

Effekter av shear lag i stålbjelker

Bjørnar Hofstad

Kristine Hofstad

Bygg- og miljøteknikk

Innlevert: juni 2014

Hovedveileder: Arne Aalberg, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk



MASTEROPPGAVE VÅREN 2014

Bjørnar Hofstad og Kristine Hofstad

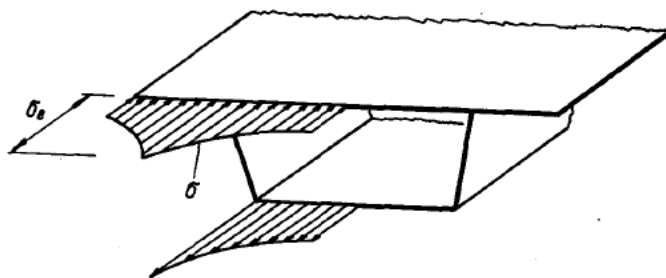
Effekter av shear lag i stålbjelker

Effects of Shear Lag in Steel Beams

Bakgrunn

Bjelker og kassetverrsnitt for broer lages ofte med relativt tynne stålplater og med store flensbredder. I stålstandarden NS EN 1993-1-1 og 1993-1-5 står det regler for når skjærdeformasjoner skal tas hensyn til i dimensjoneringen. Skjærdeformasjonen (eller: forsinket oppbygging av aksialspenning, engelsk: shear-lag) medfører at platene ikke blir fullt effektive til å bære aksialspenningene fra bøyemoment, fordi spenningen ikke blir uniform over platens bredde (se figuren). Shear lag opptrer der hvor gradienten til momentet i bjelken er størst, altså der hvor skjærkreftene er størst. Dette er typisk ved midtstøtten i en tofelts bjelke. Shear lag kan trolig for enkelte bjelketverrsnitt og bjelkespenn medføre større reduksjon enn plateknekking utgjør.

I undervisningen i våre stålemner ved instituttet har vi hittil ikke forelest temaet med shear-lag. I fall reduksjonen i platenes effektivitet viser seg å være større enn reduksjonen forårsaket av plateknekking må dette tas mer alvorlig, og inngå i undervisningen. En masteroppgave er et godt steg på veien til å framskaffe tilstrekkelig kunnskap på området. Oppgaven skal derfor ta for seg regler for shear lag-reduksjon av plateeffektivitet i stålbjelker, som gitt i standarden og annen litteratur for bjelker og stålkonstruksjoner.



Ujevn spenningsfordeling i flensene til et kassetverrsnitt grunnet shear lag.

Gjennomføring

Oppgaven kan gjennomføres med følgende aktiviteter:

- Det skal gjøres rede for beregningsmetoder og konstruksjonsregler for shear lag-effekt i stålbjelketverrsnitt.
- Det skal gjøres litteraturundersøkelse for å finne teoribakgrunnen for slike regler i standardene.
- Det skal settes opp beregningseksempler for bjelketverrsnitt hvor det vises effekten av shear lag på effektiviteten av trykkflenser, og sammenlignes med tilsvarende reduksjon for plateknekking.
- Det skal utføres numeriske simuleringer for valgte tverrsnitt og bjelketilfeller, for eksempel med bredflensedede I-profiler og med kasseprofiler, og bjelker om spenner over flere felt. Her må det vurderes nøye hvordan man kan skille effektene av plateknekking fra effektene av shear lag.
- Det skal sees på hvordan shear lag påvirker bjelkenes nedbøyningsegenskaper (bøyestivheten), og hvordan det påvirker kapasiteten (bøyemomentmotstanden).
- Det skal konkluderes med nøyaktigheten til eksisterende regler, og eventuelt vurderes alternative modeller.

Kandidatene kan i samråd med faglærer velge å konsentrere seg om enkelte av punktene i oppgaven, eller justere disse.

Trondheim, 14. januar 2014

Arne Aalberg
Førsteamanuensis, Faglærer

Forord

Denne oppgaven er skrevet som avsluttende hovedoppgave etter 5-årig utdanning innen konstruksjonsteknikk ved NTNU. Arbeidet med oppgaven ble utført over 20 uker og er vektet 30 studiepoeng per student.

Oppgaven er skrevet i samarbeid med Institutt for konstruksjonsteknikk ved NTNU. Den er undervisningsbasert, og ble laget for å oppnå mer kunnskap om shear lag-fenomenet, samt undersøke om dette er noe som bør tas inn i undervisningen i stålfagene. Per idag er all teori om shear lag utelatt fra undervisningsfagene ved konstruksjonsteknikk.

Kunnskap oppnådd i ulike fag gjennom studiet er anvendt i arbeidet med oppgaven. Deler av oppgaven har gått ut på å undersøke shear lag-effektene gjennom numeriske analyser i Abaqus, og mange timer har gått med i arbeidet med disse modellene. Prosessen har vært interessant og lærerik, med en del utfordringer underveis.

Vi ønsker å rette en stor takk til vår veileder, Arne Aalberg, som har hjulpet oss med spørsmål og problemer helt fra oppstart i januar. Vi ønsker også å takke medstudenter på rom 2-50B, for gode diskusjoner og innspill ved problemer i oppgaven.

Trondheim, 05. juni 2014

Bjørnar Hofstad og Kristine Hofstad

Sammendrag

Shear lag er forsinket oppbygging av aksialspenninger fra bøyemomentet, og fenomenet opptrer der gradienten til momentet er stor – altså der det er store skjærkrefter. På grunn av skjærtøyninger, minker aksialspenningene med avstanden fra stegene. Shear lag fører til at platenes kapasitet til å bære aksialspenningene ikke kan utnyttes fullstendig, da spenningsfordelingen blir ikke-uniform over platenes bredde. Effekten er størst i bjelker med korte spenn og brede flenser.

I denne oppgaven redegjøres det for beregningsmetoder og konstruksjonsregler for shear lag-effekter i stålbjelketverrsnitt, slik det presenteres i NS-EN 1993-1-1 og NS-EN 1993-1-5. Effekter av shear lag ivaretas, tilsvarende som for plateknekking, ved å benytte konseptet om effektiv bredde. Regelverket er basert på analytiske betraktninger av avansert bøyeteori for tynnveggede bjelker. En grundig utledning av formelverket for effektiv bredde med hensyn på shear lag er gjengitt i detalj, basert på en avhandling av Sedlacek.

Det er gjennomført et parameterstudie der effekten av shear lag på spenninger og deformasjoner er undersøkt ved variasjon av flensenes bredde og tykkelse. Det ble funnet at variasjon av tykkelsen har minimal virkning på effektene av shear lag, mens flensenes bredde er av stor betydning. For plateknekking er både bredde og tykkelse av tverrsnittelementer i trykk av betydning for reduksjonen.

Som et sidesprang i oppgaven, er det også sett på negativ shear lag, som ble oppdaget under arbeidet med analysene i Abaqus. Negativ shear lag skiller seg fra vanlig positiv shear lag i form av en omvendt spenningsfordeling. Ved negativ shear lag er spenningene størst i tuppen av flensene og minker innover mot steget. Det gjøres rede for årsaken til negativ shear lag, og hvordan man kan beregne hvor langs bjelken denne typen shear lag inntreffer.

Det er satt opp beregningseksempler som viser praktisk bruk av regelverket, hvor lastkapasiteten for noen ulike bjelker og tverrsnitt er bestemt i henhold til NS-EN 1993-1-1 og NS-EN 1993-1-5. Jevnt over var samsvaret mellom beregninger og analyser i Abaqus med hensyn på lastkapasiteten godt, men denne oppgaven inneholder ikke nok analyser til å gi en solid konklusjon med tanke på nøyaktigheten til regelverket. For nedbøyningen var resultatene mer sprikende, noe som henspiller på at regelverket er lagt opp til å treffe på spenninger, og ikke nedbøyning. Det ble også funnet at shear lag kan gi større reduksjon av momentkapasiteten til en bjelke enn plateknekking. Dette gir rom for ettertanke, siden shear lag i dag ikke foreleses i stålemnene ved NTNU.

Abstract

Shear lag is a delay in the development of axial stresses arising from the bending moment, and the phenomenon appears where the gradient of the moment is large – which is where the shear forces are large. Due to shear strains, the axial stresses are reduced with distance from the webs. Because of shear lag, the capacity of plates to carry axial stresses cannot be completely utilized, since the stress distribution becomes non-uniform over the width of the plate. The shear lag effect is most significant in beams with short spans and wide flanges.

This report explains the background for calculation methods and design rules for shear lag effects in steel beam cross sections given in NS-EN 1993-1-1 and NS-EN 1993-1-5. The effects of shear lag are taken into account through the concept of effective width, which is the same principle used with respect to plate buckling. The design rules are based on analytical considerations of advanced bending theory for thin walled beams. A thorough deduction of the design rules for effective width due to shear lag are summarized in detail, based on a paper by Sedlacek.

A parameter study is carried out, in which the effect of shear lag on stresses and deflections are analyzed with regard to variation of the width and thickness of the flanges. It was found that variation of the thickness has minimal impact on the effects of shear lag, while the width of the flanges is of major significance. On the other hand, with respect to plate buckling both the width and the thickness of cross section elements in compression are important factors regarding the cross section reduction.

As a digression, negative shear lag is also discussed in the report. Negative shear lag was observed during the analysis in Abaqus and differs from regular positive shear lag with a reversed stress distribution. In case of negative shear lag, the stresses are largest at the flange tip and decreases towards the web. The cause of negative shear lag is explained, besides how to calculate where along the beam this type of shear lag appears.

Computational examples to demonstrate practical use of the design rules are given, where the load capacity of some different beams and cross sections are determined according to NS-EN 1993-1-1 and NS-EN 1993-1-5. The agreement between calculations and analysis in Abaqus was overall good considering load capacity, however, this report does not contain enough analysis material to state a solid conclusion regarding the accuracy of the design rules. The results regarding deflection of the beams revealed poorer correlation than for the load capacity. This asserts that the design rules are deduced to match stresses, and

not deflection. It was also found that shear lag may lead to a larger reduction of the moment capacity of a beam than plate buckling. This encourages some reflection, since shear lag at the present time is not lectured in steel subjects at NTNU.

Innhold

1	Introduksjon	1
2	Teori	2
2.1	Plateknekking	2
2.2	Shear lag	5
3	Regelverket for shear lag i Eurokode 3	8
3.1	Definisjon av effektiv bredde	8
3.2	Spenningsfordeling ved shear lag	9
3.3	Utleddning av reduksjonsfaktoren β for effektiv bredde	11
3.3.1	Formfaktor for bøyemomentfordelingen	11
3.3.2	Tverrsnittets egenskaper	13
3.3.3	Reduksjonsfaktoren β	13
3.4	Forenklinger av utledet formel for reduksjonsfaktoren β	15
3.4.1	Eliminasjon av tverrsnittsvariabelen α	15
3.4.2	Forenkling av funksjonen $g(\psi, \lambda)$	16
3.4.3	Eliminasjon av materialvariabelen	17
3.5	Trender i momentfordelingen	17
3.6	Effektiv lengde L_e	18
3.7	Presentasjon av regelverket for shear lag i Eurokode 3	19
4	Spenninger i Abaqus	22
5	Analyse av shear lag i Abaqus	26
5.1	Oppbygning av modellen i Abaqus	26
5.2	Nedbøyning	27
5.2.1	Tofeltsbjelken	28
5.2.2	Fritt opplagt bjelke	30
5.3	Aksialspenningsfordeling i topplaten	31
5.3.1	Fritt opplagt bjelke	31
5.3.2	Tofeltsbjelken	32
6	Parameterstudier	36
6.1	Analyse av nedbøyningen	36
6.2	Analyse av aksialspenningsfordelingen	37
6.2.1	Variasjon av flenstykkelsen	38

6.2.2	Variasjon av bredden til flensutstikkene	41
7	Analyse av shear lag-effekter langs bjelkens lengde	43
8	Negativ shear lag	47
8.1	Bakgrunn	47
8.2	Fysisk forklaring	47
8.3	Påvisning av negativ shear lag ved analyse av normalisert spenning . . .	49
8.4	Generalisert moment M_{ω} for påvisning av negativ shear lag	51
9	Beregningseksempler; introduksjon	53
10	Eks. 1: Fritt opplagt bjelke, basistverrsnitt	54
10.1	Kommentarer til modellering i Abaqus	55
10.2	Elastisk-plastisk materialoppførsel	56
10.3	Lineær analyse	57
10.3.1	Beregninger etter Eurokode 3	58
10.3.2	Resultater fra lineær analyse i Ababus	59
10.4	Ikke-lineær analyse	61
10.4.1	Formfeil	62
10.4.2	Prosedyre for inkludering av formfeil i Abaqus	62
10.4.3	Plateknekking	64
10.4.4	Beregninger etter Eurokode 3	68
10.4.5	Kontroll av skjærknekking i steg	69
10.4.6	Resultater fra ikke-lineær analyse i Abaqus	70
10.4.7	Effekt av imperfeksjoner	72
11	Eks. 2: Tofeltsbjelke, basistverrsnitt	74
11.1	Kommentarer til modellering i Abaqus	75
11.2	Lineær analyse	76
11.2.1	Reduksjonsfaktor β_1 ved feltmoment	76
11.2.2	Reduksjonsfaktor β_2 for støttemoment	77
11.2.3	Reduksjonsfaktor β_0 for endeopplager	77
11.2.4	Beregninger etter Eurokode 3	79
11.2.5	Resultater fra lineær analyse i Abaqus	80
11.3	Ikke-lineær analyse	82
11.3.1	Plateknekking	82

11.3.2	Interaksjon mellom shear lag og plateknekking	84
11.3.3	Beregninger etter Eurokode 3	86
11.3.4	Resultater fra ikke-lineær analyse i Abaqus	88
12	Eks. 3: Tofeltsbjelke, kassetverrsnitt	90
12.1	Kommentarer til modellering i Abaqus	91
12.2	Lineær analyse	92
12.2.1	Beregninger etter Eurokode 3	93
12.2.2	Resultater fra lineær analyse i Abaqus	93
12.3	Ikke-lineær analyse	94
12.3.1	Kontroll av steg	95
12.3.2	Lokal plateknekking i bunnplate	95
12.3.3	Konservativ metode for interaksjon med shear lag	96
12.3.4	Anbefalt metode for interaksjon med shear lag	97
12.3.5	Beregninger etter Eurokode 3	97
12.3.6	Resultater fra ikke-lineær analyse i Abaqus	98
13	Eks. 4: Fritt opplagt bjelke, kassetverrsnitt	100
13.1	Lineær analyse	100
13.1.1	Beregninger etter Eurokode 3	102
13.1.2	Resultater fra lineær analyse i Abaqus	102
13.2	Ikke-lineær analyse	103
13.2.1	Konservativ metode for interaksjon	104
13.2.2	Anbefalt metode for interaksjon	105
13.2.3	Beregninger etter Eurokode 3	106
13.2.4	Resultater fra ikke-lineær analyse i Abaqus	107
14	Diskusjon av resultater fra eksempler	109
15	Sammenligning av arealreduksjon av tverrsnitt	111
16	Konklusjon	113
A	Utledning av uttrykk for nedbøyning	116
A.1	Tofeltsbjelke	116
A.1.1	Momentbidraget	116
A.1.2	Skjærbidraget	117
A.2	Fritt opplagt bjelke	119

A.2.1	Momentbidrag	119
A.2.2	Skjærbidrag	119
B	Vedlegg til parameterstudie	120
B.1	Annet arealmoment for variasjoner av tverrsnittet	120
B.2	Spenningsfordeling over tverrsnittet ved endeopplager	121
C	Vedlegg eksempel 1	123
C.1	Interaksjon mellom shear lag og plateknekking i toppplate	123
C.1.1	Konservativ metode	123
C.1.2	Anbefalt metode	124
C.2	Beregning av tverrsnittsparametre	125
D	Vedlegg eksempel 2	133
D.1	Plateknekking	133
D.2	Beregning av plastisk momentkapasitet	135
D.2.1	Reduksjon for plateknekking alene	135
D.2.2	Reduksjon etter konservativ metode, plateknekking og shear lag	135
D.2.3	Reduksjoner etter anbefalt metode, plateknekking og shear lag	136
D.3	Utrekning av kapasiteter i henhold til standard	136
D.4	Beregninger for nedbøyning	140
D.5	Beregning av tverrsnittsparametre	143
E	Vedlegg eksempel 3	151
E.1	Reduksjon for shear lag	151
E.2	Plateknekking	152
E.3	Beregning av plastisk momentkapasitet	153
E.3.1	Reduksjon for plateknekking alene	153
E.3.2	Reduksjon etter konservativ metode, plateknekking og shear lag	153
E.3.3	Reduksjon etter anbefalt metode, plateknekking og shear lag	154
E.4	Utrekning av kapasiteter i henhold til standard	154
E.5	Beregninger for nedbøyning	158
E.6	Beregning av tverrsnittsparametre	161
F	Vedlegg eksempel 4	169
F.1	Reduksjon for shear lag	169
F.2	Plateknekking	170

F.3	Interaksjon mellom shear lag og plateknekking, konservativ metode . . .	172
F.4	Beregning av tverrsnittsparemetre	173

Figurer

2.1	Oppførsel av plate ved økende aksialbelastning [1]	2
2.2	Spenningsfordeling og effektiv bredde b_{eff} for en plate [1]	3
2.3	Tilnærming av rektangulære plater [1]	4
2.4	Behandling av sammensatte tverrsnitt i klasse 4 [1]	5
2.5	Hvelvningsforskyvninger: (a) Inkompatibilitet under punktlast; (b) Deformasjon av steg og flens på grunn av skjær [3]	6
2.6	Spenningsfordeling og tverrsnittsdeformasjon på grunn av shear lag, kassetverrsnitt [4]	7
2.7	Aksialspenningsfordeling i flenser ved shear lag [3]	7
3.1	Definisjon av effektiv bredde [1]	9
3.2	Spenningsfordeling med effektene av shear lag [7]	11
3.3	Separasjon av bøyemomentfordelingen [6]	12
3.4	Modellering av ulike momentfordelinger ved hjelp av ψ , ligning (3.11) [7]	12
3.5	Spenningsfordeling over dobbeltsymmetrisk tverrsnitt [7]	13
3.6	Deformasjoner og spenningsresultanter for bøyning og shear lag [6]	14
3.7	Parameterstudie av α [6]	16
3.8	Effektiv lengde L_e for kontinuerlig bjelke og distribusjon av effektiv bredde [5]	18
3.9	Faktor β for effektiv bredde [5]	19
3.10	Justering av analytisk utledet uttrykk for β_2 , ligning (3.30)	20
3.11	Effektiv bredde i henhold til Eurokode 3	21
4.1	Integrasjonspunkter i et element for Simpsons metode	22
4.2	Deformasjon og aksialspenningsfordeling for utkrager	23
4.3	Skisse av section force for et element	24
4.4	Path 1 (øverste noderekke); path 2 (nest øverste noderekke)	25
4.5	Spenninger S11 plottet for path 1 og path 2	25
5.1	Basistverrsnittet – målsatt tverrsnitt	26
5.2	Abaqus-modell av tofeltsbjelken med deformasjoner	28
5.3	Abaqus-modell av fritt opplagt bjelke med deformasjoner	30
5.4	Spenningsfordeling i ulike snitt langs fritt opplagt bjelke	33
5.5	Skisse av momentfordelingen over tofeltsbjelken	34
5.6	Spenningsfordeling i ulike snitt langs et spenn av tofeltsbjelken	35
6.1	Shear lag-effekter i spenningsfordelingen [7]	37
6.2	Spenningsfordeling ved dobbel platetykkelse	38

6.3	Spenningsfordeling ved halv platetykkelse	39
6.4	Sammenligning av spenningsfordelinger ved midtstøtte, $x = 20$ m	40
6.5	Spenningsfordeling ved dobbel bredde av flensutstikk	41
6.6	Spenningsfordeling ved halv bredde av flensutstikk	42
7.1	Punkter i tverrsnittet for uttak av responsverdier	43
7.2	Nedbøyning langs bjelken	44
7.3	Deformasjon over steg	44
7.4	Momentfordeling langs bjelken	46
8.1	Shear lag-effekt: (a) positiv; (b) negativ	47
8.2	Momentdiagram for utkrager med punktlast i $x = L/2$	48
8.3	Deformasjoner av flensen til et kassetverrsnitt med punktlast i $x = L/2$ [10]	48
8.4	Skjærstrøm oppdelt i to lasttilfeller: (a) lasttilfelle 1 og (b) lasttilfelle 2 [10]	49
8.5	Normalisert spenning over ett spenn av tofeltsbjelken med basistverrsnitt	50
8.6	Momentdiagram for tofeltsbjelken	50
8.7	Bøyemoment og shear lag-moment for utkraget kassebjelke [13]	51
8.8	Bøyemoment og shear lag-moment over ett spenn av tofeltsbjelken	52
10.1	Fritt opplagt bjelke: (a) Lastskisse; (b) Skjærkraftdiagram; (c) Momentdiagram	54
10.2	Basistverrsnittet [mm]	55
10.3	Hjelpesfigurer for beregning av stigningstallet E_p	56
10.4	Last-forskyvningskurve for et punkt i feltmidte, lineær analyse	60
10.5	Ekvivalente plastiske tøyninger (PEEQ) ved første flyt i Abaqus	60
10.6	Modellering av imperfeksjoner, utsnitt fra NS-EN 1993-1-5 Figur C.1	62
10.7	Første egenmode for den fritt opplagte bjelken	63
10.8	Lineær spenningsfordeling over høyden av tverrsnittet	64
10.9	Spenningsfordeling over internt trykkelement	65
10.10	Spenningsfordeling over utstikkende trykkelement	66
10.11	Spenningsfordeling over internt element under trykk og bøyning	67
10.12	Effektivt tverrsnitt med hensyn på plateknekking [mm]	68
10.13	Last-forskyvningskurve for et punkt i feltmidte, ikke-lineær analyse	71
11.1	Tofeltsbjelke: (a) Lastskisse; (b) Skjærkraftdiagram; (c) Momentdiagram	74
11.2	Fastholdte noder i forbindelsen mellom steg og stiver	75
11.3	Unaturlig deformasjon	76
11.4	Realistisk deformasjon	76
11.5	Fordeling av effektiv bredde over lengden av tofeltsbjelken	78
11.6	Effektivt tverrsnitt med hensyn på shear lag [mm]	79
11.7	Last-forskyvningskurve for et punkt i feltmidte, lineær analyse	81

11.8	Spenningsfordeling over internt element under trykk og bøyning	83
11.9	Spenningsfordeling over utstikkende trykkelement	84
11.10	Diagonale strekkfelt fra skjærkrefter	87
11.11	Last-forskyvningskurve for et punkt i feltmidte, ikke-lineær analyse	89
11.12	Deformasjon av bjelken ved ikke-lineær analyse	89
12.1	Tofeltsbjelke: (a) Lastskisse; (b) Skjærkraftdiagram; (c) Momentdiagram	90
12.2	Kassetverrsnitt [mm]	91
12.3	Opplager, én noderekke	91
12.4	Opplager, tre noderekker	91
12.5	Effektivt kassetverrsnitt med hensyn på shear lag [mm]	92
12.6	Last-forskyvningskurve for et punkt i feltmidte, lineær analyse	94
12.7	Spenningsfordeling over internt trykkelement	96
12.8	Last-forskyvningskurve for et punkt i feltmidte, ikke-lineær analyse	99
13.1	Fritt opplagt bjelke: (a) Lastskisse; (b) Skjærkraftdiagram; (c) Moment- diagram	100
13.2	Fordeling av effektiv bredde med hensyn på shear lag	101
13.3	Effektivt tverrsnitt med hensyn på shear lag [mm]	101
13.4	Last-forskyvningskurve for et punkt i feltmidte, lineær analyse	103
13.5	Effektivt tverrsnitt med hensyn på plateknekking [mm]	104
13.6	Effektivt tverrsnitt, plateknekking og shear lag [mm]	106
13.7	Last-forskyvningskurve for et punkt i feltmidte, ikke-lineær analyse	108
A.1	Momentfordeling langs et spenn av tofeltsbjelken	116
A.2	(a) Skjærdiagram V_0 ; (b) Skjærdiagram V_1	117
A.3	(a) Skjærdiagram V ; (b) Skjærdiagram \tilde{V}	119
B.1	Normalisert spenningsfordeling ved endeopplager for fritt opplagt bjelke .	121
B.2	Normalisert spenningsfordeling ved endeopplager for tofeltsbjelken	122

Tabeller

4.1	Spenninger for element nummer 50 (tykkelse 10 mm)	24
5.1	Oversikt over materialparametere	27
5.2	Beregning av nedbøyning i feltmidte av et spenn for tofeltsbjelken	29
5.3	Sjekk av setninger ved opplager	30
5.4	Beregning av nedbøyning i feltmidte for fritt opplagt bjelke	31
6.1	Effekt av shear lag på nedbøyning i feltmidte av bjelkespennet	36
6.2	Endringer i nedbøyning versus effekt av shear lag	37
6.3	Tolkning av spenningsnivåforskjeller i snittet $x = 20$ m	40
9.1	Oversikt over eksempler	53
10.1	Plastisk materialoppførsel i Abaqus	57
10.2	Oversikt over tverrsnittselementer	64
10.3	Resultater fra kapasitetsberegninger etter standard	71
10.4	Resultater ved varierende imperfeksjoner	72
11.1	Beregning av reduksjonsfaktor for shear lag ved feltmoment	77
11.2	Beregning av reduksjonsfaktor for shear lag ved støttemoment	77
11.3	Beregning av reduksjonsfaktor for shear lag ved endeopplager	78
11.4	Effektiv bredde ved reduksjon for shear lag	78
11.5	Resultater fra kapasitetsberegninger etter standard, lineær analyse	80
11.6	Oversikt over tverrsnittselementer	82
11.7	Beregning av reduksjonsfaktor for plateknekking	83
11.8	Effektiv bredde ved reduksjon for plateknekking	83
11.9	Resultater fra kapasitetsberegninger etter standard, ikke-lineær analyse	87
12.1	Beregning av reduksjonsfaktor for elastisk shear lag	92
12.2	Resultater fra kapasitetsberegninger etter standard, lineær analyse	93
12.3	Oversikt over tverrsnittselementer	95
12.4	Beregning av reduksjonsfaktor for plateknekking	96
12.5	Resultater fra kapasitetsberegning etter standard, ikke-lineær analyse	97
13.1	Beregning av reduksjonsfaktor for elastisk shear lag	101
13.2	Resultater for kapasitetsberegninger etter standard, lineær analyse	102
13.3	Beregning av reduksjonsfaktor ρ for plateknekking	104
13.4	Effektiv bredde ved reduksjon for lokal plateknekking	104
13.5	Beregning av tverrsnittsfaktoren α_0^*	105
13.6	Effektiv tykkelse ved reduksjon for shear lag	105
13.7	Resultater fra kapasitetsberegninger etter standard, ikke-lineær analyse	106

14.1	Oppsummering av resultater fra eksemplene	109
15.1	Tofeltsbjelken med basistverrsnitt	111
15.2	Tofeltsbjelken med kassetverrsnitt	112
B.1	Tverrsnittsstorrelser	120
E.1	Oversikt over tverrsnittselementer	152
F.1	Oversikt over tverrsnittselementer	170

Symboler

α	arealforholdet mellom flenser og steg (A_{flens}/A_{steg})
α_0	faktor for ortotrop plateoppførsel
A	areal
A_{st}	totalt areal av alle langsgående stivere for en avstivet plate
A_N	areal som tar opp normalkrefter
A_V	areal som tar opp skjærkrefter
A_s, S	tverrsnittsegenskaper relatert til selvbalanserende spenningstilstand
β	reduksjonsfaktor for effektiv bredde for elastisk shear lag
β_0	reduksjonsfaktor for endeopplager
β_1	reduksjonsfaktor for feltmoment
β_2	reduksjonsfaktor for støttemoment
b, b_0	bredde av en platedel
b_{eff}	effektiv bredde etter reduksjon for shear lag eller plateknekking
b_f	flensbredde
δ	nedbøyning
δ_M	momentbidraget til nedbøyningen
δ_V	skjærbidraget til nedbøyningen
ε_x	tøyning i langsgående retning
ε_y	tøyning i tverrgående retning
ε_{ing}	ingeniørtøyning
$\varepsilon_{p,ing}$	plastisk ingeniørtøyning
ε_{sann}	sann tøyning
e_{0w}	størrelse av imperfeksjon
E	elastisitetsmodul
E_p	plastisk elastisitetsmodul
f_y	flytespenning
F, P	punktlast
G	skjærmodul
γ	skjærtøyning
h	høyde av steg
I_y, I_z	annet arealmoment med hensyn på y - og z -aksene
I_w	langsgående hvelvningsstivhet
κ	faktor for beregning av reduksjonsfaktoren for shear lag
k	materialparameter

k_{zs}	faktor relatert til ortogonaliseringsprosessen
λ	parameter som representerer tverrsnittsegenskaper
L	spennlengde
L_e	effektiv lengde for shear lag
$M(x)$	momentfunksjon langs en bjelke
M_y, M_z	bøyemoment med hensyn på y - og z -aksene
M_v	shear lag-moment (hvelvningsmoment)
M_w	bimoment
M_s	idealisert spenningsresultant av selvbalanserende spenningstilstand
ν	tverrkontraksjonstall
ψ	formfaktor for bøyemomentfordeling
q	jevnt fordelt linjelast
σ_x	spenning i langsgående retning (aksialspenning)
σ_s	spenning på grunn av shear lag
σ_0	spenning som ikke skyldes shear lag
σ_1	spenning i forbindelsen steg-flens
σ_2	spenning i flenstupp
σ_{ing}	ingeniørspenning
σ_{cr}	kritisk spenning
σ_{act}	midlere spenning
s, t_w	stegtykkelse
S	første arealmoment
τ	skjærspenning
t, t_f	flenstykkelse
$u(x)$	nedbøyning i z -retning for koordinaten x langs en bjelke
v_s	skjærdeformasjon på grunn av shear lag
w	elementær hvelvningsfordeling grunnet torsjon
w_s	hvelvningsfordeling med hensyn på effektene av shear lag
\tilde{w}_s	lineær kombinasjon av hvelvningsfordelinger w_s
W_{eff}	effektivt motstandsmoment
\bar{y}	avstand fra underkant av tverrsnitt til nøytralaksen

1 Introduksjon

Shear lag er forsinket oppbygging av aksialspenninger fra bøyemomentet, og fenomenet opptrer der gradienten til momentet er stor – altså der skjærkreftene er størst. På grunn av skjærtøyninger svekkes aksialspenningene med avstanden fra stegene. Shear lag fører til at platenes kapasitet til å bære aksialspenningene ikke blir fullstendig effektiv, da spenningen fordeler seg ikke-lineært over platens bredde. Effekten av shear lag er størst i bjelker med korte spenn og brede flenser. De norske utgavene av stålstandardene NS-EN 1993-1-1 og 1993-1-5 oversetter shear lag med *skjærdeformasjon*. Siden dette ikke er en dekkende oversettelse av betydningen, benyttes det engelske begrepet i denne oppgaven.

Bjelker og kassetverrsnitt for broer lages ofte av forholdsvis tynne stålplater og med store flensbredder. Stålstandardene NS-EN 1993-1-1 og 1993-1-5 inneholder regler for når shear lag skal tas hensyn til i dimensjoneringen. Shear lag er i dag ikke en del av pensum i stålemnene ved NTNU. For enkelte bjelketverrsnitt og bjelkespenn kan shear lag medføre større reduksjon enn det reduksjon for plateknekking gir. Dette gir grunn til å vurdere om shear lag bør settes på læreplanen.

Hensikten med denne masteroppgaven er å oppdrive kunnskap om shear lag-fenomenet og dets betydning for plateeffektivitet i stålbjelker. Det skal utføres et litteraturstudium for å se på teoribakgrunnen for regelverket for shear lag-reduksjon av flenser i ståltverrsnitt. Videre skal det settes opp beregningseksempler og utføres FE-analyser for å vurdere treffsikkerheten til reglene.

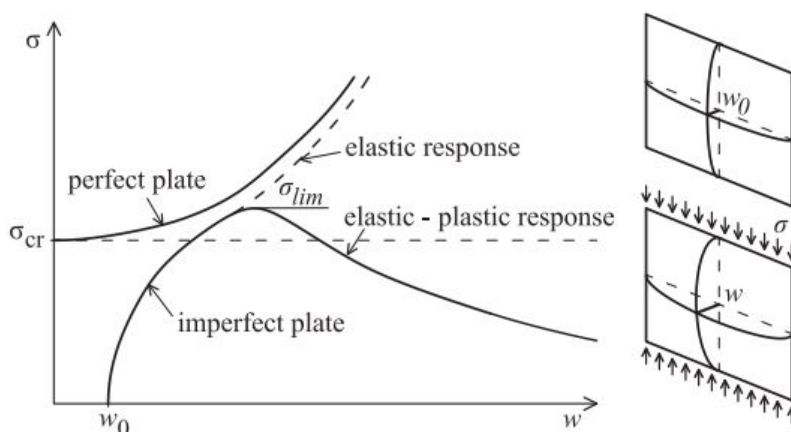
2 Teori

Når man designer konstruksjoner med plater, bør både plateknekking og shear lag, samt interaksjon mellom disse fenomenene vurderes i både bruddgrense- og bruksgrensetilstand. Lokal plateknekking og shear lag behandles prinsipielt på samme måte i Eurokode 3. Begge effektene tas hensyn til ved at man reduserer flensbredden b til en effektiv bredde b_{eff} . Det gis derfor en kort presentasjon av både plateknekking og shear lag-fenomenet. Det finnes også en alternativ metode for å ta hensyn til plateknekking gjennom å redusere spenningene, men denne metoden vil ikke bli diskutert her.

2.1 Plateknekking

Slanke plater belastet i trykk er utsatt for lokal plateknekking og må dimensjoneres deretter. For å sjekke om man har lokal plateknekking eller ikke, må man først bestemme hvilken tverrsnittsklasse platen eller tverrsnittet tilhører. Dette gjøres ved hjelp av formler gitt i NS-EN 1993-1-1, for så å sjekke mot slankhetsgrensene for de ulike tverrsnittsklassene. Om tverrsnittet er i klasse 4 vil man få lokal plateknekking, og den effektive bredden av tverrsnittet må reduseres for å ta hensyn til dette.

Slanke plater i trykk har en ekstra kapasitet etter at kritisk spenning er oppnådd. Denne kan utnyttes i konstruksjonssammenheng. Typisk oppførsel for en plate som står i trykk er vist i figur 2.1.

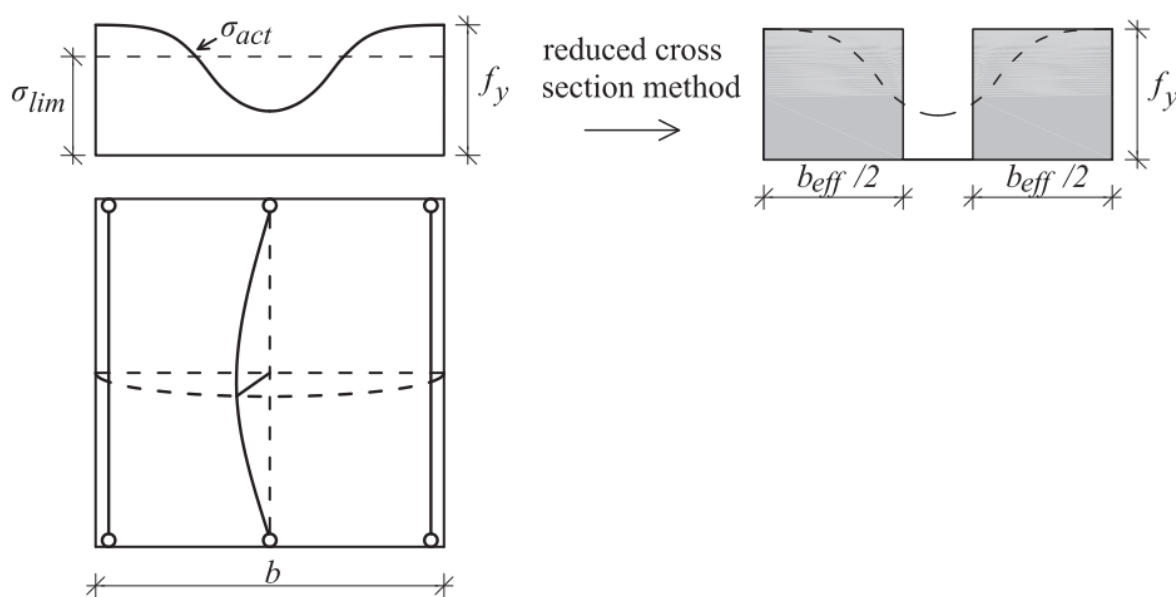


Figur 2.1: Oppførsel av plate ved økende aksialbelastning [1]

En perfekt plate uten imperfeksjoner vil tydelig vise overgangen før og etter kritisk spen-

ning er oppnådd, siden platen ikke viser tegn til nedbøyning før σ_{cr} overskrides. For plater med imperfeksjoner ser man av grafen at overgangen vil skje gradvis og derfor er vanskeligere å oppdage. Har platen svært store imperfeksjoner er det nærmest umulig å oppdage når kritisk spenning er oppnådd. Figur 2.1 viser tydelig at ikke all platekapasiteten er oppbrukt når kritisk spenning nås. Spenningen vil øke helt til platens plastiske kapasitet er fullt utnyttet.

Ved økende belastning vil man få en redistribusjon av kreftene over platens bredde. Den midtre delen av platen med størst forskyvning vil oppleve en reduksjon i trykkspenningene, mens en tilsvarende økning vil skje nær platekantene, som vist i figur 2.2. Den ultimate kapasiteten til platen er nådd når den maksimale spenningen nær platekantene kommer opp i platens flytespenning. Siden spenningsfordelingen blir ikke-lineær, er det ikke spesielt effektivt å operere med en midlere spenning som σ_{act} . Det er derfor blitt utviklet en metode hvor man reduserer bredden av platen til en effektiv bredde b_{eff} .

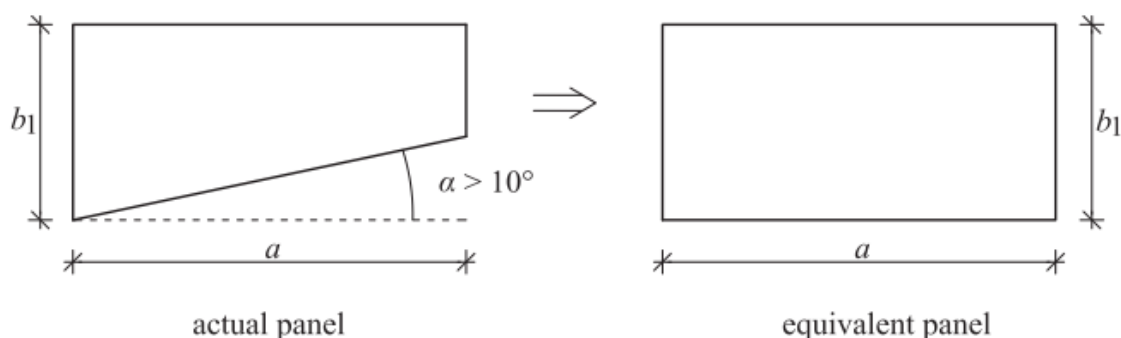


Figur 2.2: Spenningsfordeling og effektiv bredde b_{eff} for en plate [1]

Metode med effektiv bredde

Gitt at man har et tverrsnitt i klasse 4, er det fortsatt noen krav som må oppfylles for at man skal kunne bruke metoden med effektiv bredde for å bestemme platekapasiteten. Følgende kriterier må oppfylles [1]:

- Platen må være rektangulær, eller tilnærmet rektangulær med et maksimalt avvik på 10° i forhold til den horisontale linjen, som vist i figur 2.3.



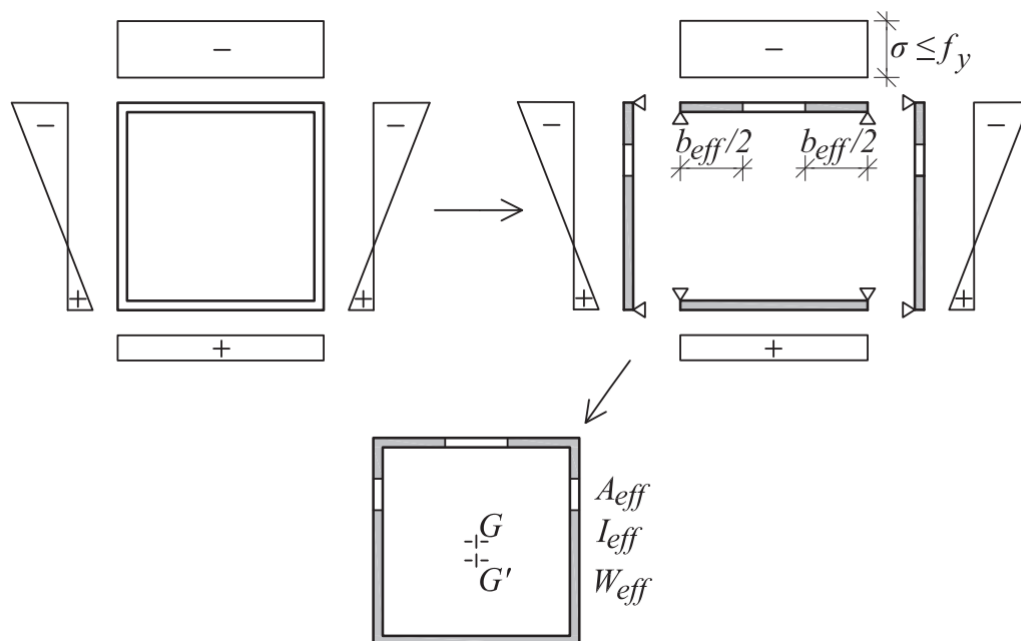
Figur 2.3: Tilnærming av rektangulære plater [1]

- Platen kan være uavstivet, eller ha langsgående og/eller tversgående stivere i begge retninger.
- Utskjæringer og hull i platen skal ikke ha en diameter som overstiger $0,05 b$, hvor b er største bredde av platen.
- Platedelene må tilhøre et uniformt tverrsnitt. Om tykkelsen av platen ikke er konstant, kan en ekvivalent tykkelse settes lik den minste tykkelsen.
- Flensindusert knekking må være forhindret ved valg av tilstrekkelig slankhet av steget.

Flensindusert knekking kan oppstå i tverrsnitt som utsettes for bøyning, når den deformerte formen av tverrsnittet sammen med trykk i flensen fører til en vertikal kraft som virker på steget. Den vertikale kraften fører til trykkspenninger i steget som igjen kan føre til lokal knekking, om steget ikke oppfyller slankhetskravet gitt i standarden [2]. For at formlene gitt i NS-EN 1993-1-5 for flensindusert knekking skal være gyldige, må bærebjelkene bestå av symmetriske I-tverrsnitt. Det bør også nevnes at flensindusert knekking ikke vil oppstå om steget har påsveist en langsgående stiver, noe som oftest er tilfellet i virkeligheten.

For å finne kapasiteten til sammensatte tverrsnitt i klasse 4, behandles hver plate som står i trykk separat, som vist i figur 2.4. Etter at man har funnet effektiv bredde b_{eff} for hver platedel, beregnes det effektive tverrsnittsarealet A_{eff} , og deretter det effektive motstandsmomentet W_{eff} . Ved en kombinasjon av aksialspenninger og bøyepeninger kan man bruke resultanten av disse spenningene i utregningen av b_{eff} . Hvis det er relevant

for beregningene, skal shear lag-effekten inkluderes. Dette betyr at for plater i trykk må man finne effektiv bredde ved å se på kombinerte effekter av plateknekkning og shear lag i henhold til standarden. For plater i strekk vil man kun få reduksjon fra shear lag. Om platens bredde ikke blir redusert på grunn av shear lag, kan den behandles som en plate i tverrsnittsklasse 3.



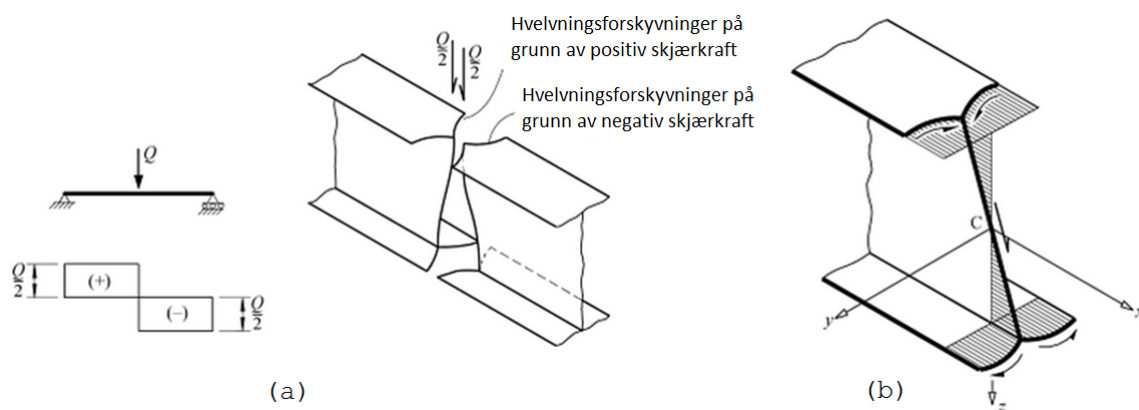
Figur 2.4: Behandling av sammensatte tverrsnitt i klasse 4 [1]

2.2 Shear lag

I tradisjonell bjelketeori neglisjeres skjærtøyningene, slik at man kan bruke antagelsen om at plane tverrsnitt forblir plane etter deformasjon. Denne antagelsen medfører at fordelingen av bøyespenningsene over tverrsnittet blir lineær. Spenninger på grunn av shear lag oppstår på grunn av avviket mellom bjelkens faktiske oppførsel og antagelsen om at plane tverrsnitt forblir plane etter deformasjon.

Shear lag vil ha størst betydning der hvor man har stor endring i skjærkraft, eksempelvis under punktlaster eller ved interne opplager. For en helt enkel fritt opplagt bjelke med en punktlast på midten, vil man under punktlasten få inkompatible hvelningsforskyvninger på grunn av positiv og negativ skjærkraft, som vist i figur 2.5 (a). For å fjerne inkompatibiliteten kreves det endringer i bøyespenningsfordelingen, og dermed også i skjærspenningsfordelingen. Disse spenningsendringene er kjent som shear lag. I steget

vil hvelvningsforskyvningene være tilnærmet lineære og forårsake skjærdeformasjon som vanligvis neglisjeres ved beregning av bjelkens nedbøyning. I flensene vil derimot hvelvningsforskyvningene variere parabolisk, som vist i figur 2.5 (b), og dette er årsaken til mesteparten av shear lag-effekten.

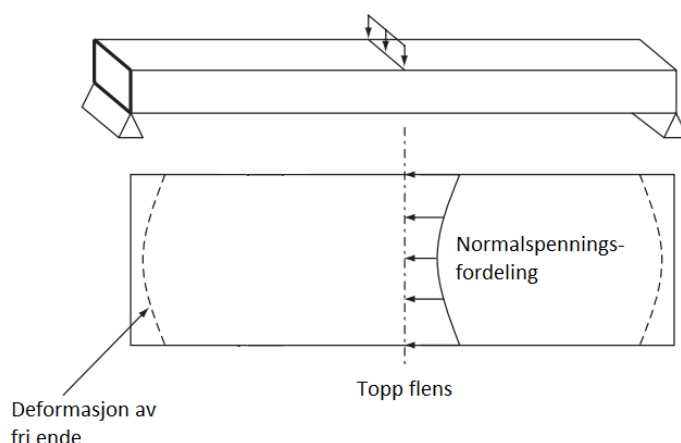


Figur 2.5: Hvelvningsforskyvninger: (a) Inkompatibilitet under punktlast; (b) Deformasjon av steg og flens på grunn av skjær [3]

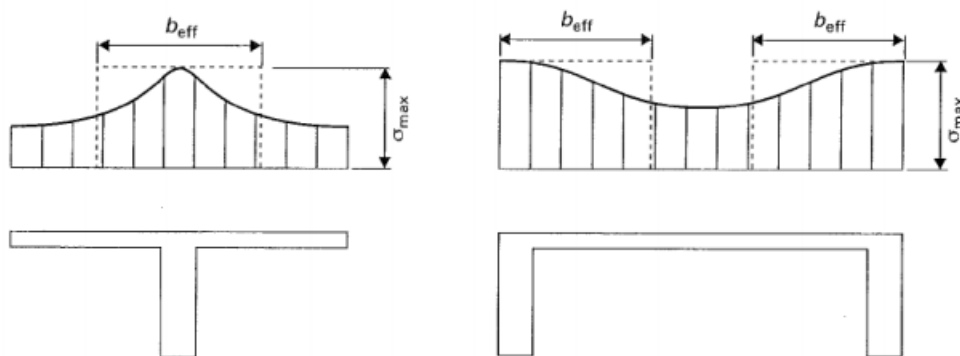
For et kassetverrsnitt vil den ikke-lineære spenningsfordelingen fra shear lag føre til en tverrsnittsending langs de frie endene, som vist i figur 2.6. Større normalspenning over stegene vil gi større tverrsnittsending her enn midt i platen, slik at de frie endene får en parabelform. Det presiseres at shear lag ikke direkte kan oversettes med skjærdeformasjon. Shear lag-effekten oppstår på grunn av en forsinkelse i spenningsoppbyggingen fra skjærdeformasjonene.

Shear lag er et fenomen som må tas hensyn til når flensbredden i et I-profil eller kassetverrsnitt ikke lenger er neglisjerbar i forhold til spennlengden. På grunn av skjærdeformasjoner vil man få en ikke-lineær normalspenningsfordeling i lengderetningen over hele bredden av flensen. Den maksimale normalspenningen vil oppstå i punkter hvor flensen og steget er knyttet sammen, som vist i figur 2.7. Spenningsene avtar ikke-lineært med avstanden fra steget, og dette vil føre til at man får redusert stivhet av tverrsnittet når det bøyes.

I standarden tar man hensyn til både reduksjon i stivhet og den ikke-lineære spenningsfordelingen ved å innføre en effektiv flensbredde b_{eff} , som vist i figur 2.7. De samme kravene som ble listet opp i forbindelse med metoden for effektiv bredde for plateknekking gjelder også her. Bruk av konseptet om effektiv bredde tilnærmer den faktiske spenningsforde-



Figur 2.6: Spenningsfordeling og tverrsnittsdeformasjon på grunn av shear lag, kassetverrsnitt [4]



Figur 2.7: Aksialspenningsfordeling i flenser ved shear lag [3]

lingen med en jevnt fordelt spenning over hele den reduserte flensbredden. Størrelsen av spenningen settes lik maksimalverdien ved overgangen mellom steg og flens. Reduksjon av effektiv bredde på grunn av shear lag har en nær sammenheng med formen på momentdiagrammet langs spennlengden. I bruddgrensetilstanden, altså ved bruk av plastisitetsteorien, har ikke lenger shear lag-effekten så stor betydning. Dette på grunn av at belastning etter flytning fører til en fordelaktig redistribusjon av spenningene. Man bør derimot ha i tankene at den økte spenningen fra shear lag kan ha innvirkning på en strekkflens som er utsatt for utmatting, eller en trykkflens som avhenger av lokal knekning.

En viktig ting å merke seg, er at shear lag kan opptre både i trykk- og strekkflenser, i motsetning til platekneking som bare kan opptre i trykkflenser. Som tidligere nevnt kan man dermed få interaksjon mellom effekter av shear lag og platekneking.

3 Regelverket for shear lag i Eurokode 3

NS-EN 1993-1-5 [5] behandler shear lag ved hjelp av konseptet om en effektiv flensbredde. Konseptet ble opprinnelig presentert av Theodore von Karman (1932) og er senere blitt videreutviklet av andre. Dette kapitlet er hovedsakelig basert på en avhandling av Sedlacek [6] og viser utledningen av en analytisk formel for beregning av effektiv bredde med hensyn på shear lag. Denne formelen danner grunnlaget for regelverket i eurokodenstandarden NS-EN 1993-1-5. Bakgrunnsdokumentet *Commentary and worked examples to EN 1993-1-5 – Plated Structural Elements* [7], av Sedlacek et al., er benyttet for utfyllende forklaringer underveis i utledningen.

3.1 Definisjon av effektiv bredde

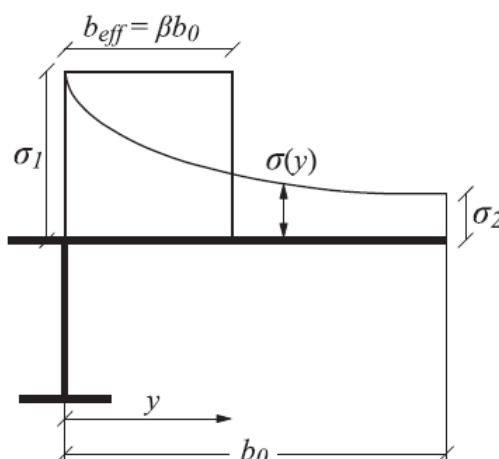
Gjennom konseptet om effektiv bredde, blir den virkelige tverrgående spenningsfordelingen erstattet av en uniform spenning av samme verdi som den virkelige maksimalspenningen. Flensbredden reduseres slik at normalkraften i den effektive flensen med uniform spenningsfordeling er ekvivalent med normalkraften i bruttflensen under den virkelige spenningsfordelingen [1], som vist på figur 3.1. Ligning (3.1) uttrykker konseptet rent matematisk. $\sigma_x(y)$ beskriver normalspenningen som en funksjon av posisjonen langs tverrsnittet; $\sigma_{x,max}$ er den virkelige maksimalspenningen; t_f er tykkelsen av flensen; b_f er bredden av flensen; og b_{eff} er den effektive bredden.

$$\int_{b_f} \sigma_x(y) t_f dy = b_{eff} t_f \sigma_{x,max} \quad (3.1)$$

NS-EN 1993-1-5 punkt 3.2 presenterer en metode for beregning av effektiv bredde for shear lag under elastiske betingelser:

$$b_{eff} = \beta b_0 \quad (3.2)$$

hvor b_0 representerer bredden av flensutstikket, eller halve bredden av et internt element. Formler for beregning av effektiv reduksjonsfaktor β er gitt basert på tverrsnittsvariabler og momentfordeling langs bjelken. Det redegjøres for disse faktorene i påfølgende avsnitt i dette kapitlet.



Figur 3.1: Definisjon av effektiv bredde [1]

3.2 Spenningsfordeling ved shear lag

Den effektive bredden med hensyn på shear lag kan evalueres numerisk ved integrasjon av flensspenningene:

$$\beta = \frac{\int_{b_f} \sigma(s) ds}{b_f \sigma_{max}} \quad (3.3)$$

hvor $\sigma(s) = \sigma_0 + \sigma_s$ er total langsgående spenning, og σ_{max} er spenningen i forbindelsespunktet mellom steg og flens. s er en koordinat som følger tverrsnittets kontur. Generelt er dette uttrykket eksakt bare for symmetrisk last, hvor skjærtøyningene vil forsvinne i senterlinjen til tverrsnittet. Feilen med tanke på skjærtøyninger ved antisymmetriske lastkomponenter er imidlertid ubetydelig. σ_0 er uttrykt i ligning (3.4) og representerer spenningsfordelingen fra opptredende aksialkrefter, bøyemomenter og bimomenter fra torsjon (hvelvningmomenter).

$$\sigma_0 = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} z + \frac{M_z}{I_z} y + M_w \frac{w}{I_w} \quad (3.4)$$

σ_s representerer spenningsfordelingen på grunn av shear lag, som må legges til spenningsfordelingen σ_0 fra lineær-elastisk teori. Dette avsnittet tar videre for seg utledningen av uttrykket for σ_s .

Skjærdeformasjoner i plater opptrer i henhold til kompatibilitetsligningen (3.5) for plan tøyningstilstand [7]. Denne betingelsen sikrer kontinuerlige og entydig bestemte forskyv-

ningsfelt.

