

Eirik Ellingsen og Hans Reiten

# Modellering og Prediksjon av Implisitt Volatilitet på Oslo Børs

## Modelling and Predicting Implied Volatility on Oslo Stock Exchange

**MASTEROPPGAVE - Økonomi og administrasjon/siviløkonom  
Trondheim, mai 2016**

Hovedprofil: Finansiering og Investering

Veileder: Sjur Westgaard



NTNU har intet ansvar for synspunkter eller innhold i oppgaven.  
Framstillingen står utelukkende for studentens regning og ansvar.



## **Forord**

Denne masteroppgaven er skrevet som en avsluttende del av masterstudiet i økonomi og administrasjon ved Handelshøyskolen i Trondheim våren 2016. Oppgaven inngår i hovedprofilen Finansiering og Investering og tilsvarer 30 studiepoeng.

Vi vil rette en stor takk til vår veileder professor Sjur Westgaard for gode tilbakemeldinger og for alltid å være tilgjengelig på e-post. Videre vil vi takke førsteamanuensis Stein Frydenberg for at vi fikk økonomisk støtte fra Handelshøyskolen i Trondheim, som gjorde det mulig å skaffe intradaglige data fra Oslo Børs. Til slutt vil vi takke Oslo Børs for vederlagsfri bruk av dataene, ved at de kun tar betalt for arbeidet med uthenting.

Et stort takk rettes også til dere som har lest korrektur og bidratt med ferdigstillelse av oppgaven.

Innholdet i denne oppgaven står for forfatternes regning.

Trondheim 26. mai 2016

---

Eirik Ellingsen

---

Hans Reiten



## **Sammendrag**

Få studier har tidligere undersøkt hvilke faktorer som driver endringer i implisitt volatilitet (IV). I denne studien undersøker vi om endringer i IV på Oslo Børs' OBX-indeks kan forklares og predikeres. Studien anses som nyttig i investerings- og risikostyringssammenheng, da IV kan sees på som et mål på forventet fremtidig volatilitet. Dersom IV kan predikeres gir dette grunnlag for kjøps- og salgsbeslutninger i opsjonsstrategier. Ved bruk av regresjonsmodeller med ARMA-feilledd finner vi at de viktigste forklaringsvariablene er endring i betinget volatilitet og endring i avkastning på OBX-indeksen. Makroøkonomiske variabler som termin-spread, oljepris og VIX-indeksen bidrar også med forklaringskraft. Som mål på betinget volatilitet brukes både realisert volatilitet og volatilitet fra en asymmetrisk GARCH-modell (AGARCH). Med utgangspunkt i dette definerer vi et sett med regresjonsmodeller for å predikere endringer i IV én dag frem. Den beste prediksjonsmodellen kombinerer realisert volatilitet, AGARCH-volatilitet og markedsvariabler, og predikerer riktig retning på IV-endringene i 73 % av tilfellene.

## **Abstract**

Few studies have examined what factors that drive changes in implied volatility (IV). In this paper we examine how the changes in IV on Oslo Stock Exchange's OBX-index can be explained and predicted. The research is considered useful in investment- and risk management contexts, because IV can be viewed as a measure of expected future volatility. Additionally, predictions of changes in IV can be used to make buy and sell decisions in option strategies. Regressions with ARMA-errors show that the most important explanatory variables are changes in conditional volatility and changes in OBX-index returns. Macroeconomic variables such as term spread, oil price and the VIX-index provide additional explanatory power. Both realized volatility and volatility from an asymmetric GARCH-model (AGARCH) are being used as measures for conditional volatility. On the basis of this, we define a set of regression models with the aim of predicting changes in IV one day ahead. The best prediction model combines realized volatility, AGARCH-volatility and market variables, and predicts right direction of the IV changes in 73 % of the cases.



# Innholdsfortegnelse

1. Introduksjon .....	1
2. Litteraturgjennomgang .....	3
3. Volatilitetsteori .....	5
3.1 Implisitt volatilitet.....	5
3.2 Realisert varians.....	6
3.3 GARCH-modeller .....	7
3.4 Drivere av IV .....	8
4. Data.....	12
4.1 OBX-indeksen .....	12
4.2 Implisitt volatilitet på OBX-indeksen .....	12
4.3 Realisert volatilitet .....	12
4.4 Beskrivelse av IV og RV i utvalgsperioden.....	14
4.5 Handelsmønster på OBX-indeksen .....	15
4.6 AGARCH.....	17
4.7 Volum .....	17
4.8 Makroøkonomiske variabler.....	18
4.9 Deskriptiv statistikk.....	18
5. Metode .....	20
5.1 Modellestimering.....	20
5.2 HAR-RV-modellen.....	21
5.3 Modellering innenfor utvalget .....	22
5.4 Modellering utenfor utvalget .....	22
5.5 Modellspesifikasjoner .....	23
5.5.1 Forklaringsmodeller.....	23
5.5.2 Prediksjonsmodeller .....	23
5.6 Modellevaluering.....	24
5.6.1 Evaluering av punktnøyaktighet .....	24
5.6.2 Evaluering av retningsnøyaktighet .....	26
6. Resultater .....	27
6.1 Analyse av forklaringsmodellene.....	27
6.2 Analyse av prediksjonsmodellene.....	30
6.3 Analyse av prediksjonsresultatene .....	33
7. Konklusjon.....	37
8. Referanser .....	38
9. Vedlegg .....	42
Vedlegg A: Forkortelser brukt i artikkelen.....	42
Vedlegg B: Diverse formler.....	43
Vedlegg C: Estimering av regresjonsmodeller med ARIMA-feilledd.....	44
Vedlegg D: Residualplott.....	45
Vedlegg E: Autokorrelasjonsfunksjon IV.....	48
Vedlegg F: Partiell autokorrelasjonsfunksjons IV.....	48
Vedlegg G: Resultater fra prediksjoner utenfor utvalget .....	49
Vedlegg H: Giacomini-White test .....	50
Vedlegg I: Diagnostikktester av prediksjonsfeil.....	51
Vedlegg J: Korrelasjonsmatriser .....	52

## Figurliste

Figur 4-1: IV og RV på nivåform.....	14
Figur 4-2: Antall, gjennomsnitt og standardavvik innenfor 1-minutts-intervallene .....	16
Figur 4-3: Gjennomsnittlig endring per ukedag for IV, VIX og OVX .....	16
Figur 4-4: Forklaringsvariablene på nivåform .....	19
Figur 5-1: Autokorrelasjons- og partiell autokorrelasjonsfunksjon for IV .....	20
Figur 5-2: MAE og RMSE for forskjellige estimeringsvinduer .....	25
Figur 5-3: Mulige utfall fra prediksjonene .....	26
Figur 6-1: Prediksjoner og retningsfeil fra modell 7 .....	34
Figur 9-1: Residualplott fra forklaringsmodellene .....	45
Figur 9-2: Residualplott fra prediksjonsmodellene innenfor utvalget .....	46
Figur 9-3: Residualplott fra prediksjonsmodellene utenfor utvalget .....	47
Figur 9-4: Autokorrelasjonsfunksjon for IV på nivåform .....	48
Figur 9-5: Partiell autokorrelasjonsfunksjon for IV på nivåform .....	48

## Tabelliste

Tabell 3-1: Forventet fortegn på forklaringsvariablenes regresjonskoeffisienter .....	11
Tabell 4-1: Deskriptiv statistikk for RV med forskjellige samplingintervaller .....	14
Tabell 4-2: Koeffisientestimatene for AGARCH innenfor utvalget .....	17
Tabell 4-3: Deskriptiv statistikk for forklaringsvariablene på endringsform .....	18
Tabell 5-1: Modellspesifikasjonene til forklaringsmodellene .....	23
Tabell 5-2: Modellspesifikasjonene til prediksjonsmodellene .....	24
Tabell 6-1: Estimerte forklaringsmodeller .....	28
Tabell 6-2: Estimerte prediksjonsmodeller .....	31
Tabell 6-3: Resultatene fra prediksjonene utenfor utvalget .....	33
Tabell 6-4: Resultatene fra Giacomini-White-testen .....	35
Tabell 6-5: Resultatoppsummering .....	36
Tabell 9-1: Resultatene fra prediksjonene utenfor utvalget for alle estimeringsvinduer .....	49
Tabell 9-2: Resultatene fra Giacomini-White-testen for alle estimeringsvinduer .....	50
Tabell 9-3: Resultatene fra diagnostikktestene for prediksjonsresidualene .....	51
Tabell 9-4: Korrelasjonen mellom forklaringsvariablene i forklaringsmodellene .....	52
Tabell 9-5: Korrelasjonen mellom forklaringsvariablene i prediksjonsmodellene .....	53

## Formelliste

(1) Black og Scholes-modellen .....	6
(2) Stokastisk differensialligning for aksjepriser .....	6
(3) Aksjeavkastning over tid .....	6
(4) Integrert varians over tid .....	7
(5) Realisert varians .....	7
(6) Asymmetrisk GARCH-modell .....	8
(7) Prisdefinisjon med «the previous tick method» .....	13
(8) Daglig annualisert realisert volatilitet .....	13
(9) Regresjonsmodellen med ARMA-feilledd .....	21
(10) HAR-RV-modellen .....	21
(11) Giacomini-White-test .....	25
(12) Pesaran-Timmermann-test .....	26



## 1. Introduksjon

Implisitt volatilitets ( $IV^1$ )-indekser har blitt undersøkt i flere store markeder. Indeksene tolkes som markedets forventning om fremtidige svingninger, og blir jevnlig kalt «fryktindekser» i finansmedia.  $IV$  er imidlertid ikke bare et mål på «frykt», den gir også informasjon om opsjonspriser. Investorenes forventninger til volatilitet reflekteres i opsjonsprisene, og ved å studere  $IV$  kan vi derfor få verdifull informasjon om hvordan opsjonsprisene endrer seg.

Samtidig er  $IV$  et fremtidsrettet mål på volatilitet, som er nyttig innen risikostyring og porteføljeoptimering. Banker og forsikringsselskaper er pålagt strenge krav til risikostyring, ved henholdsvis Basel III- og Solvency II-rammeverket. Tidligere studier har vist at  $IV$  bidrar med informasjon som forbedrer risikostyringsverktøyer, som for eksempel Value-at-Risk-modeller (Giot, 2005a). I tillegg er volatilitet en viktig faktor i porteføljeoptimering, siden porteføljerresultater ofte evalueres etter meravkastning i forhold til volatilitet. DeMiguel et al. (2013) finner at valget av porteføljevekter forbedres betraktelig når informasjonen i  $IV$  og skjevheten i  $IV$ -fordelingen utnyttes. Nøyaktige prediksjoner og god forståelse for hva som påvirker  $IV$  er derfor nyttig for både akademikere og praktikere.

$IV$  har blitt beregnet siden Black og Scholes (1973) presenterte sin opsjonsprisindemodell (BS-modellen). Volatilitet er den eneste variabelen i modellen som ikke kan observeres, og det er derfor interessant å beregne hvilket volatilitetsnivå opsjonsprisen i markedet impliserer. Modellen antar imidlertid at aktørene i markedet er risikonøytrale. Dette stemmer ikke i virkeligheten. De fleste aktører er risikoaverse ved at de bryr seg om risiko og krever en risikopremie for å holde eiendeler med høy volatilitet. I motsetning til andre volatilitetsmål som beregnes fra historiske observasjoner, er  $IV$  en subjektiv og risikonøytral forventning til fremtidig volatilitet.

Tradisjonelt har historisk standardavvik blitt brukt som mål på volatilitet, men i senere tid har  $IV$  og realisert volatilitet ( $RV$ ) blitt vanlige mål.  $RV$  kan observeres daglig og førte til et gjennombrudd i volatilitetsforskningen da det ble utledet. I motsetning til  $IV$  er  $RV$  et objektivt mål på volatilitet og inneholder derfor ingen antagelser om aktørene i markedet. I etterkant av  $RV$ s gjennombrudd har flere studier undersøkt om  $IV$  kan forklare endringer i  $RV$ , men det er færre studier som forsøker å forklare endringer i  $IV$  med  $RV$ . Lignende

---

<sup>1</sup> Liste over alle forkortelser brukt i oppgaven finnes i Vedlegg A.

studier har blitt gjennomført på blant annet VIX-indeksen, men så vidt vi vet, er det ingen som har gjort tilsvarende studier på OBX-indeksen. Sannsynligvis skyldes det at Oslo Børs ikke publiserer en IV-indeks og at opsjonsmarkedet for OBX-opsjoner er lite.

I denne studien undersøker vi IV på Oslo Børs, og forsøker å svare på følgende problemstilling,

*«Kan endringene i OBX-indeksens implisitte volatilitet forklares og predikeres?»*

Dersom IV kan forklares og predikeres, kan informasjonen eksempelvis utnyttes i handelsstrategier. Den enkleste strategien er å kjøpe/selge opsjoner hvis IV er forventet å stige/synke<sup>2</sup>. En mer avansert strategi er å bruke «straddles», ved å kjøpe/selge like mange kjøps- og salgsoptjoner med samme utøvelsespris og tid til forfall. Dette skaper en posisjon som ikke er avhengig av at prisen på underliggende går i én retning, men som skaper profit ved høy/lav volatilitet<sup>3</sup>.

For å svare på studiens problemstilling formulerer vi to grupper med modeller, forklaringsmodeller og prediksjonsmodeller. Forklaringsmodellene bruker all informasjon tilgjengelig i datasettet for å forklare hva som påvirker IV. Prediksjonsmodellene bruker kun informasjon opptil prediksjonstidspunktet, og forsøker å predikere IV neste dag. For å vise at forklaringsvariablene bidrar med ulik informasjon, definerer vi flere modeller innenfor hver gruppe. Spesielt undersøker vi forskjellige mål på betinget volatilitet. Betinget volatilitet er representert ved RV og estimerer fra en asymmetrisk GARCH-modell, og gir en indikasjon på om intradaglige data bidrar med informasjon som daglige observasjoner mangler. Resultatene viser at en kombinasjon kan forbedre prediksjonene.

Modellene estimeres ved hjelp av regresjon med ARMA-feilledd. Siden prediksjoner på retningen til endringer i IV kan utnyttes i handelsstrategier, beregner vi modellenes treffrate som andel ganger modellene predikerer korrekt retning. I tillegg evalueres modellene etter blant annet AIC og MAE. Resultatene viser at deler av variasjonen i IV kan forklares ved bruk av intradaglige data, markedsdata og makrovariabler. Vi får signifikante resultater og finner at spesielt betinget volatilitet, avkastning og VIX-indeksen forklarer mye av endringene i IV. Den beste modellen predikerer korrekt retning i 73 % av tilfellene.

---

<sup>2</sup> Strategien benyttes for eksempel i Harvey og Whaley (1992).

<sup>3</sup> Strategien benyttes for eksempel i Ahoniemi (2006).

## 2. Litteraturgjennomgang

Siden BS-modellen ble presentert i 1973, er det skrevet en betydelig mengde artikler om IV. Tidlige studier beskriver hvordan IV kan beregnes og hvordan IV korrelerer med observerte standardavvik og aksjeavkastning. For eksempel presenterer Latané og Rendleman (1976) en metode for å beregne IV, og viser at IV gir bedre prediksjoner på fremtidige svingninger i aksjeavkastningen.

I senere tid har det kommet studier som viser hva som påvirker IV. Harvey og Whaley (1992) konkluderer med at IV er predikerbar ved bruk av laggede IV-verdier, historisk avkastning og økonomiske variabler. Mixon (2002) viser at observerbare variabler kan forklare en del av variasjonen i IV. Det meste av forklaringskraften kommer fra indeksavkastningen, men andre økonomiske variabler som korttids-renter og kredittspread har også signifikant påvirkning på IV. Brooks og Oozeer (2002) presenterer lignende funn med IV beregnet fra opsjoner på rentefutures. Hypotesen om et effisient opsjonsmarked blir allikevel opprettholdt siden ingen av studiene klarer å definere en profitabel handelsstrategi, når transaksjonskostnader blir hensyntatt.

IV er imidlertid ikke et problemfritt mål på volatilitet. Flere studier har undersøkt hvorvidt IV er en forventningsrett variabel for den latente volatiliteten. Canina og Figlewski (1993) rapporterer at IV er tilnærmet ukorrelet med fremtidig volatilitet. Day og Lewis (1992) mener IV- og GARCH-estimer er forventningsrette, men kan ikke konkludere med at variablene inneholder tilstrekkelig med informasjon til å predikere fremtidig volatilitet. I kontrast til disse resultatene, konkluderer Fleming (1998) med at IV er forventningsskjev, men inneholder relevant informasjon for å predikere fremtidig volatilitet. Han mener skjevhetene stammer fra bid-ask-spreader som BS-modellen ikke tar høyde for og at prisene ikke er kontinuerlige. Lignende funn finner vi i Jorion (1995), som tester både forklaringsevnen og prediksjonsevnen til IV fra opsjoner i valutamarkedet. Til tross for at studien finner at IV lider av målefeil, produserer IV bedre prediksjoner enn glidende gjennomsnitts- og GARCH-modeller.

Forskningen på volatilitet tok en ny retning da Andersen og Bollerslev (1998b) introduserte RV som et mål på volatilitet. Ved bruk av prisobservasjoner med intervaller på fem minutter definerer de et mål som er mulig å observere daglig. I etterkant har flere studert dette målet. Blant disse kan Engle og Gallo (2006) og Hansen og Lunde (2006) nevnes. Førstnevnte

bruker informasjonen fra RV, høy-lav-prisobservasjoner og daglig kvadrert avkastning for å predikere IV. Sistnevnte undersøker mikrostøyeffekter i intradaglige observasjoner og konkluderer med at mikrostøy påvirker volatilitetsestimater. Corsi (2009) definerer en enkel modell, som inkluderer både kort- og langtidseffekter i RV, kalt «Heterogeneous Autoregressive model of Realized Volatility» (HAR-RV).

Det finnes et begrenset antall studier som forsøker å predikere IV<sup>4</sup>. Studier som kan nevnes er Konstantinidi et al. (2008) og Dunis et al. (2013). Konstantinidi et al. (2008) predikerer syv forskjellige IV-indeksar og konkluderer med at det fra et statistisk synspunkt finnes forutsigbare mønster i IV-indeksene. Imidlertid skaper disse ingen økonomisk meravkastning. Dunis et al. (2013) gjennomfører en studie på intradaglig IV i valutakrysset EUR-USD. Resultatene viser at intradaglig IV også er predikerbar, og at intradaglige mønster bidrar med informasjon i daglige prediksjonsmodeller.

Ahoniemi (2006) og Fernandes et al. (2014) er to studier som ligner vår studie. Ahoniemi (2006) benytter ARIMA-modeller, utvidet med markedsvariabler, makrovariabler og GARCH-feilledd, for å teste prediksjonenes retningsnøyaktighet på VIX-indeksen. De beste modellene oppnår en retningsnøyaktighet på over 60 % utenfor utvalget. Prediksjonene benyttes i etterkant til å definere en opsjons-handelsstrategi som oppnår positiv profitt. I tillegg til markedsvariabler og makrovariabler benytter Fernandes et al. (2014) en HAR-spesifikasjon med laggede IV-verdier. Flere eksogene variabler blir funnet signifikante, men på grunn av VIX-indeksens persistente autokorrelasjon, konkluderer de med at det er vanskelig å utkonkurrere prediksjonsevnen til den rene HAR-prosessen.

