

Knekklast for platefelt med aksiallast

Ruben Zahlquist

Bygg- og miljøteknikk (2 årig)

Innlevert: juni 2013

Hovedveileder: Arne Aalberg, KT

Medveileder: Per Kristian Larsen, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk



MASTEROPPGAVE 2013

FAGOMRÅDE: Stålkonstruksjoner	DATO: 10.06.2013	ANTALL SIDER: 114 (+52)
----------------------------------	---------------------	----------------------------

TITTEL:

Knekklast for platefelt med aksiallast

Buckling of stiffened Plates subjected to axial Load

UTFØRT AV:

Ruben Zahlquist



SAMMENDRAG:

Eurokodene NS-EN1993-1-5 og NS-EN1999-1-1 gir tre forskjellige metoder for å beregne knekklasten til en avstivet plate. Det er usikkert hvor godt disse treffer den virkelige knekklasten. I tillegg er det usikkert hvor formlene for knekklast, i EN1993-1-1, kommer fra. Det har blitt gjennomført litteraturstudium hvor det blant annet er blitt sett på Timoshenko's plateteori. Det er blitt gjennomført beregningseksempler for de forskjellige metodene, som dermed er sammenlignet med knekkspenningene fra tilsvarende elementanalyser gjort i ABAQUS. Det har også sett på programmet EBPlate, et alternativt for å finne knekklasten til avstivede plater.

Gjennom litteraturstudiet er det blitt sett på hvor beregningsmetodene i standardene kommer fra. Det er vist en sammenheng mellom formlene for utregning av knekklast mellom Timoshenko's plateteori og EN1993-1-5 for plater som knekker med en sinushalvbølge i lengderetning. Det er også funnet noe som antas å være en feil i formelen for knekkfaktor i EN1993-1-5.

Ved sammenligning av knekklastene fra beregningene og elementanalysen konkluderes det med at EN1999-1-5 metode 1 gir veldig konservative resultat mens metode 2 gir konservative resulater som stort sett avvik med 2-5%. Videre gir EN1993-1-5 de mest nøyaktige knekklastene (0-1% avvik), men er tidvis ukonservativ. Beregningene for Timoshenko's plateteori avviker lite (1-2%) fra elementanalysen men er ukonservative.

FAGLÆRER: Førstemanuensis Arne Aalberg

VEILEDER(E): Førstemanuensis Arne Aalberg

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk, NTNU



MASTEROPPGAVE VÅREN 2013

Ruben Zahlquist

Knekklast for platefelt med aksiallast

Buckling of stiffened plates subjected to axial load

1. Bakgrunn

Plater med stivere (platefelt) inngår i store bjelker, broer, beholdere, skip og andre større konstruksjoner. Ofte er platefeltene belastet med aksiallast i sitt plan, langs stiverene. Beregningsregler for både elastisk knekking og kapasitet er gitt i stål- og aluminiumsstandarden, og i annen litteratur som lærebøker og artikler. Formler og uttrykk for knekkmotstanden varierer etter hvilke platefelt- og stivergeometrier som er undersøkt, og hvilken teori og hvilke antakelser som er benyttet ved utviklingen.

Beregning av oppførselen og den virkelige kapasitet til plater med stivere er godt egnet for simuleringer med datamaskinprogrammer. Slike simuleringer kan derfor gi god støtte til vurderinger av reglene og formlene som er stilt opp. Oppgaven omfatter litteraturundersøkelse, sammenligninger av regler, og numeriske simuleringer for utvalgte geometrier av avstivede plater. Arbeidet kan benytte resultater og eksempler fra tidligere studentarbeider for platefelt med stivere, og eksempler fra utførte konstruksjoner fra ulike prosjekter.

2. Gjennomføring

Opgaven kan gjennomføres med følgende elementer:

- Redegjøre kort for beregningsreglene for knekklast og kapasitet for aksialbelastede uavstivede plater (spesielt NS EN 1993-1-5).
- Se spesielt på formler og prosedyrer for å beregne elastisk knekklast for plater med stivere. Her bør det sees på formlene i stålstandarden (NS EN 1993-1-5), aluminiumsstandarden (NS EN 1999-1-1) og ulike lærebøker. Metoder som bør behandles er «søyle på elastisk underlag», og ulike numeriske metoder som f.eks EBPlate.
- Gjøre håndberegninger for elastisk knekklast for utvalgte konstruksjonseksempler med avstivede plater (platefelt). Sammenligne knekklasten funnet med de ulike metodene.
- Etablere FE modeller av de samme eksemplene, og beregne knekklast. Sammenligne.
- Se på forskjeller, vurdere grunn for ulikheter, vurdere hvilke metoder som er mest effektive.

- Evt utføre ikkelineære analyser for å finne platefeltksemplenes virkelige kapasitet. Sammenligne med håndregnemethodene og betydningen for den endelige kapasiteten.

Kandidaten kan i samråd med faglærer velge å konsentrere seg om enkelte av punktene i oppgaven, eller justere disse.

3. Rapporten

Oppgaven skal skrives som en teknisk rapport i et tekstbehandlingsprogram slik at figurer, tabeller og foto får god rapportkvalitet. Rapporten skal inneholde et sammendrag, evt. en liste over figurer og tabeller, en litteraturliste og opplysninger om andre relevante referanser og kilder. Oppgaver som skrives på norsk skal også ha et sammendrag på engelsk. Oppgaven skal leveres igjennom «DAIM».

Sammendraget skal ikke ha mer enn 450 ord og være egnet for elektronisk rapportering.

Masteroppgaven skal leveres innen 10. juni 2013

Trondheim, 14. januar 2013

Arne Aalberg
Førsteamanuensis, Faglærer

Forord

Denne rapporten utgjør masteroppgaven, den avsluttende oppgaven på toårig masterpåbygging ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU). Rapporten er utarbeidet av Ruben Zahlquist ved Institutt for konstruksjonsteknikk våren 2013.

Rapporten tar for seg de forskjellige reglene for utregning av knekklast etter Eurokode EN1993-1-5 og EN1999-1-1. Det blir også tatt for seg alternative metoder for beregning av knekklast som Timoshenko's plateteori og plateprogrammet EBPlate. Det vil bli gjennomført regneeksempler hvor de resulterende knekklastene vil bli sammenlignet med knekklastene beregnet ved bruk av elementmetodeprogrammet ABAQUS.

Forfatteren av denne oppgaven vil takke veileder Arne Aalberg ved Institutt for konstruksjonsteknikk for god oppfølging og bistand under arbeidet.

Trondheim 10. juni 2013



Ruben Zahlquist

Sammendrag

I denne masteroppgaven er det gjennomført litteraturstudium, beregninger og elementanalyse for avstivede plater. Eurokodene NS-EN1993-1-5 [1] og NS-EN1999-1-1 [2] gir tre forskjellige metoder for å beregne knekklasten til en avstivet plate. Det sees nærmere på hvor godt disse treffer sammenlignet med den virkelige knekklasten. Beregningsmetoden i EN1993-1-5 har formler det er uklart hvor kommer fra, dette blir derfor studert.

Via litteraturstudiet er bakgrunnen for beregningsmetodene for knekklast i EN1993-1-5 og EN1999-1-1 funnet. I tillegg er det blitt studert to andre metoder for beregning av knekklast, nemlig Timoshenko sin plateteori [3] og plateteorien brukt i dataprogrammet EBPlate [4]. Det er funnet sammenheng mellom beregningsmetodene i Timoshenko og EN-1993-1-5 for plater som knekker med en sinushalvbølge i lengde og bredderetning. Det er også funnet noe som antas å være en feil i formelen for knekkfaktor i EN1993-1-1.

Det er utført regneeksempler for de studerte beregningsmetodene hvor det er regnet på knekklasten for en ensidig avstivet- og en tosidig avstivet plate. Geometriene ble valgt slik at de hadde lik bøyestivhet i x- og y-retning og dermed kunne sammenlignes med hverandre. Det er regnet på plater med lengde 2-20 meter.

Det er utført knekkingsanalyser for platene i elementprogrammet ABAQUS. Resultatene fra elementanalysen er blitt brukt til å bestemme hvor stort avvik beregningsmetodene har.

Ved sammenligning av knekklastene fra beregningene og elementanalysen konkluderes det med at EN1999-1-1 metode 1 gir veldig konservative resultat, med avvik på 10-15% for de fleste platelengder. EN1999-1-1 metode 2 gir også konservative resultater, men avviker med 2-5%, altså betydelig mindre. Videre ga EN1993-1-1 de mest nøyaktige knekklastene med avvik på $\pm 0-1\%$, men avviker ukonservativ ved enkelt platelengder. Beregningene for Timoshenko's plateteori avviker lite, rundt $-1-2\%$ fra elementanalysen, men er vist å være ukonservative for alle platelengdene.

Abstract

This master thesis consists of literature studies, calculations and finite element analysis for stiffened plates. The Eurocodes NS-EN1993-1-5 [1] and NS-EN1999-1-1 [2] provides three different methods for calculating the buckling load of a stiffened plate. It is, however, uncertain how accurate these methods are, compared with the real buckling load. In addition to this, there are some uncertainties regarding where some of the formulas in EN1993-1-5 come from.

The background for the calculation methods of the buckling load in NS-EN1993-1-5 and NS-EN1999-1-1 is found through the literature study. In addition, it has been looked at two other methods for calculating the buckling load, namely Timoshenko's plate theory [3] and the plate theory used in the computer program EBPlate [4]. A correlation between the calculation methods in Timoshenko and EN-1993-1-5 for plates that buckle with one sine half wave in length and width direction is found. In addition, something that is believed to be an error in the formula for the buckle factor in EN1993-1-1 is identified.

It has been performed buckling load calculations for the studied methods for one-sided and a two-sided stiffened plate. The geometries were selected so that they have equal flexural rigidity in the x- and y-direction, and can therefore be compared with each other. The calculations have been performed on the plates ranging from 2-20 meters.

Det er utført knekkingsanalyse for platene i elementprogrammet ABAQUS. The geometry from the calculation examples are modeled in the element program ABAQUS and then performed buckling analysis on. The results are used to determine the deviation within the calculation methods.

When comparing the buckling loads from the calculations with the finite element analysis, it is concluded that the EN1999-1-1 Method 1 gives very conservative results that deviate around 10-15% for most plate lengths. EN1999-1-1 Method 2 also provides conservative results, but deviate around 2-5%, i.e. considerably less. Furthermore, the method in EN1993-1-1 give the most accurate buckling loads with a deviation of $\pm 0-1\%$, but are unconservative for some plate lengths. The calculations from Timoshenko plate theory does not deviate much, around $-1-2\%$ from the element analysis, but are shown to be unconservative for all of the plate lengths.

Innhold

Forord	i
Sammendrag	iii
Abstract	v
1 Innledning	2
2 Teori for plater	4
2.1 Elastisk plateknekking	4
2.2 Differensialligningen for plateknekking	7
2.3 Kritisk kraft for enkle rektangulære plater	9
2.3.1 Plater med enaksialt trykk	9
2.4 Kapasitet for plater uten stivere	11
2.4.1 Plateoppførsel	12
2.4.2 Søyloppførsel	13
2.4.3 Interaksjon mellom plate- og søyloppførsel	14
3 Teori for avstivede plater	16
3.1 Timoshenko's Plateteori	16
3.2 EN 1993-1-5, plater påkjent i plateplanet	20
3.2.1 Bakgrunnen for knekkspenningsformlene	21
3.3 EN 1999-1-1, Prosjektering av aluminiumskonstruksjoner	23
3.3.1 Metode 1, Plate på elastisk underlag	23
3.3.2 Metode 2, Knekklast for ortotrop plate	25
3.4 Kapasitetberegninger for avstivet plate	27
3.5 EBPlate, alternativ beregning av knekkklaster	28
4 Finite Element Method (FEM) analyse i ABAQUS	30
4.1 Elementtyper	30

4.1.1	Skallelement	30
4.1.2	Bjelkeelement	32
4.2	Knekkingsanalyse	32
5	Analyse	34
5.1	Modellering	34
5.1.1	Geometri	34
5.1.2	Elementnett - Mesh	35
5.1.3	Asseby og constrain betingelser	35
5.1.4	Last- og opplagerbetingelser	37
5.2	Resultat	39
6	Beregninger	42
6.1	Geometri og materialer	42
6.2	MathCad dokumentet	43
6.2.1	Ensidig avstivet plate	43
6.2.2	Tosidig avstivet plate	57
6.3	Beregningsresultat for ensidig avstivet plate	71
6.3.1	Timoshenko's plateteori	71
6.3.2	Eurokode	75
6.3.3	Resultat fra utledet formel for knekkspenning etter EN1999-1-1, metode 2	77
6.3.4	Resultat fra EBPlate	80
6.4	Beregningsresultat for tosidig avstivet plate	81
6.4.1	Timoshenko's plateteori	81
6.4.2	Eurokode	82
7	Sammenligning av resultat	84
7.1	Ensidig avstivet plate	84
7.1.1	Timoshenko's plateteori og EN1999-1-1-Met.2-modifisert sammen- lignet med ABAQUS-analyse	84
7.1.2	EN1993-1-5 og EN1999-1-1 sammenlignet med ABAQUS-analyse	87
7.2	Tosidig avstivet plate	93
7.3	Sammenligning av knekkspenninger for en- og tosidig avstivet plate	94

8 Konklusjon	96
Figurlist	98
Tabelliste	100
Bibliografi	103
Vedlegg	V1
A Utledninger	V1
A.1 Utregning av c_i	V1
A.2 Beregning av sinus-ledd for $n = 3 - 6$	V3
A.3 Sammenligning av grenseverdier	V5
A.4 Utledning av knekkspenningsformel for ortotrope plater	V7
A.5 Beregning av I_y fra en- til tosidig avstivet plate	V9
A.6 Sammenligning av Sinus- og ABAQUS-deformasjon	V11
B Analyseoversikt	V13
B.1 Knekkspenning og knekkformer fra ABAQUS	V13

Kapittel 1

Innledning

Avstivede plater brukes både i skips- og offshoreindustrien, som deksplater, bæresystem for flyteplattformer og skipsskrog. De brukes også i andre konstruksjoner, for eksempel brobjelker og brokasser. Det har vært en økende interesse for avstivede plater de siste tiårene. Dette skyldes den store aksial og momentkapasiteten disse klarer å oppnå, spesielt i forhold til deres vekt og slankhet.

I dag eksisterer det en rekke framgangsmåter for å finne kapasitet til avstivede plater. I denne oppgaven vil det bli sett på framgangsmåter for utregning av knekklast/knekkspenninger for aksialbelastede avstivede plater. Det vil i Kap. 3 bli sett på fire teorier for utregning av knekklast, hvor det blir sett på en metode fra NS-EN1993-1-5 [1], to metoder fra NS-EN1999-1-1 [2] og en metode fra Timoshenko's plateteori [3]. Det vil også bli sett på plateprogrammet EBPlate, som gir en alternativ metode for beregning av knekklast. For bedre forståelse er det introdusert kort om teorien for plater uten stivere som utgjør Kap. 2.

Videre vil det bli gjennomført regneeksempler med gitte geometrier fra de forskjellige teoriene. Disse vil bli sammenlignet med knekkanalyser utført i elementmetodeprogrammet ABAQUS. I Kap. 4 vil det bli kort skrevet om elementmetoden. Kap. 6 og 5 tar for seg resultatene fra beregningene og analysene. I Kap. 7 vil resultatene sammenlignet og vurdert.

Kapittel 2

Teori for plater

Teorien for enkle plater er bakgrunnen for den største delen av teorien for avstivede plater. Det er derfor nødvendig å ha en forståelse for hvordan enkle plater oppfører seg. I dette kapittelet vil teorien for plater uten stivere bli presentert.

2.1 Elastisk plateknekking

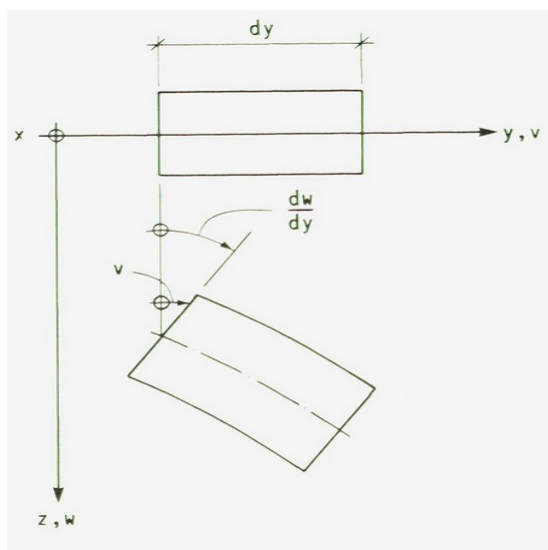
Grunnlaget til teorien for plateknekking ligger i teorien for platebøyning. Sammenhengen mellom spenning og tøyning er gitt av Hookes lov

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

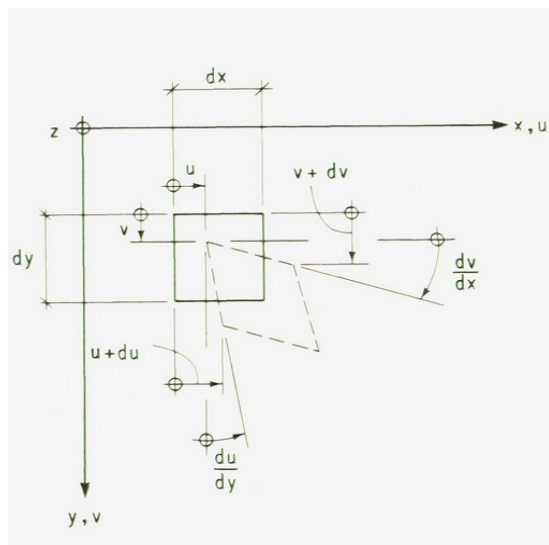
Bernoulli-Naviers hypotese er benyttet til å utlede uttrykk for sammenhengen mellom krumning og tøyning som er vist i Fig 2.1.

$$\begin{aligned} u &= -\frac{\partial w}{\partial x} z \Rightarrow \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ v &= -\frac{\partial w}{\partial y} z \Rightarrow \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.3)$$



(a) Krumning om x-aksen

(b) Skjærdeformasjoner for et element $dx dy dx$ i x-y-planet**Figur 2.1:** Sammenheng mellom krumning og tøyning [5]

Sammenhengen mellom spenning og krumning finnes ved å sette ligning (2.2) og (2.3) inn i ligning (2.1), som gir

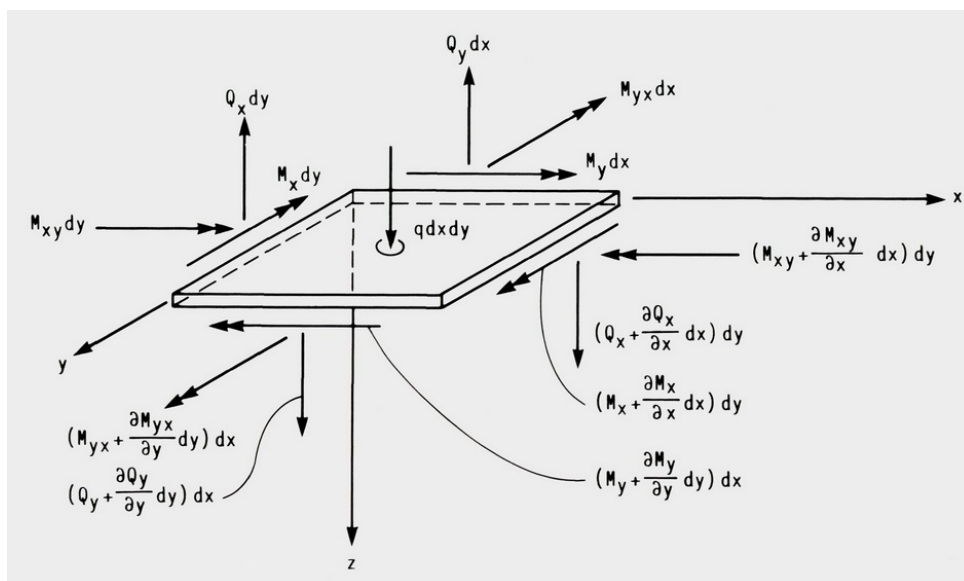
$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \frac{E}{1 - \nu^2} z \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{,xx} \\ w_{,yy} \\ 2w_{,xy} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Integreres spenningene over platetykkelsen blir uttrykket for spenningsresultantene M_x , M_y og M_{xy} (moment pr lengdeenhet) lik

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} z \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} dz = -D \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{,xx} \\ w_{,yy} \\ 2w_{,xy} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Hvor D er platestivheten

$$D = \frac{E}{1 - \nu^2} \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} z^2 dz = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2.6)$$



Figur 2.2: Platens spenningsresultanter [5]

Videre settes likevektslikningene opp på basis av Fig. 2.2. Bli det sett bort fra 2. ordens leddene gir dette følgende kraftlikevekt i z-retning og momentlikevekt om x- og y-aksen

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} &= -q \\ \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} &= Q_x \\ \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} &= Q_y \end{aligned} \quad (2.7)$$

Ligning (2.7)(2) og (2.7)(3) deriveres med hensyn på henholdsvis x og y, summeres og settes inn i ligning (2.7)(1). Dette gir platens differensialligning uttrykt ved momentene

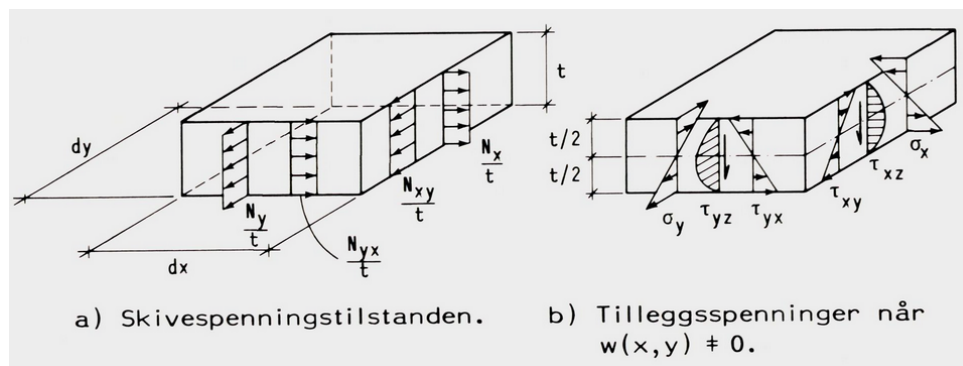
$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -q \quad (2.8)$$

Settes uttrykkene for moment-krumning fra ligning (2.5) inn i formel (2.8), kan differensialligningen uttrykkes ved nedbøyningen w

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \nabla^4 w = \frac{q}{D} \quad (2.9)$$

2.2 Differensialligningen for plateknekkning

Det er satt som forutsetning i ligning (2.7) og (2.8) at platen kun er belastet med tverrlast q og at forskyvningen w var liten. Dette gir spenningene $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_{xy} = 0$ i platens middelplan.



