

Beregningsmodeller for skjærkapasitet i betong

Gjennomgang og sammenligning av uttrykk
for revisjon av Eurokode 2

Severin Hansen
Magne Koløen

Bygg- og miljøteknikk (2-årig)
Innlevert: juni 2016
Hovedveileder: Jan Arve Øverli, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk



MASTEROPPGAVE 2016

FAGOMRÅDE: Betongkonstruksjoner	DATO: 08/06-2016	ANTALL SIDER: 178
------------------------------------	------------------	-------------------

TITTEL:

Beregningsmodeller for skjærkapasitet i betong

Methods for shear in concrete

UTFØRT AV:

Severin Hansen



Magne Koløen



SAMMENDRAG:

Formålet med denne oppgaven var å gjennomgå relevant litteratur, samt å sammenligne og diskutere aktuelle kapasitetsuttrykk for den planlagte revisjonen av Eurokode 2. Formelverket er bygget på empiriske og semi-empiriske modeller både for konstruksjonsdeler med og uten beregningsmessig behov for skjærarmring. Det finnes eksempler på overestimering av skjærkapasitet i Eurokode 2, og spesielt uttrykket for konstruksjonsdeler uten skjærarmring gir lite forståelse for brukeren. Det er i tillegg usikkerhet knyttet til faktorpåvirkning og i mer enn 40 år har betonginstitutter og forskere jobbet med å finne uttrykk som er allment aksepterte. Oppgaven har gjennomgått to av tre forslag som foreligger for revisjonen.

Oppgaven består av tre deler. I Del I ble relevant forskning oppsummert samt teori, beregningsmodeller og standarder presentert. De eksisterende standardene Eurokode 2 og Model Code 2010 ble gjennomgått, mens utgått Norsk Standard 3473 ble tatt med for å øke sammenligningsgrunnlaget. I Del II ble nye forslag til revisjonen presentert og sammenlignet med eksisterende standarder. For å sammenligne ble det dannet grunnlag ved å gjennomføre litteratursøk og kartlegging. Herunder forskningsartikler, beregningsmodeller, skjærmekanismer og annen relevant teori. Av de nye forslagene ble uttrykkene fra Muttoni/Ruiz og Cladera et al. gjennomgått. Kapasitet for et gitt bjelke- og dekketverrsnitt ble beregnet og videre sammenlignet for bjelketverrsnittet med varierende lengdearmringmengde og betongfasthet. I Del III ble forskjeller og likheter mellom Eurokode 2, Muttoni/Ruiz og Cladera et al. drøftet, både med og uten skjærarmring. Påvirkning av lengdearmringmengde og betong-fasthet var vektlagt. Videre i diskusjonen vurderte oppgaven faktorer for skjærkapasitet og aktuelle antagelser. I tillegg ble oppgaven oppsummert til slutt. Oppgaven har gått i dybden på faktorer og mekanismer som påvirker skjærkapasiteten.

FAGLÆRER: Jan Arve Øverli

VEILEDER(E): Jan Arve Øverli

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk

Forord

Denne oppgaven avslutter en toårig mastergrad i konstruksjonsteknikk ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU). Arbeidet pågikk fra januar til juni 2016 og er vektet med 30 studiepoeng.

Skjær har over en lengre periode vært et diskutert emne og etter mange år med forskning foreligger det fortsatt ikke et allment akseptert uttrykk for dimensjonering uten skjærarmering. European Committee for Standardization (CEN) er nå i gang med revisjon av Eurokode 2, og nye forslag er lagt fram. De nye forslagene vektlegger særlig konstruksjonsdeler uten skjærarmering, som har blitt kritisert for å ikke gi brukeren praktisk forståelse og har vist seg å være usikker.

Prosessen med å skrive masteroppgave har vært utfordrende og lærerik. Det har vært motiverende å arbeide med et aktuelt emne som kan ha både teoretisk og praktisk verdi for fremtidig prosjektering av betongkonstruksjoner.

Vi ønsker å rette en stor takk til vår veileder Jan Arve Øverli ved Institutt for konstruksjonsteknikk for konstruktive tilbakemeldinger, engasjement og veiledning. Vi ønsker å takke hverandre for et godt og hyggelig samarbeid, både med oppgaven og for fem år med studier. Takk rettes også til våre medstudenter på kontoret for inspirerende diskusjoner og godt samhold.

Trondheim, juni 2016

Severin Hansen og Magne Koløen

Abstract

The purpose of this thesis was to review relevant literature, and also compare and discuss present capacity expressions for the planned revision of Eurocode 2. Equations are built upon empirical and semi-empirical models for both members with and without stirrups.

Unfortunately, it exists examples on overestimation of shear capacity in Eurocode 2, and especially the expression for members without stirrups give little understanding. In addition, there is an uncertainty related to variable influence and concrete institutions and scientists have been working on finding accepted expressions. This thesis has reviewed two of three suggestions which underlies in the revision of Eurocode 2.

This thesis contains three parts. In part I relevant science was summarized. In addition, part I contains a presentation of theory, methods and codes. The existing codes Eurocode 2 and Model Code 2010 was reviewed, while expired Norwegian Standard 3473 was included to increase the comparative basis.

In part II the new proposals to the revision was presented and compared with existing codes. For comparison purposes, it was made a basis by completing literature review and screening. This includes science journals, methods, shear mechanisms and other relevant theory. Of the new proposals the expressions from Muttoni/Ruiz and Cladera et al. was reviewed. Capacity of a given beam and slab section was estimated and beam section was further compared with varying longitudinal reinforcement and concrete strength.

In part III similarities and non-similarities between Eurocode 2, Muttoni/Ruiz and Cladera et al. was discussed for both members with and without stirrups. The influence of longitudinal reinforcement and concrete strength was emphasized. Further in the discussion the thesis considered factors for shear capacity and present assumptions. At the end, the thesis was summarized.

The assignment went in-depth on factors and mechanisms that affects shear capacity.

Sammendrag

Formålet med denne oppgaven var å gjennomgå relevant litteratur, samt å sammenligne og diskutere aktuelle kapasitetsuttrykk for den planlagte revisjonen av Eurokode 2. Formelverket er bygget på empiriske og semi-empiriske modeller både for konstruksjonsdeler med og uten beregningsmessig behov for skjærarmering. Det finnes eksempler på overestimering av skjærkapasitet i Eurokode 2, og spesielt uttrykket for konstruksjonsdeler uten skjærarmering gir lite forståelse for brukeren. Det er i tillegg usikkerhet knyttet til faktorpåvirkning og i mer enn 40 år har betonginstitutter og forskere jobbet med å finne uttrykk som er allment aksepterte. Oppgaven har gjennomgått to av tre forslag som foreligger for revisjonen.

Oppgaven består av tre deler. I Del I ble relevant forskning oppsummert samt teori, beregningsmodeller og standarder presentert. De eksisterende standardene Eurokode 2 og Model Code 2010 ble gjennomgått, mens utgått Norsk Standard 3473 ble tatt med for å øke sammenligningsgrunnlaget.

I Del II ble nye forslag til revisjonen presentert og sammenlignet med eksisterende standarder. For å sammenligne ble det dannet grunnlag ved å gjennomføre litteratursøk og kartlegging. Herunder forskningsartikler, beregningsmodeller, skjærmekanismer og annen relevant teori. Av de nye forslagene ble uttrykkene fra Muttoni/Ruiz og Cladera et al. gjennomgått. Kapasitet for et gitt bjelke- og dekketverrsnitt ble beregnet og videre sammenlignet for bjelketverrsnittet med varierende lengdearmeringsmengde og betongfasthet.

I Del III ble forskjeller og likheter mellom Eurokode 2, Muttoni/Ruiz og Cladera et al. drøftet, både med og uten skjærarmering. Påvirkning av lengdearmeringsmengde og betongfasthet var vektlagt. Videre i diskusjonen vurderte oppgaven faktorer for skjærkapasitet og aktuelle antagelser. I tillegg ble oppgaven oppsummert til slutt.

Oppgaven har gått i dybden på faktorer og mekanismer som påvirker skjærkapasiteten.

Innholdsfortegnelse

Forord	I
Abstract	III
Sammendrag	V
1. Innledning	1
1.1 Oppgavens formål	2
1.2 Formål med skjærdimensjonering	2
1.3 utfordringer med skjærdimensjonering	3
1.4 Skjærtest	4
1.4.1 En typisk skjærtest	4
1.4.2 Faktorpåvirkning	4
1.4.3 Usikkerhet	5
1.5 Rapportens oppbygging	5
DEL I – Litteraturstudie og presentasjon av uttrykk for skjærkapasitet	7
2. Teori	7
2.1 Plastisitetsteorien	7
2.1.1 Grenseteorem	7
2.2 Spenningstilstand og rissvinkel	9
2.2.1 Skjærspenning i homogen bjelke	9
2.2.2 Spenningstilstand for betongbjelke (B-regioner)	9
2.2.3 Rissvinkel	10
2.3 Spenningsregioner	13
2.3.1 B-region	13
2.3.2 D-region	13
2.4 Bruddtyper	14
2.4.1 Kategori I	15
2.4.2 Kategori II	15
2.4.3 Kategori III	16
2.4.4 Kategori IV	16
2.5 Skjærmekanismer	16
2.5.1 Aggregate Interlock	17
2.5.2 Dybeffekten	18
2.5.3 Utkragereffekten	18
2.5.4 Bueffekten	19

2.6 Aksialkraftens påvirkning	20
3. Beregningsmodeller	23
3.1 Empirisk modell	23
3.2 Mekanisk modell	23
3.2.1 Mekanismer i mekanisk modell	23
3.3 Modified Compression Field Theory (MCFT)	24
3.3.1 Kompatibilitet	25
3.3.2 Likevekt	26
3.3.3 Spennings-tøyningsforhold	27
3.3.4 Simplified Modified Compression Field Theory (SMCFT)	28
3.4 Stavmodell	28
3.4.1 Trykkstav	29
3.4.2 Strekkstav	30
3.4.3 Node	30
3.5 Critical shear crack theory (CSCT)	31
3.5.1 Tøyningsbasert modell	31
3.5.2. Likevektsbasert modell	34
4. Faktorpåvirkning - En oppsummering av forskning	37
4.1 Lengdearmring	37
4.2 Størrelsesfaktor	38
4.3 Skjærspenn og effektiv dybde	39
4.4 Betongfasthet	41
4.5 Effekt av skjærarmring	42
4.6 Aksialkraft - eksperimentelle forsøk av betongelement	44
5. Eurokode 2	49
5.1 Introduksjon, forutsetninger og omfang	49
5.2 Material	50
5.2.1 Betong	50
5.2.2 Armeringsstål	56
5.3 Uttrykk for skjærkapasitet	56
5.3.1 Konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmring	57
5.3.2 Konstruksjonsdeler med beregningsmessig behov for skjærarmring	61
6. Andre standarder	67
6.1 fib Model Code 2010	67
6.1.1 Material	67
6.1.2 Uttrykk for skjærkapasitet	68

6.2 Norsk Standard 3473	76
6.2.1 Material	76
6.2.2 Uttrykk for skjærkapasitet	78
DEL II – Presentasjon og sammenligning	83
7. Presentasjon av nye forslag	83
7.1 Muttoni/Ruiz	83
7.1.1 Konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmering	84
7.1.2 Konstruksjonsdeler med beregningsmessig behov for skjærarmering	85
7.1.3 Muttoni og Ruiz – Forskningsgruppens konklusjoner	88
7.2 Cladera, Marí, Bairán, Oller og Ribas	89
7.2.1 Konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmering	90
7.2.2 Konstruksjonsdeler med beregningsmessig behov for skjærarmering	93
7.2.3 Cladera et al. - Forskningsgruppens konklusjoner	93
8. Sammenligning av uttrykk for skjærkapasitet	95
8.1 Kapasitet av gitt tverrsnitt	96
8.2 Sammenligning med varierende faktorer	98
8.2.1 Lengdearmeringsareal	98
8.2.2 Betongfasthet	101
8.2.3 Konklusjon	104
DEL III – Diskusjon og oppsummering	105
9. Diskusjon	105
9.1 Forskjeller og likheter mellom EC 2, Muttoni/Ruiz og Cladera et al.	105
9.1.1 Konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmering	105
9.1.2 Konstruksjonsdeler med beregningsmessig behov for skjærarmering	108
9.1.3 Kritiske skjærnsnitt	109
9.1.4 Betongbidrag	112
9.2 Skjærdybde	113
9.3 Erfaringer med de nye uttrykkene	116
9.3.1 Muttoni og Ruiz	116
9.3.2 Cladera et al.	116
10. Oppsummering	117
Referanser	119
Vedlegg	123

Figurliste

Figur 1: a) Bjelke i likevekt, b) Skjærarmoring i bjelke	3
Figur 2: Skjærmekanismer.....	3
Figur 3: Oppsett av skjærttest med tilhørende skjær- og momentdiagram	4
Figur 4: Bruddfasthet for betong i plastisk plane spenningsfelt med redusert trykkfasthet	7
Figur 5: Kvadratisk kriterium uten strekkfasthet i betong	7
Figur 6: a) Tverrsnitt, b) Bjelke, c) Forstørret element, d) Skjærspenning.....	9
Figur 7: Spenningsforløp over tverrsnitt uten og med bøyeriss.....	9
Figur 8: Snitt nært opplager	10
Figur 9: Spenningstilstand og Mohr`s sirkel i strekksone.....	11
Figur 10: Spenningstilstand og Mohr`s sirkel i trykksone	12
Figur 11: Rissforløp i bjelke	12
Figur 12: B- og D-regioner for geometriske- og lastavvik.....	13
Figur 13: Spenningstilstand under konsentrert last, St. Venants prinsipp.....	14
Figur 14: Knusing av steg.....	15
Figur 15: a) Heftbrudd, b) Dybeeffekten c) Knusing av betong.....	15
Figur 16: Strekkbrudd	16
Figur 17: Bøyebrudd	16
Figur 18: a) Aggregate interlock, b) Riss vanlig betong, c) Riss lettbetong	17
Figur 19: Dybeeffekten i lengdearmoring med og uten skjærarmoring.....	18
Figur 20: Illustrasjon av utkragereffekten	19
Figur 21: Trykkstav for: a) punktlast, b) jevnt fordelt last	19
Figur 22: Utvikling av skjærriss i trykkstav	19
Figur 23: Albuetrykkstav og kritisk skjærriss	20
Figur 24: Likevektstilstand når riss starter ved strekkranden	20
Figur 25: Skjærmekanismer.....	24
Figur 26: Membranelement med: a) spenninger, b) tøyning.....	25
Figur 27: a) Gjennomsnittlig tøyning i risset element, b) Mohr`s sirkel for gjennomsnittlige tøyninger	26
Figur 28: Fritt legeme diagram av element	26
Figur 29: Ulike komponenter i en STM-modell for en høy bjelke	29
Figur 30: Geometriske figurer av trykkstaver i betong	30
Figur 31: Ulike nodetyper i stavmodeller	31

Figur 32: Kritisk skjærrissmodell: (a) Kritisk snitt for last, (b) Beregning av langsgående tøyninger i kontrolldybden	32
Figur 33: Spekter for skjærspenningsforholdet.....	40
Figur 34: a) Detalj av elementer som testes, b) Egenskaper til stålvaiere	44
Figur 35: Skjærspenning og tilhørende tøyning	45
Figur 36: Påvirkning av helning på første skjærriss fra aksialspenninger.....	46
Figur 37: Påvirkning på rissvidde fra aksialkraft	47
Figur 38: Nominelle størrelser av a) kube, b) sylinder	51
Figur 39: Spennings-tøyningskurve for forskjellige fasthetsklasser	53
Figur 40: Verdier av f_{cm} , f_{ctm} og E_{cm} som funksjon av f_{ck}	53
Figur 41: a) Ortogonale strekkrefter, b) Spaltestrekktest	54
Figur 42: Spennings-tøyningsdiagram for armeringsstål.....	56
Figur 43: Faktoren k som funksjonen av effektiv dybde	58
Figur 44: Påvirkning av aksialkraft på skjærkraftkapasitet.....	59
Figur 45: Uttrykk for armeringsmengde og betongfasthet	60
Figur 46: Skjærkapasitet for trykk- og strekkbrudd.....	61
Figur 47: Tilleggskraft i lengdearmring på grunn av skjærkraft	62
Figur 48: Idealisert fagverk med snitt vinkelrett på stavene.....	64
Figur 49: Skjærstrekk- og skjærtrykkkapasitet med helning $21.8^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$	65
Figur 50: Antatt indre fagverksmodell.....	82
Figur 51: Typiske områder hvor det dimensjoneres som D-region.....	83
Figur 52: Trykkfeltmodell og notasjoner.....	86
Figur 53: Skjærmekanismer og kritisk snitt	89
Figur 54: Sammenligning av skjærkapasitet uten skjærarmring med variasjon i lengdearmring	98
Figur 55: kv-faktor som funksjon av lengdearmeringsmengde.....	99
Figur 56: Sammenligning av skjærkapasitet med skjærarmring med variasjon i lengdearmring ...	100
Figur 57: Sammenligning av skjærkapasitet uten skjærarmring med variasjon i betongfasthet.....	101
Figur 58: Sammenligning av skjærkapasitet med skjærarmring med variasjon i betongfasthet.....	103
Figur 59: Bjelke med skjærarmring	110
Figur 60: Plassering av kritisk skjærnsnitt for ulik effektiv dybde	111
Figur 61: Utnyttelse EC 2, Muttoni/Ruiz og Cladera et al. for fritt opplagt bjelke med punktlast på midten.....	111
Figur 62: Tverrsnitt med: a) stor z, b) liten z	113
Figur 63: Spenningsblokk for a) underarmert tverrsnitt og b) normalarmert tverrsnitt	114

1. Innledning

«Ingen eksperiment er verdt troverdigheten med mindre det finnes støtte fra en tilfredsstillende teori» - Sir Arthur Eddington (sitert i Cross (1935)). I mer enn 40 år har betonginstitutter og forskere samarbeidet for å finne en troverdig teori for skjærkapasitet i betong. Spesielt for konstruksjonsdeler uten, men også for konstruksjoner med beregningsmessig behov for skjærarmering er formelverket bygget på empiriske og semi-empiriske modeller.

Skjærdimensjonering bør være enkelt, kunne gi en fysisk betydning til faktorene som beregnes samt gi en forståelse for hvorfor de er viktige. I følge Bentz et al. (2006) bør en ingeniør med erfaring i det minste kunne utføre overslagsberegninger «på baksiden av en konvolutt». Hovedformålet med skjærdimensjonering er å finne ut hvor det er nødvendig med skjærarmering for å unngå sprø brudd, og samtidig binde sammen bøyestrek- og bøyetrykksiden av bjelken slik at den kan virke som én enhet.

En viktig utfordring for konstruksjonsdeler uten skjærarmering er at kapasitetsuttrykket i Eurokode 2 (EC 2) bygger på empirisk forskning og mangler logisk forklaring. I tillegg er kunnskap om hvordan og når kritiske skjærriss oppstår utilstrekkelig. I følge Zakaria et al. (2009) er skjærriss vanskeligere å kontrollere enn bøyeriss. Det var arbeid utført av Zsutty i 1968 som dannet grunnlaget til uttrykket kjent fra EC 2 (Muttoni og Ruiz, 2010). Uttrykket skulle i utgangspunktet kun benyttes for fritt opplagte bjelker, men ble revidert for å inkludere faktorer som størrelseseffekten. Videre har regresjonsanalyser funnet nye sammenhenger mellom andre faktorer som blant annet betongfasthet, lengdearmeringsmengde og aksiallast.

Formålet med forskning på skjær i betong er å finne et uttrykk for konstruksjonsdeler med og uten skjærarmering som estimerer kapasitet på en god måte. Tidligere observasjoner har imidlertid funnet at skjæruttrykkene i EC 2 overestimerer skjærstyrken i enkelte tilfeller (Cladera og Marí, 2007, Sagaseta og Vollum, 2011). Dersom et tilfredsstillende uttrykk oppnås kan bjelker og dekker dimensjoneres for momentbrudd. Da vil konstruksjonen være pålitelig og gi forvarsel før brudd, noe som er ønskelig og vesentlig for å ivareta sikkerheten til brukerne. Slike momentbrudd er duktile i motsetning til et eksplosivt skjærbrudd (Collins et al., 2008b).

Uttrykkene for skjærkapasitet i EC 2 har vist å gi gode estimat for «normale» bjelker og dekker. Med bakgrunn i dette kan det vurderes om estimeringen er like god for konstruksjonsdeler som viker fra det «normale».

1.1 Oppgavens formål

Beregning av skjærkapasitet i betong er en utfordring innenfor dimensjonering. Det er brukt mye ressurser på forskning og utvikling av modeller for å estimere skjærmotstand.

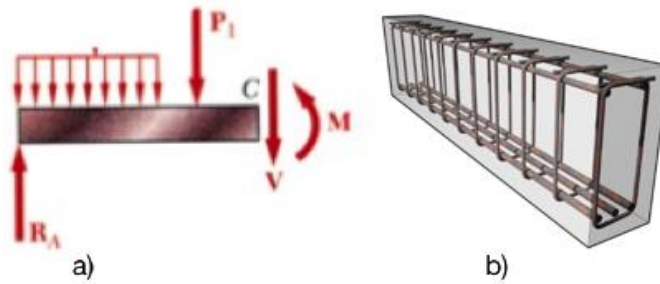
Forskningen forsøker å knytte teori opp mot testresultater, men også å finne ut hvordan forskjellige faktorer påvirker kapasiteten. Utvikling av modeller har ført til en pågående revisjon av EC 2, der kapasitetsuttrykkene for skjærdimensjonering er empiriske og semi-empiriske. De nye forslagene bygger på en mekanisk modell og modifisert trykkfeltsteori.

Oppgavens formål er å gå gjennom relevant litteratur, samt å sammenligne og diskutere aktuelle kapasitetsuttrykk for revisjonen.

1.2 Formål med skjærdimensjonering

Spenninger i en betongkonstruksjon oppstår ved omfordeling av ytre påkjenninger. Typiske krefter i en betongbjelke med sentrisk belastning er moment- og skjærspenninger som vist i figur 1 a). For å forklare grunnleggende skjær på en enkel måte kan det sammenlignes med friksjon. Dersom håndflatene trykkes sammen og dras i motsatt retning er det friksjon mellom flatene som bestemmer hvor tungt det er å skyve hendene, dette kan ses på som kapasiteten til håndflatene. Spenningene påvirker tverrsnittet og danner ulike bruddformer i en konstruksjon. Et brudd kommer av at det belastes med mer enn det er dimensjonert for, og da vil store deformasjoner inntreffe og kapasitet minker betydelig.

Betong har høy trykkapasitet, men en utfordring er at strekkapasiteten er lav (cirka 1/10 av trykkstyrken). I praksis betyr det at strekkapasitet neglisjeres ved dimensjonering. Derfor er det vanlig å utforme betongkonstruksjoner slik at betong tar trykkrefter og armering strekkrefter. Formålet med skjærdimensjonering i betongkonstruksjoner er å ta opp skjærstrekk i betong, få mer duktile brudd, men også for å koble sammen strekk- og trykksone. For at skjærarmering effektivt skal oppta krefter og tilfredsstillende krav til forankring, utformes de som lukkede ståløyler, se figur 1 b).



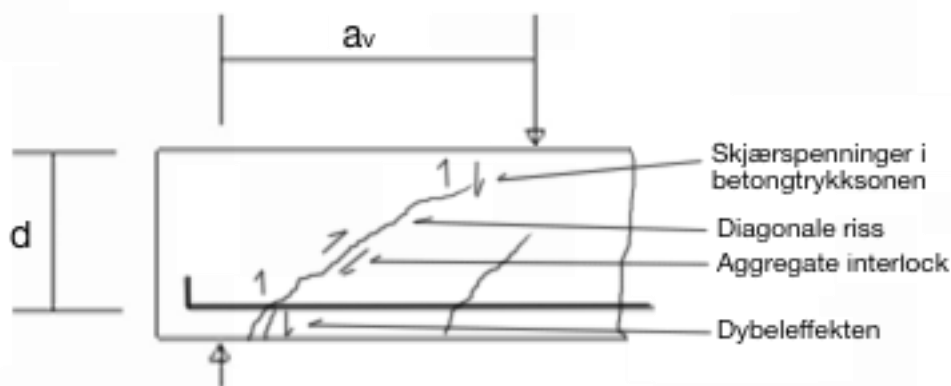
Figur 1: a) Bjelke i likevekt, b) Skjærarmering i bjelke

1.3 utfordringer med skjærdimensjonering

Beregning av skjærkapasitet i betongkonstruksjoner påvirkes av en rekke faktorer som gjør beregningene komplekse. Betongfasthet, lengdearmeringsmengde og påkjenning er blant de viktigste faktorene som inngår i dimensjonering.

Det er utviklet flere regelverk og modeller som tilfredsstillende lover og forskrifter for valgte løsninger. Dagens formelverk i EC 2 for konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmering er laget med empirisk modell som begrenser utforming. Empiriske uttrykk er utfordrende med tanke på fysisk forståelse og bakenforliggende mekanikk. Herunder spenningsvandring i konstruksjonen, bruddform, og hvilke hensikter det har å variere viktige faktorer.

En utfordring med skjærdimensjonering er å kunne analysere indre spenninger for å vite hvor det bør legges inn skjærarmering og videre dimensjonere konstruksjonen. Etersom betong er et komposittmateriale er det viktig å vite sammenheng mellom materialer og hvordan de oppfører seg. Figur 2 viser skjærmekanismer for en mekanisk modell og hvordan skjærkrefter omfordes.

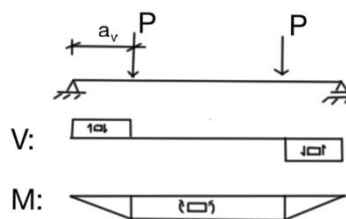


Figur 2: Skjærmekanismer (Bhatt et al., 2014)

1.4 Skjærttest

1.4.1 En typisk skjærttest

En tradisjonell måte å utføre en skjærttest er illustrert i figur 3. Fra cirka 1950 og frem til 2008 ble denne modellen benyttet i 84 % av tilfellene (Collins et al. (2008a) – Fig.2). Det som er bra med dette oppsettet er at bjelken kun påkjennes av momentkrefter mellom lastpunktene. Kun moment mellom lastene gjør at brudd i denne regionen vil være uinteressante når skjærbrudd er i fokus. Derimot er dannelse og utvikling av skjærriss i skjærspennet (a_v) vanskeligere å forklare. Alle bjelkesnitt i skjærspennet er forskjellige grunnet varierende moment, og disse ulikhetene gjør det vanskelig å analysere brudd i denne regionen. Det er med andre ord vanskelig å forklare virkning av momentspenning, lengden av skjærspennet og andre faktorer. Tverrsnitt med varierende spenninger gjør det vanskelig å vise sammenheng mellom ytre påkjenninger og krefter i betong samt armering (Bentz et al., 2006). Videre fører dette til komplikasjoner når det skal utvikles enkle og generelle uttrykk for beregning av skjærkapasitet.



Figur 3: Oppsett av skjærttest med tilhørende skjær- og momentdiagram

1.4.2 Faktorpåvirkning

Det finnes en rekke faktorer som spiller inn på et testresultat. Under en kongress i 1970 foreslo professor Fritz Leonhardt at skjær og torsjon ble påvirket av cirka 20 ulike variabler (Collins et al., 2008a). Faktorene som det er forsket mest på er oppsummert i oppgavens kapittel 4.

Andre faktorer som er verdt å nevne er alder og lastpåføring. Betong bruker et visst antall døgn og krever visse forhold fra temperatur og luftfuktighet for å oppnå full fasthet. Testes bjelken før denne fastheten er nådd kan resultater med ukorrekte verdier føre uteliggere inn i databasene. Testelementene påvirkes også av hvordan lasten påføres, for eksempel vil elementet reagere forskjellig ved dynamisk og lineært økende last.

1.4.3 Usikkerhet

Gjennomgang av litteratur på området har vist at flere testserier er gjort i relativt liten skala. Det vil si at noen serier inneholder mindre enn 10 testbjelker. Utfordringen da er at en ikke får nok informasjon til å trekke konklusjoner om hvordan en faktor påvirker kapasitet i bjelken. Andre serier har relativt lave testbjelker og da mistes testresultater for dype bjelker som ofte benyttes i store og komplekse konstruksjoner. I tillegg påvirker blant annet lastpåføring og alder inn som er nevnt i delkapittel 1.4.2 .

1.5 Rapportens oppbygging

1.5.1 Del I

I oppgavens første del er teori, beregningsmodeller, og tre standarder gjennomgått. I tillegg er et eget kapittel viet til forskning på viktige faktorer.

I teorikapittelet er relevant teori for oppgaven gjennomgått. Det som er skrevet kommer til bruk og det henvises tilbake til teori ved behov. Underkapitler omhandler plastisitetsteorien, spenningstilstand og rissvinkel, spenningsregioner, hvilke bruddtyper som kan forventes og skjærmekanismer.

Beregningsmodell-kapittelet handler om det bakenforliggende for skjærkapasitetsuttrykkene som gjennomgås i oppgavens Del I eller Del II. Innholdet kan knyttes opp mot de forskjellige kodene, da mange av uttrykkene bygger på disse. Eksempelvis EC 2 hvor uttrykket for konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmering baseres på en empirisk beregningsmodell.

Kapittelet om forskning omhandler observasjoner og konklusjoner fra 50-tallet til nyere tid. Underkapitlene er delt opp etter faktorer.

De to siste kapitlene i Del I er en gjennomgang av Eurokode 2 (EC 2), Norsk Standard 3473 (NS 3473) og Model Code 2010 (MC 2010). NS 3473 er valgt på grunn av beregningsmetodene den benytter seg av, men også ettersom dette var Norges standard før EC 2. MC 2010 er tatt med da den har uttrykk og beregningsmodeller fra nyere forskning som er interessant når de nye forslagene skal gjennomgås. I tillegg vil MC 2010 og NS 3473 gi ekstra sammenligningsgrunnlag for Del II.

1.5.2 Del II

Del II av oppgaven starter med en gjennomgang av de nye forslagene. Deretter er skjærkapasitetsuttrykkene sammenlignet.

Forslagene som gjennomgås er hentet fra Muttoni/Ruiz og Cladera, Marí, Bairán, Oller og Ribas. Muttoni og Ruiz sitt forslag baseres på en modifisert trykkfeltsteori og kritisk skjærsteori, mens Cladera et al. sitt forslag bygger på en mekanisk modell. Uttrykk for konstruksjonsdeler med og uten beregningsmessig behov for skjærarmring er gjennomgått.

I sammenligningskapittelet er et bjelketverrsnitt og et dekketverrsnitt sammenlignet for EC 2, NS 3473, MC 2010 og de to nye forslagene. Andre del av sammenligningskapittelet er mer generelt og trender for varierende lengdearmingsareal og betongfasthet er kommentert. Lengdearmingsareal og betongfasthet er valgt innenfor krav fra EC 2.

1.5.3 Del III

Del III av oppgaven omhandler diskusjonsdel og oppsummering.

I diskusjonskapittelet er teori og erfaring brukt for å diskutere forskjeller og likheter mellom uttrykkene. Det er også diskutert relevante problemstillinger som kritisk skjærnsnitt, effektiv skjærdybde og betongbidrag.

I oppsummeringen er de viktigste momentene fra oppgaven samlet.

DEL I – Litteraturstudie og presentasjon av uttrykk for skjærkapasitet

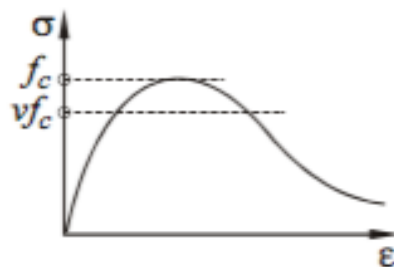
2. Teori

2.1 Plastisitetsteorien

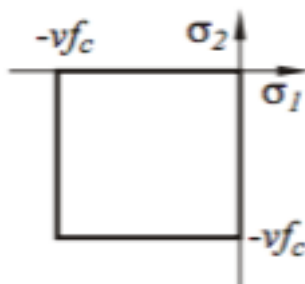
En plastisk bruddlast opptrer når påkjenninger og geometri er slik at all material i en konstruksjon kommer i plastisk sone (Reyes, 2015). Skjærkapasitet for konstruksjonsdeler med beregningsmessig behov for skjærarmering i EC 2 er basert på en løsning av plastisitetsteorien (Jensen og Lapko, 2009). Også den modifiserte trykkfeltsteorien er basert på plastisitetsteori og oppfyller kompatibilitets- og likevektsforhold (forklares nærmere i kap. 3.3.1 og 3.3.2).

2.1.1 Grenseteorem

Dersom nedre- og øvre grenseteorem gir samme resultat fås en teoretisk eksakt løsning (Jensen og Lapko, 2009). Betong er ikke et ideelt plastisk materiale, derfor introduseres en redusert trykkfasthet νf_c som vist i figur 4. I armerte tverrsnitt neglisjeres strekkfasthet i betong, noe som fører til at bruddkriteriet blir kvadratisk i det plane spenningsfeltet som vist i figur 5.



Figur 4: Bruddfasthet for betong i plastisk plane spenningsfelt med redusert trykkfasthet (Jensen og Lapko, 2009)



Figur 5: Kvadratisk kriterium uten strekkfasthet i betong (Jensen og Lapko, 2009)

2.1.1.1 Øvre grenseteorem

I øvre grenseteorem blir bæreevne høyere eller lik flytetøyning funnet, altså plastisk kapasitet. Her opprettes bruddmekanismer og kapasitet beregnes på bakgrunn av virtuelt arbeid (arbeidsbetraktning) (Jensen og Lapko, 2009). Eksempler på øvre grenseløsning er flyteledd og flytelinjer for bjelker og plater.

Kortfattet fremgangsmåte for øvre grenseteorem (Skjeggestad, 1986)

1. Det velges plastiske mekanismer i konstruksjonen.
2. Beregne arbeid fra ytre belastning.
3. Beregne indre arbeid.
4. Ytre arbeid settes lik indre arbeid.
5. Kapasitet beregnes ved å løse punkt 4.

Resultatet gir øvre grense for kapasitet.

2.1.1.2 Nedre grenseteorem

I nedre grenseteorem blir bæreevne lavere eller lik flytetøyning funnet, altså elastisk kapasitet. Spenningsfeltet oppfyller likevektsforhold og er sikker i henhold til bruddkriterier for materialene (Jensen og Lapko, 2009). Dersom det antas at betong ikke overfører strekk, bestemmes nedre grenseløsning når armeringen flyter før betong når trykkfasthet. Eksempler på nedre grenseløsning er fagverks- og stavmodeller for bjelker.

Kortfattet fremgangsmåte for nedre grenseteorem (Skjeggestad, 1986)

1. Det velges indre spenningsfelt i konstruksjonen som tilfredsstillende følgende krav:
 - 1.1. Spenningsfelt i indre likevekt.
 - 1.2. Spenningsfelt i likevekt med ytre belastning.
 - 1.3. Spenningsfelt overskrider ikke betingelsen for knusing av betong noen steder i konstruksjonen.
2. Beregne nødvendig kapasitet lik ytre belastning i punkt 1.2.

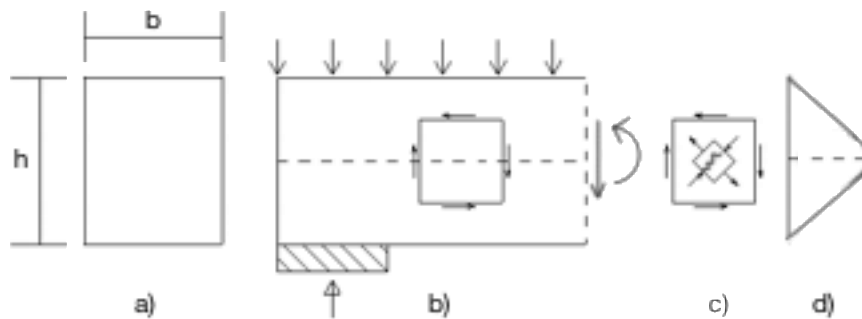
Resultatet gir nedre grense for kapasitet.

2.2 Spenningstilstand og rissvinkel

2.2.1 Skjærspenning i homogen bjelke

En spenningstilstand av kun skjærkrefter opptrer i nøytralaksen til en bjelke som vist i figur 6 (Bhatt et al., 2014). I nøytralaksen er det fritt for momentspenninger, som gir hovedtrekk- og trykkspenninger med 45° vinkel, se figur c). I en elastisk rektangulær bjelke vil skjærspenningene opptre med parabolisk spenningsforløp som vist i figur d), med en maksimumsverdi gitt av uttrykk (2.1).

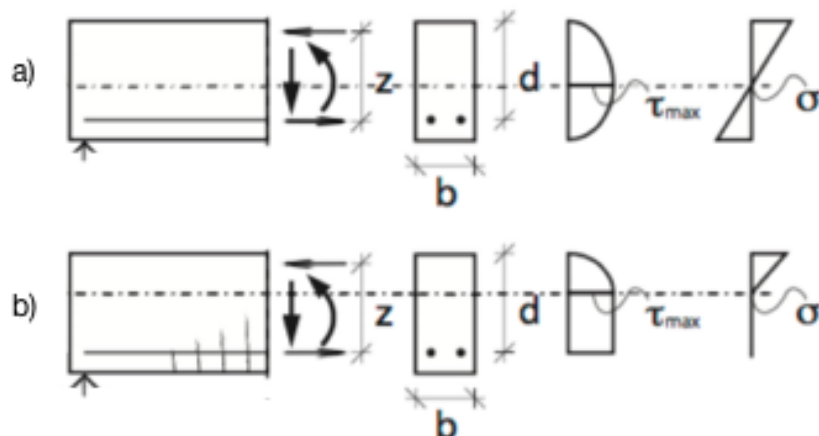
$$\tau_{max} = \frac{2V}{3bh} \quad (2.1)$$



Figur 6: a) Tverrsnitt, b) Bjelke, c) Forstørret element, d) Skjærspenning (Bhatt et al., 2014)

2.2.2 Spenningstilstand for betongbjelke (B-regioner)

Bjelkens tilstand, risset eller urisset, påvirker spenningsforløpet for skjær og bøyemoment som vist i figur 7. Bøyeriss oppstår når betongens strekkfasthet nås på grunn av moment i bjelken. Videre i kapitlet vises uttrykk for skjærspenninger.



Figur 7: Spenningsforløp over tverrsnitt uten og med bøyeriss

For urissede bjelker vil skjærspenningsforløpet bli parabelformet som vist i figur 7 a) og være gitt av uttrykk (2.2). Der S er første og I er andre arealmoment for urisset betongtverrsnitt. Maksimumsverdi for skjærspenning er fortsatt gitt av uttrykk (2.1).

$$\tau = \frac{VS}{Ib} \quad (2.2)$$

Når det oppstår bøyeriss i bjelken antas det at betongbidraget neglisjeres i strekksonen og nøytralaksen vil bevege seg oppover i tverrsnittet som vist i figur 7 b).

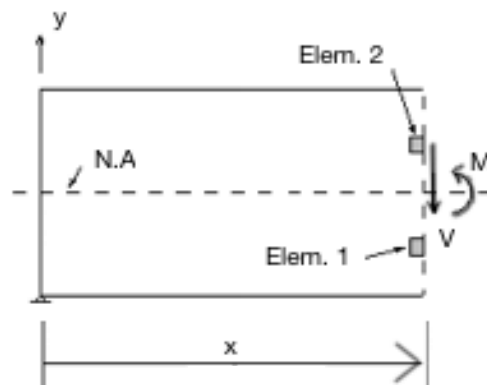
Likevekt for bøyemoment i bjelken gir skjærspenningsforløp med parabelform over nøytralaksen og konstant verdi videre ned til armering. Spenningsforløp over nøytralaksen er gitt av uttrykk (2.2) med maksimumsverdi gitt av (2.3). Der z er avstand mellom tyngdepunkt i strekk- og trykksone.

$$\tau_{max} = \frac{V}{bz} \quad (2.3)$$

2.2.3 Rissvinkel

Største hovedtrekk- og hovedtrykkspenning virker normalt på hverandre. Skjærriss oppstår normalt på største hovedtrekkspenning når betongens strekkfasthet nås, altså når $\sigma_1 = f_{ctk}$. Hovedtrekkspenning er en kombinasjon av skjærspenning τ og normalspenning σ_x .

Videre i kapitlet skal rissvinkelen finnes ved hjelp av Mohr's sirkel. Retningen skal bestemmes for element 1 som ligger i strekksonen og element 2 som ligger i trykksonen, se figur 8. Strekkspenninger regnes som positive og trykkspenninger som negative. Kapitlet er en oppsummering fra boka «Betongkonstruksjoner» av Sørensen (2010).



Figur 8: Snitt nært opplager (Sørensen, 2010)

2.2.3.1 Fremgangsmåte for å finne rissvinkel ved hjelp av Mohr's sirkel (figur 9b/10b):

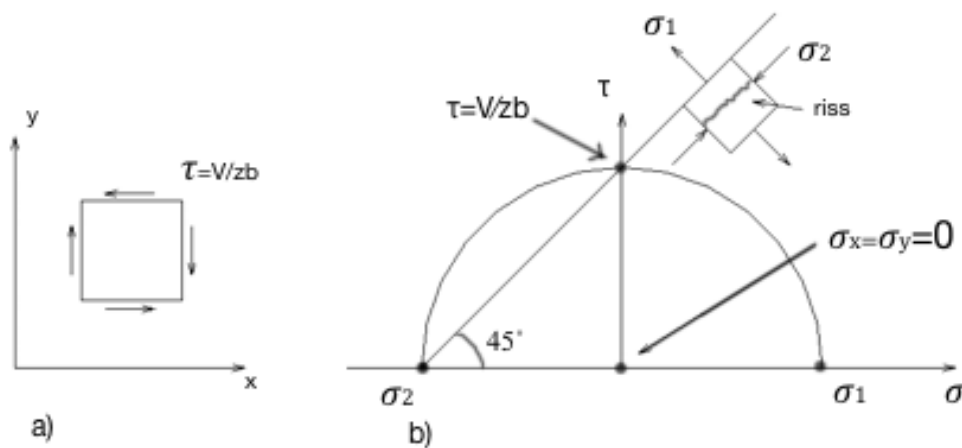
1. Marker verdien for σ_x og σ_y langs σ -aksen.
2. Marker verdien for skjærspenning langs τ -aksen.
3. Gjennomsnittsverdi av σ_x og σ_y gir plassering for senter spennings sirkel.
4. Avstand mellom senter spennings sirkel og verdi skjærspenning gir radius.
5. Krysningspunkt mellom spennings sirkel og σ -aksen gir hovedspenningsverdier.
6. Rissvinkel bestemmes ved å trekke rett linje mellom hovedtrykkspenning σ_2 og skjærspenningsverdi τ .

2.2.3.2 Element 1:

Element 1 vises i figur 9 og ligger i strekksonen. Når elementet utsettes for bøyeriss vil normalspenningene i både x- og y-retning være lik null. Det samme vil gjelde for elementer langs nøytralaksen. Spenningstilstanden blir altså:

$$\sigma_x = \sigma_y = 0 \quad (2.4)$$

$$\tau = V/zb \quad (2.5)$$



Figur 9: Spenningstilstand og Mohr's sirkel i strekksonen (Sørensen, 2010)

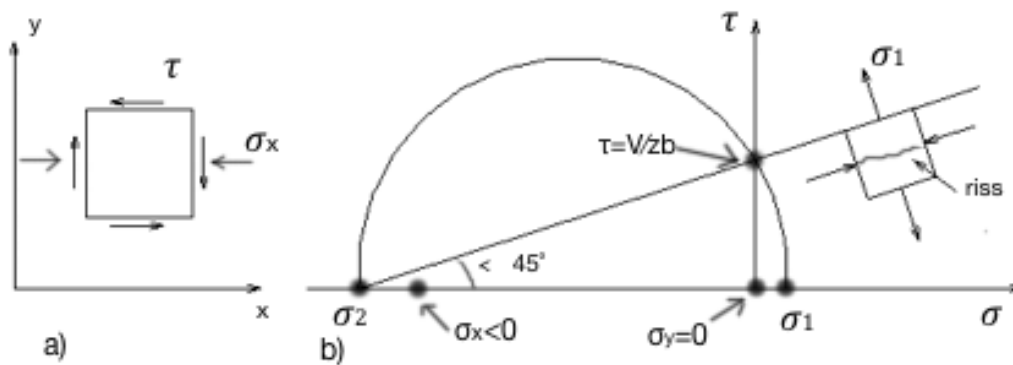
Figur 9 illustrerer at rissvinkelen vil være 45° i et element med strekk ettersom senter i spennings sirkelen er i aksesystemets origo og avstanden fra τ til origo samt σ_2 til origo er lik.

