

# Midlertidige bærende konstruksjoner og stillas

Dimensjoneringsregler og oppførsel

# Petter Mordal Vågsæter

Bygg- og miljøteknikk Innlevert: januar 2014 Hovedveileder: Arne Aalberg, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet Institutt for konstruksjonsteknikk



# Institutt for konstruksjonsteknikk

TILGJENGELIGHET

Fakultet for ingeniørvitenskap og teknologi NTNU- Norges teknisk- naturvitenskapelige universitet

# **MASTEROPPGAVE 2014**

FAGOMRÅDE: Aluminium	DATO:	ANTALL SIDER:
TITTEL:		

Midlertidige bærende konstruksjoner og stillas – Dimensjoneringsregler og oppførsel

Falsework and scaffold systems

UTFØRT AV:

Petter Mordal Vågsæter



#### SAMMENDRAG:

Denne masteroppgaven omhandler stillas brukt som midlertidige bærende konstruksjoner. Rapporten inneholder en gjennomgang av regelverk og litteratur angående midlertidig bærende konstruksjoner, og benytter beregningsmodeller for å undersøke knekklast og knekkingsoppførsel.

Oppgaven belyser hvilke standarder som er relevante i prosjekteringen av en reis. Det gis en detaljert beskrivelse for prosjektering ved bruk av NS-EN 12812.

Komponentegenskaper fra tester ligger til grunn for etableringen av modeller med realistiske responser i koblinger og skjøter. Analyser utføres med elementmetodeprogrammene Abaqus og Focus Konstruksjon. Effekten av endringer i stillasets egenskaper og ytre påvirkning analyseres. Endringene innebærer variasjoner i parametere for formfeil, svai, stivheter og påvirkning fra setninger.

Analysene viser at korrekt stivhet i koblinger mellom spir og bjelke er svært viktig for nøyaktige resultater. Spirskjøter, manglende avstiving og diskontinuitet i lastfordelingsbjelker reduserer systemets knekklast. Det blir også klart at lengden på utkragede fotsokler er avgjørende for knekk-formen til konstruksjonen. Om modellen utsettes for setninger reduseres kapasitet og stivhet.

Basert på en gjennomgang av standarder, litteraturstudiet og analyser konkluderes det med at en korrekt oppført stillaskonstruksjon har god robusthet mot små setninger og horisontale forskyvninger. Blir derimot setningene så store at hele spir mister sin bæreevne vil dette gi en kraftig reduksjon i kapasiteten. Konstruksjonen er også følsom for feil antagelser eller unøyaktig utførelse under prosjektering og oppføring.

FAGLÆRER: Arne Aalberg VEILEDER(E): Arne Aalberg

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk

#### ABSTRACT:

This master thesis consists of a presentation of the regulations regarding falsework together with literature studies and analysis for buckling load and behavior of support scaffold system. The influence of different scaffold specific parameters and external loads on the load capacity is investigated in order to study the systems robustness.

The appropriate values for modelling realistic behavior of components are gathered from component tests of the system scaffold considered. Analyses are performed using the element programs Abaqus and Focus Konstruksjon. The effect of varying parameters for initial imperfections, sway, stiffness and settlement is studied.

It was found that the system is very sensitive to the behavior of connections between standards and ledgers. Spigot joints, lack of diagonals and discontinuity in load distributing beams reduce the structures buckling load capacity. The analyses indicate that the system failure modes depend on the jack extensions. The critical load and the stiffness of the system both decrease when settlements are introduced.

The system is found to be robust when considering a complete and correctly erected scaffold. However, during the design and construction stage the structure is prone to faults. NTNU Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Institutt for konstruksjonsteknikk



## **MASTEROPPGAVE HØSTEN 2013**

for

## Petter Mordal Vågsæter

#### Midlertidige konstruksjoner og stillas – dimensjoneringsregler og oppførsel

#### Falsework and scaffold systems

#### 1. Bakgrunn

Midlertidige konstruksjoner og stillaser benyttes i stort omfang i byggenæringen, både som arbeidsplattformer og arbeidstårn, og som understøttelse for forskalingssystemer for utstøping av betong. Et typisk eksempel her stillaskonstruksjoner brukt til bæring av støpeformen for betongbruer. Det kan virke som om omfanget av beregninger og kontroller for midlertidige konstruksjoner og stillaser begrenses til et minimum, selv om konstruksjonssystemene i seg selv kan være kompliserte med svært mange inngående konstruksjonselementer og mange fundamenteringspunkter, og ofte plassert på underlag av meget varierende beskaffenhet.

Oppgaven skal ta for seg regler og krav, og vurdere egenskapene til et typisk stillassystem. Det tas utgangspunkt i stillassystemet bruk på Rotvollhaugen bru hvor det i 2013 skjedde en alvorlig ulykke med kollaps av hele understøttelsessystemet under utstøpingen av brua.

#### 2. Gjennomføring

Oppgaven kan gjennomføres med følgende elementer:

- Gjennomgang av regelverk for midlertidige konstruksjoner og stillas.
- Vurdering og beskrivelse av slike systemer (kanskje med vekt på Alustar-systemet)
- Modellering av systemet med et valgt antall komponenter i et elementmetodeprogram
- Analyser av knekklast og knekkingsoppførsel
- Analyse av oppførselen ved belastning til bruddlast. Modellering av oppførselen med realistiske koblinger og skjøter. Ta hensyn til påregnelige skjevheter. Undersøke ulike kollapsmoder.
- Beregne oppførselen ved avvik av ideelle forutsetninger; f.eks. ved svikt i fundamentering av enkeltpunkter.
- Se på effekter av kontinuiteter (stivhet) og diskontinuiteter (skjøter) i bjelker og konstruksjonsdeler over stillassystemet, f.eks lastfordelingsbjelker plassert over stillaset.
- Forsøke å konkludere med hensyn på robusthet (eller mangel på dette) for slike konstruksjonssystemer.

Kandidaten kan i samråd med faglærer velge å konsentrere seg om enkelte av punktene i oppgaven, eller justere disse.

## 3. Rapporten

Oppgaven skal skrives som en teknisk rapport i et tekstbehandlingsprogram slik at figurer, tabeller og foto får god rapportkvalitet. Rapporten skal inneholde et sammendrag, evt. en liste over figurer og tabeller, en litteraturliste og opplysninger om andre relevante referanser og kilder.

Oppgaver som skrives på norsk skal også ha et sammendrag på engelsk. Oppgaven skal leveres igjennom «DAIM».

Sammendraget skal ikke ha mer enn 450 ord og være egnet for elektronisk rapportering.

Masteroppgaven skal leveres innen 26. januar 2014.

Trondheim, 10. desember 2013

Arne Aalberg

Førsteamanuensis,

Faglærer

# Forord

Denne rapporten er en masteroppgave, den avsluttende oppgaven på et femårig masterstudium ved Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Universitet, NTNU. Rapporten er utarbeidet av Petter Mordal Vågsæter ved Institutt for Konstruksjonsteknikk høsten 2013.

Oppgaven omhandler midlertidig bærende konstruksjoner med hovedvekt på et spesielt stillassystem. Rapporten inneholder en gjennomgang av regelverk samt analyser av knekklast og knekkingsoppførsel med den hensikt å undersøke konstruksjonens robusthet.

Takk til førsteamanuensis Arne Aalberg for faglig hjelp og veiledning.

Trondheim, 24. Januar 2014

Peter M. Vagador

Petter Mordal Vågsæter

# Innhold

$\mathbf{F}$	oro	ord	•••••		i
Ir	nh	nold	l		iii
F	igu	ırlis	ste .		vii
T	abe	ellis	ste .		.ix
1		Inr	ledi	ning	1
	1.	1	Sys	temstillaser	2
	1.2	2	Alu	star systemstillas	2
		1.2	.1	Komponenter	2
<b>2</b>		Sta	inda	rder og regelverk	5
		2.1	.1	Britisk standard	6
	2.2	2	Pro	sjektering av reis etter NS-EN 12812	7
		2.2	.1	Prosjekteringskrav	8
		2.2	.2	Laster	9
		2.2	.3	Formfeil og eksentrisiteter	12
		2.2	.4	Dimensjonering	18
3		Teo	ori		21
	3.	1	Kno	ekking	21
	3.2	2	Før	steordens analyse	21
	3.3	3	And	dreordens analyse	23
	3.4	4	Sys	temknekking	23
	3.	5	Din	nensjonering av avstivninger	24
	1.	1	Arc	e-length metode	27
4		Lit	tera	turstudie - Beregningsmodeller	29
	4.	1	Koł	olinger	30
	4.2	2	For	mfeil	32

	4.3	Ra	ndbetingelser	33
	4.4	Fot	sokler	34
	4.5	Eta	asjer	35
	4.6	Ko	mponenter	35
	4.7	Mo	dellering av feil	36
	4.8	Op	psummering	36
	4.9	Tes	sting og kapasitetsberegning av Alustar Systemstillas	37
<b>5</b>	В	eregr	ningsmodeller	39
6	Μ	odell	er i Focus Konstruksjon	41
	6.1	Ege	enskaper	41
	6.	1.1	Spir, bjelker og diagonaler	41
	6.	1.2	Geometri	41
	6.	1.3	Materialer	42
	6.	1.4	Formavvik	42
	6.	1.5	Last	43
	6.	1.6	Spirkoblinger	43
	6.	1.7	Spir-bjelkekobling	43
	6.	1.8	Justerbare fotsokler	43
	6.	1.9	Diagonaler	44
	6.	1.10	Setninger	45
	6.2	An	alyser	46
	6.3	Res	sultater	47
7	Μ	odell	er i Abaqus	49
	7.1	Ege	enskaper	49
	7.	1.1	Bjelkeelementer	50
	7.	1.2	Geometri	50
	7.	1.3	Materialer	51
	7.	1.4	Formavvik og svai	52
	7.	1.5	Last	53
	7.	1.6	Lasteksentrisitet	53

	7.1.7	Spirkobling	.54
	7.1.8	Spir-bjelkekobling	.55
	7.1.9	Justerbar fotsokkel	.56
	7.1.10	Diagonaler	.58
	7.1.11	Randbetingelser	.58
	7.1.12	Setninger	.59
	7.1.13	Modell med diskontinuitet i bjelke	.60
7.	.2 Ana	alyser	.61
	7.2.1	Lineær elastisk knekking	.61
	7.2.2	Statisk Riks analyse	.62
	7.2.3	Problemer	.62
7.	.3 Res	sultater 2D	.64
7.	.4 Res	sultater 3D	.66
	7.4.1	Egenskaper	.67
8	Oppsu	mmering og diskusjon	.69
8.	1 Foc	cus	.69
8.	.2 Aba	aqus	.72
	8.2.1	Avstiving	.72
	8.2.2	Koblinger	.73
	8.2.3	Randbetingelser	.74
	8.2.4	Svai og formfeil	.74
	8.2.5	Setninger	.75
	8.2.6	Diskontinuitet	.78
	8.2.7	Andre laster	.78
	8.2.8	Regelverk	.79
9	Konklı	asjon	.81
10	Refer	anser	.83
Ved	legg A:		.85
А	lustar s	ystemstillas – Komponenter og egenskaper	.85
Ved	legg B:	Resultater	.93

B.1 Knekkformer Focus Konstruksjon	94
B.2 Resultater 2D modell i Abaqus	96
B.3 Resultater 3D modell	102
Vedlegg C:	114
Stivhetsberegninger	114
C.1 Stivhet i spirkoblinger	115
C.2 Stivhet mellom fotsokkel og spir	118
C.3 Stivhet lastfordelingsbjelke	120
C.4 Vurdering av avstivere	121
Vedlegg D: Bjelkens differensialligning – Svak form	123
Vedlegg E: Knekkapasitet etter EN 1999-1-1:2007	125

# Figurliste

Figur 1.1: Rotvollhaugen bru etter kollaps av reis	1
Figur 1.2: Eksempel på brureis	3
Figur 2.1 Differensiert setning av støttetårn	8
Figur 2.2: Betongtverrsnitt under støp.	.10
Figur 2.3: Vinkler og eksentrisiteter i spirkoblinger	12
Figur 2.4: Svai i enkeltkomponent	.14
Figur 2.5: Utbøyningsformfeil	.15
Figur 2.6: Bilineær stivhet	.16
Figur 2.7: Ekvivalente horisontale krefter	.17
Figur 3.1: Leddlagret stav i deformert tilstand	.21
Figur 3.2: Beregning av ideell stivhet	
Figur 3.3: Ideell fjærstivhet som funksjon av antall felt	25
Figur 3.4: Fritt opplagt søyle med formavvik og avstiving på midten	
Figur 3.5: Begrensninger ved last- og forskyvningskontroll	27
Figur 3.6: Normal plane arc-length method	
Figur 4.1: Eksempel på stivhet i semi-stive koblinger	.30
Figur 4.2: Metoder for modellering av ikke-lineære koblinger	.31
Figur 4.3: Spirkoblingsmodell	32
Figur 4.4: Andreordens effekter	.33
Figur 4.5: Knekkformer med ulik lengde på utkragede ender	.34
Figur 4.6: Sammenheng mellom antall etasjer og knekklast	.35
Figur 4.7: Testverdier for spir-bjelkekobling ved nedoverrettet bøying.	.37
Figur 6.1: Modell med setninger under to spir	.42
Figur 6.2: Eksempel på avstiving med Alustar komponenter	.44
Figur 6.3: Modell med ett fjæropplager	.45
Figur 6.4: Modell med to fjæropplager.	.45
Figur 6.5: Modell med enkle diagonaler.	.47
Figur 6.6: Modell med doble diagonaler.	.47
Figur 6.7: Modell med lange diagonaler.	.48
Figur 6.8: Modell uten diagonaler.	.48
Figur 7.1: Reis modellert med bjelkeelementer	.49
Figur 7.2: Alustar spirtverrsnitt	.50
Figur 7.3: Spenning-tøyning, Aluminium	51

Figur 7.4: Spenning-tøyning, Stål	51
Figur 7.5: Total og individuell svai	52
Figur 7.6: Modell med konsentrert last på spir	53
Figur 7.7: Lasteksentrisitet	53
Figur 7.8: Stivhet spirkobling	54
Figur 7.9: Stivhet spir-bjelkekobling, positiv for nedbøying av bjelke.	55
Figur 7.10: Alustar fotsokkel.	56
Figur 7.11: Stivhet fotsokkel mot grunn	56
Figur 7.12: Stivhet fotsokkel-spir	57
Figur 7.13: Aksialstivhet diagonaler	58
Figur 7.14: Knekkform med store setninger under to spir	59
Figur 7.15: Modell uten interaksjon mellom bjelke og spir	59
Figur 7.16: Diskontinuitet i lastfordelingsbjelker	60
Figur 7.17: Reaksjonskrefter ved jevnt fordelt last over to felt	60
Figur 7.18: Mest ugunstige lastfordeling ved diskontinuitet	61
Figur 7.19: 2D-modell i Abaqus.	64
Figur 7.20: Last og vertikal forskyvning av topp	65
Figur 7.21: Last-forskyvningskurve, modell med doble diagonaler	67
Figur 8.1: Focusmodell uten diagonaler	70
Figur 8.2: Enkle diagonaler	71
Figur 8.3: Uten fotsokler	71
Figur 8.4: Modell med doble diagonaler knekker i utkraget topp	72
Figur 8.5: Knekkform fra elastisk analyse	73
Figur 8.6: Eksempel på en ustabil oppbygging med treklosser	75
Figur 8.7: Last-forskyvningskurve for Abaqusanalyser med setning	76
Figur 8.8: Spir uten kobling til lastfordelingsbjelke	77
Figur 8.9: Eksempel på diskontinuitet i lastfordelingsbjelke	78
Figur B.1: Knekkform. Ingen setninger	96
Figur B.2: Last-forskyvning. Ingen setninger	96
Figur B.3: Knekkform. Store setninger under ett spir	97
Figur B.4: Last-forskyvning. Store setninger under ett spir	97
Figur B.5: Knekkform. Store setninger under to spir	98
Figur B. 6: Last-forskyvning i topp spir. Setninger under to spir	98
Figur B.75: Enkle diagonaler; Uten svai, uten slakk	103
Figur B.127: Uten diagonaler; Uten svai, fastholdt topp	112
Figur B.138: Uten diagonaler; Med individuell svai, fastholdt topp	113
Figur C.1: Stivhet i spirkobling	117
Figur C.2: Stivhet mellom fotsokkel og spir	119
Figur C.3: Aksialstivhet i diagonaler.	121

# Tabelliste

Tabell	2.1: Lastkombinasjonsfaktorer1	11
Tabell	2.2: Partialfaktorer for statisk likevekt	19
Tabell	6.1: Resultater fra analyse av modeller med konsentrert last4	48
Tabell	6.2: Resultater fra analyse av modeller utsatt for setninger4	48
Tabell	7.1: Resultater fra analyse av 2D-modeller i Abaqus	35
Tabell	7.2: Resultater fra analyser av 3D-modeller i Abaqus	38
Tabell	8.1: Resultater fra Focus-analyser med konsentrert last	<b>39</b>
Tabell	8.2: Resultater fra analyser med ulik avstiving	72
Tabell	8.3: Resultater fra Abaqusanalyser med varierende egenskaper. 7	73
Tabell	8.4: Resultater fra Abaqusanalyser med ulik formfeil	74
Tabell	8.5: Resultater fra 2D-modeller i Abaqus utsatt for setninger7	76
Tabell	8.6: Resultat fra analyser med store setninger	77
Tabell	8.7: Resultater med diskontinuitet i lastfordelingsbjelke	78
Tabell	C.1: Nødvendig stivhet12	22

# 1 Innledning

Med et bruksområde som strekker seg fra små arbeidsstillaser til store bærende konstruksjoner, blir stillaser benyttet i de fleste prosjekter innen bygg og anleggssektoren. Selv om de er midlertidige kan disse konstruksjonene ved kollaps føre til alvorlige skader på materiell og personer på lik linje med permanente konstruksjoner. Uheldigvis er ikke ulykker uvanlige. Stillaskonstruksjoner er slanke og utsatt for knekking ved høy belastning. Det kan virke som beregninger og kontroll ofte begrenses til et minimum som ikke er tilstrekkelig for å gi god sikkerhet. Med bakgrunn i dette vil denne rapporten se nærmere på regelverkets krav til kapasitet og kontroll, samt undersøke konstruksjonenes robusthet mot knekking fra prosjektering til ferdig oppført reis. Det vil bli fokusert på bruken av stillas som understøttelse, eksempelvis av en bruforskaling, også omtalt som reis. I mai 2013 kollapset stillassystemet som ble brukt som reis under byggingen av Rotvollhaugen bru. Rapporten vil i beregningene ta utgangspunkt i det samme systemstillaset, fra produsenten Alustar.



