsvariablene i modellen som betraktes og kolonnen til venstre markerer informasjonskriteriet som studeres.  $p$  er antall lag, mens  $IC$  gir verdien på de respektive informasjonskriteriene.

	$y_t = [s_t, f_t^{(1)}]'$		$y_t = [s_t, f_t^{(3)}]'$		$y_t = [s_t, f_t^{(6)}]'$		$y_t = [s_t, f_t^{(9)}]'$		$y_t = [s_t, f_t^{(12)}]'$	
	$p$	$IC$	$p$	$IC$	$p$	$IC$	$p$	$IC$	$p$	$IC$
AIC	10	-8,6637	10	-8,5812	10	-8,5596	10	-8,5470	10	-8,5510
HQC	5	-8,5704	2	-8,4945	2	-8,4565	2	-8,4358	2	-8,4225
SBC	2	-8,4556	2	-8,3944	2	-8,3340	2	-8,3022	2	-8,2610

Av tabell 6.12 ser vi at både  $SBC$  og  $HQC$  velger to lag for alle modellene, med unntak av modellen som ser på spot-prisen og front-kontrakten, der  $HQC$  velger fem lag.

Videre estimeres, på bakgrunn av resultatene fra tabell 6.12, den reparameteriserte modellen:

$$\begin{bmatrix} \Delta s_t \\ \Delta f_t^{(h)} \end{bmatrix} = \mathbf{\Pi} \begin{bmatrix} s \\ f^{(h)} \end{bmatrix}_{t-1} + \mathbf{\Pi}_1 \begin{bmatrix} \Delta s \\ \Delta f^{(h)} \end{bmatrix}_{t-1} + \bar{D} + \bar{u}_t, \quad h = 1, 3, 6, 9, 12, \quad (6.13)$$

der  $\bar{D}$  representerer dummyvariablene som inngår og matrisen  $\mathbf{\Pi}$  er gitt ved  $\mathbf{\Pi} = \mathbf{\Gamma}_1 - \mathbf{I}$ , der  $\mathbf{I}$  er identitetsmatrisen.

Deretter bestemmes rangen til matrisen  $\mathbf{\Pi}$  i likning (6.13) ved bruk av Johansen-metoden for å finne antallet kointegrerte vektorer. I henhold til Beikeros og Diks (2008) forventes det at  $\mathbf{\Pi}$  har rang én. Over et utvalg fra 1999 til 2007, finner de én kointegrert vektor mellom WTI-spot og NYMEX-futures-kontrakter med løpetid fra én til fire måneder. Tabell 6.13 oppsummerer resultatene fra Johansen-metoden for de ulike modellene som benyttes.

Tabell 6.13: Resultater fra Johansens *trace-test* på VEC-modellene.

$\bar{y}_t = [\Delta s_t, \Delta f_t^{(h)}]'$  angir forklaringsvariablene i de ulike modellene, der  $h$  er kontraktslengden som benyttes i analysen. Kolonnen  $H_0 : r \leq$  angir nullhypotesen om rang mindre eller lik enn den aktuelle verdien. Trace stat er verdien på test-observatoren, mens Prob gir  $p$ -verdien for å forkaste nullhypotesen.

	$\bar{y}_t = [\Delta s_t, \Delta f_t^{(1)}]'$		$\bar{y}_t = [\Delta s_t, \Delta f_t^{(3)}]'$		$\bar{y}_t = [\Delta s_t, \Delta f_t^{(6)}]'$		$\bar{y}_t = [\Delta s_t, \Delta f_t^{(9)}]'$		$\bar{y}_t = [\Delta s_t, \Delta f_t^{(12)}]'$	
$H_0 : r \leq$	Trace stat	Prob	Trace stat	Prob	Trace stat	Prob	Trace stat	Prob	Trace stat	Prob
0	126,9	[0,000]**	61,581	[0,000]**	50,57	[0,000]**	49,792	[0,000]**	43,711	[0,000]**
1	2,8973	[0,103]	1,7617	[0,216]	1,2329	[0,312]	1,1524	[0,330]	1,6101	[0,240]

Nullhypotesen om  $r \leq 1$  forkastes i alle tilfeller, noe som tyder på at rangen til systemet er lik én. Som diskutert tidligere vil Johansen-testen kun være indikativ ved inkluderingen

av dummy-variable, ettersom fordelingen til *trace*-statistikken forskyves. Resultatene fra tabell 6.13 indikerer at  $\mathbf{\Pi}$  har rang én for alle modellene som undersøkes.

Normalisering på  $\beta_1$  gir en mulig løsning for kointegrasjonsvektoren  $\beta$  og *speed-of-adjustment*-paramterne  $\alpha_1$  og  $\alpha_2$ . For en oversikt over elementene i matrisen  $\mathbf{\Pi}$  på de ulike kontraktslengdene henvises leser til appendiks. Etter å ha funnet de mulige løsningene for vektorene  $\alpha$  og  $\beta'$  er funksjonen “*map CVAR to I(0)-space*” i Oxmetrics benyttet. Denne funksjonen gjør det mulig å lage prognoser basert på likevektskorrigeringsmodellen som vist i likning (6.13). Prognoser på nivåform er tilgjengelig gjennom funksjonen “*mean-forecast*” i “*forecast*”-menyen i Oxmetrics.

Tabell 6.14: Resultater fra prognoser basert på VEC-modellen.

Prognosene er gitt på nivåform ved å benytte funksjonen *mean forecasts* i Oxmetrics,  $h$  angir lengden på horisonten, SR markerer suksessraten, mens RMSE-RW er RMSE-en til random-walk modellen.

$h$	RMSE	MAPE	Skjevhet	SR	RMSE-RW
1	4,3205	8,2123	0,8530	0,5370	4,4599
3	5,3746	10,8235	-0,2659	0,4815	5,2920
6	6,0022	12,1813	-1,0618	0,5000	5,9507
9	6,5937	13,7631	3,0714	0,4444	7,5682
12	8,5511	16,4605	5,8082	0,4074	9,5518

Etter estimeringen av modellene, er de benyttet til å genere prognoser på oljeprisen på én, tre, seks, ni og tolv måneders horisont, med evaluering over tidsrommet 2016.01 – 2017.01.

Resultatene fra tabell 6.14 viser at vektor likevektskorrigeringsmodellen gir RMSE-forbedringer fra random-walk modellen på én, ni og tolv måneders horisont. Det burde også poengteres at modellen har lav suksessrate på alle horisontene, som støtter Elliott og Timmermann (2008) sitt argument om at god RMSE ikke nødvendigvis henger sammen med god suksessrate. På tre, ni og tolv måneders horisont vil gjentatte kast om mynt og kron, med en jevn mynt, i snitt har bedre mulighet til å predikere om oljeprisen skal opp eller ned.

Diebold-Mariano-testen benyttes for å undersøke om prognosene fra VEC-modellen er statistisk signifikant forskjellig fra prognosene fra random-walk modellen. I tillegg undersøkes mulige forskjeller mellom prognosene fra VEC-modellen og de to futures-modellene med dårligst ytelse. Tapsdifferensialet er utformet på følgende måte

$$d_{VECM,j,h} = L(e_{VECM,h}) - L(e_{jh}),$$

der  $j$  representerer den aktuelle modellen VEC-modellen sammenliknes mot.

Regresjonene som benyttes i DM-testen er formulert som:

$$d_{VECM,j,h} = \alpha_j + \varepsilon_h, \quad j = RW, M4, M5,$$

Der  $j = M4$  representerer modellen  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t \cdot (1 + \hat{\beta}(F_t^{(h)}/S_t))$ ,  $j = M5$  representerer modellen  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t \cdot (1 + \hat{\alpha} + \hat{\beta}(F_t^{(h)}/S_t))$ , og  $j = RW$  representerer random-walk modellen. Regresjonene er gjennomført ved bruk av HAC-standardfeil for å redusere eventuelle inferensproblemer skapt av heteroskedastisitet og seriekorrelasjon i residualene.

Tabell 6.15: Resultater fra Diebold-Mariano-testen på VEC-modellene.

Kolonnen  $\alpha_j$  viser den gjennomsnittlige tapsforskjellen mellom den VEC-modellen og de to futures-modellene  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t(1 + \hat{\beta} \ln(F_t^{(h)}/S_t))$  (M4) og  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t(1 + \hat{\alpha} + \hat{\beta} \ln(F_t^{(h)}/S_t))$  (M5), samt mot random-walk modellen.  $p$ -verdiene i parentes angir sannsynligheten for å beholde nullhypotesen om likt tap mellom prognosene fra modellene. \*\* og \* gir signifikans på henholdsvis 1 %- og 5 %-nivå.

	$h = 1$	$h = 3$	$h = 6$	$h = 9$	$h = 12$
$\alpha_{M4}$	14,0631 (0,0012)**	13,0301 (0,0469)*	-24,0957 (0,0136)*	-48,0598 (0,0165)*	-64,6718 (0,021)*
$\alpha_{M5}$	12,6681 (0,0036)**	12,1958 (0,0651)	-21,4991 (0,0234)*	-41,5788 (0,0297)**	-54,129 (0,044)*
$\alpha_{RW}$	-1,2241 (0,3382)	0,8818 (0,7482)	0,6161 (0,8960)	-13,8004 (0,0062)**	6,44191 (0,6405)

Av tabell 6.15 er det klart at VEC-modellen gir signifikant dårligere prognoser på én og tre måneders horisont sammenliknet med modellen  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t \cdot (1 + \hat{\beta} \ln(F_t^{(h)}/S_t))$  og at VEC-modellen gir bedre prognoser på seks, ni og tolv måneders horisont. Den samme slutningen kan trekkes ved sammenlikning med modellen  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t(1 + \hat{\alpha} + \hat{\beta} \ln(F_t^{(h)}/S_t))$ , men her er det ikke statistisk signifikant forbedring på tre måneders horisont.