2.2.3.3 Element 2:

Element 2 ligger i trykksonen og vises i figur 10. Spenningstilstanden vil være:

$$\sigma_x < 0; \sigma_y = 0 \quad (2.6)$$

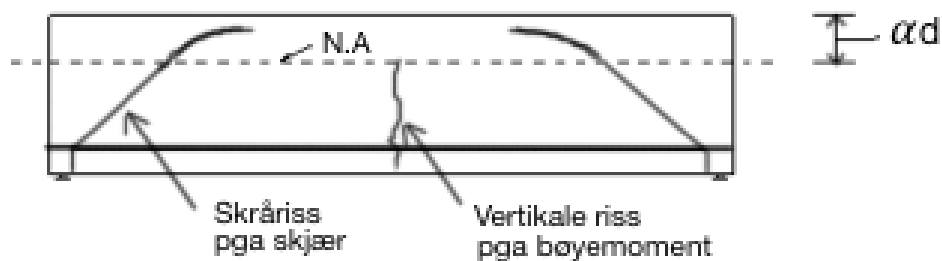
$$\tau = V/zb \quad (2.7)$$



Figur 10: Spenningstilstand og Mohr's sirkel i trykksonen (Sørensen, 2010)

I slike tilfeller danner riss en vinkel lavere enn 45° med bjelkeaksen. Dette fordi avstanden fra σ_2 til origo er større enn avstanden fra τ til origo (origo for aksesystem). En kan også se at vinkelen minker når trykket σ_x øker i elementet. Lavere vinkel medfører at riss blir mer parallell med bjelkeaksen desto høyere elementet kommer i trykksonen.

Figur 11 viser det teoretiske rissforløpet til elementer over og under nøytralaksen.

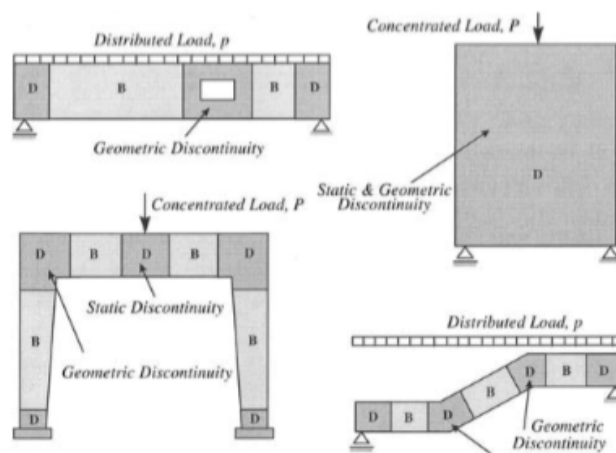


Figur 11: Rissforløp i bjelke (Sørensen, 2010)

2.3 Spenningsregioner

Generell og detaljert analyse går ut på å finne effekter som indre spenningsfelt, momenter, opplagerkrefter og deformasjoner i en konstruksjon. I en konstruksjonsdel finnes ulike spenningsområder som varierer med geometri og lastpåføring. Områdene omtales ofte som B- og D- regioner.

For å forstå vanskeligheter og problemer rundt det å finne allment aksepterte uttrykk for skjærkapasitet er det viktig å kjenne til disse regionene. I figur 12 er eksempler på regionene vist i konstruksjoner hvor geometri og last varierer.



Figur 12: B- og D-regioner for geometriske- og lastavvik (Ali og White (2001))

2.3.1 B-region

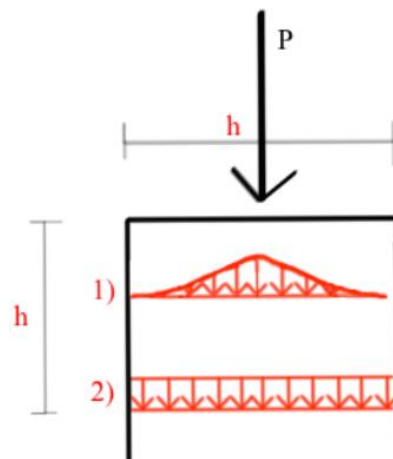
I B-regioner varierer krefter og spenninger lineært og det antas at Bernoullis hypotese om at plane snitt forblir plane er gyldig. For å huske dette kan det tenkes at «B» står for Bernoulli eller Bjelke. Lineær spenningsfordeling kjennetegner regionen og momentet er ofte et større problem enn skjær. I prinsippet betyr det at ordinær bjelketeori kan anvendes med svært god nøyaktighet (Mansur og Tan, 1999). Utforming av B-regioner er godt forstått og bjelkens oppførsel under bøyning kan forutses med enkle beregninger (Ali og White, 2001).

2.3.2 D-region

D-regionene kjennetegnes av ikke-lineær spenningsfordeling, det vil si at spenninger varierer som parabelform eller lignende. Eksempler på slike regioner er under konsentrerte laster (figur 13), ved hjørner, åpninger og andre diskontinuiteter. I disse regionene er ikke Bernoullis hypotese anvendbar (Ali og White, 2001). «D» kan tenkes å stå for Disturbed

(forstyrret) eller Diskontinuitet. Selv for de mest praktiske tilfellene er evnen til å bestemme kapasitet enten dårlig (empirisk) eller krever betydelig beregningskraft (FE-analyseprogram). I prinsippet betyr dette at analyser i disse områdene må idealiseres med tanke på geometri og konstruksjonens oppførsel.

Størrelse, det vil si lengden på D-regionene, kan forklares nærmere ved hjelp av St. Venants prinsipp. St. Venants prinsipp hevder at spenninger tilnærmer seg en lineær fordeling i en avstand h fra diskontinuiteten eller lastpunktet (Committee, 2008). Punkt 1 i figur 13 viser ikke-lineær spenningstilstand rett under last. Etter hvert som avstanden nærmer seg h vil spenningstilstanden bli lineær, som punkt 2 i figuren. Der det på nytt oppstår lineær spenningsfordeling gjelder det som ble skrevet for B-regioner.



Figur 13: Spenningstilstand under konsentrert last, St. Venants prinsipp

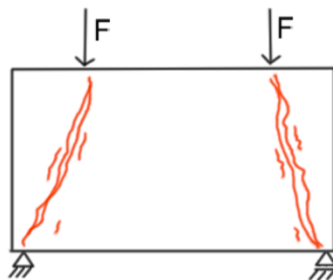
2.4 Bruddtyper

Skjærbrudd er komplekse mekanismer og er blant annet avhengig av forholdet mellom skjærspenn a_v , effektiv dybde d , annen geometri og lastkonfigurasjon. Skjærspenn defineres som avstand mellom opplager og største konsentrerte last. Effektiv dybde er avstand fra topp av trykksone til tyngdepunkt lengdearmring (Bhatt et al., 2014). Brudd i betong på grunn av manglende skjærmotstand er det farligste bruddet ettersom det gir lite, om noe, forvarsel i form av nedbøying og riss (Feld, 1964). Konstruksjonsdeler uten skjærarmring er spesielt utsatt da det kun dannes ett kritisk skjærriss før brudd. For konstruksjonsdeler med skjærarmring tar skjærarmringen opp strekkspenningene der det er nødvendig, og rissene fordeles over bjelkens lengde.

Forskjellige bruddtyper kan ifølge O'Brien et al. (2012) deles inn i kategorier etter skjærspenningsforholdet ($\frac{a_v}{d}$). Ofte brukte betegnelser på bruddtyper er skjærstrekkbrudd og skjærtrykkbrudd, men det eksisterer også andre bruddtyper som bøyebrudd, dybelbrudd og knusing av betong. De påfølgende underkapitlene er hentet fra O'Brien et al. (2012).

2.4.1 Kategori I, $0 < a_v/d < 1$

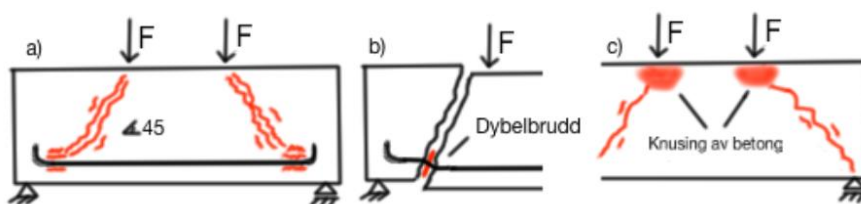
Bjelker med kort spenn eller stor effektiv dybde får ofte bruddmekanismer som sammenfaller med figur 14. Kjentegn for bruddmekanismen er diagonale skjærriss som strekker seg direkte fra opplager til lastpåføringspunktet. Bruddet omtales ofte som «knusing av steg» eller «skjærtrykkbrudd». De store spenningene i trykkstaven fører også til ortogonale hovedtrekkspenninger (jf. kap. 2.2.3). Disse strekkspenningene gjør at betong «spaltes».



Figur 14: Knusing av steg

2.4.2 Kategori II, $1 < a_v/d < 2.5$

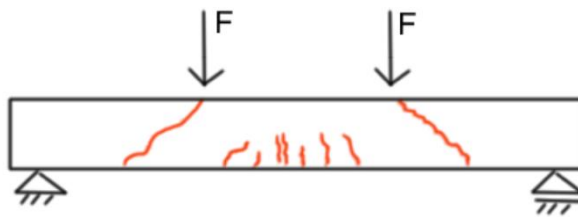
Konstruksjonsdeler i kategori II oppfører seg tilnærmet likt de i kategori I. For eksempel risser bjelken i snitt mellom påført last og opplager. Det som skiller seg fra kategori I er at rissene i tillegg forplanter seg langs lengdearmoring og reduserer heft mellom armering og betong, se figur 15 a). Lengdearmoring som går på tvers av et riss flyter når risset er stort nok. Når armeringen etter hvert går til brudd, se figur 15 b), fås et dybelbrudd. En alternativ bruddmekanisme er knusing av betong i lastangrepspunktet (figur 15 c)).



Figur 15: a) Hefibrudd, b) Dybeleffekten c) Knusing av betong

2.4.3 Kategori III, $2.5 < a_v/d < 6$

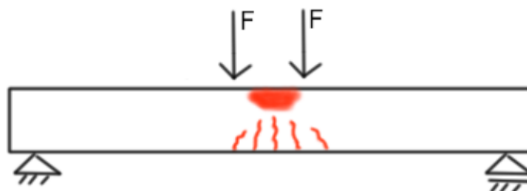
Konstruksjonselementer i kategori III vil mest sannsynlig danne bøyeriss før trykkreftene blir så store at steget knuses. I nærheten av opplager hvor skjærkraften er størst utvikler bøyerissene seg til skråriss som forplanter seg mot påført last som illustrert i figur 16. Skråriss i kombinasjon med strekk fra momentet fører til at konstruksjonsdelen splittes. Denne bruddmekanismen kalles strekkbrudd. Av forsøk er det funnet at denne mekanismen krever halvparten av lasten som kreves for dybel- og trykkbrudd.



Figur 16: Strekkbrudd

2.4.4 Kategori IV, $6 < a_v/d$

I denne kategorien er konstruksjonsdelene ofte så slanke at de har en tendens til å feile i ren bøyning før kritiske skjærriss oppstår som illustrert i figur 17. Det betyr flytning i lengdearmoring og knusing av betong i trykksone.



Figur 17: Bøyebrudd

2.5 Skjærmekanismer

I urissede konstruksjonsdeler uten skjærarmoring er det betong som tar skjærkrefter i det elastiske spenningsfeltet. Risset betong bærer derimot skjær ved hjelp av flere skjærmekanismer (Muttoni og Ruiz, 2008).

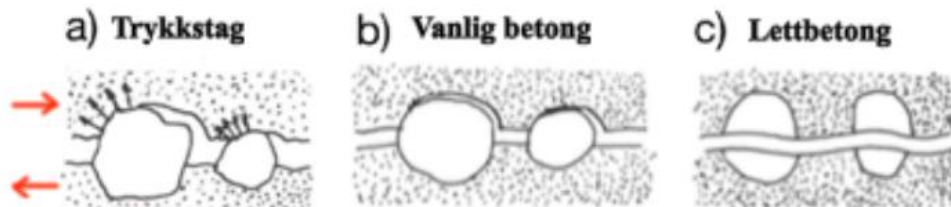
Eksempler på skjærmekanismer som opptrer når betong risser er aggregate interlock, dowel effect (dybeleffekten), cantilever action (utkragereffekten) og arch and elbow action (bueeffekten) (Muttoni og Ruiz, 2010).

De tre første effektene kalles for skjærbærende bjelkemekanismer og tillater at kraft går i lengdearmoring for å opprettholde likevekt. Aggregate interlock er mekanismen som bærer mesteparten av skjærspenningene og er den eneste mekanismen som er uavhengig av betongens strekkfasthet.

2.5.1 Aggregate Interlock

Aggregate interlock er en mekanisme som ble teoretisk og eksperimentelt påvist av Walraven (1980). Mekanismen utvikler seg rundt det kritiske skjærrisset og aktiveres når overflatene til risset beveger seg i hver sin retning, se figur 18 a). Friksjon og motstand fra tilslaget danner dermed et trykkstag i risset og kapasiteten avhenger av rissgeometri, rissvidde og ruhet. I tillegg er tilslagsstørrelse og type betong avgjørende for skjærkapasiteten. I figur 18 b) er et riss i normal betongblanding illustrert, og figur 18 c) viser hvordan risset forplanter seg gjennom tilslag i lettbetong. Lettbetong har tilslag av lettere og svakere materiale (for eksempel lettklinkerkuler), noe som medfører lavere kapasitet på det antatte trykkstaget grunnet lavere friksjon og motstand.

For å beregne mekanismens kapasitet kan ruhet av rissoverflate antas å korrelere med største tilslagsstørrelse i konstruksjonsdelen (Muttoni og Ruiz, 2008).



Figur 18: a) Aggregate interlock, b) Riss vanlig betong, c) Riss lettbetong (Walraven, 1980)

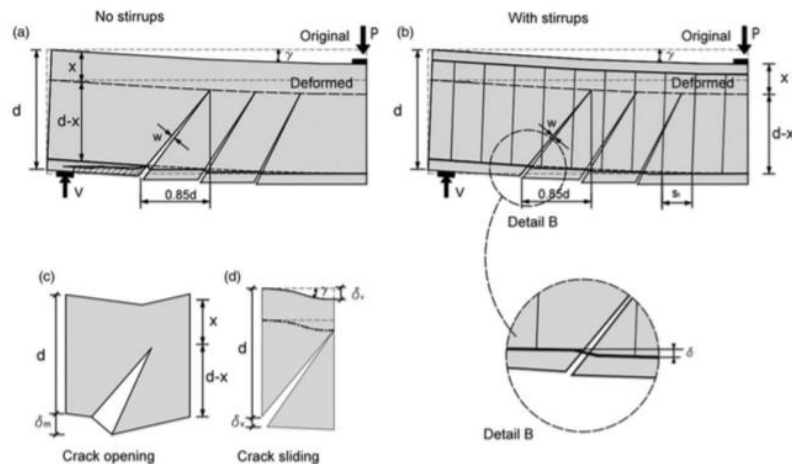
I en fagartikkel gjorde Collins et al. (2008b) en gjennomgang av over 1800 forsøk på betongbjelker uten skjærarmoring. De observerte at aggregate interlock er nødvendig dersom tverrsnittet skal ta opp skjærspenning etter rissing. Videre påpekte de at høy spenning i lengdearmoring og brede skjærriss reduserte grad av aggregate interlock, og at høy betongspenning og liten tilslagsstørrelse førte til glattere rissoverflate. I prinsippet betyr dette lavere skjærkapasitet.

2.5.2 Dybeffekten

Dybeffekten opptrer der armering krysser på tvers av skjærrisset og overflatene beveger seg fra hverandre som vist i figur 19. Åpning i skjærrisset gjør at lengdearmring utsettes for vertikale forskyvninger mellom de to overflatene i risset.

I tilfeller uten skjærarmring er det betongoverdekning som overfører krefter til lengdearmring. Kapasitet begrenses derfor til betongens strekkapasitet og dybeffekten vil her bare opptre ved lave skjærpåkjenninger (Kotsovos et al., 1987, Zararis og Papadakis, 2001).

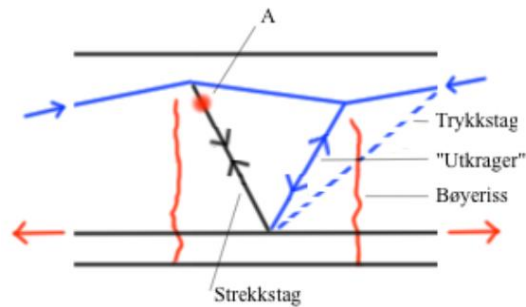
I tilfeller med skjærarmring vil skjærbøyler gi reduksjon i vertikale deformasjoner i lengdearmringen. «Detalj B» i figur 19 viser at lengdearmringen er fast innspent i de tilstøtende bøylerne på hver side av risset. Her vil vertikale deformasjoner mellom riss være fordelt langs avstanden mellom bøylerne.



Figur 19: Dybeffekten i lengdearmring med og uten skjærarmring (Mari et al., 2015)

2.5.3 Utkragereffekten

Utkragereffekten omfordeler krefter slik at strekk- og trykkstag omgår riss. Felles for tverrsnitt hvor bøyeriss utvikles er at skjær tas av et skråstilt trykkstag, men i stedet for det stiplede trykkstaket i figur 20 omgår «utkrageren» risset. I følge Kani (1955) er kapasiteten til utkragereffekten for det meste påvirket av strekkfastheten til betong. Når denne fastheten oppnås ved punkt A i figuren utvikler risset seg horisontalt som et kritisk skjærriss. Dette medfører at effekten deaktiveres og ikke gir tilleggskapasitet.

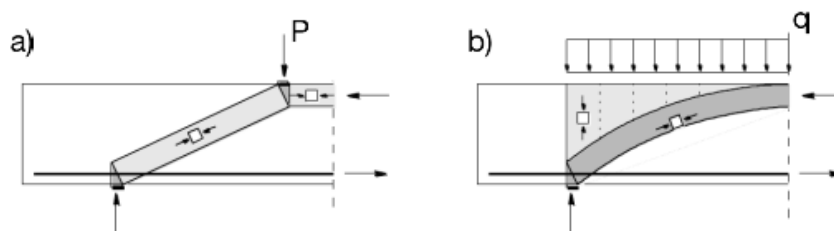


Figur 20: Illustrasjon av utkrager-effekten

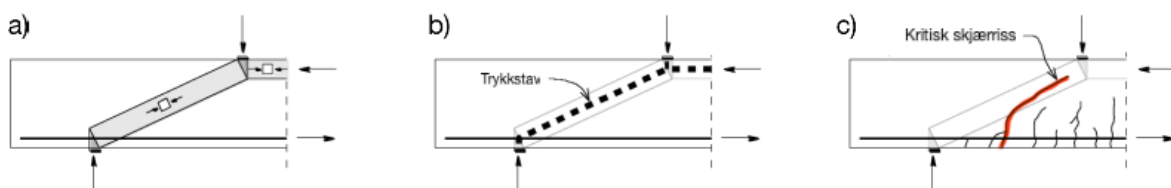
2.5.4 Bueeffekten

Bueeffekten og albueeffekten er mekanismer hvor betong danner trykkstag for å opprettholde likevekt i tverrsnittet når det påføres last.

Bueeffekten er vist i figur 21 a) og b) for henholdsvis punktlast og jevnt fordelt last. Som for utkrager-effekten er poenget med denne mekanismen å omgå de kritiske skjærrissene. Mekanismen ble først oppdaget av Mörsch og etter hvert bekreftet av Drucker på bakgrunn av plastisitetsteorien (i 1961). Kani fant i 1964 ut at skjærkapasitet beregnet på bakgrunn av plastisitetsteorien kunne være usikker (Muttoni og Ruiz, 2010). Usikkerhet ble forbundet med de potensielle konsekvensene dersom det ble utviklet skråriss langs trykkstaven til betongen som illustrert i figur 22. Etter at kritiske skjærriss oppstår kan bueeffekten på mange måter sammenlignes med aggregate interlock. I denne fasen er det nemlig friksjon mellom tilslagsdelene på hver sin rissoverflate som avgjør kapasiteten.

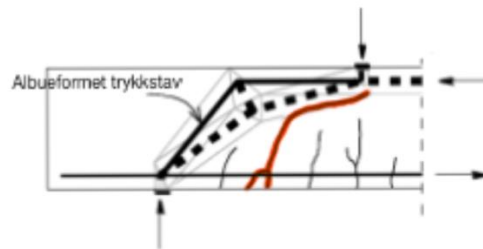


Figur 21: Trykkstav for: a) punktlast, b) jevnt fordelt last (Muttoni og Ruiz, 2010)



Figur 22: Utvikling av skjærriss i trykkstav (Muttoni og Ruiz, 2010)

En alternativ løsning på den vanlige buen er en albueformet trykkstav, foreslått av Muttoni (1989). Poenget med en albueformet trykkstav er å unngå de kritiske skjærrissene også i toppen av tverrsnittet, altså i trykksonen til betong, se figur 23. Utviklingen av mekanismen er avhengig av det faktiske rissmønsteret og strekkfasthet til betong (Muttoni og Ruiz, 2008).



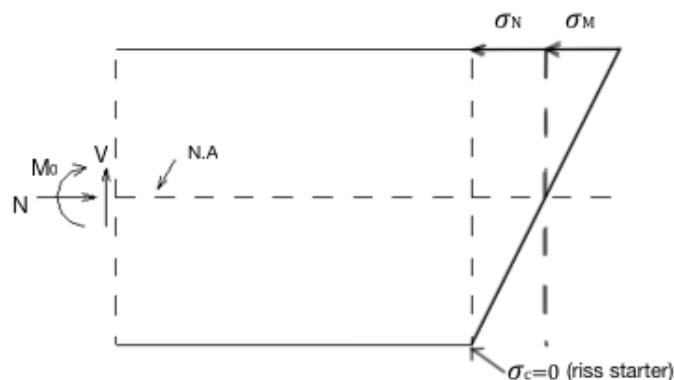
Figur 23: Albuetrykkstav og kritisk skjærriss (Muttoni og Ruiz, 2010)

Når konstruksjonsdelen går til brudd kan det observeres at både aggregate interlock og albueeffekten bidrar (Muttoni og Ruiz, 2008).

2.6 Aksialkraftens påvirkning

NS 3473 (Standard, 2003) fremstiller aksialkraft som en tilleggs kraft ut i fra en likevektsbetraktning. Videre i kapittelet er «Betongkonstruksjoner» av Sørensen (2005) benyttet for utledning.

Med aksial trykkraft vil skjærkapasitet i en bjelke øke. Økningen kommer av at sentrisk trykkraft sammen med bøyemoment og skjærkraft fører til at trykksonen øker og eventuelle skråriss blir mer parallelle med bjelkeaksen (jf. kap. 2.2.3). Med aksial strekkraft vil trykksonehøyden reduseres, skråriss bli mer normale til bjelkeaksen og tverrsnittets evne til å overføre skjærkrefter reduseres.



Figur 24: Likevektstilstand når riss starter ved strekkranden (Sørensen, 2005)

Figur 24 viser likevektstilstand for de ytre kreftene og de indre aksialspenningene i en bjelke utsatt for moment og aksialkraft. Størrelse av rissmomentet M_o finnes av figur 24 og uttrykket kan utledes ved å forlange null spenninger i strekkranden som vist i uttrykk (2.8) og (2.9). Der W_c er det urissede betongtverrsnittets motstandsmoment.

$$\sigma_c = \sigma_M - \sigma_N = \frac{M_o}{W_c} - \frac{N}{A_c} = 0 \quad (2.8)$$

eller

$$M_o = \frac{NW_c}{A_c} \quad (2.9)$$

Ett bidrag til skjærkapasitet med aksial trykkraft kan beregnes av uttrykk (2.10). Antar her at forholdet mellom skjærkraft og moment er konstant i alle tilstander.

$$V_o = \frac{M_o}{M} V \quad (2.10)$$

3. Beregningsmodeller

3.1 Empirisk modell

Empirisk forskning baserer seg på observasjoner og funn. Det som er spesielt med denne typen forskning er at den utleder kunnskap fra erfaring og ikke fra teori eller en oppfatning av hvordan noe fungerer (University Libraries, 2016). For eksempel er uttrykket for konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmring i EC 2 utviklet på bakgrunn av observasjoner.

Gjennom mer enn 40 år er det gjort tusenvis av forsøk på bjelker og disse resultatene danner grunnlaget for de empiriske uttrykkene. Prosessen fra testing til ferdig uttrykk er omfattende, men går i hovedsak ut på å gjennomføre regresjonsanalyser. Regresjonsanalyser gjør at en kan finne sammenhenger mellom én eller flere uavhengige variabler. Eksempler på uavhengige variabler i dette tilfellet vil være lengdearmningsmengde, betongfasthet, tverrsnittshøyde og aksiallast. Den avhengige variabelen, skjærkapasitet, vil påvirkes av de uavhengige variablene, og når sammenhenger er funnet tilpasses de en funksjon etter databasen. I tillegg til de uavhengige variablene legges det inn statistiske usikkerheter og sikkerhetsfaktorer slik at det tas høyde for feilmålinger.

3.2 Mekanisk modell

Det er utviklet elegante teoretiske modeller for ikke-lineær respons, men modellene er tidkrevende og kostbare for daglig bruk. Derfor er det utviklet enklere semi-empiriske uttrykk. Empiriske uttrykk som brukes kan ved skjærdimensjonering gi begrenset fleksibilitet ut i fra eksperimentelle forsøk (Mari et al., 2015).

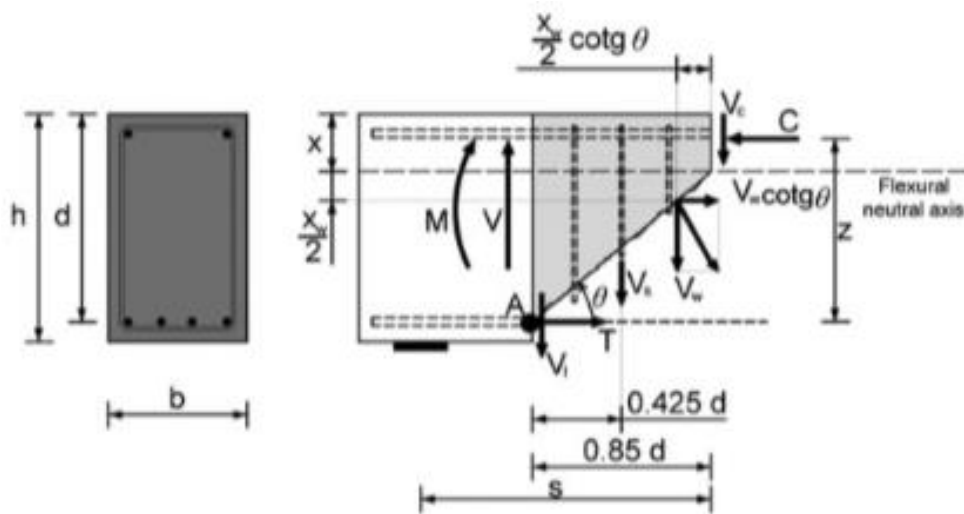
I motsetning til empiriske modeller, baserer mekaniske modeller seg på likevektsbetraktninger. Uttrykkene for de mekaniske modellene er mer håndfaste enn empiriske modeller og uttrykkene for beregning av kapasitet kan lettere forstås og forklares.

3.2.1 Mekanismer i mekanisk modell

For slanke bjelker utsatt for skjær og moment vil bøyeriss som nevnt starte på strekksiden og utvikle seg oppover steget. Når kreftene øker vil andre riss konsentrere seg rundt det kritiske skjærrisset (Muttoni og Ruiz, 2008).

Skjærstyrken i armerte betongbjelker kommer fra flere skjærmekanismer og endrer seg når spenningene i tverrsnittet øker (Campana et al., 2013). Skjærmekanismene som vises i figur 25 forklares her:

- V_c : Kapasitet fra urisset betong.
- V_w : Friksjonskraft som utvikles langs rissets lengde (aggregate interlock). Forklart i kapittel 2.5.1.
- V_s : Kapasitet fra skjærarmering.
- V_l : Dybeleffekten, forklart i kapittel 2.5.2.



Figur 25: Skjærmekanismer (Mari et al., 2015)

3.3 Modified Compression Field Theory (MCFT)

Modified Compression Field Theory (MCFT) ble utviklet ved å observere hvordan armerte betongelementer responderte på last i form av skjær eller samtidig skjær- og aksialkraft. Disse testene var vanskelige å gjennomføre, i motsetning til en typisk skjærttest, imidlertid ble resultatene enkle å tolke og kunne lett forme grunnlag for en teoretisk modell (Collins et al., 2008a).

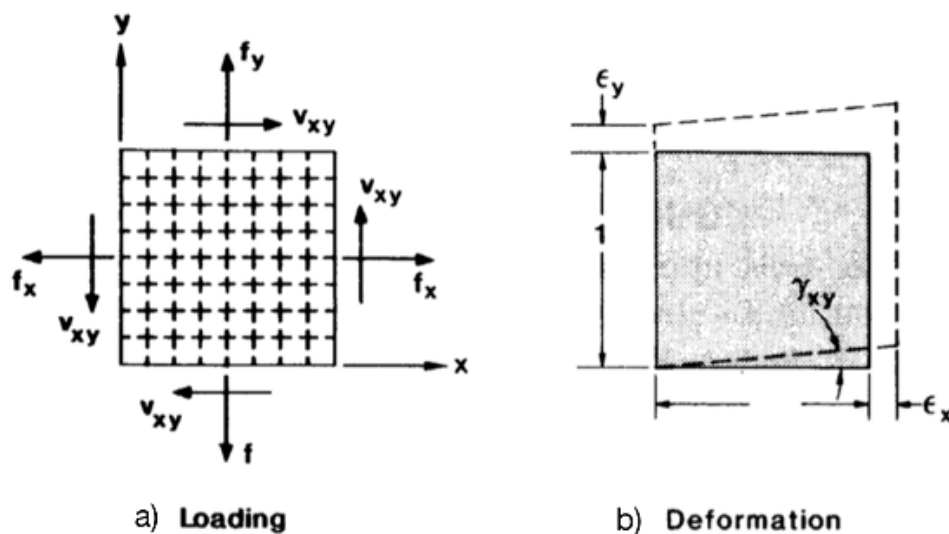
Det var Vecchio og Collins (1986) som publiserte forslaget til modellen som er en modifisert utgave av trykkfeltsteorien. Der trykkfeltsteorien neglisjerer strekkspenninger i opprisset betong, inkluderer MCFT strekkspenninger og tilfører spennings-tøyningsforhold. Llikevel antas det at betong i begge modellene blir et nytt materiale med egne spennings-tøyningskarakteristikker etter opprissing.

MCFT benytter likevekt, kompatibilitet og spennings-tøyningsforhold for å anta skjærresponsen til opprisset betong. For bjelker uten skjærarmering antar MCFT at skjærbrudd vil

forekomme når spenningene i risset blir større enn aggregate interlock kan overføre (Collins et al., 2008b).

Antagelser som legges til grunn for MCFT presenteres før likevekt, kompatibilitet og spennings-tøyningsforholdet forklares. Lastene som virker langs flatene til elementet i figur 26 antas å bestå av aksialspenningene f_x , f_y og skjærspenningen v_{xy} . Det antas også at sidene i elementet forblir rette og parallelle etter deformasjon. For å løse problemet om sammenheng mellom spenningene (f_x , f_y , v_{xy}) og tøyningene (ϵ_x , ϵ_y , γ_{xy}), må flere antagelser legges til grunn:

1. For hver tøyningstilstand eksisterer det kun én spenningstilstand.
2. Gjennomsnittlig spenning og tøyning kan betraktes når det snakkes om areal og avstand som inneholder flere riss.
3. Det kan antas at glidning og heft ikke utgjør problem for armering, altså er armeringen fullstendig forankret ved grensene til betongen.
4. Langsgående og tversgående armering er jevnt fordelt over elementet.



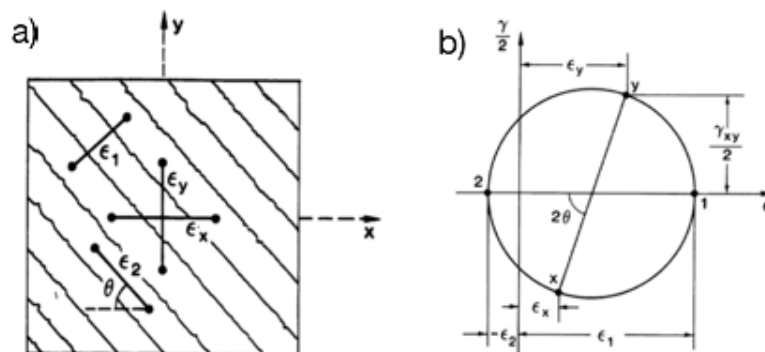
Figur 26: Membranelement med: a) spenninger, b) tøyning (Vecchio og Collins (1986))

3.3.1 Kompatibilitet

Som nevnt antar MCFT at armering har full heft i betong. Kompatibilitet krever nemlig at betong og armering har tilsvarende deformasjon. Det vil si at endring i betongtøyning må gi lik tøyningsendring i stålet. Armering, ikke forspent, har samme initialtøyning som

omkringliggende betong og uttrykket $\epsilon_{sx} = \epsilon_{cx} = \epsilon_x$ er gyldig. ϵ_{sx} er ståltøyning, ϵ_{cx} er betongtøyning og ϵ_x er tøyning som skal representere både stål- og betongtøyning i x-retning. Samme uttrykk kan settes opp i y-retning, med «y» som indeks. Figur 27 a) viser i tillegg ϵ_1 som er hovedtrekk-tøyning og ϵ_2 som er hovedtrykk-tøyning.

Dersom de tre tøyningskomponentene (ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ_x/ϵ_y) er kjent kan man finne tøyning i alle retninger ved hjelp av Mohr's sirkel. Sirkelen viser transformasjonene mellom retning og tøyning på en god måte som illustrert i figur 27 b).

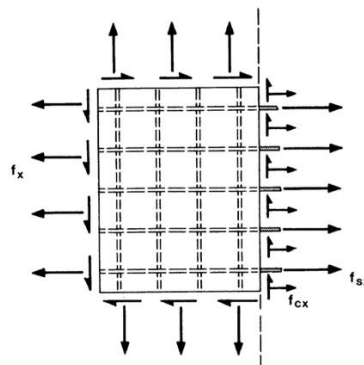


Figur 27: a) Gjennomsnittlig tøyning i risset element, b) Mohr's sirkel for gjennomsnittlige tøyninger (Vecchio og Collins (1986))

3.3.2 Likevekt

Ytre krefter som virker på elementet motvirkes av spenninger i betong og armering. For fritt legeme diagrammet som er vist i figur 28 kan kravet om likevekt skrives som uttrykk (3.1).

$$\int_0^A f_x dA = \int_0^{A_c} f_{cx} dA_c + \int_0^{A_s} f_{sx} dA_s \quad (3.1)$$



Figur 28: Fritt legeme diagram av element (Vecchio og Collins (1986))

Dersom man ignorerer reduksjonen av betongareal på grunn av armering kan uttrykk (3.1) skrives om til (3.2):

$$f_x = f_{cx} + \rho_{sx} \cdot f_{sx} \quad (3.2)$$

På samme måte kan følgende likevektsligninger utledes, uttrykk (3.4) og (3.5) er skjærspenninger:

$$f_y = f_{cy} + \rho_{sy} \cdot f_{sy} \quad (3.3)$$

$$v_{xy} = v_{cx} + \rho_{sx} \cdot v_{sx} \quad (3.4)$$

$$v_{xy} = v_{cy} + \rho_{sy} \cdot v_{sy} \quad (3.5)$$

Antas det videre at $v_{cx} = v_{cy} = v_{cxy}$ vil spenningssituasjonen i betong være kjent dersom f_{cx} , f_{cy} og v_{cxy} er kjent.

3.3.3 Spennings-tøyningsforhold

Grunnleggende forhold kreves for å koble gjennomsnittlige spenninger og tøyninger sammen for armering og betong. Disse gjennomsnittlige spennings-tøyningsforholdene kan være signifikant forskjellige i forhold til lokale spennings-tøyningsforhold bestemt av materialtester. Flere antagelser må derfor legges til grunn:

1. En antagelse som gjøres for å holde modellen enkel er at de gjennomsnittlige spennings-tøyningsforholdene for armering og betong vil være helt uavhengige av hverandre.
2. Aksialspenning i armering antas å kun være avhengig av tøyning i armering.
3. Motstand til armering normalt på skjærspenningsretningen neglisjeres.
4. Forholdet mellom aksialspenning og aksialtøyning finnes ved bilineært spennings-tøyningsforhold, derav:

$$f_{sx} = E_s \cdot \epsilon_x \leq f_{yx} \quad (3.6)$$

$$f_{sy} = E_s \cdot \epsilon_y \leq f_{xy} \quad (3.7)$$

$$v_{sx} = v_{sy} = 0 \quad (3.8)$$

For betong antas det at hovedspennings- og hovedtøyningsaksen sammenfaller:

$$\theta_c = \theta \quad (3.9)$$

For å fullføre modellen kreves det et forhold mellom hovedtrykkspenninger, hovedtrekkspenninger og tøyninger.

3.3.4 Simplified Modified Compression Field Theory (SMCFT)

Etter at MCFT ble foreslått har det kommet forslag til en forenklet metode, Simplified Modified Compression Field Theory (SMCFT). Metoden ble presentert av Bentz et al. (2006), og ble foreslått da MCFT er veldig langtekkelig ved håndberegning. SMCFT kan forutse skjærkapasitet til en rekke armerte betongbjelker med omtrent samme nøyaktighet som MCFT, men på en «billigere» måte.

3.4 Stavmodell

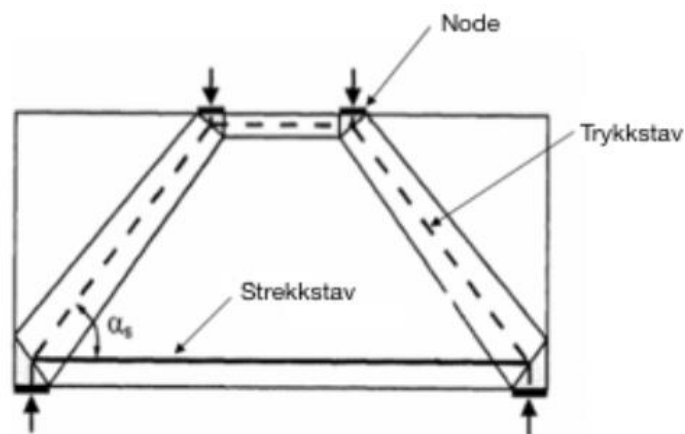
Strut-and-Tie Modeling (STM) er en metode for dimensjonering i D-regioner (Martin et al., 2007). Metoden idealiserer kompleksiteten av spenningene og gjør de om til en samling av staver. For å utvikle nøyaktige modeller er empiriske observasjoner av konstruksjoners kapasitet brukt sammen med stavmodeller, derav «semi-empiriske» uttrykk.

Stavene som danner fagverksmodellen har kun aksiale spenninger parallelt med stavenes akser. Elementer som brukes i STM er noder, strekk- og trykkstaver, vist i figur 29. Opptredende spenninger i disse elementene må tilfredsstille bruddspenningen. Egnert armering må tilføres i de konstruksjonsdelene hvor høyere trykkstyrke er nødvendig eller for å oppta strekkspenninger.

STM er mest nyttig som et dimensjoneringsverktøy når det anvendes på konstruksjoner eller deler av konstruksjoner hvor plane snitt ikke forblir plane etter påført belastningen (Brown et al., 2006). Dette er konstruksjoner som ikke domineres av bøyingsdeformasjon, typisk for

dype bjelker (jf. bruddkategori I s. 15) og oppleggsneser. Utfordringen med å analysere slike konstruksjoner oppstår ofte på grunn av manglende evne til å anvende kinematisk kompatibilitet. STM ignorerer kinematiske begrensninger.

STM er i nedre grenseteorem av plastisitetsteorien, noe som krever at likevekt og flytegrensene tilfredsstilles. For nedre grenseteorem i plastisitetsteorien hevder Nielsen (1999) at; «dersom lasten har en slik størrelse at det er mulig å finne en spenningsfordeling innenfor flytegrensen for å opprettholde indre og ytre likevekt, vil det ikke føre til brudd». Den estimerte kapasitet med nedre grenseteorem vil bli mindre eller lik den aktuelle bruddlasten, noe som er konservativt.

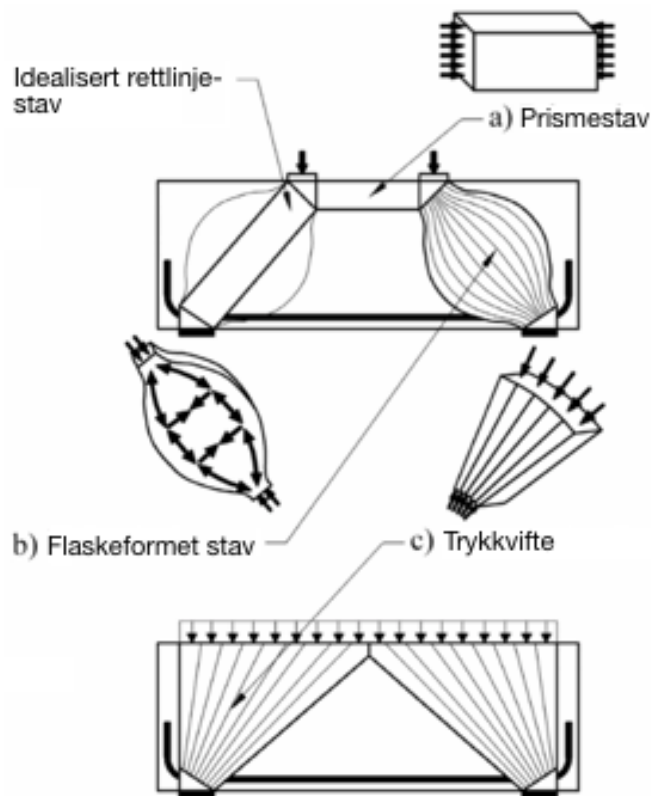


Figur 29: Ulike komponenter i en STM-modell for en høy bjelke (Martin et al., 2007)

3.4.1 Trykkstav

Det er forsket mye på grensen og reduksjonsfaktoren for trykkapasitet f_{cd} som brukes i betongtrykkstaver (Martin et al., 2007). Reduksjonsfaktoren er en funksjon av den geometriske formen til en trykkstav. Formen er avhengig av kraftforløpet i staven og armeringsdetaljer i forbindelsen (noden). Figur 30 viser tre hovedklasser av geometriske former; prisme, flaske og trykkvifte (Schlaich og Schafer, 1991).

- **Prismestav** er en basis-stav.
- **Flaskeformet stav** brukes når geometriske betingelser på endene av staven er godt definert, men resten av staven begrenses ikke til et bestemt område.
- **Trykkvifte** formes når spenningene overføres fra en stor flate til en mindre flate.



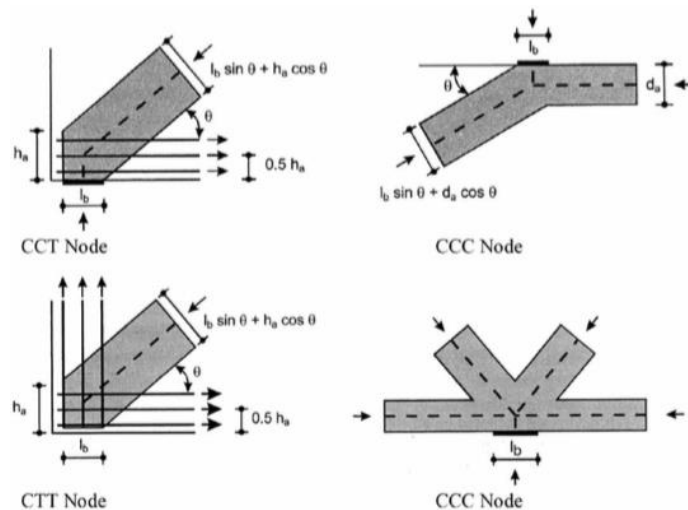
Figur 30: Geometriske figurer av trykkstaver i betong (Martin et al., 2007)

3.4.2 Strekkstav

Strekkrefter tas opp i armering og vanligvis neglisjeres bidrag fra betong. På grunn av at strekkspenninger tas opp i armering, blir geometri og kapasitet enklere å beregne enn trykkstaver. I de fleste tilfeller blir kapasitet funnet som produktet av flytespenning og arealet til armeringsstålet. Forankringslengden til armering er en viktig faktor ved slik dimensjonering.

3.4.3 Node

Trykkapasitet av nodene beregnes som produktet av betongens trykkapasitet og reduksjonsfaktor. Reduksjonsfaktoren beregnes etter nodetype. De vanligste nodetyperne er vist i figur 31. CCC-node har kun trykkstaver, CCT-node forankrer en strekkstav og CTT-node forankrer to eller flere strekkstaver (Martin et al., 2007).



Figur 31: Ulike nodetyper i stavmodeller (Mitchell et al., 2004)

3.5 Critical shear crack theory (CSCT)

Skjærkapasitet for slanke bjelker uten skjærarmering er avhengig av åpning og utvikling av kritiske skjærriss. I motsetning til dype bjelker hvor bruddet vil komme i trykksonen. Basert på dette blir det utført skjærdimensjonering på bakgrunn av:

- tøyingsbasert modell for bjelker og dekker uten skjærarmering. Denne modellen kan evaluere størrelse av det kritiske skjærrisset.
- likevektsbasert modell for bjelker og dype bjelker med skjærarmering. Her introduseres en redusert trykkapasitet i trykksonen for å ta hensyn til tverrgående riss i steget.

