Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

Karen Bjerkeli

Kunsten å snakke matematikk

En kasusstudie om hvordan en flink lærer praktiserer den matematiske samtalen i klasserommet

Masteroppgave i matematikkdidaktikk 5-10
Veileder: Ove Gunnar Drageset
Trondheim, mai 2017

NTNU
Norwegian University of Science and Technology

Karen Bjerkeli

Kunsten å snakke matematikk

En kasusstudie om hvordan en flink lærer praktiserer den matematiske samtalen i klasserommet

Masteroppgave i matematikkdidaktikk 5-10
Veileder: Ove Gunnar Drageset
Trondheim, mai 2017

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology

Forord

Denne masteroppgaven markerer slutten på min femårige lærerutdanning ved NTNU i Trondheim. Masterprogrammet i matematikkdidaktikk har gitt meg verdifull kunnskap som jeg vil ha nytte av i de fremtidige år som lærer.

I den anledning er det flere jeg ønsker å takke. Først og fremst vil jeg rette en stor takk min veileder Ove Gunnar Drageset for særdeles god veiledning underveis i arbeidsprosessen. Med mye kunnskap, gode råd og støtte, har han bidratt i min utvikling som masterstudent, og jeg er veldig takknemlig.

Takk til mine medstudenter og en spesiell takk til min gode venninne og studiepartner som igjennom faglige diskusjoner, gode samtaler og humor har gjort mitt siste studieår både morsomt og uforglemmelig.

Til slutt vil jeg takke mine nærmeste for all støtte og hjelp, og for alltid å ha troen på meg.

Karen Bjerkeli

Trondheim, mai 2017

Innholdsfortegnelse

TABELLOVERSIKT

VEDLEGG

1.0. Innledning

1.1. Bakgrunn for valg av oppgave

"Good tools do not make a good teacher, but a good teacher makes good use of tools" (Doan, i Anchan, 2015). Det er ikke vanskelig å si seg enig med Doan. En god lærer er mer enn redskapene han/hun tar i bruk. Og viktigheten av gode lærere for læring, er udiskutabel. Både som student og praksiselev har jeg gjennom flere år fått muligheten til å observere mange gode lærere. Jeg har følt meg privilegert som har fått samarbeide med, og lære av, dyktige pedagoger. Som student innehar man en unik posisjon som gir verdifull innsikt i andre læreres praksis. Dette har vært læring av stor nytteverdi for meg og som jeg vil ta med meg inn i arbeidslivet. Som nyutdanna lærer har jeg et ønske om at døra inn til flinke kollegaer ikke vil stenges helt, men være åpen også i fremtiden. Motivasjonen for denne oppgaven ligger nettopp i en genuin interesse for hvordan lærere kan lære av hverandre og på den måten gjøre hverandre gode.

Gjennom en omfattende metaundersøkelse knyttet til hva som fungerer i undervisning, poengterer Hattie (2009) hvordan dyktige lærere og deres lærerkompetanse, er en sentral faktor med hensyn til gode elevprestasjoner. Betydningen av læreres kompetanse kom også tydelig frem gjennom TIMSS undersøkelsen fra 2015. Undersøkelsen viste hvordan god undervisningskvalitet har betydning for læringsutbyttet i matematikk. Det ble poengtert hvordan elever som har lærere med en god klasseromsledelse, som støtter og er klare og tydelige i undervisningen, og som gir elevene faglige og kognitive utfordringer, har en tendens til å ha bedre læringsresultater enn elever som ikke har slike lærere (Bergem, 2016). Og om dyktige lærere har en så stor betydning for elevenes læringsresultater, burde vi ikke se mer på deres praksis for å kunne lære hva som fungerer?

I samfunnet for øvrig er det vanlig å studere og rette seg etter de som får det til, de som mestrer. Kunnskapsdeling i ulike organisasjoner handler om tilegnelse av ny kunnskap, utnyttelse av eksisterende kunnskap og utvikling av ny kunnskap (Filstad, 2014). I læreryrket kan det se ut til at nettopp utnyttelse av eksisterende kunnskap er en nærmest uoppdaget ressurs. Gjennom en studie knyttet til hvordan lærere som deltar i videreutdanning i matematikk og engelsk opplever kunnskapsdeling med kolleger, viser resultatene at både lærere og skoleledere har begrenset erfaring med å dele kunnskap (Maugesten & Mellegård, 2016). Undervisningsarbeid kan dermed på mange måter karakteriseres som en privat praksis. Haugan (2014) poengterer viktigheten av kollektivt orientert personale og en god skoleorganisasjon som fremmer god undervisning. Med kollektivt ansvar blir deling av erfaringer og kompetanse mellom lærere fremhevet. Videre påpeker artikkelen hvordan enkelte lærere har nok med seg selv, og at fokuset på å dele erfaringer ikke alltid er til stede. Rundt om på norske skoler vil det naturlig nok eksistere et mangfold av matematikklærere som sitter inne med ulik faglig kompetanse. Det er kompetanse som burde bli delt. Alle vet at noen lykkes mer enn andre enten det gjelder faglig-, relasjonell- eller lederkompetanse, men slik det blir påpekt, vet vi for lite om hva disse dyktige lærerne faktisk gjør.

"Developing mathematical understanding requires that students have the opportunity to present problem solutions, make conjectures, talk about a variety of mathematical representations, explain their solution processes, prove why solutions work, and make explicit generaliztions" (Franke, Kazemi, & Battey, 2007, s. 230). I beskrivelsen av matematisk forståelse er det uttrykkene å presentere, å snakke om, å forklare og å bevise, som fanger min oppmerksomhet. De er alle verb som er nesten synonyme med å samtale. Vil det si at det å gi elever muligheten til å samtale har stor betydning for elevenes utvikling av matematisk forståelse?

Forskning har lenge fremhevet viktigheten av å samtale for utvikling av læring. Vygotskij, Cole, John-Steiner, Scribner og Souberman (1978) fremhever hvordan man bør ta i bruk språket som et redskap for å kunne lære. Selv om Doan ikke presiserte hvilke redskaper gode lærere tar i bruk, kan det, sett i lys av Vygotskij et al. (1978), tenkes at evnen til å tilrettelegge for faglig samtale kan være en av disse redskapene. At elever snakker og diskuterer matematiske ideer og strategier, og danner seg et eget matematisk språk, kan føre til effektiv læring i matematikk (Lee, 2006). Viktigheten av språk og å kunne uttrykke seg muntlig blir også påpekt i den norske læreplanen. Kunnskapsløftet fra 2006 fremhever betydningen av muntlige ferdigheter generelt, men også i matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2013).

> "Munnlege ferdigheiter i matematikk inneber å skape meining gjennom å lytte, tale og samtale om matematikk. Det inneber å gjere seg opp ei meining, stille spørsmål og argumentere ved hjelp av både eit uformelt språk, presis fagterminologi og omgrepsbruk. Det vil seie å vere med i samtalar, kommunisere idear og drøfte matematiske problem, løysingar og strategiar med andre. Utvikling i munnlege

> ferdigheiter i matematikk går frå å delta i samtalar om matematikk til å presentere og drøfte komplekse faglege emne. Vidare går utviklinga frå å bruke eit enkelt matematisk språk til å bruke presis fagterminologi og uttrykksmåte og presise omgrep." (s. 2)

Betydningen språk og samtale har for elevenes forståelse og læring i matematikk, er dermed ikke til å se bort i fra. Som en lærerstudent med en spesiell interesse for matematikk har jeg gjennom snart 5 års studiegang gjort meg flere interessante erfaringer fra matematikkundervisningene på ulike skoler. Jeg har vært så heldig og fått observert mange lærere med forskjellige praksiser knyttet til matematikkfaget, noe som har gitt meg en viss innsikt i hvordan ulike undervisningstimer blir gjennomført. Hovedinntrykket jeg sitter igjen med, er hvordan matematikkundervisningen ofte er preget av en kjapp gjennomgang av dagens tema og deretter arbeid med oppgaver fra læreboken. Generelt har det vært lite fokus på lærer-elev samtaler i helklassesituasjoner. Franke et al. (2007) påpeker at selv om forskere er klar over hvilken rolle lærere spiller i å støtte samtale, vet man lite om hva lærere trenger å gjøre for å støtte klasseromssamtale på en måte som åpner opp for deltakelse og som bidrar elevenes utvikling av kunnskap. Sett i lys av (Franke et al., 2007) kan mangel på kunnskap knyttet til hvordan matematiske samtaler i klasserommet burde bli gjennomført, rett og slett være en av årsakene til tendensen jeg har observert i norske klasserom.

1.2. Formål og forskningsspørsmål

Basert på kunnskapsmangelen knyttet til hva dyktige lærere gjør, samt mangelen på informasjon om hvordan matematiske samtaler i klasserommet burde bli gjennomført, blir jeg nysgjerrig på hvordan lærerne som er flinke til å bruke matematisk samtale i klasserommet praktiserer sin undervisning.

Dette har ledet meg til følgende forskningsspørsmål;
Hvilke grep tar en flink lærer i bruk for å styrke den matematiske samtalen i klasserommet?

Ordet flink er selvsagt problematisk, da det vil ha flere betydninger og dermed kunne være vanskelig å måle. Likevel er det viktig å få innsikt i hva de som lykkes faktisk gjør, slik at man kan dra nytte av deres kunnskap, og det er det jeg ønsker å gjøre i studien. Det vil derfor være hensiktsmessig å definere ordet sett i lys av denne studien. Ordet flink vil i denne sammenhengen benyttes om en lærer som miljøet rundt anser som ekstra dyktig i å føre matematiske samtaler med klassen sin. Jeg som forsker vil ikke kunne uttale meg om hvor flink den eventuelle læreren er, men jeg vil kunne trekke frem interessante trekk ved hans/hennes praksis som blir støttet av forskning og teori. En sentral utfordring vil være å finne nettopp en slik flink lærer som lykkes med det han/hun gjør. Jeg vil i studiens metodekapittel gjøre rede for hvordan det i denne studien er gått frem for å finne en slik lærer og ulike utfordringer som følge av dette.

Formålet med studien er å undersøke en flink lærers undervisning, slik at man kan avdekke gode grep og på den måten kunne lære av lærerens praksis knyttet til matematiske samtaler i helklassesituasjon. Om beskrivelsene av de ulike grepene kan fungere som et lite bidrag til å belyse viktigheten av matematisk samtale i klasserommet, samt gi andre lærere og lærerstudenter inspirasjon til å forbedre og ta i bruk metoder for å styrke den matematiske samtalen man har med sine elever, ville det vært ypperlig.

1.3. Oppgavens oppbygning

I det førstkommende kapitlet vil jeg gjøre rede for det teoretiske grunnlaget studien baserer seg på. Verdien av matematisk samtale av høy kvalitet i klasserom vil bli adressert, og jeg vil videre argumentere for hvordan produktive matematikksamtaler kan bidra til å øke elevenes matematiske forståelse. Lærerens rolle og andre faktorer knyttet til matematikksamtalen i en helklassesituasjon vil også bli belyst, før jeg til slutt legger frem teori knyttet til undervisning av geometri. I det påfølgende kapitlet vil metoden for datainnsamling og analyse bli presentert, samt hvilke metodiske valg jeg har måtte ta underveis. Valgene innebærer ulike konsekvenser knyttet til studiens reliabilitet og validitet, noe som vil bli drøftet i kapitlet. De etiske betraktningene knyttet til oppgaven, vil også bli beskrevet. Etter metodekapitlet følger studiens analysekapittel. Kapitlet består av fire delkapitler som tar for seg Cobb (2000) fire aspekt knyttet matematisk læringsmiljø. I hvert av delkapitlene vil jeg gjennom å beskrive og eksemplifisere situasjoner, gjøre rede for lærerens undervisning på et detaljert nivå. Avslutningsvis vil jeg i hvert delkapittel presentere interessante trekk som kom frem gjennom analysen av hvert aspekt. Deretter vil jeg i studiens funn- og drøftingskapittel forsøke å samle de interessante trekkene fra analysen, for å påpeke større funn gjort i oppgaven. Det er funnene som skaper utgangspunkt for drøftingen, og jeg vil ut i fra hvordan matematiske samtaler av høy kvalitet ble beskrevet i teorien, drøfte hvordan studiens funn kan plasseres i en større sammenheng. Avslutningsvis vil jeg i studiens konklusjonskapittel gi et svar på studiens forskningsspørsmål, samt påpeke forslag til videre forskning.

2.0. Teorikapittel

Målet for denne studien er å undersøke hvilke grep en flink lærer tar i bruk for å styrke den matematiske kommunikasjonen i klasserommet, med fokus på helklassesamtalen. For å kunne besvare studiens forskningsspørsmål, vil jeg ha behov for teoretiske verktøy som kan gjøre rede for og forklare hva matematisk kommunikasjon er og hvordan den kan styrkes, teorier knyttet til forholdet mellom lærer og elever i en helklassesituasjon, samt ulike grep lærere kan ta i bruk. Under observasjonsperioden var det matematiske temaet geometri, og avslutningsvis i dette kapitlet vil jeg gjøre rede for litteratur knyttet til undervisning og læring av geometri.

2.1. Matematisk kommunikasjon

Matematiske samtaler, i den forstand hvor flere deltakere er involvert, blir beskrevet av Botten (2016) som et nyttig og viktig bidrag for læring i matematikk. Han beskriver matematikk som et fag som handler om å formulere hypoteser, finne løsningsstrategier og å argumentere. Han påpeker at samtalene kan bidra til at elevene får til å sette ord på tanker, lære seg å lytte til medelever og lærere, samt å få tilgang til andres ideer og dermed lære matematikk. Det å sette ord på det som skal læres har lenge blitt fremhevet gjennom forskning. Vygotskij et al. (1978) påpeker at det mest betydningsfulle øyeblikket mot intellektuell utvikling oppstår i sammensvergelsen av språk og praktisk aktivitet. Lee (2006) påpeker også hvordan det å samtale mer i klasserommet vil være av betydning både hos elever og lærer, da det vil kunne øke potensialet for læring hos elevene. Slik det ble påpekt innledningsvis, står også muntlige ferdigheter høyt i den norske læreplanen og LK06 (Utdanningsdirektoratet, 2013).

Betydningen av matematisk kommunikasjon og elevenes muntlige ferdigheter knyttet til læring er dermed klar. Samtidig påpeker Franke et al. (2007) at det å kun samtale om matematikk ikke er nok. Det må mer til. Chapin, O'Connor og Anderson (2009) skriver hvordan det å få elever til å snakke uten å ha en bestemt intensjon med samtalen, kan kunne føre til en irrelevant samtale uten noen akademisk mening. Videre fremhever de hvordan fokuset bør være på å skape samtaler av høy kvalitet, fremfor kvantitet av samtaler. Smith og Stein (2011) påpeker også hvordan diskusjoner av høy kvalitet som foregår i matematikklasserommet støtter elevenes læring av matematikk. De fremhever hvordan høykvalitetsdiskusjoner hjelper elever å kommunisere sine egne ideer og gjøre deres tenking offentlig for klassen slik at de kan bli guidet i matematiske retninger. Samtidig vil slike diskusjoner oppmuntre elever til å evaluere egne og andres matematiske ideer (Smith & Stein, 2011). I likhet med Smith og Stein (2011) fremhever Chapin et al. (2009) viktigheten av diskusjon i undervisning og læring gjennom det de mener er fem kritiske grunner. Samtale kan avsløre forståelse og misforståelser, samtale støtter robust læring ved å styrke hukommelse, samtale støtter dypere resonnering, samtale støtter språkutvikling og samtale støtter utviklingen av sosiale ferdigheter (Chapin et al., 2009, s. xv).

2.1.1 Klasseromsamtaler av høy kvalitet

Viktigheten av samtale av høy kvalitet i undervisningen bør derfor ikke overses. Spørsmålet videre blir nå hvordan man kan legge til rette for slike kvalitetssamtaler i klasserommet. En naturlig tanke er at elevene i det minste burde få muligheten til å samtale i klasserommet. Hiebert og Grouws (2007) påpeker at hvordan lærere velger å vektlegge ulike læringsmål og temaområder, forventingene de legger til grunn, tidsfordeling, hvilke oppgaver de velger, hvilke spørsmål de stiller, hvilke responser de godkjenner og hvilke diskusjoner de velger å innlede, vil alle være faktorer som spiller inn på elevenes muligheter for læring. Samtidig påpeker de hvordan *opportunities to learn* ikke er det samme som det å bli lært noe. ”Opportunity to learn includes consideration of students entry knowledge, the nature and purpose of the task and activities, the likelihood of engagement, and so on.” (Hiebert & Grouws, 2007, s. 379).

I likhet med Hiebert og Grouws (2007) skriver Franke et al. (2007) at utvikling av matematisk forståelse krever at elever får muligheten til blant annet å snakke om flere matematiske representasjoner og forklare hvorfor deres løsningsstrategier fungerer. Slik at om elever får muligheten til å samtale mer i klasserommet og at denne samtalen er av en viss kvalitet, vil elevene få kunne utvikle matematisk forståelse, noe Chapin et al. (2009) også argumenterer for. De beskriver hvordan de matematiske samtalene kan bli såkalte produktive matematikksamtaler, gjennom fire steg. Disse er å hjelpe enkeltelever til å klargjøre og dele sine egne tanker, til å orientere seg mot andre elevers tenkning, til å utvikle sin egen evne til resonnering og til å engasjere seg i hvordan andre tenker og resonnerer (Chapin et al., 2009). Første steg, å hjelpe enkeltelever til å klargjøre og dele sine egne tanker, involverer å danne normer i klasserommet som gjøre at elever vil føle seg trygge til å dele deres tanker og ideer med resten av klassen. I tillegg er det viktig å hjelpe elevene til å bli bedre til å forklare hva de tenker, slik at det blir forståelig for andre. Det neste steget er å hjelpe elever til å orientere seg mot andre elevers tenkning. Om en elev sier noe relevant, kan man som lærer velge å repetere det for resten av klassen, men om det er kun lærere som repeterer elevers ideer, vil ikke elevene lære hvordan de også er ansvarlige for å delta i andre medelevers bidrag til samtalen. Det vil derfor være av betydning å rettlede elever mot medelevers tenkning. Det tredje steget, å hjelpe elever til å utvikle sin egen evne til resonnering, fokuserer på begrunnelse, ved at elevene blir vant til å forklare hvorfor de sier det de sier. Det siste steget handler om å hjelpe elevene til å engasjere seg i hvordan andre tenker og resonnerer. Chapin et al. (2009) omtaler steget som det steget hvor den produktive matematikken virkelig tar av. Hvis et klasserom skal være et miljø hvor elevene kan lære fra hverandre, er det viktig at de kan få til å engasjere seg i medelevers ideer. Det skal være fokus på andre faktorer utover kun lytting og gjentakelse.

2.1.2 Matematisk språk

Det matematiske språket er særegent. Lee (2006) omtaler måten å uttrykke seg matematisk på som det matematiske register. Han påpeker hvordan elevenes naturlige måte å snakke på, ikke sammenfaller like enkelt med det matematiske register. For mange elever vil det å skulle lære seg å uttrykke matematikk være det samme som å lære seg et nytt språk. Elever må kunne lære seg et spesifikt vokabular, betydningen bak forskjellige uttrykk og fraser, som gjør det mulig å kunne uttrykke matematiske ideer. Videre påpeker han hvordan lærere kan utvide elevers evne til å lære matematikk ved å hjelpe dem til å uttrykke ideer ved å bruke relevant språk, og ved å anerkjenne at de trenger å bruke et annet språk som skiller seg fra det det bruker i hverdagen. Elever trenger å lage sammenhenger mellom det uformelle språket og matematiske register. Timer som er med på å skape disse sammenhengene, vil kunne gjøre elevene mer komfortable i å bruke det matematiske språket. Det er viktig at de får muligheten til å uttrykke seg og blir utfordret i å bruke det matematiske språket, i henhold til hvordan Vygotskij et al. (1978) påpeker språkets betydning for læring. Samtidig fremhever Lee (2006) at det er av betydning å la elevene utforske hvordan det matematiske registret er både er likt og skiller seg fra språket de bruker i hverdagen. Som nevnt kan noen elever syntes det er ekstra vanskelig å uttrykke matematikken, spesielt foran andre mennesker, i frykt for å feile og å bli gjort narr av. Det er derfor ekstra viktig at læreren bidrar til å danne gode holdninger i klasserommet som kan støtte opp under det å snakke matematikk (Lee, 2006). Når lærere fokuserer på gode holdninger og bruken av matematisk register, vil elevene føle seg som en del av et felleskap som bruker et slikt språk og vil derfor føle seg mer komfortable. Lee (2006) bemerker også hvilken positiv effekt elevenes språkbruk kan gi læreren i klassen. Ved at elever blir flinkere til å uttrykke matematikken, vil læreren nemlig kunne få bedre innsyn i hva eleven kan, ulike misforståelser og hvordan han/hun kan tilrettelegge veien videre.

2.2 Lærerens rolle i matematiske samtaler

2.2.1. Hvordan styre matematiske diskusjoner?

Smith og Stein (2011) påpeker hvordan lærerens rolle er kritisk når det kommer til matematiske diskusjoner. Franke et al. (2007) skriver hvordan de fleste matematikklasserom i USA gjennomfører undervisning i et såkalt IRE mønster, hvor læreren tar initiativ, elevene gir respons og læreren vurderer elevenes svar. Læreren fokuserer kun på elevenes svar og ikke strategiene de har brukt for å komme frem til svaret. Smith og Stein (2011) beskriver hvordan læreres vanskelighet med å styre diskusjoner basert på elevers ideer og strategier, er en av grunnene til at elever ofte ender opp med å tenke og resonnere på et lavere nivå enn det oppgaven de arbeider med burde tilsvare. Lærere må derfor lære hvordan de kan støtte elevene i matematisk arbeid og diskusjon, og hvordan det krever kunnskap om matematisk innhold, om elevenes tenking om innholdet og riktige pedagogiske grep som kan bidra til at læreren kan lede diskusjoner dit de vil. Smith og Stein (2011) foreslår det de kaller ”The Five Practices” som en mulig løsning.

De fem praksiser omhandler hvordan lærere kan lede diskusjoner ut i fra å planlegge strukturen og gjennomførelsen av diskusjonen i matematikkundervisningen. De fem praksisene består av å anta, overvåke, velge ut, velge rekkefølge og koble sammen (Smith & Stein, 2011). *Å anta* omhandler hvordan læreren på forhånd kan se for seg hvordan elevene kan tilnærme seg en oppgave. Det innebærer å kunne utvikle forventninger basert på hvordan elevene kan tolke en oppgave, hvilke strategier de kan bruke og hvordan disse kan kobles opp mot matematiske konsepter og ideer. Mens *å overvåke* er noe læreren kan gjøre mens elevene arbeider med matematikk. Praksisen blir beskrevet som en prosess hvor læreren sirkulerer rundt i klasserommet mens han/hun observerer elevenes tankemåter og løsningsstrategier. Lee (2006) fremhever også hvilken positiv effekt elevenes språkbruk kan gi læreren i klassen, da det fører til at læreren får tilgang til elevenes tanker. Franke et al. (2007) påpeker at om en lærer kjenner til elevene sine matematiske tenkning kan han/hun støtte utvikling av matematisk kompetanse. Det å kjenne til elevenes matematiske tenkning skaper muligheter som for eksempel; å stille spørsmål som er knyttet til tankegangen deres, få frem ulike strategier og å trekke sammenhenger mellom elevstrategier. Elever utvikler forståelse når lærere stiller spørsmål utover det elevene husker og at de på denne måten får muligheten til å uttrykke deres ideer, handlinger og strategier (Franke et al., 2007). Sett i lys av Franke et al. (2007) vil det at læreren overvåker elevene og bruker muligheten han/hun får til å kjenne til elevenes matematiske tenkning, kunne øke elevenes forståelse om han/hun aktivt bruker kunnskapen videre i undervisningen. Videre påpeker Smith og Stein (2011) at *å velge ut,* som omhandler å plukke ut de elevstrategiene læreren kan tenke seg, er relevant med tanke på målet på undervisningstimen den dagen. Han eller hun kan dermed trekke frem elever som kan presentere deres arbeid. *Å velge rekkefølge* innebærer å strukturere de utvalgte elevpresentasjonene for å kunne øke sjansene til å oppnå målet for diskusjonen den dagen. Om det er de mest brukte løsningsstrategiene som skal bli presentert først, og deretter de mer uvanlige, er opp til læreren å bestemme. Gjennom en metode kalt *filtering approach* beskriver Sherin (2002) hvordan man kan rette elevenes oppmerksomhet mot spesifikke matematiske ideer. I likhet med hvordan Smith og Stein (2011) omtaler *å velge rekkefølge*, beskriver hun hvordan en lærer kan filtrere elevenes løsninger ved å fokusere på noen av ideene som har kommet frem og eventuelt legge til nye matematiske ideer eller tilnærminger. Deretter kan man velge hvilke som bør bygges videre på i en helklassesituasjon for å nå de matematiske målene for timen. Videre påpeker hun hvordan metoden kan gi læreren kontroll over hvilken retning matematikken skal arbeides mot ved at læreren får muligheten til å dirigere samtalen basert på elevenes ideer, noe som også vil være matematisk produktivt, og som sammenfatter tanken bak de fem praksiser. Som den siste praksisen påpeker Smith og Stein (2011) hvordan læreren avslutningsvis vil kunne hjelpe elevene til å se sammenhenger mellom ulike løsninger som er presentert og hvordan de kan knytte disse til større matematiske ideer. Denne prosessen blir omtalt som *å koble sammen*.

2.2.2 Samtalegrep

I tillegg til de fem praksisene, påpeker Smith og Stein (2011) hvordan lærere må utvikle metoder for å kunne interagere med elevene underveis i timen. Det innebærer metoder for hvordan lærere kan engasjere elevene når de arbeider med matematiske oppgaver og hjelpe de i prosessen hvor elevene skal dele tenkemåter med hverandre. Chapin et al. (2009) foreslår bruken av såkalte samtalegrep (*talk moves),* for å oppnå de fire stegene mot produktiv matematikksamtale som nevnt ovenfor. Til forskjell fra de fem praksiser (Smith & Stein, 2011) som omhandler hvordan læreren kan lede og strukturere en diskusjon, går disse samtalegrepene mer i dybden av hvordan en lærer kan samtale med elevene sine. Både Smith og Stein (2011) og Kazemi og Hintz (2014) referer også til de ulike samtalegrepene, noe som viser nytteverdien og hvor aktuelle de blir ansett for å være. Samtalegrepene kan ha flere funksjoner, og de bidrar med ulike faktorer knyttet til produktive samtaler. Grepene Chapin et al. (2009) tar for seg er *vente, snu og snakk, repetere, si mer, gjenta, presse for resonnering, hva tenker du om det?* og *å tilføye.*

Å vente handler om å gi elevene tid til å tenke over spørsmålene læreren stiller. Om spørsmålene ber elevene knytte sammenhenger, begrunne strategier eller å bevise noe, vil det være komplekse mentale operasjoner som elevene vil trenge tid til å tenke over før de må presentere ideene deres for resten av klassen. Chapin et al. (2009) viser til forskning som sier at lærere ikke er vant med å gi elevene god nok tid til å tenke, og at å vente i 10 sekunder istedenfor 2 sekunder, vil være utfordrende for mange.

Snu og snakk er brukt om verktøyet som gir elevene muligheter for å fokusere og sortere tankene sine gjennom å samtale med en partner. Chapin et al. (2009) påpeker hvordan elever er mer åpne for å dele ideer etter at de har fått snakket med en medelev. Lee (2006) beskriver at det å gi elevene tid til å tenke og reflektere rundt de tankene de har, er en viktig faktor som kan øke muligheten til klasseromsamtale. I likhet med Chapin et al. (2009) foreslår han at det å samtale med en medelev og kaste ut ideer og tanker, gjør elevene i større grad klare for å dele tankene i plenum. Wood (1998) påpeker at i situasjoner hvor elever får lov til å uttrykke og begrunne deres matematiske tenkning til andre, oppstår det hyppigere muligheter for elever å reflektere rundt deres matematiske forståelse og begrunnelse. Sett i lys av hans teori, vil det å benytte samtalegrepet *snu og snakk* da kunne føre til at elever får hyppigere mulighet til matematisk refleksjon. I tillegg, fremhever Wood (1998), vil de som hører på få muligheten til å reflektere rundt andres matematiske begrunnelser og ideer. *Snu og snakk* vil dermed ikke bare kunne nyttiggjøre den som forklarer, men også den som lytter.

Et annet grep mot produktive matematikksamtaler er *repetere,* et grep som kan brukes av læreren for å tydeliggjøre det elevene presenterer. Ofte går lærere videre, istedenfor å fokusere på det elevene sier, i frykt for å sette eleven i en ubehagelig posisjon. Det blir fremhevet hvordan det å gi en litt uklar forklaring fra en elev mer tid og klargjøre den, vil kunne nyttiggjøre klassen. Dett er også noe som Smith og Stein (2011) påpeker gjennom de fem praksiser, hvor tanken er hvordan læreren kan strukturere elevenes ideer og forklaringer i matematiske diskusjoner som skal gagne elevenes læringsprosess. Samtidig vil grepet *repetere* kunne brukes om en elev sier noe som er viktig for diskusjonen og som de andre elevene burde få høre en gang til (Chapin et al., 2009). Det vil derfor være hensiktsmessig å repetere det eleven sier. Gjennom en langtidsstudie av to klasserom, observerte O'Connor og Michaels (1993) en hyppig gjentakelse av en spesiell diskursstrategi, som de har valgt å kalle *revoicing.* I likhet med samtalegrepet *repetere,* omhandler grepet å gjengi det noen allerede har sagt. Gjengi i form av å gjenta, i tillegg til å utvide eller omformulere. ”It can be used to lend power and authority to the student's relatively weak voice, while at the same time it allows the student to retain some ownership over the reformulation” (O'Connor & Michaels, 1993, s. 327). Slik påpeker de hvordan en lærer kan utnytte en elevs litt svake forklaring til noe positivt, ved at læreren kan gjengi og gjøre forklaringen sterkere, samtidig som eleven vil kunne føle et visst eierskap til det som blir sagt.

Som et annet samtalegrep beskriver Chapin et al. (2009) *si mer* med hvordan elever vil ofte kun svare på akkurat det du spør om, og for å få frem mer informasjon om elevenes tanker og ideer, vil grepet kunne være til hjelp. Grepet *gjenta* er knyttet til hvordan man kan orientere seg mot andre elevers tenkning, og blir beskrevet som hvordan man må kunne snakke flere ulike ideer, og hvordan man da må få tilgang til dem igjennom å høre, forstå og arbeide med dem. Ved å be om noen kan gjenta, vil elevene plukke opp og arbeide med medelevers ideer og begrunnelser. Og ved at de må gjenta en annen elevs ide ved å bruke sine egne ord, vil de ta et aktivt standpunkt til medelevers tenkning. Over tid vil det bli skapt en forventing om at spørsmålet vil bli stilt, som vil føre til at elevene automatisk orienterer seg til det medelever presenterer. For å hjelpe elevene til å utvikle sin egen evne til å resonnere vil grepet *presse for resonnering* kunne være til hjelp. Ved at elevene får øving i å forklare sin egen tankemåte, samt å bli oppmuntret til å gå dypere inn i forklaringene, vil elevene engasjeres i intellektuell aktivitet. Ettersom elevene blir vant med en slik resonnering, vil de etterhvert bli flinkere til å gjøre dette også uten oppmuntring fra læreren (Chapin et al., 2009). Grepet *hva tenker du om det?* omhandler hvordan det å be elever si seg enig eller uenig, og begrunne hvorfor, knyttet til det en medelev nettopp har sagt, kanskje er et av de mektigste verktøyene for å fokusere deres oppmerksomhet på medelevens ideer. Det siste grepet *tilføye* vedrører det å spørre elevene om det er noen som har noe å tilføye til det en eller flere elever nettopp har sagt. Dette bidrar til at man som lærer åpner opp for at flere kan bidra i samtalen, og grepet vil hjelpe elever med å engasjere seg i hvordan andre tenker og resonnerer.

Det finnes flere som påpeker grep og andre faktorer som vil kunne støtte elever i matematiske samtaler. Alrø og Skovsmose (2002) presenterer gjennom det de kaller Inquiry co-operation model, IC-modellen. Til forskjell Chapin et al. (2009) viser ikke modellen ulike samtalegrep som læreren kan ta i bruk i en samtale, men den beskriver åtte ulike elementer som kan oppstå når elever og lærer jobber med matematikk gjennom undersøkende samtaler. Elementene består av å kontakte, å oppdage, å lokalisere, å identifisere, å advokere, å tenke høyt, å reformulere, å utfordre og å evaluere. Alrø og Skovsmose (2002) påpeker hvordan IC-modellen representerer spesielle kvaliteter ved kommunikasjon som også kan representere ulike kvaliteter ved læring. Det er likevel flere av elementene i IC-modellen som kan ses igjen i Chapin et al. (2009) samtalegrep.

