NTNU
Det skapende universitet

"Jeg forstår mer av hvordan man regner ut i Pytagoras da, for trigonometri er jo bare en tast på kalkulatoren"

En studie om bruk av matematikk på utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk

Marthe Moholdt

Master i realfag
Innlevert: juni 2016
Hovedveileder: Frode Rønning, MATH

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Forord

Denne masteroppgaven markerer min avslutning på det femårige studiet på lektorutdanning i realfag ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU). Arbeidet med masteroppgaven har vært en lærerik og spennende prosess, men også krevende. Jeg er derfor en ganske stolt når jeg nå sitter her og avslutter dette arbeidet. Dette har jeg imidlertid ikke klart alene, og jeg vil rette en stor takk til alle de som har bidratt.

Først og fremst vil jeg takke min veileder, Frode Rønning, for verdifulle råd og innspill. Du har vært en flott støttespiller, og ditt engasjement for matematikkdidaktikk inspirerer. Jeg vil også benytte anledning til å takke mine medstudenter som har bidratt til å gjøre studietiden til en fin og minnerik tid. Under arbeidet med denne masteroppgaven har jeg virkelig satt pris på å kunne diskutere, samt dele både frustrasjoner og gleder, med deg Magreth Ndayiragije Hosea. Videre vil jeg rette en spesiell takk til skolen, klassen, læreren og de elevene som deltok i undersøkelsen. Dere har alle vært imøtekommende, engasjerte og hjelpsomme, og det er dere som har gjort denne undersøkelsen mulig.

Til slutt vil jeg takke mine nærmeste som har støttet meg gjennom hele utdanningen. Dere betyr uendelig mye for meg, og uten dere hadde jeg ikke kommet hit. Takk for oppmuntrende ord, og at dere alltid har hatt troen på meg. En stor takk til mamma og lillebror for gjennomlesning av masteroppgaven, og ikke minst min kjære Jan Erik for tålmodighet og hjelp gjennom hele prosessen med masteroppgaven. Tusen takk for alt dere er for meg.

Trondheim, mai 2016.

Marthe Moholdt

Sammendrag

Denne casestudien handler om matematikk i programfaget Produksjon for det yrkesfaglige utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk. Studiens forskningsspørsmål er følgende: *Hvilke matematiske ressurser kan observeres i undervisningssituasjoner på utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk?* og *I hvilken grad er elever på Bygg- og anleggsteknikk i stand til å anvende matematisk kunnskap i arbeid med byggfaglige oppgaver?* Det første forskningsspørsmålet er en situasjonsbeskrivelse hvor jeg søker å identifisere matematiske tema, tegn, språk og redskaper. Hovedspørsmålet er mitt andre forskningsspørsmål, og det vil jeg forsøke å belyse ved å se på to forhold i elevenes arbeid med byggfaglige oppgaver. Jeg vil undersøke hvem som forfatter kunnskapen som blir brukt, og jeg vil identifisere og karakterisere medierende redskaper som tas i bruk i de ulike oppgavene.

For å belyse forskningsspørsmålene har det blitt foretatt en kvalitativ studie av en VG1 klasse ved en videregående skole i Trøndelag. Jeg observerte undervisningssituasjoner knyttet til praksisrelatert matematikk, og de bestod ofte av felles gjennomgang av lærer, elevarbeid og verkstedarbeid. Under elevarbeid og verkstedarbeid fulgte jeg en gruppe på tre elever, samtidig som jeg samlet inn det skriftlige arbeidet til en annen gruppe bestående av tre elever. Som en støtte til observasjonene gjennomførte jeg gruppeintervju med hver av elevgruppene. Datamaterialet består av videoopptak, som ble samlet inn i løpet av en periode på fire uker.

Mitt andre forskningsspørsmål ble analysert ved hjelp av en tilnærming til koding og kategorisering (Nilssen, 2012) av datamaterialet. Jeg kom da fram til kategoriene *lærerstyrt* og *elevstyrt*, og innenfor hver av disse kategoriene kom jeg fram til en karakterisering av hvordan de medierende redskapene fungerer, som jeg har kalt henholdsvis *instrumentell* og *operasjonell.* Elevstyrt handler om at elevene selv forfatter kunnskapen, og i motsetning til de lærerstyrte hvor læreren forfatter kunnskapen, kjennetegnes disse situasjonene blant annet ved at elevene selv velger passende redskap basert på situasjonen. Et kjennetegn ved operasjonell karakter er at kunnskapen i motsetning til ved instrumentell karakter er fleksibel, og elevene klarer å tilpasse den til nye situasjoner. Mine resultater viser at elevene i større grad er i stand til å anvende den matematiske kunnskapen som de har lært i matematikkfaget operasjonelt, i forhold til de trigonometriske funksjonene som de har sitt første møte med i programfaget.

Summary

This case study is about mathematics in the program subject ‘Production’ for the vocational education program ‘Building and construction’. The research questions of the study are as follows: *What mathematical resources can be observed in teaching situations in the educational program ‘Building and construction’?* and *To what extent are students at ‘Building and construction’ capable of applying mathematical knowledge while working with tasks in the subject of building and construction?* The first is a situation description in which I seek to identify mathematical subject matters, signs, language and utilities. The main question is my second, and I will try to illuminate that by looking at two aspects in the students’ workings with tasks in the subject. I will examine who authors the knowledge being used, and I will identify and characterize mediating utilities that is being used in the different tasks.

To illuminate the research questions a qualitative study of a first year class of upper secondary school in Norway has been made. I observed teaching situations linked to practice related mathematics, and they often consisted of lecturing by the teacher, student work and work in the workshop. During the student work and work in the workshop I followed a group of three students, while I collected the written work of another group also consisting of three students. As a support to the observations I carried out group interviews with each of the student groups. The data consists of video recordings gathered during a period of four weeks.

The main research question was analyzed using an approach to coding and categorization (Nilssen, 2012) of the data. I then came up with the categories *teacher controlled* and *student controlled*, and within each of these categories I came up with a categorization of how the mediating utilities function, which I have called *instrumental* and *operational,* respectively. Student controlled is about that the students themselves author the knowledge, and opposed to the teacher controlled where the teacher authors the knowledge, these situations are among other recognized by that the students themselves choose suitable utilities based on the situation. A feature of operational character is that the knowledge opposed to instrumental character is flexible, and the students are capable of adapting it to new situations. My results show that the students to a greater extent are capable of applying the mathematical knowledge they have learned in the mathematics class operational, compared to the trigonometric functions with which they had their first meeting in the vocational education program.

Innholdsfortegnelse

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for studien

Yrkesfag er i vinden, og en kan i media lese at elever oppfordres til å velge yrkesfaglig utdanning. Norge vil i fremtiden ha behov for dyktige medarbeidere med fag- og yrkesfagutdanning, og derfor anser Regjeringen det som nødvendig å heve statusen til yrkesfagene, og bekjempe det de omtaler som et uakseptabelt høyt frafall. På bakgrunn av dette vil Regjeringen gjennomføre det de kaller et yrkesfagløft, og som et ledd i denne prosessen vil de sørge for en yrkesretting av fellesfagene på yrkesfaglige utdanningsprogrammer (Regjeringen, 2015). Dette innebærer et krav om at fellesfaget matematikk skal tilpasses de ulike utdanningsprogrammene. Som fremtidig lektor i realfag, er det viktig for meg å kunne tilpasse og gjøre undervisningen relevant og interessant for alle elevgrupper, og derfor ønsker jeg med denne studien å undersøke hvordan matematikk brukes på utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk.

Et overordnet mål for denne studien er å undersøke hvordan matematikkfaget kan gjøres mer relevant for elever på utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk, altså hvordan man kan skape en bedre kobling mellom matematikkfaget og programfaget. Det er flere mulige tilnærminger for en slik studie, og det er gjort flere undersøkelser rundt dette både på mastergradsnivå og doktorgradsnivå. Noen har gått inn i matematikktimene, andre inn i programfagstimene, og det siste er det jeg vil gjøre i denne studien. Jeg vil gå inn i undervisningssituasjoner i programfaget Produksjon på Bygg- og anleggsteknikk, og ved å identifisere hvilke matematiske ressurser, det vil i denne sammenhengen si matematiske tema, tegn, språk og redskaper, som lærer og elever anvender, ønsker jeg å få en bedre forståelse av matematikkens rolle på utdanningsprogrammet.

Elever på yrkesfag kan velge mellom matematikkursene 1P-Y og 1T-Y og skoleåret 2012/2013 ble disse to kursene valgt av henholdsvis 96 og 4 prosent av elevene. Imidlertid er situasjonen slik at omtrent 17 prosent av elevene i løpet av de siste årene ikke har bestått matematikkurset i VG1, noe som også synes å være en medvirkende årsak til det uakseptable høye frafallet (Bergem et al., 2014). Analyser utført av Utdanningsdirektoratet viser at mange elever ikke består VG1 fordi de stryker eller mangler vurdering i ett fag, og i hele 60 prosent av tilfellene er dette faget matematikk (Bergem et al., 2014). Et tiltak i Kunnskapsdepartementets program for å øke kvaliteten og bedre gjennomføring i videregående opplæring er FYR-prosjektet; Fellesfag, yrkesretting og relevans (Utdanningsdirektoratet, 2014). Prosjektet skal sikre at elevene får en opplæring som oppleves relevant for deres skolehverdag og er yrkesrettet mot fremtidig arbeidsliv. Bergem et al. (2014) trekker imidlertid fram at mange lærere i matematikk ikke har tilstrekkelig innsikt i yrkesfagene. Derfor opplever jeg at det vil være nyttig å synliggjøre hvilke matematiske ressurser som benyttes på yrkesfaget.

For elever som begynner på yrkesfaglige utdanningsprogram i videregående skole, er matematikk obligatorisk første studieår. Det er ikke utviklet egne læreplaner for matematikk på yrkesfag, men i stedet er gitte kompetansemål fra læreplanen for studieforberedende kurs obligatoriske for elevene på yrkesfag. 1P kurset som er Praktisk matematikk på studieforberedende utdanningsprogram, har 140 årstimer, mens 1P-Y som er Praktisk matematikk på Yrkesfaglig utdanningsprogram har 84 årstimer, og det er slik at seksti prosent av kompetansemålene for matematikkfaget 1P utgjør innholdet i matematikkfaget 1P-Y (Bergem et al., 2014). Med utgangspunkt i dette kan det være nærliggende å tro at noen kompetansemål har større relevans for yrkesfaget enn andre, samtidig som det kan være tema som er utelatt fra læreplanen, som kanskje ville vært relevante for yrkesfaget, og det er nettopp dette som er motivasjonen bak min studie. Jeg ønsker å undersøke hvilke matematiske kunnskaper som er viktige for Bygg- og anleggsteknikk, og hvordan elevene er i stand til å nyttiggjøre seg av disse matematiske kunnskapene i arbeidet med byggfaglige oppgaver.

Det sosiokulturelle perspektivet er det læringssynet som ligger til grunn for denne studien. I et sosiokulturelt syn på læring vektlegges at kunnskap konstrueres gjennom samhandling og i en kontekst (Dysthe, 2001). Et sentralt begrep innenfor det sosiokulturelle perspektivet er begrepet *redskap.* Med redskap menes de ressursene, både intellektuelle og fysiske, som vi har tilgang til, og som vi bruker når vi forstår omverdenen og handler i den. Slike redskaper medierer virkeligheten for mennesker (Säljö, 2001). Elevene vil derfor være avhengig av å benytte ulike medierende redskaper for å tilegne seg og anvende matematikk. Jeg vil derfor undersøke og karakterisere rollen til medierende redskaper i elevenes arbeid med byggfaglige oppgaver.

Semiotiske representasjoner har stor betydning i matematikk. Ifølge Duval (2006) er kjennetegn ved de matematiske objektene at den eneste måten å få tilgang til de på er gjennom deres representasjoner. Et tegn er noe som står for noe annet, og representerer dette ved å formidle kunnskap om det som det står for (Peirce, 1998). I tillegg til sin semiotiske funksjon som ”å stå for noe annet”, har tegn en epistemologisk funksjon ved at det inneholder kunnskap om det som det står for (Steinbring, 2005). Matematiske tegn har ikke mening i seg selv, og denne må i følge Steinbring derfor produseres av brukeren gjennom mediering mellom tegn og en passende referansekontekst. Koblingen mellom tegnet og referansekonteksten representerer Steinbring i det han kaller en epistemologisk trekant, og denne kan være med å synliggjøre matematisk kunnskap som ellers ville vært utilgjengelig for andre (Steinbring, 2005).

Boaler og Greeno (2000) hevder kunnskapen en innehar vil være av forskjellig kvalitet basert på læringsaktiviteten. Povey, Burton, Angier og Boylan (1999) bruker begrepet forfatterskap i forbindelse med hvem det er som konstruerer kunnskapen, og jeg vil benytte deres rammeverk til å kunne si noe om hvordan elevene har konstruert matematisk kunnskap innenfor programfaget Bygg- og anleggsteknikk. En sentral teori er også Hiebert og Lefevre (1986) sin teori om begrepskunnskap og prosedyrekunnskap, som igjen har en nær sammenheng med Skemp (1976) sin definisjon av instrumentell og relasjonell forståelse.

1.2 Forskningsspørsmål

Med dette som bakgrunn har jeg formulert følgende to forskningsspørsmål:

- *Hvilke matematiske ressurser kan observeres i undervisningssituasjoner på utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk?*
- *I hvilken grad er elever på Bygg- og anleggsteknikk i stand til å anvende matematisk kunnskap i arbeid med byggfaglige oppgaver?*

Det første forskningsspørsmålet er i bunn og grunn en situasjonsbeskrivelse, hvor jeg søker å identifisere matematiske tema, tegn, språk og redskaper som benyttes i undervisningssituasjoner på utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk. Dette vil være relevant for mitt andre forskningsspørsmål, hvor jeg søker å få en dypere forståelse av hvordan elevene er i stand til å anvende matematisk kunnskap i arbeidet med byggfaglige oppgaver. Dette andre forskningsspørsmålet vil jeg forsøke å belyse ved å se på to forhold i elevenes arbeid med byggfaglige oppgaver. Jeg vil undersøke hvem det er som forfatter kunnskapen som blir brukt, og jeg vil identifisere og karakterisere medierende redskaper som tas i bruk i de ulike oppgavene.

Disse forskningsspørsmålene er av en slik art at jeg vil legge et konstruksjonistisk forskningsparadigme til grunn, hvor kunnskap ses på som en sosial konstruksjon av forståelse og mening skapt i møte mellom menneskene som deltar i studien (Postholm, 2010). Valget av forskningsdesign har grunnlag i dette forskningsparadigmet, og for å belyse disse to forskningsspørsmålene, har jeg gjennomført en kvalitativ casestudie ved det yrkesfaglige utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk. Ved å følge en klasse med 12 elever på Bygg- og anleggsteknikk gjennom deres undervisning, har jeg gjennom observasjon og intervju samlet informasjon om deres anvendelse av matematikk på utdanningsprogrammet. Undervisningen bestod av arbeid med praksisrelatert matematikk for bruk i yrkesfaget, i sammenheng med bygging av tak med sperrekonstruksjon, tømmermannskledning og utforming av trapper. Jeg fulgte klassen i fire undervisningstimer en dag i uken i fire uker, der jeg filmet undervisningen, og en gruppe bestående av tre elever sitt arbeid med oppgaver. Jeg samlet også inn denne gruppen sine besvarelser og notater, sammen med en annen gruppe på tre elever sine besvarelser og notater. Etter hver andre time hadde jeg gruppeintervju med hver av gruppene der temaet var hvordan de hadde opplevd de foregående to undervisningsøktene. Denne metodiske tilnærmingen ble valgt på grunnlag av forskningsspørsmålene sin karakter, og ønsket om å kunne gå i dybden for å belyse forskningsspørsmålene.

1.3 Oppgavens oppbygging

I det neste kapittelet presenterer jeg studiens teoretiske rammeverk, hvor jeg først vil se nærmere på det sosiokulturelle læringsperspektivet, og gjøre rede for begrepet *medierende redskap*. Videre vil jeg ta for meg teori knyttet til semiotisk teori, før jeg presenterer teori knyttet til forfatterskap, matematisk kunnskap og forståelse. Jeg vil også i dette kapittelet presentere tidligere relevant forskning på området, og se min studie opp mot denne tidligere forskningen. Etter det teoretiske rammeverket, vil jeg i kapittel 3 redegjøre for konteksten, noe som innebærer å beskrive denne studiens utvalg, samt beskrive de byggfaglige kontekstene. I min beskrivelse av de byggfaglige kontekstene som jeg har observert, vil jeg avklare relevante byggfaglige begreper, samtidig som jeg vil presentere de matematiske ressursene som jeg har observert, dermed vil jeg i denne delen besvare mitt første forskningsspørsmål. Kapittel 4 er et metodekapittel hvor jeg vil presentere metodene som denne studien bygger på. Jeg vil da starte med forskningsdesignet, før jeg presenterer og begrunner de ulike metodene som ble benyttet i datainnsamlingsprosessen. Videre vil jeg gi en beskrivelse av gjennomføringen av studien, etterfulgt av en redegjørelse for hvordan jeg har analysert datamaterialet. Til slutt i dette kapittelet vil jeg komme med etiske betraktninger rundt studien, samt en vurdering av studiens kvalitet. I det femte kapittelet vil resultater og analyse av datamaterialet bli presentert, før jeg i kapittel 6 vil komme med noen avsluttende drøftinger. Jeg vil begynne med å diskutere mine forskningsresultater, før jeg setter mine funn i en større sammenheng. Til slutt vil jeg komme med et tilbakeblikk på studien, før jeg kommer med noen tanker om videre muligheter med fokus på videre forskning.

2 Teoretisk rammeverk

I dette teorikapittelet vil jeg presentere det teoretiske rammeverket for min studie. Jeg vil begynne med å kort presentere behaviorismen og konstruktivismen, før jeg vil gå dypere inn på sosiokulturell teori, som er det læringsperspektivet som denne studien tar utgangspunkt i. Her er medierende redskaper et sentralt aspekt. Videre vil jeg presentere semiotisk teori, hvor jeg også vil redegjøre for det jeg har kalt en modifisert epistemologisk trekant, basert på Steinbring (2005, 2006) og Ogden og Richards (1949) sitt rammeverk, samt teorien om medierende redskaper. Deretter vil jeg gå inn på teori angående hvem det er som forfatter kunnskapen (Povey et al., 1999), før jeg karakteriserer relasjonell og instrumentell forståelse med utgangspunkt i Skemp (1976), samt legger frem definisjonen av begrepskunnskap og prosedyrekunnskap som Hiebert og Lefevre (1986) beskriver. Helt til slutt vil jeg presentere tidligere relevant forskning for denne studien, og kort sammenligne min studie med denne tidligere forskningen.

2.1 Sosiokulturell teori

Det vitenskapelige studiet av læring og utvikling har vært dominert av de to tradisjonene behaviorisme og kognitivisme. Som termene antyder, legger behaviorismen vekt på læring som endring av menneskets ytre og observerbare atferd, mens kognitivismen vektlegger læring som menneskets indre prosesser. Behavioristiske teorier dominerte læringspsykologien i flere tiår, og legger til grunn et empirisk kunnskapssyn (Dysthe, 2001). Det at synet på læring er empirisk vil ifølge Säljö (2001) innebære at læring blir ansett å bygge på de fysiske erfaringene som et individ gjør. Den tidlige behaviorismen forsøkte å forklare menneskelig atferd som betingede reaksjoner, ved at mennesker reagerer på de stimuliene de blir utsatt for, og læring består i at stadig mer komplekse betingede responser blir bygd opp fra en naturlig base av slike forbindelser mellom stimuli og respons (Säljö, 2006). Denne ble av den amerikanske psykologen Skinner utvidet til å vise at betinging er noe som forekommer ved mange flere typer atferd enn de som er koblet til reflekser, og denne formen for betinging bygger på at en forsterker en respons som blir aktivt produsert av et levende vesen (Säljö, 2001). Kunnskap finnes utenfor individet, og kan avgrenses og deles opp. Ut ifra et behavioristisk syn skal elevene i første omgang stegvis lære grunnleggende fakta, og først på et senere stadium blir det forventet at de skal være i stand til å tenke, reflektere og bruke det de har lært (Dysthe, 2001). Dette står i kontrast til konstruktivismen, som er det elementet i kognitivismen som har fått størst innflytelse når det gjelder synet på læring. Konstruktivismen vektlegger at individene ikke passivt tar imot informasjon, men gjennom sine aktiviteter selv konstruerer sin forståelse av omverdenen (Säljö, 2001). Fra et kognitivt ståsted kan læring ifølge Dysthe (2001) ses på som en progresjon fra enkle til stadig mer komplekse mentale modeller. Kognitivismens er imidlertid blitt kritisert for å ha en for ensidig individsentrering og ensidig fokus på de mentale sidene ved læring. Mange kognitivister flyttet etter hvert fokuset fra individet til læringsfellesskapet, og vektlegger mer de sosiale og kulturelle kontekstene (Dysthe, 2001).

Det sosiokulturelle perspektivet, som har utgangspunkt i den russiske psykologen Lev S. Vygotsky, bygger på et konstruktivistisk syn på læring, men vektlegger at kunnskap blir konstruert gjennom samhandling og i en kontekst. Interaksjon, kommunikasjon og samarbeid blir sett på som helt grunnleggende for læring, og det å delta i sosiale praksiser der læring skjer blir derfor sentralt i det å lære (Dysthe, 2001). Dysthe påpeker at noe av det som skiller mennesket fra andre arter er at vi utvikler og bruker redskaper. Med redskaper menes i et sosiokulturelt perspektiv *"de ressursene, så vel språklige (eller intellektuelle) som fysiske, som vi har tilgang til og som vi bruker når vi forstår vår omverden og handler i den*" (Säljö, 2001, s. 21). Hvis vi ønsker å forstå hvordan individet lærer eller utvikler seg, må vi relatere et individ sine kunnskaper og ferdigheter til omgivelsene og til de ressursene som finnes der (Säljö, 2006).

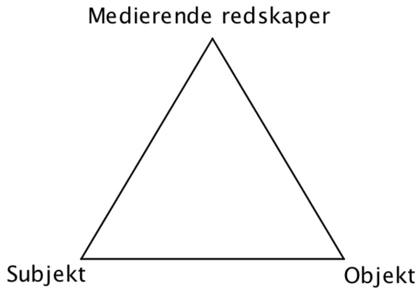
Et sentralt aspekt ved sosiokulturell teori er at læring er situert (Dysthe, 2001). Dysthe trekker fram at i sosiokulturell teori er læring vevd inn i en kontekst, som den ikke uten videre kan skilles fra. Menneskelig tenking, kommunikasjon og handling er situert i sosiale kontekster. *"Vi handler med utgangspunkt i våre kunnskaper og erfaringer, og det vi bevisst eller ubevisst oppfatter at omgivelsene krever, tillater eller gjør mulig i en bestemt virksomhet"* (Säljö, 2001, s. 131). På denne måten vil ikke læring bare handle om å tilegne seg kunnskaper og ferdigheter, men også om å kunne avgjøre hvilke kunnskaper og ferdigheter som er hensiktsmessige å bruke i ulike situasjoner. Carraher og Schliemann (2002) trekker fram at hvordan kunnskap tilegnet i en situasjon kan anvendes i en annen, lenge har blitt sett på som en *overføring* av kunnskap, og det har tilnærmet blitt akseptert som en sannhet. Carraher og

Schliemann (2002) stiller seg imidlertid tvilende til dette, og sier overføring må sees på som en teoretisk tilnærming til læring. De forklarer at begrepet ”overføring” antyder at kunnskap bæres passivt fra en situasjon til en annen så fort de har gjenkjent likhetene mellom situasjonene, og de mener overføring ikke kan forklare den aktive modifiseringen av tidligere lært og/eller erfart kunnskap i nye situasjoner.

2.1.1 Medierende redskaper

Vi har både fysiske og intellektuelle redskaper, og vårt samspill med disse redskapene er sentralt i et sosiokulturelt syn på læring (Säljö, 2001). De intellektuelle og fysiske redskapene, eller artefakter som Säljö også betegner menneskeskapte gjenstander eller produkter som, viser vår evne til å samle tidligere generasjoners erfaringer og innsikter og dra nytte av dem til våre formål. Ved å ta i bruk fysiske og intellektuelle redskaper, kan vi løse problemer og beherske sosiale praksiser på en måte som ellers ikke ville vært mulig (Säljö, 2001). For en snekker vil eksempelvis det fysiske redskapet hammer være et nyttig verktøy for å sette opp et hus, og det intellektuelle redskapet Pytagoras' læresetning kan være til stor hjelp om en vil være sikker på at hjørnene på huset blir 90 grader. Et spesielt viktig intellektuelt redskap er det menneskelige språket, da det er en unik og rik komponent for å skape og kommunisere kunnskap. Det er gjennom kommunikasjon at sosiokulturelle ressurser skapes, men det er også gjennom kommunikasjon at de føres videre (Säljö, 2001). Man kan imidlertid ikke dra et skarpt skille mellom intellektuelle og fysiske redskaper. Samtidig som mennesker utvikler nye fysiske hjelpemidler, kan de utvikle nye intellektuelle kunnskaper. De intellektuelle kunnskapene kan i sin tur bygges inn i fysiske redskaper og dermed bli noe vi samspiller med når vi handler (Säljö, 2001). Eksempelvis trekker Säljö fram linjalen som angir mål i centimeter, samt lommekalkulatoren som inneholder flere sofistikerte språklige distinksjoner, som for eksempel de fire regneartene. På samme måte har redskaper av ulike slag forandret våre muligheter til å registrere vår omverden, for eksempel kan en kikkert hjelpe oss til å se gjenstander på avstand. Vi håndterer omverden og gjør våre erfaringer ved hjelp av redskaper, og slik *medierer* disse redskapene virkeligheten for mennesker (Säljö, 2001).

I et sosiokulturelt perspektiv på læring er det grunnleggende at virkeligheten for mennesker er mediert av både fysiske og intellektuelle redskaper (Säljö, 2001). Ideen om mediering gjennom redskaper ble opprinnelig utviklet av Vygotsky som en kritikk av den tidlige behaviorismens forsøk på å forklare læring som enkle forbindelser mellom stimulus og respons. Vygotsky mente at mange menneskelige ferdigheter og atferdsmønstre ikke kan forklares som betingede reaksjoner, og at det er nødvendig å innse hvilken rolle redskaper har i menneskelige handlinger (Säljö, 2006). Vygotsky illustrerte sin opprinnelige idé, altså at våre handlinger er avhengig av redskaper, med en enkel trekant, og innenfor det som etter hvert skulle bli til aktivitetsteori, videreutviklet Vygotskys medarbeider Leontiev disse ideene. Leontiev betraktet de medierende redskapene som en relasjon mellom mennesket som handlet, subjektet, og det objektet det bearbeidet i arbeidet sitt, og disse ideene er illustrert i figur 2.1 (Säljö, 2006, s. 28).



Figur 2.1: Leontievs beskrivelse av mediering som en relasjon mellom subjekt og objekt (Säljö, 2006, s. 28).

Denne trekanten illustrerer nettopp det at menneskets relasjoner til omverdenen er mediert. I prinsippet kan vi ifølge Säljö (2006) ikke handle i noen situasjoner uten å benytte oss av medierende redskaper, med andre ord må redskaper mediere omverdenen. Via et redskap kommer et individs tenking i kontakt med omverdenen. Ulike måter å mediere på gir også ulike perspektiver på et objekt eller et fenomen, og kan gjøre det vanskeligere eller lettere å forstå. Redskapet har i seg selv ingen nytteverdi, men i hendene på den kompetente brukeren kan det bli en del av svært komplekse sosiale og intellektuelle praksiser (Säljö, 2001). Når det gjelder de fysiske redskapene er det ifølge Säljö (2001) ofte slik at i vellykkede artefakter er den underliggende teknikken usynlig, og gjerne til og med uforståelig for brukeren. Et eksempel på dette er nettopp lommekalkulatoren. Når vi regner ved å trykke på tastene, bruker vi altså kunnskaper og innsikter som er skapt av mennesker i sosiale praksiser, og man kan uten anstrengelse utføre store mengder utregninger, uten å måtte han noen forståelse for de matematiske begrepene og prosedyrene som ligger bak. Imidlertid er det ifølge Säljö (2001) likevel viktig å forstå prinsippene som gjelder for hvordan matematiske operasjoner fungerer og hvordan en skal tenke når en anvender dem. For eksempel er det viktig å lære hvilke operasjoner det er hensiktsmessig å utføre når man skal løse et bestemt problem, samt hva som er rimelige svar og ikke.

Menneskets viktigste medierende redskap er de ressursene som finnes i det menneskelige språket (Säljö, 2001). Ifølge Säljö medierer ord og språklige utsagn verden for oss og gjør at den fremstår som meningsfull. Ved hjelp av språklige kategorier kan vi peke ut og benevne ting i vår omverden, og vi kan snakke om det som ikke er synlig eller har noen direkte fysisk eksistens, dette omtaler Säljö (2001) som språkets utpekende funksjon. Språkets kraft som medierende redskap, viser seg ifølge Säljö (2001) gjennom den fleksible og utviklingsbare relasjonen som finnes mellom språklige uttrykk og de fenomenene disse uttrykkene refererer til, det vil si språkets semiotiske funksjon. I tillegg til å referere til et fenomen eller et objekt, vil de språklige uttrykkene også betegne betydning og innhold. Språket gir oss muligheten til å kunne betegne omverden på en fleksibel måte, og medføre at det vi sier blir noe annet enn et nøytralt bilde av omverden. Den tredje og siste funksjonen er språkets retoriske funksjon, som omhandler språkets evne til å påvirke andres oppfatning av omverdenen (Säljö, 2001).

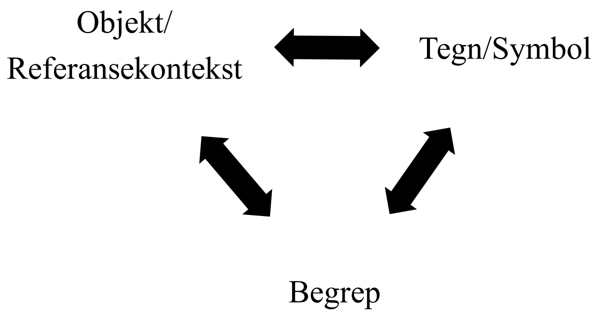
2.2 Semiotisk teori

Ifølge Duval (2006) er et kjennetegn ved de matematiske objektene at den eneste måten å få tilgang til dem er gjennom deres representasjoner. En representasjon er *"something that stands for something else"* (Duval, 2006, s.103), altså noe som står for noe annet. Denne beskrivelsen kan man finne igjen i den amerikanske filosofen Peirce (1998) sin definisjon av et tegn. Peirce definerer et tegn som: *"A sign is a thing which serves to convey knowledge of some other thing, which it is said to stand for or represent."* (s. 13). Et tegn står for eller representerer altså noe annet, og tjener til å formidle kunnskap om det. Peirce skiller mellom tre typer tegn: *Ikoner, indekser* og *symboler.* Mens et ikon er et tegn som står for et objekt ved å ligne på det, for eksempel et bilde, mimikk, eller geometriske figurer, står en indeks for dens objekt gjennom en virkelig forbindelse med det, eller fordi det får oss til å rette oppmerksomheten til tankene mot det. Eksempler på indekser kan være peking, barometer, piler, pronomener og preposisjoner. Symboler står for et objekt gjennom en konvensjon (Peirce, 1998), altså noe vi er blitt enige om, noe som for eksempel kan være betegnelser som

”elev”, ”hammer” og ”trigonometri” eller figurer som et kors som står for tro eller et hjerte som står for kjærlighet.

Pierce (1998) sin generelle definisjon av et tegn, omfatter også matematiske tegn. Hovedsakelig blir matematiske tegn sett på som instrumenter som vi trenger for å kunne kode og beskrive matematisk kunnskap, slik at man kan kommunisere, operere med og generalisere matematisk kunnskap (Steinbring, 2006). På denne måten viser Steinbring til at matematiske tegn også er kulturelle redskaper, eller det Säljö (2001) kaller intellektuelle redskaper. I klasserommet vil det kunne observeres et mangfold av ulike former for matematiske tegn, for eksempel verbale formuleringer, gestikuleringer, matematiske symboler som tall, bokstaver og operatorer, likninger, tabeller og grafer (Steinbring, 2006).

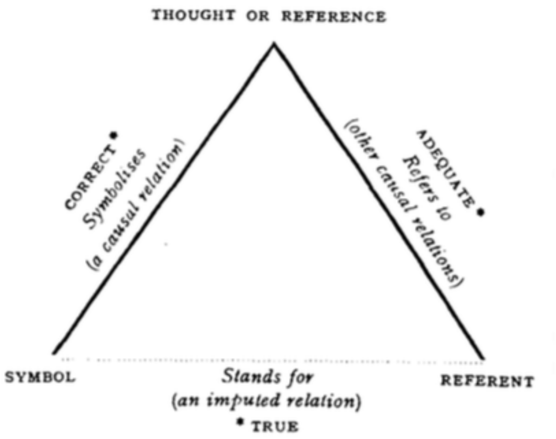
Matematiske tegn har ifølge Steinbring (2005) to funksjoner; en semiotisk funksjon og en epistemologisk funksjon. Tegnets semiotiske funksjon er at det står for, eller har referanse til noe annet. Dette ”noe annet” blir beskrevet som et referanseobjekt eller en referansekontekst. I tillegg til den semiotiske funksjonen har tegn en epistemologisk funksjon, det vil si rollen som bærer av matematisk kunnskap. De inneholder matematisk kunnskap om det de står for (Steinbring, 2005). Steinbring vektlegger imidlertid at for den lærende har tegnene i starten i seg selv ingen mening. Utformingen til matematiske tegn er utviklet gjennom historien og er i stor grad fastsatt konvensjonelt. Meningen må derfor produseres av eleven eller læreren ved å etablere en mediering mellom tegn og en passende referansekontekst. Medieringen mellom dem er imidlertid ikke fullstendig upåvirket eller tilfeldig. For at tegnet skal bli et ekte matematisk tegn, må dets kobling til mulige referansekontekster reguleres av den epistemologiske naturen ved matematisk kunnskap som kommer fra elementære matematiske begrep (Steinbring, 2005). Videre må man ifølge Steinbring merke seg at de epistemologiske begrensningene hos matematisk kunnskap ikke bare påvirker medieringen mellom tegn og referansekontekst, men på samme tid kan ny og mer generell matematisk kunnskap bli konstruert gjennom medieringen mellom tegn og referansekontekst. Sammenhengen mellom matematiske tegn, referansekonteksten og det som medierer mellom disse presenteres av Steinbring (2005) i det han omtaler som en epistemologisk trekant, figur 2.2.



