NTNU
Det skapende universitet

Beregningsmetoder for skjærkapasitet i betongdekker og -bjelker

Erik Lokreim Slapgard

Bygg- og miljøteknikk (2-årig)
Innlevert: juni 2016
Hovedveileder: Jan Arve Øverli, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk

Institutt for konstruksjonsteknikk
Fakultet for ingeniørvitenskap og teknologi
NTNU- Norges teknisk- naturvitenskapelige universitet

TILGJENGELIGHET
Åpen

MASTEROPPGAVE 2016

FAGOMRÅDE:	DATO:	ANTALL SIDER:
Konstruksjonsteknikk	10.06.2016	156 + 19 sider vedlegg

TITTEL:

Beregningsmetoder for skjærkapasitet i betongdekker og -bjelker

Calculation Methods for Shear Capacity in Concrete Slabs and Beams

UTFØRT AV:

Erik Lokreim Slapgard

SAMMENDRAG:

Med utgangspunkt i fornying av Eurokode 2 er det ønske om innføre en mekanisk modell i beregningsmetodene for skjærkapasitet. Eurokode 2 beregninger i dag skjærkapasiteten til betongkonstruksjoner uten skjærarmering basert på empiri, mens for konstruksjoner med skjærarmering beregnes skjærkapasiteten basert på en fagverksmodell. The International Federation for Structural Concrete jobber for å utvikle en mekanisk modell hvor hensikten er at modellen skal være anvendelig for både enkle og kompliserte betongkonstruksjoner. I den anledning er det presentert tre forskjellige forslag for beregning av skjærkapasitet fra henholdsvis Sveits, Tyskland og Spania.

Den første delen av oppgaven inneholder et litteraturstudie av eksisterende beregningsmetoder og tre nye beregningsforslag. For metodene som baseres på mekaniske modeller blir bakgrunnsteorien presentert samt forenklingene som leder til endelige prosjekteringsregler. I den andre delen av oppgaven sammenlignes beregningsmetodene både med og uten skjærarmering for å undersøke differanser i kapasitetsberegningene. Til slutt er det beregnet et eksempel for hver enkelt metode både med og uten skjærarmering. Beregningseksemplene i dette studiet er utført for å demonstrere dimensjoneringsmetodene i eksisterende standarder og forslagene til ny standard.

Resultatene viser at beregningsmetodene som baseres på mekaniske modeller hvor tøyninger og ruheten i risset blir tatt hensyn til, gir høyere kapasitet enn de øvrige metodene. Selv om den Spanske metoden også er basert på en mekanisk modell er kapasiteten mer konservativ. Metodene basert på empiri er generelt veldig stabile for alle variasjon av parametere. Studiet viser at den Tyske og Spanske metoden er generelt mest anvendelig for beregningene i denne oppgaven. Med tanke på videre bruk i standarder er den Spanske metoden veldig aktuell på grunn av den mekanisk modellen og fornuftige resultater.

FAGLÆRER: Jan Arve Øverli

VEILEDER(E): Jan Arve Øverli

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk, NTNU

Forord

Denne oppgaven er en avsluttende masteroppgave for programmet 2-årig masterstudie på institutt for konstruksjonsteknikk, Bygg og miljøteknikk på det Norsk teknisk-naturvitenskapelig universitet (NTNU). Masteroppgaven er skrevet over en periode på 20 uker våren 2016.

I forbindelse med fornying av Eurokode 2 er det fremmet tre forskjellige beregningsmetoder fra henholdsvis Sveits, Tyskland og Spania som forslag til beregning av skjærkapasitet. Per i dag finnes det ingen enighet blant verdens ingeniører om hvordan skjærkapasitet for betongkonstruksjoner skal beregnes. Hensikten med oppgaven er å sammenligne eksisterende metoder og nye forslag for å finne eventuelle avvik, og hva som eventuelt skaper avviket med tanke på videre bruk i revidert Eurokode 2.

Jeg vil gjerne takke Jan Arve Øverli ved NTNU for god veiledning gjennom hele oppgaven. Jeg vil også takke Mali Sletner og Vidar Svendby fra Svendby Bygg Consult AS for korrekturlesning og rådgivning.

Erik L. Slapgard

Erik Lokreim Slapgard

Sammendrag

Med utgangspunkt i fornying av Eurokode 2 er det ønske om innføre en mekanisk modell i beregningsmetodene for skjærkapasitet. Eurokode 2 beregninger i dag skjærkapasiteten til betongkonstruksjoner uten skjærarmering basert på empiri, mens for konstruksjoner med skjærarmering beregnes skjærkapasiteten basert på en fagverksmodell. «The International Federation for Structural Concrete» jobber for å utvikle en mekanisk modell hvor hensikten er at modellen skal være anvendelig for både enkle og kompliserte betongkonstruksjoner. I den anledning er det presentert tre forskjellige forslag for beregning av skjærkapasitet fra henholdsvis Sveits, Tyskland og Spania.

Den første delen av oppgaven inneholder et litteraturstudie av eksisterende beregningsmetoder (Eurokode 2, Model Code 2010 og NS 3473) og de tre nye beregningsforslagene (Sveitsisk, Tysk og Spansk metode). For metodene som baseres på mekaniske modeller blir bakgrunnsteorien presentert samt forenklingene som leder til endelige prosjekteringsregler. I den andre delen av oppgaven sammenlignes beregningsmetodene både med og uten skjærarmering for å undersøke differanser i kapasitetsberegningene. Ulike parametere blir variert for å undersøke innflytelsen på kapasiteten. Til slutt er det beregnet et eksempel for hver enkelt metode både med og uten skjærarmering. Beregningseksemplene i dette studiet er utført for å demonstrere dimensjoneringsmetodene i eksisterende standarder og forslagene til ny standard.

Resultatene viser at beregningsmetodene som baseres på mekaniske modeller hvor tøyninger og ruheten i risset blir tatt hensyn til (Model Code 2010 og det Sveitsiske forslaget), gir høyere kapasitet enn de øvrige metodene. Selv om den Spanske metoden også baseres på en mekanisk modell er kapasiteten mer konservativ. Metodene basert på empiri er generelt veldig stabile for alle variasjon av parametere. Studiet viser at den Tyske og Spanske metoden er generelt mest anvendelig for beregningene i denne oppgaven. Med tanke på videre bruk i standarder er den Spanske metoden veldig aktuell på grunn av den mekanisk modellen og fornuftige resultater.

Summary

Based on renewal of Eurocode 2 is it a desire to introduce a mechanical model to the calculation methods for shear capacity. Today Eurocode 2 calculates the shear capacity of concrete structures without shear reinforcement based on empirical data, meanwhile for structures with shear reinforcement the calculations for shear capacity is based on a truss model. “The International Federation for Structural Concrete” works to develop a mechanical model where the intention is that the model will be useful for both simple and complex concrete structures. In that occasion is it presented three different proposals for calculating shear capacity respectively from Switzerland, Germany, and Spain.

The first part of the thesis contains a literature review of existing calculation methods (Eurocode 2, Model Code of 2010 and NS 3473) and then the three new calculations proposals are presented (Swiss, German and Spanish method). For the methods based on mechanical models the background theory and simplifications leading to final design rules are presented. In the second part of the thesis the calculation methods both with and without shear reinforcement are compared for examining differences in the capacity calculations. Different parameters are varied to investigate influence on the capacity. Finally, two examples of each method both with and without shear reinforcement are presented. Calculation examples in this study are intended to demonstrate the design methods in existing standards and proposals for a new standard.

The results show that the calculation methods based on mechanical models where strains and roughness of the crack edges are taken into account (Model Code of 2010 and the Swiss proposal), providing higher capacity than the other methods. Although the Spanish method is also based on a mechanical model, but the capacity is more conservative. The methods based on empirical data are generally very stable for all variety of parameters. The study shows that the German and the Spanish method is generally most useful for calculations in this task. Considering methods for further use in standards is the Spanish method very topical because of the mechanical model and reasonable results.

Innhold

1 Innledning 1

2 Skjærkapasitet, Eurokode 2 3

2.1 Teori 3

2.1.1 Skjærstrekk 3

2.1.2 Riss 9

2.1.3 Skjærtrykk 11

2.2 Beregningsmetode for betongkonstruksjoner uten skjærarmering 12

2.3 Beregningsmetode for betongkonstruksjoner med skjærarmering 14

3 Skjærkapasitet, Model Code 2010 17

3.1 Teori 17

3.1.1 Levels of Approximation 18

3.1.2 Modified Compression Field Theory 19

3.1.3 General stress field approach 26

3.2 Beregningsmetode for betongkonstruksjoner uten skjærarmering 31

3.3 Beregningsmetode for betongkonstruksjoner med skjærarmering 32

4 Skjærkapasitet, NS 3473 35

4.1 Forenklet metode for betongkonstruksjoner uten skjærarmering 35

4.2 Forenklet metode for betongkonstruksjoner med skjærarmering 36

4.3 Forenklet metode for beregning av skjærtrykkapasitet 36

4.4 Fagverksmetoden for betongkonstruksjoner med skjærarmering 37

5 Skjærkapasitet, den Sveitsiske metoden 39

5.1 Critical Shear Crack Theory 39

5.2 Beregningsmetode for betongkonstruksjoner uten skjærarmering 45

5.3 Beregningsmetode for betongkonstruksjoner med skjærarmering 46

6 Skjærkapasitet, den Tyske metoden 51

6.1 Beregningsmetode for betongkonstruksjoner uten skjærarmering 51
6.2 Beregningsmetode for betongkonstruksjoner med skjærarmering 52

7 Skjærkapasitet, den Spanske metoden 55

7.1 Teori 55
7.2 Beregningsmetode for betongkonstruksjoner med og uten skjærarmering 62

8 Sammenligning av beregningsmetoder 67

8.1 Inndata 67
8.2 Sikkerhetsfaktorer 70
8.3 Karakteristiske materialverdier 70
8.4 Beregningsmetode for betongkonstruksjoner uten skjærarmering 71
8.4.1 Varierende lengdearmering 71
8.4.2 Varierende effektiv høyde 74
8.4.3 Varierende betongkvalitet 79
8.5 Beregningsmetode for betongkonstruksjoner med skjærarmering 83
8.5.1 Varierende lengdearmering 83
8.5.2 Varierende effektiv høyde 86
8.5.3 Varierende betongkvalitet 89
8.5.4 Varierende skjærarmering 93

9 Dimensjoneringseksempler 97

9.1 Dimensjonering av betongdekke 97
9.1.1 Eurokode 2 99
9.1.2 Model Code 2010 101
9.1.3 NS 3473 103
9.1.4 Den Sveitsiske metoden 104
9.1.5 Den Tyske metoden 106
9.1.6 Den Spanske metoden 108
9.1.7 Oppsummering dimensjonering av betongdekke 109
9.2 Dimensjonering av betongbjelke 111
9.2.1 Eurokode 2 113
9.2.2 Model Code 2010 114
9.2.3 NS 3473 Forenklet 118
9.2.4 NS 3473 Fagverk 120

9.2.5 Den Sveitsiske metoden 121
9.2.6 Den Tyske metoden 124
9.2.7 Den Spanske metoden 126
9.2.8 Oppsummering dimensjonering av betongbjelke 128

10 Diskusjon og videre arbeid 131

10.1 Betongkonstruksjoner uten skjærarmering 131
10.2 Betongkonstruksjoner med skjærarmering 133
10.3 Videre arbeid 134

11 Konklusjon 137

Kilder 139

Vedlegg A - Beregningseksempler 141

Vedlegg B - Sammenligning av metoder i tabellform 157

Figurliste

Figur 2.1: Fritt opplagt bjelke belastet jevnt fordelt med tilhørende skjærdiagram. Kilde: (Egenprodusert). 4
Figur 2.2: Opptredende spenninger i snitt ved avstand x fra opplegg. Kilde:(Egenprodusert). 4
Figur 2.3: Spenningsforløp over og under nøytralakse. Kilde: (Bølviken, 2013) 5
Figur 2.4: Opprisset tverrsnitt. Kilde: (Bølviken, 2013) 8
Figur 2.5: Rissforløp i moment- og skjærbelastet bjelke. Kilde: (Bølviken, 2013) 9
Figur 2.6: Mohr's sirkel for spenninger i strekksonen. Kilde: (Bølviken, 2013)..... 10
Figur 2.7: Mohr's sirkel for spenninger i trykksonen. Kilde: (Bølviken, 2013) 10
Figur 2.8: Trykkspenninger parallelt med skråriss. Kilde: (Egenprodusert) 11
Figur 2.9: Illustrasjon av strekkarmering og d ved kapasitetskontroll av skjær. Kilde: (Norsk Standard, 2004) 12
Figur 2.10: Fagverksmodell som legges til grunn ved beregning av skjærkapasitet for konstruksjoner med beregningsmessig behov for skjærarmering. Kilde: (Norsk Standard, 2004) 14
Figur 3.1: Presisjon sammenlignet med tidsbruk for LoA nivå 1-4. Kilde: (International Federation for Structural Concrete, 2013) 18
Figur 3.2: Ligninger for MCFT. Kilde: (Betnz mfl., 2006)..... 20
Figur 3.3: Forløpet til kreftene ved skjærriss. Kilde: (Betnz mfl., 2006) 21
Figur 3.4: Bestemmelse av beta for betongkonstruksjoner uten skjærarmering. Kilde: (Betnz mfl., 2006)..... 24
Figur 3.5: Sammenligning av β og θ med forenklet β og θ. Kilde: (Betnz mfl., 2006)..... 25
Figur 3.6: Risset membran utsatt for skjærkrefter. Kilde: (Sigrist, 2011)..... 27
Figur 3.7: Mekanisk modell for analyse av spenningsfelt. Kilde: (Sigrist, 2011)..... 29
Figur 4.1: Fagverksmodell som grunnlag for beregninger i NS 3473. Kilde: (Finnesand, 1989)..... 37
Figur 5.1: Bidrag til skjærkapasitet i kritisk riss. Kilde: (Muttoni & Ruiz, 2008b..... 40
Figur 5.2: Bue-virkning for kritisk skjærriss. Kilde: (Muttoni & Ruiz, 2008b 41

Figur 5.3: Kritisk skjærriss opptrer gjennom den teoretiske trykkdiagonalen. Kilde: (Muttoni & Ruiz, 2008a) 42
Figur 5.4: Teoretisk modell for beregning av størrelse på kritisk skjærriss. Kilde: (Muttoni & Ruiz, 2008a) 43
Figur 5.5: Beregningsmodell for skjærkapasitet med armering. Kilde: (Muttoni & Ruiz, 2015) 47
Figur 6.1: Fagverksmodell for beregning av skjærkapasitet for betongkonstruksjoner med skjærarmering. Kilde: (Hegger & Herbrand, 2016) 53
Figur 7.1: Fagverksmodell for betongtverrsnitt uten skjærarmering. Kilde: (Marí mfl., 2014) 56
Figur 7.2: Spenningsfordeling av skjærbelastet bjelke. Kilde: (Marí mfl., 2014) 56
Figur 7.3: Spennings- og tøyningsforløp i skjærrisset. Kilde: (Marí mfl., 2014) 58
Figur 7.4: Lineært forhold mellom spenningen og størrelsen på skjærrisset. Kilde: (Marí mfl., 2014) 59
Figur 7.5: Dybel-effekt på lengdearmeringen for tverrsnitt med skjærarmering. Kilde: (Marí mfl., 2014) 61
Figur 7.6: Basemodell for spansk beregningsmetode. Kilde: (Marí mfl., 2016) 62
Figur 8.1: Skjærkapasitet ved varierende lengdearmering uten skjærarmering. 71
Figur 8.2: Skjærkapasitet ved varierende effektiv høyde uten skjærarmering. 75
Figur 8.3: Skjærkapasitet ved varierende effektiv høyde uten skjærarmering med $MEd = 0{,}2 * MRd$ for Sveitsisk metode LoA 2 77
Figur 8.4: Skjærkapasitet ved varierende betongkvalitet uten skjærarmering. 80
Figur 8.5: Skjærkapasitet ved varierende betongkvalitet uten skjærarmering med $MEd = 0{,}2 * MRd$ for Sveitsisk metode LoA 2 82
Figur 8.6: Varierende lengdearmering med skjærarmering 83
Figur 8.7: Varierende effektiv høyde med skjærarmering 87
Figur 8.8: Varierende betongkvalitet med skjærarmering 90
Figur 8.9: Sammenligning av skjærtrykkapasiteten til fagverksmetoden for konstruksjoner med skjærarmering 91
Figur 8.10: Model Code 2010 LoA 3 sprang ved betongkvalitet B25 92
Figur 8.11: Varierende skjærarmering 94
Figur 8.12: Bidrag fra skjærarmering ved varierende armeringsmengde i tverretning 95

Tabelliste

Tabell 8.1: Inndata for betongkonstruksjoner uten skjærarmering. Kilde: (Egenprodusert) 68
Tabell 8.2: Inndata for betongkonstruksjoner med skjærarmering. Kilde: (Egenprodusert) 69
Tabell 8.3: ζ øker når effektiv høyde øker. 79
Tabell 9.1: Inndata for beregningseksempel dekke. 98
Tabell 9.2: Momentdimensjonering for beregningseksempel dekke. 98
Tabell 9.3: Oppsummering skjærkapasitet for betongdekke. 109
Tabell 9.4: Inndata for beregningseksempel dekke. 111
Tabell 9.5: Momentdimensjonering for beregningseksempel dekke. 112
Tabell 9.6: Oppsummering skjærkapasitet for betongbjelke. 128

1 Innledning

Betongkonstruksjoner benyttes veldig mye i Norge og ellers i verden, på grunn av gode egenskaper med tanke på bæreevne og levetid, samt den store fleksibiliteten for både prosjekterende og utførende med tanke på utforming og anvendelighet. For betongkonstruksjoner i Norge skal «Eurokode 2 – Dimensjonering av betongkonstruksjoner» benyttes som prosjekteringsunderlag der et av kontrollpunktene er å verifisere at skjærkapasiteten til betongkonstruksjonen er større enn skjærbelastningen. Det ble allerede på slutten av 1800-tallet startet med forskning på dette temaet, og det forskes fremdeles på dette i dag. I forbindelse med planlagt fornying av Eurokode 2, skal det i denne oppgaven sees nærmere på eksisterende beregningsmetoder for skjærkapasitet, samt foreslåtte beregningsmetoder i forbindelse med fornying av Eurokode 2.

Med bakgrunn i ønske om å presentere en mekanisk modell som beregningsgrunnlag i Eurokode 2, skal standarden fornyes. Beregningsmetodene i dagens standard er basert på empiriske data, noe som gjør formlene lite forståelige og vanskelig å anvende i praksis, særlig i prosjekteringstilfeller utenfor normalen hvor både positive og negative bidrag til kapasiteten må regnes med i formelverket, i tillegg til de ordinære bidragene. For å sikre en god beregningsmetode har det, i regi av «The International Federation for Structural Concrete», blitt avholdt flere konferanser med presentasjon av beregningsmetoder fra forskjellig nasjoner, derav blant annet Sveits, Tyskland og Spania. Beregningsmetodene presenteres i denne rapporten med bakgrunnsteori, og sammenlignes med metoder brukt i dag, derav blant annet Eurokode 2.

Oppgaven starter med å introdusere de eksisterende beregningsmetodene; Eurokode 2, Model Code 2010 og NS 3473 som benyttes i dag. Metodene blir presentert hver for seg med tilhørende teori før beregningsgangen presenteres for betongkonstruksjoner med og uten skjærarmering. Forslagene til ny Eurokode; Sveitsisk, Tysk og Spansk metode blir så presentert på tilsvarende måte. Metodene blir fremstilt i ulike diagrammer med varierende parametere som viser variasjon i kapasitet i forhold til for eksempel betongkvalitet.

I tillegg blir det presentert to konkrete beregningseksempler for henholdsvis betongdekke og –bjelke, som beregnes med forutsetninger fra en realistisk case.

Analyse av resultatene blir gjort fortløpende gjennom presentasjon av resultater og diagrammer for å lage et oppgaveoppsett på en mest mulig ryddig måte. Drøfting og konklusjon kommer til slutt.

2 Skjærkapasitet, Eurokode 2

Kapasitetskontroll av skjær utføres i dag i henhold til metoder beskrevet i Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner, Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger, som heretter omtales som Eurokode 2. Metodene deles opp i to kontroller, hvor en er for konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering og den andre metoden er for konstruksjoner med beregningsmessig behov for skjærarmering. I tillegg skal skjærtrykkapasiteten til betongtverrsnittet kontrolleres.
Metodene gjelder kun for bjelker og plater hvor forholdet mellom spennvidde og høyde er minst tre, når oppleggene er tosidig. Ved utkragede konstruksjoner må forholdet være minst en og en halv. Skjærkapasiteten kontrolleres i avstand d fra kanten av opplegget (Norsk Standard, 2004).

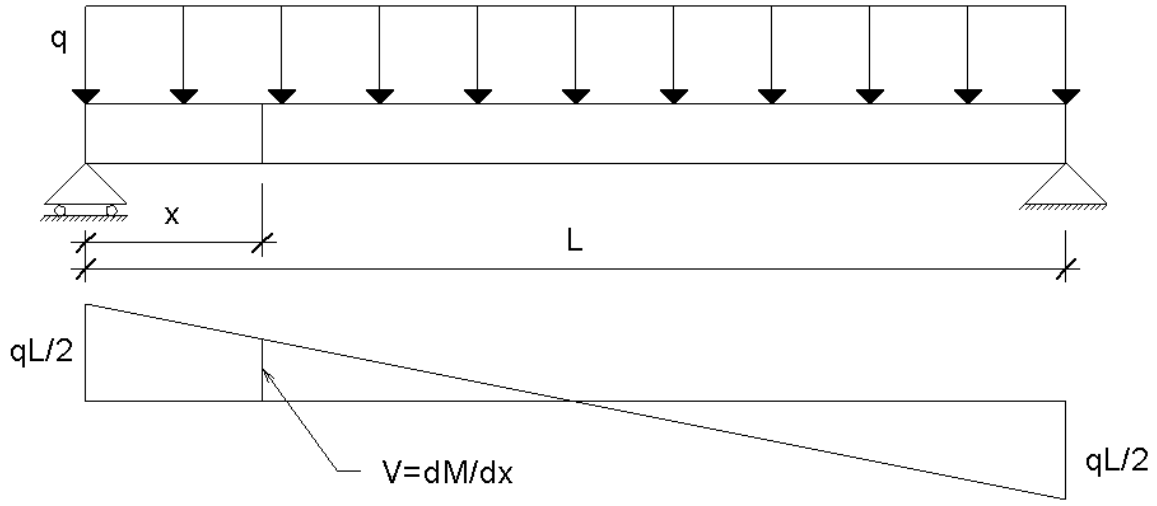
2.1 Teori

Eurokode 2 med nasjonalt tillegg er dagens gjeldende standard i Norge for prosjektering av betongkonstruksjoner. Skjærkapittelet i standarden gir to beregningsmetoder, som nevnt ovenfor. Metoden betongkonstruksjoner uten skjærarmering baseres på empiriske resultater. For betongkonstruksjoner med skjærarmering baseres beregningene på en fagverksmodell, men bestemmelser av enkelte parametere er likevel basert på empiri. Dette forklares nærmere nedenfor (Sørensen, 2013).

2.1.1 Skjærstrekk

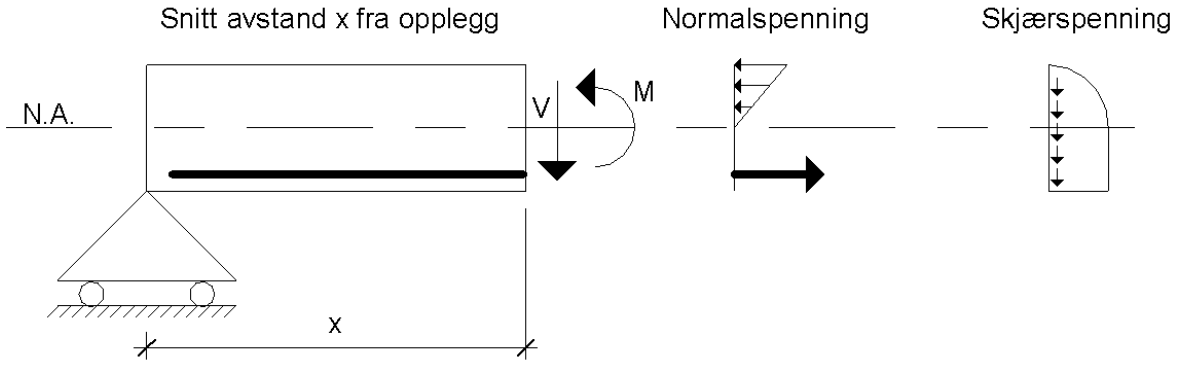
For å utlede skjærteorien tas det utgangspunkt i en fritt opplagt betongbjelke belastet med en jevnt fordelt last, se Figur 2.1. Opptredende skjærkraft vises i skjærkraftdiagrammet i Figur 2.1. Skjærteorien er i utgangspunktet lik for alle homogene materialer. Armert betong er for øvrig ikke homogent og skjærkapasiteten vil varier langs med tverrsnittet. I dette tilfellet er bjelken armert i nedre del hvor strekkbelastningen er stor. I øvre del av tverrsnittet er det strekkapasiteten til betongen som er dimensjonerende ved kontroll av

skjærkapasitet. Utledelsen videre må derfor deles opp i to beregninger, for henholdsvis og nedre- og øvre del av tverrsnittet (Sørensen, 2013).



Figur 2.1: Fritt opplagt bjelke belastet jevnt fordelt med tilhørende skjærdiagram. Kilde: (Egenprodusert).

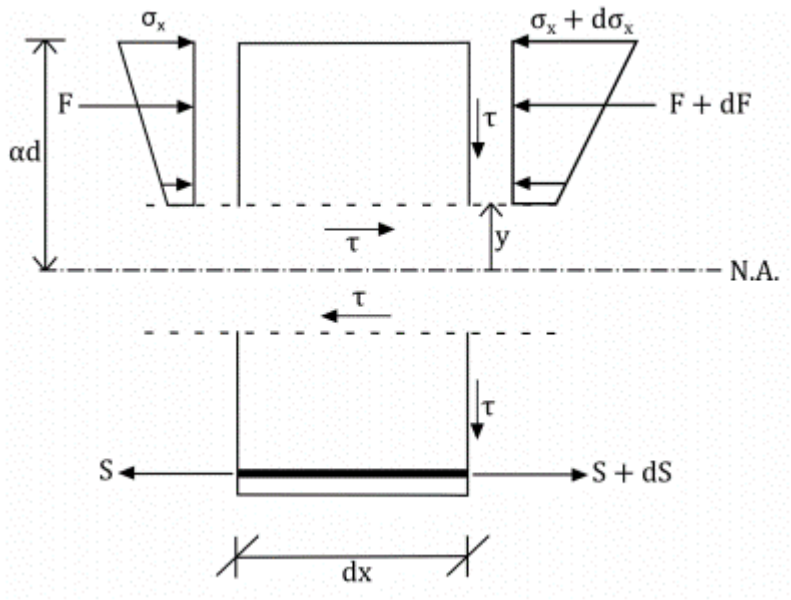
Vi tar utgangspunkt i et snitt i avstand x fra venstre opplegg, som vist på Figur 2.1. Opptredende skjærspenning og normalspenning på venstre del av snittet er som på Figur 2.2. Plasseringen av nøytralaksen (N.A) er kun illustrativ. Reell plassering avhenger av utnyttelsen av kapasiteten til bjelken (Sørensen, 2013).



Figur 2.2: Opptredende spenninger i snitt ved avstand x fra opplegg. Kilde:(Egenprodusert).

Som det fremgår av Figur 2.2 er spenningstilstanden over og under nøytralaksen forskjellige. Begge situasjoner betraktes for å finne tilfellet med størst belastning (Sørensen, 2013).

Likevektsbetraktning av spenninger under nøytralakse:



Figur 2.3: Spenningsforløp over og under nøytralakse. Kilde: (Bølviken, 2013)

Figur 2.3 viser at skjærspenningene opptrer i både vertikal- og horisontal retning. Summen av krefter i horisontalretning:

$$\tau * b * dx = dS = \frac{dM}{z} \tag{2.1}$$

Ligningen løses:

$$\tau = \frac{dM}{dx * b * z} = \frac{V}{z * b} \tag{2.2}$$

$$\tau = \frac{V}{z * b} \tag{2.3}$$

z er indre momentarm (antas $0{,}9 * d$ for slakkarmerte betongbjelker), b er bredden på tverrsnittet og V er skjærkraften. Mellom nøytralaksen og lengdearmeringen er skjærspenningen konstant. Det har derfor ingen betydning hvor kontrollsnittet plasseres (Sørensen, 2013).

Likevektsbetraktning av spenninger over nøytralakse:

Tar utgangspunkt i spenningsforløpet over nøytralaksen, som kan sees i Figur 2.3.

Summen av krefter i horisontalretning (Sørensen, 2013):

$$\tau * b * dx = dF \tag{2.4}$$

τ er horisontal skjærspenning, b er bredden på tverrsnittet og dx er differansen av lengden på hvert enkelt utsnitt i bjelken. dF uttrykkes i Formel (2.5) nedenfor:

$$dF = \int_{A_1}^{A_2} d\sigma dA = \int_{A_1}^{A_2} \frac{dM}{I_c} * ydA = \frac{dM}{I_c} * \int_{A_1}^{A_2} ydA \tag{2.5}$$

$\int_{A_1}^{A_2} ydA$ er det statiske moment til tverrsnittet over nøytralaksen, som erstattes med S_M i Formel (2.6) og (2.7), dM er differansen av momentet på hvert enkelt utsnitt i bjelken og I_c er treghetsmomentet til tverrsnittet over nøytralaksen.

Dette settes inn i Formel (2.4):

$$\tau * b * dx = \frac{dM}{I_c} * S_M \tag{2.6}$$

Formel (2.6) løses med hensyn på τ.

$$\tau = \frac{dM * S_M}{dx * I_c * b} = \frac{V * S_M}{I_c * b} \tag{2.7}$$

Det statiske momentet, S_M, kan uttrykkes som

$$S_M = \int_{A_1}^{A_2} ydA = y_{st} * A \tag{2.8}$$

Hvor y_{st} er avstanden fra nøytralaksen til tyngdepunktet av arealet A. For en rektangulær bjelke kan det uttrykkes slik:

$$y_{st} = y + \frac{\alpha * d - y}{2} = \frac{1}{2}(\alpha * d + y) \tag{2.9}$$

$$A = b(\alpha * d - y) \tag{2.10}$$

Setter Formel (2.9) og (2.10) inn i Formel (2.8).

$$S_M = \frac{1}{2}(\alpha * d + y)(\alpha * d - y) * b = \frac{1}{2}(\alpha^2 * d^2 - y^2) * b \tag{2.11}$$

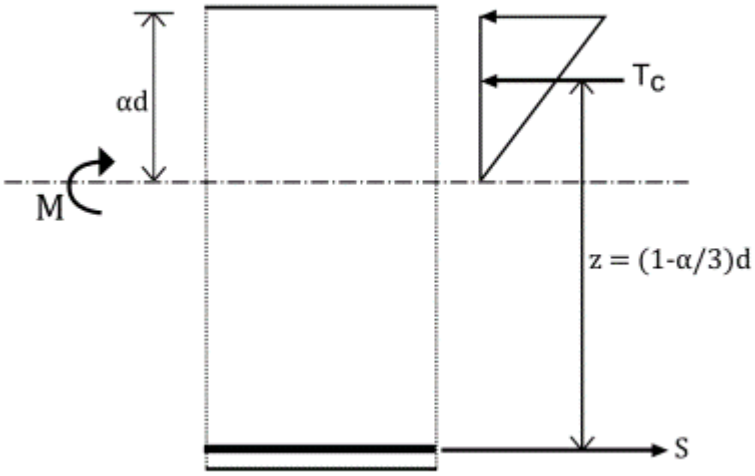
Setter Formel (2.11) inn i Formel (2.7) og løser dette.

$$\tau = \frac{V}{I_c} * \frac{1}{2}(\alpha^2 * d^2 - y^2) \tag{2.12}$$

Grensebetingelsene for τ over nøytralaksen er at τ er lik null ved randen av trykksonen. Ved nøytralaksen er y lik null og skjærspenningen over nøytralaksen vil være størst der.

$$\tau = \frac{V\alpha^2 d^2}{2I_c} \tag{2.13}$$

Formel (2.13) kan forenkles ved å utlede et uttrykk for I_c med forutsetning om at bjelken er rektangulær og at betongen oppfører seg lineært elastisk i trykk og spenningsløs i strekk. Se Figur 2.4 illustrerer kraftforløpet.



Figur 2.4: Opprisset tverrsnitt. Kilde: (Bølviken, 2013)

Nedenfor utledes formler fra fasthetslæren og fra Figur 2.4.

$$\sigma_c = \frac{M}{I_c} * \alpha d \tag{2.14}$$

$$M = T_c * z = \frac{1}{2} * \sigma_c b \alpha d \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) * d \tag{2.15}$$

Setter Formel (2.15) inn i Formel (2.14).

$$\sigma_c = \frac{\frac{1}{2} * \sigma_c b \alpha d \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) * d}{I_c} * \alpha d \tag{2.16}$$

Formel (2.16) skrives om:

$$I_c = \frac{1}{2} \alpha^2 \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) b d^3 \tag{2.17}$$

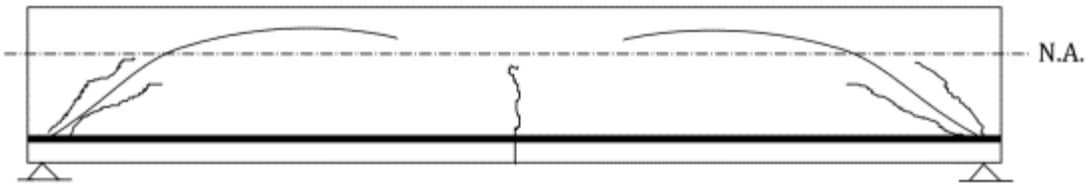
Formel (2.17) settes inn i Formel (2.13) og løses:

$$\tau = \frac{V}{zb} \tag{2.18}$$

Formel (2.18) gir skjærspenning ved nøytralaksen på trykksiden. Dette er det samme uttrykket som i Formel (2.3) og skjærspenningsforløpet er derfor som vist i Figur 2.2. Største skjærspenning finnes mellom nøytralaksen og strekkarmeringen (Sørensen, 2013).

2.1.2 Riss

I dette kapittelet gis det en innføring i teorien til rissdannelse grunnet skjærkrefter. Figur 2.5 viser typisk rissdannelse i en betongbjelke utsatt for skjærkrefter (Sørensen, 2013).



Figur 2.5: Rissforløp i moment- og skjærbelastet bjelke. Kilde: (Bølviken, 2013)

Riss oppstår når største hovedstrekkspenning, σ_1, nærmer seg strekkapasiteten til betongen, dvs. når $\sigma_1 = f_{ctk,0.05}$. Retningen på risset oppstår normalt på hovedstrekkspenningen.

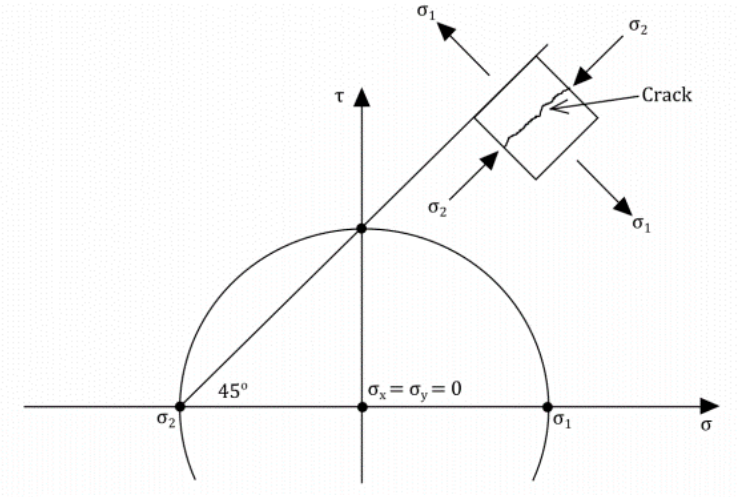
$f_{ctk,0.05}$ er betongens karakteristiske strekkfasthet 5% kvartil, som finnes i Eurokode 2 Tabell 3.1.

Med utgangspunkt i bestemmelsene ovenfor kan retningen på risset beregnes basert på skjærspenning, τ, og normalspenning, σ_x. Ved å kombinere disse to spenningene kan man regne ut retningen på hovedstrekkspenningen og dermed finne rissretningen. Mohr's spenningssirkel er et godt hjelpemiddel til å utføre dette. Rissvinkelen beregnes i strekk- og i trykksonen til tverrsnittet (Sørensen, 2013).

Ved beregning av rissvinkel i strekksone er normalspenning i x- og y-retning lik null. Skjærspenningen er som utledet i kapittel 2.1:

$$\tau = \frac{V}{zb} \tag{2.19}$$

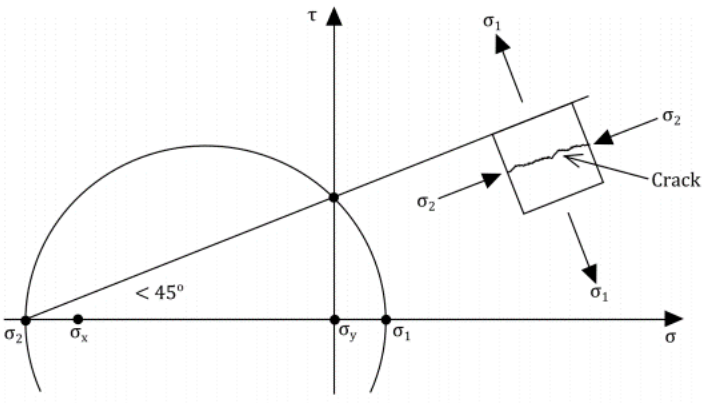
Mohr's spenningssirkel kan dermed tegnes med sirkelens sentrum i origo, som vist i Figur 2.6.



Figur 2.6: Mohr's sirkel for spenninger i strekksonen. Kilde: (Bølviken, 2013)

Hovedstrekkspenning, σ_1, står 45 grader på bjelkeaksen i strekksonen.

Ved beregning av rissvinkel i trykksonen er normalspenningen i y-retningen lik null. Normalspenningen i x-retning og skjærspenningen er ikke lik null. Rissvinkelen er dermed ikke konstant i trykksonen, vinkelen vil minke ettersom trykkspenningen øker, som det fremgår av Figur 2.7 (Sørensen, 2013).

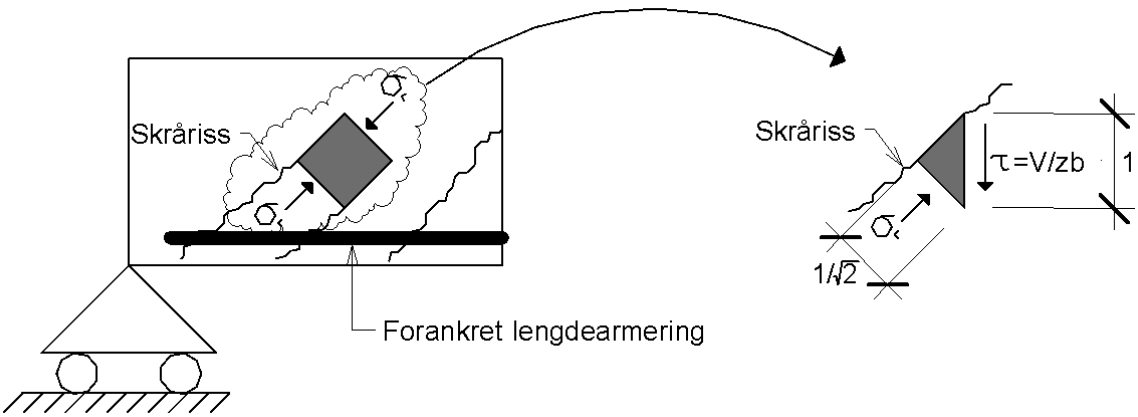


Figur 2.7: Mohr's sirkel for spenninger i trykksonen. Kilde: (Bølviken, 2013)

Figur 2.7 viser at risset gradvis vil flate ut når det kommer høyere opp i trykksonen. Rissene nærmest bjelkeoppleggene kalles «skjærriss» og rissmønsteret illustrert i Figur 2.5 ovenfor gir et godt bilde på rissutvikling i virkeligheten.
Siden det ved beregning av rissvinkel antas at strekkfastheten må overskrides for at riss skal dannes, kalles dette for et strekkbruddkriterium.

2.1.3 Skjærtrykk

Når det oppstår skjærriss i en betongkonstruksjon vil det oppstå trykkspenninger parallelt med risset. Rissvinkelen forutsettes 45 grader og spenningsforløpet er som vist på Figur 2.8 (Sørensen, 2013).



Figur 2.8: Trykkspenninger parallelt med skråriss. Kilde: (Egenprodusert)

Trykkspenningens resultant og retning regnes ut med geometri for så å utføre en likevektsbetraktning i y-retningen.

$$\sigma_c * \frac{1}{\sqrt{2}} * \frac{1}{\sqrt{2}} = \tau * 1 \tag{2.20}$$

Formel (2.3) settes inn for τ og ligningen løses med hensyn på skjærkraften, V.

$$V = \sigma_c * \frac{1}{2} * bz \tag{2.21}$$

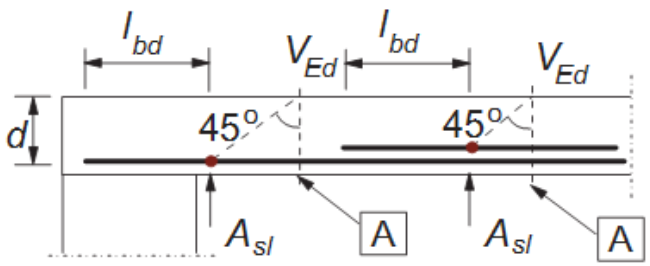
Her er σ_c betongens dimensjonerende trykkfasthet, b er tverrsnittets bredde på smaleste punkt og z er den indre momentarmen (Sørensen, 2013).

2.2 Beregningsmetode for betongkonstruksjoner uten skjærarmering

Konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmering kontrolleres i henhold til punkt 6.2.2 i Eurokode 2. Formelen er basert på forsøksresultater og er derfor empirisk fremstilt. Formlene nedenfor avdekker om skjærkapasiteten til betongtverrsnittet er tilstrekkelig, eller om det er nødvendig med skjærarmering.

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c}k(100\rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1\sigma_{cp}\right]b_w d \geq (v_{min} + k_1\sigma_{cp})b_w d \qquad (2.22)$$

Her er f_{ck} sylindertrykkfastheten til betongen, k_1 er en faktor på 0,15, b_w er minste bredden av tverrsnittet i strekksonen og d er den effektive høyden. Se Figur 2.9 (Norsk Standard, 2004).



Figur 2.9: Illustrasjon av strekkarmering og d ved kapasitetskontroll av skjær. Kilde: (Norsk Standard, 2004)

For $C_{Rd,c}$, k, ρ_l, σ_{cp} og v_{min} se formler nedenfor:

$$C_{Rd,c} = \frac{k_2}{\gamma_c} \qquad (2.23)$$

Her er γ_c materialfaktor for betong og k_2 er en faktor for hva slags tilslag og blandingsforhold som benyttes i betongen. k_2 kan settes lik 0,18 dersom følgende betingelser er oppfylt:

... for betong med største tilslag D, etter NS-EN 12620, lik eller større enn 16 mm, og der det grove tilslaget utgjør 50 % eller mer av den samlede tilslagsmengden og det ikke benyttes grovt tilslag av kalkstein eller stein med tilsvarende lav fasthet (Norsk Standard, 2004, s.9 Nasjonalt tillegg).

Dersom ikke disse betingelsene er innfridd settes k_2 lik 0,15 (Norsk Standard, 2004).

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2{,}0 \tag{2.24}$$

Her er d som beskrevet i Formel (2.22).

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} \leq 0{,}02 \tag{2.25}$$

Her er A_{sl} armeringsmengden til strekkarmeringen som har en forankringslengde større enn $(l_{bd} + d)$ forbi snittet som kontrolleres, kfr. Figur 2.9. b_w og d er som beskrevet i Formel (2.22) (Norsk Standard, 2004).

