NTNU
Det skapende universitet

En vurdering av hvordan fundamentale faktorer påvirker elektrisitetsprisen

- Kvantilregresjonsanalyse av NordPool

Karoline Grøv
Oda Weberg

Industriell økonomi og teknologiledelse
Innlevert: juni 2014
Hovedveileder: Sjur Westgaard, IØT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for industriell økonomi og teknologiledelse

NTNU
Det skapende universitet

MASTERKONTRAKT
- uttak av masteroppgave

1. Studentens personalia

Etternavn, fornavn **Grøv, Karoline**	Fødselsdato **26. okt 1989**
E-post **karoline.grov@gmail.com**	Telefon **45472937**

2. Studieopplysninger

Fakultet **Fakultet for samfunnsvitenskap og teknologiledelse**	
Institutt **Institutt for industriell økonomi og teknologiledelse**	
Studieprogram **Industriell økonomi og teknologiledelse**	Hovedprofil **Investering, finans og økonomistyring**

3. Masteroppgave

Oppstartsdato **14. jan 2014**	Innleveringsfrist **10. jun 2014**
Oppgavens (foreløpige) tittel **En vurdering av hvordan fundamentale faktorer påvirker elektrisitetsprisen - Kvantilregresjonsanalyse av NordPool**	
Oppgavetekst/Problembeskrivelse Etter dereguleringen av det nordiske kraftmarkedet oppstod det et behov for utvikling av spesifikke prismodeller for dette markedet. Slike modeller må være i stand til å fange opp elektrisitetsprisens bevegelser og underliggende faktorer. Denne oppgaven vil kartlegge dette gjennom en fundamental analyse, samt undersøke hvordan påvirkningen varierer over prisdistribusjonen til elektrisitet.	
Hovedveileder ved institutt **Førsteamanuensis Sjur Westgaard**	Medveileder(e) ved institutt
Merknader **1 uke ekstra p.g.a påske.**	

4. Underskrift

Student: Jeg erklærer herved at jeg har satt meg inn i gjeldende bestemmelser for mastergradsstudiet og at jeg oppfyller kravene for adgang til å påbegynne oppgaven, herunder eventuelle praksiskrav.

Partene er gjort kjent med avtalens vilkår, samt kapitlene i studiehåndboken om generelle regler og aktuell studieplan for masterstudiet.

Trondheim 25.04.2014

Sted og dato

Karoline Eidsvoll

Student

Hovedveileder

Originalen lagres i NTNUs elektroniske arkiv. Kopi av avtalen sendes til instituttet og studenten.

NTNU
Det skapende universitet

MASTERKONTRAKT
- uttak av masteroppgave

1. Studentens personalia

Etternavn, fornavn	Fødselsdato
Weberg, Oda	**03. jun 1989**
E-post	Telefon
odi_w@hotmail.com	**90637044**

2. Studieopplysninger

Fakultet	
Fakultet for samfunnsvitenskap og teknologiledelse	
Institutt	
Institutt for industriell økonomi og teknologiledelse	
Studieprogram	Hovedprofil
Industriell økonomi og teknologiledelse	**Investering, finans og økonomistyring**

3. Masteroppgave

Oppstartsdato	Innleveringsfrist
14. jan 2014	**10. jun 2014**
Oppgavens (foreløpige) tittel **En vurdering av hvordan fundamentale faktorer påvirker elektrisitetsprisen** **- Kvantilregresjonsanalyse av NordPool**	
Oppgavetekst/Problembeskrivelse Etter dereguleringen av det nordiske kraftmarkedet oppstod det et behov for utvikling av spesifikke prismodeller for dette markedet. Slike modeller må være i stand til å fange opp elektrisitetsprisens bevegelser og underliggende faktorer. Dense oppgaven vil kartlegge dette gjennom en fundamental analyse, samt undersøke hvordan påvirkningen varierer over prisdistribusjonen til elektrisitet.	
Hovedveileder ved institutt	Medveileder(e) ved institutt
Førsteamanuensis Sjur Westgaard	
Merknader **1 uke ekstra p.g.a påske.**	

4. Underskrift

Student: Jeg erklærer herved at jeg har satt meg inn i gjeldende bestemmelser for mastergradsstudiet og at jeg oppfyller kravene for adgang til å påbegynne oppgaven, herunder eventuelle praksiskrav.

Partene er gjort kjent med avtalens vilkår, samt kapitlene i studiehåndboken om generelle regler og aktuell studieplan for masterstudiet.

Trondheim, 25.01.2014

Sted og dato

Ida Weberg

Student

Hovedveileder

Originalen lagres i NTNUs elektroniske arkiv. Kopi av avtalen sendes til instituttet og studenten.

NTNU
Det skapende universitet

SAMARBEIDSKONTRAKT

1. Studenter i samarbeidsgruppen

Etternavn, fornavn **Grøv, Karoline**	Fødselsdato **26. okt 1989**
Etternavn, fornavn **Weberg, Oda**	Fødselsdato **03. jun 1989**

2. Hovedveileder

Etternavn, fornavn **Westgaard, Sjur**	Institutt **Institutt for industriell økonomi og teknologiledelse**

3. Masteroppgave

Oppgavens (foreløpige) tittel **En vurdering av hvordan fundamentale faktorer påvirker elektrisitetsprisen** **- Kvantilregresjonsanalyse av NordPool**

4. Bedømmelse

Kandidatene skal ha *individuell* bedømmelse
Kandidatene skal ha *felles* bedømmelse ☒

Trondheim, 25.04.2014
Sted og dato

Karoline Grøv ✓
Karoline Grøv

Hovedveileder

Oda Weberg
Oda Weberg

Originalen oppbevares på instituttet.

Sammendrag

I foreliggende oppgave er det undersøkt hvordan ulike fundamentale faktorer påvirker elektrisitetsprisen på NordPool. Ved å benytte kvantilregresjon har vi studert påvirkningen over hele prisdistribusjonene. Etter dereguleringen av det nordiske kraftmarkedet kjennetegnes elektrisitetsprisen av store variasjoner, noe som har medført økt finansiell risiko. En grundig analyse av fundamentale faktorer vil gi en bedre forståelse av de nevnte prisbevegelsene, samt økt innsikt i hvordan forandring i faktorene påvirker prisen. Bidraget fra denne oppgaven er en utvidet fundamentalanalyse av elektrisitetsprisen på NordPool, da tidligere forskning med denne tilnærmingen har vært fokusert på andre kraftmarkeder. Vi har i tillegg valgt å inkludere flere nye variabler, som så vidt det er oss bekjent, ikke tidligere er analysert i denne sammenhengen. På grunn av det varierende etterspørselsmønsteret til elektrisitet har de ulike timene i døgnet forskjellige karakteristikker. Det ble derfor valgt å foreta analyser på noen av de mest særegne timeintervallene. Oppgaven har sett på *off peak*-perioden, kl. 04.00, de to *peak*-periodene kl. 09.00 og 18.00, samt daglig gjennomsnitt.

Gjennom autoregresjonsanalyser ble det påvist avhengighet mellom dagens og tidligere elektrisitetspriser. Forklaringsgradene til modellene var meget høye, noe som blant annet indikerer en snittreverterende (*mean reverting)* oppførsel. Basert på funnene i disse analysene ble det valgt å inkludere to variabler i den fundamentale prismodellen som skal fange opp disse egenskapene; gårsdagens pris og gjennomsnittsprisen den siste uken. Fra kvantilregresjonsanalysene konkluderes det med at elastisitetene for de ulike fundamentale faktorene varierer over prisdistribusjonen til daglige og intra-daglige priser. Resultatene viste at faktorene basert på tidligere priser, sammen med konsum, hadde høyest forklaringsgrad. Dette gjenspeiler elektrisitetsprisens egenskaper som autoregressiv og snittreverterende. Analysene viste at det eksisterer individuelle forskjeller når det gjelder hvilke faktorer som er signifikante for hver enkelt periode, samt styrken på forklaringsgradene. Dette understreker behovet for modeller som er tilpasset de individuelle prisenes egenskaper. Det overraskende fra kvantilregresjonen var forklaringsgradene til faktorene som tar hensyn til satsningen på fornybar energiproduksjon. Variablene for elsertifikatprisen og CO2-kvoteprisen viste seg å ha svært små elastisiteter og lave signifikansnivå, og indikerer dermed at disse ikke er determinanter av elektrisitetsprisen i det nordiske markedet.

Avslutningsvis ble det gjennomført en scenarioanalyse basert på funnene i analysedelen. Hensikten var her å undersøke hvordan satsningen på fornybar kraftproduksjon påvirker elektrisitetsprisen, da spesielt vind. Resultatene viste en svakt nedadgående trend i elektrisitetsprisen, men ingen overbevisende effekt av økt andel vindkraftproduksjon. Likevel, en større andel fornybar energiproduksjon vil medføre høyere volatilitet for elektrisitetsprisene. Tilsvarende analyse viste at økt volatilitet vil drive elektrisitetsprisen i de øvre kvantilene betraktelig opp, mens prisen i de nedre kvantilene vil reduseres.

Abstract

The purpose of this paper is to increase the understanding of how fundamental factors affect the different quantiles of the electricity price distribution. The main advantage of using a quantile regression approach is its ability to determine the tail properties. After the deregulation of the power market the electricity price has experienced large variations, which is increasing the financial risk. We believe that a thorough analysis of the fundamental factors will provide a better understanding of the above mentioned price movements. Since most similar research has been focused on other power markets, the contribution of this paper is an updated and expanded fundamental analysis of the NordPool electricity price. In addition we have included a few new variables which, as far as we know, have not been included in this context. Because of the daily variation of demand there are distinct differences between the periods through the day. Therefore this paper analyzes the typical off peak period 04, the peak periods 09 and 18 and the daily average price.

Through an autoregressive analysis we discovered a high degree of dependency between the electricity price today and it's former values. The degree of explanation is high, and this is indicating a mean reverting price behavior. Based on this finding we decided to include two variables in the fundamental price model to capture this feature; yesterday's and last week's average price. From the quantile regression analysis we conclude that the elasticities of the fundamental factors vary across the price distribution and between the daily and intra daily periods. In total our results show that factors based on earlier prices, in combination with demand, have the highest impact on the electricity price. This reflects the importance of the autoregressive and mean reverting behavior. These analysis show that there exist individual differences when it comes to the power of explanation and the significance level for each included variable. These findings underline the need for models designed to account for the properties of each period through the day. Surprisingly the quantile regression showed a non-existing relationship between factors included to account for an increased proportion of renewable energy. The elasticities, which reflect the green certificate price and the CO2 price, were low and insignificant. This indicates that these variables are not determinants of the electricity price in the Nordic power market.

At the end of this paper we present a scenario analysis to illustrate the consequences of the promotion of renewable energy and its effect on the electricity price. The findings suggest that increased wind power production lead to a price reduction, but this is quite small. However, it is believed that increased power production based on renewable energy sources will result in higher price volatility. In this case we observe an excessive upward price pressure in the upper quantiles and some price reduction in the lower quantiles.

Forord

Denne masteroppgaven er det endelige resultatet av et arbeid gjennomført våren 2014 ved instituttet for Industriell Økonomi og Teknologiledelse ved NTNU. Begge forfatterne har sin hovedprofil ved NTNU innen Investering, Finans og Økonomistyring, og teknisk fagretning innen Varme- og Energiprosesser. Vår faglige spesialisering har skapt motivasjon for å studere hvordan ulike fundamentale faktorer påvirker elektrisitetsprisen på NordPool.

Arbeidet med denne masteroppgaven har fremfor alt vært lærerikt og engasjerende, samt gitt fremragende trening i å jobbe med et omfattende prosjekt. Vi håper oppgaven vil berike fagområdet, og gi motivasjon for videre analyser av temaet.

Forfatterne ønsker å rette en stor takk til veileder Sjur Westgaard for god veiledning. Vi ønsker også å takke Lars Ivar Hagfors ved NTNU for nyttige innspill og Karl Ludvig Refsnæs ved TrønderEnergi for å ha tatt seg tid til å svare på spørsmål og gitt tilgang på data.

INNHOLDSFORTEGNELSE

SAMMENDRAG ..... **I**

ABSTRACT ..... **III**

FORORD ..... **V**

INNHOLDSFORTEGNELSE ..... **VII**

FIGURLISTE ..... **IX**

1. INNLEDNING **1**

2. KRAFTMARKEDET I DAG **2**

2. 1 SÆREGENHETER VED ELEKTRISITET SOM HANDELSVARE 4

2.2 NORDISK KRAFTPRODUKSJON 4

3. MODELLTEORI **6**

3.1 VURDERING AV EKSISTERENDE FUNDAMENTALMODELLER 8

4. TIDLIGERE EMPIRISK FORSKNING **8**

5. PRESENTASJON AV FUNDAMENTAL FAKTORER **10**

5.1 ETTERSPØRSEL 11

5.2 RESERVOARNIVÅ 11

5.3 VINDKRAFT 12

5.4 BRENSELSPRISER 13

5.4.1 Kullpris *13*

5.4.2 Oljepris *13*

5.4.2 Gasspris *14*

5.5 CO2-PRIS 14

5.6 ELSERTIFIKATPRIS 15

5.6 LÆRINGSEFFEKT 15

5.7 VOLATILITET 16

5.8 DUMMYVARIABLER 16

5.8.1 Helgedummy: *16*

5.8.2 Månedsdummy: *16*

6. DATABESKRIVELSE **16**

7. METODEVALG **17**

7.1 REGRESJONSMODELLER 17

8. DESKRIPTIV STATISTIKK **19**

8.1 KORRELASJON OG MULTIKOLINEARITET 20

8.2 AUTOKORRELASJON OG Q-STATISTIKK 21

9. AUTOREGRESJON **21**

10. LINEÆR REGRESJON **22**

11. KVANTILREGRESJON **24**

11.1 KONSUM 24

11.2 RESERVOARNIVÅ 26
11.3 VIND 27
11.4 BRENSELSPRISER 28
11.4.1 Kull *28*
11.4.2 Olje *29*
11.4.3 Gass *30*
11.5 CO2-PRISER 30
11.6 ELSERTIFIKATPRIS 31
11.7 GÅRSDAGENS ELEKTRISITETSPRIS 32
11.8 GJENNOMSNITTSPRIS SISTE UKE 33
11.9 VOLATILITET 34
11.10 DUMMYVARIABLER 35
12. SCENARIOANALYSER 35
13. IMPLIKASJONER AV FUNN I ANALYSEN 39
14. KONKLUSJON 41
14.1 KRITIKK OG VIDERE ARBEID 42
KILDELISTE: 44
VEDLEGG A, UTVIKLING AV FORKLARINGSVARIABLER OVER TID I
VEDLEGG B, TABELLER OG FIGURER IV
VEDLEGG C, INFORMASJON OM DATA XXX
VEDLEGG D, TEORETISKE BEGREPER: XXXIII

FIGURLISTE

Figur 1: Aggregerte tilbuds- og etterspørselskurvene på NordPool. 3
Figur 2: Gjennomsnittlig elektrisitetspris per time gjennom et døgn. 4
Figur 3: En oversikt over nordisk kraftproduksjon fordelt på ulike kraftproduksjonsteknologier. 5
Figur 4: Kostnader og kapasitet knyttet til ulike kraftproduksjonsteknologier i det nordiske markedet. 6
Figur 5: Reservoarnivå sett i forhold til elektrisitetspris. 12
Figur 6: Plott av estimert daglig elektrisitetspris i forhold til faktisk pris, samt residualplott. 24
Figur 7: Elastisiteter til konsum over de ulike kvantilene. 25
Figur 8: Elastisiteter til reservoar nivå over de ulike kvantilene. 26
Figur 9: Elastisiteter til vindkraftproduksjon over de ulike kvantilene. 28
Figur 10: Elastisiteter til kullpriser over de ulike kvantilene. 29
Figur 11: Elastisiteter til oljepriser over de ulike kvantilene. 29
Figur 12: Elastisiteter til gasspris over de ulike kvantilene. 30
Figur 13: Elastisiteter til CO2-pris over de ulike kvantilene. 31
Figur 14: Elastisiteter til elsertifikatpris over de ulike kvantilene. 32
Figur 15: Elastisiteter til gårsdagens pris over de ulike kvantilene. 33
Figur 16: Elastisiteter til snittet de siste syv dagene over de ulike kvantilene. 34
Figur 17: Elastisiteter til volatilitet over de ulike kvantilene. 35
Figur 18: Scenarioanalyse for økt daglig volatilitet. 38

1. Innledning

Dereguleringen av elektrisitetsmarkedet har medført et behov for utvikling av spesifikke prismodeller, da elektrisitet som handelsvare skiller seg tydelig fra andre finansielle aktiva. Bakgrunnen for dette er at elektrisitet produseres og forbrukes umiddelbart og vanskelig kan lagres på en effektiv måte. Disse særegenhetene vil bli nærmere diskutert i kapittel 2.1. Prismodeller utviklet for andre finansielle markeder vil av den grunn ikke være kapable til å fange opp de spesielle karakteristikkene ved elektrisitetsmarkedet. Det er viktig å kjenne disse for å være i stand til å utvikle gode modeller. Vår motivasjon, når det gjelder å kartlegge hvordan ikke-lineære effekter fra eksogene faktorer påvirker elektrisitetsprisen, har bakgrunn i denne utfordringen.

Utformingen av en god prismodell for elektrisitet er avgjørende for aktørene i kraftbransjen. Det er ønskelig med en prismodell som inkluderer markedsinformasjon og gir indikasjoner på hvordan forandringer i en faktor vil påvirke prisen. For produsenter vil forventet inntekt være avhengig av estimater for elektrisitetsprisen, noe som igjen påvirker deres strategiske planlegging av produksjon og vannreservoarnivå. Muligheten for å estimere fremtidig inntekt vil i tillegg ha betydning for planlegging av nye investeringer, utbygging av anlegg og vedlikehold. Slike prismodeller vil også ha stor betydning for optimering av budgivningsstrategier, utarbeidelse og inngåelse av bilaterale kontrakter og handel og sikring med finansielle aktiva etter at systemprisen er fastsatt (Gao et al., 2000).

De siste årene har det nordiske kraftmarkedet vært preget av et økt fokus på fornybar energi. Et resultat av dette er innføringen av CO2-kvoter og elsertifikatordning i det nordiske markedet. CO2-kvotene ble innført i Norge i 2005 som en del av EUs omfattende klimakvotesystem med formål om å redusere utslipp av klimagasser. Ordningen pålegger kraftverk med store CO2-utslipp en straffekostnad, noe som totalt sett reduserer lønnsomheten. Elsertifikatordningen ble etablert i Sverige i 2003 og Norge i 2012, og utgjør en direkte inntekt til produsenter av fornybar energi. Resultatet av innføringen har ført til en økning av andelen fornybar energi på det nordiske markedet, da spesielt innenfor vind- og vannkraft. Det nye fokuset rundt mer miljøvennlig kraftproduksjon på NordPool har hatt innflytelse på elektrisitetsprisen. (Erni et al., 2014).

Flere studier har forsøkt å kartlegge hvordan fremtidige elektrisitetspriser kan predikeres, og gjennom litteraturstudiet har vi sett på forskjellige tilnærminger til denne problemstillingen. Blant tidligere forskning skilles det i hovedsak mellom to modelltyper; statistiske og fundamentale. Disse er i stand til å fange spesifikke egenskaper ved elektrisitetsprisen og har ulike tilnærminger til modellering av fremtidige priser. Basert på diskusjonen i kapittel 3 av styrker og svakheter ved de to metodene ønsket vi å anvende en fundamental modell. Det er derfor sett nærmere på studier gjennomført på forskjellige kraftmarkeder hvor fundamentale faktorer er analysert. Disse gjenspeiler karakteristikker ved kraftproduksjonen i de aktuelle markedene, samt grunnleggende egenskaper ved elektrisitetsmarkedet. Ettersom hvert enkelt marked har sin egen prisdynamikk, avhengig av etterspørselsmønster,

kraftproduksjonsteknologi og tilgjengelige naturressurser, er det nødvendig med en spesifikk analyse av hvert unike marked.

Vi ønsker med dette arbeidet å gi en økt forståelse av hvordan fundamentale faktorer influerer den daglige elektrisitetsprisen på NordPool. Det er valgt å foreta en oppdatert fundamentalanalyse, som utgjør et supplement til tidligere forskning ved å se på flere nye faktorer vi mener reflekterer dagens markedssituasjon. Blant disse inkluderte vi derfor elsertifikatpriser, CO2-kvoter og vindkraftproduksjon da det, så vidt det er oss bekjent, ikke tidligere er gjennomført tilsvarende studier som vurderer alle disse parameterne. Analysemetoden det er valgt å anvende er kvantilregresjon. Dette er tidligere lite brukt ved analyser på NordPool, men en tilnærming vi mener kan være fordelaktig for elektrisitetsprisens karakteristikker. Elektrisitetsprisen preges av store variasjoner, og med kvantilregresjon vil det være mulig å fange opp de fundamentale faktorenes effekter på systemprisen over hele fordelingen. Denne artikkelen vil dermed bidra til å bedre den generelle forståelsen av de underliggende faktorenes påvirkning på elektrisitetsprisen på NordPool.

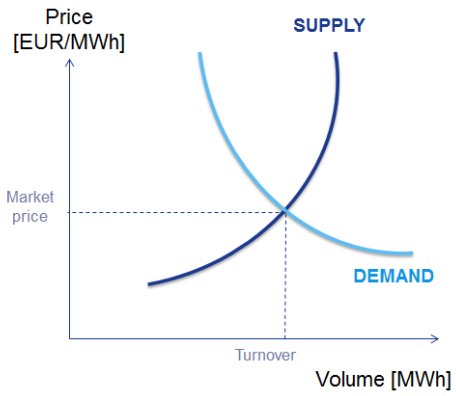
Oppgaven har en hierarkisk oppbygning for å gi leseren en god forståelse av kraftmarkedets karakteristikker, valg av faktorer, samt analyser og resultater. Innledningsvis i kapittel 2 presenteres dagens kraftmarked. I kappittel 3 blir det gitt en innføring i tidligere modeller for elektrisitetsprisen. Dette gir et overblikk over hvilke økonometriske modeller og metoder som er anvendt ved estimering av elektrisitetsprisen. Deretter oppsummeres litteraturstudiet som tar for seg tidligere empirisk forskning på emnet i kapittel 4. Videre introduseres de fundamentale faktorene som er inkludert i analysen i kapittel 5. Kapittel 6 og 7 beskriver datagrunnlag og metodevalg, før deskriptiv statistikk sees nærmere på i kapittel 8. Deretter presenteres resultatene fra autoregresjonen, lineær regresjonen og kvantilregresjonen i henholdsvis kapittel 9, 10 og 11, der faktorers innvirkning på elektrisitetsprisen diskuteres. Avslutningsvis utføres en scenarioanalyse i kapittel 12, før implikasjoner av resultatene samt en konklusjon foreligger.

2. Kraftmarkedet i dag

Norge deregulerte i 1991 kraftmarkedet, som et av de første landene i verden. Med deregulering menes i denne sammenheng at staten ikke lengre styrte kraftmarkedet, og at det åpnet for konkurranse. NordPool ble etablert som en norsk kraftbørs i 1993. I 1996 ble NordPool den første internasjonale kraftbørsen da Sverige ble innlemmet. I de påfølgende årene ble også Finland (1998), Danmark vest (1999) og Danmark øst (2004) inkludert. I løpet av 2000-tallet deregulerte også Litauen og Estland sine markeder og ble en del av NordPool Spot. Via overføringskabler er i tillegg det nordiske markedet integrert med det europeiske.

NordPool Spot utgjør per dags dato verdens største marked for elektrisitet, og tilbyr både daglige og intra-daglige markeder i de nordiske og baltiske regionene, i tillegg til N2EX markedet i UK. I 2013 handlet 370 selskaper fra 20 land på NordPool Spots markeder. Totalt sett ble det handlet 493 TWh på NordPool Spot, noe som utgjør hele 84 prosent av det nordiske og baltiske forbruket. Nord Pool Spots systempris, Elspot, er Europas mest likvide

og robuste pris og utgjør dermed referanseprisen for *futures*, *forwards* og opsjoner handlet i det finansielle markedet (Nordpool Spot). NordPool Spot AS har ansvaret for den nordiske børsen for fysisk handel med elektrisitet. Elspot utgjør det daglige markedet og er auksjonsbasert, noe som innebærer at kjøpere/selgere melder inn kjøps- og salgskvantum til en gitt pris for påfølgende dag, dette skjer før kl. 12 inneværende dag. Prisen for hver enkeltstående time de neste 24 timene beregnes ved skjæringspunktet mellom de aggregerte tilbuds- og etterspørselskurvene gitt av markedsaktørene. Dette utgjør det såkalte markedskrysset. Se Figur 1 for illustrasjon. Kl. 12.45 annonseres prisene for det påfølgende døgnet. Systemprisen er da den prisen markedet er villig til å betale for elektrisitet for en gitt time det neste døgnet. I et perfekt marked vil prisen utgjør *Short Run Marginal Cost* til produsentene da dette maksimerer det økonomiske overskudd. (Wangensteen, 2012) Dersom det blir sett bort i fra flaskehalser og problematikk knyttet til overføringskabler skal systemprisen være lik i hele markedet. Systemoperatørene er imidlertid ansvarlige for å fastsette områdepriser for å håndtere flaskehalser og overføringsbegrensninger. I dag er Norge inndelt i fem prisområder, Danmark i to, mens Sverige, Finland og de baltiske landene består av et prisområde hver.



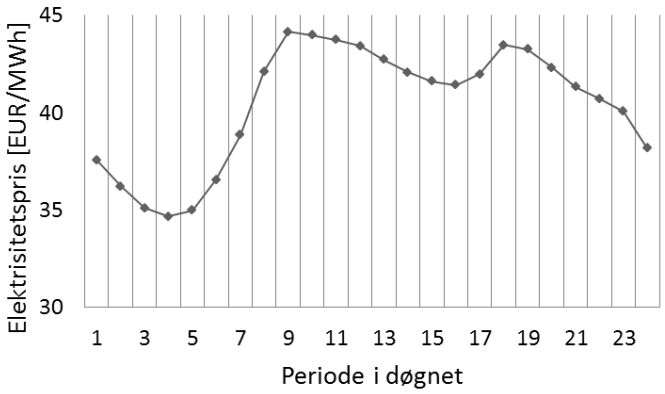
Figur 1: Aggregert tilbuds- og etterspørselskurve på NordPool. Slike kruver etableres for hver enkelt time gjennom døgnet. De aggregerte kurvene viser at prisen [EUR/MWh] øker eksponesielt med volumet [MWh]. Etterspørselen på NordPool kjenntegnes dermed av en svært konveks og økende kurve. Skjæringspunktet mellom tilbuds- og etterspørselskurven utgjør markedskrysset. Systemprisen for hver enkelt time det neste døgnet fastsettes med bakgrunn i dette. (Nordpool Spot)

Elbas utgjør det intra-daglige markedet for handel av fysiske timeskontrakter, hvor markedets formål er å supplementere elspotmarkedet. Elbas hjelper til å sikre den nødvendige balansen mellom tilbud og etterspørsel da det i dette markedet handles volum nær leveringstid. I tillegg har systemoperatørene i hvert land ansvaret for sine regulerkraftmarkeder, med formål om å opprettholde momentan balanse i driftstimene, samt en stabil frekvens. I dette markedet er aktørene produsenter og storforbrukere som på kort varsel kan opp- og nedjustere produksjon og forbruk som følge av forandringer på etterspørselskurven. For utfyllende informasjon om

prissetting på NordPool og NordPools markeder henvises det til deres hjemmesider. (Nordpool Spot)

2. 1 Særegenheter ved elektrisitet som handelsvare

Dereguleringen av kraftmarkedet ble foretatt for å sikre et mer effektivt marked med utveksling av kraft mellom land og en opprettholdelse av balansen mellom tilbud og etterspørsel. Dette er essensielt for elektrisitet, da denne skiller seg fra tradisjonelle handelsvarer ved kontinuerlig og umiddelbar produksjon og forbruk, og samtidig er vanskelig å lagre på en effektiv måte. Disse egenskapene gjør det vanskelig å sikre risikoen. (Pirrong and Jermakyan, 2008) Andre særegenheter ved elektrisitet som handelsvare er den svært varierende etterspørselen som er avhengig av sesong, ukedag og tidspunkt, sistnevnte illustrert i Figur 2. I tillegg vil de tekniske aspektene ved kraftsystemet muliggjøre utfall og sammenbrudd, noe som kan medføre enorme økonomiske konsekvenser (Wangensteen, 2012). Det finnes ingen umiddelbare substitutter til produktet, noe som gir elektrisitet en unik posisjon. Andre karakteristikker er at markedet består av ulike kraftproduksjonsteknologier med forskjellige forutsetninger. Disse egenskapene ved markedet gjør det vanskelig å lage prognoser for prisutviklingen, og tydeliggjør viktigheten av en god forståelse av kraftmarkedet for å etablere en tilstrekkelig prismodell. (McDonald, 2013)

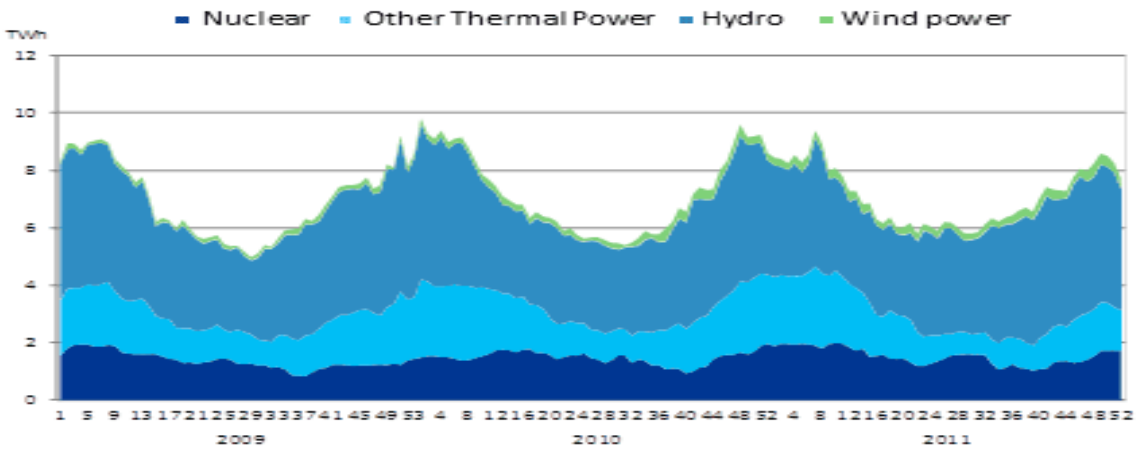


Figur 2: Plott av gjennomsnittlig elektrisitetspris per time gjennom et døgn, beregnet i perioden 2006-2013. Figuren viser at periode 04 kjennetegnes av svært lave elektrisitetspriser. Prisen øker fra periode 05 og har den første pristoppen i periode 09. Deretter er prisen jevnt høy gjennom arbeidsdagen, før en ny pristopp finner sted i periode 18. Etter denne synker prisene utover kvelden og gjennom natten.

2.2 Nordisk kraftproduksjon

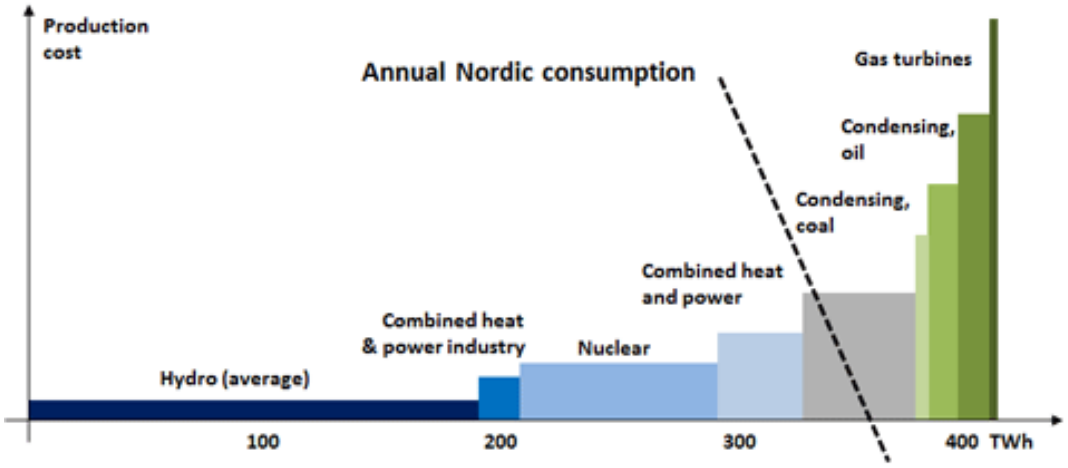
I hovedsak domineres nordisk kraftproduksjon av vannkraft, da spesielt i Norge. Sverige og Finland har en blanding av kjernekraft, vannkraft og varmekraft, mens Danmark har en stor andel varmekraft og vindkraft. På kontinentet er kraftmarkedet i stor grad dominert av fossile brensler og kjernekraft. I 2009 vedtok EU fornybardirektivet som foreskriver at 20 prosent av EUs energibruk skal være basert på fornybar energi innen 2020. Trenden og utviklingen de siste årene vitner om satsning på fornybare energikilder, hvor andelen fornybar

kraftproduksjon er økende og spesielt fra fornybare energikilder. Denne utviklingen er et resultat av insentiver, blant annet elsertifikater og CO2-kvoter, iverksatt for å oppfylle fornybarmålet og redusere klimagassutslipp. Figur 3 nedenfor illustrerer den nordiske kraftproduksjonen fordelt på teknologi og utviklingen over tid.



Figur 3: Figuren viser en oversikt over nordisk kraftproduksjon [TWh] fordelt på ulike kraftproduksjonsteknologier. Kjernekraft utgjør en stabil kilde til kraftproduksjon, med relativt jevn produksjon gjennom året. For varmekraftverk illustreres sesongvariasjonene, med høyere produksjon i vinterhalvåret. Denne trenden er tydeligst for vannkraftproduksjon, med markante topper og bunner som gjenspeiler etterspørselsmønsteret i det nordiske kraftmarkedet. (NordPool Spot, 2014)

Figur 4 viser en typisk situasjon i det nordiske markedet hvor produksjonskostnadene for de ulike kraftteknologiene varierer. Både vann- og vindkraft befinner seg lengst til venstre på kurven, da disse har svært lave produksjonskostnader. Vindkraft er imidlertid ikke illustrert på figuren, da denne teknologien utgjør en relativt liten andel av kraftproduksjonen på NordPool. *Merit order*-kurven er viktig med tanke på å beskrive prissettingsmekanismen da den viser marginalkostnadene for kraftproduksjonsteknologier. Lave nivå av etterspørsel dekkes av teknologier plassert til venstre på kurven, hvor marginalkostnadene for kraftproduksjon er små. I det nordiske markedet er vannkraft og kjernekraft tradisjonelt sett de teknologiene som dekker de lavere nivåene av etterspørselen. Dersom etterspørselen øker er det nødvendig å koble inn kraftproduksjon med høyere produksjonskostnader for å dekke etterspørselen. Det har da typisk blitt koblet inn kull- og gasskraft, som ligger til høyre på *merit order*-kurven. Dette er teknologier som ligger over enn vann-, vind- og kjernekraft på den svært stigende, konvekse tilbudskurva. Økes etterspørselen ytterligere vil varmekraftverkene gå fra baselast til topplast, noe som igjen medfører høyere produksjonskostnader. Det nordiske kraftmarkedet er tilknyttet det europeiske markedet, og prissignaler herfra vil derfor være med å påvirke den nordiske elektrisitetsprisen. Av andelen importert kraft kommer store deler fra Russland, og ellers i hovedsak Tyskland og Polen. Kraftproduksjon på kontinentet domineres av varmekraft, typisk kull og gass. Viktige faktorer for elektrisitetsprisen vil dermed være utviklingen til kull- og gasspris, samt av kvoteprisen på CO2.



