

Stiverplater og konsollplater med trekantform, oppførsel og kapasitet

Bjørn Grande Myrold
Eirik Skulstad

Bygg- og miljøteknikk

Innlevert: juni 2014

Hovedveileder: Arne Aalberg, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk



MASTEROPPGAVE 2014

FAGOMRÅDE: Stålkonstruksjoner	DATO: 10.6.2014	ANTALL SIDER: 132 (+12)
----------------------------------	--------------------	----------------------------

TITTEL:

Stiverplater og konsollplater med trekantform, oppførsel og kapasitet

Triangular stiffeners and bracket plates

UTFØRT AV:

Bjørn Grande Myrøld

Eirik Skulstad



SAMMENDRAG:

I denne oppgaven er det utført seks forsøk med konsoll for å avdekke oppførsel og kapasitet til trekantede stiverplater. Fire av konsollene hadde trekantplate av S355 konstruksjonsstål og to hadde høyfaste plater i Weldox 700. Ulike lastplasseringer ble prøvd.

Forsøksresultatene ble benyttet til å kalibrere en elementmodell. Denne gav 5-20 % ikke-konservativt avvik for konsollene med trekantplate i S355-stål og under 2 % avvik for konsollene med Weldox 700. Den kalibrerte modellen ble videre benyttet til å lage elementmodeller for andre geometrier enn de utprøvd i forsøk. Disse ble igjen brukt til å vurdere fire ulike beregningsmetoder utledet av Salmon, Martin, Robinson og Laustsen, og avdekket styrker og svakheter ved disse. Martins beregningsmetode ble vurdert som den beste, med konservative resultater og gyldighet for alle de 45 forskjellige modellene som ble analysert. Den hadde det laveste standardavviket og et gjennomsnittlig avvik på -19 % sammenlignet med elementmetodemodellene.

Supplerende analyser ble gjennomført for å undersøke betydningen av ulike høyde/ lengde-forhold, lastplassering, avkuttete hjørner, samt å legge en stiver langs randen. Det hadde liten effekt på kapasiteten å kutte vekk litt av hjørnene. Å øke høyden til konsollen gav høyere kapasitet for både den slanke og uslanke platen som ble undersøkt. Det viste seg imidlertid at økning av høyde utover høyde/lengde lik 1 var lite effektivt dersom materialbruk ble forsøkt optimalisert. En stiver langs randen gav betydelig økning i kapasitet.

FAGLÆRER: Førstemanuensis Arne Aalberg

VEILEDER(E): Førstemanuensis Arne Aalberg

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk (KT), NTNU



MASTEROPPGAVE VÅREN 2014

Bjørn Grande Myrold og Eirik Skulstad

Stiverplater og konsollplater med trekantform – oppførsel og kapasitet Triangular stiffeners and bracket plates

1. Bakgrunn

Stiverplater og braketter inngår i nærmest alle stålkonstruksjoner av noe størrelse, fra bygninger, rammer, fagverk, broer og skip. I enkelte konstruksjoner inngår de i store antall. Platene stabiliserer (stiver av) andre konstruksjonsdeler, eller de er direkte lastbærende ved krefter i sitt plateplan. For opplegg av kranbjelker på veggsøyler i industribygg brukes oftest trekantformede stiverplater, og utgjør da sammen med en flensplate en «krankonsoll». I denne utgjør den trekantformede platen en bærende «stegplate» for understøttelse av en horisontal flensplate hvor kranbjelken legges oppå.

Det finnes enkle dimensjoneringsregler (formler) for trekantede stiverplater. Reglene ble etablert på 1950-70 tallet, og baserte seg på enkle elastisitetsteoretiske løsninger og knekkingsbegrensninger. Treffsikkerheten til kapasitet beregnet fra disse reglene er usikker. Det er derfor ønskelig å undersøke nøyaktigheten ved hjelp av nye forsøk, og ved hjelp av studier med elementmetodeprogrammer som i dag muliggjør større parameterstudier og meget nøyaktige beregninger.

2. Gjennomføring

Opgaven kan gjennomføres med følgende aktiviteter:

- Det skal gjøres rede for beregningsmetoder og konstruksjonsregler for trekantformet (og modifiserte geometrier) av stiverplater og braketter (også kalt konsollplater). Her inngår diskusjon av de opprinnelige teoretiske og eksperimentelle undersøkelser, og nyere utførte arbeider.
- Det skal gis en kort oppsummering av et tidligere studentarbeid ved NTNU på området. Forsøkene fra dette arbeidet kan benyttes som utgangspunkt for kapasitetsberegning og parameterstudier.
- Det skal utføres numeriske simuleringer for aktuelle geometrier av typiske stiverplater i krankonsoller.

- Det skal velges geometri(er) for undersøkelse i forsøk i konstruksjonslaboratoriet, og gjennomføres forsøk under nøye kontrollerte forsøksbetingelser.
- På bakgrunn av nye og eldre forsøk og utførte elementmetodesimuleringer skal det konkluderes med hensyn på beregningsreglenes treffsikkerhet, og det skal sees på betydning av avvik fra perfekt geometri, som f.eks fra formfeil, egenspenninger, avvik i lastplassering, etc, og betydning av innspenning fra sveiser.
- Det kan foreslås forbedringer til eksisterende modeller/regler, eller alternative modeller.

Kandidatene kan i samråd med faglærer velge å konsentrere seg om enkelte av punktene i oppgaven, eller justere disse.

3. Rapporten

Oppgaven skal skrives som en teknisk rapport i et tekstbehandlingsprogram slik at figurer, tabeller og foto får god rapportkvalitet. Rapporten skal inneholde et sammendrag, evt. en liste over figurer og tabeller, en litteraturliste og opplysninger om andre relevante referanser og kilder. Oppgaver som skrives på norsk skal også ha et sammendrag på engelsk. Oppgaven skal leveres igjennom «DAIM».

Sammendraget skal ikke ha mer enn 450 ord og være egnet for elektronisk rapportering.

Masteroppgaven skal leveres innen 10. juni 2014.

Trondheim, 14. januar 2014

Arne Aalberg
Førsteamanuensis, Faglærer

Sammendrag

I denne oppgaven er det utført seks forsøk med konsoll for å avdekke oppførsel og kapasitet til trekantede stiverplater. Fire av konsollene hadde trekantplate av S355 konstruksjonsstål og to hadde høyfaste plater i Weldom 700. Ulike lastplasseringer ble prøvd.

Forsøksresultatene ble benyttet til å kalibrere en elementmodell. Denne gav 5-20 % ikke-konservativt avvik for konsollene med trekantplate i S355-stål og under 2 % avvik for konsollene med Weldom 700. Den kalibrerte modellen ble videre benyttet til å lage elementmodeller for andre geometrier enn de utprøvd i forsøk. Disse ble igjen brukt til å vurdere fire ulike beregningsmetoder utledet av Salmon, Martin, Robinson og Laustsen, og avdekket styrker og svakheter ved disse. Martins beregningsmetode ble vurdert som den beste, med konservative resultater og gyldighet for alle de 45 forskjellige modellene som ble analysert. Den hadde det laveste standardavviket og et gjennomsnittlig avvik på -19 % sammenlignet med elementmetodemodellene.

Supplerende analyser ble gjennomført for å undersøke betydningen av ulike høyde/lengde-forhold, lastplassering, avkuttete hjørner, samt å legge en stiver langs randen. Det hadde liten effekt på kapasiteten å kutte vekk litt av hjørnene. Å øke høyden til konsollen gav høyere kapasitet for både den slanke og uslanke platen som ble undersøkt. Det viste seg imidlertid at økning av høyde utover høyde/lengde lik 1 var lite effektivt dersom materialbruk ble forsøkt optimalisert. En stiver langs randen gav betydelig økning i kapasitet.

Summary

In order to determine the behaviour and capacity of triangular bracket plates, six laboratory tests with brackets were carried out. The steel quality used in the bracket plates was S355 in four cases and Weldom 700 in the other two.

The results from the laboratory test were further used to calibrate a finite element model. Element analyses overestimated the capacity of the S355 brackets by 5 to 20 %. When modeling the two brackets made with Weldom plates, the analyses corresponded well and deviated in both cases less than 2 % compared to the laboratory results. The calibrated finite element model was then used to investigate a number of different geometries and load conditions. The results from these analyses were compared to analytical solutions by Salmon, Martin, Robinson and Laustsen. The method suggested by Martin gave overall conservative results that corresponded well with the results obtained by the 45 different finite element models. It had the lowest standard deviation of all the models evaluated, and an average error of -19 % relative to the FEM results.

In order to determine the effect of different height/length-ratios, introducing a longitudinal stiffener along the free edge and the impact of removing the corners of the bracket plate, additional finite element simulations were carried out. The capacity of the bracket was not notably affected when removing small portions of the corners. Increasing the height beyond height/length=1 was not efficient when optimizing the material use for a given load. The stiffener along the edge increased the capacity of the bracket significantly.

Forord

Denne masteroppgaven er skrevet av to studenter ved Institutt for konstruksjonsteknikk ved NTNU. Det gis 30 studiepoeng for oppgaven som er skrevet over 20 uker. Oppgaven omhandler analyse og vurdering av beregningsmetoder for å fastsette kapasitet til trekantede stiverplater. Oppgaven har blitt utført med litteraturstudie, laboratoriearbeid, modellering med elementmodell og vurdering av oppførsel, kapasitet og gyldighet av ulike beregningsmetoder.

Forsøk med konsoller med trekantplater, samt strekkforsøk har blitt utført i laboratoriet ved Institutt for konstruksjonsteknikk. Elementmodelleringen har skjedd i elementmetodeprogrammet Abaqus CAE.

Vi vil gjerne takke Førstemanuensis Arne Aalberg som har gitt kyndig veiledning og vært tilgjengelig gjennom arbeidet med oppgaven. Vi vil også takke ingeniør Per Øystein Nordtug og overingeniør Paal Brokka Rike for å ha hjulpet oss med gjennomføringen av forsøkene.

Trondheim, 10.juni 2014



Bjørn Grande Myrøld



Eirik Skulstad

Innhold

Sammendrag	i
Summary	iii
Forord	v
1 Innledning	1
2 Teoretisk grunnlag	3
2.1 Grunnleggende teori	3
2.1.1 Stabilitet- og knekkingsproblem	3
2.1.2 Plastisk kapasitet med flytelinjemekanismer	6
2.1.3 Sann spenning og tøyning	8
2.2 Tidligere arbeider	10
2.2.1 Spenningsfordeling i konsollplater – Jensen, C.D.	11
2.2.2 Beregningsmetode – Salmon, Charles G.	13
2.2.3 Beregningsmetode – Martin L. H.	14
2.2.4 Sentrert platestripemodell – Robinson, S.	19
2.2.5 Konsollplater – Langballe, N. Y.	20
2.2.6 Flytelinjemodell – Laustsen et al.	21
2.2.7 Eksperimentelt studie – Poulsen og Pedersen	27
2.2.8 Kapasitet av avtrappede bjelkeender – Aalberg, A	29
2.3 Dimensjonering i henhold til Eurokoden	30
2.3.1 Tverrsnittsklassifisering av trykkpåkjente komponenter	31
2.3.2 Dimensjonering av knekkingsutsatte tverrsnittsdeler	32
3 Forstudium og innledende analyser	35
3.1 Lineær knekkingsmodeanalyse	36
3.2 Elementtyper benyttet i forstudiet	37
3.3 Analyser med utgangspunkt i tidligere forsøk	38
3.3.1 Martins 1. Geometri	38
3.3.2 Martins 2. Geometri	42
3.4 Lastplassering og lastbredde	43
3.5 Virkning av innfestningens utførelse	45

4	Forsøk	49
4.1	Geometri og prøvemål	49
4.2	Forsøksoppsett og apparatur	50
4.3	Forsøksresultater	53
4.3.1	Forsøk 1 - S355-1	53
4.3.2	Forsøk 2 - S355-2	57
4.3.3	Forsøk 3 - W700-A	60
4.3.4	Forsøk 4 - W700-B	62
4.3.5	Forsøk 5 - S355-3	64
4.3.6	Forsøk 6 - S355-4	66
4.3.7	Oppsummering av forsøksresultater	68
4.4	Materialegenskaper	70
4.4.1	Konstruksjonsstål - S355	70
4.4.2	Høyfast stål - Weldom 700	73
5	Modellering og simulering av forsøk	75
5.1	Basismodell	75
5.2	Elementoppløsning i plateplanet	76
5.3	Antall elementer gjennom platetykkelsen	77
5.4	Materialparametere	78
5.5	Sammenligning mot forsøk	79
5.6	Spenningsfordeling i trekantplaten	84
6	Analyser og diskusjon	89
6.1	Grunnlag for sammenligning	89
6.1.1	Karakteristisk formfeil	89
6.1.2	Topplattens innvirkning	91
6.1.3	Modifisert Laustsen et al.	92
6.1.4	Tilpasning av Robinsons sentrerte platestripemodell	93
6.1.5	Spenningsfordeling, Rankine-Merchants formel	95
6.2	Elementanalyser	97
6.3	Vurdering av beregningsmetodene	108
6.3.1	Laustsens metode	108
6.3.2	Martins metode	109
6.3.3	Robinsons metode	109
6.3.4	Salmons metode	110
6.3.5	Beregninger i henhold til Eurokode 3	110
6.3.6	Sammenligning og oppsummering beregningsmodeller	111
6.4	Utvidede undersøkelser	112
6.4.1	Konsollenes høyde/lengde-forhold	112
6.4.2	Lastens plassering	113
6.4.3	Konsoll med stiver	116
6.4.4	Konsoller med avkuttete hjørner	120
6.5	Optimal konsollgeometri	122
7	Konklusjon	127

7.1 Forslag til videre arbeid	129
Referanser	131
Vedlegg A	133
A.1 Spenningsplott S355-2	133
Vedlegg B Målte tverrdeformasjoner med DIC	135
B.1 Forsøk 1, S355-1	136
B.2 Forsøk 2, S355-2	137
B.3 Forsøk 3, W700-A	138
B.4 Forsøk 4, W700-B	139
B.5 Forsøk 5, S355-3	140
B.6 Forsøk 6, S355-4	141
Vedlegg C	142
C.1 Konsoll med stiver	142
Vedlegg D	143
D.1 Beregningseksempel med bruk av Eurokode 3	143

Figurer

1.0.1	Typisk anvendelse av konsollplater	2
2.1.1	Eksempelkurve for et knekkingsutsatt system	4
2.1.2	Fritt opplagt plate utsatt for enaksial trykklast	5
2.1.3	Ulike typer kritisk kapasitet med varierende slankhet	6
2.1.4	Skissering av flytelinje	7
2.2.1	Generelle målbetegnelser på trekantplaten	11
2.2.2	Cyril D. Jensen (1936): Spenningsfordeling i konsoller med ulike geometrier	12
2.2.3	Momentlikevekt om innspent hjørne	16
2.2.4	Martin 1979[1]: Optimaliseringsdiagram	18
2.2.5	Sentrert platestripemodell	19
2.2.6	Skallmodell benyttet av Langballe [2]	21
2.2.7	Flytelinjemodell av konsollplate	22
2.2.8	Deformasjoner av en platestripe utsatt for aksiallast	22
2.2.9	Mekanisme for uslanke plater	26
2.2.10	Poulsen og Pedersen (2012): Generelt forsøksoppsett	28
2.2.11	Poulsen og Pedersen (2012): Bildeserie av et forsøk	28
2.2.12	Mål på avtrapping av bjelkeende	29
2.2.13	Trekantplatemodell av avtrappet bjelkeende	30
2.3.1	Sammenligning av utstikkende flens og trekantplate	32
3.0.1	Skjematisk oppsett for forsøkene	36
3.1.1	De tre første knekkingsmodene til en eksempelkonsoll	37
3.3.1	Modellering av sveis ved økt platetykkelse	38
3.3.2	Kraft-forskyvning: Med og uten sveis	39
3.3.3	Kraft-forskyvning: Med og uten sveis, imperfeksjonsamplitude 1 mm	40
3.3.4	Kraft-forskyvning: Med sveis. Ulike imperfeksjonsamplituder	41
3.3.5	Kraft-forskyvning: Skallmodell med sveis, med og uten imperfeksjon	42
3.3.6	Kraft-forskyvning: Volummodell med og uten imperfeksjon	43
3.4.1	Kraft-forskyvningskurver med ulike lastplasseringer og lastbredder	44
3.4.2	Rotasjonsmekanisme	44
3.4.3	Kraft-forskyvningskurver med ulike lastbredder, $s/L = 0.5$	45
3.5.1	Ulike utførelser av modellens innfestning	46

3.5.2	Sammenligning av oppførsel med og uten bakplate i modellen	47
4.1.1	Geometrimål av prøvene	50
4.2.1	Oppsett av konsollforsøk	51
4.2.2	Nærbilde av lastpåføring	52
4.2.3	Kameraer benyttet i DIC	53
4.3.1	Forsøk 1, S355-1: Lastkurve	54
4.3.2	Forsøk 1, S355-1: Tverrforskyvning	54
4.3.3	Forsøk 1, S355-1: Initielle imperfeksjoner målt med DIC	55
4.3.4	Forsøk 1, S355-1: Tverrdeformasjon ved maksimal last målt med DIC	56
4.3.5	Forsøk 2, S355-2: Lastkurve	57
4.3.6	Forsøk 2, S355-2: Tverrforskyvning	57
4.3.7	Forsøk 2, S355-2: Initielle imperfeksjoner målt med DIC	58
4.3.8	Forsøk 2, S355-2: Tverrdeformasjon ved maksimal last målt med DIC	59
4.3.9	Forsøk 3, W700-A: Lastkurve	60
4.3.10	Forsøk 3, W700-A: Tverrforskyvning	60
4.3.11	Forsøk 3, W700-A: Initielle imperfeksjoner målt med DIC	61
4.3.12	Forsøk 3, W700-A: Tverrdeformasjon ved maksimal last målt med DIC	61
4.3.13	Forsøk 4, W700-B: Lastkurve	62
4.3.14	Forsøk 4, W700-B: Tverrforskyvning	62
4.3.15	Forsøk 4, W700-B: Initielle imperfeksjoner målt med DIC	63
4.3.16	Forsøk 4, W700-B: Tverrdeformasjon ved maksimal last målt med DIC	63
4.3.17	Forsøk 5, S355-3: Lastkurve	64
4.3.18	Forsøk 5, S355-3: Tverrforskyvning	64
4.3.19	Forsøk 5, S355-3: Initielle imperfeksjoner målt med DIC	65
4.3.20	Forsøk 5, S355-3: Tverrdeformasjon ved maksimal last målt med DIC	65
4.3.21	Forsøk 6, S355-4: Lastkurve	66
4.3.22	Forsøk 6, S355-4: Tverrforskyvning	66
4.3.23	Forsøk 6, S355-4: Initielle imperfeksjoner målt med DIC	67
4.3.24	Forsøk 6, S355-4: Tverrdeformasjon ved maksimal last målt med DIC	67
4.3.25	Deformerte konsoller S355	69
4.3.26	Deformerte konsoller Weldox	69
4.3.27	Deformerte konsoller S355, ulike lastplasseringer	70
4.4.1	Retninger til materialprøver	71
4.4.2	Oppsett av strekkforsøk	71
4.4.3	Sann spenning-tøyningsforløp for vertikal og horisontal retning	72
4.4.4	Sann spenning-tøyningsforløp for Weldox 700	74
5.1.1	Basismodell for konvergenstudium	76
5.2.1	Kraft-forskyvningskurve: Ulike elementstørrelser i konsollplatens plan	77
5.3.1	Kraft-forskyvningskurve: Ulikt antall elementer gjennom konsollplatens tykkelse	78
5.4.1	Kraft-forskyvning: Ulike materialegenskaper basert på S355 strekkforsøk	79
5.5.1	Kraft-forskyvning: Elementmodell av S355-1 og S355-2	80
5.5.2	Kraft-forskyvning: Elementanalyse Weldox-A og Weldox-B	81
5.5.3	Kraft-forskyvning: Elementanalyse S355-1,-3 og-4	82

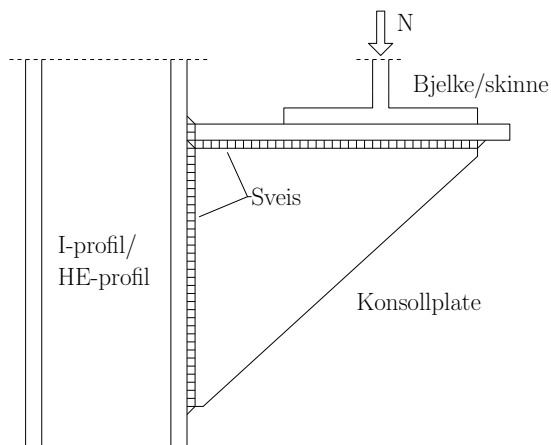
5.5.4	Sammenligning av kapasitet mellom forsøk og FEM-modeller	83
5.6.1	Spenningsnitt	84
5.6.2	Lasttilstander for spenningsfordelinger	85
5.6.3	Normalspenninger Snitt 1	86
5.6.4	Normalspenninger Snitt 2	87
5.6.5	Normalspenninger Snitt 3	88
6.1.1	Tolkning av initiell formfeil fra Eurokode	91
6.1.2	Funksjon for initiell formfeil langs fri rand	92
6.1.3	Sentrert platestripemodell, modifisert	94
6.1.4	Spenningsfordeling: Rankine-Merchant i S355-1	95
6.2.1	Serie 1: Analyseresultater og sammenligning	99
6.2.2	Serie 2: Analyseresultater og sammenligning	100
6.2.3	Serie 3: Analyseresultater og sammenligning	101
6.2.4	Serie 4: Analyseresultater og sammenligning	102
6.2.5	Serie 5: Analyseresultater og sammenligning	103
6.2.6	Serie 6: Analyseresultater og sammenligning	104
6.2.7	Serie 7: Analyseresultater og sammenligning	105
6.2.8	Serie 8: Analyseresultater og sammenligning	106
6.2.9	Serie 9: Analyseresultater og sammenligning	107
6.4.1	Relativ kapasitet for varierende H/L , med $s/L=0.6$	112
6.4.2	Stiverplate betraktet som rotasjonsmekanisme	113
6.4.3	Relativ kapasitet ved ulik lastplassering, $H/L = 2.00$	114
6.4.4	Relativ kapasitet ved ulik lastplassering, $H/L = 1.13$	114
6.4.5	Relativ kapasitet ved ulik lastplassering, $H/L = 0.50$	115
6.4.6	Misesspenninger i elementmodell: Konsoll med stiver	118
6.4.7	Konsollplate med avkuttete hjørner	120
6.4.8	Sammenligning av konsollplater med ulik hjørneavkutting	121
6.5.1	Relativ kapasitet mot materialbruk	123
6.5.2	Martin, 1979 (gjenskapt): Optimaliseringsdiagram	124
A.1	Gjennomsnittlig normalspenning langs snitt 1	133
A.2	Gjennomsnittlig normalspenning langs snitt 2	133
A.3	Gjennomsnittlig normalspenning langs snitt 3	134
B.1	Forsøk 1, S355-1: Tverrdeformasjon	136
B.2	Forsøk 2, S355-2: Tverrdeformasjon	137
B.3	Forsøk 3, W700-A: Tverrdeformasjon	138
B.4	Forsøk 4, W700-B: Tverrdeformasjon	139
B.5	Forsøk 5, S355-3: Tverrdeformasjon	140
B.6	Forsøk 6, S355-4: Tverrdeformasjon	141
C.1	Last-forskyvningsforløp for konsoll med stiver i klasse 1 og 3	142

KAPITTEL 1

Innledning

Stivere og braketter er konstruksjonsdetaljer som inngår i mange ulike typer konstruksjoner der de fungerer som avstivere eller lastbærende komponenter. Trekantede stiverplater kan brukes i begge tilfeller og er temaet for denne oppgaven.

Spesifikke bruksområder for trekantplater kan være avstivning av rammekonstruksjoner der de lager momentstive hjørner eller fungerer som avstivning av fotplater. Trekantplater kan også benyttes til lokale avstivninger av bjelkeflenser eller som steg i konsoller. En konsoll (eng. bracket) er en konstruksjonsdetalj som består av en horisontal topplate sveist til en vertikal trekantplate som fungerer som lastbærende steg. Lasten vil overføres fra topplaten, gjennom trekantplaten og inn i en vegg eller søyle. Det kan av ulike årsaker være ønskelig å plassere en bjelke med en eksentrisitet ut fra lastbærende søyle, og bruk av konsoller er en måte å oppnå dette. Konsollene kan for eksempel være opplegg for en kranbjelke, se figur 1.0.1, der kranen må kunne passere uhindret på oversiden av skinnen.



Figur 1.0.1: Typisk anvendelse av konsollplater

Trekantplater har på grunn av sin form og randbetingelser andre spenningsfelt og oppførsel enn rektangulære plater. Tradisjonelle dimensjoneringsregler kan derfor ikke anvendes direkte på problemer som omhandler slike plater. Det finnes imidlertid tidligere arbeider og beregningsmetoder på området for å fastsette kapasiteten til trekantplatene.

Formålet med denne oppgaven er å få bedre forståelse av trekantplaters oppførsel og kapasitet. Eksisterende beregningsmetoder har blitt undersøkt og vurdert. Dette er gjort ved å ta utgangspunkt i trekantplater til bruk i konsoller. Først er et utvalg av tidligere arbeider samt utledning av beregningsmetoder gjennomgått. Deretter er et forstudium med elementmodeller gjennomført for å få mer kunnskap om hvordan elementmodellene bør defineres. Videre er det utført 6 forsøk med konsoller i laboratorium og strekkforsøk på materialet brukt i trekantplatene. Elementmodellen har blitt kalibrert for å kunne beskrive forsøkene på best mulig måte. Denne modellen har igjen blitt brukt til å lage resultater for et stort antall geometrier utover de prøvd i forsøk. Håndregnemodellene er sammenlignet med disse resultatene for å vurdere metodenes nøyaktighet. Analyseresultatene er også benyttet til å se på effekten av ulike endringer av geometri og lastbetingelser. Fra resultatene ble det forsøkt å foreslå noen retningslinjer for utførelse av konsollgeometrier.

KAPITTEL 2

Teoretisk grunnlag

2.1 Grunnleggende teori

2.1.1 Stabilitet- og knekkingsproblem

For mange konstruksjoner kan lastbærende kapasitet avhenge av to designhensyn som blir begrensende for hvor mye konstruksjonen kan bære. I en ren materialavhengig betraktning vurderes konstruksjonen etter hvor mye last som kan påføres før en kritisk brudd- eller flytespenning oppstår. Det andre designkriteriet er en følge av stabilitetsmessige begrensninger hvor konstruksjonens geometri og stivhet kan være avgjørende for lastbærende kapasitet. I 1757 utledet Euler den første kjente analytiske løsningen på stabilitetsproblemet for en enkel leddlagret stav:

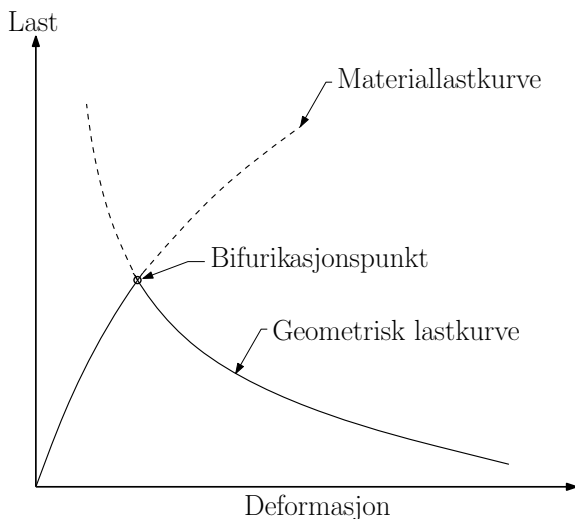
$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.1)$$

Tilsvarende løsning for tynne fritt opplagte enveisplater er funnet til å være:

$$n_{cr} = \frac{\pi^2 ED}{L^2} = \frac{\pi^2 Et^3}{12(1 - \nu^2)L^2} \quad (2.2)$$

Felles for konstruksjoner utsatt for klassisk elastisk knekking er at last-deformasjonsforløpet vil ha en plutselig knekk der systemet ikke vil yte mer motstand dersom deformasjonen økes ytterligere. Et slikt punkt karakteriseres som et bifurikasjonspunkt og kan forstås som krysningspunktet mellom to likevektskurver som vist i figur 2.1.1. I

Cook [3] er teorien bak dette gjennomgått, og de viktigste punktene følger her. Materiallastkurven representerer kraft-forskyvning med utgangspunkt i små deformasjoner mens den geometriske lastkurven viser potensielt forløp for en gitt knekkform. Et reelt system vil alltid følge den kurven som til en hver tid gir lavest lastmotstand. Med mindre lasten reduseres etter bifurikasjonspunktet er passert vil det skje et plutselig deformasjonshopp inntil systemet igjen oppnår likevekt mellom indre og ytre krefter.



Figur 2.1.1: Eksempelkurve for et knekkingsutsatt system

Dersom et systems stivhet beskrives på matriseform vil tangentstivhetsmatrisen, $[\mathbf{K}_t]$ kunne uttrykkes med materialstivheten $[\mathbf{K}_m]$, som avhenger av materialegenskapene, og den geometriske stivheten $[\mathbf{K}_g]$ som avhenger av spenningstilstanden i systemet:

$$[\mathbf{K}_t] = [\mathbf{K}_m] + [\mathbf{K}_g] \quad (2.3)$$

Kritiske punkter, deriblant bifurikasjonspunkter, vil eksistere der tangentstivhetsmatrisen blir singulær:

$$\det([\mathbf{K}_t]) = 0 \quad (2.4)$$

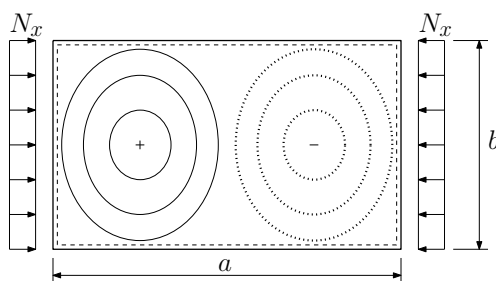
I en linearisert knekkingsanalyse kan de ulike modene finnes ved å løse eigenverdioproblemet:

$$([\mathbf{K}_m] + \lambda_j [\mathbf{K}_g]) \{\phi\}_j = \{\mathbf{0}\} \quad (2.5)$$

hvor λ_j representerer eigenverdiene og $\{\phi\}_j$ representerer egenvektorene. Eigenvektorene beskrives systemets knekkformer. Kritisk knekklast, P_j uttrykkes ved eigenverdiene og påført last, P i knekkingsanalysen:

$$P_j = \lambda_j P \quad (2.6)$$

På rektangulære knekkingsutsatte plater er det tidligere gjort mye arbeid og det har blitt utarbeidet analytiske metoder for mange ulike rand- og lastbetingelser. Figur 2.1.2 viser et klassisk plateknekkingsproblem med ren enaksial trykklast og fritt opplegg langs hele randen. Figuren skisserer også en potensiell knekkform for den aktuelle geometrien.



Figur 2.1.2: Fritt opplagt plate utsatt for enaksial trykklast

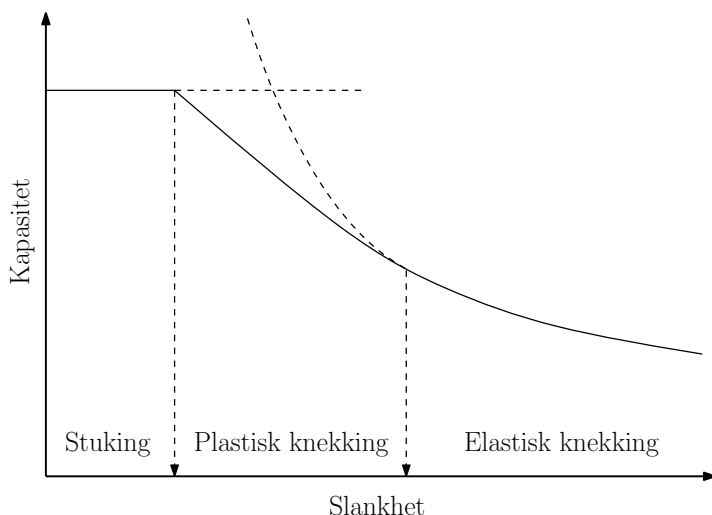
Kritisk knekklast for dette problemet [4] er funnet til å være:

$$N_{x,cr} = \frac{\pi^2 D}{b^2} \left(m \frac{b}{a} + \frac{n^2 a}{m b} \right)^2 \quad (2.7)$$

hvor $\{n, m\} = 1, 2, 3, \dots$ angir knekkingsmoder med n bulker i y-retning og m bulker i x-retning. Hvilken knekkingsmode som blir kritisk for kapasiteten bestemmes av forholdet mellom lengden a , og bredden b , samtidig som at det kan vises at $n = 1$ alltid vil være kritisk for disse last- og randbetingelsene.

For både bjelker og plater vil bøyestivheten i kombinasjon med systemgeometrien være avgjørende for knekkingskapasiteten. For disse problemene vil bifurikasjonspunktene opptre der den potensielle aksialtøyningsenergien blir lik den potensielle energien av bøyetøyningen for en kritisk knekkform, uten endring i ekstern last. For konstruksjoner med høy grad av slankhet vil knekking opptre så tidlig at alle spen-

ninger kan anses å være i det elastiske området. Dersom graden av slankhet reduseres vil spenningene ved makslast gradvis øke. Dette vil til slutt medføre at spenningene nærmer seg flytespenningen og at tverrsnittets bøyestivhet reduseres. Dette vil initiere *plastisk knekking* som er en interaksjon mellom tverrsnittskapasitet og knekkingskapasitet. For konstruksjoner med meget lav slankhet vil dette likevel ikke være nok for å sette i gang knekking, og en videre lastpåføring vil bare medføre at konstruksjonen stukes. Overgangen fra elastisk kapasitet til staking er skissert i figur 2.1.3.



Figur 2.1.3: Ulike typer kritisk kapasitet med varierende slankhet

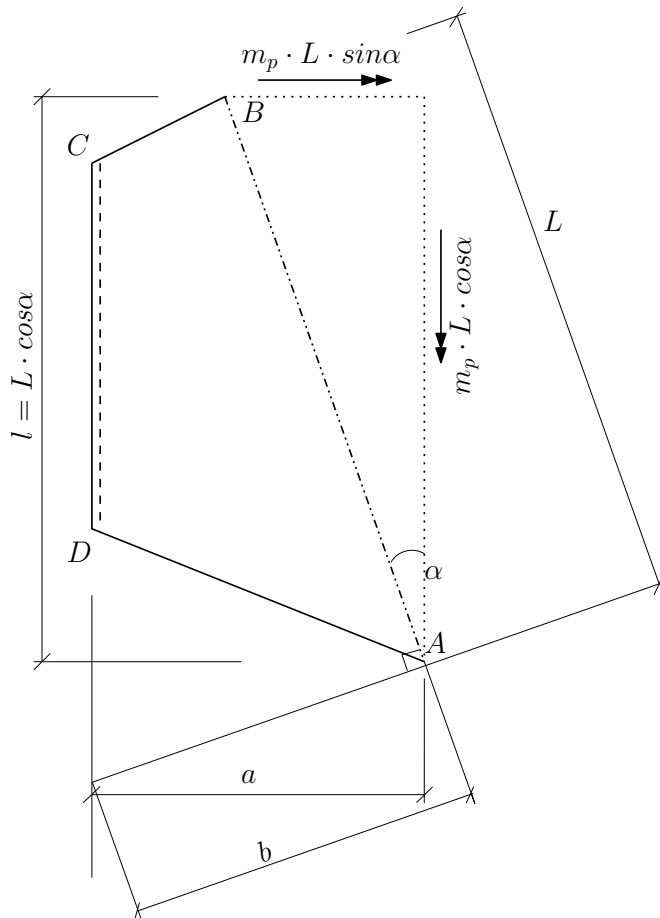
Grunnet konsollplatenes geometri og lastens angrepspunkt vil det ikke være naturlig å anta en uniform spenningsfordeling i denne konstruksjonsdetaljen, noe som også er funnet i Jensens [5] arbeider, videre omtalt i avsnitt 2.2.1. Spenninger av ulik størrelse vil opptre i platen og på grunn av dette vil det være naturlig å anta at interaksjon mellom tverrsnittskapasitet og elastisk knekklast ofte vil være tilfellet.

2.1.2 Plastisk kapasitet med flytelinjemekanismer

Flyteleddteori er en forenklet metode for å beregne plastisk kapasitet for ulike plate- og rammekonstruksjoner. Kapasiteten beregnes ved at det påføres en last og en virtuell forskyvning som sammen utgjør ytre arbeid, W_y . Alt indre deformasjonsarbeid (W_p) i konstruksjonen lokaliseres til et antall flyteledd. De resterende delene forblir udeformert. Ved å sette indre arbeid lik ytre arbeid kan konstruksjonens kapasitet

beregnes. Dette er en ikke-konservativ løsningsmetode og mange mekanismer må undersøkes for å finne den som gir lavest kapasitet.[4]

Flytelinjeteori bygger videre på flyteleddteori, men er forskjellig ved at deformasjonsarbeidet skjer i flytelinjer fremfor ledd. Dette gjør den egnet til å beregne kapasiteten til ulike platekonstruksjoner. Figur 2.1.4 har bakgrunn i figur hentet fra «Dimensjonering av stålkonstruksjoner» av Per Kr. Larsen [4] og viser målene som inngår i utledningen av det plastiske arbeidet i flytelinjen.



Figur 2.1.4: Skissering av flytelinje

$m_p = f_y \cdot t^2/4$ angir flytemoment per lengdeenhet. Randen DC er fritt opplagt og

diagonal AB angir flytelinjen. Ytterligere to vinkelmål introduseres: ϕ og θ . ϕ angir vinkelen platen får i flytelinjen, i retning normalen, parallelt med mållinje b . Det plastiske arbeidet i flytelinjen er følgelig $W_p = m_p \cdot L \cdot \phi$. θ angir vinkelen om dreieakse DC som følge av nedbøyningen. Δ er vertikal forskyvning i punkt A. Dette gjør det mulig å finne sammenhengen:

$$W_p = m_p \cdot L \cdot \phi = m_p \cdot L \cdot \frac{\Delta}{b} = m_p \cdot L \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha} \cdot \frac{\Delta}{b} = m_p \cdot \frac{l}{a} \cdot \Delta = m_p \cdot l \cdot \theta \quad (2.8)$$

Dette viser at det plastiske arbeidet W_p er produkt av enhetsplastisitetmomentet multiplisert med $l \cdot \theta$. Verdien $l \cdot \theta$ er produktet av projeksjonen av flytelinjen på den frie randen og rotasjonen om denne randen. Dette gjør det enklere å finne bidraget fra hver enkelt flytelinje i det totale indre plastiske arbeidet. Den ytre kraften integrert over forskyvningen den virker på gir ytre arbeid. Dette kan for eksempel være punktlasten P som virker over forskyvningen Δ . Ytre arbeid blir da $W_y = P \cdot \Delta$. Ved å sette $W_y = W_p$ kan kraften P og følgelig kapasiteten fastsettes.

2.1.3 Sann spenning og tøyning

For å måle materialeegenskapene til stålmaterialer som benyttes i konsollene kan det utføres enaksiale strekkforsøk. Dette er en vanlig metode for å bestemme materialparametere for ulike metaller. Dataene som gis ved et strekkforsøk består av en deformasjons og lasthistorie. Deformasjonsdata gis ofte bare for langsgående retning med mindre DIC og eventuelt andre målemetoder har blitt benyttet. Forlengelsen av en gitt del av strekkstaven registreres ved f.eks. et ekstensometer og ved å kombinere dette med lastdata kan materialresponsen fastsettes.