Resultatene for  $\alpha_{RW}$  viser at de gjennomsnittlige forskjellene i tapene mellom VEC-modellen og random-walk modellen ligger nært null på én til seks måneders horisont. Ingen av forskjellene er statistisk signifikante, med unntak av forskjellen på ni måneders horisont. Her viser resultatene at VEC-modellen gir bedre prognoser.

En grunn til at prognosene ikke gir forbedringer fra random-walk modellene er at det ser ut til at prognosene følger en svakt stigende trend, og at modellene ikke klarer å fange opp svingningene som oppstår i oljepris. For modellene som inkluderer kontrakter som går mot ett år, oppfører den dynamiske prognosen seg nesten identisk som prognosen fra random-walk modellen. Det vil derfor være nærliggende å konkludere med at denne

modellen ikke egner seg spesielt godt til å lage prognoser på oljeprisen. Den er dermed godt egnet til å identifisere kointegrasjonsforholdet mellom spot- og futurespris, og støtter analysen gjennomført tidligere, der kointegrasjon mellom spot- og futurespris var sentralt for å kunne gjennomføre estimeringen.

Etter å ha studert prognoser basert på ulike spesifikasjoner som benytter futuresprisen vil det være av interesse å undersøke hvor godt VAR-spesifikasjoner gir prognoser på oljepris. Det neste avsnittet ser på nettopp dette, der prognosene fra tre ulike VAR-modeller studeres.

## 6.4 VAR-modell for oljepris

Den siste delen av analysen tar for seg en VAR-modell med forklaringsvariable som utgis på månedlig basis. Bakgrunnen for benyttelse av månedlige data er begrunnet i “Drivere av oljeprisen” og det kan fra et økonomisk perspektiv virke som at dette er gode predikatorer på oljeprisen. Fokuset endres nå fra den nominelle oljeprisen, som studert tidligere, til realoljeprisen. Valget av denne prisspesifikasjonen er gjort fra et økonomisk perspektiv, siden politikktutformere har behov for å gi prognoser på den reelle oljeprisen.

Målet med analysen er, med utgangspunkt i tidligere forskning, å lage en VAR-modell uten restleddsrestriksjoner<sup>23</sup> (uten restriksjoner) som enten har full rang, slik at systemet kan estimeres på den spesifiserte formen, eller rang null, slik at systemet kan estimeres i førstedifferanser. Videre sammenliknes modellenes evne til å gi prognoser på realoljeprisen over to perioder, der det første vinduet er over 24 måneder (2015.1 - 2016.12), og det andre er over 12 måneder (2016.1 - 2016.12).

Utgangspunktet for analysen er VAR-modellen (uten restriksjoner) som presenteres av Alquist et al. (2013), der følgende forklaringsvariable inngår:

$$\bar{y}_t = \left[ g_{\text{Prod.}} \quad \text{Kilian REA} \quad \text{RAC} \quad \Delta \text{crinv} \right]' \quad (6.14)$$

der  $g_{\text{prod}}$  markerer den prosentvise veksten i oljeproduksjon. Siden denne oppgaven fokuserer på prisen på Brent-olje erstattes RAC med den reelle Brent-prisen. Videre studeres alternative spesifikasjoner, der Kilians REA indeks i første omgang erstattes med OECD+6MNE CLI, og senere med stålproduksjon i verden. Begge er proxyer for global produksjon. Indikatoren OECD+6MNE CLI skal fange opp konjunktursvingninger i OECD-landene pluss seks store fremvoksende økonomier. Valget av stålproduksjon i verden som proxy for globalt GDP er gjort i samsvar med Ravazzolo og Vespignani (2015), som finner resultater for at dette er en god indikator på global produksjon.

For å undersøke hvilken form systemet burde estimeres på gjennomføres det ADF-tester på variablene; spesifisert på nivåform, og i den differensierte til logaritmen av vari-

<sup>23</sup>Strukturelle VAR-modeller er et eksempel på en modellspesifikasjon med restleddsrestriksjoner.

ablene. ADF-tester er vedlagt i appendiks. Alle forklaringsvariablene er *ikke*-stasjonære, med unntak av Kilians REA indeks, som er stasjonær per konstruksjon. Av denne grunn velger jeg å estimere systemene uttrykt i den førstedifferensierte til logaritmen (*diff-log*). Dette er i samsvar med Beckers og Beidas-Strom (2015) som benytter en VAR-modell spesifisert i *diff-log* for å gi prognoser på Brent-prisen.

Basert på resultatene fra ADF-testene, benyttes følgende VAR-spesifikasjoner i analysen:

$$\bar{y}_t = \begin{bmatrix} \Delta \ln RBrent \\ \text{Kilian REA} \\ \Delta \ln prod \\ \Delta \ln crinv \end{bmatrix}, \quad \bar{y}_t = \begin{bmatrix} \Delta \ln RBrent \\ \Delta \ln 06CLI \\ \Delta \ln prod \\ \Delta \ln crinv \end{bmatrix}, \quad \bar{y}_t = \begin{bmatrix} \Delta \ln RBrent \\ \Delta \ln Steel \\ \Delta \ln prod \\ \Delta \ln crinv \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

Videre i oppgaven omtales VAR-modellen med Kilian sin indeks som “VAR-Kilian”, modellen som inkluderer indikatoren OECD+06MNE CLI som “VAR-06CLI”, og modellen som inkluderer stålproduksjon som “VAR-Steel”.

Estimeringen av modellene tar utgangspunkt i en formulering med tolv *lags*, og som ved estimering av vektor VEC-modellene tillegges dummy-variable for “*large residuals*” for å redusere mulige autokorrelasjonsproblemer. En kompakt formulering er gitt ved:

$$\bar{y}_t = \mathbf{A}_1 \bar{y}_{t-1} + \dots + \mathbf{A}_p \bar{y}_{t-p} + \bar{c} + \bar{\varepsilon}_t, \quad \bar{\varepsilon}_t \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{\Omega})$$

Der leddet  $\bar{c}$  inneholder alle sesongledd og dummy-variable.  $\mathbf{\Omega}$  uttrykker varians-kovariansmatrisen til residualene i systemet. Etter inkluderingen av dummy-variable benyttes de multivariate versjonene av informasjonskriteriene for å bestemme den optimale laglengden for de ulike systemene. Siden data for stålproduksjon i verden kun er tilgjengelig fra februar 1991 vil estimeringsutvalget for modellene spenne fra 1991(2) - 2016(12).

Tabell 6.16: Bestemmelse av lag-lengde for VAR-modellene.

Den øverste raden angir de ulike modellene, kolonnen til venstre viser de tre ulike informasjonskriteriene.  $p$  angir lag-lengden som velges av de ulike modellene, mens  $IC$  er verdien på informasjonskriteriet for den angitte verdien på  $p$ .

	VAR-kilian		VAR 06CLI		VAR Steel	
	$p$	$IC$	$p$	$IC$	$p$	$IC$
AIC	6	-9,115	8	-30,854	5	-21,431
HQC	4	-7,0518	4	-29,979	4	-20,514
SBC	4	-8,2761	4	-28,766	4	-19,157

Av tabell 6.16 viser det seg at både SBC og HQC velger modellene som inkluderer fire lags, AIC vil inkludere flere lags. Ettersom det overordnede målet er å lage prognoser,



vektlegges SBC og HQC sterkest. Inkluderingen av *lag*-ene gir tungt parameteriserte modeller, da VAR-Kilian inneholder 208 parametre, VAR-06CLI 192 parametre og VAR-Steel 188 parametre. Dette er en klar svakhet ved modellene, siden den tunge parameteriseringen medfører større usikkerhet, som vil blåse opp RMSE-en i utvalget som er holdt igjen for evaluering (Alquist et al., 2013).

Etter inkluderingen av konstantledd er stabiliteten til systemet (rangen) undersøkt ved bruk av Johansen-metoden. Tabell 6.17 viser resultatene fra Johansen-testen på de ulike systemene. Som diskutert tidligere er Johansen-metoden indikativ ved inkludering av dummy-variable, siden fordelingen til test-observatoren forskyves. Resultatene fra tabell 6.17 indikerer at alle systemene har full rang, slik at de kan estimeres på den spesifiserte formen, altså i førstedifferanser.

Tabell 6.17: Resultater fra Johansens *trace-test* på VAR-modellene.

Øverste rad angir den spesifikke modellen. Kolonnen  $H_0 : r \leq$  angir nullhypotesen om rang mindre eller lik den aktuelle verdien. Trace stat er verdien på test-observatoren, mens Prob angir  $p$ -verdien for å forkaste nullhypotesen.

	VAR-Kilian		VAR-06CLI		VAR-Steel	
$H_0 : r \leq$	Trace stat	Prob	Trace stat	Prob	Trace stat	Prob
0	266,12	[0,000]**	334,24	[0,000]**	412,83	[0,000]**
1	163,52	[0,000]**	222,83	[0,000]**	273,67	[0,000]**
2	77,723	[0,000]**	126,24	[0,000]**	164,96	[0,000]**
3	7,7885	[0,005]**	44,856	[0,000]**	71,304	[0,000]**

Videre er det generert prognoser fra de ulike modellene. Prognosene er gitt på nivåform ved benyttelse av funksjonen “*mean forecasts*” i Oxmetrics, slik som for VEC-modellen. Først sammenliknes alle modellenes RMSE og MAPE med tilsvarende for random-walk modellen, før resultatene fra de individuelle modellene presenteres. Videre benyttes Diebold-Mariano testen for å undersøke om det er signifikante forskjeller fra random-walk modellen.