3.5.1 Tøyingsbasert modell

Skjærkapasitet i bjelker uten skjærarmering har korrelasjon til kvadratroten av betongens trykkapasitet. CSCT foreslår å evaluere skjærkapasitet som i uttrykk (3.10) (Muttoni og Ruiz, 2008):

$$\frac{V_R}{bd} = \sqrt{f_c} f(w, d_g) \quad (3.10)$$

der:

f_c er betongens fasthet.

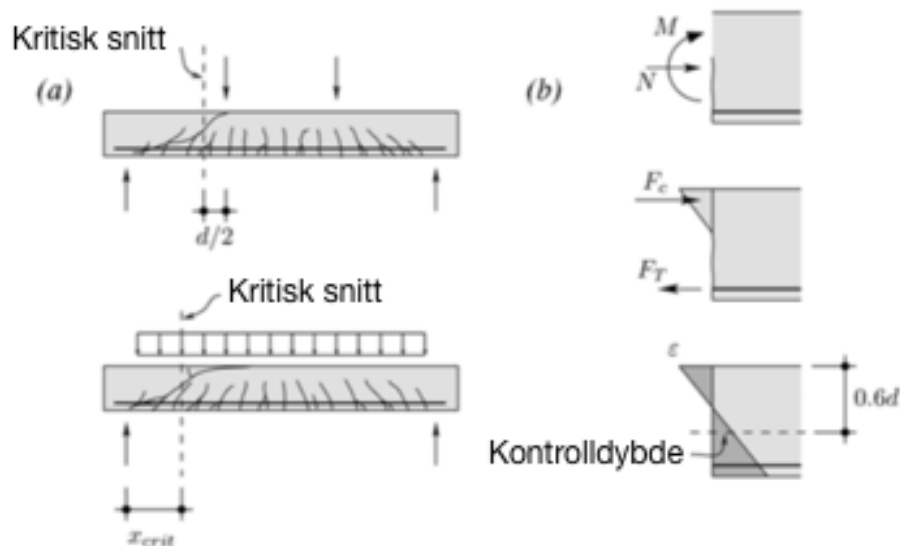
w er størrelsen på det kritiske skjærrisset.

d_g er største tilslagsstørrelse.

Tøyningsbasert modell antar følgende:

1. Skjærkapasitet er kontrollert i et snitt der det kritiske skjærrisset kan bli tilstrekkelig representert av tøying i en kontrolldybde $0.6d$ fra overkant bjelke, figur 32 a).
2. Størrelsen til det kritiske risset w er proporsjonal med produktet av langsgående tøying ϵ i kontrolldybden og effektiv dybde d i elementet:

$$w \propto \epsilon \cdot d \quad (3.11)$$



Figur 32: Kritisk skjærrissmodell: (a) Kritisk snitt for last, (b) Beregning av langsgående tøyninger i kontrolldybden (Muttoni og Ruiz, 2008).

Uttrykk (3.11) er gyldig for rektangulære bjelker uten overflatearmoring på sidene (bøyler) i likhet med betongdekker. Imidlertid vil vertikale skjærbøyler redusere kritiske skjærriss, noe som øker skjærkapasiteten.

Langsgående tøying ϵ evalueres i det kritiske området med antagelsen om at plane snitt forblir plane sammen med en lineær elastisk oppførsel i trykksonen for betong som vist i figur 32 b). Hvis ikke aksialkraft er påført kan tøying i kontrolldybden utledes basert på bøyemoment M i det kritiske snittet, gitt av uttrykk (3.12).

$$\epsilon = \frac{M}{bd\rho E_s(d - c/3)} \frac{0.6d - c}{d - c} \quad (3.12)$$

der dybden av trykksone c er:

$$c = d\rho \frac{E_s}{E_c} \left(\sqrt{1 + \frac{2E_c}{\rho E_s}} - 1 \right) \quad (3.13)$$

der:

$$E_c \approx 10000 f_c^{1/3} \quad (3.14)$$

Når effekten av tilslagsstørrelse, kritisk rissvidde og betongens trykkapasitet tas i betraktning, vil følgende uttrykk evaluere skjærkapasitet:

$$\frac{V_R}{bd\sqrt{f_c}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{1 + 120 \frac{\epsilon d}{16 + d_g}} \quad (3.15)$$

Skjærkapasitet kan løses ved å sette uttrykk (3.12) inn i uttrykk (3.15). For høyfast betong ($f_c > 60$ MPa) eller lettbetong, settes d_g lik null på grunn av at overflateriss utvikler seg gjennom tilslaget (Angelakos et al., 2001).

3.5.1.1 En forenklet dimensjoneringsmetode – forslag for standarder

Videre skal en forenklet dimensjoneringsmetode fremstilles basert på uttrykk (3.15).

Følgende antagelser er innført (Muttoni og Ruiz, 2008):

1. Verdien av ϵ er estimert med antatt trykksonehøyde $c = 0.35d$:

$$\epsilon = \epsilon_s \frac{0.6d - c}{d - c} \cong 0.41\epsilon_s \quad (3.16)$$

2. Tøyning i armering ϵ_s er antatt proporsjonal med bøyemomentet m_{Ed} .

3. Bøyefasthet kan i følge plastisitetsteorien bli estimert som:

$$m_{Rd} = \rho d^2 f_{yd} \left(1 - \frac{\rho f_{yd}}{2 f_{cd}} \right) \quad (3.17)$$

Alt i alt gir dette uttrykk for skjærkapasitet:

$$\frac{V_{Rd}}{bd\sqrt{f_{ck}}} = \frac{0.3/\gamma_c}{1 + \frac{50}{16 + d_g} \frac{f_{yk}}{\gamma_s E_s} d \frac{m_{Ed}}{m_{Rd}}} \quad (3.18)$$

3.5.2. Likevektsbasert modell

Likevektsbasert modell gir muligheter for konsekvent utforming og sikker skjær-dimensjonering. Det forutsettes at tilstrekkelig skjærarmering er tilgjengelig og det brukes redusert trykkfasthet for betong. Effektiv trykkapasitet i steget avhenger av riss, betong-sprøhet og antall forspenningskanaler i steget, uttrykk (3.19) (Ruiz og Muttoni, 2007).

$$f_{ce} = \eta_\epsilon \eta_{fc} \eta_D f_c \quad (3.19)$$

der:

η_ϵ er en reduksjonsfaktor på grunn av riss og armeringstøyning. Verdien blir typisk evaluert som en funksjon av hovedtøyninger ϵ_1 i betong. For eksempel som foreslått av Vecchio og Collins (1986):

$$\eta_\epsilon = \frac{1}{0.8 + 170\epsilon_1} \leq 1.0 \quad (3.20)$$

η_{fc} er en reduksjonsfaktor på grunn av sprøhet i betong. En egnet verdi ble foreslått av Muttoni (1989) på bakgrunn av sprøere betong ved økende fasthet.

$$\eta_{fc} = \left(\frac{f_{c0}}{f_c} \right)^{1/3} \leq 1.0 \quad (3.21)$$

der:

f_{c0} er redusert trykkapasitet på grunn av sprøhet i betong (kan settes lik 30 MPa).

η_D er reduksjonsfaktor som tar hensyn til antall forspenningskanaler i steget. Regnes som redusert trykkapasitet i betong avhengig av egenskaper og antall kanaler.

$$\eta_D = 1 - k \sum \frac{d_D}{b_w} \quad (3.22)$$

der:

k er material- og injeksjonsegenskaper.

b_w er effektiv bredde av steget.

d_D er diameter på kanaler.

4. Faktorpåvirkning - En oppsummering av forskning

I dette kapittelet gjennomgås forskning på faktorer som påvirker skjærkapasitet. Faktorene som antas å ha størst innvirkning er lengdearmring, størrelseseffekten, skjærspenn og effektiv dybde, betongfasthet og effekt av skjærarmring. De påfølgende kapitlene er sortert etter de respektive faktorene og inneholder en kort oppsummering av observasjoner og konklusjoner. Forskningen er sortert fra eldst til nyest.

Både endring og dannelse av kritiske skjærriss anses å påvirke skjærkapasitet. Når betong begynner å risse dannes skjærmekanismer som for eksempel aggregate interlock og dybeleffekten. I denne fasen påvirker rissvidden kapasitet til trykkstaven i aggregate interlock og lengdearmringens forskyvning i dybeleffekten.

Videre i oppgaven vil a_v/d -forholdet kalles skjærspennsforholdet.

4.1 Lengdearmring

Se **Moody et al. (1954)** i kapittel om betongfasthet, side 41.

Watstein og Mathey (1958) fant ut at lengdearmring i dype bjelker har mer eller mindre konstant tøyning over lengden. De observerte at 38-74 % av skjærspenningene i bruddgrense ble båret av dybeleffekten. Dette tyder på at kapasiteten har positiv sammenheng med lengdearmringens mengde.

Se også **Van den Berg (1962)** i kapittel om skjærspenn og effektiv dybde, side 39.

Adebar og van Leeuwen (1999) undersøkte effekten av mengde og plassering av langsående sidearmring i bjelkesteget. De gjorde dette for å finne ut om bøye- og skjærriss kunne kontrolleres og dermed unngå de kritiske rissene. Testserien bestod av 21 bjelker som var cirka 1200 mm høye og 180 mm brede. Det ble observert at fordelt sidearmring ga smalere riss i steget dersom den ble lagt på innsiden av bøyene (gir bedre forhold for aggregate interlock).

Zararis (2003) observerte slanke skjærarmerte bjelker. Han fant at skjærbrudd for bjelker med moment- og skjærkraft skjedde på grunn av horisontale riss langs lengdearmring som forklart og illustrert på side 15. De horisontale rissene ble dannet på grunn av tilleggskraften ΔF_{td} .

Zakaria et al. (2009) gjorde forsøk på 10 fritt opplagte bjelker med skjærarmering. De testet med lengdearmeringsforhold på henholdsvis 1.62, 2.3, 2.84 og 3.64 %. Resultatene viste tydelig sammenheng mellom armeringsmengde og bredde på skjærrissene. Skjærarmeringen hadde samme tøyning når rissvidden ble kontrollert for alle bjelkene. Zakaria et al. konkluderte med at økt lengdearmering fører til bedre heft mellom armeringsstengene og omkringliggende betong. Økt heft reduserer rissvidder. En annen grunn er at mer lengdearmering stopper bøyeriss og progresjonen til kritiske skjærriss effektivt.

4.2 Størrelsesfaktor

Laboratorieundersøkelser tester typisk mindre tverrsnitt. Slike undersøkelser kan ikke direkte sammenlignes med tverrsnitt som kreves ved dimensjonering av større konstruksjoner. Allerede på 50-tallet ble det stilt spørsmål om store konstruksjoner bærer like mye som mindre, relatert til størrelse. I 1951 feilet nemlig en rekke 900 mm høye bjelker ved en av USAs luftforsvarsbygninger. Fenomenet er mye forsket på de siste tiårene.

Høyde og dybde som uttrykk vil videre benyttes om en annen, betydningen er bjelketverrsnittets høyde.

Shioya (1989) gjorde bjelketester med noen av de høyeste bjelkene som er rapportert. For å kontrollere størrelseseffekten testet han bjelker med dybde mellom 200 og 3000 mm. Bjelkene hadde relativt lite lengdearmering og ingen skjærarmering. Shioya observerte at størrelseseffekten hadde mest å si i bjelker dypere enn cirka 1000 mm. Han fant videre at skjærkapasitet ikke påvirkes av størrelseseffekten for lavere bjelker.

Bazant og Kazemi (1991) gjorde forsøk på en rekke fritt opplagte bjelker med effektiv dybde mellom 25 og cirka 400 mm (25 tommer). Testene ble utført med to punktlaster som vist i figur 3 og skjærspennsforhold lik 3.0. Bazant og Kazemi observerte at det eksisterte en størrelseseffekt. Disse observasjonene strider i mot det Shioya fant, hans bjelker hadde dobbel høyde og viste ingen signifikante tegn til en størrelseseffekt.

Tan og Lu (1999) gjennomførte tester på bjelker med skjærarmering. Testbjelkene hadde effektive dybder mellom cirka 430 og 1550 mm (16-61 tommer) og skjærspennsforhold mellom 0.6 og 1.1, altså relativt dype bjelker. Resultatene deres viste at størrelseseffekten hadde liten betydning på spenning som forårsaket diagonale riss. Tan og Lu foreslo videre at

kritisk bjelkedybde var mellom 500 og 1000 mm, og at høyere bjelker var upåvirket av en størrelseseffekt.

Collins og Kuchma (1999) skrev en fagartikkel for American Concrete Insitute (ACI) hvor de påpekte at prosedyrer for skjærdimensjonering kunne være usikre for bruk i dype bjelker. For bjelker uten skjærarmring observerte de at den kritiske skjærspenningen minket ettersom bjelken ble dypere og lengdearmingsforholdet ble lavere, og dette ble antatt å være en direkte årsak til skjærbrudd i konstruksjonen.

Bentz (2005) utviklet en serie med uttrykk for å beskrive størrelsesfaktoren. For å gjøre dette samlet han forskningsdata fra 12 forskjellige testserier. Hver av seriene som ble gjennomgått inkluderte geometrisk like bjelker med ulik effektiv dybde. Det første Bentz konkluderte med var at størrelsesfaktoren er reell. Bentz fant videre at i dype bjelker uten skjærbøyler var skjærspenningene minkende ved skjærbrudd. Disse funnene tydet på at det ikke var lineære forhold mellom dybde og skjærmotstand. I tillegg observerte han at størrelse på tilslag og lengdearmingsmengde var viktige faktorer for skjærkapasitet i konstruksjonsdeler uten skjærarmring (dybeeffekten og aggregate interlock).

Collins et al. (2008b) fant i en omfattende gjennomgang av flere store testserier at bruddspenning fra skjær ikke endret seg drastisk ettersom bjelken ble bredere, men at det var signifikant sammenheng mellom bruddspenning og bjelkedybde.

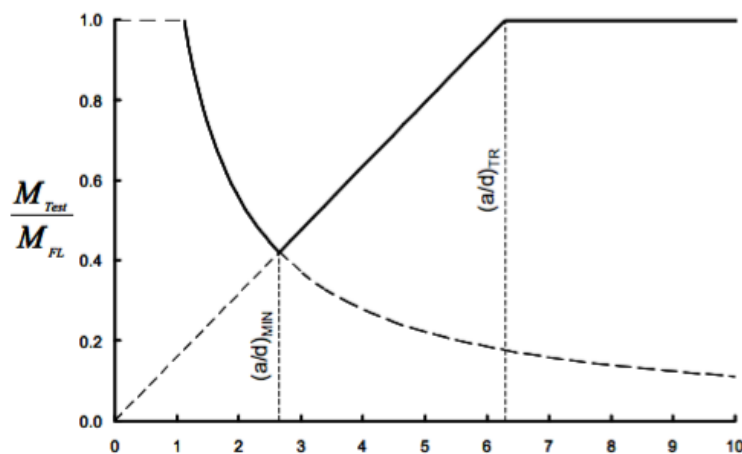
4.3 Skjærspenn og effektiv dybde

Clark (1951) testet 62 lettere skjærarmerte bjelker utsatt for én eller to konsentrerte laster. Bjelkene var dimensjonert for å feile i skjærstrekk og hadde skjærspennsforhold mellom 1.1 og 2.3. Clark observerte at skjærkapasitet i bjelkene økte ettersom lasten ble flyttet nærmere opplageret, det vil si når skjærspennsforholdet ble lavere. Dette sammenfaller med det O'Brien et al. (2012) forklarte om at sannsynligheten for trykkbrudd er størst ved lavere skjærspennsforhold (jf. kap. 2.4). Trykkbrudd krever mer enn andre bruddtyper.

Van den Berg (1962) utførte en serie tester uten skjærarmring hvor målet var å bestemme hovedfaktorene for rissdannelse. Han sjekket effekten av betongfasthet, lengdearmings- og skjærspennsforhold. Skjærspennsforholdet han testet var mellom 2.1 og 4.9. Van den Berg

konkluderte med at lasten for rissdannelse var invers proporsjonal med skjærspennsforholdet og direkte proporsjonal med lengdearmingsforholdet. Dette betyr at lasten for rissdannelse minket når skjærspennsforholdet økte, og er i tråd med O'Brien et al. (2012).

Kani et al. (1979) gjennomførte flere hundre tester av armerte betongbjelker. Flere serier med identiske bjelker ble testet med varierende skjærspennsforhold mellom 1.0 og 10.0. Basert på observerte bruddmekanismer utviklet Kani en modell for å beskrive disse. Han lagde et diagram hvor skjærspennsforholdet ble plottet langs x-aksen og opptredende moment langs y-aksen. Diagrammet viser hvor bjelkene gikk til brudd med mindre påkjenning enn momentkapasitet, som for øvrig ble beregnet uten å ta hensyn til påkjenninger som skjær. Dette tyder på at andre bruddmekanismer enn bøyebrydd opptrer i skjærspennsområdet mellom 1.1 og 6.3, se figur 33.



Figur 33: Spekter for skjærspennsforholdet (kilde: Kani et al., 1979)

Subedi et al. (1986) gjorde en serie forsøk på bjelker med skjærspennsforhold mellom 0.4 og 1.4. De observerte at forskjellige bruddmekanismer kunne opptre selv med små skjærspennsforhold, og ikke bare trykkbrudd av betongsteget. De anbefalte ekstra varsomhet og oppmerksomhet for områder i nærheten av opplager og under konsentrerte laster (D-regioner).

Tan et al. (1995) testet flere bjelker med likt tverrsnitt for å undersøke effekten av betongfasthet og skjærspennsforhold. Alle testbjelkene inneholdt en liten mengde skjærarmring og hadde skjærspennsforhold mellom 0.3 og 2.7. De observerte at skjærspennsforholdet hadde en marginal effekt på bjelkens rissmotstand. Lasten for rissdannelse var mellom 20 og 35 % av bruddlasten for alle bjelkene i testserien.

Shin et al. (1999) utførte tester på samme måte som Tan et al. (1995). Et tverrsnitt ble benyttet for hele testserien. I tillegg til skjærspennsforholdet var betongfasthet og skjærarmeringsforhold variabler som ble kontrollert. Shin et al. observerte at testbjelkene gikk til brudd på grunn av skjærspennsforholdet og ikke mengde skjærarmering ettersom tøyningen i skjærarmeringen forble veldig liten inntil det kritiske diagonale skjærrisset ble dannet. Etter at det kritiske skjærrisset var dannet økte tøyningen i skjærarmeringen raskt, men bjelken hadde allerede mer eller mindre gått til brudd.

Zakaria et al. (2009) presenterte et mindre forskningsprosjekt hvor de ønsket å avklare oppførselen til skjærriss i skjærarmerte bjelker. Prosjektet gikk ut på å teste 10 bjelker med rektangulært tverrsnitt. De observerte at avstand mellom skjærriss økte proporsjonalt med skjærspennsforholdet. Større avstand mellom rissene betyr flere bøyeriss for hvert skjærriss. Dette tyder på at bjelker med høyere skjærspennsforhold er mer utsatt for momentbrudd enn skjærbrudd.

4.4 Betongfasthet

Moody et al. (1954) gjorde forsøk på 42 enkle bjelker med én eller to konsentrerte laster. De fant ut at diagonale riss førte til ny fordeling av indre spenninger og at risslasten var sterkt avhengig av tverrsnittsstørrelse og betongfasthet. Videre gjorde de observasjoner som tydet på at bruddlast for bjelkene var avhengig av lengdearmeringsforholdet.

Mphonde og Frantz (1984) testet tre serier med totalt 19 bjelker uten skjærarmering. Skjærspennsforholdet var konstant i hver serie, mens betongfasthet varierte med 21-48 og 76-103 MPa. De observerte at effekten av betongfasthet ble mer signifikant, og at eksplosive og uforutsette brudd oppstod med økende fasthet for lavere skjærspennsforhold. Det siste stemmer bra overens med et trykkbrudd uten forvarsel, og forskning har vist at betong blir mer sprø ettersom fasthet øker.

Se **Smith og Vantsiotis (1982)** i neste delkapittel.

Se **Angelakos et al. (2001)** i neste delkapittel.

4.5 Effekt av skjærarmering

Bresler og Scordelis (1963) forsket på effekten av skjærarmering i 12 bjelker. Bjelkene hadde skjærspennsforhold mellom 4.0 og 7.0, betongfasthet mellom 23 og 39 MPa og dybde cirka 460 mm. De observerte først at skjærkapasitet økte dersom senteravstanden mellom bøyler var mindre enn halve den effektive dybden. Det andre de observerte var at skjærarmering hadde stor betydning for å unngå sprø og uforutsette skjærbrudd. Dersom mengde skjærarmering var tilstrekkelig, ville bjelken gå til brudd på grunn av bøyning før skjær og dette er ønskelig.

De Paiva og Siess (1965) testet bjelker med skjærspennsforhold mellom 0.7 og 1.3, der skjærarmeringsmengde var hovedvariabel. De observerte at verken vertikale eller skråstilte bøyler hadde betydning på motstand mot rissdannelse, og videre at bjelker med lavt skjærspennsforhold uten skjærarmering hadde veldig høy lastkapasitet etter dannelsen av skråriss. Dette tyder på at skjærspennsforholdet spiller en vesentlig rolle for hvordan en bjelke vil gå til brudd. For små forhold kan skjærarmering være uviktig da trykkbrudd eller knusing av steget er mest sannsynlige bruddmekanisme. For større forholdstall vil strekkbrudd eller bøybrudd mest sannsynlig forekomme og da vil skjærarmering være av betydning.

Smith og Vantsiotis (1982) testet 52 dype bjelker for å finne påvirkningen til vertikal og horisontal skjærarmering. Bjelkene var omtrent 350 mm dype og skjærspennsforholdet varierte mellom 0.85 og 1.85. For testbjelkene ble det observert at rissmønstrene var omtrent like med og uten skjærarmering, men skadeomfanget var større for bjelkene uten skjærarmering. Alt i alt ble det konkludert med at skjærbøyler økte skjærkapasitet, men effekten ble mindre ettersom skjærspennsforholdet ble lavere. Dette stemmer overens med bruddmekanismer for dype bjelker.

I tillegg fant de at høyfast betong med lite skjærarmering hadde høyere kapasitet enn lettbetong med mye skjærarmering innenfor samme serie. Dette funnet indikerte at betongstyrke hadde positiv påvirkning på skjærkapasiteten.

Hassan et al. [(1985), (1987) og (1991)] gjorde en av de mest omfattende studiene med tanke på skjærmekanismer i armerte betongbjelker. I disse studiene ble det funnet at egenskapene til skjærarmering som for eksempel heft, senteravstand, vinkel og konfigurasjon var faktorer som påvirket bredden til skjærrisset. For eksempel vil en lavere senteravstand gi flere bøyler

som krysser det kritiske skrårisset og det vil forsinke og redusere rissets utviklingen. Da vil skjærmekanismer som aggregate interlock og dybeeffekten gi bedre skjærkapasitet.

Xie et al. (1994) forsket på skjærkritiske bjelker for å sjekke reaksjonen etter brudd. De observerte at økning av skjærarmoring førte til en mer duktil respons etter skjærbrudd. Dette tyder på en mindre eksplosiv oppførsel til skjærarmert betong, noe som vil gi økt sikkerhet i form av forvarsling før brudd.

Tan et al. (1997) testet 18 bjelker med høyfast betong. De observerte at vertikal skjærarmoring forhindret dannelse av skråriss og hadde bra effekt for skjærspennsforhold større enn 1.0. De observerte også at en armeringsmatte forhindret bøyeriss mer effektivt enn vanlig skjærarmoring for bjelker med skjærspennsforhold større enn 1.5.

Angelakos et al. (2001) ønsket å kontrollere om American Concrete Institute Code (ACI-koden) overestimerer kapasitet for bjelker uten skjærarmoring. For å teste dette utførte de seks forsøksserier med 1000 mm dype bjelker, totalt 12 stykker. I hver serie var én av bjelkene skjærarmert og betongfastheten varierte mellom 21 og 80 MPa. Egne forsøk ble sammenlignet med ni tilsvarende bjelker fra tidligere forsøk. De observerte at enkelte bjelker med minimum skjærarmoring gikk til brudd med så lite som 70 % av beregnet lastkapasitet.

For konstruksjonsdeler uten skjærarmoring observerte de at sikkerhetsmarginen ble mindre ettersom betongfastheten og størrelsen økte, mens lengdearmeringsforholdet ble lavere.

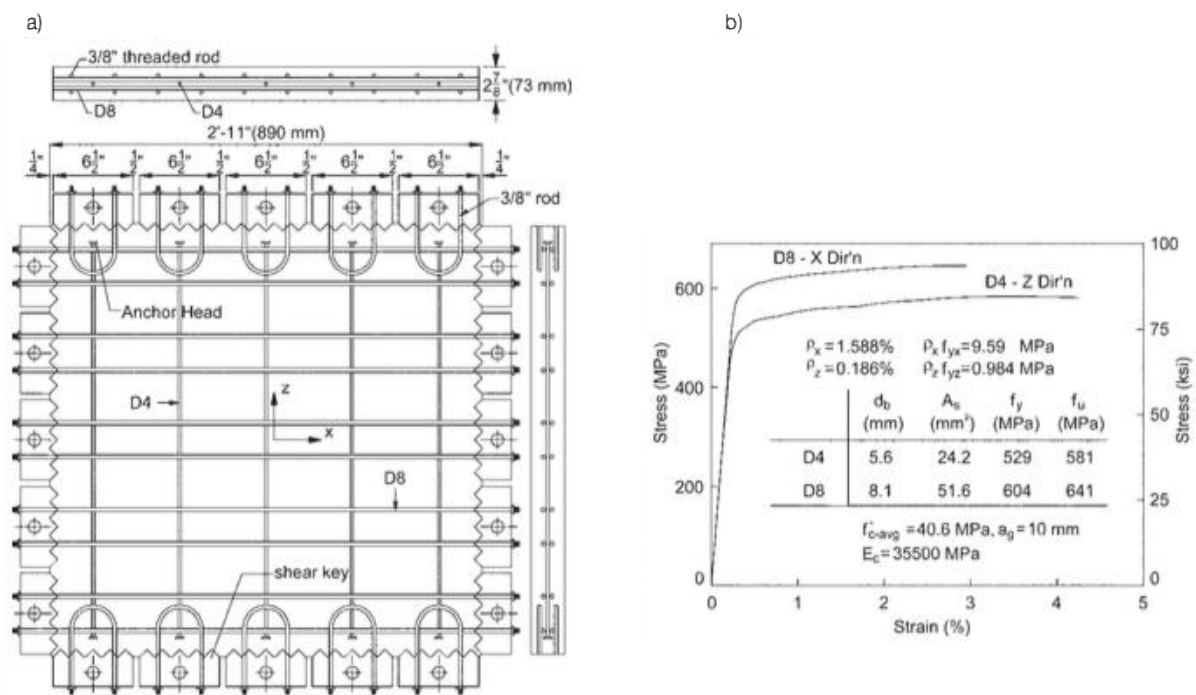
De observerte videre at konstruksjonsdeler med 16 % mer enn minimum skjærarmeringsmengde gitt av ACI fortsatt ville ha utilstrekkelig sikkerhetsmargin.

Witchukreangkrai et al. [(2004) og (2006)] fant ut at forholdet mellom skjærarmoring og betong spilte stor rolle for skjærrissets bredde. Dette sammenfaller med tidligere forskning gjort av Hassan et al.

4.6 Aksialkraft - eksperimentelle forsøk av betongelement

Xie et al. (2011) utførte tester på armerte elementer for å vurdere skjærrespons med varierende aksialspenninger. Interessen kom på bakgrunn av uenigheten mellom ACI, The Canadian Standards Association A23.3 (CSA A23.3) og EC 2. Skjærkapasitet estimert for bjelker påkjent av høy aksiallast kan variere med en faktor høyere enn 3. CSA A23.3-04 som baseres på MCFT ga det beste estimatet for skjærkapasitet.

For å representere armerte og forspente betongsteg i bjelker, søyler og vegger ble seks like elementer testet ($b, h, t = 890, 890, 73$ [mm]). Elementene ble påført ulike aksiale spenninger og fikk navn PL1 til PL6. Betongfastheten var 40 MPa, og elementene inneholdt 1.59 % armering i lengderetning (x) og 0.19 % armering i tverretning (z). Størrelse på elementer og retning er vist i figur 34 a). I lengde- og tverretning bestod armeringen av henholdsvis 8.1 mm stålvaiere i par og 5.6 mm enkle stålvaiere. Gjennomsnittlig senteravstand var 89 og 178 mm. Egenskaper og dimensjoner for stålvaiere er vist i figur 34 b).



Figur 34: a) Detalj av elementer som testes, b) Egenskaper til stålvaiere (Xie et al., 2011)

Tabell 1 viser en oppsummering av observasjoner med detaljer om skjærspenning, rissvinkel og rissvidde. Påkjenninger for elementene vises også i tabellen, der strekkraft er positiv og trykkraft er negativ.

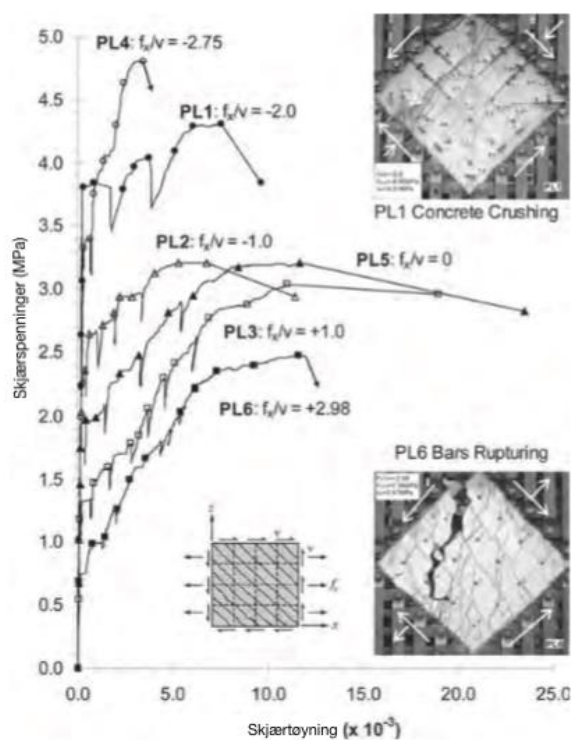
Panel	f_x/ν	f'_c , MPa	Experimental observations								
			ν_{cr} , MPa	ν_u , MPa	f_{xu} , MPa	Strains at $\nu_u \times 1000$				$\theta_u \epsilon$, degrees	$\theta_u \sigma$, degrees
						ϵ_x	ϵ_z	γ_{xz}	ϵ_2		
PL4	-2.75	43.1	3.41	4.81	-13.2	-0.34	2.58	3.51	1.17	25	20
PL1	-2.00	38.5	3.84	4.31	-8.66	0.31	8.91	7.55	0.93	20	23
PL2	-1.00	38.2	2.36	3.21	-3.22	0.64	6.88	5.32	0.43	21	28
PL5	0	38.1	1.75	3.21	0	2.32	14.1	11.7	0.52	24	23
PL3	1.00	42.0	1.33	3.04	3.05	2.73	11.0	11.0	0.62	28	26
PL6	2.98	43.5	0.75	2.47	7.36	5.85	10.7	11.6	0.25	37	37

Tabell 1: Oppsummering av eksperimentelle observasjoner (Xie et al., 2011)

Skjærspenning

Forholdet mellom de målte skjærspenningene ν og skjærtøyningene γ_{xy} for de 6 elementene vises i figur 35. f_x/ν går fra strekk (+2.98) til trykk (-2.0), der f_x er aksialspenninger.

Resultater fra forsøket viser at elementer med strekk har mindre kapasitet enn elementer med trykk. Fall i figuren etter høyeste verdi ν_u forteller hvordan tøyningstrenden i elementet er etter brudd. Element PL4 og PL1 med høye trykkspenninger går til skjærbrudd på grunn av knusning av betong og grafen viser at kapasiteten minker raskt, noe som er et tegn på eksplosivt brudd. PL5 uten aksialspenning og PL3 med lav strekkspenning får de seigeste skjærbruddene.

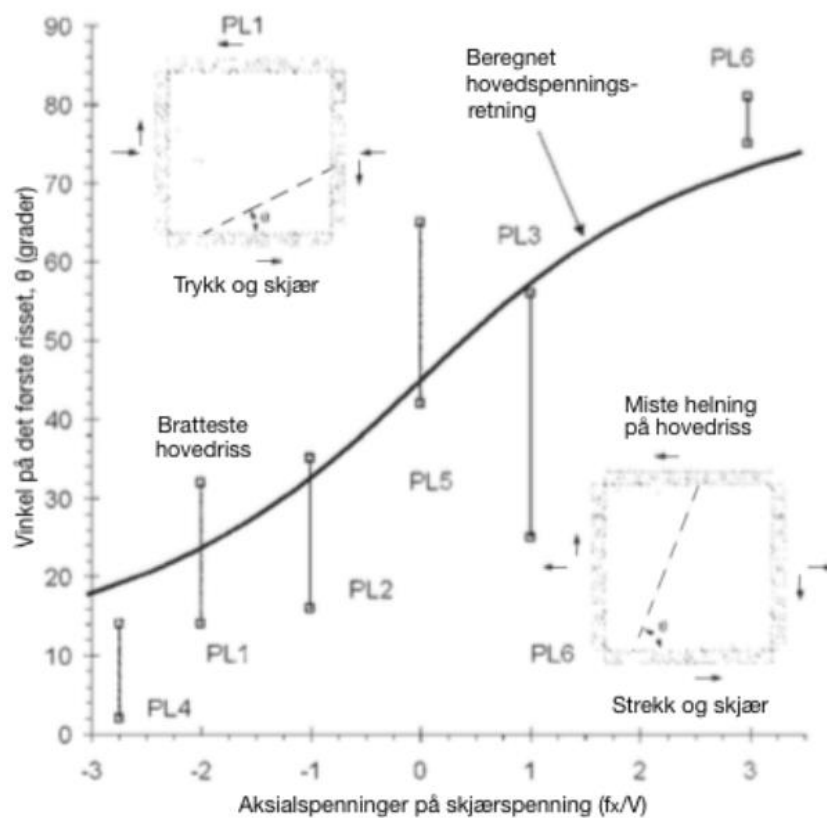


Figur 35: Skjærspenning og tilhørende tøyning (Xie et al., 2011)

Rissvinkel

Helningen av det første risset i de aksialpåkjennte elementene er vist i figur 36. Forsøkene viser at elementer som PL1 med høy trykkraft får rissvinkel med lav helning. Elementer med høy strekkraft som PL6 får riss med stor vinkel. Disse funnene er i tråd med teori fra kapittel 2.2.3.

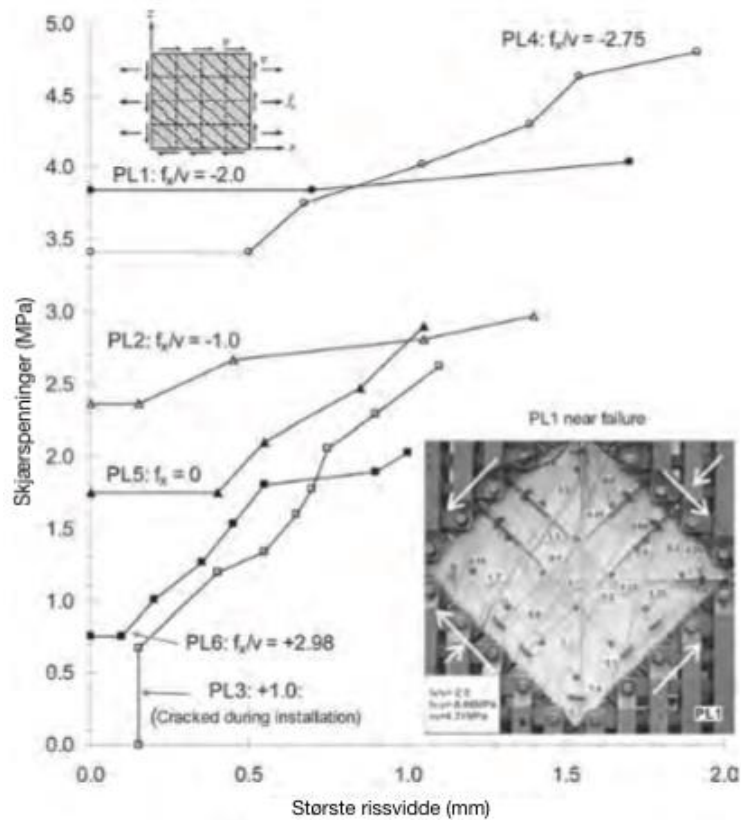
Det første risset i elementet varierer fra 2° til 81° avhenging av aksialpåkjenning, og rissvinkel når elementet går til brudd varierer mellom 20° og 37° . Dette tyder på at aksialspenning har større effekt på det første risset enn det har på det kritiske skjærrisset.



Figur 36: Påvirkning av helning på første skjærriss fra aksialspenninger (Xie et al., 2011)

Rissvidde

Rissvidden er målt på 40 lokasjoner i elementene ved 5 ulike skjærpåkjenninger. Figur 37 viser forholdet mellom de observerte rissene og påførte skjærspenninger for hvert element. Det første risset øker fra 0.10 mm for PL6 til 0.70 mm for PL1. Videre øker rissene jevnlig med skjærspenningene, bortsett fra PL1 som har god motstand mot riss, men når risskapasiteten nås er elementet så høyt utnyttet at det ikke har noe motstand å gi.



Figur 37: Påvirkning på rissvidde fra aksialkraft (Xie et al., 2011)

5. Eurokode 2

5.1 Introduksjon, forutsetninger og omfang

I 1975 tok «Kommissjonen for De europeiske felleskap» initiativ til å utarbeide et sett harmoniserte regler for prosjektering i bygg- og anleggsarbeid. I første omgang skulle det være et alternativ til de nasjonale reglene i medlemslandene. Kommissjonen ledet utviklingen i 15 år, noe som i 1980-årene førte til første generasjon europeiske standarder. I 1989 ble det vedtatt å overføre utviklingen av eurokoder til «European Committee for Standardization» (CEN) slik at de i fremtiden kunne få status som europeisk standard. I mars 2010 tok EC 2 over for NS 3473 som standard i Norge.

EC 2 gjelder for prosjektering av bygg- og anleggskonstruksjoner med uarmert, armert og spennarmert betong. Standarden samsvarer med prinsippene og kravene for konstruksjoners sikkerhet og bruksegenskaper gitt i Eurokode 0 (EC 0). EC 2 gir krav til kapasitet, bruksegenskaper, bestandighet og brannmotstand, men behandler ikke andre krav som termisk eller akustisk isolasjon. I denne oppgaven er det del 1-1 av EC 2 som er aktuell. Delen gir et generelt grunnlag for prosjektering av konstruksjoner med normalt eller lett tilslag i tillegg til å gi egne regler for bygninger. Material, bruddgrensetilstand, armerings- og konstruksjonsregler er kapitler fra EC 2 som er benyttet i oppgaven.

I tillegg til de generelle forutsetningene i EC 0 legges en del andre forutsetninger til grunn i EC 2. Det forutsettes blant annet:

- at personellet som arbeider med å prosjektere konstruksjonen er tilstrekkelig kvalifisert og erfarent.
- at det utføres egnet inspeksjon på byggeplass og fabrikker.
- at byggematerialer og produkt anvendes som angitt.
- at vedlikehold utføres på egnet måte.
- at konstruksjonene blir brukt i overensstemmelse med forutsetningene for prosjekteringen.

I tillegg forutsetter valgte sikkerhetsparametere og partialfaktorer tilfredsstillende faglig utførelse og tilstrekkelig kvalitetsstyring.

5.2 Material

5.2.1 Betong

Betong er et komplekst ikke-homogent materiale som er sammensatt av flere komponenter. Derfor vil bestanddelene i betong gjennomgås før materialmodellen til EC 2 presenteres. Bestanddelene for betong er lik for alle standardene, og blir derfor bare presentert her.

5.2.1.1 Bestanddeler

Betong er en blanding av vann, sement, sand og stein. I tillegg blandes tilsetningsstoffer og pozzolaner inn. Fordelene ved bruk av betong er mange, og spesielt er det nyttig at råmaterialene finnes i store deler av verden. Betongens utvikling deles inn i to faser; størkningsfase og herdefase. Størkningsfasen er tiden frem til første fasthet, der betong ikke lar seg bearbeide. Herdefasen er tiden fra første fasthet til full fasthet og er avhengig av følgende faktorer; sementtype, temperatur og herdeforhold (CEN, 2004).

Sementen er det aktive bindemiddelet i betong og lages ved at kalk-, silisiumdioksid-, aluminiumoksid- og jernoksidholdige råmaterialer pulveriseres, brennes og blandes med gips i ettertid. Når sement og vann blandes begynner sementen å hydratisere, en kjemisk reaksjon som gjør at sementen ekspanderer og feller ut stoffer. For full hydratisering av sement kreves et vann/ment-forhold på cirka 30 %. Dersom overflødig vann gjenstår etter hydratisering vil dette fordeles ut i reaksjonsmassen, og i ettertid kan vannet fordampe og etterlate seg relativt store porer. Betongen blir da porøs og bæreevne synker.

I stedet for sement kan cirka 5 % byttes ut med pozzolaner eller andre tilsetningsstoffer. Silikastøv og flyveaske er pozzolaner, mens luftinnførende, akselererende og størkningsretarderende stoffer er eksempler på tilsetningsstoffer. Man benytter seg av pozzolaner og tilsetningsstoffer for å endre egenskapene til betongen.

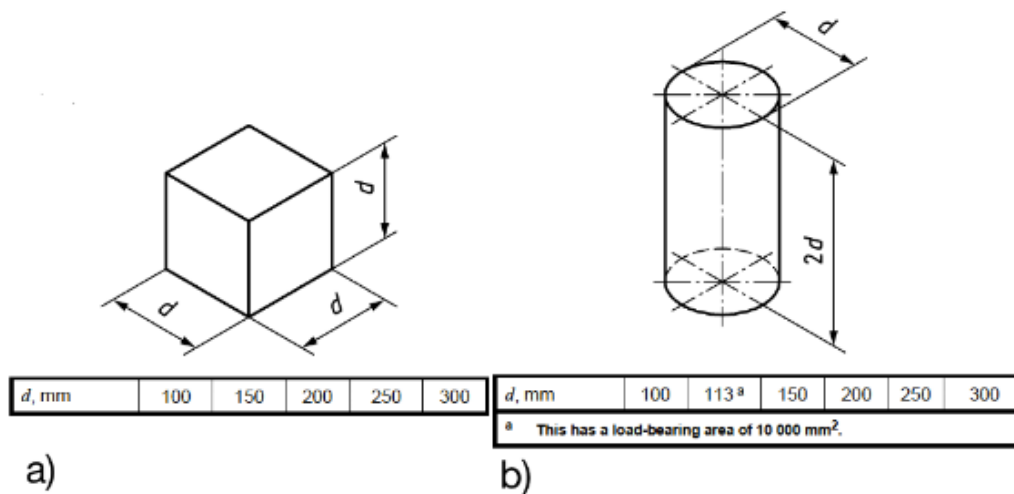
Tilslaget i betong deles etter vanlig norsk praksis inn i to grupper; sand og stein. Sand regnes som det tilslaget med gradering mellom 0-8 mm, mens steintilslaget har gradering 8-16 mm. Sluttkvaliteten av tilslaget bestemmes i hovedsak av geologisk opprinnelse, fordeling og lagring. Humus er noe som bør unngås i betongtilslaget da det virker skadelig på betongens binding ved at størkning retarderes og fasthetsutviklingen forsinkes.

5.2.1.2 Fasthet og stivhet i enakset trykkpåkjenning

EC 2 angir betongens trykkfasthet med fasthetsklasser knyttet til karakteristisk sylinderfasthet f_{ck} eller terningsfasthet $f_{ck,cube}$. NS-EN 206-1 (CEN, 2014) gir overenstemmelser for

spesifikasjoner, egenskaper og samsvar for betong. NS-EN 12390-1 (CEN, 2012) gir krav til utforming av prøvestykket for testing av fasthet og stivhet. Prøvestykket skal utformes som kube eller sylinder med nominell størrelse minst d lik 3.5 ganger større en tilslagsstørrelse som vist i figur 38.

Fasthetsklasser i Norge angis normalt med betongens sylinderfasthet med prefiks «B» for normalbetong. B20-B95 er fasthetsklasser som tillates etter EC 2, dette tilsvarer sylinderfasthet fra 20-95 MPa (CEN, 2004). Prosedyrer og krav til bruddform beskrives i NS-EN 12390-3 (CEN, 2009) som resulterer i en trykkfasthet f_c .



Figur 38: Nominelle størrelser av a) kube, b) sylinder (CEN, 2012)

Betongens trykkfasthet f_{ck} bestemmes ved en alder $t > 28$ dager eller den kan angis med midlere trykkfasthet f_{cm} i et tidspunkt innenfor $3 < t < 28$ døgn etter uttrykk (5.1).

$$f_{ck}(t) = f_{cm}(t) - 8 \text{ MPa} \quad (5.1)$$

Trykkfasthet ved alder t avhenger av sementtype, temperatur og herdeforhold (Sørensen, 2010). Middelerdien av trykkfasthet kan bestemmes med overenstemmelse av herding etter NS-EN 12390 og middeltemperatur på 20 °C etter uttrykk (5.2). Der s er en parameter avhengig av sementtype.