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \gamma}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = 0 \quad (3.5)$$

der ε_x er tøyningen i langsgående retning, ε_y er tøyningen i tverrgående retning og γ er skjærtøyningen. Denne ligningen (3.5) reduseres i henhold til vanlig bøyeteori ved å anta uendelig stivhet i tverretning, slik at $\varepsilon_y = 0$. Resultatet er gitt ved ligning (3.6).

$$\frac{\partial \varepsilon_x}{\partial y} - \frac{\partial \gamma}{\partial x} = 0 \quad (3.6)$$

Effektene av shear lag kan med basis i denne ligningen modelleres ved hjelp av et sett hvelvningsfunksjoner w_s som tillater for parabelformede spenningsfordelinger i flensene:

$$\varepsilon_x = -w_s v_s'', \quad \gamma = -\frac{\partial w_s}{\partial s} v_s' \quad (3.7)$$

hvor v_s representerer tilleggsdeformasjonene på grunn av w_s . Siden materialet antas lineært elastisk, vil spenningene være proporsjonale med tøyningene:

$$\sigma_x = E \varepsilon_x, \quad \tau = G \gamma \quad (3.8)$$

Ortogonalisering av hvelvningsfunksjonene w_s resulterer i et sett uavhengige differensialligninger på formen:

$$-EI_s v_s'' + GS v_s = M_{v0} \quad (3.9)$$

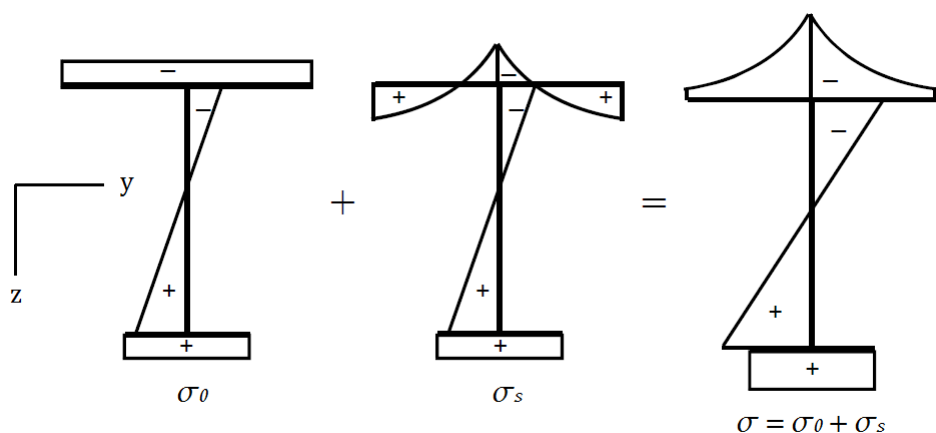
hvor henholdsvis langsgående hvelvningsstivhet I_s og skjærstivheten S er gitt ved følgende uttrykk

$$I_s = \int \tilde{w}_s^2 dA, \quad S = \int \left(\frac{\partial \tilde{w}_s}{\partial s} \right)^2 dA$$

og \tilde{w}_s er en lineær kombinasjon av opptredende hvelvningsfordelinger i tverrsnittet. Denne ligningen er analog med differensialligningen for torsjon, og løsningen gir spenningsfordelingen på grunn av shear lag:

$$\sigma_s = -E \tilde{w}_s v_s'' = \frac{M_v}{I_s} \tilde{w}_s \quad (3.10)$$

Superposisjon av spenningsmønsteret fra skjærdeformasjonene og spenningsmønsteret fra bøyemomentet M_y over full bredde gir et realistisk bilde av spenningsfordelingen med effektene av shear lag, som vist på figur 3.2. Figuren viser M_y som representativ spenningsfordeling for σ_0 .



Figur 3.2: Spenningsfordeling med effektene av shear lag [7]

3.3 Utledning av reduksjonsfaktoren β for effektiv bredde

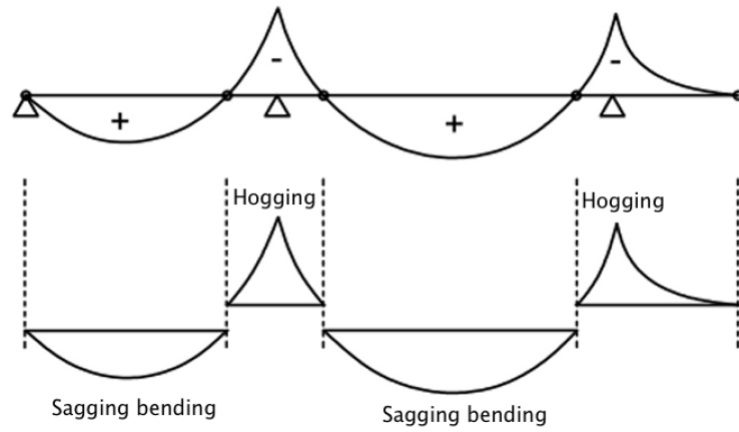
Dette avsnittet gir et sammendrag av utledningen av en generell formel for effektiv bredde med hensyn til shear lag i henhold til Sedlacek [6]. Resultatet er grunnlaget for formlene for reduksjonsfaktoren β i NS-EN 1993-1-5.

3.3.1 Formfaktor for bøyemomentfordelingen

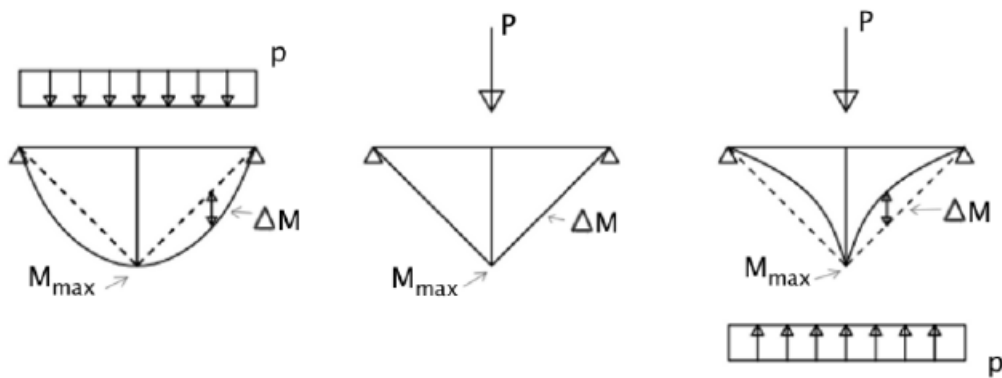
Størrelsen av shear lag-effektene avhenger av formen til den globale bøyemomentfordelingen over bjelken. Dette tas hensyn til ved at en kontinuerlig bjelke under en jevnt fordelt last separeres i nullpunktene for bøyemomentet, som vist på figur 3.3. De separate modulene betraktes som individuelle bjelker, fritt opplagt i begge ender. For hver modul kan momentfordelingen da representeres ved en kombinasjon av standardlaster. Den aktuelle momentfordelingen karakteriseres ved hjelp av en formfaktor ψ , uttrykt ved maksimalt bøyemoment M_{max} og konveksiteten ΔM :

$$\psi = 4 \frac{\Delta M}{M_{max}} \quad (3.11)$$

Figur 3.4 viser hvordan noen ulike momentfordelinger kan modelleres ved hjelp av formfaktoren ψ .



Figur 3.3: Separasjon av bøyemomentfordelingen [6]



Figur 3.4: Modelling av ulike momentfordelinger ved hjelp av ψ , ligning (3.11) [7]

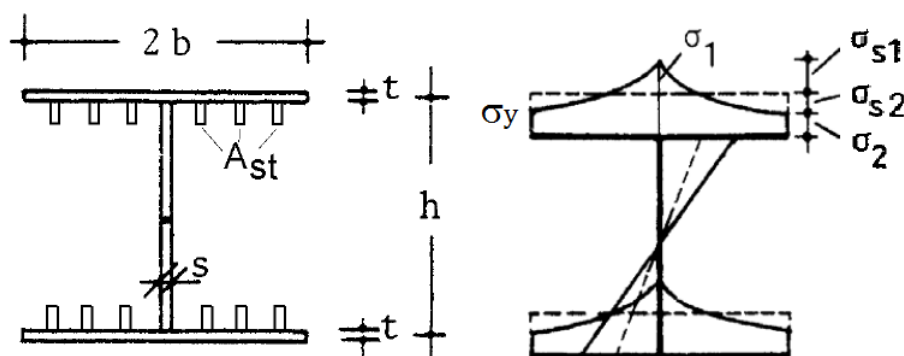
3.3.2 Tverrsnittets egenskaper

Egenskapene til tverrsnittet er et annet forhold som har betydning for effektene av shear lag i bjelken. For enkelhets skyld er det tatt utgangspunkt i et dobbeltsymmetrisk tverrsnitt ved etablering av formelverket, siden størrelsen på bunnflensen i liten grad påvirker effektiv bredde av toppflensen. Figur 3.5 viser et representativt tverrsnitt. Flenser som er forsterket av langsgående stivere gir ortotrop oppførsel i platen på grunn av ulik stivhet i flensenes lengde- og tverretning. Skjærspenninger blir tatt opp av arealet $A_V = b_0 t$, mens normalspenninger blir tatt opp av arealet $A_N = b_0 t + A_{sl}$, der A_{sl} representerer arealet av alle langsgående stivere over bruttbredden b_0 . Ortotrope effekter i platen kan modelleres ved hjelp av en faktor k , gitt ved:

$$k = \sqrt{\frac{EA_N}{GA_V}} = \sqrt{\frac{Eb_0 t + EA_{sl}}{Gb_0 t}} = \sqrt{\frac{E}{G}} \alpha_0 \quad (3.12)$$

der

$$\alpha_0 = \sqrt{1 + \frac{A_{sl}}{b_0 t}} \quad (3.13)$$



Figur 3.5: Spenningsfordeling over dobbeltsymmetrisk tverrsnitt [7]

3.3.3 Reduksjonsfaktoren β

For bruk i den videre utledningen av reduksjonsfaktoren β , introduseres her tverrsnittsparameteren α , som angir forholdet mellom arealet av flenser og steg:

$$\alpha = A_{flens}/A_{steg} \quad (3.14)$$

hvor $A_{flens} = 2bt\alpha_0$ og $A_{steg} = hs$, i henhold til figur 3.5.

Spenningsene i tuppen av flensen (σ_2) og i forbindelsen steg-flens (σ_1) kan bestemmes med utgangspunkt i en selvbalanserende spenningstilstand i tverrsnittet, der effektene av shear lag er medregnet. Denne likevektstilstanden kan representeres ved et sett av differensialligninger, ekvivalent med ligning (3.9). Spenningsresultantene for bøyedefor-
masjonen (her angitt ved ζ) og tilleggsdeformasjonen v_s er antydnet i figur 3.6. Uttrykkene for maksimalmomentene i figur 3.6 er gitt ved

$$M_y = \frac{PL}{4} \frac{1}{1 + \psi} \quad (3.15a)$$

$$M_v = M_y k_{ys} g(\psi, \lambda) \quad (3.15b)$$

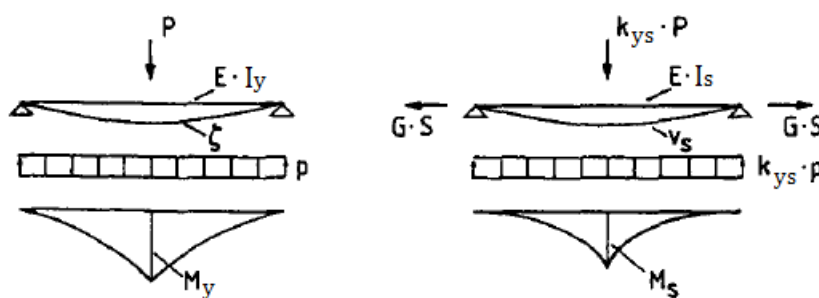
hvor k_{ys} følger fra ortogonaliseringsprosessen og er gitt ved uttrykket i ligning (3.16). λ avhenger av skjærstivheten S og langsgående stivhet I_s for tilleggsdeformasjonen, se ligning (3.17).

$$k_{ys} = \frac{8}{h} \frac{\alpha}{6\alpha + 1} \quad (3.16)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{GS}{EI_s}} L = \sqrt{\frac{5}{2k} \frac{6\alpha + 1}{\alpha + 1} \frac{L}{b}}, \quad k = \frac{E}{G} \alpha_0^2 \quad (3.17)$$

Variablen k inneholder effektene av materialet og eventuell ortotrop oppførsel. I_y , I_s og S er tverrsnittsegenskapene for den aktuelle spenningstilstanden som inneholder effektene av shear lag, henholdsvis gitt ved:

$$I_y = A_{flens} h^2 \frac{6\alpha + 1}{12\alpha}, \quad I_s = \frac{16}{15} A_{flens} \frac{\alpha + 1}{6\alpha + 1}, \quad S = \frac{16}{3} \frac{t_f}{b_0} \quad (3.18)$$



Figur 3.6: Deformasjoner og spenningsresultanter for bøyning og shear lag [6]

Løsning av differensialligningen for den selvbalanserende spenningstilstanden resulterer i funksjonen $g(\psi, \lambda)$ gitt i ligning (3.19).

$$g(\psi, \lambda) = (1 + \psi) \frac{2}{\lambda} \tanh\left(\frac{\lambda}{2}\right) - \psi \frac{8}{\lambda^2} \left(1 - \frac{1}{\cosh(\lambda/2)}\right) \quad (3.19)$$

Venstre del av figur 3.5 viser spenningsfordelingen i tverrsnittet, og spenningskomponentene kan uttrykkes som følger:

$$\sigma_{s1} = \sigma_y g(\psi, \lambda) \frac{5\alpha}{\alpha + 1}, \quad \sigma_{s2} = -\sigma_y g(\psi, \lambda) \frac{5}{4} \frac{2\alpha + 1}{\alpha + 1} \quad (3.20)$$

der spenningskomponenten $\sigma_y = \sigma_2 + \sigma_{s2}$ er gitt ved

$$\sigma_y = -\frac{PL}{4A_{flens}h(1 + \psi)} \frac{6\alpha}{6\alpha + 1} \quad (3.21)$$

På bakgrunn av den parabelformede spenningsfordelingen over flensene, kan faktoren for effektiv bredde uttrykkes ved

$$\beta = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \left(1 + \frac{5}{6} \frac{6\alpha + 1}{\alpha + 1} g(\psi, \lambda) \left(1 - \frac{5}{6} \frac{g(\psi, \lambda)}{\alpha + 1}\right)^{-1}\right)^{-1} \quad (3.22)$$

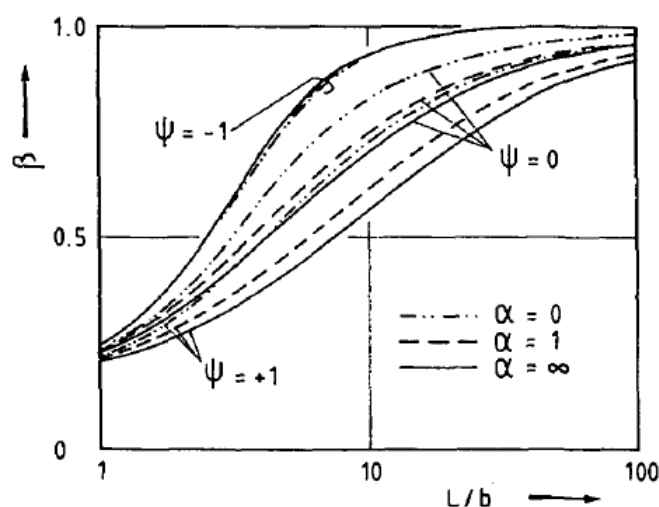
3.4 Forenklinger av utledet formel for reduksjonsfaktoren β

For praktiske håndberegninger trenger man en enklere versjon av formelen for reduksjonsfaktoren β . Dette avsnittet viser hvordan man med utgangspunkt i den utledede formelen i ligning (3.22), kommer fram til uttrykket som er gitt i NS-EN 1993-1-5.

3.4.1 Eliminasjon av tverrsnittsvariabelen α

Tverrsnittets innvirkning på effektiv bredde kan elimineres ved en konservativ tilnærming. Figur 3.7 viser et parameterstudie av uttrykket i ligning (3.22) med $\alpha = 0$, $\alpha = 1$ og $\alpha = \infty$. Av diagrammet ser man at $\alpha \rightarrow \infty$ gir lavest effektiv bredde. Ved å sette inn $\alpha \rightarrow \infty$ reduseres ligningen til

$$\beta = \frac{1}{1 + 5 g(\psi, \lambda)}, \quad \lambda = \sqrt{\frac{15}{k}} \frac{L}{b} \quad (3.23)$$


 Figur 3.7: Parameterstudie av α [6]

3.4.2 Forenkling av funksjonen $g(\psi, \lambda)$

Neste steg i forenklingsprosessen er å bytte ut $g(\psi, \lambda)$ med det enklere uttrykket $g^*(\psi, \lambda)$ i ligning (3.24), der de hyperbolske funksjonene er erstattet med potensfunksjoner.

$$g^*(\psi, \lambda) = (1 + \psi) \frac{2}{\lambda} + (1 - \psi) \frac{4}{\lambda^2} \quad (3.24)$$

Effektene av denne approksimasjonen er ubetydelige, og ligningen for effektiv bredde reduseres da til

$$\beta = \frac{1}{1 + (1 + \psi) 10/\lambda + 8(1 - \psi) 20/\lambda^2} \quad (3.25)$$

Etter innsetting av uttrykket for λ gitt i ligning (3.17), ender man opp med uttrykket for effektiv bredde β i ligning (3.26), representert ved flensbredden b , spennlengde L , formen til momentfordelingen ψ , og materialparameteren k .

$$\beta = \frac{1}{1 + (1 + \psi) \sqrt{\frac{k}{0,15}} \frac{b}{L} + (1 - \psi) \frac{k}{0,75} \left(\frac{b}{L}\right)^2} \quad (3.26)$$

3.4.3 Eliminering av materialvariabelen

Effekten av variasjoner i materialet er av mindre betydning og kan neglisjeres ved å velge en gjennomsnittlig verdi for Poisson's ratio ν :

$$\frac{E}{G} = 2(1 + \nu) \approx 2,4 \quad (3.27)$$

Denne approksimasjonen gir uttrykket i ligning (3.28).

$$\beta = \left(1 + 4,0(1 + \psi) \frac{\alpha_0 b}{L} + 3,2(1 - \psi) \left(\frac{\alpha_0 b}{L} \right)^2 \right)^{-1} \quad (3.28)$$

3.5 Trender i momentfordelingen

Formfaktoren ψ tar høyde for den globale momentfordelingens betydning for effektene av shear lag. De to trendene som preger momentfordelingen over bjelken er *feltmoment* i form av parabelformet nedbøyning nær midtspennet, og *støttemoment* i form av knekker over indre opplager. NS-EN 1993-1-5 skiller konsekvent mellom disse to momenttrendene. Reduksjonen for shear lag er større ved støttemoment enn ved feltmoment, siden momentgradienten, og følgelig skjærkraften, er størst for støttemoment. Negativ verdi for ψ indikerer feltmoment, mens positiv verdi for ψ indikerer støttemoment. Effektive lengder L_e for en kontinuerlig bjelke kan bestemmes fra figur 3.8. Betraktning av noen ulike grensetilfeller for formfaktoren ψ gir følgende uttrykk for reduksjonsfaktoren β :

- Feltmoment med $\psi = -1$

$$\beta_1 = \frac{1}{1 + 6,4 \left(\frac{\alpha_0 b}{L_e} \right)^2} = \frac{1}{1 + 6,4 \kappa^2} \quad (3.29)$$

- Støttemoment med $\psi = 0,5$

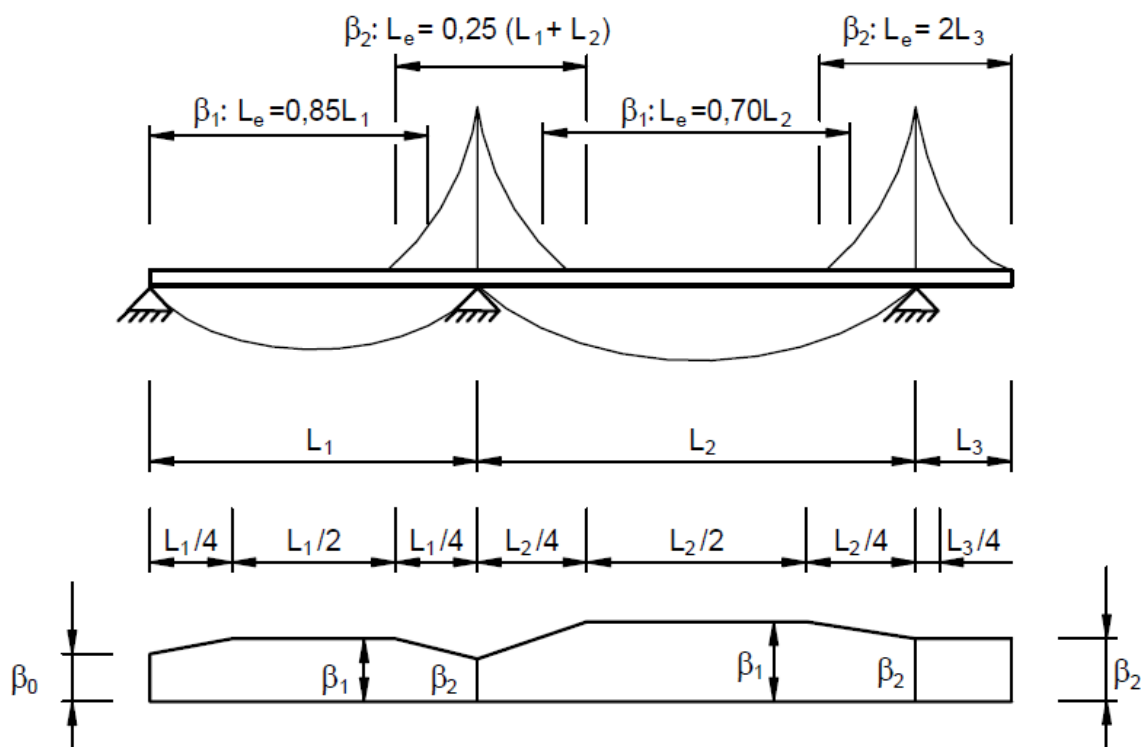
$$\beta_2 = \frac{1}{1 + 6,0 \frac{\alpha_0 b}{L_e} + 1,6 \left(\frac{\alpha_0 b}{L_e} \right)^2} = \frac{1}{1 + 6,0 \kappa + 1,6 \kappa^2} \quad (3.30)$$

- Dominerende lineær momentfordeling med $\psi = 0$

$$\beta_1 = \frac{1}{1 + 4,0 \frac{\alpha_0 b}{L_e} + 3,2 \left(\frac{\alpha_0 b}{L_e} \right)^2} = \frac{1}{1 + 4,0 \kappa + 3,2 \kappa^2} \quad (3.31)$$

For enkelhets skyld er tverrsnittsparameteren κ introdusert i uttrykkene over:

$$\kappa = \alpha_0 \frac{b_0}{L_e} \quad (3.32)$$



Figur 3.8: Effektiv lengde L_e for kontinuerlig bjelke og distribusjon av effektiv bredde [5]

3.6 Effektiv lengde L_e

NS-EN 1993-1-5 punkt 3.1(1) slår fast at shear lag i flensene kan neglisjeres hvis $b_0 \leq L_e/50$, der b_0 settes lik bredden av en utstikkende flens eller lik halve bredden av en indre platedel, og L_e er avstanden mellom momentnullpunktene.

Effektiv lengde L_e kan i henhold til NS-EN 1993-1-5 punkt 3.2.1(2) bestemmes fra figur 3.8, gitt at lengden av nabospenn ikke avviker med mer enn 50 % og ingen utkragede spenn er lenger enn halvparten av nabospennet. For alle andre tilfeller bør L_e settes lik avstanden mellom tilgrensende momentnullpunkter.

Både effektiv lengde og effektiv bredde avhenger av formen på momentfordelingen. β_2 for støttemoment gir større reduksjon for shear lag enn β_1 for feltmoment. Som indikert på

figur 3.8, antas en lineær distribusjon av effektiv bredde mellom de to verdiene av β over en fjerdedel av spennet.

3.7 Presentasjon av regelverket for shear lag i Eurokode 3

Figur 3.9 viser regelverket for beregning av reduksjonsfaktoren β med hensyn på shear lag slik det presenteres i NS-EN 1993-1-5 Tabell 3.1. For $\kappa \leq 0,02$ settes $\beta = 1,0$. Dette skjer i henhold til NS-EN 1993-1-5 punkt 3.1(1), som sier at shear lag kan neglisjeres i bjelker der $b_0/L_e \leq 0,02$.

K	Påvisning	β -verdi
$\kappa \leq 0,02$		$\beta = 1,0$
$0,02 < \kappa \leq 0,70$	feltmoment	$\beta = \beta_1 = \frac{1}{1 + 6,4 \kappa^2}$
	støttemoment	$\beta = \beta_2 = \frac{1}{1 + 6,0 \left(\kappa - \frac{1}{2500 \kappa} \right) + 1,6 \kappa^2}$
$> 0,70$	feltmoment	$\beta = \beta_1 = \frac{1}{5,9 \kappa}$
	støttemoment	$\beta = \beta_2 = \frac{1}{8,6 \kappa}$
alle κ	Endeopplager	$\beta_0 = (0,55 + 0,025 / \kappa) \beta_1$, men $\beta_0 < \beta_1$
alle κ	Utkragning	$\beta = \beta_2$ ved opplager og ved enden
$\kappa = \alpha_0 b_0 / L_e \text{ med } \alpha_0 = \sqrt{1 + \frac{A_{st}}{b_0 t}}$ <p>der A_{st} er arealet av alle langsgående stivere innenfor bredden b_0 og andre symboler er som definert på figur 3.1 og figur 3.2.</p>		

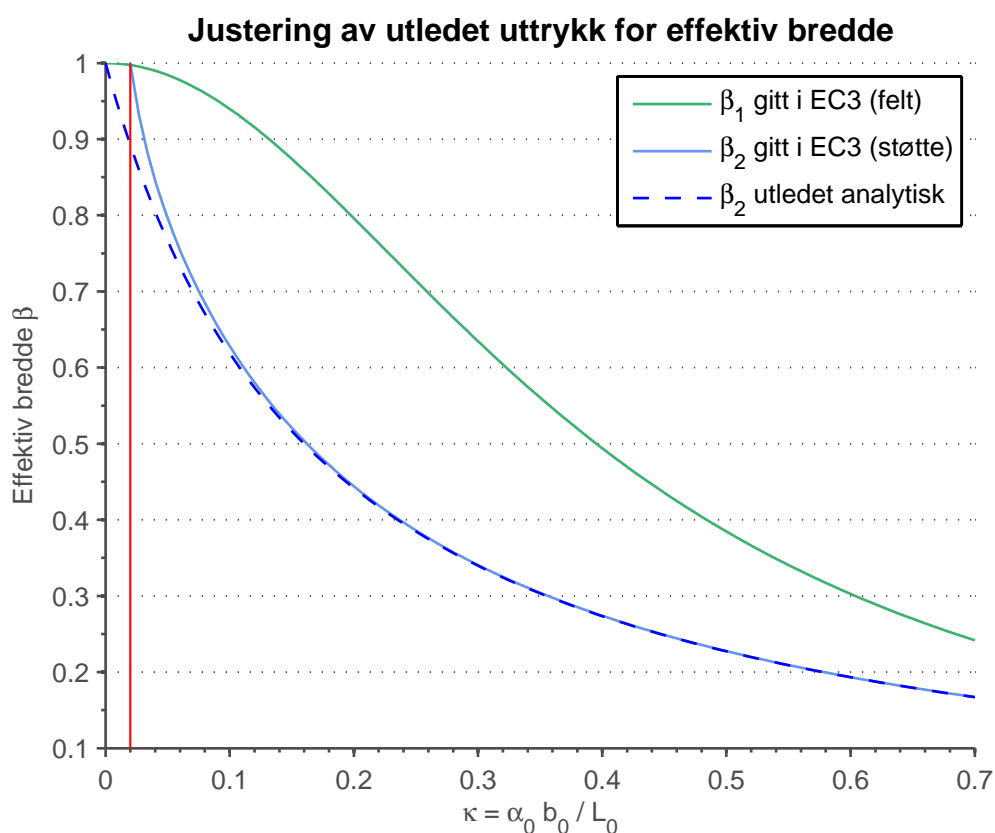
Figur 3.9: Faktor β for effektiv bredde [5]

Uttrykket i standarden for reduksjonsfaktoren β_1 for feltmoment er identisk med uttrykket utledet av Sedlacek [6], gitt at formfaktoren for feltmomentet settes til $\psi = -1$ og tverrsnittsparmeteren κ ligger innenfor intervallet $0,02 < \kappa \leq 0,70$. For støttemoment er uttrykket for reduksjonsfaktoren β_2 i standarden justert med et ekstra ledd i nevneren

sammenlignet med uttrykket utledet av Sedlacek i ligning (3.30). Tilleggsleddet er gitt ved

$$-\frac{6,0}{2500 \kappa}$$

For $\kappa \leq 0,02$ er effekten av shear lag som nevnt neglisjerbar, og reduksjonsfaktoren for effektiv bredde settes til $\beta = 1,0$. Figur 3.10 viser at tilleggsleddet skaper en kontinuitet i kurven for β_2 ved at verdien justeres opp til 1,0 for $\kappa = 0,02$. Utover i forløpet reduseres effekten av tilleggsleddet, og kurvene for utledet og justert β_2 forenes. For β_1 har kurven falt ubetydelig lite ved $\kappa = 0,02$, og dette uttrykket kan derfor benyttes uten justeringer for kontinuitet.

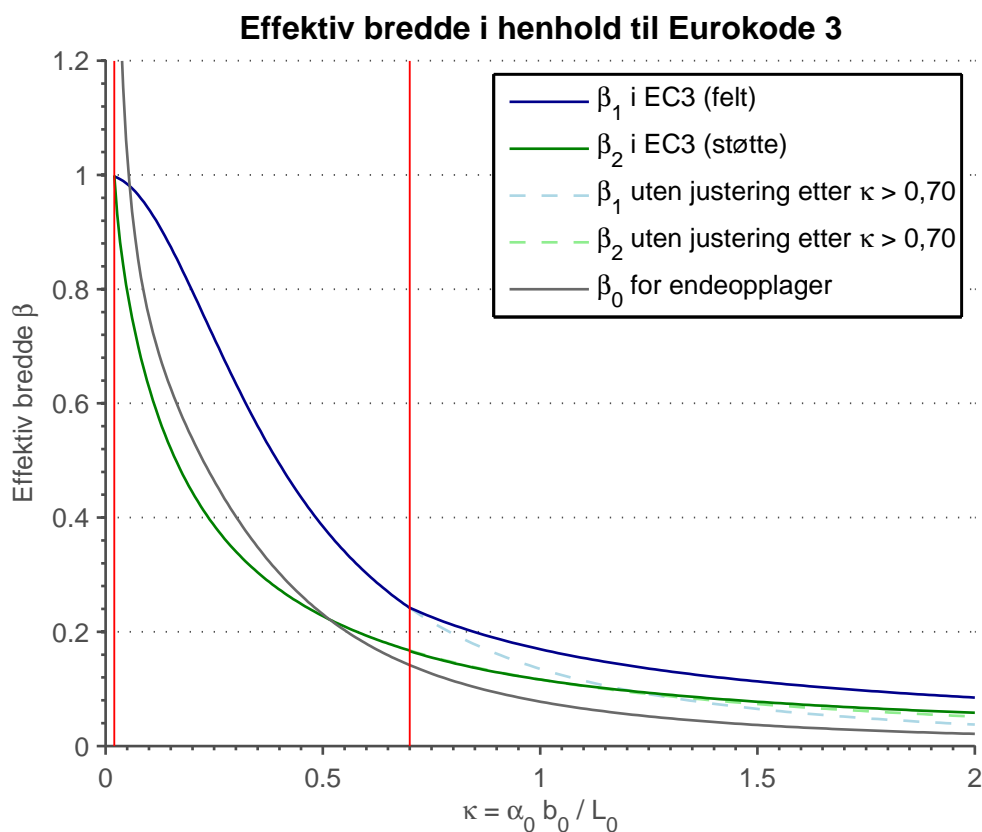


Figur 3.10: Justering av analytisk utledet uttrykk for β_2 , ligning (3.30)

For $\kappa > 0,70$ er formlene i NS-EN 1993-1-5 endret både for feltmoment og for støttemoment, slik at reduksjonen for shear lag blir mindre enn antydnet i de utledede formlene. Effektene av endringene er vist i figur 3.11. Stiplede linjer viser den videre utviklingen av de utledede uttrykkene, uten justeringer. For β_2 har endringen av uttrykket nærmest ingen betydning, mens for β_1 er forskjellen mellom uttrykkenes verdi i størrelsesorden

0,05 på det største. Det er ikke funnet litteratur som begrunner endringen i uttrykkene for β ved $\kappa = 0,70$.

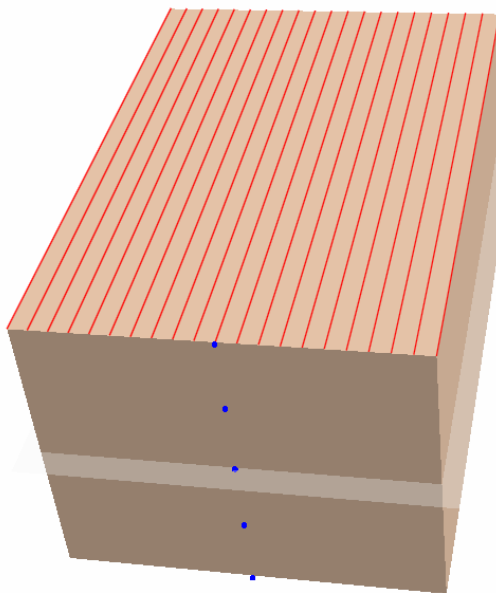
NS-EN 1993-1-5 har i tillegg egne regler for reduksjonsfaktoren β ved endeopplager og for utkragerspenn. For utkragerspenn settes $\beta = \beta_2$, som for støttemoment, ved innspenning og på enden. Ved endeopplager er reduksjonsfaktoren β_0 gitt som en funksjon av κ og β_1 for feltmoment, under forutsetning av at $\beta_0 < \beta_1$. Forløpet til funksjonen β_0 for endeopplager er vist i figur 3.11. Av figuren ser man at reduksjonen for shear lag er større for endeopplager og støttemoment enn for feltmoment. Dette er logisk siden momentgradienten er større i disse regionene, noe som impliserer større skjærkraft og dermed større effekt av shear lag.



Figur 3.11: Effektiv bredde i henhold til Eurokode 3

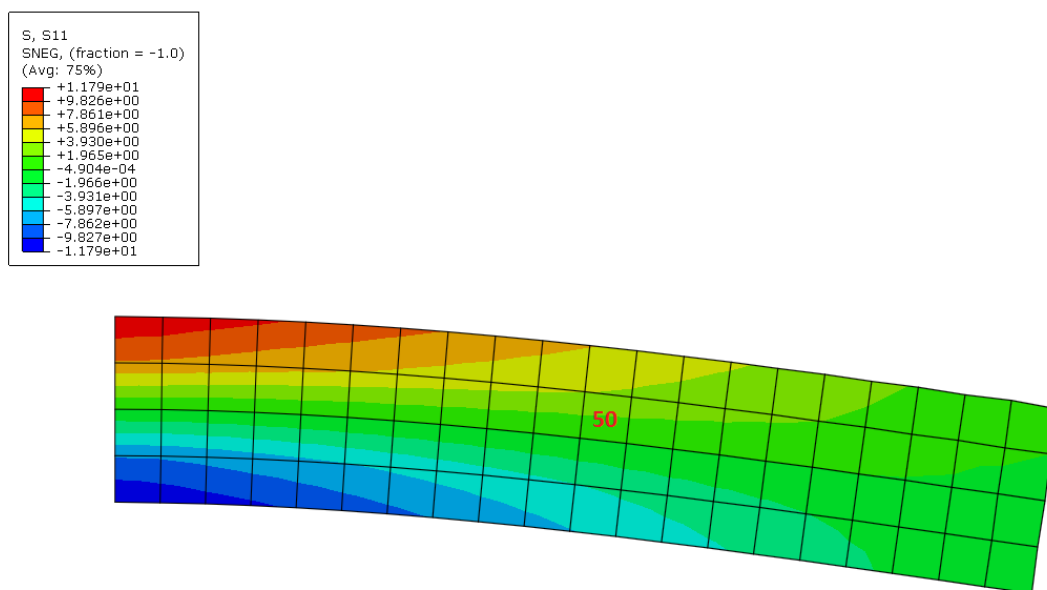
4 Spenninger i Abaqus

Spenningsfordelingen over et tverrsnitt i Abaqus må tas ut i nodene. Det er derimot ikke i nodene spenningene blir beregnet i analysen. For S4R skallelementer med ett integrasjonspunkt i planet beregnes spenningene i flere lag gjennom elementet. Spenningene ekstrapoleres ut til nodene, hvor det blir tatt et gjennomsnitt av verdiene fra de tilknyttede elementene. For en analyse med skallelementer i Abaqus, brukes enten Simpsons eller Gauss' integrasjonsmetode for å finne spenningene over tykkelsen av skallelementet. Analysene i denne oppgaven er alle utført med Simpsons metode og 5 integrasjonspunkter over elementtykkelsen, som vist i figur 4.1. Innstillingene i Abaqus bruker 5 integrasjonspunkter over tykkelsen som standard, noe som skal være mer enn tilstrekkelig i de fleste tilfeller. Som figur 4.1 viser, ligger det integrasjonspunkter på begge overflatene, slik at spenninger kan tas ut på begge sider av en plate. Det lysegrå sjiktet i figuren viser referanseplanet, hvor integrasjonspunktet i midten av elementet ligger. De røde linjene på toppen markerer overflaten på elementet. Alle integrasjonspunktene ligger med lik avstand mellom hverandre. Siden beregningsmetoden for analysene i denne oppgaven er implisitt, vil Abaqus kun lagre verdier for integrasjonspunktene i topp og bunn, samt i midtsnitt. Ved en eksplisitt analyse lagres det verdier i alle integrasjonspunktene.



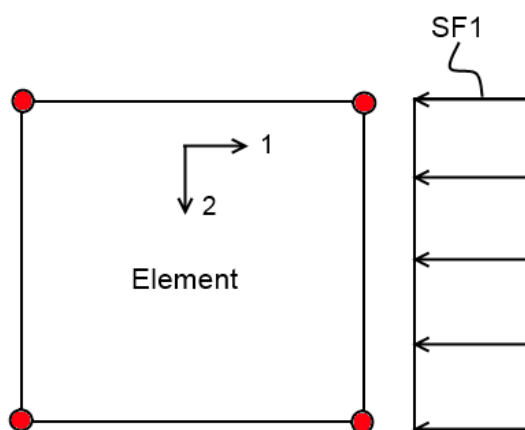
Figur 4.1: Integrasjonspunkter i et element for Simpsons metode

For enkelt å ta ut spenninger i Abaqus har man to valgmuligheter. Man kan enten ta ut spenninger i forskjellige retninger direkte ved hjelp av parameteren S , eller man kan se på section force (SF), som er kraft per lengdeenhet. For å sjekke at begge disse parametrene gir like svar, ble det laget en modell av en 1000 mm lang, 200 mm høy og 10 mm tykk utkragerbjelke påkjent av en punktlast på 1 kN i tuppen. Deformasjon og aksialspenningsfordeling er vist i figur 4.2. Utkrageren ble modellert med materialegenskapene til stål, det vil si elastisitetmodul $E = 210\,000$ MPa og tverrkontraksjonstall $\nu = 0,3$. Analysen ble kjørt som en vanlig lineær analyse.



Figur 4.2: Deformasjon og aksialspenningsfordeling for utkrager

Siden formålet med utkragermodellen kun var å verifisere at aksialspenningsfordelingen $S11$ og section force $SF1$ gir like resultater, ble den grovt meshet. Elementær teori tilsier at spenningene er konstant over tykkelsen av utkrageren. Dette stemmer med resultatene fra Abaqus, som gir samme spenning i alle tilgjengelige integrasjonspunkter for $S11$. Verdiene for $S11$ og $SF1$ for element nummer 50 er gitt i tabell 4.1. Element nummer 50 ble plukket ut tilfeldig, og er tiende element fra venstre på andre elementrad, som vist på figur 4.2.



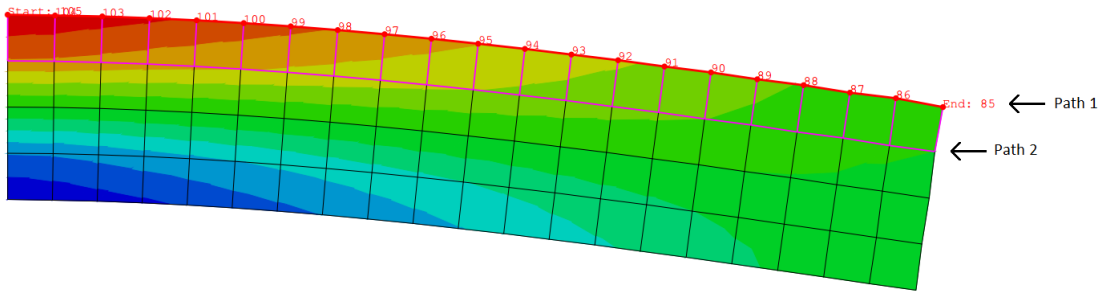
Figur 4.3: Skisse av section force for et element

Tabell 4.1: Spenninger for element nummer 50 (tykkelse 10 mm)

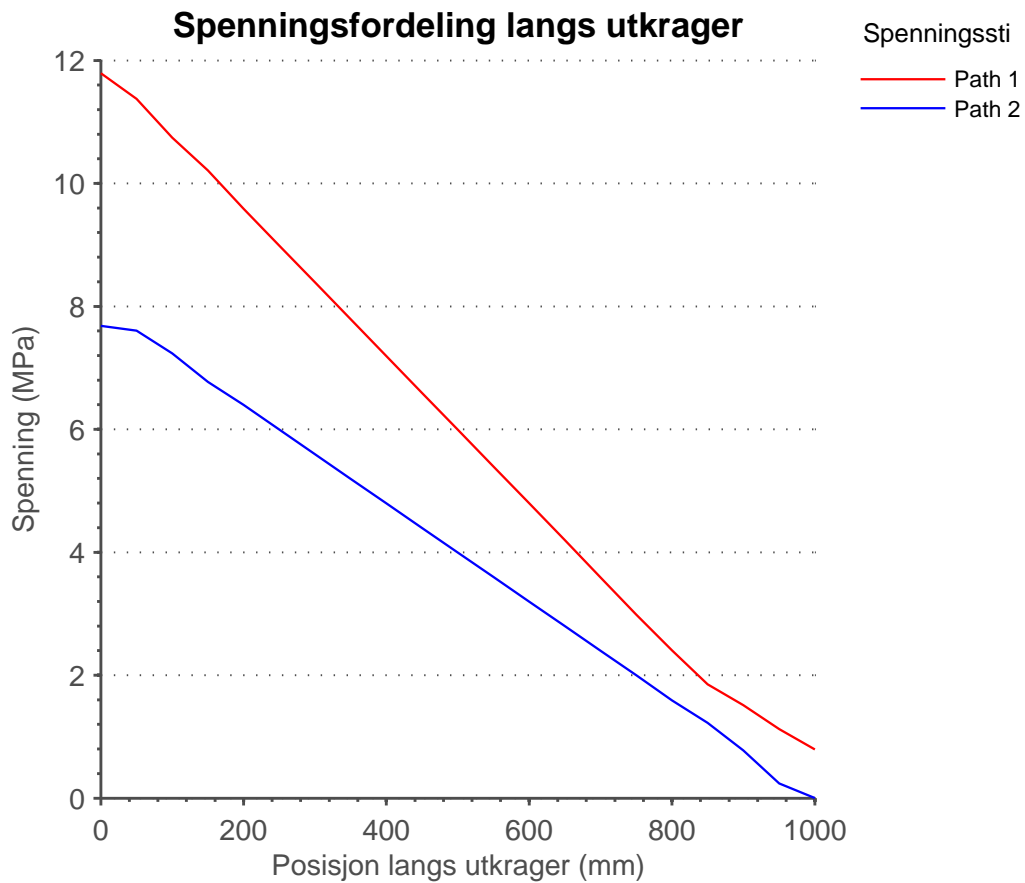
Parameter	Element 50
S11	1,89747 N/mm ²
SF1	18,9747 N/mm

Siden section force gir kraft per lengdeenhet, må den deles på tykkelsen av utkrageren for å få en gjennomsnittsspenning over elementlengden. Tykkelsen av utkrageren er 10 mm, og man ser dermed at begge parametrene gir samme spenning i elementet. Figur 4.3 viser en eksempelskisse over section force for et element. SF1 gir kraft i retning 1, per lengdeenhet i retning 2.

Ved å ta ut spenningene i nodene i overkant og underkant av en elementrekke er det mulig å sjekke at Abaqus ekstrapolerer spenninger fra flere element og tar et gjennomsnitt. Dette ble gjort for den øverste elementrekken på utkrageren, og path 1 er vist på figur 4.4. Path 2 er noderekken under path 1. Spenningen S11 er tatt ut og plottet for de to pathene i figur 4.5. Som vist av figuren, ligger spenningene fra path 2 under spenningene fra path 1 langs hele lengden av utkrageren. Dette er i henhold til teori, siden path 2 midler spenninger fra to elementrekker, mens path 1 bare får spenninger fra den øverste elementrekken.



Figur 4.4: Path 1 (øverste noderekke); path 2 (nest øverste noderekke)



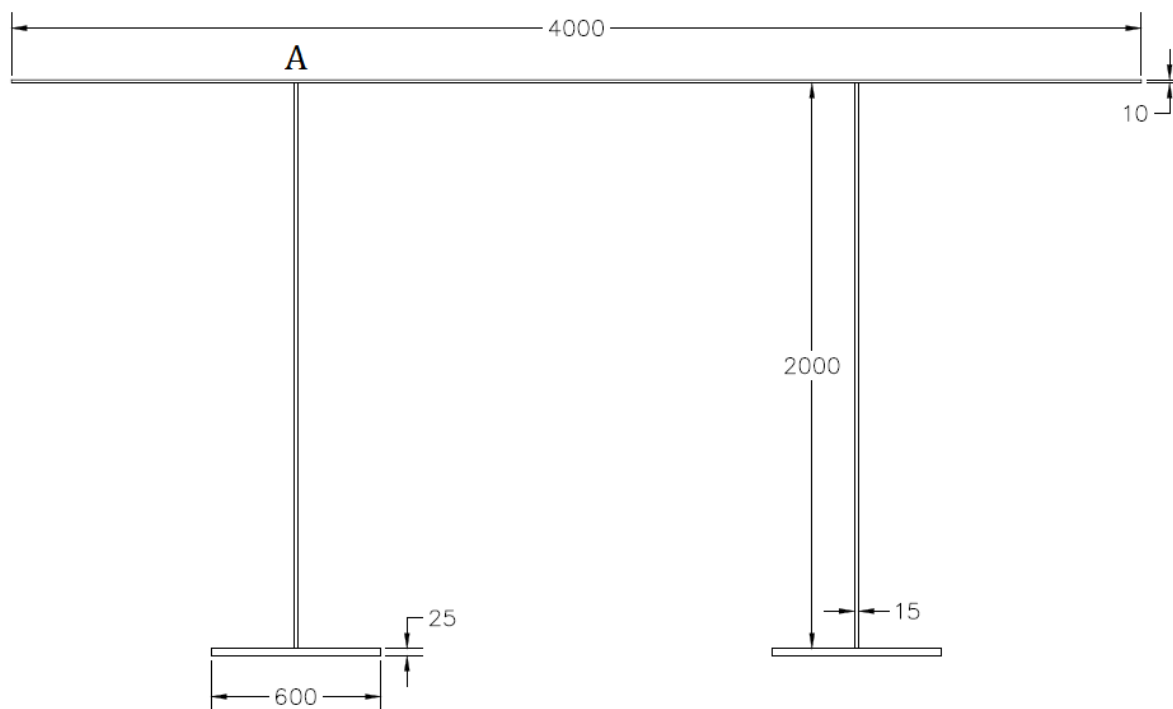
Figur 4.5: Spenninger S11 plottet for path 1 og path 2

5 Analyse av shear lag i Abaqus

FE-programmet Abaqus ble benyttet for å undersøke shear lag-fenomenet. Effekten av shear lag på nedbøyning og spenningsfordeling ble analysert ved systematisk variasjon av tverrsnittsparetere. Dette kapitlet gir en beskrivelse av modellenes oppbygning i Abaqus, samt resultater fra innledende analyser av nedbøyning og spenningsfordeling for basistverrsnittet.

5.1 Oppbygning av modellen i Abaqus

Det ble innledningsvis foretatt analyser av en fritt opplagt bjelke og en kontinuerlig tofeltsbjelke med like spenn. Begge bjelkemodellene hadde en total lengde på 40 meter. Tofeltsbjelken ble benyttet videre i et parameterstudie av tverrsnittet, siden midtstøtten gir større momentgradient, og dermed større effekter av shear lag. Dette avsnittet beskriver oppbygningen av modellene i Abaqus.



Figur 5.1: Basistverrsnittet – målsatt tverrsnitt

Figur 5.1 viser et målsatt oppriss av tverrsnittet til modellbjelkene. Dette tverrsnittet refereres heretter til som basistverrsnittet. Dimensjonene til tverrsnittet ble vilkårlig be-

stemt, men av hensyn til et ønske om tydelig shear lag, og det er ikke foretatt noen kontroller i henhold til eurokodestandarder i forbindelse med målsettingen. Det er tatt utgangspunkt i vanlig konstruksjonsstål for materialmodellen i Abaqus, og benyttede parameterverdier er gitt i tabell 5.1.

Tabell 5.1: Oversikt over materialparametere

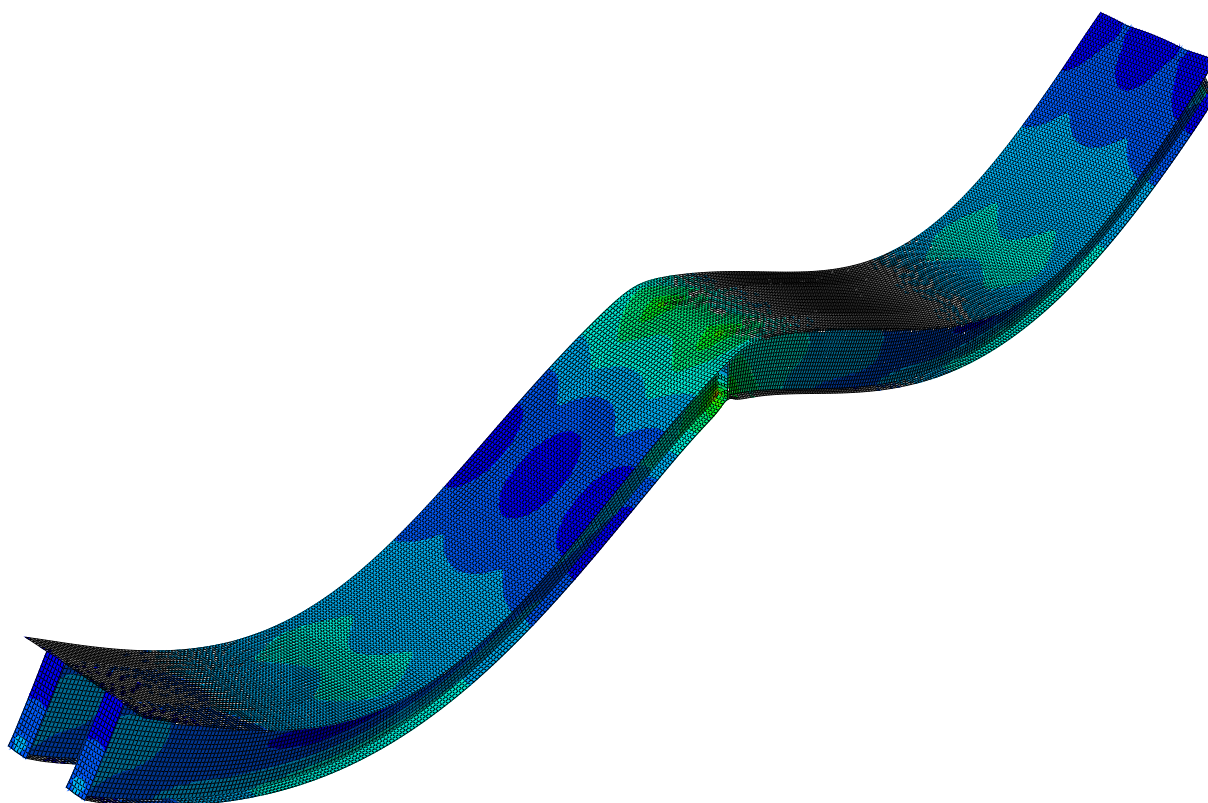
Parameter	Data
Elastisitetsmodul	$E = 210\,000$ MPa
Flytespenning	$f_y = 355$ MPa
Tverrkontraksjonstall	$\nu = 0,3$

Det ble benyttet skallelementer av typen *3D deformable shell* ved oppbygging av modellen i Abaqus. Tverrstivere med tykkelse $t = 25$ mm og lik bredde som bunnflensene ble lagt inn i tverrsnittet ved alle opplager, og disse ble ”merget” med resten av 3D-modellen. Kvadratisk elementnett med elementlengde $\varnothing = 100$ mm var utgangspunktet for alle analysene. Ved opplager ble alle nodene i underkant av tverrsnittet fastholdt mot bevegelse i lastretningen. Én av nodene i den ene enden av modellen ble fastholdt mot bevegelse i alle tre retninger, mens resten av opplagernodene hadde frihet til å bevege seg i planet som glidelager.

En lastsituasjon med jevnt fordelt last $q = 20$ kN/m over hvert steg, ble modellert ved hjelp av konsentrerte punktlaster av størrelse $F = 2$ kN i nodene langs forbindelsen mellom steget og topplaten. Figur 5.2 viser et bilde av tofeltsbjelken under den gitte lastsituasjon i Abaqus, med deformasjoner og antydning av spenningsfordelingen i fargeplott. Deformasjonene er vist i normalisert skala, og den maksimale nedbøyningen i feltet er for dette tilfellet $\delta_{max} = 2,5$ mm.

5.2 Nedbøyning

Sammenhengen mellom effekten av shear lag og deformasjoner av en bjelke ble undersøkt på grunnlag av resultatet fra analysene i Abaqus. Forskjellen mellom nedbøyning bestemt ved håndberegninger og ved analyse i Abaqus gir en indikasjon på graden av shear lag i bjelken, siden effekter av shear lag ikke tas hensyn til i formeluttrykkene for håndberegning av nedbøyningen.



Figur 5.2: Abaqus-modell av tofeltsbjelken med deformasjoner

5.2.1 Tofeltsbjelken

Basert på bjelkens differensialligning fra elementær bjelketeori, ble hovedbidraget til nedbøyningen beregnet ved integrasjon av momentfunksjonen langs det ene feltet av bjelken. Utledningen av ligning (5.1) og ligning (5.2) er vist i vedlegg A.1.1, og origo er lagt i endeopplageret.

$$u(x) = -\frac{1}{EI} \left(\frac{3}{48} qLx^3 - \frac{1}{24} qx^4 - \frac{1}{48} qL^3x \right) \quad (5.1)$$

L angir lengden av ett bjelkespenn. For et punkt i feltmidte av bjelkespennet, $x = L/2$, er uttrykket for nedbøyningen gitt ved ligning (5.2).

$$\delta_M = u(L/2) = \frac{1}{192} \frac{qL^4}{EI} \quad (5.2)$$

Et uttrykk for skjærbidraget til nedbøyningen i feltmidte av spennet ble beregnet ved

hjelp av enhetslastmetoden. Utledningen av ligning (5.3) er vist i vedlegg A.1.2.

$$\delta_V = 0,1485 \frac{qL^2}{GA_V} \quad (5.3)$$

Som en kontroll av de utledede uttrykkene for håndberegning av nedbøyningene, ble nedbøyningene for modellen også beregnet ved hjelp av beregningsprogrammet *Frame Analysis Program* (fap2D). Resultatene fra håndberegninger og programberegninger av nedbøyningen i feltmidte av bjelkespennet er gitt i tabell 5.2. Lengden av bjelkespennet for tofeltsbjelken er $L = 20$ m, og total linjelast er satt til $q = 20$ kN/m. Annet arealmoment for basistverrsnittet er beregnet til $I = 8,92326 \cdot 10^{10}$ mm⁴. Arealet av stegene representerer skjærarealet, og er gitt ved $A_V = 2 \cdot 2000 \cdot 15 = 60000$ mm². Verdien for nedbøyningen i Abaqus er tatt ut i noden som deles av steget og toppflensen, altså punkt A på figur 5.1.

Tabell 5.2: Beregning av nedbøyning i feltmidte av et spenn for tofeltsbjelken

	Momentbidrag	Skjærbidrag	Total nedbøyning
Håndberegninger	1,78 mm	0,49 mm	2,27 mm
fap2D	1,79 mm	0,49 mm	2,28 mm
Abaqus			2,37 mm

Siden Abaqus også tar hensyn til effekten av shear lag ved beregning av nedbøyningen, er det forventet at den totale nedbøyningen i Abaqus er større enn for håndberegninger og fap2D. Det antas at shear lag alene er forklaringen på forskjellen mellom resultatet i Abaqus og resultatet fra håndberegninger. For tofeltsbjelken gir shear lag dermed en tilleggsgnedbøyning på $\delta_{sl} = 2,37 - 2,27 = 0,10$ mm, eller 4,22 %, av den totale nedbøyningen i Abaqus.