Tabell 6.18 og 6.19 sammenlikninger de tre modellene mot random-walk modellen. Ved evaluering over 24 måneder gir VAR-Kilian klare forbedringer på én og tolv måneders horisont. Fra tabell 6.20 er det tydelig at modellen overestimerer den faktiske realoljeprisen, representert ved den negative skjevheten. Det er overraskende at suksess-raten øker fra tre til seks måneders horisont, ettersom dette tilsier at modellen bedre predikerer endringer i prisen på lengre horisonter.

Tabell 6.18: Prognoseresultater fra VAR-modellene ved evaluering over 24 måneder.

RMSE og MAPE er uttrykt i rater mot RMSE og MAPE for random-walk modellen. Kolonnen  $h$  angir lengden på horisonten.

	<b>VAR-06CLI</b>		<b>VAR-Steel</b>		<b>VAR-Kilian</b>	
$h$	RMSE	MAPE	RMSE	MAPE	RMSE	MAPE
1	0,9960	0,9582	1,0101	0,9726	0,9886	0,9960
3	1,1417	1,0853	1,1369	1,0965	1,1734	1,2201
6	1,1718	1,1631	1,2013	1,1786	1,1264	1,1468
12	1,3610	1,1466	1,1820	1,0405	0,9476	0,9267
24	1,7523	1,7683	1,4760	1,4920	1,0127	1,0132

Tabell 6.19: Prognoseresultater fra VAR-modellene ved evaluering over 12 måneder.

RMSE og MAPE er uttrykt i rater mot RMSE og MAPE for random-walk modellen. Kolonnen  $h$  angir lengden på horisonten.

	<b>VAR-06CLI</b>		<b>VAR-Steel</b>		<b>VAR-Kilian</b>	
$h$	RMSE	MAPE	RMSE	MAPE	RMSE	MAPE
1	0,7895	0,8052	0,9371	0,8904	0,9114	0,9021
3	0,8570	0,8988	0,9024	0,4590	1,2129	1,2490
6	0,8047	0,8613	0,8277	0,4455	1,1551	1,2122
12	0,5394	0,4978	0,5999	0,2809	0,9410	0,8975

Tabell 6.20: Resultater fra modellen VAR-Kilian.

Venstre panel gir resultatene ved evaluering over 24 måneder, og høyre panel resultatene fra evaluering over tolv måneder. Kolonnen  $h$  angir lengden på horisonten, Skjevhet viser den gjennomsnittlige skjevheten og SR angir suksessraten til prognosen.

$h$	RMSE	MAPE	Skjevhet	SR	$h$	RMSE	MAPE	Skjevhet	SR
1	5,1814	9,8785	-0,9599	0,6250	1	3,7441	8,1840	0,2687	0,6667
3	7,7204	15,0390	-3,2527	0,6250	3	5,8462	13,2766	-1,3567	0,7500
6	9,6348	18,3080	-6,5173	0,7083	6	5,4939	12,6717	-2,9000	0,8333
12	9,3801	18,3687	-4,3967	0,5833	12	6,9477	14,9719	0,3958	0,5833
24	15,9186	36,3276	-14,0393	0,6667					

Ved evaluering over tolv måneder er det igjen tydelig at VAR-Kilian slår random-walk modellen på én og tolv måneders horisont, som ved evaluering over 24 måneder.

Resultatene fra tabell 6.20 viser nå at skjevheten varierer mellom horisontene. På én og tolv måneders horisont er skjevheten positiv, men nær null. Dette kan være en indikasjon på at prognosene treffer godt, og støtter at modellen slår random-walk benchmarket på disse horisontene. På tre og seks måneders horisont er det igjen tydelig at modellen overestimerer den faktiske oljeprisen. Prognosene har, overraskende nok, høyest suksessrate på seks måneders horisont, dette til tross for at prognosen ikke har RMSE-forbedringer fra random-walk modellen på samme horisont.

Tabell 6.21: Resultater fra modellen VAR-06CLI.

Venstre panel gir resultatene ved evaluering over 24 måneder, og høyre panel resultatene fra evaluering over tolv måneder. Kolonnen  $h$  angir lengden på horisonten, Skjevhet viser den gjennomsnittlige skjevheten og SR angir suksessraten til prognosen.

$h$	RMSE	MAPE	Skjevhet	SR	$h$	RMSE	MAPE	Skjevhet	SR
1	5,2204	9,5038	-1,0897	0,5833	1	3,2436	7,3045	0,3675	0,7500
3	7,5114	13,3779	-3,2132	0,6667	3	4,1305	9,5542	-0,5322	0,8333
6	10,0232	18,5683	-6,7622	0,6667	6	3,8272	9,0032	-1,1338	0,8333
12	13,4721	22,7277	-7,7154	0,5417	12	3,9826	8,3043	0,7040	0,5833
24	27,5440	63,3990	-25,0160	0,6250					

Resultatene fra tabell 6.18 viser at VAR-06CLI kun gir en marginal RMSE-og MAPE-forbedring på én måneds horisont ved evaluering over 24 måneder. Modellens ytelse forverres kraftig med lengden på horisonten, noe som er tydelig gjennom at RMSE, MAPE, og skjevheten stiger med lengden på horisonten. Dette tyder på at modellen har dårlig evne til å gi prognoser på realoljeprisen ved evalueringsvinduet som strekker seg fra 2015.1 – 2016.12. Suksessraten til modellen er også gjennomgående lav, men modellen har fortsatt bedre evne til å predikere retningsendringen enn gjentatte kast om mynt eller kron.

Resultatene for VAR-06CLI ved evaluering over tolv måneder er mer oppløftende, siden RMSE-forbedringene mot random-walk modellen er høy på alle horisonter. Den største forbedringen observeres på tolv måneders horisont, der VAR-modellen slår random-walk modellen med 47 og 50 prosent, målt ved RMSE og MAPE respektivt. Det er tydelig at skjevheten gjennomgående er lav for alle horisonter, noe som tyder på at prognosen treffer godt på den faktiske oljeprisen. På tre og seks måneders horisont har modellen også god evne til å predikere korrekt retningsendring i realoljeprisen, reflektert ved en suksessrate på over 80 prosent. Funnene ved evaluering over tolv måneder er overraskende, spesielt med tanke på de svake resultatene for tilsvarende horisonter ved evaluering over 24 måneder.

Resultatene fra VAR-modellen som inkluderer stålproduksjon viser det samme mønsteret som resultatene for VAR-06CLI. Ved evaluering over 24 måneder gis det ingen RMSE-

Tabell 6.22: Resultater fra modellen VAR-Steel.

Venstre panel gir resultatene ved evaluering over 24 måneder, og høyre panel resultatene fra evaluering over tolv måneder. Kolonnen  $h$  angir lengden på horisonten, Skjevhet viser den gjennomsnittlige skjevheten og SR angir suksessraten til prognosen.

$h$	RMSE	MAPE	Skjevhet	SR	$h$	RMSE	MAPE	Skjevhet	SR
1	5,2942	9,6469	-0,8757	0,5833	1	3,8498	8,0776	0,7183	0,5833
3	7,4799	13,5158	-3,1182	0,6250	3	4,3496	4,8795	-0,4988	0,7500
6	10,2752	18,8159	-6,8349	0,6250	6	3,9366	4,6566	-1,3406	0,8333
12	11,7003	20,6243	-6,4144	0,5000	12	4,4294	4,6861	0,9941	0,5833
24	23,2020	53,4950	-21,1310	0,5833					

forbedringer mot random-walk modellen på noen horisonter, kun en marginal forbedring i MAPE på én måneds horisont, jamfør tabell 6.18. Ved evaluering over tolv måneder er det klare RMSE- og MAPE-forbedringer på alle horisonter. Igjen er den største forbedringen på tolv måneders horisont, med forbedringer i RMSE og MAPE på henholdsvis 40 og 72 prosent. Suksessraten til modellen er spesielt god på tre og seks måneders horisont, da den på seks måneders horisont predikerer retningsendringen i realoljepris rett i 83 prosent av tilfellene.

Det er overraskende at de modellene med dårligst ytelse (VAR-06CLI og VAR-Steel) ved evaluering over 24 måneder, gir de beste resultatene ved evaluering over tolv måneder.

I likhet med Alquist et al. (2013) finner jeg forbedringer i RMSE for VAR-Kilian (fra random-walk modellen) på én måneds horisont. Alquist et al. finner forbedringer mot random-walk modellen på tre og seks måneders horisont, men ikke på tolv måneders horisont – som funnet her. Funnene i min oppgave viser at det ikke gis forbedringer på tre og seks måneders horisont, noe som ikke er i samsvar med resultatene fra Baumeister og Kilian (2014). Resultatene stemmer dog overens med funnene til Baumeister og Kilian (2012) som finner RMSE-forbedringer på én og tolv måneders horisont.

Resultatene for VAR-06CLI samsvarer i noe grad med tidligere forskning, avhengig av hvilket evalueringsvindu som betraktes. Baumeister og Kilian (2014) finner ingen RMSE-forbedringer for modellen, tilsvarende resultater finner jeg over 24 måneders evaluering. Ved evaluering over tolv måneder finner jeg RMSE-forbedringer på alle horisonter. Dette står i sterk kontrast til resultatene fra Baumeister og Kilian.