Ingeniørtøyning er tøyning relativ til initiell geometri og er best egnet for å beskrive tøyning ved små deformasjoner. Denne er for en uniform stav gitt som:

$$\epsilon_i = \frac{\delta}{L_0} \quad (2.9)$$

Der δ er total forlengelse av staven og L_0 initiell lengde. Ved å anta at staven er innspent i den ene enden og påsettes forskyvningen δ i den andre vil forskyvningen øke lineært fra 0 ved innspenning til $\delta = u_l$ ved den frie enden. Dette gir den

koordinatavhengige sammenhengen:

$$u(x) = \frac{x}{L_0} \cdot u_L \quad (2.10)$$

Tøyningen er endring i forskyvning langs staven:

$$\epsilon_i = \frac{\delta u(x)}{\delta x} = \frac{u_L}{L_0} \quad (2.11)$$

Et inkrement av ingeniørtøyningen blir følgelig:

$$d\epsilon_i = \frac{du_L}{L_0} \quad (2.12)$$

For store deformasjoner, noe som er tilfellet for strekkforsøk, er det nødvendig å ta hensyn til endringene i strekkstavens geometri underveis i forsøket for å oppnå korrekte verdier. Dette gjøres ved å regne om dataene fra strekkforsøket til sann tøyning og sann spenning. For å finne sann tøyning tas det utgangspunkt i lengden til prøvestykket under det aktuelle tøyningssinkrementet, i stedet for initiell lengde over alle tøyningssinkrement. Følgelig byttes L_0 ut med L i uttrykket for tøyningssinkrementet:

$$d\epsilon_s = \frac{du_L}{L} \quad (2.13)$$

Uttrykket integreres med nye integrasjonsgrenser slik at det definerer et tøyningssinkrement som endring i lengde per gjeldende lengde [6]. Dette gir sann tøyning:

$$\epsilon_s = \int_0^{u_L} \frac{du_L}{L} = \int_{L_0}^L \frac{dL}{L} = \ln\left(\frac{L}{L_0}\right) = \ln(1 + \epsilon_i) \quad (2.14)$$

Videre må sann spenning bestemmes. Ingeniørspenningen tar som for tøyningen utgangspunkt i opprinnelig geometri. Denne er definert som kraft delt på initielt areal:

$$\sigma_i = \frac{F}{A_0} \quad (2.15)$$

For å få et riktig bilde av spenningsforløpet ved store deformasjoner må denne spenningen bestemmes ut fra gjeldende areal A . I området med gyldige måledata, før necking med lokal, kraftig innsnevring av prøvestavens areal, kan følgende sammen-

heng benyttes:

$$JA_0L_0 = AL \quad (2.16)$$

der J er determinanten til deformasjonsgradienten. For inkompressible materialer kan denne settes lik 1. Under plastiske deformasjoner kan de fleste metaller anses som inkompressible [7]. Dette kombinert med det faktum at de elastiske deformasjonene er svært små sammenlignet med de plastiske gjør at volumet kan antas å være uforandret gjennom deformasjonsforløpet, og følgelig at $A_0L_0 = AL$. Ved å benytte ligning 2.14 kan følgende sammenheng finnes:

$$\begin{aligned} \epsilon_s &= \ln\left(\frac{L}{L_0}\right) \\ \frac{L}{L_0} &= e^{\epsilon_s} \\ L &= L_0e^{\epsilon_s} \end{aligned}$$

$$A_0L_0 = AL \implies A_0L_0 = AL_0e^{\epsilon_s}$$

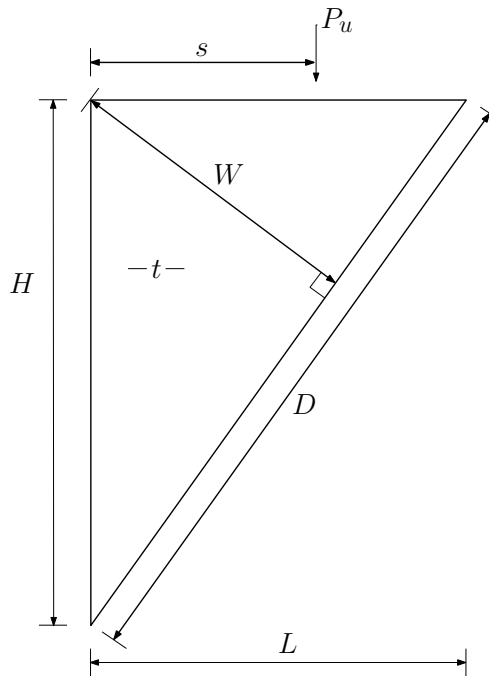
$$A = A_0e^{-\epsilon_s} \quad (2.17)$$

Sann spenning kan uttrykkes som:

$$\sigma_s = \frac{F}{A} = \frac{F}{A_0} \frac{A_0}{A} = \sigma_i e^{\epsilon_i} = \sigma_i (1 + \epsilon_i) \quad (2.18)$$

2.2 Tidligere arbeider

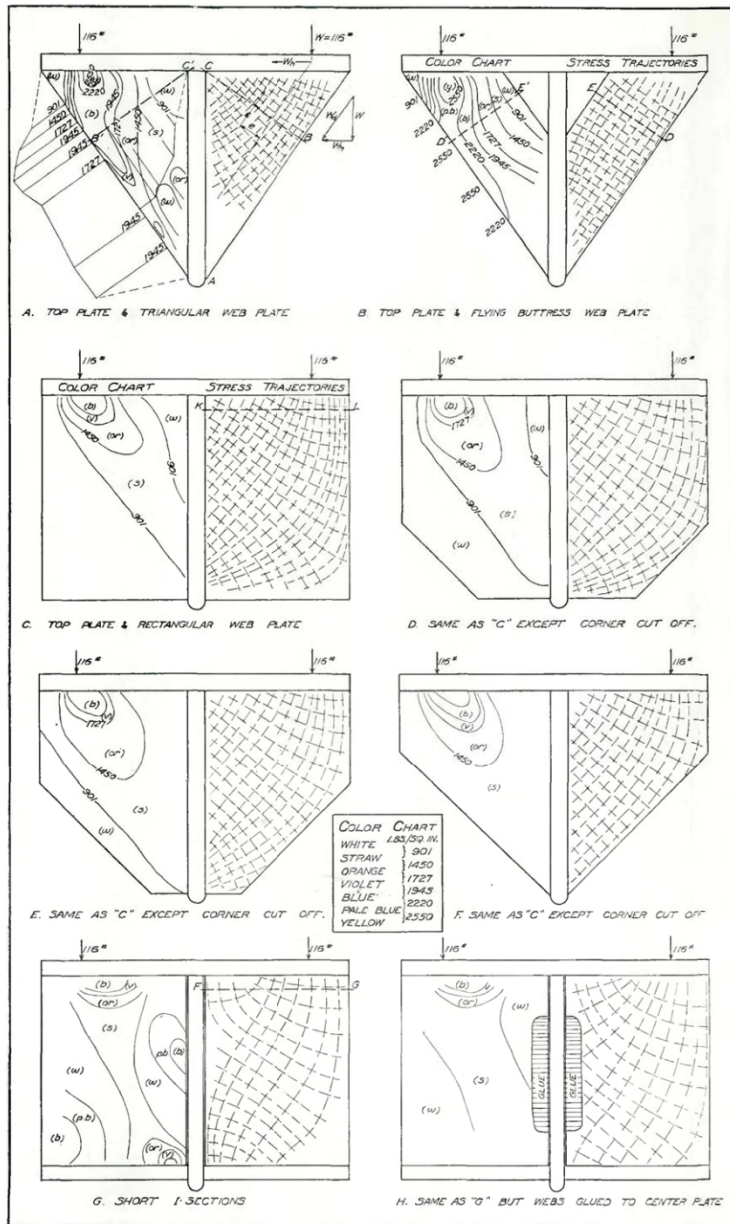
Det har blitt utført et begrenset antall forskningsarbeider på trekantede konsollplater. I dette kapitlet er et utvalg av arbeidene på området oppsummert. Arbeidene som tilbyr egne beregningsmetoder vurderes mot forsøk og elementanalyser senere i oppgaven. For å gjøre det lettere å følge de ulike utledningene har det blitt definert en del felles målbetegnelser som inngår i disse. Målbetegnelsene er angitt i figur 2.2.1. H , L og D angir målene til sidekantene av trekantplaten, t angir tykkelsen, s angir avstand mellom innspenningen og ut til lastresultanten. W gir avstand mellom hjørne og fri rand vinkelrett på den frie randen.



Figur 2.2.1: Generelle målbetegnelser på trekantplaten

2.2.1 Spenningsfordeling i konsollplater – Jensen, C.D.

Artikkelen «Welded Structural Brackets» fra 1936 av Cyril D. Jensen [5] er et eksperimentelt studie av oppførsel og spenningsfordeling i ulike sveiste konsoller. Nedskalerte celluloid-modeller ble ved hjelp av polarisert lys undersøkt for å finne spenningsfordelingen i 8 ulike geometrier som vist i figur 2.2.2. Det ble deretter utført forsøk på to fullskala testeksemplarer i stål, samt på 22 mindre eksemplarer for å kartlegge forsøkenes nøyaktighet og undersøke reservekapasiteten.



Figur 2.2.2: Cyril D. Jensen (1936): Spenningsfordeling i konsoller med ulike geometrier

Resultatene fra celluloid-modellene ble også sammenlignet med resultater fra tøyingsmålere på testeksemplarene i stål (fullskala) og de viste seg å sammenfalle godt. Fra

studiet fant Jensen at det er lite effektivt å påføre mye tilleggsmateriale på den frie randen av refereransegeometrien (A) ettersom spenningsfordelingene viser at materialet i disse områdene har liten grad av utnyttelse. Jensen foreslår også retningslinjer for kapasitetsbestemmelse og utførelse av sveisene mellom konsollplaten, topplaten og det øvrige bæresystemet (søyler, rammer el.).

2.2.2 Beregningsmetode – Salmon, Charles G.

Salmon et al. [8] gjennomførte i 1962 et teoretisk studie av kapasiteten til trekantplater. Dette ble gjort gjennom energibetraktninger. Disse resulterte i en forenklet formel som bygger på generell elastisk plateknekking:

$$P_u = \frac{k_e \pi^2 E t^3}{12(1 - \nu^2)L} \quad (2.19)$$

Der k_e ble funnet til å være:

$$k_e = 3.2 - 3.0(L/H) + 1.1(L/H)^2 \quad (2.20)$$

Den forenklete formelen 2.19 med bakgrunn i arbeidet fra 1962 ble beskrevet i en journal i 1964 [9] der Salamon også inkluderte et flytkriterium for mindre slanke plater da dette kunne være dimensjonerende for enkelte geometrier:

$$P_u = k_y f_y L t \quad (2.21)$$

k_y ble gjennom forsøk bestemt til:

$$k_y = 1.39 - 2.20(L/H) + 1.27(L/H)^2 - 0.25(L/H)^3 \quad (2.22)$$

Både formel 2.21 og 2.19 er gitt for en parabelformet last, fordelt over hele topplaten med resultanten i avstand $0.6L$ fra bakplaten. Det er ikke inkludert noe bidrag fra en eventuell toppplate, og toppen av trekantplaten er antatt å være rett gjennom elastisk deformasjon samt små knekkingsdeformasjoner. Topprand og bakrand er ikke tillatt noen forskyvning i henholdsvis horisontal- og vertikalplanet.

2.2.3 Beregningsmetode – Martin L. H.

I 1979 publiserte L. H. Martin en artikkel [1] der han sammenligner Salmons [9] resultater og datidens britiske dimensjoneringsstandard med eksperimenter. I tillegg utleder han sin egen beregningsmetode. Martin konkluderer med at Salmons metode gir konservative, men meget unøyaktige resultater. Hans egen metode gir også konservative resultater, men viser seg å være mer nøyaktig og ha et større bruksområde.

Martins metode bygger videre på en del av ideene i arbeidet til Salmon, men tar hensyn til at flytspenning kan inntreffe i noen soner samtidig som elastisk knekkingskapasitet er dimensjonerende i andre soner. Måten dette gjøres på er å anta at platen virker som en rekke innspente platestriper parallelle med den frie randen. Ved sammenbrudd av platen vil aksialspenning i stripene nærmest hjørnet oppnå flytspenning. Stripene lenger ut mot den frie randen vil ha lengre knekkklengder og kan, avhengig av slankhet, oppnå lavere aksialspenning ved sammenbrudd da virkningen av knekking gjør seg mer gjeldende. Spenningsfordelingen i platen ved knekking er følgelig kompleks og varierer for ulike plategeometrier, flytegenskaper og elastisitetsmoduler. Martin har i sitt arbeid valgt å benytte Rankine-Merchants formel vist i ligning 2.23 for å beskrive aksialspenningsfordelingen ved knekking. Denne er basert på lineær interaksjon mellom knekkingskapasitet og plastisk tverrsnittkapasitet [10].

$$\frac{1}{N_{kr}} = \frac{1}{N_b} + \frac{1}{N_e} \quad (2.23)$$

Der N_b angir plastisk tverrsnittkapasitet og N_e elastisk knekking. Med bakgrunn i denne tilnærmingen er det antatt en spenningsfordeling som tar hensyn til den aktuelle platedelens slankhet og materialets flytspenning og elastisitetsmodul. Først må knekkklengdene fastsettes. Lengden av hver av platestripene parallelt med den frie randen er $l = w(L/H + H/L)$. Der w angir avstanden mellom innspent hjørne og platestripen i retningen vinkelrett på fri rand. Ettersom platestripen er fast innspent i over og underkant fant Martin ut gjennom forsøk at denne som regel hadde en knekkklengde på mindre en halvparten av full lengde. Martin valgte å sette knekkklengden $l_k = w$ i utledningen av beregningsmetoden der $w = \frac{L^2}{(L/H)^2 + 1}$ for den frie randen. Utledning av denne sammenhengen følger i ligning 2.30. For å utlede kritisk spenning tas det utgangspunkt i kritisk spenning for ytterste platestripe langs fri rand:

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 Et^2}{12w^2} = \frac{\pi^2 Et^2}{12} \frac{((L/H)^2 + 1)}{L^2} \quad (2.24)$$

Denne settes så inn i ligning 2.23 for å få uttrykket for kritisk spenning:

$$\frac{1}{\sigma_{kr}} = \frac{1}{f_y} + \frac{12L^2}{\pi^2 Et^2((L/H)^2 + 1)}$$

$$\implies \sigma_{kr} = \frac{f_y \pi^2 Et^2((L/H)^2 + 1)}{\pi^2 Et^2((L/H)^2 + 1) + 12L^2 f_y} \quad (2.25)$$

Ved å omstrukturere uttrykket kan det Martin definerer som slankhet skilles ut og spenningsuttrykket får formen:

$$f_{kr} = \frac{f_y}{1 + \frac{f_y}{E\pi^2} \left(\frac{l}{r}\right)^2} \quad (2.26)$$

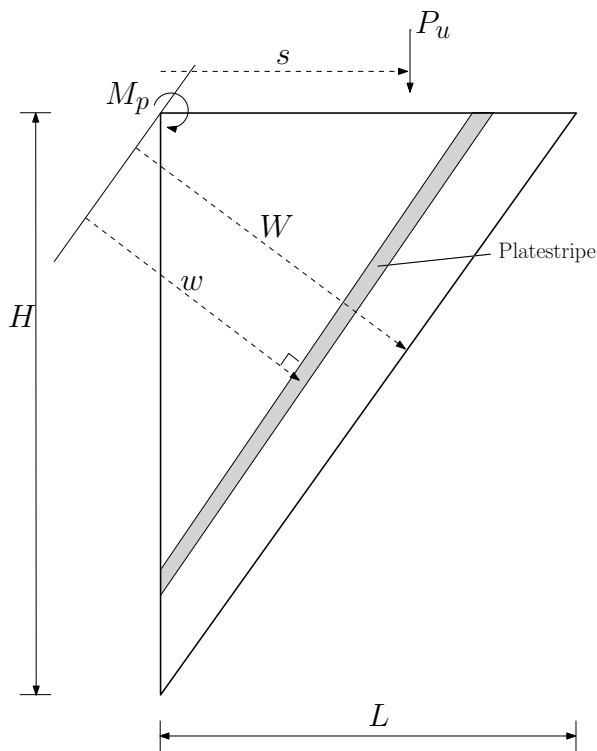
$\frac{l}{r}$ beskriver platens slankhet og er gitt ved følgende formel for den frie randen:

$$\frac{l}{r} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{(L/H)^2 + 1}} \left(\frac{L}{t}\right) \quad (2.27)$$

Platens kapasitet regnes deretter ut ved momentlikevekt om platens innspenne hjørne. Pålastningsresultantens moment om hjørnet settes lik det integrerte momentet fra knekkingspenningene til platestripene. I tillegg legges det til et bidrag fra et eventuelt momentstivt hjørne mellom konsollens bak- og topplate. Dette gir likevekten:

$$P_u \cdot s = \int_0^W f_{kr} \cdot t \cdot w \, dw + \frac{M_p}{s} \quad (2.28)$$

Der M_p angir momentbidraget fra hjørneforbindelsen som dividert med lastangrepsavstanden s gir kraftbidraget fra momentet i angrepspunktet. Figur 2.2.3 viser modellen.



Figur 2.2.3: Momentlikevekt om innspent hjørne

Ved å løse for P_u fås videre:

$$P_u = \frac{f_y t}{s} \int_0^W \frac{w}{1 + \frac{f_y (2\sqrt{3})^2}{E\pi^2 t^2} \frac{L'^2}{(L'/H')^2 + 1}} dw + \frac{M_p}{s} \quad (2.29)$$

Slankheten til aktuelt snitt vil variere utover i platen og er en funksjon av L' og H' , som er lokal lengde og høyde for aktuell del av platen. Disse må følgelig også integreres med hensyn på w . Etersom w står vinkelrett på den frie randen vil det være mulig å regne på tre ulike rettvinklede trekanten i platen. x og y angir avstanden fra henholdsvis topp- og bakplate ut til normalen W , langs den frie randen. Ved hjelp av disse trekantene finnes sammenheng:

$$L^2 + H^2 = (x + y)^2$$

$$W^2 + y^2 = H^2$$

$$x^2 + W^2 = L^2$$

$$\Rightarrow w^2 = \frac{L'^2}{(L'/H')^2 + 1} \quad (2.30)$$

Setter inn for w :

$$P_u = \frac{f_y t}{s} \int_0^W \frac{w}{1 + \frac{f_y (2\sqrt{3})^2}{E\pi^2 t^2} w^2} dw + \frac{M_p}{s} \quad (2.31)$$

Integrer og setter inn for $W = \frac{L}{\sqrt{(L/H)^2 + 1}}$ på samme måte som for w og får:

$$P_u = \frac{\pi^2 E t^3}{24s} \ln \left(1 + \frac{12 f_y}{\pi^2 E} \frac{L^2}{t^2 [(L/H)^2 + 1]} \right) + \frac{M_p}{s} \quad (2.32)$$

Denne formelen er i motsetning til Salmons hevdet gyldig for alle slankheter. Den tar også hensyn til avstanden mellom bakplate og angrepspunkt s . I tillegg inkluderes et bidrag fra momentstivheten til hjørnet mellom topp- og bakplate, M_p . En verdi for M_p kan i de fleste tilfeller settes til $M_p = BT^2 f_y / 4$ der T og B angir tykkelsen og bredden til topplaten.

Optimalisering med hensyn på materialbruk

Martin har i sitt arbeid også inkludert en fremgangsmåte for hvordan trekantplatene kan utformes med minst mulig materialbruk (i volummengde stål). For denne optimaliseringen kreves det at ønsket kapasitet, lengde (L) og lastens posisjon (s) er satt. Fra disse parametrene kan et optimalt høyde/lengde-forhold estimeres, og fra dette videre bestemme en nødvendig platetykkelse.

For at metoden enkelt skal kunne benyttes på et vilkårlig tilfelle har Martin utledet en dimensjonsløs parameter, f_k for å karakterisere inngangsbetingelsene:

$$f_k = \frac{s}{L} \frac{(P_u - M_p/s)}{L^2 E} \quad (2.33)$$

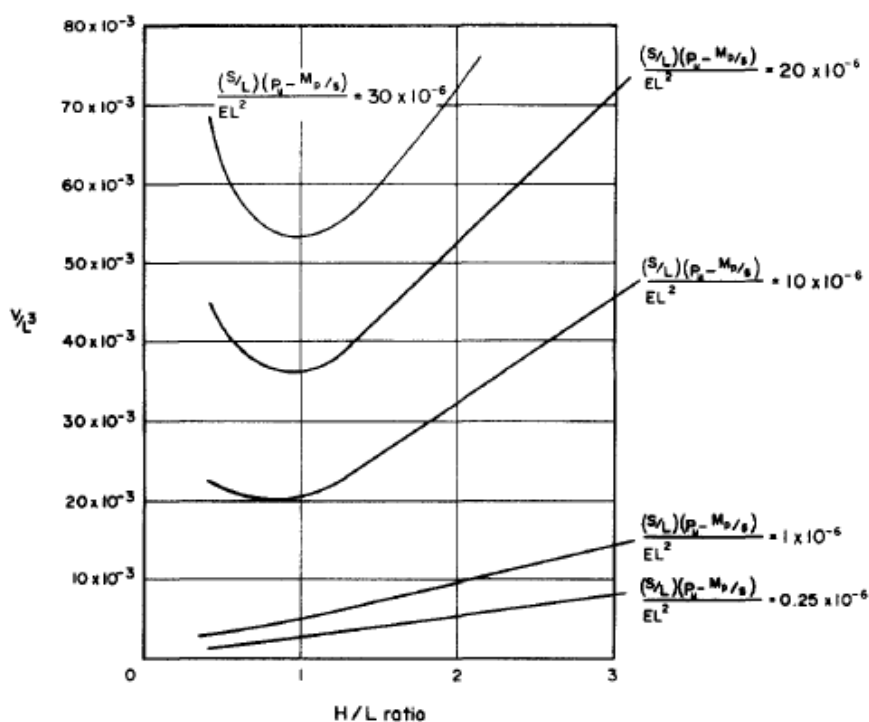
Videre kan ulike verdier av f_k plottes i et diagram slik at sammenhengen mellom dimensjonsløst volum (V/L^3) og høyde/lengde-forholdet fremkommer, der V er volumet av trekantplaten og gitt som:

$$V = \frac{1}{2} \left(\frac{H}{L} \right) L^2 t \quad (2.34)$$

og følgelig:

$$\frac{V}{L^3} = \frac{1}{2} \left(\frac{H}{L} \right) \left(\frac{t}{L} \right)$$

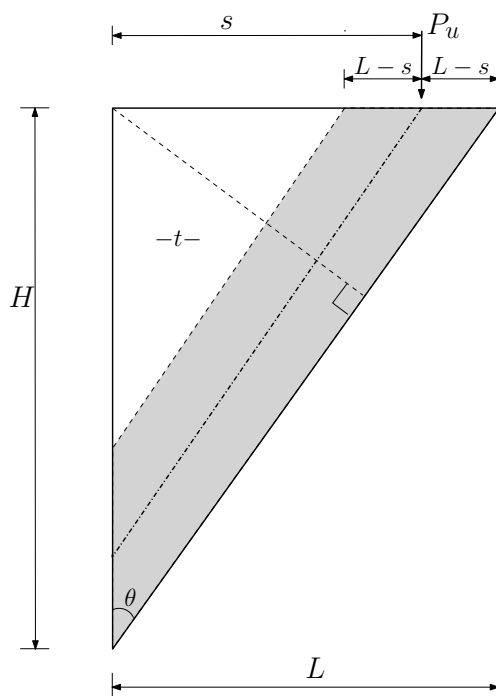
Figur 2.2.4 er hentet fra Martins artikkel [1] og viser optimaliseringsdiagrammet med et utvalg verdier av f_k . Optimalt høyde/lengde-forhold finnes i hver av kurvenes bunnpunkt. En omtrentlig verdi på platetykken kan beregnes ut ifra det dimensjonsløse volumet (V/L^3) på den gjeldende kurven, men det anbefales å kontrollregne denne verdien med ligning (2.32).



Figur 2.2.4: Martin 1979[1]: Optimaliseringsdiagram

2.2.4 Sentrert platestripemodell – Robinson, S.

Stephen Robinson [11] har i en doktorgradsavhandling fra 1983 ved University of Aston in Birmingham beskrevet et utvalg beregningsmetoder for trekantplater. Deriblant forteller han om en fremgangsmåte som bygger på platekenkning ved at kraften dekomponeres slik at den virker parallelt med den frie randen. Modellen er vist i figur 2.2.5. Videre bestemmes bredden av en platestripe som fastsetter kapasiteten ved en enkel knekkingsberegning. Robinson foreslår flere metoder for å fastsette denne bredden. En av de er å la ytterste $\frac{1}{4}$ av total bredde ta lasten. En mindre konservativ metode er å ta en enhetsstripe ved den frie randen, altså ved lengste knekk lengde, kalkulere en kritisk spenning, og la den virke over hele platebredden. Ingen av disse metodene påvirkes imidlertid av avstanden mellom bakplate og lastens angrepspunkt noe som kan være av stor betydning for kapasiteten. Robinson foreslår en siste metode der avstanden til lastens angrepspunkt definerer platebredden. Platebredden defineres som symmetrisk om lastangrepspunktet med projisert bredde lik $2(L - s)$ på topplaten, se figur 2.2.5.



Figur 2.2.5: Sentrert platestripemodell

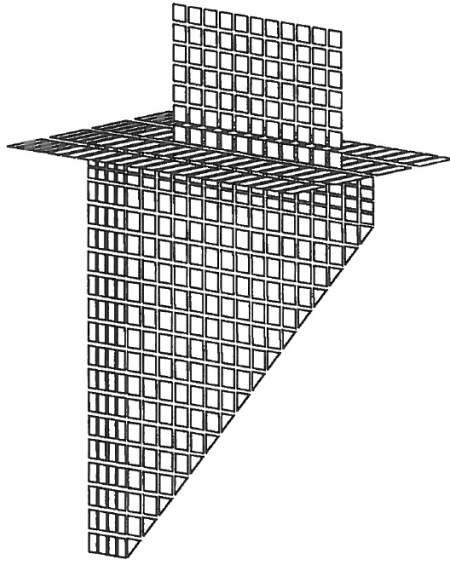
Den dekomponerte kraften $P_u / \cos \theta$ virker over platebredden $2(L - s) \cdot \cos \theta$. Kapasiteten relateres til en maksimal tillatt spenning σ_k :

$$\frac{P_u}{2(L - s)t \cdot \cos^2 \theta} \leq \sigma_k \quad (2.35)$$

Metoden beskrevet er naturlig nok kun gyldig for $s \geq L/2$ da dette gir full bredde. Spenningen σ_k kan fastslås på bakgrunn av en enhetsstripe ved den frie randen. Videre foreslår Robinson en metode for å finne en tykkelse som gjør at platen antas å feile ved flyt og ikke knekking. Andre fremgangsmåter og skaleringsfaktorer kan også benyttes for å fastsette en kritisk spenning uten at Robinson foreslår ytterligere metoder for dette.

2.2.5 Konsollplater – Langballe, N. Y.

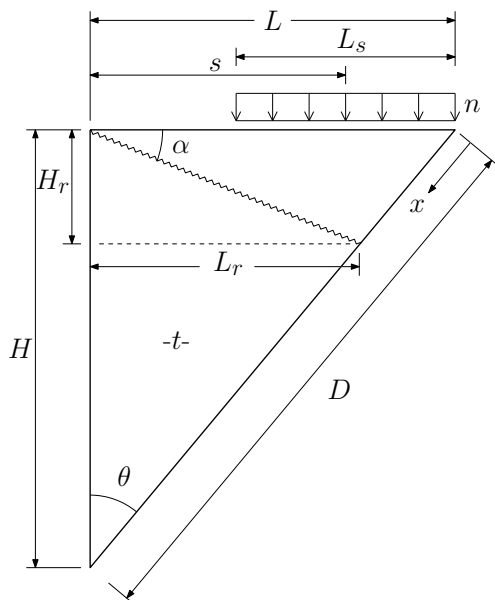
Nils Ystaas Langballe [2] skrev i 1997 en prosjektoppgave ved NTNU som omhandlet konsollplater. I oppgaven ble det gjennomført to forsøk med konsoller i laboratorium. Resultatene fra disse forsøkene ble igjen sammenlignet med elementanalyser samt håndregnemodeller. Håndregnemodellene benyttet av Langballe var basert på Beedle (som ikke har blitt omtalt i denne oppgaven). Håndregnemodellene viste seg å betydelig underestimere kapasiteten og gav bare 25-30 % av lasten oppnådd i forsøk. Elementmodellene gav på sin side 70 % av kapasiteten funnet i forsøk. Treffsikkerheten til elementmodellen må imidlertid sees i lys av datidens tilgjengelige regnekraft. Dette gav en naturlig begrensning i antall elementer benyttet i elementanalysen. Figur 2.2.6 viser elementinndelingen til en av skallmodellene benyttet av Langballe.



Figur 2.2.6: Skallmodell benyttet av Langballe [2]

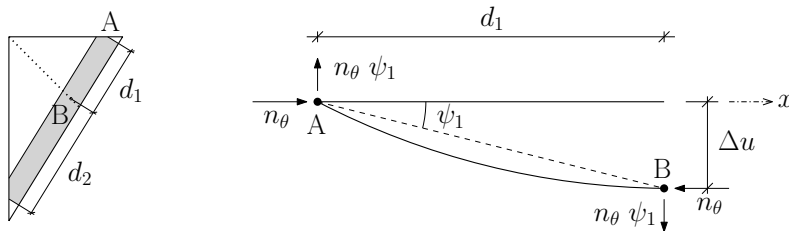
2.2.6 Flytelinjemodell – Laustsen et al.

I «Stability of brackets and stiffeners in steel structures» fra 2012 av Laustsen et al. [12] har det blitt utarbeidet en alternativ metode for å bestemme kapasiteten til trekantede stiverplater. Metoden tar utgangspunkt i en antatt deformert plategeometri etter knekking. Denne baseres på en intern flytelinje som strekker seg fra hjørnet mellom topplate og innfesting, som en rett linje ut til den frie randen med vinkel α , som vist i figur 2.2.7. Avhengig av gjeldende grensebetingelser vil det også antas flytelinjer langs platens fastholdte render.



Figur 2.2.7: Flytelinjemodell av konsollplate

Til høyre i figur 2.2.8 er et utsnitt av en infinitesimal platestripe parallell med den frie randen fra innspenningen og ut til flyteledet vist. For å finne det ytre arbeidet som utføres på platestripen anvendes en ekvivalent fiktiv tverrlast $p_t = n_\theta \psi$.



Figur 2.2.8: Deformasjoner av en platestripe utsatt for aksiallast

På en platestripe med bredde, b_s , og bidrag fra begge sider av den interne flytelinjen vil den totale fiktive tverrlasten (P_t) kunne uttrykkes ved:

$$P_t = n_\theta \psi_1 b_s + n_\theta \psi_2 b_s = n_\theta (\psi_1 + \psi_2) b_s = n_\theta b_s u_{ii}(\alpha) \frac{d}{d_1 d_2} \quad (2.36)$$

Her beskriver $u_{ii}(\alpha)$ største utbøyning langs den frie randen som en funksjon av

flytelinjens vinkel, α . Indeksene, ii , angir platens grensebetingelser mot henholdsvis topplate og innfestning, der $i = 0$ betyr fritt opplagt, mens $i = 1$ betyr fast innspent. Som en approksimasjon til den reelle utbøyningen har Laustsen et al. valgt å beskrive utbøyningene ved å anta en krumning, $\kappa_m = 2 \varepsilon_y/t$ som gir flyting gjennom platens tverrsnitt, der $\varepsilon_y = f_y/E$. Funksjonene beskriver da utbøyningen på den frie randen som videre skaleres lineært ned mot platens indre hjørne. Dette lar seg best beskrive som en funksjon av $x = x(\alpha)$, der x er flytelinjens posisjon fra toppranden målt parallelt med den frie randen:

$$u_{00}(x) = \left(\frac{x^4}{3d^2} - \frac{2x^3}{3d} + \frac{xd}{3} \right) \kappa_m \quad (2.37)$$

$$u_{01}(x) = \left(\frac{x^4}{2d^2} - \frac{5x^3}{6d} + \frac{xd}{3} \right) \kappa_m \quad (2.38)$$

$$u_{10}(x) = \left(\frac{x^4}{2d^2} - \frac{7x^3}{6d} + \frac{x^2}{2} + \frac{xd}{6} \right) \kappa_m \quad (2.39)$$

$$u_{11}(x) = \left(\frac{2x^4}{3d^2} - \frac{4x^3}{3d} + \frac{x^2}{2} + \frac{xd}{6} \right) \kappa_m \quad (2.40)$$

Det ytre arbeidet finnes tilslutt ved å sette b_s lik bredden av den reelle lastbredden projisert parallelt med den frie randen:

$$W_E = P_t \frac{s}{L} \delta = n_\theta u_{ii}(\alpha) \frac{b_s s}{L} \frac{d}{d_1 d_2} \delta \quad (2.41)$$

Det indre arbeidet finnes ved å summere det plastiske arbeidet som gjøres i flytelinjene. Det refereres til kapittel 2.1.2 for gjennomgang av generell flytelinjeteori. Plastisk arbeid per enhetslengde av en flytelinje er:

$$W_l = |m_n| |\Delta\omega| \quad (2.42)$$

hvor m_n er bøyemomentet per enhetslengde, og $\Delta\omega$ er endring i kurvatur. For en flytelinje utsatt for ren bøyning uten krefter i planet er flytemomentet gitt ved:

$$m_n = m_p = \frac{1}{4} t^2 f_y \quad (2.43)$$

mens en flytelinje utsatt for en aksialkraft n_θ per enhetslengde får et flytemoment

gitt ved:

$$m_{pn} = m_p \left[1 - \left(\frac{n_\theta}{n_p} \right)^2 \right] \quad (2.44)$$

hvor $n_p = t f_y$ er trykkraft per enhetslengde som gir flyting i platen. Denne interaksjonsformelen er forklart i P. Kr. Larsen [4]. Sammenhengen mellom momentet som opptrer langs flytelinjens retning mot hovedretningene blir:

$$m_b = m_{n1} \cos^2 \theta + m_{n2} \sin^2 \theta \quad (2.45)$$

Følgelig blir dimensjonerende momentent i henholdsvis toppranden, enderanden og i den indre flytelinjen:

$$m_{bl} = \frac{L_s}{L} [m_{pn} \sin^2 \theta + m_p \cos^2 \theta] + \frac{L - L_s}{L} m_p \quad (2.46)$$

$$m_{bh} = \frac{L_s}{L} [m_{pn} \cos^2 \theta + m_p \sin^2 \theta] + \frac{L - L_s}{L} m_p \quad (2.47)$$

$$m_{bb} = \frac{L_s}{L} [m_{pn} \cos^2 (\alpha - \theta) + m_p \sin^2 (\alpha - \theta)] + \frac{L - L_s}{L} m_p \quad (2.48)$$

Det totale indre arbeidet utgjør videre:

$$W_I = L i_l \omega_l m_{bh} + H i_h \omega_h m_{bl} + L_r \omega_l m_{bb} + H_r \omega_h m_{bb} \quad (2.49)$$

hvor i_l og i_h spesifiseres som enten 0 (fritt opplagt) eller 1 (innspent) avhengig av randbetingelsene. Ved å sette $W_E = W_I$ oppsummerer tilslutt Laustsen et al. resultatene av plateknekkingsproblemet uttrykt med en maksimal lastkapasitet:

$$N_u = \frac{\chi L t f_y}{(L/H)^2 + 1} \quad (2.50)$$

hvor

$$\chi = \frac{L_s}{L} \chi_s \quad (2.51)$$

$$\chi_s = \frac{n_\theta/t}{f_y} = -\frac{2s}{L} \frac{u_{ii}(\alpha)}{t} j_1(\alpha) + \sqrt{\left(\frac{2s}{L} \frac{u_{ii}(\alpha)}{t} j_1(\alpha)\right)^2 + \frac{L}{L_s} D^2 j_2(\alpha)} \quad (2.52)$$

$$j_1 = \frac{H \cos \alpha + L \sin \alpha}{(1 + i_l)H \cos \alpha + (1 + i_h)L \sin \alpha} \quad (2.53)$$

$$j_2 = \frac{\left(\frac{i_l \cos \alpha}{H} + \frac{i_h \sin \alpha}{L} + \frac{1}{H \cos \alpha + L \sin \alpha}\right)}{(1 + i_l)H \cos \alpha + (1 + i_h)L \sin \alpha} \quad (2.54)$$

Verdien av α som gir lavest kapasitet er på forhånd ikke kjent, men finnes ved å minimere $\chi_s(\alpha)$. Dette oppnås enklest ved bruk av iterative teknikker, men kan også gjøres analytisk ved å løse $\partial\chi_s(\alpha)/\partial\alpha = 0$.

For å lettere sammenligne metoden mot forsøksdata med ulike dimensjoner har Laustsen et al. valgt å definere en dimensjonsløs kapasitet (N_u^*):

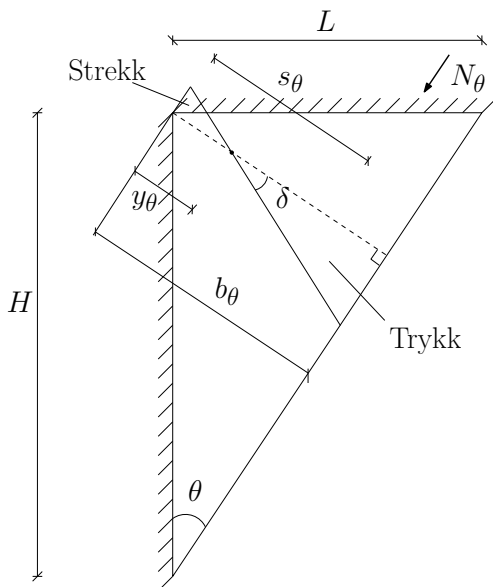
$$N_u^* = \frac{\chi}{(L/H)^2 + 1} = \frac{N_u}{L t f_y} \quad (2.55)$$

som videre kombineres med en slankhet (λ_1):

$$\lambda_1 = \frac{D}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad (2.56)$$

Øvre grense for uslanke plater

I tillegg til knekkingskapasiteten inkluderer Laustsen en øvre grense for mindre slanke plater der en annen mekanisme vil være den dimensjonerende. Mekanismen forelått av Laustsen består av en rotasjon i platens plan med dreiepunkt nært det innspente hjørnet i platen. Det vil følgelig utføres et indre arbeid bestående av en trykkdel og en strekkdel på hver sin side av rotasjonspunktet. Denne fordelingen samt de øvrige geometrimålene er vist i figur 2.2.9.



Figur 2.2.9: Mekanisme for uslanke plater

En von Mises materialmodell er benyttet i utledningen. Arbeidet utført i strekkdelen som følge av et rotasjonsinkrement δ har verdien:

$$W_s = \frac{1}{\sqrt{3}} f_y t y_\theta^2 \delta \quad (2.57)$$

I trykkdelen utføres følgende arbeid:

$$W_t = \frac{1}{\sqrt{3}} f_y t (b_\theta - y_\theta)^2 \delta \quad (2.58)$$

Summen av disse utgjør det indre arbeidet som følge av rotasjonsinkrementet. En ytre kraft N_θ virker parallelt med den frie randen i en normalavstand s_θ fra det inspenne hjørnet. Det ytre arbeidet blir derfor:

$$W_y = N_\theta (s_\theta - y_\theta) \delta \quad (2.59)$$

Videre må den faktiske plasseringen til rotasjonspunktet fastsettes. Dette gjøres ved å sette indre lik ytre arbeid og finne ekstremalverdien for N_θ med hensyn på y_θ som

angir avstanden fra hjørnet til rotasjonspunktet i retning normalt på den frie randen.

$$N_\theta = \frac{f_y t (y_\theta^2 + (b_\theta - y_\theta)^2)}{\sqrt{3}(s_\theta - y_\theta)} \quad (2.60)$$

$$\frac{dN_\theta}{dy_\theta} = 0 \implies y_\theta = \begin{cases} s_\theta + \sqrt{0.5b_\theta^2 + s_\theta^2 - b_\theta s_\theta} & \text{for } s \leq \frac{L}{2} \\ s_\theta - \sqrt{0.5b_\theta^2 + s_\theta^2 - b_\theta s_\theta} & \text{for } s > \frac{L}{2} \end{cases} \quad (2.61)$$

Maks last i angrepspunktet i avstand s fra bakplaten er vertikalkomponenten til lasten N_θ :

$$N_u = N_\theta \cos \theta \quad (2.62)$$

Denne sammenhengen utgjør en øvre grense for kapasiteten platen kan oppnå når slankheten blir lav nok.

2.2.7 Eksperimentelt studie – Poulsen og Pedersen

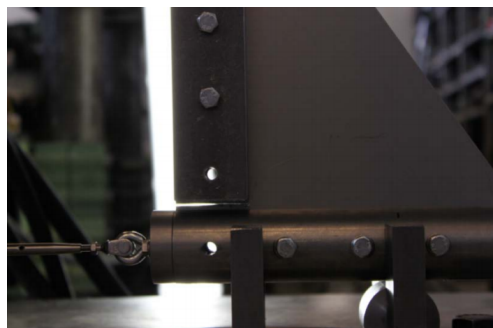
Diplomoppgaven «Experimental analysis of steel gusset plates» [13] fra 2012 er skrevet av studentene Poulsen og Pedersen for Danmarks Tekniske Universitet. I oppgaven beskrives forsøk på slanke, fritt opplagte stiverplater og det bestemmes en knekkingskoeffisient for disse randbetingelsene. Det er benyttet elementmetodemodeller som supplement til de eksperimentelle forsøkene. Sammenhengen mellom kritisk knekklast, P_{cr} , knekkingskoeffisienten, k og andre parametere er gitt av følgende formel:

$$P_{cr} = k \frac{\pi^2}{L} \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2.63)$$

For å oppnå de ønskede randbetingelsene er det forsøkt å benytte sylindere og laskeplater som ved hjelp av bolter klemmer platen langs rendene som vist i figur 2.2.10. Begge rendene skal i utgangspunktet være fri til å rotere om sine lengdeakser ved at sylindere glir på de ytre opplagene mens laskeplatene er koblet til et rotasjonslager. For å måle forskyvningsfeltet i- og ut av planet er digital bildekorrelasjon (DIC) benyttet. Figur 2.2.11 viser forløpet under et av forsøkene utført i studiet.

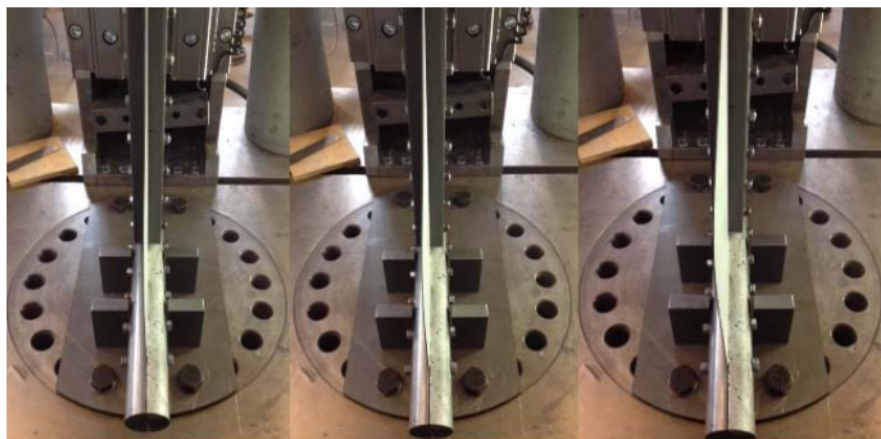


(a) Hele oppsettet



(b) Hjørnedetalj

Figur 2.2.10: Poulsen og Pedersen (2012): Generelt forsøksoppsett



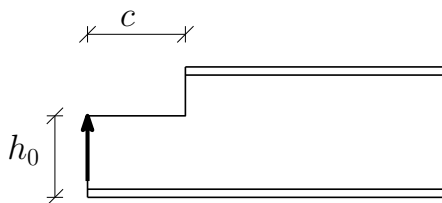
Figur 2.2.11: Poulsen og Pedersen (2012): Bildeserie av et forsøk

Totalt 14 forsøk gav resultater de mente kunne brukes for videre analyser. Det var vanskelig å oppnå konsekvente forsøksresultater ved at særlig den vertikale randen hadde problemer med å rotere fritt, og det har blitt diskutert hvorvidt de ideelle randbetingelsene ble oppfylt. Poulsen og Pedersen mener forsøksoppsettet kan forbedres og foreslår i slutten av sin oppgave to alternative oppsett for å oppnå bedre resultater. Oppgaven konkluderer med å ha funnet en knekkingskoeffisient, $k = 0.51$ for lastplassering ($s/L = 0.56$ med gyldig intervall $(L/H) \in [0.47, 1.00]$).

2.2.8 Kapasitet av avtrappede bjelkeender – Aalberg, A

I artikkelen «Resistance of coped beam end for concentrated force» [14] tar Aalberg for seg ulike metoder for å beregne kapasiteten av avtrappede bjelkeender. For å beregne kapasiteten til en bjelke med toppflensen fjernet ved opplageret foreslår Aalberg to fremgangsmåter. Den første tar utgangspunkt i kapasiteten fra eurokoden til det hele uavtrappede tverrsnittet, som ganget med en korreksjonsfaktor gir kapasiteten til avtrappet tverrsnitt. Den andre fremgangsmåte idealiserer steget til en trekantplate, se figur 2.2.13.

For å finne korreksjonsfaktoren til den første fremgangsmåten ble det utført 12 forsøk med seks ulike avtrappingsgeometrier, hver geometri med to ulike materialvalg, henholdsvis stål og aluminium. Variasjonene i geometri ble gjort gjennom ulike c/h_0 forhold. Der c og h_0 er størrelsene angitt på figur 2.2.12



Figur 2.2.12: Mål på avtrapping av bjelkeende

Resultatene ble videre benyttet til å finne en sammenheng mellom avtrappingens geometri og materialvalg, og reduksjonen i forhold til kapasitet av fullstendig tverrsnitt.