Figur 4: Figuren viser kostnader og kapasitet til ulike kraftproduksjonsteknologier i det nordiske markedet. Dersom etterspørselen er svært lav kan denne dekkes av vannkraft alene. Øker imidlertid etterspørselen må dyrere kraftproduksjonsteknologier kobles inn. Man beveger seg da mot høyre på den såkalte merit order-kurven, noe som medfører økte produksjonskostnader for produsentene. (NordPool Spot, 2014)

3. Modellteori

Dereguleringen av elektrisitetsmarkedet har ført til mer volatile priser og høyere risiko, ettersom markedet nå består av flere aktører og dermed økt konkurranse. Med bakgrunn i elektrisitetsprisens særegenheter i kombinasjon med kraftmarkedets karakteristikker skiller dette markedet seg tydelig fra andre finansielle markeder. Dette har skapt et behov for utvikling av spesifikke prismodeller for elektrisitet, og det blir foretatt mye forskning rundt akkurat dette.

I hovedsak skilles det mellom to kategorier når det gjelder prismodellering på elektrisitetsmarkedet; statistiske og fundamentale modeller (Vehvilainen and Pyykkonen, 2005). En tidlig utviklet statistisk modell er den klassiske *mean reversion*-modellen med hensikt å fange opp nettopp denne egenskapen ved elektrisitetsprisen. Det har også blitt utformet modeller som baseres på visse antagelser for formen til etterspørsels- og tilbudskurvene, som for eksempel ikke-lineær Ornstein-Uhlenbeck-prosess (*mean reverting diffusion*). Den mest fremtredende statistiske modellen, *Geometrisk Brownian Motion* (GBM) kan ikke bli anvendte direkte for elektrisitetsprisen, da denne type modell ikke tillater pristopper og *mean reversion*. Hvis et prishopp skulle forekomme ville GBM modellen tilpasse seg det nye prisnivået og anse det som det nye normalnivået. (Weron, 2005) Ved å inkludere et Poisson-ledd kan GBM imidlertid fange opp hopp i elektrisitetsprisen. Denne videreutviklingen kalles *jump diffusion*-modeller og er basert på Merton sin modell fra 1976 som tar hensyn til prisens egen utvikling. Denne varianten kan tilpasses elektrisitetsprisen, men har en ulempe ved at den ikke kan fange opp *mean reversion*. Det finnes ytterligere varianter av *jump diffusion*-modellen, blant disse en som modellerer logaritmisk transformerte

priser for elektrisitet med en en-faktor Markov *jump-diffusion*-modell (Geman and Roncoroni, 2006), og en som kombinerer *regime switching* med *mean reversion jump diffusion* (Deng, 2000). Positive trekk ved den førstnevnte er blant annet at hoppenes retning og intensitet er avhengig av dagens prisnivå. Sistnevnte vil ved inkludering av elementer fra *regime switching*-modellen kunne fange opp endringene mellom normale og unormale tilfeller i etterspørsels- og tilbudskurvene for elektrisitet. *Regime switching*-modeller inkorporerer den stokastiske oppførselen til tidsserien med to, eller flere, separate regimer med forskjellige underliggende prosesser. Den kombinerte *regime switching og mean reverting jump diffusion* modellen vil være spesielt egnet for elektrisitetspriser i kraftmarkeder dominert av vannkraft (Deng, 2000). Likevel, bruk av *jump diffusion*-modeller medfører også utfordringer. En god *jump*-modell bør kunne tilpasses sesongvariasjoner i prisen, og være slik at intensiteten og styrken på hoppene er sesongavhengig slik at store hopp forekommer hyppigere når etterspørselen er høy enn når den er lav (Pirrong and Jermakyan, 2008). Ulike GARCH-modeller har også blitt utformet for prisestimering på elektrisitetsmarkedet, i tillegg brukt til risikoestimering (Bunn et al., 2013).

De statistiske modellene for elektrisitetsprisen avhenger i hovedsak av et sett av parametere som beskriver egenskapene til prisprosessen, og modellerer elektrisitetsprisen direkte. Parameterne i prisprosessene estimeres fra tilgjengelig historisk markedsdata. Slik modellering vil derfor være fint mulig i tradisjonelle finansielle markeder da det finnes store mengder historisk data for disse. I det nordiske elektrisitetsmarkedet, derimot, vil det være langt vanskeligere med slik modellering da mengden historisk data er begrenset på grunn av store variasjoner for ulike sesonger og år. Tidligere studier antyder at det ikke finnes noen enkle faktorer som alene kan forklare elektrisitetsprisens bevegelser, spesielt i det nordiske markedet (Koekebakker and Ollmar, 2001). (Vehvilainen and Pyykkonen, 2005) Dette støtter også Pirrong og Jermakyan (2008) da de argumenterer med at kraftmarkedets karakteristikker som store pristopper, stokastisk volatilitet og sesongvariasjoner gjør det vanskelig å modellere en redusert form for prisprosessen som er kapabel til å fange opp de viktigste trekkene ved elektrisitetsprisens dynamikk.

De fundamentale modellene er basert på likevekt i et elektrisitetsmarked med fri konkurranse. Slike modeller fokuserer på underliggende eksogene faktorer som har betydning for elektrisitetsprisens utvikling, med mål om å estimere fremtidig prisbevegelse. På samme måte som for de statistiske modellene vil det også her være noen utfordringer ved bruk av fundamentale modeller til estimering av elektrisitetspris. For det første antas det i en slik modell at estimatene av de fundamentale variablene som for eksempel etterspørsel og ledig kapasitet vil være tilgjengelige. Dette er ikke alltid tilfellet. Det vil være store forskjeller mellom variablene når det gjelder hvor gode estimater som kan lages, da hver aktør vil sitte på egne prognoser. For eksempel er det utfordrende å modellere forventet vindkraftproduksjon da det er knyttet stor usikkerhet til slike prognoser. I tillegg blir elektrisitetsmarkedet i stor grad utsatt for sjokk i brenselspriser, etterspørsel, tilbud og ulike involveringer fra myndighetene, noe som kan føre til uregelmessig påvirkning på elektrisitetsprisen (Karakatsani and Bunn, 2008). En annen utfordring er knyttet til usikkerhet rundt *out of*

sample-estimater når utformingen av prismodellen er basert på historisk data. (Vehvilainen and Pyykkonen, 2005)

Härdle og Trück (2010) og Vehvilainen og Pyykkonen (2005) har utført studier av tidligere modeller og gir en god oversikt over dette i sine arbeid. (Härdle and Trück, 2010)

3.1 Vurdering av eksisterende fundamentalmodeller

Det er tidligere utviklet flere fundamentale prismodeller for elektrisitet, men disse inneholder flere begrensninger (Karakatsani og Bunn, 2008). For det første er mange ikke i stand til å fange opp autoregressive effekter. I tillegg er de fleste av modellene begrenset til fundamentale faktorer som etterspørsel, brenselspriser og værforhold. Dagens deregulerte elektrisitetsmarked er preget av mye konkurranse, og dermed er disse fundamentale variablene alene ikke tilstrekkelige for en tilfredsstillende prismodell. Årsaken til dette er at aspekter som markedsdesign, markedsstruktur og strategisk oppførsel er med og påvirker prisdannelsen. Karakatsani og Bunn (2008) påpeker at disse faktorene gjør det spesielt vanskelig å tilpasse en fundamental modell når kraftmarkedet preges av ujevn markedsmakt. Det finnes imidlertid ingen tegn på systematisk utnyttelse av markedsmakt på NordPool (Fridolfsson and Tangerås, 2009). Dette er uansett alle faktorer det bør tas høyde for ved utviklingen av en akseptabel prismodell. Det er også viktig å vurdere tidsaspektene for prisene. For det meste refereres det til daglige gjennomsnittspriser, men ofte er det underliggende klare mønstre for variasjonen mellom prisene innad i en dag, som bekreftes av Figur 2.

I denne analysen tas det tak i en del av disse kritikkene. Vi forsøker å fange markedsaktørenes strategiske oppførsel, samt autoregressive effekter ved å inkludere tidligere priser og gjennomsnittspris som faktorer i modellen. I tillegg vil vi utvide repertoaret av fundamentale faktorer ved inkludering av CO2-kvotepriser, elsertifikatpris og spesifikke dominerende kraftproduksjonsteknologier. Disse vil fange opp karakteristikker ved det nordiske kraftmarkedet og satsningen på fornybare energikilder.

4. Tidligere empirisk forskning

I litteraturstudiet er det sett på fundamentale faktormodeller utviklet for europeiske kraftmarkeder. Fokuset har ligget på hvilke faktorer som er inkludert, samt hvilke tidsaspekter som er anvendt.

Erni et al. (2014) tar for seg fundamentale faktorer som påvirker prisene i det tyske elektrisitetsmarkedet. Det er valgt å se på time 03, 12 og 18 som representerer *off peak*- og *peak*-timer, med ulike lastnivåer, basert på data fra januar 2010 til februar 2013. Variablene er inndelt i to hovedkategorier; tilbud og etterspørsel. Ettersom elektrisitetsnettet til enhver tid må være i balanse vil etterspørselen av elektrisitet være lik tilbudet. For å kunne bruke etterspørsel som en input-variabel i en prismodell for elektrisitet er det nødvendig med verdier for forventet total etterspørsel. Den fremtidige etterspørselen ble estimert ut i fra en *Autoregressive Moving Average* modell med eksogene regressorer.

På tilbudssiden er det tatt hensyn til de fundamentale variablene kull-, gass- og oljepris, utslippskvoter for CO2, og de fornybare energiressursene vind og sol. I tillegg er det tatt med forventet tilgjengelig produksjonskapasitet, samt gårsdagens pris. Når det gjelder brenselsprisene er disse inkludert da denne type teknologier står for den største energiproduksjonen i Tyskland. CO2-kvotene er også inkludert i modellen da prisnivåene på disse er av stor betydning for CO2-intensive kraftverk, som preger det tyske markedet.

Resultatet av arbeidet er en dynamisk fundamentalmodell for elektrisitetspriser. Analysene viste at økt produksjon av fornybar energi gir lavere elektrisitetspriser. Sensitiviteten til kullpris er relativt konstant, men med visse variasjoner i løpet av døgnet i sammenheng med etterspørsel av elektrisitet. Derimot varierer sensitivitetene til gass- og oljepris mye uten noe konkret mønster for de ulike periodene. Elektrisitetsprisenes sensitivitet til CO2-kvoteprisen varierer også, men mer regelmessig. Det er registrert høyere sensitivitet om kvelden og natten når energiproduksjonen i stor grad er basert på kull. Siden kullkraftproduksjon har større CO2-utslipp enn energiproduksjon basert på gass og olje vil det være en høyere sammenheng mellom CO2-kvoteprisene og elektrisitetsprisene i disse periodene av døgnet. Resultatene viser i tillegg at fornybar energiproduksjon, spesielt vindkraftproduksjon, har høy påvirkningsevne på prisdannelse av elektrisitet. I analysen av sensitivitetene til tilbud og etterspørsel fant de ingen klare sammenhenger til hverken etterspørsel eller tilgjengelig produksjonskapasitet. Årsaken til dette er at analysene er foretatt på timesbasis, og daetterspørselen av elektrisitet er kortsiktig, vil ikke dette gi noen resultater i modellen. Det ble inkludert en variabel for tidligere priser. Denne viste seg å ha konstant effekt, og sensitivitetene til tidligere systempris på timesbasis var negativ.

Karakatsani og Bunn (2008) tar for seg prisdannelsen på elektrisitetsmarkedet og aktuelle fundamental faktorer på det britiske markedet, samt hvordan de forandres over tid og hvilke effekter dette har på elektrisitetsprisen. Analysene er basert på NordPools systempris. Det er valgt å bruke periodepriser, der hver dag er inndelt i 48 perioder og det sees nærmere på *peak*-periodene 25 (kl.11-11.30) og 35 (kl.16-16.30). Tidshorisonten strekker seg fra 6. juni 2001 til 1. april 2002. Analysene har tatt hensyn til et stort antall variabler i forhold til tilsvarende analyser, samt utelatt noen av de mer vanlige. Det er valgt å inkludere tre ulike varianter av etterspørsel. Vanlig etterspørsel, som tilsvarer en forventet etterspørsel for neste dag estimert av systemansvarlige, etterspørselsfunksjonens helning og kurvatur, som fanger balansemekanismen i elektrisitetsmarkedet, og etterspørselsvolatilitet. Sistnevnte innebærer variasjoner i etterspørselen på bakgrunn av tid, vær og forbruk. Dette skaper vanskeligheter for estimering av last og planlegging av bruk av anlegg, noe som til sammen utgjør balansekostnadene. Det er inkludert en faktor for margin og gårsdagens margin som måler overflødig produksjonskapasitet og gir en indikasjon på knapphet på tilbudssiden. Videre er knapphet tatt med som en egen variabel basert på forholdet mellom margin og etterspørsel. Det er også inkludert en variabel for tidligere priser. Dette innebærer tre tidligere verdier av systemprisen: gårsdagens pris, prisen på tilsvarende dag i forrige uke, og den daglige gjennomsnittsprisen fra forrige dag. I tillegg er prisvolatilitet inkludert, som gir en indikasjon på ustabilitet og risiko i markedet, *spread*, som går på forskjellen i pris mellom energimangel og energioverskudd, og er et mål på risiko som det ikke er mulig å sikre. Videre er også

sesongvariasjoner, trender i markedet og daglige og ukentlig effekter tatt med som faktorer i prismodellen. I motsetning til andre tilsvarende analyser er det i denne artikkelen valgt å utelate brenselspriser. Dette begrunner Karakatsani og Bunn (2008) med at brenselskostnadene ikke vil påvirke høyfrekvente elektrisitetspriser. De har heller ikke inkludert *forward*-priser i modellen da disse prisene inkluderer flere av de samme risikofaktorene som allerede er tatt med i fundamentalmodellen. (Karakatsani and Bunn, 2008).

Bunn et al. (2013) har studert hvilke faktorer som har innvirkning på elektrisitetsprisen. Det er anvendt daglig data for *peak*-periode 38 (18.30-19.00) fra juni 2005 til september 2008 for det britiske markedet. De har i sin analyse etablert en dynamisk kvantilregresjonsmodell med fundamentale faktorer og betinget volatilitet som forklaringsvariabler. Blant fundamentale faktorer inkluderes etterspørsel, kullpriser, gasspriser, oljepriser og CO2-kvoter. I tillegg er det også lagt vekt på at kraftoverskudd på markedet og prisenes seriekorrelerte oppførsel har en innflytelse på elektrisitetsprisens utvikling. Fra kvantilregresjonen viste resultatene at etterspørselselastisiteten er positiv og øker ikke-lineært med høyere kvantiler. Elastisiteten til kraftoverskuddet på markedet er derimot negativ og minker ikke-lineært når kvantilene øker. Tidligere pris viser seg å ha høy elastisitet og er svært signifikant for alle kvantiler. Elastisitetene til brenslene samt CO2-kvotene var positive, men med ikke-lineære, ikke-monotone sammenhenger på tvers av de ulike kvantilene. Gass og kull viste seg som signifikante forklaringsvariabler både for høye og lave kvantiler. Det samme gjaldt ikke for CO2-prisen, som i større grad var signifikant i de lave kvantilene. Når det gjelder elastisiteten til prisenes seriekorrelasjon er også denne positiv, ikke-lineær og økende på tvers av kvantiler. Prisens volatilitet har en negativ elastisitet i de lave kvantilene, men øker gradvis og er positiv for de høyere kvantilene.

I det nordiske kraftmarkedet kommer den største delen av all energiproduksjon fra vannkraft. Det vil derfor i denne oppgaven være nødvendig å ta hensyn til vannkraftproduksjonens påvirkning på elektrisitetsprisene. Huisman et al. (2013) har studert hvordan vannreservoarnivåene påvirker elektrisitetsprisen på NordPool. Det argumenters med at marginalkostnadene for vannkraftproduksjon endres med reservoarnivåene, som igjen styrer kapasiteten for produksjonen. Vannkraftprodusenter står ovenfor valget mellom å produsere elektrisitet nå eller å utsette produksjonen. Verdien av muligheten til å vente øker når reservoarnivået minker, og omvendt. Dette betyr at en økning i reservoarnivå tilsvarer en situasjon med en økning av fornybare energiressurser med lave marginalkostnader i markedet. Resultatene fra analysene til Huisman et al. (2013) viser at økt reservoarnivå fører til høyere vannkraftkapasitet og dermed lavere kraftpriser. (Huisman et al., 2013)

5. Presentasjon av fundamental faktorer

Hovedutfordringen knyttet til fundamentale faktormodeller er å etablere de forklaringsvariablene som fanger den avhengige variabelens bevegelser på en god måte. I dette kapittelet vil de ulike fundamentale faktorene vi har valgt å inkludere i vår studie presenteres, samt bli foretatt en diskusjon rundt deres innvirkning på elektrisitetsprisen.

5.1 Etterspørsel

Modeller for etterspørsel av elektrisitet blir utviklet for å kunne analysere kort-, mellom-, og langsiktig prisutvikling. I det nordiske markedet er etterspørselen i stor grad drevet av sesonger, med klart større forbruk om vinteren enn om sommeren. Årsaken til relativt store forskjeller i etterspørsel for ulike sesonger har bakgrunn i det nordiske klimaet med store variasjoner i temperatur. I vintersesongen med lave temperaturer vil det være et stort oppvarmingsbehov i det nordiske området, da eksempelvis ca. 70 prosent av romoppvarming i Norge dekkes av elektrisitet. Sommeren har derimot et mindre behov for romnedkjøling. (Wangensteen, 2012) Etterspørselen av elektrisitet opplever i tillegg til sesongvariasjoner også både intra-daglige og intra-ukentlige variasjoner og mønstre, noe som igjen påvirker elektrisitetsprisen. (Lucia and Schwartz, 2002)

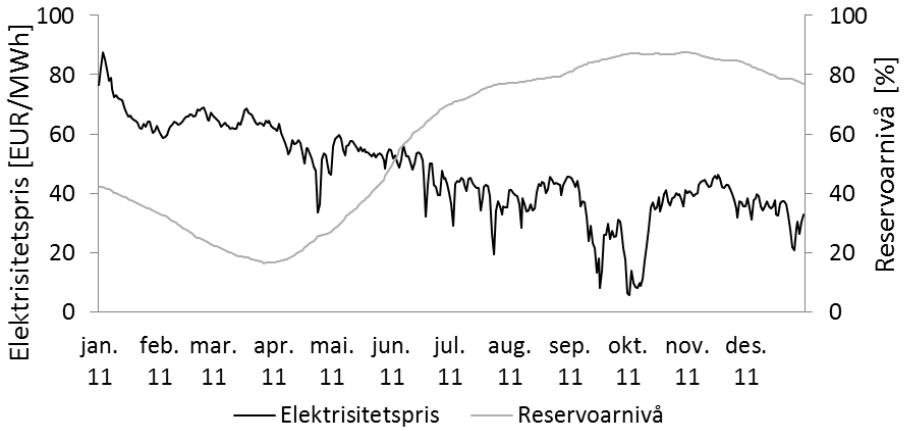
I et kort tidsperspektiv er etterspørsel etter kraft og elektrisitet uelastisk. Uelastisk etterspørsel kjennetegner ofte nødvendigheter som ikke har noen umiddelbare substitutter. Med denne type etterspørsel vil forandringer i tilbudskurven kunne påvirke den kortsiktige prisen dramatisk, og ofte være en kilde til ekstremobservasjonene i elektrisitetsprisen (Amjady and Hemmati, 2006). Det er viktig å fange opp dynamikken i etterspørselen for å kunne modellere utviklingen i elektrisitetsprisen. Det forventes at økt etterspørsel vil gi høyere elektrisitetspriser, og at dette gjelder for hele prisfordelingen. Som mål på etterspørsel vil det i oppgaven bli brukt konsum på NordPool. Vi anvender da konsum gitt i forhold til snittkonsum, slik at denne faktoren i kombinasjon med dummyvariablene bedre forklarer elektrisitetsprisens variasjoner.

Det ble vurdert om det skulle brukes prognoser for etterspørsel i stedet for konsum da det er disse verdiene markedsaktørene kjenner til ved sin anmelding av tilbud og etterspørsel på NordPools elektrisitetsbørs, samt ved produksjonsplanlegging. Dette er imidlertid noe problematisk da ulike aktører benytter ulike prognoser. Produsenter vil typisk ha bedre prognoser for sin produksjon, og forbrukerne tilsvarende for sitt forbruk, enn det et analyseselskap vil ha. I tillegg kan prognosene være bygd på faktorer vi senere inkluderer i våre analyser, og dermed vil trolig effekten av disse allerede være fanget opp. Etter diskusjoner med TrønderEnergi er det kommet frem til at det ikke oppnås særlig bedre resultater dersom en benytter prognoser fremfor konsum. Karakatsani og Bunn (2008) påpeker også svakheter ved å bruke prognoser i fundamentale modeller. En av disse er at unøyaktigheter i prognosene kan være så store at den marginale gevinsten man eventuelt vil oppnå ved inkludering av variabelen utlignes. Ettter en totalvurdering ble det derfor valgt å anvende konsum da dette ble vurdert som det mest nøyaktige målet på etterspørsel.

5.2 Reservoarnivå

Vannkraft er den viktigste energikilden i Norge og utgjør i et normalår opp mot 99 prosent av all kraftproduksjon (Wangensteen, 2012). I Sverige og Finland er også vannkraft en utbredt teknologi innen energiproduksjon, og den totale andelen i det nordiske kraftmarkedet ligger på rundt 55 prosent. Vannkraft kjennetegnes av høye investeringskostnader og lave produksjonskostnader. Energiproduksjon fra vannkraftverk vil variere fra år til år avhengig av tilsig, hvor tørre år ofte medfører høye priser om vinteren og våte år lave priser om

sommeren. Reservoarnivået er i et normalår på sitt høyeste i sommerhalvåret og på sitt laveste i vinterhalvår, noe som er i motfase med etterspørselens variasjon, se Figur 5. Dette fører til høyere elektrisitetspriser om vinteren enn om sommeren. I tørre år øker de nordiske landenes avhengighet av import, og elektrisitetsprisens sensitivitet ovenfor prisen til fossile brensler vil dermed øke. Andre faktorer som påvirker vannkraftproduksjonen er lagringsmulighetene i magasinene, innenlands behov for elektrisitet, samt import og eksport styrt av prisene på det nordiske kraftmarkedet. Etter dereguleringen av kraftmarkedet har driftsbetingelsene for vannkraftverk endret seg. Disse preges nå i større grad av en mer aktiv regulering av produksjon avhengig av pris. Tilbudt andel vannkraft i markedet vil dermed i stor grad være basert på reservoarnivå, i tillegg til noe strategisk planlegging og prisspekulasjon. Vannkraft er en produksjonsteknologi som er enkel og rimelig å regulere opp og ned, og kraftprodusentene vil av den grunn vurdere vannverdien med tanke på produksjonsplanlegging. En f*orward*-kurve i *contango*, som indikerer at elektrisitetsprisen i fremtiden er høyere, vil gi produsentene et insentiv til å holde igjen vannet. Motsatt tilfelle vil være med en *forward*-kurve i *backwardation*, som indikerer at verdien av å produsere nå er større enn i fremtiden. Enkel opp- og nedregulering vil i tillegg bidra til å holde prisene mer stabile enn hva som er tilfellet for markeder dominert av varmekraft. (Kristiansen, 2012) Vi vil i vår analyse inkludere dummyvariabler for hver av månedene og ser derfor på reservoarnivå i forhold til mediannivå for å fange opp ytterligere informasjon. Det er forventet at det vil eksistere en sterk negativ sammenheng mellom reservoarnivå og elektrisitetspris, og at dette vil gjelde for alle de ulike kvantilene.



Figur 5: Reservoarnivå [%] sett i forhold til elektrisitetspris [EUR/MWh] for 2011. Figuren viser at lave elektrisitetspriser forekommer i perioder med høye reservoarnivå. Reservoarnivået når sitt bunnivå på våren i mars/april før snøsmelting medfører økt tilsig og stigende nivåer. Reservoarnivået fylles i løpet av våren og sommeren, før det igjen synker på senhøsten med stadig kaldere klima og økt etterspørsel.

5.3 Vindkraft

Vindkraft er av de mest miljøvennlige storskalateknologiene for kraftproduksjon. I tillegg er det en ressurs som har et formidabelt potensiale og i liten grad er utnyttet. Denne kraftteknologien vokser rasket i utbredelse basert på andel installert kapasitet, og har lave

marginale produksjonskostnader, men relativt høye investeringskostnader. I følge Astaneh et al. (2013) preges vindkraftdominerte elektrisitetsmarkeder av prisreduksjon og høy prisvolatilitet. Det samme resultatet er også funnet i andre studier, og er en konsekvens av lave marginalkostnader og stor usikkerhet i tilknytning til vindkraftproduksjon. Lavere gjennomsnittspris sender negative signaler til nye investorer, og høy volatilitet medfører i tillegg ekstra risiko. (Astaneh et al., 2013a) Total andel av vindkraft på kraftmarkedet er relativt liten, og på NordPool kommer i hovedsak bidraget fra Sverige og Danmark. Vindkraftproduksjonens innvirkning på elektrisitetsprisen vil derfor variere utfra den totale etterspørselen. Dersom vinden kommer om natten når etterspørselen tradisjonelt sett er svært liten, vil det kunne forekomme negative priser da det produseres elektrisitet uten behov. I timene med høyest forbruk vil innvirkningen være mindre, men fortsatt er det rimelig å tro at en økning i vindkraftproduksjon vil kunne medføre en reduksjon i elektrisitetsprisene. For daglig data forventer vi at vindkraft er en faktor med signifikant negativ innflytelse på elektrisitetsprisen. Vi tror at innvirkningen vil være negativ over de ulike kvantilene, men størrelsesordenen antas å variere utfra etterspørsel da vindkraft vil ha mindre påvirkning i perioder med høy etterspørsel. Dette medfører lavest elastisitet i de høye kvantilene til elektrisitetsprisen i *peak*-periodene. Det vil bli anvendt reelle tall for vindkraftproduksjon fremfor prognoser basert på samme argumentasjon som diskutert for etterspørsel.

5.4 Brenselspriser

Brenselspriser er de mest anvendte fundamentale faktorene identifisert under litteraturstudiet. Til tross for at det nordiske elektrisitetsmarkedet er dominert av vannkraft, produseres det noe varmekraft. I tillegg vil kraft basert på fossile brensel utgjøre en relativt stor andel av importert kraft, da spesielt som topplast. Brenselsprisene reflekterer dermed marginalkostnaden for elektrisitetsproduksjon når markedet er i denne fasen. Disse marginalkostnadene er vanligvis høyere enn marginalkostnadene for vann- og kjernekraft, som illustrert av Figur 4. Olje, gass og kull utgjør også et substitutt for elektrisitet som oppvarming om vinteren.

5.4.1 Kullpris

Dagens kullpriser er relativt stabile sammenlignet med gass- og oljepriser, og handles i et veletablert marked. Kullkraftanlegg er derimot den varmekraftteknologien som forurenser mest, og er ansvarlig for nær en fjerdedel av menneskeprodusert CO2-utslipp hvert år. Kullkraft vil dermed i stor grad være påvirket av CO2-prisen. Kullkraftverk blir benyttet som baselast da denne type kraftverk har høye kostnader forbundet med start, stopp, samt opp- og nedregulering. Med bakgrunn i fornybarsatsningen er det rimelig å anta at andelen av denne type kraftverk gradvis vil avta i Europa.

5.4.2 Oljepris

Olje er en mye brukt energikilde, men ikke særlig utbredt ved produksjon av elektrisitet. De oljekraftverkene som er i drift i dag er som oftest drevet av tungolje, fyringsolje eller dieselolje, og kobles inn som topplast. Oljekraftverk ligger mellom gass- og kullkraftverk hva angår CO2-utslipp, men forekomsten av oljekraftverk i Europa er vesentlig lavere enn for gass- og kullkraftverk. Oljeprisen gjenspeiler i tillegg det generelle aktivitetsnivået i

verdensøkonomien, da spesielt i nedgangstider, og utgjør en viktig del av transportkostnadene ved import av kull.

5.4.2 Gasspris

Gasskraft har de laveste CO2-utslippene blant kraftverk basert på fossile brensler. Bygget med den nyeste tilgjengelige teknologien inneholder utslippene fra gasskraftverk opp mot 50 prosent mindre CO2 enn utslipp fra kullkraftverk, og representer dermed en mer miljøvennlig energikilde. Moderne gasskraftverk kan enkelt justere produksjonen etter etterspørsel, og på en slik måte være en effektiv topplast. Eldre gasskraftverk er det derimot kostbart å opp- og nedregulere. Noen av den økende markedsandelen til gass skyldes at det er relativt billig å konvertere fra kull til gass som brensel, og på den måten redusere CO2-utslippene og kostnaden knyttet til disse betraktelig. Dette skjer når det forkommer et skift i *merit order*-kurven som følge av at de marginale produksjonskostnadene til kullkraft overstiger de marginale produksjonskostnadene til gasskraft når CO2-prisene er svært høye.

Høye kull-, gass- og oljepriser samsvarer med høye produksjonskostnader og dermed høye elektrisitetspriser. Vi forventer derfor positiv sensitivitet for brenselsprisene ovenfor elektrisitetsprisen. Størst sensitivitet forventes det ovenfor kull- og gasspris for *peak*-periodene, og lavest ovenfor oljepris i *off peak*-perioden, basert på andelen kraft i markedet fra disse kildene. Sensitivitetene forventes å være høyest i de øvre kvantilene, da det er i denne delen av fordelingen varmekraftverkene går fra base- til topplast, og andelen import øker. Det bør vurderes om brenselsprisene er for sterkt korrelerte til at alle kan anvendes som fundamentale faktorer i modellen.

5.5 CO2-pris

Et resultat av Kyoto protokollen, som har som målsetting å redusere utslipp av klimagasser, er at kraftprodusenter med CO2-utslipp har blitt pålagt å kjøpe *European CO2 Emission Allowances* (EUA). Markedet ble introdusert i 2005, og har siden den gang blitt handlet på NordPool. Hammoudeh et al. (2014) har analysert det europeiske markedet og fant ved kvantilregresjon at CO2-prisen er svært påvirkelig av prisen på fossile brensel. Spesielt viser det seg at en økning i råoljepris fører til en betydelig reduksjon i karbonprisen når denne i utgangspunktet er relativt høy. Forandringer i naturgassprisen har ulik påvirkning på CO2-prisen avhengig av om denne i utgangspunktet er høy eller lav. Basert på deres kvantilregresjon konkluderes det med at økninger i brenselspriser generelt sett fører til lavere CO2-pris på grunn av redusert forbruk og dermed redusert utslipp av CO2. (Hammoudeh et al., 2014) Fezzi og Bunn (2010) har analysert kraftmarkedet i UK og finner at karbonprisen reagerer raskt og signifikant på sjokk på gasspris. (Fezzi and Bunn, 2010). Det vil være nærliggende å tro at dette også kan være tilfellet for det nordiske markedet.

Som nevnt vil tørre år eller høy etterspørsel medføre økt import av kraft basert på CO2-intensiv kraftproduksjon i Europa, da vannkraft i disse tilfellene ikke nødvendigvis vil ha tilstrekkelig kapasitet. Dette fører til lavere tilgang på fornybar energi, høyere elektrisitetspriser og økte CO2-priser. Sistnevnte kan påvirke marginal produksjonskostnader,

og gi forandringer i *merit order*-kurven. Det vil også resultere i et økonomisk insentiv til å foreta klimavennlige valg.

Det er viktig å være klar over risikoen for at CO2-prisen kan være svært korrelert med brenselsprisene sammenlignet med hva den er med elektrisitetsprisen. Dette vil derimot bli avslørt ved en analyse av multikolinearitet. Funnene og diskusjonen over gir tydelige signaler for sammenhenger mellom både elektrisitetspris og CO2-pris, og mellom prisen på fossile brensler og CO2. For videre analyser vil det være interessant å undersøke om disse også gjelder på NordPool, da dette er et marked med en høy andel fornybar energiproduksjon, spesielt fra vannkraft. Det er forventet en positiv sensitivitet ovenfor CO2-prisen, noe som er forsterket i de øvre kvantilene på samme måte som for brenselsprisene.

5.6 Elsertifikatpris

I følge den teoretiske tilnærmingen utgjør den forventede prisen på elsertifikater langtidskostnaden (LRMC) til den marginale fornybare investoren minus forventet pris på elektrisitet. På denne måten skal lønnsomheten til fornybare kraftprodusenter sikres (Lemming, 2003). Elsertifikatmarkedet er et selvstendig finansielt marked hvor tilbudssiden er gitt av elsertifikatberettigedes kraftproduksjon og etterspørselen er gitt av kvoteplikten. Både Lemming (2003) og Morthorst (2000) argumenterer for at den største usikkerheten knyttet til prisen i dette markedet skyldes fornybare energikilders produksjonskarakteristikk. (Lemming, 2003), (Morthorst, 2000)

Den opprinnelige ideen er at sluttbrukerne skal finansiere elsertifikatordningen over strømregningen ved at kostnaden for elsertifikater er inkludert i elektrisitetsprisen. Det er dermed nærliggende å forvente en negativ korrelasjon mellom elsertifikatpris og elektrisitetspris. Dette er, så vidt det er oss bekjent, ikke tidligere analysert i en fundamental faktormodell, men det vil være interessant å se på hvordan elsertifikatprisen eventuelt kan påvirke elektrisitetsprisen. Til tross for at NordPools systempris er en kortsiktig marginalkostnadspris vil det være interessant å se om det eksisterer et forhold mellom denne og den langsiktige elsertifikatprisen, da det har vært vanskelig å modellere elsertifikatprisen grunnet stor usikkerhet knyttet til dens utvikling og drivere. I analysene forventer vi å finne en negativ sensitivitet lik for hele prisfordelingen.

5.6 Læringseffekt

I likhet med Erni et al. (2014) og Karakatsani og Bunn (2008) vil vi forsøke å fange opp kraftmarkedets læringseffekt. Dette ønsker vi å gjøre ved å inkludere gårsdagens pris. Lucia og Schwartz (2002) finner at elektrisitetsprisen har en tendens til å vende tilbake til et gitt gjennomsnitt. Derfor ønsker vi i tillegg å inkludere en gjennomsnittlig pris for den siste uka for å fange denne oppførselen. Faktorene basert på tidligere priser håper vi vil skape en kobling mellom elektrisitetsprisen og prissignaler fra markedet. Tidligere priser som fanger opp autoregressive effekter i kombinasjon med eksogene variabler har tidligere blitt brukt til å modellere systemprisen på NordPool på en enkel måte (Kristiansen, 2012). Det er nærliggende å tro at dersom gårsdagens pris er høy vil også dagens pris være høy, da dette kan være et tegn på for eksempel lave reservoarnivå. Vi tror dette vil medføre at prissignalene

fra forrige dag og gjennomsnittsprisen den siste uken vil ha en positiv effekt på elektrisitetsprisen.