En sjekk av setninger ved opplager er vist i tabell 5.3. Forskyvninger er sjekket for en node i toppen og en node i bunnen av steget. Ved endeopplageret var det ingen setning, verken for tofeltsbjelken eller for den fritt opplagte bjelken. Ved midtstøtten i tofeltsbjelken er belastningen større, og punktet i bunnen av steget blir presset ned 0,011 mm. For analysene tas nedbøyningen ut i feltmidte, og setningen vil ha mindre innvirkning på nedbøyningen her, enn ved midtstøtten. På bakgrunn av dette ble det valgt å neglisjere setningen, siden den er såpass liten og nedbøyningen i tillegg betraktes med kun to desimaler.

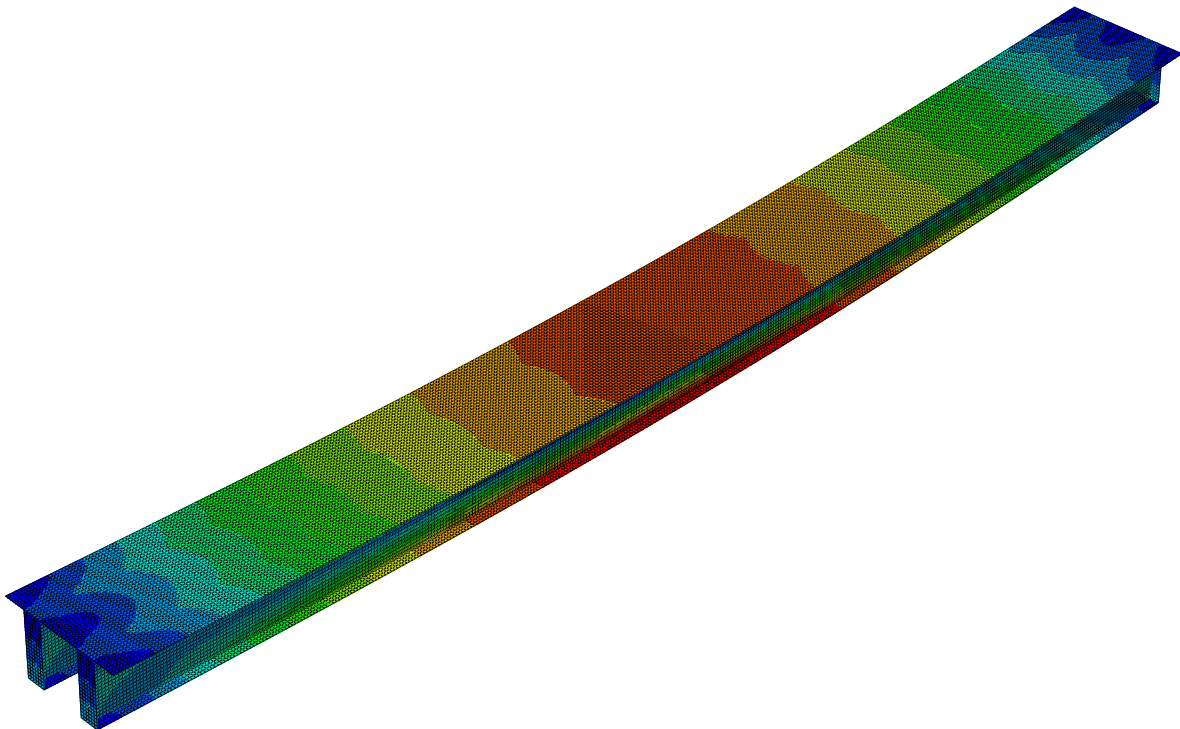
Tabell 5.3: Sjekk av setninger ved opplager

Opplager	Toppunkt	Bunnpunkt
Tofeltsbjelke midtstøtte	-0,106681	-0,011007
Tofeltsbjelke endeopplager	-0,043115	-3,7392E-32
Fritt opplagt endeopplager	-0,110771	-6,4684E-32

5.2.2 Fritt opplagt bjelke

Figur 5.3 viser modellen av en fritt opplagt bjelke i Abaqus. Lengden av bjelken er $L = 40$ m, og total linjelast er satt til $q = 20$ kN/m. Annet arealmoment for tverrsnittet er gitt ved $I = 8,92326 \cdot 10^{10}$ mm⁴, og skjærarealet er $A_V = 60000$ mm². Uttrykket for nedbøyningen i feltmidte er velkjent og kan hentes fra formelsamlinger:

$$\delta_M = u_{max} = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI} \quad (5.4)$$



Figur 5.3: Abaqus-modell av fritt opplagt bjelke med deformasjoner

Skjærbidraget til nedbøyningen i feltmidte ble funnet ved hjelp av enhetslastmetoden, og

er gitt ved ligning (5.5). Utledningen er vist i vedlegg A.2.

$$\delta_V = \frac{1}{8} \frac{qL^2}{GA_V} \quad (5.5)$$

Resultatene fra håndberegninger og programberegninger av nedbøyningen i feltmidte er gitt i tabell 5.4.

Tabell 5.4: Beregning av nedbøyning i feltmidte for fritt opplagt bjelke

	Momentbidrag	Skjærbidrag	Total nedbøyning
Håndberegninger	71,15 mm	1,65 mm	72,80 mm
fap2D	71,60 mm	1,67 mm	73,27 mm
Abaqus			73,21 mm

Siden det antas at forskjellen mellom resultatet fra håndberegninger og analysen i Abaqus skyldes effektene av shear lag alene, blir nedbøyningsbidraget fra shear lag i dette tilfellet på $\delta_{sl} = 73,21 - 72,80 = 0,41$ mm. Dette tilsvarer 0,56 % av den totale nedbøyningen i Abaqus. Siden gradienten til momentfunksjonen er null ved maksimalt moment i feltmidte av bjelken, forventes det i teorien null shear lag-effekt i dette punktet. For denne modellen vil shear lag-effektene være størst ved opplager. Siden effekten av shear lag er såpass liten, ble det vurdert som lite hensiktsmessig å benytte denne modellen i et videre parameterstudie.

5.3 Aksialspenningsfordeling i topplaten

Shear lag gir en karakteristisk ikke-lineær fordeling av aksialspenningene over bredden av flensene. Dette skyldes forsinket oppbygging av aksialspenninger fra bøyemomentet. Shear lag gir typisk store spenninger ved steget, som reduseres over bredden av flensene mot flenstuppen eller midten av et internt plateelement. Figur 5.4 viser de typiske spenningsstoppene over stegene, fra en analyse av den fritt opplagte eksempelbjelken i Abaqus.

5.3.1 Fritt opplagt bjelke

For å studere effekten av shear lag i basistverrsnittet, ble aksialspenningsfordelingen over tverrsnittet tatt ut for hver andre meter mellom endeopplageret og midten av bjelken.

På grunn av symmetri i last og geometri, holder det å ta ut plott langs halve bjelken. Spenningsverdiene fra Abaqus er normalisert med bøyespenningen i det aktuelle snittet for lettere å kunne tolke resultatene. Ligning (5.6) angir uttrykket for bøyespenningen i et vilkårlig snitt x . z_o representerer avstanden mellom nøytralaksen og ytterkanten av toppflensen. Origo er lagt i opplageret.

$$\sigma(x) = -\frac{M(x)}{I} z_o \quad (5.6)$$

hvor momentfordelingen for en fritt opplagt bjelke er gitt ved

$$M(x) = \frac{1}{2} qLx - \frac{1}{2} qx^2 \quad (5.7)$$

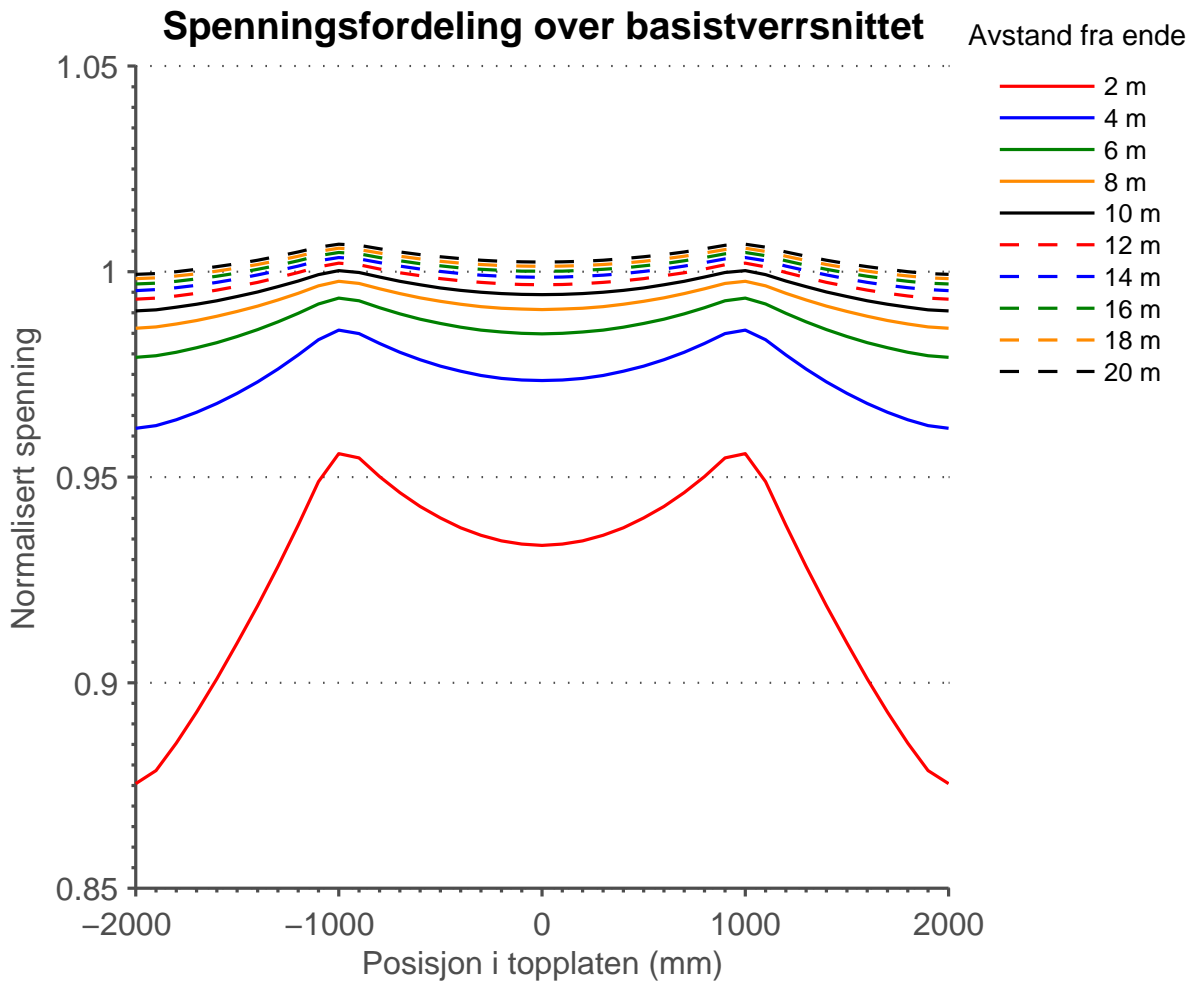
Figur 5.4 viser normalisert spenningsfordeling for den fritt opplagte bjelken med basisverrsnittet. Spenningsfordelingen ved endeopplageret skilte seg fra resten av plottene både i form og størrelse på spenningstoppene. De andre plottene ble tilnærmet flate ved sammenligning. For å beholde oversikten i samleplottet, er dette spenningsplottet derfor utelatt. Den omtalte spenningsfordelingen ved endeopplageret kan studeres i vedlegg B. Årsaken til den uregelmessige spenningsfordelingen ved opplageret er mest sannsynlig forstyrrelser i spenningene på grunn av stiverplatene og kraftoverføring til opplageret.

Fra figur 5.4 ser man tydelig spenningstoppene over stegene. Shear lag-effekten er størst der momentgradienten er stor – altså der hvor skjærkreftene er store. For en fritt opplagt bjelke med jevnt fordelt last, er skjærkreftene størst ved opplager og null i feltmidte. Det forventes med andre ord størst shear lag-effekter ved opplageret. Dette kan observeres i figur 5.4, som tydelig viser at spenningstoppene avtar med avstanden fra opplageret. Ved feltmidte er spenningsfordelingen tilnærmet flat, noe som er logisk siden skjærkraften her er null.

5.3.2 Tofeltsbjelken

Figur 5.6 viser normalisert spenningsfordeling for tofeltsbjelken med basistverrsnittet. Ved jevnt fordelt last blir momentdiagrammet for bjelken som vist i figur 5.5. Ved normalisering av plottene er ligning (5.6) benyttet, med følgende uttrykk for momentfordelingen langs et bjelkespenn med origo i endeopplageret:

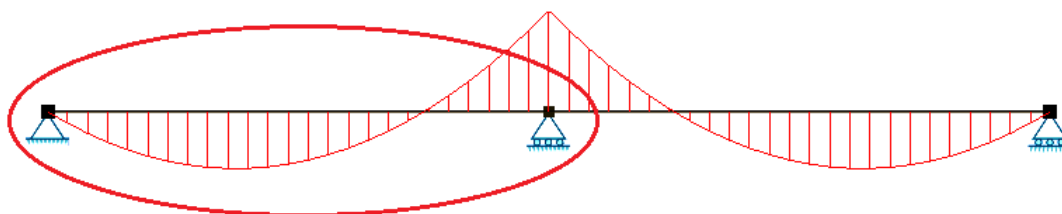
$$M(x) = \frac{3}{8} qLx - \frac{1}{2} qx^2 \quad (5.8)$$



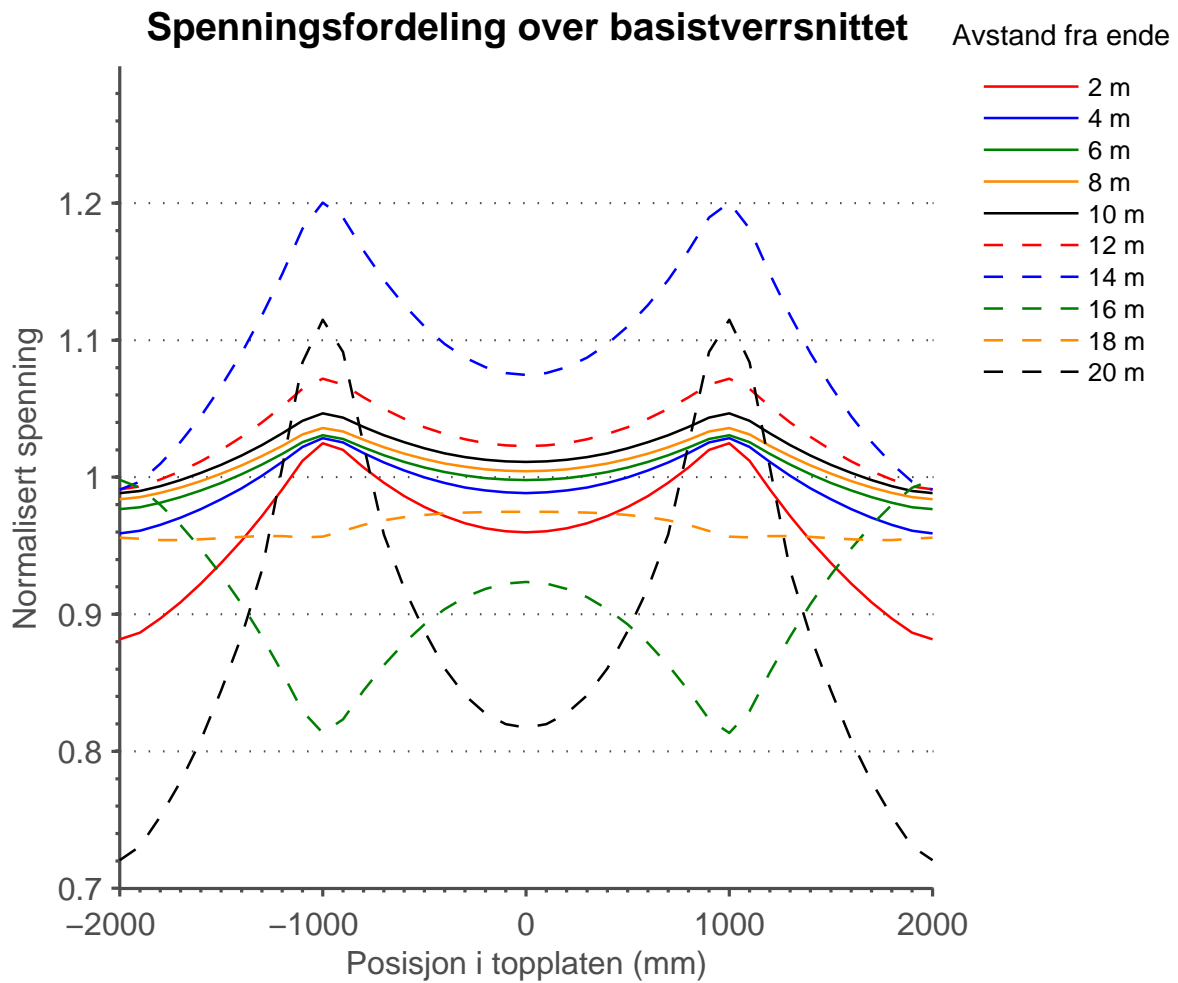
Figur 5.4: Spenningsfordeling i ulike snitt langs fritt opplagt bjelke

Også i dette samleplottet er spenningsfordelingen ved endeopplageret utelatt på grunn av uregelmessigheter i forhold til de andre plottene. Et samleplott som inkluderer spenningsfordelingen ved endeopplageret er gitt i vedlegg B. Ved opplageret på midten er spenningsplottet tatt ut en noderekke før selve opplagerrekken for å unngå forstyrrelser.

For en kontinuerlig tofeltsbjelke med jevnt fordelt last vil momentgradienten være størst over midtstøtten, se figur 5.5. Som forventet tyder spenningsplottene i figur 5.6 på at shear lag-effektene er absolutt størst ved midtstøtten, 20 m fra endeopplageret. Det observeres at plottene i snittene $x = 16$ m og $x = 18$ m fra enden er snudd i forhold til resten. Dette er en indikasjon på negativ shear lag. Det aktuelle fenomenet redegjøres for og diskuteres grundigere i kapittel 8. Effekten av shear lag er liten i regionen hvor momentet har et bunnpunkt, og vokser med momentgradienten som forventet.



Figur 5.5: Skisse av momentfordelingen over tofeltsbjelken



Figur 5.6: Spenningsfordeling i ulike snitt langs et spenn av tofeltsbjelken

6 Parameterstudier

Siden effekten av shear lag var størst i tofeltsbjelken, ble denne benyttet videre i et parameterstudium. Hensikten var å se hvordan variasjoner av ulike parameterverdier påvirker effekten av shear lag. Dette kapitlet presenterer resultatet av analysene i Abaqus. Det er sett på hvordan systematisk endring av flensstykkelsen og bredden av flensutstikkene i topplaten påvirker nedbøyningen og spenningsfordelingen over tverrsnittet.

6.1 Analyse av nedbøyningen

Tabell 6.1 viser effekten av shear lag på nedbøyningen i feltmidte av bjelkespennet ved variasjon av tverrsnittsstørrelser. Bidraget til nedbøyningen er undersøkt for dobling og halvering av platetykkelsen, samt dobling og halvering av bredden til flensutstikkene i topplaten. For håndberegningene er uttrykkene for momentbidrag og skjærbidrag presentert i de innledende analysene for basistverrsnittet i avsnitt 5.2.1 benyttet. Annet arealmoment I og skjærarealet A_V for de ulike variasjonene av tverrsnittet er beregnet i Excel, og en oversikt over tallverdiene er gitt i vedlegg B.

Tabell 6.1: Effekt av shear lag på nedbøyning i feltmidte av bjelkespennet

Parameterstudie	Håndberegning	Abaqus nedbøyning	Shear lag
Basistverrsnitt	2,268 mm	2,374 mm	4,47 %
$t_f = 5$ mm	2,786 mm	2,903 mm	4,03 %
$t_f = 20$ mm	1,866 mm	1,961 mm	4,84 %
$b_f = 500$ mm	2,473 mm	2,566 mm	3,62 %
$b_f = 2000$ mm	2,015 mm	2,186 mm	7,82 %

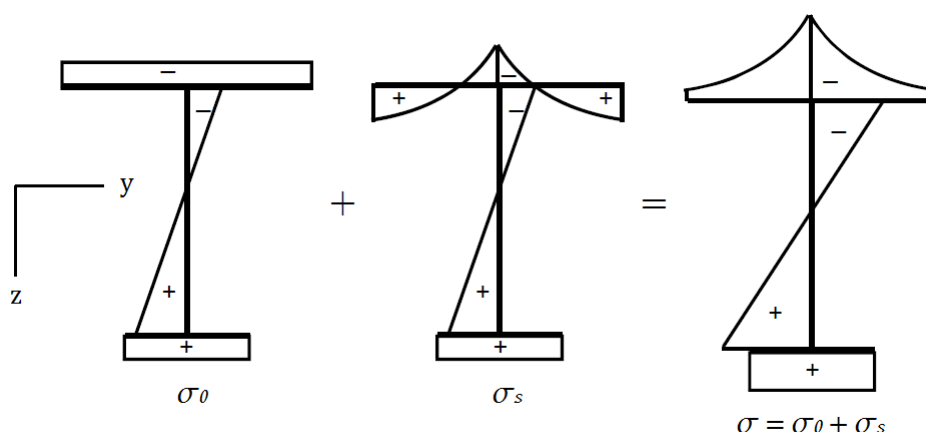
Tabell 6.2 presenterer en bearbeidet versjon av resultatene i tabell 6.1, og angir endring i nedbøyning versus effekten av shear lag ved variasjoner i tverrsnittet. Resultatene fra analysene i Abaqus viser at variasjon av platetykkelsen i mindre grad påvirker effekten av shear lag, til tross for at det har en vesentlig betydning for den totale nedbøyningen. Dobbling av platetykkelsen reduserer nedbøyningen med 17 %, mens halvering av plate-tykkelsen øker nedbøyningen med 22 % i forhold til basistverrsnittet. Effekten av shear lag på nedbøyningen er antydnet ved hjelp av prosentsetser i siste kolonne i tabell 6.1. Variasjon av bredden til flensutstikket har mindre betydning for den totale nedbøyningen, men gir større utslag for effekten av shear lag enn variasjon av platetykkelsen. Dobbling av flensutstikket reduserer nedbøyningen med 7,9 %, mens halvering av flensutstikket øker

nedbøyningen med 8,1 % i forhold til basistverrsnittet.

Tabell 6.2: Endringer i nedbøyning versus effekt av shear lag

Parameterstudie	Endring i nedbøyning	Endring i prosent	Shear lag
Basistverrsnitt	$\delta_{tot} = 2,374 \text{ mm}$	-	4,47 %
$t_f = 5 \text{ mm}$	+ 0,529 mm	+ 22,3 %	4,03 %
$t_f = 20 \text{ mm}$	- 0,413 mm	- 17,4 %	4,84 %
$b_f = 500 \text{ mm}$	+ 0,192 mm	+ 8,1 %	3,62 %
$b_f = 2000 \text{ mm}$	- 0,188 mm	- 7,9 %	7,82 %

Større effekt av shear lag ved dobling av flensutstikket kan forklares med at betydningen av forsinkelsen i oppbyggingen av aksialspenninger øker. Forskjellen mellom spenningen i forbindelsespunktet steg-flens og i tuppen av flensen blir større siden spenningene fra skjærvridninger σ_s (shear warping) skal bre seg ut over en større bredde, se figur 6.1. Samme logikk forklarer hvorfor effekten av shear lag reduseres ved reduksjon av flensutstikket.



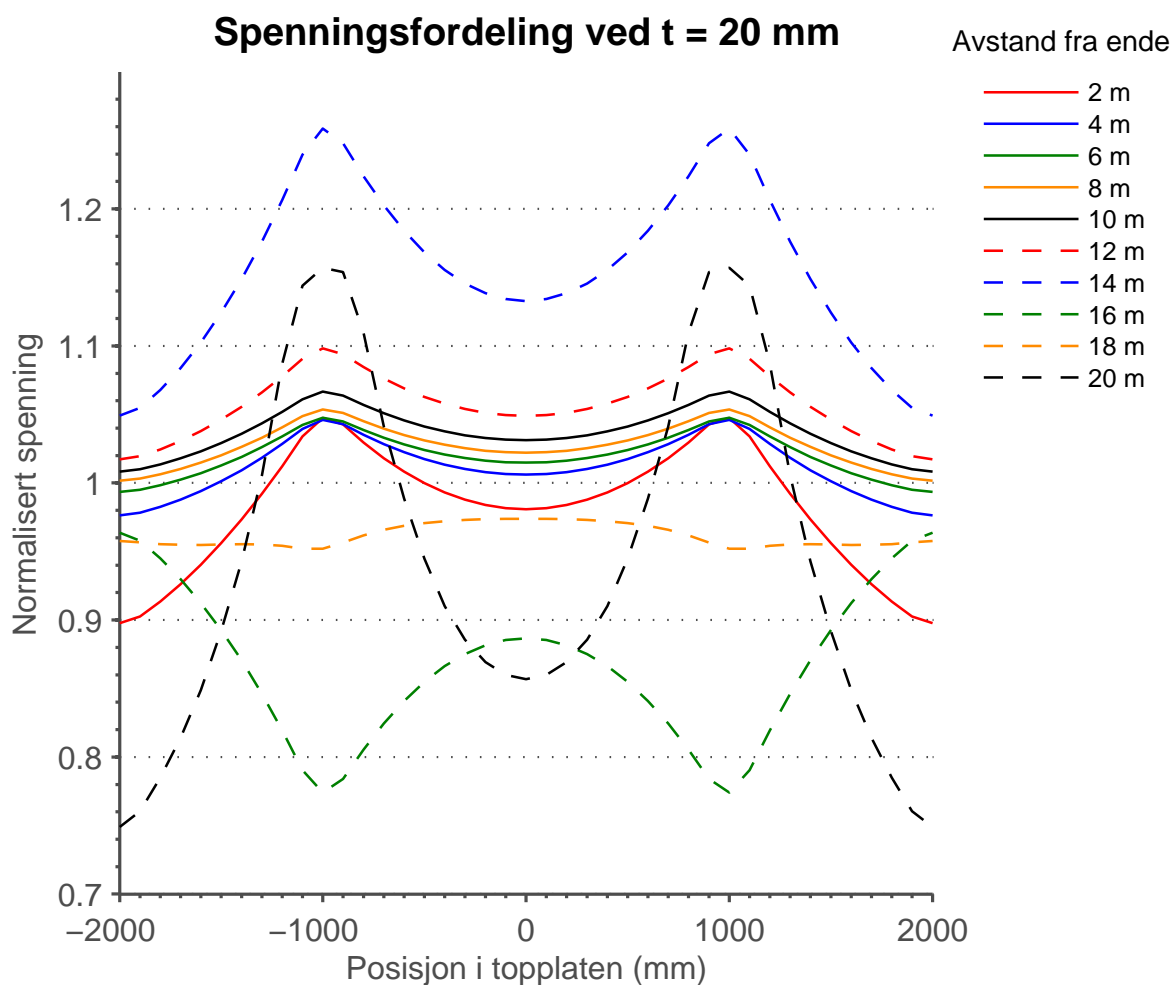
Figur 6.1: Shear lag-effekter i spenningsfordelingen [7]

6.2 Analyse av aksialspenningsfordelingen

Også fordelingen av aksialspenninger i topplaten ble studert ved variasjon av platetykkelsen og bredden av flensutstikkene. Som i den innledende analysen av basistverrsnittet i avsnitt 5.3, ble spenningsfordelingen tatt ut for hver andre meter over lengden av et bjelkespenn. Spenningsplottet ved endeopplageret er utelatt, og normalisering av spenningene er foretatt på tilsvarende vis som for basistverrsnittet i avsnitt 5.3.

6.2.1 Variasjon av flenstykkelsen

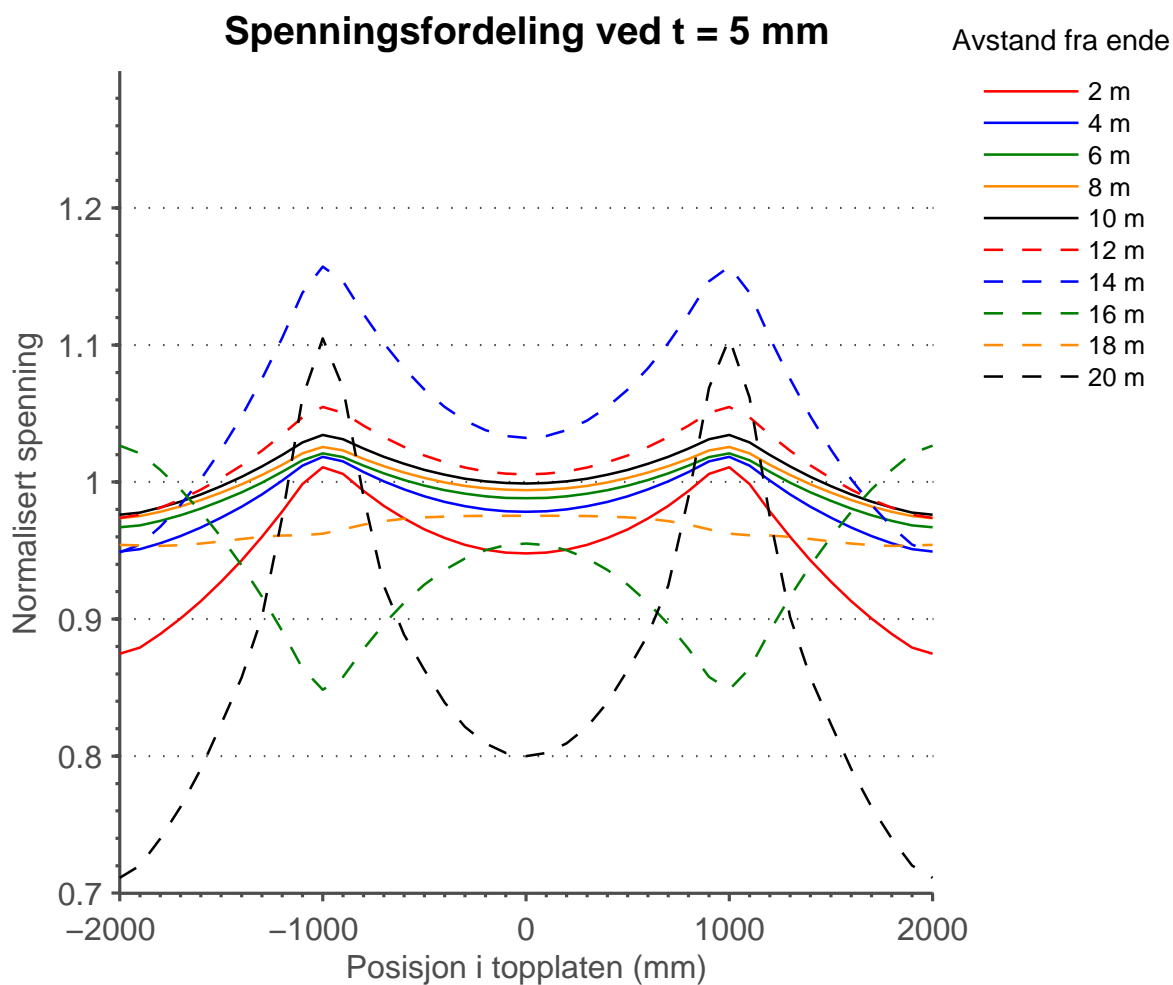
Figur 6.2 og figur 6.3 viser normaliserte spenningsfordelinger for henholdsvis dobbel og halv platetykkelse i forhold til basistverrsnittet. Den karakteristiske formen med spenningsstopper ved stegene beholdes ved variasjon av tykkelsen. Dette gjelder også tilfellene av negativ shear lag i snittene $x = 16$ m og $x = 18$ m fra endeopplageret. Det er heller ingen betydelige variasjoner i størrelsen av toppene for spenningsfordelingene ved endring av tykkelsen.



Figur 6.2: Spenningsfordeling ved dobbel platetykkelse

Figur 6.4 viser spenningsfordelingen ved midtstøtten, i snittet $x = 20$ m fra enden, for alle analysene i parameterstudiet i et og samme diagram. Dette er snittet hvor shear lag-effektene er størst. Tabell 6.3 supplerer figuren og gir en oversikt over høyeste ($\sigma_{n,max}$) og laveste ($\sigma_{n,min}$) nivå for den normaliserte spenningsfordelingen i hver analyse. Forskjellen

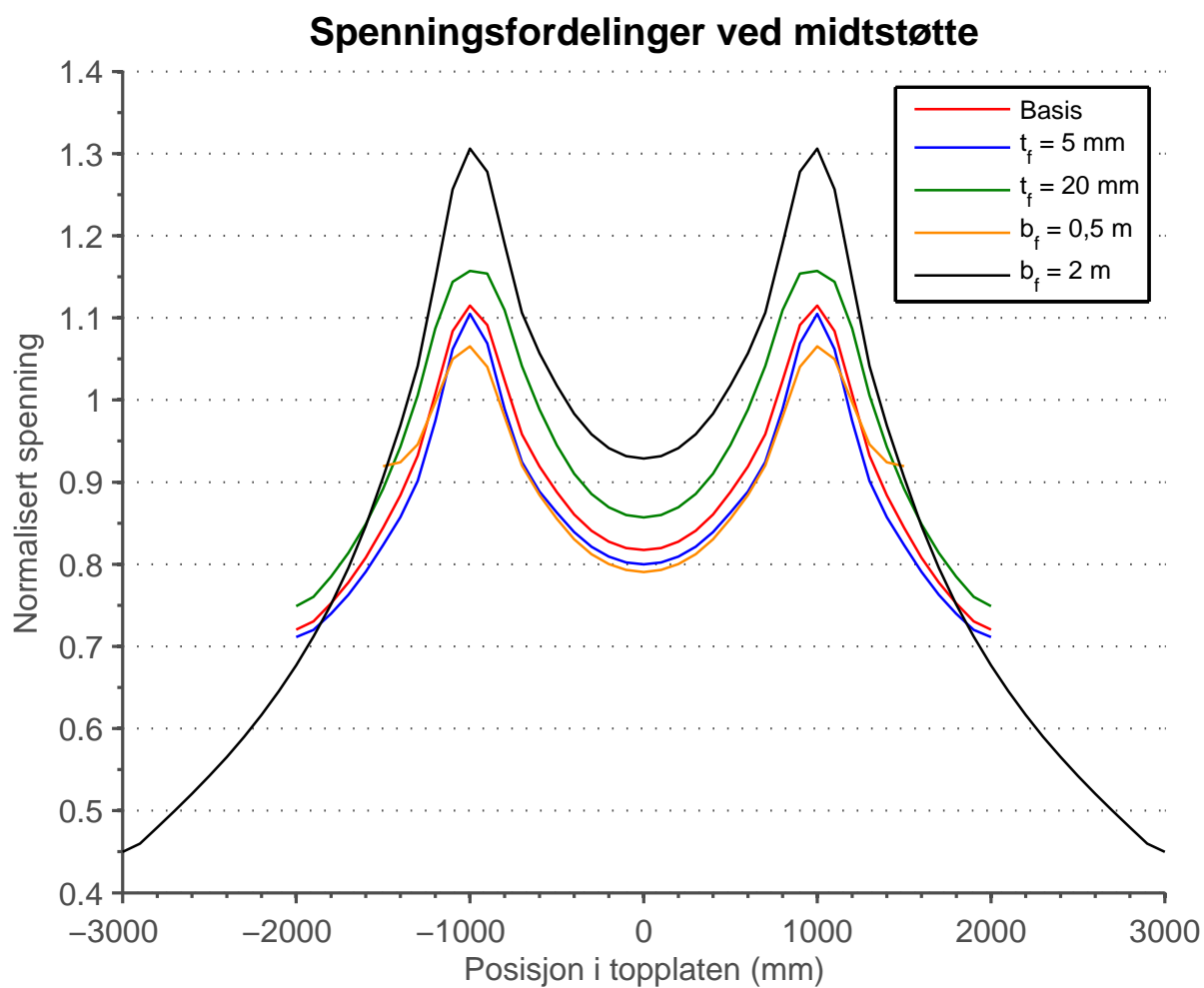
mellom ekstremalnivåene er angitt ved $\Delta\sigma_n$ og er en indikator på effekten av shear lag. Endringen i forhold til basistverrsnittet er gitt i siste kolonne. Tabellen viser at endring av tykkelsen har minimal effekt på forskjellen mellom de normaliserte spenningsnivåene, noe som indikerer at shear lag-effekten ikke påvirkes. Dette støttes av resultatene fra analysene av nedbøyningen, hvor konklusjonen også var at variasjon av tykkelsen gir lite utslag på effekten av shear lag. Tilsvarende resultater dokumenteres også i litteratur [8].



Figur 6.3: Spenningsfordeling ved halv platetykkelse

Tabell 6.3: Tolkning av spenningsnivåforskjeller i snittet $x = 20$ m

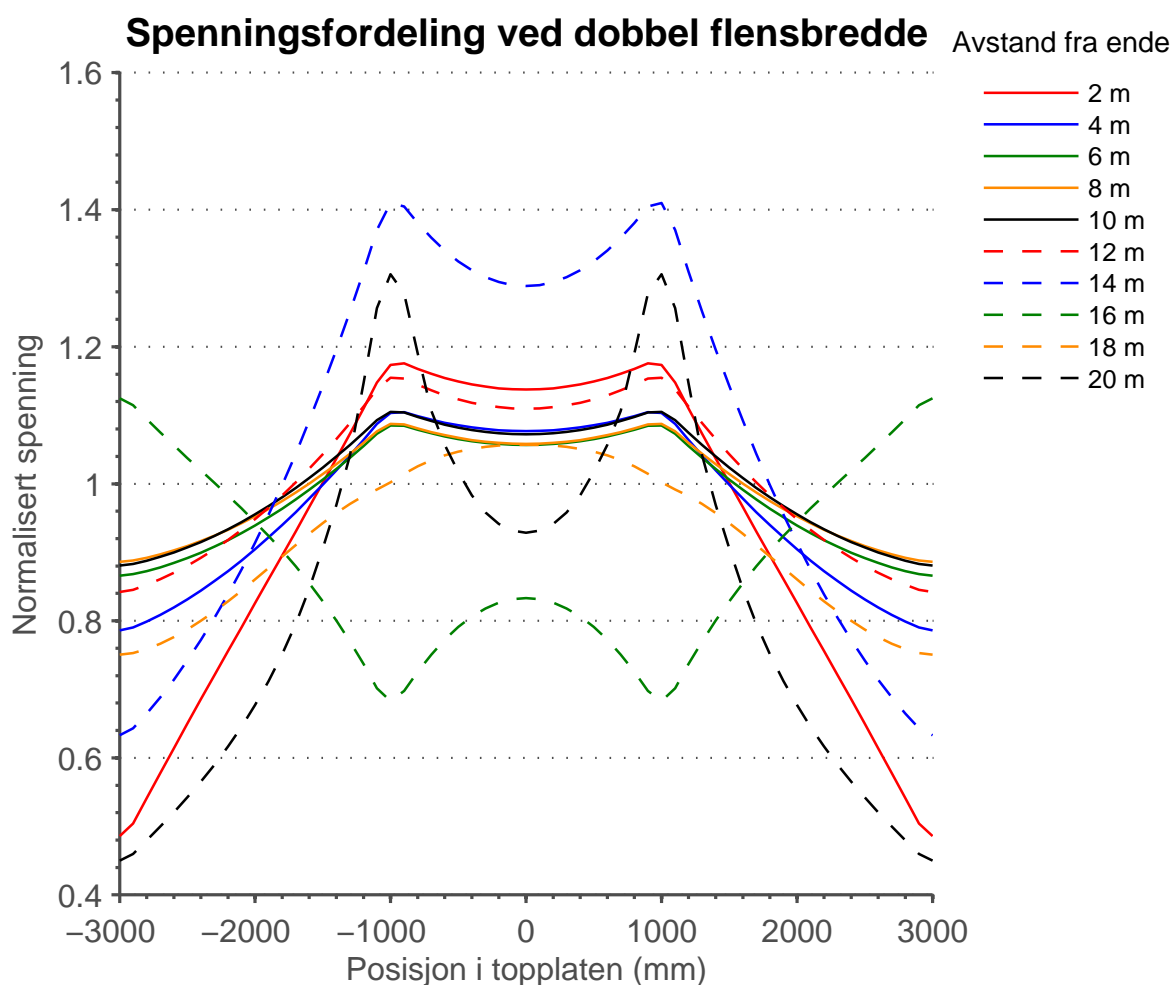
Parameterstudie	$\sigma_{n,max}$	$\sigma_{n,min}$	Forskjell $\Delta\sigma_n$	Forholdet $\Delta\sigma_n/\Delta\sigma_{n,basis}$
Basistverrsnitt	1,12	0,72	0,4	1
$t_f = 5$ mm	1,1	0,71	0,39	0,95
$t_f = 20$ mm	1,16	0,75	0,41	1,03
$b_f = 500$ mm	1,06	0,79	0,27	0,31
$b_f = 2000$ mm	1,3	0,45	0,85	2,13



Figur 6.4: Sammenligning av spenningsfordelinger ved midtstøtte, $x = 20$ m

6.2.2 Variasjon av bredden til flensutstikkene

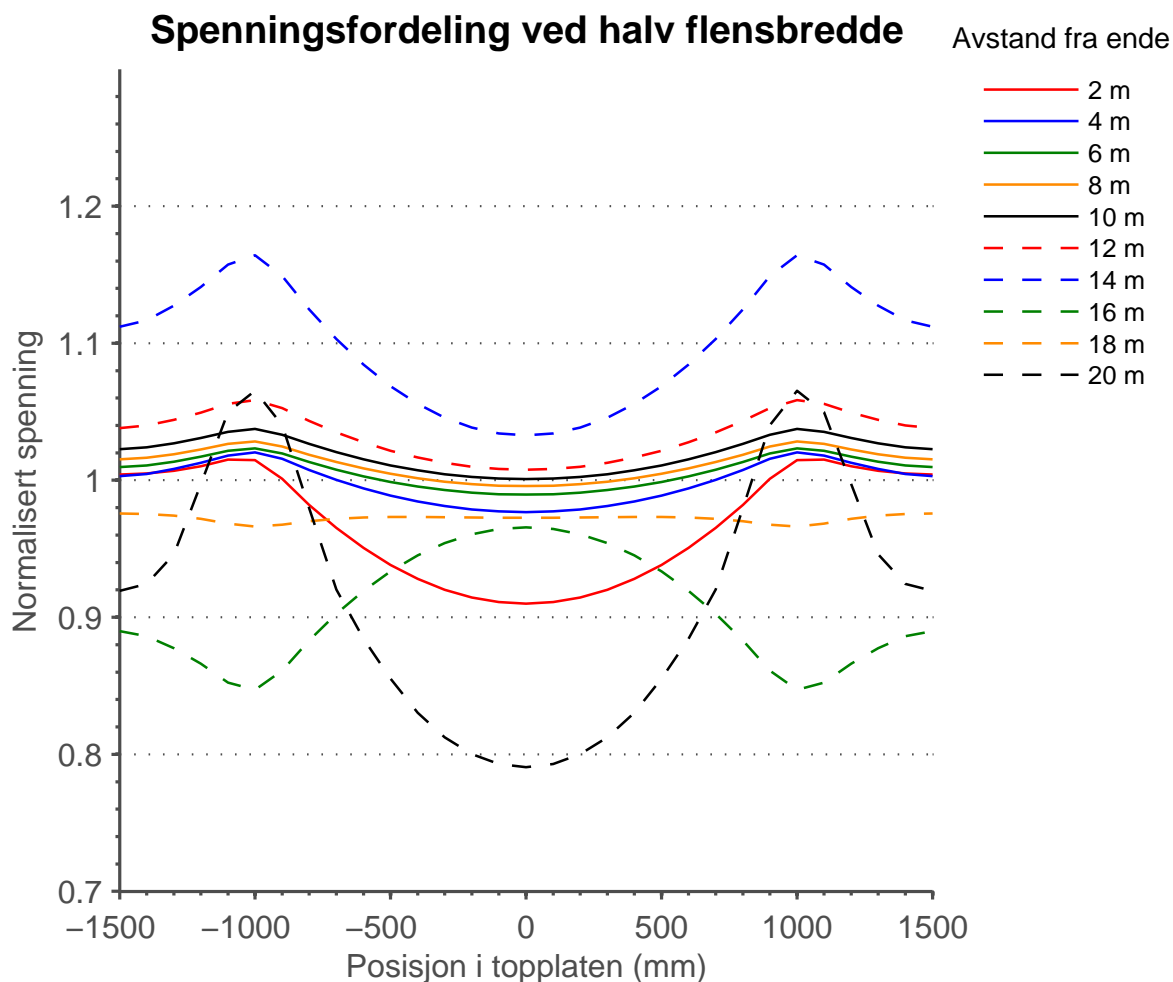
Figur 6.5 og figur 6.6 viser normaliserte spenningsfordelinger for henholdsvis dobbel og halv bredde av flensutstikkene i forhold til basistverrsnittet. Også her ser man trendene med karakteristiske spenningstopper ved stegene og negativ shear lag i snittene $x = 16$ m og $x = 18$ m fra endeopplageret. Endring av flensutstikkens bredde gir imidlertid tydelige variasjoner i spenningsfordelingene over tverrsnittet. På grunn av skaleringen av diagrammene blir toppene over stegene henholdsvis trykket sammen og dratt ut ved dobling og halvering av flensutstikkene. Dette er ikke vektlagt ved sammenligningen.



Figur 6.5: Spenningsfordeling ved dobbel bredde av flensutstikk

Figur 6.4 og tabell 6.3 viser at dobbel bredde gir en nivåforskjell $\Delta\sigma_n$ som er over dobbelt så stor som nivåforskjellen i basistverrsnittet, ved betraktning av snittet $x = 20$ m fra enden. Dette tyder på at effekten av shear lag øker vesentlig med bredden av flensene.

For et tverrsnitt med halv bredde av flensutstikkene, ser man fra figur 6.4 og tabell 6.3 at nivåforskjellen $\Delta\sigma_n$ reduseres, noe som indikerer mindre effekt av shear lag i forhold til basistverrsnittet. Dette er konsistent med teori, som sier at shear lag-effekter øker med økende flensbredde. Desto bredere flensen er, desto mindre spenninger greier tverrsnittet å bygge opp i flenstuppen, og forskjellen mellom spenningen ved steg og flenstupp øker. Denne konklusjonen støttes også av resultatet fra analysene av nedbøyningen.

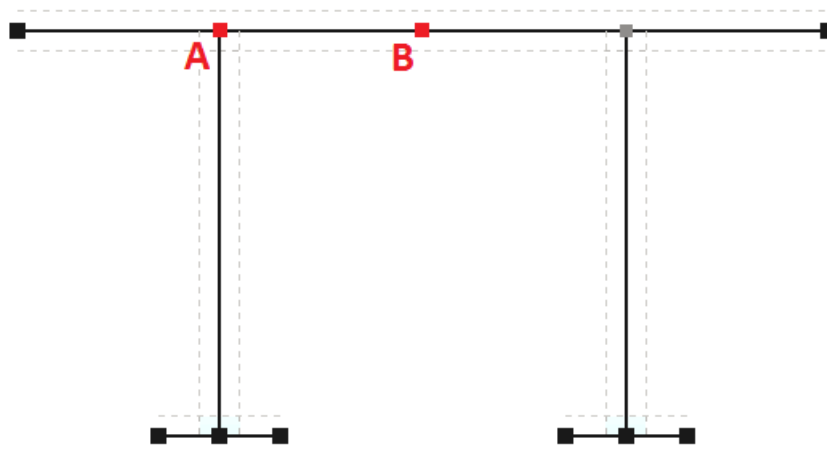


Figur 6.6: Spenningsfordeling ved halv bredde av flensutstikk

7 Analyse av shear lag-effekter langs bjelkens lengde

Effektene av shear lag på ulike størrelser, som for eksempel nedbøyning og moment, illustreres i mange avhandlinger langs bjelkens lengde, for bestemte punkter i tverrsnittet. Dette ble også undersøkt for tofeltsbjelken med basistverrsnittet.

Responsverdier fra Abaqus ble tatt ut for to ulike punkter i tverrsnittet – i forbindelsespunktet steg-flens og midt i topplaten, se figur 7.1. Responsverdier for disse punktene ble tatt ut i alle nodene langs bjelkens lengde og sammenlignet med teoretiske verdier fra elementær bjelketeori.



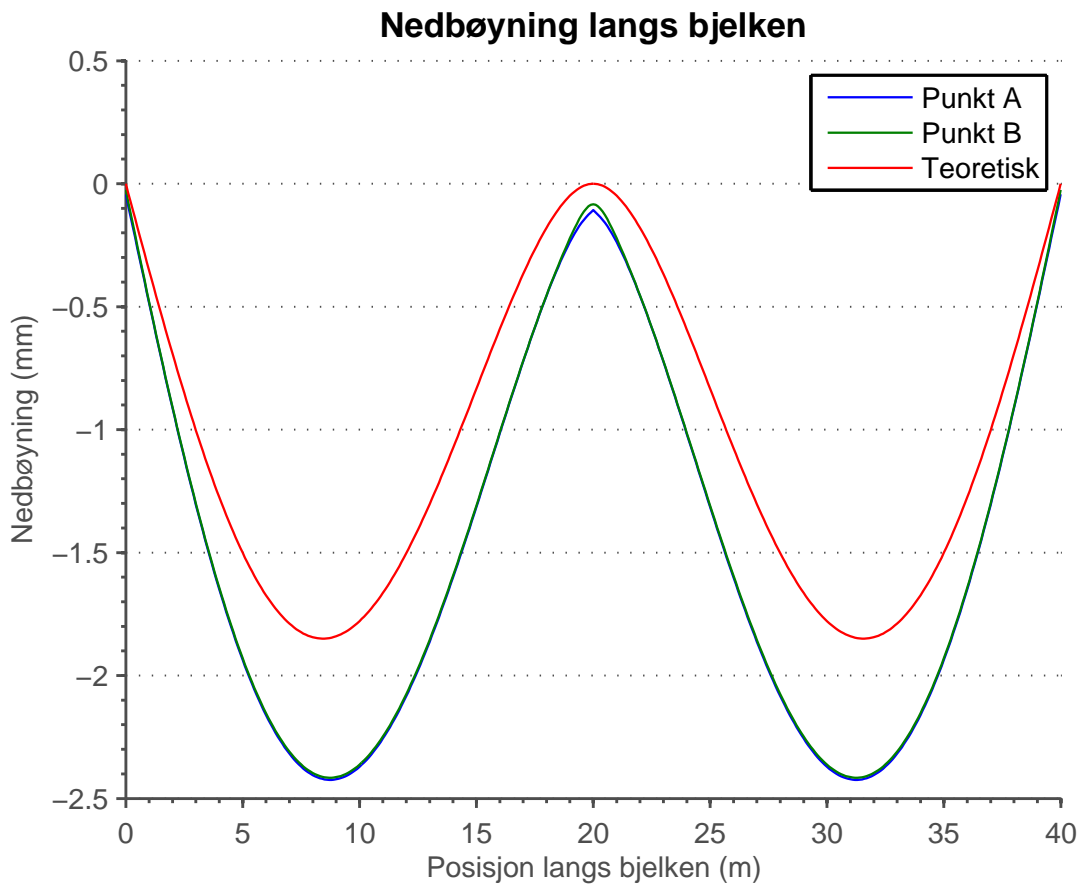
Figur 7.1: Punkter i tverrsnittet for uttak av responsverdier

Figur 7.2 viser et plott av nedbøyningen langs bjelken. Den teoretiske nedbøyningsfunksjonen i ligning (7.1) er utledet med basis i bjelkens differensialligning, se vedlegg A.1.1.

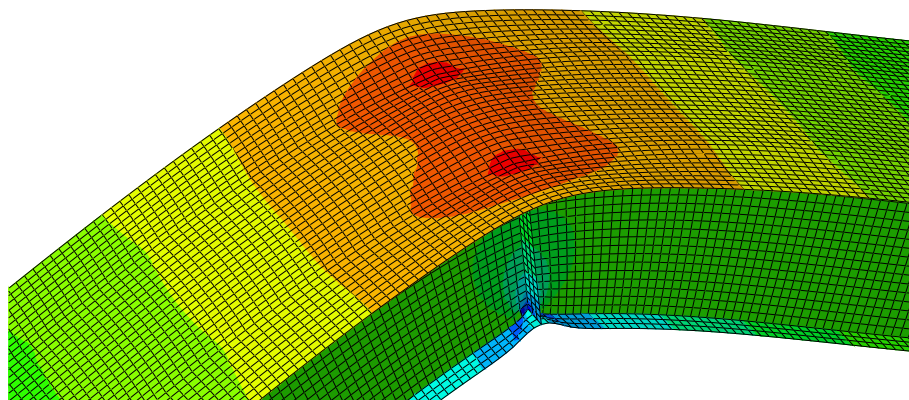
$$u(x) = -\frac{1}{EI} \left(\frac{3}{48} qLx^3 - \frac{1}{24} qx^4 - \frac{1}{48} qL^3x \right) \quad (7.1)$$

Fra figur 7.2 ser man at responsen i Abaqus indikerer større nedbøyning enn beregnet teoretisk nedbøyning. Der nedbøyningen er på sitt største, er forskjellen mellom teoretisk verdi og verdi fra analyse i Abaqus omtrent 0,55 mm, eller 23 % av den totale nedbøyningen i Abaqus. Nedbøyningen i de to punktene er mer eller mindre identisk, noe som er naturlig siden platen er belastet symmetrisk i nodene over stegene. Over midtstøtten skal det i henhold til teori være null nedbøyning. Modellen i Abaqus har likevel blitt deformert over midtstøtten. Figur 7.3 viser et utsnitt fra området rundt midtstøtten, i deformert tilstand og med en indikasjon av aksialspenningene i fargeplott. Det observeres

store spenninger over stegene på midten, der det er satt inn stivere. Fra figuren kan man også se at modellen har større deformasjoner i disse punktene.



Figur 7.2: Nedbøyning langs bjelken



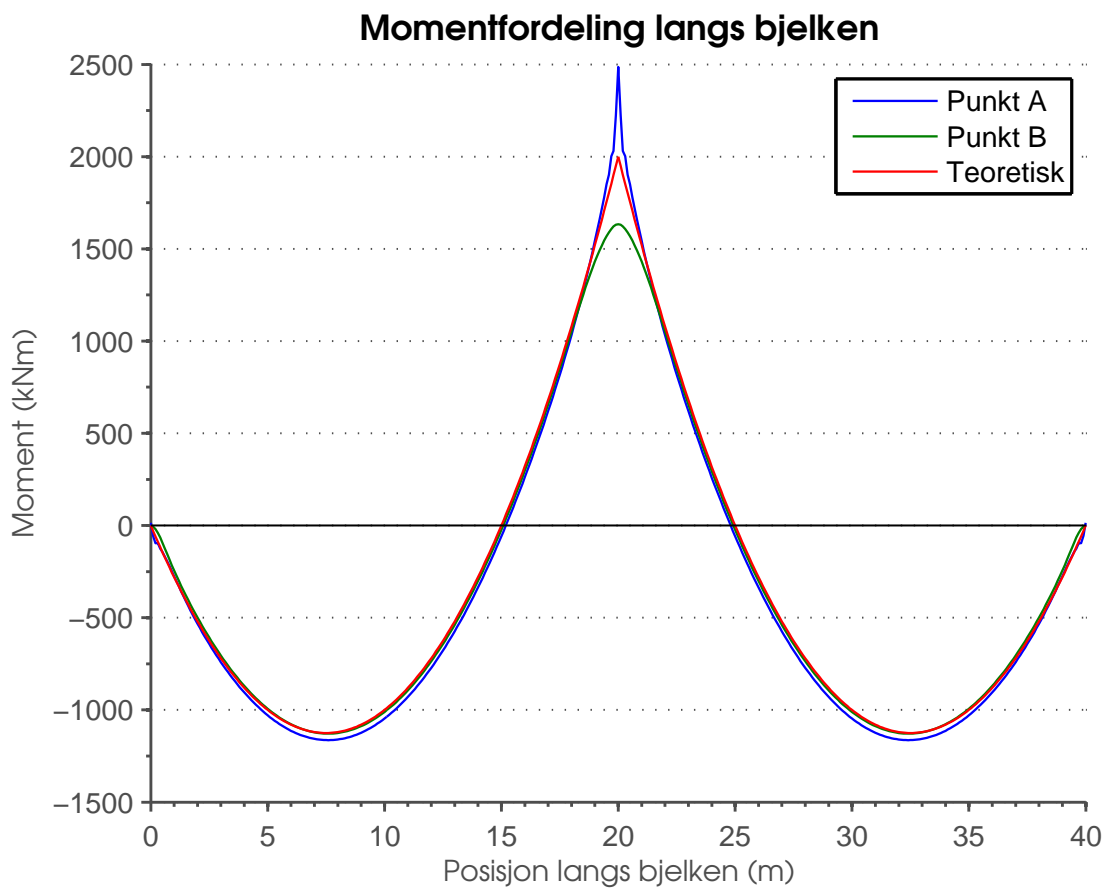
Figur 7.3: Deformasjon over steg

Figur 7.4 viser effektene av shear lag på momentfordelingen over lengden av bjelken.