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} < 0{,}2 f_{cd} \tag{2.26}$$

Her er N_{Ed} aksialkraft i tverrsnittet påført fra laster og/eller forspenning, A_c er betongtverrsnittets areal i kontrollsnittet og f_{cd} er dimensjonerende sylindertrykkfasthet til betongen. I Eurokode 2 punkt 6.2.2 blir det gitt flere bestemmelser for forspente konstruksjoner, noe som ikke vil bli behandlet videre i denne oppgaven (Norsk Standard, 2004).

$$v_{min} = 0{,}035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2} \tag{2.27}$$

Her er k som i Formel (2.24) og f_{ck} som beskrevet i teksten under Formel (2.22).

Trykkspenningene som opptrer parallelt med skjærrissene må også kontrolleres for ikke å overskride trykkapasiteten til betongen (Norsk Standard, 2004).

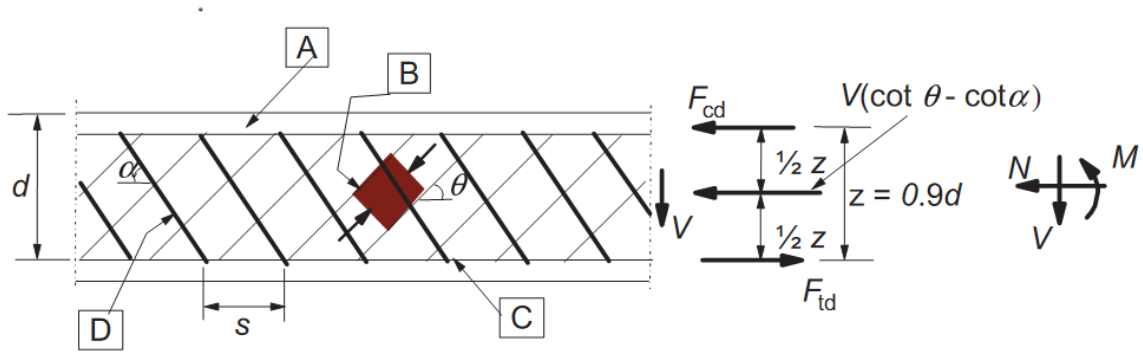
$$V_{Ed} \leq 0{,}5 b_w d v f_{cd} \tag{2.28}$$

Her er v en reduksjonsfaktor for opprissing av betongen på grunn av riss fra skjærbelastningen (Norsk Standard, 2004).

$$v = 0{,}6(1 - \frac{f_{ck}}{250}) \tag{2.29}$$

2.3 Beregningsmetode for betongkonstruksjoner med skjærarmering

Konstruksjonsdeler med beregningsmessig behov for skjærarmering er konstruksjoner hvor betongtverrsnittet i seg selv ikke har tilstrekkelig skjærkapasitet. Metoden baseres på en fagverksmodell, kfr. Figur 2.10.



Figur 2.10: Fagverksmodell som legges til grunn ved beregning av skjærkapasitet for konstruksjoner med beregningsmessig behov for skjærarmering. Kilde: (Norsk Standard, 2004)

Modellen viser et lengdesnitt av en betongkonstruksjon som belastes med normalkraft, N, moment, M, og skjærkraft, V. Kreftene dekomponeres til strekkgurten, F_{td}, og trykkgurten, F_{cd}, som tas opp av henholdsvis strekkapasiteten til armeringen og trykkapasiteten til betongen. d er betongtverrsnittets effektive høyde og z er den indre momentarmen, som kan settes lik $0{,}9d$ for slakkarmert betong uten aksialbelastning, ved skjærkraftdimensjonering. Senteravstanden, s, er avstanden mellom skjærarmeringen, som bestemmes av størrelse og utforming av jernene, og størrelsen på skjærkraften. Vinkelen, α, er vinkelen mellom skjærarmeringen og bjelkeaksen, og bestemmes av konstruktøren,

men burde være mellom 45 og 90 grader. Vinkelen, θ, er vinkelen mellom diagonaltrykkstavene og bjelkeaksen, og bestemmes av konstruktøren innenfor grenseverdiene $1 \leq \cot\theta \leq 2{,}5$ (Norsk Standard, 2004).

Med utgangspunkt i fagverksmodellen beskrevet ovenfor, beregnes skjærstrekkapasiteten med følgende formler og forutsetninger:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \left(\cot\theta + \cot\alpha\right) \sin\alpha \tag{2.30}$$

Her er A_{sw} tverrsnittsarealet til skjærarmeringen og f_{ywd} er dimensjonerende flytegrense til skjærarmeringen. Øvrige variabler er beskrevet i avsnittet ovenfor. Skjærstrekkapasiteten i Formel (2.30) må ikke overstige skjærtrykkapasiteten i Formel (2.31) (Norsk Standard, 2004).

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} (\cot\theta + cot\alpha)/(1 + \cot^2\theta) \tag{2.31}$$

Her er α_{cw} en faktor som tar hensyn til spenningstilstanden i trykkgurten. For ikke-oppspente konstruksjoner settes α_{cw} lik 1. For før-oppspente konstruksjoner henvises det til nasjonalt tillegg punkt 6.2.3. b_w er bredden på det smaleste punkt i betraktet tverrsnitt. v_1 er en reduksjonsfaktor for trykkfastheten til betongen og kan velges på følgende måte hvis dimensjonerende spenning i skjærarmeringen er mindre enn 80 % av den karakteristiske flytegrensen til skjærarmeringen. For betongfasthet mindre enn eller lik 60 MPa er $v_1$lik 0,6. For betongfasthet over 60 MPa benyttes følgende formel:

$$v_1 = 0{,}9 - \frac{f_{ck}}{200} > 0{,}5 \tag{2.32}$$

Her er f_{ck} den karakteristisk trykkfasthet til betongen. Dersom den karakteristiske flytegrense til skjærarmeringen er utnyttet over 80 % benyttes formel (2.29). Variablene z, f_{cd}, θ og α er forklart tidligere i kapittel 2 (Norsk Standard, 2004).

I praksis plasseres ofte skjærarmeringen vertikalt slik at α er lik 90 grader. I tillegg benyttes det i mange sammenhenger betongkvalitet med fasthet under 60 MPa. Dersom

disse forutsetningene benyttes kan Formel (2.30) og (2.31) forenkles til følgende (Norsk Standard, 2004):

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot\theta \tag{2.33}$$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} / (\cot\theta + \tan\theta) \tag{2.34}$$

Formel (2.33) og (2.34) legges sammen og løses med hensyn på $\frac{A_{sw}}{s}$

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{\alpha_{cw} b_w v_1 f_{cd}}{f_{ywd}(\cot\theta + \tan\theta)\cot\theta} \tag{2.35}$$

3 Skjærkapasitet, Model Code 2010

«The International Federation for Structural Concrete» er en verdensomspennende organisasjon med visjon om å alltid øke kunnskapen om betongkonstruksjoner, både teknisk, økonomisk, estetisk og miljømessig. Organisasjonen ble etablert i 1998 ved sammenslåing av CEB (Euro-International Committee for Concrete) og FIP (International Federation for Prestressing). CEB og FIP har for øvrig eksistert siden 1952 uavhengig av hverandre. Likevel er det i 1978 og 1990 utgitt Model Codes gjennom et samarbeid mellom CEB og FIP (International Federation for Structural Concrete, 2013).

Ved å sette sammen arbeidsgrupper for ulike fagfelt innenfor betongdimensjonering med godt kvalifiserte forskere fra universiteter, produseres det tidsskriftartikler som lager et grunnlag for Model Code 2010, heretter omtalt som MC 2010. Dette sikrer at kunnskapen om betongkonstruksjoner alltid går litt fremover. Hensikten er at den generelle kunnskapen og teorien skal økes, men samtidig ønsker organisasjonen å utvikle anvendelige beregningsmetoder som den praktiserende ingeniøren kan benytte. Det holdes konferanser årlig hvor deltakere oppdateres og temaer diskuteres for å sikre at representantene for nasjonale og internasjonale standarder blir oppdatert på den nyeste forskningen (International Federation for Structural Concrete, 2013).

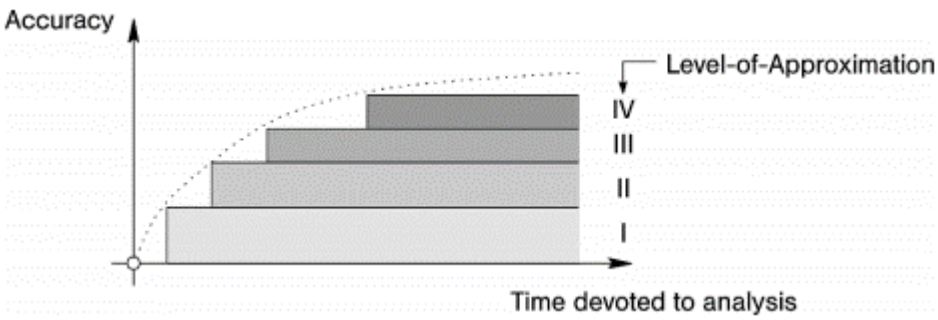
3.1 Teori

Forskningen på skjærkapasiteten til betongtverrsnitt startet på slutten av 1800-tallet og det ble utført mange forsøk, samt mye teoretisk arbeid. Beregningsmetoder som baseres på for eksempel strut-and-tie modell, trykkfelts teori, spenningsfelt osv. har blitt fremlagt og benyttet i standarder verden over, men det har ikke blitt noen internasjonal enighet om hvilke parametere og beregningsmetode som beskriver den faktiske skjærkapasiteten på best måte (Sigrist mfl., 2013)(Muttoni & Ruiz, 2008a).

Ved utarbeidelsen av skjærkapittelet i MC 2010 var hensikten at en beregningsmetode for skjærkapasitet skulle være basert på en mekanisk modell, i motsetning til Model Code 1990, Eurokode 2 og andre standarder hvor beregningsmetodene for konstruksjoner uten skjærarmering er basert på empiriske data, og beregningsmetodene for konstruksjoner med skjærarmering er basert på en fagverksmodell, og for noen standarder en kombinasjon av fagverksmodell og empiriske data. Hensikten med å utvikle en mekanisk modell er at det skal være enklere for den praktiserende ingeniør å forstå beregningene. Samtidig må den mekaniske modellen være tilstrekkelig «enkel» for å fungere i praksis (Sigrist mfl., 2013).

3.1.1 Levels of Approximation

For å kunne tilpasse beregningsmodellen i MC 2010 til arbeidslivet på best mulig måte er beregningen for skjærkapasitet delt opp i fire forskjellige nivåer, som kalles for «Levels of Approximation» (LoA), hvor nivå 1 er en forenklet beregning som krever liten tid, mens nivå 4 er en avansert metode som kan være veldig tidkrevende, men desto mer presis. I Figur 3.1 nedenfor vises konseptet grafisk hvor tidsforbruk sammenlignes med presisjon (Sigrist mfl., 2013).



Figur 3.1: Presisjon sammenlignet med tidsbruk for LoA nivå 1-4. Kilde: (International Federation for Structural Concrete, 2013)

I forprosjektfasen og ved raske overslag om skjærkapasiteten er tilstrekkelig eller ikke, kan beregningsmetoden i henhold til nivå 1 være nyttig. Det er en tidsbesparende og konservativ beregningsmetode for enkle konstruksjoner. For nivå 2 og 3 krever parameterne i formlene noe mer forarbeid for å kunne gi mer presise svar enn nivå 1. Det kan være nødvendig med analytiske beregninger hvor interne krefter, geometriske og mekaniske parametere i konstruksjonen regnes med i formlene. Dette er likevel ikke veldig tidkrevende og er tilstrekkelig som beregningsmetode for detaljprosjektering av nye konstruksjoner. Nivå 4 er en beregningsmetode som egner seg for spesielle tilfeller hvor

gevinsten av presis prosjektering er større enn tapet av tidsforbruket. For å øke presisjonen på beregningene baserer nivå 4 seg på numeriske beregninger for parameterne som skal settes inn i formlene (International Federation for Structural Concrete, 2013).

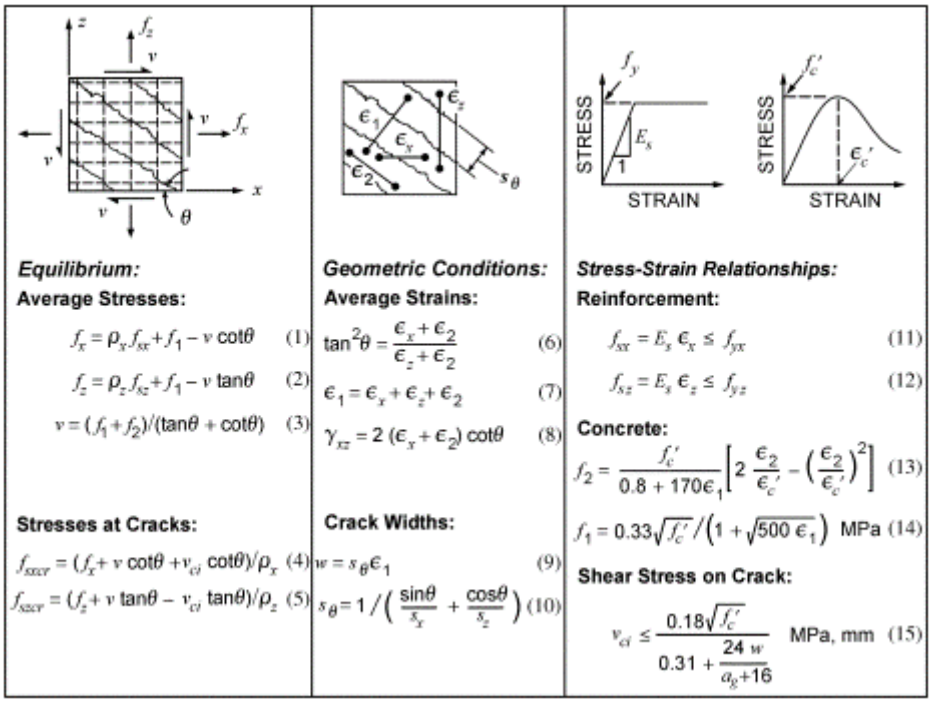
Skjærkapittelet i MC 2010 er bygd opp med utgangspunkt i mekaniske modeller. Det finnes flere mekaniske modeller, for eksempel «Critical Shear Crack Theory», «Strut- and tie-modeller» og flere. Blant annet er «Critical Shear Crack Theory» utgangspunktet når det gjelder kapasitet for gjennomlokking i MC 2010. For betongkonstruksjoner uten skjærarmering er skjærkapasiteten basert på en mekanisk modell som heter «Simplified Modified Compression Field Theory», heretter omtalt som SMCFT, mens betongkonstruksjoner med skjærarmering er basert på en generell betraktning av spenningsfelt i kombinasjon med SMCFT.

3.1.2 Modified Compression Field Theory

«Simplifies Modified Compression Field Theory» (Bentz mfl., 2006) er det teoretiske grunnlaget som kapasitetsformlene i skjærkapittelet i MC 2010 er bygget på. Forskningen på skjærteori startet for over 100 år siden og antakelsene for beregningsprosedyren var at betongen i områdene som risset i steget kun klarte å motstå trykkspenninger, men ikke strekkspenninger, siden rissene ble antatt å være 45 grader på lengdeaksen til bjelken. Strekkapasiteten til betongen er dermed ikke tatt med i skjærkapasiteten, noe som resulterer i dårlig utnyttelse av tverrsnittet. De siste tiårene har forskerne derfor fokusert på å fastsette en verdi for vinkelen mellom skrårissene og lengdeaksen til bjelken for å kunne utnytte strekkapasiteten til betongen sammen med skjærarmeringen. Det ble laget modeller med utgangspunkt i plastisitetsteorien, hvor ingeniørene kunne velge vinkel. For å unngå valg av vinkler langt utenfor forsvarlige grenser ble det opprettet visse grensebetingelser for slakk- og spennarmerte konstruksjoner. Etter hvert ble «Compression Field Theory», heretter kalt CFT, utviklet, noe som var en betydelig endring i forhold til tidligere metoder. CFT tok utgangspunkt i tøyningstilstanden i steget på bjelken. Dette kan uttrykkes på denne måten (Bentz mfl., 2006):

$$\tan^2\theta = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_2}{\varepsilon_z + \varepsilon_2} \tag{3.1}$$

Her er ε_x lengdetøyningen i steget hvor strekk er positivt og trykk er negativt, ε_2 er diagonal trykktøyning og ε_z er vertikal strekktøyning i steget. Lengdetøyningen er ofte mye lavere enn vertikal strekktøyning noe som gir en lav verdi på høyre siden av likhetstegnet i Formel (3.1). Vinkelen, θ, kan derfor ofte antas å være mindre enn 45 grader, og skjærkapasiteten kan dermed allerede antas større enn ved tidligere beregningsmetoder.



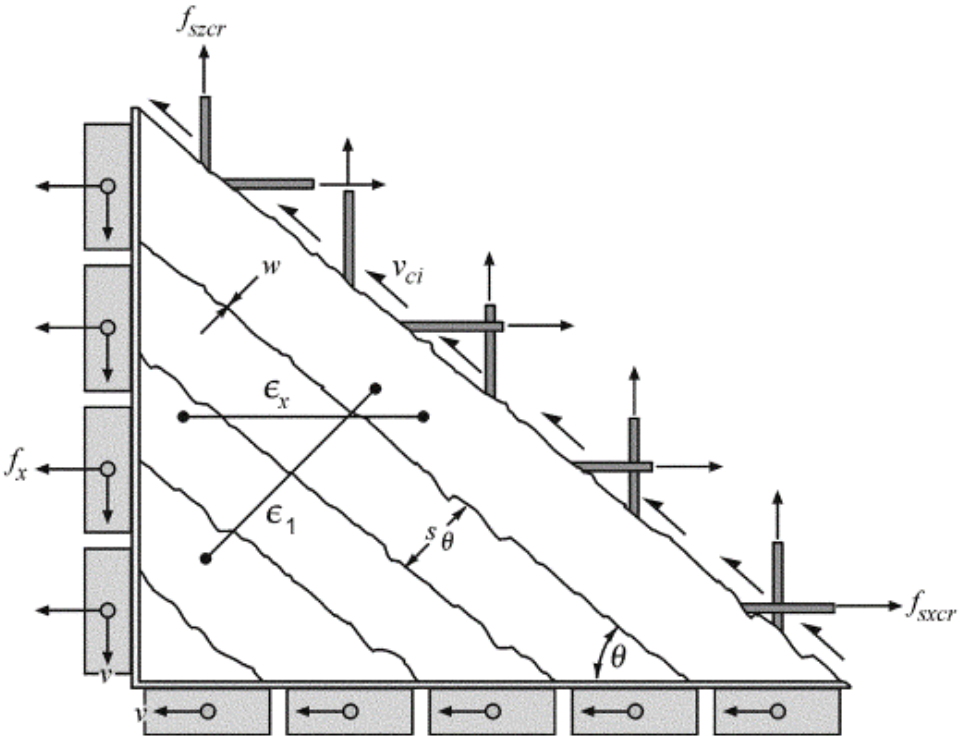
Figur 3.2: Ligninger for MCFT. Kilde: (Betnz mfl., 2006)

På 80-tallet ble det uført forsøk hvor forholdet mellom den diagonale trykkspenning, f_2, og trykktøyning, ε_2, ble studert. De fant en funksjon for f_2 og ε_2 i tillegg til at de fant ut at strekktøyningen vinkelrett på rissene, ε_1, påvirker f_2. Forsøkene viste også at betongsteget har strekkapasitet etter rissdannelse. Det vil si at strekkapasiteten ivaretas på grunn av ruhet i diagonalrisset (Bentz mfl., 2006).

Formelen basert på CFT ble justert for faktorene nevnt ovenfor og «Modified Compression Field Theory», heretter kalt MCFT, ble etablert med 15 forskjellige ligninger, som kan sees i Figur 3.2. Formlene i Figur 3.2 er tidkrevende å løse for hånd, men kan fint benyttes i dataprogrammer. Hensikten til forskerne var å lage beregningsmetoder som kunne løses på baksiden av en konvolutt, og MCFT måtte derfor forenkles betraktelig for å kunne oppnå

dette. Dette førte til at metoden ble døpt om til «Simplified MCFT», heretter kalt SMCFT, med forenklingene beskrevet i avsnittet nedenfor:

Gjennomsnittlig vertikalspenningen, f_z, kan neglisjeres siden utsnittet betraktes i spennet til bjelken og størrelsen til spenningen vil derfor være veldig liten. ε_z settes lik $0{,}002$ som er den maksimale tøyningen til skjærarmeringen og ε_2 settes lik $0{,}002$ for maksimal trykktøyning av betongen. Dersom også ε_x settes lik 0,002 for tøyningen i lengdearmeringen kan ligning (3), (6), (7), (13) og (14) i Figur 3.2 løses og maksimal skjærspenning beregnes til omtrent $0{,}28f_c'$. For lavere verdi av ε_x kan maksimal skjærspenning beregnes til omtrent $0{,}32f_c'$. Siden tøyninger kan være noe vanskelig å forutsi, særlig i praksis, forenkles maksimal skjærspenning til $0{,}25f_c'$ (Bentz mfl., 2006).



Figur 3.3: Forløpet til kreftene ved skjærriss. Kilde: (Betnz mfl., 2006)

Figur 3.3 viser spenninger og tøyninger i et typisk betongtverrsnitt. Illustrasjonen benyttes til å utføre likevektsbetraktninger slik at formlene i Figur 3.2 kan forenkles. Strekkspenningen i risset, f_{szcr}, settes lik armeringsjernets strekkspenning og den gjennomsnittlige vertikalspenningen, f_z, antas lik 0. Dermed kan Formel (5) i Figur 3.2 omformuleres til:

$$v = v_{ci} + \rho_z f_y \cot\theta \tag{3.2}$$

Her er v_{ci} skjærspenningen langs med rissene og ρ_z er armeringsforholdet i vertikalretning. På samme måte kan Formel (2) i Figur 3.2 omformuleres til:

$$v = f_1 \cot\theta + \rho_z f_y \cot\theta \tag{3.3}$$

Formel (3.2) og (3.3) skrives om til:

$$v = v_c + v_s = \beta\sqrt{f_c'} + \rho_z f_y \cot\theta \tag{3.4}$$

Alle størrelsene utenom β er kjent fra tidligere. β kan uttrykkes ved å løse Formel (14) i Figur 3.2 sammen med Formel (3.3) og (3.4).

$$\beta = \frac{0{,}33\cot\theta}{1 + \sqrt{500\varepsilon_1}} \tag{3.5}$$

β må oppfylle følgende krav ved å løse Formel (15) i Figur 3.2 sammen med Formel (3.2) og (3.4).

$$\beta \leq \frac{0{,}18}{0{,}31 + 24w(a_g + 16)} \tag{3.6}$$

Her er w størrelsen på rissene, som kan uttrykkes som produktet av tøyningen vinkelrett på risset, ε_1, og avstanden mellom rissene. s_θ og a_g er den maksimalt største størrelsen på tilslaget i støpen. Avstanden mellom rissene for konstruksjoner uten skjærarmering kan bestemmes ved å gjøre en geometrisk betraktning basert på senteravstanden mellom lengdearmeringen, s_x. Avstanden mellom rissene, s_θ, kan settes lik $\frac{s_x}{\sin\theta}$ og Formel (3.6) kan omgjøres til (Bentz mfl., 2006):

$$\beta \leq \frac{0{,}18}{0{,}31 + 0{,}686 s_{xe}\varepsilon_1 / \sin\theta} \tag{3.7}$$

Her er s_{xe}:

$$s_{xe} = \frac{35 s_x}{a_g + 16} \tag{3.8}$$

For betongfastheter over $70\ MPa$ vil skjærrisset gå tvers igjennom tilslagsmaterialet og a_g settes da lik 0. For å finne maksimal skjærkapasitet må β i Formel (3.5) og (3.7) være lik hverandre, noe som gir følgende formel:

$$\tan\theta = \frac{0{,}568 + 1{,}258 s_{xe}\varepsilon_1 / \sin\theta}{1 + \sqrt{500\varepsilon_1}} \tag{3.9}$$

Her kan ε_1 uttrykkes ved å kombinere Formel (6) og (7) i Figur 3.2.

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x(1 + \cot^2\theta) + \varepsilon_2 \cot^2\theta \tag{3.10}$$

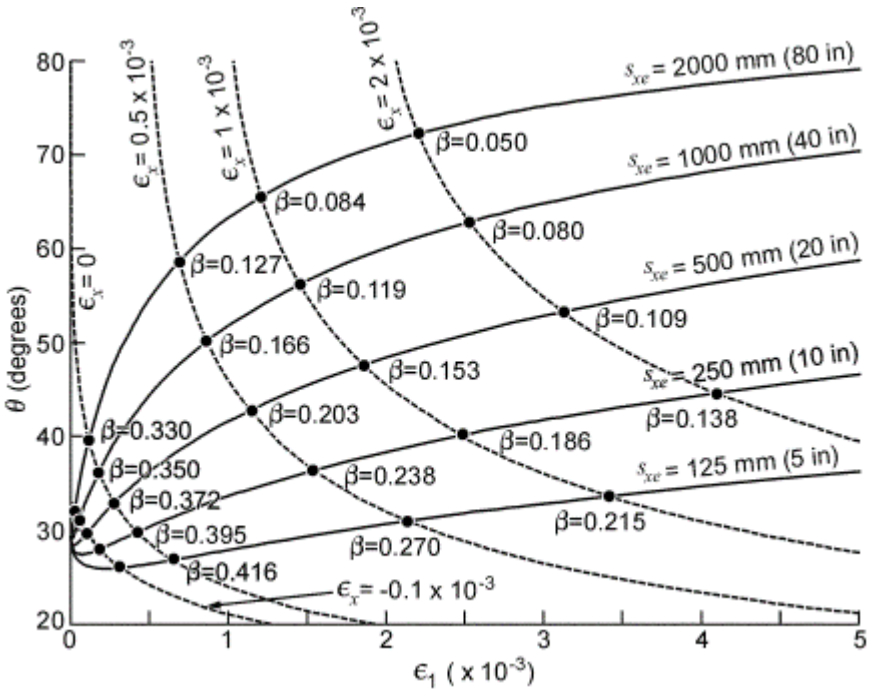
Her er ε_2 avhengig av f_2, og Formel (2) og (3) i Figur 3.2 kan kombineres. Ved å anta ρ_z og f_z lik null, siden tverrsnittet antas ikke skjærarmert, kan f_2 uttrykkes som:

$$f_2 = f_1 \cot^2\theta \tag{3.11}$$

Her kan ε_2 antas lik f_2/E_c siden trykkspenningene regnes små i denne sammenhengen. E_c kan settes lik $4950\sqrt{f'_{ck}}$ og Formel (3.10) kan da omgjøres til:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x(1 + \cot^2\theta) + \frac{\cot^4\theta}{15000(1 + \sqrt{500\varepsilon_1})} \tag{3.12}$$

Ved beregning av β er det flere variabler som avhenger av blant annet armeringsmengde og avstand mellom skjærrissene. For å finne sammenhengen mellom variablene er det plottet en graf hvor Formel (3.5), (3.9) og (3.12) er regnet for flere forskjellige verdier av rissvinkel og rissavstand (Bentz mfl., 2006).

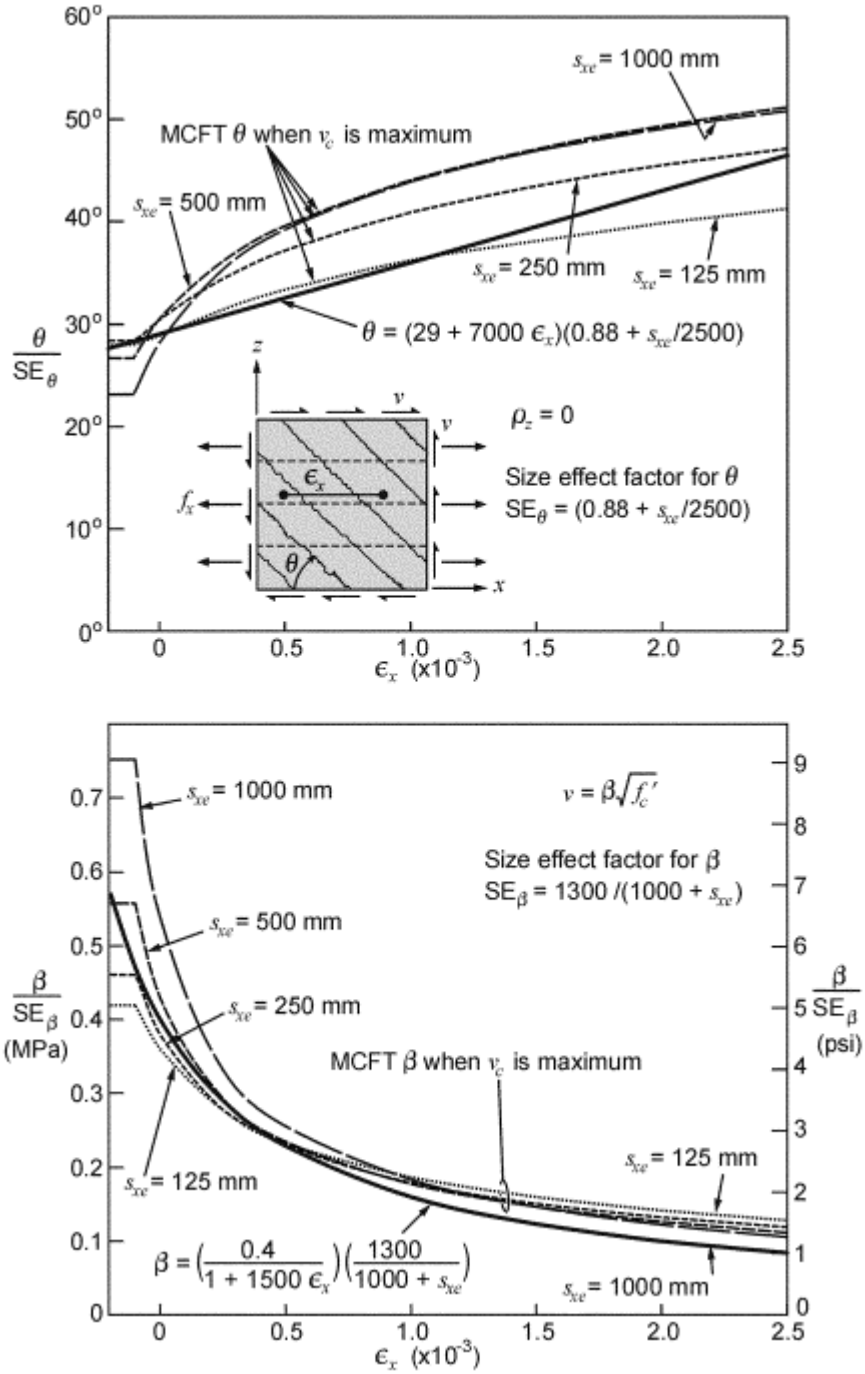


Figur 3.4: Bestemmelse av beta for betongkonstruksjoner uten skjærarmering.
Kilde: (Betnz mfl., 2006)

Her kan man se at verdien til β blir lavere jo større vinkelen og avstanden mellom rissene er. Det vil si at for eksempel en stor og armert betongbjelke bryter sammen ved lavere skjærspenningen enn en geometrisk tilsvarende bjelke med mindre tverrsnitt. Dette fenomenet, kalt størrelseseffekten, korresponderer godt mellom MCFT og tidligere forsøksresultater. β-verdien avhenger av lengdetøyningen, ε_x, og avstanden mellom rissene, s_{xe}, noe som er en faktor for tøyningseffekt. Tøyningseffekten og størrelseseffekten er egentlig ikke uavhengig av hverandre, men i SMCFT antas disse uavhengig hverandre. For å finne en verdi for β tas produktet av disse to faktorene og følgende uttrykk utledes:

$$\beta = \frac{0{,}4}{1 + 1500\varepsilon_x} * \frac{1300}{1000 + s_{xe}} \tag{3.13}$$

Verdien for forenklet β i Formel (3.13) er konservativ, men følger den reelle verdien til β ganske bra. Se Figur 3.5



Figur 3.5: Sammenligning av β og θ med forenklet β og θ. Kilde: (Betnz mfl., 2006)

For beregning av rissvinkel med SMCFT er også tøyningsfaktoren og størrelsesfaktoren multiplisert, som vist i Formel (3.14). Forenklet θ er sammenlignet med θ i Figur 3.5 og som man kan se er forenklet θ på konservativ side.

$$\theta = (29\ deg + 7000\varepsilon_x)\left(0{,}88 + \frac{s_{xe}}{2500}\right) \leq 75\ deg \tag{3.14}$$

I SMCFT endres bidragene fra v_c og v_s seg etter hvert som vinkelen, θ, endrer seg. For eksempel når tverrsnittet i en betongbjelke med skjærarmering og lengdearmering begynner å gi seg, vil vinkelen, θ, bli mindre. Det gjør at skjærarmeringen, v_s, og tøyningen, ε_1, blir større som fører til lavere bidrag fra betongtverrsnittet, v_c. I tillegg så overføres mye av skjærspenningen til lengdearmeringen når vinkelen, θ, reduseres. Derfor bestemmes θ når v_c har sitt største bidrag til skjærkapasiteten i Forenklet SMCFT slik at forenklingen er konservativ (Bentz mfl., 2006).

3.1.3 General Stress Field Approach

Beregningsmetoden i MC 2010 for betongkonstruksjoner med skjærarmering baserer modellen sin på teorien om «General Stress Field Approach» (Sigrist, 2011), med innslag av SMCFT. «General Stress Field Approach» kan på mange måter sammenlignes med fagverksmodellen, som benyttes i blant annet Eurokode 2, men går dypere til verks når det gjelder bestemmelse av rissvinkelen, θ. Ved å kombinere teorien om en risset membranmodell med en analyse av grensebetingelser for tverrsnittet kommer man frem til en beregningsmodell som samsvarer godt med testresultatene (Sigrist, 2011).

Risset membranmodell

Teorien om risset membran baseres på en modell hvor et bjelkesegment, utsatt for normalkraft, moment og skjærkraft, blir betraktet. Bjelkesegmentet deles opp i over- og undergurt hvor steget overfører skjærkreftene mellom gurtene. Da oppstår det spenninger i steget som generer sprekker parallelt med trykkspenningene, som vist i Figur 3.6a. Membranelementet forutsettes armert både vertikalt med skjærarmering og horisontalt med lengdearmering. I Sigrist (2011) utledes det formler for bestemmelse av den generelle senteravstanden mellom rissene. For øvrig forutsetter beregningene av senteravstand mellom rissene at vinkelen, θ, er kjent. Den kan utledes ved å benytte Mohr's sirkel for tøyninger, som vist i Figur 3.6c, og følgende formel kan utledes:

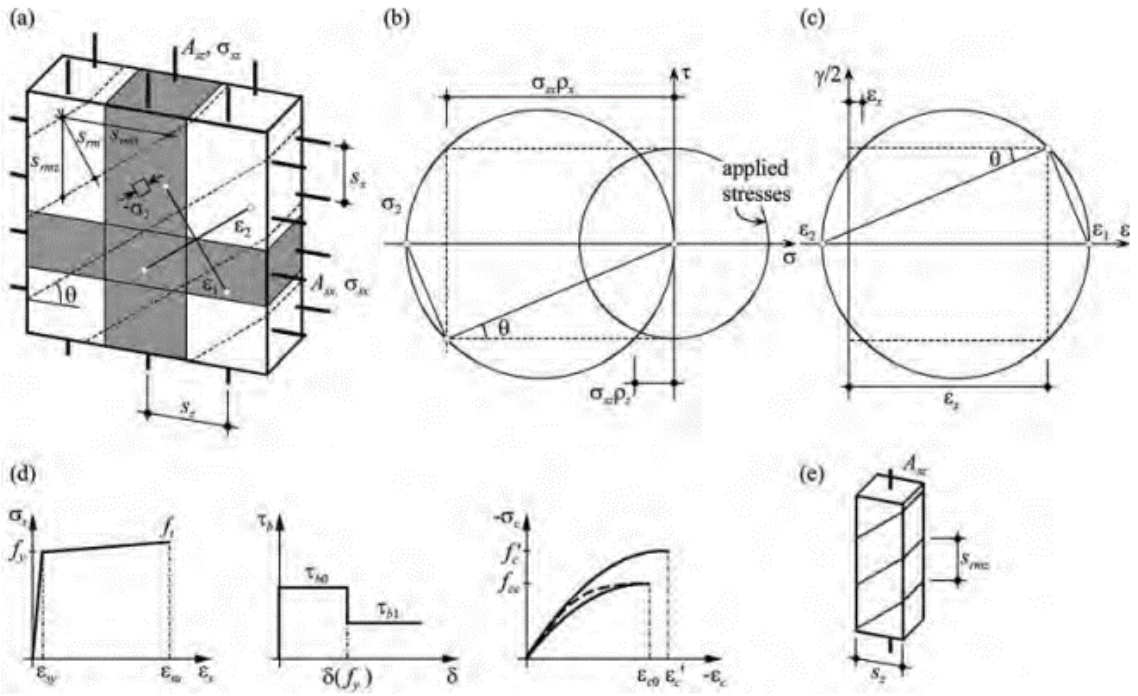
$$\tan^2\theta = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_2}{\varepsilon_z - \varepsilon_2} \tag{3.15}$$

Her er ε_x, ε_z og ε_2 gjennomsnittstøyninger i sine respektive retninger. I tillegg kan skjærspenningen utledes fra Mohr' sirkel for spenninger, som vist i Figur 3.6b, på to måter:

$$\tau_{zx} = \sigma_{sz}\rho_z \cot\theta \tag{3.16a}$$

$$\tau_{zx} = -\sigma_2 \sin\theta \cot\theta \tag{3.16b}$$

Her er σ_{sz} spenningen i vertikal retning som vist i Figur 3.6a og ρ_z er armeringsforholdet i vertikal retning. Ved å kombinere Formel (3.15), (3.16) og betraktningene om generell senteravstand kan det løses numerisk ved sette inn materialparamtere og løse formlene med hensyn på de ukjente variablene. Vanlige verdier for båndskjærspenninger er $\tau_{b0} = 0{,}6f_{ck}^{2/3}$ og ved flytning av armeringsjernene settes $\tau_{b1} = \frac{\tau_{b0}}{2}$, som kan sees i Figur 3.6d. Denne tilnærmeringen kalles for «Tension Chord Model» og brukes for å beregne deformasjon av betraktet element i bjelkesteget, som kan sees i Figur 3.6e (Sigrist, 2011).



Figur 3.6: Risset membran utsatt for skjærkrefter. Kilde: (Sigrist, 2011)

Forholdet mellom tøyning og spenning for betongfastheter opp til effektiv betongfasthet, f_{ce}, kan uttrykkes på følgende måte:

$$-\frac{\sigma_c}{f_{ce}} = 1 - \left(1 + \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}}\right) \tag{3.17}$$

Antakelsene beskrevet ovenfor gir grunnlaget for risset membranmodell og gir mulighet til å beregne skjærspenningen τ_R og vinkelen θ. Modellen kan regnes som kontinuerlig og man kan derfor anta at kantene på rissene er spenningsfrie, de kan rotere fritt og retningen på strekktøyningen er vinkelrett på rissene. Derfor må tverrsnittet også kontrolleres for trykkapasiteten til betongen i membranelementet (Sigrist, 2011).

$$f_{ce} = \eta_c f_c' \left(\frac{30}{f_c'}\right)^{1/3} \leq \eta_c f_c' \tag{3.18}$$

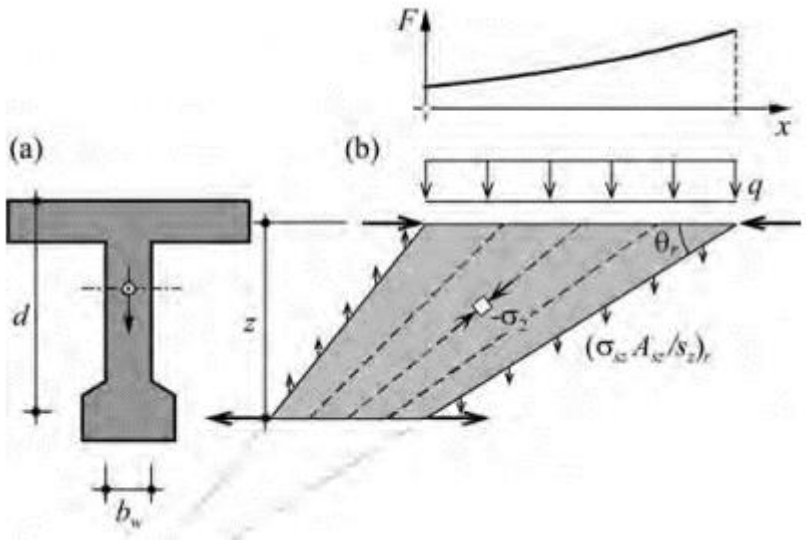
Her er $\left(\frac{30}{f_c'}\right)^{1/3}$ en reduksjon av trykkapasiteten for betongkvaliteter over 30 MPa på grunn av redusert tøyningskvaliteter. For bestemmelse av η_c henviser Sigrist (2011) til forskning gjort av Kaufmann, som er beskrevet i utgivelse fra 1998, hvor η_c kan uttrykkes som:

$$\eta_c = \frac{1}{1{,}2 + 55\varepsilon_1} \tag{3.19}$$

Her kan ε_1 bestemmes ved bruk av Mohr's sirkel for tøyninger og settes til $\varepsilon_x + (\varepsilon_x - \varepsilon_2)\cot^2\theta$.

