

Bakgrunn for beregningsregler etter Eurokode for slanke betongsøyler, samvirkesøyler og forankring av lengdearmering.

Mikael Basteskår
Marius Birkeland
Anders Knutsson Koren

Bygg- og miljøteknikk (2-årig)
Innlevert: juni 2014
Hovedveileder: Jan Arve Øverli, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk



MASTEROPPGAVE 2014

FAGOMRÅDE: Betongkonstruksjoner	DATO: 2.6.2014	ANTALL SIDER: 151 + 195
------------------------------------	-------------------	----------------------------

TITTEL:

Bakgrunn for beregningsregler etter Eurokode for slanke betongsøyler, samvirkesøyler og forankring av lengdearmring.

Background of designing rules in Eurocode for slender concrete columns, composite columns and anchoring the longitudinal reinforcement.

UTFØRT AV:



Marius Birkeland



Anders Knutsson Koren



Mikael Basteskår

SAMMENDRAG:

I denne rapporten er det sett på slanke betongsøyler med hovedvekt på de metodene som er nevnt i Eurokode 2. Det er også sett på beregningsmetoder for samvirkesøyler og tilhørende begrensninger etter Eurokode 4. Betongsøylene er sammenlignet med samvirkesøylene i et regneeksempel med varierende innspenningsgrader. I siste kapittel er det sett på forankring av lengdearmring etter Eurokode 2.

Regnereglene for slanke betongsøyler er utledet og forklart bakgrunnen for. Dette er gjort for å få en dypere forståelse av beregningsreglene. Videre er det utført parameterstudie for beregning av kryptall. Avviket mellom [3.1.4] og tillegg B i Eurokode 2 er relativt stort. Det er også sett på slankhetskravet for enkeltstående konstruksjonsdeler. Det er blitt avdekket at det i enkelte tilfeller ikke er konservativt og følge det nasjonale tillegget. På bakgrunn av dette anbefales det en tydeligere formulering av gyldighetsområdet til det nasjonale tillegget.

For samvirkesøyler er det beskrevet en beregningsfremgang for forenklet metode etter Eurokode 4. Enkelte av formlene er utledet og noen tidligere beregningsmetoder er kommenterte. Mange av formlene er henvisninger til Eurokode 2 og Eurokode 3.

Kapittelet om forankring av lengdearmring har lagt stor vekt på [8.3] i Eurokode 2, som omhandler dordiameter. Det er også kontrollert en ny formulering i rettelsesbladet mot tidligere beregningsmåter samt trykkfeltsteori med partielt belastede tverrsnitt. Endringen i formuleringen gir etter forfatterens skjønn uakseptable avvik sammenlignet med andre beregningsmetoder.

FAGLÆRER: Førsteamanuensis Jan Arve Øverli

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk, NTNU

Forord

Denne rapporten er utarbeidet ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU) i Trondheim, ved instituttet for konstruksjonsteknikk våren 2014. Oppgaven er forfattet over 20 uker og er avsluttende emne for masterstudiet ved universitetet.

Oppgaven er delt i tre deler, hvor det er sett nærmere på beregningsreglene gitt i Eurokode 2 og Eurokode 4. Betrakte temaer er slanke betongsøyler, samvirkesøyler og forankring av lengdearmering. Rapporten har som formål å klargjøre hvorfor formlene er som de er. Det er utført regneeksempler etter gjeldende regler, Model Code 10 samt andre forskningsrapporter for å sammenligne egenskaper og kapasiteter.

Rapporten er skrevet for lesere som har en viss generell forkunnskap innen konstruksjonsteknikk. Det er ikke nødvendig med ytterligere forkunnskap innen emnene for å kunne forstå rapportens innhold.

Vi ønsker å rette en stor takk til veilederen vår Jan Arve Øverli for god faglig oppfølging gjennom arbeidet med oppgaven.

Trondheim, juni 2014

Marius Birkeland

Anders K. Koren

Mikael Basteskår

Sammendrag

I denne rapporten har det blitt gjennomført litteraturstudium, sammenligning av beregningsmetoder, parameterstudier og gjennomgang av beregningsmetoder. Rapporten er delt inn i de tre hoveddelene; slanke betongsøyler, samvirkesøyler og forankring av lengdearmring.

Det er sett på slanke betongsøyler med hovedvekt på de metodene som er nevnt i Eurokode 2. Det er også sett på forenklet beregningsmetode for samvirkesøyler og tilhørende begrensninger etter Eurokode 4. Betongsøylene er sammenlignet med samvirkesøylene i et regneeksempel med varierende innspenningsgrader. Det er skrevet litt rundt fordeler og ulemper ved bruk av samvirkesøyler, uten at det er konkludert med en entydig foretrukken søyletype.

Regnereglene for slanke betongsøyler er utledet og forklart bakgrunnen for. Dette er gjort for å få en dypere forståelse av beregningsreglene. Videre er det utført parameterstudie for beregning av kryptall. Avviket mellom [3.1.4] og tillegg B i Eurokode 2 er relativt stort. Det er også sett på slankhetskravet for enkeltstående konstruksjonsdeler. Det er blitt avdekket at det i enkelte tilfeller ikke er konservativt å følge det nasjonale tillegget. På bakgrunn av dette anbefales det en tydeligere formulering av gyldighetsområdet til det nasjonale tillegget.

Videre gir beregningsmetode basert på nominell krumning en stor utgangskrumning, som kan gi for stor eksentrisitet ved små laster. Ved bruk av metode basert på nominell stivhet forutsetter beregningsmetoden at det må være et første ordens moment for at det skal bli et andre ordens moment, noe som er intuitivt feil.

For samvirkesøyler er det beskrevet en beregningsfremgang for forenklet metode etter Eurokode 4. Enkelte av formlene er utledet og noen tidligere beregningsmetoder er kommentert. Mange av formlene er henvisninger til Eurokode 2 og Eurokode 3. Flere av formlene er empiriske som begrenser seg til tidligere forsøk. Det er i guiden til Eurokode 4 skrevet at det er lite sannsynlig at slankhetsbegrensningen gir restriksjoner i praktisk dimensjonering. Det kan allikevel være verdt å merke seg at dersom den relative slankheten er i nærheten av slankhetsgrensen til samvirkesøylen, vil det være ugunstig å øke stålkvaliteten slik som formelverket er i dag. Det stilles krav til tverrsnittsklasse en eller to for å regne etter forenklet metode. Dette fordi den baserer seg på plastisk teori.

Det er utarbeidet beregninger for samvirkesøyler som sammenlignes med resultatene for slanke betongsøyler. Samvirkesøyler har fordeler fremfor slanke betongsøyler som gjør at den egner seg bedre i områder som krever bedre kapasitet med tilsvarende tverrsnitt. Det er også mulighet for tids- og plassbesparelse. Ulempen er at det ikke er materialøkonomisk lønnsomt å benytte samvirkesøyler.

Kapittelet om forankring av lengdearmring inneholder et forslag til omskriving av heftlengde for doble tråder. Denne metoden vil være tilstrekkelig konservativ, men vil likevel gi kortere heftlengde en dagens formulering. Det er også beskrevet en situasjon hvor

variasjonen mellom heftlengden for Eurokode 2 og Model Code 90 er stor. Dette basert på at en parameter har endret plass fra Model Code 90 til Eurokode 2.

Det er også lagt mye vekt [8.3] i Eurokode 2 som omhandler dordiameter. Det har kommet et rettelsesblad hvor formuleringen er endret. Den nye formuleringen er kontrollert mot tidligere beregningsmåter samt trykkfeltsteori med partielt belastede flater. Resultatene her peker tydelig mot at endringen i formuleringen gir uakseptable avvik mot andre beregningsmetoder. Dette er en klar indikasjon på at endring burde vurderes reversert.

Det påpekes at Eurokode 2 har rom for forbedringer og det anbefales særlig å se nærmere på k_a -faktoren for slanke betongkonstruksjoner og $\varnothing_{m,min}$ for betongtrykkbrudd. Dette er to faktorer som til tider gir meget ikke-konservative resultater og etter forfatterens skjønn burde endres.

Abstract

This report has been conducted literature study, comparison of calculation methods, parameter studies and review of the calculation. The report is divided into three main parts; slender concrete columns, composite columns, and anchorage of longitudinal reinforcement.

Slender concrete columns, with emphasis on the methods outlined in Eurocode 2 are reviewed. The report also analyzes the Simplified calculation method for interaction columns and associated limitations for Eurocode 4. Slender concrete columns are compared with interaction columns in an example with varying degree of fixity. Some advantages and disadvantages by using composite columns are also mentioned, but without having concluded with one generally preferred column type.

Calculation rules for slender concrete columns are derived and the background is explained. This is done to gain a deeper understanding of computation rules. Furthermore, it has been conducted a parameter study for the calculation of creep. The difference between [3.1.4] and Appendix B of Eurocode 2 is relatively large. Slenderness requirement for individual structural components has also been reviewed. It has been revealed that in some cases it is non-conservative to follow the national annex. On this basis, it is recommended that a clearer formulation of the formula given in the national annex is made.

Moreover, the calculation based on the nominal curvature provides a large output of curvature. This can provide to large eccentricity at small loads. When using method based on nominal stiffness, the calculations prerequisites that there has to be a first order moment, for it to be a second order moment, which is intuitively wrong.

For composite columns there is described a calculation procedure for the simplified method given by Eurocode 4. Some formulas are derived and some previous calculation methods are commented. Many of the formulas are references to Eurocode 2 and Eurocode 3. Several other formulas are empirical and is limited by previous experiments. It is in the guide to Eurocode 4 stated that it is unlikely that the slenderness limitation will be the restriction in practical design. It may still be worth noting that if the relative slender column is near the slenderness limit for the composite column, it would be unfavorable to increase the steel quality according to the equations as they are given in Eurocode 4. Eurocode 4 requires that the cross section of the steel needs to be of class one or two to be allowed to use the simplified method. This is because it's based on plastic theory.

Calculations for composite columns have been made for comparison with the results from slender concrete columns. Composite columns have advantages over slender concrete columns that make it more suitable for areas requiring higher capacity with the same cross section. There is also the possibility of time and space efficient solutions. From a material economic point of view, it is not economical to use composite columns.

The chapter on anchorage of longitudinal reinforcement includes a proposed formula for a more precise solution of adhesion length for double strands. This method will be adequate conservative, but will still provide shorter bonding length than the current formulation. There is also described a situation where the variation of the adhesion length of Eurocode 2 and Model Code 90 is noteworthy. This is based on the fact that a parameter has changed place from Model Code 90 to Eurocode 2.

It is also attached significant importance to [8.3] in Eurocode 2 which deals with minimum mandrel diameter. In 2010, a corrigendum was released where the formulation was changed [24]. The new formulation is compared to earlier methods of calculation mandrel diameter, and pressure field theory with partially loaded areas. These results point clearly to that the change in wording leads to unacceptable deviations from the other calculation methods. This is a clear indication that the change should be considered reversed.

It should be noted that Eurocode 2 has room for improvement. Particularly it is recommended to look into the k_a - factor for slender concrete structures and minimum mandrel diameter for concrete pressure failure. These two factors occasionally lead to very non-conservative results and by the authors judgment should be changed.

Innhold

Kapittel 1 Innledning	1
Kapittel 2 Slanke betongsøyler	3
2.1 Slankhet.....	4
2.1.1 Slankhetsgrenser – generelt [5.8.2 (6)].....	5
2.1.2 Slankhetskriterium for enkeltstående konstruksjonsdeler [5.8.3.1].....	5
2.1.3 Sammenligning mellom slankhetskriterium fra EK2 og nasjonalt tillegg.....	8
2.1.4 Slankhetskriterium for konstruksjonssystemer [5.8.3.3].....	13
2.2 Knekkingsformer og effektive lengder	17
2.2.1 Knekk lengder basert på relative rotasjonsfleksibiliteter [5.8.3.2 (3)].....	19
2.2.2 Knekk lengder basert på rotasjonsinnspenningsgrad	22
2.2.3 Sammenligning av metodene med beregningseksempel	24
2.3 Kryp	26
2.3.1 Kryp for slanke søyler [5.8.4].....	28
2.3.2 Beregning av kryptall etter [3.1.4] i EK2.....	31
2.3.3 Beregning av kryptallet etter tillegg B i EK2	32
2.3.4 Sammenligning av [3.1.4] og tillegg B	35
2.4 Geometrisk avvik [5.2]	38
2.5 Beregningsmetoder [5.8.4]	40
2.5.1 Generell metode [5.8.6]	42
2.5.2 Metode basert på nominell stivhet [5.8.7]	42
2.5.3 Metode basert på nominell krumning [5.8.8]	47
2.5.5 Sammenligning av metode basert på nominell stivhet og nominell krumning	49
2.6 Biaksial bøyning.....	51
2.6.1 Forekomst av biaksial bøyning og beregningseksempel	53
2.7 MC10	56
2.8 Sammenligning EK2 og MC10	62
2.9 Beregningseksempel i henhold til EK2	67
Kapittel 3 Samvirkesøyler	71
3.1 Bakgrunn	72
3.2 Dimensjonering etter EK4	74
3.2.1 Beregningskriterier for samvirkesøyler	74
3.2.2 Generell metode [6.7.2]	77

3.2.3	Forenklet metode [6.7.3]	78
3.2.4	Skjærinteraksjon og lastinnføring [9.7.4]	92
3.3	Beregningseksempler	99
3.4	Fordeler og ulemper ved bruk av samvirkesøyler	108
3.4.1	Byggetid og økonomi	108
3.4.2	Brannmotstand og beskyttelse	110
3.4.3	Bruksområder	110
Kapittel 4 Forankring av lengdearmring		113
4.1	Generelt om heft av forankring	114
4.2	Dimensjonerende heftfasthet	117
4.3	Dordiameter	119
4.3.1	Dordiameter med flytspenninger i armering og tverrarmring i bøyen	124
4.4	Kraftinnføringslengde	131
4.5	Dimensjonerende forankringslengde	134
4.5.1	Grenseverdier EK2	135
4.5.2	Regneeksempel EK2	137
4.6	Dimensjonerende forankringslengde etter MC10	138
4.6.1	Grenseverdier MC10	138
4.6.2	Regneeksempel MC10	140
4.7	Sammenlikning EK2 og MC10	141
4.8	Forankring av armering i trykk	145
Kapittel 5 Konklusjon		149
Kapittel 6 Forslag til videre arbeid		151
Kapittel 7 Referanser		

Figurer

Figur 2.1: Første og andre ordens lastvirkninger	3
Figur 2.2: Søylar med ulik slankhet i forskyvelig ramme	4
Figur 2.3: Forskjellen mellom bruddtypene i aksialbelastet søyle	4
Figur 2.4: Positivt og negativt momentforhold	7
Figur 2.5: Momenter i forskyvelig og uforskyvelig søyle	7
Figur 2.6: Definisjon av første- og andre ordens momentforhold [26]	8
Figur 2.7: Slankhetskriterium for en enkeltstående uforskyvelig søyle	9
Figur 2.8: Symmetrisk armert tverrsnitt	11
Figur 2.9: Slankhetsgrenser ved $k_a = 0$	12
Figur 2.10: Beregning av koeffisienten ξ_0 [2]	15
Figur 2.11: Eksempel på ekvivalent horisontale laster på en vertikal belastet ramme [26]	16
Figur 2.12: Søyle med kapitél	17
Figur 2.13: Knekkformer og effektive lengder [24]	18
Figur 2.14: Typisk knekkform for enkeltstående søyle [9]	18
Figur 2.15: Definisjon av relative rotasjonsfleksibiliteter [2]	19
Figur 2.16: Eksempel 1: Rotasjonsfleksibilitet til søyle-bjelke forbindelse [2]	21
Figur 2.17: Eksempel 2: Rotasjonsfleksibilitet til søyle-bjelke forbindelse [2]	21
Figur 2.18: Noden til betraktet søyle med tilstøtende trykkstav [2]	22
Figur 2.19: Sammenligning for avstivede effektive lengde faktorer [11]	24
Figur 2.20: Søyle i forskyvelig og uforskyvelig ramme	24
Figur 2.21: Lokalisering av dimensjonerende totalmoment i forskyvelig søyle [1]	25
Figur 2.22: Lokalisering av dimensjonerende totalmoment i uforskyvelig søyle [1]	26
Figur 2.23: Typisk beregnet spennings-/tøyningsforhold med og uten kryp [12]	27
Figur 2.24: Virkning av kryp har sammenheng mellom spenningsnivå og tid [1]	27
Figur 2.25: Uendelig stiv utkraget bjelke, med delvis-innspent knutepunkt	30
Figur 2.26: Kryp graf ved innendørs forhold [5]	31
Figur 2.27: Kryp graf ved utendørs forhold [5]	31
Figur 2.28: Fremgangsmetode [5]	32
Figur 2.29: Beregning av kryp for søyle	35
Figur 2.30: Endring av temperatur i løpet av t_0	36
Figur 2.31: Endring av relativ fuktighet	36
Figur 2.32: Endring av dimensjonerende levetid	37
Figur 2.33: Kryptall ved ulike belastningstidspunkt	37
Figur 2.34: Kryptall ved ulike sementklasse	38
Figur 2.35: Endring av betongkvalitet	38
Figur 2.36: Enkeltstående konstruksjonsdeler med eksentrisk aksialkraft eller kraft i tverretning [5]	39
Figur 2.37: Eksempler på virkningen av geometriske avvik [5]	40
Figur 2.38: Beregningsgang for enkeltstående slanke søylar i armert betong etter EK2	41
Figur 2.39: Illustrasjon av forskyvning og moment til enkeltstående søyle	43
Figur 2.40: β og c_0 faktorer [26]	47
Figur 2.41: Effektiv tverrsnitts tykkelse for spesielle symmetrisk armerte tilfeller [2]	48
Figur 2.42: Forenklet fremstilling av MN-diagram [21]	49
Figur 2.43: Forskyvelig søyle eksentrisk belastet	49
Figur 2.44: Symmetrisk armert søyle med 14 $\emptyset 20$	50
Figur 2.45: Biaksial belastning på rektangulær søyle	51
Figur 2.46: Typisk 3D interaksjonsdiagram [15]	52

Figur 2.47: Plasstøpt søyle og bjelke	53
Figur 2.48: Søyle påkjent av biaksial bøyning med lastfaktorer etter STR	54
Figur 2.49: Forskyvelig søyle med biaksial belastning	54
Figur 2.50: Symmetrisk armert søyle, beregnet for biaksial bøyning	55
Figur 2.51: Trykkresultant med eksentrisiteter og variasjon i kurvatur [48]	59
Figur 2.52: Tøyninger i henhold til maksimum kurvatur [48].....	60
Figur 2.53: Verdier av integrasjonsfaktoren c_i [48].....	61
Figur 2.54: Aksialt belastet søyle.....	62
Figur 2.55: Endring av temperatur i løpet av t_0	63
Figur 2.56: Endring av relativ fuktighet	64
Figur 2.57: Endring av dimensjonerende levetid	64
Figur 2.58: Kryptall ved forskjellig belastningstidspunkt	65
Figur 2.59: Kryptall ved ulik sementklasse	65
Figur 2.60: Endring av betongkvalitet	65
Figur 2.61: Kryptall ved økte spenninger.....	66
Figur 2.62: Slank søyle påkjent av aksiallast.....	66
Figur 2.63: M-N diagram for slank søyle med knekkfaktor 0,7	68
Figur 2.64: M-N diagram for slank søyle med knekkfaktor 1,0	69
Figur 2.65: M-N diagram for slank søyle med knekkfaktor 2,0	69
Figur 3.1: Innstøpte stålprofiler: a) Fullinnstøpt, b) Delvis innstøpt, c) Delvis Innstøpt	71
Figur 3.2: Betongfylte stålprofil.....	71
Figur 3.3: a) Innstøpt, b) Delvis innstøpt, c) fylt stålprofil.....	73
Figur 3.4: Spenningsfordeling.....	75
Figur 3.5: Maks grenseforhold dt [38].....	76
Figur 3.6: Fullt innstøpt stålprofil [38].....	77
Figur 3.7: Viser økt kapasitet i betong på grunn av omrøringseffekt [38].	80
Figur 3.8: Interaksjonskurver: betongtverrsnitt, ståltverrsnitt og samvirkesøyle.....	82
Figur 3.9: Spennings blokker	82
Figur 3.10: Interaksjonskurve for samvirkesøyle.....	84
Figur 3.11: Metode for beregning av forenklet interaksjonskurve	84
Figur 3.12: Bestemmelse av h_n	85
Figur 3.13: Bestemmelse av h_n for H- eller I-profil om sterk akse.....	85
Figur 3.14: Bestemmelse av $M_{B,RD}$	86
Figur 3.15: Startverdi for skjevstilling og krumning [52]	88
Figur 3.16: Forklaring til tabell 6.4 i EK4.....	89
Figur 3.17: Sikkerhetsmargin EK4 i forhold til EK2	90
Figur 3.18: Fremgangsskjema for beregningsgang [37]	90
Figur 3.19: Interaksjonskurve for biaksial bøyning [38]	92
Figur 3.20: Lastoverføring via dybler [38]	93
Figur 3.21: Lastoverføring via gjennomgående vertikale plater [38]	93
Figur 3.22: Horisontal plate [38]	93
Figur 3.23: Kombinasjon av moment og aksialkraft i søylen [38]	95
Figur 3.24: Dybel plassert i steget [38].....	95
Figur 3.25: Avstand fra dybel til flens [38]	95
Figur 3.26: Innfesting med dybel [38]	96
Figur 3.27: Ulike former der endeplaten dekker deler av tverrsnittet [38]	97
Figur 3.28: Mekanisk modell for hvordan kreftene blir fordelt i fylte samvirkesøyler [38].....	98
Figur 3.29: MN-diagram om svak akse for innstøpt stålprofil 500x500 HE-B360	100
Figur 3.30: MN-diagram om svak akse for innstøpt stålprofil 450x450 HE-B280	100

Figur 3.31: MN-diagram om svak akse for innstøpt stålprofil 400x400 HE-B260	101
Figur 3.32: MN-diagram om svak akse for innstøpt stålprofil 800x800 HE-B650	101
Figur 3.33: MN-diagram for fylt kvadratisk stålprofil 400x400	102
Figur 3.34: MN-diagram for fylt kvadratisk stålprofil 300x300	103
Figur 3.35: MN-diagram for fylt kvadratisk stålprofil 300x300	103
Figur 3.36: MN-diagram for fylt kvadratisk stålprofil 500x500	104
Figur 3.37: Sammenligning mellom fylte og innstøpte stålprofil	104
Figur 3.38: MN-diagram for fylt sirkulære stålprofil, $d = 450$ mm	105
Figur 3.39: MN-diagram for fylt sirkulære stålprofil, $d = 400$ mm	106
Figur 3.40: MN-diagram for fylt sirkulære stålprofil, $d = 350$ mm	106
Figur 3.41: MN-diagram for fylt sirkulære stålprofil, $d = 600$ mm	107
Figur 3.42: Sammenligning mellom fylte rektangulære og sirkulære stålprofil.....	107
Figur 4.1: Eksempel på kamstål [49].....	113
Figur 4.2: Generell figur av spenninger og forskyvninger [46]	114
Figur 4.3: Tøyninger: varmvalsed og kalddeformert [46].....	115
Figur 4.4: Bruddformer med og uten tverrtrykk [46]	115
Figur 4.5: Sprekkdannelse [46].....	116
Figur 4.6: Forskjellige brudd for utdragning.....	116
Figur 4.7: Gode og dårlige heftbetingelser [5]	118
Figur 4.8: Spennings-tøyningskurve for kjemisk heft av glatte stenger	119
Figur 4.9: Tabell 8.1N(a) fra EK2, minste dordiameter for å unngå skade på armering [5]	119
Figur 4.10: Beskrivelse av a_b	120
Figur 4.11: Notasjonsforklaring til heft ved bøy	121
Figur 4.12: Notasjonsbeskrivelse for dordiameter med trykksoneutvidelse og tverrstang.....	124
Figur 4.13: Bøyd armeringsstang ved partielt belastede flater.....	125
Figur 4.14: Arealbeskrivelser	126
Figur 4.15: 3D-beskrivelse av breddeutvidelsen	126
Figur 4.16: Trigonometri for å definere trykksone lengden.....	126
Figur 4.17: Åpnende moment med inntegnte h_{net}	129
Figur 4.18: Økende dordiameter fører til mindre h_{net}	129
Figur 4.19: Ekvivalente lengder for kroker, sløyfer og vinkelkroker etter MC10	131
Figur 4.20: Bruddform $l_{b,rqd,2}$, som benyttes i EK2 (4.38)	132
Figur 4.21: Ikke-konservativ bruddlinje, $l_{b,rqd,1}$ (4.35)	133
Figur 4.22: Foreslått bruddlinje, $l_{b,rqd,3}$ (4.41)	133
Figur 4.23: Avstandsforklaringer	141
Figur 4.24: Dimensjonerende heftlengde betongklasse B20	144
Figur 4.25: Dimensjonerende heftlengde betongklasse B30	144
Figur 4.26: Dimensjonerende heftlengde betongklasse B40	144
Figur 4.27: Dimensjonerende heftlengde betongklasse B50	145
Figur 4.28: Effekten av tverrtrykk i henhold til MC10	145
Figur 4.29: Figur 8.1e) i henhold til EK2	146
Figur 4.30 Trykksonekapasitet for armeringsstenger i trykk.....	146

Tabeller

Tabell 1: Differansen mellom slankhetsgrensene	12
Tabell 2: Oversikt over a verdier	52
Tabell 3: Krypcoeffisient φ 50 år, t_0 for normal betongkvalitet.....	58
Tabell 4: Krypcoeffisient φ 50 år, t_0 for høy betongkvalitet	58
Tabell 5: Dimensjonering av sirkulære aksialbelastede søyler.....	70
Tabell 6: Sammenligning mellom EK4, BS 5400 og modifisert BS 5950 på RHS søyler	72
Tabell 7: Sammenligning mellom EK4, BS 5400 og modifisert BS 5950 på RSJ søyler	73
Tabell 8: Beregningsformler fra spenningsblokker	75
Tabell 9: Generelle formler for bestemmelse av forenklet interaksjonskurve (MN-diagram) [39].....	86
Tabell 10: Beregningsresultater for ulike innstøpte stålprofil	100
Tabell 11: Beregningsresultater ulike fylte kvadratiske stålprofil	102
Tabell 12: Beregningsresultater ulike fylte sirkulære stålprofil	105
Tabell 13: Nødvendig antall dybler og skjærarmering for innstøpte stålprofil.....	108
Tabell 14: Nødvendig antall dybler og skjærarmering for fylte stålprofil	108
Tabell 15: Overslag på materialkostnader.....	109
Tabell 16: Fordeler og ulemper for ulike samvirkesøyler	111
Tabell 17: Strekk-/trykkforhold	121
Tabell 18: Vinkler med $\phi \leq 16$	122
Tabell 19: Maks tillatte vinkler for $\phi > 16$	123
Tabell 20: Nødvendig $\phi m, \min/\phi = n$ ved maks heft	124
Tabell 21: Minste n for armering	127
Tabell 22: Minimum $\phi m, \min/\phi = n$ med $a_h = \text{maks}$	128
Tabell 23: n -verdier for forskjellig beregningsmetoder, $a_h = 250\text{mm}$	130
Tabell 24: n -verdier for forskjellig beregningsmetoder, $a_h = 2\phi$	130
Tabell 25: Forhold mellom basis kraftinnføringskapasitet	142
Tabell 26: Trykksonekapasitet for fri ende.....	147
Tabell 27: Minimum $(a_h + \phi)/\phi$ for at EK2-antakelsen skal virke rimelig.....	147

Kapittel 1

Innledning

I Norge forbrukes det omtrent en kubikkmeter betong per innbygger i året [0]. Dette tilsvarer over 5 000 000 kubikkmeter betong årlig. Med så store kvanta vil selv små prosentandeler reduksjon medføre store besparelser. Det er derfor av interesse å ha et så presist beregningsgrunnlag som mulig. Gjeldende betongstandard i Norge er Eurokode 2, og denne rapporten har som formål å se på bakgrunnen for enkelte formler gitt i denne standarden. Det er også av stor samfunnsinteresse at Eurokodene fremstår entydig og ikke gir rom for feiltolkninger. Samvirkesøyler mellom stål og betong er lite brukt i Norge. Derfor er det sammenlignet resultater for beregningsregler etter Eurokode 4 med Eurokode 2, samt sett på aspekter som kan påvirke lønnsomheten til samvirkesøyler i forhold til betongsøyler.

Rapporten er delt inn i tre hoveddeler. Første hoveddel omhandler slanke betongsøyler. Her er det gjort parameterstudie og sammenlikning av metodene Eurokode 2 gir for beregning og dimensjonering av slanke betongsøyler. Det er avdekket en formulering av en nasjonal parameter som foreslås endret. Dette argumenteres med at det ikke er konservativt, eventuelt gir rom for feiltolkning. Det er også sett på kryptallet og konkludert med at det som nå kalles informativt tillegg B, bør benyttes. Model Code 10 har en forbedret måte å beregne kryp på, og anbefales for neste revisjon av Eurokode 2. Videre er det sett på de ulike beregningsmetodene etter Eurokode 2 og sammenlignet med Model Code 10.

Hoveddel to består av gjennomgang av forenklet beregningsfremgang for samvirkesøyler. Enkelte av formlene er utledet og noen tidligere beregningsmetoder er kommentert. Det er foretatt beregninger som sammenlignes med resultatene for slanke betongsøyler. Dette kan bidra til å fastsette hvilke kriterier som må ligge til grunn for at valg av samvirkesøyler skal være lønnsomt.

Siste hoveddel tar for seg forankring av lengdearmring. Her er det lagt stor vekt på en endring som har blitt foretatt under [8.3 (3)] i Eurokode 2. Det er sammenlignet resultater for tidligere beregningsmetoder, trykkfeltsteori med partielt belastede tverrsnitt, samt formler og grenser gitt under kapittelet dordiameter. Videre i siste hoveddel er det gjort en del parameterstudier for å sammenligne dagens beregningsmetoder med de foreslåtte fra Model Code 2010. Det er illustrert resultater ved grafer for påvirkningen av tverrtrykk.

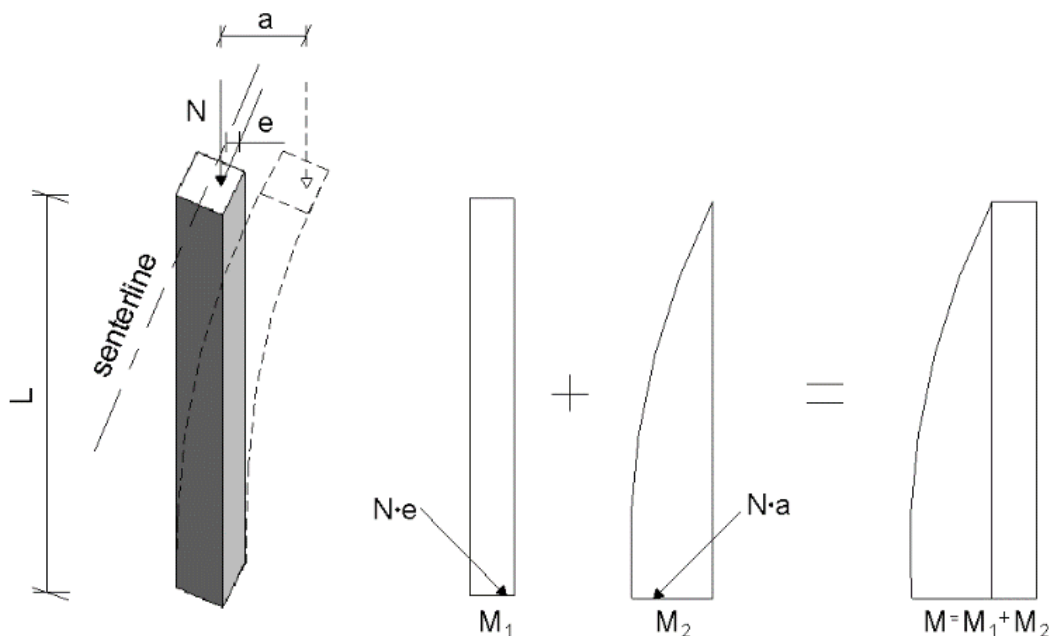
Kapittel 2

Slanke betongsøyler

For en betongsøyle vil slankheten være avgjørende om det bør tas hensyn til forskyvninger ved aksialbelastning. Ved store forskyvninger vil andre ordens effekter gi et betydelig bidrag på det totale momentet. En slank søyle bør derfor beregnes med andre ordens teori.

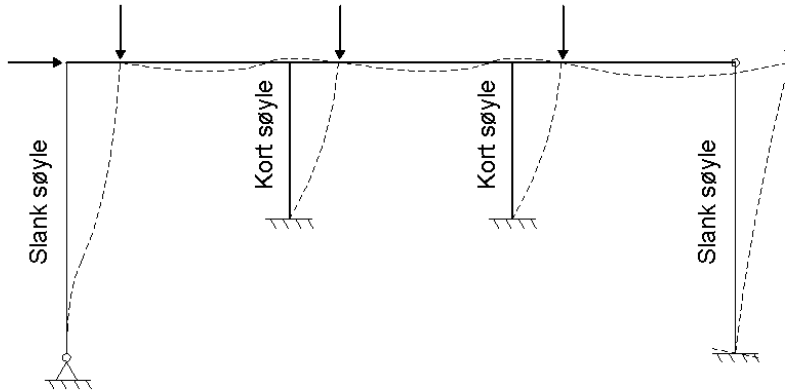
Dersom søylen oppfyller slankhetskravene kan det ses bort fra disse forskyvningene i likevektsbetingelsene. Søylen er dermed en kort søyle, og dimensjoneres etter første ordens teori.

Forskjellen mellom første og andre ordens effekter omtales som andre ordens lastvirkninger (geometrisk ikke-lineære effekter) [1]. Figur 2.1 viser momentbidraget etter første og andre ordens teori, hvor M_1 og M_2 er henholdsvis første og andre ordens momenter.



Figur 2.1: Første og andre ordens lastvirkninger

Selv om en konstruksjon består av konstruksjonsdeler som lokalt ikke er slanke, kan det oppstå andre ordens effekter på grunn av formavvik. Eksempler på dette kan være egenpenninger eller skjevstillinger. Disse globale andre ordens effektene kan bli overført til søyler som lokalt ikke er slanke. Slanke søyler risikerer derfor å få andre ordens effekter fra både lokal og global lastvirkning. Figur 2.2 viser et eksempel på en forskyvelig ramme, der alle søylene blir påvirket av globale andre ordens effekter.



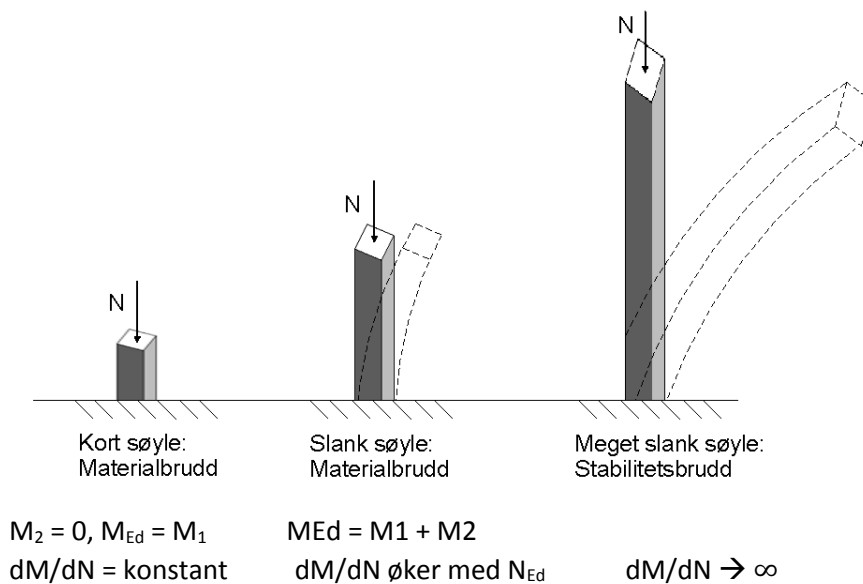
Figur 2.2: Søylar med ulik slankhet i forskyvelig ramme

2.1 Slankhet

Leonhard Euler var den først som innså at en aksialbelastet søyle kan gå til brudd på to ulike måter:

- Ved *materialbrudd* vil tverrsnittskapasiteten overskrides, og materialet går til brudd.
- Ved *Stabilitetsbrudd* vil andre ordens effekter øke mot uendelig, og søylen vil knekke ut [1].

Figur 2.3 viser de ulike bruddtypene i søylar med forskjellig slankhet [1].



Figur 2.3: Forskjellen mellom bruddtypene i aksialbelastet søyle

Teorien til Euler (1759) gjelder for en lang, slank, fritt opplagt, ideell elastisk søyle som er belastet aksielt med en last P [3]. Kritisk last for en tosidig leddlagret søyle med lengde, l , er Eulerlasten:

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (2.1)$$

Ved begynnelsen av 1900-tallet ble teorien videreutviklet til søyler med ikke-lineært materialet. Et av de viktigste bidragene var Von Karmens studie av ikke-elastisk analyse basert på spenning-/tøyningsforholdet til materialet. Ved bruk av Naviers hypotese om at plane tverrsnitt forblir plane, integrerte han spenningene over arealet, og utviklet moment-/krumningsforholdet til søylen. Dermed kunne numerisk integrasjon benyttes langs søylelengden for å finne søylens deformasjon [4].

I dag dekker EK2 (Eurokode 2) beregningsregler for slanke konstruksjonsdeler. Det finnes også en rekke godt utviklet beregningsprogrammer som tar utgangspunkt i numerisk integrasjon, elementmetoden og/eller eksperimentelle forsøk. Særlig elementmetoden og datakraft for beregninger har utviklet seg kraftig fra midten av 1900-tallet, frem til i dag.

2.1.1 Slankhetsgrenser – generelt [5.8.2 (6)]

I Eurokoden er det gitt et generelt, og to forenklede kriterier for å se bort fra andre ordens effekter. De forenklede kriteriene skiller mellom enkeltstående konstruksjonsdeler og konstruksjonssystemer. De er beskrevet nærmere i **2.1.2** og **2.1.4**.

Det generelle kriteriet fra EK2 [5.8.2 (6)] «*Det kan ses bort fra andre ordens effekter der de utgjør mindre enn 10 % av de samtidige opptredende første ordens virkninger*» [5].

Bakgrunnen for det generelle kriteriet:

Kriteriet stammer fra ENV (Den europeiske førstandarden) [4.3.5.2 (5)] [25]. Da reglene i EK2 [5] skulle bestemmes var det diskusjon om kriteriet fra ENV burde tolkes som «*Det kan ses bort fra andre ordens effekter der de utgjør mindre enn 10 % reduksjon av kapasiteten for aksialkraften med en gitt eksentrisitet*», eller som beskrevet over [2].

For en slank søyle blir aksialbelastningen i liten grad påvirket av andre ordens effekter. Derimot kan bøyemomentet bli betydelig påvirket av andre ordens effekter. Derfor er de fleste beregningsmetoder for slanke konstruksjoner basert på kalkulasjon av bøyemomentet. Ut fra denne begrunnelsen virker det øverste kriteriet mest naturlig og logisk [2].

10 % kriteriet går igjen i flere standarder. Et eksempel på dette er reglene for samvirkesøyler etter EK4, som er beskrevet i **3.2.3**.

2.1.2 Slanketskriterium for enkeltstående konstruksjonsdeler [5.8.3.1]

Som et alternativ til det generelle kriteriet kan det ses bort fra andre ordens effekter hvis den geometriske slankheten λ er under grenseverdien, λ_{lim} .

I EK2 er det beskrevet en anbefalt metode for beregning av λ_{lim} . Metoden er beskrevet i **vedlegg A**.

Formlene fra nasjonale tillegget som er gjeldene for Norge er:

$$\lambda_n \leq \lambda_{n,lim} \quad (2.2)$$

Her benyttes normalisert slankhet, ettersom betongen er et ikke-lineært elastisk materiale. Dette gjelder både armert og uarmert betong [1]. Den normaliserte slankheten er gitt som:

$$\lambda_n = \lambda \left(\frac{n}{1 + 2k_a \omega} \right)^{1/2} \quad (2.3)$$

Der

$$\lambda = \frac{l_0}{i} \text{ (geometrisk slankhet)} \quad (2.4)$$

$$k_a = \left(\frac{i_s}{i} \right)^2, \text{ kan forenklet settes lik 1} \quad (2.5)$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{f_{cd}A_c} \text{ (relativ aksialkraft)} \quad (2.6)$$

$$\omega = \frac{f_{yd}A_s}{f_{cd}A_c} \text{ (mekanisk armeringsforhold)} \quad (2.7)$$

l_0 er effektiv lengde, beskrevet nærmere i **2.2**.

$$i = \sqrt{E_c I_c / E_c A_c} = \sqrt{I_c / A_c} \text{ treghetsradien, urisset betongtverrsnitt.} \quad (2.8)$$

$$i_s = \sqrt{I_s / A_s} \text{ er treghetsradien for armeringen.} \quad (2.9)$$

Grenseverdien for trykkstaver der en ende er sideveis fritt forskyvelig, og for trykkstaver med tverrlast:

$$\lambda_{n,lim} = 13A_\varphi \quad (2.10)$$

Grenseverdien for trykkstaver uten tverrlast og med uforskyvelige ender:

$$\lambda_{n,lim} = 13(2 - r_m)A_\varphi \quad (2.11)$$

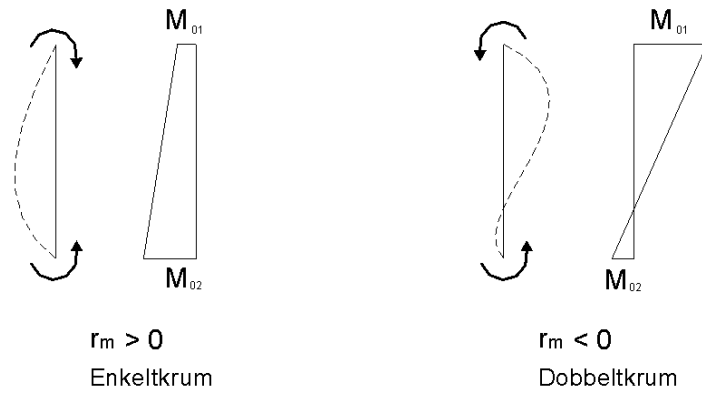
der

$$r_m = M_{01} / M_{02} \quad (2.12)$$

$$A_\varphi = 1,25 / (1 + 0,2\varphi_{ef}) \leq 1 \quad (2.13)$$

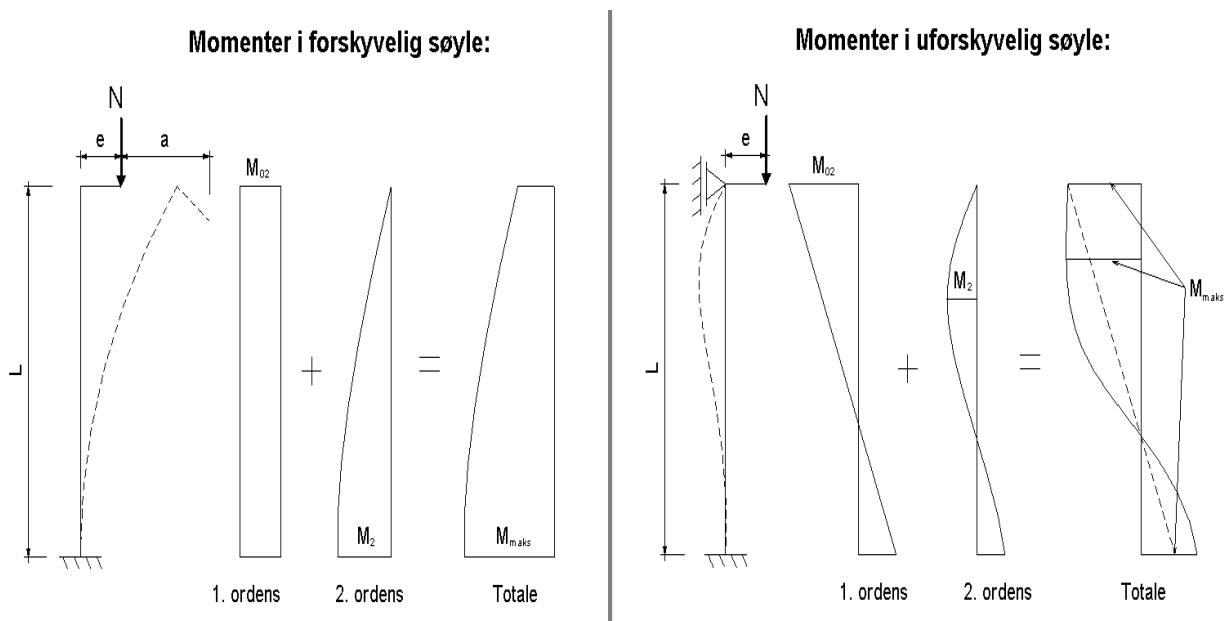
φ_{ef} er det effektive kryptallet som beskrives i **2.5**.

r_m er forholdet mellom minste og største første ordens stavendemoment. Dersom de første ordens stavendemomentene gir strekk på samme side er r_m positiv. Figur 2.4 viser definisjon av positivt og negativt momentforhold for søyle med uforskyvelige ender [1].



Figur 2.4: Positivt og negativt momentforhold

For en uforskyvelig søyle vil slankhetsgrensen være større eller lik slankhetsgrensen til en forskyvelig søyle. Grunnen til dette er at første og andre ordens momenter sjelden opptrer i samme snitt. Derfor vil det totale momentdiagrammet ofte være større for en forskyvelig søyle enn for en uforskyvelig søyle. Figur 2.5 viser et eksempel på momentdiagrammet til en forskyvelig og uforskyvelig søyle.



Figur 2.5: Momenter i forskyvelig og uforskyvelig søyle

Effekten der første og andre ordens moment opptrer i forskjellig snitt avtar gradvis når største stavendemomentet nærmer seg gitt grenseverdi $N_d \cdot h/20$. Derfor settes r_m lik 1 når $M_{02} < N_d N_d \cdot h/20$. Det vil si at $\lambda_{n,lim} = 13A_\varphi$.

Dersom søylen hadde hatt tverrbelastning ville mest sannsynlig første og andre ordens maks moment opptre i nærheten av hverandre. Derfor skal $\lambda_{n,lim} = 13A_\varphi$ benyttes [1].

Øvre slankhetsgrense for enkeltstående uarmerte betongsøyler bør vanligvis ikke overskride $\lambda = 86$ [12.6.5.1 (5)].

I EK2 er det ikke gitt noen øvre slankhetsgrense. Grunnen til dette er mest sannsynlig at det praktisk ikke er noen risiko for stabilitetsbrudd (knekking). Til tross for dette er det den prosjekterende sitt ansvar at søylen ikke oppnår stabilitetsbrudd. Da kan det være nyttig å benytte slankhetsgrensene fra NS3473 som en rask kontroll [1]:

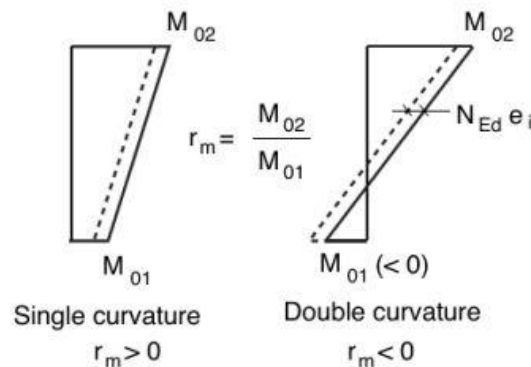
$$\lambda_n < 45 \quad (2.14)$$

$$\lambda < 80 \cdot \sqrt{1 + 2k_a \omega} \quad (2.15)$$

Bakgrunn for formlene:

Slanketskriteriet stammer fra Hellesland [27, 28 og 29] der formlene benyttet 5 % kriteriet, som er tilsvarende prinsipp som 10 % kriteriet beskrevet i **2.1.1**. En oppdatering til 10 % kriteriet ble innført for formlene i det nasjonale tillegget [NA.5.8.3.1]. Grensene er delvis basert på elastiske analyser og numeriske sammenligning med ikke-lineært materiale. Det er også gjort geometriske analyser av armert betong påkjent av trykk med ulike parametere og randbetingelser [26].

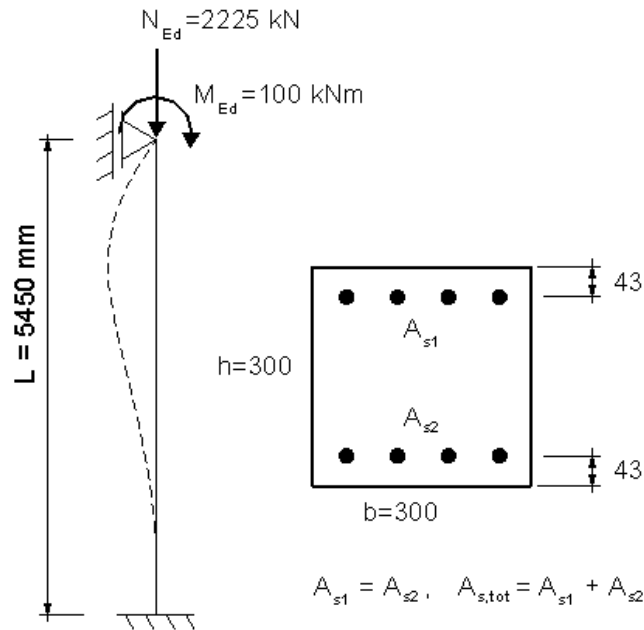
Første ordens momentene M_{01} og M_{02} inneholder geometriske avvik beskrevet i **2.4**. Det er diskutert om momentet i hver ende skal økes, eller om $N_{Ed} \cdot e_i$ skal økes uniformt langs søylelengden som vist i Figur 2.6. Ved betraktning av endemomentene er det siste alternativet mest konservativt [26].



Figur 2.6: Definisjon av første- og andre ordens momentforhold [26]

2.1.3 Sammenligning mellom slanketskriterium fra EK2 og nasjonalt tillegg

I **vedlegg B** er søylen i Figur 2.7 beregnet etter slanketskriterium i EK2 [5] og det nasjonale tillegget.



Figur 2.7: Slankhetskriterium for en enkeltstående uforskyvelig søyle

Forutsetninger:

- Innvendig søyle.
- Betongkvalitet B55.
- Belastning etter 28 døgns herdetid.
- φ_{ef} er beregnet til 1,2 etter [3.1.4].
- Armering 4 $\varnothing 16$ på hver side.

Ved beregning etter EK2 blir $\lambda = 44,1 \geq \lambda_{lim} = 43,7$, altså må det tas hensyn til andre ordens effekter.

Ved beregning etter nasjonalt tillegg blir $\lambda_n = 29,3 \leq \lambda_{n,lim} = 29,5$. Dermed kan andre ordens effekter neglisjeres, og søylen kan betraktes som en «kort-søyle».

Hvis betongsøylen hadde vært et lineært elastisk materialet, ville den geometriske slankheten, λ , vært korrekt. Som nevnt tar det nasjonale tillegget hensyn til denne effekten ved å innføre normalisert slankhet [1].

Det er forsøkt å sammenligne slankhetskravene mot hverandre. Fra det nasjonale tillegget (NA) kan kravet for en uforskyvelig trykkstav uten tverrlast beskrives:

$$\lambda_n = \lambda \left(\frac{n}{1 + 2k_a \omega} \right)^{1/2} \leq \lambda_{n,lim} = 13(2 - r_m) A_\varphi \quad (2.16)$$

Ettersom verdien av $\left(\frac{n}{1 + 2k_a \omega} \right)^{1/2}$ alltid er positivt, og ved å sette inn for $A_\varphi = 1,25 / (1 + 0,2\varphi_{ef}) \leq 1$, kan formelen omskrives:

$$\lambda_{NA} \leq \frac{1,25 \cdot 13(2 - r_m)}{(1 + 0,2\varphi_{ef}) \cdot \sqrt{\frac{n}{1 + 2k_a\omega}}} = \frac{16,25 \cdot (2 - r_m) \cdot \sqrt{1 + 2k_a\omega}}{(1 + 0,2\varphi_{ef}) \cdot \sqrt{n}} \quad (2.17)$$

I NA kan k_a forenklet settes til 1,0. Dermed vil formelen over bli svært lik kravet fra EK2:

$$\lambda_{EK2} \leq \lambda_{lim} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}} = \frac{20 \cdot (1,7 - r_m) \cdot \sqrt{1 + 2\omega}}{(1 + 0,2\varphi_{ef}) \cdot \sqrt{n}} \quad (2.18)$$

Hvis det sammenlignes med det mest gunstige tilfellet for en uforskyvelig stav er $r_m = -1$. Da vil formelen fra NA gi:

$$\lambda_{NA} \leq \frac{\lambda_{n,lim}}{\sqrt{\frac{n}{1 + 2k_a\omega}}} = \frac{48,25 \cdot \sqrt{1 + 2k_a\omega}}{(1 + 0,2\varphi_{ef}) \cdot \sqrt{n}} \quad (2.19)$$

Mens kravet fra EK2 gir:

$$\lambda_{EK2} \leq \lambda_{lim} = \frac{54 \cdot \sqrt{1 + 2\omega}}{(1 + 0,2\varphi_{ef}) \cdot \sqrt{n}} \quad (2.20)$$

Benytter $k_a = 1,0$. Da vil kravet fra nasjonale tillegg gi minst slankhetsgrense, og dermed være mest konservativt.

Hvis det sammenlignes med det minst gunstige tilfellet for en uforskyvelig stav, det vil si at $r_m = 1$. Da blir kravet det samme som for en fritt forskyvelig søyle. Dermed vil formelen fra NA gi:

$$\lambda_{NA} \leq \frac{\lambda_{n,lim}}{\sqrt{\frac{n}{1 + 2k_a\omega}}} = \frac{16,25 \cdot \sqrt{1 + 2k_a\omega}}{(1 + 0,2\varphi_{ef}) \cdot \sqrt{n}} \quad (2.21)$$

Mens kravet fra EK2 gir:

$$\lambda_{EK2} \leq \lambda_{lim} = \frac{14 \cdot \sqrt{1 + 2\omega}}{(1 + 0,2\varphi_{ef}) \cdot \sqrt{n}} \quad (2.22)$$

Benytter $k_a = 1,0$. Da vil kravet fra EK2 gi lavest slankhetsgrense, og dermed være mest konservativt.

For å få undersøkt slankhetskravene dypere, er λ løst ut fra ligningen $\lambda_{n,lim} \geq \lambda \cdot \sqrt{\frac{n}{1 + 2k_a\omega}}$.
NA. Dermed kan slankhetskravene, $\lambda_{NA} = \lambda_{EK2}$, settes lik hverandre:

$$\lambda \leq \frac{\lambda_{n,lim}}{\sqrt{\frac{n}{1 + 2k_a\omega}}} = \lambda_{lim} \quad (2.23)$$

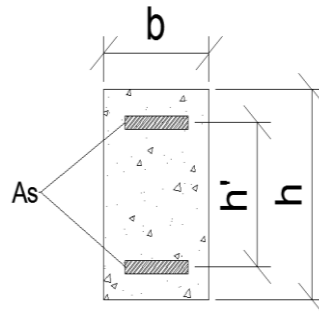
$$\frac{1,25 \cdot 13(2 - r_m) \cdot \sqrt{1 + 2k_a \omega}}{(1 + 0,2\varphi_{ef}) \cdot \sqrt{n}} = \frac{20 \cdot (1,7 - r_m) \cdot \sqrt{1 + 2\omega}}{(1 + 0,2\varphi_{ef}) \cdot \sqrt{n}}$$

Forenkler uttrykket:

$$16,25(2 - r_m) \cdot \sqrt{1 + 2k_a \omega} = 20 \cdot (1,7 - r_m) \cdot \sqrt{1 + 2\omega}$$

$$32,5 \cdot \sqrt{1 + 2k_a \omega} - 16,25r_m \cdot \sqrt{1 + 2k_a \omega} = 34 \cdot \sqrt{1 + 2\omega} - 20r_m \cdot \sqrt{1 + 2\omega}$$

Figur 2.8 viser et rektangulært symmetrisk armert tverrsnitt, som det ses nærmere på.



Figur 2.8: Symmetrisk armert tverrsnitt

For dette tverrsnittet kan k_a forenklet settes lik:

$$k_a = \left(\frac{i_s}{i}\right)^2 = \frac{\frac{A_s}{2} \cdot \left(\frac{h'}{2}\right)^2 \cdot \frac{2}{A_s}}{\frac{bh^3/12}{bh}} = \left(\frac{h' \cdot \sqrt{12}}{2 \cdot h}\right)^2 \quad (2.24)$$

Dermed vil det være konservativt å sette $k_a = 1,0$ ved verdier av $h'/h \geq 0,577$. Dette i tråd med formuleringen i EK2, som sier «Forenklet kan k_a normalt settes lik 1». Dersom $k_a = 1$ benyttes, vil krysningpunktet for hvilken formel som er konservativ være:

$$3,75r_m = 1,5 \rightarrow r_m = 0,4 \quad (2.25)$$

For $r_m > 0,4$ og $k_a = 1,0$ vil EK2 gi mest konservativ løsning, og tilsvarende vil NA gi mest konservativ løsning ved $r_m < 0,4$. Videre er det av interesse å se hva som skjer med de generelle formlene dersom $k_a \approx 0$. Da må $h' \rightarrow 0$ og bidraget fra første ledd i Steiners teorem neglisjeres (dette leddet er relativt lite). Da vil formlene fra det nasjonale tillegge se slik ut:

$$\lambda \leq \frac{\lambda_{n,lim}}{\sqrt{1}} = \frac{16,25(2 - r_m)}{(1 + 0,2\varphi_{ef}) \cdot \sqrt{n}} \quad (2.26)$$

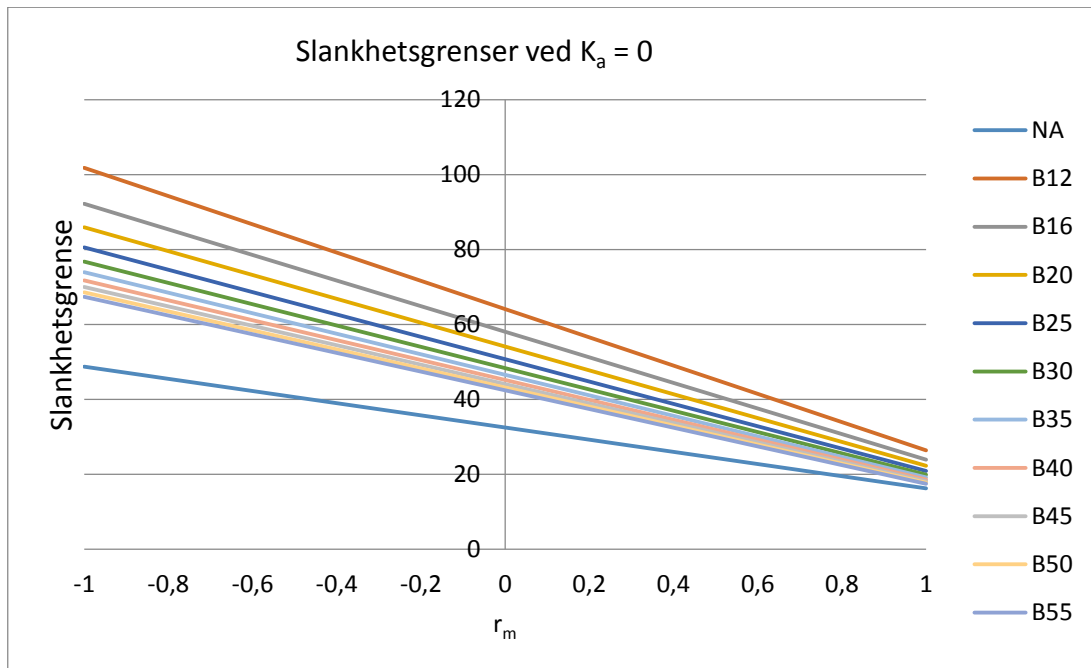
Mens kravet fra EK2 forblir uendret:

$$\lambda \leq \lambda_{lim} = \frac{20(1,7 - r_m)\sqrt{1 + 2\omega}}{(1 + 0,2\varphi_{ef}) \cdot \sqrt{n}} \quad (2.27)$$

Setter likningene lik hverandre, får:

$$20(1,7 - r_m)\sqrt{1 + 2\omega} = 16,25(2 - r_m) \quad (2.28)$$

Ved bruk av armeringsstål B500C og symmetrisk armert tverrsnitt, kan ikke det mekaniske armeringsforholdet, ω , bli større enn $f_{yd}A_s/f_{cd}A_c = 434 \cdot \frac{0,04}{2} \cdot A_c/f_{cd} \cdot A_c = 8,7/f_{cd}$. Benytter dette, da det vil gi størst verdi på leddet som inneholder ω . Figur 2.9 viser grenseverdiene for $\lambda \cdot (1 + 0,2\varphi_{ef}) \cdot \sqrt{n}$ for å se differansen mellom NA og hver betongkvalitet $\leq B55$ i henhold til EK2.



Figur 2.9: Slankhetsgrenser ved $k_a = 0$

Ser på diagrammet at $r_m = -1$ er mest ugunstig med tanke på differanse mellom slankhetsgrensene. Tallverdiene for $\Delta_{\lambda(1+0,2\varphi_{ef})\cdot\sqrt{n}} = (\text{Grenseverdi EK2} - \text{Grenseverdi NA})$ når $r_m = -1$ er vist i Tabell 1.

	NA	B12	B16	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50	B55
$\Delta_{\lambda(1+0,2\varphi_{ef})\cdot\sqrt{n}}$	-	53,1	43,5	37,2	31,8	28,1	25,2	23,0	21,3	19,8	18,7
$\frac{\text{Grenseverdi EK2}}{\text{Grenseverdi NA}}$	1	2,09	1,89	1,76	1,65	1,58	1,52	1,47	1,44	1,41	1,38

Tabell 1: Differansen mellom slankhetsgrensene

Under forutsetningene som er nevnt over er det meget stor differanse mellom grenseverdien fra de to metodene for å beregne slankhetsgrensen. Det kan også leses at forholdet mellom slankhetsgrensene synker etter hvert som betongkvaliteten øker.

Vedlegg S viser mailkorrespondanse fra Hellesland som bekrefter at formlene er laget for normale/praktiske tilfeller. Det er viktig å merke seg at det er langt fra konservativt å sette $k_a = 1,0$ dersom søylen er henholdsvis kraftig usymmetrisk armert, eller at all armeringen er plassert nær nøytralaksen til betongtverrsnittet. For det sistnevnte går h'/h mot null, altså vil $k_a \rightarrow 0$. Formlene bør derfor videreutvikles. Definisjonen for hvilke tverrsnitt formlene gjelder for bør også omformuleres til noe mer konkret enn «Forenklet kan k_a normalt settes lik 1». Definisjon på hvilke tverrsnitt som går under betegnelsen *normal* bør presiseres.