Vår studie skiller seg hovedsakelig fra de nevnte studier ved at vi benytter informasjonen i RV for å predikere IV. Studien inneholder også en beskrivelse av OBX-indeksens intradaglige mønster. I tillegg er studiene nevnt ovenfor gjennomført i store amerikanske og europeiske markeder.

---

<sup>4</sup> For en gjennomgang av studier som forsøker å predikere volatilitet, se Poon og Granger (2003).

### 3. Volatilitetsteori

Volatilitet innen finans kan enklest defineres som hastigheten en pris endrer seg med (Taylor, 2011). Begrepet er derfor nært knyttet til risikoen ved å holde et finansielt aktivum, og av den grunn er volatilitetsestimater viktig innenfor blant annet risikostyring, porteføljeoptimering og opsjonsspekulasjon.

Generelt har standardavviket til avkastningen vært et mye brukt mål på volatilitet. Når standardavviket beregnes med historiske data kalles volatilitetsestimatet gjerne for historisk volatilitet. En underliggende forutsetning for at dette skal være et korrekt mål på volatilitet, er imidlertid at avkastningen er uavhengig og identisk fordelt (Alexander, 2008a).

Dette impliserer en konstant volatilitet, som er urealistisk for finansielle aktiva. Ifølge Alexander (2008a) er volatiliteten til aktiva-avkastninger i enkelte perioder lav, mens slike perioder fort kan avveksles av perioder med høy volatilitet. Effekten kalles volatilitetsclustering, og er viktig å ta hensyn til da store sjokk i markedet fører til at sannsynligheten for et nytt sjokk øker.

#### 3.1 Implisitt volatilitet

En utfordring knyttet til volatilitet er at den ikke kan observeres direkte. Imidlertid kan IV observeres fra opsjonsmarkedet, ved å utnytte at opsjonsinvestorenes forventninger om volatilitet reflekteres i opsjonsprisene. IV beregnes med utgangspunkt i BS-modellen<sup>5</sup>. Alle variablene som inngår i modellen antas å være observerbare i markedet. Dette gjelder klart for prisen på opsjonens underliggende aktivum, utøvelsesprisen og tid til forfall som inngår i opsjonskontrakten. Risikofri rente kan også relativt enkelt avgjøres på et hvert tidspunkt. For å avgjøre volatiliteten i underliggende aktivum, er det derfor vanlig å ta utgangspunkt i at opsjonsmarkedet er en markedsplass der volatilitet handles og avdekkes (McDonald, 2013). For en gitt opsjon som handles i markedet kan IV finnes ved å sette markedets opsjonspris lik den teoretiske prisen fra BS-modellen.

---

<sup>5</sup> IV kan også beregnes med en modellfri metode. For en gjennomgang av de to metodene, med VIX-indeksen som eksempel, se Carr og Wu (2006).

For en kjøpsopsjon har vi følgende ligning

$$C_{marked} = C_{BS}(S, K, \hat{\sigma}, r, T, t), \quad (1)$$

hvor  $C_{marked}$  er markedsprisen til kjøpsopsjonen,  $C_{BS}$  er den teoretiske prisen på kjøpsopsjonen,  $S$  er prisen på underliggende aktivum,  $K$  er utøvelsesprisen,  $\hat{\sigma}$  er IV,  $r$  er risikofri rente,  $T$  er forfallsdato og  $t$  er dagens dato. Se vedlegg B for den detaljerte formelen.

Siden ligningen ikke kan løses algebraisk, finnes IV ved å endre  $\hat{\sigma}$  slik at ligningen blir oppfylt. Newton-Raphson-iterasjoner kan brukes for å effektivt løse problemet (Alexander, 2008b).

Ifølge Christensen og Prabhala (1998) tolkes IV ofte som opsjonsmarkedets forventning til volatiliteten i det underliggende aktivumet over opsjonens levetid. Sammenlignet med historisk volatilitet er IV nærmere knyttet til investorenes vurdering av markedet, og er en viktig informasjonskilde for markedsaktører. Whaley (2000) konkluderer eksempelvis med at VIX-indeksen er en reliabel fryktindikator for det amerikanske aksjemarkedet. I mange markeder kan også IV handles gjennom volatilitets-futures. Dette gjør at kunnskap om hva som driver IV vil være av nytte både i risikostyrings- og spekulasjonssammenheng.

### 3.2 Realisert varians

Et annet mål som gjør volatilitet lettere å observere, er realisert varians. Målet ble utviklet av Andersen og Bollerslev (1998b), og baserer seg på bruken av høy-frekvente data. Tidligere ble daglig kvadrerte avkastninger brukt som et mål på betinget varians, men dette målet preges av mye støy. Realisert varians finnes ved å summere kvadrerte intradaglige avkastninger og er et mindre støyete mål på betinget varians. Ved å ta utgangspunkt i at aksjepriser tilfredsstiller den stokastiske differensialligningen,

$$d \ln(S_t) = \mu_t dt + \sigma_t dW_t, \quad (2)$$

er avkastningen på aksjen fra ett tidspunkt til et annet gitt som (Andersen et al., 2005)

$$r_t = \ln(S_t) - \ln(S_{t-1}) = \int_{t-1}^t \mu_u du + \int_{t-1}^t \sigma_u dW_u. \quad (3)$$

Hvor  $S_t$  er en aksjepris,  $W$  en standard Brownsk bevegelse,  $\mu$  drift-leddet til aksjeprisen og  $\sigma$  prosessens volatilitet.

Den betingede variansen til denne avkastningen kan ifølge Poon (2005) finnes ved å løse integralet

$$\int_{t-1}^t \sigma_u^2 du . \quad (4)$$

Denne integrerte variansen kan ikke observeres direkte siden  $\sigma_u$  er en latent variabel som skalerer den stokastiske prisprosessen over tid (Poon, 2005). Imidlertid vil realisert varians konvergere mot integrert varians når intervallet mellom intradaglige observasjoner,  $h$ , går mot null

$$RV_t^2(h) \equiv \sum_{i=1}^{1/h} r_{t-1+ih}^{(h)2} . \quad (5)$$

Resten av studien bruker realisert volatilitet (RV), definert som  $\sqrt{RV^2}$ .

I litteraturen har realisert range senere blitt foreslått som en mer effektiv volatilitetsestimator. Estimatoren baserer seg på differansen mellom maksimums- og minimumspriser innenfor et tidsintervall, og implementerer Parkinson (1980) og Garman og Klass (1980) sine høy-lav-estimatorer på intradaglige observasjoner. Martens og van Dijk (2007) finner at realisert range er mer effektiv enn RV ved sampling-frekvenser på opptil 60 minutter. Ved høyere frekvenser og i markeder med bid-ask-spread, er RV å foretrekke siden realisert range blir mer påvirket av bid-ask-bounce. Med bakgrunn i dette bruker vi RV videre i studien.

### 3.3 GARCH-modeller

Et annet mye brukt mål på betinget volatilitet er GARCH-modeller, siden disse er designet spesifikt for å ta hensyn til volatilitets-clustering. En svakhet ved standard GARCH-modeller er at de behandler positive og negative markedssjokk likt. Ved bruk av daglige data vil typisk positiv avkastning ha mindre innvirkning på volatiliteten enn tilsvarende negativ avkastning (Alexander, 2008a). Dette kan skyldes leverage- eller feedback-effekten. Black (1976) forklarer leverage-effekten ved at negativ avkastning får aksjeprisen til å synke og deretter gjeldsgraden til øke. Dette gjør et selskaps kontantstrømmer usikre og aksjeprisen mer volatil. På den andre siden vil positiv avkastning ikke ha den samme effekten, siden kontantstrømmene i dette tilfellet vurderes som sikrere. Feedback-effekten, beskrevet av French et al. (1987), avhenger av en dynamisk risikopremie. Det vil si at når volatiliteten går opp, krever investorer høyere risikopremie, og dette fører til en umiddelbar nedgang i prisene. Leverage- og feedback-effekten har altså motsatte kausale sammenhenger med avkastning.

Den førstnevnte effekten har avkastning som ledende variabel, mens sistnevnte har volatilitet. Bollerslev et al. (2006) viser at i aksjeindekser er volatilitet signifikant negativt korrelert med tidligere og gjeldende avkastning, mens korrelasjonen med fremtidig avkastning er nærmest neglisjerbar. Dette støtter hypotesen om leverage-effekten. Videre i studien velger vi derfor å tilegne det asymmetriske forholdet mellom volatilitet og avkastning til leverage-effekten.

AGARCH tar hensyn til leverage-effekten, og forventes derfor å egne seg godt til å modellere volatilitet i aksjepriser. Modellen er gitt som

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1(\varepsilon_{t-1} - \lambda)^2 + \beta_1\sigma_{t-1}^2, \quad (6)$$

hvor  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_1 \geq 0$ ,  $\beta_1 \geq 0$  og prosessen er stasjonær dersom  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ .

Her betegner  $\varepsilon_{t-1}$  markedssjokk, som ofte representeres ved differansen mellom avkastning på tidspunkt  $t-1$  og gjennomsnittlig avkastning over utvalget (Alexander, 2008a).  $\lambda$  avgjør styrken til leverage-effekten og forventes å være positiv når volatilitet i aksjepriser modelleres.

### 3.4 Drivere av IV

Dersom vi tar utgangspunkt i at volatilitet er definert som standardavviket til en stokastisk variabel, vil forventet avkastning være en viktig komponent. Faktorer som påvirker forventet avkastning i underliggende aktivum er derfor relevant for å forklare variasjoner i IV (Konstantinidi et al., 2008). På grunn av at IV er knyttet til forventet volatilitet i markedet, kan også andre faktorer enn de som påvirker historisk volatilitet tenkes å forklare endringer i disse forventningene. Jackwerth og Rubinstein (1996) finner eksempelvis at en volatilitetspremie er priset inn i opsjonspriser, da IV nesten alltid er høyere enn historisk volatilitet. De etterfølgende avsnittene gjennomgår hvilke faktorer vi forventer skal påvirke IV på OBX-indeksen.

#### *Avkastning*

Siden avkastning har en invers relasjon til gjeldsgrad og forventede kontantstrømmer, forventes avkastning å påvirke volatilitet negativt. Studier som bekrefter at denne relasjonen også gjelder for IV inkluderer blant annet Giot (2005b) og Fernandes et al. (2014). På grunn av leverage-effekten deler vi avkastning opp i to forskjellige variabler, én med kun positive avkastninger og én med kun negative.



*IV fra andre markeder*

IV forventes også å bli påvirket av endringer i avkastning utenfor markedet hvor opsjonene er utstedt. I et globalt marked, hvor investorer ikke begrenser seg til å investere kun i hjemlandet, vil volatilitet i ett marked raskt smitte over i et annet. Gemmill og Kamiyama (2000) konkluderer med at IV i USA, Japan og Storbritannia beveger seg i takt, og at tendensen forsterkes under ekstreme markedsforhold. I vår studie bruker vi VIX-indeksen som en tilnærming til hvordan volatiliteten i verdensmarkedet endrer seg.

*Betinget volatilitet*

Siden IV representerer forventninger om fremtidig volatilitet, er det nærliggende å anta at endringer i betinget volatilitet fra dag til dag har positiv innvirkning på investorenes forventninger til fremtidige svingninger. Ifølge Agnolucci (2009) kan IV med fordel kombineres med GARCH-modeller i prediksjonssammenheng. I denne studien benytter vi både RV og AGARCH som estimerer på betinget volatilitet.

*Åpen balanse*

Åpen balanse representerer antall utestående opsjonskontrakter i markedet, og kan tenkes på som en indikator for markedsdybden på et gitt tidspunkt. Alt annet likt, forventes volatilitet generelt å samvarierte negativt med åpen balanse, siden det i et dypt marked skal mer til for å flytte prisen enn ellers. Bessembinder og Seguin (1993) påpeker imidlertid at åpen balanse målt ved stenging primært reflekterer aktiviteten til hedgere, da mange spekulanter ikke holder posisjoner over natten. På grunn av dette kan åpen balanse i opsjonsmarkedet tenkes å ha en positiv relasjon til IV, siden behovet for hedging øker i volatile perioder.

*Volum*

For å skille mellom to effekter i volum definerer vi to variabler, antall handler og gjennomsnittlig handelsstørrelse<sup>6</sup>. Antall handler viser hvor mange som er aktive i markedet på et gitt tidspunkt, mens gjennomsnittlig handelsstørrelse forsøker å vise hvilke type investorer som er tilstede.

---

<sup>6</sup> Omsetning er også en relevant forklaringsvariabel i denne sammenheng, men utelates fra studien på grunn av for sterk korrelasjon med antall handler og gjennomsnittlig handelsstørrelse.

Kim og Verrecchia (1991) argumenterer for at investorer ikke er like. Noen investorer er bedre informert enn andre, og dette bør reflekteres i størrelsen på handelen. Informerte investorer handler med større volum og vi forventer derfor at gjennomsnittlig handelsstørrelse er positivt korrelert med avkastning, og dermed påvirker IV negativt.

Endringer i antall handler forventes å ha sammenheng med prisendringer og dermed også volatilitet. Schwert (1989) forklarer intuisjonen bak med at ny informasjon i markedet vil skape både prisendringer og økt handel. Müller et al. (1993) viser med sin hypotese om heterogene markeder at økt handel kan være positivt korrelert med volatilitet. Dette fordi forskjellige investorer vil sette forskjellige priser, og dermed skaper flere aktører i markedet høyere volatilitet.

Empirisk finner Konstantinidi et al. (2008) og Ahoniemi (2006) ingen signifikant sammenheng mellom lagget volum og IV, mens Fernandes et al. (2014) finner en signifikant sammenheng mellom samtidig volum og IV. Altså kan det tyde på at volum ikke er en ledende variabel i denne sammenheng.

### *Ukedager*

Siden opsjoner er finansielle instrumenter med relativt kort levetid, er det grunn til å tro at investorer som holder opsjoner har en kortsiktig investeringshorisont. IV forventes derfor å bli påvirket av opsjonsinvestorenes ukentlige handelsmønster<sup>7</sup>. Ifølge Harvey og Whaley (1992) kan man forvente at IV øker på mandager og reduseres på fredager. Forklaringen er at mange spekulanter åpner posisjoner mandag og stenger de på fredag. Dette skaper press i opsjonsprisene. Brooks og Oozeer (2002) finner støtte for dette i regresjoner med IV på nivåform, men ikke på endringsform.

### *Terminspread*

Differansen mellom avkastningen til obligasjoner med lang og kort tid til forfall omtales gjerne som terminspread. Fama (1990) argumenterer for at terminspreaden mellom lange og korte statsobligasjoner er en god indikator for økonomisk vekst. Sett opp imot IV forventes relasjonen til terminspreaden å være negativ, da lav økonomisk vekst samsvarer med høy

---

<sup>7</sup> Vi utelukker ikke at det også kan finnes månedlige variasjoner i IV. Ved grafisk inspeksjon finner vi imidlertid få tegn til dette i våre data. Vi velger derfor å ikke studere dette nærmere.

volatilitet. Empirisk støttes dette av Fernandes et al. (2014) og Brooks og Oozer (2002), mens Harvey og Whaley (1992) ikke finner støtte for hypotesen.

Fama (1990) trekker også frem kredittspread som en forklaringsvariabel for forventet avkastning. Schwert (1989) finner at volatilitet i aksjepriser er direkte relatert til kredittspreaden, da den gir uttrykk for konkursrisiko. Vi velger imidlertid å utelate variabelen fra studien da Oslo Børs ikke tilbyr obligasjonsindekser for selskapsobligasjoner.

### *Oljepris og volatilitet i oljeprisen*

Grunnet Oslo Børs' store eksponering mot olje- og gasssektoren omtales prisen på råolje ofte som den viktigste faktoren som påvirker børsens avkastning. I april 2015 stod energisektoren for ca. 32 % av børsens totale markedsverdi (Ekeseth og Halvorsen, 2015). På grunn av at endring i oljeprisen har direkte innvirkning på kontantstrømmene til oljerelaterte virksomheter inkluderes endring i både oljepris og oljeprisvolatilitet som forklaringsvariabel for IV. Funn gjort av Næs et al. (2009) tyder imidlertid på at sammenhengen mellom oljepris og avkastning på Oslo Børs ikke er like sterk som man kan få inntrykk av i finanspressen. I det amerikanske aksjemarkedet finner Franks og Schwartz (1991) og Konstantinidi et al. (2008) ingen støtte for at oljepris forklarer variasjon i IV, mens Fernandes et al. (2014) resultater antyder en signifikant effekt på lang sikt.

I tabell 3-1 presenteres studiens forklaringsvariabler og hvordan disse forventes å påvirke IV.

### Forventet påvirkning på IV

Variabel	OBX	RV	AGARCH	NTR	ATS	OI	TS	OVX	Olje	VIX	Mandag	Fredag
<b>Forventet fortegn</b>	-	+	+	+	+	+ / -	-	+	-	+	+	-

Tabell 3-1: Forventet fortegn på forklaringsvariablenes regresjonskoeffisienter. *OBX* er OBX-indeksen, *RV* er realisert volatilitet, *AGARCH* er volatilitet fra AGARCH-modellen, *NTR* er antall handler på OBX-indeksen, *ATS* er gjennomsnittlig handelsstørrelse, *OI* er åpen balanse i opsjonsmarkedet, *TS* er terminspread, *OVX* er OVX-indeksen, *Olje* er prisen på 1-måned-råolje-futures, *VIX* er VIX-indeksen, *Mandag* og *Fredag* er dummyvariabler.

## 4. Data

I denne studien benytter vi oss av flere kilder til data. Fra Oslo Børs får vi markedsddata på OBX-indeksen, fra Thomson Reuters Datastream henter vi tidsserier av indekser og makroøkonomiske variabler, fra Norges Banks nettsider henter vi rentedata og fra Quandl.com henter vi kurser på OVX-indeksen. På grunn av bytte av datasystemer i 2010 leverer ikke Oslo Børs intradaglige data fra tidligere enn 13. april 2010. Dette begrenser utvalgsperioden til 13. april 2010–8. februar 2016, som totalt inneholder 1464 handledager. Siden data blir hentet fra ulike kilder, og er fra både USA og Norge, blir tidsseriene synkronisert. Dagene det var handel i USA, men ikke i Norge, blir slettet. I motsatt tilfelle blir lineær interpolering benyttet. Daglige observasjoner benyttes for alle variablene.

### 4.1 OBX-indeksen

OBX-indeksen består av de 25 mest likvide aksjene i OSEBX-indeksen, rangert etter siste 6 måneders omsetning. Aksjene er dividendejustert og indeksen revideres på halvårlig basis med endringer som implementeres tredje fredag i juni og desember (Oslo Børs, 2016). Oslo Børs bidrar med tickdata, volumdata og IV på OBX-indeksen.

### 4.2 Implisitt volatilitet på OBX-indeksen

Oslo Børs beregner daglig IV ved å benytte priser fra at-the-money-opsjoner med bortfallsdato i de to neste månedene. Opsjonene faller bort den tredje torsdagen i hver måned. Én uke før bortfall rulleres opsjonene til de to neste månedene. At-the-money-opsjonene blir valgt ved å velge utøvelsesprisen nærmest sluttkursen på OBX-indeksen, deretter blir BS-modellen manipulert til å gi teoretisk korrekt IV. Input i den manipulererte modellen er opsjonsprisen, gjennomsnittet av 1-, 2- og 3-måned NIBOR og utøvelsesprisen. Daglig IV er et likevektet gjennomsnitt av åtte IV-verdier, beregnet med to forskjellige bortfallsdatoer, kjøps- og salgsoptjoner og bid- og ask-priser. For å forhindre hull i datasettet brukes lineær interpolering der det mangler observasjoner. Totalt manglet 16 handelsdager.