For å undersøke om VAR-modellene gir prognoser som er signifikant forskjellig fra random-walk modellen, er Diebold-Mariano testen med korreksjon for små utvalg benyttet. Tapsforskjellen mellom prognosene fra de ulike modellene er beregnet på følgende

måte:

$$d_{VAR,RW,h} = L(e_{VAR,h}) - L(e_{RW,h}).$$

Det kvadrerte tapet fra den aktuelle VAR-modellen er plassert på venstre side av minus-tegnet, slik at en verdi mindre (større) enn null gir en indikasjon på at VAR-modellen gir bedre (dårligere) prognoser enn random-walk modellen.

Tabell 6.23 og 6.24 oppsummerer resultatene fra både DM- og den korrigerede DM-testen ( $DM^*$ ). Det er tydelig at tapene for VAR-Kilian er lavere enn random-walk modellen på én og tolv måneder, men disse forskjellene er ikke statistisk signifikante. For de øvrige horisontene har random-walk modellen lavere tap, men heller ikke her er det signifikante ulikheter. Tilsvarende resultater er gjeldende ved evaluering over tolv måneder.

For VAR-06CLI er det kun en marginal, signifikant forbedring på én måneds horisont. På lengre horisonter gir som kjent random-walk modellen bedre prognoser, men ingen av forskjellene er statistisk signifikante. Dette med unntak av forskjellen på 24 måneder, men ettersom  $DM^*$  ikke er tilgjengelig her tolkes resultatet varsomt. Det konkluderes med at forskjellen *ikke* er signifikant. For VAR-Steel kan det ikke fastslås at random-walk modellen gir bedre prognoser på noen av horisontene.

Tabell 6.23: Resultater fra Diebold-Mariano-testen ved 24 måneders evalueringsvindu.

Verdier i raden VAR- viser den gjennomsnittlige tapsforskjellen mellom den angitte VAR-modellen og random-walk modellen.  $t$ -prob DM og  $t$ -prob  $DM^*$  viser sannsynligheten for å beholde nullhypotesen om lik tapsforskjell mellom prognosene, for Diebold-Mariano testen og den korrigerede DM-testen, respektivt. \*\* marker forkasting av nullhypotesen på 1 %-nivå.

	$h = 1$	$h = 3$	$h = 6$	$h = 12$	$h = 24$
VAR-Kilian	-0,6242	16,3179	19,6673	-10,0022	6,3123
$t$ -prob DM	(0,8464)	(0,1644)	(0,1892)	(0,3782)	(0,7311)
$t$ -prob $DM^*$	(0,8495)	(0,2100)	(0,3090)	(0,6643)	–
VAR-06CLI	-0,2186	13,1353	27,3022	85,5083	511,58
$t$ -prob DM	(0,0019)**	(0,3459)	(0,1261)	(0,1765)	(0,0002)**
$t$ -prob $DM^*$	(0,0023)**	(0,3978)	(0,2329)	(0,4767)	–
VAR-Steel	0,5579	12,6625	32,4188	38,9088	29,2230
$t$ -prob DM	(0,8273)	(0,3148)	(0,1093)	(0,2750)	(0,0003)**
$t$ -prob $DM^*$	(0,8306)	(0,3659)	(0,2110)	(0,5657)	–

Tabell 6.24: Resultater fra Diebold-Mariano-testen ved tolv måneders evalueringsvindu.

Verdier i raden VAR- viser den gjennomsnittlige tapsforskjellen mellom den angitte VAR-modellen og random-walk modellen.  $t$ -prob DM og  $t$ -prob DM\* viser sannsynligheten for å beholde nullhypotesen om lik tapsforskjell mellom prognosene, for Diebold-Mariano testen og den korrigerte DM-testen, respektivt. \* marker forkasting av nullhypotesen på 5 %-nivå.

	$h = 1$	$h = 3$	$h = 6$	$h = 12$
VAR-Kilian	-2,8594	10,9454	7,5630	-6,2414
$t$ -prob	(0,4289)	(0,4122)	(0,6386)	(0,7638)
$t$ -prob DM*	(0,4399)	(0,5073)	(0,7965)	–
VAR-06CLI	-6,3571	-6,1713	-7,9728	-38,6515
$t$ -prob	(0,1393)	(0,3686)	(0,3152)	(0,0102)*
$t$ -prob DM*	(0,1416)	(0,4659)	(0,5762)	–
VAR-Steel	-2,0569	-4,3133	-7,1238	-34,8926
$t$ -prob	(0,4720)	(0,6024)	(0,3889)	(0,0117)*
$t$ -prob DM*	(0,4828)	(0,6757)	(0,6327)	–

Ved evaluering over tolv måneder kan det ikke fastslås at det er noen signifikante forskjeller mellom prognosene fra de ulike modellene og random-walk modellen, med unntak av forskjellen på tolv måneder for VAR-06CLI og VAR-Steel. Men ettersom denne forskjellen kun er signifikant ved bruk av den vanlige DM-testen, konkluderes det med at det *ikke* er signifikante forskjeller.

Modellenes dårlige ytelse over 24 måneders horisont vil jeg tillegge de store svingningene som var tydelige i oljemarkedet i perioden. Det at VAR-Kilian gir de beste prognosene over de første tolv månedene, mens VAR-06CLI og VAR-Steel gir de beste prognosene over de siste tolv månedene, mener jeg har en sammenheng med at Kilian sin indeks har bedre mulighet til å fange opp nedganger i oljepris, og de to sistnevnte har bedre mulighet til å fange opp stigninger. Argumentasjonen støttes av at oljeprisen fra 2016.1 til 2016.12 fulgte en svakt stigende trend (fra bunnivået i januar 2016), samtidig fulgte oljeprisen fra 2015.1 til 2015.12 en nedadgående trend.

Et siste og viktig punkt å peke på i forbindelse med de dårlige resultatene for VAR-modellene, er antallet parametre som skal estimeres. Inkluderingen av parametre gir økt usikkerhet for modellene, og vil videre øke regresjonenes standardavvik, som forklart tidligere. Dette bidrar til økt RMSE.

## 6.5 Oppsummering av resultater

Prognosene fra de ulike modellene som er estimert i denne oppgaven viser seg å variere avhengig av modellspesifikasjon og hvilke forklaringsvariable som er benyttet. For å få et bedre overblikk over modellenes ytelse, sammenliknet mot hverandre, gir tabell 6.25 en oppsummering av resultatene fra analysen. Her er resultatene fra modellene  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t(1 + \hat{\alpha} + \hat{\beta} \ln(F_t^{(h)}/S_t))$  og  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t(1 + \hat{\beta} \ln(F_t^{(h)}/S_t))$  utelatt, ettersom det ble vist at disse modellene hadde klart dårligere ytelse sammenliknet med de tre andre futures-modellene. Det samme gjelder resultatene fra modellene VAR-06CLI og VAR-Steel ved evaluering over 24 måneder, siden disse modellene ikke ga RMSE-forbedringer mot random-walk modellen, og ga svakere resultater sammenliknet med VAR-Kilian.

Det er klart av tabell 6.25 at av de tre ulike MKM-spesifikasjonene som er benyttet i analysen, gir modellen  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t(1 + \hat{\alpha} + \ln(F_t^{(h)}/S_t))$  gjennomgående de beste resultatene sammenliknet med de to alternative MKM-modellene. På én og tolv måneders horisont må den dog se seg slått av modellen  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t(1 + \ln(F_t^{(h)}/S_t))$ . Både VAR-06CLI og VAR-Steel gir bedre prognoser på tolv måneders horisont, sammenliknet med futures-modellene og ved evaluering over tolv måneder. Det kan ikke fastslås at prognosene fra VAR-06CLI og VAR-Steel er bedre enn random-walk modellen ved bruk av DM-testen.

Tabell 6.25: Sammenlikning av RMSE for utvalgte modeller.

Tall i fet skrift indikerer den beste modellen innenfor sin klasse av modeller. Tall i parentes viser evalueringsvinduet for modellen.  $M1$  henviser til modellen  $\hat{S}_{t+h|t} = F_t^{(h)}$ ,  $M2$  til  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t(1 + \ln(F_t^{(h)}/S_t))$  og  $M3$  til  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t(1 + \hat{\alpha} + \ln(F_t^{(h)}/S_t))$ . De øvrige modellene er som tidligere forklart. † og ‡ marker signifikant forebedring fra random-walk modellen på henholdsvis 5 %-nivå og 1 %-nivå.