Å oppdage blir blant annet beskrevet som å stille oppklarende og undrende spørsmål, og kan knyttes til *si mer*, ved at man ønsker å få frem enda mer informasjon enn det eleven sier. *Å identifisere* og *presse for resonnering* omhandler begge å stille hvorfor-spørsmål for at matematiske ideer skal bli utarbeidet. Både å advokere og å tenke høyt blir beskrevet som elementer for å arbeide med matematiske ideer kollektivt i en gruppe, og kan knyttes til samtalegrepene *hva tenker du om det?* og *tilføye?*. *Å reformulere* omhandler å gjenta det som er blitt sagt, men også på en annen måte, og kan dermed knyttes til samtalegrepet *repetere.* Når det gjelder elementet å utfordre, omtaler Alrø og Skovsmose (2002) elementet som noe som kan lede matematikken i en ny retning, få eleven til å oppdage nye muligheter eller til å stille spørsmål til allerede lært kunnskap. De påpeker hvordan man kan utfordre gjennom hypotetiske spørsmål som "hva hvis-spørsmål". Videre påpeker de hvordan en utfordring kan oppstå i arbeid med perspektiver som er tatt for gitt og utfordringen vil være suksessfull hvis noen griper den. Sett ut i fra Chapin et al. (2009) sine samtalegrep, er det ingen direkte kobling mellom samtalegrepene og *å utfordre*. Det finnes grep som vil kunne få elever til å oppdage nye muligheter ved matematikken, eksempelvis *presse for resonnering*, men det er ingen av kategoriene som direkte beskriver hvordan læreren kan utfordre elever igjennom å stille spørsmål. Selv om å utfordre blir beskrevet som et element knyttet til utforskende samtaler og ikke et direkte samtalegrep som lærere kan bruke, blir det i elementet omtalt flere utfordrende spørsmål som kan stilles og som en lærer enkelt kan ta i bruk. Slik kan elementet *å utfordre* kunne være et supplement til Chapin et al. (2009) sine samtalegrep, tross det i utgangspunktet er et element og ikke et samtalegrep.

2.3. Det matematiske læringsmiljøet i klasserommet

Cobb (2000) presenterer fire aspekter ved læringsmiljøet i et klasserom som er sentrale i å støtte elevenes matematiske utvikling: klasseromsaktivitetenes struktur, verktøy, oppgavene og klasseromsdiskursen. Selv om de fire aspektene blir presentert hver for seg, fremhever

Cobb (2000) hvordan de er avhengige av hverandre, og tilsammen utgjør en klasse sitt aktivitetssystem. Det første aspektet omhandler klasseromsaktivitetenes struktur. Hvordan læreren velger å bygge opp timen, hvilke som gjøres aktiviteter til hvilken tid, hvem som engasjerer samtalen i klasserommet og om det er arbeid individuelt, i par eller plenum, er alle spørsmål knyttet til det Cobb (2000) legger i klasseromsaktivitetenes struktur. Videre påpekes elevenes bruk av verktøy som et aspekt knyttet til læringsmiljøet. Aktuelle verktøy kan for eksempel være ulike konkreter, ulike digitale matematikkprogram og kalkulator som elevene anvender i undervisningen. Det vil være hensiktsmessig å undersøke hvilke verktøy som blir benyttet i undervisning, men også læring som de ulike verktøyene kan være med å gi. Som et tredje aspekt fremhever Cobb (2000) oppgavene som læreren velger å gi elevene. Avslutningsvis trekker han frem det han anser som det viktigste trekket innenfor læringsmiljøet i klasserommet, klasseromsdiskursen. Klasseromsdiskursen omhandler hvordan læreren og elever kommuniserer matematikk i undervisningen. Han rettet fokuset mot to karakteristikker som kan knyttes opp mot læring i matematikk. Herunder de normer som finnes i klasserommet for hva som kan egnes som en akseptert matematisk forklaring, og de normene som dreier seg mer direkte om innholdet i helklassediskusjoner, plenumsamtaler. Det påpekes videre at hensikten med å inkludere helklassediskusjoner i klasseromaktivitetenes struktur, ikke kun går ut på å gi elevene mulighet til å dele deres begrunnelser, men også kvaliteten på diskusjoner som sosiale hendelser hvor elevene deltar.

2.3.1 Helklassediskusjon og organiseringen av klasserommet

I samsvar med hvordan Cobb (2000) omtaler aspektet klasseromaktivitetens struktur rundt hvordan elevene arbeider sammen og hvem som engasjerer samtalen i klasserommet, beskriver Chapin et al. (2009) hvordan klasseromsamtaler kan ha ulike formater tilknyttet sine egne regler. De trekker frem hel-klassediskusjoner og smågruppediskusjoner som to produktive samtaleformater. I henhold til studiens forskningsspørsmål, vil jeg kun gjøre rede for produktiv diskusjon hvor hel klasse er formatet. I en slik diskusjon er det læreren som styrer klassen, og han eller hun forsøker å få elevene til å dele tenkemåter, forklare løsningsstrategier og å bruke medelevers ideer. Diskusjonen gir elevene mulighet til å engasjere seg i medelevers resonnering. Lærerens oppgave er å aktivt guide elevene og å legge til rette for elevene, uten å gi dem direkte svar. Fokuset skal være på elevenes tenking (Chapin et al., 2009). Gjennom sin forskning har Lee (2006) kommet frem til ulike faktorer som kan bidra til å legge til rette for samtale i klasserommet. Han vektlegger selve organiseringen i klasserommet og foreslår blant annet hvordan læreren kan utnytte den fysiske plasseringen av elevene for å øke sjansen for samtale, slik Cobb (2000) også gjør i hans omtale av aspektet struktur. Lee (2006) påpeker hvordan elever kan syntes det er vanskelig å dele ideer og det å be elever om å heve stemmen, kan dermed være en ekstra unødvendig barriere de må trosse om de skal samtale. Elever burde derfor få muligheten til å se og høre hverandre, om de skal snakke matematikk. Han foreslår å samle elevene rundt en tavle foran i klasserommet. Elevene vil naturlig bli en del av samtalen og læreren vil kunne få lettere tilgang til elevene sine tanker (Lee, 2006). Elever vil støtte hverandre i deres læring hvis de blir oppmuntret til å gjøre det via læringsaktiviteten og organiseringen av samtalen (Lee, 2006).

2.3.2. Sosial interaksjon med underliggende sosiomatematiske normer

Bauersfeld (1980) påpeker hvordan undervisning og læring av matematikk i klasserommet kan bli sett på som en høyt kompleks menneskelig interaksjon i en institusjonalisert setting. Menneskelig interaksjon, eller sosial interaksjon slik Smith og Stein (2011) omtaler det, gir oss muligheten til å bruke andre mennesker som ressurser, dele ideer med hverandre og til å delta i felles konstruksjon av kunnskap. Ifølge Bauersfeld (1980) vil det befinne seg skjulte dimensjoner i den sosiale interaksjonen som foregår i matematikklasserommet. Situasjoner, regler, forventinger, tolkninger og subjektive realiteter blir nevnt som ulike dimensjoner. Han påpeker hvordan en utenforstående, selv om han/hun er informert, kan ha det vanskelig med å forstå hva som foregår i en diskusjon, da en forutsetning for kommunikasjon er hvordan deltakere deler felles gitte forståelser.

Lignende Bauersfeld (1980) sine skjulte dimensjoner, beskriver Yackel og Cobb (1996) hvordan det vil finnes underforståtte regler og forventinger til oppførsel, såkalte normer, i et klasserom med elever og lærer. I likhet med det Cobb (2000) forklarer som to karakteristikker knyttet til aspektet klasseromsdirskursen, skiller Yackel og Cobb (1996) mellom sosiale normer og sosiomatematiske normer. Hovedforskjellen baseres på hvordan sosiale normer er uavhengig fag, mens de sosiomatematiske normene er knyttet til matematikk som fag. Eksempelvis vil forståelsen av at elever i et klasserom er forventet å forklare deres løsninger og deres tenkemåte, være en sosial norm i klasserommet. Mens forståelsen av hva som regnes å være en akseptabel matematisk forklaring eller hva en matematisk forskjell inneholder, vil være en sosiomatematisk norm (Yackel & Cobb, 1996).

Yackel og Cobb (1996) fremhever hvilken påvirkning sosiomatematiske normer har på både elevenes og lærerens muligheter for læring. Hos elever som prøver å forstå andre medelevers forklaringer og som sammenligner sine egne løsninger med medelever sine for å se ulikheter og forskjeller, vil det oppstå muligheter for læring. Elever vil fortsette å presentere ulike forklaringer når de opplever at flere løsninger blir vektlagt og sett på som gyldige. Dette igjen vil bidra til å gi læreren kunnskap om elevens konseptuelle muligheter og forståelsen de sitter inne med. I likhet med Yackel og Cobb (1996) påpeker (Chapin et al., 2009) betydningen normer har for elevenes læring. De fremhever hvordan elever som opplever at deres ideer blir avfeid eller latterliggjort, ikke vil føle seg komfortable med å presentere sine tankemåter, og dermed vil prege klasseromdiskusjonen. Av den grunn, vil det være viktig å etablere normer som støtter en respektfull diskusjon. I tillegg understreker Chapin et al. (2009) hvordan elevers opplevelse av rettferdighet kan være med å påvirke diskursen i klasserommet. De beskriver hvordan elever i en klasseromssituasjon raskt danner seg et underforstått bilde av at kun de som blir sett på som flinke elever, er forventet å bidra i samtalen. Som en konsekvens vil de andre elevene dermed fralegge seg ansvar og bli passive i samtalen som foregår. På samme måte vil de flinke elevene føle det samme, når ideer fra elever de anser som under seg selv, blir presentert. Normer som støtter rettferdighet vil derfor kunne nytte klasseromdiskursen ved at elevene vil føle viktigheten av å bidra i samtalen uavhengig av hvordan de blir oppfattet av medelever i klasserommet (Chapin et al., 2009).

I likhet med hvordan Yackel og Cobb (1996) omtaler sosiale normer, beskriver Wood (1998) hvordan det i et klasserom vil være regulariteter i adferd som blir dannet over tid mellom lærer og elever. Det er forventninger og forpliktelser som omhandler hvordan elevene og læreren interagerer i klasserommet. Wood (1998) påpeker hvordan sosiale normer er underliggende mønstre og rutiner som er etablert i klasserommet og som skaper en harmonert interaksjon mellom medlemmene i klasserommet. Mønstrene blir skjulte og tatt for gitt, og de guider handlingene som skjer i klasserommet, og vil dermed påvirke klasseromskulturen. Han fremhever hvordan man er nødt til å ta hensyn til de sosiale normene i et klasserom om man ønsker å gjøre en analyse av kommunikasjonen og mulighetene for læring som er tilstede i et klasserom.

Til forskjell fra hvordan Yackel og Cobb (1996) skiller mellom sosiale og sosiomatematiske normer, fokuserer Wood (1998) på at de sosiale normene er kommunikasjonsmønstre i klasserommet, og hvordan samspillet mellom de sosiale normer og kommunikasjonsmønstrene fungerer. Han tar for seg to mønstre, henholdsvis *funneling* og *focusing*. I kommunikasjonsmønsteret *funneling* er det først og fremst læreren som guider elevenes læring av matematikk, basert på at læreren velger ut prosedyrer som elevene skal lære og slik guide dem mot riktig svar. *Focusing* forventer læreren at elevene skal tenke matematisk, utforske på egenhånd og å diskutere matematikken med andre. Læreren forventer at elevene gjennom samtale skal forklare sine løsningsstrategier til hverandre. Slik Wood (1998) beskriver kommunikasjonsmønstre, kan man se en kobling til Chapin et al. (2009) sine samtalegrep, ved at grepene har et fokus på at elevene skal få utforske matematikken og kunne delene de matematiske tankene de sitter inne med, med resten av klassen. Wood (1998) poengterer hvordan det kan være utfordrende for elevene å alene skulle stå for å gjøre deres tenkning tilgjengelig for andre. Han foreslår hvordan læreren kan skape en balanse mellom det å guide studentene (*funneling*) og la de være engasjert i deres egne konstruksjonsaktiviteter (*focusing)* ved å få elevene til å fokusere på noen aspekter ved en løsning som ikke er helt forstått, hvor de deretter kan få løse problemet uten veiledning fra læreren. Dermed kan læreren formidle til elevene at det som regnes som matematikk i klasserommet er de meningene og forståelsene som elevene har konstruert selv. Slik forklarer han sammenhengen mellom sosiale normer og kommunikasjonsmønstrene i klasserommet.

2.3.3. Formativ vurdering

Lee (2006) påpeker hvordan det å øke samtalen i klasserommet kan kunne øke bruken av vurdering for læring i klasserommet. Hun hevder at gjennom å øke elevenes evne til å bruke matematisk språk, vil elevene og læreren kunne utforske mer rundt deres forståelse av matematiske konsepter. Slik kan både eleven selv og læreren, kunne befinne seg i en posisjon til å utvide forståelsen. Hattie og Timperley (2007) definerer *feedback* som informasjon gitt av en agent, eksempelvis en lærer, en bok eller en hendelse, i tilknytning til en oppførsel, fremføring eller forståelse, og oppstår når noe skal gi informasjon eller utvikle kunnskap. Det er av betydning hvordan feedback blir gitt til elever (Hattie & Timperley, 2007; Wiliam, 2007, 2011).

En av de mest virkningsfulle måtene for å forbedre læring i det matematiske klasserommet, er å gi daglig formativ vurdering. Hver lærer er nødt til å finne sin måte å inkorporere vurdering i sin egen undervisning. Det finnes ikke en felles oppskrift på hvordan man gjennomfører det, selv om det finnes ulike fellestrekk for hvordan vurdering bør gis (Wiliam, 2007). Wiliam (2011) foreslår ulike praktiske teknikker som kan være til hjelp når elevene skal vurderes. I likhet med hva Chapin et al. (2009) ønsker å oppnå med de ulike samtaletrekkene, begrunner Wiliam (2011) nytteverdien av sine praktiske teknikker med hvordan de får elever til å tenke. "Feedback should cause thinking" (Wiliam, 2011, s. 127). Han påpeker hvordan en teknikk for å hjelpe elever forstå læreintensjoner og kriterier for å oppnå suksess, er å be de se på andre medelevers arbeid og engasjere de i en diskusjon rundt fordeler og svakheter ved arbeidet, noe Chapin et al. (2009) også omtaler ved grepet *gjenta.* Videre påpeker Wiliam (2011) hvordan elever er mye flinkere til å se feil og svakheter ved medelevers arbeid, enn de er ved sitt eget. Og når elever da har sett feilene hos medelevene, er det en større sjanse for at de ikke gjentar disse selv. Samtidig påpeker han at feedback er noe som skal være fokusert på målet læreren har satt. Om en elev mottar fokusert feedback vil det føre til tenking istedenfor en emosjonell reaksjon.

På en annen side, Hattie og Timperley (2007) tar gjennom en begrepsmessig analyse for seg vurdering for læring, og fremhever hvordan virkningen både kan være positiv og negativ. De påpeker hvordan instruksjon kan være mer effektivt enn feedback, da feedback er noe som må bli bygd på noe annet, og vil ikke ha en nytteverdi om det ikke er noe begynnende læring tilstede. Sett ut ifra dette må begynnende læring være tilstede før de praktiske teknikkene Wiliam (2011) viser til kan fungere.

2.4. Geometri og undervisning

Ettersom geometri var temaet i perioden jeg observerte læreren og hans undervisning, vil jeg i denne delen av kapitlet gi et kort innblikk i noe av litteraturen knyttet til læring og undervisning av geometri. I den norske læreplanen fra 2006 står dette om geometri i skolen.

> "Geometri i skolen handler blant annet om å analysere egenskaper ved to- og tredimensjonale figurer og gjøre konstruksjoner og beregninger. Man studerer dynamiske prosesser som speiling, rotasjon og forskyvning. Hovedområdet omfatter også å beskrive plassering og forflytning i rutenett, kart og koordinatsystemer." (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 3)

Det nederlandske ekteparet Van Hiele, utdannet lærere, kom frem til den anerkjente teorien "Levels of Geometrics Thought" på 1950-tallet. Teorien beskriver fem tankenivåer som elever gjennomgår i arbeid med geometri (Van Hiele, 1986). Da studiens forskningsspørsmål fokuserer på undervisningen til læreren og ikke direkte på elevenes forståelse av geometri, vil jeg kun nevne nivåene kort. Nivåene består av visualisering, analyse, uformell deduksjon, deduksjon og stringens. Tre av de er mest relevant i denne studien. Ved visualisering kan elever identifisere figurer på bakgrunn av utseende. I analysenivået vil de kunne gjenkjenne og karakterisere figurene ut i fra figurenes egenskaper. Ved uformell deduksjon kan elevene klassifisere figurene hierarkisk ved hjelp av egenskaper (Clements & Battista, 1992).

Ifølge Van Hiele (1986) har ikke elevenes biologiske forhold og modning like stor betydning som selve undervisnings- og læringsprosessen når de skal gå fra et nivå til et annet. Ut i fra Van Hiele (1986) vil dermed hvordan læreren underviser i geometri være av betydning for elevenes læringsprosess. I tillegg til tankenivåene ble det utviklet "phases of instruction" som handler hvordan selve undervisningen av geometri bør foregå (Van Hiele, 1986). Det er fem ulike faser av instruksjon som læreren bør følge for å tilrettelegge for elevenes progresjon innenfor de ulike nivåene i Van Hieles modell. Hver fase beskriver målet for elevenes læring og hva læreren bør gjøre for å hjelpe de nå dette målet (Clements & Battista, 1992). Instruksjonsfasene kan ses i sammenheng med Smith og Stein (2011) sine fem praksiser, da begge teoriene beskriver hvordan man kan styre en undervisning ut ifra elevene og deres bidrag. Teoriene skiller seg fra hverandre ved at de fem praksiser er emneuavhengige, mens instruksjonsfasene er spesifikt knyttet til geometri som tema og er mer rettet til selve instruksjonen av undervisningen enn selve samtalen læreren har med elevene. Instruksjonsfasene blir beskrevet slik:

I fase 1 (informasjon) blir elevene først og fremst kjent med temaet som skal gjennomgås gjennom en samtale med læreren (Van Hiele, 1986). Læreren fører en kartleggende diskusjon ved å introdusere og diskutere begreper og konsepter knyttet til temaet. På denne måten får han eller hun informasjon om elevenes oppfatninger og hvordan de ligger an i temaet. Dette vil kunne gi læreren et godt utgangspunkt og ulike føringer videre i elevenes læringsprosess (Clements & Battista, 1992). Informasjonsfasen kan ses i tilknytning til Smith og Stein (2011) sin praksis *å overvåke*, da de begge omhandler det å få en oversikt over elevenes kunnskap for å strukturere undervisningen videre. I de fem praksiser blir *overvåke* gjennomført ved å observere og skaffe seg informasjon mens elevene jobber, mens informasjonsfasen gir læreren informasjon gjennom samtalen med elevene.

I fase 2 (guidet orientering) beskriver Van Hiele (1986) viktigheten av veiledning fra læreren og at relasjonen knyttet til konteksten som arbeides med, blir samtalt om. Clements og

Battista (1992) beskriver hvordan elevene i denne fasen blir kjent med ulike objekter som de geometriske ideene tar utgangspunkt i, og hvordan målet for elevenes læring er at de skal være aktive i form av å utforske objektene for deretter å kunne få muligheten til å se sammenhenger. Lærerens rolle vil her være å lede elevenes aktivitet ved å guide dem i passende utforskning som er nøye strukturerte og avdelte oppgaver, ofte trinnvise, hvor elevene manipulerer objekter for å kunne oppdage spesifikke geometriske konsepter og prosedyrer.

I fase 3 (tydeliggjøring) påpeker Clements og Battista (1992) hvordan elevene skal bli mer bevisste på sammenhenger og at utarbeidelsen av deres intuitive kunnskap begynner å skje. Via veiledning fra læreren skal elever dele deres meninger knyttet til regelmessigheter som de finner i matematikken (Van Hiele, 1986). De blir dermed klar over geometriske konseptualiseringer og begynner å beskrive disse ved hjelp av egne ord, men lærer også mer av det matematiske språket. Clements og Battista (1992)beskriver hvordan lærerens rolle i denne fasen er å styre elevenes diskusjon inn på relevante objekter. Han eller hun må la elevene bruke sitt eget språk i diskusjonen, for så å gi den matematiske terminologien.

I fase 4 (fri orientering) beskriver Clements og Battista (1992) hvordan elevene bruker tidligere erfaringer med konsepter og sammenhenger til å løse oppgaver. Tanken er at de skal selv orientere seg og bruke kunnskapen de har ervervet fra tidligere faser. Læreren skal her bistå elevene med relevante materialer og geometriske oppgaver med flere trinn og løsningsstrategier, og dermed la til å løse de på forskjellige måter (Clements & Battista, 1992), og på denne måten bli kjent med den matematiske ideen eller konseptet fra ulike perspektiv (Van Hiele, 1986). Han eller hun skal også oppmuntre elevene til å reflektere over og utdype egne strategier. Ved behov skal læreren presentere og legge til terminologi og ulike strategier som kan benyttes (Clements & Battista, 1992).

I fase 5 (integrering) påpeker Clements og Battista (1992) hvordan elevene skal danne en oppsummering basert på kunnskap ervervet fra de tidligere fasene. Til å beskrive oppsummeringen skal de bruke relevant matematisk språk og sammenhenger de har sett. Fasen kan ses i sammenheng med Smith og Stein (2011) sin siste praksis, *å koble sammen*, da praksisen også omhandler hvordan få elevene til å se sammenhenger og matematiske ideer. I likhet med de fem praksiser, skal læreren i følge Clements og Battista (1992) oppfordre elevene til refleksjon rundt sammenhenger og større matematiske ideer i integreringsfasen.

3.0. Metodekapittel

Denne studien baserer seg på følgende forskningsspørsmål: *Hvilke grep tar en flink lærer i bruk for å styrke den matematiske samtalen i klasserommet?* Ut i fra forskningsspørsmålets karakter, er jeg avhengig av å samle inn et datamateriale som gir meg muligheten til å kunne analysere en flink lærers undervisning og matematiske samtale med elevene sine. Jeg blir derfor nødt til å kontakte en lærer for å kunne undersøke hans eller hennes undervisningspraksis, slik at jeg kan oppnå gyldige data som kan hjelpe meg å besvare forskningsspørsmålet. I dette kapitlet vil jeg først gi et metodisk overblikk, før jeg går nærmere inn på studiens metodiske valg. Videre vil jeg beskrive gjennomførelsen av datainnsamlingen og hvordan jeg har analysert datamaterialet. Deretter vil jeg belyse reliabiliteten og validiteten i studien, samt ulike forskningsetiske betraktninger jeg har måttet ta hensyn til. Avslutningsvis jeg legge frem metodekritikk.

3.1. Metodisk overblikk og valg

Ved å forske på elever og lærere i skolen tar jeg et steg inn i det som dreier seg om sosial forskning. Burell og Morgan (1979, i Cohen, Manion, Morrison og Bell (2011) skiller mellom to ulike perspektiver innenfor sosial forskning, et objektivistisk og et subjektivistisk perspektiv. Cohen et al. (2011) fremhever hvordan perspektivene er relevante for forskning i klasserom og i skolen. ”The choice of problem, the formulation of questions to be answered, the characterization of pupils and teachers, methodological concerns, the kinds of data sought and their mode of treatment, all are influenced by the viewpoint held” (Cohen et al., 2011, s. 6). Hvilken metodisk retning jeg velger å plassere min forskning innenfor, vil derfor være av stor betydning for mine valg i denne studien.

Fra et objektivistisk perspektiv blir mennesker sett på som produkter av miljøet eller omgivelsene rundt, mens kunnskap er noe objektivt, hardt og håndfast. Å forske på den sosiale verden vil innebære analysering av ulike forhold og regelmessigheter mellom de utvalgte faktorene. På denne måten, gjennom designede prosedyrer og metoder, oppdage generelle lover (Cohen et al., 2011). Det subjektivistiske perspektiv ser på mennesker som frie og kreative, som tar initiativ til egne handlinger og tolker verden de lever i ulikt. Kunnskap blir sett på som noe personlig, subjektivt og unikt, og viktigheten av subjektive erfaringer i dannelsen av den sosiale verden blir vektlagt (Cohen et al., 2011).

Innenfor et objektivistisk perspektiv kan ofte metoden for forskning ses i retning av kvantitativ, mens et subjektivistisk perspektiv peker mot flere trekk av kvalitativ metode for forskning (Cohen et al., 2011). I likhet med hvordan Cohen et al. (2011) beskriver et subjektivistisk perspektiv, blir virkeligheten i kvalitativ forskning sett på noe som er i stadig forandring og noe som blir konstruert av de involverte i forskningen (Nilssen, 2012). Christoffersen og Johannessen (2012) påpeker hvordan forskning kan inneholde grader av kvalitative og kvantitative metoder, og at en metode dermed ikke nødvendigvis trenger å være enten kvalitativ eller kvantitativ. Videre påpeker de forskjellen mellom de to metodene, ved å se på grad av fleksibilitet. Kvalitative metoder er mer fleksible, i form av at de tillater tilpasning og spontanitet i en større grad enn kvantitative metoder. I studier der kvantitative metoder blir brukt, vil ikke deltakerne kunne svare like detaljerte og utfyllende som i en mer kvalitativ undersøkelse, da nærheten mellom forsker og deltaker ikke er like stor som i kvalitativ forskningsmetode (Christoffersen & Johannessen, 2012).

Det er ut i fra hvordan subjektivistisk og objektivistisk perspektiv skiller seg fra hverandre, og hvordan dette igjen kan ses i forskjellen mellom kvalitativ og kvantitativ metode for forskning, jeg baserer mitt valg av forskningsmetode i denne studien. I studiens forskningsspørsmål, ønsker jeg som forsker å få innblikk i og forstå mest mulig av lærerens praksis og kommunikasjon med elevene sine. Det vil av den grunn være hensiktsmessig å være nærmest mulig deltakerne, da det er i møte med lærer, elevene og meg som forsker at kunnskapen blir konstruert (Nilssen, 2012). Skulle jeg ha undersøkt regelmessigheter av lærerens kommunikasjon for å telle forekomster av noe eller brukt et spørreskjema, hadde kvantitative metoder vært å foretrekke (Christoffersen & Johannessen, 2012). En stor grad av fleksibilitet vil også være av betydning, da jeg ønsker detaljert og utfyllende informasjon fra deltakerne (Christoffersen & Johannessen, 2012).

På bakgrunn av ønsket nærhet til deltakerne og foretrukket grad av fleksibilitet, vil det dermed være hensiktsmessig å benytte kvalitative metoder i denne studien. Min forskning kan derfor kunne ha trekk fra et subjektivistisk perspektiv. På bakgrunn av det subjektivistiske perspektivet er det viktig at jeg som forsker er, min subjektivitet og de ulike forforståelsene jeg medbringer, bevisst (Nilssen, 2012). Bevisstheten rundt perspektivet, er noe jeg vil komme tilbake til i drøftingen knyttet til de etiske forholdsreglene.

3.1.1. Valg av kvalitativ tilnærming

Det finnes ulike måter å forske på innenfor kvalitativ forskning. Kasusstudie som forskningsdesign blir ofte anvendt innenfor utdanningsforskning (Christoffersen & Johannessen, 2012). Yin har satt sitt preg på designet og påpeker her når kasusstudie er foretrukket som strategi. ”In general, case studies are the preferred strategy when ”how” or ”why” questions are being posed, when the investigator has little control over events, and when the focus is on a contemporary phenomena within some real-life context” (Yin, 2003, s. 1). Forskningsspørsmålet mitt baserer seg på et hvordan-spørsmål, da jeg ønsker å oppnå dypere innsikt i hvordan en lærers kommunikasjon med klassen er, og kan dermed ses i sammenheng med Yins beskrivelse.

Videre definerer Yin (2014) kasusstudie slik; ”A case study is an empirical inquiry that investigates a contemporary phenomenon within its real-life contexts, especially when the boundaries between phenomenon and context are not clearly evident” (Yin, 2014, s. 16). I min studie er jeg interessert i å kun se på én lærer, hvor det vesentlige er at denne læreren er en flink lærer. Jeg som forsker ønsker å utforske og oppdage kontekstuelle forhold i undervisningen som kan være relevante for fenomenet, lærerens praksis, som blir studert. Det vil kunne hjelpe meg til å fange det spesielle ved en lærer og å kunne undersøke klasseromssamtalen. Da jeg kun ser på én lærer, vil informasjonen være basert på han/hun og ingen andre. Av den grunn jeg vil ikke kunne se hva andre flinke lærere gjør, variasjonen som kan forekomme mellom ulike flinke læreres praksis eller hva som kan betegnes som vanlig. Da det heller ikke er hensikten med studien, kan kasusstudie som kvalitativ tilnærming passe min forskning. Jeg som forsker ser det som hensiktsmessig å observere kun én lærer, da jeg gjennom å benytte meg av kasusstudie og beskrive læreren som et fenomen innenfor virkelige kontekster, får muligheten til å gjøre et dypdykk i hans/hennes undervisning og få detaljerte beskrivelser (Yin, 2003). Om forskningen avdekker ulike grep og metoder han/hun bruker, vil det kunne være grep som bør få oppmerksomhet og som andre lærere kan bruke i sin matematikkundervisning.

Flere forskere har kritisert kasusstudie som strategi. En av bekymringene er knyttet til generaliseringsmulighetene en slik tilnærming som kasusstudie gir, da man kun forsker på én enkelt hendelse eller ett fenomen. Som motargument fremheves det at det kan være generaliserbart til teoretiske forslag, og ikke til populasjoner eller universer (Yin, 2003). Sett i lys av denne bekymringen vil ikke studiens eventuelle funn kunne generaliseres til en større sammenheng, men den vil kunne bidra som et eksempel innenfor forskningsområdet. På denne måten vil målet heller være å utvide og generalisere teorier og slik gjøre en analytisk generalisering (Yin, 2003).

3.1.2. Valg av datainnsamlingsstrategi

Innenfor kvalitativ metode er det flere datainnsamlingsstrategier jeg som forsker kan velge å anvende. Da studien fokuserer på den matematiske kommunikasjonen i klasserommet, kan det være hensiktsmessig å se kommunikasjonen. Observasjon handler om å systematisk se og notere blant annet mennesker, situasjoner og atferd (Marshall and Rossman, 1995; Simpson og Tuson, 2003:2, i Cohen, et al., 2011). Observasjon vil dermed kunne være et godt alternativ for å kunne beskrive kommunikasjonen i klasserommet.

Samtidig finnes det andre metoder som kan avdekke hva som foregår i undervisningssituasjonen. Det kunne vært interessant å intervjue læreren, og slik få informasjon om hva han sier han gjør. Eventuelt kunne jeg ha utforsket hva læreren velger å gjøre i ulike gitte situasjoner gjennom en test. Gjennom de to sistnevnte metodene ville jeg kunne fått informasjon om undervisningen og hva læreren sier at han/hun gjør, men jeg ville ikke fått en direkte tilgang til hva som faktisk skjer i klasserommet (Tjora, 2012). Denne muligheten får jeg kun ved å være tilstede og observere. Som forskningsprosess gir observasjon en mulighet for forskeren å ikke lenger være avhengig av sekundære data, slik andre forskningsprosesser kan gjøre. Ved at forskeren får samle inn direkte datamateriale fra naturlige oppstående sosiale situasjoner, blir han eller hun primærkilden til dataene. Ved å få tilgang til dataene som primærkilde kan man få et økt potensiale for mer valid data, og ifølge Cohen et al. (2011) er det her observasjon som metode har sin unike styrke. På bakgrunn av dette, ser jeg det mest hensiktsmessig å anvende observasjon som metode for å kunne besvare studiens forskningsspørsmål, da jeg ønsker å direkte beskrive det som foregår, og ikke hva læreren selv mener han gjør i gitte situasjoner.

Valget av observasjon som forskningsmetode betyr ikke nødvendigvis at jeg må ekskludere bruken av andre forskningsmetoder. Som nevnt kunne både intervju og bruk av test, være interessante metoder som vil kunne gi meg informasjon fra ulike perspektiver knyttet til lærerens praksis. Denne informasjonen vil jeg miste om jeg kun velger observasjon. Likevel ser jeg på intervju og test som noe som hadde vært interessant å utvide oppgaven med, men med tanke på studiens omfang, ser jeg det mest anvendelig og kun benytte meg av observasjon som metode for å kunne studere det som er sentralt for å kunne svare på studiens forskningsspørsmål.

I likhet med andre forskningsmetoder, har observasjon flere utfordringer knyttet til datainnsamling og analyse. En av utfordringene kan være mangelen på kontroll. Når man som observatør befinner seg i en naturlig setting, har man ingen kontroll over hendelsesforløpet. Mangelen kan føre til at observasjonen blir mindre nyttig og kanskje ikke like brukbar. Samtidig kan det oppstå problemer rundt måling av observasjoner, å få tilgang til det nødvendige og vanskeligheter knyttet til å overholde anonymiteten til de som observeres i følge Bailey (1994, i Cohen et al., 2011). På en annen side kan mangelen på kontroll over en situasjon ifølge Cohen et al. (2011), ha en positiv innvirkning, ved at observasjonen er mindre forutsigbar og dermed kan gi en friskhet til datainnsamlingen som man sjelden finner ved andre former, for eksempel intervjuer og tester.