Figur 2.2: Den epistemologiske trekanten (Steinbring, 2005, s. 22).

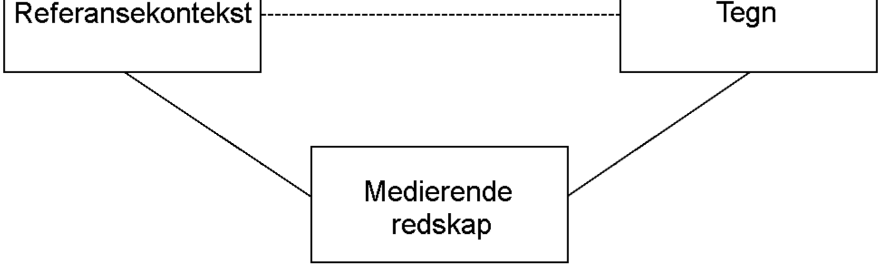
Den epistemologiske trekanten illustrerer det triangulære samspillet mellom matematiske tegn, referansekontekst og den begrepsavhengige medieringen mellom disse. Ingen av hjørnene i trekanten er eksplisitt gitte eller fast bestemte, men utgjør et balansert og gjensidig støttende system (Steinbring, 2005) . Steinbring trekker frem at hensikten med den epistemologiske trekanten er å modellere den usynlige matematiske kunnskapens natur, ved å representere relasjonene og strukturene som er konstruert av eleven under interaksjon med andre. På denne måten kan den matematiske kunnskapen som ellers er skjult gjøres tilgjengelig for andre. I utviklingsprosessen av matematisk kunnskap forklarer Steinbring (2005) at referansekonteksten endrer seg ved at konkrete objekter gradvis blir erstattet med mentale objekter og strukturer. Den epistemologiske trekanten som verktøy for analyse kan derfor videreutvikles, ved at det kan settes opp en kjede av epistemologiske trekanter som viser til en interaksjonsprosess, eller læringsprosess, som forsøker å reflektere utviklingen av elevens tolkninger (Steinbring, 2005).

Liknende trekanter som viser relasjonen mellom tegn og referansekontekst har blitt utviklet innen både matematikk og språkfilosofi. Ogden og Richards (1949) har utviklet det som gjerne refereres til som ”the triangle of meaning”, og er en trekantmodell som illustrerer hvordan mening blir til mellom det de omtaler som symbol og referent. Disse to utgjør hvert sitt hjørne av en trekant, men linjen mellom dem er stiplet, noe som illustrerer at det bare er en indirekte kobling mellom dem. Relasjonen mellom disse er mediert av det de kaller en tanke eller referanse. Symbolet symboliserer en tanke eller referanse, som igjen refererer til en referent (Ogden & Richards, 1949). Ogden og Richards (1949) sin illustrasjon av dette er gjengitt i figur 2.3.



Figur 2.3: "The triangle of meaning" (Ogden & Richards, 1949, s.11)

Med utgangspunkt i Leontievs trekant, Steinbring (2005) sin epistemologiske trekant og Ogden og Richards (1949) sin trekantmodell, henholdsvis figur 2.1, figur 2.2 og figur 2.3, har jeg laget en egen trekantmodell som jeg vil benytte for å illustrere observerte situasjoner, og forsøke å synliggjøre hvordan den matematiske kunnskapen er etablert hos elevene på ulike områder. En situasjon vil alltid bestå av en referansekontekst og et tegn, og meningen blir skapt av eleven eller læreren i medieringen mellom tegn og en passende referansekontekst (Steinbring, 2005). Fra Ogden og Richards (1949) sin trekantmodell kommer det tydelig fram at det ikke nødvendigvis er noen direktekobling mellom tegnet og dets referansekontekst, men at denne relasjonen er mediert. Ved å benytte begrepet medierende redskap slik det fremkommer innenfor sosiokulturell teori, delkkapittel 2.1.1, har jeg kommet fram til det jeg har valgt å kalle en modifisert epistemologisk trekant, se figur 2.4.



Figur 2.4: Min modifiserte epistemologiske trekant.

Av figur 2.4 kan man se at jeg har markert et av hjørnene i trekanten med betegnelsen *tegn* og et annet hjørne med *referansekontekst.* Siden mellom dem er stiplet for å illustrere at det ikke nødvendigvis er noen direktekobling mellom tegn og referansekontekst, bare indirekte gjennom de to andre sidene i trekanten. Relasjonen mellom dem er mediert av et *medierende redskap.* I likhet med Steinbring (2005, 2006) sin epistemologiske trekant kan denne videreutvikles ved at det settes opp en kjede av modifiserte epistemologiske trekanter, der referansekonteksten går fra konkrete til mer mentale strukturer.

2.3 Forfatterskap

Povey et al. (1999) utforsker forfatterskap som et middel som elevene kan bruke for å skaffe seg matematisk kunnskap. Begrepet forfatterskap omfatter hvem det er som forfatter kunnskapen, og omhandler å se på matematisk kunnskap som en fortelling som har en forfatter. Når man ser på matematikk som fortellende, hjelper det oss, i følge Povey et al. (1999), å "se" forfatterne av matematikk i et fellesskap. Hvis man utelukker forfatterne blir matematikkunnskapen noe mystisk og kraftfullt, uavhengig av tid og sted som elevene bare får tak i fra en ekstern kilde. I matematikklasserom der elevene er forfattere av egen kunnskap har de mulighet til å bruke sin personlige autoritet til både å skape og vurdere mening (Povey et al. 1999).

Å inneha kunnskap om matematikk kan sees fra tre perspektiver i følge Povey et al. (1999), det er som *stillhet*, *ekstern autoritet* og *forfatterskap*. Stillhet ses på som å være *"mindless and voiceless and subject to the whims of external authority"* (Povey et. al, 1999, s. 233). Elevene føler seg døve siden de ikke klarer å lære seg det andre sier, og stumme fordi det føles som at å si noe ikke vil gi noe eller gjøre noen forskjell. Dette perspektivet er lammende, det gjør sinnet tomt og følelsen av å vite er tapt, noe som bringer med seg følelsen av frykt og maktesløshet. Videre beskriver Povey et al. (1999) den kanskje mest opplevde formen for syn på kunnskap om matematikk, ekstern autoritet, som et syn der autoriteten ligger hos ekspertene, det vil for eksempel si læreboka eller læreren. Meningen er her tatt som gitt, og kunnskap er ansett som fast og absolutt. Her blir elevene avhengige av andre, særlig autoriteter, til å avgjøre hva som er riktig eller galt. Det siste perspektivet Povey et al. (1999) trekker frem er forfatterskap. Der arbeider elevene ut i fra en forståelse av at de er medlemmer av et kunnskapsbyggende fellesskap, hvor mening forstås som forhandlet. Også her er eksterne kilder konsultert og respektert, men også evaluert og kritisk vurdert av kunnskapsmakerne, de som lager meningen av matematikk i klasserommet. Det er hos kunnskapsmakerne forfatterskapet ligger. En slik måte å se på det å inneha kunnskap åpner opp for muligheten for å forstå kunnskap som konstruert, og mening som tilknyttet sin kontekst (Povey et al. 1999).

Et annet begrep som er tilknyttet temaet forfatterskap, er det Boaler og Greeno (2000) omtaler som ”agency”. ”Agency” er et ord som er vanskelig å oversette uten å miste sin mening, og jeg vil derfor bruke ordet som det står. Boaler og Greeno (2000) forteller om hvordan matematikk av mange sees på som vanskelig og kun oppnåelig for noen. Mange mister motet i klasserom preget av ritualer og pugging. Tradisjonell pedagogikk og prosedyrisk syn på matematikk kombineres og skaper miljøer hvor de fleste elever må gi opp sin agency og tenkning for å følge forhåndsdefinerte rutiner (Boaler & Greeno, 2000). Boaler og Greeno forteller om studenter som avviste matematikk, fordi de ønsket å være kreative, verbale og menneskelige. De ville ikke bli fortalt hva de skulle gjøre og så gjøre det. Studentene var ikke forberedt på å gi opp sin agency som de nøt i andre aspekter i livet, eller mulighetene for å utøve tankevirksomhet, eller ta beslutninger (Boaler & Greeno, 2000).

Boaler og Greeno (2000) hevder at måten matematikk blir lært på er det som bestemmer hvilken kunnskap som blir produsert. De trekker frem to eksempler, som illustrerer to forskjellige måter å etablere matematisk kunnskap på, som igjen gir seg utslag i hvordan elevene klarer å anvende den matematiske kunnskapen. Først forteller de om matematikkelever som hadde jobbet seg gjennom lærebøker som syntes det var vanskelig å bruke matematikken i nye og varierte situasjoner. Videre forteller Boaler og Greeno (2000) om elever som hadde vært med på aktiviteter tilknyttet diskusjon og tolking i matematikklasserommet, og som hadde større evne til å bruke matematikk i forskjellige sitasjoner. Selv om de satt igjen med den samme kunnskapen, var altså kunnskapen av forskjellig kvalitet basert på læringsaktiviteten (Boaler & Greeno, 2000).

2.4 Kunnskap og forståelse

Skemp (1976) skiller mellom to typer forståelse; *relasjonell forståelse* og *instrumentell forståelse*. Mens instrumentell forståelse handler om å vite hvordan, handler relasjonell forståelse i tillegg til å vite hvordan om å vite hvorfor. Instrumentell forståelse blir av Skemp (1976) beskrevet som regler uten begrunnelser. Både elever og lærere kan i følge Skemp ha denne typen forståelse hvis de har lært en regel og klarer å bruke den, men ikke vet hvorfor. Instrumentell forståelse vil derfor innebære å lære et økende antall formler og regler for å finne løsningen på oppgavene. Dette kan være fordelaktig ved at en som regel raskt og enkelt kan komme fram til riktig svar. Imidlertid krever ifølge Skemp (1976) instrumentell forståelse ofte mange regler for å dekke alle mulige situasjoner, i stedet for færre prinsipper som er mer generelle og passer til flere situasjoner. Relasjonell forståelse handler om å bygge opp begrepsmessige strukturer og se sammenhenger mellom begrepene, og derfor er kunnskapen letter å huske og mer tilpasningsdyktig til nye situasjoner (Skemp, 1976).

Begrepene relasjonell forståelse og instrumentell forståelse av matematikk (Skemp, 1976) er nært knyttet til Hiebert og Lefevre (1986) sin teori om *begrepskunnskap* og *prosedyrekunnskap*. Begrepskunnskap karakteriseres ved at det er kunnskap som er rik på relasjoner. Det kan ses på som et nettverk som kobler sammen kunnskap, der relasjonene er like viktige som hver enkelt informasjonsbit (Hiebert & Lefevre, 1986). Hiebert og Lefevre hevder at utviklingen av begrepskunnskap skjer når det konstrueres nye relasjoner mellom informasjonsbitene. Denne utviklingen kan skje på to måter. Enten ved at det dannes en forbindelse mellom allerede eksisterende kunnskap, eller ved at det dannes en forbindelse mellom eksisterende og ny informasjon. Det siste fenomenet får ifølge Hiebert og Lefevre (1986) ofte betegnelsen forståelse. Begrepskunnskap er slik jeg tolker det koblet til Skemp (1976) sin definisjon av relasjonell forståelse.

Prosedyrekunnskap er etter Hiebert og Lefevre (1986) sin definisjon sammensatt av to deler. Den ene delen består av matematikkens formelle språk. Det inkluderer kjennskap til symbolene som brukes til å representere matematiske ideer, og en bevissthet over de syntaktiske reglene for skriving av symboler på en akseptabel form. Kjennskap til matematikkens syntaks og symboler impliserer bare en kjennskap til overflateegenskapene, ikke betydningen (Hiebert & Lefevre, 1986). Den andre delen består av regler, algoritmer eller prosedyrer som brukes til å løse matematiske oppgaver. Prosedyrer kan inneholde underprosedyrer, og kan dermed sies å være hierarkisk oppbygd, og består av steg-for-steg beskrivelser som beskriver hvordan man kan løse oppgaver (Hiebert & Lefevre, 1986). Hiebert og Lefevre bemerker at prosedyrer ikke bare opererer på symbolske objekter, men også ikke-symbolske objekter som konkreter og mentale bilder.

Mening skapes ifølge Hiebert og Lefevre (1986) når relasjoner mellom deler av kunnskap blir skapt eller gjenkjent. Etter forfatternes definisjon må derfor begrepskunnskap være skapt meningsfullt. Prosedyrer derimot må ikke nødvendigvis bli lært med mening. Forfatterne foreslår at prosedyrer som er lært med mening er knyttet til begrepskunnskap. Pugging produserer derimot kunnskap hvor koblinger er fraværende og som er sterkt knyttet til konteksten den ble lært i (Hiebert & Lefevre, 1986). Prosedyrekunnskap som ikke er lært med mening vil jeg derfor koble til Skemp (1976) sin definisjon av instrumentell forståelse. Hiebert og Lefevre (1986) hevder at begrepskunnskap ikke kan skapes direkte fra slik rutinepreget læring. Fakta og påstander lagres i hukommelsen som isolerte biter med kunnskap. Ved et senere tidspunkt kan det likevel være at den som lærte kunnskapen konstruerer eller gjenkjenner koblinger mellom slike isolerte biter, og da vil det kunne skapes begrepskunnskap. Prosedyrekunnskap kan og blir derimot ofte tilegnet ved pugging, og blir ofte utløst ved overfladiske egenskaper som ligner på den originale konteksten de ble lært i (Hiebert & Lefevre, 1986).

Hiebert og Lefevre (1986) fremhever at det er viktig med et samspill mellom begrepskunnskap og prosedyrekunnskap. Ved mangelfull begrepskunnskap eller prosedyrekunnskap, eller at de to forblir adskilte, vil ikke eleven kunne oppnå full kompetanse i matematikk. Eleven kan føle at han eller hun har en god forståelse av matematikk, men klarer ikke å finne løsninger på problem, eller motsatt kan eleven finne løsninger uten å egentlig vite hva han eller hun gjør. Kritiske koblinger mellom begrep og prosedyre vil ikke bare hindre slike svakheter fra å utvikle seg, men vil også styrke kunnskapsbasen (Hiebert & Lefevre, 1986).

2.5 Annen relevant forskning

I denne delen vil jeg presentere annen relevant forskning som er gjort innenfor temaet matematikk på yrkesfaglige utdanningsprogrammer. Jeg vil presentere tre undersøkelser, som alle har ulike tilnærminger til dette temaet. Først vil jeg presentere Trude Sundtjønn (2013) sin studie knyttet til en yrkesrelatert oppgave i matematikkfaget for utdanningsprogrammet Design og håndverk, før jeg presenterer Lise Wærstad Utvik (2012) sin undersøkelse som omhandler bruk av matematikk i programfaget Tegning og bransjelære for utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk. Deretter vil jeg presentere Christina Bauck Jensen (2016) sin undersøkelse av hvordan elever konstruerer kunnskaper i matematikkfaget og på yrkesfaget Bygg- og anleggsteknikk. Avslutningsvis vil jeg si noen ord om min studie i forhold til disse undersøkelsene.

2.5.1 Yrkesrelatert oppgave i matematikkfaget for et yrkesfaglig utdanningsprogram

Sundtjønn (2013) gjennomførte i forbindelse med sin doktorgradsforskning en pilotstudie, og presenterer i sin artikkel hvordan en oppgave tilknyttet en gruppe elevers fremtidige arbeidet oppmuntret elevene på et yrkesfaglig utdanningsprogram til å diskutere og bruke ”inquiry” i matematikk. ”Inquiry” beskrives som en vilje til å undre, til å stille spørsmål, og til å søke å forstå gjennom samarbeid med andre i et forsøk på å få svar på dem. Studien foregikk i matematikkfaget til det yrkesfaglige utdanningsprogrammet Design og håndverk, og utvalget bestod av 15 jenter i alderen 16-17 år. Siden mange av jentene hadde tanker om å bli frisører, laget Sundtjønn (2013) i samarbeid med klassens lærer en oppgave der elevene skulle arbeide i små grupper for å lage et budsjett for en frisørsalong. Oppgaven var utformet slik at den skulle være av undersøkende art, og koblet til den virkelige verden. Den skulle være mulig å utvikle i forskjellige retninger, og oppmuntre elevenes inquiry under problemløsningsaktiviteten. Samtidig skulle den oppmuntre elevene til å gjøre realistiske antakelser, og gi dem muligheten til å vurdere sine svar.

Elevene arbeidet i grupper på tre til fire, i to til tre timer, for å lage budsjettet for en frisørsalong (Sundtjønn, 2013). Siden det var Sundtjønn som hadde formulert oppgaven, tok hun rollen som leder, mens læreren var observatør og assistent. For å gjøre elevene oppmerksomme på bruken av matematikk på deres fremtidige arbeidsplass, tok oppgaven i bruk artefakter som kvitteringer og autentiske leieavgifter. Koblingen til den virkelige verden gjorde at elevene ble forundret over de høye tallene som de kalkulerte. De stolte ikke på sine egne kalkuleringer uten å sjekke med andres, og uoppfordret begynte de å sammenligne svar og diskutere med andre grupper. Elevene evaluerte sine resultater, og noen ganger reviderte de sine innledende antakelser (Sundtjønn, 2013). De var ifølge Sundtjønn (2013) i første fase av en inquiry prosess, men de stilte sjeldent egne spørsmål eller spørsmål til sine egne estimater.

2.5.2 Matematikk i programfaget Tegning og bransjelære

Lise Wærstad Utvik gjennomførte i sin masterstudie ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (2012) en kvalitativ studie tilknyttet bruk av matematikk i programfaget Tegning og bransjelære ved utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk. Gjennom en periode på to uker fulgte hun tre elever i deres arbeid med et prosjekt i praksisrelatert matematikk for bruk i yrkesfaget, hvor arbeidstegninger av en enebolig var en sentral del. Ved bruk av metodene observasjon og intervju av disse tre elevene og deres lærer, samlet Utvik (2012) informasjon om deres bruk av, og tanker om, matematikk i programfaget, samt forbindelser mellom programfag og matematikk.

Resultatene fra studien viser at elevene og læreren benyttet seg av en rekke matematiske ressurser, både fysiske og intellektuelle, i arbeidet med prosjektet gitt i programfaget. Intellektuelle redskaper tilknyttet matematikk som elevene benyttet seg av var ifølge Utvik (2012) blant annet geometri i form av vinkler og figurer, areal, Pytagoras' teorem og trigonometri. Flere av de matematiske tegnene og symbolene som ble brukt i arbeidet var knyttet til programfaget og byggebransjen. I stor grad var disse knyttet til måleenheter, og det var underforstått i kulturen tilhørende programfaget hvilke måleenheter det ble referert til. Det som kjennetegnet bruken av matematiske ressurser i prosjektarbeidet var ifølge Utvik (2012) at prosjektoppgavene ble håndtert og løst på en målrettet og effektiv måte, og ofte ved hjelp av kalkulatoren som et medierende fysisk redskap.

Videre viser resultatene fra studien hvordan arbeidet med prosjektet var avhengig av kunnskaper i både matematikk og programfag, samtidig som det var nødvendig å kunne benytte tilhørende redskaper og matematiske ressurser (Utvik 2012). Utvik (2012) betrakter matematikk og programfag som hvert sitt aktivitetssystem, og elevene var nødt til å benytte seg av kunnskaper fra begge aktivitetssystemene for å løse prosjektoppgavene. Derfor argumenterer hun for at det er nødvendig at elevene behersker samspillet mellom matematikk og programfag.

Utvik (2012) fokuserte i sin studie også på hvilken opplevelse lærer og elever hadde av bruken av matematikk i programfaget. Ifølge Utvik (2012) mente læreren at bruken av matematikk i programfaget hovedsakelig består i å gjøre utregninger knyttet til problemer og oppgaver innen programfag- og yrkesfagkontekster. Elevene syntes også å se nytteverdien av matematikk i yrkesfaget gjennom bruken i programfagsprosjektet. Det spesielle ved bruken av matematikk i programfaget etter deres oppfatning, synes ifølge Utvik (2012) å være at det knytter seg til fysiske reelle ting, som blant annet arbeidstegningen og bygningene de representerer. Dette gjør det lettere å forstå, og dermed også enklere å bruke (Utvik, 2012).

2.5.3 Konstruksjon av kompetanser i matematikkfaget og på yrkesfaget Bygg- og anleggsteknikk

Jensen (2016) ser på forskjellige læringssituasjoner i det yrkesfaglige utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk. Gjennom ett år fulgt hun 14 gutter i alderen 15 til 16 år, både i matematikkfaget og i programfagene på det yrkesfaglige utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk. Hun samlet data ved bruk av deltakende observasjon, samt intervjuer. Gjennom sin studie illustrerer hun hvordan kompetanser blir konstruert forskjellig for de samme elevene i matematikkfaget og yrkesfaget Bygg- og anleggsteknikk. Dette innebærer at elevenes rolle som lærende er forskjellig innenfor de to læringssituasjonene (Jensen, 2016).

I forkant av en undervisningstime i matematikk, der temaet skulle være prosentregning, forteller Jensen (2016) at det var læreren som hadde autoriteten og den var ekstern for elevene. Meningen var også fastsatt, og det var lærerens tre metoder for prosentregning som var elevenes ansvar å kunne. Hun så i matematikktimene at elevenes stemme ble brakt til taushet og at det var læreren som krevde forfatterskap for den matematiske ideen. Læreren forsøkte ifølge Jensen å lære elevene ”lærerens fremgangsmåte”, og agency er disiplinær.

På yrkesfaget Bygg- og anleggsteknikk forteller Jensen (2016) at læreren la vekt på at elevene ville bli nødt til å tenke selv, og at de ikke måtte forvente at noen andre løste problemene for dem. Dette mener Jensen representerer at læreren ville støtte elevene i å finne sin nye identitet som selvstendige arbeidere. Videre beskriver hun hvordan læringssituasjonen var forskjellig fra matematikklasserommet ved at elevene selv fikk forfatterskap, ved at de ble bedt om å finne løsninger på problemer i grupper, og slik fikk autoritet. Denne fasen av arbeidet mener Jensen (2016) også kan karakteriseres som menneskelig agency. Elevene tar valg og er kritiske, læreren sitter ikke med den ene riktige løsningen. Elevene er ansvarlige for å tilby profesjonell kunnskap, komme med forslag til løsninger, være kritiske og delta i avgjørelser om planen de skal følge. Jensen (2016) poengterer også at det er en ”agency-dans”, da elevene først har en menneskelig agency når de skal finne løsningen, men går over til en disiplinær agency når de anvender løsningen de har funnet som en oppskrift.

2.5.4 Min studie i forhold til annen relevant forskning

Samtlige av undersøkelsene ble gjort på VG1, noe som også er tilfellet for min studie. Sundtjønn (2013) gjorde sin undersøkelse i matematikkfaget for det yrkesfaglig utdanningsprogrammet Design og håndverk, mens Utvik (2012) i sin masterstudie gikk inn i programfaget Tegning og bransjelære for utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk. Jensen (2016) fulgte på sin side de samme elevene både i matematikkfaget og yrkesfaget Bygg- og anleggsteknikk. Alle disse undersøkelsene er tilnærminger for å kunne gjøre matematikkfaget mer relevant for elever på yrkesfaglige utdanningsprogram, noe som også er mitt overordnede mål. I likhet med Utvik og Jensen, vil jeg ta for meg det yrkesfaglige utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk, og jeg vil gå inn i programfaget Produksjon, som sammen med Tegning og bransjelære utgjør de to programfagene for utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk. Jeg vil i likhet med Utvik undersøke bruk av matematikk i programfaget, men mitt hovedfokus er tilknyttet hvordan elevene klarer å anvende matematisk kunnskap i programfaget. Dette vil jeg belyse ved å se på to forhold i elevenes arbeid med byggfaglige oppgaver. For det første vil jeg undersøke hvem som forfatter kunnskapen som blir brukt, noe som er relatert til det Jensen har gjort i sin undersøkelse. Jensen (2016) presenterer i sin artikkel hvordan kompetanser blir konstruert forskjellig i matematikkfaget og yrkesfaget Bygg- og anleggsteknikk, noe som innebærer at elevenes rolle som lærende er forskjellig innenfor de to læringssituasjonene. Jeg vil undersøke hvem som forfatter kunnskapen innenfor programfaget Produksjon. Videre vil jeg identifisere og karakterisere medierende redskaper som blir tatt i bruk i de ulike oppgavene. Også Utvik

(2012) identifiserer redskaper, men basert på hvordan de fungerer vil jeg i tillegg karakterisere dem.

Sundtjønn (2013) hadde laget en yrkesrelatert oppgave som elever fikk arbeide med i matematikkfaget, mens Utvik (2012) og Jensen (2016) gikk inn i allerede eksisterende situasjoner, altså gikk de inn i naturlige kontekster og observerte. Jeg har også gått inn i en naturlig situasjon, og i likhet med Utvik og Jensen har jeg benyttet meg av metodene deltakende observasjon og intervju. Mens Jensen fulgte fjorten gutter gjennom ett år, kan omfanget til min studie sammenlignes med Utvik sin. Utvik fulgte tre elever gjennom et prosjektarbeid der de arbeidet med praksisrelatert matematikk i en periode på to uker. Hver torsdag i en periode på fire uker observerte jeg undervisningssituasjoner knyttet til praksisrelatert matematikk, og de bestod ofte av felles gjennomgang av lærer, elevarbeid og verkstedarbeid. Under elevarbeid og verkstedarbeid fulgte jeg en gruppe på tre elever, samtidig som jeg samlet inn det skriftlige arbeidet til en annen gruppe bestående av tre elever. I motsetning til Utvik visste jeg imidlertid ikke på forhånd temaene for undervisningsøktene, og slik kunne jeg stille med åpent sinn til hver time.

3 Redegjørelse for konteksten

I dette kapittelet vil jeg gi en beskrivelse av konteksten. Jeg vil starte med å beskrive utvalget, noe som innebærer en presentasjon av skolen, klassen, utdanningsprogrammet, matematikk på utdanningsprogrammet og elevene som deltok i studien. Videre vil jeg presentere de byggfaglige kontekstene, med tilhørende begrepsavklaringer, og redegjørelse for de matematiske ressursene som jeg kunne observere i undervisningssituasjoner på utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk. Denne delen vil derfor være med på å belyse mitt første forskningsspørsmål: *Hvilke matematiske ressurser kan observeres i undervisningssituasjoner på utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk?*

3.1 Utvalg

Før undersøkelsen fant sted, hadde jeg bestemt meg for å undersøke matematikkens rolle på utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk, som er ett av de ni yrkesfaglige utdanningsprogrammene vi har i norsk videregående skole. Jeg tok derfor kontakt med en videregående skole i Trøndelag som jeg kjente til, og ble så satt i kontakt med kontaktlærer for VG1 på Bygg- og anleggsteknikk. Vedkommende var positiv til min studie, og var interessert i å la meg være med og observere, samt gjennomføre intervju i hans timer. Hans timer var tilknyttet programfaget Produksjon, som er ett av de to felles programfagene på dette utdanningsprogrammet. Timetallet for programfaget Produksjon er 337 årstimer, mens det andre programfaget, Tegning og bransjelære, har 140 årstimer. Programfaget Produksjon dreier seg om produkter og tjenester innen Bygg- og anleggsteknikk, og er en arena der elevene møter varierte arbeidsoppgaver knyttet til bygninger og anlegg. Utførelse av disse arbeidsoppgavene innebærer planlegging, gjennomføring, dokumentasjon og vurdering av eget arbeid. I programfaget inngår det materialer som tre, betong, ulike metaller og kjemiske stoffer, samt verktøy og maskiner. Viktige deler av programfaget er også praktisering av helse, miljø og sikkerhet og kvalitetssikring (Utdanningsdirektoratet, 2006). I tillegg til de to programfagene Produksjon og Tegning og bransjelære, er det ved Bygg- og anleggsteknikk obligatorisk med fellesfagene norsk, engelsk, matematikk, naturfag og kroppsøving. Samtidig skal de velge seg et prosjekt til fordypning (Utdanningsdirektoratet, udatert). I matematikk fellesfag kan elevene i utgangspunktet velge mellom fagene Matematikk 1P-Y og 1T-Y, det vil si henholdsvis Praktisk og Teoretisk matematikk, der begge har et timetall på 84 årstimer (Utdanningsdirektoratet, 2013). Elevene i denne studien følger faget Matematikk 1P-Y.

Ved Bygg- og anleggsteknikk på denne videregående skolen veksler de mellom praktisk arbeid i skolens byggverksted eller i felten, og teoretisk arbeid i byggfagene og fellesfagene på skolen. Siden det på tidspunktet når undersøkelsen skulle foregå var vinter og kaldt, forklarte læreren at dette var ei fin tid for å smette inn litt teori, noe han ville gjøre hver torsdag i en periode. Vi ble derfor enige om at dette var timer det passet bra at jeg kunne være med, siden elevene vanligvis var godt spredd når de var ute i felten, og det derfor ville være vanskeligere å gjennomføre undersøkelsen der. Hver teoridag bestod av fire skoletimer, der en skoletime tilsvarer en økt på 45 minutter. Jeg visste ikke på forhånd hva disse teoritimene ville innebære, foruten om at det kom til å være en del bruk av matematikk, og at det ville være en blanding av forelesning, elevarbeid og verkstedarbeid.

Klassen bestod i utgangspunktet av 13 elever, men det er bare 12 av disse som jeg har møtt, og utvalget er derfor en del av disse 12. Av de 12 elevene var det 1 jente og 11 gutter. Jeg hadde på forhånd delt ut et samtykkeskjema, noe alle deltakerne skrev under på, og jeg satt derfor med det man kan omtale som et luksusproblem. Siden studien er kvalitativ og går i dybden på materialet, anså jeg 12 elever som en for stor gruppe. I samråd med veileder bestemte jeg meg derfor for å følge tre elever under elevarbeid og verkstedarbeid, noe som passet greit med at klassen vanligvis samarbeidet i grupper bestående av to eller tre elever. Ved hjelp av lærer organiserte klassen seg i grupper, og de tre elevene som jeg fulgte under elevarbeidet og verkstedarbeid har jeg gitt de fiktive navnene Ole, Tore og Mats. I tillegg til at jeg fulgte disse tre elevene tett, samlet jeg inn deres elevbesvarelser og gjennomførte gruppeintervju. For å få et litt bredere perspektiv, både samlet jeg inn skriftlig arbeid hos og intervjuet ytterligere en gruppe bestående av tre elever. Disse elevene har jeg gitt de fiktive navnene Petter, Odin og Jens. Siden alle elevene i utgangspunktet ga sitt samtykke, kunne jeg under forelesning bemerke meg all deltakelse, og i analysen vil de fiktive navnene Andreas, Espen og Thomas dukke opp.

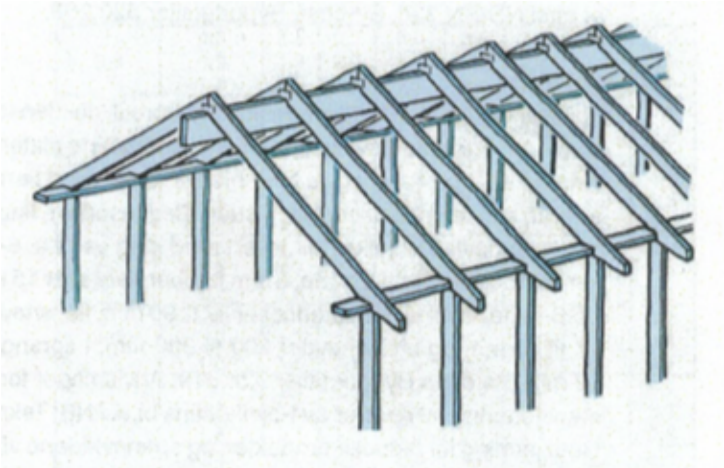
3.2 Beskrivelse av de byggfaglige kontekstene med tilhørende begrepsavklaringer og redegjørelse for de observerte matematiske ressursene

Over en periode på fire uker fulgte jeg denne byggfagklassen i deres undervisning i programfaget Produksjon. Byggfaglige temaer som vi var innom i løpet av denne perioden, var bygging av tak med sperrekonstruksjon, tømmermannskledning og utforming av trapper. I denne delen vil jeg gi en kort beskrivelse av hver av disse byggfaglige kontekstene, med tilhørende begrepsavklaringer der det er antatt nødvendig. Samtidig vil jeg gi en presentasjon av de matematiske temaene og ressursene jeg har observert i bruk i hver av disse kontekstene. Ettersom mitt første forskningsspørsmål innebærer nettopp det å observere hvilke matematiske ressurser som er i bruk i undervisningssituasjoner på utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk, vil denne situasjonsbeskrivelsen tjene til å belyse dette første forskningsspørsmålet, samtidig som det gir nødvendig grunnlag for analysen i kapittel 5, der fokuset er rettet mot mitt andre forskningsspørsmål, som omhandler hvordan elevene klarer å anvende denne matematiske kunnskapen.