### 4.3 Realisert volatilitet

Tickdataene inneholder én observasjon for hver gang indeksen oppdateres, til sammen 22 192 560 observasjoner. Indeksverdien består av medianverdien til bid, ask og last for hver underliggende aksje og oppdateres hver gang en av disse endres. I dataperioden har åpningstidene på Oslo Børs blitt endret. For å bedre likviditeten og kvaliteten gjennom handelsdagen, valgte Oslo Børs den 6. august 2012 å redusere perioden med kontinuerlig

handel fra 09:00–17:20 til 09:00–16:20. For at handelsdagen skal bli like lang i hele utvalgsperioden, definerer vi handelsdagen fra 09:00 til 16:20 for hele datasettet. Dette reduserer utvalget til 20 803 200 observasjoner.

RV estimeres ved å kvadrere og summere intradaglig avkastning. I teorien benyttes kontinuerlig avkastning, men i praksis byr dette på problemer. Intradaglig avkastning går mot kontinuerlig avkastning når tiden mellom observasjonene går mot null, men høy-frekvente avkastninger har ofte problemer med mikrostrukturstøy (Andersen et al., 2001). Dette gjør det nødvendig å benytte en utvalgsmetode som balanserer målet om kontinuerlig avkastning og støyen i datamaterialet. Vi benytter «the previous tick method» som sampling-metode. Metoden er tidligere brukt av blant andre Wasserfallen og Zimmermann (1985) og Hansen og Lunde (2006), og brukes for å trekke ut intradaglige priser i faste tidsintervaller. Gitt observerte priser i løpet av dag  $t$ , fra tidspunkt  $k_0$  til tidspunkt  $k_N$ , defineres prisen på tidspunkt  $\tau$  som

$$p_{\tau,t} \equiv p_{k,t}, \text{ hvor } \tau \in (k_{0,t}, k_{N,t}). \quad (7)$$

«The previous tick method» definerer det siste ticket før tidspunkt  $\tau$  som prisen på tidspunkt  $\tau$ . Fordelen med denne metoden er at denne prisen er gjeldende i markedet på det gitte tidspunktet og at tidsintervallene mellom observasjonene blir konstante. Fra dette utvalget blir intradaglig avkastning på indeksen,  $r_{\tau,t}$ , beregnet som logaritmisk avkastning mellom hvert tidsintervall.

Daglig annualisert RV blir deretter beregnet som

$$RV_t = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^j r_{i,t}^2\right) 250} \quad (8)$$

hvor  $r$  er avkastning,  $i$  er intervallnummer og  $j$  er antall intervaller med avkastning på dag  $t$ .

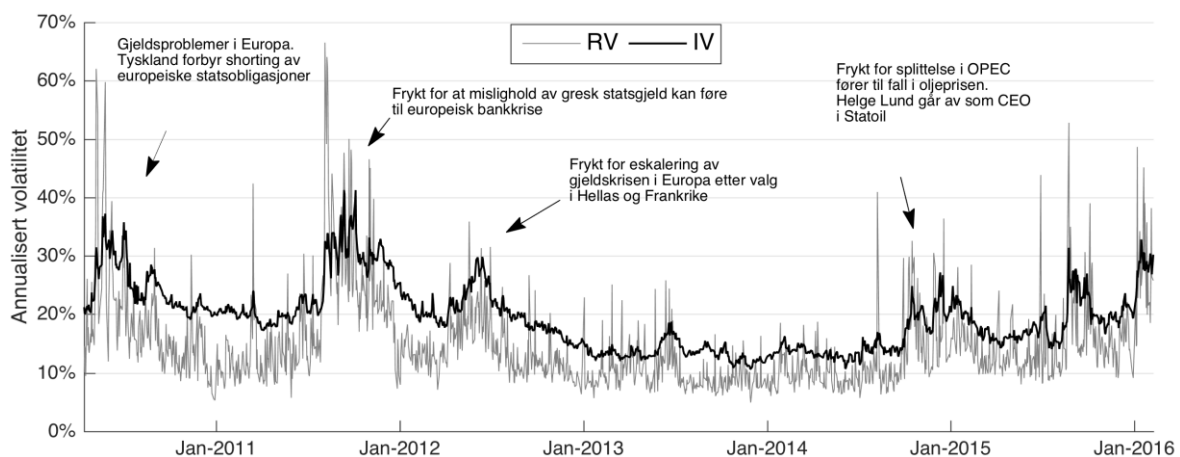
I likvide markeder konkluderer Andersen og Bollerslev (1998a) med at en sampling-frekvens på fem minutter er hensiktsmessig for å redusere mikrostrukturen i dataene. Liu et al. (2015) konkluderer imidlertid med at sampling hvert minutt gir et bedre mål på RV når sub-sampling brukes som sampling-metode. I tabell 4-1 oppsummeres deskriptiv statistikk for RV samplet med intervaller på henholdsvis 30 sekunder, 1 minutt, 5 minutter og 10 minutter.

	RV 30 sek	RV 1min	RV 5 min	RV 10 min
Min	0,051	0,050	0,044	0,044
Max	0,621	0,665	0,771	0,783
Median	0,121	0,126	0,131	0,129
Gjennomsnitt	0,142	0,149	0,154	0,151
SD	0,072	0,079	0,084	0,084
Kurtose	7,765	7,745	8,133	8,407
Skjevhet	2,335	2,315	2,296	2,298

Tabell 4-1: Deskriptiv statistikk for realisert volatilitet med forskjellig sampling-frekvens. Samplingen er gjort i Matlab.

Tabellen viser at spredningen i RV reduseres når utvalgsfrekvensen økes. RV beregnet med sampling hvert 30. sekund har mindre ekstreme minimum- og maksimumsverdier og et mindre standardavvik enn RV beregnet med sampling hvert 1., 5. og 10. minutt. Kurtose er imidlertid minst med utvalgsfrekvens på ett minutt. Ifølge Langeland (2013) kan høy kurtose i RV indikere problemer med mikrostruktur-støy. Fleming og Paye (2006) poengterer at gjennomsnittlig realisert varians bør være nær gjennomsnittlig kvadrert daglig avkastning. Kvadrert daglig avkastning regnet om til annualisert volatilitet har et gjennomsnitt på 0,147 i vårt utvalg. Av tabell 4-1 ser man at en utvalgsfrekvens på ett minutt gir gjennomsnittlig RV som er nærmest denne verdien. For å minimere støyen i tidsserien benytter vi RV beregnet fra prisobservasjoner med ett-minutts-intervaller videre. Dette gir 441 prisobservasjoner daglig.

#### 4.4 Beskrivelse av IV og RV i utvalgsperioden



Figur 4-1: Plottet viser hvordan IV og RV utvikler seg i utvalgsperioden. Viktige hendelser som påvirker volatiliteten er kommentert.

Figur 4-1 viser utviklingen i OBX-indeksens IV over utvalgsperioden. Tolkningen av IV som en fryktindikator for aksjemarkedet, blir klar dersom vi ser nærmere på hva som har forårsaket de vekslende periodene med høy og lav volatilitet.

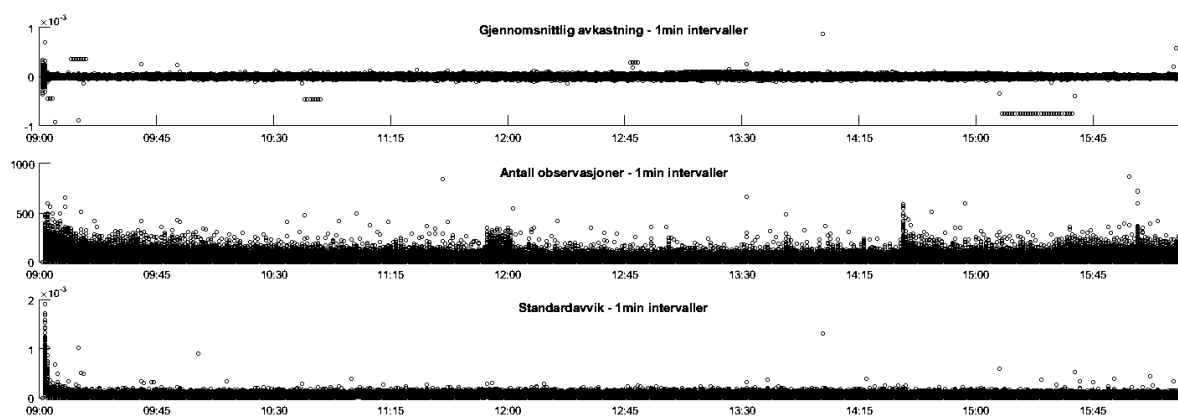
I løpet våren 2010 var markedet preget av gjeldsproblemer i Europa, hvor Tyskland blant annet forbød short-salg av europeiske statsobligasjoner. En ny topp i IV observeres høsten 2011, hvor IV er på utvalgets høyeste nivå. Dette kommer som følge av frykt for mislighold av gresk statsgjeld og europeisk bankkrise. I løpet av høsten og vinteren 2012 ser vi hvordan EUs beslutning om å la banker låne fra EUs krisefond og OPECs boikott av Iran gjør at IV reduseres. Selv om de fleste store bevegelsene i IV på Oslo Børs skyldes internasjonale hendelser, har også norske forhold innvirkning. Høsten 2014 går Helge Lund av som leder for Statoil, samtidig som markedet frykter splittelse i OPEC, og IV drives opp igjen etter å ha vært på et lavt nivå. Sommeren og høsten 2015 forventes det lavere aktivitet i kinesisk økonomi og oljeprisen når nye bunnivåer. Dette skaper også uroligheter på Oslo Børs.

Figuren viser også at IV og RV beveger seg i takt, men at RV ligger under IV i store deler av utvalgsperioden. En annen karakteristikk ved de to volatilitetsmålene er at RV varierer mer enn IV. Karakteristikken kan forklares med at RV måler øyeblikkelig volatilitet på en gitt dag, mens IV reflekterer forventninger om fremtiden og dermed varierer mindre.

#### **4.5 Handelsmønster på OBX-indeksen**

Tickdataene gir oss muligheten til å analysere det intradaglige handelsmønsteret i OBX-indeksens underliggende aksjer. I gjennomsnitt er det 14 210 observasjoner daglig.

Gjennomsnittlig endring mellom observasjonene er tilnærmet null, og innenfor ett-minuttsintervallene er det i gjennomsnitt 33 observasjoner. Intervallet med flest observasjoner er i løpet av klokken 13:56 den 23.09.2011. I denne perioden ble imidlertid Oslo Børs stengt på grunn av tekniske problemer med beregningen av indeksene. Flest observasjoner med ordinær handel finner vi i perioden 13:07 den 02.08.2013. I løpet av dette minuttet ble det registrert 909 forskjellige observasjoner av OBX-indeksen. Til tross for dette er det ingen ekstreme verdier når vi ser på avkastningen på OBX og IV. IV var ned 4,28 % mens OBX-indeksen var ned 0,06 %.

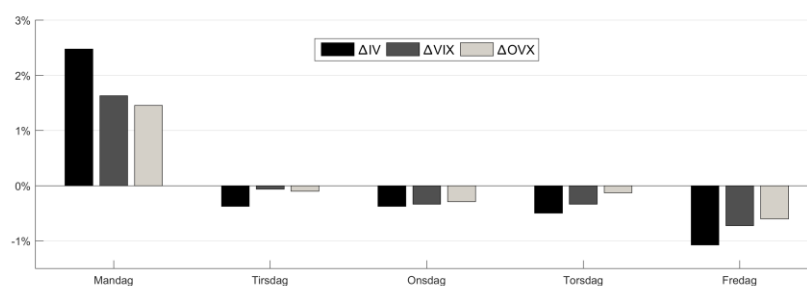


Figur 4-2: Gjennomsnittlig avkastning, antall observasjoner og standardavvik for 1-minutts-intervallene, plottet for samtlige handelsdager. 1-minutts-intervall på x-aksen.

Daglig handelsmønster kan tolkes fra plottene av 1-minutts intervallene i figur 4-2.

Gjennomsnittlig avkastning, standardavvik og antall observasjoner innenfor intervallene viser at de største endringene i indeksen skjer ved handelsstart og ved handelsslutt. Plottene viser også at antall observasjoner varierer mer rundt klokken 12:00, 14:40 og mot slutten av handelsdagen. Økningen i antall observasjoner rundt klokken 12:00 kan skyldes investorer som venter med å handle til de største svingningene fra morgenen er over. Mot slutten av dagen skal investorer ta posisjoner over natten eller skal ut av posisjoner før markedet stenger, som fører til økt handel. Samtidig åpner de amerikanske markedene klokken 15:30 norsk tid. Dette fører til mer handel og større variasjon i aksjeprisene som inngår i OBX-indeksen. Økningen i antall observasjoner rundt klokken 14:40 kan skyldes at det begynner å komme nyheter fra USA før markedet åpner der.

Når det kommer til ukentlig handelsmønster, finner vi et tydelig mønster i hvordan IV endrer seg. I figur 4-3 vises gjennomsnittlig endring per ukedag i IV på OBX-indeksen. Tilsvarende data for S&P500-indeksen og oljeprisen er tatt med for sammenligning.



Figur 4-3: Viser gjennomsnittlig endring per ukedag for implisitt volatilitet på OBX-indeksen (IV), implisitt volatilitet på S&P500 (VIX) og implisitt volatilitet i oljeprisen (OVX).



Et klart mønster observeres i de tre volatilitetsmålene. Gjennomsnittlig endring er positiv på mandager, men negativ i resten av handelsuken. Kjennskap til dette mønsteret kan utnyttes av opsjonsspekulanter til å gjøre prediksjoner av fremtidige endringer i IV.

## 4.6 AGARCH

Innenfor utvalget estimeres betinget volatilitet fra AGARCH, ved å benytte Matlab og Sheppard (2013) sin MFE Toolbox. Markedssjokk er her gitt som daglig avkastning fratrukket gjennomsnittlig daglig avkastning over utvalget. Tabell 4-2 oppsummerer modellens koeffisientestimer.

Koeffisient	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\lambda$
Estimat	0,00	0,10	0,86	0,01

Tabell 4-2: Koeffisientestimatene for estimeringen av AGARCH innenfor utvalget (se formel 6).

Vi ser at estimert sensitivitet til markedssjokk er relativt høy, ved at  $\alpha_1 > 0.1$  (Alexander, 2008a). Videre er  $\lambda > 0$ , som indikerer at volatiliteten til OBX-indeksen har en asymmetrisk respons til sjokk i avkastning.

Utenfor utvalget predikeres betinget volatilitet på tidspunkt  $t$  ved å rullere AGARCH-estimeringen daglig. For hver dag estimeringsvinduet rullerer, trekker vi ut betinget volatilitet for hele vinduet, og benytter disse estimatene i prediksjonsmodellene for å predikere endringer i IV neste dag. Metoden sikrer at informasjonen som brukes for å estimere betinget volatilitet, oppdateres for hver prediksjon.

## 4.7 Volum

Omsetning defineres som summen av kroneverdien per handel for alle underliggende aksjer. I analysen benyttes antall handler og gjennomsnittlig handelsstørrelse som forklaringsvariabler. Gjennomsnittlig handelsstørrelse beregnes ved å dividere daglig omsetning på antall handler samme dag.

## 4.8 Makroøkonomiske variabler

Fra Thomson Reuters Datastream henter vi åpen balanse, samt daglige sluttkurser på en kontinuerlig 1-månedes oljefuture-serie<sup>8</sup>, VIX-indeksen og OBX-indeksen. Gjennomsnittet av åpen balanse fra kontinuerlige salgs<sup>9</sup>- og kjøpsopsjonsserier<sup>10</sup> med 30 dager til forfall, brukes for å lage én åpen balanse-variabel. Terminspread blir beregnet som differansen mellom 3-måneders statskasseveksler og 5-års statsobligasjoner. Rentedataene hentes fra Norges-Bank.no. Til slutt henter vi daglige sluttverdier av OVX-indeksen<sup>11</sup> fra Quandl.com. Logaritmisk endring beregnes for alle variablene, bortsett fra terminspreaden<sup>12</sup>. Terminspreaden er til tider negativ og blir derfor omdannet til endringsform ved ordinær differensiering.

## 4.9 Deskriptiv statistikk

Tabell 4-3 viser deskriptiv statistikk for dataene på endringsform<sup>13</sup>, mens figur 4-4 viser utviklingen i variablene på nivåform.

Deskriptiv statistikk endring							
	Gjennomsnitt	Median	SD	Kurtose*	Skjevhet	Min	Max
$\Delta IV$	0,02 %	-0,12 %	5,31 %	4,72	0,58	-19,38 %	44,20 %
$\Delta RV$	0,07 %	0,07 %	32,69 %	1,19	0,16	-114,17 %	155,19 %
$\Delta AGARCH$	0,08 %	-3,66 %	9,61 %	4,16	1,93	-7,73 %	52,37 %
$\Delta OBX$	0,02 %	0,06 %	1,28 %	2,49	-0,19	-6,15 %	6,29 %
$\Delta VIX$	0,03 %	-0,30 %	7,63 %	3,6	0,58	-43,68 %	40,55 %
$\Delta NTR$	0,05 %	-0,15 %	21,19 %	2,05	0,35	-84,19 %	112,51 %
$\Delta ATS$	-0,06 %	0,01 %	11,08 %	5,49	0,08	-82,65 %	86,46 %
$\Delta OI$	0,05 %	1,64 %	16,38 %	68,39	-3,22	-240,79 %	220,25 %
$\Delta TS^{**}$	0,00 %	0,00 %	0,06 %	2,73	0,02	-0,30 %	0,29 %
$\Delta Olje$	-0,06 %	-0,06 %	1,84 %	2,77	0,03	-8,81 %	8,53 %
$\Delta OVX$	0,06 %	-0,29 %	4,79 %	10,30	0,77	-43,99 %	29,69 %

Tabell 4-3:  $\Delta$  indikerer at variabelen er på endringsform.  $IV$  er implisitt volatilitet fra opsjoner på OBX-indeksen,  $AGARCH$  er volatilitet fra AGARCH-modellen,  $RV$  er realisert volatilitet,  $VIX$  er CBOE Volatility Index,  $NTR$  er antall handler i aksjer underliggende i OBX,  $ATS$  er gjennomsnittlig handelsstørrelse,  $OBX$  er indeksverdien,  $OI$  er åpen balanse,  $TS$  er terminspreaden,  $Olje$  er 1-månedes-råolje-futures og  $OVX$  er OVX-indeksen. \*Kurtose er eksess kurtose \*\* Endringen er beregnet ved  $TS_t - TS_{t-1}$ .

<sup>8</sup> Brent Crude Oil Trc1 (LLCC.01) med underliggende ICE Brent Crude Oil Dated Free On Board (OILBRNP). Dette er en kontinuerlig 1.-posisjons-future-serie, som løper til forfall, for så å rullere til neste kontrakt.