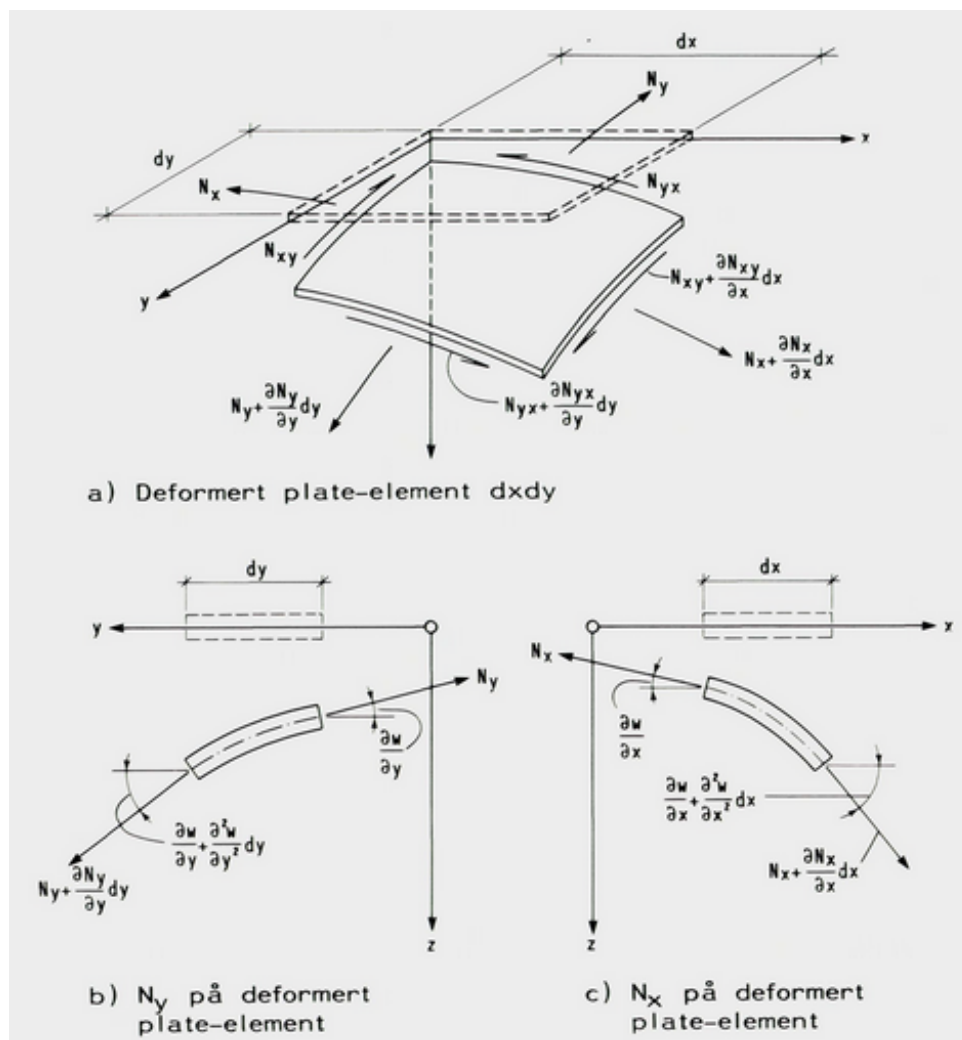
Figur 2.3: Bøye- og skivespenninger i plate [5]

Dersom platen blir utsatt for skivekrefter N_x , N_y og N_{xy} i platens plan, vil det oppstå skivespenninger σ_x , σ_y og τ_{xy} som er jevnt fordelt over platens tykkelse, illustrert i Fig. 2.3 b.

Blir det sett på et infinitesimalt element $dx dy$ så har N_x , N_y og N_{xy} en helning relativ til xy -planet i deformert tilstand. Dette fører til komponenter i z -retning som må inkluderes i likevektsligningen for denne retningen, se Fig. 2.4. Neglisjeres 2.ordens ledd ser man av Fig. 2.4 at likevektsligningene for x -, y - og z -retningen skives som

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{yx}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial N_x}{\partial z} + \frac{\partial N_y}{\partial z} = \left(N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial N_x}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial N_y}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (2.11)$$



Figur 2.4: Skivekrefter på deformert element [5]

Dersom 2.ordens ledd igjen neglisjeres og z -retningens skivekrefter betraktes som en fordelt ekvivalent tverrlast blir

$$q_{ekv}(x, y) = N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.12)$$

Innsatt i ligning (2.9) fra forrige kapittel gir differensialligningen for plateknekkning

$$\nabla^4 w = \frac{1}{D} \left(N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (2.13)$$

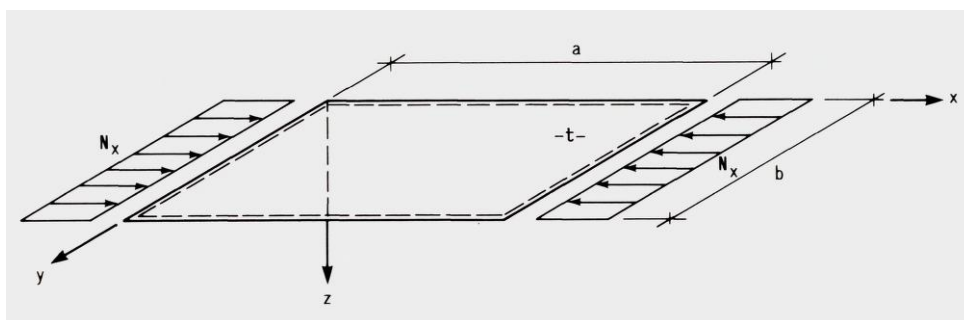
2.3 Kritisk kraft for enkle rektangulære plater

Videre blir det sett på en enkel rektangulær plate som er fritt opplagt langs alle rander. Teorien skiller mellom belastningstyper som enaksialt trykk, momentbelastning, skjærbelastninger og kombinasjoner av disse. Etttersom oppgaven omhandler aksialbelastede plater vil det kun bli sett på teorien for plater påkjent av enaksialt trykk.

2.3.1 Plater med enaksialt trykk

En plate utsatt for skivekraft N_x i x -retning vil få følgende forenklet differensialligning

$$\nabla^4 w + \frac{N_x}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (2.14)$$



Figur 2.5: Enkel rektangulær plate med fritt opplagte rander og enaksialt trykk [5]

Det blir antatt en dobbelt trigonometrisk sinusbasert forskyvningsfunksjon, som vil si at platen deformerer seg med et gitt antall sinushalvbølger i bredde og lengderetning

$$w(x, y) = w_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2.15)$$

Her er m og n antall sinus knekkbølger i x - og y -retning.

Forskyvningsfunksjonen blir innsatt i differensialligningen og den ikke-trivielle løsningen, $w_{mn} \neq 0$ blir løst for N_x

$$N_x = N_{x,cr} = \frac{\pi^2 D}{b^2} \left(m \frac{b}{a} + \frac{n^2 a}{m b} \right)^2 \quad (2.16)$$

Settes platestivheten D inn i formel (2.16), kan den elastiske knekkspenningen skrives som

$$\sigma_{x,cr} = \frac{N_{x,cr}}{t} = k_{\sigma} \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 = k_{\sigma} \cdot \sigma_e \quad (2.17)$$

Hvor

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2.18)$$

$$k_{\sigma} = \left(m \frac{b}{a} + \frac{n^2 a}{m b}\right)^2 \quad (2.19)$$

Formelen for elastisk knekkspenning inneholder to variabler, σ_e og k_{σ} . σ_e er grunnleggende knekkspenning som er avhengig av materialets E-modul (E), kontraksjonstall (ν) og platenes slankhet ved forholdet b/t . Knekkfaktoren k_{σ} tar hensyn til platenes randbetingelser og fordeling av de ytre lastene.

For å finne den minste kritisk spenningen må k_{σ} være minst mulig med hensyn på m og n . Dette krever at $n=1$, og betyr at platen knekker i en sinushalvbølge i y -retning. Videre betraktes k_{σ} som en kontinuerlig funksjon av a/b og ekstremalverdien blir bestemt ved å løse ligningen

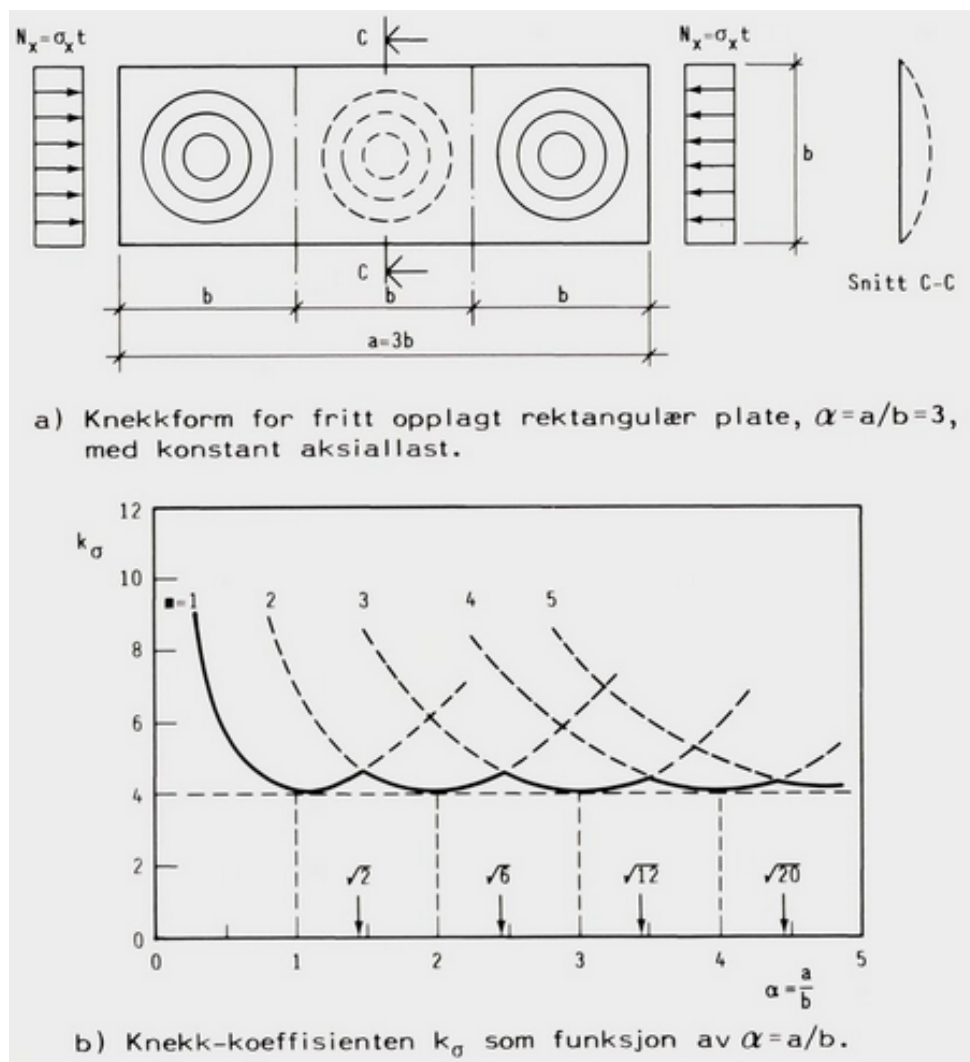
$$\frac{\partial k_{\sigma}}{\partial (a/b)} = 2 \left(\frac{m}{a/b} + \frac{1}{m} \frac{a}{b}\right) \left(-\frac{m}{(a/b)^2} + \frac{1}{m}\right) = 0 \quad (2.20)$$

Ligningen er tilfredsstilt for $m=a/b$

Dersom sidekantforholdet a/b er et heltall vil platen knekke ut i $m=a/b$ sinushalvbølger hvor knekketallet $k_{\sigma} = 4.0$. For å finne et uttrykk for overgangen mellom knekkformene når $m = m + 1$, settes uttrykket $k_{\sigma}(m) = k_{\sigma}(m + 1)$ opp. Overgangen skjer da ved

$$\frac{a}{b} = \sqrt{m \cdot (m + 1)} \quad (2.21)$$

som også er vist i Fig. 2.6



Figur 2.6: Elastisk knekking av rektangulær plate med konstant aksiallast [5]

For en fritt opplagt plate med aksialt trykk kan k_σ settes lik

$$\begin{aligned}
 k_\sigma &= 4 & \text{for } \alpha = a/b \geq 1 \\
 k_\sigma &= \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 & \text{for } \alpha = a/b < 1
 \end{aligned}
 \tag{2.22}$$

2.4 Kapasitet for plater uten stivere

I denne oppgaven er det valgt å gå i dybden for teorien om platers knekklast. Knekklasten er ikke lik kapasiteten til platen, men en parameter som brukes til å finne platens kapasitet.

Kapasiteten av en plate er hvor stor belastning den tåler. Videre følger en kort beskrivelse av hvordan kapasiteten til en uavstivet plate beregnes.

Det skilles her mellom *plateoppførsel* og *søyleoppførsel* som gir forskjellig framgangsmåter for utregning av kapasitet. Til slutt blir disse kombinert i en interasjonsformel som brukes til å beregne den endelige kapasiteten.

2.4.1 Plateoppførsel

Framgangsmåten for utregning av aksialkapasitet ved plateoppførsel er beskrevet i NS-EN 1993-1-1 [6], delkapittel 6.2.4. Den dimensjonerende tverrsnittskapasitet $N_{c,Rd}$ er fastsatt som

$$\begin{aligned} N_{c,Rd} &= \frac{Af_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{for tverrsnitt av klasse 1, 2 eller 3} \\ N_{c,Rd} &= \frac{A_{eff}f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{for tverrsnitt av klasse 4} \end{aligned} \quad (2.23)$$

hvor γ_{M0} er sikkerhetsfaktor. Det effektive arealet, A_{eff} , er definert i NS-EN 1993-1-5 [1], delkapittel 4.4

$$A_{c,eff} = \rho A_c \quad (2.24)$$

Her er ρ definert som reduksjonsfaktor for plateknekking. Standarden skiller mellom trykk i interne- og utstikkende elementer. Denne oppgaven tar for seg plater som er fritt opplagt langs alle rander. Reduksjonsfaktoren ρ er da definert som

$$\begin{aligned} \rho &= 1 \quad \text{for} \quad \bar{\lambda}_p \leq 0.673 \\ \rho &= \frac{\bar{\lambda}_p - 0.055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1.0 \quad \text{for} \quad \bar{\lambda}_p > 0.673, \text{ hvor } (3 + \psi) \geq 0 \end{aligned} \quad (2.25)$$

hvor $\bar{\lambda}_p$ er plateslankhet

$$\bar{\lambda}_p = \frac{\bar{b}/t}{28.4\epsilon\sqrt{k_\sigma}}$$

hvor

ψ - er spenningsforholdet (tabell 4.1 i standarden)

\bar{b} - er den hensiktsmessige bredden av platen (tabell 5.2 i EN1993-1-1)

k_σ - er knekkfaktoren beskrevet tidligere, formel (2.22)

t - er platetykkelsen

$$\epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y(N/mm^2)}}$$

2.4.2 Søyloppførsel

Bakgrunnen til utregning av søyloppførsel til en plate er at den kan deles opp i mange små deler i lengderetning. Disse vil da knekke som en søyle (utenom de nærmest randen). Dette gjelder kun for korte plater som er innenfor forholdet $a/b < 1$.

For søyloppførsel regnes det ut en elastisk kritisk knekkspenning for søyler, se NS-EN1993-1-5 punkt 4.5.3(2)

$$\sigma_{cr,c} = \frac{\pi^2 Et^2}{12(1 - \nu^2)a^2} \quad (2.26)$$

Videre finnes den relative søyleslankheten $\bar{\lambda}_c$ for uavstivede plater, definert i punkt 4.5.3(4)

$$\bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,c}}} \quad (2.27)$$

Den relative søyleslankheten kan videre brukes til å regne ut reduksjonsfaktoren χ for søyler. Den er definert i NS-EN 1993-1-1 som

$$\chi_c = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}_c^2}} \quad (2.28)$$

der

$$\Phi = 0.5 \left[1 + \alpha_e (\bar{\lambda} - 2) + \bar{\lambda}^2 \right] \quad (2.29)$$

Her brukes det verdier for α_e som for uavstivede plater. Dermed kan aksialkapasiteten for søyleoppførsel finnes ved bruk av formelen

$$N_{c,Rd} = \frac{f_y A \chi_c}{\gamma_{M1}} \quad (2.30)$$

2.4.3 Interaksjon mellom plate- og søyleoppførsel

Endelige reduksjonsfaktor ρ_c kan dermed beregnes ved en interaksjonsformel mellom plate- og søyleoppførsel. Denne er oppgitt i NS-EN 1993-1-5, kapittel 4.5.4

$$\rho_c = (\rho - \chi_c) \xi (2 - \xi) + \chi_c \quad (2.31)$$

hvor

$$\xi = \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} - 1 \quad \text{gitt at} \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (2.32)$$

Her er $\sigma_{cr,p}$ den elastiske kritiske plateknekkspenningen og $\sigma_{cr,c}$ den elastiske kritiske søyleknekkspenningen. Altså er ξ en skaleringsfaktor som avgjør hvor mye som skal tas med av reduksjonsfaktoren for plate- og søyleknekkning. For korte plater vil reduksjonsfaktoren for søyleknekkning (χ_c) dominere, men for lange plater vil reduksjonsfaktoren for plateknekkning (ρ) bli dominerende.

Endelig aksialkapasitet blir da

$$N_{b,Rd} = \frac{A_{c,eff} f_y}{\gamma_{M1}} \quad (2.33)$$

hvor $A_{c,eff} = \rho_c A_c$

Kapittel 3

Teori for avstivede plater

Ved avstiving av en plate vil teorien for beregning av knekklast bli mer komplisert. Stivere vil gi et bidrag til bøyestivheten i stiverretning. Det vil også oppstå torsjonsstivheter som kan gi økt knekklast. Det eksisterer flere metoder for å finne knekklasten til avstivede plater. I dette kapitlet vil det beskrives fire metodene definert i standardene EN 1999-1-1 [2], EN 1993-1-5 [1] og boken “Theory of Elastic Stability” av Timoshenko [3].

3.1 Timoshenko’s Plateteori

Det har blitt valgt å se på Timoshenko’s teori for avstivede plater og videre sammenligne den med reglene i EN 1993-1-5 [1] og EN 1999-1-1 [2]. Timoshenko bruker energimetoden for å finne relasjonene mellom plate- og stiverdimensjonene og spenningene disse kan ta opp.