3.2.1 Bygging av tak med sperrekonstruksjon

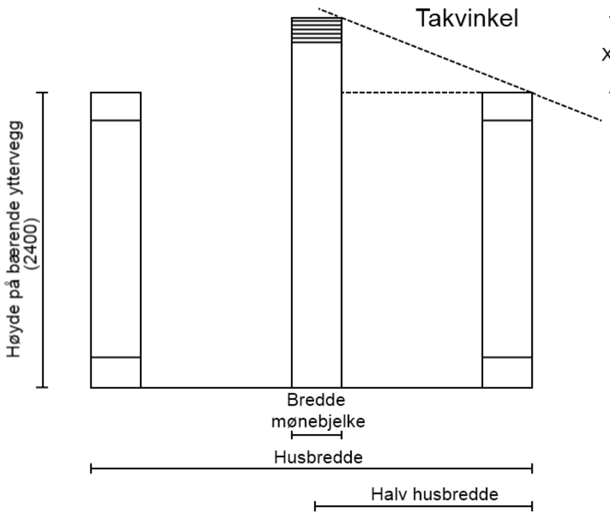
I to av de fire øktene jeg observerte var temaet planlegging av tak med sperrekonstruksjon. Jeg anser det derfor som nødvendig å forklare hva et sperretak er, og vil samtidig avklare andre relevante begreper knyttet til denne konteksten.

Norges byggforskinstitutt (2004) definerer *sperretak* som en takkonstruksjon med taksperrer, der *taksperrer* er skrå, bærende bjelker i sperretaket, en slik takkonstruksjon er illustrert i figur 3.1. Illustrasjonen viser et sperretak der sperrene spenner fra ytterveggen til den høyeste delen av takflaten, nærmere bestemt mønet. *Møne* står for skjæringen mellom to skrå takflater (Store norske leksikon, 2009), og i mønet ligger det en bjelke som læreren refererer til som bærende bjelke i mønet, eller *mønebjelke*. Høyden fra gulvet til overkant av mønebjelken omtales av læreren som høyde på *midtopplegg*, og denne høyden sammen med begrepet taksperrer var sentrale begreper i disse øktene.

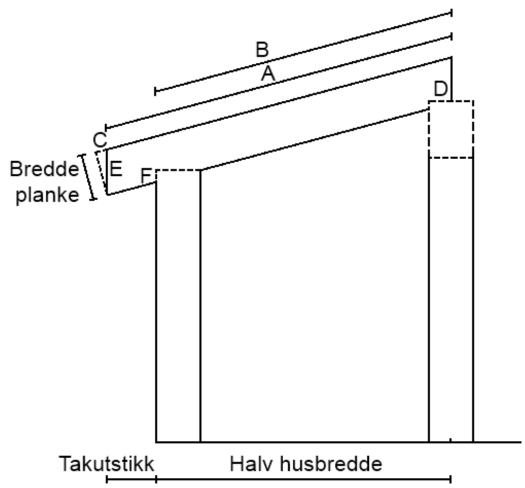


Figur 3.1: Tak med sperrekonstruksjon (Norges byggforskningsinstitutt, 2004, s.1).

Som en representasjon for bygging av tak med sperrekonstruksjon, er det to ulike skisser som jeg har observert i bruk. Den ene, figur 3.2, viser et snitt av hele gavlveggen, mens den andre, figur 3.3, viser kun den ene siden av mønebjelken og har fokus på taksperren.

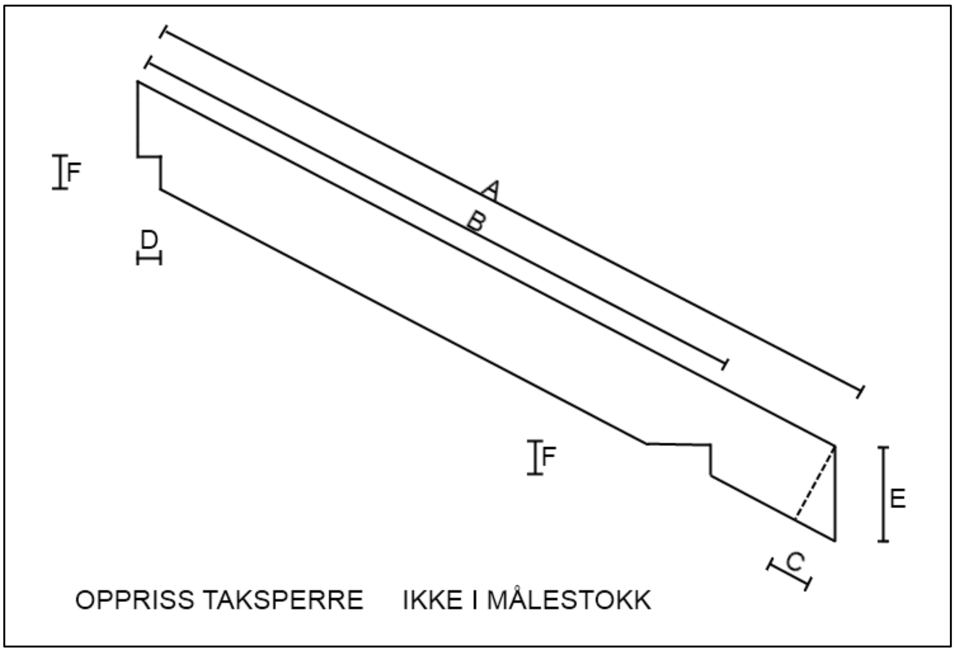


Figur 3.2: Snitt gavlvegg med angitte lengder, vinkel.



Figur 3.3: Snitt taksperre med angitte lengder, vinkel.

Med utgangspunkt i gitte opplysninger, skulle elevene beregne alle mål for produksjon av taksperrene, samt regne ut høyde på midtopplegg. Totalt fikk de utdelt fem oppgaver som var like, med unntak av at målene hadde ulike verdier. De fikk oppgitt bredden på huset, høyde på bærende yttervegg, takvinkel, lengde på takutstikk og bredde på mønebjelke, lengdene er merket i figur 3.2 og 3.3. De fikk i to av oppgavene (oppgave 1 vedlegg A og oppgave 2 vedlegg B) også oppgitt hvilket konstruksjonstrevirke taket skulle bygges i. Dette, sammen med snølast oppgitt i kilonewton per kvadratmeter (kN/m^2) og sperreavstand som var 0,6 meter, måtte de bruke til å finne dimensjonen på planken som de skulle lage sperren av. Dette skulle gjøres ved å lese av dimensjoneringstabeller som på forhånd var utdelt av lærer. I de oppgavene det ikke var oppgitt konstruksjonsvirke (oppgave 1-3 vedlegg C), stod elevene fritt til å velge dette selv, men dette valget ville ha innvirkning på deres beregninger. Tilknyttet tre av oppgavene (vedlegg C) fikk elevene utdelt en skisse, figur 3.4, der alle lengdene som var nødvendige å finne for å produsere taksperren var merket med bokstaver fra A til F. Denne vil jeg benytte til å gi en beskrivelse av de aktuelle målene.

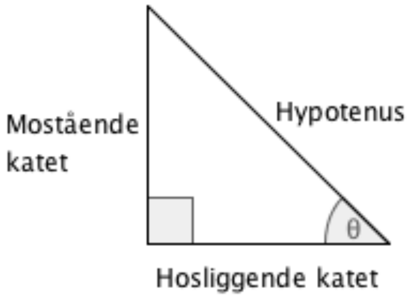


Figur 3.4: Skisse av taksperre.

Lengden merket med symbolet A angir lengden av taksperren, mens lengden B angir avstanden langs taksperren fra midten av huset til salingshakket som kommer rett over ytterveggen. Læreren forklarte *salingshakk* som de hakkene i sperren som gjør at sperren kan ligge på veggen og bjelken, og lengde B er derfor nyttig å kjenne for å kunne angi hvor på sperren salingshakkene skal være. Til å bestemme disse to lengdene, A og B, samt lengde E, som lærer omtalte som *loddkutt* fordi den står vinkelrett i forhold til bredden på bygningen når sperren er plassert, kunne jeg observere at de brukte den trigonometriske funksjonen cosinus.

Når de hadde bestemt målet på loddkuttet, E, hadde de det de skulle trenge for å bestemme høyden på salingshakket, lengde F. Læreren forklarte at for at ikke sperren skal bli for svak, kan salingshakket maksimalt gå 1/3 opp i taksperren, noe som betyr at lengden F er max 1/3 av målet på loddkuttet, E. For å kappe loddkutt, kan man rent teoretisk finne ut hvor mye man skal måle tilbake på planken for å kunne tegne på en strek slik at man får kappet sperren i riktig vinkel, og dette er lengden merket C i figur 3.3 og figur 3.4. Lengde D angir halve bredden på mønebjelken, og dette var en nyttig lengde i forbindelse med at de skulle bestemme høyden på midtopplegg. Siden de fikk oppgitt høyden på yttervegg, var utfordringen i forbindelse med å bestemme høyden til midtopplegget å bestemme høyde fra overkant bærende yttervegg til overkant bærebjelke i mønet, lengden merket x i figur 3.2. Til å bestemme denne lengden og lengde C, kunne jeg observere at de benyttet den trigonometriske funksjonen tangens.

I forbindelse med taksperrer er geometri et sentralt matematisk tema, og spesielt hadde de trigonometriske funksjonene cosinus og tangens en viktig rolle i de timene jeg observerte. Trigonometri er imidlertid ikke pensum i skolefaget matematikk, hverken i grunnskolen, eller i kurset 1P-Y, som er det matematikkurset denne klassen følger. Elevenes første møte med de trigonometriske funksjonene cosinus og tangens, er derfor i programfaget. De trigonometriske funksjonene brukes ofte til å uttrykke forhold mellom sidene i en rettvinklet trekant, og ved hjelp av forholdstall kan ukjente vinkler eller sider i en slik trekant regnes ut. Hvis θ er en av de to spisse vinklene i en rettvinklet trekant, kan sidene refereres til som hosliggende katet (siden nærliggende θ), motstående katet (siden overfor θ) og hypotenus, figur 3.5. De trigonometriske funksjonene av θ kan da uttrykkes som forholdet mellom sidene på følgende måte (Adams & Essex, 2010, s. 54):



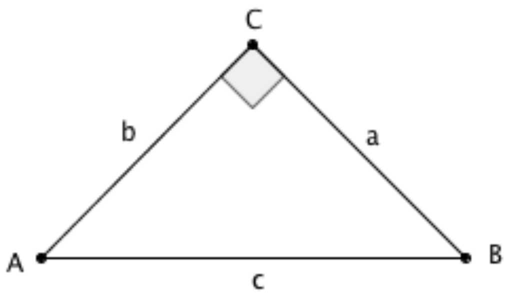
$$\tan\theta = \frac{\text{Motstående katet}}{\text{Hosliggende katet}}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{Hosliggende katet}}{\text{Hypotenus}}$$

$$\sin\theta = \frac{\text{Motstående katet}}{\text{Hypotenus}}$$

Figur 3.5: Rettvinklet trekant med tilhørende sidebetegnelser (Adams & Essex, 2010, s. 54).

θ svarer i alle oppgavene til den gitte takvinkelen, og en trekantfigur som den i figur 3.5 blir i flere tilfeller benyttet som et tegn som representerer deler av takkonstruksjonen. I tilfeller hvor de kjente to av sidene i en rettvinklet trekant, og ønsket å bestemme den tredje, observerte jeg at de, som et alternativ, benyttet seg av det intellektuelle redskapet Pytagoras' læresetning. I motsetning til de trigonometriske funksjonene, er dette noe elevene skulle være kjent med fra før, da det er et eget kompetansemål i læreplanen for matematikk etter 10. årstrinn, samtidig som det er et kompetansemål for 1P-Y (Utdanningsdirektoratet, 2013). Pytagoras' teorem gjelder for alle rettvinklede trekanter. Hvis en rettvinklet trekant ΔABC med rett vinkel ved hjørne C og *a, b* og *c* betegner lengdene av sidenes motsatte hjørner henholdsvis *A, B* og *C*, så er $a^2 + b^2 = c^2$ (Venema, 2012, s. 114).

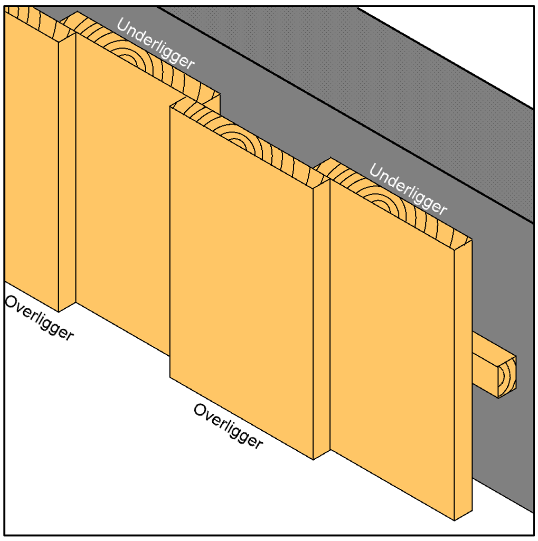


Figur 3.6: Rettvinklet trekant tilhørende Pytagoras' teorem (Venema, 2012, s. 114).

I tillegg til disse intellektuelle redskapene i form av figurer, vinkler, Pytagoras' teorem og trigonometri, kunne jeg også observere at de benyttet fysiske redskaper som målebånd, tommestokk, gradskive og kalkulator. Målebånd, tommestokk og gradskive ble benyttet i forbindelse med at elevene i oppgave 2 (vedlegg B), i tillegg til å skulle beregne alle de nødvendige målene for produksjon av taksperrene med forutsetninger gitt i oppgaven, også skulle på verkstedet og overføre målene til en planke av riktig dimensjon, slik at den var klar til kapping. Opplysningene i denne oppgaven ble gitt med benevnelser, for eksempel ble husbredden oppgitt til å være 5400 mm, men dette ble i oppgave 1-3 vedlegg C utelatt. Dette kunne jeg også observere i øktene, ved at de ofte refererte til boligens bestanddeler ved tall, for eksempel blir husbredden i oppgave 1 vedlegg C oppgitt som 7200, og da virker det som underforstått både av lærer og elever at det egentlig er snakk om symbolet 7200 millimeter.

3.2.2 Tømmermannskledning

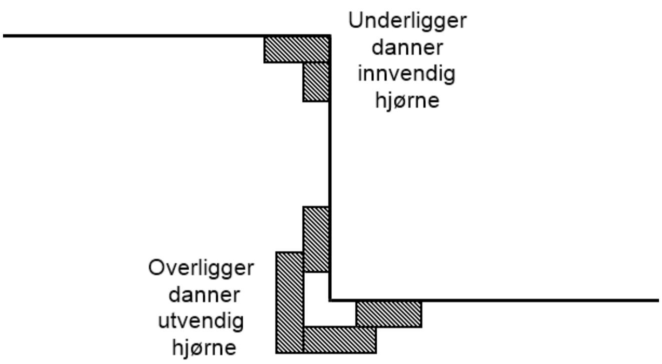
Tømmermanskledning er også kjent som stående trekledning, og er en kledning som skal beskytte veggen mot klimapåkjenninger og mekaniske skader (SINTEF Byggforsk, 2011). Stående trekledning gir ifølge SINTEF Byggforsk (2011) huset et høyreist preg, og brede og tykke bord skaper et solid og robust inntrykk. Bordene refereres til som underligger og overligger, og som termene antyder er *underligger* bordet som er plassert "på veggen", og *overligger* er bordet som igjen blir montert på underliggerne, illustrert i figur 3.7.
I utgangspunktet består tømmermannskledningen av bord med lik dimensjon, men det finnes mange dimensjoner og varianter av denne kledningstypen (SINTEF Byggforsk, 2011). Kledningens uttrykk vil variere med bredden og tykkelsen man velger på overligger og underligger.



Figur 3.7: Tømmermannskledning (SINTEF Byggforsk, 2011).

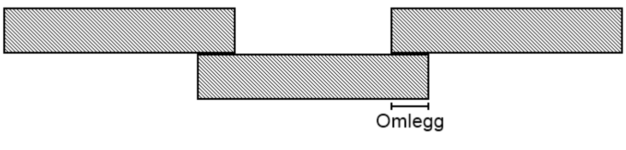
Med utgangspunkt i gitte opplysninger skulle elevene planlegge montering av tømmermannskledning på ei hytte bestående av seks vegger, plantegningen er gjengitt i vedlegg F. Dette innebar at elevene for hver av de seks veggene måtte utføre beregninger for å kunne inndele og montere tømmermannskledning. Jeg vil derfor i dette kapittelet i tillegg til å avklare byggfaglige begreper og forhold tilknyttet tømmermannskledning, ta for meg disse nødvendige beregningene.

I oppgaveteksten, gjengitt i vedlegg E, får de opplyst dimensjonene til bordene på hver av de seks veggene, og i plantegningen finner man målene på de forskjellige veggene. Dette sammen med om det er overligger eller underligger som danner hjørnet, er nødvendige opplysninger for å kunne planlegge montering av tømmermannskledning. I oppgavene elevene fikk utdelt fikk de opplyst at overligger danner hjørnet på utvendige hjørner, og underligger danner hjørnet på innvendige hjørner, noe som er forsøkt illustrert i figur 3.8.



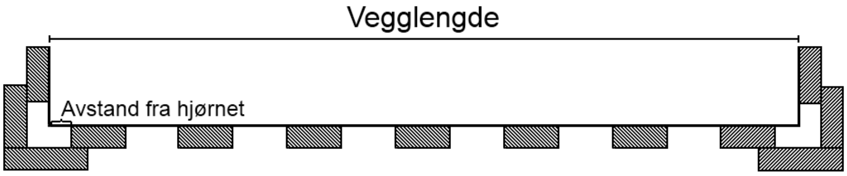
Figur 3.8: Overligger danner utvendig hjørne og underligger danner innvendig hjørne.

Figur 3.8 illustrerer hvordan kledningen vil se ut i et snitt ovenfra når overligger utgjør hjørnet på det utvendige hjørnet og underligger utgjør hjørnet på det innvendige hjørnet. Området hvor underligger og overligger overlapper hverandre omtales av lærer som *omlegg*, illustrert i figur 3.9, og skal ifølge lærer være mellom 20 og 30 millimeter.



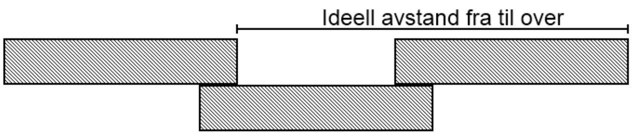
Figur 3.9: Omlegg.

Når man inndeler tømmermannskledning på en vegg er det ifølge lærer vanlig at man begynner med å plassere en underligger i hver sin ende på veggen. Dersom underligger danner hjørne plasseres underligger helt i hjørnet på veggen, men dersom overligger danner hjørnet er det nødvendig å beregne avstanden fra hjørnet til første underligger. Denne avstanden refereres av lærer til som *avstand fra hjørnet*, figur 3.10.



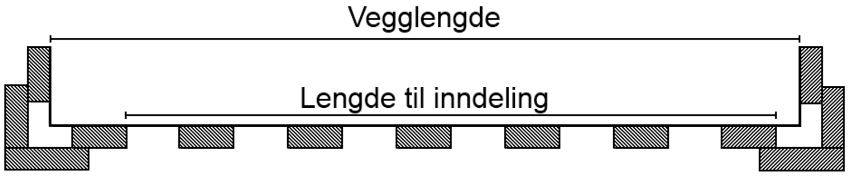
Figur 3.10: Avstand fra hjørnet.

Avstand fra hjørnet kan som jeg med figur 3.10 har forsøkt å illustrere, bestemmes gitt at man kjenner bredde på overligger, tykkelsen på både overliggeren og underliggeren, samt målet på omlegget, regnestykket er gjengitt i figur 3.13. En annen lengde som er nødvendig å kjenne er det lærer omtaler som *ideell avstand fra til over.* Dette målet angir som termen antyder den ideelle avstanden fra enden av en underligger og til enden på neste underligger, illustrert i figur 3.11.



Figur 3.11: Ideell avstand fra til over.

Ideell avstand fra til over er en lengde man kan bestemme hvis man kjenner bredden på både overligger og underligger, samt målet på omlegget, se figur 3.13 for regnestykket. Ordet ”ideell” antyder at det er den gunstige avstanden fra enden av en underligger til enden på neste underligger, men at man i praksis nødvendigvis ikke kan bruke dette målet direkte til å tegne opp på veggen hvor underliggerne skal være. Den eksakte avstanden *fra til over* vil avhenge av lengden på inndelingsfeltet, samt antallet underliggere. Lengden på inndelingsfeltet er en lengde som lærer omtaler som *lengde til inndeling,* og er lengden fra enden på første underligger til enden på siste underligger, illustrert i figur 3.12.



Figur 3.12: Lengde til inndeling.

Lengde til inndeling angir altså lengden på det feltet underliggerne skal fordeles. En starter som sagt med å plassere én underliggere ved hvert hjørne, og fra enden på den første til enden på den siste, skal de ytterligere underliggerne plasseres med lik avstand. I praksis kan man etter man har plassert de to første underliggerne bruke målebånd til å måle opp *lengde til inndeling,* men dersom man planlegger montering av tømmermannskledning og ikke har tilgang til veggen, kan denne lengden bestemmes når man kjenner vegglengden, bredden av underligger, samt avstanden fra hjørnet dersom veggen består av et eller to utvendige hjørner. I figur 3.13 er regnestykket gitt for en vegg bestående av to utvendige hjørner.

Avstand fra hjørnet: Bredde overligger................... - tykkelse overligger................ - tykkelse underligger............. - omlegg................................ =..	Ideell avstand fra til over Bredde overligger................. + bredde underligger............. - omlegg x 2.......................... =...	Lengde til inndeling Vegglengde............................ - bredde underligger.............. - avstand fra hjørnet x 2......... =...

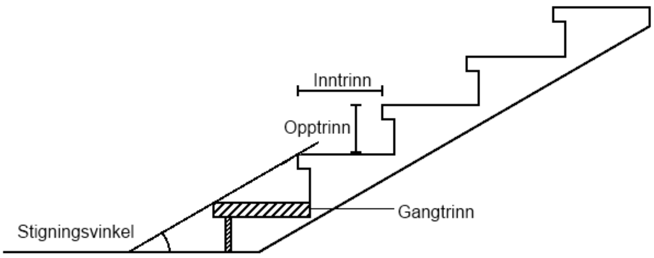
Figur 3.13: Regnestykker for å bestemme *avstand fra hjørnet, ideell avstand fra til over,* samt *lengde til inndeling* gitt at veggen består av to utvendige hjørner hvor overligger danner hjørnet.

Når man kjenner *lengde til inndeling,* samt *ideell avstand fra til over*, så har man de lengdene man trenger for å bestemme antallet underliggere. Ved å dele *lengde til inndeling* på *ideell avstand fra til over,* finner man hvor mange underliggere som skal plasseres i inndelingsfeltet: $\frac{Lengde\ til\ inndeling}{Ideell\ avstand\ fra\ til\ over} = antall\ underliggere$. Imidlertid må man i tillegg ifølge lærer huske å tilføye én underligger på materiallisten, da inndelingsfeltet gjelder fra enden på første underligger til enden på siste underligger, altså er ikke ”første” underligger medregnet. Videre kan man bestemme det lærer omtaler som *ny avstand fra til over*, altså den da eksakte avstanden fra enden på en underligger til enden på neste underligger ved å dele *lengde til inndeling* på *antallet underliggere*: $\frac{Lengde\ til\ inndeling}{Antall\ bord} = ny\ avstand\ fra\ til\ over$. Ved å begynne ved ytterkanten på en av de utplasserte underliggerne, kan man for eksempel bruke målebånd eller tomstokk til å måle opp målet på den nye avstanden *fra til over*, og da finner man plasseringen til neste underligger, og slik fortsetter man bortover veggen, inntil man kommer til siste underligger.

I arbeidet med tømmermannskledning møter altså elevene noen byggfaglige begreper som angir matematiske lengder, for eksempel *avstand fra hjørnet, fra til over* og *lengde til inndeling.* Disse lengdene kunne jeg observere at ble illustrert ved hjelp av figurer, og jeg har gjengitt disse illustrasjonene for en vegg bestående av to utvendige hjørner i figur 3.10-3.12. Disse figurene kan benyttes til å finne det aktuelle regnestykket, og på den måten kan figurene fungere som referansekontekst for regnestykkene. Beregningene i forbindelse med hver vegg er i all hovedsak tilknyttet til de fire regneartene addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon, men elevene måtte i arbeidet bruke både sine matematiske og byggfaglige kunnskaper for å kunne planlegge tømmermannskledning på hytta. Akkurat som under arbeidet med taksperrer ble benevnelser utelatt, og også her virker det som underforstått av både lærer og elever at det er snakk om millimeter. I tillegg til disse intellektuelle redskapene kunne jeg observere at elevene benyttet seg av det fysiske redskapet kalkulator. Da de var ferdige med beregningene på hytta, gikk de på verkstedet der de fikk utdelt en utlektet vegg som de skulle angi plasseringen til underliggerne på, og jeg kunne da observere at målebånd, tommestokk og blyant var viktige fysiske redskaper arbeidet, i tillegg til kalkulatoren.

3.2.3 Utforming av trapper

Den fjerde og siste dagen som jeg observerte var temaet utforming av trapper, nærmere bestemt rettløpstrapper. En *rettløpstrapp* er ifølge SINTEF Byggforsk (2015) en trapp som bare består av rette trinn, det vil si *gangtrinn*, se figur 3.14, hvor forkanten på trinnet er parallell med forkanten på trinnet over. Lærer la vekt på at trappene skulle være gode og sikre i bruk, da det ifølge han hvert år dør cirka femti personer i Norge i forbindelse med at de faller i en trapp. Derfor opplyser lærer om at *stigningsvinkelen*, se figur 3.14, på innvendige trapper skal være mellom 30°og 45°, mens utvendige trapper ikke må ha større stigningsvinkel enn 30°. Lærer presiserer samtidig at en innvendig trapp med en stigningsvinkel på rundt 30° er det som er mest bekvemt for funksjonsfriske personer, mens en slakkere trapp vil kunne være mer bekvem for en person med nedsatt funksjonsevne. En hovedregel er imidlertid ifølge læreren at forholdet mellom *inntrinn* og *opptrinn,* se figur 3.14, i trapper med normal stigningsvinkel bør følge *trappeformelen: 1 inntrinn + 2 opptrinn = 620 ± 20 mm.* Trappeformelen fungerer altså som en slags tommelfingerregel på en god trapp, og anbefalt opptrinn er ifølge læreren et opptrinn på mellom 16 og 19 centimeter, altså 160 og 190 millimeter, og ofte er opptrinnet 170 millimeter. I figur 3.14 er begrepene gangtrinn, stigningsvinkel, inntrinn og opptrinn definert.



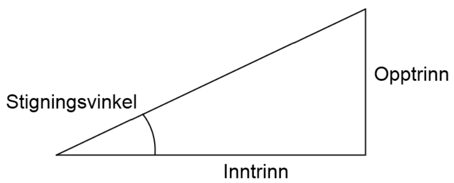
Figur 3.14: Rettløstrapp med trappebegrepene gangtrinn, stigningsvinkel, inntrinn og opptrinn (SINTEF Byggforsk, 2015).

I forbindelse med temaet utforming av rettløpstrapper får elevene utdelt et ark med tre oppgaver, gjengitt i vedlegg G. Den første går ut på at de skal bestemme inntrinn, antall trappetrinn, lengde på trappa og stigningen til trappa, gitt at de har oppgitt ønsket opptrinn og høyden på trappa. Jeg kunne observere at de ved å manipulere trappeformelen kunne bestemme inntrinnet, og antall trappetrinn ble funnet ved å dele høyden på trappen på opptrinnet. Samtidig fant de lengden på trappa ved å multiplisere inntrinnet med antall trappetrinn. Den andre oppgaven var tilnærmet lik, men hadde en liten vri ved at elevene selv skulle bestemme passende opptrinn og inntrinn gitt at de i tillegg til å få oppgitt høyden på trappa, fikk oppgitt en lengdebegrensning på trappa. Denne andre oppgaven vil jeg derfor karakterisere som det jeg fra matematikk kjenner som en problemløsningsoppgave.

Trappeformelen er altså en formel som benyttes i forbindelse med utforming av trapper, og ved å tolke, bruke og manipulere formelen, kunne jeg observere at de bestemte inntrinn og/eller opptrinn. Det er også et kompetansemål i matematikk 1P-Y (Utdanningsdirektoratet,

2013) at de skal kunne tolke og bruke formler som gjelder yrkesliv, og under økten kunne flere av elevene fortelle at de i noen grad var kjent med trappeformelen fra matematikktimene. Formelberegning er altså en sentral del ved det byggfaglige temaet utforming av trapper.

I forbindelse med at de skulle bestemme stigningsvinkelen til trappa, kunne jeg observere at de benyttet seg av den inverse funksjonen til den trigonometriske funksjonen tangens. Dette er imidlertid ikke en del av skolefaget matematikk, og derfor er elevenes første møte med dette i programfaget. Den inverse funksjonen til tangensfunksjonen betegnes som $\tan^{-1}$, og defineres av Adams & Essex (2010, s. 193) som: $y = \tan^{-1} x \Leftrightarrow x = \tan y$. Her tilsvarer y vinkelen på det valgte hjørnet i en rettvinklet trekant, og x tilsvarer motstående katet delt på hosliggende katet. Når de kjenner inntrinnet og opptrinnet kjenner de henholdsvis motstående og hosliggende katet i en rettvinklet trekant, figur 3.15, og ved å benytte den inverse funksjonen til tangensfunksjonen, kunne jeg altså observere at de bestemte stigningsvinkelen.



Figur 3.15: Trekant merket med inntrinn, opptrinn og stigningsvinkel.

En trekantfigur som den i figur 3.15 ble i flere tilfeller benyttet som et tegn som representerer deler av en trapp. I tillegg til disse intellektuelle redskapene i form av figurer, vinkler og den inverse funksjonen til den trigonometriske funksjonen tangens, kunne jeg observere at de benyttet fysiske redskaper som målebånd, linjal og kalkulator. Målebånd og linjal ble spesielt tatt i bruk i forbindelse med at de i den tredje oppgaven skulle måle opptrinn og inntrinn i trapper på skolen, og se om de oppfylte trappeformelen, i tillegg til at de skulle bestemme stigningen. I likhet med de to andre byggfaglige kontekstene, bygging av tak med sperrekonstruksjon og tømmermannskledning, kunne jeg observere at benevnelser ofte ble utelatt, samtidig som jeg kunne observere at når de snakket kunne oppgi mål både i millimeter, centimeter og meter, men konsekvent skrev de ned lengdene som millimetermål, slik fremstår det som naturlig innenfor byggfagkonteksten å operere med størrelser i millimeter.

4 Metode

I dette kapittelet vil jeg gi en beskrivelse av hvordan jeg har gått frem for å belyse forskningsspørsmålene mine. Jeg vil begynne med å presentere forskningsdesignet for denne studien. Videre beskrives metodevalgene observasjon og intervju, før jeg gjør rede for gjennomføringen av undersøkelsen. Deretter vil jeg beskrive hvordan jeg har gått frem for å analysere datamaterialet, før jeg videre vil komme med noen etiske betraktninger. Avslutningsvis vil jeg si noe om studiens kvalitet.

4.1 Forskningsdesign

Design handler om å omgjøre forskningsspørsmål til prosjekter (Robson, 2011), og er en overordnet plan for studien som forteller hvordan forskningsspørsmålet skal belyses og besvares. Ifølge Postholm (2010) vil en forsker nærme seg sin forskning med utgangspunkt i et paradigme. Paradigmer gir uttrykk for hvordan vi forstår verden, og forskerens verdenssyn har innvirkning på alle valg som blir gjort i forbindelse med studien. Postholm (2010) omtaler tre forskjellige paradigmer, kognitivisme, konstruksjonisme og positivisme. Disse paradigmene uttrykker alle ideer om hvordan ting henger sammen, samt tanker om hvordan en kan oppdage, komme frem til eller skape ny kunnskap. Med utgangspunkt i mine forskningsspørsmål sin natur, vil jeg plassere denne studien innenfor det konstruksjonistiske paradigmet, hvor kunnskap ses på som en sosial konstruksjon av forståelse og mening skapt i møte mellom menneskene som deltar i studien (Postholm, 2010).

Det overordnede temaet for denne studien er matematikk på utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk. Målet er å synliggjøre matematikk som ligger til grunn her, samt å få en bedre forståelse av hvordan elever ved dette utdanningsprogrammet klarer å anvende matematikkunnskaper i arbeid med byggfaglige oppgaver. For å gjøre dette har jeg valgt casestudien som et kvalitativt forskningsdesign, da denne gjør det mulig å gå i dybden og få forståelse av et fenomen i sin naturlige kontekst. Casestudien defineres av Yin (2009) som en strategi for å utføre forskning som involverer en empirisk undersøkelse av et pågående fenomen i dybden og i sin virkelige kontekst, der grensen mellom fenomenet og konteksten ikke alltid er tydelig. Fenomenet kan i denne studien beskrives som elever og lærer sin bruk av matematikk, hvor konteksten er undervisningssituasjoner på utdanningsprogrammet Byggog anleggsteknikk. En casestudie involverer i følge Yin (2009) typisk flere metoder for datainnsamling, og for å belyse denne studiens forskningsspørsmål, har jeg valgt å benytte observasjon og intervju, samt innsamling av elevenes skriftlige besvarelser.