5.7 Volatilitet

Volatilitet er et statistisk mål på variasjoner i pris over tid, og gjenspeiler i så måte risiko knyttet til forandringer i prisen. Høyerer volatilitet er dermed knyttet til større risiko. Elektrisitetsprisen kjennetegnes av store daglige og intra-daglige variasjoner med ekstreme verdier som forekommer relativt hyppig, spesielt i vinterhalvåret. Årsaken er gitt av formen på tilbudskurven som gjør at et sjokk i etterspørselen, ofte forårsaket av forandringer i temperatur, gir stor effekt på prisen. Prisen returnerer imidlertid raskt tilbake til et normalt nivå (Lucia and Schwartz, 2002). Store variasjoner i elektrisitetsprisen medfører høy volatilitet. Denne volatiliteten ønsker vi å anvende som en forklaringsvariabel i modellen da den kan bidra til å fange risikoaversjon i markedet. Vi beregnet daglig realisert volatilitet basert på GARCH (1,1), for nærmere forklaring se Vedlegg D. Det er valgt å bruke GARCH(1,1) da dette er en utbredt metode som gir relativt gode estimater på volatiliteten, spesielt ved estimering av fremtidige verdier. I tillegg er denne metoden godt egnet da volatiliteten til elektrisitetsprisen varierer med tiden, og opplever perioder med grupperinger av volatilitet. Vi forventer å finne at en økning i volatilitet vil bidra til å forsterke allerede lave priser i nedre kvantiler og høye priser i øvre kvantiler.

5.8 Dummyvariabler

Elektrisitetsmarkedet i Norden preges av store sesongvariasjoner og ukevariasjoner. For å fange oppe dette i prismodellen er det derfor inkludert dummyvariabler.

5.8.1 Helgedummy:
Etterspørselen av elektrisitet varierer i løpet av en uke. Analyser av ukesforbruket på NordPool i perioden 2006 til 2013 viser et tydelig lavere elektrisitetsforbruk lørdag og søndag. Helgedummyen vil fange opp effektene dette har på elektrisitetsprisen. Vi bruker her hverdagene som referansedager og en felles helgedummy for lørdager og søndager.

5.8.2 Månedsdummy:
Det er også valgt å inkludere en månedsdummy i modellen for å fange opp sesongvariasjoner i etterspørselen. Vi bruker januar som referansemåned og lager 11 dummyvariabler for de resterende månedene. En inkludering av disse viser påvirkningen hver av månedene har på elektrisitetsprisen. En oppsummert oversikt over forventet påvirkning fra variablene inkludert i modellen finnes i Tabell 21 i Vedlegg C.

6. Databeskrivelse

I denne oppgaven er det anvendt daglig og intra-daglig data for alle faktorene diskutert tidligere. Det er valgt å se på intra-daglige data da elektrisitetsmarkedet i stor grad preges av varierende priser for de ulike timene i løpet av et døgn. Periodene vi har valgt er 04, 09 og 18, som representerer henholdsvis kl.03.00-04.00, 09.00-10.00 og 18.00-19.00. Som Figur 2 illustrerer utgjør disse periodene ytterpunkter i prisens variasjon. Periode 04 er en typisk *off*

peak-periode med lavere etterspørsel og dermed lavere elektrisitetspris, og periode 09 og 18 er typiske *peak*-perioder med høyere etterspørsel og elektrisitetspris. Vi ønsker å kartlegge hvordan påvirkningen fra de fundamentale faktorene varierer i løpet av dagen. En slik tilnærming tar hensyn til daglige variasjoner da døgnets timer har varierende etterspørsel, noe som medfører bruk av ulike teknologier i kraftproduksjon. Det vil også bli sett på gjennomsnittsprisen til elektrisitet per dag. Dette er valgt da NordPool anvender daglig aritmetisk gjennomsnittspris som referansepris ved handel og oppgjør av finansielle aktiva (Lucia and Schwartz, 2002). Totalt sett vil vi analysere fire tidsserier; periode 04, periode 09, periode 18 og daglig gjennomsnitt. Tidsperioden er fra 01.01.2006 til 31.12.2013, fordelt på 7 dagers uker og utgjør totalt 2 922 observasjoner. Dette anser vi som et tilstrekkelig antall observasjoner for å foreta empiriske analyser og for å undersøke halene i kvantilregresjon. Dataene er i hovedsak hentet fra NordPool og Reuters EcoWin Pro. Sistnevnte er en sekundærkilde for data og det har derfor blitt foretatt stikkprøver for å sjekke at dataseriene stemte overens med primærdata, noe som viste seg å være tilfellet. Elektrisitetspris, etterspørsel og vindkraftproduksjon er serier med data for 7 dagers uker. Kull-, olje-, gass-, karbon- og elsertifikatpris er dataserier basert på 5 dagers uke, med manglende data for helger. Reservoarnivå er basert på ukentlige data. For ikke komplette dataserier har lineær interpolering blitt anvendt. Det er i tillegg foretatt en logaritmisk transformasjon av prisene for å gi et mest mulig korrekt utgangspunkt for analysene. En slik transformasjon vil redusere ikke-normaliteter, heteroskedastisitet og andre særegenheter ved fordelingen som vil gjøre videre analysearbeid mer komplisert (Sakia, 1992). Transformasjonen gjør det mulig å tolke koeffisientene fra regresjonen som elastisiteter i tillegg til å stabilisere variansen til dataen. All prisdata i andre valutaer er omregnet til Euro ved bruk av valutakursen for hver aktuelle dag, og valutakursene er hentet fra Reuter EcoWin. I denne oppgaven er EViews og Excel anvendt som analyseverktøy. Figur 20 i Vedlegg A, viser plott av dataseriene.

7. Metodevalg

Det er foretatt ulike regresjonsanalyser for å svare på problemstillingen tidligere introdusert. Tradisjonell lineær regresjon basert på de fundamentale faktorene er utført da dette er en pålitelig og robust metode som er enkel i bruk, og gir et sammenligningsgrunnlag. Metoden gir indikasjoner på elektrisitetsprisens sensitivitet ovenfor fundamentale faktorer og deres påvirkningsgrad. Deretter foretas en lineær regresjon basert på elektrisitetsprisens tidligere verdier, altså en autoregressiv modell, som undersøker om elektrisitetsprisen kan forklares på en god måte basert på tidligere priser. De fundamentale faktorenes effekt på NordPools systempris varierer over prisfordelingen, noe som tradisjonell lineær regresjon basert på minste kvadraterts metode ikke er i stand til å fange opp. Det er derfor naturlig å gå videre med en kvantilregresjon for å undersøke faktorenes betydning ved forskjellige prisnivå.

7.1 Regresjonsmodeller

Formålet med å gjennomføre en klassisk regresjonsanalyse, basert på minste kvadraters metode, er å predikere gjennomsnitt og varians til den avhengige variabelen, betinget av verdier til de uavhengige variablene. Regresjonslinja vil passere gjennom sentrum av

observasjonene. Denne prosedyren krever normalfordelt *error*-funksjon og en bivariat normalfordeling mellom avhengig og uavhengige variabler.

Lineær regresjon:

(I) $$y_t = \alpha + \sum_{i=1}^{k} \beta_i X_{i,t} + \varepsilon_t, hvor\ \varepsilon_t \sim NID(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

Hvor α er en konstant, β_i er koeffisienten for forklaringsvariabel i, $X_{i,t}$ representerer forklaringsvariabel i ved tidspunkt t, inkludert dummy variabler, Y_t representerer den avhengige variabelen Y ved tidspunkt t og hvor residualene er Gaussisk hvitt støy.

Hvis antagelsene for lineær regresjon ikke holder, eller den betingende fordelingen ikke er kjent, kan den avhengige variabelens kvantiler anvendes for å beskrive den betingede fordelingen til F(Y|X). Kvantilregresjon ble introdusert Koenker og Basset i 1978, og for en mer utfyllende beskrivelse henvises det til boka *Quantile Regression* (Koenker, 2005). Kvantilregresjon etablerer et sett med regresjonskurver, hvor hver kurve korresponderer med en gitt kvantil av den betingede fordelingen av den avhengige variabelen.

Lineær kvantilregresjon:

(II) $$F^{-1}(q|X) = \alpha + \beta X + F_\varepsilon^{-1}(q|X)$$

Hvor $q \in (0,1)$, og betegner q-kvantilen av feilen ved $F_\varepsilon^{-1}(q)$. Den betegner også den betingede q-kvantilen av den avhengige variabelen.

I kvantilregresjon finner vi regresjonskoeffisientestimatet til hver q-kvantil som en løsning av optimeringsproblemet:

(III) $$\min_{\alpha,\beta} \sum_{t=1}^{T} \left(q - \mathbf{1}_{Y_t \leq \alpha + \beta X_t}\right)(Y_t - \alpha + \beta X_t)),$$

hvor

(IV) $$\mathbf{1}_{Y_t \leq \alpha + \beta X_t} = \begin{cases} 1\ if\ Y_t \leq \alpha + \beta X_t, \\ 0\ ellers \end{cases}$$

I kvantilregresjon velger vi $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ slik at vi minimerer forventet tap, på samme måte som for minste kvadraters metode. Da uttrykkes tapet ved det kvadrerte residualet, uavhengig av om residualet er positivt eller negativt. I kvantilregresjon uttrykkes derimot tapet i tilknytning til et residual ved funksjonen:

(V) $$q - \mathbf{1}_{Y_t \leq \alpha + \beta X_t}.$$

I tillegg gjøres det ingen antagelser om fordelingen til residualene i kvantilregresjon. (Alexander, 2008) Ved å anvende ordinær regresjon basert på gjennomsnitt som sentralmål vil alle observasjoner i datasettet påvirke regresjonslinja. Dersom noen observasjoner er unormalt store i forhold til resten av observasjonene vil disse kunne påvirke gjennomsnittet i stor grad. I teorien finnes det ingen grenser for hvor mye en ekstremobservasjon kan påvirke

gjennomsnittsverdien. Pristopper og -bunner opptrer tilfeldig og relativt hyppig, og er karakteristisk for elektrisitetspriser. Dette vil prege gjennomsnittet i stor grad, og gjennomsnittet vil derfor ikke gjenspeile en typisk observasjon. Et naturlig tiltak hadde vært å fjerne en viss andel av uteliggerne eller anvende en akspetert metode som for eksempel *Winsorising*. Dette ønsker vi imidlertid ikke å gjøre da ekstreme observasjoner i elektrisitetsprisen ofte har sin årsak i kraftmarkedets oppbygging og kraftteknologienes egenart. Stor prisvariasjon er naturlig konsekvens av varierende etterspørsel og er vanskelig å lagre på en effektiv måte. Uansett vil vi ved å benytte oss av empiriske kvantiler ikke få problemer med ekstreme prisobservasjoner.

Ved kvantilregresjon etableres et sett med regresjonskurver, hvor hver kurve er tilpasset en gitt kvantil i prisfordelingen til den avhengige variabelen. De fundamentale faktorene tillates dermed å ha ulik innvirkning på elektrisitetsprisen for de forskjellige kvantilene. Regresjonskurver som passerer gjennom gitte kvantiler av observasjonene gir et mer komplett bilde av kovariaters påvirkning på fordelingen til den avhengige variabelen enn hva en regresjon basert på gjennomsnitt vil gjøre. Dette bedrer forståelsen av sammenhengen mellom den avhengige og de uavhengige variablene. Fordelen med denne metoden er at den gir god innsikt og forståelse for hvilke faktorer som driver elektrisitetsprisen avhengig av prisnivået, og er enkel å implementere. Metoden gjør at øvre og nedre hale kan modelleres, uavhengig av resten av fordelingen. Dette vil være relevant og viktig i tilfeller hvor det er interessant å vite hva som foregår i halene til fordelingen, for eksempel i risikoberegninger. Lineær regresjon er heller ikke i stand til å fange opp asymmetriske forhold mellom avhengig og uavhengige variabler. En annen fordel med denne tilnærmingen er at kvantilregresjon har vist seg å være robust med tanke på ikke-normale residualer og ekstreme observasjoner, og vil ikke påvirkes av transformasjon til ln-serier.

8. Deskriptiv statistikk

Den deskriptive statistikken til daglig elektrisitetspris og tilhørende fundamentale faktorer viser tidsserier med både skjevhet og volatilitet, se Tabell 1 i Vedlegg B. Den daglige elektrisitetsprisen har en positiv skjevhet. Dette medfører økt sannsynlighet for at ekstreme utfall vil være høyere enn gjennomsnittet, noe som er forventet for elektrisitetsmarkedet. Dataene viser en positiv skjevhet for alle de fundamentale faktorene med unntak av reservoarnivå, oljepris og gasspris. Kurtoseverdiene til elektrisitetsprisen ligger godt over tre, som er verdien til en normalfordeling. Dette indikerer at det er vanlig med ekstreme priser på NordPools spotmarked. Sammen med Jarque-Bera-testene indikerer disse statistikkene for skjevhet og kurtoser at dataseriene ikke er normalfordelte. Verdiene for standardavvik bekrefter at elektrisitetsprisene preges av svært høy volatilitet.

For å avgjøre om dataseriene er stasjonære, det vil si har konstant gjennomsnitt, varians og kovarians, ble det utført en *Augmented Dickey Fuller* (ADF) test, på 1 og 5 prosents signifikansnivå. Stasjonæritet er en viktig egenskap ved prismodellering, og er forventet for elektrisitetsprisen da denne er basert på marginalkostnader ved produksjon. I denne oppgaven vil modellering av elektrisitetsprisen blant annet bli gjort med lineær regresjon og kvantilregresjon, der førstnevnte stiller krav om stasjonære tidsserier. Å benytte ikke-

stasjonære tidsserier i slike modeller vil kunne medføre et kunstig forhold mellom de fundamentale faktorene og elektrisitetsprisen, noe som vil føre til feil i den resulterende prismodellens oppførsel og egenskaper. I ADF-testen testes en nullhypotese om ikke-stasjonære tidsserier opp mot en alternativ hypotese om at dataene er stasjonære. Resultatene fra denne testen viser at elektrisitetspris, konsum, reservoarnivå, vindkraftproduksjon, gasspris, snitt7dager og volatilitet er stasjonære på 1 prosents signifikansnivå. De resterende faktorene oljepris, kullpris, CO2-pris og elsertifikatpris er ikke stasjonære på hverken 1, 5 eller 10 prosents signifikansnivå.

I likhet med de naturlige prisseriene for daglig elektrisitet er også ln-seriene preget av både positiv og negativ skjevhet samt kurtoseverdier ulik tre, se Tabell 2 i Vedlegg B. Verdiene ligger imidlertid noe nærmere normalfordelingsverdiene, og seriene har jevnt over lavere standardavvik enn de naturlige prisene. Likevel indikerer JB-verdiene at ingen av dataseriene er normalfordelt. Stasjonæritetstestene viser at elektrisitetsprisen er stasjonær for alle signifikansnivå. Det samme gjelder konsum, reservoarnivå, vindkraftproduksjon, snitt7dager og volatilitet.

Ln-seriene for periodene 04, 09 og 18 innehar også skjevhet, kurtoseverdier ulik 3, og relativt lave standardavvik. JB-verdiene viser at ingen av dataseriene er normalfordelte. Når det gjelder stasjonæritet er egenskapene til de inkluderte variablene for de tre periodene veldig like. Resultatene fra ADF-testen viser at elektrisitetspris, konsum, reservoarnivå, vindkraftproduksjon, snitt7dager og volatilitet er tilnærmet stasjonære på 1 prosents signifikansnivå for alle periodene. Tabellene finnes i Vedlegg B.

Basert på den deskriptive analysen over finner vi at elektrisitetsprisen for de tre periodene og daglig gjennomsnitt har forskjellige verdier for skjevhet, kurtose og utfallsrom. Periode 09 er den perioden med størst utfallsrom for prisen, mens periode 04 har høyest standardavvik. Slike variasjoner indikerer et behov for nærmere undersøkelser, og prismodeller utviklet spesifikt for hver enkelt periode. De stasjonære egenskapene for prisperiodene er av stor betydning for prisutviklingen, og noe som bør innlemmes i en prismodell. Dette har vi valgt å gjøre ved å inkludere en variabel for snittet til elektrisitetsprisen de siste syv dagene da denne fanger opp snittreverterende (*mean reverting)* oppførsel.

8.1 Korrelasjon og multikolinearitet

Da hensikten med oppgaven er å undersøke hvordan ulike risikofaktorer påvirker elektrisitetsprisen på NordPool vil det være viktig å se på korrelasjonene mellom disse, samt avsløre eventuell multikolinearitet mellom faktorene. Korrelasjonsmatrisene, i Vedlegg B, viser at reservoarnivået er den variabelen som er mest korrelert med den daglige elektrisitetsprisen (negativ), i tillegg til konsum, kull- og gasspris. Det finnes ingen klar regler kritisk grenseverdi for multikolinearitet, men korrelasjonskoeffisienter som overskrider 0,7 i absoluttverdi kan gi store problemer (Tabachnick and Fidell, 1989). Vi har valgt å forholde oss til denne kritiske verdien. Høy grad av multikolinearitet kan medføre at regresjonen blir sensitiv til små endringer av for eksempel inputtvariablene og tidshorisonter, samt at de estimerte parameterne har store standardfeil og konfidensintervaller (Brooks, 2008)

Korrelasjonsmatrisene viser at ingen av de uavhengige variablene overskrider kritisk verdi. Kull og gass har høy korrelasjon på 0,61, som kan antyde problemer med multikolinearitet. Dette skyldes blant annet at gass og kull brukes som substitutter i energiproduksjon. I tillegg er korrelasjonen mellom reservoarnivå og snitt7dager høy på 0,57 (negativ). Årsaken til dette henger sammen med den høye korrelasjonen mellom reservoarnivå og dagens elektrisitetspris som kan forklares med vannkraftproduksjonen dominerende posisjon i det nordiske kraftmarkedet. Det er også verdt å merke seg at periode 04 preges av høy korrelasjon også mellom snitt7dager og volatilitet på hele 0,67 (negativ), samt volatilitet og konsum på 0,54 (negativ).

8.2 Autokorrelasjon og Q-statistikk

En måte å teste det lineære forholdet mellom to variabler ved ulike tidspunkt er å undersøke autokorrelasjon mellom disse. Det ble foretatt en autokorrelasjonsanalyse på både nivå- og endringsform, begge indikerer tydelig seriekorrelasjon i dataseriene, se Figur 21 i Vedlegg B. Dette er forventet og medfører forutsigbarhet for systemprisen. Alle autokorrelasjonskoeffisientene er positive for alle lag, noe som skyldes daglige og ukentlige prismønstre. Spesielt fremtredende er den høye autokorrelasjonen for gårsdagen pris, lag 1, samt hvert 7. lag. I tillegg er denne effekten forsterket for *peak*-periodene, mens den i *off peak*-perioden er nærmest ikke-eksisterende, se Figur 22, Figur 23 og Figur 24 i Vedlegg B. Denne informasjonen er nyttig ved utviklingen av en prismodell for elektrisitet som bygger på ulike faktorer. I våre modeller vi vil prøve å fange opp denne effekten ved å inkludere en faktor for gårsdagens pris (-1) og en for gjennomsnittspris den siste uken.

9. Autoregresjon

Det ble gjennomført en autoregresjon basert på minste kvadraters metode for å undersøke elektrisitetsprisens avhengighet av tidligere priser. Modellen ble utført både på daglige og intra-daglige priser, og inkluderer de siste syv dagenes pris samt gårsdagens volatilitet. Den anvendte modellen er vist nedenfor.

(VI)

$$lnEl_{i,t} = \beta_0 + \beta_1 lnEl_{i,t-1} + \beta_3 lnEl_{i,t-2} + \beta_4 lnEl_{i,t-3} + \beta_5 lnEl_{i,t-4} + \beta_6 lnEl_{i,t-5} + \beta_7 lnEl_{i,t-6} + \beta_8 lnEl_{i,t-7} + \beta_9 \sigma_{t-1} + \varepsilon_{i,t-1}$$

β_0 representerer en konstant, β_i er betakoeffisienten for hver forklaringsvariabel, og $\varepsilon_{i,t}$ er residualleddene fra regresjonene.

Resultatene fra autoregresjonen, se Tabell 11, Tabell 12, Tabell 13 og Tabell 14 i Vedlegg B, viser høy forklaringsgrad både for daglig data samt de intra-daglige periodene. Høyest forklaringsgrad ble funnet for daglig pris på 0,92, mens den laveste var for periode 09 på 0,76. I alle regresjonene er gårsdagens pris svært signifikant, med høy forklaringsgrad. For daglig pris samt *off peak*-perioden har også prisen for to dager siden høy forklaringsgrad, men er derimot ikke signifikant for *peak*-periodene. Basert på dette ble det besluttet å inkludere

gårsdagens pris (-1) som en fundamental faktor, for å fange opp disse autoregressive effektene.

De høye forklaringsgradene til autoregresjonene gir en indikasjon på at elektrisitetsprisen har en snittreverterende oppførsel. I tillegg er absoluttverdiene til koeffisientene for de tidligere verdiene mindre enn en, noe som støtter opp om dette. Dette betyr at elektrisitetsprisen i det lange løp vil revertere mot gjennomsnittsprisen. Konsekvensen av dette er at dersom elektrisitetsprisen er langt unna gjennomsnittsprisen, øker sannsynligheten for at den returnerer til snittet. En snittreverterende oppførsel indikerer at både varians og forventningsverdi er endelig konstant, noe som igjen betyr at prosessen er stasjonær. Lucia og Schwartz (2002) har tilsvarende funn i sin analyse av systemprisen på NordPool. Prisen for syv dager siden (-7) er også signifikant i samtlige modeller, med en høy forklaringsgrad. Det ble derfor vurdert om denne skulle inkluderes i den fundamentale faktormodellen på samme måte som gårsdagens pris. Det ble i stedet konkludert med at det vil være mer riktig å inkludere en snittfaktor basert på de siste syv dagene da det antas at denne vil fange opp informasjon om elektrisitetsprisen som ligger i de syv siste dagenes prisutvikling, i tillegg til snittreverterende oppførsel.

10.Lineær regresjon

For å undersøke hvilke av faktorene som har signifikant påvirkning på daglige og intra-daglige elektrisitetspriser ble det gjennomført en klassisk lineær regresjon basert på minste kvadraters metode. Modellen anvendt i regresjonen er vist nedenfor, og inkluderer alle forklaringsvariablene:

(VII)

$$\begin{aligned} lnEl_{i,t} = \beta_0 + \ & \beta_1 lnEl_{i,t-1} + \beta_2 lnGass_{t-1} + \beta_3 lnKull_{t-1} + \beta_4 lnOlje_{t-1} \\ & + \beta_5 lnKarbon_{t-1} + \beta_6 LnElsert_{t-1} + \beta_7 lnReservoar_t \\ & + \beta_8 lnKonsum_{i,t} + \beta_9 lnVind_{i,t} + \beta_{10} lnSnitt7dager_{i,t-1} \\ & + \beta_{11} Volatilitet_{i,t-1} + \sum_{i=12}^{24} \beta_i D_i + \varepsilon_{i,t} \end{aligned}$$

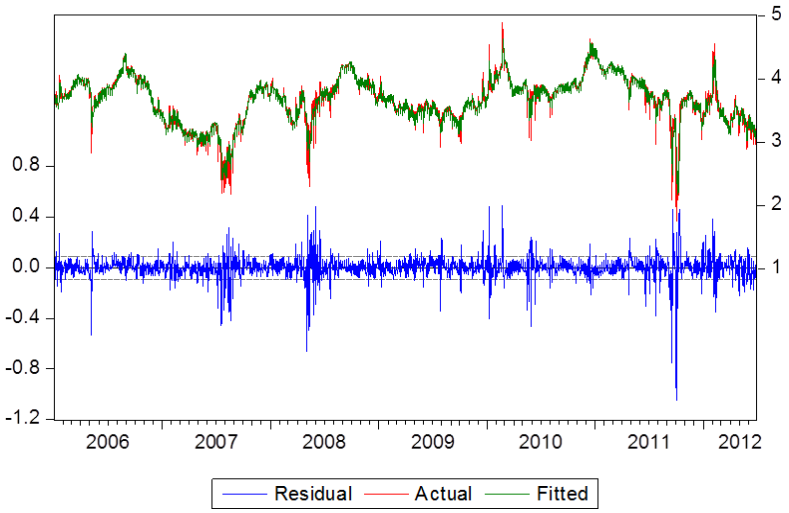
β_0 representerer en konstant, β_i er betakoeffisienten for forklaringsvariabel og for dummyvariabel i, El, Konsum, Vind og Snitt7dager og Volatilitet har ulike verdier for daglig data og periodene 04, 09 og 18. $\varepsilon_{i,t}$ er residualleddene fra regresjonene, og tilsvarer Gaussisk hvit støy. Minste kvadraters metode estimerer ved å finne en sammenheng mellom variablene som minimerer variansen, og løsningen er optimal når feilleddet er generert av en uavhengig og identisk fordelings prosess (i.i.d.). I tillegg må forventningsverdien til feilleddet være lik null. Dersom disse antagelsene brytes vil det være systematisk skjevhet i feilleddet, noe som medfører at regresjonslinjen ikke vil passere gjennom midten av dataobservasjonene. Tester er utført for å undersøke om modellene oppfyller de antagelsene som er knyttet til minste kvadraters metode. Det ble derfor foretatt Durbin-Watson-tester på residualene fra de opprinnelige lineære regresjonene. Teststatistikkene viste at det er usikkert om det eksisterer

betydningsfull autokorrelasjon. Resultatene fra White-testene gjennomført for alle de lineære regresjonene fastslo at nullhypotesen om konstant varians for residualene kunne forkastes. Det ble dermed fastslått at det eksisterer homoskedastisitet i residualene. Newey og West (1987) foreslo en generell kovarians estimator som er konsistent ved både heteroskedastisitet og autokorrelasjon på ukjent form. Basert på funnene ved testing av residualene ble det valgt å anvende en Newey-West estimator (*HAC, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance*) som gir robuste standardfeil med hensyn på både heteroskedastisitet og autokorrelasjon på ukjent form. Denne tilnærmingen forandrer standardfeilene, men ikke punktestimatene fra regresjonen. Dette gjøres da tilstedeværelse av autokorrelasjon og heteroskedastisitet gir mindre effisiente estimatorer for regresjonen. Modellene diskutert nedenfor er basert på lineær regresjon med Newey-West estimator. (Newey and West, 1987)

Lineær regresjon basert på daglige elektrisitetspriser viser at svært få av de fundamentale faktorene har signifikant påvirkning på elektrisitetsprisen. Forklaringsgraden til modellen ligger på 0,94, noe som viser at modellen totalt sett er kapabel til å beskrive elektrisitetsprisen på en tilfredsstillende måte. Kun fem av de fundamentale faktorene er imidlertid signifikante på 5 prosents nivå, da medregnes ikke dummyvariablene. Reduseres modellen til å bestå av disse fem faktorene holdes forklaringsgraden likevel konstant. For den reduserte modellen er forklaringsvariablene signifikante på 1 prosents nivå. Modellene basert på periodene 04, 09 og 18 har alle tilfredsstillende forklaringsgrader på henholdsvis 0,84, 0,81 og 0,92. Disse holdes konstant når modellen reduseres til kun å inkludere signifikante faktorer. Hvilke forklaringsvariabler som er signifikante på 5 prosents nivå varierer for modellene.

Resultatene fra regresjonen viser at de fundamentale faktorene ikke bare har ulik elastisitet ovenfor elektrisitetsprisene, men det varierer også i stor grad hvilke som er signifikante for hver av modellene. Vi finner videre at variablene gårsdagens pris, konsum, vindkraftproduksjon og gjennomsnittspris de siste syv dager er signifikante på 5 prosents nivå for modeller basert på daglige og intra-daglige priser. Av de signifikante variablene har vind en betydelig lavere elastisitet, og påvirkningen fra denne vil derfor være liten. Det er verdt å merke seg at variablene basert på tidligere priser har svært høye elastisiteter. En modell basert på disse to, samt konsum, vil alene kunne gi gode prisprognoser. På et lavt signifikansnivå er ingen av brenselsprisene eller elsertifikatprisen av vesentlig betydning. Karbon viser seg å være signifikant for daglig pris og for pris i periode 09 og 18, men imidlertid er elastisitetene relativt små. Reservoarnivå er overraskende ikke signifikant for periode 18, og volatilitet er kun signifikant for periode 04 og 18.

De lineære regresjonene har høye forklaringsgrader, noe som betyr at den generelle prisbevegelsen er godt beskrevet. Modellen er i så måte tilfredsstillende og gir en god tilpasning mellom de estimerte og de faktiske elektrisitetsprisene. Figur 6 synliggjør imidlertid problemet med ekstremobservasjoner som ikke fanges opp av modellen. I disse tilfellene har den estimerte prisen ikke like ekstreme utslag som den faktiske. Residualplottet illustrerer også dette med høye verdier der ekstremobservasjonene ikke fanges opp, og i tillegg ser vi tendenser til volatilitetsgrupperinger. En kvantilregresjonsmodell vil derimot være i stand til å lage gode estimater for også ytterpunktene i prisfordelingen, og det er derfor naturlig å gå videre med denne typen analyse.



Figur 6: Plott av estimert daglig elektrisitetspris i forhold til faktisk pris, samt residualplott. Plottene viser at pristopper og prisbunner ikke fanges spesielt godt opp i den estimerte lineære regresjonsmodellen.

11.Kvantilregresjon

Motivasjonen for å foreta en fundamental analyse av elektrisitetsprisen er ønsket om å beskrive prisbevegelsen for elektrisitet. Bredden av fundamentale faktorer som er anvendt i tidligere litteratur er relativt begrenset, og det er derfor i tillegg valgt å inkludere noen nye variable som ikke tidligere er analysert i denne sammenhengen. Vi ønsker med denne oppgaven å bidra til økt forståelse av hvordan fundamentale faktorer påvirker elektrisitetsprisen, og også undersøke dette ved ulike kvantiler. Det er derfor valgt å anvende kvantilregresjon, da en slik tilnærming tidligere har gitt gode resultater for andre kraftmarkeder. Nedenfor presenterer vi resultatene fra lineær kvantilregresjon utført på systemprisen på NordPool med fundamentale faktorer og drøfter deretter de empiriske resultatene, samt det statistiske signifikansnivået.

11.1 Konsum

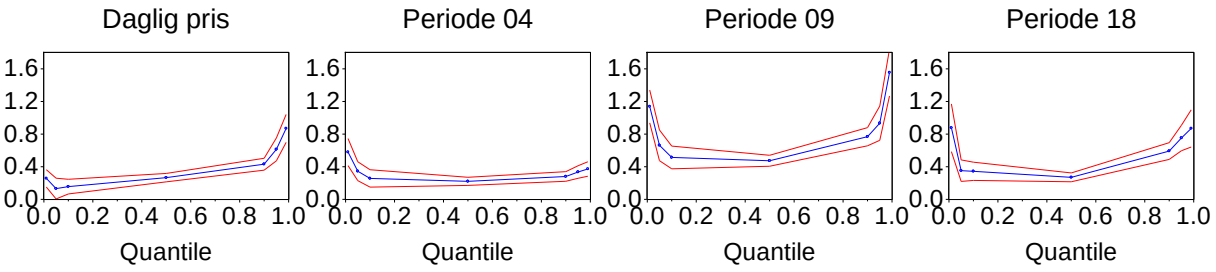
Elastisitetene til konsum er som forventet høye og signifikante på 1 prosents nivå for hele prisdistribusjonen til både daglige og intra-daglige elektrisitetspriser. For daglige priser øker elastisiteten med høyere kvantiler. For lave elektrisitetspriser vil en økning av etterspørsel fortsatt kunne dekkes med rimelige kraftproduksjonsteknologier. Er prisene allerede høye tyder dette på at kapasiteten til rimelige teknologier til venstre på *merit order*-kurven er fullt utnyttet, og produksjonen beveger seg mot dyrere teknologier og eventuelt topplast. Elastisitene til daglig pris er i størrelsesorden ikke like store som for *peak*-periodene. Ettersom etterspørselen til elektrisitet varierer ekstremt gjennom døgnet, vil elastisiteten for den daglige prisen ikke i like stor grad være påvirket av hvor nær etterspørselen er eksempelvis kapasiteten til baselast. Effekten fra en økning i etterspørsel har dermed ikke en like dramatisk effekt på daglig pris som på prisen i *peak*-perioder.

Resultatene for *peak*-periodene viser at elastisitetene i både øvre og nedre kvantiler er høye, mens de i de midtre kvantilene er relativt lave. Imidlertid finner vi de høyeste elastisitetene

for de øvre kvantilene. *Peak*-periodene 09 og 18 kjennetegnes av høye priser og høy etterspørsel, og en økning i etterspørsel vil av den grunn være av større betydning for disse kvantilene. Dette har sin forklaring i at når etterspørselen øker ytterligere skapes det et behov for innkobling av dyrere teknologier, i tillegg til at kraftproduksjonen går over fra baselast til topplast. Beveger man seg mot høyre på *merit order*-kurven medfører det naturligvis økt pris. Den mest ekstreme elastisiteten finner vi for periode 09 i 0,99-kvantilen på hele 1,56. Denne illustrerer ekstremtilfellene når pris og etterspørsel allerede er svært høy. En ytterligere økning i etterspørsel vil dermed ha en dramatisk effekt på elektrisitetsprisen og øke sannsynligheten for knapphet på tilbudssiden. Her ser vi effekten av den konvekse *merit order*-kurven sammen med uelastisk kortsiktig etterspørsel. Dette fører til at elektrisitetsprisen blir sensitiv ovenfor sjokk på etterspørselskurven og mulig utfall av produksjon fra kraftverk. I et kraftmarked preget av oligopolistisk konkurranse ville denne effekten ha blitt ytterligere forsterket. Dette fordi perioder med lav reservemargin er lett å utnytte for kraftprodusenter med markedsmakt, da disse kan skape en elektrisitetspris vesentlig over marginal kostander (Bunn et al., 2013).

Off peak-perioden har i utgangspunktet både lav etterspørsel og lave priser, og elastisitetene her er små sammenlignet med periode 09 og 18. Trenden viser at elastisitetene er relativt høye for 0,01-kvantilen til 0,5-kvantilen og deretter tilnærmet konstante for de øvrige kvantilene. Dette kan forklares med at lavere etterspørsel i de nedre kvantilene, 0,01, 0,05 og 0,1, for periode 04 vil redusere konsumet ned til baselast, og faren for knapphet på tilbudssiden forsvinner. Marginalkostnadene for kraftproduksjon vil da nærmere seg null og dermed redusere elektrisitetsprisen kraftig.

Totalt sett konkluderer vi med at konsum er en ekstremt viktig faktor ved forklaring av elektrisitetsprisen. Konsum som variabel er signifikant for alle kvantiler, men betydningen er likevel viktigst for de øvre kvantilene i *peak*-timer og de nedre kvantilene i *off peak*-timer. Figur 7 viser hvordan elastisitetene varierer over kvantilene for henholdsvis daglig pris, og pris i periode 04, 09 og 18, samt estimatenes 95 prosents konfidensintervall.

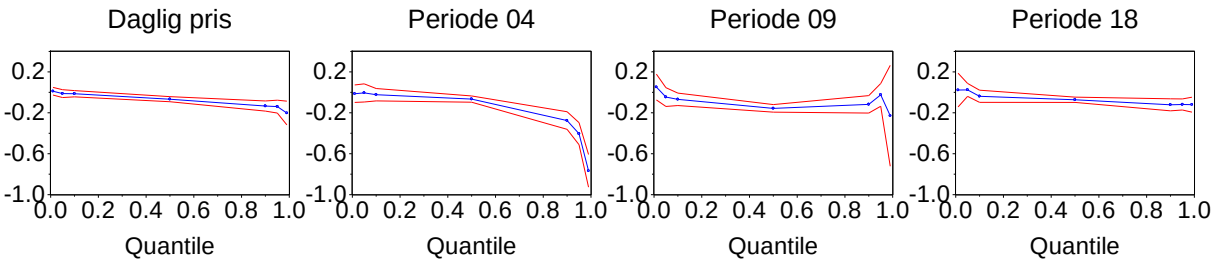


Figur 7: Elastisitetene til konsum over de ulike kvantilene for a) daglig pris, b) periode 04, c) periode 09 og d) periode 18. Figurene viser tilnærmet symmetrisk påvirkning, med høye elastisiteter i både øvre og nedre haler. De ytre strekene illustrerer 95 prosents konfidensintervallet rundt elastisitetene som er illustrert med den midtre streken. Som figurene illustrerer er 95 prosents konfidensintervallet relativt smalt for daglig og intra-daglig data, men med noe økt bredde for de nedre kvantilene.