3.2. Metodiske valg innenfor observasjon

3.2.1. Forskerroller og observasjonens setting

Som forsker kan man innta ulike roller i forskningsfeltet avhengig av hva man ønsker seg av datamateriale. En av de første som navnga de ulike rollene var Gold (1958). Siden er de blitt bruk som en kjent klassifikasjon av en forskers ulike roller under observasjon (Cohen et al., 2011). Det blir skilt mellom fire forskjellige roller; fullstendig deltaker, observerende deltaker, deltakende observatør og fullstendig observatør (Gold, 1958).

Cohen et al. (2011) baserer seg på Gold (1958) i beskrivelsen av de ulike rollene. *Fullstendig deltaker* som forsker som skjuler sin rolle som observatør for de andre i felten, og som dermed fungerer som et fullstendig medlem i gruppen som observeres. Som forsker i skolen vil jeg være pålagt til å få samtykke om deltakelse fra samtlige forskningsobjekter, slik at det å foreta en observasjon hvor min rolle som observatør er skjult, ikke vil være gjennomførbart. Som *fullstendig observatør* er observatørens tilstedeværelse ubemerket eller ikke tilstede overhodet. En *deltakende observatør* vil ikke være en del av gruppen, men vil likevel være tilstede under de ulike situasjonene. Gruppen er klar over at de blir observert, og observatøren forsøker å være så diskret som mulig og ønsker å påvirke gruppen så lite som mulig (Cohen et al., 2011). Da jeg ønsker å observere én lærers praksis og samtalegrepene han tar i bruk, vil det være hensiktsmessig for meg å påvirke situasjonen så lite som mulig. Å innta en rolle som deltakende observatør vil ifølge Cohen et al. (2011) kunne gi meg dette utgangspunktet. På en annen side, betyr rollen som deltakende observatør at jeg blir nødt til å holde meg i bakgrunnen av situasjonen, klasserommet, læreren og elevene. En følge av det kan være begrenset informasjon om bakgrunnen for observasjonene jeg tilegner meg. Jeg vil ikke ha mulighet til å interagere med noen av deltakerne. Om jeg har behov for ekstra informasjon angående observasjonene jeg gjør meg, vil rollen som observerende deltaker kunne være passelig. Forskeren er åpen om sin rolle som observatør og forsker, samtidig som han/hun vil være en del av gruppen som observeres (Cohen et al., 2011)

Slik teorien påpeker vil jeg i rollen som både deltakende observatør og observerende deltaker utøve en observasjon som vil være kjent blant forskningsdeltakerne. Når observasjonen er kjent blir jeg deretter nødt til å vurdere hvor mye jeg ønsker at læreren og elevene skal kjenne til om prosjektets tema og hensikt. Som tidligere nevnt ønsker jeg å påvirke situasjonen i minst mulig grad, da jeg ønsker at dataen skal kunne beskrive lærerens ordinære undervisning. Jeg ønsker med andre ord ikke å være en del av gruppen som observeres. Det ville vært ideelt å observere læreren og hans undervisning så nært opp mot den virkelige undervisningen som det er mulig med meg tilstede. Slik Cohen et al. (2011) beskriver som en naturlig setting, hvor intensjonen er å observere forskningsobjektene i deres naturlige miljø.

På bakgrunn av denne drøftingen kan jeg som forsker innta en rolle som deltakende observatør, basert på at jeg ønsker både åpenhet og en naturlig setting, men også å være så diskret som mulig (Cohen et al., 2011). Det er viktig å påpeke at selv om de fire rollene skiller seg fra hverandre, kan jeg som forsker ha en rolle som har trekk fra flere roller. Rollen som observerende deltaker vil gi meg en mulighet til å være diskret, men som Cohen et al. (2011) fremhever, vil forskeren i rollen som fullstendig observatør være så og si ubemerket tilstede. Da jeg ønsker å være så diskret som mulig, vil jeg som forsker kunne ha en rolle som også lener mot fullstendig observatør.

Tjora (2012) uttaler seg også om de ulike forskerollene. Han påpeker at rollen man påtar seg, kan endre seg etter man har kommet ut i feltet, da man aldri har fullstendig kontroll over sin egen rolle og hvordan den kan endre seg i takt med situasjoner som oppstår. Dermed blir det viktig å nevne at uansett hvilken rolle jeg påtar meg i forskningsfeltet, og hvilken rolle deltakerne er informert om at jeg skal ha, kan dette bli vanskelig å overholde. Når man først er tilstede, vil man i et klasserom ikke kunne ha fullstendig kontroll over det som skjer (Cohen et al., 2011). Om jeg befinner meg bakerst i klasserommet under en introduksjon til timen, og deretter blir kastet inn i en situasjon hvor jeg må hjelpe en elev med arbeid, vil det kunne slå tvil rundt om jeg er så diskré som jeg i utgangspunktet ønsket. I følge Tjora (2012) kan det derfor være nyttig og være bevisst over hvordan rollen kan endre seg når ulike situasjoner oppstår, slik at bevisstheten kan gjøre det enklere å bevare rollen når en eventuell situasjon dukker opp.

3.2.2. Observasjonstyper

En observasjon kan gjennomføres på ulike måter. Man skiller mellom mer strukturert og ustrukturert observasjon langs et langsgående hele, hvor semistrukturert observasjon (Cohen et al., 2011) befinner seg i midtsjiktet.

Forskningsspørsmålet i denne studien etterspør ulike grep en lærer tar i bruk i klasserommet for å styrke kommunikasjonen. Ut i fra spørsmålet er det allerede bestemt ulike retningslinjer for hva som skal forskes på, da både konteksten og forskningsområde er valgt. Observasjonen har dermed et utgangspunkt. Christoffersen og Johannessen (2012) beskriver ustrukturert observasjon som observasjon hvor forskeren ikke har gjort seg opp en mening om hva som skal observeres, men går åpent inn i situasjonen for å best mulig kunne beskrive det han/hun ser. Da denne studiens har et utgangspunkt for hva som skal observeres, vil observasjonen ha en viss grav av struktur, slik at en fullt ustrukturert observasjon vil ikke kunne gjennomføres. Samtidig som forskningsspørsmålet har et utgangspunkt, kan man si at forskningsspørsmålet er delvis åpent med tanke på lærerens grep. Slik spørsmålet er formulert vil alle mulige grep som fører til styrket matematisk kommunikasjon være relevante. Av den grunn ser jeg det mest hensiktsmessig at dataen får tale for seg selv, slik at jeg som forsker får muligheten til å utforske de grepene læreren velger å anvende uten å kun observere noen bestemte grep. Slik kan jeg se trekk fra ustrukturert observasjon, i form at jeg som forsker ønsker å gå åpent inn i en situasjon for å kunne beskrive det jeg ser. Under en strukturert observasjon, vil forskeren allerede på forhånd vite hva som det skal ses etter og ha observasjonskategorier klare (Cohen et al., 2011). Ved en slik type observasjon vil dataen ikke kunne tale for seg selv, og jeg som forsker kan komme til å overse viktige momenter ved lærerens praksis da jeg må forholde meg til allerede bestemte kategorier. På bakgrunn av forskningsspørsmålet vil dermed verken strukturert eller ustrukturert være helt passelig.

Som nevnt befinner de ulike observasjonstypene seg på et langsgående hele, og det vil dermed kunne være grader av hvor strukturert observasjonen er. En semistrukturert observasjon kjennetegnes ved at man har et utgangspunkt for observasjonen, samtidig som man vil la dataen tale for seg selv, for så å undersøke dataen før man tar beslutninger videre (Cohen et al., 2011). Ut i fra hvordan jeg har et utgangspunkt for observasjonen jeg ønsker å gjennomføre, samtidig som jeg ønsker å la dataen snakke for seg selv, vil en semistrukturert observasjon være en god plattform for min datainnsamling.

3.2.3. Teknologiske hjelpemidler

Observasjonsdataen som man innhenter i felten kan både være i form av visuelle og muntlige data (Cohen et al., 2011). Da jeg ønsker å fokusere på kommunikasjonen i klasserommet, blir hvordan innhentingen av de muntlige observasjonsdataene skal foregå, et sentralt spørsmål. Tjora (2012) påpeker hvordan en lydopptaker kan ha en forstyrrende effekt, men sammenlignet med et videokamera vil trolig kameraet ha en større påvirkning enn lydopptak. Lydopptak vil kunne gi meg data over den verbale kommunikasjonen som finner sted i klasserommet, men jeg vil miste andre visuelle data som kan være av betydning. Da hensikten med studien er å fange kommunikasjonen i klasserommet, er det læreren og elevene formidler igjennom tale og kroppsspråk relevant. De visuelle dataene blir derfor like sentrale som de verbale, og av den grunn vil ikke lydopptak kunne gi meg tilstrekkelig data.

”Audio visual data collection has the capacity for completeness of analysis and comprehensiveness of material, reducing the dependence on prior interpretations by the researcher” (Cohen et al., 2011, s. 470). Derimot kan videoopptak bidra til mer utfyllende data, da video gir informasjon om både kroppsspråk, bevegelse og samtale, og både observatøren og deltakerne vil også bli dokumentert (Christoffersen & Johannessen, 2012). Data om læreren, elevene, eventuelle oppgaver, Smartboarden og diverse konkreter vil derfor også bli samlet inn, noe som vil kunne gi meg et mer detaljert datamateriale. Videoopptak vil i tillegg gi meg som forsker muligheten til å spille av videoen flere ganger i ettertid. Det et menneske kan observere vil fungere som en ”engangsobservasjon” og kan i følge Cohen et al. (2011) kunne begrense datatilgangen. Avspillingsmuligheten vil dermed kanskje kunne gjøre det enklere å se en situasjon fra flere perspektiver i etterkant, og som forsker vil jeg ikke være like bundet opp under selve observasjonen. Fokuset under selve datainnsamlingsdagene, kan derfor ligge på andre momenter enn det videokameraet klarer å fange. På en annen side kan bruken av videokamera by på andre utfordringer. Fenomenet *reactivity* omhandler hvordan mennesker som blir observert kan endre adferden på grunn av situasjonen de befinner seg i, da et kamera kan virke ubehagelig for noen mennesker (Cohen et al., 2011). Å gjennomføre en observasjon med et videokamera, kan derfor sett i lys av *reactivity* ha en negativ påvirkning på situasjonen. Samtidig trenger ikke dette å være utfallet. Utfordringen vil bli drøftet videre under kapitlet etiske betraktninger. Ut i fra forskningsspørsmålet mitt ser jeg som forsker det hensiktsmessig å fange flere sider ved settingen, og dermed blir det naturlig for meg å velge videokamera som teknologisk hjelpemiddel, selv med utfordringer som *reactivity*.

3.3. Læringssyn

Det finnes ulike syn på læring og måter vi mennesker tilegner oss kunnskap. Da denne studien omhandler kommunikasjon mellom en lærer og flere elever, står læring gjennom samtale sentralt. Jeg ser det derfor naturlig å kort gjøre rede for et sosiokulturelt syn på læring.

Sosiokulturell læringsteori omhandler hvordan mennesker tilegner seg kunnskap gjennom samhandling i kulturelle aktiviteter og hvordan man deretter formes (Säljö, 2001). I den sosiokulturelle teorien blir dermed samspill og kultur, vektlagt. Et begrep som har en spesiell betydning innenfor teorien, er begrepet redskap. Säljö (2001) omtaler redskap, eller verktøy, som de ressursene, både språklige og fysiske, som vi har tilgang til og som anvendes når vi forstår og handler i verden rundt oss. Verktøy blir dermed sett på noe som man tar i bruk for å kunne forstå og beherske noe man ellers ikke ville gjort, uten å ta verktøyet i bruk. Eksempler på dette er språk, bilder, penn og papir. I den sosiokulturelle læringsteorien står kommunikasjon og språk sentralt. Säljö (2001) beskriver hvordan kommunikasjon både skaper og sender ressurser videre, og på denne måten fungerer som et bindeledd mellom tenking og interaksjon. Vi re-presenterer, og verktøyene medierer på denne måten, virkeligheten. ”Mediering innebærer at vår tenkning og våre forestillingsverdener er vokst fram av, og dermed farget av, vår kultur og dens intellektuelle og fysiske egenskaper” (Säljö, 2001, s. 82). I følge Säljö (2001) er de ressursene vi finner i språket, det viktigste medierende redskapet vi mennesker har, noe også den mest kjente teoretikere innenfor sosiokultuelle retningen Lev Vygotsky påpeker betydningen av.

> ”Using words (one class of such stimuli) to create a specific plan, the child achieves a much broader range of activity, applying as tools not only those objects that lie near at hand, but searching for and preparing such stimuli as can be useful in the solution of the task, and planning future actions” (Vygotskij et al., 1978, s. 26).

Vygotskij et al. (1978) påpeker hvordan mennesker har muligheten til å appropriere kunnskaper i samspill med andre mennesker i alle situasjoner. Å appropriere vil si å overta og ta til seg kunnskap (Säljö, 2001). Slik viser et sosiokulturelt syn på læring hvordan vi mennesker, ved å bruke språket i samspill med andre, kan tilegne oss kunnskap.

3.4. Praktisk gjennomføring

3.4.1. Valg av skole, trinn og informant

Slik det ble påpekt innledningsvis, byr studiens forskningsspørsmål på utfordringer knyttet til det å skulle studere en flink lærer. Tross utfordringer som kan oppstå knyttet til det å definere og finne en slik lærer, er det viktig å studere de som er flinke og som får det til. Det vil kunne være interessant å undersøke hva de som lykkes faktisk gjør, slik at man kan dra nytte av den kunnskapen de sitter inne med og lære av dem.

Ordet flink har ulike betydninger som bør defineres. I denne sammenheng har jeg valgt å se på en lærer som miljøet rundt omtaler som en flink matematikklærer. Det kan være ulike grunner til at miljøet velger å omtale læreren som flink. Enten om han/hun har et spesielt ansvar på skolen, har utmerket seg med spesielt gode resultater eller bidrar i ulike forskningsprosesser. Da jeg i denne studien skulle forsøke å finne en slik flink lærer oppsøkte jeg flere arenaer. Min veileder tok kontakt med matematikksenteret og jeg forhørte meg rundt på ulike skoler. Flere kandidater ble foreslått, men grunnet klasse, matematisk tema og tid til rådighet, falt mange bort.

Innhenting av data til denne studien ble gjort på 6.trinn ved en barneskole i en større norsk by. Etter anbefaling fra rektor og ansatte ved barneskolen rettet jeg oppmerksomheten min mot en av kontaktlærerne ved 6.trinn, en ung mann med mindre enn 10 års erfaring som lærer i skolen. Jeg ble informert om hans fokus på kommunikasjon og matematisk samtale i undervisningen. Han har hatt vesentlige roller i større forskningsprosjekter knyttet til matematikk, og han påpeker selv hvor læringsrikt det har vært og er. At både han og elevene ofte er delaktige i ulike forskningsprosjekter, kan tyde på at de er vant til situasjoner hvor de blir observert til bruk for forskning. En annen kvalitet ved læreren er hans interesse for å utforske nye elementer ved matematikkundervisningen. Han tester ofte ut nye og spennende arbeidsformer i faget, og da jeg i min kasusstudie ønsker å fokusere på en ekstra flink lærer som underviser med fokus på kommunikasjon, ble denne kontaktlæreren et naturlig valg. Av utdanning har han blant annet fire år med lærerutdanning hvor han har fordypet seg i matematikk. Han har arbeidet på barneskolen i flere år, men kun et halvt år i denne klassen. Det vil si at han ikke kjente så mye til elevenes faglige matematikkbakgrunn før de begynte i 6.trinn. Han kunne fortelle meg at det påvirket litt av hvordan undervisningen ble gjennomført, da han ønsket å danne seg et bilde av elevenes forståelse innenfor geometri, før de gikk videre.

Trinnet hvor læreren er kontaktlærer og ansvarlig for matematikkundervisningen, bestod av omtrent 50 elever. Grunnet den relativt store klassen foregår undervisningen som oftest i to- og tredelte grupper. Det vil si at læreren gjennomfører den samme matematikkundervisningen opptil flere ganger daglig, noe som ga meg som forsker større rom for å samle inn data. Da det er læreren og ikke elevene som er hovedfokuset i min studie, har jeg observert klassen uavhengig om de har vært i to- og tredeling.

3.4.2. Gjennomføring av observasjonen

Innsamlingen ble gjort over en periode på 3-4 uker, ettersom jeg fulgte den ordinære undervisningsplanen til trinnet. En undervisningstime varte i ca. 1 time og 20 minutter. I hver undervisningstime gjennomførte læreren ca. 50-60 minutter med samtale i plenum med klassen. Da studiens forskningsspørsmål fokuserer på elev-lærer kommunikasjon i en helklassesituasjon ble det naturlig at plenumsamtalene danner grunnlaget for denne studien. Det ble derfor ikke innhentet data fra annet individuelt elevarbeid, gruppearbeid eller samtaler mellom læreren og enkeltelever som oppstod ellers i undervisningen. For å få en sammenhengende helhet i datamaterialet mitt, har jeg observert 4 etterfølgende timer fra introduksjonen av et tema til oppsummering og avslutning av det samme temaet. Det matematiske temaet for de ukene jeg observerte var geometri med fokus på to- og tredimensjonale figurer. Jeg hadde i utgangspunktet ikke noen preferanser med tanke på tema, annet enn at jeg ønsket å observere et tema som naturlig ville være problemløsende og bidra til å utfordre elevenes matematiske tankegang. Jeg syntes derfor geometri som overordnet tema ville bli interessant å undersøke. Gjennom uformelle samtaler med både kontaktlæreren og andre lærere tilknyttet trinnet, har jeg fått innsikt i både lærerens og elevenes faglige bakgrunn, og matematikkundervisningen generelt.

Som nevnt samsvarte min rolle som forsker til en blanding av slik Cohen et al. (2011) beskriver observerende deltaker og fullstendig observatør. Dette fordi jeg til en viss grad ønsket å være åpen om forskningen min, samtidig som jeg ønsket å påvirke situasjonen svært lite. Jeg var interessert i å gi både læreren og elevene informasjon om hvorfor jeg var tilstede, altså at jeg ønsket å observere matematikkundervisningen deres, hvor læreren var i fokus. Utover dette ble ingen av dem informert om tema og fokusområde for studien, da jeg ønsket å påvirke dem og undervisningen i minst mulig grad. I forkant av observasjonen gikk jeg derfor innom arealet der trinnet hadde undervisning. Jeg har tidligere vært tilknyttet skolen, slik at det var flere elever jeg kjente til og som kjente til meg. Jeg informerte de om hvorfor jeg var der og hva jeg skulle gjøre de neste ukene. Intensjonen var ikke å knytte relasjoner, men at elevene skulle være klar over min rolle som forsker før selve undervisningsøkten, hvor jeg skulle observere, startet.

Undervisningen og plenumsamtalen ble gjennomført i en såkalt lyttekrok, der hvor elevene sitter i en hestesko på benker plassert rundt en Smartboard. Jeg plasserte meg bak hesteskoen med ryggene til elevene vendt mot meg. Kameraet plasserte jeg ved siden av meg, slik at jeg hele tiden kunne styre det og zoome ettersom hvor læreren befant seg. I tillegg til kameraet brukte jeg to lydopptakere for å sikre et godt lydopptak. Jeg skrev også feltnotater over hva jeg kunne observere, antall elever og interessante situasjoner jeg observerte.

3.5. Bearbeiding og analyse av materialet

3.5.1. Transkribering og etterarbeid

Datamaterialet mitt baserer seg på fire undervisningstimer, som det ble gjort video- og lydopptak av. Jeg hadde ikke bestemt meg for antall undervisningstimer i forkant av observasjonen. Som forsker var jeg heller opptatt av å observere alle undervisningstimene, fra begynnelse til slutt, som var knyttet til et spesifikt tema. Clarke i samarbeid med andre, argumenterer i deres forskning for hvor mange undervisningsøkter man kan basere en studie på for å fange en lærers praksis. De foreslår 10 undervisningstimer som et minimum (Clarke et al., 2007). Min veileder tok kontakt med Clarke ved International Centre for Classroom Research angående spørsmålet rundt observasjonstimer knyttet til denne studien, og i en epost (10.03.2017) svarte han:

> ”(...) but if your student wants to characterise the practice of a single talented teacher, then I would argue that at least one intact and entire sequence of lessons constituting one topic would be the very minimum required. And, even then, you would only be characterising the practice in relation to that particular topic and content area - which might not be representative of the richness of the teacher’s practice”.

Dermed vil min studie kunne være innenfor det han mener er minimumskravet for å kunne karakterisere en lærers praksis, da jeg observerer fra oppstart til avslutning av et tema. I følge Clarke et al. (2007) kan jeg kun karakterisere lærerens praksis ut i fra det emnet jeg har observert, ikke generalisere lærerens praksis utover emnet studien min har fokusert på. Da studiens varighet og omfang er begrenset, ser jeg det likevel hensiktsmessig, tross (Clarke et al., 2007) sine anbefalinger, å basere studien på de fire undervisningstimene som dekker temaet innenfor geometri fra begynnelse til slutt.

I følge Kvale, Brinkmann, Anderssen og Rygge (2009) betyr å transkribere det samme som å transformere, altså skifte fra en form til en annen. Nilssen (2012) påpeker utfordringene en forsker møter når han/hun skal produsere tekster. Forskerens tolkning vil allerede ligge i datamaterialet da forskeren har bestemt hva det skal fokuseres på, og tonefall, mimikk og gester vil falle bort når man går fra handlinger og over til tekst. Dermed vil transkripsjoner aldri bli helt nøyaktige (Nilssen, 2012). Det ble derfor viktig for meg å få en mest mulig sannferdig gjengivelse av det som ble sagt, og av hvem, i klasseromsituasjonen. Samtidig ble det hensiktsmessig å notere tidspunkt til ulike oppgaver fra Smartboarden som ble diskutert i plenum, slik at de var enkle å hente fram ved behov. Feltnotatene fra observasjonsperioden ble renskrevet, slik at de skulle bli lett tilgjengelig ved en senere anledning.

3.5.2. Analyseprosessen

"Qualitative data analysis involves organizing, accounting for and explaining the data: in short, making sense of data in terms of the participants definitions of the situation, noting patterns, themes, categories and regularities" (Cohen et al., 2011, s. 537). Slik Cohen beskriver, omhandler kvalitativ dataanalyse om å organisere, gjøre rede for og forklare dataene som er blitt hentet og noe jeg var bevisst når jeg skulle analysere denne studiens datamateriale. Studiens forskningsspørsmål etterspør hvilke grep en lærer tar i bruk for å styrke den matematiske samtalen i klasserommet. For å best kunne fange disse grepene ønsket jeg å la datamaterialet tale for seg selv, uten noen påvirkning fra ulike rammeverk eller tidligere forskning. Cohen et al. (2011) beskriver induktiv metode slik Francis Bacon først foreslo, hvor man studerer flere ulike tilfeller for å så kunne lede til en hypotese eller eventuelt en generalisering. Forskeren skal kun registrere det som skjer, og ikke bringe med forutinntatte holdninger knyttet til det som forskes på (Postholm & Jacobsen, 2011). Motsetningen til induktiv metode, er deduktiv metode. Her anvendes teorien for å stille hypoteser som deretter skal bekreftes eller avkreftes (Postholm & Jacobsen, 2011). En induktiv metode vil dermed kunne være hensiktsmessig for min forskning, da jeg ikke ønsker at forskningen skal ta utgangspunkt i et rammeverk eller en teori når jeg skal forsøke å beskrive lærerens praksis.

Etter at alt datamateriale var blitt transkribert, skrev jeg de ut for å få en bedre oversikt over datamaterialet. Slik studiens forskningsspørsmål etterspør, hadde jeg som forsker et fokus på selve kommunikasjonen mellom læreren og elevene. Jeg begynte derfor å tolke og beskrive hver setning av det som ble sagt under første undervisningstime. Jeg benyttet meg av forskjellige fargekoder og forsøkte å sette ord på de ulike tolkningene. Det resulterte i mange forskjellige kategorier. Etter å ha gjennomgått første undervisningstime en gang, gjennomgikk jeg den nok en gang, for å se om kategoriene var blitt tolket likt i de ulike setningene. Deretter forsøkte jeg å plassere kategoriene i overordnede grupper.

De overordnede gruppene anvendte jeg som videre analyseredskap når jeg skulle undersøke de andre undervisningsøktene. Samtidig var jeg åpen for at nye kategorier eller grupper kunne dukke opp. Etter å ha gjennomgått datamaterialet relativt mange ganger, ble jeg godt kjent med innholdet. Flere interessante faktorer, som ikke kun var knyttet til det læreren sa, fanget min oppmerksomhet. Jeg forstod at jeg ble nødt til å undersøke også andre faktorer knyttet til samtalen for å beskrive kommunikasjonen i klasserommet. Gjennom et litteratursøk ble jeg kjent med Cobb (2000) sine fire aspekter for læringsmiljø i klasserommet. Aspektene sammenfattet de interessante faktorene jeg hadde oppdaget underveis, og det ble naturlig å ta utgangspunkt i de fire aspektene når jeg skulle analysere lærerens praksis. To av aspektene, verktøy og struktur, ble brukt til å beskrive hvilke verktøy læreren benyttet seg av og hvordan undervisningen var strukturert. Et tredje aspekt, oppgavene, ble anvendt til å analysere matematikken i samtalen. Da temaet for øktene var geometri, falt det naturlig å bruke Van Hieles instruksjonsfaser til å beskrive det matematiske arbeidet som ble gjort. Av den grunn ble situasjoner fra hver av de fire undervisningsøktene plassert og beskrevet i fem forskjellige instruksjonsfaser. Det siste av Cobb (2000) sine aspekt, klasseromsdiskursen, ble benyttet til å belyse gruppene og kategoriene som jeg først oppdaget i datamaterialet.

Slik jeg har beskrevet, danner Cobb (2000) et utgangspunktet for hvordan analysen er strukturert. Selv om analysen baserer seg på en induktiv metode, vil utgangspunktet i hans teori legge noen føringer for hvilke aspekter det skal ses etter. Samtidig danner de fire aspektene kun strukturen for analysen, slik at det er fortsatt mulig for meg å la datamaterialet tale for seg selv. I analysen vil jeg i tillegg til egne oppdagelser og kategorier, bruke forskning og teorier til å beskrive og analysere de ulike aspektene.

3.6. Validitet og reliabilitet ved oppgaven

I likhet med annen forskning, må det i denne studien tas hensyn til validitet og reliabilitet adresseres når kvaliteten skal vurderes. Cohen et al. (2011) påpeker at trusler knyttet til validitet og reliabilitet aldri kan fullstendig unngås, men at å være det bevisst, kan effektene reduseres ytterligere. Han fremhever også viktigheten av å diskutere begrepene tilpasset det spesifikke paradigmet tilknyttet studien, da ulike paradigmer stiller ulike krav. Jeg vil derfor drøfte validiteten og reliabiliteten på bakgrunn av kvalitativ forskning, med kasusstudie som tilnærming.

Validitet, eller gyldighet slik Postholm og Jacobsen (2011) omtaler det, omhandler hvor gyldige dataene, funnene og resultatene er, og Cohen et al. (2011) påpeker ”If a piece of research is invalid then it is worthless” (s. 179). Det blir derfor nødvendig å argumentere for bakgrunnen for funnene underveis ved å vise data og tolkningen av dem. Ved å gjøre rede for alle valg man tar og konsekvensene av dem, drøfter man den indre gyldigheten (Postholm & Jacobsen, 2011). Jeg vil både i studiens analyse- og drøftingskapittel påpeke og begrunne, ved eksempelbruk, hvorfor datamaterialet er relevant for mitt forskningsspørsmål. Jeg har også gjennom dette metodekapitlet gjort rede for metodiske valg og bakgrunnen for dem. Når det gjelder ytre gyldighet, må studiens generaliseringsmuligheter bli adressert. Dette ble gjort i kapittel. 3.1.1 angående valg av kvalitativ tilnærming.

Når det kommer til reliabiliteten i studien, er det funnene og resultatenes pålitelighet som bør drøftes(Postholm & Jacobsen, 2011). Pålitelighet kan aldri fullstendig garanteres, men det vil være viktig å reflektere rundt ulike problemer som kan være knyttet til studien (Postholm & Jacobsen, 2011). Jeg som forsker vil derfor være så åpen som mulig. Åpen i form av å gjøre rede for og belyse etter beste evne hvordan forskningsprosessen har foregått og hvilke valg som er tatt og hvorfor. På den måten får studiens lesere muligheten til å selv vurdere kvaliteten ved studien (Postholm & Jacobsen, 2011).

3.7. Etiske betraktninger og metodekritikk

3.7.1. Etiske betraktinger

Som forsker i en kvalitativ studie hvor det er en nærhet til forskningsdeltakere, er det flere etiske betraktninger man bør ta hensyn til. NESH er en norsk komité som har utarbeidet ulike retningslinjer i henhold til de etiske kravene som oppstår mellom forsker og forskningsdeltaker som denne studien er i samsvar med. I likhet med andre former for datainnsamling, kreves det fritt og informert samtykke fra samtlige deltakende i observasjonen, for at retten til å bli informert er ivaretatt, samt at det er gitt tillatelse fra både skole og foreldre (Cohen et al., 2011). NESH (2006) påpeker at deltakerne skal være tilstrekkelig informert om hva som innebærer en deltakelse i studien, fritt valg og har muligheten trekke seg når som helst. I tillegg opplyser de at om deltakeren er under 15 år, skal foreldre/foresatte samtykke til studien.

Denne studien hadde i forkant av datainnsamlingsprosessen fått godkjent søknad av NSD, Norsk Senter for Forskningsdata. Elevene og deres foresatte, samt læreren, ble gjennom et informasjonsskriv, informert om prosjektet i henhold til NSDs retningslinjer (Se vedlegg). Informasjonsskrivet ble delt ut i klassen og til den aktuelle læreren flere uker før datainnsamlingen. Min kontaktinformasjon ble utgitt med beskjed om at jeg kunne kontaktes for videre spørsmål. Samtykke til observasjon, bruk av lydopptak og videoopptak ble gitt ved innlevering av skrivet. Elever som ikke hadde levert signert samtykkeskjema, ble plassert i en av de andre gruppene som hadde undervisning parallelt med datainnsamlingen. Som tidligere nevnt, ble elevene informert nok en gang under presentasjonen av meg selv, og de fikk mulighet til å trekke seg. Raskt etter at observasjonen ble gjennomført, ble alle forskningsdeltakere anonymisert og gitt fiktive navn, og i henhold til NSD vil alt av datamateriale bli slettet eller anonymisert ved studiens slutt.

Bjørndal (2011) påpeker blant annet viktigheten av å vurdere hensikten med studien med tanke på innhenting av informasjon. Fokuset i denne studien ligger primært på lærerens matematiske kommunikasjon med elevene og som tidligere nevnt valgte jeg å kort informere han om hensikten bak studien, men ikke om studiens formål. Avgjørelsen er basert på følger som kunne oppstått om læreren hadde vært informert om hele hensikten med studien. Slik studiens forskningsspørsmål etterspør, er lærerens grep for å styrke den matematiske samtalen i klasserommet det jeg ønsker å observere. Om læreren hadde vært informert om dette, kunne det lagt føringer for hans karakter og fokus i undervisningen, og dermed gått utover hvilke grep han valgte å anvende. Det samme gjelder elevene i klassen. Jeg ønsket ikke at de skulle bli påvirket verken i den ene eller andre retningen. Samtidig var det viktig for meg å vise respekt ovenfor lærerens praksis og å ivareta hans undervisning på best mulig måte, slik at han skulle være så komfortabel som mulig. Både for å gagne hans opplevelse av deltakelsen, men også for at mine forskningsdata skulle bli så realistiske som mulig. Dermed ble observasjonen gjennomført i en naturlig setting (Cohen et al., 2011), men hvor informantene ble informert om studien og deretter ga sitt samtykke.

Et annet etisk dilemma er knyttet til videoopptak og fenomenet *reactivity*. Slik det er blitt nevnt tidligere beskriver Cohen et al. (2011) fenomenet som noe som kan oppstå når mennesker vet at de blir filmet og av den grunn kan endre oppførselen fordi et kamera kan virke ubehagelig for noen. Læreren og elevene som ble observert i denne studien har tidligere vært, og er fortsatt, med på mange ulike forskningsprosjekter hvor både flere observatører og videokamera har vært til stede. Det kan bety at de er vant til en slik setting, og at et videokamera kan ha liten påvirkning på deres atferd. Da både elevene og læreren er vant til en slik observasjonsprosess, vurderte jeg det dit hen at de etiske forholdsreglene rundt videoopptak var ivaretatt, og jeg valgte dermed å gjennomføre opptakene.