Robson (2011) omtaler casestudien som et fleksibelt design, noe som innebærer at metode og forskningsspørsmål kan modifiseres mens forskningen pågår, og også i denne studien har forskningsspørsmålene utviklet seg underveis. Videre vil jeg karakterisere dette som en instrumentell casestudie. Stake (1995) definerer en instrumentell casestudie som en studie der man søker generell forståelse utover forståelsen av en spesiell case, der man kan få innsikt i forskningsspørsmålene gjennom den spesielle casen. Det overordnede temaet for denne casestudien er matematikk på utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk, og denne casestudien skal gjennom å besvare forskningsspørsmålene gi innsikt i dette. Mitt første forskningsspørsmål er ”*Hvilke matematiske ressurser kan observeres i undervisningssituasjoner på det yrkesfaglige utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk?”,* og mitt andre forskningsspørsmål er *”I hvilken grad er elever ved utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk i stand til å anvende matematisk kunnskap i arbeid med byggfaglige oppgaver?”* Dette siste forskningsspørsmålet vil jeg belyse ved å se på to forhold i elevenes arbeid med byggfaglige oppgaver. For det første vil jeg undersøke hvem det er som forfatter kunnskapen som blir brukt, og for det andre vil jeg identifisere og karakterisere medierende redskaper som tas i bruk i de ulike oppgavene.

4.2 Metode for datainnsamling

Metoden for innsamling av data var hovedsakelig observasjon, men intervju som metode ble også brukt. I tillegg samlet jeg inn elevenes skriftlige besvarelser.

4.2.1 Observasjon

Innenfor kvalitativ forskning er ifølge Robson (2011) observasjon en av de vanligste metodene. En av fordelene med observasjon er at det gir direkte tilgang til sosial interaksjon, der man kan se hva forskningsdeltakerne gjør og høre hva de sier (Robson, 2011). På denne måten vil observasjon av undervisningssituasjoner på Bygg- og anleggsteknikk være en relevant og viktig måte for å belyse mine forskningsspørsmål, da jeg gjennom observasjon kan undersøke hva som skjer i undervisningssituasjoner, og på denne måten få innsyn i matematiske ressurser som er i bruk, samt hvordan elevene klarer å anvende matematisk kunnskap i arbeid med byggfaglige oppgaver. Slik kan observasjon gi informasjon som ikke nødvendigvis er like tilgjengelig dersom en går via elevenes og lærerens syn og oppfattelser. En ting er nemlig hva man sier man vil gjøre eller har gjort, men en annen ting er hva man faktisk gjør eller har gjort (Robson, 2011, s. 316).

Observasjon er ifølge Robson (2011) ikke et enkelt eller problemfritt valg. Som observatør er det en viss sjanse for at jeg kan påvirke situasjonen, noe som igjen vil kunne påvirke mine resultater. Min tilstedeværelse kan påvirke elevene og læreren til å opptre annerledes, og her oppstår det som Robson (2011) omtaler som et logisk problem, altså blir det et spørsmål om hvordan man vet at oppførselen til elevene og læreren ville vært den samme om jeg ikke hadde vært til stede i undervisningen. For å i minst mulig grad påvirke situasjonen i undervisningssituasjonene, besøkte jeg klassen og observerte en økt på tre skoletimer i forkant av selve undersøkelsen, noe jeg håpet skulle bidra til at de ble kjent med meg og at jeg ikke ble et uromoment i klasserommet. Jeg hadde også på forhånd bestemt meg for å være det Robson (2011) omtaler som en ikke-deltakende observatør, altså minst mulig deltakende i situasjonene i undervisningen. Underveis oppdaget jeg imidlertid et behov for å innta en mer delaktig rolle i situasjoner der elevene arbeidet med byggfaglige oppgaver. Jeg hadde fortsatt fokus på å forstyrre minst mulig for ikke å påvirke resultatene når elevene arbeidet med oppgavene, men i tilfeller hvor de nesten ikke snakket sammen, eller at jeg opplevde at det var nødvendig med en utdypning for å få tak i deres tanker og fremgangsmåter, deltok jeg aktivt ved å stille spørsmål til arbeidet. Min rolle kan derfor beskrives som deltakende observatør (Robson, 2011).

For å registrere observasjonene benyttet jeg meg av videokamera. Observasjoner inkluderer både muntlige og visuelle data, og for å registrere dette er videokamera et kraftfullt verktøy. Et videoopptak byr på en ufiltrert gjengivelse av en situasjon, og gjengivelsen kan ses flere ganger. Bruk av videokamera til å registrere observasjonen gjør det altså mulig å se observasjonene flere ganger, slik at dersom det er noe man går glipp av under selve observasjonen, kan man i etterkant likevel få med seg et komplekst og helhetlig bilde av situasjonene (Cohen et al., 2011). Videokameraet hadde også en stillbildefunksjon, slik at man kunne lagre enkeltbilder av situasjoner av interesse. Dette var spesielt nyttig til å dokumentere undervisningssituasjoner på verkstedet. Likevel er det viktig å tenke over at man med et videokamera i klasserommet, ifølge Cohen et al (2011), kan virke forstyrrende på læreren og elevene. I et forsøk på å redusere påvirkningen fra videokameraet, forsikret jeg både læreren og elevene om at det var kun jeg og ingen andre som skulle se opptakene i etterkant, og at all data ville bli anonymisert. Dette håpet jeg ville bidra til at forskningsdeltakerne etterhvert ville klare å overse videokameraet, slik at situasjonen ble mer naturlig.

4.2.2 Intervju

Som et supplement til observasjon av undervisningssituasjonene ble det i etterkant av hver andre observasjonstime gjennomført intervju med hver av de to gruppene jeg fulgte. Intervju er i likhet med observasjon en av de vanligste metodene innenfor kvalitativ forskning, og involverer typisk at forsker stiller spørsmål, og forhåpentligvis får svar fra forskningsdeltakerne (Robson, 2011). Ved å gjennomføre intervju med elevene, en gang underveis og en gang i etterkant av observasjonene, fikk jeg anledning til å få innsyn i elevenes tanker rundt de foregående timene, samt stille spørsmål som kunne være med på å utdype mine observasjoner, og på denne måten være med på å belyse forskningsspørsmålene.

Intervjuene som ble gjennomført i denne studien var semistrukturerte, noe som vil si at jeg på forhånd hadde laget en intervjuguide med noen forhåndsdefinerte spørsmål, men samtidig kunne fjerne og tilføye spørsmål undervis i intervjusamtalen (Kvale & Brinkmann, 2015; Robson, 2011). På bakgrunn av at elevene hadde arbeidet i grupper under både elevarbeid og verkstedarbeid, gjennomførte jeg gruppeintervju med hver av de to gruppene jeg fulgte. Dette anså jeg også som fordelaktig med tanke på at elevene ikke kjente meg spesielt godt, og derfor ville det kanskje oppleves som tryggere å være i en gruppe. En annen fordel med å gjennomføre gruppeintervju, er ifølge Robson (2011) at man kan innhente data fra flere individer på en og samme tid, og dermed kan det være tidsbesparende. Gruppeintervju muliggjør også for at elevene kan bli stimulert til å respondere på hverandres utsagn, noe som vil kunne bidra til en variasjon som kan avdekke flere aspekter ved temaet som diskuteres (Robson, 2011). Likevel hevder Robson at det er viktig å være obs på at gruppeintervju kan medføre at en elev dominerer, og at ikke alle synspunkter og meninger kommer fram, samt at man rekker over færre spørsmål.

I likhet med observasjonene benyttet jeg videokamera til å registrere dataene. Dette ville gi meg muligheten til å gi en mest mulig nøyaktig gjengivelse av intervjuene, samtidig som jeg kunne konsentrere meg fullt og helt om intervjuet. Ifølge Kvale og Brinkmann (2015) gir videoopptak en enestående mulighet til å analysere det mellommenneskelige samspillet i intervju, noe som jeg også fant relevant med tanke på at dette var et gruppeintervju. Ved å benytte videokamera kunne jeg også enkelt se hvem som sa hva, noe som ville vært en større utfordring dersom jeg bare hadde brukt lydopptak, som var min alternative måte å registrere intervjudataene på.

4.3 Gjennomføring av undersøkelsen

4.3.1 Observasjon

Hver torsdag i en periode på fire uker var jeg til stede i fire skoletimer og observerte undervisningssituasjoner i programfaget Produksjon på utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk. En skoletime tilsvarer en økt på 45 minutter, og disse undervisningssituasjonene bestod hovedsakelig av gjennomgang av teori og elevarbeid, men også noe verkstedarbeid. De to første gangene jeg observerte var temaet taksperrer, tredje gang var det tømmermannskledning og siste gang var temaet trapper. Jeg visste ikke på forhånd hva temaene var, annet enn at det skulle være temaer som krevde at de måtte utføre en del beregninger, og med dette som utgangspunkt kunne jeg stille med åpent sinn hver gang.

I situasjoner hvor læreren hadde gjennomgang på tavla satt jeg bakerst med videokameraet på stativ rettet mot tavla og læreren, samtidig som jeg laget meg en oversikt over hvor elevene satt, slik at jeg kunne registrere elevenes innspill under gjennomgangen. Min rolle var ikke-deltakende observatør, og jeg forsøkte å ikke påvirke undervisningen, slik at situasjonen skulle være så naturlig som mulig. I situasjoner hvor elevene arbeidet med oppgaver gikk jeg imidlertid over til å være en deltakende observatør, og jeg fulgte Ole, Tore og Mats sitt arbeid med byggfaglige oppgaver med håndholdt videokamera. De tre elevene samarbeidet som regel tett, og da passet jeg på å ikke bryte inn i deres arbeid, med mindre det var viktig for å få fram deres fremgangsmåte og tanker.

På verkstedet filmet jeg også Ole, Tore og Mats sitt arbeid, men siden det her var en del støy, brukte jeg i tillegg stillbildefunksjonen på videokameraet til å dokumentere hva de gjorde, og hvilke redskaper de brukte. I slutten av hver time samlet jeg inn denne gruppens skriftlige arbeid, samt det skriftlige arbeidet til den andre gruppen jeg fulgte, Petter, Odin og Jens. Petter og Odin samarbeidet tett, mens Jens arbeidet en del på egenhånd, eller sammen med en annen medelev. De satt også i nærheten av gruppen jeg fulgte med kamera, slik at jeg av og til også fikk muligheten til å spørre disse tre om fremgangsmåter og tanker rundt oppgavene.

4.3.2 Intervju

Som en støtte til observasjonene valgte jeg å gjennomføre to gruppeintervju med hver av de to gruppene jeg fulgte. Det første intervjuet hadde jeg i etterkant av de to første observasjonene, og det siste hadde jeg i etterkant av fjerde og siste observasjon. Temaet for intervjuene var hvordan elevene hadde opplevd timene, og det å bruke matematikk i arbeidet med byggfaglige oppgaver. Dette ga meg også muligheten til å følge opp interessante spor i observasjonene, og få en utdypning av deres tanker. Derfor var det viktig at det ikke gikk for lang tid mellom undervisningssituasjonene og intervjuene, slik at de skulle ha best mulig forutsetninger for å huske hva som ble gjort i undervisningssituasjonene. De observerte undervisningssituasjonene ga opphav til intervjuguidene, og intervjuguiden til første intervju er gjengitt i vedlegg I, mens intervjuguiden til den andre intervjuet er gjengitt i vedlegg J.

Til å gjennomføre intervjuene fikk jeg låne et grupperom ved skolen. Der monterte jeg opp et videokamera som stod vendt mot der elevene skulle sitte. I forkant av intervjuene gjorde jeg elevene oppmerksomme på at deltakelse var helt frivillig, noe jeg repeterte i starten av hvert intervju. Videre forsikret jeg meg om at det var greit at jeg brukte videokamera til å registrere intervjudataene, og jeg presiserte at opptakene kun ville bli sett av meg, og at det jeg kom til å benytte i min oppgave, ville bli anonymisert. Til slutt i hvert intervju, som varte rundt en halv time, tilbød jeg elevene å få tilsendt transkripsjonene av intervjuene på mail, slik at de kunne stryke utsagn som de ikke ville at jeg skulle bruke. Dette var det imidlertid ingen av elevene som ønsket å benytte seg av.

4.4 Analysemetode

Datamaterialet i denne studien er kvalitativt og består hovedsakelig av videoopptak og skriftlige elevbesvarelser. Siden det er observasjonsdataene med tilhørende elevbesvarelser som er det sentrale for å belyse mine forskningsspørsmål, vil jeg først beskrive analysen av dette materialet, før jeg presenterer hvordan jeg har behandlet intervjudataene.

Etter hver observasjonsøkt så jeg igjennom videoopptakene og skrev et detaljert sammendrag. Her skrev jeg ned så mye som mulig av det som ble sagt, gjort og notert i undervisningssituasjonene, slik at det ga en god oversikt over helheten. Jeg limte også inn elevenes besvarelser i dokumentet, slik at de enkelt kunne ses i sammenheng med videoopptakene. Ved å skrive sammendragene umiddelbart etter observasjonsøktene hadde jeg observasjonene ferskt i minne, og samtidig som jeg skrev, noterte jeg egne tanker og kommentarer i kursiv, noe som kan minne om det Nilssen (2012) omtaler som memos. Etterhvert som sammendragene ble ferdig, skrev jeg dem ut og leste over dem flere ganger. Ved bruk av markeringstusj markerte jeg matematiske tema, tegn, redskaper og språk som jeg kunne observere, og disse ble det redegjort for i hver av de byggfaglige kontekstene i kapittel 3. Ved å bevege meg kontinuerlig fram og tilbake mellom videoopptakene og sammendraget, forsikret jeg meg mot å gå glipp av noe.

I forkant av det som jeg vil omtale som analyse etter endt datainnsamling, hadde jeg altså fire sammendrag. To sammendrag var tilknyttet temaet sperrekonstruksjon, ett omhandlet tømmermannskledning, og det siste tok for seg utforming av trapper. Jeg satt altså med et stort datamateriale, og for å strukturere og redusere datamaterialet, gikk jeg i gang med det Postholm (2010) omtaler som en deskriptiv analyse. Deskriptive analyser omfatter analyseprosesser som strukturerer og reduserer datamaterialet, slik at datamaterialet blir mer forståelig, oversiktlig og rapportvennlig. Denne prosessen innebærer ifølge Postholm (2010) at en helhet blir plukket i stykker for deretter å bli analysert, og målet er å få en bedre forståelse av hvordan de enkelte delene kan bidra til en dypere, helhetlig forståelse av fenomenet som er studert.

Analyser som innebærer koding og kategorisering kan gjerne kalles for deskriptive analyser, og koding og kategorisering av datamateriale er ifølge Nilssen (2012) kjerneaktiviteter i den kvalitative analyseprosessen. Nilssen (2012) forklarer at forskeren starter prosessen med en åpen koding av datamaterialet, det vil si å identifisere, kode, klassifisere og sette navn på de viktigste mønstrene i materialet, før man finner sammenhenger mellom kodene for til slutt å sitte igjen med noen få kategorier som fanger opp essensen i materialet etter en omfattende reduksjonsprosess. Inspirert av dette, noterte jeg under gjennomlesningene av sammendragene ord og begreper som sa noe om hva datamaterialet handlet om i høyre marg, samtidig som jeg markerte situasjoner som jeg fant spesielt interessante med et utropstegn, ”!”. Min tilnærming til datamaterialet var likevel ledet av spørsmålet: *Hvem er det som forfatter kunnskapen som blir brukt?* Og ved å se på mine kommentarer og beskrivelser i høyre marg, koder, kunne jeg finne mønster og sammenhenger mellom kodene, og jeg kom da fram til to kategorier: *lærerstyrt* og *elevstyrt.* Disse to kategoriene har derfor vokst fram fra observerbare elementer i mitt datamateriale.

Med utgangspunkt i mine to kategorier, lærerstyrt og elevstyrt, kunne jeg fordele utskriftene av undervisningssituasjonene i to bunker. Videre gikk jeg nærmere inn i hver enkelt situasjon innenfor hver av kategoriene lærerstyrt og elevstyrt, og fant kjennetegn ved hver av kategoriene. Jeg identifiserte det medierende redskapet i hver situasjon ved hjelp av materialet fra sammendragene og videoopptakene, og basert på hvordan det medierende redskapet fungerer, kom jeg fram til to karakteriseringer: *instrumentell karakter* og *operasjonell karakter*, der instrumentell karakter er kjennetegn ved kategorien lærerstyrt, og operasjonell karakter er kjennetegn ved kategorien elevstyrt. Hva som ligger i disse karakteriseringene vil komme fram fra analysen, men et kjennetegn ved instrumentell karakter er at kunnskapen er lite tilpasningsdyktig til nye situasjoner, mens ved operasjonell karakter er den mer fleksibel. Fra mitt datamateriale viste det seg altså å være en sammenheng mellom hvem som forfatter kunnskapen, og hvordan de medierende redskapene blir brukt. Jeg satt derfor til slutt igjen med to hovedkategorier, med hver sin karakterisering, og disse kan være med på å belyse forskningsspørsmålet: *I hvilken grad er elever ved utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk i stand til å anvende kunnskap i arbeid med byggfaglige oppgaver*. Denne sammenhengen er forsøkt illustrert i figur 4.1.

Karakterisering av medierende redskaper / Hvem forfatter kunnskapen?	Operasjonell	Instrumentell
Lærer		×
Elev	×	

Figur 4.1: Sammenheng mellom hvem som forfatter kunnskapen og karakteren til det medierende redskapet.

Basert på den modifiserte epistemologiske trekanten som jeg beskrev i kapittel 2.2 samlet jeg undervisningssituasjoner med tilnærmet lik referansekontekst og tegn innenfor hver av de to gruppene operasjonell og instrumentell karakter. Med utgangspunkt i dette valgte jeg ut gode og dekkende eksempler fra situasjonene som ville kunne være med på å belyse mine forskningsspørsmål. Jeg stod da igjen med tre bunker innenfor gruppen instrumentell karakter, og seks bunker innenfor gruppen operasjonell karakter, og denne inndelingen brukes også i analysen. Jeg transkriberte så dette materialet ved bruk av transkripsjonskoder gjengitt i vedlegg K, og la vekt på å transkribere så mye av kommunikasjonen som mulig, både verbal og ikke-verbal, samt skriftlig arbeid. På tross av at den muntlige kommunikasjonen foregikk på dialekt, valgte jeg å skrive transkripsjonene på bokmål da det er innholdet i utsagnene som er det interessante, og dette ville gjøre transkripsjonene lettere å lese.

Intervjuene ble transkribert umiddelbart. Jeg skrev i likhet med transkripsjonene av observasjonene ned så mye som mulig av både verbal og ikke-verbal kommunikasjon, på bokmål. Da intervjumaterialet var transkribert, leste jeg igjennom flere ganger, samtidig som jeg skrev notater i margen, og markerte interessante utsagn med markeringstusj. Dette materialet er ikke direkte relevant for å besvare mine forskningsspørsmål, men belyser heller kategoriene. Jeg vil derfor trekke disse funnene inn i drøftingsdelen, kapittel 6, for å bygge opp under mine funn i analysedelen.

4.5 Etiske betraktninger

Som forsker er det viktig å følge etiske retningslinjer gjennom hele forskningsforløpet, og jeg vil i dette kapittelet beskrive hvilke hensyn jeg har tatt. For å kunne gjøre videoopptak og behandle disse på PC, ble studien meldt inn til, og også godkjent av, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste, NSD.

I forkant av undersøkelsen besøkte jeg klassen for å informere om studien, noe som er i tråd med de etiske retningslinjene som er nedfelt i Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora, (NESH, 2016). Informasjonen ble gitt på en nøytral måte, og det ble vektlagt at deltakelse var frivillig, og at de når som helst kunne trekke seg ut av studien, uten å måtte gi noen begrunnelse for det. Jeg delte samtidig ut et samtykkeskjema til alle i klassen. Dette er gjengitt i vedlegg H, men skolens navn er anonymisert. Informert samtykke betyr at forskningsdeltakerne informeres om undersøkelsens overordnede formål og om hovedtrekkene i designen, og ut ifra denne kan de selv fritt avgjøre om de vil delta (Kvale & Brinkmann, 2015). Denne samtykkeerklæringen skulle leses og underskrives, og elevene ble oppfordret til å også innhente samtykke fra foreldrene, på tross av at de var over 15 år. Alle elevene var interesserte i å delta og leverte inn underskrevet samtykkeskjema, og de tre elevene som jeg fulgte med kamera hadde alle innhentet samtykke fra foreldrene.

Det er strenge krav til lagring av personopplysninger, og det ble tydeliggjort for forskningsdeltakerne hvordan dataene ville bli behandlet og dato for destruering av rådataene (NESH, 2016). Forskeren skal ifølge NESH (2016) sine retningslinjer behandle all innsamlet informasjon om personlige forhold konfidensielt og fortrolig. Derfor er også alle navn i datamaterialet anonymisert, slik at ingen skal kunne koble det med deltakernes identitet. Elevene er gitt pseudonymer, og navn på lærer og skole er utelatt fra denne rapporten. På denne måten vil forskningsdeltakerne være beskyttet.

4.6 Kvaliteter i mitt forskningsprosjekt

For å kvalitetssikre mitt arbeid har jeg fokusert på at studien i størst mulig grad skal være troverdig. Ifølge Guba (1981) er det fire aspekter ved troverdighet i kvalitative studier: *Kredibilitet* (intern validitet), *overførbarhet* (ekstern validitet, generaliserbarhet), *avhengighet* (reliabilitet) og *bekreftbarhet* (objektivitet). Jeg vil i dette kapittelet redegjøre for hva som ligger i hvert av disse aspektene, og hvilke tiltak jeg har gjort for å sikre hvert av aspektene, og dermed kvaliteten, i min studie.

Kredibilitet handler om rapporteringen er til å stole på, altså om den er tillitvekkende og fremstår som sannsynlig (Guba, 1981). For å sikre kredibiliteten, den interne validiteten, har jeg forsket i en naturalistisk setting, samtidig som jeg har vært sammen med klassen over en lengre periode. I forkant av selve undersøkelsen, var jeg også og besøkte klassen for å informere om prosjektet og bli kjent med læreren og elevene, og jeg observerte da samtidig tre skoletimer. Dette kan kanskje ha vært med på å sikre kredibiliteten da mitt tidlige besøk kunne føre til at min tilstedeværelse i klasserommet under observasjonen ikke tok fokus bort fra undervisningssituasjonene, og at jeg dermed kunne få observere en så naturlig undervisningssituasjon som mulig. Ved å være til stede over en lengre periode, og gripe minimalt inn i undervisningssituasjonene, mener jeg trusler mot kredibiliteten er redusert. Samtidig har jeg benyttet det Robson (2011) omtaler som datatriangulering, som vil si at man bruker to eller flere metoder for datainnsamling. Jeg har i tillegg til å samle inn elevenes besvarelser benyttet observasjon og intervju. Dette gjør at resultater fra intervjuene kan støtte opp om resultatene fra observasjonene, noe som er et tiltak knyttet til å sikre kredibiliteten. Ved å benytte videokamera kunne jeg i stor grad sikre at dataene er nøyaktig gjengitt, og jeg har vært påpasselig med å skille mellom hva som er lærer og elever sine utsagn og hva som er mine tolkninger. Et annet tiltak jeg gjorde for å sikre kredibiliteten var å gi elevene mulighet til å lese transkripsjonene fra intervjuene, det Robson (2011) omtaler som "member checking", og på den måten stryke utsagn de ikke ønsket at skulle være med i studien. Imidlertid ønsket ingen av elevene å benytte denne muligheten.

Overførbarhet, ekstern validitet, omhandler i hvilken grad funnene fra forskningen kan anvendes på andre situasjoner (Guba, 1981). Ifølge Robson (2011) så er ikke dette veldig ofte relevant for kvalitative casestudier, da det sjeldent involverer et representativt utvalg fra en kjent populasjon som tillater denne formen for generalisering. Likevel utelater ikke dette enhver form for generalisering, og Robson (2011) hevder at det kan ses på som en utvikling av en teori. Derfor har jeg nøye dokumentert prosessen og inkludert mange eksempler fra datamaterialet, slik at det for andre skal kunne være mulig å knytte mine beskrivelser og resultater til egne situasjoner.

Avhengighet, reliabilitet, betyr om andre forskere ville fått de samme resultatene (Guba, 1981) ved å gjennomføre en tilsvarende undersøkelse. Dette er noe som i utgangspunktet er vanskelig å avgjøre, men ved å inkludere en tilstrekkelig mengde data som underbygger mine tolkninger, samt detaljert beskrive prosessen med datainnsamling, databehandling og dataanalyse, vil avhengigheten kunne forsterkes (Robson, 2011). Ved å i tillegg gjennomføre analysen med åpent sinn og så objektivt som mulig, har jeg også forsøkt å styrke mulighetene for at funnene ville blitt repetert om studien ble gjentatt i tilsvarende kontekst med tilsvarende deltakere, altså bekreftbarheten (Guba, 1981).

5 Analyse

I dette kapittelet presenteres resultatene og analysene jeg har gjort av datamaterialet bestående av videoopptak fra observasjonene. Kapittelet er todelt ved at jeg først presenterer tre situasjoner der det medierende redskapet er av instrumentell karakter, før jeg i del to presenterer seks situasjoner der det medierende redskapet er av operasjonell karakter.

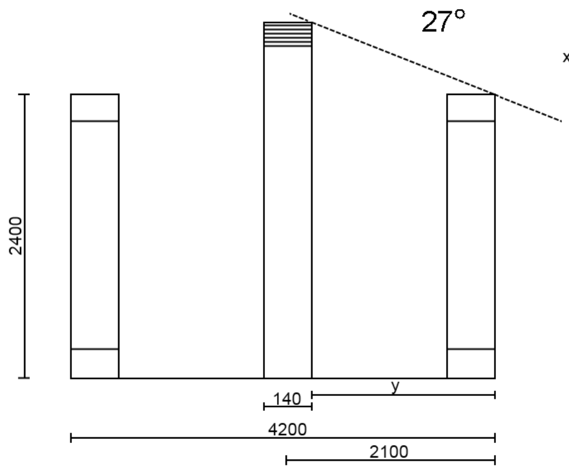
5.1 Instrumentell karakter

5.1.1 Situasjon 1

Denne situasjonen er tilknyttet planlegging av bygging av taket på et hus med taksperrer, med forutsetninger gitt i oppgave 1 (vedlegg A), og oppgave 1 og 2 (vedlegg C). Temaet omfatter bruk av tangensfunksjonen. Dette er nytt for elevene og læreren bruker oppgave 1 (vedlegg A) til å gjennomgå dette temaet i fellesskap, mens elevene arbeider med de andre oppgavene på egenhånd. Denne situasjonen tar for seg denne gjennomgangen, og videre tre episoder der de benytter tangens i forbindelse med å bestemme nødvendige mål for produksjon av taksperrene.

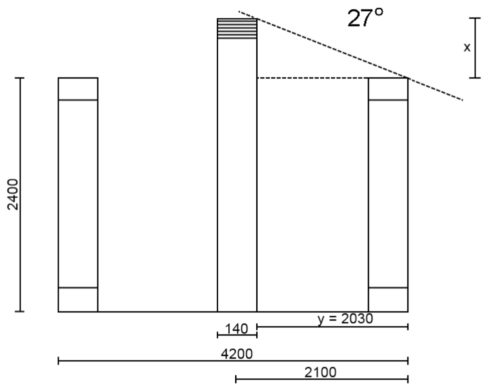
Gjennomgang av den trigonometriske funksjonen tangens

Lærer presenterer den trigonometriske funksjonen tangens ved å i plenum gjennomgå hvordan man bestemmer høyden til midtopplegg. De har oppgitt at høyde yttervegg skal være 2400 millimeter (oppgave 1, vedlegg A), og utfordringen består derfor i å bestemme høyden fra overkant yttervegg til overkant av mønebjelken, høyden merket x i figur 5.1. De har oppgitt at husbredden er 4200 millimeter, og med utgangspunkt i dette, bestemmer de at halve husbredden er 2100 millimeter. Mønebjelken har en bredde på 140 millimeter, og med utgangspunkt i at halve husbredden er 2100 millimeter, og at halve mønebjelken er 70 millimeter, bestemmer de at avstanden fra kanten på ytterveggen og bort til bjelken, lengden merket y i figur 5.1, er 2030 millimeter.

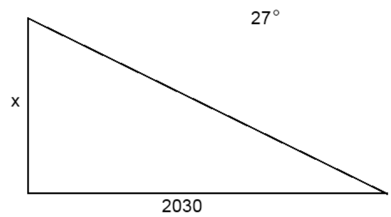


Figur 5.1: Snitt av gavlvegg med angitte mål.

Med bakgrunn i dette, samt oppgitt informasjon om at takvinkelen skal være 27°, har de tilstrekkelig informasjon for å bestemme høyden fra overkant yttervegg til overkant av mønebjelken, lengden x. Takvinkelen er vinkelen som spenner mellom den stiplede linjen og lengde y i figur 5.1, og disse sidene utgjør sammen med lengde x en rettvinklet trekant, figur 5.2. Siden man kjenner takvinkelen og lengde y, kan man benytte den trigonometriske funksjonen tangens til å bestemme lengden x. Denne trekanten er markert i snittet av gavlveggen i figur 5.2, samtidig som den er trukket ut av takkonstruksjonen og representert som en renere matematisk trekantfigur i figur 5.3. Lærer starter gjennomgangen med figur 5.1 som utgangspunkt, men jeg vil benytte figur 5.2 og figur 5.3 til å vise til hva læreren gjør underveis i gjennomgangen.



Figur 5.2: Snitt av gavlvegg med angitte mål og trekant.



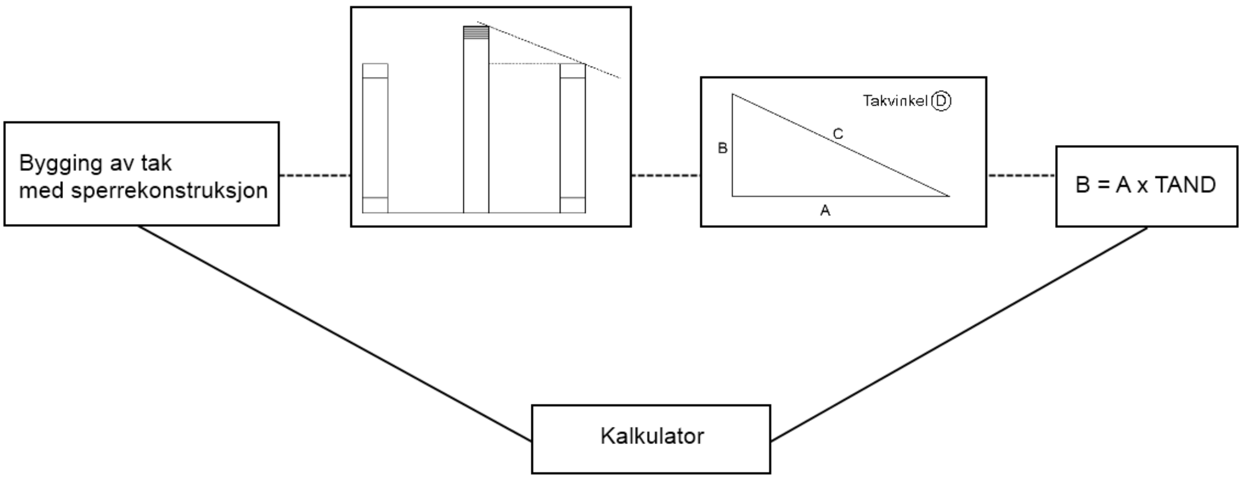
Figur 5.3: Trekant som utgjør en del av takkonstruksjonen.

S1.1	Lærer:	Det vi ender opp med her nå, det er jo en trekant... Ikke sant? (Tegner opp en rett stiplet linje fra toppen av yttervegg og bort til bjelken, figur 5.2). En trekant som blir en del av takkonstruksjonen her... Jeg kan tegne den på nytt her på siden (tegner en rettvinklet trekant, figur 5.3)... 27 grader (markerer 27° på utsiden av trekanten, over hypotenusen, figur 5.3), og lengden der (marker hosliggende katet, figur 5.3), 2030. Og da er det høyden vi skal finne (markerer motstående katet med tegnet x). (5 sekunder stillhet). Har dere ikke vært borti tangens og cosinus før?
S1.2	Thomas:	Har aldri fulgt med... (Flere av elevene rister på hode, og sier nei).
S1.3	Lærer:	Aldri fulgt med... Nei, men nå har du bruk for det... Det er veldig enkelt. Vi trenger ikke å gå inn på hvordan det fungerer, men hvis du klarer å gange 2030 med tangens av takvinkelen (noterer 2030 × TAN27° =)... Målet der (illustrerer ved å dra hånden langs hosliggende katet), gange tangens til takvinkelen, da får dere høyden på den trekanten der (figur 5.3).