11.2 Reservoarnivå

Den store andelen vannkraft i det nordiske markedet gjør at reservoarnivå har sterk påvirkning på systemprisen. Vannreservoarene fungerer som en buffer for ekstreme variasjoner i elektrisitetsprisen. Vannkraftprodusenter beregner marginalverdien av å lagre vannet for fremtidig bruk. En forandring i reservoarnivåene vil dermed sende et signal til produsentene om forventet produksjon. Vannkraft utgjør omtrent 50 prosent av total kraftproduksjon i det nordiske markedet, og betegnes som baselast. Generelt sett vil høye vannreservoarnivå resultere i lave elektrisitetspriser, da potensialet for fremtidig kraftproduksjon er høyt. Fortegnet til alle elastisitetene for daglige og intra-daglige elektrisitetspriser er negativt i alle kvantiler, og i samsvar med Huisman et al. (2013) sine funn om at økte reservoarnivå medfører lavere kraftpriser, som og var vår antagelse.

Trenden for daglige og intra-daglige priser er at absoluttverdien til elastisitetene øker over kvantilene, og er signifikante på 1 prosents nivå. Den nedre halvdel av kvantilene er ikke signifikante for noen av periodene. Dette indikerer at forandringer i reservoarnivå har en større innflytelse på elektrisitetsprisen når prisene for de ulike periodene relativt sett er høye. Daglig pris og periode 04 har elastisitetene med størst absoluttverdi i de øvre kvantilene, og er relativt mye større enn tilsvarende elastisiteter i periode 09 og 18. Vannkraft i det nordiske markedet er i stor grad regulerbar kraft. Elastisiteten i periode 04 og daglig gjennomsnitt antyder at vannkraftprodusenter kan velge å øke produksjonen for de øvre kvantilene for disse periodene, og heller velge å nedregulere kraftproduksjonen når prisene er lave. Videre vil noe av årsaken til de lavere elastisitetene i de øvre kvantilene for periode 09 og 18 være at vannkraft som nevnt tidligere i oppgaven brukes mye som baselast i det nordiske kraftmarkedet og er en energikilde med svært lave produksjonskostnader. Periode 09 og 18 er preget av generelt høy etterspørsel og høy pris, og kapasiteten til vannkraft er allerede blitt utnyttet ved lavere kvantiler. Elastisitetene for periode 09 er heller ikke signifikant i de øvre kvantilene. De øvre kvantilene for disse periodene er muligens preget av kraftproduksjon fra dyrere teknologier enn vannkraft. Figur 8 viser hvordan elastisitetene varierer over kvantilene for henholdsvis daglig pris, og pris i periode 04, 09 og 18, samt estimatenes 95 prosents konfidensintervall.

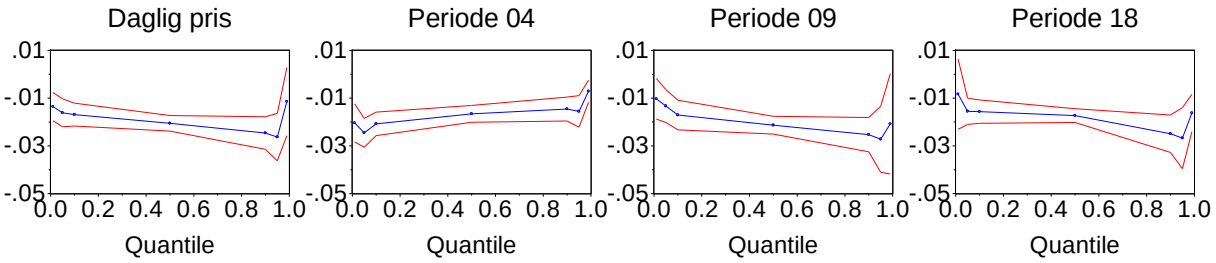


Figur 8: Elastisitetene til reservoar nivå over de ulike kvantilene for a) daglig pris, b) periode 04, c) periode 09 og d) periode 18. De ytre strekene illustrerer 95 prosents konfidensintervallet rundt elastisitetene som er illustrert med den midtre streken. Figurene viser at konfidensintervallet er relativt smalt, men øker betraktelig for de øvre halene for a), c) og d).

11.3 Vind

Vindkraftproduksjon kan vanskelig defineres som topplast eller baselast, da produksjonen kun forgår når vindforholdene er tilstrekkelig gode. I tillegg er det vanskelig å regulere denne type kraftproduksjon da den mates rett inn i nettet. Av den totale mengden elektrisitet omsatt på NordPool stammer en relativt liten del fra vindkraftproduksjon. Funnene viser at vindkraftproduksjon er en signifikant variabel på 1 prosents nivå for daglige og intra-daglige priser over hele prisdistribusjonene. For o*ff peak*-perioden 04 finner vi relativt konstante elastisiteter over kvantilene. Denne perioden er i utgangspunktet preget av lave priser og etterspørsel, og økt vindkraftproduksjon vil være med å drive disse prisene enda lavere, mot negative priser. I slike perioder vil kull- og kjernekraft utgjøre basen av kraftproduksjon. Disse teknologiene vil nødig stenge eller nedjustere kraftproduksjonen på grunn av høye kostnader knyttet til dette, og er dermed villige til å produsere til tross for lave priser. For *peak*-periodene 09 og 18 finner vi de høyeste elastisitetene for de øvre kvantilene. For disse periodene vil økt vindkraftproduksjon være med å ta brodden av den høye etterspørselen, og øke andelen kraftproduksjon produsert med teknologier som ligger lavt på *merit order*-kurven. Totalt sett kan dette tolkes som om vind er med på å forsterke svært lave elektrisitetspriser i *off peak*-perioden 04, og slik bidra til å drive allerede lave priser lavere. Effekten er derimot motsatt for *peak*-periodene, da en økning i vindkraftproduksjon vil bidra til å redusere pristopper og føre til at prisene stabiliserer seg på et lavere nivå. Dette vil gjøre det enklere å utforme gode prismodeller, da pristopper er vanskelig å forutsi og fange opp.

Elastisitetene for vindkraftproduksjon er relativt lave, og figurene illustrerer at 95 prosents konfidensintervallet er stort. Det er dermed knyttet stor usikkerhet til disse elastisitetene. En skyggeanalyse gjennomført med kun vindkraftproduksjon som forklaringsvariabel bekreftet de lave elastisitetene. En forklaring kan være at det nordiske markedet har opp mot 55 prosent vannkraft. Denne teknologien er lett å regulere og gjør at markedet kan absorbere produksjonssjokkene fra vindkraft. For å undersøke om effekten fra vindkraftproduksjon har vært økende gjennom perioden analysert, da den politiske satsningen på fornybare energikilder har vært offensiv, ble det foretatt årlige skyggeanalyser. Det ble sett på elastisitetenes utvikling gjennom perioden, men imidlertid viste ikke resultatene klare tegn på dette. De lave elastisitetene er sannsynligvis da en konsekvens av den store andelen regulerbar kraft i markedet. Det er nærliggende å tro at utbyggingen av vindkraft i det nordiske markedet vil være betydningsfull også i årene fremover, og at vindkraftproduksjon i større grad vil være med å påvirke elektrisitetsprisene. Vi slutter at vindkraft absolutt er en variabel som bør inkluderes i en modell for nordisk elektrisitetspris, men denne bør være basert på et kortere og nyere datasett. Figur 9 viser hvordan elastisitetene varierer over kvantilene for henholdsvis daglig pris, og pris i periode 04, 09 og 18, samt estimatenes 95 prosents konfidensintervall.



Figur 9: Elastisitetene til vindkraftproduksjon over de ulike kvantilene for a) daglig pris, b) periode 04, c) periode 09 og d) periode 18. De ytre strekene illustrerer 95 prosents konfidensintervallet rundt elastisitetene som er illustrert med den midtre streken. Konfidensintervallene er store sett i forhold til elastisitetene. Dette indikerer høy usikkerhet for elastisitetsestimatene.

11.4 Brenselspriser

Erni et al. 2014 finner at responsen til brenselspriser er variert og sterkt avhengig av hvilken time det blir sett på. Noen klare mønstre på dette viste imidlertid ikke våre analyser. Resultatene viste at brenselsprisenes innvirkning på elektrisitetsprisen varierer betydelig for de ulike kvantilene, tilsynelatende usystematisk og med et generelt svært lavt signifikansnivå.

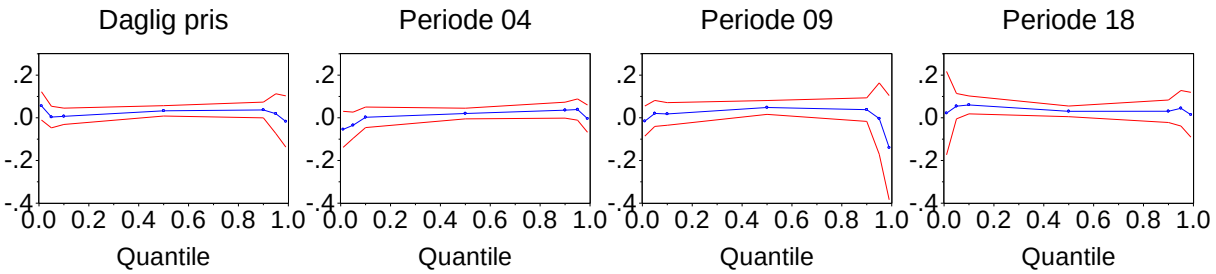
For varmekraftverk er de variable produksjonskostnadene dominert av prisen på det aktuelle fossile brenselet, samt den termiske virkningsgraden. Et varmekraftverk krever imidlertid supplerende kraft for å være i drift i tillegg til bemanning, og det vil dermed påløpe kostnader også ved lav produksjon. Ved planlegging av produksjon må det tas ekstra hensyn til restriksjoner og kostnader knyttet til oppstart og opp- og nedregulering av produksjon, samt minimum oppe- og nedetid. Disse begrensningene er av vesentlig større betydning for varmekraftverk enn for vannkraftverk. (Wangensteen, 2012)

11.4.1 Kull

I utgangspunktet hadde vi forventet en positiv sammenheng mellom forandringer i kullpris og i elektrisitetspris, som var størst i de øvre kvantilene. Dette tyder derimot ikke resultatene fra analysen entydig på, da både lave og høye kvantiler veksler mellom positive og negative elastisiteter og vi finner ingen mønstre vedrørende størrelsen på elastisitetene. Generelt sett var det flest signifikante elastisiteter i periode 18, men likevel kan ikke kull sies å være en betydningsfull forklaringsvariabel. Signifikansnivået for periode 18 har sin mulige forklaring i at et større antall kullkraftverk dekker etterspørselen i denne perioden. Årsaken til dette er at kullkraftproduksjonen muligens oppjusteres noe etter natten, og ikke er fullstendig oppjustert for periode 09. Funnene kan også tyde på at kull kobles inn som følge av import, men ved en lavere etterspørsel enn hva vi hadde ventet. For 0,5-kvantilen er kull en statistisk signifikant faktor for daglig pris og i periode 09, dette underbygger argumentet om at kull kobles inn ved en lavere etterspørsel enn forventet.

Vi antok en positiv effekt fra kull som følge av importert kullkraft for de øvre kvantilene i *peak*-periodene. Imidlertid er svært få av elastisitetene signifikante på et tilfredsstillende nivå.

Figur 10 viser hvordan elastisitetene varierer over kvantilene for henholdsvis daglig pris, og pris i periode 04, 09 og 18, samt estimatenes 95 prosents konfidensintervall.

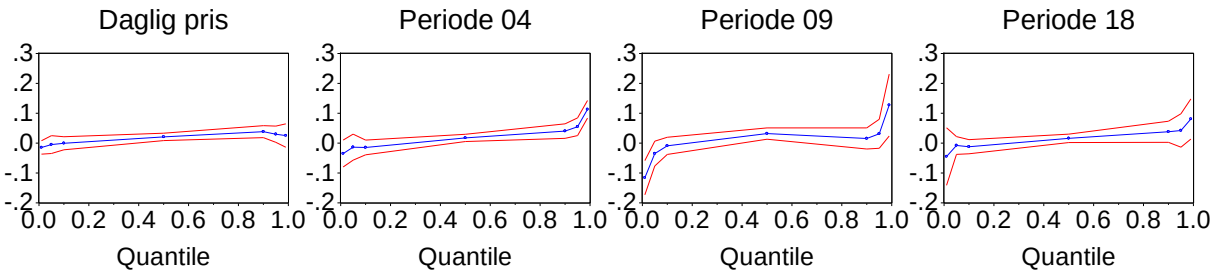


Figur 10: Elastisitetene til kullpriser over de ulike kvantilene for a) daglig pris, b) periode 04, c) periode 09 og d) periode 18. De ytre strekene illustrerer 95 prosents konfidensintervallet rundt elastisitetene som er illustrert med den midtre streken. Som figurene viser er konfidensintervallene for daglig og intra-daglige priser relativt store, og ved de øvre kvantilene svært store. Periode 04 og 18 kjennetegnes i tillegg også av svært store konfidensintervall for de nedre kvantilene. Totalt sett betyr det at det er noe usikkerhet knyttet til estimatene for elastisitetene.

11.4.2 Olje

Resultatene viser at daglig pris og pris for periode 04, 09 og 18 har negative elastisiteter for de nedre kvantilene, og den generelle trenden er at elastisitetene øker med kvantilene og skifter til positivt fortegn ved 0,5-kvantilen. For periode 04 og daglig pris finner vi at olje er en signifikant forklaringsvariabel på 1 prosents nivå for de øvre kvantilene. For daglig pris og periode 09 og 18 er olje sporadisk signifikant, oftest signifikant rundt 0,5-kvantilen. Årsaken til det karakteristiske skiftende fortegnet rundt 0,5-kvantilen er for oss ukjent. Imidlertid vil konsekvensen av dette være et nedadgående press på lave elektrisitetspriser, mens høye priser vil presses til et enda høyere nivå.

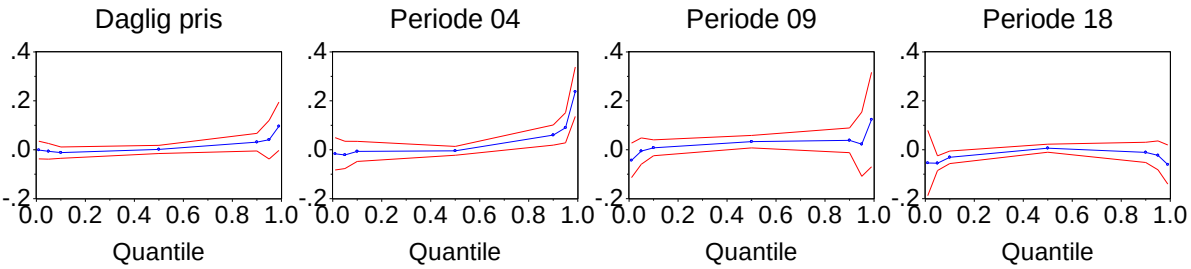
Som nevnt anvendes olje i utgangspunktet ikke direkte til elektrisitetsproduksjon i det nordiske markedet, og kun i begrenset grad i det europeiske. Dette kan forklare det lave signifikansnivået i *peak*-periodene. Figur 11 viser hvordan elastisitetene varierer over kvantilene for henholdsvis daglig pris, og pris i periode 04, 09 og 18, samt estimatenes 95 prosents konfidensintervall.



Figur 11: Elastisitetene til oljepriser over de ulike kvantilene for a) daglig pris, b) periode 04, c) periode 09 og d) periode 18. De ytre strekene illustrerer 95 prosents konfidensintervallet rundt elastisitetene som er illustrert med den midtre streken. Figurene viser at signifikansnivået er lite, men økende for nedre og øvre haler.

11.4.3 Gass

Gass viser seg å ha signifikante positive elastisiteter for de øvre kvantilene for periode 04. Disse kvantilene representerer de høyeste prisene for denne perioden. Det vil være mulig å møte økt etterspørsel nattestid ved gasskraft, da produksjonen for denne teknologien er enkel å opp- og nedregulere. Utover dette er ikke gass en signifikant variabel for de øvrige prisseriene, og vil dermed ikke være aktuell som forklaringsvariabel for disse. Som tidligere argumentert har vi antatt at en situasjon med høy etterspørsel vil bety økt signifikans for kull og gass. Dette viste seg ikke å stemme for kull, men vi ser tendenser til at det kan være tilfellet for gass. Figur 12 viser for henholdsvis daglig pris, og pris for periode 04, 09 og 18 hvordan elastisitetene varierer over kvantilene, samt estimatenes 95 prosents konfidensintervall.



Figur 12: Elastisitetene til gasspris over de ulike kvantilene for a) daglig pris, b) periode 04, c) periode 09 og d) periode 18. De ytre strekene illustrerer 95 prosents konfidensintervallet rundt elastisitetene som er illustrert med den midtre streken. Figur a) og c) viser at for daglig pris og 09 har relativt små konfidensintervall, men noe usikkerhet knyttet til øvre hale. Figur b) og d) viser at for periode 04 og periode 18 er det noe større usikkerhet knyttet til estimatene i nedre hale.

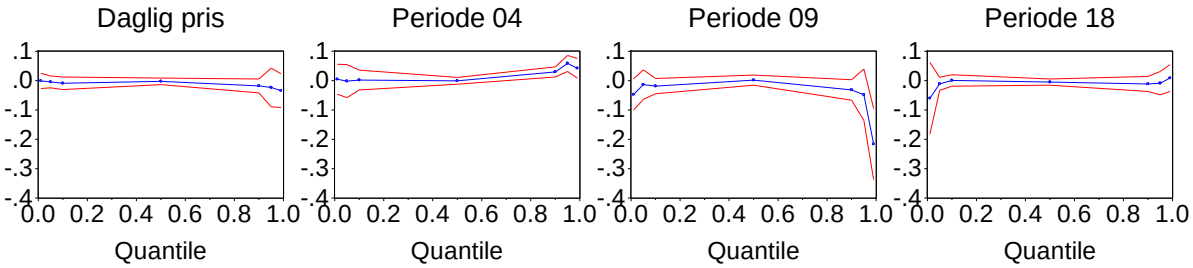
Resultatene for de tre brenselsprisene diskutert over bryter med tidligere forskning på emnet som ble gjennomgått i litteraturstudiet. Det er imidlertid viktig å understreke at det nordiske kraftmarkedet skiller seg fra både det tyske og det britiske markedet nettopp på grunn av den store mengden tilgjengelig fornybar energi (vannkraft) og den lave andel elektrisitet produsert med fossile brensler. En annen mulig årsak kan være at ved å inkludere autoregressive faktorer er allerede brenselsprisene inkorporert i gårsdagens pris og forrige ukes snittpris, og dermed medføre at elastisitetene blir mindre signifikante. Det ble derfor foretatt skyggeanalyser for de respektive brenselsprisene. Disse viste høyere elastisiteter og bedre signifikansnivå enn hva som ble funnet i kvantilregresjonen. Forklaringsgradene for modellene var derimot ikke tilfredsstillende, og disse resultatene er av den grunn ikke vektlagt. Funnene kan likevel være en indikasjon på at den relativt høye graden av korrelasjon mellom brenselsprisene er av betydning.

11.5 CO2-priser

For periode 04 er elastisitetene positive og signifikante på 1 og 5 prosents nivå for de øvre kvantilene. Dette kan ha sammenheng med resultatene diskutert for olje og gass, hvor det ble

funnet positive og signifikante elastisiteter for periode 04 i disse kvantilene. For hele prisfordelingen i de tre andre periodene er elastisitetene gjennomgående svært små og har lave signifikansnivå, og vil i så måte ikke bidra til å forklare elektrisitetsprisene her.

Tatt i betraktning funnene for gass- og oljepris i de øvre kvantilene for periode 04, er det ikke uventet at også CO2-prisen er signifikant her. Med unntak av disse resultatene finner vi et generelt manglende signifikansnivå for elastisitetene til CO2-prisen. Det er nærliggende å tro at dette skyldes den lave andelen energiproduksjon fra fossile brensler med utslipp a CO2 på det nordiske markedet. CO2-prisen vil dermed ikke ha den samme betydningen på NordPool som på det tyske og britiske markedet som i større grad kjennetegnes av CO2-intensiv kraftproduksjon. Resultatene våre bryter med funnene diskutert i litteraturstudiet, men er ikke overraskende når fornybarandelen i det nordiske kraftmarkedet tas i betraktning. Figur 13 viser hvordan elastisitetene varierer over kvantilene for henholdsvis daglig pris, og pris i periode 04, 09 og 18, samt estimatenes 95 prosents konfidensintervall.



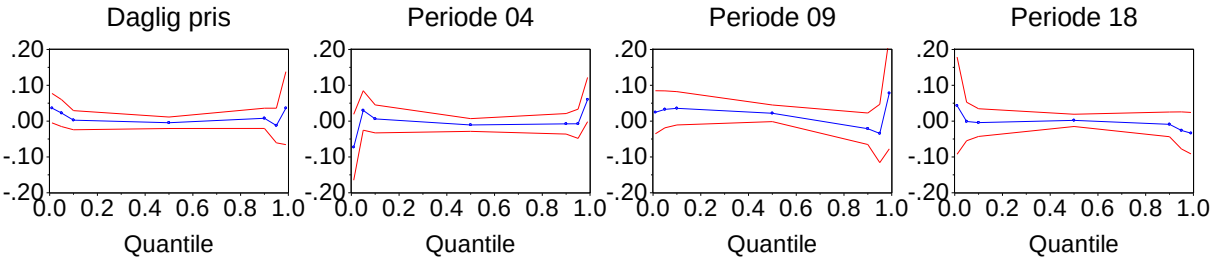
Figur 13: Elastisitetene til CO2-pris over de ulike kvantilene for a) daglig pris, b) periode 04, c) periode 09 og d) periode 18. De ytre strekene illustrerer 95 prosents konfidensintervallet rundt elastisitetene som er illustrert med den midtre streken. Figur b) illustrerer et svært stort konfidensintervall for nedre del av prisfordelingen for periode 04. Figur a), b) og c) illustrerer store konfidensområdet knyttet til halene for daglig pris, periode 09 og 18.

11.6 Elsertifikatpris

Hensikten med å inkludere elsertifikatprisen som en fundamental variabel i modellen var t å kartlegge om det eksisterer et forhold mellom denne og elektrisitetsprisen. Dette fordi funn i vår prosjektoppgave tydet på at det kunne eksistere en viss sammenheng mellom elektrisitetsprisen og elsertifikatprisen. (Grøv and Weberg, 2013) Ettersom elsertifikatordningen ble innført for å støtte opp om og stimulere utbyggingen av fornybar kraftproduksjon er det nærliggende å tro at elsertifikatprisen kan ha en innvirkning på elektrisitetsprisen. Så vidt oss bekjent er det ikke tidligere blitt sett på dette ved en kvantilregresjon. Funnene våre indikerer derimot ikke at dette er tilfellet, og dermed vil trolig kostnadene for elsertifikatene ikke ligge hos sluttbrukerne, men muligens hos ikke-fornybare kraftprodusenter.

En tydelig negativ korrelasjon mellom elsertifikatpris og elektrisitetspris, som antatt i presentasjonen av denne variabelen, hadde indikert at en reduksjon i elektrisitetspris ville blitt kompensert for med en økning i elsertifikatpris. Imidlertid viste ikke resultatene fra kvantilregresjonen en slik sammenheng, og elsertifikatprisen er dermed ikke en signifikant

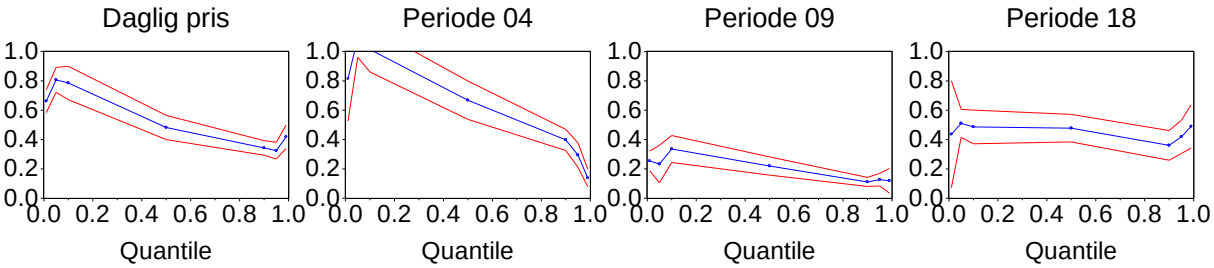
forklaringsvariabel for systemprisen på NordPool. Dettte funnet gjelder både daglige og intradaglige priser. Heller ikke skyggeanalysen finner at elsertifikatprisen har høy forklaringsevne for elektrisitetsprisen på det nordiske markedet. Fortegnene til elastisitetene varierer mellom positivt og negativt for de ulike kvantilene, med høyest forekomst av negative fortegn blant de øvre kvantilene. Mulige årsaker til disse funnene kan, som nevnt innledningsvis, være at sammenligningsgrunnlaget ikke er godt nok da NordPool systempris er en kortsiktig marginalkostnadspris (SRMC) mens elsertifikatprisen skal utgjøre den langsiktige grensekostnad for utbygging (LRMC). Figur 14 viser hvordan elastisitetene varierer over kvantilene for henholdsvis daglig pris, og pris i periode 04, 09 og 18, samt estimatenes 95 prosents konfidensintervall.



Figur 14: Elastisitetene til elsertifikatpris over de ulike kvantilene for a) daglig pris, b) periode 04, c) periode 09 og d) periode 18. De ytre strekene illustrerer 95 prosents konfidensintervallet rundt elastisitetene som er illustrert med den midtre streken. Figurene viser at konfidensintervallene er svært høyt for halene for daglig og intra-daglige priser.

11.7 Gårsdagens elektrisitetspris

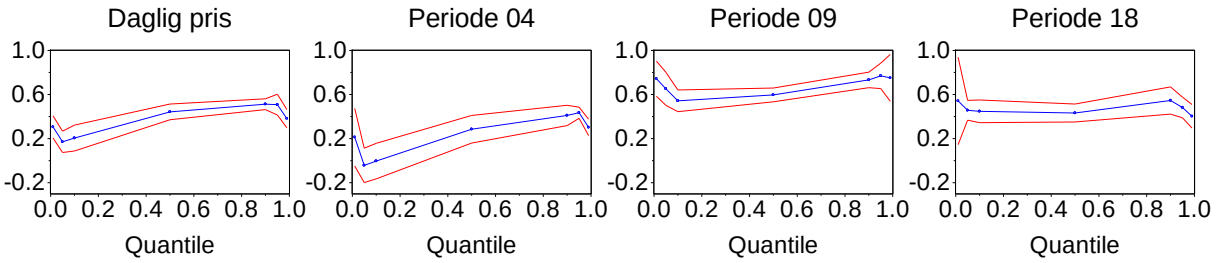
Ved å inkludere tidligere priser i regresjonsmodellen reduseres autokorrelasjon i dataseriene i tillegg til at historiske pris- og risikosignaler som er med å påvirke markedsaktørens oppførsel fanges opp (Erni et al., 2014) Gårsdagens pris er signifikant på 1 prosents nivå for daglige og intra-daglige perioder for alle kvantiler. Positivt fortegn som er mindre enn 1 stemmer overens med våre antagelser om snittreverterende oppførsel, og er konsistent med Lucia og Swartz (2002) sine funn. Konsekvensene av *mean reversion* er at elektrisitetsprisen vil returnere til en langsiktig snittpris over tid. Med andre ord kan vi si at ekstreme priser, i positiv eller negativ retning, med høy sannsynlighet er etterfulgt av en mindre ekstrem pris. Unntaket her er for periode 04 i 5 og 10 prosents kvantilen, hvor elastisitetene er har verdier høyere enn 1. Vi finner at elastisitetene for dagligpris, periode 04 og periode 09 er svært avtagende for økende kvantiler. Denne tendensen medfører at elastisiteten i de nedre halene er av størst betydning. Det betyr at dersom gårsdagens pris endrer seg, vil det ha størst påvirkning på lave nivå av dagens elektrisitetspris. Årsaken kan være at det er andre faktorer i kraftmarkedet som driver de høye prisene til dette nivået. For periode 18 finner vi relativt konstante elastisiteter over de ulike kvantilene. Dette viser at en økning i gårsdagens pris vil ha en tilnærmet lik effekt over hele prisfordelinga til periode 18. Figur 15 viser hvordan elastisitetene varierer over kvantilene for henholdsvis daglig pris, og pris i periode 04, 09 og 18, samt estimatenes 95 prosents konfidensintervall.



Figur 15: Elastisiteten til gårsdagens pris over de ulike kvantilene for a) daglig pris, b) periode 04, c) periode 09 og d) periode 18. De ytre strekene illustrerer 95 prosents konfidensintervallet rundt elastisitetene som er illustrert med den midtre streken. Figurene viser at 95 prosents konfidensintervallene er relativt smale, men øker noe i de aller laveste og øverste kvantilene. Dette indikerer høyere usikkerhet for disse estimatene.

11.8 Gjennomsnittspris siste uke

Elastisiteten til de syv siste dagenes gjennomsnittpris er lavere for periode 04 og daglig pris enn for periode 09 og 18. Dette indikerer at periode 04 og daglig pris opplever en høyere grad av *mean reversion*. Resultatene er i samsvar med Huisman, Huurman og Mahieu (2007) som i sitt arbeid konkluderer med at typiske *peak*-perioder i det europeiske kraftmarkedet opplever en betydelig lavere grad av snittreverterende oppførsel. Våre analyser antyder, som nevnt, at *peak*-periodene har en lavere grad av *mean reversion*, og dette er mest ekstremt i de øvre kvantilene. I tillegg er elastisitetene relativt konstante for de ulike kvantilene. Huisman, Huurman og Mahieu (2007) argumenter med at dette skyldes at *peak*-periodene har høyere etterspørsel og at reserveproduksjonskapasiteten er redusert, noe som igjen øker sannsynligheten for knapphet på tilbudssiden og pristopper. (Huisman et al., 2007) Resultatene viser i tillegg at snittet de siste syv dagene ikke er en signifikant faktor i de nedre kvantilene for periode 04. Dette betyr at faktoren ikke bidrar til å beskrive elektrisitetsprisens bevegelser i den nedre halen til prisfordelingen for periode 04. Generelt ser vi fra Figur 16 at tendensen er økende elastisiteter over prisfordelingen. Dette er med på å forsterke argumentet om at graden av *mean reversion* synker med økende etterspørsel. Basert på signifikansnivået og den høye forklaringsgraden bør disse variablene inkluderes i en prismodell for elektrisitet da de i stor grad fanger opp risiko i øvre og nedre haler. Figur 16 viser hvordan elastisitetene varierer over kvantilene for henholdsvis daglig pris, og pris i periode 04, 09 og 18, samt estimatenes 95 prosents konfidensintervall.

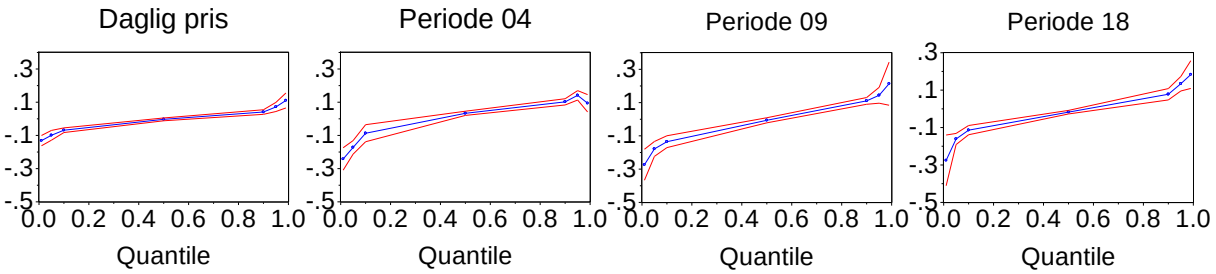


Figur 16: Elastisitetene til snittet de siste syv dagene over de ulike kvantilene for a) daglig pris, b) periode 04, c) periode 09 og d) periode 18. De ytre strekene illustrerer 95 prosents konfidensintervallet rundt elastisitetene som er illustrert med den midtre streken. Som figur d), c) og b) viser er 95 prosents konfidensintervallet ekstremt stort i nedre hale for periode 18, øvre hale for periode 09 og relativt stort for periode 04 over alle kvantilene. Dette betyr usikkerhet i hvor gode estimatene for elastisitetene er i disse tilfellene.

11.9 Volatilitet

Målet med å inkludere volatilitet som en egen faktor var å fange elektrisitetsprisens variasjon i større grad enn det som gjøres indirekte gjennom de fundamentale faktorene. Ved å inkludere den realiserte volatiliteten, ble dette gjort på en enkel måte. Elastisiteten for volatilitet går fra negativ til positiv når man beveger seg fra nedre til øvre hale for prisfordelingen, og er signifikante på 1 prosents nivå. Unntak er for 0,5-kvantilene for periode 09 og daglig pris, hvor elastisitetene ikke er signifikante. Disse resultatene stemmer overens med funn av Bunn et al. (2013). Når elastisitetene er negative i de nedre kvantilene vil en økning i volatiliteten drive prisene til et enda lavere nivå, enn hva vi kan forklare med de fundamentale faktorene alene. Det motsatte tilfellet finner vi for de øvre kvantilene, da en økning i volatilitet vil drive prisene til et enda høyere nivå. Forklaringsevnen ved både de øvre og nedre kvantilene er høy, og systemprisen kan sies å være meget sensitiv til forandringer i volatiliteten både for øvre og nedre kvantiler. Det bør imidlertid nevnes at denne sensitiviteten likevel er betydeligst i nedre hale. 95 prosents konfidensintervallet er for volatilitet svært lite. Totalt sett indikerer disse funnene at volatilitet er en faktor som i stor grad påvirker og overstyrer de fundamentale faktorene når usikkerheten i elektrisitetsprisen er stor.

Bunn et al. (2013) finner at inkludering av volatilitet forbedrer modellens evne til å predikere haleoppførsel. Våre funn bygger opp om denne konklusjonen. Dette betyr at usikkerheten knyttet til elektrisitetsprisen ikke er godt nok fanget opp indirekte i de fundamentale faktorene og det dermed er nødvendig å inkludere volatilitet som en egen faktor for å fange opp risiko i både øvre og nedre hale. Figur 17 viser hvordan elastisitetene varierer over kvantilene for henholdsvis daglig pris, og pris i periode 04, 09 og 18, samt estimatenes 95 prosents konfidensintervall.



Figur 17: Elastisitetene til volatilitet over de ulike kvantilene for a) daglig pris, b) periode 04, c) periode 09 og d) periode 18. De ytre strekene illustrerer 95 prosents konfidensintervallet rundt elastisitetene som er illustrert med den midtre streken. Figurene viser at 95 prosents konfidensintervallet er svært smalt for daglig og intra-daglig data, noe som underbygger at forklaringsgraden til volatilitet er god.

11.10 Dummyvariabler

Basert på analyser av historisk data er det et tydelig lavere forbruk av elektrisitet i helgedagene på det nordiske markedet. Dette henger sammen med mindre næringslivs- og industriaktivitet, så til tross for at det private forbruket går opp, vil det totale forbruket ligge betydelig lavere de to siste dagene av uka. Resultatene fra kvantilregresjonen viser denne dummyvariabelen er svært signifikant. Høyest signifikansnivå var det for den daglige prisen samt prisene i de to *peak*-periodene, der den var signifikant på 1 prosents nivå for omtrent alle kvantiler. Også for *off peak*-perioden var helgedummyvariabelen signifikant på 1 prosents nivå, men da kun for de meste ekstreme kvantilene.