$h$	$M1$ (12)	$M2$ (12)	$M3$ (12)	VECM (12)	VAR-Kilian (24)	VAR06CLI (12)	VARSteel (12)	VAR-Kilian (12)
1	1,4268 <sup>‡</sup>	<b>1,3954<sup>‡</sup></b>	1,4011 <sup>‡</sup>	<b>4,3205</b>	<b>5,1814</b>	<b>3,2436</b>	3,8498	3,7441
2	1,9453 <sup>‡</sup>	1,89322 <sup>‡</sup>	<b>1,89317<sup>‡</sup></b>	-	-	-	-	-
3	2,4160 <sup>‡</sup>	2,3422 <sup>‡</sup>	<b>2,3336<sup>‡</sup></b>	5,3746	7,7204	<b>4,1305</b>	4,3496	5,8462
4	2,8889 <sup>‡</sup>	2,7896 <sup>‡</sup>	<b>2,7641<sup>‡</sup></b>	-	-	-	-	-
5	3,3442	3,2175	<b>3,1729</b>	-	-	-	-	-
6	3,7671 <sup>†</sup>	3,6125 <sup>†</sup>	<b>3,5434<sup>†</sup></b>	6,0022	9,6348	<b>3,8272</b>	3,9366	5,4939
7	4,1536	3,9722 <sup>†</sup>	<b>3,8762<sup>†</sup></b>	-	-	-	-	-
8	4,5151 <sup>†</sup>	4,3068 <sup>†</sup>	<b>4,1805<sup>‡</sup></b>	-	-	-	-	-
9	4,8612	4,6252 <sup>†</sup>	<b>4,4661<sup>†</sup></b>	<b>6,5937<sup>‡</sup></b>	-	-	-	-
10	5,1901	4,9269 <sup>†</sup>	<b>4,7373<sup>†</sup></b>	-	-	-	-	-
11	5,5151 <sup>†</sup>	5,2242 <sup>†</sup>	<b>5,0029<sup>‡</sup></b>	-	-	-	-	-
12	5,8411 <sup>†</sup>	<b>5,5221<sup>†</sup></b>	5,2652 <sup>‡</sup>	8,5511	<b>9,3801</b>	<b>3,9826</b>	4,4294	6,9477
24	-	-	-	-	15,9186	-	-	-

Sammenlikningen av modellene gir et bilde av at futures-modellene har god evne til å gi prognoser på oljepris opp til en gitt horisont. Ettersom futures-markedet var i Contango

i prognosevinduet (2016.01 – 2016.53), og spreaden mellom futures- og spot-pris økte med lengden på kontrakten, tyder dette på at futures-prisen sin overestimering av spot-pris på lengre kontrakter bidro til økt RMSE og MAPE. Det kan dermed virke naturlig å benytte en dynamisk spesifisering på lengre horisonter, men resultatene fra de ulike modellene er motstridende. Modellene VAR-06CLI og VAR-Steel gir gode prognoser ved evaluering i 2016, men det er vanskelig å trekke den slutningen at de burde benyttes til å gi prognoser på realoljeprisen. Dette følger av de svake resultatene ved evaluering over 24 måneder.

## 7 Kritikk av oppgaven

Selv om denne oppgaven benytter velprøvde økonometriske spesifikasjoner har den sine begrensninger. I hovedsak ligger begrensningene i analysen som benytter ulike VAR-spesifikasjoner for å gi prognoser på realoljeprisen. Nyere studier benytter VAR-modeller med restriksjoner, ofte strukturelle VAR- (SVAR) eller Bayesiske VAR- (BVAR) modeller for å gi prognoser på oljeprisen. Identifikasjon av de strukturelle sjokkene vil bidra til en bedre spesifisert modell, og modellene kan forklares bedre fra et økonomisk perspektiv. SVAR- og BVAR-modeller har vist god evne til å gi prognoser, ettersom modellene har bedre evne til å fange opp svingninger i oljepris. VAR-modellene som ble estimert i denne oppgaven var tungt parameteriserte, noe som bidro til større usikkerhet for prognosene. SVAR- eller BVAR-spesifikasjoner ville trolig redusert denne usikkerheten og gitt bedre prognoser.

Videre ville et større evalueringsvindu gitt et bedre inntrykk av de ulike modellenes evne til å gi prognoser på oljeprisen over tid. Tidligere forskning benytter ofte større evalueringsvindu, for eksempel ser Alquist et al. (2013) på et evalueringsvindu som strekker seg fra 1991 til 2010.



## 8 Konklusjon

Gjennom oppgaven er ulike modeller for å gi prognoser på oljeprisen analysert. Som vist var modellenes ytelse svært varierende, både med tanke på modellspesifikasjonen som ble benyttet og lengden på horisontene som ble undersøkt. Av de ulike futures-modellene som ble estimert med MKM ga de to spesifikasjonene som tillot for skjevhet i spread-en mellom futures- og spot-pris klart dårligere resultater sammenliknet med de øvrige modellspesifikasjonene, der futures-prisen enten ble benyttet direkte eller spread-en ble benyttet, men med koeffesienten til spread-en tvunget til én. Dette funnet er lite overraskende ved sammenlikning med tidligere forskning, da både Alquist og Kilian (2010) og Alquist et al. (2013) fant tilsvarende resultater for denne typen modeller. Funnene fra denne delen av analysen viste også at modellering ved bruk av futures-prisen direkte, sammen med de to modellene som ikke tillot for skjevhet i spread-en mellom futures- og spot pris, genererte prognoser med forbedringer fra random-walk modellen.

Mulige årsaker til resultatene ble også diskutert. Det ble pekt på at resultatene kunne skyldes at futures-markedet var i contango, samt modellenes estimerte standardavvik bidrag til RMSE. For det sistnevnte punktet ble det vist at modellene som genererte høyest RMSE også hadde høyest estimert standardavvik.

Resultatene fra analysen der spot- og futures-pris ble modellert simultant i en likevekts-korrigeringsmodell var svake. På korte horisonter ga modellen marginale forbedringer fra random-walk modellen, mens prognosene på lengre horisonter oppførte seg omtrent som random-walk prognosen. Det ble også vist at prognosene fra modellen ikke var bedre enn for de to svakeste futures-modellene på korte horisonter, ved bruk av Diebold-Mariano-testen. Resultatene tydet på at modellen ikke egnet seg til å gi prognoser på oljepris, men at identifikasjonen av én kointegrert vektor mellom spot- og futures-pris støttet den tidligere analysen, der kointegrasjon sto sentralt.

VAR-modellenes ytelse viste seg å være varierende over de to ulike horisontene som ble undersøkt og på tvers av modellspesifikasjonene. Overraskende nok var det modellene med dårligst ytelse ved evaluering over 24 måneder som ga de beste resultatene ved evaluering over de siste tolv månedene. VAR-Kilian ga de beste resultatene ved evaluering over 24 måneder, mens VAR-06CLI skilte seg ut som den beste modellen ved evaluering over 12 måneder, med RMSE-forbedringer på opp mot 50 prosent sammenliknet med random-walk modellen. De varierende resultatene kan, som nevnt, skyldes volatiliteten i ojemarkedet og de forskjellige indikatorenes evne til å fange opp reduksjoner og stigninger i oljepris.

Sammenliknet med tidligere studier ((Alquist et al., 2013), (Manescu og Van Robays, 2014) og (Beckers og Beidas-Strom, 2015)) er resultatene for VAR-Kilian og VAR-06CLI svake, relativt til random-walk modellen, ved evaluering 24 måneder. En mulig årsak til dette kan være at studiene betrakter et lengre evalueringsvindu og bedre spesifiserte

modeller.

Som svar på den innledende problemstillingen er det tydelig at det ligger mye informasjon i futures-markedet, og at dette er en god predikator på fremtidig oljepris opp til en gitt horisont. Selv om det ligger mye informasjon om fremtidig i oljepris i futures-prisene, er det tydelig at for prognoser som strekker seg mot ett år kan VAR-spesifikasjonene med OECD+6MNE CLI eller stålproduksjon med fordel benyttes. En strategi kan også være å benytte futures-prisen i sammenheng med resultatene fra VAR-modellene.

Et naturlig steg videre for fremtidige masteroppgaver kan være å sammenlikne de ulike futures-modellene med VAR-spesifikasjoner der de strukturelle sjokkene identifiseres, som i en strukturell VAR. Eventuelt kan en kointegrert VAR-modell benyttes, der den langsiktige likevekten mellom realoljeprisen og oljemarkedsvariablene identifiseres, for deretter å analysere prognosene fra denne typen spesifikasjoner. Fremtidige arbeid burde også betrakte et større evalueringsvindu for prognosene fra modellene som benyttes.

## Referanser

- Aastveit, K.A., Bjørnland, H.C. og Thorsrud, L.E. (2012). What drives oil prices? Emerging versus developed economies. *Norges Bank Working Paper*(11).
- Alquist, R. og Kilian, L. (2010). What do We Learn From the Price of Crude Oil Futures. *Journal of Applied Econometrics*, 25, 539-573.
- Alquist, R., Kilian, L. og Vigfusson, R.J. (2013). Forecasting the Price of Oil. I G. Elliott og A. Timmermann (red.), *Economic Forecasting* (vol. 2A, s. 427-507). Amsterdam: North-Holland.
- Arezki, R. og Blanchard, O. (2014). Seven Questions about the Recent Oil Price Slump. <https://blogs.imf.org/2014/12/22/seven-questions-about-the-recent-oil-price-slump/>.
- Baumeister, C. og Hamilton, J.D. (2015, September). Sign Restrictions, Structural Vector Autoregressions and Useful Prior Information. *Econometrica*, 83(5), 1963-1999.
- Baumeister, C. og Kilian, L. (2012). Real-Time Forecasts of the Real Price of Oil. *Journal of Business & Economic Statistics*, 30(2), 326-336.
- Baumeister, C. og Kilian, L. (2014, August). What Central Bankers Need to Know About Forecasting Oil Prices. *International Economic Review*, 55(3), 869-889.
- Beckers, B. og Beidas-Strom, S. (2015). Forecasting the Nominal Brent Oil Price with VARs – One Model Fits All? *IMF Working Paper 15/251*.
- Beikeros, S.D. og Diks, C.G.H. (2008). The relationship between crude oil spot and futures prices: Cointegration, linear and nonlinear causality. *Energy Economics*, 30, 2673-2685.
- Bjørnland, H.C. og Thorsrud, L.E. (2014). *Applied times series for macroeconomics*. Oslo: Gyldendal Akademisk Forlag.
- Blaskowitz, O.J. og Herwartz, H. (2009). On economic evaluation of directional forecasts. *SFB 649 discussion paper, NO 2009,052*.
- Caldara, D., Cavallo, M. og Iacoviello, M. (2016). Oil Price Elasticities and Oil Price Fluctuations. *International Finance Discussion Papers*(1173).
- Chernenko, S.V., Schwarz, K.B. og Wright, J.H. (2004, June). The Information Content of Forward and Futures Prices: Market Expectations and the Price of Risk. (808).
- Dickey, D.A. og Fuller, W.A. (1979, June). Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*, 74(366), 427-431.
- Diebold, F.X. (2015). Comparing Predictive Accuracy, Twenty Years Later: A Personal Perspective on the Use and Abuse of Diebold–Mariano Tests. *Journal of Business & Economic Statistics*, 33(1), 1-9.