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) \cdot f_{cm} \quad (5.2)$$

der:

$$\beta_{cc}(t) = e^{s\left(1-\sqrt{\frac{28}{t}}\right)} \quad (5.3)$$

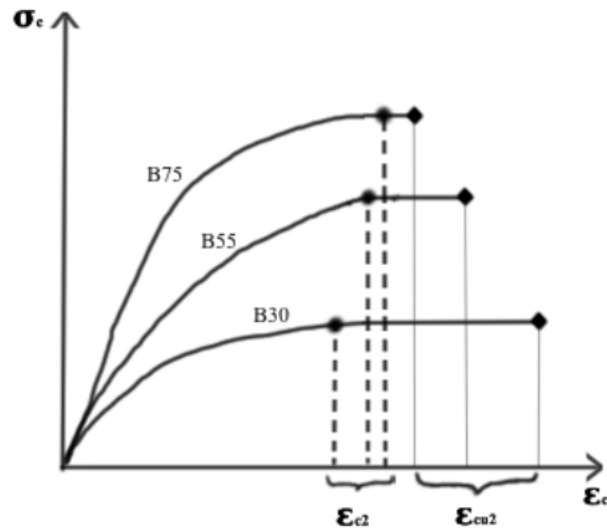
Betongstivhet og E-modul avhenger i stor grad av betongsammensetning og da spesielt av tilslag. EC 2 angir en tilnærmet verdi for elastisitetsmodulen E_{cm} ved hjelp av midlere trykkfasthet, gitt i uttrykk (5.4).

$$E_{cm} = 22000 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,3} \quad (5.4)$$

EC 2 tillater spennings- og tøyningssammenheng for ikke-lineær fordeling, parabel- rektangulær-fordeling og bilineær fordeling. Under er en liste med forklaring på de ulike tøyningene. Det er parabel- rektangulær- og bilineær fordeling som brukes ved dimensjonering.

- ϵ_{cu1} er nominell tøyningsgrense ved brudd.
- ϵ_{c1} er betongtøyning ved største spenning.
- ϵ_{cu2} er nominell tøyning ved brudd, ikke-lineær fordeling.
- ϵ_{c2} er betongtøyning ved maksimal spenning, ikke-lineær fordeling.
- ϵ_{cu3} er nominell tøyning ved brudd, bilineær fordeling.
- ϵ_{c3} er betongtøyning ved maksimal spenning, bilineær fordeling.

Figur 39 viser standardens spennings-tøyningsskurve for ulike fasthetsklasser. Sammenligning av de tre betongfasthetene viser at høyere fasthet gir høyere stivhet, men redusert duktilitet.

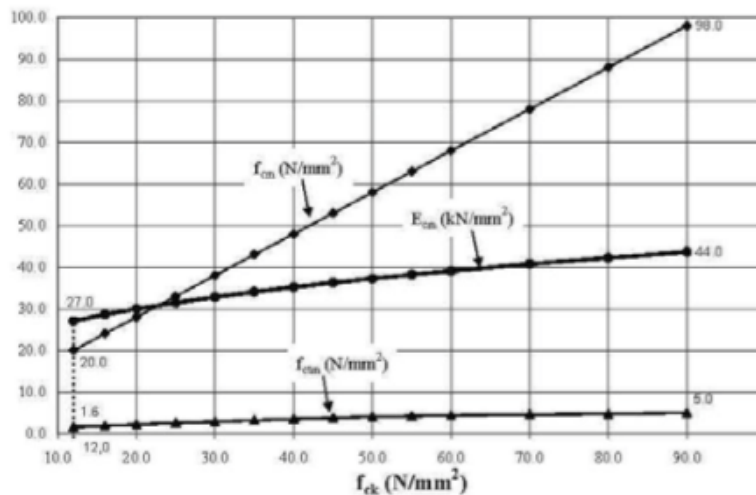


Figur 39: Spennings-tøyningskurve for forskjellige fasthetsklasser (Sørensen, 2010)

Dimensjonerende trykkfasthet f_{cd} bestemmes etter uttrykk (5.5). α_{cc} er en koeffisient som tar hensyn til reduksjon av langtidslast og ugunstige virkninger som følge av måten lasten påføres, og γ_c er materialfaktor for betong.

$$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} \cdot f_{ck}}{\gamma_c} \quad (5.5)$$

Figur 40 viser økning av midlere trykkfasthet, midlere strekkfasthet og midlere E-modul som en funksjon av fasthetsklasser. Figuren viser hvordan trykkfasthet utvikler seg i forhold til strekkfasthet.



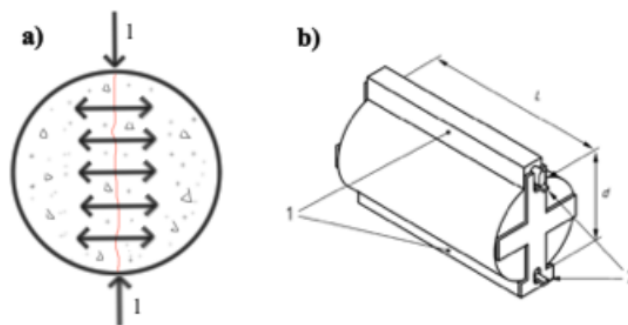
Figur 40: Verdier av f_{ctm} , f_{ctm} og E_{cm} som funksjon av f_{ck} (Jacobs, 2008)

5.2.1.3 Fasthet og stivhet i enaksielt strekk

Kurven til spennings-tøyningsdiagrammet for betong i strekk påvirkes i stor grad av testmetoden som benyttes. For betong uten armering hvor tøyningsforholdet ikke kan kontrolleres vil man ofte sitte igjen med et lineært spennings-tøyningsdiagram med sprøtt brudd på slutten (Carreira og Chu, 1986). Bruddet kommer av at betongens strekkfasthet er nådd. Strekkfasthet er avhengig av betongkvalitet, men er også avhengig av initielle spenninger fra blant annet kryp.

For EC 2 blir strekkfastheten bestemt ved å laste en betongsylinder med trykk langs diameteren som vist i figur 41. Testsylinderen skal være 150 mm i diameter og 300 mm lang (CEN, 2010). Når trykkrefter påføres i et smalt område over lengden vil resulterende strekkrefter i ortogonal retning føre til at sylinderen går til brudd, som i figur a). En testrigg er vist i figur 41 b). Dersom strekkfasthet er bestemt av spaltestrekkfasthet $f_{ct,sp}$ kan tilnærmet verdi av aksialstrekkfasthet f_{ct} uttrykkes som (5.6) (CEN, 2004).

$$f_{ct} = 0.9 \cdot f_{ct,sp} \quad (5.6)$$



Figur 41: a) Ortogonale strekkrefter, b) Spaltestrekktest CEN (2010)

Karakteristisk gjennomsnittsverdi for strekkstyrke f_{ctm} kan relateres til f_{ck} og gjennomsnittlig sylinderfasthet f_{cm} som vist i uttrykk (5.7) og (5.8) (Bhatt et al., 2014).

$$f_{ctm} = 0.30 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad \text{for } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (5.7)$$

$$f_{ctm} = 2.12 \cdot \ln \left[1 + \frac{f_{cm}}{10} \right] \quad \text{for } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (5.8)$$

Betongens strekkfasthet antas normalfordelt og $f_{ctk,0,05}$ og $f_{ctk,0,95}$ er gitt av uttrykk (5.9) og (5.10).

$$f_{ctk,0,05} = 0.7 \cdot f_{ctm} \quad (5.9)$$

$$f_{ctk,0,95} = 1.3 \cdot f_{ctm} \quad (5.10)$$

Dimensjonerende strekkfasthet f_{ctd} kan bestemmes ved hjelp av uttrykk (5.11).

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \cdot f_{ctk,0,05} / \gamma_c \quad (5.11)$$

der α_{ct} er en faktor som tar hensyn til virkning av langtidslast samt dens ugunstige virkninger.

5.2.1.4 Fasthet i trykkfelt

I et trykkfelt vil et infinitesimalt betongelement ha trykk i alle retninger. Testresultater fra Kupfer et al. (1969) viser at betong i fleraksialt trykk kan få opp til 27 % høyere fasthet enn utgangspunktet. I områder med kombinert strekk- og trykkraft viser forsøk at trykkfastheten synker ettersom strekkraften øker.

I EC 2 kan dimensjonerende kapasitet for trykkfelt i områder med trykkspenning, eller uten strekkspenning i tverretning, beregnes etter uttrykk (5.12).

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd} \quad (5.12)$$

Videre står det at en høyere dimensjonerende trykkfasthet kan antas i områder med fleraksialt trykk. For områder med opprisset betong bør trykkfasthet i følge EC 2 reduseres, og kan beregnes fra uttrykk (5.13).

$$\sigma_{Rd,max} = 0.6 \cdot v' \cdot f_{cd} \quad (5.13)$$

der

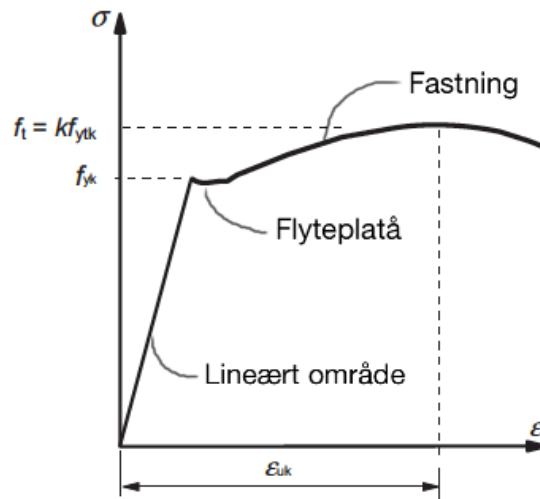
$$v' = 1 - f_{ck} / 250 \quad (5.14)$$

5.2.2 Armeringsstål

Armeringsstål brukes i betongkonstruksjoner for å opprettholde en duktil oppførsel og begrense rissvidder.

Egenskaper til armeringsstål som dimensjoneres etter EC 2 skal verifiseres ved hjelp av prøvingsprosedyrer etter NS-EN 10080 (CEN, 2005). Reglene i EC 2 gjelder for armering med sveisbart kamstål og sveiste armeringsnett. Stålet skal ha flytegrense i område $400 \leq f_{yk} \leq 600$ MPa. Kamstål med typebetegnelse B500NC er det vanligste armeringsstålet i Norge. Figur 42 viser spennings-tøyningsdiagram for armeringsstål med tilhørende spenningssoner.

EC 2 setter krav til overdekning for å sikre heft til kraftoverføring fra betong, beskytte mot korrosjon og tilfredsstille konstruksjonens brannmotstand.



Figur 42: Spennings-tøyningsdiagram for armeringsstål (CEN, 2004)

Dimensjonerende flytespenning f_{yd} er gitt av uttrykk (5.15) med materialfaktor γ_s for stål.

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \tag{5.15}$$

5.3 Uttrykk for skjærkapasitet

I dette delkapittelet vil dagens uttrykk for skjærkapasitet presenteres. Uttrykkene for konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmering er empiriske. Som nevnt bygges empiriske uttrykk på forsøk og observasjoner, noe som gir lite fysisk forståelse. Derimot er uttrykkene for konstruksjonsdeler med beregningsmessig behov for skjærarmering

bygd på en fagverksmodell med varierende trykkfeltsvinkel. Modellen baseres på nedre grenseteorem for plastisitet (jf. s. 8). I motsetning til MC 2010 og NS 3473 som summerer bidrag fra betong og skjærarmering, benytter EC 2 kapasitet fra enten betong eller skjærarmering. Under sammenligningskapittelet vises dette tydelig da grafene til EC 2 ligger lavere enn MC 2010 og NS 3473.

Nyere forskning (Sagaseta og Vollum, 2011) rapporterer at EC 2 overvurderer eller undervurderer skjærstyrken avhengig av type tilslag eller type tverrsnitt, og neglisjerer viktige bidrag (Cladera og Marí, 2007).

5.3.1 Konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmering

I EC 2 punkt 6.2.2(1) finnes uttrykket for skjærkapasitet, gjengitt av uttrykk (5.16). Først vil hoveduttrykket bli vist, deretter vil minimumskravet i uttrykk (5.17) og innhold i uttrykkene forklares nærmere. Det forutsettes for disse uttrykkene at betongfastheten f_{ck} begrenses til 65 MPa. Lengdearmering må kunne ta opp strekk fra skjær, i tillegg til strekk fra momentkraft; tilleggskraft $\Delta F_{td} = V_{Ed}$.

5.3.1.1 Skjærstrekkkapasitet

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp} \right] b_w d \quad (5.16)$$

med en minsteverdi:

$$V_{Rd,c} = (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d \quad (5.17)$$

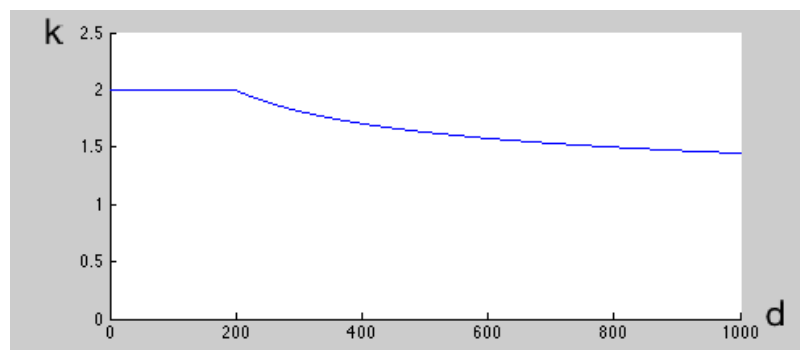
der:

$C_{Rd,c}$ er en faktor som tar hensyn til tilslagsstørrelse i betong og kan settes lik k_2/γ_c . Der-
som det kan påvises at største tilslag er større eller lik 16 mm, og det grove tilslaget
utgjør 50 % eller mer av den samlede tilslagsmengden, og det ikke benyttes grovt til-
slag av kalk eller stein med tilsvarende lav fasthet kan k_2 settes lik 0.18. Hvis kravet
for $k_2 = 0.18$ ikke oppfylles kan k_2 settes lik 0.15, og vil være en konservativ til-
nærming ved usikkerhet av tilslagsstørrelse.

k er en størrelsesfaktor eller skaleringsfaktor. Den skal ta hensyn til at høye bjelker er mindre effektive til å motstå skjærspenninger enn mindre bjelker, relatert til størrelsen. Faktoren er gitt av uttrykket i (5.18).

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0 \quad (5.18)$$

Figur 43 viser at k reduseres ettersom effektiv høyde d blir større enn 200 mm.



Figur 43: Faktoren k som funksjonen av effektiv dybde

ρ_l er en faktor som tar hensyn til lengdearmeringsmengde. Ifølge EC 2 gjelder dette mengden som har forankringslengde $\geq (l_{bd} + d)$ forbi det betraktete snittet. ρ_l uttrykkes ved å ta arealet til lengdearmering dividert på bredde og effektiv høyde for konstruksjonsdelen som vist i uttrykk (5.19).

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} \leq 0.02 \quad (5.19)$$

f_{ck} er karakteristisk sylindrefasthet for betong.

k_1 er en faktor som avgjør hvor mye aksialkraften skal påvirke skjærkapasiteten. Ved trykk i konstruksjonsdelen kan k_1 settes lik 0.15, og ved strekk kan k_1 settes lik 0.30.

σ_{cp} er spenning i tverrsnittet fra aksiallast, gitt av uttrykk (5.20).

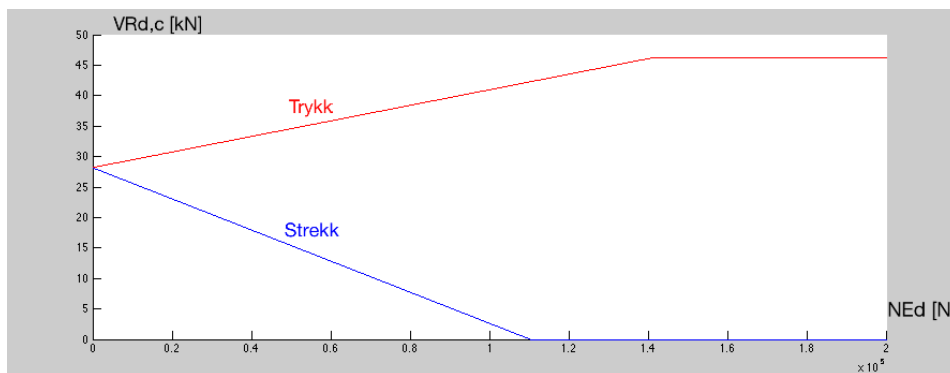
$$\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c < 0,2f_{cd} \quad (5.20)$$

der:

N_{Ed} er aksialkraft forårsaket av ytre påkjenninger eller forspenning.

A_c er arealet til betongtverrsnittet.

Ved beregning av skjærkapasitet gir trykk et positivt bidrag til kapasiteten; motsatt for strekk. Grunnen kan være at trykk hindrer bøyeriss i å dannes og dermed forsinkes utviklingen av kritiske skjærriss, imidlertid fører strekk til bredere riss hvor friksjon mellom tilslagsdeler gradvis forsvinner. Av uttrykket for σ_{cp} ser en at økning av trykkbidraget er begrenset til 20 % av dimensjonerende betongfasthet. I figur 44 er påvirkningen av aksialkraft grafisk fremstilt for en bjelke.



Figur 44: Påvirkning av aksialkraft på skjærkraftkapasitet

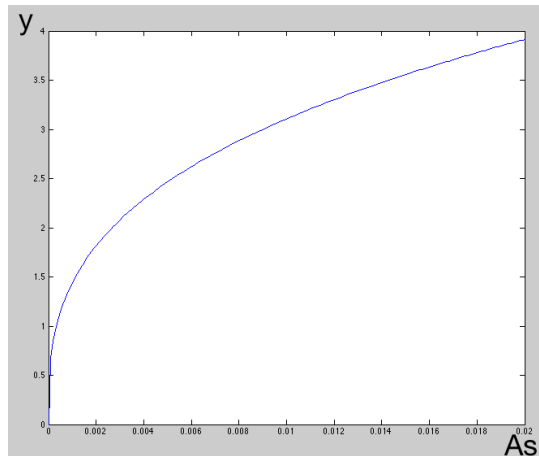
b_w er den minste bredden av tverrsnittet i strekksonen.

d er effektiv høyde. Defineres som avstand fra topp trykksone til tyngdepunkt lengdearmring.

v_{min} er minste skjærkraftkapasitet knyttet til hovedstrekkbrudd og bestemmes som vist i uttrykk (5.21). NB! Betongfastheten begrenses til 65 MPa.

$$v_{min} = 0.035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2} \quad (5.21)$$

Uttrykket for skjærkapasitet uten skjærarmering er som nevnt sammensatt og komplekst å forklare. En mulig forklaring på uttrykket $(100\rho_l f_{ck})^{1/3}$ er at skjærstyrken øker sammen med lengdearmeringsforholdet og betongfasthet, men stigningstallet avtar da det ikke er en lineær sammenheng mellom tverrsnittets egenskaper og skjærkapasitet. Figur 45 viser hvordan uttrykket varierer med A_{sl} og konstant f_{ck} .



Figur 45: Uttrykk for armeringsmengde og betongfasthet

5.3.1.2 Trykkbruddkapasitet

Trykkbruddkapasitet til betong uten skjærarmering benevnes i denne oppgaven $V_{Rd,cc}$, hvor de doble c-ene står for concrete compression. Trykkbruddkapasitet er gitt i uttrykk (5.22).

$$V_{Rd,cc} = 0.5b_w d v f_{cd} \quad (5.22)$$

der:

f_{cd} er dimensjonerende fasthet, og beregnes av uttrykk (5.23).

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (5.23)$$

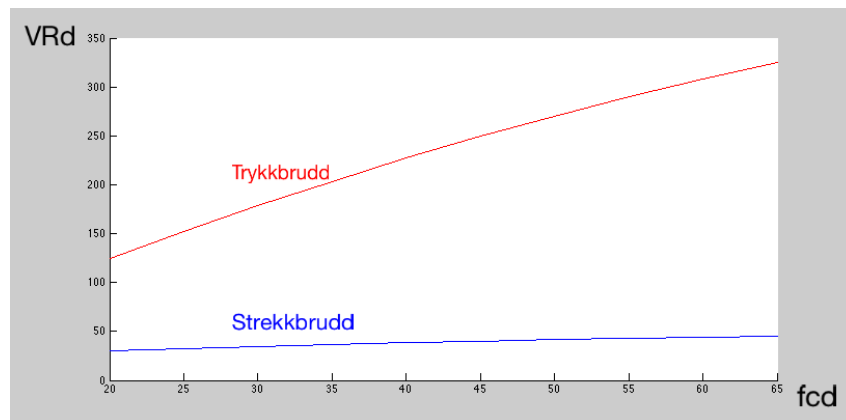
der:

α_{cc} er en faktor som tar hensyn til langtidslaster og ugunstige virkninger som følge av måten lasten påføres.

v er en fasthetsreduksjonsfaktor for betong som er opprisset på grunn av skjær og er gitt av uttrykk (5.24).

$$v = 0.6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \quad (5.24)$$

I figur 46 er kapasitetene for strekk- og trykkbrudd sammenlignet som funksjon av betongfasthet. Selv om man har mulighet til å redusere maks opptredende skjærkraft for strekkbrudd, vil forskjellen i utnyttelsesgradene fortsatt være stor. Tidligere funn av O'Brien et al. (2012) viser at strekkbrudd oppnås med mindre enn halvparten av skjærkraften sammenlignet med trykkbrudd. Trenden blir i større grad synlig ettersom betongfastheten øker.



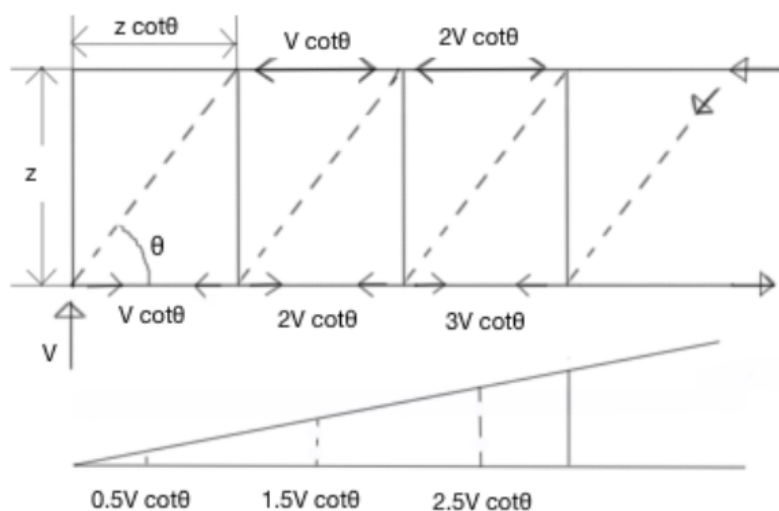
Figur 46: Skjærkapasitet for trykk- og strekkbrudd

5.3.2 Konstruksjonsdeler med beregningsmessig behov for skjærarmering

I konstruksjonsdeler hvor $V_{Ed} > V_{Rd,c}$ må det legges inn skjærarmering. EC 2 punkt 6.2.3 baserer dimensjonering av konstruksjoner med skjærarmering på en antatt fagverksmodell. Her dimensjoneres det med strekkrefter i armering og trykkrefter i urisset betong.

5.3.2.1 Tilleggskraft i lengdearmering

Det opptrer tilleggskraft i lengdearmering og i trykkflate til betong fra skjærkraft. Utvikling av tilleggskraft i lengdearmering og trykkside av betong langs bjelkens spenn er vist i figur 47. Høyden av stavmodellen settes lik z , trykkstaven i steget har en vinkel θ i forhold til lengdearmering og lengden av den horisontale strekkstaven blir da $z \cot\theta$.



Figur 47: Tilleggskraft i lengdearmring på grunn av skjærkraft (Bhatt et al., 2014)

Tilleggskraft i lengdearmring fra skjær V_{Ed} vises i uttrykk (5.25):

$$\Delta F_{td} = 0.5V_{Ed}(\cot\theta - \cot\alpha), \quad (5.25)$$

men ΔF_{td} behøver ikke antas større enn:

$$(M_{Ed}/z) + \Delta F_{td} \leq M_{Ed,max}/z \quad (5.26)$$

der:

M_{Ed} er momentet i snittet.

$M_{Ed,max}$ er maks moment i tverrsnittet.

5.3.2.2 Skjærstrekkapasitet

Skjærstrekkapasitet beregnes på grunnlag av tverrarmring som krysser et antatt skråriss med en vinkel θ (Sørensen, 2010). Det forutsettes at hele skjærkraften i strekk tas opp av skjærarmring. Vertikalkomponenten av skjærstrekkapasitet gis av uttrykk (5.27).

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} (\cot\theta + \cot\alpha) \sin\alpha \quad (5.27)$$

der:

A_{sw} er skjærarmeringsareal.

s er senteravstand mellom bøylene.

z er innvendig momentarm i tverrsnittet, ved skjærkraftdimensjonering uten aksialkraft kan denne verdien tilnærmet settes lik $z = 0.9d$.

f_{ywd} er skjærarmeringens dimensjonerende flytegrense.

θ er helningen av betongens trykkstav til horisontalplanet. Helning θ for skjærrisset kan i EC 2 velges i område:

$$1.0 \leq \cot\theta \leq 2.5$$

$$1.0 \leq \cot\theta \leq 1.25 \text{ (dersom } \sigma_t \geq f_{ctk,0.05}\text{)}$$

α er helningen av skjærbøylene til horisontalplanet.

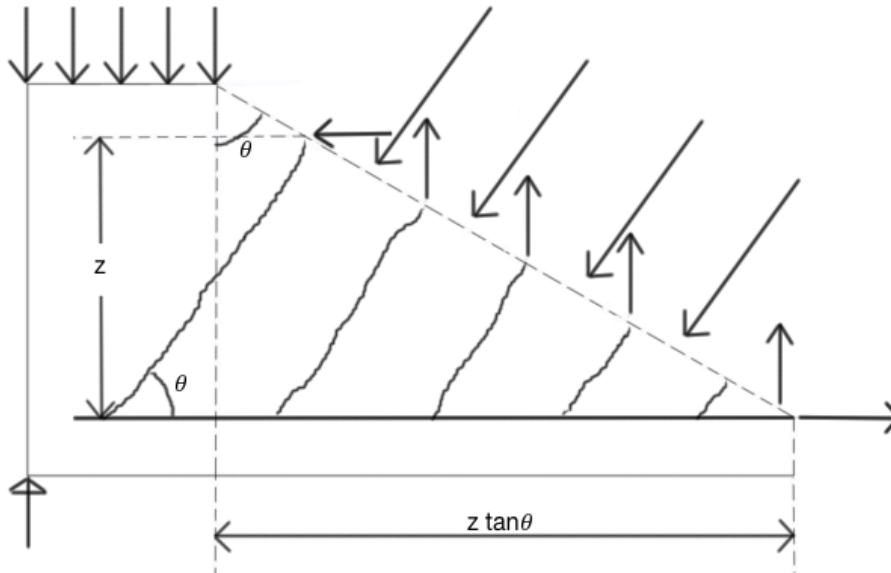
Brukes vertikale bøyer settes $\alpha = 90^\circ$, det fører til at $\cot\alpha = 0$ og $\sin\alpha = 1$ og uttrykket blir:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot\theta \quad (5.28)$$

Største skjærkraft opptrer innenfor skrårissets lengde $z \cot\theta$ fra endeopplager målt langs bjelkeaksen. Nødvendig skjærarmering for å ta opp skjærstrekk kan velges som den minste skjærverdien innenfor dette område, altså $V_{Ed,red}$.

5.3.2.3 Skjærtrykkapasitet

Det må kontrolleres at trykkspenningene ikke overstiger dimensjonerende fasthet i trykkstaven. Figur 48 viser et antatt fagverk som er snittet vinkelrett på trykkstavene der lengden av snittet er $z/\cot\theta$.



Figur 48: Idealisert fagverk med snitt vinkelrett på stavene (Bhatt et al., 2014)

Maks skjærtrykkapasitet $V_{Rd,max}$ gis av uttrykk (5.29).

$$V_{Rd,max} = [\alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd}] \frac{1}{\cot\theta + \tan\theta} \quad (5.29)$$

der:

α_{cw} er en koeffisient som tar hensyn til spenningstilstanden i trykkgurten, der $\alpha_{cw} = 1$ for konstruksjoner uten forspenning eller aksialtrykk. For konstruksjoner med forspenning velges:

$$\alpha_{cw} = \begin{cases} 1 + \sigma_{cp}/f_{cd} & 0 < \sigma_{cp} < 0.25f_{cd} \\ 1.25 & 0.25 < \sigma_{cp} < 0.5f_{cd} \\ 2.5(1 - \sigma_{cp}/f_{cd}) & 0.5 < \sigma_{cp} < f_{cd} \end{cases} \quad (5.30)$$

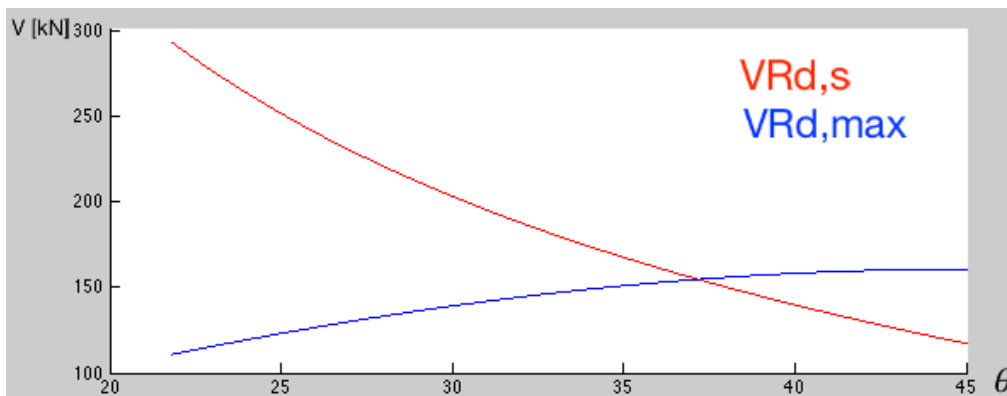
v_1 er en fasthetsreduksjonsfaktor for betong på grunn av skjær:

$$v_1 = 0.6 \left(1 - f_{ck}/250 \right) \quad (5.31)$$

dersom spenningene i skjærarmeringen er mindre enn $0.8f_{yk}$, kan v_1 bestemmes av følgende uttrykk:

$$v_1 = \begin{cases} 0.6 & f_{ck} \leq 60 \\ 0.9 - f_{ck}/250 & f_{ck} > 60 \end{cases} \quad [\text{MPa}] \quad (5.32)$$

Figur 49 viser hvordan skjærstrekk- og skjærtrykkapasiteten utvikler seg når helningen θ endrer seg i den antatte trykkstaven. Figuren viser kapasiteten for et «normalt» tverrsnitt. Maks kapasitet finnes i krysningspunktet mellom $V_{Rd,s}$ og $V_{Rd,max}$.



Figur 49: Skjærstrekk- og skjærtrykkapasitet med helning $21.8^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$

6. Andre standarder

6.1 *fib* Model Code 2010

Koden er laget for å danne et basisgrunnlag for fremtidige betongkoder, mer som et hjelpe- eller tilleggsdokument. Dagens standarder er rettslige dokumenter basert på erfaringsbasert kunnskap, imidlertid betrakter MC 2010 ny utvikling innenfor fagfeltet og nye krav.

Utviklingen refererer ikke bare til de tradisjonelle kravene som sikkerhet og brukervennlighet, men også krav til holdbarhet og bærekraftig dimensjonering.

Der EC 2 har nøyaktige og økonomisk tilfredsstillende uttrykk, tar MC 2010 også sikte på å gi tilstrekkelig bakgrunnsinformasjon. MC 2010 er ment å være en kode for hverdagsdimensjonering på lik linje med EC 2.

Fremgangen i dimensjoneringen burde være mer eller mindre raffinert avhengig av detaljnivået som behøves ved beregning og viktigheten av konstruksjonen. For eksempel vil det ved en overslagsberegning eller kostnadsanalyse være behov for svar gitt med enkle beregningsmodeller. Derimot må detaljnivået være nyansert når konstruksjonen skal dimensjoneres eller eksisterende konstruksjoner skal rehabiliteres.

Nivåene i MC 2010 påpeker antagelsesnivået i arbeidet som gjøres. I praksis betyr dette at flere av uttrykkene kan beregnes på flere måter etter behov for nøyaktighet. Nivå I representerer det enkleste uttrykket og forbindes med de mest normale dimensjoneringsforholdene. Høyere nivåer krever følgelig mer innsats, men kan gi bedre økonomiske løsninger.

Det at MC 2010 deles inn i nivåer skiller den fra EC 2. Nivåene kalles Levels of Approximation (LoA) og en høyere LoA skal i teorien gjenspeile konstruksjonens oppførsel bedre. Lavere LoA skal i utgangspunktet være konservative forenklinger som kan utledes fra en høyere LoA.

6.1.1 Material

MC 2010 benytter samme notasjoner og definisjoner av materialparametere som EC 2. Den største forskjellen er at MC 2010 tillater å bruke betong med fasthet C120 selv om det eksisterer lite data for hvordan betongen oppfører seg under forskjellige forhold, derfor er tabellen for materialegenskaper begrenset til C100 (fib, 2013).

6.1.2 Uttrykk for skjærkapasitet

For konstruksjonsdeler uten skjærarmering er skjæruttrykkene basert på SMCFT. Uttrykk for konstruksjonsdeler med skjærarmering baseres på en generell spenningsfeltteori i kombinasjon med SMCFT.

I detaljert dimensjonering eller vurdering av en konstruksjon kan tøyningssavhengighet til skjærmotstand benyttes. MC 2010 tilbyr en beregningsmetode som bestemmer den representative tøyningssverdien midt i effektiv skjærdebyde. Andre parametere kunne også blitt benyttet, men tøyning har en tydelig fysisk betydning som de fleste med faglig bakgrunn forstår. ϵ_x betegner gjennomsnittlig tøyning i lengderetning og kan relativt enkelt finnes ved hjelp av tverrsnittskrefter. For slakkarmerte konstruksjoner kan tøyning finnes ved hjelp av uttrykk (6.1).

$$\epsilon_x = \frac{1}{2A_s E_s} \left(\frac{M_{Ed}}{z} + V_{Ed} + N_{Ed} \left(\frac{1}{2} \mp \frac{\Delta e}{z} \right) \right) \leq 0.003 \quad (6.1)$$

der:

M_{Ed} er opptredende moment i snittet som betraktes.

V_{Ed} er opptredende skjærkraft i snittet som betraktes.

N_{Ed} er opptredende normalkraft i snittet som betraktes, positivt for strekk.

z er indre momentarm og kan vanligvis kan $z = 0.9 d$ antas.

A_s er arealet av strekkarmering.

E_s er E-modulen til strekkarmering.

Δe er eksentrisiteten i tverrsnittet på grunn av momentet. Uttrykk (6.2) viser hvordan eksentrisiteten beregnes.

$$\Delta e = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} \quad (6.2)$$

Tilhørende krav til beregning av ϵ_x :

- Høyere verdi enn halve flytetøyning i lengdearmering kan brukes, men da kreves en mer detaljert tverrsnittsanalyse.
- Tøyning må ikke overgå 3 ‰.
- Dersom tøyning blir negativ settes den lik 0.
- Hvis strekkreftene risser bøyetrykksonen må ϵ_x multipliseres med 2.0.

6.1.2.1 Tilleggs kraft i lengdearmering

For konstruksjonsdeler må det i ett hvert snitt være nok kapasitet i lengdearmeringen til å motstå ekstra strekkraft ΔF_{td} på grunn av skjær. Den totale nødvendige armeringsmengden behøver ikke være større enn nødvendig lengdearmering fra momentet alene.

For konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmering kan tilleggs kraft i lengdearmering settes lik V_{Ed} :

$$\Delta F_{td} = V_{Ed} \tag{6.3}$$

For konstruksjonsdeler med beregningsmessig behov for skjærarmering blir tilleggs kraft i lengdearmering beregnet ved hjelp av uttrykk (6.4).

$$\Delta F_{td} = \frac{V_{Ed}}{2} \cot \theta \tag{6.4}$$

der:

θ er trykkfeltets helning, se uttrykk (6.20) og (6.23).

6.1.2.2 Konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmoring

Det generelle kapasitetsuttrykket er vist i (6.5).

$$V_{Rd,c} = k_v \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} z b_w \quad (6.5)$$

der:

f_{ck} er karakteristisk sylindrefasthet. På grunn av en glattere rissoverflate og varierende kapasitet ved bruk av høyfast betong skal uttrykk (6.6) alltid oppfylles (rissene går gjennom tilslaget og ikke rundt, som gir mindre kapasitet fra aggregate interlock).

$$\sqrt{f_{ck}} \leq 8 \text{ MPa} \quad (6.6)$$

γ_c er materialfaktor for betong, i likhet med EC 2 er denne 1.5.

b_w er den minste bredden i strekksonen.

k_v blir presentert nærmere under hver LoA.

For konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmoring finnes to LoA.

Level of Approximation II

$$k_v(II) = \frac{0.4}{1 + 1500\epsilon_x} \cdot \frac{1300}{1000 + k_{dg}z} \quad (6.7)$$

der:

k_{dg} er en faktor som tar hensyn til tilslagsstørrelse:

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0.75 \quad (6.8)$$

der:

d_g er største tilslagsstørrelse og for betongfastheter over 70 MPa samt lettbetong bør d_g settes lik 0 for å ivareta tap av aggregat interlock.

Level of Approximation I

$$k_v(I) = \frac{180}{1000 + 1.25z} \quad (6.9)$$

Nivået kan benyttes for konstruksjonsdeler uten signifikante aksiallaster som har armering $f_{yk} \leq 600$ MPa og betongfasthet $f_{ck} \leq 70$ MPa.

$k_v(I)$ kan utledes fra $k_v(II)$ dersom det antas at største tilslagsstørrelse $d_g \geq 10$ mm og at tøyning midt i kontrolltverrsnittet er $\epsilon_x = 0.00125$.

Kravet om tilslagsstørrelse fører til at uttrykk (6.8) kan skrives om til (6.10):

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} = \frac{32}{16 + 10} \approx 1.25 \quad (6.10)$$

Tøyning fører til at første del av uttrykk (6.7) kan skrives om til (6.11):

$$\frac{0.4}{1 + 1500\epsilon_x} = \frac{0.4}{1 + 1500 \cdot 0.00125} = 0.139 \quad (6.11)$$

Ved å sette (6.10) og (6.11) inn i (6.7) oppnås uttrykket for $k_v(I)$:

$$0.139 \cdot \frac{1300}{1000 + 1.25z} \approx \frac{180}{1000 + 1.25z} = k_v(I) \quad (6.12)$$

6.1.2.3 Konstruksjonsdeler med beregningsmessig behov for skjærarmering

Når skjærkapasitet skal finnes for konstruksjonsdeler med skjærarmering benytter MC 2010 bidrag fra både betong $V_{Rd,c}$ og skjærarmering $V_{Rd,s}$ gitt av uttrykk (6.13). I prinsippet gjelder dette kun for LoA III da LoA I og II gjør en konservativ tilnærming som neglisjerer betongbidraget. Den totale skjærkapasiteten begrenses alltid av trykkbruddkapasitet $V_{Rd,max}$, uttrykk (6.15).

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \leq V_{Rd,max} \quad (6.13)$$

der:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s_w} z f_{ywd} \cot \theta \quad (6.14)$$

$$V_{Rd,max} = k_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b_w z \sin \theta \cos \theta \quad (6.15)$$

og $V_{Rd,s}$ er gjeldende dersom krav til minimum skjærarmeringsmengde ρ_w oppfylles:

$$\rho_w \geq 0.08 \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \quad (6.16)$$

Innholdet i uttrykk (6.14) og (6.15) defineres under. $V_{Rd,c}$ er presentert i uttrykk (6.5).

f_{ywd} er flytespenning til skjærarmering.

s_w er senteravstanden mellom skjærbøylene.

k_c er reduksjonsfaktor for betong med $f_{ck} \geq 30$ MPa. Den har som mål å redusere styrken på grunn av sprøere oppførsel av fastere betong og er gitt av uttrykk (6.17).

$$k_c = k_{\epsilon} \eta_{fc} \quad (6.17)$$

der:

k_ϵ er en faktor for tøyningseffekten og presenteres nærmere under hver LoA.

η_{fc} er faktor for sprøhet gitt av uttrykk (6.18).

$$\eta_{fc} = \left(\frac{30}{f_{ck}}\right)^{\frac{1}{3}} \leq 1.0 \quad (6.18)$$

ρ_w er skjærarmeringsforholdet i konstruksjonsdelen:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{b_w d} \quad (6.19)$$

θ er vinkelen til trykkfeltet og skal være mindre enn 45° , men har ulike minimumsgrenser definert i hver LoA:

$$\theta_{min} \leq \theta \leq 45^\circ \quad (6.20)$$

For konstruksjonsdeler med skjærarmering har man fire antagelsesnivåer. I LoA IV må det benyttes modeller med likevekt- og kompatibilitetskrav for tøyning samt passende spennings-tøyningmodeller for armering og risset betong. Nivået er avansert og krever omfattende erfaring for at konservative og konsistente resultater skal oppnås, og det er derfor ikke presentert videre.

Level of Approximation I

I dette nivået representeres kapasiteten av en fagverksmodell med varierende vinkel. Skjærkapasitet uttrykkes:

$$V_{Rd} = V_{Rd,s} \leq V_{Rd,max}, \quad (6.21)$$

men

$$V_{Rd} \geq V_{Rd,c}^* \quad (6.22)$$

* Kapasitet med skjærarmering skal ikke være mindre enn bare betongbidraget.

Minimum trykkfeltsvinkel bestemmes som følger (benyttes i uttrykk (6.20)):

$\theta_{min} = 25^\circ$ for konstruksjonsdeler med signifikante trykk-/forspenningskrefter.

$\theta_{min} = 30^\circ$ for armerte konstruksjonsdeler.

$\theta_{min} = 40^\circ$ for konstruksjonsdeler med signifikante strekkrefter.

og tøyningfaktoren er forhåndsantatt:

$$k_\epsilon = 0.55$$

Level of Approximation II

For nivå to danner generaliserte spenningsfelt grunnlaget for kapasiteten. Kapasitet blir gitt av uttrykk (6.21) og betongbidraget gir nedre grense, som for LoA I. Forskjellen er at minimum trykkfeltsvinkel θ_{min} og tøyningfaktor k_ϵ er avhengig av gjennomsnittlig tøyning i lengderetning ϵ_x .

Minimum trykkfeltsvinkel i grader bestemmes av uttrykk (6.23).

$$\theta_{min} = 20 + 10000\epsilon_x, \tag{6.23}$$

og tøyningfaktoren kan bestemmes av:

$$k_\epsilon = \frac{1}{1.2 + 55\epsilon_1} \leq 0.65 \tag{6.24}$$

der:

ϵ_1 er hovedstrekk-tøyning bestemt av Mohrs sirkel:

$$\epsilon_1 = \epsilon_x + (\epsilon_x + 0.002)\cot^2\theta_{min} \tag{6.25}$$

ϵ_x kan forenklet settes lik 1 ‰ for uttrykk (6.23). For mer detaljerte beregninger og for uttrykk (6.25) må ϵ_x bestemmes av (6.1).

Level of Approximation III

LoA III baseres på SMCFT (jf. s. 28) og er det første nivået hvor betong- og skjærarmeringsbidraget summeres. Det generelle kapasitetsuttrykket er gitt ved uttrykk (6.13). Nivået har krav om at den totale skjærkapasiteten V_{Rd} skal begrenses som følger:

Dersom uttrykk (6.26) oppfylles benyttes LoA II.

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \geq V_{Rd,max}(\theta_{min}) \quad (6.26)$$

Dersom uttrykk (6.27) oppfylles benyttes LoA III som planlagt.

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} < V_{Rd,max}(\theta_{min}) \quad (6.27)$$

der:

$V_{Rd,max}(\theta_{min})$ beregnes etter uttrykk (6.15), men $\theta = \theta_{min}$ fra uttrykk (6.23).

Dersom det er mulig å gjennomføre en beregning i LoA III, skal betongbidragets k_v -faktor fra uttrykk (6.7) erstattes med følgende k_v :

$$k_v = \frac{0.4}{1 + 1500\epsilon_x} \left(1 - \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}(\theta_{min})} \right) \geq 0 \quad (6.28)$$

6.2 Norsk Standard 3473

NS 3473 - prosjektering av betongkonstruksjoner (Standard, 2003) omfatter regler for beregning og dimensjonering. Standarden ble utgitt i 1973 og tilbaketrasket 2010. Byggeforskriftenes krav til dokumentasjon av bæreevne og sikkerhet tilfredsstilles av standarden og den gir videre krav til materialer, utførelse og kontroll. NS 3473 behandler armerte og uarmerte konstruksjoner i betong, både med normalt og lett tilslag.