Figur 1.1: Rotvollhaugen bru etter kollaps av reis. Foto: NRK

# 1.1 Systemstillaser

Med systemstillas menes her stillaser som er bygd opp av prefabrikkerte moduler koblet sammen med enkle koblinger. I dag er systemstillaser vanlige å benytte i de fleste midlertidige konstruksjoner. De består som oftest av stål- eller aluminiumsrør i standardiserte lengder med festeanordninger som gjør sammenføyningen av stillaset lettvint og effektivt. Sammenlignet med konvensjonelle rammestillaser har systemstillas flere fordeler. Foruten å være effektivt å sette sammen har det ingen sterk og svak akse, og høyden kan justeres fritt ved hjelp av justerskruer på støttebein og i toppen. Det stilles krav til typegodkjenning av utstyret som benyttes i slike systemstillaser og produsentene må lage en veiledning til bruken av utstyret.

# 1.2 Alustar systemstillas

Alustar opplyser i sine brosjyrer at deres systemstillas ble utviklet tidlig på 90-tallet med en målsetting om å lage et nytt system i aluminium som skulle ivareta og forbedre alle de positive sidene ved å bruke stålstillas [1]. Produsenten mener at de, sammenlignet med konvensjonelle stålstillaser, har halvert vekten og økt styrken samt redusert monterings- og demonteringstiden med 40 %. Videre argumenter for bruk av Alustar er bedret HMS på grunn av redusert belastning på montører og en miljøgevinst grunnet muligheten for å resirkulere aluminium.

Dette stillassystemet som ble utviklet hovedsakelig for bruk innen offshoreindustrien er i dag også i bruk innen byggindustrien, tungindustri, shipping og tribune-/sceneanlegg. Systemets fleksibilitet gjør at det kan blant annet brukes som hengende stillas, fasadestillas og understøttelse av relativt kompliserte konstruksjoner. Fokuset i denne rapporten vil være på bruk av stillassystemet Alustar som understøttelse.

# 1.2.1 Komponenter

Alustar leverer en monteringsveiledning for stillassystemet der ulike kombinasjoner av komponenter og knekklengder blir presentert. Fra monteringsveiledningen [2] kan det leses at alle lengder i Alustar systemstillas er modulbaserte i metriske lengder. Til bruk som understøttelse vil Alustar systemstillas hovedsakelig bestå av aluminiumsrørprofiler utformet som spir eller bjelker. Koblingen mellom spir og bjelke gjøres ved at bjelken kobles på en kransmutter på spiret ved hjelp av en kile festet til bjelkens ender. På samme måte kobles også systemets diagonaler til kransmutteren, men disse har en leddet forbindelse mellom selve koblingen og diagonalen. Vertikalt kobles spir sammen ved at en tapp tres inn i de to spirene som skal sammenkobles og låses med en bolt i hvert spir. For høydejustering ved fotenden benytter Alustar en justerbar fotsokkel. For justering i topp finnes en justerskrue som benytter samme prinsipp som fotsokkelen. Til denne kan en feste bjelkesko som er tilpasset Doka bjelkesystem og Hydro XHP 2000 bjelkeprofil. En oversikt over komponentene og deres nøyaktige mål finnes i vedlegg A.



Figur 1.2: Eksempel på brureis

# 2 Standarder og regelverk

I dette kapittelet vil det bli gitt en liten oversikt over aktuelle standarder i tillegg til en mer detaljert gjennomgang av prosjektering etter NS-EN 12812.

Det finnes flere standarder som omfatter stillaskonstruksjoner. Noen av standardene vil ikke alltid være direkte aktuelle for stillas brukt til understøttelse, men brukes gjerne som henvisning for å beskrive utførelse. Det finnes i tillegg en rekke standarder som setter krav til stillassystemers ytelse og testing. Disse ligger til grunn for mye av innholdet i følgende standarder, men vil ikke bli presentert her. Nedenfor følger en oversikt over standarder som berører prosjektering av midlertidig bærende konstruksjoner av aluminium og en kort beskrivelse av de mest relevante for denne rapporten.

NS-EN 1090-3	Utførelse av stålkonstruksjoner og aluminiumskonstruksjoner –
	Del 3: Tekniske krav til aluminiumskonstruksjoner
NS-EN 1997	Eurokode 7: Geoteknisk prosjektering – Del 1: Allmenne regler
NS-EN 1999-1-1	Eurokode 9: Prosjektering av aluminiumskonstruksjoner –
	Del 1-1: Allmenne regler
NS-EN 12811-1	Utstyr for midlertidige arbeider – Del 1: Stillaser – Ytelseskrav og
	generelle prosjekteringsregler
NS-EN 12812	Midlertidige bærende konstruksjoner – Ytelseskrav og generelle
	prosjekteringsregler
NS-EN 12813	Utstyr for midlertidige arbeider – Lastbærende tårn av prefabrik-
	kerte komponenter
NS-EN 13670	Utførelse av betongkonstruksjoner
NS-EN 16031	Justerbare teleskopiske aluminiumsstøtter – Produktspesifikasjo-
	ner, konstruksjon og vurdering ved beregninger og prøvinger

**NS-EN 12812.** Den viktigste standarden når en skal prosjektere en midlertidig konstruksjon for understøttelse er NS-EN 12812. Denne standarden beskriver ytelseskrav og generelle prosjekteringsregler.

**NS-EN 1999-1-1.** Omfatter alle konstruksjoner i aluminium. Klasse B1 i NS-EN 12812 krever full prosjektering etter denne standard.

**NS-EN 12811-1.** Gjelder i hovedsak for arbeidsstillaser. Brukes likevel som referanse i NS-EN 12812 som krever at alt stillasutstyr skal være i henhold til kravene i denne standarden. Ligger også til grunn for beregning av arbeidslast og fotsokler.

**NS-EN 12813.** Beskriver metoder for å etablere data for stivhet og motstand fra tester av prefabrikkerte komponenter i stål og aluminium. Resultater skal gjøres tilgjengelig for de prosjekterende. Testrapport skal også gjøres tilgjengelig.

**NS-EN 13670.** For understøttelse av betongforskaling må understøttelsen tilfredsstille kapittel 5 i NS-EN 13670. Her er det krav om at understøttelsen skal motstå alle forutsigbare laster og være stivt nok til å sikre de geometriske toleransene som er spesifisert for konstruksjonen. Det skal tas hensyn til elastiske deformasjoner under og etter støp. Understøttelse som er i samsvar med standarder for midlertidige konstruksjoner (NS-EN 12812 og NS-EN 12813) tilfredsstiller også denne standarden. Det kreves i tillegg en metodebeskrivelse for montering og demontering som sørger for at den permanente konstruksjonen ikke utsettes for overbelastning.

# 2.1.1 Britisk standard

I Storbritannia opplevde de på 60- og 70-tallet en rekke kollapser av reisverk som førte til dødsfall og store økonomiske konsekvenser. De etablerte en komité som skulle undersøke hvordan reisverk ble utført og komme med anbefalinger til forbedringer. Rapporten de produserte, som i Storbritannia kalles for Bragg-rapporten førte til innføringen av en britisk standard for midlertidige konstruksjoner (BS 5975). Siden innførselen av denne i 1982 har det ikke vært noen større kollapser av reisverk. Den britiske standarden legger stor vekt på kontroller under og etter oppføring, samt utnevning av en person til ansvarlig koordinator for midlertidige arbeider på alle byggeplasser. I hovedsak er det fokuset på kontroll som utgjør den store forskjellen mellom kravene i den britiske standarden og Eurokodene [3].

# 2.2 Prosjektering av reis etter NS-EN 12812

I dette kapittelet vil en fremgangsmåte for prosjektering etter NS-EN 12812 presenteres. Standarden gir ytelseskrav og generelle prosjekteringsregler for midlertidige konstruksjoner.

Dimensjonering etter denne standarden baserer seg på brudd- og bruksgrensetilstandene til den enkelte konstruksjonen. En må derfor kjenne til komponentenes karakteristiske styrke og de relevante partialfaktorer for å kunne si noe om konstruksjonens bæreevne. Standarden krever at det velges én av tre klasser; A, B1 eller B2, som bestemmer hvordan reisen videre skal prosjekteres.

**Klasse A**-konstruksjoner følger etablert god praksis som er ansett for å tilfredsstille kravene gitt i NS-EN 12812. Reis for bygging av enkle konstruksjoner, slik som plasstøpte dekker og bjelker, dekkes av denne klassen dersom konstruksjonen oppfyller disse kravene:

- a) Platedekkers tverrsnitt kan ikke overskride 0,3 m<sup>2</sup> per meter dekke;
- b) Bjelkers tverrsnitt kan ikke overskride 0,5 m<sup>2</sup>;
- c) Fritt spenn for både bjelker og dekker må ikke overskride 6,0 m;
- d) Høyde til undersiden av permanent konstruksjon må være mindre enn 3,5 m.

Prosjekteringen av konstruksjoner i klasse A må følge punktene under kapittel 5 og 7 i denne standarden. Disse kapitelene omhandler henholdsvis materialer og prosjekteringskrav.

**Klasse B1** innebærer at fullstendig prosjektering av konstruksjonen må gjennomføres etter relevante Eurokoder (EN 1990, 1991, 1999). I tillegg følges utvalgte punkter fra denne standard: 9.1.1, 9.1.2.1, 9.1.3 som omhandler dokumentasjon og 9.3.3, 9.4.1 som henviser til EN 1993-1-1 for å finne krefter, eksentrisiteter og uregelmessigheter i komponenter. Alle konstruksjoner antas oppsatt like nøyaktig som en permanent konstruksjon (etter EN 1090-2, EN 1090-3)

**Klasse B2** baserer seg på en forenklet metode i forhold til B1. Prosjekteres etter kapittel 5, 6, 7, 8 og 9, samt andre relevante standarder. Denne standarden overstyrer konflikt med andre. Dette er den mest sannsynlige klassen for alle som ikke havner under klasse A. Klasse B2 gir altså noe enklere beregninger enn B1, hvor andreordens teori er påkrevd, men vil føre til en «straff» på 15 % i form av en ekstra sikkerhetsfaktor (punkt 9.2.2.1)

Dersom en velger å prosjektere en reis etter klasse B2 vil en måtte benytte standarden fullt ut slik det legges til grunn for i fortsettelsen av dette kapittelet.

# 2.2.1 Prosjekteringskrav

# Generelt

Konstruksjonen skal prosjekteres slik at alle laster som virker på den føres ned i grunnen eller til en annen lastbærende konstruksjon. NS-EN 12812 beskriver laster som kan regnes med å virke på reisen.

# Prefabrikkerte støttetårn

Et prefabrikkert støttetårn utsatt for forskyvninger på grunn av setninger  $\delta_s$  eller temperaturforandringer  $\delta_t$  i den understøttede konstruksjonen, skal opprettholde en kapasitet på minimum 90 % av opprinnelig dimensjonerende lastbærende kapasitet.



Figur 2.1: Differensiert setning av støttetårn

Verdien av  $\delta_{\rm s}$  skal settes som den minste av 5 mm eller etter følgende ligning

$$\delta_s = 2,5 \times 10^{-3} \times l \le 5mm \tag{2.1}$$

Verdien av  $\delta_t$  utregnes deretter fra følgende ligning

$$\delta_t = \delta_s \times h/l \tag{2.2}$$

Der

*h* er total høyde*l* er den horisontale avstanden mellom opplagerpunktene

# 2.2.2 Laster

# Permanente laster

Egenvekt av reis og forskaling, samt eventuelle motvekter skal regnes som permanent last. Ettersom en reis sjelden er forankret til underlaget er egenvekten ofte kritisk for motstand av effekter som velting og glidning.

Sideveis jordtrykk skal regnes etter EN 1997.

# Vedvarende vertikale variable laster

Den permanente konstruksjonen som skal støttes regnes som en variabel vertikal last. Om det ikke finnes bedre informasjon skal størrelsen på denne lasten regnes ut ifra volum og tetthet av materialet. For normalt armert betong regnes tettheten som 2 500 kg/m<sup>3</sup>.

Laster fra lagring av materiale på reisen skal enten regnes ut ifra den største verdien av det faktiske trykket lasten gir, eller  $1.5 \text{ kN/m}^2$ .

En nyttelast på minimum 0,75 kN/m<sup>2</sup> skal virke på alle arbeidsområder som støttes opp av reisen. Høyere nyttelast kan være hensiktsmessig avhengig av arbeidet. Referanse til EN 12811-1 burde gjøres.

Laster fra snø og is må medregnes om de overstiger  $0,75 \text{ kN/m}^2$ .

# Vedvarende horisontale variable laster

En horisontallast på 1 % av den vertikale lasten skal regnes med og påføres eksternt der hvor den vertikale lasten virker. Denne lasten kommer i tillegg til effekter fra eksentrisiteter og skjevheter.

# Forbigående variable laster

Plasstøpt betong gir en nyttelast i tillegg til den tidligere nevnte faste lasten. Totalt skal denne tilleggslasten være 10 % av egenvekten av betongen. Den skal likevel aldri være mindre enn 0,75 kN/m<sup>2</sup>, og trenger heller ikke være større enn 1,75 kN/m<sup>2</sup>. Lasten skal virke over et område på 3m x 3m (Figur 2.2).





Figur 2.2: Betongtverrsnitt under støp. 1) Minimum nyttelast. 2) Last fra vekten av betongtverrsnittet. 3) Tilleggslast fra betong ved støp

Sideveis laster på grunn av betongens trykk sideveis skal også vurderes.

# Vind

Hvis reisen ikke er skjermet må den kunne stå imot en maksimal vind beregnet etter EN 1991-1-4, som gir et hastighetstrykk for en vind med 50 års returperiode.

Det kan antas at støping ikke vil foregå samtidig med maksimal vind og en skal for denne situasjonen regne med et hastighetstrykk på 200 N/m<sup>2</sup>.

# Strømmende vann

NS-EN 12812 har metoder for å beregne krefter på en reis som står i strømmende vann. Her inkluderes også krefter som kan oppstå om det samler seg avfall på reisen som øker vanntrykket.

# Indirekte laster

Indirekte laster inkluderer temperaturinduserte laster, setninger og forspenning av permanent konstruksjon. Laster på grunn av temperatur må tas med kun hvis konstruksjonen er lengre enn 60 m og temperaturforskjellen er større enn 20 K for stål eller 10 K for betong.

Setning skal for en reis av prefabrikkerte komponenter kun tas med om differanse i setning er større enn 5 mm.

# Lastkombinasjoner

EN 12812 gir en tabell med lastkombinasjonsfaktorer for lasttilfeller som anbefales å undersøke:

- Lasttilfelle 1: Ubelastet reis (før støping);
- Lasttilfelle 2: Reis under lastpåføring (under støping);
- Lasttilfelle 3: Lastet reis;
- Lasttilfelle 4: Lastet reis utsatt for seismiske effekter.

Spesielle forhold på byggeplassen kan gjøre det nødvendig å sjekke andre lasttilfeller. Lastkombinasjonsfaktorene er gjengitt i Tabell 2.1.

Action	Type of action	Combination factors $\psi$				
		Load case 1	Load case 2	Load case 3	Load case 4 <sup>a</sup>	
	Direct actions				-	
Q1	Permanent actions	1,0	1,0	1,0	1,0	
Q2	Variable persistent vertical imposed actions	0	1,0	1,0	1,0	
Q3	Variable persistent horizontal imposed actions	0	1,0	1.0	0	
Q4	Variable transient imposed actions	0	1,0	0	0	
Q5	Maximum Wind	1.0	0	1,0	0	
	Working Wind	0	1,0	0	0	
$Q_6$	Flowing water actions	0,7	0,7	0,7	0,7	
Q7	Seismic effects	0	0	0	1,0	
	Indirect actions					
Q <sub>8,i</sub>	Temperature	0	1,0	1,0	1,0	
	Settlements		0	1,0	1,0	
	Prestressing		0	1,0	1,0	
Q9	Other loading conditions	0	1,0	1,0	1,0	

Tabell	2.1:	Lastk	ombin	asjon	sfaktorer
--------	------	-------	-------	-------	-----------

#### 2.2.3 Formfeil og eksentrisiteter

På samme måte som ved oppføring av andre konstruksjoner, kan man ved oppføring av en reis vente seg formfeil i komponentene, løshet i ledd og eksentrisk plasserte laster. Det er sjeldent mulig å bygge en konstruksjon som er hundre prosent lik slik den ble prosjektert. Standarden håndterer disse problemene ved å inkludere formfeil og eksentrisiteter i beregningen. Om en utfører en beregning i klasse B2, som vil si fullt ut etter NS-EN 12812, vil en kunne erstatte formfeil og eksentrisiteter med horisontale krefter uten å måtte regne med andreordens effekter. Det spesifiseres at følgende effekter må vurderes:

- Vinkler og eksentrisiteter i spirkoblinger
- Svai
- Utbøyningsformfeil
- Lasteksentrisitet



Figur 2.3: Vinkler og eksentrisiteter i spirkoblinger

## Vinkler og eksentrisiteter i spirkoblinger

For enkeltrør finnes vinkelen mellom to komponenter ved hjelp av ligning 16 i standarden:

 $\tan \varphi_0 = 1,25(d_i - d_0)/l_0 \tag{16}$ 

d<sub>i</sub> er nominell indre diameter av spir;

d<sub>0</sub> er nominell ytre diameter av spirtopp eller justerbar fot;

lo er lengden på overlappen;

 $\varphi_0$  er vinkelen, i radianer, mellom de to komponentene.

Hvis det er mer enn ett spir i en rad skal vinkelen som brukes utregnes etter ligning 17:

$$\tan \varphi = \sqrt{0, 5 + \frac{1}{n_{\nu}}} \times \tan \varphi_0 \tag{17}$$

 $n_v$  er det totale antall spir oppsatt side ved side

#### Rammekomponenter og andre prefabrikkerte deler

For rammekomponenter og andre prefabrikkerte deler skjøtet sammen, skal eksentrisiteten; *e*, mellom to vertikale rammer medregnes.

$$e = 1,25 \frac{(d_i - d_0)}{2} \tag{18}$$

Total eksentrisitet for n rammer plassert over hverandre regnes ulikt for fri og fastholdt topp (Se Figur 2.3):

- (n-1) x e Fri topp.
- (n-1)/2 x e Fastholdt topp

Svai

For konstruksjoner høyere enn 10 m skal svai utregnes etter ligning 21:

$$\tan \varphi = 0,01 \cdot \sqrt{\frac{10}{h}} \tag{21}$$

h er total høyde av kompresjonsutsatt del i meter

 $\phi$  er vinkelavvik fra teoretisk linje

For høyder lavere enn 10 m skal tan  $\varphi$  settes lik 0,01.