2.1.4 Slankhetskriterium for konstruksjonssystemer [5.8.3.3]

Det kan det ses bort fra globale andre ordens virkninger for konstruksjonssystemer hvis:

$$F_{V,Ed} \leq k_1 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1,6} \cdot \frac{\sum E_{cd} I_c}{L^2} \quad (2.29)$$

$F_{V,Ed}$ er den totale vertikale lasten.

n_s er antall etasjer.

L er bygningens totale høyde over nivået for momentfastholding.

E_{cd} er dimensjonerende verdi av betongens elastisitetsmodul.

I_c er arealtreghetsmoment (urisset betongtverrsnitt) for avstivende konstruksjonsdel(er).

Formelen gjelder hvis følgende forhold er oppfylt [5.8.3.3 (1)]: Torsjonsknekking er ikke bestemmende (dvs. tilnærmet symmetrisk), det kan ses bort fra globale skjærdeformasjoner, avstivende konstruksjonsdeler er stivt forbundet med fundament (rotasjon er ubetydelig), stivheten er relativt konstant over hele høyden, den totale vertikale lasten øker med tilnærmet samme størrelsesorden per etasje [6].

Bakgrunn for formelen:

Basiskriteriet som nevnt tidligere *andre ordens effekter* $\leq 10\%$ av *første ordens effekter* (er grunnen til 1,1 faktoren på høyre side av ligningen under), sammen med formelen for forenklet metode for øking av moment [5.8.7.3 (3)] (på venstre side av ligningen) gir uttrykket:

$$M_{Ed} \approx \frac{M_{0Ed}}{1 - \left(\frac{N_{Ed}}{N_B}\right)} \leq 1,1 \cdot M_{0Ed} \quad (2.30)$$

N_{Ed} er dimensjonerende verdi av aksialkraften

N_B er knekklasten basert på nominell stivhet, se **2.5.2**.

M_{0Ed} er første ordens moment

M_{Ed} er totalt dimensjonerende moment

Nominell global knekklast basert på nominell stivet antas å være [H.1.2 (2)]:

$$F_{V,BB} = \xi_0 \cdot k \cdot \frac{1}{L} = \xi_0 \cdot \frac{\sum EI}{L^2} \quad (2.31)$$

ξ_0 er en koeffisient som avhenger av antallet etasjer, variasjon i stivhet, innspenningsgrad i fundamentet og lastfordelingen.

$k = \frac{\sum EI}{L}$ er stivhetskoeffisienten.

$\sum EI$ er summen av bøyestivheten i avstivninger i den betraktede retningen, medregnet mulige virkninger av opprissing.

L er konstruksjonens totale høyde over nivået for momentinnspenning.

Ved å kombinere ligning (2.30) og (2.31) (merk at $N_{Ed} = F_{V,Ed}$ og $N_B = F_{V,BB}$, for å få lik betegnelse som EK2):

$$\frac{M_{0Ed}}{1 - \left(\frac{F_{V,Ed}}{\xi_0 \cdot (\sum EI)/L^2} \right)} \leq 1,1 \cdot M_{0Ed} \quad (2.32)$$

Forenkler uttrykket:

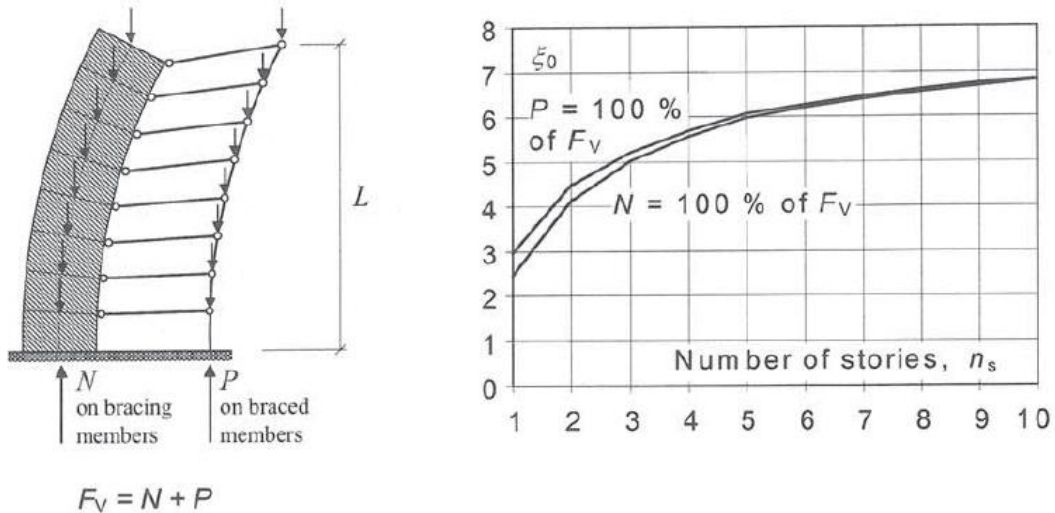
$$\frac{1}{1 - \left(\frac{F_{V,Ed}}{\xi_0 \cdot (\sum EI)/L^2} \right)} \leq 1,1 \quad (2.33)$$

Dette kan skrives om til:

$$F_{V,Ed} \leq \left(1 - \frac{1}{1,1} \right) \xi_0 \cdot \frac{\sum EI}{L^2} = \xi_0 \cdot \frac{\sum EI}{11L^2} \quad (2.34)$$

I [H.1.2 (3)] er $\sum EI \approx 0,4 \cdot \sum E_{cd} I_c$ for et opprisset tverrsnitt. Hvis betongen er urisset i bruddgrensetilstand, kan konstanten 0,4 erstattes med 0,8. Halveringen mellom opprisset og urisset tverrsnitt er en grov forenkling. En mer nøyaktig antagelse ville vær å variere faktoren med armeringsmengde og aksialkraft [2]. Årsaken til at kryp ikke er inkludert i kriteriet for å se bort fra andre ordens effekter i konstruksjonssystemer (men er inkludert i enkeltstående konstruksjonsdeler), er at den dominerende globale andre ordens effekten kommer av vindlasten. Vindlast gir ingen effekt på kryp ettersom det er en kortidslast. Derfor vil effekten av kryp i henhold til EK2 [5.8.4] være liten [6].

Det har blitt gjort numeriske kalkulasjoner av ξ_0 , ved hjelp av Vianello's metode. Figur 2.10 viser en kopi av beregninger til Bo Westerberg [2].



Figur 2.10: Beregning av koeffisienten ξ_0 [2]

Koeffisienten ξ_0 er grafisk fremstilt som den øverste kurven i grafen. Forenklet kan ξ_0 settes lik:

$$\xi_0 \approx 7,8 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1,6} \quad (2.35)$$

Innsatt (2.35) inn i (2.34) og $\sum EI \approx 0,4 \cdot \sum E_{cd} I_c$:

$$F_{V,Ed} \leq \xi_0 \cdot \frac{\sum EI}{11L^2} = \frac{7,8 \cdot 0,4}{11} \cdot \frac{n_s}{n_s + 1,6} \cdot \frac{\sum E_{cd} I_c}{L^2} \approx 0,284 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1,6} \cdot \frac{\sum E_{cd} I_c}{L^2} \quad (2.36)$$

Faktoren 0,284 er gitt som en faktor k_1 i EK2. I «Eurocode 2 – Commentary» [6] er faktoren k_1 utledet i henhold til Bo Westerberg sin rapport «Second order effects in slender concrete structures – Background to the rules in EC2» [2]. Der er $\frac{1}{11} \approx 0,1$. Det gir faktoren $k_1 = 0,1 \cdot 7,8 \cdot 0,4 \approx 0,312$.

I det nasjonale tillegget er faktoren gitt som $k_1 = 0,3$. Dette er mellom resultatet i denne rapporten og Westerberg sine beregninger. I forhold til beregninger i denne rapporten er det nasjonale tillegget konservativt, men i forhold til Westerberg sine beregninger er det ikke konservativt. Anbefalt verdi i henhold til EK2 er $k_1 = 0,31$ og stammer fra Westerberg sitt resultat med to desimalers nøyaktighet.

Tillegg H: Kriterier for å se bort fra globale andre ordens effekter.

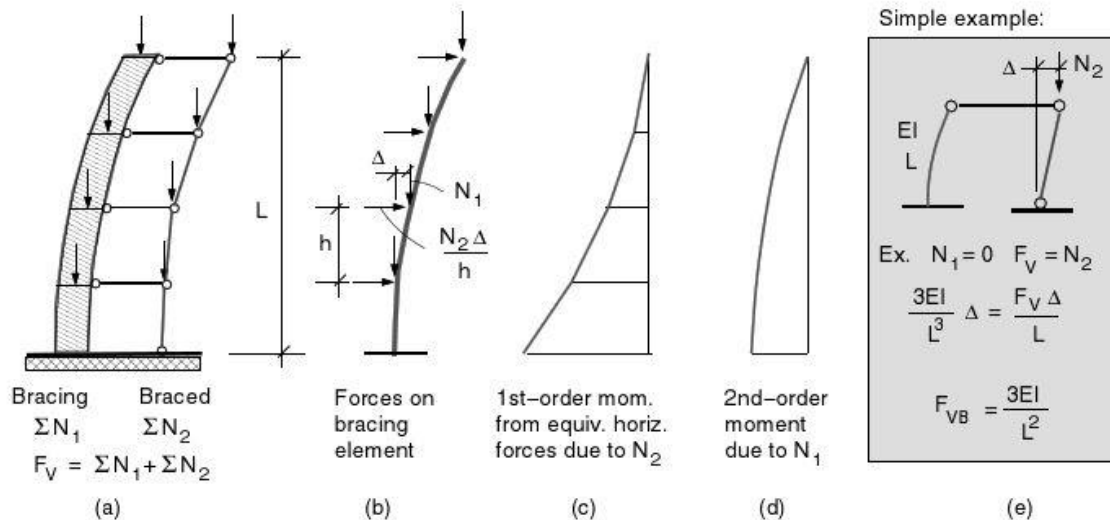
Hvis betingelsene i EK2 [5.8.3.3 (1)] ikke er oppfylt, kan reglene i tillegg H.1 benyttes. For avstivningssystem uten skjærdeformasjoner av betydning kan det ses bort fra globale andre ordens effekter hvis:

$$F_{V,Ed} \leq 0,1 \cdot F_{V,BB} \quad (2.37)$$

$F_{V,Ed}$ er den totalt vertikale lasten.

$F_{V,BB} = \xi \cdot \sum EI/L^2$ er den globale nominelle knekklasten.

Figur 2.11 viser et enkelt eksempel for beregning av kritisk last $F_{V,BB} = F_{VB}$.



Figur 2.11: Eksempel på ekvivalent horisontale laster på en vertikal belastet ramme [26]

For knutepunkter som er delvis-stive eller leddet vil knekk lengden bli lenger enn om knutepunktet er fast innspent. For konstruksjonssystemer med flere etasjer varierer vertikallasten og knekk lengden i de ulike etasjene. Derfor er denne effekten tatt hensyn til ved et stivhetsforhold [6]. Hvis den lokale vertikale lasten øker likt for hver etasje, og avstivningen har konstant stivhet i hele høyden, kan ξ settes lik [5]:

$$\xi \approx 7,8 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1,6} \cdot \frac{1}{1 + 0,7 \cdot k} \quad (2.38)$$

$k = \frac{\theta/M}{EI/L}$ er relativ fleksibilitet av momentinnspenningen, og θ er rotasjonen for bøyemomentet M .

For et avstivningssystem med betydelig skjærdeformasjoner kan globale andre ordens effekter ses bort fra hvis:

$$F_{V,Ed} \leq 0,1 \cdot F_{V,B} = 0,1 \cdot \frac{F_{V,BB}}{1 + F_{V,BB}/F_{V,BS}} \quad (2.39)$$

$F_{V,B}$ er den globale knekklasten som tar hensyn til global bøyning og skjær/kraft i tverretningen.

$F_{V,BB}$ er den globale knekklasten for ren bøyning.

$F_{V,BS}$ er den globale knekklasten for kraft i tverretningen.

$F_{V,BS} = \sum S$, hvor S er skjærstivheten for sideveis stivhet.

Bakgrunnen for denne formelen inkluderer $\leq 10\%$ kriteriet (som er nevnt flere steder i rapporten). Dette gjelder også for formelen over, hvor $F_{V,Ed} \leq \left(\frac{0,1}{1,1}\right) F_{V,BB} \approx 0,1 \cdot F_{V,BB}$. Ved kombinasjonen av knekklast og skjær brukes det ekvivalente forholdet, F_{eq} [2]:

$$F_{V,B} \approx \frac{1}{F_{eq}} = \frac{1}{1/F_{V,BB} + 1/F_{V,BS}} = \frac{F_{V,BB}}{1 + F_{V,BB}/\Sigma S} \quad (2.40)$$

2.2 Knekkingsformer og effektive lengder

Effektiv lengde til en søyle avhenger av [7]:

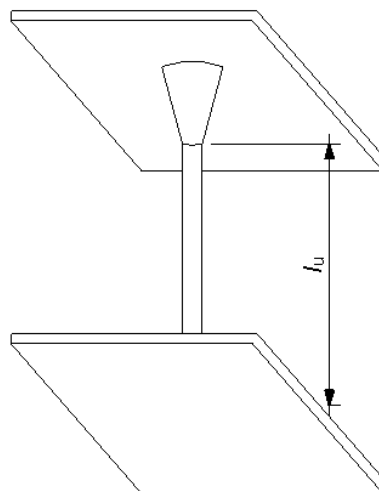
- Lengden til søylen.
- Tverrsnittsdimensjoner $h \times b$.
- Opplagerbetingelsene.
- Om søylen er avstivet eller ikke.

Den effektive lengden kan uttrykkes som:

$$l_0 = \beta \cdot l \quad (2.41)$$

l er konstruksjonens lengde og β er knekk lengdefaktoren, som tar hensyn til punktene beskrevet over.

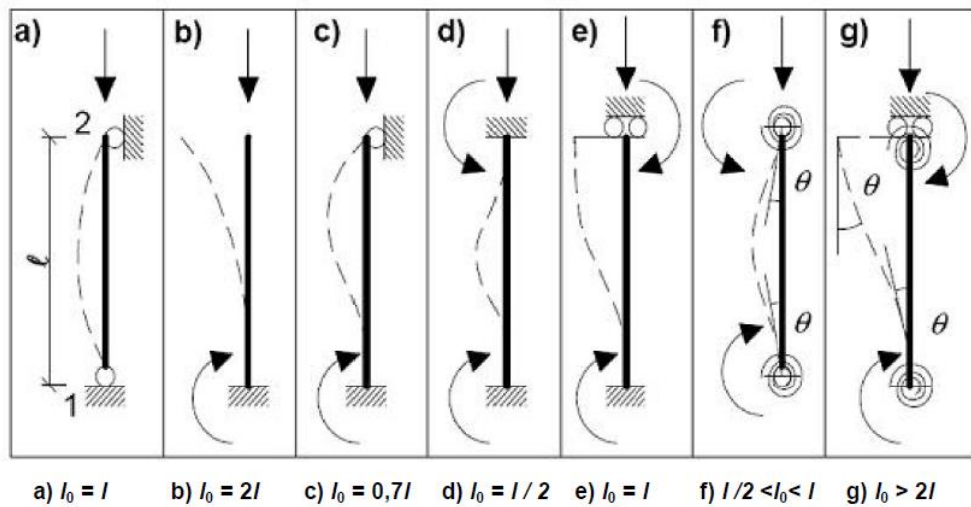
Søyler som er avstivet vil ha en effektiv lengde som er mindre eller lik en tilsvarende søyle som ikke er avstivet. For betongsøyler med forsterkningsplater eller kapitél, vil søylen ha mindre effektiv lengde enn tilsvarende søyler uten dette. Figur 2.12 viser et eksempel på dette.



Figur 2.12: Søyle med kapitél

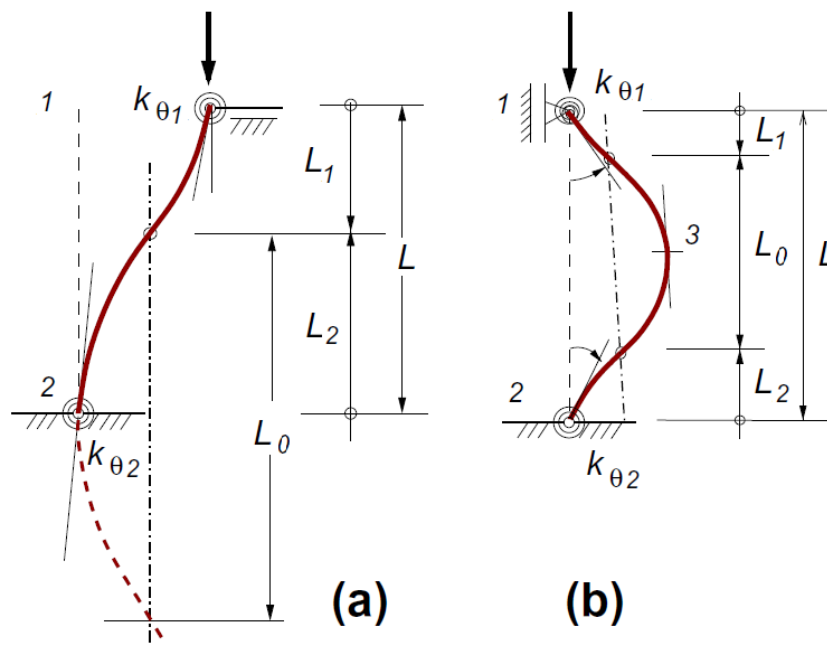
Her er l_u søylelengden som ikke støttes opp av kapitél. Søylelengden l som skal ganges med β for å finne effektiv lengde l_0 , ligger et sted i kapitélen, og avhengig dens dimensjoner og stivheten. Effektiv lengde må beregnes for hvert enkelt tilfellet.

Den effektive lengden til en fritt opplagt søyle i begge ender, er selve lengden til søylen. Figur 2.13 viser knekkformer og tilhørende effektive lengder for enkeltstående søyler med ulike randbetingelser.



Figur 2.13: Knekkformer og effektive lengder [24]

Den idealiserte rotasjonsstivheten i knutepunkter omtales som enten moment-stivt eller leddet. I realiteten vil stivheten i alle praktiske formål befinne seg et sted mellom disse to ytterpunktene. Fra Figur 2.13 viser stav f) og g) hvilke utslag dette har på knekk lengden. Figur 2.14 viser typisk knekkform for en uavstivet (a) og avstivet (b) søyle.



Figur 2.14: Typisk knekkform for enkeltstående søyle [9]

I det følgende beskrives to metoder for bestemmelse av effektiv lengde. Metoden beskrevet i 2.2.1 er gitt i EK2, mens metoden beskrevet i 2.2.2 er metoden som var anbefalt i NS3473:2003.

2.2.1 Knekk lengder basert på relative rotasjonsfleksibiliteter [5.8.3.2 (3)]

Formel for effektiv knekk lengde i EK2 for ikke-avstivede konstruksjonsdeler (forskyvelig søyle):

$$l_0 = l \cdot \beta = l \cdot \max \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{1 + 10 \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}} \\ \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2}\right) \end{array} \right. \quad (2.42)$$

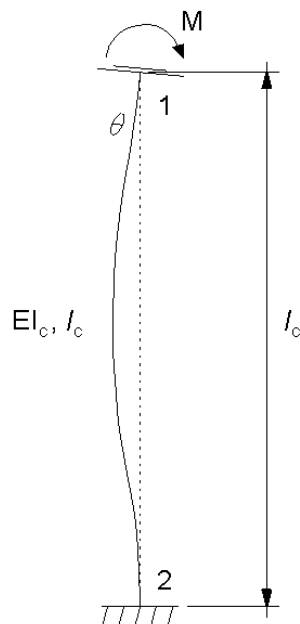
For avstivede konstruksjonsdeler (uforskyvelig søyle):

$$l_0 = l \cdot \beta = l \cdot 0,5 \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0,45 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0,45 + k_2}\right)} \quad (2.43)$$

Bakgrunn for formlene:

Formlene er empiriske og baserer seg på lineære analyser [2]. Faktorene k_1 og k_2 er relative rotasjonsfleksibiliteter. NB! Den norske oversettelsen av EK2 omtaler disse som «innspenningsgrader», som er feil [1].

Generelt er rotasjonsstivheten, $K_{\theta_j} = \frac{M_j}{\theta_j}$, som sier hvor stor motstanden et knutepunkt har mot å rotere. Figur 2.15 viser en søyle bestående av knutepunkt 1 og 2. Knutepunkt 1 er delvis stivt, og vil få en rotasjon, θ_1 , ved et påført moment. Knutepunkt 2 er helt stivt, og vil ikke få noen rotasjon ($\theta_2 = 0$).



Figur 2.15: Definisjon av relative rotasjonsfleksibiliteter [2]

Uttrykket for rotasjonsstivhet stammer fra matrisestatikken:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{S} \quad (2.44)$$

K er rotasjonsstivhet.

v er rotasjon/forskyvning (skrives θ hvis rotasjon).

S er krefter som virker i knutepunktet (moment).

Dette kan skrives som:

$$K_{\theta_j} = \frac{M_j}{\theta_j} \quad (2.45)$$

Ettersom rotasjonen avhenger av innspenningsgraden innføres rotasjonsfleksibiliteten, k_j . Dermed beskrives stivheten som:

$$K_{\theta_j} = \frac{M_j}{\theta_j} \cdot k_j \quad (2.46)$$

Generelt er:

$$K_{\theta_j} = \frac{EI}{l} = \frac{EI_c}{l_c} \quad (2.47)$$

Dermed kan uttrykket omskrives til:

$$\theta_j = M_j \cdot k_j \cdot \frac{l_c}{EI_c} \quad (2.48)$$

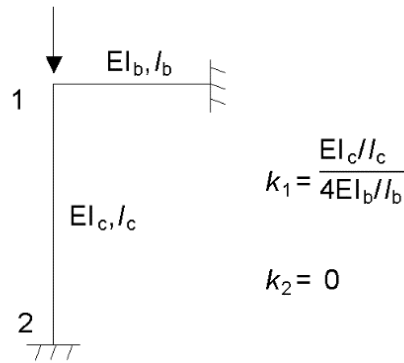
Faktoren k_j kan betraktes som et dimensjonsløst forholdstall som beskriver stivheten til knutepunkt j . k befinner seg mellom grenseverdiene 0 og ∞ . Hvis $k = 0$ betyr det at knutepunktet er fast innspent, mens $k = \infty$ representerer grensen for full rotasjonsfrihet. For Figur 2.15 vil $k_1 = \frac{\theta}{M} \cdot \frac{EI_c}{l_c}$, mens $k_2 = 0$.

Søylar som er tilknyttet bjelker har betydelig innvirkning på stivheten. Derfor beskrives endelig formel for relative rotasjonsfleksibiliteter [1]:

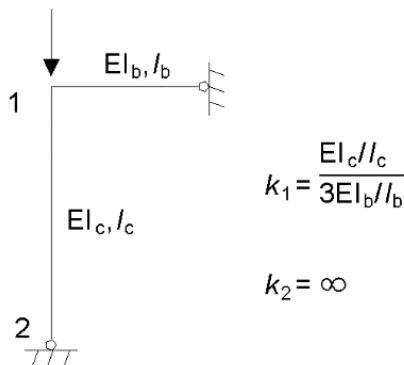
$$k_i = \frac{\theta}{M} \cdot \frac{EI}{l} = \frac{\text{Søylestivhet (betraktet søyle)}}{\sum \text{Tilknyttete (bjelke + søylestivheter)}} \quad (2.49)$$

Her er $\frac{EI}{l}$ betraktet søylestivhet til betraktet søyle mens $\frac{\theta}{M} = \frac{1}{K}$ er tilknyttet bjelke- og søylestivheter i knutepunkt j . Det er vanligvis en søyle som er tilknyttet i knutepunktet, men det er mulighet å for eksempel ha to tilknyttede skråsøylar.

Bjelkestivhetene er tatt fra basistilfeller [8]. Eksempel på hvordan denne formelen fungerer er gitt i Figur 2.16 og Figur 2.17 [2].



Figur 2.16: Eksempel 1: Rotasjonsfleksibilitet til søyle-bjelke forbindelse [2]



Figur 2.17: Eksempel 2: Rotasjonsfleksibilitet til søyle-bjelke forbindelse [2]

Ettersom formlene som er beskrevet hittil baserer seg på lineære analyser, bør det ta hensyn til ikke-lineære effekter hvis:

- [5.8.3.2 (5)] Betongen til de avstivende delene risser opp.
- [5.8.3.2 (4)] Hvis en tilstøtende søyle (etasjen over eller under) i et knutepunkt vil bidra til rotasjonen ved knekking. For dette tilfellet bør k erstattes med:

$$k = \frac{\theta}{M} \cdot \left[\left(\frac{EI}{l} \right)_a + \left(\frac{EI}{l} \right)_b \right] \quad (2.50)$$

a og b representerer trykkstavene (søylene) over og under knutepunktet. Se Figur 2.18.

Formel (2.50) gjelder hvis begge søylene vil nå sin kritiske knekklast på samme tid. Hvis den tilstøtende søylen har en relativt lav aksial belastning, kan den bidra til å motvirke momentet M . Følgende ligning kan da benyttes [2]:

$$k = \frac{\theta}{M_1 + M_2 + \dots + (1 - \alpha)M_a} \cdot \left(\alpha \frac{EI_a}{l_a} + \frac{EI_c}{l_c} \right) \quad (2.51)$$

Hvor M_1, M_2, \dots, M_i er motvirkende momenter i konstruksjonsdel 1, 2, ..., i . Se Figur 2.18.

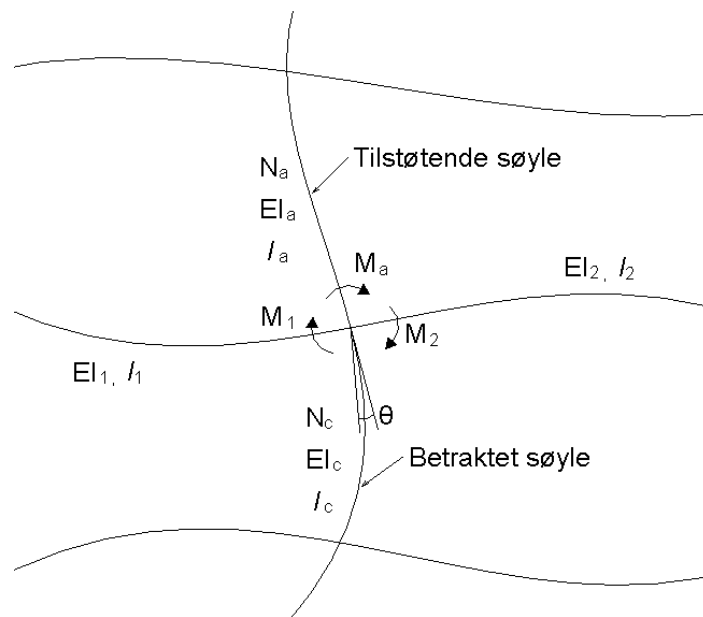
M_a er motvirkende moment fra tilstøtende søyle, kalkulert uten å ta hensyn til N_a . Se Figur 2.18.

$$\alpha = N_a / N_{Ba}$$

N_a er aksialkraft på tilstøtende søyle.
 N_{Ba} er knekklast til den tilstøtende søylen.

Formel (2.51) kan ha følgende utfall [2]:

- Hvis $N_a = 0$ ($\alpha = 0$) vil tilstøtende søyle bidra 100 % av sin kapasitet til å motvirke momentet M , sammen med bjelkene.
- Hvis $0 < N_a < N_{Ba}$ ($0 < \alpha < 1$) vil tilstøtende søyle delvis bidra til å motvirke momentet M , avhengig av verdien på α . k vil bli større enn tilfellet i a).
- Hvis $N_a = N_{Ba}$ ($\alpha = 1$) vil den tilstøtende søylen ikke bidra til å motvirke momentet M . k vil bli større enn tilfellet i b).



Figur 2.18: Noden til betraktet søyle med tilstøtende trykkstav [2]

Litt ubeleilig ved denne metoden er at det er vanlig praksis å benyttes k som absolutte stivhet (fjærstivhet etc.) og ikke rotasjonsfleksibilitet (dimensjonsløs) [9]. For eksempel ved beregning av knutepunkter etter EK3 [10], har hver basiskomponent, i , en fjærstivhet k_i [mm]. Derfor er det valgt å se på en alternativ metode for beregning av stivhet i **2.2.2**, som ble benyttet i Norsk Standard NS 3473:1998 som benytter rotasjonsinnspenningsgrad.

2.2.2 Knekk lengder basert på rotasjonsinnspenningsgrad

For søyler med fritt forskyvelige ender kan den effektive lengden bestemmes av formelen:

$$l_0 = l \cdot \beta = l \cdot \frac{2\sqrt{R_1 + R_2 - R_1 R_2}}{R_1 + R_2} \quad (2.52)$$

Tilhørende vendepunkt for andre ordens utbøying (infleksjonspunkt) sin beliggenhet fra ende «i» beregnes med $c = 2,4$ ved beregning av R_i . Opprinnelig var $c = 2,5$, men det er funnet ut at $c = 2,4$ er å foretrekke [9]:

$$\frac{l_i}{l} = \frac{R_i}{R_1 + R_2} \quad (2.53)$$

For søyler med uforskyvelige ender kan den effektive lengden bestemmes av formelen:

$$l_0 = l \cdot \beta = l \cdot \frac{2}{2 + 1,1R_{\min} + 0,9R_{\max}} \quad (2.54)$$

Tilhørende infleksjonspunkts beliggenhet fra ende i beregnes med $c = 4,8$ ved beregning av R_i [9]:

$$\frac{l_i}{l} = (1 - \beta) \frac{R_i}{R_1 + R_2} \quad (2.55)$$

$R_i = \frac{K_j}{K_j + c_i EI/l}$ er rotasjonsinnspenningsgradene ved søyleendene.

$K_j = \frac{M_j}{\theta_j}$ er rotasjonsstivheten til bjelker og søyler som er tilknyttet søyleende i .

Bakgrunnen for formlene:

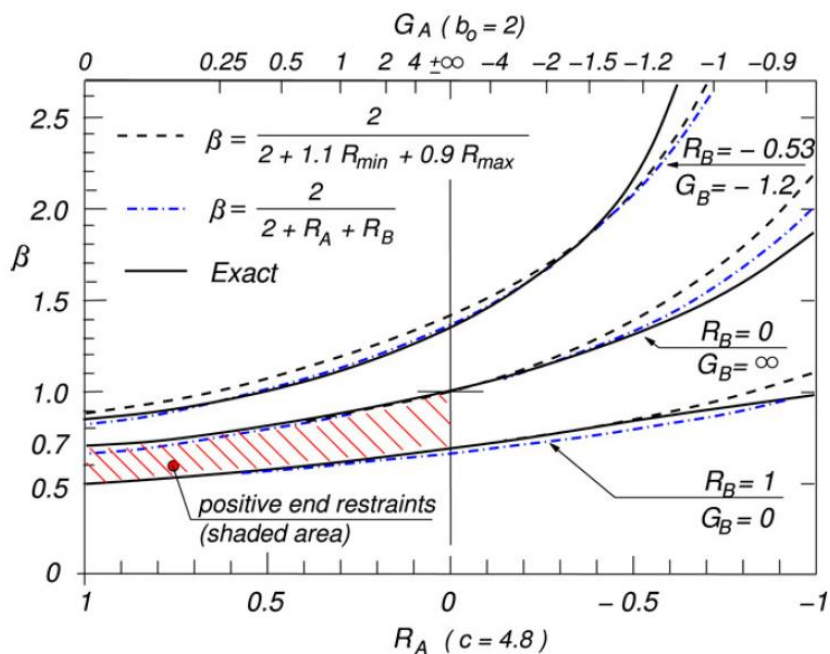
Formlene baserer seg på en fysisk modell utformet av Hellesland [9] og [11]. I denne modellen betraktes rotasjonsstivheten som en fjærstivhet og har yttergrensene $K = 0$ (fullstendig leddet) og $K = \infty$ (fullstendig momentstiv). NB! Som nevnt tidligere er det viktig å se forskjellen på K (rotasjonsstivhet «har benevning») og k (rotasjonsfleksibilitet «dimensjonsløs») beskrevet i **2.2.1**. Derfor benyttes det konsekvent stor K for rotasjonsstivhet for å skille mellom tilfellene, selv om det vanligvis benyttes liten k for rotasjonsstivhet. For å komme frem til β ble det benyttet matrisestatikk og matematiske formler basert på blant annet sinusformet utbøyning ved utknekking for å finne eksakte effektive lengder. For søyler med uforskyvelige ender ble følgende tre empiriske formler funnet:

$$\beta = \frac{2}{2 + R_A + R_B} \quad (2.56)$$

$$\beta = \frac{2}{2 + 1,1R_{\min} + 0,9R_{\max}} \quad (2.57)$$

$$\beta = \frac{1}{(1 + R_A)(1 + R_B)} \quad (2.58)$$

Figur 2.19 viser sammenligning av β faktorene for søyler med uforskyvelige ender.

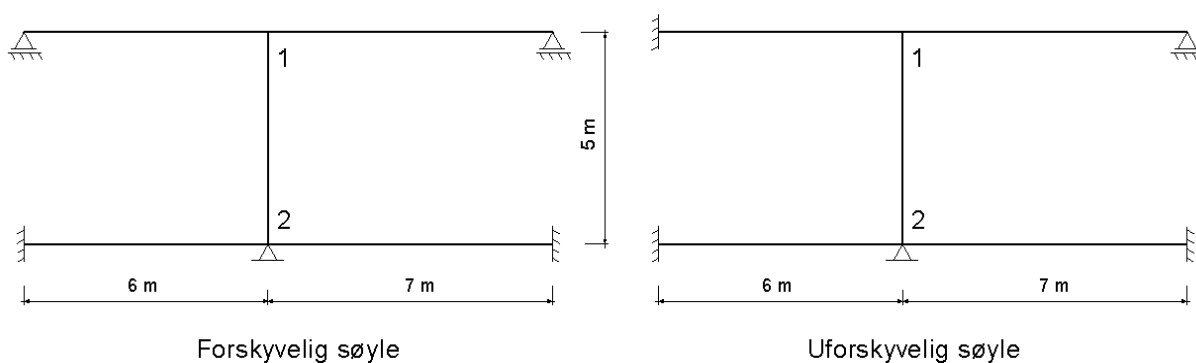


Figur 2.19: Sammenligning for avstivede effektive lengde faktorer [11]

Konklusjonen er at ligning (2.57) er den mest nøyaktig og mest anvendelig for håndberegning.

2.2.3 Sammenligning av metodene med beregningseksempel

I **vedlegg C** er det beregnet kneklengde for søylen mellom knutepunkt 1 og 2 etter metodene beskrevet i **2.2.1** og **2.2.2**. Figur 2.20 viser de to rammene i en forskyvelig og en uforskyvelig versjon.



Figur 2.20: Søyle i forskyvelig og uforskyvelig ramme

Forutsetninger:

- Søylen er tilsvarende den i Figur 2.7.
- Alle bjelkene har tverrsnitt $b \cdot h = 250 \text{ mm} \cdot 400 \text{ mm}$.

Den effektive lengden til søylen i den forskyvelige rammen er 6,06 m etter **2.2.1**, og 6,07 m etter **2.2.2**. For den uforskyvelige rammen er effektiv lengde 2,91 m etter **2.2.1**, og 2,93 m

etter 2.2.2. Metodene gir tilnærmet samme resultat for henholdsvis forskyvelig og uforskyvelig søyle.

En fordel med metoden basert på rotasjonsinnspenningsgrader er at beliggenheten til infleksjonspunktene langs søylen kan bestemmes. Dermed kan snitt hvor maks moment opptrer enklere finnes [1].

Forskyvelig:

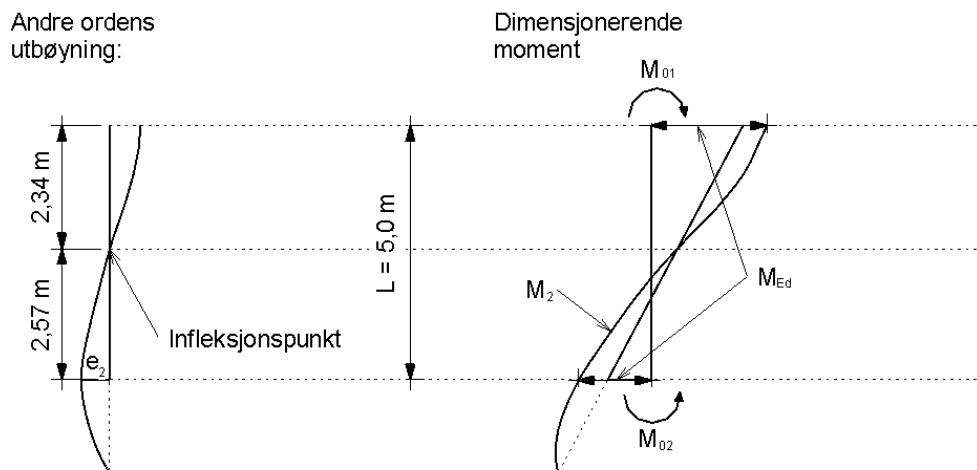
For den forskyvelige søylen i Figur 2.20 beregnes infleksjonspunktets avstand fra ende 1 og 2:

$$R_1 = 0,785795 \text{ og } R_2 = 0,830256$$

$$L_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot L = 2,43 \text{ m}$$

$$L_2 = L - L_1 = 2,57 \text{ m}$$

Det dimensjonerende totalmomentet finnes ved en av søyleendene, og er illustrert i Figur 2.21.



Figur 2.21: Lokalisering av dimensjonerende totalmoment i forskyvelig søyle [1]

Uforskyvelig:

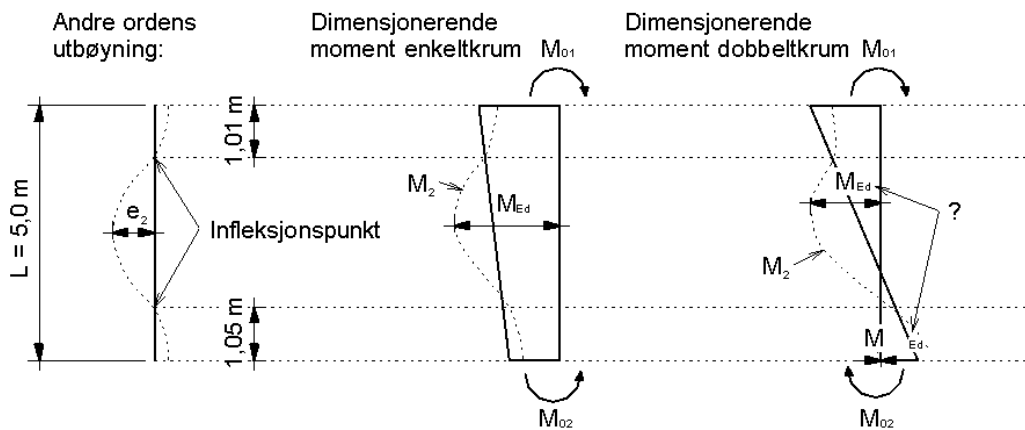
For den uforskyvelige søylen i Figur 2.20 beregnes infleksjonspunktets avstand fra ende 1 og 2:

$$R_1 = 0,692646 \text{ og } R_2 = 0,718113$$

$$L_1 = (1 - \beta) \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot L = 1,01 \text{ m}$$

$$L_2 = (1 - \beta) \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot L = 1,05 \text{ m}$$

Det dimensjonerende totalmomentet avhenger av om søylen er enkel- eller dobbeltkrum, og er illustrert i Figur 2.22.

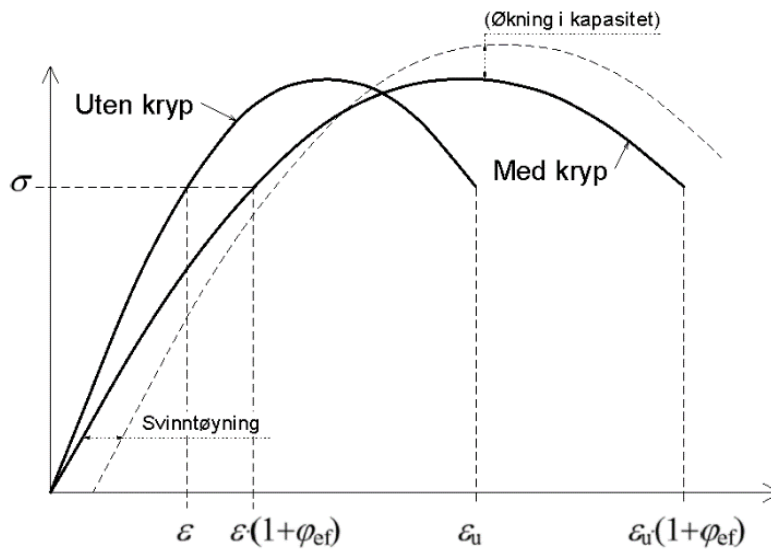


Figur 2.22: Lokalisering av dimensjonerende totalmoment i uforskyvelig søyle [1]

2.3 Kryp

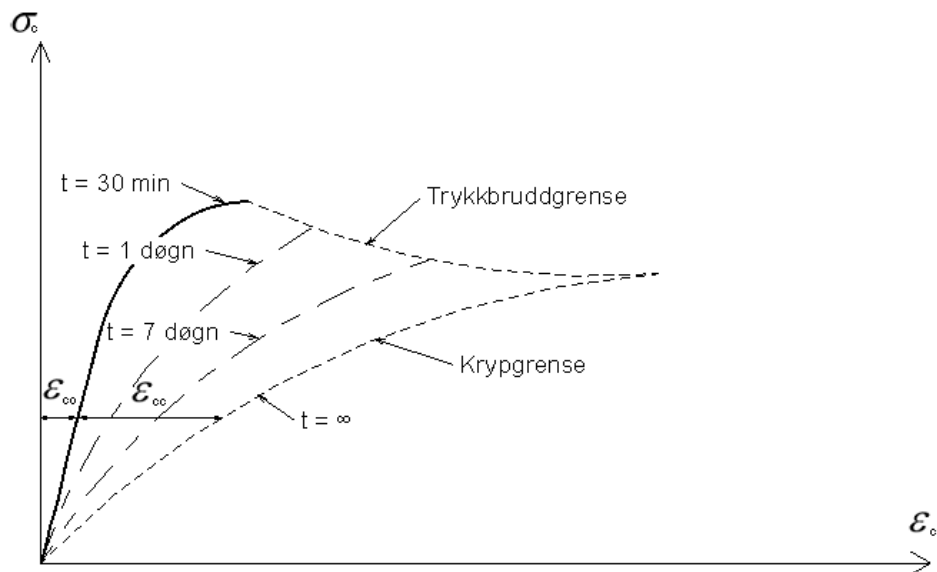
Betong som er påkjent av trykk over tid får en gradvis økning av tøyningene i tillegg til den momentane korttidsdeformasjonen. Denne effekten kalles krep og skyldes hovedsakelig partikkelbevegelser i betongens mikrostruktur. Krepdeformasjonen er sammensatt av forsinket elastisk- og viskøs deformasjon. Den viskøse deformasjonen går ikke tilbake ved avlastning. Tidligere ble det antatt at materialer måtte ha en viss belastning (krypgrense) før krep ville oppstå. Det er nå vist at alle materialer har et visst krep ved alle belastningsnivåer [22].

For slanke betongsøyler er det nødvendig å ta hensyn til krep ved dimensjonering. Figur 2.23 viser typisk spennings-/tøyingsgraf for betong beregnet med forenklet metoder med og uten krep [12].



Figur 2.23: Typisk beregnet spennings-/tøyningsforhold med og uten kryp [12]

De viktigste faktorene som påvirker kryptøyningen er materialsammensetning (effekten av kryp blir større når vann/sement andelen øker), tilslag, herdetid, relativ fuktighet, spenningsnivå og tid [7]. Figur 2.24 viser typisk virkninger fra krypforsøk [1].



Figur 2.24: Virkning av kryp har sammenheng mellom spenningsnivå og tid [1]

Ved beregning av slanke søyler beregnes det et kryptall som er forholdet mellom krypdeformasjon og momentan deformasjon. Det regnes med at omtrent $\frac{3}{4}$ av krypdeformasjonen er oppnådd ved belastning i ett år [22]. Det er enda uklart om kryp går mot en endelig grenseverdi. Både betong, treverk og komposittmaterialer har forholdsvis store krypdeformasjoner [22].

2.3.1 Kryp for slanke søyler [5.8.4]

Det kan tas hensyn til varigheten av lastene på en forenklet måte ved hjelp av et effektivt kryptall:

$$\varphi_{ef} = \varphi(\infty, t_0) \cdot M_{0Eqp}/M_{0Ed} \quad (2.59)$$

$\varphi(\infty, t_0)$ er endelig kryptall etter [3.1.4].

M_{0Eqp} er første ordens bøyemoment for kombinasjonen tilnærmet permanent last (bruksgrensetilstand).

M_{0Ed} er første ordens bøyemoment for dimensjonerende lastkombinasjon.

- Hvis forholdet M_{0Eqp}/M_{0Ed} varierer i en konstruksjonsdel benyttes tverrsnittets største moment.

Det kan ses bort fra virkningene av kryp ($\varphi_{ef} = 0$) hvis følgende tre forhold er oppfylt:

- $\varphi(\infty, t_0) \leq 2$
- $\lambda \leq 75$
- $M_{0Ed}/N_{Ed} \geq h$

Merk at hvis betingelsene for å se bort fra andre ordens effekter så vidt et oppfylt etter [5.8.2 (6)] eller [5.8.3.3], kan betraktningssmåten ved å se bort fra både kryp og andre ordens effekter være for lite konservativt [5]. Dette bør undersøkes nærmere i videre arbeid.

Dersom betongens trykkspenninger $\sigma_c \leq 0,45f_{ck}(t_0)$ kan kryptdeformasjonen uttrykkes på følgende måte:

$$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot \varepsilon_{c0} = \varphi(\infty, t_0) \cdot (\sigma_c/E_c) \quad (2.60)$$

t_0 er betongens alder i døgn ved belastning.

E_c er betongens tangent E-modul, og kan etter [3.1.4 (2)] forenkles settes $\approx 1,05 \cdot E_{cm}$.

I realiteten er kryp et ikke-lineært fenomen, dette gjelder spesielt dersom betongens trykkspenninger $\sigma_c > 0,45f_{ck}(t_0)$. Den ikke-lineære effekten til betong under store spenninger er i hovedsak resultat fra mikrosprekkdannelse. Ligningen under representerer en forenkling som beskriver graden av økningen til kryp, men tar ikke hensyn til at ikke-linearitet avtar med økende varighet på belastning.

$$\varphi_{hl}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0)e^{(1,5(k_\sigma - 0,45))} \quad (2.61)$$

k_σ er forholdet mellom spenning og fasthet $\sigma_c/f_{ck}(t_0)$. Der σ_c er trykkspenning og $f_{ck}(t_0)$ er betongens karakteristiske trykkfasthet på belastningstidspunktet gitt som:

$$f_{ck}(t) = \begin{cases} f_{cm}(t) - 8(\text{MPa}) \text{ når } 3 < t < 28 \text{ døgn} \\ f_{ck} \text{ når } t \geq 28 \text{ døgn} \end{cases} \quad (2.62)$$

Bakgrunnen for formlene:

Det effektive kryptallet som er gitt av formelen $\varphi_{ef} = \varphi \cdot M_{0Eqp}/M_{0Ed}$ stammer fra betraktning av kurvatur. Hvis det antas urisett betong, som er påkjent av et moment M , med verdier $M_{0Eqp} = M_{long}$ og $M_{0Ed} = M_u$. Her er M_{long} første ordens moment under langtidslast (quasi-permanent) og M_u er første ordens moment under dimensjonerende last (ULS).

Følgende formler gjelder for kurvatur [12]:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{long} = (1 + \varphi) \frac{M_{long}}{E_c I_c} \quad (\text{langtidslast etter lang tid}) \quad (2.63)$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)_u = \left(\frac{1}{r}\right)_{long} + \frac{M_u - M_{long}}{E_c I_c} \quad (\text{dimensjonerende last etter lang tid}) \quad (2.64)$$

Med effektiv kryptall kan kurvaturen ved dimensjonerende langtidslast beskrives:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_u = (1 + \varphi_{ef}) \frac{M_u}{E_c I_c} \quad (2.65)$$

Kombinasjon av de tre uttrykkene gir formelen:

$$\varphi_{ef} = \varphi \frac{M_{long}}{M_u} \quad (2.66)$$

Det er funnet ut at formelen gir et godt resultat, også for armert opprisset betong. Det er vist i rapporten til Westerberg at det effektive kryptallet som baserer seg på første ordens momenter også er relevant for tilfeller med andre ordens effekter [12].

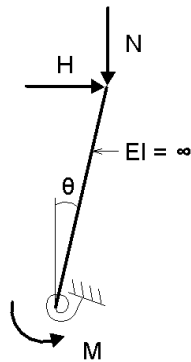
Selve ideen med effektivt kryptall er å karakterisere krypeffekten med en enkel parameter. Dermed kan kritisk last kalkuleres i ett enkelt steg. For slanke betongsøyler er det sett bort fra følgende effekter [12]:

- Spenningsendring i tidsintervallet.
- Svinn.
- Økning av betongfastheten over tid.

Grunnen til at det er sett bort i fra svinn og styrkeøkningen til betongen er at det antas at styrkeøkningen til betongen kompenserer for eventuelle ikke-konservative effekter svinn kan gi (se Figur 2.23), samt at det gjør metoden bedre egnet for håndberegning. Hadde svinn vært tatt med ville det vært enda en parameter å ta hensyn til [12]. Det blir for komplisert å ha med spenningsendringer i tidsintervall ved håndberegning. Dette egner seg kun i dataprogrammer.

Merk at metoden med effektivt kryptall ikke er godt egnet dersom det statiske systemet endrer seg. Det kan for eksempel skje dersom byggehistorien må tas hensyn til. Metoden er heller ikke egnet dersom ulike byggefaser skal beregnes, som for eksempel fritt frambygg.

Den kombinerte effekten av krep og andre ordens effekter kan bli illustrert av Figur 2.25 [12]:



Figur 2.25: Uendelig stiv utkraget bjelke, med delvis-innspent knutepunkt

Som nevnt tidligere kan rotasjonsstivheten generelt skrives som:

$$K_{\theta} = \frac{M}{\theta} \quad (2.67)$$

Innfører at stivhetsparameteren er tidsavhengig, slik at:

$$K_{\theta} = \frac{1}{\gamma} \quad (2.68)$$

Der

$$\gamma(t) = \gamma_0 \cdot (1 + \varphi(t)) \rightarrow \gamma(\varphi) = \gamma_0 \cdot (1 + \varphi) \quad (2.69)$$

Formel for rotasjonsstivheten kan nå skrives:

$$\theta = \gamma(\varphi) \cdot M \quad (2.70)$$

Momentlikevekt gir:

$$M = H \cdot l + N \cdot l \cdot \theta \quad (2.71)$$

Setter uttrykk (2.70) inn i (2.71):

$$M = H \cdot l + N \cdot l \cdot \gamma(\varphi) \cdot M \quad (2.72)$$

Løser for M:

$$M = \frac{H \cdot l}{1 - N \cdot l \cdot \gamma(\varphi)} \quad (2.73)$$

Denne løsningen kan bare brukes hvor lasten er konstant med tiden.

Under lineære forhold kan det antas at krepdeformasjonene er proporsjonale med betongspenningene. Ved konstant spenningsnivå blir den totale spenningsavhengige tøyningen [1]:

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \frac{\sigma_c}{E_{cm}} + \frac{\sigma_c}{E_c} \cdot \varphi(t, t_0) \quad (2.74)$$

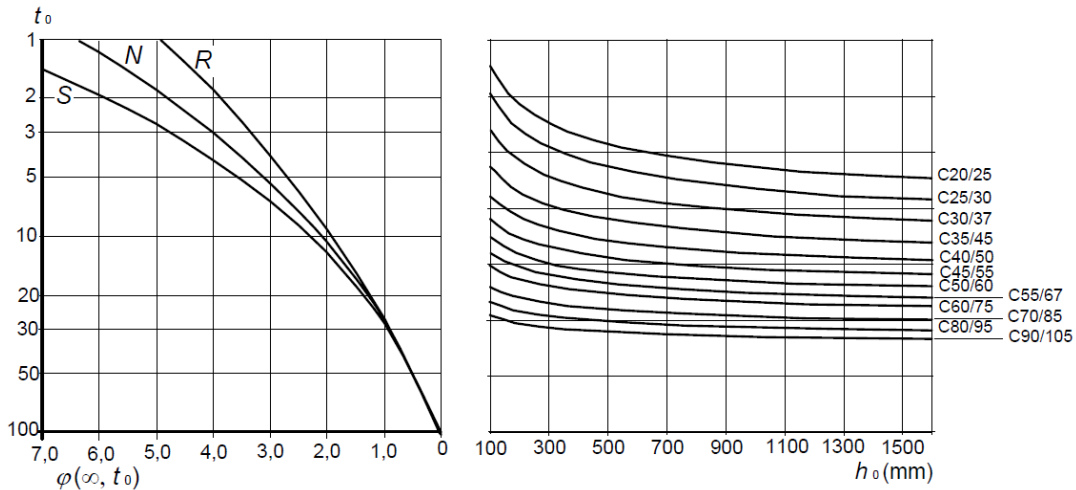
Som kan omskrives til

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \frac{\frac{\sigma_c}{E_{cm}}}{1 + \frac{E_{cm}}{E_c} \cdot \varphi(t, t_0)} \approx \frac{\sigma_c \cdot (1 + \varphi(t, t_0))}{E_{cm}} = \frac{\sigma_c}{E_{cl}} \quad (2.75)$$

E_{cl} er «langtids E-modul».

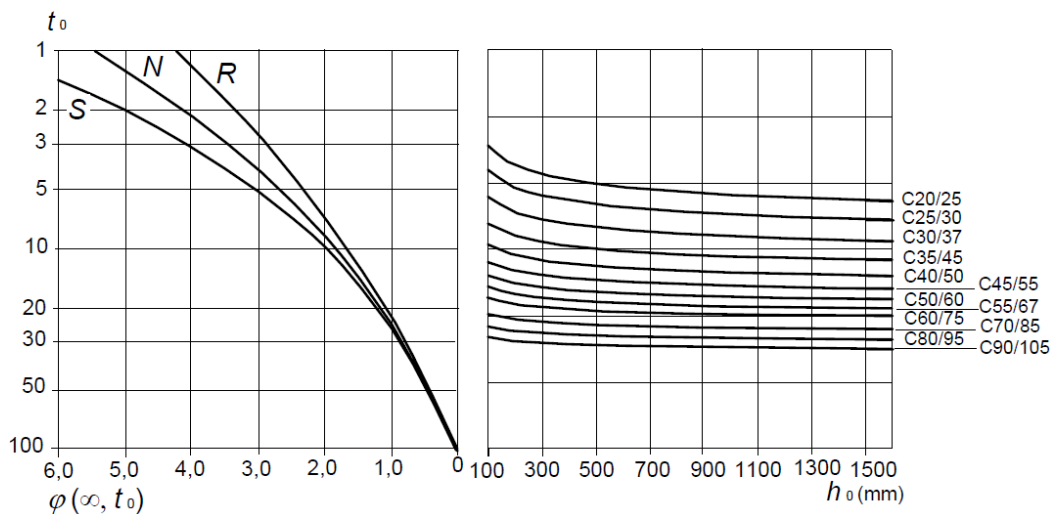
2.3.2 Beregning av kryptall etter [3.1.4] i EK2

Der det er tilfredsstillende med et mindre nøyaktig estimat kan verdiene gitt under brukes for krep i betongen. Figur 2.26 benyttes for å bestemme kryptallet ved innendørs forhold – RH = 50 %:



Figur 2.26: Kryp graf ved innendørs forhold [5]

For utendørs forhold – RH = 80 % kan kryptallet bestemmes etter Figur 2.27:



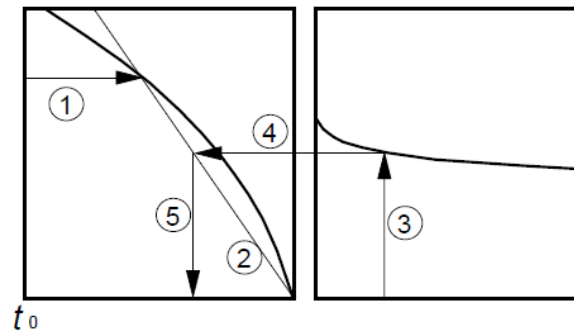
Figur 2.27: Kryp graf ved utendørs forhold [5]

t_0 er betongens alder på belastningstidspunkt i døgn.

h_0 er den effektive tverrsnittstykkelsen $= 2A_c/u$, der A_c er betongens tverrsnittsareal og u er omkretsen av den delen som er eksponert for uttørking.

S, N og R er betongklasse etter [3.1.2 (6)].

Beregningsfremgang er gitt i Figur 2.28:



Figur 2.28: Fremgangsmetode [5]

- ① Merk krysningspunktet for t_0 og sementklasse.
- ② Lag tangentlinje. Merk at for $t_0 > 100$ er det tilstrekkelig nøyaktig å anta $t_0 = 100$ (og bruke tangentlinjen).
- ③ Finn krysningspunkt mellom h_0 og fasthetsklasse.
- ④ Trekk en horisontal linje mellom punkt 3 og tangentlinjen fra punkt 2.
- ⑤ Trekk en vertikal linje fra punkt 4, og finner dermed kryptallet. Merk at krysningspunktet mellom linje 4 og 5 kan også ligge over punkt 1.

2.3.3 Beregning av kryptallet etter tillegg B i EK2

For en mer presis metode for beregning av kryptallet, $\varphi(\infty, t_0)$, kan følgende formler benyttes:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t, t_0) \quad (2.76)$$

t er betongens alder i døgn på det betraktede tidspunktet. Det benyttes dimensjonerende levetid på betongkonstruksjonen istedenfor uendelig lang tid som [3.1.4].

φ_0 er det normerte kryptallet som kan beregnes ut fra:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (2.77)$$

φ_{RH} er en faktor som skal ta hensyn til virkningen av betongfastheten på det normerte kryptallet (RH er den relative fuktigheten i %):

$$\varphi_{RH} = \begin{cases} 1 + \frac{1 - RH/100}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}}, & \text{for } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa} \\ \left[1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2, & \text{for } f_{cm} > 35 \text{ MPa} \end{cases} \quad (2.78)$$

$\beta(f_{cm})$ er en faktor som tar hensyn til virkningene av betongfastheten på det normerte kryptallet:

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (2.79)$$

f_{cm} er middelvei av betongtrykkfasthet etter 28 døgn.

$\beta(t_0)$ er en faktor som tar hensyn til virkningene på det normerte kryptallet av betongens alder ved påført belastning:

$$\beta(t_0) = \frac{1}{(0,1 + t_0^{0,20})} \quad (2.80)$$

h_0 er den effektive tverrsnittstykkelsen av en konstruksjonsdel, forklart i **2.3.2**.

$\beta_c(t, t_0)$ beskriver kryptutviklingen i forhold til tid etter belastning, og beregnes ut fra følgende uttrykk:

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{(t - t_0)}{(\beta_H + t - t_0)} \right]^{0,3} \quad (2.81)$$

$t - t_0$ er antall belastede døgn.

β_H avhenger av relativt fuktighet og tverrsnittstykkelsen. Den kan beregnes ut fra:

$$\beta_H \text{ er } \begin{cases} 1,5[1 + (0,012RH)^{18}]h_0 + 250 \leq 150, & \text{for } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa} \\ 1,5[1 + (0,012RH)^{18}]h_0 + 250\alpha_3 \leq 1500\alpha_3, & \text{for } f_{cm} > 35 \text{ MPa} \end{cases} \quad (2.82)$$

α_i er faktorer som tar hensyn til betydningen av betongens fasthet:

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7} \quad \alpha_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2} \quad \alpha_3 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,5} \quad (2.83)$$

For å ta hensyn til sementtype, kan alderen ved belastning, t_0 , justeres ved å fylle inn i uttrykk (2.84):

$$t_0 = t_{0,T} \cdot \left(\frac{9}{2 + t_{0,T}^{1,2}} + 1 \right)^\alpha \geq 0,5 \quad (2.84)$$

α er en eksponent som avhenger av sementtypen ($S = -1$, $N = 0$, $R = 1$).

$t_{0,T}$ er betongens alder i døgn ved belastning, justert for temperatur i henhold til følgende uttrykk:

$$t_T = \sum_{i=1}^n e^{-\left(\frac{4000}{[273+T(\Delta t_i)]} - 13,65\right)} \cdot \Delta t_i \quad (2.85)$$

t_T er betongens alder justert for temperatur og erstatter t i de aktuelle ligninger.

$T(\Delta t_i)$ er temperaturen i °C i løpet av tidsrommet Δt_i .

Δt_i er antall døgn med temperatur T .

Hvis det ikke ønskes å justere for temperatur kan $t_{0,T} = t_0$ benyttes, forenklet.

Bakgrunnen for formlene:

Formel (2.85) ble også brukt i en eldre metode for beregning av kryp og svinn som heter «Bazant-Panula Model», publisert av Materials & Structures (RILEM) i 1979 [16, 17, 18]. Det blir ikke gått nærmere inn på BP-metoden annet enn å understreke likheten i tankegangen den har med tillegg B med tanke på luftfuktighet, effektiv tverrsnittstykkelse og prinsippet med lineær superposisjon [19].

Formelen for betongens alder justert for temperatur kan skrives om til:

$$t_T = \sum_{i=1}^n e^{-\left(\frac{4000}{273+T(\Delta t_i)} - 13,65\right)} \cdot \Delta t_i = \sum_{i=1}^n e^{\left(13,65 - \frac{4000}{273+T(\Delta t_i)}\right)} \cdot \Delta t_i \quad (2.86)$$

Referansetemperaturen er $T(\Delta t_i) = 20^\circ\text{C}$, da $t_T = 1$. Formelen stammer opprinnelig fra Arrhenius ligning som beskriver hvordan farten på en kjemisk reaksjon avhenger av temperaturen. I ligningen er 4000 konstant. Alternativt kunne det benyttes en variabel (Arrhenius opprinnelige ligning benytter variabelen, U = aktiveringsenergi). Ettersom formelen ikke benytter noen variabel, er det innført formel for å ta hensyn til virkningene av sementtypen:

$$t_0 = t_T \cdot \left(\frac{9}{2 + t_T^{1,2}} + 1\right)^\alpha \geq 0,5 \quad (2.87)$$

Her er t_T betongens alder justert for temperatur, og t_0 er alderen til betongen justert for både sementtype og temperatur.