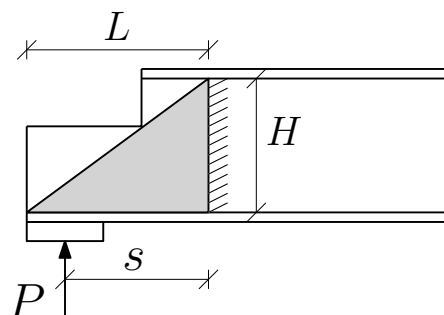
$$R_{avtrappet} = R_{uavtrappet}(1 - B \cdot (c/h_0)) \quad (2.64)$$

Der B ble funnet til å være 0.4 for forsøksserien i aluminium og 0.32 for stålserien. Ved hjelp av en serie elementanalyser i Abaqus ble det funnet et mer generelt uttrykk for B som tok hensyn til ulike stegtykkelser, høyder og elastisitetsmoduler:

$$B = 0.355 + 0.002(h_s/t_s) - 0.08(E/E_s) \quad (2.65)$$

Den andre fremgangsmåten Aalberg foreslår tar utgangspunkt i en forenkling der bjelkeenden idealiseres til en trekantplate som er fast innspent i bjelkens underflens, samt i bjelkesteget der den idealiserte trekantplaten når sin fulle høyde. Materialet

på oversiden av diagonalen ignoreres. Figur 2.2.13 viser geometrien der det skraverte området angir trekantplaten.



Figur 2.2.13: Trekantplatemodell av avtrappet bjelkeende

Dette gjør det mulig å benytte beregningsmetodene for trekantplater angitt tidligere i teorikapittelet på problemet. Aalberg beregner kapasiteten til bjelkeendene ved hjelp av både Martins [1] og Laustens [12] beregningsmetoder. Deretter sammenligner han resultatene med de funnet ved de samme ti forsøkene som ble benyttet for å finne reduksjonsfaktoren for Aalbergs første metode. Årsaken til at bare ti av de 12 forsøkene ble benyttet som referanser er at den ene geometrien som ble benyttet ikke hadde noen avtrapping og følgelig ingen idealisert trekantplate.

Resultatene til Aalberg viser at begge metodene gir konservative resultater. Laustens metode gir i gjennomsnitt bedre samsvar enn Martins, men har imidlertid større variasjon mellom resultatene. Best samsvar oppnås ved å benytte Laustens metode, men med bidrag fra bøyestivhet på samme måte som Martin har inkludert i sin formel, $\frac{M_{p,fl}}{s}$. Aalberg konkluderer med at begge metodene gir gode estimater på kapasitet, men at Martins kan være å foretrekke da den er enklere å benytte.

2.3 Dimensjonering i henhold til Eurokoden

I Eurokode 3 (NS-EN 1993), derunder del 1-1 [15] og 1-5 [16] eksisterer det i dag ingen beregningsmetoder direkte rettet mot triangulære stiverplater. Det eksisterer imidlertid en rekke beregningsmetoder og regler for andre trykkutsatte komponenter med ulike randbetingelser og slankheter.

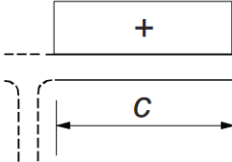
2.3.1 Tverrsnittsklassifisering av trykkpåkjennte komponenter

I NS-EN 1993-1-1 er kriteriene for ulike tverrsnittsklasser definert, og for utstikkende trykkutsatte flenser gjelder betingelsene som gjengitt i tabell 2.3.1. Uslanke tverrsnittsdeler, hvor plastisk motstand kan forventes, går under klasse 1 og 2, mens klasse 3 skal dimensjoneres etter elastisk tverrsnittskapasitet. Dersom kriteriet for klasse 3 ikke er oppfylt, går det aktuelle tverrsnittet under dimensjoneringsreglene for klasse 4 og må undersøkes for lokal knekking.

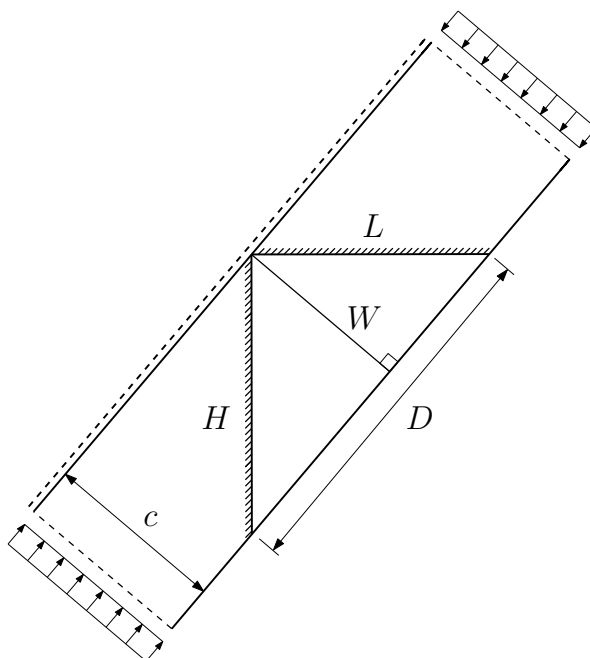
Tabell 2.3.1: Tverrsnittsklassifisering av utstikkende flens

Klasse	Kriterium
1	$c/t \leq 9\varepsilon$
2	$c/t \leq 10\varepsilon$
3	$c/t \leq 14\varepsilon$

$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$



Kriteriene gjelder for et tverrsnitt av en potensielt «uendelig» lang bjelke eller søyle slik at fastholdelse av en utstikkende flens bare antas langs randen i tverrsnittet. Ved å anta c lik normalavstanden fra fri rand inn til indre hjørne i en trekantplate som vist i figur 2.3.1 kan overnevnte kriterier anvendes. Dette kan kanskje være i overkant konservativt ettersom en trekantplate vil ha høyere grad av fastholdelse.

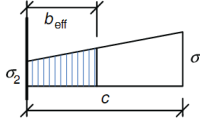
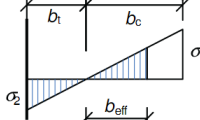


Figur 2.3.1: Sammenligning av utstikkende flens og trekantplate

2.3.2 Dimensjonering av knekkingsutsatte tverrsnittsdeler

For å beregne kapasiteten av et knekkingsutsatt tverrsnitt (klasse 4) er det i Eurokode 3 valgt å utføre dette ved å finne et ekvivalent effektivt tverrsnitt som tar høyde for slanke deler. Tanken bak denne metoden er å se bort i fra de delene av tverrsnittet som kan antas å raskt miste sin motstandsevne på grunn av lokal knekking. Det gjenværende effektive tverrsnittet kan videre regnes som et vanlig tverrsnitt uten lokal knekkingsproblematikk. For utstikkende flenser gjelder reglene som er gjengitt i tabell 2.3.2.

Tabell 2.3.2: Effektiv bredde av slanke utstikkende elementer iht. Eurokode 3

Stress distribution (compression positive)		Effective ^p width b_{eff}		
		$1 > \psi \geq 0$: $b_{\text{eff}} = \rho c$		
		$\psi < 0$: $b_{\text{eff}} = \rho b_c = \rho c / (1 - \psi)$		
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1	0	-1	$1 \geq \psi \geq -3$
Buckling factor k_σ	0,43	0,57	0,85	$0,57 - 0,21\psi + 0,07\psi^2$

hvor

$$\rho = 1.0 \quad \text{for } \bar{\lambda}_p \leq 0.748 \quad (2.66)$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.188}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1.0 \quad \text{for } \bar{\lambda}_p > 0.748 \quad (2.67)$$

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{c/t}{28.4\epsilon\sqrt{k_\sigma}} \quad (2.68)$$

For å anvende kapasitetsreglene fra Eurokode 3 på triangulære stivere må visse antagelser gjøres. Spenningene må transformeres i lastretningen og det må dannes en tilnærming til hvordan de er fordelt over platens bredde for å bestemme ψ . Hvis det antas uniform spenning ($\psi = \sigma_2 / \sigma_1 = 1.0$) blir $k_\sigma = 0.43$, og hvis $\sigma_2 / \sigma_1 = 0.0$ blir $k_\sigma = 0.57$. Det virker sannsynlig at beste tilnærming vil ligge et sted mellom disse to grensene. Når effektiv bredde er funnet kan normalkraften parallelt med den frie randen finnes ved:

$$N_\theta = f_y t b_{\text{eff}} \quad (2.69)$$

I Eurokode 3 skal den gjenværende effektive bredden legges inn mot platens fastholdelse, altså det indre hjørnet på stiverplaten. Dette synes imidlertid å være meget konservativt ettersom det for konsollplatens tilfelle må foretas en momentlikevekt mellom platens resultant og ytre last. Den ytre lasten har på forhånd en fastsatt posisjon (s) mens platen vil ha en resultantarm lik $b_{\text{eff}}/2$. En stor forskjell mellom disse vil derfor være meget utslagsgivende i kapasitetsberegningen. Som modifisering virker det mer reelt å plassere det effektive platematerialet under den ytre lasten,

eller eventuelt helt ut mot den frie randen. Det er imidlertid ikke mulig å avgjøre om disse modifikasjonene fortsatt vil være konservative da de til en viss grad avviker fra prinsippet som ligger til grunn for bruken av effektivt tverrsnittsareal.

En alternativ tilnærming vil være å betrakte platen som en fritt opplagt enveisplate, og en fornuftig antagelse kan være å sette knekk lengden lik platens lengde mellom midtpunktene på henholdsvis vertikal og horisontal rand. Dette medfører at knekk lengden blir lik $D/2$. Fra dette vil følgelig kritisk knekklast bli:

$$N_{\theta,cr} = \frac{4\pi^2 E t^3}{12(1-\nu^2)D^2} W \leq W t f_y \quad (2.70)$$

$$N_{cr} = N_{\theta,cr} \cos \theta \quad \text{med resultant i } s = L/2 \quad (2.71)$$

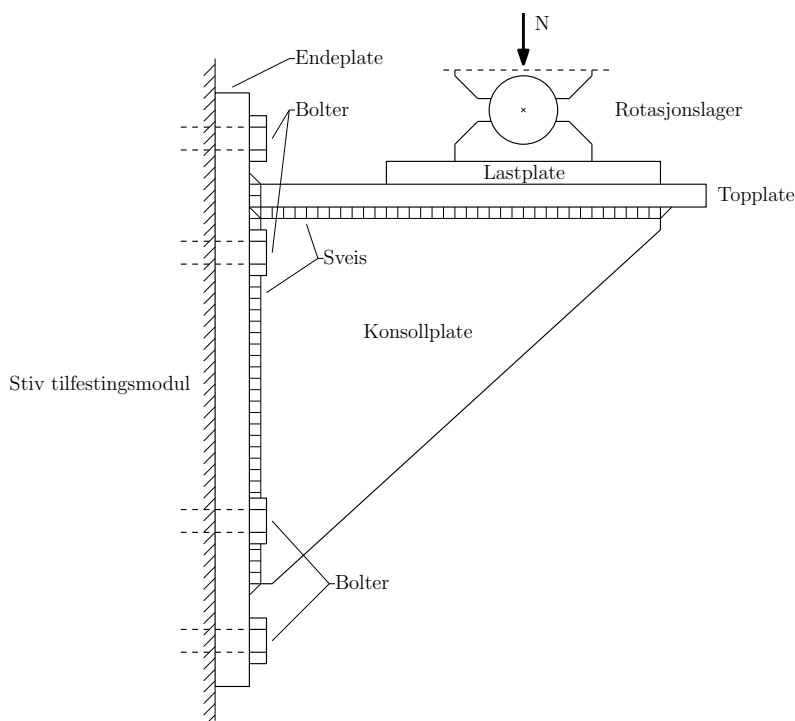
hvor $\cos \theta = H/D$. Som en nedre grense for metoden med effektiv flensbredde kan ligning (2.70) konservativt benyttes med knekk lengde lik D .

KAPITTEL 3

Forstudium og innledende analyser

Formålet med forstudiet er å skaffe innledende kunnskap om effekten av ulike forsøksbetingelser, samt egenskaper til elementmodellen. Dette gjøres ved hjelp av elementmodeller basert på geometrier fra tidligere forsøk. Betydningen av variasjoner i sveis, imperfeksjoner samt elementtype har blitt undersøkt. Videre har det blitt laget elementmodeller for å se på effekten av lastpåføringens bredde og eksentrisitet, samt innfestningens utførelse i modellene.

Med bakgrunn i tilgjengelig utstyr og praktiske forhold er det satt enkelte rammer rundt forsøksoppsettet. Dette danner grunnlaget for elementmodellen. Figur 3.0.1 viser foreslått skjematisk oppsett for forsøkene.



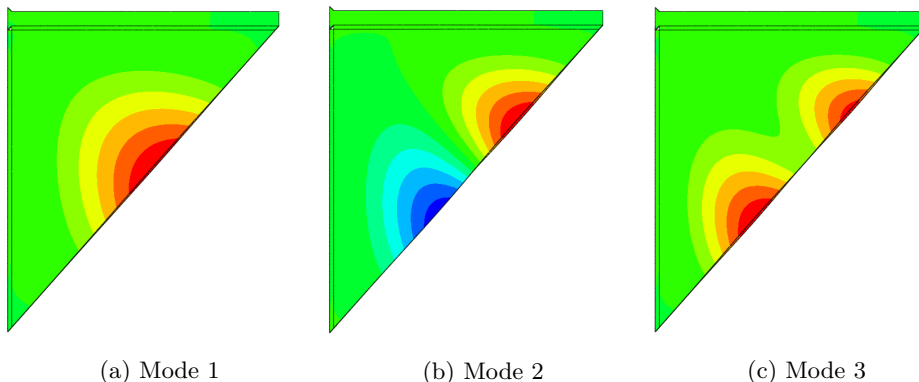
Figur 3.0.1: Skjematisk oppsett for forsøkene

Konsollplaten sveises til en tykk endeplate som videre boltes til en stiv tilfestingsmodul. Da det er planlagt å utføre flere forsøk vil dette gjøre at utskifting av hvert testeksemplar vil kunne utføres forholdsvis raskt. Det er maksimalt benyttet bolter med 20 mm nominell diameter (M20) grunnet tilgjengelig verktøy for utboring i tilfestingsmodulen. Lastpåføring utføres med en hydraulisk jekk og et rotasjonslager benyttes mellom jekk og lastplate slik at rotasjoner i testeksemplarets topplate ikke forhindres.

3.1 Lineær knekkingsmodeanalyse

En lineær knekkingsmodeanalyse er nyttig å utføre for å indikere hvilke deformasjoner av konsollen som er aktuelle etter at knekking har inntruffet. Normalt vil første

mode være gjeldende, men eventuelle imperfeksjoner kan potensielt styre forløpet til høyere moder dersom differansen av de tilhørende knekkplastene er lav nok. Figur 3.1.1 skisserer de tre første knekkingsmodene for en eksempelkonsoll. Et annet høyde/lengde-forhold vil kunne gi andre knekkformer, men det antas sannsynlig at lignende moder vil observeres for de fleste geometriene som senere skal undersøkes.



Figur 3.1.1: De tre første knekkingsmodene til en eksempelkonsoll

Første knekkingsmode har én enkelt utbuling med største amplitude ved den frie randens midtpunkt. Amplituden avtar gradvis mot platens fastholdte render. Andre og tredje knekkingsmode har henholdsvis 2 og 3 utbulinger langs den frie randen.

3.2 Elementtyper benyttet i forstudiet

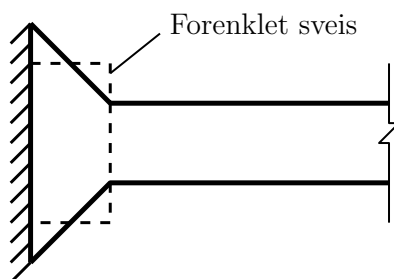
To ulike elementtyper i Abaqus benyttes i forstudiet. Den ene typen er skallelementet (shell element) S4R. Andre type er volumelementet (volume element) C3D8R. S4R er et lineært, 4-nodet skallelement med redusert integrasjon. Det går under betegnelsen «general-purpose» element i Abaqus [17] og kan brukes på problemer best løst ved både tynn og tykk skallteori. C3D8R (brick element) er et lineært volumelement med 8 noder. Det benytter også redusert integrasjon.

3.3 Analyser med utgangspunkt i tidligere forsøk

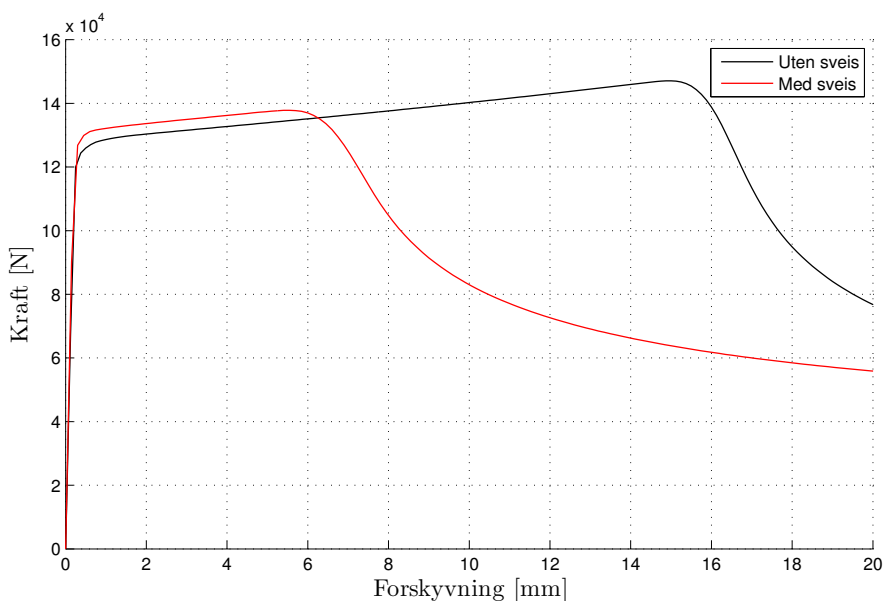
I Martins paper [1] er det utført flere forsøk. Som en del av forstudiet ble to av disse forsøkt gjenskapt i Abaqus. Dette er forbundet med en del usikkerhet da det er vanskelig å få en fullstendig oversikt over alle forsøksbetingelsene benyttet, og i hvilken grad disse samsvarer med det antatte forsøksoppsettet. Det danner likevel et godt utgangspunkt for en del av et forstudium da det gjør det mulig å se om resultatene fra analysene harmoniserer noe med makslastene oppnådd i Martins forsøk for de ulike geometriene.

3.3.1 Martins 1. Geometri

Det første forsøket fra Martin som ble undersøkt var et forsøk med trekantplate med følgende mål: Lengde: 145 mm, høyde: 145 mm, og bredde av topplaten: 152 mm. Både topplate og trekantplate hadde tykkelsen 6.1 mm. Alle sveiser hadde a-mål 6 mm. Flytspenning var angitt til 302.6 N/mm^2 og makslast var i forsøket funnet til å være $P_u = 127.5 \text{ kN}$. Figur 3.3.2 viser deformasjonsforløpet til to modeller med og uten sveis. De er modellert som skallmodeller med meshoppløsning lik 2.5 mm. Modellen med sveis er modellert med økt skalltykkelse tilsvarende middelmål sveis i a-måls bredde, se figur 3.3.1



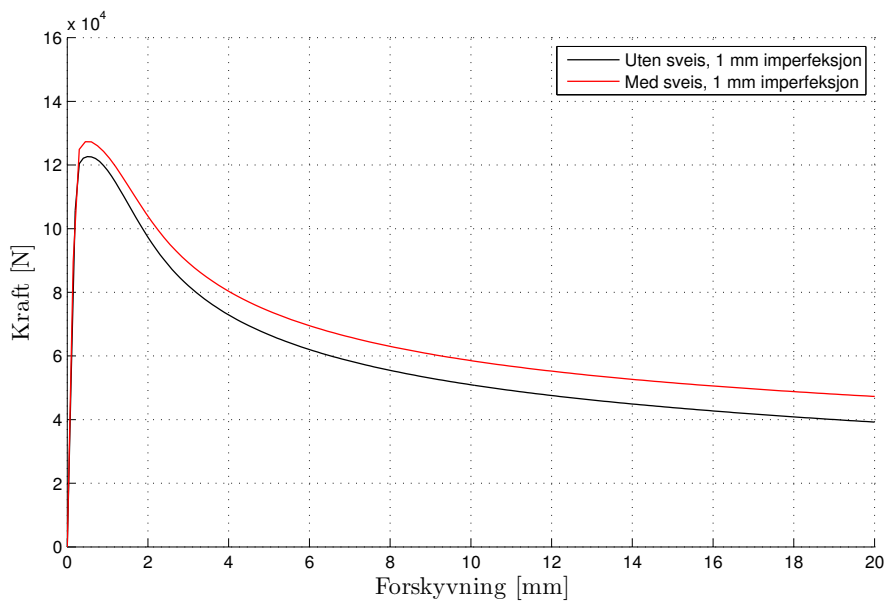
Figur 3.3.1: Modellering av sveis ved økt platetykkelse



Figur 3.3.2: Kraft-forskyvning: Med og uten sveis

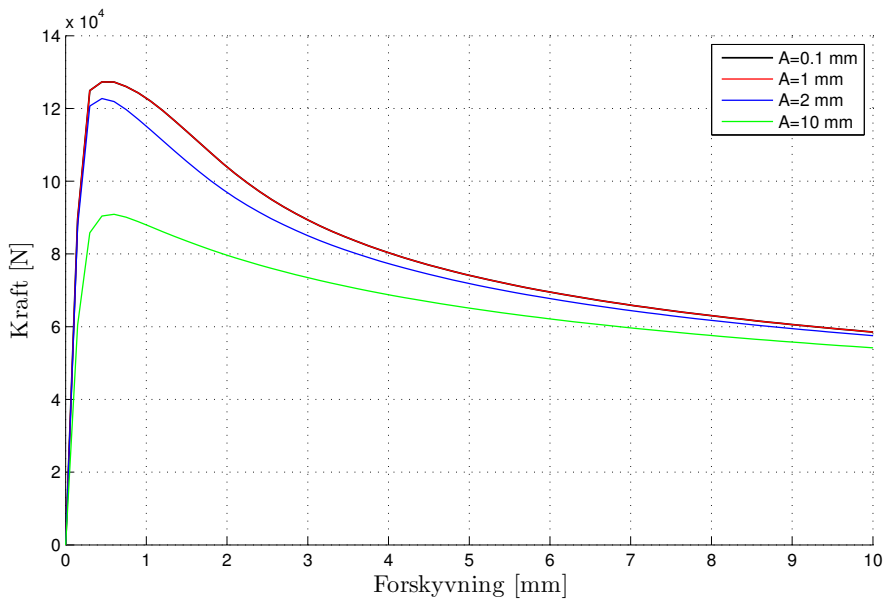
Begge modellene gir et forholdsvis langt platå med aksial flytning før de når toppunktet. Dette kan være reelt, men det kan også være et tegn på platen stukes mye mer i analysen enn den ville ha gjort før knekking i virkeligheten. Modellen med sveis får også lavere makslast. Dette er lite intuitivt da sveisen vil gi bedre innspenning og en kortere knekkklengde. Årsaken til det lange flytplatået kan være at den «perfekt rette» trekantplaten trenger en liten tverrforskyvning før elementmodellen klarer å simulere knekking. Dersom den ikke får det, vil knekkingspunktet være en følge av numeriske tilfeldigheter. Det er derfor interessant å se betydningen av å legge inn små initielle imperfeksjoner i trekantplaten.

Konsollens 1. knekkingsmode, som er én enkel utbuling av platen, se figur 3.1.1, ble satt som formen til den initielle imperfeksjonen. Den ble deretter vektet med en amplitude lik 1 mm og satt som initieell geometri for et forsøk med forøvrig identiske parametere som de førstnevnte modellene. Figur 3.3.3 viser deformasjonsforløpet til de to modellene.



Figur 3.3.3: Kraft-forskyvning: Med og uten sveis, imperfeksjonsamplitude 1 mm

Det fremkommer klart av figuren at en liten initiell imperfeksjon vil ha stor betydning på både deformasjonsforløp og makslast. Økt tykkelse for sveis gir også som ventet økt kapasitet som følge av økt stivhet. For å kontrollere om den initielle imperfeksjonen ble satt for stor ble det kjørt noen ekstra elementanalyser med modellen med sveis med ulike imperfeksjonsamplituder. Figur 3.3.4 viser en sammeligning av disse.



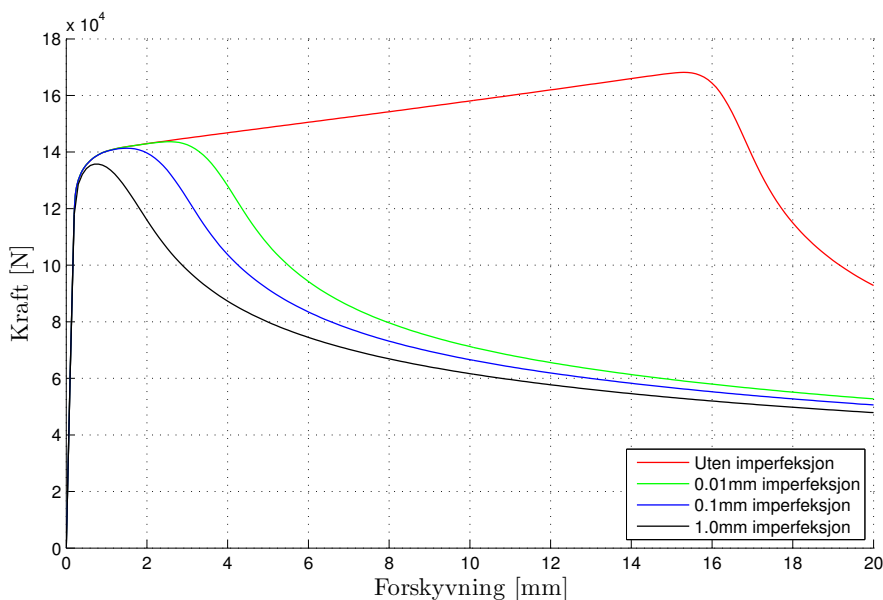
Figur 3.3.4: Kraft-forskyvning: Med sveis. Ulike imperfeksjonsamplituder

Det er ikke mulig å se kurven for amplitude lik 0.1 mm på figuren da denne går helt likt som for $A=1$ mm. Det er tydelig at størrelsen på imperfeksjonen har lite å si så lenge den er liten relativt til plategeometrien. Det faktum at det er en imperfeksjon der viser seg imidlertid å være av stor betydning. I virkeligheten vil det alltid være imperfeksjoner av ulik størrelse som gjør at aksialspenningene raskere går over til bøyestrukturer enn ved en perfekt plan plate. Små imperfeksjoner kan altså gi mer realistiske resultater og bedre samsvar med forsøk. En amplitude på 10 mm gir en kraftig reduksjon i kapasiteten da bøyestivheten til platen får en større betydning fra starten av deformasjonsforløpet.

Elementanalysene med sveis og amplitude lik 0.1 mm og 1.0 mm var de analysene som gav best samsvar med forsøksresultatene. Makslast ble 127.3 kN som samsvarer særdeles bra med forsøksresultatet på 127.5 kN. Det gode resultatet kan sannsynligvis tilskrives en god del tilfeldigheter da forsøksresultater med like betingelser ofte kan variere en del fra forsøk til forsøk. Mange parametere er også usikre som f.eks. bruk av en elastisk-perfekt plastisk materialmodell, noe som gir en ufullstendig materialoppførsel. Likevel kan resultatet oppfattes som at analysen gir fornuftige resultater og gir et godt utgangspunkt for videre forstudier.

3.3.2 Martins 2. Geometri

2. geometri fra Martins artikkel hadde målene: Lengde: 148 mm, høyde: 295 mm og bredde av toppplaten: 151 mm. Både topplate og trekantplate hadde tykkelsen 6.54 mm. Alle sveiser hadde her også a-mål 6 mm. Flytspenning var angitt til 257.7 N/mm^2 og maxlast var i forsøket funnet å være $P_u = 189.3 \text{ kN}$. Figur 3.3.5 viser resultatene fra fire analyser med skallmodeller modellert med sveis. Alle analysene har initiell imperfeksjon fra 1. knekkingsmode, men med ulike amplituder. Øvrige parametere er like.

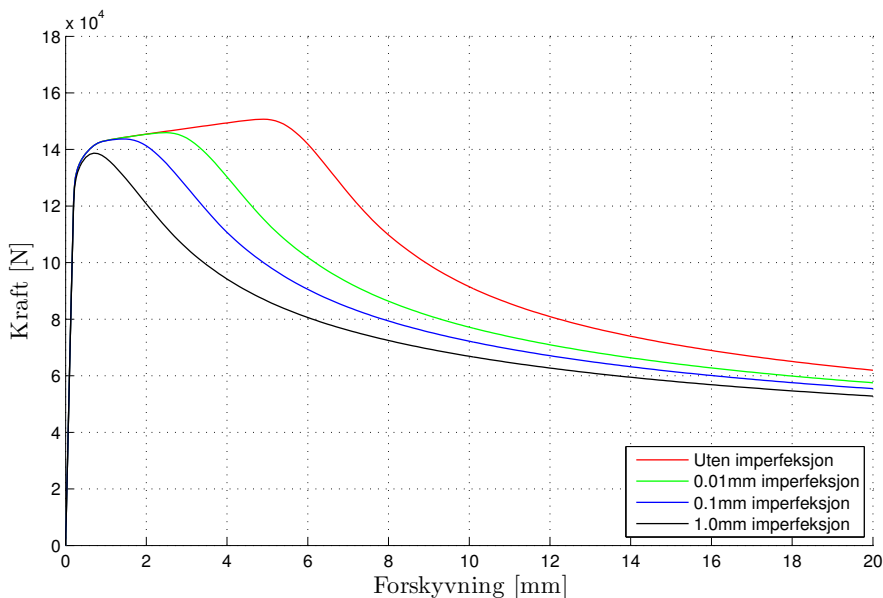


Figur 3.3.5: Kraft-Forskyvning: Skallmodell med sveis, med og uten imperfeksjon

Ingen av analysene gav i dette tilfellet godt samsvar med forsøksresultatet. Det avdekkes imidlertid noen interessante egenskaper ved analysene. Det fremkommer tydelig at imperfeksjon har stor betydning for når modellen når knekkingspunktet. Størrelsen på imperfeksjonen viser seg imidlertid å være av større betydning enn for forrige modell.

Videre ble en volummodell med de samme parameterene utarbeidet. Dette ble gjort for å undersøke forskjellen mellom analyseresultater for volum og skall, samt å se om denne ville kunne gi et riktigere bilde av deformasjonsforløpet. Figur 3.3.6 vi-

ser responsen til volummodeller med like geometrier og imperfeksjonsforhold som skallmodellene. Her er sveisene følgelig modellert med den faktiske geometrien og en elementstørrelse lik 3 mm. Dette gav seks elementer i bredden i trekantplaten.



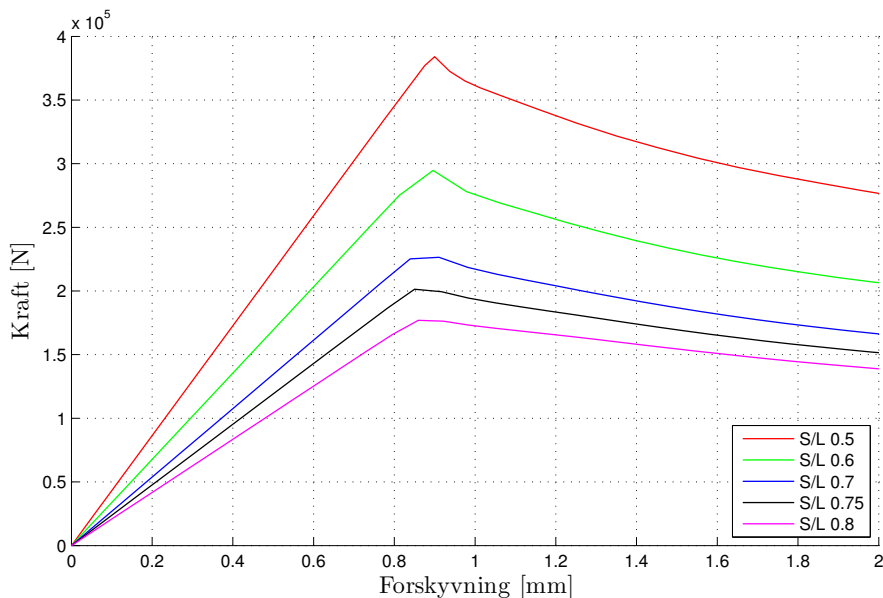
Figur 3.3.6: Kraft-forskyvning: Volummodell med uten imperfeksjon

Det fremkommer tydelig at resultatene fra henholdsvis skall- og volummodell gir tilnærmet identiske kraft-forskyvningskurver. Unntaket er for tilfellene uten imperfeksjon. Dette forsterker hypotesen om at knekkningspunktet i stor grad er styrt av numeriske tilfeldigheter dersom det ikke legges noen føringer i form av imperfeksjon. Størrelsen på imperfeksjonen viser seg imidlertid å være av større betydning for den aktuelle geometrien.

3.4 Lastplassering og lastbredde

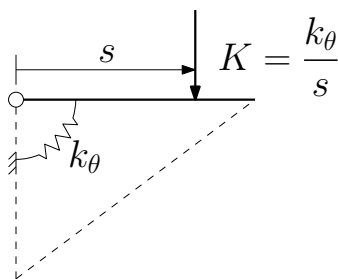
I både Laustsens, Martins og Robinsons håndregnemodeller inngår avstanden (s), avstanden mellom last og bakplate, som en del av variablene. I figur 3.4.1 er kraft-forskyvningskurvene for fem ulike lastplasseringer vist. I alle tilfellene er lastplatene satt slik at de strekker seg helt ut til enden av topplaten. Dette medfører at et s/L -forhold på 0.5 og 0.8 gir lastbredder (L_s) på henholdsvis L og $0.4L$. Alle modellene

benytter en største imperfeksjon på 0.1 mm basert på første knekkmode for å sikre at knekking inntreffer. Nedbøyningen er målt ytterst på konsollen ($x = L$). Det benyttes stål med elastisk- perfekt plastisk oppførsel med flytegrense, $f_y = 355$ MPa.



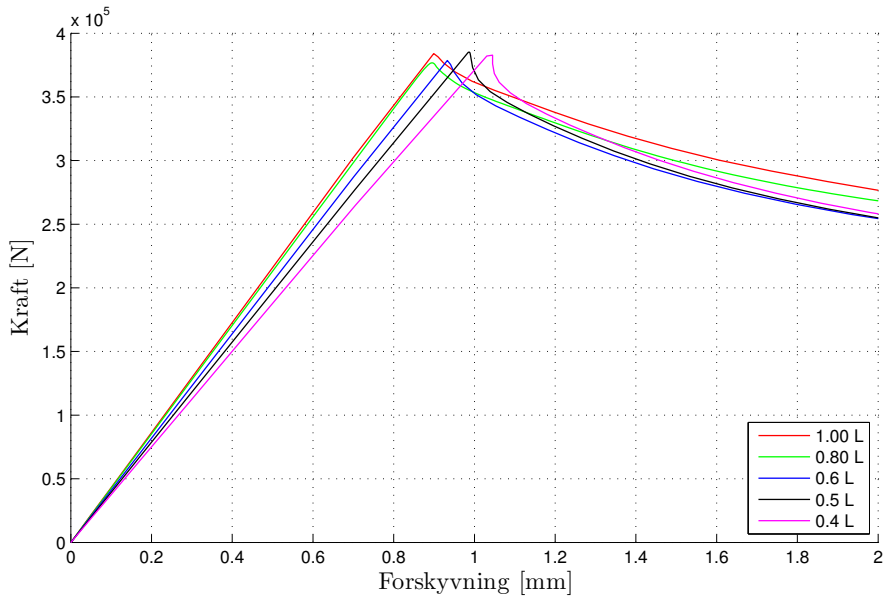
Figur 3.4.1: Kraft-forskyvningskurver med ulike lastplasseringer og lastbredder

Grafene viser et tydelig mønster der systemenes initielle stivhet og kapasitet øker når s/L -forholdet synker. Maksimal motstand oppnås imidlertid ved tilnærmet samme forskyvning for alle s/L -forhold. Stivhetsforskjellene kan forklares ved å betrakte hele konsollen som en rotasjonsmekanisme med stivhet k_θ om innspenningen som skissert i figur 3.4.2. Det oppnås derfor en stivhet, $K = k_\theta/s$ i angrepspunktet omvendt proporsjonal med lastarmen.



Figur 3.4.2: Rotasjonsmekanisme

En annen mulig effekt er at lasten fordeles på et større område av platen, og derfor gir lavere spenninger rett under lastsonen. For å undersøke dette nærmere er det gjort et sett med analyser der s/L holdes konstant lik 0.5 mens lastbredden varieres. Figur 3.4.3 viser kraft-forskyvningskurvene for de ulike analysene.



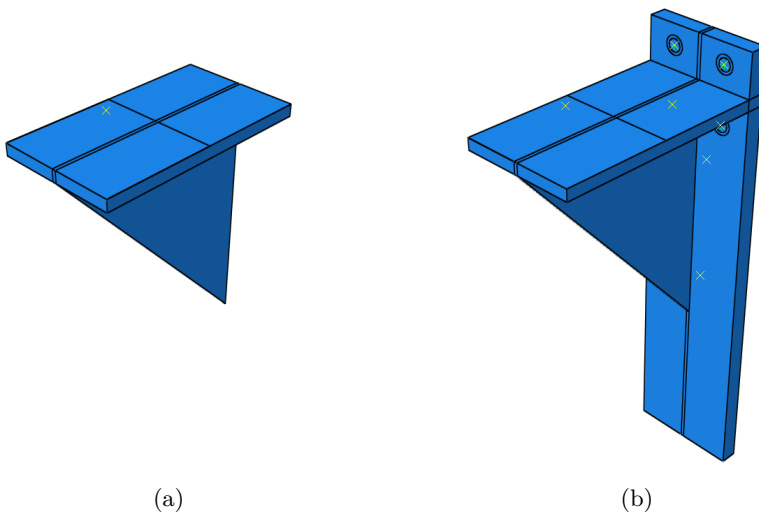
Figur 3.4.3: Kraft-forskyvningskurver med ulike lastbredder, $s/L = 0.5$

Som det fremkommer av resultatene er det også her en initiell stivhetsforskjell. Forskjellene er derimot mindre, og maksimal lastbærende kapasitet ser ikke ut til å være påvirket. Lastbredder lik $1.0L$, $0.5L$ og $0.4L$ gir tilnærmet samme kapasitet, mens $0.6L$ og $0.8L$ ligger marginalt lavere. På bakgrunn av dette kan det virke som det utelukkende er lastens plassering som påvirker konsollenes lastmotstand, mens lastplattens bredde har liten innvirkning.

3.5 Virkning av innfestningens utførelse

I de tidligere elementanalysene er bare konsollplate og toppplate modellert, og elementmodellens noder mot endeplaten er gjort fast innspent. Dette er kostnadseffektivt med tanke på regnetid, men eventuelle effekter av endeplattens utførelse vil ikke bli syn-

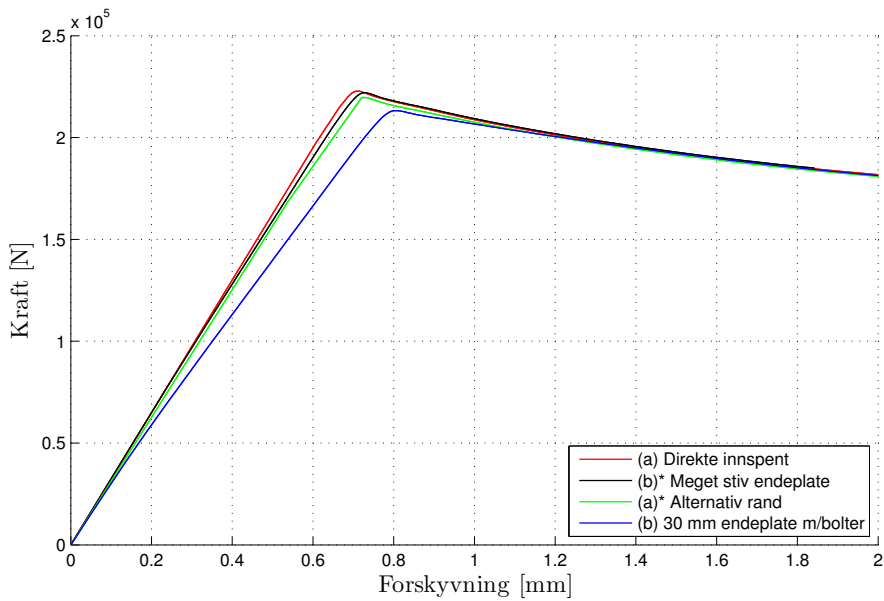
liggjort. I forsøkene er det planlagt å benytte en relativt tykk plate på 30 mm for å minimere disse effektene, men det kan fortsatt tenkes at endeplaten, inkludert bolter, vil bidra til å påvirke totalsystemets stivhet eller kapasitet i en elementmetodemodell. For å undersøke dette er to ulike modellgeometrier, som vist i figur 3.5.1, blitt sammenlignet.



Figur 3.5.1: Ulike utførelser av modellens innfestning

Modell (a) er direkte innspent som de foregående modellene. Modell (b) består av både endeplate og bolter. Øvre boltegruppe er modellert med 1-D bjelkeelementer og hver bolt er forspent med kraft lik 25 kN. Som forenkling er nedre boltegruppe modellert som en randbetingelse på bakplaten for å ta skjær- og trykkrefter. Forøvrig er det definert en stiv kontaktflate bak endeplaten for å etterligne innfestningsmodulen som skal brukes i forsøkene. I tillegg til de to modellene er det også dannet en modell basert på (a) som har 30 mm tilleggs materiale på baksiden hvor deformasjoner bare er tillatt i konsollens lengderetning. Dette er gjort for å undersøke om en enklere modell enn (b) er mulig å anvende, som samtidig tar hensyn til bakplatenes tykkelse. Tilslutt er en endring av modell (b) simulert hvor bakplaten har 100 ganger høyere stivhet. Dette er gjort for å isolere bolteneffekt på kraft-forskyvningskurven.

Resultatene fra de fire modellene er vist i figur 3.5.2. Alle simuleringene anvender en initiell imperfeksjon på 0.1 mm basert på første knekkingsmode.