Siden sesongvariasjonene i de nordiske landene medfører store forskjeller i elektrisitetsforbruket, er det ventet at disse dummyvariablene vil være viktige for regresjonsmodellenes forklaringsgrad. Resultatene fra kvantilregresjonen viser at dummyvariablene for månedene nærmest referansemåneden januar er minst signifikante. Dette skyldes at måneder innen samme sesong har liknende klima og etterspørsel. Når det gjelder hvilke kvantiler disse dummyvariablene er mest signifikante er det ingen klare mønstre.

12. Scenarioanalyser

Noen av fordelene med å være i stand til å modellere effekten av fundamentale faktorer er ikke bare den høye forklaringsgraden, men også potensialet for konstruksjon av scenarioer i risikosimuleringer. Ved hjelp av en slik modell er det mulig å undersøke hvordan forandringer i en faktor vil påvirke hele prisfordelingen, og spesielt interessant vil være å se på halene. I dette kapittelet er det foretatt scenarioanalyser basert på prismodellene utviklet tidligere i oppgaven. Hensikten er å demonstrere anvendelsen av modellene, samt nysgjerrighet rundt konsekvensen av funnene. Det nordiske markedet er inne i en periode der det satses på fornybar energi, og det er derfor rimelig å anta at andelen vindkraftproduksjon vil øke de neste årene. Med bakgrunn i dette er det tatt utgangspunkt i en økt vindkraftproduksjon ved utformingen av scenarioene. Scenarioanalysen er utført på både daglig pris og periodene 04,

09 og 18. For hver av periodene er det kjørt en egen kvantilregresjon hvor kun de signifikante faktorene for den aktuelle perioden og kvantilen er inkorporert. Deretter er scenarioet basert på den oppdaterte modellen med de estimerte elastisitetene, som da utgjør den best tilpassede.

Det er valgt å kun se på forandringer i en variabel av gangen. Dette er gjort fordi det da er enklere å identifisere hvilken variabel effekten kommer fra. Scenarioet tar utgangspunkt i en økt andel vindkraft på det nordiske markedet og hvordan dette vil påvirke elektrisitetsprisen for ulike perioder og kvantiler. Vi har sett på verdier for vindkraftproduksjon fra 20 MWh/h til tre ganger den høyeste produksjonen i datasettet fra 2006 til 2013. Hovedfunnene, som illustreres i Figur 33, Figur 34 og Figur 35 i Vedlegg B viser at endringer i vindkraftproduksjonen har svært liten effekt på elektrisitetsprisen. Grafene til elektrisitetsprisen er relativt flate med konstante verdier, selv når vindkraftproduksjonen endres kraftig. Årsaken til dette henger sammen med de lave elastisitetene funnet i kvantilregresjonsanalysen tidligere i oppgaven. For periode 04 ble det funnet konstante negative elastisiteter for alle kvantiler, mens elastisitetene i de to peak-periodene økte i absoluttverdi for de øvre kvantilene. Dette betyr at påvirkningen fra vind er større i disse kvantilene, og at elektrisitetsprisen da synker raskere. Scenarioanalysene viste ingen tegn på disse funnene, noe som skyldes at elastisitetene har lave verdier og påvirkningsgraden da blir svært liten. Vi presiserer at funnene gjelder ved forandringer i kun vindkraftproduksjon. Det er dermed ikke tatt hensyn til hvordan forandringer i denne faktoren vil påvirke de andre usikre faktorene i modellen. Det er også viktig å merke seg at dersom andelen vindkraft på det nordiske markedet øker, som antatt i dette scenarioet, vil mest sannsynlig også elektrisitetsprisens sensitivitet ovenfor vindkraftproduksjon endres. Dette er det ikke tatt hensyn til her.

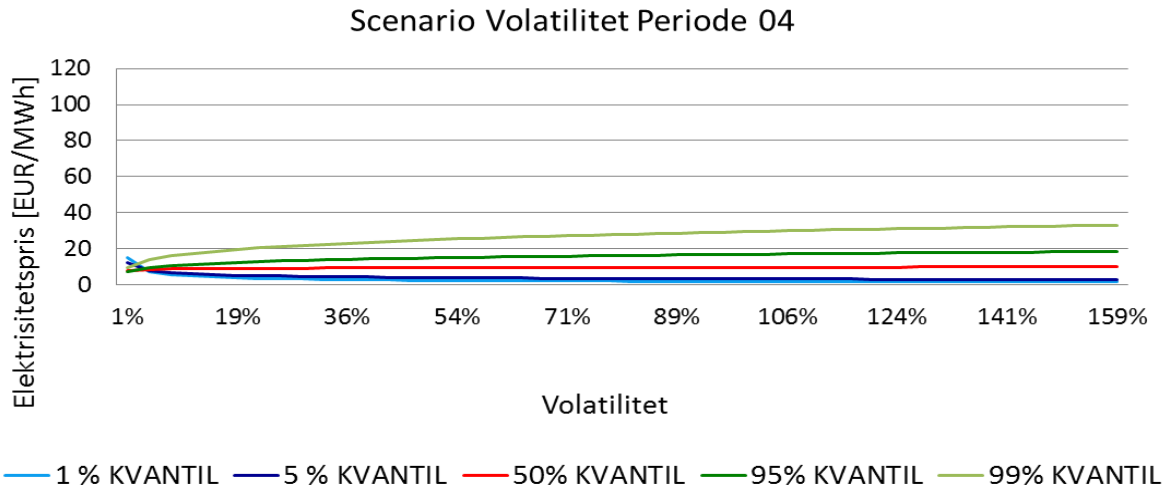
Astaneh og Chen (2013) har studert oppførselen til elektrisitetsprisens volatilitet i markeder dominert av vindkraft. I sitt arbeid fant de at slike markeder med en stor andel fornybar energiproduksjon, kjennetegnes av høy volatilitet i elektrisitetsprisen. Årsaken til dette er de fornybare energikildenes uforutsigbarhet og periodiske oppførsel. (Astaneh and Chen, 2013) De har også utført et tilsvarende studie rettet mot elektrisitetsprisens egenskaper i vindkraftdominerte markeder, der de fant at økt andel vindkraft ga en kraftig prisreduksjon og høyere prisvolatilitet. Førstnevnte strider noe imot våre funn, da vi med vår modell ikke fant den samme kraftige prisreduksjonen. Trolig ligger forklaringen i fleksibiliteten som vannkraftproduksjon medfører, da denne teknologien enkelt kan opp- og nedreguleres og på en slik måte absorbere sjokk vindkraftproduksjon gir på etterspørselskurva. Dersom analysene hadde blitt foretatt på et område preget av større dominans av vindkraftproduksjon og mindre fleksibilitet, som for eksempel Danmark, ville trolig effektenene på elektrisitetsprisen vært tydeligere. Årsaken til funnene kan også forklares med den store usikkerheten knyttet til vindkraftproduksjon, som fører til høy volatilitet, og teknologiens lave marginalkostnader som senker elektrisitetsprisen totalt sett. (Astaneh et al., 2013b) Denne sammenhengen bekrefter også Erni et al. (2014). En konsekvens av dette vil være at sikring av risikonivå via spotmarkedet vil bli mer kostbart. Disse funnene gjør det interessant å utvide scenarioanalysen ved å se på hvordan elektrisitetsprisen endres med økt volatilitet, som dermed er et resultat av den antatt økte andelen vindkraft i det nordiske markedet. Det neste

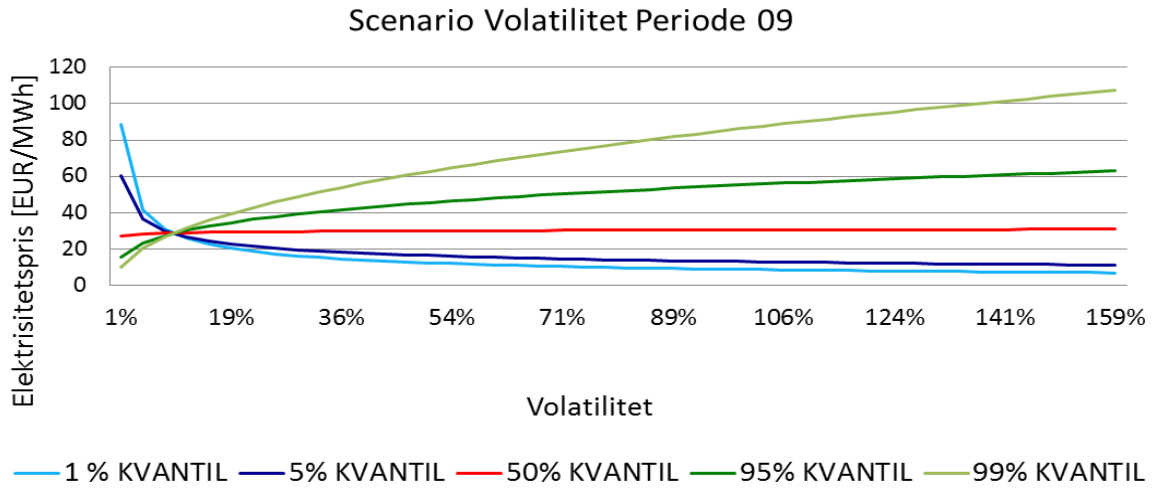
scenarioet tar derfor for seg elektrisitetsprisens utvikling basert på endringer i volatilitet for hver av de fire periodene.

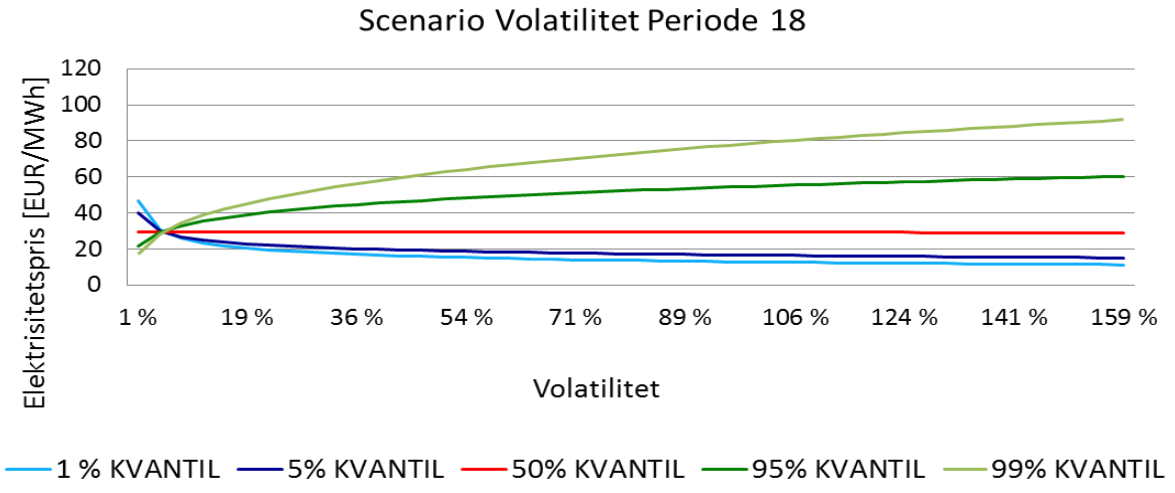
Volatilitet uttrykker prisens svingninger over tid. I de historiske dataene fant vi at periode 04 har betydelig høyere maksverdier av volatilitet enn de to andre periodene. Periode 18 hadde den laveste maksimumsverdien for volatilitet. Intervallet for scenarioet er av den grunn basert på maksimumsverdien for periode 04. Figur 18 illustrerer hvordan økt volatilitet påvirker henholdsvis prisen i periode 04, 09 og 18. Resultatene viser at for 1 og 5 prosents kvantilene vil en økning i volatilitet føre til lavere elektrisitetspriser. Dette gjelder for alle de ulike periodene. De negative elastisitetene for disse kvantilene gjør at prisutviklingen ved økt volatilitet går mot null. Skiftet fra negative til positive elastisiteter skjer rundt den midtre kvantilen for alle periodene, og disse er relativt små. Dette medfører at elektrisitetsprisen for 50 prosents kvantilen er relativt konstant når volatiliteten endres. For denne kvantilen er derfor volatilitet av liten betydning for prisen. Som man ser av figurene viser våre analyser at 50 prosents kvantilen for periode 09 og 18 er tilnærmet like, og elektrisitetsprisen stabiliserer seg på 30 EUR/MWh. For periode 04 stabiliserer den seg like under 10 EUR/MWh.

Hva angår utviklingen og formen på kurvene er endringene for de ulike kvantilene forholdsvis like for hver periode. Både for 50 og 95 prosents kvantilene stabiliserer elektrisitetsprisen seg på samme nivå for periode 09 og 18. Imidlertid er volatilitetens påvirkning på 99 prosents kvantilen betraktelig større for periode 09. For det aktuelle intervallet stiger prisen for periode 09 til 120 EUR/MWh, mens den for periode 18 stiger opp til 100 EUR/MWh. Dette viser resultatet av at den øvre kvantilen for periode 09 er ekstra sensitiv ovenfor en økning i volatilitet. Årsaken til dette kan være, som nevnt i vurderingen av de fundamentale faktorene, at kull utgjør en større andel av kraftproduksjonen i periode 18, enn i periode 09. Periode 18 vil dermed ha større forsyningssikkerhet og ikke oppleve samme sårbarhet ovenfor hyppige svingninger i pris.

Scenarioanalysen ble gjennomført med den hensikt å undersøke hvordan fornybarsatsningen vil påvirke elektrisitetsprisen. Ettersom om den direkte effekten basert på økt vindkraftproduksjon ga svært små utslag, ble den indirekte påvirkningen studert via økt volatilitet. Funnene viser at økt vindkraftproduksjon vil gi lavere elektrisitetspriser, men vi tolker funnene totalt sett dit at konsekvensen av økt volatilitet som følge av en større andel variabel kraftproduksjon vil overstyre denne effekten. Figurene over illustrerer at konsekvensen blir et større utfallsområde for prisen i alle periodene. Dette medfører økt usikkerhet for kraftprodusenter. Høy usikkerhet er generelt et problem ved investeringsanalyser, og er noe potensielle investorer må ta i betraktning. Et annet moment er at produksjonsplanlegging vanskeliggjøres ved større usikkerhet i prisprognoser, noe som skaper et behov for risikokompensasjon. Mange av disse konsekvensene kunne vært unngått dersom det var mulig å lagre elektrisitet produsert med fornybare energikilder på en effektiv måte, eller eventuelt ha utbedret overføringskapasiteten til kontinentet.







Figur 18: Scenarioanalyse for økt daglig volatilitet. Figuren viser elektrisitetsprisens utvikling i hhv. periode 04, 09 og 18. De ulike grafene illustrerer forskjell i prisutvikling for 1, 5, 50, 95 og 99 prosents kvantilene.

I det nordiske kraftmarkedet er det alltid av stor interesse å undersøke hvordan reservoarnivået påvirker elektrisitetsprisen. Huisman et al. (2013) argumenterer i sin artikkel for at en økning i reservoarnivå illustrerer en situasjon med en større andel fornybar energi i markedet med lave marginalkostander. En undersøkelse av økt reservoarnivå vil dermed indirekte fange opp hvordan en høyere andel fornybar energi påvirker elektrisitsprisen. Den store andelen vannkraft gjør systemet svært fleksibelt, imidlertid er det vanskelig å forutsi nedbørsmengde og tilsig til magasinene. Det vil derfor være nyttig å kjenne til hvordan elektrisitetsprisen varierer for ulike reservoarnivåer. Av den grunn er det utført en scenarioanalyse av dette. Analysen viser at elektrisitetsprisen i de lavere kvantilene i liten grad blir påvirket av endringer i reservoarnivå. Resultatene viste at lave reservoarnivå gir høye elektrisitetspriser i de øvre kvantilene. Det er sett på reservoarnivå i forhold til mediannivå, og fra analysene finner vi at når dette forholdet overstiger en holdes elektrisitetsprisen konstant uavhengig av en ytterligere økning i variabelen. Figurene som illustrerer utviklingen for elektrisitetsprisen ved økt reservoarnivå finnes som Figur 36 i Vedlegg B.

13.Implikasjoner av funn i analysen

I de første årene etter dereguleringen av kraftmarkedet ble det klart at prising av elektrisitet ikke kan baseres på modeller utviklet for andre finansielle aktiva. Dette skyldes blant annet at *cost of carry*-forholdet mellom system- og *forward*-pris ikke gjelder slik det gjør for råvarer som kan lagres. For å kunne utvikle tilsvarende adekvate modeller for elektrisitet er det nødvendig med tilstrekkelig informasjon om priskarakteristikken til systemprisen. (Weron, 2005) Det å forstå hvordan de fundamentale faktorene påvirker elektrisitetsprisen i løpet av døgnet, og deres varierende forklaringsgrad, er avgjørende for å håndtere risikoen som produsenter er eksponert for. Denne risikoeksponeringen avgjør hvor sensitiv elektrisitetsprisene i de ulike periodene er ovenfor forandringer i de aktuelle faktorene. Våre resultater fra både lineær regresjon og kvantilregresjon viser entydig at periodene har forskjellige risikofaktorer, og at deres påvirkningsgrad varierer betydelig mellom de analyserte periodene.

Alle aktører på elektrisitetsmarkedet vil være avhengige av nøyaktige prismodeller, og for produsentene på markedet har dette en stor betydning for deres produksjonsplanlegging. Disse sitter gjerne på gode prognoser for etterspørselsmønsteret, men like viktig er det med kunnskap om hvordan også andre faktorer påvirker elektrisitetsprisen i døgnets forskjellige perioder. Kartleggingen av de fundamentale faktorenes variasjon i påvirkningsgrad i hver periode, samt over elektrisitetsprisens fordeling, er viktig for at de aktuelle risikofaktorene implementeres i riktig grad. Hensikten med dette er å kvantifisere risikoen produsenter eksponeres for, samt hvordan denne endres ved forandring i underliggende faktorer. Ved å gjøre dette på en tilfredsstillende måte vil man bedre kunne regulere sin produksjon etter både pris og etterspørsel, og dermed optimere sin profitt. Våre resultater underbygger behovet for spesifikke modeller for hver enkelt time gjennom døgnet, noe som vil gi gode periodespesifikke prisestimater som legger til rette for mer spesifisert produksjonsplanlegging.

Aktører i kraftmarkedet vet at systematisk håndtering av risiko er verdifullt arbeid. All handel og investering i råvarer innebærer en viss grad av risikoeksponering. Kraftprodusenter er spesielt opptatt av nedsiderisiko, og interessert i hvilke faktorer som er med på å skape et nedadgående prispress på allerede lave priser. Kvantilregresjonsanalysen gir et godt bilde på hvilke faktorer dette gjelder, for hver av de ulike tidsperiodene. Vindkraftproduksjon viste seg å være en variabel med denne type egenskaper. Analyseresultatene viste at denne var signifikant både i øvre og nedre kvantiler. Effekten av en økning i vindkraftproduksjon i de nedre kvantilene bidro til å presse lave priser enda lavere. I de øvre kvantilene var derimot effekten motsatt, da en økning i vindkraftproduksjon her var med å redusere og stabilisere pristopper. Ekstremt høye priser medfører tap for forbrukere og aktører med *short position* i elektrisitetsmarkedet. Det kritiske for kraftprodusentene er derimot det som foregår i de nedre kvantilene der sannsynligheten for svært lave priser øker, noe som medfører økt nedsiderisiko. Volatilitet viste seg også å ha en svært varierende påvirkning, som forventet med negativt fortegn i de nedre kvantilene og positivt i de øvre. Slike sammenhenger er utfordrende, men samtidig viktige å inkorporere i prismodeller og risikostrategier for alle aktører i kraftmarkedet. Kvantilregresjonsmodeller er i stand til å fange opp karakteristikker i halene til elektrisitetsprisens fordeling, og er dermed av stor verdi da de kan brukes til vurdering av opp- og nedsiderisiko. Den største fordelen med kvantilregresjon i forhold til andre modeller er derfor dens evne til å forutsi hele prisfordelingen og ikke kun et enkelt estimat. Dette gir et bilde på sannsynlighten for at prisen faller innenfor gitte intervall. På en slik måte vil de bidra til at aktørene i kraftmarkedet kan sikre sin posisjon, budgivningsstrategi og sin fremtidige inntekt.

Som gjennomgått i kapittelet om modellteori fokuserer de fleste statistiske modeller på *mean reversion* og sesongmønstre. Imidlertid er en av de viktigste karakteristikkene ved elektrisitetsprisen pristoppene. Den deskriptive analysen bekrefter høye topper for elektrisitetsprisen i alle de analyserte periodene. Disse er et resultat av at elektrisitet ikke kan lagres på en effektiv måte, og effekten forsterkes i kombinasjon med for eksempel utfall av produksjon eller strømbrudd. Motivasjonen for å foreta en fundamentalanalyse av elektrisitetsmarkedet var blant annet å forstå bakgrunnen til prissvingningene. Denne tilnærmingen muliggjør utvikling av modeller som forhindrer underestimering av risiko og store økonomiske tap grunnet raske bevegelser i elektrisitetsprisen. En av utfordringene med en fundamental–prismodell er at også de fundamentale faktorene varierer med tiden, men i ulike mønstre. Til tross for våre forventninger rundt elektrisitetsprisens avhengighet til de utvalgte faktorene viste det seg at elastisitetene for disse er generelt svært små, og at elektrisitetsprisen i stor grad er avhengig av variablene basert på egne tidligere priser. Disse resultatene tyder på at *mean reversion* og ukes- og sesongmønstre er av større betydning enn først antatt, og i så måte vil en kvantilregresjonsmodell være godt egnet. *Peak*-periodene er preget av høyere variasjon og mindre grad av *mean reversion* enn *off peak*-prisene. Dette gjør *peak*-prisene spesielt vanskelige å predikere, og indikerer at samme modell for estimering av pris ikke kan anvendes i både *peak*- og *off peak*-perioder. Problemer som da kan oppstå er blant annet at graden av *mean reversion* overestimeres for *peak*-perioder, og dermed at de mest ekstreme pristoppene ikke fanges opp. Spesielt viktig er dette funnet for selskaper og industri med et forbruksmønster som kjennetegnes av høy etterspørsel i enkelte timer

gjennom døgnet. Disse ønsker ofte spesialtilpassede kontrakter som tilfredsstiller deres behov og gjenspeiler den reelle risikopremien for aktuelle perioder. Modeller for verdisetting og prising av slike kontrakter må av den grunn ta hensyn til karakteristikkene i hver periode, og kan ikke baseres på faktorer som er signifikante for daglig gjennomsnittspris.

Elektrisitetsmarkedet er de siste årene blitt utsatt for økt politisk risiko med innføring av både elsertifikater og CO2-kvoter. Denne økte risikoeksponeringen var noe vi ønsket å undersøke. Våre analyser av elsertifikatprisen og CO2-prisen viste imidlertid at disse variablene ikke var signifikante, og dermed heller ikke ga noen klar påvirkning på elektrisitetsprisen. Gitt dagens situasjon med satsning på fornybar energi, er det nærliggende å tro at disse politisk konstruerte virkemidlene vil bidra til økt investering i fornybar kraftproduksjon. Dette vil medføre en økende andel vindkraft, uregulerbar vannkraft og solkraft de kommende årene, noe som igjen vil føre til høyere prisvolatilitet. Resultatene fra scenarioanalysen viste at en økning i volatilitet vil drive elektrisitetsprisen i de øvre kvantilene betraktelig opp, mens prisen i de nedre kvantilene vil reduseres.

14.Konklusjon

I denne oppgaven har vi analysert og kvantifisert hvordan ulike fundamentale faktorer påvirker elektrisitetsprisen i det nordiske kraftmarkedet. I tillegg er det undersøkt hvordan påvirkningen varierer over prisdistribusjonen til elektrisitet. Oppgaven utgjør en oppdatert analyse, hvor tidsperioden er fra januar 2006 til desember 2013. Det er valgt å inkludere flere nye variabler enn hva som tidligere er gjort i tilsvarende studier.

Funnene i analysene viser store variasjoner mellom periodene og kvantilene når det gjelder hvilke av faktorene som har signifikante elastisiteter. Dette er svært viktig da det viser at det må tas hensyn til ulike faktorer ved vurdering av opp- og nedside risiko i hver enkelt periode. Resultatet vil ha betydning for utvikling av modeller, da det betyr at de fundamentale faktorene påvirker forskjellig avhengig av nivået på elektrisitetsprisen i den aktuelle timen. Analysene viste også at kvantilregresjonsmetodikken i stor grad var i stand til å fange elektrisitetsprisens karakteristikker som eksempelvis pristopper, *mean reversion* og høy variasjon. Forklaringsgraden til kvantilregresjonene var tilfredsstillende, og vi konkluderer med at en slik tilnærming dermed er kapabel til å estimere fremtidige priser på en god måte. Verdien av en fundamental modell er høy, og er et viktig verktøy når det gjelder modellering og scenarioanalyser av fremtidige elektrisitetspriser.

Resultatene fra analysene gjennomført viser at elektrisitetsprisen i svært stor grad er en funksjon av gårsdagenspris og snittprisen de siste syv dagene, da disse har høyt signifikansnivå og påvirkning over prisfordelingen. Unntaket er snittet de syv siste dagene for periode 04, hvor denne ikke var signifikant i nedre kvantiler. En autoregressiv modell vil dermed ha en formidabel forklaringsgrad, noe som bekreftes av autoregresjonsanalysen. For å videreutvikle modellen kan konsum og vindkraftproduksjon tas med som variable. Variabelen for reservoarnivå bør inkluderes i de øvre kvantilene, da denne kun har signifikante elastisiteter her. Volatilitet som faktor vil videre gi en yttereligere forbedret forklaringsgrad, da denne har ulik påvirkning i nedre og øvre haler, med henholdvis negativt og positivt

fortegn for elastisitetene. Det kan i tillegg vurderes å inkludere olje-, gass- og CO2-pris for periode 04, da disse har signifikante elastisiteter i de øvre kvntilene.

Scenarioanalysen viste at økt vindkraftproduksjon ikke har en direkte effekt på elektrisitetsprisen. Det ble derimot sett at økt volatilitet, som en konsekvens av en større andel fornybar kraftproduksjon, påvirker elektrisitetsprisen i stor grad, og i så måte bekrefter funnene fra kvantilregresjonsanalysen. Effektene er like for de fire periodene daglig pris, periode 04, periode 09 og periode 18, der elektrisitetsprisen i de nedre kvantilene reduseres med økt volatilitet. Det motsatte er tilfellet for de to øvre kvantilene. Resultatet fra denne scenarioanalysen viser dermed høyere usikkerhet i prisene, noe som gjør det vanskeligere for kraftprodusenter å planlegge produksjon.

14.1 Kritikk og videre arbeid

Utvalget av faktorer det er sett på i oppgaven er inspirert av tilsvarende studier utført på andre kraftmarkeder. Som et supplement til tidligere forskning har vi inkludert faktorer som, så vidt det er oss bekjent, ikke er benyttet i denne type analyse på NordPool. Blant de sistnevnte inkluderte vi elsertifikatpris og CO2-pris. Imidlertid tror vi det i fremtiden kunne vært interessant å inkludere variabler for solenergi, forutsatt en økt andel kraft basert på denne teknologien. Det er nærliggende å tro at en del av fornybarmålet vil realiseres gjennom solenergi i fremtiden, og i så måte kunne det vært interessant å se på konsekvensene dette vil ha for elektrisitetsprisen. I motsetning til solenergi, en energikilde som må utnyttes når forholdene ligger til rette for det, er kjernekraft en stabil baselast både i det nordiske og det europeiske kraftmarkedet. Nedetid, utfall av produksjon eller politisk betinget nedbygging av denne kraftteknologien vil etterlate seg et stort udekket kraftbehov, som det også kunne vært interessant å se på i en analyse.

Et av målene med oppgaven var å undersøke hvordan den økte satsningen på fornybar energi påvirker elektrisitetsprisen. Vannreservoarnivå viste seg å være signifikant, med relativt høy forklaringsgrad. Vindkraft hadde små, men signifikante elastisiteter. Derimot fant vi ingen signifikante sammenhenger mellom elsertifikatprisen og CO2-prisen. Dette tror vi delvis kan skyldes den forholdsvis lange dataperioden i analysen, og dels den store andelen vannkraft i markedet. For videre forskning på området vil vi derfor anbefale å inkludere både solenergi og produksjon av kjernekraft. I tillegg vil det være interessant å utføre en tilsvarende analyse på et senere tidspunkt slik at tidsperioden inkluderer flere av årene med satsning på fornybar energiproduksjon. Elsertifikater ble innført i Sverige i 2003, og Norge først i 2012, mens CO2-kvoteordningen ble innført i 2005. Erfaring tilsier at det tar noe tid før virkningene av slike politiske insentiver synliggjøres i markedet, og basert på dette kunne analysen med fordel ha strekt seg over kun de siste årene av dataperioden. Virkningene av fornybarpolitikken vil da bli tydeligere. Dette ville derimot vært en for kort dataperiode til å utføre empiriske analyser, da spesielt kvantilregresjon med vurderinger av 1 og 99 prosents kvantilene. En annen interessant oppgave ville vært å se nærmere på sammenhengen mellom elsertifikat- og elektrisitetspris, og undersøkt hvem som bærer kostnaden til ordningen.

Det bør også nevnes at ved gjennomføring av denne type analyser, om et emne som er av stor interesse, har man en oppfatning av hvordan resultatene vil bli. Diskusjonen rundt resultatene vil naturlig nok bære preg av våre subjektive oppfatninger.

Kildeliste:

ALEXANDER, C. 2008. MarketRisk Analysis, John Wiley & Sons Ltd.

AMJADY, N. & HEMMATI, M. 2006. Energy price forecasting. IEEE power & energy magazine.

ASTANEH, M. F. & CHEN, Z. 2013. Price volatility in wind dominat electricity markets. EUROCON. Zagreb: IEEE.

ASTANEH, M. F., CHEN, Z. & MOUSAVI, O. A. 2013a. Excessive Price Reduction and Extreme Volatility in Wind Dominant Electricity Markets; Solutions and Emerging Challenges. Power and Energy Society General Meeting, 1-5.

ASTANEH, M. F., CHEN, Z. & MOUSAVI, O. A. 2013b. Excessive price reduction and extreme volatility in wind dominant electricity markets; solutions and emerging challenges. Power and Energy Society General Meeting (PES). Vancouver, BC: IEEE.

BROOKS, C. 2008. Introductory Econometrics in Finance, Cambridge, Cambridge University Press.

BUNN, D. W., ANDRESEN, A., CHEN, D. & WESTGAARD, S. 2013. Analysis and forecasting of electricity price risks with quantile factor model. Working Paper.

DENG, S. 2000. Pricing electricity derivatives under alternative stochastic spot price models. System Sciences. IEEE.

ERNI, D., FRAUENDORFER, K., PARASCHIV, F. & PIETSCH, R. 2014. The impact of renewable energies on EEX day-ahead electricity prices. Preprint submitted to Energy Policy.

FEZZI, C. & BUNN, D. W. 2010. Structural interactions of European carbon trading and energy prices. The Journal of Energy Markets, 4, 53-69.

FRIDOLFSSON, S.-O. & TANGERÅS, T. P. 2009. Market Power in the Nordic electricity wholesale market: A survey of empirical evidence. Energy Policy, 37, 3681-3692.

GAO, F., GUAN, X., CAO, X.-R. & PAPALEXOPOULOS, A. 2000. Forecasting market clearing price and quantity using a neural network method. Power Engineering Society Summer Meeting, 2000.

GEMAN, H. & RONCORONI, A. 2006. Understanding the fine structure of electricity prices. The Journal of Business, 79.

GRØV, K. & WEBERG, O. 2013. Deskriptiv analyse av elsertifikatmarkedet, Prosjektoppgave høsten 2013. Industriell Økonomi og Teknologiledelse, NTNU.

HAMMOUDEH, S., NGUYEN, D. K. & SOUSA, R. M. 2014. Energy prices and CO2 emission allowance prices: a quantile regression approach.

HUISMAN, R., HUURMAN, C. & MAHIEU, R. 2007. Hourly electricty prices in day-ahead markets. Energy Economics, 29, 240-248.

HUISMAN, R., STRADNIC, V. & WESTGAARD, S. 2013. Renewable energy and electricity prices: Indirect evidence from hydro power.

HÄRDLE, K. W. & TRÜCK, S. 2010. The dynamics of hourly electricity prices. SFB 649 Discussion Paper.

JARQUE, C., & BERA, A. 1981. An efficient large-sample test for normality of observations and regression residuals. Australian National University Working Papers in Econometrics 40.

KARAKATSANI, N. V. & BUNN, D. W. 2008. Forecasting electricity prices: The impact of fundamentals and time-varying coefficients. International Journal of Forecasting, 24, 764-785.

KOEKEBAKKER, S. & OLLMAR, F. 2001. Forward curve dynamics in the Nordic electricity market. Managerial Finance, 31.

KOENKER, R. 2005. Quantile Regression, USA, Cambridge University Press.

KOENKER, R. & BASSET, G. 1978. Regression Quantiles. *Econometrica,* 1.

KRISTIANSEN, T. 2012. Forecasting Nord Pool day-ahead price with an autoregressive model. Energy Policy, 49, 328-332.

LEMMING, J. 2003. Financial risks for green electricity investors and producers in a tradable green certificate market. Energy Policy, 31, 21-32.

LUCIA, J. J. & SCHWARTZ, E. S. 2002. Electricity Prices and Power Derivatives: Evidence from the Nordic Power Exchange. Review of Derivatives Research, 5, 5-50.

MCDONALD, R. L. 2013. Derivatives Markets.

MORTHORST, P. E. 2000. The development of a green certificate market. Energy Policy, 28, 1085-1094.

NEWEY, W. K. & WEST, K. D. 1987. Hypothesis testing with efficient method of moments estimation. International Economic Review, 28.

NORDPOOL SPOT. Nordpool Spot [Online]. http://nordpoolspot.com/.

PIRRONG, C. & JERMAKYAN, M. 2008. The price of power: The valuation of power and weather derivatives. Journal of Banking & Finance, 32, 2520-2529.

SAKIA, R. M. 1992. The Box-Cox transformation technique; a review. The Statistician, 41, 169-178.

TABACHNICK, B. G. & FIDELL, L. S. 1989. Using Multivariate Statistisc, Pearson.

VEHVILAINEN, I. & PYYKKONEN, T. 2005. Stochastic factor model for electricity spot price -the case of the Nordic market. Energy Economics, 27, 351-367.

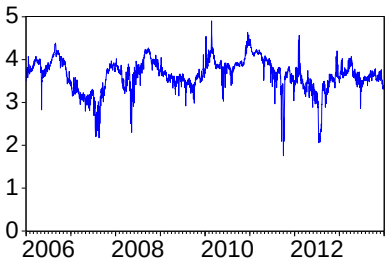
WANGENSTEEN, I. 2012. Power System Economics- the Nordic Electricity Market, Trondheim, Norway, Tapir Academic Press.

WERON, R. 2005. Heavy tails and electricity prices. Research report. Hugo Steinhaus Center for Stochastic Methods: Wroclaw University of Technology.

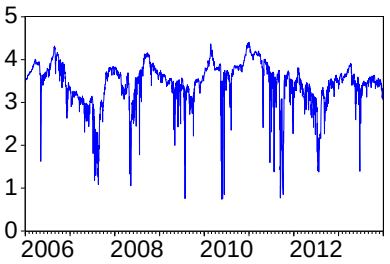
WHITE, H. 1980. A heteroskedastic consistent covariance matrix estimator and direct test for heteroskedasticity. Econometrica, 48, 817-838.