Svai;  $\varphi$ , skal normalt sees som et samlet avvik (Figur 2.4a) & b)). Der de kompresjonsutsatte delene ikke er en kontinuerlig komponent skal likevel svai for hver individuelle komponent medregnes (Figur 2.4 c)).

Samlet svai og svai i den enkelte konstruksjonsdel må ikke nødvendigvis anses som simultane effekter. Vinkelavviket ved svai;  $\varphi$ , i Figur 2.4 c) er det samme som vinkelen fra ligning 16.



Figur 2.4: a) Svai i enkeltkomponenter b) Total svai c) Individuell svai i varierende retning

Et alternativ til denne metoden er at avvik fra teoretisk akse defineres under prosjekteringen og disse verdiene måles og verifiseres på byggeplass. Avvik fra teoretisk akse



Figur 2.5: Utbøyningsformfeil

#### Klasse B1

Utbøyningsformfeil og svai for stål- og aluminiumskonstruksjoner finnes i henholdsvis NS-EN 1993-1-1 og NS-EN 1999-1-1.

Formfeil og eksentrisiteter beskrevet tidligere i dette kapittelet skal brukes hvis ikke faktiske verdier finnes fra måling på byggeplass. Vinkler og eksentrisiteter skal uansett ikke være mindre enn det som er beskrevet i NS-EN 1993-1-1.

#### Klasse B2

Kompresjonsdeler skal antas å ha en initiell utbøyningsformfeil over hele lengden. Stabiliserende systemer må prosjekteres slik at effekten fra formfeil motvirkes. Dette er i tillegg til formfeil i enkeltkomponenter, som er definert i EN 1993-1-1.

$$e = \frac{l}{250} \times r \tag{19}$$

ler nominell lengde av konstruksjonsdelen i mm

r er reduksjonsfaktor gitt av ligning (20):

$$r = \sqrt{0, 5 + \frac{1}{n_{\nu}}} \le 1, 0 \tag{20}$$

 $n_v$  er antall komponenter oppstilt og støttet side ved side og skjøtet på samme måte.

Avvik fra teoretisk akse kan også dokumenteres ved måling. Formfeilene brukt under prosjekteringen skal ikke være mindre enn de gitt av EN 1993-1-1.

# Justerbare fotsokler

Fotsokler som tres inn i spir må ha en overlappende lengde på minimum 150 mm eller 25 % av fotsokkelens lengde, der den største av disse verdiene skal velges. Krav til fotsoklenes stivhet og bøyemotstand er gitt i EN 12811-1:2003, 10.2.3.2. De justerbare fotsoklene kan modelleres ved hjelp av et bilineært stag med momentrotasjonsegenskaper som vist i Figur 2.6.



Figur 2.6: Bilineær stivhet

- 1 stagets stivhet  $c_M = 2\ 000\ kNcm/rad$
- M er momentet
- $\Phi$  er vinkelen mellom den justerbare fotsokkelen og fundamentplaten eller underlaget

Største bøyemotstand i er gitt av ligning 2.3

$$M_{\mu} = N \times e_{\max} \le M_{pl,N} \tag{2.3}$$

N er aksialkraften;

- $e_{max}$  er 0,5 d (største eksentrisitet av aksialkraften);
- $M_{pl,N}$  er stammens reduserte plastiske motstandsmoment som tillater aksialkraft;
- *d* er den utvendige diameteren på stammen til den justerbare fotsokkelen der den er festet til endeplaten.

## Lasteksentrisitet

Lasteksentrisitet ved lastepunkter skal settes til minimum 5 mm hvor det ikke er noen anordning for sentrering av lasten. Der hvor det finnes en sentreringsanordning kan eksentrisiteten reduseres til en verdi som samsvarer med komponentenes toleranser.

# Ekvivalente horisontale krefter

Krefter i reisen som oppstår på grunn av svai og utbøyningsformfeil kan erstattes med ekvivalente horisontale krefter. Figur 2.7 viser hvordan ekvivalente krefter beregnes på en søyle med vertikal belastning  $N_{Ed}$  og svai med vinkel  $\phi$  eller utbøyningsformfeil med største utbøyning e<sub>0</sub>.



Figur 2.7: Ekvivalente horisontale krefter

#### 2.2.4 Dimensjonering

Under prosjekteringen av reisen må kapasiteten vurderes for både knekking, velting og gliding i alle retninger. Reisens stabilitet vurderes for flere situasjoner og etter punkt 9.2.1 skal det benyttes følgende grensetilstander for de ulike kravene:

- a) Bruddgrensetilstand (ULS) ved vurdering av lastbærende kapasitet og stabilitet mot lateral glidning, velting og løft;
- b) Bruksgrensetilstand (SLS) ved vurdering om nedbøyning av reis er i samsvar med krav til nedbøyning.

Det skal gjøres statiske beregninger for å verifisere at de dimensjonerende kreftene er mindre enn den dimensjonerende motstanden i konstruksjonen. Standarden gir som tidligere nevnt anbefalinger på hvilke lastkombinasjoner som burde sjekkes. Dimensjonerende last beregnes under punkt 9.2.2.1 etter standardens ligning 8:

$$Q_{d,i} = \gamma_{F,i} \times \psi_i \times Q_{k,i} \tag{8}$$

Hvor

 $Q_{d,i}$  er dimensjonerende last i;  $Q_{k,i}$  er karakteristisk last i;  $\gamma_{F,i}$  er partialfaktor: - 1,35 for permanente laster (Q1); - 1,50 for alle andre laster (Q2/Q9); - 1,0 for seismisk last  $\psi_i$  er lastkombinasjonsfaktor i (Tabell 1).

Verdien for dimensjonerende motstand finnes fra ligningene 9 og 10 avhengig av hvilken klasse som er valgt. Her kan vi se at den tidligere nevnte ekstra faktoren på 1,15 gjør at dimensjonerende motstand blir redusert om en velger å dimensjonere etter klasse B2:

B1: 
$$R_{d,i} = \frac{R_{k,i}}{\gamma_{M,i}}$$
(9)

B2: 
$$R_{d,i} = \frac{R_{k,i}}{\gamma_{M,i} \times 1,15}$$
 (10)

Der

 $R_{k,i} \mbox{ er } karakteristisk motstand for material «i»$ 

 $\gamma_{M,i}$  er partialfaktor for material «i» (1,1 for stål og aluminium)

For bruksgrensetilstanden settes  $\gamma_{F,i}$  og  $\gamma_{M,i}$  lik 1,0.

For stabilitetskontroll sjekkes lastkombinasjonene fra kapittel 8.5 i standarden med hensyn på glidning, velting og løft. Reisen skal nå anses som et stivt legeme. Det skal for alle laster undersøkes om de er stabiliserende eller destabiliserende for konstruksjonen. Tabell 2.2 angir lastfaktorer avhengig av om lasten virker stabiliserende eller destabiliserende.

Action	Stabilizing	Destabilizing
$Q_1$ and $Q_2$ in accordance with 8.2.2.1.1	0,9	1,35
All other actions	0	1,5

Tabell 2.2: Partialfaktorer for statisk likevekt

Glidning, velting og løft kan forhindres ved hjelp av egenvekten til konstruksjonen, en mekanisk innretning, eller begge deler. Ved glidning er det kun der det kan påvises at en mekanisk innretning virker kumulativt med friksjonen, en kan regne med begge deler. Om den nederste delen av reisen ikke er tilstrekkelig avstivet for å forhindre individuell bevegelse av støttebein, må lokal glidning av disse også kontrolleres.

Når lastene påføres vil reisen deformere seg noe. Prosjekteringen må derfor legge til grunn at deformasjonene i bruksgrensetilstanden holdes innenfor kravene som stilles til den permanente konstruksjonen. Standarden nevner at setning av fundament, elastisk forkorting, leddenes sammentrykking og bøying av bjelker er punkter som burde sjekkes.
# 3 Teori

# 3.1 Knekking

Knekking er en vanlig bruddform for slanke, trykkpåkjente komponenter. Knekking oppstår når aksial tøyningsenergi konverteres til tøyningsenergi i bøyning uten noen endring i den påførte lasten. I slanke komponenter er aksialstivhet mye større enn bøyestivhet, noe som fører til store deformasjoner.

# 3.2 Førsteordens analyse

Stabilitetsanalysen bestemmer den kritiske kraften som forårsaker knekking av en matematisk perfekt stav. Dette forutsetter at følgende betingelser er oppfylt:

- Ingen formavvik
- Lineært elastisk materiale
- Ingen lasteksentrisitet
- Små forskyvninger

Disse betingelsene vil i praksis aldri oppfylles, noe som gjør at stabilitetsanalysen ikke representerer stavens virkelige kapasitet, men fungerer mer som en hjelpestørrelse i kapasitetsberegningene [4].

Kritisk kraft for enkle staver utledes av Larsen [4] på følgende måte:



Figur 3.1: Leddlagret stav i deformert tilstand

Momentet i et vilkårlig snitt:

$$M = N \cdot w$$

Sammenheng mellom moment og krumning:

$$M = -EI \cdot w,_{xx}$$

Med konstant EI blir stavens differensialligning:

$$w_{,xx} + \frac{N}{EI}w = 0$$
$$w_{,xx} + k^2w = 0$$

Løsningen på differensialligningen:

$$w = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx$$

Ligningen løses ved å introdusere randbetingelsene:

i. x = 0, w = 0, som gir  $C_2 = 0$ ii. x = L, w = 0, som resulterer i følgende uttrykk:

$$C_1 \sin kL = 0$$

Ikke-triviell løsning når:

$$kL = n\pi$$
,  $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$ 

Den tilhørende aksialkraften kalles kritisk kraft  $N_{cr}$  og er gitt ved

$$N_{cr,n} = k^2 E I = \frac{n^2 \pi^2 E I}{L^2}$$

Den kritiske kraften for staver med andre innspenninger kan finnes på tilsvarende måte, men da med en endret differensialligning. Det er vanlig å oppgi knekklengden ( $L_k$ ) for ulike tilfeller stavknekking. Knekklengden er definert slik at den kritiske kraften  $N_{cr}$  skal være lik for alle staver med vilkårlig innspenning. Uttrykket for kritisk last blir da:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_k^2}$$
(3.1)

# 3.3 Andreordens analyse

En deformert trykkstav vil få økt momentpåkjenning som følge av aksialkraftens forskyvning fra den opprinnelige aksen når staven knekker ut. Dette skal medregnes i en andreordens analyse og betyr at forholdet mellom last og deformasjon ikke er lineært. Løsningen kan normalt ikke bli funnet direkte, men gjennom iterative metoder.

En aksialkraft som angriper gjennom tverrsnittets arealsenter vil i praksis ikke være den eneste kraften som virker på en stav. Staven kan også være utsatt for momentvirkninger fra effekter slik som horisontallaster, svai og formfeil på staven, eller eksentrisitet i lastoverføringen.

Den reelle kapasiteten til en stav er altså avhengig av formfeil, og i tillegg eventuelle egenspenninger som følge av tverrsnittsform og produksjonsmetode. Analytisk er det en komplisert oppgave å inkludere alle disse effektene. Eurokodene har derfor en metode for å bestemme knekkurver ved å tilpasse kurvene til eksperimentelle data.

# 3.4 Systemknekking

Elementmetodeprogrammer baserer beregningene i en linearisert knekkingsanalyse på den svake form av bjelkens differensialligning (Vedlegg D) [5].

Systemets stivhet kan skrives som

$$\left[\mathbf{K}_{t}\right] = \left[\mathbf{K}_{m}\right] + \left[\mathbf{K}_{G}\right] \tag{3.2}$$

 $[\mathbf{K}_m]$  er systemets materialstivhet

 $[\mathbf{K}_G]$  er systemet geometriske stivhetsmatrise

Den fysiske effekten av knekking er at konstruksjonen mister sin stivhet, og ved en liten økning i last eller forskyvning vil dette kunne føre til store forskyvninger. Knekking kan beskrives matematisk ved en singulær stivhetsmatrise.

I linearisert knekking antas det at aksialkrafttilstanden endrer seg i samme takt som lasten. Dersom lastene multipliseres med en faktor  $\lambda$ , må aksialkreftene endre seg med samme faktor. For å løse knekkings-

problemet må altså  $\lambda$  som gir singulær stivhetsmatrise finnes, det vil si. følgende ligning må løses:

$$\left( \left[ \mathbf{K}_{m} \right] + \lambda \left[ \mathbf{K}_{G} \right] \right) \left\{ \mathbf{v} \right\} = \left\{ 0 \right\}$$
(3.3)

Ligning 3.3 representerer et symmetrisk egenverdiproblem. For knekkingsanalysen tilsvarer egenverdien  $\lambda$  en knekklastfaktor. Knekklasten kan uttrykkes som

$$N_{cr} = \lambda N \tag{3.4}$$

Den tilhørende egenvektoren v angir knekkformen. Den laveste positive verdien av  $\lambda$  tilsvarer den første knekklastfaktoren, og er den som normalt er interessant i en knekkingsanalyse. Dersom en har et system med mulighet for betydelige kraftomlagringer som følge av store forskyvninger, kan det forventes at den laveste egenverdien gir en for høy knekklast [5].

#### 3.5 Dimensjonering av avstivninger

Som det fremkommer av uttrykket for kritisk kraft, må vi redusere knekklengden for å øke bæreevnen. Dette kan gjøres ved å stive av staven mot knekking sideveis. Staven vil da tvinges inn i en knekkform som krever større kritisk last enn den opprinnelige. Skal vi kunne forutse om avstivingen er tilstrekkelig for å presse staven ut i en ny knekkform, må vi vite hvor stiv den må være og hvor store krefter den vil bli utsatt for.



Figur 3.2: Beregning av ideell stivhet

Bell [6] utleder den nødvendige avstivingen av en matematisk rett søyle ved å betrakte en søyle avstivet av en fjær midt på søylens lengde. En fjærstivhet  $k_{id}$  fører til at søylen knekker ut i to halvbølger. Denne posisjonen er en likevektsposisjon. Legges det til en tilleggsutbøyning i form av en halvbølge vil det oppstå en kraft; F i fjæren og F/2 i oppleggspunktene. Momentlikevekt i infleksjonspunktet for en utbøyning  $\Delta$  blir da:

$$\frac{F}{2} \cdot L_k = P_{kr} \cdot \Delta \qquad \qquad \text{der} \qquad F = k_{id} \cdot \Delta$$

Fjærstivheten blir da

$$k_{id} = \frac{2P_{kr}}{L_k} = 2\frac{\pi^2 EI}{L_k^3}$$
 der  $L_k = L/2$ 

Påfører vi flere fjærer, for eksempel to fjærer i tredjedelspunktene vil vi få

$$k_{id} = \frac{3P_{kr}}{L_k} \qquad \qquad \text{der} \qquad \qquad L_k = L/3$$

Utviklingen ved å påføre flere fjærer vil følge kurven som er skissert i Figur 3.3, og nærme seg 4 ganger  $P_{kr}/L_k$  når antall felt går mot uendelig.



Figur 3.3: Ideell fjærstivhet som funksjon av antall felt

Den ideelle stivheten som tvinger en matematisk rett søyle ut i ønsket knekkform er k<sub>id</sub>. Skal kraften i fjæren bestemmes, må en søyle med formavvik benyttes. Bell [6] velger å se på en søyle avstivet i midtpunktet, og gitt et initielt formavvik  $w_0$  med form som en halv sinusbølge:

$$w_0 = d_0 \sin \frac{\pi x}{L}$$

Det forutsettes at k er så stor at d er en akseptabel størrelse når

$$P = P_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{L_k^2}$$

$$L/2 = L_k$$
formavvik
$$d_0$$

$$F = kd$$

$$f = kd$$

$$\frac{F}{2}$$

$$F = kd$$

$$(M = 0)$$

Figur 3.4: Fritt opplagt søyle med formavvik og avstiving på midten

Momentlikevekt om øvre halvdel av søylen blir med et formavvik  $d_{\theta}$  og forskyvning d:

$$P_{kr}(d_0+d) = \frac{F}{2} \cdot L_k = \frac{kd}{2} L_k$$

Den nødvendige stivheten  $k_{nødv}$  blir

$$k_{n\phi dv} \ge \frac{2P_{kr}}{L_{k}} (\frac{d_{0}}{d} + 1)$$

$$k_{n\phi dv} \ge \frac{2\pi^{2}EI}{L_{k}^{3}} (\frac{d_{0}}{d} + 1) = k_{id} (\frac{d_{0}}{d} + 1)$$
(3.5)

Nødvendig stivhet  $k_{nødv}$  er en funksjon av formavviket og forskyvningen. Skal kreftene i fjæra beregnes må det antas et formavvik og en forskyvning, for deretter å finne F = kd.

#### 1.1 Arc-length metode

En ikke-lineær analyse av et stabilitetsproblem vil resultere i en likevektskurve mellom last og forskyvning. Kurven inneholder kritiske punkter som ikke lar seg spore ved endring av enten last eller forskyvning. For å utføre en slik analyse er det derfor nødvendig å anvende en metode som kan spore endringen i last og forskyvning samtidig. Abaqus løser dette problemet ved å bruke en variant av det som kalles arc-length metoder. Her brukes en arc-length (buelengde) l, som er den kombinerte lengden av forskyvning- og lastinkrement, til å kontrollere likevektsiterasjonene. Dette gjøres ved å se til at for at for hvert nye steg i påføring av ekstern last, vil de iterative inkrementene av last og forskyvning alltid være innenfor en avstand l fra utgangspunktet. Ved å kontrollere buelengden kan den nødvendige nøyaktigheten for sporing av kurven sikres.



Figur 3.5: Begrensninger ved last- og forskyvningskontroll



Figur 3.6: Normal plane arc-length method

Figur 3.6 viser Normal plane arc-length metode foreslått av Riks og Wempner [7]. Abaqus benytter denne metoden ved valg av «*Static, Riks*» som *step* for lastpåføringen. Buelengden angir avstanden til et plan som står normalt på tangenten fra forrige kjente likevektspunkt. Videre utføres *Newton-Raphson*-iterasjoner med planet som begrensning. I figuren er lengden av  $t_0$  lik buelengden *l*. Brukeren av programmet bestemmer verdiene for første, største og minste buelengde, og med utgangspunkt i disse kriteriene velger Abaqus automatisk buelengde etter hvert som analysen pågår.