Forutsetninger for skjærkapasitet

Dimensjoneringskapittelet gjelder for bjelker, staver, plater og skall der forholdet mellom spennvidden og tverrsnittshøyden er minst 3.0 for tosidig opplegg og minst 1.5 for utkraget konstruksjonsdel. Kapasitet skal kontrolleres for både strekkbrudd og trykkbrudd. Det er krav at skjærarmering kun skal medregnes i kapasiteten dersom det legges inn mer enn minimum skjærarmering, og den danner en vinkel mellom 45° og 90° med lengdeaksen. NS 3479 - prosjektering av bygningskonstruksjoner gir grunnleggende krav for laster og lastkoeffisienter til bruk ved dimensjonering i partialkoeffisientmetoden.

6.2.1 Material

Kapittel 11 i NS 3473 gir grunnlag for dimensjonering sammen med materialfasthet i kapittel 10.4. Tilsvarende som i EC 2 angis betongfasthetsklassene med prefiks «B» etterfulgt av et tall som gjenspeiler sylindrefasthet. For bærende konstruksjoner tillater NS 3473 fasthetsklasser B20-B95. For normalbetong i fasthetsklasser høyere enn B75 og lettbetong i alle fasthetsklasser skal det foreskrives at betongen ved prøving tilfredsstillende kravene til karakteristisk sylindetrykkfasthet. I tabell 5 i NS 3473 er f_{cck} karakteristisk sylindrefasthet, f_{ck} karakteristisk terningfasthet, f_{cn} konstruksjonstrykkfasthet, f_{tk} strekkfasthet og f_{tn} konstruksjonsstrekkfasthet. Ved dimensjonering benyttes en karakteristisk konstruksjonsfasthet som tar hensyn til at forholdene i en konstruksjon er forskjellig fra et prøvestykke i laboratoriet. Tabell 4 i NS 3473 angir materialfaktorer for betong og armeringsstål. I bruddgrensetilstand er sikkerhetsfaktorene for betong $\gamma_c = 1.4$ og stål $\gamma_s = 1.25$.

Uttrykk (6.29) tar hensyn til forholdene mellom karakteristisk sylindrefasthet og konstruksjonsfasthet mellom B20 og B45 (Sørensen, 2005).

$$f_{cn} = 0.7f_{cck} + 2.8 \text{ MPa} \quad (6.29)$$

Betongens dimensjonerende trykk- og strekkfasthet:

$$f_{cd} = \frac{f_{cn}}{\gamma_c} \quad (6.30)$$

$$f_{td} = \frac{f_{tk}}{\gamma_c} \quad (6.31)$$

Elastisitetsmodulen til normalbetong med fasthetsklasser lavere enn B75 beskrives med uttrykk (6.32). For høyere fastheter en B75 bestemmes elastisitetsmodulen ved prøving av den aktuelle betongtypen.

$$E_{cn} = k_E (f_{cn})^{0.3} \quad (6.32)$$

der:

$$k_E \quad \text{kan antas lik } 10\,000 \left(\frac{N}{\text{mm}^2} \right)^{0.7}$$

Det skal forutsettes en redusert dimensjonerende trykkfasthet av uttrykk (6.33) for betong i trykkfelt.

$$f_{c2d} = \frac{f_{cd}}{0.8 + 100\epsilon_1} \leq f_{cd} \quad (6.33)$$

der:

ϵ_1 er midlere hovedstrekktoyning i trykkfeltet.

Armeringsstålets dimensjonerende fasthet:

$$f_{sd} = \frac{f_{sk}}{\gamma_s} \quad (6.34)$$

der:

f_{sk} er armeringens karakteristiske flytespenning.

6.2.2 Uttrykk for skjærkapasitet

I NS 3473 kapittel 12.3 er det regler for dimensjonering av skjærkraft i bjelker, staver, plater og skall. Det er tre metoder for skjærdimensjonering (Sørensen, 2005):

1. I forenklet metode er det gitt uttrykk for skjærstrekkapasitet i betong uten skjærarmering og bidrag fra eventuell skjærarmering. Skjærbidrag fra betong V_{cd} og skjærarmering V_{sd} summeres ved behov. Skjærtrykkapasitet V_{ccd} skal kontrolleres i konstruksjonsdeler med- og uten beregningsmessig behov for skjærarmering.
2. Fagverksmetoden beregnes på grunnlag av en antatt indre fagverksmodell. I denne metoden skal ikke betongbidraget V_{cd} medregnes i skjærstrekkapasiteten.
3. Generell dimensjoneringsmetode for skivekonstruksjoner (konstruksjonskrefter i planet) baseres på trykkfeltsteori for plater og konstruksjonsdeler med konsentrerte laster som forårsaker trykk vinkelrett i platens plan.

Altså, for konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmering er forenklet metode gjennomgått. For konstruksjonsdeler med beregningsmessig behov for skjærarmering er både forenklet metode og fagverksmetoden presentert. Generell metode er ikke gjennomgått videre i oppgaven.

Tilleggs kraft i forenklet metode for dimensjonering uten- og med beregningsmessig behov for skjærarmering er gitt av uttrykk (6.35) og (6.36).

$$F_{sv} = V_f \quad (6.35)$$

$$F_{sv} = V_f - 0.5V_{sd}(1 + \cot\alpha) \geq 0 \quad (6.36)$$

der α er helningen av skjærarmering i forhold til lengdeaksen.

Tilleggs kraft i fagverksmetoden er gitt av uttrykk (6.37).

$$F_{sv} = 0.5V_f(\cot\theta - \cot\alpha) \geq 0 \quad (6.37)$$

Maks strekkraft i lengdearmring på grunn av skjær og moment settes lik uttrykk (6.38).

$$(M_f/z) + F_{sv} \leq M_{f,max}/z \quad (6.38)$$

6.2.2.1 Konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmering

Skjærstrekkkapasitet

I konstruksjonsdeler uten behov for skjærarmering kan skjærkapasitet ved strekkbrudd antas lik V_{cd} . Følgende punkter skal gjennomgå i dette kapitlet for dimensjonering av strekkbruddkapasitet:

- Skjærkraft uten samtidig aksialtrykk (NS 3473 punkt 12.3.2.1).
- Skjærkraft med samtidig aksialtrykk (NS 3473 punkt 12.3.2.2).
- Skjærkraft med samtidig aksialstrekk (NS 3473 punkt 12.3.2.3).

Kapasitet for skjærkraft uten samtidig aksialkraft er gitt av uttrykk (6.39).

$$V_{cd} = V_{co} = 0.3 \left(f_{td} + \frac{k_A A_s}{\gamma_c b_w d} \right) b_w d k_v \leq 0.6 f_{td} b_w d k_v \quad (6.39)$$

der:

k_A settes lik 100 N/mm².

A_s er arealet av innlagt lengdearmering på strekkside med tilstrekkelig forankring.

$k_v = 1.5 - d/d_1$ for plater og bjelker uten skjærarmering, men $1.0 \leq k_v \leq 1.4$.

der:

d_1 settes lik 1.0 m (d settes også inn i meter).

f_{td} er betongens dimensjonerende strekkfasthet.

Aksialtrykk kombinert med bøyemoment og skjærkraft vil føre til at trykksonehøyden øker, da minker den rissede delen av betongen og skjærkapasiteten blir høyere. Eventuelle skråriss blir mer parallelle med bjelkeaksen (Sørensen, 2005). Strekkbruddkapasitet med samtidig skjærkraft og aksialtrykk beregnes etter uttrykk (6.40).

$$V_{cd} = V_{co} + 0.8 M_o \left| \frac{V_f}{M_f} \right| \leq (f_{td} k_v - 0.25 N_f / A_c) b_w z_1 \quad (6.40)$$

der:

A_c er betongarealet i det betraktede snittet.

N_f er dimensjonerende aksialkraft, negativ som trykk, men begrenses: $N_f/A_c \leq 0.4f_{cd}$.

V_f er dimensjonerende skjærkraft for tverrsnittet i den undersøkte tilstanden.

M_o er rissmomentet og settes lik $-N_f W_c/A_c$ (mer om M_o i kapittel 2.6).

der:

W_c er motstandsmoment for det urissede betongtverrsnittets.

M_f er det totale dimensjonerende momentet i tverrsnittet.

z_1 er indre momentarm for urisset betongtverrsnitt, settes lik $\max\{0.7d, I_c/S_c\}$.

der:

I_c er arealtregningsmomentet for urisset betongtverrsnitt.

S_c er statisk moment om tyngdepunktaksen for urisset betongtverrsnitt.

Kapasitet for skjærkraft ved samtidig aksialstrekk beregnes etter uttrykk (6.41).

$$V_{cd} = \max \left[V_{co} \left(1 - \frac{N_f}{1.5f_{td}A_c} \right), V_{co} \left(1 - \frac{\epsilon_s}{\epsilon_{sy}} \right) \right] \geq 0 \quad (6.41)$$

der:

ϵ_s er lengdearmringstøyning i det mest påkjente snittet, beregnet fra alle samtidige opptredende lastvirkninger, der tvangskrefter er inkludert. Ingen del av lengdearmringen i det betraktede snittet skal ha større beregningsmessig tøyning enn $\epsilon_{sy} = f_{sk}/E_{sk}$.

Trykkbruddkapasitet

Forenklet metode beregner trykkbruddkapasitet etter uttrykk (6.42). Uttrykket gjelder også for konstruksjonsdeler med beregningsmessig behov for skjærarmering.

$$V_{ccd} = 0.3f_{cd}b_wz(1 + \cot\alpha) \leq 0.45f_{cd}b_wz \quad (6.42)$$

der:

f_{cd} er betongens dimensjonerende trykkfasthet.

6.2.2.2 Konstruksjonsdeler med beregningsmessig behov for skjærarmering

Forenklet metode - skjærstrekkkapasitet

Hvis kapasitet V_{cd} beregnet i uttrykk (6.39), (6.40) eller (6.41) ikke er tilstrekkelig, må konstruksjonsdelen forsterkes med skjærarmering. Forenklet metode gir kapasitet for konstruksjonsdeler med skjærarmering fordelt i lengderetningen, og $k_V = 1.0$ ved beregning av V_{cd} .

Det antatte skrårisset har en vinkel 45° med konstruksjonsdelens systemakse innenfor en høyde lik z fra strekkarmering. Kapasitet fra skjærarmering med senteravstand s målt fra lengdeakse settes lik uttrykk (6.43).

$$V_{sd} = \frac{f_{sd}A_{sv}}{s}z(1 + \cot\alpha)\sin\alpha \quad (6.43)$$

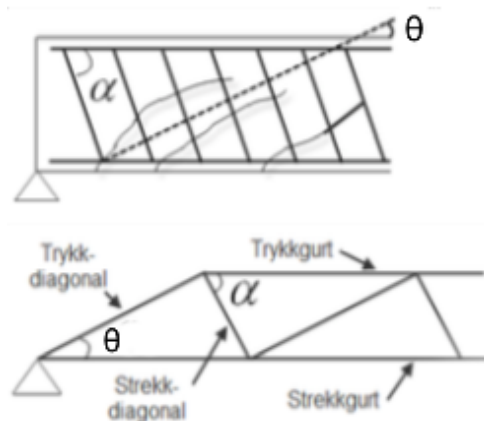
der:

z settes lik $0.9d$ dersom tverrsnittet har en trykksone. Hvis det er strekktøyninger i hele tverrsnittet settes $z = h'$, som er avstanden mellom tyngdepunktet for lengdearmering i topp og bunn.

f_{sd} er armeringens dimensjonerende flytespenning.

Fagverksmetoden

Fagverksmetoden benyttes for å beregne skjærkapasitet med kun bidrag fra skjærarmering. Metoden baserer seg på en antatt indre fagverksmodell med trykkstaver i en vinkel θ fra bjelkens systemakse, illustrert i figur 50. Vinkelen θ kan ved skjærkraft uten aksialtrykk antas mellom 25° og 60° . Med aksialtrykk kan $\theta < 25^\circ$ antas, men ikke mindre enn det som svarer til hovedtrykkretningen beregnet for urisset betong. θ velges normalt lik 45° i kombinasjon med aksialstrekk.



Figur 50: Antatt indre fagverksmodell (Sørensen, 2005)

Skjærstrekkkapasitet

Kapasitet for strekkbrudd settes lik uttrykk (6.44).

$$V_{sd} = \frac{f_{sd} A_{sv}}{s} z (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha \quad (6.44)$$

Skjærtrykkkapasitet

Kapasitet for trykkbrudd settes lik uttrykk (6.45).

$$V_{ccd} = f_{cd} b_w z \frac{\cot \theta + \cot \alpha}{1 + \cot^2 \theta} \quad (6.45)$$

der:

θ velges mellom 25° og 60°

f_{cd} kan med antatt θ mellom 30° og 60° settes lik $0.6f_{cd}$ for normalbetong og $0.5f_{cd}$ for lettbetong

DEL II – Presentasjon og sammenligning

7. Presentasjon av nye forslag

Det er kommet tre nye forslag til revisjon av EC 2. Forslagene fra Muttoni/Ruiz og Cladera et al. blir videre presentert, imidlertid blir ikke forslaget fra Herbrand/Hegger gjennomgått. Forslagene som presenteres nærmere bygger på mekaniske modeller og MCFT. Herbrand og Heggers forslag er en videreutvikling av EC 2, og det ble vurdert å ikke ta dette med da ønsket var å se på to helt nye modeller for skjærkapasitet.

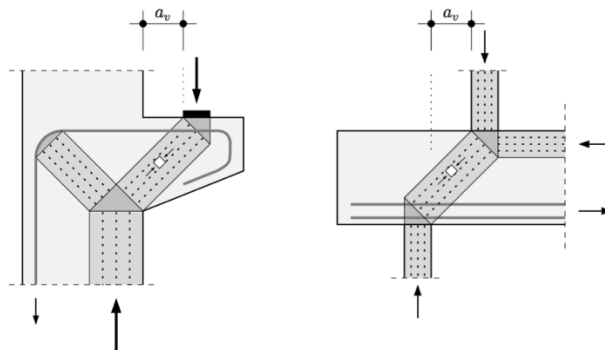
Faktorer som det antas at leseren kjenner til er ikke videre forklart under skjæruttrykkene.

7.1 Muttoni/Ruiz

Muttoni og Ruiz har lagt frem et forslag som bygger på MCFT og CSCT for henholdsvis konstruksjonsdeler med og uten beregningsmessig behov for skjærarmering.

For konstruksjonsdeler må minimum skjærarmering legges inn uavhengig av nødvendigheten. Skjærarmeringen legges inn for å øke duktiliteten til en konstruksjonsdel slik at sprø brudd kan forhindres.

I områder der skjærspennsforholdet er mindre enn 1.0 og det opptrer signifikante konsentrerte laster skal området dimensjoneres som en D-region. Det betyr at stav- eller spenningsfeltmodell må benyttes. Typiske forekomster er ved dimensjonering av konsoller eller i områder hvor søyler ikke er plassert rett ovenfor hverandre som illustrasjonen i figur 51 viser.



Figur 51: Typiske områder hvor det dimensjoneres som D-region (Kilde Muttoni/Ruiz-forslagshefte)

7.1.1 Konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmering

For konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmering er skjærkapasitet gitt ved uttrykk (7.1). Kritisk kontrollsnitt velges til $0.5 d$ fra diskontinuiteter og bjelkens feltmidte.

$$V_{Rd,c} = \frac{0.3}{1 + \epsilon_v \cdot d \cdot k_{dg}} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_w d \quad (7.1)$$

der:

f_{ck} er karakteristisk fasthet for betong og verdien begrenses til 64 MPa.

k_{dg} er en koeffisient som tar hensyn til betongtype og tilslag:

$$k_{dg} = 1 \text{ når } f_{ck} \leq 70 \text{ MPa.}$$

$$k_{dg} = 2 \text{ når } f_{ck} > 70 \text{ MPa.}$$

Dersom kapasitet skal brukes i eksisterende konstruksjoner eller tilslagsstørrelsen er større enn 16 mm kan uttrykk (7.2) benyttes for k_{dg} :

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \quad (7.2)$$

der:

d_g er tilslagsstørrelse.

ϵ_v er tøyning i strekkarmering ved kontrollsnittet. Det er forskjellige uttrykk for å anta tøyning i armering om den er i elastisk- eller plastisk sone, derfor presenteres ϵ_v videre:

Tøyning i strekkarmering – elastisk

Dersom strekkarmering er i elastisk sone kan tøyning antas å være gitt av uttrykk (7.3).

$$\epsilon_v = \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} \quad (7.3)$$

der:

M_{Ed} er dimensjonerende opptredende moment i kontrollsnittet.

M_{Rd} er momentkapasitet i kontrollsnittet.

Tøyning i strekkarmering - plastisk

Dersom plastiske deformasjoner i strekkarmering må inkluderes, kan uttrykk (7.4) benyttes.

$$\epsilon_v = 1.5 \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (7.4)$$

Tøyning i strekkarmering – tillegg

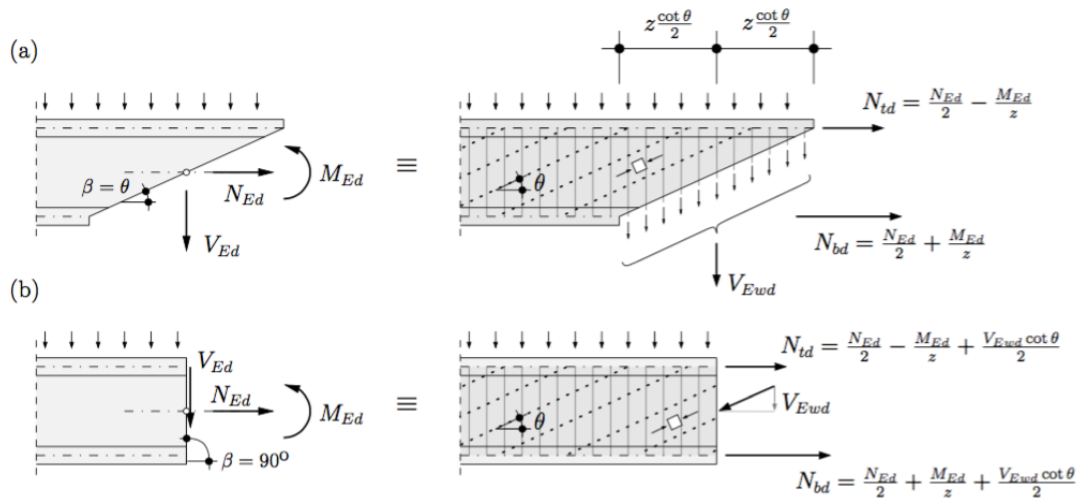
Dersom strekkarmering overlappes eller slutter i et snitt nærmere enn d fra kontrollsnitt skal tøyning beregnet av uttrykk (7.3) og (7.4) økes med 50 %.

7.1.2 Konstruksjonsdeler med beregningsmessig behov for skjærarmering

For å dimensjonere konstruksjonsdeler med beregningsmessig behov for skjærarmering skal trykkfeltsteori eller annen passende spenningsfeltteori benyttes. Dersom spenningsfeltteorien velges må det tas hensyn til vinkelen på trykkfeltet i steget og opprissingens påvirkning på betongfastheten.

Vertikal skjærarmering kan vanligvis dimensjoneres på bakgrunn av et fritt legeme diagram som vist i figur 52 a) og kapasiteten finnes av uttrykk (7.5). Kapasitet for trykkbrudd kan finnes ved hjelp av uttrykk (7.7) som kommer fra en likevektsbetraktning av figur 52 b). Dersom kapasitet for trykkbrudd ikke oppfylles må enten bredde eller betongfasthet økes.

Kritiske kontrollsnitt for konstruksjonsdeler med beregningsmessig behov for skjærarmering er $z \frac{\cot\theta}{2}$ fra diskontinuiteter og feltmidte.



Figur 52: Trykkfeltmodell og notasjoner (Kilde Muttoni/Ruiz-forslagshefte)

7.1.2.1 Skjærstrekkkapasitet

$$V_{Ewd} \leq \frac{A_{sw}}{s} z \cdot f_{ywd} \cdot \cot\theta = V_{Rd,s} \quad (7.5)$$

der:

θ er vinkelen til trykkfeltet i steget, gitt av uttrykk (7.6). Vinkelen innenfor nedre grense bestemmes:

$\theta_{min} = 25^\circ$ ($\cot\theta = 2.15$) for armerte konstruksjonsdeler uten signifikant aksialkraft.

$\theta_{min} = 20^\circ$ ($\cot\theta = 2.75$) for konstruksjonsdeler med signifikante trykkspenninger (gjennomsnittlig trykkspenning i steg større eller lik 3 MPa). Interpolasjon mellom 25° og 20° kan benyttes for tilfeller med trykkspenning mindre enn 3 MPa.

$\theta_{min} = 30^\circ$ ($\cot\theta = 1.75$) for konstruksjonsdeler utsatt for strekkrefter.

$$\theta_{min} \leq \theta \leq 45^\circ \quad (7.6)$$

7.1.2.2 Skjærtrykkkapasitet

$$V_{Ewd} \leq b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot \frac{f_{cd}}{\cot\theta + \tan\theta} \quad (7.7)$$

der:

v_1 gis av uttrykk (7.8).

$$v_1 = \eta_{fc} \cdot \eta_\epsilon \quad (7.8)$$

der:

η_{fc} er en faktor som skal redusere kapasiteten til betong ved å ta hensyn til sprøhet. Uttrykk (7.9) viser at reduksjonen ikke trer i kraft før betongfastheten blir høyere enn 30 MPa.

$$\eta_{fc} = \left(30/f_{ck}\right)^{1/3} \leq 1.0 \quad (7.9)$$

η_ϵ er en reduksjonsfaktor som tar hensyn til hvordan opprissing påvirker trykkstyrken til betong.

For vanlige tilfeller kan $\eta_\epsilon = 0.55$ velges eller for å beregne skjærstyrke i nærheten av plastiske ledd bør $\eta_\epsilon = 0.40$ velges.

Dersom forholdet ligger til rette for en lavere trykkfeltvinkel θ_{min} enn de spesifisert over kan η_ϵ beregnes fra uttrykk (7.10). Samme uttrykk kan benyttes for å oppnå høyere verdier av η_ϵ og dermed høyere trykkbruddkapasitet.

$$\eta_\epsilon = \frac{1}{1.2 + 80 \cdot (\epsilon_x + (\epsilon_x + 0.001)\cot^2\theta)} \quad (7.10)$$

der:

ϵ_x er gjennomsnittlig tøyning i lengdearmring (topp og bunn), hvor negativ tøyning neglisjeres. Tøyning i strekkarmring kan finnes etter uttrykk (7.11).

$$\epsilon_x = \frac{N_d}{A_s \cdot E_s} \quad (7.11)$$

Dype bjelker og konsentrerte laster

Skjærkapasitet for dype bjelker eller ved konsentrerte laster i nærheten av opplager kan estimeres fra ett eget uttrykk, noe som ikke er tatt hensyn til videre.

7.1.3 Muttoni og Ruiz – Forskningsgruppens konklusjoner

- Dimensjonering for skjær i bjelker med skjærarmring burde være tilnærmet likt å dimensjonere som andre konstruksjonsdeler med vertikal armering. En måte å få dette til er å basere så mye som mulig av dimensjoneringsprosessen på stavmodeller og spenningsfeltteori.
- Andre relaterte tilfeller som torsjon, tverrbøyning i steg, bjelker med D-regioner og bjelker med last i nærheten av opplegg kan behandles med samme tilnærming.
- Nåværende bestemmelser for EC 2 (basert på trykkfeltsteori) tillater slik behandling, men nyere forskning har vist at noen forbedringer av betongfaktorer og trykkvinkler trengs for å sikre konsekvente dimensjoneringstilnærminger.
- Forslaget for oppdatert trykkfeltsteori fra EC 2 tillater enkel dimensjonering av armerte og forspente konstruksjonsdeler. Forslaget kan også brukes for nøyaktige vurderinger av eksisterende strukturer så sant mer raffinerte anslag av tøyning blir kalkulert.

Tilleggskraft for generell metode:

$$\Delta F_{td} = V_{Ed} \cot \theta - \frac{0.5V_{su}}{1.4} (\cot \theta + \cot \alpha) \quad (7.13)$$

Tilleggskraft for fagverksmodell med variabel vinkel:

$$\Delta F_{td} = 0.5V_{Ed} (\cot \theta - \cot \alpha) \quad (7.14)$$

der:

θ er trykkfeltsvinkel og beregnes etter uttrykk (7.15).

$$\cot \theta = \frac{0.85d_s}{d_s - x} \leq 2.50 \quad (7.15)$$

7.2.1 Konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmering

7.2.1.1 Skjærstrekkkapasitet

$$V_{cu} = 0.3\zeta \frac{x}{d} f_{cd}^{2/3} b_{v,eff} d \not\leq V_{cu,min} = 0.25 \left(\zeta k_c + \frac{20}{d_0} \right) f_{cd}^{2/3} b_w d \quad (7.16)$$

der:

ζ er kombinert størrelse- og slankhetskoeffisient:

$$\zeta = \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{d_0}{200}}} \left(\frac{d}{a} \right)^{0.2} \geq 0.45 \quad (7.17)$$

der:

a er skjærspennet, $a = M_{Ed,max}/V_{Ed,max}$. Der $M_{Ed,max}$ og $V_{Ed,max}$ er den maksimale absoluttverdien av interne spenninger. For dimensjonering med jevnt fordelt last på bjelker: $a = 0.25L$ for leddlagret bjelker; $a = 0.5L$ for utkragere; $a = 0.2L$ i område med strekkmoment på undersiden for kontinuerlige bjelker (felt); $a = 0.15L$ i område med strekkmoment på oversiden for kontinuerlige bjelker (opplager).

d_0 er effektiv dybde av tverrsnittet, $d_0 = d \geq 100$ mm.

k_c er et forhold for hvor mye av effektiv høyde som er urisset og settes lik:

$$k_c = x/d, \text{ men } k_c \leq 0.20.$$

$b_{v,eff}$ er effektiv bredde i dimensjonering av skjærkapasitet. For rektangulære bjelker settes $b_{v,eff} = b$, og for T-bjelker eller I-bjelker kan $b_{v,eff}$ økes etter regler gitt i standarden.

x er nøytralaksens dybde av urisset tverrsnitt forutsatt ingen strekkfasthet i betong.

For armerte betongbjelker uten aksiallast settes $x = x_0$ og blir som uttrykk (7.20). Bjelker med forspenning eller aksiallast N_{Ed} (trykk positiv) kan x bli estimert av uttrykk (7.18) og (7.19).

For $N_{Ed} > 0$:

$$x = x_0 + 0.80(h - x_0) \left(\frac{d}{h} \right) \frac{\sigma_{cp}}{\sigma_{cp} + f_{ctm}} \leq h \quad (7.18)$$

For $N_{Ed} < 0$:

$$x = x_0 \left(1 + 0.1 \frac{N_{Ed} d_s}{M_{Ed}} \right) \geq 0 \quad (7.19)$$

der:

$$x_0 = 0.75d(\alpha_e \rho_l)^{1/3} \quad (7.20)$$

$$\alpha_e \rho_l = \alpha_{e,s} \rho_s + \alpha_{e,p} \rho_p \quad (7.21)$$

α_e er utnyttelse av komponenter i tverrsnittet, gitt av uttrykk (7.22).

E_{cm} er sekant elastisitetsmodul for betong, men ikke høyere enn 39 GPa.

$$\alpha_{e,s} = E_s/E_{cm} \quad (7.22)$$

$$\alpha_{e,p} = E_p/E_{cm}$$

ρ_l er lengdearmeringsforholdet og er gitt av uttrykk (7.23).

$$\rho_s = A_s/bd \quad (7.23)$$

$$\rho_p = A_p/bd$$

σ_{cp} er betongens trykkspenninger i senteraksen på grunn av aksiallast og forspenning:

$$\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c, \text{ og } N_{Ed} > 0 \quad (7.24)$$

f_{ctm} er midlere strekkapasitet for betong, i MPa, men ikke høyere en 4.60.

M_{Ed} er samtidig bøyningsmoment som regnes positiv.

7.2.1.2 Kapasitet for trykkbrudd

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta} \quad (7.25)$$

der:

v_1 er reduksjonsfaktor for skjærkapasitet av risset betong:

$$v_1 = 0.6 \quad \text{for } f_{ck} \leq 60 \text{ MPa} \quad (7.26)$$

$$v_1 = 0.9 - f_{ck}/200 \geq 0.5 \quad \text{for } f_{ck} > 60 \text{ MPa}$$

α_{cw} er en koeffisient som tar hensyn til spenningstilstanden i trykkgurten:

$$\alpha_{cw} = \begin{cases} 1 & \text{ikke forspent konstruksjon} \\ 1 + \sigma_{cp}/f_{cd} & 0 < \sigma_{cp} < 0.25f_{cd} \\ 1.25 & 0.25 < \sigma_{cp} < 0.5f_{cd} \\ 2.5(1 - \sigma_{cp}/f_{cd}) & 0.5 < \sigma_{cp} < f_{cd} \end{cases} \quad (7.27)$$

7.2.2 Konstruksjonsdeler med beregningsmessig behov for skjærarmering

Skjærarmering er nødvendig dersom opptredende skjærkraft i kontrollsnittet overstiger skjærkapasitet fra betongbidraget estimert i uttrykk (7.16). Kapasitet av skjærarmering gis av uttrykk (7.28).

$$V_{su} = 1.4 \frac{A_{sw}}{s} f_{ywd} (d_s - x) \sin\alpha (\cot\theta + \cot\alpha) \quad (7.28)$$

der:

1.4 er en faktor som tar i betraktning at skjærbøylene avgrenser trykkstavene i betong.

$d_s = d$.

7.2.3 Cladera et al. - Forskningsgruppens konklusjoner

- Mekaniske uttrykk er enkle å bruke og gir fysisk forståelse.
- De samme uttrykkene er gyldige for beregning av skjærkapasitet i armerte og forspente betongbjelker med og uten skjærbøyer. Gjelder for I-, T- og rektangulære tverrsnitt.
- Enkel overgang mellom bjelker med og uten skjærbøyer. Muliggjør å bruke plastisk modell som en alternativ metode.
- Bakgrunnen for mekanisk beregning muliggjør utvidelse til:
 - o ikke-slanke bjelker, fiberarmert polymer (FRP), fiberarmert betong (SFRC), utmattelse med mer.
 - o bjelker med utvendig forsterkning med FRP-lag som er mulig å ekstrapolere.

8. Sammenligning av uttrykk for skjærkapasitet

I de påfølgende kapitlene skal uttrykkene fra EC 2, MC 2010, NS 3473, Muttoni/Ruiz og Cladera et al. sammenlignes. I kapittel 8.1 er kapasiteten til to gitte tverrsnitt beregnet (vedlegg A1-A2), og i kapittel 8.2 er en mer generell gjennomgang av det samme bjelketverrsnittet gjennomført. Det betyr at kapasiteten er plottet som funksjon av lengdearmeringsmengde og betongfasthet (vedlegg A3-A6).

I tabell 2 vises en oppsummering over hvilke faktorer som påvirker skjærkapasiteten i de forskjellige uttrykkene. «Indirekte» i tabellen betyr at faktoren ikke er direkte representert i kapasitetsuttrykket, men benyttes i mellomregning. MR står for Muttoni/Ruiz og CM for Cladera et al.

<i>Variabler</i>	<i>EC 2</i>	<i>MC 2010</i>	<i>NS 3473</i>	<i>MR</i>	<i>CM</i>
<i>Lengdearmering (mengde)</i>	Ja	Indirekte	Ja	Indirekte	Indirekte
<i>Størrelsesfaktor</i>	Ja	Indirekte	Ja	Indirekte	Ja
<i>Skjærspennsforhold</i>	Nei	Nei	Nei	Nei	Ja
<i>Betongfasthet</i>	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja
<i>Aksialkraft</i>	Ja	Indirekte	Ja	Indirekte	Indirekte
<i>Trykkvinkel</i>	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja

Tabell 2: Variabler som påvirker kapasitet

Material- og lastfaktorer er valgt til 1.0 for alle uttrykk og er gjort for å enklere sammenligne resultatene. Dimensjoneringskrav er valgt med utgangspunkt i EC 2, og dersom minimums- og maksimumskrav ikke kan knyttes direkte opp mot de andre uttrykkene er krav for de respektive uttrykkene benyttet. Materialmodellen til EC 2 danner utgangspunkt for alle uttrykkene.

I MC 2010 er LoA II og LoA III benyttet for beregning av kapasitet for henholdsvis uten og med skjærarmering. Som nevnt i presentasjonen av MC 2010 er dette de høyeste nivåene det er aktuelt å gjøre håndberegninger med.

NS 3473 har tre metoder for beregning av skjærkapasitet men kun den forenklede metoden er benyttet i sammenligningen. Fagverksmetoden er ikke tatt med i

sammenligningen ettersom den er tilsvarende som «med beregningsmessig behov for skjærarmering» i EC 2, der alle krefter blir tatt opp av skjærarmering.

Muttoni/Ruiz har lagt fram en tøyingsbasert metode for konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmering. For beregning av kapasitet med skjærarmering er uttrykket tilsvarende som i EC 2.

Cladera et al. har to metoder for beregning av skjærkapasitet og i sammenligningen er den generelle metoden benyttet for å observere ulikheter betongbidraget gir i forhold til EC 2.

Forenklinger og antagelser som er gjort i sammenligningen:

- Vinkelen til vertikale skjærbøyler $\alpha = 90^\circ$
- En trykkfeltsvinkel på 45° er valgt selv om det beregningsmessig kunne vært en lavere verdi. Valget er gjort for å enklere sammenligne uttrykkene mot hverandre.
- Praktisk dimensjonering er ikke tatt hensyn til. For eksempel vil det bli relativt tett med lengdearmering i strekksonen når arealet er 3000 mm^2 .

8.1 Kapasitet av gitt tverrsnitt

I dette kapitlet er forhåndsbestemt bjelke- og dekketverrsnitt beregnet med de forskjellige uttrykkene. Egenskapene til tverrsnittene og systemet med last er beskrevet under.

Tverrsnittsegenskaper:

- Bjelke: $b \cdot h = 250 \cdot 300 \text{ [mm]}$
- Dekke: $b \cdot h = 1000 \cdot 270 \text{ [mm]}$
- $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$
- $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$
- $A_{sl} = 804 \text{ mm}^2$, $\phi_{lengdearmering} = 16 \text{ mm}$
- $A_{sw} = 157 \text{ mm}^2$, $\phi_{bøyle} = 10 \text{ mm}$
- $s = 200 \text{ mm}^2$
- $N_{Ed} = 0 \text{ kN}$
- $d_g = 16 \text{ mm}$
- $c_{nom} = 30 \text{ mm}$

System og lastbilde:

- Fritt opplagt system
- Jevnt fordelt last over bjelkens og dekkets lengde, $q_{Ed} = 15 \text{ kN/m}$
- Spennlengde, $l = 6000 \text{ mm}$
- Maks moment blir 67.5 kNm
- Maks skjærkraft blir 45 kN

Den estimerte skjærkapasiteten for bjelken og dekket er vist i tabell 3, og for bjelken uten skjærarmering har MC 2010 og Muttoni/Ruiz estimert høyeste kapasitet. For bjelken med skjærarmering benytter EC 2 og Muttoni/Ruiz det samme uttrykket. De får en tydelig lavere kapasitet ettersom de ikke summerer betong- og skjærarmeringsbidrag. Kapasitet for dekket er beregnet med samme uttrykk som for bjelken uten skjærarmering, men bredde er satt lik 1 meter.

Muttoni/Ruiz antyder bedre kapasitet for bjelken når den er uten skjærarmering. Det er dermed tydelig at skjærarmeringsmengden i bjelken gir for liten effekt påvirker ikke kapasiteten, altså er betongbidraget høyere enn bidrag fra gitt skjærarmeringsmengde. MC 2010 sikret seg mot slike tilfeller ved å sette en nedre grense for skjærarmeringsbidrag lik estimert kapasitet uten skjærarmering (LoA I og II).

	Skjærstrekk for bjelke u/skjærarmering	Skjærstrekk for bjelke m/skjærarmering	Skjærtrykk for bjelke m/skjærarmering	Skjærstrekk for dekke u/skjærarmering
EC 2	76.1	89.1	512	185
MC 2010	100.4	172.3	367.7	374.8
NS 3473	83.1	155.7	595.4	228.9
MR	101.1	89.1	518.4	375.1
CM	59.5	154.3	596	169.8

Tabell 3: Kapasitet i kN for betongbjelke med og uten skjærarmering + betongdekke

8.2 Sammenligning med varierende faktorer

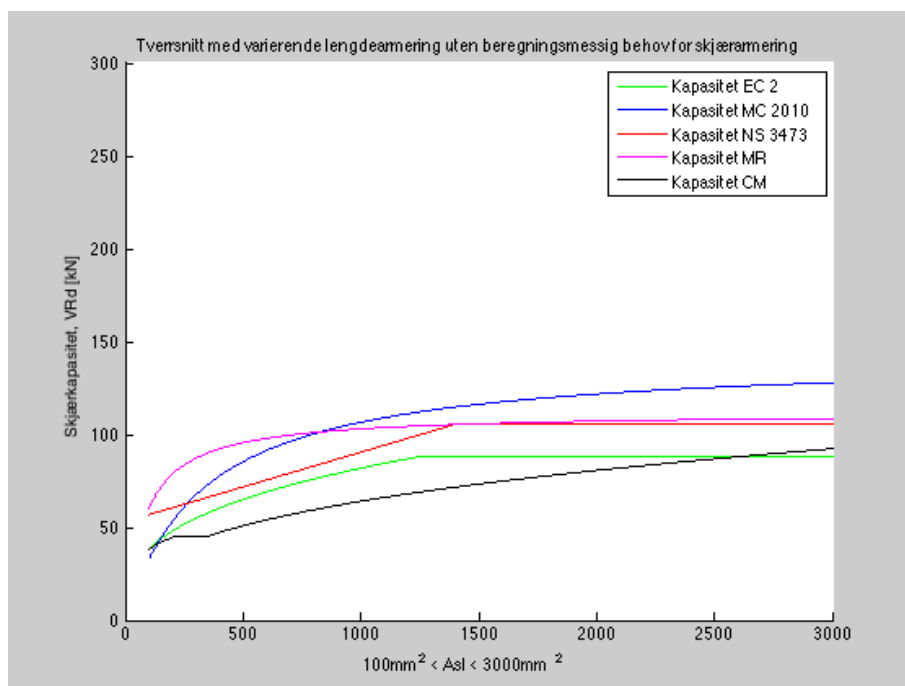
Faktorer som vurderes er lengdearmeringsmengde og betongfasthet. Fremgangsmåten er å holde alt i uttrykkene konstant bortsett fra faktorene som kontrolleres. Formålet med sammenligningen er å vise hvordan kapasiteten varierer og hvordan trendene er for de forskjellige uttrykkene.

I underkapitlene blir grafene først presentert for å gi oversikt, deretter vil hver standard gjennomgå. Videre er det konkludert for begge de varierende faktorene. I sammenligningsfigurene er Muttoni/Ruiz forkortet MR; Cladera et al. er forkortet CM.

8.2.1 Lengdearmeringsareal

Når lengdearmeringsmengde er sammenlignet brukes et intervall $100 \leq A_{sl} \leq 3000 \text{ mm}^2$ som er valgt på bakgrunn av minimums- og maksimumskrav fra EC 2 for bjelketversnittet. Praktiske utfordringer er ikke tatt hensyn til, som for eksempel å plassere 3000 mm^2 lengdearmering (tilsvarer 15 $\emptyset 16$ jern).

8.2.1.1 Konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmering



Figur 54: Sammenligning av skjærkapasitet uten skjærarmering med variasjon i lengdearmering

Figur 54 viser at MC 2010 antyder best kapasitet i nesten hele spekteret. Kurven er parabelformet og flater ut etter hvert. EC 2-kurven er også parabelformet i starten, men ved cirka

1250 mm² begrenses kapasiteten og kurven flater helt ut. NS 3473 antyder at kapasiteten øker lineært med lengdearmeringsmengde, men etter knekket ved 1415 mm² er kurven flat.

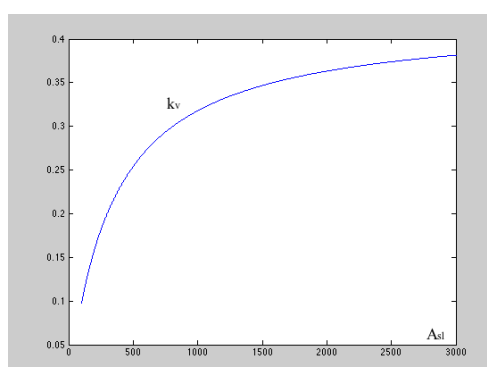
Det nye forslaget fra Muttoni/Ruiz antyder høyere kapasitet enn MC 2010 i starten, men den parabelformede kurven flater tidlig ut og øker minimalt etter å ha passert 500 mm². Cladera et al.-kurven har et platå i starten før den stiger mer eller mindre jevnt.

EC 2

EC 2-kurven er parabelformet for lengdearmeringsmengde mellom 100 og 1260 mm². For å forklare hvorfor kurven varierer som den gjør vises det til ρ_l i uttrykk (5.19). I kapasitetsuttrykket er ρ_l opphøyd i 1/3, og denne eksponenten er årsaken til det avtagende stignings-tallet. Etter nevnte 1260 mm² begrenses ρ_l til 0.02 og da har økt armeringsmengde ingen påvirkning, derav utflatingen.

MC 2010

Kurven til MC 2010 påvirkes ikke direkte av lengdearmeringsmengde, men tøyningen i tverrsnittet påvirkes. Videre påvirker tøyningen k_v -faktoren i kapasitetsuttrykket. Økt armeringsmengde reduserer tøyning i tverrsnittet, noe som øker k_v -faktoren. Når lengdearmering varierer vil alt annet i hoveduttrykket være konstant og dermed er det k_v -faktoren som bestemmer formen til MC 2010-kurven, vist i figur 55.



Figur 55: kv-faktor som funksjon av lengdearmeringsmengde

NS 3473

Armeringsmengde brukes direkte i kapasitetsuttrykket og det blir antydnet en lineær sammenheng opp til 1415 mm². I dette området blir maksimumsverdi av hoveduttrykket gjeldende. Maksimumsverdien er ikke avhengig av armeringsmengden og forblir dermed konstant i resten av spekteret.

Muttoni/Ruiz

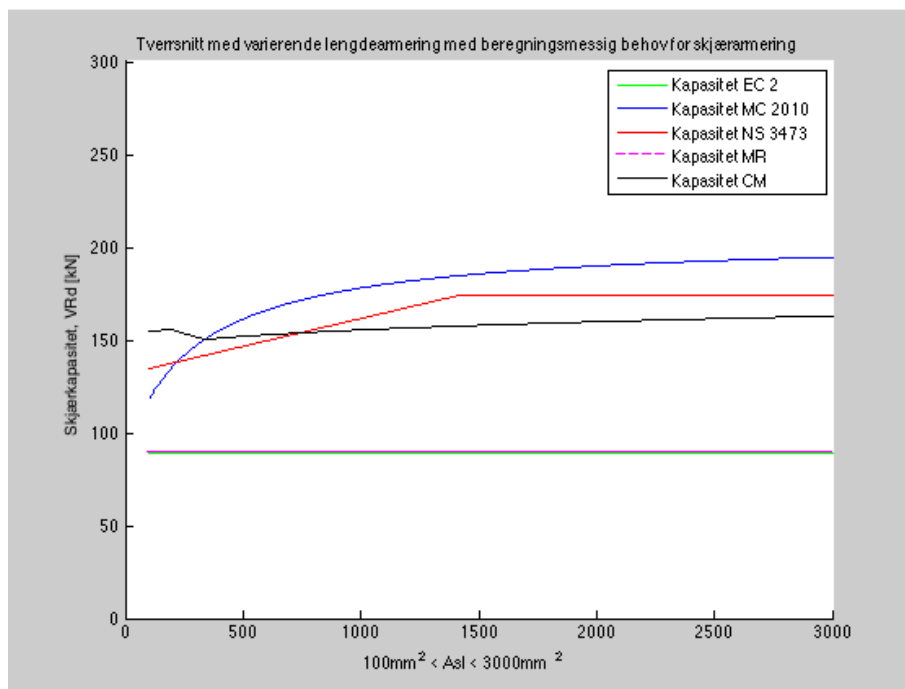
I Muttoni/Ruiz sitt forslag benyttes tøyning direkte i kapasitetsuttrykket og påvirkes av lengdearmeringsmengde. Redusert tøyning øker kapasiteten og kurven flater ut fordi tøyningen etterhvert blir så liten at økning av armering ikke vil ha noe effekt og kan neglisjeres. Da kan uttrykk (6.5) skrives om til (8.1).

$$V_{Rdc} = 0.3 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_w d \quad (8.1)$$

Cladera et al.

I Cladera et al. sitt forslag påvirkes trykksonehøyde x av lengdearmeringsmengde. Trykksonehøyden benyttes direkte i hoveduttrykket V_{cu} og gjennom k_c -faktoren i minimumsuttrykket $V_{cu,min}$. Mellom $100 \leq A_{sl} \leq 343 \text{ mm}^2$ er $V_{cu,min}$ gjeldende og den lille flaten forklares med at k_c -faktoren begrenses til sin maksverdi 0.2 fra $A_{sl} = 206 \text{ mm}^2$. Fra $A_{sl} = 343 \text{ mm}^2$ gjelder V_{cu} og kurven stiger fordi trykksonehøyden blir høyere med økt lengdearmeringsmengde.