Funksjonen for teoretisk momentfordeling langs ett bjelkespenn er gitt i ligning (7.2). Funksjonen er funnet ved å ta momentlikevekt i et snitt x på bjelkens lengdeakse, hvor origo er lagt i endeopplageret.

$$M(x) = \frac{3}{8}qLx - \frac{1}{2}qx^2 \quad (7.2)$$

For punktet A i forbindelsespunktet mellom steg og flens er størrelsen av momentet større enn teoretisk beregnet verdi, med størst forskjell over midtstøtten. For punktet B midt i topplaten er momentet mer eller mindre identisk med teoretisk verdi over feltene, men akkurat over midtstøtten er momentet lavere enn teorien tilsier. Dette kan forklares ved hjelp av figur 5.6, som viser spenningsfordelingen over topplaten i basistverrsnittet i ulike snitt langs bjelken. For punktet B midt i topplaten ligger normalisert spenning innenfor intervallet $0,92 - 1,08$ for alle snitt med unntak av snittet ved midtstøtten, hvor den normaliserte spenningen er nede i $0,82$. Spenningen ved midtstøtten er med andre ord lavere enn teoretisk spenning i et punkt midt på topplaten. For punktet A i forbindelsespunktet mellom steg og flens er avviket mellom teoretisk spenning og spenning i Abaqus større enn for punktet B midt i topplaten. Dette er tolket ut fra avstandene mellom normaliserte spenninger og aksene med verdi 1 i figur 5.6. Effektene av shear lag på momentet er dermed større i punkt A , og fra figuren ser man at avviket er størst i området ved midtstøtten. Dette er logisk siden momentgradienten er størst her.

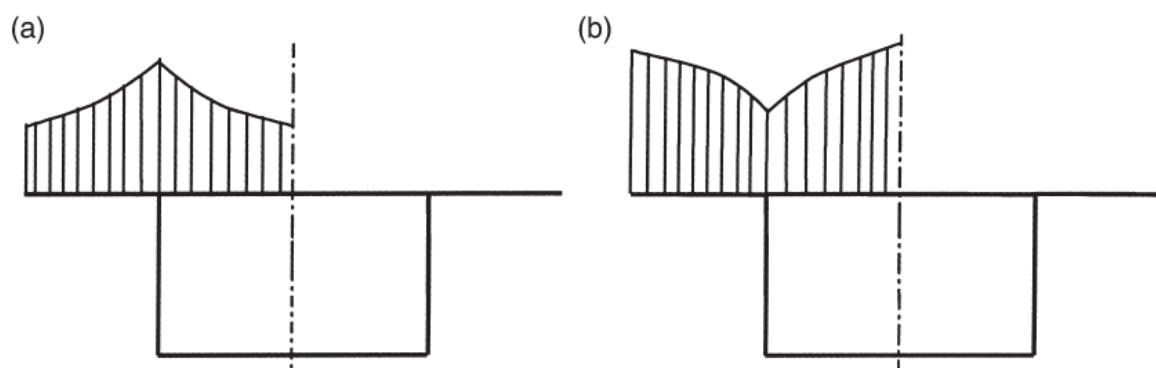


Figur 7.4: Momentfordeling langs bjelken

8 Negativ shear lag

8.1 Bakgrunn

Shear lag er i sin tradisjonelle betydning assosiert med større aksialspenninger i forbindelsespunktet mellom steg og flens sammenlignet med spenningene lenger unna dette stedet. Studier har imidlertid vist at noen ganger er spenningen i flenstuppen større enn spenningen i forbindelsespunktet mellom steg og flens. Dette fenomenet er kjent som negativ shear lag. De første som oppdaget denne varianten av shear lag var Foutch og Chang (1982), for en utkragerbjelke under jevnt fordelt last [9]. Den konseptuelle forskjellen mellom positiv og negativ shear lag er illustrert i figur 8.1.

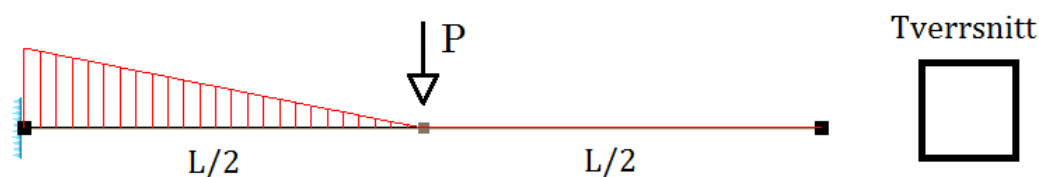


Figur 8.1: Shear lag-effekt: (a) positiv; (b) negativ

Senere studier av negativ shear lag konsentrerer seg i stor grad om analyser av utkragerbjelker. Et økende antall brokonstruksjoner med lange spenn og tverrsnitt med varierende høyde bygges etter metoden fritt frambygg, som innebærer at konstruksjonen i uferdig tilstand vil kunne betraktes som en utkrager. Negativ shear lag opptrer imidlertid også i bjelker med fritt opplegg og kontinuerlige bjelker.

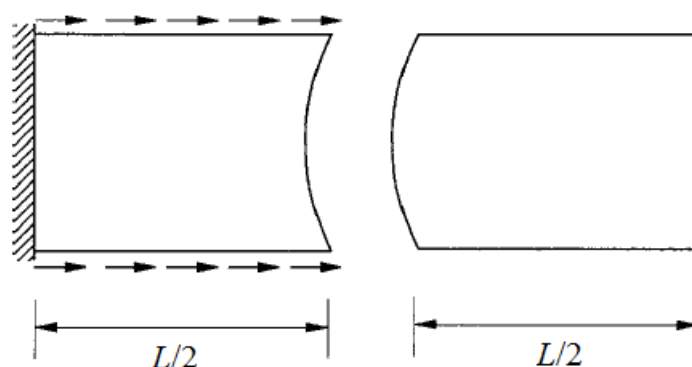
8.2 Fysisk forklaring

Lee et al. (2002) presenterer en fysisk forklaring av fenomenet negativ shear lag i avhandlingen *Analysis of Shear Lag Anomaly in Box Girders* [10]. De studerte negativ shear lag i en utkrager med punktlast i $x = L/2$ ved hjelp av FE-analyser. Figur 8.2 viser momentdiagrammet og tverrsnittet til modellen. Der bøyemomentet er null, skal det i henhold til elementær bjelketeori ikke være bøyepenninger i flensene. I strid med forventet re-



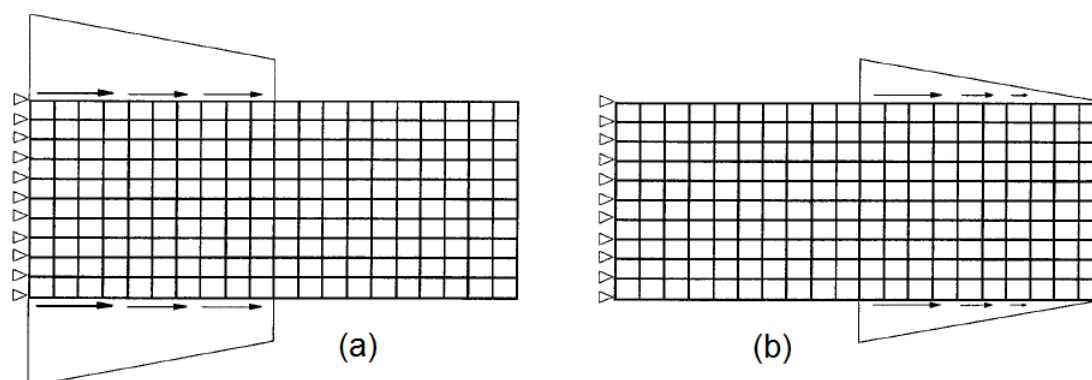
Figur 8.2: Momentdiagram for utkrager med punktlast i $x = L/2$

sultat, kunne man imidlertid observere betydelige spenninger i flensene i lastpunktet, hvor bøyemomentet i teorien er null. Venstre del av figur 8.3 viser hvordan strekkflensen mellom innspent ende og lastpunktet deformeres på grunn av positiv shear lag. Kompatibilitetsbetingelsen i sammenføyningen krever dermed at strekkflensen på høyre side av punktlasten, i sonen med null bøyemoment, deformeres som vist i høyre del av figur 8.3. Dette fører til spenningsfordelinger man kjenner som negativ shear lag i sonen med null moment. Lee et al. refererer til denne effekten av kompatibilitetskravet som *ettereffekten av shear lag*. Opphavet til denne ettereffekten er positiv shear lag, og negativ shear lag vil derfor aldri inntreffe uten forekomst av positiv shear lag. Spenningene fra ettereffekten av shear lag vil raskt svekkes mot den frie enden.



Figur 8.3: Deformasjoner av flensen til et kassetverrsnitt med punktlast i $x = L/2$ [10]

For en utkrager under en vilkårlig fordelt last over hele lengden har Lee et al. følgende resonnement rundt forekomsten av negativ shear lag; Negativ shear lag vil inntreffe der hvor skjærstrømmen langs kanten av flensene produserer ettereffekter av shear lag som dominerer over positiv shear lag for et gitt punkt [10]. Opptredende skjærstrøm kan separeres i to lasttilfeller, som vist i figur 8.4. Dersom resultantspenningene fra ettereffekten av shear lag i lasttilfelle 1 dominerer over resultantspenningene fra positiv shear lag i lasttilfelle 2, vil negativ shear lag genereres i det aktuelle snittet.



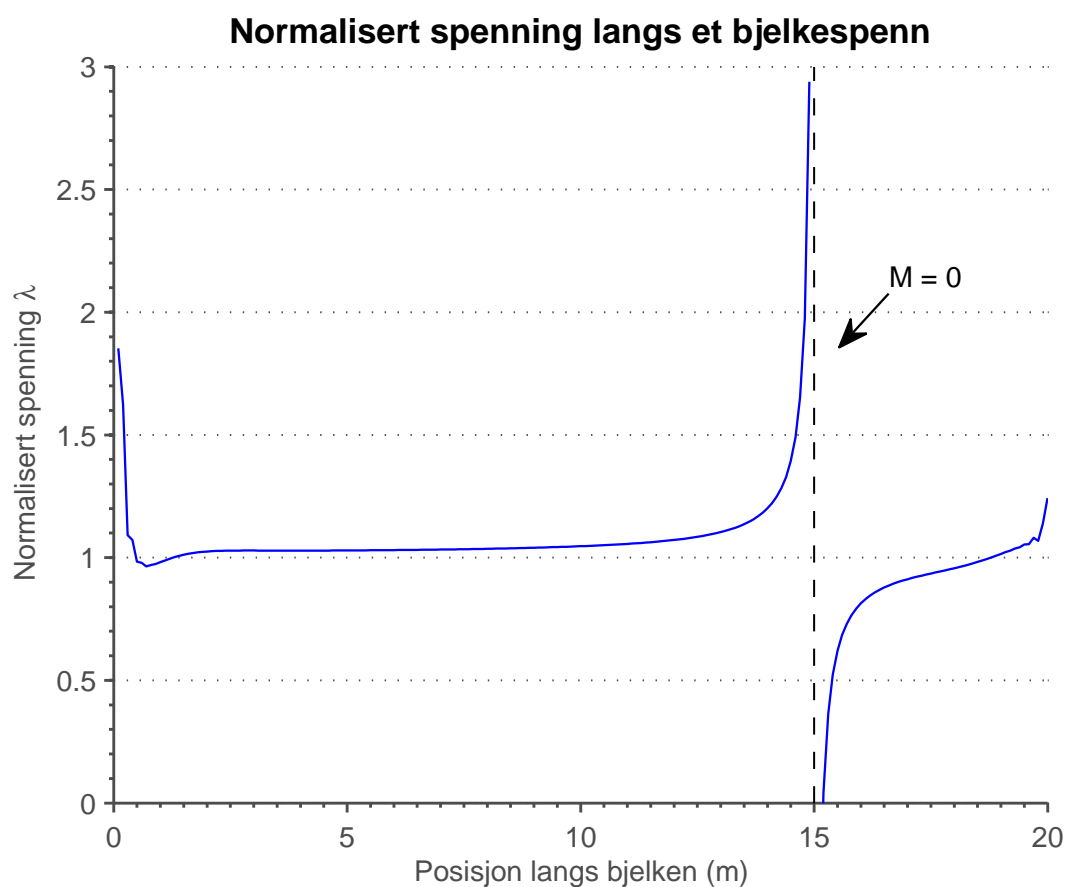
Figur 8.4: Skjærstrøm oppdelt i to lasttilfeller: (a) lasttilfelle 1 og (b) lasttilfelle 2 [10]

8.3 Påvisning av negativ shear lag ved analyse av normalisert spenning

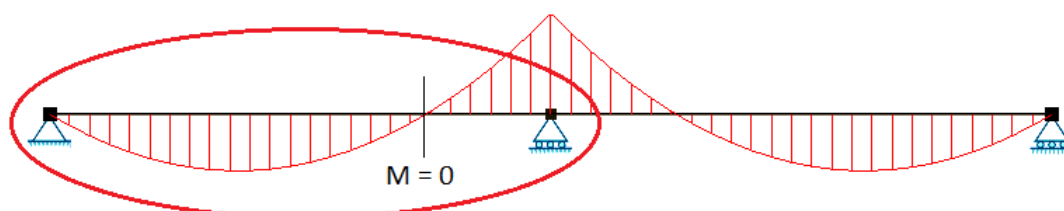
Effekten av shear lag betraktes i en rekke studier ved hjelp av en faktor λ , som angir forholdet mellom normalspenningen fra analyser og normalspenningen beregnet fra elementær bjelketeori. Dette er ekvivalent med den normaliserte spenningen som ble benyttet ved analyse av spenningsfordelingen over tverrsnittet i kapittel 5.3. Figur 8.5 viser normalisert spenning λ for en node i forbindelsespunktet mellom steg og topplate. Spenningen er plottet langs det ene spennet av tofeltsbjelken fra de innledende analysene i kapittel 5, som markert på figur 8.6.

Forskjellen mellom λ og 1 reflekterer effekten av shear lag, hvor større forskjell indikerer større effekt av shear lag. Luo et al. (2004) beskriver i sin avhandling effekten av shear lag i en utkrager med kassetverrsnitt [11]. For et punkt i forbindelsen mellom steg og flens (edge) indikerer $\lambda^e > 1$ positiv shear lag, mens $\lambda^e < 1$ indikerer negativ shear lag. For midtpunktet (center) i topp- eller bunnplaten er sammenhengen motsatt, med positiv shear lag for $\lambda^c < 1$ og negativ shear lag for $\lambda^c > 1$.

Plottet for den normaliserte spenningen i figur 8.5 har en asymptote i snittet $x = 15$ m. Det aktuelle snittet tilsvarer et momentnullpunkt for modellbjelken, se figur 8.6. Til høyre for asymptoten, i intervallet $x = 15 - 18,5$ m, er shear lag-faktoren λ mindre enn 1 ($\lambda < 1$). Det forventes av den grunn negativ shear lag i denne regionen, i henhold til Luo et al. Dette forklarer hvorfor spenningsplottene over tverrsnittet for $x = 16$ m og $x = 18$ m er snudd i forhold til de andre spenningsplottene.



Figur 8.5: Normalisert spenning over ett spenn av tofeltsbjelken med basistverrsnitt



Figur 8.6: Momentdiagram for tofeltsbjelken

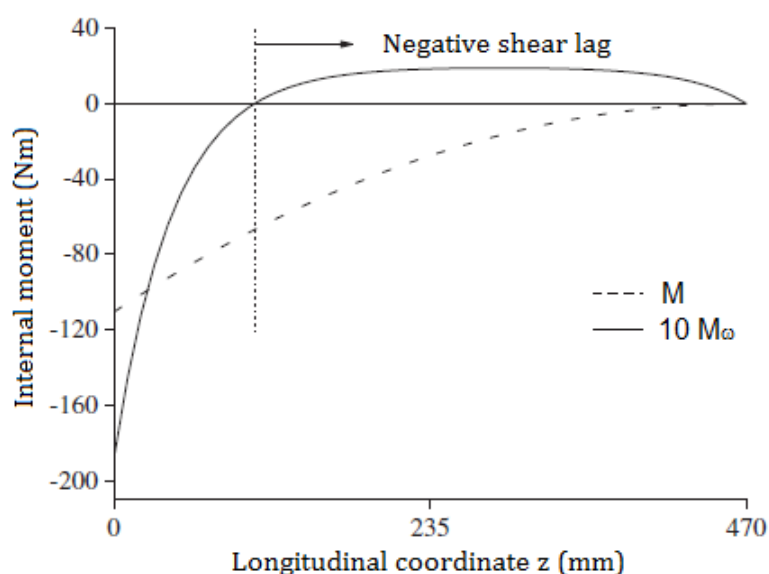
Zhou [12] har i sin avhandling foretatt en tilsvarende analyse. For en kontinuerlig kassebjelke under et lasttilfelle med egenvekt, er faktoren for shear lag plottet for to ulike punkter i tverrsnittet over lengden av bjelken. For et punkt i forbindelsespunktet mellom steg og flens viser resultatene til Zhou og plottet i figur 8.5 samsvarende tendenser, noe som støtter opp om analyseresultater og slutninger i dette avsnittet.

Plottet i figur 8.5 er noe uregelmessig mellom endeopplageret og snittet $x = 2$ m. Det

observeres at λ er mindre enn 1 ($\lambda < 1$) i deler av dette intervallet. For parameterstudiet er spenningsplottet over tverrsnittet ved endeopplageret utelatt fra kombinasjonsplottene, siden det var veldig uregelmessig i form og størrelse sammenlignet med de andre kurvene. En mulig forklaring på uregelmessighetene ved opplager, er stiverplatene i tverrsnittet. Zhou har også i sine analyser startet plottingen 2 meter innenfor endeopplageret. Ved midtstøtten har λ en voksende tendens, noe som indikerer økende effekt av shear lag. Dette er i samsvar med teori, siden momentgradienten er størst ved indre opplager.

8.4 Generalisert moment M_ω for påvisning av negativ shear lag

Zhang et al. har i sin avhandling om en alternativ metode for analyse av shear lag [13], illustrert negativ shear lag ved hjelp av et generalisert moment. Basert på det generaliserte momentet, separeres tilleggsdeformasjonen på grunn av shear lag fra bøyedeformasjonen for den korresponderende elementærbjelken. Figur 8.7 er hentet fra avhandlingen til Zhang et al. og illustrerer prinsippet for en utkraget under en jevnt fordelt last $q = 1 \text{ kN/m}$ over hele lengden. Shear lag-momentet er skalert opp for lettere å se skjæringspunktet med nullaksen. Ved sammenligning av kurven for bøyemomentet M med kurven for shear lag-momentet M_ω , vil man enkelt se hvor negativ shear lag inntreffer. Negativ shear lag opptrer i områdene hvor shear lag-momentet og bøyemomentet har motsatte fortegn.

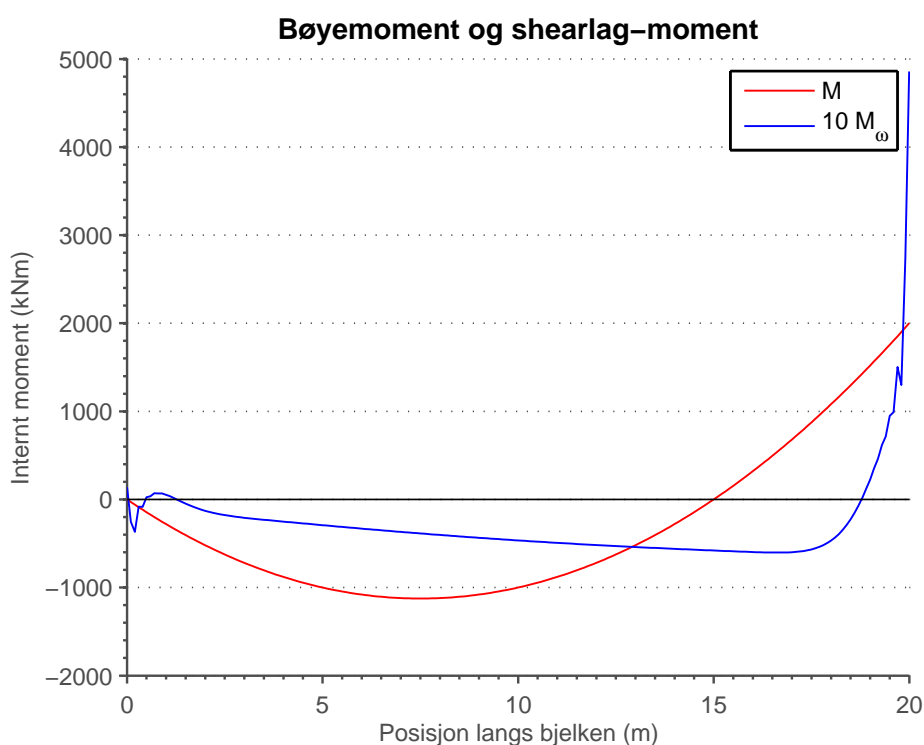


Figur 8.7: Bøyemoment og shear lag-moment for utkraget kassebjelke [13]

En tilsvarende grafisk framstilling for den kontinuerlige tofeltsbjelken fra parameterstudiet ble utarbeidet for å verifisere fordelingen av positiv og negativ shear lag i lengderetningen. Siden geometri og lastsituasjon er symmetrisk om midtstøtten, er kun det ene feltet tatt med i analysen – se utsnitt i figur 8.6. Figur 8.8 viser kurvene for bøyemomentet og shear lag-momentet over det ene spennet av tofeltsbjelken fra parameterstudiet. M representerer funksjonen for det teoretiske bøyemomentet, mens shear lag-momentet M_w er funnet ved å substrahere M fra den resulterende momentfordelingen ved analyse i Abaqus, M_{tot} .

$$M_w = M_{tot} - M$$

Fra figur 8.8 ser man at bøyemomentet M og shear lag-momentet M_w har ulike fortegn fra kurven for M krysser nullaksen ved $x = 15$ m, til kurven for M_w krysser nullaksen ved $x = 18,75$ m. Det kan dermed konkluderes med at negativ shear lag vil inntreffe i regionen $x = 15 - 18,75$ m. Denne analysemetoden gir samme konklusjon med hensyn til negativ shear lag som analysen av normaliserte spenninger i figur 8.5. Kurvene for M og M_w har også ulike fortegn i et lite område innenfor intervallet $x = 0 - 2$ m, hvor kurven for M_w ligger under nullaksen. Denne uregelmessigheten gjenspeiles også i figur 8.5.



Figur 8.8: Bøyemoment og shear lag-moment over ett spenn av tofeltsbjelken

9 Beregningseksempler; introduksjon

I de påfølgende kapitlene presenteres noen ulike beregningseksempler med praktisk bruk av regelverket for shear lag i NS-EN 1993-1-5. Det er utført kapasitetsanalyser i Abaqus og beregninger ved hjelp av regelverket i standardene for å bestemme størrelsen av linjelasten q ved første flyt i materialet. Resultatene fra Abaqus ble benyttet som fasit for å vurdere treffsikkerheten av regelverket for shear lag. I tillegg til den elastiske lastkapasiteten q , er nedbøyningen δ av eksempelbjelkene belyst.

For alle eksemplene er det utført en lineær analyse og en ikke-lineær analyse. Lineære analyser forutsetter lineær geometri, og shear lag er da eneste forhold som gir reduksjon av tverrsnittet. Ved ikke-lineære analyser kommer plateknekking også inn i bildet. Dette krever vurdering av interaksjon mellom effektene av shear lag og plateknekking.

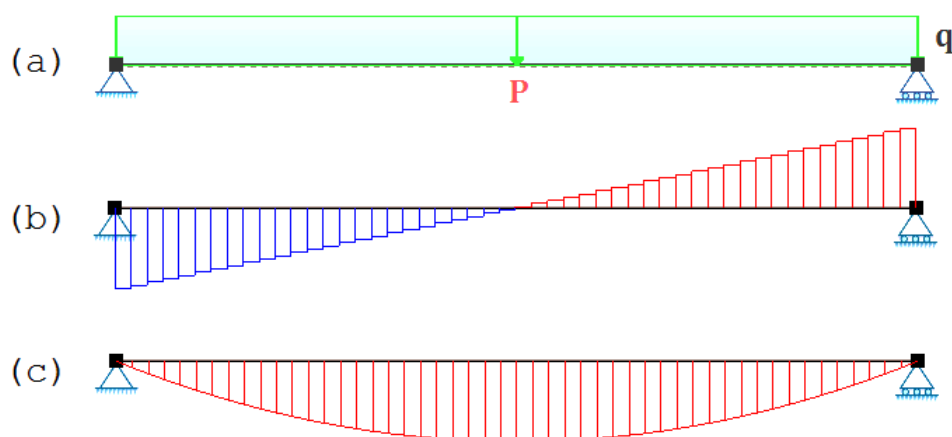
Det er sett på modeller av fritt opplagt bjelke og kontinuerlig tofeltsbjelke med like spenn, og to ulike tverrsnitt. Tabell 9.1 viser en oversikt over hvilke kombinasjoner av bjelkemodeller, tverrsnitt og spennlengder som er benyttet i eksemplene.

Tabell 9.1: Oversikt over eksempler

Eksempel	Bjelkemodell	Tverrsnitt	Spennlengder L
1	Fritt opplagt	Basistverrsnitt	20 m
2	Tofeltsbjelke	Kassetverrsnitt	10 m
3	Tofeltsbjelke	Basistverrsnitt	10 m
4	Fritt opplagt	Kassetverrsnitt	10 m

10 Eks. 1: Fritt opplagt bjelke, basistverrsnitt

Dette eksempelet betrakter en fritt opplagt bjelke med jevnt fordelt linjelast q og lengde $L = 20$ m, som vist i figur 10.1 (a). Basistverrsnittet fra parameterstudiet er benyttet som utgangspunkt for beregningene. Figur 10.2 viser en skisse av tverrsnittet.



Figur 10.1: Fritt opplagt bjelke: (a) Lastskisse; (b) Skjærkraftdiagram; (c) Momentdiagram

Skjærkraftdiagram og momentdiagram for bjelken er vist i figur 10.1 (b) og (c). For en fritt opplagt bjelke opptrer maksimalt moment midt i feltet og kan uttrykkes som en funksjon av lasten q og lengden L :

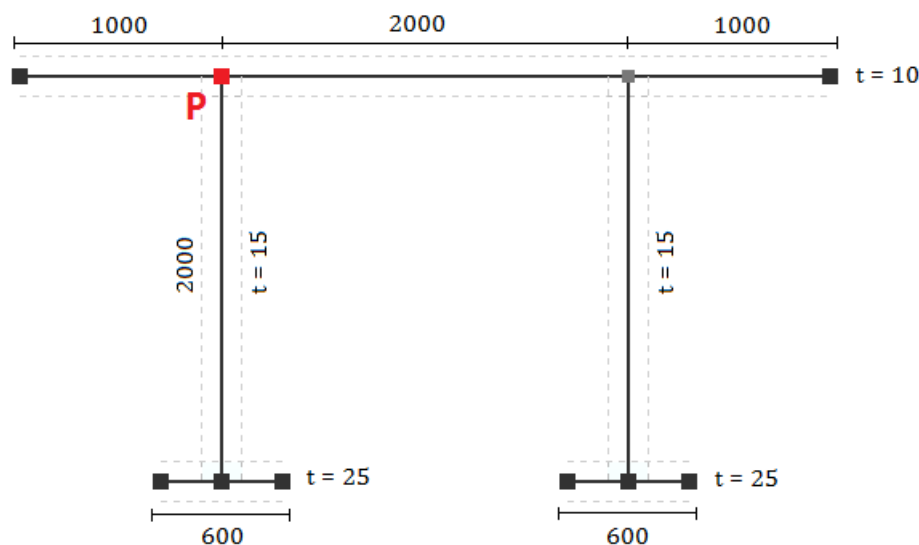
$$M_{max} = \frac{1}{8} qL^2 \quad (10.1)$$

Siden skjærkraften er null i punktet for maksimalt moment på midten, kan tverrsnittskapasiteten bestemmes på grunnlag av momentet alene.

Tverrsnittsstørrelser av relevans for kapasitetsberegningen, er beliggenheten av nøytralaksen \bar{z} og annet arealmoment I . For bruttotverrsnittet i figur 10.2 er disse gitt ved

$$\bar{z} = 1089,4 \text{ mm}, \quad I = 8,92327 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

\bar{z} angir avstanden fra bunnen av tverrsnittet og opp til nøytralaksen. Tverrsnittsstørrelser som I og \bar{z} , samt momentkapasitet q og nedbøyning δ , er beregnet i Excel for alle eksemplene, og regnearkene er gitt i vedlegg C.2.



Figur 10.2: Basistverrsnittet [mm]

10.1 Kommentarer til modellering i Abaqus

Tverrsnittet ble modellert i Abaqus på samme måte som tidligere, med belastning $q/2$ over hvert steg. Lasten i Abaqus ble påført som punktlaster i nodene over stegene, og ekvivalent linjelast langs stegene er beregnet ved å dividere punktlastene med lengden av elementene, $\varnothing = 100$ mm. Ved endeopplager ble alle nodene langs bunnflensene forhindret mot bevegelse i lastretningen. I tillegg ble nodene langs én bunnflens fastholdt mot bevegelse i alle tre retninger.

Resultatet fra analysene i Abaqus ble tatt ut i en node over det ene steget i bjelkens feltmidte. Det aktuelle punktet P er merket av på tverrsnittet i figur 10.2. Resultatene presenteres i form av last-nedbøyningskurver ($q - \delta$) som beskriver deformasjonsforløpet i bjelkens feltmidte. Siden lastsituasjon og tverrsnittsgeometri er identisk om en vertikal symmetrilinje, er lastkomponenten som tas ut i punktet P doblet ved plotting av last-nedbøyningskurvene.

Tverrsnittet ble belastet til plastisk deformasjon. Ved pålastning etter flytepunktet vil man få varige tøyninger, og det er begrenset hvor stor last Abaqus greier å sette på før disse tøyningene blir for store og gir numeriske problemer. Ved for stor belastning avsluttes analysen med følgende feilmelding:

The strain increment has exceeded fifty times the strain to cause first yield at XXX points.

Lasten ble gradvis påført i inkremitter definert under step-modulen. For å få en jevn last-
nedbøyningskurve ble maksimalt inkrement satt til 0,05. Det vil si at Abaqus maksimalt
kan øke lasten med 5 % av en gitt ytre belastning for hvert inkrement.

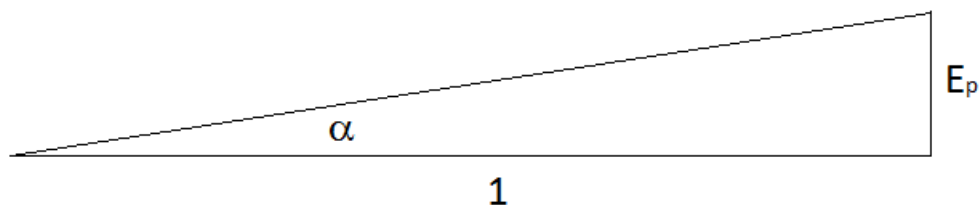
10.2 Elastisk-plastisk materialoppførsel

Abaqus-modellene i tidligere kapitler har kun hatt elastisk materialoppførsel. Ved ka-
pasitetsberegninger vil man belaste konstruksjonen over flytepunktet. Plastisk oppførsel
ble modellert i henhold til NS-EN 1993-1-5 tillegg C.6. Det antas at materialet har en
lineær plastisk utvikling med lav gradient etter flytepunktet, jamfør NS-EN 1993-1-5 fi-
gur C.2(b). Stigningen for materialkurven E_p i plastisk område er beregnet i henhold til
anbefalt verdi av vinkelen α i standarden, se hjelpeskisse i figur 10.3. Fra NS-EN 1993-1-5
figur C.2(b) er α gitt ved:

$$\alpha = \tan^{-1}(E/10000)$$

På bakgrunn av denne informasjonen kan plastisk elastisitetsmodul E_p for materialet
estimeres:

$$E_p = \frac{E}{10000} = \frac{210000}{10000} = 21$$



Figur 10.3: Hjelpesfigurer for beregning av stigningstallet E_p

Den antatte materialkurven gjenspeiler koblingen mellom ingeniørverdier av tøyning og
spenning. Ved 100% plastisk tøyning ($\varepsilon_{p,ing} = 1$) er spenningen henhold til antagelsene
over gitt ved

$$\sigma_{ing} = f_y + E_p \varepsilon_{p,ing} = 355 + 21 \cdot 1 = 376 \text{ MPa}$$

Nominelle verdier, eller ingeniørverdier, er beregnet med utgangspunkt i initiell geometri.
Dette til forskjell fra sanne verdier, som er beregnet ut fra den aktuelle geometrien ved
tidspunktet for målingen. Definisjonen av nominell spenning σ_{ing} og nominell tøyning ε_{ing}

er gitt ved følgende ligninger:

$$\sigma_{ing} = \frac{F}{A_0}, \quad \varepsilon_{ing} = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L - L_0}{L_0} \quad (10.2)$$

Nominelle beregninger kan benyttes ved mindre tøyninger, siden endringen i tverrsnittsarealet da vil være ubetydelig. Større tøyninger, som ved plastiske deformasjoner, krever at beregningene baseres på sann geometri.

Følgende relasjon mellom ingeniørspenning og sann spenning kan utledes på grunnlag av prinsippet om plastisk inkompressibilitet ($A_0 L_0 = AL$):

$$\sigma_{sann} = \frac{F}{A} = \frac{F}{A_0} \frac{A_0}{A} = \frac{F}{A_0} \frac{L}{L_0} = \frac{F}{A_0} \left(1 + \frac{\Delta L}{L_0}\right) = \sigma_{ing}(1 + \varepsilon_{ing}) \quad (10.3)$$

Relasjonen mellom ingeniørtøyning og sann (logaritmisk) tøyning er gitt ved

$$\varepsilon_{sann} = \ln\left(\frac{L}{L_0}\right) = \ln\left(1 + \frac{\Delta L}{L_0}\right) = \ln(1 + \varepsilon_{ing}) \quad (10.4)$$

Sammenhengen mellom spenning og plastisk tøyning i materialet ($\sigma - \varepsilon_p$) skal legges inn som sanne verdier i Abaqus. De beregnede ingeniørverdiene konverteres derfor til sanne verdier. Tabell 10.1 viser hvordan plastisk oppførsel er lagt inn i materialmodellen i Abaqus. Abaqus utfører lineær interpolasjon mellom punktene, og ekstrapolerer grafen perfekt plastisk utover det siste punktet i tabellen.

Tabell 10.1: Plastisk materialoppførsel i Abaqus

Total spenning σ	Plastisk tøyning ε_p
355	0
752	0,69

10.3 Lineær analyse

Dette avsnittet forutsetter følgende egenskaper ved beregning av lastkapasiteten q til bjelken:

- Lineær geometri
- Elastisk-plastisk materialoppførsel

Ved lineær geometri er plateknekking utelukket, og shear lag er det eneste forholdet som gir reduksjon av tverrsnittet.

10.3.1 Beregninger etter Eurokode 3

Effektiv lengde av bjelken settes til avstanden mellom momentnullpunktene i henhold til NS-EN 1993-1-5 punkt 3.2.1(2). Effektiv lengde blir dermed identisk med den totale lengden, $L_e = L = 20\,000$ mm, i dette eksemplet. b_0 skal i henhold til punkt 3.1(1) settes lik lengden av flensutstikket eller halve lengden av et internt element. Dette betyr at $b_0 = 1000$ mm for alle elementer i tverrsnittets topplate. Siden b_0 for disse elementene er større enn $L_e/50 = 400$, skal effekter av shear lag tas hensyn til ved beregning av tverrsnittets kapasitet. For bunnflensene med $b_0 = 300$ mm kan effektene av shear lag derimot neglisjeres, siden $b_0 < L_e/50 = 400$, jamfør punkt 3.1(1).

Reduksjonsfaktoren β for effektiv bredde av tverrsnittet beregnes med utgangspunkt i NS-EN 1993-1-5 Tabell 3.1. Tverrsnittet har ingen langsgående stivere, og faktor for ortotrop oppførsel blir derav $\alpha_0 = 1$. Forholdet mellom flensbredden og lengden av bjelkespenet er gitt ved

$$\kappa = \alpha_0 b_0 / L_e = 1 \cdot 1000 / 20000 = 0,05$$

og reduksjonsfaktoren for feltmoment blir da

$$\beta_1 = \frac{1}{1 + 6,4 \kappa^2} = \frac{1}{1 + 6,4 \cdot 0,05^2} = 0,984$$

Ved endeopplager gir uttrykket for reduksjonsfaktoren følgende resultat:

$$\beta_0 = (0,55 + 0,025/\kappa) \beta_1 = (0,55 + 0,025/0,05) \cdot 0,984 = 1,033$$

Siden det kreves at $\beta_0 < \beta_1$, blir reduksjonsfaktoren $\beta = \beta_1 = 0,984$ over hele lengden av bjelken i dette eksemplet.

Reduksjonen av flensene i tverrsnittet er med andre ord ubetydelig, og for enkelhets skyld benyttes derfor bruttotverrsnittet ved beregning av kapasiteten. Avstanden fra nøytralaksen til underkant av tverrsnittet er $\bar{z} = 1089,4$ mm. Siden nøytralaksen har større avstand til underkanten av tverrsnittet enn til overkanten, vil første flyt inntreffe i flensen i tverrsnittets underkant, og $z_{max} = \bar{z}$. Annet arealmoment er beregnet til $I = 8,92327 \cdot 10^{10}$ mm⁴. Tverrsnittets elastiske momentkapasitet er i henhold til bjelketeori

gitt ved:

$$M_{max} = \frac{I}{z_{max}} f_y \quad (10.5)$$

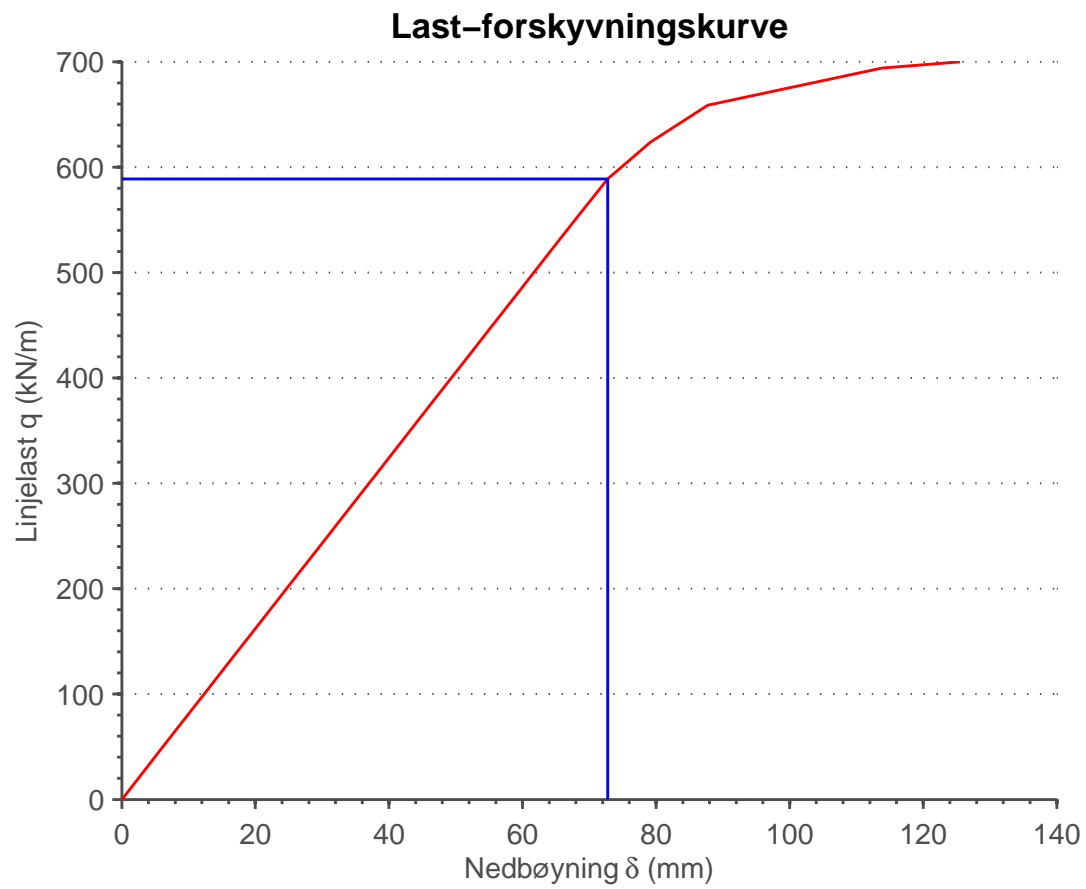
Lastkapasiteten q_{max} kan ut fra dette beregnes ved å kombinere ligning (10.1) for maksimalt bøyemoment i bjelken og ligning (10.5):

$$q_{max} = \frac{8 M_{max}}{L^2} = \frac{8 I f_y}{z_{max} L^2} = \frac{8 \cdot 8,92327 \cdot 10^{10} \cdot 355}{1089,4 \cdot 20000^2} = 581,5 \text{ kN/m}$$

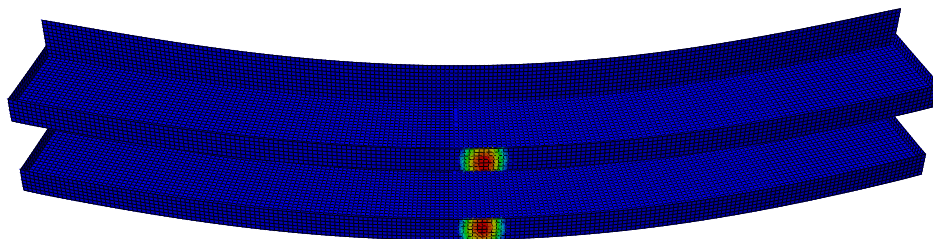
10.3.2 Resultater fra lineær analyse i Ababus

Figur 10.4 viser last-forskyvningskurven ($\delta - q$) ved punktet P i feltmidte av bjelken, fra en lineær analyse i Abaqus. Dette er punktet med størst moment og størst nedbøyning. Siden analysen er basert på lineær geometri, er kurven rettlinjet fram til elastisk kapasitet er nådd. Grafen knekker første gang ved $q = 588,9 \text{ kN/m}$, noe som indikerer at materialet går fra elastisk til plastisk oppførsel. Dette punktet er markert med streker i diagrammet. Den elastiske kapasiteten ble kontrollsjekket ved å se på ekvivalente plastiske tøyninger i Abaqus (PEEQ), vist i figur 10.5. Plastiske tøyninger oppstår først etter flyt, og er dermed en sikker indikator på at elastisk kapasitet er overskredet. Ved å se på disse tøyningene og inkrementet hvor de først oppstår, vet man hvilken last tverrsnittet flyter for. Knekkene som kan observeres på last-forskyvningskurven i figur 10.4 er resultater av at inkrementet er satt til 5 %, og kommer ikke av fysiske effekter. Ved bruk av enda mindre inkremerter i analysen oppnår man en jevnere og finere graf, men analysetiden øker også betraktelig. Det er derfor vurdert av hensyn til hensiktsmessig analysetid, at inkremerter på 5 % er tilstrekkelig nøyaktig for å finne kapasiteten.

Beregninger etter regelverket i NS-EN 1993-1-1 og NS-EN 1993-1-5 gir en maksimal elastisk lastkapasitet på $q = 581,5 \text{ kN/m}$. Dette gir et avvik på kun 1,3 % fra resultatet i Abaqus. Effekten av shear lag er veldig liten i dette eksemplet ($\beta = 0,984$), og beregningene over er derfor basert på bruttotverrsnittet, uten reduksjon for shear lag. For ordens skyld ble lastkapasiteten også sjekket etter regelverket for shear lag, og som ventet var utslaget på lastkapasiteten uvesentlig. Resultatet etter reduksjon for shear lag ble $q = 580,4 \text{ kN/m}$, versus $q = 581,5 \text{ kN/m}$ for bruttotverrsnittet. Beregningene er utført i Excel, og regnearkene er gitt i vedlegg . At beregningene etter standarden gir lavere kapasitet enn Abaqus er en positiv observasjon, siden det forventes at forenklete håndberegninger bør lede til konservative svar.



Figur 10.4: Last-forskyvningskurve for et punkt i feltmidte, lineær analyse



Figur 10.5: Ekvivalente plastiske tøyninger (PEEQ) ved første flyt i Abaqus

Nedbøyningen i feltmidte av bjelken er gitt ved ligning (10.6), utledet ved hjelp av enhetslastmetoden i vedlegg A.1.

$$\delta_{max} = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI} + \frac{1}{8} \frac{qL^2}{GA_V} \quad (10.6)$$

Første ledd i uttrykket representerer momentbidraget til nedbøyningen, mens andre ledd gir skjærbidraget. Momentbidraget vil være dominerende i forhold til skjærbidraget. A_V representerer skjærarealet:

$$A_V = A_{steg} = 2 \cdot 2000 \text{ mm} \cdot 15 \text{ mm} = 60000 \text{ mm}^2$$

Den teoretiske nedbøyningen for bjelken ved flytning, uavhengig av analysen i Abaqus, blir da:

$$\delta_{max} = \frac{5}{384} \frac{581,5 \cdot 20000^4}{210000 \cdot 8,92327 \cdot 10^{10}} + \frac{1}{8} \frac{581,5 \cdot 20000^2}{81000 \cdot 60000} = 64,6 + 6,0 = 70,6 \text{ mm}$$

Dette tilsvarer et avvik på 3,3 %. For lasten $q = 588,9 \text{ kN/m}$, gir Abaqus en nedbøyning i feltmidte på $\delta_{max} = 73,3 \text{ mm}$.

Teoretiske beregninger gir altså et veldig godt estimat på både lastkapasiteten og nedbøyningen i feltmidte. Uttrykket for nedbøyningen avhenger direkte av q , slik at eventuelle avvik i beregningen av q gir følgefeil ved beregning av teoretisk δ_{max} . Shear lag gir uvesentlig reduksjon av lastkapasiteten q i dette eksemplet. Derimot gir eksemplet et grunnlag for å vurdere størrelsen av eventuelle andre avvik i regelverket i standarden som følge av forenklinger. Dette er også nyttig bakgrunnsinformasjon ved videre vurderinger av treffsikkerheten til regelverket av shear lag.

10.4 Ikke-lineær analyse

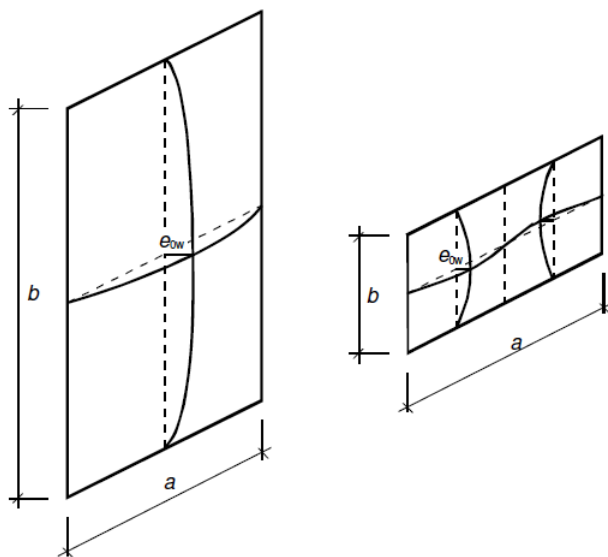
I dette avsnittet utføres en ikke-lineær analyse av eksempelbjelken. Beregningsmodellen forutsetter følgende egenskaper:

- Ikke-lineær geometri
- Elastisk-plastisk materialoppførsel

En slik analyse tar også hensyn til plateknekking ved beregning av kapasiteten.

10.4.1 Formfeil

Formfeil ble introdusert i modellen i henhold til NS-EN 1993-1-5 Vedlegg C.5. Ifølge Tabell C.2 bør størrelsen av ekvivalente geometriske imperfeksjoner for en lokal platekomponent med kort spenn a eller b settes til $e_{0w} = \min(a/200, b/200)$, jamfør figur 10.6. Dette impliserer imperfeksjoner av størrelse $e_{0w} = \min(20000/200, 1000/200) = 5$ mm, basert på utstikkende flenser i topplaten.



Figur 10.6: Modellering av imperfeksjoner, utsnitt fra NS-EN 1993-1-5 Figur C.1

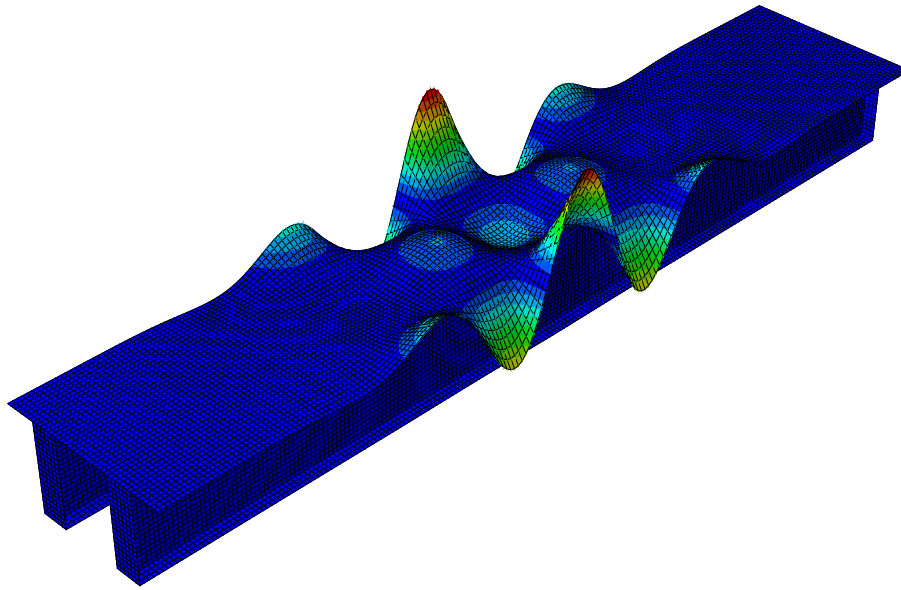
Ved kombinerings av imperfeksjoner skal det i henhold til punkt C.5(5) velges en ledende imperfeksjon, og verdien av de andre imperfeksjonene kan reduseres til 70 %. Dette gir supplerende imperfeksjoner av størrelse $e_w = 0,7 \cdot 5 = 3,5$ mm i modellen.

10.4.2 Prosedyre for inkludering av formfeil i Abaqus

De første egenmodene til bjelken ble bestemt på bakgrunn av en bucklinganalyse (knekingsanalyse) i Abaqus. Den første, og dominerende, egenmoden er vist i figur 10.7.

Følgende to kommandolinjer, som kobler noder og tilhørende forskyvninger U for de første 5 egenmodene, skrives inn i input-filen fra bucklinganalysen:

```
*NODE FILE, GLOBAL=YES, LAST MODE=5
U
```



Figur 10.7: Første egenmode for den fritt opplagte bjelken

Deretter seedes modellen på nytt, og bucklinganalysen kjøres en gang til. Dette resulterer i en ny input-fil, som døpes *BuckleSeed*. Videre kopieres input-fila for analysen man vil inkludere imperfeksjoner i, og denne modifiseres til å ta inn nodeforskyvninger fra *BuckleSeed* ved hjelp av følgende kodelinjer:

```
*IMPERFECTION, FILE=BuckleSeed, STEP=1
```

```
1,5
```

```
2,3.5
```

```
3,3.5
```

Kodelinjene over tar inn de tre første modene fra *BuckleSeed* og gir forskyvningene amplituder på henholdsvis 5 mm, 3,5 mm og 3,5 mm. For at nodeforskyvningene i modellen skal stemme overens med *BuckleSeed*, er det viktig at modellen med imperfeksjoner har samme "mesh" som modellen uten. Nodenummereringen må med andre ord være lik i begge modellene. Som siste steg i prosedyren importeres den nye input-fila i Abaqus, og en analyse av denne gir resultater for modellen med imperfeksjoner.

10.4.3 Plateknekking

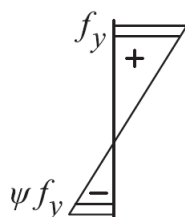
En ikke-lineær analyse tar også hensyn til plateknekking ved beregning av kapasiteten til tverrsnittet. For tverrsnitt i tverrsnittsklasse 4 vil lokal knekking føre til en reduksjon i kapasitet. Dette tas hensyn til ved bruk av konseptet om effektiv bredde for tverrsnitts-elementer i trykk. For plateelementer uten langsgående stivere beregnes det effektive tverrsnittsarealet i henhold til NS-EN 1993-1-5 avsnitt 4.4.

Tabell 10.2 viser en oversikt over dimensjoner og største forhold mellom bredde og tykkelse (c/t) for de ulike rektangulære plateelementene i tverrsnittet. Forholdet c/t er bestemmende for tverrsnittsklassen og kontrolleres mot grensene gitt i NS-EN 1993-1-1 Tabell 5.2.

Tabell 10.2: Oversikt over tverrsnittselementer

Tverrsnittsdel	c [mm]	t [mm]	Forholdet c/t
Internt element i topp	1985,0	10	198,50
Utstikkende flens i topp	992,5	10	99,25
Steg	1982,5	15	132,17
Utstikkende flens i bunn	292,5	25	11,70

En prinsippsskisse av spenningsfordelingen over tverrsnittet er vist i figur 10.8. Plateelementene i toppen utsettes for rent trykk, mens stegene har en lineær spenningsfordeling med trykk over nøytralaksen og strekk under. Flensene i bunnen utsettes utelukkende for strekk, og reduksjon for plateknekking er av den grunn ikke aktuelt for disse elementene.



Figur 10.8: Lineær spenningsfordeling over høyden av tverrsnittet

Internt trykkelement i topp

Det interne elementet i toppen av tverrsnittet utsettes for en uniform trykkspenning, som vist på figur 10.9. Forholdet $c/t = 198,50$ er større enn øvre grense for tverrsnittsklasse 3 i standarden [2]; $42\varepsilon = 42 \cdot 0,81 = 34,02$. Dette betyr at elementet er i tverrsnittsklasse 4. Ved jevn trykkfordeling over elementet er forholdet $\psi = \sigma_1/\sigma_2 = 1$, og knekningsfaktoren er gitt ved $k_\sigma = 4,0$ i henhold til Tabell 4.1[5].

Reduksjonsfaktoren ρ beregnes etter punkt 4.4(2)[5].

$$\bar{\lambda}_p = \frac{c/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} = \frac{1985/10}{28,4 \cdot 0,81 \cdot \sqrt{4}} = 4,314$$

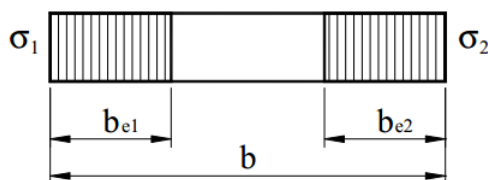
Da $\bar{\lambda}_p > 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055\psi} = 0,673$, benyttes følgende formel:

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} = \frac{4,314 - 0,055(3 + 1)}{4,314^2} = 0,220$$

Videre bestemmes effektiv bredde av elementet etter Tabell 4.1[5]:

$$b_{eff} = \rho \bar{b} = 0,220 \cdot 1985 = 436,7 \text{ mm}$$

Figur 10.9 viser hvordan spenningen fordeles over den effektive bredden av tverrsnittselementet, med $b_{e1} = b_{e2} = 0,5 b_{eff} = 218,4 \text{ mm}$.



Figur 10.9: Spenningsfordeling over internt trykkelement

Utstikkende trykkflens i topp

Også de utstikkende flensene i toppen av tverrsnittet utsettes for konstant trykkspenning. Forholdet $c/t = 99,25$ er større enn øvre grense for tverrsnittsklasse 3 i Tabell 5.2[2]; $14\varepsilon = 14 \cdot 0,81 = 11,34$. Elementet er altså i tverrsnittsklasse 4. Jevn trykkfordeling over elementet svarer til $\psi = \sigma_1/\sigma_2 = 1$, og knekningsfaktoren blir $k_\sigma = 0,43$ i henhold til Tabell 4.2[5].