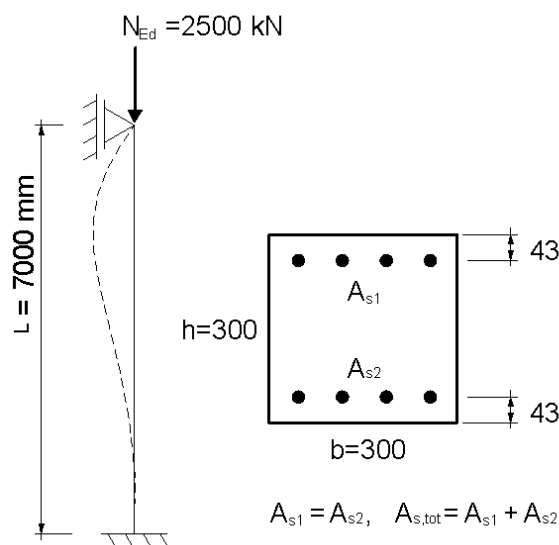
Resterende formler for kryp, beskrevet i tillegg B, er såkalte «semi-empiriske» formler justert for data fra en elektronisk databank for resultater fra laboratorieforsøk. Merk at tillegg B har en tendens til å overestimere kryptallet for slanke betongkonstruksjoner [20]. Den midlere variasjonskoeffisienten for kryptallet er i størrelsesorden 20 % [5].

Formlene i tillegg B ble utviklet av «General task group 9» som CEB etablerte i 1980 for å undersøke kryp- og svinndeformasjoner. De ga ut «*Evaluation of the time dependent behavior of concrete*» [20] som er en rapport til arbeidet som ble gjort. Dette var grunnlaget for metoden som er benyttet i CEB-FIP MC90 (Model Code 1990) [21].

En kommentar til MC90 for beskrivelse av kryp over tid, $\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{(t-t_0)}{(\beta_H+t-t_0)} \right]^{0,3}$ er at den er beskrevet med en hyperbolsk tidsfunksjon som går mot en asymptotisk grenseverdi hvis $t \rightarrow \infty$. Som nevnt tidligere er det er ikke påvist om krypprossesen fortsetter det uendelige. Rent praktisk er dette ikke noe problem, da kryp-økningen er svært liten etter lang tid.

2.3.4 Sammenligning av [3.1.4] og tillegg B

Det er beregnet kryptall for søylen i Figur 2.29 etter [3.1.4] og tillegg B i **vedlegg D**.



Figur 2.29: Beregning av kryp for søyle

Det er en innendørs enkeltstående søyle med følgende forutsetninger:

- Betongkvalitet B45.
- Relativ fuktighet er satt til 40 %.
- Betongens dimensjonerende levetid er 50 år.
- Betongens alder ved belastning er 5 døgn.
- Det benyttes sementklasse R (*rapid hardening high strength cement*).
- Betongens temperatur i løpet av de 5 første døgnene etter støpning er $30 \text{ }^\circ\text{C}$.
- Dimensjonerende aksiallast er konstant gjennom konstruksjonens levetid.

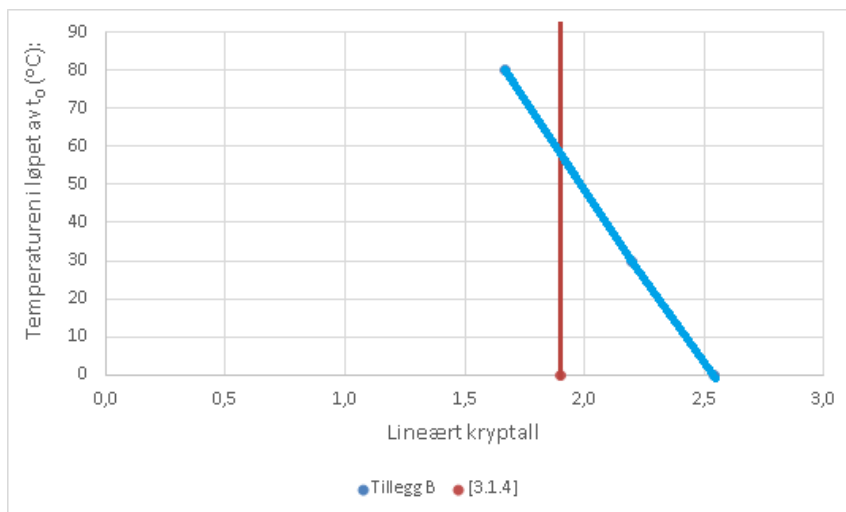
Dette eksempelet gir relativt stor forskjell i kryptallet. Siden $\sigma_c > 0,45f_{ck}(5)$ bør det tas hensyn til ikke-lineært kryp. Fra beregningene i **vedlegg D** blir dette kryptallet henholdsvis $\varphi_{nl}(t, t_0) = 3,5$ og $\varphi_{nl}(t, t_0) = 4,1$ etter metode [3.1.4] og etter tillegg B.

Hvis størrelsen på aksialkraften hadde vært mindre, slik at $\sigma_c \leq 0,45f_{ck}(t_0)$ er det tilstrekkelig å benytte det lineære kryptallet. Ved metode gitt i [3.1.4] ble $\varphi(t, t_0) \approx 1,9$ og etter tillegg B ble $\varphi(t, t_0) = 2,2$.

Det ikke-lineære kryptallet ganges opp med en faktor som er lik for begge metodene. Det er grunnen til at den prosentvise økningen etter tillegg B er 13,6 % større for både det lineære og ikke-lineære kryptallet sammenlignet med metode i [3.1.4].

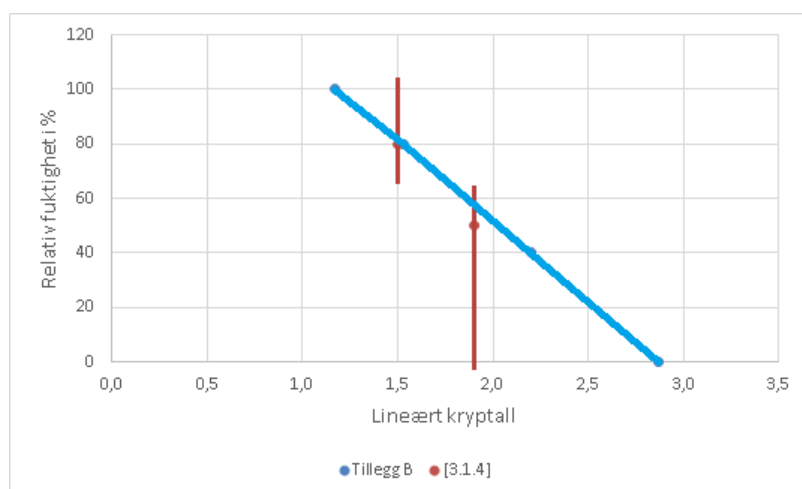
Hovedforskjellen mellom metodene er blant annet at tillegg B tar mer nøyaktig hensyn til relativ luftfuktighet og belastningstidspunkt. Metoden i [3.1.4] har en graf for 50 % og 80 % relativ fuktighet, der begge grafene gjelder for omgivelsestemperaturer mellom -40 °C og +40 °C. En annen faktor er at tillegg B tar hensyn til virkning av økte eller reduserte temperaturer innenfor området 0 – 80 °C på betongens modenhet. Dette gjør ikke [3.1.4], og svaret kan derfor avvike på grunn av dette.

I grafene nedenfor er variablene fra referanseeksempellet endret, og det lineære kryptallet er beregnet. Figur 2.30 viser hvordan kryptallet endrer seg etter tillegg B ved å endre temperaturen i løpet av t_0 . Metoden etter [3.1.4] tar som nevnt ikke hensyn til dette.



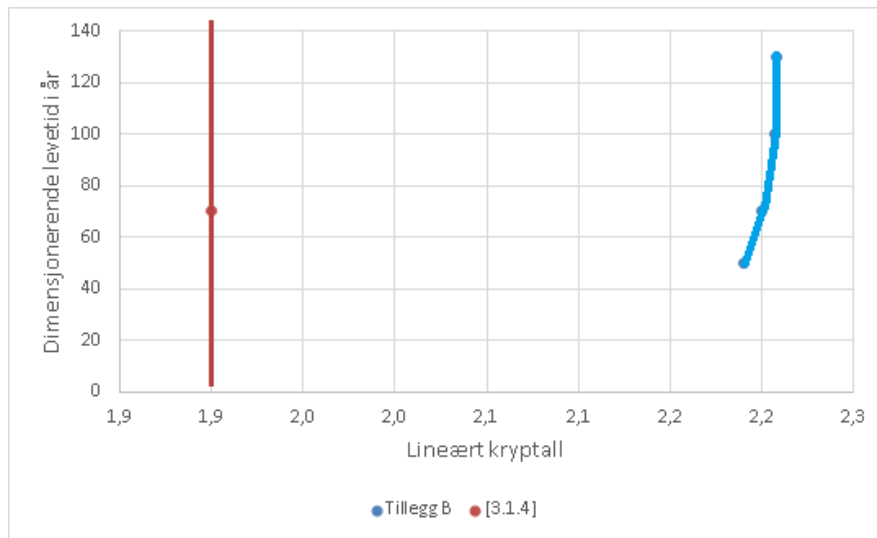
Figur 2.30: Endring av temperatur i løpet av t_0

Figur 2.31 viser hva det lineære kryptallet blir ved å endre parameteren for relativ fuktighet. Ved tillegg B kan eksakt RH benyttes. Derfor blir avvikene størst ved yttergrensene 0 % og 100 % RH.



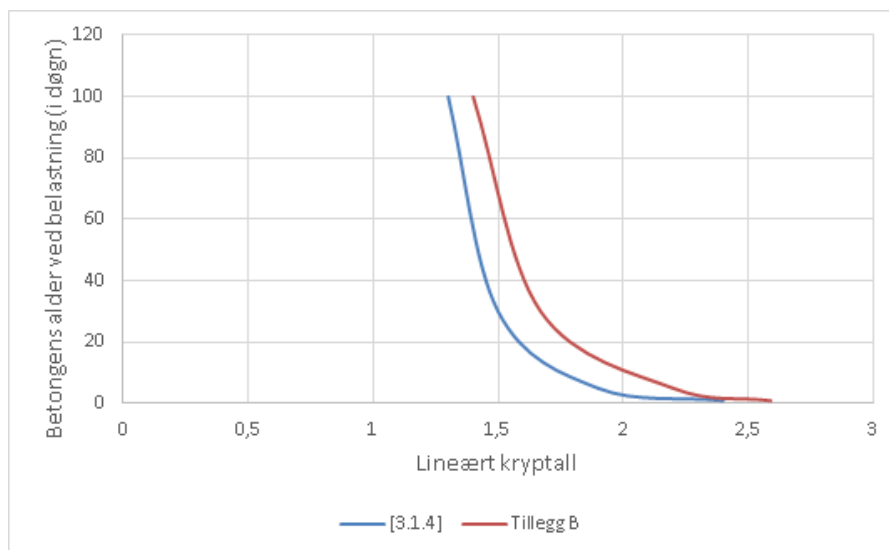
Figur 2.31: Endring av relativ fuktighet

Figur 2.32 viser hvordan kryptallet endrer seg etter betongens alder. Etter tillegg B vil kryptallet endre seg litt ved endring av dimensjonerende levetid. Metoden etter [3.1.4] ikke tar hensyn til dimensjonerende levetid [5].



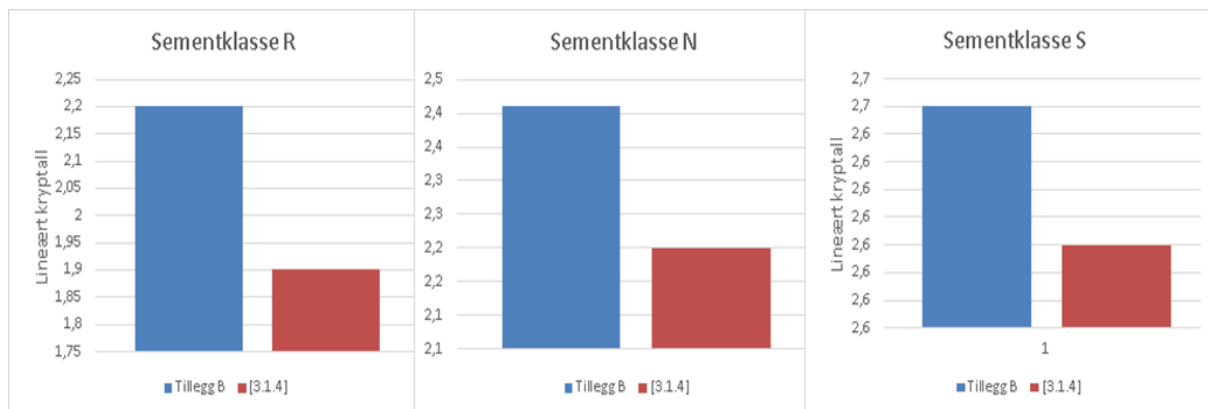
Figur 2.32: Endring av dimensjonerende levetid

Figur 2.33 viser kryptall ved ulik belastningstidspunkt, som endrer seg omtrent likt for begge metodene.



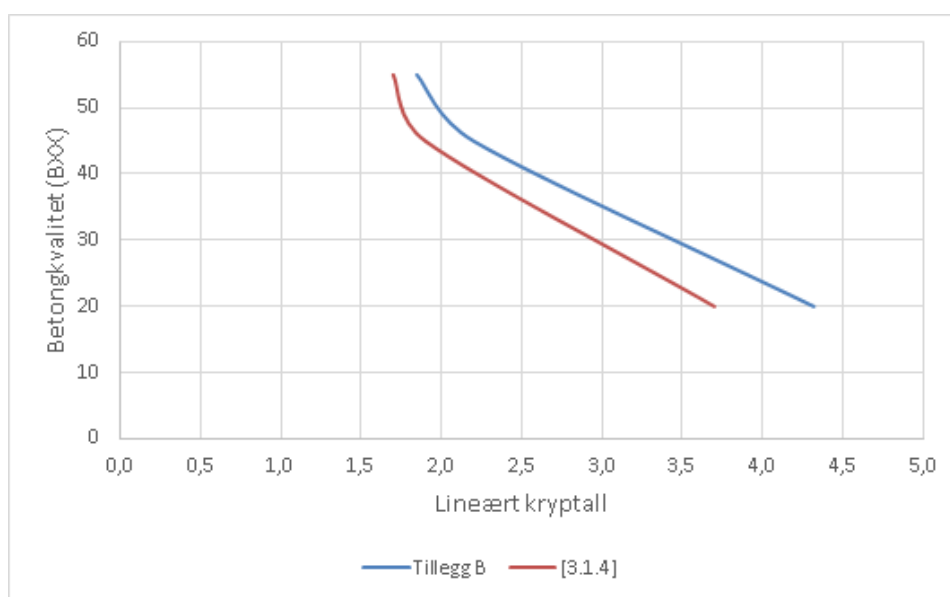
Figur 2.33: Kryptall ved ulik belastningstidspunkt

Figur 2.34 viser kryptallet ved endring av sementklassen. Forskjellen er prosentvis størst ved bruk av sementklasse R.



Figur 2.34: Kryptall ved ulike sementklasse

Figur 2.35 viser hvordan kryptallet endrer seg ved ulike betongkvaliteter for begge metodene.



Figur 2.35: Endring av betongkvalitet

Kryptallet etter [3.1.4] kan gi for lavt kryptall, og dermed være ikke-konservativt. I vanlig praksis bør tillegg B benyttes for bestemmelse av kryptallet. Etter forfatterens skjønn bør metoden i [3.1.4] vurderes å skiftes ut da den ikke har tilstrekkelig nøyaktighet, samt en lite logisk fremgangsmåte ved å hoppe mellom to grafer.

2.4 Geometrisk avvik [5.2]

Det skal tas hensyn til ugunstige virkninger av mulige utilsiktet avvik. Det inngår avvik i konstruksjonens geometri og i plassering av lastene i konstruksjonsanalysen. Dette gjelder både for konstruksjonsdelene lokalt og den samlede konstruksjonen globalt sett. I bruksgrensetilstand kan de geometriske avvikene neglisjeres.

Avviket kan være en helning θ_i gitt ved:

$$\theta_i = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m \quad (2.88)$$

$\theta_0 = 1/200$ er basisverdien.

$\alpha_h = 2/\sqrt{l}$; $2/3 \leq \alpha_h \leq 1$ er reduksjonsfaktor for lengde eller høyde.

$\alpha_m = \sqrt{0,5(1 + 1/m)}$ er reduksjonsfaktor for antall konstruksjonsdeler.

l er lengden eller høyden [m].

m er antallet vertikale konstruksjonsdeler som bidrar til den samlede virkningen.

Uttrykkene for l og m avhenger av hva som undersøkes:

- Enkeltstående konstruksjonsdel: l = konstruksjonens faktiske lengde og $m = 1$.
- Avstivingsystem: l = bygningens høyde og m = antallet vertikale konstruksjonsdeler som bidrar til den horisontale kraften på avstivingsystemet.
- Gulv- eller takskiver som fordeler horisontale laster: l = etasjehøyde, m = antallet vertikale konstruksjonsdeler i etasjen(e) som bidrar til den samlede horisontale kraften på skivene.

Lokalt, for enkeltstående konstruksjonsdeler, kan det geometriske avviket tas hensyn til ved alternativ a) eller b):

a) Ved eksentrisitet e_i :

$$e_i = \theta_i l_0 / 2 \quad (2.89)$$

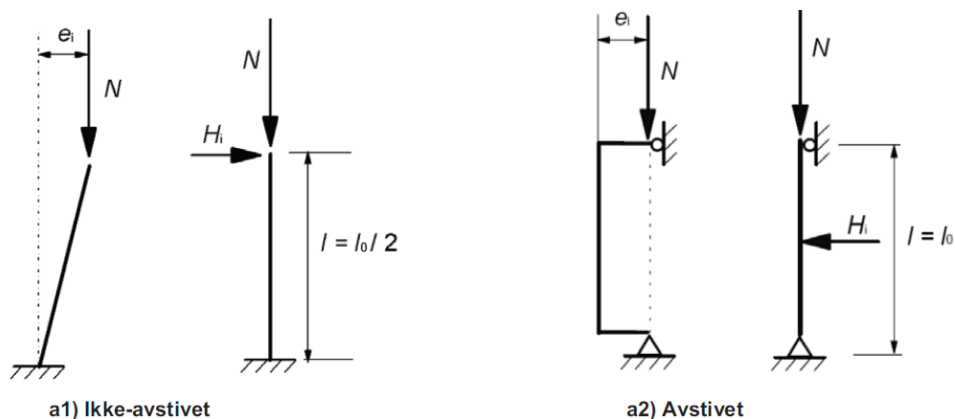
l_0 er effektiv lengde, se 2.2.

For vegger og enkeltsøyler i avstivende systemer kan forenklet $e_i = l_0/200$ benyttes.

b) Ved å innføre en last H_i plassert slik at den gir det største momentet:

$H_i = \theta_i N$ for ikke-avstivende konstruksjonsdeler, se Figur 2.36 a1).

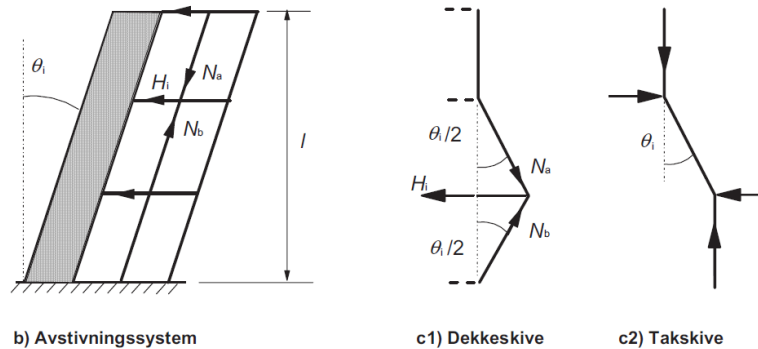
$H_i = 2\theta_i N$ for avstivende konstruksjonsdeler, se Figur 2.36 a2).



Figur 2.36: Enkeltstående konstruksjonsdeler med eksentrisk aksialkraft eller kraft i tverretning [5]

Globalt: Virkningen av helningen θ_i tas hensyn til som krefter i tverretningen og inkluderes i analysen som øvrige lastpåvirkninger:

- Avstivningssystem: $H_i = \theta_i(N_b - N_a)$, se Figur 2.37 b).
 - Dekkeskive: $H_i = \theta_i(N_b + N_a)/2$, se Figur 2.37 c1).
 - Takskive: $H_i = \theta_i N_a$, se Figur 2.37 c2).
- N_a og N_b er aksialkrefter som gir bidrag til H_i .



Figur 2.37: Eksempler på virkningen av geometriske avvik [5]

Øvrig:

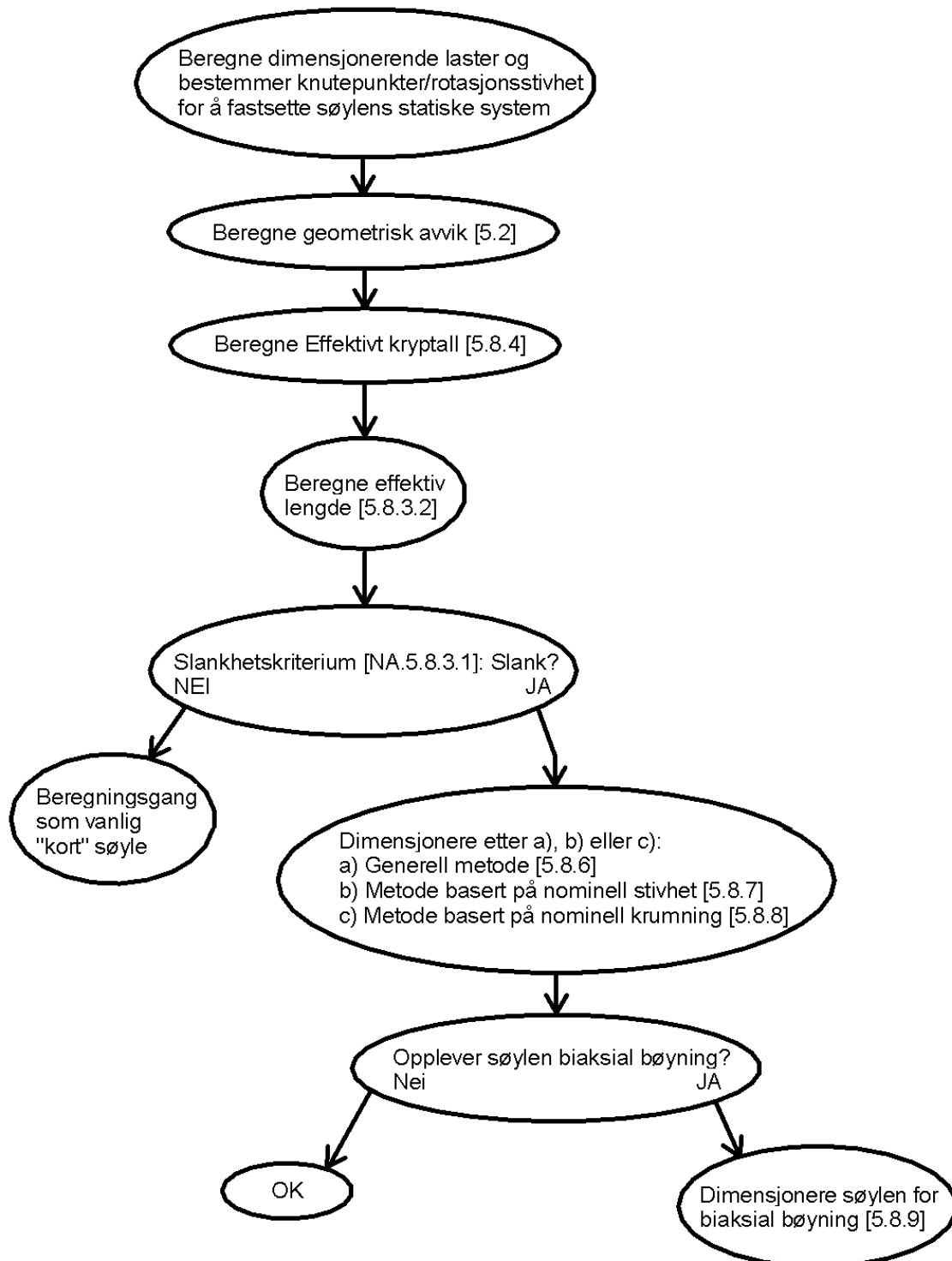
- Det er kun nødvendig å ta hensyn til geometriske avvik i den hovedretningen der de vil ha mest ugunstig virkning.
- Totalmomentet for tverrsnitt påkjent av aksial trykkraft i bruddgrensetilstand skal være større enn $N_{Ed} \cdot e_{min} = N_{Ed} \cdot \max\{20; h/30\}$, der h er tykkelsen av tverrsnittet og e_{min} er minsteeksentrisitet etter EK2 [6.1 (4)]. Dette er en minsteverdi på totalmomentet, som må kontrolleres med beregnet totalmoment for slanke søyler (inkludert geometrisk avvik).

2.5 Beregningsmetoder [5.8.4]

Det er beskrevet tre beregningsmetoder. En generell metode basert på en andre ordens ikke-lineær analyse og to forenklede metoder. Den forenklede metoden basert på nominell stivhet egnes både for enkeltstående konstruksjonsdeler og hele konstruksjonssystemer. Forenklet metode basert på nominell krumning er hovedsakelig egnet for enkeltstående konstruksjonsdeler [5].

Figur 2.38 viser et forslag til beregningsgang i EK2 for enkeltstående slanke søyler i armert betong.

Beregningsgang for enkeltstående slanke søyler EK2:



Figur 2.38: Beregningsgang for enkeltstående slanke søyler i armert betong etter EK2

2.5.1 Generell metode [5.8.6]

Ettersom metoden bygger på ikke-lineære analysemetoder gjelder generelle regler for ikke-lineære analysemetoder gitt i EK2 [5.7]. De ikke-lineære materialegenskaper og forskyvninger må inngå i likevektsbetingelsene. Følgende antagelser må tilfredsstilles [6]:

- Lineære fordeling av spenninger.
- Lik spenning i armering og betong i samme snitt.
- Spenning-tøyningsrelasjon for betong og stål

Som sikkerhetsfaktor gitt i [5.8.6 (3)] benyttes dimensjonerende verdier i analysen. Siden E-modulen varierer mindre enn for f_{cd} , bør også sikkerhetsfaktoren være mindre. For betong er sikkerhetsfaktoren $\gamma_c = 1,5$ som tar hensyn til variasjon av styrkeforholdet og geometrisk avvik av tverrsnittet. Ved å anta en faktor på 1,1 for de geometriske avvikene og normalt forhold mellom f_c og E_c kan følgende sikkerhetsfaktor beskrives for $E_{cd} = E_{cm}/\gamma_{CE}$, der

$$\gamma_{CE} = 1,1 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{1,5}{1,1}\right)} \approx 1,2 \quad (2.90)$$

Tredjeroten stammer av at formelen for E-modulen kan skrives som $E_c = 10000 \cdot f_c^{\frac{1}{3}}$.

Anbefalt sikkerhetsfaktor for betongens E-modul er $\gamma_{CE} = 1,2$ både i EK2 og det nasjonale tillegget. For stål er variasjonen til E-modulen neglisjerbar, derfor benyttes det ingen sikkerhetsfaktor [2].

Det kan tas hensyn til kryp ved å øke lasten og tiden steg for steg. For hvert steg tas det med spenninger og tøyninger/forskyvninger som startverdier i neste steg [2]. Som en forenklet metode kan det tas hensyn til kryp ved å multiplisere alle tøyningsverdier i betongens spennings-/ tøyningsdiagram med en faktor $(1 + \varphi_{ef})$, se [5.8.6 (4)].

Den generelle metoden betraktes som den mest nøyaktige av de tre beregningsmetodene. Den begrensende faktoren er kapasiteten til beregningsprogrammet eller datakraft.

2.5.2 Metode basert på nominell stivhet [5.8.7]

Generelt for begge metodene er at totalmomentet for en enkeltstående søyle med andre ordens momenter er [2]:

$$M = M_0 + M_2 = M_0 + N \cdot y = M_0 + N \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{l^2}{c} \quad (2.91)$$

M er totalmomentet.

M_0 er første ordens moment.

M_2 er andre ordens moment.

N er aksialkraft.

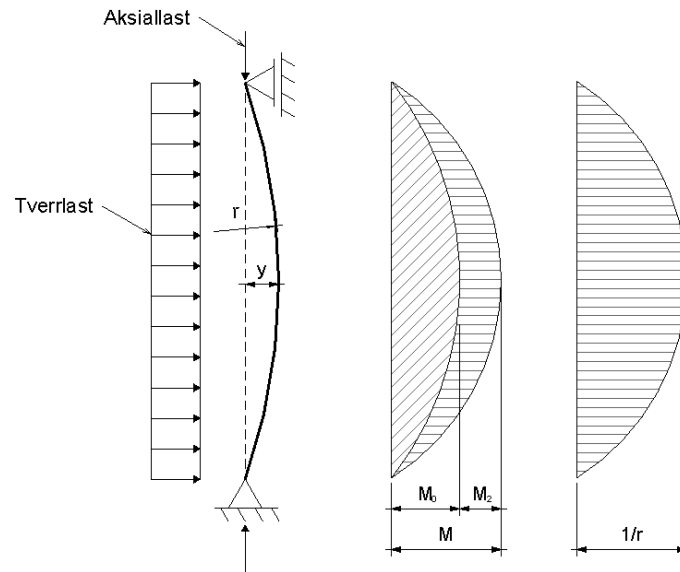
y er forskyvning relatert til $\frac{1}{r}$.

r er radius til kurvaturen.

l er søylelengden.

c er en forenklet konstant som avhenger av kurvaturen.

Figur 2.39 viser totalmomentet til en enkeltstående søyle påkjent av aksial- og tverrlast.



Figur 2.39: Illustrasjon av forskyvning og moment til enkeltstående søyle

Forskjellen på metodene er formuleringen av $\frac{1}{r}$. Ved metode basert på stivhet er:

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI} \quad (2.92)$$

Følgende metode kan benyttes for å anslå nominell stivhet for slanke trykkstaver med vilkårlig tverrsnitt:

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s \quad (2.93)$$

$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{CE}} = \frac{E_{cm}}{1,2}$ er dimensjonerende verdi av betongens elastisitetsmodul.

I_c er betongtverrsnittets arealregghetsmoment.

E_s er armeringens elastisitetsmodul.

I_s er armeringens arealregghetsmoment om betongtverrsnittets tyngdepunkt.

K_c er en faktor for virkningene av opprissing, kryp osv.

K_s er en faktor for armeringens bidrag.

(1) Hvis $\rho = \frac{A_s}{A_c} \geq 0,002$ kan følgende faktorer for K_c og K_s benyttes:

$$K_c = k_1 k_2 / (1 + \varphi_{ef}) \quad (2.94)$$

$$K_s = 1$$

Hvor:

$$k_1 = \sqrt{f_{ck}/20} \text{ og } k_2 = n \cdot \frac{\lambda}{170} = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}} \cdot \frac{\lambda}{170} \quad (2.95)$$

Hvis den geometriske slankheten ikke er kjent kan det benyttes at $k_2 = n \cdot 0,3 \leq 0,2$.

(2) Hvis $\rho = \frac{A_s}{A_c} \geq 0,01$ kan det som forenkling benyttes følgende faktorer for K_c og K_s :

$$\begin{aligned} K_c &= 0,3/(1 + 0,5\varphi_{ef}) \\ K_s &= 0 \end{aligned} \quad (2.96)$$

I statisk ubestemte konstruksjoner bør det tas hensyn til ugunstig virkning av opprissing i tilstøtende konstruksjonsdeler. Som forenkling kan formelen for effektiv elastisitetsmodul benyttes:

$$E_{cd,eff} = \frac{E_{cd}}{1 + \varphi_{ef}} \quad (2.97)$$

Totalt dimensjonerende moment kan uttrykkes av formelen:

$$M_{Ed} = M_{0Ed} \left[1 + \frac{\beta}{\left(\frac{N_B}{N_{Ed}}\right) - 1} \right] \quad (2.98)$$

N_B er knekklasten basert på nominell stivhet og N_{Ed} er dimensjonerende verdi av aksialkraften.

$\beta = \pi^2/c_0$ (ved sinusformet andre ordens moment) er en faktor som avhenger av fordelingen av første og andre ordens momenter. c_0 er avhengig av formen til første ordens momentet.

M_{0Ed} er første ordens moment. For konstruksjonsdeler som kun er påført last i endepunktene kan M_{0Ed} beskrives av de to første ordens endemomentene M_{01} og M_{02} :

$$M_{0Ed} = M_{0e} = 0,6M_{02} + 0,4M_{01} \geq 0,4M_{02} \quad (2.99)$$

M_{01} og M_{02} er beskrevet i **2.1.2**, der $|M_{02}| \geq |M_{01}|$.

Hvis det ikke er konstant tverrsnitt eller variabel aksialkraft vil ikke det andre ordens momentet ha en sinusformet fordeling. Dermed gjelder ikke kriteriet fra formelen over ved å sette $\beta = \frac{\pi^2}{c_0}$. Da kan normalt $\beta = 1$ benyttes, og det totale dimensjonerende momentet forenklet skrives som:

$$M_{Ed} = \frac{M_{0Ed}}{1 - (N_{Ed}/N_B)} \quad (2.100)$$

Dette gjelder også for bygningsdeler med tverrbelastning og ulike første ordens endemomenter.

Bakgrunn for formlene:

Den generelle formelen for andre ordens moment, M_2 kan for en fritt opplagt søyle med $l = l_0$ beskrives som følgende [2]:

$$M_2 = N \cdot y = N \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{l^2}{c} = N \cdot \frac{l_0}{EI} \cdot \left(\frac{M_0}{c_0} + \frac{M_2}{c_2} \right) \quad (2.101)$$

Løser ligningen med hensyn på M_2 :

$$M_2 = M_0 \cdot \frac{N \cdot \frac{l_0^2}{c_0 EI}}{1 - N \cdot \frac{l_0^2}{c_2 EI}} = M_0 \cdot \frac{c_2/c_0}{(c_2 EI/l_0^2)/N - 1} \quad (2.102)$$

Antar at det andre ordens momentet har en sinusformet fordeling, det vil si at $c_2 = \pi^2$. Det kan forklares på følgende måte:

Krumningen for Figur 2.39 kan beskrives som:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M_2}{EI} \quad (2.103)$$

Det andre ordens momentet beskrives som:

$$M_2 = N \cdot y \quad (2.104)$$

Kombinasjon gir differensialligningen [1]:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{N}{EI} \cdot y = 0 \quad (2.105)$$

Differensialligningen har løsningen:

$$y = C_1 \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{N}{EI}} \cdot x\right) + C_2 \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{N}{EI}} \cdot x\right) \quad (2.106)$$

Randbetingelsene $y = 0$ for $x = 0$ gir ligningen:

$$y = C_1 \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{N}{EI}} \cdot x\right) = 0 \quad (2.107)$$

Løser så ligningen og finner Eulerlasten:

$$N = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l^2} \quad (2.108)$$

Dermed kan utbøyingen skrives på formen:

$$y = C_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{l} \cdot x\right) \quad (2.109)$$

Maksimal forskyvning er ved $x = l/2$:

$$y_{\text{maks}} = C_1 \quad (2.110)$$

Dobbelt deriverer $y = C_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{l} \cdot x\right)$ og får krumningen:

$$-\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{r} = C_1 \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{l} \cdot x\right) \quad (2.111)$$

Maksimal forskyvning er ved $x = l/2$:

$$\frac{1}{r} = C_1 \cdot \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \quad (2.112)$$

Som kan omskrives til:

$$C_1 = e_2 = \frac{1}{r} \cdot \left(\frac{l}{\pi}\right)^2 \quad (2.113)$$

Formelen gitt i [5.8.8.2 (3)] er følgende:

$$e_2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{l^2}{c_2} \quad (2.114)$$

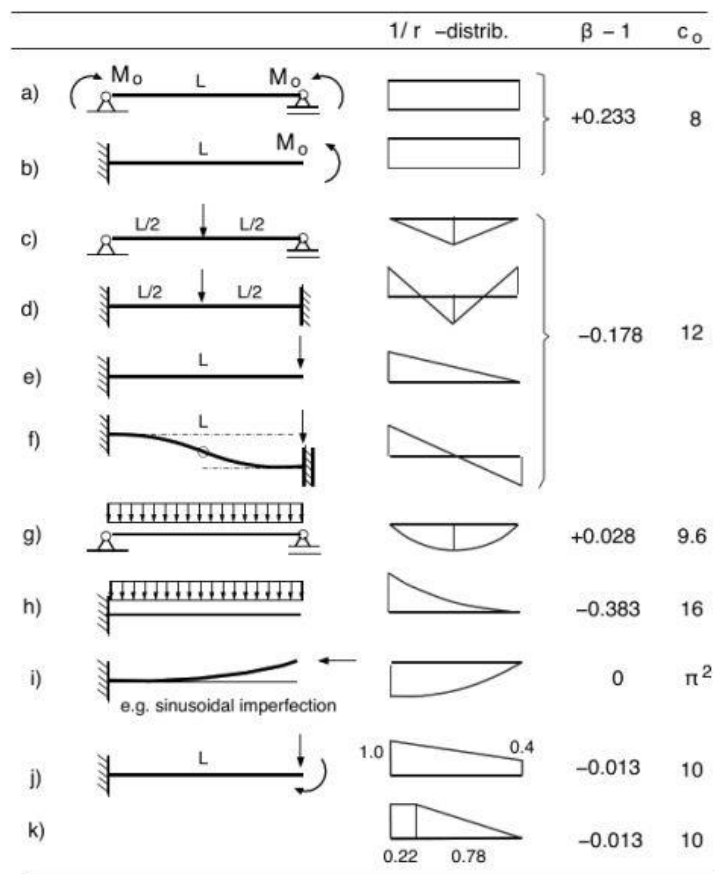
Setter derfor inn $c_2 = \pi^2$ i formel (2.102) for M_2 :

$$M_2 = M_0 \cdot \frac{\pi^2/c_0}{(\pi^2 EI/l_0^2)/N - 1} = M_0 \cdot \frac{\beta}{N_B/N - 1} \quad (2.115)$$

Dermed kan formlene for det totale momentet beskrives som ($M_{0Ed} = M_0$):

$$M_{Ed} = M_0 + M_2 = M_{0Ed} \left[1 + \frac{\beta}{(N_B/N_{Ed}) - 1} \right] \quad (2.116)$$

β og c_0 faktorene er innbyrdes forbundet og avhengige av kurvaturen, som ved konstant EI har samme form som momentfordelingen. Figur 2.40 viser typiske β og c_0 faktorer for tverrsnitt med konstant EI, med ulike randbetingelser og lasttilfeller. For eksempel tilfellet i Figur 2.40 g) har velkjente verdier for $\Delta_0 = 5qL^4/384EI$, $M_0 = qL^2/8$ og $L_0 = L$. Dette gir $\beta = \frac{N_{cr}\Delta_0}{M_0} \approx 1,028$ og $c_0 = \frac{c_2}{\beta} = \frac{\pi}{\beta} \approx 9,6$.



Figur 2.40: β og c_0 faktorer [26]

Merk at formel (2.116) for det totale momentet ikke er intuitivt korrekt. Av formelen vil det ikke være noen andre ordens effekter hvis det ikke er noe første ordens momentet, som er feil. Dette vil aldri skje på grunn av minimumskrav på geometrisk avvik i den retning der de vil ha mest ugunstig virkning. Derfor vil det alltid være et første ordens moment som fører til at det alltid vil være et andre ordens moment.

Bakgrunnen for $M_{0e} = 0,6M_{02} + 0,4M_{01} \geq 0,4M_{02}$ er beskrevet i 3.2.3. Merk at valget av grensen 0,4 ikke er begrunnet i EK2, og bør ses nærmere på for å sikre at den er tilstrekkelig konservativ.

2.5.3 Metode basert på nominell krumning [5.8.8]

Hovedforskjellen mellom denne metoden og metode basert på nominell stivhet er som nevnt krumningen. For konstruksjonsdeler med konstant symmetrisk tverrsnitt kan følgende formel benyttes:

$$\frac{1}{r} = K_r \cdot K_\varphi \cdot \frac{1}{r_0} = K_r \cdot K_\varphi \cdot \frac{\varepsilon_{yd}}{0,45d} = K_r \cdot K_\varphi \cdot \frac{f_{yd}}{E_s 0,45d} \quad (2.117)$$

$$K_r = \frac{n_u - n}{n_u - n_{bal}} \leq 1 \quad (2.118)$$

N_{Ed} er dimensjonerende verdi av aksialkraften.

$$n_u = 1 + \omega = 1 + \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} \quad (2.119)$$

n_{bal} er verdien av n ved største momentkapasitet. Det kan benyttes $n_{bal} = 0,4$.

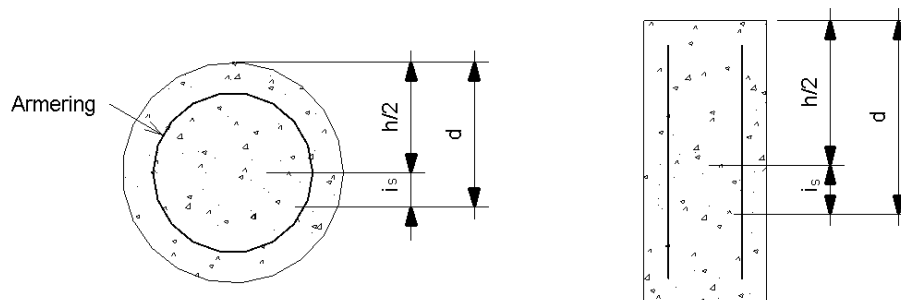
$$K_\varphi = 1 + \beta \varphi_{ef} \geq 1 \quad (2.120)$$

$$\beta = 0,35 + \frac{f_{ck}}{200} - \frac{\lambda}{150} \quad (2.121)$$

d er effektiv tykkelse (indre momentarm). For tilfeller der armeringen ikke er konsentrert på motstående side kan d bestemmes av formelen under. Figur 2.41 gir to eksempler på slike tilfeller [2].

$$d = (h/2) + i_s \quad (2.122)$$

i_s er treghetsradius for det totale armeringsarealet.



Figur 2.41: Effektiv tverrsnitts tykkelse for spesielle symmetrisk armerte tilfeller [2]

Dimensjonerende bøyemomenter er:

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 = M_{0Ed} + N_{Ed} \cdot e_2 = M_{0Ed} + N_{Ed} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{l^2}{c_2} \quad (2.123)$$

Her er $c_2 = 10$ ($\approx \pi^2$) benyttes normalt, som vist i **2.5.2**. Hvis første ordens moment er konstant bør en lavere verdi benyttes (8 er nedre grense).

Som for **2.5.2** kan det første ordens momentet M_{0Ed} settes lik M_{0e} for konstruksjonsdeler uten last påført mellom endepunktene:

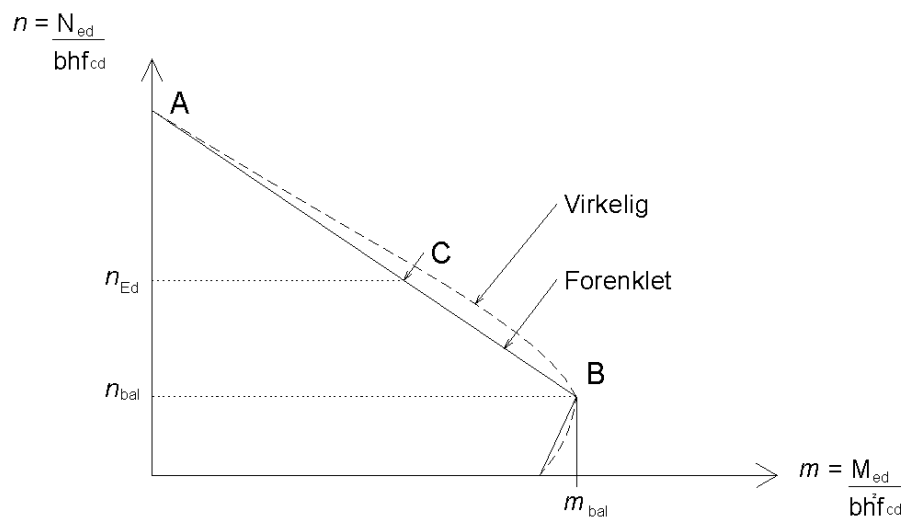
$$M_{0Ed} = M_{0e} = 0,6M_{02} + 0,4M_{01} \geq 0,4M_{02} \quad (2.124)$$

M_{01} og M_{02} er beskrevet i **2.1.2**.

Bakgrunnen for formlene:

Formlene er en videreutvikling av formlene fra ENV. $\kappa = K_r \cdot \varepsilon_{yd}/0,45d$ er basert på interpolasjon ved bruk av MN-diagram. Figur 2.42 viser at kurvaturen $\kappa = \varepsilon_{yd}/0,45d$ ved

balansepunktet i B. Ved punkt A er kurvaturen $\kappa = 0$. Kurvaturen i punkt C kan bli funnet av $\kappa = K_r \cdot \varepsilon_{yd}/0,45d$ [21].

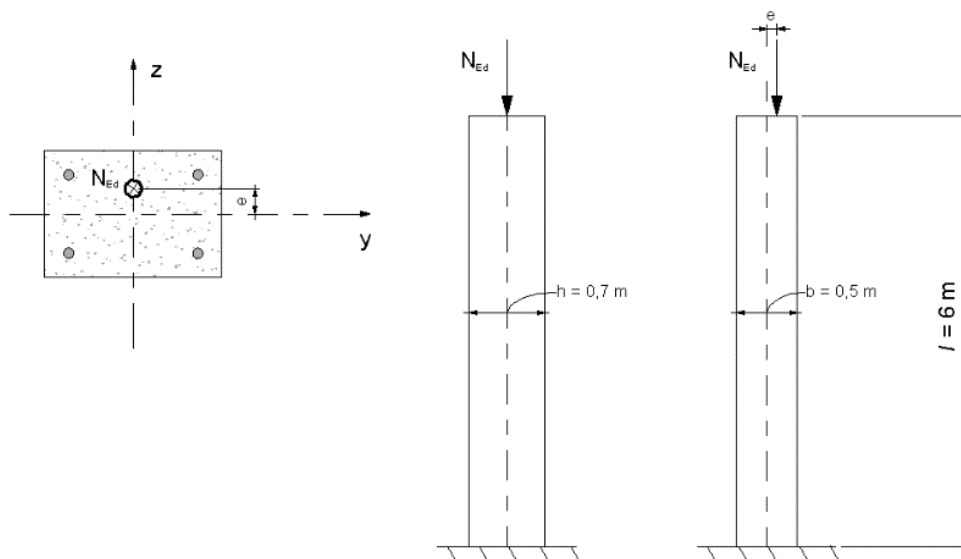


Figur 2.42: Forenklet fremstilling av MN-diagram [21]

Det er verdt å merke seg at metode basert på nominell krumning er mindre lønnsom ved små eksentrisiteter da standarden forutsetter relativt stort utgangskrumning.

2.5.5 Sammenligning av metode basert på nominell stivhet og nominell krumning

I **vedlegg E** er det beregnet nødvendig armering på søylen i Figur 2.43 etter metode basert på nominell stivhet og nominell krumning.



Figur 2.43: Forskyvelig søyle eksentrisk belastet

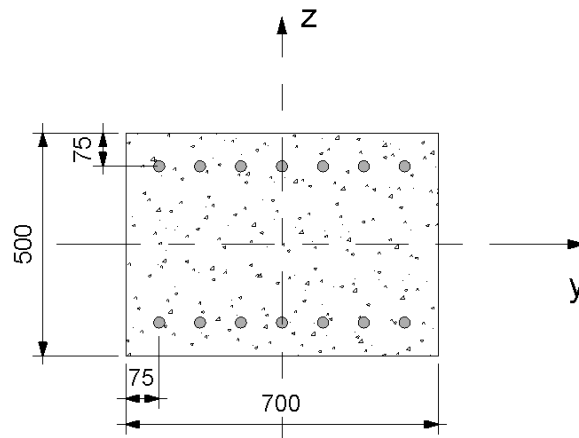
Forutsetninger:

- Betongklasse B30.
- Dimensjonerende laster er $N_{Ed} = 1300$ kN (ULS) og $N_{qp} = 1000$ kN (SLS)
- De geometriske avvikene er antatt inkludert i $e = 200$ mm.
- Den generelle krypkoeffisienten antas å være $\varphi = 3$.
- Opplagerbetingelsene antas å være fast innspent i bunn, slik at effektiv lengde er 12 m.
- Antar overdekning fra senter armeringsstenger til ytterkant betong er 75 mm.
- Antar symmetrisk armert tverrsnitt.
- Benytter ferdiglaget MN-diagram [50].

For dette eksempelet gir begge metodene samme nødvendig armering og dimensjonerende moment.

- Metode basert på nominell stivhet må være innenfor kurven $\omega = 0,3$. Dette gir $A_s = 14\emptyset 20 = 4398$ mm². Dimensjonerende moment med valgt armering: 527 kNm.
- Metode basert på nominell stivhet må være innenfor kurven $\omega = 0,3$. Dette gir $A_s = 14\emptyset 20 = 4398$ mm². Dimensjonerende moment med valgt armering: 526 kNm.

Figur 2.44 viser søyletverrsnitt med armering 14 $\emptyset 20$ på hver side.



Figur 2.44: Symmetrisk armert søyle med 14 $\emptyset 20$

For eksempelet i 2.5.1 er det også en horisontallast som gir bøyning om z-aksen, som vist i Figur 2.49. Ved å kun betrakte bøyning om z-aksen, gir **vedlegg F** følgende resultater:

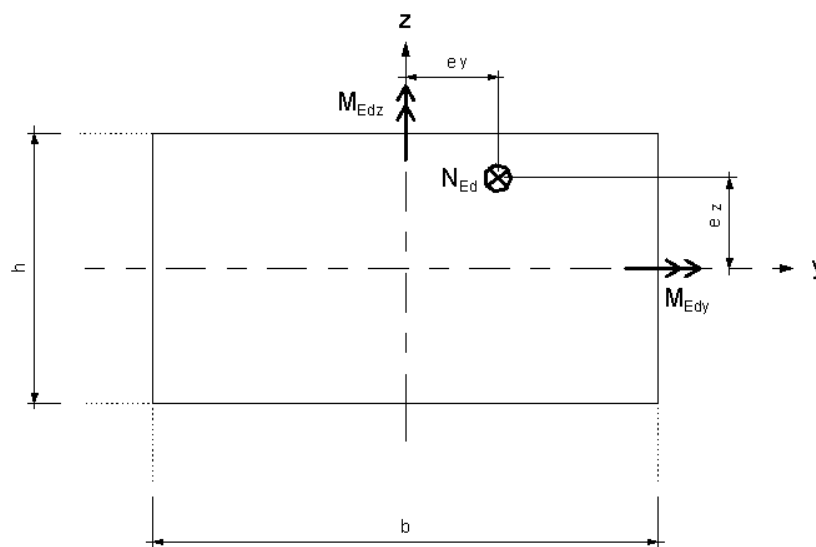
- Dimensjonerende moment for metode basert på nominell stivhet er 712 kNm.
- Dimensjonerende moment for metode basert på nominell krumning er 754 kNm.
- Metode basert på nominell krumning gir $\frac{754-712}{754} \cdot 100\% \approx 5,6\%$ høyere dimensjonerende moment enn metode basert på nominell stivhet.
- Dimensjonerende armeringsmengde må være innenfor kurven $\omega = 0,2$ for begge metodene. Dette gir $A_s = 14\emptyset 16 = 2815$ mm².

Det finnes eksempler hvor metode basert på nominell stivhet gir større armeringsbehov og maksimalmoment enn metode basert på nominell krumning, og som vist over, motsatt. I

rapporten til Westerberg er det regnet et eksempel der forskjellen mellom metodene er hele 20 %, som er et relativt stort avvik. Slike store forskjeller henger sammen med at effekten av kryp er stor [2]. For normale tverrsnitt er det derfor mindre sannsynlig at metodene avviker mer enn 20 % fra hverandre.

2.6 Biaksial bøyning

Biaksial bøyning for en søyle betyr at søylen har moment om flere akser. Figur 2.45 viser et eksempel på en rektangulær søyle, med biaksial belastning. Dimensjonering for hver hovedretning uten å ta hensyn til biaksial bøyning, kan gjøres som en første tilnærming. Som nevnt er det bare nødvendig å ta hensyn til geometriske avvik i den retningen der de vil ha mest ugunstig virkning.



Figur 2.45: Biaksial belastning på rektangulær søyle

Det kan ses bort fra biaksial bøyning der følgende kriterier er oppfylt [5]:

$$\lambda_y/\lambda_z \leq 2 \text{ og } \lambda_z/\lambda_y \leq 2 \quad (2.125)$$

$$\frac{e_y/h_{eq}}{e_z/b_{eq}} \leq 0,2 \text{ eller } \frac{e_z/b_{eq}}{e_y/h_{eq}} \leq 0,2 \quad (2.126)$$

For rektangulære tverrsnitt er:

$b_{eq} = i_y \cdot \sqrt{12}$ og $h_{eq} = i_z \cdot \sqrt{12}$, hvor formelen stammer fra at treghetsradien for et urisett tverrsnitt, $i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{bh^3/12}{bh}} = \frac{h}{\sqrt{12}}$.

λ_y og λ_z er de geometriske slankhetene om henholdsvis y- og z-aksen (definert i 2.1.2).

$e_y = M_{Edy}/N_{Ed}$ og $e_z = M_{Edz}/N_{Ed}$.

Der det bør tas hensyn til biaksial bøyning og andre ordens effekter kan følgende forenklede kriterium benyttes:

$$\left(\frac{M_{Edz}}{M_{Rdz}}\right)^a + \left(\frac{M_{Edy}}{M_{Rdy}}\right)^a \leq 1,0 \quad (2.127)$$

M_{Edy} og M_{Edz} er dimensjonerende moment om de respektive akser, inkludert andre ordens moment.

M_{Rdy} og M_{Rdz} er momentkapasiteten om de respektive akser.

a er eksponent som tar hensyn til aksialkraften, N_{Ed} :

For sirkulære og ellipseformede tverrsnitt er $a = 2$.

For rektangulære tverrsnitt er verdier for eksponenten a gitt i Tabell 2.

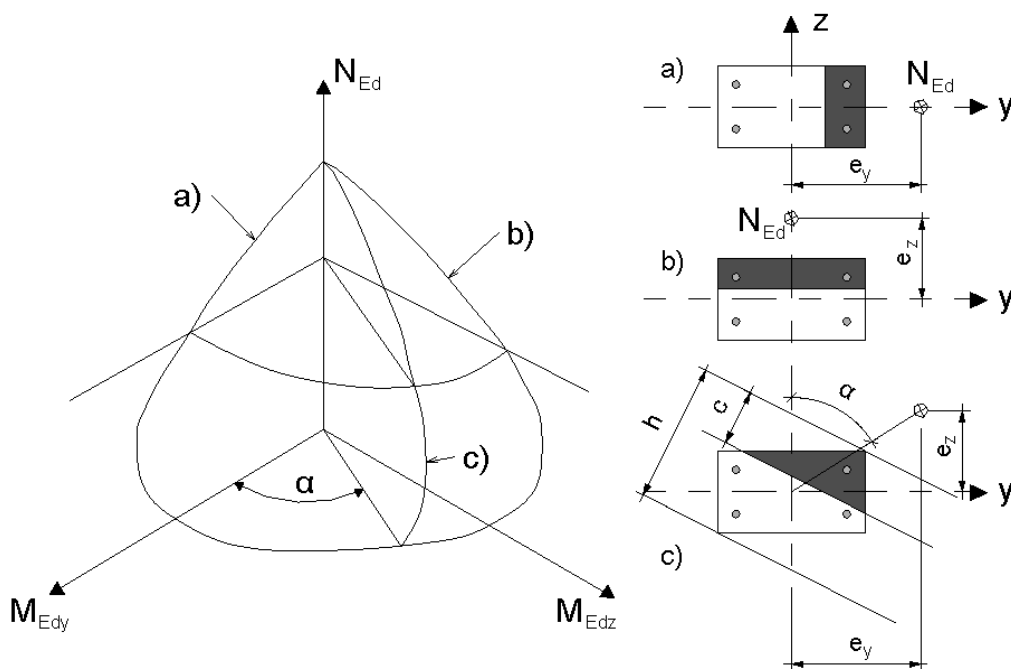
N_{Ed}/N_{Rd}	0,1	0,7	1
$a =$	1	1,5	2

Tabell 2: Oversikt over a verdier

$N_{Rd} = A_c f_{cd} + A_s f_{yd}$ er tverrsnittets dimensjonerende aksialkraftkapasitet, med A_c er bruttoarealet av betongtverrsnitt og A_s er arealet av lengdearmring. Lineær interpolasjon kan benyttes.

Her er eksponenten, a , basert på beregninger av Boris Bresler [13]. Faktoren har senere blitt justert etter Whittle og Lawson [14].

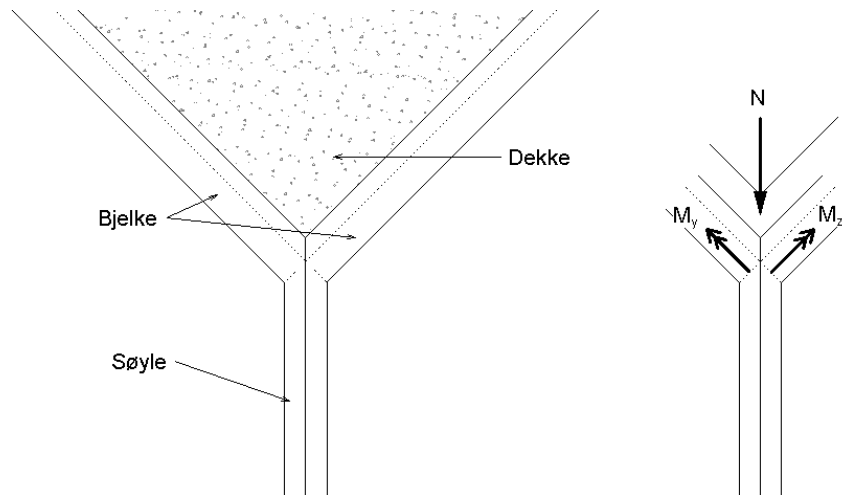
Grafisk fremstilling av et typisk 3-dimensjonalt: M-N diagram for biaksialt belastede søyler er illustrert i Figur 2.46 [15]. Legg merke til hvordan figur c) blir ekstra trykket i høyre hjørnet på grunn av den biaksiale belastningen.



Figur 2.46: Typisk 3D interaksjonsdiagram [15]

2.6.1 Forekomst av biaksial bøyning og beregningseksempel

Ett eksempel på biaksial belastning er illustrert nedenfor. Figur 2.47 viser en plasstøpt søyle med tilhørende bjelker i betong. Dette knutepunktet vil kunne overføre moment. Med egenlast og eventuell annen belastning på dekket, vil denne søylen få moment om flere akser. Hvis søylen i tillegg er en del av et større bygg som ikke er avstivet og må ta opp horisontale laster øker sjansen for at det må tas hensyn til biaksial bøyning, altså at det ikke nok å kontrollere hver akse for seg.

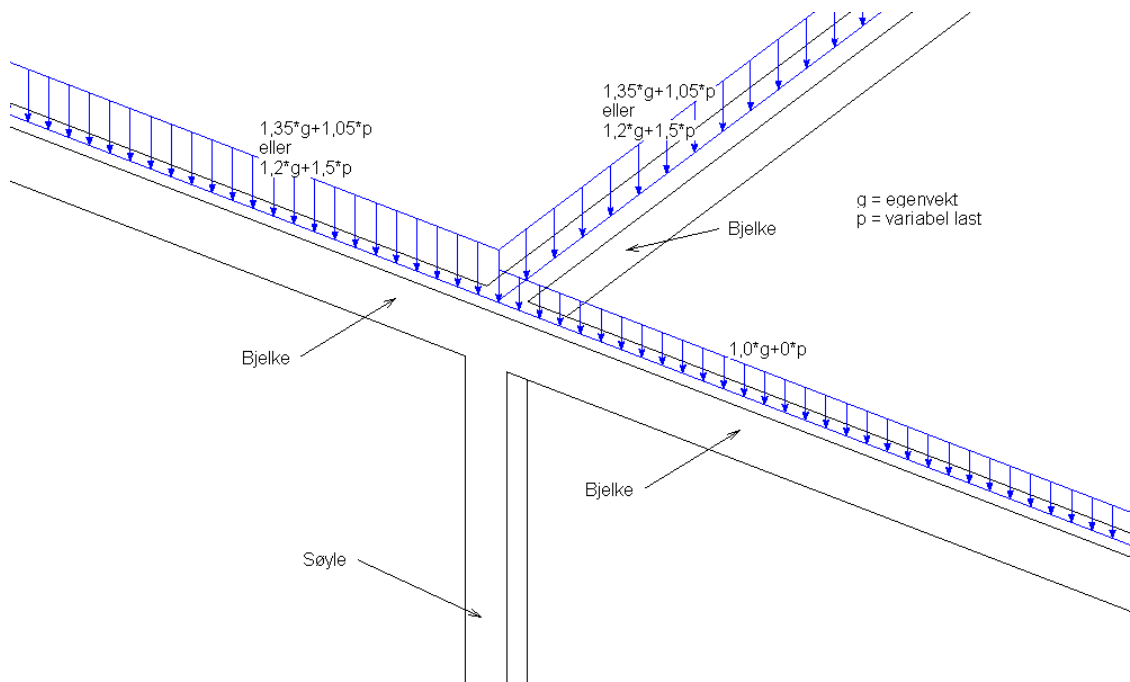


Figur 2.47: Plasstøpt søyle og bjelke

Et annet spørsmål er hvorvidt sikkerhetsfaktorer skal benyttes for å kunstig fremstille denne biaksiale bøyningen. Det er vanlig å dimensjonere etter STR: *Brudd eller store deformasjoner i konstruksjonen eller konstruksjonsdelene*. Da skal de permanente lastene ganges med faktoren 1,0 hvis gunstige og 1,2 eller 1,35 hvis ugunstig for systemet (avhengig ligning 6.10a eller 6.10b i EKO [23]). Eventuelle variable laster multipliseres med 0 hvis gunstige, ellers egne lastfaktorer etter tabell NA.A1.2(B) og (C) [23].