Timoshenko tar utgangspunkt i deformasjonen av platen og stiverne hvor det antas en dobbelt trigonometrisk sinusbasert forskyvningsfunksjonsserie

$$w = \sum_{m=1}^{m=\infty} \sum_{n=1}^{n=\infty} a_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (3.1)$$

Hvor

- m - er antall sinushalvbølger i langsgående retning av platen
- n - er antall sinushalvbølger i tversgående retning av platen
- a - er lengde på platen
- b - er bredden på platen

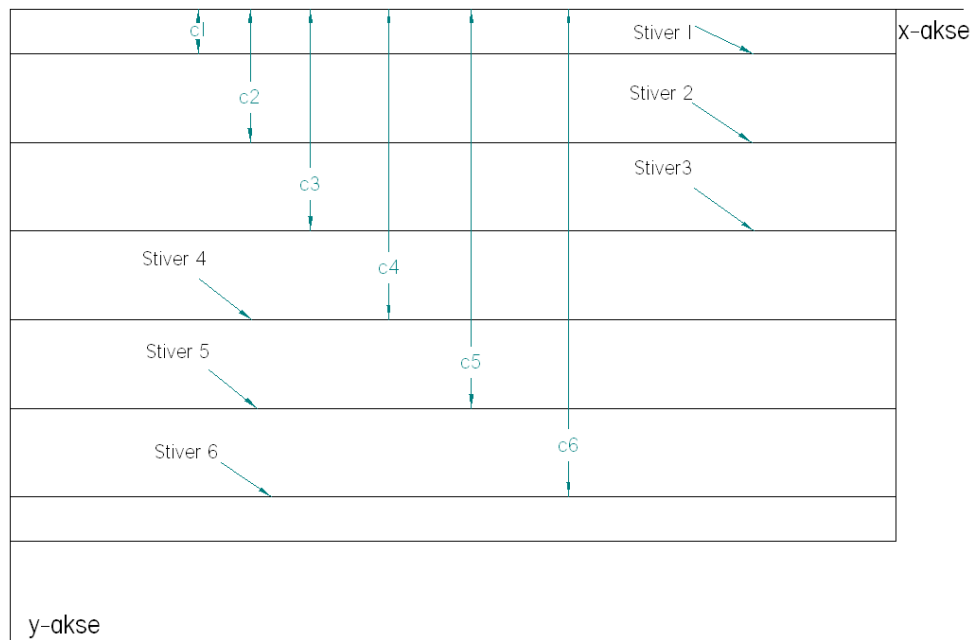
Videre brukes den antatte deformasjonen til å finne uttrykk for tøyingsenergien til platen

$$\Delta U = \frac{\pi D}{2} \frac{ab}{2} \sum_{m=1}^{m=\infty} \sum_{n=1}^{n=\infty} a_{mn}^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 \quad (3.2)$$

Det forutsettes at det blir sett på et generelt tilfelle med flere langsgående stivere hvor hver har bøyestivheten EI_i med avstand c_i fra den langsgående kanten av platen, altså $y = 0$. Siden stiveren er fast innspent i platen må en del av platen blitt tatt med i utretningen av 2. arealmoment I_i . Hvor stor andel av platen som blir tatt med vil være avhengig av platens geometri. For robuste plater med kort stiveravstand og/eller høy platetykkelse vil det være fornuftig å inkludere hele den tilhørende platen. Her er D bøyestivheten i platen som angitt etter formel (2.6). Antas det at stiverne deformeres sammen med platen blir tøyingsenergien for stiverne

$$\Delta U_i = \frac{EI_i}{2} \int_0^a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{y=c_i}^2 = \frac{\pi^4 EI_i}{4a^3} \sum_{m=1}^{m=\infty} m^4 \left(a_{m1} \sin \frac{\pi c_i}{b} + a_{m2} \sin \frac{2\pi c_i}{b} + \dots \right)^2 \quad (3.3)$$

Det er viktig å presisere at c_i er avstanden fra den langsgående kanten til stiver nummer i som vist på figuren under



Figur 3.1: Plantegning av platefelt med stiveravstand, c_i , for hver stiver

Uttrykket for utført arbeid under bøyning, av trykkreftene N_x på platen, blir

$$\Delta T = \frac{N_x ab}{2} \frac{1}{4} \sum_{m=1}^{m=\infty} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{m^2 \pi^2}{a^2} a_{mn}^2 \quad (3.4)$$

Og trykkrefter på stiver

$$\Delta T_i = \frac{P_i}{2} \int_0^a \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_{y=c_i}^2 dx = \frac{P_i \pi a}{2 a^2} \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{m=\infty} m^2 \left(a_{m1} \sin \frac{\pi c_i}{b} + a_{m2} \sin \frac{2\pi c_i}{b} + \dots \right)^2 \quad (3.5)$$

Disse uttrykkene settes så inn i den generelle formelen for energibalanse

$$\Delta U + \Delta \sum_i U_i = \Delta T + \Delta \sum_i T_i \quad (3.6)$$

Videre forenkles uttrykket ved å innføre følgende variabler

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{a}{b} \\ \gamma_i &= \frac{EI_i}{bD} \\ \delta_i &= \frac{P_i}{bN_x} = \frac{A_i}{bh} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Her er A_i arealet av en stiver. Formelen for energibalanse gir da

$$\sigma_{cr} = \frac{\sum_{m=1}^{m=\infty} \sum_{n=1}^{n=\infty} a_{mn}^2 (m^2 + n^2 \beta^2)^2 + 2 \sum_i \gamma_i \sum_{m=1}^{m=\infty} m^4 \left(\sum_{n=1}^{n=\infty} a_{mn} \sin \frac{n\pi c_i}{b} \right)^2}{\sum_{m=1}^{m=\infty} \sum_{n=1}^{n=\infty} m^2 a_{mn}^2 + 2 \sum_i \delta_i \sum_{m=1}^{m=\infty} m^2 \left(\sum_{n=1}^{n=\infty} a_{mn} \sin \frac{n\pi c_i}{b} \right)^2} \quad (3.8)$$

Ved å sette den deriverte av uttrykket til null med hensyn på koeffisienten a_{mn} blir den generelle formelen for knekkspenning

$$\begin{aligned} \frac{\pi^2 D}{b^2 h} \left[a_{mn} (m^2 + n^2 \beta^2)^2 + 2 \sum_i \gamma_i \sin \frac{n\pi c_i}{b} m^4 \sum_{p=1}^{p=\infty} a_{mp} \sin \frac{p\pi c_i}{b} \right] \\ - \beta^2 \sigma_{cr} \left(m^2 a_{mn}^2 + 2 \sum_i \delta_i \sin \frac{n\pi c_i}{b} m^2 \sum_{p=1}^{p=\infty} a_{mp} \sin \frac{p\pi c_i}{b} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Her er p et heltall slik at $p \pm m$ gir oddetall. Formel (3.9) kan utledes for å finne formler for gitte plategeometrier. Det antas i denne oppgaven at antall knekkbølger i bredderetning, n , er lik 1. Dette kommer av at det vil kreve minst energi for å bøye platen i en sinushalvbølge når a/b -forholdet er relativt høyt, som igjen gir laveste knekkspenning. Videre utledes det formler for 6 forskjellige antatte knekkformer

Antar først at $n = 1$ og $m = 1$, altså en sinushalvbølge i hver retning. Dette gir knekkspenningsformel

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 D}{b^2 h} \frac{(1 + \beta^2)^2 + 2 \sum_i \gamma_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b}}{\beta^2 (1 + 2 \sum_i \delta_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b})} \quad (3.10)$$

Antar så at $n = 1$ og $m = 2$, altså to sinushalvbølger i lengderetning. Dette gir knekkspenningsformel

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 D}{b^2 h} \frac{(4 + \beta^2)^2 + 32 \sum_i \gamma_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b}}{\beta^2 (4 + 8 \sum_i \delta_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b})} \quad (3.11)$$

Antar så at $n = 1$ og $m = 3$, altså tre sinushalvbølger i lengderetning. Dette gir knekkspenningsformel

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 D}{b^2 h} \frac{(9 + \beta^2)^2 + 162 \sum_i \gamma_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b}}{\beta^2 (9 + 18 \sum_i \delta_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b})} \quad (3.12)$$

Antar så at $n = 1$ og $m = 4$, altså fire sinushalvbølger i lengderetning. Dette gir knekkspenningsformel

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 D}{b^2 h} \frac{(16 + \beta^2)^2 + 512 \sum_i \gamma_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b}}{\beta^2 (16 + 32 \sum_i \delta_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b})} \quad (3.13)$$

Antar så at $n = 1$ og $m = 5$, altså fem sinushalvbølger i lengderetning. Dette gir knekkspenningsformel

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 D}{b^2 h} \frac{(25 + \beta^2)^2 + 1250 \sum_i \gamma_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b}}{\beta^2 (25 + 50 \sum_i \delta_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b})} \quad (3.14)$$

Antar så at $n = 1$ og $m = 6$, altså seks sinushalvbølger i lengderetning. Dette gir knekk-

spenningsformel

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 D (36 + \beta^2)^2 + 2592 \sum_i \gamma_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b}}{b^2 h \beta^2 (36 + 72 \sum_i \delta_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b})} \quad (3.15)$$

3.2 EN 1993-1-5, plater påkjent i plateplanet

Under *Annex A - Calculations of critical stresses for stiffened plates*, underpunkt *A.1 Equivalent orthotropic plate* i EN 1993-1-5 [1] beskrives en metode for beregning av knekkspenningen til en plate. Denne metoden kan kun brukes for plater med minimum tre langsgående stivere.

Den elastiske plateknekkingen er definert som

$$\sigma_{cr,p} = k_{\sigma,p} \sigma_E \quad (3.16)$$

Hvor $\sigma_E = \sigma_e$, fra plateteorien Kap. 2.3.1 formel (2.18)

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E t^2}{12(1 - \nu^2) b^2} = 190000 \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (3.17)$$

Her er $k_{\sigma,p}$ knekkfaktoren for global knekking av den avstivede panelet. Siden knekkfaktoren tar hensyn til randbetingelsene, og hvordan de ytre kreftene fordeler seg, vil den ikke bli lik som for enkle plater gitt i formel (2.19). Knekkfaktoren defineres som

$$k_{\sigma,p} = \frac{2((1 + \alpha^2)^2 + \gamma - 1)}{\alpha^2(\psi + 1)(1 + \delta)} \quad \text{if} \quad \alpha \leq \sqrt[4]{\gamma} \quad (3.18)$$

$$k_{\sigma,p} = \frac{4(1 + \sqrt{\gamma})}{(\psi + 1)(1 + \delta)} \quad \text{if} \quad \alpha > \sqrt[4]{\gamma}$$

Variablene γ , δ og α i formel (3.18) baserer seg på geometrien til platefeltet mens ψ

baserer seg på spenningstilstanden. Disse er definert følgende

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{I_{sl}}{I_p} \\ \delta &= \frac{\sum A_{sl}}{A_p} \\ \alpha &= \frac{a}{b} \geq 0,5 \\ \psi &= \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \geq 0,5\end{aligned}\tag{3.19}$$

Hvor

- I_{sl} - er 2. arealmoment av hele den av stivede platen
- I_p - er 2. arealmoment for bøyning av platen
- $\sum(A_{sl})$ - er summen av arealet til hver av stiverne
- A_p - er arealet av platen
- σ_1 - er den største endespenningen
- σ_2 - er den minste endespenningen

3.2.1 Bakgrunnen for knekkspenningsformlene

Det er av interesse å finne ut hvor disse formlene for knekkspenning kommer fra siden det ikke er definert i standarden eller den undersøkte litteraturen ([1], [2], [3], [4], [7], [8], [9], [5], [10], [11], [12]). Formlene for knekkspenning etter Timoshenko's plateteori, Kap. 3, har enkelte likhetstrekk med knekkspenningsformlene i EN1993-1-5.

Settes formel (3.16) opp med innsatt uttrykk for $k_{\sigma,p}$ (3.18)(1) og σ_E (3.17), for en plate som knekker i en sinushalvbølge blir $\sigma_{cr,p}$ lik

$$\sigma_{cr,p} = \frac{\pi^2 E t^2}{12(1 - \nu^2) b^2} \frac{2((1 + \alpha^2)^2 + \gamma - 1)}{\alpha^2(\psi + 1)(1 + \delta)}\tag{3.20}$$

Settes formelen for platestivheten D inn i tillegg til $\psi = 1$ for jevn spenningstilstand blir

$$\sigma_{cr,p} = \frac{\pi^2 D}{b^2 t} \frac{(1 + \alpha^2)^2 + \gamma - 1}{\alpha^2(1 + \delta)}\tag{3.21}$$

Videre skriver formlene for parameterene γ og δ om til

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{I_{sl}}{I_p} = \frac{12(1-\nu^2)I_{sl}}{bt^3} \\ \delta &= \frac{\sum A_{sl}}{A_p} = \frac{n_i A_{st}}{bt}\end{aligned}\quad (3.22)$$

her er n_i antall stivere og A_{sl} arealet av en stiver.

Videre blir det sett på Timoshenko's plateteori og forsøkt å finne en sammenheng med EN1993-1-5. Ettersom det blir sett på knekkspenning innsatt første formel for knekkfaktoren (3.18)(1) i EN1993-1-5, for en sinushalvbølge i lengderetning, blir det sett på formelen for en sinushalvbølge også for Timoshenko's plateteori, som er formel (3.10)

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 D (1 + \beta^2)^2 + 2 \sum_i \gamma_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b}}{b^2 h \beta^2 (1 + 2 \sum_i \delta_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b})}$$

her er

$$\begin{aligned}\beta &= \alpha = \frac{a}{b} \\ \gamma_i &= \frac{EI_i}{bD} = \frac{12(1-\nu^2)I_i}{bt^3} \\ \delta_i &= \frac{\sum A_i}{bh}\end{aligned}\quad (3.23)$$

Dette gir at $\gamma_i \cdot n_i = \gamma$ og $\delta_i \cdot n_i = \delta$. Det blir sett på siste ledd i formel (3.10), altså $2 \sum_i \delta_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b}$ og $2 \sum_i \gamma_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b}$. For at formel (3.10) skal kunne skrives om til formen for (3.21) må $\sin^2 \frac{\pi c_i}{b}$ for hvilket som helst antall stivere over to ($n_i \geq 2$) bli $n_i/2$ altså summen av halvparten av stiverantallet. Dette påvises ved å regne ut verdiene for et par tilfeller av forskjellige geometrier, se vedlegg A.2 hvor dette er gjort.

Det vil si at Timoshenko kan skrives om til

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 D (1 + \alpha^2)^2 + \gamma}{b^2 h \alpha^2 (1 + \delta)}\quad (3.24)$$

hvor γ og δ er beregnet for hele stiveren og hele platen likt som for EN1993-1-5.

Uttrykket for knekkspenning for $m = n = 1$ fra Timoshenko's plateteori er dermed nesten identisk til uttrykket fra EN1993-1-5, formel (3.21). Den eneste forskjellen er at formel (3.21) har -1 i siste uttrykk over brøkstreken. Som utledningene viser så skal den ikke være der. Det antas at dette er en regnefeil eller eventuelt en trykkfeil i standarden.

Den andre formelen for knekkspenningen, innsatt (3.18)(2), etter EN1993-1-5 er

$$\sigma_{cr,p} = \frac{\pi^2 D}{b^2 t} \frac{4(1 + \sqrt{\gamma})}{(\psi + 1)(1 + \delta)} \quad (3.25)$$

Her er knekkspenningen ikke lengre avhengig av a/b -forholdet, altså påvirker ikke plate-lengden knekkspenningen. Det er i denne oppgaven forsøkt men ikke lyktes med å utlede Timoshenko's plateteori og kommet fram til (3.25). Det er imidlertid sannsynlig at også den kommer av en utledning av Timoshenko's plateteori. Det er antatt at formel (3.25) er utledet ved å sette inn $n=1$ og finne ekstremalverdien ved å derivere formelen for knekkfaktoren k og sette den lik null

$$\frac{\partial k}{\partial \beta} = \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{(m^2 + \beta^2)^2 + 2\gamma m^4}{\beta^2(m^2 + 2\delta m^2)} \right) = 0$$

3.3 EN 1999-1-1, Prosjektering av aluminiumskonstruksjoner

I standard for aluminiumskonstruksjoner EN 1999-1-1 [2] er det to metoder for utregning av avstivede plater. Det er blitt valgt å regne etter begge metodene for å se hvor godt disse treffer i forhold til hverandre og sammenlignet med Timoshenko's plateteori, EN1993-1-5 og FEM analyse.

3.3.1 Metode 1, Plate på elastisk underlag

Den første metoden blir beskrevet i kapitell 6.6.2 *Stiffened plates under uniform compression* i EN1999-1-1, som ofte også blir kalt *Plate på elastisk underlag*. Her er det tenkt at platen er avstivet med elastisk fjær langs platen.

Platens elastiske knekklast finnes ved bruk av formelen

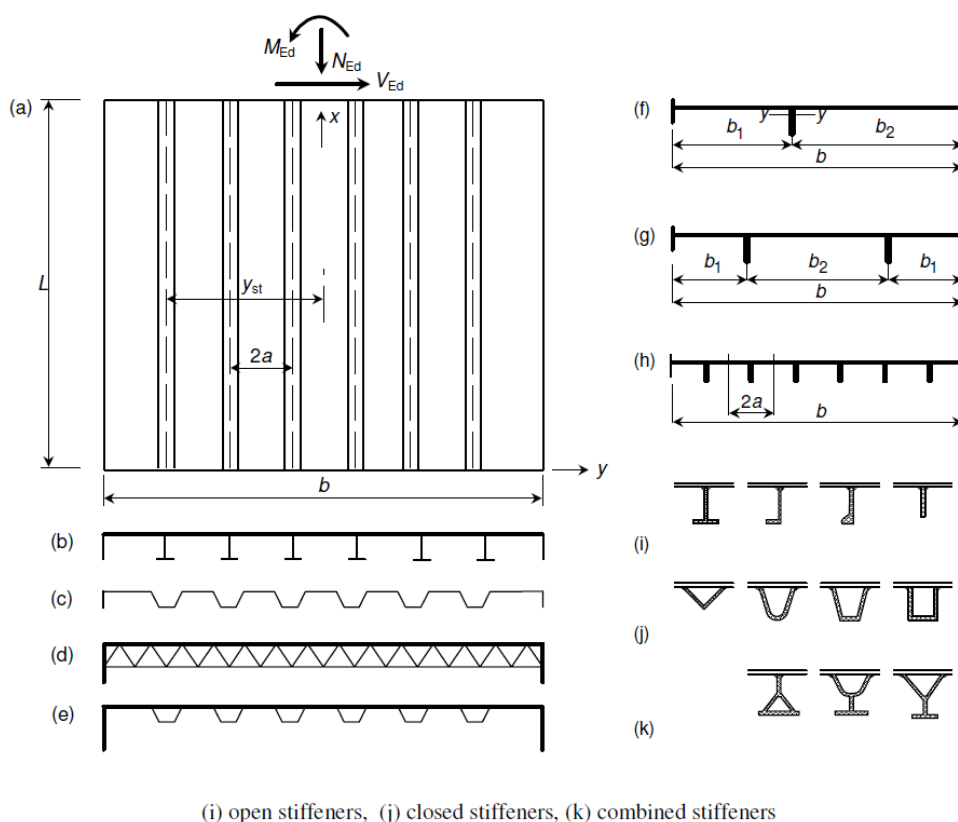
$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} + \frac{L^2 c}{\pi^2} \quad \text{if} \quad L < \pi \sqrt[4]{\frac{EI_y}{c}} \quad (3.26)$$

$$N_{cr} = 2\sqrt{cEI_y} \quad \text{if} \quad L \geq \pi\sqrt{\frac{EI_y}{c}} \quad (3.27)$$

hvor c er den elastiske støtten fra platen. Formlen for c varierer etter antall stivere og geometrien til stiverne. Ettersom denne oppgaven tar for seg platefelt med en rekke stivere blir kun formelen for platefelt med flere enn to åpne stivere vist under

$$c = \frac{\pi^4 Et^3}{12(1 - \nu^2)b^3} = \frac{8,9Et^3}{b^3} \quad (3.28)$$

Uttrykket for c utledes ved bruk av prinsippet for virtuelt arbeid, hvor det er antatt at platen deformerer seg som en sinushalvbølge på grunn av en sinusformet jevnt fordelt last på hele bredden.



Figur 3.2: Elastisk knekking av rektangulær plate med konstant aksiallast [2]

I_y i ligningene (3.26) og (3.27) er beskrevet i standarden som "∴the second moment of area of all stiffeners within the plate width b with respect to y -axes..". Hvor y -aksen er vist i Fig. 3.2. Dette kan tolkes som stivheten av stiverne alene om y -aksen. Det er blitt antatt at I_y her er ment som stivheten til stiveren med en andel av platen. For plater med stor bredde og liten platetykkelse vil det være fornuftig å legge til en liten effektiv

del av platen. For plater med stor platetykkelse og bredde med kort stiveravstand vil det være fornuftig å inkludere hele den tilhørende platedelen. Dette tilsvarer det samme som stivheten I_i diskutert i Kap. 3.1.

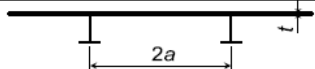
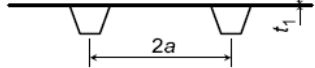
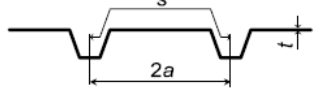
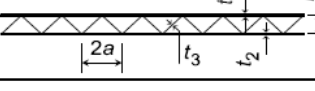
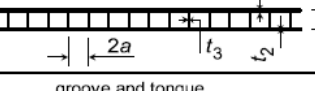
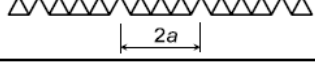
3.3.2 Metode 2, Knekklast for ortotrop plate

Metode 2 blir beskrevet i kapitell 6.6.6 *Buckling load for orthotropic plates* i EN1999-1-1, [2]. Her blir den avstivede platen sett på som en ortotrop plate. Det vil si at platens egenskaper “smøres” utover. Her regnes stivhet til platen i x - og y -retning ut, samt torsjonsstivheten. Den elastiske ortotropiske knekklasten er definert som

$$N_{cr} = \frac{\pi^2}{b} \left[\frac{B_x}{(L/b)^2} + 2H + B_y(L/b)^2 \right] \quad \text{if} \quad \frac{L}{b} < \sqrt[4]{\frac{B_x}{B_y}} \quad (3.29)$$

$$N_{cr} = \frac{2\pi^2}{b} \left[\sqrt{B_x B_y} + H \right] \quad \text{if} \quad \frac{L}{b} \geq \sqrt[4]{\frac{B_x}{B_y}} \quad (3.30)$$

Formlene for B_x , B_y og H varierer etter den avstivede platens geometri som vist i Fig. 3.3

Case No	Cross-section	B_x (corresponds to EI_y)	B_y (corresponds to EI_x)	H
1		$\frac{EI_L}{2a}$	$\frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$	$\frac{Gt^3}{6}$
2		$\frac{EI_L}{2a}$	Eq.(6.104)	Eq. (6.105)
3		$\frac{EI_L}{2a}$	$\frac{2a}{s} \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$	$\frac{2a}{s} \frac{Gt^3}{6}$
4		$\frac{EI_L}{2a}$	$\frac{Et_1 t_2 h^2}{t_1 + t_2}$	$\frac{GI_t}{2a}$
5		$\frac{EI_L}{2a}$	Eq. (6.109)	Eq. (6.110)
6		$\frac{EI_L}{2a}$	0	$\frac{GI_t}{2a}$

I_L is the second moment of area of one stiffener and adjacent plating within $2a$.
 I_t is the torsional constant of the same cross-section.

Figur 3.3: Elastisk knekking av rektangulær plate med konstant aksiallast [2]

Det vil bare bli sett på plater med enkle rektangulære stivere i denne oppgaven, som gjør at det kun er “Case No 1” som er av interesse, dette gir da

$$B_x = \frac{EI_L}{2a} \quad (3.31)$$

$$B_y = \frac{Et^3}{12(1-\nu)^2} \quad (3.32)$$

$$H = \frac{Gt^3}{6} \quad (3.33)$$

Her er I_L , som beskrevet i Fig. 3.3, stivheten av stiver inkludert tilhørende plate. Dette er likt som for I_x i Kap. 3.1 og I_y i Kap. 3.2.