8.2.1.2 Konstruksjonsdeler med beregningsmessig behov for skjærarmering



Figur 56: Sammenligning av skjærkapasitet med skjærarmering med variasjon i lengdearmering

Figur 56 viser at MC 2010 og NS 3473 har samme form som beskrevet i forrige kapittel, men med et konstant bidrag fra skjærarmering. Eneste forskjell er at betongbidraget i MC 2010 blir noe endret når konstruksjonsdeler med skjærarmering er i fokus.

Fagverksmodellene i EC 2 og Muttoni/Ruiz er like og er upåvirket av lengdearmeringsmengde. Cladera et al. har ulik form og er derfor interessant å se nærmere på.

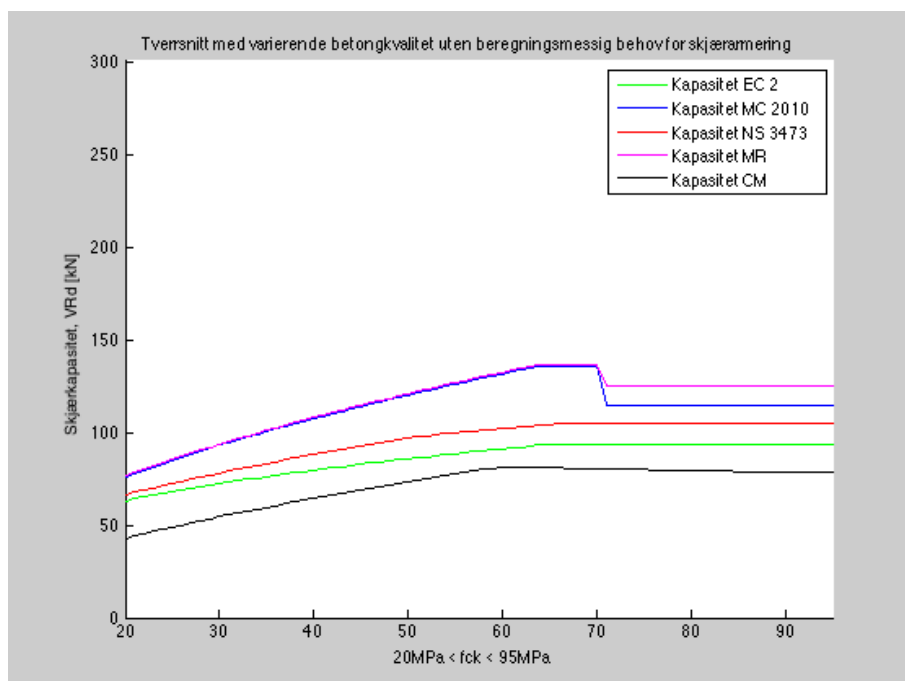
Cladera et al.

Cladera et al. estimerer en jevn kapasitet i hele spekteret. Det spesielle er at kapasiteten faller i området $206 \leq A_{sl} \leq 343 \text{ mm}^2$ og dette kommer av at økt trykksonehøyde gir redusert skjærarmeringsbidrag og flaten fra forrige kapittel vil derfor ha negativt stigningstall. Når $A_{sl} \geq 343 \text{ mm}^2$ summeres et økende betongbidrag med minkende skjærbidrag, som gir en liten stigning.

8.2.2 Betongfasthet

For å vurdere hvordan betongfasthet påvirker skjærkapasitet er det valgt fasthetsklasser som EC 2 tillater. Betongfasthet varierer $20 \leq f_{ck} \leq 95 \text{ MPa}$.

8.2.2.1 Konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmering



Figur 57: Sammenligning av skjærkapasitet uten skjærarmering med variasjon i betongfasthet

Figur 57 viser at formen til kurvene fra EC 2 og NS 3473 er tilnærmet like, NS 3473 har en liten diskontinuitet ved 50 MPa og EC 2 ved 65 MPa. MC 2010 og Muttoni/Ruiz antyder lik

kapasitet frem til fallet ved 70 MPa. Fallet vil forklares nærmere under. Forslaget fra Cladera et al. antyder den laveste kapasiteten av de fem uttrykkene og har merkelig nok synkende kapasitet etter passerte 60 MPa.

EC 2

Formen til EC 2-kurven bestemmes av at uttrykket med betongfasthet opphøyes i 1/3. Foruten betongfasthet er det kun konstante variabler. Ved 65 MPa begrenses betongfastheten og vil videre ikke øke kapasiteten.

MC 2010

Kurven til MC 2010 flater ut ved 64 MPa på grunn av fasthetsbegrensning gitt i uttrykk (6.6). Kravet er satt i MC 2010 fordi betong av høyere kvalitet har større sannsynlighet for kritisk skjærrissdannelse gjennom tilslagsdelene og ikke rundt.

Fallet i kapasitet skyldes et annet krav som begrenser tilslagsstørrelsen til 0 mm for betongfasthet over 70 MPa gitt av uttrykk (6.8). Kravet fører til at k_{dg} -faktoren dobles og k_v -faktoren reduseres med cirka 15 %. Kurven er lineær i etterkant av fallet ettersom variablene som påvirkes av f_{ck} ikke får variere i dette spekteret.

NS 3473

Kurven til NS 3473 får endring i stigningstallet ved 50 MPa. Grunnen er at uttrykket for den dimensjonerende strekkfastheten f_{td} endres når f_{ck} passerer 50 MPa. I tillegg begrenses også fastheten til 75 MPa, noe som medfører konstant kapasitet videre i spekteret.

Muttoni/Ruiz

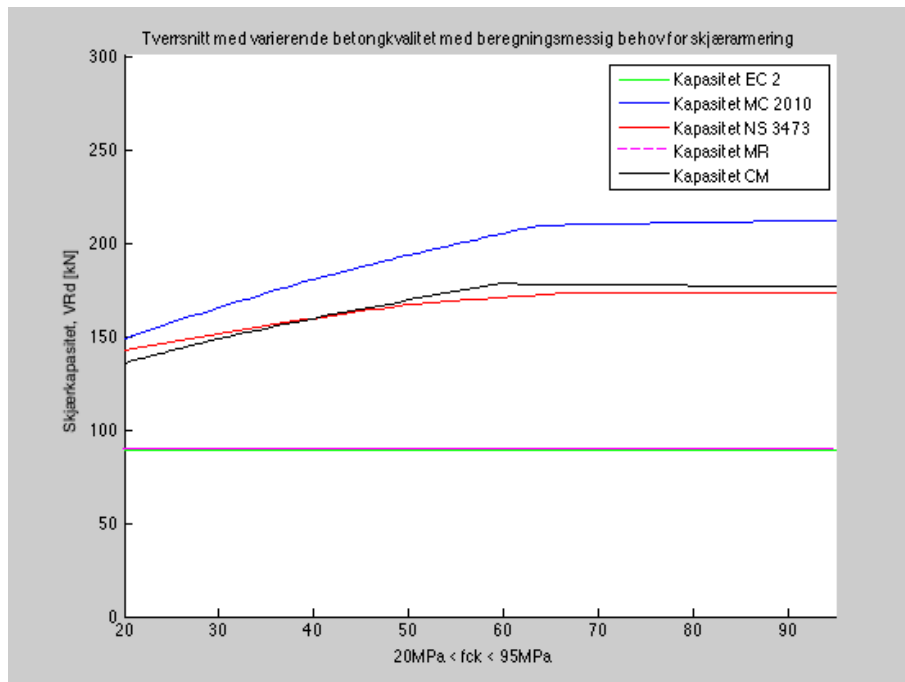
I tillegg til å være sentral i selve kapasitetsuttrykket påvirker betongfasthet også sprøhetsfaktoren k_{dg} . I likhet med MC 2010 begrenses betongfastheten til 64 MPa i hoveduttrykket. Fasthetsbegrensningen forklarer den første utflatingen av kurven. Når betongfastheten blir 70 MPa endrer verdien for k_{dg} seg fra 1 til 2, og denne verdiendringen forklarer fallet. Videre i spekteret forblir kapasiteten konstant på grunn av begrensningene.

Cladera et al.

I forslaget til Cladera et al. påvirker betongfasthet direkte i V_{cu} og gjennom trykksonehøyden x . Høyere betongfasthet øker elastisitetsmodul E_{cm} , noe som gir lavere x .

I beregning av V_{cu} skal betongfasthet begrenses til 60 MPa, noe som forklarer diskontinuiteten i grafen. Etter diskontinuiteten er det kun trykksonehøyden som påvirkes av fastheten og skjærkapasiteten reduseres. Negativt stigningstall på grafen er ikke reelt da en beregnet trykkfeltsvinkel ville korrigert stigningstallet.

8.2.2.2 Konstruksjonsdeler med beregningsmessig behov for skjærarmoring



Figur 58: Sammenligning av skjærkapasitet med skjærarmoring med variasjon i betongfasthet

Figur 58 viser at skjærarmeringsbidraget fra MC 2010 og Cladera et al. påvirkes av betongfastheten, imidlertid påvirkes ikke EC 2 og Muttoni/Ruiz av betongfastheten. NS 3473 summerer konstant skjærarmeringsbidrag og betongbidraget fra figur 57 og derfor er det lik form med høyere verdi på kurven.

MC 2010

MC 2010 har ny k_v -faktor for betongbidraget når det regnes med skjærarmoring, gitt av uttrykk (6.28). Ny faktor er grunnen til at skjærkapasiteten ikke flater ut og dermed unngår fallet som i figur 57 når $\sqrt{f_{ck}}$ begrenses til 8 MPa i $V_{Rd,c}$. Den nye k_v -faktoren er avhengig av forholdet mellom opptredende skjærkraft og trykkbruddkapasitet gitt av uttrykk (6.28). Betongfasthet har ingen begrensning i trykkbruddkapasiteten og derfor stiger kapasiteten lineært også etter passerte 64 MPa.

Cladera et al.

I forslaget til Cladera et al. bidrar skjærarmeringen med en økning i intervallet $92.8 \leq V_{su} \leq 98.4$ kN. Bidraget forklarer det lavere negative stigningstallet i forhold til det i figur 57 etter betongfastheten passerer 60 MPa. Grunnen er at det rissede området ($d_s - x$) øker med betongfasthet.

8.2.3 Konklusjon

I konklusjonen er kun trendene for konstruksjonsdeler uten skjærarmering vurdert, og dette er gjort ettersom trendene kommer tydeligere frem i disse tilfellene. Konstruksjonsdeler med skjærarmering er mindre interessante fordi uttrykkene enten gir konstant kapasitet eller summerer konstant bidrag fra skjærarmeringen.

Muligheter for å beregne trykkbruddvinkel er som nevnt ikke benyttet selv om både MC 2010, Muttoni/Ruiz og Cladera et al. tillater det. For nevnte uttrykk ville en beregnet trykkbruddvinkel medført økt estimert kapasitet. Videre ville en beregnet trykkbruddvinkel hindret den merkelige oppførselen til Cladera et al.-grafene, der grafene sank etter å ha passert 60 MPa.

8.2.3.1 Lengdearmeringsmengde

For alle uttrykkene lønner det seg å legge inn lengdearmering inntil cirka 1200 mm². Utover denne grensen er kapasitetsøkningen relativt liten i forhold til armeringsmengden som legges til. Sett fra et økonomisk perspektiv ville det være som å «kaste penger ut av vinduet» med mindre mengden trengs for å motstå andre påkjenninger eller bruksgrensekrav. Fordeler ved økt armeringsmengde utover 1200 mm² relateres følgelig til økt moment- og aksialkapasitet og redusert nedbøyning.

8.2.3.2 Betongfasthet

Ved å observere uttrykkene ble det funnet at skjærkapasiteten øker sammen med betongfasthet. Trenden viste en jevn stigning til cirka 60 MPa og en videre økning av betongfastheten viste seg å ha liten effekt ettersom kapasitetene flatet ut for alle uttrykkene og falt for MC 2010 og Muttoni/Ruiz. Sett fra et økonomisk perspektiv tyder funnene på at betong med høy fasthet i området 60-95 MPa vil gi lite utbytte i form av økt skjærkapasitet. Imidlertid vil kapasiteten til andre påkjenninger økes, for eksempel momenttrykkbrudd- og aksiallastkapasitet. I tillegg vil bruksgrensekrav enklere kunne tilfredsstilles med økt betongfasthet.

DEL III – Diskusjon og oppsummering

9. Diskusjon

I dette kapittelet vektlegges forskjeller og likheter mellom EC 2, Cladera et al. og Muttoni/Ruiz. Plassering av kritiske skjærnitt, skjærdybde, betongbidrag og brukervennlighet vil også drøftes. Kritisk skjærnitt diskuteres ettersom Muttoni/Ruiz velger annet kritisk snitt ved opplager enn EC 2 og Cladera et al. Skjærdybden diskuteres ettersom det alltid antas at $z = 0.9d$ når ingen signifikante aksiallaste opptrer. Det kan imidlertid drøftes om dette er en konservativ betraktning i stedet for å beregne z i hvert snitt. Betongbidraget drøftes da MC 2010, NS 3473 og Cladera et al. benytter dette bidraget i kapasitetsberegning med skjærarmering, mens EC 2 og Muttoni/Ruiz enten har betong- eller skjærarmeringsbidrag.

9.1 Forskjeller og likheter mellom EC 2, Muttoni/Ruiz og Cladera et al.

9.1.1 Konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmering

Tendenser fra figur 54 og figur 57 er at kapasitetene øker sammen med variablene A_{sl} og f_{ck} . Muttoni/Ruiz har antydnet høyest kapasitet, mens Cladera et al. og EC 2 som er semi-empiriske og empiriske uttrykk antyder dårligere kapasitet.

Måten tøyning og betongfasthet benyttes i uttrykkene er største forskjell. Muttoni/Ruiz benytter tøyning direkte mens EC 2 og Cladera et al. benytter armeringsmengde som en indirekte faktor. I tillegg er faktorer for tilslagsstørrelse og størrelseseffekt uttrykt ulikt.

9.1.1.1 EC 2

I EC 2 er trenden at økt armeringsmengde gir høyere kapasitet. I og med at uttrykket er empirisk kan det antas at denne trenden er observert i databasen som uttrykket bygges på. Trenden er i tråd med tidligere funn om at økt lengdearmeringsmengde fører til lavere spenninger og tøyning i tverrsnittet, i form av smalere riss (Zakaria et al., 2009). For å gjøre opp for at tøyning ikke tas med i kapasitetsuttrykket krever EC 2 at lengdearmering må ta tilleggskraft fra skjær, noe som også ble observert av Zararis (2003).

I EC 2 tas betongfasthet med som karakteristisk verdi, og i uttrykket tas tredjeroten av denne verdien. Det er rimelig å anta at tredjeroten er et resultat av regresjonsanalysene gjort for å tilpasse uttrykket til databasen.

9.1.1.2 Cladera et al.

I likhet med EC 2 tar Cladera et al. ikke høyde for tøyning i kapasitetsuttrykket. Cladera et al. krever at lengdearmering skal dimensjoneres for ekstra strekkraft fra skjær, slik EC 2 også krever. Basert på forslagsark og tilhørende informasjon tyder det meste på at Cladera et al. neglisjerer bidrag fra dybeeffekten. Dette er ikke i tråd med observasjoner gjort av Watstein og Mathey (1958) og Van den Berg (1962) som fant at 38-74 % av skjær i bruddgrense bæres av dybeeffekten, og at last for rissdannelse var direkte proporsjonal med lengdearmeringsforholdet. Neglisjeringen av dybeeffekten stemmer derimot bedre overens med teori i kapittel 2.5.2 om skjærmekanismer, der det påpekes at dybeeffekten kun opptrer ved lave spenninger i konstruksjonsdeler uten skjærarmering. Det er videre foreslått at kun urisset betong bærer skjærspenninger, altså betong i trykksone. I uttrykket til Cladera et al. påvirker armeringsmengde trykksonehøyden til tverrsnittet; lite armering gir liten trykksone. Det at bare urisset sone bærer skjærspenninger strider mot tidligere observasjoner av Muttoni og Ruiz (2010).

Videre påvirker også betongfasthet trykksonen, men i motsetning til økt armeringsmengde gir økt betongfasthet redusert trykksone. Grunnet duktilitet og sprøhet begrenses betongfastheten til 60 MPa i hoveduttrykket. Dette er en begrensning som er i tråd med forskning (Sigrist et al., 2013) som fant at høyfast betong har varierende motstand mot skjærspenninger.

9.1.1.3 Muttoni/Ruiz

I Muttoni/Ruiz er tøyning i lengdearmering direkte implementert i kapasitetsuttrykket. Det betyr at ytre påkjenninger er delaktige i utregningene, noe som medfører fysisk forståelse. I uttrykket er bidrag fra aggregate interlock, dybeeffekten og utkragereffekten sentrale mekanismer. Bidraget fra dybeeffekten øker med lengdearmeringsmengde. Dette er i tråd med observasjoner gjort av Zararis (2003) og Zakaria et al. (2009) som fant at økt armeringsmengde ga redusert tøyning i tverrsnittet og bedre heft. Redusert tøyning og bedre heft hindrer progresjonen fra bøyeriss til kritiske skjæriss, hindrer heftbrudd ved overføring av indre krefter og reduserer rissdannelsen generelt.

Betongfasthet blir tatt med som kvadratrot av karakteristisk verdi. En mulig fysisk forklaring er at påvirkning fra betongen reduseres ettersom fasthet øker. Betong blir sprøere og mindre duktil med økt fasthet. En annen mulig forklaring er at det tas høyde for en effekt hvor betongens motstand ikke øker lineært med fastheten. I motsetning til Cladera et al. antas det også at betong utenfor trykksonen bærer skjærspenninger. Det er i tråd med tidligere observasjoner gjort av forfatterne om at flere skjærmekanismer trår til når betong risser (Muttoni og Ruiz, 2010).

9.1.1.4 Sammenligning

Skjærstrekkkapasiteten vil for EC 2 og Cladera et al. være konstant over hele bjelkens lengde, uavhengig av ytre påkjenninger. Derimot varierer Muttoni/Ruiz grunnet tøyningen i lengdearmering.

Ved å neglisjere generelle faktorer i uttrykkene til EC 2 og Cladera et al., for eksempel b_w , h , størrelsesfaktor k og ζ , tilslagsfaktoren C_{Rdc} og 0.3-faktoren, kan uttrykkene (5.16) og (7.16) skrives om til henholdsvis (9.1) og (9.2). Betongfasthet og lengdearmering er også generelle faktorer, men er tatt med da de er vektlagt i sammenligningen.

$$V_{Rd,c} = \left[(100\rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp} \right] \quad (9.1)$$

og

$$V_{cu} = \frac{x}{d} f_{cd}^{2/3} \quad (9.2)$$

Ved å sette inn tall fra bjelketverrsnittet i kapittel 8.1 blir verdien 3.54 MPa fra uttrykk (9.1) og 3.38 MPa fra uttrykk (9.2). Differansen på 0.16 MPa forteller at Cladera et al. estimerer kapasitet 4 % lavere enn EC 2. Tas størrelsesfaktoren og tilslagsstørrelsen med i de to uttrykkene, men fortsatt utelater bredde og høyde, blir differansen desto større. EC 2 gir da 1.21 MPa mens Cladera et al. gir 0.95 MPa, altså 0.26 MPa i forskjell. Differansen gjør at Cladera et al. estimerer kapasitet 11 % lavere enn EC 2. Funnene forteller at faktorer for størrelse og tilslag virker forskjellig i uttrykkene. I figur 54 og figur 57 kommer det fram at EC 2 generelt predikerer høyere kapasitet enn Cladera et al.

Kapasitetsuttrykket i Muttoni/Ruiz er relativt ulikt EC 2 og Cladera et al. Muttoni/Ruiz tar hensyn til at kapasiteten påvirkes av ytre laster, noe det er vanskelig å argumentere mot. Tøyningsmetoden gir fysisk forståelse og sammenheng under arbeidet. Det virker rimelig at skjærkapasiteten påvirkes av utnyttelsesgrad i lengdearmering når konstruksjonsdeler uten skjærarmering estimeres. EC 2 og Cladera et al. har ikke denne muligheten, og selv om begge uttrykkene legger til ekstra lengdearmering på grunn av skjærstrekk, mangler forståelsen ved å benytte tøyning direkte.

9.1.2 Konstruksjonsdeler med beregningsmessig behov for skjærarmering

Figur 56 og figur 58 i kapittel 8.2 viser tydelig forskjell mellom grafene til Cladera et al., og grafene til EC 2 og Muttoni/Ruiz. En viktig forskjell er at den generelle metoden til Cladera et al. summerer betong- og skjærarmeringsbidrag, mens Muttoni/Ruiz og EC 2 neglisjerer betongbidraget når skjærstrekkkapasitet estimeres. Derfor er den generelle metoden til Cladera et al. vektlagt. Muttoni/Ruiz og EC 2 beregner skjærkapasitet som en fagverksmodell der alle kreftene tas opp av skjærarmering; lengdearmering og betongfasthet påvirker ikke kapasiteten. Cladera et al. har dette som en alternativ metode.

I tillegg til betongfasthet og lengdearmering påvirker faktorer som aksiallast og tverrsnittshøyde skjærkapasiteten til bjelken.

9.1.2.1 Cladera et al.

I Cladera et al. beregnes som nevnt betongbidraget av urisset tverrsnitt, mens skjærarmeringsbidraget beregnes i risset område. Forskjellen mellom den generelle metoden og fagverksmodellen er hvordan de beregner skjærddybden, $(d_s - x)$ for generell metode og $z = 0.9d$ for fagverksmodellen. Den generelle metoden beregner kapasitet der skjærarmering tøytes i risset sone, mens fagverksmodellen benytter avstanden mellom tyngdepunkt lengdearmering i strekk- og trykksone.

9.1.2.2 Sammenligning

Trykkfeltsvinkelen i EC 2 velges i området $21.8^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$, unntatt tverrsnitt med betydelig aksialstrekk som velges i området $38.7^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$. Fordelen med varierende trykkfeltsvinkel er at det gir mulighet for å tilpasse skjærstrekk- og skjærtrykkkapasitet. Cladera et al. beregner trykkfeltsvinkelen med faktorene N_{Ed} , f_{cd} , ρ_l og d . En trykkfeltsvinkel beregnet av uttrykk (7.15) skal være gjennomsnittet av vinklene fra et fysisk skjærriss. Vinkelen kan ikke være mindre enn 21.8° , som for EC 2. Muttoni/Ruiz velger trykkfeltsvinkel mellom $\theta_{min} \leq \theta \leq 45^\circ$, der θ_{min} avhenger av aksialspenninger i tverrsnittet. Også her kan skjærstrekk- og skjærtrykkkapasiteter tilpasses.

Trykkfeltsvinkelen i Muttoni/Ruiz og Cladera et al. kan beregnes med lavere helning når aksialtrykket øker. Dette er i tråd med teori fra kapittel 2.2.3 som viser at rissvinkelen blir lavere i trykksone enn strekksone.

Uttrykkene for å estimere skjærtrykkkapasitet er tilnærmet lik i EC 2, Muttoni/Ruiz og Cladera et al. Kapasiteten beregnes for en antatt trykkstav og derfor påvirker egenskapene og tilstanden til betongen. Typiske tilfeller der trykkbrudd blir dimensjonerende er i høye og slanke bjelker, som observert av De Paiva og Siess (1965).

Aksiale trykkspenninger øker skjærtrykkkapasiteten i EC 2 og Cladera et al. med faktoren α_{cw} . For tilfeller uten aksialspenninger velges $\alpha_{cw} = 1$ og gir ingen utslag på kapasiteten. Muttoni/Ruiz tar hensyn til aksiale spenninger gjennom η_ϵ ; økt trykkraft gir økt kapasitet. Økt skjærmotstand i trykk er i tråd med observasjoner gjort av Xie et al. (2011).

Reduksjonsfaktoren ν_1 i opprisset betong grunnet skjær er tatt hensyn til i EC 2, Cladera et al. og Muttoni/Ruiz. Det kan antas at faktoren er valgt ut i fra fysisk testing av betongbjelker. EC 2 og Cladera et al. setter $\nu_1 = 0.6$ for $f_{ck} \leq 60$ MPa, mens Muttoni/Ruiz beregner $\nu_1 = \eta_{fc}\eta_\epsilon$. For å sammenligne faktorene kontrolleres to «normale» tilfeller:

$$- f_{ck} = 35 \text{ MPa og } \eta_\epsilon = 0.55$$

$$\nu_1 = 0.55 \left(\frac{30}{35} \right)^{1/3} = 0.52 \quad (9.3)$$

$$- f_{ck} = 60 \text{ MPa og } \eta_\epsilon = 0.55$$

$$\nu_1 = 0.55 \left(\frac{30}{60} \right)^{1/3} = 0.43 \quad (9.4)$$

Dette forteller at Muttoni/Ruiz er mer konservativ enn EC 2 og Cladera et al.. Det er rimelig å anta at ν_1 er mer nøyaktig for Muttoni/Ruiz ettersom betongfastheten er inkludert i uttrykket.

9.1.3 Kritiske skjærstnitt

Standardene krever at skjærkapasitet skal kontrolleres i området $d/2$ (Muttoni/Ruiz) og d (EC 2 og Cladera et al.) fra opplager, i tillegg til alle andre kritiske snitt langs bjelken.

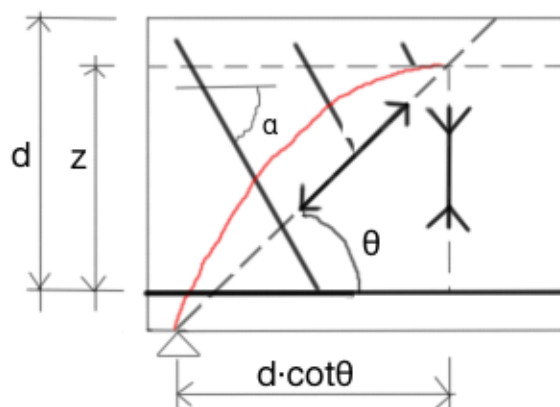
Kritiske snitt defineres som områder der geometri, armering eller last endres. I dette kapitlet drøftes det hvorfor ulike snitt defineres som kritiske ved opplager, og om det er andre kritiske snitt i bjelkens lengde.

Det er valgt å undersøke andre kritiske snitt for fritt opplagt bjelke med punktlast. Punktlast gir størst bøy- og skjærspenninger i samme snitt, og gir dermed størst tøyning i

lengdearmoring. Maksimale spenninger i samme snitt er sammenlignbart for bjelker med indre opplager og jevnt fordelt last.

9.1.3.1 EC 2 og Cladera et al.

Plasseringen av kritisk skjæringsnitt kan i EC 2 og Cladera et al. forklares ved hjelp av skjærmekanismer og stavmodell som vist i figur 59. Trykkstavens «naturlige» vinkel er 45° (Beeby og Narayanan, 1995). Ved å sette trykkstavens vinkel lik 45° vil avstanden til den første strekkstaven være d fra opplager, der kritisk skjæringsnitt antas å være. Strekkstaven, da i form av skjærbøyler, må tilføres for å opprettholde likevekt. Skjærbøyler legges videre i tverrsnittet til alle kreftene er overført til lengdearmoring som strekk- og trykkrefter. Ettersom største skjærstrekk opptrer d fra opplager, er det rimelig å beregne skjærstrekkkapasiteten i dette området. Når den naturlige trykkvinkelen er 45° kan det antas at all last innenfor d overføres til opplager som rent trykk, noe som sammenfaller med funn gjort av Clark (1951).

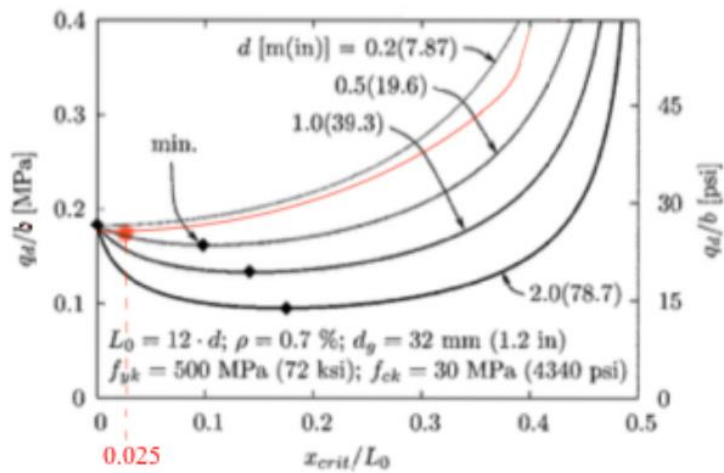


Figur 59: Bjelke med skjærarmoring

9.1.3.2 Muttoni/Ruiz

I Muttoni og Ruiz (2008) forklares valget av $d/2$ som kritisk snitt; «for bjelker med jevnt fordelt last uten diskontinuiteter i form av endret geometri, armeringsmengde eller lastbilde vil det kritiske skjæringsnittet befinne seg i nærheten av opplegg for lave bjelker og gå mot $0.17l$ for bjelker med stor effektiv dybde». Disse kritiske skjæringsnittene er hvor opptredende skjær V_{Ed} og skjærkapasitet V_{Rd} er nærmest, altså hvor skjærutnyttelsen er størst. Figur 60 viser hvor de kritiske skjæringsnittene befinner seg i bjelkens lengde (minimumspunkter, svart punkt) for jevnt fordelt last. Figuren viser grafer for bjelker med effektiv dybde lik [1] 0.2 m, [2] 0.5 m, [3] 1.0 m og [4] 2.0 m. Grafene er plottet som funksjon av lengden på x-aksen og spenning på y-aksen. For de fleste tilfeller vil bjelke [1] eller en kombinasjon av bjelke [1] og [2] kunne

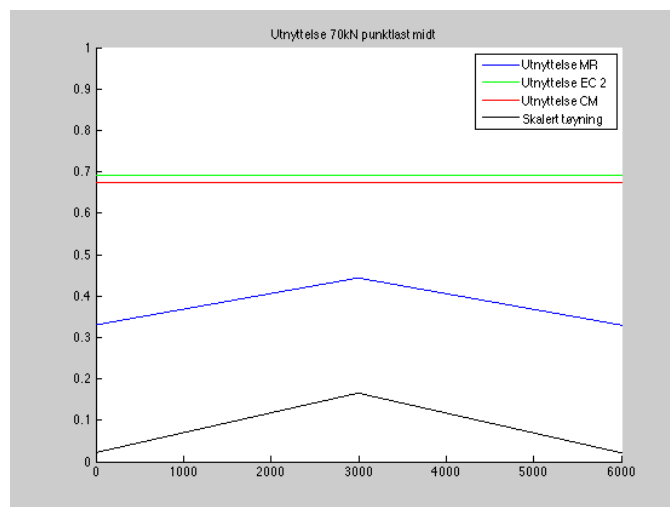
representere normale tilfeller. Ut i fra kurvene i figur 60 kan det vurderes hvor det kritiske skjærnittet vil havne. For bjelketversnittet i kapittel 8.1 ($d = 252$ mm, rød graf) vil avlesning gi cirka 0.025 på x-aksen. Dette gir $d = 0.025 \cdot 6000$ mm = 150 mm, noe som tilsvarer $0.6d$. Det er imidlertid mange faktorer som spiller inn. Kurvene til [1] og [2] er relativt flate i området $0 \leq \frac{x_{crit}}{L_0} \leq 0.2$, og det tyder på at bruddlasten q_d/b vil være tilnærmet lik i disse områdene og for det kritiske skjærnittet.



Figur 60: Plassering av kritisk skjærnitt for ulike effektive dybde (Muttoni og Ruiz (2008))

9.1.3.3 Andre kritiske snitt

Figur 61 viser utnyttelsen for EC 2, Cladera et al. og Muttoni/Ruiz med ytre påkjenninger i form av punktlast i feltmidte for konstruksjonsdeler uten skjærarmering. En skalert tøyningsgraf for lengdearmering er også inkludert. Beregning og bilde fra Matlab-script (vedlegg A7).



Figur 61: Utnyttelse EC 2, Muttoni/Ruiz og Cladera et al. for fritt opplagt bjelke med punktlast på midten

For punktlast i feltmidte vil EC 2 og Cladera et al. ha konstant utnyttelse fra skjær langs bjelkens lengde, se figur 61. Konstant utnyttelse kommer av at skjærpåkjenningen ikke forandres og at skjærkapasiteten er uavhengig av tøyning i lengdearmring. Uavhengigheten fører i prinsippet til at alle snitt langs bjelken vil være like kritiske, men det er mest naturlig å kontrollere i områder med størst utnyttelse fra andre påkjenninger.

Muttoni/Ruiz er tøyningssavhengig, noe som medfører at skjærkapasiteten påvirkes av spenninger langs bjelkens lengde. En skalert tøyning og utnyttelse for fritt opplagt bjelke med punktlast på midten er vist i figur 61, og her vises at kritisk område er i feltmidte. Økt tøyning i lengdearmring fra momentpåkjenning gir reduksjon av skjærkapasitet og dermed økt utnyttelsesgrad.

9.1.3.4 Konklusjon

Basert på observasjoner fra stavmodell og forskning gjort av Muttoni og Ruiz (2008) er det rimelig å anta at det er utfordrende å avgjøre hvor det kritiske skjærnittet plasseres.

Avstanden d som brukes i EC 2 og Cladera et al. virker logisk ettersom snittet har størst skjærstrekk. Modellen baseres på likevektsbetraktning og gir fysisk forståelse.

Muttoni/Ruiz observerte at bruddspenningskurvene for lave og normale tverrsnitt var relativt flate i nærheten av opplager, og at det kritiske snittet befant seg i dette området. De flate bruddspenningskurvene tyder på at alle snitt i disse områdene er omtrent like kritiske.

Alt i alt kan det tenkes at forskjellene ved kritisk snitt, $d/2$ og d , ikke er signifikant. Når sikkerhetsfaktorer tilegnes antas det at forskjellene utgjør enda mindre. I tillegg har EC 2, Cladera et al. og Muttoni/Ruiz forsikret seg ved å legge til at alle kritiske skjærnitt må kontrolleres ved dimensjonering.

For system med punktlast ble det, ikke uventet, funnet at størst utnyttelse for EC 2, Cladera et al. og Muttoni/Ruiz var på midten. Ved å se bort i fra kritiske snitt i D-regioner ble dermed kun feltmidte ansett som kritisk.

9.1.4 Betongbidrag

Enkelte beregningsmodeller benytter bidrag fra betong for konstruksjonsdeler med skjærarmring, mens andre neglisjerer bidraget. Fordeler med å benytte betongbidraget i kapasitetsberegning er at det oppnås høyere beregningsmessig kapasitet. Tabell 3 viser at differansen mellom EC 2 og Cladera et al. er 65.2 kN.

Cladera et al. beregner skjærkapasitet basert på en mekanisk modell. I presentasjonen av de nye kapasitetsuttrykkene påpeker Cladera et al. at betongmotstanden V_c bidrar til kapasiteten når det eksisterer en urisset sone. Det virker fornuftig å summere skjærarmerings- og betongbidraget når kapasiteten kommer fra ulike mekanismer i tverrsnittet. Metoden gir som vist høyere kapasitet enn fagverksmodellen, men det finnes også ulemper ved bruk av metoden.

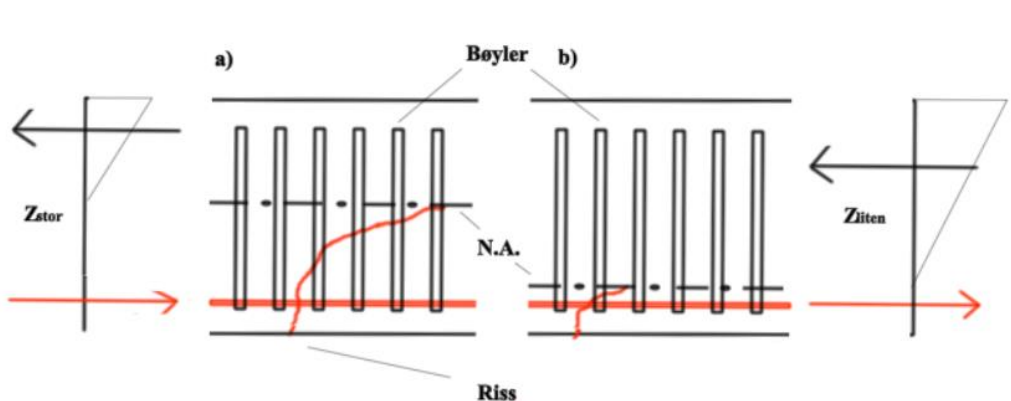
Ulemper knyttet til bruk av betongbidrag vil være ved rehabilitering og bruksendringer av eldre bygg. I slike situasjoner kan det være usikkerhet rundt tilstand og kvalitet på eksisterende betong. Det vil her være konservativt å kun benytte kapasiteten til skjærarmering.

Alt i alt bør det vurderes om det er lurt å legge til betongbidraget, da dette er mindre konservativt enn å la være. Fagverksmodellen er en enkel og sikker modell, og det er vanskelig å finne argumenter for å revidere den.

9.2 Skjærddybde

Den effektive skjærddybden kan vanligvis settes lik $0.9 d$ ved beregning av skjærkapasitet. I hovedsak gjelder dette for konstruksjonsdeler uten aksiallast ettersom skjærddybden påvirkes av trykksonehøyden. Det kan imidlertid vurderes om tilnærmingen er tilfredsstillende.

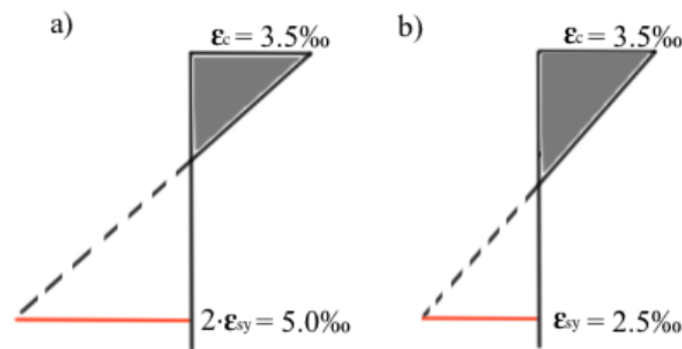
Skjærddybden er aktuell i beregning av skjærarmeringskapasitet og en høy z vil øke kapasiteten. I prinsippet handler det om hvor mange bøyer som krysser det antatte kritiske skjærrisset, se figur 62. Stor z gir flere bøyer per riss; liten z gir færre bøyer per riss.



Figur 62: Tverrsnitt med: a) stor z , b) liten z

Uten aksiallast

I figur 63 er spenningsblokker for henholdsvis underarmert og normalarmert tverrsnitt illustrert. Elastisk oppførsel er vurdert å være gjeldende da en plastisk betraktning kun vil gi en mer avrundet form på spenningsblokken for betong. Figur a viser ønsket dimensjonerings-tilstand hvor det forventes at lengdearmering flyter før betong knuses, altså et bøyebrudd. For dette tilfellet beregnes z til $0.86 d$, se uttrykk (9.5). Figur b viser en tilstand hvor det forventes at betong og armering går til brudd samtidig, altså et balansert tverrsnitt. For et slikt tilfelle vil z bli lik $0.81 d$, se uttrykk (9.6).



Figur 63: Spenningsblokk for a) underarmert tverrsnitt og b) normalarmert tverrsnitt

$$z = \left[d - \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{3.5 \text{ ‰}}{3.5 \text{ ‰} + 5.0 \text{ ‰}} \cdot d \right) \right] \cdot \frac{d}{d} = \frac{44}{51} \cdot d = 0.86 \cdot d \quad (9.5)$$

$$z = \left[d - \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{3.5 \text{ ‰}}{3.5 \text{ ‰} + 2.5 \text{ ‰}} \cdot d \right) \right] \cdot \frac{d}{d} = \frac{29}{36} \cdot d = 0.81 \cdot d \quad (9.6)$$

Uttrykkene ovenfor er for ekstreme situasjoner da de antar at tverrsnittet er 100 % momentutnyttet. For å danne et mer realistisk bilde vises det til bjelken i kapittel 8.1. Verdier for moment hentes fra Matlab-script (vedlegg A1): $M_{Ed} = 5.6 \text{ kNm}$ og $M_{Rd} = 92 \text{ kNm}$. Disse verdiene viser at et «normalt» tilfelle vil ha en momentutnyttelsesgrad U_M lik 6 % i det kritiske skjæringsnittet. I det generelle uttrykket (9.7) blir det videre funnet at $z = d$ når $U_M = 0$:

$$z = \left[d - \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \cdot d \right) \right] \cdot \frac{d}{d} \quad (9.7)$$

Aksialt trykk

Ved økende aksiale trykkspenninger vil trykksonehøyden bli høyere og vil videre medføre en lavere z . Tyngdepunktet til trykksonen er avhengig av høyden og ved trykk i hele tverrsnittet blir $z = 0$. For fagverksmodellen vil skjærkapasitet i et slikt ekstremt tilfelle bli 0 kN.

Tverrsnittet risser ikke og skjærarmingen har ingen skjærstrekk å ta opp.

Aksialt strekk

Aksialstrekk er på lik linje med trykk i hele tverrsnittet en søkt og uvanlig situasjon for bjelker. I uttrykk (9.8) er skjærdybden for bjelken i kapittel 8.1 regnet ut for et ekstremtilfelle med strekk i hele tverrsnittet:

$$\begin{aligned} z &= h - 2 \cdot \phi_{b\phiyle} - 2 \cdot c_{nom} - \phi_{lengdearming} \\ z &= 300 - 2 \cdot 10 - 2 \cdot 30 - 16 \\ z &= 204 \text{ mm} = 204 \cdot \frac{d}{252} = 204 \cdot \frac{d}{252} = 0.81 d \end{aligned} \tag{9.8}$$

Ved strekk i hele tverrsnittet foretrekkes imidlertid konstruksjoner av stål fremfor betong.

Konklusjon

Antagelsen om at skjærdybden kan estimeres til $0.9 d$ ble drøftet, og det antas at dette er rimelig i de fleste tilfeller. Trykksonehøyden er en viktig faktor for skjærdybde. En mindre trykksone medfører lengre riss; en større trykksone medfører kortere riss, se figur 62. For fullt momentutnyttede tverrsnitt ble det funnet at z var mellom 0.81 og 0.86, noe som viser at standardene gjør en konservativ betraktning når z antas. Videre kan det nevnes at ved plastisk analyse hadde skjærdybden blitt enda lavere.

Når skjærdybden er størst estimerer standardene høyest kapasitet fra skjærarmingen. Dette er rimelig da flere bøyler får ta opp skjærstrekkspenninger langs risset.

For tverrsnitt med strekkspenninger i hele tverrsnittet er det vanlig å benytte andre konstruksjonsmaterialer som for eksempel stål. Trykkspenninger i hele tverrsnittet gjør at det ikke dannes skjærriss, og dermed kan det antas å være overestimert av skjærkapasitet med å bruke $0.9 d$. Trykk i hele tverrsnittet er vanligere i søyler enn i bjelker, og søylene er fortrinnsvis bare lett påkjent av moment og skjær.

Alt i alt konkluderes det med at antagelsen er tilfredsstillende ettersom teoretiske verdier av z kan antas mellom 0.85 og 0.94, da nøyaktighetsgraden er på første desimalnivå.

9.3 Erfaringer med de nye uttrykkene

9.3.1 Muttoni og Ruiz

Uttrykkene til Muttoni/Ruiz viste seg å være enkle å arbeide med. Forslaget tillater bruk av faktorer (θ_{min} , η_ϵ) med foreslått verdi for overslagsberegninger og arbeid med «normale» tilfeller. Foreslåtte faktorer gir mulighet for beregninger som er lite tidkrevende og som «får plass på baksiden av en konvolutt». Dersom mer nøyaktige beregninger kreves kan θ_{min} og η_ϵ tilpasses situasjonen. Det anses også som positivt at tøyningen ga fysisk forståelse.

Utfordringer i Muttoni/Ruiz omhandler tøyningssoner og dype bjelker. For eksempel er det foreslått to ulike måter å anta tøyning i lengdearmering. En måte for elastisk sone og en for plastisk sone. Utfordringen er at det mangler et uttrykk for hvordan avgjøre om lengdearmeringen er i elastisk eller plastisk sone. Derfor ble Hookes lov benyttet for å avgjøre hvilken tøyningssone armeringen havnet i. Muttoni har vært svært delaktig i skjærutformingen av MC 2010, og der eksisterer et uttrykk for å avgjøre tøyningen direkte, og det hadde videre vært nyttig med et slikt uttrykk i Muttoni/Ruiz.

En annen utfordring var kapasitetsuttrykket for dype bjelker. I forslaget er det ikke spesifisert hva en dyp bjelke er, noe som kan medføre usikkerhet ved dimensjonering. I tillegg vil forenkling fra beregningsmodell til standardiserte uttrykk bidra til at noe av forståelsen forsvinner, men slik er det i de fleste idealiserte tilfeller.

9.3.2 Cladera et al.

Fordelen med forslaget til Cladera et al. er den generelle metoden som gjør det mulig å summere bidraget fra betong og skjærarmering. I tillegg er en alternativ fagverksmodell tatt med. Dette betyr i praksis at forslaget kan tilpasses forskjellige dimensjoneringssituasjoner. Den generelle metoden baseres på en mekanisk modell, men arbeidsmengden er redusert slik at uttrykket er enkelt å benytte. Metoden har uttrykk for å beregne trykksonehøyde og gjennomsnittlig trykkfeltsvinkel i tverrsnittet, noe som gir fysisk forståelse og indikasjon på hvordan tverrsnittet oppfører under belastning. Det er positivt å kunne estimere kapasitet ut fra den mulige bruddmekanismen.