Reduksjonsfaktoren ρ beregnes etter punkt 4.4(2):

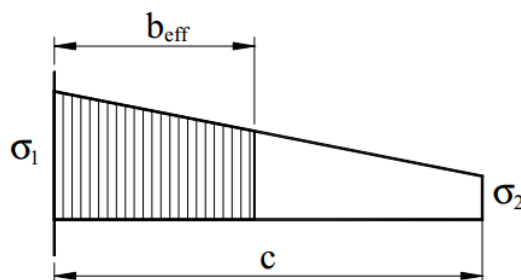
$$\bar{\lambda}_p = \frac{c/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} = \frac{992,5/10}{28,4 \cdot 0,81 \cdot \sqrt{0,43}} = 6,580$$

Da $\bar{\lambda}_p > 0,748$, benyttes følgende formel:

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,188}{\bar{\lambda}_p^2} = \frac{6,580 - 0,188}{6,580^2} = 0,147$$

Effektiv bredde av elementet bestemmes etter Tabell 4.2[5], og spenningsfordelingen over den effektive bredden er indikert i figur 10.10.

$$b_{eff} = \rho c = 0,147 \cdot 992,5 = 145,9 \text{ mm}$$



Figur 10.10: Spenningsfordeling over utstikkende trykkelement

Steg under bøyning og trykk

Spenningsfordelingen langs steget er lineær med trykk over nøytralaksen og strekk under, som vist på prinsippskissen i figur 10.11. Beliggenheten av tverrsnittets nøytralakse er $\bar{z} = 1089,4$ mm fra underkant og $z = 2017,5 - 1089,4 = 928,1$ mm fra overkant, Dette gir spenningsforholdet

$$\psi = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = -\frac{1}{928,1} \cdot 1089,4 = -1,174$$

Forholdet $c/t = 132,17$ betraktes mot øvre grense for tverrsnittsklasse 3, gitt under betingelsen $\psi \leq -1$ i Tabell 5.1[2]:

$$62 \varepsilon (1 - \psi) \sqrt{(-\psi)} = 62 \cdot 0,81 (1 + 1,174) \sqrt{1,174} = 11,45$$

Da $c/t > 11,45$ er elementet i tverrsnittsklasse 4, og effektiv bredde beregnes i henhold til Tabell 4.1[5]. For $-1 > \psi \geq -3$ er knekningsfaktoren k_σ gitt ved

$$k_\sigma = 5,98 (1 - \psi)^2 = 5,98 \cdot (1 + 1,174)^2 = 28,263$$

Reduksjonsfaktoren ρ beregnes etter punkt 4.4(2)[5].

$$\bar{\lambda}_p = \frac{c/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} = \frac{1982,5/15}{28,4 \cdot 0,81 \cdot \sqrt{28,263}} = 1,081$$

Da $\bar{\lambda}_p > 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055\psi} = 0,887$, benyttes følgende formel:

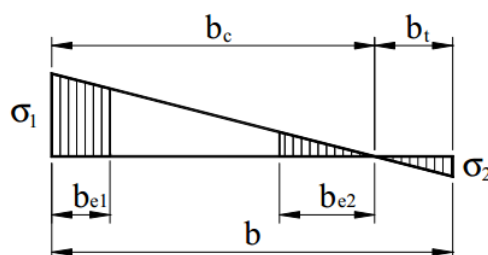
$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} = \frac{1,081 - 0,055(3 - 1,174)}{1,081^2} = 0,839$$

Effektiv bredde av elementet bestemmes etter Tabell 4.1[5], med regler for $\psi < 0$:

$$b_{eff} = \rho b_c = 0,839 \cdot (928,1 - 10) = 770,3 \text{ mm}$$

Spenningsfordelingen over elementet er vist på figur 10.11. Bredden av strekksonen er gitt ved $b_t = 1089,4 - 25 = 1064,4 \text{ mm}$, mens effektiv bredde i trykksonen fordeler seg som følger;

- $b_{e1} = 0,4 b_{eff} = 0,4 \cdot 770,3 = 308,1 \text{ mm}$
- $b_{e2} = 0,6 b_{eff} = 0,6 \cdot 770,3 = 462,2 \text{ mm}$



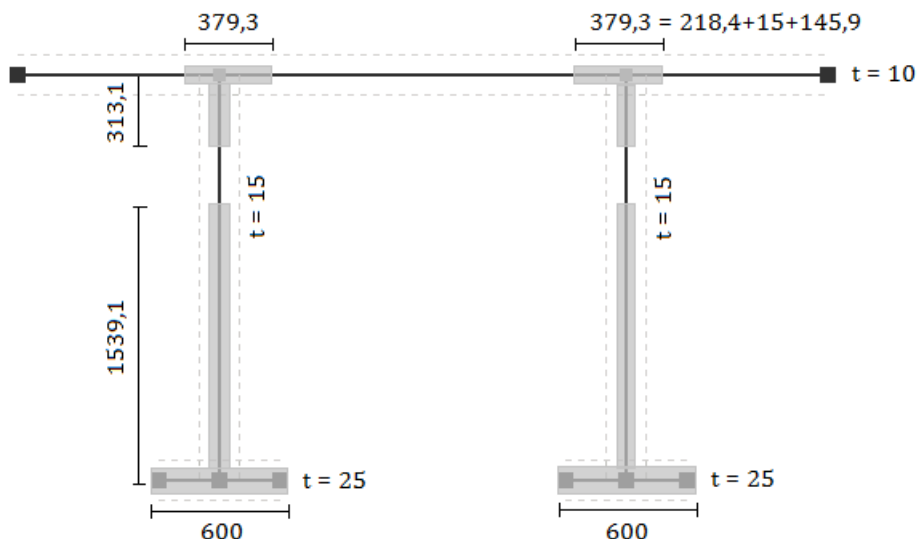
Figur 10.11: Spenningsfordeling over internt element under trykk og bøyning

Tverrsnittet i Abaqus er tegnet ved hjelp av senterlinjer, som deretter er gitt en tykkelse. Dette gir overlapp av materiale i forbindelsespunktene mellom steg og flenser. Disse overlappene er det tatt hensyn til ved beregning av tverrsnittsparemetrene. Effektiv bredde langs steget fordeler seg som følger;

- Bredde i topp: $b_{e1} + t_f/2 = 308,1 + 5 = 313,1 \text{ mm}$
- Bredde fjernet: $(1 - \rho) b_c = (1 - 0,839) \cdot (928,1 - 10) = 147,8 \text{ mm}$
- Bredde i bunn: $b_t + b_{e2} + t_f/2 = 1064,4 + 462,2 + 12,5 = 1539,1 \text{ mm}$

10.4.4 Beregninger etter Eurokode 3

Figur 10.12 viser en skisse av det effektive tverrsnittet etter reduksjon for plateknekking.



Figur 10.12: Effektivt tverrsnitt med hensyn på plateknekking [mm]

Tverrsnittstørrelsene for det effektive tverrsnittet er beregnet i Excel (vedlegg C.2):

$$\bar{z}_{eff} = 740,9 \text{ mm}, \quad I_{eff} = 4,89414 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

Nøytralaksen senkes på grunn av reduksjonene, slik at avstanden til overkant av tverrsnittet blir større enn avstanden til underkant. Spenningene blir dermed størst i toppen. Avstanden fra nøytralaksen til ytterste fiber i overkant er $z = 2017,5 - 740,9 = 1276,6$ mm.

Lastkapasiteten til det effektive tverrsnittet med hensyn på plateknekking, er dermed gitt ved

$$q = \frac{8 I_{eff} f_y}{z L^2} = \frac{8 \cdot 4,89414 \cdot 10^{10} \cdot 355}{1276,6 \cdot 20000^2} = 272,2 \text{ kN/m}$$

Shear lag er som for kapasitetsberegningene i forrige avsnitt utelatt, siden reduksjonsfaktoren $\beta = 0,984$ ikke gir vesentlig utslag på lastkapasiteten.

Det er verdt å nevne at beregningene i dette eksempelet er noe forenklet med hensyn på knekking av steget. Ifølge NS-EN 1993-1-5 punkt 4.4(3) skal man først redusere arealet av flensene for plateknekking. Deretter skal spenningsforholdet ψ for steget bestemmes basert på det effektive arealet av trykkflensene sammen med det resterende arealet av tverrsnittet. I dette eksempelet er reduksjonene av både flenser og steg basert på tverr-

snittets bruttoareal. Dette er en forenkling som ofte gjøres, siden man vanligvis ikke dimensjonerer tverrsnitt med knekningsutsatte flenser. Forenklingen har imidlertid ikke veldig stor betydning for resultatet.

Tverrsnittet i dette eksemplet er ekstremt knekningsutsatt. Det er konstruert som et ekstremtverrsnitt med hensyn på slankhet for å få betydelige effekter av shear lag. Av denne grunn reageres det ikke på de store arealreduksjonene i disse eksemplene.

10.4.5 Kontroll av skjærknekking i steg

Skjærbelastede steg uten stivere skal i henhold til NS-EN 1993-1-5 punkt 5.1(2) kontrolleres for skjærknekking i tilfeller der

$$h_w/t > \frac{72}{\eta} \varepsilon \quad (10.7)$$

hvor h_w er høyden av steget, t er tykkelsen, $\eta = 1,2$ for stålklasser opp til og med S460, og $\varepsilon = 0,81$ for S355.

Tverrsnittet i dette eksemplet bør med andre ord kontrolleres siden

$$h_w/t = \frac{1982,5}{15} = 132,17 > \frac{72}{1,2} \cdot 0,81 = 48,6$$

Bidraget til motstanden mot skjærknekking fra flensene er minimal i forhold til bidraget fra stegene, og det er derfor valgt å se bort fra flensbidragene. Dette er en konservativ forenkling. Bidraget, per steg, til skjærmotstanden er i henhold til NS-EN 1993-1-5 punkt 5.2(1) gitt ved

$$V_{bw} = \frac{\chi_w f_{yw} h_w t}{\sqrt{3} \gamma_{M1}} \quad (10.8)$$

Siden det ikke regnes med dimensjonerende, men ultimate, kapasiteter i dette eksemplet, benyttes ikke materialfaktoren γ_{M1} i beregningene.

Slankhetsparameteren $\bar{\lambda}_w$ beregnes etter punkt 5.3(3). MERKNAD 2 gir en forenklet formel som kan benyttes for bjelker med tverrstivere kun ved opplager:

$$\bar{\lambda}_w = \frac{h_w}{86,4 t \varepsilon} = \frac{1982,5}{86,4 \cdot 15 \cdot 0,81} = 1,889$$

Bidraget fra steget χ_w til motstanden mot skjærknekking beregnes med utgangspunkt i

Tabell 5.1. For $\bar{\lambda}_w \geq 1,08$ og myk (non-rigid) endepost er faktoren gitt ved:

$$\chi_w = \frac{0,83}{\bar{\lambda}_w} = \frac{0,83}{1,889} = 0,439$$

Tverrsnittet, med to steg, har altså følgende motstand mot skjær:

$$V_b = 2 V_{bw} = 2 \frac{\chi_w f_{yw} h_w t}{\sqrt{3}} = 2 \cdot \frac{0,439 \cdot 355 \cdot 1982,5 \cdot 15}{\sqrt{3}} = 5357,4 \text{ kN}$$

For en fritt opplagt bjelke med lengde $L = 20$ m, betyr dette at skjærknekking i stegene vil inntreffe ved en last

$$q = \frac{2V}{L} = \frac{2 \cdot 5357,4 \text{ kN}}{20 \text{ m}} = 535,7 \text{ kN/m}$$

Den beregnede elastiske lastkapasiteten i forrige avsnitt ($q = 272,2$ kN/m) er lavere, og det er dermed liten sjanse for at skjærknekking vil forstyrre dette resultatet.

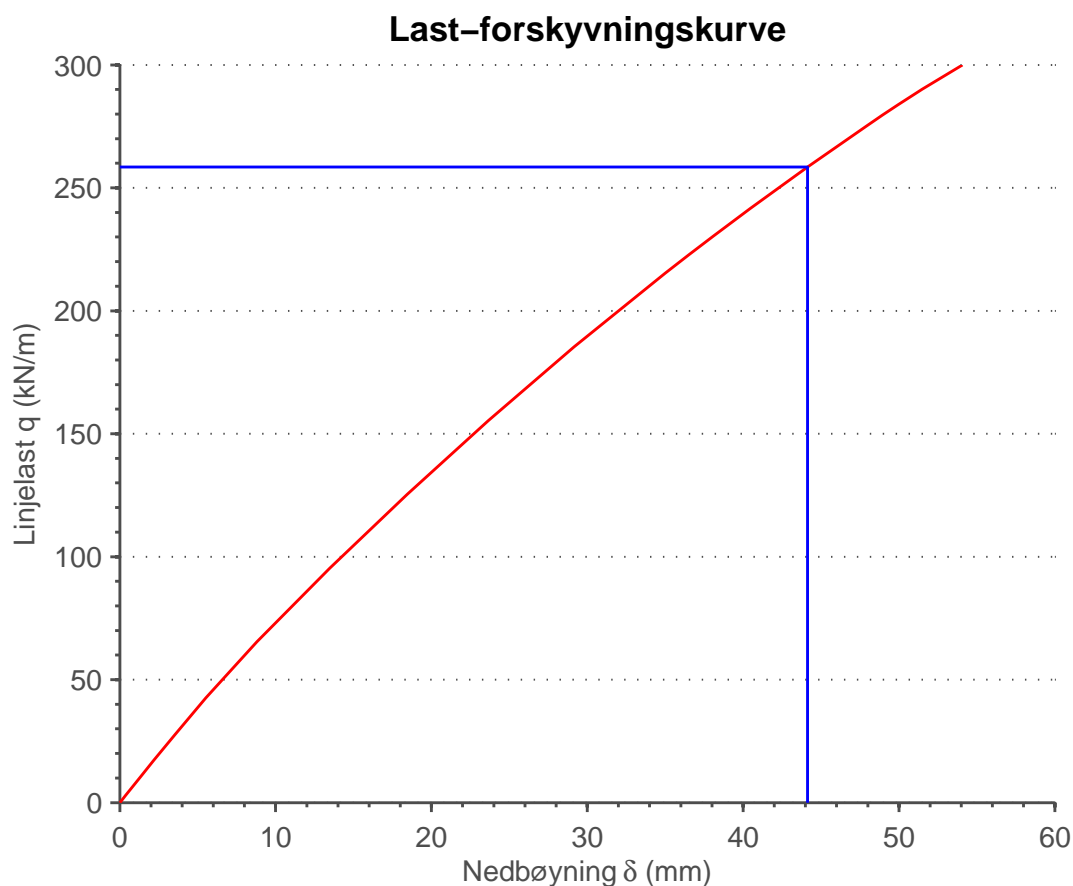
10.4.6 Resultater fra ikke-lineær analyse i Abaqus

Formfeil fra de tre første egenmodene, som beskrevet i avsnitt 10.4.1, ble i henhold til NS-EN 1993-1-5 Vedlegg C lagt inn i den ikke-lineære modellen i Abaqus. Figur 10.13 viser last-forskyvningskurven ($q-\delta$) for et punkt i feltmidte av bjelken. Resultatene er tatt ut i samme node som resultatene for den lineære analysen. For ikke-lineær geometri blir last-forskyvningskurven også ikke-lineær, til forskjell fra kurven i den lineære analysen. Grafen i figur 10.13 gir ingen synlig indikasjon på hvor i deformasjonsforløpet første flyt inntreffer, men det aktuelle punktet er hentet ut fra resultatene i Abaqus ved å se på ekvivalente plastiske tøyninger og markert med streker i diagrammet. Abaqus beregner den elastiske lastkapasiteten til $q = 258,5$ kN/m.

Beregningene etter Eurocode 3 gir en lastkapasitet på 272,2 kN/m. Håndberegningene gir altså en kapasitet som er 5,3 % større enn elastisk kapasitet funnet ved ikke-lineær analyse i Abaqus. Når man regner på plateknekking, kan man ikke lenger sammenligne direkte med elastisk kapasitet, siden deformasjoner i platen før knekking vil føre til en omfordeling av spenningene. Beregnet kapasitet for et brotverrsnitt som dette vil ofte ligge et sted imellom elastisk og plastisk kapasitet. At håndberegningene gir en kapasitet som er større enn den elastiske kapasiteten er derfor ikke oppsiktsvekkende.

Siden reduksjonen for shear lag i dette eksemplet er av minimal betydning for resultatene,

er shear lag neglisjert i håndberegningene. For ordens skyld ble lastkapasiteten også beregnet i henhold til reglene for interaksjon mellom shear lag og plateknekking i topplaten. Beregningsdetaljer for dette er gitt i vedlegg C. Som forventet blir reduksjonen for shear lag neglisjerbar i kombinasjon med plateknekking. Tabell 10.3 oppsummerer resultatene fra alle beregningsvariantene i dette eksemplet.



Figur 10.13: Last-forskyvningskurve for et punkt i feltmidte, ikke-lineær analyse

Tabell 10.3: Resultater fra kapasitetsberegninger etter standard

Reduksjoner	z_{max} [mm]	I_{eff} [mm ⁴]	q [kN/m]	δ [mm]
Brutto	1089,4	$8,92327 \cdot 10^{10}$	581,5	70,6
Netto shear lag	1084,9	$8,86846 \cdot 10^{10}$	580,4	70,9
Plateknekking alene	1276,6	$4,89414 \cdot 10^{10}$	272,2	58,0

For ikke-lineær analyse gir Abaqus en nedbøyning i feltmidte på $\delta = 44,1$ mm ved flytning, som indikert på figur 10.13. Beregning etter nedbøyningsformelen i ligning (10.6), presentert under avsnittet for lineær analyse, gir en noe større nedbøyning på 58,0 mm.

Det blir ikke riktig å sammenligne disse to nedbøyningene direkte, siden de representerer forskjellige verdier av q , men man kan tydelig se fra figur 10.13 at Abaqus gir lavere nedbøyning også for den teoretiske kapasitet funnet ved håndberegning. Det er vanskelig å si noe sikkert om hva som er årsaken til avviket. Beregningene for en ikke-lineær analyse blir med en gang mer komplekse enn for en lineær analyse, og det er vanskeligere å oppnå gode resultater med forenklede formler for håndberegninger. Det er mulig at formfeil i platen kan forstyrre den forventede nedbøyningen, for eksempel i form av lokale bulker som bøyer oppover i enkelte punkter og virker gunstig på nedbøyningen.

10.4.7 Effekt av imperfeksjoner

Regelverket for håndberegninger er for enkelhets skyld basert en antagelse om perfekt geometri. Perfekt geometri vil aldri være tilfellet i virkeligheten. I henhold til NS-EN 1993-1-5 Tillegg C, som omhandler FEM-analyser, bør det i noen tilfeller legges inn imperfeksjoner i modellen. Dette avhenger av problemet som skal analyseres. Etter tabell C.1 skal det ved antagelser om ikke-lineær materialoppførsel og lineær geometri, ikke inkluderes imperfeksjoner i FE-modellen. Dette var antagelsen under den lineære analysen. Ved modellering av ikke-lineær materialoppførsel og ikke-lineær geometri, bør det derimot legges inn imperfeksjoner i FE-modellen.

For å undersøke effekten av imperfeksjonene på lastkapasiteten q , ble amplitudene på imperfeksjonene doblet og halvert i forhold til anbefalte verdier etter Eurokode 3. Resultatet av analysene er presentert i tabell 10.4.

Tabell 10.4: Resultater ved varierende imperfeksjoner

Amplituder på imperfeksjoner	q [kN/m]	δ [mm]
Anbefalt (5 mm, 3,5 mm, 3,5 mm)	258,5	44,1
Dobbel (10 mm, 7 mm, 7 mm)	260,7	44,3
Halv (2,5 mm, 1,75 mm, 1,75 mm)	253,6	42,3
Negativ (-5 mm, -3,5 mm, -3,5 mm)	253,2	42,7

Det er tydelig at imperfeksjonene ikke har den helt store innvirkningen på kapasiteten av bjelken. Lastkapasiteten og nedbøyningen endres lite både for doblede og halverte amplituder. Det er naturlig å anta at større imperfeksjoner fører til lavere kapasitet, men det er ikke tilfellet i dette eksemplet. Dobblede amplitudeverdier gir noe større kapasitet, og dermed også større nedbøyning. Dette er trolig en effekt av retningen til imperfeksjonene som settes på. Det ble også kjørt en analyse med negative fortegn på standardamplitu-

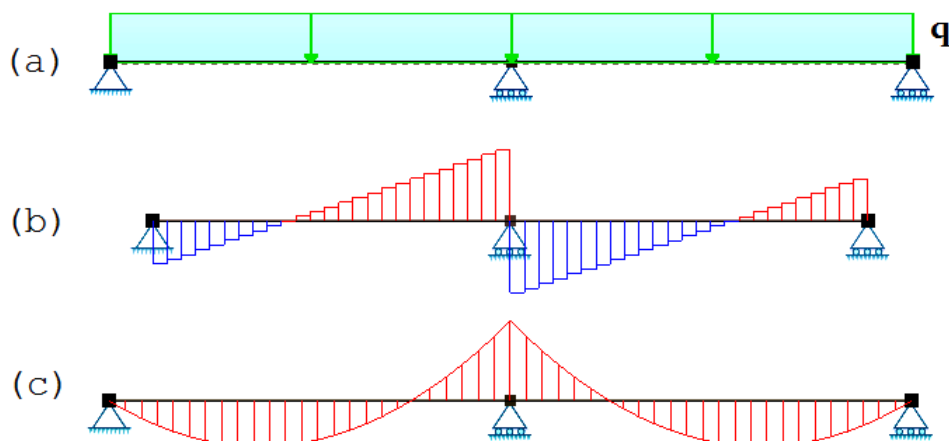
dene, og denne ga lavere kapasitet enn for positive amplituder. Dette tyder på at positiv amplitude på imperfeksjonene har en gunstig effekt på kapasiteten, og forklarer hvorfor doblede amplitudeverdier gir størst kapasitet.

Forsøk på å kjøre analysen uten imperfeksjoner var mislykket på grunn av for store tøyningssinkrement før flytning. Dette er et problem som kan oppstå i forbindelse med ikke-lineære analyser og implisitt løsningsmetode. Når bjelken belastes vil platene begynne å bulke seg etter den minst energikrevende knekkformen. Ved videre belastning kan det oppstå spenninger som fører til en situasjon hvor platen, som allerede har startet å bulke seg, ønsker å slå over i en motsatt knekkform. Dette gir problemer for Abaqus, og kan unngås ved å legge inn imperfeksjoner i platen før pålastningen starter.

Siden variasjon av størrelsen på imperfeksjonene gir såpass lite utslag på lastkapasiteten, vurderes det som lite interessant å undersøke denne faktoren i påfølgende eksempler. Det konkluderes med at tre egenmoder og anbefalte amplitudeverdier etter Eurocode 3 er tilstrekkelig, og disse benyttes videre i de ikke-lineære analysene.

11 Eks. 2: Tofeltsbjelke, basistverrsnitt

Bjerkemodellen for dette eksemplet er vist i figur 11.1 (a). Tverrsnittet og total lengde videreføres fra forrige eksempel. Den eneste forskjellen er opplageret i bjelkens midtpunkt. Denne endringen gir en kontinuerlig tofeltsbjelke med spennlengder på $L = 10$ m.



Figur 11.1: Tofeltsbjelke: (a) Lastskisse; (b) Skjærkraftdiagram; (c) Momentdiagram

Skjærkraftdiagrammet for bjelken er gitt i figur 11.1 (b). Skjærkraften er størst over midtstøtten, hvor størrelsen, uttrykt ved lasten q og spennlengden L , er gitt ved

$$V_{max} = 0,625 qL \quad (11.1)$$

Figur 11.1 (c) viser en skisse av momentdiagrammet for bjelken. Det maksimale momentet opptrer over midtstøtten, og det er også i denne regionen at momentgradienten, og følgelig effektene av shear lag, er størst. Støttmomentet over opplageret på midten, uttrykt ved lasten q og spennlengden L , er gitt ved

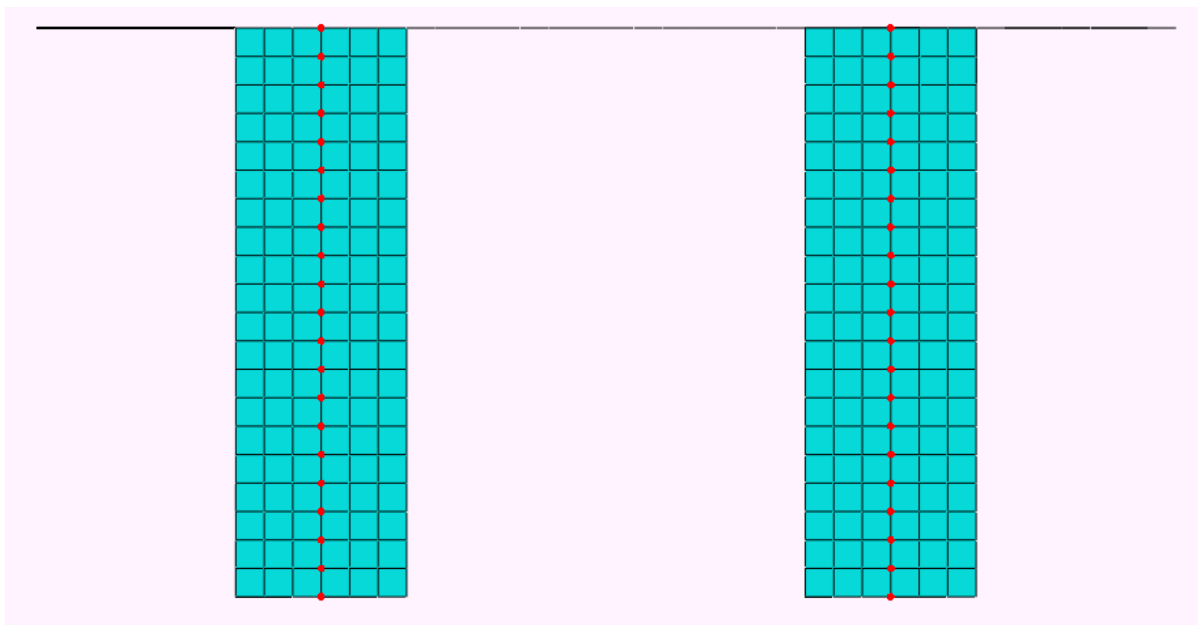
$$M_{max} = \frac{qL^2}{8} \quad (11.2)$$

Bjelkens lastkapasitet q avhenger i dominerende grad av momentet, men siden skjærkraften i dette tilfellet er på sitt største i punktet med maksimalt moment, bør også denne inkluderes i beregningene.

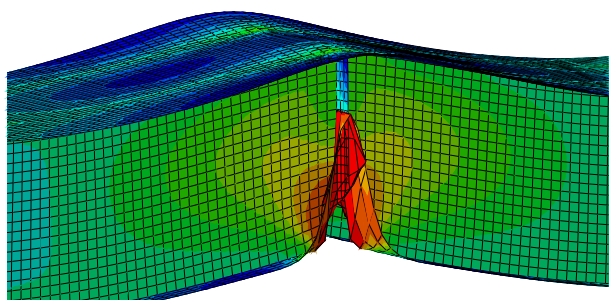
11.1 Kommentarer til modellering i Abaqus

Tofeltsbjelken i dette eksemplet ble utformet i Abaqus etter samme prinsipper som den fritt opplagte bjelken i forrige eksempel, med en linjelast lik $q/2$ over hvert steg. Ved opplagerpunktet på midten ble det satt inn stivere, og nodene langs bunnflensene ble forhindre mot bevegelse i lastretningen, som ved endeopplager. Selv om alle elementene i modellen ble sammenføyd ved merging, kunne det observeres unaturlige deformasjonstendenser over midtstøtten ved høy belastning. Figur 11.3 viser midtstøtten i Abaqusmodellen med deformasjoner og spenningsplott uten grensebetingelser på stiverne. Det kan se ut som stiverplatene presses ned ved siden av opplageret, og tverrsnittet blir følgelig trykket sammen over midtstøtten.

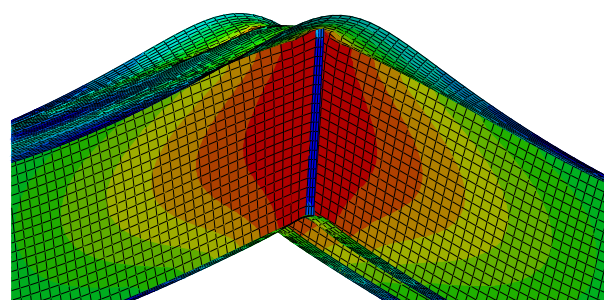
Hensikten med stivere er å opprettholde tverrsnittsfasongen, og det er ikke ønskelig at disse deformeres i nevneverdig grad. Det ble derfor lagt inn en grensebetingelse med krav om null forskyvning i lastretningen for alle nodene i forbindelsen mellom stiver og steg, som vist på figur 11.2. Fastholding av stiveren gir en mer naturlig deformasjon over midtstøtten, som vist i figur 11.4.



Figur 11.2: Fastholdte noder i forbindelsen mellom steg og stiver



Figur 11.3: Unaturlig deformasjon



Figur 11.4: Realistisk deformasjon

11.2 Lineær analyse

Som i det forrige eksemplet undersøkes først effektene av shear lag alene ved en lineær analyse av problemet. Denne analysen forutsetter lineær geometri og elastisk-plastisk materialoppførsel. Den kontinuerlige bjelken separeres i momentnullpunktene i henhold til NS-EN 1993-1-5 punkt 3.2.1(2), og reduksjonsfaktoren β for shear lag beregnes individuelt for feltmoment og støttemoment.

11.2.1 Reduksjonsfaktor β_1 ved feltmoment

Effektiv lengde for beregning av reduksjonsfaktoren ved feltmoment er i henhold til NS-EN 1993-1-5 Figur 3.1 gitt ved

$$L_e = 0,85 L_1 = 0,85 \cdot 10000 = 8500 \text{ mm}$$

Neste steg i beregningsprosessen går ut på å bestemme tverrsnittsfaktoren κ . Tverrsnittet har ingen langsgående stivere, noe som impliserer $\alpha_0 = 1$.

$$\kappa = \alpha_0 b_0 / L_e = b_0 / L_e$$

Reduksjonsfaktoren β_1 for shear lag ved feltmoment beregnes fra følgende formel, under forutsetningen $0,02 < \kappa \leq 0,70$:

$$\beta_1 = \frac{1}{1 + 6,4 \kappa^2}$$

Shear lag kan neglisjeres i de tilfeller $b_0 < L_e/50$, i henhold til NS-EN 1993-1-5 punkt 3.1(1). Siden effektiv lengde L_e i dette eksempelet er mindre enn i forrige eksempel, er ikke bunnflensene lenger omfattet av dette unntaket. $b_0 = 300 \text{ mm}$ er større enn $L_e/50 = 200 \text{ mm}$, og effekter av shear lag i bunnflensene bør dermed også vurderes. Tabell 11.1 viser

en oversikt over resultatet av beregningene ved bruk av uttrykkene presentert ovenfor.

Tabell 11.1: Beregning av reduksjonsfaktor for shear lag ved feltmoment

Plateelement	b_0	L_e	κ	Reduksjonsfaktor β_1
Toppelementer	1000	8500	0,118	0,917
Bunnflenser	300	8500	0,035	0,992

11.2.2 Reduksjonsfaktor β_2 for støttemoment

Effektiv lengde for beregning av reduksjonsfaktoren ved støttemoment er i henhold til NS-EN 1993-1-5 Figur 3.1 gitt ved

$$L_e = 0,25 (L_1 + L_2) = 0,25 \cdot (10000 + 10000) = 5000 \text{ mm} \quad (11.3)$$

Ved støttemoment beregnes reduksjonsfaktoren β_2 for shear lag fra følgende formel, under forutsetningen $0,02 < \kappa \leq 0,70$:

$$\beta_2 = \frac{1}{1 + 6,0 \left(\kappa - \frac{1}{2500 \kappa} \right) + 1,6 \kappa^2} \quad (11.4)$$

Tabell 11.2 viser en oversikt over resultatet av beregningene ved bruk av uttrykkene presentert ovenfor.

Tabell 11.2: Beregning av reduksjonsfaktor for shear lag ved støttemoment

Plateelement	b_0	L_e	κ	Reduksjonsfaktor β_2
Toppelementer	1000	5000	0,2	0,444
Bunnflenser	300	5000	0,06	0,754

11.2.3 Reduksjonsfaktor β_0 for endeopplager

Ved endeopplager beregnes reduksjonsfaktoren β_0 med utgangspunkt i κ og β_1 for tilgrensende feltmoment, og med forbehold om $\beta_0 < \beta_1$:

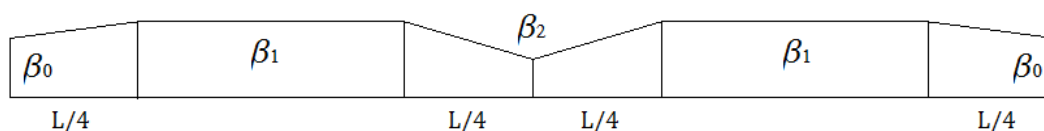
$$\beta_0 = (0,55 + 0,025/\kappa) \beta_1$$

Resultatet av beregningene er presentert i tabell 11.3. For bunnflensene settes $\beta_0 = \beta_1$, siden uttrykket for β_0 ovenfor gir en større verdi enn β_1 .

Tabell 11.3: Beregning av reduksjonsfaktor for shear lag ved endeopplager

Plateelement	b_0	κ	β_1	Reduksjonsfaktor β_0
Toppelementer	1000	0,118	0,917	0,699
Bunnflenser	300	0,035	0,992	0,992

Figur 11.5 viser en skisse av hvordan effektiv bredde etter reduksjon for shear lag varierer over lengden av bjelken. Reduksjonsfaktoren varierer lineært over en kvart spennlengde mellom opplager og felt.

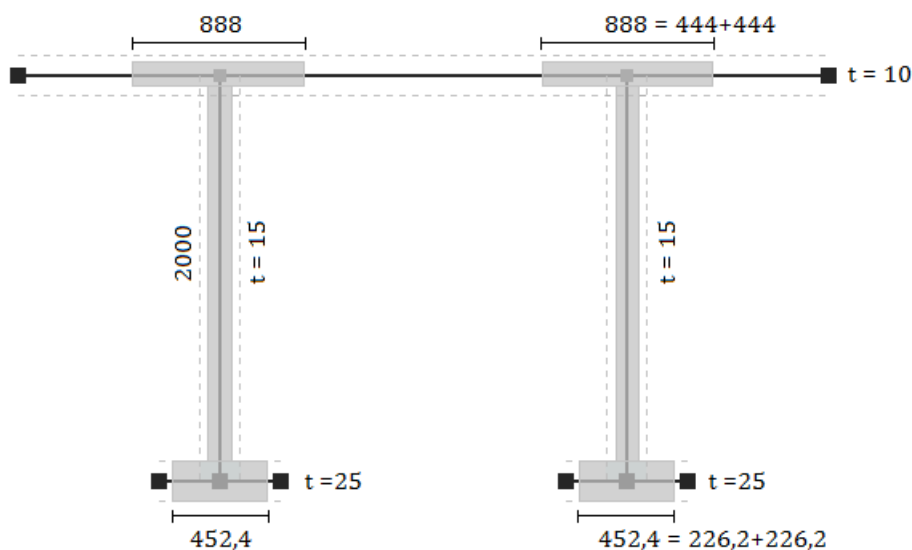


Figur 11.5: Fordeling av effektiv bredde over lengden av tofeltsbjelken

Reduksjonen er som ventet størst over midtstøtten, hvor momentgradienten og skjærkreftene er størst. Teoretisk lastkapasitet q for bjelken beregnes derfor i snittet over midtstøtten. Effektive bredder av plateelementene etter reduksjon for shear lag er gitt i Tabell 11.4. Figur 11.6 viser en skisse av det effektive tverrsnittet.

Tabell 11.4: Effektiv bredde ved reduksjon for shear lag

Plateelement	b_0	Reduksjonsfaktor β_2	b_{eff}
Toppelementer	1000	0,444	444,0
Bunnflenser	300	0,754	226,2



Figur 11.6: Effektivt tverrsnitt med hensyn på shear lag [mm]

11.2.4 Beregninger etter Eurokode 3

I feltmidte av en fritt opplagt bjelke er skjærkraften null, og lastkapasiteten beregnes utelukkende på grunnlag av momentet. Over midtstøtten for den kontinuerlige bjelken i dette eksempelet er det store skjærkrefter i tillegg til maksimalt moment, se figur 11.1. Momentet vil være dominerende ved beregning av kapasiten, men ved store verdier av q , vil også skjærkreftene bli betydelige. Det er tatt hensyn til skjærkraften ved å benytte regelverket i NS-EN 1993-1-1 og NS-EN 1993-1-5.

For å unngå interaksjon mellom skjærkraft og moment, må følgende kriterium være oppfylt i henhold til NS-EN 1993-1-1 punkt 6.2.8(2):

$$V_{Ed} \leq \frac{1}{2} \tau_d A_V \quad (11.5)$$

$$\rightarrow q \leq \frac{\tau_d A_V}{2 \cdot 0,625 L} = \frac{205 \cdot 60000}{2 \cdot 0,625 \cdot 10000} = 984 \text{ kN/m}$$

Ved å kombinere ligning (11.2.4) med uttrykket for skjærkraften, kommer man fram til at interaksjon mellom moment og skjærkraft må tas hensyn til for last større enn 984 kN/m.

Tabell 11.5 viser en oversikt over resultatet av kapasitetsberegningene for det effektive

tverrsnittet etter reduksjon for shear lag. Beregninger for bruttotverrsnittet er gitt som referanse for å vurdere effekten av shear lag på resultatene. z_{max} representerer største avstand fra nøytralaksen ut til tverrsnittets ytterkant; I_{eff} angir annet arealmoment; q er den elastiske lastkapasiteten; og δ angir nedbøyningen i bjelkens feltmidte for den beregnede lasten q . Det er i kapasitetsberegningene tatt hensyn til skjærkraften i henhold til NS-EN 1993-1-1 punkt 6.2.8. Siden formlene krever at man kjenner V_{Ed} , er kapasiteten funnet ved systematisk prøving og feiling i Excel. Regnearkene er gitt i vedlegg D.3. Det ble tippet på en last q , for så å sjekke hvordan spenningene fra denne lasten stemte i forhold til den reduserte flytespenningen gitt i standarden.

Tabell 11.5: Resultater fra kapasitetsberegninger etter standard, lineær analyse

Reduksjoner	z_{max} [mm]	I_{eff} [mm ⁴]	q [kN/m]	δ [mm]
Brutto	1089,4	$8,92327 \cdot 10^{10}$	1552	9,1
Netto shear lag	1053,4	$6,01460 \cdot 10^{10}$	1370	9,8

Den teoretiske nedbøyningen δ i feltmidte er beregnet fra uttrykk utledet ved enhetslastmetoden (vedlegg A.1). Både moment og skjærkraft gir bidrag til nedbøyningen. Formelen er gitt ved

$$\delta = \frac{qL^4}{192EI} + 0,1485 \frac{qL^2}{GA_V} \quad (11.6)$$

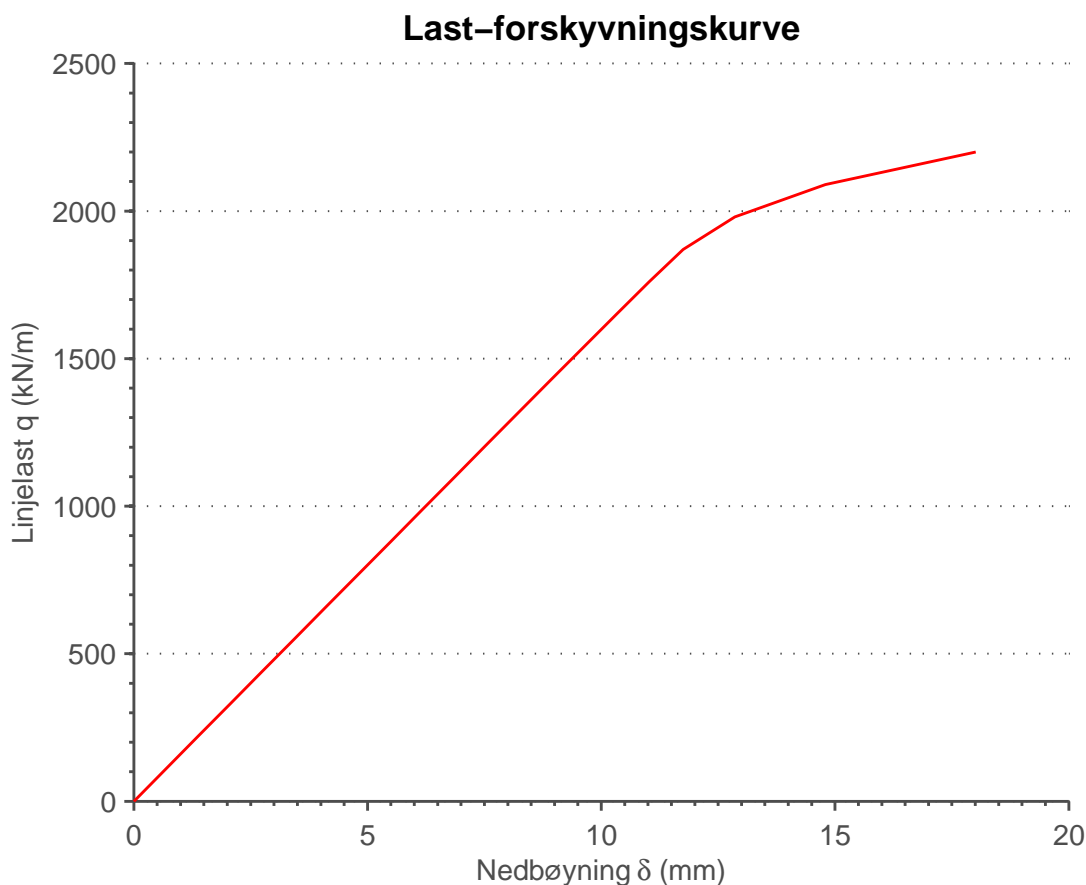
Beregning av nedbøyningene ble utført i Mathematica, og utregninger med tall er gitt i vedlegg D.4.

11.2.5 Resultater fra lineær analyse i Abaqus

Over midtstøtten vil det være mange forstyrrende faktorer som påvirker spenningene i modellen, og det kan derfor ikke ventes at uttak av nodespenninger her stemmer overens med teoretiske beregninger basert på bjelketeori. Stiverplatene er et eksempel på forstyrrende elementer. Disse er nødvendige for å beholde tverrsnittsfasongen over opplageret, hvor det er store trykkspenninger. Ved sveising av stivere, vil det i virkeligheten også bli egenspenninger (residualspenninger) i tverrsnittet. Store egenspenninger kan føre til at tverrsnittet flyter lenge før det teorien tilsier. En annen omstendighet som påvirker spenningskonsentrasjonene over midtstøtten, er bredden av opplageret. Bjelken er lagt opp over en enkel noderekke. Dette er i samsvar med den teoretiske beregningsmodellen for elementær bjelketeori, men umulig i virkeligheten. Opplegg over en enkel noderekke vil føre til større krumning av bjelken over opplageret enn et bredere opplager. Skjær-

spenningene over opplageret vil dessuten bli veldig store.

Siden det ikke er hensiktsmessig å sammenligne teoretiske kapasitetsberegninger med resultater tatt ut i det kritiske punktet over midtstøtten i Abaqus, er det valgt å vurdere kapasitetsberegningene mot den plastiske kapasiteten til bjelken. Ved full utnyttelse av bjelkens plastiske kapasitet, vil det ikke være mulig å påføre mer last. Følgelig, ved plotting av last mot forskyvning, vil kurven flate ut når den plastiske kapasiteten er fullt utnyttet. Figur 11.7 viser last-forskyvningskurven ($q-\delta$) for et punkt i feltmidte av det ene spennet. Analysen i Abaqus er lastet på til den aborterer på grunn av for store tøyningssinkrement. Kurven har ikke nådd et toppunkt, men det antas på bakgrunn av kurveforløpet at plastisk kapasitet ligger et sted mellom 2300 kN/m og 2500 kN/m.



Figur 11.7: Last-forskyvningskurve for et punkt i feltmidte, lineær analyse

Kurven i figur 11.7 knekker tydelig første gang for $q = 1800$ kN/m. Den begynner imidlertid svakt å bøye av fra det lineære forløpet for en enda lavere verdi av q . Dette indikerer at bjelken har begynt å deformere seg plastisk. Som nevnt i forrige eksempel er knekkene langs kurven i figuren et resultat av at inkrementene er satt til 5 %. Sjekk av ekvivalente

plastiske tøyninger i Abaqus viser at disse oppstår for $q = 1650$ kN/m, som dermed er bjelkens elastiske kapasitet. Det er sannsynlig at plastiske deformasjoner over midtstøtten kan gi utslag på last-forskyvningskurven for et punkt i feltmidte, før plastiske deformasjoner inntreffer i det aktuelle snittet i feltmidte. Resultatet fra håndberegninger gir en elastisk lastkapasitet på $q = 1370$ kN/m for et punkt over midtstøtten, fra tabell 11.5. Dette gir et avvik på 17,0 % i forhold til elastisk kapasitet funnet i Abaqus. Resultatene fra håndberegninger og last-forskyvningskurven fra Abaqus kan ikke sammenlignes direkte i dette tilfellet, men elastisk kapasitet funnet i Abaqus kan gi en indikasjon på om svaret fra håndberegningene er fornuftig.

Analysen i Abaqus gir en nedbøyning i feltmidte på $\delta = 10,3$ mm ved første flyt. Håndberegninger ved bruk av ligning (11.6) gir en nedbøyning på $\delta = 9,8$ mm for den teoretiske elastiske lastkapasiteten $q = 1370$ kN/m. Disse nedbøyningene stemmer bra overens, med en forskjell på bare 0,5 mm. Fra grafen kan man imidlertid se at Abaqus gir en lavere nedbøyning enn håndberegninger for samme last q .

11.3 Ikke-lineær analyse

Videre, i dette avsnittet, undersøkes kapasiteten av bjelken på bakgrunn av en ikke-lineær analyse. Det forutsettes ikke-lineær geometri og elastisk-plastisk materialoppførsel. Dette medfører at tverrsnittselementer i tverrsnittsklasse 4 må reduseres for lokal plateknekking.

11.3.1 Plateknekking

Tabell 11.6 gir en oversikt over dimensjoner og forholdet c/t for alle elementene i tverrsnittet.

Tabell 11.6: Oversikt over tverrsnittselementer

Tverrsnittsdelen	c [mm]	t [mm]	Forhold c/t
Internt element i topp	1985,0	10	198,50
Utstikkende flens i topp	992,5	10	99,25
Steg	1982,5	15	132,17
Utstikkende flens i bunn	292,5	25	11,70

Over midtstøtten vil tverrsnittet være i strekk over nøytralaksen og i trykk under. Elementene i toppplaten utsettes altså for ren strekk og trenger ikke reduseres for lokal plateknekking.

Forholdet c/t for bunnflensene i tabell 11.6 er såvidt høyere enn øvre grense for klasse 3 i NS-EN 1993-1-1 Tabell 5.2:

$$14\varepsilon = 14 \cdot 0,81 = 11,34 < c/t = 11,70$$

Bunnflensene er altså i klasse 4. Rent trykk gir $\psi = \sigma_2/\sigma_1 = 1$.

Steget utsettes for bøyning og trykk. Til forskjell fra situasjonen for den fritt opplagte bjelken i forrige eksempel, er det ved midtstøtten strekk over og trykk under nøytralaksen. Forholdet mellom trykk og strekkspenningen ble i forrige eksempel beregnet til $\psi = \sigma_2/\sigma_1 = -1,174$. Siden spenningssituasjonen i dette eksemplet er invertert i forhold til forrige eksempel, blir $\psi = 1/(-1,174) = -0,852$.

Tabell 11.7 viser en oversikt over nøkkeltall i beregningen av reduksjonsfaktoren ρ for lokal plateknekking i trykkelementer. Beregningene er gitt i vedlegg D.1.

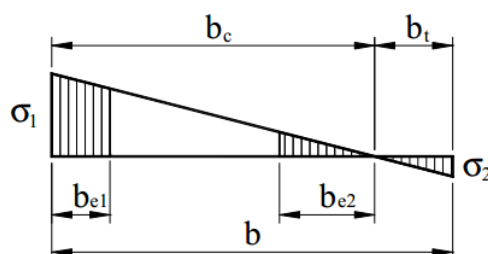
Tabell 11.7: Beregning av reduksjonsfaktor for plateknekking

Tverrsnittsdelen	c/t	ψ	k_σ	$\bar{\lambda}_p$	Reduksjonsfaktor ρ
Steg	132,17	-0,852	20,27	1,276	0,711
Utstikkende flens bunn	11,70	1	0,43	0,776	0,976

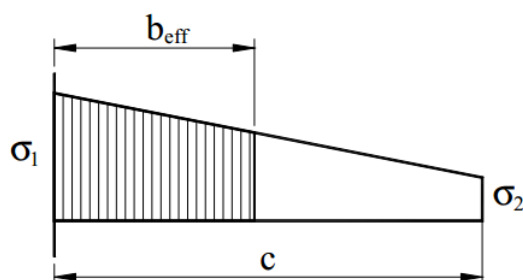
Tabell 11.8 gir en oversikt over effektiv bredde av tverrsnittselementene etter reduksjon for lokal plateknekking. Figur 11.8 og figur 11.9 viser hvordan den effektive bredden fordeles i elementene.

Tabell 11.8: Effektiv bredde ved reduksjon for plateknekking

Element	b_c [mm]	ρ	b_{eff} [mm]	b_{e1} [mm]	b_{e2} [mm]	b_t [mm]
Steg	1064,4	0,87	756,8	302,7	454,1	918,1
Bunnflens	292,5	0,976	285,5	-	-	-



Figur 11.8: Spenningsfordeling over internt element under trykk og bøyning



Figur 11.9: Spenningsfordeling over utstikkende trykkelement

11.3.2 Interaksjon mellom shear lag og plateknekking

NS-EN 1993-1-5 punkt 3.3(1) angir to alternative metoder for å ivareta effekter av shear lag i kombinasjon med plateknekking. Shear lag-effektene kan betraktes som rent elastiske, eller som elastoplastiske med begrensede plastiske tøyninger. En ren elastisk vurdering vil være veldig konservativ, og standarden anbefaler en elastoplastisk vurdering med mindre annet er spesifisert i nasjonale tillegg. Begge metodene blir i de neste avsnittene presentert og anvendt på eksempelbjelken. Det vil over midtstøtten være interaksjon mellom effekter av shear lag og plateknekking i trykkflensene i bunnen av tverrsnittet.

Konservativ metode for interaksjon

Interaksjon mellom effekter av shear lag og plateknekking kan ivaretas ved å redusere det effektive arealet etter reduksjon for plateknekking, $A_{c,eff}$, med en reduksjonsfaktor β_{ult} for shear lag:

$$A_{eff} = A_{c,eff} \beta_{ult} \quad (11.7)$$

Reduksjonsfaktoren β_{ult} for shear lag beregnes som vanlig fra regelverket i NS-EN 1993-1-5 Tabell 3.1, med ett unntak; α_0 erstattes med α_0^* . Den nye variabelen α_0^* inkluderer størrelsen av reduksjonen for plateknekking i kalkuleringen og er gitt ved

$$\alpha_0^* = \sqrt{\frac{A_{c,eff}}{b_0 t_f}}$$

hvor t_f er flenstykkelsen og b_0 er bredden av elementet før reduksjon. Produktet i nevneren ($b_0 t_f$) representerer bruttoarealet av flensen. Ved beregning av effektiv bredde for plateknekking trekkes steg og sveiser fra. Dette er ikke tilfelle ved reduksjon for shear lag. For konsistens i beregningsforholdet, bør tykkelser som er trukket fra, legges til den effektive bredden ved beregning av $A_{c,eff}$ etter reduksjon for plateknekking. For bunnflensen

i eksempelet beregnes $A_{c,eff}$ som følger:

$$A_{c,eff} = (b_{eff} + t_w/2) t_f$$

Variabelen α_0^* blir da

$$\alpha_0^* = \sqrt{\frac{A_{c,eff}}{b_0 t_f}} = \sqrt{\frac{b_{eff} + t_w/2}{b_0}} = \sqrt{\frac{285,5 + 15/2}{300}} = 0,988$$

Videre er beregningsprosedyren ekvivalent med beregning av reduksjonsfaktoren for vanlig elastisk shear lag. Beregning av κ gir

$$\kappa = \alpha_0^* b_0 / L_e = 0,988 \cdot 300 / 5000 = 0,0593$$

Reduksjonsfaktoren β_{ult} for shear lag i kombinasjon med plateknekking blir dermed

$$\beta_{ult} = \frac{1}{1 + 6,0 \left(\kappa - \frac{1}{2500 \kappa} \right) + 1,6 \kappa^2} = \frac{1}{1 + 6,0 \cdot \left(0,0593 - \frac{1}{2500 \cdot 0,0593} \right) + 1,6 \cdot 0,0593^2} = 0,757$$

NS-EN 1993-1-5 spesifiserer ikke hvordan reduksjonen skal påføres arealet, men det anbefales i litteraturen at tykkelsen reduseres istedenfor bredden [1]. Effektiv flenstykkelse etter reduksjon for shear lag blir da

$$t_{f,eff} = \beta_{ult} t_f = 0,757 \cdot 25 = 18,9 \text{ mm}$$

Denne metoden gir veldig konservative resultater. Standarden anbefaler derfor bruk av elastoplastisk shear lag om ikke annet er spesifisert i nasjonale tillegg.

Anbefalt metode for interaksjon

Anbefalt metode for beregning av reduksjon for shear lag i kombinasjon med plateknekking tillater begrensede plastiske tøyninger fra shear lag-effektene. I henhold til NS-EN 1993-1-5 skal følgende areal A_{eff} ivareta interaksjonen mellom effektene av shear lag og plateknekking:

$$A_{eff} = A_{c,eff} \beta^\kappa \geq A_{c,eff} \beta \quad (11.8)$$

hvor β og κ beregnes fra Tabell 3.1[5].

De aktuelle verdiene for bunnflensen i dette eksemplet hentes fra tabell 11.2; $\beta = 0,754$

og $\kappa = 0,06$. Reduksjonsfaktoren β_{e-p} for elastoplastisk shear lag blir

$$\beta_{e-p} = \max(\beta^\kappa, \beta) = \max(0,754^{0,06}, 0,754) = 0,983$$

Reduksjon for plateknekking beregnes som vanlig, mens reduksjonsfaktoren β_{e-p} for shear lag benyttes til å redusere tykkelsen av trykkflensen.

$$t_{f,eff} = \beta_{e-p} t_f = 0,983 \cdot 25 = 24,6 \text{ mm}$$

11.3.3 Beregninger etter Eurokode 3

NS-EN 1993-1-5 krever at det tas hensyn til interaksjon mellom moment og skjærkraft for

$$\eta_3 = \frac{V_{Ed}}{V_{bw,Rk}} > 0,5 \quad (11.9)$$

Dette er tilfellet for det aktuelle eksemplet, og beregninger for interaksjon mellom skjærkraft og moment etter NS-EN 1993-1-5 punkt 7.1 er gitt i vedlegg D.3. Plastisk momentkapasitet for flensen er beregnet med utgangspunkt i toppflensen, siden denne har minst momentkapasitet. Flensens momentkapasitet blir i henhold til punkt 5.4[5]:

$$b_f = 15 \epsilon t_f = 15 \cdot 0,81 \cdot 10 = 298,9 \text{ mm} \quad (11.10a)$$

$$M_{f,Rk} = f_y A_f h_w = 2 \cdot 355 \cdot 2 \cdot 298,9 \cdot 10 \cdot 2000 = 8488,8 \text{ kNm} \quad (11.10b)$$

Dette vil være den laveste flenskapasiteten for alle de tre ulike reduksjonsmetodene presentert i tabell 11.9. Det er i tillegg nødvendig å kjenne plastisk momentkapasitet for det effektive tverrsnittet ved bruk av interaksjonsformelen for skjærkraft og moment. Disse utregningene er vist i vedlegg D.2.

Tabell 11.9 viser en oversikt over resultatet av kapasitetsberegningene for det effektive tverrsnittet etter reduksjon for plateknekking alene og i kombinasjon med shear lag. z_{max} angir største avstand fra nøytralaksen ut til tverrsnittets ytterkant; I_{eff} er annet arealmoment av det effektive tverrsnittet; q representerer lastkapasiteten etter interaksjonsformlene i punkt 7.1[5]; og δ er nedbøyningen i bjelkens feltmidte for beregnet last q . Formler for beregning av δ er utledet i vedlegg A.1, og utregningene er vist i vedlegg D.4. På grunn av plateknekking og medfølgende omfordeling av spenninger, er beregnet kapasitet q verken elastisk eller plastisk, men et estimat som ligger et sted imellom disse

to. Det er derfor vanskelig å sammenligne resultatene direkte mot last-nedbøyningskurven fra Abaqus.