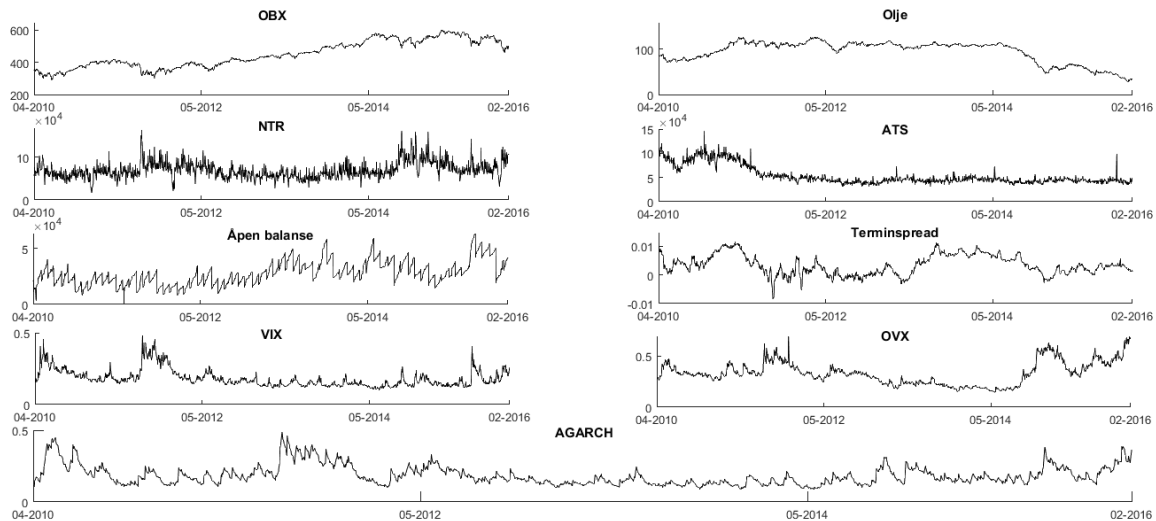
<sup>9</sup> OBX Index Continuous Put (OOBXC.SERIESP(OI))

<sup>10</sup> OBX Index Continuous Call (OOBXC.SERIESC(OI))

<sup>11</sup> the CBOE Crude Oil ETF Volatility Index, beregnet med VIX-metoden på the United States Oil Fund, LP

<sup>12</sup>  $\Delta X_t = \ln(X_t/X_{t-1})$ , hvor  $X_t$  er en forklaringsvariabel på nivåform.  $\Delta TS_t = TS_t - TS_{t-1}$

<sup>13</sup> Variablene testes for stasjonaritet med ADF-testen. På nivåform er kun  $TS$ ,  $AGARCH$  og  $VIX$  stasjonære på 1 %-nivå. På endringsform er alle variablene stasjonære på 1 %-nivå. For å unngå spuriøse sammenhenger gjøres alle regresjoner med variabler på endringsform.



Figur 4-4: Viser utviklingen til *OBX*-indeksen, prisen på 1-måneders-råolje-futures (*Olje*), antall handler (*NTR*), gjennomsnittlig handelsstørrelse (*ATS*), åpen balanse, terminspread, *VIX*-indeksen, *OVX*-indeksen og *AGARCH*-volatilitet.

I figur 4-4 ser vi at *OBX*-indeksen steg jevnt i perioden fra sommeren 2011 til sommeren 2015, men i siste del av utvalgsperioden falt den tilbake til tidligere nivåer. Oljeprisen falt også mye i denne perioden. Antall handler varierer gjennom hele perioden, mens gjennomsnittlig handelsstørrelse etter 2011 er relativt stabil. Åpen balanse varierer i hele perioden. De sykliske variasjonene skyldes rulleringen av opsjonskontraktene.

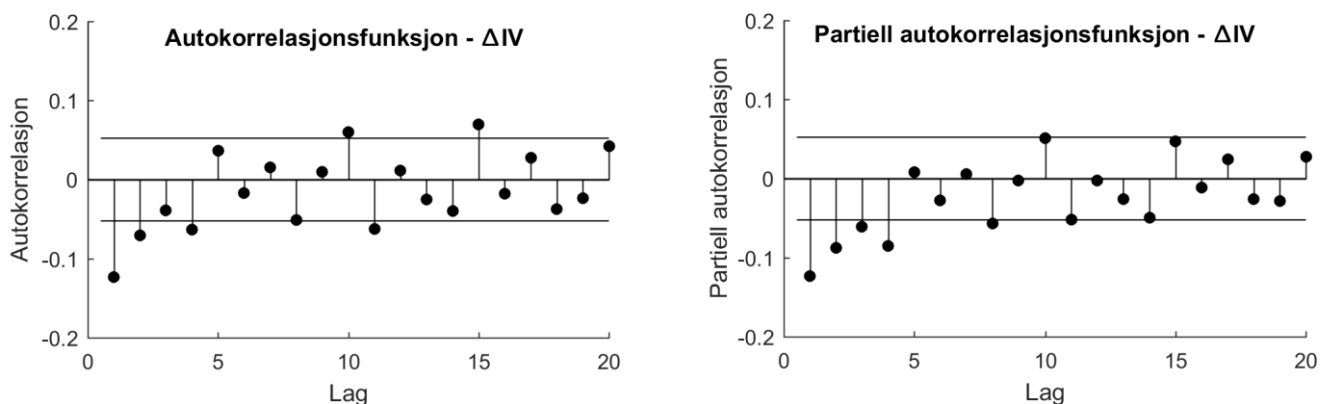
Terminspreaden var høyest i 2011 og mot slutten av 2013 og er til tider negativ. Til slutt ser vi at *VIX*, *OVX* og *AGARCH* beveger seg relativt likt, og at utviklingen ligner på IV på *OBX*-indeksen (se figur 4-1).

## 5. Metode

For å undersøke hvordan forklaringsvariablene bidrar til å forklare og predikere daglige endringer i IV, definerer vi to modellgrupper, forklaringsmodeller og prediksjonsmodeller. Forklaringsmodellene benytter all informasjon i datasettet, mens prediksjonsmodellene kun bruker informasjon tilgjengelig opp til tidspunkt  $t-1$ . Formålet med forklaringsmodellene er å analysere hvordan faktorene påvirker endringer i IV, mens formålet med prediksjonsmodellene er å finne modellen som mest nøyaktig predikerer endringer i IV. Begge modelltypene blir estimert innenfor utvalget, mens prediksjonsmodellene også testes utenfor utvalget ved hjelp av rullerende estimering.

### 5.1 Modellestimering

Av figur 5-1 ser vi at endringer i IV har signifikant negativ autokorrelasjon, og at denne ser ut til å avta etter to lags.



Figur 5-1: Viser autokorrelasjonsfunksjonen (venstre) og partiell autokorrelasjonsfunksjon (høyre) for endring i IV.

Videre ser funksjonene nokså like ut, som ifølge Brooks (2002) kan tyde på at variabelen følger en ARMA-prosess. En forklaring på den negative autokorrelasjonen kan være bid-ask-bounce, som forekommer ved at observerte opsjonspriser veksler mellom kjøps- og salgsspriser (Harvey og Whaley, 1991).

På grunn av dette estimeres regresjonsmodellen med ARMA-feilledd. Denne type modeller er beskrevet nærmere i Tsay (1984). I praksis estimeres den lineære regresjonsmodellen samtidig som feilleddet estimeres med en ARMA-modell. Ved å modellere ARMA-prosessen i feilleddet sikrer vi at koeffisientene kan tolkes på samme måte som ved OLS-estimering, og at feilleddene ikke inneholder autokorrelasjon (Tsay, 2002).

Siden regresjonsmodellen og ARMA-modellen må estimeres samtidig, benyttes maximum likelihood. Estimeringen gjøres i Matlab, og ved å minimere BIC finner vi at en modell med ARMA(1,1)-feilledd tilpasser seg data best. Nærmere beskrivelse av estimeringen finnes i Vedlegg C.

Endringer i IV modelleres som

$$\Delta IV_t = \alpha + \sum_{i=1}^N \beta_i \Delta X_{ti} + u_t, \quad (9)$$

$$u_t = \phi u_{t-1} + \varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-1}, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma)$$

hvor  $\Delta IV_t$  er endringer i IV,  $\Delta X_{ti}$  er endring i forklaringsvariablene,  $\alpha$  er konstantleddet,  $\beta_i$  er regresjonskoeffisientene til forklaringsvariablene,  $u_t$  er modellens feilledd,  $\varepsilon_t$  er et normalfordelt støyledd,  $\phi$  er AR-koeffisienten,  $\theta$  er MA-koeffisienten og  $\sigma$  variansen til  $\varepsilon_t$ .

## 5.2 HAR-RV-modellen

RV implementeres gjennom en modifikasjon av Corsi (2009) sin HAR-RV-modell. I modellen inngår realisert volatilitet over daglige, ukentlige og månedlige horisonter. Ideen er at den første komponenten skal representere kortsiktige investorer, den andre investorer som rebalanserer posisjoner ukentlig og den tredje langsiktige investorer som er eksponert mot månedlig volatilitet. Modellen er gitt som

$$RV_{t+1d} = \alpha + \beta^{(d)} RV_t^{(d)} + \beta^{(w)} RV_t^{(w)} + \beta^{(m)} RV_t^{(m)} + \omega_{t+1d}. \quad (10)$$

hvor  $\omega_{t+1d}$  er differansen mellom et støyledd med en fordeling trunkert til venstre (for å sikre positiv volatilitet) og et feilledd som inneholder måle- og estimeringsfeil i RV.  $d$ ,  $w$  og  $m$  står for henholdsvis dag, uke og måned.

I forklaringsmodellene lagges imidlertid ikke variablene, slik det er gjort i formelen ovenfor. På grunn av stasjonaritetskravet i regresjon med tidsserier, benyttes modellen på endringsform.

Ukentlig og månedlig RV er gitt som rullerende gjennomsnitt over henholdsvis én uke og én måned. Her forutsetter vi fem handelsdager i en uke og 22 i en måned. Ved å inkludere HAR-RV-modellen forsøker vi å ta hensyn til IVs persistente autokorrelasjon og Müller et al. (1993) sin hypotese om heterogene markeder. Hypotesen sier at forskjellige investorer vil ha forskjellige tidshorisonter på investeringer, som gjør at investorer i et marked kan reagere forskjellig på de samme nyhetene.

### 5.3 Modellering innenfor utvalget

Regresjonsmodellene estimeres med RV og AGARCH hver for seg. Herunder defineres tre modellgrupper. Gruppe I inkluderer kun betinget volatilitet, gruppe II inkluderer også markedsvariabler fra Oslo Børs, mens gruppe III i tillegg inkluderer makroøkonomiske variabler.

### 5.4 Modellering utenfor utvalget

Utenfor utvalget predikerer modellene endringer i IV én dag frem. Prediksjoner beregnes ved hjelp av et rullerende estimeringsvindu som inkluderer en ny observasjon og ekskluderer den eldste observasjonen når det rulles fremover. Valget av størrelse på estimeringsvinduet må veie to forhold mot hverandre, konsistensen til koeffisientestimatene og evnen til å fange opp skiftende markedsforhold. Et langt vindu gir konsistente koeffisientestimer, mens et kort vindu gir mer varierende estimer, samtidig som det bedre reflekterer kortsiktige markedsendringer (Alexander, 2008a).

Antallet observasjoner i utvalget vårt er relativt lite. Et langt estimeringsvindu gjør derfor at antall prediksjoner blir få. Dette setter en øvre grense for estimeringsvinduet, mens bruken av AGARCH-estimer på betinget volatilitet setter en nedre grense. Hwang og Valls Pereira (2006) anbefaler minst 500 observasjoner for at standard GARCH-modeller skal gi konsistente estimer. Med bakgrunn i dette benytter vi rullerende estimeringsvinduer på 500, 750 og 1000 observasjoner. Antall prediksjoner blir henholdsvis 964, 714 og 464. Modellene blir vurdert ut fra punktnøyaktighet og retningsnøyaktighet. Med punktnøyaktighet menes hvor nærme estimatene er observerte verdier, mens med retningsnøyaktighet menes modellenes evne til å predikere endring i riktig retning.

## 5.5 Modellspesifikasjoner

Spesifikasjonene til forklarings- og prediksjonsmodellene gjennomgås i de etterfølgende avsnittene.

### 5.5.1 Forklaringsmodeller

Tabell 5-1 oppsummerer modellspesifikasjonene som ble brukt for forklaringsmodellene. Ved å bruke RV og AGARCH i modellene hver for seg, undersøker vi hvilke av volatilitetsmålene som best forklarer endringer i IV. Dette gir to modeller per gruppe. Til sammen seks forklaringsmodeller.

Variabel	$\widehat{\Delta IV}_t =$		
	Gruppe I	Gruppe II	Gruppe III
$\Delta HAR-RV_t / \Delta AGARCH_t$	•	•	•
$\Delta OBX^+_t$		•	•
$\Delta OBX^-_t$		•	•
$\Delta NTR_t$		•	•
$\Delta ATS_t$		•	•
$\Delta OI_t$		•	•
$\Delta TS_t$			•
$\Delta OVX_t$			•
$\Delta Olje_t$			•
$\Delta VIX_t$			•
Mandag			•
Fredag			•

Tabell 5-1: Modellspesifikasjonene for forklaringsmodellene. *HAR-RV* er daglig, ukentlig og månedlig realisert volatilitet, *AGARCH* er volatilitet fra AGARCH-modellen,  $\Delta OBX^+ / \Delta OBX^-$  er positiv/negativ avkastning på OBX-indeksen, *NTR* er antall handler på OBX-indeksen, *ATS* er gjennomsnittlig handelsstørrelse, *OI* er åpen balanse i opsjonsmarkedet, *TS* er termingspread, *OVX* er OVX-indeksen, *Olje* er prisen på 1-månedes-råolje-futures, *VIX* er VIX-indeksen, *Mandag* og *Fredag* er dummyvariabler.  $\Delta$  indikerer at variabelen er på endringsform.

### 5.5.2 Prediksjonsmodeller

Alle variablene, unntatt endring i AGARCH-volatilitet, er lagget én dag i prediksjonsmodellene. Endringer i AGARCH-volatilitet lagges ikke grunnet at verdien av denne variabelen på tidspunkt  $t$  kun avhenger av OBX-avkastningen på tidspunkt  $t-1$  (se formel 6).

I prediksjonsmodellenes gruppe III brukes RV og AGARCH sammen, da denne utgjør grunnlaget for modell 7. Modell 7 inneholder kun variabler fra gruppe III som er signifikante på 5 %-nivå. HAR-RV-modellen utelates da ingen av RV-variablene blir funnet signifikante i gruppe I og II. Grunnen til dette er sannsynligvis at RV-variablene er for høyt korrelerte.

Tabell 5-2 viser spesifikasjonene til prediksjonsmodellene. Til forskjell fra forklaringsmodellene deles ikke avkastning på OBX-indeksen opp i positiv og negativ avkastning. Vi forventer ingen asymmetri mellom positiv og negativ avkastning, da leverage-effekten tenderer til å avta over tid (Figlewski og Wang, 2000).

For å ha et sammenligningsgrunnlag for modellenes prediksjonsevne, estimeres en ARMA(1,1)-modell uten forklaringsvariabler. På denne måten får vi undersøkt hvorvidt økonomiske forklaringsvariabler øker prediksjonsevnen eller ikke.

Variabel	$\widehat{\Delta IV}_t =$				
	Modell 0	Gruppe I	Gruppe II	Gruppe III	Modell 7
$\Delta HAR-RV_t / \Delta AGARCH_t$		•	•	•*	•
$\Delta OBX_{t-1}$			•	•	•
$\Delta NTR_{t-1}$			•	•	
$\Delta ATS_{t-1}$			•	•	
$\Delta OI_{t-1}$			•	•	
$\Delta TS_{t-1}$	ARMA(1,1)			•	
$\Delta OVX_{t-1}$				•	
$\Delta Olje_{t-1}$				•	
$\Delta VIX_{t-1}$				•	•
Mandag				•	•
Fredag				•	

Tabell 5-2: Modellspesifikasjonene for prediksjonsmodellene. *HAR-RV* er daglig, ukentlig og månedlig realisert volatilitet, *AGARCH* er volatilitet fra AGARCH-modellen,  $\Delta OBX$  er avkastning på OBX-indeksen, *NTR* er antall handler på OBX-indeksen, *ATS* er gjennomsnittlig handelsstørrelse, *OI* er åpen balanse i opsjonsmarkedet, *TS* terminspread, *OVX* er OVX-indeksen, *Olje* er prisen på 1-måned-råolje-futures, *VIX* er VIX-indeksen, *Mandag* og *Fredag* er dummyvariabler.  $\Delta$  indikerer at variabelen er på endringsform. \* *HAR-RV* og *AGARCH* er med i modellen.

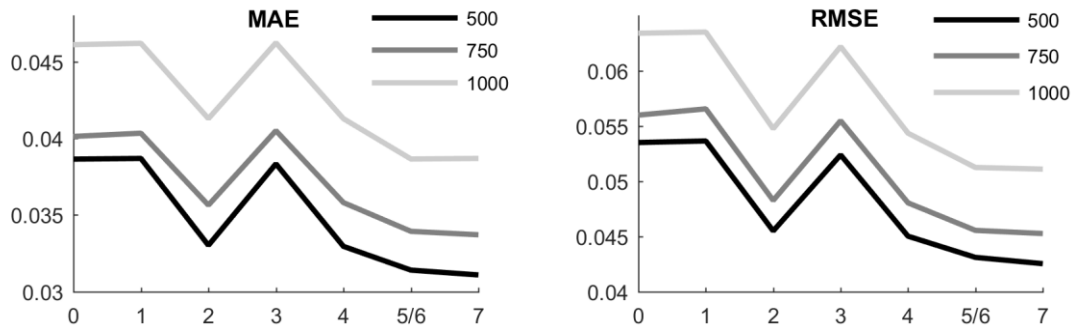
## 5.6 Modellevaluering

Innenfor utvalget evalueres modellene primært ved hjelp av AIC, BIC og korrelasjonen mellom realiserde og modelltilpassede verdier ( $\rho$ ). I tillegg ser vi på modellenes treffrate, da dette vil være av interesse for investorer og spekulanter i opsjonsmarkedet.

### 5.6.1 Evaluering av punktnøyaktighet

Vi benytter root mean square error (RMSE) og mean absolute error (MAE) for å vurdere modellenes evne til å lage nøyaktige punkttestimater. RMSE er alltid størst, og forskjellen mellom målene representerer variansen i prediksjonsfeilen. Lave verdier viser gode prediksjonsresultater. I figur 5-2 er prediksjonsmodellenes MAE- og RMSE for estimeringsvinduet gjengitt grafisk. Estimeringsvinduet med 500 observasjoner gir best resultater for samtlige modeller, vi velger derfor å vektlegge resultatene fra dette estimeringsvinduet videre.





Figur 5-2: MAE- og RMSE-verdier for hver modell med de 3 forskjellige estimeringsvinduerne. Modellnummer er angitt på X-aksen.

For å rangere modellene bruker vi den ubetingede teststatistikken utarbeidet av Giacomini og White (2006). Metoden brukes blant andre av Fernandes et al. (2014). Testen er et statistisk mål på om en modell er mer nøyaktig enn en annen, samtidig som den er fleksibel, kan benyttes på forskjellige modeller og med forskjellige tapsfunksjoner. I våre analyser bruker vi kvadratiske prediksjonsfeil som tapsfunksjon. I testen er det viktig at estimeringsvinduet er «lite» i forhold til antall prediksjoner. Vi gjennomfører testen med et estimeringsvindu på 500, som gir et forhold på 0,5. Testen gir et mål på hvorvidt forventningen til differansen mellom modellenes tapsfunksjoner er ulik null. Nullhypotesen er definert som  $\mu=0$  i regresjonen

$$\Delta L_{t+h}(\hat{\theta}_t) = \mu + \varepsilon_{t+h}. \quad (11)$$

$$\text{Hvor } \Delta L_{t+h} = L^1(y_{t+h}, f_t^1(\hat{\theta}_t)) - L^2(y_{t+h}, f_t^2(\hat{\theta}_t)),$$

$L^i$  er tapsfunksjonen til modell  $i$ ,  $y_{t+h}$  er observert endring i den predikerte variabelen på tidspunkt  $t+h$ ,  $\hat{\theta}_t$  er de estimerte parameterne i det rullende estimeringsvinduet,  $f_t^i$  er prediksjonen fra modell  $i$  på tidspunkt  $t$  og  $h$  er lengden på prediksjonshorisonten.