3.7.2. Metodekritikk

Slik det er blitt påpekt tidligere baserer studien seg på 4 observerte undervisningstimer som dekker gjennomgangen av geometritemaet fra begynnelse til slutt, noe som Clarke et al. (2007) omtaler som et minimum for å kunne fange en lærers praksis. Om studiens omfang hadde vært større ville flere observerte undervisningstimer være å foretrekke, for så å kunne se flere sider knyttet til lærerens praksis. Ved å kun se på fire undervisningstimer vil jeg kun kunne si noe om de fire timene innenfor temaet geometri. Det betyr at hvordan lærerens praksis og kommunikasjon knyttet til andre matematiske tema og andre undervisningstimer foregår, vil være vanskelig for meg som forsker å uttale meg om. Antageligvis vil noen av trekkene, som ikke er knyttet til et spesifikt matematisk tema, kunne ses i andre matematikktimer hvor den samme læreren underviser, men basert på denne studien, vil det være noe jeg ikke vil kunne gjøre rede for.

Den kvalitative studien vil som nevnt bli påvirket av meg som forsker, da jeg velger ut det som er av interesse og relevans for studien og forskningsspørsmålet. Dermed vil transkripsjonen, og analysen av datamaterialet med eksempler og situasjoner som blir fremhevet i oppgavens analyse og drøftingsdel, være farget av nettopp dette. Det kan føre til at andre interessante trekk ved undervisningen blir oversett. Som forsker blir det av den grunn viktig for meg å forsøke å ha et åpent blikk og se datamateriale fra ulike perspektiver. Samtidig vil den induktive metoden i følge Postholm og Jacobsen (2011) kunne hjelpe meg som forsker å være åpen for det som det forskes på.

4.0. Analyse

Gjennom dette kapitlet ønsker jeg å danne et grunnlag som kan bidra til å besvare studiens forskningsspørsmål. Jeg vil, gjennom å legge frem eksempler og situasjonsbeskrivelser, forsøke å beskrive ulike aspekter ved lærerens undervisning og matematiske samtale med elevene i helklasseformat. Målet er å kaste lys over det jeg mener er de mest interessante faktorene ved læreren sin praksis. Som jeg gjorde rede for i metodekapitlet, vil jeg strukturere analysen etter Cobb (2000) sine fire aspekter ved læringsmiljø i klasserommet. Av den grunn blir verktøyene, strukturen, oppgavene og klasseromdiskursen naturlige delkapitler i analysen.

4.1. Ulike verktøy

Læreren benyttet seg av flere verktøy i de fire undervisningsøktene. Blant annet Smartboard, ulike konkreter og individuelle tavler. Smartboarden var sentral i gjennomgangen av ulike matematiske tema og oppgaver, og han anvendte den på ulike måter. Han brukte blant annet powerpointpresentasjon gjennomgående i undervisningen, hvor ulike oppgaver og definisjoner blir gitt. Notebookfunksjonen ble hyppig brukt av både læreren og elevene, og i tillegg ble undervisningsfilmer vist på Smartboarden. Konkreter ble også anvendt i timene, eksempelvis kuber og pyramider som kan brettes ut. Læreren brukte kubene for å vise hvordan figurene er bygd opp. Det ble også brukt pappesker som elevene skulle regne ut volum av. Det mest brukte verktøyet var individuelle arbeidstavler, og jeg velger derfor å legge mest vekt på tavlene når jeg nå skal utdype verktøy brukt av læreren.

4.1.1. Individuelle arbeidstavler

De individuelle arbeidstavlene er enkle tusjtavler på størrelse med et A4-ark som elevene fikk utdelt i begynnelsen av hver undervisningstime. Disse ble hyppig benyttet under plenumsamtalen. Elevene fikk alt fra ett til tre minutter til å arbeide på tavlen med oppgaver av ulikt slag. Læreren brukte tavlene i ulike situasjoner og til ulike formål.

Jevnlig ga læreren elevene ulike oppgaver som de skulle løse på de individuelle tavlene. Oppgavene ble som oftest først presentert på powerpointpresentasjonen som ble vist på Smartboarden. Hva slags type matematisk oppgave elevene kunne få, varierte. Elevene kunne eksempelvis få beskjed om å finne volumet av ulike figurer vist på smartboarden, hvor selve løsningsmetoden var i fokus. Læreren informerte om at han krevde at elevene skrev svaret på oppgaven og hvordan de hadde kommet frem til svaret. De kunne også få beskjed om å skrive ned deres egne definisjoner på ulike matematiske begreper eller mer åpne oppgaver som å tegne forskjellige tredimensjonale figurer. Uavhengig hvilken av de ulike oppgavetypene som ble gitt, ga denne bruken av arbeidstavle elevene mulighet til å arbeide stille og rolig for seg selv, noe som igjen ga rom for å tenke før de måtte besvare lærerens spørsmål. Jeg velger å kalle dette en tidskrevende bruk av tavle.

Læreren anvendte tavlene også ved å gi elevene utfordringer som krevde at elevene måtte arbeide samtidig som læreren ga trinnvise beskjeder om hva som måtte gjøres. I et tilfelle ønsket læreren at elevene skulle avgi et svar på tavlen med en gang spørsmålet ble stilt, for så å vise svaret til resten av klassen. Læreren anvendte på denne måten tavlene på en mer direkte måte. Direkte, i den forstand at elevene fikk klare beskjeder om hva de skulle skrive/tegne uten å først få tid til å arbeide og tenke i fred. Bruken tilsvarer på mange måter hvordan man kommuniserer uten tavler, ved at læreren stiller spørsmål og elevene kommer med et svar med en gang. Fordelen ved å bruke tavle på en slik direkte måte, er at elevene ikke får tilgang til medelevers svar før de snur tavlene mot hverandre. Dermed får de muligheten til å svare uten medelevers påvirkning. Samtidig vil læreren enkelt kunne få oversikt over hvor mange som har svart riktig på oppgaven og hvor mange som ikke fikk til å løse den. Til forskjell fra en tidskrevende bruk av tavle, gir direkte bruk av tavle mindre rom for at elevene får tenke i fred før de må avlegge et svar, da de er nødt til å svare med en gang læreren stiller spørsmålet.

Etter at elevene hadde arbeidet med ulike matematikkoppgaver på tavlene, ble tavlene brukt til forskjellige formål. Etter at elevene hadde arbeidet med en oppgave hvor de hadde kommet frem til en løsningsmetode og et svar, ba læreren dem ofte om å snu tavlene mot medelevene og enten å forklare sin løsningsmetode eller å forklare medelevers løsningsmetode. Det var også tilfeller der læreren forklarte elevenes løsningsmetoder ut ifra arbeidet de hadde gjort på tavlene. Det må nevnes at elevenes løsningsmetoder ble oftest presentert før læreren presenterte sin måte å løse oppgavene på.

Beskrivelsene av hvordan de individuelle tavlene ble brukt i de ulike situasjonene, danner et naturlig skille mellom bruken av tavle når elevene er *i arbeid med oppgaver* med tavlene og *etter at arbeidet med oppgaver* har blitt gjort, slik vi ser i tabellen nedenfor. Bruken av tavle når elevene er *i arbeid* med tavlene kan deles inn i to, tidskrevende og direkte bruk av tavle. Hovedforskjellen mellom de to baseres på hvor lang tenketid elevene får i forhold til oppgaven læreren gir dem. Bruken av tavle *etter* at arbeidet er gjort, kan også deles i to basert på hvem som anvender arbeidet gjort på tavlen.

Bruken av arbeidstavler			
I arbeid med oppgaver		**Etter arbeid med oppgaver**	
Tidskrevende	Direkte	Læreren	Elevene
- Utregningsoppgaver - Definisjonsoppgaver - Tegneoppgaver	- Utfordring - Sjekke svar, hvem som har forstått	- Forklare elevenes arbeid	- forklare sitt arbeid - forklare medelevens arbeid.

Tabell 1: Bruken av arbeidstavler

Analysen viser to synlige effekter som bruken av de individuelle tavlene medførte, henholdsvis tid og tilgang. Eksemplene beskrevet overfor viser tydelig hvordan elevene får mer tid til å arbeide og tenke når læreren gir dem ulike oppgaver, samtidig som at læreren får tid og tilgang til elevenes arbeid når de jobber med tavlene.

På en annen side bringer tavlen med seg ulike utfordringer som kanskje ikke ville ha oppstått om de hadde brukt arbeidsboken eller smartboarden som tavle. Ved å bruke arbeidstavlene må de viske ut arbeidet sitt hver gang de får en ny oppgave. Sammenlignet med arbeid nedskrevet i en arbeidsbok, vil arbeidet bli tapt. Elevene kan også oppleve å miste fokus, da de får muligheten til å sitte med et verktøy som gir rom for mer tegning og tull. Likevel, ut i fra de observasjonene som ble gjort, ble nærmest ingen slike situasjoner observert, noe som kan tyde på at bruken av tavlene er innøvd hos elevene.

4.2. Klasseromsaktivitetenes struktur

Undervisningsøkten og de forskjellige aktivitetene som ble gjennomført i matematikkundervisningen bærer preg av ulik struktur. Jeg velger å legge frem noe av det jeg ser som mest fremtredende ved strukturen i klasserommet og det som læreren ofte anvender i undervisningsøkten.

4.2.1. Lyttekrok

I hver av de fire undervisningsøktene blir ca. én time brukt til samtale i det de kaller lyttekrok, som omtalt i kapittel 2. Elevene satt alle sammen på benker formet som en hestesko rundt en Smartboard, og de hadde dermed ikke tilgang til en pult eller arbeidsplass foran seg, kun en benkeplass. I front av hesteskoen underviste læreren. Før hver undervisningstime begynte, fikk elevene beskjed om hva som skulle tas med av arbeidsbøker og skrivesaker. Det var kun i noen få tilfeller at læreren måtte irettesette på grunn av uro eller konsentrasjonsvansker, noe som kan tyde på at elevene er vant med en slik plassering.

Gjennom de fire undervisningsøktene var tidsfordelingen og inndeling av aktiviteter lik. Mesteparten av undervisningstiden ble anvendt i lyttekroken hvor det foregikk mye samtale mellom lærer og elever, før de kort fikk arbeide med ulike oppgaver rundt et større bord bak lyttekroken. Det ble brukt cirka én time til samtale og 20 min til annet arbeidet. I lyttekroken tok læreren i bruk powerpoint på Smartboarden, og styrte undervisningen med utgangspunkt i et ferdiglaget opplegg. Powerpointpresentasjonen hadde ulikt innhold til hver time. Definisjoner, oppgaver, videoer og elevers besvarelser fra hjemmeleksa, var ofte med i presentasjonen. Ellers ble skrivearket på Smartboarden brukt av han og elevene når de skulle komme frem og vise sitt arbeid, slik det ble beskrevet i analysens kapittel 4.1. Både hvordan læreren velger å plassere elevene i forhold til hverandre og hvordan han setter av mesteparten av undervisningstimen til samtale, er faktorer som spiller inn på elevenes muligheter for læring (Hiebert & Grouws, 2007). Det signaliserer ovenfor elevene at det både er tid og rom for å samtale med hverandre. Om elevene hadde sittet på egne pulter, ville de ikke kunne delt arbeidet like enkelt med hverandre. At læreren plasserer hele klassen foran en tavle slik at de kan se og høre hverandre, vil ifølge Lee (2006) få elevene mer inkludert i samtalen, og slik kunne øke sjansen for samtale i klasserommet. Det samme gjelder tiden læreren bruker. Om han hadde strukturert timen annerledes, eksempelvis mye tid satt av til oppgavearbeid, ville ikke elevene ha fått mulighet til å snakke med hverandre. På denne måten kan man se hvordan læreren velger å strukturere undervisningen, har betydning for elevenes muligheter for læring (Hiebert & Grouws, 2007).

4.2.2. Læringspartner

Læreren tok jevnlig i bruk det han kaller læringspartner. Det foregår ved at læreren ber elevene snakke med sidemannen om et gitt tema eller oppgave. Lengden på samtalen kan variere mellom 30 sekunder til 2 minutter. Valg av læringspartner er noe kontaktlærerne på trinnet har gjort i forkant av undervisningen. Hver 4-5 uke blir læringspartnere byttet om.

Læreren tok i bruk læringspartner i ulike situasjoner og i ulike deler av undervisningen. Datamaterialet viser en tendens til at læreren tok i bruk læringspartner innledningsvis i undervisningsøkten. I den første undervisningstimen informerte læreren elevene om temaet de skulle arbeide med de neste ukene. Gjennom en uformell samtale med læreren fikk jeg vite at han var usikker på hvordan elevene lå an i temaet geometri og volum, da han ikke hadde hatt de i dette temaet tidligere. Av den grunn ønsket han å bruke den første timen til å få et overblikk på elevenes forståelse av omkrets og areal. Læringsparter ble anvendt tidlig i økta til å diskutere begrepet omkrets. Læreren gikk blant elevene når de samtalte seg imellom, og han fikk dermed en indikasjon på hva de forstod av begrepet, og hva som var mer uklart. Denne indikasjonen brukte han videre, da han valgte ut en av elevene til å fortelle om det de diskuterte.

En annen situasjon hvor læreren valgte å bruke læringspartner var i en diskusjon rundt sammenhengen mellom et prisme og en kube. Elevene viste tydelige tegn til at de syntes det var vanskelig å se sammenhengen mellom figurene, da elevaktiviteten var liten og få elever deltok i samtalen. Situasjonen var dermed tydelig preget av en utfordrende oppgave som gjorde elevene usikre, og læreren tok her i bruk læringspartner. I første omgang tok læreren i bruk læringspartner til å drøfte hvordan det å finne volumet av et prisme ligner metoden man bruker for å finne volumet av en kube. Da han fikk liten respons, valgte han å be elevene om å diskutere på nytt, men ved å stille spørsmålet litt annerledes. I denne situasjonen bruker læreren læringsparter to ganger i et relativt kort tidsrom, trolig fordi læreren ikke fikk verken den responsen eller den informasjonen han ønsket første gangen. Til forskjell fra bruken av læringspartner slik læreren gjorde innledningsvis, er denne bruken mer knyttet til å få frem informasjon hos elevene enn kun å få elevene kjent med det de skal jobbe videre med.

En tredje bruk av læringspartner som ble observert, var i tilknytning til at en løsning på en matematisk oppgave ble presentert. I slike tilfeller ønsket læreren at elevene skulle forklare løsningsmetoden til sidemannen. I dette tilfellet skulle ikke elevene samarbeide for å drøfte begrep eller hente ut informasjon, men her var hensikten at elevene skulle bruke hverandre til å forklare sine egen løsning.

Gjennomgående i de tre måtene å bruke læringspartner på, er det blitt eksemplifisert hvordan elevene ble aktivisert og hvordan de fikk mer tid til å tenke. De ble satt i aktivitet ved at de måtte samtale med sidemannen. Enten målet var å sammen skulle utdype et begrep for å bli kjent med teamet, hente ut informasjon eller forklare en løsningsmetode til hverandre. På denne måten var alle elevene i klasserommet aktive i form av at de snakket matematikk. Chapin et al. (2009) beskriver grepet *snu og snakk* som omhandler hvordan elever kan benytte seg av sidemannen til å fokusere og sortere tankene sine før de deler med resten av klassen.

Lærerens bruk av samtalepartner, kan dermed knyttes til Chapin et al. (2009) sitt samtalegrep. I likhet med Chapin et al. (2009) påpeker Lee (2006) hvordan det å samtale med en medelev for å dele ideer og tanker, vil kunne øke sjansen for økt klasseromsamtale. De fikk også mer tid til å tenke over lærerens spørsmål ved bruk av læringspartner. Å gi elevene tid til å tenke før de svarer, vil i følge Chapin et al. (2009) være et grep læreren kan gjøre for å få samtalen til å hjelpe elevene klargjøre tankene sine. Samtidig vil det å gi elevene tid bidra til å gi elevene mulighet for læring (Hiebert & Grouws, 2007). Læreren vil også kunne bruke tiden elevene samtaler aktivt, blant annet til å observere de ulike elevparene og hva de samtaler om, for så å kunne velge ut noen av samtalene som han kan bygge videre på. I likhet med bruken av tavlene, får læreren mulighet til både å bruke *overvåke*, *velge ut* og *velge rekkefølge*, ved at han får tid til å observere mens elevene samtaler med hverandre (Smith & Stein, 2011).

Nedenfor er det en presentert en tabelloversikt som oppsummerer lærerens bruk av læringspartner. Tabellen viser hvordan læreren bruker læringspartner på forskjellige måter i tre ulike tilfeller (når brukes det?), samt hvorfor læreren bruker det (brukes av læreren for at). Hvilke muligheter dette gir elevene (elevenes muligheter for læring), blir også presentert, i tillegg til konkrete situasjoner hvor elevene blir bedt om å samtale med sidemannen (når skjer dette). Hver av de tre måtene å bruke læringsparter på gir elevene ulike muligheter for læring og læreren bruker det av ulike årsaker.

Læringspartner			
Når brukes det?	**Brukes av læreren for at:**	**Elevenes muligheter for læring:**	**Når skjer dette:**
Innledningsvis, eller i overgang på nytt område.	Elevene skal bli kjent med temaet. Skaffe info over elevenes forståelse av f.eks et begrep	Elevene blir aktivisert og får med tid til å tenke. Manipulere objekter(konsepter) med hjelp av hverandre.	- Når det stilles åpent spørsmål - Nytt begrep
Når en oppgave eller begrep er vanskelig å forstå. Utfordrende	Læreren skal få frem ideer eller informasjon.	Mer tid til å tenke og dermed hjelp av hverandre til å sortere tanker og ideer.	- Ved et dilemma - Når det er en tvil/ usikkerhet/utfordring.
I diskusjon av løsningsstrategier	Læreren ønsker at elevene skal dele løsningsmetoder	Blir aktivisert ved at de må snakke matematikken/løsningene. Får tilgang til andre løsningsstrategier.	- Når elevene har kommet frem til ulike løsningsstrategier.

Tabell 2: Læringspartner

4.2.3. Variasjon i faste rammer

Både selve matematikkundervisningen og måten læreren underviste på, bærer preg av flere faste rammer. Det må påpekes at faste rammer her blir sett på som det læreren repeterte gjentatte ganger under de fire undervisningsøktene jeg observerte. I tilknytning til de faste rammene fantes det også variasjon i flere av elementer rundt undervisningsøktene, og jeg vil i dette delkapitlet gjøre rede for variasjonen i de faste rammene.

Som nevnt tidligere begynner hver time med at læreren introduserer planen for økta og temaet de skal gå gjennom denne dagen. Deretter hadde de cirka en hel time undervisning hvor læreren satt foran i lyttekroken og styrte samtalen mellom han og elevene. De resterende 20 minuttene ble brukt til arbeid på arbeidsbordene bak lyttekroken. Elevene satt på samme plasser i lyttekroken under selve plenumsamtalen. Selv om elevene hadde faste plasser i lyttekroken under plenumsamtalen, varierte læreren ofte innholdet i samtalen og måten han underviste på. Blant annet gjennom samtale med enkeltelever, videofremvisning, elevpresentasjoner, oppgavearbeid på individuelle tavler og diskusjoner. Det som gjentok seg gjennomgående i de observerte undervisningstimene var hvordan læreren tok utgangspunkt i en powerpointpresentasjon som han hadde lagd i forkant av undervisningen. Innholdet i powerpointpresentasjonen varierte fra time til time. Den bestod blant annet av oppgaver av ulikt slag, diverse geometriske begreper og læreren viste flere ganger til elevarbeid som var blitt gjort i hjemmelekse. Selv om powerpointpresentasjonen alltid la grunnlaget for undervisningen, må det påpekes hvordan læreren ikke alltid holdt seg til manus/planen for timen. Ofte hendte det at elevene sporet av og var opptatt av andre begreper og matematiske spørsmål enn det læreren viste på powerpointen. Han lot seg lett avspore, i form av at han spilte videre på elevenes spørsmål og innspill. Læreren tok seg god tid til elevenes spørsmål og viste ingen tegn til at han måtte rekke å komme igjennom powerpointen før timen var over. Slik at selv om presentasjonen var utgangspunktet for økten, var den ikke alltid hovedfokuset. Det viser hvordan han griper sjansen til å utvikle elevenes forståelse der han kan, uavhengig om det bidrar til at planen for økten eller opplegget på powerpointen, må utsettes litt.

Tross strukturen på undervisningen og relativt mye tid brukt til plenumsamtale styrt av læreren, kan man si at de 60 minuttene, som ble brukt til samtale og undervisning, var en time hvor elevene var aktive og ble aktivisert. De var aktive i form av å løse oppgaver på individuelle arbeidstavler, snakke med sidemannen igjennom læringspartner, diskusjon med læreren og presentere ulikt arbeid. De ble aktivisert gjennom videofremvisning, oppgaveløsning og spørsmål fra læreren.

4.3. Oppgaver brukt i undervisningen

Selv om strukturen på de 4 undervisningsøktene er preget av at elevene sitter i en lyttekrok mesteparten av tiden uten en arbeidsbenk, er elevene som tidligere nevnt relativt aktive når det kommer til oppgaveløsning. I løpet av den timen de sitter i sittekroken, får de mange små og noen litt større matematiske oppgaver som både skal løses og diskuteres. Jeg vil i denne delen av analysen rette fokuset mot flere av de ulike oppgavene og matematiske samtalene som ble gjennomført i undervisningen. Her igjen, vil læreren være i mitt hovedfokus da jeg er interessert i hans valg av ulike av oppgaver og matematiske spørsmål som han gir elevene. Jeg vil strukturere de matematiske situasjonene etter Van Hieles "phases of instruction", da de fem fasene er med på å beskrive hvordan undervisningen av geometri bør foregå (Clements & Battista, 1992, s. 430). Det må igjen påpekes hvordan eksemplene er hentet fra ulike timer uavhengig hverandre. Det betyr at det for eksempel kan være situasjoner fra informasjonsfasen i siste undervisningstime og omvendt. Undervisningstimene kan derfor ikke kan brukes til å ses på som et sammenhengende hele på en skala fra fase 1 til 5.

Informasjon

Clements og Battista (1992) beskriver informasjonsfasen som fasen hvor elevene blir kjent med temaet de skal ha om igjennom en kartleggende diskusjon styrt av læreren. Situasjonen nedenfor er hentet fra den første undervisningsøkten hvor elevene har oppstart av temaet volum og tredimensjonale figurer.

13. Lærer: Vi skal over på et nytt tema. Og det temaet er innenfor geometri. Og for å komme inn på det temaet vi skal inn på, så må vi repetere litt fra tidligere. Jeg tror dere har hatt litt om det før, men vi må øve litt ekstra på det. Det vi skal ha om nå er geometriske figurer. Og det første spørsmålet er da, kjenner dere til noen geometriske figurer? Dere trenger ikke å rekke opp hånda enda, fordi dere skal få en engangstavle hver. Så kan dere tegne eller skrive alle de geometriske figurene dere kommer på. Og det kan hende at det er noen som ikke kommer på noen, men da er det lov til å kikke litt på naboen. Marta, du kan dele ut de her(tavler). Olivia, kan dele ut de her(penner). Helene, du kan dele ut de(viskelær).
    Hvis tusjen ikke funger, så bytter dere. Dere kan sjekke om tusjen funker.
    Okei. Da har alle fått og da kan dere begynne. Kjenner dere til noen geometriske figurer? Tegn de eller skriv de.
14. Elev jente: Kan man tegne 3D figurer?
15. Lærer: Det bestemmer du helt selv.
    (Elevene arbeider på hver sin tavle. (ca. 2 min).)
16. Lærer: Ok, da tror jeg vi begynner. Er det noen som har tegnet en geometrisk figur? Da kan alle sammen følge med hit. Hans?

Læreren begynner med å informere om temaet de skal ha om fremover. Han påpeker at de er nødt til å repetere før de går videre. Fra de uformelle samtalene jeg har hatt med læreren vet jeg at han er usikker på hvordan elevene ligger an i temaet, og det er trolig på bakgrunn av denne usikkerheten at han ønsker en rolig start med repetisjon. Læreren stiller et åpent spørsmål ved at han spør elevene om de kjenner til noen geometriske figurer. Spørsmålet er verken knyttet opp mot volum eller tredimensjonale figurer, og læreren legger dermed ingen føringer for hvordan elevene bør løse oppgaven. På denne måten vil elevene ha mulighet til å svare på bakgrunn av de figurene de allerede kjenner og uten å måtte forholde seg til ny kunnskap. Van Hiele (1986) beskriver informasjonsfasen som en fase hvor samtalen bærer preg av at elevene først og fremst skal bli kjent med temaet som skal gjennomgås. Da læreren introduserer temaet ved å stille et åpent spørsmål, kan det tenkes at han ønsker at elevene skal bli kjent med temaet og på bakgrunn av det kan eksemplet knyttes til informasjonsfasen.

Læreren oppmuntrer til diskusjon ved å på nytt stille et åpent spørsmål i linje 16. Slik det innhentede datamaterialet viser, utvikles det en samtale basert på det åpne spørsmålet læreren stiller i linje 16, og elevene legger frem ulike figurer som læreren benytter seg av videre i samtalen.

> 31. Elev (Mathilde): At den har rundinger.
> 32. Lærer: Ja, at den har sirkler. Den har bare hjørner. Kjempebra Mathilde.(...)
> 42. Lærer: Ja. Og når du sa sirkler, så er jo det en ny geometrisk figur? (...)
> 43. Lærer: Også sa Hanne i stad, kvadrat. Hva er det som er spesielt med kvadratet?(...)
> 53. Elev (Jens): En trekant.
> 54. Lærer: En trekant ja. (tegner en trekant på smartboarden). Finnes det forskjellige type trekanter eller finnes det bare en type?

Slik det innhentede datamaterialet viser utvikles det en samtale basert på det åpne spørsmålet læreren stiller i linje 16. Slik man ser i linjene ovenfor har elevene lagt frem ulike figurer som læreren benytter seg av videre i samtalen. Han bruker de videre ved å stille flere spørsmål knyttet til de figurene som blir nevnt. Elevene får bruke sitt hverdagsspråk i beskrivelsen av de ulike figurene (rundinger) og når de ikke kjenner til navnet på en bestemt figur, introduserer han det for dem. Læreren bevisstgjør dermed elevene på alle de forskjellige geometriske figurene som finnes, samtidig som han introduserer nye begreper. På denne måten gjør han temaet kjent for elevene ved hjelp av det Clements og Battista (1992) omtaler som en kartleggende diskusjon hvor læreren introduserer og diskuterer begreper og konsepter knyttet til temaet. Sett i lys av dette kan situasjonen, som utspiller seg innledningsvis i første undervisningsøkt, plasseres innenfor Van Hieles informasjonsfase.

Lærerens usikkerhet rundt elevenes tidligere kunnskap knyttet til geometri og forståelse av temaet, vil i en informasjonsfase kunne bli betydelig mindre, da læreren her får informasjon om elevenes oppfatninger og hvordan de ligger an. Det vil kunne danne et godt utgangspunkt og gi ulike føringer for senere i økten og de kommende geometriøktene (Clements og Battista, 1992). Det er også interessant å se hvordan læreren klarer å påkoble alle elevene i denne situasjonen. Ved at læreren benytter seg av de individuelle tavlene samtidig som han stiller det åpne spørsmålet i linje 13, trenger ikke elevene å memorere verken de matematiske begrepene på objektene eller begrep på figurene i det hele tatt, da de får muligheten til å tegne. Dette gjør at flere elever kan løse oppgaven. De med høy måloppnåelse vil kanskje kunne både tegne og skrive flere matematiske figurer, mens de med lavere måloppnåelse vil kanskje kunne klare å tegne noen. På denne måten vil alle elevene være inkludert i introduksjonsfasen til temaet.

Guidet orientering

Som et resultat av lærerens åpne spørsmål i informasjonsfasen, oppstod denne samtalen rundt forskjellen på sylinder og kvadrat.

18. Lærer: Sylinder ja. (tegner en sylinder på smartboarden)
    Hva slags figur er en sylinder da? Hva slags type geometrisk figur er en sylinder? Merete snakket litt om det i stad.
    (Elevene rekker opp hendene)
    Marta?
19. Elev (Marta): En 3D figur.
20. Lærer: En 3D figur, eller en tredimensjonal figur. Hvorfor kaller vi det en 3D eller tredimensjonalfigur? ... Hvorfor kaller vi sylinder, som jeg har tegnet opp her nå. Var det sånn du hadde tegnet din og eller Hans? Hvorfor kaller vi den her (peker på smartboarden) for en tredimensjonal figur? Mia?

Til forskjell fra eksemplet vist i informasjonsfasen, har lærerens spørsmål i dette samtaleutdraget endret karakter. Fra å stille et åpent og utforskende spørsmål som introduksjon til et tema, ønsker han her (linje 18) at elevene skal både utdype hva slags geometrisk figur en sylinder er, og begrunne hvorfor vi kan kaller en sylinder for en tredimensjonal figur (linje 20). På denne måten vil spørsmålene være mer utforskende og kreve mer resonnering rundt sylinder som matematisk figur. Samtaleutdraget viser også hvordan de to spørsmålene (hva slags- og hvorfor-) er bygget på hverandre, da de tar utgangspunkt i samme figur, men utarter seg noe forskjellig ettersom samtalen utvikler seg.

21. Elev (Mia): Fordi den ikke er flat.
22. Lærer: For den er ikke flat. Hva mente Mia med det? At den ikke er flat. ... Er det noen andre som kan fortelle meg det? Hva mente Maja med at den her figuren ikke er flat?
    (Elevene rekker opp hendene)
    Hanne?
23. Elev (Hanne): At den liksom ikke er tegnet sånn som et kvadrat.
24. Lærer: Ja, vi hvis vi tegner opp et kvadrat ved siden av. Hva er forskjellen på de her to? Hanne sa at de ikke er tegnet som et kvadrat.
    Nå vil jeg at alle skal følge med her. Marta?
25. Elev (Marta): Den (peker på sylinderen) er liksom tegna som den skal se virkelig ut.

26. Lærer: Se virkelig ut? Så den her er ikke så virkelig da? (Peker på kvadratet)
(Elevene rekker opp hendene)
Hans?

Læreren fortsetter, også i dette samtaleutdraget, å stille spørsmål som bygger på hverandre. I linje 22 anvender læreren Mia sin forklaring og ber de andre elevene utdype og presisere hva som menes med at den ikke er flat. Elevene blir på denne måten nødt til å utdype og presisere enda tydeligere det som blir sagt. Slik samtaleutdraget viser, kommer flere elevforklaringer frem ettersom læreren fortsetter å presse for informasjon. Det er også litt interessant å se hvordan de ulike forklaringene de tre elevene kommer med, er sterkt knyttet opp mot mer daglig brukte ord (flat, se virkelig ut). Lee (2006) påpeker hvordan elevers naturlige måte å snakke på, ikke like enkelt sammenfaller med det matematiske register og hvordan det derfor er viktig at de får muligheten til å uttrykke seg, noe som Hanna og Martine får gjøre her. Det er tydelig at både Hanna og Mia vet hvordan tredimensjonale figurer ser ut, men de har ingen korrekte matematiske forklaringer på hvorfor og hvordan tredimensjonale figurer skiller seg fra andre figurer.

27. Elev (Hans): eh. Jeg har tegnet en rombe.
28. Lærer: Ja, men vi ser litt på det her først. Mathilde? Hva er det som er forskjellen på de her? (peker på sylinderen og kvadratet).
29. Elev (Mathilde): At den har rundinger og den har hjørner.
30. Lærer: Ja, si det en gang til.
31. Elev (Mathilde): At den har rundinger.
32. Lærer: Ja, at den har sirkler. Den har bare hjørner. Kjempebra Mathilde. ...
Også var det flere av dere som syntes den(sylinderen) så mer virkelig ut. Er det plass til noe inni den her da(Kvadratet)? Hva tror du Mia?
33. Elev (Mia): Nei
34. Lærer: Er det plass til noe inni denne her da? (Peker på sylinderen). Marta?
35. Elev (Martha): Ja.
36. Lærer: Hvorfor det?
37. Elev (Marta): for den har... eh... liksom plass inni seg.
38. Lærer: Plass inni seg ja. Vi skal snakke mer om de her og forskjellen mellom de to.

Slik vi ser i linje 28, fortsetter læreren å presse elevene og får dermed frem andre trekk ved de to figurene som blir sammenlignet. I linje 32, oppsummerer læreren noen av elevforklaringene som har kommet frem underveis. Samtidig hinter han ved å gi elevene en måte å skille figurene på, da han spør om det noe plass inne i noen av figurene. Ingen av elevene har tidligere kommet med denne forklaringen eller måten å tenke på, slik at det er først læreren som presenterer tankemåten. Å hinte ved å spørre om noen av figurene har plass inne i seg, vil kunne være det samme som å stille spørsmål om noen av figurene rommer noe, altså om noen av figurene har volum. Gjennom først å først stille spørsmål og få ulike elevforklaringer presisert, og deretter hinte, leder han på denne måten elevene inn mot volumbegrepet.