Formel for knekklast, (3.29), kommer fra differensialligningen til en enkel plate definert i Kap. 2.1. For ortotrope plater med aksialt trykk vil, $N_y = N_{xy} = 0$ og $N_x = -\sigma_x t$, differensialligningen (2.9) erstattes da med

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q(x, y) = -\sigma_x t \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (3.34)$$

hvor D_x og D_y er bøyestivheten lik B_x og B_y beskrevet over. Knekkspenningen for platen finnes ved å sette inn forskyvningsfunksjonen som tilfredsstillende opplagerbetingelsene etter formel (2.15)

$$\sigma_x = \frac{\pi^2}{tb^2} \left[D_x \frac{m^2}{(L/b)^2} + 2Hn^2 + D_y \frac{n^4}{m^4} \left(\frac{L}{b} \right)^2 \right] \quad (3.35)$$

For å finne ut hvilken knekkform platen får må det finnes verdier for m og n som gir lavest mulig knekkspenning. Formel (3.35) viser at $n=1$ gir lavest knekkspenning. Setter det inn $n=1$ og $m=1$ og multipliseres med platearealet blir knekklasten lik formel (3.29) i EN1999-1-1. For å finne den laveste knekkspenningen for $m \geq 1$ deriveres formel (3.35) og settes lik null. Dette gir

$$m = \left(\frac{D_y}{D_x} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{L}{b} \quad (3.36)$$

Denne kritiske verdien for m settes så inn i differensialligningen (3.35) og gir formelen for

knekkspenninger

$$\sigma_{cr} = \frac{2\pi}{tb^2} \left[\sqrt{D_x D_y} + H \right] \quad (3.37)$$

som multiplisert med plateareal gir formelen (3.30). Denne formelen gjelder som sagt for $m \geq 1$ og formel (3.36) gir dermed grenseverdiene brukt i formel (3.29) og (3.30)

$$\frac{L}{b} \geq \left(\frac{D_x}{D_y} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (3.38)$$

Som formel (3.35) viser, kan knekkspenningformlen utledes for bestemte knekkformer hvor m og n er kjent. Dette har blitt gjort i vedlegg A.4. Det er også blitt utført beregninger etter disse formlene i Kap. 6.

3.4 Kapasitetberegninger for avstivet plate

Likt som for plater uten stivere brukes knekkspenningene til å regne ut kapasiteten av platen. Videre følger en kort beskrivelse av hvordan kapasiteten beregnes.

Den avstivede platens kapasitet N_{Rd} er etter EN 1999-1-1, kapittel 6.6.2, den minste av enten bruddkontroll $N_{u,Rd}$ eller søyleknekkning $N_{c,Rd}$. Bruddkontrollen er ment for plater med redusert tverrsnitt på grunn av boltehull eller penetrasjoner og er dermed ikke aktuell i denne oppgaven. N_{Rd} er dermed lik $N_{c,Rd}$ som er definert som

$$N_{c,Rd} = A_{eff} \chi f_0 / \gamma_{M1} \quad (3.39)$$

hvor reduksjonsfaktoren for bøyning χ er definert i kapittel 6.3.1.2

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{hvor} \quad \chi < 1.0 \quad (3.40)$$

her er

$$\phi = 0.5(1 + \alpha(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0) + \bar{\lambda}^2) \quad (3.41)$$

til tross for at formlene over kommer av aluminiumsstandarden vil det brukes verdier for imperfeksjonsfaktor α og $\bar{\lambda}_0$ for stål, oppgitt i EN1993-1-1 kapittel 6.4.1.2. Relative

slankhet er definert som

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{eff} f_0}{N_{cr}}} \quad (3.42)$$

hvor den kritiske knekklasten N_{cr} er den regnet ut enten etter Timoshenkos's plateteori Kap.3.1, EN 1993-1-5 Kap. 3.2 eller en av de to metodene definert i EN 1999-1-1 Kap. 3.3.

3.5 EBPlate, alternativ beregning av knekklast

Et annet alternativ for beregning av knekklast er programmet EBPlate. Programmet løser numeriske egenverdieberegninger ved bruk av *Rayleigh-Ritz Metoden*.

EBPlate definerer en faktor ϕ_{cr} som multipliseres med spenningen platen er lastet med

$$\begin{aligned} \sigma_{x,cr} &= \phi_{cr} \cdot \sigma_x \\ \sigma_{y,cr} &= \phi_{cr} \cdot \sigma_y \\ \sigma_{cr} &= \phi_{cr} \cdot \tau \end{aligned} \quad (3.43)$$

Den kritiske faktoren ϕ_{cr} beregnes ved bruk av *Rayleigh-Ritz Metoden*, som er en energimetode. Knekkformen antas ved en dobbeltrigonometrisk sinusfunksjon, likt som for Timoshenko, formel (3.1). Videre blir prinsippet om stasjonær potensiell energi brukt til å settes opp formel for enegibalans ved instabilitet

$$\Delta U - \Delta W_{int}(S_{cr}) = 0 \quad (3.44)$$

hvor ΔU de samlede tøyingsenergiene, ΔW_{int} er det samlede indre arbeidet av den kritiske spenningen $S_{cr} = \phi_{cr} S$

Dermed løses egenverdiproblemet

$$\det[R_0 - \phi_{cr} \cdot R_G(S)] = 0 \quad (3.45)$$

hvor R_0 er materialstivheten og R_G er den geometriske stivheten, likt som for Kap. 4.2.

Knekklastberegningen i EBPLate inkluderer bøyning av stiver og plate i lengde og bredderetning samt torsjon. Fullstendig dokumentasjon for EBPlate finnes i manualen [4].

NTNU-studenten Hilde Erslund har skrevet en oppgave som ser på knekklast og knekkmoder for plater ved bruk av EBPlate, se [13].

Kapittel 4

Finite Element Method (FEM) analyse i ABAQUS

4.1 Elementtyper

I modelleringen av den avstivede platen er det tatt i bruk to forskjellige elementtyper, skallelementer og bjelkeelementer.

4.1.1 Skallelement

Skallelement består av to deler, en *membran*- og en *plate* del. Membrandelen bærer skivekrefter mens platedelen bærer platemomenter, som vist i Fig. 4.1. Skallelementet er et todimensjonalt element med påsatt tykkelse.

Skallelementets formulering er dermed bygget opp av to separate formuleringer:

$$\mathbf{k}_m \mathbf{d}_m = \mathbf{r}_m^e \text{ og } \mathbf{k}_p \mathbf{d}_p = \mathbf{r}_p^e \quad (4.1)$$

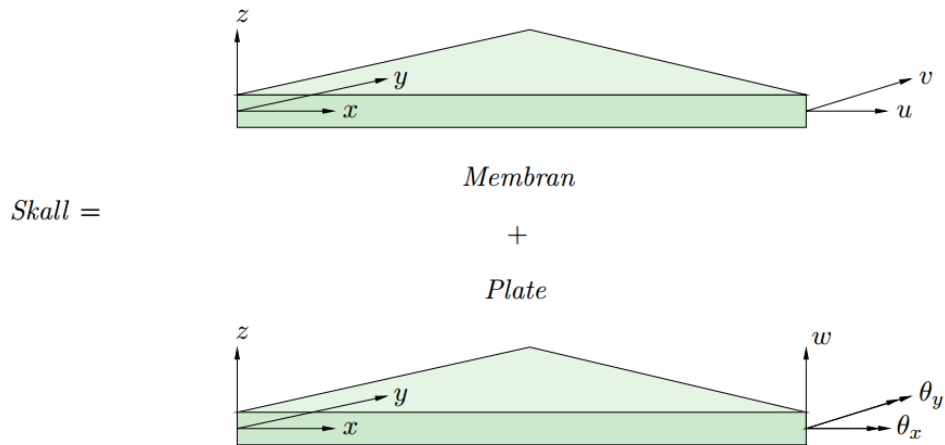
her står m for membran og p for plate. \mathbf{k} er stivhetsmatrisen, \mathbf{d} er frihetsgradene og \mathbf{r} er lasten

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_m \\ \mathbf{d}_p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{r}_m^e \\ \mathbf{r}_p^e \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

Dette er et element med fem frihetsgrader i hver node. Det kan være hensiktsmessig å

innføre en frihetsgrad til, θ_z , slik at elementet får seks frihetsgrader i hver node. Dette gir

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_m & \mathbf{0} & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_p & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_m \\ \mathbf{d}_p \\ \theta_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{r}_m^e \\ \mathbf{r}_p^e \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.3)$$



Figur 4.1: Skallelementet består av en membran- og platedel

Generelt sett er det ikke knyttet noe stivhet til frihetsgraden θ_z . Dette vil føre til problemer dersom en har skallflater som danner et plan. Under implementering ordnes frihetsgradene nodevis:

$$\mathbf{d}_i^T = \{u \quad v \quad w \quad \theta_x \quad \theta_y \quad \theta_z\} \quad (4.4)$$

Dette gir to vektorgrupper. De lokale stivhetsrelasjonene må transformeres til globale koordinater for å kunne brukes i en skallanalyse:

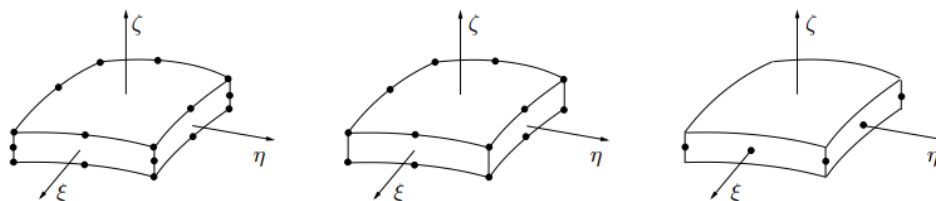
$$\begin{Bmatrix} \mathbf{d}_u \\ \mathbf{d}_\theta \end{Bmatrix}_l^i = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_3 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_u \\ \mathbf{d}_\theta \end{Bmatrix}_g^i \quad (4.5)$$

Hvor T_3 er transformasjonsmatrisen fra lokalt til globalt koordinatsystem. Det kan på samme måte etableres en transformasjonsmatrise, \mathbf{T} , som transformerer forskyvningsvektoren for elementet

$$\mathbf{d}_l = \mathbf{T}\mathbf{d}_g \quad (4.6)$$

og kan dermed etablere globale stivhetsmatriser og lastvektorer

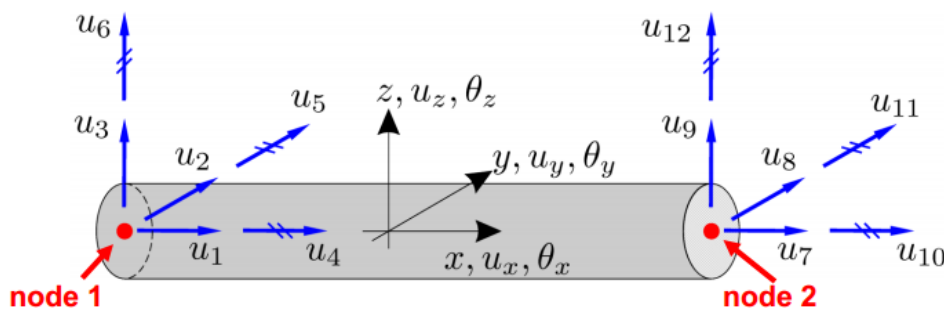
$$\mathbf{k}_g = \mathbf{T}^T \mathbf{k}_l \mathbf{T} \quad \text{og} \quad \mathbf{r}_g^e = \mathbf{T}^T \mathbf{r}_l^e \quad (4.7)$$



Figur 4.2: Geometri for skallelementet. Viser 20- og 16-noders volumelement og et 8-noders skallelement.

4.1.2 Bjelkeelement

Bjelkeelementet er et endimensjonalt element med to noder, en i hver end av elementet. Det endimensjonale bjelkeelementet har tre frihetsgrader i hver node, to translasjonsfrihetsgrader og en rotasjonsfrihetsgrad. Dette er avhengig av at aksialstivhet ikke er for stor i forhold til bøyestivheten. Ved å gi bjelkeelementet en tverrsnittsform vil det øke antall frihetsgrader per node fra tre til seks, tre translasjonsfriheter, to rotasjonsfriheter og vridning om sin egen akse, se Fig. 4.3



Figur 4.3: Frihetsgradene til bjelkeelementet

4.2 Knekkingsanalyse

Stivheten består av to deler

$[K_m]$ - den elastiske stivheten, også kalt materialstivheten

$[K_g]$ - spenningsstivheten, også kalt geometriske stivheten

hvor den elastiske stivheten er avhenging av materialets egenskaper, mens spenningsstivheten er avhengig av spenningstilstanden.

Knekkning oppstår når tangentstivheten $[K_t]$ blir singulær, lik null. Hvor tangentstivheten er

$$[\mathbf{K}_t] = [\mathbf{K}_m] + [\mathbf{K}_g] \quad (4.8)$$

Knekkanalysen blir gjennomført ved følgende egenverdiproblem

$$([\mathbf{K}_m] + \lambda_j [\mathbf{K}_g]) \{\varphi_j\} = \{\mathbf{0}\} \quad (4.9)$$

her er λ_j egenverdiene og $\{\varphi_j\}$ de tilsvarende egenvektorene for den representerte knekkingsformen. Dermed blir knekklasten et produkt av egenverdien og den påførte lasten

$$P_j = \lambda_j P \quad (4.10)$$

En lineær knekkanalyse gir en knekklastfaktor $(BLF)_j = \lambda_j$ og de tilhørende knekkingsformene, $\{\varphi_j\}$

Kapittel 5

Analyse

For å finne de korrekte knekkspenningene er det gjennomført FEM-analyser i programmet ABAQUS, slik at de kan sammenlignes med knekkspenningene etter NS1993-1-5, NS1999-1-1 og Timoshenko's plateteori. I dette kapitlet vil det først bli beskrevet detaljert hvordan modellene er bygget opp. Videre vil resultatene av analysen bli presentert og vurdert.

5.1 Modellering

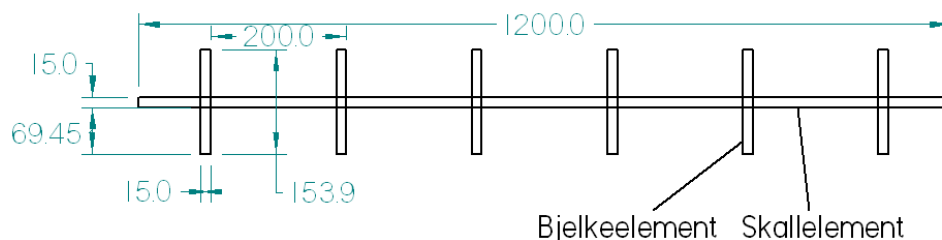
Modelleringen er utført i ABAQUS - CAE "Complete Abaqus Environment" som er en applikasjon brukt til både modellering og analyse.

5.1.1 Geometri

Det ble utført knekkanalyser for en- og tosidig avstivet plate, hvor den tosidige avstivede platen ble modellert med tanke på at den skulle brukes til kapasitetsanalyse, dette ble ikke gjort fordi det ble valgt å gå dypere inn på teorien for knekkspenninger.

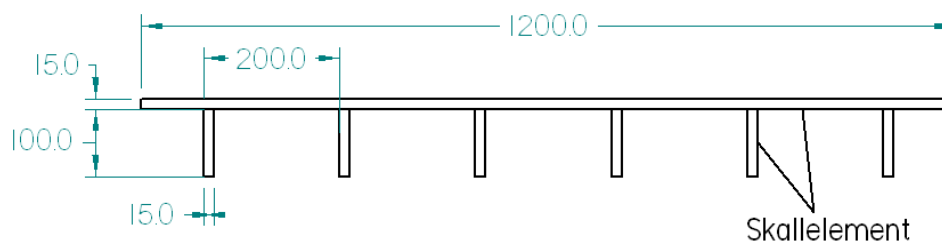
I modellen for den tosidig avstivede platen er platen modellert som skallelement og stiverne modellert som bjelkeelement med tyngdepunkt i senter av platen. Denne geometrien ble valgt fordi det ved en kapasitetsanalyse er flere fordeler med å ha nøytralaksen i senter av platen. Ettersom nøytralaksen for en ensidig avstivet plate som oftes befinner seg et sted på stiverne, medfører det at lasten plassert på nøytralaksen gir lokale deformasjoner som fører til feil resultat ved en kapasitetsanalyse. Dette unngås ved å velge tosidige stivere. Målet i oppgaven er å finne de globale knekklastene, dermed er det viktig å unngå tilfeller hvor det oppstår lokal knekking. Ved å velge bjelkeelementer for stiverne hindres det eventuell lokal knekking og torsjonsknekking.

Forandringene fra en- til tosidige stivere gjør at geometrien ikke er lik den det er regnet på. Beholdes stiverdimensjonene vil tverrsnittet få lavere bøyestivhet i lengderetning. For å oppnå samme stivhet, er stivernes høyde økt, slik at resultatene skal være sammenlignbare, se vedlegg A.5. Fig. 5.1 under viser den modifiserte modellerte geometrien. Merk at det vil bli dobbelt areal i området hvor stiver og plate krysser hverandre. Dette er tatt med i utregning av stivheten.



Figur 5.1: Geometri og mål av skall og bjelke modellen

I den andre modellen er både stiver og plate modellert som skallelement, hvor stivene er plassert under platen slik at det er lik geometrie som den det er regnet på.



Figur 5.2: Geometri og mål av den rene skallmodellen

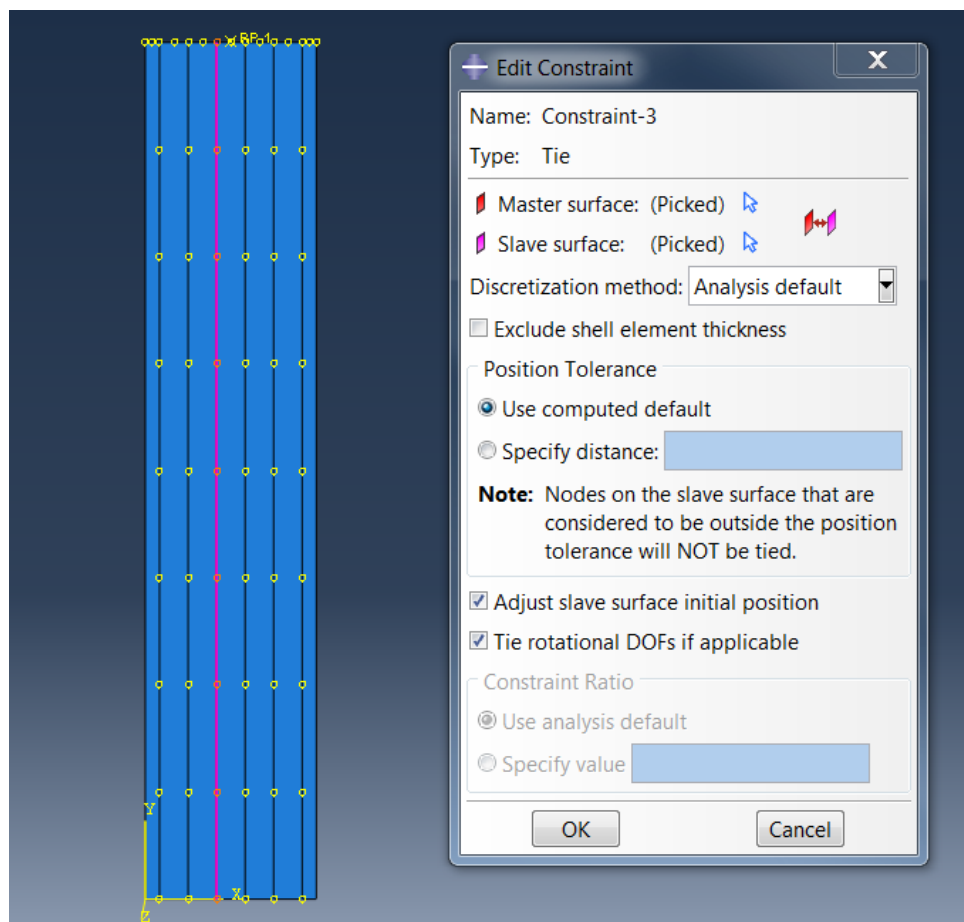
5.1.2 Elementnett - Mesh

Det er brukt et kvadratisk mesh med elementstørrelse på 50mm. Dette er brukt for begge modelltypene og for alle platelengder. Det er brukt samme meshstørrelse for plateelement og bjelkeelement slik at stivernes og platenes noder blir koblet sammen ved interaksjonsegenskaper. Meshstørrelsen har neglisjerbar påvirkning på tiden det tar for å kjøre en knekkingsanalyse.