Lærer illustrerer ved bruk av figur 5.2 at de får en trekant i sperrekonstruksjonen, og denne trekanten tegner han opp på nytt, figur 5.3, ved siden av skissen av gavlveggen. Han angir takvinkelen ved å markere 27° utenfor trekanten, noe han også har gjort i figuren som viser snittet av gavlveggen (figur 5.1 og figur 5.2), før han angir at lengden på hosliggende katet i trekantfiguren er 2030. Siden som de skal finne er motstående katet, lengden merket x i figur 5.3, og denne tilsvarer høyden fra overkant bærende yttervegg til overkant mønebjelken, lengden merket x i figur 5.2. Han gir elevene en liten stund til å tenke, før han spør om det er slik at de ikke har vært borti tangens og cosinus før (S1.1). Flere av elevene bekrefter at de ikke har vært borti tangens før ved å riste på hodet og mumle nei. Lærer forklarer så at dette imidlertid er noe de nå vil få bruk for, uten at de kommer til gå inn på hva det er som ligger bak. Ved å multiplisere 2030 med tangens av takvinkelen, forteller lærer at han kan bestemme høyden på trekanten (S1.3). 2030 blir etter min oppfatning her brukt som en indeks (Peirce, 1998), da den representerer den hosliggende kateten, noe læreren viser ved å dra hånden langs denne lengden på trekanten. Læreren gir elevene her en oppskrift, som fører fram til en løsning på oppgaven, uten å forklare tangens som noe annet enn et ledd i denne algoritmen. Hensikten synes altså å være å lære elevene en metode som fungerer.

Lærer noterer underveis i gjennomgangen regnestykket ”2030 × TAN27° = ”på tavla (S1.3). Idet elevene skal begynne å taste dette inn på kalkulatoren, dukker det imidlertid opp et spørsmål om hvor på kalkulatoren man finner tegnet grader, og det viser seg at mange sliter med å klare å få til dette på kalkulatoren, nettopp på grunn av at de ikke har noe tegn for grader. Dette viser at de er avhengige av en steg for steg beskrivelse for å løse oppgaven, og gradertegnet hindret dem fra å klare følge oppskriften. Lærer fjerner derfor gradetegnet fra regnestykket, og da klarer flere å utføre beregningene, og finner at høyden på trekanten er 1034 millimeter: 2030 × TAN27 = 1034 mm. Med utgangspunkt i dette målet finner de høyden til midtopplegget ved å plusse sammen høyde yttervegg med høyden fra toppen av yttervegg til toppen av mønebjelken.

Utfordringen i dette tilfellet bestod altså i å bestemme høyden fra overkant av ytterveggen til overkant av mønebjelken ved hjelp av den trigonometriske funksjonen tangens. Siden dette er en funksjon elevene aldri har møtt, gir lærer dem en oppskrift som de kan bruke for å bestemme høyden i en trekant, gitt at de har vinkelen og den hosliggende kateten. Situasjonen kan beskrives ved hjelp av min modifiserte epistemologiske trekant, figur 5.4.

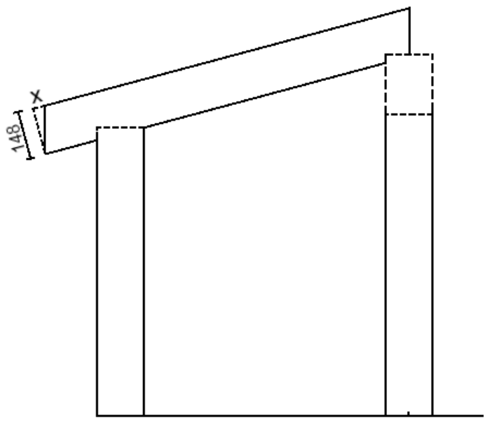


Figur 5.4: Epistemologisk trekant for presentasjon av den trigonometriske funksjonen tangens.

Ved hjelp av denne epistemologiske trekanten, figur 5.4, har jeg forsøkt å illustrere at man her har en kjede som går fra den autentiske konteksten ”bygging av tak med sperrekonstruksjon” til skissen av gavlveggen med sperrekonstruksjon, og videre til trekantfiguren som er en trekant som skjuler seg i skissen av gavlveggen med sperretak. Læreren gir elevene en oppskrift for å bestemme B, gitt at de har takvinkelen, D, og side A i trekanten. Tegnet er dermed B = A × TAND, og står for referansekonteksten ved at det representerer relasjonen mellom de tre størrelsene som inngår i referansekonteksten. De får imidlertid aldri presentert selve definisjonen av tangens, og ”TAN” blir et tegn som ikke kobles til referansekonteksten via et begrep. Det som medierer mellom tegn og referansekontekst er et medierende redskap av instrumentell karakter, og nærmere bestemt kalkulatoren, noe som vil komme fram fra de følgende tre episodene. Disse episodene illustrerer også konsekvensene av en slik type instrumentell mediering med tanke på elevenes muligheter til å bruke den matematiske kunnskapen.

Episode 1

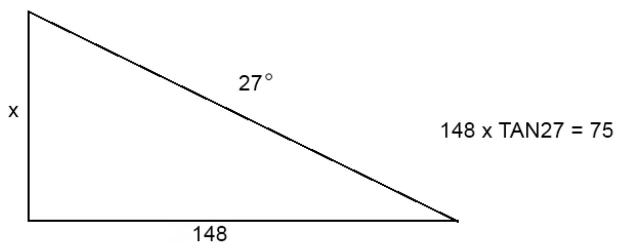
Denne episoden tar utgangspunkt i at de skal finne ut hvor mye de må måle tilbake for å kappe loddkutt, lengden x i figur 5.5 og 5.6. Lærer opplyser om at i dette tilfellet betyr det å skrå enden av planken 27°, altså like mye som takvinkelen (oppgave 1, vedlegg A), uten at det blir forklart hvorfor det må bli samme vinkel på de to stedene for at loddkuttet skal bli vertikalt. Ved å bestemme lengden x kan man måle tilbake denne avstanden på planken, og trekke en strek fra dette punktet og til hjørnet av sperren. Da får man en trekant som illustrert i figur 5.5, gjengitt i figur 5.6, og det er denne trekanten som skal kappes bort for at enden skal få riktig skrå, altså slik at den blir vertikal.



Figur 5.5: Snitt av gavlvegg, og trekant i forbindelse med at endene skal skrås.

Figur 5.6: Trekant som skal kappes bort for å få riktig skrå på taksperren.

Bredden på planken er i dette tilfellet gitt til å være 148 millimeter. Denne siden utgjør hosliggende katet i trekanten, og målet er å bestemme lengden x, som er den motstående kateten. Siden de har fått opplyst at endene skal skrås 27°, kan de bestemme lengden x ved å benytte den trigonometriske funksjonen tangens. De har en tilsvarende trekant som den lærer hadde under gjennomgangen med gavlveggene, med unntak av at målet på hosliggende katet er endret og at trekanten er rotert (figur 5.6 sammenlignet med figur 5.3), og lærer lurer nå på om de klarer å beregne denne avstanden på egenhånd. Jeg vil benytte figur 5.5 og figur 5.7 til å henvise til hva læreren gjør i følgende dialog.



Figur 5.7: Skisse av trekant og beregning for å bestemme lengden som må måles tilbake for å få til riktig skrå.

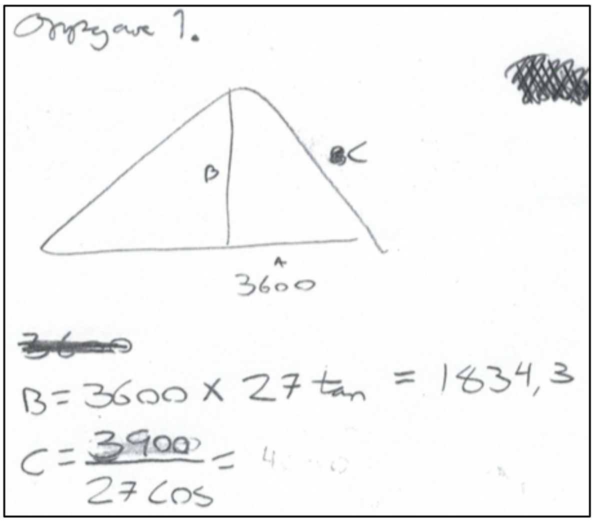
S1.4	Lærer:	Det er en ting til vi må få til, uten at vi bruker noen andre hjelpemidler... Vanligvis er jo ikke planken (stipler opp hvordan taksperren ville sett ut dersom planken ikke var skrådd, figur 5.5)... Planken er jo ikke skrådd i den vinkelen vi skal ha... Den skal være 27 grader... Det må vi også regne ut. Hvis vi setter en vinkelstrek over planken (peker på den stiplete linjen som utgjør plankebredden), så må vi finne den lengden der da (peker på den stiplete linjen jeg har markert med x figur 5.5), jeg kaller også den for x jeg, men det... Det er ikke så farlig... Vi har bredden på planken (noterer at plankebredden er 148, figur 5.5), 148 millimeter... Klarer dere nå å regne ut hvor mye vi må måle tilbake for å få til riktig skrå der (peker på hypotenusen i trekanten, det som etter kapping vil bli enden av sperren, figur 5.6), 27 grader? (5 sekunder stillhet). Når vi regnet trekant i sted for å finne høyden på bjelken så brukte vi? (6 sekunder stillhet).
S1.5	Tore:	Tan-dan-gang_
S1.6	Lærer:	*tangens ja...*Tangens ja. Her får vi også en trekant som ser slik ut (tegner en rettvinklet trekant, og angir målene, figur 5.7), 148 millimeter og 27 grader. Prøv nå om dere husker hva vi gjorde før pausen?
S1.7	Thomas:	Nei, dette har forsvunnet ja... (Det blir likevel stille ikke hørbar mumling i klasserommet, og noen begynner å taste på kalkulatoren).
S1.8	Lærer:	148 gange (lærer noterer 148 × TAN27 på tavla, og ca. 3 sekunder etter at han føyer på likhetstegnet slik at uttrykket blir slik: 148 × TAN27 = , svarer 3-4 elever 75).

Av samtalen S1.4-S1.8 kan man se at lærer tegner opp en skisse som er lik figur 5.5, og spør om elevene nå klarer å beregne lengden x på egenhånd. Da ingen svarer, refererer lærer tilbake til situasjonen hvor de bestemte høyden til midtopplegg, og spør elevene hva de brukte når de regnet med trekant i det tilfellet. Det blir igjen stille, før Tore prøver seg på et svar ”Tan-dan-gan” (S1.5). Lærer tolker det som at Tore forsøker å si tangens, men dette er et nytt begrep, og en kan av denne ytringen se at Tore ikke har helt taket på ordet riktig enda. Lærer viser så at de har akkurat samme situasjon som i sted ved å tegne opp trekanten fra figur 5.5 på samme måte som figur 5.3. På denne måten blir det mer synlig at situasjonen er den samme, og flere av elevene klarer å løse oppgaven. Ved å bruke kalkulatoren til å utføre beregningene, finner de ut at de må måle tilbake 75 millimeter for å få til å skrå planken 27°.

Jeg vil her trekke fram kalkulatoren som et sentralt redskap. Kalkulatoren brukes aktivt av både lærer og elever til å utføre beregningene, og er det Säljö (2001) omtaler som et fysisk redskap. Det er ved å bruke kalkulatoren de kommer fram til en løsning. Imidlertid tyder denne situasjonen på at de ikke hadde klart å komme fram til løsningen om lærer ikke hadde referert tilbake til gjennomgangen hvor de brukte tangens til å bestemme høyden fra overkant yttervegg til overkant mønebjelke. Under gjennomgangen er læreren den som tilbyr elevene et passende tegn til referansekonteksten, og ved å bruke språket og håndbevegelser til å referere tilbake til denne gjennomgangen, samt tegne opp trekanten, figur 5.6, slik at den ble lik trekanten fra gjennomgangen, figur 5.7, klarer flere av elevene å bruke oppskriften læreren ga dem. På denne måten vil jeg si at læreren fungerer som en hjelper ved at at han setter elevene på riktig spor. De klarer da å benytte tangensfunksjonen til å løse oppgaven, og slik fungerer tangensfunksjonen som et medierende redskap mellom tegnet og referansekonteksten. Imidlertid er denne funksjonen av instrumentell karakter, da de ikke klarer å operere med den når situasjonen endres. De er avhengig av en stegvis oppskrift, og klarer ikke å tilpasse kunnskapen til denne nye situasjonen, på tross av at endringen bare består i at trekantfiguren er rotert og at målet på hosliggende katet er endret. Denne lave fleksibiliteten er helt konsistent med det Skemp (1976) omtaler som instrumentell forståelse.

Episode 2

I forbindelse med oppgave 1 (Vedlegg C) skal Ole, Tore og Mats bestemme alle målene de trenger for å kunne produsere taksperrene, med utgangspunkt i gitte forutsetninger. Lærer har på forhånd repetert cosinus ved å tegne opp en rettvinklet trekant, og markert sidene med A, B, C på samme måte som i den epistemologiske trekanten, figur 5.4, og minnet elevene på hvordan man bestemmer B gitt at man har takvinkelen D og side A. Elevene tegner opp en trekant, markerer sidene på trekanten med bokstavene A, B, C, på akkurat samme måte som læreren. Mats sin illustrasjon er gjengitt i figur 5.8.



Figur 5.8: Mats sin trekant og beregninger.

Tallet 3600 på side A i trekanten representerer halve husbredden, da hele husbredden er oppgitt til å være 7200. Takvinkelen skal i denne oppgave være 27°, og Ole, Tore og Mats søker nå å bestemme lengden B i trekanten.

S1.9 Ole: Da blir det 3600 gange cos_ (ser på notatene på tavla) tan... (trykker på kalkulatoren på mobilen, og noterer B = 3600 × TAN27 = 1834). 1834...

S1.10 Tore: (utfører beregningene på kalkulatoren) 1834 ja.

S1.11 Mats: Var det 27 tan?

S1.12 Ole: 27 tan ja.

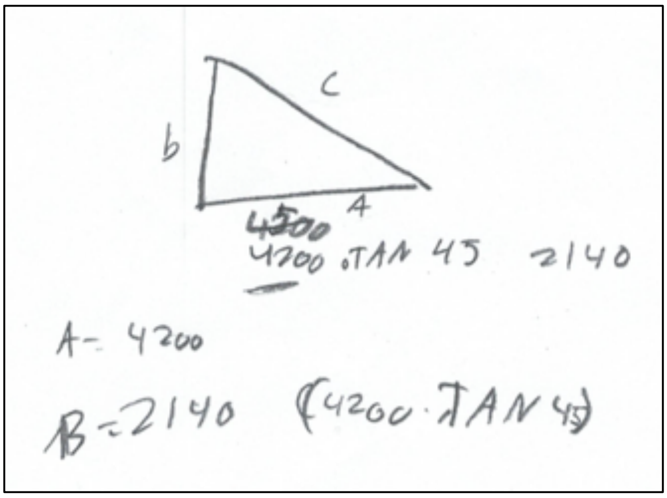
S1.13 Mats: Okei (beregner på mobilen, og noterer B = 3600 × 27 tan = 1834,3).

Av denne samtalen kan man se at Ole sier at han skal multiplisere 3600 med ”cos”, før han avbryter seg selv, ser på tavla og endrer til ”tan”. Han er altså ikke helt trygg på om det er cosinus eller tangens han skal benytte, men det er som han mistenker at noe er galt i det han sier cos, med tanke på at han endrer til tan (S1.9). Ved å multiplisere 3600 med tangens til 27 på kalkulatoren, får han at side B er 1834 millimeter. Mats spør så om det var slik at det var 27 tan (S1.11), noe Ole bekrefter, og Mats noterer B = 3600 × 27 tan = 1834,3 (figur 5.8). At de sier "27 tan" har trolig sammenheng med at de på kalkulatoren først måtte taste inn vinkelverdien, for deretter å trykke på tangensknappen, for å finne tangens til en vinkel. Altså motsatt av det jeg kjenner som det vanlige, nemlig å først trykke på tangensknappen, og deretter taste inn vinkelverdien. I tillegg noterer Mats 27 tan, figur 5.8, og dette illustrerer at de ikke bare benytter seg av det fysiske redskapet kalkulatoren, men at tangensfunksjonen også medieres gjennom kalkulatoren. Ved å trykke på den aktuelle knappen, gjennomfører de den nødvendige operasjonen for å bestemme lengden til side B. Tangensfunksjonen er for dem en tast på kalkulatoren, og på denne måten vil tangensfunksjonen ved å bruke Pierce (1998) sin teori, være en indeks. Det er ifølge Säljö (2001) ofte slik at de underliggende prosedyrene er usynlige i vellykkede artefakter, og slik kan de benytte tangensfunksjonen uten å ha noen dypere forståelse av hva som ligger bak.

I episode 1 kunne vi se at elevene var avhengig av en oppskrift, og viste liten evne til fleksibilitet i nye situasjoner. Kalkulatoren var et viktig redskap, og denne episoden illustrerer at tangensfunksjonen for elevene er koblet til en knapp på kalkulatoren. Operasjonen er en prosedyre knyttet til kalkulatoren, og dette er ikke helt uten konsekvenser. Oppgave 1 gikk ut på å bestemme alle målene som er nødvendige for å produsere taksperrene. Lengde B er derimot ikke en av disse lengdene. Denne lengden tilsvarer ingen lengde på skissen av taksperren, figur 3.3 og figur 3.4, og er heller ikke koblet til å bestemme høyden til midtopplegget. De trenger altså ikke å beregne denne lengden, men de gjør allikevel dette for samtlige av de tre oppgavene i vedlegg C, noe som etter min oppfatning tyder på at de ikke tolker og vurderer hva de skal gjøre, men utfører prosedyrer, noe man også kan kjenne igjen fra Skemp (1976) sin definisjon av instrumentell forståelse.

Episode 3

I forbindelse med oppgave 2, vedlegg C, skal de igjen bestemme alle nødvendige mål for å kunne produsere taksperrene. Akkurat som i episode 2 tegner de opp en trekant, og markerer sidene med bokstavene A, B/b og C, figur 5.9.



Figur 5.9: Oles trekant og beregninger.

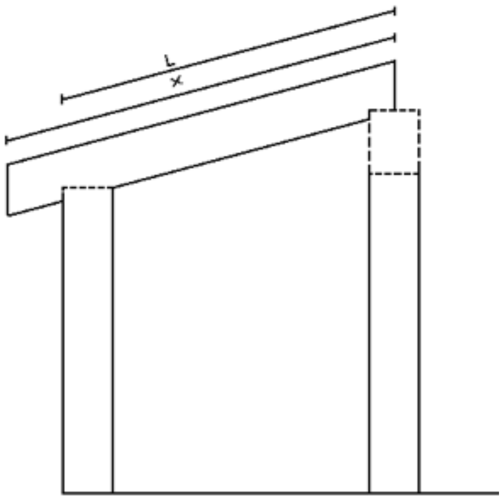
De har fått oppgitt at takvinkelen skal være 45 grader, og angir side A til å være 4200, med utgangspunkt i at husbredden skal være 8400 millimeter. Det er når de skal regne ut, den egentlig unødvendige, siden b at man kan observere følgende episode.

S1.14 Ole: (Ole ser i notatene) 4200 gange tan 45 (Både Mats og Ole bruker mobilen til å utføre beregningene. Ole får 4200 til svar, og ser bort på Mats som har fått 2140 til svar. Han sier ingenting, men får et lurt ansiktsuttrykk, og begynner å taste inn på nytt). Gange tan 45... Tja.. Vi tar ditt vi... (Ole fikk 4200 til svar igjen, men sier ingenting, og de noterer ned svaret til Mats).

Uttrykket de noterer er riktig, og når Ole taster inn 4200 gange tan 45, får han 4200, noe som også er riktig. Dette tror han imidlertid ikke noe på, og derfor taster han inn stykket på nytt. På tross av at han får det samme svaret to ganger, tror han ikke det kan være riktig. Mats har i stedet for å taste inn 45 grader tastet inn 27 grader, men på tross av at Ole får det samme svaret to ganger, tror han mer på Mats sitt svar. Ole synes å være av den oppfatning av at det må skje noe på displayet når han trykker på tangensknappen på kalkulatoren. Om de hadde klart å analysere situasjonen og hatt en dypere forståelse av tangens ville Oles svar gitt mening, da tan(45) = 1. Imidlertid tyder dette på at de bare utfører prosedyrer ved å bruke notatene og kalkulatoren, uten å være i stand til å tolke situasjonen og vurdere resultatet.

5.1.2 Situasjon 2

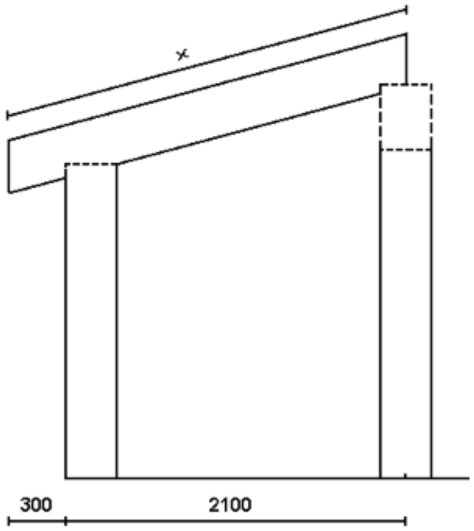
Denne situasjonen er i likhet med Situasjon 1 tilknyttet arbeid med taksperrer. Oppgavene som denne oppgaven tar for seg omhandler imidlertid å bestemme lengden av en taksperre, lengden merket x i figur 5.10, samt lengden fra toppen av sperren til kanten på ytterveggen, lengden merket L i figur 5.10, med forutsetninger gitt i oppgave 1 i vedlegg A, samt oppgave oppgave 1 i vedlegg C. For å kunne bestemme disse lengdene, x og L, vil læreren benytte den trigonometriske funksjonen cosinus, men dette er i likhet med tangensfunksjonen nytt for elevene. Denne situasjonen tar derfor utgangspunkt i lærerens introduksjon til den trigonometriske funksjonen cosinus, samt 2 episoder der de benytter cosinus i forbindelse med at de skal bestemme nødvendige mål for å produsere taksperrene.



Figur 5.10: Snitt av taksperre.

Gjennomgang av den trigonometriske funksjonen cosinus

Læreren presenterer den trigonometriske funksjonen cosinus ved å i plenum gjennomgå hvordan man bestemmer lengden av taksperren, lengde x, med forutsetningene gitt i oppgave 1, vedlegg A. De har oppgitt at husbredden er 4200 millimeter, og med utgangspunkt i dette finner de at halve husbredden er 2100 millimeter, figur 5.11. Takutstikket bestemmer de til å være 300 millimeter, figur 5.11, og takvinkelen oppgis til å være 27°. Med bakgrunn i dette har de alt de trenger for å bestemme lengden av taksperren, lengde x, ved bruk av cosinus. Lengden x utgjør hypotenusen i en rettvinklet trekant, der takutstikket sammen med halve husbredden utgjør grunnlinjen, og vinkelen mellom disse er takvinkelen. Siden de kjenner grunnlinjen og vinkelen, kan de benytte den trigonometriske funksjonen cosinus til å bestemme hypotenusen, eller nærmere bestemt lengden av taksperren. Lærer starter gjennomgangen med figur 5.11 som utgangspunkt, og jeg vil benytte denne figuren, samt figur 5.12 til å angi hva læreren gjør under gjennomgangen.



Figur 5.11: Snitt av taksperre med angitte mål, og lengde *x*.

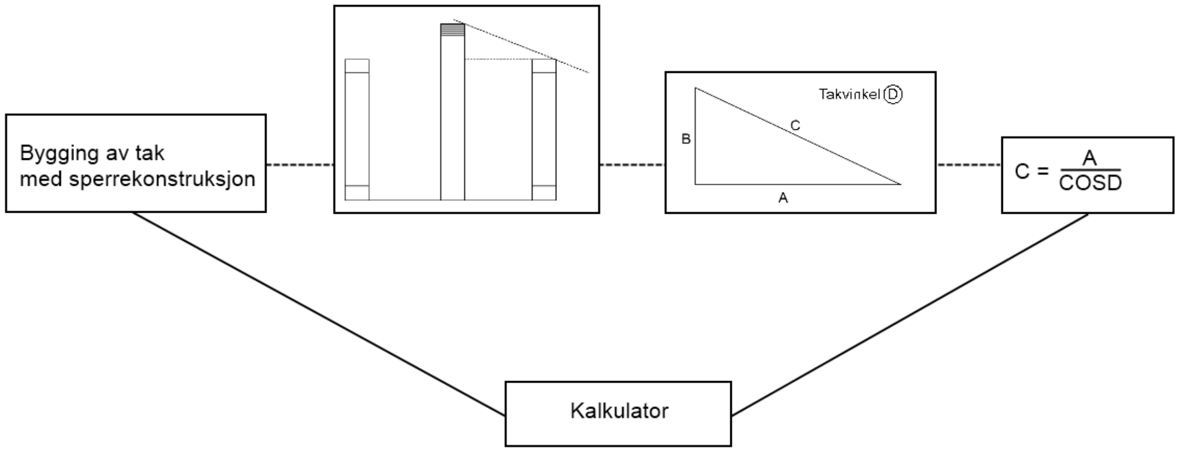
x = Halve husbredde 2100
+ takutstikk 300
2400

$$x = \frac{2400}{\mathrm{COS}27} = 2694$$

Figur 5.12: Beregninger for å bestemme lengden av taksperren.

S2.1 Lærer: Vi skal finne lengden der ja (skriver x på høyre side av figur 5.11), vi hadde... x er lik, da må vi ta halve husbredden som er lik 2100 (noterer x = halve husbredden 2100, gjengitt i figur 5.12). Vi plusser på takutstikket... som var 300 (peker på det angitte målet i figur 5.11, og noterer + takutstikk 300, gjengitt i figur 5.12)... Tilsammen blir dette 2400 (summerer sammen halve husbredden og takutstikk, og noterer 2400, figur 5.12). (9 sekunder pause). Dette blir lengden fra midten av huset og like langt ut som takutstikket... For å finne lengden på sperren (peker på taksperren, figur 5.11)... For å finne lengden av sperren så deler vi det på... 2400 delt på *cosinus* til takvinkelen (noterer $x = \frac{2400}{\mathrm{COS27}} =$, gjengitt i figur 5.12). Prøv dette på kalkulatoren... Isteden for tangens så bruker dere cosinus, tror jeg...

Av denne gjennomgangen kan vi se at lærer legger sammen målet på takutstikket og halve husbredden, 300 pluss 2100 som blir 2400, og presenterer cosinus ved å si at de for å finne lengden på sperren må man dele 2400 på cosinus til takvinkelen (S2.1). Lærer oppfordrer så elevene til å prøve dette på kalkulatoren, og sier at de i stedet for å gange med tangens, som de gjorde i situasjon 1 i kapittel 5.1.1, nå skal dele på cosinus. På denne måten blir cosinus presentert som en erstatning for tangens, og som et verktøy for å bestemme lengden av taksperren gitt at de har halve husbredden, takutstikket og takvinkelen. Situasjonen kan beskrives ved hjelp av min modifiserte epistemologiske trekant, figur 5.13.

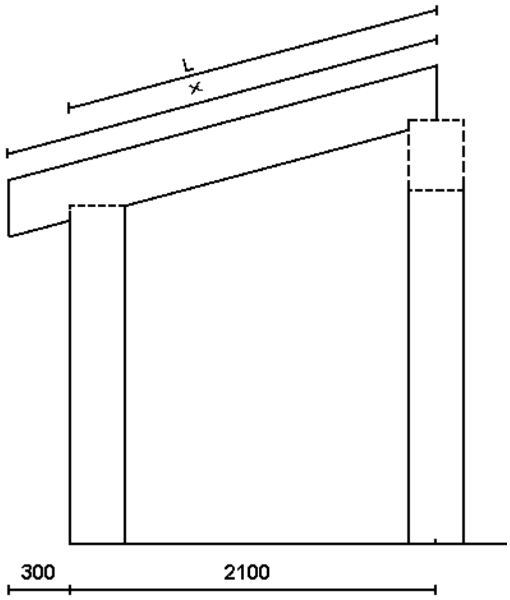


Figur 5.13: Epistemologisk trekant for introduksjon til den matematiske funksjonen cosinus.

Ved hjelp av den epistemologiske trekanten, figur 5.13, har jeg forsøkt å illustrere at man her har en kjede som går fra den autentiske situasjonen "bygging av tak med sperrekonstruksjon" til skissen av taksperren, til en trekantfigur og videre til tegnet $C = \frac{A}{COSD}$. Jeg har tatt med trekantfiguren i kjeden fordi dette er en en semiotisk representasjon for skissen av taksperren, og læreren repeterer i forkant av episode 2 ved å tegne opp en slik trekant, og minner om at man finner side C gitt at man kjenner side A og takvinkelen D. Dette mellomleddet kommer imidlertid ikke fram av denne situasjonen. I dette tilfellet er referansekonteksten skissen av taksperren, og tegnet er $x = \frac{2400}{COS27}$. Tegnet står for referansekonteksten ved at det representerer relasjonen mellom størrelsene som inngår i referansekonteksten. Lengden fra midten av huset og til enden på takutstikket utgjør sammen med lengden av taksperren to sider i en trekant, henholdsvis en katet og hypotenusen, der takvinkelen danner vinkelen mellom disse. Det er relasjonen mellom disse tre størrelsene tegnet står for, men denne relasjonen presenteres ikke i gjennomgangen. Det gis ikke noe innhold i symbolet cosinus, og "COS" blir i likhet med tegnet "TAN" et tegn som ikke kobles til referansekonteksten via et begrep, men heller gjennom en medierende artefakt av instrumentell karakter, og nærmere bestemt gjennom en oppskrift og knappen på kalkulatoren. Dette vil jeg begrunne med at de får en oppskrift de kan benytte for å bestemme lengden på sperren, og de blir oppfordret til å bruke kalkulatoren, der de nå skal trykke på cosinus i stedet for tangens som de brukte i forrige situasjon (S2.1). Jeg vil i følgende to episoder illustrere konsekvensene av dette, med tanke på elevenes muligheter til å anvende kunnskapen.

Episode 1

Med utgangspunkt i gjennomgangen av hvordan man finner lengden av taksperren ved hjelp av den trigonometriske funksjonen cosinus, virker det som at læreren har forventninger til at elevene nå skal klare å gjøre liknende beregninger knyttet til funksjonen cosinus på egenhånd, da han ber elevene finne avstanden langs taksperren fra midten av huset, til salingshakket som kommer rett over ytterveggen, altså lengden *L* i figur 5.14*,* med forutsetninger gitt i oppgave 1 (vedlegg A).



Figur 5.14: Snitt av taksperre med angitte mål, og lengde *L*.

Denne situasjonen er helt lik oppgaven fra gjennomgangen hvor de skulle bestemme lengden av taksperren, med unntak av at lengden på hosliggende katet er endret. De søker fortsatt å bestemme hypotenusen i trekanten, der den eneste forandring består i at det er halve husbredden uten takutstikket som utgjør grunnlinjen i trekanten. Takvinkelen er fortsatt 27º, og referansekonteksten er knyttet til skissen av taksperren.

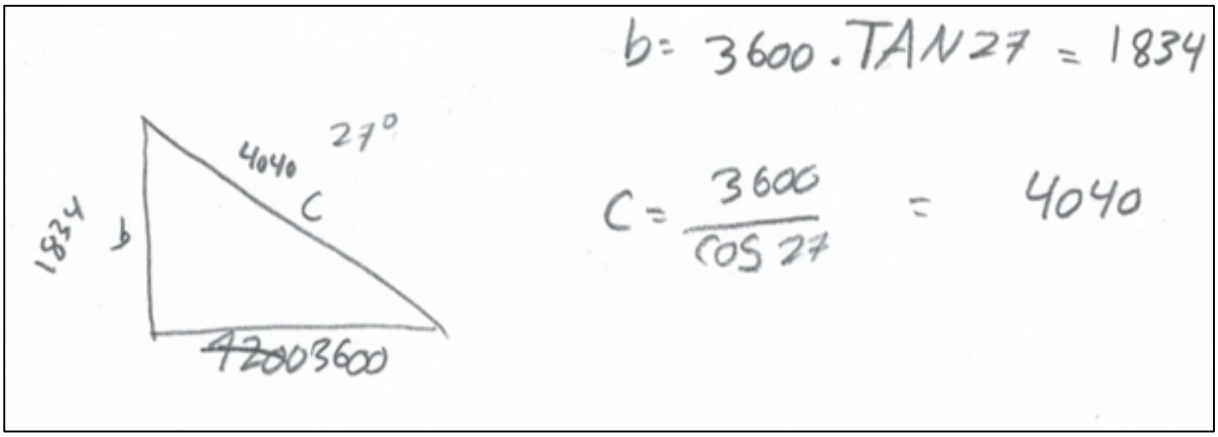
S2.2	Lærer:	Vi må finne lengden fra toppen, for eksempel, og ned til det hvor salingshakket kommer. Er dere med på det? ... Skal vi se... Hva skal vi kalle det da... eh.. Si L da, for lengden, eller... (Lærer markerer lengden L i figur 5.14). Denne klarer dere å regne ut selv nå... Andreas?
S2.3	Andreas:	Yes...
S2.4	Lærer:	Hva må vi gjøre for å finne lengden i fra midten av huset og ned til salingshakket som blir rett overfor ytterveggen?
S2.5	Andreas:	Vi må ta.. eh... (Ole rekker opp hånden).
S2.6	Lærer:	Yes... (Peker på Ole).
S2.7	Ole:	2694 minus 300?
S2.8	Lærer:	Eh.. Nei...
S2.9	Ole:	Kødda...
S2.10	Lærer:	Ja, men du er inne på noe... Vi skal trekke ifra noe... Når vi regnet ut lengden helt ned hit (peker på enden av taksperren ved takutstikket, figur 5.14), så brukte vi halve husbredden (peker på målet 2100, figur 5.14) og plusset på det der (peker på målet på takutstikket, 300, figur 5.14), sant? ... Nå skal vi bare regne ut ned til dit (peker på enden av yttervegg, figur 5.14) ... Tar halve husbredden (noterer L = $\frac{2100}{}$ =)... Det blir jo den,bare husbredden (peker på lengden 2100, figur 5.14), minus den (peker på lengden 300, figur 5.14), altså vi kan ikke trekke fra det etterpå, men bruker bredden på huset, halve husbredden og deler på den samme cosinusen, så skal vi se om vi finner... Finner lengden ned til salingshakket da (noterer L = $\frac{2100}{\cos 27}$ =).