Spenningsfelt analyser

Del to av «General Stress Field Approach» innebærer spenningsfelt-analyser. Som oftest i praktiske ingeniør-problemer blir spenningsfelt-analyse brukt i områder med diskontinuitet, for eksempel ved utsparinger. Denne metoden benyttes for vanlige



Figur 3.7: Mekanisk modell for analyse av spenningsfelt. Kilde: (Sigrist, 2011)

styrkeberegninger av betongbjelker. Utgangspunktet er bjelken vist i Figur 3.7 hvor spenningsfeltet er vist med vifteform. Bjelken er belastet vertikalt med en jevnt fordelt last som tas opp av kapasiteten til skjærarmeringen, som er: $\sigma_{sz} A_{sz}/s_z$. Trykkspenningen inne i vifteformen og i overkant av betongtverrsnittet tas opp av trykkapasiteten til betongen. Lengdearmeringen i underkant av tverrsnittet tar opp strekkspenningen i undergurten. Trykkspenningene langs med rissene opptrer hyperbolisk og er størst nederst til høyre på Figur 3.7 hvor vinkelen, θ, og utbredelsen er minst. Strekkspenningen, σ_{sz}, kan settes lik f_y og trykkspenningen, $-\sigma_2$, kan settes lik f_{ce}. Da kan følgende kapasitetsformler for skjærkapasitet kan utledes, henholdsvis skjærstrekk og skjærtrykk (Sigrist, 2011):

$$V_{R,s} = \frac{A_{sz}}{s_z} f_y z \cot\theta \tag{3.20a}$$

$$V_{R,c} = f_{ce} b_w z \sin\theta \cos\theta \tag{3.20b}$$

Dimensjonerende skjærspenning kan utledes ved å sette Formel (3.20a) og (3.20b) lik hverandre og løses med hensyn på τ_R.

$$\tau_R = \sqrt{\rho_z f_y (f_y - \rho_z f_y)} \tag{3.21}$$

Her kan τ_R settes lik $\frac{V_R}{b_w z}$ og ρ_z uttrykker $\frac{A_{sw}}{b_w s_z}$. Formlene utledet her på bakgrunn av likevekt av den mekaniske modellen i Figur 3.7 er tilsvarende Formel (3.16a) og (3.16b) og rissvinkelen kan derfor uttrykkes som følger:

$$\tan\theta = \sqrt{\frac{\rho_z f_y}{f_{ce} - \rho_z f_y}} \tag{3.22}$$

Ved beregning av skjærkapasiteten må vinkelen, θ, defineres og med utgangspunkt i trykkfeltsteorien ovenfor generaliseres dette ved å bestemme grenseverdier for θ samt at Formel (3.18) og (3.19) benyttes for å beregne reduksjon av trykkfastheten til betongen. Ved beregning av ε_1 settes $-\varepsilon_2$ lik ε_{c0} og det antas at ε_x varierer lineært gjennom tverrsnitt, i motsetning til ε_x i membran analysen. Det fører til at spenningsforløpet har en noe slakere vinkel og trykkspenningen vil øke i overgurten. Likevel inntreffer ofte knusning av betongen i strekksonen av betongtverrsnittet siden reduksjon av trykkfastheten er større i strekksonen. For å gjøre dette til en anvendelig tilnærming bestemmes det at tøyningen, ε_x, settes lik tøyningen midt i tverrsnittet. Med utgangspunkt i dette kan tøyningen bestemmes med likevektsbetraktning av tverrsnittet (Sigrist, 2011):

$$F = \pm\frac{M}{z} + \frac{|V|}{2}\cot\theta + \frac{N}{2} \tag{3.23}$$

Grenseverdier for vinkelen, θ, bestemmes ved å benytte Formel (3.15) og sette inn nedre og øvre verdi, som er henholdsvis når skjærarmeringen sprekker opp og når skjærarmeringen ikke flyter. For å kunne bestemme en verdi for vinkelen, θ, må det i henhold til teorien beregnes tøyninger og rotasjoner for tverrsnittet. Det blir det ikke gått nærmere inn på i denne oppgaven, men forenklet metoden beskrevet i Sigrist (2011) blir gjennomgått i avsnittet nedenfor:

For praktisk bruk av denne teorien må formelen forenkles. Med forutsetninger om at stålkvalitet, f_y, er lik $500\ MPa$, samt at duktilitetsegenskaper tilsvarer klasse N, kan grenseverdier for vinkelen, θ, bestemmes lik (Sigrist, 2011):

$$20° + 5000\varepsilon_x \leq \theta \leq 35° + 5000\varepsilon_x \tag{3.24}$$

3.2 Beregningsmetode for betongkonstruksjoner uten skjærarmering

For betongkonstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering beregnes skjærkapasiteten ved å sette $V_{Rd,s}$ lik null. Kontrollen foretas i avstand d fra kanten av opplegget. $V_{Rd,c}$ beregnes på følgende måte (International Federation for Structural Concrete, 2013):

$$V_{Rd,c} = k_v \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_w z \tag{3.25}$$

Her er γ_c materialfaktor for betongen, b_w er effektiv tverrsnittsbredde, z er indremomentarm og f_{ck} betongens sylindertrykkfasthet. Dersom betongkvaliteten er av så høy kvalitet at skjærrisset vil gå gjennom tilslaget, og ikke rundt, skal $\sqrt{f_{ck}}$ være mindre enn 8 MPa. k_v er en reduksjonsfaktor som bestemmes etter hvilken LoA som velges. MC 2010 tilbyr to forskjellige beregningsnivåer av k_v for betongkonstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering. Ved beregning av k_v for LoA nivå 2 brukes SMCFT Formel (3.13) som basemodell.

$$k_v(2) = \frac{0{,}4}{1 + 1500\varepsilon_x} * \frac{1300}{1000 + k_{dg} z} \tag{3.26}$$

Her er k_{dg} som i formelen nedenfor:

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0{,}75 \tag{3.27}$$

Her er d_g tilslagets maksimale størrelse. For ε_x utledes denne gjennom likevektsbetraktning av det aktuelle snittet. Tøyningen i x-retning som regnes å gå i lengderetning midtveis i snittet kan beregnes på følgende måte:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2E_s A_S}\left(\frac{M_{Ed}}{z} + V_{Ed} + N_{Ed}\left(\frac{1}{2} \pm \frac{\Delta e}{z}\right)\right) \tag{3.28}$$

Her er M_{Ed}, V_{Ed} og N_{Ed} henholdsvis påført dimensjonerende moment, skjærkraft og normalkraft. Normalkraft kan være tvangskrefter eller forspenning. Δe er eksentrisitet av eventuell påført normalkraft og måles fra midten av bjelken til lastpåføringen. z er indre momentarm, E_s er elastisitetsmodulen til lengdearmeringen og A_S armeringstverrsnittet til lengdearmeringen.

Ved beregning av k_v for LoA nivå 1 benyttes en forenklet versjon av Formel (3.26). Det antas at k_{dg} kan settes lik $1{,}25$ og at ε_x kan settes lik $0{,}00125$, som er gjennomsnittstøyningen i tverrsnittet ($\varepsilon_x = \frac{f_y}{2E_s}$). Dette forutsetter at maksimal størrelse på tilslaget er større enn $10\ mm$. Formelen for k_v kan da skrives som:

$$k_v(1) = \frac{180}{1000 + 1{,}25z} \tag{3.29}$$

MC 2010 beskriver ingen maksimal skjærkapasitet for betongkonstruksjoner uten skjærarmering.

3.3 Beregningsmetode for betongkonstruksjoner med skjærarmering

For betongkonstruksjoner med beregningsmessig behov for skjærarmering beregnes skjærkapasiteten, $V_{Rd,s}$, til innlagt skjærarmering. Ved LoA 1 og 2 regnes $V_{Rd,c}$ lik null og det er bidraget fra kun skjærarmeringen som regnes med i skjærkapasiteten. For LoA 3 legges bidraget fra $V_{Rd,c}$ og $V_{Rd,s}$ sammen til en total skjærkapasitet dersom $V_{Rd} < V_{Rd,max}(\theta_{min})$. Hvis $V_{Rd} > V_{Rd,max}(\theta_{min})$ benyttes regnemetode LoA 2. Kontrollen foretas i avstand d fra kanten av opplegget. $V_{Rd,s}$ beregnes på følgende måte (International Federation for Structural Concrete, 2013):

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s_w} z f_{ywd} \cot\theta \tag{3.30}$$

Her er A_{sw} tverrsnittsarealet til skjærarmeringen, s_w er senteravstanden til skjærarmeringen og f_{ywd} er dimensjonerende flytespenning til skjærarmeringen. θ og z er som forklart tidligere.

Skjærkapasiteten begrenses av trykkapasiteten til betongen, og det gjelder for alle LoA.

$$V_{Rd,max} = k_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b_w z \sin\theta \cos\theta \tag{3.31}$$

Her er parametere, med unntak av k_c, forklart i Formel (3.24) og (3.25). k_c er en reduksjonsfaktor som tar hensyn til tøyningseffekten til tverrsnittet i tillegg til sprøheten i betongen når fastheten overstiger $30\ MPa$.

$$k_c = k_\varepsilon \eta_{fc} \tag{3.32}$$

Her er η_{fc} uttrykt som følgende:

$$\eta_{fc} = \left(\frac{30}{f_{ck}}\right)^{1/3} \leq 1{,}0 \tag{3.33}$$

k_ε er reduksjonsfaktoren for tøyning. Den justeres etter hvilket nivå som velges i LoA. For LoA 1 kan k_ε settes lik $0{,}55$. For LoA 2 og 3 bestemmes k_ε med følgende formel:

$$k_\varepsilon = \frac{1}{1{,}2 + 55\varepsilon_1} \leq 0{,}65 \tag{3.34}$$

Her er ε_1 lik $\varepsilon_x + (\varepsilon_x - \varepsilon_2)\cot^2\theta$, uttrykt ved bruk av Mohr's sirkel, hvor $-\varepsilon_2$ antas lik betongens tøyning som er $0{,}002$ og ε_x bestemmes som i Formel (3.28). Rissvinkelen begrenses med følgende parameter og verdi:

$$\theta_{min} \leq \theta \leq 45° \tag{3.35}$$

Her avhenger θ_{min} av hva slags LoA som blir benyttet. For LoA 1 gir MC2010 verdiene 30° og 25° for henholdsvis slakkarmerte og forspente betongkonstruksjoner. For LoA 2 og 3 bestemmes θ_{min} med hensyn til tøyningseffekten på følgende måte:

$$\theta_{min} = 20° + 10000\varepsilon_x \tag{3.36}$$

Ved beregning av betongbidraget for LoA 3 skal reduksjonsfaktoren, k_v, beregnes på følgende måte:

$$k_v = \frac{0{,}4}{1 + 1500\varepsilon_x}(1 - \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}(\theta_{min})}) > 0 \tag{3.37}$$

Her tar $V_{Rd,max}(\theta_{min})$ hensyn til trykkapasiteten til betongen langs skjærrissene. Den beregnes som i Formel (3.31) og vinkelen til skjærrissene, θ_{min}, beregnes i henhold til Formel (3.36).

MC 2010 angir ingen standard beregningsmetoder for LoA 4. Dersom det er en kombinasjon av skjær og torsjon som gjør at det kreves mer nøyaktige beregninger benyttes LoA 4. Skjærkapasiteten utledes ved å tilfredsstille likevekt- og kompabilitetsbetingelser for tøyning, samt benytte spenning- og tøyningsmodeller med skjærriss og armering.

4 Skjærkapasitet, NS 3473

NS 3473 er forløperen til Eurokode 2 og ved beregning av skjærkapasitet tas det utgangspunkt i den samme teorien. Det vil si at beregninger for betongkonstruksjoner uten skjærarmering er basert på empiri og beregninger for betongkonstruksjoner med skjærarmering er basert på fagverksmodellen (Finnesand, 1989) (Røhne & Vangestad, 2001) (Norsk Standard, 2003). NS 3473 gir to forskjellige beregningsmetoder for å finne skjærkapasiteten; forenklet metode og fagverksmodellen. I tillegg gir NS 3473 en generell beregningsmetode for skjærkapasitet hvor en antatt indre kraftmodell benyttes som utgangpunkt for likevekt- og geometriske betingelser for tøyninger i det aktuelle området. Denne metoden vil ikke bli behandlet videre.

Forenklet metode benyttes for beregning av betongkonstruksjoner med og uten skjærarmering, samt trykkapasitet. Fagverksmodellen benyttes for beregning av skjærkapasitet for betongtverrsnitt med skjærarmering og for kontroll av trykkapasitet til betongtverrsnittet.

Metodene gjelder for konstruksjoner hvor forholdet mellom tosidig spenn og høyde er minst tre meter. Ved utkraget konstruksjonsdel skal forholdet være minst en og en halv meter. Skjærkapasiteten kontrolleres i et snitt i avstand d fra kanten av opplegget for metodene i NS 3473 (Norsk Standard, 2003).

4.1 Forenklet metode for betongkonstruksjoner uten skjærarmering

For konstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering er formlene utledet basert på empiriske data. Det er implisert en faktor som kan forankres i teori og det er reduksjonsfaktor for størrelsen på tverrsnittet. Skjærstrekkapasiteten til betongen regnes ut på følgende måte (Norsk Standard, 2003):

$$V_{cd} = 0{,}3\left(f_{td} + \frac{k_A A_s}{\gamma_c b_w d}\right) b_w d k_v \leq 0{,}6 f_{td} b_w d k_v \tag{4.1}$$

Her er f_{td} dimensjonerende strekkfasthet som finnes i tabell 5.c i NS 3473, k_A settes lik $100\ MPa$, A_s er tverrsnittsarealet av lengdearmering i strekksonen med tilstrekkelig forankring, γ_c er materialfaktor for betongen, b_w er tverrsnittets bredde, d er den effektive høyden til tverrsnittet og k_v er en parameter som tar hensyn til størrelsen på tverrsnittet (Røhne & Vangestad, 2001). For plater og bjelker settes k_v lik $1{,}5 - d/d_1$ hvor d_1 er lik $1{,}0\ m$. k_v skal ikke være større enn 1,4 og ikke mindre enn 1,0 (Norsk Standard, 2003).

4.2 Forenklet metode for betongkonstruksjoner med skjærarmering

Forenklet metode med beregningsmessig behov for skjærarmering kombinerer skjærstrekkapasiteten fra betongen og skjærarmeringen. Metoden er vanskelig påvise teoretisk, men er bevist solid gjennom mange praktiske forsøk (Finnesand, 1989). Kapasiteten uttrykkes som:

$$V_{sd,tot} = V_{cd} + V_{sd} \tag{4.2}$$

Det forutsettes at k_v settes lik 1,0 i Formel (4.1) for å kunne summere bidragene fra betongen og skjærarmeringen. V_{sd} uttrykkes på følgende måte:

$$V_{sd} = \frac{f_{sd} A_{sv}}{s} z(1 + \cot\alpha)\sin\alpha \tag{4.3}$$

Her antas det at vinkelen til skjærrisset er 45 grader i området innenfor den indre momentarmen. f_{sd} er den dimensjonerende strekkfastheten til skjærarmeringen, A_{sv} er tverrsnittarealet til skjærarmeringen, s er senteravstanden mellom skjærarmeringen, z er, som nevnt ovenfor, den indre momentarmen og kan normalt settes lik $0{,}9d$ for slakkarmerte betongtverrsnitt uten øvrige aksialbelastning og α er vinkelen til skjærarmeringen målt mot lengdeaksen til bjelken (Finnesand, 1989).

4.3 Forenklet metode for beregning av skjærtrykkapasitet

Skjærkrefter tas opp av strekkapasiteten i skjærarmeringen og betongtverrsnittet, som nevnt i kapittelet ovenfor. Strekkapasiteten er begrenset av hvor mye skjærarmering som kan plasseres i tverrsnittet uten at det hindrer den praktiske utførelsen. Likevel begrenses

skjærkapasiteten av en øvre grense som bestemmes av trykkapasiteten i betongtverrsnittet (Røhne & Vangestad, 2001). Parallelt med skrårissene oppstår det trykkspenninger som ikke må overstige trykkfastheten til betongen. I NS 3473 er det utledet en formel med bakgrunn i geometriske betraktninger og laboratorieforsøk, som er som følger:

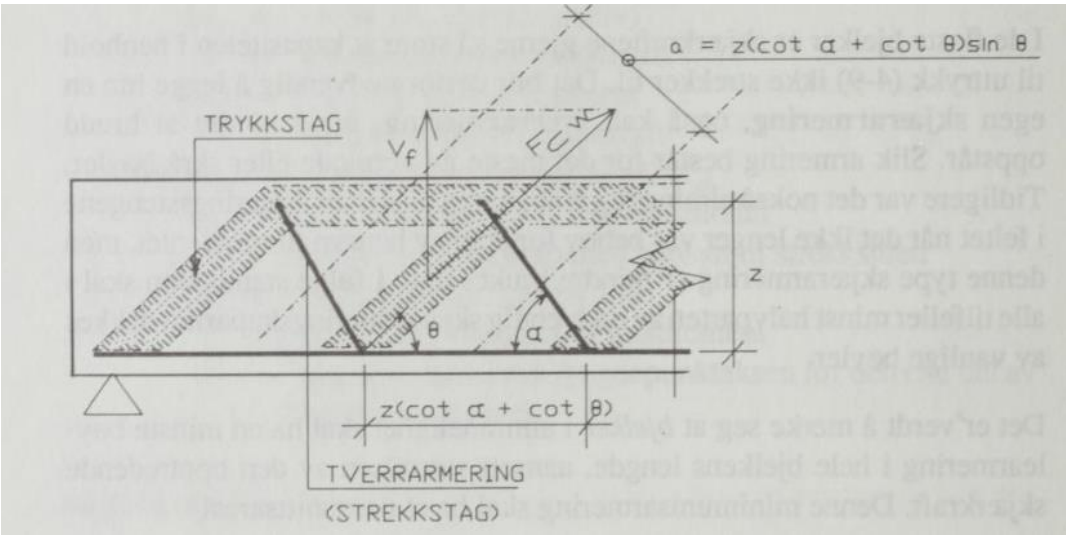
$$V_{ccd} = 0{,}3 f_{cd} b_w z(1 + \cot\alpha) \leq 0{,}45 f_{cd} b_w z \tag{4.4}$$

Her er f_{cd} dimensjonerende trykkfasthet til betongen og øvrige variabler er som beskrevet tidligere (Røhne & Vangestad, 2001).

4.4 Fagverksmetoden for betongkonstruksjoner med skjærarmering

Fagverksmetoden tar utgangspunkt i en indre fagverksmodell hvor eksterne krefter dekomponeres til strekk- og trykkgurter. I motsetning til forenklet metode kan ikke bidraget fra betongtverrsnittet legges sammen med bidraget fra skjærarmeringen, dvs. skjærarmeringen skal kunne ta opp alt skjærstrekk (Finnesand, 1989).

Lengdearmering regnes som strekkgurt og trykksonen i betongtverrsnittet regnes som trykkgurt. Diagonalt mellom strekk- og trykkgurt regnes det med diagonalstaver med strekk- og trykkspenninger, som kan sees i Figur 4.1.



Figur 4.1: Fagverksmodell som grunnlag for beregninger i NS 3473. Kilde: (Finnesand, 1989)

Skjærarmeringen skal ta opp strekkspenningen, mens trykkapasiteten til betongen må være tilstrekkelig for å ta opp trykkspenningene. Ved fagverksmetoden er det strekkspenningene

og trykkspenningene som må utredes for å kunne regne skjærkapasiteten. For å kunne regne dette må vinkelen på diagonalstavene bestemmes. NS 3473 gir grenseverdiene 25 til 60 grader for θ, som er vinkelen målt mellom lengdeaksen til bjelken og trykkstavene. Ved å utføre likevektsbetraktninger av den indre fagverksmodellen kan følgende formel for skjærstrekkapasitet utledes:

$$V_{sd} = \frac{f_{sd} A_{sv}}{s} z(\cot\theta + \cot\alpha)\sin\alpha \tag{4.5}$$

Her er θ som forklart ovenfor og øvrige variabler som i Formel (4.3) (Norsk Standard, 2003).

For å finne kapasiteten for skjærtrykk er følgende formel utledet.

$$V_{ccd} = f_{c2d} b_w z \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta} \tag{4.6}$$

Her kan f_{c2d} settes lik $0{,}6 f_{cd}$ dersom θ begrenses til vinkel mellom 30 og 60 grader. Øvrige variabler er beskrevet tidligere (Norsk Standard, 2003).

5 Skjærkapasitet, den Sveitsiske metoden

I forbindelse med fornying av Eurokode 2 arbeider Aurelio Muttoni og Miguel Fernández Ruiz med å utvikle et forslag til beregningsmetode for skjærkapasitet til betongkonstruksjoner. De ønsker å lage en metode som baseres på teori, fremfor empiri, som dagens standard gjør (fib - International Federation for Structural Concrete, 2015). For betongkonstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering benyttes «Critical Shear Crack Theory» (Muttoni & Ruiz, 2008a) (Muttoni & Ruiz, 2008b) som basemodell, mens fagverksmodell med trykkfelts-teori benyttes som utgangspunkt for betongkonstruksjoner med beregningsmessig behov for skjærarmering.

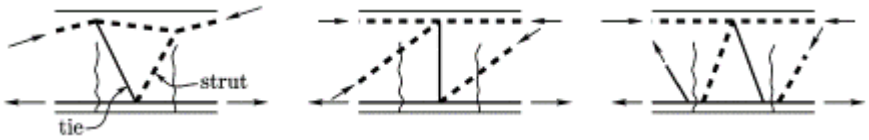
5.1 Critical Shear Crack Theory

«Critical Shear Crack Theory», heretter omtalt som CSCT, ble for første gang introdusert i 1985 av Aureli Muttoni som forslag til beregningsmetode for skjærkapasitet i den Sveitsiske beregningstandarden for betongkonstruksjoner. Siden en beregningsmetode basert på teori var etterspurt, førte dette til mer forskningsarbeid, med særlig fokus på betydningen av størrelsen på skjærrissene i steget til bjelken. Muttoni og Schwartz sammenlignet sine forsøksresultater og det resulterte etter hvert i en beregningsmetode for den Sveitsiske standarden utgitt i 1993 for betongkonstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering, hvor CSCT ble benyttet som basemodell. I tillegg ble CSCT benyttet som basemodell for beregning av gjennomlokkingskapasitet. Etter dette har beregningsmodellen blitt videreutviklet, og i dag er beregningsmetodene for skjærkapasitet av betongkonstruksjoner uten skjærarmering i all hovedsak basert på teori i den sveitsiske standarden, men med noen forenklinger.

Tross gode resultater ved sammenligning av beregningsmetoden nevnt ovenfor og testresultater forskes det i dag mye på skjærkapasiteten til betongbjelker og –dekker for å komplettere dagens teori, med hensyn på plastiske tøyninger, plassering av kontrollsnitt ved jevnt fordelt belastning, analytisk formulering av last-rotasjons forholdet ved

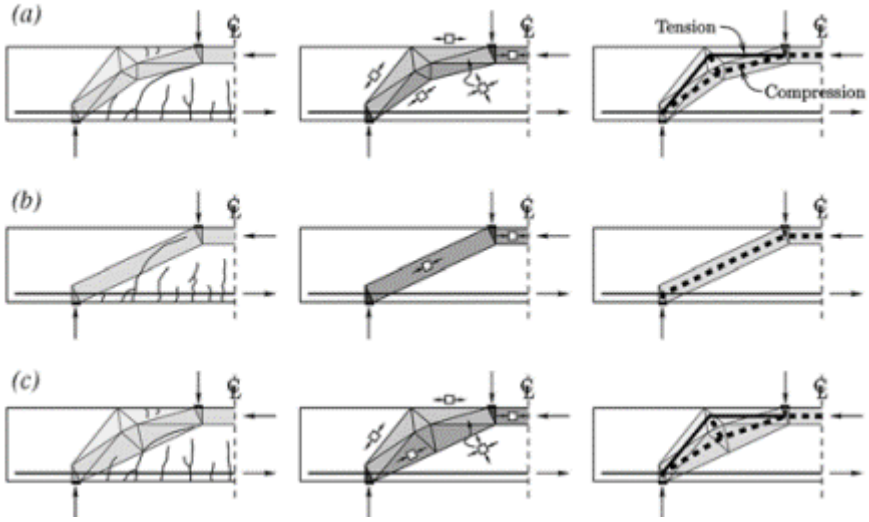
aksesymmetriske dekker og skjærkapasiteten til betongbjelker og –dekker med skjærarmering (Muttoni & Ruiz, 2008a).

Når en bjelke utsettes for skjærkrefter vil det etter hvert oppstå riss ved de skjærbelastede områdene. Forsøk viser at bjelker har et gjentakende mønster i hvordan bjelken risser, særlig er det et stort riss som går fra lengdearmeringen i underkant og diagonalt opp til trykksonen i overkant av bjelken, som kalles for det kritiske skjærrisset. Det er tre faktorer som bestemmer skjærspenningen i risset; utkrager-virkning, dybel-virkning og låsning i skjærrisset på grunn av brobygging i tilslaget. Faktorene er vist i Figur 5.1, hvor utkrager-virkning er til venstre, dybel-virkning i midten og låsning på grunn av tilslaget er vist til høyre.



Figur 5.1: Bidrag til skjærkapasitet i kritisk riss. Kilde: (Muttoni & Ruiz, 2008b

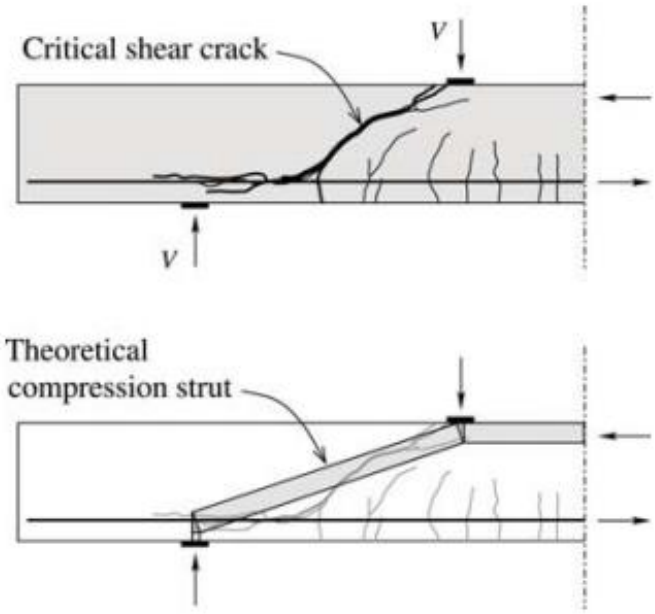
Disse tre faktorene skaper kapasitet i risset ved lengdearmeringen i underkant og i trykksonen i overkant som definerer skjærkapasiteten. Når kapasiteten overstiges oppstår flere riss eller størrelsen på eksisterende riss øker, noe som fører til redusert eller ingen skjærkapasitet. Som en videreføring av mekanismene nevnt ovenfor, introduseres bue-virkningen. Den kan deles opp i to mekanismer, hvor den ene omhandler en albue-formet avstivning, som vist i Figur 5.2(a). Den avhenger av formen på skjærrisset og strekkfastheten til betongtverrsnittet. Den andre mekanismen kommer av låsning som



Figur 5.2: Bue-virkning for kritisk skjærriss. Kilde: (Muttoni & Ruiz, 2008b

oppstår i skjærrisset mellom tilslaget. Når bjelken risser, kan det antas at den roterer om tuppen av skjærrisset i overkant av bjelken, noe som fører til brobygging i tilslaget. Spesielt siden skjærrisset ofte har ulik vinkel i topp og bunn så vil det oppstår låsninger når overflatene i skjærrisset gnisser mot hverandre. Da oppstår det en avstivning i samme retning og med samme plassering som skjærrisset, som vist i Figur 5.2(b). Kapasiteten til avstiveren avhenger av størrelsen på skjærrisset, geometrien og ruheten. Begge disse mekanismene gjør seg gjeldende ved svikt i konstruksjonen og kan derfor kombineres, som vist i Figur 5.2(c) (Muttoni & Ruiz, 2008b).

Vanligvis kan skjærkapasiteten til et betongtverrsnitt bestemmes ved å regne ut produktet av skjærspenningen til betongen, som er kvadratroten av trykkfastheten, og funksjonen av størrelsen samt ruheten til skjærrisset som opptrer i trykkdiagonalen mellom opplegget og skjærlasten. Se Figur 5.3.

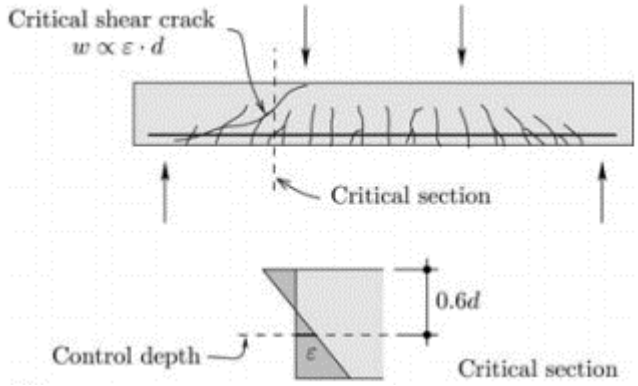


Figur 5.3: Kritisk skjærriss opptrer gjennom den teoretiske trykkdiagonalen. Kilde: (Muttoni & Ruiz, 2008a)

Med dette som utgangspunkt kan følgende formel utledes:

$$\frac{V_{Rd}}{b_w d} = \sqrt{f_{ck}} * f(w, d_g) \tag{5.1}$$

Her er V_{Rd} skjærkapasiteten, b_w er den effektive bredden til bjelken, d er den effektive høyden av bjelken, f_{ck} er den karakteristiske trykkfastheten til betongmaterialet, w er størrelsen på skjærrisset og d_g er den maksimale størrelsen på tilslaget, noe som påvirker ruheten i det kritiske skjærrisset. De geometriske parameterne nevnt ovenfor bestemmes av konstruktøren etter kapasitetsbehov og tilgjengelig plass, mens betongtrykkfastheten hentes fra tabeller. Derimot må funksjonen av størrelsen på skjærrisset og tilslaget utledes videre i henhold til teorien om CSCT. I enveisdekker antas størrelsen på det kritiske skjærrisset å være proporsjonal med produktet av tøyningen ved høyden $0{,}6d$ og den effektive høyden av tverrsnittet, som vist i Figur 5.4 (Muttoni & Ruiz, 2008a).



Figur 5.4: Teoretisk modell for beregning av størrelse på kritisk skjærriss. Kilde: (Muttoni & Ruiz, 2008a)

Formel for $f(w, d_g)$ kan skrives som:

$$f(w, d_g) = \varepsilon * d \tag{5.2}$$

Formel (5.2) gjelder kun for rektangulære tverrsnitt uten lengdearmering langs med sidekantene. Med armering langs sidekantene reduseres størrelsen på skjærrissene og skjærkapasiteten vil øke, derfor er formelen ovenfor i overkant konservativ for slik tilfeller (Muttoni & Ruiz, 2008b).

For å bestemme en verdi for tøyningen, ε, antas det at tverrsnittet forblir plant under belastning og at trykksonen oppfører seg lineær-elastisk. Videre forutsettes det at tverrsnittet ikke er belastet aksialt. Følgende uttrykk kan erstatte ε:

$$\varepsilon = \frac{M}{bd\rho E_s(d - \frac{c}{3})} * \frac{0{,}6d - c}{d - c} \tag{5.3}$$

Her er M momentet ved kontrollsnittet, ρ er armeringsforholdet for lengdearmeringen, E_s er elastisitetsmodulen til armeringen og c er dybden til trykksonen, som uttrykkes i Formel (4.4) nedenfor. Øvrige parametere er forklart tidligere (Muttoni & Ruiz, 2008b).

$$c = d\rho \frac{E_s}{E_c}\left(\sqrt{1 + \frac{2E_c}{\rho E_s}} - 1\right) \tag{5.4}$$

Med utgangspunkt i Formel (5.1) og uttrykket for $f(w, d_g)$ kan skjærkapasiteten til en fritt opplagt bjelke utledes på følgende måte.

$$\frac{V_{Rd}}{b_w d\sqrt{f_{ck}}} = \frac{1}{6} * \frac{2}{1 + 120\frac{\varepsilon * d}{d_{g0} + d_g}} \tag{5.5}$$

Her er d_{g0} en referanseverdi for tilslaget som settes lik $16\ mm$. Øvrige parametere er beskrevet ovenfor (Muttoni & Ruiz, 2008a). For betong med høy fasthet ($f_{ck} \geq 60MPa$) eller lett tilslag, burde d_g settes lik null siden tilslaget i betongen vil risse og låsningen som egentlig oppstår i risset vil bli kraftig redusert (Muttoni & Ruiz, 2008b).

Beregningsgangen i metoden beskrevet ovenfor er noe tung og tidkrevende, spesielt med tanke på at den skal benyttes i praksis hvor beregningsmetodene burde være forholdsvis enkle og lite tidkrevende. Derfor har Muttoni & Ruiz (2008b) forenklet formlene ved å innføre noen antakelser.

Tøyningen, ε, kan beregnes med utgangspunkt i at dybden til trykksonen, c, antas lik $0{,}35d$ for alle variasjoner i armeringsforhold, ρ, og betongtrykkfastheter, f_{ck}. Armeringstøyningen, ε_s, antas proporsjonal med bøyemomentet i bjelken og ved brudd kan ε_s settes lik f_{yd}/E_s. Her er f_{yd} dimensjonerende strekkfasthet til armeringen. Motstandsmomentet til tverrsnittet, m_{Rd}, kan settes lik $\rho d^2 f_{yd}(1 - \rho f_{yd}/2f_{cd})$. Her er f_{cd} dimensjonerende trykkfasthet for betongen. Ved å implementere disse forutsetningene i Formel (4.3), (4.4) og (4.5) kan skjærkapasiteten uttrykkes som følgende:

$$\frac{V_{Rd}}{b_w d\sqrt{f_{ck}}} = \frac{\frac{0{,}3}{\gamma_c}}{1 + \frac{50}{16 + d_g} * \frac{f_{yk}}{\gamma_s E_s} d \frac{m_{Ed}}{m_{Rd}}} \tag{5.6}$$

Formel (5.6) kan forenkles ytterligere ved å sette inn verdi for parametere som er standard for betongkonstruksjoner. Følgende parametere kan erstattes med tilhørende verdi; $E_s = 205\ 000MPa$, $f_{yd} = 435MPa$, $\gamma_c = 1{,}5$ og $d_g = 32\ mm$. Formel (5.6) kan da omgjøres til:

$$\frac{V_{Rd}}{b_w d\sqrt{f_{ck}}} = \frac{0{,}2}{1 + 0{,}0022d\frac{m_{Ed}}{m_{Rd}}} \tag{5.7}$$

For betongkonstruksjoner hvor presise beregninger ikke er nødvendig på grunn av at det er tidlig i prosjekteringsfasen, eller for å utelukke at skjærkapasiteten ikke er et problem, kan $\frac{m_{Ed}}{m_{Rd}}$ settes lik 1,0, noe som er en konservativ antakelse (Muttoni & Ruiz, 2008b) (Muttoni mfl., 2013) (fib - International Federation for Structural Concrete, 2015).

5.2 Beregningsmetode for betongkonstruksjoner uten skjærarmering

Kapasitetsformelen for betongkonstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering er utledet basert på teorien om kritisk skjærriss (CSCT) som betyr at den i all hovedsak er basert på teori, med noen forenklinger/korrigeringer basert forsøksdata. Kontrollsnittet plasseres i avstand $d/2$ fra kanten av opplegget. Formelen kan på bakgrunn av dette uttrykkes som (Muttoni & Ruiz, 2015):

$$V_{Rd,c} = \frac{0{,}3}{1 + \varepsilon_v d k_{dg}} * \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_w d \tag{5.8}$$

Her er parameterne b_w, d, γ_c og f_{ck} som forklart i kapittelet om CSCT. Korreksjonsfaktoren for tilslaget, k_{dg} kan settes lik 1 for konstruksjoner med normalt tilslag, mens for konstruksjoner med lett tilslag kan den settes lik 2. Ved beregninger hvor spesielt tilslag er definert eller hvor konstruktøren spesifiserer at tilslaget, d_g, er over 16 mm kan følgende formel benyttes:

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \tag{5.9}$$

Tøyningen av lengdearmeringen, ε_v, i kontrollsnittet kan beregnes på tre forskjellige nivåer etter hvor nøyaktig beregning burde være, som i LoA. For nivå 1 kan M_{Ed} settes lik M_{Rd} og uttrykket for ε_v blir:

$$\varepsilon_v = \frac{f_{yd}}{E_s} \tag{5.10}$$

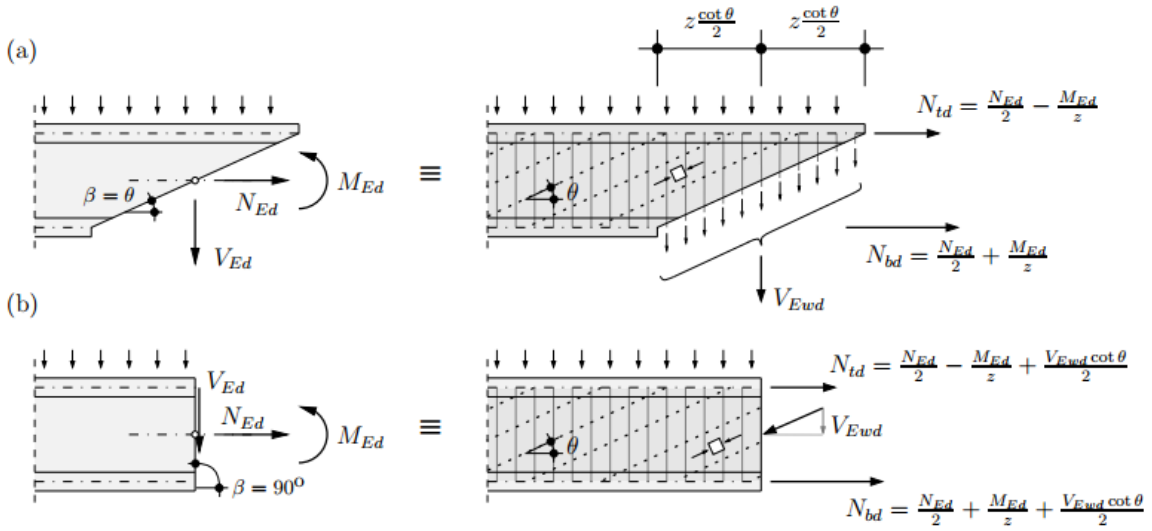
For nivå 2 må både opptredende moment og motstandsmoment beregnes slik at forholdstallet mellom momentene kan implementeres i beregningen av tøyningen:

$$\varepsilon_v = \frac{f_{yd}}{E_s} * \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} \tag{5.11}$$

Nivå 3 kan benyttes ved kompliserte tilfeller eller ved ønske om meget presise beregninger. Det kreves da at man utfører en tverrsnittsanalyse av kontrollsnittet for å finne den aktuelle tøyningen. Beregningsmetoden er ikke beskrevet nærmere i utkastet til Muttoni & Ruiz (2015). (Muttoni & Ruiz, 2015) (fib - International Federation for Structural Concrete, 2015).

5.3 Beregningsmetode for betongkonstruksjoner med skjærarmering

Skjærkapasiteten til betongkonstruksjoner med beregningsmessig behov for skjærarmering skal beregnes med utgangspunkt i tradisjonelle beregningsmetoder for skjærarmering utviklet på 60- og 70-tallet. For beregning av nødvendig armering benyttes fagverksmodellen hvor vinkel på trykkfeltet som går diagonalt i tverrsnittet og vinkelen til skjærarmeringen må defineres. Kapasiteten kan ikke overskride den maksimale trykkspenningen til betongen som oppstår i diagonalen (Muttoni & Ruiz, 2015). Se Figur 5.5.



Figur 5.5: Beregningsmodell for skjærkapasitet med armering. Kilde: (Muttoni & Ruiz, 2015)

Med Figur 5.5 som utgangspunkt kan et uttrykk for skjærstrekkapasitet utledes gjennom geometriske betraktninger:

$$V_{Ewd} \leq \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} (\cot\theta + \cot\alpha) \sin\alpha \tag{5.12}$$

Skjærtrykkapasiteten kan uttrykkes som:

$$V_{Ewd} \leq b_w z \nu_1 f_{cd} \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta} \tag{5.13}$$

Kontrollsnittet plasseres i følgende avstand fra kant av opplegget:

$$Kontrollsnitt = z * \frac{\cot\theta}{2} \tag{5.14}$$

Parameterne er som beskrevet i kapittel 2, med unntak av θ og ν_1. θ kan ikke være mindre enn θ_{min} og ikke større en 45°. Minste verdien settes til 25° for slakkarmerte betongkonstruksjoner uten belastning fra normalkrefter, mens minimumsverdien kan settes til 20° for forspente betongkonstruksjoner, siden størrelsene på skjærrissene vil bli redusert under trykk. For betongkonstruksjoner utsatt for strekkbelastning normalt på lengdeaksen settes minste verdien til 30°, da størrelsen på skjærrissene vil bli større på grunn av

strekkbelastningen. For øvrig er det opp til konstruktøren selv å bestemme vinkelen, θ, som beskriver rissvinkelen best mulig for den aktuelle konstruksjonen, men innenfor grensebetingelsene (Muttoni & Ruiz, 2015).

ν_1 er en reduksjonsfaktor som er delt opp i to faktorer for å ta hensyn til redusert skjærkapasitet på grunn av høy betongkvalitet(sprøhet) og oppsprekking av trykkfeltet i tverrsnittet. ν_1 kan uttrykkes som følger:

$$\nu_1 = \eta_{fc} * \eta_\varepsilon \tag{5.15}$$

Her er η_ε en reduksjonsfaktor for oppsprekking av trykkfeltet og η_{fc} reduksjonsfaktor for valg av betongkvalitet, som uttrykkes som:

$$\eta_{fc} = \left(\frac{30}{f_{ck}}\right)^{1/3} \leq 1{,}0 \tag{5.16}$$

η_ε kan i vanlige tilfeller settes lik 0,55, men for beregninger av skjærkapasitet i nærheten av plastiske ledd burde η_ε settes lik 0,40. Samtidig kan det for noen konstruksjoner være nødvendig å bestemme vinkelen, θ, til så lav som 20°. I de tilfellene må η_ε beregnes med utgangspunkt i tøyningene i det betraktede tverrsnittet. Formelen utledes på bakgrunn av «Generalized Stress Field Approach».

$$\eta_\varepsilon = \frac{1}{1{,}2 + 80(\varepsilon_x + (\varepsilon_x + 0{,}001)\cot^2\theta)} \tag{5.17}$$

Her er ε_x gjennomsnittstøyningen i overkant av bjelken (trykksonen) og underkant av bjelken (strekk i lengdearmering). Tøyningen i overkant av bjelken kan neglisjeres og gjennomsnittstøyningen kan derfor enkelt beregnes ved å finne strekkraften i underkant av bjelken, dividere den på armeringsmengde i lengderetning for så å beregne produktet av elastisitetsmodulen og spenningen til lengdearmering. Denne beregningsmetoden kan også benyttes for konstruksjoner som har behov for en høyere verdi av η_ε enn konstantene beskrevet ovenfor, og man har derfor mulighet til å justere innvesteringen i beregningstid slik som LoA beskriver (Muttoni & Ruiz, 2015).

I praksis er det for mange betongkonstruksjoner naturlig å bestemme vinkelen til skjærarmeringen, α, lik 90° siden det er en forenkling for både konstruktøren og utførende entreprenør. Formel (5.12) og (5.13) kan dermed forenkles til (Muttoni & Ruiz, 2015):

$$V_{Ewd} \leq \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot\theta \tag{5.18}$$

$$V_{Ewd} \leq b_w z v_1 \frac{f_{cd}}{\cot\theta + \tan\theta} \tag{5.19}$$

6 Skjærkapasitet, den Tyske metoden

Josef Hegger og Martin Herbrand fra Tyskland har laget et forslag som bygger videre på metodikken benyttet i Eurokode 2. Forslaget benytter tre konkrete faktorer som representerer viktige bidrag til skjærkapasiteten (Hegger & Herbrand, 2016). Størrelsen på faktorene er justert ved å sammenligne de mot forsøksdata og metoden regnes som empirisk fremstilt. For konstruksjoner med skjærarmering er det en mekanisk tilnærming da teorier om trykkfelt benyttes for beregning av bidraget fra skjærarmeringen og for beregning av skjærtrykkapasiteten.

Kontrollsnittet plasseres i avstand d fra kanten av opplegget. Det gjelder for beregningsmetode både med og uten skjærarmering.

6.1 Beregningsmetode for betongkonstruksjoner uten skjærarmering

For betongkonstruksjoner uten beregningsmessig behov for skjærarmering kan skjærkapasiteten bestemmes med Formel (6.1) (Hegger & Herbrand, 2016):

$$V_{Rd,c} = \frac{V_{Rk,c}}{\gamma_c} = \frac{C_{Rk,c}}{\gamma_c} * k_d * k_\lambda * k_x * \sqrt{f_{ck}} b_w d \tag{6.1}$$

Skjærkapasiteten regnes ikke mindre enn:

$$V_{Rd,c} = \frac{C_{Rk,min}}{\gamma_c} * k_d * \sqrt{f_{ck}} b_w d \tag{6.2}$$

Parameteren, $C_{Rk,c}$, er en karakteristisk faktor for skjærkapasiteten til armerte betongtverrsnitt og settes lik 0,58. Ved beregning av minimumskapasiteten uttrykkes parameteren som en minimumsverdi, $C_{Rk,min}$, som er lik 0,18.

Reduksjonsfaktorene k_d, k_λ og k_x tar hensyn til henholdsvis størrelseseffekten, skjærslankheten og avstanden til nøytralaksen. Størrelseseffekten er basert på empiri og kan uttrykkes som følgende for slakkarmerte konstruksjoner:

$$k_d = \frac{1}{\sqrt{1 + d/200}} \tag{6.3}$$

Her er d effektiv høyde og målt i millimeter. For skjærslankheten, k_λ, er også den basert på empiri og uttrykkes nedenfor:

$$k_\lambda = \frac{1{,}8}{1 + 0{,}15\lambda} \geq 1{,}0 \tag{6.4}$$

Her er λ lik $\frac{M_{Ed}}{V_{Ed} * d}$ som er de dimensjonerende kreftene ved det betraktede snittet. Både momentet og skjærkreftene regnes som positive. Avstanden til nøytralaksen, k_x, beregnes med hensyn til elastisitetsforholdet og størrelsen på forspenningen. I dette tilfellet antas det slakkarmert betongtverrsnitt og avstanden til nøytralaksen kan beregnes på følgende måte:

$$k_x = 0{,}88(\alpha_e \rho_l)^{0{,}4} \tag{6.5}$$

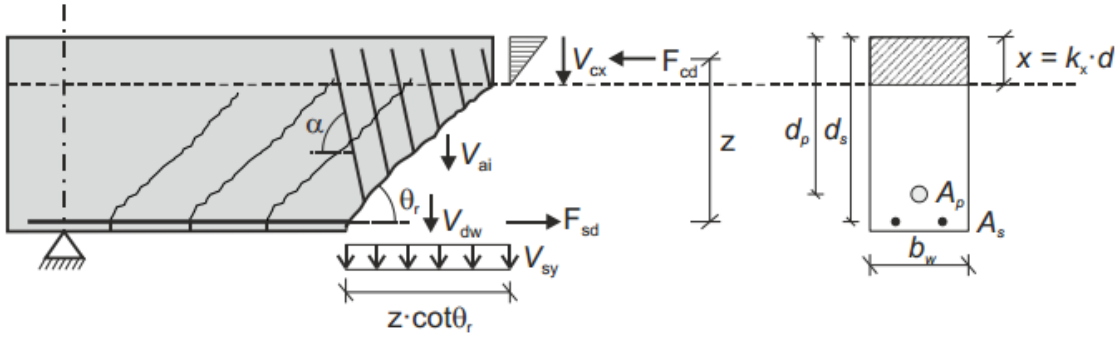
Her er α_e elastisitetsforholdet mellom lengdearmeringen og betongen. Armeringsforholdet, ρ_l, er forholdet mellom tverrsnittsarealet til lengdearmeringen og den effektive høyden sammen med bredden til tverrsnittet. Begge parameterne uttrykkes nedenfor:

$$\alpha_e \rho_l = \frac{E_s}{E_{cm}} * \frac{A_{sl}}{b_w d} \tag{6.6}$$

Det er kun tverrsnittsarealet til lengdearmeringen som strekker seg en forankringslengde, l_{bd}, pluss effektiv høyde av tverrsnittet, d, forbi det betraktede snitt som regnes med (Hegger & Herbrand, 2016).