Tabell 11.9: Resultater fra kapasitetsberegninger etter standard, ikke-lineær analyse

Reduksjoner	z_{max} [mm]	I_{eff} [mm ⁴]	q [kN/m]	δ [mm]
Plateknekking alene	1116,2	$8,67036 \cdot 10^{10}$	841	5,0
Konservativ metode	1015,1	$5,72341 \cdot 10^{10}$	832	6,1
Anbefalt metode	1090,9	$6,45844 \cdot 10^{10}$	834	5,8

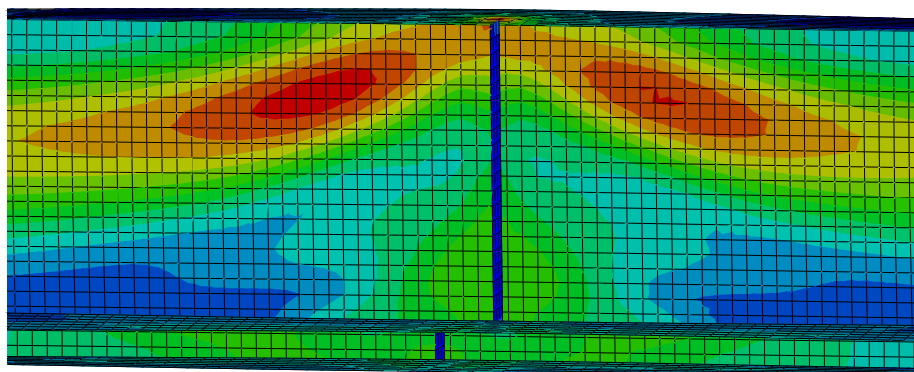
Kontroll av skjærknekking i steg

Tverrsnittet benyttet i dette eksemplet er videreført fra forrige eksempel. Uttrykkene for beregning av stegenes motstand mot skjær er uavhengig av bjelkens lengde og opplagerbetingelser, og den totale skjærmotstanden er derfor fortsatt $V_{bw} = 5357,4$ kN, som beregnet i forrige eksempel.

For en kontinuerlig tofeltsbjelke med spennlengder $L = 10$ m, vil skjærknekking inntreffe ved en last

$$q = \frac{V}{0,625 L} = \frac{5357,4}{0,625 \cdot 10} = 857,2 \text{ kN/m}$$

Kapasiteten for skjærknekking blir ikke dimensjonerende, siden interaksjonsformelen for moment og skjærkraft gir en lavere last. Figur 11.10 viser imidlertid tydelig at det oppstår store skjærkrefter over midtstøtten. Det dannes diagonale strekkfelt ut fra stiveren, noe som er veldig typisk ved skjærbrudd.



Figur 11.10: Diagonale strekkfelt fra skjærkrefter

11.3.4 Resultater fra ikke-lineær analyse i Abaqus

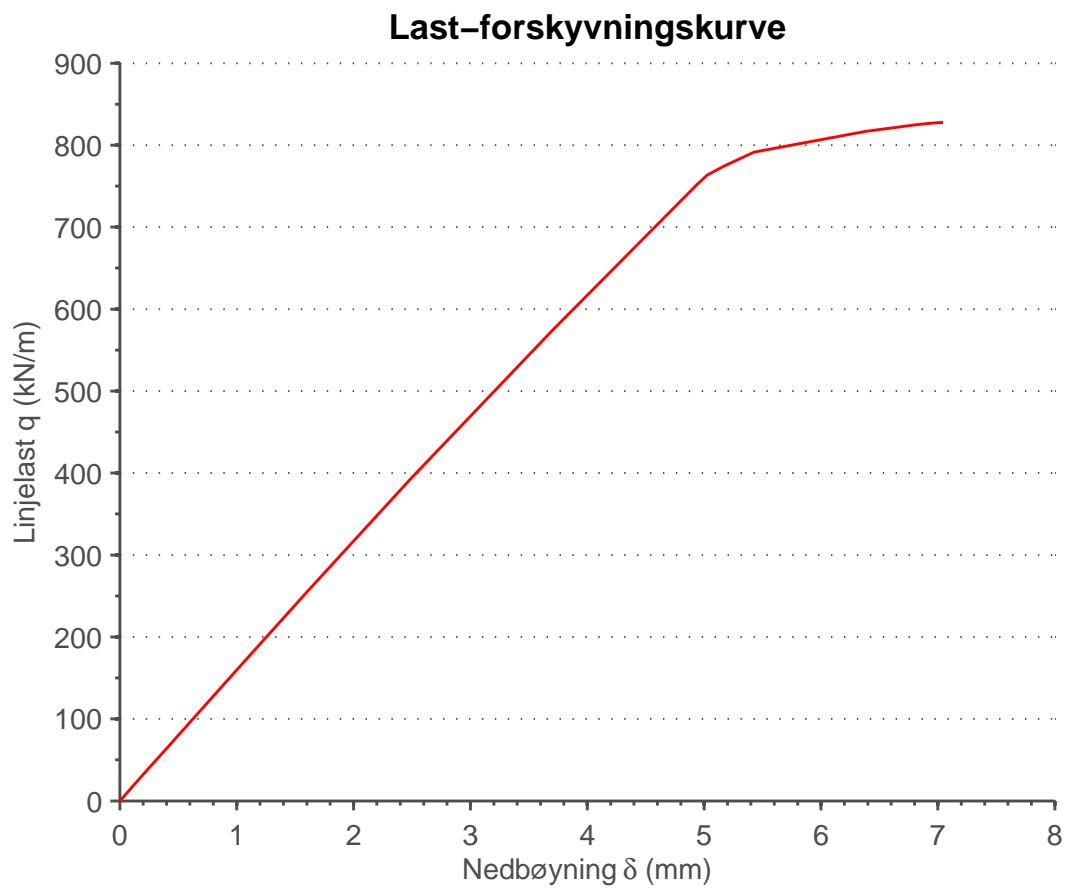
Figur 11.11 viser last-forskyvningskurven for et punkt i feltmidte av bjelkespennet fra en ikke-lineær analyse i Abaqus. Til forskjell fra den lineære analysen, tar denne analysen også høyde for plateknekking, og det er lagt inn formfeil i modellen i Abaqus. Lasten q er økt i inkremitter til analysen aborterer på grunn av for store tøyningssinkremitter.

Fra figur 11.11 ser man at kurven er i ferd med å flate ut for en last $q = 830$ kN/m. Dette indikerer at den plastiske kapasiteten til bjelken er fullt utnyttet. Kurven knekker tydelig første gang for lasten $q = 770$ kN/m, men begynner å bøye av allerede ved $q = 500$ kN/m. Sjekk av ekvivalente plastiske tøyninger (PEEQ) i Abaqus, angir imidlertid elastisk kapasitet til $q = 816,8$ kN/m. Kurven i figur 11.11 knekker før denne lasten, noe som normalt tilsier at elastisk kapasitet er overskredet. Fra figur 11.12 kan man se at steget vil knekke lokalt i dette eksemplet. Siden nedbøyningen tas ut i forbindelsespunktet mellom toppflensen og steget, er det mye som tyder på at stegknekkingen gir en kurve som bøyer av før elastisk kapasitet er nådd.

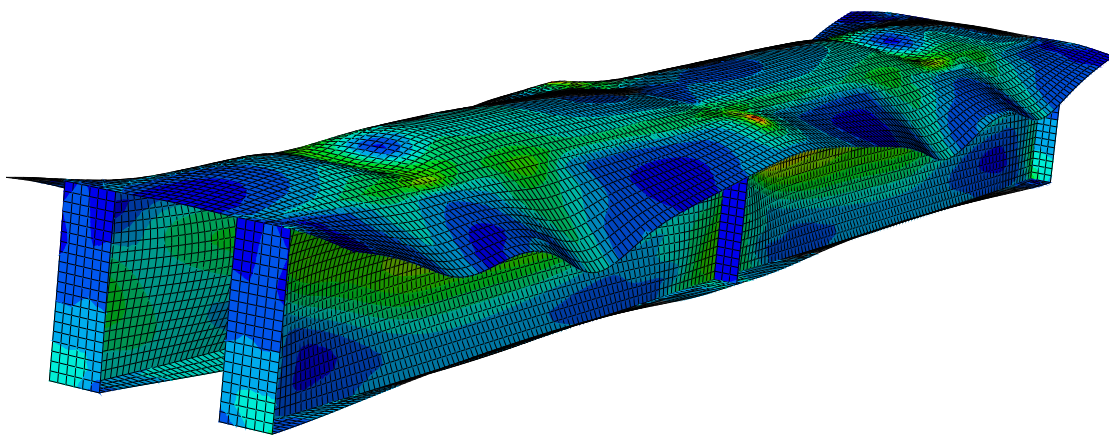
Lastkapasiteten beregnet etter anbefalt metode for interaksjon mellom shear lag og plateknekking er $q = 834$ kN/m. Denne lasten stemmer veldig godt overens med toppen av kurven i figur 11.11. Det er imidlertid ikke forventet at standarden skal gi en last som tilsvarer den maksimale plastiske kapasiteten. Dette kan tyde på at tverrsnittet ikke har nådd sin fulle kapasitet under analysen. Figur 11.12 viser deformasjonen av bjelken ved maksimal belastning. Det er tydelig at toppflensen får en komplisert knekkform, og det mistenkes at dette er grunnen til at analysen aborterer på grunn av for store tøyningssinkrement – kanskje før full kapasitet er oppnådd. Steget knekker også, noe som trolig vil påvirke last-nedbøyingskurven i figur 11.11.

Forskjellen mellom elastisk kapasitet fra analyse i Abaqus ($q = 816,8$ kN/m) og lastkapasiteten etter håndberegning er på kun 2,1 %. Det er imidlertid ikke forventet at håndberegningene skal gi elastisk kapasitet, men et svar som er noe høyere. Som diskutert i forbindelse med den lineære analysen i avsnitt 11.2.5, er det heller ikke hensiktsmessig å sammenligne elementær bjelketeori direkte mot resultatene fra Abaqus ved midtstøtten.

Fra figur 11.11 kan man se at formler for håndberegninger gir mindre nedbøyning enn analysen i Abaqus for lik last q . Tabell 11.9 viser at håndberegninger gir en nedbøyning på $\delta = 5,8$ mm for $q = 834$ kN/m (anbefalt metode for interaksjon), mot en nedbøyning i Abaqus på $\delta = 6,4$ mm for samme q .



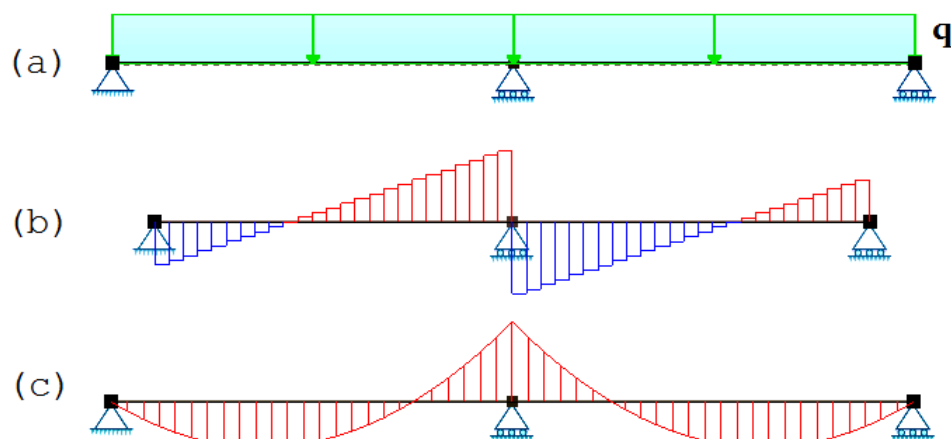
Figur 11.11: Last-forskyvningskurve for et punkt i feltmidte, ikke-lineær analyse



Figur 11.12: Deformasjon av bjelken ved ikke-lineær analyse

12 Eks. 3: Tofeltsbjelke, kassetverrsnitt

Den kontinuerlige tofeltsbjelken fra forrige eksempel videreføres i dette eksemplet, men tverrsnittet byttes ut med et kassetverrsnitt. Figur 12.1 viser lastskisse, skjærkraftdiagram og momentdiagram for bjelkemodellen. Spennlengdene er satt til $L = 10$ m også i dette eksemplet.

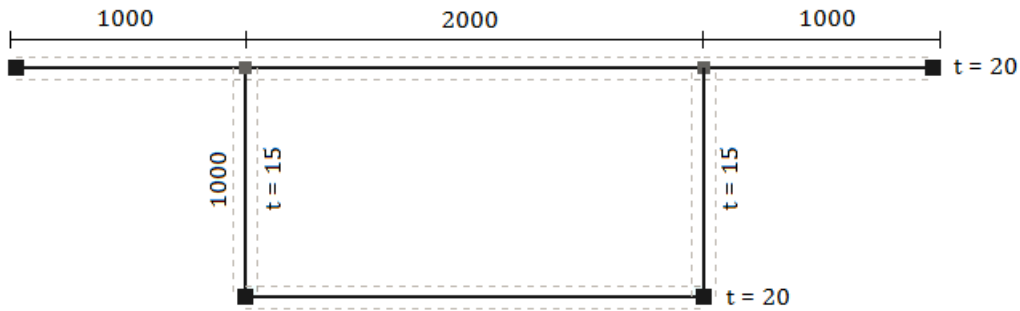


Figur 12.1: Tofeltsbjelke: (a) Lastskisse; (b) Skjærkraftdiagram; (c) Momentdiagram

Tverrsnittet for bjelken er vist i figur 12.2. Kassetverrsnitt som dette er vanlig i brukonstruksjoner. Denne tverrsnittsformen er også benyttet for analyser i en rekke avhandlinger om shear lag, for eksempel av Luo et al. [11], Zhou [12] og Zhang et al. [13]. Stivere er droppet til fordel for enklere beregninger, det vil si $A_{sl} = 0$. Dette medfører at variabelen κ kun bestemmes av flensbredden b_0 og effektiv lengde L_e av bjelkespenet, siden $\alpha_0 = 1$:

$$\kappa = b_0/L_e$$

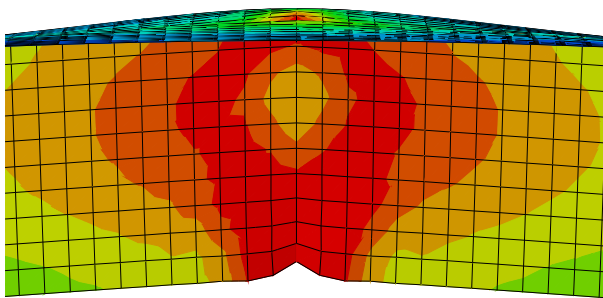
Dimensjonene av tverrsnittet ble tilpasset i forhold til bjelkelengden, med med en intensjon om å skape betydelig shear lag. Tykkelsen av flensene ble satt til $t_f = 20$ mm, mens tykkelsen av stegene ble satt til $t = 15$ mm. Stegene er med disse dimensjonene ikke i tverrsnittsklasse 4. Dette forenkler kapasitetsberegningene, siden man slipper å ta hensyn til lokal platekneking i disse elementene. Videre har alle tverrsnittelementene lik b_0 ved beregning av effektiv bredde for shear lag.



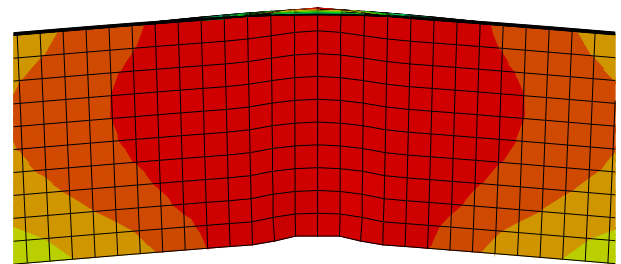
Figur 12.2: Kassetverrsnitt [mm]

12.1 Kommentarer til modellering i Abaqus

Samme mesh og plastiske materialoppførsel som i foregående eksempler ble benyttet ved modellering i Abaqus. Det var imidlertid nødvendig med noen modifikasjoner på opplagerbetingelsene for å få en realistisk modell. Forsøk på å modellere midtstøtten med fastholding av en noderekke i lastretningen ga store deformasjoner av steget og bunnflensen, som vist i figur 12.3. Det gir et inntrykk av at brobjelken er lagt opp på en knivsegg ved midtstøtten, noe som aldri vil være tilfelle i virkeligheten. For å oppnå en mer realistisk modell, ble tre noderekker fastholdt mot vertikal forskyvning, som vist i figur 12.4. Dette gir en 20 cm bred midtstøtte, noe som ikke er urealistisk. Siden en midtstøtte over tre noderekker gir en mer realistisk deformasjon, ble denne varianten benyttet i eksemplet.



Figur 12.3: Opplager, én noderekke



Figur 12.4: Opplager, tre noderekker

For å unngå store lokale deformasjoner over midtstøtten og ved opplager, ble det også i denne modellen satt inn stivere. En stiverplate på 2x1 meter ble plassert i tverrsnittet over midtstøtten og ved endeopplager. Tykkelsen av stiverplatene ble satt lik tykkelsen av flensene, det vil si 20 mm.

12.2 Lineær analyse

En analyse som baseres på lineær geometri utelukker lokal plateknekking. Det er med andre ord kun effektene av shear lag som reduserer kapasiteten til tverrsnittet. For det aktuelle tverrsnittet blir $b_0 = 1000$ mm for alle tverrsnittselementene som skal reduseres for shear lag. Tabell 12.1 viser en oversikt over nøkkeltall i beregningen av reduksjonsfaktoren β langs eksempelbjelken. Beregningsdetaljer er gitt i vedlegg E.1.

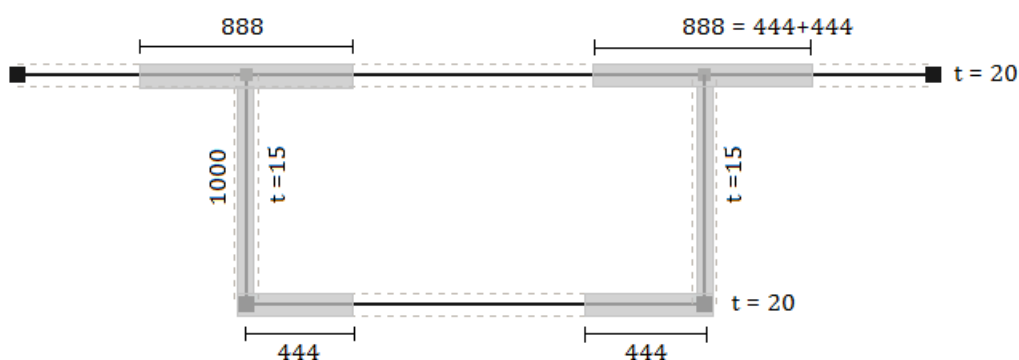
Tabell 12.1: Beregning av reduksjonsfaktor for elastisk shear lag

Type reduksjon	b_0 [mm]	L_e [mm]	$\kappa = b_0/L_e$	Reduksjonsfaktor β
Støttemoment	1000	5000	0,2	0,444
Feltmoment	1000	8500	0,118	0,918
Endeopplager	-	-	0,118	0,699

Som ventet blir reduksjonen for shear lag i regionen med støttemoment betydelig større enn reduksjonen i regionen med feltmoment. Ved endeopplager er momentgradienten større enn i midtregionen av feltmomentet, men mindre enn momentgradienten ved midtstøtten, noe som reflekteres i reduksjonsfaktoren. Reduksjonsfaktoren $\beta = 0,444$ for støttemomentet blir bestemmende for lastkapasiteten til bjelken. Effektiv bredde av tverrsnittselementene i topp- og bunnplate blir:

$$b_{eff} = \beta b_0 = 0,444 \cdot 1000 = 444 \text{ mm}$$

Figur 12.5 viser en skisse av det effektive tverrsnittet, etter reduksjon for shear lag.



Figur 12.5: Effektivt kassetverrsnitt med hensyn på shear lag [mm]

12.2.1 Beregninger etter Eurokode 3

Tabell 12.2 viser en oversikt over resultatet av kapasitetsberegningene for det effektive tverrsnittet etter reduksjon for shear lag. Beregninger for bruttotverrsnittet er gitt som referanse for å vurdere effekten av shear lag på resultatene. z_{max} representerer største avstand fra nøytralaksen ut til tverrsnittets ytterkant; I_{eff} angir annet arealmoment av tverrsnittet; q er den elastiske lastkapasiteten; og δ angir nedbøyningen i feltmidte av bjelkespennet for den beregnede lasten q . Også i dette eksemplet er det tatt hensyn til interaksjon mellom skjærkraft og bøyemoment over midtstøtten ved hjelp av NS-EN 1993-1-1 og NS-EN 1993-1-5. Detaljer i utregningen av kapasiteten q og nedbøyningen δ er gitt i vedlegg E.4 og E.5.

Tabell 12.2: Resultater fra kapasitetsberegninger etter standard, lineær analyse

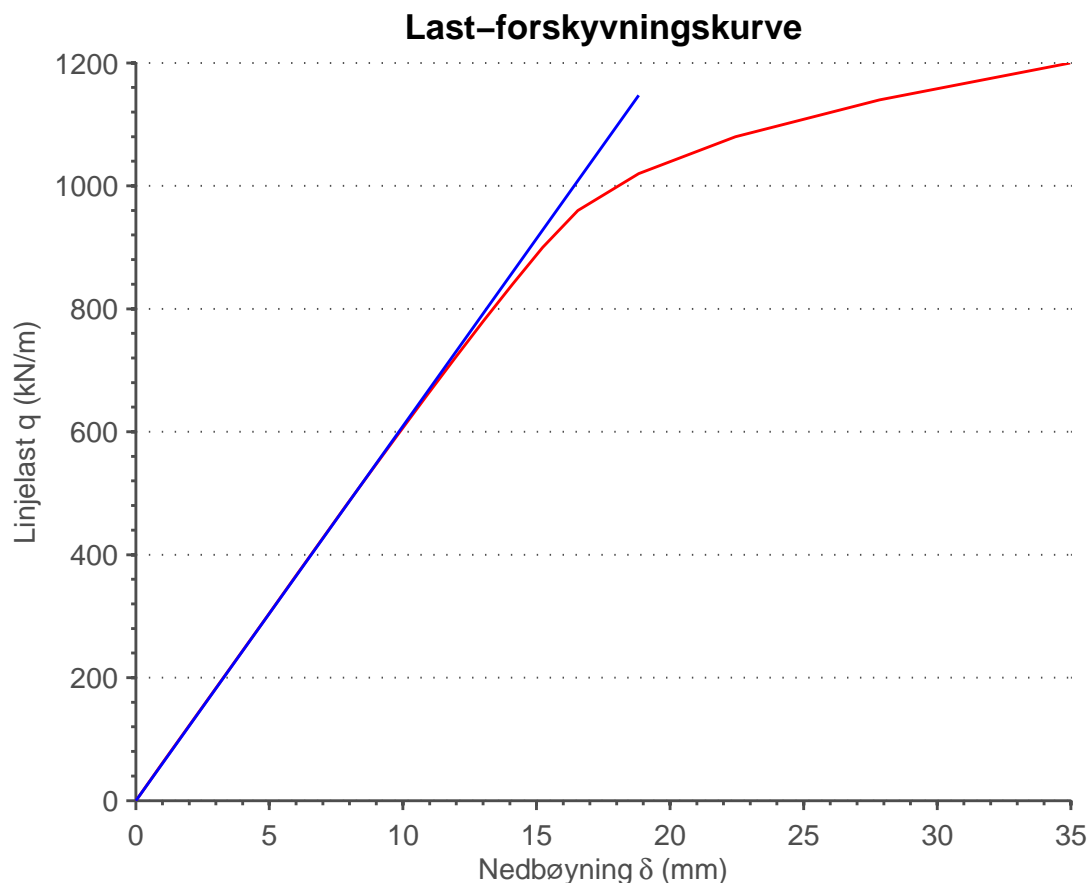
Reduksjoner	z_{max} [mm]	I_{eff} [mm ⁴]	q [kN/m]	δ [mm]
Brutto	643,3	$2,98373 \cdot 10^{10}$	1233	17,8
Netto shear lag	616,6	$1,48749 \cdot 10^{10}$	631	14,4

12.2.2 Resultater fra lineær analyse i Abaqus

Det kritiske punktet for den kontinuerlige tofeltsbjelken er midtstøtten, hvor både momentet og skjærkraften er størst. Som diskutert i forrige eksempel, vil det over midtstøtten være mange forstyrrende faktorer som påvirker spenningene i Abaqus-modellen. Det er derfor ikke hensiktsmessig å sammenligne nodespenninger tatt ut over midtstøtten med teoretiske beregninger basert på bjelketeori. Som i det forrige eksemplet, er det valgt å plote last-forskyvningskurven (δ - q) for et punkt i feltmidte av bjelkespennet, og vurdere kapasitetsberegningene mot den plastiske kapasiteten til bjelken.

Last-forskyvningskurven er vist i figur 12.6. Lasten er økt i inkremitter helt til analysen aborterer på grunn av for store tøyningssinkremitter. Den plastiske kapasiteten til bjelken rekker ikke å bli fullt utnyttet, men kurven viser tendenser til å flate ut ved lasten $q = 1200$ kN/m, der analysen aborterer. Kurven begynner å bøye av fra den lineære oppførselen tidlig, allerede før lasten er oppe i $q = 600$ kN/m. Ekvivalente plastiske tøyninger i Abaqus oppstår for lasten $q = 720$ kN/m, som følgelig er bjelkens elastiske kapasitet. Dette er litt høyere enn teoretisk beregnet elastisk lastkapasitet etter standarden, $q = 631$ kN/m. Det er sannsynlig at plastiske deformasjoner over midtstøtten vil bidra til svake ikke-lineære tendenser for nedbøyningsforløpet til en node i feltmidte, før den elas-

tiske kapasitetsgrensen i den aktuelle noden nås. Dette tyder på at håndberegningene gir gode estimater på elastisk lastkapasitet i kritisk punkt, til tross for at det er vanskelig å sammenligne resultatene mot analysen i Abaqus i dette tilfellet.



Figur 12.6: Last-forskyvningskurve for et punkt i feltmidte, lineær analyse

Estimatet for nedbøyningen i feltmidte for den teoretiske elastiske lastkapasiteten $q = 631$ kN/m, er $\delta = 14,4$ mm. Last-forskyvningskurven i figur 12.6 gir mindre nedbøyning for tilsvarende last q . Uttrykket for nedbøyningen gir altså for store svar også for dette bjelketilfellet.

12.3 Ikke-lineær analyse

Videre i eksempelet undersøkes effektene av en kombinasjon av shear lag og plateknekking. Ved en fullstendig ikke-lineær analyse, med ikke-lineær geometri, er tverrsnittselementer i tverrsnittsklasse 4 utsatt for lokal plateknekking. Over midtstøtten har tverrsnittet strekkspenninger i toppen og trykkspenninger i bunnen. Bare trykkelementer er utsatt for

lokal plateknekking, og i topplaten blir det derfor ingen interaksjon mellom plateknekking og shear lag. En oversikt over bredden c og tykkelsen t av de ulike tverrsnittselementene er gitt i tabell 12.3. Forholdet c/t bestemmer tverrsnittklassen for elementet, og kontrolleres mot regelverket i NS-EN 1993-1-1 Tabell 5.1 og 5.2.

Tabell 12.3: Oversikt over tverrsnittselementer

Tverrsnittsdelen	c [mm]	t [mm]	c/t
Intern platedel	1985	20	99,25
Utstikkende flens	992,5	20	49,63
Steg	980	15	65,33

12.3.1 Kontroll av steg

For steget er spenningsfordelingen lineær, med strekk i topp og trykk i bunn. Forholdet mellom strekkspenningen og trykkspenningen ψ er gitt ved

$$\psi = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = -\frac{1}{643,3} \cdot (1020 - 643,3) = -0,586$$

Forholdet $c/t = 65,33$ fra tabell 12.3 kontrolleres mot øvre grense for tverrsnittsklasse 3, under betingelsen $\psi > -1$:

$$c/t \leq \frac{42 \varepsilon}{0,67 + 0,33 \psi} = \frac{42 \cdot 0,81}{0,67 + 0,33 \cdot (-0,586)} = 71,38$$

Dette indikerer at steget er i tverrsnittsklasse 3 eller lavere. Lokal plateknekking vil altså ikke inntreffe.

12.3.2 Lokal plateknekking i bunnplate

Det interne trykkelementet i bunnen er i tverrsnittsklasse 4:

$$c/t = 99,25 > 42 \varepsilon = 42 \cdot 0,81 = 34,02$$

Dette elementet vil altså være utsatt for både shear lag og plateknekking, og interaksjon mellom de to forholdene bør vurderes. Først beregnes reduksjonsfaktoren for plateknekking ρ som vanlig. Nøkkeltall i beregningen er gitt i tabell 12.4, mens detaljerte beregninger er gitt i vedlegg E.2.

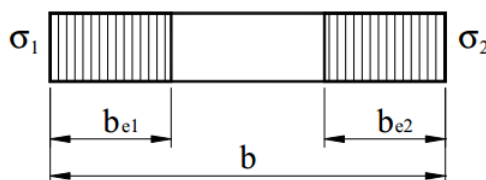
Tabell 12.4: Beregning av reduksjonsfaktor for plateknekking

Tverrsnittsdel	\bar{b}/t	ψ	k_σ	$\bar{\lambda}_p$	Reduksjonsfaktor ρ
Internt element	99,25	1	4	2,157	0,416
Utstikkende flens	49,63	1	0,43	3,29	0,287

Effektiv bredde av plateelementet i bunnen bestemmes etter NS-EN 1993-1-5 Tabell 4.1.

$$b_{eff} = \rho \bar{b} = 0,416 \cdot 1985 = 826 \text{ mm}, \quad b_{e1} = b_{e2} = 0,5 b_{eff} = 413 \text{ mm}$$

Figur 12.7 viser hvordan den effektive bredden fordeler seg i elementet.



Figur 12.7: Spenningsfordeling over internt trykkelement

12.3.3 Konservativ metode for interaksjon med shear lag

Konservativ metode tillater kun elastiske shear lag-effekter ved beregning av reduksjonsfaktoren β_{ult} for shear lag i kombinasjon med plateknekking. Faktorene α_0^* og κ beregnes som følger:

$$\alpha_0^* = \sqrt{\frac{A_{c,eff}}{b_0 t_f}} = \sqrt{\frac{b_{eff} + t_w}{b_0}} = \sqrt{\frac{826 + 15}{2000}} = 0,0648$$

$$\kappa = \alpha_0^* b_0 / L_e = 0,0648 \cdot 1000 / 5000 = 0,130$$

Reduksjonsfaktoren β_{ult} for shear lag i kombinasjon med plateknekking over midtstøtten, er da gitt ved

$$\beta_{ult} = \frac{1}{1 + 6,0 \left(\kappa - \frac{1}{2500 \kappa} \right) + 1,6 \kappa^2} = \frac{1}{1 + 6,0 \cdot \left(0,130 - \frac{1}{2500 \cdot 0,130} \right) + 1,6 \cdot 0,130^2} = 0,559$$

Det tas hensyn til effekten av shear lag ved å redusere tykkelsen av flensen:

$$t_{f,eff} = \beta_{ult} t_f = 0,559 \cdot 20 = 11,18 \text{ mm}$$

12.3.4 Anbefalt metode for interaksjon med shear lag

Den alternative metoden er mindre konservativ og anbefalt etter standarden om ikke annet er spesifisert i nasjonale tillegg. Denne metoden tillater elastoplastisk shear lag med begrensede plastiske tøyninger i kombinasjon med plateknekking. Faktorene $\beta = 0,444$ og $\kappa = 0,2$ beregnes etter regelverket for vanlig elastisk shear lag, se Tabell 12.1. Reduksjonsfaktoren for elastoplastisk shear lag β_{e-p} bestemmes i henhold til følgende betingelse:

$$\beta_{e-p} = \max(\beta^\kappa, \beta) = \max(0,444^{0,2}, 0,444) = 0,850$$

Også her tas det hensyn til effekten av shear lag ved å redusere tykkelsen av flensen.

$$t_{f,eff} = \beta_{e-p} t_f = 0,850 \cdot 20 = 17 \text{ mm}$$

12.3.5 Beregninger etter Eurokode 3

Tabell 12.5 gir en oversikt over hvordan teoretisk beregnet lastkapasitet q for bjelken varierer med reduksjoner for shear lag og plateknekking. Skjærkraften i kritisk punkt over midtstøtten er som i forrige eksempel tatt hensyn til ved hjelp av interaksjonsformelen i NS-EN 1993-1-5 punkt 7.1. Detaljer for utregningene er gitt i vedlegg E.4.

Tabell 12.5: Resultater fra kapasitetsberegning etter standard, ikke-lineær analyse

Reduksjoner	z_{max} [mm]	I_{eff} [mm ⁴]	q [kN/m]	δ [mm]
Plateknekking alene	759,1	$1,88394 \cdot 10^{10}$	688	13,3
Konservativ metode	679,9	$1,14558 \cdot 10^{10}$	601	16,7
Anbefalt metode	641,4	$1,35450 \cdot 10^{10}$	653	15,9

Kontroll av skjærknekking i steg

Også kassetverrsnittet bør kontrolleres for skjæreknekking i steg, siden

$$h_w/t = \frac{980}{15} = 65,3 > \frac{72}{\eta} \varepsilon = 48,6$$

Slankhetsparameteren $\bar{\lambda}_w$ er, etter den forenklede formelen for bjelker med tverrstivere kun ved opplager, gitt ved:

$$\bar{\lambda}_w = \frac{h_w}{86,4 t \varepsilon} = \frac{980}{86,4 \cdot 15 \cdot 0,81} = 0,934$$

Bidraget fra steget χ_w til motstanden mot skjærknekking beregnes med utgangspunkt i NS-EN 1993-1-5 Tabell 5.1. For $0,83/\eta \leq \bar{\lambda}_w < 1,08$ og myk (non-rigid) endepost er faktoren gitt ved:

$$\chi_w = \frac{0,83}{\bar{\lambda}_w} = \frac{0,83}{0,934} = 0,889$$

Kassetverrsnittet, med to steg, har altså følgende motstand mot skjær, som for øvrig er eksakt lik skjærmotstanden til basistverrsnittet i de foregående eksemplene:

$$V_b = 2 V_{bw} = 2 \cdot \frac{\chi_w f_{yw} h_w t}{\sqrt{3}} = 2 \cdot \frac{0,889 \cdot 355 \cdot 980 \cdot 15}{\sqrt{3}} = 5357,4 \text{ kN}$$

For en kontinuerlig tofeltsbjelke med spennlengder $L = 10$ m, vil skjærknekking da inn-
treffe ved lasten

$$q = \frac{V}{0,625 L} = \frac{5357,4}{0,625 \cdot 10} = 857,2 \text{ kN/m}$$

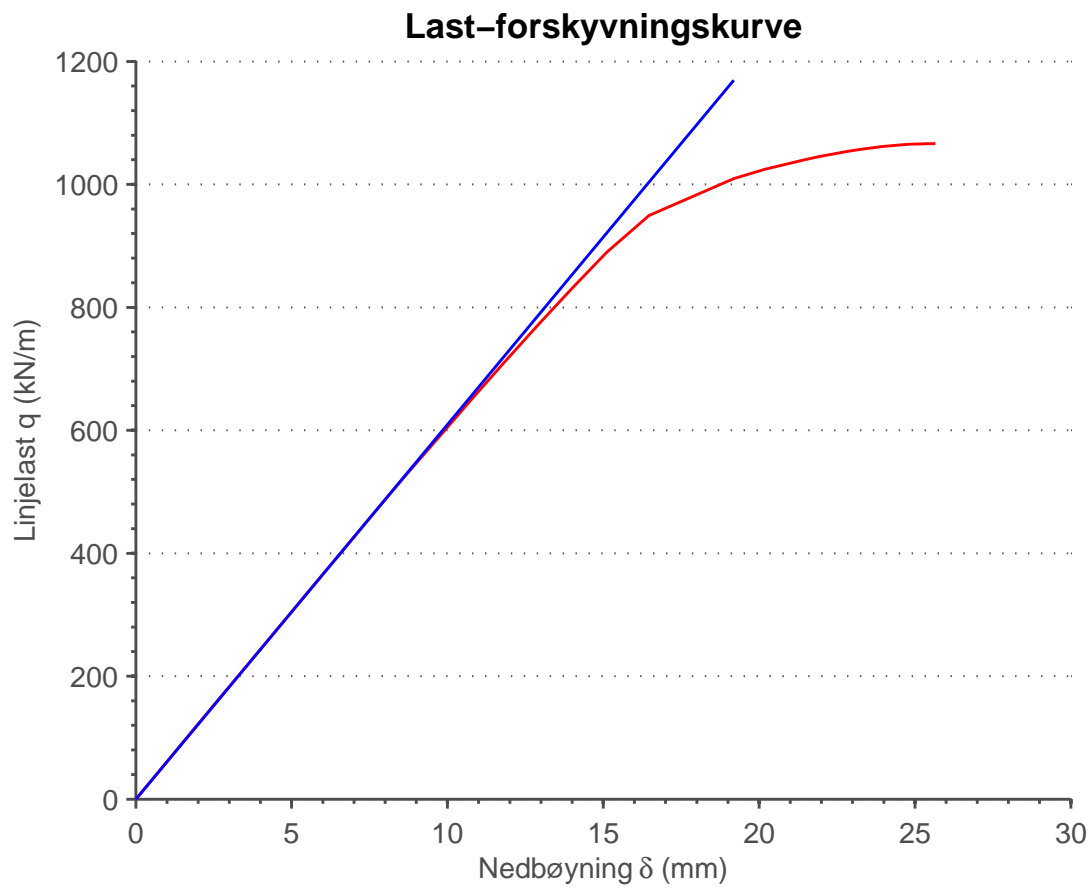
Den beregnede elastiske lastkapasiteten til tverrsnittet i Tabell 12.5 ($q = 653$ kN/m ved bruk av anbefalt metode for interaksjon mellom shear lag og plateknekking) er lavere, og det er dermed liten sannsynlighet for at skjærknekking vil forstyrre dette resultatet.

12.3.6 Resultater fra ikke-lineær analyse i Abaqus

Figur 12.8 viser last-forskyvningskurven (rød) for et punkt i feltmidte av bjelkespennet fra en ikke-lineær analyse i Abaqus. Til forskjell fra den lineære analysen, tar denne analysen også høyde for plateknekking, og det er lagt inn formfeil i modellen i Abaqus. Lasten q er økt i inkremitter til analysen aborterer på grunn av for store tøyningssinkremitter.

Kurven i figur 12.8 flater tydelig ut for lasten $q = 1070$ kN/m. Dette indikerer at den plastiske kapasiteten til bjelken er fullt utnyttet. Kurven har lineær stigning opp til $q = 500$ kN/m, hvor den veldig svakt begynner å bøye av fra den blå tangenten. Sjekk av ekvivalente plastiske tøyninger i Abaqus indikerer en elastisk kapasitet på $q = 621,4$ kN/m. Regelverket i standarden gir en lastkapasitet på $q = 653$ kN/m, ved bruk av anbefalt metode for interaksjon mellom shear lag og plateknekking, se Tabell 12.5. Det er forventet at svaret fra håndberegninger skal ligge et sted imellom elastisk og plastisk kapasitet, noe som stemmer i dette tilfellet.

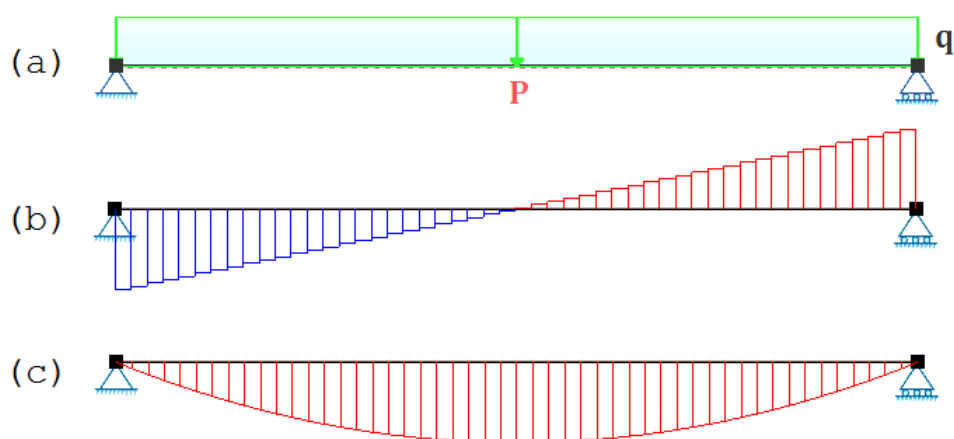
Beregnet nedbøyning for teoretisk elastisk lastkapasitet ($q = 653$ kN/m) er $\delta = 15,9$ mm. Fra figur 12.8 ser man at Abaqus gir $\delta = 11$ mm for tilsvarende last q . Formelen for nedbøyningen gir altså for store svar i forhold til resultatene fra analysen i Abaqus. Dette var også tilfelle for nedbøyningsestimatet i den lineære analysen.



Figur 12.8: Last-forskyvningskurve for et punkt i feltmidte, ikke-lineær analyse

13 Eks. 4: Fritt opplagt bjelke, kassetverrsnitt

Dette eksemplet tar for seg en fritt opplagt bjelke med kassetverrsnittet fra forrige eksempel. Figur 13.1 viser lastskisse, skjærkraftdiagram og momentdiagram for bjelkemodellen. En fritt opplagt bjelke som dette var også utgangspunktet for analysen i det første eksemplet. Siden effekten av shear lag da viste seg å være ubetydelig for kapasitetsberegningene, er lengden av bjelken halvert i dette eksemplet. Bjelkelengden som benyttes i dette eksemplet er altså $L = 10$ m. Denne endringen vil føre til større effekter av shear lag.



Figur 13.1: Fritt opplagt bjelke: (a) Lastskisse; (b) Skjærkraftdiagram; (c) Momentdiagram

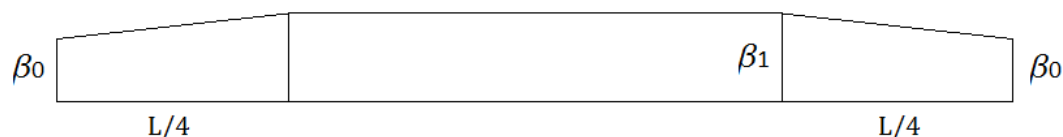
13.1 Lineær analyse

Tabell 13.1 viser en oversikt over nøkkeltall i beregningen av reduksjonsfaktoren β for shear lag langs bjelken. Beregningsdetaljer er gitt i vedlegg F.1. Den eneste endringen i beregningene fra det første eksemplet, er lengden av bjelken $L = L_e$, som er halvert i dette eksemplet. Bredden b_0 av alle tverrsnittselementene som utsettes for shear lag er gitt ved $b_0 = 1000$ mm. b_0 er altså større enn $L_e/50 = 10000/50 = 200$ mm, og det bør tas hensyn til effektene av shear lag ved reduksjon.

Figur 13.2 viser hvordan reduksjonsfaktoren β for effektiv bredde med hensyn til shear lag varierer over lengden av bjelken. Reduksjonen er størst ved opplager, og minker lineært over en kvart lengde av bjelken.

Tabell 13.1: Beregning av reduksjonsfaktor for elastisk shear lag

Type reduksjon	b_0 [mm]	L_e [mm]	$\kappa = b_0/L_e$	Reduksjonsfaktor β
Feltmoment	1000	10000	0,1	0,940
Endeopplager	-	-	0,1	0,752

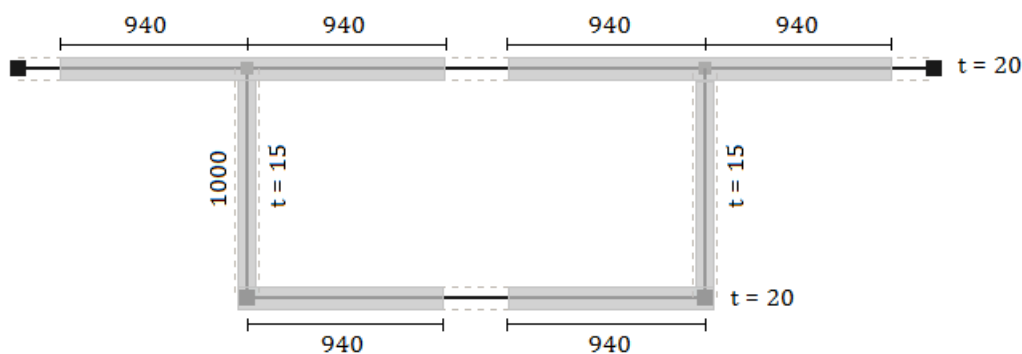


Figur 13.2: Fordeling av effektiv bredde med hensyn på shear lag

Effekten av shear lag er altså størst ved opplager, men i disse punktene er momentet null. Det maksimale momentet er avgjørende for kapasiteten til bjelken, og momentet er størst i feltmidte. Ved beregning av det effektive tverrsnittet for kalkulasjon av lastkapasiteten, benyttes derfor reduksjonsfaktoren i midten av feltet ($\beta_1 = 0,940$), til tross for at denne gir mindre reduksjon enn reduksjonsfaktoren ved endeopplager. Effektiv bredde av tverrsnittselementene etter reduksjon blir

$$b_{eff} = \beta b_0 = 0,940 \cdot 1000 = 940 \text{ mm} \quad (13.1)$$

En skisse av det effektive tverrsnittet etter reduksjon for shear lag er vist i figur 13.3.



Figur 13.3: Effektivt tverrsnitt med hensyn på shear lag [mm]

13.1.1 Beregninger etter Eurokode 3

Tabell 13.2 viser en oversikt over resultatet av kapasitetsberegningene for det effektive tverrsnittet etter reduksjon for shear lag. Beregninger for bruttotverrsnittet er gitt som referanse for å vurdere effekten av shear lag på resultatene. z_{max} representerer største avstand fra nøytralaksen ut til tverrsnittets ytterkant; I_{eff} angir annet arealmoment; q er den elastiske lastkapasiteten; og δ angir nedbøyningen i bjelkens feltmidte. Beregningene er utført i Excel, og regnearkene er gitt i vedlegg F.4.

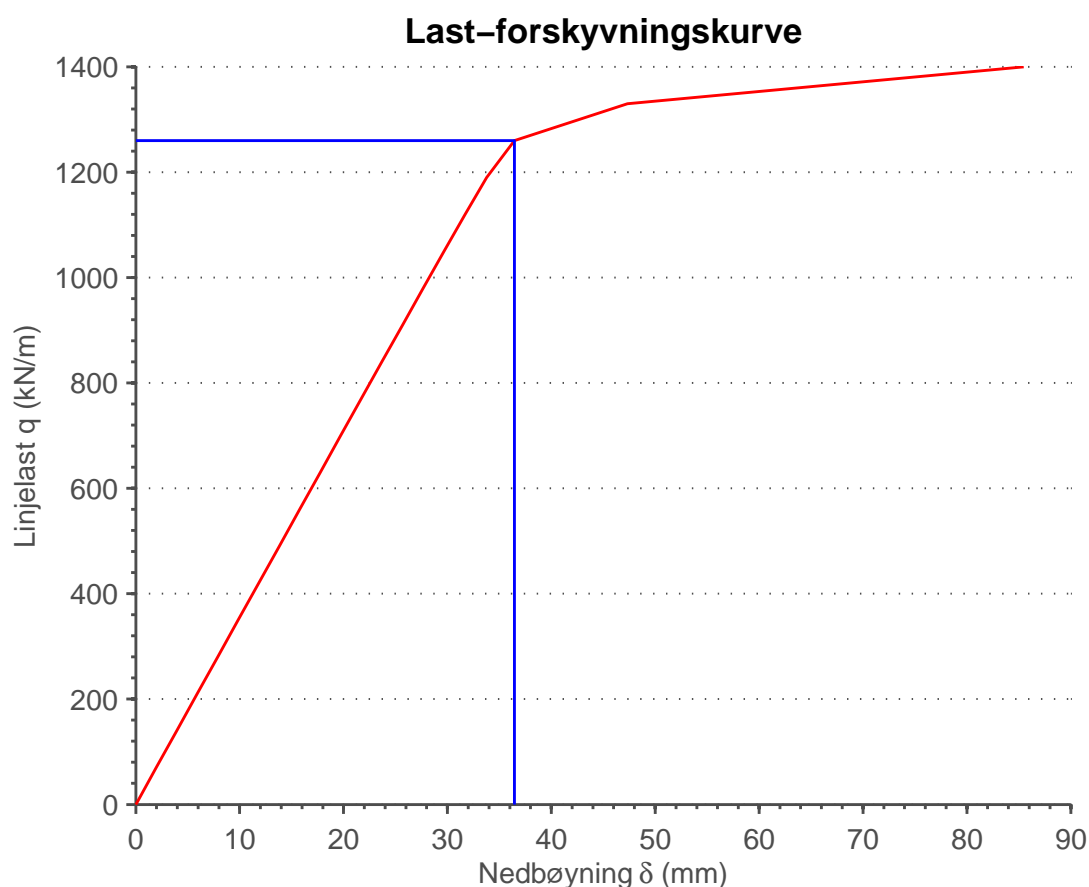
Tabell 13.2: Resultater for kapasitetsberegninger etter standard, lineær analyse

Tverrsnitt	z_{max} [mm]	I_{eff} [mm ⁴]	q [kN/m]	δ [mm]
Brutto	643,3	$2,98373 \cdot 10^{10}$	1317,2	34,1
Netto shear lag	641,7	$2,82287 \cdot 10^{10}$	1249,4	33,9

13.1.2 Resultater fra lineær analyse i Abaqus

Figur 13.4 viser last-forkyvningskurven (δ - q) for en node i forbindelsespunktet mellom steg og flens i feltmidte av bjelken, fra en lineær analyse i Abaqus. Grafen knekker tydelig første gang ved første flytning i bunnflensen i midtfeltet, for $q = 1260$ kN/m. Ekvivalente plastiske tøyninger for denne lasten i Abaqus viser også tydelig at bunnflensen flyter. Flytepunktet er markert med streker i diagrammet. Beregninger i henhold til standarden gir en maksimal elastisk lastkapasitet på $q = 1249,4$ kN/m. Dette avviker med kun 0,8 % fra resultatet i Abaqus. At grafen fra Abaqus har en liten knekk før første flyt for en noe lavere verdi av q , kan skyldes spenningskonsentrasjoner i tverrsnittet som ikke fanges opp av elementær bjelketeori, samt at inkrementstørrelsen er satt til 5 %.

Nedbøyningen i feltmidte er etter formler for håndberegninger estimert til $\delta = 33,9$ mm for teoretisk maksimal elastisk last $q = 1249,4$ kN/m. Uttrykket for beregning av nedbøyningen inkluderer både bøye- og skjærdeformasjoner. Figur 13.4 viser at analysen i Abaqus gir en nedbøyning på $\delta = 36$ mm for maksimal elastisk last. Håndberegningene treffer altså bra, med et avvik på kun 6 % i forhold til analysen.



Figur 13.4: Last-forskyvningskurve for et punkt i feltmidte, lineær analyse

13.2 Ikke-lineær analyse

Reduksjonsberegninger for lokal plateknekking er uavhengig av bjelkens lengde og opp-lagerbetingelser. Siden tverrsnittet fra forrige eksempel videreføres med identiske dimen-sjoner, blir beregningene for plateknekking uendret. Til forskjell fra forrige eksempel, med trykk i bunnen ved kritisk punkt over midtstøtten, er det i dette eksemplet trykk i topplaten langs hele lengden av bjelken. Både utstikkende flenser og internt plateelement er i tverrsnittsklasse 4 etter NS-EN 1993-1-1 Tabell 5.1 og 5.2. Det kreves derfor at disse reduseres for lokal plateknekking. Stegene er i tverrsnittsklasse 3.

Tabell 13.3 viser resultater og viktige mellomregningsvariabler i beregningsprosessen for reduksjonsfaktoren ρ . Beregningsdetaljer er gitt i vedlegg F.2.

Tabell 13.3: Beregning av reduksjonsfaktor ρ for plateknekking

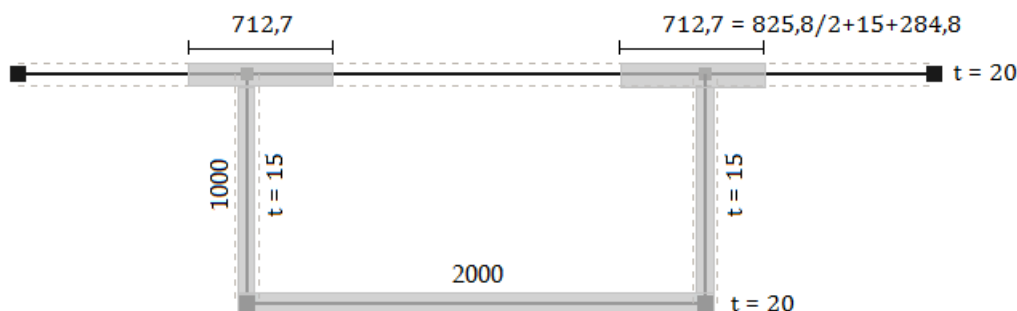
Tverrsnittsdeler	\bar{b}/t	ψ	k_σ	$\bar{\lambda}_p$	Reduksjonsfaktor ρ
Internt element	99,25	1	4	2,157	0,416
Utstikkende flens	49,63	1	0,43	3,29	0,287

Effektiv bredde av elementene i topplaten etter reduksjon for plateknekking er gitt i tabell 13.4.

Tabell 13.4: Effektiv bredde ved reduksjon for lokal plateknekking

Tverrsnittsdeler	b_0 [mm]	Reduksjonsfaktor ρ	b_{eff} [mm]
Internt element	1985	0,416	825,8
Utstikkende flens	992,5	0,287	284,8

Figur 13.5 viser en skisse av det effektive tverrsnittet etter reduksjon for plateknekking alene. Videre skal tverrsnittet reduseres for effekter av shear lag i tillegg.



Figur 13.5: Effektivt tverrsnitt med hensyn på plateknekking [mm]

13.2.1 Konservativ metode for interaksjon

Topplaten utsettes for shear lag i tillegg til plateknekking. Reduksjon for shear lag ved interaksjon med plateknekking ivaretas ved å redusere tykkelsen av flensene. Konservativ metode for interaksjon gir en reduksjonsfaktor β_{ult} på bakgrunn av elastiske shear lag-effekter. Tverrsnittsfaktoren α_0 erstattes av en variabel α_0^* , som inkluderer effekten av reduksjonen for plateknekking i kalkulasjonene:

$$\alpha_0^* = \sqrt{\frac{A_{c,eff}}{b_f t_f}} \quad (13.2)$$

Tabell 13.5 viser verdier av tverrsnittsvareblene og beregnet α_0^* . Beregningsdetaljer er gitt i vedlegg F.3.

Tabell 13.5: Beregning av tverrsnittsfaktoren α_0^*

Tverrsnittsdel	A_{eff} [mm ²]	b_f [mm]	t_f [mm]	α_0^*
Internt element	16816	2000	20	0,648
Utstikkende flens	5846	1000	20	0,541

Videre beregnes reduksjonsfaktoren β_{ult} for shear lag som vanlig ved hjelp av regelverket gitt i NS-EN 1993-1-5 Tabell 3.1. Tabell 13.6 viser en oversikt over nøkkelvariabler i beregningsprosessen, samt resultatet i form av reduksjonsfaktoren β_{ult} og effektiv tykkelse av flensen etter reduksjon.

Tabell 13.6: Effektiv tykkelse ved reduksjon for shear lag

Tverrsnittsdel	α_0^*	κ	β_{ult}	t_{eff} [mm]
Internt element	0,648	0,0648	0,974	19,5
Utstikkende flens	0,541	0,0541	0,982	19,6

13.2.2 Anbefalt metode for interaksjon

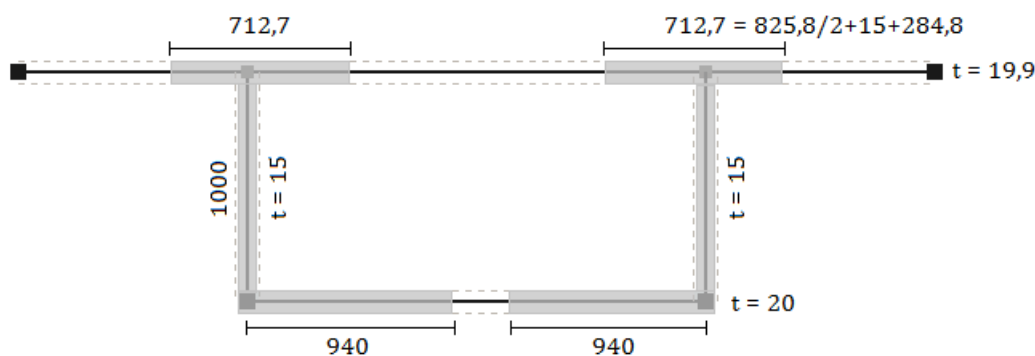
Anbefalt metode for interaksjon mellom shear lag og plateknekking beregner reduksjonsfaktoren β på bakgrunn av elastoplastisk shear lag med begrensede plastiske tøyninger. Reduksjonsfaktoren bestemmes ut fra verdiene for β og κ beregnet for vanlig elastisk shear lag, gitt i tabell 13.1. Reduksjonsfaktoren β_{e-p} for elastisk-plastisk shear lag er gitt ved

$$\beta_{e-p} = \max(\beta^\kappa, \beta) = \max(0,940^{0,1}, 0,940) = 0,994$$

Som for den andre metoden blir effekten av shear lag hensyntatt ved å redusere tykkelsen av flensen.

$$t_{f,eff} = \beta_{e-p} t_f = 0,994 \cdot 20 = 19,9 \text{ mm}$$

Figur 13.6 viser en skisse av det effektive tverrsnittet etter reduksjon for både shear lag og plateknekking.