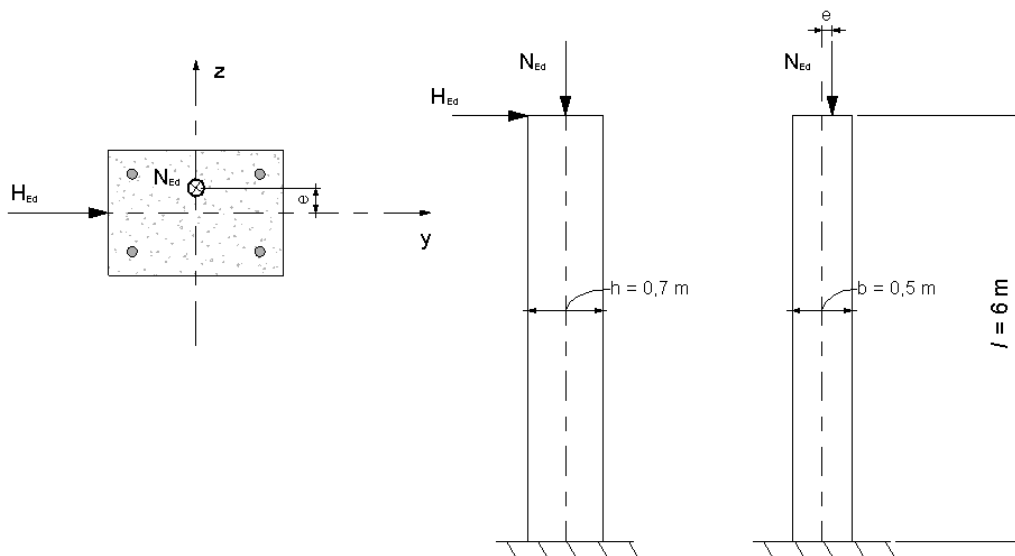
Ved dimensjonering etter EQU: *Tap av statisk likevekt for en konstruksjon eller enhver del av den, betraktet som et stivt legeme, hvor mindre variasjon i verdien eller den romlige fordelingen av laster fra en enkelt kilde er av betydning og byggematerialets eller grunnens fasthet ikke er av vesentlig betydning*. Da skal de permanente lastene ganges med faktoren 0,9 hvis gunstige og 1,2 hvis ugunstige. Ellers har de variable lastene samme lastfaktorer som for STR/GEO [23].

Figur 2.48 viser en plasstøpt betongsøyle med tilstøtende plasstøpte bjelker. Forbindelsen mellom bjelkene og søylen forutsettes å være fullstendig momentstiv. Lastfaktorene er i henhold til STR/GEO som vanligvis benyttes [23].



Figur 2.48: Søyle påkjent av biaksial bøyning med lastfaktorer etter STR

I vedlegg F er søylen i Figur 2.49 dimensjonert for biaksial bøyning.



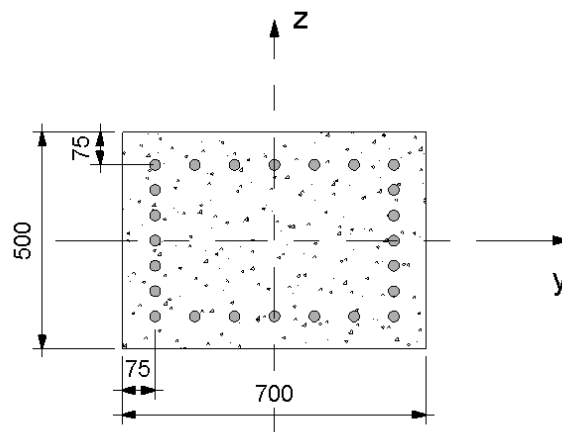
Figur 2.49: Forskyvelig søyle med biaksial belastning

Denne søylen er lik den som er beskrevet i kapittel 2.5.5, med unntak av den horisontale lasten. Eksempelet har følgende forutsetninger:

- Betongklasse B30.
- Dimensjonerende laster er $N_{Ed} = 1300 \text{ kN}$ (ULS), $N_{qp} = 1000 \text{ kN}$ (SLS), $H_{Ed} = 100 \text{ kN}$ (ULS) og $H_{qp} = 20 \text{ kN}$.
- De geometriske avvikene er antatt inkludert i $e = 200 \text{ mm}$.
- Den generelle kryptkoeffisienten antas å være $\varphi = 3$.

- Opplagerbetingelsene antas å være fast innspent i bunn, slik at effektiv lengde er 12 m.
- Antar overdekning fra senter armeringsstenger til ytterkant betong er 75 mm.
- Antar symmetrisk armert tverrsnitt.
- Benytter ferdiglaget MN-diagram [50].

Det er vist i **vedlegg F** at det må dimensjoneres ved å ta hensyn til biaksial bøyning. Ved bruk av det forenklede kriteriet i EK2 blir dimensjonerende armeringsmengde 14 Ø25 om begge akser. Utnyttelsesgraden er da 0,77. Figur 2.50 viser søyletverrsnittet med dimensjonerende symmetrisk armeringsmengde.



Figur 2.50: Symmetrisk armert søyle, beregnet for biaksial bøyning

Ved å betrakte minimumsavstander, er det for liten avstand mellom lengdearmeringen der søylebredden er 500 mm. Utnyttelsesgraden ved bruk av 12 Ø25 er 1,01 og hvor $M_{Rd,y}$ og $M_{Rd,z}$ er avlest fra MN-diagrammer. Det hadde vært mer nøyaktig hvis det hadde vært laget egne funksjoner for MN-diagrammet (alltid litt feilmargin ved å avlese grafer). Muligens kunne det vært OK å benytte 12 Ø25. For å være på den sikre siden kan tverrsnittet økes til 700*600 mm. Da er det opplagt at kantavstandene vil være OK, samt at armeringsmengden kan bli mindre. Fullstendige beregninger for dette blir ikke vist videre.

Denne forenklede metoden for beregning av biaksial bøyning tar ikke hensyn til at bøyning om ene akse vil påvirke stivheten i den andre akse og omvendt. Hvis stivheten endrer seg, vil også de andre ordens momentene endre seg. Dette blir ikke tatt videre i denne oppgaven, men det bør ses nærmere på.

Effekten av biaksial bøyning kan være svært stor, sammenlignet med å betrakte hver akse for seg. For eksempelet beregnet i **vedlegg E** og **vedlegg F** blir armeringsarealet:

Bøyning om y-aksen: 14 Ø20.

Bøyning om z-aksen: 14 Ø16.

Ved beregning etter biaksial bøyning ble armeringsmengden 14 Ø25 om begge akser, som er betydelig større armeringsmengde enn å ikke ta hensyn til biaksial bøyning.

2.7 MC10

I dette kapitlet er det sett på hvordan MC10 (Model Code 2010) beskriver temaer som er interessante ved dimensjonering av slanke søyler. Det er ikke lagt stor vekt på å se på bakgrunnen til teorien og formlene.

Kryp:

Det antas at krypeffektene er lineære hvis betongtrykkspenningene $|\sigma_c| \leq 0,4 \cdot f_{cm}(t_0)$. Ved spenninger mellom $0,4 \cdot f_{cm}(t_0) < |\sigma_c| \leq 0,6 \cdot f_{cm}(t_0)$ kan det ikke-lineære krypt beregnes ved formelen:

$$\varphi_\sigma(t, t_0) = \varphi(t, t_0) \cdot e^{[1,5 \cdot (k_\sigma - 0,4)]} \quad (2.128)$$

$\varphi_\sigma(t, t_0)$ er det ikke-lineære fiktive kryptallet som erstatter $\varphi(t, t_0)$.

$k_\sigma = |\sigma_c|/f_{cm}(t_0)$, som gjelder for $0,4 < k_\sigma \leq 0,6$.

Formelen inneholder eksponenten 0,45 istedenfor 0,4. Merk at MC10 benytter $f_{cm}(t_0)$ i gyldighetsområdet for bruk av lineært kryptall, mens EK2 benytter $f_{ck}(t_0)$. Generelt er $f_{cm} = f_{ck} + 8\text{MPa}$. I MC10 gjelder formelen for ikke-lineært krypt for spenninger opp til $|\sigma_c| \leq 0,6 \cdot f_{cm}(t_0)$.

Krypmetoden i MC10 bygger på følgende antagelser og formler:

- Ved konstant spenning $\sigma_c(t_0)$ under tiden t_0 leder til kryptøyningen $\varepsilon_{cc}(t, t_0)$:

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{ci}} \varphi(t, t_0) \quad (2.129)$$

$\varphi(t, t_0)$ er kryptkoeffisienten.

E_{ci} er E-modulen ved 28 døgns herding.

- Tøyningene som kommer av de konstante spenningene ved tiden t kan beskrives som:

$$\varepsilon_{c\sigma}(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \left[\frac{1}{E_{ci}(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_{ci}} \right] = \sigma_c(t_0) \cdot J(t, t_0) \quad (2.130)$$

$E_{ci}(t_0)$ er E-modulen ved belastningstidspunktet t_0 .

$J(t, t_0)$ er en deformasjonsfunksjon som gir spenningsavhengig deformasjon ved tiden t på grunn av en spenning lik 1 påført ved tiden t_0 .

- Det antas at betongen kan ses på som et lineært viskoelastisk aldrende materiale, og at superposisjonsprinsippet gjelder for variable spenninger og tøyninger. Med bakgrunn fra disse antagelsene og definisjonen gitt over kan betongens tøyninger beskrives av formelen:

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \cdot J(t, t_0) + \int_{t_0}^t J(t, \tau) \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} d\tau + \varepsilon_{cn}(t) \quad (2.131)$$

$\varepsilon_{cn}(t) = \varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cT}(t)$ er tøyningene uavhengig belastning. Henholdsvis svinntøyning og temperaturtøyning.

Krypkoefficienten kan beregnes som:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_{bc}(t, t_0) + \varphi_{dc}(t, t_0) \quad (2.132)$$

$\varphi_{bc}(t, t_0)$ tar hensyn til forsinket elastisk kryp, «*basic creep coefficient*».

$\varphi_{dc}(t, t_0)$ tar hensyn til viskøs kryp, «*drying creep*».

Den grunnleggende kryp koefficienten $\varphi_{bc}(t, t_0)$ kan beregnes fra:

$$\varphi_{bc}(t, t_0) = \beta_{bc}(f_{cm}) \cdot \beta_{bc}(t, t_0) \quad (2.133)$$

med:

$$\beta_{bc}(f_{cm}) = \frac{1,8}{(f_{cm})^{0,7}} \quad (2.134)$$

$$\beta_{bc}(t, t_0) = \ln \left(\left(\frac{30}{t_{0,adj}} + 0,035 \right)^2 \cdot (t - t_0) + 1 \right) \quad (2.135)$$

f_{cm} er middelvei av betongens sylindertykkfasthet.

$t_{0,adj}$ er justert alder på belastning i henhold til uttrykk:

$$t_{0,adj} = t_{0,T} \cdot \left[\frac{9}{2 + t_{0,T}^{1,2}} + 1 \right]^\alpha \geq 0,5 \text{ d\o{g}n} \quad (2.136)$$

Med:

$$t_T = \sum_{i=1}^n e^{-(4000/[273+T(\Delta t_i)]-13,65)} \cdot \Delta t_i \quad (2.137)$$

Hvor formel (2.136) og (2.137) er tilsvarende de som er forklart i **2.3.3**.

Kryp koefficienten for uttørking $\varphi_{dc}(t, t_0)$ kan beregnes fra:

$$\varphi_{dc}(t, t_0) = \beta_{dc}(f_{cm}) \cdot \beta(RH) \cdot \beta_{dc}(t_0) \cdot \beta_{dc}(t, t_0) \quad (2.138)$$

$$\beta_{dc}(f_{cm}) = \frac{412}{(f_{cm})^{1,4}} \quad (2.139)$$

$$\beta(RH) = \frac{1 - \frac{RH}{100}}{\sqrt[3]{0,1 \cdot \frac{h}{100}}} \quad (2.140)$$

$$\beta_{dc}(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_{0,adj}^{0,2}} \quad (2.141)$$

$$\beta_{dc}(t, t_0) = \left[\frac{(t - t_0)}{\beta_h + (t - t_0)} \right]^{\gamma(t_0)} \quad (2.142)$$

$$\gamma(t_0) = \frac{1}{2,3 + \frac{3,5}{\sqrt{t_{0,adj}}}} \quad (2.143)$$

$$\beta_h = 1,5 \cdot h + 250 \cdot \alpha_{f_{cm}} \leq 1500 \cdot \alpha_{f_{cm}} \quad (2.144)$$

$$\alpha_{f_{cm}} = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,5} \quad (2.145)$$

h og RH er forklart i 2.3.3.

Det er også gitt to tabeller som fungerer som forenklet metode ved beregning av kryptallet etter 50 års belastning. Tabell 3 gjelder for betongstyrke mellom B16 til B40.

Belastnings- tidspunkt i døgn, t_0	Innendørs forhold - RH = 50 %			Utendørs forhold - RH = 80 %		
	Effektiv tverrsnittstykkelse, $h = 2A_c/u$					
	50	150	600	50	150	600
1	4,8	4,0	3,3	3,2	2,9	2,6
7	3,5	2,9	2,4	2,4	2,2	2,0
28	2,7	2,3	1,9	1,9	1,7	1,5
90	2,1	1,8	1,5	1,5	1,3	1,2
365	1,6	1,3	1,1	1,1	1,0	0,9

Tabell 3: Krypcoeffisient $\varphi(50 \text{ år}, t_0)$ for normal betongkvalitet

Tabell 4 gjelder for betongstyrke mellom B50 til B80.

Belastnings- tidspunkt i døgn, t_0	Innendørs forhold - RH = 50 %			Utendørs forhold - RH = 80 %		
	Effektiv tverrsnittstykkelse, $h = 2A_c/u$					
	50	150	600	50	150	600
1	4,8	4,0	3,3	3,2	2,9	2,6
7	3,5	2,9	2,4	2,4	2,2	2,0
28	2,7	2,3	1,9	1,9	1,7	1,5
90	2,1	1,8	1,5	1,5	1,3	1,2
365	1,6	1,3	1,1	1,1	1,0	0,9

Tabell 4: Krypcoeffisient $\varphi(50 \text{ år}, t_0)$ for høy betongkvalitet

Geometrisk avvik:

Med mindre annet er spesifisert kan avviket baseres på helning:

$$e = \alpha_i \cdot \frac{l_0}{2} \quad (2.146)$$

e er eksentrisiteten på grunn av geometrisk avvik.

l_0 er effektiv lengde [m].

α_i kan beregnes fra:

$$\frac{1}{200} \geq \alpha_i = \frac{0,01}{\sqrt{l_0}} \geq \frac{l_0}{300} \quad (2.147)$$

α_i er utilsiktet avvik i trykkstaver.

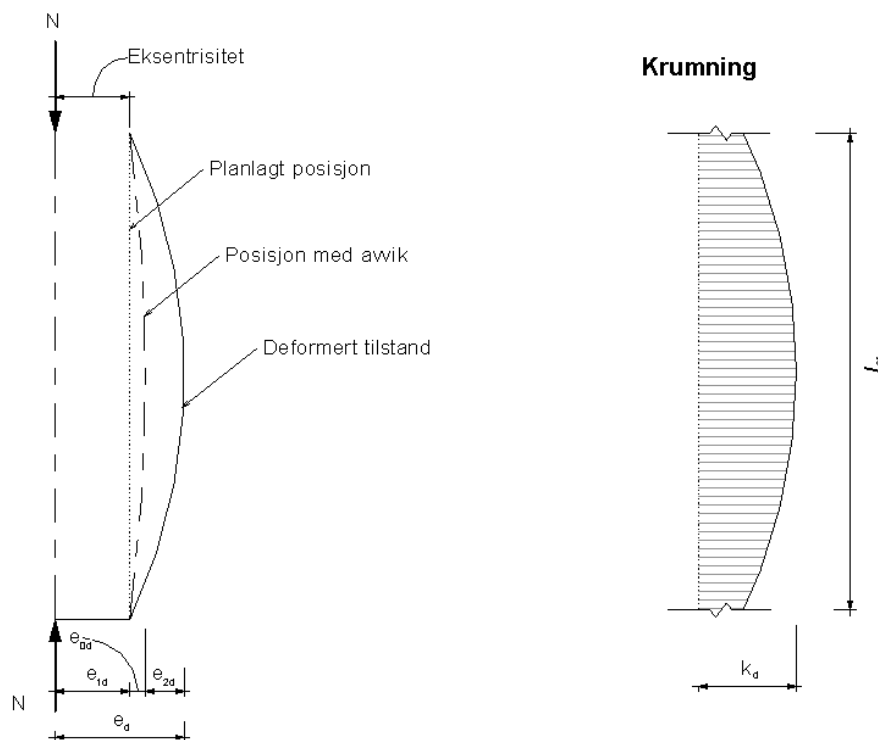
Den gjennomsnittlige helningen for en gruppe vertikale trykkstaver kan beregnes fra:

$$\alpha_{im} = \alpha_i \sqrt{0,5 \left(1,0 + \frac{1,0}{m} \right)} \quad (2.148)$$

m er antallet vertikale konstruksjonsdeler som bidrar til den samlede virkningen.

Trykkpåkjennte staver med andre ordens effekter:

Figur 2.51 illustrerer hvordan MC10 håndterer eksentrisiteter og variasjon i kurvatur.



Figur 2.51: Trykkresultant med eksentrisiteter og variasjon i kurvatur [48]

Dimensjonerende verdi av momentet er:

$$M_d = -N_d e_d \quad (2.149)$$

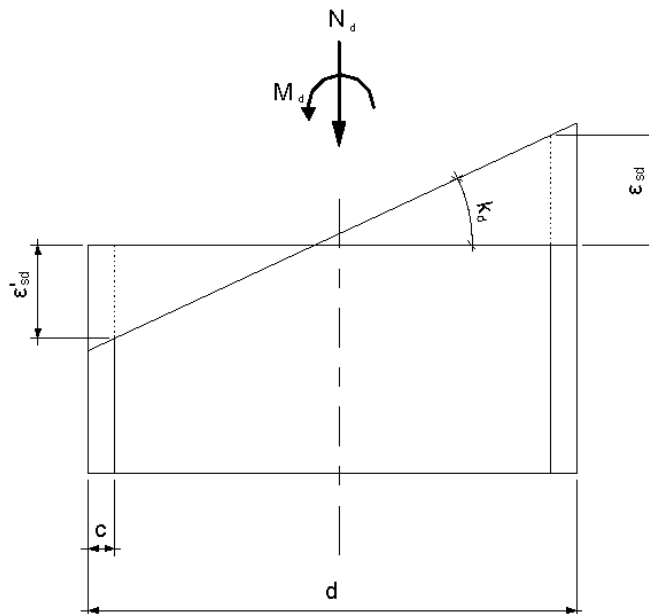
Eksentrisitet e_d kan bli beregnet fra:

$$e_d = e_{0d} + e_{1d} + e_{2d} \quad (2.150)$$

$e_{0d} = \max\left\{\frac{\alpha_i l_0}{2}; \frac{d}{30}\right\}$ er eksentrisiteten på grunn av startavvik. I EK2 [6.1 (4)] benyttes $e_0 = h/30$.

$e_{1d} = \frac{M_{1d}}{-N_d}$ er første ordens eksentrisitet.

$e_{2d} = \kappa_d \frac{l_0^2}{c_0} = \frac{\varepsilon_{sd} - \varepsilon'_{sd}}{d - 2c} \cdot \frac{l_0^2}{c_0}$ er deformasjon på grunn av trykkspenninger, hvor c_0 er en faktor som avhenger av krumningsfordelingen og κ_d er maksimum kurvatur (se Figur 2.52).



Figur 2.52: Tøyninger i henhold til maksimum kurvatur [48]

Nivå I tilnærming:

Verdien av integrasjonsfaktoren kan antas:

$$c_0 = \pi^2 \quad (2.151)$$

Maksimum kurvatur kan oppnås ved å benytte:

$$\varepsilon_{sd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \text{ og } \varepsilon'_{sd} = -\frac{f_{yd}}{E_s} \quad (2.152)$$

Nivå II tilnærming:

En mer nøyaktig verdi av maksimum kurvatur kan benyttes:

$$\kappa_d = \left(\frac{n_u - n_d}{n_u - n_{bal}}\right) \cdot \frac{\varepsilon_{yd}}{0,45d}, \text{ som er beskrevet i 2.5.3} \quad (2.153)$$

Langtidsdeformasjonene på grunn av kryp og svinn av betongen kan forenklet bli tatt hensyn til ved forhåndskrumning av tverrsnittet. Den maksimale krumningen i henhold til formelen over bør da økes ved å legge til den irreversible delen:

$$\kappa_{d,\infty} = \frac{|\varepsilon_{c\infty}|}{d} \quad (2.154)$$

Nivå III tilnærming:

En mer elegant og nøyaktig metode for beregning av integrasjonsfaktoren c_0 kan beregnes på grunnlag av verdiene til de forskjellige integrasjonsfaktorene c_i .

$$c_0 = \pi^2 \cdot \frac{N}{N_{cr}} + \frac{\sum_{i=1}^n M_i}{\sum_{i=1}^n \frac{M_i}{c_i}} \cdot \left(1 - \frac{N}{N_{cr}}\right) \quad (2.155)$$

Hvor faktorene for c_i er gitt i Figur 2.53.

	Double-hinged column	Free cantilever column
Significant second order effects		
Moment at column ends		
Horizontal point loading		
Horizontal distributed loading		

Figur 2.53: Verdier av integrasjonsfaktoren c_i [48]

Nivå IV tilnærming:

Den mest nøyaktige metoden for å beregne andre ordens effekter er ved bruk av ikke-lineære analyser som tar hensyn til opprissing, kryp, svinn, flytning i armering, belastning og andre ikke-lineære effekter som kan forandre seg over tid.

Biaksial bøyning:

Under dette punktet er den eneste forskjellen i MC10 er at det kan ses bort fra biaksial bøyning for rektangulære tverrsnitt der følgende kriterier er oppfylt:

$$\frac{e_{z1}/h}{e_{y1}/b} \leq 0,25 \text{ eller } \frac{e_{y1}/h}{e_{z1}/b} \leq 0,25 \quad (2.156)$$

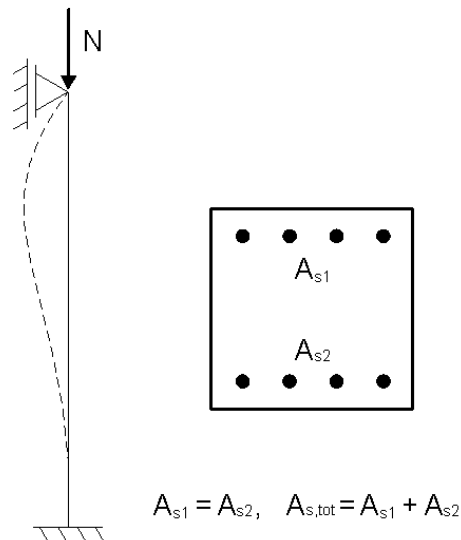
Her er kravet 0,25 mens det i EK2 er 0,2.

2.8 Sammenligning EK2 og MC10

I dette kapittelet er det sammenlignet temaene som er ulike i MC10 og EK2.

Kryp:

Det er beregnet kryptall for den aksialt belastede søylen i Figur 2.54 etter MC10 og EK2 (tillegg B) i **vedlegg G**.

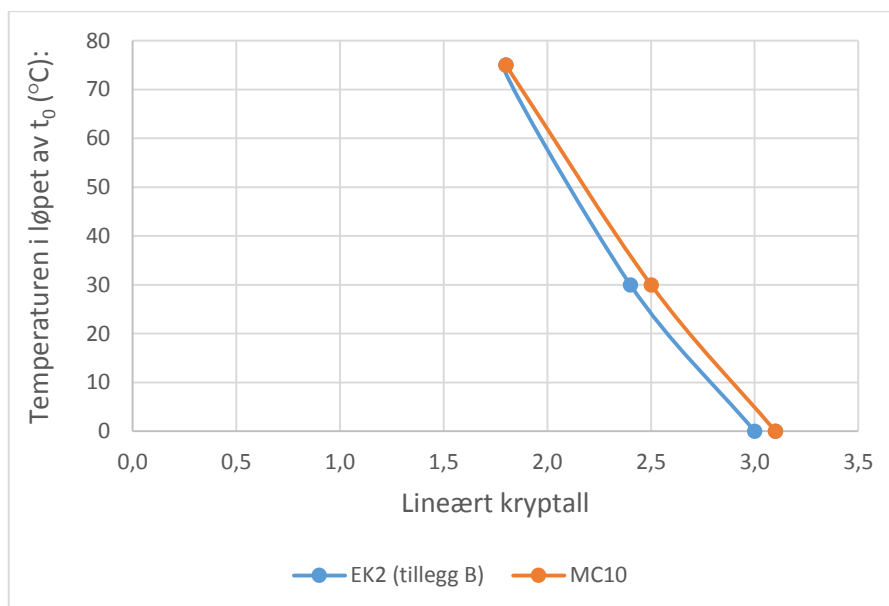


Figur 2.54: Aksialt belastet søyle

Det er en enkeltstående søyle med følgende forutsetninger:

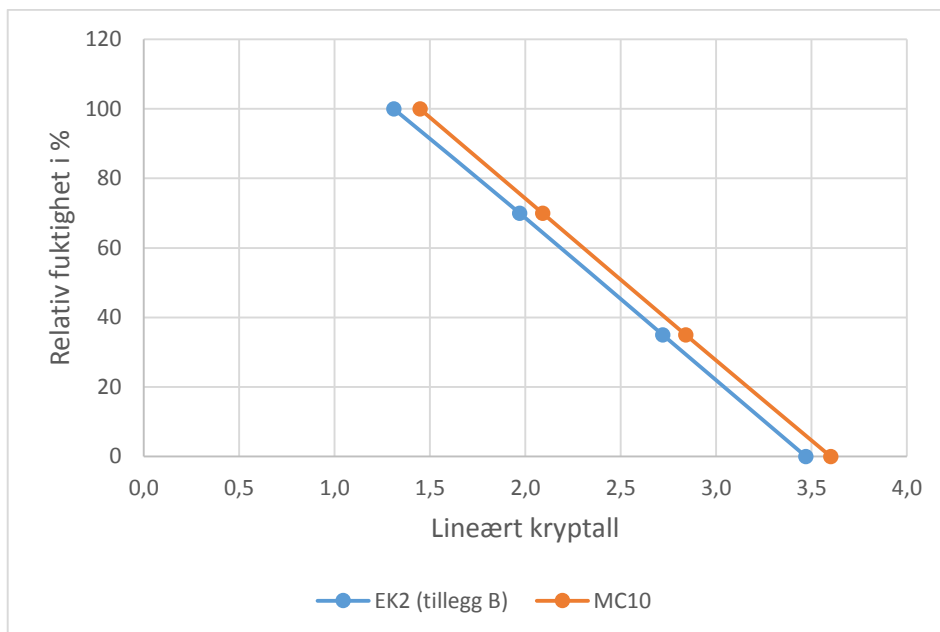
- Betongkvalitet B30.
- Symmetrisk tverrsnitt med $b = h = 400$ mm.
- Effektiv tverrsnittstykkelse, $d = 200$ mm.
- Betongtrykspenningene antas å være tilstrekkelig den lineære krypgrensen.
- Relativ fuktighet er satt til 40 %.
- Betongens dimensjonerende levetid er 50 år.
- Betongens alder ved belastning er 20 døgn.
- Det benyttes sementklasse R (rapid hardening high strength cement).
- Betongens temperatur i løpet at de 20 første døgnene etter støping er 20 °C
- Dimensjonerende aksiallast er konstant gjennom konstruksjonens levetid.

Det lineære kryptallet er avrundet 2,73 for MC10 og 2,62 for EK2. Kryptallet etter MC10 er derfor 4,2 % større enn ved beregning etter EK2. Ved å endre tverrsnittet til 800*800 mm og belastning etter 28 døgn er kryptallet etter MC10 5,2 % større enn EK2. Det er endret ulike parametere i regnearket. Det resulterte i at krypmodellen etter MC10 beregner omtrent -2 til 6 % større lineært kryptall enn EK2, selv ved endring av flere parametere samtidig. For å gå mer i dybden er det endret hver variabel fra referanseeksempelet for seg for å sammenligne kryptallet i MC10 og EK2. Figur 2.55 viser kryptallet ved endring av temperatur i løpet av t_0 . Kryptallet etter MC10 er større frem til omtrent 75 °C.



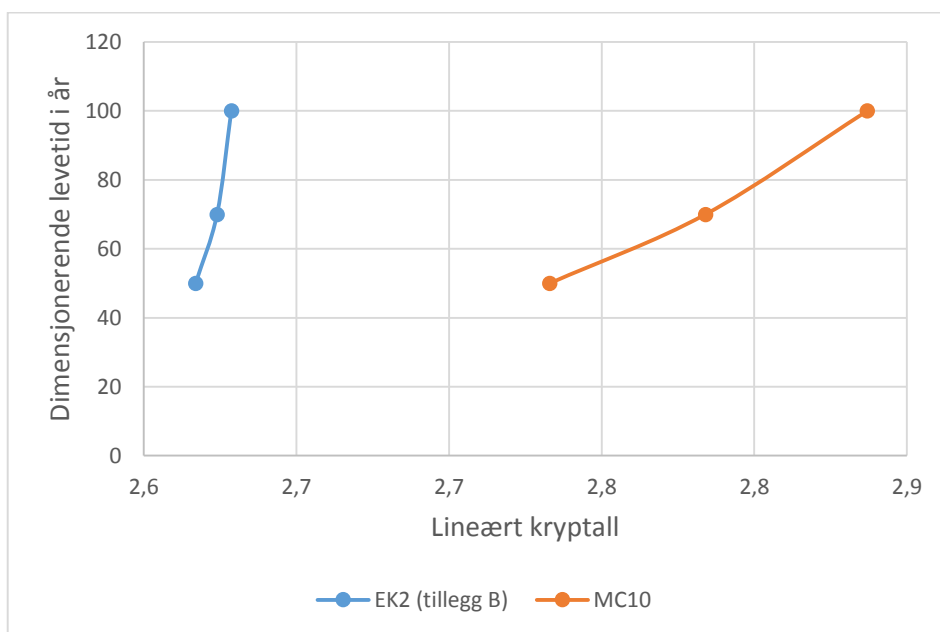
Figur 2.55: Endring av temperatur i løpet av t_0

Figur 2.56 viser en lineær forandring av kryptallet ved endring av relativ fuktighet. Det tallmessige avviket er tilnærmet det samme uavhengig relativ fuktighet.



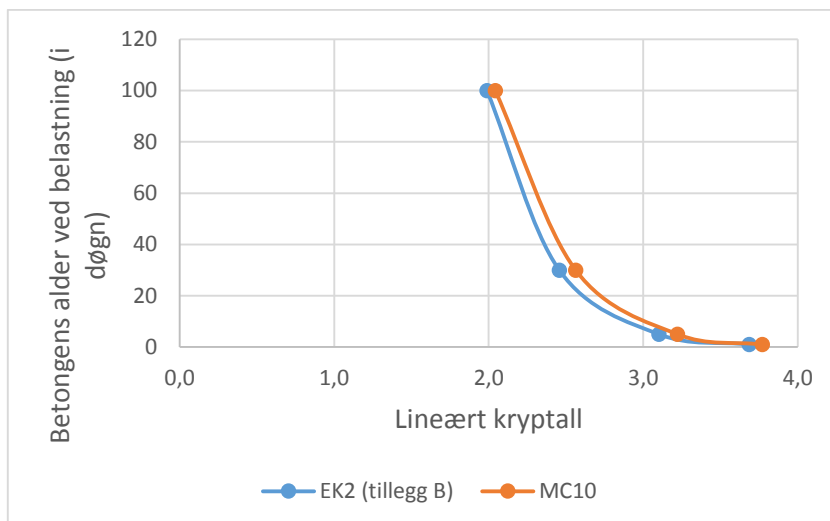
Figur 2.56: Endring av relativ fuktighet

Figur 2.57 viser at kryptallet øker ved lenger dimensjonerende levetid. Økningen er størst ved metoden gitt i MC10.



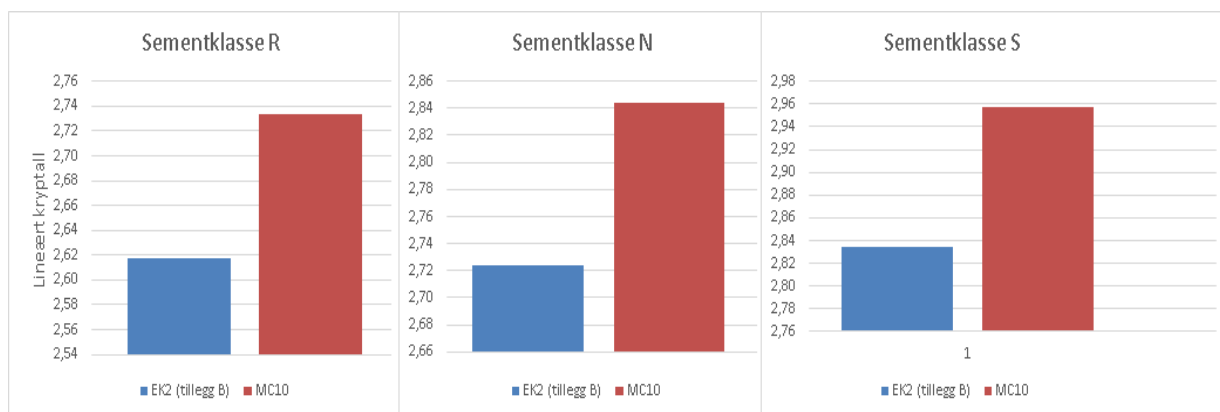
Figur 2.57: Endring av dimensjonerende levetid

Figur 2.58 viser kryptall ved forskjellig belastningstidspunkt.



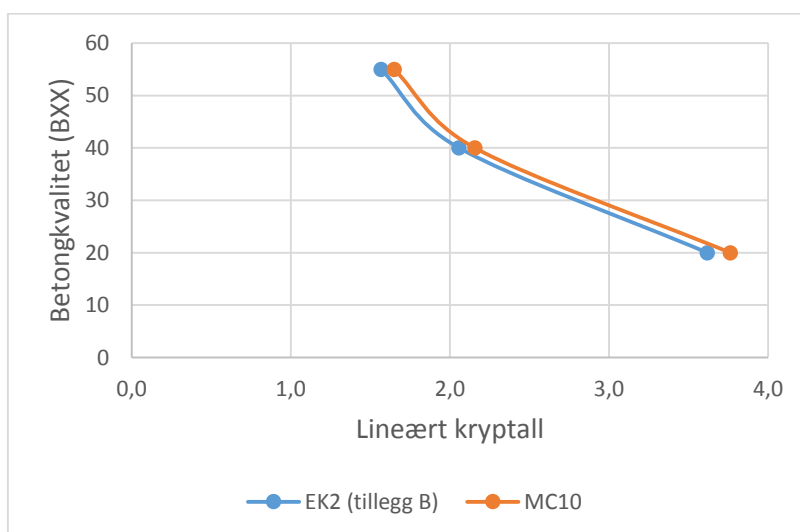
Figur 2.58: Kryptall ved forskjellig belastningstidspunkt

Figur 2.59 viser kryptall ved å endre på sementklassen.



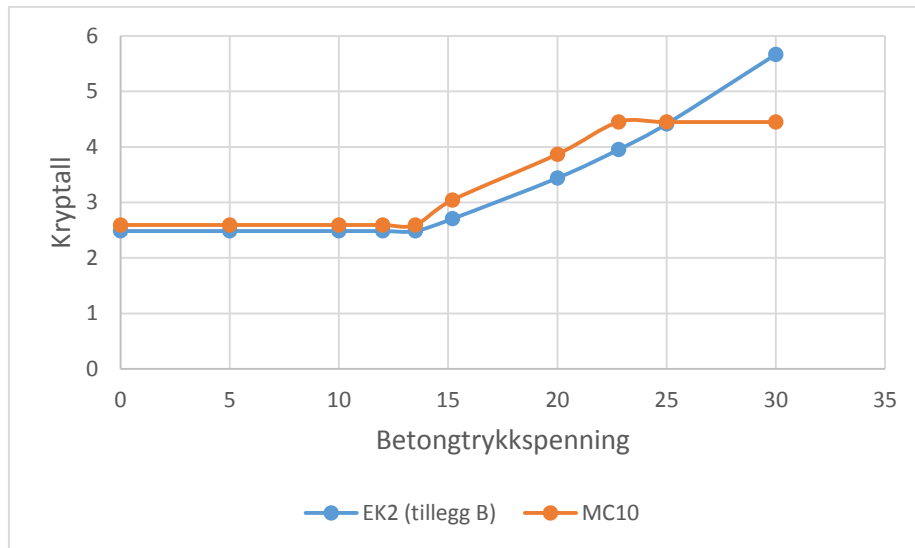
Figur 2.59: Kryptall ved ulik sementklasse

Figur 2.60 viser kryptallet ved å endre betongkvalitet.



Figur 2.60: Endring av betongkvalitet

Hvis belastningstidspunkt endres til 28 døgn slik at betongen har oppnådd full styrke, vil kryptallet endre seg som vist i Figur 2.61 ved å øke trykkspenningene.

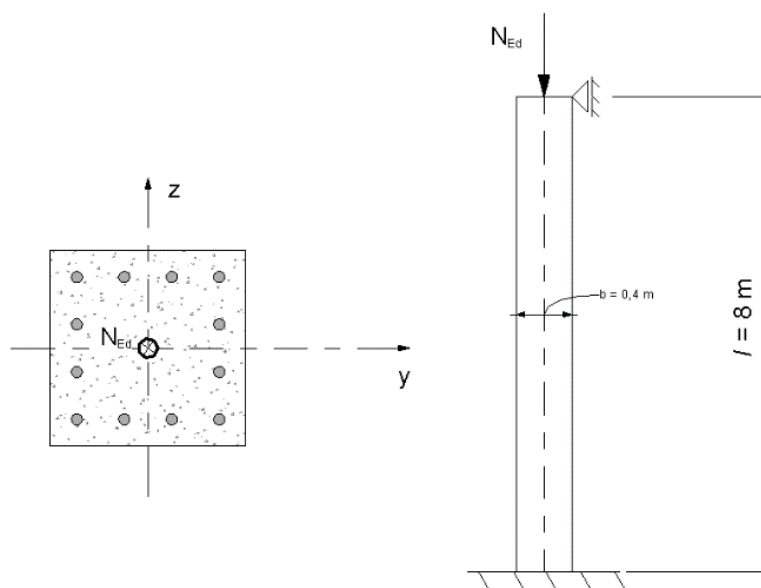


Figur 2.61: Kryptall ved økte spenninger

Det ser ut til at kryptallet som regel er større ved beregning etter MC10, med unntak av store spenninger i betongen. Det bør forskes nærmere på hvordan kryptet oppfører seg ved store spenninger. En fordel med metoden i MC10 er at den som nevnt i 2.7 skiller mellom forsinket elastisk og viskøst kryp.

Beregningsmetoder:

Siden beregningsmetodene i MC10 er basert på nominell krumning, er det sammenlignet med metode basert på nominell krumning etter EK2. Figur 2.62 viser en aksialbelastet søyle som det ses videre på.



Figur 2.62: Slank søyle påkjent av aksiallast

Det er benyttet følgende forutsetninger:

- Tverrsnittsdimensjoner $b = h = 400$ mm.
- Betongklasse B30.
- Symmetrisk armert tverrsnitt med totalt 12 $\varnothing 20$ armeringsjern.
- Effektiv krypkoeffisient antas å være $\varphi_{\text{eff}} = 2$.
- Det antas en knekkengdefaktor $\beta = 0,7$ ut i fra randbetingelsene.

Vedlegg H inneholder beregninger for søylens kapasitet etter EK2. Største tillatte aksialkraft er etter denne metoden omtrent 3250 kN.

Vedlegg I inneholder beregninger for nivå I tilnærming etter MC10. Største tillatte aksialkraft etter denne metoden er omtrent 2460 kN, og metoden anses som en konservativ forenklet metode.

Vedlegg J inneholder beregninger for nivå II tilnærming etter MC10. Største tillatte aksialkraft etter denne metoden er omtrent 3250 kN. Merk at dette er tilsvarende metode som er basert på krumning i EK2.

Vedlegg K inneholder beregninger for nivå III tilnærming etter MC10. Ettersom totalmomentet ikke kan være mindre enn $N_{\text{Ed}} \cdot \max\left\{\frac{h}{30}; 20\right\}$, viser beregningene tilsvarende svar som etter EK2 på omtrent 3250 kN.

Metodene gitt i MC10 har store likheter med EK2, og introduserer svært lite nytt. Metodene i MC10 kan betraktes som en omskrivning av metoden gitt i EK2, hvor nivå III er litt mer utdypende metode enn EK2.

I videre arbeid bør det kontrolleres om metodene avviker fra hverandre hvis søylen er påkjent med ulik belastning, for eksempel både aksial- og tverrlast.

2.9 Beregningseksempel i henhold til EK2

Det er regnet på tre rektangulære og tre sirkulære søyler for sammenligning med samvirkesøyler i 3.4. Søylene har samme lengde med forskjellige knekkengder, og er belastet med en aksialkraft $N_{\text{Ed}} = 4000$ kN. I beregningseksempelene er det valgt å legge inn armering som er praktisk mulig, samt øke tverrsnittet til runde tall. Det er ikke blitt kontrollert for noen øvre slankhetsgrense. Det kan være kritisk for tilfellene der knekkengden er $l_0 = 11 \text{ m} \cdot \beta = 11 \text{ m} \cdot 2,0 = 22 \text{ m}$.

For å undersøke gyldighetsområdet til formlene er det beregnet andre ordens effekter på en søyle som ikke er slank (kort søyle).

Rektangulære aksialbelastede slanke søyler:

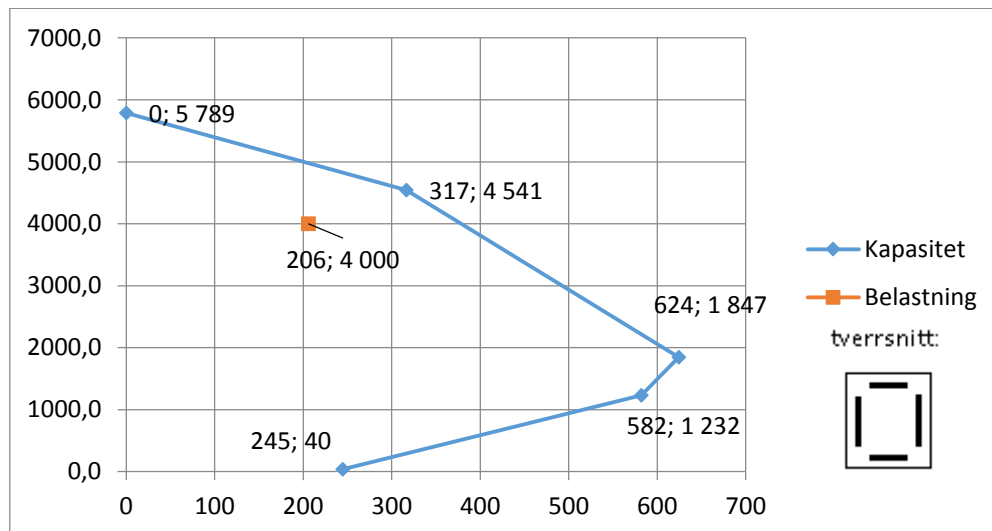
Det er benyttet følgende forutsetninger:

- Betongklasse B30.
- Effektiv krepkoeffisient antas å være $\varphi_{\text{eff}} = 2$.
- Beregnet med knekkledefaktorer på henholdsvis $\beta_1 = 0,7$, $\beta_2 = 1,0$ og $\beta_3 = 2,0$.
- Sentrisk belastet søyle med søylelengde på 11 m.
- Dimensjonerende aksiallast på 4000 kN.
- Overdekning på 50 mm.

I **vedlegg L** er knekkfaktoren $\beta = 0,7$ benyttet. Dimensjonerende tverrsnitt er:

- Dobbeltsymmetrisk tverrsnitt med $b = h = 500$ mm.
- Symmetrisk armert tverrsnitt med totalt 24 $\varnothing 20$ i hele tverrsnittet. Det vil si 7 $\varnothing 20$ langs hver side.

Figur 2.63 viser M-N diagrammet til søylen beregnet i **vedlegg L**.

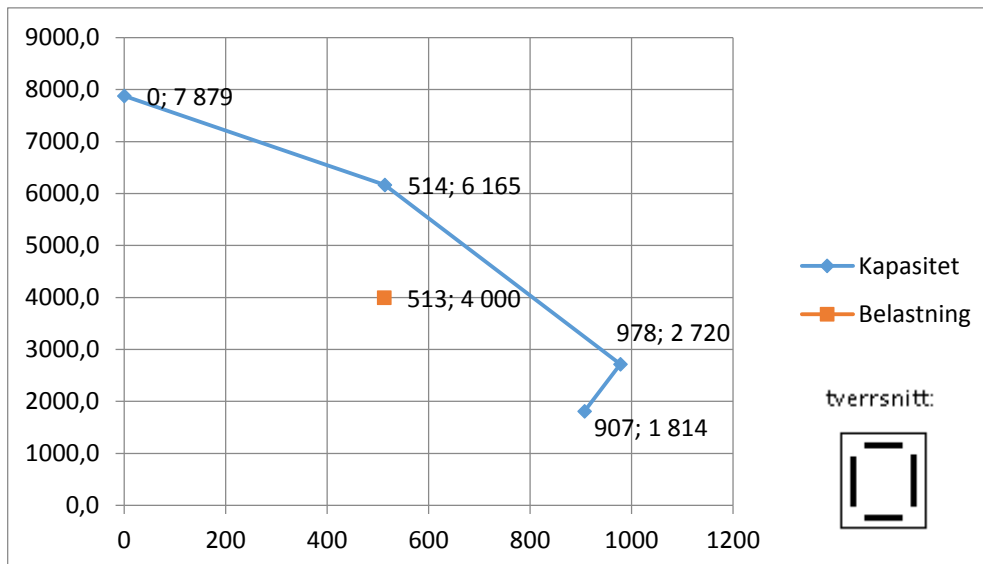


Figur 2.63: M-N diagram for slank søyle med knekkfaktor 0,7

I **vedlegg M** er knekkfaktoren $\beta = 1,0$ benyttet. Dimensjonerende tverrsnitt er:

- Dobbeltsymmetrisk tverrsnitt med $b = h = 600$ mm.
- Symmetrisk armert tverrsnitt med totalt 28 $\varnothing 20$ i hele tverrsnittet. Det vil si 8 $\varnothing 20$ langs hver side.

Figur 2.64 viser M-N diagrammet til søylen beregnet i **vedlegg M**.

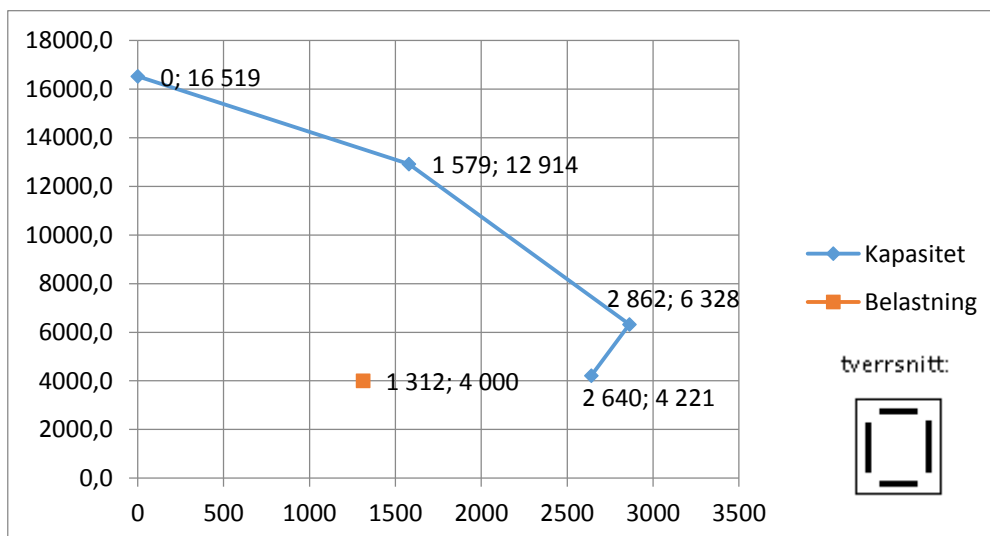


Figur 2.64: M-N diagram for slank søyle med knekkfaktor 1,0

I **vedlegg N** er knekkfaktoren $\beta = 2,0$ benyttet. Dimensjonerende tverrsnitt er:

- Dobbeltsymmetrisk tverrsnitt med $b = h = 900$ mm.
- Symmetrisk armert tverrsnitt med totalt 28 $\varnothing 25$ i hele tverrsnittet. Det vil si 8 $\varnothing 25$ langs hver side.

Figur 2.65 viser M-N diagrammet til søylen beregnet i **vedlegg N**.



Figur 2.65: M-N diagram for slank søyle med knekkfaktor 2,0

Merk at siden søylene er slanke, kan ikke aksialkraften økes uten å ivareta økningen til momentet.

Rektangulær aksialbelastede søyle som ikke er slank:

I **vedlegg O** er søylen beregnet med samme forutsetninger som beskrevet over, med unntak av at søylelengden er endret til 6,0 m. I tillegg er det valgt et tverrsnitt på $b = h = 500$ mm og

knekkfaktor $\beta = 0,7$. Dette er en søyle hvor det i prinsippet kan ses bort fra andre ordens effekter (kort søyle). Ved å regne søylen som at den er slank blir det totale momentet inkludert andre ordens effekter 29,1 kNm. Dette er mindre enn det generelle kravet hvor momentet ikke kan være mindre enn $N_{Ed} \cdot \max\left\{\frac{h}{30}; 20\right\}$, som for dette eksempelet er 80 kNm. Altså er det korrekt at de andre ordens effektene blir neglisjerbare for den korte søylen. Dette gjelder også dersom aksialkraften øker eller minker.

Sirkulære aksialbelastede slanke søyler:

Det er benyttet følgende forutsetninger:

- Betongklasse B30.
- Effektiv krepkoeffisient antas å være $\varphi_{eff} = 2$.
- Beregnet med knekkledefaktorer på henholdsvis $\beta_1 = 0,7$, $\beta_2 = 1,0$ og $\beta_3 = 2,0$.
- Sentrisk belastet søyle med søylelengde på 11 m.
- Dimensjonerende aksiallast på 4000 kN.
- Overdekning på 50 mm.
- Enkeltøyler i avstivende systemer.
- Benyttet programmet DTbeam for beregning av MN-diagram [51].

Tabell 5 viser en oppsummering av beregningene i **vedlegg (P, Q og R)**.

L [mm]	β	Diameter [mm]	Armering totalt [mm ²]	M_{Ed} Inkludert andre ordens effekter [kNm]
11000	0,7	600	18 $\emptyset 25 = 8836$	580
11000	1,0	700	22 $\emptyset 25 = 10799$	1163
11000	2,0	1100	26 $\emptyset 25 = 12763$	3354

Tabell 5: Dimensjonering av sirkulære aksialbelastede søyler

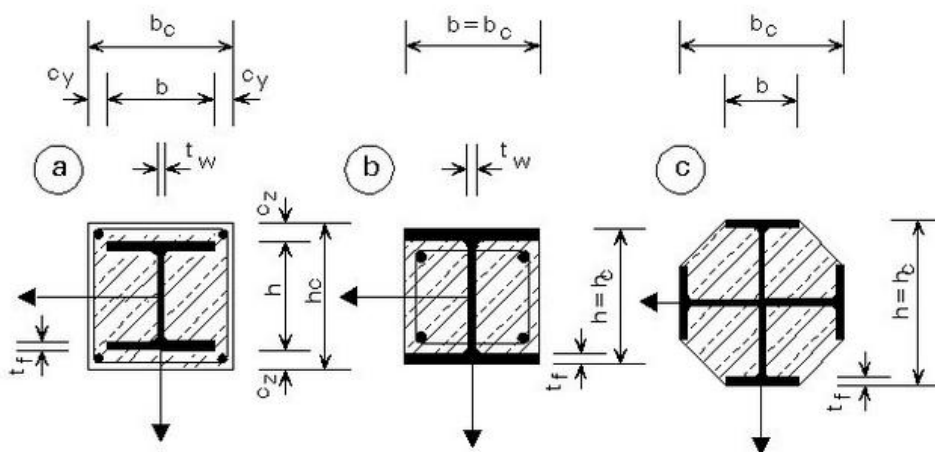
De sirkulære søylene blir påvirket i større grad enn rektangulære symmetriske tverrsnittene for store knekkledefaktorer med stor aksiallast. De andre ordens momentene må tas opp av armeringsstålet som har større arm for dobbeltsymmetrisk armerte rektangulære tverrsnitt. Det gir større momentkapasitet for rektangulære dobbeltsymmetriske tverrsnitt, enn for de sirkulære armerte søylene.

Kapittel 3

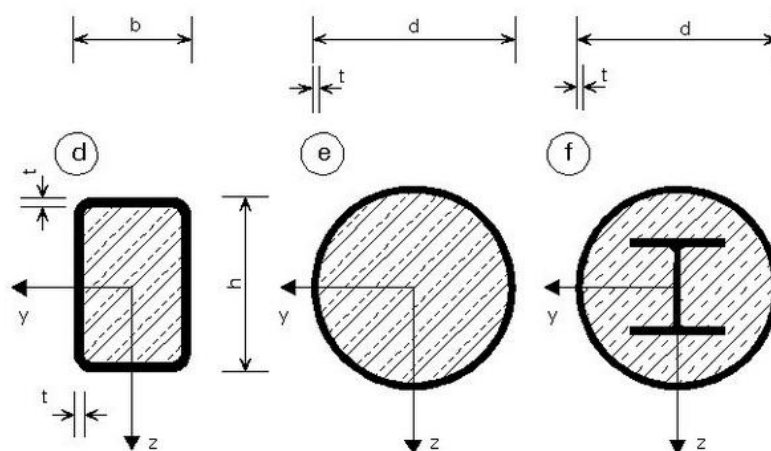
Samvirkesøyler

Samvirkesøyler er en konstruksjonsdel som er satt sammen av flere materialer som bidrar til stivhet og kapasitet. I hovedsak er det snakk om betong og stålprofiler, og det er kun dette som er behandlet i denne oppgaven. De første underkapitlene inneholder oppbygging av teorier og hvordan det regnes ut kapasitet på samvirkesøyler etter gjeldene standard, Eurokode 4 [30]. Videre er det regnet på tilsvarende eksempler, som for slanke betongsøyler kapittel 2 avsnitt 2.9. Resultatene fra samvirkesøyler er sammenlignet med hensyn til hva som er mest kostnadseffektivt, hvilke egenskaper, fordeler og ulemper som følger ved bruk av samvirkesøyler i vanlige konstruksjoner.

Figur 3.1 og Figur 3.2 viser de to hovedtypene for samvirkesøyler. Det er helt eller delvis innstøpte stålprofiler i betong, og stålprofiler fylt med betong.



Figur 3.1: Innstøpte stålprofiler: a) Fullinnstøpt, b) Delvis innstøpt, c) Delvis Innstøpt



Figur 3.2: Betongfylte stålprofil

3.1 Bakgrunn

Fram til 1950-tallet var det vanlig å bruke betong som brannbeskyttelse for stålprofilen i fleretasjes konstruksjoner. Det ble brukt svake betongblandinger og det ble ikke beregnet med betongens kapasitet, noe som var lite lønnsomt. Det ble vist at betongen gir et positivt bidrag ved å redusere slankheten på stålprofilen. Ved å utnytte dette kunne det spares inn på materialkostnader ved å benytte høyere betongfasthet. Dette ledet til den første beregningsmetoden som ble brukt i den gamle *British Standard* (BS) 449. Denne metoden var kun gjeldene for innstøpte H- eller I-profiler.

Tester med eksentrisk aksiallast viste at metoden i BS 449 var usikker. En forbedret metode for beregning ble utgitt i BS 5950 [33]. Denne metoden er fortsatt kontroversiell, men har til fordel at den er enkel å bruke. Konseptet går i hovedsak ut på å bytte ut stålprofilfaktorer med samvirkekomponentfaktorer. Den første metoden som virkelig tok hensyn til samvirke mellom betongen og H-profiler var metoden basert på teorier av Sommerville og Basu i 1967. Denne er basert på algebraiske antagelser til kurver utviklet fra numeriske analyser [32]. Metoden tok også hensyn til biaksial bøyning. Selv om den stemte bra med tester var den for kompleks for håndberegninger. Denne metoden er med i BS 5400 [34], men vil ikke bli gjennomgått i denne rapporten.

Y.C. Wang beskriver en metode basert på BS 5950 som er sammenlignet med både BS 5400, EK4 og utførte tester av slanke samvirkesøyler [31]. Det er konkludert med at EK4 er mindre konservativ enn BS 5400 og dermed mer materialøkonomisk. Den modifiserte BS 5950-metoden er dog enklere å bruke ifølge Wang. Tabell 6 og Tabell 7 viser at den modifiserte metoden ikke gir like bra resultat for innstøpte stålprofiler som EK4. I Tabell 7 er det markert gult i et tilfelle der den modifiserte metoden overskrider testresultatet. Metoden regnes allikevel som konservativ.

Test no.	Comparison between test results and different predicted column strengths					
	BS 5400 Part 5		Eurocode 4 Part 1.1		Proposed method	
	Predicted strength (kN)	Predicted/test	Predicted strength (kN)	Predicted/test	Predicted strength (kN)	Predicted/test
RHS1	217	0.59	224	0.61	235	0.64
RHS2	182	0.74	187	0.76	216	0.88
RHS3	114	0.66	141	0.82	156	0.91
RHS4	138	0.58	175	0.73	169	0.71
RHS5	149	0.59	175	0.70	169	0.67
RHS6	148	0.63	175	0.75	197	0.84
RHS7	336	0.73	462	0.92	448	0.86
RHS8	303	0.63	419	0.87	446	0.93
Gj.snitt RHS	–	0.64	–	0.77	–	0.81

Tabell 6: Sammenligning mellom EK4, BS 5400 og modifisert BS 5950 på RHS søyler

RSH står for rektangulær hult profil, og omtales heretter som hulprofil.

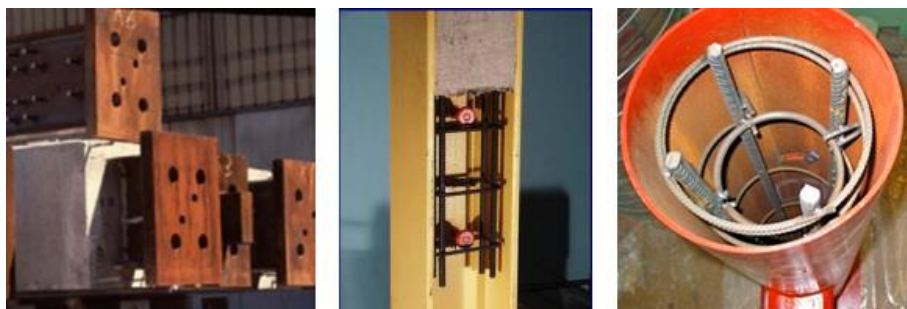
Test no.	Comparison between test results and different predicted column strengths					
	BS 5400 Part 5		Eurocode 4 Part 1.1		Proposed method	
	Predicted strength (kN)	Predicted/test est	Predicted strength (kN)	Predicted/test	Predicted strength (kN)	Predicted/test
RSJ1	745.5	0.71	710	0.78	686	0.70
RSJ2	740	0.91	612	0.75	604	0.74
RSJ3	488	0.86	509	0.89	604	1.06
RSJ4	258	0.60	520	0.75	288	0.67
RSJ5	363	0.96	279	0.75	262	0.69
RSJ6	271	0.82	220	0.67	206	0.62
RSJ7	181	0.70	216	0.84	206	0.80
Gj.snitt RSJ	–	0.82	–	0.77	–	0.75
Gj.snitt totalt	–	0.71	–	0.77	–	0.78

Tabell 7: Sammenligning mellom EK4, BS 5400 og modifisert BS 5950 på RSJ søyler

RSJ er et stålprofil som ikke er lukket, for eksempel I-profil.

EK4 ble laget av en komité bestående av Ir J. W. B. Stark fra Nederland, Professor K. Roik fra Bochum Universitet, Ir G.H. Mathieu fra Frankrike og Professor R. P. Johnson fra Universitet i Warwick [40]. Den ble skrevet etter at EK1, EK2 og EK3 var laget, og ble utgitt første gang i 1984. Erfaring fra arbeidet med de andre Eurokoden gjorde at førsteutkastet til EK4 kun tok ni måneder å lage. Til sammenligning tok det flere år å lage førsteutkast til de tidligere Eurokodene. EK4 er basert på teorier og formler fra EK2 og EK3. Opprinnelig skulle Eurokoden inkludere både samvirkebroer og vanlig konstruksjoner. På grunn av broenes kompleksitet omfatter standarden kun bygg og korte broer. Søyledelen i EK4 er i hovedsak basert på Roik og Bergmann sin metode, også kalt den tyske metoden. Denne metoden har færre begrensninger, samtidig som den består av forenklede modeller som gjør den bedre egnet til håndberegninger enn Basu og Sommerville sin metode.

I EK4 er det gitt to metoder for å regne på samvirkesøyler. En generell og en forenklet. Den forenklede metoden i EK4 baserer seg i stor grad på Roik og Bergmann sin metode. I 3.2.3 blir den denne metoden analysert nærmere. Figur 3.3 viser tre ulike løsninger for samvirkesøyler.



Figur 3.3: a) Innstøpt, b) Delvis innstøpt, c) fylt stålprofil

3.2 Dimensjonering etter EK4

Kapittel 6.7 i EK4 omhandler hovedregler for design av samvirkesøyler og trykkkomponenter. Kapasiteten til en samvirkesøyle skal gjøre rede for følgende kriterier [6.7.1 (5)]:

- Søylene som komponent har tilstrekkelig kapasitet.
- Kapasitet mot lokal knekking av stålprofiler.
- Lastinnføring fra andre konstruksjonskomponenter.
- Skjæroverføring mellom stål og betong.

Det stiller blant annet krav til materialer, slankhet, stabilitet med mer. Dette er beskrevet i **3.2.1.**

3.2.1 Beregningskriterier for samvirkesøyler

EK4 [6.7.1 (2)] gir føringer for hvilke materialkvaliteter beregningsmetodene gjelder for. Det skal være en stål kvalitet mellom S235 til S490 og betongkvalitet mellom B20 til B50. Dersom det benyttes betong utenfor disse kvaliteten må ytterligere påvisning av kapasitet med hensyn til kryp, svinn og tøyning vises til [37]. Dette kan for eksempel gjøres i en ikke-lineær analyse.