6.2 Beregningsmetode for betongkonstruksjoner med skjærarmering

For betongkonstruksjoner med beregningsmessig behov for skjærarmering baserer denne beregningsmetoden seg på en fagverksmodell, som er vist i Figur 6.1.



Figur 6.1: Fagverksmodell for beregning av skjærkapasitet for betongkonstruksjoner med skjærarmering. Kilde: (Hegger & Herbrand, 2016)

Modellen summerer opp bidragene fra skjærarmeringen, V_{sy}, og betongtverrsnittet, $V_{Rk,c}$. Bidraget fra betongtverrsnittet kan deles opp i tre ulike effekter som er henholdsvis dybel-effekten, V_{dw}, urisset trykksone i overkant av bjelken, V_{cx}, og låsningen som oppstår i skjærrisset på grunn av brobygging mellom tilslaget i betongen, V_{ai}. Vinkelen på skjærrisset, θ, begrenses av en nedre og øvre grensebetingelse som er basert på forsøksdata, som er henholdsvis 40° og 45°. Skjærkapasiteten kan uttrykkes på følgende måte (Hegger & Herbrand, 2016):

$$V_{Rd} = \frac{1}{\gamma_s}\left(V_{Rk,s} + V_{Rk,c}\right) \tag{6.7}$$

Her er γ_s en sikkerhetsfaktor for duktilt sammenbrudd av betongtverrsnitt med minimumsarmering og settes lik 1,15. Bidraget fra betongen beregnes i henhold til formler beskrevet i Kapittel 6.1, men uten sikkerhetsfaktorer slik at bidraget fra betongtverrsnittet og skjærarmeringen summeres som karakteristiske kapasiteter. Bidraget fra skjærarmeringen uttrykkes nedenfor:

$$V_{Rk,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywk}(\cot\theta + \cot\alpha)\sin\alpha \tag{6.8}$$

Skjærkapasiteten beregnet i Formel (6.7) skal ikke overskride maksimalt tillatt skjærtrykk i trykkdiagonalen i betongtverrsnittet, som beregnes i henhold til formel nedenfor:

$$V_{Rk,max} = b_w z \alpha_{cw} \nu f_{cd} * \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta} \tag{6.9}$$

Her er α_{cw} en parameter som tar hensyn til spenningstilstanden i tverrsnittet. Ved for eksempel aksial trykkbelastning av betongkonstruksjonen vil skjærtrykkapasiteten øke siden størrelsen på riss i tverrsnittet ikke vil øke i samme grad som ved slakkarmert eller aksial strekkbelastning av betongkonstruksjonen. For slakkarmerte konstruksjoner settes α_{cw} lik 1. Reduksjonsfaktoren, ν, tar hensyn til elastisitetsegenskapene til betongen. For betongkvaliteter over $60MPa$ skal skjærtrykkapasiteten reduseres med $0{,}9 - f_{ck}/200 \geq 0{,}5$. For betongkvaliteter mindre eller lik $60MPa$ settes reduksjonsfaktoren lik 0,6 (Hegger & Herbrand, 2016).

7 Skjærkapasitet, den Spanske metoden

Spanjolene Antonio Marí, Jesús Bairán, Antoni Claderva, Eva Oller og Carlos Ribas har utarbeidet er forslag for beregning av skjærkapasitet med og uten skjærarmering (Marí mfl., 2016). Metoden baserer seg på en mekanisk modell som tar hensyn til hvert enkelt bidrag til skjærkapasiteten (Marí mfl., 2014). Den samme modellen brukes for tverrsnitt både med og uten skjærarmering. Alle bidragene til skjærkapasiteten regnes i bruddgrensetilstand og brudd regnes å inntreffe når den bi-aksiale spenningen i trykkgurten overstiger kapasitetsspenningen til betongen, etter første kritiske skjærriss har oppstått. Metoden er forenklet noe for å tilpasses til den praktiserende ingeniør, og det er foretatt noen forenklinger basert på empiri (Marí mfl., 2014).

7.1 Teori

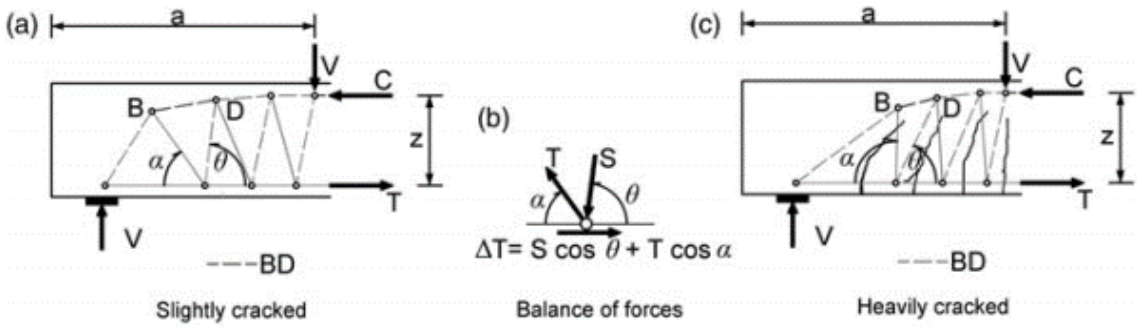
Selv om det i ingeniørverden ikke er enighet om en felles beregningsmetode for skjærkapasitet, er man enige om at det er flere mekanismer i betongtverrsnittet som bidrar til skjærkapasiteten. Med utgangspunkt i et utsnitt av en slank betongbjelke belastet jevnt fordelt slik at det opptrer interne momenter og skjærkrefter er det flere forskjellige mekanismer i tverrsnittet som gir bidrag til skjærkapasiteten (Marí mfl., 2014):

- Skjærkapasitet i trykksonen som ikke er risset.
- Skjærkapasitet i det kritiske skjærrisset.

For skjærarmerte tverrsnitt gjelder også:

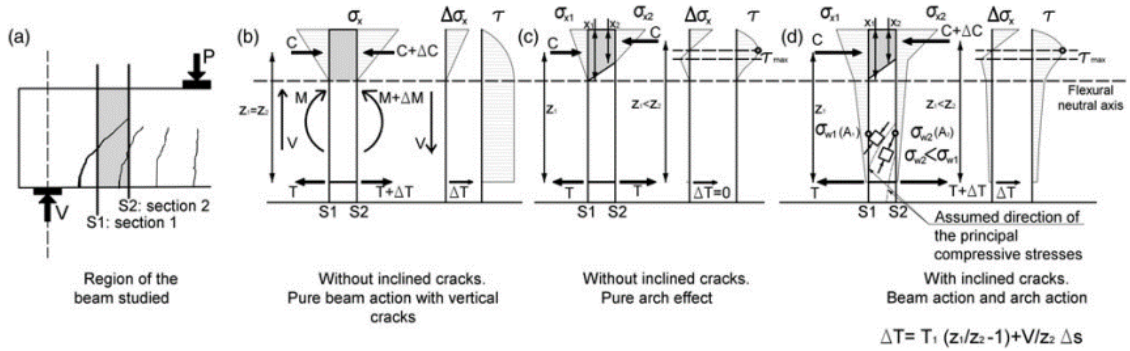
- Skjærkapasitet fra skjærarmeringen.
- Skjærkapasitet fra lengdearmeringen på grunn av dybel-effekten.

For betongtverrsnitt uten skjærarmering kan den mekaniske modellen forklares med en fagverksmodell hvor trykksonen til betongen regnes som overgurt, lengdearmering som undergurt og diagonale strekk- og trykkspenninger som diagonale staver, som vist i Figur 7.1.



Figur 7.1: Fagverksmodell for betongtverrsnitt uten skjærarmering. Kilde: (Marí mfl., 2014)

Ved å kreve likevekt i horisontal og vertikal retning kan man finne spenningene som opptrer. Likevel er dette sterkt avhengig av hvor mye strekkspenninger skjærrisset klarer å overføre. Jo større belastning tverrsnittet utsettes for, jo større blir skjærrisset og det endrer fagverksmodellen, som kan sees i Figur 7.1. Strekkspenningene og friksjonen i skjærrisset konsentrerer seg rundt rotasjonspunktet til risset hvor størrelsen til risset er minst. Når dette skjer øker vinkelen til trykkstaven, θ, noe som reduserer skjærkraftbidraget i de horisontale kraftkomponentene. Derimot øker vinkelen til komponenten, BD i Figur 7.1, som øker skjærkraften og det skaper en slags bue virkning i tverrsnittet. Dette er illustrer i Figur 7.2a, b og c hvor spenningsforløpet for ren bue-virkning og tradisjonell momentfordeling er vist hver for seg og slått sammen i Figur 7.2d. En annen effekt som styrker bue-virkning er at horisontalbidraget til lengdearmeringen kan reduseres på grunn av svak forankring.



Figur 7.2: Spenningsfordeling av skjærbelastet bjelke. Kilde: (Marí mfl., 2014)

Dersom det benyttes skjærarmering vil dette erstatte betongbidraget til strekkstav vinkelrett på skjærrisset. Det gir positiv effekt til skjærkapasiteten ved at blant annet størrelsen på åpningen til skjærrisset blir mindre og dybel-effekten til lengdearmeringen kan utnyttes. Dette blir forklart nærmere nedenfor (Marí mfl., 2014).

Skjærkapasitet i trykksone som ikke er risset

Med utgangspunkt i Mohr's sirkel for spenninger kan følgende formel for hovedspenningene (strekk og trykk) utledes i trykksonen (Marí mfl., 2014):

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} \tag{7.1}$$

Her er σ_x og σ_y normalspenningene i sine respektive retninger. Formelen løses med hensyn på skjærspenningen, τ:

$$\tau = \sigma_1 \sqrt{1 - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{\sigma_1} + \frac{\sigma_x * \sigma_y}{\sigma_1^2}} \tag{7.2}$$

Det antas at skjærspenningen i trykksonen opptrer i et punkt med avstand $\lambda * x$ fra nøytralaksen, hvor x er avstanden fra overkanten av bjelken til nøytralasken. Ved å innføre grensebetingelsene $\tau(y = 0) = 0$, $\tau(y = x) = 0$ og $\tau(y = x * \lambda) = \tau_\lambda$ kan følgende formel utledes.

$$\tau(y) = \frac{\tau_\lambda}{\lambda * (1 - \lambda)} \left(\frac{y}{x} - \frac{y^2}{x^2}\right) \tag{7.3}$$

Her er y et mål fra nøytralaksen. For å finne den totale skjærkapasiteten for trykksonen integreres uttrykket ovenfor og multipliseres med bredden til tverrsnittet:

$$V_c = \int_0^x \tau(y) * b * dy = \frac{\tau_\lambda * b * x}{6 * \lambda * (1 - \lambda)} \tag{7.4}$$

Skjærspenningen, τ_λ, erstattes med uttrykket i Formel (7.1).

$$V_c = \frac{1}{6 * \lambda * (1 - \lambda)} * b * x * \sigma_1 \sqrt{1 - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{\sigma_1} + \frac{\sigma_x * \sigma_y}{\sigma_1^2}} \tag{7.5}$$

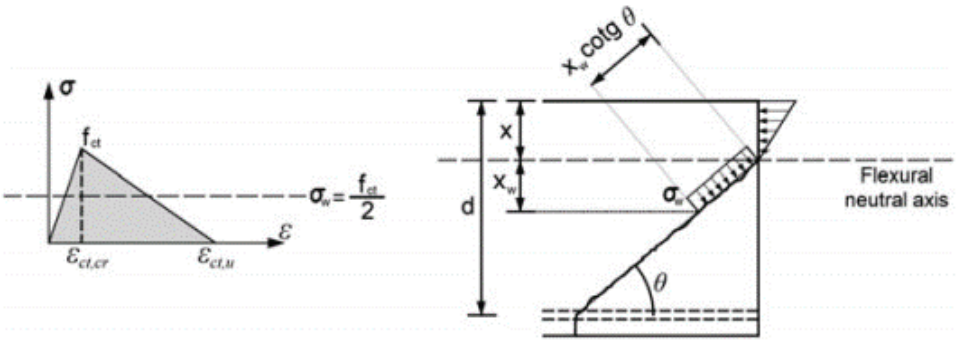
Avstanden til nøytralaksen kan beregnes ved å utføre tverrsnittsanalyse. For konstruksjoner uten trykkarmering kan avstanden beregnes på følgende måte:

$$\xi = \frac{x}{d} = \alpha_e * \rho * \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e * \rho}}\right) \tag{7.6}$$

Her er x avstanden til nøytralaksen, d er den effektive høyde, ρ er armeringsforholdet i lengderetningen og α_e er forholdet mellom elastisitets modulene til armeringen og betongen (Marí mfl., 2014).

Skjærkapasitet i det kritiske skjærrisset

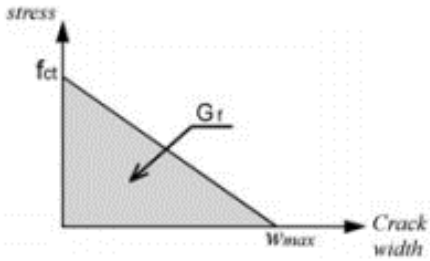
I skjærrisset er det to forskjellige faktorer som bidrar til skjærkapasiteten; friksjon og strekkapasitet. Friksjonen oppstår mellom begge overflatene til skjærrisset og strekkapasiteten er et bidrag fra strekkfastheten til betongen. Begge bidragene avhenger av åpningen på risset og blir derfor i denne utledning beregnet samlet (Marí mfl., 2014).



Figur 7.3: Spennings- og tøyningsforløp i skjærrisset. Kilde: (Marí mfl., 2014)

Utledningen av formelen for kapasiteten i skjærrisset er komplisert og veldig detaljert. Alle utledningene vil ikke bli gjennomgått i detalj i denne oppgaven, men med utgangspunkt i Figur 7.3 og forutsetninger nevnt nedenfor blir hovedtrekkene i utledningen gjennomgått. (1) Spenningene antas å opptre vinkelrett på skjærrisset. Dette er basert på antakelsen om at dersom vinkelen mellom spenningene og skjærrisset endrer seg mer enn 15° vil nye riss dannes; (2) Tøyningene normalt på skjærrisset er kompatible; (3) Forholdet mellom spenningene og tøyningene er som i Figur 7.3 hvor bruddgrensen for strekktøyningen, $\varepsilon_{ct,u}$, avhenger av bruddenergien; (4) Beregning av bruddenergien gjøres ved å anta et

lineært forhold mellom størrelsen på åpningen til skjærrisset og strekkfastheten, som kan sees i Figur 7.4. Bruddenergien er arealet av det skraverte området og (5) størrelsen på



Figur 7.4: Lineært forhold mellom spenningen og størrelsen på skjærrisset. Kilde: (Marí mfl., 2014)

åpningen til skjærrisset beregnes ved å multipliseres strekktøyningen med gjennomsnittlig senteravstand mellom skjærrissene. Den gjennomsnittlige senteravstanden mellom skjærrissene kan forenkles ved å antas lik den effektive høyden, d, som er konservativt.

Basert på antakelsene ovenfor kan det utledes en formel for skjærstrekkapasitet langs med skjærrisset:

$$v_w = \frac{V_w}{f_{ct} * b * d} = \frac{0{,}425 * \sin^2\theta * f_{ct}}{E_c * \varepsilon_s}\left(1 + \frac{2 * G_f * E_c}{f_{ct}^2 * s_{m\theta}}\right) \tag{7.7}$$

Her er f_{ct} strekkfastheten til betongen, E_c er elastisitetsmodulen til betongen, ε_s er tøyningen til lengdearmeringen, G_f er bruddenergien og $s_{m\theta}$ er den gjennomsnittlige senteravstanden mellom skjærrissene. Vinkelen til skjærrisset, θ, bestemmes med formelen nedenfor (Marí mfl., 2014):

$$\cot\theta = \frac{0{,}85 * d}{(d - x)} \tag{7.8}$$

Skjærkapasitet fra skjærarmeringen

Når tverrsnittet er skjærarmert regnes strekkspenningene i steget til tverrsnittet for å bli tatt opp av skjærarmeringen, og ikke av strekkfastheten til betongen. Likevel gir skjærarmerte

tverrsnitt positive ringvirkninger på bidraget fra betongtverrsnittet på grunn av lavere tøyninger (Marí mfl., 2014).

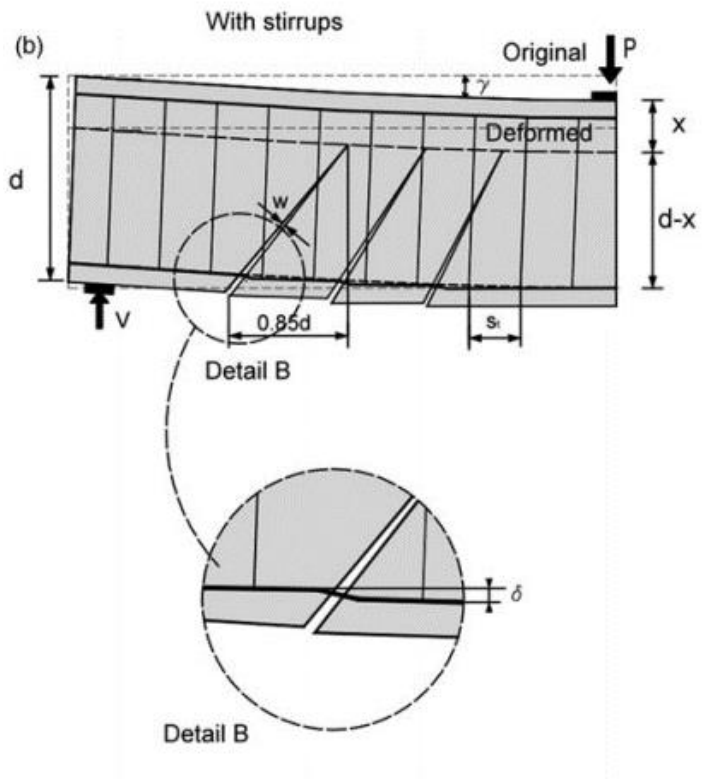
Denne mekaniske modellen forutsetter at brudd inntreffer når skjærarmeringen flyter. Følgende formel for bidraget fra skjærarmeringen kan utledes:

$$v_s = \frac{V_s}{f_{ct} * b * d} = \frac{0{,}85 * d * A_{sw} * f_{yw}}{f_{ct} * b * d} = 0{,}85\rho_w \frac{f_{yw}}{f_{ct}} \tag{7.9}$$

Her er A_{sw} armeringsmengde i tverretning, f_{yw} er flytespenningen til armeringen, ρ_w er armeringsforholdet i tverretning og øvrige variabler er som forklart tidligere i dette kapittelet.

Skjærkapasitet fra lengdearmeringen på grunn av dybel-effekten

For skjærarmerte tverrsnitt gir lengdearmeringen et bidrag til skjærkapasiteten på grunn av en dybel-virkning. Når tverrsnitt risser vil det bli en høydedifferanse på hver side av risset som blir større jo lenger fra rotasjonspunktet, se Figur 7.5. Siden lengdearmeringen blir forankret av skjærarmeringen i tverretningen kan lengdearmringen redusere høydedifferansen (Marí mfl., 2014).



Figur 7.5: Dybel-effekt på lengdearmeringen for tverrsnitt med skjærarmering. Kilde: (Marí mfl., 2014)

Det regnes for å være to konkrete faktorer som bestemmer bidraget fra dybel-effekten. Den ene er størrelsen på åpningen til skjærrisset og det andre er vertikal forskyvning mellom overflatene i skjærrisset. Utledningene basert på disse forutsetningene er kompliserte og kun hovedtrekkene vil bli gjennomgått videre. Bidraget fra lengdearmeringen til skjærkapasiteten kan uttrykkes som:

$$V_l \approx 0{,}64 * \frac{E_s}{f_{ct}} * \rho * \frac{\phi^2 * d}{s_t^3} * \frac{\varepsilon_{sx}}{1-\xi} \tag{7.10}$$

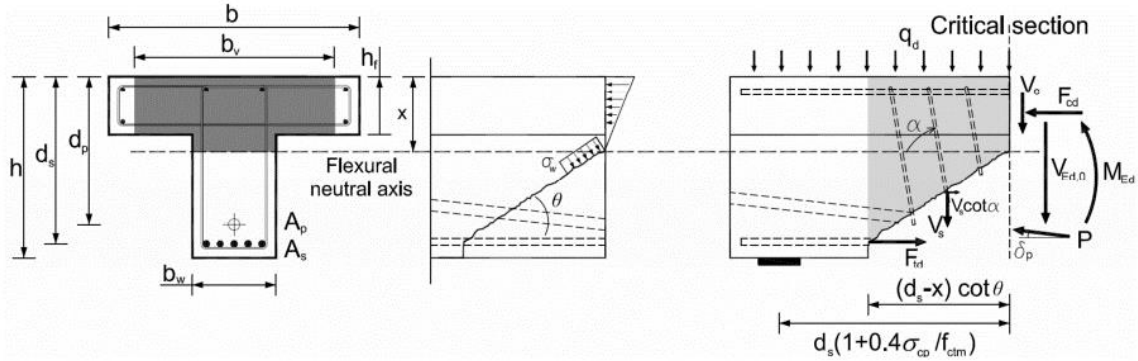
Her er ϕ diameteren til lengdearmeringen, s_t er senteravstanden mellom skjærarmeringen, ε_{sx} er tøyningen til lengdearmeringen og øvrige variabler er forklart tidligere. Formelen er vanskelig å benytte i praksis siden tøyningen er vanskelig å definere, senteravstanden til skjærarmeringen er sjeldent definert før beregning av skjærkapasiteten. Ved å anta følgende forenklinger; $\frac{\phi}{s_t} = 0{,}15$; $\frac{d}{s_t} = 2$; $\varepsilon_{sx} = 0{,}0009$ og $\frac{E_c}{f_{ct}} = 10000$ kan Formel (7.10) forenkles til (Marí mfl., 2014):

$$v_l = \frac{V_l}{f_{ct} * b * d} \approx 0{,}23 * \frac{\alpha_e * \rho}{1 - \xi} \tag{7.11}$$

Formlene utledet ovenfor beskriver hvert enkelt bidrag fra mekanismene som den Spanske metoden basers på. Parameterne i flere av formlene er vanskelig å erstatte med verdier i mange prosjekteringstilfeller og forenklinger er derfor nødvendig. For å kunne gjøre forenklinger, som er vanskelig å påvise med fysiske betraktninger, blir formlene ovenfor modifisert med konstanter som er utledet gjennom sammenligning med eksperimentelle forsøk slik at de kan benyttes som en standardisert beregningsmetode.

7.2 Beregningsmetode for betongkonstruksjoner med og uten skjærarmering

Forslaget til beregningsmetode baseres seg på modellen vist i Figur 7.6. Modellen tar for seg spenningsforløpet gjennom tverrsnittet og bidraget fra den eventuelle skjærarmeringen. Dermed kan den samme modellen legges til grunn for konstruksjoner både med og uten skjærarmering. Som et alternativ til konstruksjoner med skjærarmering kan den tradisjonelle fagverksmodellen også benyttes (Marí mfl., 2016).



Figur 7.6: Basemodell for spansk beregningsmetode. Kilde: (Marí mfl., 2016)

Kontrollsnittet utføres i avstand d_s, som er den effektive høyde til bjelken, og måles fra senter av opplegg. Vinkelen på skjærrisset, θ, regnes som gjennomsnittlig vinkel og kan beregnes på følgende måte:

$$\cot\theta = \frac{0{,}85 d_s}{d_s - x} \leq 2{,}5 \tag{7.12}$$

Her er variabelen, x, et mål fra overkant betongtverrsnitt til nøytralaksen i det betraktede tverrsnittet. For slakkarmerte tverrsnitt uten aksialbelastning kan x settes lik x_0 og uttrykkes på følgende måte:

$$\frac{x_0}{d} = 0{,}75(\alpha_e \rho_l)^{1/3} \tag{7.13}$$

Her er α_e elastisitetsforholdet og uttrykkes som $\frac{E_s}{E_{cm}}$ for slakkarmerte konstruksjoner. E_{cm} settes ikke større enn $39000MPa$. ρ_l er armeringsforholdet av lengdearmeringen fordelt over bredden av tverrsnittet og effektiv dybde og kan dermed uttrykkes som $\frac{A_s}{bd}$ (Marí mfl., 2016).

Når vinkelen på skjærrisset er bestemt kan beregningene av skjærkapasiteten begynne. Skjærkapasiteten beregnes ved legge sammen bidragene fra betongen og skjærarmeringen, som kan sees i Formel (7.14). Den kan ikke overstige maksimalt tillatt skjærkapasitet, som begrenses av trykkapasiteten til betongtverrsnittet parallelt med skjærrisset, som kan sees i Formel (7.15).

$$V_{Rd} = V_{cu} + V_{su} \tag{7.14}$$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta} \tag{7.15}$$

Bidraget fra betongen, V_{cu}, beregnes på følgende måte:

$$V_{cu} = 0{,}3\zeta \frac{x}{d} f_{cd}^{2/3} b_{v,eff} d \geq 0{,}25\left(\zeta k_c + \frac{20}{d_0}\right) f_{cd}^{\frac{2}{3}} b_w d \tag{7.16}$$

Her er ζ en parameter som tar hensyn til både størrelses- og slankehetseffekten:

$$\zeta = \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{d_0}{200}}} \left(\frac{d}{a}\right)^{0{,}2} \geq 0{,}45 \tag{7.17}$$

Her er a lengden på skjærspennet som er avstanden fra senter opplegg til resultanten av lasten som gir dimensjonerende skjærkraften. Dette kan uttrykkes ved å dividere $M_{Ed,max}$ på $V_{Ed,max}$, som er maksimalverdier internt for område mellom maksimalt moment og nullmoment. For en jevnt fordelt belastet bjelke, fritt opplagt, kan a sette lik $0{,}25L$, hvor L er lengde på det betraktede spennet. d_0 er den effektive høyden, d, men ikke mindre enn $100\ mm$. k_c er avstanden til nøytralaksen og kan beregnes ved å regne ut x/d. k_c skal ikke være større enn $0{,}20$ ved beregning av V_{cu}. ν_1 er en reduksjonsfaktor for trykkfastheten til betongen på grunn av oppsprekking. Den kan settes lik $0{,}6$ for betongtrykkfastheter lavere eller lik $60MPa$. For trykkfastheter over dette beregnes ν_1 til $0{,}9 - \frac{f_{ck}}{200} > 0{,}5$. α_{cw} er en faktor som tar hensyn til aksialbelastning av tverrsnittet. For slakkarmerte betongkonstruksjoner er α_{cw} lik 1. Variablene f_{cd}, $b_{v,eff}$ og z er som forklart tidligere i oppgaven (Marí mfl., 2016).

Bidraget fra skjærarmeringen beregnes på følgende måte:

$$V_{su} = 1{,}4\frac{A_{sw}}{s}f_{ywd}(d_s - x)\sin\alpha\,(\cot\theta + \cot\alpha) \tag{7.18}$$

Her er A_{sw} tverrsnittsarealet til skjærarmeringen, s er senteravstanden til skjærarmeringen , f_{ywd} er den dimensjonerende flytespenning til skjærarmeringen og α er vinkelen til skjærarmeringen i forhold til lengdeaksen til bjelken, som kan sees i Figur 7.6. Øvrige parametere er forklart tidligere.

Dersom skjærkapasiteten til betongen ikke er tilstrekkelig kan formlene ovenfor omgjøres slik at nødvendig skjærarmering beregnes:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed} - V_{cu}}{1{,}4f_{ywd}(d_s - x)\sin\alpha\,(\cot\theta + \cot\alpha)} \tag{7.19}$$

Et siste beregningsalternativ for betongkonstruksjoner med beregningsmessig behov for skjærarmering er den tradisjonelle fagverksmodellen. Fagverksmodellen er tilsvarende det som er gjennomgått tidligere i denne oppgaven og blir ikke forklart nærmer her uten om

vinkelen til skjærrisset: Vinkelen, θ, begrenses av en nedre og øvre grenseverdi på henholdsvis $25°$ og $45°$ for slakkarmerte betongkonstruksjoner (Marí mfl., 2016).

Den Spanske beregningsmetoden har også en spesifisert fremgangsmåte for å beregne betongbjelker belastet med punktlaster. Dette vil ikke bli behandlet i denne oppgaven.

8 Sammenligning av beregningsmetoder

8.1 Inndata

I dette kapittelet skal beregningsmetodene beskrevet tidligere i oppgaven sammenlignes for å avdekke eventuelle betydelige avvik og for å undersøke hvilke variabler som eventuelt bidrar til avviket. For beregningsmetoder uten skjærarmering fremstilles det tre forskjellige diagrammer hvor armeringsmengde i lengderetning, betongkvalitet og effektiv høyde er variabler i hvert sitt diagram. For beregningsmetoder med skjærarmering benyttes de tre variablene som nevnt ovenfor, i tillegg til armeringsmengde i tverretning. Variablene uttrykkes på horisontalaksen mens skjærkapasiteten uttrykkes på vertikalaksen. Inngangsparametere bestemmes forholdvis vilkårlig, men med et realistisk perspektiv med tanke på at det skal tilnærmes konstruksjoner med og uten skjærarmering i praktisk bruk. Inndata for betongkonstruksjoner uten skjærarmering presenteres nedenfor i Figur 8.1.

Inndata: Betongkonstruksjoner uten skjærarmering			
Beskrivelse	Forkortelse	Størrelse	Benevning
Betong			
Betongtrykkfasthet kar.	f_{ck}	25	N/mm^2
Partialfaktor betong	γ_c	1	
Betongtrykkfasthet dim.	f_{cd}	25	N/mm^2
Elastisitetsmodul	E_{cm}	31000	N/mm^2
Stål			
Flytespenning kar.	f_{yk}	500	N/mm^2
Partialfaktor stål	γ_s	1	
Flytespenning dim.	f_{yd}	500	N/mm^2
Elastisitetsmodul	E_s	200000	N/mm^2
Geometri			
Effektiv bredde	b_w	1000	mm
Effektiv høyde	d	260	mm
Indre momentarm	z	234	mm
Statikk			
Moment dim.	M_{Ed}	7500000	Nmm
Skjærkraft dim.	V_{Ed}	23500	N
Øvrig			
Tverrsnittsareal lengdearmering	A_s	1000	mm^2
Armeringsforhold lengdearmering	ρ_l	0,00385	
Tilslagets størrelse	d_g	22	mm

Tabell 8.1: Inndata for betongkonstruksjoner uten skjærarmering.

Kilde: (Egenprodusert)

Armeringsmengde i lengderetning bestemmes etter en typisk armeringsmengde for betongdekker som tilsvarer for eksempel ø12 med senteravstand 115 mm, men noe avrundet. For beregningsmetodene som regner med tøyning i lengderetning er det bestemt dimensjonerende moment og skjærkraft i det aktuelle kontrollsnittet. For en reell case må momentet og skjærkraften beregnes ut ifra belastningen, som oftest er en jevnt fordelt belastning når det gjelder dekkekonstruksjoner. Dimensjonene på dekket er 1000 mm i bredden og 300 mm tykkelse, som er reelle dimensjoner for en dekkekonstruksjon. Tykkelsen kan ofte være noe lavere for mange tilfeller.

Inndata for betongkonstruksjoner med skjærarmering presenteres nedenfor i Figur 8.2.

Inndata: Betongkonstruksjoner med skjærarmering			
Beskrivelse	Forkortelse	Størrelse	Benevning
Betong			
Betongtrykkfasthet kar.	f_{ck}	35	N/mm^2
Partialfaktor betong	γ_c	1	
Betongtrykkfasthet dim.	f_{cd}	35	N/mm^2
Elastisitetsmodul	E_{cm}	34000	N/mm^2
Stål			
Flytespenning kar.	f_{yk}	500	N/mm^2
Partialfaktor stål	γ_s	1	
Flytespenning dim.	f_{yd}	500	N/mm^2
Elastisitetsmodul	E_s	200000	N/mm^2
Geometri			
Effektiv bredde	b_w	400	mm
Effektiv høyde	d	560	mm
Indre momentarm	z	504	mm
Statikk			
Moment dim.	M_{Ed}	29700000	Nmm
Skjærkraft dim.	V_{Ed}	63900	N
Armering			
Tverrsnittsareal lengdearmering	A_s	1500	mm^2
Armeringsforhold lengdearmering	ρ_l	0,01	
Tverrsnittsarealskjærarmering	A_{sw}	226	mm^2
Senteravstand skjærarmering	S_w	120	mm
Vinkel skjærarmering	α	90	grader
Vinkel skjærris	θ	30	grader
Øvrig			
Tilslagets størrelse	d_g	22	mm

Tabell 8.2: Inndata for betongkonstruksjoner med skjærarmering. Kilde: (Egenprodusert)

Inndataparameterne er valgt med utgangspunkt i en skjærarmert betongbjelke, som for eksempel kan være et opplegg for et betongdekke eller for et søylepunkt. I dette tilfellet forutsettes det at bjelken er jevnt fordelt belastet. Armeringsmengde i lengderetning er valgt med utgangspunkt i for eksempel 3 stk armeringsjern ø25, som er rundet opp til 1500 mm^2. Armeringsmengde i tverretning er valgt slik at minimumsarmering og maksimum/minimum senteravstand overholdes. Det står for øvrig ingenting om ekstremalverdier for skjærarmering og senteravstand i beregningsforslagene til ny Eurokode og det forutsettes derfor at disse er overholdt med verdiene som er benyttet i denne oppgaven. Vinkelen på skjærarmeringen settes lik 90° siden dette er forholdvis

standard i vanlig prosjekteringspraksis. Moment og skjærkraft bestemmes ut ifra statiske beregninger avhengig av belastningen, og det er i dette tilfellet valgt vilkårlig reell verdi. Bredde og høyde på bjelken er satt til henholdsvis $400\ mm$ og $600\ mm$, som er typiske bjelkedimensjoner.

8.2 Sikkerhetsfaktorer

Beregningsmetodene har sikkerhetsfaktorer som sørger for at sannsynligheten mot sammenbrudd overholder krav beskrevet i standardene. Dette gjelder parametere som for eksempel γ_c, γ_s og α_{cc} og de kan være forskjellig for beregningsmetodene. Blant annet har NS 3473 en reduksjonsfaktor på $1{,}25$ for armeringsjern, mens Eurokode 2 gir en reduksjonsfaktor på $1{,}15$. Beregningsmetodene som er foreslått som grunnlag for ny Eurokode angir ingen størrelse på sikkerhetsfaktorene, og det velges derfor å sette alle sikkerhetsfaktorer lik $1{,}00$ for å likestille beregningene på best mulig måte. I flere av beregningsmetodene er det implisert sikkerhetsfaktorer i forenklingene under den teoretiske utledningen av kapasitetsformlene. Disse sikkerhetsfaktorene forblir uforandret da dette krever uforholdsmessig mye tid å endre for denne oppgaven.

8.3 Karakteristiske materialverdier

Inngangsparameterne for betongkvalitet hentes i utgangpunktet fra tabeller i respektive standarder. Det er ikke angitt noen tabeller og fastheter for beregningsforslagene til ny Eurokode, og det antas derfor fastheter tilsvarende Tabell 3.1 i Eurokode 2. Det sammen gjelder NS 3473 som har egne fastheter listet opp i standarden, hvor strekkfastheten til betongen avviker fra verdiene i Eurokode 2, samt at NS 3473 beskriver noe som betegnes som konstruksjonsfasthet. Det er en fasthet som er redusert i forhold til karakteristisk sylindertrykkfasthet, og reduksjonen kan antas å ha samme hensikt som α_{cc} i Eurokode 2, for å ta hensyn til ugunstige virkninger i konstruksjonen. For å eliminere differanser som kommer av forskjellige verdi på faktorene, hentes karakteristiske fastheter fra Tabell 3.1 i Eurokode 2. Med dette som utgangspunkt tilstrebes det at beregningsmetodene sammenlignes med selve beregningsgangen.

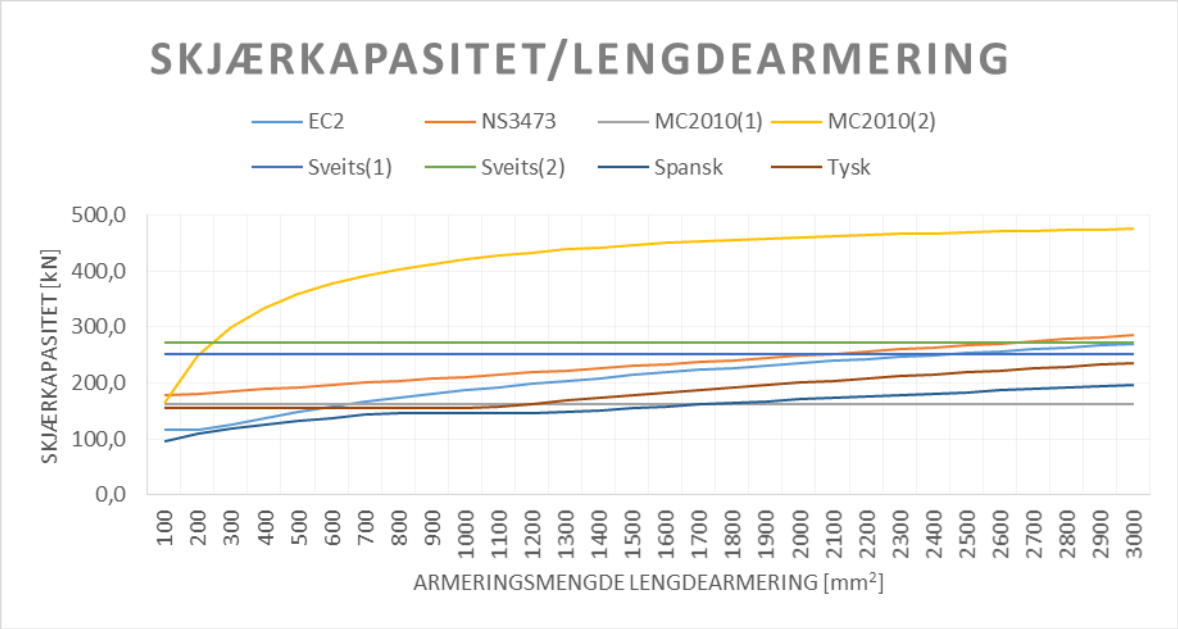
Kvaliteten på armeringsstålet har også varierende verdi for de ulike standardene. Det forklarer også hvorfor sikkerhetsfaktorene kan variere. I tillegg er det også usikkert hva slags stålkvaliteter som er lagt til grunn for de nye forslagene for beregning av

skjærkapasitet. Elastisitetsmodulen og flytegrensen til stålet bestemmes etter verdier angitt i Eurokode 2.

8.4 Beregningsmetode for betongkonstruksjoner uten skjærarmering

8.4.1 Varierende lengdearmering

I Figur 8.1 varierer armeringsmengden i lengderetning fra $100\ mm^2$til $3000\ mm^2$. For betongdekke med effektiv tykkelse på $260\ mm$ er minimum armeringsmengde omtrent $350\ mm^2$ og armeringsmengder under dette er derfor ikke relevant å vurdere i sammenligningen. Armeringsmengder over $3000\ mm^2$ er sjeldent vanlig praksis i norsk byggenæring. For eksempel vil en armeringsmengde på $3000\ mm^2$ gi $10\ stk\ ø20$ armeringsjern fordelt på en meter, noe som er veldig stor dimensjon og lav senteravstand for et dekke, spesielt inn mot endeopplegg.



Figur 8.1: Skjærkapasitet ved varierende lengdearmering uten skjærarmering.

Eurokode 2

Armeringsmengden i lengderetningen påvirker beregningsformlene i Eurokode 2 for konstruksjoner uten skjærarmering i liten grad. Armeringsmengde benyttes til å beregne armeringsforholdet i lengderetningen som benyttes dirkete i formelen for skjærstrekkapasiteten. Dette stemmer godt med teorien at lengdearmeringen påvirker

tverrsnitt som ikke er armert i tverretningen i liten grad. Kurven har en jevn stigning og har verken høy eller lav kapasitet sammenlignet med de andre metodene. Skjærkapasiteten overstiger aldri skjærtrykkapasiteten i dette tilfellet. Beregningsmetoden følger tilnærmet samme kurve som de andre beregningsmetodene basert på empiri gjør.

Model Code 2010 LoA 1 og 2

MC2010 har to forskjellige LoA som gir resultater med store differanser. Beregningsmetoden for LoA 1 er forenklet ved å erstatte tøyningen i lengderetning og faktor for tilslagets størrelse med konstanter. Derfor er skjærkapasiteten konstant for alle armeringsmengder i lengderetning. Kapasiteten er lav sammenlignet med de andre metodene. For LoA 2 beregnes tøyningen i lengderetningen med likevektsbetraktninger av det aktuelle kontrollsnittet, noe som avhenger av armeringsmengde i lengderetningen. Det gjør at faktor for tøyning påvirkes og kurven varierer derfor i stor grad. Kapasiteten øker radikalt for lave armeringsmengder i lengderetningen og flater ut etter som mengden øker. Maksimal tøyning for armeringen er $\frac{0{,}0025}{2}\ mm/mm$. For en armeringsmengde på $2000\ mm^2$ er tøyningen, ε_x, i dette tilfellet $0{,}0000694\ mm/mm$ noe som er veldig lite og kapasiteten blir derfor stor. Dette er en vesentlig grunn til at MC 2010 LoA 2 har så høy kapasitet i forhold til de øvrige metodene

NS 3473

Kurven til beregningsmetoden i NS 3473 ligger relativt høyt ved små armeringsmengder og jevner seg mer og mer ut med beregningsmetodene som ikke tar hensyn til tøyninger i lengderetningen etter hvert som armeringsmengdene blir større. Formelen for skjærkapasiteten skiller seg fra resterende beregningsmetoder ved at den benytter strekkfastheten direkte i formelen og ikke trykkfastheten til betongen som karakteristisk verdi. Korrigeringsverdier i formelen for skjærkapasitet er hentet fra forsøksresultater. Armeringsmengden i lengderetningen benyttes ikke til å regne ut reduksjonsfaktorer, men den settes rett inn i kapasitetsformelen. Den divideres på partialfaktor for betong og effektivt tverrsnitt av betongkonstruksjonen, noe som gjør at det kan trekkes paralleller mot beregningsmetoden i Eurokode 2, da dette er et uttrykk for armeringsforholdet i lengderetningen.

Sveitsisk metode LoA 1 og 2

Som det fremgår av Figur 8.1 er det ganske store variasjoner i skjærkapasiteten. Sveits sine beregningsforslag er konstante i dette forsøket. Grunnen til det er at Sveits sin beregningsmetode for LoA 1 er helt uavhengig av armeringsmengde. Formelen baseres på CSCT og det betyr at det er tilslagets størrelse, betongkvalitet, tverrsnittsstørrelse og tøyning i lengderetning som er varierende. Tøyningen i lengderetning beregnes ved å dividere armeringens flytespenning på elastisitetsmodulen. For LoA 2 er den i utgangspunktet avhengig av lengdearmeringen da tøyningen i lengderetningen beregnes som for LoA 1, men i tillegg skal dimensjonerende moment divideres på motstandsmomentet til tverrsnittet. I dette tilfellet er dimensjonerende moment satt til 80 % av motstandsmomentet og tøyningen er derfor konstant, noe som fører til at også skjærkapasiteten konstant. Forholdet mellom dimensjonerende moment og motstandsmoment vil variere i praksis og må vurderes spesielt i kontrollsnittet, da forankring av lengdearmeringen må være tilstrekkelig for å kunne regne den med i motstandsmomentet. Samtidig kan mye av lengdearmeringen også være avtrappet, slik at differansen mellom dimensjonerende moment og motstandsmoment kan være liten. Beregningsmetoden er basert på CSCT og teorien beskriver dybel-virkningen som et bidrag fra lengdearmeringen til skjærkapasiteten. For betongkonstruksjoner uten skjærarmering kan ikke dybel-virkningen regnes med siden tverrsnittet ikke evner å forankre strekkarmeringen vertikalt, særlig da tverrsnittet vil være noe opprisset og strekkfastheten til betongen vil være veldig redusert.