Gjennomgående i samtaleutdragene, er at læreren presser elevene for informasjon på en måte hvor han utnytter elevenes forklaringer og stiller spørsmål som er bygd på hverandre. Spørsmålene bidrar til at elevene må utforske de ulike figurene, og på denne måten styrer læreren elevene tilslutt mot selve ideen bak volumbegrepet. I henhold til Clements og Battista (1992) kan situasjonen ses på som guidet orientering, da læreren leder elevene med trinnvise spørsmål (spørsmål bygget på hverandre) som hjelper de å manipulere objekter som bidrar til å oppdage spesifikke geometriske konsepter og ideer.

Tydeliggjøring

Til forskjell fra guidet orienteringsfasen, beskriver Clements og Battista (1992) tydeliggjøringsfasen som en fase hvor læreren styrer elevenes diskusjon. Denne fasen legger betydelig mer vekt på selve diskusjonen, enn kun å lede elevenes aktivitet. Situasjonen (1) nedenfor oppstår da begrepet grunnflate kommer opp i samtalen mellom læreren og elevene.

657. Lærer: Ja. Er det noen som kan forklare meg hva grunnflate er?
(Noen elever rekker opp hendene)
Oskar?
658. Elev (Oskar): Det som er i bunnen av en figur.
659. Lærer: Det som er i bunnen av en figur ja. Må det være i bunnen da? Må grunnflata være i bunnen? ...
Hva tror dere? Må grunnflata være i bunnen?
(Ett par hender rekkes i været)
Snakk med sidemannen igjen.
(Elevene snakker med sidemannen)

I linje 657, kommer Oskar med en litt vag forklaring av hva grunnflate er for noe. Oskar sin forklaring er for så vidt ikke feil, men igjen kan ikke en grunnflate kun defineres basert på hvor på figuren den befinner seg. Dette poenget er læreren tydelig klar over da han oppfordrer elevene i linje 659, til å diskutere med læringspartneren om grunnflaten må ha en bestemt plassering. Van Hiele (1986) påpeker hvordan lærerens rolle i tydeliggjøringsfasen er å veilede elevene mot å dele deres meninger knyttet til regelmessigheter i matematikken, slik vi ser i dette tilfeller oppfordrer læreren til at elevene skal dele deres meninger med hverandre.

660. Lærer: Da har dere fått diskutert litt. Vi kan se på kuben her. Her står det grunnflate her og Mons pekte på grunnflaten her. Kan grunnflaten også være her eller her (Peker på de andre sidene av kuben), hva mener dere?
(Elevene rekker opp hendene)
Nina?
661. Elev (Nina): Nei, fordi det er liksom grunnen av hele.
662. Lærer: Så den kan bare være her? (Peker på bunnen av figuren)
663. Elev (Nina): Eller hvis du snur den så blir det jo på langs.
664. Lærer: Så hvis jeg snur den... Hvis vi later som at den kuben her er den samme som denne her (Viser den utbretta kuben til elevene). Hvor er grunnflaten nå, Nina?
665. Elev (Nina): Under der. (Peker under ifra)
666. Lærer: Under her. Så det er denne. Men hvis vi snur den slik da? (Snur figuren på hodet)
667. Elev (Nina): Da blir det den under

668. Lærer: Er den den her? (Peker på den under)
669. Elev (Nina): Ja.
670. Lærer: Da ble det en annen en da.
671. Elev (Nina): Ja.
672. Lærer: Ja... så er du enig med det du sa? Kan den bare være her?
673. Elev (Nina): Nei, det kan på en måte være hvor som helst hvis du snur den.
674. Lærer: Er det noen andre som har noen innspill? Mia?
675. Elev (Mia): Hvis du tar den pyramiden da, så er grunnflaten nederst. Om du snur den på siden, så blir jo ikke den ene siden grunnflata.
676. Lærer: Ja, for nå Nina ble vi enige om at grunnflaten på en kube kan være alle sidene?
677. Elev (Nina): Ja.
678. Lærer: Er dere andre enige i det og?
     (Flere elever nikker bekreftende)
     Men så sa Mia at hvis vi har en pyramide med grunnflate som er her. (Peker på bunnen). Hvis vi snur den, så kan ikke grunnflata være her. Hva mener dere andre? Frida?
679. Elev (Frida): Det går ikke at den spissen på den pyramiden er grunnflaten.
680. Lærer: Nei, den går ikke. For grunnen til her på kuben at alle kan være grunnflaten her er jo fordi den flaten her er akkurat lik grunnflata. Alle flatene er like store og det er ikke sikkert at det er i en pyramide, og derfor er grunnflaten i bunnen.

Elevene har nettopp diskutert begrepet grunnflate med hver sin læringspartner. Læreren stiller et oppfølgingsspørsmål til deres diskusjon da han i linje 660 sier " Kan grunnflaten være her eller her, hva mener dere?". I utgangspunktet ville læreren vite om grunnflaten alltid er i bunnen, men her utfordrer han elevene ved at han endrer vinklingen av oppfølgingsspørsmålet og han spør om grunnflaten likegodt kan være på en av de andre sidene av kuben. Ved at læreren stiller et utfordrende oppfølgingsspørsmål leder han elevene videre i samtalen rundt grunnflatebegrepet. Han oppfordrer også alle elevene til å bidra videre i samtalen da han henvender seg til "dere". Clements og Battista (1992) beskriver lærerens rolle i Van Hieles tydeliggjøringsfase som å styre elevenes diskusjon mot geometriske objekter. I denne situasjonen har ikke elevene først en diskusjon i plenum som læreren direkte går inn i og styrer. Diskusjonen mellom elevene oppstår først etter at læreren aktivt oppfordret til diskusjon i læringspartnerparene. Hvorvidt det er av betydning er usikkert. Uavhengig av betydningen så plasseres fokuset på hvorvidt læreren styrer elevenes diskusjon mot de ulike objektene når diskusjonen først har vært tilstede. Vist ved eksempler ovenfor ser vi at læreren er med på å styre elevenes diskusjon inn mot grunnflatebegrepet, og sett i lys av lærerens måte å styre elevene mot matematiske objekter, kan situasjonen knyttes til Van Hieles tydeliggjøringsfase (Clements & Battista, 1992).

Et annet sentralt kjennetegn ved fasen er språket elevene bruker underveis i diskusjonen (Clements & Battista, 1992). Elevenes forklaringer og begrunnelser baseres hovedsakelig i situasjonen overfor på et hverdagsspråk uten noe særlig bruk av matematiske begreper, eller det Lee (2006) omtaler som elevenes naturlige språk. Eksempelvis "liksom bunnen av hele" og ”spissen av en figur”. Læreren lar elevene bruke hverdagsspråk uten å irettesette språkbruken, og fokuserer heller på det som blir forklart og begrunnet. Eksempelvis i linje 661 og 663, hvor Nina omtaler kuben som ”den” og grunnflaten som ”det”, og læreren tilslutt påpeker at det er kuben de snakker om. Han irettesetter ikke Nina sitt ordvalg, men velger å tilføye begrepene og navnene på de ulike figurene når han omtaler dem. Clements og Battista (1992) påpeker viktigheten av at læreren lar elevene bruke sitt eget språk i tydeliggjøringsfasen, samtidig som at han presenterer og bruker den passende terminologien. Sett i lys av dette, kan lærerens anvendelse av elevenes språk relateres til tydeliggjøringsfasen. Sett ut i fra Lee (2006) vil måten elevene får bruke språket sitt her, kunne utvide deres evner til å lære matematikk da de får presentert sammenhenger mellom deres naturlige språk og det matematiske register.

På grunnlag av eksemplene på hvordan læreren styrer elevenes diskusjon, og hvordan han anvender språket knyttet opp mot Van Hieles tydeliggjøringsfase, vil eksemplene samlet sett bidra til at situasjonen overfor plasseres innenfor tydeliggjøringsfasen. Det er interessant å se hvordan læreren konsekvent bruker elevene sine forklaringer for å få frem mening. Han kunne valgt å stoppe samtalen tidligere, for så å bekrefte hva som er riktig svar og deretter gå videre. Dette er noe han ikke velger å gjøre.

I denne situasjonen (2) har læreren bedt elevene nevne ulike tredimensjonale figurer og den geometriske figuren prisme blir diskutert.

292. Lærer: Prisme ja. Er det noen som kan beskrive et prisme for meg?
(Elevene rekker opp hendene)
Hanne prøv.
293. Elev (Hanne): Eh. Det er på en måte en slags rund ting.
294. Lærer: Ja, var den rund? Skal jeg peke på den for deg? (Peker på hennes egen tavle). Der er den.
295. Elev (Hanne): Åja. Det er som et rektangel.
296. Lærer: Ja. Hvordan er det som et rektangel?
(Elevene rekker opp hendene)
Mia?
297. Elev (Mia): Det er på en måte som en kube eller terning, og så er de parallelle sidene like store, og med like stor overflate.
298. Lærer: Hva mener Mia når hun sier at de parallelle sidene skal være like store?
... det var et litt vanskelig ord, men det er helt riktig sånn som Mia sier. Hva mente hun? Er det noen som kan forklare?
(Elevene rekker opp hendene)
Har du lyst til å prøve Merete?
299. Elev (Merete): Den siden som er øverst og den siden som er nederst, skal være like store. Den siden som er på høyre og den på venstre skal være like store.
300. Lærer: Ja, så de som er på hver sin side av hverandre, parallelle, de rett over hverandre, de skal være like store. Kjempebra Mia, det var bra forklart.
Da skal vi gå litt videre. Nå har dere nevnt flere tredimensjonale figurer.

Samtaleutdraget viser hvordan læreren i dialog med tre elever diskuterer begrepet prisme. Læreren innleder samtalen med å få elevene til å beskrive et prisme. Det virker som at han er ute etter en beskrivelse av utseende og egenskapene til figuren. Hanne misforstår i linje 293, da hun blander prismefiguren med en annen figur som hun også har tegnet på tavlen sin. Det tyder på at hun har klart å tegne flere figurer, men at hun i dette tilfellet ikke klarer å knytte navnet til selve figuren. Etter litt veiledning fra læreren, beskriver hun prismet som et rektangel. Læreren styrer på denne måten Hanne mot å kunne klare å beskrive figuren. Van Hieles tydeliggjøringsfase som er beskrevet av Clements og Battista (1992), fokuserer som tidligere nevnt, på lærerens rolle i å styre elevenes diskusjon inn på geometriske objekter, for at de skal bli klar over ulike sammenhenger og geometriske konsepter. Samtaleutdraget er ikke et eksempel på en diskusjon mellom kun elever. Samtalen er i stor grad preget av lærerens initiativ og elevene som svarer. I denne situasjonen er tre elever som er inkludert i samtalen og som kommer med hver sin forklaring, men de diskuterer ikke seg imellom, og slik skiller samtaleutdraget seg fra situasjon 1. Basert på hvordan det ikke er en direkte elevdiskusjon i samtaleutdraget som læreren kan styre, vil ikke samtaleutdraget kunne plasseres i tydeliggjøringsfasen i henhold til beskrivelsen til Clements og Battista (1992).

Likevel ser man tydelige trekk fra tydeliggjøringsfasen i måten læreren tar tak i både de hverdagslige og de matematiske begrepene elevene velger å bruke i sine forklaringer. I linje 297 beskriver Mia et prisme ved bruk at ordene kube, terning og parallelle, like store sider. Det virker som at læreren vet at flere av elevene ikke kjenner til disse begrepene, da han påpeker at parallelle var et vanskelig ord, og spør om noen kan forklare ordet. Avslutningsvis, i linje 300, bruker han en elevs beskrivelse av hva parallelle linjer er, samtidig som han presenterer sin forklaring. Han lar de bruke begrepene, men sørger også for å formidle den matematiske termologien. Som tidligere nevnt påpeker Clements og Battista (1992) betydningen av at elevene får bruke sitt eget språk i tydeliggjøringsfasen, samtidig som at læreren presenterer og bruker den passende terminologien. Ut i fra å kun se på hvordan læreren behandler språket elevene anvender, vil samtaleutdraget kunne knyttes til tydeliggjøringsfasen.

Basert på hvordan eksemplene i samtaleutdraget (2) leder i ulike retninger, vil ikke en bestemt fase kunne være passelig. Læreren styrer ikke en elevdiskusjon, men styrer heller de tre elevenes aktivitet mot objekter og lærerens styring av elevaktiviteten er et trekk ved guidet orienteringsfasen (Clements & Battista, 1992). Lærerens anvendelse av språk tilsvarer som nevnt beskrivelsen av tydeliggjøringsfasen. Samtaleutdraget viser dermed en tendens til å befinne seg i sjiktet mellom guidet orienteringsfasen og tydeliggjøringsfasen.

Fri orientering

Samtalen utspiller seg etter samtale rundt volum av et prisme, og elevene stiller spørsmål ved hvorfor det å regne ut volum av et prisme ligner på måten man regner ut volumet av en kube.

510. Lærer: Ja, en kube. Hvorfor tror dere at det å finne volumet av et prisme ligner på det å finne volumet av en kube? Snakk sammen med sidemannen.
(Elevene snakker sammen i ca. 30 sek).
511. Lærer: Ok. Hvorfor ligner det å finne volumet av et prisme på det å finne volumet av en kube?
(Elevene rekker opp hendene)
Mia?
512. Elev (Mia): Fordi begge to er firkanter.
513. Lærer: Fordi begge to er firkanter. Andre forslag?
(Ingen rekker opp hendene) ...
Kan en kube være et prisme da? Diskuter med sidemannen.
(Elevene diskuterer med sidemannen i ca. 30 sek)
514. Lærer: Ok. Da kan de rekke opp hånda dere som tror at en kube kan være et prisme.
(Flere elever rekker opp hånda, ikke alle) ...
Lærer: Hvorfor mener dere at en kube kan være et prisme?
(Elevene rekker opp hendene)
Mia?

I samtaleutdraget oppmuntrer læreren til diskusjon ved å bruke læringspartner rundt sammenhengen mellom volum av et prisme og en kube, noe som tyder på at han ønsker at de skal reflektere rundt de to figurene. Etter diskusjon påpeker Mia at begge to er firkanter. Læreren kommenterer ikke svaret til Mia ytterligere, men vil heller ha andre forslag, slik vi ser i linje 513. Da han får liten respons fra elevene gir han de et hint ved å stille spørsmålet om en kube kan være et prisme. Ingen av elevene har presentert denne måten å tenke på tidligere, slik at det er først læreren som velger å styre elevene mot selve tanken. Læreren legger dermed frem en form for strategi/tankemåte via et hint, når elevene ikke kunne svare på spørsmålet han stilte tidligere. Clements og Battista (1992) beskriver Van Hieles fjerde instruksjonsfase, fri orientering, som en fase hvor læreren oppmuntrer til refleksjon og utdypelse av strategier, og presenterer strategier ved behov. Samtalen innledes ved at læreren oppmuntrer til diskusjon slik at elevene kunne reflektere rundt figurene prisme og kube. Videre viser eksemplene ovenfor at læreren trolig så et behov for å hinte ved å presentere strategi/tankemåte, da elevene ga liten respons. Både lærerens oppmuntring til refleksjon og hans presentasjon av strategier der det finnes behov, samsvarer med Clements og Battista (1992) sin beskrivelse av fri orientering, og samtaleutdraget kan dermed knyttes til denne fasen.

516. Elev (Mia): Fordi på et prisme kan de lengre sidene være like store på en måte, og det er de på en sånn kube. Fordi der er absolutt alle sidene like.
517. Lærer: Ja. Enn dere som mente det motsatte da? Dere som mente at en kube kan ikke være et prisme, hvorfor kan det ikke det?
(Elevene rekker opp hendene)
Merete?
518. Elev (Merete): Hvis en kube er et prisme, da er jo det et prisme. Da er det jo ikke en kube.
519. Lærer: Men kan det ikke være både en kube og et prisme?
Birgit?
520. Elev (Birgit): Ehm. At et prisme kan være noe forskjellig..
521. Lærer: Nå må vi høre hva Birgit sier.
522. Elev (Birgit): Det kan være.. eh. Det kan være alle slags former, som hvis man har 8 kant eller har andre former, men unntatt firkant. For en kube klarer ikke å bli et prisme.
523. Lærer: Så du mener at en kube ikke kan være et prisme?
524. Elev (Birgit): Det kan aldri bli det. Det går bare ikke.
525. Lærer: Olivia, hva mener du?
526. Elev (Olivia): En kube kan jo ikke bli noe annet enn en kube. Det kan jo bare være en firkant som er like stor, eller så er det jo ikke en kube. Og et prisme kan jo være mange forskjellige ting, så den kan være en kube.
527. Lærer: Nå er jeg litt usikker på hva du mente her.
528. Elev (Olivia): At det går an.
529. Lærer: At det går an. Oda mente at det går an, men at det også er litt rart og. Mente du ikke det?
(Olivia nikker bekreftende)

Videre utvikler samtalen seg ved at læreren velger å fokusere på de ulike meningene elevene kommer med, og inkluderer dermed fire elever i samtalen. Selv om Mia har helt rett i at et prisme kan ha like store sider og derfor kan være en kube, velger han ikke å fokusere på Mia sitt svar. Han presser elevene ved at han stiller direkte spørsmål som utfordrer de ulike forklaringene og svarene de kommer med, slik vi ser eksempel på i linje 517. Et sentralt punkt ved fasen fri orientering er hvordan læreren oppmuntrer til refleksjon og utdypelse av strategier (Clements og Battista, 1992). Læreren oppmuntrer ikke til utdypelse av strategier i den forstand at ulike løsningsstrategier kommer frem. Likevel kan vi se en form for oppmuntring til utdypelse av strategier, basert på hvordan læreren ber elevene utdype de forskjellige måtene de tenker på. Van Hiele (1986) påpeker hvordan det å dele de forskjellige måtene å løse oppgaver på, vil kunne få elever til å bli kjent med det matematiske konseptet fra flere perspektiv. Fra et slikt perspektiv vil samtalen ovenfor kunne relateres til fri orientering slik Clements og Battista (1992) og Van Hiele (1986) beskriver den.

Ved at læreren presser ved å be om utdypelser fra elevene, kommer ulike meninger frem. Eksempelvis i linje 517 til 522, hvor læreren presser Birgit ved å stille spørsmål til det hun sier. Videre er Merete er uenig i påstanden om at en kube er et prisme, og begrunner det med at om en kube er et prisme, er det jo ikke lenger en kube. Det virker ikke som at Merete er klar over at en figur kan ha de samme geometriske egenskapene lik en annen figur og dermed oppfylle kravene til den andre figuren (her et prisme) og fortsatt være den opprinnelige figuren (kube). Det samme gjelder Olivia i linje 526. Hun har rett i de egenskapene hun beskriver både for et prisme og en kube, men hun mangler forståelse rundt sammenhengen mellom figurer. Et annet trekk med fri orientering er at elevene bruker tidligere erfaringer og ervervet kunnskap til å orientere seg og løse oppgaver (Clements og Battista, 1992). Eksemplene med Olivia og Merete viser at begge har kunnskap om egenskapene til de ulike figurene, og at de begge bruker denne kunnskapen til å begrunne sine svar. Olivia og Merete viser dermed trekk fra Clements og Battista (1992) sin beskrivelse av hvordan elevene handler i denne fasen, uavhengig om kunnskapene de har hjelper dem mot å kunne svare på oppgaven eller ikke.

530. Lærer: Da kan jeg fortelle dere at en kube kan også være et prisme.
(Elevene virker overrasket, hæ?)
531. Lærer: Det er helt riktig, men det er en grunn til at vi kaller det en kube eller terning. Hva er grunnen til at vi kaller det en kube eller en terning?
(Elevene rekker opp hendene)
Jens?
532. Elev (Jens): Den har seks like flater.
533. Lærer: Den har seks helt like flater. ... Hva er det med sidene til en kube da?
(Elevene rekker opp hendene)
Erik?
534. Elev (Erik): De er like lange.
535. Lærer: De er like lange. Så når de er det, er det en kube. Men det er også samme kjennetegnene slik at det blir et prisme. ... Da skal dere får lov til å regne ut denne figuren. Det er et prisme, og dere skal få regne ut volumet av prismet. Sett i gang.

Avslutningsvis legger læreren frem det riktige svaret og diskusjonen avsluttes brått, da de blir bedt om å regne volum kjapt etter lærerens forklaring på prisme-kubediskusjonen. Her kunne læreren ha utdypet sammenhengen ytterligere, enn kun å forklare at en kube kan ha kjennetegnene til et prisme og da også være et prisme. Som sagt, viser utdragene ovenfor en usikkerhet blant elevene, og da det ble fokusert relativt mye på figurene, kunne læreren brukt mer tid på forklaringen. Clements og Battista (1992) påpeker hvordan læreren skal oppmuntre elevene til å reflektere rundt og utdype egne strategier, og legge til strategier der det behøves i beskrivelsen av fri orientering. Læreren skal bistå elevene med geometriske oppgaver som gjerne er delt i flere trinn og som kan besvares med ulike løsningsstrategier. Elevenes arbeid blir også påpekt, da de skal bruke kunnskap lært fra tidligere faser til å orientere seg selv. Uavhengig hvordan samtalen avsluttes, viser de påpekte eksemplene i denne situasjonen at elevene i store deler av samtalen bruker tidligere ervervet kunnskap i besvarelsene sine og i måten de begrunner meningene sine på. Læreren oppmuntrer både til refleksjon og strategier, og presenterer strategier der det er behov. På bakgrunn av Clements og Battista (1992) sin beskrivelse, kan situasjonen plasseres i fasen fri orientering.

Et sentralt poeng i fri orientering, som ikke kommer tydelig frem i situasjon (1) er hvordan læreren bistår elevene med geometriske oppgaver som er fordelt over trinn og med flere løsningsstrategier. Van Hiele (1986) påpeker hvordan det kan føre til at elevene blir kjent med den matematiske ideen fra flere perspektiv. I situasjonen (2) nedenfor har elevene nettopp arbeidet med en oppgave hvor de skulle finne omkretsen av et kvadrat. På en av sidene i kvadratet stod det 8 cm.

92. Lærer: Det var det veldig mange som gjorde her også. Hvordan visste dere at det var 8 cm alle sidene her?
    (Elevene rekker opp hånda)
    Jens?
93. Elev (Jens): Det stod på smartboarden.
94. Lærer: Ja, men står det 8 cm på alle sidene her da?... Det har Mathilde gjort selv. Hvordan kunne hun vite at alle sidene er 8 cm?
    (Elevene rekker opp hendene)
    Mia?
95. Elev (Mia): Fordi at vi visste at det var et kvadrat og da er alle sidene like lange.
96. Lærer: Veldig bra. Og derfor gjorde Mathilde helt riktig når ho skrev at alle sidene var 8 cm. Og så har hun skrevet 8 ganger 4. (Viser på Mathilde sin tavle). Hvorfor har Mathilde skrevet 8 ganger 4?
    (elevene rekker opp henda) Marthe?
97. Elev (Marthe): Fordi det er en firkant, og det er 8 på hver side. Da blir det 8 fire ganger.
98. Lærer: Ja. 8 fire ganger. Her ble det brukt multiplikasjon. Kunne vi gjort det med en annen regneart og?
    (Elevene rekker opp henda)
    Hanne?
99. Elev (Hanne): Du kan ta 16 pluss 16. Eller 8 + 8 + 8 + 8.
100. Lærer: Hvordan kan du vise at det blir 16 + 16 da?
101. Elev (Hanne): Du tar 8 + 8 som er 16, og så tar jeg 16 + 16 som er 32.
102. Lærer: Ja, kjempebra. ... Veldig mange har skrevet at svaret blir 32. 32 hva da?
    (elevene rekker opp hånda)

Læreren er klar over informasjonen som stod på smartboarden, men likevel, vist i linje 94, må elevene å forklare hvorfor de kunne anta at alle sidene i kvadratet er 8 cm. Slik får han elevene til å reflektere rundt informasjon som de kanskje tar som en selvfølge. Selv om informasjonen om at sidene i kvadratet er like lange har kommet frem, gjør læreren det nok en gang tydelig, da han spør om hvorfor Mathilde har skrevet 8 ganger 4 i linje 96. Marthe svarer ved hjelp av et litt hverdagslig begrep, firkant. Læreren lar Marthe svare med det hverdagslige språket, men tilføyer multiplikasjonsbegrepet, linje 98. Videre oppfordrer han flere elever til å presentere andre løsningsstrategier. Læreren fokuserer på at oppgaven kan løses på ulike måter, og får Hanne til å forklare hva hun har gjort. Vi ser at læreren velger ut oppgaver og spiller videre på spørsmål som kan ha ulike forklaringer og løsningsstrategier. I tillegg oppmuntrer han elevene til å dele løsninger av ulike typer og for så å begrunne og utdype hvorfor de har løst oppgaven på denne måten. I henhold til Clements og Battista (1992) sin beskrivelse av Van Hieles fjerde fase, hvor viktigheten av hvordan læreren bistår elevene med oppgaver som kan løses med ulike løsningsstrategier og oppmuntrer elevene til å presentere disse blir tydeliggjort, kan situasjonen ovenfor være et eksempel knyttet til denne fasen.

Det er interessant å legge merke til hvordan elevenes språk både situasjon 1 og 2 fortsatt preget av et hverdagsspråk, eller det Lee (2006) omtaler som en naturlig måte å snakke på.

Integrering

Situasjonen nedenfor er hentet fra siste observerte undervisningstime hvor de skulle til å avslutte temaet geometri og volum.

615. Lærer: "Hva har vi lært?" det er det første spørsmålet. Nå skal dere få snakke litt med sidemannen. Hva er det dere har lært?
(Elevene snakker sammen)
616. Lærer: Et lite tips. Ta hensyn til hverandre. Visk. Hva har vi lært?
617. Lærer: Ok, da tar vi en liten samling. Hva snakket dere om? Stian, hva snakket dere om? (Lager tankekart på smartboarden)
618. Elev (Stian): At volum på en måte er det som er inne i tredimensjonale figurer. På en måte hvor mange små terninger som er inne i.
619. Lærer: Det var bra. Du forklarte volum der. Hvordan forklarte Stian volum?
(Elevene rekker opp hendene)
Dere hørte hva han sa. Christine?
620. Elev (Christine): At volum er det som er inne i en figur.
(Læreren skriver opp på tankekartet)
621. Lærer: Sånn. Mer. Hva snakket dere andre om? Mette?
622. Elev (Mette): At for å finne volum må man ta lengde gange bredde gange høyde.

Slik vi ser i linje 615, er det læreren som tar initiativ til at elevene skal oppsummere de de har lært om geometri og volum den siste tiden. Spørsmålet læreren stiller er åpent ved at han legger få føringer for hva elevene skal svare. Han flytter ansvaret over på elevene, og vil at de skal komme med egne tanker om hva de har lært i de siste ukene. Som et resultat av spørsmålet læreren stiller, påpeker elevene ulike aspekter ved det klassen har vært gjennom. De beskriver det de mener at de har lært, samtidig som læreren lager et tankekart på Smartboarden hvor han skriver ned elevenes forslag. Det er interessant å se hvordan samtalen her har endret karakter fra de tidligere fasene. I dette samtaleutdraget ser man hvordan læreren først tar initiativ, men så hvordan elevene tar over og bestemmer hva de ønsker å ta opp. I de tidligere fasene har læreren lagt føringer for hvilke oppgaver, figurer og begreper som skal diskuteres. Slik vi ser i linje 618 og 622, er det elevene som først trekker frem volumbegrepet og forklarer det, og deretter forklarer hvordan man kan regne ut volum i ulike figurer. I tidligere faser har læreren måttet gå inn i samtalen for å etterspørre en strategi for hvordan man kan regne ut volum, men i dette eksemplet er ikke læreren inne og styrer mellom linje 618 og 622, annet enn å be om mer informasjon. Van Hiele (1986) beskriver integreringsfasen som en fase hvor læreren tar mindre og mindre plass, og lar elevene oppsummere basert på kunnskap ervervet fra tidligere faser. På bakgrunn av eksemplene ovenfor, hvor samtaletemaet er mer elevstyrt og elevene oppsummerer det de mener de har lært de siste ukene, vil eksemplene kunne plasseres innenfor integreringsfasen.

623. Lærer: Skjønte dere det jeg skrev her? Volum er lik lengde gange bredde ganger høyde. Er det sånn på alle figurer? Henriette?
624. Elev (Henriette): Nei. Noen figurer må vi dele på tre også.
625. Lærer: Bra, det skal vi snakke om litt senere. Så det her er volumet på det vi kaller prismer, eller kuber, ikke sant?
Videre, hva annet har vi lært? Oskar?
626. Elev (Oskar): At når vi regner prismer så regner først lengde gange bredde gange høyde så må du dele 3. Fordi... Hvis... du har regnet ut lengde gange bredde gange høyde så har du regnet ut en kube, men du skal bare regne ut pyramide.
627. Lærer: Ja, så det var pyramide du mente nå?
628. Elev (Oskar): Ja, jeg sa prisme, men jeg mente pyramide.
629. Lærer: Hva var det Oskar forklarte nå? Hvordan var det han forklarte hvordan man fant volumet av en pyramide?
(Elevene rekker opp hendene)
Frida?
630. Elev (Frida): At man skal ta lengde ganger bredde ganger høyde til en trekant, så gjør du det som en kube og så deler du på tre.
631. Lærer: Ja, men var det trekant vi snakket om nå?
632. Elev (Frida): Nei
633. Lærer: Hva var det da?
634. Elev (Frida): Pyramide.
635. Lærer: Pyramide ja. Bra. Det er helt riktig. På en pyramide blir volum litt annerledes. Her blir det som Oskar sa, lengde ganger bredde ganger høyde. Så sa han at vi måtte dele på tre. Er det noen som fikk med seg hvorfor vi måtte dele på tre?
(Elevene rekker opp hendene)
Didrik?
636. Elev (Didrik): Ellers så blir det en kube.
637. Lærer: Ellers så blir det en kube ja, eller et prisme. Bra Oskar, kjempebra.

I linje 623 preger læreren samtalen noe mer enn tidligere i situasjonen. Han stiller her et oppfølgingsspørsmål til det Mette forklarte i linje 622. Han utfordrer ved å stille spørsmål, samtidig som han legger føring for hva elevene skal diskutere videre. Læreren er tydelig med og styrer samtalen, men slik vi ser at samtaleutdraget utvikler seg, presenterer han ikke noen ny informasjon. Som et resultat av oppfølgingsspørsmålet stilt i linje 623, får han Mette til å reflektere og komme med mer informasjon. Ved å stille oppfølgende spørsmål, skaper han dermed refleksjon hos elevene. Dette har også vært tilfellet i tidligere faser, men da har ikke refleksjonen vært knyttet til en oppsummerende diskusjon hvor elevene preget diskusjonen i stor grad. Lærerens rolle i integreringsfasen er å utfordre elevene til refleksjon (Clements & Battista, 1992), og på bakgrunn av hvordan læreren her stiller utfordrende oppfølgingsspørsmål i tilknytning til elevenes oppsummering, kan situasjonen knyttes til Van Hieles femte fase, integreringsfasen.

Van Hiele fremhever betydningen av språket som blir brukt i denne fasen. Slik situasjonen ovenfor viser, anvender elevene flere matematiske begreper knyttet til geometri. De bruker begreper som tredimensjonale figurer, volum, prisme og kube. I tidligere faser, eksempelvis fri orientering, har de brukt ord som ”det” eller ”den” når de har referert til ulike figurer, men i denne situasjonen ser man tydelig et mer matematisk språk, eller matematisk register, slik Lee (2006) omtaler det. Det kan tyde på at elevene har gjennomgått en endring og en undervisning som har fokus på det matematiske språket og sammenhengen med det hverdagslige språket til elevene. Clements og Battista (1992) beskriver elevenes språkbruk i integreringsfasen ved at de skal anvende relevant matematisk språk i oppsummeringen av kunnskapen de har ervervet. På bakgrunn av elevenes språkbruk i denne situasjonen, kan språkbruken knyttes til integreringsfasen, sett i lys av Clements og Battista (1992) beskrivelse.

Samlet sett viser de ulike eksemplene fra situasjonen overfor ulike trekk som kan knyttes til Van Hieles integreringsfase. Både hvordan læreren tar mindre plass og elevene tar mer plass ved at de tar mer styring over samtalen og ulike tema som skal diskuteres, men også hvordan læreren oppfordrer til refleksjon. Like viktig er hvordan elevenes språk har utviklet seg til å være av en mer matematisk karakter, da hverdagsspråket ikke preger samtalen i like stor grad. Som allerede vist, er disse trekkene alle med i hvordan Clements og Battista (1992) beskriver integreringsfasen, og situasjonen kan ut ifra dette plasseres innenfor integreringsfasen.