Fordelen ved å benytte høyfast stål er at det kan velges slankere stålprofiler. «*Strength of slender concrete filled high strength steel box columns*» av Mohanad Mursi og Brian Uy, viser ulike forsøk med fylte rektangulære høyfaste stålprofiler [35]. Det er også vist en beregningsmetode basert på forsøksresultat og EK4. De har konkludert med at det trengs flere forsøk for at metoden kan benyttes. Dette gjelder forsøk med ulike randbetingelser og med biaksial bøyning.

$$\gamma_a = 1.05 \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_a} \quad (3.1)$$

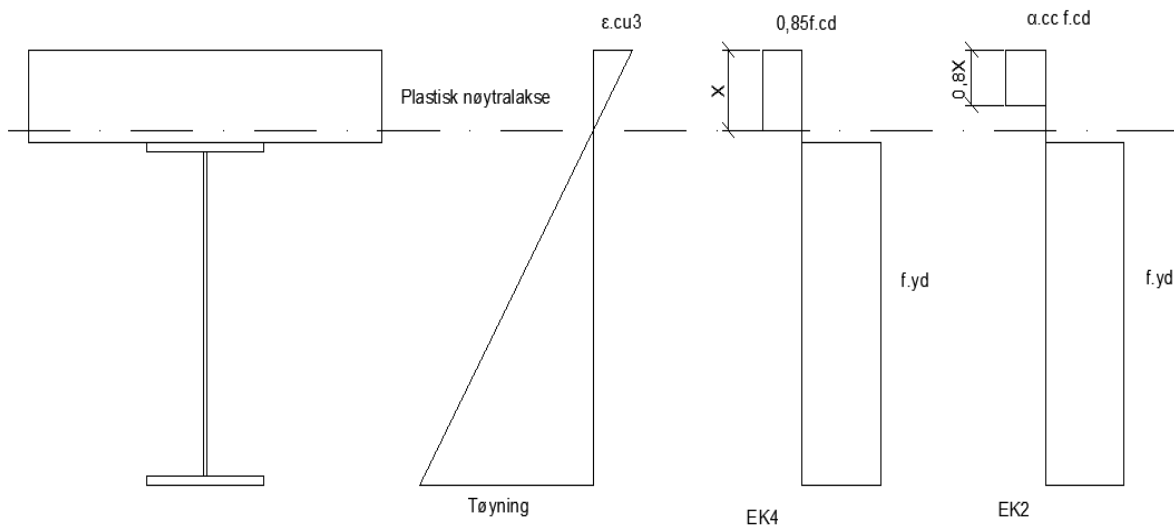
$$\gamma_c = 1.5 \quad f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (3.2)$$

$$\gamma_s = 1.15 \quad f_{sd} = \frac{f_{sk}}{\gamma_s} \quad (3.3)$$

Materialfaktorene brukt i EK4 er hentet fra EK2 og EK3. Det er viktig å merke seg at trykkfastheten i betong, f_{cd} , ikke er den samme som den reduserte trykkfastheten α_{cc} i EK2 [3.1.6]. Denne faktoren variere i EK2 fra 0,8 til 1 og bestemmes av det nasjonale tillegget. I EK4 er α_{cc} satt lik 1. Dette på grunn av flere årsaker [37]:

- Den plastiske spenningsblokken til betongen som brukes i kapasitetsberegninger er $0,85f_{cd}$ og strekker seg helt ned til nøytralaksen. For EK2 gjelder [3.1.7 (3)] der spenningsblokken gjelder kun for 80 % av høyden til $\alpha_{cc}f_{cd}$ for $f_{ck} \leq 50\text{MPa}$. Figur 3.4 viser en sammenligning mellom EK4 og EK2 av spenningsblokker for en samvirkebjelke tverrsnitt. Samme prinsipp vil gjelde for et søyletverrsnitt. Faktor 0,85 vil dermed ikke bli helt lik α_{cc} . I tillegg tillater faktoren ulike spenningsblokker for innstøpte og fylte samvirkesøyler, hvor faktoren er henholdsvis 0,85 og 1,0. Grunnen til at faktoren er 1,0 for fylte samvirkesøyler er

at betongen har en forhindret tverrutvidelse. Da vil betongen få en økt fasthet og tøyningkapasitet. Derfor vil ikke betongtrykkfastheten bli redusert for fylte stålprofiler, se EK2 [3.1.9].



Figur 3.4: Spenningsfordeling

- Det er enklere å gjøre beregninger med spenningsblokkene til EK4. Ved å bruke EK2 vil det være vanskeligere å bestemme den plastiske nøytralaksen for konstruksjonsdeler. Dette gjelder spesielt hvor nøytralaksen ligger i eller nær stålflynsen eller i betongen.
- Beregninger gjort med spenningsblokker etter EK4 er kontrollert mot testresultater. Bruk av EK2 sine spenningsblokker vil redusere aksial og momentkapasiteten til tverrsnittet i forhold til EK4 sin metode. Det er vist under i Tabell 8 hvor h_c er betongtrykksonens høyde og b_c er bredden på betongen.

EK2 Aksialkapasitet betong	EK4 Aksialkapasitet betong
$N_{cd,EK2} = \frac{\alpha_{cc} f_{ck}}{\gamma_c} b_c 0,8 h_c = 0,68 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b_c h_c$	$N_{cd,EK4} = 0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b_c h_c$
EK2 Momentkapasitet betong	EK4 Momentkapasitet betong
$M_{cd,EK2} = 0,68 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b_c h_c \left(\frac{0,8}{2} h_c + 0,2 h_c \right)$ $= 0,408 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b_c h_c^2$	$M_{cd,EK4} = 0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b_c h_c 0,5 h_c$ $= 0,425 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b_c h_c^2$

Tabell 8: Beregningsformler fra spenningsblokker

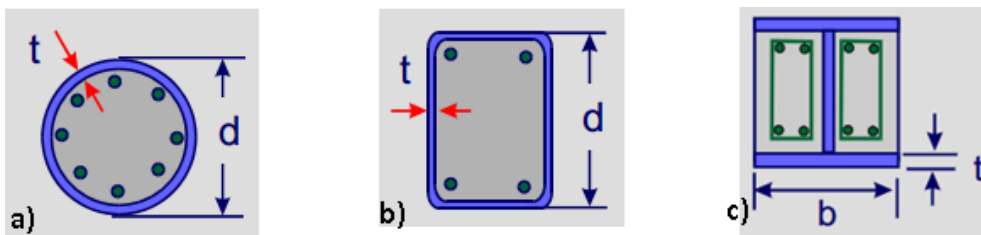
Ettersom det er kontrollert at EK4 metoden er riktig i forhold til forsøk, vil det være for konservativt å bruke EK2 spenningsblokker. I tillegg er EK2 komplisert å beregne etter den forenklede metoden.

For deler hvor det kun beregnes med armert betong benyttes α_{cc} etter EK2. Dette gjelder for eksempel ved beregning av skjærarmoring til betongen i en innstøpt samvirkesøyle, og er vist i 3.2.4.

Lokal knekking

EK4 [6.7.1 (8) og (9)] gir føringer for hvordan lokal knekking skal behandles. Betongen vil hindre at stålet knekker ut lokalt selv om stålet når flyt. For å kunne negligjere problemet med lokal knekking i beregningene, er det i EK4 [tabell 6.3] gitt maks forhold mellom høyde/bredde og ståltykkelse. Disse er gjengitt i

Figur 3.5 a), b) og c).



Figur 3.5: Maks grenseforhold $\frac{d}{t}$ [38]

$$\max\left(\frac{d}{t}\right) = 90 \frac{235}{f_{yk}} \quad \max\left(\frac{d}{t}\right) = 52 \sqrt{\frac{235}{f_{yk}}} \quad \max\left(\frac{b}{t}\right) = 44 \sqrt{\frac{235}{f_{yk}}}$$

Grensene har bakgrunn fra EK3 [tabell 3.1]. Det er benyttet grensene til tverrsnittsklasse 2 som grunnlag, ettersom det beregnes med plastisk kapasitet. Grensene ovenfor er mindre konservative i forhold til EK3 ettersom betongen vil redusere muligheten for lokal knekking. Tverrsnittsklasse 3 og 4 blir ikke dekket av [6.7.1 (8) og (9)] [37]. Nedenfor er tverrsnitt klassifisert etter EK3 og EK4.

Sveist hulprofil med:

$$f_{yk} = 235\text{MPa} \quad (3.4)$$

Etter EK3 rent trykk:

$$\frac{c}{t} = \frac{h - 2t}{t} \leq 38 \sqrt{\frac{235}{f_{yk}}} = 38 \rightarrow h \leq 38t + 2t = 40t \quad (3.5)$$

t = tykkelse

c = h - 2t

Etter EK4:

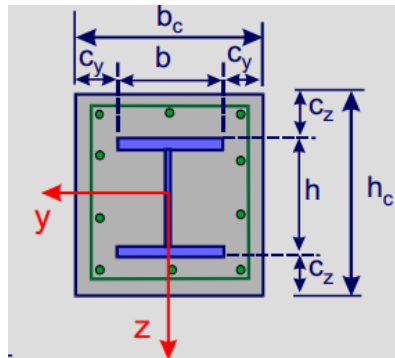
$$\frac{h}{t} \leq 52 \sqrt{\frac{235}{f_{yk}}} = 52 \rightarrow h \leq 52t \quad (3.6)$$

d = h = høyde

Dette viser at EK4 kan beregnes med ståltversnitt som normalt vil havne en tversnittsklasse lavere enn i EK3. Ved beregning av samvirkesøyler er det kun nødvendig å klassifisere ståltversnittet etter EK4.

For fullt innstøpte stålprofiler gjelder [6.7.5.1 (2)] som gir et minimumskrav til betongoverdekning av stålprofilen. Overholdes grensene kan kontroll av lokal knekking utelates i beregningene.

Figur 3.6 viser et fullt innstøpt stålprofil.



Figur 3.6: Fullt innstøpt stålprofil [38]

$$c_{z/y} \geq \max\left(40\text{mm}, \frac{b}{6}\right)$$

Stålbidrag

Stålets bidrag i samvirkesøylen har en grense definert i [6.7.1 (4)]:

$$0,2 \leq \delta \leq 0,9 \quad (3.7)$$

Dersom forholdet er mindre enn 0,2 vil søylen bli betraktet som en betongsøyle. Er forholdet større enn 0.9 skal søylen betraktes som en stålsøyle. δ er definert [6.7.3.3 (1)]:

$$\delta = \frac{A_a f_{yd}}{N_{pl,Rd}} \quad (3.8)$$

$N_{pl,Rd}$ er plastisk trykkraftkapasitet for hele tversnittet. Merk at faktoren 0,85 ikke alltid gjelder, se 3.2.3.

$$N_{pl,Rd} = A_a f_{yd} + 0.85 A_c f_{cd} + A_s f_{sd} \quad (3.9)$$

3.2.2 Generell metode [6.7.2]

Den generelle metoden kan brukes på alle typer og former for tversnitt og materialkombinasjoner. Denne metoden gir føringer for en ikke-lineær analyse som kan benyttes i avanserte dataprogram eller en annen tilsvarende metode som tilfredsstillende

kravene. Beregninger av indre krefter skal utføres ved elastisk-plastisk analyse. Prosjektering av konstruksjonsstabilitet i generell metode må gjøre rede for følgende punkter:

- 2.ordens effekter inkludert egenspenninger.
- Geometrisk feilstillinger.
- Lokal ustabilitet.
- Riss i betongen.
- Kryp og svinn i betong.
- Flyt i stål eller armering.
- Sikre at ustabilitet ikke opptrer i mest ugunstig kombinasjon av krefter (moment, aksial og skjær i ULS) og tilstrekkelig kapasitet i de ulike akseretninger for søylen.

Roik og Bergmann har utledet en metode som tar for seg usymmetriske tverrsnitt [36]. I den rapporten har de forsøkt å utlede nye formler tilsvarende EK4. Metoden er ikke utredet i denne rapporten, men gir en mulig beregningsgrunnlag for usymmetriske tverrsnitt.

3.2.3 Forenklet metode [6.7.3]

Forenklet metode gjelder for dobbeltsymmetriske tverrsnitt. Den ble utviklet ved sammenligning av testresultater og numeriske modeller. Metoden begrenser seg til utførte forsøk [37]. Den forenklede metoden er forklart nedenfor.

Relativ slankhet [6.7.3.3 (2)]

Kravet for å regne forenklet er at den relative slankheten, $\bar{\lambda} \leq 2$:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} \quad (3.10)$$

$N_{pl,Rk}$ er karakteristisk plastisk trykkapasitet for tverrsnittet:

$$N_{pl,Rk} = A_a f_{yk} + 0.85 A_c f_{ck} + A_s f_{sk} \quad (3.11)$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{L_k^2} \quad (3.12)$$

$$(EI)_{eff} = E_a I_a + K_e I_c E_{cm} + I_s E_s \quad (3.13)$$

N_{cr} er teoretisk knekklast regnet med effektivt bøyestivhet.

$K_e = 0,6$ er en faktor som tar hensyn til tap av stivhet på grunn av mulig riss i betongen.

E_{cm} bør byttes med $E_{c,eff}$ som tar hensyn til langtidsvirkning av kryp.

E_a er elastisitetsmodulen til stålprofilet.

I_a er stålprofilets arealtreghetsmoment.

I_c, E_{cm}, I_s og E_s er forklart i **2.5.2**.

Hvorfor det ikke er gjort flere forsøk som kunne utvide gyldighetsområdet for $\bar{\lambda}$ er ikke opplyst. Det er gjort et forsøk på å finne dobbeltsymmetriske tverrsnitt som ikke kan regnes forenklet. **Vedlegg T** er et beregningsark for utvalgte innstøpte HEB-profiler. Eksempelet viser at den relative slankheten i hovedsak er avhengig av materialkvalitet og knekk lengde. Den relative slankheten blir høyere ved bruk av høy materialkvalitet, som fører til at forenklet metode ikke kan benyttes. Dette kan forklares ved at økt materialkvalitet gir økt trykkapasitet som fører til at søylen kan bære mer laster og dermed er i større fare for stabilitetsbrudd. I **vedlegg T** kan det velges en søyle med knekk lengde 8 m og et tverrsnitt på 200x200 mm med innstøpt HEB120. Dette kan beregnes forenklet med S235, men ikke med S355. Dette fordi den relative slankheten blir for høy. Dette stiller spørsmål ved slankhetsgrensen 2, som gjør det vanskelig å øke kapasiteten til tverrsnittet og samtidig regne forenklet. I guiden til EK4 er det hevdet at det er usannsynlig at slankheten vil være restriktiv på beregninger i praksis [37].

Omrøringsseffekten [6.7.3.2 (6)]

Den relative slankheten benyttes videre ved fylte sirkulære stålprofil som utsettes for rent aksialt trykk.

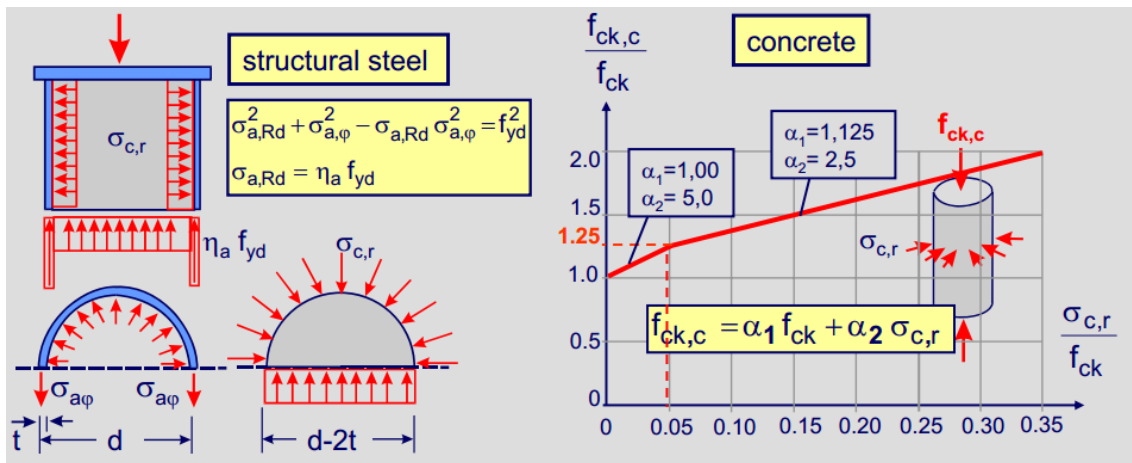
$$N_{pl,Rd} = \eta_a A_a f_{yd} + A_c f_{cd} \left(1 + \eta_c \frac{t f_{yk}}{d f_{ck}} \right) + A_s f_{sd} \quad (3.14)$$

Hvis det ikke er eksentrisitet er $\eta_{ao} = \eta_a$ og $\eta_{co} = \eta_c$. Tykkelse av stålprofil er t og d er diameter på hele tverrsnittet.

$$\eta_{ao} = 0,25(3 + 2\bar{\lambda}) \leq 1 \quad (3.15)$$

$$\eta_{co} = 4,9 - 18,5\bar{\lambda} + 17\bar{\lambda} \geq 0 \quad (3.16)$$

Faktorene η_{ao} og η_{co} gir en økning i betongkapasitet på grunn av omrørings effekter. Det vil si når betongen blir forhindret i å ekspandere radielt. Figur 3.7 viser en betongsylinderen som utsettes for en treaksial spenningstilstand som gir økt trykkfasthet. Stålet vil utsettes for strekkrefter og får redusert kapasitet. Det er kun lov å ta hensyn til denne effekten når $\bar{\lambda} \leq 0,5$ og eksentrisiteten mellom aksialkraft og moment er mindre enn 0,1d.



Figur 3.7: Viser økt kapasitet i betong på grunn av omrøringsseffekt [38].

En annen positiv effekt av omrøringsseffekten er at det gir en økt skjærinteraksjon fordi radialspenningene øker friksjonen mellom stålet og betongen. Det positive bidraget dette gir er videre kommentert i **3.2.4**.

Overdekning [6.7.3.1 (2)]

For innstøpte stålprofiler er det et beregningsmessig grense til maks overdekning:

$$c_z = 0,3h \quad (3.17)$$

$$c_y = 0,4b \quad (3.18)$$

Kravet er satt slikt for å unngå oppmykning av betongen og at det ikke er gjort forsøk med større overdekning. Disse maktgrensene sikrer at stålets bøyestivhet gir det største bidraget til den totale stivheten. Større overdekning er tillatt, men øker ikke den beregningsmessige overdekningen utover c_i [37]. Kombinert med lokalknekkingskrav til overdekning gir dette et intervall på høyde og bredde som det er lov å regne med.

Maks armering og vipping

Lengdearmring brukt i kapasitetsberegninger skal ikke utgjøre mer enn 6 % av betongarealet EK4 [6.7.3.1 (3)]. Dette er en høyere prosentandel enn anbefalt i EK2, som har øvre grense på 4 % EK2 [NA.9.2.1.1]. For å undersøke om det er tillatt å bruke mer armering i samvirkesøyler enn i betongsøyler er det kontrollert tverrsnitt med henholdsvis minst tillatt- og maks tillatt stålareal. Minst stålareal og maks betongareal:

$$A_s = 0,06A_c \quad (3.19)$$

$$\delta = \frac{A_a f_{yd}}{N_{pl,Rd}} = 0,2 \rightarrow A_a f_{yd} = 0,2(A_c f_{cd} 0,85 + A_a f_{yd} + 0,06A_c f_{sd}) \quad (3.20)$$

Setter inn materialdata:

$$f_{yd} = 466 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, f_{cd} = 13,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ og } f_{sd} = 434 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Dette gir:

$$A_s = 0,02A_c \quad (3.21)$$

$$A_c = bh - A_a \rightarrow A_c = \frac{bh}{1,02} \quad (3.22)$$

Sammenligner krav fra EK4 og EK2:

$$0,6A_{c,EK4} \geq 0,4A_{c,EK2} \quad (3.23)$$

$$0,6 \frac{bh}{1,02} \geq 0,4bh \quad (3.24)$$

$$0,59bh \geq 0,4bh \quad (3.25)$$

Det er tillatt med mer armering i samvirkesøylen etter EK4 enn kravet fra EK2, ved minst tillatt stålareal. For tilfellet med størst stålareal og minst betongareal er:

$$A_s = 0,06A_c \quad (3.26)$$

$$\delta = \frac{A_a f_{yd}}{N_{pl,Rd}} = 0,9 \rightarrow A_a f_{yd} = 0,9(A_c f_{cd} 0,85 + A_a f_{yd} + 0,06A_c f_{sd}) \quad (3.27)$$

Setter inn materialdata:

$$f_{yd} = 223,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, f_{cd} = 33,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ og } f_{sd} = 434 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Dette gir:

$$A_s = 2,19A_c \quad (3.28)$$

$$A_c = bh - A_a \rightarrow A_c = \frac{bh}{3,19} \quad (3.29)$$

Sammenligner krav fra EK4 og EK2:

$$0,6A_{c,EK4} \geq 0,4A_{c,EK2} \quad (3.30)$$

$$0,6 \frac{bh}{3,19} \geq 0,4bh \quad (3.31)$$

$$0,19bh \geq 0,4bh \quad (3.32)$$

Det er krav om mindre armering i samvirkesøylen etter EK4 enn kravet fra EK2, ved størst tillatt stålareal. Merk at gjennomsnittet til kravene fra EK4 tilnærmet lik kravet fra EK2:

$$\frac{0,59bh + 0,19bh}{2} = 0,39bh \approx 0,4bh \quad (3.33)$$

Dersom betongarealet beregnes med flere stålprosjenter, δ , vil dette antagelig gi en tilnærmet normalfordelingskurve hvor snittet ligger ved EK2 kravet. I henhold til [37] er det usannsynlig at armeringsprosentandelen vil være problematisk for beregninger. Dette siden det sjelden benyttes maks armering i praksis. EK4 [6.7.5.2 (1)] gir et minstekrav på armeringsforhold til innstøpte stålprofiler på 0,3 %.

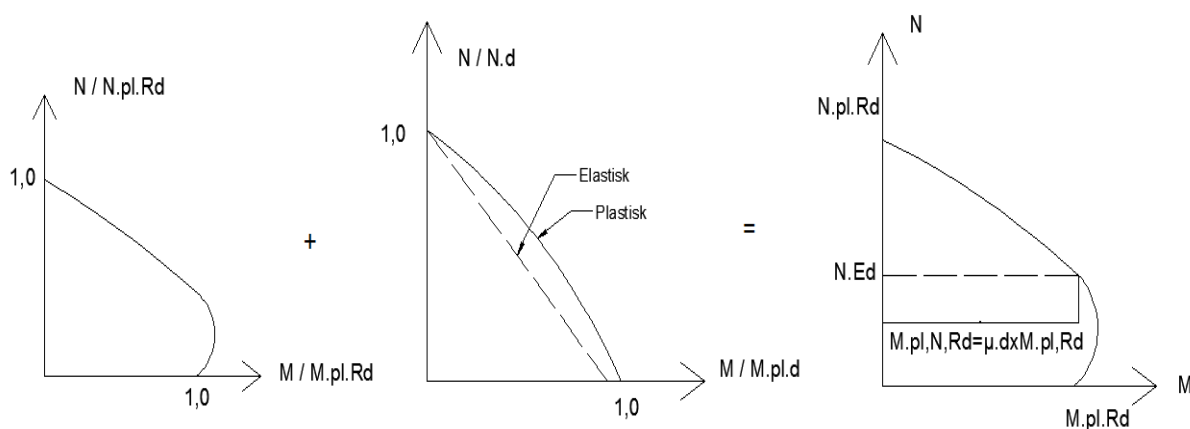
[6.7.3.1 (4)] gir et krav om forhold mellom høyde og bredde. Dette er for å hindre bruk av tverrsnitt som kan vippe og samvirkesøyler som blir til stive vegger.

$$0,2 < \frac{h}{b} < 5 \quad (3.34)$$

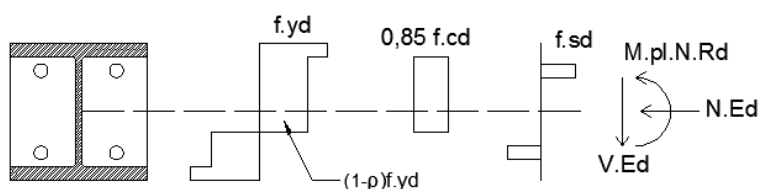
Kapasitet til tverrsnitt

Som nevnt er $N_{pl,Rd}$ den plastiske kapasiteten for rent trykk i tverrsnittet. Da er det regnet at stålet går til flyt og betongen knuses, men betongkapasiteten bør reduseres som nevnt over.

[6.7.3.2 (2)] omhandler kapasitet for tverrsnitt som er utsatt for kombinasjon av moment, aksialkraft og skjærkraft. Figur 3.8 viser interaksjonskurver hvor det er antatt rektangulære spenningsblokker for hvert materiale. Strekkapasitet til betong neglisjeres.



Figur 3.8: Interaksjonskurver: betongtverrsnitt, ståltverrsnitt og samvirkesøyle



Figur 3.9: Spennings blokker

Stålprofilen kan forenklet antas å motstå alle skjærkrefter normalt på betraktet akse. Derfor kan skjærkraften neglisjeres i kombinasjon med momentet i interaksjonskurven dersom følgende er tilfredsstilt [6.7.3.2 (3)]:

$$V_{a,Ed} \leq 0,5V_{pl,a,Rd} \quad (3.35)$$

Dette er tilsvarende krav som i EK3. Dersom $V_{a,Ed}$ er større enn 50 % av plastisk skjærkapasitet må det tas hensyn til skjær ved å redusere stålkapasiteten i skjærarealet A_v

$$(1 - \rho)f_{yd} \quad (3.36)$$

$$\rho = \left(\frac{2V_{Ed}}{V_{Rd}} - 1 \right)^2 \quad (3.37)$$

ρ er hentet fra [6.2.2.4 (2)] og gjelder for stål i tverrsnittsklasse 1 eller 2.

$V_{Rd} = V_{pl,Rd} = V_{pl,a,Rd}$ dersom betongens skjærbidrag er neglisjert.

$V_{pl,a,Rd}$ beregnes etter EK3 [6.2.6]:

$$V_{a,Ed} \leq V_{pl,a,Rd} \quad (3.38)$$

Skjær kan fordeles i stålet og betongen etter [6.7.3.2 (4)] med mindre en annen nøyaktig analyse er gjort. Som nevnt er det vanligvis ikke nødvendig å beregne skjærkapasiteten til betongen [37]. Derfor er det ikke gitt spesifikke regler i EK4 for beregning med betongens skjærkapasitet.

$$V_{a,Ed} = V_{Ed} \frac{M_{pl,a,Rd}}{M_{pl,Rd}} \quad (3.39)$$

$$V_{a,Ed} = V_{Ed} - V_{Ed,a} \quad (3.40)$$

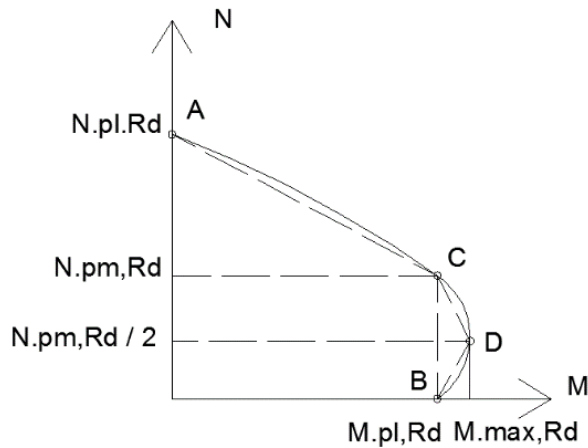
$M_{pl,a,Rd}$ er plastisk motstandsmoment for stålprofilen.

$M_{pl,Rd}$ er totale plastiske motstandsmomentet for samvirkesøylen.

$V_{c,Rd}$ beregnes etter EK2 [6.2]. Det er viktig at uarmert betong ikke kan påvise kapasitet etter EK2 (6.2.b) $V_{c,Rd,min}$. Dette fordi den formelen antar at minimumsarmering er oppfylt.

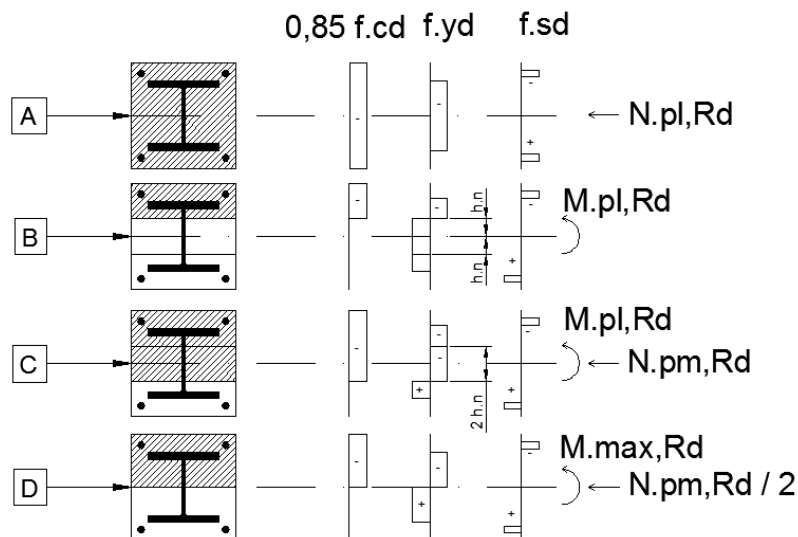
For betongfylte stålprofiler uten lengdearmering vil ikke betongen kunne bidra til skjærkapasitet [37].

For å bestemme interaksjonskurven for samvirkesøylen er det praktisk at beregningene er enklest mulig. [6.7.3.2 (5)] beskriver en forenklet metode for dette. Ved å trekke rette linjer mellom punktene A,B,C og D som vist på Figur 3.10 oppnås konservativ kapasitet, med omtrent lik form som en nøyaktig interaksjonskurve ved datanalyse. Dersom en mer nøyaktig interaksjonskurve trengs kan et siste punkt E etableres mellom A og C.



Figur 3.10: Interaksjonskurve for samvirkesøyle

Figur 3.11 viser en metode for å beregne forenklet interaksjonskurver. Utledinger er hentet fra EK4 og [39].



Figur 3.11: Metode for beregning av forenklet interaksjonskurve

I punkt A er det kun aksialkraften som virker, og hele tversnittet er i trykk.

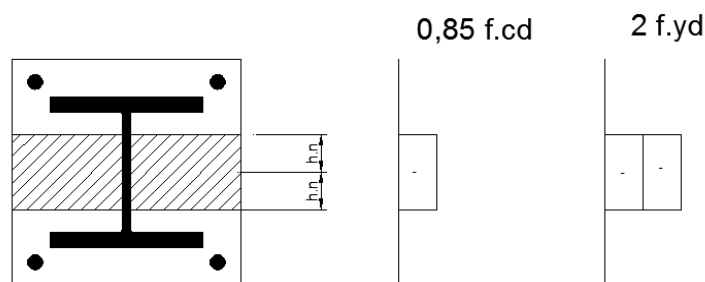
$$N_{A,Rd} = N_{pl,Rd} \quad M_{A,Rd} = 0 \quad (3.41)$$

I punkt B er det kun moment som opptrer. For å kunne bestemme momentet må en finne ut hvor den plastiske nøytralaksen ligger og dens ukjente avstanden h_n fra symmetriaksen.

$$N_{B,Rd} = 0 \quad M_{B,Rd} = M_{pl,Rd} \quad (3.42)$$

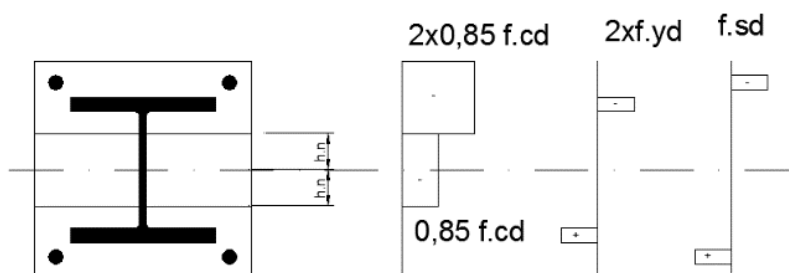
Bestemmelse av h_n gjøres ved å etablere punkt C hvor avstanden ligger h_n under symmetriaksen. Figur 3.12 og Figur 3.13 viser hvordan differansen og summen mellom punkt B og C kan benyttes for å finne h_n .

$$N_{C,Rd} - N_{B,Rd} = 2h_n(b - t_w)0,85f_{cd} + 2h_n t_w 2f_{yd} \quad (3.43)$$



Figur 3.12: Bestemmelse av h_n

$$N_{B,Rd} + N_{C,Rd} = 0,85f_{cd}A_c \quad (3.44)$$



Figur 3.13: Bestemmelse av h_n for H- eller I-profil om sterk akse

Siden $N_{B,Rd} = 0$ kan h_n utledes ved å sette likningen over lik hverandre:

$$2h_n(b - t_w)0,85f_{cd} + 2h_n t_w 2f_{yd} = 0,85f_{cd}A_c \quad (3.45)$$

$$h_n = \frac{0,85f_{cd}A_c}{2(b - t_w)0,85f_{cd} + t_w 4f_{yd}} \quad (3.46)$$

$$N_{C,Rd} = 0,85f_{cd}A_c = N_{pm,Rd} \quad (3.47)$$

$$M_{C,Rd} = M_{B,Rd} = M_{pl,Rd} \quad (3.48)$$

For å finne momentet i punkt B og C, må maks moment beregnes. I punkt D er den plastiske nøytralaksen, som gir $M_{max,Rd}$. Som forenkling tas det ikke hensyn til å trekke fra stålarealet ved beregning av betongmotstandsmomentet. Dette er ikke til sikker side, men det tas hensyn til dette nedenfor ved summasjon av momentene om nøytralaksen:

$$M_{D,Rd} = M_{max,Rd} = 0,85f_{cd}b \frac{h}{2} \frac{h}{4} + f_{yd}w_{pl,a} + f_{sd} \frac{A_s}{2} h_s \quad (3.49)$$

h_s er høyden mellom nedre og øvre armeringslag.

$$w_{pl,c} = b \frac{h^2}{4} \quad (3.50)$$

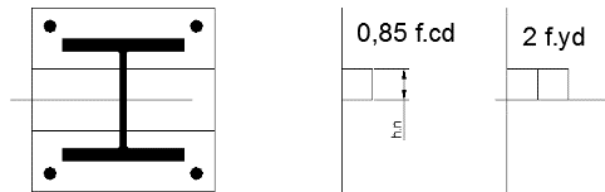
$$w_{pl,s} = \frac{A_s}{2} h_s \quad (3.51)$$

$$M_{D,Rd} = 0,85 \frac{1}{2} f_{cd} W_{pl.c} + f_{yd} W_{pl.a} + f_{sd} W_{pl.s} \quad (3.52)$$

$$N_{D,Rd} = \frac{0,85 f_{cd} A_c}{2} \quad (3.53)$$

Benytter differansen mellom punkt B og D for å bestemme momentdifferansen $M_{n,Rd}$. Dermed kan $M_{B,Rd}$ beregnes, illustrert ved Figur 3.14.

$$M_{B,Rd} = M_{D,Rd} - M_{n,Rd} \quad (3.54)$$



Figur 3.14: Bestemmelse av $M_{B,Rd}$

$$M_{n,Rd} = 0,85 f_{cd} b h_n \frac{h_n}{2} + 2 f_{yd} t_w h_n \frac{h_n}{2} \quad (3.55)$$

$$M_{n,Rd} = 0,85 f_{cd} \frac{b h_n^2}{2} + f_{yd} t_w h_n^2 = h_n^2 \left(\frac{1}{2} 0,85 f_{cd} b + f_{yd} t_w \right) \quad (3.56)$$

Der:

$$W_{pl.cn} = (b - t_w) \frac{(2h_n)^2}{4} \quad (3.57)$$

$$W_{pl.an} = \frac{t_w}{4} (2h_n)^2 \quad (3.58)$$

$$M_{n,Rd} = 0,85 f_{cd} \frac{1}{2} W_{pl.cn} + f_{yd} W_{pl.an} \quad (3.59)$$

Tabell 9 viser oppsummering er de generelle formlene beskrevet ovenfor.

MN-Punkt	Aksialkraft	Moment
A	$N_{A,Rd} = A_a f_{yd} + 0,85 A_c f_{cd} + A_s f_{sd}$	$M_{A,Rd} = 0$
B	$N_{B,Rd} = 0$	$M_{B,Rd} = M_{D,Rd} - \left(0,85 f_{cd} \frac{1}{2} W_{pl.cn} + f_{yd} W_{pl.an} \right)$
C	$N_{C,Rd} = 0,85 f_{cd} A_c$	$M_{C,Rd} = M_{B,Rd}$
D	$N_{D,Rd} = \frac{0,85 f_{cd} A_c}{2}$	$M_{D,Rd} = 0,85 \frac{1}{2} f_{cd} W_{pl.c} + f_{yd} W_{pl.a} + f_{sd} W_{pl.s}$

Tabell 9: Generelle formler for bestemmelse av forenklet interaksjonskurve (MN-diagram) [39]

Ved ulike profiltyper vil motstandsmomentene variere. Da kan formlene i Tabell 9 benyttes, men beregning av h_n må gjøres for hvert enkelt tilfelle. For fylte stålprofil er det viktig å bytte ut faktoren 0,85 med 1 som nevnt tidligere. En metode for å finne plasseringen til nøytralaksen er å bruke plastisk likevekt. Summen av krefter/spenninger over og under nøytralaksen skal være lik null. Denne metoden ble brukt ved beregning av sirkulære tverrsnitt **vedlegg W**.

For sirkulære profiler vil som nevnt omrøringseffekter gi et bidrag til $N_{pl.Rd}$ dersom kriterier er oppfylt. Ved kombinert moment og aksialkraft er det andre verdier for faktorene η_a og η_c i formelen for beregning av $N_{pl.Rd}$:

$$0 < \frac{e}{d} \leq 0,1 \quad (3.60)$$

$$\eta_a = \eta_{ao} + (1 + \eta_{ao}) \left(10 \frac{e}{d}\right) \quad (3.61)$$

$$\eta_c = \eta_{co} \left(1 - 10 \frac{e}{d}\right) \quad (3.62)$$

Hvis $e/d > 0,1$ vil $\eta_a = 1$ og $\eta_c = 0$.

Punkt E kan velges dersom en mer nøyaktig interaksjonskurve er nødvendig. Den plastiske nøytralaksen plasseres et vilkårlig sted mellom h_n og $h/2$. Det beregnes så moment- og aksialkapasitet om valgte akse.

Andre ordens effekter og geometrisk avvik

[5.2.1] i EK4 gir føringer for første og andre ordens analyser. Her er det samme kravet som er nevnt i **2.1.1**. Det trengs kun å utføre første ordens analyse dersom de globale deformasjonene og/eller lokale geometriske avvik som øker det indre arbeidet av krefter eller momenter er mindre enn 10 % av den totale første ordens analysen. Dette betyr i hovedsak at moment får en økning på grunn av andre ordens effekter. I praksis kan det ses bort fra andre ordens effekter dersom knekkingsfaktoren α_{cr} er større enn 10.

$$\alpha_{cr} = \frac{N_{cr}}{N_{Ed}} \geq 10 \quad (3.63)$$

N_{cr} beregnes med redusert bøyestivhet $(EI)_{eff,II}$ gitt i punkt [6.7.3.4 (2)]:

$$(EI)_{eff,II} = K_o (E_a I_a + E_s I_s + K_{e,II} E_{cm} I_c) \quad (3.64)$$

$E_a I_a$, $E_s I_s$ og $E_{cm} I_c$ er forklart i **3.2.3**.

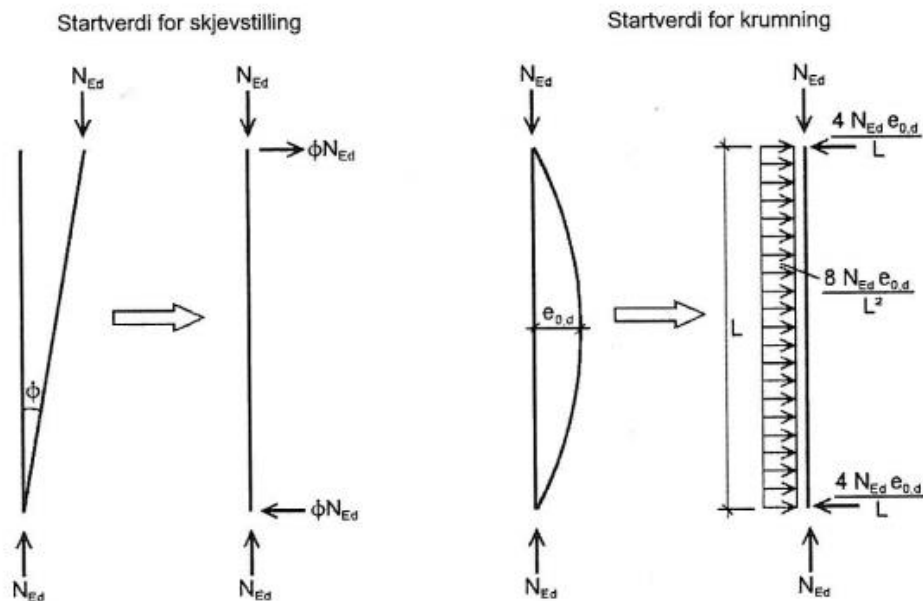
$K_o = 0,9$ er en reduksjonsfaktor basert på forsøk [37].

$K_{e,II} = 0,5$ er en faktor som tar tillatelse at riss i betongen kan oppstå. Dette er i henhold til punkt [5.4.2.3 (4)]. Denne er mer konservativ enn $K_e = 0,6$. Faktoren er antagelig redusert på grunn av forskjellen mellom muligheten for opptredende riss og tillatt rissdannelse. Dette gjør at betongstivheten blir lavere.

I en global analyse kan det neglisjeres lokale geometriske avvik dersom første ordens analyse kan benyttes etter EK4 [5.2.1 (2)]. Beregninger med andre ordens analyse kan neglisjere lokal geometriske avvik i den globale analysen dersom følgende krav er oppfylt [5.3.2.1 (2)]:

$$\bar{\lambda} \leq 0,5 \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{Ed}}} \quad (3.65)$$

Det skal alltid tas med lokale geometriske avvik i en stabilitetskontroll [5.3.2.1 (3)]. Dette er i henhold til punkt [6.7.3.6] og [6.7.3.7], som gjelder for kapasitetskontroll for kombinerte laster. Ekvivalent verdi for lokale geometriske avvik $e_{0,d}$ finnes fra EK4 [tabell 6.5] for ulike typer samvirkesøyler. De geometriske avvikene i startverdier for krumning gitt i EK3 [5.3.2] og [5.3.4], samt vist i Figur 3.15 nedenfor, kan benyttes i henhold til EK4 [5.3.2.1 (4)]. Med avvikene fra tabellen og gitte randbetingelser beregnes et førsteordens momentforløp for krumning. Startverdier for skjevstilling av konstruksjonen er likt behandlet som for geometriske avvik i betong se avsnitt 2,4 og avsnitt [5.3.2 (3)a] i EK3. Merk at det er viktig å få med seg punkt [5.3.2 (4)] i EK3 gjør at en kan unngå startverdier for skjevstilling. For lokale geometriske avvik på enkeltstående staver gjelder EK3 [5.3.4], som henviser tilbake til punkter i EK3 [5.3.2].



Figur 3.15: Startverdi for skjevstilling og krumning [52]

Dersom det må tas hensyn til andre ordens effekter benyttes punkt [6.7.3.4 (5)]. Formelen tillater innenfor søylens lengden å multiplisere det største opptredende første ordens momentet, M_{Ed} , med en faktor k for å ta hensyn til andre ordens effekter. Utleidingen av denne faktoren er vist i kapittel 2.5.2, og er en omskriving av formel hentet fra EK2 [5.8.7.3 (1)].

$$k = \frac{\beta}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,eff}}} = \frac{\beta}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr}}} \quad (3.66)$$

[Tabell 6.4] i EK4 bestemmer verdien av β . Ved første ordens moment fra lokal formfeil eller vertikal last vil $\beta = 1$ alltid gjelde [37]. Grunne til dette er som nevnt i 2.5.2 at dimensjonerende første ordens moment stort sett har en parabel form. I EK2 er β verdien definert slik:

$$\beta = \frac{\pi^2}{c_o} \quad (3.67)$$

Ved å sette kravet for c_o , med et parabolisk moment gir EK2 [5.8.7.3 (2)]:

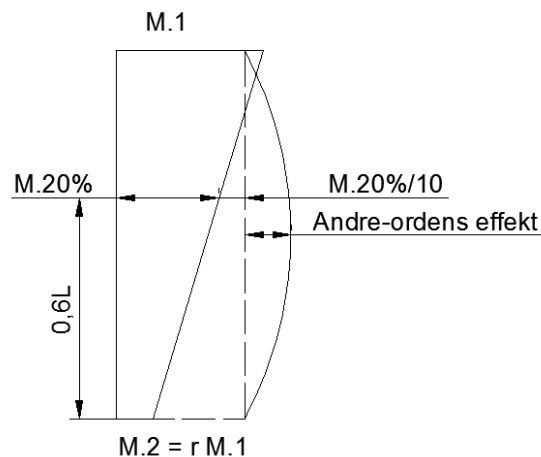
$$\beta = \frac{\pi^2}{9,6} = 1,03 \quad (3.68)$$

β verdien i EK4 vil da være til sikker side ved å settes lik 1 om største første ordens dimensjonerende moment opptrer ved midten.

Dersom største dimensjonerende moment er i enden av søylen vil β verdiene bestemmes fra:

$$\beta = 0,66 + 0,44r \geq 0,44 \quad (3.69)$$

Figur 3.16 viser en forklaring på sikkerheten i [tabell 6.4].



Figur 3.16: Forklaring til tabell 6.4 i EK4

Ved å anta at dimensjonerende momentet enten oppstår som rent første ordens moment, M_1 , uten formfeil eller innefor 20 % midten av søylen. Fra formlikehet får en maksimum første ordens moment innefor de 20 %. Dette gir samme verdier som EK2 [5.8.8.2 (2)].

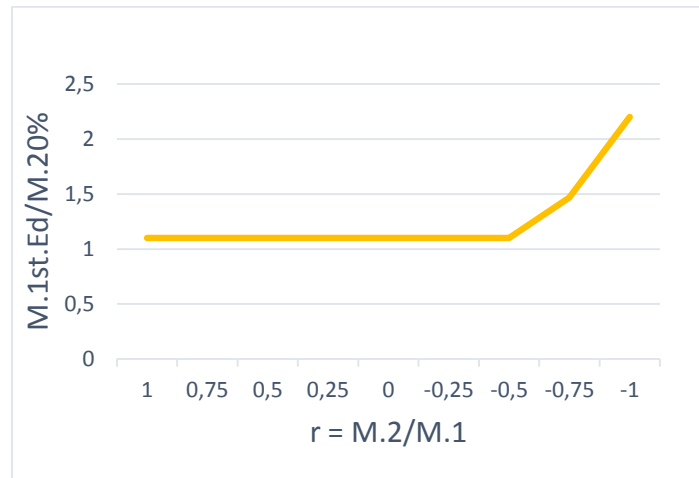
$$M_{20\%} = M_1(0,6 + 0,4r) \quad (3.70)$$

Fra [tabell 6.4]:

$$M_{1st,Ed} = M_1(0,66 + 0,44r) \quad (3.71)$$

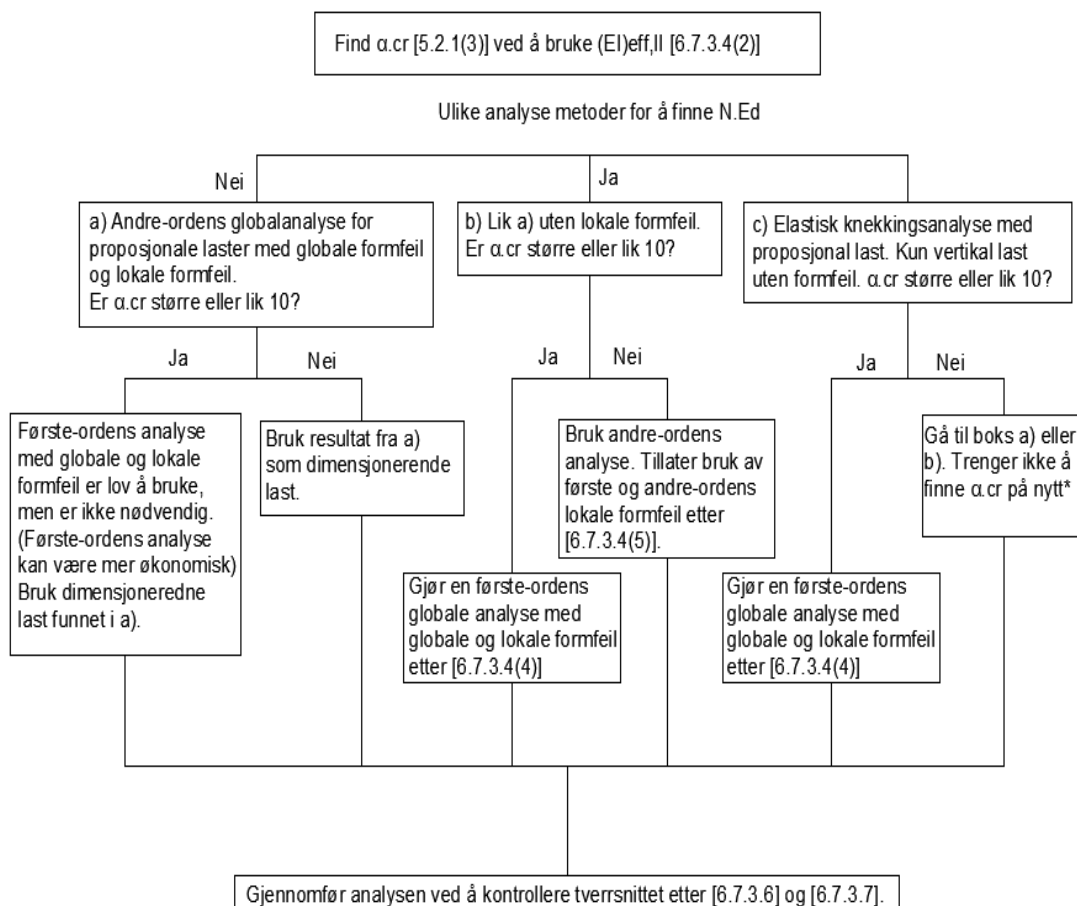
Figur 3.17 viser at sikkerheten i EK4 [tabell 6.4] er 10 % større i forhold til antagelsen. Dersom $r < -0,5$ vil sikkerheten øke. Dersom r er negativ er bøyeformen dobbellkrummet,

men det er en økt risiko for at den slår tilbake til enkelkummet utbøyning jo likere momentformene blir. Se Figur 2.4. Derfor er grensen av $\beta \geq 0,44$ [37].



Figur 3.17: Sikkerhetsmargin EK4 i forhold til EK2

Figur 3.18 viser framgangsskjema for beregning med formfeil etter første eller andre ordens analyse med og uten formfeil (geometriske avvik).



Figur 3.18: Fremgangsskjema for beregningsgang [37]

* Trenger ikke å gå til a) eller b) om $\alpha_{cr} < 10$ i en søyle hvor endene er leddet, men gjøre en førsteordens global analyse etter [6.7.3.4 (5)].

Knekking av samvirkesøyler

[6.7.3.5] viser hvordan knekkkapasiteten for samvirkesøyler utsatt for rent aksialtrykk kan beregnes. Metoden har tilsvarende framgangsmåte som EK3. Knekkfaktoren χ kan avleses fra knekkkurvene gitt i EK3 [6.3.1.2] og er avhengig av relativ slankhet. Hvilke knekkkurver som skal benyttes for de ulike tverrsnittene er gitt i EK3 [tabell 6.5].

$$\frac{N_{Ed}}{\chi N_{pl,Rd}} \leq 1,0 \quad (3.72)$$

Kombinasjon av aksialkraft og enaksialt moment [6.7.3.6]

Følgende må være oppfylt for søyler utsatt for kombinerte krefter enaksialt:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{pl,N,Rd}} = \frac{M_{Ed}}{\mu_d M_{pl,Rd}} \leq \alpha_M \quad (3.73)$$

$M_{pl,N,Rd}$ er hentet fra den etablerte interaksjonskurven og bestemmes av N_{Ed} . M_{Ed} er største dimensjonerende moment inkludert andre ordens effekter.

$$\alpha_M = \begin{cases} 0,9 & (\text{S235 og S355}) \\ 0,8 & (\text{S420 og S460}) \end{cases} \quad (3.74)$$

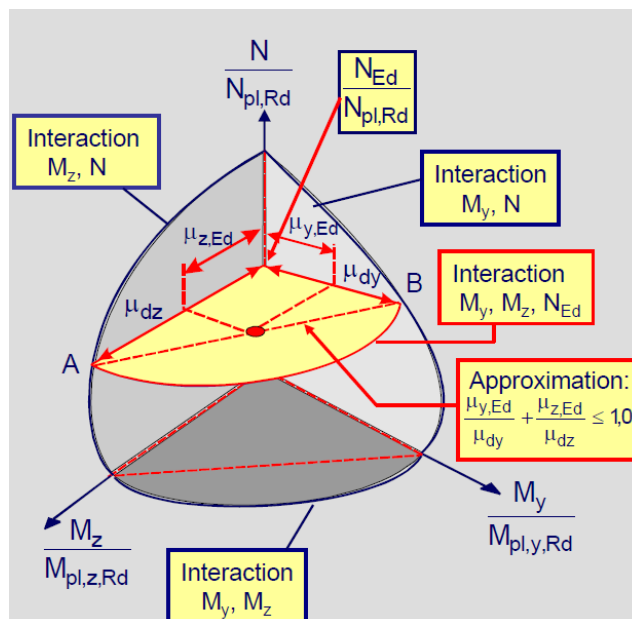
α_M er en faktor som reduserer kapasitet på grunn av antagelsen om full skjærinteraksjon av spenningsblokkene for utregning av interaksjonskurven. Dette gjelder spesielt fordi dybden på spenningsblokken normalt er høyere enn i de forenklete plastiske beregningene. Dybdeforskjellen gjør at kapasiteten $M_{pl,Rd}$ er ikke konservativ. Dette tas høyde for ved å redusere kapasiteten med 10 %. Dette gjelder kun for samvirkesøyler og kan neglisjeres ved samvirkebjelker [32].

Biaksial bøyning [6.7.3.7]

Kapasitetskontroll for søyler med biaksial bøyning må tilfredsstille kombinasjonen av aksialkraft og enaksialt moment. I tillegg må de oppfylle formel:

$$\frac{M_{y,Ed}}{\mu_{dy} M_{pl,y,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{\mu_{dz} M_{pl,z,Rd}} \leq 1,0 \quad (3.75)$$

Det må regnes ut en interaksjonskurve for hver akse. Figur 3.19 viser kombinasjonen av bøyning i de ulike aksene.



Figur 3.19: Interaksjonskurve for biaksial bøyning [38]

3.2.4 Skjærinteraksjon og lastinnføring [9.7.4]

For å oppnå tilstrekkelig samvirke og kraftoverføring mellom materialene må kapasitet påvises. Det skal skje innen en gitt lengde L_E . Dette gjelder i hovedsak bjelke-søyleovergangene. Lastinnføring skal sikres innfor en innføringslengde:

$$L_E = \min(2d, L/3) \quad (3.76)$$

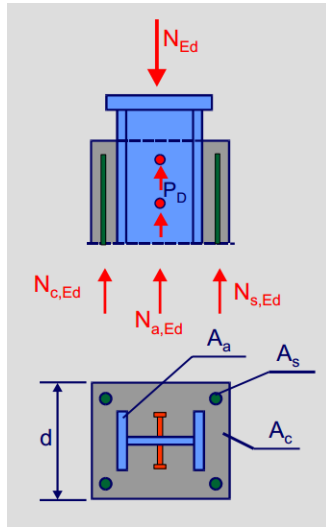
d er minste tverrsnittsdimensjon.

L er søylelengden.

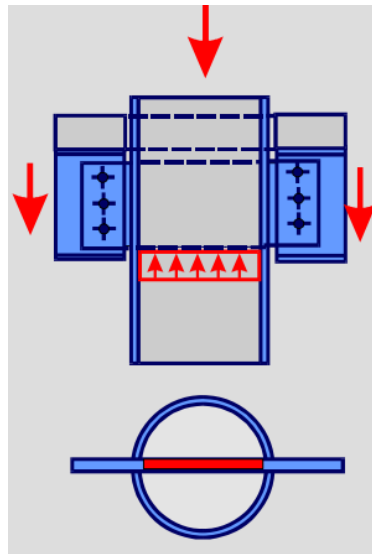
Om de opptredende skjærkreftene mellom materialene innenfor denne lengden er mindre enn skjærkapasiteten gitt i EK4 [tabell 6.6] trengs det ikke å tilføre ytterlige skjærmotstand som øker skjærinteraksjonen mellom stålet og betongen [6.7.4.2 (1)].

Det er mange muligheter for å overføre kreftene til søylen. Mulighetene avhenger av hvilken type samvirkesøyle som benyttes. Det vanligste er å benytte en stålplate som overgangsplate/endeplate. Denne platen kan være vertikal eller horisontal. Dersom kreftene overføres direkte til betongtverrsnittet alene, må det gjøres en elastisk kapasitetsanalyse hvor det tas hensyn til kryp og svinn. Det er ellers lov å bruke plastisk eller elastisk kapasitetsanalyse for å bestemme overgangen [6.7.4.2].

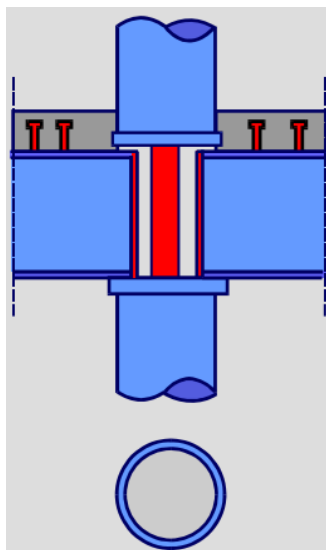
Figur 3.20, Figur 3.21 og Figur 3.22 viser ulike overgangsforbindelser [38].



Figur 3.20: Lastoverføring via dybler [38]



Figur 3.21: Lastoverføring via gjennomgående vertikale plater [38]



Figur 3.22: Horizontal plate [38]

Overgang innstøpte stålprofiler

Som vist på Figur 3.20 er det vanlig at overføringskreftene går via stålprofilen til betongen for innstøpte stålprofil. Hvis stålprofilen stikker opp av betongen er det lettere å feste bjelker. Overføringen av krefter til betongen gjøres ved hjelp av dybler. Kapasiteten til dybler er gitt av [6.6.3.1 (1)]:

$$P_{Rd} = \min \left[\frac{0,8f_u d^2/4}{\gamma_v}, \frac{0,29\alpha d^2 \sqrt{f_{ck} E_{cm}}}{\gamma_v} \right] \quad (3.77)$$

$$\alpha = 0,2 \left(\frac{h_{sc}}{d} + 1 \right) \text{ for } 3 \leq \frac{h_{sc}}{d} \leq 4 \quad (3.78)$$

$$\alpha = 1 \text{ for } \frac{h_{sc}}{d} > 4 \quad (3.79)$$

$\frac{h_{sc}}{d}$ er forholdet mellom lengden av dyblen og diameteren på dyblen, $16\text{mm} \leq d \leq 25\text{mm}$.

f_u er ultimat strekkapasitet for materialet i dyblen. Maks grense er $f_u \leq 500 \frac{N}{\text{mm}^2}$.

γ_v er sikkerhetsfaktor og er 1,25.

Ved likevektbetraktning for kun aksialkraft er den dimensjonerende lasten som dyblen må overføre:

$$V_{L,Ed} = N_{c,Ed} + N_{s,Ed} = N_{Ed} \left[1 - \frac{N_{pl,a}}{N_{pl,Rd}} \right] \quad (3.80)$$

Kapasiteten i overføring er avhengig av antall dybler i forbindelsen.

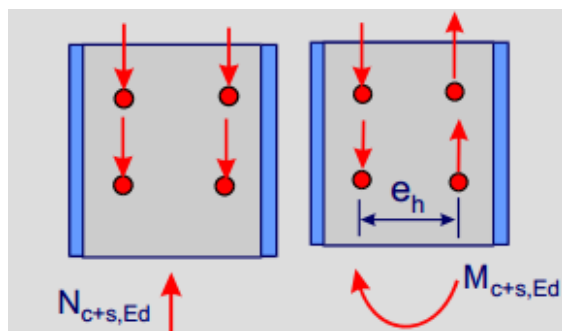
$$V_{L,Rd} = nP_{Rd} \quad (3.81)$$

Ved kombinasjon av moment og aksialkraft er det enklest å se på kapasiteten til den dyblen hvor størst kraft oppstår. Ved plastisk teori blir dette.

$$P_{Ed} = \frac{V_{L,Ed}}{n} + \frac{M_{L,Ed}}{e_h 0,5n} \leq P_{Rd} \quad (3.82)$$

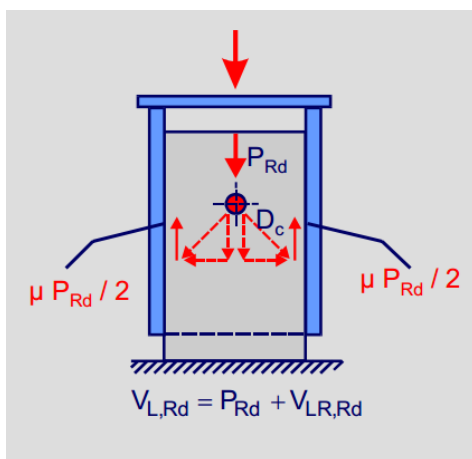
$$M_{L,Ed} = M_{c+s,Ed} = M_{c+s,Rd} \frac{V_{L,Ed}}{N_{c+s,Rd}} \quad (3.83)$$

Fra spenningsblokker gitt av samme teori som vist over, kan $M_{s+c,Rd}$ og $N_{c+s,Rd}$ beregnes. Figur 3.23 viser en illustrasjon hvor dyblene opplever skjærkraft fra både moment og aksialkraft i søylen.



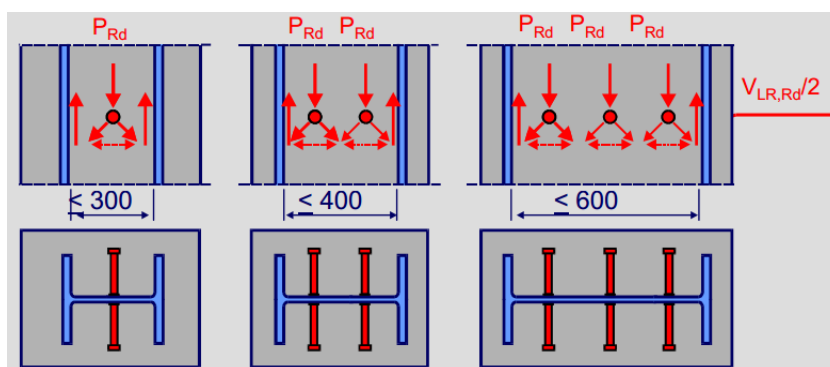
Figur 3.23: Kombinasjon av moment og aksialkraft i søylen [38]

Figur 3.24 viser hvis en dybel er plassert i steget kan kapasiteten, $V_{L,Rd}$, økes. Dette er fordi trykket som oppstår i betongen under dybelen blir forhindret i å utvide fra flensene. Altså oppstår økt friksjon mellom betongen og flensen. Friksjonen μ kan antas å være 0,5 for ubehandlet stål [6.7.4.2 (4)].