Vedlegg A, Utvikling av forklaringsvariabler over tid

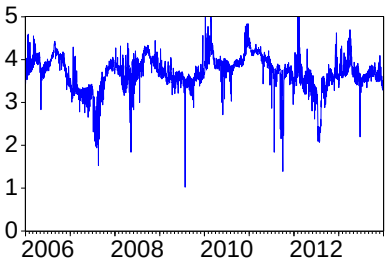
LN_ELPRIS



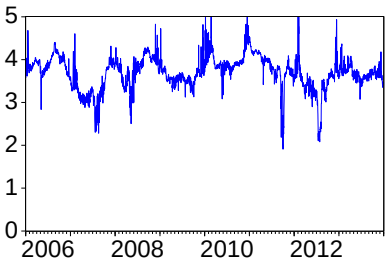
LN_ELPRIS04



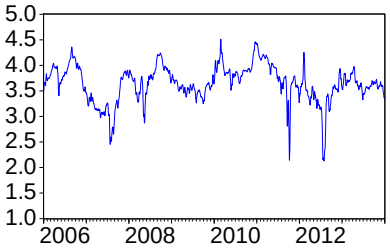
LN_ELPRIS09



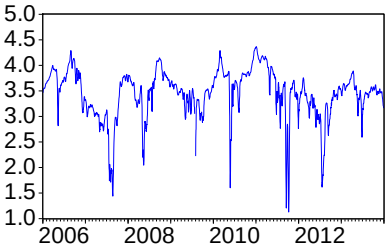
LN_ELPRIS18



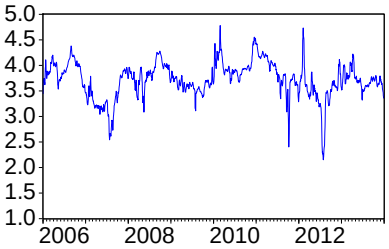
LN_SNITT7DAGER



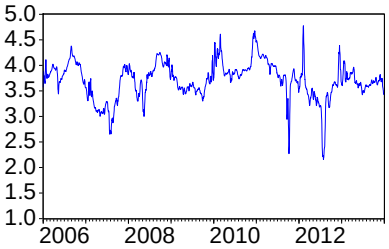
LN_SNITT7DAGER04



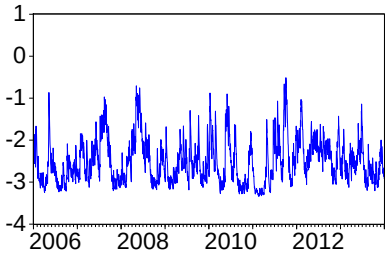
LN_SNITT7DAGER09



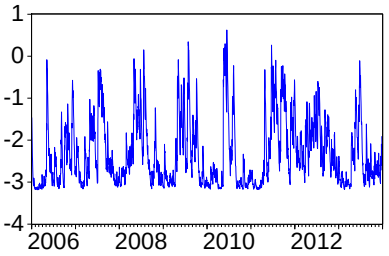
LN_SNITT7DAGER18



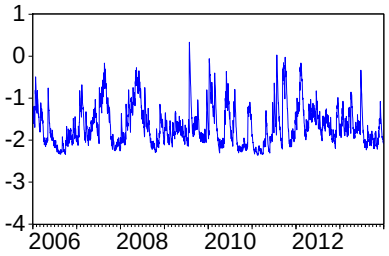
VOLATILITET



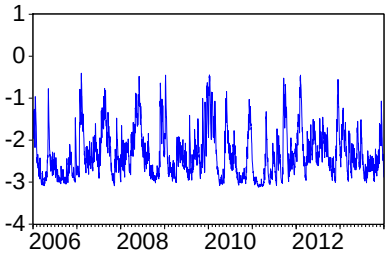
VOLATILITET04

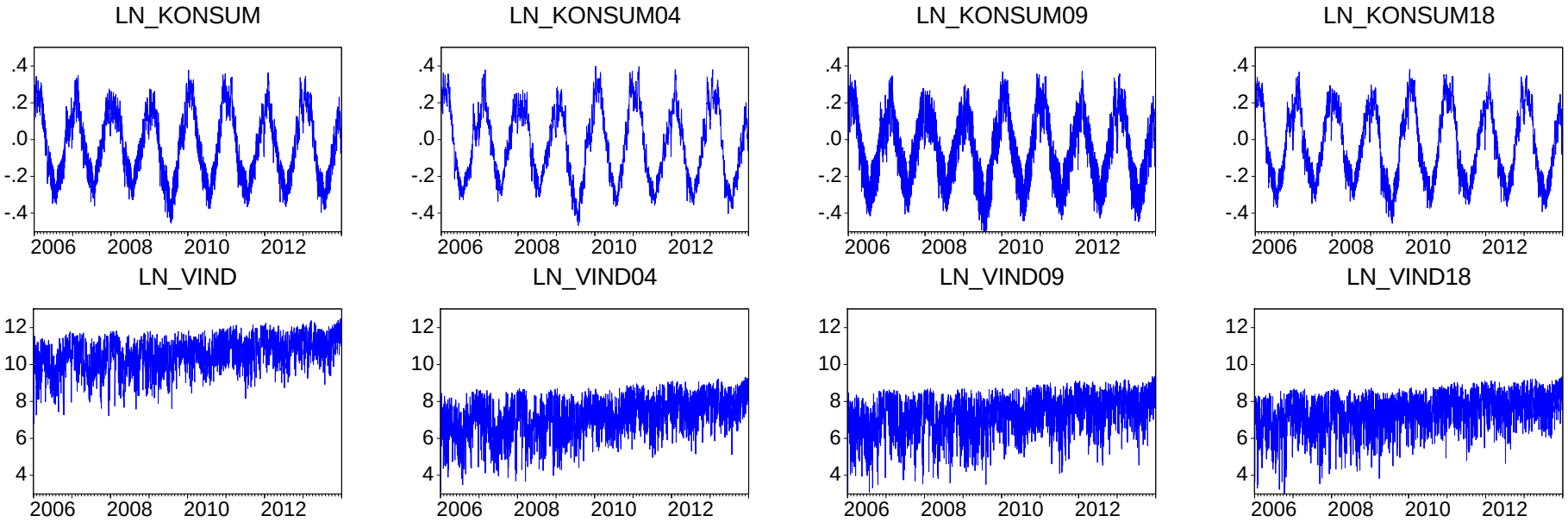


VOLATILITET09

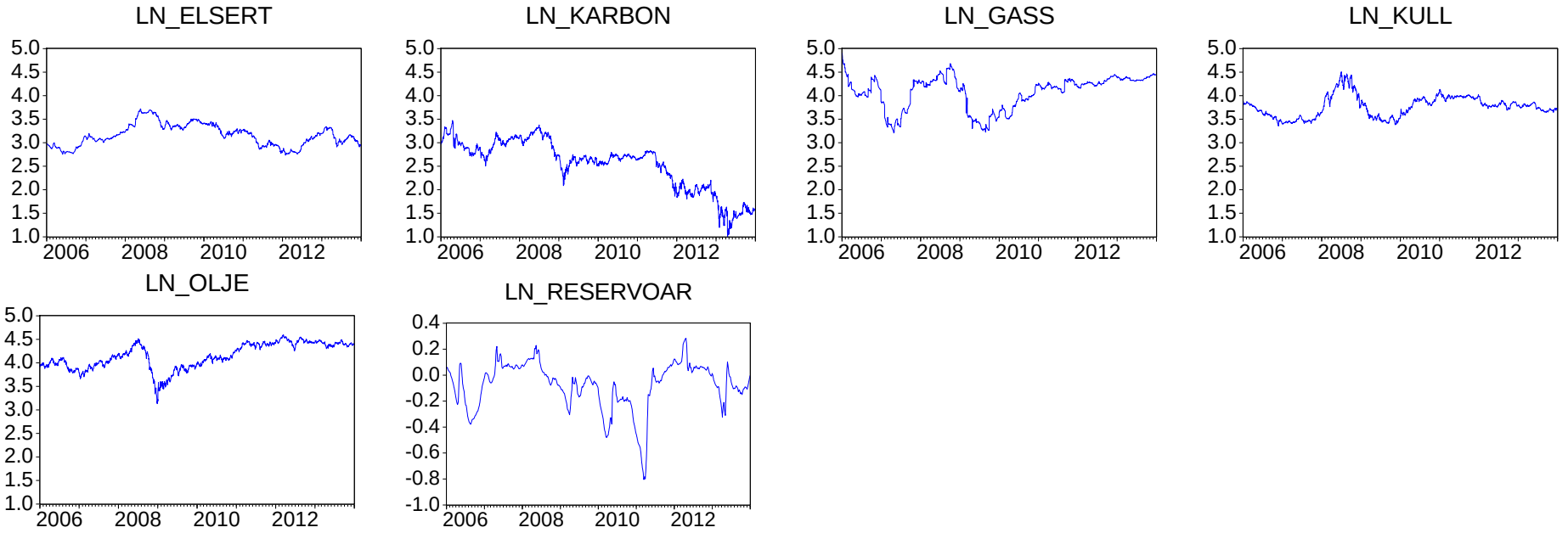


VOLATILITET18





Figur 19: Figurene over illustrerer utviklingen til de periodespesifikke faktorene gjennom dataperioden 01.01.2006 til 31.12.2013. Langs y-aksen vises ln verdiene til de ulike faktorene, for elektrisitet, snitt syv dager, elsertifikat, karbon, gass, kull og olje utgjør dette ln til pris gitt i EUR, volatilitet utgjør dette ln til volatilitet beregnet med GARCH, for konsum utgjør dette ln til konsum delt på snitt konsum og for vind utgjør dette ln til produsert vindkraft i MWh/h. Langs x-aksen vises utviklingen over tid.



Figur 20: Figurene over illustrerer utviklingen til faktorene som er anvendt i alle de ulike tidsperiodene, for dataperioden 01.01.2006 til 31.12.2013. Langs y-aksen vises ln verdiene til de ulike faktorene, for elektrisitet, snitt syv dager, elsertifikat, karbon, gass, kull og olje utgjør dette ln til pris gitt i EUR, volatilitet utgjør dette ln til volatilitet beregnet med GARCH, for konsum utgjør dette ln til konsum delt på snitt konsum og for vind utgjør dette ln til produsert vindkraft i MWh/h. Langs x-aksen vises utviklingen over tid.

Vedlegg B, tabeller og figurer

1. Deskriptiv statistikk:

Tabellene nedenfor viser deskriptiv statistikk for elektrisitetspris samt de fundamentale faktorene, både for daglig pris og de ulike periodene 04, 09 og 18.

Naturlig pris:

*Tabell 1: Deskriptiv statistikk for elektrisitetspris. Jarque-Bera: Test for normalfordeling: Forkast nullhypotesen om normalfordelt data dersom JB er større enn kritisk verdi. Her er alle de JB-verdiene langt over den kritiske verdien på 5 prosents signifikansnivå, og ingen av variablene er dermed normalfordelte. Augmented Dickey-Fuller: Test for stasjonæritet. Forkaster nullhypotesen om ikke-stasjonæritet dersom test-statistikken for ADF er mer negativ enn den kritiske verdien. På 1 prosents signifikansnivå: elektrisitetspris, konsum, reservoarnivå, vindkraftproduksjon, gasspris, snitt7dager og volatilitet stasjonære. For signifikansnivået indikerer *, **, *** hhv. 10%, 5% og 1%.*

Daglig Pris	Elpris	Konsum	Reservoar	Vind	Olje	Gass	Kull	Karbon	Elsertifikat	Snitt7Dager	Volatilitet
Gjennomsnitt	40,71	1,00	0,94	55 263	65,30	62,12	44,63	14,36	24,23	40,71	0,10
Median	39,19	0,98	0,95	44 504	62,58	66,50	43,77	14,51	23,07	39,02	0,07
Maksimum	134,80	1,46	1,33	261 933	98,89	135,17	90,74	32,25	41,27	92,63	0,60
Minimum	5,79	0,63	0,45	907	22,89	24,72	28,65	2,70	15,40	8,40	0,04
Standardavvik	13,85	0,18	0,15	42 858	16,80	19,08	10,97	6,42	5,88	13,35	0,07
Skjevhet	0,69	0,31	-0,59	1,23	-0,10	-0,24	1,20	0,12	0,74	0,59	2,63
Kurtose	4,63	2,10	3,48	4,43	1,88	2,53	5,07	2,25	3,01	3,80	12,38
Jarque-Bera	555	145	195	983	156	54	1 228	75	267	246	14 087
Signifikansnivå	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
ADF	-3,82	-3,90	-3,73	-9,60	-1,62	-3,65	-2,39	-1,35	-1,37	-4,00	-7,36
Signifikansnivå	***	***	***	***		***				***	***
Antall	2922	2922	2922	2922	2922	2922	2922	2922	2922	2922	2922

ln pris:

*Tabell 2: Deskriptiv statistikk for ln elektrisitetspris. Jarque-Bera: Test for normalfordeling. Forkast nullhypotesen om normalfordelt data dersom JB er større enn kritisk verdi. Her er alle JB-verdiene langt over den kritiske verdien på 5 prosents signifikansnivå, og ingen av variablene er dermed normalfordelte. Augmented Dickey-Fuller: Test for stasjonæritet. Forkaster nullhypotesen om ikke-stasjonæritet dersom test-statistikken for ADF er mer negativ enn den kritiske verdien. På 1 prosents signifikansnivå: elektrisitetspris, konsum, reservoarnivå, vindkraftproduksjon, snitt7dager og volatilitet stasjonære. For signifikansnivået indikerer *, **, *** hhv. 10%, 5% og 1%.*

Daglig Pris	Ln_Elpris	Ln_Konsum	Ln_Reservoar	Ln_Vind	Ln_Olje	Ln_Gass	Ln_Kull	Ln_Karbon	Ln_Elsertifikat	Ln_Snitt7Dager	Ln_Volatilitet
Gjennomsnitt	3,64	-0,02	-0,08	10,58	4,14	4,07	3,77	2,54	3,16	3,64	-2,50
Median	3,67	-0,02	-0,05	10,70	4,14	4,20	3,78	2,67	3,14	3,66	-2,59
Maksimum	4,90	0,38	0,28	12,48	4,59	4,91	4,51	3,47	3,72	4,51	-0,51
Minimum	1,76	-0,45	-0,81	6,81	3,13	3,21	3,36	0,99	2,73	2,13	-3,34
Standardavvik	0,37	0,18	0,18	0,91	0,28	0,35	0,23	0,54	0,23	0,36	0,52
Skjevhet	-0,94	0,03	-1,23	-0,62	-0,57	-0,81	0,47	-0,76	0,27	-0,85	0,84
Kurtose	5,53	2,01	5,11	3,15	2,77	2,57	3,08	2,66	2,35	5,02	3,37
Jarque-Bera	1 212	119	1 275	188	165	338	108	295	86	849	362
Signifikansnivå	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
ADF	-4,48	-3,78	-3,86	-11,81	-1,63	-2,42	-2,09	-0,97	-1,27	-4,60	-7,18
Signifikansnivå	***	***	***	***						***	***
Antal	2922	2922	2922	2922	2922	2922	2922	2922	2922	2922	2922

ln pris periode 04:

*Tabell 3: Deskriptiv statistikk ln elektrisitetspris periode 04. Jarque-Bera: Test for normalfordeling. Forkast nullhypotesen om normalfordelt data dersom JB er større enn kritisk verdi. Her er alle JB-verdiene langt over den kritiske verdien på 5 prosents signifikansnivå, og ingen av variablene er dermed normalfordelte. Augmented Dickey-Fuller: Test for stasjonæritet. Forkaster nullhypotesen om ikke-stasjonæritet dersom test-statistikken for ADF er mer negativ enn den kritiske verdien. På 1 prosents signifikansnivå: elektrisitetspris, konsum, reservoarnivå, vindkraftproduksjon, snitt7dager og volatilitet stasjonære. For signifikansnivået indikerer *, **, *** hhv. 10%, 5% og 1%.*

Periode 04	Ln_Elpris04	Ln_Konsum04	Ln_Reservoar	Ln_Vind04	Ln_Olje	Ln_Gass	Ln_Kull	Ln_Karbon	Ln_Elsertifikat	Ln_Snitt7Dager04	Ln_Volatilitet04
Gjennomsnitt	3,45	-0,02	-0,08	7,22	4,14	4,07	3,77	2,54	3,16	3,45	-2,30
Median	3,53	-0,03	-0,05	7,34	4,14	4,20	3,78	2,67	3,14	3,52	-2,57
Maksimum	4,40	0,40	0,28	9,32	4,59	4,91	4,51	3,47	3,72	4,37	0,62
Minimum	0,74	-0,47	-0,81	3,11	3,13	3,21	3,36	0,99	2,73	1,13	-3,18
Standardavvik	0,52	0,19	0,18	1,04	0,28	0,35	0,23	0,54	0,23	0,48	0,81
Skjevhet	-1,72	0,08	-1,23	-0,60	-0,57	-0,81	0,47	-0,76	0,27	-1,35	1,06
Kurtose	7,76	1,90	5,11	3,08	2,77	2,57	3,08	2,66	2,35	6,11	3,26
Jarque-Bera	4 202	149	1 275	175	165	338	108	295	86	2 054	551
Signifikansnivå	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
ADF	-6,36	-3,43	-3,86	-9,54	-1,63	-2,42	-2,09	-0,97	-1,27	-4,90	-8,23
Signifikansnivå	***	**	***	***						***	***
Antall	2922	2922	2922	2922	2922	2922	2922	2922	2922	2922	2922

ln pris periode 09:

*Tabell 4: Deskriptiv statistikk ln elektrisitetspris periode 09. Jarque-Bera: Test for normalfordeling. Forkast nullhypotesen om normalfordelt data dersom JB er større enn kritisk verdi. Her er alle JB-verdiene langt over den kritiske verdien på 5 prosents signifikansnivå, og ingen av variablene er dermed normalfordelte. Augmented Dickey-Fuller: Test for stasjonæritet. Forkaster nullhypotesen om ikke-stasjonæritet dersom test-statistikken for ADF er mer negativ enn den kritiske verdien. På 1 prosents signifikansnivå: elektrisitetspris, konsum, reservoarnivå, vindkraftprodusksjon, snitt7dager og volatilitet stasjonære. For signifikansnivået indikerer *, **, *** hhv. 10%, 5% og 1%.*

Periode 09	Ln_Elpris09	Ln_Konsum09	Ln_Reservoar	Ln_Vind09	Ln_Olje	Ln_Gass	Ln_Kull	Ln_Karbon	Ln_Elsertifikat	Ln_Snitt7Dager09	Ln_Volatilitet09
Gjennomsnitt	3,72	-0,02	-0,08	7,24	4,14	4,07	3,77	2,54	3,16	3,72	-1,65
Median	3,74	-0,02	-0,05	7,40	4,14	4,20	3,78	2,67	3,14	3,74	-1,76
Maksimum	5,70	0,37	0,28	9,37	4,59	4,91	4,51	3,47	3,72	4,78	0,33
Minimum	1,02	-0,52	-0,81	3,04	3,13	3,21	3,36	0,99	2,73	2,15	-2,36
Standardavvik	0,40	0,18	0,18	1,10	0,28	0,35	0,23	0,54	0,23	0,35	0,47
Skjevhet	-0,88	-0,11	-1,23	-0,70	-0,57	-0,81	0,47	-0,76	0,27	-0,76	0,98
Kurtose	7,22	2,30	5,11	3,14	2,77	2,57	3,08	2,66	2,35	5,13	3,63
Jarque-Bera	2 546	66	1 275	238	165	338	108	295	86	836	518
Signifikansnivå	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
ADF	-4,34	-3,62	-3,86	-12,45	-1,63	-2,42	-2,09	-0,97	-1,27	-4,21	-7,31
Signifikansnivå	***	***	***	***						***	***
Antall	2922	2922	2922	2922	2922	2922	2922	2922	2922	2371	2922

ln pris periode 18:

*Tabell 5: Deskriptiv statistikk for ln elektrisitetspris periode 18. Jarque-Bera: Test for normalfordeling. Forkast nullhypotesen om normalfordelt data dersom JB er større enn kritisk verdi. Her er alle JB-verdiene langt over den kritiske verdien på 5 prosents signifikansnivå, og ingen av variablene er dermed normalfordelte. Augmented Dickey-Fuller: Test for stasjonæritet. Forkaster nullhypotesen om ikke-stasjonæritet dersom test-statistikken for ADF er mer negativ enn den kritiske verdien. På 1 prosents signifikansnivå: elektrisitetspris, konsum, reservoarnivå, vindkraftproduksjon, snitt7dager og volatilitet stasjonære. For signifikansnivået indikerer *, **, *** hhv. 10%, 5% og 1%.*

Periode 18	Ln_Elpris18	Ln_Konsum18	Ln_Reservoar	Ln_Vind18	Ln_Olje	Ln_Gass	Ln_Kull	Ln_Karbon	Ln_Elsertifikat	Ln_Snitt7Dager18	Ln_Volatilitet18
Gjennomsnitt	3,71	-0,02	-0,08	7,40	4,14	4,07	3,77	2,54	3,16	3,71	-2,33
Median	3,73	-0,03	-0,05	7,56	4,14	4,20	3,78	2,67	3,14	3,74	-2,45
Maksimum	5,42	0,38	0,28	9,33	4,59	4,91	4,51	3,47	3,72	4,78	-0,41
Minimum	1,91	-0,46	-0,81	2,98	3,13	3,21	3,36	0,99	2,73	2,16	-3,12
Standardavvik	0,38	0,19	0,18	1,00	0,28	0,35	0,23	0,54	0,23	0,36	0,56
Skjevhet	-0,56	0,06	-1,23	-0,76	-0,57	-0,81	0,47	-0,76	0,27	-0,69	0,97
Kurtose	5,49	1,81	5,11	3,57	2,77	2,57	3,08	2,66	2,35	4,86	3,42
Jarque-Bera	907	175	1 275	324	165	338	108	295	86	652	479
Signifikansnivå	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
ADF	-4,57	-3,85	-3,86	-11,13	-1,63	-2,42	-2,09	-0,97	-1,27	-4,32	-7,51
Signifikansnivå	***	***	***	***						***	***
Antall	2 922	2 922	2 922	2 922	2 922	2 922	2 922	2 922	2 922	2 922	2 922

Kritiske verdier for Jarque-Bera og ADF-test (*):

Tabell 6: Kritiske verdier til vurdering av Jarque-Bera og Augmented Dickey-Fuller

** Kritiske verdier*					
ADF	*1% signifikansnivå*	*-3.434*	**Jarque-Bera**	*5% signifikansnivå,*	*5.990*
	5% signifikansnivå	*-2.863*		frihetsgrader=2	
	10% signifikansnivå	*-2.568*			

2. Korrelasjon og multikolinearitet:

Tabellene nedenfor viser korrelasjonsmatrisen mellom elektrisitetspris og de fundamentale faktorene for daglig pris, på naturlig form og ln-form, samt for de tre ulike periodene 04, 09 og 18.

ln pris:

Tabell 7: Korrelasjonsmatrise for ln pris. Multikolinearitet: Gjelder mellom de uavhengige variablene, ikke med den avhengige. Kritisk verdi lik 0,7 jmf. Tabachnick og Fidell (1989). Problemet med multikolinearitet er at påvirkningen på elprisen fra hver enkelt forklaringsvariabel ikke kan beregnes. Dersom det eksisterer multikolinearitet mellom forklaringsvariablene foreslår Alexander (2008) følgende: 1) bruk ulike dataperioder eller 2) droppe den minst signifikante av de multikolineære faktorene. Her: ingen av korrelasjonene mellom de uavhengige variablene overskrider den kritiske verdien, men gass-kull og reservoar-snitt7dager ligger nært. I tillegg er korrelasjonen mellom olje og gass relativt høy.

Daglig Pris	Ln_Elpris	Ln_Elsert	Ln_Gass	Ln_Karbon	Ln_Konsum	Ln_Kull	Ln_Olje	Ln_Reservoar	Ln_Vind	Ln_Volatilitet	Ln_Snitt7Dager
Ln_Elpris	1.00										
Ln_Elsert	0.15	1.00									
Ln_Gass	0.24	-0.16	1.00								
Ln_Karbon	0.16	0.27	-0.25	1.00							
Ln_Konsum	0.35	0.11	0.16	0.01	1.00						
Ln_Kull	0.32	0.25	***0.61***	0.06	-0.02	1.00					
Ln_Olje	-0.02	-0.24	***0.55***	-0.46	-0.13	0.47	1.00				
Ln_Reservoar	-0.58	-0.08	0.11	-0.01	-0.13	0.01	0.14	1.00			
Ln_Vind	-0.04	-0.09	0.17	-0.38	0.16	0.05	0.29	-0.04	1.00		
Ln_Volatilitet	-0.40	-0.00	-0.04	-0.04	-0.14	0.10	0.14	0.43	-0.04	1.00	
Ln_Snitt7Dager	0.95	0.15	0.26	0.16	0.31	0.33	-0.02	***-0.61***	0.01	-0.44	1.00

ln pris periode 04:

Tabell 8: Korrelasjonsmatrise for ln pris periode 04. Multikolinearitet: Gjelder mellom de uavhengige variablene, ikke med den avhengige. Kritisk verdi lik 0,7 jmf. Tabachnick og Fidell (1989). Problemet med multikolinearitet er at påvirkningen på elprisen fra hver enkelt forklaringsvariabel ikke kan beregnes. Dersom det eksisterer multikolinearitet mellom forklaringsvariablene foreslår Alexander (2008) følgende: 1) bruk ulike dataperioder eller 2) droppe den minst signifikante av de multikolineære faktorene. Her: ingen av korrelasjonene mellom de uavhengige variablene overskrider den kritiske verdien, men gass-kull og snitt7dager-volatilitet er svært nær. I tillegg er gass-olje, konsum-volatilitet og reservoar-snitt7dager relativt høyt korrelert.

Periode 04	Ln_Elpris04	Ln_Elsert	Ln_Gass	Ln_Karbon	Ln_Konsum04	Ln_Kull	Ln_Olje	Ln_Reservoar	Ln_Vind04	Ln_Snitt7Dager04	Ln_Volatilitet04
Ln_Elpris04	1.00										
Ln_Elsert	0.10	1.00									
Ln_Gass	0.20	-0.16	1.00								
Ln_Karbon	0.09	0.27	-0.25	1.00							
Ln_Konsum04	0.38	0.12	0.14	0.01	1.00						
Ln_Kull	0.20	0.26	***0.61***	0.07	-0.02	1.00					
Ln_Olje	-0.05	-0.24	***0.55***	-0.46	-0.13	0.47	1.00				
Ln_Reservoar	-0.54	-0.08	0.11	-0.01	-0.16	0.01	0.14	1.00			
Ln_Vind04	-0.00	-0.08	0.20	-0.39	0.17	0.08	0.29	-0.06	1.00		
Ln_Snitt7Dager	0.91	0.10	0.22	0.09	0.38	0.21	-0.06	***-0.58***	0.07	1.00	
Ln_Volatilitet0	-0.62	-0.09	-0.05	-0.00	***-0.54***	0.11	0.16	0.38	-0.04	***-0.65***	1.00

ln pris periode 09:

Tabell 9: Korrelasjonsmatrise for ln pris periode 09. Multikolinearitet: Gjelder mellom de uavhengige variablene, ikke med den avhengige. Kritisk verdi lik 0,7 jmf. Tabachnick og Fidell (1989). Problemet med multikolinearitet er at påvirkningen på elprisen fra hver enkelt forklaringsvariabel ikke kan beregnes. Dersom det eksisterer multikolinearitet mellom forklaringsvariablene foreslår Alexander (2008) følgende: 1) bruk ulike dataperioder eller 2) droppe den minst signifikante av de multikolineære faktorene. Her: ingen av korrelasjonene mellom de uavhengige variablene overskrider den kritiske verdien, men gass-kull er nær kritisk verdi. I tillegg er også korrelasjonen mellom gass-olje og reservoar-snitt7dager relativt høy.

Periode 09	Ln_Elpris09	Ln_Elsert	Ln_Gass	Ln_Karbon	Ln_Konsum09	Ln_Kull	Ln_Olje	Ln_Reservoar	Ln_Vind09	Ln_Snitt7Dager09	Ln_Volatilitet09
Ln_Elpris09	1.00										
Ln_Elsert	0.14	1.00									
Ln_Gass	0.24	-0.16	1.00								
Ln_Karbon	0.13	0.27	-0.25	1.00							
Ln_Konsum09	0.44	0.10	0.14	0.01	1.00						
Ln_Kull	0.30	0.25	***0.61***	0.06	-0.02	1.00					
Ln_Olje	0.01	-0.24	***0.55***	-0.46	-0.12	0.47	1.00				
Ln_Reservoar	-0.50	-0.08	0.11	-0.01	-0.12	0.01	0.14	1.00			
Ln_Vind09	-0.04	-0.08	0.15	-0.33	0.16	0.04	0.25	-0.03	1.00		
Ln_Snitt7Dager	0.87	0.16	0.27	0.14	0.33	0.34	0.01	***-0.57***	0.02	1.00	
Ln_Volatilitet0	-0.22	0.04	-0.06	0.00	0.03	0.07	0.09	0.38	-0.04	-0.26	1.00

ln pris periode 18:

Tabell 10: Korrelasjonsmatrise for ln pris periode 18. Multikolinearitet: Gjelder mellom de uavhengige variablene, ikke med den avhengige. Kritisk verdi lik 0,7 jmf. Tabachnick og Fidell (1989). Problemet med multikolinearitet er at påvirkningen på elprisen fra hver enkelt forklaringsvariabel ikke kan beregnes. Dersom det eksisterer multikolinearitet mellom forklaringsvariablene foreslår Alexander (2008) følgende: 1) bruk ulike dataperioder eller 2) droppe den minst signifikante av de multikolineære faktorene. Her: ingen av korrelasjonene mellom de uavhengige variablene overskrider den kritiske verdien, men gass-kull ligger svært nær. I tillegg er korrelasjonen mellom gass-olje og reservoar-snitt7dager relativt høy.

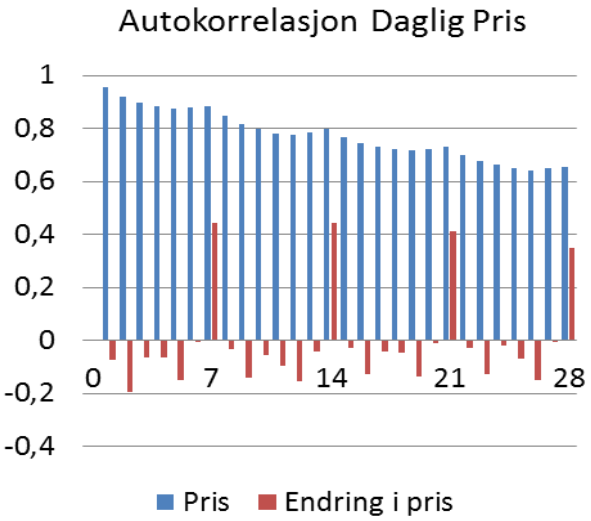
Periode 18	Ln_Elpris18	Ln_Elsert	Ln_Gass	Ln_Karbon	Ln_Konsum18	Ln_Kull	Ln_Olje	Ln_Reservoar	Ln_Vind18	Ln_Snitt7Dager18	Ln_Volatilitet18
Ln_Elpris18	1.00										
Ln_Elsert	0.16	1.00									
Ln_Gass	0.25	-0.16	1.00								
Ln_Karbon	0.14	0.27	-0.25	1.00							
Ln_Konsum18	0.41	0.11	0.18	-0.00	1.00						
Ln_Kull	0.30	0.25	***0.61***	0.06	-0.02	1.00					
Ln_Olje	-0.02	-0.24	***0.55***	-0.46	-0.14	0.47	1.00				
Ln_Reservoar	-0.53	-0.08	0.11	-0.01	-0.12	0.01	0.14	1.00			
Ln_Vind18	-0.06	-0.08	0.13	-0.34	0.12	0.05	0.27	-0.03	1.00		
Ln_Snitt7Dage	0.93	0.16	0.26	0.14	0.38	0.31	-0.03	***-0.57***	0.00	1.00	
Ln_Volatilitet1	-0.13	0.10	-0.05	-0.05	0.18	0.00	0.00	0.34	0.02	-0.15	1.00

3. Autokorrelasjon og Q-statistikk:

Tabellene og grafene nedenfor viser autokorrelasjonen pris og endring i pris for daglig elektrisitetspris og de tre ulike periodene 04, 09 og 18, samt Q(5)-statistikken.

ln pris:

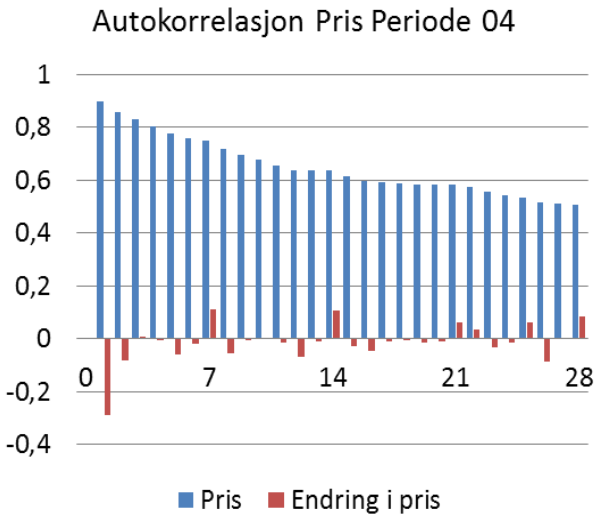
Autokorrelasjon Dglig Pris		
Lag	Pris	Endring i pris
1	0,955	-0,076
2	0,917	-0,195
3	0,897	-0,063
4	0,882	-0,065
5	0,873	-0,149
6	0,877	-0,007
7	0,882	0,445
14	0,796	0,443
21	0,730	0,410
28	0,655	0,350
Q(5)	11 993	217,380



Figur 21: a) Autokorrelasjon og Q(5)-statistikk for daglig pris på nivå- og endringsform. b) En grafisk fremstilling av autokorrelasjon for ulike lag som viser topper med høyere korrelasjon for hvert 7. lag.

ln pris periode 04:

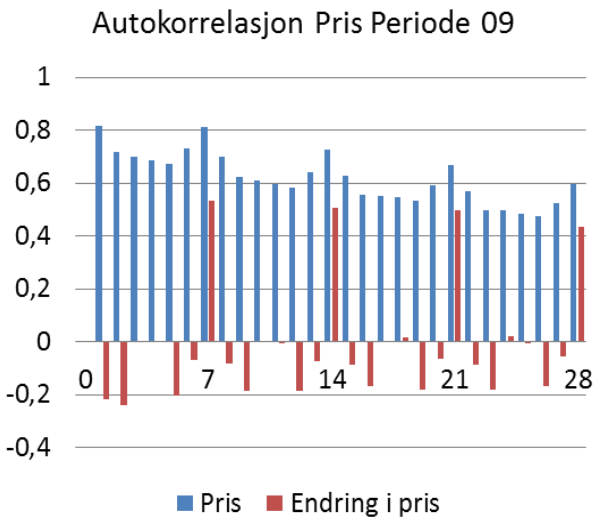
Autokorrelasjon Pris Periode 04		
Lag	Pris	Endring i pris
1	0,898	-0,289
2	0,855	-0,082
3	0,829	0,007
4	0,801	-0,002
5	0,774	-0,062
6	0,759	-0,021
7	0,749	0,110
14	0,634	0,104
21	0,584	0,063
28	0,506	0,085
Q(5)	10137	274,800



Figur 22: a) Autokorrelasjon og Q(5)-statistikk for pris periode 04 på nivå- og endringsform. b) En grafisk fremstilling av autokorrelasjon for ulike lag som viser svake topper med høyere korrelasjon for hvert 7. lag.

ln pris periode 09:

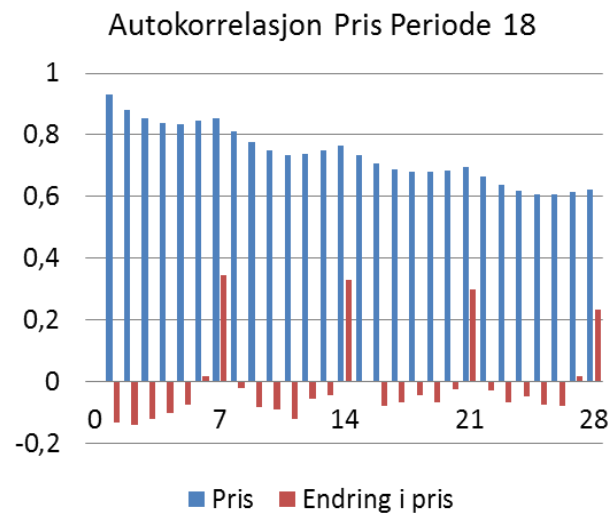
Autokorrelasjon Pris Periode 09		
Lag	Pris	Endring i pris
1	0,818	-0,219
2	0,715	-0,241
3	0,701	0,003
4	0,686	0,001
5	0,671	-0,203
6	0,729	-0,068
7	0,812	0,534
14	0,725	0,504
21	0,668	0,495
28	0,596	0,433
Q(5)	7589	432,110



Figur 23: a) Autokorrelasjon og Q(5)-statistikk for pris periode 09 på nivå- og endringsform. b) En grafisk fremstilling av autokorrelasjon for ulike lag som viser svært tydelige topper med høyere korrelasjon for hvert 7. lag.

ln pris periode 18:

Autokorrelasjon Pris Periode 18		
Lag	Pris	Endring i pris
1	0,932	-0,132
2	0,882	-0,139
3	0,852	-0,119
4	0,837	-0,101
5	0,836	-0,074
6	0,846	0,016
7	0,853	0,345
14	0,765	0,329
21	0,695	0,299
28	0,621	0,234
Q(5)	11041	195,190



Figur 24: a) Autokorrelasjon og Q(5)-statistikk for pris periode 18 på nivå- og endringsform. b) En grafisk fremstilling av autokorrelasjon for ulike lag som viser tydelige topper med høyere korrelasjon for hvert 7. lag.