### 5.6.2 Evaluering av retningsnøyaktighet

Nøyaktige punktestimater på volatilitet er vanskelig å oppnå, men retningen er lettere å predikere. Fortegnet til punktestimatene brukes som retningen på prediksjonen. Når modellen predikerer endring i riktig retning, anses dette som en suksess, og vi beregner treffraten som andel suksesser i forhold til antall prediksjoner. Vi benytter Pesaran-Timmerman-test (PT-test) som et statistisk mål på om prediksjonsretningen er signifikant forskjellig fra tilfeldig trekning. Opprinnelig er dette en test for markedstiming, introdusert av Pesaran og Timmermann (1992), men Granger og Pesaran (2000) definerte testen slik den blir brukt i denne studien. I testen har prediksjonene fire forskjellige utfall, disse er gjengitt i figur 5-3.

		Faktisk utfall	
		<i>Opp</i>	<i>Ned</i>
Prediksjon	<i>Opp</i>	$N_{uu}$	$N_{ud}$
	<i>Ned</i>	$N_{du}$	$N_{dd}$

Figur 5-3: Viser de mulige utfallene fra prediksjonene.

PT-testen defineres da som

$$PT = \frac{\sqrt{N} \cdot KS}{\sqrt{\frac{\hat{\pi}_f(1 - \hat{\pi}_f)}{\hat{\pi}_a(1 - \hat{\pi}_a)}}} \quad (12)$$

$$KS = \frac{N_{uu}}{N_{uu} + N_{du}} - \frac{N_{ud}}{N_{ud} + N_{dd}}, \quad \hat{\pi}_a = \frac{N_{uu} + N_{du}}{N}, \quad \hat{\pi}_f = \frac{N_{uu} + N_{ud}}{N}$$

Hvor  $KS$  er Kuiper-Score som faller mellom 1 og -1,  $N$  er antall observasjoner og naturlig lik  $N_{uu} + N_{ud} + N_{du} + N_{dd}$ ,  $\hat{\pi}_a$  og  $\hat{\pi}_f$  er henholdsvis sannsynligheten for at faktiske utfall er opp og sannsynligheten for at prediksjonene er opp.  $PT$  er standard normalfordelt.

Kuiper-Score er et mål på hvor godt prediksjonene skiller mellom Opp- og Ned-utfallene. Fordelen med å bruke dette målet er at ved konstant prediksjon i én retning eller ved tilfeldige prediksjoner blir scoren 0. Dette er ikke nødvendigvis tilfellet for andre typer mål. PT-testen standardiserer Kuiper-Score og evalueres mot standard normalfordelingen. Ved p-verdier mindre enn 0,05 forkastes nullhypotesen om at prediksjonenes retning ikke har noen sammenheng med faktisk observert retning.

## 6. Resultater

Kapittelet går først gjennom modellenes koeffisientestimater og forklarings- og prediksjonsmodellenes tilpasning innenfor utvalget. Deretter følger en analyse og evaluering av prediksjonsmodellenes tilpasning utenfor utvalget. Regresjonsresultater for forklarings- og prediksjonsmodellene oppsummeres henholdsvis i tabell 6-1 og 6-2, mens studiens viktigste funn oppsummeres i tabell 6-5. Residualplott finnes i vedlegg D.

### 6.1 Analyse av forklaringsmodellene

Fra modell 1 ser vi at de ulike RV-variablene kun forklarer deler av endringene i IV. Som forventet har RV en signifikant positiv innvirkning på IV for alle modellene. HAR-spesifiseringen viser at månedlig endringer i RV fører til større bevegelser i IV enn ukentlige og daglige endringer. En årsak til dette kan være at opsjonsinvestorer ved Oslo Børs er mer sensitive til langsiktig volatilitet i markedet enn den kortsiktige realiserte volatiliteten, som preges av mer støy.

Videre observerer vi at RVs effekt på IV avtar etter hvert som flere forklaringsvariabler legges til. Effekten er særlig stor dersom man sammenligner modell 3 og 1. Her er det tydelig at markedsvARIABLENE fra Oslo Børs bidrar med informasjon om endringer i IV utover det som er inkludert i RV-variablene. Sammenlignet med modell 1 dobles korrelasjonen mellom observerte og modelltilpassede verdier. Den økte forklaringsgraden kommer hovedsakelig fra avkastning på OBX-indeksen og endring i åpen balanse.

Avkastning på OBX-indeksen er signifikant i alle modellene. Som forventet har positiv avkastning en negativ effekt på endringer i IV, mens negativ avkastning øker IV.

Koeffisientene til negativ avkastning er større i absolutt størrelse enn koeffisientene til positiv avkastning for alle modeller, unntatt modell 4. Koeffisientestimatet her og i modell 6 er påvirket av høy korrelasjon mellom negativ avkastning og endring i AGARCH. Resultatene indikerer at daglig avkastning påvirker opsjonstradernes forventede svingninger på børsen, og at leverage-effekten er gjeldende. På grunn av dette kan man forvente større endringer i opsjonsprisene på OBX-indeksen når avkastningen på indeksen er negativ enn når den er positiv, alt annet likt.

Forklaringsmodeller						
$\Delta IV_t =$						
	Gruppe I		Gruppe II		Gruppe III	
Variabel	1	2	3	4	5	6
Konstantledd	0,000 (0,001)	0,000 (0,001)	0,001 (0,001)	0,001 (0,001)	-0,004*** (0,001)	-0,004*** (0,001)
AR	0,657*** (0,033)	0,555*** (0,046)	0,329*** (0,044)	0,302*** (0,046)	0,330*** (0,044)	0,310*** (0,046)
MA	-0,853*** (0,025)	-0,770*** (0,036)	-0,674*** (0,037)	-0,643*** (0,039)	-0,675*** (0,038)	-0,656*** (0,039)
$\Delta RV_t$	0,024*** (0,005)		0,011** (0,004)		0,008** (0,004)	
$\Delta RV_t^{uke}$	0,069*** (0,015)		0,036*** (0,012)		0,030*** (0,011)	
$\Delta RV_t^{mnd}$	0,174*** (0,035)		0,043* (0,026)		0,054** (0,027)	
$\Delta AGARCH_t$		0,274*** (0,008)		0,068*** (0,014)		0,059*** (0,013)
$\Delta OBX_t^+$			-2,478*** (0,104)	-2,332*** (0,107)	-2,198*** (0,112)	-2,037*** (0,110)
$\Delta OBX_t^-$			-2,512*** (0,088)	-2,293*** (0,111)	-2,268*** (0,100)	-2,052*** (0,018)
$\Delta NTR_t$			0,005 (0,006)	0,009 (0,006)	0,016*** (0,006)	0,018*** (0,006)
$\Delta ATS_t$			-0,011 (0,012)	-0,013 (0,012)	0,002 (0,012)	0,000 (0,012)
$\Delta OI_t$			0,019*** (0,007)	0,019*** (0,006)	0,013* (0,007)	0,015** (0,006)
$\Delta TS_t$					-3,845** (1,609)	-4,497*** (1,578)
$\Delta OVX_t$					0,018 (0,021)	0,028 (0,021)
$\Delta Olje_t$					0,118** (0,055)	0,102* (0,054)
$\Delta VIX_t$					0,086*** (0,014)	0,085*** (0,013)
Mandag					0,026*** (0,003)	0,026*** (0,003)
Fredag					-0,004 (0,003)	-0,004 (0,003)
AIC	-4543	-4906	-5318	-5495	-5451	-5533
BIC	-4512	-4885	-5260	-5347	-5362	-5454
$\rho_{\Delta IV, \Delta IV}$	0,34	0,53	0,70	0,70	0,73	0,73
In sample treffrate	58,32 %	66,58 %	69,73 %	70,88 %	74,27 %	74,37 %

Tabell 6-1: Viser regresjonskoeffisientene og verdier for evalueringsmålene for forklaringsmodellene. Verdiene i parentes er standardfeilen. \*, \*\* og \*\*\* viser signifikans på henholdsvis 10 %-, 5 %- og 1 %-nivå.  $\rho_{\Delta IV, \Delta IV}$  er korrelasjonen mellom modelltilpassede verdier og observerte IV-verdier.  $RV_t$ ,  $RV_t^{uke}$ ,  $RV_t^{mnd}$  er hhv. daglig, ukentlig og månedlig realisert volatilitet,  $AGARCH$  er volatilitet fra AGARCH-modellen,  $\Delta OBX^+ / \Delta OBX^-$  er positiv/negativ avkastning på OBX-indeksen,  $NTR$  er antall handler på OBX-indeksen,  $ATS$  er gjennomsnittlig handelsstørrelse,  $OI$  er åpen balanse i opsjonsmarkedet,  $TS$  er terminspreaden,  $OVX$  er OVX-indeksen,  $Olje$  er prisen på 1-månedes-råolje-futures,  $VIX$  er VIX-indeksen, *Mandag* og *Fredag* er dummyvariabler.  $\Delta$  indikerer at variabelen er på endringsform.

Hypotesen om at endringer i åpen balanse har en positiv sammenheng med endringer i IV, bekreftes av modell 3 til 6. Effekten gjør at man alt annet likt kan forvente lavere IV på dager hvor man typisk ser at åpen balanse reduseres. Dette gjelder eksempelvis på dager hvor mange investorer stenger posisjonene sine. Dersom åpen balanse reflekterer behovet for hedging, ser vi at økt behov for hedging har sammenheng med økt usikkerhet i markedet. Åpen balanse er signifikant i alle modellene den inngår i, men signifikansen svekkes når makroøkonomiske variabler og ukedags-dummys inkluderes. Årsaken er at deler av den sykliske variasjonen i åpen balanse gjenspeiles i dummyvariablene.

Endring i antall handler er kun signifikant for modellene i gruppe III. Årsaken til at variabelen ikke blir funnet signifikant i gruppe I og II, forventes å være den høye korrelasjonen med endringer i RV (se vedlegg J). I likhet med Fernandes et al. (2014) finner vi at fortegnet til koeffisienten er positiv. Økt handel i OBX-aksjene bidrar altså til å drive opp IV. Dette er i tråd med forventningen om at endringer i tilbud og etterspørsel fører til prisendringer i markedet. Resultatet støtter hypotesen om at heterogeniteten i markedet øker volatiliteten. Endring i gjennomsnittlig handelsstørrelse blir ikke funnet signifikant.

Gruppe III av forklaringsmodeller viser den beste tilpasningen. En sammenligning av korrelasjonen mellom realiserte- og predikerte endringer i IV, AIC og BIC, viser at modelltilpasningen øker når makroøkonomiske variabler og ukedag-dummys legges til. I tillegg predikeres riktig retning i IV-endringene oftere. Estimaten viser, i likhet med Harvey og Whaley (1992) sine resultater, at endringer i IV er signifikant høyere på mandager enn andre dager. Effekten er som forventet, og kan tyde på IV drives oppover av at spekulanter ofte åpner posisjoner på mandager. Vi finner ingen støtte for at IV på Oslo Børs reduseres på fredager.

I modell 5 og 6 ser vi hvordan en økning i spreaden mellom lange og korte statsobligasjoner innvirker negativt på endringer i IV. Dette bekrefter funn gjort av blant annet Brooks og Oozeer (2002). En årsak til sammenhengen er at stor terminspread signaliserer økonomisk stabilitet ved at rentenivået forventes å være stabilt, mens en liten spread gir uttrykk for usikkert fremtidig rentenivå og derfor økonomisk ustabilitet. Dette ser vi eksempelvis ved at terminspreaden var svært liten under den europeiske gjeldskrisen, og at den nå er på vei nedover grunnet utfordrende tider for norsk økonomi.

Når det kommer til de to oljevariablenes innvirkning på endring i IV finner vi at endring i prisen på råolje har en signifikant positiv innvirkning, mens endringer i OVX-indeksen ikke er signifikant. Funnet står i motsetning til Franks og Schwartz (1991), Konstantinidi et al. (2008) og Fernandes et al. (2014), som finner at oljeprisen ikke påvirker IV. OBX-indeksens IV ser dermed ut til å skille seg fra IV på blant annet FTSE- og S&P500-indeksen ved å være mer eksponert mot endringer i oljeprisen. I utgangspunktet er imidlertid oljeprisens påvirkning forventet å være negativ. Det uventede fortegnet på regresjonskoeffisienten forklares med at avkastningen på OBX-indeksen og endringer i oljeprisen er sterkt korrelert. Andelen olje- og oljeservice-selskaper i indeksen er høy, som gjør at den negative effekten av oljeprisendringer fanges opp av OBX-avkastningen.

Modell 5 og 6 inkluderer endringer i VIX-indeksen som forklaringsvariabel, og viser at IV på S&P500-indeksen har en signifikant positiv effekt på IV på OBX-indeksen. VIX følges tett av investorer verden over. Ifølge Oslo Børs (2014) er utenlandske investorer den største eiergruppen, effekten er derfor som forventet.

Ved sammenligning av modellene innenfor hver gruppe er det klart at modellen med AGARCH som mål på betinget volatilitet utkonkurrerer HAR-RV-modellene. AIC, BIC,  $\rho$  og treffrate er alle bedre for AGARCH-modellene enn HAR-RV-modellene. Dette viser at måten AGARCH tar hensyn til leverage-effekten på er viktig for å forklare endringer i IV på Oslo Børs. Grunnen til at RV ikke presterer like bra, kan være fordi RV måler øyeblikkelig volatilitet, som varierer svært mye fra dag til dag.

## 6.2 Analyse av prediksjonsmodellene

Prediksjonsmodellene benytter modellspesifikasjonene fra forklaringsmodellene i tillegg til en ren ARMA-modell. Modell 7 inkluderer kun signifikante variabler fra modell 5/6.

Utfra BIC,  $\rho$ , og treffrate viser resultatene i tabell 6-2 at ARMA-modellen predikerer endringer i IV dårligere enn modellene som benytter eksogene forklaringsvariabler. Forskjellen er imidlertid minst mellom modell 0 og 1. Modell 1 benytter en ren HAR-RV-spesifisering. Ingen av RV-variablene er her signifikant, som tyder på at historiske realisasjoner av betinget volatilitet har liten betydning for opsjonsinvestorenes forventning om fremtidig volatilitet i OBX-indeksen. I tillegg er korrelasjonen mellom disse variablene høy, derfor blir kun lagget verdi av daglig RV-endring inkludert i modell 5/6.

Prediksjonsmodeller							
$\widehat{\Delta IV}_t =$							
	Gruppe I			Gruppe II		Gruppe III	
	0	1	2	3	4	5/6	7
Konstantledd	0,000 (0,000)	0,000 (0,001)	0,000 (0,001)	0,000 (0,001)	0,000 (0,001)	-0,006*** (0,001)	-0,006*** (0,001)
AR	0,576*** (0,067)	0,655*** (0,056)	0,555*** (0,046)	0,272*** (0,052)	0,430*** (0,045)	0,407*** (0,044)	0,406*** (0,044)
MA	-0,724*** (0,057)	-0,796*** (0,048)	-0,770*** (0,036)	-0,642*** (0,044)	-0,729*** (0,034)	-0,728*** (0,034)	-0,719*** (0,034)
$\Delta RV_{t-1}$		-0,008 (0,005)		-0,005 (0,006)		-0,011*** (0,004)	-0,012*** (0,004)
$\Delta RV_{t-1}^{uke}$		0,001 (0,017)		0,002 (0,014)			
$\Delta RV_{t-1}^{mnd}$		0,045 (0,050)		0,005 (0,037)			
$\Delta AGARCH_t$			0,274*** (0,008)		0,255*** (0,009)	0,236*** (0,009)	0,237*** (0,009)
$\Delta OBX_{t-1}$				-1,297*** (0,117)	-0,675*** (0,086)	-0,194** (0,095)	-0,259*** (0,086)
$\Delta NTR_{t-1}$				-0,013* (0,008)	-0,016*** (0,006)	-0,002 (0,007)	
$\Delta ATS_{t-1}$				0,000 (0,015)	0,004 (0,013)	-0,003 (0,012)	
$\Delta OI_{t-1}$				0,024*** (0,009)	0,021*** (0,008)	0,013* (0,008)	
$\Delta TS_{t-1}$						-2,086 (1,508)	
$\Delta OVX_{t-1}$						0,033 (0,023))	
$\Delta Olje_{t-1}$						-0,079 (0,060)	
$\Delta VIX_{t-1}$						0,146*** (0,014)	0,161*** (0,013)
Mandag						0,029*** (0,003)	0,030*** (0,003)
Fredag						-0,001 (0,003)	0,003
AIC	-4480	-4418	-4906	-4500	-4949	-5101	-5105
BIC	-4470	-4387	-4885	-4447	-4907	-5022	-5063
$\rho_{\Delta IV, \Delta \widehat{IV}}$	0,18	0,19	0,53	0,31	0,55	0,62	0,61
In sample treffrate	55,84 %	56,00 %	66,58 %	57,53 %	65,32 %	71,96 %	72,30 %

Tabell 6-2: Viser regresjonskoeffisientene og verdier for evalueringsmålene for prediksjonsmodellene. Verdiene i parentes er standardfeilen. \*, \*\* og \*\*\* viser signifikans på henholdsvis 10 %-, 5 %- og 1 %-nivå.  $\rho_{\Delta IV, \Delta \widehat{IV}}$  er korrelasjonen mellom predikerte verdier og observerte IV-verdier.  $RV_t$ ,  $RV_t^{uke}$ ,  $RV_t^{mnd}$  er hhv. daglig, ukentlig og månedlig realisert volatilitet,  $AGARCH$  er volatilitet fra AGARCH-modellen,  $\Delta OBX$  er avkastning på OBX-indeksen,  $NTR$  er antall handler på OBX-indeksen,  $ATS$  er gjennomsnittlig handelsstørrelse,  $OI$  er åpen balanse i opsjonsmarkedet,  $TS$  er terminspreaden,  $OVX$  er OVX-indeksen,  $Olje$  er prisen på 1-måneders-råolje-futures,  $VIX$  er VIX-indeksen, *Mandag* og *Fredag* er dummyvariabler.  $\Delta$  indikerer at variabelen er på endringsform.

Endring i RV i modell 5/6 er en signifikant forklaringsvariabel, og regresjonskoeffisienten indikerer en negativ relasjon til endring i IV. Relasjonen kan forklares med den negative autokorrelasjonen som ofte finnes i endringer av volatilitet. Dette kan forklares ved at høyere enn gjennomsnittlig volatilitet forrige dag gjør at opsjonsinvestorenes forventinger om fremtidig volatilitet justeres ned mot gjennomsnittet. Effekten av forrige dags RV-endringer er imidlertid liten, som kan sees i sammenheng med den høye persistensen i IVs autokorrelasjon (vedlegg E og F).

Vi kan imidlertid ikke utelukke at sampling-metoden brukt i denne studien er noe enkel. RV-variabelen kan inneholde mikrostrukturstøy, som kunne vært unngått med en mer avansert sampling-metode, som for eksempel «tick-time»-sampling (Griffin og Oomen, 2008). Den estimerte påvirkningen til endringer i RV på endringer i IV kunne da blitt annerledes.