Tysk metode

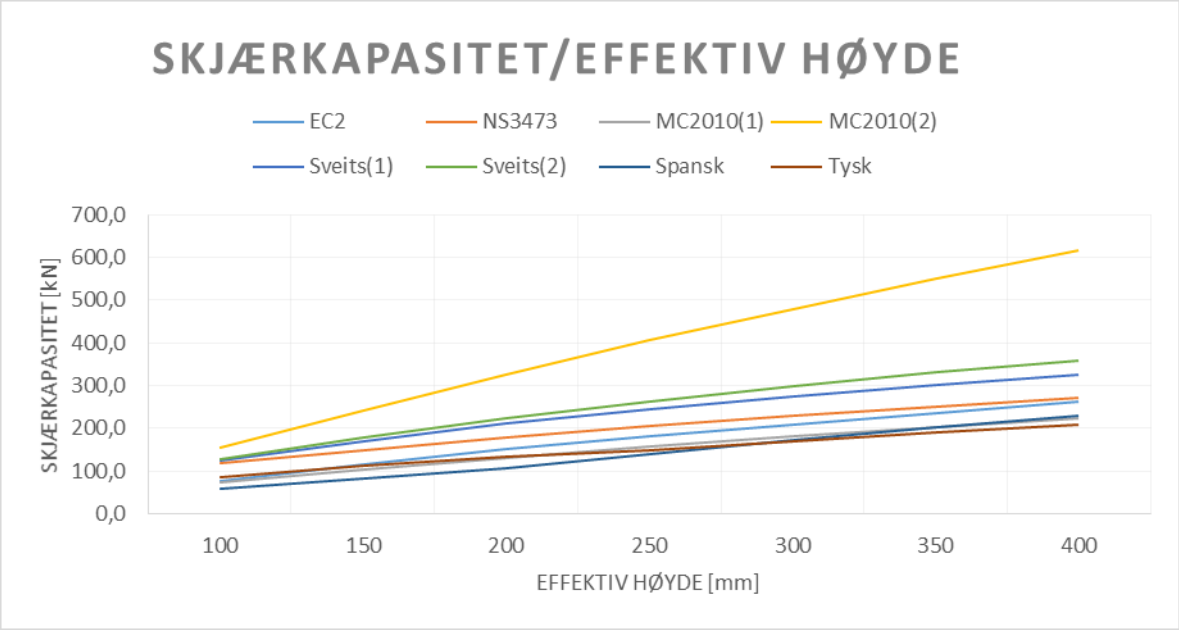
Den tyske metoden er basert på forsøksdata, men benytter tre forskjellige faktorer som skal ta hensyn til henholdsvis størrelseseffekten, skjærslankheten og avstanden til nøytralaksen. Armeringsmengden i lengderetningen har kun innflytelse på utregningen av faktoren for avstanden til nøytralaksen. Det vil si at armeringsforholdet i lengderetningen regnes ut og multipliseres med forholdet til elastisitetsmodulen mellom armeringen og betongen. Produktet av dette justeres med faktorer som utviklet gjennom empiriske studier. For øvrig er skjærkapasiteten så lav frem til armeringsmengde på $1000\ mm^2$ at det er minimum skjærkapasitet som er dimensjonerende. Kapasiteten er lav fra armeringsmengde $1000\ mm^2$ og oppover.

Spansk metode

Den Spanske metoden tar utgangspunkt i en mekanisk modell med forenklinger basert på empiriske data, som nevnt tidligere. Armeringsmengden i lengderetningen regnes med i flere av formlene som inngår i skjærkapasiteten, men en dirkete effekt fra lengdearmeringen er ikke inkludert i totalkapasiteten. Dybel-virkningen benyttes i beregningene av skjærkapasitet for betongkonstruksjoner med skjærarmering, men kan ikke benyttes i betongkonstruksjoner uten skjærarmeringen på grunn av problemer med å forankre strekkreftene vertikalt, som nevnt ovenfor. Likevel øker skjærkapasiteten i takt med økning av lengdearmering siden lengdearmeringen er del av beregningene for å finne en vinkel på skjærrissene. Det vil si at for å finne vinkelen på skjærrisset må effektiv høyde på tverrsnittet og avstanden til nøytralaksen beregnes. Effektiv høyde måles fra overkant tverrsnitt til tyngdepunkt av lengdearmering, mens avstanden til nøytralaksen regnes som et produkt av armeringsforholdet i lengderetning og forholdet mellom elastisitetsmodulen til armeringen og betongen. Fremgangsmetoden for å finne avstanden til nøytralaksen er forholdsvis lik som den tyske metoden, men korrigeringsverdiene, som er utviklet gjennom forsøksresultater, er noe forskjellige. Beregningsmetoden begrenses av en minimumsverdi, som er dimensjonerende frem til en armeringsmengde på til og med $900\ mm^2$ i lengderetning. Det er strekkapasiteten til konstruksjonen som er dimensjonerende, og den øvre grensen, trykkapasiteten til betongen, har veldig lav utnyttelsesgrad.

8.4.2 Varierende effektiv høyde

Den effektive høyden på et tverrsnitt er vesentlig for alle konstruksjoner ved beregning av kapasitet. Spesielt vesentlig er det for betongkonstruksjoner når det kommer til bidrag fra lengdearmering, bidrag fra trykksonen i betongtverrsnittet og bidrag fra betongtverrsnittet i strekksonen. Figur 8.2 viser skjærkapasiteten til et betongdekke med inndata beskrevet i **Feil! Fant ikke referansekilden.** i forhold til effektiv høyde. Diagrammet har verdier helt fra $100\ mm$ og opp til $400\ mm$ på x-aksen. For at dette skal være relevant å vurdere mot praktisk bruk vil område mellom $200\ mm$ og $350\ mm$ bli vurdert for betongdekke. Verdier under $200\ mm$ kan også bli brukt i praksis, men det er sjeldent og ofte kun ved lokale forsenkninger. Verdier over $350\ mm$ er sjeldent for plasstøpte dekkekonstruksjoner, men kan være aktuelt for hulldekker, bubbledeck eller andre lettere konstruksjoner. Dette vil ikke bli behandlet videre her.



Figur 8.2: Skjærkapasitet ved varierende effektiv høyde uten skjærarmering.

Eurokode 2

Den effektive høyden impliseres flere ganger i formlene i beregningsmetoden fra Eurokode 2. Den benyttes til å beregne effektivt tverrsnittsareal, armeringsforhold i lengderetning og en faktor for størrelseseffekten, k. I motsetning til den tyske metoden, er det ingen slankhetsfaktor i beregningsmetoden i Eurokode 2. Den effektive høyden har derfor ingen innvirkning på skjærkapasiteten i form av slankheten til konstruksjonen. Det som gir størst effekt er at det effektive tverrsnittet blir større. På grunn av størrelseseffekten reduseres skjærspenningen slik at skjærkapasiteten per kvadratmillimeter er lavere ved større effektiv høyde. På grunn av økt effektivt tverrsnitt øker likevel den totale skjærkapasiteten. Kurven øker jevnt ettersom størrelsen på tverrsnittet øker, men økningen reduseres også ettersom den effektive høyde øker.

Model Code 2010 LoA 1 og 2

For beregning av skjærkapasitet etter LoA 2 baserer formlene seg på teori fra SMCFT. Her er formlene utledet for å ta hensyn til tøyningseffekten og størrelseseffekten. I dette tilfellet antas det slakkarmert dekkekonstruksjon og den indre momentarmen, z, regnes som $0{,}9 * d$. Dette uttrykkes i beregningen av tøyningen i lengderetning ved dekomponering av momentbelastningen. Størrelseseffekten er uttrykt gjennom den indre momentarmen og et uttrykk for avstanden mellom rissene, som tar utgangspunkt i størrelsen på tilslaget. Øvrige konstanter i beregningen av k_v er utledet gjennom teorien om SMCFT, basert på

betraktningene i Figur 3.2. Som utgangspunkt for beregning av tøyning i lengderetningen er det i dette tilfellet antatt en belastning. Det betyr at belastningen kan avvike noe fra et reelt dimensjoneringsoppdrag. Skjærkapasiteten er høy ved beregning med LoA 2, og kapasiteten ligger omtrentlig 50 til 250 kN høyere enn de øvrige beregningsmetodene. Kapasitetsøkningen avtar noe ettersom den effektive høyden øker, som et resultat av størrelseseffekten.

Forenklet beregningsmetode, LoA 1, gir naturlig nok lavere skjærkapasitet siden beregningen av k_v er forenklet. Det er valgt en konservativ verdi for tøyningen og avstanden mellom rissene, det vil si at leddet som tar hensyn til tøyningseffekten er borte. Den effektive høyden regnes om til indre momentarm og brukes i ledd nummer 2 i Formel 3.26, som for LoA 2. Totalt så påvirker k_v kapasiteten LoA 1 i noe mindre grad enn for LoA 2. På samme måte som kurven til LoA 2, reduseres stigningen til kurven ettersom den effektive høyde øker. Skjærkapasiteten er lavere enn gjennomsnittet for de andre beregningsmetodene.

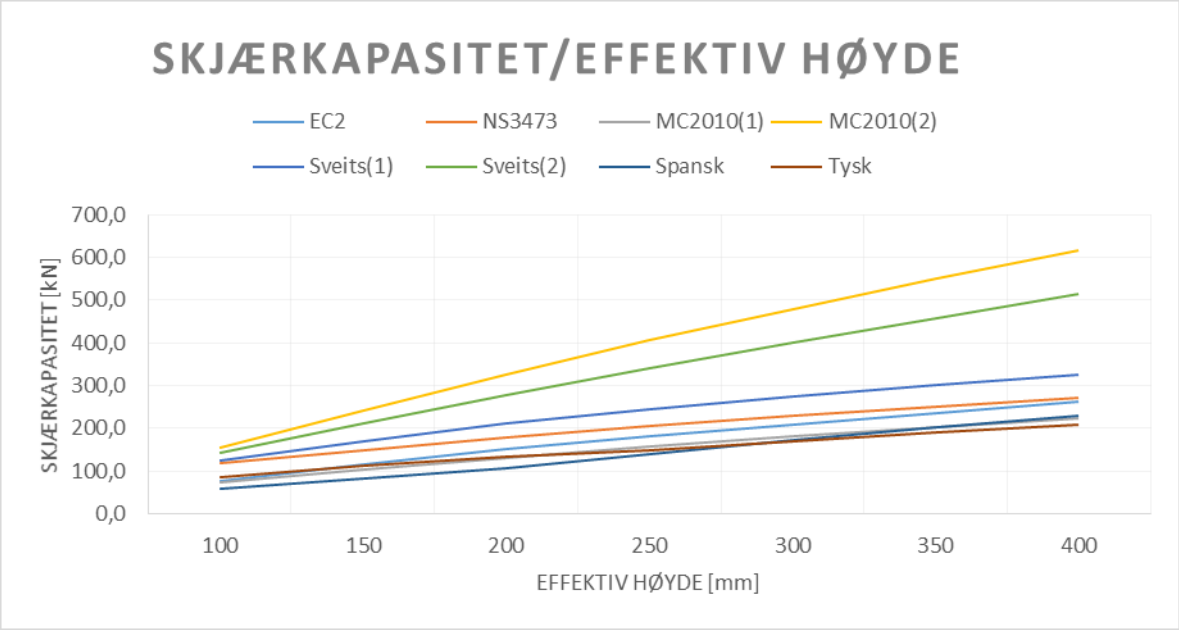
NS 3473

Beregningsmetoden til NS 3473 er en forenklet metode, og er enkel sammenlignet med de øvrige beregningsmetodene. Den effektive høyden påvirker faktoren k_v, samt det effektive tverrsnittet. Faktoren k_v er en faktor som reduserer skjærspenningen i tverrsnittet når det effektive tverrsnittet øker, det vil si at den tar hensyn til størrelseseffekten. Beregningsmetoden er den metoden som har størst reduksjon i stigningsgraden når den effektive høyde øker. Ved effektiv høyde lik 200 mm gir NS 3473 forholdsvis høy kapasitet sammenlignet med de andre metodene. På grunn av stor reduksjonen i stigningsgraden er kapasiteten ved større tverrsnittsdimensjoner lavere enn flere av de andre beregningsmetodene. Noe av grunnen til dette kan være at NS 3473 ikke har en faktor for skjærslankheten, som vil øke med større effektiv høyde.

Sveitsisk metode LoA 1 og 2

Den sveitsiske beregningsmodellen og MC 2010 har flere likhetstrekk, selv om de baseres på noe ulik teori. Den effektive høyden regnes med i det effektive tverrsnittet, ved beregning av motstandsmomentet til bjelken (gjelder kun for LoA 2) og ved beregning av størrelsen på skjærrisset. I teorien om CSCT utledes det en formel som uttrykker størrelsen på skjærrisset, som er tøyningen av lengdearmeringen multiplisert med den effektive

høyden. Dette skiller den Sveitsiske metoden fra de andre beregningsmetodene. Formen på kapasitetskurven er forholdvis lik som de andre metodene, men de ligger generelt noe høyere kapasitetsmessig, med unntak av MC 2010 LoA 2. Stigningen til kurvene avtar ettersom denne effektive høyden øker, som er naturlig med tanke på størrelseseffekten. Den sveitsiske LoA 1 ligger 80 til 100 kN høyere enn MC 2010 LoA 1 med tanke på kapasitet. LoA 2 i den Sveitsiske metoden beregner tøyningen av lengdearmeringen på en litt mer omfattende måte. Det dimensjonerende moment divideres på motstandsmomentet og forholdstallet multipliseres med forholdet mellom dimensjonerende flytespenning og elastisitetsmodulen til armeringen. Størrelsen på det dimensjonerende momentet er satt til 80 % av motstandsmomentet, noe som kan diskuteres. I praksis avtrappes ofte feltarmeringen inn mot opplegg for å spare armering siden det ikke er behov for like mye momentarmering mot endene noe som gir lavere momentkapasitet ved endeoppleggene. Dersom all lengdearmering trekkes inn til opplegg vil det gi overskuddskapasitet som kan regnes med ved kontroll av skjærkapasitet, og forholdet mellom motstandsmomentet og dimensjonerende moment blir da stort. Dette gir større skjærkapasitet. Ved for eksempel et dimensjonerende moment på 20 % av motstandsmomentet gir det en kapasitetskurve som kan sees i Figur 8.3:



Figur 8.3: Skjærkapasitet ved varierende effektiv høyde uten skjærarmering med $M_{Ed} = 0,2 * M_{Rd}$ for Sveitsisk metode LoA 2

Kurven hever seg betydelig nærmere MC 2010 LoA 2, noe som kan bety at teoriene som ligger til grunn for disse to beregningsmetodene er styrket.

Samtidig kan mye av lengdearmeringen som strekker seg inn over kontrollsnittet ikke være tilstrekkelig forankret og motstandsmomentet kan nærme seg det dimensjonerende momentet. Derfor er det veldig individuelt for hver enkelt dekkekonstruksjon hvor mye av lengdearmeringen som skal regnes med i skjærkapasiteten. I dette forsøket er det gjort en konservativ antakelse med 80 %.

Tysk metode

Den effektive høyden påvirker alle de tre reduksjonsfaktorene som den Tyske beregningsmetoden benytter, i tillegg til det effektive tverrsnittet. Faktoren for størrelseseffekten er utledet empirisk og den effektive høyden divideres på et forholdstall. Den effektive høyden benyttes for beregning av slankhetsfaktoren, skjærslankheten, avstanden til nøytralaksen og armeringsforholdet i lengderetningen. Skjærkapasiteten er den laveste av beregningsmetodene innenfor det betraktende intervallet. Ettersom den effektive høyden øker vil faktoren for slankhet øke, faktoren for størrelseseffekten vil minke og faktoren for avstanden til nøytralaksen (størrelsen på trykksonen) vil øke. Totalt sett gir dette enn reduksjon i stigningsgraden til kurven ettersom den effektive høyden øker.

Spansk metode

Den Spanske metoden baseres på en mekanisk modell som skiller seg ut fra de øvrige metodene. Beregningsmetoden starter med beregning av vinkelen på skjærrisset, som avhenger av den effektive høyde og høyden på trykksonen. Høyden på trykksonen regnes ut ved å multiplisere elastisitetsforholdet mellom armeringen og betongen med armeringsforhold i lengderetningen, samt noen konstanter. Produktet av dette skal multipliseres med den effektive høyden. Størrelsen på trykksonen er vesentlig for betongkonstruksjoner uten skjærarmering, da dette er et område i bjelketverrsnittet som kan antas urisset og dermed har et stort bidrag til skjærkapasiteten. Beregningsmetoden inneholder også en faktor, ζ, som tar hensyn til størrelseseffekten og slankheten til konstruksjonen. Den effektive høyde spiller også her en stor rolle da den inngår i beregningen av begge faktorene. Kurven til den Spanske metoden ligger relativt lavt

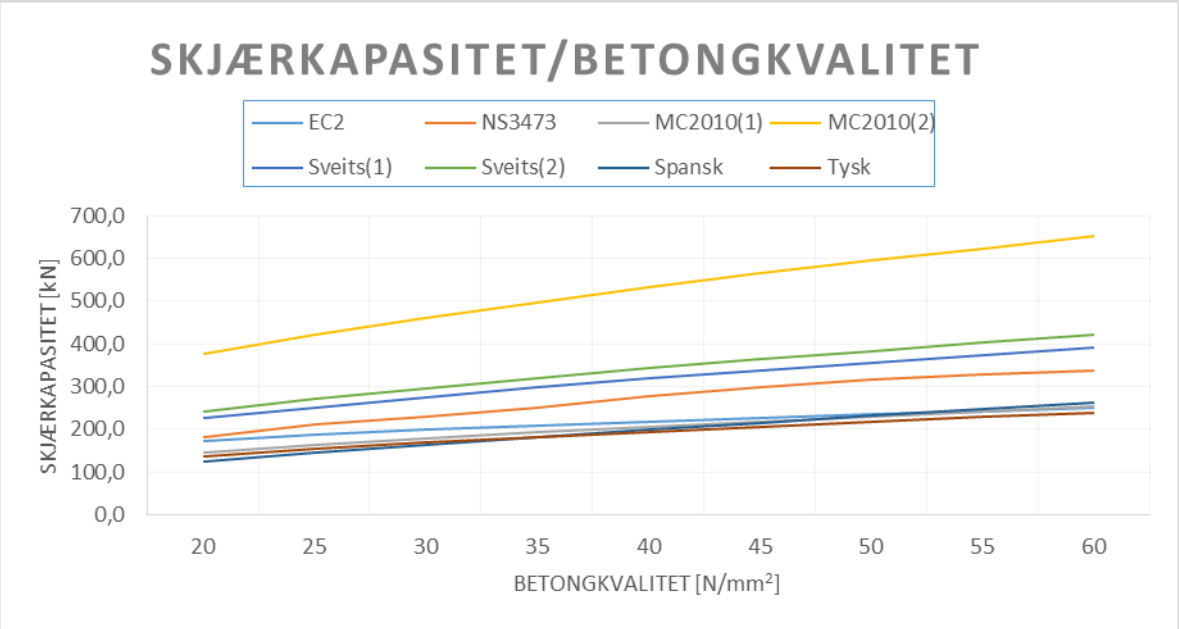
sammenlignet med de andre beregningsmetodene, særlig fra effektive høyde på $200\ mm$. Stigningsgraden avtar ettersom den effektive høyden øker, men ikke på samme måte som de andre beregningsmetodene. Minimumsskjærkapasiteten sørger for at stigningen til kurven opprettholdes, og til dels øker, frem til effektive høyde på $300\ mm$. Fra $300\ mm$ og videre reduseres stigningsgraden gradvis. I dette eksempelet øker ζ i takt med økning av den effektive høyden, se Tabell 8.3. Det betyr at konstruksjonen blir tilstrekkelig stivere (skjærslankheten), enn størrelseseffekten reduserer. Grunnen til at kurven synker gradvis er at forholdstallet mellom den effektive høyden og høyden på trykksonen blir gradvis mindre.

d [mm]	ζ
200	0,92
250	0,97
300	1,00
350	1,03

Tabell 8.3: ζ øker når effektiv høyde øker.

8.4.3 Varierende betongkvalitet

Betongkvaliteten vurderes i intervallet fra $20\ MPa$ til $60\ MPa$. Nedre grenseverdi er ikke lavere enn $20\ MPa$ siden det sjeldent støpes med lavere kvalitet i profesjonelle byggeprosjekter. Øvre grenseverdi kunne vært høyere siden det for enkelte konstruksjoner krever betongkvaliteter opp mot $90\ MPa$ hvis miljøet konstruksjonen eksponeres for er særdeles aggressivt. Likevel begrenses dette forsøket til en betongkvalitet på $60\ MPa$ som en forenkling av beregningsmetodene, da reduksjonsfaktor for sprøheten til betongen ikke er nødvendig å beregne for flere av metodene.



Figur 8.4: Skjærkapasitet ved varierende betongkvalitet uten skjærarmering.

Eurokode 2

Betongkvaliteten har direkte innflytelse på skjærkapasiteten ved at den multipliseres dirkete inn i formelen for skjærkapasitet. I tillegg benyttes den i øvre og nedre grenseverdi for skjærkapasitet. For nedre grenseverdi benyttes den indirekte ved at reduksjonsfaktor utledet empirisk impliserer betongtrykkfastheten. Den øvre grenseverdien tar hensyn til trykkfastheten både direkte og indirekte. Trykkfastheten multipliseres direkte inn i formelen, i tillegg til at den multipliseres inn i en faktor som sørger for reduksjon etter som betongkvaliteten øker og dermed blir sprøere. Kurven til beregningsmetoden i Eurokode 2 ligger relativt lavt sammenlignet med de andre beregningsmetodene. Særlig reduseres stigningen til kurven mye raskere enn øvrige beregningsmetoder. Årsaken til det kan være at reduksjonsfaktoren, ν, beregnes for hver enkelt betongkvalitet i Eurokode 2. I flere av de andre beregningsmetodene er reduksjonsfaktoren konstant for kvaliteter lavere enn $60\ MPa$.

Model Code 2010

Bakgrunnsteorien til MC 2010 forutsetter at skjærkapasiteten i kontrollsnittet settes til kvadratrota av trykkapasiteten til betongen. Ellers implementeres ikke trykkapasiteten andre steder i beregningsgangen til Model Code 2010. Beregningsnivået LoA 2 gir en kapasitet som er mye høyere enn de øvrige metodene. Grunnen til dette er, som nevnt tidligere, at tøyningen i lengderetning beregnes etter moment og skjærbelastning samt

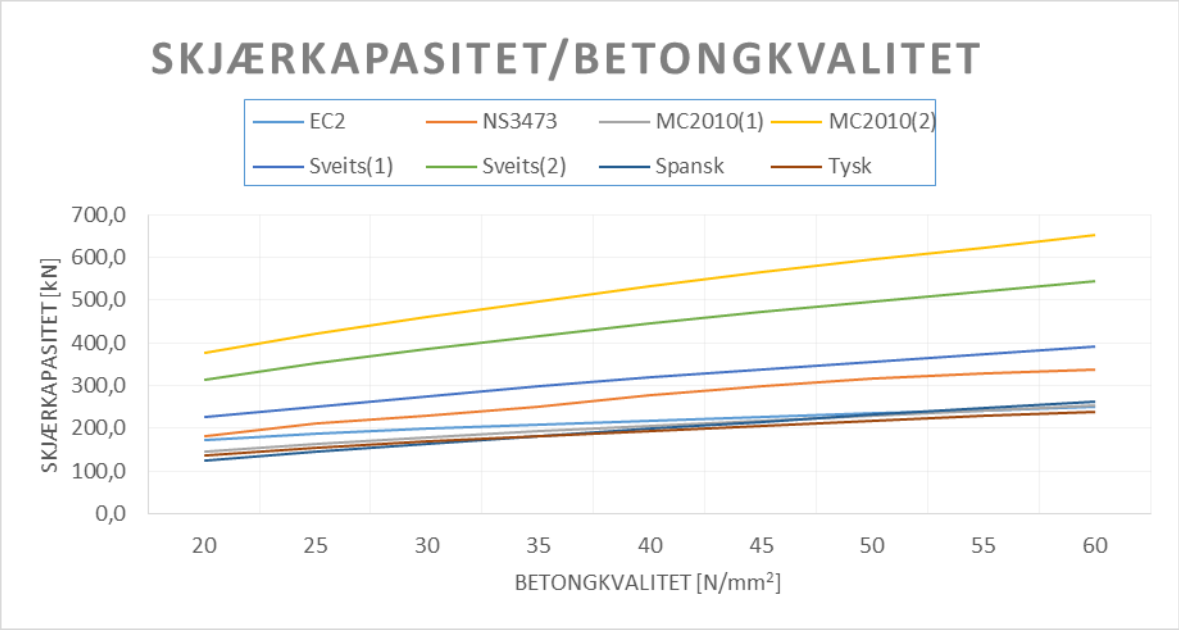
tilslagets størrelse. I dette tilfellet er det inndata parameterne som skaper det store gapet mellom Model Code 2010 LoA 2, og ikke trykkapasiteten til tverrsnittet. For beregningsnivå LoA 1 ligger kapasiteten vesentlig lavere enn LoA 2, på grunn av forenklet beregning av tøyningen i lengderetning. Stigningsgraden er prosentvis den samme for begge beregningsnivåene, men beregningsnivå LoA 1 har noe flatere kurve på grunn av lavere verdier på vertikalaksen.

NS 3473

Beregningsmetoden til NS 3473 benytter strekkfastheten til betongtverrsnittet som referanseverdi ved beregning av skjærkapasiteten. Kvaliteten på betongen gir kun bidrag til skjærkapasiteten gjennom størrelsen på tverrsnittet. Det gir en kurve som ligger relativt høyt i forhold til de beregningsmetodene som er sammenlignbare, det vil si de beregningsmetodene som er basert på empiri som den Tyske metoden og Eurokode 2. Stigningsgraden varierer etter betongkvaliteten og sprangene mellom strekkfastheten varierer noe, derfor er stigningsgraden noe ujevn. Fra $50\ MPa$ og opp til $60\ MPa$ avtar stigningsgraden. Det er ikke på grunn av faktor som tar hensyn til sprøheten av betongen, men siden differansen er $0{,}1\ MPa$ mellom betongkvalitetene blir sprangene mindre enn tidligere på kurven. Sammenlignet med de andre metodene avtar ikke kurven selv om betongkvaliteten øker, noe den burde på grunn av dårligere tøyningsegenskaper i betongtverrsnittet. Dette er en svakhet i NS 3473 som kan gi kunstig høy skjærkapasitet for enkelte konstruksjoner, særlig når kapasitetskurven ligger relativt høyt i utgangspunktet.

Sveitsisk metode

Sveitsisk metode baserer størrelsen på trykkapasiteten til betongen i kontrollsnittet på samme teori som MC 2010. Kvadratroten av trykkapasiteten multipliseres med tverrsnittet til det betraktede snittet. For LoA 1 er det kun her trykkapasiteten påvirker den totale skjærkapasiteten. For LoA 2 impliseres trykkapasiteten i beregningen av motstandsmomentet som benyttes for beregning av tøyningen i lengdearmeringen. Som i avsnittene med variabel lengdearmering og effektiv høyde, settes det dimensjonerende momentet til 80 % av motstandsmomentet. Dersom dimensjonerende moment justeres til 20 % av motstandsmomentet vil kapasiteten trekkes drastisk opp mot Model Code 2010 LoA 2, som kan sees i Figur 8.5.



Figur 8.5: Skjærkapasitet ved varierende betongkvalitet uten skjærarmering med $M_{Ed} = 0,2 * M_{Rd}$ for Sveitsisk metode LoA 2.

Tysk metode

Den Tyske metoden benytter også kvadratet av trykkapasiteten som referanseverdi for det betraktede snittet. I tillegg benyttes elastisitetsmodulen til betongtverrsnittet for å beregne avstanden til nøytralaksen, og dermed finne størrelsen på trykksonen av tverrsnittet. Dette skiller denne og den Spanske beregningsmetoden fra de andre med at elastisitetsmodulen regnes med. Tross korreksjonsfaktoren som inkluderer elastisitetsmodulen følger kurven til den Tyske metoden kurven til Model Code 2010 LoA 1 tilnærmet likt. Stigningsgraden er tilnærmet helt lik, men med et konstant avvik på grunn av ulik skjærkapasitet i utgangspunktet.

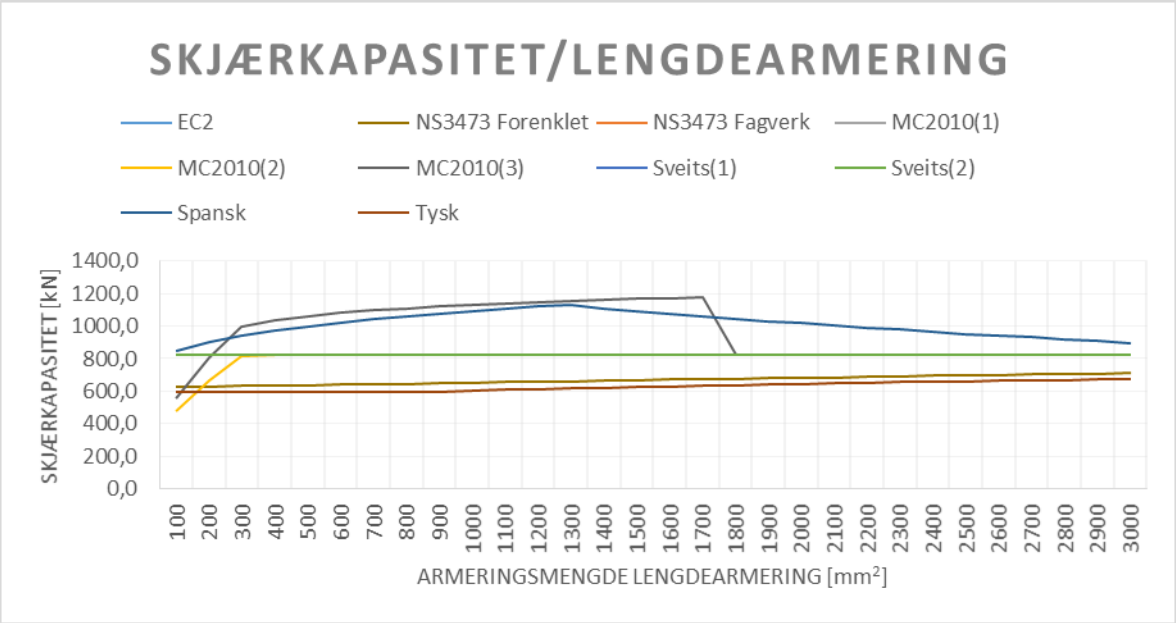
Spansk metode

Den Spanske metoden har i liket med den Tyske metoden et bidrag fra trykksonen, som gjør at elastisitetsmodulen til betongen regnes med ved varierende betongkvalitet. Skjærbidraget fra betongen regnes som det effektive tverrsnittsarealet multiplisert med strekkfastheten til betongen, som beregnes i henhold til Tabell 3.1 i Eurokode 2. Kurven til den Spanske metoden øker nesten lineært og har en veldig lav reduksjon i stigningsgraden. Dette gjør den til en av de metodene med høyest kapasitet utenom beregningsmetodene som tar hensyn til tøyning i tverrsnittet.

8.5 Beregningsmetode for betongkonstruksjoner med skjærarmering

8.5.1 Varierende lengdearmering

Lengdearmeringen varierer fra 100 mm^2 til 3000 mm^2 langs med x-aksen, som kan sees i Figur 8.6. Området som blir analysert er fra minimumsarmering og opp til maksimumsarmering, eventuelt opp til den armeringsmengden som størrelsen på tverrsnittet tillater. Minimumsarmeringen for dette tverrsnittet er omtrent 400 mm^2 og maksimumsarmering settes til 3000 mm^2, som for eksempel kan være 6 stk ø25 som plasseres i to lag. Eurokode 2 tillater maksimal armeringsmengde i bjelker på opp til 9600 mm^2, men armeringsmengden blir i dette tilfellet begrenset av geometrien til bjelken.



Figur 8.6: Varierende lengdearmering med skjærarmering

Fagverksmodell

Fagverksmodellen er utgangspunktet for flere av beregningsmetodene og de blir derfor slått sammen og kommentert i samme avsnitt. Det gjelder følgende beregningsmetoder; Eurokode 2, NS 3473 Fagverk, Model Code 2010 LoA 1 og Sveitsisk metode LoA 1 og 2.

Lengdearmeringen påvirker ikke fagverksmetoden på noen måte, og kurven er derfor konstant på 822,0 kN uansett armeringsmengde i lengderetningen. Teorien som er gjennomgått tidligere i oppgaven tilsier at lengdearmeringen gir et bidrag til

skjærkapasiteten gjennom for eksempel dybel-effekten når lengdearmeringen forankres av skjærarmeringen vertikalt. I tillegg at lengdearmeringen påvirker vinkelen på skjærrisset. Beregning med fagverksmodellen inkluderer ikke bidrag som kan påvirke skjærkapasiteten gunstig. Resultatene kan derfor være for konservativt og gi dårlig utnyttelse av konstruksjonen.

Model Code 2010 LoA 2 og 3

Begge beregningsnivåene i MC 2010 baseres på tøynings-betraktninger, både vertikalt og horisontalt. Dimensjonerende skjærkraft og moment legges til grunn for en likevektsbetraktning av kontrollsnittet for å finne tøyningen i lengderetningen. Her impliseres armeringsmengden i lengderetningen som sammen med elastisitetsmodulen til armeringsstålet, dividerer kraften i undergurten for å finne tøyningen. Deretter benyttes tøyningen i lengderetningen til å finne en minimumsverdi for vinkelen til skjærrisset utledet av «General Stress Field Approach». Vinkelen til skjærrisset velges av konstruktøren og må være mellom minimumsverdien beskrevet ovenfor og 45 grader. Hvilken vinkel som er riktig for konstruksjonen må vurderes for hvert enkelt tilfelle, spesielt siden for eksempel lavere vinkel gir større skjærstrekkapasitet, mens trykkapasiteten reduseres. Videre beregnes den vertikale tøyningen, reduksjonsfaktor for tøyningen og reduksjonsfaktor for sprøheten til betongen som avhenger av armeringsmengden i lengderetningen.

For LoA 2 beregnes skjærstrekket etter fagverksmodellen og gir i utgangspunktet den samme kapasiteten som metodene beskrevet i avsnittet om Fagverksmodellene. Likevel begrenses kapasiteten av minimumsvinkelen til skjærrisset og gir noe lavere kapasitet for lavere armeringsmengder i lengderetningen. Trykkapasiteten blir noe større siden reduksjonsfaktoren for tøyningen blir beregnet mer presist i LoA 2 og dermed gir større maksimalverdi. For eksempel kan LoA 2 gi større skjærkapasitet for bjelker med andre inndata. Dette gjør at skjærtrykket blir dimensjonerende.

LoA 3 legger sammen bidraget fra betongtverrsnittet og skjærarmeringen, men beregningsgangen er noe mer omfattende. Bidraget fra skjærarmeringen beregnes på samme måte som ved LoA 2. Bidraget fra betongtverrsnittet beregnes med en annen reduksjonsfaktor for tøyning i lengderetning og sprøheten til betongen. Dette innebærer at

bidraget skal være konservativt med tanke på tilleggsbelastningen tverrsnittet får når større skjærkrefter skal tas opp. Reduksjonsfaktoren inneholder blant annet et forholdstall mellom dimensjonerende skjærkraft og skjærtrykkapasiteten til tverrsnittet ved minimumsvinkel på skjærrisset. Dette gjør at bidraget fra betongen ikke overestimeres. Kurven til LoA 3 stiger jevnt fra 300 mm^2 til 1700 mm^2 hvor det er bidraget fra betongtverrsnittet som er årsaken til stigningen. Bidraget fra skjærarmeringen er konstant fra og med 300 mm^2 siden vinklen til skjærrisset er konstant. Fra og med 1700 mm^2 faller kapasiteten til tilsvarende verdi LoA 2. Det er fordi kapasiteten til LoA 3 har nådd skjærtrykkapasiteten ved minimumsvinkel, og beregningen skal da utføres som LoA 2. Skjærkapasiteten for LoA 3 ligger generelt veldig høyt sammenlignet med de andre metodene. Årsaken til dette kan være på grunn av at metoden baseres på tøyninger i både horisontal og vertikal retning, samt at bidraget fra betongen legges sammen med bidraget fra skjærarmeringen. Dette er ikke tilfellet for metoder som for eksempel fagverksmodellen.

NS 3473 Forenklet

Også denne metoden legger sammen bidragene fra betongtverrsnittet og skjærarmeringen. Bidraget fra betongtverrsnittet er det samme som for konstruksjoner uten skjærarmeringen, med unntak av k_v som settes lik 1,0. Bidraget fra skjærarmeringen regnes med formelen utleder fra fagverksmodellen, med forutsetning om at vinkelen til skjærrisset er 45°. Det betyr at armeringsmengden i lengderetningen kun påvirker bidraget fra betongtverrsnittet. Kurven vil derfor få samme fasong som kurven til betongkonstruksjoner uten skjærarmering, men med høyere konstantledd.

Tysk metode

Den Tyske metoden slår sammen bidraget fra betongtverrsnittet og skjærarmeringen, som i MC 2010 LoA 3. Bidraget fra betongtverrsnittet beregnes på samme måte som for konstruksjoner uten skjærarmering, men som en karakteristisk verdi. Det vil si at sikkerhetsfaktorer settes lik 1,00 før bidragene legges sammen. Når bidragene er lagt sammen reduseres den karakteristiske kapasiteten med en egen sikkerhetsfaktor. Bidraget fra skjærarmeringen regnes med formel utledet fra metoden om fagverksmodellen. Det som skiller denne fra de andre beregningsmetodene er at vinkelen til skjærrisset begrenses til mellom 40 og 45 grader. Variasjon i armeringsmengde i lengderetning påvirker ikke

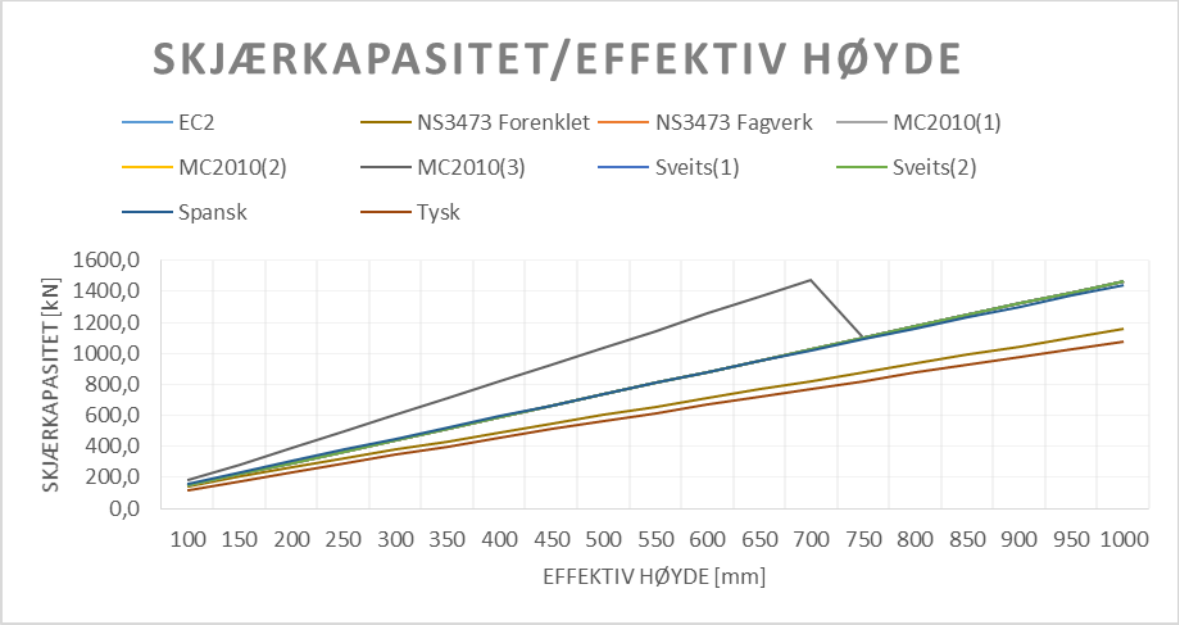
bidraget fra skjærarmeringen på noen måte. Kurven vil ha tilsvarende stigningsgrad som kurven for konstruksjoner uten skjærarmering, men med generelt høyere verdi på grunn av konstant bidrag fra skjærarmeringen.

Spansk metode

Lengdearmeringen påvirker skjærkapasiteten i stor grad i den Spanske metoden. Som i den Tyske metoden og Model Code 2010 LoA 3, legges bidragene fra betongtverrsnittet og skjærarmeringen sammen til en total kapasitet. Bidraget fra betongtverrsnittet beregnes som i avsnittet for konstruksjoner uten skjærarmering. Bidraget fra skjærarmeringen regnes med en formel som er nesten lik formelen utledet fra fagverksmodellen. De geometriske betraktningene for vinkelen til skjærarmeringen og vinkelen til skjærrisset er tilsvarende fagverksmodellen. Den indre momentarmen beregnes som differansen mellom den effektive høyde og trykksonen. Armeringsmengden i lengderetningen påvirker størrelsen på trykksonen, noe som igjen påvirker vinkelen til skjærrisset. I tillegg justeres kapasiteten med en faktor på 1,4 som et positivt bidrag til kapasiteten på grunn av mindre størrelse på skjærrissene siden skjærarmeringen reduserer tøyningen vertikalt.
Kurven til beregningsmetoden har en noe annerledes form enn kurven til de øvrige beregningsmetodene. Kapasiteten øker gradvis ettersom armeringsmengden i lengderetningen øker. Men med en armeringsmengde på $1300\ mm^2$ har vinkelen på skjærrissene nådd $45°$. Bidraget fra skjærarmeringen blir da redusert ettersom armeringsmengden i lengderetningen øker. Det er fordi den indre momentarmen blir mindre når lengdearmeringen dominerer tverrsnittet mer og mer. Bidraget fra betongtverrsnittet øker med omtrent $163{,}7\ kN$, mens bidraget fra skjærarmeringen reduseres med omtrent $400{,}3\ kN$ fra armeringsmengde på $1300\ mm^2$ til $3000\ mm^2$.

8.5.2 Varierende effektiv høyde

Skjærkapasiteten til beregningsmetodene med varierende effektiv høyde er presentert i Figur 8.7 nedenfor. Intervallet går fra $100\ mm$ til $1000\ mm$. Effektive høyder under $300\ mm$ blir ikke vurdert i analysen nedenfor siden det som oftest går under dekkekonstruksjoner. Effektive høyder på over $1000\ mm$ ansees som veldig sjeldent for vanlige prosjekteringsjobber og grafen begrenses derfor der.



Figur 8.7: Varierende effektiv høyde med skjærarmering

Fagverksmetoden

Fagverksmetoden multipliserer den indre momentarmen direkte inn i kapasitetsformelen. Det forutsettes at den indre momentarmen er $0{,}9 * d$. Størrelsen på den effektive høyden har derfor stor innflytelse på skjærkapasiteten. Metodene Eurokode 2, NS 3473 Fagverksmetoden, MC 2010 LoA 1 og 2 og Sveitsisk metode LoA 1 og 2 beregnes med fagverksmodellen som utgangspunkt. Kurven har en konstant stigning etter hvert som den effektive høyde øker. Fra effektiv høyde på $300\ mm$ til $1000\ mm$ øker skjærkapasiteten med 3,3 ganger. Den indre momentarmen inngår også i beregningen av skjærtrykkapasiteten, som skjærkapasiteten ikke skal overstige. Metodene ovenfor beregner skjærtrykkapasiteten på samme måte, med unntak av MC 2010 LoA 1 og 2. Det er en formel utledet med utgangspunkt i fagverksmodellen. Reduksjonsfaktoren, v_1, som tar hensyn til lavere trykkapasitet på grunn av økning i risstørrelsen, som kommer av økt sprøhet i betongen og/eller større tøyninger beregnes forskjellige for metodene. Dette blir forklart nærmere i avsnittet om varierende betongkvalitet. For øvrig blir ikke skjærkapasiteten begrenset av skjærtrykkapasiteten og kurvene er derfor identiske.