4. Autoregresjon:

Tabellene nedenfor viser resultatene fra autoregresjonsanalysen utført på daglig elektrisitetspris, periode 04, 09 og 18. Grafene illustrerer differansen mellom de faktiske

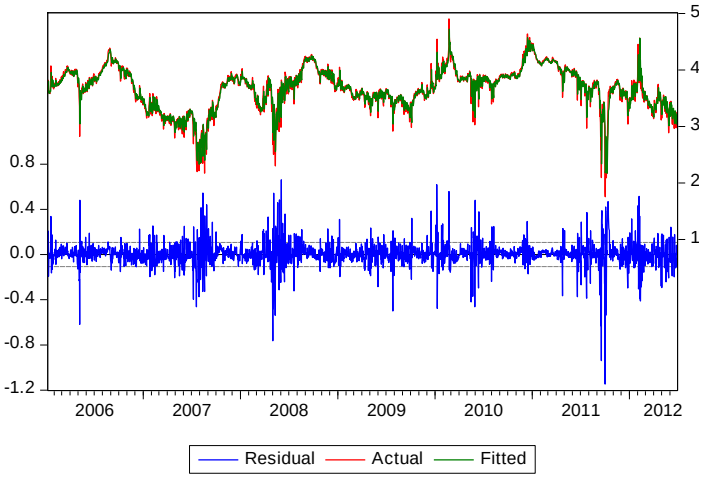
prisene og prisene estimert med de aktuelle autoregresjonsmodellene. I tillegg viser de plott av residualene til modellene.

Daglig pris:

*Tabell 11: Resultater fra autoregresjonsanalysen for daglig elektrisitetspris. Tabellen viser elastisiteten og signifikansnivået til hvert lag, i tillegg til teststatistikker for regresjonen. Stjernene til høyre for koeffisientene representerer signifikansnivået. *, **, *** indikerer hhv. 10%, 5% og 1% signifikansnivå.*

Dependent Variable: LN_ELPRIS					
Method: Least Squares					
Variable	**Coefficient**		**Std. Error**	**t-Statistic**	**Prob.**
C	0,068	***	0,023	2,968	0,003
LN_ELPRIS(-1)	0,781	***	0,020	38,266	0
LN_ELPRIS(-2)	-0,084	***	0,026	-3,229	0,001
LN_ELPRIS(-3)	0,094	***	0,026	3,608	0,000
LN_ELPRIS(-4)	-0,001		0,026	-0,057	0,955
LN_ELPRIS(-5)	-0,049	*	0,026	-1,889	0,059
LN_ELPRIS(-6)	0,104	***	0,026	4,020	0,000
LN_ELPRIS(-7)	0,140	***	0,020	6,854	0
VOLATILITET(-1)	0,005		0,005	0,995	0,320

R-squared	**0,916**	Mean dependent v	3,676
Adjusted R-squared	0,916	S.D. dependent va	0,369
S.E. of regression	0,107	Akaike info criteric	-1,626
Sum squared resid	27,023	Schwarz criterion	-1,604
Log likelihood	1 930,853	Hannan-Quinn crit	-1,618
F-statistic	3 218,889	Durbin-Watson sta	1,896
Prob(F-statistic)	0		



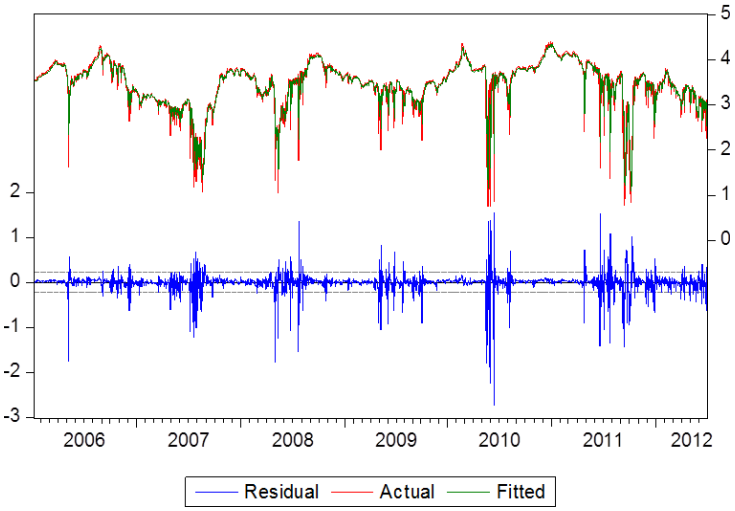
Figur 25: Plott av estimert elektrisitetspris i forhold til faktisk pris, samt residualplott. Plottene viser at residualene i perioder er svært høye, noe som kan tyde på volatilitetsgruppering. Det kommer også frem at pristopper og prisbunner ikke fanges spesielt godt opp i den estimerte modellen.

Pris periode 04:

*Tabell 12: Resultater fra autoregresjonsanalysen for elektrisitetspris periode 04. Tabellen viser elastisiteten og signifikansnivået til hvert lag, i tillegg til teststatistikker for regresjonen. Stjernene til høyre for koeffisientene representerer signifikansnivået. *, **, *** indikerer hhv. 10%, 5% og 1% signifikansnivå.*

Dependent Variable: LN_ELPRIS04					
Method: Least Squares					
Variable	**Coefficient**		**Std. Error**	**t-Statistic**	**Prob.**
C	0,151	***	0,034	4,399	0
LN_ELPRIS04(-1)	0,621	***	0,021	30,059	0
LN_ELPRIS04(-2)	0,178	***	0,024	7,356	0
LN_ELPRIS04(-3)	0,043	*	0,024	1,779	0,075
LN_ELPRIS04(-4)	0,028		0,024	1,147	0,251
LN_ELPRIS04(-5)	0,015		0,024	0,623	0,533
LN_ELPRIS04(-6)	0,011		0,024	0,476	0,634
LN_ELPRIS04(-7)	0,072	***	0,020	3,545	0,000
VOLATILITET04(-1)	0,017	**	0,007	2,351	0,019

R-squared	**0,828**	Mean dependent var	3,475
Adjusted R-squared	0,827	S.D. dependent var	0,532
S.E. of regression	0,221	Akaike info criterion	-0,173
Sum squared resid	115,130	Schwarz criterion	-0,151
Log likelihood	212,963	Hannan-Quinn criter.	-0,165
F-statistic	1 407,577	Durbin-Watson stat	1,990
Prob(F-statistic)	0		



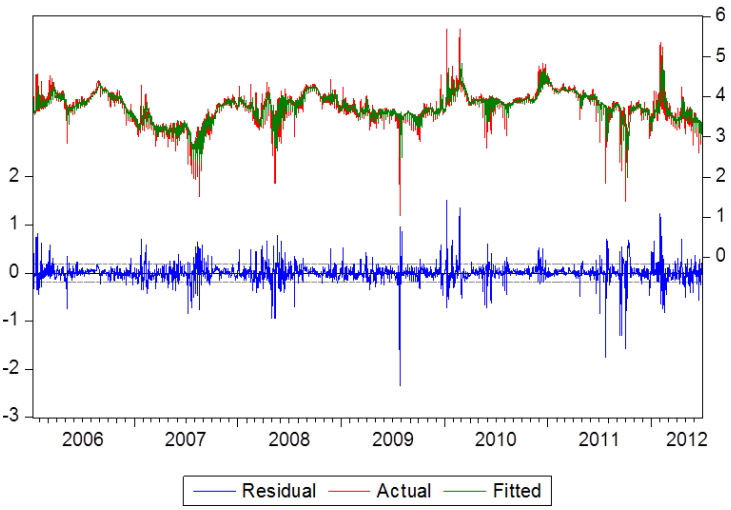
Figur 26: Plott av estimert elektrisitetspris periode 04 i forhold til faktisk pris, samt residualplott. Plottene viser at residualene i perioder er svært høye, noe som kan tyde på volatilitetsgruppering. Det kommer også frem at pristopper og prisbunner ikke fanges spesielt godt opp i den estimerte modellen.

Pris periode 09:

*Tabell 13: Resultater fra autoregresjonsanalysen for elektrisitetspris periode 09. Tabellen viser elastisiteten og signifikansnivået til hvert lag, i tillegg til teststatistikker for regresjonen. Stjernene til høyre for koeffisientene representerer signifikansnivået. *, **, *** indikerer hhv. 10%, 5% og 1% signifikansnivå.*

Dependent Variable: LN_ELPRIS09					
Method: Least Squares					
Variable	**Coefficient**		**Std. Error**	**t-Statistic**	**Prob.**
C	0,141	***	0,044	3,194	0,001
LN_ELPRIS09(-1)	0,429	***	0,019	22,815	0
LN_ELPRIS09(-2)	-0,026		0,021	-1,253	0,210
LN_ELPRIS09(-3)	0,096	***	0,021	4,619	0
LN_ELPRIS09(-4)	0,026		0,021	1,267	0,205
LN_ELPRIS09(-5)	-0,056	***	0,021	-2,685	0,007
LN_ELPRIS09(-6)	0,090	***	0,021	4,322	0
LN_ELPRIS09(-7)	0,408	***	0,019	21,676	0
VOLATILITET09(-1)	0,013		0,009	1,504	0,133

R-squared	**0,757**	Mean dependent var	3,750
Adjusted R-squared	0,756	S.D. dependent var	0,397
S.E. of regression	0,196	Akaike info criterion	-0,418
Sum squared resid	90,479	Schwarz criterion	-0,396
Log likelihood	502,487	Hannan-Quinn criter.	-0,410
F-statistic	915,483	Durbin-Watson stat	1,769
Prob(F-statistic)	0		



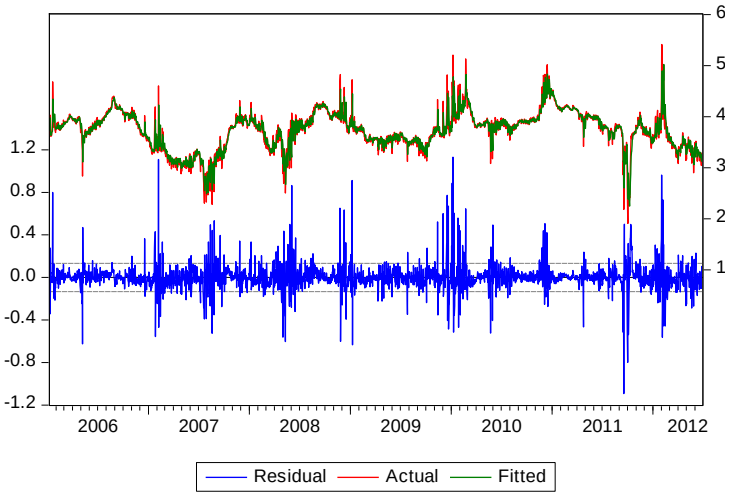
Figur 27: Plott av estimert elektrisitetspris periode 09 i forhold til faktisk pris, samt residualplott. Plottene viser at residualene i perioder er svært høye, noe som kan tyde på volatilitetsgruppering. Det kommer også frem at pristopper og prisbunner ikke fanges spesielt godt opp i den estimerte modellen.

Pris periode 18:

*Tabell 14: Resultater fra autoregresjonsanalysen for elektrisitetspris periode 18. Tabellen viser elastisiteten og signifikansnivået til hvert lag, i tillegg til teststatistikker for regresjonen. Stjernene til høyre for koeffisientene representerer signifikansnivået. *, **, *** indikerer hhv. 10%, 5% og 1% signifikansnivå.*

Dependent Variable: LN_ELPRIS18					
Method: Least Squares					
Variable	**Coefficient**		**Std. Error**	**t-Statistic**	**Prob.**
C	0,088	***	0,029	2,983	0,003
LN_ELPRIS18(-1)	0,688	***	0,020	33,757	0
LN_ELPRIS18(-2)	-0,008		0,025	-0,312	0,755
LN_ELPRIS18(-3)	0,022		0,025	0,872	0,384
LN_ELPRIS18(-4)	0,014		0,025	0,569	0,570
LN_ELPRIS18(-5)	0,020		0,025	0,811	0,418
LN_ELPRIS18(-6)	0,087	***	0,025	3,520	0,000
LN_ELPRIS18(-7)	0,149	***	0,020	7,330	0
VOLATILITET18(-1)	-0,008		0,005	-1,604	0,109

R-squared	**0,877**	Mean dependent var	3,738
Adjusted R-squared	0,877	S.D. dependent var	0,379
S.E. of regression	0,133	Akaike info criterion	-1,189
Sum squared resid	41,845	Schwarz criterion	-1,167
Log likelihood	1 413,968	Hannan-Quinn criter.	-1,181
F-statistic	2 097,950	Durbin-Watson stat	1,924
Prob(F-statistic)	0		



Figur 28: Plott av estimert elektrisitetspris periode 18 i forhold til faktisk pris, samt residualplott. Plottene viser at residualene i perioder er svært høye, noe som kan tyde på volatilitetsgruppering. Det kommer også frem at pristopper og prisbunner ikke fanges spesielt godt opp i den estimerte modellen.

5. Lineær regresjon:

Nedenfor vises resultater fra lineærregresjonen utført på daglig elektrisitetspris, samt periode 04, 09 og 18. Først presenteres elastisiteter og signifikansnivå til hver av de fundamentale faktorene, samt teststatistikker for regresjonene. Deretter kommer plott av estimert daglig elektrisitetspris i forhold til faktisk pris, samt residualplott

Daglig pris:

*Tabell 15: Resultater fra lineær regresjon for daglig elektrisitetspris. Tabellen viser elastisiteten og signifikansnivået til hver av de fundamentale faktorene samt dummyvariablene, i tillegg til teststatistikker for regresjonen. Stjernene til høyre for koeffisientene representerer signifikansnivået. *, **, *** indikerer hhv. 10%, 5% og 1% signifikansnivå.*

Dependent Variable: LN_ELPRIS					
Method: Least Squares					
Variable	**Coefficient**		**Std. Error**	**t-Statistic**	**Prob.**
C	0,068		0,078	0,882	0,378
LN_ELPRIS(-1)	0,402	***	0,049	8,212	0
LN_KONSUM	0,400	***	0,044	9,003	0
LN_RESERVOAR(-1)	-0,038		0,030	-1,264	0,207
LN_VIND(-1)	-0,002		0,003	-0,753	0,451
LN_KARBON(-1)	-0,011		0,008	-1,485	0,138
LN_GASS(-1)	0,004		0,012	0,319	0,749
LN_ELSERT(-1)	0,006		0,017	0,332	0,740
LN_KULL(-1)	0,013		0,027	0,476	0,635
LN_OLJE(-1)	-0,003		0,010	-0,299	0,765
LN_SNITT7DAGER(-1)	0,555	***	0,061	9,145	0
VOLATILITET(-1)	-0,005		0,008	-0,578	0,563
HELGEDUMMY	-0,063	***	0,006	-10,496	0
@MONTH=2	-0,012		0,010	-1,129	0,259
@MONTH=3	0,017		0,010	1,637	0,102
@MONTH=4	0,080	***	0,015	5,403	0
@MONTH=5	0,124	***	0,022	5,745	0
@MONTH=6	0,164	***	0,025	6,500	0
@MONTH=7	0,166	***	0,028	5,899	0
@MONTH=8	0,178	***	0,024	7,316	0
@MONTH=9	0,119	***	0,019	6,096	0
@MONTH=10	0,096	***	0,015	6,371	0
@MONTH=11	0,042	***	0,009	4,945	0
@MONTH=12	0,017	**	0,008	2,076	0,038
R-squared	**0,940**		Mean dependent var		3,675
Adjusted R-squared	**0,939**		S.D. dependent var		0,369
S.E. of regression	0,091		Akaike info criterion		-1,945
Sum squared resid	19,449		Schwarz criterion		-1,886
Log likelihood	2 328,514		Hannan-Quinn criter.		-1,923
F-statistic	1 589,560		**Durbin-Watson stat**		**1,468**
Prob(F-statistic)	0				
Heteroskedasticity Test: White					
F-statistic	**6,431**		Prob. F(232,2137)		0

Pris periode 04:

*Tabell 16: Resultater fra lineær regresjon for elektrisitetspris periode 04. Tabellen viser elastisiteten og signifikansnivået til hver av de fundamentale faktorene samt dummyvariablene, i tillegg til teststatistikker for regresjonen. Stjernene til høyre for koeffisientene representerer signifikansnivået. *, **, *** indikerer hhv. 10%, 5% og 1% signifikansnivå.*

Dependent Variable: LN_ELPRIS04					
Method: Least Squares					
Variable	**Coefficient**		**Std. Error**	**t-Statistic**	**Prob.**
C	0,448	***	0,126	3,555	0,000
LN_ELPRIS04(-1)	0,592	***	0,060	9,822	0
LN_KARBON(-1)	-0,019		0,012	-1,527	0,127
LN_KONSUM04	0,505	***	0,069	7,346	0
LN_RESERVOAR	-0,143	***	0,041	-3,483	0,001
LN_VIND04	-0,036	***	0,006	-6,267	0
LN_SNITT7DAGER04(-1)	0,335	***	0,068	4,922	0
LN_KULL(-1)	0,045		0,044	1,006	0,315
LN_OLJE(-1)	0,005		0,016	0,339	0,735
LN_GASS(-1)	-0,006		0,023	-0,264	0,792
LN_ELSERT(-1)	-0,014		0,031	-0,464	0,642
VOLATILITET04(-1)	0,033	**	0,013	2,577	0,010
HELGEDUMMY	-0,032	***	0,011	-2,935	0,003
@MONTH=2	-0,029	**	0,011	-2,577	0,010
@MONTH=3	-0,008		0,013	-0,594	0,553
@MONTH=4	0,053	**	0,021	2,554	0,011
@MONTH=5	0,071	**	0,034	2,098	0,036
@MONTH=6	0,166	***	0,041	4,014	0,000
@MONTH=7	0,138	***	0,046	3,003	0,003
@MONTH=8	0,165	***	0,042	3,929	0,000
@MONTH=9	0,118	***	0,038	3,107	0,002
@MONTH=10	0,107	***	0,024	4,365	0
@MONTH=11	0,068	***	0,015	4,544	0
@MONTH=12	0,018		0,013	1,361	0,174

R-squared	**0,839**	Mean dependent v	3,475
Adjusted R-squared	**0,837**	S.D. dependent var	0,532
S.E. of regression	0,215	Akaike info criterio	-0,230
Sum squared resid	107,676	Schwarz criterion	-0,171
Log likelihood	295,559	Hannan-Quinn crite	-0,209
F-statistic	528,542	**Durbin-Watson sta**	**2,097**
Prob(F-statistic)	0		
Heteroskedasticity Test: White			
F-statistic	**4,370**	Prob. F(232,2129)	0

Pris periode 09:

*Tabell 17: Resultater fra lineær regresjon for elektrisitetspris periode 09. Tabellen viser elastisiteten og signifikansnivået til hver av de fundamentale faktorene samt dummyvariablene, i tillegg til teststatistikker for regresjonen. Stjernene til høyre for koeffisientene representerer signifikansnivået. *, **, *** indikerer hhv. 10%, 5% og 1% signifikansnivå.*

Dependent Variable: LN_ELPRIS09					
Method: Least Squares					
Variable	**Coefficient**		**Std. Error**	**t-Statistic**	**Prob.**
C	0,309	***	0,113	2,746	0,006
LN_ELPRIS09(-1)	0,234	***	0,036	6,486	0
LN_KARBON(-1)	-0,033	**	0,015	-2,212	0,027
LN_KONSUM09	0,843	***	0,088	9,567	0
LN_RESERVOAR	-0,136	***	0,041	-3,333	0,001
LN_VIND09	-0,024	***	0,004	-5,814	0
LN_SNITT7DAGER09(-1)	0,596	***	0,041	14,585	0
LN_KULL(-1)	0,049		0,038	1,300	0,194
VOLATILITET09	-0,033	*	0,018	-1,826	0,068
LN_OLJE(-1)	0,022		0,019	1,156	0,248
LN_GASS(-1)	0,025		0,023	1,063	0,288
LN_ELSERT(-1)	0,020		0,028	0,705	0,481
HELGEDUMMY	-0,115	***	0,013	-8,817	0
@MONTH=2	-0,028		0,024	-1,169	0,242
@MONTH=3	0,007		0,020	0,326	0,745
@MONTH=4	0,123	***	0,027	4,554	0
@MONTH=5	0,213	***	0,035	6,004	0
@MONTH=6	0,277	***	0,043	6,488	0
@MONTH=7	0,293	***	0,047	6,177	0
@MONTH=8	0,305	***	0,042	7,186	0
@MONTH=9	0,220	***	0,033	6,691	0
@MONTH=10	0,142	***	0,024	5,814	0
@MONTH=11	0,070	***	0,017	4,223	0
@MONTH=12	0,017		0,017	0,997	0,319

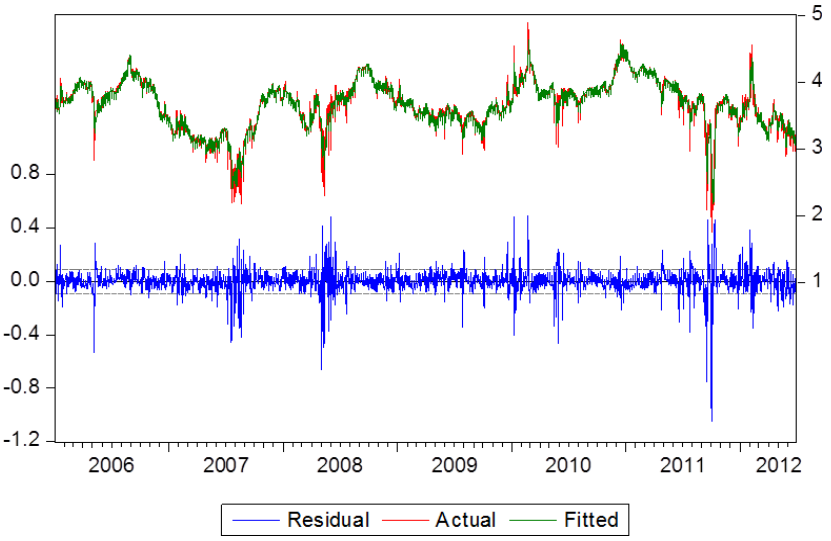
R-squared	**0,812**	Mean dependent va	3,750
Adjusted R-squared	**0,810**	S.D. dependent var	0,396
S.E. of regression	0,173	Akaike info criterior	-0,664
Sum squared resid	69,983	Schwarz criterion	-0,606
Log likelihood	811,148	Hannan-Quinn criter	-0,643
F-statistic	440,186	**Durbin-Watson stat**	**1,726**
Prob(F-statistic)	0		
Heteroskedasticity Test: White			
F-statistic	**8,531**	Prob. F(232,2137)	0

Pris periode 18:

*Tabell 18: Resultater fra lineær regresjon for elektrisitetspris periode 18. Tabellen viser elastisiteten og signifikansnivået til hver av de fundamentale faktorene samt dummyvariablene, i tillegg til teststatistikker for regresjonen. Stjernene til høyre for koeffisientene representerer signifikansnivået. *, **, *** indikerer hhv. 10%, 5% og 1% signifikansnivå.*

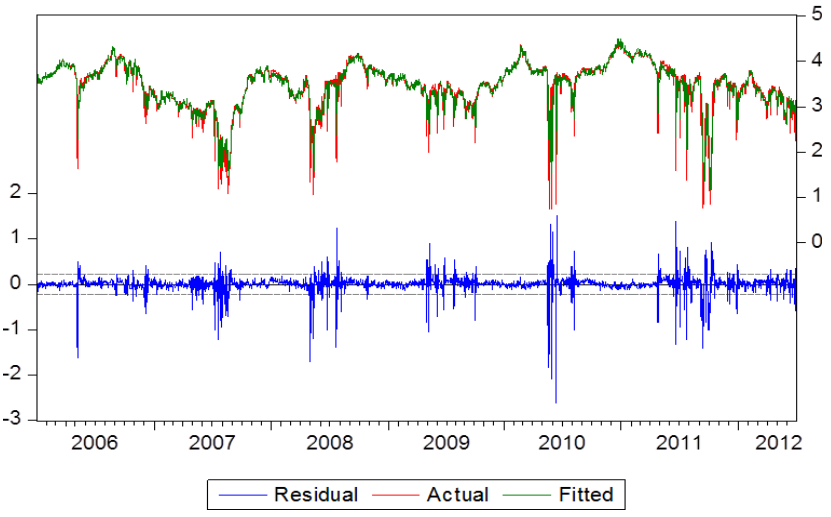
Dependent Variable: LN_ELPRIS18					
Method: Least Squares					
Variable	**Coefficient**		**Std. Error**	**t-Statistic**	**Prob.**
C	0,119	*	0,072	1,664	0,096
LN_ELPRIS18(-1)	0,178	***	0,037	4,836	0
LN_KARBON(-1)	-0,022	***	0,008	-2,779	0,006
LN_KONSUM18	0,440	***	0,047	9,399	0
LN_VIND18	-0,019	***	0,003	-7,150	0
VOLATILITET18(-1)	-0,019	**	0,009	-2,129	0,033
LN_SNITT7DAGER18(-1)	0,794	***	0,044	18,087	0
LN_KULL(-1)	0,018		0,025	0,730	0,466
LN_RESERVOAR	-0,009		0,030	-0,288	0,773
LN_OLJE(-1)	0,014		0,012	1,170	0,242
LN_GASS(-1)	-0,016		0,012	-1,369	0,171
LN_ELSERT(-1)	0,007		0,017	0,409	0,683
HELGEDUMMY	-0,080	***	0,007	-11,547	0
@MONTH=2	-0,021		0,015	-1,388	0,165
@MONTH=3	0,010		0,013	0,804	0,421
@MONTH=4	0,102	***	0,017	6,043	0
@MONTH=5	0,151	***	0,022	6,845	0
@MONTH=6	0,176	***	0,024	7,209	0
@MONTH=7	0,184	***	0,026	7,033	0
@MONTH=8	0,185	***	0,023	7,895	0
@MONTH=9	0,129	***	0,019	6,651	0
@MONTH=10	0,087	***	0,016	5,465	0
@MONTH=11	0,042	***	0,011	3,829	0
@MONTH=12	0,014		0,013	1,131	0,258
R-squared	**0,923**		Mean dependent var		3,738
Adjusted R-squared	**0,922**		S.D. dependent var		0,379
S.E. of regression	0,106		Akaike info criterion		-1,645
Sum squared resid	26,248		Schwarz criterion		-1,586
Log likelihood	1 971,911		Hannan-Quinn criter.		-1,623
F-statistic	1 219,699		**Durbin-Watson stat**		**1,620**
Prob(F-statistic)	0				
Heteroskedasticity Test: White					
F-statistic	**6,161**		Prob. F(232,2136)		0

Daglig pris:



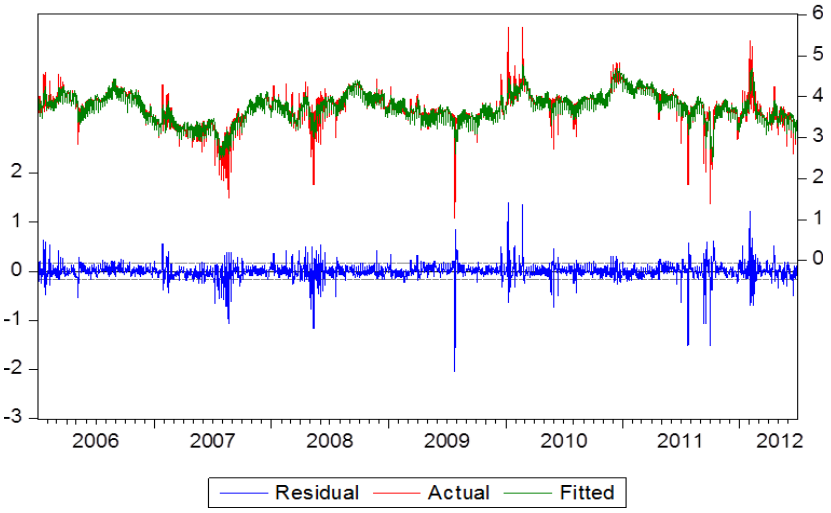
Figur 29: Plott av estimert daglig elektrisitetspris i forhold til faktisk pris, samt residualplott. Plottene viser at residualene i perioder er svært høye, noe som kan tyde på volatilitetsgruppering. Det kommer også frem at pristopper og prisbunner ikke fanges spesielt godt opp i den estimerte modellen.

Pris periode 04:



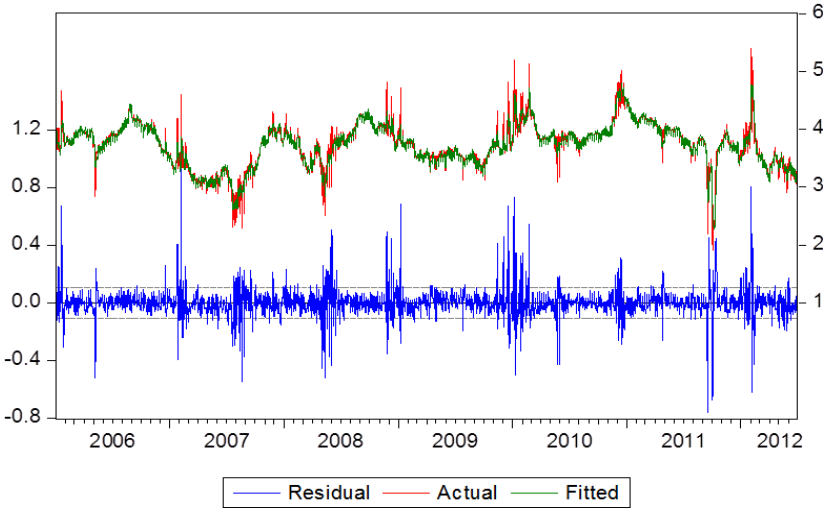
Figur 30: Plott av estimert elektrisitetspris periode 04 i forhold til faktisk pris, samt residualplott. Plottene viser at residualene i perioder er svært høye, noe som kan tyde på volatilitetsgruppering. Det kommer også frem at pristopper og prisbunner ikke fanges spesielt godt opp i den estimerte modellen.

Pris periode 09:



Figur 31: Plott av estimert elektrisitetspris periode 09 i forhold til faktisk pris, samt residualplott. Plottene viser at residualene i perioder er svært høye, noe som kan tyde på volatilitetsgruppering. Det kommer også frem at pristopper og prisbunner ikke fanges spesielt godt opp i den estimerte modellen.

Pris periode 18:



Figur 32: Plott av estimert elektrisitetspris periode 09 i forhold til faktisk pris, samt residualplott. Plottene viser at residualene i perioder er svært høye, noe som kan tyde på volatilitetsgruppering. Det kommer også frem at pristopper og prisbunner ikke fanges spesielt godt opp i den estimerte modellen.