Figur 3.5.2: Sammenligning av oppførsel med og uten bakplate i modellen

Alle modellene, bortsett fra modell (b), ser ut til å gi tilnærmet identiske resultater med kun små differanser i stivhet og kapasitet. Modell (b) har omtrent 4.5 % lavere kapasitet i forhold til den direkte innspente modellen (a). Modellen med meget stiv endeplate gir veldig like resultater som (a) og det virker derfor som boltens effekt er neglisjerbar. Ettersom modellen med alternativ rand nesten gir samme kapasitet som (a) virker det ikke som den klarer å etterligne effekten som oppnås ved å modellere hele bakplaten. Modell (b) vil sannsynligvis være mest reell, men til gjengjeld er den både tidkrevende å modellere og den bruker betraktelig mer regnetid. Da avviket ikke er større enn 4.5 % anses modell (a) som tilstrekkelig for bruk i de fleste tilfeller.

KAPITTEL 4

Forsøk

Det ble utført seks forsøk med konsoll i laboratoriet for å avdekke kapasitet og oppførsel. Først ble de seks geometriene fastsatt. Hver konsoll bestod av en toppplate, trekantplate og bakplate sveist sammen. Deretter ble det gjennomført forsøk med hver av konsollene, fire med trekantplate i konstruksjonsstål S355 og to med høyste Weldomplater. Det ble også utført enaksiale strekktester av platematerialet for å finne materialegenskapene.

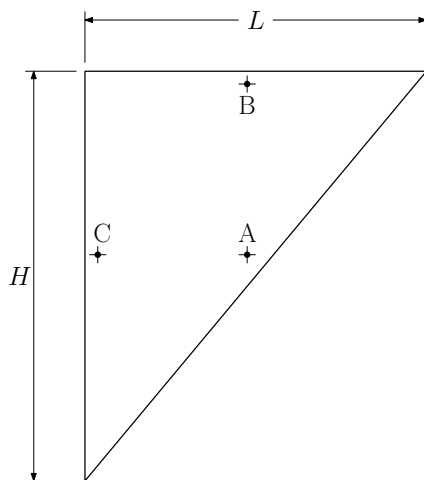
4.1 Geometri og prøvemål

Før konsollene ble sveist opp ble trekantplatenes lengder, høyder og tykkelser oppmålt. Etter sveising ble trekantplatenes formfeil og sveisenes a-mål registrert. Formfeilen er et mål på trekantplatenes bøyning ut av planet. Som det kom frem i forstudiet, se kapittel 3.3, kan dette ha stor innvirkning på konsollens kapasitet og er derfor viktig å kontrollere før forsøket. Disse ble målt manuelt ved å benytte et bladmål og en antatt rett aluminiumsekstrudering som ble holdt langs sidene på trekantplaten. Figur 4.1.1 viser målene til trekantplatene. Imperfeksjonsmålet angir amplituden langs den aktuelle randen med positiv retning ut av planet. To imperfeksjonsmål for samme rand angir imperfeksjon med s-form.

Tabell 4.1.1: Initielle prøvemål

Prøve nr.	Geometri			Imperfeksjoner ¹			Sveis
	H [mm]	L [mm]	t [mm]	A [mm]	B [mm]	C [mm]	a-mål [mm]
1 - S355-1	426	376	5.98	-0.75	-0.90	+0.30	4
2 - S355-2	426	376	5.98	-0.85/+0.50	+0.60	+0.20	4
3 - W700-A	426	377	7.68	-1.75	-0.75	-0.65	4
4 - W700-B	428	377	7.68	-2.30	-0.80	-0.75	4
5 - S355-3	425	375	5.98	-1.95	+0.50	0	4
6 - S355-4	425	375	5.98	+1.65	-0.30	-0.25	4

¹Positive verdier angir imperfeksjoner ut av papirplanet, ref. fig. 4.1.1



Figur 4.1.1: Geometrimål av prøvene

4.2 Forsøksoppsett og apparatur

Konsollenes bakplater ble festet med bolter mot en kraftig stålvegg. Konsollene ble montert opp-ned slik at det som i rapporten har blitt omtalt som toppplate pekte ned mot gulvet. Figur 4.2.1 viser forsøksoppsettet.



Figur 4.2.1: Oppsett av konsollforsøk

Lasten ble påført ved hjelp av en jekk som virket oppover i en gitt avstand fra konsollens bakplate. Kraften fra jekken ble ført gjennom et leddlager og en pålastningsplate over til konsollen. Leddlageret sikret at kraften fra jekken initielt ble påført i senter av pålastningsplaten samt at den tillot topplaten å rotere i planet til trekantplaten. Den påførte kraften hadde imidlertid ikke mulighet til å forflytte seg i horisontalplanet, noe som ville krevd et rullelager under jekk eller pålastningsplate. Fraværet av et rullelager vil kunne gi utilsiktede eksentrisiteter i kraften. Horisontalforskyvningene av konsollene grunnet rotasjon var imidlertid så små at denne effekten kunne antas å være neglisjerbar. Figur 4.2.2 viser et nærbilde av lastpåføringsoppsettet.



Figur 4.2.2: Nærbilde av lastpåføring

Ved bruk av en analog trykkmåler ble kraften fra jekken beregnet og registrert underveis i forsøket. For å registrere forskyvningene ble DIC (Digital Image Correlation) benyttet. Metoden benytter billededata tatt av forsøkseksemplarene under pålasting til å beregne deformasjoner og forskyvninger. Det aktuelle oppsettet hadde to kameraer, noe som gjorde det mulig å bestemme romlige (3D) posisjoner, se figur 4.2.3. Rett før forsøkene ble utført ble konsollene farget med et tilfeldig prikkete mønster. Ved å sammenligne bilder i serie gjenkjennes endringene av mønsteret og gjør det mulig å etablere en virtuell kloner av geometrien og dens endringer over tid. Disse beregningene ble utført ved bruk av programvaren ARAMIS utviklet av GOM mbH. Oppsettet med kamera og programvare ble på forhånd kalibrert slik at romlige dimensjoner var korrekt representert. Denne metoden gir detaljert informasjon av hele deformasjonsforløpet som kan være vanskelig å måle med andre metoder, men lokale målinger vil kunne inneha del usikkerhet selv om den globale representasjonen forøvrig er god. Forskyvningen ved pålastingsplaten er kun målt ved bruk av DIC og ettersom dette er et enkelt punkt vil følgelig målingene kunne ha en del usikkerhet.

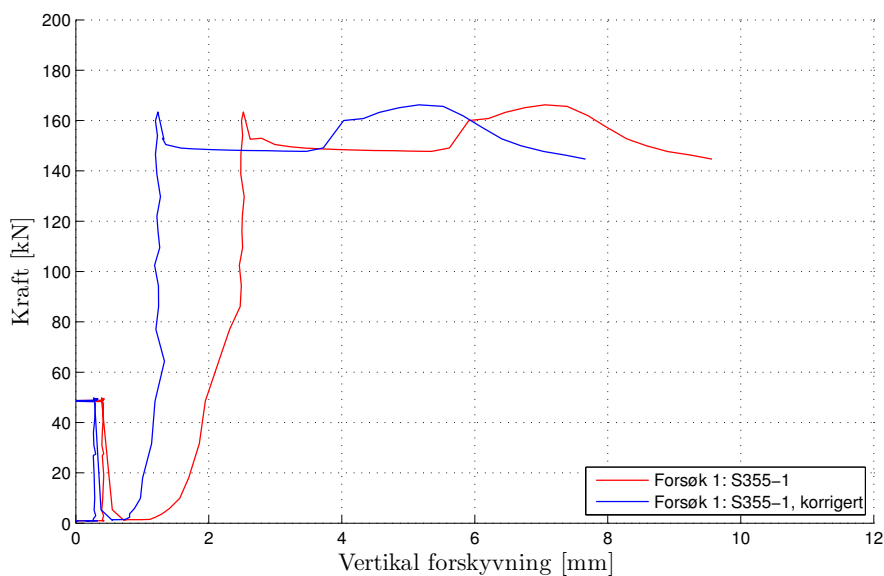


Figur 4.2.3: Kameraer benyttet i DIC

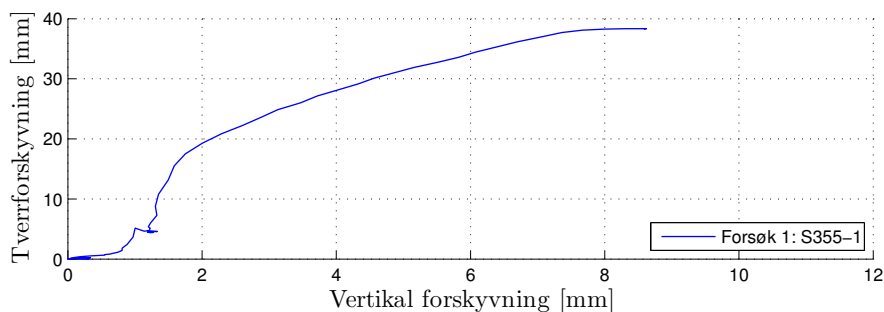
4.3 Forsøksresultater

4.3.1 Forsøk 1 - S355-1

Konsollen ble montert som angitt i kapittel 4.2. Jekk, lager og pålastningsplate ble posisjonert slik at kraften virket i avstand $s = 0.75L = 282$ mm fra bakplaten. Last- og bildeinformasjon ble logget med intervaller på 2 sekunder. Pålasting ble ved enkelte tidpunkt stanset slik at det kunne foretas manuelle mål av deformasjonene for senere kontroll av DIC-resultatene. Figur 4.3.1 viser last-deformasjonsforløpet i pålastingspunktet med og uten korleksjon for forskyvning ved konsollens innfesting. Figur 4.3.2 viser den målte tverrforskyvningen av konsollplaten i punktet med størst forskyvning ved maksimal last, plottet mot den vertikale forskyvningen i lastpunktet.



Figur 4.3.1: Forsøk 1, S355-1: Lastkurve

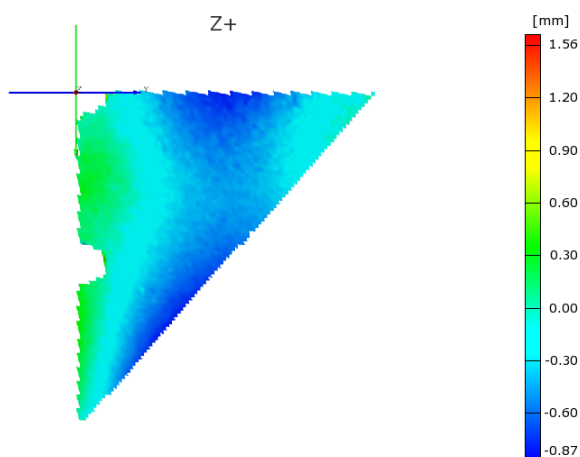


Figur 4.3.2: Forsøk 1, S355-1: Tverrforskyvning

Maksimal last ble målt til 166.2 kN. Forsøksresultatene bærer preg av mye forstyrrelser og irregulareteter som følge av midlertidige pauser i lastpåføringen. Dette ble gjort for å foreta manuelle målinger av konsollens deformasjon. På plåtået ved 150 kN observeres det at konsollen fortsetter å deformeres selv om lasten ikke økes. Dette observeres også ved at tverrforskyvningen øker i dette området. Da pålastingen deretter fortsatte, gav konsollen ytterligere motstand frem til toppunktet ble nådd. De manuelle kontrollmålingene ble funnet til å sammenfalle godt med DIC-resultatene. Det ser ut til at det oppstod en gradvis differanse mellom de to kurvene som følge av

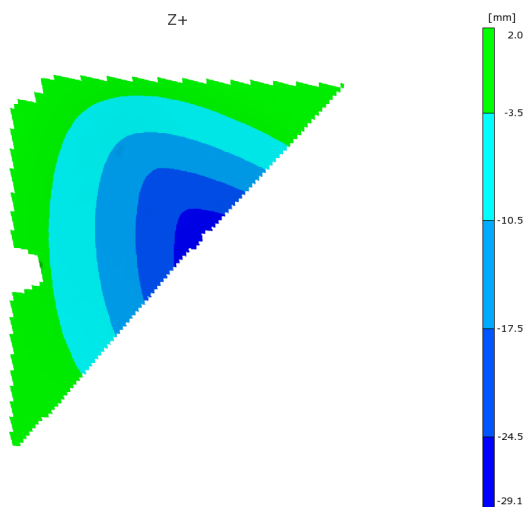
glidninger og forskyvninger av forsøksriggen.

De initielle imperfeksjonene ble med bladmål målt til omtrent 0.75 mm på den frie randen. Figur 4.3.3 viser tilsvarende måling ved bruk av DIC hvor det er tatt utgangspunkt i et manuelt definert nullplan for de relative posisjonene. Disse målingene vil i hovedsak være best egnet til å gi et bilde av hvordan imperfeksjonene er fordelt over platen, og vil ikke nødvendigvis være egnet til å bestemme nøyaktige verdier på tverrimperfeksjonene.



Figur 4.3.3: Forsøk 1, S355-1: Initielle imperfeksjoner målt med DIC

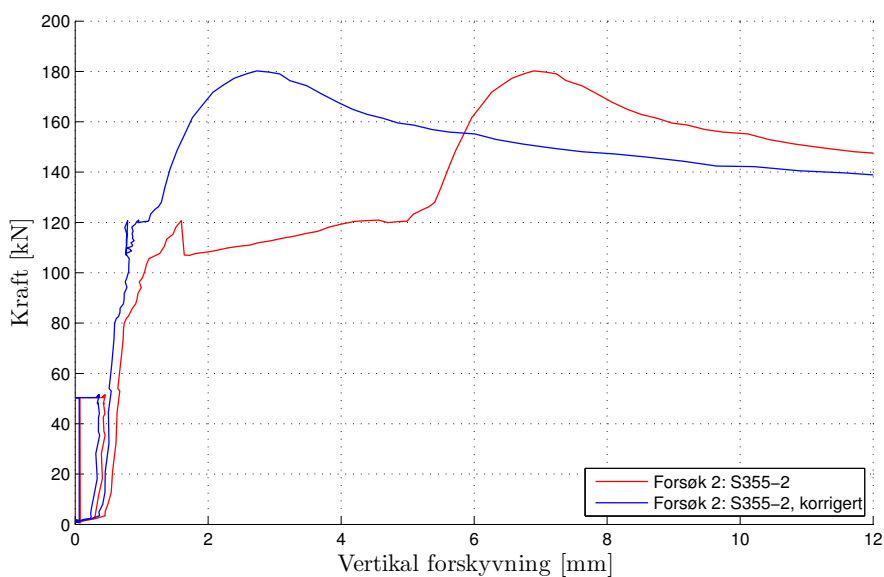
Figur 4.3.4 viser deformasjonstilstanden i platen ved maksimal last. Det observeres at platen har knekt ut av planet i samme retning som de initielle imperfeksjonene ved den frie randen. I vedlegg B.1 er deformasjon ved flere punkter i lasthistorikken vist.



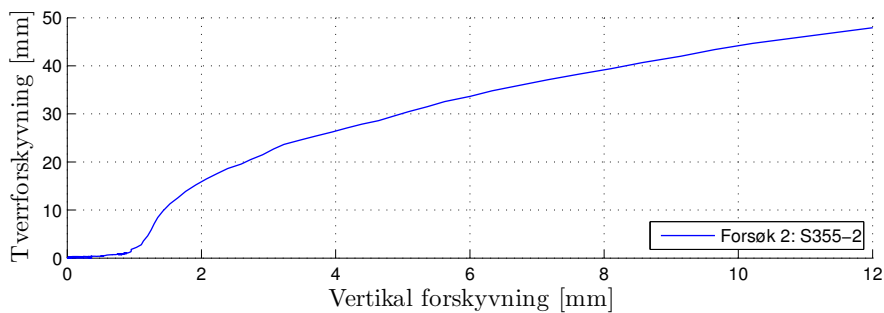
Figur 4.3.4: Forsøk 1, S355-1: Tverrdeformasjon ved maksimal last målt med DIC

4.3.2 Forsøk 2 - S355-2

Da det var ønskelig å få indikasjoner på forsøkernes spredning og usikkerhet ble det valgt å utføre forsøk 2 med så like betingelser som mulig som for forsøk 1. Det ble derfor også her benyttet en lastplassering $s = 0.75L$. Den øvrige geometrien ble målt til å være tilnærmet identisk med unntak av små variasjoner i imperfeksjonene i platens tverretning. For å oppnå bedre måledata ble det kun tillatt ett avbrudd i lastpåføringen ved 50 kN for å foreta manuelle målinger. Figur 4.3.5 viser kraft-forskyvningskurven i pålastingspunktet og figur 4.3.6 viser målt tverrforskyvning.



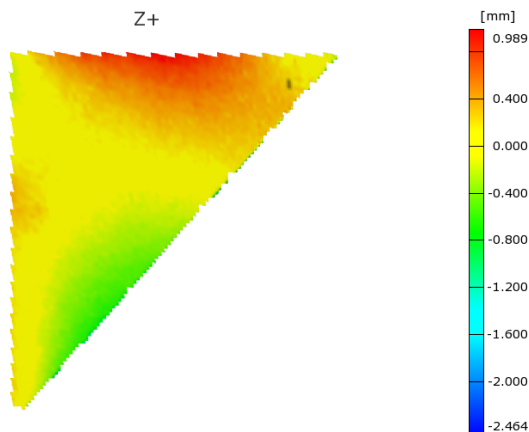
Figur 4.3.5: Forsøk 2, S355-2: Lastkurve



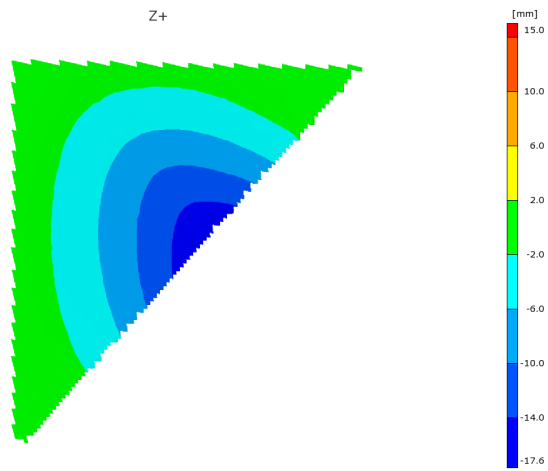
Figur 4.3.6: Forsøk 2, S355-2: Tverrforskyvning

Maksimal last ble målt til 180.2 kN og oppnådde dermed 8.4 % høyere kapasitet enn forsøk S355-1. Ved 120 kN observeres store forskyvninger ved konsollens innfesting og det antas at dette skyldes glidninger mellom bolter, bakplate og innfestningsmodul. Etter å ha korrigert for dette ser lastkurven ut til å representere forløpet på en adekvat måte og manuelle mål av konsollens slutttilstand tilsier at forskyvningsverdiene er gyldige.

Den initielle imperfeksjonen langs den frie randen ble funnet å være dobbeltkurvet med min/maks -0.85/+0.50 mm, og hele imperfeksjonsbildet er gjengitt i figur 4.3.7. Deformasjonstilstanden ved maksimal last er vist i figur 4.3.8 og det observeres at konsollplaten har knekt i samme retning som største absolutte imperfeksjon. Dette kan skyldes både imperfeksjonenes størrelse, samt maks/min punktenes posisjonen langs randen. I vedlegg B.2 er deformasjon ved flere punkter i lasthistorikken vist.



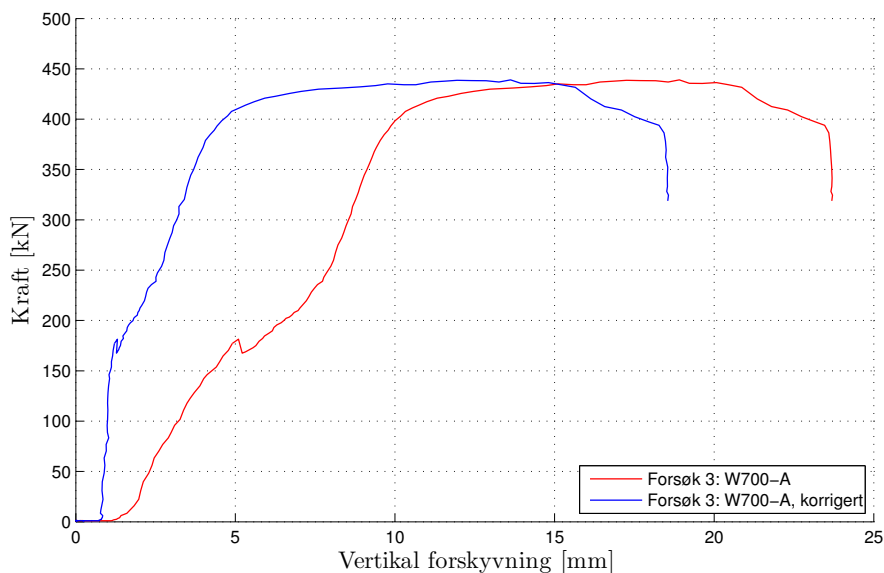
Figur 4.3.7: Forsøk 2, S355-2: Initielle imperfeksjoner målt med DIC



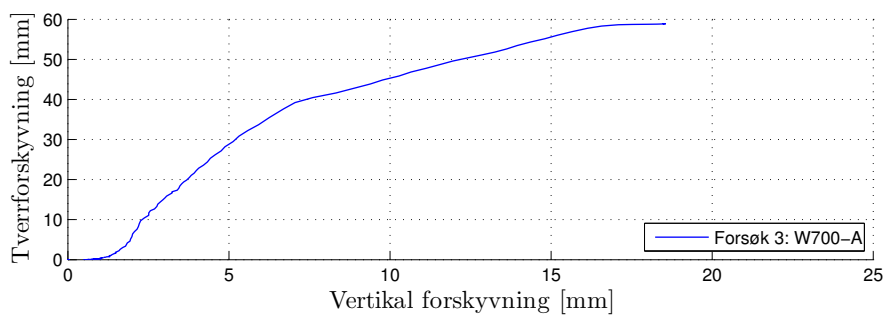
Figur 4.3.8: Forsøk 2, S355-2: Tverrdeformasjon ved maksimal last målt med DIC

4.3.3 Forsøk 3 - W700-A

Forsøk 3 ble utført med samme relative lastplassering som i tidligere forsøk med $s = 0.75L$. Den ytre geometrien er også veldig lik som i forsøk 1 og 2, men konsollplaten er utført med et annet platemateriale av type Wieldox 700 med tykkelse 7.68 mm. Hele forsøket ble utført med kontinuerlig lastpåføring og figur 4.3.9 viser last-deformasjonskurven i lastpunktet. Figur 4.3.10 viser målt tverrforskyvning.



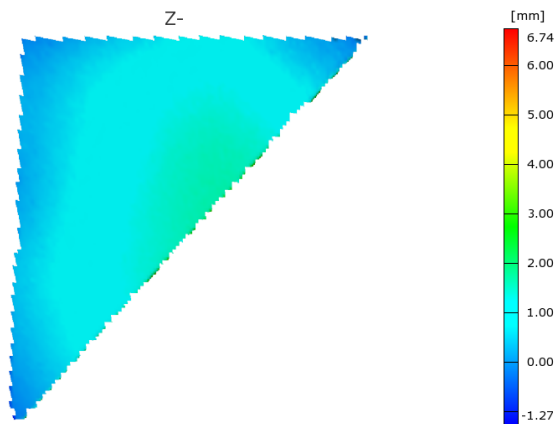
Figur 4.3.9: Forsøk 3, W700-A: Lastkurve



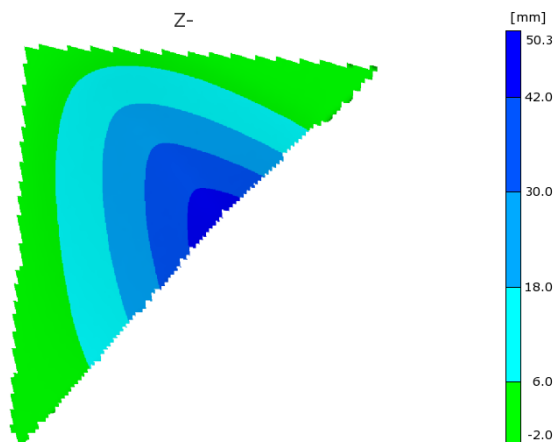
Figur 4.3.10: Forsøk 3, W700-A: Tverrforskyvning

Maksimal last ble målt til 438.7 kN og det observeres en gradvis forskyvning med økende last ved konsollens innfesting. Det er et relativt langt platå rundt makslasten der konsollen deformeres mye uten større endringer i lastmotstanden.

De initielle imperfeksjonene ble målt til -1.75 mm på det meste langs den frie randen med én enkeltkurve som vist i figur 4.3.11. Det observeres også her at platen har knekt i samme retning som de initielle imperfeksjonene, se figur 4.3.12. I vedlegg B.3 er deformasjon ved flere punkter i lasthistorikken vist.



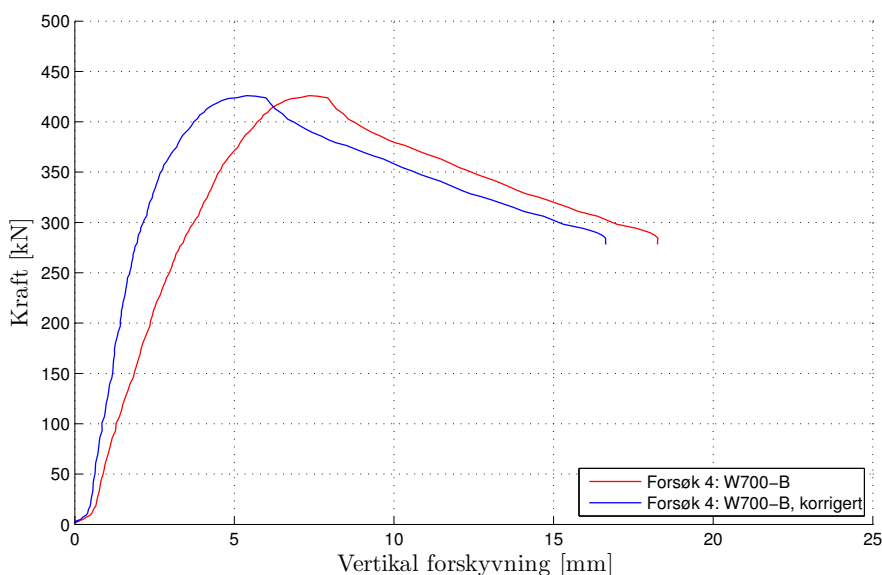
Figur 4.3.11: Forsøk 3, W700-A: Initielle imperfeksjoner målt med DIC



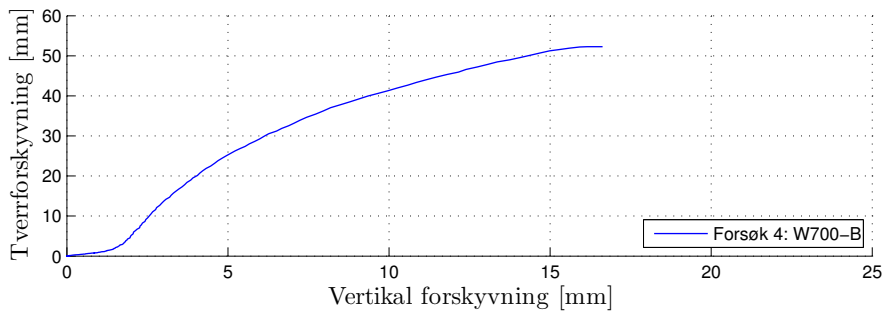
Figur 4.3.12: Forsøk 3, W700-A: Tverrdeformasjon ved maksimal last målt med DIC

4.3.4 Forsøk 4 - W700-B

Andre forsøk med Weldox-plate ble utført med samme lastplassering som tidligere med $s = 0.75L$. For å minimere glidninger mellom konsollen og innfestningsmodulen underveis i forsøket, ble det her påført en forhåndslast på 10 kN før boltene ble strammet. På denne måten burde mye av systemets dødgang være redusert selv om det fortsatt vil kunne oppstå elastiske deformasjoner i det øvrige oppsettet. Figur 4.3.13 viser målt kraft-forskyvningskurve i lastpunktet og figur 4.3.14 viser målt tverrforskyvning.

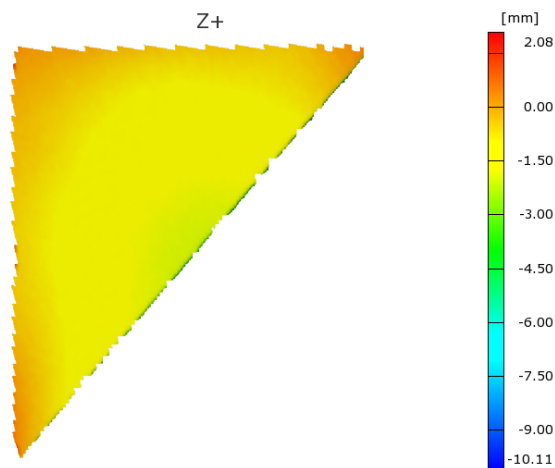


Figur 4.3.13: Forsøk 4, W700-B: Lastkurve

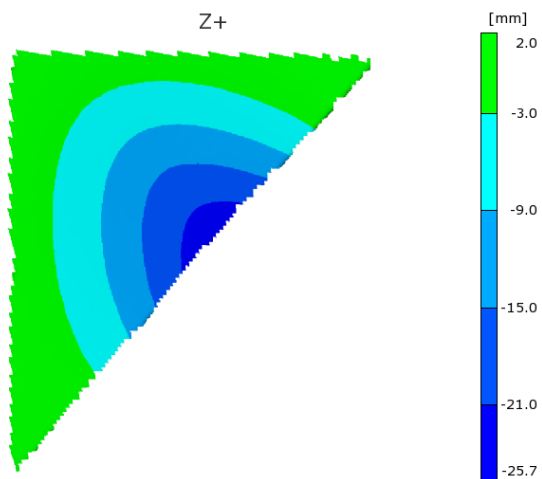


Figur 4.3.14: Forsøk 4, W700-B: Tverrforskyvning

Maksimal last ble målt til 424.0 kN og gav dermed en motstand 3.4 % lavere enn W700-A. Den initielle imperfeksjonen ble på det meste målt til -2.30 mm i form av en enkeltbue som vist i figur 4.3.15. Ved maksimal lastmotstand har konsollplaten knekt i samme retning som imperfeksjonen, se figur 4.3.16. I vedlegg B.4 er deformasjon ved flere punkter i lasthistorikken vist.



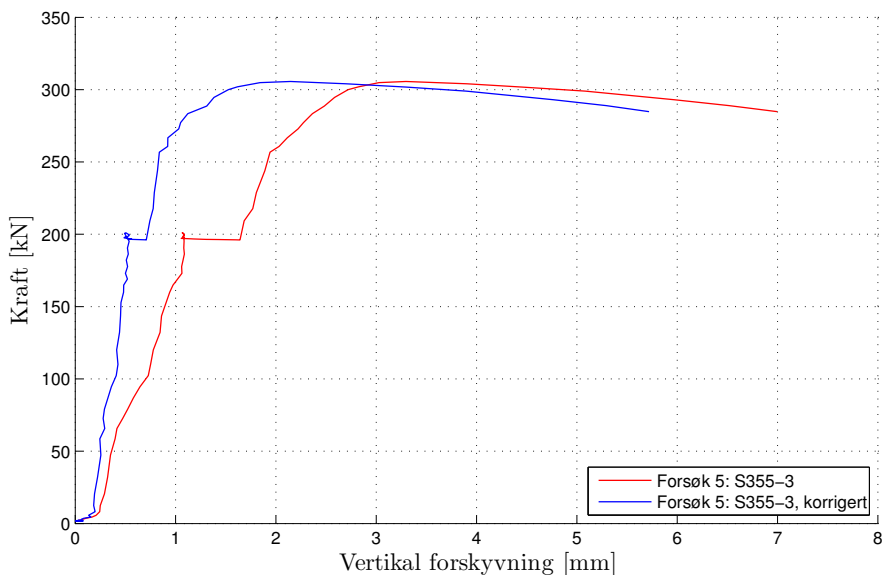
Figur 4.3.15: Forsøk 4, W700-B: Initielle imperfeksjoner målt med DIC



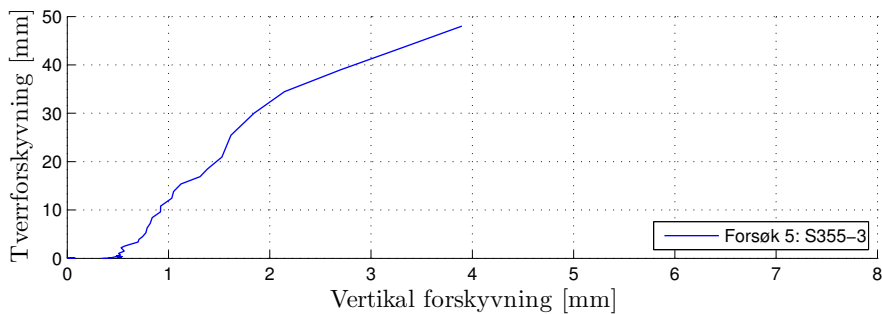
Figur 4.3.16: Forsøk 4, W700-B: Tverrdeformasjon ved maksimal last målt med DIC

4.3.5 Forsøk 5 - S355-3

Tredje forsøk med S355-plate ble utført med ny lastplassering $s = 0.5L$. Geometrien ble målt til å være tilnærmet identisk med de tidligere forsøkene. For å minimere glidninger mellom konsollen og innfestningsmodulen underveis i forsøket, ble det også her påført en forhåndslast på 10 kN før boltene ble strammet. Figur 4.3.17 viser målt kraft-forskyvningskurve i lastpunktet og i figur 4.3.18 er den målte tverrforskyvningen vist.

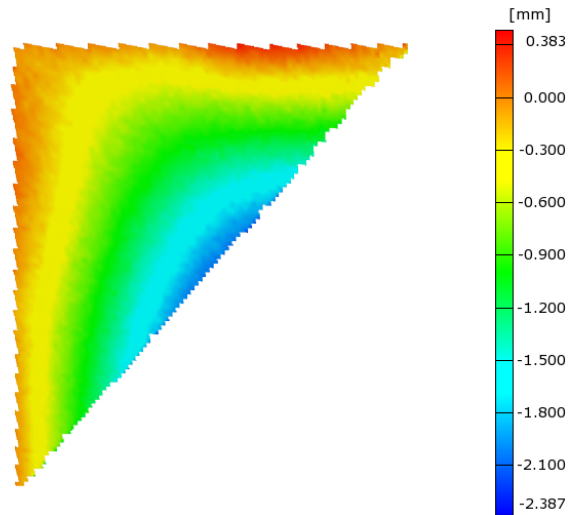


Figur 4.3.17: Forsøk 5, S355-3: Lastkurve

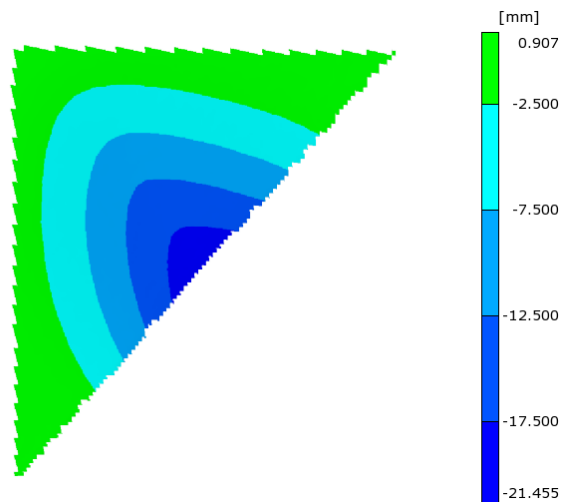


Figur 4.3.18: Forsøk 5, S355-3: Tverrforskyvning

Maksimal last ble målt til 305.6 kN. Den initielle imperfeksjonen ble på det meste målt til -1.95 mm i form av en enkeltbue som vist i figur 4.3.19. Ved maksimal lastmotstand har konsollplaten knekt i samme retning som imperfeksjonen, se figur 4.3.20. I vedlegg B.5 er deformasjon ved flere punkter i lasthistorikken vist.



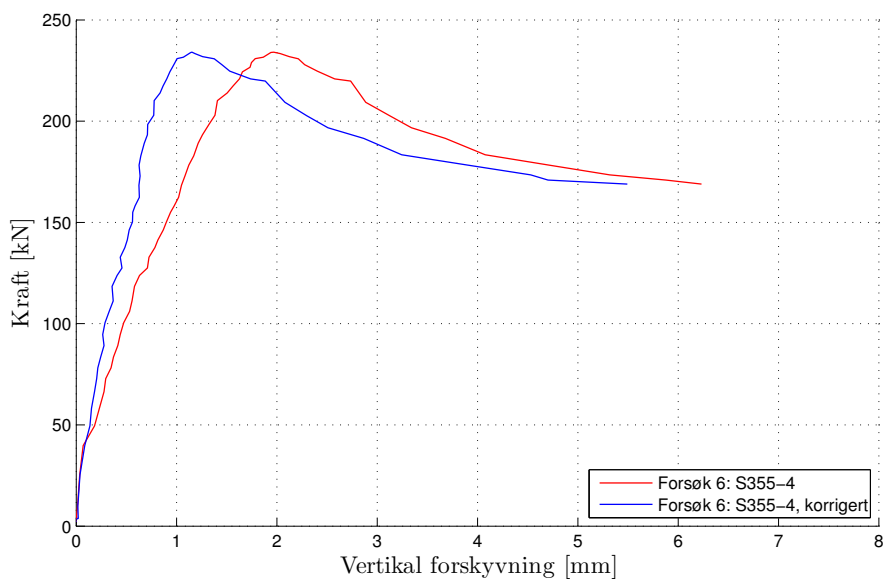
Figur 4.3.19: Forsøk 5, S355-3: Initielle imperfeksjoner målt med DIC



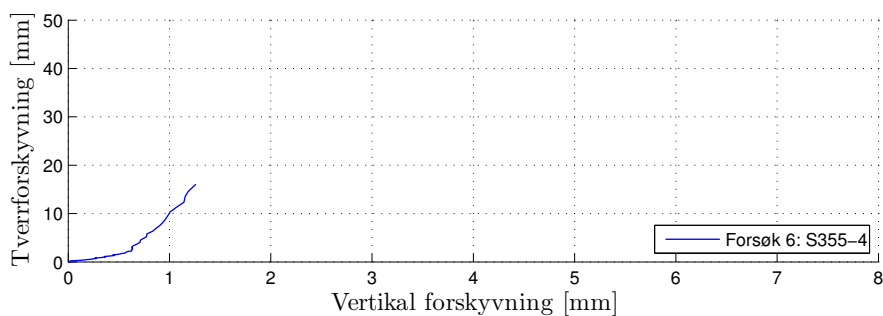
Figur 4.3.20: Forsøk 5, S355-3: Tverrdeformasjon ved maksimal last målt med DIC

4.3.6 Forsøk 6 - S355-4

Fjerde forsøk med S355-plate ble utført med lastplassering $s = 0.6L$. Oppsettet ble forhåndslastet med 10 kN før boltene ble strammet. Figur 4.3.21 viser målt kraft-forskyvningskurve i lastpunktet og figur 4.3.22 viser målt tverrforskyvning.



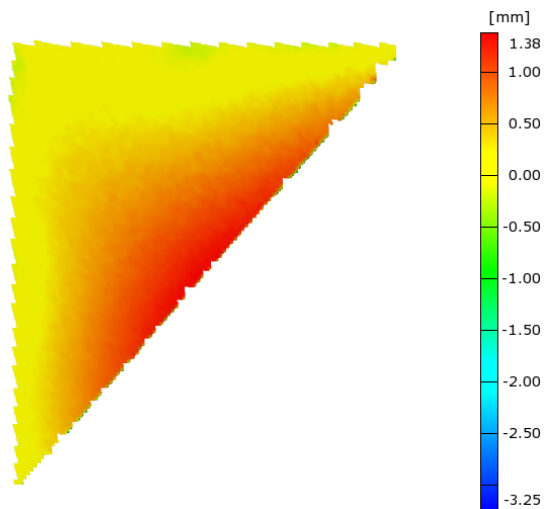
Figur 4.3.21: Forsøk 6, S355-4: Lastkurve



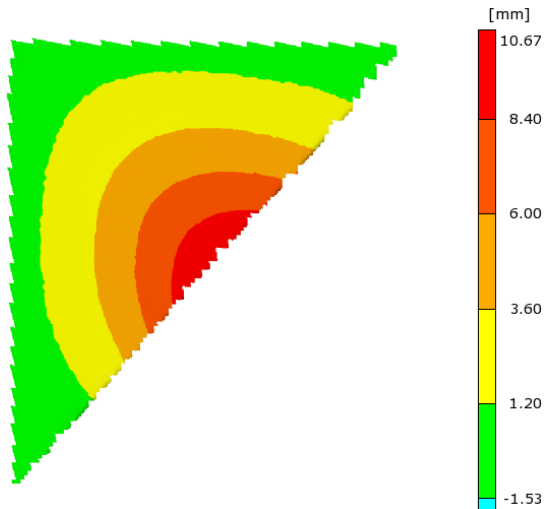
Figur 4.3.22: Forsøk 6, S355-4: Tverrforskyvning

Maksimal last ble målt til 234.1 kN. Den initielle imperfeksjonen ble på det meste målt til +1.60 mm i form av en enkeltbue som vist i figur 4.3.23. Ved maksimal

lastmotstand har konsollplaten knekt i samme retning som imperfeksjonen, se figur 4.3.16. I vedlegg B.6 er deformasjon ved flere punkter i lasthistorikken vist.



Figur 4.3.23: Forsøk 6, S355-4: Initiale imperfeksjoner målt med DIC



Figur 4.3.24: Forsøk 6, S355-4: Tverrdeformasjon ved maksimal last målt med DIC

4.3.7 Oppsummering av forsøksresultater

Tabell 4.3.1 viser en oversikt over makslast oppnådd i forsøkene. s/L angir lastplasingen relativt til lengden av trekantplaten.

Tabell 4.3.1: Forsøksresultater

Prøve nr.	H [mm]	L [mm]	t [mm]	Imp. Fri rand [mm]	s/L [-]	Makslast [kN]
1 - S355-1	426	376	5.98	-0.75	0.75	166.2
2 - S355-2	426	376	5.98	-0.85/+0.50	0.75	180.2
3 - W700-A	426	377	7.68	-1.75	0.75	438.7
4 - W700-B	428	377	7.68	-2.30	0.75	424.0
5 - S355-3	425	375	5.98	-1.95	0.5	305.6
6 - S355-4	425	375	5.98	+1.65	0.6	234.1

¹Positive verdier angir imperfeksjoner ut av papirplanet, ref. fig. 4.1.1

S355-1 og S355-2 er konsollene med trekantplate av konstruksjonsstål med størst avstand mellom last og bakplate. Disse oppnår som ventet lavest kapasitet. S355-2 er den som oppnår høyest makslast av de to, til tross for at den har den største initielle imperfeksjonsamplituden. Dette kan være en følge av det dobbelkurvede imperfeksjonsmønsteret. Konsollen vil kunne yte ekstra motstand som følge av at den doble utbulningen må omgjøres til én, som ble konsollens endelige knekkform. Figur 4.3.25 viser deformert konsoll S355-1 og -2. Mesteparten av deformasjonen har skjedd i en flytelinje som beveger seg fra den frie randen inn mot hjørnet mellom topp- og bakplate. Det er lite synlig deformasjon langs innspenningen av trekantplaten. I stedet ser det ut som øvrig deformasjon lokaliseres til to diffuse flytelinjer mot topp og bunn av konsollen.