4.3.1. Interessante trekk ved instruksjonsfasene

I forrige delkapittel ble ulike eksempler fra lærerens undervisningstimer plassert innenfor Van Hieles fem instruksjonsfaser. Plasseringen av eksemplene i de ulike fasene viser hvordan læreren var innom alle fasene i løpet undervisningsperioden hvor geometri stod på planen. At elevene går gjennom de ulike fasene, vil kunne føre til at de oppnår et høyere tankenivå (Van Hiele, 1986). Samtidig viser tilstedeværelsen av fasene andre mindre funn som er verdt å fremheve.

Slik det ble påpekt innledningsvis i delkapitlet, må det igjen nevnes hvordan eksemplene er hentet fra ulike timer uavhengig hverandre. Eksempelvis kan informasjonsfasen oppstå i både første undervisningstime og i den fjerde, samt flere ganger i en enkelt undervisningstime. Det er dermed ikke en direkte sammenheng mellom fasene og hvor lenge klassen har arbeidet med geometri som tema. Analysen viser heller at det oppstår en sammenheng når man ser på oppgavene de arbeider med og de ulike fasene. Om læreren ønsker å introdusere et nytt begrep for elevene, viser analysen hvordan han naturlig starter i informasjonsfasen. Hvor mange faser læreren er innom etter informasjonsfasen i arbeid med det samme begrepet, kommer an på hvor lenge han ønsker å jobbe med begrepet. Slik kan man se at læreren går frem og tilbake mellom fasene i de ulike timene avhengig hvor lang tid han ønsker å anvende, men at fasene er kontinuerlig i form av at de kommer etter hverandre når klassen arbeider med samme begrep, oppgave eller tema. Utviklingen som skjer fra fase til fase vil dermed likevel kunne beskrives, selv om eksemplene fra fasene er hentet fra ulike tidspunkt i undervisningstimene og uavhengig om det er første eller siste time de er hentet fra.

En utvikling som kan ses hos elevene er hvordan deres initiativ til samtale gradvis øker ettersom de er innom de ulike instruksjonsfasene. I de tidligere fasene preger læreren samtalene i stor grad ved at han gir oppgaver, stiller spørsmål og nye oppfølgingsspørsmål tett etter hverandre. Eksemplene viser hvordan elevene svarer kort og hvordan læreren får mer informasjonen ut av elevene. I integreringsfasen kan man tydelig se hvordan samtalen har endret karakter. Læreren stiller fortsatt åpne spørsmål, men elevene bidrar med lengre forklaringer og presenterer løsningsstrategier uoppfordret. Kanskje fordi det ligger en underliggende forventning om at løsningsstrategier skal presenteres. I sammenheng med hvordan elevenes initiativtaking øker, kan vi se hvordan læreren presser for å lede elevene. Eksemplene viser hvordan læreren presser for informasjon i de tre første fasene og hvordan dette avtar i de senere fasene. Lærer presser elevene gradvis ved å stille åpne spørsmål i introduksjonsfasen til å stille mer trinnvise spørsmål i guidet orientering. Deretter stiller han mer utfordrende spørsmål i tydeliggjøringsfasen, til hvor han ikke lenger presser, men heller oppfordrer og oppmuntrer til deling av strategier og refleksjon i fri orientering og integreringsfasen.

Gjennomgående i de fem fasene har elevenes språkbruk blitt poengtert. Det er blitt skilt mellom elevenes bruk av hverdagsspråk og et mer matematisk språk brukt i plenumsamtalen, samt at lærerens rolle i elevenes språkutvikling er blitt fremhevet. Eksemplene plassert i de forskjellige fasene viser en positiv språkutvikling, ved at elevene går fra å bruke hverdagsspråk til et mer matematisk språk hvor matematiske begreper om figurer, regneoperasjoner og ideer blir anvendt. Eksemplene plassert i introduksjonsfasen, guidet orientering og tydeliggjøringsfasen bærer preg av hvordan elevene får bruke hverdagsspråket i samtalen, samtidig som læreren introduserer nye begreper og tilfører terminologi der det trengs. Endringen kan først ses i siste instruksjonsfase, integreringsfasen, hvor elevene bruker tidligere kunnskap ervervet fra gjennomgåtte faser til å snakke matematikk. Matematiske begreper og ideer blir nå brukt slik læreren har brukt dem gjennomgående fra første undervisningsøkt. Elevene anvender fortsatt et hverdagsspråk i sine forklaringer, men samtalene bærer tydelig et preg av et mer matematisk språk enn i de tidligere fasene. Språkutviklingen som er beskrevet her, er et unntak fra de andre utviklingene som er blitt beskrevet. Utviklingen er et unntak fordi språket preges av hvor lenge de har jobbet med selve geometritemaet, og ikke kun oppgavene eller begrepet som de arbeider der og da. Det er også vist eksempler på språklig utvikling innad i arbeid med en oppgave, men den store utviklingen ser man først og fremst fra første time hvor de hadde introduksjon til selve temaet geometri til oppsummeringen av geometritemaet i siste undervisningstime.

4.4. Klasseromsdiskursen

Klasseromsamtalen er preget av mye lærer-elev kommunikasjon, oppgavearbeid og elevaktivitet i lyttekroken. Ut i fra analysen av observasjonene jeg har gjort, har flere interessante trekk ved lærerens kommunikasjon fanget min oppmerksomhet og det er disse trekkene jeg velger å eksemplifisere og gjøre rede for her. Som det siste aspektet av læringsmiljøet i klasserommet, beskriver Cobb (2000) klasseromsdiskursen som det viktigste trekket. Han fokuserer på to karakteristikker ved samtalen, og jeg ser det derfor nødvendig å adressere både sosiale og sosiomatematiske normer gjennomgående i dette analysekapitlet.

4.4.1. Hvordan henter læreren frem ideer?

Be om forslag

Samtalen utspiller seg innledningsvis i den andre undervisningsøkta elevene hadde om geometri.

215. Lærer: (...) Er det noen som husker noen av de todimensjonale figurene vi har lært å finne omkrets og areal på?
(Elever rekker opp hendene)
216. Lærer: Hans?
217. Elev(Hans): Firkant
218. Lærer: Hva slags firkanter da?
219. Elev(Hans): Ehm. Kvadrat.
220. Lærer: Kvadrat ja. Er det andre figurer?

Eksemplet viser hvordan læreren får repetert figurene fra forrige time ved å stille elevene ulike spørsmål. I linje 215, er spørsmålet ganske åpent i form av at det er kun todimensjonale figurer som er satt som en føring for å kunne besvare spørsmålet. Det vil si at læreren er ute etter ulike forslag på forskjellige figurer. Det samme ser vi i linje 218 og 220, hvor læreren vil frem til de ulike typene av firkanter vi har og andre figurer igjen. Hver av de tre spørsmålene er stilt på en måte som gjør det mulig for elevene å komme med ulike forslag. De trenger verken å utdype eller forklare ytterligere rundt forslagene de kommer med. Det blir dermed et eksempel på hvordan læreren kan, ved hjelp av spørsmål, hente frem forslag fra elevene. Samtalen ble utført innledningsvis i dette tilfellet. Ved å be om forslag medvirker læreren til at flere kan bidra i samtalen, samtidig som at det hjelper elever til å engasjere seg i medelevenes matematiske arbeid (Chapin et al., 2009).

Be om tenkemåte

I forkant av samtalen var læreren ute etter en tredimensjonal figur, og elevene foreslo prisme og skulle deretter prøve å forklare figuren.

295. Elev (Hanne): Åja. Det er som et rektangel.
296. Lærer: Ja. Hvordan er det som et rektangel?
(Elevene rekker opp hendene)
Mia?
297. Elev (Mia): Det er på en måte som en kube eller terning, og så er de parallelle sidene like store, og med like stor overflate.

I linje 296 ønsker læreren å vite mer om hvordan Mia kan si at et prisme er som et rektangel. Han ber henne dermed utdype enda mer om hvordan hun kan si at det er som et rektangel. Ved at Mia beskriver hvordan hun ser på figuren, beskriver hun også det hun tenker om figuren. Eksemplet viser dermed hvordan læreren kan få frem tenkemåten til en elev ved å be eleven forklare et begrep. Læreren benytter seg her av et av samtalegrepene Chapin et al. (2009) omtaler som *si mer.* For å få elevene til å si mer enn det de har svart, ber man de forklare enda mer, og man vil kunne få frem flere av elevens tanker og ideer (Chapin et al., 2009).

Før læreren stiller spørsmålet i neste eksempel, brukte elevene de individuelle tavlene til å arbeide med en oppgave hvor de skulle finne arealet til et kvadrat. Etter to minutter stanset læreren elevene.

163. Lærer: Ok. Hvordan fant dere ut av arealet på den figuren her? (Elevene rekker opp henda)
164. Lærer: Merete?
165. 163. Elev (Merete): Jeg tok 7 ganger 7.
166. Lærer: 7 ganger 7 ja. Og det ble? (Skriver opp stykket på smartboarden)
167. Elev (Merete): 49 kvadratcentimeter
168. Lærer: Ja, hva ble det her da? 49? Hva var det du sa?
169. Elev (Merete): Kvadratcentimeter.
170. Lærer: Kvadratcentimeter, ja.

Eksemplet viser at læreren ønsker å vite hvordan elevene fant ut av arealet på kvadratet. Merete beskriver fremgangsmåten hun brukte for å finne arealet til kvadratet. Fremgangsmåten vil også kunne si noe om hvordan hun tenkte underveis når hun løste oppgaven, da hun beskriver trinnvis de ulike stegene hun gjorde for å finne svaret. Til forskjell fra eksemplet ovenfor hvor eleven forklarer et begrep, forteller Merete her hvordan hun finner et svar på oppgaven. Likevel har de to eksemplene noe til felles ved at Merete sin tenkemåte også kommer frem her, fordi hun forklarer hvordan hun løste oppgaven. Samtaleutdraget blir derfor et eksempel på hvordan læreren spør om en elevs tenkemåte, gjennom få frem fremgangsmåten. Også her anvender læreren samtalegrepet *si mer* ved at han ber elevene om mer informasjon (Chapin et al., 2009).

Et annet eksempel hvor læreren får frem en elevs tenkemåte er i dette samtaleutdraget. I forkant av samtalen ba læreren Hans forklare hvordan han hadde løst en oppgave. Oppgaven gikk ut på å finne arealet til en trekant og elevene fikk benytte seg av de individuelle tavlene.

183. Lærer: Hans?
184. Elev (Hans): Jeg tok 5 ganger 8 og delte det på 2.
185. Lærer: Du tok 5 ganger 8 og delte det på 2. (Skriver opp på Smartboarden ved siden av Olivia sitt stykke) Hva må vi ha med i regnestykket her for at vi skal passe på at vi ikke bare deler 8 på 2?
186. Elev (Hans): Parentes.
187. Lærer: Parentes. Og da fikk du?
188. Elev (Hans): 20
189. Lærer: 20. Så så jeg at du hadde tegnet opp en fin figur også. Kan du vise den? på tavla? (Hans tegner figuren på tavla) 49.40
190. Lærer: Hvorfor tegnet du den figuren der?
191. Elev (Hans): Fordi 5 ganger 8 er for hele firkanten, også må man dele den på 2.
192. Lærer: Ja, 5 ganger 8 sier Hans er hele firkanten. Fordi vi ikke har hele firkanten.
193. Lærer: Nei, for vi har jo akkurat halve firkanten. Kjempebra, veldig bra Hans.

Samtaleutdraget viser, i likhet med eksemplet ovenfor, hvordan læreren får Hans til å forklare fremgangsmåten han brukte for å finne svar på oppgaven. Hans har i tillegg til utregningen tegnet opp en figur på tavla si. Læreren bekrefter figuren Hans hadde tegnet ved å poengtere hvor fin den er, noe som vil gi Hans en indikasjon på at figuren er en god beskrivelse av fremgangsmåten. Det som er interessant videre er hvordan læreren ber Hans forklare hvorfor han tegnet akkurat den figuren, slik vi ser i linje 190. Til forskjell fra der hvor han må forklare hvordan han har regnet ut oppgaven, må Hans her begrunne hvorfor han har gjort som han har gjort. Han må forklare tenkemåten bak prosessen. Chapin et al. (2009) beskriver grepet *presse for resonnering* som et grep hvor læreren er ute etter å vite hvorfor eleven har gjort som han har gjort, og får elevene dermed til å forklare tenkemåten bak utregningen. Sett i lys av Chapin et al. (2009) kan eksemplet knyttes til grepet *presse for resonnering* ved at læreren oppmuntrer Hans til å forklare nettopp hvorfor han har gjort som han har gjort. Chapin et al.

(2009) påpeker videre hvordan elevene etterhvert kan bli vant til en slik resonnering, og dermed bli flinkere til å gjøre dette også uten oppmuntring fra læreren. Forståelsen av at elever i et klasserom er forventet å forklare deres tenkemåte, vil kunne være en sosial norm ifølge Yackel og Cobb (1996). Slik at om elevene blir vant til å forklare tenkemåten sin, vil det kunne oppstå en sosial norm i klasserommet, som gjør at elevene etterhvert vil føle det naturlig å dele tenkemåtene sine med hverandre. Som en følge av at elevene deler tenkemåter, vil læreren kunne få informasjon om de ulike tenkemåtene og normene som blir dannet i klassen, og dermed har også dette noe å si for lærerens muligheter for læring (Yackel & Cobb, 1996).

De tre eksemplene vist ovenfor er alle eksempler på hvordan læreren får elevene til å forklare. De er ulike i den forstand at de representerer ulike forklaringer, herunder knyttet til et begrep, en fremgangsmåte eller hvorfor noe er rett. Likheten er at alle disse forklaringene omhandler forskjellige tenkemåter, da forklaringene får frem nettopp hvordan elevene tenker om begrepet, hvordan en oppgave er løst eller hvorfor noe er rett. Sett ut i fra Chapin et al. (2009) sine samtalegrep for å oppnå produktive matematikksamtaler, anvender læreren her både *si mer* og *presse for resonnering*. Chapin et al. (2009) knytter begge disse grepene til hvordan man kan få frem tenkemåter hos elevene.

En annen interessant observasjon er hvordan de eksemplene kan ses langsgående på en akse. Datamaterialet viser, i likhet med eksempel 3, en tendens hvor læreren først får elevene til å forklare hvordan de har løst en oppgave, og deretter hvorfor de har gjort som de har gjort.

Utfordrer

Eksemplet nedenfor er hentet ut fra en diskusjon hvor forskjellen mellom todimensjonale og tredimensjonale figurer blir adressert.

Eksempel:

25. Elev (Marta): Den(peker på sylinderen) er liksom tegna som den skal se virkelig ut.
26. Lærer: Se virkelig ut? Så den her er ikke så virkelig da? (Peker på kvadratet)

Eksemplet viser hvordan læreren bruker Marta sin forklaring videre i samtalen ved å stille spørsmål til det hun sier. Det er enkelt å forstå hva Marta mener med at sylinderen er tegnet som noe som er mer virkelig enn kvadratet, men læreren stiller likevel et spørsmål som utfordrer den påstanden hun kom med, i form av at han spør om ikke kvadratet er like virkelig. Han skaper en form for uenighet eller dilemma knyttet til hva "virkelig" egentlig vil si, og Martha blir nødt til å utdype enda mer for å kunne forklare hva de mener med virkelig til læreren. Selv om læreren ikke spør direkte om hvorfor Marta mener det hun gjør, spør han indirekte om hvorfor hun kan si det hun sier. Dermed anvender han også i dette tilfellet grepet *presse for resonnering* (Chapin et al., 2009).

Et annet eksempel kan ses igjennom en diskusjon om en likebeint trekant. Trekanten ble vist på Smartboarden, og elevene har nettopp funnet ut omkretsen til figuren.

Eksempel 2:

147. Elev (Merete): Kan den nederste linja bli like lang som en av de øverste?
148. Lærer: Hvis den blir like lang som de her to, får vi en annen trekant.
149. Elev (Merete): Men liksom, for eksempel den streken til venstre. Kan det være den korte?
150. Lærer: At den her er 7? (Peker på den ene likebeinte linja) og den her er 15 og den her er 15?
151. Elev (Merete): Ja
152. Lærer: Ja, det går an. Men da er det de her to som er likebeint. (Peker på trekanten). Mens denne blir grunnlinja. Skjønte du det?
153. (Merete nikker)
154. Lærer: Da bare forflytter den seg. ... Men hva skjer hvis alle er 15 da? Hvis alle sidene er 15? Hva slags trekant blir det da?
(Elevene rekker opp hendene)
Hanne?
155. Elev (Hanne): Likesidet trekant

Merete stiller læreren et utfordrende spørsmål på eget initiativ. Spørsmålet hun stiller i linje 147 er en avsporing fra oppgaven klassen nettopp har løst, da hun egentlig ikke trenger å vite om den nederste linjen kunne vært en av de som er likesidet, for å løse oppgaven elevene fikk. Trolig har Merete fundert rundt trekanten som en matematisk figur. At hun ønsker å finne mer ut om trekanten, uavhengig om læreren ber om det i en oppgave, viser en matematisk interesse og en form for forståelse. Det interessante læreren gjør i dette eksemplet, er at han først etter å ha svart på Merete sitt spørsmål, stiller et oppfølgingsspørsmål hvor han gjør akkurat det samme som Merete i linje 147. Han tar en avsporing fra oppgaven elevene har løst, ved at han fortsetter å fokusere på trekant og egenskapene den har som matematisk figur. Han ber elevene se for seg samme figur, men hvor alle sidene er 15 cm. Han endrer dermed utgangspunktet for oppgaven og spør om ”hva hvis alle sidene er 15?” På denne måten spiller han videre på Merete sitt spørsmål og gjør dette ved å utfordre elevene med et nytt spørsmål for å få frem flere egenskaper ved figuren. Eksemplet bidrar til å tydeliggjøre hvordan læreren kan utfordre elevene ved å stille et spørsmål og hvordan man dermed kan få frem mer matematikk i samtalen. Det er samtidig viktig å påpeke forskjellen mellom de to eksemplene hvor læreren benytter seg av å utfordre. I eksempel 1 skaper læreren en form for uenighet eller et dilemma som er med på å skape en utfordring. Spørsmålet læreren stiller i dette eksemplet er i form av et hypotetisk ”hva hvis – spørsmål”, noe som ifølge Alrø og

Skovsmose (2002) vil kunne utfordre elevene. Slik kan man se hvordan læreren utfordrer elevene, men ved hjelp av to ulike spørsmål.

Eksemplene vist i dette delkapitlet viser på hvilke måter læreren ber om forslag, tenkemåte og utfordrer elevene ved hjelp av ulike spørsmål. Enten det er informasjon elevene besitter, forklaringer de tidligere kjenner til/har hørt, eller tenkemåter rundt hvordan de mener at de kan løse en oppgave. Spørsmålene fører dermed til ulik informasjon fra elevene, alt ettersom hvordan læreren velger å stille de. Læreren benytter seg som nevnt av ulike samtalegrep. Både *si mer, presse for resonnering* og *tilføye* er alle samtalegrep læreren kan benytte for å få elevene til å begrunne deres egen tankegang og gå enda dypere inn i matematiske ideer (Chapin et al., 2009). Slik kan man se hvordan både det å be om forslag, be om tenkemåte og utfordre elever handler om hvordan man kan få frem matematiske ideer hos elevene.

4.4.2. Hvordan responderer læreren på elevenes svar og forslag?

Eksemplet nedenfor er hentet fra en samtale rundt likebeint trekant, og Merete blir bedt om å komme frem til Smartboarden og forklare hvordan man kan se at trekanten er likebeint.

67. Elev (Merete): Eh. De to sidene som en øverst er like lange, men den som er nederst er ikke like lang.
68. Lærer: Ja. Veldig bra.

Merete forklarer hvordan hun mener at trekanten er en likebeint trekant. Linje 68 viser hvordan læreren bekrefter ved å først si seg enig (ja), før han gir henne ros. Samtaleutdraget viser dermed hvordan læreren responderer på en elevs forklaring ved å bekrefte og gi ros.

En annen måte læreren gir en elev respons på kan ses igjennom neste eksempel. Elevene hadde nettopp arbeidet med en oppgave som gikk ut på å forklare hva overflaten til en tredimensjonal figur er. De skulle skrive forklaringen ned på de individuelle tavlene.

312. Elev (Hanne): Flaten på alle sidene av en tredimensjonal figur.
313. Lærer: Veldig bra. Hva var det Hanne sa nå?
     (Elevene rekker opp hendene)
     Jens?
314. Elev (Jens): Ehm...
315. Lærer: Skal jeg få ho til å si det en gang til?
316. Elev (Jens): Ja.
317. Lærer: Hanne, si det en gang til så alle hører det.

Vi ser her hvordan læreren først bekrefter Hanne sitt svar ved å gi henne ros, før han ønsker at de andre elevene skal gjenta det Hanne sa. Slik linje 314 viser, fikk ikke alle elevene med seg hva som ble sagt og læreren oppfordrer Hanne til å repetere forklaringen sin. Eksemplet viser dermed hvordan læreren først bekrefter gjennom å gi ros, før han deretter sørger for at det blir delt med resten av klassen. Yackel og Cobb (1996) forklarer en sosiomatematisk norm som noe som kan være forståelsen av hva som kan regnes som en akseptabel norm i klasserommet. Da læreren i dette eksemplet sørger for å dele Hanne sin forklaring med resten av klassen, indikerer han for alle elevene at dette er en god forklaring som burde få oppmerksomhet. Sett i lys av Yackel og Cobb (1996) vil lærerens deling av Hanne sin forklaring danne en sosiomatematisk norm for hva som er en akseptabel forklaring i dette tilfellet. Elever som opplever at deres forklaringer blir vektlagt og verdsatt vil kunne fortsette og presentere sine matematiske ideer. Bekreftelsen læreren gir i dette eksemplet og normen han danner, vil være viktig for elevenes videre læring (Yackel & Cobb, 1996).

En tredje måte læreren ga respons på elevenes bidrag til samtalen, var slik vi ser i neste eksempel hvor elevene diskuterte formelen for volum.

692. Elev (Erik): Og så er det jo h, så da må vi jo gange lengde gange bredde gange høyde.
693. Lærer: Ja. Eller grunnflate ganger høyde. Det er jo det samme. Helt riktig Erik.

Eksemplet viser hvordan læreren i linje 693 responderer på Erik sitt svar ved å bekrefte at påstanden er rett, før han deretter påpeker hvordan det også kan være grunnflaten ganget med høyden. Han presenterer her en annen tankemåte nettopp ved å si at de kan gange grunnflate med høyden. Selv om læreren ikke forklarer akkurat her hvorfor man kan ta grunnflaten ganget med høyden, vil tankemåten fortsatt være informerende for elevene. Responsen læreren gir i dette eksemplet vil kunne karakteriseres som en bekreftende respons hvor læreren gir informasjon og presisering. I motsetning til eksempelet ovenfor hvor han kun bekrefter og gir ros til den enkelte elev, vil medelevene sitte igjen med mer informasjon da læreren har bekreftet, informert og presisert.

Samtalen utspiller seg når de skal undersøke volumet til figuren pyramide.

575. Lærer: Hvorfor tror dere vi må dele dette på 3? Grunnflate multiplisert med høyden, og så skal vi dele det på 3? Grunnflaten er jo lengde ganger bredde. Så det kunne stått l ganger b gang h, delt på 3. Men her står g ganger h, delt på 3. Men spørsmålet mitt var hvorfor deler vi på 3? Hva tror dere? Randi?
576. Elev (Randi): Fordi det er tre sider.
577. Lærer: Fordi det er tre sider. Andre grunner til at vi deler på tre? Hva er grunnen til at vi deler på tre tror dere? Jens?

Slik linje 576 viser, kommer Randi med en forklaring på spørsmålet læreren stilte i linjen ovenfor. I linje 577 ser vi hvordan læreren gjentar Randi sin forklaring uten verken å si ”ja” eller gi ros, han repeterer kun det Randi nettopp sa. Likevel, det å gjenta en elev sitt svar eller forklaring, kan være bekreftende. På denne måten vil samtaleutdraget være et eksempel på hvordan læreren gir respons gjennom gjentakelse. Chapin et al. (2009) påpeker hvordan en lærer kan tydeliggjøre det en elev sier via grepet *repetere* (revoicing). Ved å repetere det en elev sier vil han kunne påpeke viktigheten av det eleven sier (Chapin et al., 2009). Som nevnt tidligere vil det å indikere at en elevs forklaring er av betydning og blir vektlagt, kunne være en sosial norm i klasserommet og ha betydning for elevens læring (Yackel & Cobb, 1996). Gjentakelse av en elevs forklaring kan vi også se i neste eksempel.

74. Lærer: Ja, hva regner du med da? Hvilken regneart, når du skal finne summen?
75. Elev (Hans): Pluss eller gange.
76. Lærer: Pluss eller gange. Addisjon bruker vi ofte her. (...)

I likhet med eksempelet ovenfor repeterer læreren her Hans sitt svar, men til forskjell tilfører han et begrep. Han tilfører dermed responsen noe mer. Han anvender et mer matematisk rettet begrep for pluss (addisjon) og informerer om at det som oftest blir brukt i den oppgaven de snakker om. Eksemplet vil dermed kunne ses på som gjentakelse med begrepsendring. Chapin et al. (2009) påpeker også hvordan grepet revoicing kan brukes når en elev er litt uklar i sin forklaring og læreren har lyst til å bruke mer tid på forklaringen og klargjøre den.

Slik de forskjellige eksemplene viser, er det et mangfold av måter læreren velger å respondere på elevenes påstander og forklaringer. De forskjellige måtene har ulike funksjoner som gir ulike konsekvenser for hvordan samtalen og kommunikasjonen utarter seg videre. Vi har sett hvordan læreren responderer ved å gi ros, ved å bekrefte gjennom for eksempel å bruke ordet "ja" og ved å gjenta elevens svar. Det er også blitt eksemplifisert hvordan læreren i tillegg til å bekrefte, tilføyer noe mer enten i form av begrepsendring eller ny kunnskap. Det er også vist eksempel på hvordan læreren sørger for å dele en elevs svar med resten av klassen. Det må poengteres at selv om de ulike eksemplene her er vist separat og uavhengig hverandre, viser transkripsjonen en tendens til at læreren kombinerer de ulike måtene i en og samme respons. Likevel er det også tydelig at en av måtene læreren responderer på, blir betydelig mye mer brukt enn de andre. Læreren anvender gjentakelse svært ofte i samtalen med elevene sine. Både gjentakelse med og uten begrepsendring og tilføyelser.

Hvordan læreren responderer på elevenes svar og forslag skiller seg fra grepene læreren benytter når han ber om noe fra elevene slik vist i kapittel 4.4.1. Da så vi hvordan læreren hentet informasjon og tenkemåter fra elevene og dette delkapitlet viser hvordan læreren responderer på nettopp den informasjonen og tenkemåtene han fikk frem ved å bruke grepene som ble eksemplifisert i forrige delkapittel.

4.4.3. Hvordan bruker læreren elevene sine ideer?

Jeg vil her legge frem noen av de mest interessante måtene læreren bruke elevenes ideer på i sin kommunikasjon med elevene.

Forklare en medelevs forklaring og arbeid

En måte som læreren anvender elevene i undervisningstimen kan illustreres igjennom eksemplet nedenfor. I dette tilfellet arbeidet elevene med de individuelle tavlene med en oppgave knyttet til overflateareal.

355. Lærer: Ok. Hvor stort areal har de andre flatene i esken?
(Elevene rekker opp hendene)
Olivia, hvordan fant du ut det her? Kan du gå opp å forklare?
356. Elev (Olivia): Jeg tok to ganger tre, to ganger. (Peker på figuren). Fordi det er to sånne der.
357. Lærer: To ganger tre ja, to ganger. ... Nå vil jeg at alle skal følge med på Olivia jeg, og det gjør ikke alle nå. Si det igjen du Olivia, det du sa først.
358. Elev (Olivia): Først tok jeg to ganger tre, to ganger. Fordi det er to her. Så tok jeg tre ganger åtte, fordi det er tre oppover og åtte bortover. Så ganga jeg det med to, siden det er to av dem. Så tok jeg og plusset svaret på gangestykket der med det andre gangestykket.
359. Lærer: Ja. Kan noen forklare hva Olivia forklarte? Nå fulgte alle godt med også. Erik, værsegod.
360. Elev (Erik): Skal jeg gå opp?
361. Lærer: Ja, du kan gå opp du også.
362. Elev (Erik): Først så tok ho to ganger tre her, og så tok ho det på den andre siden også. Så tok ho tre ganger åtte her, og der, fordi de er like store.

Som fremhevet i analysens kapittel 4.2.2, kan vi i linje 355 se hvordan læreren bruker de individuelle tavlene på en måte hvor han ber eleven (Olivia) forklare det hun har gjort på tavlen sin. Det interessante i dette samtaleutdraget er hvordan læreren bygger videre på Olivia sin forklaring, slik han gjør i linje 359, hvor han ber en medelev forklare det Olivia nettopp forklarte. Slik samtalen utvikler seg, forklarer Erik, i linje 358, med egne ord forklaringen til Olivia. Hans forklaring er noe kortere enn Olivia sin, men han klarer likevel å gjenfortelle det hun sa. Ved at læreren ber Erik forklare Olivia sin forklaring blir forklaringen repetert høyt to ganger foran hele klassen. Elevene som er tilstede i klasserommet vil dermed få mer tid til å fordøye forklaringen som blir presentert. Grepet læreren benytter seg av i dette eksemplet kan knyttes til det samtalegrepet Chapin et al. (2009) omtaler som *gjenta.* De påpeker hvordan grepet får elever til å arbeide med medelevers ideer og begrunnelser, og å ta et aktivt standpunkt til medelevers tenkning. Forklaringen til Olivia blir først presentert av henne og deretter en gang til, dermed blir forklaringen presentert to ganger på litt forskjellige måter. Chapin et al. (2009) fremhever viktigheten bak å høre, forstå og arbeide med en idé flere ganger. De elevene som er direkte involvert (Olivia og Erik), blir begge utfordret til å sette ord på matematikken de selv eller medeleven har gjort. Når det gjelder Olivia og hennes forklaring som læreren først tok utgangspunkt i, vil det at hennes forklaring blir brukt videre og forklart av en medelev, kunne ha en styrkende verdi. Ettersom hennes forklaring blir først akseptert og at læreren oppfordrer til deling, vil dermed kunne være en sosiomatematisk norm. At hennes bidrag føles som noe viktig og interessant da det blir delt med resten av klassen, vil være av stor verdi for vilje til å presentere noe annet i senere tid og dermed hennes læring (Yackel & Cobb, 1996). Videre påpeker Yackel og Cobb (1996) hvordan det at elever forsøker å forstå medelevers forklaring og sammenligner sine løsningsstrategier med andre, har mulighet for læring. Dermed kan Erik sitt arbeid i dette eksemplet være læringsfremmende for han. Tilfellet blir et eksempel på hvordan læreren anvender elevene på en måte hvor de blir utfordret til å forklare en medelevs forklaring.

Et annet tilfelle hvor læreren ber elevene forklare en medelevs arbeid kan eksemplifiseres gjennom denne situasjonen. Den utspiller seg i tilknytning til powerpointpresentasjonen læreren brukte denne undervisningsøkten. Innholdet var basert på elevenes hjemmelekse, hvor de skulle definere og forklare ulike matematiske begreper og figurer. Disse forklaringene hadde læreren gått igjennom i forkant av undervisningsøkten og plukket ut de han mente var interessante å se nærmere på.

418. Lærer: Volumet ja, helt riktig. Så var det Siri som hadde en veldig god forklaring. "Volum er det som figuren rommer". Hva betyr alt det som figuren rommer?
(Elevene rekker opp hendene)
Mia?
419. Elev (Mia): Det som er inne i figuren.
420. Lærer: Det som er inne i figuren ja. Veldig bra Mia.

Læreren leser opp Siri sin forklaring av volum som står skrevet på powerpointpresentasjonen. Slik vi ser i linje 418, stiller han elevene et spørsmål ut ifra forklaringen til Siri. For å kunne svare på lærerens spørsmål blir elevene nødt til å sette seg inn i Siri sin forklaring og danne sin egen tolkning av hva hun mener med at volum er det som figuren rommer. Slik vi ser samtalen utvikle seg, beskriver Mia volum, men på en annen måte enn hvordan Siri forklarte volum. Dette tyder på at Mia bruker sitt eget språk når hun forklarer hva Siri mente. I likhet med eksemplet ovenfor, vil dette kunne knyttes til grepet *gjenta*, da en elev gjentar med egne ord hva en annen medelev har sagt (Chapin et al., 2009).

Eksemplene skiller seg fra hverandre ved at elevene skal greie ut om en forklaring som ble presentert i klasserommet og de skal forklare noe som en elev har skrevet tidligere. Uavhengig hva slags type arbeid elevene skal forklare, viser begge eksemplene hvordan læreren ber elevene om å forklare en medelevs arbeid. Det å forklare en medelevs arbeid vil ifølge Chapin et al. (2009) kunne føre til at elever orienterer seg til det medelever presenterer ved at de arbeider med andres ideer og bruker sine egne ord til å forklare og dermed tar et aktivt standpunkt til medelevers tenkning.