# 4 Litteraturstudie - Beregningsmodeller

Gjennom testforsøk og datamodeller har flere vitenskapelige rapporter forsøkt å finne gode forenklinger og tilnærminger til reelle konstruksjoner og komponenter i stillaser. I dette kapittelet vil teori fra et utvalg av disse rapportene presenteres. Noen av teoriene vil danne deler av grunnlaget for modellen som bygges i denne oppgaven.

Tradisjonelt har ingeniører tatt i bruk forenklede metoder og lineære analyser ved prosjekteringen av stillaser. Bruken av lette og slanke komponenter i systemstillaser fører derimot til en høyst ikke-lineær oppførsel [8]. Resultater fra en lineær analyse av denne typen konstruksjoner vil være unøyaktige selv ved relativt lave laster [9]. Forskning viser at en andreordens inelastisk analyse der alle geometriske og materielle ikke-lineariteter er inkludert, vil gi de beste resultatene for bruddstyrke og stabilitet [10]. Dagens datakraft og den kommersielle programvaren som tilbys, gjør det fullt mulig å utføre avanserte analyser, men for praktiske anvendelser kan det fort synes å bli for arbeidskrevende. Fordelene ved å gjøre en slik analyse kan likevel være vesentlige ettersom konstruksjonens totale styrke kan leses direkte ut fra analysen. En slipper dermed omveier om knekklengder og ligninger for bjelke-søyleinteraksjoner. Systemets evne til å omlagre krefter kan dessuten være av stor betydning. En avansert analyse kan på denne måten lede til en mer økonomisk konstruksjon [10].

Det er tidligere blitt laget modeller av ulike typer stillas og stillaskomponenter i både to og tre dimensjoner. Mens det tidligere ble laget mest todimensjonale modeller [8], har det de siste årene blitt gjort mye arbeid med tredimensjonale modeller [11-14]. En tredimensjonal modell vil gi den beste beskrivelsen av en kompleks knekkform, en todimensjonal modell vil derimot forenkle prosessen og kreve mindre datakapasitet [14].

### 4.1 Koblinger

Systemstillasets koblinger er laget for enkelt og hurtig å kunne settes sammen og plukkes fra hverandre. Koblinger mellom spir og bjelke vil variere i utforming avhengig av type stillas, men alle gir et ledd med kompleks, «semi-stiv» oppførsel ved rotasjon. Oppførselen vil typisk være at ved begynnende rotasjon er det en slakke som ikke påfører leddet noe moment. Etter hvert vil leddet låse seg og stivheten vil øke med rotasjonen. Situasjonen kompliseres ytterligere ved at det er ulik stivhet om koblingen roteres med klokka enn om den roteres mot. Denne semistivheten er funnet å ha stor betydning for konstruksjonens oppførsel der økt stivhet gir økt kritisk last [15]. Et eksempel på en typisk stivhetskurve etter syklisk belastning er vist i Figur 4.1.



Figur 4.1: Eksempel på stivhet i semi-stive koblinger

Bjelken låses til spiret med en eksentrisitet til spirets akse. Effekten av denne eksentrisiteten ble studert av Milojkovic et al. [9] og funnet å gi liten virkning på konstruksjonen. De fleste koblinger regnes som tilnærmet leddet ved rotasjon om spirets akse og helt stiv ved rotasjon om bjelkens akse. Koblingene vil deformere seg plastisk selv ved lav belastning og en antagelse om lineær oppførsel vil være en betydelig feil for vanlige stillaskoblinger [13]. Prabhakaran et al. [13] presenterer tre ulike metoder for modellering av ikke-lineære koblinger. Alle tre metodene går ut på å finne en funksjon for de dimensjonerende verdier som er tilpasset verdier funnet fra testforsøk. To av metodene viste tilnærmet like verdier og i Figur 4.2 vises grafiske eksempler på disse metodene. Det konkluderes med å anbefale metoden utviklet av Federation Europeéne de la Manutention fra Figur 4.2 a) ettersom dette var den minst krevende veien til pålitelige resultater. Eurokode-metoden (Figur 4.2 b)) fra NS-EN 12811-3 [16] vil bli nærmere gjennomgått senere i rapporten da den brukes i utførte analyser.



Figur 4.2: Metoder for modellering av ikke-lineære koblinger: a) Federation de la Manutention tilnærming. b) Metode fra EN 12811-3

Vertikalkoblingene mellom spir av typen med en tapp mellom to rør, er en kobling som kan forårsake en eksentrisitet i lastoverføringen. I tillegg kan modelleringen medføre vanskeligheter. Enright et al. [17] foreslår en modell av en slik kobling. Denne baserer seg på at tappen ikke overfører noen aksialkrefter mellom spirene, men at den kun overfører bøyemoment. Figur 4.3 viser hvordan to spir kan kobles sammen ved bruk av denne modellen.



Figur 4.3: Spirkoblingsmodell som foreslått av Enright [17]

Her vil spirene overføre aksialkrefter seg imellom og tappen vil overføre bøyemoment avhengig av størrelsen på aksiallast og forskyvning. Modellering av denne typen spirkoblinger viser for minst to ulike stillastyper å gi liten virkning på stillasets kapasitet [17, 18]. Det har heller ingen stor betydning hvor en plasserer spirkoblingene langs vertikalaksen [19]. Eksentrisiteten som kan oppstå mellom to spir er derimot av stor betydning og kan gi systemet redusert kapasitet [17].

### 4.2 Formfeil

Stillaser er slanke og derfor utsatt for stabilitetsproblemer. Alle geometriske formfeil og skjevheter som gir andreordenseffekter må medregnes i analysemodellen for å få realistiske resultater. To typer geometriske avvik som gir andreordenseffekter er avvik fra den teoretiske aksen i spir (P- $\delta$  effekt) og svai (P- $\Delta$  effekt) (Figur 4.4). Det finnes flere måter å ta hensyn til geometriske avvik på. Chan et al. [20] foreslår og sammenligner tre ulike fremgangsmåter som inkluderer skalering av knekkformer, påføring av horisontale krefter og direkte modellering av geometriske avvik. Skalering av knekkformer ble gjort ved at en knekkningsanalyse ble utført, deretter ble den laveste knekkformen skalert og brukt som initial geometri. I metoden med horisontale krefter påføres disse som punktlast i toppen av hvert spir for å simulere P- $\Delta$ , og fordelt last langs spiret for å simulere P- $\delta$ . Størrelsen på horisontalkreftene ved bruk av denne metoden varierer i litteraturen fra 0,1-1,0 % [12, 19-21]. Direkte modellering av geometriske avvik krever at svai og utbøyningsformfeil modelleres for alle komponenter i modellen.



Figur 4.4: Andreordens effekter

### 4.3 Randbetingelser

Topp og bunn av stillaset definerer randbetingelsene for konstruksjonen. Yu et al. [22] studerte effekten av ulike randbetingelser i rammestillas og fant at systemet var sensitivt for variasjon av randbetingelser. Med bakgrunn i at lastkapasiteten kan variere fra 50 - 120 % anbefales en konservativ modellering med helt fri topp og leddet fotstøtte. Zhang [10] påpeker at toppen av stillaset sjeldent står helt fritt, fordi forskalingen gjør at den vil være fastholdt mot horisontal forskyvning. Det anbefales derfor at denne fastholdingen inkluderes i modellen. Peng et al. [12] sammenligner effekten av fast innspenning og ledd i randbetingelsene på et systemstillas med semi-stive koblinger mellom spir og bjelke. Forskjellen mellom de to randbetingelsene viser seg å være liten. Konklusjonen var at det mest realistiske vil være en stivhet et sted imellom de to ytterpunktene, men at dette ikke har stor betydning for systemets kritiske last. Randbetingelsenes mest kritiske faktor kan synes å være eksentrisitet av last i toppunktet og eksentrisitet i opplagringen. Dette kan gi store andreordens effekter og redusere systemets kapasitet vesentlig [17].

### 4.4 Fotsokler

For å kunne tilpasse høyden i systemstillas brukt til understøttelse, er det vanlig med bruk av justerbare fotsokler og justerskruer i topp. Når disse skrues langt ut er de svært utsatt for knekking og hele systemets kapasitet reduseres når lengden på disse komponentene økes. Når lengden på de utkragete komponentene reduseres endres systemets knekkform til en S-form, som gir høyere kapasitet [8, 10, 17, 23]. Knekkformene er vist i Figur 4.5.



Figur 4.5: Knekkformer med ulik lengde på utkragede ender. a) 100 mm b) 400 mm c) 900 mm

## 4.5 Etasjer

Stillaskonstruksjoner strekker seg ofte over flere etasjer. Peng et al. [19] undersøkte hvilken effekt ulikt antall etasjehøyder hadde på systemstillas med og uten diagonalavstivere med hensyn på kritisk knekklast. Forsøkene som ble utført på et stillas med fire spir viste tydelig at diagonalavstivere ga en betydelig sterkere konstruksjon, og at kritisk last sank mot en konstant ved økt antall etasjer. Figur 4.6 viser forsøksresultatene.



Figur 4.6: Sammenheng mellom antall etasjer og knekklast

## 4.6 Komponenter

Komponentene i et systemstillas blir gjenbrukt mange ganger i løpet av sin livstid. Gamle og nye komponenter blandes gjerne sammen på byggeplassen, noe som gir variasjoner i geometri og materialegenskaper. Zhang et al. [23] vurderte usikkerheten i variabler som flytespenning, leddstivheter, geometriske skjevheter og lasteksentrisitet. Variansen i systemets styrke viste seg å være mindre enn variansen i komponentenes egenskaper. Systemet tenderte mot en svak økning i gjennomsnittlig styrke ved økning av systemets størrelse.

## 4.7 Modellering av feil

Milojkovic et al. [9] gjennomgikk resultatene fra en inspeksjon gjort av britiske helsemyndigheter der vanlige feil i stillaskonstruksjoner ble påpekt. Artikkelen foreslår metoder for modellering av feilene. Et utdrag av disse er som følger

- Delvis setning under fotsokler fører til moment → Modellerer fotsokler med helling.
- Store setninger fører til at spir mister sin bærende effekt  $\rightarrow$  Fjerner opplager i modellen.
- Svai oppstår ofte i spir  $\rightarrow$  Modellen sjekkes for ulike grader av svai.
- Nederste diagonaler er ofte forsømte  $\rightarrow$  Modelleres uten diagonaler.

# 4.8 Oppsummering

I de gjennomgåtte artiklene har ulike komponenter, plassering og stivhet av ledd, randbetingelser og andreordens effekter blitt studert. Noen har tatt for seg rammestillaser, andre av typen med semi-stive ledd. Det har blitt trukket flere konklusjoner om hva som har størst betydning for stillasets kapasitet og stabilitet. Oppsummert kan det sies at det er enighet om at stivheten i koblinger mellom spir og bjelker har stor betydning, og at denne må bli funnet gjennom testforsøk av den aktuelle typen stillas. Justerbare komponenter i topp og bunn vil svekke konstruksjonen jo lengre de blir skrudd ut fordi det endrer knekkformen. Plassering av skjøter mellom spir i vertikalretningen har liten betydning for systemets kapasitet, men eksentrisiteter som kan oppstå i skjøtene har derimot stor betydning. Sistnevnte gjelder også eksentrisiteter ved stillasets topp og bunn ettersom disse kan gi opphav til betydelige andreordens effekter som senker systemets kritiske last. Diagonalstivere vil øke den kritiske lasten til et systemstillas betraktelig [12, 19]. Kritisk last synker ved økt antall etasjehøyder, men vil nærme seg en konstant [19]. For å ta hensyn til alle disse faktorene i en datamodell er det nødvendig å gjøre en ikkelineær uelastisk analyse [10].

## 4.9 Testing og kapasitetsberegning av Alustar Systemstillas

Alustars spir ble i 2008 kapasitetsberegnet av Hydro Aluminium Profiler med hensyn på bruk som stempling av dekke [24]. Alle beregninger ble utført i henhold til metode fra EN 1999-1-1 (Vedlegg E). Her brukes materialfaktor 1,1 og det antas en sentrisk lastoverføring til spirene. Disse beregningene ligger til grunn for de aksialkapasitetene det opereres med i Alustars monteringsveiledning [2].

SP Technical Research Institute of Sweden gjorde i 2012 en omfattende testing av Alustars systemstillas i forbindelse med typegodkjenning av stillaset i Sverige [25]. Flere av systemets komponenter ble testet, blant annet koblingen mellom spir og bjelke og spirskjøter.

Resultatene fra komponenttestene er av SP bearbeidet i henhold til EN 12811-3 [16]. Dette er den tidligere omtalte Eurokode metoden fra Figur 4.2. Komponentene må testes for en syklisk last og minst fem tester må gjennomføres for hver parameter som skal finnes. Metoden innebærer deretter at en kurve tilpasset de eksperimentelle resultatene brukes til å finne partialfaktor og karakteristisk styrke ( $R_{k,pos}$  og  $R_{k,neg}$ ). Disse verdiene brukes til å etablere en stykkevis lineær kurve som inkluderer eventuell slakkhet og har maksnivå ved  $R_{k,pos}$ . Figur 4.7 viser verdier fra tester og utregnet dimensjonerende verdi for koblingen mellom spir og bjelke ved nedover rettet bøyning.



Figur 4.7: Testverdier for spir-bjelkekobling ved nedoverrettet bøying

# 5 Beregningsmodeller

Denne rapporten har til hensikt å vurdere stillassystemets egenskaper og analysere systemets knekkingsoppførsel. Videre analyseres oppførselen ved avvik av ideelle forutsetninger. For å gjøre dette ble et utvalg modeller etablert i to ulike elementmetodeprogrammer.

En todimensjonal modell ble først etablert i Focus Konstruksjon. Dette programmet har ikke mulighet for nøyaktig modellering av stillasets koblinger og kjører kun en elastisk knekkingsanalyse. Egenskapene blir på grunn av dette noe forenklet, men analysene gir likevel en god pekepinn på hvilke effekter som kan forventes av ulike endringer i systemet.

For å etablere mer realistiske modeller ble elementmetodeprogrammet Abaqus benyttet. Her kunne alle stillasets egenskaper modelleres med stor nøyaktighet både for en todimensjonal og en tredimensjonal modell. Resultatene fra de ikke-lineære analysene i Abaqus kan forventes å være mer lik oppførselen i en reell konstruksjon.

Modellenes egenskaper baserer seg i stor grad på tester av stillaskomponentene utført av SP [25]. Metodene brukt for å modellere egenskapene har bakgrunn i litteraturstudiet, standardverket, eller beregninger og vurderinger gjort i denne rapporten. For effektene som studeres i denne oppgaven var det hensiktsmessig å kun inkludere vertikale laster. Standardens krav om vindlast og andre nødvendige hensyn til horisontale laster er derfor ikke oppfylt.

Figurer med knekkformer og last-forskyvningskurver er plassert i vedlegg for bedre oversiktlighet.

# 6 Modeller i Focus Konstruksjon

# 6.1 Egenskaper

En todimensjonal modell av et fag i en tenkt reis, bestående av komponenter fra Alustars systemstillas ble laget i Focus Konstruksjon. Den todimensjonale modellen ble etablert for å måle effekten av ulike påvirkninger på reisen, blant annet ulik oppbygging av reisen og setninger i grunnen under den. Noen egenskaper ved systemet har måttet forenkles. Dette gjelder spesielt egenskaper som krever ikke-lineære rotasjonsfjærer, da programmet mangler muligheten til å modellere disse. Siden målet med denne rapporten har vært å sammenligne resultater mellom modeller med de samme antagelsene, vil dette ha liten betydning.

# 6.1.1 Spir, bjelker og diagonaler

Alle spir, bjelker og diagonaler er bygd opp med det samme tverrsnittet. I Focus defineres tverrsnitt og materialtype, og deretter kan det lages segmenter med disse egenskapene i ønsket lengde. Tverrsnittet defineres ved å oppgi verdiene for tverrsnittets egenskaper, blant annet areal, 2. arealmoment og avstand fra ytterkant til arealsenter. Modellens materiale har egenskapene til aluminium EN AW 6082.

# 6.1.2 Geometri

Modellen består av seks spirsøyler som hver er sammensatt av to spir på 2,2 og 1,65 meter. Spirene er plassert med horisontal avstand på 1,0 meter og er koblet sammen gjennom tverrbjelker med vertikal avstand 1,1 meter. Spirene står på fotsokler med høyde 0,3 meter.

En modell ble også etablert for å undersøke effekten av setninger i grunnen under reisen. Denne modellen har en HE120A stålbjelke i topp, med fordelt last over hele reisen og 0,5 meter på hver side. Til hver side av reisen strekker bjelken seg 6 meter og ligger på et fritt opplegg med en fjær som gir stivhet mot horisontal forskyvning. Bjelken er gjort utstikkende på begge sider for å simulere en bjelke som strekker seg ut over den modellerte delen av reisen. Verdien av den horisontale fjærstivheten er satt til 2,8 kN/mm basert på stivheten av fem utkragede spirtopper på hver side av reisen. Utregning er vist i vedlegg C.3.



Figur 6.1: Modell med setninger under to spir

## 6.1.3 Materialer

Materiale i Alustars komponenter er av typen EN AW 6082. I Focus benyttes følgende verdier for elastitetsmodul (E), skjærmodul (G) og Poissons ratio:

 $E = 70000 \text{ N/mm}^2$   $G = 26316 \text{ N/mm}^2$  Poissons ratio: 0,33

I fotsokler benyttes stål med følgende verdier:

E = 210000 N/mm<sup>2</sup>G = 81000 N/mm<sup>2</sup> Poissons ratio: 0,3

## 6.1.4 Formavvik

Avvik fra komponentenes teoretiske form kan gi betydelig reduksjon av bærekapasiteten. Slike formavvik vil alltid være tilstede og kan oppstå i produksjonen og lagring av komponentene, eller være et resultat av avvik under oppføringen. Focus vil i en ikke-lineær analyse tilby å inkludere formfeil med form basert på en linearisert knekkingsanalyse. Brukeren kan da selv velge hvilken knekkform formfeilen skal basere seg på og størrelsen på det største initialavviket. Programmet foreslår alltid knekkformen med lavest knekkfaktor. Som største avvik i en formfeil foreslår Focus den største av verdiene  $l_s/300$  og L/1000, hvor  $l_s$  er største segmentlengde, og L er diagonalen i det rektangelet konstruksjonen danner. For denne modellen blir den foreslåtte verdien for største avvik 7,0 mm benyttet.