En kan av denne samtalen se at med utgangspunkt i gjennomgangen av hvordan man finner lengden av sperren, håper læreren at elevene selv skal være i stand til å bestemme lengden fra toppen av sperren og ned til salingshakket, altså lengden *L* i figur 5.14 (S2.2). Lærer spør eleven Andreas, men Andreas nøler. Ole rekker så opp hånda, og lærer gir ordet til Ole, som foreslår at de tar lengden 2694 minus 300 (S2.7), altså lengden av hele taksperren minus lengden av takutstikket. Han prøver å bruke matematiske operasjoner som gir mening for ham, men dette blir feil, og jeg vil si at det kommer klart fram at de ikke gjenkjenner situasjonen fra første gjennomgang, altså gjennomgangen av hvordan de bestemte lengden av taksperren. Omstendighetene er som sagt de samme, og variasjonen er kun knyttet til at målet på hosliggende katet er endret. Dette prøver lærer å illustrere ved å vise at når de bestemte lengden av hele taksperren, måtte de ta hensyn til både mål på takutstikk og halve husbredden, men nå når de bare skal beregne lengden av taksperren og ned til ytterkant av ytterveggen, altså salingshakket, så trenger de bare å bruke halve husbredden (S2.10). Med utgangspunkt i dette forklarer læreren at man finner lengden L ved å dele halve husbredden, 2100 på cosinus til 27.

Denne situasjonen viser at elevene ikke klarer å tilpasse eller bruke oppskriften som læreren ga dem i forbindelse med gjennomgangen av hvordan man bestemmer lengden av en taksperre ved hjelp av den trigonometriske funksjonen cosinus. Læreren tilbyr under gjennomgangen elevene et tegn som representerer referansekonteksten, og når referansekonteksten endres ved at lengden på kateten blir endret, så blir oppgaven til elevene å variere tegnet tilsvarende. Oppgaven deres består i å produsere et tegn som svarer til endringen i referansekonteksten, men dette viser samtalen mellom læreren og klassen (S2.2-S2.10), at de ikke behersker. Fleksibiliteten er lav, da de ikke klarer å løse problemet når situasjonen endres, noe som er i tråd med det Skemp (1976) omtaler som instrumentell forståelse. Det er læreren som også i dette tilfellet tilbyr et passende tegn til referansekonteksten. Læreren benytter språket som medierende redskap til å gi elevene et tegn som samsvarer med denne endrede referansekonteksten. Jeg vil også si at læreren her forsøker å hjelpe elevene til å danne en kobling mellom referansekonteksten og tegnet ved å peke og illustrere med hendene (S2.10), hvor han sammenligner denne situasjonen med det som ble gjort under gjennomgangen. Han forsøker å få elevene til å se at de i dette tilfellet kan bruke oppskriften fra i sted med en liten modifikasjon, og dermed får de en ny oppskrift for å finne avstanden langs taksperren fra midten av huset, til salingshakket som kommer rett over ytterveggen. Altså akkurat samme som i sted, men uten takutstikket.

Episode 2

Ole, Tore og Mats arbeider med å bestemme alle nødvendige mål for å kunne produsere taksperrene, med forutsetninger gitt i oppgave 1 vedlegg C. De tegner opp hver sin trekant, og markerer sidene på trekanten med bokstavene A, B og C, akkurat på samme måte som i den epistemologiske trekanten i figur 5.13. På denne måten tjener denne trekantfiguren som en semiotisk representasjon for skissen av taksperren. De markerer grunnlinjen med halve husbredden som er 3600 millimeter, og takvinkelen med 27°. Oles tegning med beregninger er gjengitt i figur 5.15.



Figur 5.15: Oles trekant og beregninger.

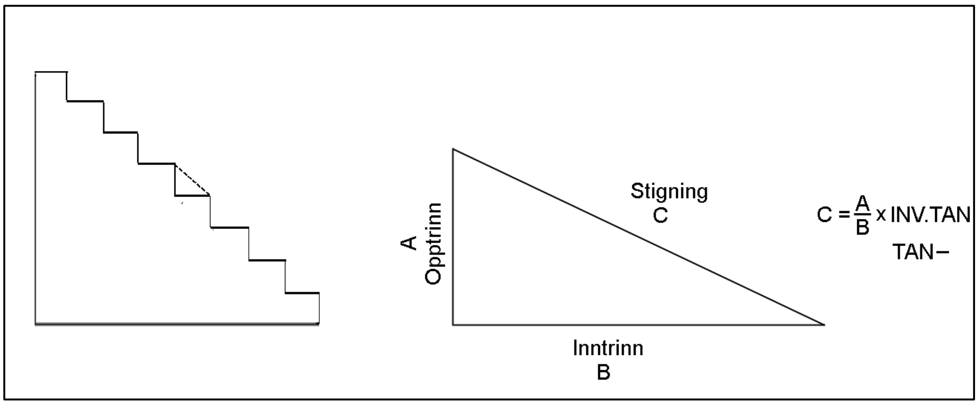
Under episode 2 i situasjon 1 i kapittel 5.1.1 kunne vi se at de bestemte side b i denne trekantfiguren, figur 5.15, og denne episoden tar utgangspunkt i fortsettelsen når de skal bestemme siden merket C.

S2.11	Tore:	Fikk du 4040?
S2.12	Ole:	Hm?
S2.13	Tore:	Åh, har du ikke regnet ut enda?
S2.14	Ole:	(Rister på hodet).
S2.15	Mats:	Skal vi dele på...
S2.16	Ole:	(Bøyer hodet over Mats sitt arbeid for å se). Den...?
S2.17	Mats:	cos 27?
S2.18	Ole:	Ja (nikker)... 27 cos (regner ut på mobilen, mens Tore følger med) fire_
S2.19	Tore:	Fire-førti ja (Ser på resultatet Ole fikk på mobilen, og noterer 4040 som lengde på taksperren)

Av denne samtalen kan man se at Tore, Ole og Mats bestemmer lengde C i trekanten til å være 4040, ved å dele 3600 (halve husbredden) på cosinus til 27 (takvinkelen), figur 5.15. Kalkulatoren er et aktivt brukt redskap, og i dette tilfellet kommer det etter min oppfatning fram at cosinusfunksjonen i likhet med tangensfunksjonen medieres gjennom det fysiske redskapet kalkulatoren, akkurat som jeg antydet under det jeg refererer til som gjennomgangen av cosinusfunksjonen. Ole sier nemlig ”27 cos”, samtidig som han benytter kalkulatoren på sin mobiltelefon til å utføre beregningene, og Mats noterer dette ned på akkurat samme måte som det blir sagt, figur 5.8. Dette har etter min mening trolig sammenheng med at kalkulatoren på mobilen de bruker er motsatt av det jeg kjenner som normalt, da de må trykke inn vinkelverdien før de trykker på cosinusknappen, og dette er måten Ole sier det på, samtidig som Mats noterer svaret på denne måten. Cosinusfunksjonen fremstår for dem som en knapp på kalkulatoren, en indeks (Peirce, 1998), og ved å trykke på denne aktuelle tasten klarer de å gjennomføre operasjonen som trengs for å bestemme lengden til side C i trekanten. Imidlertid kobler de side C til lengden av taksperren (S2.19), noe som blir feil da de i sine beregninger ikke har tatt hensyn til takutstikket. Side C i trekanten svarer derfor til avstanden langs taksperren fra midten av huset, til salingshakket som kommer rett over ytterveggen, altså lengde L i figur 5.14. De ser ikke forskjellen på hva det utgjør om de har med takutstikket eller ikke i sine beregninger, og er avhengig av en oppskrift for å finne lengden til taksperren, og en ny oppskrift for å finne avstanden langs taksperren fra midten av huset og til salingshakket som kommer rett over ytterveggen. De er lite fleksible, og utfører prosedyrer, uten å klare å se hva de får ut i større sammenheng.

5.1.3 Situasjon 3

Denne situasjonen er tilknyttet planlegging av rettløpstrapper, oppgave 1-3 vedlegg G. For at en trapp skal være godkjent, skal ifølge læreren en innvendig trapp være mellom 30° og 45°, mens en utvendig trapp ikke skal ha større stigningsvinkel enn 30°. Det vil derfor være nødvendig å kunne beregne stigning av trapper. I forbindelse med dette velger lærer å innføre den inverse tangensfunksjonen, og det er denne innføringen denne situasjonen omhandler. Lærer viser ved å trekke en stiplet strek fra ytterkanten på inntrinnet og til toppen av opptrinnet på skissen av ei trapp, illustrert i figur 5.16, at man har en rettvinklet trekant. Denne rettvinklete trekanten tegner han opp på ny ved siden av skissen av trappa. Læreren markerer grunnlinjen som inntrinn og høyden som opptrinn, og dermed er referansen til utforming av trapper klar, før han markerer vinkelen som stigning.

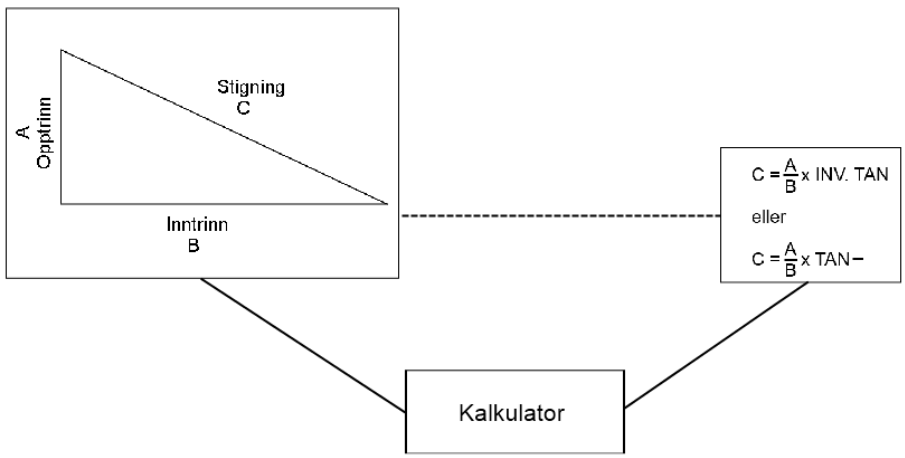


Figur 5.16: Bestemme stigning av rettløpstrapp.

S3.1	Lærer:	Hva er det vi kjenner til på denne trekanten nå?
S3.2	Tore:	Opptrinn...
S3.3	Lærer:	Kan si opptrinn, det kjenner vi (markerer denne siden med bokstaven A, figur 5.16)...
S3.4	Tore:	Inntrinn [].
S3.5	Lærer:	Kjenner det og (markerer denne siden med bokstaven B, figur 5.16)... Men denne (peker på *stigning* i figur 5.16), den kjenner vi ikke (markerer stigningen med bokstaven C, figur 5.16). Husker dere hvis vi regner_ hvis vi kjenner graderen (peker på *stigning* i figur 5.16) og inntrinnet, så får vi regnet ut opptrinnet. Får vi ikke det, med tangens ? (Noen elever nikker og mumler mm)... Nå skal vi regne motsatt... Da blir det en formel som sier at C er lik A delt på B, også er det invers tangens da for eksempel, altså da motsatt tangens (lærer noterer samtidig $\mathrm{C} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}} \times \mathrm{INV.TAN}$, på tavla, figur 5.16)... Eller som det står på den kalkulatoren som jeg har, så står det_ du har tangensknappen sant, under den så står det tangens minus, eller noe sånt (noterer TAN- under INV.TAN på tavla)... Dersom du trykker på den gule først (peker på den gule knappen på kakulatoren) og deretter tangens minus, da får dere antall grader.

Lærer markerer siden i trekanten som representerer opptrinnet med bokstaven A (S3.3) og inntrinnet med bokstaven B (S3.5). Målet er å bestemme stigningsvinkelen, altså vinkelen mellom inntrinnet og hypotenusen i trekanten, figur 5.16. At det er denne vinkelen man ønsker å bestemme kommer imidlertid ikke klart fram, da lærer skriver stigning like over hypotenusen i trekanten, figur 5.16, og markerer denne med bokstaven C, slik at det etter min mening ser ut til at det er hypotenusen man ønsker å finne, og ikke stigningsvinkelen som egentlig er målet.

Læreren presenterer så den inverse tangens ved å minne elevene på at de kan bruke tangens til å finne opptrinnet dersom de kjenner inntrinnet B og "graderen C", og dersom de regner motsatt, kan de bestemme C (S3.5). På denne måten tolker jeg det som at læreren forsøker å skape en kobling mellom tangens og tangens invers, men uten å si noe mer rundt dette, introduserer læreren følgende oppskrift for hvordan man kan bestemme stigningen (C) til en trapp, gitt at man kjenner inntrinn (B) og opptrinn (A): $\mathrm{C} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}} \times \mathrm{INV.TAN}$ (S3.5). Denne oppskriften sier at man finner stigningen ved å dele opptrinnet på inntrinnet, og multiplisere dette med den inverse tangensfunksjonen. På denne måten kan den inverse tangens fremstå som en konstant fremfor en funksjon, så dette er ikke matematisk korrekt. INV.TAN fremstår som noe som $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}$ skal multipliseres med, mens det egentlig representerer en funksjon som virker på variabelen $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}$. Noen av kalkulatorene som ble brukt, deriblant læreren sin, var slik at man tastet inn verdien før man trykket på knappene for invers tangens, og dette kan man se igjen i oppsettet av formelen. Læreren trekker også fram at det på hans kalkulator "står noe sånt som tangens minus" (S3.5), og dette noterer han som et alternativt tegn på tavla. For å få til dette på kalkulatoren forteller lærer i ytring (S3.5) at de må trykke på "den gule knappen", før de trykker på tangens minus, og ved å følge denne oppskriften, vil de kunne finne stigningen til trappa. Situasjonen kan beskrives ved hjelp av min modifiserte epistemologiske trekant, figur 5.17.



Figur 5.17: Epistemologisk trekant for å bestemme stigningen til en rettløpstrapp.

Referansekonteksten er i dette tilfellet bygging av rettløpstrapper, som igjen er representert ved en trekant, slik at denne trekantfiguren er en semiotisk representasjon for den mer konkrete referansekonteksten bygging av rettløpstrapp. Trekantfiguren har en klar relasjon til den konkrete referansekonteksten ved at sidene er markert med inntrinn og opptrinn, og denne trekantfiguren tjener igjen som referansekontekst for tegnet som i denne situasjonen er $\mathrm{C} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}} \times \mathrm{INV.TAN}$, eller $\mathrm{C} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}} \times \mathrm{TAN}$- . Det som medierer mellom tegnet og referansekonteksten er det medierende redskapet kalkulator. Jeg tolker det som at den inverse tangensfunksjonen blir forbundet med ”den gule knappen” og ”tan” på kalkulatoren, og dermed fungerer de som indekser (Peirce, 1998). Det å bestemme stigningsvinkel blir en prosedyre som er tilknyttet en oppskrift og kalkulatoren.

5.2 Operasjonell karakter

5.2.1 Situasjon 4

Denne situasjonen omhandler Ole og Tores arbeid med å skrå enden på taksperren. I forbindelse med oppgave 2, vedlegg B, skal elevene etter å ha beregnet alle de nødvendige målene for å produsere taksperren, gå på verkstedet og overføre målene til en planke med riktig dimensjon, det vil i dette tilfellet si en planke som er 198 millimeter bred og 48 millimeter tykk. Ole og Tore hadde før de kom på verkstedet regnet ut alle målene, med unntak av hvor mye de må måle tilbake for å klare å skrå enden på sperren 36°, som er den oppgitte vinkelen i denne oppgaven. Dette var noe de glemte da de satt og regnet på klasserommet, men i det de får planken foran seg, kommer de imidlertid på at enden på planken skal skrås, og utfordringen blir dermed hvordan de skal klare å skrå planken riktig.

S4.1	Tore:	Hvordan skal vi få til 36 grader da?
S4.2	Ole:	Hæ?
S4.3	Tore:	Hvordan skal vi få til 36 grader da?
S4.4	Ole:	Det er bare å ta_
S4.5	Tore:	ja, men vi må tegne det opp (peker på planken)...

Av denne samtalen (S4.1-S4.5) kan man se at de diskuterer hvordan de skal klare å få til riktig skrå. Ole og Tore forsvinner så til hver sin kant, før Tore kommer tilbake med en gradskive, og måler opp 36° som illustrert i figur 5.18.

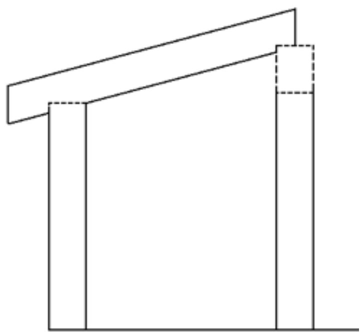
Figur 5.18: Tore skrår taksperren ved hjelp av gradskive.

Tore og Ole velger altså å skrå planken ved hjelp av det medierende redskapet gradskive. Tore legger gradskiva ned på planken, leser av 36° på gradskiva, og markerer dette punktet på planken, og trekker en strek fra hjørnet på planken og gjennom dette punktet, slik at loddkuttet er markert og alt er klart for kapping. Dersom man studerer figur 5.18, kan man se at det skjer en liten feil, da det er vinkelen på trekanten de skal kappe bort som skal være 36°, og ikke vinkelen som blir igjen. De tar altså feil av hvilken vinkel som skal være 36°, men jeg vil likevel si at det ser ut til at de behersker gradskiva.

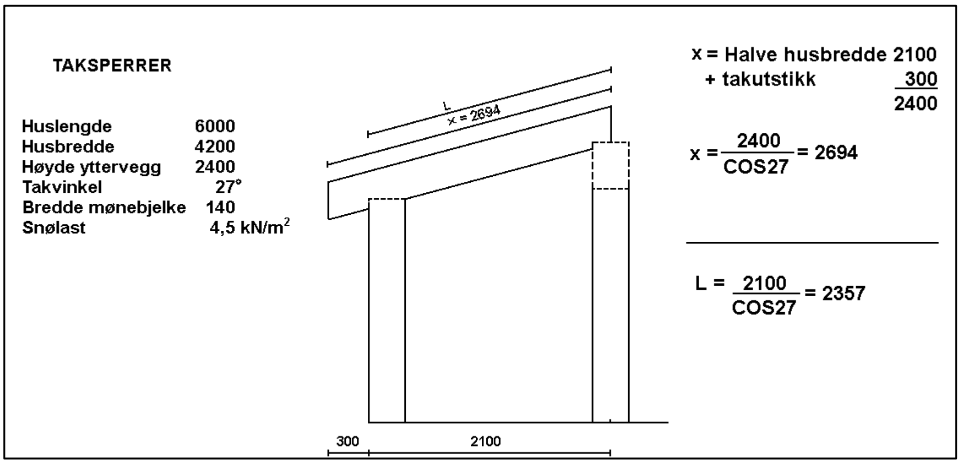
Under episode 1 i situasjon 1 i delkapittel 5.1.1 hadde de akkurat det samme problemet, der målet var å få til riktig skrå på sperren. De kom da fram til en løsning, gitt av læreren, ved å bruke den trigonometriske funksjonen tangens til å finne ut hvor mye de måtte måle tilbake, for å kunne tegne opp riktig skrå, og deretter legge på saga og kappe. Referansekonteksten var da skissen av taksperren og videre en trekantfigur, noe som er semiotiske representasjoner for denne mer konkrete referansekonteksten som vi har i dette tilfellet, figur 5.4. Her befinner vi oss i enden på den epistemologiske trekantkjeden, figur 5.4, og referansekonteksten er bygging av hus med sperretak. Når de kommer på verkstedet og får planken foran seg, så kan vi se at de tar i bruk et nytt medierende redskap. I denne mest konkrete referansekonteksten, husbygging, velger Tore og Ole fremfor å gå veien om tangens å benytte gradskiva som redskap for å klare å kappe slik at det blir riktig skrå, og tegnet blir i dette tilfellet en strek på planken, fremfor et mål på hvor mye de må måle tilbake. De har ikke lenger bruk for å finne ut hvor mye de må måle tilbake, og benytter seg av et redskap de tilsynelatende føler seg mer komfortabel med enn tangensfunksjonen. Begge handlingene vil føre til en løsning, men det interessante her er at de fritt velger et redskap. Jeg har valgt å kalle det medierende redskapet gradskive for en medierende artefakt av operasjonell karakter, da Ole og Tore viser at de er i stand til å benytte seg av dette til å klare å tegne opp en skrå på planken. Slik viser de at de er fleksible, og klarer å velge et redskap basert på situasjonen.

5.2.2 Situasjon 5

Denne situasjonen omhandler også Ole og Tores arbeid med taksperrer, men i dette tilfellet er de tilbake på klasserommet, og oppgaven består av å bestemme lengden av en taksperre, med forutsetninger gitt i oppgave 2, vedlegg B. De har oppgitt at husbredden er 5400 millimeter, altså er halve husbredden 2700 millimeter. Takutstikket skal være 400 millimeter, og takvinkelen skal være 36°. Jeg vil her gjengi to dialoger mellom Ole, Tore og meg, hvor de søker å bestemme lengden av en taksperre med disse forutsetningene. De benytter seg av en skisse av en taksperre uten angitte mål, figur 5.19, samt notatene fra gjennomgangen av hvordan man bestemmer lengden av en taksperre ved hjelp av den trigonometriske funksjonen cosinus (delkapittel 5.1.2 situasjon 2), som jeg har gjengitt i figur 5.20, og som jeg vil benytte til å vise til hvor de peker og hva de refererer til.



Figur 5.19: Tore og Ole sin skisse av taksperren.



Figur 5.20: Notater på tavla fra gjennomgang av den trigonometriske funksjonen cosinus.

S5.1 Tore: Ja, da må vi bare regne ut da... Det var jo... (ser på notatene, figur 5.20). Halve_

S5.2 Ole: det var høyden på den der bjelken [dele på cosiusju... 27.

S5.3 Tore [Nei...

S5.4 Ole: Jo, det var det...

S5.5 Tore: Ja, det var det ja... (ser fortsatt på notatene, figur 5.20, mens Ole leter fram kalkulatoren). Ja, men vi må ta x først (peker på figur 5.20, før han ser på skissen, figur 5.19)... Hele greia der (peker på tavla og illustrerer med å dra hånden raskt langs veggen at man skal ta husbredden og takustikket)... [] 2400... Det som til oss er... Hva da?...

S5.6 Ole: 2400 delt på [36 cos (trykker samtidig inn på kalkulatoren)...

S5.7 Tore: [Nei, men...
Hva var det du gjorde da?

S5.8 Ole: Den der (peker på taksperren figur 5.19, og illustrerer at han har funnet lengden av taksperren ved å dra fingeren frem og tilbake langs den illustrerte taksperren som ligger oppå bærende yttervegg og mønebjelken), 2966... Det var det første vi skulle beregne...

S5.9 Tore: Ok..

S5.10 Ole: Mm...

S5.11 Tore: Skriv opp det da...
(Ole noterer denne lengden på skissen).

S5.12 Marthe: Hvordan fant dere denne da?

S5.13 Tore: Hæ?

S5.14 Marthe: Hvordan fant dere den?

S5.15 Tore: Nei, hvordan fant vi den? (ser på Ole)

S5.16 Ole: Tok 2400 og delte på [cosinus...

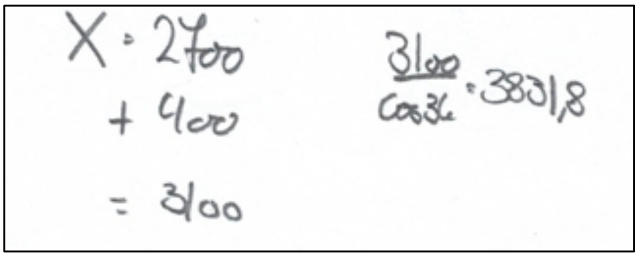
S5.17	Tore:	[Hvorfor tok du 2400?
S5.18	Ole:	*Den* (peker på yttervegg i figur 5.20)...
S5.19	Tore:	Det er ikke den vi skal regne ut.
S5.20	Ole:	Jo...
S5.21	Tore:	Hæ? Er det ikke... (ser på notatene, figur 5.20).
S5.22	Ole:	Den her er 2400 (peker på bærende yttervegg i skisse av taksperren, figur 5.19)...

Ole og Tore søker å bestemme lengden av taksperren, og de ser begge på notatene, figur 5.20, før Tore sier de da bare kan begynne å regne, og rekker å si ”halve” (S5.1), før han blir avbrutt av Ole. Ole hevder at de skal ta høyden av bjelken og dele denne lengden på cosinus til 27 (S5.2), noe Tore benekter, før han likevel sier seg enig. Likevel blir Tore sittende å se i notatene, mens Ole leter fram kalkulatoren, og plutselig uttrykker han at de må ta x først (S5.5). x tilsvarer lengden på taksperren i notatene, og dette tolker jeg som at Tore er uenig i Oles fremgangsmåte, et inntrykk som forsterkes av at Tore peker på tavla og illustrerer med å dra hånden raskt langs veggen at de skal ta halve husbredden og takustikket (S5.5). Halve husbredden og takutstikket var under gjennomgangen 2400, og i ytring S5.5 kan vi se at Tore forsøker å finne ut hva tallet 2400 tilsvarer i deres situasjon. Imidlertid forsetter Ole sine beregninger uavhengig av hva Tore sier, og ved å dele 2400 på cosinus til 36 (S5.6) finner han at lengden på taksperren er 2966. Tore protesterer i ytring S5.7 ved å si ”Nei, men”, som en følge av at Ole sier ”2400 delt på” (S5.6), men da han ønsker å få en forklaring på hva det var Ole gjorde, får han bare til svar at lengden av taksperren er 2966 (S5.8).

Jeg på min side ønsker å forstå hvordan de tenkte når de løste oppgaven, og spør derfor hvordan de kom fram til svaret. Ole begynner med å fortelle at de tok 2400 og delte på cosinus (S5.16), men da bryter også Tore inn og vil ha svar på hvorfor Ole brukte tallet 2400. Som en forklaring til dette, peker Ole på bærende yttervegg, figur 5.20, men Tore protesterer ved å si at det ikke er det de skal regne på (S5.18-20). Ole viser imidlertid til notatene hvor de brukte tallet 2400 (S5.22) når de skulle bestemme lengden av taksperren, og denne størrelsen svarer til høyden på bærende yttervegg i begge disse situasjonene, og derfor mener han at de skal bruke 2400 i denne oppgaven også. Tallet 2400 finnes altså to steder i notatene, figur 5.20, både som summen av lengden på takutstikk og halve husbredden, og som høyde av bærende yttervegg, og av denne samtalen kommer det fram at Ole ikke har noe forhold til hvilken lengde de brukte for å bestemme lengden av taksperren. Han forsøker å oversette, men har en mistolkning av tallet 2400, noe som gjør at han ikke kommer i mål. Tore virker på sin side til å ha en sterkere oppfatning av hvilke tall som er relevante.

S5.23	Tore:	(Både Ole og Tore studerer notatene). Halve husbredden og takutstikket skal vi regne ut... Som blir... Hva er halve husbredden? ... Det var... 2700, var det ikke det da? (taster inn på kalkulatoren). Pluss_
S5.24	Ole:	åja, kødda... Så skal du plusse det med 300...
S5.25	Tore:	Plusse det med 300 (trykker samtidig inn på kalkulatoren)
S5.26	Ole:	*Nei,* 400, 400...
S5.27	Tore:	400 (endrer på kalkulatoren)... Og det er 3100, også tar vi å... (Ser på notatene, figur 5.20). Deler... Deler på cos 36 (bruker kalkulatoren)... 3831.

Tore og Ole kommer altså til slutt frem til riktig svar, og jeg vil her karakterisere språket som et sentralt medierende redskap. Av samtalen (S5.23-S5.27) kan man se at Tore med utgangspunkt i notatene har funnet ut at de må plusse sammen takutstikk (400 millimeter) og halve husbredden (2700), og dele dette på cosinus til 36. Med dette innser også Ole at han har gjort feil (S5.24). Tore oversetter steg for steg, ved at han først i ytring S5.23 konstaterer at de må beregne halve husbredden og takutstikket, før han forsøker å bestemme hva halve husbredden er i deres tilfelle. Videre kommer også Ole på banen og sier at takutstikket er 300, før han kommer på at det skal være 400 i denne situasjonen (S5.24-S5.26). Ved å dele summen av takutstikk og halve husbredden på cosinus til 36, finner Tore og Ole at lengden av taksperren er 3831 millimeter (S5.27), beregningene er gjengitt i figur 5.21.

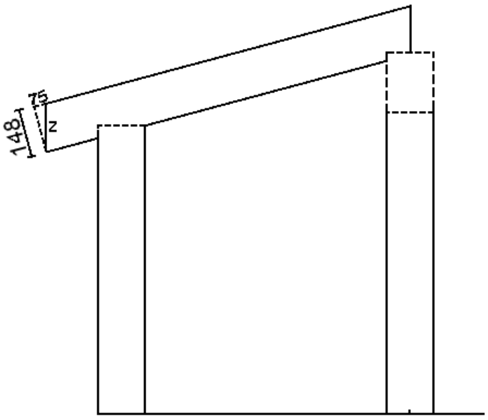


Figur 5.21: Tore og Ole sine beregninger knyttet til lengden av taksperren.

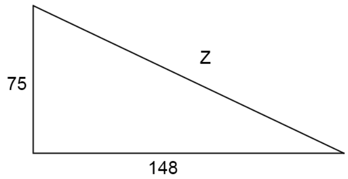
Allerede i ytring S5.3 viser Tore antydning til å stusse på at det er bjelken de skal bruke, og i ytring S5.5 viser han tegn til å ha en oppfatning av hvilke mål som er relevante, noe han viser med en gestikulering med hendene. Tore er ikke like fokusert som Ole på tallene, og fokuserer mer på hva de står for, og på denne måten klarer han å oversette fra gjennomgangen av hvordan de bestemte lengden av taksperren ved bruk av cosinus (delkapittel 5.1.2 Situasjon 2, notater gjengitt i figur 5.20), og til denne situasjonen. I ytring S5.23 kan man se at han vinner igjennom når han eksplisitt klarer å si at det er halve husbredden og takutstikket de skal benytte, og slik klarer han ved å bruke språket å skape en kobling mellom tegn og referansekontekst. Språket er ifølge Säljö (2001) vårt viktigste medierende redskap, og her kan man se at Tore benytter språket til å oversette fra gjennomgangen av hvordan man bestemmer lengden av en taksperre ved bruk av cosinus, og til denne situasjonen. Idet han klarer å sette navn på lengdene som inngår i regnestykket, altså halve husbredden og takutstikket, klarer de også å identifisere disse lengdene i denne nye situasjonen, og finner et tegn som samsvarer med denne referansekonteksten. Nå er det ikke lenger likegyldig hvilket tall som skal hvor, og dette bidrar til at de klarer å løse oppgaven. Språket er derfor et medierende redskap av operasjonell karakter, og ved å benytte språket klarer de å ta i bruk kunnskapen til å løse denne oppgaven. Man kan se at ved å fokusere på hva tallene representerer, vurderer Tore strategien til Ole, og ved bruke naturlig språk, klarer han å sette ord på og overbevise Ole om hva som er riktig strategi.

5.2.3 Situasjon 6

I kapittel 3, delkapittel 3.2.1, definerte jeg begrepet salingshakk, og denne situasjonen tar utgangspunkt i at klassen i oppgave 1 (vedlegg A) skal bestemme maksimal høyde på salingshakkene. Utfordringen i denne situasjonen består derfor i å bestemme lengden på loddkuttet, lengden merket z i figur 5.22. De har funnet ut at plankebredden er 148 millimeter, og i episode 1 i delkapittel 5.1.1 situasjon 1 bestemte de at de måtte måle tilbake 75 millimeter for å få til å tegne opp dette loddkuttet. De har derfor en rettvinklet trekant der katetene er kjent, figur 5.24, samtidig som de kjenner vinkelen mellom siden som utgjør loddkuttet og siden som utgjør plankebredden.



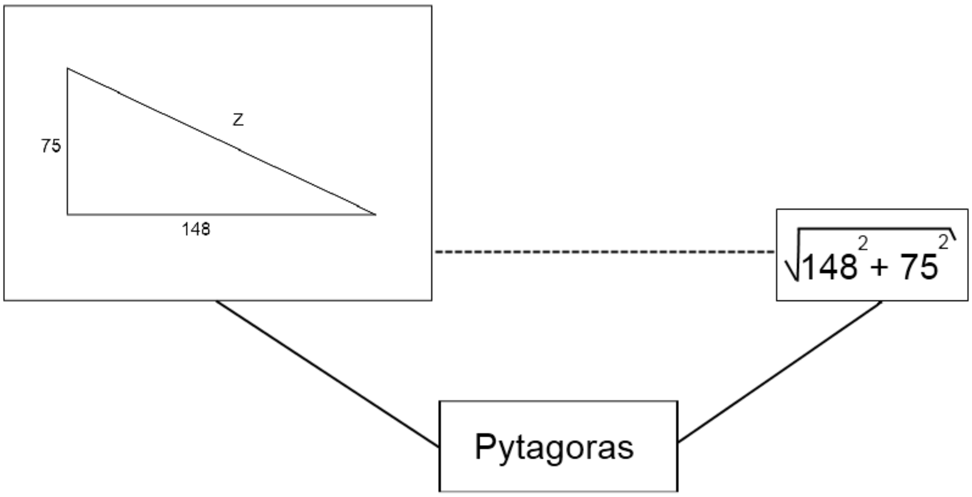
Figur 5.22: Skisse av taksperre der loddkuttet er markert med bokstaven z.