R^2

6. RESULTATER KVANTILREGRESJON

*Tabell 19: Resultater fra kvantilregresjon. Tabellene over viser elastisitetene for daglig pris og pris i periode 04, 09 og 18 for de ulike kvantilene. Stjernene til høyre for elastisitetene representerer signifikansnivået. *, **, *** indikerer hhv. 10%, 5% og 1% signifikansnivå.*

Konstant, c	Kvantil	Daglig pris	Periode 04	Periode 09	Periode 18
	0.01	-0.55 ***	-0.30	-0.06	-0.58
	0.05	-0.14	-0.49 ***	-0.01	-0.25 *
	0.1	-0.02	-0.19 *	0.05	-0.11
	0.5	0.25 ***	0.25 ***	0.24 ***	0.17 ***
	0.9	0.51 ***	0.48 ***	0.82 ***	0.61 ***
	0.95	0.86 ***	0.63 ***	1.07 ***	0.84 ***
	0.99	0.76 ***	0.66 ***	1.20 ***	1.38 ***

LN_ELPRIS(-1)	Kvantil	Daglig pris	Periode 04	Periode 09	Periode 18
	0.01	0.66 ***	0.81 ***	0.25 ***	0.44 **
	0.05	0.81 ***	1.09 ***	0.23 ***	0.51 ***
	0.1	0.79 ***	1.01 ***	0.34 ***	0.49 ***
	0.5	0.48 ***	0.67 ***	0.22 ***	0.48 ***
	0.9	0.34 ***	0.40 ***	0.11 ***	0.36 ***
	0.95	0.32 ***	0.29 ***	0.13 ***	0.42 ***
	0.99	0.42 ***	0.14 ***	0.12 ***	0.49 ***

LN_KONSUM	Kvantil	Daglig pris	Periode 04	Periode 09	Periode 18
	0.01	0.26 ***	0.58 ***	1.14 ***	0.88 ***
	0.05	0.13 **	0.35 ***	0.66 ***	0.35 ***
	0.1	0.16 ***	0.26 ***	0.51 ***	0.34 ***
	0.5	0.27 ***	0.22 ***	0.47 ***	0.27 ***
	0.9	0.43 ***	0.28 ***	0.77 ***	0.59 ***
	0.95	0.61 ***	0.33 ***	0.93 ***	0.75 ***
	0.99	0.87 ***	0.37 ***	1.56 ***	0.87 ***

LN_SNITT7DAGER(-1)	Kvantil	Daglig pris	Periode 04	Periode 09	Periode 18
	0.01	0.31 ***	0.21	0.74 ***	0.54 ***
	0.05	0.17 ***	-0.04	0.65 ***	0.46 ***
	0.1	0.21 ***	0.00	0.54 ***	0.45 ***
	0.5	0.44 ***	0.29 ***	0.60 ***	0.43 ***
	0.9	0.51 ***	0.41 ***	0.73 ***	0.55 ***
	0.95	0.51 ***	0.43 ***	0.77 ***	0.48 ***
	0.99	0.38 ***	0.30 ***	0.75 ***	0.40 ***

LN_RESERVOAR(-1)	Kvantil	Daglig pris	Periode 04	Periode 09	Periode 18
	0.01	0.01	-0.01	0.05	0.02
	0.05	-0.01	-0.01	-0.05	0.02
	0.1	-0.01	-0.02	-0.07 **	-0.04
	0.5	-0.07 ***	-0.07 ***	-0.16 ***	-0.07 ***
	0.9	-0.13 ***	-0.28 ***	-0.12 ***	-0.12 ***
	0.95	-0.14 ***	-0.40 ***	-0.02	-0.12 ***
	0.99	-0.20 ***	-0.77 ***	-0.23	-0.12 ***

LN_VIND	Kvantil	Daglig pris	Periode 04	Periode 09	Periode 18
	0.01	-0.01 ***	-0.02 ***	-0.01 **	-0.01
	0.05	-0.02 ***	-0.02 ***	-0.01 ***	-0.02 ***
	0.1	-0.02 ***	-0.02 ***	-0.02 ***	-0.02 ***
	0.5	-0.02 ***	-0.02 ***	-0.02 ***	-0.02 ***
	0.9	-0.02 ***	-0.01 ***	-0.03 ***	-0.02 ***
	0.95	-0.03 ***	-0.02 ***	-0.03 ***	-0.03 ***
	0.99	-0.01	-0.01 ***	-0.02 *	-0.02 ***

LN_GASS(-1)	Kvantil	Daglig pris	Periode 04	Periode 09	Periode 18
	0.01	0.00	-0.02	-0.04	-0.05
	0.05	-0.01	-0.02	-0.01	-0.06 ***
	0.1	-0.01	-0.01	0.01	-0.03 **
	0.5	0.00	0.00	0.03 **	0.01
	0.9	0.03 *	0.06 ***	0.04	-0.01
	0.95	0.04	0.09 ***	0.02	-0.02
	0.99	0.10 *	0.24 ***	0.12	-0.06

LN_KARBON(-1)	Kvantil	Daglig pris	Periode 04	Periode 09	Periode 18
	0.01	0.00	0.00	-0.05 *	-0.06
	0.05	0.00	0.00	-0.01	-0.01
	0.1	-0.01	0.00	-0.02	0.00
	0.5	0.00	0.00	0.00	-0.01
	0.9	-0.02	0.03 ***	-0.03 *	-0.01
	0.95	-0.02	0.06 ***	-0.05	-0.01
	0.99	-0.03	0.04 **	-0.22 ***	0.01

LN_KULL(-1)	Kvantil	Daglig pris	Periode 04	Periode 09	Periode 18
	0.01	0.06 *	-0.05	-0.02	0.02
	0.05	0.00	-0.03	0.02	0.05 *
	0.1	0.01	0.00	0.02	0.06 ***
	0.5	0.03 ***	0.02	0.05 ***	0.03 **
	0.9	0.04 *	0.04 *	0.04	0.03
	0.95	0.02	0.04	0.00	0.04
	0.99	-0.02	0.00	-0.14	0.01

LN_OLJE(-1)	Kvantil	Daglig pris	Periode 04	Periode 09	Periode 18
	0.01	-0.01	-0.04	-0.12 ***	-0.05
	0.05	-0.01	-0.01	-0.04 *	-0.01
	0.1	0.00	-0.01	-0.01	-0.01
	0.5	0.02 ***	0.02 ***	0.03 ***	0.02 **
	0.9	0.04 ***	0.04 ***	0.02	0.04 **
	0.95	0.03 **	0.05 ***	0.03	0.04
	0.99	0.03	0.11 ***	0.13 **	0.08 **

LN_ELSERT(-1)	Kvantil	Daglig pris	Periode 04	Periode 09	Periode 18
	0.01	0.04 *	-0.07	0.02	0.04
	0.05	0.02	0.03	0.03	0.00
	0.1	0.00	0.01	0.04	0.00
	0.5	0.00	-0.01	0.02 *	0.00
	0.9	0.01	-0.01	-0.02	-0.01
	0.95	-0.01	-0.01	-0.03	-0.03
	0.99	0.04	0.06 *	0.08	-0.03

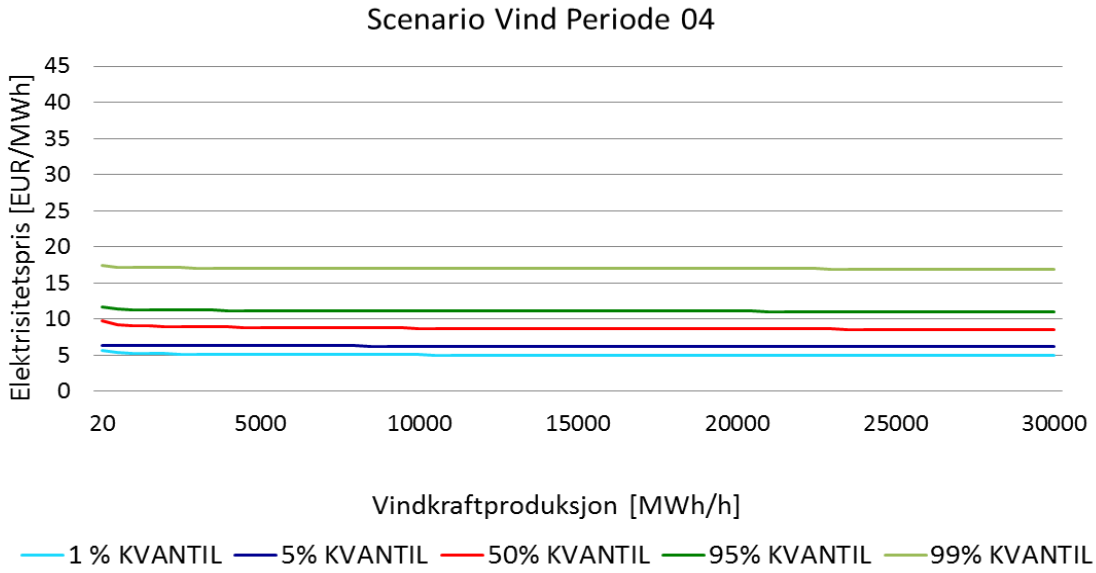
VOLATILITET(-1)	Kvantil	Daglig pris	Periode 04	Periode 09	Periode 18
	0.01	-0.13 ***	-0.24 ***	-0.27 ***	-0.28 ***
	0.05	-0.10 ***	-0.17 ***	-0.18 ***	-0.16 ***
	0.1	-0.07 ***	-0.09 ***	-0.14 ***	-0.11 ***
	0.5	0.00	0.03 ***	-0.01	-0.02 ***
	0.9	0.04 ***	0.10 ***	0.11 ***	0.08 ***
	0.95	0.07 ***	0.14 ***	0.14 ***	0.13 ***
	0.99	0.11 ***	0.09 ***	0.21 ***	0.18 ***

Tabell 20: Forklaringsgrad for kvantilregresjonsmodeller. Tabellene over viser forklaringsgraden for de ulike kvantilene i hver periode. Generelt sett er forklaringsgraden svært god.

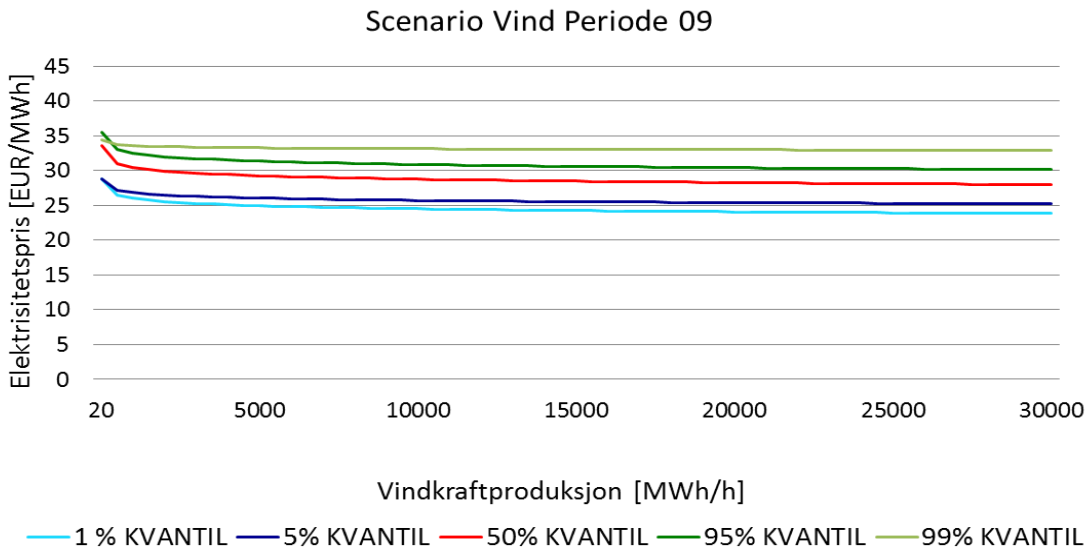
Kvantil	0.01	0.05	0.1	0.5	0.9	0.95	0.99
Daglig Pris							
R^2	0.79	0.79	0.79	0.80	0.76	0.74	0.71
Adjusted R^2	0.79	0.79	0.79	0.80	0.76	0.73	0.70
Periode 04							
R^2	0.69	0.72	0.72	0.74	0.71	0.68	0.65
Adjusted R^2	0.69	0.71	0.72	0.74	0.70	0.68	0.64
Periode 09							
R^2	0.67	0.65	0.66	0.68	0.61	0.58	0.60
Adjusted R^2	0.66	0.65	0.66	0.67	0.60	0.57	0.60
Periode 18							
R^2	0.76	0.75	0.76	0.76	0.69	0.67	0.67
Adjusted R^2	0.76	0.75	0.76	0.76	0.69	0.67	0.66

7. Resultater fra scenarioanalyse

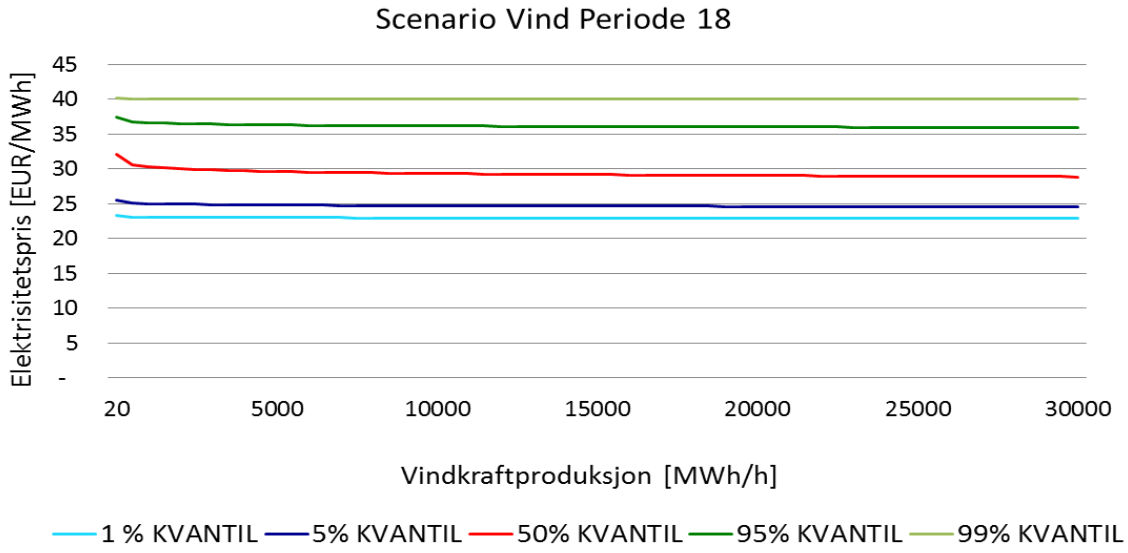
Nedenfor vises resultatene fra scenarioanalysene for økt vindkraftproduksjon.



Figur 33: Scenarioanalyse for økt vindkraftproduksjon. Figuren viser elektrisitetsprisens utvikling med økt vindkraftproduksjon i periode 04. De ulike grafene illustrerer forskjell i prisutvikling for 1, 5, 50, 95 og 99 prosents kvantilene.

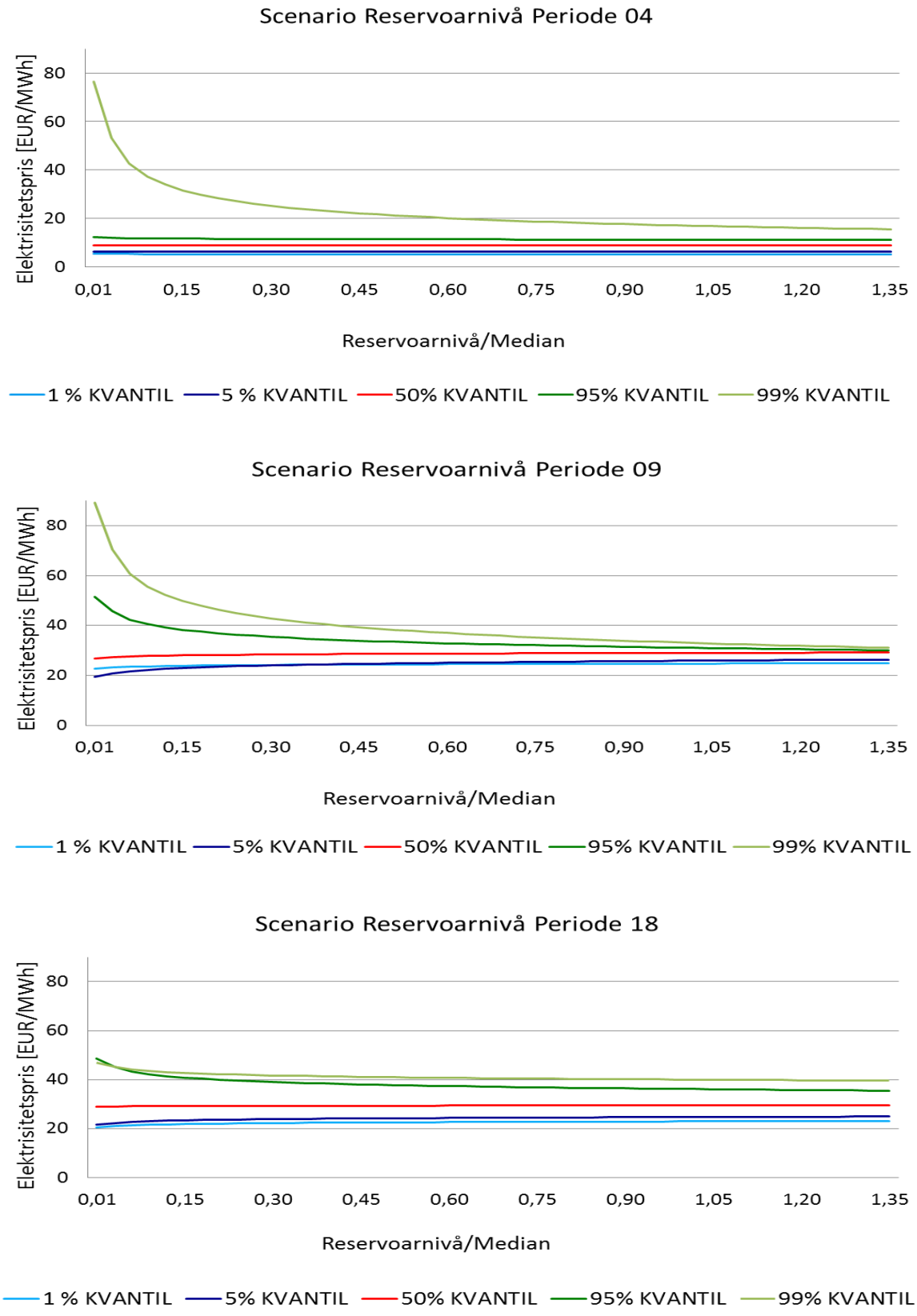


Figur 34: Scenarioanalyse for økt vindkraftproduksjon. Figuren viser elektrisitetsprisens utvikling med økt vindkraftproduksjon i periode 09. De ulike grafene illustrerer forskjell i prisutvikling for 1, 5, 50, 95 og 99 prosents kvantilene.



Figur 35: Scenarioanalyse for økt vindkraftproduksjon. Figuren viser elektrisitetsprisens utvikling med økt vindkraftproduksjon i periode 18. De ulike grafene illustrerer forskjell i prisutvikling for 1, 5, 50, 95 og 99 prosents kvantilene.

Nedenfor vises resultatene fra scenarioanalysene for økt reservoarnivå.



Figur 36: Scenarioanalyse for økt reservoarnivå i forhold til median. Grafene viser elektrisitetsprisens utvikling i hhv. periode 04, 09 og 18. De ulike kurvene illustrerer forskjell i prisutvikling for 1, 5, 50, 95 og 99 prosents kvantilene.

Vedlegg C, informasjon om data

NordPool systempris: Den daglige systemprisen er Elspot-prisen fastsatt på NordPool. Den er beregnet ved et aritmetisk gjennomsnitt for de ulike periodeprisene. I oppgaven anvender vi daglig pris, og pris for periodene 04, 09 og 18. Periode 04 er fra 03.00-03.59, periode 09 fra 08.00-08.59 og periode 18 fra 17.00-17.59.

Tidligere systempris: Variabelen utgjør gårsdagens elektrisitetspris for daglig pris, periode 04, periode 09 og periode 18.

Snitt de syv siste dagene for systempris: Variabelen er beregnet som den gjennomsnittlige systemprisen de siste syv dagene, dette er gjort for daglig pris, periode 04, periode 09 og periode 18.

Realisert volatilitet for systempris: Variabelen er beregnet med GARCH(1,1) for daglig pris, periode 04, periode 09 og periode 18.

Kullpris: Kullprisen anvendt som variabel i oppgaven er hentet fra EcoWin Pro: *World, Energy, Coal, Futures 1-Pos, Nymex, Close,* og er opprinnelig oppgitt i [USD/tonn]. Prisene er omregnet til EUR ved å benytte valutakurs EUR/USD for den aktuelle perioden. Det er anvendt lineær interpolering for å beregne priser for lørdager og søndager.

Oljepris: Oljeprisen anvendt som variabel er lastet ned fra Reuters EcoWin Pro: *World, Energy, Oil, Crude Oil - North Sea (Forties), Spot, Close, USD* og er opprinnelig oppgitt i [USD/barrel]. Prisene er omregnet til EUR ved å benytte valutakurs EUR/USD for den aktuelle perioden. Det er anvendt lineær interpolering for å beregne priser for lørdager og søndager.

Gasspris: Det er anvendt lineær interpolering for å beregne priser for lørdager og søndager. Prisen er lastet ned fra Reuters EcoWin Pro: World, ICE, Natural Gas Index, GBP.

Karbonpris: Karbonprisen anvendt er lastet ned fra Reuters EcoWin Pro: *World Emission Rights CO2, ECXCFI Phase 3 Futures 1-Position, ICE close,* og er opprinnelig oppgitt i [EUR/Tonn]. Det er anvendt lineær interpolering for å beregne priser for lørdager og søndager.

Elsertifikatpris: Prisen for elsertifikater representerer det svenske markedet frem til 01.01.2012, og deretter det norsk-svenske. Prisene er omregnet til EUR ved bruk av valutakurser for den aktuelle perioden. Det er anvendt lineær interpolering for å beregne priser for lørdager og søndager. Prisserien er fått fra TrønderEnergi.

Reservoarnivå: Variabelen for reservoarnivå er beregnet ut fra det faktiske reservoarnivået i forhold til medianen. Det er anvendt lineær interpolering for å beregne priser for en syv dagers uke, da datasettet originalt inneholdt en observasjon per uke.

Vindkraftproduksjon: Variabelen for vindkraftproduksjon er den realiserte vindkraftproduksjon i Danmark og Sverige for den aktuelle serien, daglig eller på periodebasis. Data er fått fra TrønderEnergi, og oppgitt i [MWh/h].

Konsum: Variabelen som er anvendt for konsum er det realiserte konsumet sett i forhold til gjennomsnittlig konsum de siste 5 årene. Dette er beregnet for daglig pris, periode 04, periode 09 og periode 18. Under introduksjonen av de ulike fundamentale faktorene er det diskutert hvorfor det er valgt å bruke realisert konsum og ikke forventet etterspørsel. Data er fått fra TrønderEnergi og oppgitt i [MWh/h].

Hypotesespesifisering

Tabell 21 viser en oversikt over alle variablene som inkluderes i modellen. Tabellen presenterer de fundamentale faktorene samt dummyvariablene nevnt over, hvilken betegnelse de har i modellpresentasjonene videre i oppgaven, en beskrivelse av de, og antatt påvirkning på elektrisitetsprisen basert på diskusjonene over.

Tabell 21: Hypotesespesifisering, oppsummering av hypoteser for de valgte fundamentale faktorene.

Kategori	Faktor	Betegnelse	Beskrivelse	Hypotese
Uavhengige variabler				
	Reservoar nivå	*Reservoar*	Målt reservoarnivå sett i forhold til mediannivået	-
	Oljepris	*Olje*	Spotpris på råolje, Nordsjøen [EUR/Barrel]	+
	Kullpris	*Kull*	1-pos futures for kull [EUR/tonn]	+
	Gasspris	*Gass*	Naturgassindeks [EUR/BTU]	+
	Karbonpris	*Karbon*	CO2-kvotepris, [EUR/tonn]	+
	Etterspørsel	*Konsum*	Forbruk på NordPool sett i forhold til snittforbruk	+
	Vind	*Vind*	Vindkraftproduksjon [MWh]	-
	Elsertifikatpris	*Elsert*	Elsertifikatpris for det norsk-svenske markedet [EUR]	-
	Tidligere elektrisitetspris (-1)	El_{t-1}	Gårsdagens pris sin effekt på dagens elektrisitetspris [EUR/MWh]	+
	Gjennomsnitts-pris siste uke	*Snitt7dager*	Effekten av snitt av de siste syv dagers pris på dagens elektrisitetspris [EUR/MWh]	+
	Volatilitet	*Volatilitet*	Realisert volatilitet for elektrisitetspris	+ / -
Dummyvariabler				
	Helgedummy	*D*	Tar hensyn til lavere elektrisitetsforbruk i lørdag og søndag	
	Månedsdummy	*D*	Fanger opp sesongvariasjoner	

Vedlegg D, teoretiske begreper:

I dette vedlegget er gitt de definisjoner, formler, begrep og forklaring av metoder og modeller som er brukt i analysedelen.

1. Skjevhet (Skewness)

Skjevhet er et mål på asymmetri i fra en normal fordeling til et sett av statistisk data. Skjevhet er beregnet som:

$$S = \frac{1}{T}\frac{\sum_{t=1}^{T}(X_t - \bar{X})^3}{(\sum_{t=1}^{T}(X_t - \bar{X})^2)^{3/2}}$$

En symmetrisk fordeling, slik som normalfordelingen, har en skjevhet lik null. Positiv skjevhet betyr at fordelingen har en lang høyre hale og negativ skjevhet betyr at fordelingen har en lang venstre hale. Dette betyr at det ved en positiv skjevhet vil være større sannsynlighet for ekstreme økninger i verdiene enn for ekstreme fall. (Alexander, 2008)

2. Kurtose (Kurtosis)

Kurtose er et mål på spissheten eller flatheten til fordelingen til serien. Kurtose blir beregnet ut ifra følgende formel:

$$K = \frac{1}{T}\frac{\sum_{t=1}^{T}(X_t - \bar{X})^4}{(\sum_{t=1}^{T}(X_t - \bar{X})^2)^2}$$

Kurtosen til en normalfordeling er 3. Hvis kurtosen overstiger 3 er fordelingen spisset (leptokurtisk) i forhold til normalfordelingen. Fordelingen vil da ha tykkere haler enn en normalfordeling. Hvis kurtosen er mindre enn 3, er fordelingen flat (platykurtisk) i forhold til normalfordelingen. En slik fordeling vil ha smalere haler, og dataen vil da i større grad være sentrert rundt gjennomsnittsverdien

3. Jaque-Bera test

Jaque-Bera (JB) er en hypotesetest for å finne ut om dataseriene er normalfordelte. Testen ser på hvordan dataseriens skjevhet og kurtose samsvarer med en normalfordeling. Testens hypoteser er:

H_0: normalfordelt distribusjon med skjevhet lik null og kurtose lik 3.
H_1: Ikke normalfordelt distribusjon med skjevhet ulik null og kurtose ulik 3.

JB-verdien beregnes ved følgende formel:

$$JB = \frac{n}{6}(skewness^2 + \frac{(kurtosis - 3)^2}{4})$$

Den kritiske verdien finnes fra en Chi-kvadratfordeling med to frihetsgrader, og H_0 forkastes dersom JB verdien er større en kritisk verdi. (Jarque and Bera, 1981)

4. Korrelasjon

Korrelasjon er et mål på hvor mye to variabler samvarierer. Det er imidlertid ingen bevis for at en variabel forårsaker forandringen i den andre variabelen. Korrelasjon indikerer derfor kun om det eksisterer et forhold mellom to variabler, og er dermed et mål på samvariasjon. Jo nærmere korrelasjonen er lik 0 desto svakere er graden av korrelasjon, og variablene er uavhengige. Negativ korrelasjon betyr at dersom den ene variabelen øker i verdi, vil den andre variabelen avta i verdi, og tendensen er at de beveger seg i motsatt retning. Perfekt negativ korrelasjon har verdi -1. Motsatt gjelder det for positiv korrelasjon at dersom en variabel øker i verdi, vil den andre variabelen og øke i verdi, de tenderer til å bevege seg i samme retning. Perfekt positiv korrelasjon har verdi +1.
Korrelasjon er gitt:

$$Corr(X,Y) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}\ \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2}}$$

(Alexander, 2008)

5. Stasjonæritet

Ikke-stasjonære prosesser er uforutsigbare og vanskelig å modellerer og forutsi utviklingen til. Stasjonære prosesser har derimot en viss grad av forutsigbarhet basert på snittreverterende oppførsel. Det er derfor ønskelig å undersøke om tidsserier er stasjonære.

En diskret tids stokastiske prosess er en sekvens av tilfeldige variable fra samme distribusjon, indeksert med t $\{X_1, X_2 \ldots X_T\}$. Tidsserien er stasjonær hvis:
$E(X_t)$ er endelig konstant,
$Var(X_t)$ er endelig konstant,
Samdistribusjonen av (X_t, X_s) avhenger kun av $|t - s|$.

Betingelsen om konstant forventning indikerer at den forventede verdien av en stokastisk prosess ikke trender, den forandrer seg ikke over tid. Betingelsen om endelig konstant varians betyr at de fleste verdier vil være nære den forventede verdien, hvor nære avhenger igjen av størrelsen på variansen. Den siste betingelsen betyr at samdistribusjonen mellom to variabler som er to steg fra hverandre er den samme, uavhengig av tid. Dette gjelder også for alle variabler som er 3 steg fra hverandre osv. Den siste betingelsen er ofte svekket, og krever da kun at kovariansen er uavhengig av tid. I slike tilfeller snakker det om en svakt stasjonær prosess.

En antagelse som ligger til grunn for stasjonære prosesser er at de tilfeldige variablene er independent identically distributed (i.i.d.), uavhengig identisk distribuert. Uavhengigheten indikerer at det ikke er autokorrelasjon i prosessen, og identisk distribusjon indikerer at de tilfeldige variablene har de sammen distribusjonsparameterne.

Tidsserier for priser oppfører seg annerledes enn tidsserier for avkastning. I effektive markeder vil en tidsserie av log priser følge en *random walk*, og både priser og logpriser på aktiva omsatt i markeder vil være integrerte prosesser I(1), noe som betyr at de har en

stokastisk trend, og den beste predikasjonen av en fremtidig pris er dagens pluss driften. Dette er fundamentalt forskjellig fra tidsserier for avkastning som er generert av stasjonære stokastiske prosesser. (Alexander, 2008)

6. Dickey-Fuller test

For å teste for stasjonæritet anvendes en enhetsrotstest. Hvor nullhypotesen er at tidsserien er ikke-stasjonær, mot den alternative hypotesen om at tidsserien er stasjonær.

$$H_0: X_t \sim I(1)$$

$$H_1: X_t \sim I(0)$$

Hvis test statistikken faller innenfor det kritiske området, konkluderes det med at prosessen er stasjonær. Faller den derimot ikke i det kritiske området kan det ikke umiddelbart konkluderes med at null-hypotesen er sann, og det foretas en ny test med følgende hypoteser:

$$H_0: \Delta X_t \sim I(1)$$

$$H_1: \Delta X_t \sim I(0)$$

Hvis nullhypotesen forkastes også her kan det konkluderes med at tidsserien er integrert av orden 1.
En type enhetsrotstest er Dickey-Fuller testen (DF), som er basert på en Dickey-Fuller regresjon, som tar formen:

$$X_t = \alpha + \beta X_{t-1} + \varepsilon_t$$

Dersom det antas at dataene er generert fra en AR(1) prosess av formen:

$X_t = \alpha + \varrho X_{t-1} + \varepsilon_t$, med $\varepsilon_t \sim I(0)$, så vil hypotesene være:

$$H_0: \varrho = 1$$

$$H_1: \varrho < 1$$

Et problem med den vanlige DF-testen er at de kritiske verdiene er *biased* dersom det er autokorrelasjon i residualene i DF-regresjonen. Derfor er det utviklet en Utvidet (*Agumented*) DF-test, ADF(q) som inkluderer så mange lag avhengige variabler som er nødvendig for å fjerne autokorrelasjon i residualene. ADF-regresjonen:

$$X_t = \alpha + \beta X_{t-1} + \gamma_1 \Delta X_{t-1} + \cdots + \gamma_q \Delta X_{t-q} + \varepsilon_t$$

Test-statistikken er *t* ratio til den estimerte $\hat{\beta}$, og ADF kritiske verdier er avhengig av antall lags, q. (Alexander, 2008)

7. Autoregresjon

Autoregresjon er en regresjon av en stasjonær prosess basert på dens egne lag, dvs det er en modell hvor verdien i dag er avhengig av tidligere verdier, pluss et residualledd.

En første grads autoregresjonsmodell, AR(1) modell, er en regresjon av kun den første laget.

AR(1): $X_t = \alpha + \varrho X_{t-1} + \varepsilon_t, \qquad \varepsilon_t \sim i.i.d.(0, \sigma^2)$

I tilfeller hvor $|\varrho| < 1$, er både variansen og forventningsverdien endelig konstant. Som igjen indikerer at prosessen er stasjonær. Og så lenge $|\varrho| < 1$ vil prosessen være snittreverterende. For tilfeller hvor ϱ=1 er prosessen ikke-stasjonær, og forventningsverdi og varians er ikke endelig konstant. Dermed blir AR(1) modellen:

$X_t = \alpha + X_{t-1} + \varepsilon_t, \qquad \varepsilon_t \sim i.i.d.(0, \sigma^2)$

Som gjenkjennes som en *discrete time random walk model*, med drift α og volatilitet σ. I tilfeller hvor driften er positiv, $\alpha > 0$, har prosessen en stigende trend. Er derimot driften negativ, $\alpha < 0$, er det en nedadgående trend.

En andre grads autoregresjonsmodell, AR(2) modell, er en regresjon av de to første lagene og tilsvarende er en AR(n) modell er regresjon av de første n lagene. Slik kan en autoregressiv modell bli generalisert ved å legge til flere lag av X_t.

AR(n): $X_t = \alpha + \varrho X_{t-1} + \cdots + \varrho_n X_{t-n} + \varepsilon_t \qquad \varepsilon_t \sim i.i.d.(0, \sigma^2)$

(Alexander, 2008)

8. Multikolinearitet:

Multikoliniæritet er et problem ved fundamental faktor modeller. Dette betyr at det eksisterer høy korrelasjon mellom forklaringsvariablene i regresjonsmodellen. Perfekt multikolinearitet forekommer når to av forklaringsvariablene er perfekt korrelerte, multikoliniæritet er et spørsmål om grad. Høy grad av multikolinearitet medfører at det er vanskelig å estimere regresjonskoeffisienter med god presisjon og estimatene blir lite robuste. I tillegg er det vanskelig å fastslå signifikansnivået til variablene. Problemet med multikolinearitet synliggjøres når de estimerte regresjonskoeffisientene forandrer seg betraktelig når en ekstra (kolinear) variabel legges til i modellen. Ettersom multikolinearitet ikke er et "alt-eller-ingenting" spørsmål finnes ingen konkret test, men en grunnregel er hvis korrelasjonene mellom to forklaringsvariable overstiger 0,7 så eksisterer det høy grad av multikolinearitet (Tabachnick and Fidell, 1989). (Alexander, 2008)

9. White-test (1980), test for heteroskedastisitet.

I tilfeller hvor variansen til residualene ikke er konstant, men varierer over tid eksisterer det heteroskedastisitet. For å teste om residualene fra en regresjon, basert på minste kvadrats metode, har konstant varians over tid kan det foretas en White-test. White-testen foregår ved at det utføres en tilleggsregresjon av de kvadrerte residualene på alle mulige kombinasjoner av produktene til ulike forklaringsvariabler og kvadratet av forklaringsvariablene. Teststatistikken er $T * \tilde{R}^2$, hvor T er antall observasjoner og $\tilde{R}^2$ er R^2 fra regresjonen. Test statistikken har en asymptotisk chi-kvadrert distribusjon med p grader av frihet. p er antall forklaringsvariabler i tilleggsregresjonen utført på de kvadrerte residualene. Whites test har følgende hypoteser:

$$H_0 = variansen\ til\ residualene\ er\ konstant$$

$$H_1 = variansen\ til\ residualene\ er\ ikke\ konstant$$

Dersom teststatistikken er større enn den kritiske verdien kan null-hypotesen forkastes, og modellen har heteroskedastisitet i residualene. (Alexander, 2008), (White, 1980)

10. Generalized AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH)

Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH) modellerer volatiliteten på en måte som er spesielt designet til å fange volatilitetsgruppering. Modellen bygger også inn tidsvarierende betinget varians i modellen og er en tidsserie modell med en autoregressiv form. Det blir her sett på en GARCH-modell på grunn av modellens evne til å fange opp tidsvarierende volatilitet og volatilitetsgruppering, noe glidende gjennomsnittsmodeller ikke er i stand til. Den symmetriske GARCH-modellen antar at responsen til markedssjokk er den samme, uavhengig av om det er et positivt eller negativt sjokk av samme størrelse. For den symmetriske normale GARCH er den betingede variansen gitt:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2, \qquad \varepsilon_t|I_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$$

Det vil si at den betingede variansen i en GARCH-modell er avhengig av forrige residual og forrige varians. (Alexander, 2008)

11. Durbin-Watson-test (autokorrelasjon)

Autokorrelasjon eksisterer når residualene er korrelerte med hverandre. For å teste om det er signifikant autokorrelasjon i residualene fra regresjonen kan man anvende en Durbin-Watson (DW)-test. Test statistikken er gitt:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^{T}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^{T} e_t^2}$$

Med hypotesene:

$$H_0: ingen\ autokorrelasjon$$

$$H_1: autokorrelasjon$$

Hvis DW< D_L forkastes H_0
Hvis DW>D_U forkastes ikke H_0
Hvis D_L<DW<D_u kan det ikke trekkes en konklusjon fra testen.
D_L, og D_U finnes i egne tabeller.
Konsekvensene av autokorrelasjon i modellen vil være at koeffisientene estimert med minste kvadraters metode ikke lengre er effisiente. (Alexander, 2008).