# 6.1.5 Last

Modellene er belastet med en konsentrert last i toppen av hvert spir. Lasten modelleres som 1 kN for hvert spir. I den elastiske analysen beregnes en knekklastfaktor som da multiplisert med 1 kN tilsvarer knekklasten.

I de ikke-lineære analysene av modellene med bjelke er reisen belastet med en jevnt fordelt last på 50 kN/m. Lasten er valgt fordi den ligger godt under den elastiske knekklasten, men vil likevel gi store krefter i konstruksjonen. Belastningsområdet strekker seg 0,5 m utenfor reisen på begge sider.

# 6.1.6 Spirkoblinger

Koblingen mellom spir i vertikal retning er slik at en skjøtetopp føres inn i spirene. Denne skal holde spirene sammen og overføre momentkrefter. Stivheten til disse koblingene er utregnet i vedlegg C.1. Focus har ikke muligheten til å modellere den slakken som vil gi den mest realistiske tilnærmingen. Koblingen i Focus-modellen er derfor forenklet til en lineær rotasjonsfjær med stivhet 43 kNm/rad.

# 6.1.7 Spir-bjelkekobling

Spir-bjelkekoblingene er testet av SP [25] og resultatet fra disse testene viser en ikke-lineær sammenheng mellom moment og rotasjon. Siden det i Focus ikke er mulig å modellere en slik ikke-lineær stivhet, er koblingene modellert som en lineær rotasjonsfjær med stivhet 16,5 kNm/rad.

# 6.1.8 Justerbare fotsokler

Fotsoklene vil ha en begrenset bøyemotstand i opplegget. EN 12811-1:2003 foreslår å modellere denne med en bilineær stivhet. I Focusmodellen er det likevel valgt å modellere denne som fritt opplagt mot grunnen. Dette er en tilnærming som brukes fordi Focus ikke kan modellere den bilineære effekten og det antas at et fritt opplegg vil være konservativt.

I vedlegg C.2 beregnes stivheten i koblingen mellom fotsokkel og spir. I modellen vil ikke den bilineære effekten kunne representeres korrekt. Koblingen er modellert som en rotasjonsfjær med stivhet 145,7 kNm/rad da det antas at dette vil gi den mest korrekte responsen på modellen.

## 6.1.9 Diagonaler

Diagonalene har likt tverrsnitt som bjelker og spir, med unntak av modellen med lange diagonaler der et stålrør med tverrsnitt 51 x 2,6 mm benyttes. Koblingen til spirene er valgt å gjøres som momentfritt ledd. Fra komponenttester er det funnet at diagonalenes kobling har en slakke og deretter en noe fjærende effekt. Vanskeligheter med å implementere dette i modellen førte til antagelsen om en fast leddkobling. Diagonalene i modellen gir derfor mer avstiving enn det reelle systemet og usikkerheten ved dette antas å ikke være på den konservative siden.



Figur 6.2: Eksempel på avstiving med både Alustar komponenter og stålrør

### 6.1.10 Setninger

Modell ble etablert for å undersøke effekten av setninger i grunnen under reisen. En reis har vanligvis en bjelke som overfører krefter til spirene, og gir mulighet til å fordele kreftene til andre spir om ett eller flere skulle svekkes. I en modell med setninger vil denne egenskapen være viktig, derfor er det her modellert en bjelke som lastfordeler.

Små setninger er modellert ved å erstatte opplager med fjærer. For å bestemme fjærstivheten er det tatt utgangspunkt i NS-EN 12812, punkt 7.4. Når differansesetninger undersøkes, krever standarden at verdien av setningene skal være den minste av 5 mm, eller 2,5 ‰ av avstanden mellom spirene. For å være sikker på å få resultater med målbare forskjeller forsøkes det å oppnå en setning på 5 mm. Det antas at kreftene i spirene vil være omtrent 50 kN, derfor velges en fjærstivhet på 10 kN/mm for å oppnå setninger på omkring 5 mm. Da dette er en forholdsvis liten setning er fjærene også modellert med en fjærstivhet på 5 kN/mm. Figur 6.3-3 viser modeller med fjæropplager.

For å modellere store setninger er det valgt å benytte metoden foreslått av Milojkovic et al. [9], og fjerne opplageret under de aktuelle spirene helt. Dette gjelder de samme spirene som modelleres med fjæropplager.



Figur 6.4: Modell med to fjæropplager

## 6.2 Analyser

Focus Konstruksjon har mulighet for å kjøre både lineær og ikke-lineær analyse i tillegg til linearisert knekkingsanalyse. Modellene i denne oppgaven skal kontrolleres gjennom ikke-lineær- og linearisert knekkingsanalyse.

I Focus kontrolleres konstruksjonen for systemknekking ved å velge *Li*nearisert knekningsanalyse under fanen Analyse. Knekkformen vises grafisk under fanen *Resultat*. Laveste knekkform blir automatisk valgt, men flere knekkformer kan vises. Knekkfaktorer beregnes for hver knekkform. Denne faktoren angir hvor mye lasten må multipliseres med for at linearisert knekking skal forekomme.

Ved å bruke verdiene for når systemknekking inntreffer, kan en ekvivalent knekklengde for spirene finnes. Denne verdien er interessant fordi den gir et mål på hvor mye de globale effektene påvirker spirene i forhold til de beregnede verdiene for lokal knekking av spirene. Knekklasten per spir N benyttes til å beregne den ekvivalente lokale knekklengden etter følgende formel:

$$L_k = \sqrt{\frac{\pi^2 EI}{N}}$$

Skal en foreta en ikke-lineær analyse velges dette under fanen *Analyse*. Her kan det velges å inkludere formfeil. Om dette skal inkluderes må en velge hvilken knekkform fra den lineariserte knekkingsanalysen formfeilen skal basere seg på, og det største avviket fra den opprinnelige konstruksjonen. I dette tilfellet er denne verdien, som omtalt tidligere, 7,0 mm.

## 6.3 Resultater

De første analysene ble gjennomført med konsentrert last på toppen av hvert enkelt spir. Hensikten med disse analysene var å undersøke modellens respons på ulik oppbygging med diagonaler, samt endringer i koblingenes stivhet. Figurer med knekkformer er plassert i vedlegg B.

- Enkle diagonaler: Modellen er avstivet med en diagonal for hver 1,1 meter plassert i varierende retning i faget lengst mot venstre. Denne modellen er også testet med stive koblinger mellom spir og bjelke og for momentfrie ledd i de samme koblingene. En variant uten fotsokler er også testet.
- Doble diagonaler: Modellen er avstivet med to diagonaler i venstre fag. Diagonalene er plassert som et kryss for hver 1,1 meter i vertikal retning.
- Lange diagonaler: Modellen er avstivet med to stålrør med tverrsnitt 51 x 2,6 mm. Rørene er et eksempel på hvordan reisen kan avstives uten å bruke de standardiserte komponentene. De er festet med en eksentrisitet til koblingene i hvert hjørne på 100 mm. Rørene er også festet til hvert spir de krysser med et momentfritt ledd.

Uten diagonaler: Modellen er ikke avstivet.











Figur 6.7: Modell med lange diagonaler

Figur 6.8: Modell uten diagonaler

Modell	Knekklast [kN]	Endring i knekk- last [%]	Ekvivalent   de [m]	knekkleng-
Enkle diagonaler	40,14	0,0		1,61
- Stive koblinger	72,99	81,8		1,19
- Momentfrie koblinger	33,27	-17,1		1,77
- Uten fotsokler	60,12	49,8		1,32
Doble diagonaler	41,62	3,7		1,58
Lange diagonaler	37,82	-5,8		1,66
Uten diagonaler	9,41	-76,6		3,33

Tabell 6.1: Resultater fra analyse av modeller med konsentrert last

Tabell 6.2: Resultater fra analyse av modeller utsatt for setninger

Modell	Fjærstivhet [kN/mm]	Elastisk last [kN]	knekk-	Ikke-lineær analyse Største N [kN]	Setning [mm]
Ingen setninger			91,1	60,7	
Ett fjæropplager	10		89,6	60,7	3,5
	5		87,5	63,2	5,2
To fjæropplager	10		89,3	64,1	4,1
	5		85,6	78,3	7,6
En bortfalt			75,7	80,4	11,7
To bortfalt			54,7	117,9	30,5

# 7 Modeller i Abaqus

#### 7.1 Egenskaper

For å bedre forstå og sammenligne effektene de ulike komponentene har på stillasets kapasitet, ble det etablert modeller i elementmetodeprogrammet Abaqus. Sammenlignet med Focus gir Abaqus mulighet for større grad av kompleksitet. Modellene som ble etablert i Abaqus er mer korrekte ettersom den økte graden av kompleksitet gjorde det mulig å tilnærme stillasets egenskaper mer nøyaktig. Det ble etablert 2Dmodeller for analyse av setninger og 3D-modeller for å studere effekter av stillasets egenskaper. Andreordens analyser med formavvik i komponentene ble utført. Nærmere beskrivelse av hvordan de ulike delene ble modellert er inkludert i påfølgende avsnitt. Figurer av modellene er vist slik de ble tegnet, med wire funksjonen, for å få et oversiktlig bilde.



Figur 7.1: Reis modellert med bjelkeelementer

## 7.1.1 Bjelkeelementer

For å modellere stillasets spir, bjelker, fotstøtter og diagonaler ble det brukt bjelkeelementer i Abaqus. Ved bruk av bjelkeelement tegnes først geometrien ved bruk av *wire*. Disse wirene tillegges så egenskaper ved at de gis et tverrsnittsprofil og materialegenskaper. Alustars profiler er formet som rør med vegger som er tilnærmet sirkulære. I modellen ble det valgt en sirkulær rørprofil med geometri som gir likt areal og arealmoment som den reelle profilen.

## 7.1.2 Geometri

Hver spirsøyle i modellen er vertikalt bygd opp av en fotstøtte på 0,3 m og to spir på 2,2 m og 1,65 m. Spirene er plassert med 1,0 meter mellomrom i begge retninger og sammenkoblet med tverrbjelker med vertikal avstand 1,1 meter. Dette er grunnmodellen i analysene. Varierende geometrier med diagonaler og setninger som forårsaker «bortfalte» spir er presentert i resultatene for de aktuelle analysene.

En todimensjonal modell ble etablert for å gjøre analyser lik de som ble gjort i Focus Konstruksjon med hensyn på setning i grunnen. I likhet med Focus-modellen ble det også her benyttet en HE120A stålbjelke som lastfordeler i toppen av reisen.

Den tredimensjonale modellen skal være mest mulig lik en reell reis bestående av komponenter fra Alustars systemstillas. Det ble valgt en konstruksjon med kvadratisk grunnflate på 3 x 3 meter og høyde på 4,15 meter. Det er fire rader med fire spir i hver rad. Sett i forhold til mange reelle stillaskonstruksjoner for understøttelse av forskaling er dette en relativt liten konstruksjon, men likevel tilstrekkelig for å få med de egenskaper som var ønsket å måle.



Figur 7.2: Alustar spirtverrsnitt

## 7.1.3 Materialer

Alustars komponenter består av aluminium av typen EN AW 6082. I forbindelse med komponenttester tok SP [25] materialprøver fra tilfeldig utvalgte komponenter. Verdier fra materialprøvene og tilhørende spenning-tøyningskurve:

Flytespenning, $f_y = 299,5$  MPa, $E = 70\ 000$  MPaBruddspenning, $f_u = 320,3$  MPa,Poisson: 0,33Total tøyning, $\epsilon = 16,3$  %



Figur 7.3: Spenning-tøyning, Aluminium

I fotsokler i er et elastisk-perfekt-plastisk stål benyttet:

Flytespenning,  $f_y = 290,9$  MPa E = 190 900 MPa Poisson: 0,3



Figur 7.4: Spenning-tøyning, Stål

### 7.1.4 Formavvik og svai

Det vil alltid være et visst avvik fra den teoretiske formen av komponentene. Disse formavvikene vil gi en reduksjon av bærekapasiteten og er derfor viktig for å oppnå korrekte resultater. Ingen eller for lite formavvik kan også føre til at Riks-analysen i Abaqus ikke vil konvergere. Som omtalt i litteraturstudiet finnes det ulike metoder for å inkludere effekten formavviket gir. I denne modellen er det valgt å basere avviket på skalerte knekkingsanalyser.

En lineær elastisk knekkingsanalyse ga knekkformer som ble skalert og brukt som formavvik i Riks-analysen. Antall knekkformer og størrelsen på avvikene må vurderes og avgjøres for hvert tilfelle ved bruk av denne metoden. Størrelsen på avvikene ble i modellen valgt etter metoder fra Eurokodene. Største avvik i utbøying er satt til e = L/250, med unntak av analyser der hensikten var å studere effekten av ulike avviksstørrelser.

Svai er vinkelavviket fra den loddrette aksen. Svai kan regnes individuelt for hver komponent eller som en total virkning over hele konstruksjonens høyde. I analyser der svai er inkludert, er størrelsen i samsvar med kravene i Eurokodene. Vinkler i koblinger kan i denne konstruksjonen sees på som opphavet til svai. Disse er utregnet i vedlegg C. I Abaqusmodellen ble svai inkludert direkte ved å forandre modellens geometri.



Figur 7.5: Total og individuell svai

### 7.1.5 Last

Modellene er påført en konsentrert last i toppen av hvert spir. I 3Dmodellen er lasten påført direkte på spirene. I 2D-modellen påføres lasten på lastfordelingsbjelken der hvor den er koblet til spirene. Lasten som modelleres er 1 kN per spir. Når Riks-analysen kjører økes lasten og forskyvningene gradvis etter arc-length metoden omtalt i teorikapittelet.



Figur 7.6: Modell med konsentrert last på spir

### 7.1.6 Lasteksentrisitet

Det kan være vanskelig å sikre en sentrisk lastoverføring til spirene. EN 12812 krever at lasten regnes med en eksentrisitet på 5 mm om det ikke benyttes noen anordning for sentrering av lasten. I Abaqus-modellen er denne eksentrisiteten ivaretatt ved å påføre lasten på en 5 mm lang, stiv utstikker plassert på toppen av spiret og vinkelrett på spirets lengderetning (Figur 7.1).



Figur 7.7: Lasteksentrisitet

#### 7.1.7 Spirkobling

For å sette spirene sammen i høyden brukes en kobling, der det nederste spiret har festet en skjøtetopp med mindre diameter enn resten av spiret, som føres inn i det øverste spiret. Koblingens stivhet tas hensyn til i beregningsmodellen, der den representeres av en ikke-lineær rotasjonsfjær. Stivheten er utregnet i vedlegg C.1 og resultatet er kurven i Figur 7.8. Som omtalt i litteraturstudiet har det liten betydning i hvilken høyde koblingene plasseres. I modellene sikres likevel god nøyaktighet ved å bruke faktiske spirlengder for Alustar stillas. Det antas ingen eksentrisitet i skjøtene når de allerede er utsatt for bøying. I Abaqus ble det brukt *Connectors* med *Connection Type U Joint* som gir fastholding mot translasjon og rotasjon om spirets akse, men åpner for å definere ulike egenskaper for de to andre rotasjonsretningene. Det ble lagt inn en liten stivhet også ved rotasjoner under 0,01 rad for å unngå problemer med konvergens i programmet.



Figur 7.8: Stivhet spirkobling

### 7.1.8 Spir-bjelkekobling

I likhet med spirkoblingene er egenskapene til koblingen mellom spir og bjelke gitt av en ikke-lineær stivhetskurve. Stivheten er hentet fra tester utført av SP [25]. I modellen vil en rotasjonsfjær ivareta koblingens ikkelineære oppførsel. Figur 7.9 viser koblingens oppførsel slik den ble modellert. I Abaqus ble det brukt Connectors med Connection Type Join + Rotation som gir fastholding mot translasjon, men åpner for å definere ulike egenskaper for de tre rotasjonsretningene. Det er valgt å modellere koblingen helt stiv for bøyning om bjelkens lengdeakse, leddet om spirets lengdeakse og med en ikke-lineær fjær for bøyning om aksen vinkelrett på komponentenes lengdeakser.

Rotasjon [rad]	Moment [Nm]	
-0,0770	-709	
-0,0643	-645	
-0,0502	-555	
-0,0399	-465	
-0,0329	-375	
-0,0038	0	
0,0000	0	
0,0101	0	
0,0344	502	
0,0580	886	
0,0729	1039	



Figur 7.9: Stivhet spir-bjelkekobling, positiv for nedbøying av bjelke

#### 7.1.9 Justerbar fotsokkel

Fotsoklene som normalt brukes er i massivt stål og har mulighet for justering av høyden. Nederst på fotsoklene er det festet en plate på 150 x 150 mm.



Figur 7.10: Alustar fotsokkel

Fotsoklenes rotasjonsstivhet mot grunnen er valgt å modelleres i samsvar med EN 12811-1:2003 punkt 10.2.3.2. En rotasjonsfjær med stivhet på 2000 kNcm/rad og største bøyemotstand  $M_u$  gir stivhetsegenskaper som vist i Figur 7.11. Den største bøyemotstanden  $M_u$  er gitt av ligning 2.3.

$$M_{\mu} = N \times e_{\text{max}} = 63000 \times 0,5 \times 0,032 = 1008 Nm$$

N er aksialkraften;

 $e_{max}$  er 0,5 d (største eksentrisitet av aksialkraften);

*d* er utvendig diameter på stammen til den justerbare fotsokkelen.



Figur 7.11: Stivhet fotsokkel mot grunn
Mellom spir og fotsokkel er koblingen i prinsippet lik den mellom to spir. Den får på grunn av fotsokkelens egenskaper en annen stivhet. Stivheten er beregnet i vedlegg C.2. Ved rotasjoner under 0,006 rad uavhengig av retning vil den være lineær med en stivhet på 145,67 kNm/rad. Koblingens maksimale momentkapasitet er 874 Nm. Figur 7.12 viser stivheten slik den er blitt modellert i Abaqus. Alle fotsokler er modellert med en helling på 0,01 rad for å ivareta skjevstilling under oppføring og ujevn grunn.