- Diebold, F.X. og Mariano, R.S. (1995, July). Comparing Predictive Accuracy. *Journal of Business & Economic Statistics*, 13(3), 253-263.
- Doornik, J.A. og Hendry, D.F. (2013a). *Empirical Econometric Modelling – PcGive 14: Vol I*. Timberlake Consultants Ltd.
- Doornik, J.A. og Hendry, D.F. (2013b). *Modelling Dynamic Systems – PcGive 14: Vol II*. Timberlake Consultants Ltd.
- EIA, U.S. (2017). Crude Oil Prices: Brent – Europe [DCOIL-BRENTEU]. Hentet fra: FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis; <https://fred.stlouisfed.org/series/DCOILBRENTEU>.
- Elliott, G. og Timmermann, A. (2008). Economic Forecasting. *Journal of Economic Literature*, 46(1), 3-56.
- Enders, W. (2015). *Applied Econometric Time Series* (4. utg.). New Jersey: Wiley.
- Engle, R.F. og Granger, C.W.J. (1987, Mar.). Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing. *Econometrica*, 55(2), 251-276.
- Hamilton, J.D. (2009). Understanding Crude Oil Prices. *The Energy Journal*, 30(2), 179-206.
- Harvey, D., Leybourne, S. og Newbold, P. (1997). Testing the equality of prediction mean squared errors. *International Journal of Forecasting*, 13, 281-291.
- He, Y., Wang, S. og Lai, K.K. (2010). Global economic activity and crude oil prices: A cointegration analysis. *Energy Economics*, 32, 868-876.
- Heckinger, R., Ruffini, I. og Wells, K. (2014). *27 Understanding Derivatives: Markets and Infrastructure Federal Reserve Bank of Chicago, 2014 Over-the-Counter (OTC) Derivatives*.
- Hull, J.C. (2011). *Fundamentals of Futures and Options Markets*. Harlow: Pearson Education.
- Johansen, S. (1988). Statistical Analysis of Cointegration Vectors. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, 231-254.
- Juselius, K. (2006). *The Cointegrated VAR Model: Methodology and Applications*. Oxford: Oxford University Press.
- Kilian, L. (2009, June). Not All Oil Price Shocks Are Alike: Disentangling Demand and Supply Shocks in the Crude Oil Market. *American Economic Review*, 99(3), 1053-69.
- Kilian, L. og Lütkepohl, H. (Kommende). *Structural Vector Autoregressive Analysis*. Cambridge.: Cambridge University Press. Tilgjengelig fra: <http://www-personal.umich.edu/lkilian/book.html>.
- Kilian, L. og Murphy, D. (2014, April). The Role of Inventories and Speculative Trading in the Global Market for Crude Oil. *Journal of Applied Econometrics*, 29(3), 454-478.

- Koenig, E.F., Dolmas, S. og Piger, J. (2003, August). The Use And Abuse of Real-Time Data in Economic Forecasting. *The Review of Economics and Statistics*, 85(3), 618-628.
- Lütkepohl, H. og Krätzig, M. (2004). *Applied Time Series Econometrics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Manescu, C. og Van Robays, I. (2014, September). Forecasting the Brent Oil Price: Addressing Time-Variation in Forecast Performance. *ECB Working Paper Series*(1735).
- McDonald, R.L. (2014). *Derivatives Markets*. Harlow: Pearson Education.
- OECD. (2017). Composite leading indicator CLI (indicator). *Hentet fra: <https://data.oecd.org/leadind/composite-leading-indicator-cli.htm>*.
- Olsen, Ø. (2017). Økonomiske perspektiver. *Tale av sentralbanksjef Øystein Olsen til Norges Banks representantskap og inviterte gjester, torsdag 18. februar 2016.*
- Pagano, P. og Pisani, M. (2009, January). Risk-Adjusted Forecasts of Oil Prices. *ECB Working Paper Series*(999).
- Pesaran, M.H. og Skouras, S. (2006). Decision-Based Methods for Forecast Evaluation. I M.P. Clements og D.F. Hendry (red.), *A Companion to Economic Forecasting* (s. 241-267). Oxford: Blackwell.
- Ravazzolo, F. og Vespignani, J.L. (2015). A New Monthly Indicator of Global Real Economic Activity. *Norges Bank Working Paper 06/2015*.
- Reeve, T.A. og Vigfusson, R.J. (2011, August). Evaluating the Forecasting Performance of Commodity Futures Prices. *International Finance Discussion Papers*(1025).
- Speight, J.G. (2011). *An Introduction to Petroleum Technology, Economics, and Politics*. Massachusetts: Scrivener.
- The Intercontinental Exchange. (2017). *Contract Specifications: ICE Brent Crude Futures and Options Contract*. Hentet 13.05.17 fra <https://www.theice.com/products/219/Brent-Crude-Futures>
- Vartomten, O.F. (2010). *Er futures-prisen den beste variabelen til å predikere fremtidig spotpris på olje?* (Upublisert masteroppgave). NTNU.
- Wu, T. og McCallum, A. (2005, November). Do Oil Futures Prices Help Predict Future Oil Prices? (2005-38).

# A Appendiks

## A.1 Serienummer til data fra Thompson Reuters Datastream

Serienummerene for data hentet fra Thompson Reuters Datastream er oppsummert ved:

- LLCC.01, LLCC.02, LLCC.03, til og med LLCC.12 angir de rullerende futures-kontrakter med kontraktslengde spesifisert som siste tall, slik at LLCC.01 markerer én-månedskontrakten.
- EIA1533: Lagerdata for råolje fra USA, oppgitt i millioner fat.
- WDSTEELPP: Data for indikatoren for stålproduksjon, som utgis av *World Steel Association*.
- EIA1955: Oljeproduksjon i verden.
- 06 CLI: Indikatoren for global økonomisk aktivitet, OECD+6MNE CLI.

## A.2 Dekomponering av RMSE

Ved å følge Bjørnland og Thorsrud (2014) kan målet på prediksjonsnøyaktighet RMSE dekomponeres som under. Ved å betrakte den autoregressive prosessen av 1. orden (AR(1)) gitt ved:

$$y_t = a + b_1 y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

der 1-steps prognosen er gitt ved:

$$\hat{y}_{t+1} = \hat{a} + \hat{b}_1 y_t,$$

vil prognosefeilen være gitt som faktisk verdi på tidspunkt  $T+1$  fratrukket predikert verdi på  $T+1$ , representert ved:

$$y_{T+1} - \hat{y}_{T+1} = \varepsilon_{T+1} + \left[ (a - \hat{a}) + (b_1 - \hat{b}_1) y_T \right] \quad (\text{A.1})$$

Fremtidige verdier på feilleddsprosessen  $\varepsilon_t$  er ukjent, og ikke mulig å predikere. Det er forventet at de fremtidige verdiene på  $\varepsilon_t$  har gjennomsnitt lik null, men for enkelte tidspunkt  $T+h$  vil dette ikke gjelde. Prognosen avhenger også av de estimerte verdiene  $\hat{a}$  og  $\hat{b}_1$ , som det er knyttet usikkerhet rundt. Dette gir to kilder til usikkerhet i prognosene som konstrueres. Variansen, som uttrykker MSE (mean squared error), til uttrykket i (A.1) finnes gjennom forventningen til den kvadrerte prognosefeilen:

$$E \left[ (y_{T+1} - \hat{y}_{T+1})^2 \right] = \sigma_\varepsilon^2 + \text{Var} \left[ (a - \hat{a}) + (b_1 - \hat{b}_1) y_T \right]$$

Der  $\sigma_\varepsilon^2$  er variansen til regresjonen. Når prosessen estimeres må  $\sigma_\varepsilon^2$  erstattes med den estimerte variansen  $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ . RMSE er gitt ved roten av MSE, slik at det er to usikkerhetskilder for prognosene, sjokk-usikkerhet (representert ved det første leddet) og parameterusikkerhet (gitt ved det andre leddet i likningen). Av denne grunn vil den estimerte variansen bidra til å øke prognosens RMSE:

$$RMSE = \left( \sigma_\varepsilon^2 + \text{Var} \left[ (a - \hat{a}) + (b_1 - \hat{b}_1)y_T \right] \right)^{1/2}$$

### A.3 Informasjonskriteriene i multivariat setting

Informasjonskriteriene for bruk i multivariat setting:

$$\begin{aligned} MAIC &= \ln |\hat{\mathbf{\Omega}}| + \frac{2}{T}pK^2 \\ MHQC &= \ln |\hat{\mathbf{\Omega}}| + \frac{2 \ln(\ln(T))}{T}pK^2 \\ MSBC &= \ln |\hat{\mathbf{\Omega}}| + \frac{\ln(T)}{T}pK^2 \end{aligned}$$

Der  $|\hat{\mathbf{\Omega}}|$  er determinanten til den estimerte kovariansmatrisen til residualene i systemet,  $p$  er antallet lag og  $K$  er antallet forklaringsvariable som inngår.