Model Code 2010 LoA 3

LoA 3 i Model Code 2010 skiller seg fra MC 2010 LoA 1 og 2 siden den legger sammen skjærkapasiteten til skjærarmeringen og betongtverrsnittet. Uten betongbidraget ville kurven vært identisk med kurvene basert på fagverksmetoden. Den effektive høyden

påvirker betongbidraget allerede ved beregningen av tøyningen i lengderetningen hvor den regnes om til indre momentarm og dividerer momentet til strekk- og trykkomponenter i under- og overkant av tverrsnittet. Videre benyttes tøyningen i lengderetningen til å beregne minimumsvinkel til skjærrisset, tøyningen vertikalt, reduksjonsfaktor for tøyningen og sprøheten til betongen. Den effektive høyde er ikke dirkete implisert i disse parameterne, men påvirker indirekte gjennom tøyningen i lengderetningen. Skjærtrykkapasiteten beregnes med utgangspunkt i minimumsverdi for vinkelen til skjærrisset hvor den effektive høyde er indirekte inkludert. I tillegg er den indre momentarmen direkte inkludert i formelen. Bidraget fra betongen beregnes på samme måte som for konstruksjoner uten skjærarmering. Dersom skjærstrekkapasiteten overstiger skjærtrykkapasiteten skal skjærkapasiteten for LoA 2 benyttes. I dette tilfellet overstiges ikke trykkapasiteten og kurven følger en jevn stigning hvor stigningsgraden reduseres noe etter hvert som den effektive høyden øker. Kurven til de øvrige metodene har en jevn stigning, men Model Code 2010 LoA 3 reduseres stigningen noe siden bidraget fra betongtverrsnittet reduseres på grunn av reduksjonsfaktor for tøyninger og størrelseseffekten.

NS 3473 Forenklet

Den forenklede metoden i NS 3473 summerer bidragene fra betongtverrsnittet og skjærarmeringen, som nevnt tidligere. Det betyr at den effektive høyden impliseres direkte inn i formelen gjennom den indre momentarmen. Siden den effektive høyden multipliseres direkte inn i begge bidragene øker kurven lineært med økningen av den effektive høyden.

Tysk metode

Den tyske metoden legger skjærkapasiteten til betongtverrsnittet og skjærarmeringen sammen til en totalt kapasitet. Bidraget fra betongtverrsnittet er det samme som for konstruksjoner uten skjærarmeringen, men som en karakteristisk verdi. Det vil si at sikkerhetsfaktoren er lik 1,00. Bidraget fra skjærarmeringen er basert på fagverksmodellen og beregnes deretter, men også her som en karakteristisk verdi. Den effektive høyden regnes om til indre momentarm og benyttes til å regne ut distansen som skjærarmeringen virker over. Trykkapasiteten til tverrsnittet regnes ut som metodene basert på fagverksmodellen. Kapasitetsmessig ligger denne beregningsmetoden lavere enn de øvrige beregningsmetodene. Dette kan være fordi nedre og øvre grenseverdi for vinkelen til

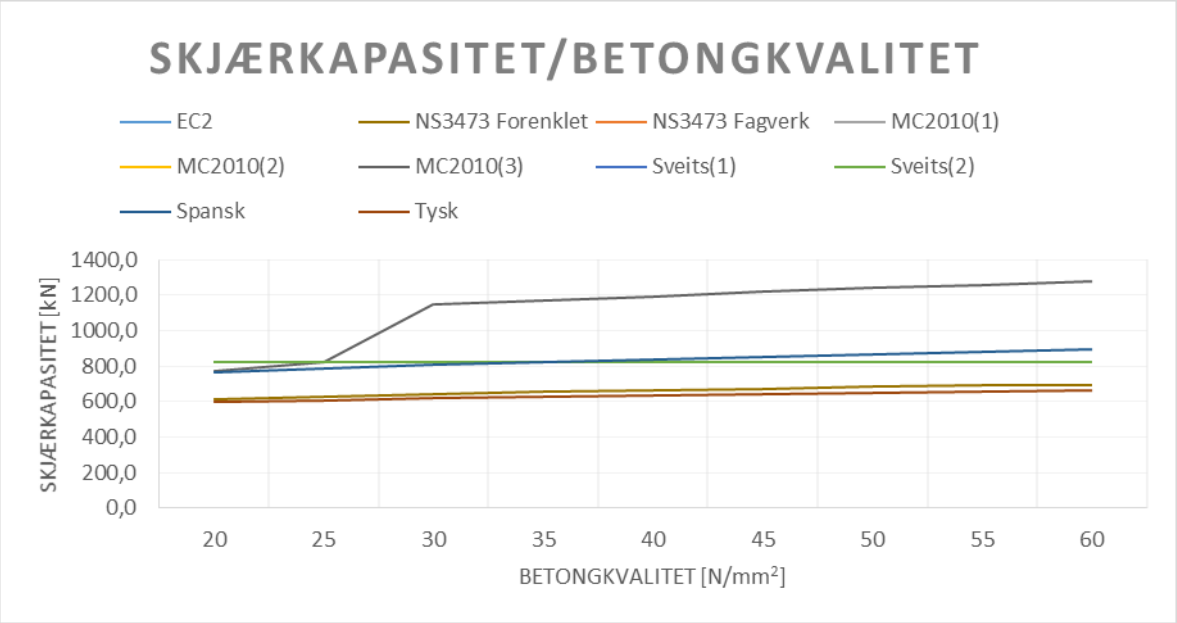
skrårisset er mellom 40 og 45 grader, skjærstrekkapasiteten blir derfor lavere. Stigningen til kurven avtar etter hvert som den effektive høyden øker på grunn av reduksjonsfaktorer i forhold til tøyning og størrelse på tverrsnittet, ved beregning av betongbidraget.

Spansk metode

Den effektive høyden har innflytelse på mange faktorer i den Spanske metoden. Også her legges bidraget fra betongtverrsnittet og skjærarmeringen sammen. Bidraget fra betongtverrsnittet er som for konstruksjoner uten skjærarmering. Bidraget fra skjærarmeringen regnes på en måte som er veldig lik fagverksmodellen. Den effektive høyden blir redusert med høyden på trykksonen for å finne utstrekningen skjærarmeringen skal virke over. Metoden antar at trykksonen forblir urisset, i motsetningen til fagverksmodellen som regner den diagonale trykkstaven til å gå opp til senter av trykksonen. Den spanske metoden supplerer med å øke kapasiteten med en faktor på 1,4 på grunn av det positive bidraget skjærarmeringen gir når tøyningen i betongtverrsnittet reduseres og gir mindre størrelse på rissene. Den maksimale trykkapasiteten regnes ut som metodene med fagverksmodell og overskrides i dette tilfellet ikke. Kurven er tilnærmet lik kurvene til metodene med fagverksmodell uten bidrag fra betongtverrsnittet, men flater ut litt raskere og har derfor noe lavere kapasitet ved høyere verdi av den effektive høyden.

8.5.3 Varierende betongkvalitet

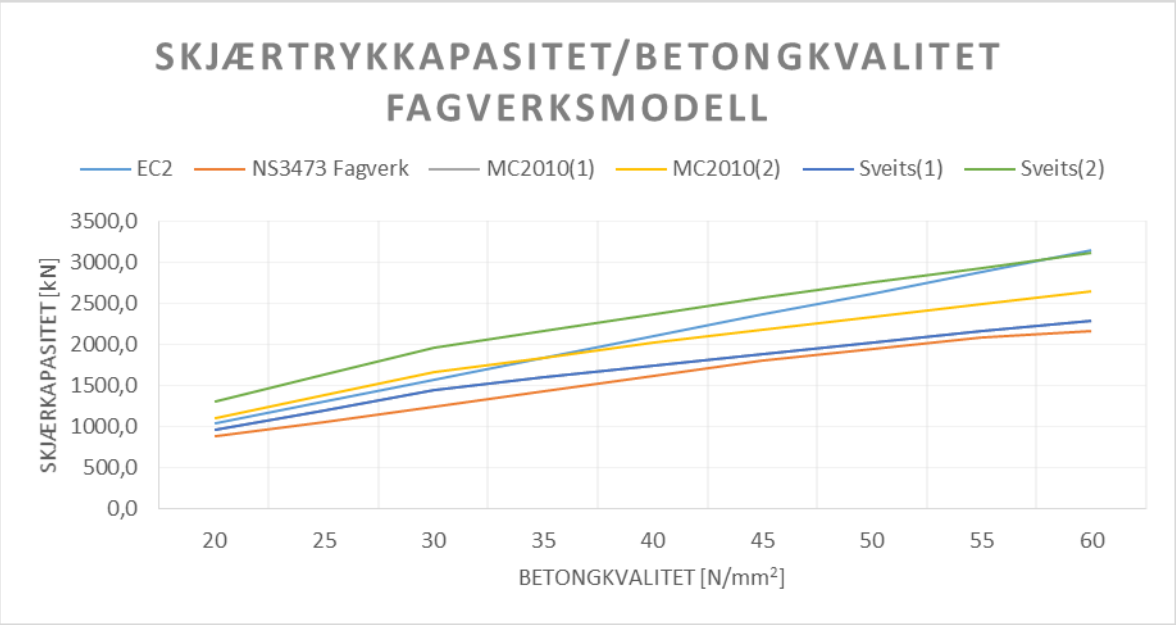
Betongkvaliteten har samme intervall som for konstruksjoner uten skjærarmering. For bjelker med skjærarmering er de høyere betongkvalitetene mer aktuelle siden tverrsnittet utsettes for større trykkrefter både parallelt med skjærrissene og i trykksonen ved momentdimensjonering. Derfor har bjelketverrsnitt større behov for trykkapasitet som kan løses ved enten å øke armeringsmengde eller øke betongkvaliteten. Det er varierende betongkvalitet som skal analyseres i dette kapittelet og skjærkapasiteten for hver enkelt beregningsmetode er presentert i Figur 8.8 nedenfor.



Figur 8.8: Varierende betongkvalitet med skjærarmering

Fagverksmodellen

Fagverksmodellen implementerer ikke betongkvaliteten i beregningen av skjærstrekkapasiteten til det betraktede snittet. I dette tilfellet er det skjærstrekkapasiteten som er dimensjonerende og beregningsmetodene som benytter fagverksmodellen har derfor en konstant kapasitet på $822{,}0\ kN$. Skjærtrykkapasiteten impliserer betongkvaliteten direkte samt en korreksjonsfaktor som avhenger av betongkvaliteten. Fremgangsmåten for å beregne skjærtrykkapasiteten er forskjellig for metodene som benytter fagverksmodellen. Grunnprinsippene er de samme, at utstrekningen av trykksonen beregnes med geometriske betraktninger for så å regne ut kapasiteten til det betraktede snittet ved å multipliseres inn den dimensjonerende trykkapasiteten til betongen. Kapasiteten reduseres så med en faktor som avhenger av betongkvaliteten og denne beregnes ulikt for hver enkelt metode, som kan sees av Figur 8.9.



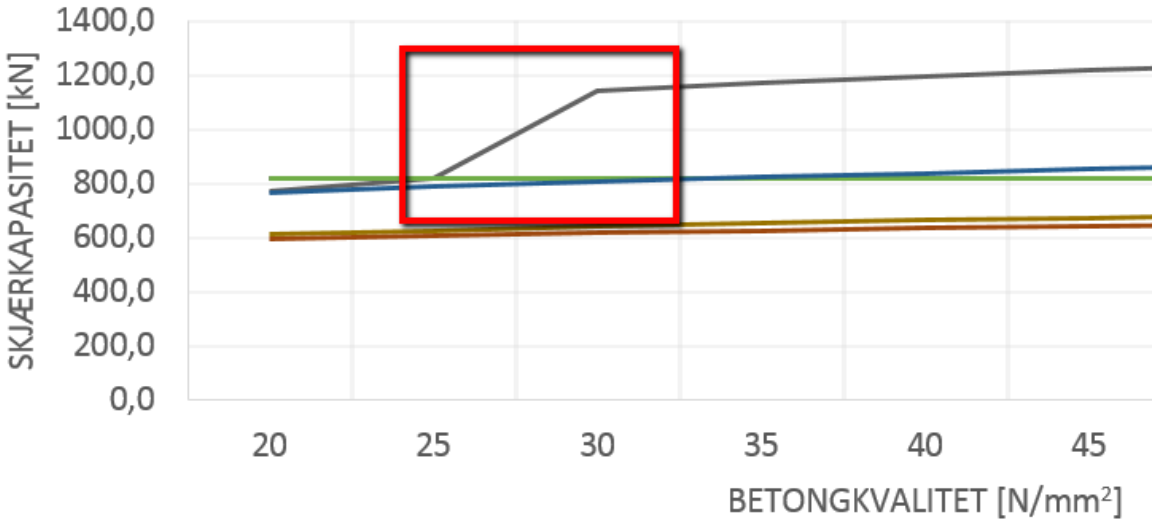
Figur 8.9: Sammenligning av skjærtrykkapasiteten til fagverksmetoden for konstruksjoner med skjærarmering

Her er det avvik mellom beregningsmetodene som ikke kommer til syne i Figur 8.8. Dersom armeringsmengden i tverretningen hadde vært større så ville skjærstrekkapasiteten vært begrenset av skjærtrykkapasiteten. Kapasiteten vil øke helt frem til skjærtrykkapasiteten er oppnådd for så å flate ut i en konstant verdi.

Eurokode 2 reduserer skjærtrykkapasiteten med faktor på 0,6. Den Sveitsiske metoden LoA 2 beregner en reduksjonsfaktor på bakgrunn av tøyninger og vinkel på skjærrisset. Resultatet er tilnærmet 0,6 og kurvene til den Sveitsiske metoden LoA 2 og Eurokode 2 skiller seg fra de andre metodene. NS 3473 Fagverksmetode benytter ingen reduksjonsfaktor i formelen, men den benytter strekkfastheten til betongtverrsnittet i stedet for trykkfastheten, som gjør at skjærtrykkapasiteten ligger veldig lavt. Skjærtrykkapasiteten er identisk for den Sveitsiske metoden LoA 1 og MC 2010 LoA 1 siden forenklingen av reduksjonsfaktoren for tøyning og betongkvalitet er identisk. Reduksjon for tøyningen i lengderetningen bestemmes lik 0,55 og reduksjon for sprøheten til betongkvaliteten regnes med formelen $\left(\frac{30}{f_{ck}}\right)^{1/3}$. MC 2010 LoA 2 har høyere skjærtrykkapasiteten enn LoA 1 siden reduksjonsfaktoren for tøyningen i lengderetningen beregnes med utgangspunkt i belastningen til konstruksjonen.

Model Code 2010 LoA 3

MC 2010 LoA 3 inkluderer bidraget fra betongtverrsnittet og betongkvaliteten påvirker derfor skjærkapasiteten. Bidraget fra skjærarmeringen beregnes som for MC 2010 LoA 1 og 2. Bidraget fra betongtverrsnittet beregnes som for konstruksjoner uten skjærarmering og kurven vil derfor ha samme stigningsgrad, men med høyere konstant. Skjærkapasiteten begrenses av øvre verdi tilsvarende skjærtrykkapasiteten til tverrsnittet hvor minimumsvinkelen til skjærrisset benyttes. Betongkvaliteten impliseres dirkete inn i formelen i tillegg til reduksjonsfaktoren, v_1. Kurven til MC 2010 LoA 3 gjør et sprang fra 822,0 kN til 1145,4 kN ved betongkvalitet B25, som kan sees i Figur 8.10.



Figur 8.10: Model Code 2010 LoA 3 sprang ved betongkvalitet B25

Spranget oppstår på grunn av at dersom summen av bidraget fra skjærarmeringen og betongtverrsnittet er større en skjærtrykkapasiteten med minimumsvinkelen, θ_{min}, skal kapasiteten til LoA 2 benyttes. Dersom summen av bidraget fra skjærarmeringen og betongtverrsnittet er lavere enn skjærtrykkapasiteten med minimumsvinkel gjelder kapasiteten beregnet i LoA 3.

NS 3473 Forenklet

Betongtrykkfastheten har liten innflytelse på skjærkapasiteten ved benyttelse av forenklet metode i NS 3473. Bidraget fra skjærarmeringen og betongtverrsnittet summeres til en totalt kapasitet, begrenset av en øvre grense som tilsvarer betongtrykkfastheten. Kurven til beregningsmetoden øker ettersom betongtrykkfastheten øker, mens stigningsgraden

reduseres på grunn av at også NS 3473 Forenklet metode tar hensyn til økt sprøhet i betong etter hvert som kvaliteten øker. Bidraget fra skjærarmeringen er konstant.

Tysk metode

Den tyske metoden ligger lavt kapasitetsmessig på grunn av antakelse om stor vinkel på skjærrisset. Bidraget fra skjærarmeringen beregnes etter fagverksmetoden, mens bidraget fra betongtverrsnittet beregnes som for konstruksjoner uten skjærarmering. Betongkvaliteten påvirker skjærkapasiteten direkte i kapasitetsformelen, men også indirekte gjennom beregning av størrelsen på trykksonen til tverrsnittet. Elastisitetsmodulen til betongen, som avhenger av betongkvaliteten, dividerer elastisitetsmodulen til armeringen og multipliseres med armeringsforholdet i lengderetningen for å finne avstanden til nøytralaksen. Dette gjør at kurven til den Tyske metoden øker etter hvert som betongkvaliteten øker. Stigningsgraden reduseres på grunn av at forholdet mellom elastisitetsmodulene blir større, og dermed blir reduksjonsfaktoren mindre.

Spansk metode

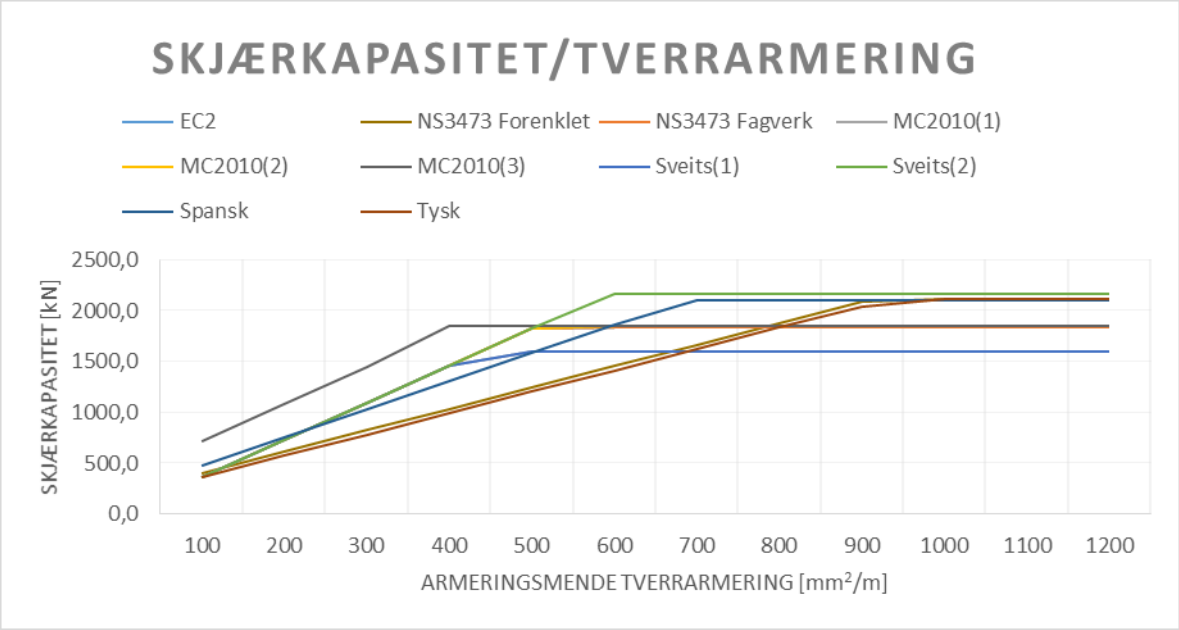
Betongkvaliteten påvirker skjærkapasiteten både i bidraget fra skjærarmeringen og betongtverrsnittet. Den Spanske metoden tar hensyn til størrelsen på trykksonen som beregnes med elastisitetsmodulen til betongen. Størrelsen til trykksonen blir regnet med som et bidrag til skjærkapasiteten, samt at den benyttes til å beregne vinkelen til skjærrisset, da teorien sier at skjærrisset strekker seg fra lengdearmeringen til underkant av trykksonen. Parameterne nevnt ovenfor benyttes i formelen for beregning av bidraget fra skjærarmeringen. I bidraget fra betongtverrsnittet brukes trykkfastheten til betongen direkte i formelen, men den blir opphøyd i $2/3$ og multiplisert med $0{,}3$ noe som er et uttrykk for strekkfastheten til betongen, i henhold til Tabell 3.1 i Eurokode 2. På grunn av betongbidraget øker kurven etter hvert som betongkvaliteten øker, mens stigningsgraden reduseres noe etter hvert på grunn av reduksjon på grunn av økt sprøhet i betongkvaliteten.

8.5.4 Varierende skjærarmering

Armeringsmengden i tverretningen varierer fra $100\ mm^2/m$ til $1200\ mm^2/m$. Ved for eksempel benyttelse av skjærarmering $ø8cc250$ vil det gi en armeringsmengde på $402\ mm^2/m$, noe som kan være reelt i feltet til en fritt opplagt bjelke med jevnt fordelt

belastning. En maksimal verdi på $1200\ mm^2/m$ tilsvarer for eksempel $ø10cc130$ som er reelt ved områder nært opplegg. Armeringsmengder under $200\ mm^2/m$ er sjeldent, men forutsettes som mer enn minimumsarmering og tas derfor med i analysen. Større armeringsmengder i tverretning er også aktuelt ved for eksempel doble bøyler, men blir ikke behandlet videre her da regler for plassering, senteravstand osv. for skjærarmeringen ikke er beskrevet i flere av metodene. Videre i dette kapittelet vil metodene bli analysert sammen siden det er veldig mange likheter.

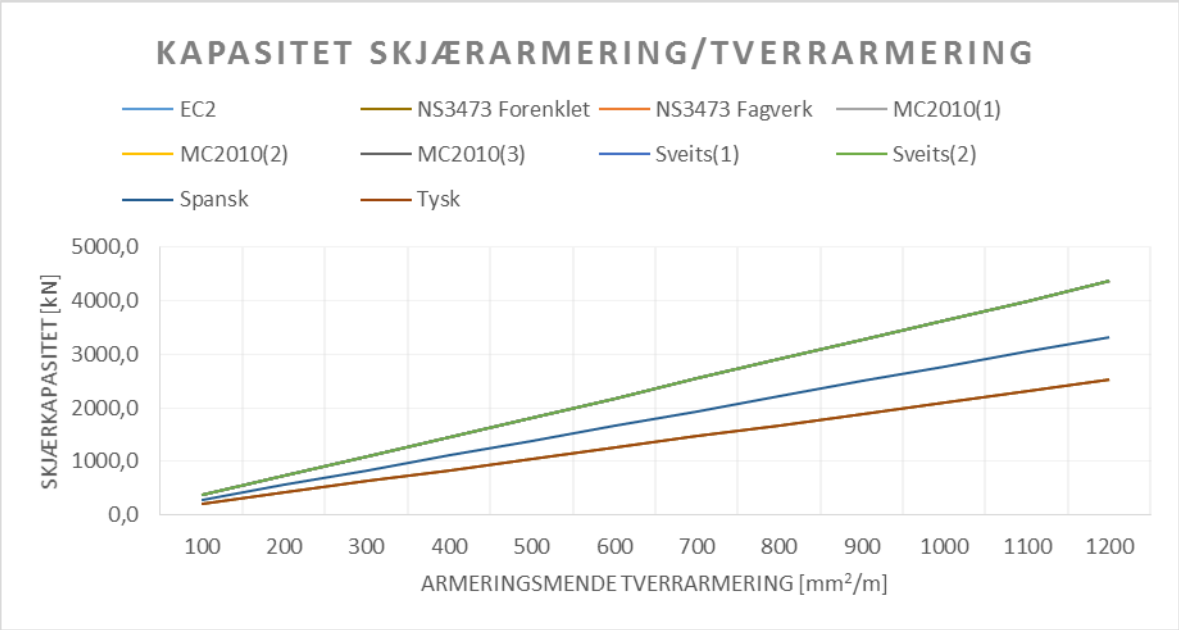
Fra en tverrsnittsmengde på $200\ mm^2/m$ til $1000\ mm^2/m$ øker kapasiteten lineært på grunn av økningen i skjærarmering. Kurven flater ut når maksimalt skjærtrykk oppnås og derifra og ut har armeringsmengden i tverretningen ingen innflytelse på kapasiteten, som kan sees i Figur 8.11.



Figur 8.11: Varierende skjærarmering

Generelt for alle beregningsmetodene så påvirker armeringsmengden i tverretningen metodene på samme måte. Armeringsmengden i tverretningen dividert på senteravstanden finnes direkte i kapasitetsformelen, som er utledet fra fagverksmodellen eller «General Stress Field Approach». Som man kan se av Figur 8.12 så er bidraget fra skjærarmeringen identisk for alle beregningsmetodene med unntak av den Spanske metoden, den Tyske metoden og NS 3473 Forenklet metode. Alle beregningsmetodene benytter fagverksmetoden eller «General Stress Field Approach» som basemodell for bidraget fra

skjærarmeringen og det gir den samme kapasitetsformelen. Det som skiller den Tyske metoden og den forenklede metoden i NS 3473 fra de andre er at vinkelen til skjærrisset forutsettes lik 45 grader som fører til lavere utnyttelse av skjærarmeringen og høyere utnyttelse av trykksonen sammenlignet med de andre metodene.



Figur 8.12: Bidrag fra skjærarmering ved varierende armeringsmengde i tverretning

Den Spanske metoden beregner vinkelen til skjærrisset på bakgrunn av avstanden til nøytralaksen, noe som i dette tilfellet gir en vinkel på 41,3° og som fører til noe lavere skjærkapasiteten, men relativt høy trykkapasitet. I tillegg beregner den Spanske metoden størrelsen på risset sone som mindre enn ved de andre metodene. Kapasitetsformelen kompenserer med en faktor på 1,4, men likevel er bidraget fra skjærarmeringen lavere enn alle metodene med unntak av den Tyske.

9 Dimensjoneringseksempler

I dette kapittelet skal det presenteres to konkrete dimensjoneringseksempler, hvor det ene er for et betongdekke og det andre for en betongbjelke. Beregningene utføres med hver enkelt metode presentert tidligere i oppgaven. Armeringsmengder i lengde- og tverretning antas å være innenfor minimums- og maksimumsarmering beskrevet i Eurokode 2 og blir derfor ikke beregnet i eksemplene. Armeringsmengde i lengderetning bestemmes med momentdimensjonering, mens beregninger for deformasjon ikke blir tatt hensyn til. Som nevnt tidligere blir det benyttet karakteristiske verdier for parametere som benyttes i beregningsmetodene. Lastene som påføres konstruksjonene er dimensjonerende laster.

9.1 Dimensjonering av betongdekke

Betongdekket skal benyttes som en etasjeskiller i et kontorbygg. I praksis er det vanlig å dimensjonere betongdekket kontinuerlig over oppleggene dersom dette er mulig, men i dette tilfellet forenkles konstruksjonen til et enkelt spenn fritt opplagt. Miljøet rundt konstruksjonen antas å være tørt stabilt inneklima. Med utgangspunkt i dette bestemmes følgende forutsetninger:

Geometri	
Bredde, b	$1000\ mm$
Høyde, h	$250\ mm$
Lengde spenn, L	$6{,}0\ m$
Last	
Nyttelast kontorlokale, q_{NL}	$3{,}0\ kN/m^2$
Egenvekt betong, q_{EV}	$25 * 0{,}25 = 6{,}25\ kN/m^2$
Dimensjonerende last, q_d	$3{,}0 * 1{,}5 + 6{,}25 * 1{,}2 = 12{,}0\ kN/m^2$
Dimensjonerende moment, M_d	$12{,}0 * 6{,}0^2 * {}^1/_8 = 54{,}0\ kNm/m$
Dimensjonerende skjærkraft, V_d	$12{,}0 * 6{,}0/2 = 36{,}0\ kN/m$

Material	
Eksponeringsklasse	$XC1$
Bestandighetsklasse	$M60$
Overdekning, C_{nom}	$25\ mm$
Betongkvalitet, f_{ck}	$25\ N/mm^2$

Tabell 9.1: Inndata for beregningseksempel dekke.

Motstandsmomentet må beregnes for å kunne bestemme armeringsmengden i lengderetningen:

Momentdimensjonering	
Flytespenning armering, f_{yk}	$500\ N/mm^2$
Diameter lengdearmering, ø	$12\ mm$
Effektiv høyde, d	$250 - 25 - \frac{12}{2} = 219{,}0\ mm$
Indre momentarm, z	$0{,}9 * 219 = 197{,}1\ mm$
Trykksonens momentkapasitet, M_{Rd}	$0{,}275 * 25 * 1{,}0 * 0{,}25^2 = 429{,}7\ kNm/m$
Lengdearmering, A_{sl}	$\frac{54}{197{,}* 500} = 548\ mm^2$
Tverrsnittareal ø12, $A_{ø12}$	$6 * 6 * 3{,}14 = 113\ mm^2$

Tabell 9.2: Momentdimensjonering for beregningseksempel dekke.

Beregningene i Tabell 9.2 gir 5 ø12 armeringsjern fordelt over en dekke stripe på $1{,}0\ m$. Armeringsmengden i lengderetningen blir $5\ stk * 113\ mm^2 = 565\ mm^2$, og samtlige armeringsjern regnes for å være tilstrekkelig forankret slik at de kan regnes med ved bestemmelse av skjærkapasitet.

Ved beregning av avstand til kontrollsnitt og momentbelastning i kontrollsnittet for de forskjellige metodene regnes opplegget for å være smalt, og senter av opplegg er derfor lik kanten av opplegg.

9.1.1 Eurokode 2

Dimensjonerende skjærkraft ved kontrollsnitt:

$$V_{Ed,red} = \frac{q_d * L}{2} - q_d * d = \frac{12 * 6}{2} - 12 * 0{,}219 = 33{,}4\ kN/m \tag{9.1}$$

Faktoren k_2 velges etter størrelse på tilslaget. I dette tilfellet bestemmes tilslaget å være større enn 16 mm og k_2 settes lik 0,18.

$$C_{Rd,c} = \frac{k_2}{\gamma_c} = \frac{0{,}18}{1{,}0} = 0{,}18 \tag{9.2}$$

Størrelseseffekten:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{219}} = 1{,}96 \leq 2{,}0 \tag{9.3}$$

Armeringsforhold i lengderetningen:

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} = \frac{565}{1000 * 219} = 0{,}00258 \leq 0{,}02 \tag{9.4}$$

Nedre grenseverdi:

$$v_{min} = 0{,}035 k^{\frac{3}{2}} f_{ck}^{\frac{1}{2}} = 0{,}035 * 1{,}96^{\frac{3}{2}} * 25^{\frac{1}{2}} = 0{,}48 \tag{9.5}$$

Reduksjonsfaktor for opprissing i betongtverrsnittet:

$$v = 0{,}6\left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0{,}6 * \left(1 - \frac{25}{250}\right) = 0{,}54 \tag{9.6}$$

Skjærkapasitet:

$$\begin{aligned} V_{Rd,c} &= \left[C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp}\right] b_w d \\ &= \left[0{,}18 * 1{,}96 (100 * 0{,}00258 * 25)^{\frac{1}{3}} + 0\right] * 1000 * 219 \\ &= 143{,}8\ kN \end{aligned} \tag{9.7}$$

Skjærkapasitet minimum:

$$V_{Rd,c,min} = \left(v_{min} + k_1\sigma_{cp}\right)b_w d = (0{,}48 + 0) * 1000 * 219 \\ = 105{,}1\ kN \tag{9.8}$$

Skjærtrykkapasitet:

$$V_{Rd,c,max} \leq 0{,}5 b_w d v f_{cd} = 0{,}5 * 1000 * 219 * 0{,}54 * 25 = 1478{,}3\ kN \tag{9.9}$$

Karakteristisk skjærkraftkapasitet er $143{,}8\ kN$.

9.1.2 Model Code 2010

Dimensjonerende skjærkraft ved kontrollsnitt:

$$V_{Ed,red} = \frac{q_d * L}{2} - q_d * d = \frac{12 * 6}{2} - 12 * 0{,}219 = 33{,}4\ kN/m \tag{9.10}$$

Armeringsstålets elastisitetsmodul, E_s, settes lik $200\ 000\ MPa$.

LoA 1

Faktor for størrelsen på tilslaget, k_{dg}, er forhåndsbestemt for LoA 1 og settes lik 1,25.

Størrelseseffekten:

$$\mathrm{k_v}(1) = \frac{180}{1000 + 1{,}25\mathrm{z}} = \frac{180}{1000 + 1{,}25 * 197{,}1} = 0{,}144 \tag{9.11}$$

Skjærkapasitet:

$$\mathrm{V_{Rd,c}}(1) = \mathrm{k_v}\frac{\sqrt{\mathrm{f_{ck}}}}{\gamma_\mathrm{c}}\mathrm{b_w z} = 0{,}144 * \frac{\sqrt{25}}{1{,}0} * 1000 * 197{,}1 = 141{,}9\ kN \tag{9.12}$$

Karakteristisk skjærkraftkapasitet er $141{,}9\ kN$.

LoA 2

Tøyningen i lengderetningen beregnes med utgangspunkt i moment- og skjærbelastningen i kontrollsnittet. Kontrollsnittet bestemmes til være $219\ mm$ fra kanten av opplegget og ekstremalverdiene beregnes til følgende:

$$\mathrm{V_{d,a}} = 36 - 12 * 0{,}22 = 33{,}4\ kN/m \tag{9.13}$$

$$\mathrm{M_{d,a}} = 12 * \frac{0{,}22^2}{2} + 33{,}4 * 0{,}22 = 7{,}6\ kNm/m \tag{9.14}$$

Tøyningen i lengderetningen:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2E_sA_S}\left(\frac{M_{Ed}}{z} + V_{Ed} + N_{Ed}\left(\frac{1}{2} \pm \frac{\Delta e}{z}\right)\right)$$
$$= \frac{1}{2 * 200000 * 565} * \left(\frac{7,6}{0,1971} + 33,4\right) \tag{9.15}$$
$$= 0,000318\ mm/mm$$

Størrelsen på tilslaget antas å være $22\ mm$.

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} = \frac{32}{16 + 22} = 0,84 \geq 0,75 \tag{9.16}$$

Tøyningseffekten og størrelseseffekten:

$$k_v(2) = \frac{0,4}{1 + 1500\varepsilon_x} * \frac{1300}{1000 + k_{dg}z}$$
$$= \frac{0,4}{1 + 1500 * 0,000318} * \frac{1300}{1000 + 0,84 * 0,1971} \tag{9.17}$$
$$= 0,302$$

Skjærkapasitet:

$$V_{Rd,c}(2) = k_v \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_w z = 0,302 * \frac{\sqrt{25}}{1,0} * 1000 * 197,1 = 297,6\ kN \tag{9.18}$$

Karakteristisk skjærkraftkapasitet er $297,6\ kN$.

9.1.3 NS 3473

Dimensjonerende skjærkraft ved kontrollsnitt:

$$V_{Ed,red} = \frac{q_d * L}{2} - q_d * d = \frac{12 * 6}{2} - 12 * 0{,}219 = 33{,}4\ kN/m \tag{9.19}$$

Strekkfastheten til betongtverrsnittet hentes fra Tabell 3.1 i Eurokode 2 og settes lik 1,8 MPa for betongkvalitet $B25$.

$$k_A = 100\ MPa \tag{9.20}$$

k_v skal ikke være mindre enn 1,0 og ikke større enn 1,4.

Størrelseseffekten:

$$k_v = 1{,}5 - \frac{d}{d_1} = 1{,}5 - \frac{219}{1000} = 1{,}281 \tag{9.21}$$

Skjærkapasitet:

$$\begin{aligned} V_{cd} &= 0{,}3\left(f_{td} + \frac{k_A A_s}{\gamma_c b_w d}\right) b_w d k_v \\ &= 0{,}3\left(1{,}8 + \frac{100 * 565}{1{,}0 * 1000 * 219}\right) * 1000 * 219 * 1{,}281 \\ &= 173{,}2\ kN \end{aligned} \tag{9.22}$$

Maksimal skjærkapasitet:

$$\begin{aligned} V_{cd,max} &= 0{,}6 f_{td} b_w d k_v = 0{,}6 * 1{,}8 * 1000 * 219 * 1{,}281 \\ &= 303{,}0\ kN \end{aligned} \tag{9.23}$$

Karakteristisk skjærkraftkapasitet er $173{,}2\ kN$.

9.1.4 Den Sveitsiske metoden

Dimensjonerende skjærkraft ved kontrollsnitt:

$$V_{Ed,red} = \frac{q_d * L}{2} - q_d * \frac{d}{2} = \frac{12 * 6}{2} - 12 * \frac{0{,}219}{2} = 34{,}7\ kN/m \tag{9.24}$$

I den Sveitsiske metoden er det to beregningsnivåer, LoA, hvor det er beregning av tøyningen, ε_v, som skiller beregningsnivåene fra hverandre. Parameteren som tar hensyn til størrelsen på tilslaget er felles for LoA 1 og 2 og beregnes først.

Størrelsen på tilslaget er den samme som ble benyttet ved beregning med MC 2010.
Faktor for størrelse på tilslaget:

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} = \frac{32}{16 + 22} = 0{,}84 \tag{9.25}$$

LoA 1

Tøyning i lengdearmering ved kontrollsnitt:

$$\varepsilon_v = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{500}{200000} = 0{,}0025\ mm/mm \tag{9.26}$$

Skjærkapasitet:

$$\begin{aligned} V_{Rd,c}(1) &= \frac{0{,}3}{1 + \varepsilon_v d k_{dg}} * \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_w d \\ &= \frac{0{,}3}{1 + 0{,}0025 * 219 * 0{,}84} * \frac{\sqrt{25}}{1{,}0} * 1000 * 219 \\ &= 225{,}0\ kN \end{aligned} \tag{9.27}$$

Karakteristisk skjærkraftkapasitet er $225{,}0\ kN$.

LoA 2

Motstandsmomentet beregnes forutsatt at lengdearmeringen er tilstrekkelig forankret i kontrollsnittet.

$$M_{Rd} = A_{sl} * z * \frac{f_{yk}}{\gamma_M} = 565 * 197{,}1 * \frac{500}{1{,}0} = 55{,}68\ kNm \tag{9.28}$$

Momentbelastningen i kontrollsnittet er beregnet i avsnittet MC 2010 LoA.

Tøyningen i lengdearmeringen ved kontrollsnitt:

$$\varepsilon_v = \frac{f_{yd}}{E_s} * \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} = \frac{500}{200000} * \frac{7{,}63}{55{,}68} = 0{,}000343\ mm/mm \tag{9.29}$$

Skjærkapasitet:

$$\begin{aligned} V_{Rd,c}(1) &= \frac{0{,}3}{1 + \varepsilon_v d k_{dg}} * \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_w d \\ &= \frac{0{,}3}{1 + 0{,}000343 * 219 * 0{,}84} * \frac{\sqrt{25}}{1{,}0} * 1000 * 219 \\ &= 309{,}0\ kN \end{aligned} \tag{9.30}$$

Karakteristisk skjærkraftkapasitet er $309{,}0\ kN$.

9.1.5 Den Tyske metoden

Dimensjonerende skjærkraft ved kontrollsnitt:

$$V_{Ed,red} = \frac{q_d * L}{2} - q_d * d = \frac{12 * 6}{2} - 12 * 0{,}219 = 33{,}4\ kN/m \tag{9.31}$$

Størrelseseffekten:

$$k_d = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{d}{200}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{219}{200}}} = 0{,}69 \tag{9.32}$$

Skjærslankhet:

$$\lambda = \frac{M_{Ed}}{V_{Ed} * d} = \frac{7{,}63 * 10^6}{33360 * 219} = 1{,}04 \tag{9.33}$$

Faktor for skjærslankhet:

$$k_\lambda = \frac{1{,}8}{1 + 0{,}15\lambda} = \frac{1{,}8}{1 + 0{,}15 * 1{,}04} = 1{,}56 \geq 1{,}0 \tag{9.34}$$

Elastisitetsmodulen til betongtverrsnittet settes til $31000\ MPa$ for betongkvalitet $B25$.

$$\alpha_e \rho_l = \frac{E_s}{E_{cm}} * \frac{A_{sl}}{b_w d} = \frac{200000}{31000} * \frac{565}{1000 * 219} = 0{,}0166 \tag{9.35}$$

Faktor for størrelse på trykksone:

$$k_x = 0{,}88(\alpha_e \rho_l)^{0{,}4} = 0{,}88 * 0{,}0166^{0{,}4} = 0{,}17 \tag{9.36}$$

Skjærkapasitet:

$$\begin{aligned} V_{Rd,c} = \frac{V_{Rk,c}}{\gamma_c} &= \frac{C_{Rk,c}}{\gamma_c} * k_d * k_\lambda * k_x * \sqrt{f_{ck}} b_w d \\ &= \frac{0{,}58}{1{,}0} * 0{,}69 * 1{,}56 * 0{,}17 * \sqrt{25} * 1000 * 219 \\ &= 116{,}2\ kN \end{aligned} \tag{9.37}$$

Minimum skjærkapasitet:

$$V_{Rd,c,min} = \frac{C_{Rk,min}}{\gamma_c} * k_d * \sqrt{f_{ck}} b_w d = \frac{0{,}18}{1{,}0} * 0{,}69 * \sqrt{25} * 1000 * 219 \\ = 136{,}0\ kN \tag{9.38}$$

Karakteristisk skjærkraftkapasitet er $136{,}0\ kN$.

9.1.6 Den Spanske metoden

Dimensjonerende skjærkraft ved kontrollsnitt:

$$V_{Ed,red} = \frac{q_d * L}{2} - q_d * \left(d - \frac{opplegg}{2}\right) = \frac{12 * 6}{2} - 12 * \left(0{,}219 - \frac{0{,}2}{2}\right) = 34{,}6\ kN/m \tag{9.39}$$

Beregner produktet av armeringsforholdet i lengderetningen og elastisitetsforholdet:

$$\alpha_e \rho_l = \frac{E_s}{E_{cm}} * \frac{A_{sl}}{b_w d} = \frac{200000}{31000} * \frac{565}{1000 * 219} = 0{,}0166 \tag{9.40}$$

Avstanden fra overkant dekke til nøytralaksen fordelt på den effektive høyden:

$$\frac{x_0}{d} = 0{,}75(\alpha_e \rho_l)^{1/3} = 0{,}75 * 0{,}0166^{\frac{1}{3}} = 0{,}19 \tag{9.41}$$

For slakkarmerte konstruksjoner uten aksialbelastningen kan x_0 settes lik x.

Avstand til nøytralakse:

$$x = x_0 = 0{,}19 * d = 0{,}19 * 219 = 41{,}61\ mm \tag{9.42}$$

$$k_c = \frac{x_0}{d} = 0{,}19 \leq 0{,}2 \tag{9.43}$$

Her er d_0 den effektive høyden, men ikke mindre enn $100\ mm$. Siden dekket er fritt opplagt og belastet jevnt fordelt settes a lik $0{,}25 * L$.

Størrelse- og slankhetsfaktor:

$$\zeta = \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{d_0}{200}}}\left(\frac{d}{a}\right)^{0{,}2} = \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{219}{200}}}\left(\frac{219}{0{,}25 * 6000}\right)^{0{,}2} = 0{,}94 \geq 0{,}45 \tag{9.44}$$

Skjærkapasitet:

$$V_{cu} = 0{,}3\zeta \frac{x}{d} f_{cd}^{2/3} b_{v,eff} d = 0{,}3 * 0{,}94 * 0{,}19 * 25^{\frac{2}{3}} * 1000 * 219 = 100{,}3\ kN \tag{9.45}$$

Minimum skjærkapasitet:

$$V_{cu,min} = 0{,}25\left(\zeta k_c + \frac{20}{d_0}\right) f_{cd}^{\frac{2}{3}} b_w d$$
$$= 0{,}25 * \left(0{,}94 * 0{,}19 + \frac{20}{219}\right) * 25^{\frac{2}{3}} * 1000 * 219 \tag{9.46}$$
$$= 126{,}4\ kN$$

Karakteristisk skjærkraftkapasitet er $126{,}4\ kN$.