Figur 13.6: Effektivt tverrsnitt, plateknekking og shear lag [mm]

13.2.3 Beregninger etter Eurokode 3

Tabell 13.7 viser en oversikt over resultatet av kapasitetsberegningene for det effektive tverrsnittet etter reduksjon for shear lag og plateknekking. Tallverdier ved interaksjon mellom shear lag og plateknekking er listet for begge metoder, i tillegg til tallverdier ved reduksjon for bare plateknekking. z_{max} angir største avstand fra nøytralaksen ut til tverrsnittets ytterkant; I_{eff} er annet arealmoment av det effektive tverrsnittet; q representerer den elastiske lastkapasiteten ved første flyt etter bjelketeori; og δ er nedbøyningen i bjelkens midtpunkt ved flyt. Beregningene er utført i Excel, og regnearkene er gitt i vedlegg F.4.

Tabell 13.7: Resultater fra kapasitetsberegninger etter standard, ikke-lineær analyse

Metode	z_{max} [mm]	I_{eff} [mm ⁴]	q [kN/m]	δ [mm]
Plateknekking alene	568,3	$1,92941 \cdot 10^{10}$	964,1	35,9
Konservativ	458,9	$1,86168 \cdot 10^{10}$	942,7	36,2
Anbefalt	558,1	$1,87714 \cdot 10^{10}$	955,3	36,5

Kontroll for skjærknekking av steg

Kassetverrsnittet benyttet i dette eksemplet er videreført fra forrige eksempel, og den totale skjærmotstanden er dermed fortsatt $V_{bw} = 5357,4$ kN.

For en fritt opplagt bjelke med lengde $L = 10$ m, betyr dette at skjærknekking i stegene vil inntreffe ved en last

$$q = \frac{2V}{L} = \frac{2 \cdot 5357,4 \text{ kN}}{10 \text{ m}} = 1071,5 \text{ kN/m}$$

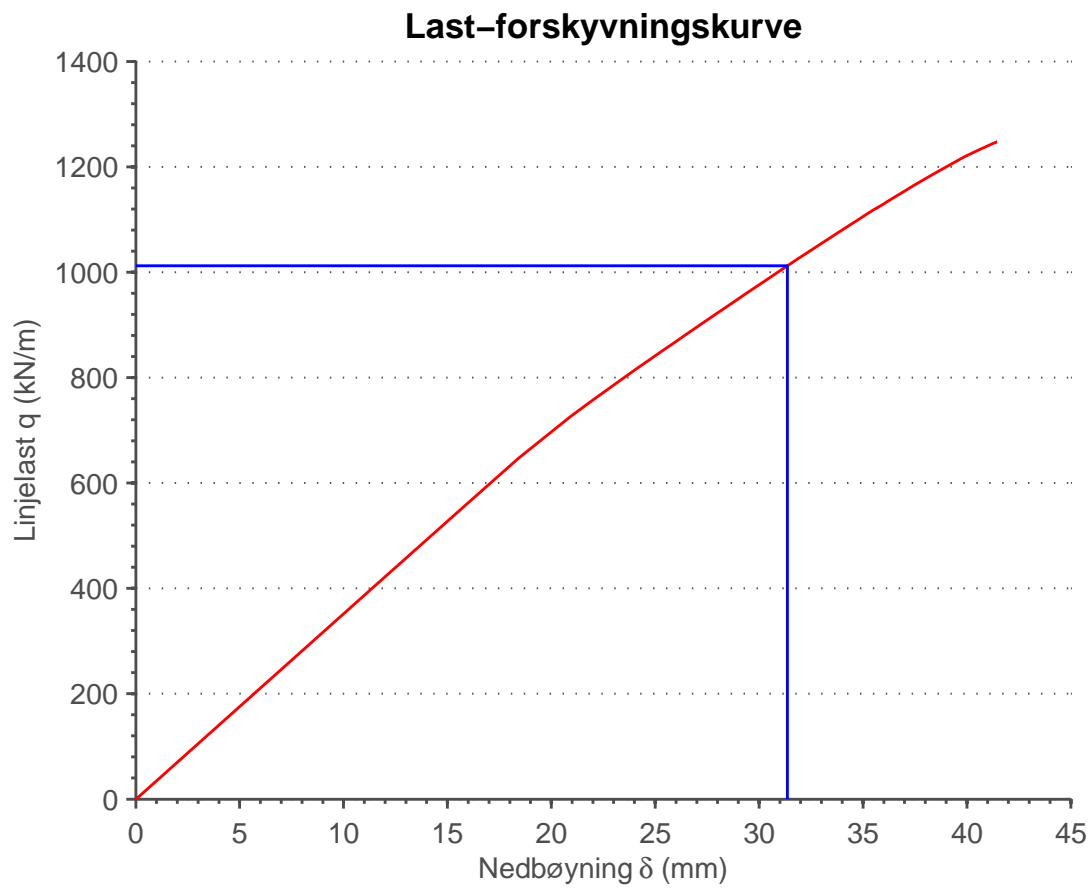
Den beregnede lastkapasiteten i feltmidte ($q = 955,3$ kN/m etter anbefalt metode for interaksjon mellom shear lag og plateknekking) er lavere, og det er dermed liten sannsynlighet for at skjærknekking vil forstyrre dette resultatet.

13.2.4 Resultater fra ikke-lineær analyse i Abaqus

Figur 13.7 viser last-forskyvningskurven (δ - q) for en node i forbindelsespunktet mellom steg og flens i feltmidte, fra en ikke-lineær analyse i Abaqus. Grafen gir ingen tydelig indikasjon på hvor materialoppførselen går fra elastisk til plastisk, men punktet for første flyt er hentet ut manuelt i Abaqus ved å se på spenninger og ekvivalente plastiske tøyninger. Flytepunktet er markert med blå streker i diagrammet. Lasten q er økt i inkremitter til analysen aborterer på grunn av for store tøyningssinkremitter.

Nøyaktig verdi for lastkapasiteten ved flytepunktet er ifølge analysen i Abaqus $q = 1012$ kN/m. Beregnet kapasitet etter standarden (anbefalt metode), er $q = 955,3$ kN/m. Regelverket for håndberegninger treffer med andre ord bra, med et avvik på 5,6 % fra resultatet i Abaqus. Beregninger med plateknekking forventes imidlertid å gi svar som er høyere enn elastisk kapasitet, men lavere enn plastisk kapasitet.

Håndberegninger gir en nedbøyning ved teoretisk kapasitet q på $\delta = 36,5$ mm. Analysen i Abaqus gir en nedbøyning $\delta = 31,4$ mm ved flyt. Ved ikke-lineær analyse er det vanskelig å sammenligne nedbøyning, siden plateknekking kan gi både positiv og negativ effekt på nedbøyningen, alt etter hvordan platen knekker ut.



Figur 13.7: Last-forskyvningskurve for et punkt i feltmidte, ikke-lineær analyse

14 Diskusjon av resultater fra eksempler

Tabell 14.1 viser resultatene for q og δ fra alle eksemplene, samt differansen i % av elastisk kapasitet i Abaqus. Nedbøyningen i Abaqus er tatt ut for teoretisk q fra håndberegninger, slik at det skal være mulig å vurdere treffsikkerheten av nedbøyningsformlene.

Tabell 14.1: Oppsummering av resultater fra eksemplene

	Analyse	q hånd	q Abaqus	Δq %	δ hånd	δ Abaqus	$\Delta\delta$ %
Basis -	LIN	581,5	588,9	-1,3	70,6	71,7	-1,5
fritt opplagt	NLIN	272,2	258,5	5,3	55,1	47,2	16,7
Basis -	LIN	1370	1650,0	-17,0	9,8	8,6	14,0
midtstøtte	NLIN	834,0	816,8	2,1	5,8	7,1	-18,3
Kassetv. -	LIN	1249,4	1260,0	-0,8	33,9	36,1	-6,1
fritt opplagt	NLIN	955,3	1012,0	-5,6	36,5	29,2	25,0
Kassetv. -	LIN	631,0	720,0	-12,4	14,4	10,4	38,5
midtstøtte	NLIN	653,0	621,4	5,1	15,9	10,8	47,2

Fritt opplagt bjelke

For fritt opplagt bjelke stemmer håndberegninger av lastkapasiteten q veldig godt overens med resultatene fra Abaqus, både for lineær og ikke-lineær analyse. Alle svar fra håndberegninger ligger også på konservativ side i forhold til FE-analyser, med unntak av den ikke-lineære analysen for basistverrsnittet. For denne gir håndberegninger litt høyere svar enn i Abaqus. Ved plateknekking forventes det imidlertid at standarden gir en kapasitet som ligger et sted imellom elastisk og plastisk kapasitet. Dette på grunn av omfordeling av spenninger i tverrsnittet. Det er større differanser mellom resultatene for de ikke-lineære analysene, enn for de lineære analysene – noe som er naturlig siden ikke-lineære analyser er mer komplekse. Det er viktig å påpeke at gjeldende flytegrense for materialet $f_y = 355$ MPa er benyttet i beregningene, og ikke dimensjonerende flytegrense $f_d = 338$ MPa. Bruk av dimensjonerende flytegrense ville gitt enda mer konservative svar.

Samsvaret for nedbøyning mellom håndberegning og analyse i Abaqus er særdeles godt for den lineære analysen av basistverrsnittet, med et avvik på kun 1,5 %. For den ikke-lineære analysen gir håndberegning derimot 17 % større nedbøyning enn analysen i Abaqus. Analysene av kassetverrsnittet viser lignende tendenser. For den ikke-lineære analysen gir håndberegninger 25 % større nedbøyning enn analysen i Abaqus, mens den lineære analysen treffer bra med et avvik på 6,1 %. Basert på disse resultatene, ser det ut til at nedbøyningsformlene stemmer godt for lineære analyser, men gir for store nedbøyninger ved ikke-lineære analyser med plateknekking.

Tofeltsbjelke

For analysene av tofeltsbjelken er det vanskeligere å sammenligne håndberegninger med Abaqus. Lineære analyser gir avvik på henholdsvis 17 % og 12,4 % for basistverrsnittet og kassetverrsnittet. Håndberegningene ligger på konservativ side i forhold til analysene i Abaqus. De ikke-lineære analysene av tofeltsbjelken gir imidlertid mindre avvik enn de lineære analysene, for begge tverrsnittene. Avviket for basistverrsnittet er på 2,1 %, mens avviket for kassetverrsnittet er på 5,1 %. Det påpekes at beregninger etter standarden med plateknekking forventes å gi svar som ligger et sted imellom elastisk og plastisk kapasitet. Svarene fra håndberegninger er noe høyere i forhold til analysene i Abaqus, men avviket er mindre enn man skulle forvente.

Nedbøyningsformlene gir jevnt over for høye svar i forhold til analysene i Abaqus. De lineære analysene treffer litt bedre enn de ikke-lineære analysene for begge tverrsnittene. For kassetverrsnittet er avvikene veldig store, med henholdsvis 39 % og 47 % for lineær og ikke-lineær analyse.

På basis av resultatene i eksemplene sett under ett virker det som formelverket for shear lag er lagt opp for å treffe på spenninger, og ikke nedbøyninger. Det observeres at avvikene er størst i eksemplene med størst effekt av shear lag. Uttrykkene for nedbøyningen er en funksjon av q , og hypotesen var at effektene av shear lag ble tatt høyde for gjennom I_{eff} ved beregning av lasten q . Denne hypotesen kan forkastes.

15 Sammenligning av arealreduksjon av tverrsnitt

Felles for hvordan standarden (NS-EN) ivaretar kapasitetsreduksjon på grunn av plateknekking og shear lag, er at det er tverrsnittsarealet som reduseres. Det er viktig å merke seg at det ikke nødvendigvis er størrelsen av det fjernede arealet som bestemmer om brobjelken mister mest kapasitet ved reduksjon for plateknekking eller shear lag. Hvor i tverrsnittet arealet fjernes spiller også en rolle i forhold til kapasiteten. Ved reduksjon av steget med hensyn på plateknekking fjernes areal som ligger nær nøytralaksen. Dette vil ikke ha like stor innvirkning på kapasiteten som om man hadde fjernet samme areal i topp- eller bunnflensen, langt fra nøytralaksen.

Tabell 15.1 sammenligner effektene av reduksjon for shear lag og reduksjon for plateknekking for beregningseksemplet av tofeltsbjelken med basistverrsnitt i eksempel 2. Tabellen angir effektivt areal etter reduksjon A_{eff} , annet arealmoment I_{eff} og motstandsmomentet W_{eff} i prosent av verdier for bruttotverrsnittet. For eksemplene med tofeltsbjelker, hvor effektene av shear lag er størst, ble ikke lastkapasiteten q bestemt av momentkapasiteten alene, men av interaksjon mellom moment og skjær. Av den grunn er det bare sett på hvordan reduksjonene påvirker motstandsmomentet til bjelken, og ikke lastkapasiteten.

Tabell 15.1: Tofeltsbjelken med basistverrsnitt

Tverrsnitt	A_{eff}	I_{eff}	W_{eff}
Brutto	100,0 %	100,0 %	100,0 %
Effektiv shear lag	77,2 %	67,4 %	69,7 %
Effektiv plateknekking	92,4 %	94,8 %	90,4 %

Tofeltsbjelken med basistverrsnitt er et eksempel hvor shear lag er mer kritisk enn plateknekking. Toppflensen er i strekk over midtstøtten, og det er derfor bare bunnflensene og den trykkpåkjennte delen av steget som blir redusert på grunn av plateknekking. Arealet som fjernes i steget ligger nær nøytralaksen, og effekten på annet arealmoment I_{eff} og motstandsmomentet W_{eff} blir derfor liten. Shear lag gir betydelig reduksjon i toppflensen ($\beta = 0,444$), i tillegg til reduksjon i bunnflensen ($\beta = 0,754$). Disse arealreduksjonene er langt unna nøytralaksen, og effekten på annet arealmoment og motstandsmomentet blir derfor mer kritisk.

Tabell 15.2 sammenligner effektene av reduksjoner for beregningseksemplet av tofeltsbjelken med kassetverrsnitt i eksempel 3. Parameterverdiene er gitt i prosent av verdier for bruttotverrsnittet.

Tabell 15.2: Tofeltsbjelken med kassetverrsnitt

Tverrsnitt	A_{eff}	I_{eff}	W_{eff}
Brutto	100,0 %	100,0 %	100,0 %
Effektiv shear lag	55,5 %	49,9 %	52,0 %
Effektiv plateknekking	84,5 %	63,1 %	53,5 %

Toppflensen er i strekk og får kun reduksjon på grunn av shear lag. Plateknekking vil kun gi reduksjon av bunnflensen, siden steget er i tverrsnittsklasse 3. Bunnflensen vil også reduseres på grunn av shear lag. Tverrsnittets effektive areal reduseres 29 prosentpoeng mer for shear lag enn for plateknekking. Til tross for den store forskjellen i arealreduksjon, blir motstandsmomentet W bare 1,5 prosentpoeng lavere ved reduksjon for shear lag enn ved reduksjon for plateknekking. Dette skyldes at effekten på annet arealmoment likevel blir stor på grunn av reduksjonen for plateknekking, siden arealet som fjernes er langt fra nøytralaksen.

Dette viser at det er mulig å konstruere eksempler hvor shear lag er mer kritisk enn plateknekking for motstandsmomentet til bjelken. Shear lag gir kun reduksjon i flenser. For brobjelker er det vanlig at tverrsnittet har flenser i toppen og bunnen, forbundet av steg. Reduksjon for shear lag påvirkes lite av flenstykkelsen, mens dette har stor betydning for reduksjonen ved plateknekking. For tverrsnitt med forholdsvis tykke flenser kan shear lag derfor bli mer kritisk enn plateknekking. Tverrsnitt i klasse 3 vil for eksempel ikke ha reduksjon for plateknekking i det hele tatt. Et relevant spørsmål er da hvilke forholdstall mellom tykkelse og lengde av flensene som er realistisk for et brobjelketverrsnitt i virkeligheten. Dette er ikke undersøkt her. Dimensjonene av tverrsnittene benyttet i eksemplene i denne oppgaven er vilkårlig bestemt. Det samme gjelder lengden av bjelkespenn, som har betydning for graden av shear lag. Det er ikke sett på hva som er realistiske mål ved konstruksjon av ei stålbru i virkeligheten. Resultatene av disse eksemplene gir uansett rom for ettertanke, siden shear lag per i dag ikke er pensum ved NTNU i det hele tatt.

16 Konklusjon

Det er ikke nok analyser i grunnlaget til å gi en solid konklusjon med tanke på nøyaktigheten til regelverket, men eksempelberegningene ga tilfredstillende samsvar med hensyn på lastkapasiteten til bjelken. Beregningene traff best for fritt opplagt bjelke, men det er også logisk, siden resultatene i Abaqus enkelt tas ut i feltmidte hvor det ikke er noen forstyrrelser fra stivere og overføring av skjærkrefter. For tofeltsbjelken, med kritisk punkt over midtstøtten, er resultatene tolket fra en last-forskyvingskurve i feltmidte av det ene spennet. Dette gir automatisk mer usikkerhet i sammenligningsgrunnlaget. For ikke-lineære analyser med plateknekking vil det oppstå en omfordeling av spenninger i tverrsnittet, og regelverket i standarden gir et svar som forventes å ligge et sted mellom elastisk og plastisk kapasitet. Dette er også en faktor som gjør det vanskelig å sammenligne resultater fra håndberegninger og analyser i Abaqus direkte. For nedbøyningene traff beregningene dårligere enn for lastkapasiteten, med størst avvik i eksemplene med mest shear lag. Regelverket for shear lag er for øvrig analytisk utledet med hensyn på spenningene i tverrsnittet, noe som er en mulig forklaring til observasjonen.

Negativ shear lag ble registrert i tofeltsbjelken under arbeidet med analysene i Abaqus. Negativ shear lag skiller seg fra positiv shear ved at den karakteristiske aksialspenningsfordelingen over tverrsnittet inverteres, slik at spenningene blir størst i flenstuppen og minst ved forbindelsespunktet til steget. Negativ shear lag behandles ekvivalent med positiv shear lag i regelverket, men det er i denne oppgaven ikke sett på hvordan negativ shear lag påvirker de fysiske deformasjonene av bjelken, og om dette har noe å si for nedbøyningen.

På bakgrunn av analysene og beregningseksemplene kan det konkluderes med at shear lag gir betydelige effekter i bjelker med korte spenn og brede flenser. Tykkelsen av flensene har minimal betydning for effekten av shear lag. For lokal plateknekking er tykkelsen derimot essensiell. Dette betyr at for tykke flenser kan kapasitetsreduksjonen på grunn av shear lag bli større enn kapasitetsreduksjonen på grunn av plateknekking. For tverrsnitt i tverrsnittsklasse 3 eller lavere vil ikke reduksjon for lokal plateknekking være aktuelt i det hele tatt. Shear lag kan i tillegg gi reduksjon både i strekk- og trykkflenser, i motsetning til lokal plateknekking som bare inntreffer i trykkelementer.

Sammenligning av de effektive tverrsnittene etter reduksjon med hensyn på henholdsvis shear lag og lokal plateknekking i kapittel 15, viste at bøyestivheten og motstandsmomentet til tofeltsbjelkene ble mer svekket av shear lag enn lokal plateknekking. Dette er

en interessant observasjon, selv om motstandsmomentet ikke alene ble bestemmende for kapasiteten i disse eksemplene. I denne oppgaven er det med hensikt satt opp eksempler hvor effekten av shear lag er stor. Det er ikke foretatt vurderinger i forhold til om bjelkelengder og dimensjoner av tverrsnittet er realistisk for en virkelig brukonstruksjon i stål. Dette er også relevant når det skal vurderes om det er grunn til å rette oppmerksomheten mot shear lag i kapasitetsberegningene. Dersom det viser seg at flensene i et ståltverrsnitt alltid er så tynne at reduksjonen for plateknekking blir overlegen i forhold til shear lag, er det mindre hensiktsmessig å ta shear lag inn i pensum. Dette bør derfor undersøkes nærmere. For enkelhets skyld ble det heller ikke lagt inn langsgående stivere i eksempel-tverrsnittene. Hvordan stivere påvirker effektene av shear lag og plateknekking bør også undersøkes. Dette er stoff å ta tak i for videre arbeid med temaet.

Referanser

- [1] U. Kuhlmann et al.: Design of Plated Structures. ECCS - European Convention for Construtional Steelwork. 2010.
- [2] NS-EN 1993-1-1:2005+NA:2008, Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner - Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger. Standard Norge.
- [3] N. S. Trahair og M. A. Bradford: The Behavior and Design of Steel Structures. Chapman and Hall.
- [4] C. R. Hendy og C. J Murphy: Designers' Guide to EN 1993-2. Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 2: Steel Bridges. Thomas Telford.
- [5] NS-EN 1993-1-5:2006+NA:2009, Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner - Del 1-5: Plater påkjent i plateplanet. Standard Norge.
- [6] G. Sedlacek et al.: A Simplified Method for the Determination of the Effective Width Due to Shear Lag Effects. J. Construct. Steel Research 24 - 1993.
- [7] G. Sedlacek et al.: Commentary and worked examples to EN 1993-1-5 Plated structural elements. Joint Report, EUR 22898 EN - 2007.
- [8] J. Sa-nguanmanasak et al.: Stress concentration due to shear lag in continuous box girders. Engineering Structures 29 (2007) 1414-1421
- [9] D. A. Foutch og P. C. Chang: A shear lag anomaly. J. Struct. Eng., 108(7), 1653-1658. 1982.
- [10] Lee S. C., Yoo C. H. og Yoon D. Y.: Analysis of Shear Lag Anomaly in Box Girders. J. Struct. Eng. 2002.128:1379-1386.
- [11] Q. Z. Luo et al.: A finite segment model for shear lag analysis. Engineering Structures 26 (2004) 2113-2124.
- [12] S.-J. Zhou: Finite Beam Element Considering Shear-Lag Effect in Box Girder. J. Eng. Mech. 2010.136:1115-1122.
- [13] Y.-H. Zhang og L.-X. Lin: Shear lag analysis of thin-walled box girders based on a new generalized displacement. Engineering Structures 61 (2014) 73-83

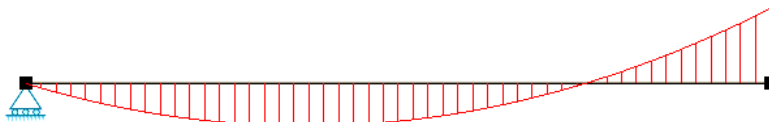
A Utledning av uttrykk for nedbøyning

A.1 Tofeltsbjelke

A.1.1 Momentbidraget

Momentbidraget til nedbøyningen i feltmidte av bjelkespennet er utledet ved hjelp av bjelkens differensialligning. Ligning (A.1) angir momentfunksjonen for et bjelkespenn av lengde L , som vist på figur A.1, hvor origo er lagt i endeopplageret.

$$M(x) = \frac{3}{8}qLx - \frac{1}{2}qx^2 \quad (\text{A.1})$$



Figur A.1: Momentfordeling langs et spenn av tofeltsbjelken

Sammenhengen mellom moment og nedbøyning er gitt i ligning (A.2).

$$\frac{d^2}{dx^2}u(x) = \frac{1}{EI}M(x) \quad (\text{A.2})$$

Et uttrykk for nedbøyningen oppnås ved å integrere opp momentfunksjonen $M(x)$ to ganger. Ligning (A.3) gir uttrykket for rotasjonsvinkelen $\phi(x)$ til bjelken, og ligning (A.4) gir uttrykket for nedbøyningen $u(x)$.

$$\begin{aligned} \phi(x) &= -\frac{1}{EI} \int M(x) dx = -\frac{1}{EI} \int \left[\frac{3}{8}qLx - \frac{1}{2}qx^2 \right] dx \\ &= -\frac{1}{EI} \left[\frac{3}{16}qLx^2 - \frac{1}{6}qx^3 + C \right] \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{aligned} u(x) &= \int \phi(x) dx = -\frac{1}{EI} \int \left[\frac{3}{16}qLx^2 - \frac{1}{6}qx^3 + C \right] dx \\ &= -\frac{1}{EI} \left[\frac{3}{48}qLx^3 - \frac{1}{24}qx^4 + Cx + D \right] \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Randbetingelser benyttes for å bestemme integrasjonskonstantene:

$$\phi(L) = 0 \Rightarrow \frac{3}{16} qL^3 - \frac{1}{6} qL^3 + C = 0 \Rightarrow C = -\frac{1}{48} qL^3 \quad (\text{A.5})$$

$$u(L) = 0 \Rightarrow \frac{3}{48} qL^4 - \frac{1}{24} qL^4 - \frac{1}{48} qL^4 + D \Rightarrow D = 0 \quad (\text{A.6})$$

Ligning (A.7) representerer et generelt uttrykk for nedbøyningen langs ett spenn av en tofeltsbjelke.

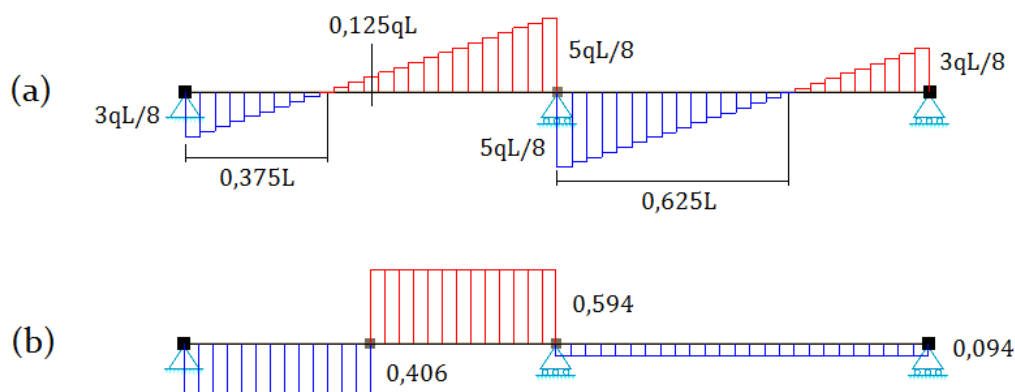
$$-\frac{1}{EI} \left[\frac{3}{48} qLx^3 - \frac{1}{24} qx^4 - \frac{1}{48} qL^3x \right] \quad (\text{A.7})$$

Momentbidraget til nedbøyningen i feltmidte av spennet er gitt for $x = L/2$:

$$\delta = u(L/2) = -\frac{1}{EI} \left[\frac{3}{48} qL(L/2)^3 - \frac{1}{24} q(L/2)^4 - \frac{1}{48} qL^3(L/2) \right] = \frac{1}{192} \frac{qL^4}{EI} \quad (\text{A.8})$$

A.1.2 Skjærbidraget

Skjærbidraget til nedbøyningen i feltmidte av spennet utledes ved hjelp av enhetslastmetoden. Figur A.2 (a) viser skjæradiagrammet for bjelken under en jevnt fordelt last q . En enhetslast $\tilde{P} = 1$ settes på i feltmidte av spennet, og denne gir skjæradiagram som vist i figur A.2 (b).



Figur A.2: (a) Skjæradiagram V_0 ; (b) Skjæradiagram V_1

Skjærbidraget til nedbøyningen i feltmidte av bjelkespennt utledes ved hjelp av enhets-

lastmetoden, gitt ved ligning (A.9)

$$\tilde{P} \cdot \delta = \frac{1}{GA_V} \int_0^{2L} V_0 V_1 dL \quad (\text{A.9})$$

Ligning (A.10) viser utledningen ved bruk av kjente faktorer for hurtigintegrasjon av skjærdiagrammene i figur A.2.

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{1}{GA_V} \left(\begin{aligned} &+ \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} qL \cdot 0,406 \cdot 0,375 L \\ &+ \frac{1}{2} \cdot (-0,125 qL) \cdot 0,406 \cdot 0,125 L \\ &+ \frac{1}{2} \cdot 0,594 \cdot (0,125 qL + \frac{5}{8} qL) \cdot 0,5 L \\ &+ \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{8} qL \cdot 0,094 \cdot 0,625 L \\ &+ \frac{1}{2} \cdot (-\frac{3}{8} qL) \cdot 0,094 \cdot 0,375 L \end{aligned} \right) \\ &= \frac{1}{GA_V} \left(\frac{1827}{64000} qL^2 - \frac{203}{64000} qL^2 + \frac{891}{8000} qL^2 + \frac{47}{2560} qL^2 - \frac{423}{64000} qL^2 \right) \\ &= \frac{297}{2000} \frac{qL^2}{GA_V} = 0,1485 \frac{qL^2}{GA_V} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

A.2 Fritt opplagt bjelke

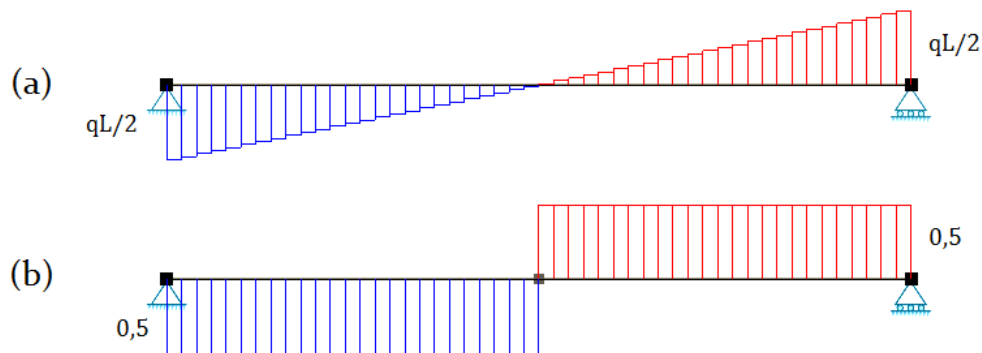
A.2.1 Momentbidrag

For en fritt opplagt bjelke med jevnt fordelt last, er uttrykket for momentbidraget til nedbøyningen i feltmidte velkjent fra formelsamlinger. Ligning (A.11) viser utledningen av uttrykket ved hjelp av enhetslastmetoden.

$$\delta = \frac{1}{EI} \int_0^L M \tilde{M} dx = \frac{1}{EI} \left(\frac{5}{12} \frac{qL^2}{8} \cdot \frac{L}{4} \cdot \frac{L}{2} \cdot 2 \right) = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI} \quad (\text{A.11})$$

A.2.2 Skjærbidrag

Skjærbidraget til nedbøyningen i feltmidte utledes ved hjelp av enhetslastmetoden. Figur A.3 (a) viser skjæradiagrammet for bjelken under en jevnt fordelt last q . En enhetslast $\tilde{P} = 1$ settes på i feltmidte, og denne gir skjæradiagram som vist i figur A.3 (b).



Figur A.3: (a) Skjæradiagram V ; (b) Skjæradiagram \tilde{V}

Ligning (A.12) viser utledningen av uttrykket for skjærbidraget.

$$\delta = \frac{1}{GA_V} \int_0^L V \tilde{V} dx = \frac{1}{GA_V} \left(\frac{1}{2} \frac{qL}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{2} \cdot 2 \right) = \frac{1}{GA_V} \frac{qL^2}{8} \quad (\text{A.12})$$

B Vedlegg til parameterstudie

B.1 Annet arealmoment for variasjoner av tverrsnittet

Annet arealmoment I er nødvendig for å beregne nedbøyningen av bjelken. Tabell B.1 viser en oversikt over beliggenheten til nøytralaksen \bar{z} og annet arealmoment I for ulike variasjoner av tverrsnittet benyttet i parameterstudiet. \bar{z} angir avstanden fra underkant av tverrsnittet opp til nøytralaksen. Beregningene er utført i Excel.

Skjærarealet A_V er nødvendig for å beregne skjærbidraget til nedbøyningen. Dette arealet påvirkes ikke av parametervariasjonene og er gitt ved $A_V = 60000 \text{ mm}^2$ for alle tverrsnittene i parameterstudiet.

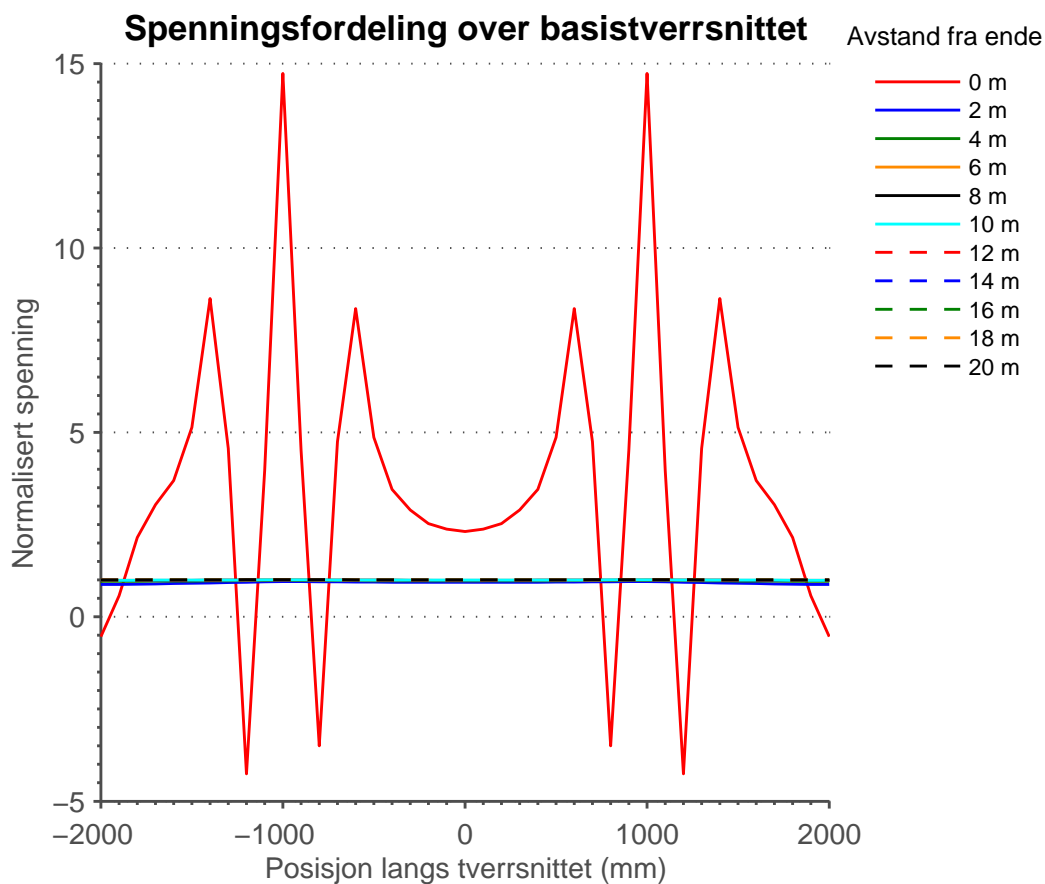
Tverrsnittet i Abaqus ble tegnet med senterlinjer, som deretter ble gitt en tykkelse. Dette gir overlapp av materiale i forbindelsespunktene mellom steg og flenser. Det er tatt hensyn til disse overlappene ved beregning av tverrsnittsparametrene.

Tabell B.1: Tverrsnittsstørrelser

Parameterstudie	\bar{z} [mm]	I [mm ⁴]
Basistverrsnitt	1089,4	$8,92326 \cdot 10^{10}$
$t_f = 5 \text{ mm}$	921,6	$6,90925 \cdot 10^{10}$
$t_f = 20 \text{ mm}$	1306,6	$1,15298 \cdot 10^{11}$
$b_f = 500 \text{ mm}$	1012,5	$8,00018 \cdot 10^{10}$
$b_f = 2000 \text{ mm}$	1212,5	$1,04002 \cdot 10^{11}$

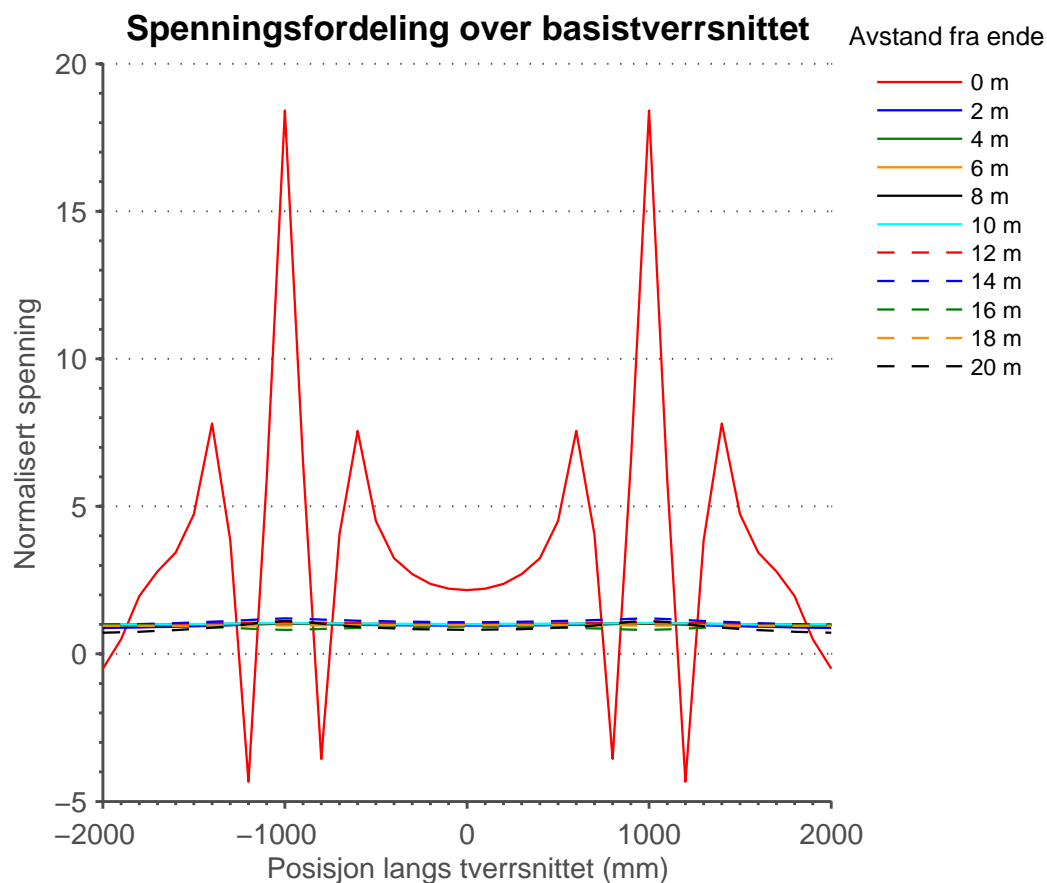
B.2 Spenningsfordeling over tverrsnittet ved endeopplager

Figur B.1 viser et samleplott av aksialspenningsfordelingen i topplaten for hver andre meter langs halve lengden av den fritt opplagte bjelken. Spenningsfordelingen ved endeopplageret har ekstreme spenningsnivåer sammenlignet med fordelingene lenger unna. Det karakteristiske mønsteret med spenningsstopper ved stegene er heller ikke tilstede. Spenningsfordelingen tyder på at det er forstyrrelser, sannsynligvis fra stiverplatene. Størrelsesforskjellen kommer av at spenningsfordelingen ved enden normaliseres med en veldig liten teoretisk spenning – man dividerer med noe som går mot null. Dette viser at det ikke er hensiktsmessig å inkludere denne spenningsfordelingen i samleplottet.



Figur B.1: Normalisert spenningsfordeling ved endeopplager for fritt opplagt bjelke

Figur B.2 viser et samleplott av aksialspenningsfordelingen i topplaten for hver andre meter langs ett spenn av tofeltsbjelken. Spenningsfordelingen ved endeopplageret viser samme tendens som for den fritt opplagte bjelken.



Figur B.2: Normalisert spenningsfordeling ved endeopplager for tofeltsbjelken

C Vedlegg eksempel 1

C.1 Interaksjon mellom shear lag og plateknekking i topplate

C.1.1 Konservativ metode

Internt element

Effektivt areal av elementtverrsnittet etter reduksjon for plateknekking:

$$A_{c,eff} = (b_{eff} + t_w)t_f = (436,7 + 15) \cdot 10 = 4517 \text{ mm}^2$$

Tverrsnittsparameteren:

$$\alpha_0^* = \sqrt{\frac{A_{c,eff}}{b_f t_f}} = \sqrt{\frac{4517}{2000 \cdot 10}} = 0,475$$

$$\kappa = \alpha_0^* \frac{b_0}{L_e} = 0,475 \frac{1000}{20000} = 0,0238$$

Reduksjonsfaktoren for shear lag i feltet:

$$\beta_{ult} = \frac{1}{1 + 6,4 \kappa^2} = \frac{1}{1 + 6,4 \cdot 0,0648^2} = 0,996$$

Effektiv tykkelse av elementet:

$$t_{eff} = \beta_{ult} t_f = 0,996 \cdot 10 = 9,96 \approx 10 \text{ mm}$$

Reduksjonen er ubetydelig liten, og sees bort fra.

Utstikkende flens

Effektivt areal av elementtverrsnittet etter reduksjon for plateknekking:

$$A_{c,eff} = (b_{eff} + t_w/2)t_f = (145,9 + 7,5) \cdot 10 = 1534 \text{ mm}^2$$

Tverrsnittsparameteren:

$$\alpha_0^* = \sqrt{\frac{A_{c,eff}}{b_f t_f}} = \sqrt{\frac{1534}{1000 \cdot 10}} = 0,392$$

$$\kappa = \alpha_0^* \frac{b_0}{L_e} = 0,392 \frac{1000}{20000} = 0,0196$$

Reduksjonsfaktoren for shear lag i feltet:

$$\beta_{ult} = \frac{1}{1 + 6,4 \kappa^2} = \frac{1}{1 + 6,4 \cdot 0,0196^2} = 0,998$$

Effektiv tykkelse av elementet:

$$t_{eff} = \beta_{ult} t_f = 0,998 \cdot 10 = 9,98 \approx 10 \text{ mm}$$

Reduksjonen er ubetydelig liten, og sees bort fra.

C.1.2 Anbefalt metode

Beregnet elastisk shear lag: $\kappa = 0,05$ og $\beta = 0,984$

Reduksjonsfaktoren for shear lag ved interaksjon med plateknekking:

$$\beta_{ult} = \max(\beta^\kappa, \beta) = \max(0,984^{0,05}, 0,984) = 0,999 \approx 1$$

Reduksjonen er ubetydelig liten, og sees bort fra.

C.2 Beregning av tverrsnittsparmetre

Tverrsnittsparmetre for tverrsnittet etter ulike reduksjonsvarianter er beregnet i Excel. Celleformler er vist kun for bruttotverrsnittet, da dette viser prinsippet for alle beregningene. Der det var nødvendig å utvide antall linjer med inndata, ble formlene modifisert til å inkludere disse.

Tverrsnittet i Abaqus ble tegnet med senterlinjer, som deretter ble gitt en tykkelse. Dette gir overlapp av materiale i forbindelsespunktene mellom steg og flenser. Det er tatt hensyn til disse overlappene ved beregning av tverrsnittsparmetrene.

Vedlagte regneark i gitt rekkefølge:

- Bruttotverrsnittet
- Celleformler for bruttotverrsnittet
- Tverrsnittsreduksjoner for shear lag alene
- Tverrsnittsreduksjoner for plateknekking alene
- Tverrsnittsreduksjoner etter konservativ metode, shear lag og plateknekking
- Tverrsnittsreduksjoner etter anbefalt metode, shear lag og plateknekking

BASISTVERRSNITTET		FRITT OPPLAGT BJELKE	
Brutto			
Topplate	b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]
Steg x2	4000	10	2012,5
Bunnflenser x2	2000	15	1012,5
	600	25	12,5
			Lengde 20000 mm
			Flytegrense fy 355 MPa
			E 210000 MPa
			G 81000 MPa
			Y_max 1089,423 mm
			Skjærareal Av 60000 mm ²
Resultater			
	Areal [mm ²]	Avstand fra NA	Steinertillegg
Topplate	40000	923,077	34082840237
Steg x2	60000	76,923	355029585,8
Bunnflenser x2	30000	1076,923	34792899408
Sum	130000		69230769231
			I per del 20001895833
			Kapasitet q 581,548 kN/m
Nøkkeltall			
A - areal	130000 mm ²		Momentbidrag 64,655 mm
NA fra bunn	1089,423 mm		Skjærbidrag 5,983 mm
I 2. arealmoment	89232665064 mm ⁴		Total nedbøyning 70,638 mm

	A	B	C	D	E	F	G
1	BASISTVERRSNITTET						
2	Brutto		b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]		
3	Topplate		4000	10	2012,5		
4	Steg x2		2000	15	1012,5		
5	Bunnflenser x2		600	25	12,5		
6							
7							
8							
9							
10	Resultater						
11		Areal [mm^2]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del		
12	Topplate	=C3*D3	=E3-B19	=B12*C12^2	=1/12*C3*D3^3		
13	Steg x2	=2*C4*D4	=B19-E4	=B13*C13^2	=1/12*D4*C4^3*2		
14	Bunnflenser x2	=2*C5*D5	=B19-E5	=B14*C14^2	=1/12*C5*D5^3*2		
15							
16	Sum	=SUM(B12:B14)		=SUM(D12:D14)	=SUM(E12:E14)		
17	Nøkkeltall						
18	A - areal	=B16	mm^2				
19	NA fra bunn	=(B12*E3+B13*E4+B14*E5)/B18	mm				
20	I 2. arealmoment	=D16+E16	mm^4				

	H	I	J
1	FRITT OPPLAGT BJELKE		
2			
3	Lengde	20000	mm
4	Flytegrense fy	355	MPa
5	E	210000	MPa
6	G	81000	MPa
7	y_max	=B19	mm
8	Skjærareal Av	=C4*D4*2	mm^2
9			
10	Kapasitetsberegninger		
11			
12	Kapasitet q	=8*B20*14/B19/13^2	kN/m
13			
14			
15			
16			
17	Nedbøyning i feltmidte		
18	Momentbidrag	=5/384*12*13^4/15/B20	mm
19	Skjærbidrag	=1/8*12*13^2/16/18	mm
20	Total nedbøyning	=18+19	mm

BASISTVERRSNITTET**FRITT OPPLAGT BJELKE**

Netto shearlag					
Topplate	b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]	Lengde	20000 mm
Steg x2	3936	10	2012,5	Flytegrense fy	355 MPa
Bunnflenser x2	2000	15	1012,5	E	210000 MPa
	600	25	12,5	G	81000 MPa
				y_max	1084,856 mm
				Skjærareal Av	60000 mm ²

Resultater**Kapasitetsberegninger**

	Areal [mm ²]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del	Kapasitet q
Topplate	39360	927,644	33870184944	328000,000	580,410 kN/m
Steg x2	60000	72,356	314125312,8	20000000000	
Bunnflenser x2	30000	1072,356	34498435569	1562500	
Sum	129360		68682745826	20001890500	

Nøkkeltall**Nedbøyning i feltmidte**

A - areal	129360 mm ²	Momentbidrag	64,927 mm
NA fra bunn	1084,856 mm	Skjærbidrag	5,971 mm
I 2. arealmoment	88684636326 mm ⁴	Total nedbøyning	70,898 mm

BASISTVERRSNITTET**FRITT OPPLAGT BJELKE**

	b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]	
Plateknekking				
Topplate midt	451,7	10	2012,5	Lengde 20000 mm
Steg x2 øvre	308,1	15	1855,95	Flytegrense fy 355 MPa
Bunnflenser x2	600	25	12,5	E 210000 MPa
Topplenser x2	153,4	10	2012,5	G 81000 MPa
Steg x2 nedre	1539,1	15	782,05	y_max 1276,605 mm
				Skjærareal Av 60000 mm ²

Resultater**Kapasitetsberegninger**

	Areal [mm ²]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del	
Topplate	4517	1271,605	7303898218	37641,667	Kapasitet q 272,194 kN/m
Steg x2 øvre	9243	1115,055	11492267431	73116451,103	
Bunnflenser x2	30000	728,395	15916767522	1562500,000	
Topplenser x2	3068	1271,605	4960894340	25566,667	
Steg x2 nedre	46173	41,155	78205716,75	9114661053,678	
Sum	93001		39752033227	9189403213	

Nøkkeltall**Nedbøyning i feltmidte**

A - areal	93001 mm ²	Momentbidrag	55,175 mm
NA fra bunn	740,8947538 mm	Skjærbidrag	2,800 mm
I 2. arealmoment	48941436441 mm ⁴	Total nedbøyning	57,975 mm

BASISTVERRSNITTET**FRITT OPPLAGT BJELKE**

Konservativ plate+shearlag	b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]	Lengde
Topplate midt	451,7	10	2012,5	20000 mm
Steg x2 øvre	308,1	15	1855,95	355 MPa
Bunnflenser x2	600	25	12,5	210000 MPa
Topplenser x2	153,4	10	2012,5	81000 MPa
Steg x2 nedre	1539,1	15	782,05	1276,605 mm
				60000 mm ²

Resultater**Kapasitetsberegninger**

	Areal [mm ²]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del	Kapasitet q
Topplate	4517	1271,605	7303898218	37641,667	272,194 kN/m
Steg x2 øvre	9243	1115,055	11492267431	73116451,103	
Bunnflenser x2	30000	728,395	15916767522	1562500,000	
Topplenser x2	3068	1271,605	4960894340	25566,667	
Steg x2 nedre	46173	41,155	78205716,75	9114661054	
Sum	93001		39752033227	9189403213	

Nøkkeltall**Nedbøyning i feltmidte**

A - areal	93001 mm ²	Momentbidrag	55,175 mm
NA fra bunn	740,895 mm	Skjærbidrag	2,800 mm
I 2. arealmoment	48941436441 mm ⁴	Total nedbøyning	57,975 mm

BASISTVERRSNITTET**FRITT OPPLAGT BJELKE**

Anbefalt plate+shearlag	b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]	Lengde
Topplate midt	451,7	10	2012,5	20000 mm
Steg x2 øvre	308,1	15	1855,95	355 MPa
Bunnflenser x2	600	25	12,5	210000 MPa
Topplenser x2	153,4	10	2012,5	81000 MPa
Steg x2 nedre	1539,1	15	782,05	1276,605 mm
				60000 mm ²

Resultater**Kapasitetsberegninger**

	Areal [mm ²]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del	Kapasitet q
Topplate	4517	1271,605	7303898218	37641,667	272,194 kN/m
Steg x2 øvre	9243	1115,055	11492267431	73116451,103	
Bunnflenser x2	30000	728,395	15916767522	1562500,000	(beta = 0,999)
Topplenser x2	3068	1271,605	4960894340	25566,667	
Steg x2 nedre	46173	41,155	78205716,75	9114661054	
Sum	93001		39752033227	9189403213	

Nøkkeltall**Nedbøyning i feltmidte**

A - areal	93001 mm ²	Momentbidrag	55,175 mm
NA fra bunn	740,895 mm	Skjærbidrag	2,800 mm
I 2. arealmoment	48941436441 mm ⁴	Total nedbøyning	57,975 mm

D Vedlegg eksempel 2

D.1 Plateknekking

Steget

Spenningsfordelingen er lineær med strekk i topp og trykk i bunn:

$$\psi = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = -\frac{1}{1089,4} \cdot (2017,5 - 1089,4) = -0,852$$

Øvre grense for tverrsnittsklasse 3 - $\psi > -1$

$$c/t \leq \frac{42 \varepsilon}{0,67 + 0,33 \psi} = \frac{42 \cdot 0,81}{0,67 + 0,33 \cdot (-0,852)} = 87,49$$

Kontroll: $c/t = 132,17 \Rightarrow$ elementet er i tverrsnittsklasse 4

$$k_\sigma = 7,81 - 6,29 \psi + 9,78 \psi^2 = 7,81 - 6,29 \cdot (-0,852) + 9,78 (-0,852)^2 = 20,27$$

Reduksjonsfaktoren:

$$\bar{\lambda}_p = \frac{c/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} = \frac{1982,5/15}{28,4 \cdot 0,81 \cdot \sqrt{20,27}} = 1,276$$

$$\bar{\lambda}_p > 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055 \psi} = 0,5 + \sqrt{0,085 + 0,055 \cdot 0,852} = 0,863$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} = \frac{1,276 - 0,055(3 - 0,852)}{1,276^2} = 0,711$$

Effektiv bredde av elementet:

$$b_{eff} = \rho b_c = 0,711 \cdot (1089,4 - 25) = 756,8 \text{ mm}$$

$$b_t = 2017,5 - 1089,4 - 10 = 918,1 \text{ mm}$$

$$b_{e1} = 0,4 b_{eff} = 0,4 \cdot 756,8 = 302,7 \text{ mm}$$

$$b_{e2} = 0,6 b_{eff} = 0,6 \cdot 756,8 = 454,1 \text{ mm}$$

For beregning av tverrsnittsparemetre:

Effektiv bredde i øvre del av steget: $b_t + b_{e2} + t_f/2 = 918,1 + 454,1 + 5 = 1377,2$ mm

Effektiv bredde i nedre del av steget: $b_{e1} + 12,5 = 302,7 + 12,5 = 315,2$ mm

Redusert bredde: $1982,5 - 918,1 - 302,7 - 454,1 = 307,6$ mm

Bunnflenser

Rent trykk over bunnflensene $\Rightarrow \psi = 1$ og $k_\sigma = 0,43$

Reduksjonsfaktoren:

$$\bar{\lambda}_p = \frac{c/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} = \frac{292,5/25}{28,4 \cdot 0,81 \cdot \sqrt{0,43}} = 0,776$$

$$\bar{\lambda}_p > 0,748 \Rightarrow \rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,188}{\bar{\lambda}_p^2} = \frac{0,776 - 0,188}{0,776^2} = 0,976$$

Effektiv bredde av bunnflensen:

$$b_{eff} = \rho c = 0,976 \cdot 292,5 = 285,5 \text{ mm}$$

Legger til tykkelsen av steget, $t_w/2 = 7,5$ mm per utstikkende flens, ved beregning av tverrsnittsparemetre.

D.2 Beregning av plastisk momentkapasitet

D.2.1 Reduksjon for plateknekking alene

Finner plastisk nøytralakse:

$$2 \cdot 586 \cdot 25 + 15 \cdot x \cdot 2 = 4000 \cdot 10 + 15 \cdot (2000 - x) \cdot 2$$

$$x = 1178,3 \text{ mm}$$

Plastisk motstandsmoment:

$$W_{eff,pl} = 1178,3 \cdot 2 \cdot 586 \cdot 25 + 1178,3^2 \cdot 15 + 4000 \cdot 10 \cdot 821,7 + 821,7^2 \cdot 15 = 98345916,7 \text{ mm}^3$$

Plastisk momentkapasitet:

$$M_{pl,Rk} = f_y \cdot W_{eff,pl} = 355 \cdot 98345916,7 = 34912,8 \text{ kNm}$$

D.2.2 Reduksjon etter konservativ metode, plateknekking og shear lag

Finner plastisk nøytralakse:

$$2 \cdot 586 \cdot 18,9 + 15 \cdot x \cdot 2 = 1776 \cdot 10 + 15 \cdot (2000 - x) \cdot 2$$

$$x = 926,8 \text{ mm}$$

Plastisk motstandsmoment:

$$W_{eff,pl} = 926,8 \cdot 2 \cdot 586 \cdot 18,9 + 926,8^2 \cdot 15 + 1776 \cdot 10 \cdot 1073,2 + 1073,2^2 \cdot 15 = 69750140,6 \text{ mm}^3$$

Plastisk momentkapasitet:

$$M_{pl,Rk} = f_y \cdot W_{eff,pl} = 355 \cdot 69750140,6 = 24761,3 \text{ kNm}$$

D.2.3 Reduksjoner etter anbefalt metode, plateknekking og shear lag

Finner plastisk nøytralakse:

$$2 \cdot 586 \cdot 24,6 + 15 \cdot x \cdot 2 = 1776 \cdot 10 + 15 \cdot (2000 - x) \cdot 2$$
$$x = 815,5 \text{ mm}$$

Plastisk motstandsmoment:

$$W_{eff,pl} = 815,5 \cdot 2 \cdot 586 \cdot 24,6 + 815,5^2 \cdot 15 + 1776 \cdot 10 \cdot 1184,5 + 1184,5^2 \cdot 15 = 75569771,1 \text{ mm}^3$$

Plastisk momentkapasitet:

$$M_{pl,Rk} = f_y \cdot W_{eff,pl} = 355 \cdot 75569771,1 = 26827,3 \text{ kNm}$$

D.3 Utregning av kapasiteter i henhold til standard

Kapasiteter er beregnet i Excel etter prøv-og-feil-metoden.