Figur 7.12: Stivhet fotsokkel-spir

#### 7.1.10 Diagonaler

På grunn av kransenes utforming er diagonalene i realiteten koblet til spiret med en eksentrisitet ortogonalt på det avstivede fagets plan. Som omtalt i litteraturstudiet er dette funnet å ha liten innvirkning på konstruksjonens oppførsel, og i 3D-modellen er eksentrisiteten ikke modellert. Diagonalens kobling til spiret er modellert med *Connectors* og *Connector Type Cartesian* + *Rotation*. Denne typen *Connector* gir full frihet til å velge responser i koblingen. Angitte verdier er tilnærmet de verdier som ble observert under testing av komponentene. Koblingen ansees som fastholdt mot rotasjon om diagonalens akse og translasjon ut av fagets plan. Rotasjon om de to andre aksene er antatt momentfritt. Komponenttestene [25] viser sammenhengen mellom aksialkraft og aksial deformasjon av diagonalen. Den aksiale deformasjonen i modellen fordeles på de to koblingene i hver ende av diagonalen. Sammenhengen mellom aksialkraft og deformasjon blir da lik den i Figur 7.13.



Figur 7.13: Aksialstivhet diagonaler

#### 7.1.11 Randbetingelser

Modellene har leddet opplager i bunn og undersøkes både for fri topp og topp fastholdt mot horisontal forskyvning. Som omtalt i litteraturstudiet ligger sannsynligvis den mest reelle antagelsen et sted imellom disse ytterpunktene, men det ville vært vanskelig å gjøre gode antagelser uten målinger fra forsøk. Av samme grunn er det valgt å ikke modellere noen fjærstivhet mot rotasjoner i toppunktet. Med henvisning til litteraturstudiet [12] kan dette sies å være en konservativ antagelse av liten betydning for modellenes totale kapasitet.

#### 7.1.12 Setninger

I 2D-modellen undersøkes effekten av setninger. Modellen har geometrisk lik oppbygning, og setninger modelleres på samme måte, som i Focus-modellene. Med bakgrunn i de samme forutsetningene som i tidligere modeller er små setninger modellert som fjærer med stivheter på 10 og 5 kN/mm. I Abaqus er funksjonen *Engineering Features – Springs/Dashpots* brukt for å modellere fjærer. For å simulere store setninger er det valgt å fjerne opplagerene helt.



Figur 7.14: Knekkform med store setninger under to spir

I modellene med store setninger blir de setningsutsatte spirene stående uten opplager. Det er relevant å undersøke om spirene fortsatt bidrar til systemets kapasitet, eller om det nå kun er bjelken som holder lasten. I sistnevnte tilfelle ville en da kunne øke kapasiteten ved å benytte en kraftigere bjelke. Situasjonen modelleres ved at toppen av spiret fjernes, så interaksjonen mellom bjelke og spir forsvinner (Figur 7.15).



Figur 7.15: Modell uten interaksjon mellom bjelke og spir utsatt for setninger.

### 7.1.13 Modell med diskontinuitet i bjelke

En stor reis vil være avhengig av flere bjelkelengder. Det er interessant å undersøke effekten en diskontinuitet i bjelkelengden har på reisen. Det antas at bjelkene blir lagt med en liten overlapp over et spir som vist i Figur 7.16, og at bjelkeendene her kan regnes som leddet.



Figur 7.16: Diskontinuitet i lastfordelingsbjelker

Lasttilfellet på hver side av diskontinuiteten kan nå antas å være lik den i Figur 7.17. Det vil føre til at spirene på hver side av skjøten vil få økt belastning, men i enden av hver av bjelkene blir opplagerkraften redusert.



Figur 7.17: Reaksjonskrefter ved jevnt fordelt last over to felt.

Om den jevnt fordelte lasten over bjelken blir forenklet til en konsentrert last over hvert spir, kan det mest ugunstige tilfellet gi en lastfordeling som den i Figur 7.18.



Figur 7.18: Mest ugunstige lastfordeling ved diskontinuitet

I Abaqus er en modell med diskontinuitet modellert ved å skalere konsentrerte laster som i Figur 7.18. Resultatene som presenteres i resultatkapittelet viser størrelsen den fordelte lasten har ved knekking.

# 7.2 Analyser

I Abaqus ble det kjørt to typer analyser. Først en lineær elastisk knekkingsanalyse, deretter en statisk Riks-analyse. Den lineære knekkingsanalysen regner modellenes kritiske last og knekkform. Riks-analysen henter resultater fra den lineære knekkingsanalysen og bruker disse til å innføre et formavvik basert på knekkformen. Riks analysen tar hensyn til andreordens effekter og formavvik og gir derfor et mer korrekt estimat på konstruksjonens knekklast. I Abaqus blir de ulike analysene definert ved valg av *step*.

# 7.2.1 Lineær elastisk knekking

Lineær elastisk knekking utføres i Abaqus ved å velge *linear perturbation buckle* som *step*. Her velges også ønsket antall knekkmoder og type eigensolver. I denne oppgaven er det brukt *Subspace* eigensolver i alle analysene. For at knekkformene skal kunne brukes som formavvik i Riks-analysen må resultatet lagres. I *Edit keywords* må følgende skrives inn før \**end step*:

\*NODE FILE U

Den lineære elastiske analysen gir det antallet knekkmoder som er etterspurt på forhånd. Det kan være hensiktsmessig å be om mer enn kun den laveste knekkmoden fordi en kombinasjon av flere, brukt som input til formavviket i Riks-analysen, ofte vil gi det mest korrekte resultatet.

# 7.2.2 Statisk Riks analyse

Valg av *static Riks* som *step* gir muligheten til å inkludere andreordens effekter ved å skru på *Nlgeom* (Nonlinear geometry). Alle analysene i denne oppgaven er kjørt med andreordens effekter inkludert. For å oppnå et mer realistisk resultat er initielt formavvik inkludert. Formavviket skal ta hensyn til de avvik som kan oppstå ved produksjon, lagring eller oppføring. I Riks-analysen tas dette med gjennom en skalering av knekkformer fra den lineære knekkingsanalysen. Brukeren velger selv antall knekkformer som er nødvendig å ta med og det må vurderes for hver modell. For å hente resultatene fra knekkingsanalysen må følgende skrives i *Edit keywords*:

\*IMPERFECTION, FILE=(filnavn på ønsket knekkingsanalyse), STEP=1 (Nummer på første inkluderte knekkmode), (Skaleringsfaktor) (Nummer på andre inkluderte knekkmode), (Skaleringsfaktor) ...

Lasten påføres gradvis ved bruk av Riks arc-length metode. I denne oppgaven er det valgt å la Abaqus automatisk bestemme buelengder under analysen. Initiallengde, maksimum og minimum lengde, samt maksimalt antall inkrement for lastpåføringen må likevel fastsettes. Disse verdiene må settes individuelt for analysene slik at Abaqus skal kunne kjøre en korrekt og effektiv analyse. Resultatet av analysen kan sees som en kurve som viser lastproposjonalitetsfaktor (LPF). Ved å plotte en kurve som viser LPF mot forskyvning av spirene kan konstruksjonens respons på lasten observeres, og kritiske punkter defineres.

### 7.2.3 Problemer

Modellering og kjøring av analyser i Abaqus har vært en tidkrevende prosess. Modellenes kompleksitet med hensyn på koblinger og spesielt 3D-modellenes høye antall komponenter førte til en modelleringsprosess med mye prøving og feilsøking. De fleste modelleringsproblemene ble til slutt løst, men noen ble stående uløst.

Ved kjøring av en linearisert elastisk analyse førte den slakkhet som ligger i koblingene til en meget redusert knekklast. Grunnen til dette ligger i at det ikke tas hensyn til at stivheten her øker etterhvert som forskyvningene blir større. Løsningen ble å eliminere slakken fra koblingene i den lineært elastiske analysen for å oppnå mer realistiske verdier for knekklasten.

For modellen med doble diagonaler ble det forsøkt etablert en variant som inkluderte svai. Denne modellen måtte til slutt gis opp da analysen aldri ga fornuftige resultater. Grunnen til problemene synes å være at mange elementer blir overdefinerte, altså at de låser seg under analysen. Det lyktes ikke å løse problemet.

### 7.3 Resultater 2D

2D modellen i Abaqus har lik geometri som modellen med enkle diagonaler som ble etablert i Focus. Abaqus-modellen er en mer korrekt modell en Focus-modellen siden den i større grad har ivaretatt de responser i koblinger og opplager som litteraturstudiet påpekte har stor betydning for konstruksjonens oppførsel.



Figur 7.19: 2D-modell i Abaqus

Hensikten med analysene var å utforske effekten av setninger i grunnen under reisen, og diskontinuitet i bjelken. Det var ønskelig å undersøke ulike tilfeller for sammenligning. Utgangspunktet for sammenligning er en modell uten noen setning, deretter analyseres modellen med ett og to spir utsatt for setninger, og en modell med diskontinuitet.

Elastisk knekklast er den laveste egenverdien fra den lineær elastiske analysen.

Knekklasten etter Riks-analyse er tolket ut fra lastendringen under analysen. Last-forskyvningskurven vil fortone seg som noe «kantete», ettersom den er stykkvis lineær mellom punktene Abaqus beregner for hvert steg. Når lasten når sitt toppunkt tilsvarer dette knekklasten. Etter knekklasten er nådd følger Riks-analysen utviklingen i last og forskyvning enten til det ikke er mulig å oppnå konvergens, eller analysen blir stanset manuelt. I noen tilfeller går modellen tilbake til opprinnelig posisjon og analysen stanser.



Figur 7.20: Last og vertikal forskyvning av topp

Modell	Fjærstivhet [kN/mm]	Riks knekklast [kN]	Setning [mm]
Ingen bortfalte		57,3	
Ett bortfalt		53,2	15,6
To bortfalte		43,5	27,0
Med en fjær:	10	54,4	3,6
	5	53,7	5,7
Med to fjærer:	10	53,5	4,2
	5	54,8	8,0
Diskontinuitet		54,8	

**Tabell 7.1:** Resultater fra analyse av 2D-modeller i Abaqus

### 7.4 Resultater 3D

Det er valgt tre avstivingsmetoder på samme måte som i Focusmodellene.

Enkle diagonaler: Modellen er avstivet med en diagonal for hver 1,1 meter plassert i varierende retning i faget lengst mot venstre.



Doble diagonaler: Modellen er avstivet med to diagonaler i venstre fag. Diagonalene er plassert som et kryss for hver 1,1 meter i vertikal retning.

Ingen diagonaler: Modellen er ikke avstivet.



### 7.4.1 Egenskaper

Alle modellene er i utgangspunktet modellert som beskrevet tidligere. De spesielle egenskapene som har blitt analysert med den hensikt å undersøke effekten av disse er

Fri eller fastholdt topp	Innebærer om toppen av spirene er fri til å be- vege seg i alle retninger eller er fastholdt mot horisontal forskyvning.	
Svai	To typer svai er undersøkt; individuelt for hver komponent og total svai over hele høyden.	
Koblinger	Spir-bjelkekoblingene er analysert både med og uten slakkhet. De samme koblingene er også analysert som helt stive eller momentfrie ledd.	
Spirskjøt	En analyse helt uten skjøter mellom spirene i vertikal retning er utført.	
Formfeil	Analyser med to ulike størrelser av initiell formfeil ble utført.	

Knekklasten etter Riks-analyse er tolket ut fra lastendringen under analysen. Last-forskyvningskurven vil fortone seg som noe «kantete», ettersom den er stykkvis lineær mellom punktene Abaqus beregner for hvert steg. Når lasten når sitt toppunkt tilsvarer dette knekklasten. Etter knekklasten er nådd følger Riks-analysen utviklingen i last og forskyvning enten til det ikke er mulig å oppnå konvergens, modellen går tilbake til opprinnelig posisjon og analysen stanser, eller analysen blir stanset manuelt.



Figur 7.21: Last-forskyvningskurve for 3D-modell med doble diagonaler

Resultater er presentert i Tabell 7.2**Feil! Fant ikke referansekilden.** For detaljerte resultater, inklusive knekkformer og lastforskyvningskurver, se vedlegg B. I resultatfigurene vises alle komponentene som *wire* i skalerte knekkformer. På grunn av modellering av aksialfjærer i diagonalene kan det i enkelte av figurene se ut som diagonalene ikke er i kontakt med resten av systemet, dette er kun forårsaket av den grafiske fremstillingen.

Modell	Торр	Svai	Spesielle egenskaper	Riks knekklast [kN]
			-	38,4
			Uten slakke	40,9
		Ingen	Stiv spir-bjelke	44,5
			Ledd spir-bjelke	26,4
	Fri		Uten spirskjøt	41,0
Enkle diagonaler			-	36,5
		Total	Uten slakke	34,4
			Stiv spir-bjelke	48,3
			Ledd spir-bjelke	29,2
	Fastholdt	Ingen	-	42,9
		Individuell	-	38,6
	<b>F</b> :	Ingon	Formfeil 8.8	46,1
Doble diagonaler		Ingen	Formfeil 1.0	52,6
	Fastholdt	Ingen	-	63,1
		Ingen	-	13,5
Ingen diagonaler	Fri	Individuell	-	13,2
		Total	-	11,1
	Fastholdt	Ingen	-	22,0
		Individuell	-	20,3

Tabell 7.2: Resultater fra analyser av 3D-modeller i Abaqus

# 8 Oppsummering og diskusjon

Rapporten har gjennomgått regelverk og litteratur samt etablert modeller for analyse av systemets knekkingsoppførsel. Resultatene gir grunnlag for en diskusjon rundt stillasets oppførsel og robusthet.

#### 8.1 Focus

Modell	Knekklast [kN]	Endring i knekk- last [%]	Ekvivalent lengde [m]	knekk-
Enkle diagonaler	40,14	0,0		1,61
- Stive koblinger	72,99	81,8		1,19
- Momentfrie koblinger	33,27	-17,1		1,77
- Uten fotsokler	60,12	49,8		1,32
Doble diagonaler	41,62	3,7		1,58
Lange diagonaler	37,82	-5,8		1,66
Uten diagonaler	9,41	-76,6		3,33

Tabell 8.1: Resultater fra Focus-analyser med konsentrert last på hvert spir

Resultatet av Focus-analysene gir et klart bilde av effekten de undersøkte endringene har på konstruksjonens kapasitet. Som forventet i forkant, gir modellen uten noen avstiving betydelig lavere knekklast enn de avstivede modellene. Uten avstiving vil hele konstruksjonen knekke ved at den forskyves sideveis (Figur 8.1).

Ved å benytte enkle diagonaler som avstivere mellom hver etasje med bjelker, vil en oppnå over fire ganger høyere knekklast enn uten diagonaler. Om avstivingen videre dobles til to diagonaler for hver etasje vil derimot knekklasten kun økes med 3,7 %. Dette tyder på at modellens avstiving ved å benytte enkle diagonaler vil være tilstrekkelig for å påtvinge samme knekkform som med doble diagonaler, og det vil derfor være lite å hente på den økte avstivingen. Disse resultatene samsvarer godt med teorien om knekking av søyler og vedlegg C.4 der Alustarsystemets avstiving vurderes.



Figur 8.1: Focusmodell uten diagonaler

Modellen med lange diagonaler gir lavere knekklast enn modellen med korte enkle diagonaler, selv om avstanden mellom festepunktene vertikalt bare er 620 mm. Årsaken kan ligge i plasseringen av festepunktene. Når diagonalene festes i samme knutepunkt som de horisontale bjelkene, kan horisontale krefter overføres direkte mellom disse. Hvert bjelkenivå vil på denne måten være avstivet uavhengig av hvor i planet avstiveren er plassert. De lange diagonalene er derimot festet til spirene utenom spirkransene. Dette medfører at de horisontale kreftene som oppstår i diagonalen ikke kan overføres direkte til bjelkene, og spirene som ikke er direkte knyttet til diagonalen vil være dårligere avstivet.

For modellen med enkle diagonaler er det gjort analyser med helt stive og helt momentfrie spir-bjelkekoblinger. Den stive varianten mer enn dobler kapasiteten sammenlignet med den momentfrie. Dette er to ytterpunkter på hvordan en kan velge å forenkle denne koblingen, og viser hvor stor betydning det har for modellens nøyaktighet å forsøke å tilnærme en realistisk modellering av disse koblingene.

Fjernes fotsoklene fra modellen øker knekklasten med nesten 50 %. Årsaken ser ut til å ligge i at knekkformen endres fra å være en utknekking av utkragerene til at hele spiret knekker ut i en s-form (Figur 8.2 og Figur 8.3). Disse resultatene samsvarer med resultater omtalt i litteraturstudiet.



Omregnes systemets knekklast til en ekvivalent lokal knekklengde for spir, kan en ved sammenligning finne systemets påvirkning på den lokale knekklasten. I monteringsveiledningen er spirenes kapasitet gitt avhengig av knekklengde. Veiledningen oppgir knekklengder som samsvarer med den vertikale avstanden mellom spirkransene, men overlater til brukeren selv å avgjøre hvilken av disse som skal legges til grunn. Det gjør at veiledningen kan bli tolket i retning av at spirene vil oppnå ønsket knekklengde ved å benytte diagonalavstivere med vertikal høyde lik knekklengden. Resultatene fra analyser viser imidlertid at ingen av de undersøkte modellene ga knekklengder ned i 1100 mm, som var den vertikale avstanden mellom modellenes avstivinger. En antagelse av knekklengde 1100 mm som i monteringsveiledningen gir kapasitet på 63 kN for hvert spir, ville ført til en for høy antatt kapasitet i alle de undersøkte tilfellene. Det totale samspillet i systemet, med spirkoblinger og utkragede ender, gir en lavere elastisk knekklast enn den lokale. Det er derfor viktig at en prosjektering av slike konstruksjoner ikke kun baserer seg på spirenes individuelle kapasitet, men vurderer hele konstruksjonen.

For å undersøke virkningen av setninger ble det innført fjærer eller fjernet opplager, avhengig av størrelsen på setningene. Så lenge setningene holder seg under 8 mm vil reduksjonen i knekklast være mindre enn 6 %. Om setningene blir store senkes knekklasten med inntil 40 %. Det viser at store setninger påvirker kapasiteten dramatisk, men små setninger har moderat betydning for modellen.

Fra en ikke-lineær analyse av modellene er det hentet største aksialkraft i spirene. I analysene med de største setningene for ett eller to spir, er aksialkreftene langt større enn de lokale elastiske knekklastene. De største kreftene opptrer i alle tilfeller i et av de tilgrensende spirene til det bortfalte.

# 8.2 Abaqus

Abaqus-modellene gir last-forskyvningskurver som, i form og størrelsesorden, i stor grad er lik kurver fra forsøk og analyser av sammenlignbare stillaser [10, 14]. Flere av de observerte effektene ved endringer i modellene samsvarer også med funn gjort i litteraturstudiet. Dette gir god grunn til å tro at analysene gjort i denne rapporten gir fornuftige resultater.