Figur 5.23: Trekant med angitte mål, der utfordringen består i å bestemme lengden av loddkuttet, z.

S6.1	Lærer:	Hvis vi ser på den her trekanten her da (peker på figur 5.7), da vet vi at den her ble 75 (erstatter x med tallet 75, Slik at trekanten blir lik figur 5.23)... Kanskje vi ikke trenger det tallet heller. Vi skal ha den lengden her da (marker hypotenusen i trekanten med z)... Espen?
S6.2	Espen:	Hæ?
S6.3	Lærer:	Vi skal ha denne lengden nå (drar hånden langs loddkuttet, figur 5.22)
S6.4	Tore:	Jeg fikk 166 millimeter...
S6.5	Lærer:	166 ja (drar hånden langs loddkuttet, figur 5.22), men hvordan regner vi ut det?
S6.6	Tore:	Pytagoras.
S6.7	Lærer:	Ja, *bra.*
S6.8	Tore:	Bare tar de i andre (peker på målene 75 og 148 på trekanten, figur 5.23)_

I dette tilfellet er skissen av taksperren representert ved en trekant som er lik den vi kjenner fra matematikkbøkene, figur 5.23, og utfordringen består i å bestemme lengden av loddkuttet, eller nærmere bestemt hypotenusen i denne trekanten. Ved å ta i bruk Pytagoras' setning, finner Tore at loddkuttet er 166 millimeter (S6.4). Han begynner å forklare ved å peke på målene til katetene, og si at han tok de i andre, men blir avbrutt (S6.8). Han blir avbrutt av læreren som vil vise hvordan man alternativt kan løse denne oppgaven ved bruk av cosinus. Likevel vil jeg her si at begrepet Pytagoras er et medierende redskap. Situasjonen kan beskrives ved hjelp av min modifiserte epistemologiske trekant, figur 5.24.

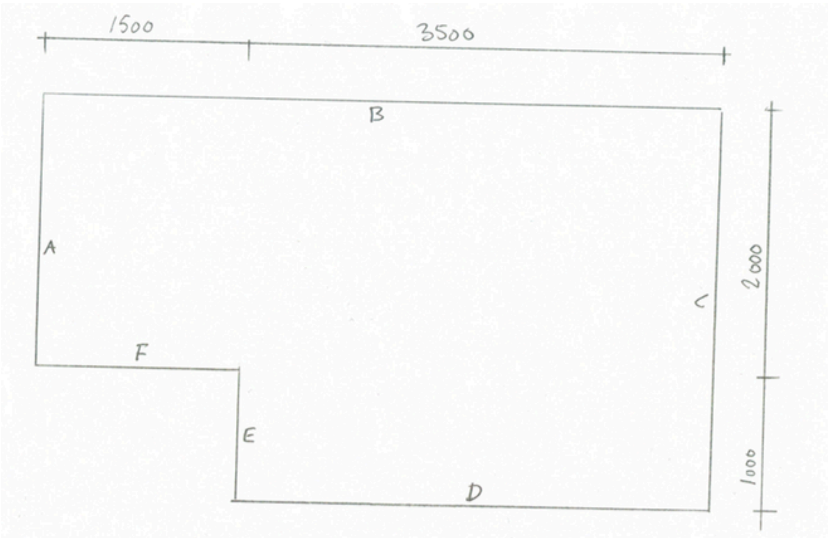


Figur 5.24: Epistemologisk trekant for bestemmelse av lengde på loddkutt.

Det intellektuelle redskapet Pytagoras er det som i denne situasjonen medierer mellom tegn og referansekontekst. Tore klarer å gjenkjenne at dette er en situasjon hvor han kan benytte Pytagoras' setning til å løse oppgaven, og på denne måten viser han fleksibilitet, og evnen til å anvende den matematiske kunnskapen i programfaget. Han kunne alternativt brukt cosinus til å løse denne oppgaven, men Tore velger i stedet å benytte Pytagoras, noe som etter min oppfatning tyder på at han føler seg tryggere på Pytagoras' setning, og at det er Pytagoras' setning som danner en kobling mellom tegnet og referansekonteksten. Lærer markerer målet 75 på den motstående kateten i trekanten, men påpeker samtidig at denne trolig ikke er nødvendig (S6.1). Man kan imidlertid se at det er nettopp denne informasjonen Tore drar nytte av. Han løser oppgaven effektivt og korrekt, og han viser at han er i stand til å forklare sin strategi.

5.2.4 Situasjon 7

Denne situasjonen tar utgangspunkt i Ole, Tore og Mats sitt arbeid med oppgaver knyttet til tømmermannskledning. De har fått en plantegning som består av i alt seks vegger, figur 5.25, og oppgaven går ut på at elevene skal vise alle nødvendige utregninger på alle veggene, det vil si utregningene som det er redegjort for i delkapittel 3.2.2. Tømmermannskledning er noe flere av elevene har jobbet med på byggeplassen, men lærer vil av hensyn til de elevene som ikke har gjort det, at de går igjennom de nødvendige beregningene tilknyttet *vegg* A i fellesskap. Etter denne gjennomgangen sitter elevene igjen med en mal for hvordan man beregner de forskjellige avstandene, når veggen består av to utvendige hjørner, det vil si at overliggerne danner hjørnet, altså lik *vegg A*, figur 5.25. Beregningene for *vegg A* er gjengitt i figur 5.26.



Figur 5.25: Plantegning i forbindelse med montering av tømmermannskledning på ei hytte.

Overligger forkortes: O.L

Underligger forkortes: U.L

Avstand fra hjørnet til første U.L:

Bredde O.L:	123
- Omlegget:	25
- Tykkelse O.L :	19
- Tykkelse U.L:	19
=	60

Ideell avstand:

Bredde U.L:	123
+ Bredde O.L:	123
- Omlegg × 2:	50
= Ideell avstand	196

Lengde til inndeling:

Vegglengde:	2000
- Avstand fra hj · 2:	120
- Bredde U.L:	123
=	1757

Antall bord:

$$\frac{\text{Lengde til inndeling: } 1757}{\text{Ideell avstand: } 196} = 8{,}9 \approx 9$$

Ny avstand:

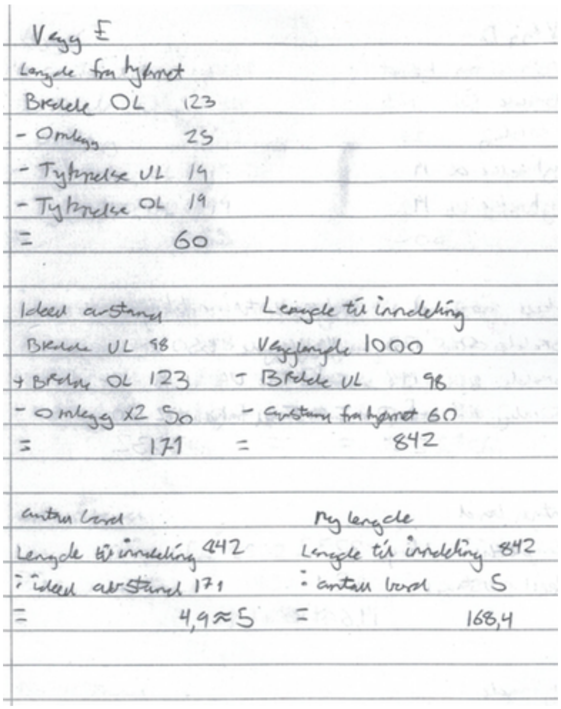
$$\frac{\text{Lengde til inndeling: } 1757}{\text{Antall bord: } 9} = 195{,}7$$

Figur 5.26: Gjengitte beregninger i forbindelse med montering av tømmermannskledning på *vegg A,* der overligger og underligger er av dimensjonen 19 ×123.

Av plantegningen kan man se at *vegg B, C, D* alle er lik *vegg A* ved at de består av to utvendige hjørner, og derfor kan elevene bruke beregningene på *vegg A* som mal, så lenge de sørger for å bruke riktig oppgitte dimensjon for overligger og underligger tilknyttet hver vegg, vedlegg E. Når de kommer til *vegg E* skjer det imidlertid en forandring, da denne veggen består av et innvendig og et utvendig hjørne, det vil si ett hjørne der underligger danner hjørnet, og ett hjørne der overligger danner hjørnet, og denne situasjonen tar utgangspunkt i en dialog mellom Tore og Mats i forbindelse med denne utfordringen.

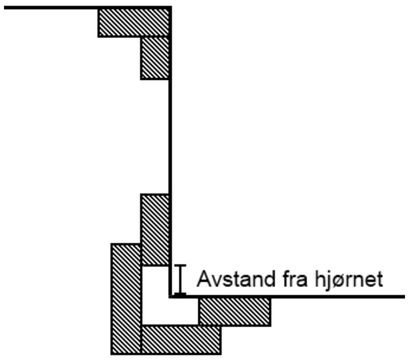
S7.1	Tore:	Da blir det annerledes da... Det blir annerledes på E...
S7.2	Mats:	Å?
S7.3	Tore:	For det blir ikke overliggerne som danner hjørnet nå, det blir underliggerne som danner hjørnet nå.
S7.4	Mats:	Ja, stemmer det...
S7.5	Tore:	Og der er det ikke noe omlegg...
S7.6	Mats:	Jo, omlegg er det jo likevel... Mener du lengde fra hjørnet du?
S7.7	Tore:	*Ja, ja*, lengde fra hjørnet ja.
S7.8	Mats:	Det blir jo fortsatt det på ene hjørnet_
S7.9	Tore:	Ene hjørnet ja, men du ganger det ikke med to liksom... Så avstand fra hjørnet (refererer til den første beregningen de skal gjøre)_
S7.10	Mats:	du gjør jo det samme da... Eller gjør vi ikke det?
S7.11	Tore:	Jo, vi gjør akkurat det samme da... Bare i stedet for å gange med to (peker på beregningen de gjorde for lengde til inndeling for *vegg A*, figur 5.26), så fra avstand til hjørnet blir det bare 60 (peker på beregningene for *vegg A* hvor avstanden fra hjørnet ble ganget med to i forbindelse med lengde til inndeling, og illustrerer nå at de bare har en slik lengde).
S7.12	Mats:	Ja, på den der ja (peker på beregningen for lengde til inndeling i forbindelse med *vegg A*). Men når vi regner ut avstanden til hjørnet, så gjør vi det samme?
S7.13	Tore:	Ja, det eneste som skjer er at den formelen her (peker på lengde til inndeling) blir uten gange to.

Tore kommenterer i ytring S7.1 at det blir annerledes for *vegg E,* siden det da er underliggerne som danner hjørnet, og ikke overliggerne som har vært tilfellet i beregningene de har gjort hittil. Tore forveksler det byggfaglige begrepet ”omlegg” (se delkapittel 3.2.1) med avstanden fra hjørnet, og når han sier at det ikke er noe omlegg (S7.5), mener han egentlig at det ikke er noen avstand fra hjørnet til første underligger. Mats poengterer imidlertid at de fortsatt må regne ut avstanden fra hjørnet på veggen til første underligger for et av hjørnene (S7.8), noe Tore er enig i, og trekker frem ved å peke på beregningen de gjorde i forbindelse med *vegg A*, at den eneste forskjellen nå er at de ikke trenger å gange med to for avstanden fra hjørnet i formelen for *lengde til inndeling* (S7.13), foruten om dette er beregningene de samme. Med dette som utgangspunkt gjennomfører Ole, Tore og Mats beregningene raskt, og Mats sine beregninger er gjengitt i figur 5.27.



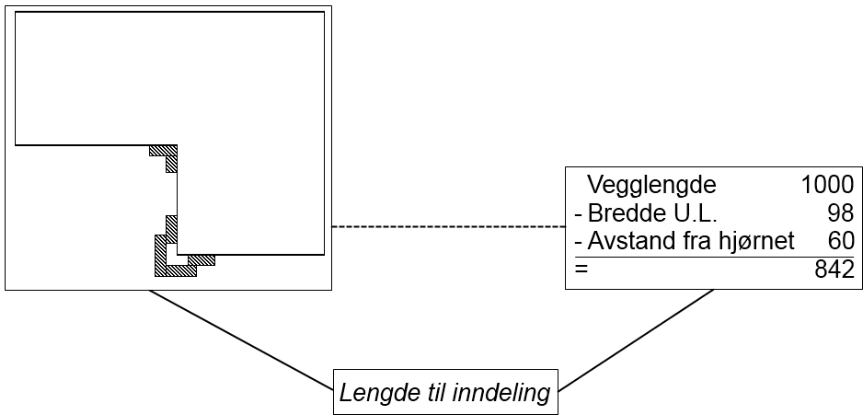
Figur 5.27: Mats sine beregninger i forbindelse med montering av tømmermannskledning på *vegg E,* der underligger er av dimensjon 19 × 98, og overligger er av dimensjonen 19 ×123.

Referansekonteksten her er tømmermannskledning på *vegg E*, en vegg som består av et innvendig og et utvendig hjørne, det vil si et hjørne der overliggerne danner hjørnet, og et hjørne der underliggerne danner hjørnet, illustrert i figur 5.28. Her benytter Tore og Mats sine byggfaglige kunnskaper om tømmermannskledning, sammen med sine matematiske kunnskaper til å utføre beregningene som er nødvendig for å montere tømmermannskledning på denne veggen. Her vil jeg si de byggfaglige utrykkene er sentrale medierende redskap. Ved å kjenne hva som for eksempel ligger i begrepet *lengde til inndeling*, altså lengden fra enden på første underligger til enden på siste underligger, klarer Tore og Mats å gjøre justeringer i beregningene som samsvarer med referansekonteksten. Tore illustrerer dette for meg ved å tegne opp en vegg med et utvendig og et innvendig hjørne, figur 5.28.



Figur 5.28: Gjengivelse av Tore sin skisse av vegg der overliggere danner utvendig hjørne, og underligger danner innvendig hjørne.

Der overligger danner hjørnet blir det en avstand fra enden av veggen til første underligger, markert med *avstand fra hjørnet* i figur 5.28, mens der hvor underliggerne danner hjørnet, er underligger plassert helt på enden av veggen, slik at det ikke blir noen avstand fra hjørnet der underligger danner hjørnet. Den eneste av beregningene dette påvirker er ifølge Tore og Mats *lengde til inndeling* (S7.10-S7.13), ved at man bare skal trekke fra *avstanden fra hjørnet* en gang, og ikke to som for veggene med to utvendige hjørner. Jeg vil forsøke å beskrive situasjonen ved hjelp av min modifiserte epistemologiske trekant, figur 5.29.

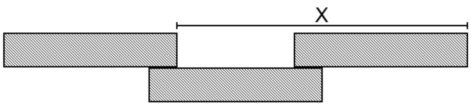


Figur 5.29: Epistemologisk trekant i forbindelse med montering av tømmermannskledning på *vegg E,* der overligger er av dimensjon 19 × 123, og underligger er av dimensjonen 19 ×98.

Det medierende redskapet i dette tilfellet, det som skaper en kobling mellom tegn og referansekontekst, er det byggfaglige uttrykket *lengde til inndeling,* og mer generelt språket. Ved å kjenne hva som ligger i uttrykket *lengde til inndeling*, klarer Tore og Mats å variere tegnet slik at det samsvarer med referansekonteksten. Matematikken besår hovedsakelig i å bruke de fire regneartene, men de er avhengige av å tolke situasjonen og justere kunnskapen i tråd med situasjonen, noe man her kan se at de behersker. De tilpasser seg situasjonen, og klarer samtidig å begrunne hvorfor det blir slik. Dette er i tråd med det Skemp (1976) omtaler som relasjonell forståelse, da elevene i tillegg til å vite hva de skal gjøre, også vet hvorfor.

5.2.5 Situasjon 8

Denne situasjonen er i likhet med forrige situasjon tilknyttet temaet tømmermannskledning. Tore, Ole og Mats hadde et høyt arbeidstempo mens de gjennomførte alle de nødvendige utregningene på veggene, og kommunikasjonen mellom de tre bestod hovedsakelig av at de sjekket om de fikk samme svar. I noen av beregningene benyttet de kalkulatoren, men i de fleste tilfellene regnet de i hodet. Jeg ble imidlertid nysgjerrig på om det var på grunn av at de benyttet malen, figur 5.26, at det gikk så fort og greit, eller om de kunne forklare hvordan man for eksempel finner *ideell avstand fra til over,* lengden fra enden på en underligger til enden på neste underligger, med utgangspunkt i en figur som lærer tegnet på tavla, figur 5.30.



Figur 5.30: Ideell avstand fra til over.

S8.1	Marthe:	Dersom dere ser på denne tegningen (legger figur 5.30 foran Ole, Tore og Mats), kan dere forklare den (sikter til hvordan man finner ideell avstand fra til over) ut i fra hvorfor det blir slik? Bare snu på arket så dere ser...
S8.2	Tore:	Jeg kommer ikke på noe å forklare jeg nå (smiler og rister på hodet).
S8.3	Marthe:	Det er underliggeren (peker på underligger i figur 5.30)_
S8.4	Ole:	jo, og det er overliggeren (peker på overligger i figur 5.30)
S8.5	Lærer:	Dere kan hente tre bordbiter, så kan dere forklare henne det...
S8.6	Tore:	Avstand derfra (peker på enden på første underligger) og dit (peker på enden på andre underligger), den er 221 (viser til verdien for ideell fra til over som de har beregnet).
S8.7	Mats:	Er det ikke underligger, pluss det mellomrommet da (peker på tomrommet mellom de to underliggerne, figur 5.30)?
S8.8	Tore:	Hva var det omlegg var igjen, var det de greiene her det (peker på området der underligger og overligger overlapper hverandre)?
S8.9	Lærer:	Ja...

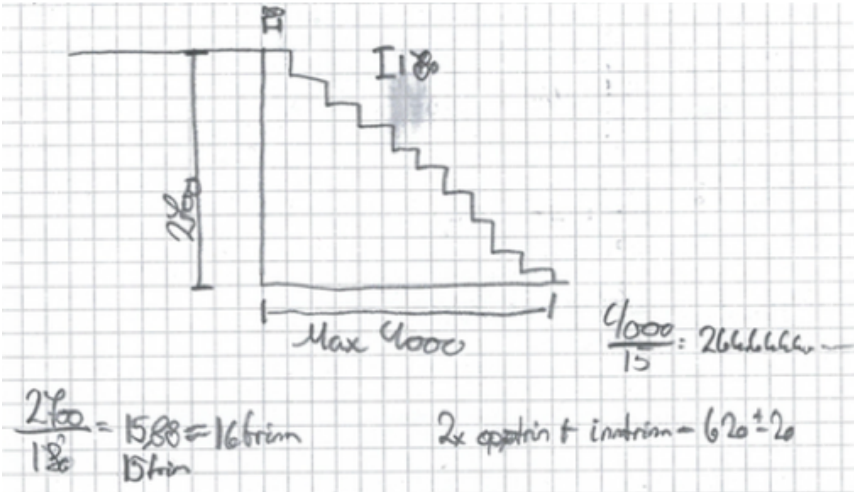
S8.10 Ole: Du tar bredden på den (peker på underliggeren), pluss den (peker på overligger), og minus det der (peker på de to omleggene).

Tore sier at han ikke kan komme på noe å forklare (S8.2), jeg peker da på det jeg mener er underliggeren og spør om dette stemmer, noe Ole kan bekrefte, før han viser at den planken som ligger oppå de to underliggerne er overliggeren (S8.4). Lærer har også kommet bort til Ole, Tore og Mats, og han tipser elevene om at det kanskje blir enklere å forklare om de henter tre bordbiter (tre små planker), og bruker det. Tore har på sin side identifisert den ideelle avstanden i figuren som lengde x, og sier at den er 221 (S8.6), noe de hadde regnet ut like før jeg brøt inn (S8.1). Mats spør så om det ikke er mellomrommet mellom de to underliggerne plusset med en underligger, noe som tyder på at også Mats har identifisert den aktuelle avstanden i figur 5.30, og setter ord på at denne lengden tilsvarer underliggeren pluss rommet mellom underliggerene (S8.7). Tore lurer på om omlegg var det området som underligger og overligger overlapper (S8.8), noe lærer kan bekrefte, og med dette klarer Ole å forklare at man finner ideell avstand fra til over ved å ta bredden på underligger pluss bredden på overligger, og så trekker man fra de to omleggene (S8.10).

Her vil jeg si figuren, figur 5.30, er referansekonteksten og tegnet er det Ole kommer fram til i ytring S8.10, altså bredde underligger pluss bredde overligger, minus omlegg gange to. De bruker språket til å hente ut informasjon fra figuren, og slik er språket et medierende redskap mellom tegnet og referansekonteksten. En kan her se at de tolker situasjonen, resonnerer, og bruker sine matematiske kunnskaper til å forklare hvordan man kan bestemme *ideell avstand fra til over*. Dette tyder etter min mening på at i tillegg til at de har prosedyrekunnskap, har de også kunnskap om hvorfor.

5.2.6 Situasjon 9

Denne situasjonen omhandler Ole, Tore og Mats sitt arbeid med oppgave 2, vedlegg G, samt et innspill fra Petter og Odin. Den autentiske referansekonteksten er bygging av rettløpstrapp, og de har fått oppgitt at høyden på trappa skal være 2700 millimeter, og at lengden ikke skal overstige 4000 millimeter. Oppgaven går så ut på å finne inntrinn og opptrinn som passer etter disse målene, samtidig som de må forholde seg til trappeformelen: $2 \text{ opptrinn} + 1 \text{ inntrinn} = 620 \pm 20$ (se delkapittel 3.2.3), der opptrinn kan variere mellom 160 og 190 millimeter. Tore, Ole og Mats begynner med å tegne opp en trapp, hvor de angir høyden og lengdebegrensningen, figur 5.31. Tore vil at de skal starte med å anta at opptrinnet er 170 millimeter, siden det er det som er mest vanlig.



Figur 5.31: Skisse av trapp med lengdebegrensning, og tilhørende beregninger.

S9.1	Tore:	Opptrinnet er kanskje 170 da, for det er sånn cirka ønsket, ikke sant? (mm, Ole og Mats nikker)... Og siden vi har det...
S9.2	Ole:	Så har du 4000 delt på 200_ 170, så finner du trinnene... Nei (rister på hodet), 2700 delt på 170.
S9.3	Tore:	Ja... (regner ut på kalkulatoren), det blir 15,88... 16 trinn da.
S9.4	Mats:	Antall trinn ble 15,88?
S9.5	Ole:	Ja. 16 trinn....
S9.6	Tore:	Da har jeg funnet ut det jeg da...
S9.7	Ole:	Hæ?
S9.8	Tore:	250, den veien (markerer inntrinn på skissen av trappa). 250. Da tar du bare lengden delt på antall trinn, blir det ikke slik da? Altså vi har...
S9.9	Ole:	Var det inntrinn vi fant ut nå?
S9.10	Tore:	Ja, eh..
S9.11	Mats:	Men hvordan blir det med den der 620_
S9.12	Tore:	620? 620 hva? (Ole og Mats mumler ikke hørbare ytringer). Ja, den formelen ja... Den hadde jeg glemt av jeg... (taster inn 170×2 + 250, som er det inntrinnet og opptrinnet som de har funnet)...

Tore ønsker at de skal bruke at trappa har et opptrinn på 170, siden det er det som er ønskelig (S9.1). De begynner derfor med dette som utgangspunkt, og Ole sier i ytring S9.2 at ved å dele 2700 (høyden på trappa) på 170 (opptrinn), så finner de antall trinn, og Tore finner at de har en trapp med 16 trinn, da 2700 delt på 170 gir 15,88 (S9.3). 15,88 trinn er ikke realistisk, så her vil jeg si at de bruker sine kunnskaper knyttet til byggefaget når de runder opp til nærmeste hele. I ytring S9.6 kunngjør Tore at han har løst problemet. Han har funnet ut at inntrinnet må være 250, ved å dele lengden på antall trinn (S9.8). Ved å dele 4000, som er maks lengde på trappa, på antall trinn, som er 16, fant Tore at hvert trinn må ha en lengde på 250, altså at inntrinnet er 250. Her bruker Tore sine byggfaglige kunnskaper sammen med sine matematiske kunnskaper, til å avgjøre lengden på inntrinnet. Men Mats lurer på om Tore har husket å ta hensyn til det han omtaler som "det der 620" (S9.11), altså trappeformelen. Tore innrømmer å ha glemt å ta hensyn til trappeformelen (S9.12), og når han fyller inn inntrinn på 170 og opptrinn på 250 i trappeformelen og regner ut på kalkulatoren blir det stille. $170 \times 2 + 250 = 590$, altså passer ikke dette inn i trappeformelen. For å få det til å passe inn i formelen, må de derfor gjøre noen endringer.

S9.13	Tore:	Vi kan ha 250 der (peker på inntrinn på skissen av trappa), også må vi ha annet opptrinn (Ole nikker)... Vi kan ha... 180 (peker på opptrinn). Så 180 gange 2 pluss 250 (regner ut på kalkulatoren), jeg fikk 610... 610 funker greit ja (ser på lærer)...
S9.14	Lærer:	Hva er det du sier nå?
S9.15	Tore:	610... Det funker ja?
S9.16	Lærer:	Ja, det er innenfor det, for 620 ± 20, da er det fra 600 til 640.

Ved å justere opp opptrinnet, men beholde inntrinnet, finner de at et opptrinn på 180 og et inntrinn på 250 tilfredsstiller trappeformelen, da $180 \times 2 + 250 = 610$,
henholdsvis 180 og 250. I følgende dialog forklarer Ole og Tore hvordan de tenkte underveis.

S9.17	Marthe:	Kan jeg spørre hvordan dere tenkte, når dere begynte? Begynte dere å finne antall trinn dere ville ha, eller begynte dere_
S9.18	Ole:	vi begynte med å finne opptrinnet og trinnene_
S9.19	Tore:	vi tok hva vi ville ha, altså opptrinnet... Alt fra 160-190, og da kunne vi bare ta det vi ville. Vi startet med 170, men det ble for kort, siden vi i formelen vi skrev opp, så at det blir 620 ± 20, altså alt fra 600 til 640... Hvis vi brukte den formelen på 170, så fikk vi 590, og det blir for lite...

På spørsmål om hvordan de tenkte når de begynte (S9.17), forteller Ole at de begynte med å bestemme opptrinnet og trinnene (S9.18), før han blir avbrutt av Tore som forteller at de tok det opptrinnet som de ønsket (S9.19). Opptrinnet kunne være mellom 160 og 190 millimeter, og de startet med 170 (S9.19), med bakgrunn i at det er det som er ønsket (S9.1). Tore forteller imidlertid at dette ble for kort, da det ikke tilsvarte trappeformelen (S9.19). Istedenfor 620 pluss/minus 20, så fikk de 590. Jeg tolker det som at han sikter til da de brukte et inntrinn på 250 millimeter, siden det var da de fikk at inntrinn x 2 + opptrinn var lik 590, som er for lite i forhold til kravet. For å tilfredsstille trappeformelen ønsker Tore å justere opp opptrinnet S9.13/S9.19, noe som etter min oppfatning er et matematisk resonnement, da lengdebegrensningen på trappa hindrer dem i å justere opp lengden på inntrinnene så lenge de opererer med 16 trappetrinn. Et opptrinn på 180 millimeter og inntrinn på 250 millimeter tilfredsstiller ifølge Tore trappeformelen, men det de imidlertid har glemt er at når de justerer opptrinnet, så vil dette påvirke antall trappetrinn.

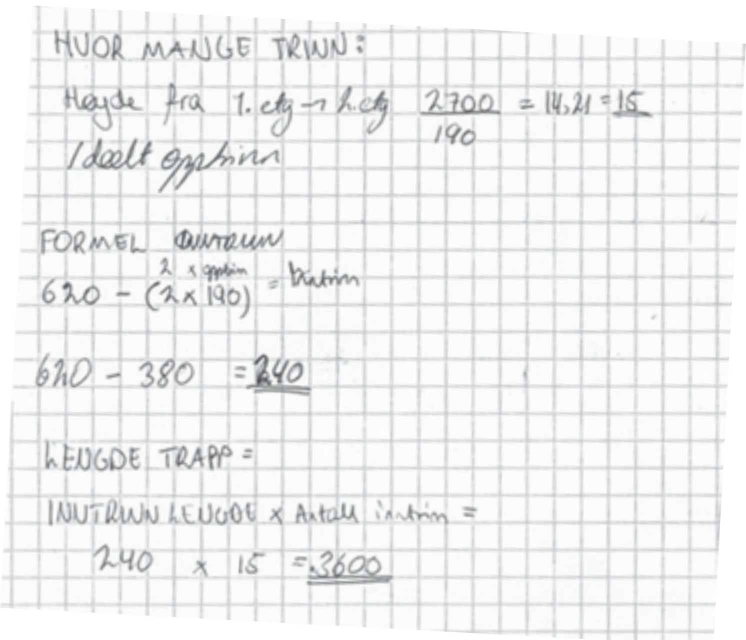
S9.20	Tore:	*Vent...* Vi har fått feil... Det er ikke 16 trinn, det er 15 trinn...
S9.21	Ole:	15,88?
S9.22	Tore:	Nei, for det ble regnet ut med 170... Så det blir 15 bare... Den der skulle være 180 (erstatter 170 i regnestykket for å finne antall trinn med 180, altså $\frac{2700}{180}$), og da ble det 15 trinn. Da blir det også 4000 delt på 15 (regner ut på kalkulatoren), 266...
S9.23	Ole:	Hvor da?
S9.24	Tore:	Den der (peker på inntrinnet på skissen av trappa, og markerer denne med 266). Vent, jeg skal bare prøve (begynner å trykke på kalkulatoren, 180×2 +266 = 626)...
S9.25	Ole:	Bare prøv du (Ole og Mats snakker med andre medelever i ca. 16 sekunder)
S9.26	Tore:	Ja, da har jeg prøvd 266, så det funker... Så 266 på... inntrinn.

Tore sitter og noterer resultatene, da han oppdager at de ikke har tatt hensyn til at antallet trappetrinn påvirkes av høyden på opptrinnet (S9.20). Ved å dele 2700 på 170 fikk de at antall trappetrinn skulle være 16 (S9.2-S9.3), men når de har et opptrinn på 180, må de istedenfor å dele på 170, dele på 180 og når de gjør det (S9.22), da får de at antall trappetrinn er 15 (S9.22). Dersom de da skal utnytte maksbegrensingen på trappa, kan de utvide lengden på inntrinnet, og maks lengde for inntrinn finner de ved å dele 4000 på antall trappetrinn (S9.22). Av dette finner Tore at maksimalt inntrinn er 266, og når de setter inntrinn lik 266 og opptrinn lik 180 inn i trappeformelen, får han 626 som svar, altså er 180 og 266 et opptrinn og inntrinn som passer til disse målene.

På mange måter kan det virke som at de prøver seg fram til å finne et opptrinn og inntrinn som passer til referansekonteksten, som jeg her vil si at er planlegging av rettløpstrapp med lengdebegrensning på 4000 og høyde på 2700. Imidlertid kan man se at de vurderer og gjør justeringer underveis. For eksempel skjønner Tore at de må justere opp opptrinnet når trappeformelen gir for lav verdi, og man har en lengdebegrensing. Han bruker sin matematiske kompetanse og kunnskaper om formelberegning, som jeg vil kalle et intellektuelt medierende redskap. Dette er i bunn og grunn det som jeg fra matematikken vil karakterisere som en problemløsningsoppgave, og ved å bruke sin matematiske kompetanse, kommer de fram til en løsning. Petter og Odin bruker litt mer tid på å analysere oppgaven før de setter i gang, og bestemmer inntrinnet til å være 190, basert på følgende argument:

S9.27 Petter: Vi tenkte.... Vi tenkte at at desto større opptrinnet er, jo kortere blir trappa...

Petter og Odin bruker sin matematiske kompetanse knyttet til formelberegning til å analysere problemet, og velger det høyeste opptrinnet de kan ha, nemlig 190, fordi da blir trappa kortest. De bestemmer så antall trappetrinn, før de bestemmer at inntrinnet er 240 millimeter ved å behandle trappeformelen som en ligning ved å sette inn opptrinn i formelen og løse for inntrinn. I figur 5.32 er Petter og Odin sine beregninger gjengitt.



Figur 5.32: Petter og Odin sine beregninger i forbindelse med bestemmelse av inntrinn og opptrinn av trapp med lengdebegrensning.

Slik jeg tolker det, bruker Tore samme resonnement som Petter (S9.27) når han sier at de må ha et høyere opptrinn (9.13/S9.19), da desto større opptrinn de velger, desto kortere blir lengden på trappa. Dermed kan man se at når dette intellektuelle medierende redskapet, som jeg har valgt å omtale som formelberegning, er av operasjonell karakter, klarer elevene å analysere situasjonen, samtidig som de er i stand til å gjøre endringer og justeringer etter behov. Samtidig kan man se at de begrunner, forklarer og argumenter og på denne måten klarer de å løse oppgaven. Jeg vil sammenligne disse konsekvensene som kan observeres med det Skemp (1976) omtaler som relasjonell forståelse, da det her ikke er nok å utføre prosedyrer, men de må også forstå tankene bak prosedyrene. De velger en strategi basert på situasjonen.

6 Avsluttende drøftinger

Jeg vil i denne delen diskutere funn fra analysen. Jeg vil begynne med en diskusjon av mine funn opp mot mitt andre forskningsspørsmål, samtidig som jeg vil bruke mine funn til å komme med en perspektivering, altså vil jeg sette mine funn inn i en større sammenheng. Til slutt vil jeg ta et tilbakeblikk på studien, før jeg diskuterer videre muligheter.