Lagget avkastning på OBX-indeksen blir funnet signifikant i alle modellene variabelen inngår i. Koeffisientestimatene viser at negativ avkastning forrige dag øker IV, alt annet likt. Historisk avkastning påvirker altså investorenes vurdering av fremtidig volatilitet, som bidrar til å forklare eksistensen av volatilitets-clustering.

Åpen balanse forrige dag har signifikant påvirkning på endringer i IV på Oslo Børs. Sammenlignet med forklaringsmodellene har laggede verdier av åpen balanse større påvirkning enn samtidige. Dette ses i sammenheng med hypotesen om at endringer i utestående kontrakter reflekterer endringer i behovet for hedging. En økning i hedge-aktivitet fra en dag til en annen gjør at opsjonsmarkedet forventer at volatiliteten vil stige.

På samme måte som for åpen balanse, ser vi at endringer i VIX-indeksen får større effekt på IV når variabelen lagges. Dette er en naturlig effekt da Oslo Børs stenger kort tid etter de amerikanske børsene åpner. Store deler av informasjonen fra handelsdagen i USA kan derfor ikke benyttes av investorer på Oslo Børs før neste dag. Bruken av laggede endringer i VIX gir et bedre bilde av hvordan IV øker når investorer i S&P500-opsjoner forventer økt fremtidig volatilitet.

Når det kommer til modelltilpasning tyder det på at Modell 7 predikerer endringer i IV best av modellene. Innenfor utvalget treffer modellen riktig retning på IV i 72 % av tilfellene og korrelasjonen mellom realiserte og predikerte verdier er på 0,6. Sammenlignet med den beste



forklaringsmodellen, er det liten forskjell i treffrate. Mye av økningen i forklaringsgrad skyldes endringer i betinget volatilitet fra AGARCH. AGARCH produserer altså volatilitetsprediksjoner som påvirker opsjonsinvestorenes evaluering av fremtidig volatilitet.

Harvey og Whaley (1992) konkluderer med at IV på S&P100 statistisk sett er predikerbar. Det faktum at flere laggede forklaringsvariabler blir funnet signifikante, bekrefter at dette også gjelder for IV på OBX.

### 6.3 Analyse av prediksjonsresultatene

Tabell 6-3 viser resultatene fra modelltestingen utenfor utvalget, og uthevede verdier viser de beste resultatene. Vi definerer Modell 0 som benchmark-modell. Resultatene som diskuteres i dette avsnittet er fra estimeringsvinduet på 500<sup>14</sup>, disse viser at modell 7 presterer best, men at det er små forskjeller mellom modell 5/6 og modell 7.

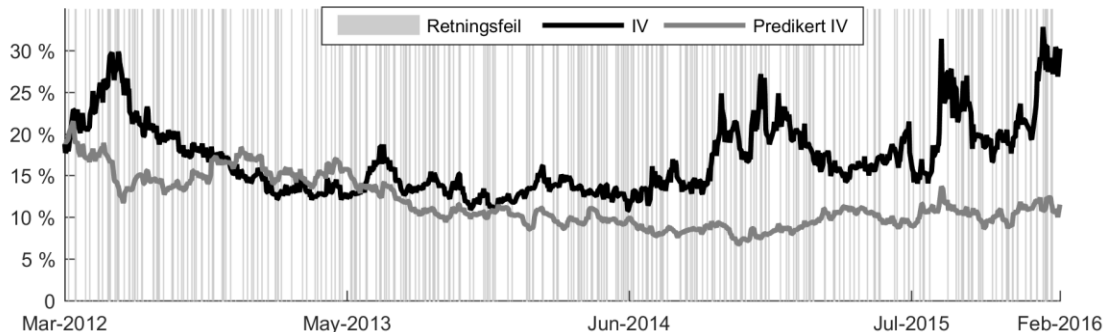
Evaluering av modellenes prediksjonsevne							
Modell	0	1	2	3	4	5/6	7
Treffrate	51,9 %	52,2 %	67,1 %	56,4 %	65,6 %	71,1 %	<b>72,6 %</b>
Korrelasjon	0,137	0,129	0,537	0,242	0,552	0,601	<b>0,613</b>
RMSE	0,054	0,054	0,046	0,052	0,045	0,043	<b>0,043</b>
MAE	0,039	0,039	0,033	0,038	0,033	0,031	<b>0,031</b>
KS	0,014	0,042	0,341	0,126	0,309	0,417	<b>0,448</b>
PT	0,438	1,312*	10,779***	3,912***	9,763***	12,991***	<b>13,990***</b>

Tabell 6-3: Resultater fra prediksjonene utenfor utvalget med estimeringsvindu på 500. *KS* er Kuiper-Score, *PT* er testverdien fra Pesaran-Timmermann-testen. \*, \*\* og \*\*\* indikerer signifikans på henholdsvis 10 %-, 5 %- og 1 %-nivå.

Modell 0 predikerer riktig retning 52 % av gangene. Modell 1 og 3 presterer ikke bedre enn Modell 0. Dette er ikke overraskende da HAR-RV-koeffisientene for disse prediksjonsmodellene ikke er signifikante. Resultatene tyder på at HAR-RV-modellen alene ikke inneholder tilstrekkelig med informasjon til å predikere IV på Oslo Børs. Inkluderingen av markedsvariablene fra Oslo Børs i Modell 3 gir kun marginalt bedre resultater. Modell 2 ekskluderer HAR-RV-modellen, men inkluderer endring i AGARCH-estimatene. Dette fører til en økning i treffraten på 10–15 prosentpoeng. Treffraten til Modell 4 er marginalt dårligere enn for Modell 2. Dette tyder på at i samspill med AGARCH-estimatene, bidrar ikke markedsvariablene fra Oslo Børs med større prediksjonskraft. Høyeste treffrate er på 73 % og oppnås med Modell 7. Resultatene fra Modell 7 er marginalt bedre enn fra Modell 5/6.

<sup>14</sup> Resultatene fra de andre estimeringsvinduerne kan finnes i Vedlegg G og diagnostikktester for prediksjonsfeilene i Vedlegg I.

I samspill med endring i AGARCH-estimatene, markedsvariabler og makrovariabler, tyder treffrate-resultatene på at forrige dags RV bidrar med informasjon som gir økt prediksjonskraft. I figur 6-1 fremstilles prediksjonene fra modell 7 grafisk.



Figur 6-1: Viser prediksjonene og retningsfeilene fra Modell 7, og IV. De grå søylene viser når modellen predikerer feil retning. Predikert IV er beregnet med utgangspunkt i den observerte IV-verdien 28.03.2012 og deretter kun med modellenes predikerte endringer.

Predikert IV-grafen er beregnet ved å ta utgangspunkt i den observerte IV-verdien før prediksjonsvinduet starter, for så kun å bruke predikerte endringer i prediksjonsvinduet. Modellen klarer ikke å predikere korrekt nivå på IV. Generelt predikeres det mindre endringer enn de som blir observert, men i noen perioder predikerer også modellen feil retning over tid. Dette er tilfellet i starten av prediksjonsperioden og skyldes mest sannsynlig at observasjonene i de første estimeringsvinduene inneholder den mest ekstreme perioden i datasettet (se figur 4-1). Dette fører også til at Predikert IV ligger under IV i nesten hele perioden.

De grå søylene i figur 6-1 viser når modellen predikerer feil retning. Figuren viser at det er lite systematikk i retningsfeilene. På slutten av 2015, øker IV relativt mye på kort tid og modellen presterer bra. I motsatt tilfelle presterer modellen også bra høsten 2013 når IV er lav og varierer lite. Ved nærmere analyse av figuren observerer vi en tendens til at prediksjonsfeilene kommer etter små endringer i IV som bryter med den kortsiktige trenden i perioden.

En korrelasjonskoeffisient på 1 representerer en perfekt prediksjonsmodell. Modellene våre oppnår korrelasjonskoeffisienter på mellom 0,1 og 0,6, og blir vurdert ut ifra hvilke verdier som er nærmest 1. I følge dette målet presterer Modell 1 dårligst og korrelasjonen ligger under korrelasjonskoeffisienten til Modell 0. Vi ser også at det er stor forskjell mellom de tre dårligste modellene og de fire beste. De beste har korrelasjonskoeffisienter på over 0,5, mens

de dårligste oppnår verdier på under halvparten av dette. Denne forskjellen blir i all hovedsak forklart av inkluderingen av AGARCH-variabelen. Modell 7 har den høyeste korrelasjonskoeffisienten. Korrelasjonskoeffisientene er relativt lave, som viser at modellene ikke klarer å predikere like store endringer som vi observerer i IV-serien.

RMSE og MAE er mål på avstanden mellom de observerte verdiene og prediksjonene. Resultatene viser at Modell 5/6 og Modell 7 predikerer verdier nærmest observerte verdier, og er ifølge RMSE og MAE like gode. Videre ser vi at rangeringen av modellene ut fra treffrate og korrelasjon opprettholdes. Modell 2 presterer bedre enn Modell 0, 1 og 3.

Pesaran-Timmermann-testen gir et statistisk mål på om retningen til prediksjonene har en sammenheng med retningen til de observerte verdiene. Testen viser at dette er tilfellet for de fleste modellene. Modellene 2 til 7 er alle signifikante på 1 %-nivå, mens modell 1 kun er signifikant på 10 %-nivå. Modell 0 produserer ikke statistisk signifikante prediksjoner. Disse resultatene viser at betinget volatilitet, markedsinformasjon og makrovariabler forbedrer prediksjonsresultatene betraktelig.

Giacomini-White-testen gir et statistisk mål på hvorvidt en prediksjonsmodell er bedre enn en annen. Resultatene for estimeringsvinduet på 500 observasjoner er gjengitt i Tabell 6-4, mens de andre resultatene finnes i Vedlegg H. Signifikante positive verdier indikerer at rad-modellen er signifikant bedre enn kolonne-modellen, mens signifikante negative verdier indikerer at kolonne-modellen er bedre. Resultatene viser at Modell 1 ikke er signifikant bedre enn Modell 0. Modell 2 er bedre enn Modell 3, mens det ikke er noen signifikant forskjell på Modell 2 og 4. Resultatene viser imidlertid at Modell 7 er signifikant bedre enn Modell 5/6 på 1 %-nivå.

Giacomini-White-test						
Modell	0	1	2	3	4	5/6
1	-0,75					
2	33,99***	32,76***				
3	5,68**	6,47**	-26,91***			
4	33,67***	32,51***	1,79	30,66***		
5/6	31,13***	30,55***	8,05***	28,70***	8,05***	
7	33,12***	32,45***	12,17***	30,56***	12,61***	7,34***

Tabell 6-4: Resultatene fra Giacomini-White-testen. Signifikante positive verdier indikerer at rad-modellen er bedre enn kolonne-modellen, signifikante negative verdier viser at kolonne-modellen er signifikant bedre enn rad-modellen. \*, \*\* og \*\*\* indikerer signifikans på henholdsvis 10 %-, 5 %- og 1 %-nivå.

Studiens viktigste resultater oppsummeres i tabell 6-5.

<b>Resultatoppsummering</b>	
<i>Forklaringsmodeller</i>	<i>Prediksjonsmodeller</i>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• OBX-indeksens IV mest sensitiv til månedlig volatilitet ifølge HAR-RV-modellen</li> <li>• Store deler av IV-endringene forklares av avkastning og endring i åpen balanse</li> <li>• Finner støtte for leverage-effekten i IV på OBX-indeksen</li> <li>• IV øker i gjennomsnitt mer på mandager enn resten av handelsuken</li> <li>• Endringer i IV på OBX-indeksen følger endringer i VIX-indeksen tett</li> <li>• AGARCH-volatilitet har større forklaringskraft enn RV</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Modell med RV, AGARCH, avkastning, VIX og dummy for mandag predikerer IV best.</li> <li>• RV og AGARCH utfyller hverandre i prediksjonssammenheng</li> <li>• Den beste modellen oppnår en treffrate på 73 % utenfor utvalget</li> <li>• Resultatene tyder på at IV på Oslo Børs statistisk sett er predikerbar</li> <li>• Fem av seks modeller predikerer bedre enn en ARMA(1,1)-modell uten forklaringsvariabler</li> <li>• Modellene predikerer generelt for små endringer i IV</li> </ul>

Tabell 6-5: Resultatoppsummering

## 7. Konklusjon

I denne studien har vi forsøkt å forklare og predikere endringer i IV på Oslo Børs ved hjelp av variabler fra børsen og et sett med makroøkonomiske variabler. Studien viser hvordan ulike markeds- og makrovariabler påvirker IV på Oslo Børs, og bør være av interesse for investorer i både opsjons- og aksjemarkedet. Ved hjelp av regresjon med ARMA-feilledd finner vi at de viktigste forklaringsvariablene er avkastning på OBX-indeksen, betinget volatilitet og endringer i VIX-indeksen. HAR-RV spesifiseringen er nyttig i forklaringsmodellene, og viser at opsjonsinvestorene ved Oslo Børs påvirkes mest av månedlig volatilitet. AGARCH-volatilitet gir imidlertid modeller med bedre tilpasning, som tyder på at det er viktig å ta høyde for leverage-effekten i estimerer på betinget volatilitet.

Prediksjonsmodellene indikerer at historiske realisasjoner av RV har liten betydning for opsjonsinvestorenes forventninger om fremtidig volatilitet. Bruk av AGARCH-volatilitet blir funnet å forbedre prediksjonsevnen sammenlignet med modellene med HAR-RV-spesifikasjon. Den beste prediksjonsmodellen predikerer riktig retning på IV i 73 % av tilfellene når modellen reestimeres daglig. Her benyttes både RV og AGARCH-volatilitet i samme modell, som viser at de to volatilitetsmålene med hell kan kombineres. Resultatene utenfor utvalget bekrefter at tidligere funn rundt predikerbarheten til IV også kan overføres til Oslo Børs.

Presise IV-prediksjoner kan benyttes i handelsstrategier basert på opsjoner. Prediksjonene fra studiens modeller kan for eksempel brukes i enkle strategier som å kjøpe/selge opsjoner etter hvilken retning IV predikeres, eller konstruere «straddles». Mer avanserte strategier som «strangles» og «butterfly-spreads» kan også benyttes. På grunn av studiens omfang, utelates evaluering av modellenes prediksjoner basert på økonomiske resultater. Dette vil være interessant for videre studier.

Vi anbefaler også videre studier å utvide datagrunnlaget. Ved en lengre dataperiode kunne vi sett på effektene på månedlige observasjoner, som ville gjort resultatene enda mer relevant i investerings- og risikostyringssammenheng.

## 8. Referanser

- Agnolucci, P. (2009) Volatility in crude oil futures: a comparison of the predictive ability of GARCH and implied volatility models, *Energy Economics*, 31 (2), s. 316-321.
- Ahoniemi, K. (2006) *Modeling and forecasting implied volatility – an econometric analysis of the VIX index*. PhD avhandling, Helsinki School of Economics.
- Alexander, C. (2008a) *Market risk analysis, practical financial econometrics*. Chichester: Wiley.
- Alexander, C. (2008b) *Market risk analysis, quantitative methods in finance*. Chichester: Wiley.
- Andersen, T. G. og Bollerslev, T. (1998a) Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts, *International Economic Review*, 39 (4), s. 885-905.
- Andersen, T. G. og Bollerslev, T. (1998b) Deutsche mark-dollar volatility: Intraday activity patterns, macroeconomic announcements, and longer run dependencies, *The Journal of Finance*, 53 (1), s. 219-265.
- Andersen, T. G., Bollerslev, T., Diebold, F. X. og Labys, P. (2001) The distribution of realized exchange rate volatility, *Journal of the American statistical association*, 96 (453), s. 42-55.
- Andersen, T. G., Bollerslev, T. og Meddahi, N. (2005) Correcting the errors: Volatility forecast evaluation using high-frequency data and realized volatilities, *Econometrica*, 73 (1), s. 279-296.
- Bessembinder, H. og Seguin, P. J. (1993) Price volatility, trading volume, and market depth: Evidence from futures markets, *Journal of financial and Quantitative Analysis*, 28 (1), s. 21-39.
- Black, F. (1976) Studies of stock market volatility changes, paper presentert på *Meetings of the American Statistical Association, Business and Economic Statistics Section*.
- Black, F. og Scholes, M. (1973) The pricing of options and corporate liabilities, *Journal of Political Economy*, 81 (3), s. 637-654.
- Bollerslev, T., Litvinova, J. og Tauchen, G. (2006) Leverage and volatility feedback effects in high-frequency data, *Journal of Financial Econometrics*, 4 (3), s. 353-384.
- Brooks, C. (2002) *Introductory econometrics for finance*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Brooks, C. og Oozer, M. C. (2002) Modelling the implied volatility of options on long gilt futures, *Journal of Business Finance & Accounting*, 29 (1-2), s. 111-137.
- Canina, L. og Figlewski, S. (1993) The informational content of implied volatility, *The Review of Financial Studies*, 6 (3), s. 659-681.
- Carr, P. og Wu, L. (2006) A tale of two indices, *The Journal of derivatives*, 13 (3), s. 13-29.
- Christensen, B. J. og Prabhala, N. R. (1998) The relation between implied and realized volatility, *Journal of Financial Economics*, 50 (2), s. 125-150.
- Corsi, F. (2009) A simple approximate long-memory model of realized volatility, *Journal of Financial Econometrics*, 7 (2), s. 174-196.
- Day, T. E. og Lewis, C. M. (1992) Stock market volatility and the information content of stock index options, *Journal of Econometrics*, 52 (1-2), s. 267-287.
- DeMiguel, V., Plyakha, Y., Uppal, R. og Vilkov, G. (2013) Improving portfolio selection using option-implied volatility and skewness, *Journal of financial and Quantitative Analysis*, 48 (6), s. 1813-1845.
- Dunis, C., Kellard, N. M. og Snaith, S. (2013) Forecasting EUR–USD implied volatility: The case of intraday data, *Journal of Banking & Finance*, 37 (12), s. 4943-4957.