Utdyping av elevers bidrag

Det neste eksemplet viser hvordan forklaringene Erik og Olivia kom med i forrige eksempel, blir brukt videre i undervisningen.

302. Lærer: Hvordan visste Erik og Olivia at det var like mange på begge sidene?
(Elevene rekker opp hendene)
Mia?
303. Elev (Mia): Fordi det var like store sider på boksen.
304. Lærer: Ja, fordi det var like store sider på boksen, riktig. Hva slags tredimensjonal figur er det her da? Dere var enige om at det er en tredimensjonal figur, men hvilken?

Til forskjell fra hvordan en elev ble bedt om å forklare en medelevs forklaring slik vist i de to forrige eksemplene, er det i dette eksemplet fokus på at elevene skal utdype forklaringen og ikke bare forklare den en gang til. Det interessante her er hvordan læreren i linje 363, utfordrer de andre elevene ved at han stiller spørsmål til det Erik og Olivia nettopp forklarte. Han stiller spørsmål av typen ”hvordan kunne de vite at...?” og får på denne måten de andre elevene til å resonnere rundt forklaringen som nettopp ble presentert. Han bygger dermed videre på de to forklaringene, for å kunne poengtere at det var like store sider på boksen. Samtaleutdraget blir et eksempel på hvordan læreren bygger videre på elevenes ideer ved å få medelever til å utdype disse ideene. Ved at læreren stiller spørsmål og får medelever til å utdype ideene, ser vi her at læreren får muligheten til å styre samtalen dit han vil og poengtere det han mener er av betydning. Å bruke elever til å utdype medelevers forklaringer kan knyttes til Chapin et al. (2009) sitt grep *hva tenker du om det?*. De påpeker hvordan grepet kanskje er et av de mektigste verktøyene for å fokusere deres oppmerksomhet på medelevers ideer.

Tilføye

En annen måte læreren bruker elevene i undervisningsøkten kan ses gjennom dette eksemplet. Samtalen utspiller seg ved at elevene skal forklare hvorfor figurene vist på Smartboarden kan kalles tredimensjonale figurer.

302. Elev (Erik): At de har rom i seg.
303. Lærer: At de har rom i seg ja, veldig bra. Andre forslag? Hvordan vet vi at det her er tredimensjonale figurer?
(Elevene rekker opp hendene)
Birgit?
304. Elev (Birgit): Ehm. De er ikke flate.
305. Lærer: De er ikke flate. Mia?
306. Elev (Mia): De har tre dimensjoner.

307. Lærer: De har tre dimensjoner. Veldig mye bra. Hanne, ville du også si noe?
308. Elev (Hanne): De viser flere sider, ikke bare en.
309. Lærer: De viser flere sider ja.

I linje 302 kommer Erik med en forklaring som beskriver hvordan han ser på tredimensjonale figurer. Læreren bekrefter Erik sin forklaring før han ber om forslag fra de andre elevene tilstede i klasserommet, noe som bidrar til at Mia kommer med en forklaring. I linje 307 spør han om Hanne også ville si noe. I dette samtaleutdraget får læreren frem tre ulike forklaringer av volumbegrepet, og det får han etter å ha stilt spørsmålene ”Andre forslag?” Hvordan vet vi at det her er tredimensjonale figurer?” og ”ville du også si noe?”. Spørsmålene kan ses på som typen ”har noen noe de vil føye til?”, med andre ord oppfordrer læreren elevene til å tilføye noe til samtalen. Slik vi ser samtalen utvikle seg her, bidrar denne tilføying til at flere gode forklaringer av volumbegrepet kommer frem. Slik eksemplet viser kan læreren få elevene til å dele side ideer, her forklaringer, ved å be de om å tilføye. Chapin et al. (2009) omtaler *tilføye* som et grep mot produktive matematikksamtaler. De beskriver grepet som det å spørre elever om de har noe å tilføye til det en medelev nettopp har sagt, og utdyper hvordan dette kan få elever engasjert i andres tankegang og resonnering, samtidig som man som lærer vil åpne opp for at flere bidrar i samtalen.

Et annet eksempel hvor læreren bruker tilføying kan ses i dette eksemplet. Samtaleutdraget er hentet fra en situasjon hvor elevene har regnet ut arealet til en rettvinklet trekant på tavlene sine og læreren vil her at de skal forklare hva de har gjort.

174. Lærer: Olivia?
175. Elev (Olivia): Jeg tok og ganga 5 cm med 8 cm.
176. Lærer: (Skriver på tavla) 5 ganger 8.
177. Elev (Olivia): Som ble 40.
178. Lærer: Som ble 40.
179. Elev (Olivia): Og så tok jeg halvparten av 40.
180. Lærer: Også tok du halvparten av 40. Hva gjorde du da?
181. Elev (Olivia): 40 minus 20.
182. Lærer: 40 minus 20. Og det var 20. Sånn fant Oda det ut. Var det noen andre som gjorde det på en annen måte for å finne arealet? Eller som gjorde det på en lik måte, men som skrevd et annerledes? (Elevene rekker opp hendene)
183. Lærer: Hans?
184. Elev (Hans): Jeg tok 5 ganger 8 og delte det på 2.
185. Lærer: Du tok 5 ganger 8 og delte det på 2. (Skriver opp på Smartboarden ved siden av Olivia sitt stykke) Hva må vi ha med i regnestykket her for at vi skal passe på at vi ikke bare deler 8 på 2?
186. Elev (Hans): Parentes.
187. Lærer: Parentes. Og da fikk du?
188. Elev (Hans): 20
189. Lærer: 20. Så så jeg at du hadde tegnet opp en fin figur også. Kan du vise den? på tavla?

Slik eksemplet viser gjør Olivia først rede for hvordan hun løste oppgaven ved hjelp fra spørsmål stilt av læreren. Linje 182 viser hvordan læreren bekrefter svaret hennes, før han ønsker at flere elever skal dele arbeidet sitt. Ved at han spør etter utregninger gjort på en annen måte, eller lik måte, men som er skrevet annerledes, inviterer han flere elever til å dele sin utregning. Samtidig stiller han ingen krav til hvordan de har løst oppgaven. Spørsmålet læreren stiller i linje 182, bidrar til at Hans presenterer sin utregning for de andre elevene. Utregningen er litt annerledes, og læreren får frem nok en fremgangsmetode, og viser dermed at det er mulig å løse en oppgave på ulike måter. Ved at læreren spør om noen har gjort det på en annen måte, oppfordrer han til at de skal dele dette med resten av klassen (Chapin et al., 2009). På denne måten ber han eleven om å tilføye samtalen noe. Samtaleutdraget blir dermed nok et eksempel på hvordan læreren motiverer elevene til å tilføye noe til samtalen. Til forskjell fra forrige eksempel hvor han ønsket flere gode forklaringer, vil han i dette tilfellet ha frem flere fremgangsmåter. Selv om bakgrunnen for å bruke tilføying er forskjellig i de to eksemplene, er utgangspunktet likt da læreren ønsker at elevene skal tilføye samtalen noe ved å bidra med sine ideer.

Situasjonene vist ovenfor er alle eksempler på hvordan læreren bruker elevenes ideer undervisningen. Det ble naturlig å dele de ulike måtene inn i tre underkategorier, henholdsvis å forklare en medelevs forklaring/arbeid, utdyping av elevers bidrag og å tilføye. De tre underkategoriene handler alle om hvordan læreren tar i bruk elevenes ideer, matematisk arbeid og bidrag videre i undervisningen. Eksemplene viser dermed hvordan læreren bruker elevenes ideer som en ressurs i klasserommet, og slik kan man se hvordan han spiller på mangfoldet av forklaringer og matematisk arbeid som han har tilgjengelig. Alle eksemplene kunne også knyttes til ulike grep Chapin et al. (2009) hevder vil kunne gjøre samtalen med elevene mer produktiv.

Hvordan læreren bruker elevene i undervisningen skiller seg fra de to andre delkapitlene. I kapittel 4.4.1 og 4.4.2 tar læreren først og fremst for seg enkeltelever og hvordan han kan hente frem ideer hos elevene samt gi respons deretter. Dette kapitlet baserer seg på hvordan læreren bruker elevene som ressurser til å hente frem ideer og gi respons, ved at han først og fremst bruker elevene til å hente frem informasjon, tenkemåter og ideer. Han bruker også elevene til å gi respons da han ber de gjenta medelevenes bidrag, forklare deres ideer og å tilføye.

4.4.4. Presse for informasjon

Ut i fra eksemplene der læreren henter frem ideer hos elevene, ser man en tendens til at læreren presser elevene for informasjon. Med å presse, mener jeg at han ikke gir seg før han har fått den informasjonen har er på utkikk etter. Både ved å be om forslag, be om tenkemåte og utfordre, stiller han spørsmål til elevene som gjør at de hele tiden må svare. Han stiller korte og konsise spørsmål og i begynnelsen av hver oppgave eller samtaletema bli først hva-, hvilke-, deretter hvordan- og hvorfor spørsmål stilt. Jeg ser det derfor av betydning å legge frem måten læreren presser for informasjon på, som et eget delkapittel i denne analysen. Situasjonen oppstår etter at elevene har arbeidet med å finne volumet av et prisme på de individuelle tavlene deres.

538. Lærer: (...) Hva måtte vi gjøre her for å finne volumet av prismet?
(Elevene rekker opp hendene)
Hans?
539. Elev (Hans): Jeg tok 15 ganger 6.
540. Lærer: Hvorfor tok du 15 ganger 6?
541. Elev (Hans): Fordi da fant jeg grunnflata.
542. Lærer: For da fant du grunnflata ja. Og hva var grunnflata? Hvor stor var grunnflata?
543. Elev (Hans): 90 kvadratcentimeter
544. Lærer: Ja, da ble det kvadratcentimeter. For da fant vi grunnflata. Hva må vi gjøre videre, Hans?
545. Elev (Håkon): Vi må gange det svaret med 4.
546. Lærer: Ja. Videre må vi ta grunnflata gange høyden, og da fant man volumet. Var det flere som gjorde det på den måten Hans gjorde det? ... Var det noen som gjorde det på en annen måte?
(Elevene rekker opp hendene)
Merete?
547. Elev (Merete): Jeg tok først 15 ganger 4 som blir 60. Så tok jeg 60 ganger 6.
548. Lærer: Ja. Så du tok lengden ganger høyden først, så etterpå ganget du med høyde. Ja, flott. ... Birgit?
549. Elev (Birgit): Jeg tok først 4 ganger 6, som blir 24, så ganger 15. Så tok jeg 20 ganger 10..
550. Lærer: Da må vi nesten vise de andre også. For i regnestykket til Birgit tok hun først 4 ganger 6. Så hun tok høyden ganger bredden, som ble 24. Og så tok du ganger 15, som er lengden. Da fikk hun to tosifrede tall (24 og 14), så da måtte hun regne ut det sånn som hun har gjort her.
551. Elev (Birgit): 20 ganger 10 som er 200. 20 ganger 5 som er 100. 4 ganger 10 som er 40 og 4 ganger 5, som er 20. Er lik 360.
552. Lærer: Ja, og da fikk du at figuren var 360 kubikkcentimeter. Bra. Da skal vi over på en litt annen figur.

Læreren begynner med å stille et nokså åpent spørsmål, i form av at han ikke legger noen føringer for hvilken fremgangsmåte eller strategi elevene brukte for å løse oppgaven. Da Hans svarer med å kun presentere regneoperasjonen (i linje 539), stiller læreren flere spørsmål for å få frem både hvorfor Hans har valgt å gjøre sånn, hva svaret ble og hva man må gjøre videre. På denne måten får læreren frem mer informasjon enn det Hans ville fortelle i begynnelsen. Læreren presser dermed Hans for informasjon, og det ved å stille korte og enkle spørsmål (hva? hvorfor? veien videre?). I linje 546 ser vi at læreren benytter seg av begrepet å tilføye, slik det er vist eksempler av tidligere. Det fører til at både Merete og Birgit får presentert også sine løsningsmetoder, som han deretter bekrefter. Læreren sier seg dermed ikke fornøyd med kun en fremgangsmåte. Eksemplet viser hvordan læreren får frem tre ulike fremgangsmåter med et åpent spørsmål som utgangspunkt. Han gir seg ikke når han har fått et svar, men er ute etter både begrunnelser og andre strategier, noe han også får. Slik kan man se at læreren presser for informasjon. Chapin et al. (2009) beskriver grepet *presse for resonnering* som et grep hvor elevene forklarer sin egen tankemåte og bli oppmuntret til å gå dypere inn i forklaringene. Da elevene i dette eksemplet blir oppmuntret gjennom spørsmål til å dele sine tanker og strategier, kan eksemplet fungere som et eksempel på *presse for resonnering*. Som et resultat kan elevene etterhvert bli flinkere til å dele tanker og strategier uten oppmuntring/press fra læreren (Chapin et al., 2009). I likhet med Chapin et al. (2009) påpeker Yackel og Cobb (1996) hvordan elever som opplever at deres strategier blir vektlagt, vil fortsette å presentere sine ideer, og dermed fungere som en sosiomatematisk norm.

4.4.5. Interessante trekk ved klasseromsdiskursen

Læreren benytter seg av grep som kan plasseres i fire større grupper: hente frem ideer, respondere på elevers svar og forslag, bruken av elevenes ideer i undervisning og presse for informasjon. Analysen av klasseromdiskursen og de fire gruppene belyser noen interessante trekk ved lærerens kommunikasjon med elevene, som jeg seg meg nødt til å fremheve.

Sammenheng mellom de fire gruppene kan beskrives ved at læreren først henter frem ideer (ber om forslag, ber om tenkemåte og utfordrer), deretter godkjenner han dem ved gjentakelse (videre deling), så skal elevene selv forklare dem eller så skal de forklare medelevers løsningsstrategier. Når det gjelder å presse for informasjon, er det noe læreren gjør gjennomgående i samtalen. Det virker som at han har en klar mening om hva han ønsker at elevene skal komme frem til, og at det er grunnlaget for hvordan samtalen utvikler seg videre. Eksemplene fra analysen viser tendens til hvordan han først henter frem/presser frem informasjon, bekrefter denne informasjonen med gjentakelse og så presser han igjen ved å bruke elevenes bidrag for å få frem informasjonen enda tydeligere, eller bekrefte/poengtere noe han vil frem til. Presse for informasjon er altså noe som gjenspeiler seg i de tre andre gruppene. Av den grunn kan man se presse for informasjon som en overordna gruppe hvor de tre andre gruppene representerer ulike måter læreren presser for informasjon. Tabell 3 gir en oversikt over forholdet mellom de fire gruppene.

Lærerens klasseromsdiskurs		
Presse for informasjon		
Hente frem ideer?	**Hvordan responderer læreren?**	**Bruken av elevers ideer**
Be om forslag	Bekreftelse/ros	Forklare en medelevers forklaring
Be om tenkemåte	Bekreftelse med deling	Medelever utdyper andres forklaring
Utfordre	Bekreftelse med presisering	Tilføye
	Gjentakelse	
	Gjentakelse med begrepsendring	

Tabell 3: Oversikt over lærerens klasseromsdiskurs

Generelt er samtalene læreren har med klassen preget av mye snakk fra hans side. Samtidig ser vi også hvordan mange elever som er inkludert i et samtaleutdrag og hvordan læreren henter frem mye informasjon fra forskjellige elever. Analysen av hvordan læreren responderer til elevene sine, viser hvordan læreren har fokus på å dele elevenes forklaringer og svar med resten av klassen. Som for eksempel ved bruk av gjentakelse eller gjentakelse med begrepsendring. Man kan dermed se lærerens fokus på at elevenes bidrag skal bli sett, verdsatt og delt med resten av klassen. Når det gjelder hvordan læreren bruker elevenes bidrag i klasserommet, ser vi at det gjøres på flere ulike måter. Datamaterialet viser en tendens til at læreren bruker bidragene ofte i undervisningen. Presse for informasjon er som nevnt noe læreren gjør gjennomgående i samtalene. Både måten han henter ideer, responderer på, bruker elevene aktivt i undervisningen og hvordan han overordnet presser for informasjon, kan indikere at han er bevist på den ressursen han har i elevmangfoldet og går aktivt inn for å benytte seg av denne.

I hver av de fire gruppene ser vi at læreren benytter seg av ulike grep som kan knyttes til produktive matematikksamtaler. Samtidig viser kategoriene hvordan sosiale normer og sosiomatematiske normer er tilstede i klasserommet. Det er når læreren henter frem ideer hos elevene at vi ser eksempel på sosiale normer, ved at elevene etter hvert kan dele tenkemåter uoppfordret fra læreren. Ved at læreren responderer på og bekrefter elevenes ideer, og har fokus på å dele med resten av klassen, kommer de sosiomatematiske normene. Analysen av hvordan han responderer på elevenes bidrag viser at det er her elevenes forklaringer blir akseptert eller ikke, og vil dermed gi en konsekvens for elevenes videre deling av forklaringer. De sosiomatematiske normene er også fremtredende i måten læreren presser for informasjon, ved at det over tid vil kunne bli skapt en forventning om at de skal dele mer og at de dermed blir flinkere til å dele uten oppmuntring fra læreren.

5.0. Drøfting

Med utgangspunkt i Cobb (2000) sine fire aspekter (verktøy, struktur, oppgaver og klasseromsdiskurs), er det i analysen blitt eksemplifisert interessante trekk ved lærerens praksis som er med å prege klasseromssamtalen. I dette kapitlet ønsker jeg å gjøre rede for de funnene jeg mener er mest relevante i hvert aspekt, før jeg gjør rede for større funn som går på tvers av de ulike aspektene. I studiens teorikapittel ble samtaler av høy kvalitet beskrevet. Gjennomgående vil jeg derfor drøfte funnene oppimot teori knyttet til samtaler av høy kvalitet for å kunne danne et grunnlag for å svare på studiens forskningsspørsmål.

5.1. Funn knyttet til de fire aspektene

5.1.1. Verktøy

Det mest interessante funnet knyttet til verktøy var læreren sin bruk av individuelle tavler. Det ble avdekket hvordan læreren anvender tavlene for å gi elevene matematiske oppgaver (tidskrevende og direkte bruk av tavler). Etter at arbeidet var gjort, ble det vist hvordan læreren kunne forklare en elevs arbeid, men også hvordan han ba elevene selv forklare arbeidet sitt eller en medelevs arbeid. Å be elever forklare et medelevers arbeid, kan ifølge Chapin et al. (2009) ses på som samtalegrepet *å repetere*. Grepet vil kunne føre til at elevene må arbeide med andre medelevers ideer og begrunnelser og dermed aktivt må ta et standpunkt til andres tenking. Å forklare sitt eget arbeid kan knyttes til grepet *presse for resonnering*. Chapin et al. (2009) påpeker hvordan grepet kan gi elevene øving i å forklare sin egen tankemåte ved gå dypere inn i forklaringene og dermed vil kunne engasjere deres intellektuelle aktivitet.

Analysen viste to synlige effekter som bruken av tavlene medførte, henholdsvis tid og tilgang. Elevene fikk tid til å tenke og resonnere før de måtte avgi svar, og de fikk enklere tilgang til medelevers arbeid. Det at læreren gir elevene tid til å arbeide, kan knyttes til Chapin et al. (2009) sitt samtalegrep, *å vente.* Læreren sørger dermed for å gi elevene muligheten til å tenke og reflektere, noe som, ifølge Lee (2006), vil øke muligheten til klasseromsamtale, som igjen vil kunne føre til muligheter for læring (Hiebert & Grouws, 2007). Elevene får mer tilgang i form av at de får mer innsyn i hvordan medelevene har løst oppgavene eller definert et begrep. Hadde de ikke hatt tilgang på tavlene, ville ikke elevene kunne delt arbeidet like enkelt og synlig for hverandre.

Læreren fikk mer også tid og tilgang. Han fikk mer tid ved at elevene satt og arbeidet på tavlene sine, og tilgang fikk han gjennom å gå rundt og observere mens de arbeidet. Læreren får dermed mulighet til det Smith og Stein (2011) omtaler som *å overvåke*. Det fører til at han får innsyn i elevenes forståelse av det de arbeidet med på tavlen der og da. Dermed kunne han enkelt få informasjon over hvilke elever som hadde forstått og hvilke elever som syntes oppgaven var vanskelig. I følge Smith og Stein (2011) vil *å overvåke* kunne danne grunnlag for hvordan undervisningen kan utvikle seg videre, ved at tilgangen til elevenes arbeid gir læreren en mulighet til å bygge videre på elevarbeidet. Han kan velge ut de elevarbeidene han anser av verdi, slik Smith og Stein (2011) omtaler som *å velge ut*, og han kan deretter velge rekkefølgen (*å velge rekkefølge)* på hvordan elevbidragene skal legges frem. Som følge av de to synlige effektene, tid og tilgang, får læreren mulighet til å gjennomføre både *overføring*, *velge ut* og *velge rekkefølge*, og han vil kunne støtte elevene i matematisk arbeid og diskusjon (Smith & Stein, 2011).

5.1.2. Struktur

Det var tre sentrale funn knyttet til struktur: organisering, tid til samtale og bruk av læringspartner. Det første funnet handlet om organisering. Læreren organiserte elevene i en såkalt lyttekrok, ved at elevene satt på krakker i en hestesko samlet rundt Smartboarden. Sett ut i fra Lee (2006) vil organiseringen av elevene i klasserommet kunne øke sjansen for samtale. Hun foreslår at læreren kan plassere elevene samlet foran en tavle, for å få muligheten til å se og høre hverandre. I denne studien gjorde læreren akkurat slik Lee (2006) foreslår. Elevene vil dermed enklere kunne se og høre hverandre, samt få tilgang til hverandres arbeid, som ifølge Lee (2006) vil få elevene til å bli en naturlig del av samtalen.

Det andre funnet var tiden brukt til samtale. I hver undervisningsøkt ble det brukt cirka 60 minutter i lyttekroken. Analysen viser hvordan samtalen var aktiv, ved at det ikke var kun samtale mellom lærer og elevene, men at elevene arbeidet jevnlig med korte oppgaver, begreper og matematiske ideer i læringspartnerparene og med individuelle tavler. At læreren velger å disponere relativt mye tid til samtale i klasserommet, kan være en indikasjon på hans fokus knyttet til at samtale bør være en stor del av matematikkundervisningen. Om lærerens fokus på samtale er noe som preger matematikkundervisningen i stor grad og over lengre tid, kan det bidra til å signalisere en forventning overfor elevene og en regularitet i adferd (Wood, 1998). Det at elevene er innforståtte med forventingen om at de skal bidra i samtalen når de sitter i lyttekroken, kan i følge Yackel og Cobb (1996) være en sosial norm. De matematiske bidragene de presenterer, vil kunne ses på som sosiomatematiske normer i klasserommet. Både de sosiale og sosiomatematiske normene vil i følge Yackel og Cobb (1996) kunne påvirke elevenes muligheter for læring ved at elever vil kunne fortsette å presentere ulike forklaringer når de opplever at løsningene blir vektlagt og sett på som gyldige.

Det tredje funnet, læringspartner, var noe som læreren benyttet seg av hyppig. Det fungerer ved at læreren ber elevene diskutere matematikk i forhåndsbestemte elevpar. Analysen avdekket tre konkrete tilfeller hvor læreren valgte å benytte seg av læringspartner (innledningsvis, knyttet til matematiske oppgaver og begrep, diskusjon av løsningsstrategier). Chapin et al. (2009); Lee (2006) påpeker viktigheten av at elever får muligheten til å drøfte ideer og tanker med en medelev, for å øke sjansen for klasseromsamtale. Elevene får muligheten til å uttrykke og begrunne deres matematiske arbeid til medelever, noe som vil kunne skape hyppigere muligheter for at de kan reflektere rundt deres egen forståelse og begrunnelse (Wood, 1998). Slik påpeker Chapin et al. (2009); Lee (2006); Wood (1998) betydningen av det å kunne samtale med en medelev før det deles med resten av klassen. Det de ikke sier noe om, er hvordan og i hvilke situasjoner læringspartner kan bli brukt. Min studie har bidratt til å avdekke konkrete måter en lærer kan bruke ressursen på, både før og etter elevene har arbeidet med matematiske oppgaver. Slik skiller min forskning seg fra de overnevntes forskning knyttet til læringspartner.

5.1.3. Oppgaver brukt i undervisningen

Et sentralt funn knyttet til oppgavene brukt i undervisningen var hvordan elevenes initiativ øker i sammenheng med lærerens press for informasjon. Til forskjell fra hvordan Van Hiele (1986) påpeker at instruksjonsfasene kan anvendes når en lærer skal tilrettelegge for progresjon innenfor tankenivåene, ble fasene i denne studien anvendt til å sammenbinde det matematiske innholdet i lærerens undervisning og hans måte å kommunisere med elevene. Instruksjonsfasene avslørte hvordan læreren presser for å få frem informasjon i de tre første fasene, før det avtar mer og mer i de to neste fasene, og hvordan elevene etterhvert begynner å ta mer og mer initiativ og får frem informasjon på egenhånd ettersom de gjennomgår flere faser.

Yackel og Cobb (1996) fremhever hvordan forståelsen av at elever i et klasserom er forventet å forklare sine løsninger og tenkemåter, kan være en sosial norm. Det at læreren presser elevene til å forklare hvordan og hvorfor gjennomgående i samtalen, kan ut i fra Yackel og

Cobb (1996) være med på å danne en sosial norm, da elevene etterhvert forstår at de er forventet til å presentere en forklaring og ikke kun et svar. Videre påpeker Yackel og Cobb (1996) at om elever opplever at deres løsninger blir vektlagt og sett på som gyldige, vil de fortsette å presentere ulike forklaringer. Slik at om elevene opplever at deres løsninger blir anerkjent under klasseromssamtalen, vil de fortsette å presentere ulike forklaringer, og kan dermed være en mulig forklaring på hvorfor elevenes initiativ øker ettersom de gjennomgår flere av instruksjonsfasene. Men elevenes initiativ forsetter å øke selv etter at læreren slutter å presse. Spørsmålet videre blir hvorfor? Ifølge Yackel og Cobb (1996) vil bekreftelsen elevene fikk på deres forklaringer i de tidligere fasene, kunne føre til at elevene vil fortsette å presentere forklaringer. I likhet Yackel og Cobb (1996) påpeker Chapin et al. (2009) at ettersom elevene er vant med en type resonnering, vil de bli flinkere til å gjøre dette også ute oppmuntring fra læreren. På denne måten kan lærerens press for informasjon i de tidligere instruksjonsfasene ha ført til at det kan ha blitt dannet sosiale og sosiomatematiske normer i klasserommet, eller skjulte dimensjoner ifølge Bauersfeld (1980), som bidrar til at elevene vil fortsette å ta initiativ (presentere ulike forklaringer), selv om læreren ikke lenger presser for informasjon.

Det må påpekes at denne studien ikke er en studie av geometri, men en studie av en lærers praksis. Det mest interessante som kom frem gjennom aspektet oppgavene, er dermed ikke rent geometrispesifikt. Likevel kan man ikke forstå en matematikkundervisning uten å se på det matematiske innholdet, og geometri som tema må dermed omtales. I studien er det dermed blitt sett på mer emneuavhengige grep, da analysen avslørte mer interessante emneuavhengige tema som struktur, verktøy og diskurs enn det geometrispesifikke temaet.

5.1.4. Klasseromsdiskurs

Det var tre sentrale funn knyttet til klasseromsdiskursen: lærerens måter å hente frem ideer på, hvordan han responderer og hvordan han bruker elevenes ideer i undervisningen. Hvordan læreren presser for informasjon kom også frem her, men vil bli drøftet senere i kapitlet.

Det første funnet handlet om hvordan læreren hentet frem ideer. Analysen avdekket tre måter han gjorde dette på: å be om forslag, be om tenkemåte og å utfordre. Ved å benytte seg av disse metodene fikk han frem informasjon, forklaringer og ulike tenkemåter hos elevene. Elevene må dermed kommunisere sine egne ideer og gjøre dem offentlig for klassen. Smith og Stein (2011) påpeker hvordan det at elever må kommunisere egne ideer foran medelever vil kunne føre til at elevene kan bli guidet i matematiske retninger, samtidig som at de får muligheten til å evaluere sin egen matematiske idé. Ved at elevene deler deres matematiske tenkning med klassen, vil også læreren få tilgang til elevenes tenkning, og i henhold til Smith og Stein (2011) vil han kunne guide de i ulike matematiske retninger. Chapin et al. (2009) vektlegger viktigheten av å hjelpe elever å klargjøre og til å bli bedre til å forklare det de tenker. Dette gjør læreren gjennom å be om forslag, be om tenkemåter og utfordre, slik at elevene blir nødt til å forklare. Ifølge Wood (1998) vil læreren gjennom å be de forklare og begrunne deres tenkning til andre, gi dem muligheter til å reflektere rundt deres egen matematisk forståelse og begrunnelse.

Det andre funnet knyttet til klasseromsdiskursen var hvordan læreren responderte på elevenes svar og forslag ved å gi ulike typer bekreftelse. De mest interessante og brukte bekreftelsene var gjentakelse og gjentakelse med begrepsendring. Wiliam (2011) påpeker hvordan respons bør få elever til å tenke og hvordan det å få medelever til å engasjere seg i hverandres tenkning gjør det lettere å forstå ulike læreintensjoner. Gjentakelse og gjentakelse med begrepsendring kan knyttes til samtalebegrepene gjenta (Chapin et al., 2009) og revoicing (O'Connor & Michaels, 1993). Ved at læreren benytter seg av metodene gjentakelse og gjentakelse med begrepsendring deler han automatisk elevenes bidrag med resten av klassen. Noe som vil kunne gi elever mulighet til å engasjere seg i andres tenkning, og i henhold til Wiliam (2011), kunne forstå ulike læreintensjoner.

Det tredje funnet knyttet til klasseromsdiskursen var hvordan læreren brukte elevene sine matematiske ideer. Analysen avdekker tre måter forskjellige måter læreren gjør dette på: be elevene til å forklare en medelevs forklaring, be de utdype en medelev sin forklaring og å be de tilføye noe til samtalen. Slik analysen viser skiller de tre måtene seg klart fra hverandre, men det de har til felles er hvordan elevene blir nødt til å sette seg inn i medelevers tenkemåter og løsningsstrategier når læreren bruker en av de tre metodene. Chapin et al. (2009) fremhever viktigheten av å hjelpe elever orientere seg mot andre elevers tenkning, slik at elevene blir ansvarlige i andre medelevers bidrag. Om elevene klarer å bli engasjert i hvordan andre tenker og resonnerer, kan elevene lære av hverandre, og matematikksamtalen vil kunne være mer produktiv.

Analysen viste også en sammenheng mellom de tre funnene. Læreren hentet først frem ideer, deretter ga han respons på disse ideene ved å gjenta elevenes forslag, for så å bruke elevenes ideer videre i undervisningsøkten. Gjennomgående i de tre funnene brukte læreren ulike måter å samtale på som kan knyttes til flere av samtalegrepene beskrevet av Chapin et al. (2009) (*si mer, presse for resonnering, repetere, tilføye, gjenta, hva tenker du om det?*). Samtalegrepene er knyttet til det de omtaler som produktive matematikksamtaler. At lærerens samtale med klassen innehar flere av disse grepene kan tyde på at samtalen bærer preg av produktive matematikksamtaler, som ifølge Chapin et al. (2009) vil være matematikksamtaler av høy kvalitet som kan utvikle elevenes matematiske forståelse.

Da dette er en studie som baserer seg på induktiv metode (Cohen et al., 2011), var det datamaterialet som la føringer for hvilke teorier som kunne brukes. I analysearbeidet kom det frem flere grep som læreren benyttet seg av, som ikke kunne knyttes til samtalegrepene til Chapin et al. (2009). For å kunne beskrive de trekkene som kom frem med teori, ble det derfor også benyttet et element fra IC-modellen til Alrø og Skovsmose (2002) (*å utfordre).* Hvordan de to teoretiske rammeverkene ble brukt i denne studien, skiller seg fra opprinnelig tenkt bruk. Chapin et al. (2009) tar for seg samtalegrep en lærer kan benytte for å skape en mer produktiv matematikksamtale. I denne studien ble samtalegrepene brukt til å se om en lærers samtale med en klasse allerede inneholdt disse samtalegrepene, og dermed kvaliteter knyttet til produktive samtaler. Analysen avdekket at det gjorde den. Samtalen bærer dermed preg av produktive samtaletrekk. Når det gjelder IC-modellen er dette en modell som viser ulike elementer som kan oppstå når elever og lærere arbeider med matematikk igjennom undersøkende matematikksamtaler. Alrø og Skovsmose (2002) bruker ikke IC-modellen til å foreslå konkrete grep som læreren kan benytte seg i klasseromsamtalen, slik Chapin et al. (2009) gjør. Likevel er elementene beskrevet på en måte som gjorde at jeg kunne bruke de til å beskrive et grep (*å utfordre*) som var til stede i samtalen mellom lærer og elev.