## B Tabeller

Tabell B.1: ADF-test differanse mellom futures- og spot-pris. For regresjonen med trend og konstant er kritiske verdier gitt ved -3,45 og -4,04 på henholdsvis 5 %- og 1 %-nivå. Regresjonen med konstant er basert på kritiske verdier på -2,89 og -3,51 på 5 %- og 1 %-nivå, for regresjonen som kun inkluderer  $\gamma$  er kritiske verdier gitt ved -1,95 og -2,60 på 5 %- og 1 %-nivå.

	Testregresjon	Coefficient	Std.Error	t-value
$\ln S_{t+1} - \ln F_t^{(1)}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,17831	0,024484	-7,2826**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,21227	0,026514	-8,0061**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,21746	0,026839	-8,1024**
$\ln S_{t+2} - \ln F_t^{(2)}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,11131	0,017456	-6,3766**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,11894	0,017978	-6,6159**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,1276	0,018617	-6,854**
$\ln S_{t+3} - \ln F_t^{(3)}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,078539	0,014093	-5,5729**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,081584	0,014324	-5,6956**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,08973	0,015021	-5,9736**
$\ln S_{t+4} - \ln F_t^{(4)}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,061707	0,012199	-5,0582**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,063062	0,012308	-5,1236**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,070749	0,013032	-5,4287**
$\ln S_{t+5} - \ln F_t^{(5)}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,051539	0,010963	-4,701**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,052158	0,011015	-4,7353**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,059447	0,011749	-5,0596**
$\ln S_{t+6} - \ln F_t^{(6)}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,04467	0,010046	-4,4464**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,044948	0,01007	-4,4635**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,051766	0,010797	-4,7946**
$\ln S_{t+7} - \ln F_t^{(7)}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,040049	0,0093896	-4,2653**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,040154	0,0093996	-4,2719**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,046576	0,010113	-4,6054**
$\ln S_{t+8} - \ln F_t^{(8)}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,036714	0,008905	-4,1229**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,036739	0,0089096	-4,1235**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,042797	0,0096062	-4,4552**
$\ln S_{t+9} - \ln F_t^{(9)}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,034121	0,0085231	-4,0033**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,034115	0,008527	-4,0008**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,039867	0,0092083	-4,3294**
$\ln S_{t+10} - \ln F_t^{(10)}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,032111	0,0082124	-3,91**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,032101	0,0082183	-3,9061**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,037606	0,0088849	-4,2326**
$\ln S_{t+11} - \ln F_t^{(11)}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,030543	0,0079522	-3,8408**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,030546	0,0079614	-3,8368**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,03586	0,0086147	-4,1627**
$\ln S_{t+12} - \ln F_t^{(12)}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,029261	0,0077383	-3,7813**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,029287	0,0077521	-3,778**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,034427	0,0083921	-4,1023**



Tabell B.2: ADF-test på  $\Delta s_{t+h}$ . For regresjonen med trend og konstant er kritiske verdier gitt ved -3,45 og -4,04 på henholdsvis 5 %- og 1 %-nivå. Regresjonen med konstant er basert på kritiske verdier på -2,89 og -3,51 på 5 %- og 1 %-nivå, for regresjonen som kun inkluderer  $\gamma$  er kritiske verdier gitt ved -1,95 og -2,60 på 5 %- og 1 %-nivå.

$\Delta s_{t+h} = s_{t+h} - s_t$	Testregresjon	Coefficient	Std,Error	t-value
$\Delta s_{t+1}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,30182	0,021328	-14,151**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,30356	0,021328	-14,233**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,30471	0,021375	-14,256**
$\Delta s_{t+2}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,12724	0,014544	-8,749**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,12675	0,014493	-8,7455
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,12724	0,014544	-8,749**
$\Delta s_{t+3}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,07939	0,01167	-6,8031**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,078832	0,011617	-6,7858**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,07939	0,01167	-6,8031**
$\Delta s_{t+4}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,055311	0,0096627	-5,7242**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,054912	0,0096041	-5,7176**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,055311	0,0096627	-5,7242**
$\Delta s_{t+5}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,045205	0,0085136	-5,3097**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,044861	0,0084503	-5,3088**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,045205	0,0085136	-5,3097**
$\Delta s_{t+6}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,038797	0,0079359	-4,8889**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,038253	0,0078649	-4,8637**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,038797	0,0079359	-4,8889**
$\Delta s_{t+7}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,033367	0,0072882	-4,5782**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,032891	0,0072133	-4,5598**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,033367	0,0072882	-4,5782**
$\Delta s_{t+8}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,030002	0,0070288	-4,2684**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,029563	0,0069447	-4,2569**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,030002	0,0070288	-4,2684**
$\Delta s_{t+9}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,02582	0,0067526	-3,8237**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,025436	0,0066541	-3,8225**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,02582	0,0067526	-3,8237*
$\Delta s_{t+10}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,021191	0,0062514	-3,3898**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,020777	0,0061447	-3,3814*
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,021191	0,0062514	-3,3898
$\Delta s_{t+11}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,017998	0,0061122	-2,9446**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,017816	0,0059894	-2,9746*
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,017998	0,0061122	-2,9446
$\Delta s_{t+12}$	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,020444	0,0060312	-3,3897**
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	-0,019917	0,0058925	-3,38*
	$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	-0,020444	0,0060312	-3,3897

Tabell B.3: ADF-tester på oljemarkedsvariable.  $p$  angir antall differensierte lag inkludert i testen. Testen er basert på regresjonen  $\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \gamma_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$ .  $p$  angir antall lag inkludert i ADF-testen. Kritiske verdier er gitt ved -1,95 og -2,60 på 5 %- og 1 %-nivå.

Variable på nivåform				Variable i diff-log			
$p$	Variabel	t-adf	$\gamma$	$p$	Variabel	t-adf	$\gamma$
2	06CLI	-0,1111	1,0000	4	$\Delta \ln 06CLI$	-4,7690**	0,9557
1	<i>crinv</i>	1,1667	1,0007	3	$\Delta \ln crinv$	-10,7400**	-0,0248
1	<i>RBrent</i>	-2,2390	0,9820	3	$\Delta \ln RBrent$	-9,9250**	0,1352
1	Brent spot	-0,8855	0,9964	3	$\Delta \ln Brent Spot$	-9,8530**	0,1477
5	<i>prod</i>	2,6360	1,0003	0	$\Delta \ln prod$	-20,1500**	-0,0761
1	Kilian REA	-4,1400**	0,9325	3	$\Delta \ln Steel$	-10,9100**	-0,3727
2	Steel	1,2420	1,0028				

Tabell B.4: Engle-Granger's kointegrasjonstest på residualene til modellen  $S_t = F_t^{(h)} + u_t$ . Har gjennomført regresjonen  $\hat{u}_{t,h} = \alpha + \rho_h \hat{u}_{t-1,h} + \sum_{j=1}^p \Theta_j \Delta \hat{u}_{t-j,h} + \eta_t$ .  $\rho_h$  markerer den aktuelle futures-kontrakten som kointegrasjonsforholdet med spot-prisen undersøkes. Merk her at kritiske verdier fra Dickey-Fuller testene ikke er gjeldende, benytter kritiske verdier hentet fra Enders (2015). Kritiske verdier med to variable og 500 observasjoner: 1 %-nivå: -3,921, 5 %-nivå: -3,350.

	Coefficient	Std.Error	t-value
$\rho_1$	-0,31739	0,026846	-11,823**
$\rho_2$	-0,15773	0,019127	-8,2461**
$\rho_3$	-0,10091	0,015243	-6,6203**
$\rho_4$	-0,074306	0,012983	-5,7231**
$\rho_5$	-0,059048	0,011488	-5,1402**
$\rho_6$	-0,049426	0,010418	-4,7444**
$\rho_7$	-0,043191	0,0096547	-4,4736**
$\rho_8$	-0,038721	0,0090647	-4,2717**
$\rho_9$	-0,035318	0,008602	-4,1058**
$\rho_{10}$	-0,03265	0,0082198	-3,9721**
$\rho_{11}$	-0,030529	0,0079021	-3,8634*
$\rho_{12}$	-0,028775	0,0076325	-3,77*

Tabell B.5: Engle-Granger's kointegrasjonstest på residualene til modellen  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t(1 + \ln(F_t^{(h)}/S_t)) + u_t$ . Har gjennomført regresjonen  $\hat{u}_{t,h} = \alpha + \rho_h \hat{u}_{t-1,h} + \Theta_1 \Delta \hat{u}_{t-1,h} + \eta_t$ .  $\rho_h$  markerer den aktuelle futures-kontrakten som kointegrasjonsforholdet med spot-prisen undersøkes. Merk her at kritiske verdier fra Dickey-Fuller testene ikke er gjeldende, benytter kritiske verdier hentet fra Enders (2015). Kritiske verdier med to variable og 500 observasjoner: 1 %-nivå: -3,921, 5 %-nivå: -3,350.

	Coefficient	Std.Error	t-value
$\rho_1$	-0,32097	0,027001	-11,887**
$\rho_2$	-0,15994	0,019248	-8,3094**
$\rho_3$	-0,10289	0,015375	-6,6919**
$\rho_4$	-0,076169	0,013126	-5,803**
$\rho_5$	-0,060843	0,011639	-5,2275**
$\rho_6$	-0,051138	0,010574	-4,8363**
$\rho_7$	-0,044905	0,0098211	-4,5723**
$\rho_8$	-0,040439	0,009247	-4,3732**
$\rho_9$	-0,037062	0,0087903	-4,2162**
$\rho_{10}$	-0,034426	0,0084192	-4,0889**
$\rho_{11}$	-0,032357	0,0081131	-3,9883**
$\rho_{12}$	-0,030658	0,0078571	-3,9019*

Tabell B.6: Engle-Granger's kointegrasjonstest på residualene til modellen  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t(1 + \hat{\alpha} + \ln(F_t^{(h)}/S_t) + u_t$ . Har gjennomført regresjonen  $\hat{u}_{t,h} = \alpha + \rho_h \hat{u}_{t-1,h} + \Theta_1 \Delta \hat{u}_{t-1,h} + \eta_t$ .  $\rho_h$  markerer den aktuelle futures-kontrakten som kointegrasjonsforholdet med spot-prisen undersøkes. Merk her at kritiske verdier fra Dickey-Fuller testene ikke er gjeldende, benytter kritiske verdier hentet fra Enders (2015). Kritiske verdier med to variable og 500 observasjoner: 1 %-nivå: -3,921, 5 %-nivå: -3,350.