(a) Forsøk 1: S355-1



(b) Forsøk 2: S355-2

Figur 4.3.25: Deformerte konsoller S355

Konsollene med Weldox-plater oppnår den største makslasten. Dette er en følge av at Weldox-platene har et tykkere tverrsnitt, samt høyere flytspenning enn trekantplate-
ne i de andre konsollene. Imperfeksjonsformen er lik og det er konsollen med størst imperfeksjonsamplitude som gir den laveste makslasten. Figur 4.3.26 viser deformert konsoll W700-A og -B. Deformasjonsformen er forholdsvis lik den for konsollene S355-1 og -2.



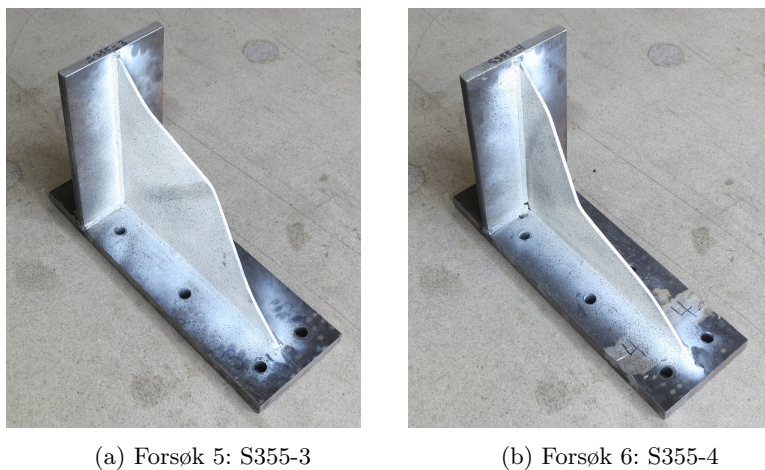
(a) Forsøk 3: W700-A



(b) Forsøk 4: W700-B

Figur 4.3.26: Deformerte konsoller Weldox

Figur 4.3.27 viser de deformerte konsollene S355-3 og S355-4. Disse hadde med unntak av variasjoner i initiell imperfeksjon, tilnærmet like egenskaper som S355-1 og -2. Hovedforskjellen var de kortere avstandene mellom last og bakplate. Dette gav en betydelig økning i kapasitet. De deformerte konsollene har fått samme deformasjonsmønster som de øvrige konsollene med en tydelig sentrert flytelinje, samt to mer diffuse. Det ser imidlertid ut til at den kortere avstanden ut til lasten, har gjort at hovedflytelinjen er forskjøvet noe ned mot senter av den frie randen. Det observeres også at konsoll S355-4 har knekt motsatt vei i forhold til de øvrige forsøkskonsollene, se figur 4.3.27b, noe som er i tråd med retningen på initiell imperfeksjon.

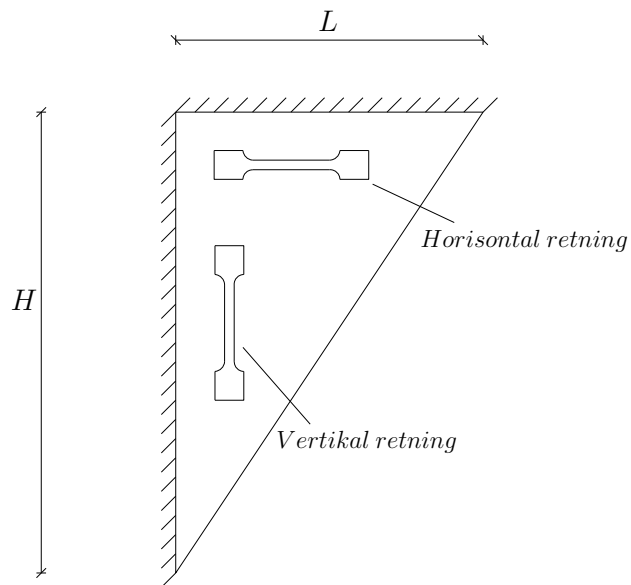


Figur 4.3.27: Deformerte konsoller S355, ulike lastplasseringer

4.4 Materialelegenskaper

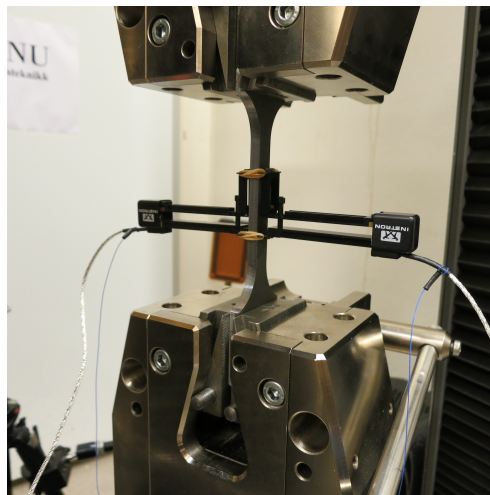
4.4.1 Konstruksjonsstål - S355

Det ble utført to strekkforsøk for å bestemme materialeegenskapene til stålplatene av kvalitet S355 med tykkelse 6 mm. Prøvene ble tatt fra to ulike normale retninger som tilsvarte vertikal og horisontal retning i trekantplatene, se figur 4.4.1. Dette ble gjort for å se om platen hadde retningsuavhengige egenskaper.



Figur 4.4.1: Retninger til materialprøver

Figur 4.4.2 viser oppsettet til strekkforsøket.



Figur 4.4.2: Oppsett av strekkforsøk

Prøvene ble fastholdt i hver ende av klemmer. Tøyningen av prøvene ble registrert av to ekstensometere, ett på hver av de to lengste breddesidene av strekkprøven. Eksten-

someterne målte tøyningen på den representative delen av strekkprøven som er senter av innsnevret område. Kraft ble registrert av strekkapparatet.

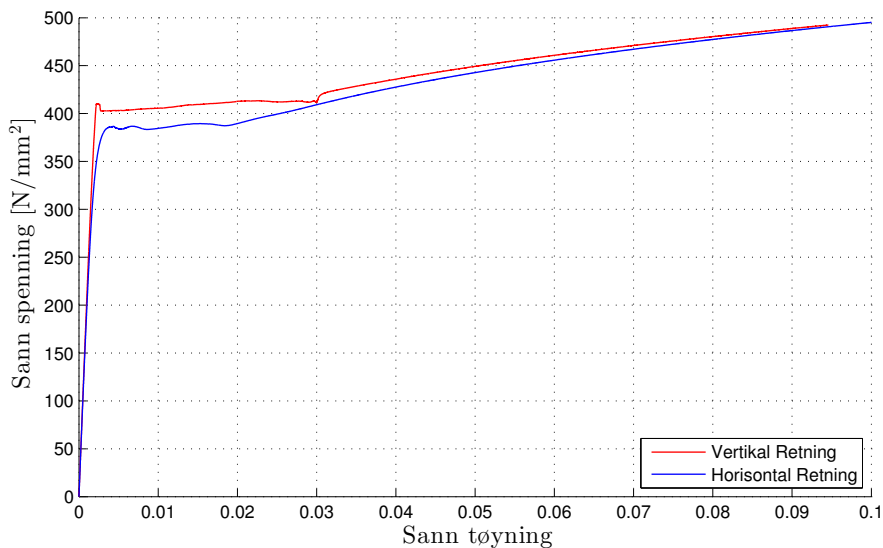
Før dataene fra strekkforsøkene kan benyttes, må de bearbeides for å finne reelt spenning-tøyningforløp. Først etableres et kraft-forskyningsforløp med rådataene der støy fra forsøket blir fjernet og maksimallast lokalisert. Maksimallast indikerer når «necking» oppstår, med kraftig lokal innsnevring av prøvestavens areal, og er følgelig endepunkt for gyldig datasett med det anvendte måleutstyret. Tøyningdata benyttet er gjennomsnittet av målingene til de to ekstensometerne. Videre kan sann tøyning-spenningsforløp etableres der sann tøyning er:

$$\varepsilon_s = \ln(1 + \varepsilon_i) \quad (4.1)$$

ε_i angir ingeniørtøyningen som er tøyning relativ til initiell geometri, altså rådata fra ekstensometerene. Sann spenning er definert som:

$$\sigma_s = \sigma_i(1 + \varepsilon_i) \quad (4.2)$$

σ_i angir ingeniørspenning som også er basert på initiell geometri. Utleddning av de sanne tøyning og spenningsuttrykkene er vist i kapittel 2.1.3. Figur 4.4.3 viser sammenstilling av de to ulike retningenes sanne tøyning-spenningsforløp.



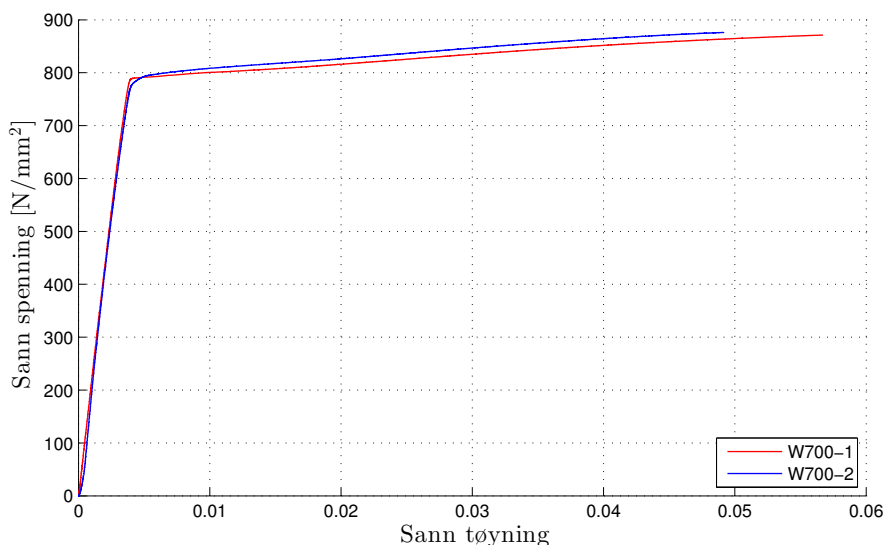
Figur 4.4.3: Sann spenning-tøyningforløp for vertikal og horisontal retning

De to prøvene har litt forskjellig oppførsel. Prøven i horisontal retning har en liten avbøyning før flyteplatå, noe som kan tyde på momentspenninger som et resultat av skjevheter i apparatur og prøvestykke. Bruken av klemmer fremfor sentrerte hull for å påføre kraft gir ytterligere mulighet for skjevhet. Ved å bruke to ekstensometere utlignes denne forskjellen noe da tøyningen benyttet er en middelvei av tøyningen på to sider. Skjevheter i det andre planet utlignes derimot ikke da dette ville krevd ytterligere to ekstensometere. Dette vil imidlertid ikke ha noen nevneverdig innvirkning på flytspenningen som fastsettes på bakgrunn av materialdata. De plastiske deformasjonene vil raskt utligne den initielle skjevheten ved starten av flyteplatået og følgelig angi samme flytspenning som en prøve uten skjevhet ville gjort.

For å fastsette flytspenningen angis først et start og slutt punkt for flytplatået på kurvene i figur 4.4.3. Flytspenningen er middelveien over dette området. Denne finnes ved å integrere området under kurvene mellom start og slutt punkt, for så å dividere med lengden av tøyingsintervallet. Flytspenningen ble for horisontal retning funnet å være $f_y = 387 \text{ N/mm}^2$ og for vertikal retning $f_y = 409 \text{ N/mm}^2$. Dette er begge verdier som samsvarer godt med oppgitt stål kvalitet S355, men det er dog noe større forskjell mellom de ulike retningene enn forventet. Det ble også gjort et forsøk på å etablere en elastisitetsmodul for elastisk område med lineær regresjon for de to prøvene. Disse ble funnet å være 187000 MPa og 201000 MPa for henholdsvis horisontal og vertikal retning. Målingene og metodene benyttet for dette forsøket er imidlertid ikke optimale for å bestemme elastisitetsmodul. I det videre arbeidet er det derfor valgt å benytte $E = 210000 \text{ MPa}$ som er en veletablert verdi for vanlig konstruksjonsstål.

4.4.2 Høyfast stål - Wieldox 700

For platene av ståltype «Wieldox 700» med nominell tykkelse på 8 mm eksisterer det allerede data fra utførte materialforsøk. Disse ble utført i forbindelse med masteroppgaven til Lauknes [18] (2013). Lauknes utførte to strekkforsøk for henholdsvis hver av de to hovedretningene til platematerialet, referert til som prøve W700-1 og W700-2. Rådata fra disse forsøkene er gjennom samme databehandling som beskrevet i kapittel 4.4.1 brukt til å danne sanne spenning-tøyingskurver. Disse kurvene er vist i figur 4.4.4.



Figur 4.4.4: Sann spenning-tøyningsforløp for Weldox 700

Hvordan prøveretningene av platematerialet sammenfaller med konsollplatenes orientering er ikke kjent, men av resultatene observeres det relativt isotrop oppførsel. Det vurderes derfor ikke som nødvendig å utføre nye forsøk. Flytespenningen er satt til $f_y = 790$ MPa i begge retninger. Prøve W700-2 har en noe mer avrundet overgang fra elastisk til plastisk oppførsel, som kan skyldes de samme forstyrrelsene som nevnt i kapittel 4.4.1. Ingen av prøvene har et klart flyteplatå, og det ser ut til at materialet fastner straks det deformeres til det plastiske området. Dette er karakteristisk for mange typer høyfast stål. Det er ikke gjort noe forsøk på å etablere elastisitetmodul basert på forsøksdata. Denne settes lik 210 000 MPa, som er samme verdi som for S355.

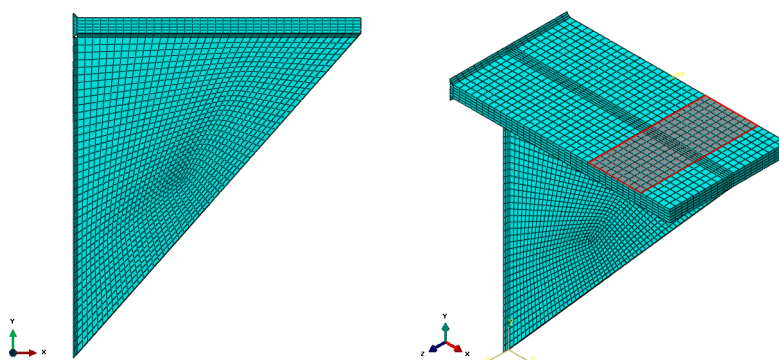
KAPITTEL 5

Modellering og simulering av forsøk

5.1 Basismodell

Med bakgrunn i forsøkernes oppsett og resultater er det forsøkt å danne en elementmetodemodell som klarer å gjenskape de reelle observasjonene på en tilfredsstillende måte. Dette innebærer både en konkret modell for et spesifikt forsøk, samt en generalisert kalibrering som kan være gyldig innenfor visse variasjoner av geometri, materialeegenskaper og lastbetingelser. Det er derfor blitt utført et sett med analyser for å finne en optimal elementkonfigurasjon slik at modellene konvergerer mot samme resultat uten unødvendig bruk av regnetid.

Basismodellen er beste antagelse for en optimal modell basert på forsøksbetingelse og antatte egenskaper. Første elementmodell tar utgangspunkt i testeksemplar S355-2 med samme lastbetingelser som benyttet i forsøk. Den er satt opp med volumelementer (C3D8R) med 5 elementer gjennom platens tykkelse. Det er valgt å benytte volumelementer ettersom dette gjør det enklere å modellere sveiser og en mer detaljert spenningsfordeling mellom lastplate, toppplate og konsollplate. Sveiser er modellert med 4 mm a-mål og konsollen er direkte innspent. Det er benyttet en materialmodell basert på gjennomsnittsverdier fra de to materialforsøkene i hver sin hovedretning av platematerialet. Alle komponenter er modellert med samme materialdefinisjon da det antas at sveisenes og topplatens plastiske egenskaper vil ha liten innvirkning på resultatene. Figur 5.1.1 viser basismodellen med 10 mm elementstørrelse.



Figur 5.1.1: Basismodell for konvergenstudium

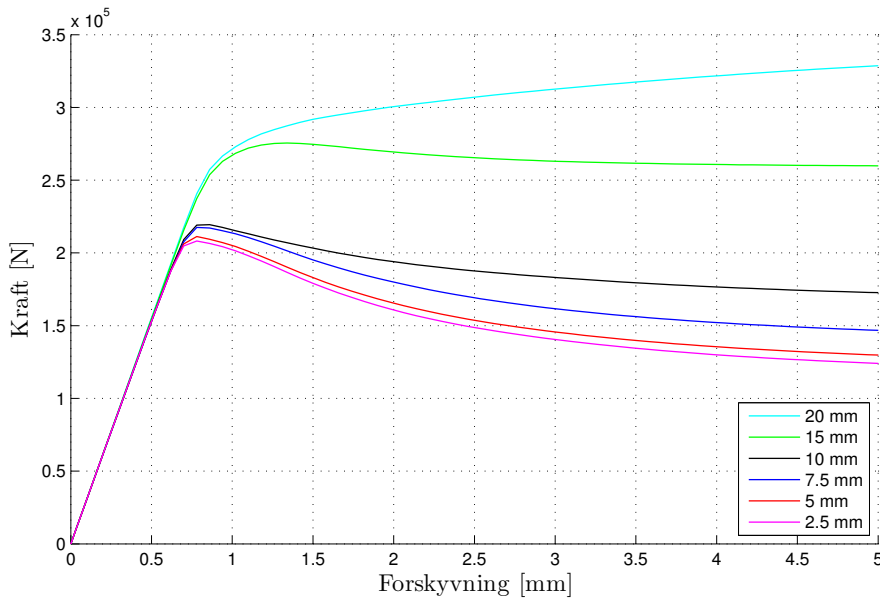
For å modellere formfeil har konsollens knekkingsmoder blitt benyttet. Det er tilstrebet å lage en imperfeksjon som ligner så mye som mulig på den observert i forkant av forsøket. For å beskrive formen til konsoll S355-2, som hadde to tydelige motsatt rettede utbulinger, ble de to første knekkingsmodene benyttet. Hver av dem vektet slik at senterlinjen ble forskjøvet og forholdet mellom de to utbulingene ble holdt intakt. Dette gav en initiell geometri som samsvarte godt med de manuelle imperfeksjonsmålingene i figur 4.1.1 samt de observert ved bruk av DIC vist i figur 4.3.3 i kapittel 4.3.2.

Det benyttes implisitt løsningsmetode med full Newton-Raphson iterasjonsteknikk. Pålasting er deformasjonsstyrt og kontakt mellom pålastingsplate og topplate er definert ved å låse topplatenes noder til pålastingsplaten ved bruk av *TIE-funksjonen i Abaqus CAE. Dette er ikke nødvendigvis en helt korrekt representasjon av de reelle forholdene, men gir betraktelig lavere regnetid enn ved bruk av en mer nøyaktig kontaktdefinisjon. Pålastingsplaten mottar ytre last 100 mm fra overflaten, som er avstanden mellom ledd og topplate i forsøksoppsettet. Den er fri til å rotere og forskyve seg i planet til konsollplaten (XY-planet).

5.2 Elementopløsning i plateplanet

Ved bruk av elementmetoden kan elementstørrelsen være avgjørende for analysenes nøyaktighet. Ved en tilstrekkelig liten elementstørrelse vil resultatene konvergere slik at det ikke lenger er hensiktsmessig å redusere den ytterligere. Figur 5.2.1 viser kraft-

forskyvningskurvene med ulike elementstørrelser benyttet i seedingen av elementnettet.

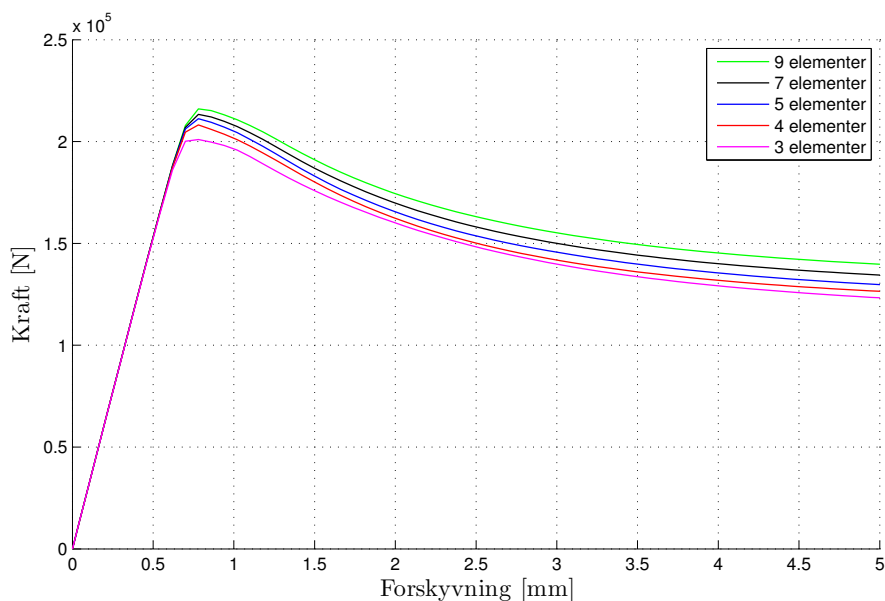


Figur 5.2.1: Kraft-forskyvningskurve: Ulike elementstørrelser i konsollplatens plan

Finere mesh gir konsekvent lavere kapasitet og resultatene ser ut til å konvergere ved elementstørrelser lik 2.5 mm og 5 mm. Forskjellen mellom disse er marginal og det besluttes derfor å benytte 5 mm elementstørrelse. Med dette gir analysene akseptabel regnetid og nøyaktighet.

5.3 Antall elementer gjennom platetykkelsen

Volumelementene som er av type C3D8R har kun ett integrasjonspunkt [17] og vil bare kunne beskrive konstant spenning over elementets utbredelse i hver av de isoparametriske hovedretningene. Spenningsfordelingen gjennom platetykkelsen vil følgelig bli diskretisert til samme antall elementer som er benyttet og kan avvike fra den reelle fordelingen. Dette påvirker platens bøyestivhet og er følgelig en aktuell feilkilde i modelleringene av konsollforsøkene. Figur 5.3.1 viser kraft-forskyvningskurvene med ulikt antall elementer gjennom platens tykkelse.



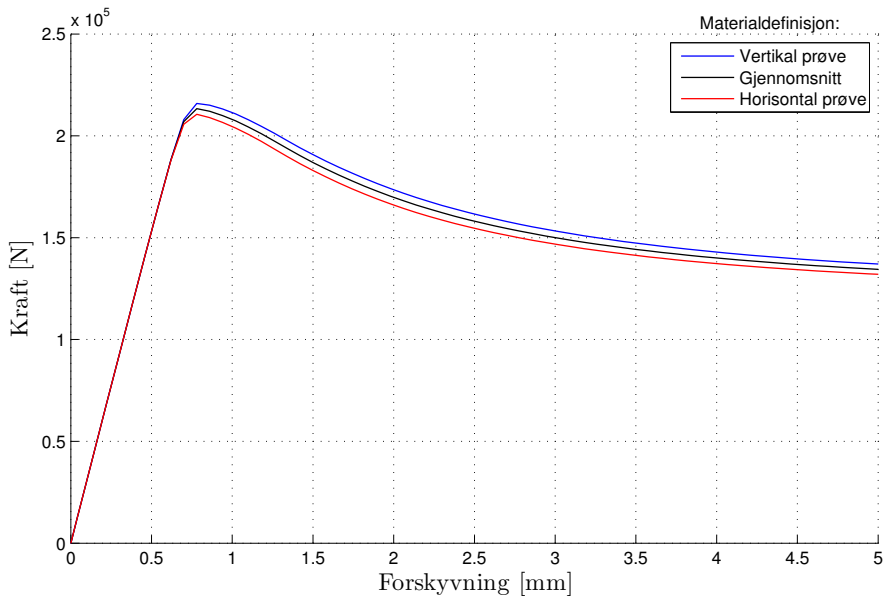
Figur 5.3.1: Kraft-forskyvningskurve: Ulikt antall elementer gjennom konsollplatens tykkelse

Det observeres at økning av antall elementer gjennom tykkelsen gir en økning i kapasitet. På grunn av tilgjengelig prosessorkraft og de relativt lave endringene i respons, er det besluttet at 7 elementer gir tilfredsstillende konvergens.

5.4 Materialparametere

Som det fremkommer av materialforsøket i kapittel 4.4.1 er det en viss differanse mellom de målte egenskapene i de to ulike materialretningene. Disse egenskapene ble imidlertid kombinert til én isotropisk materialmodell i basismodellen. Det er derfor interessant å se forskjellen i respons ved å la hver av retningene definere hver sin isotropiske materialmodell. En slik undersøkelse gir ikke nødvendigvis noen indikasjon på hvilken materialdefinisjon som er mest korrekt å benytte, men kan synliggjøre den delen av usikkerheten som kan tilskrives materialets fasthetegenskaper. Tre analyser er gjennomført: Et med materialdata for hver av de to retningene i platen, samt en versjon av disse to der flytspenning, lengde av flyplatå, samt ekstrapolering av plastisk oppførsel settes til gjennomsnittet. Figur 5.4.1 viser kraft-forskyvningskurvene fra de

tre analysene.



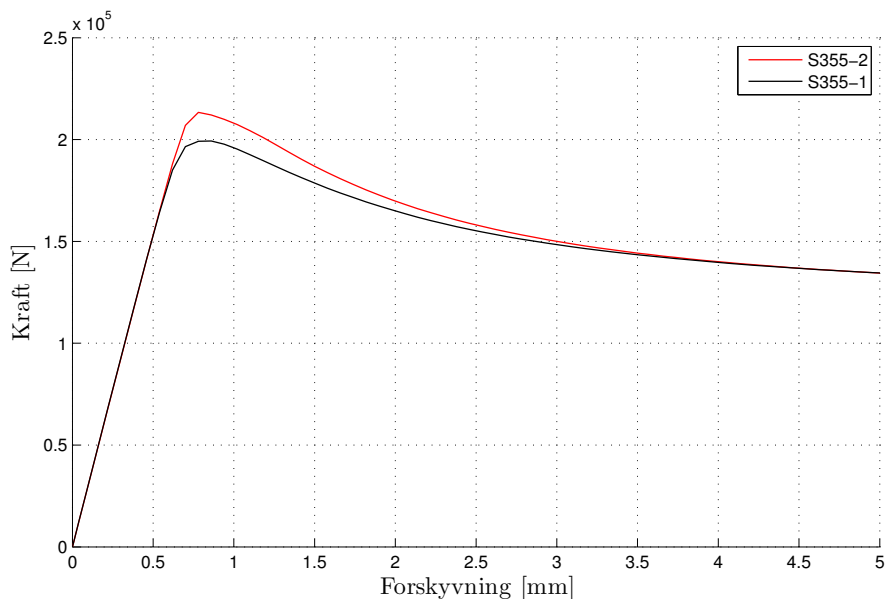
Figur 5.4.1: Kraft-forskyvning: Ulike materialegenskaper basert på S355 strekkforsøk

Det observeres en relativt liten forskjell ved å benytte de ulike materialdefinisjonene med maksimal last på henholdsvis 215.9 kN, 213.4 kN og 210.6 kN for den vertikale, den gjennomsnittlige og den horisontale materialmodellen. Største differanse er på 2.5 % mellom laveste og høyeste kapasitet. Materialmodellen basert på gjennomsnittet er brukt i de senere analysene ettersom det ikke er mulig å bestemme hvilken som er mest korrekt ut i fra disse resultatene alene.

5.5 Sammenligning mot forsøk

Med konfigurasjonene som ble funnet å være optimale for basismodellen er det laget elementmetodemodeller for resten av forsøkene.

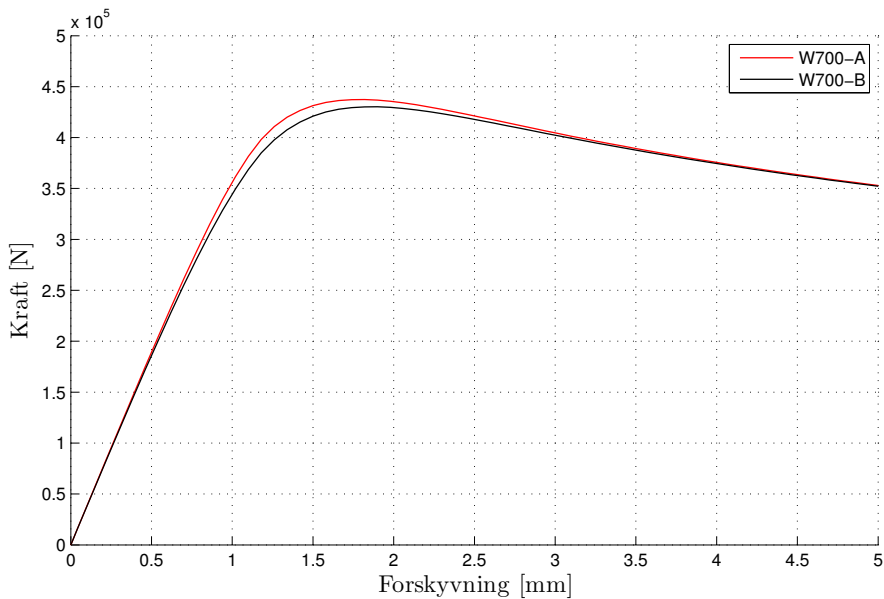
I figur 5.5.1 er elementanalysene for S355-1 og S355-2 (basismodellen) sammenlignet. Eneste forskjell mellom modellene er hvilken initiell imperfeksjon som har blitt benyttet da den øvrige geometrien er lik.



Figur 5.5.1: Kraft-forskyvning: Elementmodell av S355-1 og S355-2

Elementanalysene gir maksimal kapasitet lik 199.3 kN for S355-1 og 213.4 kN for S355-2. Årsaken til kapasitetsforskjellene mellom de to analysene kan forklares ut i fra formen til imperfeksjonene. Til tross for at største initielle imperfeksjonsamplitude er større i S355-2 enn S355-1, oppnår den en større kapasitet da det kreves mer energi for å skyve det doble imperfeksjonsmønsteret over i én enkel utbuling som er konsollens foretrukkede knekkform. Restkapasiteten blir imidlertid identisk da plastiske deformasjoner visker ut betydningen av denne forskjellen. Maksimal last oppnådd i forsøkene var 166.2 kN og 180.2 kN for henholdsvis S355-1 og -2. Dette betyr at kapasiteten funnet i analysen er 19.9 % større for S355-1 og 18.4 % større for S355-2 i forhold til forsøksresultatene.

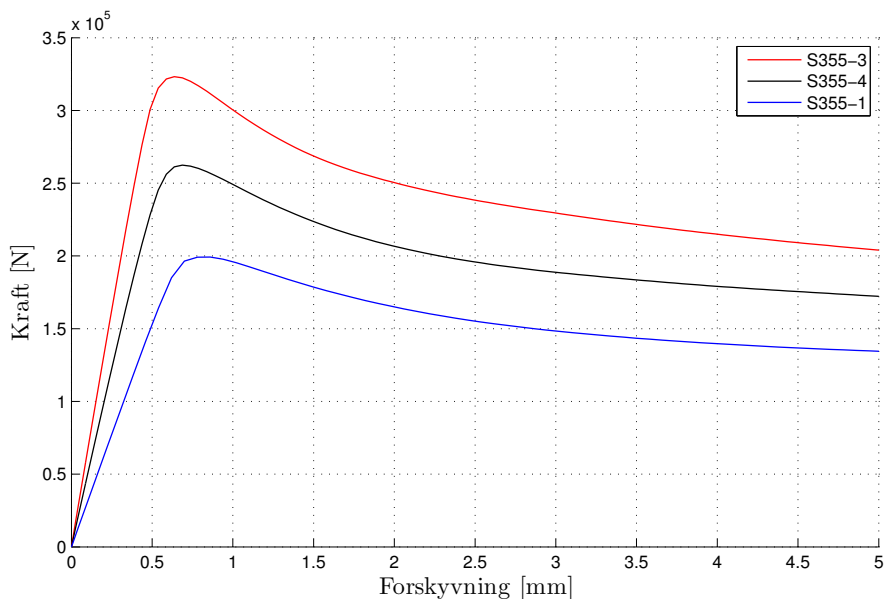
For å undersøke om differansen mellom forsøk og elementanalyser med kalibreringene gjort i parameterstudiet er gjeldende for konsoller med andre materialegenskaper, er det laget analysemodeller av konsollene i høyfast stål (Weldox 700). Analysene ble utført med målene angitt i tabell 4.1.1. Materialprøvene av Weldox-platen viste tilnærmet isotrop oppførsel, og snittet av egenskapene i de to retningene er benyttet i modellen. Figur 5.5.2 viser resultatet av analysene til konsoll W700-A og W700-B.



Figur 5.5.2: Kraft-forskyvning: Elementanalyse W700-A og W700-B

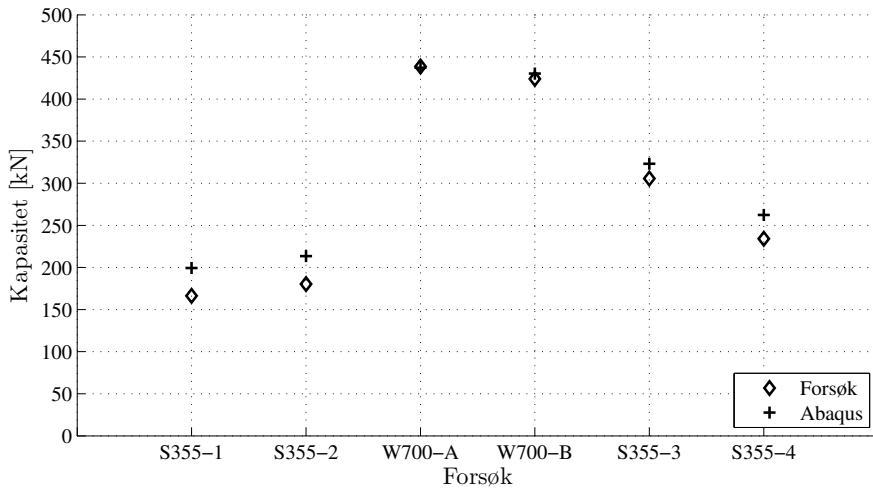
Som ventet, og i samsvar med forsøk, gir elementmodellen av W700-A en stivere respons enn W700-B da den har mindre initielle imperfeksjoner. Også her er det tydelig at virkningen av denne forsvinner når restkapasiteten vurderes. Forsøkene gav resultatene 438.7 kN for W700-A og 424.0 kN for W700-B. Elementanalysene gav på sin side 437.3 kN og 430.2 kN for henholdsvis W700-A og -B. Dette gir et særdeles godt samsvar mellom forsøk og simulering for de to konsollene.

Videre ble konsollene S355-3 og -4 modellert i Abaqus. Disse hadde som beskrevet i tabell 4.1.1 tilnærmet like egenskaper som S355-1 og -2. Unntaket er lastens plassering. I presentasjonen av disse analysene er det valgt å inkludere analyseresultatet til S355-1. Dette gjøres for å kunne sammenligne effekten av ulik lastplassering. Øvrige egenskaper, inkludert formen, (men ikke utslaget) på initiell imperfeksjon, er tilnærmet like.



Figur 5.5.3: Kraft-forskyvning: Elementanalyse S355-1,-3 og-4

Forskyvningen er målt i lastpunkt for den aktuelle analysen og kan følgelig ikke sammenlignes direkte. Makslast og formen til deformasjonskurven kan imidlertid sammenlignes. Kortere avstand mellom last og bakplate gav som forventet en mye høyere kapasitet. I forsøk oppnådde S355-3 med lastplassering 0.5 L en makslast lik 305.6 kN. Elementanalysen gav 323.2 kN, 5.8 % høyere i kapasitet. Forsøk 6 med S355-4 og lastplassering lik 0.6 L gav 234.1 kN i makslast. Elementanalysen gav på sin side 262.4 kN, altså 12.1 % høyere. Deformasjonsforløpet ser ut til å utarte seg forholdsvis likt for de tre konsollene. Figur 5.5.4 og tabell 5.5.1 viser en oversikt over makslast oppnådd i både elementanalyse og forsøk.



Figur 5.5.4: Sammenligning av kapasitet mellom forsøk og FEM-modeller

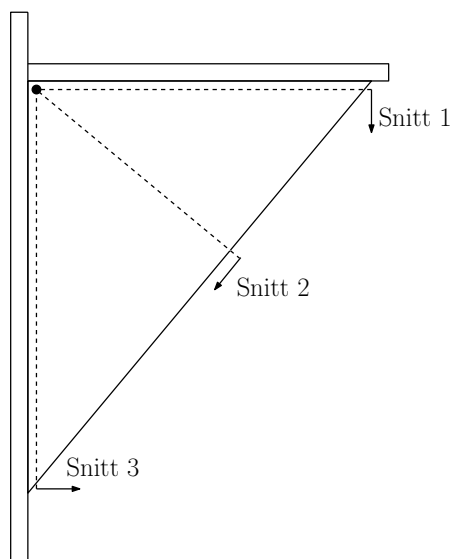
Tabell 5.5.1: Sammenligning av kapasitet mellom forsøk og FEM-modeller

	S355-1	S355-2	W700-A	W700-B	S355-3	S355-4
Forsøk [kN]	166.2	180.2	438.7	424.0	305.6	234.1
Abaqus [kN]	199.3	213.4	437.3	430.2	323.2	262.4
Differanse	19.9 %	18.4 %	-0.3 %	1.5 %	5.8 %	12.1 %

Konsollene med S355 trekantplate og lastplassering lik 0.75 L, gir tilnærmet likt prosentvis avvik mellom elementanalyse og forsøk. Dette er også tilfellet for konsollene med Wieldox trekantplate. Dette er en styrke ved resultatene avdekket så langt. Det reiser imidlertid en ny problemstilling vedrørende forskjellen i treffsikkerhet mellom konsollene med S355 og Wieldox. Konsollene med alternativ lastplassering; S355-3 og S355-4, gir mindre avvik mellom forsøk og analyse enn S355-1 og -2. Det ser også ut til at dette avviket avtar etterhvert som lasten flyttes inn mot bakplaten med minst avvik for $s=0.5 L$. Det er imidlertid utført for få forsøk til å kunne trekke en generell konklusjon på bakgrunn av dette.

5.6 Spenningsfordeling i trekantplaten

For å få en bedre forståelse av konsollenes egenskaper utarbeidet gruppen spenningsplott på utvalgte tverrsnitt i tre av konsollenes elementmodeller. Tre konsoller ble undersøkt: Konsoll S355-1 og -2 med trekantplate i konstruksjonsstål S355, og W700-A med trekantplate i høyfast stål. Spenningsplottene beskrev normalspenningen i tre ulike snitt i trekantplatene. Hver av de ble basert på gjennomsnittlig spenning i elementene over tverrsnittets tykkelse. Første snitt var i toppen av trekantplaten, rett under sveisen, over hele lengden parallelt med topplaten. Det andre snittet gikk fra indre hjørne, diagonalt gjennom trekantplaten, vinkelrett på den frie randen. Det siste ble laget innenfor sveisen parallelt med bakplaten. Figur 5.6.1 viser snittenes plassering. Alle snittene har nullpunkt i hjørnet markert med den sorte sirkelen, og avstanden angis langs snittet ut fra denne.

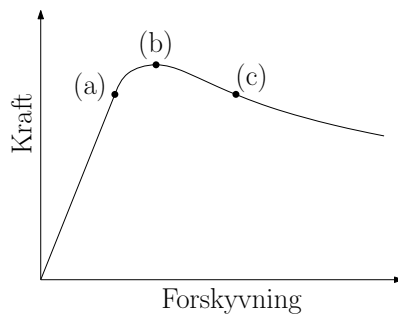


Figur 5.6.1: Spenningsnitt

Målsetningen med spenningsplottene var å kunne se hvordan aksialkreftene i konsollene ble omfordelt underveis i deformasjonsforløpet. I tillegg var det interessant å se på eventuelle forskjeller mellom konsollene med Weldom 700 og S355. Etersom konsoll S355-2 hadde en dobbel utbuling som initiell formfeil, ble også S355-1 med én utbuling undersøkt. Disse viste seg imidlertid å ha en tilnærmet identisk spenningsfordeling i de aktuelle lasttilstandene. Følgelig er kun plottene for S355-1 gjengitt her. Plottene

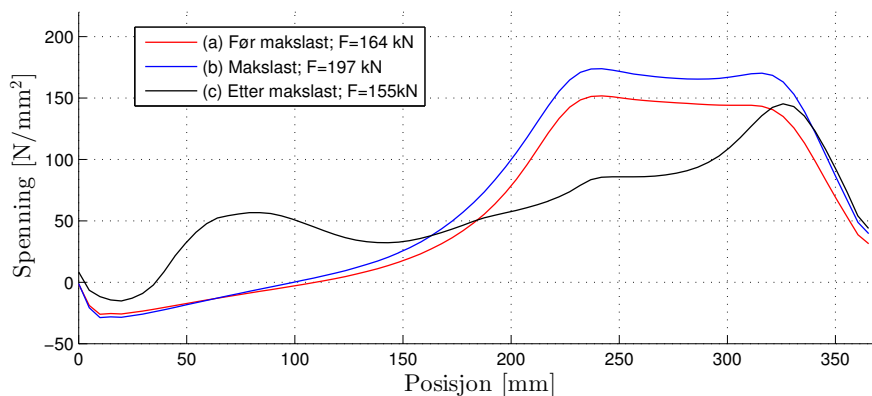
til S355-2 er gitt i vedlegg A.1

For hvert av snittene ble spenningsfordelingen i tre ulike stadier av deformasjonsforløpet undersøkt: Slutten av elastisk område; før stigningen avtar, ved makslast, og rett etter betydelig reduksjon i kapasitet etter makslast. På den måten er det mulig å se hvordan spenningen omfordeler under plastiske deformasjoner. Figur 5.6.2 skisserer lasttilstandene for spenningsfordelingene.