Utfordringer med uttrykkene til Cladera et al. er at hele beregningsprosessen må gjennomgås fullstendig for å estimere kapasiteten. Forslaget tillater ikke bruk av faktorer med foreslått verdi for «normale» tilfeller.

10. Oppsummering

«Ingen eksperiment er verdt troverdigheten med mindre det finnes støtte fra en tilfredsstillende teori». Etter å ha arbeidet med fem skjæruttrykk og lest mange forskningsartikler er det tydelig at det fortsatt mangler et tilfredsstillende og allment akseptert uttrykk for konstruksjonsdeler uten skjærarmering. Forskning og testing av skjærpåkjente betongkonstruksjoner har pågått i flere tiår, likevel påvises det fortsatt at uttrykkene i enkelte situasjoner overestimerer kapasiteten. Dette medfører usikkerhet og kan få både økonomiske, praktiske og samfunnsmessige konsekvenser. Mulige årsaker til overestimering kan være de ulike påvirkningsfaktorene.

Uttrykket for konstruksjonsdeler med skjærarmering er imidlertid mer akseptert. I dag brukes fortsatt den samme fagverksmetoden som ble tatt i bruk tidlig på 1970-tallet, og dette kommer av at metoden er enkel og sikker for beregning av nødvendig skjærarmering.

En stor del av oppgaven var å lese om relevant teori og informasjon. For å innhente bakgrunnsinformasjon, sammenligne de forskjellige uttrykkene samt diskutere ble omfattende litteratursøk gjennomført. Det ble tidlig klart at skjærmodeller er komplekse og sammensatte mekanismer, og at faktorene er vanskelig å sette i sammenheng med kapasiteten. Forskning på faktorer ble oppsummert i eget kapittel.

I oppgaven ble fem ulike standarder sammenlignet. Sammenligningen ble gjort for et bestemt bjelke- og dekketverrsnitt. Videre ble to varierende faktorer sammenlignet for å observere trendene til uttrykkene. For konstruksjonsdeler uten skjærarmering viste trendene seg å være relativt like. Kapasiteten økte med lengdearmeringsmengde og betongfasthet. MC 2010 og Muttoni/Ruiz med de tøyingsbaserte uttrykkene antydte høyest kapasitet, mens Cladera et al. antydte lavest, se figur 54 og figur 57.

For konstruksjonsdeler med skjærarmering var det MC 2010 og Cladera et al. som estimerte høyest kapasitet, se figur 56 og figur 58. En av de viktigste grunnene til dette er at hele tverrsnittet utnyttes ved å kombinere bidrag fra betong og skjærarmering, mens fagverksmodellen som brukes i EC 2 og Muttoni/Ruiz kun benytter bidrag fra skjærarmeringen.

Til slutt i oppgaven ble aktuelle revisjonsmodeller, kritisk skjærnsnitt, betongbidrag og effektiv skjærdybde diskutert. For de to aktuelle revisjonsmodellene ble det konkludert med at den

fysiske forståelsen som et tøyingsavhengig uttrykk ga var positivt, og at Cladera et al. som summerer betong- og skjærarmeringsbidrag også hadde positive kvaliteter.

Videre ble kritiske skjærnitt vurdert. Det ble konkludert med at forskjellen mellom d og $d/2$ ikke var signifikant, og at andre kritiske snitt langs en bjelke vil være avhengig av last og geometri.

Fordeler og ulemper med betongbidraget ble diskutert. En viktig fordel er at en høyere beregningsmessig kapasitet kan oppnås. En ulempe er at rehabilitering og redimensjonering kan medføre usikkerhet ettersom det er vanskelig å bestemme utnyttelsesgrad i eksisterende betong.

Antagelsen om at skjærdybden kan estimeres til $0.9 d$ ble drøftet, og det ble konkludert med at antagelsen var tilfredsstillende. Videre ble det kommentert at nøyaktigheten på desimalene har slingringsmonn mellom $0.85 \leq z \leq 0.94$.

Revisjonen av uttrykkene i EC 2 vil forhåpentligvis medføre bedre konstruksjonssikkerhet og forståelse. Spesielt for konstruksjonsdeler uten skjærarmering vil bedret sikkerhet og økt forståelse gi ingeniøren mer spillerom og mulighet til dimensjonere for å unngå sprø og eksplosive brudd. Da vil konstruksjonen være pålitelig og gi forvarsel, noe som er ønskelig og vesentlig for å ivareta sikkerheten til brukerne.

Referanser

- Adebar, P. & Van Leeuwen, J. 1999. Side-face reinforcement for flexural and diagonal cracking in large concrete beams. *ACI Structural Journal*, 96, 693-704.
- Ali, M. A. & White, R. N. 2001. Automatic generation of truss model for optimal design of reinforced concrete structures. *ACI Structural Journal*, 98, 431-442.
- Angelakos, D., Bentz, E. C. & Collins, M. P. 2001. Effect of concrete strength and minimum stirrups on shear strength of large members. *ACI Structural Journal*, 98, 290-300.
- Bazant, Z. P. & Kazemi, M. T. 1991. Size effect on diagonal shear failure of beams without stirrups. *ACI Structural Journal*, 88, 268-276.
- Beeby, A. W. & Narayanan, R. S. 1995. *Designers' Handbook to Eurocode 2: 1. Design of concrete structures*, Thomas Telford Services Ltd.
- Bentz, E. C. 2005. Empirical modeling of reinforced concrete shear strength size effect for members without stirrups. *ACI Structural Journal*, 102, 232.
- Bentz, E. C., Vecchio, F. J. & Collins, M. R. 2006. Simplified modified compression field theory for calculating shear strength of reinforced concrete elements. *ACI Structural Journal*, 103, 614-624.
- Bhatt, P., Macginley, T. J. & Choo, B. S. 2014. *Reinforced Concrete Design to Eurocodes: Design Theory and Examples*, CRC Press.
- Bresler, B. & Scordelis, A. C. 1963. Shear strength of reinforced concrete beams. *Journal Proceedings*, 51-74.
- Brown, M. D., Sankovich, C. L., Bayrak, O., Jirsa, J. O., Breen, J. E. & Wood, S. L. 2006. Design for Shear in Reinforced Concrete Using Strut-and-Tie Models.
- Campana, S., Ruiz, M. F., Anastasi, A. & Muttoni, A. 2013. Analysis of shear-transfer actions on one-way RC members based on measured cracking pattern and failure kinematics. *Magazine of Concrete Research*.
- Carreira, D. J. & Chu, K. H. 1986. Stress-Strain Relationship for Reinforced-Concrete in Tension. *Journal of the American Concrete Institute*, 83, 21-28.
- CEN 2004. NS-EN 1992-1-1: 2004+ NA: 2008: Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner, Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger. 1 ed.: Norge, Standard.
- CEN 2005. NS-EN 10080:2005: Armeringsstål - Sveisbar armering - Del1: Generelle krav. Norge, Standard.
- CEN 2009. NS-EN 12390-3:2009: Prøving av herdnet betong - Del 3: Prøvelegemers trykkfasthet. Norge, Standard.
- CEN 2010. NS-EN 12390-6:2009: Prøving av herdnet betong - Del 6: Prøvelegemers spaltetrekkfasthet. Norge, Standard.
- CEN 2012. NS-EN 12390-1:2012: Prøving av herdnet betong - Del 1: Form, mål og andre krav til prøvelegmer og former. Norge, Standard.
- CEN 2014. NS-EN 206:2013+NA2014: Betong - Spesifikasjon, egenskaper, framstilling og samsvar. Norge, Standard.
- Cladera, A. & Marí, A. R. 2007. Shear strength in the new Eurocode 2. A step forward? *Structural concrete*, 8, 57-66.
- Clark, A. P. 1951. Diagonal tension in reinforced concrete beams. *Journal Proceedings*, 145-156.

- Collins, M. P., Bentz, E. C., Sherwood, E. G. & Xie, L. 2008a. An adequate theory for the shear strength of reinforced concrete structures. *Magazine of Concrete Research*, 60, 635-650.
- Collins, M. P. & KUCHMA, D. 1999. How safe are our large, lightly reinforced concrete beams, slabs, and footings? *ACI Structural Journal*, 96, 482-490.
- Collins, M. R., Bentz, E. C. & Sherwood, E. G. 2008b. Where is shear reinforcement required? Review of research results and design procedures. *ACI Structural Journal*, 105, 590-600.
- Committee, A. 2008. Building code requirements for structural concrete (ACI 318-08) and commentary. American Concrete Institute, 379-378.
- Cross, H. 1935. Limitations and applications of structural analysis. *Engineering News-Record*, 535-537.
- De Paiva, H. A. & Siess, C. P. 1965. Strength and behavior of deep beams. *Journal of the Structural Division*, 91, 19-41.
- Feld, J. 1964. Shear failures in concrete frames and slabs.
- FIB 2013. *fib Model Code for Concrete Structures 2010*, Berlin, Germany, Ernst & Sohn, Wilhelm.
- Hassan, H. M., Farghaly, S. & Ueda, T. 1991. Displacements at shear crack in beams with shear reinforcement under static and fatigue loadings. *Concrete Library of JSCE*, 19, 247-255.
- Hassan, H. M. & Ueda, T. 1987. Relative displacement along shear crack of reinforced concrete beam. *Proceedings of JCI*, 9, 699-704.
- Hassan, H. M., Ueda, T., Tamai, S. & Okamura, H. 1985. Fatigue test of reinforced concrete beams with various types of shear reinforcement. *Transaction of JCI*, 7, 277-284.
- Jacobs, J. P. 2008. Commentary to Eurocode 2. *European Concrete Platform ASBL, Brussels, Belgium*, 168.
- Jensen, B. C. & Lapko, A. 2009. On shear reinforcement design of structural concrete beams on the basis of theory of plasticity. *Journal of Civil Engineering and Management*, 15, 395-403.
- Kani, G. N. J. 1955. *Prestressed concrete in design and construction*, Stuttgart, Verlag Konrad Wittwer.
- Kani, M. W., Huggins, M. W. & Wittkopp, R. R. 1979. *Kani on shear in reinforced concrete*, Department of Civil Engineering, University of Toronto.
- Kotsovos, M. D., Bobrowski, J. & Eibl, J. 1987. Behaviour of reinforced concrete T-beams in shear. *Structural Engineer. Part B*, 65, 1-10.
- Kupfer, H., Hilsdorf, H. K. & Rusch, H. 1969. Behavior of concrete under biaxial stresses. *Journal Proceedings*. 656-666.
- Mansur, M. A. & Tan, K. H. 1999. *Concrete beams with openings: Analysis and design*, CRC Press.
- Mari, A., Bairan, J., CladerA, A., Oller, E. & Ribas, C. 2015. Shear-flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams. *Structure and Infrastructure Engineering*, 11, 1399-1419.
- Martin, B. T., Sanders, D. H., Wassef, W., Cole, T. A. & Bahem, N. 2007. Verification and implementation of strut-and-tie model in LRFD bridge design specifications. *NCHRP 20-07 Task*, 217, 1-5.

- Mitchell, D., Collins, M. P., Bhide, S. B. & Rabbat, B. G. 2004. *AASHTO LRFD Strut-and-Tie Model Design Examples*.
- Moody, K. G., Viest, I. M., Elstner, R. C. & Hognestad, E. 1954. *Shear strength of reinforced concrete beams*, Reinforced Concrete Research Council of the Engineering Foundation.
- Mphonde, A. G. & Frantz, G. C. 1984. Shear Tests of High-Strength and Low-Strength Concrete Beams without Stirrups. *Journal of the American Concrete Institute*, 81, 350-357.
- Muttoni, A. 1989. The applicability of the theory of plasticity in the design of reinforced concrete. In: ETH ZURICH, I. F. B. U. K. (ed.). Basel-Stuttgart: Birkhäuser Verlag.
- Muttoni, A. & Ruiz, M. F. 2008. Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width. *ACI Structural Journal*, 105, 163-172.
- Muttoni, A. & Ruiz, M. F. 2010. Shear in slabs and beams: should they be treated in the same way? Shear and Punching Shear in RC and FRC Elements: Technical Report: Proceedings of a Workshop Held on 15-16 October 2010, in Salò, Lake Garda, Italy. *Fédération Internationale du Béton (fib) Bulletin*, 105-128.
- Nielsen, M. P. 1999. *Limit analysis and concrete plasticity*, Boca Raton, CRC Press.
- O'Brien, E. J., Dixon, A. S. & Sheils, E. 2012. *Reinforced and prestressed concrete design to EC2: the complete process*, Spon Press.
- Reyes, A. (ed.) 2015. *Selected chapters from Advanced Mechanics of Materials*: Pearson Education Limited.
- Ruiz, M. F. & Muttoni, A. 2007. On development of suitable stress fields for structural concrete. *ACI Structural Journal*, 104, 495-502.
- SagaseTA, J. & Vollum, R. L. 2011. Influence of beam cross-section, loading arrangement and aggregate type on shear strength. *Magazine of Concrete Research*, 63, 139-155.
- Schlaich, J. & Schafer, K. 1991. Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models. *Structural Engineer*, 69, 113-25.
- Shin, S. W., Lee, K. S., Moon, J. I. & Ghosh, S. K. 1999. Shear strength of reinforced high-strength concrete beams with shear span-to-depth ratios between 1.5 and 2.5. *Structural Journal*, 96, 549-556.
- Shioya, T. 1989. Shear properties of large reinforced concrete member. *Special report/Inst. of technology*.
- Sigrist, V., Bentz, E., Ruiz, M. F., Foster, S. & Muttoni, A. 2013. Background to the fib Model Code 2010 shear provisions - part I: beams and slabs. *Structural Concrete*, 14, 195-203.
- Skjeggstad, B. 1986. *Kapasitetsberegning for stålkonstruksjoner*, Trondheim, Tapir.
- Smith, K. N. & Vantsiotis, A. S. 1982. Shear-Strength of Deep Beams. *Journal of the American Concrete Institute*, 79, 201-213.
- Standard, N. 2003. NS 3473: Prosjektering av betongkonstruksjoner, Beregnings-og konstruksjonsregler. *Oslo: Norges Standardiseringsforbund (NSF)*.
- Subedi, N. K., Vardy, E. & Kubotat, N. 1986. Reinforced concrete deep beams some test results. *Magazine of Concrete Research*, 38, 206-219.
- Sørensen, S. I. 2005. *Betongkonstruksjoner: Armert betong og spennbetong*.
- Sørensen, S. I. 2010. *Betongkonstruksjoner: beregning og dimensjonering etter Eurocode 2*.

- Tan, K. H., Kong, F. K., Teng, S. & Guan, L. 1995. High-strength concrete deep beams with effective span and shear span variations. *ACI Structural Journal*, 92, 395-405.
- Tan, K. H., Kong, F. K., Teng, S. & Weng, L. W. 1997. Effect of web reinforcement on high-strength concrete deep beams. *ACI Structural Journal*, 94, 572-582.
- Tan, K. H. & Lu, H. Y. 1999. Shear behavior of large reinforced concrete deep beams and code comparisons. *ACI Structural Journal*, 96, 836-845.
- University Libraries, P. 2016. *Empirical Research in Education and the Behavioral/Social Sciences* [Online]. Available: <http://psu.libguides.com/emp> [Accessed 13. feb. 2016].
- Van Den Berg, F. J. 1962. Shear strength of reinforced concrete beams without web reinforcement. *Journal Proceedings*. 1849-1862.
- VecchiO, F. J. & Collins, M. P. 1986. The Modified Compression-Field Theory for Reinforced-Concrete Elements Subjected to Shear. *Journal of the American Concrete Institute*, 83, 219-231.
- Walraven, J. C. 1980. *Aggregate interlock: a theoretical and experimental analysis*. TU Delft, Delft University of Technology.
- Watstein, D. & Mathey, R. G. 1958. Strains in beams having diagonal cracks. *Journal Proceedings*. 717-728.
- Witchukreangkrai, E., Mutsuyoshi, H., Kuraoka, M. & OSHIRO, T. 2004. Control of diagonal cracking in partially prestressed concrete beams. *Proceedings of JCI*, 26, 727-732.
- Witchukreangkrai, E., Mutsuyoshi, H., TAKAGI, M. & DE SILVA, S. 2006. Evaluation of shear crack width in partially prestressed concrete members. *Proceedings of JCI*, 28, 823-828.
- Xie, L. P., Bentz, E. C. & Collins, M. P. 2011. Influence of Axial Stress on Shear Response of Reinforced Concrete Elements. *Aci Structural Journal*, 108, 745-754.
- Xie, Y., Ahmad, S. H., Yu, T., Hino, S. & ChunG, W. 1994. Shear ductility of reinforced concrete beams of normal and high-strength concrete. *Structural Journal*, 91, 140-149.
- Zakaria, M., Ueda, T., Wu, Z. M. & Meng, L. 2009. Experimental Investigation on Shear Cracking Behavior in Reinforced Concrete Beams with Shear Reinforcement. *Journal of Advanced Concrete Technology*, 7, 79-96.
- Zararis, P. D. 2003. Shear strength and minimum shear reinforcement of reinforced concrete slender beams. *Aci Structural Journal*, 100, 203-214.
- Zararis, P. D. & Papadakis, G. C. 2001. Diagonal shear failure and size effect in RC beams without web reinforcement. *Journal of Structural Engineering-Asce*, 127, 733-742.

Vedlegg

Innholdsliste for vedlegg

Vedlegg A: Matlab-script	125
<i>A1: Kapasitet for bjelketverrsnitt – med og uten skjærarmring</i>	125
<i>A2: Kapasitet for dekketverrsnitt</i>	131
<i>A3: Kapasitet med varierende lengdearmring – uten skjærarmring</i>	135
<i>A4: Kapasitet med varierende lengdearmring – med skjærarmring</i>	141
<i>A5: Kapasitet med varierende betongfasthet – uten skjærarmring</i>	149
<i>A6: Kapasitet med varierende betongfasthet – med skjærarmring</i>	157
<i>A7: Kritisk skjærnsnitt – punktlast i feltmidte</i>	165

Vedlegg A: Matlab-script

A1: Kapasitet for bjelketverrsnitt – med og uten skjærarmering

08.06.16 19:57 /Users/Sev.../Bjelke_med_og_uten_armering.m 1 of 6

```
clc
clear all; close all

%% Generell Input
%INPUT betong
fck=35;
cnom=30;
alfacc=1;
yc=1;
fcd=alfacc*(fck/yc);
theta=45; %vinkel trykkfelt, 45 grader TSS
%INPUT armering
sw=200;
boyle=10;
Asw=2*pi*(boyle/2)^2;
kam16=16;
fyk=500;
ys=1;
fyd=fyk/ys;
Asl=804;
Es=200000;
%INPUT tverrsnitt
bw=250;
h=300;
d=h-cnom-boyle-(kam16/2);
z=0.9*d;
l=6000;
Ac=bw*d;
%INPUT laster
qEd=15;
VEd=qEd*0.5*l;
MEd=qEd*l*l/8;
NEd=0;

%% EC2

% Uten skjærarmering
k2=0.18;
CRdc=k2/yc;
k=min(1+(sqrt(200/d)),2.0);
rhoL=min(Asl/(bw*d),0.02);

nu=0.6*(1-fck/250);

vmin=0.035*(k^(3/2))*sqrt(fck);

VRdcs=max((CRdc*k*((100*rhoL*fck)^(1/3)))*bw*d,(vmin)*bw*d);

VRdcc=0.5*bw*d*nu*fcd;

VRdc_EC2_uten=min(max(VRdcs,0),VRdcc)*10^-3;

% Med skjærarmering

s=200; %avstand mellom skjærarmeringsbøyer
sw=s;

%NS-EN 1992-1-1, 6.2.3(3) Med beregningsmessig behov for skjærarmering
```

```

% Husk vinkelbegrensninger med strekk
%Strekkbrudd

VRds1_EC2=(Asw/s)*z*fyd*cotd(theta);

%Trykkbrudd
sigmacp1=NEd/Ac;
if 0 < sigmacp1 <= 0.25*fcd;
    alphacw1=1+sigmacp1/fcd;
elseif 0.25 < sigmacp1 < 0.5*fcd;
    alphacw1=1.25;
else 0.5 < sigmacp1 < 1.0*fcd;
    alphacw1=2.5*(1-sigmacp1/fcd);
end
nu=0.6*(1-fck/250);

VRdmax_EC2=alphacw1*bw*z*nu*fcd/(cotd(theta)+tand(theta));

VRd_EC2_med=min(VRds1_EC2,VRdmax_EC2)*10^-3;

%% Model Code
VEd_kontrollsnitt=(VEd-qEd*d);
MEd_kontrollsnitt=-0.5*qEd*(d^2)+VEd*d;

epsilonX=max((1/(2*Asl*Es))*(MEd_kontrollsnitt/z)+VEd_kontrollsnitt,0);

% Uten skjærarmring

    if fck <= 70;
        dg = 16;
    else fck > 70;
        dg = 0;
    end

kdg=max(32/(16+dg),0.75);

kv1_MCus=((0.4)/(1+1500*epsilonX))*((1300)/(1000+kdg*z));

VRdc_MC_uten=max((kv1_MCus*(min(sqrt(fck),8)/yc)*z*bw)*10^-3,0);

% Med skjærarmring

netafc=max((30/fck)^(1/3),1.0);

thetamin=20+10000*epsilonX;

epsilon1=epsilonX+(epsilonX+0.002)*((1/tand(thetamin))^2);

kepsilon=min(1/(1.2+55*epsilon1),0.65);

kc=kepsilon*netafc;

VRds1=(Asw/sw)*z*fyd*cotd(theta);

VRdmax_thetamin=kc*(fck/yc)*bw*z*sind(thetamin)*cosd(thetamin);

kv1_MCms=max((0.4)/(1+1500*epsilonX))*(1-(VEd/VRdmax_thetamin),0);

```

```

VRdc1_ms=(kv1_MCms*(min(sqrt(fck),8)/yc)*z*bw);

    if VRdc1_ms + VRds1 >= VRdmax_thetamin
        VRds_ms = VRds1;
    else VRds_ms = VRdc1_ms + VRds1;
    end

VRdmax=kc*(fck/yc)*bw*z*sind(theta)*cosd(theta);

VRdw_MC_med=(min(VRds_ms,VRdmax))*10^-3;

%% NS3473
% NY input
hmerket=d-cnom-boyle-kam16/2;

fcm=fck+8;
if fck<=50
    fctm=0.30*(fck)^(2/3);
else fctm=2.12*log(1+(fcm/10));
end
fctk005=0.7*fctm;

%fctk005    %Konstruksjonsfasthet for strekk B35 fra EC2 ftn
%fck        % Fra EC2 fcn
%fctm       %Strekkfasthet fra EC2 ftk

ftd=fctk005/yc;
fcd=fck/yc;

ka=100;
fsk=500;

Ac=bw*h;
Wc1=(1/6)*bw*h^2;

Esk=Es;

kv1=1.5-d/(1000*1);
if kv1 > 1.4;
    kv1 = 1.4;
elseif kv1 < 1.0;
    kv1 = 1.0;
else kv1;
end

% Uten skjærarmring
% NS 3473, 12.3.2.1 uten samtidig aksialkraft
Vco1NS=min(0.3*(ftd+((ka*Asl)/(yc*bw*d)))*bw*d*kv1,0.6*ftd*bw*d*kv1); %d,kv
Vcd1NS_uten=Vco1NS;

%Med skjærarmring
kv1=1.0; % settes lik 1 med skjærarmring
% NS 3473, 12.3.2.1 uten samtidig aksialkraft
Vco1NS=min(0.3*(ftd+((ka*Asl)/(yc*bw*d)))*bw*d*kv1,0.6*ftd*bw*d*kv1); %d,kv
Vcd1uNS_med=Vco1NS;

Ic1=(1/12)*bw*h^3;

```

```

Sc1=bw*h*h/2;
z11=max(0.7*d,Ic1/Sc1);

% NS 3473, 12.3.2.4 Konstruksjonsdeler med skjærarmring
fsk=500;
fsd=fsk/ys;
alpha=90; %vertikal bøyer

% Strekkbrudd med aksialstrekk
Vsd1NS=(fsd*Asw/s)*z*(1+cotd(alpha))*sind(alpha);

% Trykkbrudd
Vccd=min(0.3*fcd*bw*z*(1+cotd(alpha)),0.45*fcd*bw*z);

%NS 3473 18.3.6 Minimum skjærarmring i bjelker
Asmin1=0.2*Ac*fctm*sind(alpha)/fsk;

%NS 3473 12.3.1.2 (Vcd+Vsd)
%Uten aksialkraft
if Asl>Asmin1;
    VRd1NS=Vcd1uNS_med+Vsd1NS;
else VRd1NS=Vcd1uNS_med;
end
VRdNS_uten=min(Vcd1NS_uten,Vccd)*10^-3;
VRdNS_med=min(VRd1NS,Vccd)*10^-3;

%% Muttoni og Ruiz
%Uten skjærarmring

dkrit=0.5*d;
VEd_kontrollsnitt=(VEd-qEd*dkrit);
MEd_kontrollsnitt=-0.5*qEd*(dkrit^2)+VEd*dkrit;

xtrykk=(fyd*Asl)/(0.8*bw*fcd);

MRd=0.8*bw*xtrykk*fcd*(d-0.8*(xtrykk/2));

dg=16;

%Uten skjærarmring
if fck > 70
    kdg = 2;
elseif fck <= 70
    kdg = 1;
end

epsiV=max((1/(Asl*Es))*(MEd_kontrollsnitt/z)+VEd_kontrollsnitt,0);
VRdc_MR_uten=((0.3/(1+epsiV*d*kdg))*(min(sqrt(fck),8)/yc)*bw*d)*10^-3;

%Med skjærarmring

dkrit=z*cotd(theta)/2;
VEd_kontrollsnitt=(VEd-qEd*dkrit);
MEd_kontrollsnitt=-0.5*qEd*(dkrit^2)+VEd*dkrit;

s=200;
VRwd_MR=((Asw/s)*z*fyd*cotd(theta))*10^-3;

```

```

netafc=min((30/fck)^(1/3),1.0);
netaepsi=0.55;
nu1=netafc*netaepsi;

VRdcc_MR=(bw*z*nu1*(fcd/(cotd(theta)+tand(theta))))*10^-3;

VRdw_MR_med=min(VRwd_MR,VRdcc_MR);

%% Mekanisk modell, Clader, Mari

alpha=90;
fcd=fck;
Asw=2*78.539;           %skjærarming
s=200;                 %avstand mellom skjærarmingsbøyer
Ep=195000;
Ap=0;
Ac=bw*h;
sigmacp1=NEd/Ac;

    fcm=fck+8;
    Ecm=22*((fcm/10)^(0.3))*10^3;
if fck<=50
    fctm=0.30*(fck)^(2/3);
else fctm=2.12*log(1+(fcm/10));
end

%6.2.2(4)

alphaes=Es/Ecm;
alphaep=Ep/Ecm;
rhos=AsL/(bw*d);
rhop=Ap/(bw*d);

alphaerhol=alphaes*rhos+alphaep*rhop;
x0=d*0.75*(alphaerhol)^(1/3);

sigmacp=max(NEd/Ac,0);

if NEd==0
    x=x0;
elseif NEd>0
    x=min(x0+0.80*(h-x0)*(d/h)*(sigmacp/(sigmacp+fctm)),h)
else NEd<0
    x=max(x0*(1+0.1*(NEd*ds/MEd)),0)
end

%cottheta=min(((0.85*d)/(d-x)),2.5);
cottheta=1;
theta_test=acotd(min(((0.85*d)/(d-x)),2.5));
%Uten skjærarming

a=MEd/VEd; %Kontroller mot a=0.25L
d0=max(d,100);
fcdcu=min(fcd,60);
zeta=max((2/sqrt(1+(d0/200)))*(d/a)^0.2,0.45);

```

```

%x=1;
kC=min(x/d,0.20);
bveff=bw;

% Strekkbrudd

Vcu_CM=max(0.3*zeta*(x/d)*((fcdcu)^(2/3))*bveff*d,0.25*(zeta*kC+(20/d0))*(fcdcu)^(2/3)
*bw*d);

testss=x/d;
testss22=(x/d)*fcdcu;
Vmmax=0.3*zeta*(x/d)*((fcdcu)^(2/3))*bveff*d;
Vmmmin=0.25*(zeta*kC+(20/d0))*(fcdcu)^(2/3)*bw*d;

    if Vmmax>Vmmmin;
        v=1;
    else v=2;
    end

% Trykkbrudd

if sigmacp==0;
    alphacw1=1;
elseif 0 < sigmacp <= 0.25*fcd;
    alphacw1=1+sigmacp/fcd;
elseif 0.25 < sigmacp < 0.5*fcd;
    alphacw1=1.25;
else 0.5 < sigmacp < 1.0*fcd;
    alphacw1=2.5*(1-sigmacp/fcd);
end

if fck<=60
    nu=0.60;
else
    nu=max(0.9-(fck/200),0.5);
end

VRdmax_CM=alphacw1*bw*z*nu*fcd*((cottheta+cotd(alpha))/(1+(cottheta)^2));

%Med skjærarmering
ds=d;
Vsu_CM=1.4*(Asw/s)*fy*(ds-x)*sind(alpha)*(cottheta+cotd(alpha));

VRd_CM=Vcu_CM+Vsu_CM;

VRd_CM_uten=min(Vcu_CM,VRdmax_CM)*10^-3;
VRd_CM_med=min(VRd_CM,VRdmax_CM)*10^-3;

%% Tabell
Oversikt_uten=table(VRdc_EC2_uten,VRdc_MC_uten,VRdNS_uten,VRdc_MR_uten,VRd_CM_uten)
Oversikt_med=table(VRd_EC2_med,VRdw_MC_med,VRdNS_med,VRdw_MR_med,VRd_CM_med)
Trykkbrudd=table(VRdmax_EC2*10^-3,VRdmax_thetamin*10^-3,Vccd*10^-3,VRdcc_MR,
VRdmax_CM*10^-3)

```

A2: Kapasitet for dekketverrsnitt

08.06.16 20:19 /Users/Severin/Doc.../Dekke_uten_armering.m 1 of 4

```
clc
clear all; close all

%% Generell Input
%INPUT betong
fck=35;
cnom=30;
alfacc=1;
yc=1;
fcd=alfacc*(fck/yc);
theta=45; %vinkel trykkfelt, 45 grader TSS
%INPUT armering
kam16=16;
fyk=500;
ys=1;
fyd=fyk/ys;
Asl=804;
Es=200000;
%INPUT tverrsnitt
bw=1000;
h=270;
d=h-cnom-(kam16/2);
z=0.9*d;
l=6000;
Ac=bw*d;
%INPUT laster
qEd=15;
VEd=qEd*0.5*l;
MEd=qEd*l*l/8;
NEd=0;

%% EC2

% Uten skjærarmering
k2=0.18;
CRdc=k2/yc;
k=min(1+(sqrt(200/d)),2.0);
rhol=min(Asl/(bw*d),0.02);

nu=0.6*(1-fck/250);

vmin=0.035*(k^(3/2))*sqrt(fck);

VRdcs=max((CRdc*k*((100*rhol*fck)^(1/3)))*bw*d,(vmin)*bw*d);

VRdcc=0.5*bw*d*nu*fcd;

VRdc_EC2_uten=min(max(VRdcs,0),VRdcc)*10^-3;

%% Model Code
VEd_kontrollsnitt=(VEd-qEd*d);
MEd_kontrollsnitt=-0.5*qEd*(d^2)+VEd*d;

epsilonX=max((1/(2*Asl*Es))*((MEd_kontrollsnitt/z)+VEd_kontrollsnitt),0);

% Uten skjærarmering
if fck <= 70;
```

```

        dg = 16;
    else fck > 70;
        dg = 0;
    end

kdg=max(32/(16+dg),0.75);

kv1_MCus=((0.4)/(1+1500*epsilonX))*((1300)/(1000+kdg*z));

VRdc_MC_uten=max((kv1_MCus*(min(sqrt(fck),8)/yc)*z*bw)*10^-3,0);

%% NS3473
% NY input

fcm=fck+8;
if fck<=50
    fctm=0.30*(fck)^(2/3);
else fctm=2.12*log(1+(fcm/10));
end
fctk005=0.7*fctm;

%fctk005    %Konstruksjonsfasthet for strekk B35 fra EC2 ftn
%fck        % Fra EC2 fcn
%fctm       %Strekkfasthet fra EC2 ftk

ftd=fctk005/yc;
fcd=fck/yc;

ka=100;
fsk=500;

Ac=bw*h;
Wc1=(1/6)*bw*h^2;

Esk=Es;

kv1=1.5-d/(1000*1);
if kv1 > 1.4;
    kv1 = 1.4;
elseif kv1 < 1.0;
    kv1 = 1.0;
else kv1;
end

% Uten skjærarmring
% NS 3473, 12.3.2.1 uten samtidig aksialkraft
Vco1NS=min(0.3*(ftd+((ka*Asl)/(yc*bw*d)))*bw*d*kv1,0.6*ftd*bw*d*kv1); %d,kv
Vcd1NS_uten=Vco1NS;
alpha=90;

% Trykkbrudd
Vccd=min(0.3*fcd*bw*z*(1+cotd(alpha)),0.45*fcd*bw*z);

VRdNS_uten=min(Vcd1NS_uten,Vccd)*10^-3;

%% Muttoni og Ruiz
%Uten skjærarmring

```



```

dkrit=0.5*d;
VEd_kontrollsnitt=(VEd-qEd*dkrit);
MEd_kontrollsnitt=-0.5*qEd*(dkrit^2)+VEd*dkrit;

xtrykk=(fyd*Asl)/(0.8*bw*fcd);

MRd=0.8*bw*xtrykk*fcd*(d-0.8*(xtrykk/2));

dg=16;

%Uten skjærarmering
if fck > 70
    kdg = 2;
elseif fck <= 70
    kdg = 1;
end

epsiv=max((1/(Asl*Es))*((MEd_kontrollsnitt/z)+VEd_kontrollsnitt),0);
VRdc_MR_uten=((0.3/(1+epsiv*d*kdg))*(min(sqrt(fck),8)/yc)*bw*d)*10^-3;

%% Mekanisk modell, Clader, Mari

alpha=90;
fcd=fck;
Asw=2*78.539;           %skjærarmering
s=200;                 %avstand mellom skjærarmeringsbøyer
Ep=195000;
Ap=0;
Ac=bw*h;
sigmacp1=NEd/Ac;

    fcm=fck+8;
    Ecm=22*((fcm/10)^(0.3))*10^3;
if fck<=50
    fctm=0.30*(fck)^(2/3);
else fctm=2.12*log(1+(fcm/10));
end

%6.2.2(4)

alphaes=Es/Ecm;
alphaep=Ep/Ecm;
rhos=Asl/(bw*d);
rhop=Ap/(bw*d);

alphaerhol=alphaes*rhos+alphaep*rhop;
x0=d*0.75*(alphaerhol)^(1/3);
sigmacp=max(NEd/Ac,0);

if NEd==0
    x=x0;
elseif NEd>0
    x=min(x0+0.80*(h-x0)*(d/h)*(sigmacp/(sigmacp+fctm)),h);
else NEd<0
    x=max(x0*(1+0.1*(NEd*ds/MEd)),0);

```

```

end

%cottheta=min(((0.85*d)/(d-x)),2.5);
cottheta=1;
theta_test=acotd(min(((0.85*d)/(d-x)),2.5));
%Uten skjærarming

a=MEd/VEd; %Kontroller mot a=0.25L
d0=max(d,100);
fcdcu=min(fcd,60);
zeta=max((2/sqrt(1+(d0/200)))*(d/a)^0.2,0.45);
%x=1;
kc=min(x/d,0.20);
bveff=bw;

% Strekkbrudd

Vcu_CM=max(0.3*zeta*(x/d)*((fcdcu)^(2/3))*bveff*d,0.25*(zeta*kc+(20/d0))*(fcdcu)^(2/3)*bw*d);
testss=x/d;
testss2=(x/d)*fcdcu;
Vmmax=0.3*zeta*(x/d)*((fcdcu)^(2/3))*bveff*d;
Vmmin=0.25*(zeta*kc+(20/d0))*(fcdcu)^(2/3)*bw*d;

    if Vmmax>Vmmin;
        v=1;
    else v=2;
    end

% Trykkbrudd

if sigmacp==0;
    alphacw1=1;
elseif 0 < sigmacp <= 0.25*fcd;
    alphacw1=1+sigmacp/fcd;
elseif 0.25 < sigmacp < 0.5*fcd;
    alphacw1=1.25;
else 0.5 < sigmacp < 1.0*fcd;
    alphacw1=2.5*(1-sigmacp/fcd);
end

if fck<=60
    nu=0.60;
else
    nu=max(0.9-(fck/200),0.5);
end

VRdmax_CM=alphacw1*bw*z*nu*fcd*((cottheta+cotd(alpha))/(1+(cottheta)^2));

VRd_CM_uten=min(Vcu_CM,VRdmax_CM)*10^-3;

%% Tabell
Oversikt_uten=table(VRdc_EC2_uten,VRdc_MC_uten,VRdNS_uten,VRdc_MR_uten,VRd_CM_uten)

```

A3: Kapasitet med varierende lengdearmring – uten skjærarmring

08.06.16 20:29 /Users/Se.../Lengdearmring_uten_armring.m 1 of 6

```
clc
clear all; close all

%% Generell Input
%INPUT betong
fck=35;
cnom=30;
alfacc=1;
yc=1;
fcd=alfacc*(fck/yc);
%INPUT armering
boyle=10;
kam16=16;
fyk=500;
ys=1;
fyd=fyk/ys;
Es=200000;

Xend=3000;
Xstart=100;
step=1;
Asl=Xstart:step:Xend;
n=((Xend-Xstart)/step)+1;
axisxmin=0;
axisxmax=Xend;
axisymin=0;
axisymax=300;

%INPUT tverrsnitt
h=300;
bw=250;
d=h-cnom-boyle-(kam16/2);
z=0.9*d;
l=6000;
%INPUT laster
qEd=15;
VEd=qEd*0.5*l;
MEd=qEd*l*l/8;
VEd_kontrollsnitt=(VEd-qEd*d);
MEd_kontrollsnitt=-0.5*qEd*(d^2)+VEd*d;
NEd=0;

%% EC2
% Uten skjærarmring
k2=0.18;
CRdc=k2/yc;
k=min(1+(sqrt(200/d)),2.0);
Ac=h*bw;
sigmacp=min(NEd/Ac,0.2*fcd);
nu=0.6*(1-fck/250);
vmin=0.035*(k^(3/2))*sqrt(fck);

for i=1:n

    rho1(i)=min(Asl(i)/(bw*d),0.02);

    if NEd <= 0
        k1_ECus = 0.3;
```

```

else NEd > 0
    k1_ECus = 0.15;
end

VRdcs(i)=max((CRdc*k*((100*rhol(i)*fck)^(1/3))+k1_ECus*sigmacp)*bw*d,
(vmin+k1_ECus*sigmacp)*bw*d);

VRdcc(i)=0.5*bw*d*nu*fcd;

VRdc_ECus(i)=min(max(VRdcs(i),0),VRdcc(i))*10^-3;

end

%% Model Code
for i=1:n
    if NEd == 0;
        deltae1=0;
    else if MEd_kontrollsnitt/NEd >= h/2;
        deltae1 = h/2;
    elseif MEd_kontrollsnitt/NEd <= -h/2;
        deltae1 = -h(i)/2;
    else deltae1 = MEd_kontrollsnitt/NEd;
    end
end

epsilonx_formel(i)=max((1/(2*Asl(i)*Es))*((MEd_kontrollsnitt/z)+VEd_kontrollsnitt+
(NEd*(0.5+(deltae1/z))))),0);

if (MEd_kontrollsnitt/z) < NEd;
    epsilonx(i) = 2 * min(epsilonx_formel(i),0.003);
else (MEd_kontrollsnitt/z) >= NEd;
    epsilonx(i) = min(epsilonx_formel(i),0.003);
end

% Uten skjærarmering

if fck <= 70;
    dg = 16;
else fck > 70;
    dg = 0;
end

kdg=max(32/(16+dg),0.75);

kv1_MCus(i)=((0.4)/(1+1500*epsilonx(i)))*((1300)/(1000+kdg*z));

VRdc_MCus(i)=max((kv1_MCus(i)*(min(sqrt(fck),8)/yc)*z*bw)*10^-3,0);

% Med skjærarmering
theta=45; %vinkel trykkfelt, 45 grader TSS
Asw=2*pi*(boyle/2)^2;
sw=200;
netafc=max((30/fck)^(1/3),1.0);

thetamin1(i)=20+10000*epsilonx(i);

epsilon11(i)=epsilonx(i)+(epsilonx(i)+0.002)*((1/tand(thetamin1(i)))^2);

```

```

kepsi1(i)=min(1/(1.2+55*epsilon11(i)),0.65);
kc1(i)=kepsi1(i)*netafc;
VRds1(i)=(Asw/sw)*z*fyd*cotd(theta);
VRdmax_thetamin1(i)=kc1(i)*(fck/yc)*bw*z*sind(thetamin1(i))*cosd(thetamin1(i));
kv1_MCms(i)=max((0.4/(1+1500*epsilon11(i)))*(1-(VEd_kontrollsnitt/VRdmax_thetamin1
(i))),0);
VRdc1_ms(i)=(kv1_MCms(i)*(min(sqrt(fck),8)/yc)*z*bw);
if VRdc1_ms(i)+VRds1(i) >= VRdmax_thetamin1(i)
    VRd_MCms(i) = VRds1(i);
else VRd_MCms(i)=VRdc1_ms(i)+VRds1(i);
end

VRdmax1(i)=kc1(i)*(fck/yc)*bw*z*sind(theta)*cosd(theta);
end

VRd_MCms=(min(VRd_MCms,VRdmax1))*10^-3;

%% NS3473
% NY input
Asw=2*78.539;      %skjærarming
s=200;             %avstand mellom skjærarmingsbøyer

fcm=fck+8;
if fck<=50
    fctm=0.30*(fck)^(2/3);
else fctm=2.12*log(1+(fcm/10));
end
fctk005=0.7*fctm;

%fctk005    %Konstruksjonsfasthet for strekk B35 fra EC2 ftn
%fck        %Fra EC2 fcn
%fctm       %Strekkfasthet fra EC2 ftk

ftd=fctk005/yc;
ka=100;

kv1=1.5-d/(1000*1);
if kv1 > 1.4;
    kv1 = 1.4;
elseif kv1 < 1.0;
    kv1 = 1.0;
else kv1;
end

% Uten skjærarming
for i=1:n
Vco1NS(i)=min(0.3*(ftd+((ka*Asl(i))/(yc*bw*d)))*bw*d*kv1,0.6*ftd*bw*d*kv1); %d,kv
Vcd1uNS(i)=Vco1NS(i);

alpha=90; %vertikal bøyer

```

```

% Trykkbrudd
Vccd=min(0.3*fcd*bw*z*(1+cotd(alpha)),0.45*fcd*bw*z);

VRdNS_us(i)=(min(Vcd1uNS(i),Vccd))*10^-3;
end

%% Muttoni og Ruiz
%Uten skjærarmering
for i=1:n

    dkrit=d/2;
    MEd_kontrollsnitt=(-qEd*0.5*dkrit+VEd)*dkrit
    VEd_kontrollsnitt=(VEd-qEd*dkrit);

    %Uten skjærarmering

    if dg >= 16
        kdg = 32/(16+dg);
    else kdg = 1.0;
    end

    epsiv(i)=max((1/(Asl(i)*Es))*((MEd_kontrollsnitt/z)+VEd_kontrollsnitt),0);
end
VRdc_MR_us=((0.3./(1+epsiv*d*kdg))*(min(sqrt(fck),8)/yc)*bw*d)*10^-3;

%% Mekanisk modell, Clader, Mari
alpha=90;
fcd=fck;
Asw=2*78.539;      %skjærarmering
s=200;            %avstand mellom skjærarmeringsbøyer
Ep=195000;
Ap=0;
Ac=bw*h;
sigmacp1=NEd/Ac;

for i=1:n
    fcm=fck+8;
    Ecm=22*((fcm/10)^(0.3))*10^3;
    if fck<=50
        fctm=0.30*(fck)^(2/3);
    else fctm=2.12*log(1+(fcm/10));
    end
end

%6.2.2(4)

alphaes(i)=Es/Ecm;
alphaep(i)=Ep/Ecm;
rhos(i)=Asl(i)/(bw*d);
rhop(i)=Ap/(bw*d);

alphaerhol(i)=alphaes(i)*rhos(i)+alphaep(i)*rhop(i);
x0(i)=d*0.75*(alphaerhol(i))^(1/3);      %feil??

sigmacp=max(NEd/Ac,0);

if NEd==0
    x(i)=x0(i);
end