Maksimal skjærkapasitet kan beregnes i form av skjærtrykkapasiteten, men er ikke relevant for konstruksjoner uten skjærarmering da vinkelen på skjærarmering må defineres. En dekke konstruksjon uten skjærarmering vil veldig sjeldent overstige skjærtrykkapasiteten i tverrsnittet siden strekkspenningen til betongen er veldig lav.

9.1.7 Oppsummering dimensjonering av betongdekke

I Tabell 9.3 vises en oppsummering av skjærkapasiteten for hver enkelt metode. Flere av metodene gir relativt like resultater, men enkelte metoder gir også veldig høy kapasitet. Likevel har samtlige beregningsmetoder over tre ganger mer skjærkapasitet enn dimensjonerende skjærkraft, noe som viser at dekkekonstruksjoner tilnærmet aldri har behov for skjærarmering. I dette kapittelet skal det kortfattet oppsummeres hva som kan være årsaken til differansene mellom metodene.

Metode	Skjærkapasitet [kN]	Skjærbelastning [kN]	Utnyttelse [%]
EC2	143,8	33,4	23,2
MC2010(1)	141,9	33,4	23,5
MC2010(2)	297,6	33,4	11,2
NS3473	173,2	33,4	19,3
Sveits(1)	225,0	34,7	15,4
Sveits(2)	309,0	34,7	11,2
Tysk	136,0	33,4	24,6
Spansk	126,4	34,6	27,4

Tabell 9.3: Oppsummering skjærkapasitet for betongdekke.

Beregningsmetodene som baseres på empiri; Eurokode 2, NS 3473 og den Tyske metoden gir resultater som er i nærheten av hverandre. Alle tre beregningsmetodene er basert på verdier fra databaser som er laget etter mange forskjellige forsøk. Eurokode 2 bygger på

NS 3473, mens den Tyske metoden bygger videre på Eurokode 2. Størrelseseffekten regnes i alle tre metodene. Armeringsforholdet i lengderetningen blir hensyntatt i Eurokode 2 og den Tyske metoden. Ellers er verdiene i NS 3473 og Eurokode 2 justeringsfaktorer etter sammenligning med database. Den tyske metoden har i tillegg faktorer for slankheten og faktor for størrelse på trykksone. Konstantene er hentet fra forsøksdata, men formelen er delt opp i faktorer som er enklere å relatere til mekaniske modeller. Disse ulikheten bidrar til forskjeller i kapasiteten.

I tillegg har den mekaniske modellen; MC 2010 LoA 1 og den Spanske metoden skjærkapasitet i samme område som de empiriske modellene.
Den Spanske metoden skiller seg fra de andre beregningsmetodene ved at den beregner skjærspennet og impliseres dette i reduksjonsfaktoren ζ som tar hensyn til størrelses- og slankhetseffekten. I tillegg beregner den Spanske metoden størrelsen på trykksonen fordelt på den effektive høyden. Samlet påvirker dette skjærkapasiteten til å bli den laveste av beregningsmetodene i dette eksempelet.

MC 2010 LoA 1 er veldig lik den Sveitsiske metoden LoA 1, men MC 2010 LoA 1 forutsetter en tøyning i lengdearmeringen basert på teori som gir konservativt utslag. I tillegg forutsettes det en verdi for faktoren som tar hensyn til størrelsen på tilslaget. I utledningen av den Sveitsiske metoden LoA 1 beregnes disse to faktorene basert på teori, og er derfor mindre konservativ enn MC 2010 LoA 1.

MC 2010 LoA 2 og den Sveitsiske metoden LoA 2 skiller seg ut med vesentlige høyere skjærkapasitet i forhold til de andre metodene. Hovedårsaken til dette er i stor grad at metodene baseres på mekaniske modeller. Det utføres tverrsnittsanalyse for å finne tøyningen i kontrollsnittet, som utføres noe forskjellige for MC 2010 LoA 2 og den Sveitsiske metoden LoA 2. Faktoren som tar hensyn til størrelsen på tilslaget beregnes på identisk måte. MC 2010 LoA 2 har for øvrig en egen faktor som tar hensyn til størrelses effekten som kan være årsaken til at metoden har noe lavere skjærkapasitet enn den Sveitsiske metoden LoA 2. Samt at konstantene i formlene kan gi ulike verdier ettersom bakgrunnsteorien ikke er helt identisk.

9.2 Dimensjonering av betongbjelke

Betongbjelken skal benyttes som opplegg for etasjeskiller i et kontorbygg. Etasjeskillet har et spenn på 6,0 m å på hver side av betongbjelken og er fritt opplagt, det vil si ingen momenter overføres. Betongbjelken er fritt opplagt i hver ende og spenner over et enkelt spenn. Miljøet rundt konstruksjonen antas å være tørt stabilt inneklima. Skjærarmeringen i bjelken bestemmes å stå vinkelrett på lengderetningen til bjelken. Vinkelen til skjærrisset bestemmes å være 30° for beregningsmetodene som tillater valgt vinkel. Dersom grenseverdiene i beregningsmetodene ikke tillater 30° kommenteres det i utregningen nedenfor. Med utgangspunkt i dette kan følgende forutsetninger bestemmes:

Geometri	
Bredde, b	$450\ mm$
Høyde, h	$650\ mm$
Lengde spenn, L	$8{,}0\ m$
Last	
Nyttelast kontorlokale, q_{NL}	$3{,}0 * 6 = 18{,}0\ kN/m$
Egenvekt etasjeskiller, q_{EV}	$25 * 0{,}25 * 6 = 37{,}5\ kN/m$
Egenvekt betongbjelke, q_{EV}	$25 * 0{,}45 * 0{,}65 = 7{,}3\ kN/m$
Dimensjonerende last, q_d	$18 * 1{,}5 + (37{,}5 + 7{,}3) * 1{,}2 = 80{,}8\ kN/m$
Dimensjonerende moment, M_d	$80{,}8 * 8{,}0^2 * {}^1/_8 = 646{,}4\ kNm$
Dimensjonerende skjærkraft, V_d	$80{,}8 * 8{,}0/2 = 323{,}2\ kN$
Material	
Eksponeringsklasse	$XC1$
Bestandighetsklasse	$M60$
Overdekning, C_{nom}	$25\ mm$
Betongkvalitet, f_{ck}	$25\ N/mm^2$

Tabell 9.4: Inndata for beregningseksempel dekke.

Motstandsmomentet må beregnes for å kunne bestemme armeringsmengden i lengderetningen:

Momentdimensjonering	
Flytespenning armering, f_{yk}	$500\ N/mm^2$
Diameter lengdearmering, ø	$25\ mm$
Diameter skjærarmering, ø	$10\ mm$
Effektiv høyde, d	$650 - 25 - 10 - \frac{25}{2} = 602{,}5\ mm$
Indre momentarm, z	$0{,}9 * 602{,}5 = 542{,}25\ mm$
Trykksonens momentkapasitet, M_{Rd}	$0{,}275 * 25 * 450 * 602{,}5^2 = 1123{,}05\ kNm$
Lengdearmering, A_{sl}	$\frac{646{,}4}{542{,}25 * 500} = 2384\ mm^2$
Tverrsnittareal ø25, $A_{ø25}$	$12{,}5 * 12{,}5 * 3{,}14 = 490{,}9\ mm^2$

Tabell 9.5: Momentdimensjonering for beregningseksempel dekke.

Beregningene i Tabell 9.5 gir 5 ø25 armeringsjern på strekksiden av betongtverrsnittet. Armeringsmengden i lengderetningen blir $5\ stk * 490{,}9\ mm^2 = 2455\ mm^2$, og samtlige armeringsjern regnes for å være tilstrekkelig forankret slik at de kan regnes med ved bestemmelse av skjærkapasitet.

For beregning av skjær- og momentbelastningen i kontrollsnittet må avstanden til opplegget bestemmes. Oppleggsbredden antas smal slik at kant opplegg tilsvarer senter opplegg.

9.2.1 Eurokode 2

Dimensjonerende skjærkraft ved kontrollsnitt:

$$V_{Ed,red} = \frac{q_d * L}{2} - q_d * d = \frac{80{,}8 * 8}{2} - 80{,}8 * 0{,}6025 = 274{,}5\ kN \tag{9.47}$$

Skjærarmeringen står vinkelrett på lengderetningen til bjelken og formlene kan derfor forenkles, som vist i Kapittel 2.

Reduksjonsfaktor for sprøheten til betongkvaliteter mindre enn $B60$:

$$v_1 = 0{,}6 \tag{9.48}$$

Skjærkapasitet:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot\theta = \frac{157}{220} * 542{,}25 * 500 * \cot 30 = 335{,}1\ kN \tag{9.49}$$

Skjærtrykkapasitet:

$$\begin{aligned} V_{Rd,max} &= \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} / (\cot\theta + \tan\theta) \\ &= \frac{1{,}0 * 450 * 542{,}25 * 0{,}6 * 25}{\cot 30 + \tan 30} = 1584{,}9\ kN \end{aligned} \tag{9.50}$$

Karakteristisk skjærkapasitet er $335{,}1\ kN$.

9.2.2 Model Code 2010

Dimensjonerende skjærkraft ved kontrollsnitt:

$$V_{Ed,red} = \frac{q_d * L}{2} - q_d * d = \frac{80{,}8 * 8}{2} - 80{,}8 * 0{,}6025 = 274{,}5\ kN \tag{9.51}$$

MC 2010 har tre beregningsnivåer for betongkonstruksjoner med skjærarmering. Reduksjonsfaktoren for sprøheten til betongen og skjærkapasiteten til skjærarmeringen er felles for alle tre beregningsmetodene og beregnes derfor nedenfor:

Reduksjonsfaktor for økt sprøhet i betongkvaliteter over $B30$:

$$\eta_{fc} = \left(\frac{30}{f_{ck}}\right)^{1/3} = \left(\frac{30}{25}\right)^{1/3} = 1{,}1 \leq 1{,}0 \tag{9.52}$$

Skjærkapasitet skjærarmering:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s_w} z f_{ywd} \cot\theta = \frac{157}{220} * 542{,}25 * 500 * \cot 30 = 335{,}1\ kN \tag{9.53}$$

LoA 1

Faktoren for tøyningen, k_ε, bestemmes lik 0,55 for LoA 1.

$$k_c = k_\varepsilon \eta_{fc} = 0{,}55 * 1{,}0 = 0{,}55 \tag{9.54}$$

Skjærtrykkapasitet:

$$\begin{aligned} V_{Rd,max} &= k_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b_w z \sin\theta \cos\theta \\ &= 0{,}55 * \frac{25}{1{,}0} * 450 * 542{,}25 * \sin 30 * \cos 30 \\ &= 1452{,}8\ kN \end{aligned} \tag{9.55}$$

Karakteristisk skjærkapasitet er $335{,}1\ kN$.

LoA 2

Dette beregningsnivået tar hensyn til tøyninger og det må derfor gjøres en tverrsnittsanalyse av det betraktede snittet. Kontrollsnittet foretas i avstand d fra opplegget.

Dimensjonerende skjærkraft:

$$V_{d,a} = 323{,}2 - 80{,}8 * 0{,}6 = 274{,}7\ kN \tag{9.56}$$

Dimensjonerende moment:

$$M_{d,a} = 80{,}8 * \frac{0{,}6^2}{2} + 274{,}7 * 0{,}6 = 179{,}4\ kNm \tag{9.57}$$

Tøyning lengdearmering ved kontrollsnitt:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{2E_sA_{sl}}\left(\frac{M_{d,a}}{z} + V_{d,a}\right) \\ &= \frac{1}{2 * 200000 * 2455} * \left(\frac{179{,}4}{0{,}54225} + 274{,}7\right) \\ &= 0{,}000617\ mm/mm \end{aligned} \tag{9.58}$$

Før tøyningen vertikalt kan beregnes må grensebetingelser for vinkelen til skjærrisset bestemmes.

$$\theta_{min} = 20° + 10000\varepsilon_x = 20° + 10000 * 0{,}000617 = 26{,}2° \tag{9.59}$$

$$\theta_{min} \leq \theta \leq 45° \rightarrow 26{,}2° \leq \theta \leq 45° \tag{9.60}$$

Grensebetingelsene for vinkelen til skjærrisset tillater å benytte 30° som forutsatt.

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \varepsilon_x + (\varepsilon_x + 0{,}002)\cot^2\theta \\ &= 0{,}000617 + (0{,}000617 + 0{,}002) * \cot^2 30 \\ &= 0{,}00847\ mm/mm \end{aligned} \tag{9.61}$$

Reduksjonsfaktor for tøyning:

$$k_\varepsilon = \frac{1}{1{,}2 + 55\varepsilon_1} = \frac{1}{1{,}2 + 55 * 0{,}00847} = 0{,}60 \leq 0{,}65 \tag{9.62}$$

$$k_c = k_\varepsilon \eta_{fc} = 0{,}60 * 1{,}0 = 0{,}60 \tag{9.63}$$

Skjærtrykkapasitet:

$$\begin{aligned} V_{Rd,max} &= k_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b_w z \sin\theta \cos\theta \\ &= 0{,}60 * \frac{25}{1{,}0} * 450 * 542{,}25 * \sin 30 * \cos 30 \\ &= 1584{,}9\ kN \end{aligned} \tag{9.64}$$

Karakteristisk skjærkapasitet er $335{,}1\ kN$.

LoA 3

Skjærkapasiteten til skjærarmeringen og skjærtrykkapasiteten beregnes som for LoA 2. I tillegg skal bidraget fra betongtverrsnittet legges til den totalt skjærkapasiteten, og må beregnes nedenfor.

Skjærtrykkapasitet for minimumsvinkel på skjærrisset:

$$\begin{aligned} V_{Rd,max}(\theta_{min}) &= k_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b_w z \sin\theta_{min} \cos\theta_{min} \\ &= 0{,}60 * \frac{25}{1{,}0} * 450 * 542{,}25 * \sin 26{,}2 * \cos 26{,}2 \\ &= 1450{,}0\ kN \end{aligned} \tag{9.65}$$

Reduksjonsfaktor for skjærkapasitet til betongtverrsnittet:

$$\begin{aligned} k_v &= \frac{0{,}4}{1 + 1500\varepsilon_x}\left(1 - \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}(\theta_{min})}\right) \\ &= \frac{0{,}4}{1 + 1500 * 0{,}000617} * \left(1 - \frac{274{,}7}{1450{,}0}\right) = 0{,}1684 > 0 \end{aligned} \tag{9.66}$$

Skjærkapasitet betong:

$$\mathrm{V_{Rd,c}}(3) = \mathrm{k_v}\frac{\sqrt{\mathrm{f_{ck}}}}{\gamma_\mathrm{c}}\mathrm{b_w z} = 0{,}1684 * \frac{\sqrt{25}}{1{,}0} * 450 * 542{,}25 = 205{,}5\ kN \tag{9.67}$$

Betingelsen for at bidraget fra skjærarmeringen og betongtverrsnittet kan legges sammen er at $V_{Rd,max}(\theta_{min})$ er større enn V_{Rd}. Dersom denne betingelsen ikke oppfylles skal beregningsnivå LoA 2 benyttes.

Total skjærkapasitet:

$$\begin{aligned}\mathrm{V_{Rd}}(3) &= V_{Rd,s} + V_{Rd,c}(3) = 335{,}1 + 205{,}5 \\ &= 540{,}6\ kN < V_{Rd,max}(\theta_{min})\end{aligned} \tag{9.68}$$

Karakteristisk skjærkapasitet er $540{,}6\ kN$.

9.2.3 NS 3473 Forenklet

Dimensjonerende skjærkraft ved kontrollsnitt:

$$V_{Ed,red} = \frac{q_d * L}{2} - q_d * d = \frac{80{,}8 * 8}{2} - 80{,}8 * 0{,}6025 = 274{,}5\ kN \tag{9.69}$$

Forenklet metoden i NS 3473 legger sammen bidragene fra betongtverrsnittet og skjærarmeringen. Bidraget fra betongtverrsnittet har de samme forutsetningene som betongdekke i Kapittel 9.1 «Dimensjonering av betongdekke», med unntak av k_v som settes lik 1,0.

Skjærkapasitet betongtverrsnitt:

$$\begin{aligned} V_{cd} &= 0{,}3\left(f_{td} + \frac{k_A A_s}{\gamma_c b_w d}\right) b_w d k_v \\ &= 0{,}3\left(1{,}8 + \frac{100 * 2455}{1{,}0 * 450 * 602{,}5}\right) * 450 * 602{,}5 * 1{,}0 \\ &= 220{,}1\ kN \end{aligned} \tag{9.70}$$

Maksimal skjærkapasitet betongtverrsnitt:

$$V_{cd,max} = 0{,}6 f_{td} b_w d k_v = 0{,}6 * 1{,}8 * 450 * 602{,}5 * 1{,}0 = 292{,}8\ kN \tag{9.71}$$

Skjærkapasitet skjærarmering

$$\begin{aligned} V_{sd} &= \frac{f_{sd} A_{sv}}{s} z(1 + \cot\alpha)\sin\alpha \\ &= 500 * \frac{157}{220} * 542{,}25 * (1 + \cot 90) * \sin 90 \\ &= 193{,}5\ kN \end{aligned} \tag{9.72}$$

Skjærkapasitet:

$$V_{sd,tot} = V_{cd} + V_{sd} = 220{,}1 + 193{,}5 = 413{,}6\ kN \tag{9.73}$$

Skjærtrykkapasitet:

$$\begin{aligned} V_{ccd,max} &= 0{,}3 f_{cd} b_w z(1 + \cot\alpha) \\ &= 0{,}3 * 25 * 450 * 542{,}25 * (1 + \cot 90) = 1830{,}1\ kN \end{aligned} \tag{9.74}$$

Skjærtrykkapasitet minimum:

$$V_{ccd,min} = 0{,}45 f_{cd} b_w z = 0{,}45 * 25 * 450 * 542{,}25 = 2745{,}0\ kN \qquad (9.75)$$

Karakteristisk skjærkapasitet er $413{,}6\ kN$.

9.2.4 NS 3473 Fagverk

Dimensjonerende skjærkraft ved kontrollsnitt:

$$V_{Ed,red} = \frac{q_d * L}{2} - q_d * d = \frac{80{,}8 * 8}{2} - 80{,}8 * 0{,}6025 = 274{,}5\ kN \tag{9.76}$$

Skjærkapasitet:

$$\begin{aligned} V_{sd} &= \frac{f_{sd} A_{sv}}{s} z(\cot\theta + \cot\alpha)\sin\alpha \\ &= 500 * \frac{157}{220} * 542{,}25 * (\cot 30 + \cot 90) * \sin 90 \\ &= 335{,}1\ kN \end{aligned} \tag{9.77}$$

Dersom vinkelen til skjærrisset begrenses til mellom 30° og 60° så kan f_{c2d} settes til $0{,}6 * f_{cd}$ nedenfor.

Skjærtrykkapasitet:

$$\begin{aligned} V_{ccd} &= f_{c2d} b_w z \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta} \\ &= 0{,}6 * 25 * 450 * 542{,}25 * \frac{\cot 30 + \cot 90}{1 + \cot^2 30} \\ &= 1584{,}9\ kN \end{aligned} \tag{9.78}$$

Karakteristisk skjærkapasitet er $335{,}1\ kN$.

9.2.5 Den Sveitsiske metoden

Avstand til kontrollsnitt:

$$Kontrollsnitt = z * \frac{\cot\theta}{2} = 0{,}54225 * \frac{\cot 30}{2} = 0{,}4696\ m \tag{9.79}$$

Dimensjonerende skjærkraft ved kontrollsnitt:

$$V_{Ed,red} = \frac{q_d * L}{2} - q_d * z * \frac{\cot\theta}{2} = \frac{80{,}8 * 8}{2} - 80{,}8 * 0{,}4696 = 285{,}3\ kN \tag{9.80}$$

Den Sveitsiske metoden har to beregningsnivåer. Reduksjonsfaktor for sprøheten til betongkvaliteten og skjærbidraget fra skjærarmeringen er felles for begge beregningsnivåene og utregnes derfor først.

Reduksjonsfaktor for sprøhet til betongkvaliteten:

$$\eta_{fc} = \left(\frac{30}{f_{ck}}\right)^{1/3} = \left(\frac{30}{25}\right)^{1/3} = 1{,}06 \leq 1{,}0 \tag{9.81}$$

Skjærkapasitet skjærarmering:

$$V_{Ewd} \leq \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot\theta = \frac{157}{220} * 542{,}25 * 500 * \cot 30 = 335{,}1\ kN \tag{9.82}$$

LoA 1

LoA 1 setter faktoren for tøyningseffekten, η_ε lik 0,55.

Reduksjonsfaktor:

$$\nu_1 = \eta_{fc} * \eta_\varepsilon = 1{,}0 * 0{,}55 = 0{,}55 \tag{9.83}$$

Skjærtrykkapasitet:

$$V_{Ewd,max} \leq b_w z \nu_1 \frac{f_{cd}}{\cot\theta + \tan\theta} = 450 * 542{,}25 * 0{,}55 * \frac{25}{\cot 30 + \tan 30} = 1452{,}8\ kN \tag{9.84}$$

Karakteristisk skjærkapasitet er $335{,}1\ kN$.

LoA 2

Dette beregningsnivået krevet en tverrsnittsanalyse av kontrollsnittet for finne tøyningen i lengderetningen, tilsvarende MC 2010 LoA 2. Kontrollsnittet har ikke samme plassering som MC 2010 LoA 2 og ekstremalverdier for dette tilfellet må beregnes: Den samme verdien for ε_x vil bli benyttet.

Dimensjonerende skjærkraft:

$$V_{d,a} = 323{,}2 - 80{,}8 * 0{,}4696 = 285{,}3\ kN \tag{9.85}$$

Dimensjonerende moment:

$$M_{d,a} = 80{,}8 * \frac{0{,}4696^2}{2} + 285{,}3 * 0{,}4696 = 142{,}9\ kNm \tag{9.86}$$

Tøyning lengdearmering ved kontrollsnitt:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{2E_sA_{sl}}\left(\frac{M_{d,a}}{z} + V_{d,a}\right) \\ &= \frac{1}{2 * 200000 * 2455} * \left(\frac{142{,}9}{0{,}54225} + 285{,}3\right) \\ &= 0{,}0005589\ mm/mm \end{aligned} \tag{9.87}$$

$$\begin{aligned} \eta_\varepsilon &= \frac{1}{1{,}2 + 80(\varepsilon_x + (\varepsilon_x + 0{,}001)\cot^2\theta)} \\ &= \frac{1}{1{,}2 + 80 * (0{,}0005589 + (0{,}0005589 + 0{,}001) * \cot^2 30)} = 0{,}62 \end{aligned} \tag{9.88}$$

Reduksjonsfaktor:

$$\nu_1 = \eta_{fc} * \eta_\varepsilon = 1{,}0 * 0{,}62 = 0{,}62 \tag{9.89}$$

Skjærtrykkapasitet:

$$V_{Ewd,max} \leq b_w z \nu_1 \frac{f_{cd}}{\cot\theta + \tan\theta}$$
$$= 450 * 542{,}25 * 0{,}62 * \frac{25}{\cot 30 + \tan 30} = 1637{,}7\ kN \tag{9.90}$$

Karakteristisk skjærkapasitet er $335{,}1\ kN$.

9.2.6 Den Tyske metoden

Dimensjonerende skjærkraft ved kontrollsnitt:

$$V_{Ed,red} = \frac{q_d * L}{2} - q_d * d = \frac{80{,}8 * 8}{2} - 80{,}8 * 0{,}6025 = 274{,}5\ kN \qquad (9.91)$$

Den Tyske metoden kombinerer bidraget fra skjærarmeringen og betongtverrsnittet. Verdiene beregnes hver for seg, uten sikkerhetsfaktorer, for så å legge de sammen og dele på en felles sikkerhetsfaktor. I dette tilfellet regnes den karakteristiske verdien fra start til slutt. Bidraget fra betongtverrsnittet beregnes først:

Størrelseseffekten:

$$k_d = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{d}{200}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{602{,}5}{200}}} = 0{,}50 \qquad (9.92)$$

Skjærslankhet:

$$\lambda = \frac{M_{Ed}}{V_{Ed} * d} = \frac{179{,}32 * 10^6}{274635 * 602{,}5} = 1{,}08 \qquad (9.93)$$

Faktor for skjærslankhet:

$$k_\lambda = \frac{1{,}8}{1 + 0{,}15\lambda} = \frac{1{,}8}{1 + 0{,}15 * 1{,}08} = 1{,}55 \geq 1{,}0 \qquad (9.94)$$

Elastisitetsmodulen til betongtverrsnittet settes til $31000\ MPa$ for betongkvalitet $B25$.

$$\alpha_e \rho_l = \frac{E_s}{E_{cm}} * \frac{A_{sl}}{b_w d} = \frac{200000}{31000} * \frac{2455}{450 * 602{,}5} = 0{,}058 \qquad (9.95)$$

Faktor for størrelse på trykksone:

$$k_x = 0{,}88(\alpha_e \rho_l)^{0{,}4} = 0{,}88 * 0{,}058^{0{,}4} = 0{,}28 \qquad (9.96)$$

Skjærkapasitet betongbidrag:

$$V_{Rd,c} = \frac{V_{Rk,c}}{\gamma_c} = \frac{C_{Rk,c}}{\gamma_c} * k_d * k_\lambda * k_x * \sqrt{f_{ck}} b_w d$$
$$= \frac{0{,}58}{1{,}0} * 0{,}50 * 1{,}55 * 0{,}28 * \sqrt{25} * 450 * 602{,}5 \tag{9.97}$$
$$= 170{,}6\ kN$$

Minimum skjærkapasitet betongbidrag:

$$V_{Rd,c,min} = \frac{C_{Rk,min}}{\gamma_c} * k_d * \sqrt{f_{ck}} b_w d = \frac{0{,}18}{1{,}0} * 0{,}50 * \sqrt{25} * 450 * 602{,}5 \tag{9.98}$$
$$= 122{,}0\ kN$$

Den tyske metoden begrenser rissvinkelen til 45 grader.

Skjærkapasitet skjærarmering:

$$V_{Rk,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywk} (\cot\theta + \cot\alpha) \sin\alpha$$
$$= \frac{157}{220} * 542{,}25 * 500 * (\cot 45 + \cot 90) * \sin 90 \tag{9.99}$$
$$= 193{,}5\ kN$$

Total skjærkapasitet:

$$V_{Rd} = \frac{1}{\gamma_s}\left(V_{Rk,s} + V_{Rk,c}\right) = \frac{1}{1{,}0} * (193{,}5 + 170{,}6) = 364{,}1\ kN \tag{9.100}$$

Reduksjonsfaktoren for sprøheten til betongkvaliteten settes til 0,6 for betongkvaliteter lavere enn $B60$.

Skjærtrykkapasitet:

$$V_{Rk,max} = b_w z \alpha_{cw} \nu f_{cd} * \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta}$$
$$= 450 * 542{,}25 * 1{,}0 * 0{,}6 * 25 * \frac{\cot 45 + \cot 90}{1 + \cot^2 45} \tag{9.101}$$
$$= 1830{,}1\ kN$$

Karakteristisk skjærkapasitet betongtverrsnitt er $364{,}1\ kN$.

9.2.7 Den Spanske metoden

Dimensjonerende skjærkraft ved kontrollsnitt:

$$V_{Ed,red} = \frac{q_d * L}{2} - q_d * \left(d - \frac{opplegg}{2}\right) = \frac{80{,}8 * 8}{2} - 80{,}8 * \left(0{,}6025 - \frac{0{,}2}{2}\right) = 282{,}6\ kN \tag{9.102}$$

Den Spanske metoden kombinerer kapasiteten til betongtverrsnittet og skjærarmeringen. Bidraget fra betongtverrsnittet beregnes først.

Beregner produktet av armeringsforholdet i lengderetningen og elastisitetsforholdet:

$$\alpha_e \rho_l = \frac{E_s}{E_{cm}} * \frac{A_{sl}}{b_w d} = \frac{200000}{31000} * \frac{2455}{450 * 602{,}5} = 0{,}058 \tag{9.103}$$

Avstanden fra overkant dekke til nøytralaksen fordelt på den effektive høyden:

$$\frac{x_0}{d} = 0{,}75(\alpha_e \rho_l)^{1/3} = 0{,}75 * 0{,}058^{\frac{1}{3}} = 0{,}29 \tag{9.104}$$

For slakkarmerte konstruksjoner uten aksialbelastningen kan x_0 settes lik x.
Avstand til nøytralakse:

$$x = x_0 = 0{,}29 * d = 0{,}29 * 602{,}5 = 174{,}73\ mm \tag{9.105}$$

$$k_c = \frac{x_0}{d} = 0{,}29 \leq 0{,}2 \tag{9.106}$$

Her er d_0 den effektive høyden, men ikke mindre enn $100\ mm$. Siden dekket er fritt opplagt belastet jevnt fordelt settes a lik $0{,}25 * L$.

Størrelse- og slankhetsfaktor:

$$\zeta = \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{d_0}{200}}} \left(\frac{d}{a}\right)^{0{,}2} = \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{602{,}5}{200}}} \left(\frac{602{,}5}{0{,}25 * 8000}\right)^{0{,}2} = 0{,}79 \geq 0{,}45 \tag{9.107}$$

Skjærkapasitet betongbidrag:

$$V_{cu} = 0{,}3\zeta \frac{x}{d} f_{cd}^{2/3} b_{v,eff} d = 0{,}3 * 0{,}79 * 0{,}29 * 25^{\frac{2}{3}} * 450 * 602{,}5 = 159{,}3\ kN \tag{9.108}$$

Minimum skjærkapasitet betongbidrag:

$$V_{cu,min} = 0{,}25\left(\zeta k_c + \frac{20}{d_0}\right) f_{cd}^{\frac{2}{3}} b_w d = 0{,}25 * \left(0{,}79 * 0{,}2 + \frac{20}{602{,}5}\right) * 25^{\frac{2}{3}} * 450 * 602{,}5 = 110{,}8\ kN \tag{9.109}$$

Bidraget fra skjærarmeringen beregnes, i tillegg til skjærtrykkapasiteten.

Vinkelen til skjærrisset:

$$\cot\theta = \frac{0{,}85 d_s}{d_s - x} = \frac{0{,}85 * 602{,}5}{602{,}5 - 174{,}7} = 1{,}2 \leq 2{,}5 \tag{9.110}$$

Skjærkapasitet skjærarmering:

$$V_{su} = 1{,}4 \frac{A_{sw}}{s} f_{ywd}(d_s - x) \sin\alpha\,(\cot\theta + \cot\alpha) = 1{,}4 * \frac{157}{220} * 500 * (602{,}5 - 174{,}7) * \sin 90 * (1{,}2 + \cot 90) = 256{,}4\ kN \tag{9.111}$$

Totalt skjærkapasitet:

$$V_{Rd} = V_{cu} + V_{su} = 159{,}3 + 256{,}4 = 415{,}7\ kN \tag{9.112}$$

Reduksjonsfaktoren for sprøheten til betongkvaliteten settes til 0,6 for betongkvaliteter lavere enn $B60$.

Skjærtrykkapasitet:

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta}$$
$$= 1{,}0 * 450 * 542{,}25 * 0{,}6 * 25 * \frac{1{,}2 + \cot 90}{1 + 1{,}2^2} \qquad (9.113)$$
$$= 1800{,}1\ kN$$

Karakteristisk skjærkapasitet er $415{,}7\ kN$.

9.2.8 Oppsummering dimensjonering av betongbjelke

Karakteristisk skjærkapasitet for hver enkelt beregningsmetode er oppsummert i Tabell 9.6 nedenfor. Med unntak av regnemetodene med skjærkapasitet på $335{,}1\ kN$, er det en del variasjon i resultatene. I dette kapittelet skal det kortfattet oppsummeres hva som kan være årsaken til differansene.

Metode	Skjærkapasitet [kN]	Skjærbelastning [kN]	Utnyttelse [%]
EC2	335,1	274,5	81,9
MC2010(1)	335,1	274,5	81,9
MC2010(2)	335,1	274,5	81,9
MC2010(3)	540,6	274,5	50,8
NS3473 Forenklet	413,6	274,5	66,4
NS3473 Fagverk	335,1	274,5	81,9
Sveits(1)	335,1	285,3	85,1
Sveits(2)	335,1	285,3	85,1
Tysk	364,1	274,5	75,4
Spansk	415,7	282,6	68,0

Tabell 9.6: Oppsummering skjærkapasitet for betongbjelke.

Beregningsmetodene som utelukkende benytter fagverksmodellen som regnemetode får den samme kapasiteten i dette tilfellet. Siden vinkelen på skjærrisset og vinkelen til skjærarmeringen er forhåndsdefinert som den samme for alle metodene vil resultatene bli identiske når fagverksmetoden benyttes og skjærstrekkapasiteten er dimensjonerende. Dersom skjærarmeringen økes og skjærtrykkapasiteten blir dimensjonerende vil flere av regnemetodene, hvor fagverksmodellen benyttes som regnemetode, vise ulike skjærkapasiteter. Fremgangsmåten for å beregne reduksjonen i trykkfastheten til

betongtverrsnittet på grunn av ugunstige tøyninger fra belastningen og større sprøhet i høyere betongkvaliteter gjøres på forskjellige måter, og derfor vil kapasiteten variere noe mer for trykkapasiteten metodene imellom. Metodene som ikke benytter tverrsnittsanalyse, men som benytter konstanter basert på forsøksresultater, får skjærtrykkapasiteter som er lavere enn metodene som utfører tverrsnittsanalyse. Den Sveitsiske metoden får likevel høyere utnyttelsesgrad enn de andre metodene som benytter fagverksmodell. Det er fordi kontrollsnittet i den Sveitsiske metoden er nærmere opplegg enn de øvrige metodene og skjærbelastningen er dermed større.

Den Tyske metoden, Den Spanske metoden, MC 2010 LoA 3 og NS 3473 Forenklet legger sammen bidragene fra betongtverrsnittet og skjærarmeringen. For dette eksempelet gir det verdier som er høyere enn metodene basert på fagverksmodellen.

Den Tyske metoden beregner bidraget fra betongtverrsnittet på tilnærmet samme måte som Eurokode 2 beregner skjærkapasiteten for betongkonstruksjoner uten skjærarmering, men noe videre utviklet, som nevnt tidligere. Bidraget fra skjærarmeringen baseres på fagverksmodellen, men grensebetingelsene for vinkelen til skjærrisset er lite gunstig for beregning av skjærstrekket og bidraget er derfor mye lavere enn de øvrige metodene som benytter fagverksmodellen.

Den Spanske metoden regner med de samme faktorene (slankhet, størrelseseffekten og størrelse på trykksonen) som den Tyske metoden ved beregning av bidrag fra betongtverrsnittet. Likevel er faktorene utledet i større grad fra en mekanisk modell. Det gir blant annet en beregningsformel for vinkelen til skjærrisset, noe som i dette tilfellet betyr at bidraget fra skjærarmeringen blir større siden vinkelen til skjærrisset regnes som mindre enn ved den Tyske metoden.

MC 2010 LoA 3 regner bidraget fra skjærarmeringen tilsvarende metodene som benytter kun fagverksmodellen. Bidraget fra betongtverrsnittet regnes som for konstruksjoner uten skjærarmering. Kapasiteten er den høyeste av samtlige metoder.

NS 3473 Forenklet beregner bidraget fra betongtverrsnittet konservativt ved å bestemme faktoren for størrelseseffekten lik 1,0. Bidraget fra skjærarmeringen regnes i utgangpunktet

som en fagverksmetode, men vinkelen til skjærrisset er antatt lik 45° som en forenkling. Tross høy vinkel på skjærrisset får beregningsmetoden stor skjærkapasitet i dette eksempelet.

10 Diskusjon og videre arbeid

I dette kapittelet vil oppdagelser og bemerkninger fra analysekapittelet diskuteres og settes i sammenheng med teorien. Hver enkelt metode vil ikke bli diskutert, men viktige oppdagelser ved sammenligning av metodene i analyse-kapittelet vil bli drøftet da hensikten med oppgaven er å redegjøre for negative og positive differanser metodene imellom.

Når det gjelder LoA for den Sveitsiske metoden og MC 2010 er det LoA som representerer bakgrunnsteorien på best mulig måte som vil bli diskutert nedenfor. Det vil si at for betongkonstruksjoner uten skjærarmering er det den Sveitsiske metoden LoA 2 og MC 2010 LoA 2 som vil bli diskutert. For betongkonstruksjoner med skjærarmering er det Sveitsiske metoden LoA 2 og MC 2010 LoA 3 som blir diskutert.

10.1 Betongkonstruksjoner uten skjærarmering

Metodene som benyttes for konstruksjoner uten skjærarmeringen består av tre metoder basert på empiri og tre metoder basert på mekaniske modeller.

MC 2010 LoA 2 og den Sveitsiske metoden LoA 2, som er basert på mekaniske modeller, ligger generelt med høy kapasitet i Figur 8.1 til Figur 8.4. Det som skiller disse to metodene fra de andre er at tøyningen i lengderetningen beregnes gjennom en tverrsnittsanalyse og impliseres direkte inn i kapasitetsformelen. Det kan derfor antas å være grunnen til det positive utslaget i skjærkapasitet. Særlig kan det dokumenteres i Figur 8.3 hvor reduksjon i momentbelastning i kontrollsnittet fører til at den Sveitsiske metoden reduserer differansen til MC 2010 LoA 2. For øvrig kan det være vanskelig for den praktiserende ingeniør å bestemme motstandsmomentet ved kontrollsnittet, og her vil det ofte bli lagt til grunn konservative valg, noe som gjør at den Sveitsiske metoden LoA 2 blir veldig lik den Sveitsiske metoden til LoA 1 $\left(\frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} \approx 1\right)$.

Disse to metodene gir høy kapasitet i forhold til metoder som er benyttet av byggebransjen i lang tid og som er utviklet gjennom sammenligning med forsøksdata. Derfor virker det lite troverdig at de to mekaniske modellene nevnt ovenfor gir et komfortabelt resultat med så høy kapasitet forhold til empiriske modeller. I tillegg er beregningsmetodene utviklet med flere av de samme forskerne, noe som også svekker troverdigheten. Likevel styrker metodene hverandre siden de er utviklet med utgangspunkt to forskjellige modeller (SMCFT og CSCT) som gir relativt like resultater.

Den Tyske og Spanske metoden impliserer flere av de samme faktorene, til tross for at de baseres på henholdsvis empiri og en mekanisk modell. Både størrelseseffekten, slankhetsreduksjon og størrelsen på trykksonen vesentlige faktorer som benyttes i begge beregningsmetodene. Metodene gir en skjærkapasitet som er vesentlig lavere enn MC 2010 og den Sveitsiske metoden. Siden den Spanske metoden er basert på en mekanisk modell svekker dette troverdigheten til den Sveitsiske metoden og MC 2010. Grunnen til differansen i kapasitet kan være at den Spanske metoden får en kraftig reduksjon på grunn av faktoren som tar hensyn til størrelsen på trykksonen. I tillegg beregnes skjærslankheten, noe som reduserer skjærkapasiteten vesentlig ettersom spennet øker.

Eurokode 2 og NS 3473 er veldig like hverandre, men gir noe ulik kapasitet. Eurokode 2 er generelt mer konservativ enn NS 3473. De benytter i all hovedsak de samme faktorene så det som skaper differansen er noe ulik fremgangsmåte for innsetting av betongkvaliteten. I tillegg skaper konstantene, som er basert på database med forsøksresultater, differanser.

Det er vanskelige å komme bort ifra at metodene basert på empiri vil være presise for standard beregningseksempler, særlig når samtlige metoder basert på empiri gir kapasiteter innenfor et rimelig avvik. Dette studiet er utført med karakteristiske verdier og resultatene i diagrammene må derfor påregnes en varians tilsvarende sikkerhetsfaktorer, som bestemmes etter sannsynlighet mot brudd i konstruksjonen. To av de mekaniske modellene gir så høye verdier at dette mest sannsynlig ikke innhentes av sikkerhetsfaktorer og det må derfor settes spørsmålstegn ved om de to metodene gir overkapasitet. Når det er sagt så er hensikten med fornying av Eurokode 2 at beregning av skjærkapasitet for avanserte og ukurante betongkonstruksjoner skal kunne bli utført med en standardisert metode. I de

tilfellene kan det være at metodene basert på mekaniske modeller beregner skjærkapasitet som tilsvarer faktisk skjærkapasitet på en mer korrekt måte.

10.2 Betongkonstruksjoner med skjærarmering

Beregningsmetodene for konstruksjoner med skjærarmering er i utgangspunktet basert på de samme prinsippene, og flere av metodene gir de samme kapasitetene. Likevel oppstår det differanser på grunn av ulike tilnærmeringer av for eksempel vinkelen til skjærrisset. I tillegg er det noen av metodene som inkluderer bidraget fra betongtverrsnittet.

Eurokode 2, NS 3473 Fagverk og den Sveitsiske metoden benytter fagverksmetoden der det er bidraget fra skjærarmeringen som bestemmer skjærstrekkapasiteten. Som vist i Figur 8.9 har den Sveitsiske metoden større skjærstrykkapasiteten enn Eurokode 2 og NS 3473 siden den Sveitsiske metoden beregner reduksjonsfaktor for tøyning og betongkvalitet mer presist.

NS 3473 Forenklet, MC 2010, den Tyske metoden og den Spanske metoden kombinerer bidraget fra skjærarmeringen og betongtverrsnittet. Som det fremgår av Figur 8.12 er bidraget fra skjærarmeringen lavere for metodene som inkluderer bidraget fra betongtverrsnittet, med unntak av MC 2010. Vinkelen til skjærrisset økes hvilket medfører at bidraget fra skjærarmeringen blir lavere. MC 2010 øker ikke vinkelen til skjærrisset, men dersom skjærstrekkapasiteten overstiger øvre grense faller metoden tilbake på MC 2010 LoA 2. MC 2010 burde hatt en reduksjon av enten kapasiteten til bidraget fra betongtverrsnittet eller skjærarmeringen tilsvarende de andre metodene som slår sammen bidragene. Når det er behov for skjærarmering i tverrsnittet så betyr det ofte at spenningene er store i forhold til strekkfastheten til betong og tilslaget, og bidraget vil derfor reduseres. Samtidig vil størrelsen på rissene bli noe lavere på grunn av skjærarmering, og kapasiteten til betongtverrsnittet kan derfor øke noe.

Kapasitetsmessig er MC 2010 også her veldig høy når den sammenlignes mot metoder basert på både mekaniske modeller og empiri. Dersom MC 2010 benytter tilsvarende vinkel på skjærrisset som for eksempel den Spanske metoden, vil differansene bli mer akseptable og kan dermed bli justert med sikkerhetsfaktorer. Bestemmelse av vinkelen til skjærrisset har veldig stor innvirkning på skjærkapasiteten til betongkonstruksjoner med

skjærarmering, og burde kanskje fått klarere retningslinjer for hvordan denne skal bestemmes. Den Spanske metoden har formel for å beregne vinkelen, som tar utgangspunkt i høyde på trykksonen og den effektive høyden, og som viser seg å gi verdier som er mer konservative enn det for eksempel den Sveitsiske metoden beskriver. Metodene har øvre og nedre grenseverdier, men selv om vinklene velges innenfor grensebetingelsene gir det store utslag i skjærkapasiteten.

10.3 Videre arbeid

I analysen og i beregningseksemplene er det tatt utgangspunkt i enkle dekke- og bjelkekonstruksjoner med jevnt fordelt belastning. Studiet kan utvides til å omfatte mer kompliserte betongkonstruksjoner for å undersøke hvordan beregningsmetodene håndterer bidrag fra flere komponenter enn bare skjærarmering og betongtverrsnittet. Det kan for eksempel være betongkonstruksjoner med karbonfiberforsterkning eller fiberarmerte betongtverrsnitt. Belastningen kan også utvides til å omfatte punktlaster, både en enkelt punktlast og flere punktlaster. I tillegg kan det ved ulike belastninger og type konstruksjoner være interessant å utføre tverrsnittanalsyer for å finne ut hvordan dette påvirker de mekaniske modellene i forhold til de empiriske.