Figur 3.24: Dybel plassert i steget [38]

Minimumsavstand mellom dybler og flenser er gitt i Figur 3.25.



Figur 3.25: Avstand fra dybel til flens [38]

Kapasiteten for en rad med dybler på en side av steget blir totalt:

$$V_{L,Rd,rad} = n_{n,rad} P_{Rd} + \mu P_{Rd} \quad (3.84)$$

$n_{n,rad}$ er antall dybler i en rad.

Generelt kan dyblenes samlede kapasitet i steget settes som:

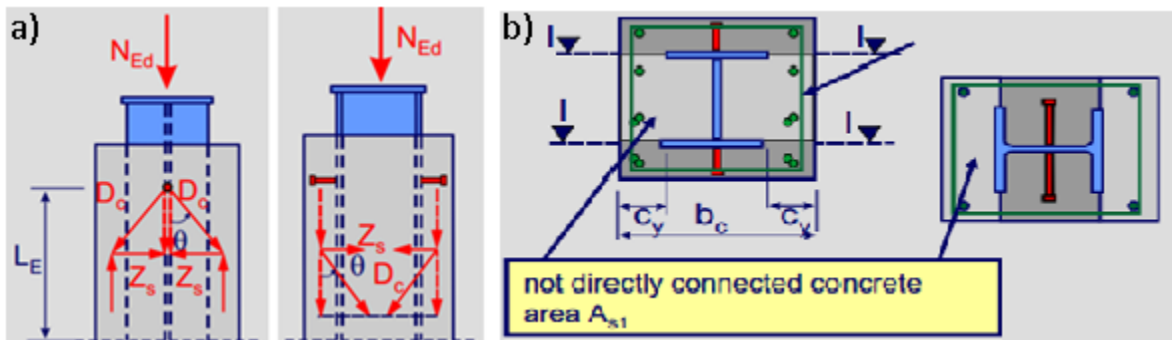
$$V_{L,Rd} = nP_{Rd} + \mu P_{Rd} n_s n_{rad} \quad (3.85)$$

n antall dybler totalt.

n_s antall sider av steget det er festet dybler.

n_{rad} antall rader dybler.

For et fullt innstøpte stålprofil skal det i tillegg til å sikre at dyblen har kapasitet, sikres at betongen har tilstrekkelig skjærkapasitet der det er minst overdekning. Det er fordi dyblen gir strekk i betongen ved overgangssnittet I-I. Figur 3.26 a) viser stavmodell for innfesting av dybler. Figur 3.26 b) viser utsatte snitt i betongen.



Figur 3.26: Innfesting med dybel [38]

Den dimensjonerende skjærkraften som oppstår i snitt I-I er:

$$V_{L,Ed} = N_{Ed} \left[1 - \frac{N_{pl,a}}{N_{pl,Rd}} \right] \frac{A_{c1} 0,85 f_{cd} + A_{s1} f_{sd}}{A_c 0,85 f_{cd} + A_s f_{sd}} \quad (3.86)$$

A_{c1} er betongarealet i område som ikke er direkte koblet.

A_{s1} er aremingsarealet i området som ikke er direkte koblet.

Kapasiteten er den minste av $V_{L,Rd,max}$ og $V_{L,Rd,s}$ som etter EK2 [6.2.3 (3)] blir:

$$V_{L,Rd,s} = 4 \frac{A_{sw}}{s_w} f_{sd} \cot(\theta) L_E \quad (3.87)$$

$$V_{L,Rd,max} = 4 \frac{c_y v_1 0,85 f_{cd}}{\cot(\theta) + \tan(\theta)} L_E \quad (3.88)$$

Her er A_{sw} tverrsnitts areal av skjærarmeringen.

s_w avstand mellom skjærarmeringen.

c_y minste overdekning av betong fra flens/stål.

v_1 er lik anbefalte verdi etter EK2. Normalt lik $0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right)$.

Tverrarmering skal følge krav gitt i EK2 [9.5.3]. Dette gjelder også kravene for minste senteravstander og valg av stangdiameter.

Overgang fylte stålprofil med endeplate som dekker hele eller deler av tverrsnittet

Endeplater som dekker hele tverrsnittet og er utsatt for permanente trykkrefter, samt at det er tatt hensyn til kryp og svinn i betong, behøver ikke sikre ytterligere interaksjon mellom endeplaten og tverrsnittet. Det tas hensyn til kryp og svinn ved å bruke punkt [5.4.2.2 (2)], der η_L gir et nytt forhold mellom E-modulene. Kryp i betongen gjør at stålet må overføre mer krefter enn betongen.

$$\eta_L = \eta_0(1 + \psi_L \varphi_t) \quad (3.89)$$

$$\eta_0 = \frac{E_a}{E_{cm}} \quad (3.90)$$

ψ_L er krypfaktor som er avhengig av lasten. Den er 1,1 for permanent laster, 0,55 for effekter av svinn og 1,5 for spenninger tvunget på tverrsnittet fra deformasjon.

$\varphi_t = \varphi(t, t_0)$ er samme krypkoeffisient som i EK2, se **2.3**.

Dermed kan de dimensjonerende laster som virker i stålet og betongen beregnes. Dimensjonerende skjærlast kan uttrykkes [37]:

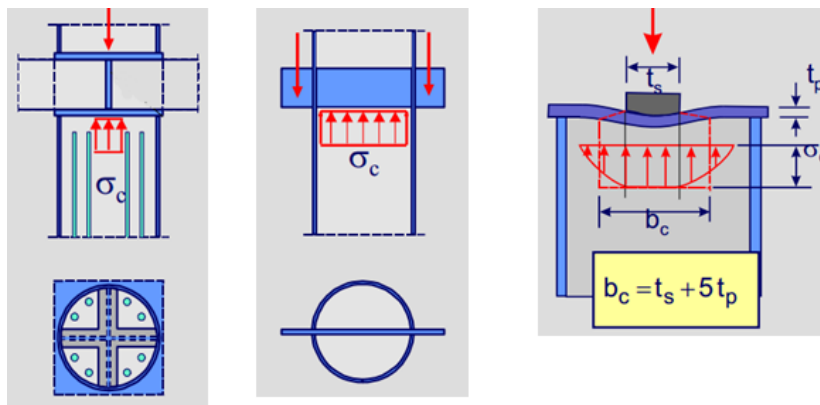
$$V_{Ed} = N_{a,Ed,L} \quad (3.91)$$

$$N_{a,Ed,L} = \frac{N_{Ed}}{A_c + A_a \eta_L} A_a \eta_L \quad (3.92)$$

Antall dybler som kreves:

$$n = \frac{N_{a,Ed,L}}{P_{Rd}} \quad (3.93)$$

Dersom endeplaten dekker deler av tverrsnittet eller har konsentrerte krefter som oppstår i områder av tverrsnittet, skal det tas hensyn til ved å fordele kreftene på et område lik 2,5 ganger endeplatetykkelsen på hver side [6.7.4.2 (5)]. Figur 3.27 viser endeplate som dekker deler av tverrsnittet med konsentrert kraft.



Figur 3.27: Ulike former der endeplaten dekker deler av tverrsnittet [38]

Det stilles krav til maks betongspenninger for $\sigma_{c,Rd}$ er gitt i [6.7.4.2 (6)]:

$$\sigma_{c,Rd} = f_{cd} \sqrt{\frac{A_c}{A_1}} \left(1 + \eta_{cL} \frac{t f_{yk}}{a f_{ck}} \right) \leq \frac{A_c f_{cd}}{A_1} \text{ og } f_{yd} \quad (3.94)$$

t er tykkelsen på stålprofilet.

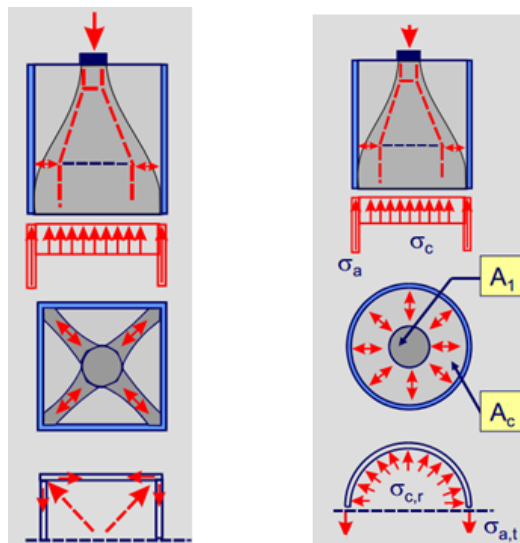
a er diameter eller bredde på stålprofilet.

A_c betongarealet.

A_1 lastareal beregnet med b_c . Forholdet mellom arealene skal ikke overskrid $\frac{A_c}{A_1} \leq 20$.

η_{cL} er 4,9 for sirkulære stålprofil og 3,5 for rektangulære stålprofil.

Formel (3.94) tar hensyn til både effekten fra delvis lastet tverrsnitt og effekten av at betongen er hindret mot tverrutvidelse. Effekten ved partielt belastede flater, $f_{cd} \sqrt{\frac{A_c}{A_1}}$, er lik EK2 [6.7 (2)]. $\left(1 + \eta_{cL} \frac{t f_{yk}}{a f_{ck}} \right)$ er effekten ved hindret betongutvidelse. Figur 3.28 viser en mekaniske modellen for hvordan krefter blir fordelt i søylen. Faktoren η_{cL} varierer som nevnt ut fra stålprofilet. Ved sirkulære stålprofil kan bidrag fra lengdearmoring tas hensyn til dersom kravet i [6.7.4.2 (7)] blir oppfylt.



Figur 3.28: Mekanisk modell for hvordan kreftene blir fordelt i fylte samvirkesøyler [38]

Skjær i lengderetning utenfor lastoverføringsområdet

Utenfor lastoverføringsområdet skal det kontrolleres for tilstrekkelig skjærinteraksjon. Dette gjelder når skjærkreftene i lengderetningen er forårsaket av endemomenter eller tverrgående laster [6.7.4.3 (1)]. Kapasiteten er avhengig av flere komponenter. Disse komponentene er friksjon, mekanisk og kjemisk heft. Ved mangel på gode analyseverktøy kan det foretas en elastisk analyse hvor det tas hensyn til langtidseffekter av kryp og svinn etter [6.7.4.3 (2)].

Dersom ubehandlet stålprofil benyttes kan verdier for skjærkapasitet bestemmes etter [tabell 6.6]. Denne tabell gir verdier for de fleste samvirkesøyletyper. Der det er brukt fullt innstøpte stålprofil kan skjærkapasiteten økes ved å multiplisere med en faktor β_c [6.7.4.3 (4)]:

$$\beta_c = 1 + 0,02c_z \left(1 - \frac{c_{z,\min}}{c_z} \right) \quad (3.95)$$

$c_{z,\min}$ er minste overdekning av stålprofilen (min 40 mm).

$$\tau_{Rd}\beta_c \geq \tau_{Ed} \quad (3.96)$$

3.3 Beregningseksempler

Nedenfor er en oppsummering av **vedlegg (U, V og W)** der det er dimensjonert samvirkesøyer med følgende forutsetninger.

- Aksiallast = 4000 kN.
- Lengde 11 m.
- Bruk av HE-B profiler [8].
- Ingen moment utenom minstekrav fra formfeil og andreordens effekter.
- Beregnes med knekkfaktor $\beta_1 = 0,5$, $\beta_2 = 0,7$, $\beta_3 = 1,0$ og $\beta_4 = 2,0$.
- Søylene skal ha et kvadratisk tverrsnitt avrundet til nærmeste 50 mm.
- Betong B30.
- Armering B500C.
- Stålkvalitet S355.
- Kryp er beregnet i **vedlegg X**.

I beregningen er et først kontrollert at tverrsnittet kan regnes etter forenklet metode. Det er forsøkt å optimalisere tverrsnittene slik at tverrsnittene blir minst mulig. Dette er gjort ved å endre dimensjoner, stålprofil og armering til tverrsnittet er best utnyttet. Siden det er flere faktorer som er avhengig av hverandre var det for utfordrende å gjøre en iterasjonsprosess for å optimalisere tverrsnittet.

Innstøpte stålprofil

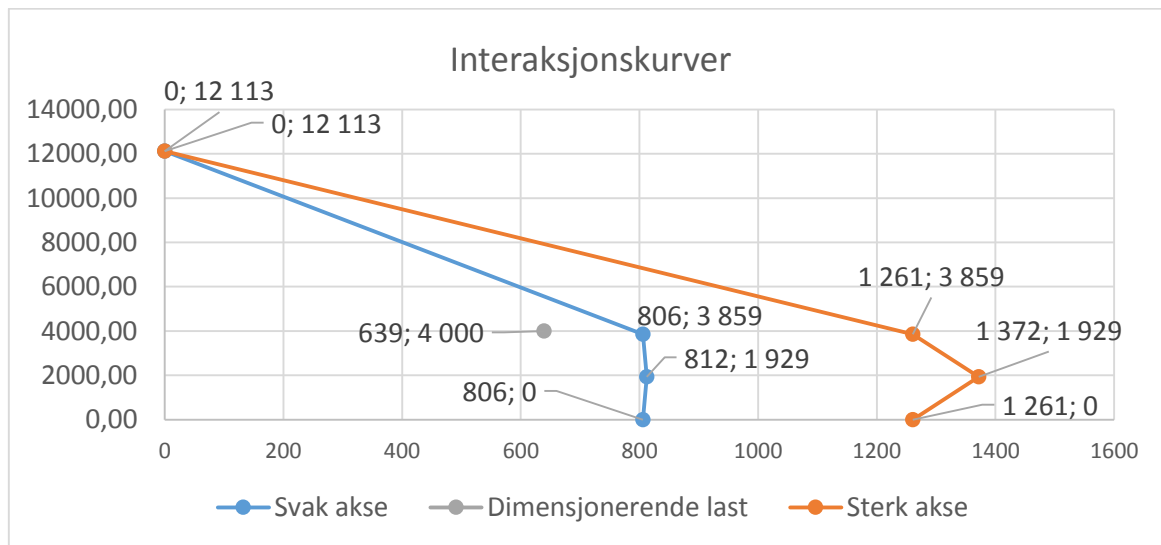
For å forenkle er det valgt å benytte kun HE-B profiler i beregningene. Siden denne typen samvirkesøyer har en svak akse, er denne aksene mest ugunstig for bøyning og dermed dimensjonerende.

Vedlegg U viser hele beregningen, mens resultatene er oppsummert i Tabell 10.

Knekkfaktor	Tverrsnitt	Stålprofil	Armering	$N_{Ed}/\chi N_{Pl.Rd}$	$M_{2.Ed.z}/M_{Pl.Rd}$	$M_{2.Ed.z}$
1	500x500	HE-B360	10 Ø25	0,66	0,82	639 kNm
0,7	450x450	HE-B280	6 Ø25	0,64	0,67	301,3 kNm
0,5	400x400	HE-B260	4 Ø20	0,76	0,78	195,6 kNm
2	800x800	HE-B650	10 Ø25	0,48	0,78	1488,1 kNm

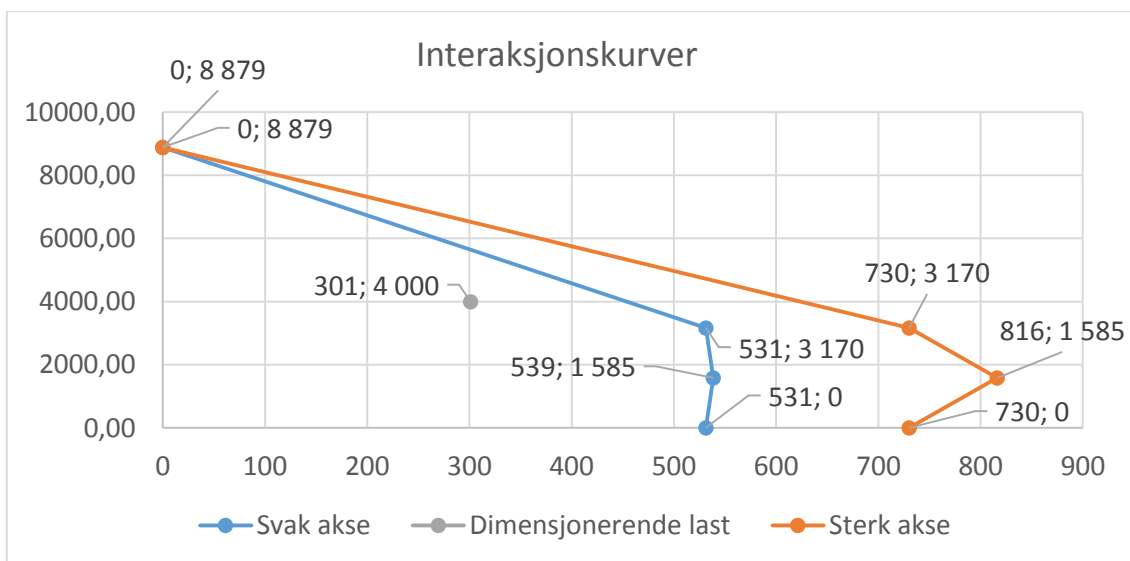
Tabell 10: Beregningsresultater for ulike innstøpte stålprofil

Figur 3.29 viser MN-diagram for betongsøyle 500x500 mm med innstøpt stålprofil HE-B360 og knekkfaktor 1.



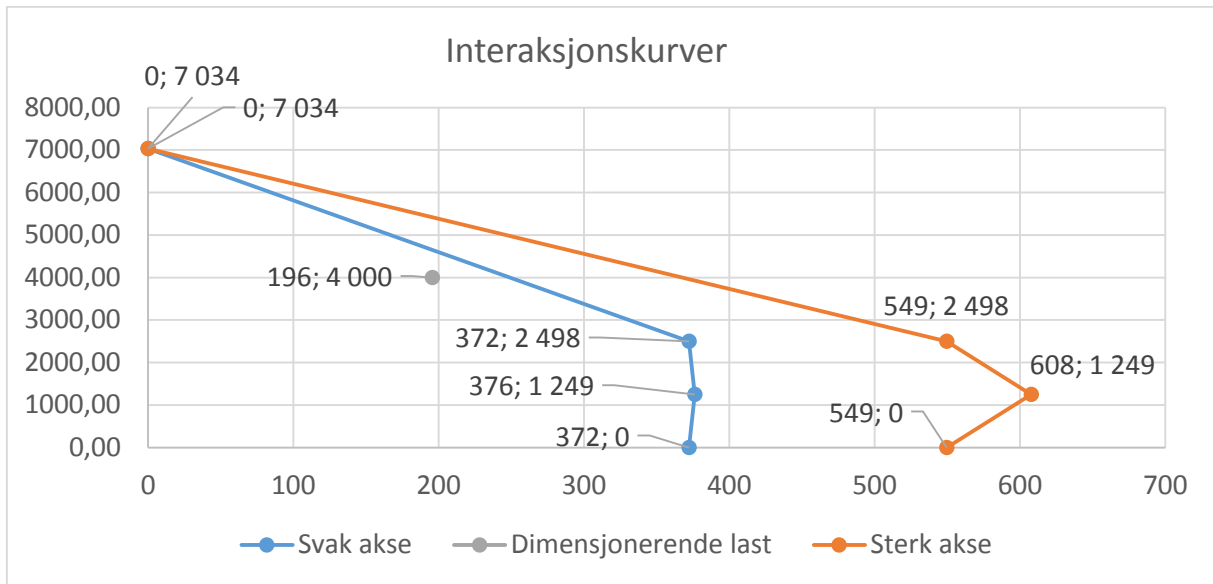
Figur 3.29: MN-diagram om svak akse for innstøpt stålprofil 500x500 HE-B360

Figur 3.30 viser MN-diagram for betongsøyle 450x450 mm med innstøpt stålprofil HE-B280 og knekkfaktor 0,7.



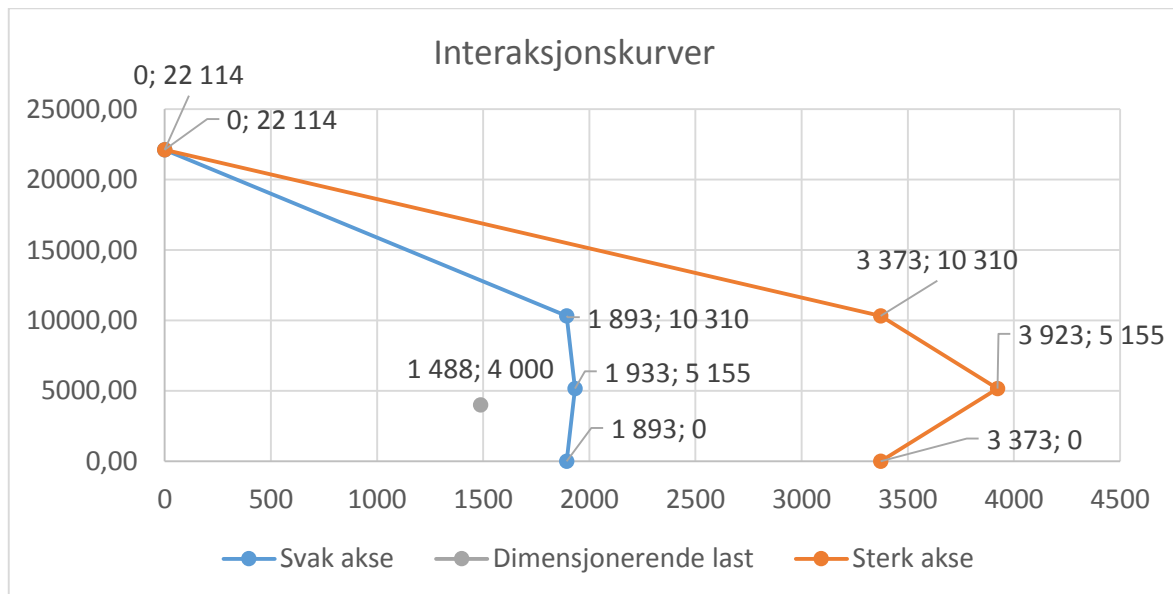
Figur 3.30: MN-diagram om svak akse for innstøpt stålprofil 450x450 HE-B280

Figur 3.31 viser MN-diagram for betongsøyle 400x400 mm med innstøpt stålprofil HE-B260 og knekkfaktor 0,5.



Figur 3.31: MN-diagram om svak akse for innstøpt stålprofil 400x400 HE-B260

Figur 3.32 viser MN-diagram for betongsøyle 800x800 mm med innstøpt stålprofil HE-B650 og knekkfaktor 2.



Figur 3.32: MN-diagram om svak akse for innstøpt stålprofil 800x800 HE-B650

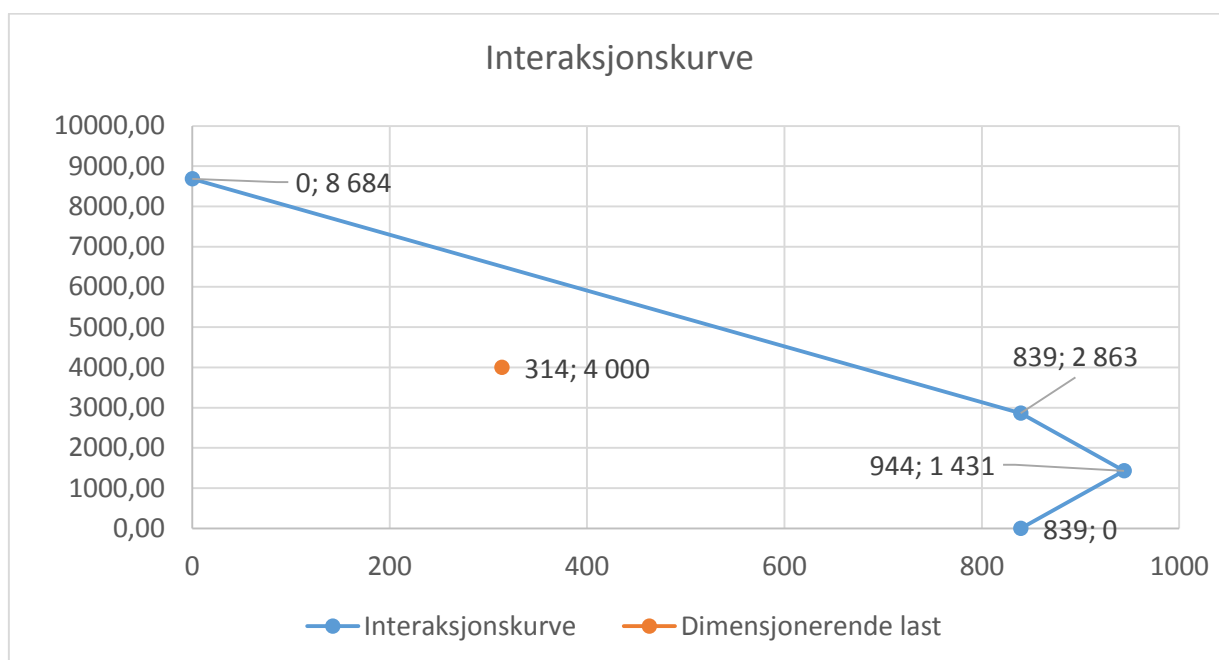
Fylte kvadratiske stålprofil

Ettersom standard HUP profiler ikke kan bære aksiallasten på 4000 kN, er det valgt å benytte sveiste profiler. De er kontrollert for lokal knekking. Beregninger er gjort i **vedlegg V** og resultatene er vist i Tabell 11.

$\beta \cdot l_0$	Tverrsnitt	Ståltykkelse	Armering	$N_{Ed}/\chi N_{Pl,Rd}$	$M_{2,Ed,z}/M_{Pl,Rd,z}$	$M_{2,Ed,z}$
1	400x400	10 mm	4 Ø20	0,74	0,46	313,7 kNm
0,7	300x300	11 mm	4 Ø25	0,91	0,81	219,5 kNm
0,5	300x300	8 mm	9 Ø20	0,87	0,58	97,8 kNm
2	500x500	15 mm	12 Ø25	0,84	0,81	1646,8 kNm

Tabell 11: Beregningsresultater ulike fylte kvadratiske stålprofil

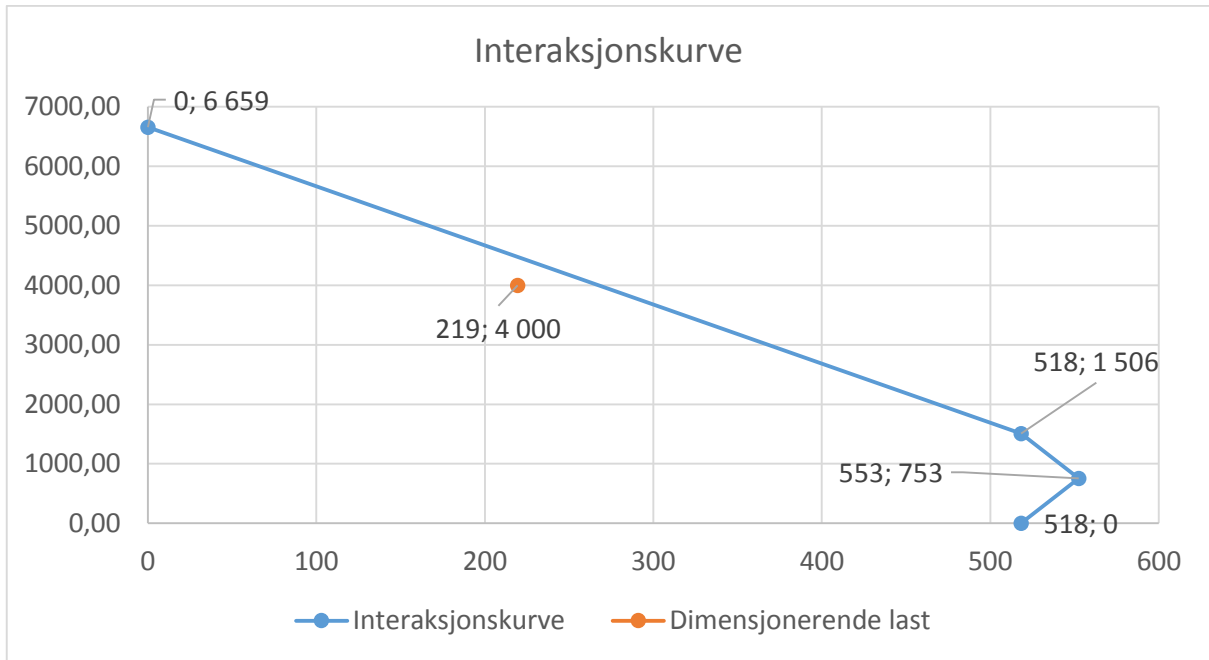
Figur 3.33 viser MN-diagram for fylt kvadratisk stålprofil 400x400 mm med ståltykkelse 10 mm og knekkfaktor 1.



Figur 3.33: MN-diagram for fylt kvadratisk stålprofil 400x400

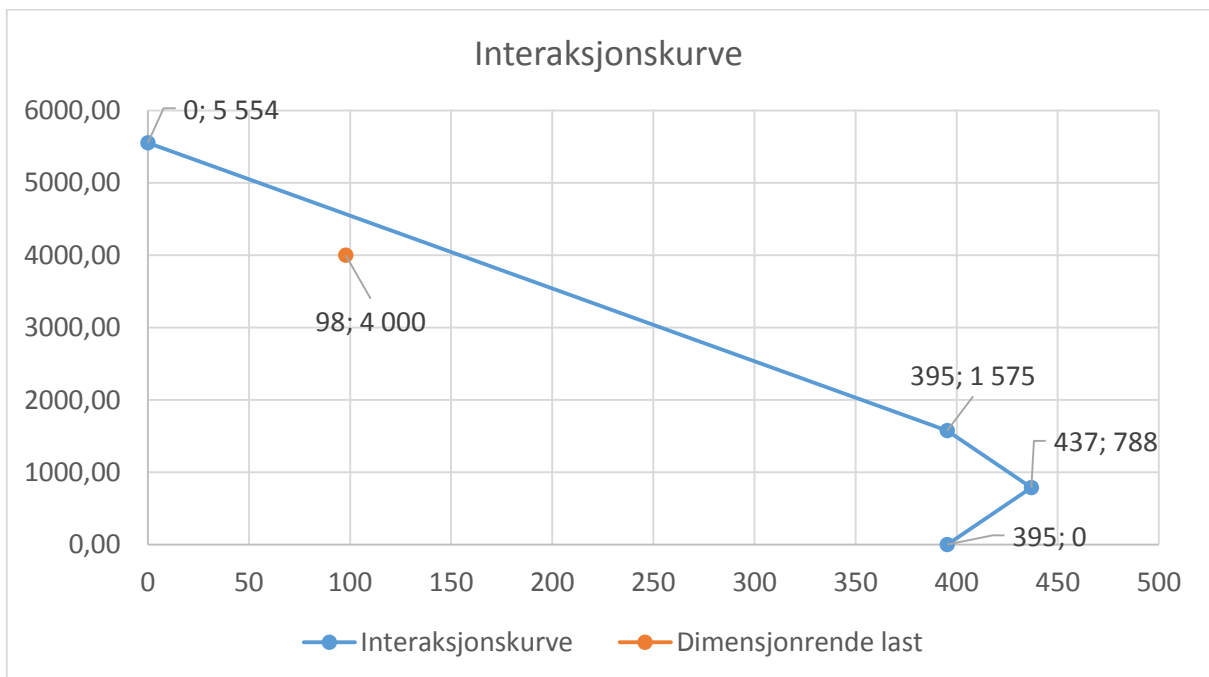
Tverrsnittet 400x400 mm er lite utnyttet i kombinasjonen av laster. Ved å endre tverrsnittet til 350x350 mm vil andreordensmomentet bli for stort på grunn av stivheten blir for lav. Ved reduksjon av ståltykkelsen vil lokalkneking oppstå. Det er mulig å endre armeringsmengden, men det vil ikke gi noen økt utnyttelsesgrad av tverrsnittet.

Figur 3.34 viser MN-diagram for fylt kvadratisk stålprofil 300x300 mm med ståltykkelse 11 mm og knekkfaktor 0,7.



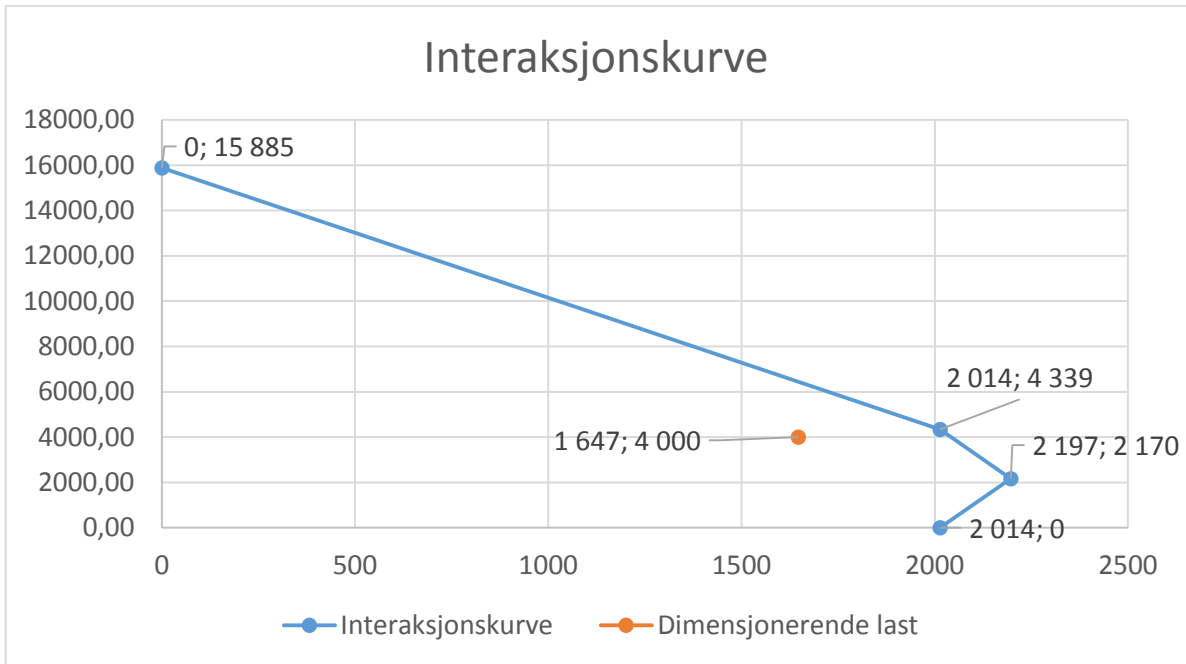
Figur 3.34: MN-diagram for fylt kvadratisk stålprofil 300x300

Figur 3.35 viser MN-diagram for fylt kvadratisk stålprofil 300x300 mm med ståltykkelse 8 mm og knekkfaktor 0,5.



Figur 3.35: MN-diagram for fylt kvadratisk stålprofil 300x300

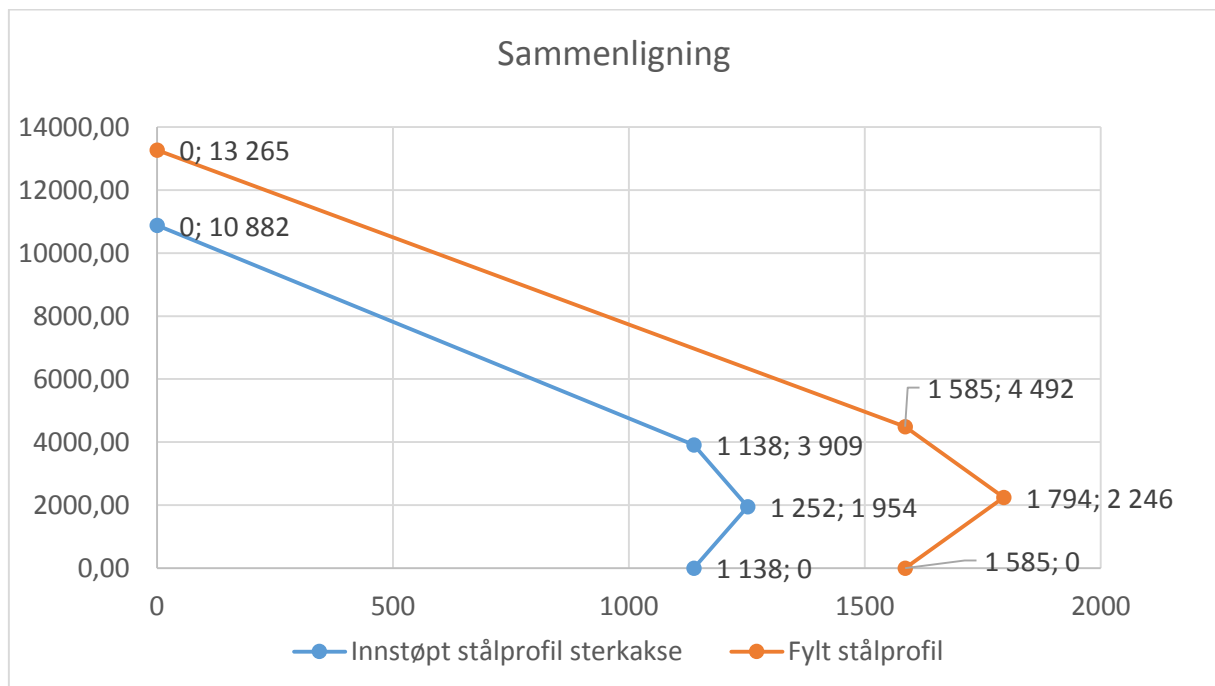
Figur 3.36 viser MN-diagram for fylt kvadratisk stålprofil 500x500 mm med ståltykkelse 15 mm og knekkfaktor 2.



Figur 3.36: MN-diagram for fylt kvadratisk stålprofil 500x500

Sammenligning av innstøpte og fylte samvirkesøyle

Fylte stålprofil har bedre kapasitet enn innstøpte stålprofil. Dette blir forsterket i og med at det må dimensjoneres om den svakeste akse til HE-B profilet i innstøpte stålprofil. Det er beregnet interaksjonskurve om sterk akse for de fylte stålprofilene. Utregninger er vist i **vedlegg Y**. Figur 3.37 viser at fylte stålprofil har en større kapasitet. Dette er fordi fylte stålprofil har høyere stålandel enn innstøpte stålprofil.



Figur 3.37: Sammenligning mellom fylte og innstøpte stålprofil

Fordelen med innstøpte stålprofiler er at de har en bedre knekk-kapasitet enn fylte stålprofil. De fylte stålprofilene har en høyere relativ slankhet, og klarer i eksempelet akkurat å oppfylle knekkingskravet i EK4 [6.7.3.5 (2)].

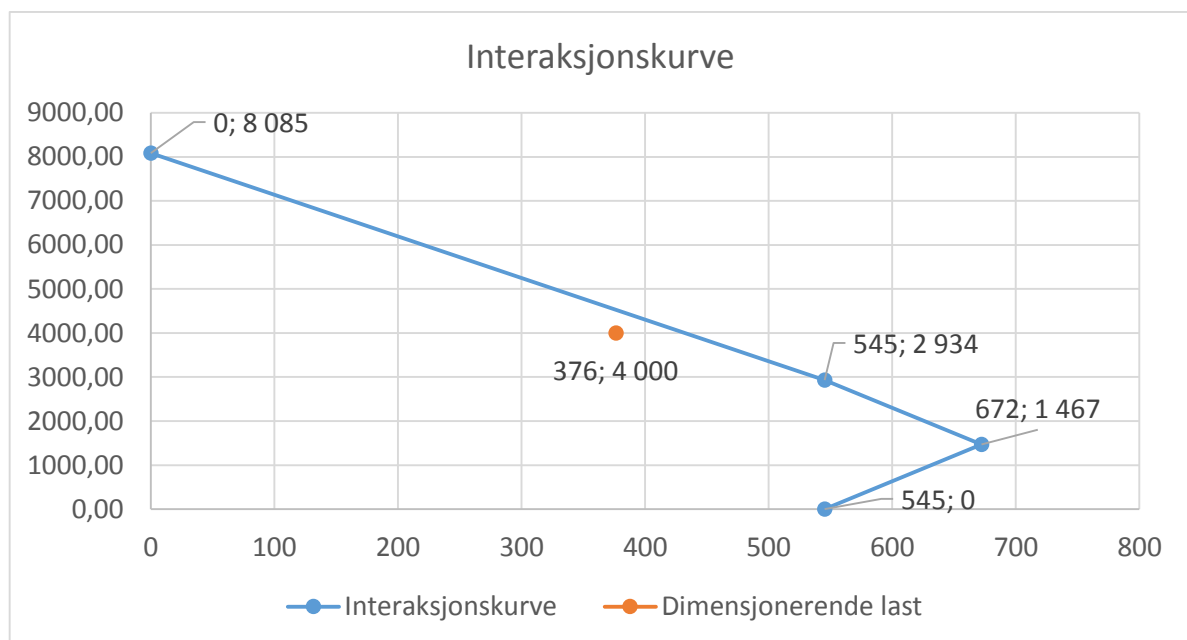
Fylte sirkulære stålprofil

Det er undersøkt om sirkulære profiler kan gi mindre tverrsnitt ved å sammenligne med sirkulære betongsøyler i **vedlegg W**. Det er beregnet med plastisk likevekt om nøytralaksen. Som forenkling er det valgt å benytte fire armeringsstenger plassert dobbelsymmetrisk i tverrsnittet med en overdekning på 50 mm fra stålet. En oppsummering av resultatene er vist i Tabell 12.

Knekkfaktor	Tverrsnitt Diameter	Ståltykkelse	Armering	$N_{Ed}/\chi N_{Pl,Rd}$	$M_{2.Ed,z}/M_{Pl,Rd,z}$	$M_{2.Ed,z}$
1	450	8 mm	4 Ø20	0,82	0,86	376,2 kNm
0,7	400	7 mm	4 Ø20	0,80	0,65	148,3 kNm
0,5	350	7 mm	4 Ø20	0,73	0,78	97,8 kNm
2	600	15 mm	4 Ø20	0,79	0,68	1230 kNm

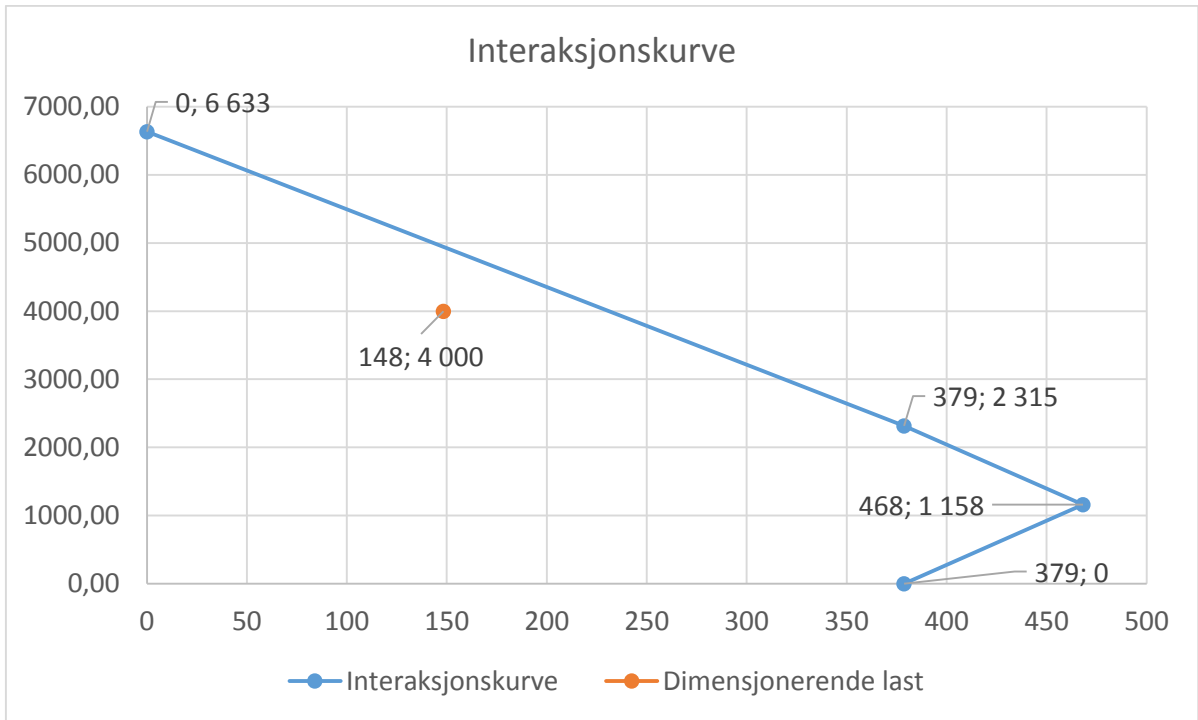
Tabell 12: Beregningsresultater ulike fylte sirkulære stålprofil

Figur 3.38 viser MN-diagram for fylt sirkulære stålprofil, $d = 450$ mm med ståltykkelse 8 mm og knekkfaktor 1.



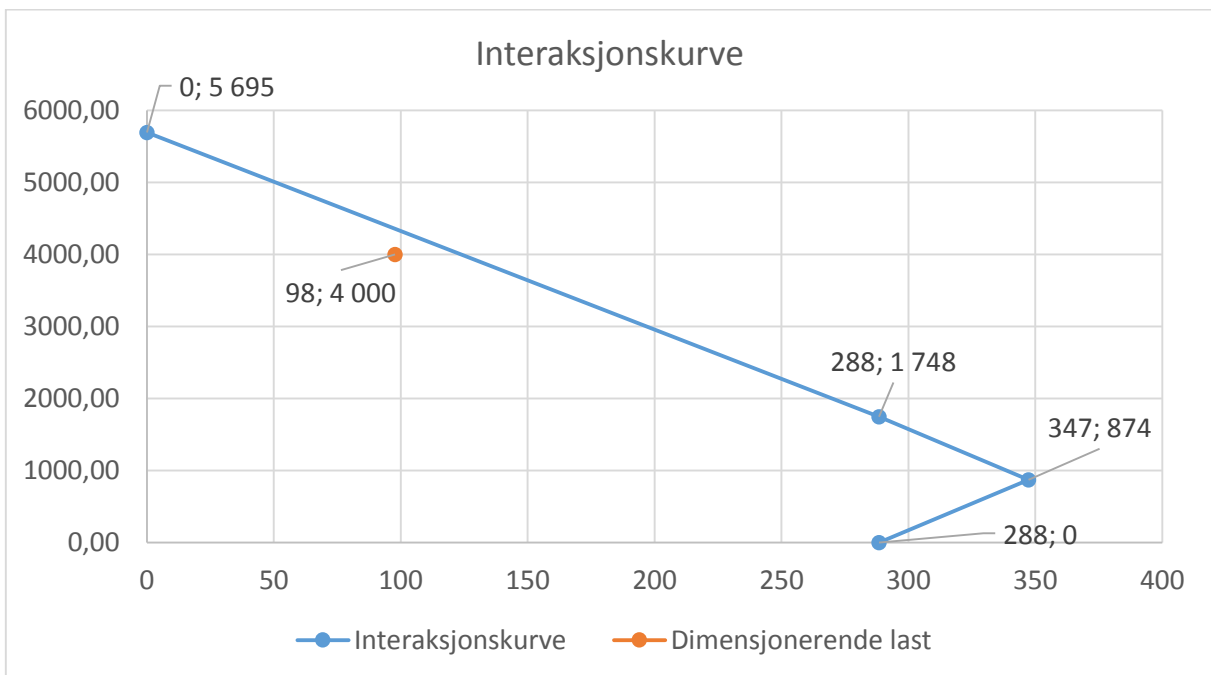
Figur 3.38: MN-diagram for fylt sirkulære stålprofil, $d = 450$ mm

Figur 3.39 viser MN-diagram for fylt sirkulære stålprofil, $d = 400$ mm med ståltykkelse 7 mm og knekkfaktor 0,7.



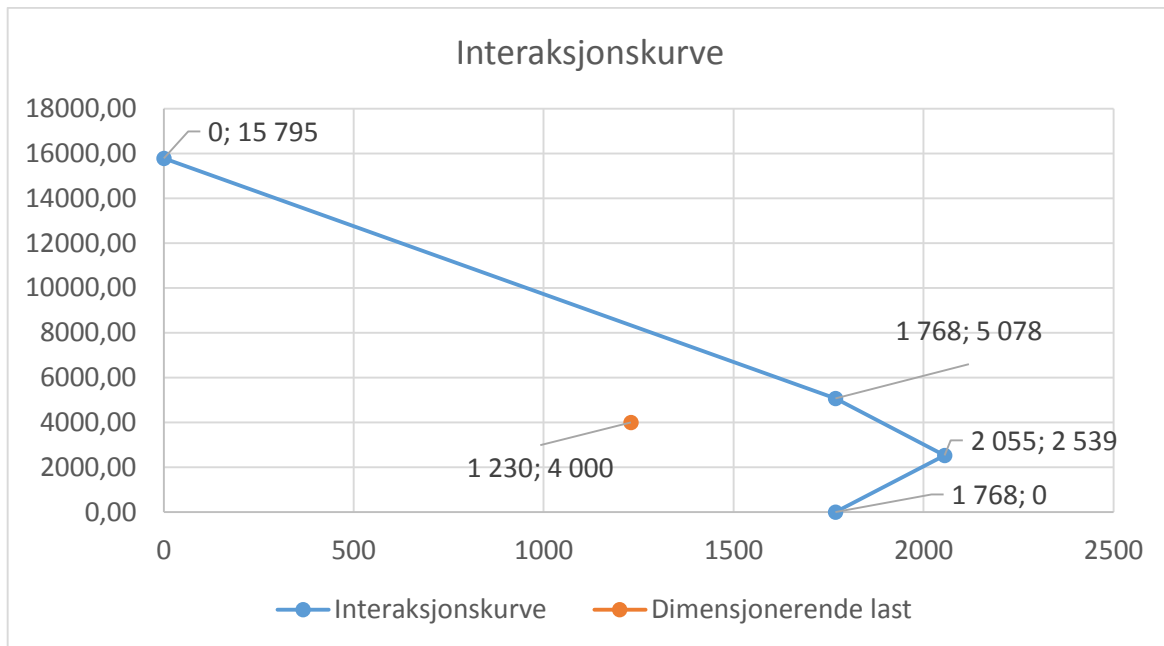
Figur 3.39: MN-diagram for fylt sirkulære stålprofil, $d = 400$ mm

Figur 3.40 viser MN-diagram for fylt sirkulære stålprofil, $d = 350$ mm med ståltykkelse 7 mm og knekkfaktor 0,5.



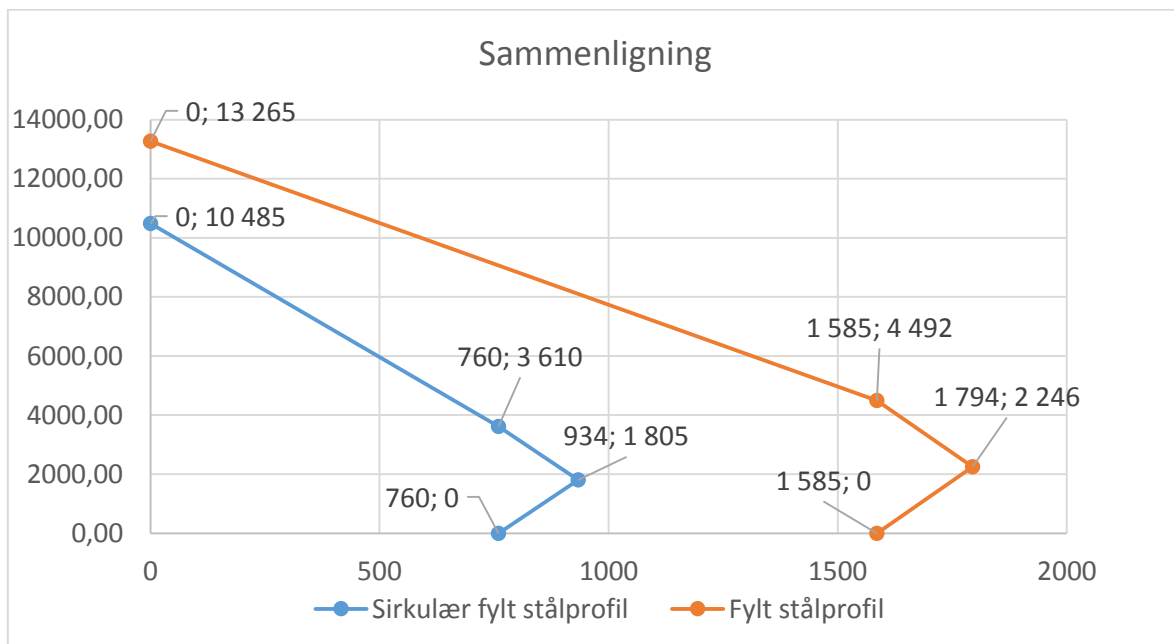
Figur 3.40: MN-diagram for fylt sirkulære stålprofil, $d = 350$ mm

Figur 3.41 viser MN-diagram for fylt sirkulære stålprofil, $d = 600$ mm med ståltykkelse 7 mm og knekkfaktor 2.



Figur 3.41: MN-diagram for fylt sirkulære stålprofil, $d = 600$ mm

De sirkulære søylene har mindre kapasiteten enn kvadratiske søyler. Figur 3.42 viser begge interaksjonskurvene med lik armering og tverrsnittbredde.



Figur 3.42: Sammenligning mellom fylte rektangulære og sirkulære stålprofil

Overgang og skjærarmering

I vedlegg Z er det gjort en beregning på antall nødvendige dybler i lastoverføringen for et innstøpt stålprofil og et kvadratisk fylt stålprofil. Skjærarmering for innstøpt stålprofil er bertegnet. Det er benyttet de samme forutsettingene som nevnt i kapitlet, og tverrsnittdimensjoner 500x500 mm.

For dyblene er det antatt følgende:

- $f_u = 500 \frac{N}{mm^2}$
- $d = 25 \text{ mm}$
- $h_{sc} = 130 \text{ mm}$

Resultat av beregningene er vist i Tabell 13 for innstøpte stålprofil og Tabell 14 for fylte stålprofil.

Innføringslengde	1000 mm
Dybelkapasitet	50 kN
Dimensjonerende kraft	7458,77 kN
To dybler per rad på hver side innenfor flensene. Regnet med friksjonsreduksjon.	
Antall rader på hver side	30
Totalt antall dybler	120
Skjærarmering	10 $\emptyset 12$ c/c100 mm
Dimensjonerende skjærlast	751,2 kN
Kapasitet for tverrsnitt	1238,1 kN

Tabell 13: Nødvendig antall dybler og skjærarmering for innstøpte stålprofil

Innføringslengde	1000 mm
Dybelkapasitet	50 kN
Kapasitet for overgang som dekker deler av tverrsnittet.	
$\sigma_{c,Rd}$	$81,7 \frac{N}{mm^2} < f_{yd}$
Overgang med stålplate som dekker hele tverrsnittet. Kryp og svinn	
Dimensjonerende kraft	2442 kN
Antall dybeler	50

Tabell 14: Nødvendig antall dybler og skjærarmering for fylte stålprofil

3.4 Fordeler og ulemper ved bruk av samvirkesøyler

For å sammenligne slanke betongsøyler og samvirkesøyler er det delt inn i ulike emner som søylene er vurdert etter. Samvirkesøylene er delt i grupper for innstøpte og fylte stålprofil.

3.4.1 Byggetid og økonomi

En av fordelene med fylte stålprofil er at de ikke trenger forskaling. Noe som kan være med på redusere byggetiden for en konstruksjon. Dette gjelder ikke for innstøpte stålprofiler, hvor det kan være en ulempe at forsaklingsarbeidet blir mer komplisert enn for vanlig betongsøyler siden det er flere komponenter (dybler) som er i veien under arbeidet.

En fordel som gjelder begge typer samvirkesøyler er at de kan belastes umiddelbart på grunn av stålet. Med dette vil byggetiden kunne reduseres ved å slippe å vente på at betongen herder tilstrekkelig før det byggingen kan fortsette [42].

Desto høyere bygningen blir, jo mer øker fordelene med å effektivisere/optimalisere byggeprosessen. En lignende prosess ble brukt ved gjenoppbyggingen av et 18 etasjer konstruksjon i Sørkedalsveien 6, i Oslo [45]. Her ble det benyttet prefabrikkerte stålprofiler som ble fylt med betong. I følge prosjektleder ble det på det mest effektive reist en etasje per dag. Hvor mye besparelser på byggetiden i forhold til betong er vanskelig å si konkret, siden det er flere metoder for å reise en betongkonstruksjon. Eksempler på dette kan være ferdigstøpte betongelementer og plaststøpt betong med glideforskaling. Andre faktorer som spiller inn på tiden er byggets utforming og plassering. Det anbefales å se nærmere på lønnsomhets mulighetene ved besparelser i byggetid i et videre arbeid.

Knutepunkt mellom bjelke og søyle er for samvirkesøyler i hovedsak en stålforbindelse. Disse kan være kompliserte, spesielt for innstøpte stålprofiler. En utfordring er å sikre tilstrekkelig lastinnføringen til begge materialene i samvirkesøylen. Dette gjøres som nevnt ved dybler som sveises på stålet. Dette vil kreve ekstra arbeid og kan være utfordrende. Spesielt for fylte stålprofil kan det bli trangt dersom det skal sveises og monteres på byggeplassen. Det er mulig å bestille ferdiglagde stålprofiler som kan fylles med betong på byggeplass, hvor dybler og armering er ferdigstilt etter ønske [41].

Det er ingen tvil om at materialkostnader er høyere for samvirkesøyler, men om det kan spares inn på tverrsnittets dimensjoner for å redusere materialkostnader. Det er stålprofilet som er den dyreste komponenten. Nedenfor i Tabell 15 er det gjort et raskt overslag på materialkostnader på de ulike søylene med knekkfaktor lik 1. Priser er hentet fra [43] og [44]. Det er ikke tatt med skjærarmering og dybler i overslaget.

Betongsøyle:	Tverrsnitt	Betongvolum	Betongpris	Kr		
B30	600x600	3,96m ³	1183kr/m ³	4684,7		
	Armering	Armerings vekt pr stang	Armering pris pr stang			
B500NC	28xØ20	27,72kg	12,7kr/kg	9857,2		
Pris per søyle =					<u>14541,9</u>	
Samvirkesøyler:	Tverrsnitt	Betongvolum	Betongpris	Stålvekt	Stålpris	
Innstøpt						
HE-B360	500x500	2,55m ³	1183kr/m ³	1562kg	13,95kr/kg	24806,6
	Armering	Armerings vekt pr stang	Armeringspris pr stang			
B500NC	10xØ25	43,23kg	12,85kr/kg	5555,1		
Pris per søyle =					<u>30361,7</u>	
Fylt kvadratisk	Tverrsnitt	Betongvolum	Betongpris	Stålvekt	Stålpris	
t = 10mm	400x400	1,59m ³	1183kr/m ³	1347,02	15,8kr/kg	23163,9
	Armering	Armerings vekt pr stang	Armering pris pr stang			
B500NC	4xØ20	27,72kg	12,7kr/kg	1408,2		
Pris per søyle =					<u>24572,1</u>	

Tabell 15: Overslag på materialkostnader

Overslaget viser at selv om tverrsnittet blir redusert vil ikke materialkostnaden bli i nærheten av betongsøylen.

En ulempe med samvirkesøyler er at lengden på søylene ikke bør være lengre enn det som kan leveres av stålprofil. [43] leverer profiler opp til 12 m, men har profiler som kan være 20 m. Det kan ikke beregnes forenklet med profiler som er skjøtet [6.7.3.1(1)]. Armeringsstengene leveres med lengde opp til 18 m og kan skjøtes om nødvendig. Videre er leveringskostnader en faktor som må være med i et fullstendig kostnadsoverslag.

3.4.2 Brannmotstand og beskyttelse

NS-EN 1994-1-2:2005+NA:2009 er gjeldene Eurokode for branndimensjonering av samvirkekonstruksjoner. Denne er ikke gjennomgått i detalj, men har viktige tabeller som stiller krav til dimensjoner, overdekning, armeringsforhold og avstand til armeringsstenger av de ulike samvirkesøylene. Dette i forhold til hvilke brannklasse R(t).

Del [4.2.3.2] gjelder for fullt innstøpte stålprofil.

Del [4.2.3.3] gjelder for delvis innstøpte stålprofil.

Del [4.2.3.4] gjelder for fylte stålprofil.

Betong har en høy brannmotstand og vil normalt ikke trenge ekstra isolering mot brann. Dette gjør at betongsøyler har en fordel fremfor fylte stålprofil søyler. For innstøpte samvirkesøyler vil betongen rundt stålprofilen virke brannisolerende. Som nevnt tidligere stilles det krav til overdekningen. Fordelen til fylte stålprofil er at de ikke vil trenge slagbeskyttelse i kantene dersom søylen er utsatt for støtlaster. Fylte stålprofil vil trenge beskyttelse mot korrosjon der det er nødvendig. Det vil ikke de innstøpte stålprofil trenge, men de vil ha behov for tiltak mot forkalking.

3.4.3 Bruksområder

I Norge er det ikke vanlig å benytte samvirkesøyler i prosjekter. Grunnene til dette kan være mange, men det er forsøkt å gi en oversikt over bruksområder hvor samvirkesøyler kan være fordelaktig. I utlandet brukes det mer samvirkesøyler. Dette siden samvirkesøyler har bedre kapasitet og bedre dynamiske egenskaper enn betongsøyler.

Samvirkesøyler har som beregningene viser en bedre kapasitet enn slanke betongsøyler. Dette gjør at tverrsnittet kan reduseres, som medfører at de egner seg godt i store garasjelegger og lagerhaller hvor gulvareal er viktig. Fylte stålprofiler har som vist i beregningene best kapasitet og kan oppnå det minste tverrsnittet. I tillegg har fylte stålprofil en god motstand mot støtlaster. Dette gjør at de vil være godt egnet for områder hvor det er fare for kollisjon. En videre fordel av at ved å benytte et mindre tverrsnitt oppnås mindre egenvekt på konstruksjonen.

En fordel med samvirkesøyler er at tverrsnittskapasiteten kan økes uten å øke dimensjonene til søylen. Dette kan gjøres ved å øke tykkelsen til stålprofilen eller ved å benytte mer

armering. Dette gjør like søyledimensjoner/areal mulig i alle etasjer selv om de ikke har lik kapasitet. Dette er en fordel for blant annet arkitektene og det estiske ved konstruksjoner.

Et annet bruksområde der samvirkesøyler har en fordel er i områder hvor jordskjelv er en utfordring. Samvirkesøyler har en høy stivhet og duktilitet som gjør at den har en god motstand mot jordskjelv. I tillegg har samvirkesøyler en god energiabsorberingsevne og kapasitet som også er viktig for god jordskjelvmotstand. Fylte stålprofiler har en høyere duktilitet enn innstøpte stålprofiler grunnet den sammentrengte betongen.