- Ekeseth, F. C. og Halvorsen, M. T. (2015) *Oslo Børs er ikke lenger oljetung* [Internett]. *DN.no*. Tilgjengelig fra: <http://www.dn.no/nyheter/finans/2015/04/07/1414/Olje/-oslo-brs-er-ikke-lenger-oljetung> (Hentet: 09. mai 2016).
- Engle, R. F. og Gallo, G. M. (2006) A multiple indicators model for volatility using intra-daily data, *Journal of Econometrics*, 131 (1–2), s. 3–27.
- Fama, E. F. (1990) Stock returns, expected returns, and real activity, *The Journal of Finance*, 45 (4), s. 1089–1108.
- Fernandes, M., Medeiros, M. C. og Scharth, M. (2014) Modeling and predicting the CBOE market volatility index, *Journal of Banking & Finance*, 40, s. 1–10.
- Figlewski, S. og Wang, X. (2000) Is the "Leverage Effect" a leverage effect? *Working paper, New York University og City University of Hong Kong*. Tilgjengelig fra: <http://web-docs.stern.nyu.edu/salomon/docs/creditdebtmarkets/S-CDM-00-09.pdf> (Hentet: 29. april 2016).
- Fleming, J. (1998) The quality of market volatility forecasts implied by S&P 100 index option prices, *Journal of Empirical Finance*, 5 (4), s. 317–345.
- Fleming, J. og Paye, B. S. (2006) The impact of microstructure noise on the distributional properties of daily stock returns standardized by realized volatility, paper presentert på *Meetings of the American Statistical Association*.
- Franks, J. R. og Schwartz, E. S. (1991) The stochastic behaviour of market variance implied in the prices of index options, *The Economic Journal*, 101 (409), s. 1460–1475.
- French, K. R., Schwert, G. W. og Stambaugh, R. F. (1987) Expected stock returns and volatility, *Journal of Financial Economics*, 19 (1), s. 3–29.
- Garman, M. B. og Klass, M. J. (1980) On the estimation of security price volatilities from historical data, *The Journal of Business*, 53 (1), s. 67–78.
- Gemmell, G. og Kamiyama, N. (2000) International transmission of option volatility and skewness: When you're smiling, does the whole world smile? *Working paper, City University Business School, London*. Tilgjengelig fra: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.194.8769&rep=rep1&type=pdf> (Hentet: 6. januar 2016).
- Giacomini, R. og White, H. (2006) Tests of conditional predictive ability, *Econometrica*, 74 (6), s. 1545–1578.
- Giot, P. (2005a) Implied volatility indexes and daily Value at Risk models, *The Journal of derivatives*, 12 (4), s. 54–64.
- Giot, P. (2005b) Relationships between implied volatility indexes and stock index returns, *Journal of Portfolio Management*, 31 (3), s. 92.
- Granger, C. W. J. og Pesaran, M. H. (2000) Economic and statistical measures of forecast accuracy, *Journal of Forecasting*, 19 (7), s. 537–560.
- Griffin, J. E. og Oomen, R. C. (2008) Sampling returns for realized variance calculations: tick time or transaction time?, *Econometric Reviews*, 27 (1–3), s. 230–253.
- Hansen, P. R. og Lunde, A. (2006) Realized variance and market microstructure noise, *Journal of Business & Economic Statistics*, 24 (2), s. 127–161.
- Harvey, C. R. og Whaley, R. E. (1991) S&P 100 index option volatility, *The Journal of Finance*, 46 (4), s. 1551–1561.
- Harvey, C. R. og Whaley, R. E. (1992) Market volatility prediction and the efficiency of the S & P 100 index option market, *Journal of Financial Economics*, 31 (1), s. 43–73.
- Hwang, S. og Valls Pereira, P. L. (2006) Small sample properties of GARCH estimates and persistence, *The European Journal of Finance*, 12 (6–7), s. 473–494.
- Jackwerth, J. C. og Rubinstein, M. (1996) Recovering probability distributions from option prices, *The Journal of Finance*, 51 (5), s. 1611–1631.

- Jorion, P. (1995) Predicting volatility in the foreign exchange market, *The Journal of Finance*, 50 (2), s. 507-528.
- Kim, O. og Verrecchia, R. E. (1991) Market reaction to anticipated announcements, *Journal of Financial Economics*, 30 (2), s. 273-309.
- Konstantinidi, E., Skiadopoulos, G. og Tzagkaraki, E. (2008) Can the evolution of implied volatility be forecasted? Evidence from European and US implied volatility indices, *Journal of Banking & Finance*, 32 (11), s. 2401-2411.
- Langeland, H. (2013) *Forecasting volatility in the US oil market*. Masteroppgave, Norwegian University of Science and Technology.
- Latané, H. A. og Rendleman, R. J. (1976) Standard deviations of stock price ratios implied in option prices, *The Journal of Finance*, 31 (2), s. 1540-6261.
- Liu, L. Y., Patton, A. J. og Sheppard, K. (2015) Does anything beat 5-minute RV? A comparison of realized measures across multiple asset classes, *Journal of Econometrics*, 187 (1), s. 293-311.
- Martens, M. og van Dijk, D. (2007) Measuring volatility with the realized range, *Journal of Econometrics*, 138 (1), s. 181-207.
- McDonald, R. L. (2013) *Derivatives markets*. New international edition, 3. utg. Boston: Pearson Education Limited.
- Mixon, S. (2002) Factors explaining movements in the implied volatility surface, *The Journal of Futures Markets*, 22 (10), s. 915-937.
- Müller, U., Dacorogna, M., Dav, R., Pictet, O., Olsen, R. og Ward, J. (1993) Fractals and intrinsic time - A challenge to econometricians, paper presentert på *39th International AEA Conference on Real Time Econometrics*, Luxembourg, 14-15. oktober 1993.
- Næs, R., Skjeltorp, J. og Ødegaard, B. A. (2009) What factors affect the Oslo Stock Exchange. Vol. 24/2009. *Norges Banks working paper series*. Tilgjengelig fra: <http://www.norges-bank.no/en/Published/Papers/Working-Papers/2009/WP-200924/> (Hentet: 12. januar 2016).
- Oslo Børs. (2014) *Utlendingene vokste mens privatpersoners andel forble på et rekordlavt nivå* [Internett]. Tilgjengelig fra: <http://www.oslobors.no/Oslo-Boers/Om-Oslo-Boers/Nyheter-fra-Oslo-Boers/Utlendingene-vokste-mens-privatpersoners-andel-forble-paa-et-rekordlavt-nivaa> (Hentet: 9. mai 2016).
- Oslo Børs. (2016) *OBX Total Return Index* [Internett]. Tilgjengelig fra: <http://www.oslobors.no/markedsaktivitet/-/details/OBX.OSE/overview> (Hentet: 18. februar 2016).
- Parkinson, M. (1980) The extreme value method for estimating the variance of the rate of return, *The Journal of Business*, 53 (1), s. 61-65.
- Pesaran, M. H. og Timmermann, A. (1992) A simple nonparametric test of predictive performance, *Journal of Business & Economic Statistics*, 10 (4), s. 461-465.
- Poon, S.-H. (2005) *A practical guide to forecasting financial market volatility*. Chichester: Wiley.
- Poon, S.-H. og Granger, C. W. J. (2003) Forecasting volatility in financial markets: A review, *Journal of Economic Literature*, 41 (2), s. 478-539.
- Schwert, G. W. (1989) Why does stock market volatility change over time?, *The Journal of Finance*, 44 (5), s. 1115-1153.
- Sheppard, K. (2013) *MFE Toolbox* [Internett]. Tilgjengelig fra: [https://www.kevinshppard.com/MFE\\_Toolbox](https://www.kevinshppard.com/MFE_Toolbox) (Hentet: 16. februar 2016).
- Taylor, S. J. (2011) *Asset price dynamics, volatility, and prediction*. Princeton: Princeton University Press.
- Tsay, R. S. (1984) Regression models with time series errors, *Journal of the American statistical association*, 79 (385), s. 118-124.



- Tsay, R. S. (2002) *Analysis of financial time series*. Wiley.
- Wasserfallen, W. og Zimmermann, H. (1985) The behavior of intra-daily exchange rates, *Journal of Banking & Finance*, 9 (1), s. 55-72.
- Whaley, R. E. (2000) The investor fear gauge, *The Journal of Portfolio Management*, 26 (3), s. 12-17.

## 9. Vedlegg

### Vedlegg A: Forkortelser brukt i artikkelen

#### Variabelnavn

- AGARCH: *Betinget volatilitet fra asymmetrisk GARCH-modell*
- AR: *Autoregresjonskoeffisient i regresjon med ARMA-feilledd*
- ATS: *Gjennomsnittlig daglig handelsstørrelse på handler i OBX-indeksens underliggende aksjer*
- Fredag: *Dummyvariabel for fredager*
- IV: *Implisitt Volatilitet*
- MA: *Moving average-koeffisient i regresjon med ARMA-feilledd*
- Mandag: *Dummyvariabel for mandager*
- NTR: *Daglig antall handler i OBX-indeksens underliggende aksjer*
- OBX: *OBX-indeksen på Oslo Børs*
- OI: *Gjennomsnittlig åpen balanse i call- og put-opsjoner på OBX-indeksen*
- Olje: *Daglige første-posisjons futurespriser på Brent Crude Oil*
- OVX: *CBOE Crude Oil Volatility Index. IV på råoljeprisen.*
- RV: *Realisert volatilitet*
- TS: *Terminspread. Differansen mellom femårige statsobligasjoner og tre-måneders statskassseveksler*
- VIX: *VIX-indeksen*

#### Øvrige forkortelser

- ADF-test: *Augmented Dickey Fuller-test*
- AIC: *Akaike Information Criterion*
- ARMA: *Autoregressive Moving Average*
- BIC: *Bayesian Information Criterion*
- BS-modellen: *Black og Scholes (1973) opsjonsprisingsmodell*
- HAR-RV: *Heterogen autoregressiv modell for realisert volatilitet*
- KS: *Kuiper-Score for evaluering av prediksjonsmodellenes retningsnøyaktighet*
- MAE: *Mean Absolute error*
- NIBOR: *Norwegian Interbank Offered Rate. Norsk pengemarkedsrente*
- OLS: *Ordinary Least Squares (minste-kvadraters-metode)*
- OPEC: *Organization of the Petroleum Exporting Countries*
- RMSE: *Root Mean Square Error*
- SD: *Standardavvik*
- $\rho$  : *Korrelasjonen mellom observerte- og modelltilpassede verdier av endring i IV*
- $\Delta$  : *Betegner variabel på endringsform. Logaritmisk endring er benyttet for alle variabler unntatt TS*

## Vedlegg B: Diverse formler

### Historisk Volatilitet

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r})^2}$$

hvor  $r$  = avkastningen aktivumet,  $T$  er antall observasjoner og  $\bar{r}$  er gjennomsnittlig avkastning i utvalget.

### Black og Scholes' opsjonsprisinde modell for kjøpsopsjoner

$$C_t = S_t N(d_1) - K e^{r(T-t)} N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S_t/K) + (r + 1/2 \sigma^2)(T-t)}{\sigma \sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T-t}$$

hvor  $S$  er aksjeprisen,  $r$  risikofri rente,  $K$  er utøvelsesprisen,  $T$  er forfallstidspunktet,  $t$  er verdsettelsestidspunktet,  $\sigma$  er aksjens volatilitet og  $N(\cdot)$  er den inverse standard normale tetthetsfunksjonen.

### Akaikes information criterion (AIC)

$$AIC = 2k - 2\ln L,$$

hvor  $k$  er antall koeffisienter som estimeres i regresjonen og  $L$  er den maksimerte likelihood-verdien til den aktuelle likelihood-funksjonen.

### Bayesian information criterion (BIC)

$$BIC = T^{-1}(k \ln T - 2\ln L),$$

hvor  $k$  er antall koeffisienter som estimeres i regresjonen,  $L$  er den maksimerte likelihood-verdien til den aktuelle likelihood-funksjonen og  $T$  er antall observasjoner i utvalget.

### Root mean square error (RMSE)

$$RMSE = \sqrt{T^{-1} \sum_{t=1}^T (r_t - \hat{r}_t)^2},$$

hvor  $T$  er antall observasjoner,  $r_t$  er observert verdi av variabelen på tidspunkt  $t$  og  $\hat{r}_t$  er predikert verdi på tidspunkt  $t$ .

### Mean Absolute Error (MAE)

$$MAE = T^{-1} \sum_{t=1}^T |r_t - \hat{r}_t|,$$

hvor  $T$  er antall observasjoner,  $r_t$  er observert verdi av variabelen på tidspunkt  $t$  og  $\hat{r}_t$  er predikert verdi på tidspunkt  $t$ .

### Vedlegg C: Estimering av regresjonsmodeller med ARIMA-feilledd

Dette vedlegget forklarer metoden som er brukt for å estimere regresjonsmodeller med ARIMA-feilledd. Estimeringsmetoden er eksemplifisert med en modell med én forklaringsvariabel, ett AR-ledd og ett MA-ledd.

Vi har altså følgende modell

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$$

$$u_t = \phi u_{t-1} + \varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-1}, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma)$$

hvor  $Y_t$  er avhengig variabel,  $\alpha$  er konstantleddet  $X_t$  er forklaringsvariabel,  $\beta$  er regresjonskoeffisienten,  $u_t$  er modellens feilledd,  $\varepsilon_t$  er et normalfordelt støyledd,  $\phi$  er AR-koeffisienten,  $\theta$  er MA-koeffisienten, og  $\sigma$  variansen til  $\varepsilon_t$

1. Startverdier for  $\alpha$  og  $\beta$  estimeres ved hjelp av enkel lineær regresjon.
2. Residualene fra regresjonsmodellen ovenfor lagres,  $\hat{u}_t = Y_t - \hat{\alpha} - \hat{\beta}X_t$ .
3. Startverdier for ARIMA-prosessen i feilleddet finnes gjennom å estimere en ARIMA-modell for residualene ovenfor,  $\hat{u}_t = \phi \hat{u}_{t-1} + \varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-1}$ .
4. Residualene fra ARIMA-modellen er gitt som,  $\hat{\varepsilon}_t = \theta \hat{\varepsilon}_{t-1} + \hat{u}_t - \phi \hat{u}_{t-1}$ .
5. Modellparameterne i regresjonsmodellen med ARIMA-feilledd estimeres så gjennom å maksimere log-likelihood-funksjonen,

$$\log L = -\frac{T}{2} \log(2\pi) - \frac{T}{2} \log(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2,$$

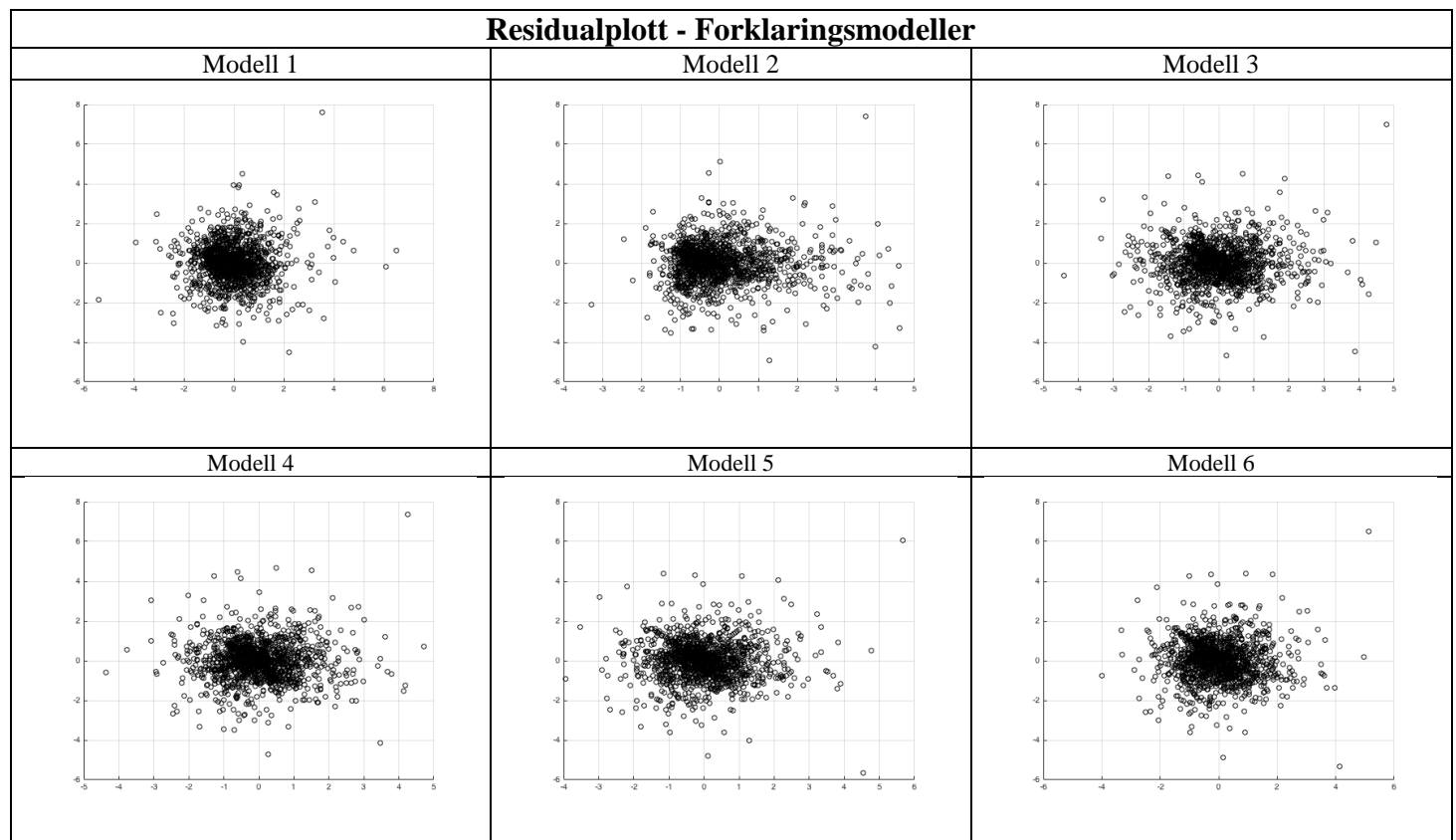
hvor  $\sigma^2 = \text{var}[\varepsilon_t(\alpha, \beta, \phi, \theta)]$ , og  $T$  er antall observasjoner.

6. Kovariansmatrisen til koeffisientestimatene estimeres ved å finne gradienten,  $G$ , til log-likelihood-funksjonen. Gradienten finnes ved å partiellderivere log-likelihood-funksjonen med hensyn på modellparameterne. Med modellen i dette eksempelet er  $G$  en  $T \times 5$ -matrise. Kovariansmatrisen til koeffisientestimatene er gitt som  $(G'G)^{-1}$ . Standardfeilene til koeffisientestimatene finnes da ved å ta kvadratroten av elementene langs diagonalen til  $(G'G)^{-1}$ .

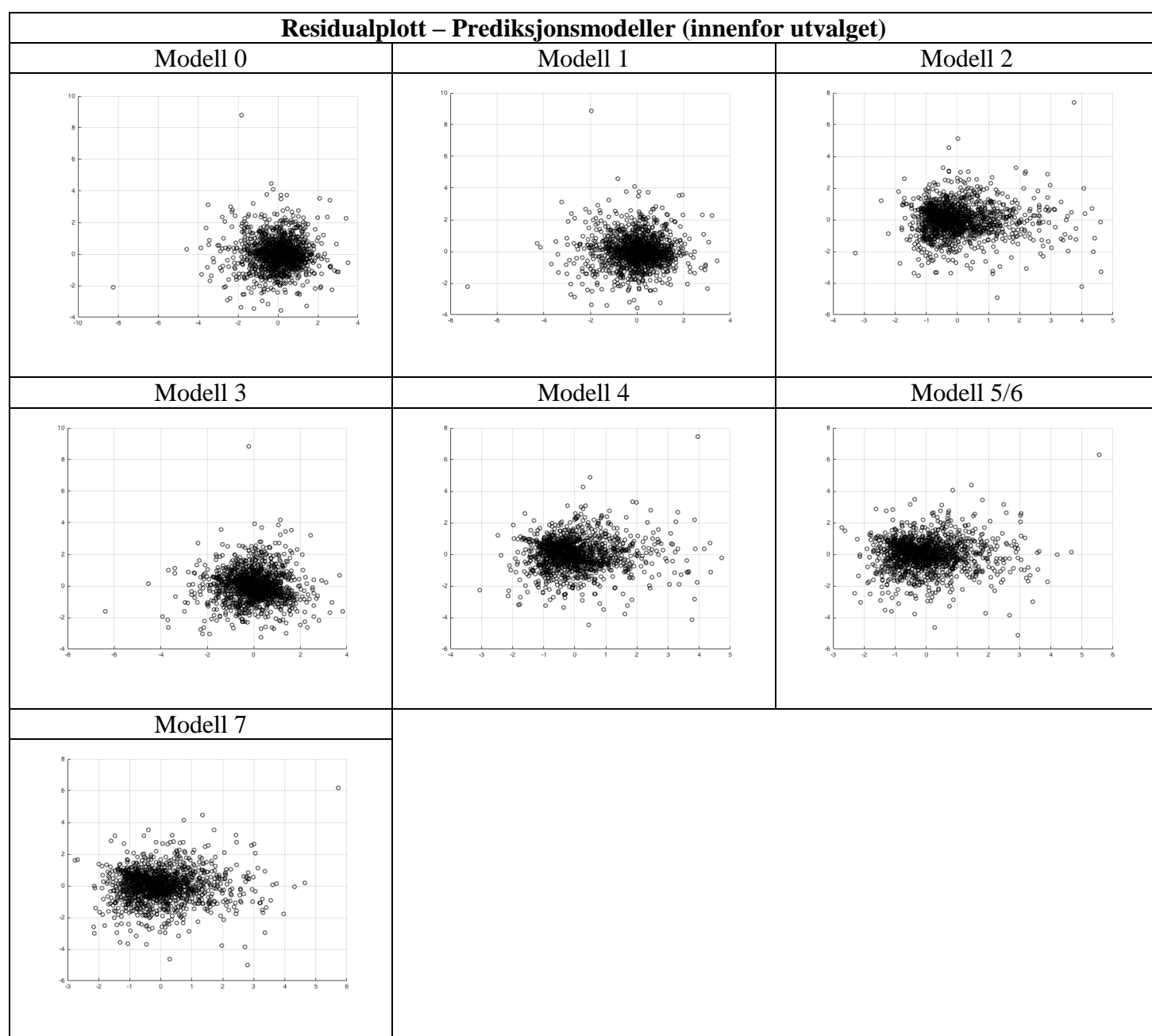
Metoden er gjengitt slik den er beskrevet i dokumentasjonen på Matlabs nettsider (<http://se.mathworks.com/help/econ/maximum-likelihood-estimation-of-regarima-models.html>).