5.1.3 Asseby og constrain betingelser

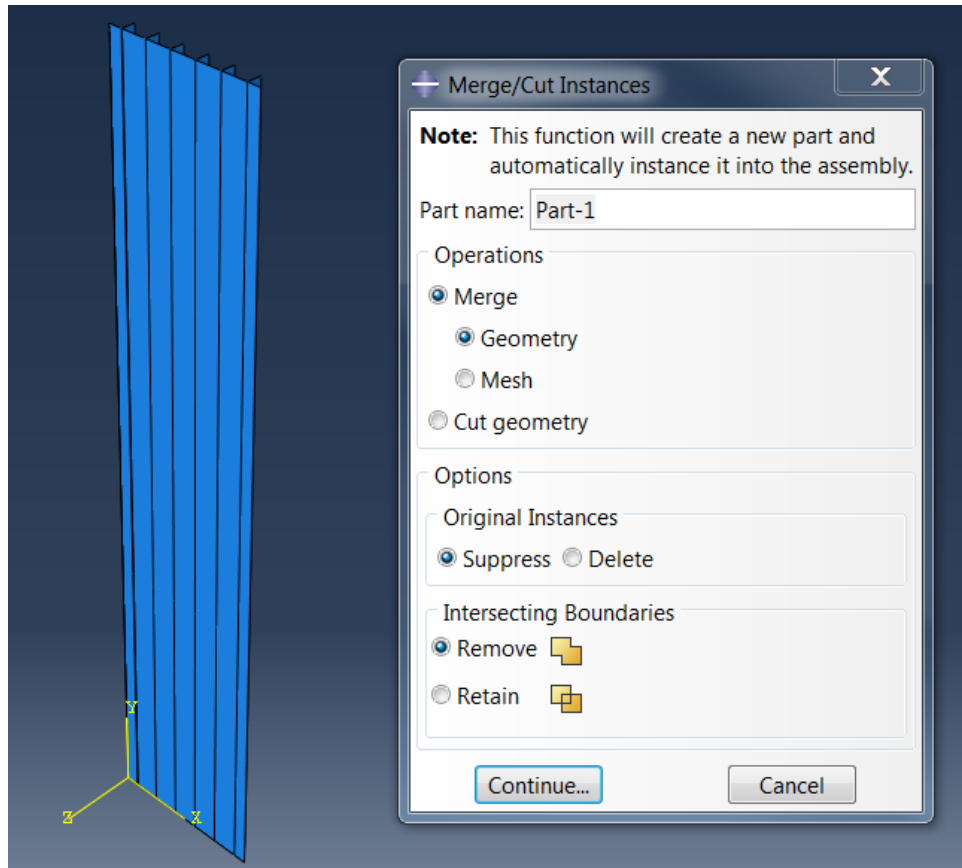
Det er brukt forskjellige interaksjonsmetoder for skall/bjelke-modellen og den rene skallmodellen.

Skall/bjelke modellen får samspill mellom bjelkeelement og skallelement under interaksjonsmodulen i ABAQUS. Det påføres en tie-constraint hvor bjelkeelementenes nodelinjer er blitt knyttet til hver sin nodelinje på platen. Her er platenodene master og bjelkenodene slave, altså vil bjelkenodene bevege seg med platenodene.



Figur 5.3: Plate forbundet med bjelkeelement med Tie-Constraint

Den rene skallmodellen får samspill under assembly-modulen i ABAQUS. Her plasseres skallelementene slik at nodene treffer hverandre. Dermed blir de slått sammen gjennom Merge/Cut Instance funksjonen.



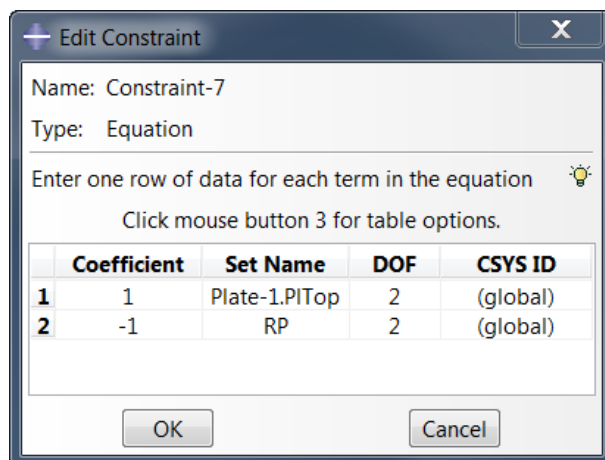
Figur 5.4: Plateelement forbundet med Merge/Cut funksjonen

5.1.4 Last- og opplagerbetingelser

Last og opplagerbetingelsene vil også variere for skall/bjelke-modellen og skallmodellen.

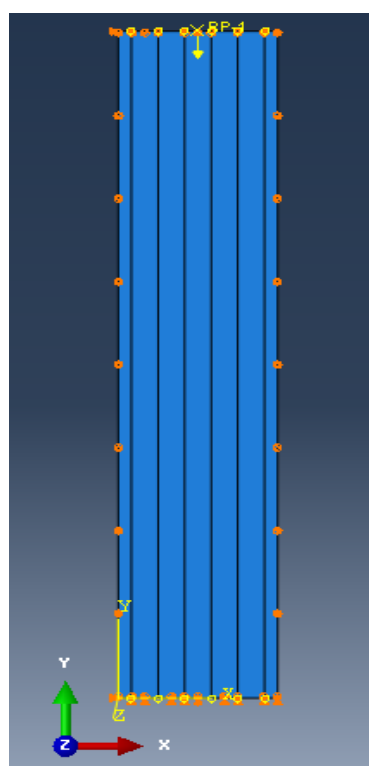
Skall/bjelke-modellen er fastholdt mot forskyvning langs hele randen i z-retning, fastholdt mot forskyvning langs bunnranden i y-retning og fastholdt mot forskyvning i hjørnepunktene på venstre rand i x-retning, se Fig. 5.6a.

Lasten er satt på som en enhetslast i et referansepunkt (RP) et tilfeldig sted i modellen. Videre opprettes det en equation-constraint i interaction-modulen som forbinder referansepunktet med den øvre platekanten, se Fig. 5.5. Dette gjør at deformasjon i referansepunktet vil føre til en tilsvarende deformasjon langs plateranden. Her er platekanten slave og referansepunktet master.

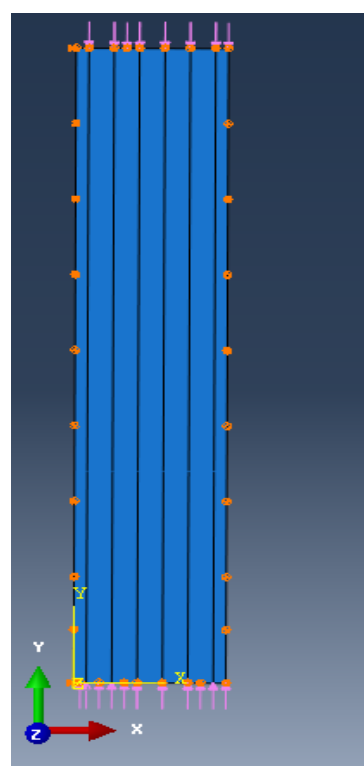


Figur 5.5: Constraintforbindelse mellom platekant og RP

Skallmodellen er også fastholdt mot forskyvning langs platerandene i z -retning, og fastholdt mot forskyvning i hjørnepunktene på venstre rand i x -retning, men har ingen fastholding i y -retning. Platen er påsatt en enhetslast som linjelast på topp- og bunnrand tilsvarende en areallast lik 1 N/mm^2 på både stiver og plate, se Fig. 5.6b



(a) Opplegg for skall/bjelke-modellen



(b) Opplegg for skall-modellen

Figur 5.6: Opplager og lastbetingelser

5.2 Resultat

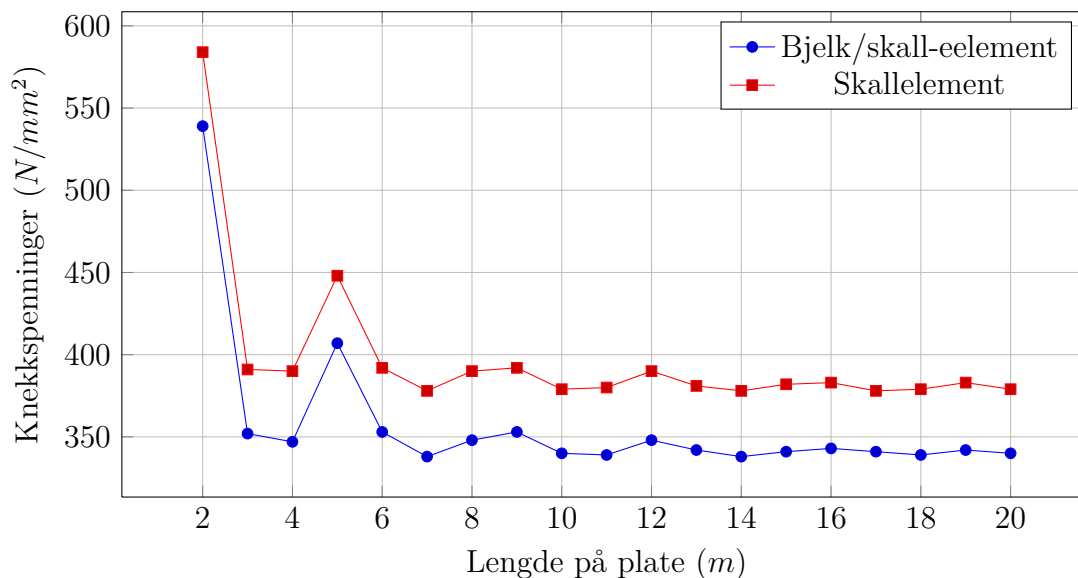
Resultatene fra FEM-analysene for skall/bjelke- og skallmodellen er satt opp i Tab. 5.1. Det er i tillegg satt opp a/b -forhold, antall sinushalvbølger for gjeldene knekkspenning og prosentvis forskjell mellom de to geometriene. Knekkspenningene er tatt direkte ut av ABAQUS. Antall knekkbølger, altså den gjeldene knekkformen, er også tatt direkte ut av ABAQUS, se vedlegg B.1 for detaljert oversikt over de fire første knekkformene for hver platelengde, inkludert knekkspenninger.

Lengde (m)	a/b	Bjelkemodell		Skallmodell		Forskjell (%)
		Antall bølger	Spenninger	Antall bølger	Spenninger	
2	1.67	1	539	1	584	8
3	2.5	1	352	1	391	11
4	3.33	1	347	1	390	12
5	4.17	2	407	2	448	10
6	5	2	353	2	392	11
7	5.83	2	338	2	378	12
8	6.67	2	348	2	390	12
9	7.5	3	353	3	392	11
10	8.33	3	340	3	379	12
11	9.17	3	339	3	380	12
12	10	3	348	3	390	12
13	10.83	4	342	4	381	11
14	11.67	4	338	4	378	12
15	12.5	4	341	4	382	12
16	13.33	5	343	5	383	11
17	14.17	5	341	5	378	11
18	15	5	339	5	379	12
19	15.83	5	342	5	383	12
20	16.67	6	340	6	379	11

Tabell 5.1: Resultater fra ABAQUS

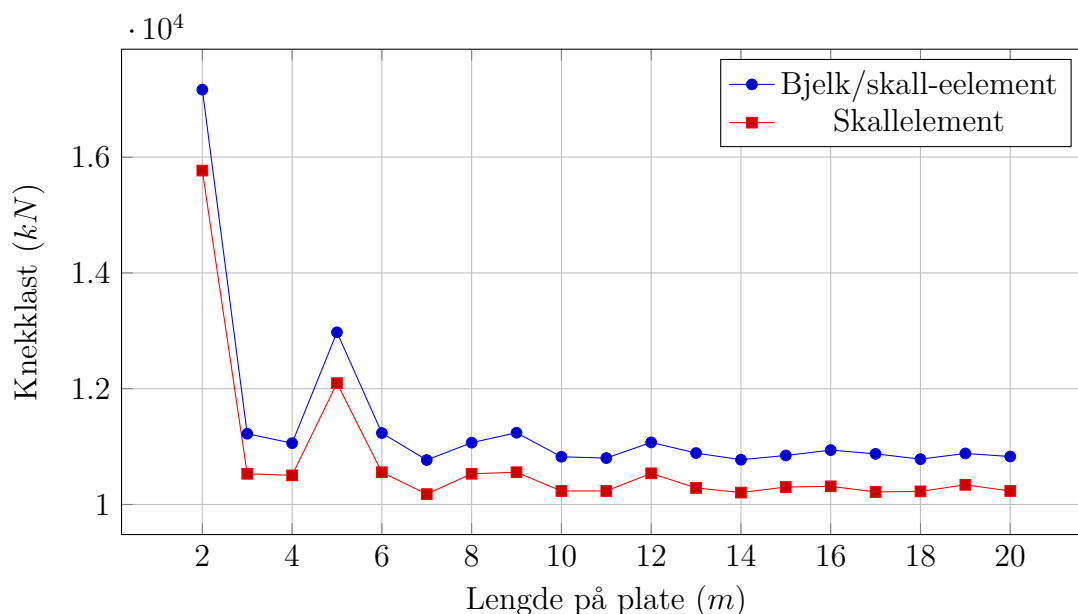
Knekkspenningene i Tab. 5.1 er plottet i Fig. 5.7. Resultatene er ikke like for de to geometriene. Knekkspenningene fra skallmodellen ligger stort sett omtrent 11-12% høyere enn for skall/bjelke-modellen.

Kurvene i Fig. 5.7 viser svingende egenskaper som avtar ved økende platelengde (a). Toppunktene på kurven ved 5, 9, 12, 16 og 19 meter kommer av at platen i dette område går over fra m antall sinushalvbølger til $m+1$. Dette kan bekreftes ved å se på hvilke platelengden platen går fra m antall sinushalvbølger til $m+1$ antall sinushalvbølger i Tab. 5.1.



Figur 5.7: Knekkspenninger for Bjelke/Skall-element og Skallelement

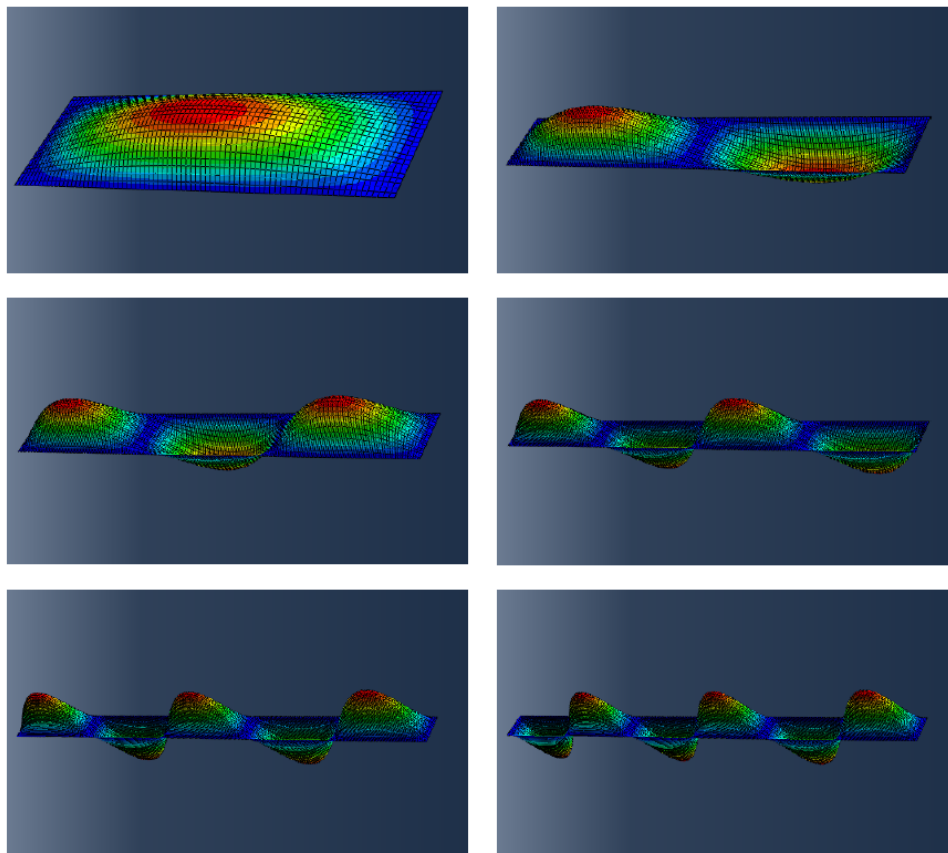
Knekkspenningene gir et feil bilde av resultatet. Ettersom begge geometriene skal ha samme bøyestivhet og den tosidige avstivede platen har høyere torsjonsstivhet, se Vedlegg A.5, er det antatt at den tosidige avstivede platen skal ha høyest kritisk knekklast. Forklaringen på at knekkspenningene er høyere for den ensidig avstivede platen ligger i økningen av arealet som den tosidige stiveren får. Multipliseres knekkspenningene med den tilhørende geometriens areal blir plottet som i Fig. 5.8



Figur 5.8: Knekkklaster for Bjelke/Skall-element og Skallelement

Som Fig. 5.8 viser, gir den tosidige avstivede platen noe høyere knekklast enn den ensidig avstivede platen.

Under følger Fig. 5.9 som viser de seks første knekkformene platen knekker etter.



Figur 5.9: De seks første knekkformene ($m=1-6$)

Kapittel 6

Beregninger

Det er valgt å regne på de to geometriene, beskrevet i 5.1.1, for varierende platelengder. Det regnes ut knekkspenninger etter Timoshenko's plateteori [3], EN1993-1-5 [1] og EN1999-1-1 [2]. Resultatene vil bli sammenlignet med knekkspenninger som kommer ut av analysene i ABAQUS, Kap. 5.

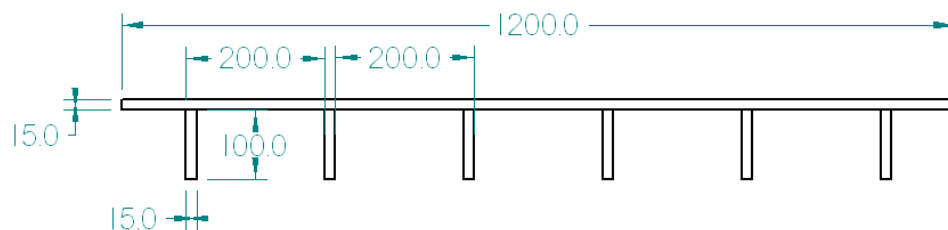
Beregningene er gjort i regneprogrammet MathCad hvor alt av formler, data og forklaring er synlig, angitt i Kap. 6.2.

6.1 Geometri og materialer

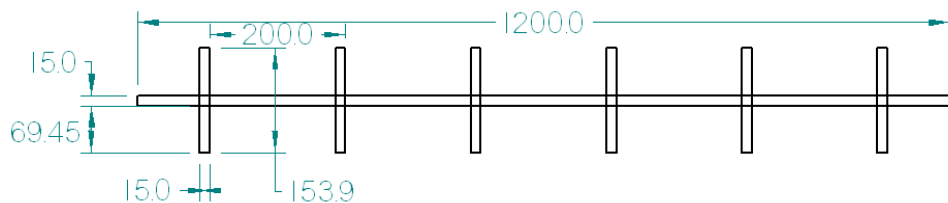
Det vil bli regnet på to forskjellige geometrier, en ensidig avstivet plate og en tosidig avstivet plate. Begge geometriene har samme stivhet, men forskjellige areal, som skyldes forskjellig stiverdimensjon.

Det er blitt valgt å regne på en plate med seks stivere. Dette er valgt fordi det er av interesse å undersøke teoriene som dekker platefelt med flere enn to stivere. Platebredden er satt til 1200mm og tykkelsen til 15mm. Stiverhøyden er satt til 100mm og tykkelse til 15mm for ensidig stivere og 153.9mm høyde og 15mm tykkelse for tosidig stivere. Se Fig. 6.1 og Fig. 6.2. Dette blir i begge tilfeller sett på som en solid avstivet plate og er blitt valgt for å unngå tverrsnittsklasse 4, lokal knekking og ueffektivt areal.

Det er blitt brukt vanlig S 355 stål (tatt fra Tabell 3.1 i NS-EN 1993-1-1 [6]) med E-modul på 210000 N/mm^2 og tverrkontraksjonstall på 0.3.



Figur 6.1: Ensidig avstivet plate



Figur 6.2: Tosidig avstivet plate

6.2 MathCad dokumentet

Videre følger beregningene gjort i regneprogrammet MathCad. Teorien beskrevet i Kap. 3.1, 3.2 og 3.3 blir brukt til å beregne knekkspenninger for geometrien beskrevet i kapitlet over, Kap. 6.1. For EN1993-1-5 vil det ikke bli regnet på de nye utledede formelen, men formlene beskrevet i standarden (se Kap. 3.2.1). MathCad-regnearket viser bare utregninger for en gitt platelengde for å vise hvordan det er gjort. Merk at det er beregnet knekkspenninger for platelengdene 2-20m med intervaller på 1m. Disse resultatene blir representert i Kap. 6.3.

6.2.1 Ensidig avstivet plate

I MathCad-dokumentet vil det også finnes utregninger for tverrsnittsklasse, effektivt materiale, nøytralakser og mer.