	Coefficient	Std.Error	t-value
$\rho_1$	-0,32097	0,027001	-11,887**
$\rho_2$	-0,15994	0,019248	-8,3094**
$\rho_3$	-0,10289	0,015375	-6,6919**
$\rho_4$	-0,076169	0,013126	-5,803**
$\rho_5$	-0,060842	0,011639	-5,2274**
$\rho_6$	-0,051135	0,010574	-4,8361**
$\rho_7$	-0,0449	0,0098207	-4,572**
$\rho_8$	-0,040433	0,0092464	-4,3728**
$\rho_9$	-0,037053	0,0087895	-4,2155**
$\rho_{10}$	-0,034415	0,0084182	-4,0881**
$\rho_{11}$	-0,032345	0,0081118	-3,9873**
$\rho_{12}$	-0,030642	0,0078555	-3,9007*

Tabell B.7: Engle-Granger's kointegrasjonstest på residualene til modellen  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t(1 + \hat{\beta} \ln(F_t^{(h)}/S_t)) + u_t$ . Har gjennomført regresjonen  $\hat{u}_{t,h} = \alpha + \rho_h \hat{u}_{t-1,h} + \Theta_1 \Delta \hat{u}_{t-1,h} + \eta_t$ .  $\rho_h$  markerer den aktuelle futures-kontrakten som kointegrasjonsforholdet med spot-prisen undersøkes. Merk her at kritiske verdier fra Dickey-Fuller testene ikke er gjeldende, benytter kritiske verdier hentet fra Enders (2015). Kritiske verdier med to variable og 500 observasjoner: 1 %-nivå: -3,921, 5 %-nivå: -3,350.

	Coefficient	Std.Error	t-value
$\rho_1$	-0,32137	0,027017	-11,895**
$\rho_2$	-0,16039	0,019279	-8,3191**
$\rho_3$	-0,10291	0,015385	-6,6892**
$\rho_4$	-0,075865	0,013111	-5,7862**
$\rho_5$	-0,060308	0,011602	-5,198**
$\rho_6$	-0,050404	0,010514	-4,7938**
$\rho_7$	-0,044049	0,0097449	-4,5202**
$\rho_8$	-0,039484	0,0091561	-4,3123**
$\rho_9$	-0,036026	0,0086864	-4,1474**
$\rho_{10}$	-0,033327	0,008304	-4,0133**
$\rho_{11}$	-0,031187	0,007986	-3,9053*
$\rho_{12}$	-0,029385	0,0077142	-3,8092*

Tabell B.8: Engle-Granger's kointegrasjonstest på residualene til modellen  $\hat{S}_{t+h|t} = S_t(1 + \hat{\alpha} + \hat{\beta} \ln(F_t^{(h)}/S_t) + u_t$ . Har gjennomført regresjonen  $\hat{u}_{t,h} = \alpha + \rho_h \hat{u}_{t-1,h} + \Theta_1 \Delta \hat{u}_{t-1,h} + \eta_t$ .  $\rho_h$  markerer den aktuelle futures-kontrakten som kointegrasjonsforholdet med spot-prisen undersøkes. Merk her at kritiske verdier fra Dickey-Fuller testene ikke er gjeldende, benytter kritiske verdier hentet fra Enders (2015). Kritiske verdier med to variable og 500 observasjoner: 1 %-nivå: -3,921, 5 %-nivå: -3,350.

	Coefficient	Std.Error	t-value
$\rho_1$	-0,32254	0,027063	-11,918**
$\rho_2$	-0,16039	0,01928	-8,3193**
$\rho_3$	-0,10291	0,015385	-6,689**
$\rho_4$	-0,075865	0,013111	-5,7862**
$\rho_5$	-0,060314	0,011603	-5,1983**
$\rho_6$	-0,050419	0,010516	-4,7946**
$\rho_7$	-0,044069	0,0097468	-4,5214**
$\rho_8$	-0,03951	0,0091587	-4,3139**
$\rho_9$	-0,036056	0,0086897	-4,1493**
$\rho_{10}$	-0,033361	0,0083077	-4,0156**
$\rho_{11}$	-0,031224	0,0079901	-3,9078*
$\rho_{12}$	-0,029425	0,007719	-3,812*

Tabell B.9: Elementene i kointegrasjonsvektorene og tilpasningshastighetsparamterne  $\alpha_1$  og  $\alpha_2$ . TRch angir lengden på futures-kontrakten som benyttes i vektor likevektskorrigeringsmodellen gitt ved:  $\begin{bmatrix} \Delta s_t \\ \Delta f_t^{(h)} \end{bmatrix} = \mathbf{\Pi} \begin{bmatrix} s \\ f^{(h)} \end{bmatrix}_{t-1} + \mathbf{\Pi}_1 \begin{bmatrix} \Delta s \\ \Delta f^{(h)} \end{bmatrix}_{t-1} + \bar{D} + \bar{u}_t$ . Verdien på  $\beta_1$  er valgt til å være lik én, slik at standardfeilen er null.

TRc1				
	$\beta_1$	$\beta_2$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
Koeffisient	1	-0,99729	-0,17182	0,084822
Standardfeil	0	0,00055685	0,055657	0,051226
TRc3				
	$\beta_1$	$\beta_2$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
Koeffisient	1	-0,99584	-0,059878	0,036083
Standardfeil	0	0,0016354	0,028161	0,023066
TRc6				
	$\beta_1$	$\beta_2$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
Koeffisient	1	-0,9944	-0,0022735	0,031556
Standardfeil	0	0,0029425	0,017248	0,012483
TRc9				
	$\beta_1$	$\beta_2$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
Koeffisient	1	-0,9938	-0,012784	0,028582
Standardfeil	0	0,0038549	0,013623	0,0087983
TRc12				
	$\beta_1$	$\beta_2$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
Koeffisient	1	-0,99285	-0,0057363	0,025236
Standardfeil	0	0,0049857	0,011063	0,0068285

Tabell B.10: Dummy-variable tillagt VEC-modellen

Datoformatet er amerikansk, av typen MM.DD.YY. Om ikke annet er spesifisert tar dummyvariabelen verdien +1, \* markerer at den aktuelle dummyen tar verdien -1.

TRc1	TRc3	TRc6	TRc9	TRc12
04.19.96	03.27.98	03.27.98	03.27.98	03.27.98
03.27.98	06.12.98	06.12.98	06.12.98	06.12.98
06.12.98	11.23.01	11.23.01	11.23.01	07.21.00
10.8.99	03.21.03	03.21.03	03.21.03	11.16.01
12.8.00	12.3.04	12.3.04	12.3.04	03.21.03
09.21.01	12.17.04	12.17.04	12.17.04	12.3.04
16.11.01*	10.3.08	07.18.08	7.18.08	12.17.04
11.23.01	10.10.08	03.10.08 *	10.3.08	05.9.08
03.21.03	05.12.08 *	10.10.08	10.10.2008 *	7.18.08
12.17.04	12.12.08	11.28.08	12.5.08	10.3.08
10.3.08	26.12.08 *	12.12.08	12.26.08	10.10.08
10.10.08	01.2.09	26.12.08 *	01.2.09	10.24.08
05.12.08 *	05.6.11	01.2.09	03.20.09	11.28.08
12.12.08	11.28.14	03.20.09	05.6.11	05.12.08 *
26.12.08 *	12.11.15	05.6.11	11.28.14	12.12.08
01.2.09	-	11.28.14	12.12.14	12.26.08
05.5.11	-	08.28.15	08.28.15	1.2.09
11.28.14	-	12.11.15	-	03.20.09
12.11.15	-	-	-	05.7.10
-	-	-	-	5.6.11
-	-	-	-	11.28.14
-	-	-	-	12.12.14
-	-	-	-	2.6.15
-	-	-	-	8.28.15



Tabell B.11: Dummy-variablene tillagt de ulike VAR-spesifikasjonene.

Dato-formatet er YYYY(MM), slik at tallene i parentes viser hvilken måned i det aktuelle året variabelen er tillagt. Dersom annet ikke er spesifisert tar dummy-en verdien +1, dersom dummy-variabelen tar verdien -1 er dette markert ved (-1).

VAR-Kilian	VAR-06CLI	VAR-Steel
1998(07)	1991(04)	1991(04)
2000(05)	1992(04)	1998(07)
2000(12)	1998(01)	1999(06)
2001(06)	1998(07)	2000(12)
2002(10)	2000(05)	2001(03)
2002(10) (-1)	2000(12)	2001(06)
2002(12)	2002(12)	2008(10)
2004(06)	2004(06)	2008(10)
2008(10)	2007(01)	2008(11)
2008(11)	2008(03)	2009(01)
2009(02)	2008(06)	2009(06)
2012(01)	2008(08)	2011(01)
2012(08)	2014(12)	2013(01)
2013(09)	2015(03)	2014(12)
2013(12)	-	2015(01)
2014(12)	-	2015(03)
2015(03)	-	-