**Vedlegg D: Residualplott**

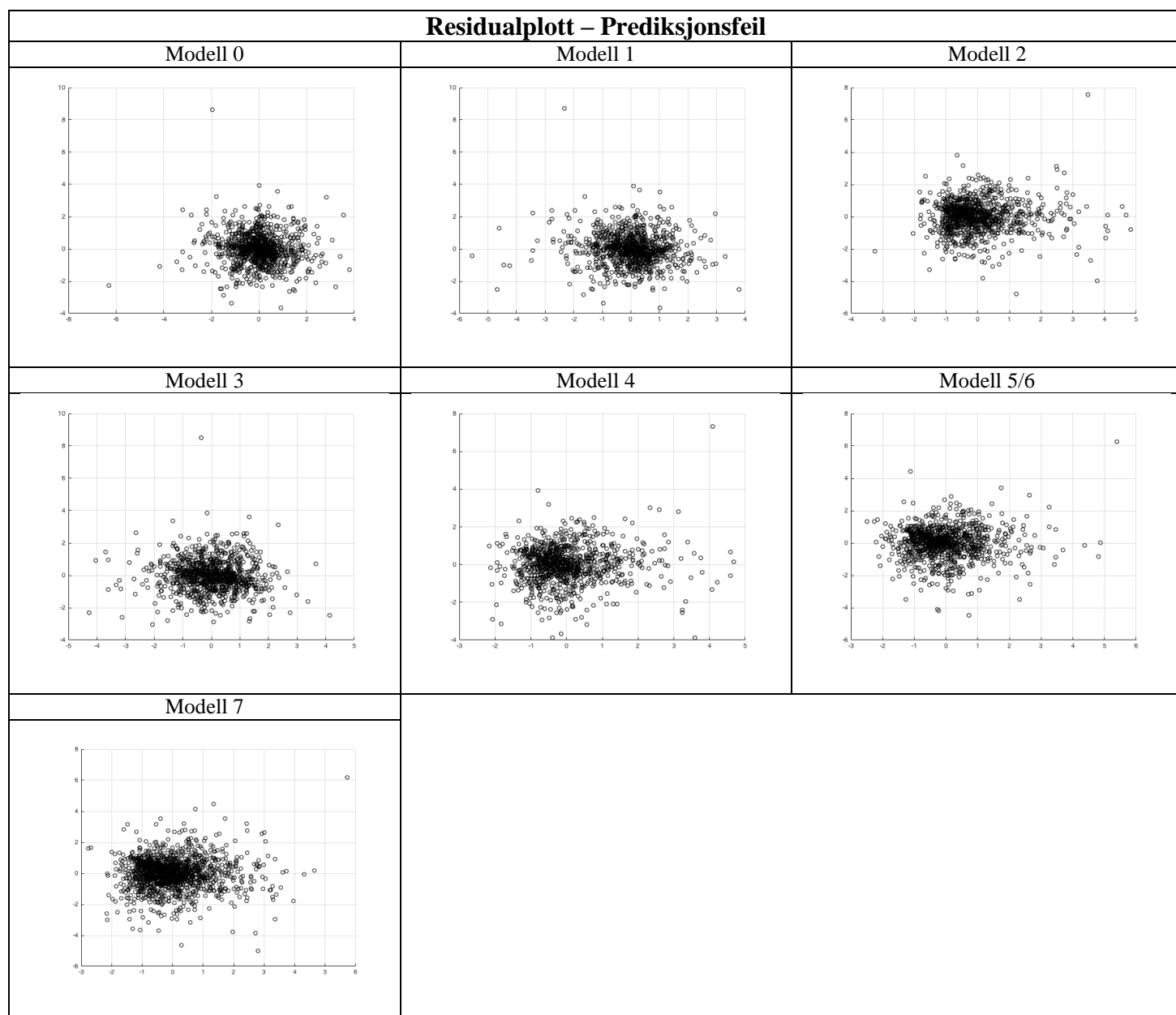
Av residualplottene ser vi at alle modellene gir residualer som sentrerer seg rundt null. Videre fremstår residualene som tilfeldig fordelt. Dette tyder på at det ikke eksisterer dynamikk i IV-endringene som ikke fanges opp av modellene. Imidlertid ser vi tydelig at det er større variasjon i residualene når de tilpassede verdiene er store. Denne heteroskedastisiteten gjør at kvaliteten til punkttestimatene svekkes.



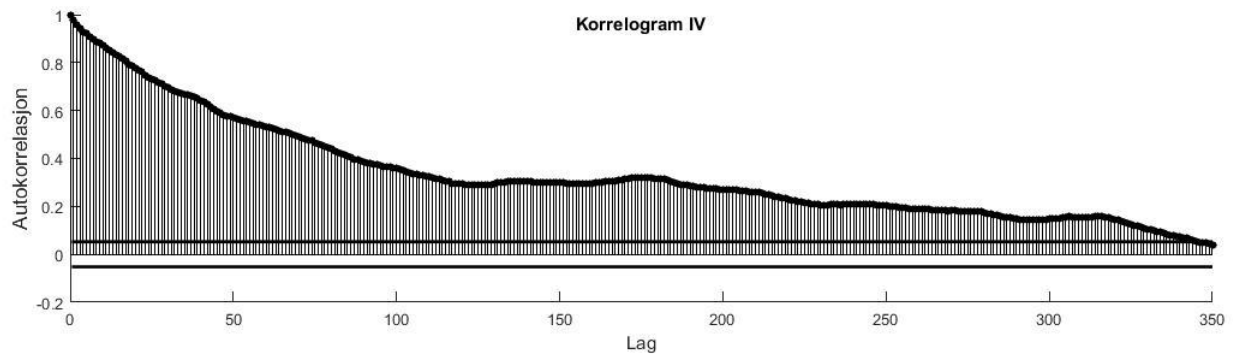
Figur 9-1: Spredningsplottene ovenfor viser standardiserte residualer fra forklaringsmodellene (y-aksen) plottet mot tilsvarende modelltilpassede verdier (x-aksen).



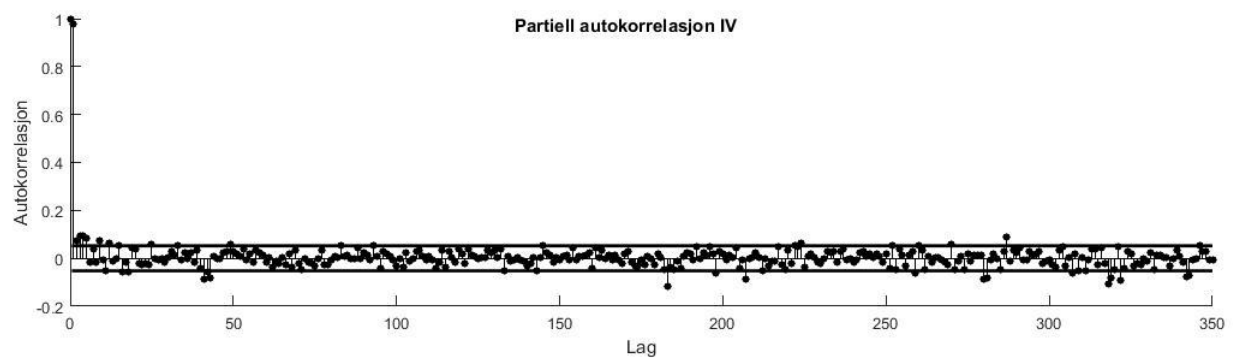
Figur 9-2: I spredningsplottene ovenfor er standardiserte residualer fra prediksjonsmodellene (y-asken) plottet mot tilsvarende modelltilpassede verdier (x-aksen).

**Residualplott – Prediksjonsfeil**

Figur 9-3: I spredningsplottene ovenfor er standardiserte residualer fra prediksjonsmodellene (y-aksen) plottet mot tilsvarende modelltilpassede verdier (x-aksen).

**Vedlegg E: Autokorrelasjonsfunksjon IV**

Figur 9-4: Viser korrelogram for *IV*. Plottet viser at *IV* har signifikant autokorrelasjon for 350 lags. De horisontale linjene tilsvarer 95 %-konfidensintervall.

**Vedlegg F: Partiell autokorrelasjonsfunksjons IV**

Figur 9-5: Viser partiell autokorrelasjon for *IV*. Plottet viser at det er signifikant partiell autokorrelasjon for første lags. Deretter er det sporadiske tilfeller av signifikante partielle autokorrelasjonskoeffisienter. De horisontale linjene tilsvarer 95 %-konfidensintervall.



**Vedlegg G: Resultater fra prediksjoner utenfor utvalget**

<b>Prediksjonsmodeller, utenfor utvalg</b>							
<b>Modell</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5/6</b>	<b>7</b>
<b>Estimeringsvindu</b>	<b>750</b>						
Treffrate	0,581	0,532	0,657	0,563	0,654	<b>0,718</b>	0,717
Korrelasjon	0,210	0,165	0,542	0,252	0,550	0,610	<b>0,618</b>
RMSE	0,056	0,057	0,048	0,055	0,048	0,046	<b>0,045</b>
MAE	0,040	0,040	0,036	0,041	0,036	0,034	<b>0,034</b>
KS	0,161	0,066	0,318	0,128	0,312	<b>0,435</b>	0,435
PT	4,341***	1,762**	8,708***	3,419***	8,568***	11,701***	<b>11,714***</b>
<b>Estimeringsvindu</b>	<b>1 000</b>						
Treffrate	0,550	0,547	0,649	0,582	0,625	0,705	<b>0,713</b>
Korrelasjon	0,190	0,188	0,537	0,268	0,551	0,617	<b>0,621</b>
RMSE	0,063	0,064	0,055	0,062	0,054	0,051	<b>0,051</b>
MAE	0,046	0,046	0,041	0,046	0,041	<b>0,039</b>	0,039
KS	0,102	0,089	0,300	0,163	0,252	0,407	<b>0,424</b>
PT	2,197**	1,909**	6,585***	3,499***	5,505***	8,765***	<b>9,194***</b>

Tabell 9-1: Viser resultatene fra prediksjonsmodellen utenfor utvalget. *KS* er Kuiper-Score og *PT* er testobservatoren fra Pesaran-Timmermann-testen. De beste resultatene er markert med fet skrift.

**Vedlegg H: Giacomini-White test**

<b>Estimeringsvindu: 750 (714 prediksjoner)</b>						
<i>Modell</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5/6</i>
1	-4,21**					
2	20,27***	20,54***				
3	1,11	4,37**	-17,48***			
4	20,10***	20,39***	0,51	18,74***		
5/6	21,22***	21,46***	8,79***	20,32***	10,07***	
7	21,91***	22,09***	10,99***	20,94***	12,43***	3,87**

<b>Estimeringsvindu: 1000 (464 prediksjoner)</b>						
<i>Modell</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5/6</i>
1	-0,38					
2	12,52***	11,96***				
3	4,18**	4,44**	-9,87***			
4	13,16***	12,55***	1,08	11,17***		
5/6	13,98***	13,50***	8,08***	12,49***	8,17***	
7	14,16***	13,66***	8,80***	12,70***	9,07***	0,69

Tabell 9-2: Viser resultatene fra Giacomini-White-testen. Signifikante positive verdier viser at radmodellen er bedre enn kolonnemodellen, mens signifikante negative verdier viser at kolonnemodellen er bedre enn radmodellen. \*, \*\* og \*\*\* indikerer signifikans på henholdsvis 10 %-, 5 %- og 1 %-nivå.

### Vedlegg I: Diagnostikktester av prediksjonsfeil

	Modell 0		Modell 1		Modell 2		Modell 3		Modell 4		Modell 5/6		Modell 7	
	p-verdi	test-stat	p-verdi	test-stat	p-verdi	test-stat	p-verdi	test-stat	p-verdi	test-stat	p-verdi	test-stat	p-verdi	test-stat
LBQ	0,79	6,28	0,76	6,64	0,15	14,46	0,82	5,89	0,21	13,28	0,80	6,12	0,84	5,64
ARCH	0,02	21,08	0,01	22,92	0,00	34,99	0,03	20,43	0,00	39,50	0,00	58,28	0,00	57,06
JB	0,00	1642,21	0,00	1778,91	0,00	873,99	0,00	1447,14	0,00	615,62	0,00	424,30	0,00	400,19

Tabell 9-3: Tabellen viser Ljung-Box-test (LBQ), ARCH-test (ARCH) og Jarque-Berra-test (JB) for prediksjonsresidualene til de ulike prediksjonsmodellene. Prediksjonene er gjort med et estimeringsvindu på 500 observasjoner. Test-stat betegner testobservatoren for de respektive testene. Ljung-Box-test og ARCH-test er gjennomført med 10 lags.

Resultatet av diagnostikktestene gjort på prediksjonsfeilene vises i tabellen ovenfor. Ljung-Box-testen viser at ingen av modellenes prediksjonsfeil er autokorrelerte. ARCH-testen viser at alle modellenes prediksjonsfeil er beheftet med signifikant heteroskedastisitet. Dette kommer av at prediksjonsmodellene gir punktestimater som jevnt over er for lave sammenlignet med de observerte endringene i IV. Modellene presterer altså dårlig når det kommer til å predikere størrelsen på IV-endringene. Jarque-Berra-testen viser at ingen av modellene gir normalfordelte prediksjonsfeil. Avviket fra normalfordelingen skyldes i hovedsak at prediksjonsfeilene fordeler seg med høyere kurtose.

## Vedlegg J: Korrelasjonsmatriser

Korrelasjonsmatrise - Forklaringsmodeller														
	$\Delta V_t$	$\Delta RV_t$	$\Delta RV_t^{uke}$	$\Delta RV_t^{nmd}$	$\Delta AGARCH_t$	$\Delta OBX_t^+$	$\Delta OBX_t^-$	$\Delta NTR_t$	$\Delta ATS_t$	$\Delta OI_t$	$\Delta Spread_t$	$\Delta OVX_t$	$\Delta OIL_t$	$\Delta VIX_t$
$\Delta V_t$	1,00													
$\Delta RV_t$	0,21	1,00												
$\Delta RV_t^{uke}$	0,17	0,46	1,00											
$\Delta RV_t^{nmd}$	0,16	0,39	0,47	1,00										
$\Delta AGARCH_t$	0,48	0,31	0,25	0,19	1,00									
$\Delta OBX_t^+$	-0,48	-0,02	0,05	0,03	-0,23	1,00								
$\Delta OBX_t^-$	-0,57	-0,26	-0,22	-0,24	-0,79	0,36	1,00							
$\Delta NTR_t$	0,13	0,41	0,17	0,12	0,28	0,01	-0,23	1,00						
$\Delta ATS_t$	-0,09	0,09	0,02	0,04	0,04	0,20	0,03	0,10	1,00					
$\Delta OI_t$	0,02	-0,02	0,03	0,02	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	1,00				
$\Delta Spread_t$	-0,17	-0,07	-0,05	-0,03	-0,09	0,14	0,14	-0,01	0,05	0,02	1,00			
$\Delta OVX_t$	0,28	0,12	0,05	0,10	0,22	-0,26	-0,33	0,07	-0,07	-0,01	-0,12	1,00		
$\Delta OI_{je,t}$	-0,25	-0,06	-0,03	-0,07	-0,22	0,32	0,34	-0,02	0,07	-0,03	0,08	-0,39	1,00	
$\Delta VIX_t$	0,38	0,12	0,07	0,08	0,32	-0,35	-0,41	0,09	-0,02	0,02	-0,13	0,52	-0,34	1,00

Tabell 9-4: Viser korrelasjonen mellom forklaringsvariablene i forklaringsmodellene.

Korrelasjonsmatrise - Prediksjonsmodeller

	$\Delta IV_t$	$\Delta RV_{t-1}$	$\Delta RV_{t-1}^{ulke}$	$\Delta RV_{t-1}^{mnd}$	$\Delta AGARCH_t$	$\Delta OBX_{t-1}$	$\Delta NTR_{t-1}$	$\Delta ATS_{t-1}$	$\Delta OI_{t-1}$	$\Delta Spread_{t-1}$	$\Delta OVX_{t-1}$	$\Delta OIL_{t-1}$	$\Delta VIX_{t-1}$
$\Delta IV_t$	1,00												
$\Delta RV_{t-1}$	-0,07	1,00											
$\Delta RV_{t-1}^{ulke}$	-0,07	0,46	1,00										
$\Delta RV_{t-1}^{mnd}$	-0,06	0,39	0,47	1,00									
$\Delta AGARCH_t$	0,48	-0,04	-0,05	-0,05	1,00								
$\Delta OBX_{t-1}$	-0,07	-0,18	-0,11	-0,13	-0,01	1,00							
$\Delta NTR_{t-1}$	-0,07	0,41	0,17	0,12	-0,04	-0,14	1,00						
$\Delta ATS_{t-1}$	-0,03	0,09	0,02	0,04	-0,04	0,13	0,10	1,00					
$\Delta OI_{t-1}$	0,05	-0,02	0,03	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	1,00				
$\Delta Spread_{t-1}$	-0,02	-0,07	-0,05	-0,03	0,02	0,17	-0,01	0,05	0,02	1,00			
$\Delta OVX_{t-1}$	0,10	0,12	0,05	0,10	0,04	-0,36	0,07	-0,07	-0,01	-0,12	1,00		
$\Delta OI_{t-1}$	-0,11	-0,06	-0,03	-0,07	-0,07	0,40	-0,02	0,07	-0,03	0,08	-0,39	1,00	
$\Delta VIX_{t-1}$	0,22	0,12	0,07	0,09	0,12	-0,46	0,09	-0,02	0,02	-0,13	0,52	-0,34	1,00

Tabell 9-5: Viser korrelasjonen mellom forklaringsvariablene i prediksjonsmodellene