Material

Bruker S355 stål for både platen og stiverene

Flytespenningen:

NS-EN1993-1:Tabell 3.1 $f_y := 355 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ $f_0 := f_y$

Bruddfasthet:

$$f_u := 510 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

E - modul:

$$E := 210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Poisson - tallet

$$\nu := 0.3$$

Skjærmodul

$$G := \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$$

$$G = 8.077 \times 10^4 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Geometri og Areal

Plate:

$$b_{pl} := 1200\text{mm} \quad t_{pl} := 15\text{mm} \quad l_{pl} := 10000\text{mm}$$

Stivere:

$$h_{sti} := 100\text{mm} \quad t_{sti} := 15\text{mm}$$

Antall stivere:

$$n_{sti} := 6$$

Platelengde per stiver:

$$s := \frac{b_{pl}}{n_{sti}} \qquad s = 200 \cdot \text{mm}$$

Areal til en stiver:

$$A_{sti} := h_{sti} \cdot t_{sti} \qquad A_{sti} = 1.5 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

Totalareal av alle stiverne:

$$A_{sti.tot} := A_{sti} \cdot n_{sti} \qquad A_{sti.tot} = 9 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

Areal til hele platen:

$$A_{pl.tot} := b_{pl} \cdot t_{pl} \qquad A_{pl.tot} = 1.8 \times 10^4 \cdot \text{mm}^2$$

Plateareal av en seksjon:

$$A_{pl.sek} := s \cdot t_{pl} \qquad A_{pl.sek} = 3 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

Totalareal av plate med stivere:

$$A_{tot} := A_{sti.tot} + A_{pl.tot} \qquad A_{tot} = 27000 \cdot \text{mm}^2$$

Totalareal av en seksjon:

$$A_{tot.sek} := A_{sti} + A_{pl.sek} \qquad A_{tot.sek} = 4500 \cdot \text{mm}^2$$

Tverrsnittsklasse

NS-EN1993-
-1:Tabell 5.2

$$\varepsilon := \sqrt{\frac{235 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{f_y}}$$

Plate:

$$c_p := s$$

$$\varepsilon = 0.814$$

$$c_p = 200 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Klasse}_p := \begin{cases} 4 & \text{if } \frac{c_p}{t_{pl}} > 42 \cdot \varepsilon \\ 3 & \text{if } \frac{c_p}{t_{pl}} \leq 42 \cdot \varepsilon \\ 2 & \text{if } \frac{c_p}{t_{pl}} \leq 38 \cdot \varepsilon \\ 1 & \text{if } \frac{c_p}{t_{pl}} \leq 33 \cdot \varepsilon \end{cases}$$

$$\text{Klasse}_p = 1$$

Stiver:

$$c_s := h_{sti}$$

$$c_s = 100 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Klasse}_s := \begin{cases} 4 & \text{if } \frac{c_s}{t_{sti}} > 14 \cdot \varepsilon \\ 3 & \text{if } \frac{c_s}{t_{sti}} \leq 14 \cdot \varepsilon \\ 2 & \text{if } \frac{c_s}{t_{sti}} \leq 10 \cdot \varepsilon \\ 1 & \text{if } \frac{c_s}{t_{sti}} \leq 9 \cdot \varepsilon \end{cases}$$

$$\text{Klasse}_s = 1$$

Effektivt Areal

Regnet ut etter EN1993-1-5 kap 4.4

$$t := t_{pl}$$

$$t = 15 \cdot \text{mm}$$

$$b := s$$

$$b = 200 \cdot \text{mm}$$

Tab . 4.1

Interne elementer (plate):

Jevn spenningsfordeling gir følgende parameter etter Tab 4.1:

$$\psi := 1 \quad k_{\sigma} := 4$$

Plateslankhet:

$$\lambda_p := \frac{\frac{b}{t}}{(28.4 \cdot \epsilon \cdot \sqrt{k_{\sigma}})}$$

$$\lambda_p = 0.289$$

Reduksjonsfaktor:

$$\rho_{pl} := \begin{cases} 1 & \text{if } \lambda_p \leq 0.673 \\ \frac{\lambda_p - 0.055 \cdot (3 + \psi)}{\lambda_p^2} & \text{if } \lambda_p > 0.673 \end{cases}$$

$$\rho_{pl} = 1$$

Eksterne elementer (stiver):

$$b := h_{sti}$$

$$b = 100 \cdot \text{mm}$$

$$t := t_{sti}$$

$$t = 15 \cdot \text{mm}$$

Jevn spenningsfordeling gir følgende parameter etter Tab 4.2

$$k_{\sigma sti} := 0.43$$

Stiverslankhet:

$$\lambda_{psti} := \frac{\frac{b}{t}}{28.4 \cdot \epsilon \cdot \sqrt{k_{\sigma sti}}}$$

$$\lambda_{psti} = 0.44$$

$$\rho_{sti} := \begin{cases} 1 & \text{if } \lambda_{psti} \leq 0.748 \\ \frac{\lambda_{psti} - 0.188}{\lambda_{psti}^2} & \text{if } \lambda_{psti} > 0.748 \end{cases}$$

$$\rho_{sti} = 1$$

Konklusjon : Ingen reduksjon i arealet

Nøytralakse og Stivheter

Tyngdepunkt til platen med stiver:

$$e_y := \frac{s \cdot t_{pl} \left(h_{sti} + \frac{t_{pl}}{2} \right) + h_{sti} \cdot t_{sti} \cdot \frac{h_{sti}}{2}}{s \cdot t_{pl} + h_{sti} \cdot t_{sti}} \quad e_y = 88.333 \cdot \text{mm}$$

Stivheten til stivere:

$$I_{sti} := \frac{h_{sti}^3 \cdot t_{sti}}{12} + h_{sti} \cdot t_{sti} \cdot \left(e_y - \frac{h_{sti}}{2} \right)^2 \quad I_{sti} = 3.454 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{sti.tot} := I_{sti} \cdot n_{sti} \quad I_{sti.tot} = 2.073 \times 10^7 \cdot \text{mm}^4$$

Stivheten til platen:

$$I_{pl.sek} := \frac{s \cdot t_{pl}^3}{12} + s \cdot t_{pl} \cdot \left(\frac{t_{pl}}{2} + h_{sti} - e_y \right)^2 \quad I_{pl.sek} = 1.158 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{pl.tot} := I_{pl.sek} \cdot n_{sti} \quad I_{pl.tot} = 6.95 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

Totalstivheten til platefeltet med stivere:

$$I_{tot} := I_{pl.tot} + I_{sti.tot} \quad I_{tot} = 2.768 \times 10^7 \cdot \text{mm}^4$$

Totalstivhet til en stiver med effektiv platebredde:

$$I_{tot.sek} := I_{sti} + I_{pl.sek} \quad I_{tot.sek} = 4.613 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

Platestivheten:

$$D := \frac{E \cdot t_{pl}^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad D = 6.49 \times 10^7 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}$$

Knekkspenning etter EN1993-1-5

Beregningene er gjort etter EN 1993.1.5 - Annex A.1 - Equivalent orthotropic plate. Beskrevet i Kap. 3.2 i denne oppgaven

$$b := b_{pl} \quad t := t_{pl} \quad a := l_{pl}$$

2 . arealmoment til kun platen:

$$I_p := \frac{b \cdot t^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad I_p = 3.709 \times 10^5 \cdot \text{mm}^4$$

2 . arealmoment til hele platen inkludert stiver:

$$I_{sl} := I_{tot} \quad I_{sl} = 2.768 \times 10^7 \cdot \text{mm}^4$$

Totalareal av stiverene:

$$A_{sl} := A_{sti.tot} \quad A_{sl} = 9 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

Totalareal av plate:

$$A_p := A_{pl.tot} \quad A_p = 1.8 \times 10^4 \cdot \text{mm}^2$$

Største og minste kantspenninger settes til 1. Ettersom det er jevnt trykk i platen så blir spenningene likt over hele:

$$\sigma_1 := 1 \quad \sigma_2 := 1$$

Parametere brukt for å regne ut knekk koeffisienten for ortotrope plater:

$$\psi := \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad \psi = 1$$

$$\gamma := \frac{I_{sl}}{I_p} \quad \gamma = 74.62$$

$$\delta := \frac{A_{sl}}{A_p} \quad \delta = 0.5$$

$$\alpha := \frac{a}{b} \quad \alpha = 8.333$$

Knekkoeffisienten for for ortotropiske plater blir da:

$$(A.2) \quad k_{\sigma.p} := \begin{cases} \frac{2 \left[(1 + \alpha^2)^2 + \gamma - 1 \right]}{\alpha^2 \cdot (\psi + 1) \cdot (1 + \delta)} & \text{if } \alpha \leq \gamma^{\frac{1}{4}} \\ \frac{4(1 + \sqrt{\gamma})}{(\psi + 1) \cdot (1 + \delta)} & \text{if } \alpha > \gamma^{\frac{1}{4}} \end{cases} \quad k_{\sigma.p} = 12.851$$

$$\sigma_E := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot t^2}{12 \cdot (1 - \nu^2) \cdot b^2} \quad \sigma_E = 29.656 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Den elastiske kritiske plateknekkingsspenningen blir da:

$$(A.1) \quad \sigma_{cr.p.EC3} := k_{\sigma.p} \cdot \sigma_E \quad \sigma_{cr.p.EC3} = 381.114 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Knekklast:

$$N_{cr.EC3} := \sigma_{cr.p.EC3} \cdot A_{tot} \quad N_{cr.EC3} = 10290.081 \cdot \text{kN}$$

Knekkspenning etter Timoshenko's plateteori

Framgangsmåte og formler er beskrevet i Kap. 3.1 i oppgaven

$$c_1 := 100\text{mm} \quad c_2 := 300\text{mm} \quad c_3 := 500\text{mm}$$

$$c_4 := 700\text{mm} \quad c_5 := 900\text{mm} \quad c_6 := 1100\text{mm}$$

$$\begin{aligned} \sin_{\text{sum}} := & \sin\left(\frac{\pi \cdot c_1}{b}\right)^2 + \sin\left(\frac{\pi \cdot c_2}{b}\right)^2 \dots & \sin_{\text{sum}} = 3 \\ & + \sin\left(\frac{\pi \cdot c_3}{b}\right)^2 + \sin\left(\frac{\pi \cdot c_4}{b}\right)^2 \dots \\ & + \sin\left(\frac{\pi \cdot c_5}{b}\right)^2 + \sin\left(\frac{\pi \cdot c_6}{b}\right)^2 \end{aligned}$$

$$h := t_{\text{pl}}$$

$$h = 15 \cdot \text{mm}$$

Arealet av en stiver:

$$A_i := A_{\text{sti}}$$

$$A_i = 1.5 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

$$I_i := I_{\text{tot.sek}}$$

$$I_i = 4.613 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

Parameteret :

$$\beta := \frac{a}{b}$$

$$\beta = 8.333$$

$$\gamma_i := \frac{E \cdot I_i}{b \cdot D}$$

$$\gamma_i = 12.437$$

$$\delta_i := \frac{A_i}{b \cdot h}$$

$$\delta_i = 0.083$$

Kritisk spenning for knekking med 1 bølge i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.m1}} := \frac{\pi^2 \cdot D}{b^2 \cdot h} \cdot \frac{(1 + \beta^2)^2 + 2 \cdot \gamma_i \cdot \sin_{\text{sum}}}{\beta^2 \cdot (1 + 2 \cdot \delta_i \cdot \sin_{\text{sum}})} \quad \sigma_{\text{cr.m1}} = 1434.046 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kritisk spenning for knekking med 2 bølger i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.m2}} := \frac{\pi^2 \cdot D}{b^2 \cdot h} \cdot \frac{(4 + \beta^2)^2 + 32 \cdot \gamma_i \cdot \sin_{\text{sum}}}{\beta^2 \cdot (4 + 8 \cdot \delta_i \cdot \sin_{\text{sum}})} \quad \sigma_{\text{cr.m2}} = 468.902 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kritisk spenning for knekking med 3 bølger i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.m3}} := \frac{\pi^2 \cdot D}{b^2 \cdot h} \cdot \frac{(9 + \beta^2)^2 + 162 \cdot \gamma_i \cdot \sin_{\text{sum}}}{\beta^2 \cdot (9 + 18 \cdot \delta_i \cdot \sin_{\text{sum}})} \quad \sigma_{\text{cr.m3}} = 385.856 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kritisk spenning for knekking med 4 bølger i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.m4}} := \frac{\pi^2 \cdot D}{b^2 \cdot h} \cdot \frac{(16 + \beta^2)^2 + 512 \cdot \gamma_i \cdot \sin_{\text{sum}}}{\beta^2 \cdot (16 + 32 \cdot \delta_i \cdot \sin_{\text{sum}})} \quad \sigma_{\text{cr.m4}} = 469.817 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kritisk spenning for knekking med 5 bølger i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.m5}} := \frac{\pi^2 \cdot D}{b^2 \cdot h} \cdot \frac{(25 + \beta^2)^2 + 1250 \cdot \gamma_i \cdot \sin_{\text{sum}}}{\beta^2 \cdot (25 + 50 \cdot \delta_i \cdot \sin_{\text{sum}})} \quad \sigma_{\text{cr.m5}} = 632.686 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kritisk spenning for knekking med 6 bølger i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.m6}} := \frac{\pi^2 \cdot D}{b^2 \cdot h} \cdot \frac{(36 + \beta^2)^2 + 2592 \cdot \gamma_i \cdot \sin_{\text{sum}}}{\beta^2 \cdot (36 + 72 \cdot \delta_i \cdot \sin_{\text{sum}})} \quad \sigma_{\text{cr.m6}} = 852.725 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Knekkspenninger etter EN1999-1-1, metode 1

Beregningene er gjort etter EN 1999-1-1 Kap. 6.6.2. Teorien er beskrevet i Kap. 3.3.1 i denne oppgaven

$$\begin{aligned}
 A_{\text{eff}} &:= A_{\text{sti}} \cdot \rho_{\text{sti}} + A_{\text{pl.sek}} \cdot \rho_{\text{pl}} & A_{\text{eff}} &= 4.5 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2 \\
 A_{\text{net}} &:= A_{\text{tot.sek}} & A_{\text{net}} &= 4.5 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2 \\
 b &:= b_{\text{pl}} & b &= 1200 \cdot \text{mm} \\
 t &:= t_{\text{pl}} & t &= 15 \cdot \text{mm} \\
 L &:= a & L &= 10000 \cdot \text{mm} \\
 I_y &:= I_{\text{tot}} & I_y &= 2.768 \times 10^7 \cdot \text{mm}^4
 \end{aligned}$$

Den elastiske støtten fra platen:

$$(6.97) \quad c := \frac{8.9 \cdot E \cdot t^3}{b^3} \qquad c = 3.65 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Knekkraften og knekkspenningen blir:

$$(6.95)\text{-}(6.96) \quad N_{\text{cr.EC9.1}} := \begin{cases} \left(\frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{L^2} + \frac{L^2 \cdot c}{\pi^2} \right) & \text{if } L < \pi \cdot \sqrt[4]{\frac{E \cdot I_y}{c}} \\ (2 \cdot \sqrt{c \cdot E \cdot I_y}) & \text{if } L \geq \pi \cdot \sqrt[4]{\frac{E \cdot I_y}{c}} \end{cases}$$

$$N_{\text{cr.EC9.1}} = 9211.983 \cdot \text{kN}$$

$$\sigma_{\text{cr.EC9.1}} := \frac{N_{\text{cr.EC9.1}}}{A_{\text{tot}}} \qquad \sigma_{\text{cr.EC9.1}} = 341.185 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Knekkspenninger etter EN1999-1-1, metode 2

Beregningene er gjort etter EN 1999-1-1 Kap. 6.6.6. Teorien er beskrevet i Kap. 3.3.2 i denne oppgaven

$$I_L := I_{\text{tot.sek}} \quad I_L = 4.613 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$a := \frac{s}{2} \quad a = 100 \cdot \text{mm}$$

Bøynings- og torsjonsstivheten blir:

$$\text{Tab. 6.11} \quad B_x := \frac{E \cdot I_L}{2 \cdot a} \quad B_x = 4.843 \times 10^3 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$B_y := \frac{E \cdot t_{\text{pl}}^3}{12(1 - \nu^2)} \quad B_y = 64.904 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$H := \frac{G \cdot t_{\text{pl}}^3}{6} \quad H = 45.433 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Knekkraften og knekkspenningen blir da:

$$\begin{aligned} (6.102)\text{-} \\ (6.103) \quad N_{\text{cr.EC9.2}} := & \begin{cases} \left[\frac{\pi^2}{b} \cdot \left[\frac{B_x}{\left(\frac{L}{b}\right)^2} + 2 \cdot H + B_y \cdot \left(\frac{L}{b}\right)^2 \right] \right] & \text{if } \frac{L}{b} < \sqrt[4]{\frac{B_x}{B_y}} \\ \left[\frac{2\pi^2}{b} \cdot (\sqrt{B_x \cdot B_y} + H) \right] & \text{if } \frac{L}{b} \geq \sqrt[4]{\frac{B_x}{B_y}} \end{cases} \end{aligned}$$

$$N_{\text{cr.EC9.2}} = 9969.793 \cdot \text{kN}$$

$$\sigma_{\text{cr.EC9.2}} := \frac{N_{\text{cr.EC9.2}}}{A_{\text{tot}}} \quad \sigma_{\text{cr.EC9.2}} = 369.252 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Videre følger utregning av knekkspenninger for gitte knekkformer etter teorien i EN1999-1-1, se Kap. 3.3.2, med samme knekkformer som for Timoshenko's plateteori

$$D_x := B_x \qquad D_x = 4.843 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{kN}$$

$$D_y := B_y \qquad D_y = 64.904 \text{ m}\cdot\text{kN}$$

Kritisk spenning for knekking med 1 bølge i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.EC9.21}} := \frac{\frac{\pi^2}{b}}{A_{\text{tot}}} \left[\frac{D_x}{\left(\frac{L}{b}\right)^2} + 2H + D_y \cdot \left(\frac{L}{b}\right)^2 \right] = 1.422 \times 10^3 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kritisk spenning for knekking med 2 bølge i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.EC9.22}} := \frac{\frac{\pi^2}{b}}{A_{\text{tot}}} \left[\frac{4D_x}{\left(\frac{L}{b}\right)^2} + 2H + \frac{D_y}{4} \cdot \left(\frac{L}{b}\right)^2 \right] = 455.9 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kritisk spenning for knekking med 3 bølge i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.EC9.23}} := \frac{\frac{\pi^2}{b}}{A_{\text{tot}}} \left[\frac{8D_x}{\left(\frac{L}{b}\right)^2} + 2H + \frac{D_y}{8} \cdot \left(\frac{L}{b}\right)^2 \right] = 369.256 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kritisk spenning for knekking med 4 bølge i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.EC9.24}} := \frac{\frac{\pi^2}{b}}{A_{\text{tot}}} \left[\frac{16D_x}{\left(\frac{L}{b}\right)^2} + 2H + \frac{D_y}{16} \cdot \left(\frac{L}{b}\right)^2 \right] = 453.399 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kritisk spenning for knekking med 5 bølge i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.EC9.25}} := \frac{\pi^2}{A_{\text{tot}}} \left[\frac{25D_x}{\left(\frac{L}{b}\right)^2} + 2H + \frac{D_y}{25} \cdot \left(\frac{L}{b}\right)^2 \right] = 613.706 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kritisk spenning for knekking med 6 bølge i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.EC9.26}} := \frac{\pi^2}{A_{\text{tot}}} \left[\frac{36D_x}{\left(\frac{L}{b}\right)^2} + 2H + \frac{D_y}{36} \cdot \left(\frac{L}{b}\right)^2 \right] = 830.613 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Knekkspenninger for de forskjellige metodene:

$$\sigma_{\text{samlet}} := (\sigma_{\text{cr.p.EC3}} \quad \sigma_{\text{cr.m1}} \quad \sigma_{\text{cr.m2}} \quad \sigma_{\text{cr.m3}} \quad \sigma_{\text{cr.m4}} \quad \sigma_{\text{cr.m5}} \quad \sigma_{\text{cr.m6}} \quad \sigma_{\text{cr.EC9.1}} \quad \sigma_{\text{cr.EC9}}$$

$$\sigma_{\text{samlet}} = (381 \quad 1434 \quad 469 \quad 386 \quad 470 \quad 633 \quad 853 \quad 341 \quad 369) \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

6.2.2 Tosidig avstivet plate

Material

Bruker S355 stål for både platen og stiverene

Flytespenningen:

NS-EN1993-1:Tabell 3.1 $f_y := 355 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ $f_0 := f_y$

Bruddfasthet:

$$f_u := 510 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

E - modul:

$$E := 210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Poisson - tallet

$$\nu := 0.3$$

Skjærmodul

$$G := \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$$

$$G = 8.077 \times 10^4 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Geometri og Areal

Plate:

$$b_{pl} := 1200\text{mm} \quad t_{pl} := 15\text{mm}$$

$$l_{pl} := 10000\text{mm}$$

Stivere:

$$h_{sti} := 100\text{mm} \quad t_{sti} := 15\text{mm}$$

Antall stivere:

$$n_{sti} := 6$$

Platelengde per stiver:

$$s := \frac{b_{pl}}{n_{sti}}$$

$$s = 200 \cdot \text{mm}$$

Areal til en stiver:

$$A_{sti} := h_{sti} \cdot t_{sti}$$

$$A_{sti} = 1.5 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

Totalareal av alle stiverne:

$$A_{sti.tot} := A_{sti} \cdot n_{sti}$$

$$A_{sti.tot} = 9 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

Areal til hele platen:

$$A_{pl.tot} := b_{pl} \cdot t_{pl}$$

$$A_{pl.tot} = 1.8 \times 10^4 \cdot \text{mm}^2$$

Plateareal av en seksjon:

$$A_{pl.sek} := s \cdot t_{pl}$$

$$A_{pl.sek} = 3 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

Totalareal av plate med stivere:

$$A_{tot} := A_{sti.tot} + A_{pl.tot}$$

$$A_{tot} = 27000 \cdot \text{mm}^2$$

Totalareal av en seksjon:

$$A_{tot.sek} := A_{sti} + A_{pl.sek}$$

$$A_{tot.sek} = 4500 \cdot \text{mm}^2$$

Tverrsnittsklasse

NS-EN1993-
-1:Tabell 5.2

$$\varepsilon := \sqrt{\frac{235 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{f_y}}$$

Plate:

$$c_p := s$$

$$\varepsilon = 0.814$$

$$c_p = 200 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Klasse}_p := \begin{cases} 4 & \text{if } \frac{c_p}{t_{pl}} > 42 \cdot \varepsilon \\ 3 & \text{if } \frac{c_p}{t_{pl}} \leq 42 \cdot \varepsilon \\ 2 & \text{if } \frac{c_p}{t_{pl}} \leq 38 \cdot \varepsilon \\ 1 & \text{if } \frac{c_p}{t_{pl}} \leq 33 \cdot \varepsilon \end{cases}$$

$$\text{Klasse}_p = 1$$

Stiver:

$$c_s := h_{sti}$$

$$c_s = 100 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Klasse}_s := \begin{cases} 4 & \text{if } \frac{c_s}{t_{sti}} > 14 \cdot \varepsilon \\ 3 & \text{if } \frac{c_s}{t_{sti}} \leq 14 \cdot \varepsilon \\ 2 & \text{if } \frac{c_s}{t_{sti}} \leq 10 \cdot \varepsilon \\ 1 & \text{if } \frac{c_s}{t_{sti}} \leq 9 \cdot \varepsilon \end{cases}$$

$$\text{Klasse}_s = 1$$

Effektivt Areal

Regnet ut etter EN1993-1-5 kap 4.4

$$t := t_{pl}$$

$$t = 15 \cdot \text{mm}$$

$$b := s$$

$$b = 200 \cdot \text{mm}$$

Tab . 4.1

Interne elementer (plate):