5.2. Funn på tvers av de fire aspektene

Det er allerede blitt gjort rede for funn knyttet til hvert av de ulike aspektene. Det ble også gjort funn på tvers av de fire aspektene. Det vil si funn som kan ses gjennom to eller flere aspekt. Tre funn utmerket seg: utgangspunkt for samtale, presse for informasjon og delingsmiljø.

5.2.1. Utgangspunkt for samtale

Et sentralt funn på tvers av aspektene er hvordan verktøy og struktur danner utgangspunkt for samtale i klasserommet. I aspektet struktur, kom betydningen av hvordan læreren strukturerte undervisningen tydelig frem. Tre viktige strukturelle faktorer ble påpekt, henholdsvis strukturering av tid, plassering av elevene og læringspartner. Læreren strukturerte undervisningen slik at hele 60 minutter ble brukt til aktiv samtale, noe som vil kunne gi klassen relativt god tid til å samtale i helklassesituasjon. Lee (2006) påpeker at om elever føler seg som en naturlig del av samtalen og at de får muligheten til å snakke ved at de får tildelt tid til det, vil de kunne føle seg oppmuntret til samtale. Elever som føler seg oppmuntret vil kunne støtte hverandre i hverandres læring, og hvordan læreren strukturerer tiden, vil dermed kunne bidra til elevers læring (Lee, 2006). Når det gjelder plasseringen av elevene i lyttekrok, vil det føre til at de sitter nærmere hverandre. Bruken av læringspartner vil dermed bli lagt til rette for ved at det blir enklere å se, å snakke og å lytte til hverandre, og elevene vil bli en naturlig del av samtalen (Lee, 2006). I følge Hiebert og Grouws (2007) vil hvordan læreren organiserer klasserommet både gjennom hvordan elevene er plassert og strukturen på undervisningen, kunne gi elever muligheter for læring. Både lærerens strukturering av tid, plassering av elevene og bruk læringspartner, vil dermed åpne opp for samtale, og slik Hiebert og Grouws (2007) påpeker, gi muligheter for læring.

Som følge av lærerens strukturering, vil elevene få enklere tilgang til verktøyene, da de vil sitte nærmere Smartboarden og arbeidet gjort på de individuelle tavlene vil lettere kunne bli delt i plenum. Slik det ble eksemplifisert i analysen, var samtalene ofte knyttet til lærerens bruk av Smartboard, tavler eller læringspartner. Læreren hadde en tendens til å stille spørsmål ut i fra arbeid som ble gjort på tavlene, i læringspartnerparene eller til det som ble gjennomgått på Smartboarden. Tendensen kan være en indikasjon på hvordan strukturen, verktøybruken og samtale henger sammen. Da strukturen vil kunne gjøre det enklere for læreren å ta i bruk verktøy, vil læreren naturlig nok kunne bruke verktøyene mer i samtalen med eleven, og det vil dermed kunne oppstå matematiske samtaler. Slik kan man se hvordan struktur og verktøy danner utgangspunkt for samtale.

5.2.2. Presse for informasjon

Et annet funn var hvordan læreren presser for informasjon, og dette kan ses på tvers av samtlige aspekt. Både analysen av oppgavene brukt i undervisningen og klasseromsdiskursen, viser hvordan læreren har en tendens til å stille korte og enkle spørsmål som er bygd på hverandre. Han graver videre ved å spørre om hvordan og hvorfor eleven kan påstå det de gjør, selv om svaret eleven kom med i utgangspunktet var rett. Hvordan læreren presser for informasjon utmerker seg ved at han ikke gir opp elevene og deres kunnskap, istedenfor drar han samtalene ut. Han får ofte enkle og korte svar, men ved at han fortsetter å presse med spørsmål, får han likevel samtalen til å utvikle seg og elevene får sagt mye mer enn det de først svarte på lærerens spørsmål. Analysen viser at når læreren først har hentet frem eller presset frem informasjon, bekrefter han denne informasjonen ved å gjenta det de sier og bruker elevenes forslag videre for å tydeliggjøre og poengtere noe.

Hvordan læreren presser for informasjon i aspektene oppgaver og klasseromsdiskursen, kan ses i lys av Chapin et al. (2009) sitt samtalegrep *å presse for resonnering*. Chapin et al. (2009) påpeker hvordan læreren skal ha fokus på elevenes tekning og hvordan lærerens rolle i produktive matematikksamtaler er å guide elevene aktivt og legge til rette for dem, uten å gi dem et direkte svar. I samsvar med Chapin et al. (2009) har læreren nettopp denne rollen ved at han stiller hvordan og hvorfor spørsmål, i stedet for å kun bekrefte elevenes svar. Elevene blir derfor nødt til å tenke matematisk, utforske selv og diskutere med andre, som er i samsvar med slik Wood (1998) beskriver kommunikasjonsmønsteret *focusing.* Samtidig kan måten læreren først presser frem informasjon på for å senere bruke elevenes bidrag til å tydeliggjøre og poengtere noe, være en måte å guide elevene (Chapin et al., 2009).

Aspektene verktøy og struktur viste ulike måter læreren brukte individuelle tavler og læringspartner på. Selv om tavlene og læringspartner er to forskjellige hjelpemidler, er måten læreren bruker hjelpemidlene på, samsvarende. Analysen av de individuelle tavlene avdekket blant annet en bruk av elevenes tavler etter at det var blitt gjort et matematisk arbeid. Læreren brukte tavlene til å gi utfordringer og å be elevene forklare sitt eget arbeid i tillegg til medelevers arbeid. Læringspartner ble brukt på lignende måte ved at elevene ble bedt om å forklare sitt arbeid til sidemannen, men også å samtale om utfordrende oppgaver. Det at læreren bruker disse hjelpemidlene til å gi utfordringer og få elever til å forklare sine egne og medelevers matematiske arbeid, kan ifølge Chapin et al. (2009) være en måte å presse frem informasjon fra elevene *(presse for resonnering)*. Chapin et al. (2009) påpeker hvordan grepet vil få elevene til å forklare sine tenkemåter og gå dypere inn i forklaringene, noe elevene i denne klassen blir oppmuntret til å gjøre gjennom både arbeid med tavler og læringspartner.

Samtalegrepet *presse for resonnering* vil kunne føre til at elevenes tenkemåter blir offentliggjort for medelevene, men like viktig vil læreren kunne få tilgang til elevenes tenkning (Chapin et al., 2009). Om elevene får til å uttrykke matematikken, som en følge av lærerens press for informasjon, vil læreren kunne få innsyn i hva elevene kan, ulike misforståelser og hvordan best kunne tilrettelegge veien videre (Lee, 2006). I følge Smith og Stein (2011) kan det tilrettelegging av veien videre i matematiske diskusjoner, kunne støtte elevene i matematisk arbeid og diskusjon.

Det er blitt visst hvordan læreren tar mye plass i klasseromssamtalen ved at han ofte presser elevene for informasjon. Av den grunn reiser det seg naturlig nok et spørsmål knyttet til om læreren tar for stor plass i samtalen? Ettersom læreren i stor grad styrer diskursen og stiller de fleste spørsmålene, kan man se ulike trekk fra et såkalt IRE mønster hvor læreren tar initiativ, gir respons og deretter kommer med en vurdering (Franke et al., 2007). Om dette er tilfellet kan samtalemønstret føre til at elevene i klassen tenker og resonnerer på et lavere nivå enn den oppgaven de arbeider med skal tilsvare (Smith & Stein, 2011). Det som skiller seg fra hvordan IRE blir beskrevet er hvordan læreren etter å ha hentet og presset frem informasjon, bruker elevene til å arbeide med informasjonen, før han så bekrefter eller poengterer noe han vil frem til. Slik at selv om læreren preger samtalen i stor grad lar han fortsatt elevene arbeide med informasjonen før han bekrefter den og kommer med riktig svar. Læreren gir verken opp eller ender samtalen om han ikke får et riktig svar fra elevene, noe som strider imot et såkalt IRE-mønster hvor læreren raskt hadde vært ute med å presentere det riktige svaret.

Lærerens måter å presse for informasjon har blitt vist gjennom aspektene struktur, verktøy, oppgavene og klasseromsdiskurs, og kan på bakgrunn av Chapin et al. (2009), kunne knyttes til samtalegrepet *å presse for resonnering.* Lærerens måte å presse for informasjon vil dermed kunne engasjere elevenes intellektuelle aktivitet, tross lærerens relativt store delaktighet i klasseromssamtalen.

5.2.3. Delingsmiljø

Et annet funn som bør få oppmerksomhet er lærerens fokus på det å dele i undervisningsøktene. Dele i form av at matematiske ideer, strategier, forklaringer og forslag i undervisningen enten blir repetert eller tatt opp på nytt etter at de har blitt presentert.

Strukturen legger til rette for deling. Det har blitt påpekt hvordan strukturen på undervisningen, og organisering av elevene, gir mye tid til aktiv samtale i lyttekrok. Når det gjelder deling av informasjon vil lyttekroken naturlig nok gi læreren en større mulighet til å ta i bruk læringspartner enn om elevene hadde sittet lengre fra hverandre. Det vil derfor kunne være enklere å dele matematisk arbeid, da plasseringen gjør at elevene kan se og høre hverandre samtidig som de har tilgang til hverandres arbeid (Lee, 2006). Tiden klassen har til disposisjon gir elevene tid til å dele tankene side med hverandre. Å gi elever tid til å tenke kan ses i lys av Chapin et al. (2009) sitt samtalegrep *å vente*, og vil være viktig for at elevene skal få tid til å se sammenhenger og begrunne strategier. Lee (2006) påpeker også at det å få tid til å samtale med en medelev vil kunne klargjøre elevene til å dele med resten av klassen og dermed øke muligheten for klasseromssamtale. Slik kan man se at hvordan læreren strukturerer undervisningsøkten, legger føringer for hvordan læreren kan få elever til å dele.

Verktøy legger til rette for deling. I aspektet verktøy brukt av læreren, står de individuelle tavlene sentralt. I analysen ble det avdekket hvordan læreren bruker elevenes matematiske arbeid på tavlen til å enten forklare arbeidet til en elev høyt foran klassen, eller å be en elev forklare sitt eller en annen elevs arbeid. Chapin et al. (2009) fremhever betydningen av at å la elever engasjere seg i medelevers arbeid, vil kunne åpne opp for at flere deltar i samtalen. På bakgrunn av Chapin et al. (2009) kan man se hvordan læreren får elevene til å dele det matematiske arbeidet gjennom bruk av verktøy.

Hvordan læreren helt konkret ber om deling kan best ses gjennom klasseromsdiskursen. Læreren benyttet seg mest av gjentakelse og gjentakelse med begrepsendring som metode for å bekrefte elevenes svar og forslag. Det er flere begrep knyttet til det å bekrefte gjennom repetisjon. O'Connor og Michaels (1993) omtaler det som *revoicing,* Chapin et al. (2009) beskriver det igjennom samtalegrepet *å repetere* og Alrø og Skovsmose (2002) påpeker begrepet igjennom sitt element *å reformulere*. Selv om begrepene har flere forskjeller påpeker de alle hvordan grepene vil sørge for deling. At læreren anvender disse grepene så ofte som han gjør i undervisningen sin, viser en interesse for at elevenes bidrag skal bli repetert og hørt nok en gang av medelevene, samtidig som elevenes matematiske tenkning er i fokus.

I delkapitlet om hvordan læreren bruker elevenes forslag, blir tre metoder fremhevet. Læreren oppfordret elevene til å dele igjennom å forklare en medelevs forklaring, be medelever utdyper en elevs forklaring og å be om noen kan tilføye noe mer. Metodene ble som nevnt også brukt i tilknytning til læringspartner og individuelle tavler. De tre metodene kan knyttes til samtaletrekk (*gjenta, hva tenker du om det?, tilføye*) beskrevet av Chapin et al. (2009) som alle tar for seg hvordan de kan få elever til å arbeide med noe som noen nettopp har sagt. I følge Chapin et al. (2009) sørger dermed metodene for at ideer blir delt med resten av klassen, enten om elevene deler sin egen eller en medelevs forklaring/løsningsstrategi.

Tilstedeværelsen av disse samtalegrepene i lærerens undervisning, viser hvordan læreren både får elevenes forslag og svar repetert gjennom måten han bekrefter på, samt hvordan han får medelever til å forklare og arbeide med medelevenes ideer. På denne måten sørger han for at matematikken blir delt.

Om tilfellet er slik at verktøyene og strukturen læreren legger opp til, samt hvordan han ber om deling, er gjengangere i lærerens undervisning også utover perioden jeg som forsker var tilstede, kan disse forventingene kunne ses på som en sosial norm (Yackel & Cobb, 1996), hvor elevene er forventet med å dele med hverandre. Dermed kan lærerens fokus på at elevene skal dele matematisk arbeid bidra til å danne et miljø i klassen, hvor normen er at man skal være åpen mot hverandres arbeid med matematikken.

Lærerens fokus på deling kan ses i lys av Smith og Stein (2011) fem praksiser, hvor grunnideen baserer seg nettopp på å dele matematikken. Ved at elevene deler sitt matematiske arbeid, vil læreren kunne få tilgang til elevenes tenkemåter, som ifølge Smith og Stein (2011) vil kunne hjelpelæreren å tilrettelegge for videre undervisning. Læreren kan bruke de tenkemåtene elevene presenterer på de individuelle tavlene eller i læringspartnerparene til *å velge ut* de tenkemåtene han syntes er hensiktsmessig å bygge videre på. Deretter kan han *velge rekkefølge* for å kunne strukturere samtalen videre. I denne sammenhengen får han også mulighet til å rette elevenes oppmerksomhet mot spesifikke matematiske ideer, såkalt *filtering approach* (Sherin, 2002). Slik analysen viste, anvendte læreren oftest to eller flere løsningsstrategier knyttet til hver oppgave, noe som tyder på at han hadde sett seg ut flere og deretter valgte å gå gjennom flere. Etter å ha valgt rekkefølge får læreren deretter muligheten til *å koble sammen* elevenes tenkemåter (Smith & Stein, 2011). Slik kan delingsmiljøet i klasserommet bidra til at elevene deler sin tenkning (Smith & Stein, 2011), som i følge Chapin et al. (2009) gjør det mulig for læreren å strukturere og lede en god matematisk diskusjon ved å styre elevene i ulike matematiske retninger.

5.3. Interessante funn ved lærerens praksis

Det er blitt påpekt funn knyttet til de fire aspektene i tillegg til tre tversgående funn. Samtlige funn er blitt drøftet og knyttet opp mot samtaler av høy kvalitet, såkalt produktive matematikksamtaler. Funnene tilknyttet de ulike aspektene (verktøy, struktur, oppgaver og klasseromsdiskurs) er alle beskrevet som ulike metoder læreren har benyttet seg av i sin matematikkundervisning, og på bakgrunn av det kan funnene ses på som ulike grep læreren tar i bruk i helklassesamtalen. Tabellen nedenfor viser hvordan de ulike aspektene fungerer som overordnede grep læreren tar i bruk, hvor hver av de overordnede grepene har flere mindre grep som også har blitt beskrevet som studiens funn.

Lærerens grep			
Verktøy	**Struktur**	**Oppgaver**	**Klasseromdiskurs**
Individuelle tavler	Organisering	Presse for informasjon for elevenes initiativ	Hente frem ideer
	Tid til samtale		Respons
	Læringspartner		Bruk av elever

Tabell 4: Lærerens grep

Når det gjelder funnene på tvers av de ulike aspektene (utgangspunkt for samtale, presse for informasjon og delingsmiljø) blir de ikke beskrevet som enkle metoder læreren benytter seg av i klasseromssamtalen. Av den grunn kan de ikke karakteriseres som direkte grep læreren tar i bruk. Likevel kan de kunne ses på som følger av de grepene læreren benytter seg av, da det å anvende grep knyttet til verktøy, struktur, oppgaver og klasseromsdiskurs vil kunne danne utgangspunkt for samtale, hjelpe læreren å presse for informasjon og kunne skape et delingsmiljø i klasserommet.

6.0 Konklusjon

I dette prosjektet ville jeg undersøke følgende forskningsspørsmål: *Hvilke grep tar en flink lærer i bruk for å styrke den matematiske samtalen i klasserommet?* Slik spørsmålet påpeker var formålet med studien å undersøke en flink lærers undervisning for å kunne avdekke ulike styrkende grep læreren benyttet seg av knyttet til matematisk samtale i en helklassesituasjon.

For å kunne svare på forskningsspørsmålet ble arbeidet med å finne en flink lærer igangsatt. Å studere de som lykkes, vil være viktig for å kunne dra nytte av den erfaringen og kunnskapen de sitter inne med som gjør at de faktisk får det til. Det å studere en flink lærer vil dermed være både interessant og lærerikt. Ordet flink var utfordrende da det er vanskelig å måle et slikt begrep. Det var derfor viktig for meg som forsker å selv definere begrepet samt gjøre rede for hvordan læreren ble plukket ut. Etter kontaktsøking på ulike arenaer ble flere interessante kandidater funnet. Læreren ble valgt på bakgrunn av hans omdømme i miljøet han er tilknyttet, samt hans interesse og deltakelse i andre forskningsprosjekter. Deretter ble det gjennomført observasjon av fire etterfølgende undervisningstimer. Datamaterialet ble gjennomgått og analysert basert på Cobb (2000) sine fire aspekter knyttet til matematisk læringsmiljø.

Gjennom studien er det blitt gjort funn både knyttet til hvert aspekt, samt tversgående funn. Det ble gjort et sentralt funn innenfor aspektet verktøy. Dette var hvordan læreren brukte individuelle tavler for å få tid og tilgang. Det ble gjort tre funn innenfor aspektet struktur. Det første handlet om organiseringen av elevene i lyttekrok, det andre handlet om tid til samtale og det tredje handlet om bruken av læringspartner. Tross organisering av elevene i lyttekrok, relativt lang tid til samtale og læringspartner, viste strukturen hvordan undervisningsøktene likevel bar preg av en aktiv samtale ved at elevene ble aktivisert gjennom å løse oppgaver og presentere løsninger. Det ble gjort et sentralt funn innenfor aspektet oppgavene. Det handlet om hvordan elevenes initiativ øker i samspill med lærerens press for informasjon. Det ble gjort tre funn innenfor aspektet klasseromsdiskurs. Det første er hvordan læreren hentet frem ideer, det andre er hvordan læreren gir respons og det tredje er hvordan han bruker elevenes tenkemåter i undervisningen. Sammenhengen mellom de tre kan ses ved at læreren først frem henter ideer, gir respons på ideene før han bruker elevenes ideer videre i undervisningen.

Studien har i tillegg tre tversgående funn. Det første funnet er utgangspunkt for samtale som omhandler hvordan de verktøyene læreren bruker og hvordan han strukturerer undervisningen, danner utgangspunkt for samtale. Det andre funnet er lærerens måte å presse for informasjon, og er knyttet til måten læreren henter informasjon fra elevene. Det tredje funnet er delingsmiljø. Funnet beskriver lærerens gjennomgående fokus på at det matematiske arbeidet elevene gjør, skal bli delt i helklassesituasjon.

Studiens forskningsspørsmål etterspør ulike grep en flink lærer tar i bruk for å styrke den matematiske samtalen i klasserommet. Ved å strukturere analysen i de fire aspektene knyttet til det matematiske læringsmiljøet i klasserommet, ble lærerens kommunikasjon med klassen sett på fra flere perspektiver. Både funnene knyttet til hvert aspekt og de tversgående funnene ble drøftet opp mot produktive matematikksamtaler. De fire aspektene ble deretter beskrevet som fire overordnede grep læreren tar i bruk for å stryke den matematiske samtalen i klasserommet. De tversgående funnene ble beskrevet som følger av de grepene læreren tar i bruk. Slik at ved å se funnene knyttet til hvert aspekt og de tversgående funnene opp mot produktive matematikksamtaler, kan jeg svare på studiens forskningsspørsmål: *Hvilke grep tar en flink lærer i bruk for å styrke den matematiske samtalen i klasserommet?* Denne flinke læreren tar i bruk de overordnede grepene verktøy, struktur, matematiske oppgaver og klasseromsdiskursen for å styrke den matematiske samtalen i klasserommet. Og som poengtert innledningsvis gjennom Doan sitt sitat, det er måten denne læreren tar i bruk disse redskapene på, som gjør han til en god lærer og som dermed styrker den matematiske samtalen.

Slik det ble påpekt i innledningen, har lærere og skolen som organisasjon, en vei å gå når det gjelder deling av kunnskap. Jeg håper at denne studien kan fungere som et lite bidrag i å vise hvilke ressurser vi har i flinke matematikklærere og hvordan lærerstudenter, kollegaer, skolen, og forskningsfeltet i sin helhet, kan dra nytte av den kunnskapen som mange innehar.

6.1. Videre arbeid innenfor forskningsfeltet

Innenfor det matematikkdidaktiske forskningsfeltet oppstår det flere spørsmål etter en slik studie. Det er kun blitt sett på én flink lærer og hans praksis over en periode hvor han underviste med fokus på kun ett matematisk tema. Studien vil dermed ikke kunne si noe om det ville være noen ulikheter knyttet til andre matematiske tema. Likeså vil resultatene fra denne studien kun si noe om denne spesifikke læreren sin praksis. Av den grunn ville det vært interessant å studere et mangfold av flinke lærere for å kanskje kunne avdekke flere aspekter og nyttige grep knyttet til matematiske samtaler i klasserommet. Da ville man kanskje kunne fått frem blant annet hvilke andre verktøy som baner vei for matematiske samtaler i klasserommet. Et av funnene som har blitt poengtert i denne studien var hvordan læreren bidro til å danne et delingsmiljø i klasserommet. Et forskningsprosjekt hvor man kunne gått dypere inn i delingsmiljøet i det matematiske klasserom kunne vært interessant.

Referanseliste

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education : intention, reflection, critique* (B. 29). Dondrecht: Kluwer Academic Publishers

Anchan, J. P. (2015). An Introduction to Democratizing Higher Education. I I. P. Blessing & J. P. Anchan (Red.), *Democratizing Higher Education: International Comparative Perspectives*. New York: Routledge.

Bauersfeld, H. (1980). Hidden Dimensions in the So-Called Reality of a Mathematics Classroom. *Educational Studies in Mathematics, 11*(1), 23-41.

Bergem, O. K. (2016). Vi kan lykkes i realfag – viktige funn fra TIMSS 2015. I O. K. Bergem, H. Kaarstein & T. Nilsen (Red.), *Vi kan lykkes i realfag : resultater og analyser fra TIMSS 2015* (s. 173-177). Oslo: Universitetsforl.

Bjørndal, C. R. P. (2011). *Det vurderende øyet : observasjon, vurdering og utvikling i undervisning og veiledning* (2. utg.). Oslo: Gyldendal akademisk.

Botten, G. (2016). *Matematikk med mening : mening for alle*. Bergen: Caspar forlag.

Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions in math : a teacher's guide for using talk moves to support the common core and more, grades K-6* (3. utg.). Sausalito, Calif: Math Solutions.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.

Clarke, D., Mesiti, C., O'Keefe, C., Xu, L., Jablonka, E., Mok, I., & Shimizu, Y. (2007). Addressing the challenge of legitimate international comparisons of classroom practice. *46*(5), 280-293.

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and Spantial Reasoning. I D. Grouws (Red.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 420-464). Charlotte: Information Age Publishing.

Cobb, P. (2000). The Importance of a Situated View of a Learning to the Design of Research and Instruction. I J. Boaler (Red.), *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning* (s. 45-82). Stamford, CT: Ablex Pub.

Cohen, L., Manion, L., Morrison, K., & Bell, R. C. (2011). *Research methods in education* (7. utg.). London: Routledge.

Filstad, C. (2014, 23.09). Hvordan lykkes med kunnskapsdeling, *Dagens perspektiv*. Hentet fra http://www.dagensperspektiv.no/synspunkt/cathrine-filstad/hvordan-lykkes-med-kunnskapsdeling

Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. I F. K. Lester & M. National Council of Teachers of (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning : Vol. 1* (B. 1, s. 225-256). Charlotte, N.C: Information Age.

Gold, R. (1958). Roles in sociological field observations. *Social forces, 36*(3), 217-223.

Hattie, J. (2009). *Visible learning : a synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London: Routledge.

Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The Power of Feedback. *Review of Educational Research, 77*(1), 81-112. doi: 10.3102/003465430298487

Haugan, I. (2014, 06.02). Selv en lærer trenger et godt lag rundt seg, *forskning.no*. Hentet fra http://forskning.no/ledelse-og-organisasjon-pedagogiske-fag-skole-og-utdanning/2014/02/selv-en-god-laerer-trenger-et

Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students´learning. I F. K. Lester & M. National Council of Teachers of (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning : Vol. 1* (B. 1, s. 371-404). Charlotte, N.C: Information Age.

Kazemi, E., & Hintz, A. (2014). *Intentional talk : how to structure and lead productive mathematical discussions*. Portland, Me: Stenhouse Publishers.
Kvale, S., Brinkmann, S., Anderssen, T. M., & Rygge, J. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju* (2. utg.). Oslo: Gyldendal akademisk.
Lee, C. (2006). *Language for Learning Mathematics : Assessment for Learning in Practice*. Berkshire: Berkshire, GBR: Open University Press.
Maugesten, M., & Mellegård, I. (2016). Videreutdanning og kunnskapsdeling: læreres kunnskapskultur. *Bedre skole*(1), 52-62.
NESH. (2006). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Hentet fra https://www.etikkom.no/globalassets/documents/publikasjoner-som-pdf/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-humaniora-juss-og-teologi-2006.pdf
Nilssen, V. L. (2012). *Analyse i kvalitative studier : den skrivende forskeren*. Oslo: Universitetsforlaget.
O'Connor, M. C., & Michaels, S. (1993). Aligning Academic Task and Participation Status through Revoicing: Analysis of a Classroom Discourse Strategy. *Anthropology and Education Quarterly, 24*(4), 318-335.
Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2011). *Læreren med forskerblikk : innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.
Sherin, M. G. (2002). A Balancing Act: Developing a Discourse Community in a Mathematics Classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education, 5*(3), 205-233.
Smith, M. S., & Stein, M. K. (2011). *5 practices for orchestrating productive mathematics discussions*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
Säljö, R. (2001). *Læring i praksis : et sosiokulturelt perspektiv*. Oslo: Cappelen akademisk forlag.
Tjora, A. H. (2012). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (2. utg.). Oslo: Gyldendal akademisk.
Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04)*. Hentet fra https://www.udir.no/kl06/MAT1-04
Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: a theory of mathematics education*. Orlando, Fla: Academic Press.
Vygotskij, L. S., Cole, M., John-Steiner, V., Scribner, S., & Souberman, E. (1978). *Mind in society : the development of higher psychological processes*. Cambridge, Mass: Harvard University Press.
Wiliam, D. (2007). Keeping learning on track. I F. K. Lester & M. National Council of Teachers of (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning : Vol. 1* (B. 1, s. 1053-1098). Charlotte, N.C: Information Age.
Wiliam, D. (2011). *Embedded formative essesment*. Bloomington: Solution Tree Press.
Wood, T. (1998). Alternative Patterns of Communications in Mathematics Classes: Funneling or Focusing? I H. Steinbring, M. G. B. Bussi, A. Sierpinska & M. National Council of Teachers of (Red.), *Language and Communication in the Mathematics Classroom* (s. 167-179). Reston, Va.
Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(4), 458-477. doi: 10.2307/749877
Yin, R. K. (2003). *Case study research : design and methods* (3. utg. B. 5). Thousand Oaks, California: Sage.
Yin, R. K. (2014). *Case study research : design and methods* (5. utg.). Los Angeles, California: SAGE.

VEDLEGG 1: Informasjonsskriv og samtykkeskjema - lærer

Informasjonsskriv og forespørsel om deltakelse i forskningsprosjekt

Bakgrunn og formål
Jeg tar en masterutdanning ved NTNU avd. for lærer og tolkeutdanning. I løpet av 2016-2017 skal jeg gjennomføre et forskningsprosjekt i matematikkdidaktikk som skal ende i en masteroppgave våren 2017.
Formålet med dette forskningsprosjektet er å studere en matematikklærer for å kunne beskrive og lære av det som skjer i klasserommet med tanke på utvikling av elevers matematiske forståelse.

Hva innebærer deltakelse i studien?
Deltakelse i studien innebærer å bli observert i en/flere undervisningssituasjon/-er hvor hele klassen er tilstede. Som lærer vil du styre undervisningen, og jeg som forsker vil kun være tilstede under undervisningen og observere. Det skal være så vanlige timer uten at du endrer noe pga. filming eller lydopptak, slik at du trenger ikke å tilpasse undervisningen etter mitt prosjekt. Observasjonen vil innebære skriving av notater og videoopptak. Jeg vil være tilstede i hver matematikkundervisning i 1-2 uker.

Hva skjer med informasjonen om deg?
Informasjonen som samles inn vil ikke være personopplysninger utover alder, kjønn og utdanningsbakgrunn. Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt og datamaterialet vil kun være tilgjengelig for meg og min veileder ved NTNU. Dataen som publiseres vil være anonymisert, og vil ikke kunne knyttes til enkeltdeltakere. Prosjektet avsluttes 30.juni 2017, og alt av datamateriale vil da bli fullstendig anonymisert, og videoopptak vil slettes.

Frivillig deltakelse
Deltakelse i studien er frivillig, og du kan trekke deg fra studien når som helst. Om du velger å trekke deg ut vil alle opplysninger blir anonymisert fortløpende.

Om du har spørsmål angående studien, ta kontakt på mail...

Samtykke til deltakelse i forskningsprosjekt

Samtykkeskjema

Jeg bekrefter med dette at jeg har lest informasjonsskrivet og samtykker i at jeg deltar i aktiviteter knyttet til forskningsprosjektet.

Navn :____

Jeg samtykker i at: (Kryss av)

- ☐ Å lede undervisning hvor det vil bli tatt lydopptak til transkribering og analyse. Anonymiserte sitater fra meg som lærer, der jeg ikke skal nevnes eller kunne identifiseres vil brukes som data i forskningsprosjektet.

- ☐ Det tas videoopptak av meg som lærer som en del av matematikkundervisningen. Videoen kan brukes av forskeren til forskningsarbeidet. Videoen skal ikke offentliggjøres, og vil bli slettet etter at prosjektet er avsluttet.

Sted og
dato:____

Underskrift:____

Vennligst lever skjemaet til __________________________
Tusen takk!

VEDLEGG 2 – Informasjonsskriv og samtykkeskjema - elev

Informasjonsskriv og forespørsel om deltakelse i forskningsprosjekt

Bakgrunn og formål
Jeg tar en masterutdanning ved NTNU avd. for lærer og tolkeutdanning. I løpet av 2016-2017 skal jeg gjennomføre et forskningsprosjekt i matematikkdidaktikk som skal ende i en masteroppgave våren 2017.

Formålet med dette forskningsprosjektet er å studere en matematikklærer for å kunne beskrive og lære av det som skjer i klasserommet med tanke på utvikling av elevers matematiske forståelse.

Hva innebærer deltakelse i studien?
Deltakelse i studien innebærer å bli observert i en/flere undervisningssituasjon/-er hvor hele klassen er tilstede. Læreren vil styre undervisningen. Jeg som forsker vil være tilstede under undervisningen og observere. Observasjonen vil innebære skriving av notater og videoopptak. Jeg vil være tilstede i hver matematikkundervisning i 1-2 uker.

Hva skjer med informasjonen om ditt barn?
Informasjonen som samles inn vil ikke være personopplysninger utover alder og kjønn. Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt og datamaterialet vil kun være tilgjengelig for meg og min veileder ved NTNU. Dataen som publiseres vil være anonymisert, og vil ikke kunne knyttes til enkeltdeltakere. Prosjektet avsluttes 30.juni 2017, og alt av datamateriale vil da bli fullstendig anonymisert, og videoopptak vil slettes.

Frivillig deltakelse
Deltakelse i studien er frivillig, og du kan trekke ditt barn fra studien når som helst. Om dere velger å trekke dere ut alle opplysninger blir anonymisert fortløpende.

Om du har spørsmål angående studien, ta kontakt på mail...

Samtykke til deltakelse i forskningsprosjekt

Forelders/ foresattes samtykkeskjema

Jeg bekrefter med dette at jeg har lest informasjonsskrivet og samtykker i at mitt barn deltar i aktiviteter knyttet til forskningsprosjektet.

Barns navn/klasse:____

Jeg samtykker i at: (Kryss av)

- ☐ Mitt barn deltar i undervisning hvor det vil bli tatt lydopptak til transkribering og analyse. Anonymiserte sitater fra barnet, der barnet ikke skal nevnes eller kunne identifiseres vil brukes som data i forskningsprosjektet.

- ☐ Det tas videoopptak av barnet som en del av matematikkundervisningen. Videoen kan brukes av forskeren til forskningsarbeidet. Videoen skal ikke offentliggjøres, og vil bli slettet etter at prosjektet er avsluttet.

Sted og
dato:____

Foreldrenes/foresattes underskrift:____

Vennligst lever skjemaet til ___________________________
Tusen takk!