Et bruksområde hvor samvirkesøyler blir benyttet i Norge, er i renovasjonsprosjekter eller påbygging. Dette gjelder i hovedsak for stålkonstruksjoner hvor kapasiteten kan økes ved å støpe inn eller fylle stålprofilene med betong. Sistnevnte metode er brukt i renovasjonsarbeid ved Bygarasjen i Bergen. For fullt innstøpte stålprofiler er det utfordrende å øke kapasiteten i ettertid.

Tabell 16 gir en oppsummering av fordeler og ulemper ved bruk av de ulike samvirkesøylene.

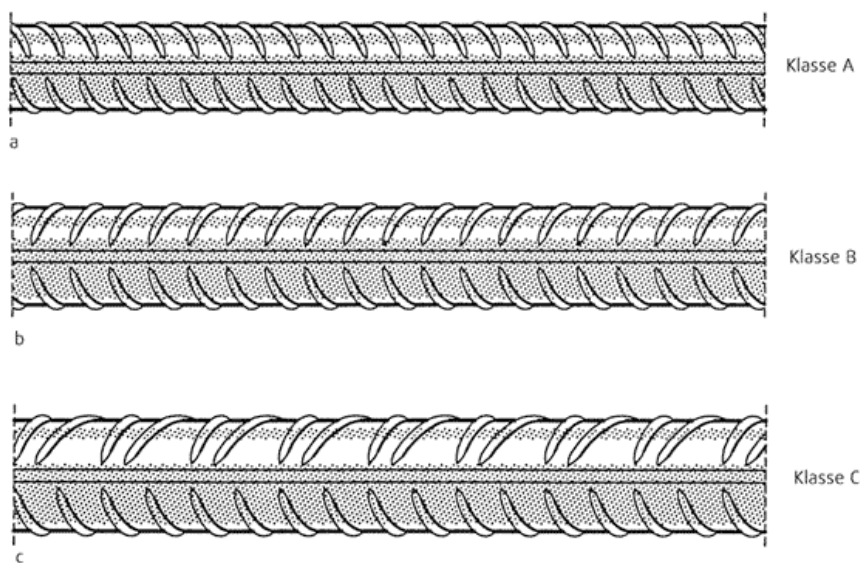
Fullt innstøpte stålprofil	
Fordel:	Ulempe:
<ul style="list-style-type: none"> - God kapasitet. - God brannmotstand. - God økonomisk utnyttelse av materialer. - Korrosjonsbeskyttelse av stål. 	<ul style="list-style-type: none"> - Trenger forskaling. - Kan by på utfordringer ved forbindelser. - Vanskelig å øke kapasiteten i ettertid. - Trenger beskyttelse mot støtskader.
Delvis innstøpte stålprofil	
Fordel:	Ulempe:
<ul style="list-style-type: none"> - God kapasitet. - God økonomisk utnyttelse av materialer. - Enkelt å lage forbindelser. - Enkelt øke kapasiteten i ettertid. 	<ul style="list-style-type: none"> - Lavere brannmotstand enn fullt innstøpt stålprofil. - Kan trenge korrosjonsbeskyttelse for deler av stålet.
Fylte stålprofil	
Fordel:	Ulempe:
<ul style="list-style-type: none"> - Meget god kapasitet. - God på biaksial bøyning. - God til å motstå støtlaster. - Trenger ikke forskaling. 	<ul style="list-style-type: none"> - Dyreste alternativet. - Vanskeligere støpeprosess. - Ingen brannmotstand og korrosjonsbeskyttelse.

Tabell 16: Fordeler og ulemper for ulike samvirkesøyler

Kapittel 4

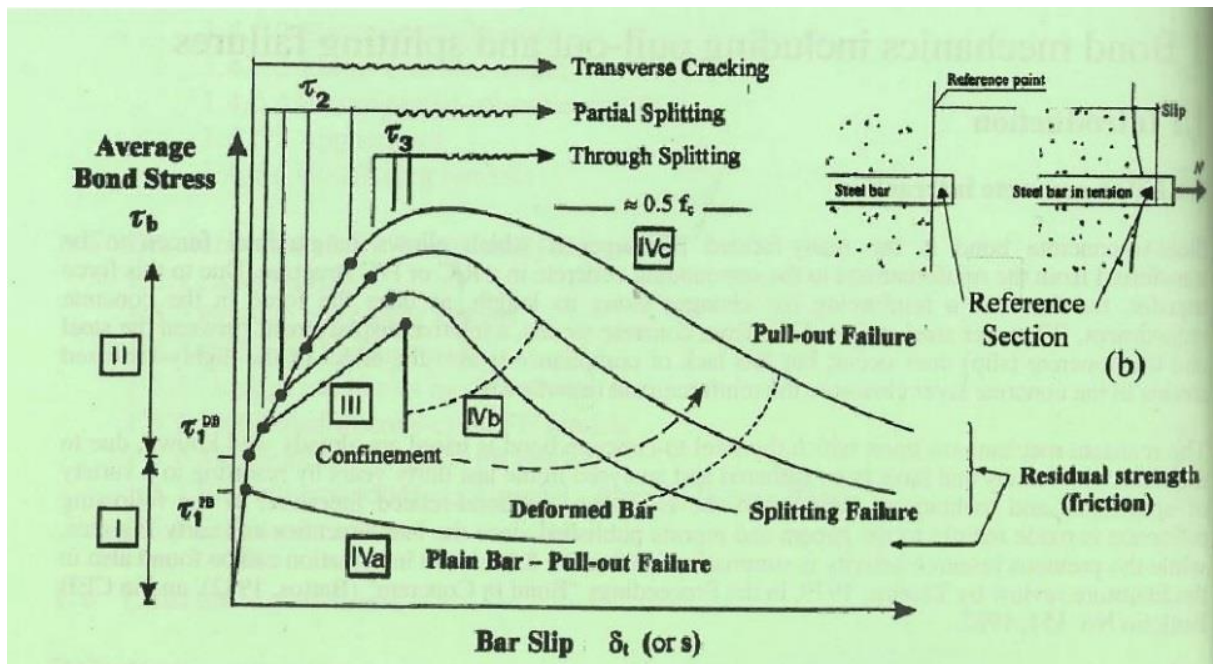
Forankring av lengdearmering

Forankring er kreftene som binder armeringen til betongen. Denne forbindelsen kan skje ved kjemisk forbindelse, mekanisk forbindelse eller en kombinasjon av de to. I denne rapporten ses det nærmere på den mekaniske forbindelsen, da gjeldene regelverk ikke tar hensyn til kjemisk forbindelse av armering. Kjemisk forbindelse er den eneste forbindelsen mellom armering og betong ved bruk av glatte armeringsstenger. Mekanisk heft benyttes i Norge ved hjelp av kamstål. Figur 4.1 viser eksempler på ulike typer kamstål.



Figur 4.1: Eksempel på kamstål [49]

I startfasen, ved lave spenninger, oppfører de to nevnte forbindelsestypene seg relativt likt. Det er i stor grad, eller kun kjemisk heftkapasitet som utnyttes. Dersom den kjemiske spenningskapasiteten overskrides, vil kamstålet gå over i en ren mekanisk situasjon, hvor kammene overfører krefter via trykkblokker. For glatte stenger vil dette føre til utrivning av armeringen, da det ikke er mer kapasitet i forbindelsen [46]. Figur 4.2 viser generelle situasjoner for armeringsstenger. Både velutformede (kamstenger) og glatte stenger. Figur 4.2 er nærmere analysert i 4.1.



Figur 4.2: Generell figur av spenninger og forskyvninger [46]

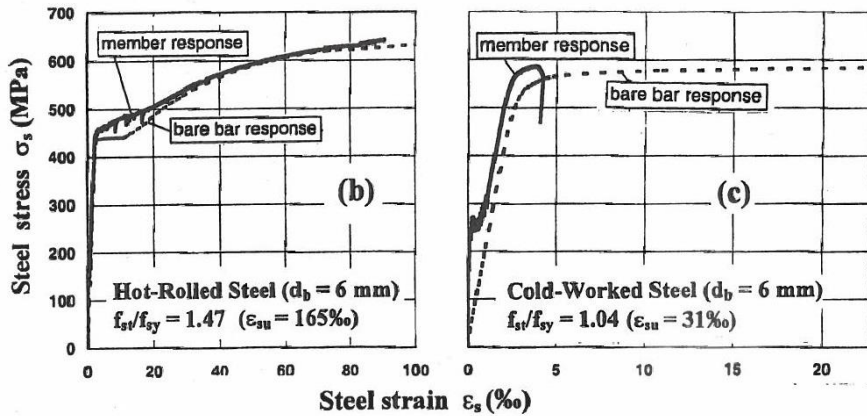
Armering benyttes for å gi konstruksjonsdeler, eller konstruksjonen i sin helhet, ønskede statiske egenskaper og tilstrekkelig duktilitet. Dette gjøres som oftest ved å benytte stålets strekkapasitet og betongens trykkapasitet. Ved et normal-/underarmert tverrsnitt vil dette føre til tøyninger i stålet som er større enn tøyningkapasiteten til betongen, og riss dannes. Strekkapasiteten til betongen utnyttes vanligvis ikke i bruddgrensesituasjoner. Det er fordi stålet er mer duktilt og betongen risser før flyt i armeringen. Etter at riss er dannet neglisjeres strekkapasiteten til betongen.

Forankringsegenskaper er avhengig av mange faktorer. For å nevne noen: Betongkvalitet, hvor i støpen armeringen blir lagt, hvilken vinkel armeringen har i forhold til fibrene i betongen, vinkel på kammene, overdekning, mellomrom mellom armeringsstengene, armeringens diameter, tverrtrykk og tverrarmring [46]. I dette kapittelet er det hovedsakelig lagt vekt på de faktorene som enten påvirker eller er nevnt i formlene i EK2.

Det er valgt å se bort fra regler rettet mot spennarmering, dynamiske-, seismiske- og støtbelastninger; i tillegg til armeringsstenger som er malte, belagt med epoksy eller sink. Dette samsvarer med Eurokodens omfang for slakkarmering i punkt [8.1] [5].

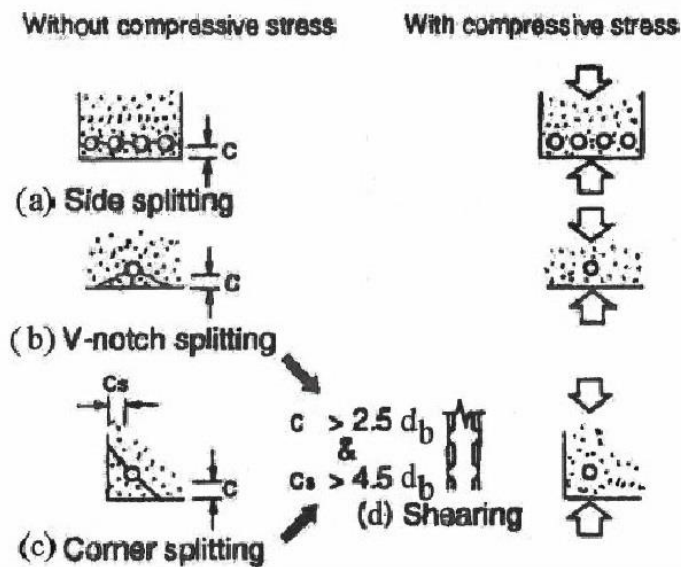
4.1 Generelt om heft av forankring

I et globalt perspektiv ønskes det at stålet og betongen sammen skal gi konstruksjoner en tilfredsstillende duktil oppførsel. I et lokalt perspektiv ønskes det god heft, mellom armeringen og betongen. Dersom heften blir «for god» vil det ofte føre til en mindre duktil oppførsel på et globalt nivå. «Bond of reinforcement in concrete» [46] påpeker at det blir vanligere og vanligere med kaldvalsede armeringer, som gir en enda mindre duktil oppførsel. Figur 4.3 viser tydelig forskjell på duktiliteten.



Figur 4.3: Tøyninger: varmvalsed og kalddeformert [46]

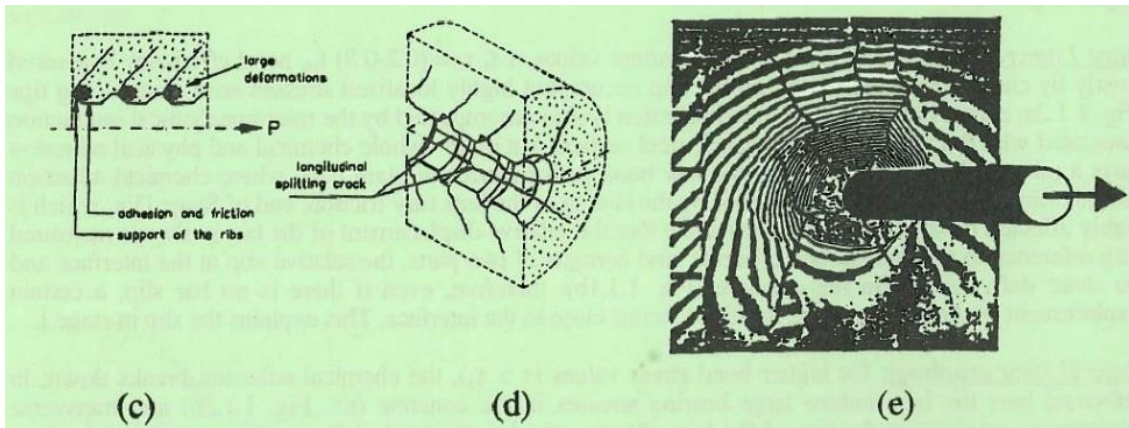
Generelt sett er potensielle bruddformer/-typer som angitt i Figur 4.4. Det er altså tverrtrykk- og avstandsavhengig hvilket bruddmønster som dannes.



Figur 4.4: Bruddformer med og uten tverrtrykk [46]

Videre sees det på Figur 4.2, hvor indeksen PB er glatt stang (plain bar) og DB er kamstang (deformed bar). Fra figuren kan det ses at forankringstypene oppfører seg særdeles likt i spenninger under den kjemiske kapasiteten (fase I). For glatte stenger er neste fase brudd. Bruddformen er tilsvarende de på høyre side i Figur 4.4.

For velutformet deformerte stenger (kamstenger) er kapasiteten delt inn i flere faser. Dette er avstands- og tverrtrykkavhengige faser. Etter hvert som spenningene øker vil det oppstå riss på tuppen av kammene, se Figur 4.5 (c). Det er så en lineær økning av kapasitet frem til Figur 4.2 IVb. IVb er en bruddform som oppstår når de radielle sprekkene når ytterkanten. Dette kan være på grunn av manglende overdekning eller for lite tverrarmring. Sprekkdannelsen øker i fase III og gir lineært større kapasitet etter Figur 4.2.

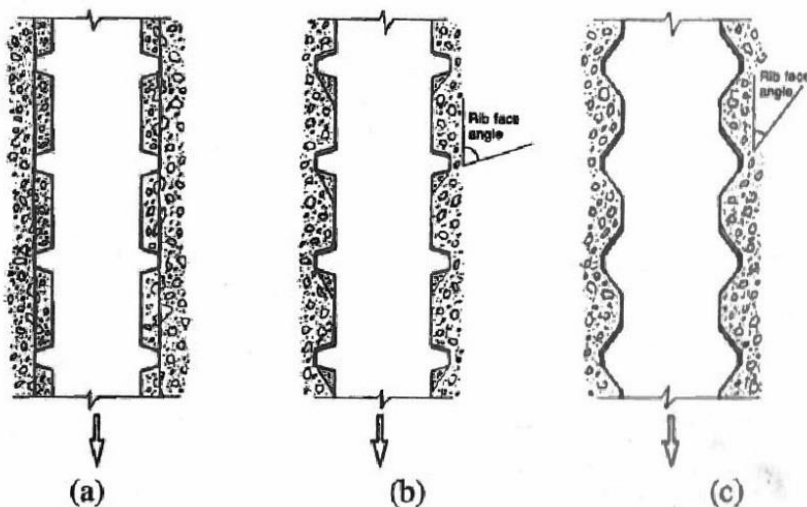


Figur 4.5: Sprekkdannelse [46]

Bruddtype IVc er en ren utdraging av stangen og er basert på friksjon mellom armeringen og betongen. Denne bruddformen kan kun oppstå dersom stangen er tilstrekkelig omsluttet av tverrarmoring. Ved høy betongfasthetsklasse $f_{ck} > 60$ vil sprekkutvidelsen gå gjennom tilslagene, og dermed oppnå en kortere bruddlinje. Dette fordi selve mørtelen blir så sterk at dette er minst energikrevende bruddlinje.

Normalt sett vil det være grafene IVb etter Figur 4.2 som er gjeldende. Dersom tverrtrykket øker tilstrekkelig eller som nevnt at det er tilstrekkelig tverrarmoring, vil bruddformen IVc kunne oppstå. IVb er avhengig av hvor godt de langsgående sprekkene etter Figur 4.5 (d) blir forhindret. Dette kan oppnås dersom en eller flere av følgende gunstige tilfeller er tilstede: tverrtrykk, tverrarmoring eller tilstrekkelig overdekning. IVa gjelder ikke for stenger som tilfredsstillende kravene for kamstenger.

En typisk armering befinner seg i sone III. Dersom det er lite utvendig armering som hindrer rissene i å nå ytterkant, vil endelig brudd være på grunn av at risset når ytterkanten av betongen. Det er også en bruddform som er kombinasjon av splitting (riss) og pull out (utdraging) av stangen. Denne heter direkte oversatt splittingsindusert utdraging. Figur 4.6 viser bruddmønstrene som kan oppstå på lokalt plan.



Figur 4.6: Forskjellige brudd for utdraging

Figur 4.6 (a) viser rent utdragningsbrudd. (b) viser en kombinasjon, av riss og utdraging, med knusning av betongen og/eller avskjæring av betongen innenfor kammene. (c) viser riss sammen med relativ forskyvning mellom betongen og armeringen [46].

4.2 Dimensjonerende heftfasthet

Den generelle heftkapasiteten for dimensjonering i henhold til [47] er beskrevet i formel (4.1). Som det fremkommer av formelen er heftfastheten basert på strekkapasiteten til betongen.

$$f_{bd,generell} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 f_{ctd} \quad (4.1)$$

η_1 er 2,25 for kamstenger; 1,4 for stenger med innrykk; 1,0 for glatte stenger.

η_2 er 1,0 for såkalte gode heftbetingelser; 0,7 for alle andre tilfeller.

η_3 er 1,0 for $\phi \leq 32$ mm; $(132 - \phi)/100$ for $\phi > 32$ mm.

Formelen gitt i EK2 er beskrevet under, og er nesten helt lik. Forskjellen er at formelen forenkles ved at η_1 i $f_{bd,generell}$ erstattes med 2,25, da dette gjelder for alle stenger som fyller kravene EK2 legger til grunn. Faktorene η_1 og η_2 i formelen under er faktorer som tar for seg heftforhold og reduksjon av kapasitet ved armeringsstenger hvor $\phi > 30$.

$$f_{bd} = 2,25 \eta_1 \eta_2 f_{ctd} \quad (4.2)$$

$$f_{ctd} = \frac{\alpha_{ct} f_{ctk,0,05}}{\gamma_c} = \frac{0,85 f_{ctk,0,05}}{1,5} = 0,567 f_{ctk,0,05} \quad (4.3)$$

η_1 er 1,0 for såkalt gode forhold

η_1 er 0,7 for alle andre tilfeller og for stenger i konstruksjonsdeler utført med glideforskaling, med mindre det kan påvises at det er såkalt gode heftbetingelser

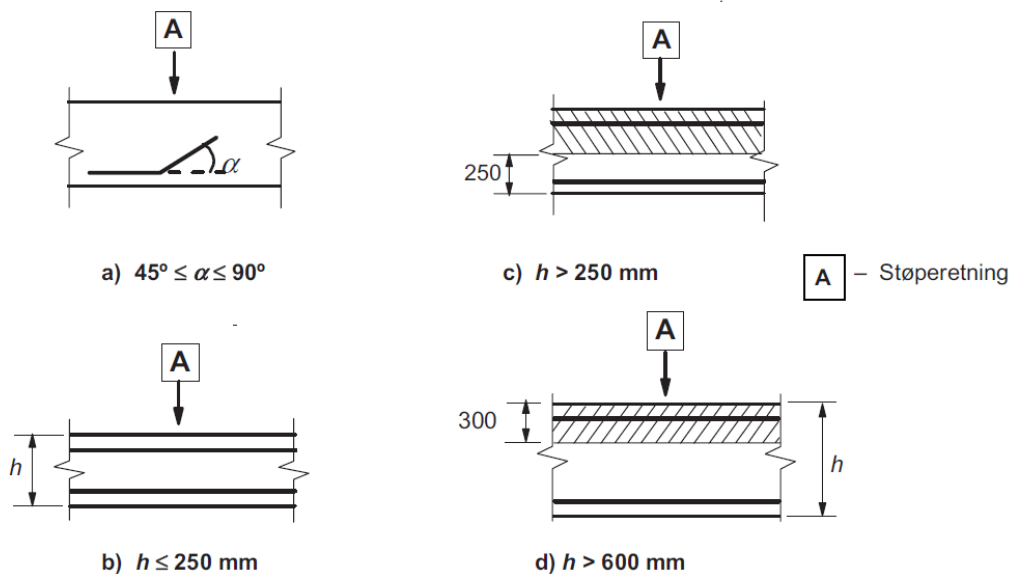
Praksisen i Norge er å benytte $\eta_1 = 1,0$ for alle prefabrikkerte elementer **vedlegg AG**. Dette synes ikke å være i tråd med [46]. Her beskrives det at heftforholdene er best i horisontale armeringsstenger i bunnen av støpeformen, samt vertikale armeringsstenger lastet på tverr av støperetningen. Det er beskrevet som ugunstig heftforhold for horisontale stenger som er plassert høyere opp i støpeformen og vertikale stenger som lastes i støperetningen. Grunnen til dette er at mikrobobler av vann blir sittende fast langs stengene i de nevnte ugunstige situasjonene. Når betongen er herdet vil dette føre til at armeringen presser mot en porøs betong, da det er oppstått luftlommer der mikroboblene av vann tidligere var [46].

Basert på foregående avsnitt er det verdt å vurdere gjeldende praksis, da denne ikke er konservativ. I forlengelse av dette kan det være greit å påpeke at denne mikrobobleeffekten har mer å si på heftforholdene enn betongstyrken, dersom $f_r = \frac{A_r}{\pi \phi s_R} = 0,1$ og $\frac{l_b}{\phi} = 10$ holdes konstante [46]. f_r er en faktor som forteller om forholdene mellom diameter, arealet av et snitt og avstanden mellom knastene, mens $\frac{l_b}{\phi}$ er forholdet mellom forankringslengde og armeringsstengenes diameter.

Resultat av eurokodereglene slik de er i dag, dersom tiltak for å sikre gode heftbetingelse ikke gjøres er vist i Figur 4.7, hvor ikke skravert sone innebærer såkalt gode heftbetingelser. Etter Figur 4.7 kan det sies å være dårlige heftbetingelser for:

- Lengdearmoring i prefabrikkerte søyler med $h > 250\text{mm}$.
- Armering i øvre sjikt for dekker og bjelker høyere enn 250 mm, både plasstøpte og prefabrikkerte.
- Hulldekker med $h > 250$ vil ha dårlige heftbetingelser i toppen.

Mikroboblene vil alltid være på undersiden av armeringsstengene i forhold til støperetningen. Armeringsstengene som blir påvirket av dette får mindre kapasitet for aksial- og skjæroverføring.



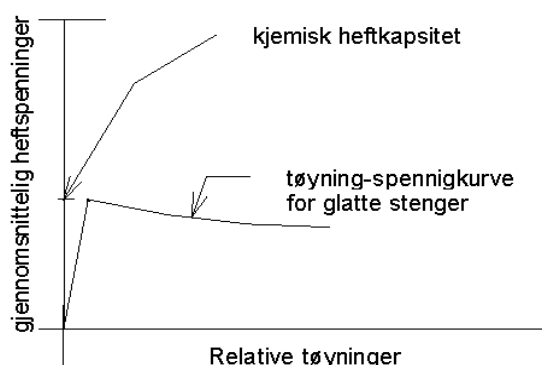
Figur 4.7: Gode og dårlige heftbetingelser [5]

η_2 er 1,0 for $\phi \leq 32\text{mm}$

η_2 er $(132-\phi)/100$ for $\phi > 32\text{ mm}$

Etter hvert som arealet per lengdeenhet for heft øker (altså omkretsen til armeringsstangen øker), vil tillatte spenninger bli redusert. Dette har sin bakgrunn fra statistikk. Mange store betongbjelker vil ha lavere bruddspenninger i snitt enn mange små betongbjelker. Årsaken til dette har med variasjonen i materialeegenskapene, og sannsynligheten for en svakhet øker med størrelsen. Dette er et velkjent fenomen og utledningen for denne utelates i dette dokumentet.

[46] stiller et spørsmålstegn ved den nevnte størrelseseffekten. Den kan måles og observeres ved testing av glatte armeringsstenger, men ikke ved velutformede deformerte stenger. Det understrekes at det trengs mer testing og numerisk modellering for å komme til bunns i dette. Årsaken til dette kan være at det ved bruk av glatte stenger kun er kjemisk heft som benyttes. Kjemisk heft har reduksjon av styrke etter elastisk kapasitet er nådd. Figur 4.8 viser spennings-/tøyningskurve for kjemisk heft av glatte strenger.



Figur 4.8: Spennings-tøyningkurve for kjemisk heft av glatte stenger

For kjemisk heft vil det punktvis oppstå brudd (lavere kapasitet enn beregningsmessig kapasitet) og systemet i sin helhet vil feile før tillatte spenninger er nådd. Som nevnt tidligere er ikke denne effekten observert for kamstål eller andre velutformede deformerte armeringsstenger. Dette kan være fordi flytning i denne type forbindelser fører til økende styrke, da det i praksis er små trykkblokker i betongen som dannes. Kreftene vil derfor fordele seg jevnere og betongen vil effektiviseres på et bedre vis og kapasiteten øke Figur 4.2.

Basert på foregående avsnitt vil det være naturlig å vurdere nødvendigheten av η_2 faktoren for kamstål. Fjerning av denne faktoren vil kunne øke kapasiteten noe, samt forenkle beregningsuttrykket for $\phi > 32$.

4.3 Dordiameter

Dordiameter er diameteren på en sirkel som armeringsstengene bøyes rundt. Denne har noen minimumskrav; basert på armerings diameter, betongens kvalitet, avstander og type utførelse. EK2 gir tre kriterier som kan imøtekommes for å unngå videre beregninger av minimumsdiameter, med tanke på trykkbrudd i betongen. Kriteriene er listet opp i [8.3 (3)]. Første kriteriet går på at den nødvendige heftlengden ikke skal overskride 5ϕ , som gir en grenseverdi på heftlengden. Denne lengden vil i dette kapitlet bli sammenliknet med minste dordiameter for stålet fra Figur 4.9, opp mot likningen for (8.1) i EK2. Det antas gode heftbetingelser i utledningen, samt $11 \leq \phi \leq 32$.

Tabell 8.1N – Minste dordiameter for å unngå skade på armeringen

a) for stenger og tråd

Stangdiameter	Minste dordiameter for vinkelkroker, kroker og sløyfer (se figur 8.1)
$\phi \leq 16$ mm	4ϕ
$\phi > 16$ mm	7ϕ

Figur 4.9: Tabell 8.1N(a) fra EK2, minste dordiameter for å unngå skade på armering [5]

$$\Phi_{m,\min} \geq \frac{F_{bt} \left(\frac{1}{a_b} + \frac{1}{2\Phi} \right)}{f_{cd}} \quad (4.4)$$

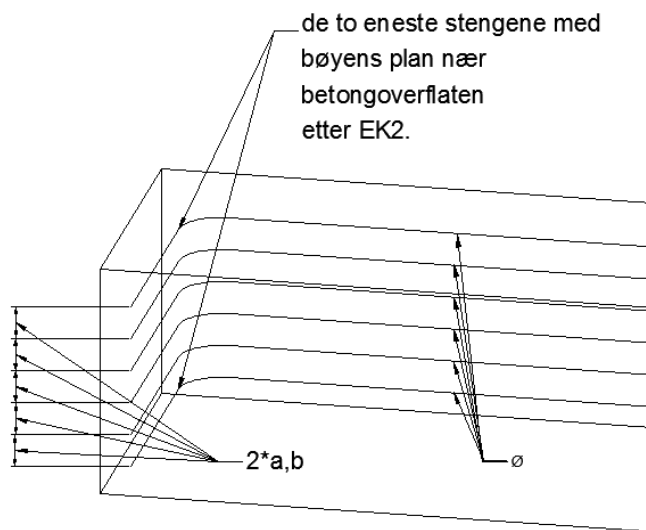
$\Phi_{m,\min}$ er minimum dordiameter.

F_{bt} er strekkraften i bruddgrensetilstanden i armeringen ($\sigma_{sd}A_s$).

ϕ er stangdiameter.

f_{cd} er betongens dimensjonerende trykkfasthet.

a_b er halve senteravstanden mellom stengene vinkelrett på bøyens plan, se Figur 4.10. For stenger mot ytterkant av en konstruksjonsdel kan a_b antas å være overdekning pluss $\frac{\phi}{2}$.



Figur 4.10: Beskrivelse av a_b

Videre vil det bli sett på grensene som er satt i EK2, basert på full heft langs hele betraktet lengde. Dette kan gjøres på følgende måte:

$$\phi \geq 11$$

$$F_{bt} = f_{bd}O_s l_{d1} = 2,25\eta_1\eta_2 f_{ctd} \phi \pi 5\phi = \frac{45\pi}{4} \phi^2 f_{ctd} \quad (4.5)$$

$O_s = \phi\pi$ er stålets omkrets

$l_{d1} = 5\phi$ er øvre innfestingsgrense i henhold til EK2 [8.3 (3)]

$$a_b \geq \max\left(\phi; \frac{d_g + 5}{2}; 10\right) + \frac{\phi}{2} \rightarrow a_b \geq \frac{3\phi}{2} \text{ for } \phi \geq 11 \text{ og } d_g \leq 16 \quad (4.6)$$

$$F_{bt} = f_{bd}O_s l_{d1} = 2,25\eta_1\eta_2 f_{ctd} \phi \pi 5\phi = \frac{45\pi}{4} \phi^2 f_{ctd} \quad (4.7)$$

Lager en tabell for å finne forholdende mellom $\frac{f_{ctd}}{f_{cd}} = \frac{\alpha_{ct} f_{0,05}}{\gamma_c} / \frac{\alpha_{cc} f_{ck}}{\gamma_c} = f_{ctk,0,05} / f_{ck}$. I Norge er $\alpha_{ct} = \alpha_{cc}$ [5]. Tabell 17 tar kun for seg gjeldende betongklasser etter EK2, altså ikke høyere enn betongkvalitet B55. Utover dette vil $f_{ctk,0,05} / f_{ck}$ forholdet øke, fordi trykkapasiteten skal holdes konstant [8.3 (3)]. Det er også verdt å merke seg at alle sikkerhetsfaktorer i formelen

blir strøket, dette fører til større usikkerheter knyttet til resultatene. Tabell 17 viser strekk-/trykkforholdet: $f_{ctk,0,05}/f_{ck}$.

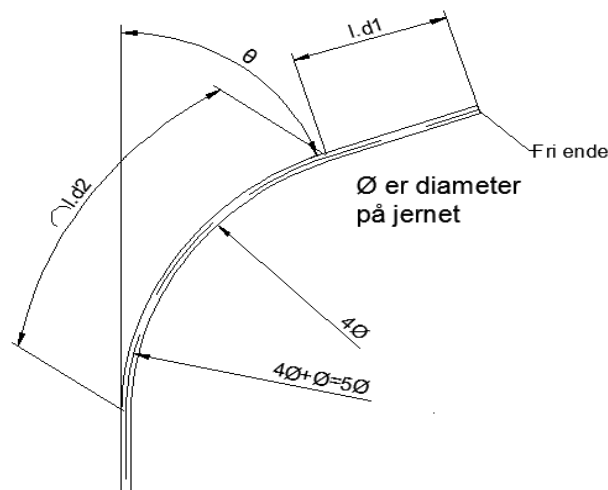
Fasthetsklasse	B12	B16	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50	B55
$f_{ctk,0,05}$	1,1	1,3	1,5	1,8	2	2,2	2,5	2,7	2,9	3
f_{ck}	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55
$f_{ctk,0,05}/f_{ck}$	0,0917	0,0813	0,0750	0,0720	0,0667	0,0629	0,0625	0,0600	0,0580	0,0545

Tabell 17: Strekk-/trykkforhold

$\phi_{m,min}$ etter EK2 er mest konservativt angitt som 4ϕ . Setter dette inn i likningen over, og finner en grenseverdi for f_{ctd}/f_{cd} :

$$\frac{32}{105\pi} \approx 0,0970 \geq \frac{f_{ctd}}{f_{cd}} \quad (4.8)$$

Dette er situasjonene i starten av en bøy, fra den frie enden. Formelen stemmer for alle betongkvaliteter \leq B55 fra Tabell [3.1] i EK2. F_{bt} skal beregnes i slutten av en bøy, i bruddgrensetilstand [5]. Innfører variabelen θ (radianer), for å se på hvilken vinkel betongklassene kan tåle, da strekkraften i armeringen øker suksessivt gjennom bøyen. θ er illustrert i Figur 4.11.



Figur 4.11: Notasjonsforklaring til heft ved bøy

$$\phi \geq 11 \text{ for å benytte } a_b = \frac{3\phi}{2} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} F_{bt} &= f_{bd} O_s (l_{d1} + l_{d2}) = 2,25 \eta_1 \eta_2 f_{ctd} \phi \pi \left[5\phi + \theta \left(\frac{4\phi + \phi}{2} \right) \right] \\ &= 2,25 \pi \phi^2 f_{ctd} \left(5 + \frac{5}{2} \theta \right) \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$l_{d2} = \theta \left(\frac{4\phi + \phi}{2} \right) \text{ er buelengde til betraktet punkt EK2 [8.3 (3)].} \quad (4.11)$$

$$\phi_{m,min} = 4\phi \geq \frac{105\pi \phi f_{ctd}}{8 f_{cd}} \left(1 + \frac{\theta}{2} \right) \quad (4.12)$$

Setter uttrykket på samme form som tidligere, med $\phi_{m,\min} = 4\phi$:

$$\frac{32}{105\pi(1 + \frac{\theta}{2})} \geq \frac{f_{ctd}}{f_{cd}} \quad (4.13)$$

Løser ut vinkelen, θ :

$$\frac{f_{cd}64}{f_{ctd}105\pi} - 2 \geq \theta \quad (4.14)$$

Setter inn strekk-/trykkforholdet fra Tabell 17 for å finne grensene til θ . Tabell 18 viser maks tillatte vinkler med $\phi \leq 16$.

Fasthetsklasse	B12	B16	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50	B55
$f_{ctk,0,05}$	1,1	1,3	1,5	1,8	2	2,2	2,5	2,7	2,9	3
f_{ck}	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55
$f_{ctk,0,05}/f_{ck}$	0,092	0,081	0,075	0,072	0,067	0,063	0,063	0,060	0,058	0,054
θ_{maks}	0,117	0,388	0,5869	0,695	0,910	1,087	1,104	1,234	1,345	1,557
Maks vinkel i grader	6,7°	22,2°	33,6°	39,8°	52,2°	62,3°	63,3°	70,7°	77,1°	89,2°

Tabell 18: Vinkler med $\phi \leq 16$

Kravet om at trykkapasiteten i betongen ikke skal økes utover B55, fører til lavere tillatt vinkel. Dette fordi heftfastheten øker, og den potensielle maksspenningen blir høyere grunnet økt strekkfasthet. Dermed vil forholdet f_{ctd}/f_{cd} øke, som er ugunstig, altså lavere tillatt maks vinkel.

Dersom $\phi > 16$ vil minimumsgrensen på dordiameter økes til 7ϕ etter Figur 4.9. Dette vil endre ligningene til følgende:

$$\phi > 16$$

$$a_b \geq \max\left(\phi; \frac{d_g + 5}{2}; 10\right) + \frac{\phi}{2} \rightarrow a_b \geq \frac{3\phi}{2} \text{ for } \phi > 16 \text{ og } d_g \leq 27$$

$$\begin{aligned} F_{bt} &= f_{bd}O_s(l_{d1} + l_{d2}) = 2,25\eta_1\eta_2f_{ctd}\phi\pi \left[5\phi + \theta \left(\frac{7\phi + \phi}{2}\right)\right] \\ &= 2,25\pi\phi^2f_{ctd}(5 + 4\theta) \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$l_{d2} = \theta \left(\frac{7\phi + \phi}{2}\right) \text{ er buelengde til betraktet punkt EK2 [8.3 (3)].} \quad (4.16)$$

$$\phi_{m,\min} = 7\phi \geq \frac{21\pi\phi f_{ctd}}{8 f_{cd}} (5 + 4\theta) \quad (4.17)$$

Forenkles til:

$$\frac{8}{3\pi(5 + 4\theta)} \geq \frac{f_{ctd}}{f_{cd}} \quad (4.18)$$

Løser ut vinkelen:

$$\frac{f_{cd}^2}{f_{ctd}^2} - \frac{5}{4} \geq \theta \quad (4.19)$$

Dette fører til at θ_{maks} har verdiene i Tabell 19.

Fasthetsklasse	B12	B16	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50	B55
$\theta_{maks}, \phi > 16$	1,065	1,362	1,579	1,697	1,933	2,126	2,145	2,287	2,409	2,641
Maks vinkel i grader	59,0°	78,0°	90,5°	97,2°	110,8°	121,8°	122,9°	131,0°	138,0°	151,3°

Tabell 19: Maks tillatte vinkler for $\phi > 16$

Det kan dermed konkluderes med at det selv i mest gunstig f_{ctd}/f_{cd} forhold ikke kan gis større bøy på armeringen enn $\theta = 2,641$. Vanlig praksis er å bøye fra 90° til 180°, som tilsvarer $1,5708 < \theta < 3,1415$. Som det fremkommer av tabellen vil ikke betongtrykkapasiteten være tilstrekkelig ved maks heft og maks tillatt heftlengde over gitte vinkelgrenser. Derfor er det grunn til å stille spørsmålstegn ved kravene i [8.3 (3)].

Det kan ved hjelp av de benyttede formlene beregnes en faktor $\phi_{m,min}/\phi = n$, basert på betongkvalitet. For enkelhets skyld lages en tabell med bøy på armeringen med henholdsvis 90° og 180°. Det generelle uttrykket kan forenkles til følgende, hvor variablene er θ , n , f_{cd} og f_{ctd} :

$$\begin{aligned} F_{bt} &= f_{bd} O_s (l_{d1} + l_{d2}) = 2,25 \eta_1 \eta_2 f_{ctd} \phi \pi \left[5\phi + \theta \left(\frac{n\phi + \phi}{2} \right) \right] \\ &= \frac{9\pi\phi^2 f_{ctd}}{8} (10 + \theta(n + 1)) \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$a_b = \frac{3\phi}{2}$$

$$\phi_{m,min} = n\phi \geq \frac{21\phi\pi f_{ctd}}{16f_{cd}} (10 + \theta(n + 1)) \quad (4.21)$$

Løser for n :

$$n \geq \frac{\frac{21\pi f_{ctd}}{16f_{cd}} (10 + \theta)}{1 - \frac{21\pi f_{ctd} \theta}{16f_{cd}}} = \frac{21\pi f_{ctd} (10 + \theta)}{16f_{cd} - 21\pi f_{ctd} \theta} \quad (4.22)$$

Tabell 20 viser nødvendig n ved maks heft.

Fasthetsklasse	B12	B16	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50	B55
$f_{ctk,0,05}$	1,1	1,3	1,5	1,8	2	2,2	2,5	2,7	2,9	3
f_{ck}	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55
n , når $\theta = \frac{\pi}{2}$	10,8	8,2	7,0	6,4	5,6	5,1	5,0	4,7	4,4	4,0
n , når $\theta = \pi$	-26,5	-83,9	142,8	58,0	26,5	18,3	17,8	14,6	12,6	10,1

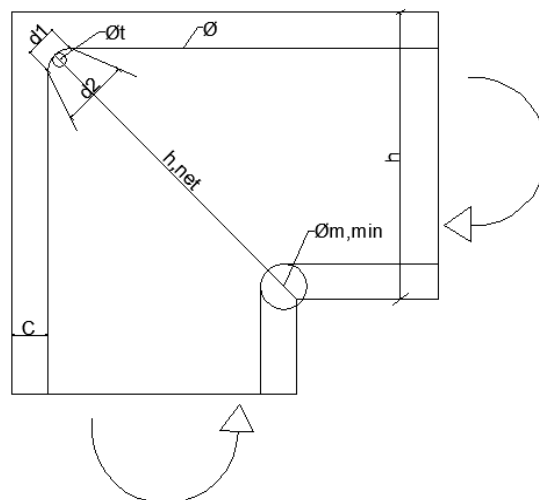
Tabell 20: Nødvendig $\phi_{m,min}/\phi = n$ ved maks heft

For situasjonen med $\phi \leq 16$ kommer det fra kravet i EK2, $n = 4$ kun stemmer for $\theta = \frac{\pi}{2}$ og betongkvalitet B55. Dette samsvarer med Tabell 18, hvor B55 har en maksvinkel på $\theta \approx \frac{\pi}{2}$. Det er ikke mulig med noen annen betongkvalitet eller større vinkel å oppnå tilstrekkelig betongtrykkfasthet innenfor bøyen, dersom Figur 4.9 følges og armeringsstangen har $\phi \leq 16$.

Dersom Tabell 20 sammenlignes med Figur 4.9 for $\phi > 16$, kommer det frem at ingen av betongkvalitetene har lavt nok f_{ctd}/f_{cd} forhold til å tilfredsstille kravet på $n = 7$ ved $\theta = \pi$. For $\theta = \frac{\pi}{2}$ vil betongkvaliteter bedre enn B20 tilfredsstille kravet fra Figur 4.9. For $\theta = \pi$, vil det ikke være mulig å oppnå lavt f_{ctd}/f_{cd} forhold til å tilfredsstille kravet i Figur 4.9. De negative verdiene i Tabell 20 kommer av at heften blir for stor i forhold til trykkfastheten, det vil i de tilfellene ikke hjelpe å øke dordiameteren, n .

4.3.1 Dordiameter med flytspenninger i armering og tverrarmring i bøyen

Rettelsesblad tillater full flyt i armeringen dersom det ligger en tverrarmring i innenfor bøyen [24]. Tverrarmringen har notasjonen ϕ_t i Figur 4.12. Det forutsettes videre i dette kapitlet at armeringen ikke plasseres mot betongens ytterkant (bøyens plan nær betongflaten), se Figur 4.10.

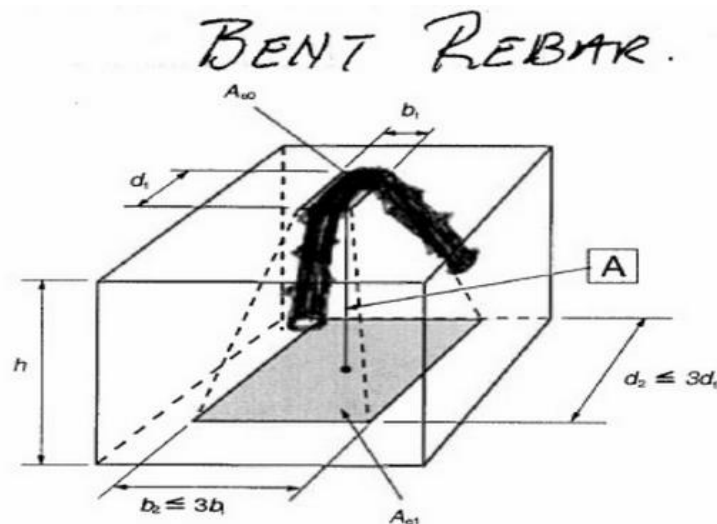


Figur 4.12: Notasjonsbeskrivelse for dordiameter med trykksoneutvidelse og tverrstang

Lengden d_2 utledes etter [6.5.4] kombinert med [6.7] fra EK2. Dette gir et uttrykk som følger, ved et hjørne av 90°

$$d_2 \leq 3d_1 = \frac{3\varnothing_{m,\min}}{\sqrt{2}} \quad (4.23)$$

Målene d_i og b_i er av samme form som Figur 6.29 i EK2, og kan benyttes etter Figur 4.13 for bøyde armeringsstenger. Se **vedlegg AB**.

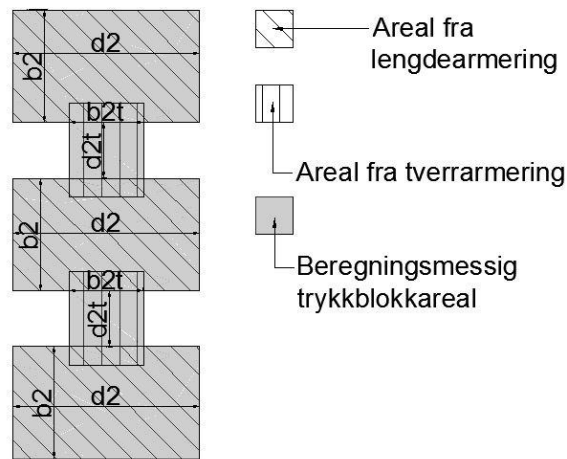


Figur 4.13: Bøyd armeringsstang ved partielt belastede flater.

Ved tilstrekkelig overdekning (h_{net}) vil $d_2 = 3d_1$. Arealets tverrutvidelse i planet fra Figur 4.12 vil være $b_2 = 3b_1$ hvor b_1 er stangens diameter = \varnothing . Dette fører til at $F_{\text{Rdu}} = 3,0f_{\text{cd}} \cdot A_{\text{c0}}$, hvor $A_{\text{c0}} = b_1 \cdot d_1$. I uttrykket må f_{cd} erstattes med en redusert trykkfasthet etter punk 6.5.4(4) i EK2. Dette gir følgende uttrykk for betongens kapasitet:

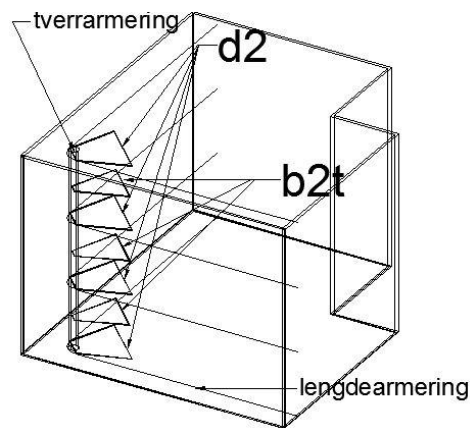
$$F_{\text{Rdu}} = 3,0A_{\text{c0}}0,75f_{\text{cd}} \left(1 - \frac{f_{\text{ck}}}{250}\right) = \frac{9}{8}\sqrt{2}\varnothing_{m,\min}\varnothing f_{\text{cd}} \left(1 - \frac{f_{\text{ck}}}{250}\right) \quad (4.24)$$

For stenger med senteravstand større enn $3\varnothing$ kommer ett tillegg i trykksonekapasiteten på grunn av tverrstangen. Dette arealet er illustrert ved Figur 4.14. Som det fremkommer er det noe av arealet som overlapper, dette er beregningsmessig ikke lovlig og må tas hensyn til. Dette er gjort i **Vedlegg AC**.



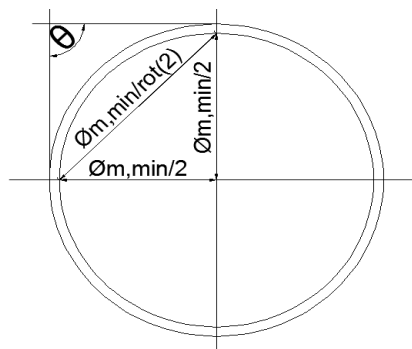
Figur 4.14: Arealbeskrivelser

Figur 4.15 viser hvorfor $b2t < d2$. $b2t$ benytter referanselengden \varnothing_t , mens $d2$ benytter $\frac{\varnothing_{m,min}}{\sqrt{2}}$.



Figur 4.15: 3D-beskrivelse av breddeutvidelsen

Figur 4.16 viser at $d_1 = \frac{\varnothing_{m,min}}{\sqrt{2}}$ for en bøy på $\theta = 90^\circ$.



Figur 4.16: Trigonometri for å definere trykksone lengden

Ved å erstatte $\varnothing_{m,min} = \varnothing \cdot n$ i ligning (4.24) for så å løse for n er det mulig å definere en minste n basert på betongfastheten og spenningene i stålet. Belastningen ved $\theta = 90^\circ$ kan skrives:

$$F_{td} = \frac{\sqrt{2}\sigma_{sd}\varnothing^2}{4}\pi \quad (4.25)$$

Setter kravet $F_{Rdu} \geq F_{td}$. Løser for n og øker trykkapasiteten med 10 % i henhold til EK2 [6.5.4(5)].

$$n \geq \frac{F_{td} \cdot n}{F_{Rdu} \cdot 1,1} = \frac{2}{9,9} \pi \frac{\sigma_{sd}}{f_{cd} \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)} \quad (4.26)$$

Tabell 21 gir n_{\min} for armering med $\sigma_{sd} = 434$ MPa og $a_h = 2\varnothing$:

Fasthetsklasse	B12	B16	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50	B55
f_{ck}	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55
f_{cd}	6,8	9,1	11,3	14,2	17,0	19,8	22,7	25,5	28,3	31,2
n	43	32	26,4	21,6	18,4	16,1	14,5	13,2	12,2	11,3

Tabell 21: Minste n for armering

Som det fremkommer er n betydelig større enn anbefalte verdier i EK2 [Tabell 8.1N]. Dette gjelder for alle betongkvaliteter og det har ingen ting å si på kapasiteten ifølge trykksoneteori, om det ligger en tverrstang eller ikke inne i bøyen. Det påpekes at dette gjelder for $a_h = 2\varnothing$, altså minimumsavstander. Kapasiteten vil for øvrig bli ytterligere redusert dersom h_{net} fra Figur 4.12 er som uttrykt under.

$$h_{\text{net}} \leq \begin{cases} 2b_1 \\ 2d_1 \end{cases} \quad (4.27)$$

Det er også mulig å utnytte uttrykkene som er utledet etter trykkfeltsteori for å danne en ligning som tar hensyn til tillegg fra tverrarmering basert på horisontalavstanden a_h . F_{td} har samme formen som tidligere (4.25) mens kapasiteten F_{Rdu} , vil få et tillegg.

$$F_{Rdut} = \sqrt{3}f_{cd}0,75 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \varnothing_t (a_h - 2\varnothing) \quad (4.28)$$

Summerer betongkapasitetene $F_{Rdu, \text{total}} = F_{Rdu} + F_{Rdut}$

$$F_{Rdu, \text{total}} = \frac{9}{8} \sqrt{2} \varnothing_{m, \min} \varnothing f_{cd} \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \left(1 + \frac{\frac{4\sqrt{6}}{9} \varnothing_t (a_h - 2\varnothing)}{\varnothing_{m, \min} \varnothing}\right) \quad (4.29)$$

Etter EK2 NA.8.2(2) og NA.9.3.1.1(3) har a_h følgende grenseverdier, $2\varnothing \leq a_h \leq \min\left\{\begin{matrix} 250\text{mm} \\ 2h \end{matrix}\right.$. For enkelhetsskyld settes konservativt $\varnothing_t = \varnothing$. Dette er den laveste verdien \varnothing_t kan ha etter EK2 [8.3 (3)]. Ligningen $F_{Rdu, \text{total}} \geq F_{td}$ løses for n :

$$n = \frac{2}{9,9} \pi \frac{\sigma_{sd}}{f_{cd} \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)} - \frac{4\sqrt{6}}{9} \frac{(a_h - 2\emptyset)}{\emptyset} \quad (4.30)$$

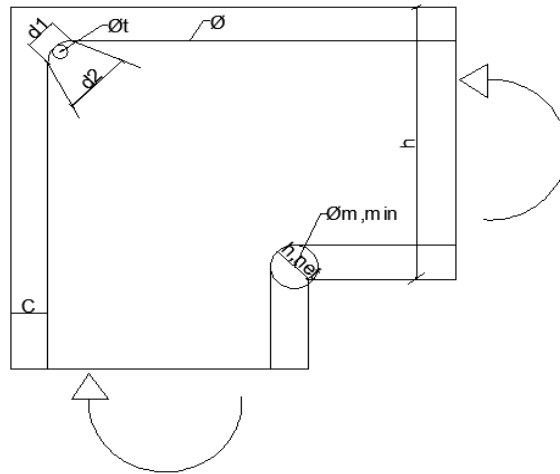
Ligning (4.30) er benyttet i Tabell 22. Negative tall betyr at styrkebidraget fra \emptyset_t er større enn belastningen. Videre er de grønne rutene de som faller innunder minimumskravet i EK2, mens de røde rutene er ikke-konservative i henhold til EK2. Det betyr at EK2 tillater lavere dordiameter enn det som kan beregnes etter trykksoneteori. Det er meget viktig å merke seg at denne tabellen er basert på absolutte maksverdier på horisontalavstander for plater etter [NA.9.3.1.1 (3)]. Det er rimelig å anta at momentet er stort i hjørnet, da beregningene er basert på flyt i armeringen, altså stor belastning. Se **vedlegg AD**.

Stangdiameter	B12	B16	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50	B55
8	11	0,6	-5	-10	-13	-16	-17	-19	-20	-21
12	22	12	5,9	1,1	-2	-4	-6	-7	-8	-9
16	28	18	12	6,8	3,6	1,3	-0	-2	-3	-4
20	31	21	15	10	7	4,7	3	1,7	0,7	-0
25	34	24	18	13	9,7	7,4	5,8	4,5	3,4	2,6
32	36	26	20	15	12	9,8	8,1	6,8	5,8	5

Tabell 22: Minimum $\phi_{m,min}/\phi = n$ med $a_h = maks$

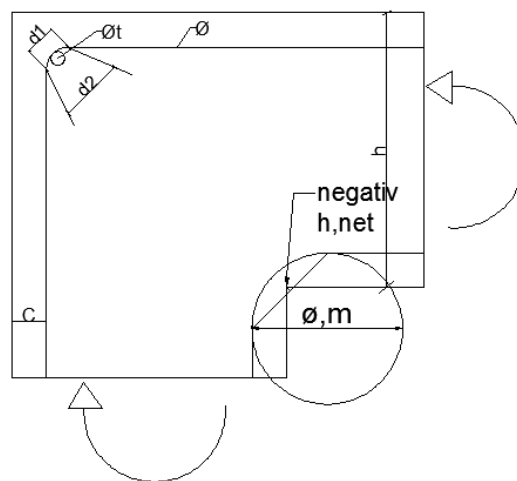
Videre dannes en ligning for minimumsavstander basert på trykkfeltsteori. Ikke uventet forsvinner leddet for tillegget fra horisontalarmeringen, \emptyset_t . Har dermed, n , på formen fra (4.26). Der kommer det frem at stangdiameterne ikke spiller noen rolle, og resultatene kan leses fra Tabell 21. Resultatene kan ikke sies å stemme overens med EK2 [Tabell 8.1N] etter rettelsesblad [24]. Som det fremkommer vil det kun være i enkelte tilfeller med maks a_h være tilstrekkelig å benytte dordiameteren angitt i EK2. Dette er basert på trykkfeltsteori med maks nødvendig overdekning.

Dersom det sees på såkalt åpne moment i henhold til Figur 4.17 vil h_{net} bli liten og trykkfeltsutvidelsen begrenses. Arealet A_{c1} blir i ytterste konsekvens redusert til A_{c0} . Dette vil føre til at kapasiteten blir en tredjedel av tidligere beregninger. Grunnet de lineære forholdene vil dette si at dordiameteren må tredobles i alle beregninger med $a_h = 2\emptyset$. Denne effekten nevnes ikke i noen av punktene i EK2 [8.3]. Dette er en situasjon som anbefales å tas hensyn til. Dette vil ofte kunne være lastbilde og virker uhensiktsmessig å utelate, da det er ikke-konservativt.



Figur 4.17: Åpnende moment med inntegnte h_{net}

I situasjonene fra Figur 4.17 kan det også bli et problem at trykksone lengden d_2 ikke blir så mye lenger, selv om dordiameteren økes. Dette fordi h_{net} reduseres ettersom dordiameteren økes, illustrert i Figur 4.18. Ved liten overdekning og/eller stor dordiameter vil armeringsstangen ligge utenfor betongarealet og h_{net} vil få en negativ verdi. I slike tilfeller kan ikke betongtrykksoneberegning sies å være egnet. Dette må også tas hensyn til med tanke på minimumskravene til overdekning.



Figur 4.18: Økende dordiameter fører til mindre h_{net}

Avslutningsvis i kapittelet vil resultatene for fire forskjellige metoder sammenlignes. Tre av metodene er basert på EK2. Alle resultatene oppfyller kravene for å unngå kontroll av betongbrudd etter rettelsesblad [24] fordi det er lagt inn en tverrstang $\phi_t \geq \phi$. I beregningene er det mer konkret antatt $\phi_t = \phi$, da dette er konservativt. Det er fortsatt antatt full flyt i armeringen.

Tabell 23 viser hvordan resultatene er for de fire metodene, med maksimal horisontalavstand etter EK2 [NA.9.3.1.1 (3)]. Det fremkommer at det selv med maksimal avstand mellom armeringen ikke er konservativt å benytte grenseverdiene fra EK2 [tabell 8.1N]. Den negative verdien fra Tabell 23 kommer av fenomenet tidligere nevnt, hvor tverrstangen alene har større kapasitet enn belastningen.

	B20			B30			B50		
	Ø12	Ø16	Ø25	Ø12	Ø16	Ø25	Ø12	Ø16	Ø25
EK2 – rettelsesblad	4,0	4,0	7,0	4,0	4,0	7,0	4,0	4,0	7,0
formel (8.1) EK2	17,8	18,7	20,8	11,9	12,5	13,8	7,1	7,5	8,3
NS 3473	8,2	9,5	11,8	5,5	6,3	7,9	3,3	3,8	4,7
Trykksoneutvidelse etter EK2	11,0	15,0	20,0	3,0	7,3	12,0	-3,0	1,0	5,6

Tabell 23: *n*-verdier for forskjellig beregningsmetoder, $a_h = 250\text{mm}$

Tabell 24 viser hvordan avvikene øker med mindre a_h , grenseverdien $a_h = 2\emptyset$ er benyttet, da dette er den nedre grensen for horisontalavstanden mellom stengene. Det fremkommer også at stangdiameteren ikke påvirker resultatet for noen av betongkvalitetene, men derimot at betongens trykkfasthet spiller en stor rolle. Det er heller ingen av resultatene i Tabell 24 som understøtter argumentet fra rettelsesbladet [24] om å unnlate kontroll ved innleggelse av tverrstang i bøyen som vist i Figur 4.12. Fra tabellene kan det også leses at formelen i EK2 gir de mest konservative resultatene for alle situasjonene beregnet.

	B20			B30			B50		
	Ø12	Ø16	Ø25	Ø12	Ø16	Ø25	Ø12	Ø16	Ø25
EK2 – rettelsesblad	4,0	4,0	7,0	4,0	4,0	7,0	4,0	4,0	7,0
8.1 EK2	35,1	35,1	35,1	23,4	23,4	23,4	14,0	14,0	14,0
NS3473	22,1	22,1	22,1	14,7	14,7	14,7	8,8	8,8	8,8
Trykksoneutvidelse etter EK2	26,4	26,4	26,4	18,4	18,4	18,4	12,1	12,1	12,1

Tabell 24: *n*-verdier for forskjellig beregningsmetoder, $a_h = 2\emptyset$

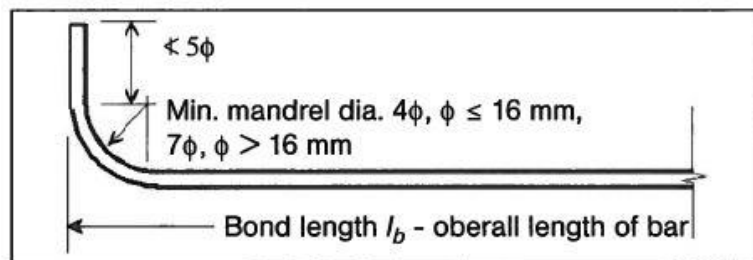
Det kan, basert på resultatene i kapittelet, konkluderes med at den opprinnelige beskrivelsen av EK2 [8.3 (3)] er nærmere resultatene fra de andre beregningsmetodene. Dette er en sterk indikasjon på at alle kravene må være oppfylt, og at det ikke bør stå «eller», men «og» i teksten. I enkelte tilfeller vil det gi mer enn seks ganger større dordiameter å benytte formelverket enn ved å benytte teksten. Dette synes å være et alt for stort avvik til å kunne aksepteres. Formel [8.1] i EK2 gir gjennomgående noe høyere verdier enn både NS3473 og trykksoneutvidelsesmetoden.

Vedlegg AB inneholder en foreslått endring av [8.3 (3)]. Dersom følgende krav er oppfylt, vil det ikke være nødvendig å kontrollere dordiameteren for å unngå brudd i betongen:

1. For sløyfer, kroker og vinkelkroker med $\emptyset_m \leq 4\emptyset$ og det innenfor bøyen er en stang i tverretning med $\emptyset_t \geq \emptyset$ innen for bøyelengden, $\emptyset \leq 16\text{mm}$.
2. For stenger med $\emptyset_m \geq 20\emptyset$ forutsatt betongtrykkfasthet $\geq B20$.
3. For stenger med forlengelse etter bøyens slutt $\leq 5\emptyset$ ($l_{d1} \leq 5\emptyset$ etter Figur 4.11).

Dersom nevnte krav ikke er oppfylt anbefales det å tillate beregninger etter EK2 ligning 8.1 eller beregningsregler gitt i EK2 [6.5] og [6.7]. Punkt 1 er ikke sett på i denne oppgaven, men

ser ut til å stemme bra med foreslåtte regler fra MC10. Her er det noen små endringer på ekvivalente lengder og hvordan det skal regnes på sløyfer, kroker og vinkelkroker se Figur 4.19. Med denne endringen virker punkt 1 rimelig.



Figur 4.19: Ekvivalente lengder for kroker, sløyfer og vinkelkroker etter MC10

Punkt 2 virker rimelig, men ikke konservativt. Dette kan leses fra Tabell 23 og Tabell 24 hvor det fremkommer at det i enkelte tilfeller er behov for større dordiameter enn 20ϕ . Dette er særlig tilfellet dersom a_h er liten og nærmer seg 2ϕ og betongkvaliteten er lav $< B30$.

Punkt 3 er gjennomgått tidlige i kapittelet og konklusjonen er også der, at det ikke er konservativt, men likevel virker som er rimelig antakelse. Dette fordi MC10 har en liten annen metode å beregne heftlengde for bøyde stenger enn EK2, noe som fører til at antakelsen vil være ok. Figur 4.19 viser hvordan MC10 finner heftlengden, dette er en litt annen metode en anvendt tidligere i delkapittelet (EK2), noe som vil føre til at punktet vil bli konservativt. Etter EK2 er det lov å benytte senterlinjens lengde, for så å ytterligere redusere lengden grunnet gunstige forankringstiltak.