Analysen av varierende parametere kan utvides til å omhandle flere variabler enkeltvis og flere variabler samtidig. Særlig kan varierende verdi for vinkelen til skjærrisset studeres nærmere, da dette er en kritisk verdi for bidraget til skjærarmeringen og størrelsen på skjærtrykkapasiteten.

For betongkonstruksjoner med skjærarmering spiller lengdearmering en stor rolle i flere av beregningsmetodene og videre studier kan derfor undersøke graden av forankring av lengdearmeringen. En konkret metode for å avgjøre hvor mye av lengdearmeringen som kan regnes med, særlig med tanke på at den Sveitsiske metoden beregner motstandsmomentet i kontrollsnittet.

Det er i dette studiet benyttet karakteristiske verdier ved sammenligning av metodene og det er differanser mellom de fleste metodene, særlig ved beregning av skjærkapasitet for konstruksjoner uten skjærarmering. Det står ingenting om sikkerhetsfaktorer i beregningsforslagene fra Sveits, Tyskland og Spania, og enkelte sikkerhetsfaktorer er ulike

mellom for eksempel NS 3473 og Eurokode 2. Sikkerhetsfaktorene bestemmes slik at tilstrekkelig pålitelighet mot sammenbrudd er tilfredsstilt og det kunne derfor vært interessant å beregnet sikkerhetsfaktorer for hver metode og deretter sammenlignet metodene på nytt. I tillegg er det benyttet sikkerhetsfaktorer ved forenklinger i bakgrunnsteorien til den Spanske metoden som ikke er endret til karakteristiske verdier i denne oppgaven.

Beregningsmetodene sammenlignes i dette studiet mot hverandre for å avdekke styrker og svakheter metodene imellom. Videre studier kan med fordel sammenligne metodene mot forsøksdata for å undersøke om metodene er konservative eller om de overvurderer kapasiteten til konstruksjonen.

11 Konklusjon

Litteraturstudiet redegjør for seks forskjellige beregningsmetoder hvor både bakgrunnsteori og kapasitetsberegninger presenteres. Metodene sammenlignes ved å variere parametere for å undersøke hvordan metodene påvirkes i forhold til hverandre.

NS 3473 og Eurokode 2 er veldig nært beslektet og baseres på empiri. Metodene gir ulike kapasiteter i dette studiet, noe som muligens kommer av at det benyttes karakteristiske verdier. Metodene er enkle å bruke for standard beregningseksempler, men gir liten frihet for mer komplekse konstruksjoner. Generelt sett viser studiet at kapasiteten for konstruksjoner med og uten skjærarmering er gjennomsnittlig sammenlignet med de andre metodene.

MC 2010 skiller seg fra de andre eksisterende metodene ved at den baseres på en mekanisk modell utledet av teorien SMCFT og «General Stress Field Approach». Metoden er tilpasset den praktiserende ingeniør ved å forenkle metoden med konstanter som erstatter enkelte parametere. Metoden er delt opp i fire forskjellige beregningsnivåer, Levels of Approximation (LoA). LoA 2 for konstruksjoner uten skjærarmering og LoA 3 for konstruksjoner med skjærarmering gir generelt veldig høy kapasitet sammenlignet med de andre metodene og ansees som dristige med bakgrunn i beregningene presenter i denne oppgaven.

Den Sveitsiske metoden er også bygget opp basert på en mekanisk modell, som MC 2010, men med annerledes bakgrunnsteori. «Critical Shear Crack Theory» og tradisjonell fagverksmodell med innslag av trykkfeltsteori benyttes for å utlede beregningsmetodene. Metoden deles opp i to forskjellige beregningsnivåer (LoA). LoA 2 for konstruksjoner uten skjærarmering gir høy kapasitet, særlig dersom motstandsmomentet i kontrollsnittet er stort. Ved lavt motstandsmoment gir metoden konservative resultater sammenlignet med de andre metodene. LoA 2 for konstruksjoner med skjærarmering gir resultater tilsvarende fagverksmodellen. Skjærtrykkapasiteten er høyest av alle metodene.

Den Tyske metoden viderefører beregningsmetodene basert på empiri. Metoden tar hensyn til størrelseseffekten, størrelsen på trykksonen og skjærslankheten til betongtverrsnittet, samt at bidraget fra skjærarmering beregnes med fagverksmodellen. Bidraget fra betongtverrsnittet og skjærarmeringen legges sammen ved beregning av konstruksjoner med skjærarmering. Kapasiteten er generelt lav for konstruksjoner både med og uten skjærarmering, men spesielt lav for konstruksjoner med skjærarmering. Dette kan være på grunn av konservativ antakelse for vinkelen til skjærrisset.

Den Spanske metoden har en sammenhengende beregningsmetode for konstruksjoner med og uten skjærarmering. Den tar hensyn til størrelseseffekten, størrelsen på trykksonen og slankhetseffekten. For konstruksjoner uten skjærarmering gir forslaget kapasiteter som er lave i forhold til de andre metodene. For konstruksjoner med skjærarmering gir metoden kapasiteter som er høye, særlig når lengdearmeringen varieres.

Studiet viser at beregningsmetodene som baseres på mekaniske modeller hvor tøyninger og størrelsen på tilslaget gir betydelig høyere kapasitet enn øvrige metoder. Den Spanske metoden baseres også på en mekanisk modell og det gir kapasiteter som kan identifiseres med metodene basert på empiri. Metodene basert på empiri gir kapasiteter som generelt sett er stabile for alle variasjoner i parametere i dette studiet. Med tanke på videre bruk viser studiet at den Spanske og Tyske metoden er mest anvendelig for beregningene utført i denne oppgaven. Etter ønsket om å benytte en beregningsmetoden i Eurokode 2 basert på en mekanisk modell er den Spanske metoden veldig aktuell.

Kilder

Bentz, E.C., Vecchio, F.J. & Collins, M.P. (2006) 'Simplified Modified Compression Field Theory for Calculating Shear Strength of Reinforced Concrete Elements', *ACI Structural Journal*, 103-S65, s.614–624.

Bølviken, I.S. (2013) *Models for Punching Shear Capacity in Concrete Slabs*, Masteroppgave, NTNU Trondheim.

fib - International Federation for Structural Concrete (2015) *fib MC2010 - Shear and punching shear provisions in fib MC2010*, Tilgjengelig fra: https://www.youtube.com/watch?v=f0mK_3e3WzI&feature=youtu.be (Hentet: 12. februar 2016).

Finnesand, B. (1989) *Betongkonstruksjoner-Dimensjonering av slakkarmerte betongkonstruksjoner etter NS 3473*, Oslo: Norges byggforskningsinstitutt.

Hegger, J. & Herbrand, M. (2016) *Shear Proposal Hegger/Herbrand for EC2 chapter 6.2*, Upublisert forslag til ny Eurokode 2 kap. 6.2, CEN/TC 250/SC 2/WG 1/TG 4, s.1-4.

International Federation for Structural Concrete (2013) *fib Model Code for Concrete Structures 2010*, Tyskland: Ernst & Sohn.

Marí, A. mfl. (2016) *Proposal for shear provisions based on a mechanical model_v8*, Upublisert forslag til ny Eurokode 2 kap. 6.2, CEN/TC 250/SC 2/WG 1/TG 4, s.1-12.

Marí, A. mfl. (2014) 'Shear-flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams', *Structure and Infrastructure Engineering: Maintenance, Management, Life-Cycle Design and Performance*, 11(11), s.1399–1419.

Muttoni, A. mfl. (2013) 'Background to fib Model Code 2010 shear provisions – part II: punching shear', *Structural Concrete*, 14(3), s.204–214.

Muttoni, A. & Ruiz, M.F. (2015) *Proposal for shear provisions based on mechanical models*, Upublisert forslag til ny Eurokode 2 kap. 6.2, CEN/TC 250/SC 2/WG 1/TG 4, s.1-6.

Muttoni, A. & Ruiz, M.F. (2008a) 'Shear strength in one- and two-way slabs according to the Critical Shear Crack Theory', i Walraven, J.C & Stoelhorst, D. (red.) *Tailor Made Concrete Structures: New Solutions for Our Society*, London: Taylor & Francis Group, s.559–563.

Muttoni, A. & Ruiz, M.F. (2008b) 'Shear Strength of Members without Transverse Reinforcement as Function of Critical Shear Crack Width' *ACI Structural Journal*, 105-S17, s.163–172.

Norsk Standard (2004) *Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner. Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger (NS-EN 1992-1-1:2004+NA:2008)*. 1. utgave. Standard Norge.

Norsk Standard (2003) *NS 3473: Prosjektering av betongkonstruksjoner - Beregnings- og konstruksjonsregler.* 6. utgave. Standard Norge.

Røhne, K. & Vangestad, K. (2001) *Betongkonstruksjoner-Prosjektering.* 1. utgave. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Sigrist, V. mfl. (2013) "Background to the fib Model Code 2010 shear provisions – part I: beams and slabs", *Structural Concrete*, 14(3), s.195–203.

Sigrist, V. (2011) "Generalized Stress Field Approach for Analysis of Beams in Shear", *ACI Structural Journal*, 108-S46, s.479–487.

Sørensen, S.I. (2013) *Betongkonstruksjoner-Beregning og dimensjonering etter Eurokode 2.* 2. utgave. Trondheim: Akademika forlag.

Vedlegg A - Beregningseksempler

Her presenteres regnearkene som er benyttet for både fremstilling av diagrammer for analyse- og diskusjonsdelen av oppgaven, og beregning av dimensjoneringseksempler.

Regnearkene presenteres i tilsvarende rekkefølge som tidligere i oppgaven. For eksempel vil beregningsmetodene i Eurokode 2 med og uten skjærarmering presenteres før beregningsmetodene i MC 2010 presenteres. Verdiene i regnearkene kan avvike noe fra det som er benyttet tidligere i oppgaven. Antall desimaler kan fremstå uforholdsmessig presist for noen av verdiene, men det er ikke brukt tid på korrigering av dette siden regnearkene er brukt som verktøy for analyse.

Referansene i regnearkene henviser til metoden i sin respektive standard eller beregningsforslag.

Eurokode 2 uten skjærarmering

Beskrivelse	Forkortelse	Størrelse	Benevning	Referanser i Eurokode 2
Betongtrykkfasthet	f_{ck}	25,00	Mpa	Tabell 3.1
Partialfaktor betong	γ_c	1,00		Tabell NA.2.1N
Reduksjonsfaktor betong	α_{ct}	1		Pkt. NA.3.1.6(2)
Bredde steg	b_w	1000,00	mm	Figur 6.5
Effektiv tykkelse	d	260,00	mm	Figur 6.5
Tverrsnittareal strekkarmering	A_{sl}	1000,00	mm^2	Figur 6.3
Faktor for blanding og tilslag kar.	k_2	0,18		Pkt. NA.6.2.2(1)
Faktor for blanding og tilslag dim.	$C_{Rd,c}$	0,18		Pkt. NA.6.2.2(1)
Forholdstall	k	1,877058019		Pkt. 6.2.2(1)
Armeringsforhold strekkarmering	ρ_l	0,003846154		Pkt. 6.2.2(1)
Reduksjonsfaktor min. verdi	v_{min}	0,450043604		Formel (NA.6.3N)
Fasthetsreduksjonsfaktor	v	0,54		Formel (NA.6.6N)
Skjærstrekkapasitet	$V_{Rd,c}$	186,80	kN	Formel (6.2.a)
Skjærstrekkapasitet min.	$V_{Rd,c,min}$	117,01	kN	Formel (6.2.b)
Skjærtrykkapasitet	$V_{Rd,c,max}$	1755,00	kN	Formel (6.5)
Skjærkapasitet	$\mathbf{V_{Rd}}$	**186,80**	kN	

Eurokode 2 med skjærarmering

Beskrivelse	Forkortelse	Størrelse	Benevning	Referanser i Eurokode 2
Betongtrykkfasthet	f_{ck}	35,00	Mpa	Tabell 3.1
Partialfaktor betong	γ_c	1,00		Tabell NA.2.1N
Reduksjonsfaktor betong	α_{ct}	1		Pkt. NA.3.1.6(2)
Bredde steg	b_w	400,00	mm	Figur 6.5
Effektiv tykkelse	d	560,00	mm	Figur 6.5
Indre momentarm	z	504,00	mm	Figur 6.5
Vinkel skjærarmering og bjelkekase	α	90,00	grader	Figur 6.5
Vinkel betongtrykkstaver og bjelkeakse	θ	30,00	grader	Figur 6.5
Tverrsnittareal skjærarmering	A_{sw}	226,00	mm^2	Pkt. NA.6.2.3(3)
Senteravstand skjærarmering	s	120,00	mm	Pkt. NA.6.2.3(3)
Flytegrense skjærarmering kar.	f_{ywk}	500,00	Mpa	Pkt. NA.6.2.2(1)
Partialfaktor armering	γ_s	1,00		Tabell NA.2.1N
Fasthetsreduksjonsfaktor	v_1	0,6		Formel (NA.6.6N)
Koeffisient spenningstilstand trykkgurt	α_{cw}	1		Pkt. NA.6.2.3(3)
				Merknad 3
Skjærstrekkapasitet	$V_{Rd,c}$	822,0	kN	Formel (6.13)
Skjærtrykkapasitet	$V_{Rd,c,max}$	1833,20	kN	Formel (6.14)
Skjærkapasitet	$\mathbf{V_{Rd}}$	**822,03**	kN	

Model Code 2010 uten skjærarmering

Beskrivelse	Forkortelse	Størrelse	Benevning	Referanser til MC 2010
Betongtrykkfasthet	f_{ck}	25,00	MPa	Fra standard tabell
Partialfaktor betong	γ_c	1,00		Standard verdi
Bredde steg	b_w	1000,00	mm	Figur 7.3-9
Effektiv tykkelse	d	260,00	mm	Figur 7.3-9
Indre moment arm	z	234	mm	Figur 7.3-9
Tverrsnittareal strekkarmering	A_{sl}	1000,00	mm^2	Figur 7.3-9
Elastisitetsmodul stål	E_s	200000,00	MPa	Standard verdi
Levels of approximation 1				
Justering for tilslag	k_{dg}	1,25		
LoA 1	$k_v(1)$	0,13926499		Formel (7.3-19)
Skjærstrekkapasitet	$\mathbf{V_{Rd,c}(1)}$	**162,94**	kN	Formel (7.3-17)
Levels of approximation 2				
Internt Moment	M_{Ed}	7500000,00	Nmm	Figur 7.3-9
Internt Skjærkraft	V_{Ed}	23500,00	N	Figur 7.3-9
Tøyning i x-retning	ε_x	0,000138878	mm/mm	Formel (7.3-16)
Tilslagets størrelse	d_g	22,00	mm	Valgt
Justering for tilslaget størrelse	k_{dg}	0,842105263		Formel (7.3-20)
LoA 2	$k_v(2)$	0,359508449		Formel (7.3-21)
Skjærstrekkapasitet	$\mathbf{V_{Rd,c}(2)}$	**420,62**	kN	Formel (7.3-17)

Model Code 2010 med skjærarmering

Beskrivelse	Forkortelse	Størrelse	Benevning	Referanser i MC 2010
Betongtrykkfasthet	f_{ck}	35,00	MPa	Fra standard tabell
Partialfaktor betong	γ_c	1,00		Standard verdi
Bredde steg	b_w	400,00	mm	Figur 7.3-10
Effektiv tykkelse	d	560,00	mm	Figur 7.3-10
Indre moment arm	z	504,00	mm	Figur 7.3-10
Tverrsnittareal strekkarmering	A_{sl}	1500,00	mm^2	Figur 7.3-10
Elastisitetsmodul stål	E_s	200000,00	MPa	Standard verdi
Tverrsnittareal vertikal armering	A_{sw}	226,00	mm^2	Figur 7.3-10
Senteravstand vertikal armering	s_w	120,00	mm	Figur 7.3-10
Flytespenning vertikal armering	f_{ywd}	500,00	MPa	Standard verdi
Reduksjonsfaktor for sprøhet betonger	η_{fc}	0,949914252		Formel (7.3-28)
Levels of approximation 1				
Minimum vinkel	θ_{min}	30	grader	Under Formel (7.3-36)
Vinkel betongtrykkstaver og bjelkeakse	θ	30,00	grader	Valgt
Reduksjonsfaktor for tøyning	k_ε	0,55		Formel (7.3-37)
Reduksjonsfaktor	k_c	0,522452838		Formel (7.3-27)
Skjærstrekkapasitet	$V_{Rd,s}(1)$	**822,03**	kN	Formel (7.3-29)
Skjærtrykkapasitet	$V_{Rd,max}(1)$	1596,27	kN	Formel (7.3-26)
Levels of approximation 2				
Internt Moment	M_{Ed}	29700000,00	Nm	Figur 7.3-9
Internt Skjærkraft	V_{Ed}	63900,00	N	Figur 7.3-9
Tøyning i x-retning	ε_x	0,000204714	mm/mm	Formel (7.3-16)
Minimum vinkel	θ_{min}	22,0	grader	Formel (7.3-39)
Vinkel betongtrykkstaver og bjelkeakse	θ	30,00	grader	Valgt
Tøyning vinkerett på skjærriss	ε_1	0,006818857	mm/mm	Formel (7.3-41)
Reduksjonsfaktor for tøyning	k_ε	0,634905662		Formel (7.3-40)
Reduksjonsfaktor	k_c	0,603105937		Formel (7.3-27)
Skjærstrekkapasitet	$V_{Rd,s}(2)$	822,03	kN	Formel (7.3-29)
Skjærtrykkapasitet	$V_{Rd,max}(2)$	1842,69	kN	Formel (7.3-26)
	$V_{Rd}(2)$	**822,03**	kN	

Beskrivelse	Forkortelse	Størrelse	Benevning	Referanser i MC 2010
Levels of approximation 3				
Internt Moment	M_{Ed}	29700000,00	Nm	Figur 7.3-9
Internt Skjærkraft	V_{Ed}	63900,00	N	Figur 7.3-9
Tøyning i x-retning	ε_x	0,000204714	mm/mm	Formel (7.3-16)
Minimum vinkel	θ_{min}	22,0	grader	Formel (7.3-39)
Vinkel betongtrykkstaver og bjelkeakse	θ	30,00	grader	Valgt
Tøyning vinkerett på skjærriss	ε_1	0,006818857	mm/mm	Formel (7.3-41)
Reduksjonsfaktor for tøyning	k_ε	0,634905662		Formel (7.3-40)
Reduksjonsfaktor	k_c	0,603105937		Formel (7.3-27)
Skjærstrekkapasitet tverrarmering	$V_{Rd,s}(3)$	822,03	kN	Formel (7.3-29)
Skjærtrykkapasitet	$V_{Rd,max}(3)$	1842,69	kN	Formel (7.3-26)
Skjærtrykkapasitet	$V_{Rd,max}(\theta_{min})$	1480,58	kN	Formel (7.3-26)
LoA 3	$k_v(3)$	0,29281989		Formel (7.3-43)
Skjærstrekkapasitet betong	$V_{Rd,c}(3)$	349,2409196	kN	Formel (7.3-30)
Skjærstrekkapasitet Totalt	$V_{Rd}(3)$	**1171,27**	kN	Formel (7.3-42)

NS 3473 Forenklet metode uten skjærarmering

Beskrivelse	Forkortelse	Størrelse	Benevning	Referanser i NS 3473
Betongtrykkfasthet	f_{cn}	25,00	MPa	Tabell 5.c
Betongstrekkfasthet	f_{tn}	1,8	MPa	Tabell 5.c
Partialfaktor betong	γ_c	1,00		Tabell 4
Vinkel skjærarmering og bjelkekase	α	90	grader	Pkt. 12.3.1.5
Bredde steg	b_w	1000,00	mm	
Effektiv tykkelse	d	260,00	mm	
Tverrsnittareal strekkarmering	A_s	1000,00	mm^2	Pkt. 12.3.2.1
Faktor	k_A	100	MPa	Pkt. 12.3.2.1
Faktor	k_v	1,24		Pkt. 12.3.2.1
Skjærstrekkapasitet	V_{cd}	211,30	kN	Pkt. 12.3.2.1
Skjærstrekkapasitet max.	$V_{cd,max}$	348,19	kN	Pkt. 12.3.2.1
Skjærtrykkapasitet	V_{ccd}	1755,00	kN	Pkt. 12.3.2.5
Skjærkapasitet	$\mathbf{V_{Rd}}$	**211,30**	kN	

NS 3473 Forenklet metode med skjærarmering

Beskrivelse	Forkortelse	Størrelse	Benevning	Referanser i NS 3473
Betongtrykkfasthet	f_{cn}	35,00	MPa	Tabell 5.c
Betongstrekkfasthet	f_{tn}	2,2	MPa	Tabell 5.c
Partialfaktor betong	γ_c	1,00		Tabell 4
Stålstrekkfasthet	f_{sk}	500,00	MPa	
Partialfaktor stål	γ_s	1,00		Tabell 4
Vinkel skjærarmering og bjelkekase	α	90,00	grader	Pkt. 12.3.1.5
Bredde steg	b_w	400,00	mm	
Effektiv tykkelse	d	560,00	mm	
Tverrsnittareal strekkarmering	A_s	1500,00	mm^2	Pkt. 12.3.2.1
Tverrsnittareal skjærarmering	A_{sv}	226,00	mm^2	Pkt. 12.3.2.4
Senteravstand skjærarmering	s	120,00	mm	Pkt. 12.3.2.4
Faktor	k_A	100	MPa	Pkt. 12.3.2.1
Faktor	k_v	1		Pkt. 12.3.2.1
Skjærstrekkapasitet betong	V_{cd}	192,84	kN	Pkt. 12.3.2.1
Skjærstrekkapasitet max. Betong	$V_{cd,max}$	295,68	kN	Pkt. 12.3.2.1
Skjærkapasitet betong	$\mathbf{V_{cd}}$	**192,84**	kN	
Skjærstrekkapsitet skjærarmering	$\mathbf{V_{sd}}$	**474,6**	kN	Pkt. 12.3.2.4
Skjærstrekkapasitet	$V_{cd}+V_{sd}$	667,44	kN	Pkt. 12.3.2.4
Skjærtrykkapasitet	V_{ccd}	2116,80	kN	Pkt. 12.3.2.5
Skjærkapasitet	$\mathbf{V_{Rd}}$	**667,44**	kN	

NS 3473 Fagverksmetoden

Beskrivelse	Forkortelse	Størrelse	Benevning	Referanser i NS 3473
Betongtrykkfasthet	f_{cn}	35,00	MPa	Tabell 5.c
Partialfaktor betong	γ_c	1,00		Tabell 4
Stålstrekkfasthet	f_{sk}	500,00	MPa	
Partialfaktor stål	γ_s	1		Tabell 4
Vinkel skjærarmering og bjelkekase	α	90,00	grader	Pkt. 12.3.1.5
Vinkel betongtrykkstaver og bjelkeakse	θ	30,00	grader	Pkt. 12.3.3.1
Bredde steg	b_w	400,00	mm	
Effektiv tykkelse	d	560,00	mm	
Tverrsnittareal skjærarmering	A_{sv}	226,00	mm^2	Pkt. 12.3.2.4
Senteravstand skjærarmering	s	120,00	mm	Pkt. 12.3.2.4
Skjærstrekkapsitet skjærarmering	V_{sd}	822,03	kN	Pkt. 12.3.2.4
Skjærtrykkapasitet	V_{ccd}	1833,20	kN	Pkt. 12.3.2.5
Skjærkapasitet	$\mathbf{V_{Rd}}$	**822,03**	kN	

Den Sveitsiske metoden uten skjærarmering

Beskrivelse	Forkortelse	Størrelse	Benevning	Referanser
Betongtrykkfasthet	f_{ck}	25,00	MPa	Pkt. 6.2.2(1)
Partialfaktor betong	γ_c	1,00		Standard verdi
Bredde steg	b_w	1000,00	mm	Figure 6.4
Effektiv tykkelse	d	260,00	mm	Pkt. 6.2.2(1)
Indre moment arm	z	234	mm	Pkt. 6.2.3(1)
Elastisitetsmodul stål	E_s	200000,00	MPa	Standard verdi
Flytegranse stål	f_{yd}	500,00	MPa	Standard verdi
Tilslagets størrelse	d_g	22,00	mm	Pkt. 6.2.2(1)
Armeringsmengde i lengderetning	A_s	1000,00	mm^2	
Korreksjonsfaktor for tilslag	k_{dg}	0,842105263		Pkt. 6.2.2(1)
Levels of approximation 1				
Tøyning av lengdearmering	ε_v	0,0025		Formel (6.4)
Skjærstrekkapasitet	$\mathbf{V_{Rd,c}(1)}$	**252,04**	kN	Formel (6.3)
Levels of approximation 2				
Momentbelastning	M_{Ed}	4680000,00	Nm	Beregninger
Motstandsmoment	M_{Rd}	5850000,00	Nm	Beregninger
Tøyning i lengdearmering	ε_v	0,002		Formel (6.4)
Skjærstrekkapasitet	$\mathbf{V_{Rd,c}(2)}$	**271,23**	kN	Formel (6.3)

Den Sveitsiske metoden med skjærarmering

Beskrivelse	Forkortelse	Størrelse	Benevning	Referanser
Betongtrykkfasthet	f_{ck}	35,00	Mpa	Pkt. 6.2.2(1)
Partialfaktor betong	γ_c	1,00		Standard verdi
Bredde steg	b_w	400,00	mm	Figur 6.4
Effektiv tykkelse	d	560,00	mm	Pkt. 6.2.2(1)
Indre momentarm	z	504,00	mm	Pkt. 6.2.3(1)
Vinkel skjærarmering og bjelkekase	α	90,00	grader	Figur 6.8
Vinkel betongtrykkstaver og bjelkeakse	θ	30,00	grader	Figur 6.6
Tverrsnittareal skjærarmering	A_{sw}	226,00	mm^2	Figur 6.7
Senteravstand skjærarmering	s	120,00	mm	Figur 6.7
Flytegrense skjærarmering kar.	f_{ywk}	500,00	MPa	Standard verdi
Partialfaktor armering	γ_s	1,00		Standard verdi
Flytegrense skjærarmering dim.	f_{ywd}	500,0	MPa	Standard verdi
Reduksjon for spørhet betong	η_{fc}	0,949914252		Pkt. 6.2.3(3)
Levels of approximation 1				
Reduksjon for tøyning i tverrsnittet	η_ε	0,55		Pkt. 6.2.3(4)
Fasthetsreduksjonsfaktor	v_1	0,522452838		Formel (6.9)
Skjærstrekkapasitet	$V_{Rd,s}(1)$	**822,03**	kN	Formel (6.14)
Skjærtrykkapasitet	$V_{Rd,max}(1)$	1596,27	kN	Formel (6.15)
Levels of approximation 2				
	M_{Ed}	26730000,00	Nmm	
	V_{Ed}	57510,00	N	
Tøyning av lengdearmering	ε_x	0,000184243	mm/mm	Pkt. 6.2.3(6)
Reduksjon for tøyning i tverrsnittet	η_ε	0,746589842		Formel (6.10)
Fasthetsreduksjonsfaktor	v_1	0,709196331		Formel (6.9)
Skjærstrekkapasitet	$V_{Rd,s}(2)$	**822,03**	kN	Formel (6.14)
Skjærtrykkapasitet	$V_{Rd,max}(2)$	2166,83	kN	Formel (6.15)

Den Tyske metoden uten skjærarmering

Beskrivelse	Forkortelse	Størrelse	Benevning	Referanser
Betongtrykkfasthet	f_{ck}	25,00	Mpa	Standard verdi
Partialfaktor betong	γ_c	1,00		Standard verdi
Bredde steg	b_w	1000,00	mm	Pkt. 1.6
Effektiv tykkelse	d	260,00	mm	Pkt. 1.6
Referanse verdi effektiv tykkelse	d_0	200	mm	Formel (6.3)
Tverrsnittareal strekkarmering	A_{sl}	1000,00	mm^2	Formel (6.7)
Elastisitetmodul stål	E_s	200000,00	MPa	Standard verdi
Elastisitetmodul betong	E_{cm}	31000,00	MPa	Standard verdi
Reduksjonsfaktor	$C_{Rk,c}$	0,58		Formel (6.2a)
Reduksjonsfaktor minimum	$C_{Rk,min}$	0,18		Formel (6.2b)
Momentbelastning	M_{Ed}	7500000,00	Nmm	Pkt. 6.2.2(1)
Skjærbelastning	V_{Ed}	23500,00	N	Pkt. 6.2.2(1)
Reduksjonsfaktor størrelseseffekten	k_d	0,659380473		Formel (6.3)
Slankhet	λ	1,227495908		Formel (6.5)
Reduksjonsfaktor slankhet	k_λ	1,520110574		Formel (6.4a)
Armeringsforhold strekkarmering	ρ_l	0,00385		Formel (6.7)
Elastisitetsforhold armering-betong	α_e	6,451612903		Formel (6.7)
Skjær i trykksone, over N.A.	k_x	0,20061373		Formel (6.6a)
Skjærstrekkapasitet	$V_{Rd,c}$	151,62	kN	Formel (6.2a)
Skjærstrekkapasitet min.	$V_{Rd,c,min}$	154,30	kN	Formel (6.2b)
Skjærkapasitet	$\mathbf{V_{Rd}}$	**154,30**	kN	

Den Tyske metoden med skjærarmering

Beskrivelse	Forkortelse	Størrelse	Benevning	Referanser
Betongtrykkfasthet	f_{ck}	35,00	Mpa	Standard verdi
Partialfaktor betong	γ_c	1,00		Standard verdi
Bredde steg	b_w	400,00	mm	Pkt. 1.6
Effektiv tykkelse	d	560,00	mm	Pkt. 1.6
Referanse verdi effektiv tykkelse	d_0	200	mm	Formel (6.3)
Tverrsnittareal strekkarmering	A_{sl}	1500,00	mm^2	Formel (6.7)
Elastisitetmodul stål	E_s	200000,00	MPa	Standard verdi
Elastisitetmodul betong	E_{cm}	34000,00	MPa	Standard verdi
Reduksjonsfaktor	$C_{Rk,c}$	0,58		Formel (6.2a)
Reduksjonsfaktor minimum	$C_{Rk,min}$	0,18		Formel (6.2b)
Momentbelastning	M_{Ed}	29700000,00	Nmm	Pkt. 6.2.2(1)
Skjærbelastning	V_{Ed}	63900,00	Nmm	Pkt. 6.2.2(1)
Reduksjonsfaktor størrelseseffekten	k_d	0,512989176		Formel (6.3)
Slankhet	λ	0,829979879		Formel (6.5)
Reduksjonsfaktor slankhet	k_λ	1,600715724		Formel (6.4a)
Armeringsforhold strekkarmering	ρ_l	0,01		Formel (6.7)
Elastisitetsforhold armering-betong	α_e	5,882352941		Formel (6.7)
Skjær i trykksone, over N.A.	k_x	0,241346164		Formel (6.6a)
Skjærstrekkapasitet betong kar.	$V_{Rk,c}$	152,33	kN	Pkt. 6.2.3(4)
Skjærstrekkapasitet betong min. kar.	$V_{Rk,c,min}$	122,37	kN	Pkt. 6.2.3(4)
Skjærkapasitet betong kar.	$\mathbf{V_{Rk}}$	**152,33**	kN	
Indre momentarm	z	504,00	mm	Pkt. 6.2.3(2)
Vinkel skjærarmering og bjelkekase	α	90,00	grader	Figur 6.3
Vinkel betongtrykkstaver og bjelkeakse	$\cot\theta$	1		Formel (6.10)
Tverrsnittareal skjærarmering	A_{sw}	226,00	mm^2	Pkt. 1.6
Senteravstand skjærarmering	s	120,00	mm	Ikke beskrevet i metode
Flytegrense skjærarmering kar.	f_{ywk}	500,00	MPa	Standard verdi
Partialfaktor armering	γ_s	1,00		Standard verdi
Fasthetsreduksjonsfaktor	v_1	0,6		Pkt. 6.2.3(5)
Koeffisient spenningstilstand trykkgurt	α_{cw}	1		Pkt. 6.2.3(5)
Skjærstrekkapasitet tverrarmering kar.	$V_{Rk,s}$	**474,60**	kN	Formel (6.12)
Skjærstrekkapasitet Totalt	V_{Rd}	626,93	kN	Formel (6.11)
Skjærtrykkapasitet Maksimal	$V_{Rd,max}$	2116,80	kN	Formel (6.13)
Skjærkapasitet	$\mathbf{V_{Rd}}$	**626,93**	kN	

Den Spanske metoden uten skjærarmering

Beskrivelse	Forkortelse	Størrelse	Benevning	Referanser
Betongtrykkfasthet	f_{ck}	25,00	MPa	Pkt. 6.2.2(4)
Partialfaktor betong	γ_c	1,00		Standard verdi
Bredde steg	b_w	1000,00	mm	Figur 6.3
Effektiv tykkelse	d	260,00	mm	Figur 6.3
Effektiv tykkelse ≥ 100mm	d_0	260	mm	Pkt. 6.2.2(4)
Indre moment arm	z	234	mm	Pkt. 6.2.2(4)
Tverrsnittsareal lengdearmering	A_{sl}	1000,00	mm^2	Figur 6.3
Elastisitetsmodul stål	E_s	200000,00	MPa	Standard verdi
Elastisitetsmodul betong	E_{cm}	31000,00	MPa	Standard verdi
Flytegrense armering kar.	f_{yk}	500,00	MPa	Standard verdi
Partialfaktor armering	γ_s	1,00		Standard verdi
Flytegrense armering kar.	f_{yd}	500,0	MPa	Standard verdi
Tilslagets størrelse	α_{cw}	1		Pkt. 6.2.2(4)
Reduksjon betontrykkfasthet ≤ 60MPa	v_1	0,6		Pkt. 6.2.2(4)
Armeringsforhold lengdearmering	ρ_l	0,00385		Pkt. 6.2.2(3)
Elastisitetsforhold betong-armering	α_e	6,45161		Pkt. 6.2.2(3)
Avstand til N.A. delt på effektiv høyde	x/d	0,218755802		Formel (6.4)
x/d ≤ 0,2	k_c	0,2	mm	Pkt. 6.2.2(4)
Avstand til N.A.	x	56,87650863	mm	Pkt. 6.2.2(3)
Vinkel skjærriss	cot θ	1,09		Formel (6.3)
Vinkel tverrarmering	α	90,00	grader	Pkt. 6.2.2(1)
Momentbelastning	M_{ed}	7500000,00	Nmm	Pkt. 6.2.2(4)
Skjærbelastning	V_{ed}	23500,00	N	Pkt. 6.2.2(4)
Skjærspenn	a	1500	mm	Pkt. 6.2.2(4)
Størrelse og slankhetsfaktor	ζ	0,93		Formel (6.10)
Skjærstrekkapasitet	V_{Cu}	135,51	kN	Formel (6.8)
Skjærstrekkapasitet minimum	$V_{Cu,min}$	145,99	kN	Formel (6.8)
Skjærtrykkapasitet maksimum	$V_{Rd,max}$	1748,78	kN	Formel (6.7)
Skjærkapasitet	$\mathbf{V_{Rd}}$	**145,99**	kN	

Den Spanske metoden med skjærarmering

Beskrivelse	Forkortelse	Størrelse	Benevning	Referanser
Betongtrykkfasthet	f_{ck}	35,00	MPa	Pkt. 6.2.2(4)
Partialfaktor betong	γ_c	1,00		Standard verdi
Bredde steg	b_w	400,00	mm	Figur 6.3
Effektiv tykkelse	d	560,00	mm	Figur 6.3
Effektiv tykkelse ≥ 100mm	d_0	560	mm	Pkt. 6.2.2(4)
Indre moment arm	z	504,00	mm	Pkt. 6.2.2(4)
Tverrsnittsareal lengdearmering	A_{sl}	1500,00	mm^2	Figur 6.3
Elastisitetsmodul stål	E_s	200000,00	MPa	Standard verdi
Elastisitetsmodul betong	E_{cm}	34000,00	MPa	Standard verdi
Flytegrense armering kar.	f_{yk}	500,00	MPa	Standard verdi
Partialfaktor armering	γ_s	1,00		Standard verdi
Flytegrense armering kar.	f_{yd}	500,0	MPa	Standard verdi
Tilslagets størrelse	α_{cw}	1		Pkt. 6.2.2(4)
Reduksjon betontrykkfasthet ≤ 60MPa	v_1	0,6		Pkt. 6.2.2(4)
Tverrsnittareal tverrarmering	A_{sw}	226,00	mm	Notation side 8
Senteravstand tverrarmering	s_w	120,00	mm	Notation side 9
Armeringsforhold lengdearmering	ρ_l	0,00670		Pkt. 6.2.2(3)
Elastisitetsforhold betong-armering	α_e	5,88235		Pkt. 6.2.2(3)
Avstand til N.A. delt på effektiv høyde	x/d	0,255187484		Formel (6.4)
Avstand til N.A. ≤ 0,2	k_c	0,2	mm	Pkt. 6.2.2(4)
Avstand til N.A.	x	142,904991	mm	Pkt. 6.2.2(3)
Vinkel skjærriss	cot θ	1,14		Formel (6.3)
Vinkel tverrarmering	α	90,00	grader	Pkt. 6.2.2(1)
Momentbelastning	M_{ed}	29700000,00	Nmm	Pkt. 6.2.2(4)
Skjærbelastning	V_{ed}	63900,00	N	Pkt. 6.2.2(4)
Skjærspenn	a	464,7887324	mm	Pkt. 6.2.2(4)
Størrelse og slankhetsfaktor	ζ	1,06		Formel (6.10)
Skjærstrekkapasitet Betong	V_{Cu}	195,40	kN	Formel (6.8)
Skjærstrekkapasitet Betong min	$V_{Cu,min}$	149,02	kN	Formel (6.8)
Skjærstrekkapasitet armering	V_{Su}	627,53	kN	Formel (6.9)
Skjærstrekkapasitet	$V_{Cu}+V_{Su}$	822,93	kN	Formel (6.6)
Skjærtrykkapasitet maksimum	$V_{Rd,max}$	2098,46	kN	Formel (6.7)
Skjærkapasitet	V_{Rd}	**822,93**	kN	

Vedlegg B - Sammenligning av metoder i tabellform

Her blir det presentert to tabeller for henholdsvis konstruksjoner med og uten skjærarmering. Tabellene er brukt for sammenligning av beregningsmetodene spesielt rettet mot analyse- og diskusjonsdelen av oppgaven.

De vertikale kolonnen er delt inn i parameterne som ble valgt som varierende. Horisontalt er radene delt inn etter hver beregningsmetode. Hensikten med tabellen er å vise hvordan de varierende parameterne påvirker skjærkapasiteten for hver enkelt metode, både dirkete i kapasitetsformelen og indirekte gjennom bruk i faktorer. I tillegg er det en kolonne som beskriver hvor kontrollsnittet plasseres.

Oppsummering uten skjærarmering i tabellform

	Armeringmengde	Effektiv høyde	Betongkvalitet	Plassering kontrollsnitt
Eurokode 2	Indirekte: Armeringsforhold i lengderetning	Indirekte: Armeringsforhold i lengderetning og Størrelseseffekten Direkte: Effektiv tverrsnitt	Direkte: 1/3 potens	d fra kant
MC 2010 LoA 1	Erstattet med konstanter	Indirekte: Størrelseseffekten Direkte: Indre momentarm	Direkte: Kvadratrot	d fra kant
MC 2010 LoA 2	Indirekte: Beregning av tøyning ved tverrsnittsanalyse av kontrollsnitt	Indirekte: Tøyningseffekten og Størrelseseffekten Direkte: Indre momentarm	Direkte: Kvadratrot	d fra kant
NS 3473	Direkte: Armeringsforhold i lengderetningen	Indirekte: Størrelseseffekten Direkte: Effektivt tverrsnitt	Direkte: Strekkfasthet	d fra kant
Sveitsisk LoA 1	Erstattet med konstanter	Indirekte: Størrelse skjærriss Direkte: Effektivt tverrsnitt	Direkte: Kvadratrot	d/2 fra kant
Sveitsisk LoA 2	Indirekte: Beregning av tøyning ved forhold mellom motstandsmoment og moment	Indirekte: Beregning av tøyning ved forhold mellom motstandsmoment og moment, Størrelse skjærriss Direkte: Effektivt tverrsnitt	Direkte: Kvadratrot	d/2 fra kant
Tysk	Indirekte: Beregning av størrelse på trykksone, armeringsforhold i lengderetning	Indirekte: Størrelseseffekten, skjærslankheten og størrelse trykksone Direkte: Effektivt tverrsnitt	Indirekte: Elastisitetsmodul for beregning av størrelse trykksone Direkte: Kvadratrot	d fra kant
Spansk	Indirekte: Beregning av størrelse på trykksone, armeringsforhold i lengderetning. Benyttes i beregning av vinkelen til skjærrisset	Indirekte: Beregning av størrelse på trykksone, armeringsforhold i lengderetning, beregning av vinkelen til skjærrisset, slankheten og størrelseseffekten Direkte: Effektivt tverrsnitt	Indirekte: Elastisitetsmodul for beregning av størrelse trykksone Direkte: 2/3 potens	d fra senter

Oppsummering med skjærarmering i tabellform

	Armeringmengde	Effektiv høyde	Betongkvalitet	Tverrarmering	Plassering kontrollsnitt
Eurokode 2	Ingen påvirkning	Direkte: Effektiv tverrsnitt	Ingen påvirkning Skjærtrykkapasitet	Direkte: Armeringsmengde i et snitt fordelt på senteravstand	d fra kant
MC 2010 LoA 1	Ingen påvirkning	Direkte: Effektiv tverrsnitt	Ingen påvirkning Skjærtrykkapasitet	Direkte: Armeringsmengde i et snitt fordelt på senteravstand	d fra kant
MC 2010 LoA 2	Indirekte: Beregning av tøyning i lengdearmering ved tverrsnittsanalyse av kontrollsnitt for å finne min. vinkelen og redksjonsfaktor for tøyning.	Direkte: Effektiv tverrsnitt	Ingen påvirkning Skjærtrykkapasitet	Direkte: Armeringsmengde i et snitt fordelt på senteravstand	d fra kant
MC 2010 LoA 3	Indirekte: Beregning av tøyning i lengdearmering ved tverrsnittsanalyse av kontrollsnitt for å finne min vinkel og reduksjonsfaktor for tøyning. Min vinkel benyttes for å beregne skjærkapasitet med min vinkel	Direkte: Effektiv tverrsnitt Kfr. bidrag fra betongtverrsitt	Kfr. bidrag fra betongtverrsnitt Skjætrykkapasitet	Direkte: Armeringsmengde i et snitt fordelt på senteravstand	d fra kant
NS 3473 Forenklet	Kfr. bidrag fra betongtverrsitt	Direkte: Effektiv tverrsnitt Kfr. bidrag fra betongtverrsitt	Kfr. bidrag fra betongtverrsnitt Skjætrykkapasitet	Direkte: Armeringsmengde i et snitt fordelt på senteravstand	d fra kant
NS 3473 Fagverk	Ingen påvirkning	Direkte: Effektiv tverrsnitt	Ingen påvirkning Skjærtrykkapasitet	Direkte: Armeringsmengde i et snitt fordelt på senteravstand	d fra kant
Sveitsisk LoA 1	Ingen påvirkning	Direkte: Effektiv tverrsnitt	Ingen påvirkning Skjærtrykkapasitet	Direkte: Armeringsmengde i et snitt fordelt på senteravstand	z cot (tetta/2) fra kant
Sveitsisk LoA 2	Ingen påvirkning	Direkte: Effektiv tverrsnitt	Ingen påvirkning Skjærtrykkapasitet	Direkte: Armeringsmengde i et snitt fordelt på senteravstand	z cot (tetta/2) fra kant
Tysk	Kfr. bidrag fra betongtverrsitt	Direkte: Effektiv tverrsnitt Kfr. bidrag fra betongtverrsitt	Kfr. bidrag fra betongtverrsnitt Skjætrykkapasitet	Direkte: Armeringsmengde i et snitt fordelt på senteravstand	d fra kant
Spansk	Kfr. bidrag fra betongtverrsitt Indirekte: Beregning av størrelsen på trykksonen og vinkelen til skjærrisset.	Direkte: Effektiv tverrsnitt trekkes ifra trykksonen Kfr. bidrag fra betongtverrsitt	Elastisitetsmodulen benyttes for å beregne størrelsen med trykksonen som brukes for å beregne vinkelen til skjærrisset. Kfr. bidrag fra betongtverrsnitt Skjætrykkapasitet	Direkte: Armeringsmengde i et snitt fordelt på senteravstand	d fra senter