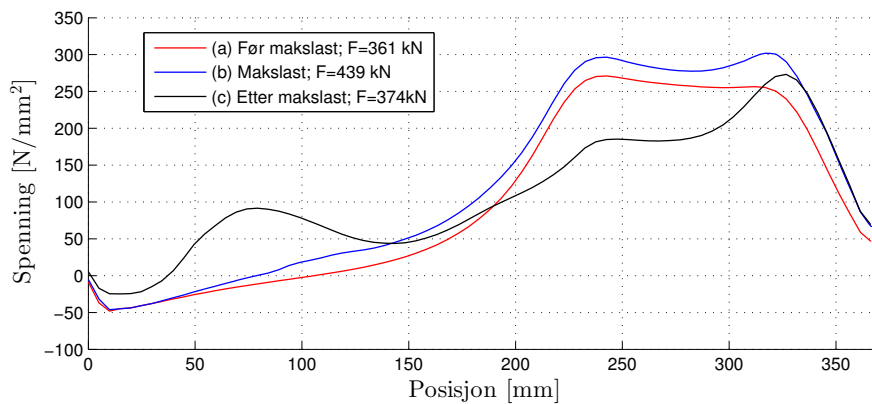


Figur 5.6.2: Lasttilstander for spenningsfordelinger

Figur 5.6.3 viser normalspenningene i trekantplaten i snitt 1 for S355-1 og Wieldox-A i alle tre lasttilstander.



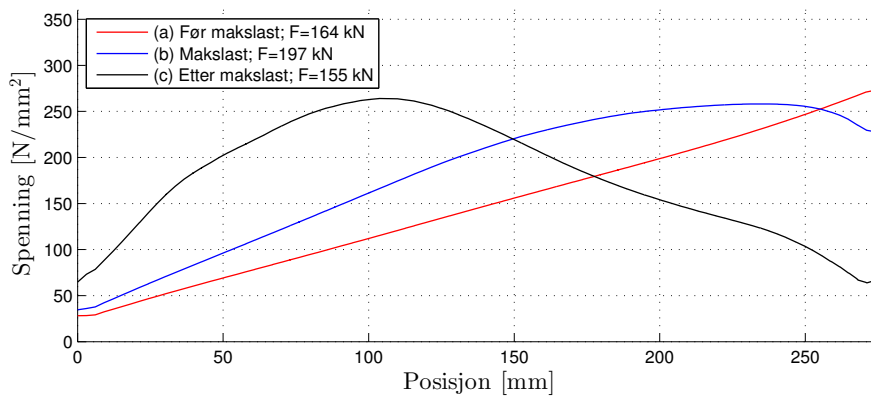
(a) S355-1



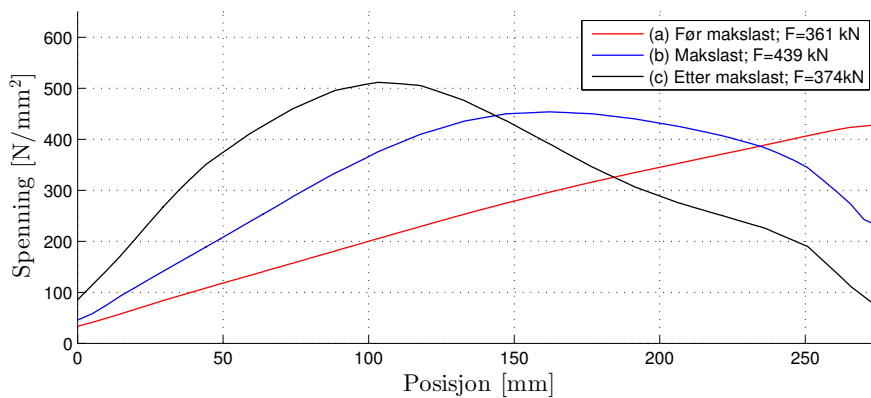
(b) Weldom-A

Figur 5.6.3: Normalspenninger Snitt 1

Det er tydelig at de største spenningene oppstår rett under pålastingsplaten for begge konsollene. I lasttilstand (c), se figur 5.6.2, øker imidlertid spenningene lenger inn mot bakplaten noe. Videre overføres spenningene nedover i trekantplaten. Figur 5.6.4 viser normalspenningene i snitt 2



(a) S355-1

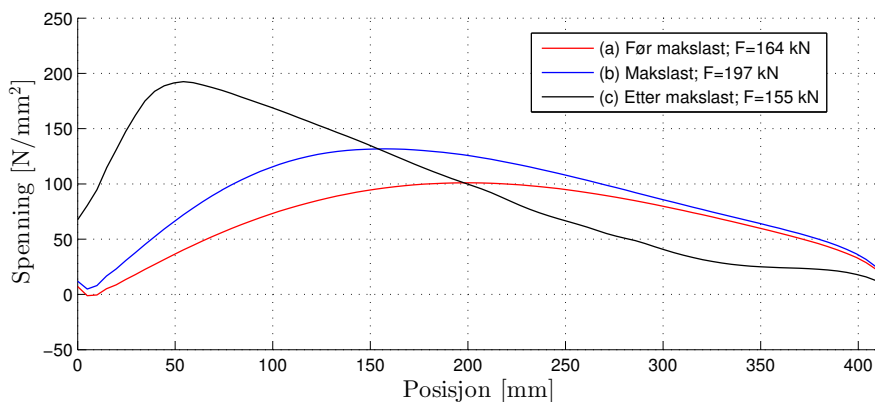


(b) Weldom-A

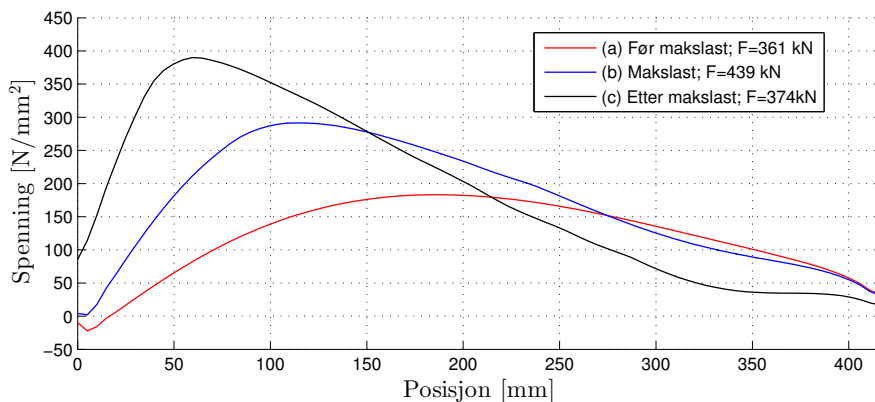
Figur 5.6.4: Normalspenninger Snitt 2

Det observeres at normalspenningene i snitt 2 øker lineært ut mot randen for lasttilstand (a). Ved makslast fordeles lasten lenger inn i platen og spenningsfordelingen får en avrundet form. Weldom-A ser også ut til å ha en mer ulineær respons en S355-1 i dette punktet. Ved lastpunkt (c) er mye av stivheten borte i ytterste del av begge trekantplatene.

Figur 5.6.5 viser normalspenningene i snitt 3.



(a) S355-1



(b) Weldom-A

Figur 5.6.5: Normalspenninger Snitt 3

Normalspenningene langs bakplaten fordeles med en avrundet form for begge trekantplaten. Det fremkommer også at de største spenningene oppstår forholdsvis nærme det innspente hjørnet i alle lasttilstander. Som for de andre snittene trekkes spenningene innover etterhvert som platen mister geometrisk stivhet.

KAPITTEL 6

Analyser og diskusjon

Elementmetodemodellene som er utarbeidet og verifisert i kapittel 5 antas å ha akseptabel gyldighet innenfor en viss variasjon av konsollgeometrien. Med bakgrunn i kalibreringene fra kapittel 5 er det laget flere ulike elementmodeller som gir et mer fullstendig datagrunnlag for sammenligning med håndregnemodellene. Videre er et utvalg variasjoner i betingelser som ulike lastplasseringer, hjørneavkutting, samt effekt av stiver undersøkt.

6.1 Grunnlag for sammenligning

For å få et sammenligningsgrunnlag for håndregnemodellene som er så riktig som mulig må en del retningslinjer for elementmodellene fastsettes. Blant annet må et generelt mål på formfeil etableres. Håndregnemodellene må også tilpasses slik at de kan brukes til å estimere kapasitetene på en konsekvent måte.

6.1.1 Karakteristisk formfeil

Det første som må tas stilling til før modellene analyseres er trekantplatens initiale formfeil. Som avdekket ved forsøk og i forstudiet har dette stor betydning på konsollens kapasitet. Ingen av håndregnemodellene lar brukeren eksplisitt definere en formfeil, (med unntak av modifisert Laustsen, se kapittel 6.1.3.). Det er imidlertid avgjørende at en realistisk formfeil for en dimensjoneringsituasjon defineres for at

Abaqus skal kunne gi et godt sammenligningsgrunnlag. Eurokoden gir flere forslag for fastsetting av formfeil i plater. Ingen av forslagene omhandler imidlertid trekantplater og de innspenningsforholdene disse har. Det er derfor forsøkt å tolke standardverket på best mulig måte for å tilpasse anbefalingene til konsollenes trekantplater. Videre følger tre forslag til mål på formfeil.

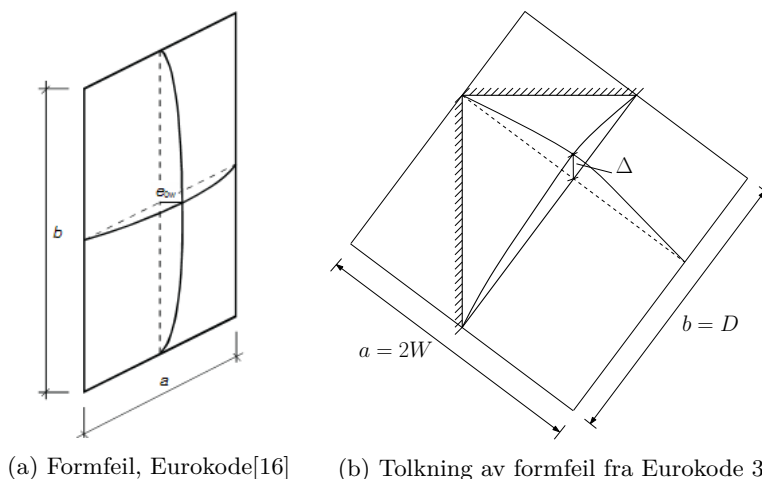
Ved å benytte tabell D.2.11 i NS-EN 1990-2 [19] kan formfeilen normalt på platen settes som funksjon av lengden til den frie randen, $D = \sqrt{L^2 + H^2}$. Formfeilen blir da:

$$\Delta = D/400 \tag{6.1}$$

Dette er et geometrisk avvik som ikke tar hensyn til eventuelle egenspenninger i platen. Tabell C.2 i NS-EN 1993-1-5 [16] tar imidlertid hensyn til dette og oppgir ekvivalente geometriske formfeil til bruk i elementanalyser. To av tilfellene her har visse likheter med trekantplatene. Det ene tilfellet tar utgangspunkt i en lokal stivers vridning, der den ene langsiden samt begge kortsidene er innspent. Dette vil i tilfellet for trekantplaten kunne sees på som utbøyning av fri rand med en vinkel relativ til innspent hjørne. Vridningen har verdien $1/50$ radianer og vil følgelig gi en utbøyning lik:

$$\Delta = W/50 \tag{6.2}$$

der W er vinkelrett avstand mellom innspent hjørne og fri rand, $W = L/\sqrt{(L/H)^2 + 1}$. Dette blir en konservativ tilnærming da trekantplaten vil ha en relativt bedre fastholdning. Siste tilfellet vurdert er basert på en lokal plate. Denne er gitt med bakgrunn i en rektangulær plate, fritt opplagt langs alle rendene. Figur 6.1.1 viser figuren fra Eurokoden og tilpasningen av denne til trekantplaten.



Figur 6.1.1: Tolkning av initiell formfeil fra Eurokode

Eurokoden gir følgende mål for ekvivalent geometrisk formfeil:

$$\Delta = \min(a/200, b/200) \quad (6.3)$$

Dette gir, ved å bruke tolkningen vist i figur 6.1.1, følgende mål på formfeil.

$$\Delta = \min(2 \cdot W/200, D/200) \quad (6.4)$$

der W og D er som angitt ovenfor. Da $2 \cdot W$ alltid vil være mindre eller lik D vil formfeilen settes lik $2 \cdot W/200$. Dette ville for en konsoll med målene tilsvarende de for konsoll W700-B gitt en formfeil lik 2.82 mm. For konsollene utført med trekantplate i høyfast stål ble labteknikker spurt om å sveise på en måte som fremprovoserte formfeil. Dette resulterte i en formfeil på 2.3 mm for W700-B. Da ekvivalent geometrisk formfeil også skal ta hensyn til egenspenninger i platen kan det siste tilfellet foreslått virke rimelig. Formfeilen vil følgelig settes til $\Delta_k = W/100$ for de etterfølgende analysene.

6.1.2 Topplatens innvirkning

Av alle håndregnemethodene som er undersøkt er det bare Martin som tar hensyn til topplatens innvirkning på kapasiteten. Martin har gjort dette ved å legge topplatens plastiske motstandsmoment (M_p) delt på lastarmen (s) til konsollplatens kapasitet

(N_u) :

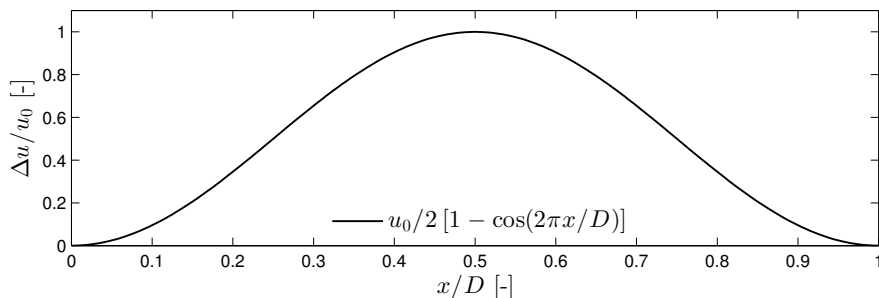
$$N_{tot} = N_u + \mathbf{N}_{topp} = N_u + \mathbf{M}_p/s \quad (6.5)$$

I de kommende analysene er topplatens bredde og tykkelse holdt konstant mens konsollplaten tykkelse varieres for å beregne kapasiteten ved ulike slankheter. I elementmetodemodellene med høy slankhet utgjør følgelig topplatens bidrag en stor andel av den totale kapasiteten. For at håndregnemethodene skal være sammenlignbare med modellene velges det derfor føye til dette bidraget på alle metodene som en tilnærming. Det er imidlertid ikke gitt at topplaten yter full plastisk motstand ved samme tidspunkt som konsollplatene på sitt toppunkt i lasthistorikken.

I tillegg til topplatens motstandsmoment i lastretningen kan også torsjonsstivheten være en egenskap som påvirker konsollens oppførsel. De fleste beregningsmetodene antar fast innspenning om toppranden, men dette vil ikke være en korrekt antagelse dersom topplaten ikke har tilstrekkelig torsjonsstivhet eller ikke er forhindrede på andre måter. I de senere analysene er lastplaten forhindrede rotasjon om toppranden slik at denne effekten vil være fraværende.

6.1.3 Modifisert Laustsen et al.

I Laustsen et al. [12] kommenteres det at initielle imperfeksjoner kan tas hensyn til ved å modifisere utbøyingsfunksjonene, $u_{ii}(x)$. Dersom konsollenes 1. knekkingsmode benyttes som basis for de initielle imperfeksjonene, er det mulig å tilnærme disse ved bruk av trigonometriske funksjoner. For konsollerplater fastholdt mot rotasjon om begge render foreslås funksjonen Δu , som vist i figur 6.1.2.



Figur 6.1.2: Funksjon for initiell formfeil langs fri rand

Følgelig modifiseres $u_{11}(x)$ til:

$$u_{11,mod}(x) = u_{11}(x) + \Delta u(x) = u_{11}(x) + \frac{u_0}{2} \left[1 - \cos \left(2\pi \frac{x}{D} \right) \right] \quad (6.6)$$

hvor u_0 er maksimal størrelse på imperfeksjonen. Den nye utbøyingsfunksjonen kan videre benyttes uten ytterligere endringer i metoden til Laustsen et al.

6.1.4 Tilpasning av Robinsons sentrerte platestripemodell

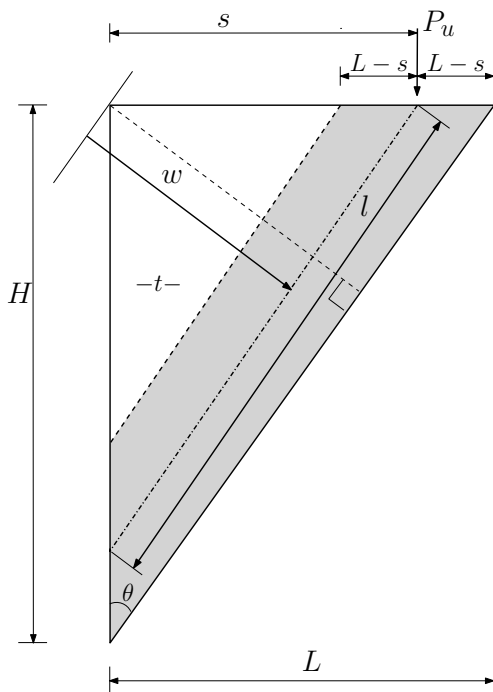
Håndregnemodellen som bygger på en sentrert platestripemodell er beskrevet i kapittel 2.2.4. Kraften tas her opp av en gitt andel av trekantplaten og kapasiteten bestemmes videre av en kritisk spenning definert av brukeren. Ettersom analysene og tidligere studier tydelig viser at trekantplatene undersøkt ofte bryter sammen som følge av både knekking og lokale overskridelser av tverrsnittskapasitet, har gruppen funnet det ønskelig å angi en kritisk spenning som er en kombinasjon av disse. Martin [1] har valgt å benytte Rankine-Merchants formel for å definere kritisk spenning i utledningen av sin beregningsmetode vist i kapittel 2.2.3. Rankine-Merchants formel bygger på lineær interaksjon mellom knekkingskapasitet og plastisk tverrsnittskapasitet og gir følgende sammenheng:

$$\frac{1}{N_{kr}} = \frac{1}{N_b} + \frac{1}{N_e} \quad (6.7)$$

Der N_b og N_e angir henholdsvis plastisk tverrsnittskapasitet og elastisk knekkingskapasitet. Gruppen har valgt å benytte denne sammenhengen og fastsetter kritisk spenning på bakgrunn av platestripen i senter av det lastbærende feltet. Knekkklengden til denne platestripen settes til $l/2$ som er en verdi som samsvarer godt med de fleste gjennomførte analyser og forsøk. Uttrykket for knekkklengden varierer med konsollgeoemietrien og blir følgelig:

$$l_k = \frac{l}{2} = \frac{w}{2} \left(\frac{L}{H} + \frac{H}{L} \right) \quad (6.8)$$

Den sentrerte platestripemodellen med definert platestripelengde vises i figur 6.1.3.



Figur 6.1.3: Sentrert platestripemodell, modifisert

Kritisk knekkspenning regnes ut med platestivhet og knekk lengden definert ovenfor. Dette gir:

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 E t^2}{12(1 - \nu^2)} \frac{((L'/H')^2 + 1)}{L'^2} \frac{2^2}{((L/H) + (H/L))^2} \quad (6.9)$$

der E angir elastisitetsmodul, ν er tverrkontraksjonstallet og øvrige parametere som angitt på figuren. L' og H' angir lengde og høyde av en tenkt trekantplate med senter i platestripen som fri rand. Dette betyr at $L' = s$ og $H' = H \cdot s/L$. Deretter brukes Rankine-Merchant formel, ligning 6.7, til å finne kritisk spenning.

$$\frac{1}{\sigma_{kr}} = \frac{1}{f_y} + \frac{12(1 - \nu^2)L'^2((L/H) + (H/L))^2}{\pi^2 E t^2 4((L'/H')^2 + 1)} \quad (6.10)$$

$$\implies \sigma_{kr} = \frac{f_y \pi^2 E t^2 4((L'/H')^2 + 1)}{\pi^2 E t^2 4((L'/H')^2 + 1) + f_y 12(1 - \nu^2)L'^2((L/H) + (H/L))^2} \quad (6.11)$$

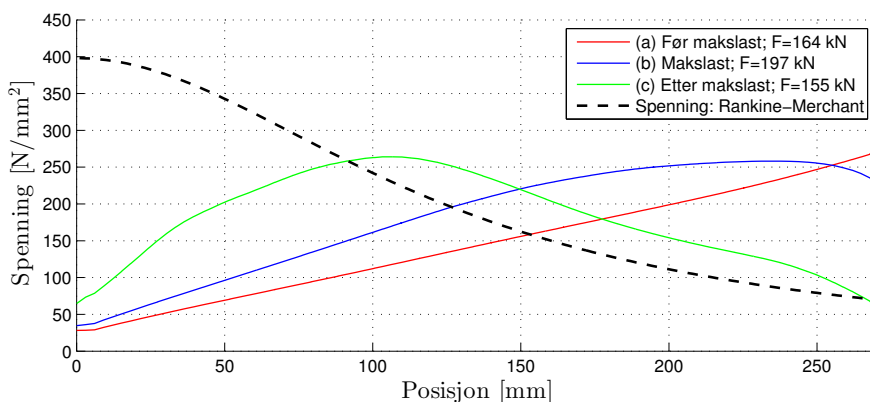
Problemet idealiseres videre ved at hele den lastbærende platestripens tverrsnitt

oppnår den kritiske spenningen ved sammenbrudd. I tillegg inkluderes bidraget fra topplaten som angitt i kapittel 6.1.2 og uttrykket for makslast blir følgende:

$$P_u = \sigma_{kr} \cdot 2(L - s)t \cdot \cos^2 \theta + \frac{M_p}{s} \quad (6.12)$$

6.1.5 Spenningsfordeling, Rankine-Merchants formel

Martins beregningsmetode[1], utledet i kapittel 2.2.3, benytter en Rankine-Merchants spenningsfordeling for å fastsette kapasiteten. Denne integreres over diagonalen som strekker seg fra innspent hjørne til fri rand i retning vinkelrett på den frie randen. I kapittel 5.6 er spenningsfordelingen over dette snittet vist for elementmodellene til konsollene S355-1 og Weldom-A. For å se hvordan spenningsfordelingen fra elementanalysene sammenfaller med den teoretiske Rankinespenningen er disse sammenlignet for diagonalsnittet i konsoll S355-1. Tre ulike lasttilstander fra elementanalysen samt Rankineplottet er vist i figur 6.1.4.



Figur 6.1.4: Spenningsfordeling; Rankine-Merchant i S355-1

Dersom bare spenningen ved makslast vurderes, lasttilstand (b), virker tilnærmingen ved bruk av Rankine-Merchant særdeles dårlig. Det er imidlertid viktig å ta hensyn til at Rankinespenningen kun angir maksimal tillatt spenning for den aktuelle platestripene. Interaksjon mellom platestripene eller det faktum at ulike deler av tverrsnittet når sin makskapasitet på ulik tid er det ikke tatt hensyn til. Rankine-Merchant spenning er i seg selv en konservativ tilnærming av kritisk spenning, men fordelingen av den blir ikke-konservativ da det ikke kan forventes at alle delene av trekantplaten

mobiliserer maksimal motstand samtidig. Som vist i figur 6.1.4 vil platestriper lenger inn mot hjørnet yte større motstand etter makslast, lasttilstand (c). Hvis konsollen deformeres ytterligere vil stadig større deler av kapasiteten inn mot innspent hjørne mobiliseres. Det fremkommer også at Rankinespenningen ser ut til å bli mer konservativ med slankere platestriper da de ytterste stripene har en mye lavere spenning enn den funnet i elementanalysen. Dette vil i så tilfelle virke konservativt på totalresultatet. Martins beregningsmetode baserer seg på momentlikevekt om innspent hjørne. Reduksjon i spenninger lengst ut fra hjørnet vil følgelig ha større innvirkning da de har lenger momentarm enn spenningene lenger inn. Det er følgelig både konservative og ikke-konservative effekter ved å bruke Rankine-Merchant på måten Martin har gjort. Som med alle teoretiske tilnærminger vil det være avvik. De etterfølgende analysene viser imidlertid om beregningsmetoden som helhet gir gode resultater.

6.2 Elementanalyser

For å danne et tilstrekkelig sammenligningsgrunnlag for de ulike beregningsmetodene har det blitt utført et sett med elementmetodeanalyser hvor lastplassering, platens tykkelse, og H/L -forholdet har blitt endret, som spesifisert i tabell 6.2.1. Totalt utgjør dette $3 \cdot 3 \cdot 5 = 45$ analyser når alle de forskjellige parameterverdiene kombineres.

Tabell 6.2.1: Valgte analyseparametere

Parameter	Verdier				
H/L [-]	0.5	1.13	2.0		
s/L [-]	0.5	0.6	0.75		
t [mm]	2	4	6*	10	20

*Settes lik 5.98 for $H/L = 1.13$

Resultatene er samlet i totalt 9 serier som oppsummert i tabell 6.2.2. Topplaten har bredde, $B = 200$ mm og tykkelse, $T = 20$ mm, samt samme fasthetsegenskaper som det øvrige materialet. Resultatene fra serie 1-9 er framstilt i figur 6.2.1-9 og tabell 6.2.3-11.

Tabell 6.2.2: Analyseoversikt

Serie	H/L [-]	H [mm]	L [mm]	s/L [-]	f_y N/mm ²	Δ_k [mm]
1	2.0	752	376	0.50	400	3.36
2	2.0	752	376	0.60	400	3.36
3	2.0	752	376	0.75	400	3.36
4	1.13	426	376	0.50	400	2.82
5	1.13	426	376	0.60	400	2.82
6	1.13	426	376	0.75	400	2.82
7	0.5	416	832	0.50	400	3.72
8	0.5	416	832	0.60	400	3.72
9	0.5	416	832	0.75	400	3.72

For å lettere sammenligne resultatene er de dimensjonsløse omregningene fra Laustsen

et al. anvendt, som gjengitt nedenfor:

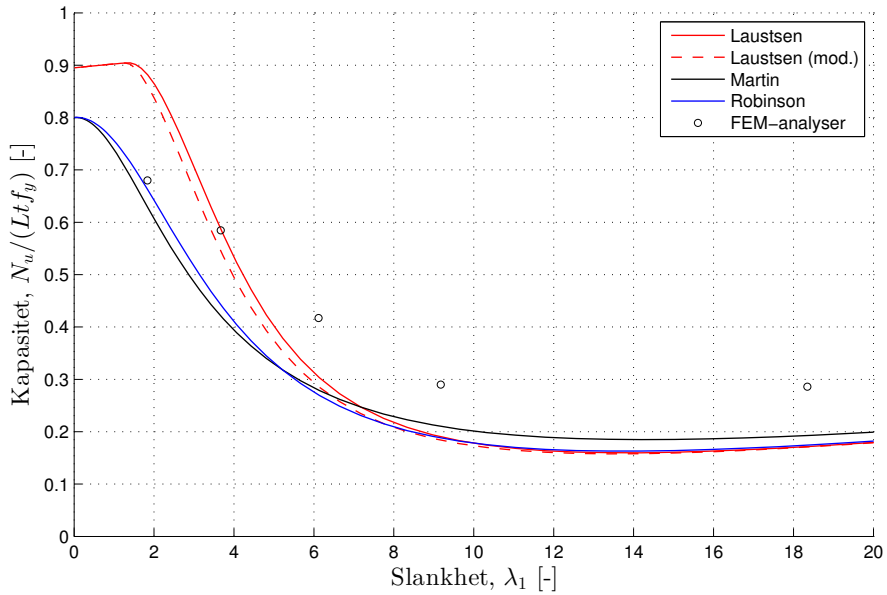
$$N_u^* = \frac{\chi}{(L/H)^2 + 1} = \frac{N_u}{L t f_y} \quad (6.13)$$

$$\lambda_1 = \frac{D}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad (6.14)$$

Resultatene fra håndregnemodellene kan beskrives som prosentvise avvik reativt til elementanalysene. Dette gjør det mulig å sammenligne resultatene over ulike slankheter. Innenfor en dataserie er følgelig differansen $\Delta_{i,j}$ i et punkt i med metode j gitt som:

$$\Delta_{i,j} = \left(\frac{N_{i,j}}{N_{i,\text{FEM}}} - 1 \right) \cdot 100\% \quad (6.15)$$

Fra disse avvikene kan det videre dannes et gjennomsnittlig avvik $\bar{\Delta}_j$ og et standardavvik $\sigma_{\Delta,j}$.

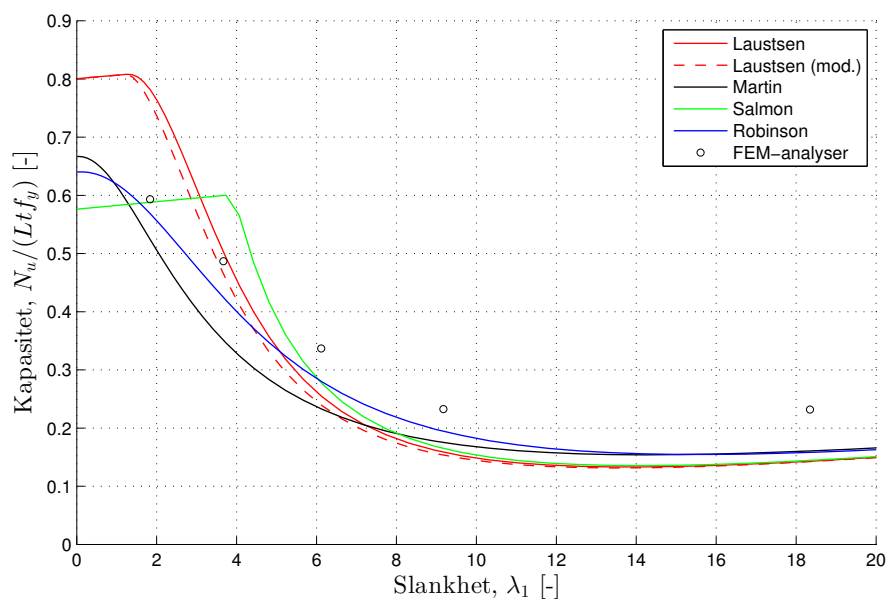
Serie 1: $H/L = 2.00$, $s/L = 0.50$ 

Figur 6.2.1: Serie 1: Analyseresultater og sammenligning

Tabell 6.2.3: Serie 1

t [mm]	λ_1 [-]	Abaqus [kN]	Laustsen [kN]	Laustsen* [kN]	Martin [kN]	Robinson [kN]
2	18.35	86.0	51.6	51.4	58.0	52.5
4	9.17	174.4	114.4	110.6	126.5	113.1
6	6.12	376.3	274.7	258.2	252.2	243.9
10	3.67	879.3	883.3	820.2	633.4	665.6
20	1.83	2045.3	2654.0	2591.0	1893.5	1994.6
Gj.snittlig avvik [%]:			-14.2	-17.6	-25.7	-27.2
Standardavvik [%]:			29.1	28.0	10.5	14.9

*Modifisert

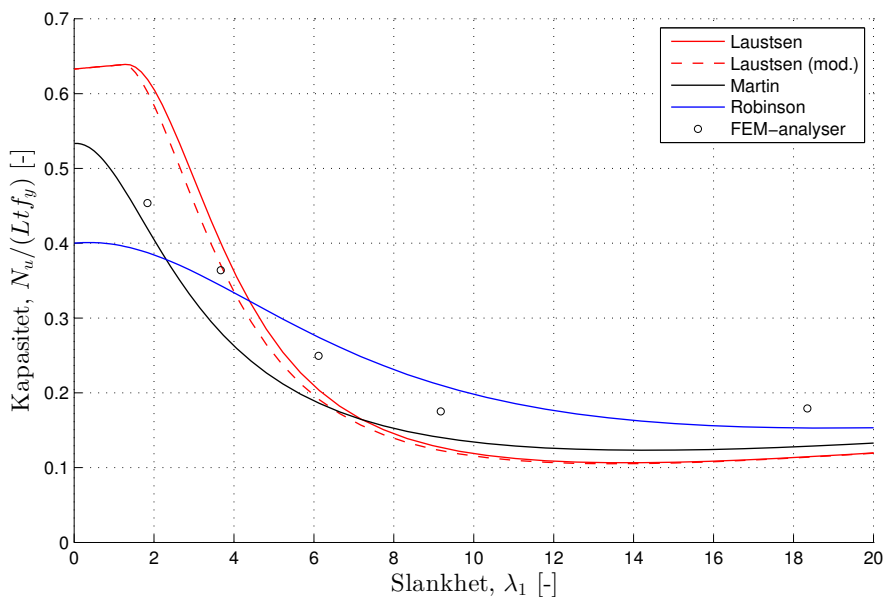
Serie 2: $H/L = 2.00$, $s/L = 0.60$ 

Figur 6.2.2: Serie 2: Analyseresultater og sammenligning

Tabell 6.2.4: Serie 2

t [mm]	λ_1 [-]	Abaqus [kN]	Laustsen [kN]	Laustsen* [kN]	Martin [kN]	Salmon [kN]	Robinson [kN]
2	18.35	69.7	43.0	42.8	48.3	43.4	47.6
4	9.17	139.9	95.4	92.3	105.4	99.3	117.0
6	6.12	304.0	230.2	216.3	210.2	250.8	253.0
10	3.67	732.2	756.5	699.8	527.8	902.1	638.6
20	1.83	1784.5	2352.8	2286.6	1578.0	1768.8	1711.0
Gj.snittlig avvik, $\bar{\Delta}_j$ [%]:			-11.8	-15.6	-25.1	-12.4	-16.4
Standardavvik, $\sigma_{\Delta,j}$ [%]:			29.1	27.8	8.0	24.2	10.0

*Modifisert

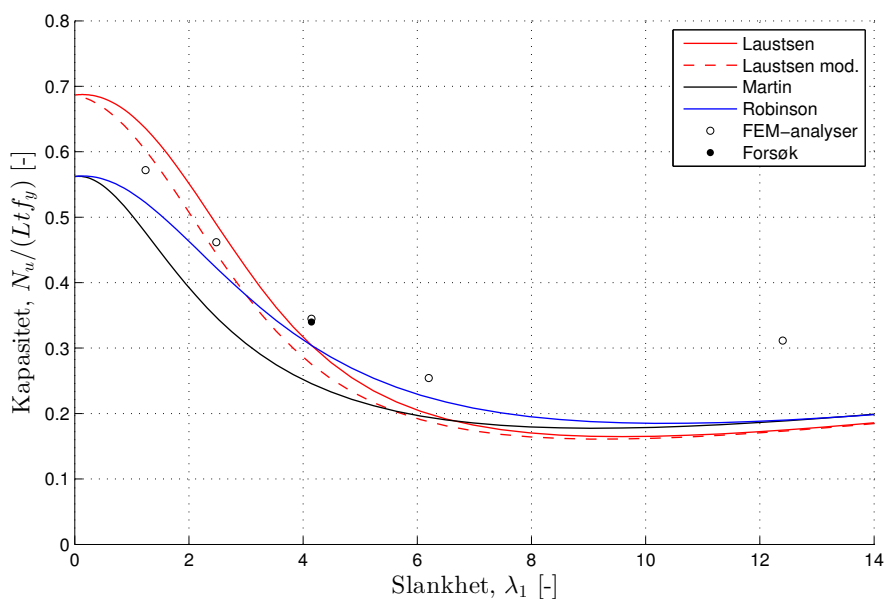
Serie 3: $H/L = 2.00$, $s/L = 0.75$ 

Figur 6.2.3: Serie 3: Analyseresultater og sammenligning

Tabell 6.2.5: Serie 3

t [mm]	λ_1 [-]	Abaqus [kN]	Laustsen [kN]	Laustsen* [kN]	Martin [kN]	Robinson [kN]
2	18.35	53.9	34.4	34.3	38.7	46.0
4	9.17	105.4	76.3	73.8	84.3	126.4
6	6.12	225.1	184.0	172.9	168.2	247.6
10	3.67	547.3	602.5	557.7	422.3	516.4
20	1.83	1364.6	1863.0	1811.9	1262.4	1165.4
Gj.snittlig avvik, $\bar{\Delta}_j$ [%]:			-7.1	-11.0	-20.8	-1.0
Standardavvik, $\sigma_{\Delta,j}$ [%]:			29.9	28.4	8.0	15.4

*Modifisert

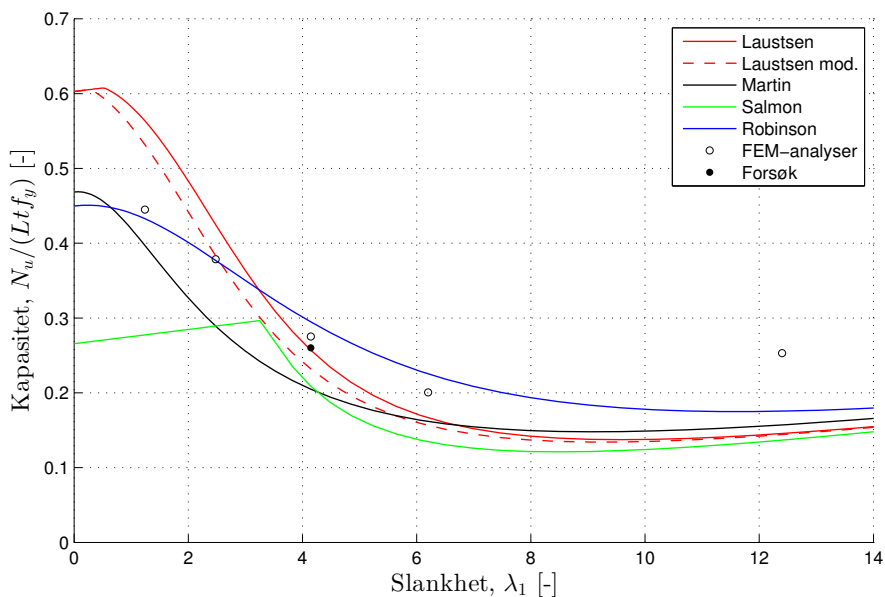
Serie 4: $H/L = 1.13$, $s/L = 0.50$ 

Figur 6.2.4: Serie 4: Analyseresultater og sammenligning

Tabell 6.2.6: Serie 4

t [mm]	λ_1 [-]	Abaqus [kN]	Laustsen [kN]	Laustsen* [kN]	Martin [kN]	Robinson [kN]
2	12.40	93.7	52.5	52.0	56.7	57.1
4	6.20	153.0	119.9	112.7	116.8	135.0
5.98	4.15	310.1	273.4	247.5	220.9	273.5
10	2.48	694.6	736.3	668.6	522.1	635.7
20	1.24	1720.0	1912.4	1812.1	1433.5	1570.9
Gj.snittlig avvik, $\bar{\Delta}_j$ [%]:			-12.0	-17.9	-26.7	-16.0
Standardavvik, $\sigma_{\Delta,j}$ [%]:			22.2	19.5	8.4	13.0

*Modifisert

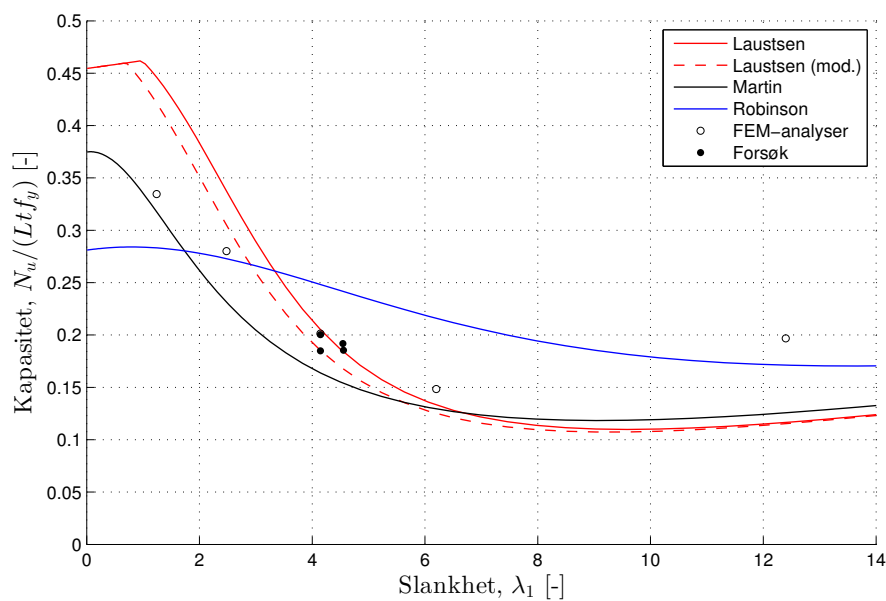
Serie 5: $H/L = 1.13$, $s/L = 0.60$ 

Figur 6.2.5: Serie 5: Analyseresultater og sammenligning

Tabell 6.2.7: Serie 5

t [mm]	λ_1 [-]	Abaqus [kN]	Laustsen [kN]	Laustsen* [kN]	Martin [kN]	Salmon [kN]	Robinson [kN]
2	12.40	76.1	43.8	43.4	47.3	41.2	52.8
4	6.20	120.6	100.2	94.1	97.3	81.0	135.6
5.98	4.15	247.6	231.0	208.5	184.1	187.6	265.1
10	2.48	569.3	638.9	576.7	435.1	435.1	567.1
20	1.24	1338.7	1695.6	1600.1	1194.6	834.7	1301.9
Gj.snittlig avvik, $\bar{\Delta}_j$ [%]:			-5.4	-12.0	-23.4	-32.9	-2.9
Standardavvik, $\sigma_{\Delta,j}$ [%]:			26.7	23.7	9.9	9.4	16.7