4.4 Kraftinnføringslengde

Kraftinnføringslengde i standarden har notasjonene $l_{b,rqd}$ hvor b, står for «bonding» (heft) og rqd står for «required» (nødvendig). Dette er en ren mekanikkbetragtning hvor det settes opp to ligninger. En for kapasitet og en for last fra armeringen i betraktet punkt.

Kapasitet:

$$l_{b,rqd} f_{bd} O_s = l_{b,rqd,1} f_{bd} \pi \phi \quad (4.31)$$

Last:

$$\sigma_{sd} A_s = \sigma_{sd} \pi \frac{\phi^2}{4} \quad (4.32)$$

Løser med hensyn på $l_{b,rqd,1}$:

$$l_{b,rqd,1} = \frac{\sigma_{sd} \phi}{f_{bd} 4} \quad (4.33)$$

Lager faktoren C for mer oversiktlig fremstilling.

$$C = \frac{\sigma_{sd}\phi}{f_{bd}} \quad (4.34)$$

$$l_{b,rqd,1} = \frac{C}{4} = 0,25C \quad (4.35)$$

Dette er det samme som står i standarden. Dette uttrykket stemmer også for bøyde stenger, dersom senterlinjen på stengene benyttes som $l_{b,rqd}$.

For doble tråder/stenger i sveiste armeringsnett bør diameteren (ϕ) økes til en ekvivalent diameter $=\phi\sqrt{2}$ (i henhold til EK2). Denne faktoren synes å være konservativ, uten videre begrunnelse i Eurokoden. Hvis det regnes på et ekvivalent tverrsnitt som beskrevet samt benytter formlene fra kapasitet og last ovenfor, vil Eurokodens regneregler oppnås. Det som imidlertid er av interesse er at den ekvivalente diameteren ikke er utledet på samme måte, og fremstår uhensiktsmessig konservativ. Dette kan vises på følgende måte:

$l_{b,rqd}$ for doble stenger med $\phi_n = \phi\sqrt{2}$.

Kapasitet:

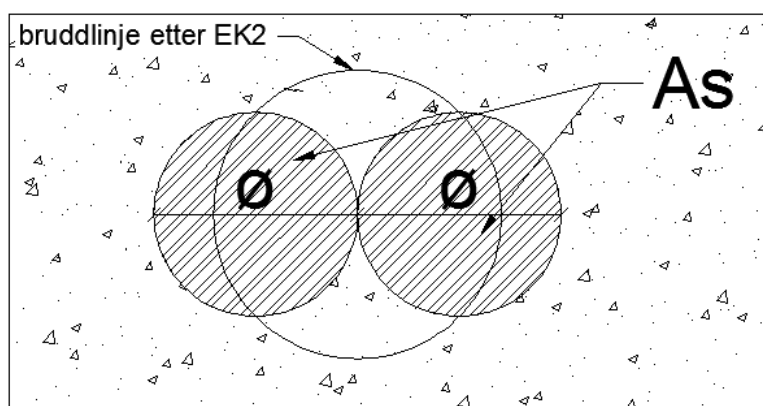
$$l_{b,rqd,2}f_{bd}O_s = l_{b,rqd,2}f_{bd}\pi\phi_n \quad (4.36)$$

Last:

$$\sigma_{sd}\pi\frac{\phi_n^2}{4} \quad (4.37)$$

$$l_{b,rqd,2} = \frac{\sigma_{sd}\phi_n}{f_{bd}}\frac{1}{4} = \frac{\sigma_{sd}\phi\sqrt{2}}{f_{bd}}\frac{1}{4} = \frac{C\sqrt{2}}{4} \approx 0,3536C \quad (4.38)$$

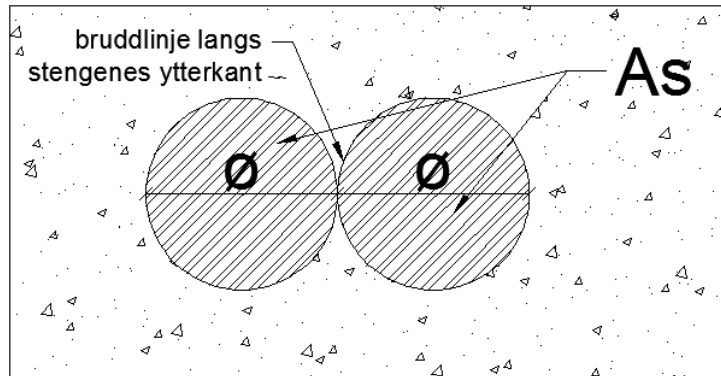
Figur 4.20 viser bruddlinje etter EK2.



Figur 4.20: Bruddform $l_{b,rqd,2}$, som benyttes i EK2 (4.38)

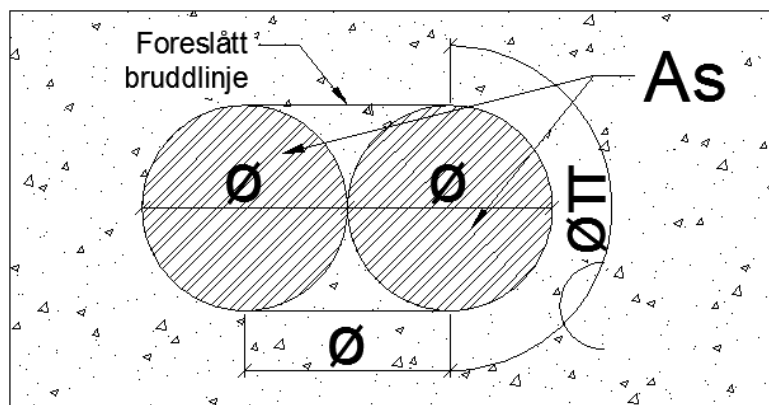
Dette er det samme som standarden foreslår, formelen er basert på én diameter som gir ekvivalent areal med to stenger av størrelse ϕ .

Dersom ikke ekvivalentareal benyttes, og det settes som en forutsetning at hele omkretsen av stengene er effektivt til overføring av kreftene f_{bd} , vil resultatet bli det samme som i den opprinnelige formelen for en stang, dette er ikke en aktuell kapasitet, da dette som nevnt forutsetter full heftfasthet i området mellom stengene i Figur 4.21.



Figur 4.21: Ikke-konservativ bruddlinje, $l_{b,rqd,1}$ (4.35)

Figur 4.22 viser en bruddmulighet som består av å danne et kvadrat med armerings halvsirkel i hver ende. Dette er den korteste distansen et brudd kan oppstå. Dermed kan resultatet sammenliknes med formelen i EK2.



Figur 4.22: Foreslått bruddlinje, $l_{b,rqd,3}$ (4.41)

Likningene blir da som følger

$$l_{b,rqd,3} f_{bd} O_s = l_{b,rqd,3} f_{bd} \phi (\pi + 2) \quad (4.39)$$

Lasten er det dobbelte av første lastlikning (4.32), da det er dobbelt armeringsareal.

$$\sigma_{sd} \pi \frac{\phi^2}{2} \quad (4.40)$$

Løser for nødvendig innfestingslengde $l_{b,req,3}$.

$$l_{b,rqd,3} = \frac{\sigma_{sd} \phi}{f_{bd}} \frac{\pi}{(2\pi + 4)} = C \frac{\pi}{(2\pi + 4)} \approx 0,3055C \quad (4.41)$$

Ser på den variable delen av likningen, altså faktoriserer ut C:

$$\frac{1}{4} < \frac{\pi}{(2\pi + 4)} < \frac{\sqrt{2}}{4} \quad (4.42)$$

$$l_{b,rqd,1} < l_{b,rqd,3} < l_{b,rqd,2}$$

Det er altså mulig å redusere innfestingslengden til utførelser i henhold til EK2 [8.4.3 (4)] med omtrent 13,5 %. En høy tallverdi vil være konservativt, da dette vil føre til lengre innfestingslengde. $l_{b,rqd,1}$ er en ikke-konservativ metode og må ikke benyttes for doble stenger. Denne belager seg på full heft rundt begge stengene, hele veien, noe som er mer energikrevende enn en bruddlinje som foreslått i $l_{b,rqd,3}$.

4.5 Dimensjonerende forankringslengde

Den dimensjonerende forankringslengden gitt i EK2 er:

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} \geq l_{b,min} \quad (4.43)$$

α_1 er reduksjonsfaktor for gunstig utforming, forutsatt tilstrekkelig overdekning.

α_2 er reduksjonsfaktor for å ta hensyn til minste overdekning.

α_3 er for virkning av tverrarmring.

α_4 er for virkningen av én eller flere sveiste tverrstenger langs den dimensjonerende forankringslengden l_{bd} .

α_5 er for virkningen av trykket på tvers av spalteplanet langs den dimensjonerende forankringslengden.

Produktet $\alpha_2 \alpha_3 \alpha_5 \geq 0,7$.

$l_{b,min}$ er minste forankringslengde, hvor følgende gjelder:

$$\text{Forankring i strekk: } l_{b,min} \geq \max\{0,3l_{b,rqd}; 10\phi; 100\text{mm}\} \quad (4.44)$$

$$\text{Forankring i trykk: } l_{b,min} \geq \max\{0,6l_{b,rqd}; 10\phi; 100\text{mm}\} \quad (4.45)$$

Det er ikke mulig å oppnå $l_{b,min} < (\alpha_2 \alpha_3 \alpha_5) \alpha_1 \alpha_4 l_{b,rqd} = 0,7^3 l_{b,req} = 0,343 l_{b,req}$ i strekk og $l_{b,min} < \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,req} = 0,7 l_{b,req}$ i trykk. Dette avviker, altså at det ikke er mulig å oppnå minimum innfestingslengde, oppstår ved at EK2 ikke har med en faktor $\frac{A_{s,cal}}{A_{s,ef}} \leq 1,0$.

Denne faktoren kompenseres som regel for, ved at σ_{sd} i $l_{b,rqd} = \frac{\phi \sigma_{sd}}{4f_{bd}}$ blir lavere ved å øke armeringsarealet. Forskjellen kan illustreres ved å sette alle reduksjonsfaktorer til 0,7 og doble armeringsarealet i forhold til nødvendig areal, altså er spenningene i stålet halvparten av dimensjonerende kapasitet. Har dermed $l_{b,min} = 0,343 l_{b,req}$ i henhold til EK2. Dette gir:

$$l_{b,min} = 0,343 \frac{\phi \sigma_{sd}}{4f_{bd}} = \frac{0,343 \phi f_{yd}}{4f_{bd} \cdot 2} = 4,2875 \frac{\phi f_{yd}}{f_{bd}} 10^{-2} \quad (4.46)$$

I MC90 er definisjonene noe annerledes. Der er følgende krav gitt:

$$l_{b,net} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_b \frac{A_{s,cal}}{A_{s,ef}} = 0,343 \frac{A_{s,cal}}{2A_{s,cal}} l_b = 0,1715 l_b \geq l_{b,min} \quad (4.47)$$

Hvor:

$$l_{b,min} < \max\{0,3l_b, 10\phi, 100\text{mm}\} \quad (4.48)$$

$$l_b = \frac{\phi f_{yd}}{4f_{bd}} \quad (4.49)$$

Antar at det skulle stått $l_{b,min} \geq \max\{0,3l_b, 10\phi, 100\text{mm}\}$. Da det alltid vil være tillatt med $l_{b,min} \approx 0$ dersom formelen blir stående som oppgitt [21]. Videre antas det at $\frac{f_{yd}}{f_{bd}} \geq 40 \rightarrow l_{b,min} = 0,3l_b$.

$$l_{b,net} = 0,3 \frac{\phi f_{yd}}{4f_{bd}} = 7,5 \frac{\phi f_{yk}}{f_{bd}} 10^{-2} \quad (4.50)$$

Forholdet til nødvendig netto armering, hvor behovet i henhold til MC90 deles på behovet i EK2 er:

$$\frac{l_{b,MC90}}{l_{b,EK2}} = \frac{l_{b,net}}{l_{b,min}} = \frac{7,5 \frac{\phi f_{yk}}{f_{bd}} 10^{-2}}{4,2875 \frac{\phi f_{yd}}{f_{bd}} 10^{-2}} = 1,7493 \quad (4.51)$$

Det er altså i et skissert tilfelle som dette behov for en forankringslengde som er 74,93% lenger for MC90 enn for EK2. Dette til tross for at EK2 er tilnærmet avskrift av MC90. Formlene inneholder også de samme faktorene, men minimumsgrensen er endret i forhold til spenninger. Noe som resulterer i at meget korte forankringslengder kan oppnås i EK2 ved å øke armeringsarealet. Dette er ikke mulig med formelverket gitt i MC90.

Det er også gitt et forenklet alternativ [8.4.4 (2)]. Dette alternativet vil ikke bli videre analysert, da dette er en rask og konservativ metode for å påvise tilstrekkelig kapasitet. Dette alternativet er med kun en av de fem α -faktorene. Ellers er metodene like.

4.5.1 Grenseverdier EK2

I dette underkapitlet vil det bli satt in ekstremalverdier for å avdekke maks og minimumsheft for å beregne en største og minste mulige dimensjonerende forankringslengde l_{bd} . Regneeksempelet belager seg på B500C-armeringsstål med $f_{yk} = 500\text{MPa}$. Det settes også en øvre grense på armeringsstenger med diameter $\phi = 40\text{ mm}$. Spenningene i stålet $\sigma_{sd} = f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$.

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500\text{MPa}}{1,15} = 434\text{MPa} \quad (4.52)$$

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_c} = 0,85 \frac{f_{ctk,0,05}}{1,5} = 0,567 f_{ctk,0,05} \quad (4.53)$$

γ_s er sikkerhetsfaktor for armeringsstålet, 1,15 i EK2.

γ_c er sikkerhetsfaktor for betongen, 1,5 i EK2.

$\alpha_{ct} = \alpha_{cc}$ er 0,85 etter EK2.

Som tidligere nevnt er dimensjonerende heftfasthet for kamstål gitt ved:

$$f_{bd} = 2,25\eta_1\eta_2f_{ctd} = \frac{51}{40}\eta_1\eta_2f_{ctk,0,05} \quad (4.54)$$

$$0,7 \leq \eta_1 \leq 1,0 \quad (4.55)$$

$$\frac{132 - 40}{100} = 0,92 \leq \eta_2 \leq 1,0 \quad (4.56)$$

$$1,1 \leq f_{ctk,0,05} \leq 3,1 \quad (4.57)$$

Dette fører til at

$$0,90321 \leq f_{bd} \leq 3,9525 \quad (4.58)$$

Videre er nødvendig heftlengde uttrykt som følger

$$l_{b,rqd} = \frac{\phi\sigma_{sd}}{4f_{bd}} = \frac{\phi f_{yd}}{4f_{bd}} \quad (4.59)$$

Setter inn grenseverdiene og får

$$120,1\phi \geq l_{b,rqd} \geq 27,5\phi \quad (4.60)$$

Videre kan l_{bd} reduseres ytterligere ved gunstige virkninger som nevnt i **4.5**. Dette fører til:

$$120,1\phi \geq l_{bd} \geq \max \begin{cases} \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5l_{b,req} = 0,7^3 27,5\phi = 9,4325\phi \\ 10\phi \rightarrow \text{benyttes} \\ 100\text{mm} \end{cases} \quad (4.61)$$

Dermed vil l_{bd} alltid ligge imellom 10ϕ og $120,1\phi$.

$$\underline{10\phi < l_{bd} < 120,1\phi} \quad (4.62)$$

4.5.2 Regneeksempel EK2

Det er benyttet følgende forutsetninger:

- Rette armeringsstenger med $\phi = 16$.
- Betongklasse B30.
- 5 kamstenger á B500C.
- Full flyt i armeringen.
- Gode heftbetingelser.
- Overdekning $c = 30$ mm.
- Horisontalavstand $a_h = 2\phi = 32$ mm.
- Tilslagsstørrelse $d_g = 16$ mm.
- Skjærarmering satt til minimum $= 0,25A_s$.
- Ingen tverrtrykk.

$$f_{ctk,0,05} = 2,0 \rightarrow f_{ctd} = 1,134 \text{ MPa} \quad (4.63)$$

$$\eta_1 = \eta_2 = 1,0 \quad (4.64)$$

$$f_{bd} = 2,25\eta_1\eta_2f_{ctd} = 2,5515 \text{ MPa} \quad (4.65)$$

I EK2 benyttes denne heftkapasiteten videre. Det antas at $\sigma_{sd} = f_{yd} = 434$ MPa. Basis kraftinnføringslengde blir dermed:

$$l_{b,rqd} = \frac{\phi\sigma_{sd}}{4f_{bd}} = \frac{16 \cdot 434}{4 \cdot 2,5515} \text{ mm} = 680,384 \text{ mm} \quad (4.66)$$

EK2 [8.4.4 (1)] beskriver at lengden kan reduseres med de nevnte fem α -faktorene.

$$c_d = \min \begin{cases} \frac{a_h}{2} = 16 \text{ mm} \\ c = 30 \text{ mm} \end{cases} \rightarrow c_d = 16 \text{ mm} = \phi$$

$$\alpha_1 = 1,0.$$

$$\alpha_2 = 1,0. \text{ Fordi } c_d \leq \phi.$$

$$\alpha_3 = 1 - K\lambda = 1,0.$$

$$K = 0,05, \text{ fra EK2 [figur 8.4]} \quad (4.67)$$

$$\lambda = \frac{\sum A_{st} - \sum A_{st,min}}{A_s} = \frac{A_{st,min} - A_{st,min}}{A_s} = 0 \quad (4.68)$$

$$\alpha_4 = 1,0, \text{ ingen påsveiset armering.}$$

$$\alpha_5 = 1,0, \text{ konstruksjon uten tverrtrykk.}$$

$$l_{bd} = \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5l_{b,req} = 1,0 * 680,384 \text{ mm} = \underline{680,38 \text{ mm}} \quad (4.69)$$

$$l_{bd} = \phi \frac{680,38}{16} = 42,52\phi \geq l_{b,min} = 10\phi \rightarrow \text{OK}$$

4.6 Dimensjonerende forankringslengde etter MC10

Model code 2010 (MC10) er en ny utgave av MC90 som EK2 i stor grad belager seg på. Innenfor heft av forankring har det blitt store forandringer i både formler og resultater. Det er ikke lenger heftfastheten til betongen som benyttes, men trykkfastheten. Det har kommet en konservativ lineær reduksjonsfaktor som ikke tidligere ble benyttet. Den tar hensyn til redusert heft ved tverrstrekk [48]. I dette kapitlet er det først gjort en generell gjennomgang for å avdekke differansen i resultatene mot EK2. Det er satt inn grenseverdier for å finne virkningsområdet til formlene og maksimum og minimums innfestingslengde

I 4.6.2 er det et regneeksempel med tettliggende armering samt stor belastning. EK2 og MC10 behandler reduserte spenninger nokså likt. EK2, reduserer spenningen, altså belastningen og i så måte får en kortere nødvendig innfestingslengde. MC10 har en lineær α faktor som reduserer lengden etter $A_{s,cal}/A_{s,ef}$. Her er $A_{s,cal}$ beregningsmessig nødvendig armering, mens $A_{s,ef}$ er det faktiske arealet. Denne α faktoren kan følgelig ikke være større enn 1,0.

I MC10 er det også en beregningsmetode for armering i trykk. Kapasiteten får et tillegg basert på trykket fra den frie enden. Behandlingen og konsekvenser av dette er beskrevet i 4.7.

4.6.1 Grenseverdier MC10

Det er kun sett på kamstål, da dette er det eneste EK2 tar for seg. Dette fører til at $\eta_1 = 1,8$ i (4.70). For utledningen av grenseverdiene til EK2 er det ikke benyttet større armeringsstenger enn $\phi = 40$ mm. Benytter sikkerhetsfaktoren for armering $\gamma_s = 1,15$. Heftkapasiteten etter MC10 har følgende formel:

$$f_{b,0} = \frac{\eta_1 \eta_2 \eta_3 \eta_4 \sqrt{\frac{f_{ck}}{25}}}{\gamma_c} \quad (4.70)$$

η_1 er avhengig av utformingen, eller festemetoden.

$$1,4 \leq \eta_1 \leq 1,75 \quad (4.71)$$

η_2 er avhengig av heftbetingelser men er enten 0,7 eller 1,0.

$$0,7 \leq \eta_2 \leq 1,0 \quad (4.72)$$

η_3 er avhengig av diameteren på betraktet armeringsstenger.

$$0,7906 \leq \eta_3 \leq 1,0 \quad (4.73)$$

η_4 er avhengig av stålets karakteristiske flytefasthet. MC10 har verdier fra 400 til 800 MPa.

$$0,68 \leq \eta_4 \leq 1,2 \quad (4.74)$$

I henhold til **Vedlegg AF** er formlene gjeldende for betongtrykkfastheter opp til $f_{ck} = 90$ MPa. Benytter $\gamma_c = 1,5$ da dette er i tråd med anbefalingene i MC10.

$$0,4619 \leq \frac{\sqrt{\frac{f_{ck}}{25}}}{1,5} \leq 1,2649 \quad (4.75)$$

Multipliserer de laveste grenseverdiene med hverandre og de øvre grenseverdiene med hverandre fås:

$$0,2433 \leq f_{b,0} \leq 2,6563 \quad (4.76)$$

Videre er dimensjonerende heftstyrke f_{bd} gitt som:

$$f_{bd} = (\alpha_2 + \alpha_3)f_{b,0} + \frac{2,0p_{tr}}{\gamma_c} < 2,5f_{b,0} + \frac{0,4p_{tr}}{\gamma_c} < \frac{1,5\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \quad (4.77)$$

$0,5 \leq \alpha_2 \leq 3,5$ og $0 \leq \alpha_3 \leq 1$, der laveste verdier settes inn i nedre heftfasthetsgrense. Uendelig tvertrykk vil gi øvre grense. Har dermed:

$$0,5f_{b,0} \leq f_{bd} \leq \frac{1,5\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \quad (4.78)$$

$$0,1217 \leq f_{bd} \leq 9,4868 \quad (4.79)$$

Avslutningsvis vil grenseverdiene for f_{bd} inn i ligning (4.80), som er hentet fra MC10. Dette for å finne l_b .

$$l_b = \frac{\phi\sigma_{sd}}{4f_{bd}} = \frac{\phi f_{yk}}{4f_{bd}\gamma_s} \quad (4.80)$$

$$\frac{\phi 400}{4 \cdot 9,4868 \cdot 1,15} \leq l_b \leq \frac{\phi 800}{4 \cdot 0,1217 \cdot 1,15} \quad (4.81)$$

$$9,2\phi \leq l_b \leq 1429,0\phi \quad (4.82)$$

Grensene kontrolleres mot minimumslengden:

$$l_b \geq l_{b,\min} = \max \begin{cases} \frac{\phi\sigma_{sd}}{4f_{bd}} = 9,2\phi \\ 10\phi \\ 100\text{mm} \end{cases} \rightarrow \text{Dermed blir grensene:}$$

$$\underline{10\phi \leq l_b \leq 1429,0\phi} \quad (4.83)$$

4.6.2 Regneeksempel MC10

Forutsetninger fra 4.5.2 gjelder.

$\sigma_{sd} = \alpha_1 f_{yd} - \frac{F_h}{A_b}$ er kraften som må tas opp ved hjelp av heft, der:

$$\alpha_1 = \frac{A_{n\ddot{o}dv}}{A_s} = 1,0 \quad (4.84)$$

$$\frac{F_h}{A_b} = 0, \text{ etter MC10 [6.1.3.4]} \quad (4.85)$$

$$\sigma_{sd} = 434 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (4.86)$$

Videre beregnes en basis kraftinnføringslengde etter MC10 [6.1.3.1].

$$f_{b,0} = \frac{\eta_1 \eta_2 \eta_3 \eta_4 \sqrt{\frac{f_{ck}}{25}}}{\gamma_c} \quad (4.87)$$

$\eta_1 = 1,75$ for kamstenger.

$\eta_2 = 1,0$ da gode heftbetingelse antas.

$\eta_3 = 1,0$ så lenge $\phi \leq 25$ mm, ellers $\left(\frac{25}{\phi}\right)^{0,3}$.

$\eta_4 = 1,0$ når $f_{yk} = 500$ MPa.

Dette fører til:

$$f_{b,0} = \frac{1,75}{1,5} \sqrt{\frac{30}{25}} = 1,2780 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (4.88)$$

Videre i MC10 [6.1.3.3] er det et kapittel hvor heftkapasitet for design f_{bd} er beskrevet:

$$f_{bd} = (\alpha_2 + \alpha_3) f_{b,0} + \frac{2,0 p_{tr}}{\gamma_c} < 2,5 f_{b,0} + \frac{0,4 p_{tr}}{\gamma_c} < \frac{1,5 \sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \quad (4.89)$$

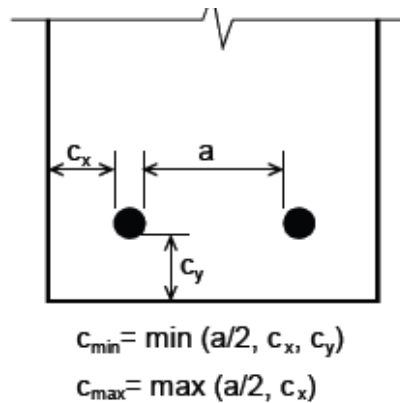
Uten tverrtrykk settes $p_{tr} = 0$. Dette fører til:

$$f_{bd} = (\alpha_2 + \alpha_3) f_{b,0} < 2,5 f_{b,0} \quad (4.90)$$

Hvor:

$$\alpha_2 = \sqrt{\frac{c_{min}}{\phi}} \cdot \left(\frac{c_{max}}{c_{min}}\right)^{0,15} = \sqrt{\frac{16}{16}} \cdot \left(\frac{30}{16}\right)^{0,15} = 1,0989 \quad (4.91)$$

Figur 4.23 viser avstandsforklaringer for rette stenger.



Figur 4.23: Avstandsforklaringer

Videre er:

$$\alpha_3 = k_d \left(K_{tr} - \frac{\alpha_t}{50} \right) \geq 0, \text{ og } K_{tr} \leq 0,05 \quad (4.92)$$

k_d er 0 i henhold til [fig 6.1-14] i MC10, dette gjelder så lenge $c_y < 8a$ etter Figur 4.23.

$$K_{tr} = \frac{n_t A_{st}}{n_b \phi s_t} = \frac{0,25 \pi \phi^2 n_b}{4 n_b \phi^2} = \frac{\pi 0,25}{8} = 0,0982, \text{ hvor forutsetningen } n_t A_{st} = 0,25 n_b A_s \text{ er benyttet.}$$

$$\frac{\alpha_t}{50} = \frac{0,5}{50} = 0,01.$$

$$\alpha_3 = 0(0,05 - 0,01) = 0.$$

Dette fører til heftstyrke :

$$f_{bd} = (\alpha_2 + \alpha_3) f_{b,0} = (1,0989) 1,2780 \text{ MPa} = 1,4044 \text{ MPa} \quad (4.93)$$

MC10 [6.1.3.4] gir følgende nødvendig forankringslengde:

$$l_b = \frac{\phi \sigma_{sd}}{4 f_{bd}} = \frac{16 \cdot 434}{4 \cdot 1,4044} = \underline{1236 \text{ mm}} \quad (4.94)$$

$$l_b \geq l_{b,\min} = \max \left\{ \begin{array}{l} 10\phi = 160 \text{ mm} \\ 100 \text{ mm} \end{array} \right. \quad (4.95)$$

$$l_b = \phi \frac{1236}{16} = 77,25\phi \geq l_{b,\min} = \max \left\{ 10\phi; \frac{100\phi}{16} \right\} = 10\phi \rightarrow \text{OK}$$

4.7 Sammenlikning EK2 og MC10

I dette kapitlet vil faktorer for beregning av nødvendig heftlengde for EK2 og MC10 sammenliknes. I første del av kapitlet er det sett på heftkapasiteten. Videre hva som skal til for at formlene gir samme resultat, samt hvilke situasjoner hvor det relative avviket $f_{bd,EK2}/f_{bd,0}$ er størst.

$f_{bd,EK2}$ er heftkapasitet i henhold til beregningsregler gitt i EK2.

$f_{bd,0}$ er heftkapasitet i henhold til beregningsregler gitt i MC10.

Først sees det på hvilke situasjoner som skal til for at utfallet blir likt for de to beregningsmetodene. Det er i beregningene forutsatt en fathetsklasse $\leq B50$ samt B500C-armeringsstenger og stangdiameter $\phi \leq 25$. Antar også gode heftbetingelser. For å uttrykke alle kapasiteter i forhold til f_{ck} benyttes relasjonen $f_{ctd} = 0,119f_{ck}^{\frac{2}{3}}$. Dette forholdet utledes etter Analytisk sammenheng/Forklaring fra EK2 [Tabell 3.1].

$$f_{ctd} = \frac{0,85}{1,5} f_{ctk,00,5} = \frac{0,85}{1,5} 0,7f_{ctm} \quad (4.96)$$

$$f_{ctm} = 0,30f_{ck}^{2/3} \quad (4.97)$$

$$f_{ctd} = \frac{0,85}{1,5} 0,7 \cdot 0,30f_{ck}^{\frac{2}{3}} = 0,119f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (4.98)$$

Formelen fra EK2 kan dermed skrives:

$$f_{bd,EK2} = 2,25\eta_1 f_{ctd} = 2,25\eta_1 0,119f_{ck}^{\frac{2}{3}} = 0,2678f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (4.99)$$

Formelen fra MC10 blir:

$$f_{bd,0} = \frac{1,75 \left(\frac{f_{ck}}{25}\right)^{\frac{1}{2}}}{1,5} = 0,233\sqrt{f_{ck}} \quad (4.100)$$

Finner forholdet:

$$\frac{f_{bd,EK2}}{f_{bd,0}} = \frac{0,2678f_{ck}^{\frac{2}{3}}}{0,233\sqrt{f_{ck}}} = \frac{1,1494f_{ck}^{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}}}{f_{ck}^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}} = \frac{1,1494f_{ck}^{\frac{7}{6}}}{f_{ck}} = 1,1494f_{ck}^{\frac{1}{6}} \quad (4.101)$$

Basis kraftinnføringskapasitet er en del større etter beregningsregler for EK2 enn for MC10. Tabell 25 viser $f_{bd,EK2}/f_{bd,0}$ forholdet basert på karakteristisk trykkfasthet. Som det fremkommer av tabellen er det ingen av betongfasthetene i standarden som vil gi lik kapasitet for de to beregningsmåtene.

Betongkvalitet	B12	B16	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50
$f_{bd,EK2}/f_{bd,0}$	1,739	1,825	1,894	1,965	2,026	2,079	2,126	2,168	2,206

Tabell 25: Forhold mellom basis kraftinnføringskapasitet

For å utligne denne forskjellen sees det videre på hvilke faktorer som er mer konservative i MC10 enn i EK2, dette vil bidra til å senke differansen på den endelige forskjellen i forankringslengden. MC10 gir rom for ytterlig økning av heftstyrken, dersom tverrtrykk og

overdekning samt senteravstander er relativt store. Dette tilsvarer den kjente måten med å redusere nødvendig heftlengde fra ligning (8.4) i EK2.

Dersom det antas minimumsavstand (2ϕ) mellom forankringsstengene samt overdekning mindre enn 4ϕ med minimum skjærarmering blir alle påvirkningsfaktorer 1,0, unntatt effekten av tverrtrykk. Dersom dette settes som den eneste variabelen er det mulig å avdekke om tilstrekkelig tverrtrykk kan kompensere for differansen i forankringskapasitet fra Tabell 25.

Fra ligningssettene i EK2:

$$l_{bd,EK2} = \alpha_5 l_{b,rqd} = (1 - 0,04p) \frac{\phi \sigma_{sd}}{4 f_{bd}} = \frac{1 - 0,04p}{0,2678 f_{ck}^{\frac{2}{3}}} C \quad (4.102)$$

$$(1 - 0,04p) \leq 0,7 \quad (4.103)$$

$$C = \frac{\phi \sigma_{sd}}{4} \text{ og er lik for EK2 og MC10} \quad (4.104)$$

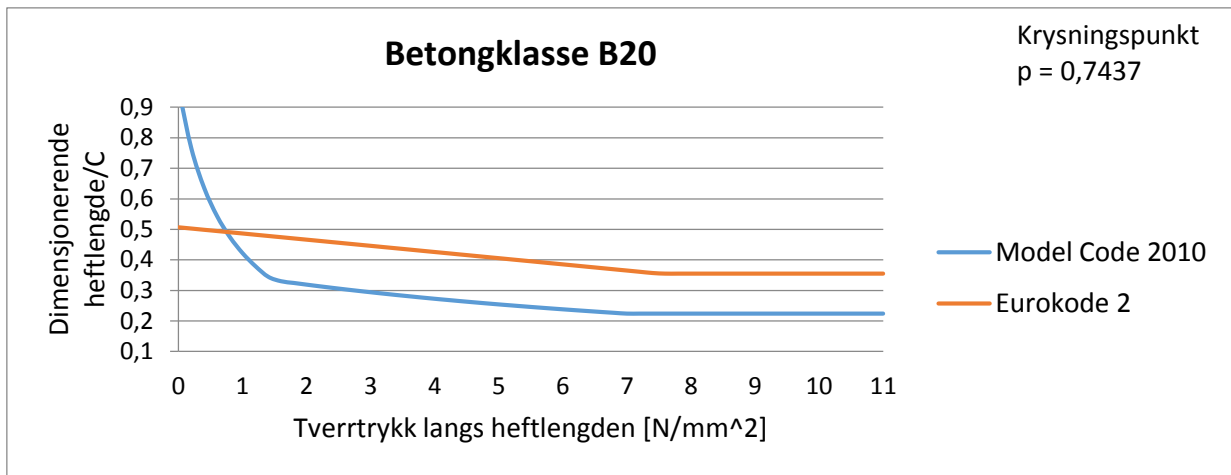
For MC10:

$$l_{bd,MC} = \frac{C}{f_{bd}} = \frac{C}{f_{bd,0} + \frac{2}{1,5}p} > \frac{C}{2,5f_{bd,0} + \frac{0,4}{1,5}p} > \frac{C}{\sqrt{f_{ck}}} \quad (4.105)$$

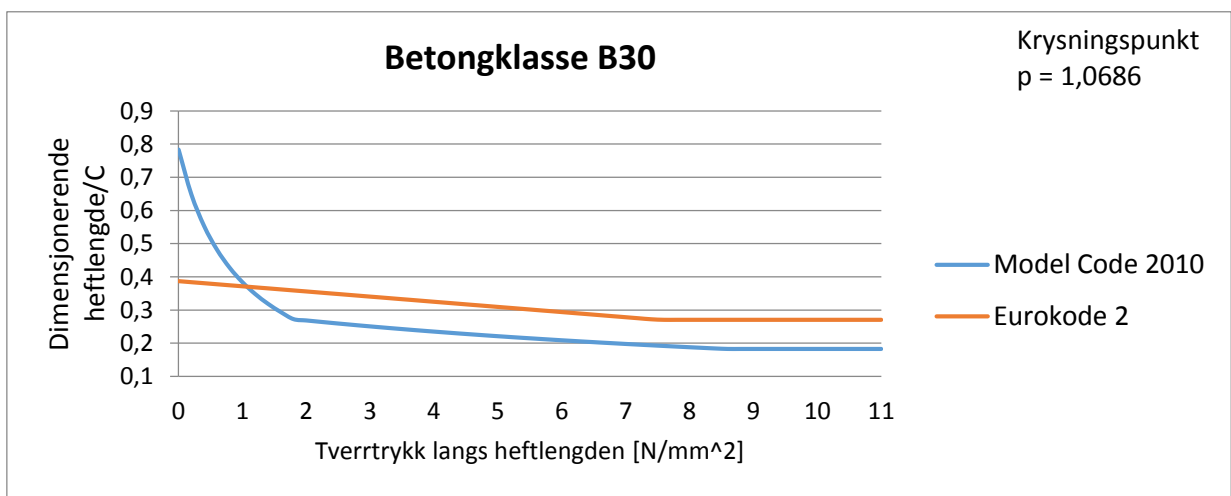
$$l_{bd,MC} = \frac{C}{f_{bd}} = \frac{C}{0,233\sqrt{f_{ck}} + 1,333p} > \frac{C}{0,5825\sqrt{f_{ck}} + 0,267p} > \frac{C}{\sqrt{f_{ck}}} \quad (4.106)$$

$$l_{bd,MC} = \begin{cases} \frac{C}{0,233\sqrt{f_{ck}} + 1,333p} & \text{når } 0 \leq p \leq 0,3276\sqrt{f_{ck}} \\ \frac{C}{0,5825\sqrt{f_{ck}} + 0,267p} & \text{når } 0,3276\sqrt{f_{ck}} < p \leq 1,5637\sqrt{f_{ck}} \\ \frac{C}{\sqrt{f_{ck}}} & \text{når } p > 1,5637\sqrt{f_{ck}} \end{cases} \quad (4.107)$$

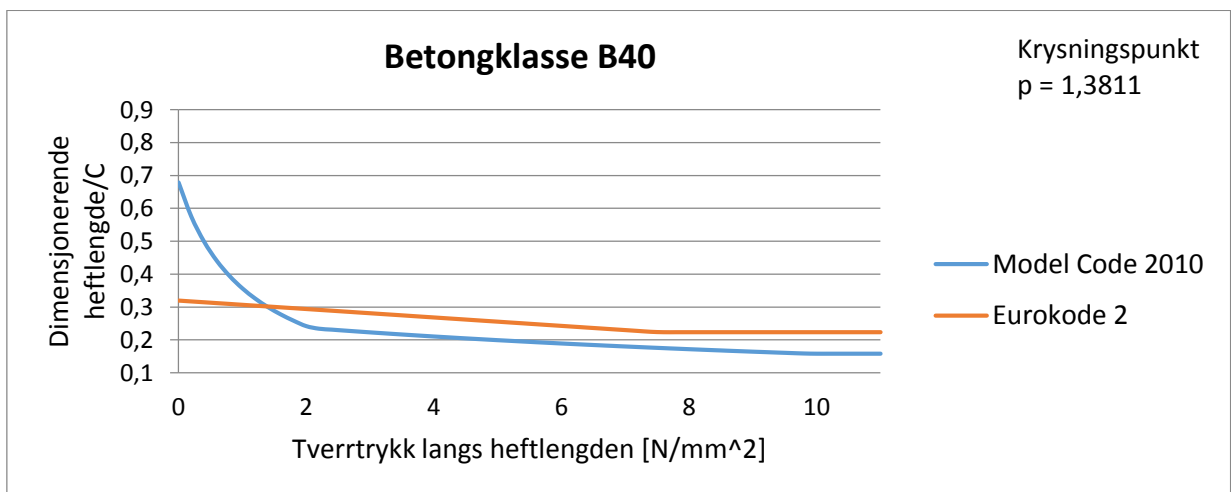
Figur 4.24 til Figur 4.27 viser illustrerer resultatene. Grafer for alle betongklasser mellom B20 og B50 kan hentes fra data gitt i **vedlegg AA**.



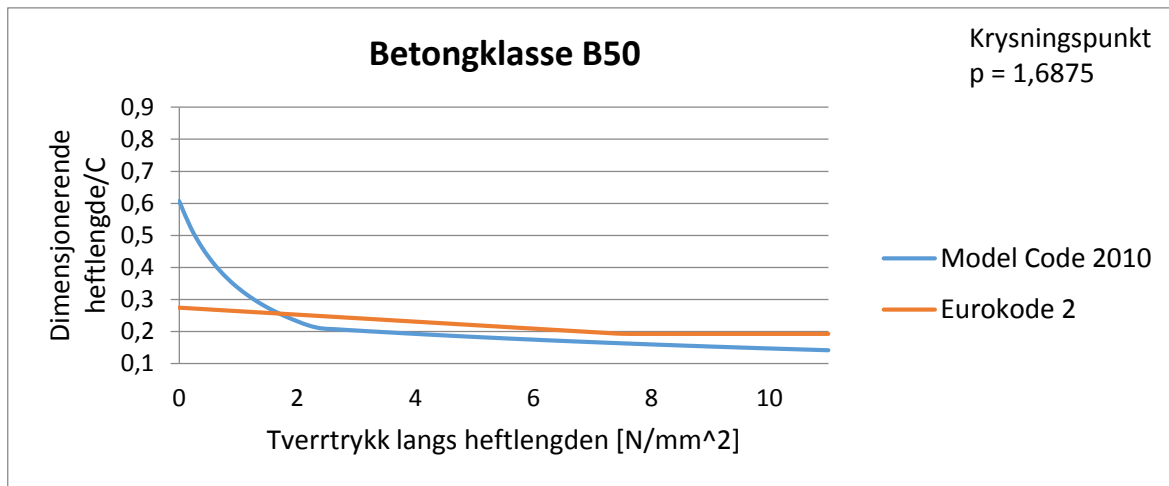
Figur 4.24: Dimensjonerende heftlengde betongklasse B20



Figur 4.25: Dimensjonerende heftlengde betongklasse B30

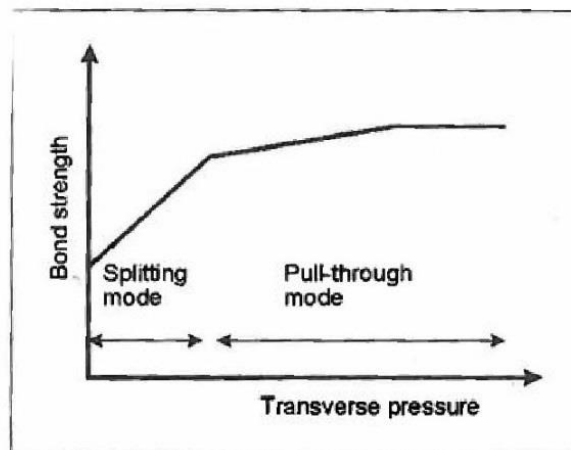


Figur 4.26: Dimensjonerende heftlengde betongklasse B40



Figur 4.27: Dimensjonerende heftlengde betongklasse B50

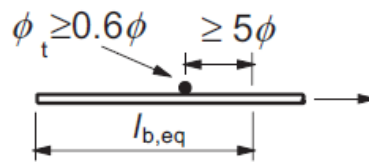
Fra Figur 4.24 til Figur 4.27 kommer det frem at ved lite tverrtrykk vil MC10 ha en dimensjonerende nødvendig heftlengde som er mer enn dobbelt så lang som det EK2 har hatt behov for. For alle verdier med tverrtrykk $p \geq$ kryssningspunkt vil EK2 sin metode gå over til å være konservativ. MC10 har en figur som illustrerer heftkapasitet mot tverrtrykk på en god og generell måte. Denne er gjengitt i Figur 4.28.



Figur 4.28: Effekten av tverrtrykk i henhold til MC10

4.8 Forankring av armering i trykk

MC10 og EK2 behandler stenger i trykk noe forskjellig. I EK2 er formelverket bygget opp på en måte som gir to muligheter for å redusere nødvendig forankringslengde for stenger i trykk. $l_{bd,EK2}$ kan reduseres med 30 % dersom det er en sveist tverrstang utført etter Figur 4.29. Metoden tar ikke for seg hvor tett lengdearmeringen ligger, eller betongkvalitet. Dette er to parametere som vil påvirke kapasiteten. Vinkelkroker og kroker bidrar ikke til forankring av trykkarmering for hverken EK2 eller MC10.

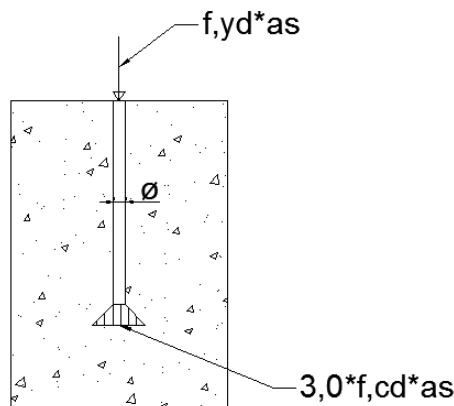


e) Ekvivalent forankrings-
lengde for sveist tverrstang

Figur 4.29: Figur 8.1e) i henhold til EK2

Etter MC10 er det også tatt hensyn til tverrstenger, men det spesifiseres at kapasiteten må beregnes eksplisitt for tverrstengene. Denne kapasiteten vil bli trukket fra belastningen, og dermed kan nødvendig heftlengde beregnes basert på en noe lavere belastning. Dette er en mer presis og nyansert metode da det beregnes tilleggskapasiteten for hver tverrstang mot en uspesifisert reduksjon på 30 % fra EK2. EK2 tillater også å redusere heftlengden ved å senke spenningene i armeringen.

MC10 gir en tredje metode for å redusere heftlengden for armeringsstenger i trykk. Det er spesifisert at trykkapasiteten til enden kan benyttes. Dette er 2-dimensjonalt illustrert ved Figur 4.30. Denne kapasiteten er åpenbart kun for stenger i trykk. Det står videre i MC10 at det kun er én reduksjonsmetode som kan benyttes for hver betraktet stang. Med dette menes det at det kun er lov til enten å redusere ved tverrstenger, eller endetrykksonen fra Figur 4.30 [48].



Figur 4.30 Trykkzonekapasitet for armeringsstenger i trykk

Kapasiteten til trykksonen i stangens ende er avhengig av betongtrykkkapasiteten. Dersom etter Figur 4.30 $f_{yd} = 434\text{MPa}$, vil trykkzonekapasiteten i bunn redusere nødvendig heftlengde med verdiene gitt i Tabell 26. Ved høy betongkvalitet avdekkes det at denne effekten kan bli vel så stor som effekten av tverrstenger. Dersom det er sveist tverrstang festet helt på enden av den frie enden og $\phi_t < \phi$, vil det i tilfeller med liten a_h gi en større kapasitet med endetrykket enn med beregning av tverrstang. Det er ikke foretatt beregninger på dette, men dette har bakgrunn i trykkzoneutvidelse. Denne vil aktivisere det fulle arealet av enden, som er det samme arealet en tverrstang ville benyttet.

	B12	B16	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50	B55
$3f_{cd}A_s/(A_s f_{yd})$	4,7 %	6,3 %	7,8 %	9,8 %	11,8 %	13,7 %	15,7 %	17,6 %	19,6 %	21,6 %

Tabell 26: Trykksonekapasitet for fri ende

Foregående avsnitt kan langt på vei avkrefte at det er rimelig å redusere nødvendig heftlengde med 30 % kun ved en tverrstang utført etter Figur 4.29. Dette stemmer imidlertid dersom det er god avstand mellom lengdearmeringen.

Tabell 27 viser hvilke a_h som er nødvendig for å kunne si at antakelsene fra EK2 med 30 % reduksjon synes rimelig. I tabellen er det satt $\varnothing_t = 0,6\varnothing$. Dette i henhold til Figur 4.29. Formelen er uavhengig av \varnothing , når den står på formen gitt under. $\sqrt{3}$ stammer fra trykkfeltutvidelse for partielt belastede flater gitt i kapittel 6.7 i EK2. Armeringen antas å være sterk nok.

$$\frac{(a_h + \varnothing)}{\varnothing} \geq \frac{0,3f_{yd} \frac{\varnothing^2}{4}}{\varnothing_t \sqrt{3} f_{cd}} \quad (4.108)$$

	B12	B16	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50	B55
$(a_{h,\min} + \varnothing)/\varnothing$	14,5	10,8	8,7	6,9	5,8	5,0	4,3	3,9	3,5	3,2

Tabell 27: Minimum $(a_h + \varnothing)/\varnothing$ for at EK2-antakelsen skal virke rimelig

Som tidligere nevnt i rapporten er $a_{h,\min}$ i EK2 gitt ved $2\varnothing$. Som det fremkommer er det ikke tilstrekkelig trykksonekapasitet selv for B55, med minimumsavstand mellom armeringen. Dette stiller spørsmålstegn om α_4 faktoren gitt i EK2 er korrekt. Den er altså ved høyt utnyttet tverrsnitt ikke-konservativt satt til 0,7. Dette er en rimelig antakelse dersom senteravstanden $(a_h + \varnothing)$ er stor, eller utnyttelsesgraden er relativt lav. Det er ikke er nevnt noe om dette i EK2, men etter forfatterens oppfatning burde det nevnes. Et alternativ vil være å spesifisere α_4 på en måte som gir et mer presist/konservativt resultat.

Kapittel 5

Konklusjon

Målet med oppgaven var å undersøke bakgrunnen til Eurokoden innenfor temaene slanke betongsøyler, samvirkesøyler og forankring av lengdearmring. Det er gjort sammenligning med beregninger fra Model Code, samt andre forskningsrapporter på området.

Det nasjonale tillegget sier at «forenklet kan k_a normalt settes lik 1» ved beregning av slankhetskriterium for enkeltstående konstruksjonsdeler i betong. Hverken EK2 eller det nasjonale tillegget har noen definisjon på hva et normalt tverrsnitt er. Det er langt fra konservativt å sette $k_a = 1,0$ dersom søylen er henholdsvis kraftig usymmetrisk armert, eller at all armeringen er plassert nær nøytralaksen til betongtverrsnittet. Formlene er ikke laget for såkalte unormale tilfeller, og bør derfor videreutvikles.

Beregning av kryptallet etter EK2 [3.1.4] er upresist, samt en lite logisk/pedagogisk fremgangsmåte ved å hoppe mellom to grafer. Tillegg B bør derfor benyttes for bestemmelse av kryptallet. MC10 har større nøyaktighet og beregner forsinket elastisk kryp og viskøst kryp for seg, som anses som den mest korrekte metoden.

Metode basert på nominell krumning gir en stor utgangskrumning, som kan gi for stor eksentrisitet ved små laster. Ved bruk av metode basert på nominell stivhet er det verdt å merke seg at formelen ikke er intuitivt korrekt da den forutsetter at det må være et første ordens moment for at det skal være et andre ordens moment. Dersom en kort søyle beregnes som en slank søyle, vil de andre ordens effektene være så små at de kan neglisjeres. Det er bekreftet at effekten av biaksial bøyning kan være stor og må tas hensyn til.

EK4 gir en forenklet metode for å beregning av dobbeltsymmetriske samvirkesøyler som i hovedsak er begrenset av den relative slankheten, $\bar{\lambda} \leq 2$. Den relative slankheten gir begrensinger i å øke kapasiteten til tverrsnitt som ligger på grensen til kravet for å beregne forenklet. Kapasitetsformlene er basert på forenklet plastisk teori for å gjøre formlene egnet til håndberegning. Krav og faktorer som benyttes er basert på forsøksresultater eller henvist til gjeldene krav fra EK2 og EK3. Andre ordens effekter blir behandlet etter nominell stivhetsteori, likt som i EK2, men med startverdi for krumning og skjevstilling utarbeidet fra EK3.

Resultatet fra beregninger viser at samvirkesøyler alltid har bedre kapasitet enn slanke betongsøyler av samme tverrsnittsareal. Fylte samvirkesøyler har høyest kapasitet og er mest støtsikker. Samvirkesøyler er dyrere enn slanke betongsøyler i materialkostnader, selv om tverrsnittene kan bli mindre. Eventuell lønnsomhet ligger i tids- og plassbesparelse.

For forankring av lengdearmring er det funnet oppsiktsvekkende store avvik på nødvendig dordiameter. Formelen gitt for fastsettelse av dordiameter (4.4) gir for B20 og $\emptyset 12$ nødvendig dordiameter på 35,1 \emptyset . Teksten fra rettelsesbladet tillater i samme situasjon en

dordiameter på 4Ø. Dette er en reduksjon på bortimot 90 %. Det er viktig å understreke at resultatene fra (4.4) synes å være noe konservative, jf. Tabell 23 og Tabell 24. Til tross for at (4.4) er konservativ fremstår avviket å være urimelig stort. Det er, selv i tilfeller med maksimal horisontalavstand, ikke alltid konservativt å benytte grenseverdiene gitt i Figur 4.9.

Det er foreslått en ny formel for kraftinnføringslengde for doble stenger. Denne vil redusere nødvendig heftlengde med omtrent 13 %. Formelen er gitt ved (4.41), og baserer seg på at bruddlinjen ikke kan være kortere enn korteste omriss som omslutter begge armeringsstengene. Dette er en formel som vil gi presise resultater basert på mekanikkbetraktninger. Formelen som er gitt i dagens utgave av EK2 har en lite plausibel bruddform, se Figur 4.20.

Kapittel 6

Forslag til videre arbeid

I videreføring av oppgaven bør det for slanke betongsøyler ses nærmere på:

- Kontrollere ytterligere med flere eksempler om de ulike beregningsmetodene for slanke betongsøyler avviker fra hverandre hvis søylen er påkjent med enten aksial- og tverrlast eller aksiallast og moment.
- Det bør undersøkes nærmere om betraktningmåten ved å se bort fra andre ordens effekter etter EK2 [5.8.2 (6)] eller [5.8.3.3] er tilstrekkelig konservativ dersom betingelsene så vidt er oppfylt og armeringsforholdet, $\omega \leq 0,25$.
- Den forenklete metoden for beregning av biaksial bøyning tar ikke hensyn til at bøyning om den ene aksen vil påvirke stivheten i den andre aksen og omvendt. Hvis stivheten endrer seg, vil også de andre ordens momentene endre seg og påvirkningen av dette bør undersøkes nærmere.

Som et videre arbeid for samvirkesøyler bør det ses nærmere på:

- Undersøke lønnsomheten ved å benytte samvirkesøyler i byggeprosessen i stedet for betongsøyler.
- Gjøre en sammenligning opp mot stålsøyler. Stålsøyler har flere av de samme fordelene som samvirkesøyler.
- I et videre arbeid bør det utvikles et beregningsverktøy som kan dimensjonere og optimalisere de fleste typer samvirkesøyler etter forenklet metode.

Som et videre arbeid for forankring av lengdearmering bør det ses nærmere på:

- Det anbefales å gjøre forsøk for heftfastheten av doble stenger for verifikasjon av foreslått formel.
- Ikke-lineære analyser og forsøk av rammehjørner med både åpne og lukkede moment. Kontrollere at trykksoneutvidelse og partielt belastede flater gir rimelige resultater i forhold til forsøk.
- Basert på resultatene fra Tabell 23 og Tabell 24 anbefales det å se nærmere på resultatene formel (4.4) gir.
- Det er store avvik i resultatene for nødvendig heftlengde mellom både MC90, MC10 og EK2. Forsøk eller simuleringer anbefales gjort for å avdekke hvilken formel/metode som gir best resultat.

Kapittel 7

Referanser

[0] MAAGE H., *TKT4215 Concrete Technology 1, Chapter 1 – Practice*, Norwegian University of Science and Technology 2008.

[1] Sørensen, Svein I., *Betongkonstruksjoner – Beregning og dimensjonering etter Eurocode 2*, Tapir Akademisk Forlag 2010.

[2] Westerberg, Bo, *Second order effects in slender concrete structures – Background to the rules in EK2*, KTH (Royal Institute of Technology in Stockholm), Civil and Architectural engineering, Department of Concrete Structures, Report 77 - 2004.

[3] Buckling. (2013, 13. desember). I Wikipedia. Hentet 28. januar 2014 fra: <http://en.wikipedia.org/wiki/Buckling>.

[4] Aas-Jakobsen, Knut, *Design of Slender Reinforced Concrete Frames*, Institut für Baustatik ETH Zürich (1973).

[5] CEN. (2004), *Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner – Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger*, Standard Norge.

[6] CEN. (2008), *Eurokode 2 Commentary*, European Concrete Platform ASBL.

[7] Bhatt, MacGinley and Seng Choo, *Reinforced Concrete: Design theory and examples*, 3. edition, Taylor and Francis 2006.

[8] Larsen, Clausen og Aalberg, *STÅLKONSTRUKSJONER: PROFILER OG FORMLER*, 3. utgave, Tapir Akademisk Forlag 2003.

[9] Hellesland, J. (2012), *Evaluation of effective length formulas and applications in system instability analysis*. Engineering Structures Vol. 45 pp. 405-420.

[10] CEN. (2005), *Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner - Del 1-8: Knutepunkter og forbindelser*, Standard Norge.

[11] Hellesland, J. (2007), *Mechanics and effective lengths of columns with positive and negative end restraints*, Engineering Structures Vol. 29 pp. 3464–74.

[12] Westerberg, B. (2008), *Time-dependent effects in the analysis and design of slender concrete compression members*, VDM Verlag Dr. Mueller e.K.

[13] Bresler, B., *Design criteria for reinforced columns under axial load and biaxial bending*, ACI Journal 1960.

[14] Whittle, R. T. og Lawson, R., *Biaxial bending with axial compression. An investigation into the use of Bresler coefficients for determining the capacity of reinforced concrete sections under combined axial compression and biaxial bending*, Mars 2000.

- [15] Lejano, A. B. (2007), *Investigation of biaxial bending of reinforced concrete columns through fiber method modeling*, Journal of Research in Science, Computing, and Engineering, pp. 61-73.
- [16] Bazant, Z. P. og Panula, L. (1978 sept. – okt.), *Practical prediction of time-dependent deformations of concrete, part I and II*, Materials and structures Vol. 11 pp. 307-328.
- [17] Bazant, Z. P. og Panula, L. (1978 nov. – des.), *Practical prediction of time-dependent deformations of concrete, part III and IV*, Materials and structures Vol. 11 pp. 415-434.
- [18] Bazant, Z. P. og Panula, L. (1978 mai. – jun.), *Practical prediction of time-dependent deformations of concrete, part V and VI*, Materials and structures Vol. 12 pp. 415-434.
- [19] Kanstad, T., *Nonlinear analysis considering time-dependent deformations and capacity of reinforced and prestressed concrete*. NTH. Doktor ingeniøravhandling 1990:26. Institutt for betongkonstruksjoner 1990.
- [20] Acker, Chiorino, Hilsdorf, Lenkei, Nielsen, Müller, Pomeroy and Trost, *Evaluation of the time dependent behavior of concrete – Summary report on the work of General Task Group 9*, Bulletin d'information No. 199 Comité Euro-International du Béton (CEB) 1990.
- [21] CEB-FIP (1991), *Model Code 1990*, Bulletin d'information No. 203-205 Comité Euro-International du Béton (CEB).
- [22] Kryp. (2009, 14. februar). I Store norske leksikon. Hentet 10. mars 2014 fra: <http://snl.no/kryp>.
- [23] CEN. (2002), *Eurokode: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner*, Standard Norge.
- [24] CEN. (2010), *Rettelsesblad AC for Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner – Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger*, Standard Norge.
- [25] CEN. (1993), *Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner – Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger*, Standard Norge.
- [26] J. Hellesland, N. Challamel, C. Casandjian og C. Lanos, *Reinforced concrete beams, columns and frames -- Section and slender member analysis*, ISTE Ltd, London, and John Wiley & Sons, New York, 2013.
- [27] HELLESLAND J. (2002), *Lower slenderness limits for braced end-loaded r.c. compression members*, Research report in mechanics, no. 02-2, Mechanics Division, University of Oslo, Oslo, Norway, pp. 1–33.
- [28] HELLESLAND J. (2002), *Lower slenderness limits for unbraced and transversely loaded r.c. compression members*, Research report in mechanics, no. 02-1, Mechanics Division, University of Oslo, Oslo, Norway, pp. 1–37.
- [29] HELLESLAND J. (2005), *Analysis of second-order effects with axial loads, EN 1992-1-1: 2004*, National Annex. Evaluations and proposals submitted to Standard Norge, Oslo, Norway, pp. 1– 10.

- [30] CEN. (2004), *Eurokode 4: Prosjektering av samvirkekonstruksjoner av stål og betong, Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger*, Standard Norge.
- [31] Y.C. Wang, *Test on slender composite columns*, University of Manchester 1998.
- [32] R.P. Johnson, *Composite structures of steel and concrete*, University of Warwick 1994.
- [33] British Standard (2001), *BS 5950: Structural use of steelwork in building*, British Standards Institution (BSi).
- [34] British Standard (2000), *BS 5400: Design of composite bridges*, British Standards Institution (BSi).
- [35] Mohanad Mursi and Brian Uy (2004), *Strength of slender concrete filled high strength steel box columns*, Journal of Constructional Steel Research Vol. 60 pp. 1825-1848.
- [36] K. Roik, R. Bergmann (1990), *Design Method for Composite Columns with Unsymmetrical Cross-Sections*, Journal of Constructional Steel Research Vol. 15 pp. 153-168.
- [37] C.R. Hendy and R.P. Johnson, *Editors Designers Guide to en 1994-2 Eurocodes 4 Design of Composite Steel and Concrete: Part 2: General rules and rules for bridges*, Thomas Telford 2006.
- [38] Gerhard Hanswille, *Eurocode 4 Composite Columns*, Institute for Steel and Composite Structures University of Wuppertal, Germany 2008.
- [39] P. Kr. L., *Samvirkekonstruksjoner i stål og betong*, Institutt for konstruksjonsteknikk NTNU 2011.
- [40] Tj. Chatterjee, P. Bartle, R.P. Jonson, R.P. Osborne, P. Dawe, D. Anderson, J.C. Taylor, D.G.E. Smith, A. Lawson and A. Mcleish (1988), *EUROCODE 4 SEMINAR*, ICE Proceedings Vol. 84 pp. 787-819.
- [41] Peikko betongbyggartikler. Hentet 5. mai 2014 fra:
<http://81.167.44.246/kataloger/bb07kat/webkat/pdf/042.pdf>.
- [42] STEEL-CONCRETE COMPOSITE COLUMN. Hentet 6. mai 2014 fra:
<http://www.steel-insdag.org/teachingmaterial/chapter25.pdf>.
- [43] Stålpriser produktkatalog. Hentet 8. mai 2014 fra:
<http://produktkatalog.norskstaal.no/Pages/default.aspx>.
- [44] Betongpriser. Hentet 8. mai 2014 fra:
<http://sandnesbetong.no/files/files/Sandnes%20Betong%20rev%20-%20prisliste%202014.pdf>.
- [45] Miljøprosjekt - artikkel Teknisk ukeblad (2002, 3. januar). Hentet 7. april 2014 fra:
<http://www.tu.no/nettarkiv/2002/01/03/nytt-landemerke>.

- [46] CEB-FIP (2000), *Bond of reinforcement in concrete*, Bulletin 10, Comité Euro-International du Béton (CEB).
- [47] CEB-FIP (2008), *Structural connections for precast concrete buildings*, Bulletin 43, Comité Euro-International du Béton (CEB).
- [48] CEB-FIP (2012). *Model Code for concrete structures 2010*. Bulletin d'information No. 203-205 Comité Euro-International du Béton (CEB).
- [49] Armeringsprodukter for slakkarmert betong. Byggforsk (1998). Hentet 19. februar 2014 fra: <https://bks.byggforsk.no/DocumentView.aspx?documentId=576§ionId=2>.
- [50] MN-diagram. Hentet 28. februar 2014 fra: www.eurocode2.info.
- [51] Programmet DTbeam for beregning av MN-diagram for sirkulære tverrsnitt. Hentet 12. mai 2014 fra: <http://www.dtware.com/>.
- [52] CEN. (2005), *Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner - Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger*, Standard Norge.