Jevn spenningsfordeling gir følgende parameter etter Tab 4.1:

$$\psi := 1 \quad k_{\sigma} := 4$$

Plateslankhet:

$$\lambda_p := \frac{\frac{b}{t}}{(28.4 \cdot \epsilon \cdot \sqrt{k_{\sigma}})}$$

$$\lambda_p = 0.289$$

Reduksjonsfaktor:

$$\rho_{pl} := \begin{cases} 1 & \text{if } \lambda_p \leq 0.673 \\ \frac{\lambda_p - 0.055 \cdot (3 + \psi)}{\lambda_p^2} & \text{if } \lambda_p > 0.673 \end{cases}$$

$$\rho_{pl} = 1$$

Eksterne elementer (stiver):

$$b := h_{sti}$$

$$b = 100 \cdot \text{mm}$$

$$t := t_{sti}$$

$$t = 15 \cdot \text{mm}$$

Jevn spenningsfordeling gir følgende parameter etter Tab 4.2

$$k_{\sigma sti} := 0.43$$

Stiverslankhet:

$$\lambda_{psti} := \frac{\frac{b}{t}}{28.4 \cdot \epsilon \cdot \sqrt{k_{\sigma sti}}}$$

$$\lambda_{psti} = 0.44$$

$$\rho_{sti} := \begin{cases} 1 & \text{if } \lambda_{psti} \leq 0.748 \\ \frac{\lambda_{psti} - 0.188}{\lambda_{psti}^2} & \text{if } \lambda_{psti} > 0.748 \end{cases}$$

$$\rho_{sti} = 1$$

Konklusjon : Ingen reduksjon i arealet

Nøytralakse og Stivheter

Tyngdepunkt til platen med stiver:

$$e_y := \frac{s \cdot t_{pl} \left(h_{sti} + \frac{t_{pl}}{2} \right) + h_{sti} \cdot t_{sti} \cdot \frac{h_{sti}}{2}}{s \cdot t_{pl} + h_{sti} \cdot t_{sti}} \quad e_y = 88.333 \cdot \text{mm}$$

Stivheten til stivere:

$$I_{sti} := \frac{h_{sti}^3 \cdot t_{sti}}{12} + h_{sti} \cdot t_{sti} \cdot \left(e_y - \frac{h_{sti}}{2} \right)^2 \quad I_{sti} = 3.454 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{sti.tot} := I_{sti} \cdot n_{sti} \quad I_{sti.tot} = 2.073 \times 10^7 \cdot \text{mm}^4$$

Stivheten til platen:

$$I_{pl.sek} := \frac{s \cdot t_{pl}^3}{12} + s \cdot t_{pl} \cdot \left(\frac{t_{pl}}{2} + h_{sti} - e_y \right)^2 \quad I_{pl.sek} = 1.158 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{pl.tot} := I_{pl.sek} \cdot n_{sti} \quad I_{pl.tot} = 6.95 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

Totalstivheten til platefeltet med stivere:

$$I_{tot} := I_{pl.tot} + I_{sti.tot} \quad I_{tot} = 2.768 \times 10^7 \cdot \text{mm}^4$$

Totalstivhet til en stiver med effektiv platebredde:

$$I_{tot.sek} := I_{sti} + I_{pl.sek} \quad I_{tot.sek} = 4.613 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

Platestivheten:

$$D := \frac{E \cdot t_{pl}^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad D = 6.49 \times 10^7 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}$$

Knekkspenning etter EN1993-1-5

Beregningene er gjort etter EN 1993-1-5 - Annex A.1 - Equivalent orthotropic plate. Beskrevet i Kap. 3.2 i denne oppgaven

$$b := b_{pl} \quad t := t_{pl} \quad a := l_{pl}$$

2 . arealmoment til kun platen:

$$I_p := \frac{b \cdot t^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad I_p = 3.709 \times 10^5 \cdot \text{mm}^4$$

2 .arealmoment til hele platen inkludert stiver:

$$I_{sl} := I_{tot} \quad I_{sl} = 2.768 \times 10^7 \cdot \text{mm}^4$$

Totalareal av stiverene:

$$A_{sl} := A_{sti.tot} \quad A_{sl} = 9 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

Totalareal av plate:

$$A_p := A_{pl.tot} \quad A_p = 1.8 \times 10^4 \cdot \text{mm}^2$$

Største og minste kantspenninger settes til 1. Ettersom det er jevnt trykk i platen så blir spenningene likt over hele:

$$\sigma_1 := 1 \quad \sigma_2 := 1$$

Parametere brukt for å regne ut knekk koeffisienten for ortotrope plater:

$$\psi := \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad \psi = 1$$

$$\gamma := \frac{I_{sl}}{I_p} \quad \gamma = 74.62$$

$$\delta := \frac{A_{sl}}{A_p} \quad \delta = 0.5$$

$$\alpha := \frac{a}{b} \quad \alpha = 8.333$$

Knekkoeffisienten for for ortotropiske plater blir da:

$$(A.2) \quad k_{\sigma.p} := \begin{cases} \frac{2 \left[(1 + \alpha^2)^2 + \gamma - 1 \right]}{\alpha^2 \cdot (\psi + 1) \cdot (1 + \delta)} & \text{if } \alpha \leq \gamma^{\frac{1}{4}} \\ \frac{4(1 + \sqrt{\gamma})}{(\psi + 1) \cdot (1 + \delta)} & \text{if } \alpha > \gamma^{\frac{1}{4}} \end{cases} \quad k_{\sigma.p} = 12.851$$

$$\sigma_E := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot t^2}{12 \cdot (1 - \nu^2) \cdot b^2} \quad \sigma_E = 29.656 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Den elastiske kritiske plateknekkingsspenningen blir da:

$$(A.1) \quad \sigma_{cr.p.EC3} := k_{\sigma.p} \cdot \sigma_E \quad \sigma_{cr.p.EC3} = 381.114 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Knekklast:

$$N_{cr.EC3} := \sigma_{cr.p.EC3} \cdot A_{tot} \quad N_{cr.EC3} = 10290.081 \cdot \text{kN}$$

Knekkspenning etter Timoshenko's plateteori

Framgangsmåte og formler er beskrevet i Kap. 3.1 i oppgaven

$$c_1 := 100\text{mm} \quad c_2 := 300\text{mm} \quad c_3 := 500\text{mm}$$

$$c_4 := 700\text{mm} \quad c_5 := 900\text{mm} \quad c_6 := 1100\text{mm}$$

$$\begin{aligned} \sin_{\text{sum}} := & \sin\left(\frac{\pi \cdot c_1}{b}\right)^2 + \sin\left(\frac{\pi \cdot c_2}{b}\right)^2 \dots & \sin_{\text{sum}} = 3 \\ & + \sin\left(\frac{\pi \cdot c_3}{b}\right)^2 + \sin\left(\frac{\pi \cdot c_4}{b}\right)^2 \dots \\ & + \sin\left(\frac{\pi \cdot c_5}{b}\right)^2 + \sin\left(\frac{\pi \cdot c_6}{b}\right)^2 \end{aligned}$$

$$h := t_{\text{pl}}$$

$$h = 15 \cdot \text{mm}$$

Arealet av en stiver:

$$A_i := A_{\text{sti}}$$

$$A_i = 1.5 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

$$I_i := I_{\text{tot.sek}}$$

$$I_i = 4.613 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

Parameteret :

$$\beta := \frac{a}{b}$$

$$\beta = 8.333$$

$$\gamma_i := \frac{E \cdot I_i}{b \cdot D}$$

$$\gamma_i = 12.437$$

$$\delta_i := \frac{A_i}{b \cdot h}$$

$$\delta_i = 0.083$$

Kritisk spenning for knekking med 1 bølge i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.m1}} := \frac{\pi^2 \cdot D}{b^2 \cdot h} \cdot \frac{(1 + \beta^2)^2 + 2 \cdot \gamma_i \cdot \sin_{\text{sum}}}{\beta^2 \cdot (1 + 2 \cdot \delta_i \cdot \sin_{\text{sum}})} \quad \sigma_{\text{cr.m1}} = 1434.046 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kritisk spenning for knekking med 2 bølger i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.m2}} := \frac{\pi^2 \cdot D}{b^2 \cdot h} \cdot \frac{(4 + \beta^2)^2 + 32 \cdot \gamma_i \cdot \sin_{\text{sum}}}{\beta^2 \cdot (4 + 8 \cdot \delta_i \cdot \sin_{\text{sum}})} \quad \sigma_{\text{cr.m2}} = 468.902 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kritisk spenning for knekking med 3 bølger i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.m3}} := \frac{\pi^2 \cdot D}{b^2 \cdot h} \cdot \frac{(9 + \beta^2)^2 + 162 \cdot \gamma_i \cdot \sin_{\text{sum}}}{\beta^2 \cdot (9 + 18 \cdot \delta_i \cdot \sin_{\text{sum}})} \quad \sigma_{\text{cr.m3}} = 385.856 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kritisk spenning for knekking med 4 bølger i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.m4}} := \frac{\pi^2 \cdot D}{b^2 \cdot h} \cdot \frac{(16 + \beta^2)^2 + 512 \cdot \gamma_i \cdot \sin_{\text{sum}}}{\beta^2 \cdot (16 + 32 \cdot \delta_i \cdot \sin_{\text{sum}})} \quad \sigma_{\text{cr.m4}} = 469.817 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kritisk spenning for knekking med 5 bølger i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.m5}} := \frac{\pi^2 \cdot D}{b^2 \cdot h} \cdot \frac{(25 + \beta^2)^2 + 1250 \cdot \gamma_i \cdot \sin_{\text{sum}}}{\beta^2 \cdot (25 + 50 \cdot \delta_i \cdot \sin_{\text{sum}})} \quad \sigma_{\text{cr.m5}} = 632.686 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kritisk spenning for knekking med 6 bølger i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.m6}} := \frac{\pi^2 \cdot D}{b^2 \cdot h} \cdot \frac{(36 + \beta^2)^2 + 2592 \cdot \gamma_i \cdot \sin_{\text{sum}}}{\beta^2 \cdot (36 + 72 \cdot \delta_i \cdot \sin_{\text{sum}})} \quad \sigma_{\text{cr.m6}} = 852.725 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Knekkspenninger etter EN1999-1-1, metode 1

Beregningene er gjort etter EN 1999-1-1 Kao. 6.6.2. Teorien er beskrevet i Kap. 3.3.1 i denne oppgaven

$$A_{\text{eff}} := A_{\text{sti}} \cdot \rho_{\text{sti}} + A_{\text{pl.sek}} \cdot \rho_{\text{pl}} \quad A_{\text{eff}} = 4.5 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

$$A_{\text{net}} := A_{\text{tot.sek}} \quad A_{\text{net}} = 4.5 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

$$b := b_{\text{pl}} \quad b = 1200 \cdot \text{mm}$$

$$t := t_{\text{pl}} \quad t = 15 \cdot \text{mm}$$

$$L := a \quad L = 10000 \cdot \text{mm}$$

$$I_y := I_{\text{tot}} \quad I_y = 2.768 \times 10^7 \cdot \text{mm}^4$$

Den elastiske støtten fra platen:

$$(6.97) \quad c := \frac{8.9 \cdot E \cdot t^3}{b^3} \quad c = 3.65 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Knekkraften og knekkspenningen blir:

$$(6.95)-(6.96) \quad N_{\text{cr.EC9.1}} := \begin{cases} \left(\frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{L^2} + \frac{L^2 \cdot c}{\pi^2} \right) & \text{if } L < \pi \cdot \sqrt[4]{\frac{E \cdot I_y}{c}} \\ (2 \cdot \sqrt{c \cdot E \cdot I_y}) & \text{if } L \geq \pi \cdot \sqrt[4]{\frac{E \cdot I_y}{c}} \end{cases}$$

$$N_{\text{cr.EC9.1}} = 9211.983 \cdot \text{kN}$$

$$\sigma_{\text{cr.EC9.1}} := \frac{N_{\text{cr.EC9.1}}}{A_{\text{tot}}} \quad \sigma_{\text{cr.EC9.1}} = 341.185 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Knekkspenninger etter EN1999-1-1, metode 2

Beregningene er gjort etter EN 1999-1-1 Kap. 6.6.6. Teorien er beskrevet i Kap. 3.3.2 i denne oppgaven

$$I_L := I_{\text{tot.sek}} \quad I_L = 4.613 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$a := \frac{s}{2} \quad a = 100 \cdot \text{mm}$$

Bøynings- og torsjonsstivheten blir:

$$\text{Tab. 6.11} \quad B_x := \frac{E \cdot I_L}{2 \cdot a} \quad B_x = 4.843 \times 10^3 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$B_y := \frac{E \cdot t_{\text{pl}}^3}{12(1 - \nu^2)} \quad B_y = 64.904 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$H := \frac{G \cdot t_{\text{pl}}^3}{6} \quad H = 45.433 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Knekkraften og knekkspenningen blir da:

$$\begin{aligned} (6.102)- \\ (6.103) \quad N_{\text{cr.EC9.2}} := & \left[\frac{\pi^2}{b} \cdot \left[\frac{B_x}{\left(\frac{L}{b}\right)^2} + 2 \cdot H + B_y \cdot \left(\frac{L}{b}\right)^2 \right] \right] \text{ if } \frac{L}{b} < \sqrt{\frac{B_x}{B_y}} \\ & \left[\frac{2\pi^2}{b} \cdot (\sqrt{B_x \cdot B_y} + H) \right] \text{ if } \frac{L}{b} \geq \sqrt{\frac{B_x}{B_y}} \end{aligned}$$

$$N_{\text{cr.EC9.2}} = 9969.793 \cdot \text{kN}$$

$$\sigma_{\text{cr.EC9.2}} := \frac{N_{\text{cr.EC9.2}}}{A_{\text{tot}}} \quad \sigma_{\text{cr.EC9.2}} = 369.252 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Videre følger utregning av knekkspenninger for gitte knekkformer etter teorien i EN1999-1-1, se Kap. 3.3.2, med samme knekkformer som for Timoshenko's plateteori

$$D_x := B_x \qquad D_x = 4.843 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{kN}$$

$$D_y := B_y \qquad D_y = 64.904 \text{ m}\cdot\text{kN}$$

Kritisk spenning for knekking med 1 bølge i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.EC9.21}} := \frac{\pi^2}{A_{\text{tot}}} \left[\frac{D_x}{\left(\frac{L}{b}\right)^2} + 2H + D_y \cdot \left(\frac{L}{b}\right)^2 \right] = 1.422 \times 10^3 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kritisk spenning for knekking med 2 bølge i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.EC9.22}} := \frac{\pi^2}{A_{\text{tot}}} \left[\frac{4D_x}{\left(\frac{L}{b}\right)^2} + 2H + \frac{D_y}{4} \cdot \left(\frac{L}{b}\right)^2 \right] = 455.9 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kritisk spenning for knekking med 3 bølge i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.EC9.23}} := \frac{\pi^2}{A_{\text{tot}}} \left[\frac{8D_x}{\left(\frac{L}{b}\right)^2} + 2H + \frac{D_y}{8} \cdot \left(\frac{L}{b}\right)^2 \right] = 369.256 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kritisk spenning for knekking med 4 bølge i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.EC9.24}} := \frac{\pi^2}{A_{\text{tot}}} \left[\frac{16D_x}{\left(\frac{L}{b}\right)^2} + 2H + \frac{D_y}{16} \cdot \left(\frac{L}{b}\right)^2 \right] = 453.399 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kritisk spenning for knekking med 5 bølge i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.EC9.25}} := \frac{\pi^2}{A_{\text{tot}}} \left[\frac{25D_x}{\left(\frac{L}{b}\right)^2} + 2H + \frac{D_y}{25} \cdot \left(\frac{L}{b}\right)^2 \right] = 613.706 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kritisk spenning for knekking med 6 bølge i lengderetning:

$$\sigma_{\text{cr.EC9.26}} := \frac{\pi^2}{A_{\text{tot}}} \left[\frac{36D_x}{\left(\frac{L}{b}\right)^2} + 2H + \frac{D_y}{36} \cdot \left(\frac{L}{b}\right)^2 \right] = 830.613 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Knekkspenninger for de forskjellige metodene:

$$\sigma_{\text{samlet}} := (\sigma_{\text{cr.p.EC3}} \quad \sigma_{\text{cr.m1}} \quad \sigma_{\text{cr.m2}} \quad \sigma_{\text{cr.m3}} \quad \sigma_{\text{cr.m4}} \quad \sigma_{\text{cr.m5}} \quad \sigma_{\text{cr.m6}} \quad \sigma_{\text{cr.EC9.1}} \quad \sigma_{\text{cr.EC9}}$$

$$\sigma_{\text{samlet}} = (381 \quad 1434 \quad 469 \quad 386 \quad 470 \quad 633 \quad 853 \quad 341 \quad 369) \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

6.3 Beregningsresultat for ensidig avstivet plate

I dette kapittelet vil resultatene fra MathCad-beregningene for den ensidige avstivede platen bli presentert. I Kap. 7 vil resultatene bli sammenlignet og kommentert.

6.3.1 Timoshenko's plateteori

Resultatene for Timoshenko's plateteori [3] (Kap. 3.1) er satt opp i Tab. 6.1.

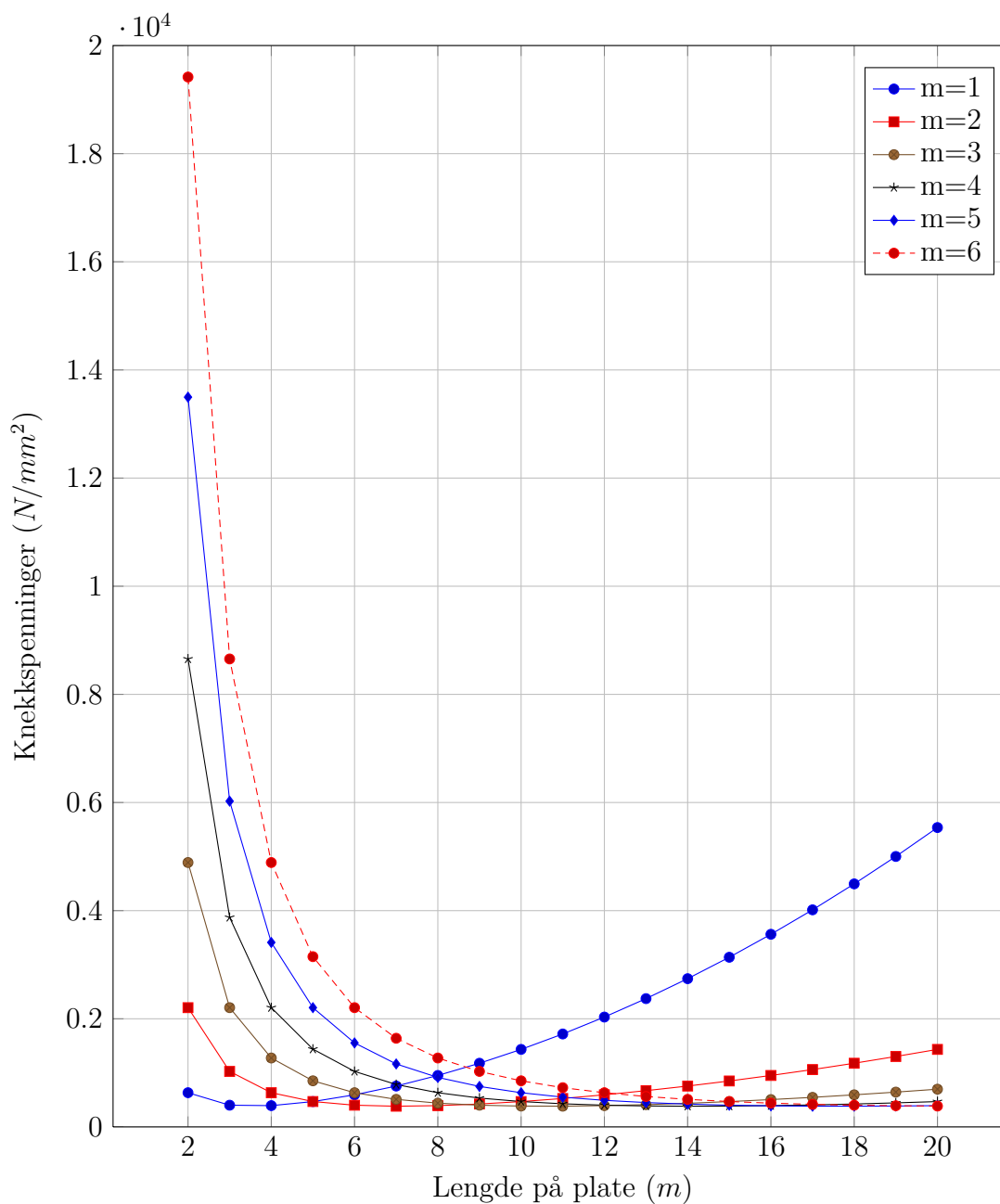
Knekkspenninger etter Timoshenko's plateteori						
Lengde (m)	m=1 (N/mm^2)	m=2 (N/mm^2)	m=3 (N/mm^2)	m=4 (N/mm^2)	m=5 (N/mm^2)	m=6 (N/mm^2)
2	633	2206	4890	8655	13497	19417
3	402	1027	2206	3875	6025	8655
4	394	633	1275	2206	3412	4890
5	469	470	853	1439	2206	3149
6	594	402	633	1027	1554	2206
7	756	383	510	785	1165	1640
8	952	394	440	633	916	1275
9	1178	424	402	534	749	1027
10	1434	469	386	470	633	853
11	1719	526	384	428	551	726
12	2032	594	394	402	492	633
13	2373	671	412	388	451	563
14	2742	756	437	383	422	510
15	3138	850	469	386	402	470
16	3563	952	506	394	390	440
17	4015	1061	547	407	384	418
18	4495	1178	594	424	384	402
19	5002	1303	644	445	387	392
20	5537	1434	698	469	394	386

Tabell 6.1: Knekkspenninger for Timoshenko's Plateteori

Tabellen viser at knekkspenningene spriker. Ettersom det regnes knekkspenninger for hver av de antatte knekkformene, $m=1, 2, 3, 4, 5$ og 6 for avstander fra 2-20 meter, vil det oppstå høye knekkspenninger for de urealistiske knekkformene. Som for eksempel at en plate på 20m knekker med en knekkbølge ($m=1$), eller at en plate på 2m knekker med

seks knekkbølger ($m=6$). Dette vil kreve mye energi og dermed gi en høy og urealistisk knekkspenningen.