*Modifisert

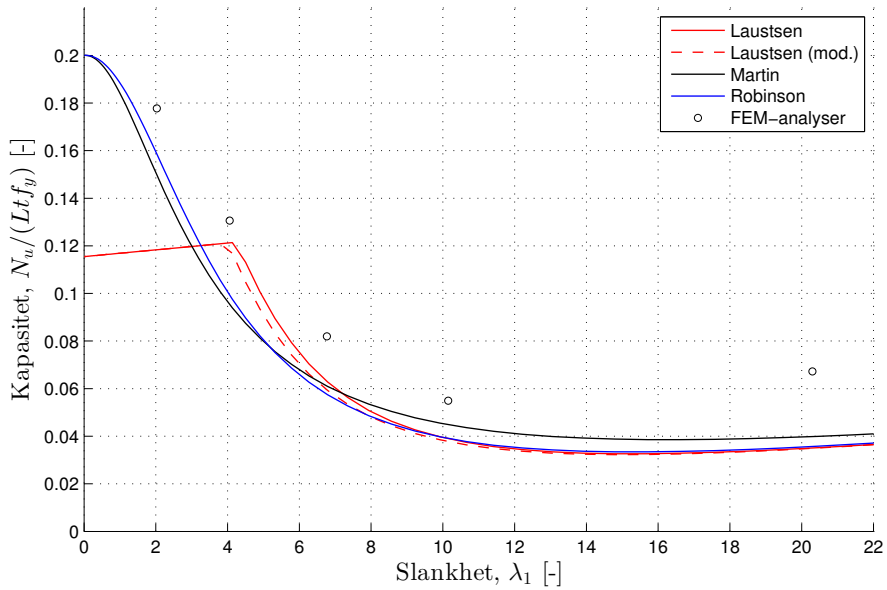
Serie 6: $H/L = 1.13$, $s/L = 0.75$ 

Figur 6.2.6: Serie 6: Analyseresultater og sammenligning

Tabell 6.2.8: Serie 6

t [mm]	λ_1 [-]	Abaqus [kN]	Laustsen [kN]	Laustsen* [kN]	Martin [kN]	Robinson [kN]
2	12.40	59.2	35.0	34.7	37.8	51.5
4	6.20	89.2	80.1	75.3	77.9	130.0
5.98	4.15	181.1	184.4	166.5	147.3	223.2
10	2.48	421.3	507.7	458.8	348.1	410.4
20	1.24	1006.6	1342.5	1267.8	955.7	851.9
Gj.snittlig avvik, $\bar{\Delta}_j$ [%]:			0.9	-6.0	-18.0	7.6
Standardavvik, $\sigma_{\Delta,j}$ [%]:			28.7	25.5	11.5	26.2

*Modifisert

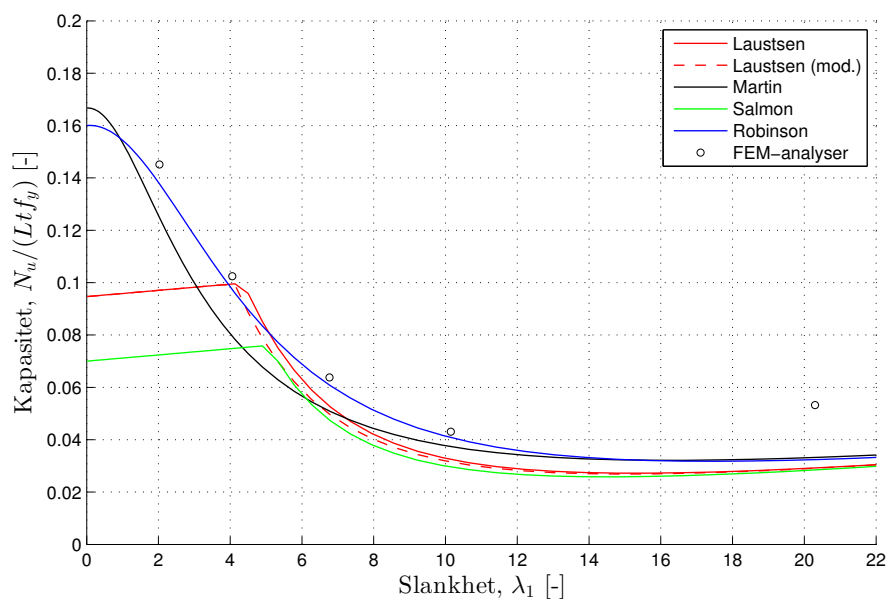
Serie 7: $H/L = 0.50$, $s/L = 0.50$ 

Figur 6.2.7: Serie 7: Analyseresultater og sammenligning

Tabell 6.2.9: Serie 7

t [mm]	λ_1 [-]	Abaqus [kN]	Laustsen [kN]	Laustsen* [kN]	Martin [kN]	Robinson [kN]
2	20.30	44.7	23.3	23.2	26.5	23.7
4	10.15	73.1	51.8	50.3	59.7	52.0
6	6.77	163.6	126	118.9	122.0	115.1
10	4.06	434.8	403.4	397.6	317.4	330.3
20	2.03	1183	787.6	787.6	996.6	1055.1
Gj.snittlig avvik, $\bar{\Delta}_j$ [%]:			-28.1	-29.7	-25.4	-28.1
Standardavvik, $\sigma_{\Delta,j}$ [%]:			14.8	14.2	9.7	13.0

*Modifisert

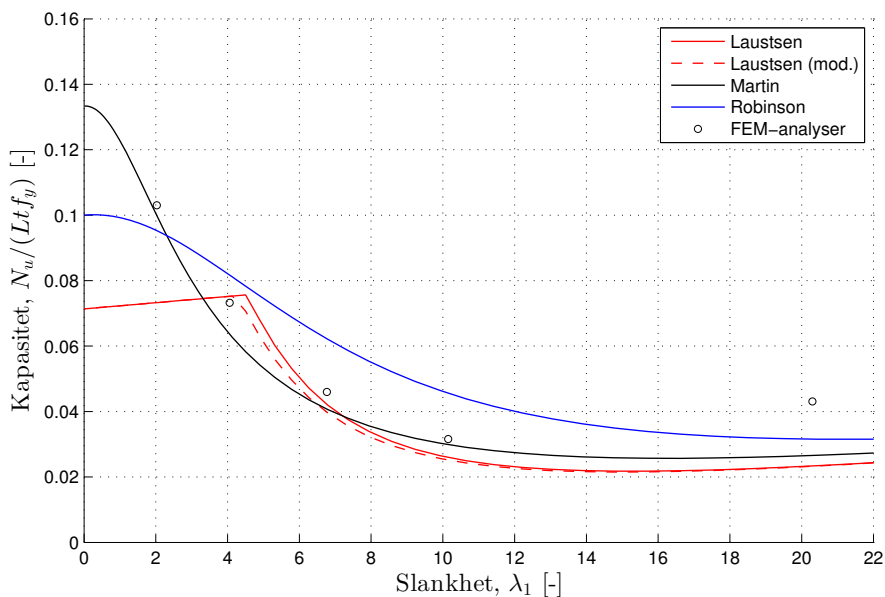
Serie 8: $H/L = 0.50$, $s/L = 0.60$ 

Figur 6.2.8: Serie 8: Analyseresultater og sammenligning

Tabell 6.2.10: Serie 8

t [mm]	λ_1 [-]	Abaqus [kN]	Laustsen [kN]	Laustsen* [kN]	Martin [kN]	Salmon [kN]	Robinson [kN]
2	20.30	35.4	19.4	19.4	22.1	18.9	21.6
4	10.15	57.3	43.2	41.9	49.8	39.4	54.3
6	6.77	127.4	105.4	99.4	101.7	94.9	121.6
10	4.06	340.9	331.1	331.1	264.5	249	323.9
20	2.03	965.8	646.1	646.1	830.7	481.9	916.7
Gj.snittlig avvik, $\bar{\Delta}_j$ [%]:			-24.6	-26	-21.5	-36.1	-11.8
Standardavvik, $\sigma_{\Delta,j}$ [%]:			16.0	15.6	9.8	11.4	15.3

*Modifisert

Serie 9: $H/L = 0.50$, $s/L = 0.75$ 

Figur 6.2.9: Serie 9: Analyseresultater og sammenligning

Tabell 6.2.11: Serie 9

t [mm]	λ_1 [-]	Abaqus [kN]	Laustsen [kN]	Laustsen* [kN]	Martin [kN]	Robinson [kN]
2	20.30	28.7	15.6	15.5	17.7	21.0
4	10.15	42.1	34.6	33.5	39.8	60.7
6	6.77	91.8	84.3	79.5	81.4	124.3
10	4.06	243.8	250.3	250.3	211.6	271.8
20	2.03	685.8	487.8	487.8	664.6	634.2
Gj.snittlig avvik, $\bar{\Delta}_j$ [%]:			-19.6	-21.2	-14.3	11.4
Standardavvik, $\sigma_{\Delta,j}$ [%]:			18.7	18.1	14.1	29.4

*Modifisert

6.3 Vurdering av beregningsmetodene

I tabell 6.3.1 er det totale gjennomsnittlige avviket og standardavviket for de ulike metodene oppsummert.

Tabell 6.3.1: Statistikk for samtlige resultater

Metode:	Laustsen	Laustsen*	Martin	Salmon	Robinson
Gj.snittlig avvik, $\overline{\Delta}_j$ [%]:	-13.6	-17.4	-22.3	-10.2	-9.4
Standardavvik, $\sigma_{\Delta,j}$ [%]:	24.0	21.9	10.0	17.4	21.2

*Modifisert

I lys av sammenligningen mellom FEM-analysene og de ulike beregningsmetodene kan det virke som at resultatene for $t = 2$ mm har en noe uheldig utførelse da platens tykkelse relativt til toppplatens dimensjoner er veldig liten. Det virker også som topppunktene fra disse analysene opptrer lenge etter at platen har knekt, og at det derfor ikke er konsollplatens egentlige knekklast som reflekteres i resultatene. På bakgrunn av dette kan det derfor være lite hensiktsmessig å benytte disse datapunktene under vurderingen av beregningsmetodene. Tabell 6.3.2 viser tilsvarende statistikk for alle datapunktene utenom $t = 2$ mm. Disse tallene er benyttet i den videre vurderingen av beregningsmetodene.

Tabell 6.3.2: Statistikk for samtlige resultater, uten $t = 2$ mm

Metode:	Laustsen	Laustsen*	Martin	Salmon	Robinson
Gj.snittlig avvik, $\overline{\Delta}_j$ [%]:	-6.4	-11.2	-19.0	-6.3	-3.9
Standardavvik, $\sigma_{\Delta,j}$ [%]:	21.3	19.9	8.0	13.3	19.6

*Modifisert

6.3.1 Laustsens metode

Den generelle tendensen for Laustsens metode er at den jevnt over er konservativ ved de høyere slankhetene, men ofte gir store avvik ved de lavere slankhetene hvor den både overestimerer og underestimerer kapasiteten sterkt. For $H/L = 2.00$ og 1.13 er ofte den plastiske øvre grensen for høy, mens den for $H/L = 0.5$ ser ut til å begrense kapasiteten med i overkant konservative verdier. For konsoller i gressesonen mellom

slank og uslank ($3 < \lambda_1 < 6$) gir metoden ofte gode resultater mot både forsøk og elementmetodeanalyser. Metoden har totalt sett et lavt gjennomsnittlig avvik på -6.4 % men har til gjengjeld et standardavvik på 21.3 %.

Modifisert Laustsen gir som ventet en litt lavere kapasitet, men følger forøvrig den opprinnelige kurven relativt tett. Den har samme plastiske øvre grense og rammes følgelig av de samme svakhetene. Med mindre den plastiske mekanismen er gjeldende, er forskjellen mellom de to metodene størst ved lave slankheter og reduseres gradvis med økende slankhet. Intervallet der forskjellen mellom de to metodene er størst er også det området der Laustsen i flere tilfeller gir en litt for høy kapasitet. Den forskjellen er i flere tilfeller tilstrekkelig til å trekke resultatet over på konservativ side. Dette samsvarer bedre med resultatene oppnådd ved høyere slankheter der det konservative avviket er større. Dette fører til at modifisert Laustsen får et lavere totalt standardavvik på 19.9 %, men også at det gjennomsnittlige avviket øker til -11.2 %.

6.3.2 Martins metode

Martin har i motsetning til Salmon og Laustsen ingen øvre plastisk grense da denne effekten allerede er tatt hensyn til i den generelle formelen. Den gir konservative resultater i alle de undersøkte tilfellene men er i enkelte analyser i overkant konservativ. Den har imidlertid en veldig konsistent kurveform i forhold til resultatene og har et lavt totalt standardavvik på 8.0 %. Det gjennomsnittlige avviket er på -19.0 %.

6.3.3 Robinsons metode

Robinsons metode har for enkelte geometrier stor spredning i treffsikkerhet, mens den i noen tilfeller treffer veldig godt. Det er mulig å se en trend der den gir forholdsvis gode resultater for alle H/L forhold, men da bare for $s = 0.5L$ og $s = 0.6L$. For $s = 0.75L$ gir den avvik av ulik størrelse for mellomstore slankheter på ikke-konservativ side. Det er kun i én av analyseseriene med $s = 0.5L$ og $0.6L$ at det forekommer ikke-konservative resultater, da for $H/L = 1.13$, $s = 0.6L$. Disse er imidlertid så små at metoden fortsatt kan anses å gi brukbare resultater for disse forholdene. Metoden har et lavt gjennomsnittlig avvik på -3.9 %, men har et standardavvik på 19.6 %.

6.3.4 Salmons metode

Salmons beregningsmetode tar utgangspunkt i en lastsituasjon der resultanten virker i $s = 0.6L$ og det er følgelig kun gjort en sammenligning med de resultatene der dette er tilfellet. For $H/L = 1.13$ og $H/L = 0.5$ gir den veldig konservative resultater og er den som gir laves kapasitet av alle beregningsmetodene. Den øvre plastiske grensen for lave slankheter gir i disse seriene betydelig lavere kapasitet enn den funnet ved analyser, så mye som 50 % lavere enn analysen med $t = 20$ mm og $H/L = 0.5$. For $H/L = 2.0$ gir metoden et ikke-konservativt resultat for $t = 10$ mm, men treffer nesten eksakt for $t = 20$ mm. Metoden har et lavt gjennomsnittlig avvik på -6.3 % og et standardavvik på 13.3 %.

6.3.5 Beregninger i henhold til Eurokode 3

I vedlegg D.1 er et regneeksempel med tolkningen av Eurokode 3 fra kapittel 2.3 utført på en konsoll med samme dimensjoner og egenskaper som S355-1 og S355-2. Fra forsøkene oppnådde disse konsollene en maksimal last på henholdsvis 166.2 kN og 180.2 kN.

Når den effektive platebredden plasseres inn mot det indre hjørnet oppnås en kapasitet på 26.9 kN. Dette er en betydelig underestimering i forhold til forsøkene og framstår derfor som en dårlig metode å benytte i en dimensjonerings situasjon. Når platens resultantkraft derimot settes rett under den ytre lasten oppnås det en kapasitet på 164.9 kN. Dette gir et avvik på bare -0.8 % i sammenlignet med resultatet oppnådd med S355-1 i forsøk. Når resultanten flyttes helt ut til den frie randen oppnås en økning i kapasitet til 193.0 kN og overestimerer dermed kapasiteten i forhold til begge forsøksresultatene.

Av de tre resultantplasseringene gir plasseringen rett under den ytre lasten best samsvarende med forsøk. Det er derimot uvisst om metoden vil gi konsistente resultater under andre forhold. Den ytre lastens plassering vil med denne fremgangsmåten være irrelevant ettersom den indre resultantkraften også vil ha samme posisjon. Fra simuleringer og forsøk er det derimot vist at lastens plassering *har* innvirkning på konsollenes kapasitet. At metoden her traff godt mot forsøk virker derfor tilfeldig, men resultatet kan tyde på at en resultantplassering lik $0.75 L$ kan være en god generell plassering uavhengig av ytre lastposisjon.

6.3.6 Sammenligning og oppsummering beregningsmodeller

I vurderingen av de ulike beregningsmetodene er sammenligningsgrunnlaget basert på elementanalyser. Disse analysene har i seg selv også et avvik i forhold til faktiske forsøk. Datagrunnlaget er relativt lite, men fra de seks forsøkene utført i denne avhandlingen er det observert at elementanalysene kan overestimere med så mye som 19.9 % (for S355-1), men samtidig også treffe tilnærmet eksakt. Laveste avvik var en underestimering på bare -0.3 % for konsoll W700-A. Når beregningsmetodene vurderes kan de derfor ikke med høy sikkerhet sies å være konservative med mindre det gjennomsnittlige avviket er lavere enn elementmetodenes feil i forhold til forsøkene.

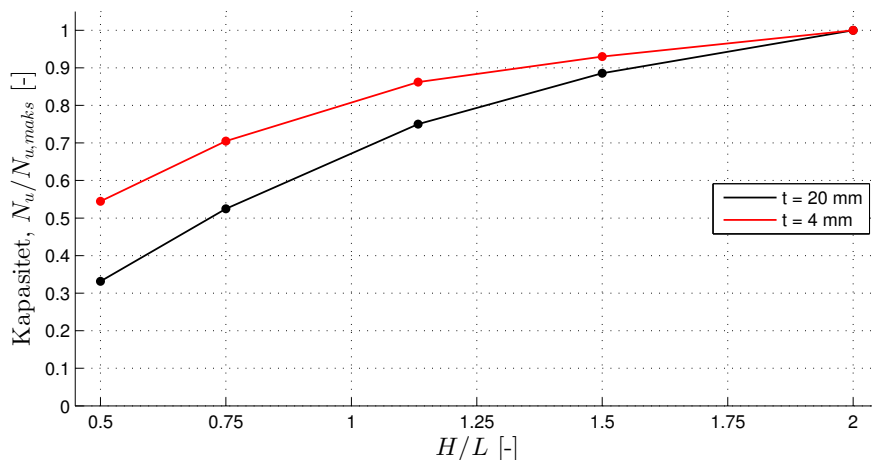
Martins metode er den som fremstår som mest robust med gjennomgående konservative resultater og gyldighet for alle slankheter. Den kan imidlertid underestimere kapasiteten i overkant mye for enkelte forhold. Laustsen, og da især modifisert Laustsen gir gode resultater for høye slankheter. Den plastiske mekanismen som benyttes for lave slankheter har imidlertid store svakheter og må endres før metoden kan sies å gi gode, konsistente resultater. Robinsons modell treffer i gjennomsnitt best av alle beregningsmodellene men har store problemer med lastresultant langt ut fra bakplaten. Ved å angi kritisk spenning basert på fri rand fremfor senter av beregnet platestripe, blir konsollen langt mer konservativ, men treffer til gjengjeld mye dårligere. Salmon underestimerer kapasiteten betydelig, og har svakheter med plastisk øvre grense.

Martins metode blir vurdert til å være den beste, da den gir konservative resultater, godt samsvar og er enkel å anvende. Det ser ut til at de konservative og ikke-konservative effektene ved å bruke spenningstilnærmingen diskutert i kapittel 6.1.5 til sammen gav en god modell. Robinsons sentrerte platestripemodell med modifikasjonene vist i kapittel 6.1.4, kunne blitt benyttet med en annen spenningsfordeling. Eventuelt kunne knekkenden som er satt til $D/2$ økes, noe som ville gitt lavere kapasitet på høy slankhet og gjort modellen mer konservativ.

6.4 Utvidede undersøkelser

6.4.1 Konsollenes høyde/lengde-forhold

Som tidligere observert er det en klar sammenheng mellom en konsoll sitt høyde/lengde-forhold og lastbærende kapasitet. Figur 6.4.1 viser relativ kapasitet for konsoller med to ulike platetykkelser med varierende H/L -forhold. Resultatene er hentet fra elementmetodeanalysene utført i kapittel 6.2 samt 6 supplerende analyser for å gi flere datapunkter. Lengden ($L = 376$ mm), samt lastens angrepspunkt ($s = 0.6L$), holdes konstant gjennom alle analysene.



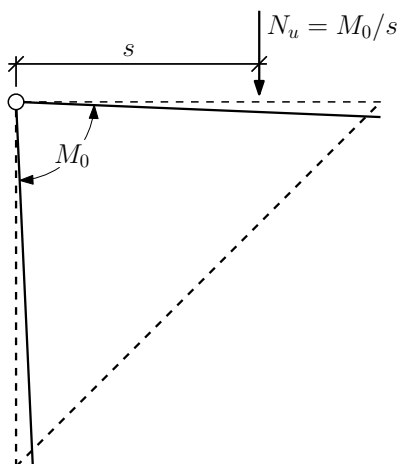
Figur 6.4.1: Relativ kapasitet for varierende H/L , med $s/L=0.6$

Som forventet gir et høyere H/L -forhold også høyere kapasitet, men det ser ikke ut til at det er en lineær sammenheng. Dersom det tas utgangspunkt i $H/L = 2$ blir konsollene med tykkelse lik 20 mm (lav slankhet) tilsynelatende påvirket i større grad enn konsollene med tykkelse lik 4 mm (høy slankhet) når forholdet reduseres. De samme tendensene ser imidlertid ut til å gjelde for begge tilfellene. Forskjellen kan kanskje forklares ved at topplaten er identisk gjennom alle analysene, og følgelig har en større relativ innvirkning på de slanke platene slik at kapasitetsreduksjonen ikke er større enn det den er.

6.4.2 Lastens plassering

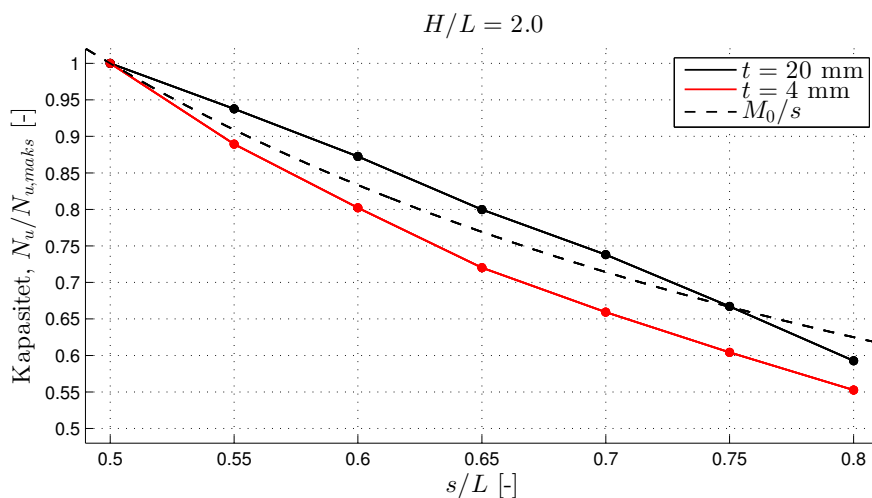
Lastens angrepspunkt fra bakplaten har signifikant betydning for konsollens kapasitet. Jo lengre avstand mellom lastresultant og bakplate, dess lavere kapasitet. Denne effekten er tydelig i både de gjennomførte forsøkene, samt analyseseriene med ulike tykkelser og H/L-forhold.

I kapittel 3.4 ble det kortfattet foreslått at hele stiverplaten kan betraktes som en rotasjonsmekanisme om det indre hjørnet der horisontal og vertikal rand oppnår en rotasjon relativt til hverandre som skissert i figur 6.4.2. Med denne betraktningen vil konsollens kapasitet mot lasten N_u være omvendt proporsjonal med lastarmen når den har momentmotstand M_0 .

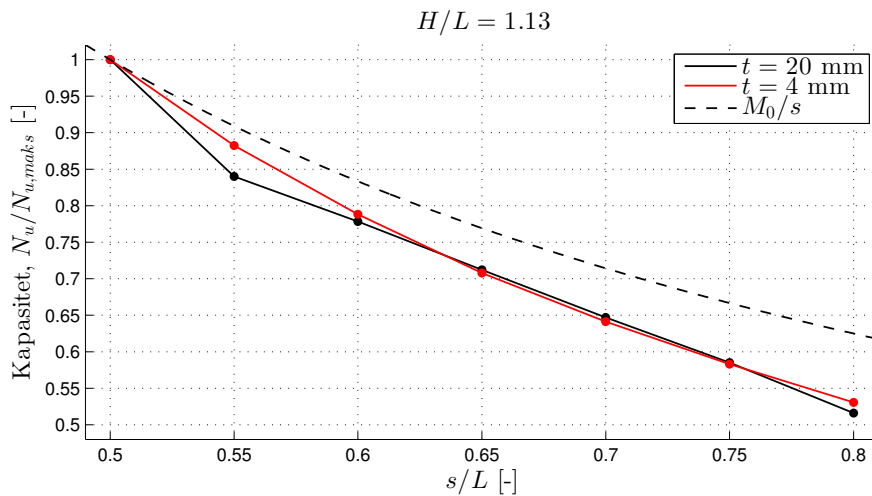


Figur 6.4.2: Stiverplate betraktet som rotasjonsmekanisme

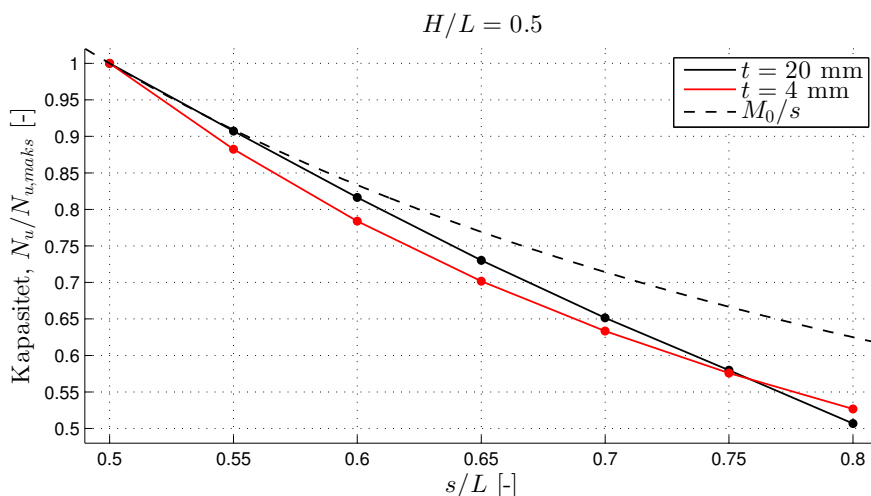
Fra tidligere forsøk og elementanalyser er det kun benyttet tre ulike lastplasseringer. For å danne et mer komplett datagrunnlag når lastplassering varieres er det derfor utført 24 supplerende elementanalyser, slik at det blir 7 datapunkter for hver av de tre grunngeometriene ($H/L = 2.00, 1.13, 0.50$) med tykkelser 4 mm og 20 mm. Resultatene er presentert i figur 6.4.3-5 i form av relativ kapasitet i forhold til maksimal last i hver serie. De striplede linjene angir forventet kapasitet dersom den er omvendt proporsjonal med lastarmen.



Figur 6.4.3: Relativ kapasitet ved ulike lastplassering, $H/L = 2.00$



Figur 6.4.4: Relativ kapasitet ved ulike lastplassering, $H/L = 1.13$



Figur 6.4.5: Relativ kapasitet ved ulike lastplassering, $H/L = 0.50$

Fra resultatene ser det ut til at de ulike geometriene og tykkelsene utøver en relativt lik oppførsel når lasten varieres. For konsollene med $H/L = 2.00$ er det noe større forskjell mellom de to tykkelsene/slankhetene. Hypotesen med en omvendt proporsjonal sammenheng ser ikke ut til å være helt avkreftet selv om de fleste resultatene avtar noe raskere enn dette. De tynne platene har kurver som ligner den omvendt proporsjonale kurven, men en lineær tilpasning kunne vært en like god tilnærming når alle resultatene sees under ett.

Momentstive forbindelser

En trekantet stiverplate vil kunne benyttes i knutepunkter eller andre konstruksjonssystemer med formål å gi økt momentmotstand. Det virker sannsynlig at platen da vil utsettes for relativt like betingelser som når brukt i en konsoll. Forskjellen vil her være at det ikke er en eksplisitt definert lastarm, og det vil være en dimensjonerende momentmotstand som er av interesse. Med samme argumentasjon som i avsnittene over bør det være mulig å finne en ekvivalent lastarm som videre kan brukes til å beregne platens kapasitet. Lastkapasiteten (N_u) kan deretter regnes om til et ekvivalent motstandsmoment, $M_{0,u}$:

$$M_{0,u} = s \cdot N_u(s, \dots) \quad (6.16)$$

På bakgrunn av resultatene fra elementanalysene virker det som lastarmen konservativt kan settes til en høy verdi om ikke en mer nøyaktig verdi er kjent.

6.4.3 Konsoll med stiver

Avstivning av trekantplaten ved bruk av én eller flere stivere kan gi en betydelig økning i lastbærende kapasitet av konsollene. Ved å introdusere en stiver(e) vil knekking kunne forhindres og mer av tverrsnittskapasiteten til trekantplaten vil kunne bli utnyttet før sammenbrudd. Konsoller med stivere har imidlertid ikke vært et fokusområde for denne oppgaven. For å likevel få en litt bedre forståelse av en konsoll med stiver og utformingen av denne er det valgt å kjøre en elementanalyse med konsollegenskapene til S355-1 og en stiver langs den frie randen.

Det er ønskelig at stiveren selv ikke knekker lokalt før den har nådd flytspenning over hele tverrsnittet. Først må en bredde settes slik at stiveren ikke knekker om sterk akse før plastisk tverrsnittskapasitet er nådd. I kapittel 6.3.1.2 i NS-EN 1993-1-1 [15] står det oppgitt at for relative slankheter $\bar{\lambda} \leq 0.2$ ikke er nødvendig med påvisning av knekking. Dette gir følgende krav til bredde:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} \leq 0.2 \quad (6.17)$$

Der N_{cr} angir kritisk knekklast.

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_k^2} \quad (6.18)$$

Knekk lengden vil variere som følge av innspenningsforholdene. For en stav fast innspenning i begge ender vil denne være lik $D/2$, der D er lengden av den frie randen. Ettersom stiveren vil være innspenning mot ytterste del av toppplaten i overkant, vil rotasjonsstivheten her i stor grad avhenge av toppplaten rotasjonsstivhet. En konservativ tilnærming velges der knekk lengden settes lik $0.7D$. Dette er ekvivalent med en stav fast innspenning i én ende og leddlagret i den andre. Setter denne inn i uttrykket for relativ slankhet:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{htf_y(0.7D)^2 12}{\pi^2 E h^3 t}} \leq 0.2 \quad (6.19)$$

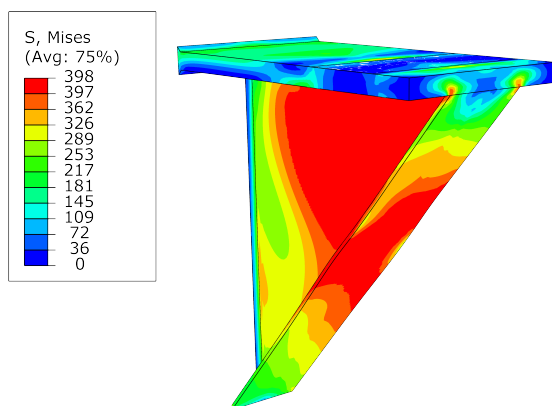
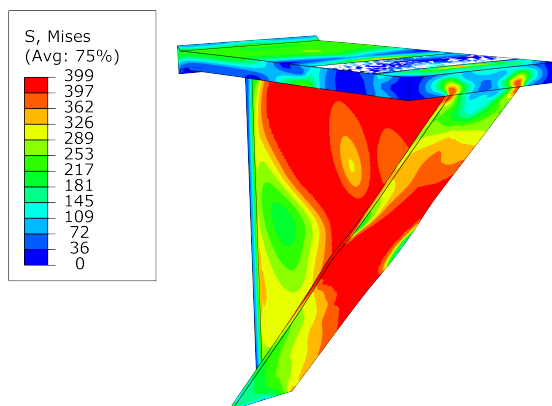
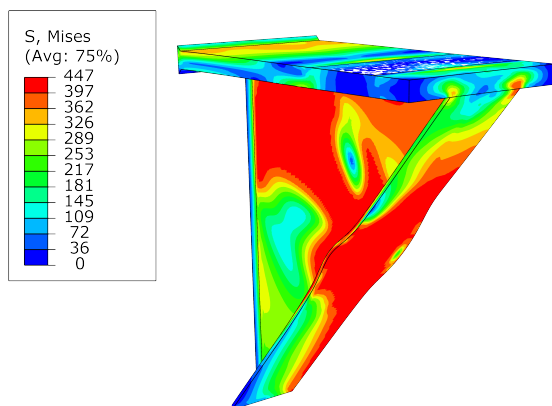
Dette gir følgende krav til bredden av stiveren:

$$h \geq \sqrt{\frac{(0.7D)^2 12 f_y}{\pi^2 E 0.04}} \quad (6.20)$$

Dette vil for stiveren til konsoll S355-1 gi $h \geq 95.7$ mm. Videre må tykkelsen til stiveren fastsettes. For å finne en tykkelse som er tilstrekkelig stor til å kunne forhindre lokal knekking tas det utgangspunkt i tverrsnittsklassen til stiveren. Tabell 5.2 i NS-EN 1993-1-1 gir oversikt over bredde/tykkelse-forholdet til ulike tverrsnittsklasser av utstikkende flenser. Det antas at stiveren vil fungere som en trykkflens tidlig i deformasjonsforløpet med en tilnærmet uniform trykkspenning gjennom tverrsnittet. Tverrsnittsklasse 3 tillater flytspenning i mest påkjente punkt. Ettersom det antas at denne opptrer noe likt over hele stiversverrsnittet anses tverrsnittsklasse 3 som tilstrekkelig. Dette gir følgende krav til tykkelse:

$$c/t \leq 14\varepsilon \quad (6.21)$$

Der c er lengde av utstikk, $c = h/2 - t_{plate}/2$ og $\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$. Dette gir for stiveren til konsoll S355-1, $t = 4.16$ mm. Følgelig vil en stiver med målene $4.16 \text{ mm} \times 95.7 \text{ mm}$ benyttes i analysemodellen. En stiver ville antageligvis ikke blitt dimensjonert med så eksakte tallverdier, men benyttes i modellen for å verifisere gyldigheten av antagelsene gjort ovenfor. Figur 6.4.6 viser Misesspenningene til konsollen i tre faser av deformasjonsforløpet. Flytspenning til stiveren og konsollen forøvrig er satt til 397 N/mm^2 . Det fremkommer at stiveren oppnår flytspenning over hele det kritiske snittet før den knekker. Ved deformasjon etter maks last oppstår det lokal torsjonskneking i stiveren. Konsollen oppnår en maks last på 458 kN . Analysemodellen til S355-1 uten stiver oppnådde til sammenligning en kapasitet lik 199 kN . Dette betyr at stiveren økte konsollens kapasitet med 130% .

(a) Før makslast, $F = 443$ kN(b) Makslast, $F = 458$ kN(c) Etter makslast, $F = 421$ kN

Figur 6.4.6: Misesspenninger i elementmodell: Konsoll med stiver

For å undersøke den generelle gyldigheten av å fastsette geometrien til stiveren som angitt ovenfor ble også torsjonsknekkapasiteten til stiveren undersøkt. Torsjonsknekkapasiteten regnes ut med følgende formel når kun st. Venants torsjon inkluderes:

$$N_{cr,T} = \frac{AGI_T}{I_p} \quad (6.22)$$

Dette betyr at maksimal tillatt uniform spenning før torsjonsknekking er:

$$f_{y,maks} = \frac{GI_t}{I_p} \quad (6.23)$$

der G er skjærmodulus, I_t er torsjonstreghetsmomentet og $I_p = \int(x^2+y^2)dA$ er polart arealmoment. For stiveren til S355-1 gir dette $f_{y,maks} = 609 \text{ N/mm}^2$ som er mer enn flytspenningen til materialet. Ved å bare se på et utstikk av flensen på den ene siden av trekantplaten og la dette være fri til å rotere om trekantplaten som er forutsetningene til tverrsnittsklassifiseringen i standarden ble $f_{y,maks} = 693 \text{ N/mm}^2$. Følgelig var fastsettelse av tykkelse ved tverrsnittsklassifiseringen i standarden en konservativ tilnærming.

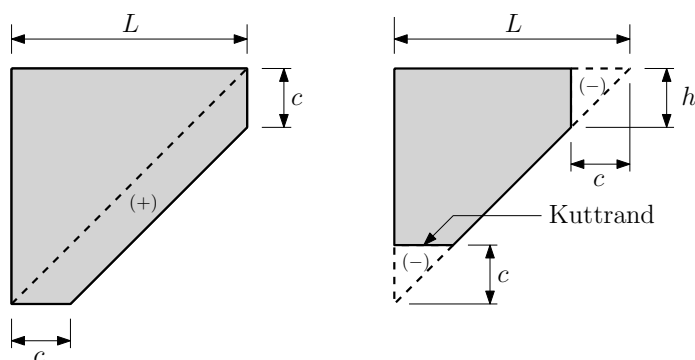
En analyse med samme konsoll, men med stiver i tverrsnittsklasse 1, ble også gjennomført. Stiveren hadde målene $6.15 \text{ mm} \times 95.7 \text{ mm}$. Konsollen gav i dette tilfellet en kapasitet lik 535 kN . Det betydde en økning relativ til konsoll uten stiver lik 169% . Dette betyr en 39% større relativ økning enn den oppnådd ved bruk av stiver i tverrsnittsklasse 3 som gav en kapasitet lik 458 kN . Last-forskyvningskurven til de to konsollene er vist i figur C.1 i vedlegg C.1. Ettersom begge stiverene begynte å flyte før makslast var nådd, burde økningen i kapasitet ved å gå fra tverrsnittsklasse 3 til 1 tilsvare økningen i plastisk tverrsnittkapasitet. Lasten virker i $s = 0.75L$ fra bakplaten. Stiveren virker i avstand L fra bakplaten. Ved å benytte momentlikevekt om innspenningen av topplaten og anta at denne er tilstrekkelig stiv, vil en økning i vertikalkomponenten av kapasiteten til stiveren lik 1 gi $1/0.75$ økning i lastkapasitet. Følgelig vil en økning i 1.99 mm stivertykkelse gi følgende kapasitetsøkning:

$$F_{\text{økning}} = f_y \cdot ht_{\text{økning}} \cdot \cos(\theta)/0.75 = 75.6 \text{ kN} \quad (6.24)$$

$458 \text{ kN} + 76 \text{ kN} = 534 \text{ kN}$, noe som samsvarer veldig godt med resultatet fra analysen som gav 535 kN kapasitet. Stiver i klasse 1 hadde med altså den samme effekten på konsollen som en stiver i klasse tre, der forskjellen mellom de to bare var en direkte følge av økt tverrsnittkapasitet.

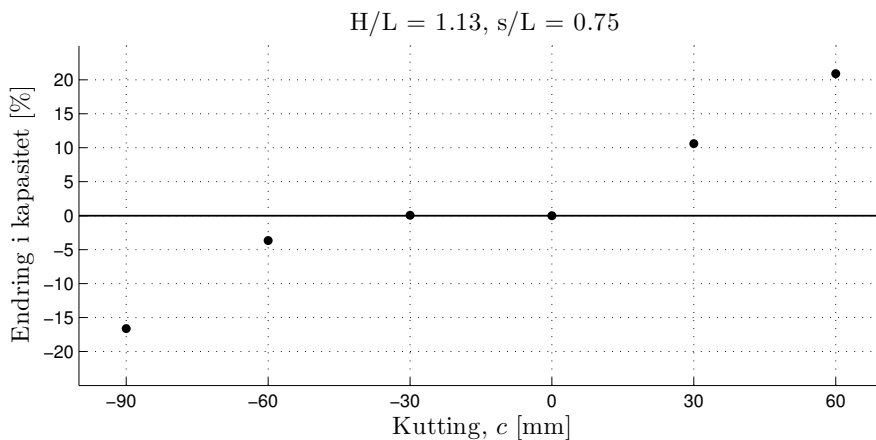
6.4.4 Konsoller med avkuttete hjørner

Av ulike årsaker kan det være ønskelig å utforme konsollplatene med avkuttete hjørner ved den frie randen. Dette vil endre den essensielle geometrien som er lagt til grunn for kapasitetsberegningene og det kan ikke uten videre bestemmes hvordan dette vil påvirke konsollens kapasitet ved bruk av de analytiske metodene. Dersom det er mulig å finne en ekvivalent ideell trekantgeometri vil dette i så fall gjøre at metodene fortsatt kan anvendes. Figur 6.4.7 viser to mulige referansegeometrier for plater med avkuttete hjørner. I figuren til venstre er materiale lagt til, mens materiale er fjernet i figuren til høyre.



Figur 6.4.7: Konsollplate med avkuttete hjørner

Med utgangspunkt i konsollgeometrien fra eksemplar S355-1 ($H = 426$ mm, $L = 376$ mm, $t = 5.98$ mm, $s/L = 0.75$) er det utført totalt 5 analyser i Abaqus for å undersøke effekten av å fjerne (-90 mm, -60 mm, -30 mm) og legge til (+30 mm, +60 mm) materiale som vist i figur 6.4.8. Lastens absolutte angrepspunkt holdes uendret gjennom alle analysene.



Figur 6.4.8: Sammenligning av konsollplater med ulike hjørneavkuttinger

Resultatene viser at en 30 mm reduksjon av hjørnene gir tilnærmet identisk kapasitet, og videre at en 60 mm reduksjon bare gir en marginalt lavere kapasitet med -3.7 %. Ved 90 mm kutting blir imidlertid effekten mer synlig med en reduksjon på -16.6 %. Når materiale legges til referansegeometrien, observeres det en tilsynelatende lineær økning på henholdsvis 10.6 % og 20.9 % for 30 mm og 60 mm tillegg av materiale. Årsaken til dette kan skyldes at det er platenes interne materiale som bidrar til kapasiteten i form av en bøyemotstand, mens det bortkuttete materialet ved den horisontale og vertikale randen i liten grad ville vært utnyttet.

I en dimensjonerings situasjon vil det alltid være konservativt å anta en ideell plate med dimensjoner lik de indre målende ved avkuttingene, men fra resultatene synes dette å være en unødvendig antagelse dersom hjørneavkuttingen er tilstrekkelig lav. For dette spesifikke tilfellet ser det ut til at kuttets størrelse må tas hensyn til for et forhold c/D mellom 5.3 % og 10.6 %. En alternativ betraktning som kan gjøres er å se på lengden h av det gjenværende materialet langs kuttrandene normalt på enten vertikal eller horisontal akse med tykkelse t lik platetykkelsen. For et gitt forhold h/t kan det tenkes at kuttrandene er tilstrekkelig uslank slik at de *ikke* er avhengig av støtte fra et platemateriale utenfor kuttlinjen. Uten videre undersøkelser er det ikke mulig å angi generelle sammenhenger som er gyldige for andre geometrier og slankhetsforhold.