```

```

elseif NEd>0
    x(i)=min(x0(i)+0.80*(h-x0(i))*(d/h)*(sigmacp/(sigmacp+fctm)),h)
else NEd<0
    x(i)=max(x0(i)*(1+0.1*(NEd*ds/MEd)),0)
end

%cottheta(i)=min(((0.85*d)/(d-x(i))),2.5);
cottheta(i)=1;
theta_test(i)=acotd(min(((0.85*d)/(d-x(i))),2.5));
%Uten skjærarmering

a=MEd/VEd; %Kontroller mot a=0.25L
d0=max(d,100);
fcdcu=min(fcd,60);
zeta=max((2/sqrt(1+(d0/200)))*(d/a)^0.2,0.45);
%x(i)=1;
kc(i)=min(x(i)/d,0.20); %kc=0.20 fra og med celle 105->Asl=205
bveff=bw;

% Strekkbrudd
Vcu_CM(i)=max(0.3*zeta*(x(i)/d)*((fcdcu)^(2/3))*bveff*d,0.25*(zeta*kc(i)+(20/d0))*(fcdcu)^(2/3)*bw*d);
%Bytter fra Vmmin til Vmmax fra og med celle 243->Asl=343
Vmmax(i)=0.3*zeta*(x(i)/d)*((fcdcu)^(2/3))*bveff*d;
Vmmin(i)=0.25*(zeta*kc(i)+(20/d0))*(fcdcu)^(2/3)*bw*d;

    if Vmmax(i)>Vmmin(i);
        v(i)=1;
    else v(i)=2;
    end

% Trykkbrudd
if sigmacp1==0;
    alphacw1(i)=1;
elseif 0 < sigmacp1 <= 0.25*fcd(i);
    alphacw1(i)=1+sigmacp1/fcd(i);
elseif 0.25 < sigmacp1 < 0.5*fcd(i);
    alphacw1(i)=1.25;
else 0.5 < sigmacp1 < 1.0*fcd(i);
    alphacw1(i)=2.5*(1-sigmacp1/fcd(i));
end

if fck<=60
    nu(i)=0.60;
else
    nu(i)=max(0.9-(fck/200),0.5);
end

VRdmaxCM(i)=alphacw1(i)*bw*z*nu(i)*fcd*((cottheta(i)+cotd(alpha))/(1+(cottheta(i))^2));

%Med skjærarmering

VRd_CM1(i)=Vcu_CM(i);

VRd_CM(i)=min(VRd_CM1(i),VRdmaxCM(i))*10^-3;
end

%% plot

```

```
figure(1),title 'Tverrsnitt med varierende lengdearmering uten beregningsmessig behov for  
skjærarmering',axis([axisxmin axisxmax axisymin axisymax])  
hold on  
plot(Asl,VRdc_ECus,'-g') %EC  
plot(Asl,VRdc_MCus,'-b') %MC  
plot(Asl,VRdNS_us,'-r') %NS  
plot(Asl,VRdc_MR_us,'-m') %MR  
plot(Asl,VRd_CM,'-black') %CM  
legend 'Kapasitet EC 2' 'Kapasitet MC 2010' 'Kapasitet NS 3473' 'Kapasitet MR' 'Kapasitet  
CM'  
xlabel('100mm^2 < Asl < 3000mm^2')  
ylabel('Skjærkapasitet, VRd [kN]')  
hold off  
  
figure(2),title 'Tverrsnitt med varierende lengdearmering uten beregningsmessig behov for  
skjærarmering',axis([axisxmin axisxmax axisymin axisymax])  
hold on  
plot(Asl,Vmmax*10^-3,'-g') %EC  
plot(Asl,Vmmin*10^-3,'-b') %MC  
legend 'Kapasitet Vmmax' 'Kapasitet Vmmin'  
xlabel('100mm^2 < Asl < 3000mm^2')  
ylabel('Skjærkapasitet, VRd [kN]')  
hold off
```


A4: Kapasitet med varierende lengdearmering – med skjærarmering

08.06.16 20:36 /Users/Sev.../lengdearmering_med_armering.m 1 of 7

```
clc
clear all; close all

%INPUT betong
cnom=30;
fck=35;
alfacc=1;
yc=1;
fcd=alfacc*(fck/yc);
dg=16;
%INPUT armering
boyle=10;
kam16=16;
fyk=500;
ys=1;
fyd=fyk/ys;
Asl=100:1:3000;
Es=200000;
%INPUT tverrsnitt
bw=250;
h=300;
Ac=bw*h;
d=h-cnom-boyle-(kam16/2);
z=0.9*d;
l=6000;
%INPUT laster
qEd=15;

VEd=qEd*0.5*l;
VEd_kontrollsnitt=(VEd-qEd*d);

MEd=(qEd*l^2)/8;
MEd_kontrollsnitt=-0.5*qEd*(d.^2)+VEd*d;

NEd=0;
n=2901;

%% EC2
%Input data
Asw=2*78.539; %skjærarmering
s=200; %avstand mellom skjærarmeringsbøyer
sw=s;
alfacc=1;
yc=1;
fcd=alfacc*(fck/yc);
fyd=500;
theta=45;

%NS-EN 1992-1-1, 6.2.3(3) Med beregningsmessig behov for skjærarmering
%Husk vinkelbegrensninger med strekk
%Strekkbrudd
for i=1:n
VRds1_EC2(i)=(Asw/s)*z*fyd*cotd(theta);

%Trykkbrudd
sigmacp1=NEd/Ac;
if 0 < sigmacp1 <= 0.25*fcd;
alphacw1=1+sigmacp1/fcd;
```

```

elseif 0.25 < sigmacp1(i) < 0.5*fcd;
    alphacw1=1.25;
else 0.5 < sigmacp1 < 1.0*fcd;
    alphacw1=2.5*(1-sigmacp1/fcd);
end

nu=0.6*(1-fck/250);

VRdmax_EC2(i)=alphacw1*bw*z*nu*fcd/(cotd(theta)+tand(theta));

VRd_EC2(i)=min(VRds1_EC2(i),VRdmax_EC2(i));
end

%% Model Code
for i=1:n
    if NEd == 0;
        deltae1=0;
    else if MEd_kontrollsnitt/NEd >= h/2;
        deltae1 = h/2;
    elseif MEd_kontrollsnitt/NEd <= -h/2;
        deltae1 = -h(i)/2;
    else deltae1 = MEd_kontrollsnitt/NEd;
    end
end

    epsilonx_formel(i)=max((1/(2*Asl(i)*Es))*((MEd_kontrollsnitt/z)+VEd_kontrollsnitt+
(NEd*(0.5+(deltae1/z))))),0);

    if (MEd_kontrollsnitt/z) < NEd;
        epsilonx(i) = 2 * min(epsilonx_formel(i),0.003);
    else (MEd_kontrollsnitt/z) >= NEd;
        epsilonx(i) = min(epsilonx_formel(i),0.003);
    end

% Uten skjærarmering

    if fck <= 70;
        dg = 16;
    else fck > 70;
        dg = 0;
    end

    kdg=max(32/(16+dg),0.75);

    kv1_MCus(i)=((0.4)/(1+1500*epsilonx(i)))*((1300)/(1000+kdg*z));

    VRdc_MCus(i)=max((kv1_MCus(i)*(min(sqrt(fck),8)/yc)*z*bw)*10^-3,0);

% Med skjærarmering
theta=45; %vinkel trykkfelt, 45 grader TSS
Asw=2*pi*(boyle/2)^2;
sw=200;
netafc=max((30/fck)^(1/3),1.0);

thetamin1(i)=20+10000*epsilonx(i);

epsilon11(i)=epsilonx(i)+(epsilonx(i)+0.002)*((1/tand(thetamin1(i)))^2);

```

```

kepsi1(i)=min(1/(1.2+55*epsilon11(i)),0.65);
kc1(i)=kepsi1(i)*netafc;
VRds1(i)=(Asw/sw)*z*fyd*cotd(theta);
VRdmax_thetamin1(i)=kc1(i)*(fck/yc)*bw*z*sind(thetamin1(i))*cosd(thetamin1(i));
kv1_MCms(i)=max((0.4/(1+1500*epsilon11(i)))*(1-(VEd_kontrollsnitt/VRdmax_thetamin1(i))),0);
VRdc1_ms(i)=(kv1_MCms(i)*(min(sqrt(fck),8)/yc)*z*bw);
if VRdc1_ms(i)+VRds1(i) >= VRdmax_thetamin1(i)
    VRd_MCms(i) = VRds1(i);
else VRd_MCms(i)=VRdc1_ms(i)+VRds1(i);
end
VRdmax1(i)=kc1(i)*(fck/yc)*bw*z*sind(theta)*cosd(theta);

VRd_MCms(i)=(min(VRd_MCms(i),VRdmax1(i)))*10^-3;
end
%% NS3473
% NY input

fcm=fck+8;
if fck<=50
    fctm=0.30*(fck)^(2/3);
else fctm=2.12*log(1+(fcm/10));
end
fctk005=0.7*fctm;

%fctk005    %Konstruksjonsfasthet for strekk B35 fra EC2 ftn
%fck        %Fra EC2 fcn
%fctm       %Strekkfasthet fra EC2 ftk

ftd=fctk005/yc;
fcd=fck/yc;

ka=100;
fsk=500;

Ac=bw*h;
Wc1=(1/6)*bw*h^2;

Esk=Es;

kv1=1.5-d/(1000*1);
if kv1 > 1.4;
    kv1 = 1.4;
elseif kv1 < 1.0;
    kv1 = 1.0;
else kv1;
end

```

```

kv1=1.0; % settes lik i med skjærarmering

% Uten skjærarmering
% NS 3473, 12.3.2.1 uten samtidig aksialkraft

for i=1:n
Vco1NS(i)=min(0.3*(ftd+((ka*Asl(i))/(yc*bw*d))*bw*d*kv1,0.6*ftd*bw*d*kv1); %d,kv
Vcd1uNS(i)=Vco1NS(i);

Ic1=(1/12)*bw*h^3;
Sc1=bw*(h^2)/2;
z11=max(0.7*d,Ic1/Sc1);

% Med skjærarmering
% NS 3473, 12.3.2.4 Konstruksjonsdeler med skjærarmering
fsk=500;
fsd=fsk/ys;
alpha=90; %vertikal bøyer

% Strekkbrudd med aksialstrekk
Vsd1NS(i)=(fsd*Asw./s)*z*(1+cotd(alpha))*sind(alpha);

% Trykkbrudd
Vccd=min(0.3*fcd*bw*z*(1+cotd(alpha)),0.45*fcd*bw*z);

%NS 3473 18.3.6 Minimum skjærarmering i bjelker
Asmin1=0.2*Ac*fctm*sind(alpha)/fsk;

%NS 3473 12.3.1.2 (Vcd+Vsd)
%Uten aksialkraft
if Asl(i)>Asmin1;
    VRd1NS(i)=Vcd1uNS(i)+Vsd1NS(i);
else VRd1NS(i)=Vcd1uNS(i);
end

VRdNS(i)=min(VRd1NS(i),Vccd);
end

%% Muttoni og Ruiz
%Uten skjærarmering
for i=1:n

    dkrit=d/2;
    MEd_kontrollsnitt=(-qEd*0.5*dkrit+VEd)*dkrit;
    VEd_kontrollsnitt=(VEd-qEd*dkrit);

    xtrykk(i)=(fyd*Asl(i))/(0.8*bw*fcd);

    MRd(i) = 0.8*bw*xtrykk(i)*fcd*(d-(0.8*xtrykk(i)/2));

    %Uten skjærarmering

    if dg >= 16
        kdg = 32/(16+dg);
    else kdg = 1.0;
    end
end

```

```

%Med skjærarmering
theta=45; %velger trykkfeltsvinkel 45 grader TSS.

dkrit=z*cotd(theta)/2;

Asw=2*pi*(boyle/2)^2;
s=200;
VRwd_MR=((Asw/s)*z*fyd*cotd(theta))*10^-3;

netafc=min((30/fck)^(1/3),1.0);
netaepsi=0.55;
nu1=netafc*netaepsi;

VRdcc_MR=(bw*z*nu1.*(fcd/(cotd(theta))+tand(theta)))*10^-3;

VRd_MR_ms(i)=min(VRwd_MR,VRdcc_MR);
end

%% Mekanisk modell, Clader, Mari
alpha=90;
fcd=fck;
Asw=2*78.539;      %skjærarmering
s=200;            %avstand mellom skjærarmeringsbøyer
Ep=195000;
Ap=0;
Ac=bw*h;
sigmacp1=NEd/Ac;

for i=1:n
    fcm=fck+8;
    Ecm=22*((fcm/10)^(0.3))*10^3;
    if fck<=50
        fctm=0.30*(fck)^(2/3);
    else fctm=2.12*log(1+(fcm/10));
    end

%6.2.2(4)

alphaes(i)=Es/Ecm;
alphaep(i)=Ep/Ecm;
rhos(i)=Asl(i)/(bw*d);
rhop(i)=Ap/(bw*d);

alphaerhol(i)=alphaes(i)*rhos(i)+alphaep(i)*rhop(i);
x0(i)=d*0.75*(alphaerhol(i))^(1/3);

sigmacp=max(NEd/Ac,0);

if NEd==0
    x(i)=x0(i);
elseif NEd>0
    x(i)=min(x0(i)+0.80*(h-x0(i))*(d/h)*(sigmacp/(sigmacp+fctm)),h)
else NEd<0
    x(i)=max(x0(i)*(1+0.1*(NEd*ds/MEd)),0)
end

```

```

%cottheta(i)=min(((0.85*d)/(d-x(i))),2.5);
cottheta(i)=1;
theta_test(i)=acotd(min(((0.85*d)/(d-x(i))),2.5));
%Uten skjærarmering

a=MEd/VEd; %Kontroller mot a=0.25L
d0=max(d,100);
fcdcu=min(fcd,60);
zeta=max((2/sqrt(1+(d0/200)))*(d/a)^0.2,0.45);
%x(i)=1;
kc(i)=min(x(i)/d,0.20); %kc=0.20 fra og med celle 105->Asl=205
bveff=bw;

% Strekkbrudd

Vcu_CM(i)=max(0.3*zeta*(x(i)/d)*((fcdcu)^(2/3))*bveff*d,0.25*(zeta*kc(i)+(20/d0))*(fcdcu)^(2/3)*bw*d);
%Bytter fra Vmmin til Vmmax fra og med celle 243->Asl=343
Vmmax(i)=0.3*zeta*(x(i)/d)*((fcdcu)^(2/3))*bveff*d;
Vmmin(i)=0.25*(zeta*kc(i)+(20/d0))*(fcdcu)^(2/3)*bw*d;

    if Vmmax(i)>Vmmin(i);
        v(i)=1;
    else v(i)=2;
    end

% Trykkbrudd

if sigmacp1==0;
    alphacw1(i)=1;
elseif 0 < sigmacp1 <= 0.25*fcd(i);
    alphacw1(i)=1+sigmacp1/fcd(i);
elseif 0.25 < sigmacp1 < 0.5*fcd(i);
    alphacw1(i)=1.25;
else 0.5 < sigmacp1 < 1.0*fcd(i);
    alphacw1(i)=2.5*(1-sigmacp1/fcd(i));
end

if fck<=60
    nu(i)=0.60;
else
    nu(i)=max(0.9-(fck/200),0.5);
end

VRdmaxCM(i)=alphacw1(i)*bw*z*nu(i)*fcd*((cottheta(i)+cotd(alpha))/(1+(cottheta(i))^2));

%Med skjærarmering
ds=d;
Vsu_CM(i)=1.4*(Asw/s)*fyd*(ds-x(i))*sind(alpha)*(cottheta(i)+cotd(alpha));
%Minker pga. x øker med Asl

VRd_CM(i)=Vcu_CM(i)+Vsu_CM(i);
%test(i)=(ds-x(i))*cottheta(i);
VRd_CM(i)=min(VRd_CM(i),VRdmaxCM(i))*10^-3;
end
%% Plot
figure(1),title 'Tverrsnitt med varierende lengdearmering med beregningsmessig behov for skjærarmering',axis([0 3000 0 300])

```

```
hold on
plot(Asl,VRd_EC2*10^-3,'-g') %EC2
plot(Asl,VRd_MCms,'-b') %MC
plot(Asl,VRd_NS*10^-3,'-r') %NS
plot(Asl,VRd_MR_ms,'--m')
plot(Asl,VRd_CM,'-black')
legend 'Kapasitet EC 2' 'Kapasitet MC 2010' 'Kapasitet NS 3473' 'Kapasitet MR' 'Kapasitet CM'
xlabel('100mm^2 < Asl < 3000mm^2')
ylabel('Skjærkapasitet, VRd [kN]')
hold off
```


A5: Kapasitet med varierende betongfasthet – uten skjærarmering

08.06.16 20:42 /Users/Sev.../Betongfasthet_uten_armering.m 1 of 7

```
clc
clear all; close all

%% Generell Input
%INPUT betong
Xend=95;
Xstart=20;
step=1;
fck=Xstart:step:Xend;
n=((Xend-Xstart)/step)+1;
axisxmin=20;
axisxmax=Xend;
axisymin=0;
axisymax=300;

cnom=30;
alfacc=1;
yc=1;
fcd=alfacc*(fck/yc);
%INPUT armering
boyle=10;
kam16=16;
fyk=500;
ys=1;
fyd=fyk/ys;
Asl=804;
Es=200000;
%INPUT tverrsnitt
bw=250;
h=300;
d=h-cnom-boyle-(kam16/2);
z=0.9*d;
l=6000;
%INPUT laster
qEd=15;
VEd=qEd*0.5*l;
MEd=qEd*l*l/8;
VEd_kontrollsnitt=(VEd-qEd*d);
MEd_kontrollsnitt=-0.5*qEd*(d^2)+VEd*d;
NEd=0;

%% EC2

% Uten skjærarmering
k2=0.18;
CRdc=k2/yc;
k=min(1+(sqrt(200/d)),2.0);
rho1=min(Asl/(bw*d),0.02);
Ac=h*bw;

for i=1:n
    sigmacp(i)=min(NEd/Ac,0.2*fcd(i));

    nu(i)=0.6*(1-fck(i)/250);

    vmin(i)=0.035*(k^(3/2))*sqrt(fck(i));

    if NEd <= 0
```

```

        k1_ECus(i) = 0.3;
    else NEd > 0
        k1_ECus(i) = 0.15;
    end

    VRdcs(i)=max((CRdc*k*((100*rhol*(min(fck(i),65)))^(1/3))+k1_ECus(i)*sigmacp(i))*bw*d,
(vmin(i)+k1_ECus(i)*sigmacp(i))*bw*d);

    VRdcc(i)=0.5*bw*d*nu(i)*fcd(i);

    VRdc_ECus(i)=min(max(VRdcs(i),0),VRdcc(i))*10^-3;

end

%% Model Code
for i=1:n
    if NEd == 0;
        deltae1(i)=0;
    else if MEd_kontrollsnitt/NEd >= h/2;
        deltae1(i) = h/2;
    elseif MEd_kontrollsnitt/NEd <= -h/2;
        deltae1(i) = -h/2;
    else deltae1(i) = MEd_kontrollsnitt/NEd;
    end
end

    epsilonx_formel(i)=max((1/(2*Asl*Es))*((MEd_kontrollsnitt/z)+VEd_kontrollsnitt+(NEd*
(0.5+(deltae1(i)/z))))),0);

    if (MEd_kontrollsnitt/z) < NEd;
        epsilonx(i) = 2 * min(epsilonx_formel(i),0.003);
    else (MEd_kontrollsnitt/z) >= NEd;
        epsilonx(i) = min(epsilonx_formel(i),0.003);
    end

% Uten skjærarmering

    if fck(i) <= 70;
        dg(i) = 16;
    else fck(i) > 70;
        dg(i) = 0;
    end

    kdg(i)=max(32/(16+dg(i)),0.75);

    kv1_MCus(i)=((0.4)/(1+1500*epsilonx(i)))*((1300)/(1000+kdg(i)*z));

    VRdc_MCus(i)=max((kv1_MCus(i)*(min(sqrt(fck(i)),8)/yc)*z*bw)*10^-3,0);

% Med skjærarmering
theta=45; %vinkel trykkfelt, 45 grader TSS
Asw=2*pi*(boyle/2)^2;
sw=200;
netafc(i)=max((30/fck(i))^(1/3),1.0);

    thetamin1(i)=20+10000*epsilonx(i);

    epsilon11(i)=epsilonx(i)+(epsilonx(i)+0.002)*((1/tand(thetamin1(i)))^2);

```

```

kepsi1(i)=min(1/(1.2+55*epsilon11(i)),0.65);
kc1(i)=kepsi1(i)*netafc(i);
VRds1(i)=(Asw/sw)*z*fyd*cotd(theta);
VRdmax_thetamin1(i)=kc1(i)*(fck(i)/yc)*bw*z*sind(thetamin1(i))*cosd(thetamin1(i));
kv1_MCms(i)=max((0.4/(1+1500*epsilon11(i)))*(1-(VEd_kontrollsnitt/VRdmax_thetamin1(i))),0);
VRdc1_ms(i)=(kv1_MCms(i)*(min(sqrt(fck(i)),8)/yc)*z*bw);
if VRdc1_ms(i)+VRds1(i) >= VRdmax_thetamin1(i)
    VRd1s_ms(i) = VRds1(i);
else VRd1s_ms(i)=VRdc1_ms(i)+VRds1(i);
end
VRdmax1(i)=kc1(i)*(fck(i)/yc)*bw*z*sind(theta)*cosd(theta);
end
VRd_MCms=(min(VRd1s_ms,VRdmax1))*10^-3;
%% NS3473
% NY input
hmerket=d-cnom-boyle-kam16/2;
Asw=2*78.539;      %skjærarming
s=200;            %avstand mellom skjærarmingsbøyer
alpha=90;

for i=1:n
    fcm(i)=min(fck(i)+8,75);
    if fck(i)<=50
        fctm(i)=0.30*(fck(i))^(2/3);
    else fctm(i)=2.12*log(1+(fcm(i)/10));
    end
    fctk005(i)=0.7*fctm(i);
end
%fctk005      %Konstruksjonsfasthet for strekk B35 fra EC2 ftn
%fck          % Fra EC2 fcn
%fctm        %Strekkfasthet fra EC2 ftk

ftd=fctk005/yc;

ka=100;
fsk=500;

Ac=bw*h;
Wc1=(1/6)*bw*h^2;

Esk=Es;

kv1=1.5-d/(1000*1);
if kv1 > 1.4;
    kv1 = 1.4;

```

```

elseif kv1 < 1.0;
    kv1 = 1.0;
else kv1;
end

% Uten skjærarmering
% NS 3473, 12.3.2.1 uten samtidig aksialkraft
Vco1NS=min(0.3*(ftd+((ka*Asl)/(yc*bw*d))*bw*d*kv1,0.6*ftd*bw*d*kv1); %d,kv
Vcd1uNS=Vco1NS;

% Trykkbrudd
Vccd=min(0.3*fcd*bw*z*(1+cotd(alpha)),0.45*fcd*bw*z);

VRdNS_us=(min(Vcd1uNS,Vccd))*10^-3;

%% Muttoni og Ruiz
%Uten skjærarmering
for i=1:n

    MEd_kontrollsnitt=(d/2)*(-0.25*qEd*d+VEd);
    VEd_kontrollsnitt=(VEd-qEd*d/2);

    xtrykk(i)=(fyd*Asl)/(0.8*bw*fcd(i));

    MRd(i) = 0.8*bw*xtrykk(i)*fcd(i)*(d-0.8*(xtrykk(i)/2));

    dg=16;

    %Uten skjærarmering
    if fck(i) <= 70
        kdg(i) = 1;
    elseif fck(i) > 70
        kdg(i) = 2;
    end

    epsiv=max((1/(Asl*Es))*(MEd_kontrollsnitt/z)+VEd_kontrollsnitt),0);
end
VRdc_MR_us=((0.3./(1+epsiv*d*kdg)).*(min(sqrt(fck),8)/yc)*bw*d)*10^-3;

%Med skjærarmering
theta=45; %velger trykkfeltsvinkel 45 grader TSS.

dkrit=z*cotd(theta)/2;

s=200;
VRwd_MR=(Asw/s)*fyd*cotd(theta);

for i=1:n
    netafc(i)=min((30/fck(i))^(1/3),1.0);
    netaepsi=0.55;
    nu1(i)=netafc(i)*netaepsi;
end

VRdcc_MR=bw*z*nu1.*(fcd/(cotd(theta)+tand(theta)));

VRd_MR_ms=min(VRwd_MR,VRdcc_MR);

%% Mekanisk modell, Clader, Mari

```

```

alpha=90;
fcd=fck;
Asw=2*78.539;      %skjærarming
s=200;            %avstand mellom skjærarmingsbøyle
Ep=195000;
Ap=0;
Ac=bw*h;
sigmacp1=NEd/Ac;

for i=1:n
    fcm(i)=fck(i)+8;
    Ecm(i)=22*((fcm(i)/10)^(0.3))*10^3;
    if fck(i)<=50
        fctm(i)=0.30*(fck(i))^(2/3);
    else fctm(i)=2.12*log(1+(fcm(i)/10));
    end
end

%6.2.2(4)

alphaes(i)=Es/Ecm(i);
alphaep(i)=Ep/Ecm(i);
rhos=Asl/(bw*d);
rhop=Ap/(bw*d);

alphaerhol(i)=alphaes(i)*rhos+alphaep(i)*rhop;
x0(i)=d*0.75*(alphaerhol(i))^(1/3);

sigmacp=max(NEd/Ac,0);

if NEd==0
    x(i)=x0(i);
elseif NEd>0
    x(i)=min(x0+0.80*(h-x0)*(d/h)*(sigmacp/(sigmacp+fctm(i))),h)
else NEd<0
    x(i)=max(x0*(1+0.1*(NEd*ds/MEd)),0)
end

cottheta(i)=min(((0.85*d)/(d-x(i))),2.5);
%cottheta(i)=1;
theta_test(i)=acotd(min(((0.85*d)/(d-x(i))),2.5));
%Uten skjærarming

a=MEd/VEd; %Kontroller mot a=0.25L
d0=max(d,100);
fcdcu(i)=min(fcd(i),60);
zeta=max((2/sqrt(1+(d0/200)))*(d/a)^0.2,0.45);
%x(i)=1;
kc(i)=min(x(i)/d,0.20);
bveff=bw;

% Strekkbrudd

Vcu_CM(i)=max(0.3*zeta*(x(i)/d)*((fcdcu(i))^(2/3))*bveff*d,0.25*(zeta*kc(i)+(20/d0))*
(fcdcu(i))^(2/3)*bw*d);
testss(i)=x(i)/d;
testss2(i)=(x(i)/d)*fcdcu(i);

```

```

Vmax(i)=0.3*zeta*(x(i)/d)*((fcd(i))^(2/3))*bveff*d;
Vmin(i)=0.25*(zeta*kc(i)+(20/d0))*(fcd(i))^(2/3)*bw*d;

    if Vmax(i)>Vmin(i);
        v(i)=1;
    else v(i)=2;
    end

% Trykkbrudd

if sigmacp==0;
    alphacw1(i)=1;
elseif 0 < sigmacp <= 0.25*fcd(i);
    alphacw1(i)=1+sigmacp/fcd(i);
elseif 0.25 < sigmacp < 0.5*fcd(i);
    alphacw1(i)=1.25;
else 0.5 < sigmacp < 1.0*fcd(i);
    alphacw1(i)=2.5*(1-sigmacp/fcd(i));
end

if fck(i)<=60
    nu(i)=0.60;
else nu(i)=max(0.9-(fck(i)/200),0.5);
end

VRdmax_CM(i)=alphacw1(i)*bw*z*nu(i)*fcd(i)*((cottheta(i)+cotd(alpha))/(1+(cottheta(i))^2));

VRd1_CM(i)=Vcu_CM(i);
end

VRd_CM=min(VRd1_CM,VRdmax_CM)*10^-3;

%% plot
figure(1),title 'Tverrsnitt med varierende betongkvalitet uten beregningsmessig behov for
skjærarmering',axis([axisxmin axisxmax axisymin axisymax])
hold on
plot(fck,VRdc_ECus,'-g') %EC
plot(fck,VRdc_MCus,'-b') %MC
plot(fck,VRdNS_us,'-r') %NS
plot(fck,VRdc_MR_us,'-m') %MR
plot(fck,VRd_CM,'-black') %CM
legend 'Kapasitet EC 2' 'Kapasitet MC 2010' 'Kapasitet NS 3473' 'Kapasitet MR' 'Kapasitet
CM'
xlabel('20MPa < fck < 95MPa')
ylabel('Skjærkapasitet, VRd [kN]')
hold off

for i=1:n
    rho1=Asl/(bw*h);
    %rho1=1;
    X(i)=0.75*((rho1*Es/Ecm(i))^(1/3))*fcd(i)^(2/3);
    Y(i)=(100*rho1*fck(i))^(1/3);
    MR(i)=min(sqrt(fck(i)),8)/yc;
    fcd(i)=0.85*fck(i)/yc;
    CM(i)=(fcd(i)^(2/3))*(rho1*Es/Ecm(i))^(1/3);
    EC2(i)=fck(i)^(1/3);
end

```

```
figure(2)
hold on
plot(fck,X,'-black')
plot(fck,Y,'-g')
legend 'Cladera-Mari' 'EC 2'
hold off

figure(3)
hold on
plot(fck,CM,'-black')
plot(fck,EC2,'-g')
plot(fck,MR,'-m')
legend 'Cladera-Mari' 'EC 2' 'MR'
hold off
```


A6: Kapasitet med varierende betongfasthet – med skjærarmering

08.06.16 20:50 /Users/Sev.../betongkvalitet_med_armering.m 1 of 7

```
clc
clear all; close all

%INPUT betong
cnom=30;
fck=35;
alfacc=1;
yc=1;
fcd=alfacc*(fck/yc);
dg=16;
%INPUT armering
boyle=10;
kam16=16;
fyk=500;
ys=1;
fyd=fyk/ys;
Asl=804;
Es=200000;
%INPUT tverrsnitt
bw=250;
h=300;
Ac=bw*h;
d=h-cnom-boyle-(kam16/2);
z=0.9*d;
l=6000;
%INPUT laster
qEd=15;

VEd=qEd*0.5*l;
VEd_kontrollsnitt=(VEd-qEd*d);

MEd=(qEd*l^2)/8;
MEd_kontrollsnitt=-0.5*qEd*(d^2)+VEd*d;

NEd=0;
fck=20:1:95;
n=76;

%% EC2
% Input data

alfacc=1;
yc=1;
fcd=alfacc*(fck/yc);
fyd=500;
theta=45;
Asw=2*78.539;      %skjærarmering
s=200;             %avstand mellom skjærarmeringsbøyer
sw=s;
%NS-EN 1992-1-1, 6.2.3(3) Med beregningsmessig behov for skjærarmering
% Husk vinkelbegrensninger med strekk
%Strekkbrudd
VRds1_EC2=(Asw/s)*z*fyd*cotd(theta);

%Trykkbrudd
sigmacp1=NEd/Ac;
for i=1:n
if 0 < sigmacp1 <= 0.25*fcd(i);
```

```

    alphacw1=1+sigmacp1/fcd(i);
elseif 0.25 < sigmacp1 < 0.5*fcd(i);
    alphacw1=1.25;
else 0.5 < sigmacp1 < 1.0*fcd(i);
    alphacw1=2.5*(1-sigmacp1/fcd(i));
end

nu(i)=0.6*(1-fck(i)/250);

VRdmax_EC2(i)=alphacw1*bw*z*nu(i)*fcd(i)/(cotd(theta)+tand(theta));

end

VRd_EC2=min(VRds1_EC2,VRdmax_EC2);

%% Model Code
for i=1:n
    if NEd == 0;
        deltae1(i)=0;
    else if MEd1/NEd >= h/2;
        deltae1(i) = h/2;
    elseif MEd_kontrollsnitt/NEd <= -h/2;
        deltae1(i) = -h/2;
    else deltae1(i) = MEd_kontrollsnitt/NEd;
    end
end

    epsilonx_formel(i)=max((1/(2*Asl*Es))*((MEd_kontrollsnitt/z)+VEd_kontrollsnitt+(NEd*
(0.5+(deltae1(i)/z))))),0);

    if (MEd_kontrollsnitt/z) < NEd;
        epsilonx(i) = 2 * min(epsilonx_formel(i),0.003);
    else (MEd_kontrollsnitt/z) >= NEd;
        epsilonx(i) = min(epsilonx_formel(i),0.003);
    end

% Uten skjærarmering

    if fck(i) <= 70;
        dg(i) = 16;
    else fck(i) > 70;
        dg(i) = 0;
    end

    kdg(i)=max(32/(16+dg(i)),0.75);

    kv1_MCus(i)=((0.4)/(1+1500*epsilonx(i)))*((1300)/(1000+kdg(i)*z));

    VRdc_MCus(i)=max((kv1_MCus(i)*(min(sqrt(fck(i)),8)/yc)*z*bw)*10^-3,0);

% Med skjærarmering
theta=45; %vinkel trykkfelt, 45 grader TSS
Asw=2*pi*(boyle/2)^2;
sw=200;
netafc(i)=max((30/fck(i))^(1/3),1.0);

thetamin1(i)=20+10000*epsilonx(i);

```

```

epsilon11(i)=epsilonx(i)+(epsilonx(i)+0.002)*((1/tand(thetamin1(i)))^2);
kepsi1(i)=min(1/(1.2+55*epsilon11(i)),0.65);
kc1(i)=kepsi1(i)*netafc(i);
cotan_theta=1/tand(theta);
VRds1(i)=(Asw/sw)*z*fyd*cotan_theta;
VRdmax_thetamin1(i)=kc1(i)*(fck(i)/yc)*bw*z*sind(thetamin1(i))*cosd(thetamin1(i));
kv1_MCms(i)=max((0.4/(1+1500*epsilonx(i)))*(1-(VEd_kontrollsnitt/VRdmax_thetamin1(i))),0);
VRdc1_ms(i)=(kv1_MCms(i)*(min(sqrt(fck(i)),8)/yc)*z*bw);

if VRdc1_ms(i)+VRds1(i) >= VRdmax_thetamin1(i)
    VRd1s_ms(i) = VRds1(i);
else VRd1s_ms(i)=VRdc1_ms(i)+VRds1(i);
end

VRdmax1(i)=kc1(i)*(fck(i)/yc)*bw*z*sind(theta)*cosd(theta);
end

VRd_MCms=(min(VRd1s_ms,VRdmax1))*10^-3;

%% NS3473
% NY input
hmerket=d-cnom-boyle-kam16/2;

for i=1:n
    fcm(i)=min(fck(i)+8,75);
    if fck(i)<=50
        fctm(i)=0.30*(fck(i))^(2/3);
    else fctm(i)=2.12*log(1+(fcm(i)/10));
    end
    fctk005(i)=0.7*fctm(i);
end

%fctk005    %Konstruksjonsfasthet for strekk B35 fra EC2 ftn
%fck        % Fra EC2 fcn
%fctm       %Strekfasthet fra EC2 ftk

ftd=fctk005/yc;
fcd=fck/yc;

ka=100;
fsk=500;

Ac=bw*h;
Wc1=(1/6)*bw*h^2;

```

```

Esk=Es;

kv1=1.5-d/(1000*1);
if kv1 > 1.4;
    kv1 = 1.4;
elseif kv1 < 1.0;
    kv1 = 1.0;
else kv1;
end
kv1=1.0; % settes lik i med skjærarmering

% Uten skjærarmering
% NS 3473, 12.3.2.1 uten samtidig aksialkraft
Vco1NS=min(0.3*(ftd+((ka*Asl)/(yc*bw*d)))*bw*d*kv1,0.6*ftd*bw*d*kv1); %d,kv
Vcd1uNS=Vco1NS;

Ic1=(1/12)*bw*h^3;
Sc1=bw*h*h/2;
z11=max(0.7*d,Ic1/Sc1);

% Med skjærarmering
% NS 3473, 12.3.2.4 Konstruksjonsdeler med skjærarmering
fsk=500;
fsd=fsk/ys;
alpha=90; %vertikal bøyer

% Strekkbrudd med aksialstrekk
Vsd1NS=(fsd*Asw/s)*z*(1+cotd(alpha))*sind(alpha);

% Trykkbrudd
Vccd=min(0.3*fcd*bw*z*(1+cotd(alpha)),0.45*fcd*bw*z);

%NS 3473 18.3.6 Minimum skjærarmering i bjelker
Asmin1=0.2*Ac*fctm*sind(alpha)/fsk;

%NS 3473 12.3.1.2 (Vcd+Vsd)
%Uten aksialkraft
if Asl>Asmin1;
    VRd1NS=Vcd1uNS+Vsd1NS;
else VRd1NS=Vcd1uNS;
end

VRdNS=min(VRd1NS,Vccd);

%% Muttoni og Ruiz
%Uten skjærarmering
for i=1:n

    MEd_kontrollsnitt=(d/2)*(-0.25*qEd*d+VEd);
    VEd_kontrollsnitt=(VEd-qEd*d/2);

    xbal=0.617*d;
    xtrykk(i)=(fyd*Asl)/(0.8*bw*fcd(i));

    %if xtrykk(i) <= xbal
    %MRd(i) = 0.275*bw*fcd(i)*d^2;
    %else
    MRd(i) = 0.8*bw*xtrykk(i)*fcd(i)*(d-0.8*(xtrykk(i)/2));

```

```

%end

dg=16;

%Uten skjærarmering
if fck(i) > 70
    kdg(i) = 2;
elseif fck(i) <= 70
    kdg(i) = 1;
end

%if dg >= 16
%    kdg(i) = 32/(16+dg);
%else kdg(i);
%end

epsiV=max((NEd+MEd_kontrollsnitt/z)/(Asl*Es),0);

end
VRdc_MR_us=((0.3./(1+epsiV*d.*kdg)).*(min(sqrt(fck),8)/yc)*bw*d)*10^-3;

%Med skjærarmering
theta=45; %velger trykkfeltsvinkel 45 grader TSS.

dkrit=z*cotd(theta)/2;

s=200;
VRwd_MR=((Asw/s)*z*fyd*cotd(theta))*10^-3;

for i=1:n
    netafc(i)=min((30/fck(i))^(1/3),1.0);
    netaepsi=0.55;
    nu1(i)=netafc(i)*netaepsi;
end

VRdcc_MR=(bw*z*nu1.*(fcd/(cotd(theta)+tand(theta))))*10^-3;

VRd_MR_ms=min(VRwd_MR,VRdcc_MR);
%% Mekanisk modell, Clader, Mari

alpha=90;
fcd=fck;
Asw=2*78.539; %skjærarmering
s=200; %avstand mellom skjærarmeringsbøyer
Ep=195000;
Ap=0;
Ac=bw*h;
sigmacp1=NEd/Ac;

for i=1:n
    fcm(i)=fck(i)+8;
    Ecm(i)=22*((fcm(i)/10)^(0.3))*10^3;
    if fck(i)<=50
        fctm(i)=0.30*(fck(i))^(2/3);
    else fctm(i)=2.12*log(1+(fcm(i)/10));
    end
end

```

```
%6.2.2(4)
```

```
alphaes(i)=Es/Ecm(i);
alphaep(i)=Ep/Ecm(i);
rhos=AsL/(bw*d);
rhop=Ap/(bw*d);
```

```
alphaerhol(i)=alphaes(i)*rhos+alphaep(i)*rhop;
x0(i)=d*0.75*(alphaerhol(i))^(1/3);
```

```
sigmacp=max(NEd/Ac,0);
```

```
if NEd==0
    x(i)=x0(i);
elseif NEd>0
    x(i)=min(x0+0.80*(h-x0(i))*(d/h)*(sigmacp/(sigmacp+fctm(i))),h)
else NEd<0
    x=max(x0*(1+0.1*(NEd*ds/MEd)),0)
end
```

```
%cottheta(i)=min(((0.85*d)/(d-x(i))),2.5);
cottheta(i)=1;
theta_test(i)=acotd(min(((0.85*d)/(d-x(i))),2.5));
%Uten skjærarmering
```

```
a=MEd/VEd; %Kontroller mot a=0.25L
d0=max(d,100);
fcdcu(i)=min(fcd(i),60);
zeta=max((2/sqrt(1+(d0/200)))*(d/a)^0.2,0.45);
%x(i)=1;
kc(i)=min(x(i)/d,0.20);
bveff=bw;
```

```
% Strekkbrudd
```

```
Vcu_CM(i)=max(0.3*zeta*(x(i)/d)*((fcdcu(i))^(2/3))*bveff*d,0.25*(zeta*kc(i)+(20/d0))*
(fcdcu(i))^(2/3)*bw*d);
testss(i)=x(i)/d;
testss22(i)=(x(i)/d)*fcdcu(i);
Vmmax(i)=0.3*zeta*(x(i)/d)*((fcdcu(i))^(2/3))*bveff*d;
Vmmin(i)=0.25*(zeta*kc(i)+(20/d0))*((fcdcu(i))^(2/3))*bw*d;
```

```
if Vmmax(i)>Vmmin(i);
    v(i)=1;
else v(i)=2;
end
```

```
% Trykkbrudd
```

```
if sigmacp==0;
    alphacw1(i)=1;
elseif 0 < sigmacp <= 0.25*fcd(i);
    alphacw1(i)=1+sigmacp/fcd(i);
elseif 0.25 < sigmacp < 0.5*fcd(i);
    alphacw1(i)=1.25;
else 0.5 < sigmacp < 1.0*fcd(i);
    alphacw1(i)=2.5*(1-sigmacp/fcd(i));
```

```

end

if fck(i)<=60
    nu(i)=0.60;
else
    nu(i)=max(0.9-(fck(i)/200),0.5);
end

VRdmax_CM(i)=alphacw1(i)*bw*z*nu(i)*fcd(i)*((cottheta(i)+cotd(alpha))/(1+(cottheta(i))^2));

%%Med skjærarmering
ds=d;
Vsu_CM(i)=1.4*(Asw/s)*fyd*(ds-x(i))*sind(alpha)*(cottheta(i)+cotd(alpha));

VRd_CM(i)=Vcu_CM(i)+Vsu_CM(i);
end

VRd_CM=min(VRd_CM,VRdmax_CM)*10^-3;

%% Plot
figure(1),title 'Tverrsnitt med varierende betongkvalitet med beregningsmessig behov for skjærarmering',axis([20 95 0 300])
hold on
plot(fck,VRd_EC2*10^-3,'-g') %EC2
plot(fck,VRd_MCms,'-b') %MC
plot(fck,VRdNS*10^-3,'-r') %NS
plot(fck,VRd_MR_ms,'--m')
plot(fck,VRd_CM,'-black')
legend 'Kapasitet EC 2' 'Kapasitet MC 2010' 'Kapasitet NS 3473' 'Kapasitet MR' 'Kapasitet CM'
xlabel('20MPa < fck < 95MPa')
ylabel('Skjærkapasitet, VRd [kN]')

hold off

```


A7: Kritisk skjærnitt – punktlast i feltmidte

08.06.16 20:53 /Users/Severin/Documents/MAT.../Punktlast.m 1 of 2

```
clc
clear all; close all
%% INPUT laster og lengder
l=6000;
x=0:1:l;
d=252;
z=0.9*d;
Es=200000;
Asl=804;
bw=250;

%% Punktlast
P=70000;

VEdmax=P/2;
MEdmax=P*l/4;

for i=1:l+1
    if x(i) <= 3000;
        MEd(i) = VEdmax*x(i)/2;
    elseif x(i) > 3000;
        MEd(i) = MEdmax-x(i)*VEdmax/2;
    end

    epsiX1(i)=(1/(Asl*Es))*(VEdmax+MEd(i)/z);
    VRdc_MR_us(i)=(0.3/(1+epsiX1(i)*d*1))*(min(sqrt(35),8))*bw*d;
    VRdc(i)=(0.12*(1+sqrt(200/d)))*((100*(Asl/(bw*d))*35)^(1/3))*bw*d;

%% CM
alpha=90;
fck=35;
fcd=fck;
Ep=195000;
Ap=0;

    fcm=fck+8;
    Ecm=22*((fcm/10)^(0.3))*10^3;
    if fck<=50
        fctm=0.30*(fck)^(2/3);
    else fctm=2.12*log(1+(fcm/10));
    end

%%6.2.2(4)

alphaes=Es/Ecm;
alphaep=Ep/Ecm;
rhos=Asl/(bw*d);
rhop=Ap/(bw*d);

alphaerhol=alphaes*rhos+alphaep*rhop;
x0=d*0.75*(alphaerhol)^(1/3);

xCM=x0;

cottheta=1;
%Uten skjærarming
```

```

a=MEdmax/VEdmax;
d0=max(d,100);
fcdcu=min(fcd,60);
zeta=max((2/sqrt(1+(d0/200)))*(d/a)^0.2,0.45);
kc=min(xCM/d,0.20);
bveff=bw;

% Strekkbrudd
Vcu_CM(i)=max(0.3*zeta*(xCM/d)*((fcdcu)^(2/3))*bveff*d,0.25*(zeta*kc+(20/d0))*(fcdcu)^(2/3)*bw*d);

alphacw1=1;

if fck<=60
    nu=0.60;
else nu=max(0.9-(fck/200),0.5);
end

VRdmax_CM(i)=alphacw1*bw*z*nu*fcd*((cottheta+cotd(alpha))/(1+(cottheta)^2));

VRd_CM_uten(i)=min(Vcu_CM(i),VRdmax_CM(i));
end

%% FIGURER
figure(1), axis([0 6000 0 1]), title('Utnyttelse 70kN punktlast midt')
hold on
plot(x,VEdmax./VRdc_MR_us,'-b')
plot(x,VEdmax./VRdc,'-g')
plot(x,VEdmax./VRd_CM_uten,'-r')
plot(x,epsiX1*100,'-black')
legend 'Utnyttelse MR' 'Utnyttelse EC 2' 'Utnyttelse CM' 'Skalert tøyning'
hold off

```