6.1 Diskusjon og perspektivering

Jensen (2016) trekker i sin artikkel fram at det er forskjell på elevenes rolle under konstruksjon av kompetanse i matematikkfaget og på yrkesfaget Bygg- og anleggsteknikk. Fra min analyse kommer det imidlertid også fram at det er forskjell på elevenes rolle innad i programfaget. I forbindelse med oppgavene som er knyttet til trigonometri, som er et nytt tema for elevene, er det i stor grad læreren som en ekstern autoritet som forfatter kunnskapen (Povey, 1999). Dette kommer til uttrykk i situasjon 1-3 i analysen gjennom at elevene er passive og mottar et redskap som de kan benytte for å løse oppgavene. De har ikke selv noe eierskap til kunnskapen, men følger en oppskrift som læreren har gitt dem. I situasjon 4-9 kan man på den annen side se at elevene er langt mer aktive og frigjorte i deres arbeid med oppgaver. Dette kommer spesielt godt til uttrykk i situasjon 4 og 6, hvor elevene velger en annen strategi enn hva læreren kanskje hadde forventet. Da de skulle tegne opp for å kunne kappe loddkutt på taksperren, situasjon 4, valgte nemlig Ole og Tore å omgå problemstillingen knyttet til å bruke tangensfunksjonen ved å ta i bruk gradskiven som et medierende redskap. Dette valget var spesielt interessant med tanke på at de da befant seg i den autentiske referansekonteksten for konstruksjon av taksperrer, mens de i klasserommet opererte på mer abstrakte figurer som representerte denne autentiske referansekonteksten. I situasjon 6 valgte Tore å bruke Pytagoras' læresetning, selv om lærer la opp til å løse oppgaven ved bruk av den trigonometriske funksjonen cosinus. Disse situasjonene preges av at elevene selv forfatter kunnskapen, og i motsetning til i de lærerstyrte situasjonene bruker elevene da matematiske operasjoner som gir mening for dem, og de fremstår som langt mer aktive, kreative og utprøvende. I tillegg kan man se at de på bakgrunn av situasjonene de er i, velger passende redskaper som de er i stand til å operere med.

Etter hvordan de medierende redskapene fungerer, har jeg karakterisert dem som enten operasjonelle eller instrumentelle, og det er en klar sammenheng mellom hvem det er som forfatter kunnskapen, og karakteren til de medierende redskapene. I situasjonene der elevene selv forfatter kunnskapen, er de medierende redskapene av operasjonell karakter. Elevene er da fleksible, og klarer å gjenkjenne situasjoner hvor de kan benytte kunnskapen. I situasjon 6 gjenkjente for eksempel Tore at han kunne bruke Pytagoras' læresetning for å løse oppgaven, og det intellektuelle redskapet Pytagoras' læresetning medierte mellom referansekonteksten og tegnet. Jeg tolker det som at Tore klarer å overføre matematiske kunnskaper fra matematikkfaget til programfaget for å løse oppgaven. Fra ytterligere situasjoner, for eksempel 7, 8 og 9, kommer det også frem at de i større grad er i stand til å analysere problemene, tilpasse kunnskapen, resonnere og argumentere i forbindelse med oppgaveløsingen, og begrunne og vurdere resultatene. De aksepterer ikke svarene før de gir mening, og i situasjon 5 kan man for eksempel se at Tore bruker språket for å skape mening med det de gjør. Gjennom å bruke språket, klarer han å oversette fra lærerens gjennomgang til en ny situasjon med tilnærmet lik referansekontekst, og på den måten viser han fleksibilitet. Säljö (2001) trekker fram språket som vårt viktigste medierende redskap, og det er måten Tore bruker språket på som gjør det til et medierende redskap av operasjonell karakter.

I motsetning til de elevstyrte situasjonene, er de lærerstyrte situasjonene, situasjon 1-3, preget av at de medierende redskapene er av instrumentell karakter. Dette innebærer, som det blir utdypet i analysen, at elevene er lite tilpasningsdyktige når konteksten endres, og de trenger en ny oppskrift når situasjonen forandres. De kan utføre prosedyrer, men analyserer i liten grad situasjonene, samtidig som de ikke er i stand til å vurdere resultatene. Alle disse situasjonene er tilknyttet de trigonometriske funksjonene. De trigonometriske funksjonene er ikke en del av læreplanen i skolefaget matematikk, hverken på grunnskolen, eller i kurset 1P-Y som er det matematikkurset denne klassen følger. På tross av dette har de en sentral rolle på Bygg- og anleggsteknikk, og læreren ga derfor elevene oppskrifter på hvordan de kunne bestemme ulike mål og vinkler ved bruk av de trigonometriske funksjonene. Fra analysen kan man se at kalkulatoren her var et sentralt redskap, og at elevene syntes å koble de trigonometriske funksjonene til en knapp på kalkulatoren, noe som samsvarer med Utvik (2012) sine funn. Dette vil jeg si at jeg fikk bekreftet av Petter i en intervjusamtale:

Petter: Jeg forstår mer av hvordan man får regnet det ut i Pytagoras da, for trigonometri er jo bare en tast på kalkulatoren det, så du vet jo ikke noe hva du ganger med eller nå...

Petter uttrykker her at han føler at han har bedre forståelse av Pytagoras, da trigonometri for han bare er en tast på kalkulatoren, og ved at han sier at man ikke vet hva han ganger med, tolker jeg det som at han kobler trigonometri til multiplikasjon. Denne oppfattelsen samsvarer eksempelvis med hvordan de ble presentert for den inverse funksjonen til tangens i situasjon 3, der $\mathrm{INV.TAN}$ fremstod som noe $\frac{A}{B}$ skulle multipliseres med, ”$\frac{A}{B} \times \mathrm{INV.TAN}$”. Som Säljö (2001) påpeker er det ofte tilfelle for vellykkede artefakter at den underliggende teknikken er usynlig, og at man uten selv å ha forståelse for begrepene og prosedyrene som ligger bak kan bruke kalkulatoren til å løse oppgaver. Derfor er det kanskje lett å la ansvaret for denne opplæringen ligge hos programfaglæreren. Mine resultater viser imidlertid at dette er uheldig, da elevene ikke var spesielt komfortable med de trigonometriske funksjonene, og at det var i begrenset grad at de klarte å anvende denne kunnskapen i arbeidet med byggfaglige oppgaver. Sammenlignet med de andre situasjonene hvor det medierende redskapet var av operasjonell karakter, mangler elevene her evne til fleksibilitet, og de utfører prosedyrer uten å klare å sette resultatene i en sammenheng. Dette samsvarer med kjennetegnene på det Skemp (1976) omtaler som instrumentell forståelse, samtidig som mine kjennetegn på det jeg har omtalt som operasjonell karakter tilsvarer kjennetegn ved det Skemp (1976) kaller relasjonell forståelse.

Fra analysen kan man se en klar forskjell på hvordan elevene i større grad er i stand til å anvende den matematiske kunnskapen som de har lært i matematikkfaget operasjonelt, i forhold til de trigonometriske funksjonene som de har sitt første møte med i programfaget. Jeg tolker det som at det skjer en overføring av kunnskaper mellom matematikkfaget og programfaget, og mine funn tilsier derfor at overføring fungerer. Dermed kan man kanskje si at mine funn ikke støtter opp om Carraher og Schliemann (2002) sitt kritiske syn på overføring. Med utgangspunkt i dette, og at trigonometri er en så sentral del av utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk, vil jeg derfor argumentere for at trigonometri bør tas inn i matematikkfaget som disse elevene følger. Dette er kunnskap som er helt sentral i yrkesfaget Bygg- og anleggsteknikk, og det å ta trigonometri inn i matematikkfaget ville gitt elevene muligheten til å bli mer fortrolig med stoffet. Samtidig hadde de som Ole påpeker i en intervjusamtale vært bedre forberedt til programfagtimene:

Ole: Vi hadde vært mer forberedt til timene da... Hvis vi hadde hørt om det så hadde vi sluppet å begynne helt fra grunnen av...

Siden trigonometri ikke er en del av matematikkfaget, må de som Ole påpeker ”begynne helt fra grunnen av” i Programfaget. Dette ser ut til å resultere i at byggfaglærer gir elevene oppskrifter som de kan følge for å finne løsninger på byggfaglige oppgaver. Matematikkfaget er på sin side en arena der de trigonometriske funksjonene kunne blitt knyttet opp mot kunnskap som elevene skal ha fra før. Trigonometri kan for eksempel kobles opp mot formlikhet innenfor Geometri, og stigningstall innenfor Funksjonslære. På denne måten ville det bli lagt til rette for at elevene skal kunne danne begrepskunnskap (Hiebert & Lefevre, 1986), noe som vil kunne bidra til at elevene kan anvende kunnskapen mer fleksibelt. Dette anser jeg som en viktig del av å gjøre matematikkfaget mer relevant for denne elevgruppen, altså det å skape en bedre kobling mellom matematikkfaget og utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk.

6.2 Tilbakeblikk på studien og videre muligheter

6.2.1 Kritisk tilbakeblikk på studien

For å belyse mine forskningsspørsmål har jeg benyttet casestudien som en kvalitativ tilnærming med observasjon og intervju som metode for å undersøke hvordan matematikk blir brukt i programfaget Produksjon på utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk. Observasjon som metode har etter min oppfatning bidratt til å belyse mine forskningsspørsmål, og slik bidratt til en dypere forståelse av hvilke matematiske ressurser som benyttes i undervisningssituasjoner på utdanningsprogrammet, samt hvordan elevene er i stand til å anvende matematisk kunnskap i arbeidet med byggfaglige oppgaver. Ved å kunne se videoopptakene i sammenheng med elevenes skriftlige arbeid, opplever jeg at jeg fikk dannet meg et helhetlig inntrykk av Tore, Ole og Mats sitt arbeid. Jeg samlet også inn elevbesvarelsene til Petter, Odin og Jens for å få et bredere perspektiv, men disse besvarelsene alene ga dessverre ikke så mye. Elevbesvarelsene ga mest når de ble sett i sammenheng med videoopptakene, fordi jeg da fikk innsyn i elevenes diskusjoner i forbindelse med oppgavene, og på den måten fikk jeg et bedre innblikk i deres tanker og fremgangsmåter. Alternativt kunne jeg for eksempel også ha satt opp et kamera ved denne gruppen, for å kunne fange opp deres arbeid og diskusjoner rundt oppgavene.

Resultatene fra intervjuene var i motsetning til observasjonsdataene mindre interessante i forhold til mine forskningsspørsmål. Likevel har de støttet opp om funn jeg har gjort i analysen. Kanskje kunne det vært fordelaktig å gjennomføre intervjuene på et senere tidspunkt, slik at jeg hadde fått bedre tid til å tilpasse og utforme intervjuguidene. I intervjuguidene var jeg bevisst på å lage åpne og ikke-ledende spørsmål, men det å stille gode oppfølgingsspørsmål for ikke å påvirke forskningsdeltakerne, er ikke alltid like lett. Dette opplevde jeg også under observasjonene av elevenes arbeid. Jeg var opptatt av å i så liten grad som mulig påvirke forskningsdeltakerne, for å oppnå et så korrekt bilde som mulig. Derfor passet jeg på å ikke gripe inn i når de diskuterte seg i mellom, eller stille ledende spørsmål. På tross av dette finnes det eksempler på at jeg som deltakende observatør kan ha påvirket situasjonen, for eksempel ved å stille spørsmål som kan ha innvirket på elevenes fremgangsmåte. For eksempel stilte jeg følgende spørsmål til Ole, Tore og Mats i situasjon 9:

S9.17	Marthe:	Kan jeg spørre hvordan dere tenkte, når dere begynte? Begynte dere å finne antall trinn dere ville ha, eller begynte dere_

I dette tilfellet hadde Ole, Tore og Mats glemt å finne antall trappetrinn i etterkant av at de endret opptrinnet på trappa. Dermed kunne dette spørsmålet ha fått dem til å tenke over fremgangsmåten sin. Slike spørsmål kan ha påvirket studiens avhengighet, men ved å være ærlig og grundig gjennom hele prosessen, samt presentere store mengder data som underbygger mine tolkninger, vil jeg likevel si at denne studien er pålitelig.

6.2.2 Videre forskning

Underveis og i etterkant av denne studien har det dukket opp ideer til videre forskning. Mine resultater viser at elevene i større grad er i stand til å anvende den matematiske kunnskapen som de har lært i matematikkfaget operasjonelt, i forhold til de trigonometriske funksjonene som de har sitt første møte med i programfaget. Det hadde derfor vært interessant å undersøke dette nærmere, for eksempel ville det vært spennende å undervise i trigonometri i matematikkfaget, for så å på nytt gått inn i programfaget og undersøkt i hvilken grad elevene er i stand til å anvende denne matematiske kunnskapen i arbeidet med byggfaglige oppgaver. Samtidig er denne studien tilknyttet programfaget Produksjon for utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk. I en utvidelse hadde det vært interessant å følge en elevgruppe på flere arenaer, for eksempel det andre programfaget for Bygg- og anleggsteknikk, det vil si Tegning og bransjelære, men også i praksis på en byggeplass og i matematikkfaget. Dette ville for eksempel vært interessant med tanke på å kunne se en sammenheng med hvordan matematikkunnskap kan overføres til programfaget og videre ut i praksis, og dermed relevant for å skape en bedre kobling mellom matematikkfaget og det yrkesfaglige utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk.

Litteraturliste

Adams, R. A., & Essex, C. (2010). *Calculus a complete course* (7. utg.). Toronto, Ontario: Pearson Canada Inc.

Bergem, O. K., Goodchild, S., Henriksen, E. K, Kolstø, S. D., Nortvedt, G. A., Reikerås, E., & Bøe, M. V. (2014). *Realfag: Relevante – engasjerende – attraktive – lærerike. Rapport fra ekspertgruppa for realfagene.* Oslo: Kunnskapsdepartementet.

Boaler, J., & Greeno, J. G. (2000). Identity, agency, and knowing in mathematics worlds. I J. Boaler (red.), *Multiple Perspectives on mathematics teaching and learning: International perspectives on mathematics education.* (s. 171-200). London: Ablex Publishing.

Carraher, D., & Schliemann, A.D. (2002). The transfer dilemma. *The journal of the learning sciences,* 11(1), s. 1-24.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research methods in education* (7. utg.). Abingdon, Oxon: Routledge.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61,* 103-131.

Dysthe, O. (2001). Sosiokulturelle teoriperspektiv på kunnskap og læring. I O. Dysthe (red.), *Dialog, samspel og læring* (s. 33-72). Oslo: Abstrakt forlag as.

Guba, E. G. (1981). Criteria for assessing the trustworthiness of naturalistic inquiries. *Educational Communication and Technology,* 75-91.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and prodecural knowledge in mathematics: An introductory analysis. I J. Hiebert (red.), *Conceptual and prodecural knowledge: The case of mathematics* (s. 1-27). Hillsdale, NJ: L Erlbaum Associates.

Jensen, C. B. (2016). Ways of constructing competence. The cases of 'mathematics' and 'building and construction'. Paper presentert ved MADIF 10 i Karlstad, 26.-27. januar 2016. Hentet fra http://ncm.gu.se/media/madif10/madif_008_bauck_jensen.pdf

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Oslo: Gyldendal Norske Forlag.

NESH – Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora. (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi.* Hentet 15. mai 2016, fra: https://www.etikkom.no/forskningsetiske-retningslinjer/Samfunnsvitenskap-jus-og-humaniora/

Nilssen, V. (2012). *Analyse i kvalitative studier: Den skrivende forskeren.* Oslo: Universitetsforlaget.

Norges byggforskinstitutt (2004). *Taksperrer av tre.* Byggforskserien 525.814. Oslo: Forfatteren.

Ogden, C. K., & Richards, I.A. (1949). *The meaning of meaning: A study of the influence of language upon thought and the science of symbolism* (10.utg.). London: Routledge & Kegan Paul Lfd. (1. utg. Utgitt i 1923)

Peirce, C. S. (1998) *The essential Peirce. Selected philosophical writings. Vol. 2 (1893-1913).* Bloomington, IN: Indiania University Press.

Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode: En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Povey, H., Burton, L., Angier, C., & Boylan, M. (1999). Learners as authors in the mathematics classrom. In L. Burton (Ed.), *Learning mathematics: From hierarchies to networks* (s. 232-245). London: Falmer Press

Regjeringen (2015). *Yrkesfagløftet.* Hentet: 06.april 2016, fra: https://www.regjeringen.no /no/om-regjeringa/solberg/Regjeringens-satsingsomrader/Regjeringens-satsingsomrader /kunnskap-gir-muligheter-for-alle1/Yrkesfagloftet/id753135/

Robson, C. (2011). *Real world research* (3. Utg.). Chichester: John Wiley & Sons Ltd

SINTEF Byggforsk (2011). *Stående trekledning.* Byggforskserien 542.101. Oslo: Forfatteren.

SINTEF Byggforsk (2015). *Utforming av trapper.* Byggforskserien 324.301. Oslo: Forfatteren.

Skemp, R. R. (1976) Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching,* 77, 20-26.

Stake, R. E. (1995). *The art of case study research.* Thousand Oaks, CA: SAGE Publications

Steinbring, H. (2005). *The construction of new mathematical knowledge in classrom interaction. An epistemological perspective.* New York: Springer.

Steinbring, H. (2006). What makes a sign a mathematical sign? – An epistemological perspective on mathematical interaction. *Educational Studies in Mathematics, 61*, 133-162.

Store norske leksikon. (2009). *Møne*. Hentet 27. april 2016 fra: https://snl.no/m%C3%B8ne

Sundtjønn, T. (2013). Students' discussions on a workplace related task. Ubuz, B., Çiğdem, Haser., & Mariotti, M.A. (red.), *Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (s. 1117-1126). Antalya: European Society for Research in Mathematics Education. Hentet fra http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/doc/CERME8/CERME8_2013_Proceedings.pdf

Säljö, R. (2001). *Læring i praksis: Et sosiokulturelt perspektiv.* Oslo: Cappelen akademiske forlag.

Säljö, R. (2006). *Læring og kulturelle redskaper: Om læreprosesser og den kollektive hukommelsen.* Oslo: Cappelen akademiske forlag.

Utdanningsdirektoratet. (2006). *Læreplanen i felles programfag i vg1 bygg- og anleggsteknikk.* Hentet 30. mai fra: http://www.udir.no/kl06/BAT1-01

Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læreplanen i matematikk fellesfag.* Hentet 30. mai 2016, fra: http://www.udir.no/kl06/MAT1-04

Utdanningsdirektoratet. (2014). *FYR – Fellesfag, yrkesretting og relevans*. Hentet 06. april 2016, fra: http://www.udir.no/Spesielt-for/Fag-og-yrkesopplaring/FYR/

Utdanningsdirektoratet. (Udatert). *Bygg- og anleggsteknikk.* Hentet 30. mai 2016, fra: http://www.udir.no/kl06/BABAT1----

Utvik, L. W. (2012). Matematikk i programfaget Tegning og bransjelære for utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk. Masteroppgave, Institutt for matematiske fag, NTNU, Trondheim.

Venema, G. A. (2012). *Foundations of geometry.* (2.utg.). Boston: Pearson Education.

Yin, R. K. (2009). *Case study research: Design and methods* (4. utg.). Thousand Oaks, CA: SAGE Publications.

Vedlegg

Vedlegg A

Arbeidsoppgave Produksjon Taksperrer av tre

Oppgave 1

Du skal planlegge bygging av taket på et hus, og du har følgende forutsetninger:

Lengde på huset er: 6000mm

Bredde på huset er: 4200mm

Høyde på bærende yttervegg:2400mm

Takvinkel 27 grader

Taket skal bygges som et sperretak av konstruksjonsvirke

Mønebjelke har en bredde på 140mm

Snølast 4,5kn/m2

Tegn et snitt av gavlveggen som viser høyde på midtopplegg.

Finn minste tillatte dimensjon på sperrene.

Tegn et snitt av taksperrene med alle nødvendige mål.

Sett opp en material liste for taksperrene.

Vedlegg B

Arbeidsoppgave Produksjon Taksperrer av tre

Oppgave 2

Du skal planlegge bygging av taket på et hus, og du har følgende forutsetninger:

Lengde på huset er: 6000mm

Bredde på huset er: 5400mm

Høyde på bærende yttervegg:2400mm

Takvinkel 36 grader

Takutstikk 400mm

Taket skal bygges som et sperretak av konstruksjonsvirke c18

Mønebjelke har en bredde på 140mm

Snølast 4,5kn/m2

Tegn et snitt av gavlveggen som viser høyde på midtopplegg.

Finn minste tillatte dimensjon på sperrene.

Tegn et snitt av taksperrene med alle nødvendige mål.

Sett opp en material liste for taksperrene.

Finn materialer og nødvendig verktøy, og produser 1 stk. av sperrene(på verksted)

Vedlegg C

Arbeidsoppgaver Produksjon Taksperrer av tre

Bruk vedlagte oppriss av en taksperre.

Bruk Byggforsk for å finne minste tillatte dimensjon på sperrene. Henvis til tabell.

Finn alle nødvendige mål for produksjon av taksperrene og vis alle utregninger.

Regn også ut høyde fra overkant bærende yttervegg til overkant bærebjelke i mønet.

Oppgave 1.

Husbredde 7200

Dimensjon mønebjelke 120x400

Snølast 4.5 kn/m2

Takvinkel 27 grader

Takutstikk 300 mm

Oppgave 2

Husbredde 8400

Dim mønebjelke 140x495

Snølast 6.0 kn/m2

Takvinkel 45 grader

Takutstikk 400mm

Oppgave 3

Husbredde 12000

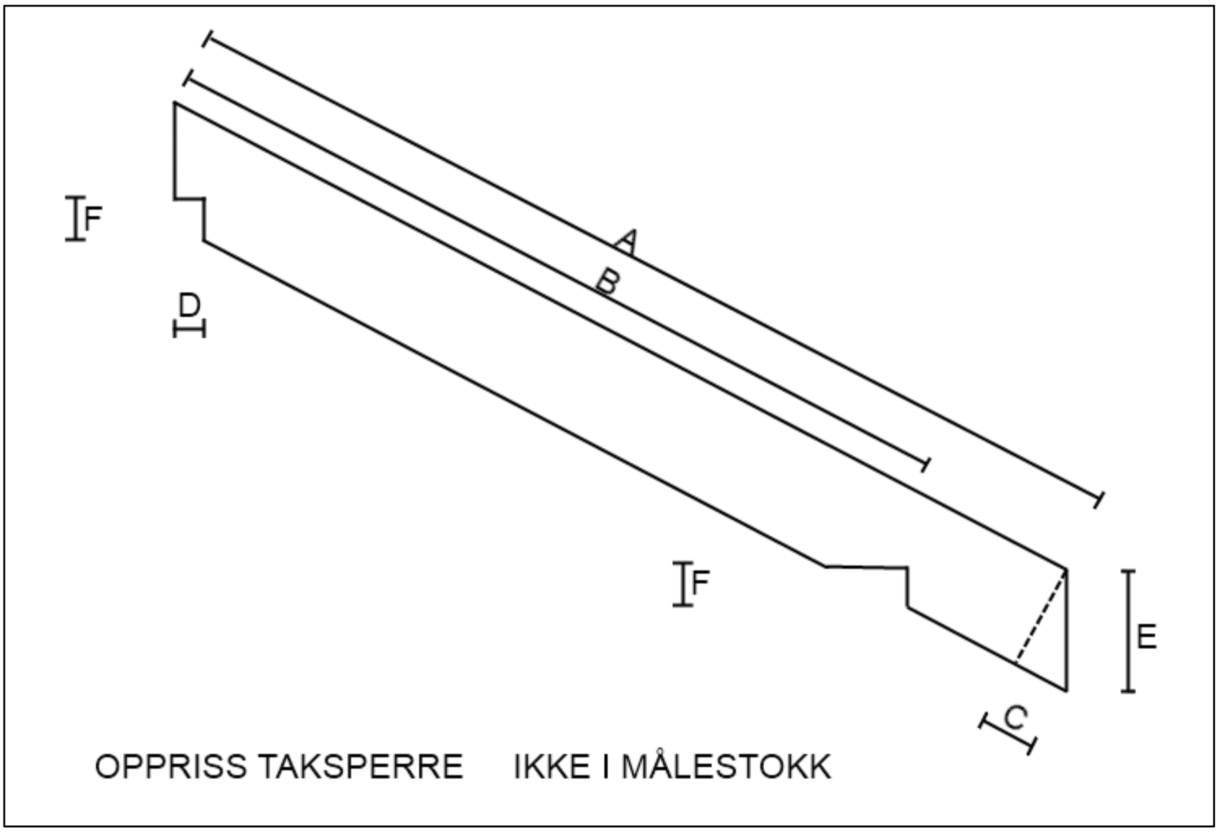
Dim mønebjelke 200x500

Snølast 8.0 kn/m2

Takvinkel 36 grader

Takutstikk 500mm

Vedlegg D



Vedlegg E

Arbeidsoppgave Produksjon Tømmermannskledning

Du skal planlegge montering av tømmermannskledning på ei hytte, se vedlagte plantegning.

Vis alle nødvendige utregninger på alle veggene.

Overligger danner hjørnet på utvendige hjørner

Underligger danner hjørnet i det innvendige hjørnet

	Underligger	Overligger
Vegg a	19x123	19x123
Vegg b	19x123	19x148
Vegg c	19x148	19x148
Vegg d	19x148	19x123
Vegg e	19x98	19x123
Vegg f	19x98	19x148

Vedlegg F

Vedlegg G

Arbeidsoppgaver Produksjon Utforming av trapper

Oppgave 1.

Du skal planlegge produksjon av en rettløpstrapp i en bolig!

Høyda målt fra golv i 1.etasje til golv i 2. etasje er 3000 mm

Ønsket opptrinn er 170mm

Bruk trappeformelen og regn ut opptrinn og inntrinn.

Hvor lang blir denne trappa?

Hvor mange trinn får trappa?

Hvilken stigning vil trappa få?

Oppgave 2.

Her skal du også planlegge produksjon av en rettløpstrapp.

Høyde på trappa skal være 2700

Lengden på denne trappa kan ikke være over 4000 mm

Kan du finne opptrinn og inntrinn som passer etter disse målene?

Hvor mange trinn får denne trappa?

Hvilken stigning får trappa?

Oppgave 3.

Finn minst 2 trapper inne på skolen.

Ta mål av opptrinn og inntrinn

Oppfyller disse trappene TEK 10 s anbefalinger iht trappeformel?

Hvilken stigning har disse trappene?

Vedlegg H

Marthe Moholdt
Adresse: Edgar B. Schieldropsveg 8 B,
7033 Trondheim
Telefonnummer: 90586698
E-post: marthemo@stud.ntnu.no

Trondheim, 06. Januar 2016

Til foresatte og elever på VG1 Bygg- og anleggsteknikk ved xxxx videregående skole
Anmodning om tillatelse til videopptak/lydopptak av undervisning/intervju, og innsamling av elevbesvarelser.

Jeg er student på lektorprogrammet i realfag ved NTNU. I forbindelse med avslutningen av denne studien skal jeg skrive en masteroppgave, som omhandler matematikk i det yrkesfaglige utdanningsprogrammet Bygg- og anleggsteknikk. Jeg ønsker å studere matematikkfaglige aspekter ved programfaget Bygg- og anleggsteknikk, hvilke forbindelser det er mellom matematikk og programfag, og hvilken opplevelse elevene og lærer har av bruken av matematikk i programfaget.

For å få så godt dokumenterte data som mulig, er det ønskelig å gjøre videoopptak/lydopptak av undervisningssekvenser/intervju med elever. Derfor ber jeg om tillatelse fra dere til å kunne gjøre videoopptak, samt samle inn besvarelser av elever i programfaget ved xxxx videregående skole. Det er snakk om noen timer én gang i uka over en periode på fem til seks uker. Forutsetningen for tillatelsen er at alt innsamlet materiale blir behandlet med respekt og blir anonymisert, og at prosjektet ellers følger gjeldende retningslinjer for personvern. Det er helt frivillig å delta og man kan til enhver tid trekke seg fra deltakelse uten å måtte oppgi noen grunn til det.

Observasjonene vil være basert på normale undervisningssituasjoner i klassen, og blir lagt til rette slik at elevenes læring påvirkes minst mulig. Intervjuene vil omhandle hvordan elevene bruker matematikk i programfaget. Opptakene vil kun bli sett/hørt av meg, min veileder, og eventuelt andre masterstudenter i matematikk og deres veiledere. I materiale som skrives eller på annen måte presenteres for andre vil involverte personer bli anonymisert. Innsamlede data vil bli slettet etter at prosjektet er avsluttet, senest 30.09.16.

Hvis noen vil vite mer om dette, eller hva det innsamlede materialet skal brukes til, så er det bare å ta kontakt med meg på telefon eller e-post (se øverst for detaljer). Jeg håper dere synes dette er interessant og viktig, og at dere er villige til å la deres barn være med på det. Jeg ber foresatte om å fylle ut svarslippen på neste side om hvorvidt dere gir eller ikke gir tillatelse til å la deres barn være med på prosjektet i klassen.

På forhånd takk!

Vennlig hilsen
Marthe Moholdt

Tillatelse

Som del av dette prosjektet ber jeg om tillatelse til å samtale med barnet ditt/deres, gjøre videoopptak der han/hun er med, og kopiere/bruke oppgavebesvarelser av han/henne.

Forutsetningen for tillatelsen er at tekster og annet innsamlet materiale blir anonymisert og behandlet med respekt, og at prosjektet følger gjeldende retningslinjer for etikk og personvern.

Sett kryss i den ruta som passer:

☐ Jeg/vi gir tillatelse. Jeg/vi har snakket med jenta/gutten vår om dette, og hun/han har også gitt sitt samtykke.

☐ Jeg/vi gir ikke tillatelse.

Dato: ………………………

Elevens fornavn og etternavn: ………………….……………………. …………………..

Underskrift av foresatt(e): …………………………………………………………..

Vennligst returner svarslippen til kontaktlærer så snart som mulig.

Vedlegg I

Intervjuguide første intervju:

Jeg skal skrive en oppgave om hvordan matematikk brukes i undervisningen i programfaget Produksjon, og i den forbindelse ønsker jeg å stille noen spørsmål, er det greit? Er det greit at jeg bruker videoopptak? Det er kun jeg som skal se opptakene, og i oppgaven vil all data bli anonymisert.

Spørsmål:

1. Oppfatter dere matematikk som relevant/nyttig for programfaget Bygg- og anleggsteknikk? (Ditt framtidige yrke?). Evt. På hvilken måte?
2. Sist uke holdt dere på med taksperrer, der dere først holdt på med oppgaver på tavla og på egenhånd, før dere gikk på verkstedet, hvordan opplevde dere dette?
3. Synes dere selv at dere brukte matematikk i disse timene?
    a. Kan dere fortelle litt om det?
    b. Hva brukte dere?
    c. Hvordan ble matematikken brukt?
    d. Hvordan opplevde dere dette?
4. Hvordan opplevde dere timene idag?
5. Synes dere selv at dere brukte matematikk i disse timene?
    a. Kan dere fortelle litt om det?
    b. Hva brukte dere?
    c. Hvordan ble matematikken brukt?
    d. Hvordan opplevde dere dette?

Dette var det jeg ønsket å spørre om, er det noe dere vil tilføye? Om dere ønsker det kan jeg sende dere intervjuet på e-post etter at jeg har transkribert det. Dette er for at dere skal ha anledning til å stryke utsagn dere ikke vil jeg skal bruke i oppgaven min.

Vedlegg J

Intervjuguide andre intervju:

Som jeg sa sist intervju, holder jeg på å skrive masteroppgave om hvordan matematikk brukes i undervisning i programfaget Produksjon. I likhet med sist intervju ønsker jeg å bruke videoopptak, er det fortsatt greit for dere? Det er kun jeg som skal se opptakene, og i oppgaven vil all data bli anonymisert.

1. Da har jeg vært med dere i fire torsdager, og dere har vært innom tema som taksperrer, tømmermannskledning og utforming av trapper. Dere har i løpet av disse timene hatt litt trigonometri, nærmere bestemt cosinus, tangens og tangens invers. Hadde dere kjennskap til denne typen matematikk før disse timene?
    - Eventuelt fra hvor, og på hvilken måte?
    - Hvordan har dere opplevd å lære om dette på denne måten?
2. Dette er ikke pensum i matematikkfaget dere har, hva tenker dere om det?
3. Hvordan har dere opplevd å lære dette i programfaget?
4. Kan dere beskrive hvilken kunnskap dere føler at dere sitter igjen med knyttet til dette temaet?
5. Om dere hadde blitt undervist i trigonometri i matematikktimene, hvordan ville dette kunne påvirket deres arbeid i programfaget?
6. Er det noen annen matematikk dere ikke har lært i matematikktimene som dere har opplevd at er nødvendig i programfaget? Hva tenker dere om det?

Da har jeg spurt om det jeg ville, har dere noe å tilføye? Om dere ønsker det kan jeg sende dere intervjuet på e-post etter at jeg har transkribert det. Dette er for at dere skal ha anledning til å stryke utsagn dere ikke vil jeg skal bruke i oppgaven min.

Vedlegg K

Transkripsjonskoder:

[[	B snakker samtidig med A: A: 2400 delt på [36 cos (trykker samtidig inn på kalkulatoren)... B [Nei, men... Hva var det du gjorde nå da?
[]	Uartikulert eller ikke hørbar ytring.
...	Pause (opp til 3 sekunder).
..	Liten nøling
_ (understrek)	Avbrytelse. A avbrytes av B: A: Halve_ B: det var bjelken der C avbryter seg selv: C: Husker dere hvis vi regner_ hvis vi kjenner graderen
Kursiv	Trykk.
(Tekst i parentes)	Redegjørelse for ikke-verbal handling, eller kommentar til ytring eller ikke-verbal handling.
Tall	Brukes som erstatning for muntlige tall. A sier tjueto: A: 22