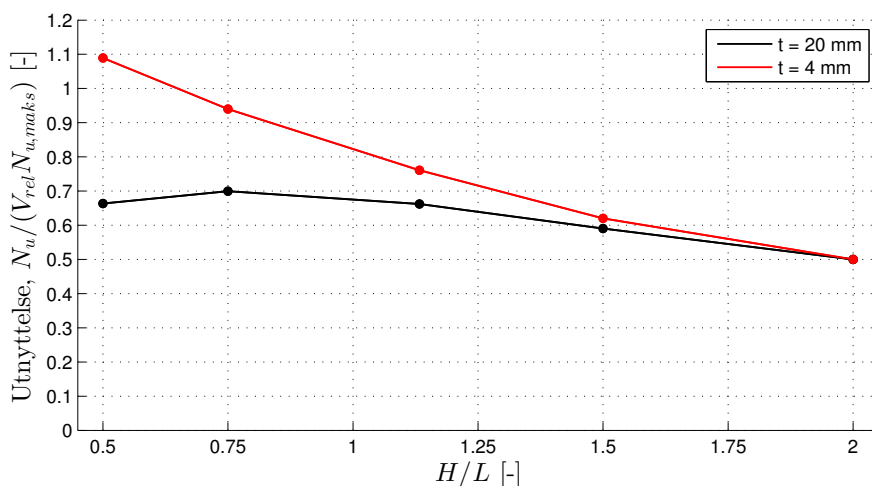
6.5 Optimal konsollgeometri

Ved hjelp av analysegrunnlaget for håndregnemodellene samt de supplerende simuleringene er det mulig å få en bedre forståelse av hvordan ulike endringer i geometri påvirker kapasiteten til konsollene. I analyseseriene vist i kapittel 6.2 er kapasiteten plottet dimensjonsløst på formen:

$$N_u^* = \frac{N_u}{L t f_y} \quad (6.25)$$

Dette gjør at kapasiteten måles relativt til platens tykkelse, fasthet og lengde. En høy dimensjonsløs kapasitet (N_u^*) vil derfor innebære en høy materialutnyttelse. Andre parametere, som for eksempel i hvilken grad topplaten har aktivert full momentkapasitet på samme tid som trekantplaten oppnår makskapasitet, kan også spille inn og forstyrre denne sammenhengen. Likevel bekrefter plottene at tverrsnittutnyttelsen faller kraftig når slankheten øker. Dersom en konsoll forhindres fra å knekke vil følgelig materialet bli utnyttet mye bedre. Dette kan naturlig nok oppnås ved å øke trekantplatenes tykkelse, men også ved bruk av en stiver som undersøkt i kapittel 6.4.3. Her ble det funnet at en stiver kan øke kapasiteten betraktelig da den bidrar til å forhindre eller utsette knekking.

Ut i fra analysene og forsøkene utført i denne avhandlingen er det vanskelig å finne generaliserte sammenhenger for optimal geometri, men resultatene vil kunne brukes til å studere sammenhenger under gitte betingelser. Fra figur 6.4.1 i kapittel 6.4.1 fremkommer det at størst økning i kapasitet forekommer i området fra $H/L = 0.50$ til 1.13, mens en ytterlige økning til 1.5 og 2.0 ikke gir særlig stor kapasitetsøkning. Materialbruken vil imidlertid være lineært avhengig av høyden når lengden holdes konstant. I figur 6.5.1 er derfor normalisert kapasitet per materialvolum plottet mot høyde/lengde-forholdet med referansevolum lik 1.0 for $H/L = 1$.



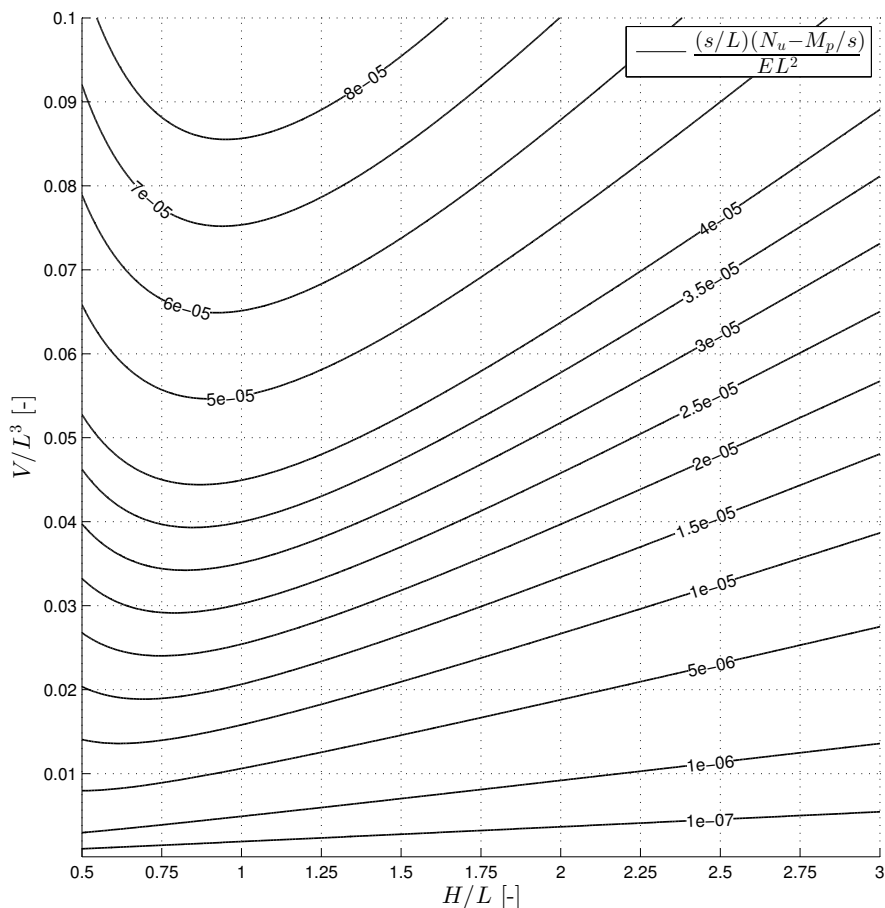
Figur 6.5.1: Relativ kapasitet mot materialbruk

For konsollen med platetykkelse lik 20 mm oppnås best grad av utnyttelse omtrent ved $H/L = 0.75$, mens konsollen med platetykkelse lik 4 mm oppnår best utnyttelse for det laveste høyde/lengde-forholdet i det undersøkte intervallet. Det virker derfor som det er en avhengighet mellom optimalt høyde/lengde-forhold og konsollplatenes slankhet, og at den optimale verdien tenderer å ligge området under $H/L = 1$.

I slutten av kapittel 2.2.3 er Martins fremgangsmåte for å finne optimal geometri gjennomgått. Med en gitt lastsituasjon og konsollengde (L) regner Martin ut en dimensjonsløs parameter, f_k . Med denne kan et optimalt tykkelse og høyde-lengdeforhold bestemmes ved å lese av minimumspunktet på den aktuelle nivåkurven i et optimaliseringsdiagram. Parameteren f_k har følgende form:

$$f_k = \frac{s}{L} \frac{(N_u - M_p/s)}{L^2 E} \quad (6.26)$$

I figur 6.5.2 er Martins optimaliseringsdiagram gjenskapt ved bruk av flere datapunkter og høyere presisjon med hjelp av digitale verktøy (MATLAB):



Figur 6.5.2: Martin, 1979 (gjenskap): Optimaliseringsdiagram

Konsollene undersøkt i figur 6.5.1 oppnådde største last på henholdsvis 1580 kN og 140 kN for tykkelser lik 20 mm og 4 mm i punktene med best materialutnyttelse. Med disse tallene blir Martins parameter, f_k lik 3.1×10^{-5} og 2.1×10^{-6} . Fra optimaliseringsdiagrammet antydes det videre at optimalt høyde/lengde-forhold skal være ca. 0.85 for platen med tykkelse lik 20 mm, mens den 4 mm tykke platen har optimalt forhold utenfor diagrammet, altså $H/L \leq 0.5$. Dette gir godt samsvar med observasjonene gjort fra elementanalysene.

I Norge og andre høykostland vil ofte materialkostnader være lavt prioritert da kostnadene knyttet til produksjon og personell som regel utgjør størst andel av de totale byggekostnadene. Optimalisering vil fra et kostnadsperspektiv derfor bare gi utslag

dersom et stort antall konsoller skal dimensjoneres. Generelt kan det sies at det sjeldent er effektivt å utforme konsoller med høyde/lengde-forhold større enn 1.0. Et aktuelt unntak vil være begrensninger i hvor tykk konsollplaten kan produseres og sveises.

KAPITTEL 7

Konklusjon

I forstudiet ble ulike egenskaper til elementmodeller av konsoller avdekket. Det ble her funnet at imperfeksjoner i konsollplatens tverretning er viktig å inkludere i en elementmodell, og at en perfekt modellgeometri kan gi numeriske problemer. Størrelsen på denne imperfeksjonen var imidlertid ofte av mindre betydning så lenge den var liten relativt til plategeometrien.

Det ble utført totalt seks forsøk, fire av dem med stålkvalitet S355 og to med Weldox 700. Alle de seks konsollene oppnådde tilnærmet samme deformasjonsform med en tydelig flytelinje langs diagonalen fra innspent hjørne til fri rand. Inn mot de sveiste rendene var det ingen klart definert flytelinje.

En elementmodell ble etablert med bakgrunn i forstudiet, og ved hjelp av forsøksresultatene har disse blitt kalibrert. Den kalibrerte modellen gav en treffsikkerhet mot forsøkene der høyeste avvik var en overestimert på 19.9 % og laveste avvik en underestimert på -0.3 %. Konsollene med trekantplate av konstruksjonsstål S355 og lastplassering $s = 0.75L$ hadde det største avviket mellom forsøk og elementsimulering. For konsollene utført med Weldoxplate var imidlertid avviket mellom forsøk og analyse under 2 % for begge tilfellene. Gruppen klarte ikke å finne en direkte årsak til forskjellen i treffsikkerhet for de to konsolltypene da dette ville krevd ytterligere analyser og forsøk.

Elementmodellene gjorde det mulig å se hvordan spenningene endret seg underveis i

deformasjonsforløpet. Ulike deler av trekantplaten ble utnyttet på forskjellig tid og spenningene flyttet seg inn mot innspent hjørne etterhvert som konsollen ble deformert. Martins beregningsmetode tar utgangspunkt i at hver individuelle platestripe oppnår sin maksimale kapasitet samtidig over hele platen. Dette avviker altså fra spenningsplottene fra elementanalysene.

Total 45 elementanalyser med varierende platetykkelse, lastplassering og høyde/lengde-forhold ble brukt som grunnlag for vurdering av de ulike beregningsmetodene. En ekvivalent geometrisk formfeil for elementmodellene ble gitt som $\Delta = W/100$ der W anga avstanden mellom innspent hjørne og fri rand, vinkelrett på fri rand. Denne formfeilen ble gitt med bakgrunn i tolkning av Eurokoden og inkluderte effekt av egenspenninger. Denne ble vurdert til å gi gode realistiske mål på reelle formfeil.

Laustsens metode gav et gjennomsnittlig avvik på -6.4 %, men hadde også et høyt standardavvik på 21.3 %. Metodens plastiske mekanisme så ikke ut til å gi en tilfredsstillende tilnærming til observasjonene gjort i simuleringene. Salmons metode hadde omtrent samme gjennomsnittlig avvik, men et lavere standardavvik. Den tilpassede varianten av Robinsons metode gav lavest avvik av alle metodene med -3.9 %, men også denne hadde et høyt standardavvik. Martins metode hadde det laveste standardavviket på 8.0 % og et gjennomsnittlig avvik på -19 %. Ettersom to av elementanalysene overestimerte kapasiteten funnet i forsøk med rundt 20 %, bør håndregnemodellene helst ligge litt under. Det viktigste er imidlertid at håndregnemodellen har et lavt standardavvik som gir en forutsigbarhet i resultatene. Martins beregningsmetode innehar begge disse egenskapene og anbefales derfor som den beste metoden til bruk på en vilkårlig konsollgeometri. Tolkningen av standardverket for å dimensjonere konsoller ga meget konservative resultater (16 % av reell kapasitet) og anses ikke tilfredsstillende.

I supplerende simuleringer ble det observert at konsollens hjørner til en viss grad kan kuttes uten at kapasiteten påvirkes nevneverdig, men det ble ikke funnet en sammenheng for når dette må tas hensyn til. En modell av konsoll med stiver langs den frie randen ble også undersøkt. Stiveren var dimensjonert for å motstå elastisk lokal knekking iht. Eurokode 3 og i den konkrete simuleringen så dette ut til å være gyldig. Martins fremgangsmåte for å finne optimal materialbruk ble vurdert til å være en god tilnærming, og det indikeres at høyde/lengde-forhold større enn 1.0 ofte er ineffektivt med tanke på materialutnyttelse.

7.1 Forslag til videre arbeid

I lys av denne rapportens resultater og konklusjoner foreslås to hovedpunkter som aktuelle for videre arbeider på trekantede stiverplater:

Det ble observert at kutting av konsollplatenes hjørner er mulig å utføre uten å påvirke konsollenes kapasitet. Det kunne derfor vært interessant å undersøke hvilke forhold som avgjør når dette må tas hensyn til. For større hjørneavkuttinger kunne det videre vært nyttig å finne en sammenheng som gjør at det kan implementeres i eksisterende beregningsmetoder. Som en mulig tilnærming foreslås det å finne en sammenheng som gir en ekvivalent uavkuttet plategeometri.

Når konsollplaten med stiver ble undersøkt ble det funnet at dette gav en betydelig kapasitetsøkning. Det kunne derfor vært interessant å utforme beregningsmetoder eller fremgangsmåter som kan kvantifisere denne økningen nøyaktig, samt undersøke hvilken utforming som er mest hensiktsmessig å benytte.

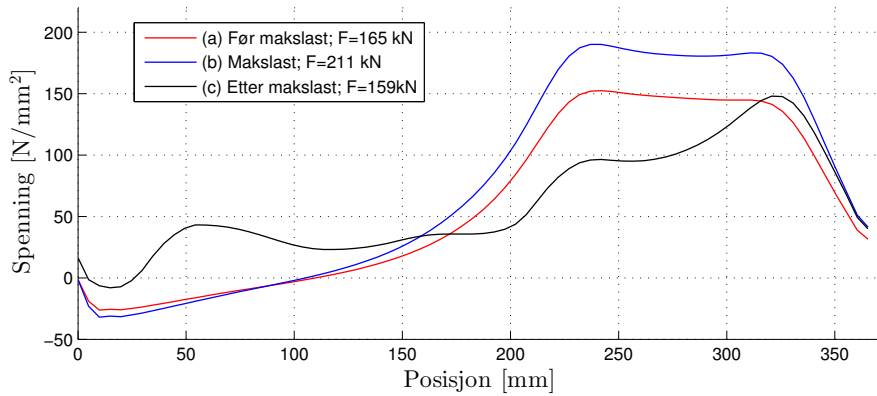
Referanser

- [1] L. H. Martin. Methods for the limit state design of triangular steel gusset plates. *Building and environment*, 14:147–155, 1979.
- [2] Nils Ystaas Langballe. Konsollplater. Prosjektoppgave, NTNU, 1997.
- [3] R. D. Cook, D. S. Malkus, M. E. Plesha, and R. J. Witt. *Concepts and applications of finite element analysis*. 2002.
- [4] Per Kr. Larsen. *Dimensjonering av stålkonstruksjoner*. Tapir Akademiske Forlag, 2010.
- [5] Cyril D. Jensen. Welded structural brackets. *American Welding Society Journal*, 1936.
- [6] Ted Belytschko, Wing Kam Liu, and Brian Moran. *Nonlinear finite elements for continua and structures*. 2009.
- [7] T Hopperstad, O. S. og Børvik. Lecture notes, material mechanics part 1.
- [8] Charles G. Salamon. Analysis of triangular bracket-type plates. *Journal of the Engineering mechanics division, Proceedings of the american society of civil engineers*, 88:41–87, 1962.
- [9] Charles G. Salamon, Donald R. Buettner, and Thomas C. O'Sheridan. Laboratory investigation of unstiffened triangular bracket plates. *Journal of the Structural division, Proceedings of the american society of civil engineers*, 90:257–277, 1964.
- [10] Per Kr. Larsen. *Dimensjonering av stålkonstruksjoner*. Tapir Akademiske Forlag, 1990.
- [11] Stephen Robinson. *Failure of steel gusset plates*. PhD thesis, The University of Aston in Birmingham, 12 1983.
- [12] B. Laustsen, M. P. Nielsen, T. Hansen, and J. Gath. Stability of brackets and stiffeners in steel structures. *Steel Construction*, 5(3):138–144, 2012.
- [13] Mikkel R. Poulsen og Jimmi T. Pedersen. Experimental analysis of steel gusset plates. Ikke publisert, Danmarks Tekniske Universitet, 2012.

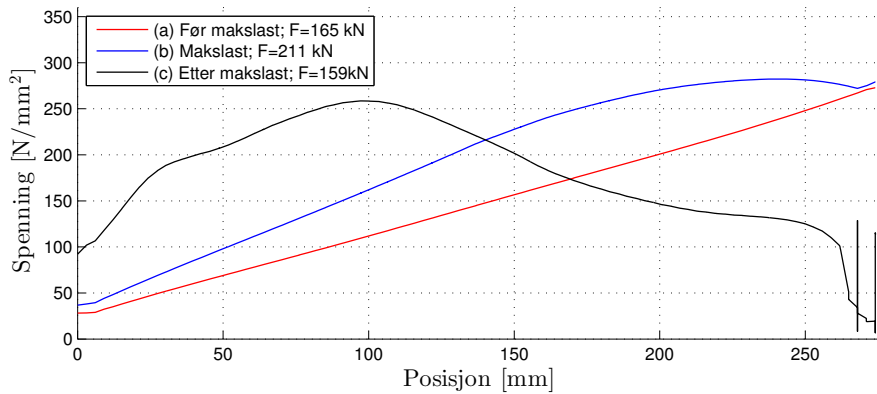
- [14] Arne Aalberg. Resistance of coped beam end for concentrated force.
- [15] Standard Norge. Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner. del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger.
- [16] Standard Norge. Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner. del 1-5: Plater påkjent i plateplanet.
- [17] Abaqus 6.12. Theory manual.
- [18] Kristian Lauknes. Beregninger av endeplateforbindelser i høyfast stål, 2013.
- [19] Standard Norge. Utførelse av stålkonstruksjoner og aluminiumkonstruksjoner, del 2: Tekniske krav til stålkonstruksjoner.

VEDLEGG A

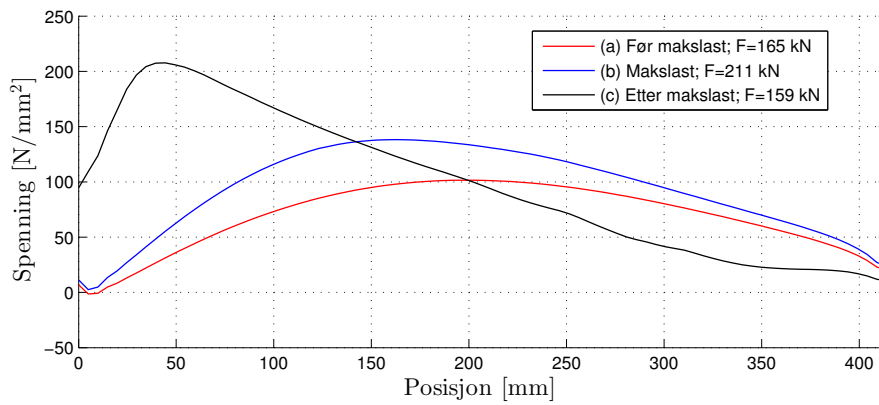
A.1 Spenningsplott S355-2



Figur A.1: Gjennomsnittlig normalspenning langs snitt 1



Figur A.2: Gjennomsnittlig normalspenning langs snitt 2



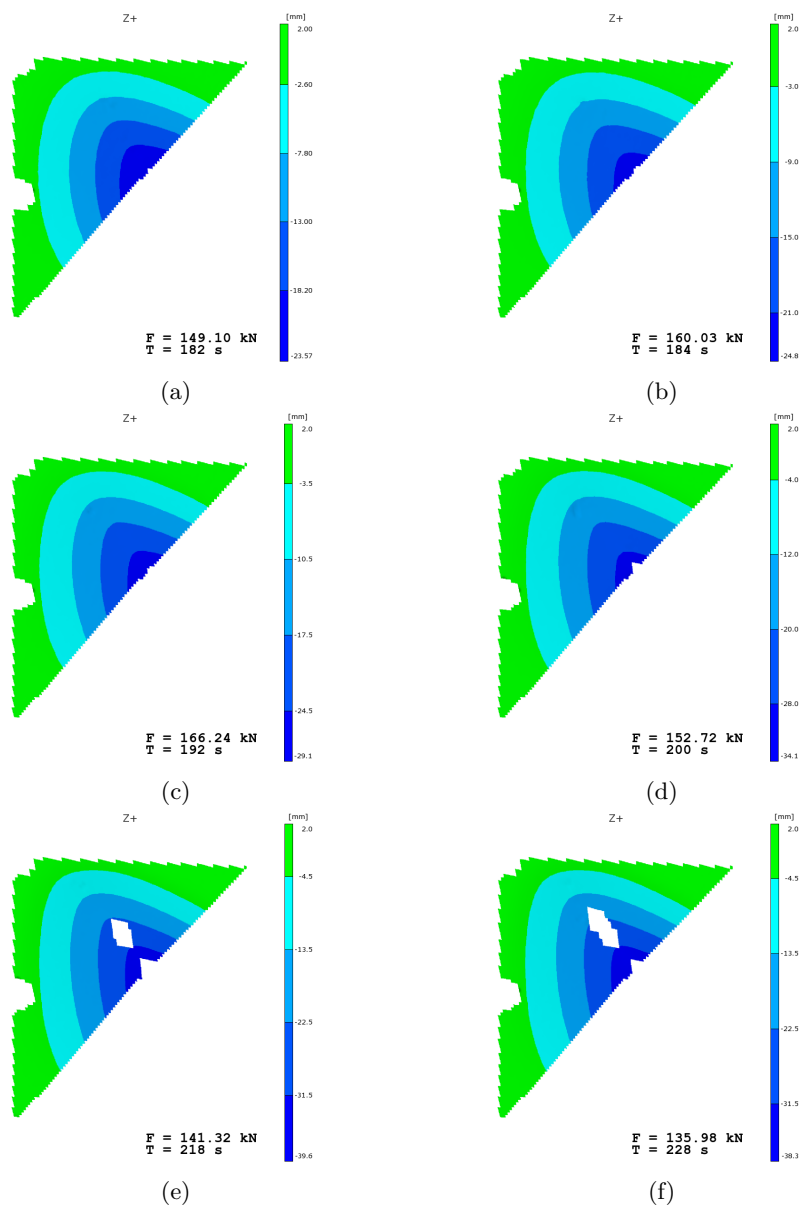
Figur A.3: Gjennomsnittlig normalspenning langs snitt 3

VEDLEGG B

Målte tverrdeformasjoner med DIC

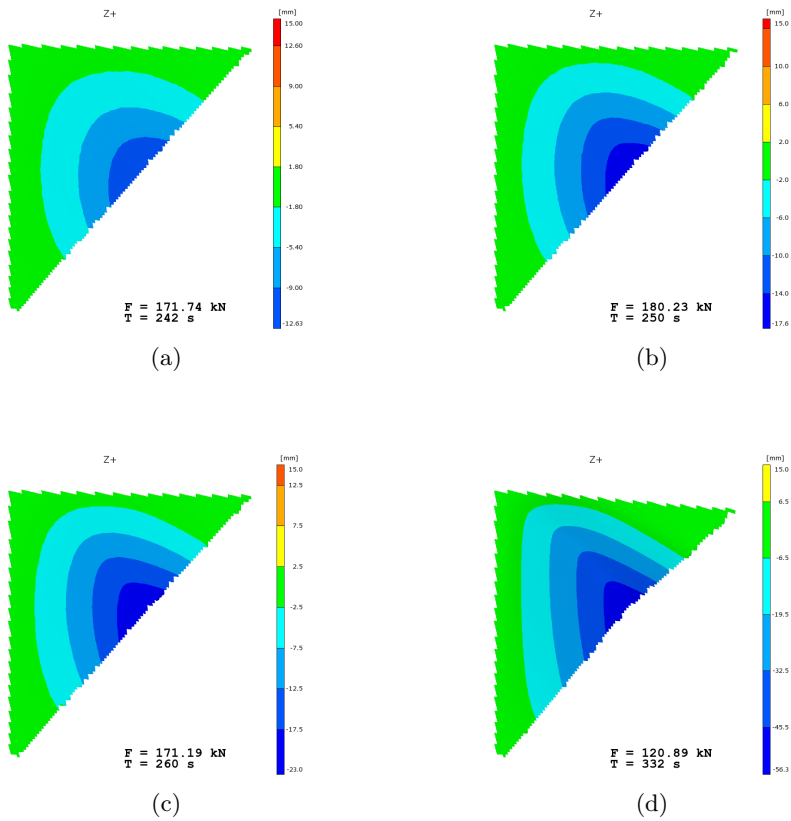
Figur B.(1-6) viser de målte tverrdeformasjonene fra forsøkene ved bruk av DIC for utvalgte tidpunkt underveis i forsøksforløpet. Underfigurene er rangert i kronologisk rekkefølge. Blanke regioner på konturplottene skyldes enten obstruksjoner foran kameraene, eller at analyseprogrammet ikke er i stand til å gjenkjenne det påmalte mønsteret av andre årsaker.

B.1 Forsøk 1, S355-1



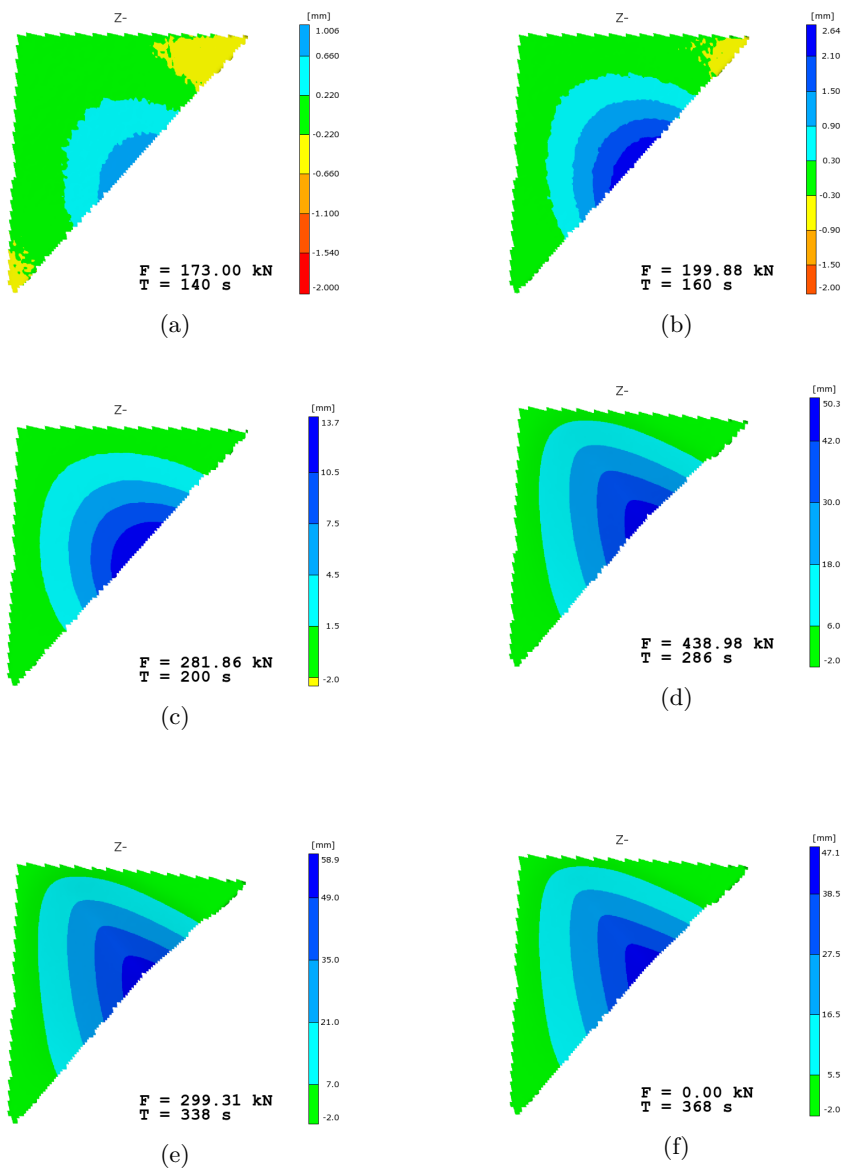
Figur B.1: Forsøk 1, S355-1: Tverrdeformasjon

B.2 Forsøk 2, S355-2



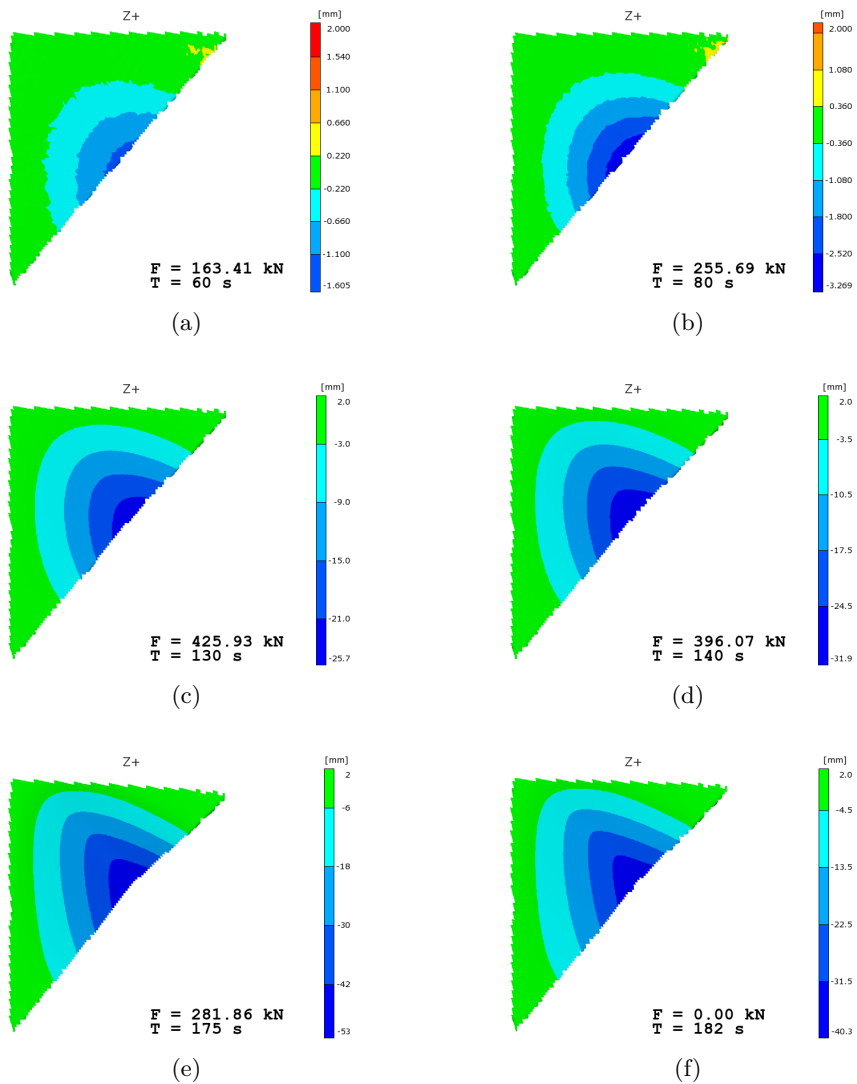
Figur B.2: Forsøk 2, S355-2: Tverrdeformasjon

B.3 Forsøk 3, W700-A



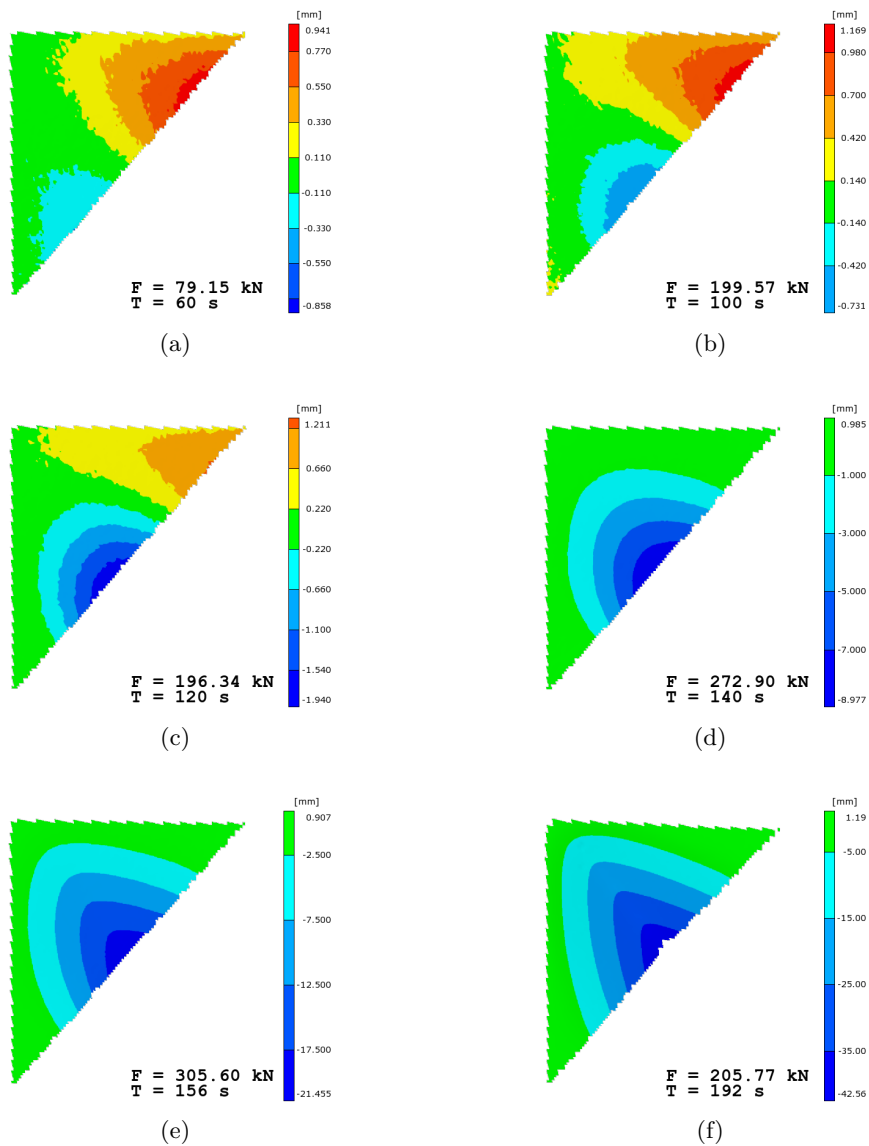
Figur B.3: Forsøk 3, W700-A: Tverrdeformasjon

B.4 Forsøk 4, W700-B



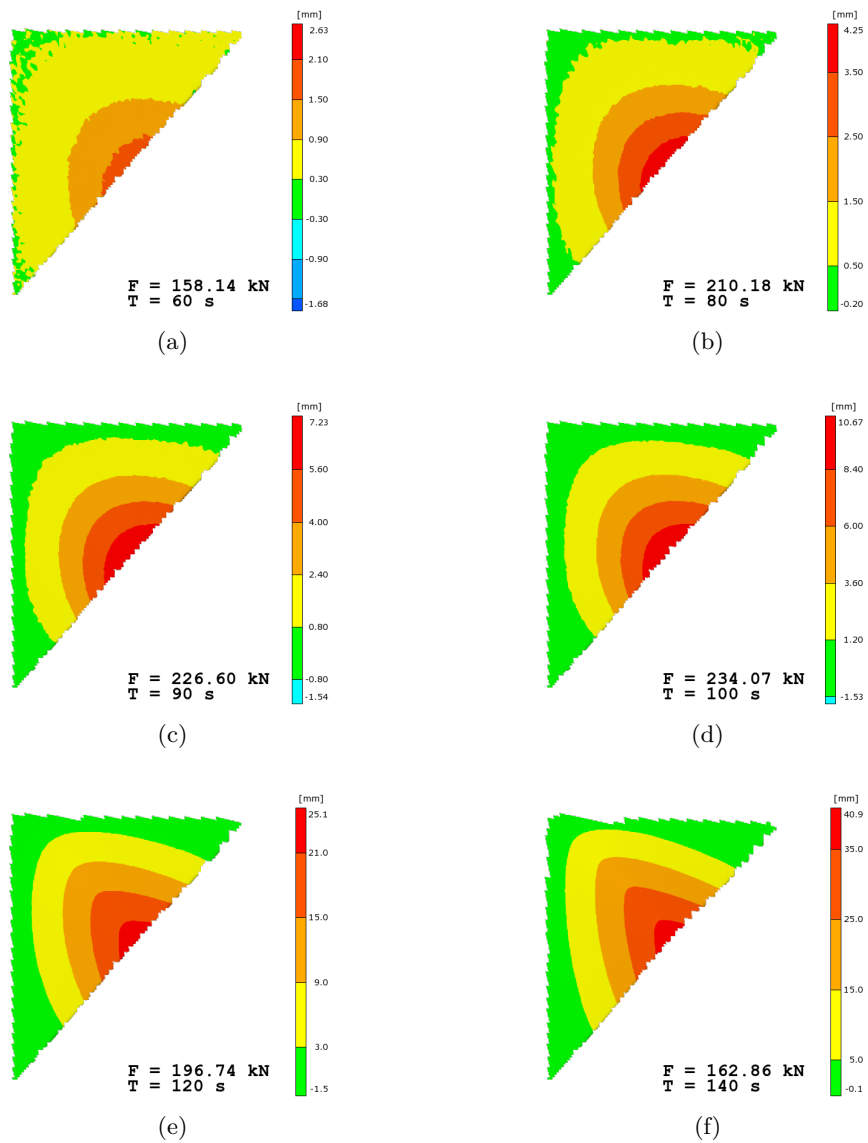
Figur B.4: Forsøk 4, W700-B: Tverrdeformasjon

B.5 Forsøk 5, S355-3



Figur B.5: Forsøk 5, S355-3: Tverrdeformasjon

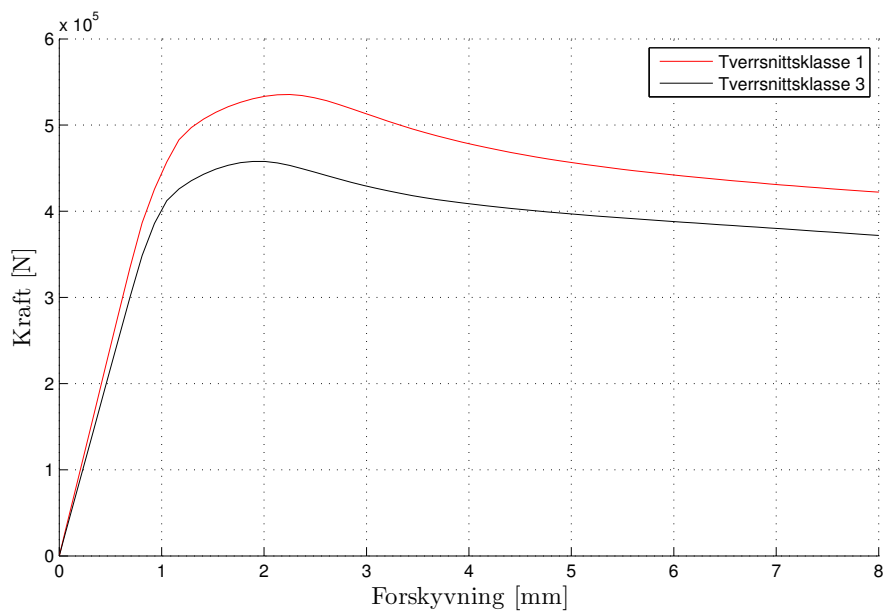
B.6 Forsøk 6, S355-4



Figur B.6: Forsøk 6, S355-4: Tverrdeformasjon

VEDLEGG C

C.1 Konsoll med stiver



Figur C.1: Last-forskyvningsforløp for konsoll med stiver i klasse 1 og 3

VEDLEGG D

D.1 Beregningseksempel med bruk av Eurokode 3

Under følger et beregningseksempel iht. tolkningen av Eurokode 3 som beskrevet i kapittel 2.3.1 for en konsoll med samme dimensjoner og egenskaper som S355-1 og S355-2 fra forsøkene (kapittel 4.1). Material- og lastsikkerhetsfaktorer er ikke benyttet. Materialeegenskaper er satt lik de som er funnet fra materialprøvene.

Konsolldata

$$\begin{aligned} H &= 426 \text{ mm} & L &= 376 \text{ mm} & W &= L/\sqrt{(L/H)^2 + 1} = 282 \text{ mm} \\ f_y &= 400 \text{ N/mm}^2 & E &= 210000 \text{ N/mm}^2 & t &= 5.98 \text{ mm} \end{aligned}$$

Lasten angriper i $s = 0.75L = 0.75 \cdot 376 \text{ mm} = 281.9 \text{ mm}$

Klassifisering av tverrsnitt

Beregner kriterium for klasse 3:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \sqrt{235/f_y} = \sqrt{235/400} = 0.766 \\ 14\varepsilon &= 14 \cdot \sqrt{235/400} = \underline{10.73} \geq c/t \end{aligned}$$

Setter $c = W$ og finner:

$$c/t = 281.9/5.98 = \underline{47.2} > 10.73 \quad \Rightarrow \text{Tverrsnittsklasse 4}$$

Effektiv platebredde

Dersom vi antar at spenningen øker lineært fra hjørnet ut mot fri rand slik at $\sigma_2/\sigma_1 = 0$ blir knekkfaktoren, $k_\sigma = 0.57$. Regner deretter ut relativ slankhet, $\bar{\lambda}_p$

og reduksjonsfaktor, ρ :

$$\bar{\lambda}_p = \frac{c/t}{28.4\epsilon\sqrt{k_\sigma}} = \underline{2.871}$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.188}{\bar{\lambda}_p^2} = \underline{0.326}$$

Effektiv bredde, b_{eff} blir til slutt:

$$b_{\text{eff}} = \rho \cdot c = \rho \cdot W = 0.326 \cdot 281.9 \text{ mm} = \underline{91.9 \text{ mm}}$$

Konsollens kapasitet

Vi antar at flyting i det effektive platematerialet gjør at spenningene omfordes likt over hele platen. Kritisk last parallelt med den frie randen, N_θ blir da:

$$N_\theta = f_y \cdot t \cdot b_{\text{eff}} = 400 \text{ N/mm}^2 \cdot 5.98 \text{ mm} \cdot 91.9 \text{ mm} = \underline{219.8 \text{ kN}}$$

Dekomponerer lasten til vertikal retning:

$$N_v = N_\theta \cos \theta = 219.8 \text{ kN} \cdot 0.750 = \underline{164.9 \text{ kN}}.$$

Til slutt må kraftresultanten fra platen (s_{plate}) plasseres og det må utføres en momentlikevekt mot ytre last om det indre hjørnet.

Effektiv platebredde settes inn mot indre hjørne:

$$N_u = N_v \cdot \frac{b_{\text{eff}}/2}{s} = 164.9 \text{ kN} \cdot \frac{91.9/2}{282} = \underline{26.9 \text{ kN}}$$

Effektiv platebredde settes under ytre last:

$$N_u = N_v \frac{s}{s} = \underline{164.9 \text{ kN}}$$

Effektiv platebredde settes mot fri rand:

$$N_u = N_v \frac{L - b_{\text{eff}}/2}{s} = 164.9 \text{ kN} \cdot \frac{376 \text{ mm} - 46 \text{ mm}}{282 \text{ mm}} = \underline{193.0 \text{ kN}}$$