Som teorien gir grunn til å forvente, fører Riks-analysen i Abaqus til en lavere knekklast enn elastiske knekkingsanalyser. Muligheten for å omlagre krefter og den økende stivheten forskyvningene fører til, synes imidlertid å gjøre at forskjellen likevel ikke er så stor.

### 8.2.1 Avstiving

Tabell 8.2: Resultater fra analyser med ulik avstiving			
Modell	Riks knekklast [kN]	Endring i knekklast [%]	
Enkle diagonaler	38,4	0,0	
Doble diagonaler	46,1	20,1	
Uten diagonaler	13,5	-65,0	

I modellen uten diagonaler knekker hele systemet sideveis. Ved å sette inn enkle diagonaler som avstiving knekkes spirene ut i en s-form, som gir betydelig høyere knekklast. Settes det inn doble diagonaler vil knekklasten øke merkbart. En utkraget topp i det ene hjørnet på modellen vil være den som knekker først (Figur 8.4). Dette tyder på at doble diagonaler gir så stor avstiving av spirene at det svakeste leddet i systemet blir den utkragede toppen.



Figur 8.4: Modell med doble diagonaler knekker i utkraget topp.

#### 8.2.2 Koblinger

egen- Riks knekklast Endring i knekk-**Spesielle** Modell skaper [kN] last [%] Uten svai 38,4 0,0 Uten slakke 40,9 6,5 Stiv spir-bjelke 44,5 15,9 Enkle diagonaler Ledd spir-bjelke 26,4 -31,2 Uten spirskjøt 41,0 6,8 Total svai 36,5 -4,9

 Tabell 8.3: Resultater fra Abaqusanalyser med varierende egenskaper

Spir-bjelkekoblingene er i utgangspunktet modellert med en slakkhet, det vil si at koblingen ikke gir noen motstand mot små rotasjoner fra opprinnelig posisjon. Om denne slakkheten fjernes øker kapasiteten i en modell uten svai, men synker i samme modell med svai. Årsaken til dette kommer trolig av at fjerning av slakken i en modell med svai vil påtvinge rotasjonsmomenter i koblingen og på denne måten svekke konstruksjonen. Endres stivhet i koblingene, observeres det lignende endringer i kapasiteten som det ble observert i Focus-analysen; at økt stivhet fører til økt kapasitet. Dette bekrefter igjen hvor viktig stivheten i disse koblingene er for å oppnå korrekte resultater.

En variant uten spirskjøt ble også undersøkt, og dette ga en økning i knekklast på 6,8 % for modellen det ble testet på. Spirskjøten gir altså en reduksjon i knekklasten som er av en slik størrelse at den bør tas hensyn til. Dette fremkommer også tydelig fra knekkformen i den elastiske analysen, der en knekk i spirskjøten kan observeres (Figur 8.5).



Figur 8.5: Knekkform fra elastisk analyse.

### 8.2.3 Randbetingelser

Randbetingelsen på spirenes topp er undersøkt både for fri topp og fastholdt mot horisontal forskyvning. Forskjellen i resultatene er store, da fastholdt topp gir en kapasitetsøkning på 37 % i forhold til fri topp i modellen med doble avstivinger. På grunn av delvis fastholding fra forskalingssystemet ligger nok den mest reelle antagelsen et sted imellom disse to ytterpunktene, men det er vanskelig å gjøre gode antagelser på dette uten målinger fra forsøk.

### 8.2.4 Svai og formfeil

Innføring av svai i modellene synes å gi en reduksjon i knekklast på omkring 5–10 % avhengig av modell.

Modell	Spesielle egen- skaper	Riks knekklast [kN]	Endring i last [%]	knekk-
Doblo diagonalor	Formfeil 8.8	46,1		0,0
	Formfeil 1.0	52,6		14,1

Tabell 8.4: Resultater fra Abaqusanalyser med ulik formfeil

Introduksjon av formfeil i Riks-analysen var viktig for i det hele tatt å få gjennomført analysen. Størrelsen på formfeilen vil naturlig nok også være av betydning. Alle modellene ble modellert etter standardens forslag til største utbøying L/250 = 8,8 mm. Endres denne til kun 1,0 mm utbøying øker knekklasten med 14 %.

### 8.2.5 Setninger

Under en tungt belastet reis kan det oppstå problemer med setninger. Dette kan skyldes dårlig fordeling av trykk, som gjør at grunnen gir etter. Små setninger kan også forårsakes av ujevnheter eller deformasjon av opplagerklosser. Om reisen er bygd på ustabile klosser kan det risikeres at hele fundamentet faller bort.



Figur 8.6: Eksempel på en ustabil oppbygging med treklosser. Foto: Adressa.no

Små setninger, representert med fjærer, gir en negativ endring i Riksknekklasten på mellom 4,4 og 6,6 %. Det betyr at knekklasten for alle tilfeller av små setninger holder seg innenfor kravet i EN 12812 om 90 % kapasitet etter differansesetninger. Størrelsen på setningen under spirene og reduksjonen i knekklast henger ikke alltid sammen. De to svakeste fjærene, som er på 5 kN/mm, gir den høyeste knekklasten av alle fjærmodellene, men fører likevel klart størst setning. Det tyder på at systemet omfordeler kreftene til nabospir etter hvert som setningene vokser. Robustheten mot små setninger er god med hensyn på systemets totale knekklast.

Tilsynelatende små setninger kan likevel føre til uheldige scenarioer. Om systemet var en reis belastet med betong under støp, ville setningene ført til at betongdybden over dette punktet økte. Økningen i betongdybde fører til økt last. Om grunnen gir mulighet for å øke setningene ytterligere, kan dette føre systemet inn i en dårlig spiral som i verste fall kan ende i kollaps.

Madall		Dike knokklast [kN]	Sotning [mm]	Endring i	
woden		RIKS KITEKKIAST [KIN]	Setting [mm]	knekklast [%]	
Ingen bortfalte		57,3	-	0,0	
Ett bortfalt		53,2	15,6	-7,2	
To bortfalte		43,5	27	-24,1	
Mod on fimr	10 kN/mm	54,4	3,59	-5,1	
Med en ijær.	5 kN/mm	53,7	5,67	-6,3	
Med to fjærer:	10 kN/mm	53,5	4,17	-6,6	
	5 kN/mm	54,8	7,96	-4,4	

Tabell 8.5: Resultater fra 2D-modeller i Abaqus utsatt for setninger

Store setninger ble analysert ved å fjerne opplager under ett og to spir. Riksanalysen viser en lavere endring i knekklasten enn den elastiske analysen. Det tyder på at modellen har en evne til å omlagre krefter når ett eller flere spir er utsatt for setninger. Bortfall av to spir gir likevel en betydelig reduksjon i knekklasten (-24,1 %). Figur 8.7 viser tydelig at også stivheten til konstruksjonen synker ved økende setninger.



Figur 8.7: Last-forskyvningskurve for Abaqusanalyser med setning

Før knekking forekommer i reis med to bortfalte opplager, har toppen allerede en vertikal forskyvning på ca. 27 mm. Forskyvningen vil mest sannsynlig føre til at reisen overskrider brukskriteriene lenge før den når sin knekklast. Om det for eksempel tillates en vertikal forskyvning på om lag 5 mm ved støp, kan modellen uten setninger utnytte i overkant av 90 % av sin kapasitet. Med setninger under to spir vil kapasitetsutnyttelsen ved 5 mm forskyvning ligge på ca. 20 %.

Resultatene viser at bortfalte opplager under ett og to spir, tilsvarer en setning på 15,6 og 27 mm. Til sammenligning er dette setninger som er langt mindre enn om en typisk trekloss, med tykkelse 48 mm, skulle falle bort. Setninger i denne størrelsesorden kan med stor sannsynlighet oppstå i en reis.



#### **Tabell 8.6:** Resultat fra analyser med store setninger.

Figur 8.8: Spir uten kobling til lastfordelingsbjelke

Kobles spirene med store setninger helt fri fra bjelken vil all lasten overføres til de gjenværende spirene. Det fremkommer av resultatene at kapasiteten synker når spirene frikobles, altså ga spirene et bidrag til kapasiteten selv ved store setninger. Om det velges en stivere bjelke vil det bli mindre nedbøyning over setningene, men med det kan en risikere at knekklasten blir redusert fordi de setningsutsatte spirene ikke lenger får mulighet til å bidra til kapasiteten. Det vil derfor ikke være hensiktsmessig å benytte en bjelke med stor stivhet til å fordele lasten over reisen.

Ut ifra resultatene gjort i begge beregningsprogrammene vil en reis normalt tåle små setninger, men fort bli sårbar når setningene blir større. «Store» setninger, slik de er omtalt her, er likevel ikke større enn at de lett kan oppstå som følge av dårlige grunnforhold eller ustabilt fundament. Grunnet den lavere stivheten de fører til, vil setningene gi spesielt stor reduksjon i kapasitet for bruksgrensetilstanden.

### 8.2.6 Diskontinuitet

Modell	Knekklast [kN]	Endring i knekklast [%]
Kontinuerlig	57,3	0,0
Diskontinuitet	54,8	-4,4

Tabell 8.7: Resultater fra analyser med diskontinuitet i lastfordelingsbjelke

Diskontinuitet i bjelkene som fordeler last fra forskalingen til reisen fører, slik den er modellert her, til en reduksjon i knekklast på 4,4 %. Den økte belastningen på spirene til hver side for diskontinuiteten er årsaken til den reduserte knekklasten. Det bør merkes at en 25 % økning i last på to av spirene ikke ga større reduksjon enn 4,4 %. Igjen tyder dette på at kreftene omfordeles fra de mest utsatte spirene til resten av systemet.



Figur 8.9: Eksempel på diskontinuitet i lastfordelingsbjelke

### 8.2.7 Andre laster

Denne rapporten har tatt for seg laster som kan virke på reisen fra jevnt fordelt betong, samt tilleggslaster som følge av setninger og diskontinuiteter i bjelker. En reis kan risikere å bli utsatt for en mengde andre tilleggslaster. Dette kan være ulykkeslaster, ujevn belastning på grunn av støp eller andre arbeidslaster. Analysene i denne rapporten har ikke inkludert horisontallaster. Ved prosjektering av en reis er dette hensyn som må tas. En stillaskonstruksjon er ikke en ukomplisert konstruksjon å modellere. Som analysene i denne rapporten viser finnes det mange hensyn som må tas for at en slik modell skal kunne gi korrekte resultater. Antagelser med hensyn på randbetingelser og formfeil kan gi store utslag og bør være veloverveide og relaterte til den aktuelle konstruksjonen som modelleres. Stivhet av koblinger påvirker modellen i stor grad samtidig som de er svært vanskelig å anta. Egenskapene til disse bør derfor baseres på tester for å oppnå nøyaktige resultater.

### 8.2.8 Regelverk

De permanente lastene regnes kun som egenvekten av reisen og utgjør en svært liten andel av de totale lastene. Om det regnes med at alle laster som virker på reisen er variable laster, gir EN 12812 (inkludert lastog materialfaktorer) en total sikkerhetsfaktor på 1,65 for klasse B1 og nærmere 1,9 for klasse B2.

Resultater fra de utførte analysene viser at en sikkerhetsmargin av denne størrelsen fort kan bli for liten om det gjøres ukorrekte antagelser ved etableringen av en beregningsmodell.

Sikkerhetsmarginen står også i fare for å bli for liten om utførelsen av reisverket ikke er god nok. Eksempler på dette kan være manglende diagonaler, lange fotsokler uten avstiving eller stor svai. Disse faktorene er betydningsfulle for kapasiteten til reisen. Variasjon i fotsoklenes lengde kan alene gi reisen en reduksjon i knekklast på over 30 %. En kombinasjon av flere svakheter kan til slutt bli kritisk for reisens bæreevne. Den eneste metoden for å avsløre slike feil under oppføring er å føre kontroll på byggeplassen under og etter oppføring. En person som kjenner beregningsgrunnlaget for reisen og har erfaring med slike konstruksjoner, vil kunne oppdage betydningsfulle feil ved en kontroll. NS-EN 12812 opplyser i et vedlegg at en kontroll av den ferdige reisen er relevant, men det gis ingen føringer på hvordan denne kontrolleringen bør gjennomføres. I Storbritannia er det en skepsis til å gi slipp på den britiske standarden nettopp fordi Eurokodene anses for ikke å gå langt nok i å sikre god kontroll på byggeplassen [33].

# 9 Konklusjon

Med bakgrunn i de analyser som har blitt utført i beregningsprogrammene Abaqus og Focus Konstruksjon er følgende konklusjoner angående systemets kapasitet nådd:

- Kapasitet øker med økende stivhet i koblinger.
- Utkragede ender som fotsokler endrer knekkformen til systemet og senker kapasiteten ved økende lengde.
- Sammenlignet med fri topp gir en topp med horisontal fastholding stor økning i kapasitet.
- Setninger reduserer konstruksjonens stivhet.
- Store setninger reduserer kapasiteten kraftig.
- Spirskjøter senker kapasiteten, men langt mindre enn de øvrige endringene.
- Diskontinuitet i lastfordelende bjelke fører til økt last på enkelte spir og dermed redusert knekklast.
- Lokal knekklast av spir overestimerer kapasiteten i systemet.

Et typisk stillas kan sies å bli påvirket gjennom tre stadier. Først går det gjennom en prosjektering, der det blir gjort beregninger for hva stillaset skal kunne bære. I det neste stadiet skal stillaset bygges i henhold til denne prosjekteringen. Deretter blir det ferdig oppførte stillaset utsatt for ytre påvirkninger og laster. I alle disse tre stadiene er det muligheter for feil som kan gjøre at kapasiteten til konstruksjonen overskrides. Konstruksjonens robusthet fra prosjektering til ferdig oppført stillas blir derfor behandlet som separate tilfeller.

Prosjekteringsstandardenes sikkerhetsmarginer kan fort bli for små om det gjøres unøyaktige antagelser. Eksempelvis vil antagelser vedrørende koblingers stivhet være svært utslagsgivende for beregning av konstruksjonens knekklast. Dette, og andre spesielle egenskaper som varierer avhengig av system, bør basere seg på tester av det aktuelle systemets komponenter. Det konkluderes med at systemet behandlet i denne rapporten har liten robusthet mot feil i beregninger. Ulike feil kan oppstå under oppføring av konstruksjonen, slik som manglende diagonaler eller fotsokler som er skrudd ut for langt. Konstruksjonen er svært sårbar mot slike feil. Et egnet regelverk burde inkludere kompetansekrav til utførende og krav til kontroll under og etter oppføring av stillaskonstruksjoner.

En komplett og korrekt oppført reis er robust med hensyn på små setninger og horisontale forskyvninger. Men blir setningene så store at hele spir kan regnes for å miste sin bæreevne, vil det uansett gi en kraftig reduksjon i den totale kapasiteten.

# **10 Referanser**

- 1. Alustar. Alustar Presentasjon.
- 2. Alustar, *Monteringsveiledning*. 2013.
- 3. Jones, A. and B. Bell, *Bragg Revisited: Keeping UK's Temporary* Works Safe in the Dawning Eurocode Era.
- 4. Larsen, P.K., Dimensjonering av Stålkonstruksjoner. 2. ed. 2010.
- 5. Konstruksjon, F., Innhold.
- 6. Bell, K., *Matrisestatikk*. 2011: Tapir Akademisk Forlag.
- 7. Memon, B.-A. and X.-z. Su, Arc-length technique for nonlinear finite element analysis. JOURNAL-ZHEJIANG UNIVERSITY SCIENCE, 2004. 5(5): p. 618-628.
- 8. Peng, J., A. Pan, and S. Chan, *Simplified models for analysis and design of modular falsework*. Journal of Constructional Steel Research, 1998. **48**(2): p. 189-209.
- 9. Milojkovic, B., R. Beale, and M. Godley. Determination of the factors of safety of standard scaffold structures. in Advances in Steel Structures. Proceedings of the Third International Conference on Advances in Steel Structures. 2002.
- 10. Zhang, H. and K.J. Rasmussen, *System-based design for steel* scaffold structures using advanced analysis. Journal of Constructional Steel Research, 2013. **89**: p. 1-8.
- 11. Peng, J., S. Chan, and C. Wu, *Effects of geometrical shape and incremental loads on scaffold systems*. Journal of Constructional Steel Research, 2007. **63**(4): p. 448-459.
- 12. Peng, J.-l., et al., Analytical and experimental bearing capacities of system scaffolds. Journal of Zhejiang University SCIENCE A, 2009. **10**(1): p. 82-92.
- Prabhakaran, U., R. Beale, and M. Godley, Analysis of scaffolds with connections containing looseness. Computers & Structures, 2011. 89(21): p. 1944-1955.
- Chandrangsu, T. and K.J. Rasmussen, *Structural modelling of support scaffold systems*. Journal of Constructional Steel Research, 2011. 67(5): p. 866-875.
- 15. Chan, S., et al., *Stability analysis of semirigid steel scaffolding*. Engineering structures, 1995. **17**(8): p. 568-574.
- 16. Standard, N., NS-EN 12811-3, Utstyr for midlertidige arbeider Del 3: Belastningsprøving. 2008.
- 17. Enright, J., R. Harriss, and G.J. Hancock. *Structural stability of braced scaffolding and formwork with spigot joints.* in *Proceedings*

of the fifteenth international specialty conference on cold-formed steel structures. 2000.

- Godley, M. and R. Beale, Analysis of large proprietary access scaffold structures. Proceedings of the ICE-Structures and Buildings, 2001. 146(1): p. 31-39.
- Peng, J.-L., et al., *Experimental and numerical studies of practical system scaffolds*. Journal of Constructional Steel Research, 2013.
   91: p. 64-75.
- 20. Chan, S., H. Huang, and L. Fang, Advanced analysis of imperfect portal frames with semirigid base connections. Journal of Engineering Mechanics, 2005. **131**(6): p. 633-640.
- A.Y.T, C., C. S.L, and C. K.F, Stability of modular steels scaffolding systems —Theory and verification, in Advances in Building Technology, M. Anson, J.M. Ko, and E.S.S. Lam, Editors. 2002, Elsevier: Oxford. p. 621-628.
- 22. Yu, W., K. Chung, and S. Chan, *Structural instability of multi*storey door-type modular steel scaffolds. Engineering structures, 2004. **26**(7): p. 867-881.
- 23. Zhang, H., T. Chandrangsu, and K. Rasmussen, *Probabilistic* study of the strength of steel scaffold systems. Structural Safety, 2010. **32**(6): p. 393-401.
- 24. Profiler, H.A., Notat, Alustar system brukt som stempling av dekke. 2008.
- 25. SP, Alustar Aluminium Modular Scaffold Component Tests. 2012, SP Technical Research Institute of Sweden.