Anbefalt plate og shear lag

fy	355 N/mm ²	Weff	5.9E+07 mm ³							
y_{max}	1068.4 mm	Md	21108.3 kNm							
I_{eff}	6.35E+10 mm ⁴									
Lengde	10 m									
q	Med	Mpl,Rk	Ved	VbwRk	ny1	ny3	Mf,Rk	Med > Mf,Rk	Interaksjon	
	800.00	10000.00	26827.30	5000.00	5357.40	0.37	0.93	8488.76	Ok	0.89
	834.00	10425.00	26827.30	5212.50	5357.40	0.39	0.97	8488.76	Ok	1.00

Shear lag

y_{max}	1053.4 mm	Weff	5.7E+07 mm ³				
I_{eff}	6.01E+10 mm ⁴	Md	20269.4 kNm				
q	Ved	Vpl	rho	red fy	Med	fy	
	1500.00	9375.00	12300.00	0.27	257.38	18750.00	328.39
	1300.00	8125.00	12300.00	0.10	318.39	16250.00	284.60
	1370.00	8562.50	12300.00	0.15	318.39	17125.00	299.93

Brutto

y_{max}	1089.4 mm	Weff	8.2E+07 mm ³				
I_{eff}	8.92E+10 mm ⁴	Md	29078 kNm				
q	Ved	Vpl	rho	red fy	Med	fy	
	1500.00	9375.00	12300.00	0.27	257.38	18750.00	228.91
	1550.00	9687.50	12300.00	0.33	237.55	19375.00	236.54
	1552.00	9700.00	12300.00	0.33	236.71	19400.00	236.85

Konservativ plate og shear lag

fy	355 N/mm ²	Weff	5.7E+07 mm ³							
y_{max}	1027 mm	Md	20260.2 kNm							
I_{eff}	5.86E+10 mm ⁴									
Lengde	10 m									
q	Med	Mpl,Rk	Ved	VbwRk	ny1	ny3	Mf,Rk	Med > Mf,Rk	Interaksjon	
	800.00	10000.00	24761.30	5000.00	5357.40	0.40	0.93	8488.76	Ok	0.90
	832.00	10400.00	24761.30	5200.00	5357.40	0.42	0.97	8488.76	Ok	1.00

Plate alene

fy	355 N/mm ²	Weff	7.8E+07 mm ³							
y_{max}	1116.2 mm	Md	27575.5 kNm							
I_{eff}	8.67E+10 mm ⁴									
Lengde	10 m									
q	Med	Mpl,Rk	Ved	VbwRk	ny1	ny3	Mf,Rk	Med > Mf,Rk	Interaksjon	
	800.00	10000.00	34912.80	5000.00	5357.40	0.29	0.93	8488.76	Ok	0.85
	841.00	10512.50	34912.80	5256.25	5357.40	0.30	0.98	8488.76	Ok	1.00

	A	B	C	D	E
1					
2	Anbefalt plate og shear lag				
3	fy	355	N/mm ²	Weff	=B5/B4
4	y_{max}	1068.4	mm	Md	=E3*355/1000000
5	I_{eff}	63526962449	mm ⁴		
6	Lengde	10	m		
7					
8	q	Med	Mpl,Rk	Ved	VbwRk
9	800	=0.125*A9*B\$6^2	26827.3	=0.625*A9*B\$6	5357.4
10	834	=0.125*A10*B\$6^2	=C9	=0.625*A10*B\$6	=E9
11					
12	Shear lag				
13	y_{max}	1053.4	mm	Weff	=B14/B13
14	I_{eff}	60146024272	mm ⁴	Md	=E13*355/1000000
15					
16	q	Ved	Vpl	rho	red fy
17	1500	=0.625*A17*B\$6	=60000*205/1000	=(2*B17/C17)-1)^2	=355*(1-D17)
18	1300	=0.625*A18*B\$6	=60000*205/1000	=(2*B18/C18)-1)^2	=355*(1-D18)
19	1370	=0.625*A19*B\$6	=60000*205/1000	=(2*B19/C19)-1)^2	=355*(1-D18)
20					
21					
22	Brutto				
23	y_{max}	1089.4	mm	Weff	=B24/B23
24	I_{eff}	89232665064	mm ⁴	Md	=E23*355/1000000
25					
26	q	Ved	Vpl	rho	red fy
27	1500	=0.625*A27*B\$6	=60000*205/1000	=(2*B27/C27)-1)^2	=355*(1-D27)
28	1550	=0.625*A28*B\$6	=60000*205/1000	=(2*B28/C28)-1)^2	=355*(1-D28)
29	1552	=0.625*A29*B\$6	=60000*205/1000	=(2*B29/C29)-1)^2	=355*(1-D29)
30					
31	Konservativ plate og shear lag				
32	fy	355	N/mm ²	Weff	=B34/B33
33	y_{max}	1027	mm	Md	=E32*355/1000000
34	I_{eff}	58611818631	mm ⁴		
35	Lengde	10	m		
36					
37	q	Med	Mpl,Rk	Ved	VbwRk
38	800	=0.125*A38*B\$6^2	24761.3	=0.625*A38*B\$6	5357.4
39	832	=0.125*A39*B\$6^2	=C38	=0.625*A39*B\$6	=E38
40					
41	Plate alene				
42	fy	355	N/mm ²	Weff	=B44/B43
43	y_{max}	1116.2	mm	Md	=E42*355/1000000
44	I_{eff}	86703637155	mm ⁴		
45	Lengde	10	m		
46					
47	q	Med	Mpl,Rk	Ved	VbwRk
48	800	=0.125*A48*B\$6^2	34912.8	=0.625*A48*B\$6	5357.4
49	841	=0.125*A49*B\$6^2	=C48	=0.625*A49*B\$6	=E48

	F	G	H	I	J
1					
2					
3	mm^3				
4	kNm				
5					
6					
7					
8	ny1	ny3	Mf,Rk	Med > Mf,Rk	Interaksjon
9	=B9/C9	=D9/E9	=597.8*2*10*2000*B\$3/1000000	Ok	=F9+(1-(H9/C9))*(2*G9-1)^2
10	=B10/C10	=D10/E10	=597.8*2*10*2000*B\$3/1000000	Ok	=F10+(1-(H10/C10))*(2*G10-1)^2
11					
12					
13	mm^3				
14	kNm				
15					
16	Med	fy			
17	=0.125*A17*B\$6^2	=F17*10^6*B\$13/B\$14			
18	=0.125*A18*B\$6^2	=F18*10^6*B\$13/B\$14			
19	=0.125*A19*B\$6^2	=F19*10^6*B\$13/B\$14			
20					
21					
22					
23	mm^3				
24	kNm				
25					
26	Med	fy			
27	=0.125*A27*B\$6^2	=F27*10^6*B\$23/B\$24			
28	=0.125*A28*B\$6^2	=F28*10^6*B\$23/B\$24			
29	=0.125*A29*B\$6^2	=F29*10^6*B\$23/B\$24			
30					
31					
32	mm^3				
33	kNm				
34					
35					
36					
37	ny1	ny3	Mf,Rk	Med > Mf,Rk	Interaksjon
38	=B38/C38	=D38/E38	=597.8*2*10*2000*B\$3/1000000	Ok	=F38+(1-(H38/C38))*(2*G38-1)^2
39	=B39/C39	=D39/E39	=597.8*2*10*2000*B\$3/1000000	Ok	=F39+(1-(H39/C39))*(2*G39-1)^2
40					
41					
42	mm^3				
43	kNm				
44					
45					
46					
47	ny1	ny3	Mf,Rk	Med > Mf,Rk	Interaksjon
48	=B48/C48	=D48/E48	=597.8*2*10*2000*B\$3/1000000	Ok	=F48+(1-(H48/C48))*(2*G48-1)^2
49	=B49/C49	=D49/E49	=597.8*2*10*2000*B\$3/1000000	Ok	=F49+(1-(H49/C49))*(2*G49-1)^2

D.4 Beregninger for nedbøyning

Nedbøyninger er beregnet i Mathematica basert på q funnet fra interaksjonsformler.

Midtstøtte, basistverrsnitt

Brutto

$$q_{brutto} = 1552$$

1552

$$w_{bmoment} =$$

$$(1 / 192) * q_{brutto} * L^4 / (EE * H) / . L \rightarrow 10\ 000 / . H \rightarrow 8.9233 \times 10^{10} / . EE \rightarrow 210\ 000$$

4.31366

$$\delta_{bskjaer} = 0.1485 * q_{brutto} * L^2 / (G * Av) / . L \rightarrow 10\ 000 / . G \rightarrow 81\ 000 / . Av \rightarrow 60\ 000$$

4.74222

$$\delta_{tot} = w_{bmoment} + \delta_{bskjaer}$$

9.05588

Netto shearlag

$$q_{shearnetto} = 1370$$

1370

$$w_{nmoment} =$$

$$(1 / 192) * q_{shearnetto} * L^4 / (EE * H) / . L \rightarrow 10\ 000 / . H \rightarrow 6.0146 \times 10^{10} / . EE \rightarrow 210\ 000$$

5.64928

$$\delta_{nskjaer} = 0.1485 * q_{shearnetto} * L^2 / (G * Av) / . L \rightarrow 10\ 000 / . G \rightarrow 81\ 000 / . Av \rightarrow 60\ 000$$

4.18611

$$\delta_{ntot} = w_{nmoment} + \delta_{nskjaer}$$

9.83539

Plate + shearlag anbefalt

$$q_{shearplateanb} = 834$$

834

$$wamoment = (1 / 192) * qshearplateanb * L^4 / (EE * H) /. L \rightarrow 10\,000 /.$$

$$H \rightarrow 6.4584 \times 10^{10} /. EE \rightarrow 210\,000$$

3.20273

$$\delta askjaer = 0.1485 * qshearplateanb * L^2 / (G * Av) /. L \rightarrow 10\,000 /. G \rightarrow 81\,000 /. Av \rightarrow 60\,000$$

2.54833

$$\delta atot = wamoment + \delta askjaer$$

5.75107

Plate + shearlag konservativ

$$qshearplatekons = 832$$

832

$$wkmoment = (1 / 192) * qshearplatekons * L^4 / (EE * H) /. L \rightarrow 10\,000 /.$$

$$H \rightarrow 5.8612 \times 10^{10} /. EE \rightarrow 210\,000$$

3.5206

$$\delta kskjaer =$$

$$0.1485 * qshearplatekons * L^2 / (G * Av) /. L \rightarrow 10\,000 /. G \rightarrow 81\,000 /. Av \rightarrow 60\,000$$

2.54222

$$\delta ktot = wkmoment + \delta kskjaer$$

6.06282

Plate alene

$$qshearplatealene = 841$$

841

$$wpamoment = (1 / 192) * qshearplatealene * L^4 / (EE * H) /. L \rightarrow 10\,000 /.$$

$$H \rightarrow 8.6704 \times 10^{10} /. EE \rightarrow 210\,000$$

2.40567

$$\delta paskjaer =$$

$$0.1485 * qshearplatealene * L^2 / (G * Av) /. L \rightarrow 10\,000 /. G \rightarrow 81\,000 /. Av \rightarrow 60\,000$$

2.56972

$$\delta patot = wpamoment + \delta paskjaer$$

4.97539

D.5 Beregning av tverrsnittsparmetre

Tverrsnittsparmetre for tverrsnittet etter ulike reduksjonsvarianter er beregnet i Excel. Celleformler er vist kun for bruttotverrsnittet, da dette viser prinsippet for alle beregningene. Der det var nødvendig å utvide antall linjer med inndata, ble formlene modifisert til å inkludere disse.

Tverrsnittet i Abaqus ble tegnet med senterlinjer, som deretter ble gitt en tykkelse. Dette gir overlapp av materiale i forbindelsespunktene mellom steg og flenser. Det er tatt hensyn til disse overlappene ved beregning av tverrsnittsparmetrene.

Vedlagte regneark i gitt rekkefølge:

- Bruttotverrsnittet
- Celleformler for bruttotverrsnittet
- Tverrsnittsreduksjoner for shear lag alene
- Tverrsnittsreduksjoner for plateknekking alene
- Tverrsnittsreduksjoner etter konservativ metode, shear lag og plateknekking
- Tverrsnittsreduksjoner etter anbefalt metode, shear lag og plateknekking

BASISTVERRSNITTET**TOFELTSBJELKE**

Brutto					
Topplate	b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]	Spennlengde	10000 mm
Steg x2	4000	10	2012,5	Flytegrense fy	355 MPa
Bunnflenser x2	2000	15	1012,5	E	210000 MPa
	600	25	12,5	G	81000 MPa
				y_max	1089,423 mm
				Skjærareal Av	60000 mm ²

Resultater**Kapasitetsberegninger**

	Areal [mm ²]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del	Kapasitet q
Topplate	40000	923,077	34082840237	333333,333	2326,192 kN/m
Steg x2	60000	76,923	355029585,8	20000000000	
Bunnflenser x2	30000	1076,923	34792899408	1562500	
Sum	130000		69230769231	20001895833	

Nøkkeltall**Nedbøyning i feltmidte**

A - areal	130000 mm ²	Momentbidrag	6,465 mm
NA fra bunn	1089,423 mm	Skjærbidrag	7,108 mm
I 2. arealmoment	89232665064 mm ⁴	Total nedbøyning	13,573 mm

	A	B	C	D	E	F	G
1	BASISTVERRSNITTET						
2	Brutto		b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]		
3	Topplate		4000	10	2012,5		
4	Steg x2		2000	15	1012,5		
5	Bunnflenser x2		600	25	12,5		
6							
7							
8							
9							
10	Resultater						
11		Areal [mm²]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del		
12	Topplate	=C3*D3	=E3-B19	=B12*C12^2	=1/12*C3*D3^3		
13	Steg x2	=2*C4*D4	=B19-E4	=B13*C13^2	=1/12*D4*C4^3*2		
14	Bunnflenser x2	=2*C5*D5	=B19-E5	=B14*C14^2	=1/12*C5*D5^3*2		
15							
16	Sum	=SUM(B12:B14)		=SUM(D12:D14)	=SUM(E12:E14)		
17	Nøkkeltall						
18	A - areal	=B16	mm^2				
19	NA fra bunn	=(B12*E3+B13*E4+B14*E5)/B18	mm				
20	I 2. arealmoment	=D16+E16	mm^4				

	H	I	J
1	TOFELTSBJELKE		
2			
3	Spennlengde	10000	mm
4	Flytegrense fy	355	MPa
5	E	210000	MPa
6	G	81000	MPa
7	y_max	=B19	mm
8	Skjærareal Av	=C4*D4*2	mm^2
9			
10	Kapasitetsberegninger		
11			
12	Kapasitet q	=8*B20*14/B19/13^2	kN/m
13			
14			
15			
16			
17	Nedbøyning i feltmidte		
18	Momentbidrag	=1/192*112*13^4/15/B20	mm
19	Skjærbidrag	=0,1485*112*13^2/16/18	mm
20	Total nedbøyning	=118+119	mm

BASISTVERRSNITTET**TOFELTSBJELKE**

Netto shearlag	b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]	
Topplate	1776	10	2012,5	Spennlengde 10000 mm
Steg x2	2000	15	1012,5	Flytegrense fy 355 MPa
Bunnflenser x2	452,4	25	12,5	E 210000 MPa
				G 81000 MPa
				y_max 1053,416 mm
				Skjærareal Av 60000 mm ²

Resultater**Kapasitetsberegninger**

	Areal [mm ²]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del	
Topplate	17760	1048,416	19521368409	148000,000	Kapasitet q 1621,531 kN/m
Steg x2	60000	-48,416	140646654,5	20000000000	
Bunnflenser x2	22620	951,584	20482683083	1178125	
Sum	100380		40144698147	20001326125	

Nøkkeltall**Nedbøyning i feltmidte**

A - areal	100380 mm ²	Momentbidrag	6,686 mm
NA fra bunn	964,084 mm	Skjærbidrag	4,955 mm
I 2. arealmoment	60146024272 mm ⁴	Total nedbøyning	11,641 mm

BASISTVERRSNITTET

TOFELTSBJELKE

Plateknekkning	b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]	
Topplate	4000	10	2012,5	Spennlengde 10000 mm
Steg x2 øvre	1377,2	15	1323,9	Flytegrense fy 355 MPa
Bunnflenser x2	586	25	12,5	E 210000 MPa
Steg x2 nedre	315,2	15	170,1	G 81000 MPa
				y_max 1142,423 mm
				Skjærareal Av 60000 mm ²

Resultater

Kapasitetsberegninger

	Areal [mm ²]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del	Kapasitet q
Topplate	40000	870,077	30281386368	333333,333	2103,119 kN/m
Steg x2 øvre	41316	181,477	1360702877	6530268689,120	
Bunnflenser x2	29300	1129,923	37408045770	1526041,667	
Steg x2 nedre	9456	-972,323	8939808912	78288619,520	
Sum	120072		77989943927	6610416684	

Nøkkeltall

Nedbøyning i feltmidte

A - areal	120072 mm ²	Momentbidrag	6,166 mm
NA fra bunn	1142,422613 mm	Skjærbidrag	6,426 mm
I 2. arealmoment	84600360610 mm ⁴	Total nedbøyning	12,592 mm

BASISTVERRSNITTET**TOFELTSBJELKE**

Konservativ plate+shearlag	b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]	
Topplate	1776	10	2009,45	Spennlengde 10000 mm
Steg x2 øvre	1377,2	15	1320,85	Flytegrense fy 355 MPa
Bunnflenser x2	586	18,9	9,45	E 210000 MPa
Steg x2 nedre	315,2	15	167,05	G 81000 MPa
				y_max 1015,066 mm
				Skjærareal Av 60000 mm ²

Resultater**Kapasitetsberegninger**

	Areal [mm ²]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del	
Topplate	17760	994,384	17561082393	148000,000	Kapasitet q 1601,322 kN/m
Steg x2 øvre	41316	305,784	3863207099	6530268689,120	
Bunnflenser x2	22150,8	1005,616	22400293165	659373,939	
Steg x2 nedre	9456	-848,016	6800102856	78288619,52	
Sum	90682,8		50624685514	6609364683	

Nøkkeltall**Nedbøyning i feltmidte**

A - areal	90682,8 mm ²	Momentbidrag	6,939 mm
NA fra bunn	1015,066 mm	Skjærbidrag	4,893 mm
I 2. arealmoment	57234050197 mm ⁴	Total nedbøyning	11,832 mm

BASISTVERRSNITTET**TOFELTSBJELKE**

Anbefalt plate+shearlag	b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]	
Topplate	1776	10	2012,3	Spennlengde 10000 mm
Steg x2 øvre	1377,2	15	1323,7	Flytegrense fy 355 MPa
Bunnflenser x2	586	24,6	12,3	E 210000 MPa
	315,2	15	169,9	G 81000 MPa
Steg x2 nedre				y_max 1068,383 mm
				Skjærareal Av 60000 mm ²

Resultater**Kapasitetsberegninger**

	Areal [mm ²]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del	
Topplate	17760	1063,383	20082697864	148000,000	Kapasitet q 1688,689 kN/m
Steg x2 øvre	41316	374,783	5803327637	6530268689,120	
Bunnflenser x2	28831,2	936,617	25292232724	1453957,416	
Steg x2 nedre	9456	-779,017	5738544959	78288619,52	
Sum	97363,2		56916803183	6610159266	

Nøkkeltall**Nedbøyning i feltmidte**

A - areal	97363,2 mm ²	Momentbidrag	6,593 mm
NA fra bunn	948,917 mm	Skjærbidrag	5,160 mm
I 2. arealmoment	63526962449 mm ⁴	Total nedbøyning	11,753 mm

E Vedlegg eksempel 3

E.1 Reduksjon for shear lag

Støttemoment

Effektiv lengde for støttemomentet:

$$L_e = 0,25 (L_1 + L_2) = 0,25 \cdot (10000 + 10000) = 5000 \text{ mm}$$

Tverrsnittsparameteren – ingen langsgående stivere $\Rightarrow \alpha_0 = 1$

$$\kappa = \alpha_0 b_0 / L_e = 1 \cdot 1000 / 5000 = 0,2$$

Reduksjonsfaktoren for shear lag over indre opplager – $0,02 < \kappa \leq 0,70$

$$\beta_2 = \frac{1}{1 + 6,0 \left(\kappa - \frac{1}{2500 \kappa} \right) + 1,6 \kappa^2} = \frac{1}{1 + 6,0 \left(0,2 - \frac{1}{2500 \cdot 0,2} \right) + 1,6 \cdot 0,2^2} = 0,444$$

Feltmoment

Effektiv lengde for feltmomentet:

$$L_e = 0,85 L_1 = 0,85 \cdot 10000 = 8500 \text{ mm}$$

Tverrsnittsparameteren – ingen langsgående stivere $\Rightarrow \alpha_0 = 1$

$$\kappa = \alpha_0 b_0 / L_e = 1 \cdot 1000 / 8500 = 0,118$$

Reduksjonsfaktoren for shear lag i feltet:

$$\beta_1 = \frac{1}{1 + 6,4 \kappa^2} = \frac{1}{1 + 6,4 \cdot 0,118^2} = 0,918$$

Endeopplager

Reduksjonsfaktoren for shear lag ved endeopplager:

$$\beta_0 = (0,55 + 0,025/\kappa) \beta_1 = (0,55 + 0,025/0,118) \cdot 0,918 = 0,699$$

E.2 Plateknekking

Rent trykk i bunnen. Steget er i tverrsnittsklasse 3.

Tabell E.1: Oversikt over tverrsnittselementer

Tverrsnittsdeler	c [mm]	t [mm]	c/t
Intern platedel	1985	20	99,25
Utstikkende flens	992,5	20	49,63
Steg	980	15	65,33

Internt element

Øvre grense for tverrsnittsklasse 3: $c/t \leq 42 \varepsilon = 42 \cdot 0,81 = 34,02$

Kontroll: $c/t = 99,25 \Rightarrow$ elementet er i tverrsnittsklasse 4

Spenningsfordeling over elementet

$$\psi = \sigma_1/\sigma_2 = 1 \Rightarrow k_\sigma = 4,0$$

Beregning av reduksjonsfaktoren:

$$\bar{\lambda}_p = \frac{c/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} = \frac{1985/20}{28,4 \cdot 0,81 \cdot \sqrt{4}} = 2,157$$

$$\bar{\lambda}_p > 0,673 \Rightarrow \rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} = \frac{2,157 - 0,055(3 + 1)}{2,157^2} = 0,416$$

Effektiv bredde av elementet:

$$b_{eff} = \rho \bar{b} = 0,416 \cdot 1985 = 826 \text{ mm}$$

Legger til tykkelsen av steget, $t_w/2$ til hver side av elementet, ved beregning av tverrsnittsparemetre.

E.3 Beregning av plastisk momentkapasitet

E.3.1 Reduksjon for plateknekking alene

Finner plastisk nøytralakse:

$$841 \cdot 20 + 2 \cdot 1000 \cdot 15 + 4000 \cdot x = 4000 \cdot (20 - x)$$

$$x = 4,15 \text{ mm}$$

Plastisk motstandsmoment:

$$W_{eff,pl} = 1004,15 \cdot 841 \cdot 20 + 2 \cdot 15 \cdot 1000 \cdot 504,15 + 4000 \cdot 4,15^2 \cdot 0,5 + 4000 \cdot 15,85^2 \cdot 0,5 = 32551193,0 \text{ mm}^3$$

Plastisk momentkapasitet:

$$M_{pl,Rk} = f_y \cdot W_{eff,pl} = 355 \cdot 32551193,0 = 11555,7 \text{ kNm}$$

E.3.2 Reduksjon etter konservativ metode, plateknekking og shear lag

Finner plastisk nøytralakse:

$$841 \cdot 11,85 + 15 \cdot x \cdot 2 = 1776 \cdot 20 + 15 \cdot (1000 - x) \cdot 2$$

$$x = 935,3 \text{ mm}$$

Plastisk motstandsmoment:

$$W_{eff,pl} = 935,3 \cdot 841 \cdot 11,85 + 935,3^2 \cdot 15 + 1776 \cdot 20 \cdot 64,7 + 64,7^2 \cdot 15 = 24276772,7 \text{ mm}^3$$

Plastisk momentkapasitet:

$$M_{pl,Rk} = f_y \cdot W_{eff,pl} = 355 \cdot 24276772,7 = 8618,3 \text{ kNm}$$

E.3.3 Reduksjon etter anbefalt metode, plateknekking og shear lag

Finner plastisk nøytralakse:

$$841 \cdot 17 + 15 \cdot x \cdot 2 = 1776 \cdot 20 + 15 \cdot (1000 - x) \cdot 2$$
$$x = 853,7 \text{ mm}$$

Plastisk motstandsmoment:

$$W_{eff,pl} = 853,7 \cdot 841 \cdot 17 + 853,7^2 \cdot 15 + 1776 \cdot 20 \cdot 146,3 + 146,3^2 \cdot 15 = 28976091,0 \text{ mm}^3$$

Plastisk momentkapasitet:

$$M_{pl,Rk} = f_y \cdot W_{eff,pl} = 355 \cdot 28976091,0 = 10286,5 \text{ kNm}$$

E.4 Utregning av kapasiteter i henhold til standard

Kapasiteter er beregnet i Excel etter prøv-og-feil-metoden.

Anbefalt plate og shear lag									
fy	355 N/mm ²		Weff	2.1E+07 mm ³					
y_{max}	641.4 mm		Md	7496.84 kNm					
leff	1.355E+10 mm ⁴								
Lengde	10 m								
q	Med	Mpl,Rk	Ved	Vbw,Rk	ny1	ny3	Mf,Rk	Med > Mf,Rk	Interak.
600	7500.00	10286.50	3750.00	5357.40	0.73	0.70	2493.06	Ok	0.85
653	8162.50	10286.50	4081.25	5357.40	0.79	0.76	2493.06	Ok	1.00

Shear lag						
y_{max}	616.6 mm		Weff	2.4E+07 mm ³		
leff	1.487E+10 mm ⁴					
q	Ved	Vpl	rho	red fy	Med	fy
500	3125.00	6150.00	0.00	354.91	6250.00	259.08
600	3750.00	6150.00	0.05	337.89	7500.00	310.89
631	3943.75	6150.00	0.08	326.66	7887.50	326.96

Brutto						
y_{max}	643.3 mm		Weff	4.6E+07 mm ³		
leff	2.984E+10 mm ⁴					
q	Ved	Vpl	rho	red fy	Med	fy
500	3125.00	12300.00	0.24	269.11	6250.00	134.75
1200	7500.00	12300.00	0.05	337.89	15000.00	323.40
1233	7706.25	12300.00	0.06	332.27	15412.50	332.30

Konservativ plate og shear lag									
fy	355 N/mm ²		Weff	1.7E+07 mm ³					
y_{max}	679.9 mm		Md	5981.46 kNm					
leff	1.146E+10 mm ⁴								
Lengde	10 m								
q	Med	Mpl,Rk	Ved	Vbw,Rk	ny1	ny3	Mf,Rk	Med > Mf,Rk	Interak.
600	7500.00	8618.30	3750.00	5357.40	0.87	0.70	1639.71	Ok	1.00
601	7512.50	8618.30	3756.25	5357.40	0.87	0.70	1639.71	Ok	1.00

Plate alene									
fy	355 N/mm ²		Weff	2.5E+07 mm ³					
y_{max}	759.1 mm		Md	8810.4 kNm					
leff	1.884E+10 mm ⁴								
Lengde	10 m								
q	Med	Mpl,Rk	Ved	Vbw,Rk	ny1	ny3	Mf,Rk	Med > Mf,Rk	Interak.
600	7500.00	11555.70	3750.00	5357.40	0.65	0.70	3450.60	Ok	0.76
670	8375.00	11555.70	4187.50	5357.40	0.72	0.78	3450.60	Ok	0.95
688	8600.00	11555.70	4300.00	5357.40	0.74	0.80	3450.60	Ok	1.00

	A	B	C	D	E
1					
2	Anbefalt plate og shear lag				
3	fy	355	N/mm ²	Weff	=B5/B4
4	y_{max}	641.4	mm	Md	=E3*355/1000000
5	I_{eff}	13545002015	mm ⁴		
6	Lengde	10	m		
7					
8	q	Med	Mpl,Rk	Ved	Vbw,Rk
9	600	=0.125*A9*B\$6^2	10286.5	=0.625*A9*B\$6	5357.4
10	653	=0.125*A10*B\$6^2	=C9	=0.625*A10*B\$6	=E9
11					
12	Shear lag				
13	y_{max}	616.6	mm	Weff	=B14/B13
14	I_{eff}	14874917210	mm ⁴	Md	=E13*355/1000000
15					
16	q	Ved	Vpl	rho	red fy
17	500	=0.625*A17*B\$6	=30000*205/1000	=(2*B17/C17-1)^2	=355*(1-D17)
18	600	=0.625*A18*B\$6	=30000*205/1000	=(2*B18/C18-1)^2	=355*(1-D18)
19	631	=0.625*A19*B\$6	=30000*205/1000	=(2*B19/C19-1)^2	=355*(1-D19)
20					
21	Brutto				
22	y_{max}	643.3	mm	Weff	=B23/B22
23	I_{eff}	29837333333	mm ⁴	Md	=E22*355/1000000
24					
25	q	Ved	Vpl	rho	red fy
26	500	=0.625*A26*B\$6	=60000*205/1000	=(2*B26/C26-1)^2	=355*(1-D26)
27	1200	=0.625*A27*B\$6	=60000*205/1000	=(2*B27/C27-1)^2	=355*(1-D27)
28	1233	=0.625*A28*B\$6	=60000*205/1000	=(2*B28/C28-1)^2	=355*(1-D28)
29					
30	Konservativ plate og shear lag				
31	fy	355	N/mm ²	Weff	=B33/B32
32	y_{max}	679.9	mm	Md	=E31*355/1000000
33	I_{eff}	11455754386	mm ⁴		
34	Lengde	10	m		
35					
36	q	Med	Mpl,Rk	Ved	Vbw,Rk
37	600	=0.125*A37*B\$6^2	8618.3	=0.625*A37*B\$6	5357.4
38	601	=0.125*A38*B\$6^2	=C37	=0.625*A38*B\$6	=E37
39					
40	Plate alene				
41	fy	355	N/mm ²	Weff	=B43/B42
42	y_{max}	759.1	mm	Md	=E41*355/1000000
43	I_{eff}	18839373052	mm ⁴		
44	Lengde	10	m		
45					
46	q	Med	Mpl,Rk	Ved	Vbw,Rk
47	600	=0.125*A47*B\$6^2	11555.7	=0.625*A47*B\$6	5357.4
48	670	=0.125*A48*B\$6^2	=C47	=0.625*A48*B\$6	=E47
49	688	=0.125*A49*B\$6^2	=C48	=0.625*A49*B\$6	=E48

	F	G	H	I	J
1					
2					
3	mm^3				
4	kNm				
5					
6					
7					
8	ny1	ny3	Mf,Rk	Med > Mf,Rk	Interak.
9	=B9/C9	=D9/E9	=B\$3*413.1*17*1000/1000000	Ok	=F9+(1-(H9/C9))*(2*G9-1)^2
10	=B10/C10	=D10/E10	=B\$3*413.1*17*1000/1000000	Ok	=F10+(1-(H10/C10))*(2*G10-1)^2
11					
12					
13	mm^3				
14	kNm				
15					
16	Med	fy			
17	=0.125*A17*B\$6^2	=F17*10^6*B\$13/B\$14			
18	=0.125*A18*B\$6^2	=F18*10^6*B\$13/B\$14			
19	=0.125*A19*B\$6^2	=F19*10^6*B\$13/B\$14			
20					
21					
22	mm^3				
23	kNm				
24					
25	Med	fy			
26	=0.125*A26*B\$6^2	=F26*10^6*B\$22/B\$23			
27	=0.125*A27*B\$6^2	=F27*10^6*B\$22/B\$23			
28	=0.125*A28*B\$6^2	=F28*10^6*B\$22/B\$23			
29					
30					
31	mm^3				
32	kNm				
33					
34					
35					
36	ny1	ny3	Mf,Rk	Med > Mf,Rk	Interak.
37	=B37/C37	=D37/E37	=B\$3*271.7*17*1000/1000000	Ok	=F37+(1-(H37/C37))*(2*G37-1)^2
38	=B38/C38	=D38/E38	=B\$3*271.7*17*1000/1000000	Ok	=F38+(1-(H38/C38))*(2*G38-1)^2
39					
40					
41	mm^3				
42	kNm				
43					
44					
45					
46	ny1	ny3	Mf,Rk	Med > Mf,Rk	Interak.
47	=B47/C47	=D47/E47	=B\$3*486*20*1000/1000000	Ok	=F47+(1-(H47/C47))*(2*G47-1)^2
48	=B48/C48	=D48/E48	=B\$3*486*20*1000/1000000	Ok	=F48+(1-(H48/C48))*(2*G48-1)^2
49	=B49/C49	=D49/E49	=B\$3*486*20*1000/1000000	Ok	=F49+(1-(H49/C49))*(2*G49-1)^2

E.5 Beregninger for nedbøyning

Nedbøyninger er beregnet i Mathematica basert på q funnet fra interaksjonsformler.

Kassetverrsnitt, midtstøtte

Brutto

$$q_{\text{brutto}} = 1233$$

1233

$$w_{\text{moment}} =$$

$$(1 / 192) * q_{\text{brutto}} * L^4 / (EE * H) / . L \rightarrow 10\ 000 / . H \rightarrow 2.9837 \times 10^{10} / . EE \rightarrow 210\ 000$$

10.2491

$$\delta_{\text{bskjaer}} = 0.1485 * q_{\text{brutto}} * L^2 / (G * Av) / . L \rightarrow 10\ 000 / . G \rightarrow 81\ 000 / . Av \rightarrow 30\ 000$$

7.535

$$\delta_{\text{tot}} = w_{\text{moment}} + \delta_{\text{bskjaer}}$$

17.7841

Netto shearlag

$$q_{\text{shearnetto}} = 631$$

631

$$w_{\text{moment}} =$$

$$(1 / 192) * q_{\text{shearnetto}} * L^4 / (EE * H) / . L \rightarrow 10\ 000 / . H \rightarrow 1.4875 \times 10^{10} / . EE \rightarrow 210\ 000$$

10.5209

$$\delta_{\text{nskjaer}} = 0.1485 * q_{\text{shearnetto}} * L^2 / (G * Av) / . L \rightarrow 10\ 000 / . G \rightarrow 81\ 000 / . Av \rightarrow 30\ 000$$

3.85611

$$\delta_{\text{tot}} = w_{\text{moment}} + \delta_{\text{nskjaer}}$$

14.377

Plate + shearlag anbefalt

$$q_{\text{shearplateanb}} = 653$$

653

$$wamoment = (1 / 192) * qshearplateanb * L^4 / (EE * H) /. L \rightarrow 10\ 000 /.$$

$$H \rightarrow 1.3545 \times 10^{10} /. EE \rightarrow 210\ 000$$

11.9568

$$\delta askjaer = 0.1485 * qshearplateanb * L^2 / (G * Av) /. L \rightarrow 10\ 000 /. G \rightarrow 81\ 000 /. Av \rightarrow 30\ 000$$

3.99056

$$\delta atot = wamoment + \delta askjaer$$

15.9473

Plate + shearlag konservativ

$$qshearplatekons = 601$$

601

$$wkmoment = (1 / 192) * qshearplatekons * L^4 / (EE * H) /. L \rightarrow 10\ 000 /.$$

$$H \rightarrow 1.1456 \times 10^{10} /. EE \rightarrow 210\ 000$$

13.0113

$$\delta kskjaer =$$

$$0.1485 * qshearplatekons * L^2 / (G * Av) /. L \rightarrow 10\ 000 /. G \rightarrow 81\ 000 /. Av \rightarrow 30\ 000$$

3.67278

$$\delta ktot = wkmoment + \delta kskjaer$$

16.6841

Plate alene

$$qshearplatealene = 688$$

688

$$wpamoment = (1 / 192) * qshearplatealene * L^4 / (EE * H) /. L \rightarrow 10\ 000 /.$$

$$H \rightarrow 1.8839 \times 10^{10} /. EE \rightarrow 210\ 000$$

9.05754

$$\delta paskjaer =$$

$$0.1485 * qshearplatealene * L^2 / (G * Av) /. L \rightarrow 10\ 000 /. G \rightarrow 81\ 000 /. Av \rightarrow 30\ 000$$

4.20444

$$\delta patot = wpamoment + \delta paskjaer$$

13.262

E.6 Beregning av tverrsnittsparmetre

Tverrsnittsparmetre for tverrsnittet etter ulike reduksjonsvarianter er beregnet i Excel. Celleformler er vist kun for bruttotverrsnittet, da dette viser prinsippet for alle beregningene. Der det var nødvendig å utvide antall linjer med inndata, ble formlene modifisert til å inkludere disse.

Tverrsnittet i Abaqus ble tegnet med senterlinjer, som deretter ble gitt en tykkelse. Dette gir overlapp av materiale i forbindelsespunktene mellom steg og flenser. Det er tatt hensyn til disse overlappene ved beregning av tverrsnittsparmetrene.

Vedlagte regneark i gitt rekkefølge:

- Bruttotverrsnittet
- Celleformler for bruttotverrsnittet
- Tverrsnittsreduksjoner for shear lag alene
- Tverrsnittsreduksjoner for plateknekking alene
- Tverrsnittsreduksjoner etter konservativ metode, shear lag og plateknekking
- Tverrsnittsreduksjoner etter anbefalt metode, shear lag og plateknekking

KASSETVERRSNITTET

TOFELTSBJELKE

	b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]	
Brutto				
Topplate	4000	20	1010	Spennlengde 10000 mm
Steg x2	1000	15	510	Flytegrense fy 355 MPa
Bunnplate	2000	20	10	E 210000 MPa
				G 81000 MPa
				Y_max 643,333 mm
				Skjærareal Av 30000 mm ²

Resultater

Kapasitetsberegninger

	Areal [mm ²]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del	
Topplate	80000	366,667	10755555556	2666666,667	Kapasitet q 1317,171 kN/m
Steg x2	30000	133,333	5333333333,3	2500000000	
Bunnplate	40000	633,333	16044444444	1333333,333	
Sum	150000		273333333333	2504000000	

Nøkkeltall

Nedbøyning i feltmidte

A - areal	150000 mm ²	Momentbidrag	10,949 mm
NA fra bunn	643,333 mm	Skjærbidrag	8,049 mm
I 2. arealmoment	29837333333 mm ⁴	Total nedbøyning	18,998 mm

	A	B	C	D	E	F	G
1	KASSETVERRSNITTET						
2	Brutto		b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]		
3	Topplate		4000	20	1010		
4	Steg x2		1000	15	510		
5	Bunnplate		2000	20	10		
6							
7							
8							
9							
10	Resultater						
11		Areal [mm^2]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del		
12	Topplate	=C3*D3	=E3-B19	=B12*C12^2	=1/12*C3*D3^3		
13	Steg x2	=2*C4*D4	=B19-E4	=B13*C13^2	=1/12*D4*C4^3*2		
14	Bunnplate	=C5*D5	=B19-E5	=B14*C14^2	=1/12*C5*D5^3		
15							
16	Sum	=SUM(B12:B14)		=SUM(D12:D14)	=SUM(E12:E14)		
17	Nøkkeltall						
18	A - areal	=B16	mm^2				
19	NA fra bunn	=(B12*E3+B13*E4+B14*E5)/B18	mm				
20	I 2. arealmoment	=D16+E16	mm^4				

	H	I	J
1	TOFELTSBJELKE		
2			
3	Spennlengde	10000	mm
4	Flytegrense fy	355	MPa
5	E	210000	MPa
6	G	81000	MPa
7	y_max	=B19	mm
8	Skjærareal Av	=C4*D4*2	mm^2
9			
10	Kapasitetsberegninger		
11			
12	Kapasitet q	=8*B20*14/B19/13^2	kN/m
13			
14			
15			
16			
17	Nedbøyning i feltmidte		
18	Momentbidrag	=1/192*112*13^4/15/B20	mm
19	Skjærbidrag	=0,1485*112*13^2/16/18	mm
20	Total nedbøyning	=118+119	mm

BASISTVERRSNITTET**TOFELTSBJELKE**

Netto shearlag					
Topplate	b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]		Spennlengde
Steg x2	1776	20	1010		10000 mm
Bunnplate	1000	15	510		Flytegrense fy
	888	20	10		355 MPa
					E
					210000 MPa
					G
					81000 MPa
					y_max
					616,628 mm
					Skjærareal Av
					30000 mm^2

Resultater**Kapasitetsberegninger**

	Areal [mm^2]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del	Kapasitet q
Topplate	35520	393,372	5496412394	1184000,000	685,093 kN/m
Steg x2	30000	106,628	341087460,2	25000000000	
Bunnplate	17760	606,628	6535641356	5920000	
Sum	83280		12373141210	2501776000	

Nøkkeltall**Nedbøyning i feltmidte**

A - areal	83280 mm^2	Momentbidrag	11,423 mm
NA fra bunn	616,628 mm	Skjærbidrag	4,187 mm
I 2. arealmoment	14874917210 mm^4	Total nedbøyning	15,610 mm

KASSETVERRSNITTET**TOFELTSBJELKE**

Plateknekkning	b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]	
Topplate	4000	20	1010	Spennlengde 10000 mm
Steg x2	1000	15	510	Flytegrense fy 355 MPa
Bunnplate	841	20	10	E 210000 MPa
				G 81000 MPa
				y_max 759,093 mm
				Skjærareal Av 30000 mm ²

Resultater**Kapasitetsberegninger**

	Areal [mm ²]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del	Kapasitet q
Topplate	80000	250,907	5036337664	26666666,667	704,839 kN/m
Steg x2 øvre	30000	-249,093	1861422713	2500000000,000	
Bunnflenser x2	16820	749,093	9438385342	560666,667	
Sum	126820		16336145718	2503227333	

Nøkkeltall**Nedbøyning i feltmidte**

A - areal	126820 mm ²	Momentbidrag	9,279 mm
NA fra bunn	759,093203 mm	Skjærbidrag	4,307 mm
I 2. arealmoment	18839373052 mm ⁴	Total nedbøyning	13,586 mm

KASSETVERRSNITTET**TOFELTSBJELKE**

Konservativ plate+shearlag	b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]	
Topplate	1776	20	1005,59	Spennlengde 10000 mm
Steg x2	1000	15	505,59	Flytegrense fy 355 MPa
Bunnplate	841	11,18	5,59	E 210000 MPa
				G 81000 MPa
				y_max 679,888 mm
				Skjærareal Av 30000 mm^2

Resultater**Kapasitetsberegninger**

	Areal [mm^2]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del	
Topplate	35520	325,702	3768028674	1184000,000	Kapasitet q 478,525 kN/m
Steg x2 øvre	30000	-174,298	911392250,2	2500000000,000	
Bunnplate	9402,38	674,298	4275051526	97935,503	
Sum	74922,38		8954472450	2501281936	

Nøkkeltall**Nedbøyning i feltmidte**

A - areal	74922,38 mm^2	Momentbidrag	10,360 mm
NA fra bunn	679,888 mm	Skjærbidrag	2,924 mm
I 2. arealmoment	11455754386 mm^4	Total nedbøyning	13,284 mm

KASSETVERRSNITTET**TOFELTSBJELKE**

Anbefalt plate+shearlag	b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]	
Topplate	1776	20	1008,5	Spennlengde 10000 mm
Steg x2	1000	15	508,5	Flytegrense fy 355 MPa
Bunnplate	841	17	8,5	E 210000 MPa
				G 81000 MPa
				y_max 641,448 mm
				Skjærareal Av 30000 mm^2

Resultater**Kapasitetsberegninger**

	Areal [mm^2]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del	Kapasitet q
Topplate	35520	367,052	4785512539	1184000,000	599,703 kN/m
Steg x2 øvre	30000	-132,948	530254070,2	2500000000,000	
Bunnflenser x2	14297	632,948	5727707087	344319,417	
Sum	79817		11043473696	2501528319	

Nøkkeltall**Nedbøyning i feltmidte**

A - areal	79817 mm^2	Momentbidrag	10,981 mm
NA fra bunn	641,448 mm	Skjærbidrag	3,665 mm
I 2. arealmoment	13545002015 mm^4	Total nedbøyning	14,646 mm

F Vedlegg eksempel 4

F.1 Reduksjon for shear lag

Feltmoment

Effektiv lengde settes til lengden mellom momentnullpunktene:

$$L_e = L = 10000 \text{ mm}$$

Tverrsnittsparemeteren – ingen langsgående stivere $\Rightarrow \alpha_0 = 1$:

$$\kappa = \alpha_0 b_0 / L_e = 1 \cdot 1000 / 10000 = 0,1$$

Reduksjonsfaktoren for shear lag i feltet:

$$\beta_1 = \frac{1}{1 + 6,4 \kappa^2} = \frac{1}{1 + 6,4 \cdot 0,1^2} = 0,940$$

Endeopplager

Reduksjonsfaktoren for shear lag ved endeopplager:

$$\beta_0 = (0,55 + 0,025/\kappa) \beta_1 = (0,55 + 0,025/0,1) \cdot 0,940 = 0,752$$

F.2 Plateknekking

Rent trykk i topp. Steget er i tverrsnittsklasse 3.

Tabell F.1: Oversikt over tverrsnittselementer

Tverrsnittsdel	c [mm]	t [mm]	c/t
Intern platedel	1985	20	99,25
Utstikkende flens	992,5	20	49,63
Steg	980	15	65,33

Internt element

Øvre grense for tverrsnittsklasse 3: $c/t \leq 42\varepsilon = 42 \cdot 0,81 = 34,02$

Kontroll: $c/t = 99,25 \Rightarrow$ elementet er i tverrsnittsklasse 4

Spenningsfordeling over elementet: $\psi = \sigma_1/\sigma_2 = 1 \Rightarrow k_\sigma = 4,0$

Beregning av reduksjonsfaktoren:

$$\bar{\lambda}_p = \frac{c/t}{28,4\varepsilon\sqrt{k_\sigma}} = \frac{1985/20}{28,4 \cdot 0,81 \cdot \sqrt{4}} = 2,157$$

$$\bar{\lambda}_p > 0,673 \Rightarrow \rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} = \frac{2,157 - 0,055(3 + 1)}{2,157^2} = 0,416$$

Effektiv bredde av elementet:

$$b_{eff} = \rho \bar{b} = 0,416 \cdot 1985 = 825,8 \text{ mm}$$

Effektivt areal av elementtverrsnittet:

$$A_{c,eff} = (b_{eff} + t_w)t_f = (825,8 + 15) \cdot 20 = 16816 \text{ mm}^2$$

Utstikkende flens

Øvre grense for tverrsnittsklasse 3: $c/t \leq 14\varepsilon = 14 \cdot 0,81 = 11,34$

Kontroll: $c/t = 49,63 \Rightarrow$ elementet er i tverrsnittsklasse 4

Spenningsfordeling over elementet: $\psi = \sigma_1/\sigma_2 = 1 \Rightarrow k_\sigma = 0,43$

Beregning av reduksjonsfaktoren:

$$\bar{\lambda}_p = \frac{c/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} = \frac{992,5/20}{28,4 \cdot 0,81 \cdot \sqrt{0,43}} = 3,29$$

$$\bar{\lambda}_p > 0,748 \Rightarrow \rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,188}{\bar{\lambda}_p^2} = \frac{3,29 - 0,188}{3,29^2} = 0,287$$

Effektiv bredde av elementet:

$$b_{eff} = \rho c = 0,287 \cdot 992,5 = 284,8 \text{ mm}$$

Effektivt areal av elementtverrsnittet:

$$A_{c,eff} = (b_{eff} + t_w/2)t_f = (284,8 + 7,5) \cdot 20 = 5846 \text{ mm}^2$$

Steget

Spenningsfordelingen er lineær med strekk i bunn og trykk i topp:

$$\psi = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = -\frac{1}{(1020 - 643,3)} \cdot 643,3 = -1,708$$

Øvre grense for tverrsnittsklasse 3 – $\psi \leq -1$

$$c/t \leq 62 \varepsilon (1 - \psi) \sqrt{(-\psi)} = 62 \cdot 0,81 (1 + 1,708) \sqrt{1,708} = 177,73$$

Kontroll: $c/t = 65,33 \Rightarrow$ elementet er i tverrsnittsklasse 3 eller lavere og reduksjon for lokal plateknekking er ikke aktuelt

F.3 Interaksjon mellom shear lag og plateknekking, konservativ metode

Internt element

Effektivt areal av elementet etter reduksjon for plateknekking $A_{c,eff} = 16816 \text{ mm}^2$ Tverrsnittsparemetere

$$\alpha_0^* = \sqrt{\frac{A_{c,eff}}{b_f t_f}} = \sqrt{\frac{16816}{2000 \cdot 20}} = 0,648$$

$$\kappa = \alpha_0^* \frac{b_0}{L_e} = 0,648 \frac{1000}{10000} = 0,0648$$

Reduksjonsfaktore for shear lag i feltet

$$\beta_{ult} = \frac{1}{1 + 6,4 \kappa^2} = \frac{1}{1 + 6,4 \cdot 0,0648^2} = 0,974$$

Effektiv tykkelse av elementet

$$t_{eff} = \beta_{ult} t_f = 0,974 \cdot 20 = 19,5 \text{ mm}$$

Utstikkende flens

Effektivt areal av elementet etter reduksjon for plateknekking $A_{c,eff} = 5846 \text{ mm}^2$

Tverrsnittsparemetere

$$\alpha_0^* = \sqrt{\frac{A_{c,eff}}{b_f t_f}} = \sqrt{\frac{5846}{1000 \cdot 20}} = 0,541$$

$$\kappa = \alpha_0^* \frac{b_0}{L_e} = 0,541 \frac{1000}{10000} = 0,0541$$

Reduksjonsfaktore for shear lag i feltet

$$\beta_{ult} = \frac{1}{1 + 6,4 \kappa^2} = \frac{1}{1 + 6,4 \cdot 0,0541^2} = 0,982$$

Effektiv tykkelse av elementet

$$t_{eff} = \beta_{ult} t_f = 0,982 \cdot 20 = 19,6 \text{ mm}$$

F.4 Beregning av tverrsnittsparmetre

Tverrsnittsparmetre for tverrsnittet etter ulike reduksjonsvarianter er beregnet i Excel. Celleformler er vist kun for bruttotverrsnittet, da dette viser prinsippet for alle beregningene. Der det var nødvendig å utvide antall linjer med inndata, ble formlene modifisert til å inkludere disse.

Tverrsnittet i Abaqus ble tegnet med senterlinjer, som deretter ble gitt en tykkelse. Dette gir overlapp av materiale i forbindelsespunktene mellom steg og flenser. Det er tatt hensyn til disse overlappene ved beregning av tverrsnittsparmetrene.

Vedlagte regneark i gitt rekkefølge:

- Bruttotverrsnittet
- Celleformler for bruttotverrsnittet
- Tverrsnittsreduksjoner for shear lag alene
- Tverrsnittsreduksjoner for plateknekking alene
- Tverrsnittsreduksjoner etter konservativ metode, shear lag og plateknekking
- Tverrsnittsreduksjoner etter anbefalt metode, shear lag og plateknekking

KASSETVERRSNITTET**FRITT OPPLAGT BJELKE**

Brutto	b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]	
Topplate	4000	20	1010	Lengde 10000 mm
Steg x2	1000	15	510	Flytegrense fy 355 MPa
Bunnplate	2000	20	10	E 210000 MPa
				G 81000 MPa
				y_max 643,333 mm
				Skjærareal Av 30000 mm ²

Resultater**Kapasitetsberegninger**

	Areal [mm ²]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del	
Topplate	80000	366,667	10755555556	2666666,667	Kapasitet q 1317,171 kN/m
Steg x2	30000	133,333	5333333333,3	2500000000	
Bunnplate	40000	633,333	16044444444	1333333,333	
Sum	150000		273333333333	2504000000	

Nøkkeltall**Nedbøyning i feltmidte**

A - areal	150000 mm ²	Momentbidrag	27,372 mm
NA fra bunn	643,333 mm	Skjærbidrag	6,776 mm
I 2. arealmoment	29837333333 mm ⁴	Total nedbøyning	34,147 mm

	A	B	C	D	E	F	G
1	KASSETVERRSNITTET						
2	Brutto		b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]		
3	Topplate		4000	20	1010		
4	Steg x2		1000	15	510		
5	Bunnplate		2000	20	10		
6							
7							
8							
9							
10	Resultater						
11		Areal [mm^2]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del		
12	Topplate	=C3*D3	=E3-B19	=B12*C12^2	=1/12*C3*D3^3		
13	Steg x2	=2*C4*D4	=B19-E4	=B13*C13^2	=1/12*D4*C4^3*2		
14	Bunnplate	=C5*D5	=B19-E5	=B14*C14^2	=1/12*C5*D5^3		
15							
16	Sum	=SUM(B12:B14)		=SUM(D12:D14)	=SUM(E12:E14)		
17	Nøkkeltall						
18	A - areal	=B16	mm^2				
19	NA fra bunn	=(B12*E3+B13*E4+B14*E5)/B18	mm				
20	I 2. arealmoment	=D16+E16	mm^4				

	H	I	J
1	FRITT OPPLAGT BJELKE		
2			
3	Lengde	10000	mm
4	Flytegrense fy	355	MPa
5	E	210000	MPa
6	G	81000	MPa
7	y_max	=B19	mm
8	Skjærareal Av	=C4*D4*2	mm^2
9			
10	Kapasitetsberegninger		
11			
12	Kapasitet q	=8*B20*14/B19/13^2	kN/m
13			
14			
15			
16			
17	Nedbøyning i feltmidte		
18	Momentbidrag	=5/384*12*13^4/15/B20	mm
19	Skjærbidrag	=1/8*12*13^2/16/18	mm
20	Total nedbøyning	=18+19	mm

KASSETVERRSNITTET**FRITT OPPLAGT BJELKE**

Netto shearlag					
Topplate	b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]		Lengde
Steg x2	3760	20	1010		10000 mm
Bunnplate	1000	15	510		Flytegrense fy
	1880	20	10		355 MPa
					E
					210000 MPa
					G
					81000 MPa
					y_max
					641,653 mm
					Skjærareal Av
					30000 mm ²

Resultater**Kapasitetsberegninger**

	Areal [mm ²]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del	Kapasitet q
Topplate	75200	368,347	10203118110	25066666,667	1249,422 kN/m
Steg x2	30000	131,653	519972695	2500000000	
Bunnplate	37600	631,653	15001839167	12533333,333	
Sum	142800		25724929972	2503760000	

Nøkkeltall**Nedbøyning i feltmidte**

A - areal	142800 mm ²	Momentbidrag	27,443 mm
NA fra bunn	641,653 mm	Skjærbidrag	6,427 mm
I 2. arealmoment	28228689972 mm ⁴	Total nedbøyning	33,870 mm

KASSETVERRSNITTET**FRITT OPPLAGT BJELKE**

Plateknekkning	b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]	
Topplate	1425,4	20	1010	Lengde 10000 mm
Steg x2	1000	15	510	Flytegrense fy 355 MPa
Bunnplate	2000	20	10	E 210000 MPa
				G 81000 MPa
				y_max 568,330 mm
				Skjærareal Av 30000 mm ²

Resultater**Kapasitetsberegninger**

	Areal [mm ²]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del	
Topplate	28508	558,330	8886876108	950266,667	Kapasitet q 964,145 kN/m
Steg x2	30000	58,330	102072674,6	2500000000,000	
Bunnplate	40000	441,670	7802885384	1333333,333	
Sum	98508		16791834166	2502283600	

Nøkkeltall**Nedbøyning i feltmidte**

A - areal	98508 mm ²	Momentbidrag	30,984 mm
NA fra bunn	451,6697121 mm	Skjærbidrag	4,960 mm
I 2. arealmoment	19294117766 mm ⁴	Total nedbøyning	35,944 mm

KASSETVERRSNITTET**FRITT OPPLAGT BJELKE**

Konservativ plate+shearlag	b [mm]	t [mm]	y over bunn [mm]	
Topplate midt	840,8	19,5	1010	Lengde 10000 mm
Steg x2	1000	15	510	Flytegrense fy 355 MPa
Bunnplate	1880	20	10	E 210000 MPa
Topplate flens x2	292,3	19,6	1010	G 81000 MPa
				y_max 560,852 mm
				Skjærareal Av 30000 mm^2

Resultater**Kapasitetsberegninger**

	Areal [mm^2]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del	Kapasitet q
Topplate midt	16395,6	551,052	4978662906	519535,575	942,703 kN/m
Steg x2	30000	51,052	78189671,06	2500000000,000	
Bunnplate	37600	448,948	7578436752	1253333,333	
Topplate flens x2	11458,16	551,052	3479367401	366813,895	
Sum	95453,76		16114656730	2502139683	

Nøkkeltall**Nedbøyning i feltmidte**

A - areal	95453,76 mm^2	Momentbidrag	31,397 mm
NA fra bunn	458,948 mm	Skjærbidrag	4,849 mm
I 2. arealmoment	18616796413 mm^4	Total nedbøyning	36,246 mm

KASSETVERRSNITTET**FRITT OPPLAGT BJELKE**

Anbefalt plate+shearlag		
Topplate	Lengde	10000 mm
Steg x2	Flytegrense fy	355 MPa
Bunnplate	E	210000 MPa
	G	81000 MPa
	Y_max	558,064 mm
	Skjærareal Av	30000 mm ²

Resultater**Kapasitetsberegninger**

	Areal [mm ²]	Avstand fra NA	Steinertillegg	I per del	Kapasitet q
Topplate	28365,46	548,114	8521801628	936083,818	955,281 kN/m
Steg x2	30000	48,114	69448344,61	2500000000,000	
Bunnplate	37600	451,886	7677960283	1253333,333	
Sum	95965,46		16269210255	2502189417	

Nøkkeltall**Nedbøyning i feltmidte**

A - areal	95965,46 mm ²	Momentbidrag	31,554 mm
NA fra bunn	461,886 mm	Skjærbidrag	4,914 mm
I 2. arealmoment	18771399673 mm ⁴	Total nedbøyning	36,468 mm