Vedlegg A:

Alustar systemstillas – Komponenter og egenskaper



Figur A.1: Spir





Figur A.2: Diagonal

Figur A.3: Spirskjøt og krans



Figur A.2: Fotsokkel



Figur A.3: Bjelke










Vedlegg B: Resultater

# **B.1 Knekkformer Focus Konstruksjon**



Uten diagonaler



Enkle diagonaler



Enkle diagonaler - Uten fotsokler

۲



8 8 8 8 Ŷ P T h Doble diagonaler



Uten setninger



En fjær

To fjærer

B

P



En bortfalt



To bortfalte

8

۲

T

A

# B.2 Resultater 2D modell i Abaqus

### **B.2.1 Modell uten setninger**



Figur B.2: Last-forskyvning. Ingen setninger

# B.2.2 Store setninger under ett spir



Figur B.4: Last-forskyvning. Store setninger under ett spir

B.2.3 Store setninger under to spir



Figur B. 6: Last-forskyvning i topp spir. Store setninger under to spir

B.2.4 Med ett fjæropplager



Figur B.7: Last-forskyvning i topp spir. Fjær under ett spir. Fjærstivhet: 5000 kN/mm



Figur B.8: Last-forskyvning i topp spir. Fjær under ett spir. Fjærstivhet:10000 kN/mm





Figur B. 9: Last-forskyvning i topp spir. Fjær under to spir. Fjærstivhet: 5000 kN/mm



Figur B.10:Last-forskyvning i topp spir. Fjær under to spir. Fjærstivhet:10000 kN/mm

B.2.6 Modell med diskontinuitet i bjelke



Figur B.11: Last-forskyvning med diskontinuitet i bjelke

### B.3 Resultater 3D modell

### Enkle diagonaler

Fri topp





Figur B.12: Elastisk knekkform,  $N_{cr}$ =41,78 kN

Figur B.13: Knekkform Riks-analyse



Figur B.14: Last-forskyvning. Enkle diagonaler; Uten svai



Figur B.75: Enkle diagonaler; Uten svai, uten slakk



Figur B.16: Enkle diagonaler; Uten svai, uten spirskjøt



Figur B.17: Enkle diagonaler; Uten svai, leddet spir-bjelkekoblinger



Figur B.18: Enkle diagonaler; Uten svai, stive spir-bjelkekoblinger



Figur B.19: Enkle diagonaler; Med svai



Figur B.20: Enkle diagonaler; Med svai, uten slakk i spir-bjelkekoblinger



Figur B.21: Enkle diagonaler; Med svai, stiv spir-bjelkekobling

# Fastholdt topp



Figur B.22: Elastisk knekkform,  $N_{cr}$ =48,67 kN



Figur B.23: Knekkform Riks-analyse



Figur B.24: Enkle diagonaler; Uten svai, fastholdt topp



Figur B.25: Enkle diagonaler; Med svai, fastholdt topp

# Doble diagonaler

## Fri topp





Figur B.26: Elastisk knekkform,  $N_{cr}$ =47,27 kN

Figur B.27: Knekkform Riks-analyse



Figur B.28: Doble diagonaler; Fri topp

# Fastholdt topp



Figur B.29: Elastisk knekkform, Ncr= 54,52 kN



Figur B.30: Knekkform Riks-analyse



Figur B.31: Doble diagonaler; Fastholdt topp

## Uten diagonaler

## Fri topp



Figur B.32: Elastisk knekkform, Ncr =1,08 kN







Figur B.34: Uten diagonaler; Med individuell svai, fri topp

# Fastholdt topp



Figur B.35:Elastisk knekkform, Ncr = 6,54 kN







Figur B.37: Uten diagonaler; Uten svai, fastholdt topp



Figur B.88: Uten diagonaler; Med individuell svai, fastholdt topp

Vedlegg C:

Stivhetsberegninger

### C.1 Stivhet i spirkoblinger

For å sette spirkomponenter sammen i høyden brukes en kobling hvor det nederste spiret har en skjøtetopp med mindre diameter enn resten av spiret som føres inn i det øverste spiret. Denne koblingens stivhet tas hensyn til i beregningsmodellen hvor den representeres av en ikkelineær rotasjonsfjær. I dette kapittelet vil beregningen av spirkoblingens stivhet bli gjennomgått. Stivheten er beregnet etter en modell presentert av SP [1].

Alle materialverdier brukt her vil være i samsvar med de verdier SP [2] har funnet etter materialprøver av Alustars stillassystem og tegninger fra Hydro [ REF ]. En materialfaktor på 1,1 legges til grunn.

	Spirrør		Spirtopp	
	E <sub>s</sub> [MPa]	f <sub>s</sub> [MPa]	E <sub>t</sub> [MPa]	f <sub>t</sub> [MPa]
Karakteristisk verdi	70000	250	70000	250
Ym	1,1		1,	1
Dimensjonerende	63600	227,3	63600	227,3
verdi				

### Fastheter

### Geometri

	Spir	Spirtopp	
10	180 mm	180 mm	
$\mathbf{d}_0$	48,3 mm	32,3 mm	
$d_i$	33 mm	17,5 mm	
t	7,7 mm	7,4 mm	

Vinkel  $\varphi_0$  er den vinkelen en maksimalt kan oppnå på grunn av slakke i koblingen.

$$\tan \varphi_0 = \frac{(d_{is} - d_{0t})}{l_0 / 2} = 0,0078 rad$$

Fra NS-EN 12812 har vi likevel minsteverdi på vinkelen:

 $\tan \varphi_{\min} = 0,0100 rad$ 



#### Bæreevne

For å bestemme spirkoblingens kapasitet må både spirtoppen og spirrørets kapasitet undersøkes.

Spir:

$$W_{pls} = 1,25 \times \frac{I_s}{(d_{0s}/2)} = 7,798 \times 10^3 mm^3$$

$$M_{ds} = f_{sd}W_{pls} = 1772Nm$$

Spirtopp: 
$$W_{plt} = 1,25 \times \frac{I_t}{(d_{0t}/2)} = 4,292 \times 10^3 mm^3$$

$$M_{dt} = f_{td} W_{plt} = \underline{975Nm}$$

#### Stivhet

Stivheten beregnes med hensyn på bøyning av spirrøret og spirtopp. Beregningene gjøres ved hjelp av bjelkeformler og en antagelse om at bøyningen kan regnes som bøyning av en fritt opplagt bjelke som vist i figur:



Fra tegning NSU0105 og NSU0106 har vi verdiene av 2. arealmoment, I:

 $I_{s} = 150,656 \text{ x } 10^{3} \text{ mm}^{3} \qquad \qquad I_{t} = 55,455 \text{ x } 10^{3} \text{ mm}^{3}$ 

Den totale stivheten får vi fra bøying av de to rørene tredd inn i hverandre. Dette gir to stivheter som kan regnes som seriekoblede. Den totale stivheten vil da være uttrykt ved:

$$K = 1/k_{sd} + 1/k_{td}$$
.

$$K = 3 / [L(\frac{1}{E_{sd}I_s} + \frac{1}{E_{td}I_t})] = 42,99 k Nm / rad$$

For å finne total rotasjon når den maksimale momentkapasiteten til koblingen inntreffer må koblingens slakke og stivhet kombineres.

$$\varphi_{tot} = \varphi_{slakk} + \frac{M_{dt}}{K} = 32,69 \times 10^{-3} \, rad$$

Figur C.1 viser sammenhengen mellom moment og rotasjon i spirkoblingen slik den er modellert i Abaqus-modellen.

Rotasion [rad]	Moment [Nm]
-0,0400	-975
-0,0327	-975
-0,0100	0
0	0
0,0100	0
0,0327	975
0,0400	975



Figur C.1: Stivhet i spirkobling

## C.2 Stivhet mellom fotsokkel og spir

I likhet med spirkoblingene er fotsoklene tredd inn i spiret for å koble de to sammen. Dette forutsetter at den ytre diameteren av fotsoklene er noe mindre enn indre diameter av spir, noe som gir opphav til en ikke-lineær oppførsel. Stivheten er beregnet etter en modell presentert av SP [1] og følger samme prinsipp som beregningen av spirkoblingers stivhet. Til forskjell fra spirkoblinger vil det ikke regnes med noen slakk i koblingen mellom fotsokler og spir. Grunnen er at fotsokkelen modelleres med en helning og det antas dermed at spirets innervegg allerede er kommet til anlegg i koblingen.

#### Fastheter

	Spirrør		Støttebein	
	E <sub>s</sub> [MPa]	f <sub>s</sub> [MPa]	Et [MPa]	f <sub>t</sub> [MPa]
Karakteristisk verdi	70000	250	210000	320
Υm	1	.,1	1,1	1
Dimensjonerende verdi	63600	227,3	190900	290,9

### Geometri

	Spir	Fotsokkel
lo	150 mm	150 mm
$d_0$	48,3 mm	32 mm
di	33 mm	
t	7,7 mm	

Slakkhet i koblingen er opphav til fotsokkelens helling.

 $\tan \varphi_0 = \frac{(d_{is} - d_{0f})}{l_0} = 0,0067 rad$ 

Minimumsverdi fra NS-EN 12812:

 $\tan \varphi_{\min} = 0,0100 rad$ 



#### Bæreevne

SP [1] har funnet at fotsokkelen er 29,04 mm på sitt smaleste og dette er det svakeste snittet i forbindelsen. Maks moment her blir:

Spirtopp:  $W_{plt} = 1,25 \times \pi \times d_{0t}^{3}/32 = 3,005 \times 10^{3} mm^{3}$ 

$$M_{dt} = f_{td} W_{plt} = \underline{874Nm}$$

På samme måte som for spirkoblinger beregnes stivheten:

 $I_{s} = 150,656 \text{ x } 10^{3} \text{ mm}^{3} \qquad \qquad I_{b} = 51,4 \text{ x } 10^{3} \text{ mm}^{3}$ 

 $K = 1/k_{sd} + 1/k_{td}$ 

$$K = 3 / [L(\frac{1}{E_{sd}I_s} + \frac{1}{E_{td}I_t})] = 145,54 kNm / rad$$

$$\varphi_{tot} = \frac{M_{dt}}{K} = 6,00 \times 10^{-3} rad$$

Rotasjon [rad]	Moment [Nm]
-0,0080	-874
-0,0060	-874
0,0000	0
0,0000	0
0,0000	0
0,0060	874
0,0080	874



#### Rotasjon

Figur C.2: Stivhet mellom fotsokkel og spir.

#### C.3 Stivhet lastfordelingsbjelke

Lastfordelingsbjelken lagt på toppen av reisen anses ikke å være horisontalt fastholdt. Det eneste som gir bjelken motstand mot horisontal forskyvning er de spir den er festet til. Om det antas at den utkragede toppen av de spirene som ligger utenfor det modellerte området av reisen kan regnes som fast innspent vil hvert spir bidra med en horisontal stivhet:

$$k_{x} = \frac{3EI}{L^{3}}$$

Om det antas 4 spir som bidrar på hver side av reisen vil hver side få en motstand på

$$k_x = 4 \times \frac{3EI}{L^3} = 4 \times \frac{3.70000 \cdot 150656}{355^3} = 2828N / mm$$

#### C.4 Vurdering av avstivere

Teorien om dimensjonering av avstivere regner med nødvendig stivhet  $k_{nødv}$  lik ligning C.1. Et stillasspir kan tilnærmes som en søyle som tvinges til å knekke ut i tre halvbølger av to like fjærer i tredjedelspunktene.

$$k_{n\phi dv} = k_{id} \left(\frac{d_0}{d} + 1\right)$$
 hvor  $k_{id} = 3 \frac{\pi^2 EI}{L_k^3}$  (C.4.1)

Stivhet i diagonaler kan finnes fra SPs tester av diagonaler [1]. Dimensjonerende verdier for diagonalens deformasjon og kraft langs aksen gir grunnlaget for beregning av diagonalens stivhet  $k_d$ . Virkningen denne stivheten har ortogonalt på spiret blir her omtalt som stivheten  $k_x$ .

Deformasjon [mm]	Kraft [kN]
0	0
1,48	0
2,27	0,42
4,98	1,85
7,36	3,27
10,52	4,7
17	6,12
27.01	6.99



Figur C.3: Aksialstivhet i diagonaler.

Slakken som oppstår ved begynnende pålasting kan sees på som en del av det opprinnelige formavviket. Så lenge kraften i diagonalen er mindre enn 4,7 kN vil følgende være en konservativ antagelse av stivheten:

$$k_{d} = \frac{4,7 \cdot 10^{3}}{10,52 - 1,48} = 519,9 \frac{N}{mm}$$
$$k_{x} = 519,9 \cdot \frac{3050}{3720} = 426,3 \frac{N}{mm}$$

Den utregnede stivheten antas å komme fra koblingen mellom spir og diagonal da aksialstivheten til diagonalen er mye høyere:  $\frac{AE}{L} = 32,1 \cdot 10^6 \frac{N}{mm}$ 

Om vi har et system som knekker ut i tre halvbølger vil den nødvendige stivheten avhengig av ønsket knekklengde og forholdet mellom initielt formavvik og tilleggsforskyvning arte seg som i Tabell C.1.

L <sub>k</sub> [mm]	k <sub>id</sub> [N/mm]	d₀ [mm]	d	k <sub>nødv</sub> [N/mm]
1100	234,6	5	do	469,2
1100	234,6	5	2 do	351,9
550	1876,8	5	do	3753,6
550	1876,8	5	2 do	2815,2

**Tabell C.1:** Nødvendig stivhet avhengig av ønsket knekklengde og d

Om det ønskes en knekklengde på 1100 mm må det forventes en forskyvning på  $1,22*d_0$  før søylen vil knekke ut i den ønskede knekkformen. Ønskes det derimot en knekklengde på 550 mm vil det kreve en ekstremt mye større stivhet. Tester av Alustars diagonalfeste under trykk og 45° helling gav en bruddlast på 22 kN [2]. Om det antas et formavvik på 5 mm vil kraften bli så stor at det er sannsynlig at diagonalfestet ryker.

Ved bruk av lange diagonaler øker faren for at diagonalen selv vil knekke. Ved lengder over 2175 mm vil den kritiske kraften for knekking være lavere enn diagonalfestets kapasitet.

Monteringsveiledningen legger til rette for å regne stillasets kapasitet basert på knekklengder. Hva som er korrekt knekklengde er derimot overlatt til brukeren selv å finne ut av. Dette kan by på problemer ved de lavere knekklengder eller ved bruk av lange diagonaler da det ikke er tilstrekkelig stivhet for å oppnå de ønskede knekkformer.

## Vedlegg D: Bjelkens differensialligning – Svak form

Med antatte formfunksjoner N, aksialkraft N, knutepunktsforskyvninger v og tverrbelastning p kan den svake formen uttrykkes som

$$\mathbf{S} = (EI\int_{0}^{L} (\mathbf{N}')^{T} \mathbf{N}'' dx + N\int_{0}^{L} (\mathbf{N})^{T} \mathbf{N}' dx) \mathbf{v} - \int_{0}^{L} p \mathbf{N}^{T} dx$$
$$\mathbf{S} = (\mathbf{k}_{m} + \mathbf{k}_{G}) \mathbf{v} + \mathbf{S}^{0}$$

Hvor

$$\mathbf{k}_m = EI \int_0^L (\mathbf{N}^{\prime})^T \mathbf{N}^{\prime} dx \qquad \mathbf{k}_G = N \int_0^L (\mathbf{N}^{\prime})^T \mathbf{N}^{\prime} dx \qquad \mathbf{S}^0 = -\int_0^L p \mathbf{N}^T dx$$

 $\mathbf{k}_m$  er materialstivhet

**k***G* er geometrisk stivhetsmatrise

**S** er elementendekrefter

 $\mathbf{S}^{0}$  er krefter som virker på elementet

Under forutsetning av at aksialkreftene er proporsjonale med forskyvningene og at disse er små kan superposisjon mellom lastene  $\mathbf{R}$  og elementkreftene  $\mathbf{S}$  benyttes. Systemets stivhetsrelasjon kan skrives som

$$[\mathbf{R}] = \left( [\mathbf{K}_m] + [\mathbf{K}_G] \right) \{\mathbf{r}\}$$

Hvor

R er lastvektor

- **r** er forskyvningsvektor
- $\mathbf{K}_{m}$  er systemets materialstivhet
- **K**<sub>G</sub> er systemet geometriske stivhetsmatrise

# 11 Vedlegg E: Knekkapasitet etter EN 1999-1-1:2007

Dimensjonerende knekkapasitet er gitt ved

$$N_{b,Rd} = \kappa \chi A f_0 / \gamma_{M1}$$

Hvor:

- X Reduksjonsfaktor for den relevante knekkformen
- к Faktor for svekkende effekt av sveising, se tabell nederst på siden

A Tverrsnitt

- $f_0$  Karakteristisk flytespenning
- $\gamma_{M1}$  Partialfaktor for motstand mot instabilitet

Reduksjonsfaktoren kan finnes fra

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \overline{\lambda}^2}} \quad \text{men} \quad \chi < 1, 0$$

Hvor:

$$\phi = 0,5(1 + \alpha(\overline{\lambda} - \overline{\lambda}_0) + \overline{\lambda}^2)$$
$$\overline{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_0}{N_{cr}}}$$

α Imperfeksjonsfaktor fra tabell

 $\overline{\lambda}_0$  Grensen til det horisontale platået, se tabell

 $N_{cr}$  Elastisk kritisk kraft for den aktuelle knekkformen

Material buckling class according to Table 3.2	α	$\overline{\lambda}_0$
Class A	0,20	0,10
Class B	0,32	0,00

Class A material according to Table 3.2	Class B material according to Table 3.2
$\kappa = 1 - \left(1 - \frac{A_{1}}{A}\right) 10^{-\overline{\lambda}} - \left(0,05 + 0,1\frac{A_{I}}{A}\right) \overline{\lambda}^{1,3(1-\overline{\lambda})}$ with $A_{1} = A - A_{haz}(1 - \rho_{o,haz})$ in which $A_{haz}$ = area of HAZ	$\begin{aligned} \kappa &= 1 \text{ if } \overline{\lambda} \le 0,2 \\ \kappa &= 1 + 0,04(4\overline{\lambda})^{(0,5-\overline{\lambda})} - 0,22\overline{\lambda}^{1.4(1-\overline{\lambda})} \\ \text{ if } \overline{\lambda} > 0,2 \end{aligned}$