Resultatene i Tab. 6.1 er blitt plottet i Fig. 6.3. Her blir det vist hvordan resultatene spriker for de urealistiske knekkformene.



Figur 6.3: Knekkspenninger for Timoshenko's plateteori

I Fig. 6.4 er det mest interessante området fra Fig. 6.3 forstørret opp. Grafen viser at de seks kurvene når et tilnærmet likt bunnpunkt rett over 380 N/mm^2 . Figuren viser tydelig overgangen mellom antall sinushalvbølger. Overgangen skjer i område rundt krysningspunktet for to kurver. Settes $\sigma_{cr}(m) = \sigma_{cr}(m+1)$, det vil si ligning (3.10) = (3.11), (3.11) = (3.12) og (3.12) = (3.13) osv, så blir krysningspunktet mellom de to kurvene funnet.

Her går

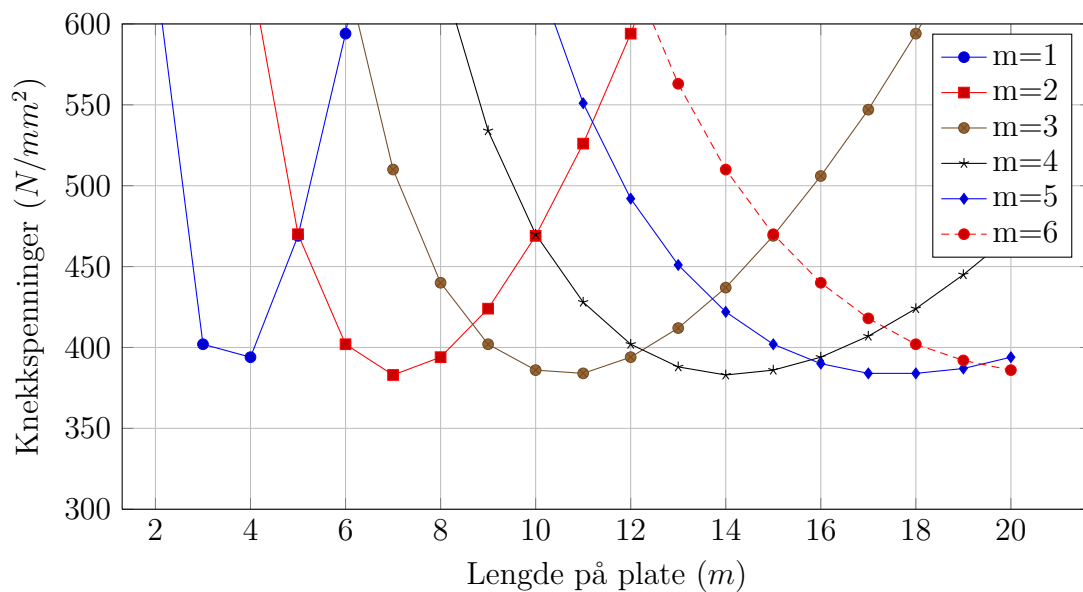
$$m = 1 \rightarrow m = 2 \text{ når } a = 5004 \text{ mm}$$

$$m = 2 \rightarrow m = 3 \text{ når } a = 8668 \text{ mm}$$

$$m = 3 \rightarrow m = 4 \text{ når } a = 12258 \text{ mm}$$

$$m = 4 \rightarrow m = 5 \text{ når } a = 15825 \text{ mm}$$

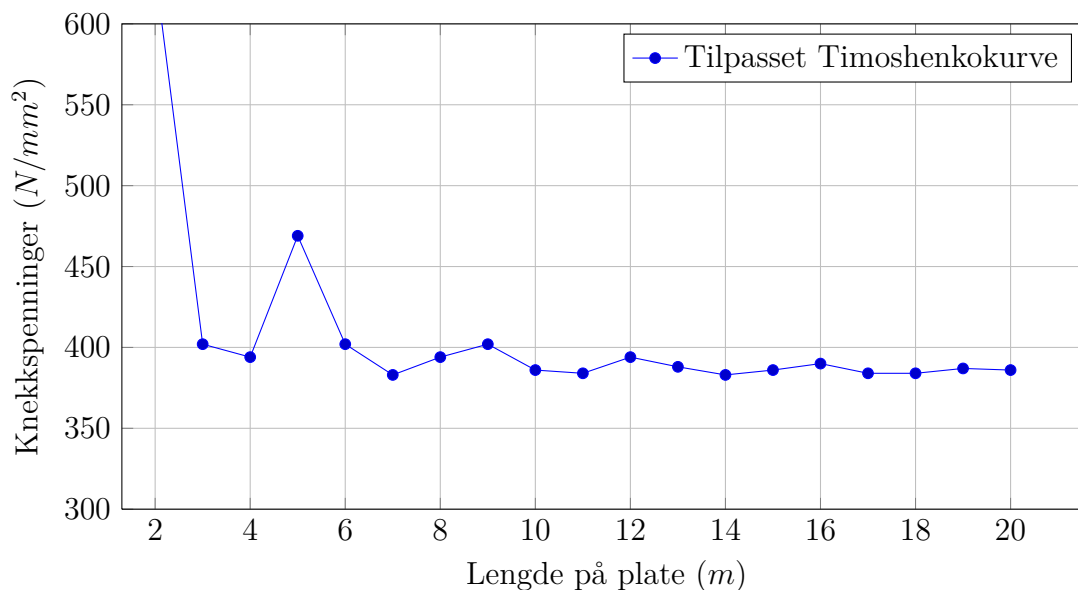
$$m = 5 \rightarrow m = 6 \text{ når } a = 19382 \text{ mm}$$



Figur 6.4: Knekkspenninger for Timoshenko's plateteori forstørret

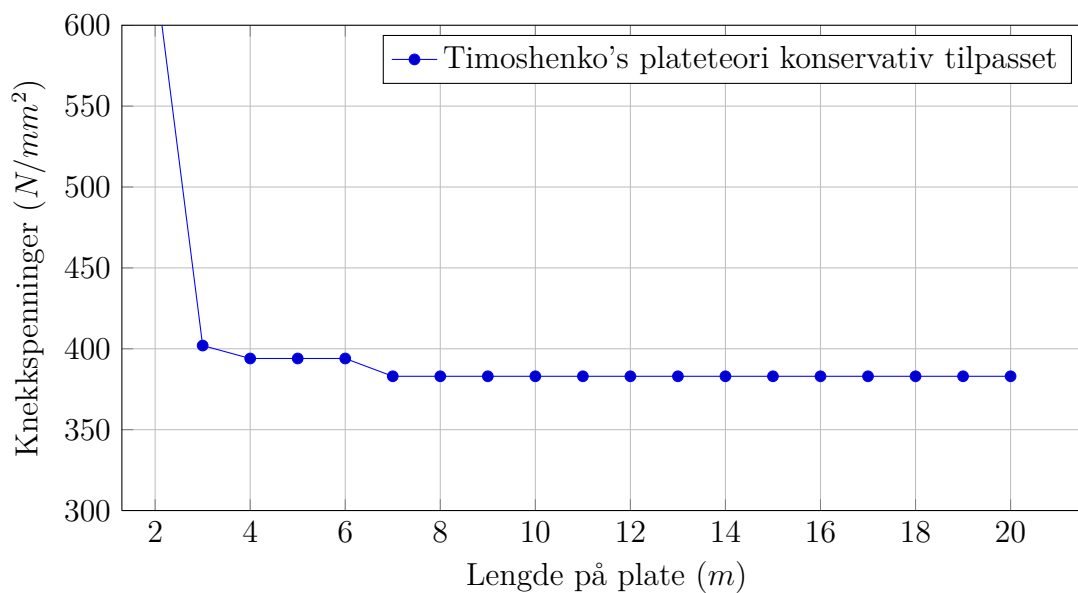
Merk at Fig. 6.3 og 6.4 ligner på Fig. 2.6 fra plateteorien i Kap. 2. Begge teoriene antar en dobbeltrigonometrisk forskyvningsfunksjon og kalkulerer resultatet for et gitt antall knekkbølger i lengderetning av platen. Den avstivede platen skifter knekkform ved et høyere a/b -forhold, som betyr at den avstivede platen vil ha en høyere lengde før den skifter knekkform.

Figurene 6.3 og 6.4 inneholder mye informasjon og kan virke uoversiktlig, derfor lages det et mer oversiktlig plot. Verdiene i Fig. 6.3 som har høyere knekkspenning enn den laveste knekkspenning for en bestemt platelengde, er ikke av stor interesse, ettersom disse ikke er realistiske. Dermed kan det plottes en kurve som inneholder den laveste knekkspenningen for hver platelengde. Resultatet blir kurven plottet i Fig. 6.5. Denne kurven brukes videre ved sammenligning av resultat for ABAQUS-analysen.



Figur 6.5: Laveste knekkspenninger for Timoshenko's plateteori

Det er mulig å forenkle plottet for knekkspenningen fra Fig. 6.5. Beholdes den laveste knekkspenningen funnet etterhvert som platelengden økes, blir resultatet som plottet i Fig. 6.6. Denne kurven er laget fordi den gjør sammenligningen med knekkspenningene fra Eurokoden lettere.



Figur 6.6: Konservativ tilpassing av knekkspenningskurven for Timoshenko's plateteori

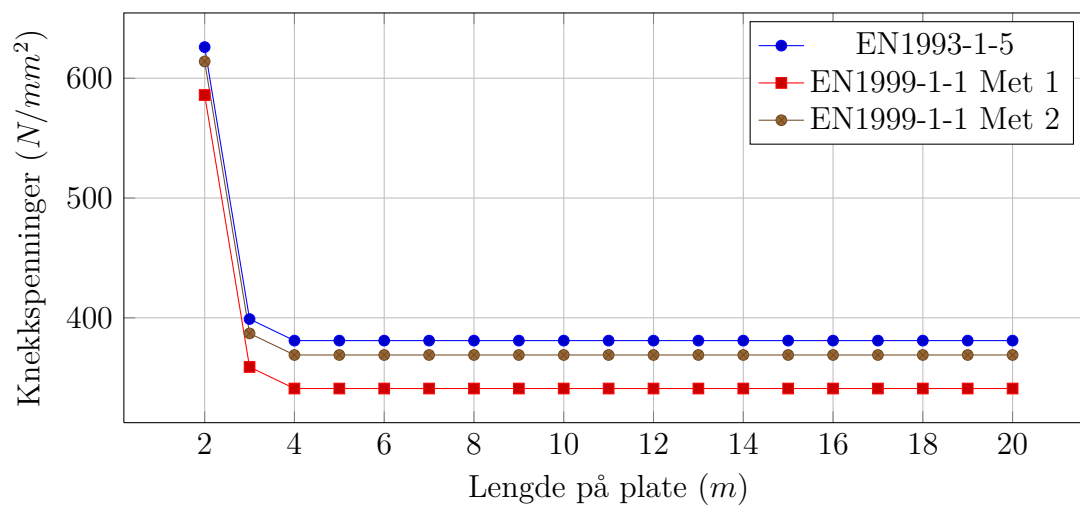
6.3.2 Eurokode

Regneresultatene fra EN1993-1-5 og EN1999-1-1, beskrevet i Kap. 3.2 og 3.3, er satt opp i tabellen under, Tab. 6.2.

Lengde (m)	EN1993-1-5 (N/mm^2)	EN1999-1-1 Met 1 (N/mm^2)	EN1999-1-1 Met 2 (N/mm^2)
2	626	586	614
3	399	359	387
4	381	341	369
5	381	341	369
6	381	341	369
7	381	341	369
8	381	341	369
9	381	341	369
10	381	341	369
11	381	341	369
12	381	341	369
13	381	341	369
14	381	341	369
15	381	341	369
16	381	341	369
17	381	341	369
18	381	341	369
19	381	341	369
20	381	341	369

Tabell 6.2: Knekkspenninger fra Eurokode

Tabellen viser at knekkspenningene for de tre regnemetodene går mot hver sin minimumsverdi. Resultatene er plottet i Fig. 6.7. I Kap. 3 er det vist at de tre beregningsmetodene fra Eurokodene har to formler for utregning av knekkklaster, hvor den først beregner knekkklaster gjelder for plater som knekker med en sinushalvbølge ($m=1$) og den andre gjelder for plater som knekker med to eller flere sinushalvbølger ($m \geq 2$). Formlen for knekkklast når $m \geq 2$ er ikke avhengig av platelengden. Tab. 6.2 og Fig. 6.7 viser at denne overgangen mellom formlene skjer ved en platelengde mellom 3 og 4 meter, siden knekkspenningene er konstant fra 4 meter.



Figur 6.7: Knekkspenninger fra Eurokodene; EN1993-1-5 og EN1999-1-1

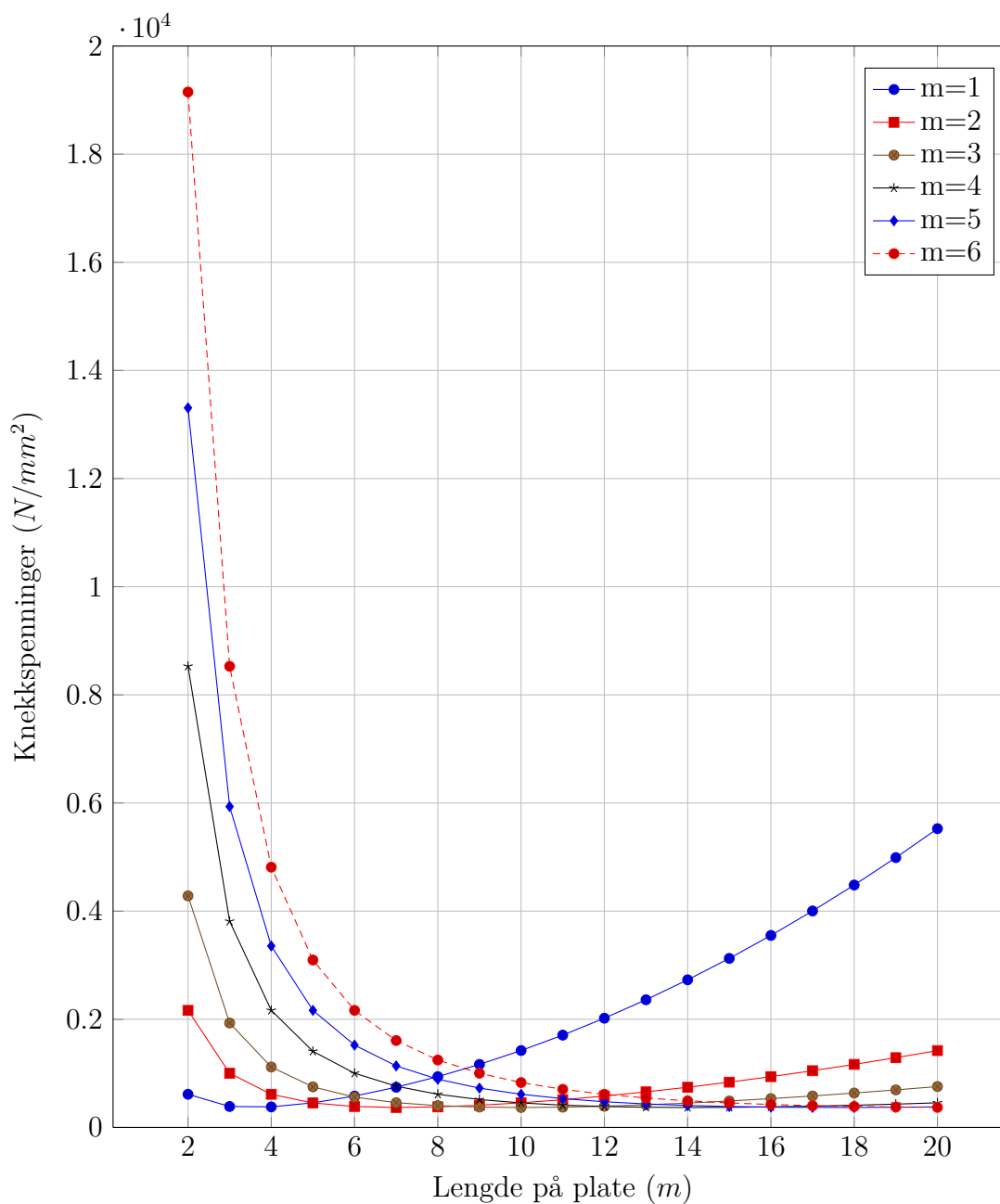
6.3.3 Resultat fra utledet formel for knekkspenning etter EN1999-1-1, metode 2

Som beskrevet i Kap. 3.3.2 kan det utledes formler for knekkspenningen hvor knekkformen er angitt i form av knekkbølger i lengde, og bredderetning. Disse er blitt utledet i vedlegg A.4 og inkludert i MathCad-beregningene. Tab. 6.3 inneholder resultatet fra disse beregningene. Her observeres det at knekkspenningene varierer betydelig, på samme måte som resultatene fra Timoshenko's plateteori.

Knekkspenninger etter EN1999-1-1, modifisert Metode 2						
Lengde (m)	m=1 (N/mm^2)	m=2 (N/mm^2)	m=3 (N/mm^2)	m=4 (N/mm^2)	m=5 (N/mm^2)	m=6 (N/mm^2)
2	613	2165	4283	8528	13307	19149
3	387	1002	1931	3812	5933	8528
4	380	613	1117	2165	3355	4813
5	455	453	750	1408	2165	3096
6	580	387	561	1002	1522	2165
7	743	369	458	763	1138	1607
8	939	380	403	613	892	1247
9	1166	410	376	516	727	1002
10	1422	455	369	453	613	830
11	1707	513	375	412	533	705
12	2020	580	392	387	475	613
13	2361	658	418	373	434	544
14	2730	743	450	369	406	492
15	3126	837	489	371	387	453
16	3551	939	533	380	375	424
17	4003	1049	582	393	370	402
18	4483	1166	636	410	369	387
19	4990	1290	694	431	373	377
20	5525	1421	756	455	380	371

Tabell 6.3: Knekkspenninger fra EN1999-1-1, modifisert Metode 2

Resultatene fra Tab. 6.3 er plottet i Fig. 6.8. Her legges det merke til likheten mellom kurven plottet i Fig. 6.8 og Fig. 6.3.



Figur 6.8: Knekkspenninger fra EN1999-1-1, modifisert Metode 2

Her går

$$m = 1 \rightarrow m = 2 \text{ når } a = 4991\text{mm}$$

$$m = 2 \rightarrow m = 3 \text{ når } a = 8384\text{mm}$$

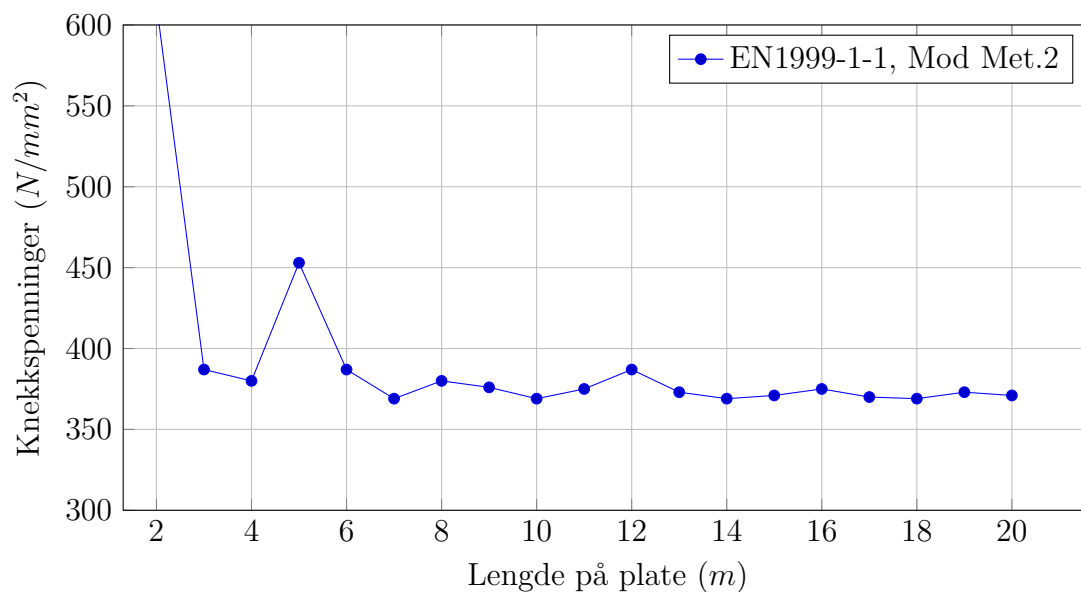
$$m = 3 \rightarrow m = 4 \text{ når } a = 11875\text{mm}$$

$$m = 4 \rightarrow m = 5 \text{ når } a = 15758\text{mm}$$

$$m = 5 \rightarrow m = 6 \text{ når } a = 19350\text{mm}$$

altså går $m \rightarrow m + 1$ ved omtrent den samme platelengden som for Timoshenko's plateteori.

Som for resultatene fra Timoshenko's plateteori er det laget et plott som viser området av interesse hvor de laveste knekkspenningene for hver platemeter er inkludert, dette gir Fig. 6.9



Figur 6.9: Modifisert EN1999-1-1 laveste knekkspenninger

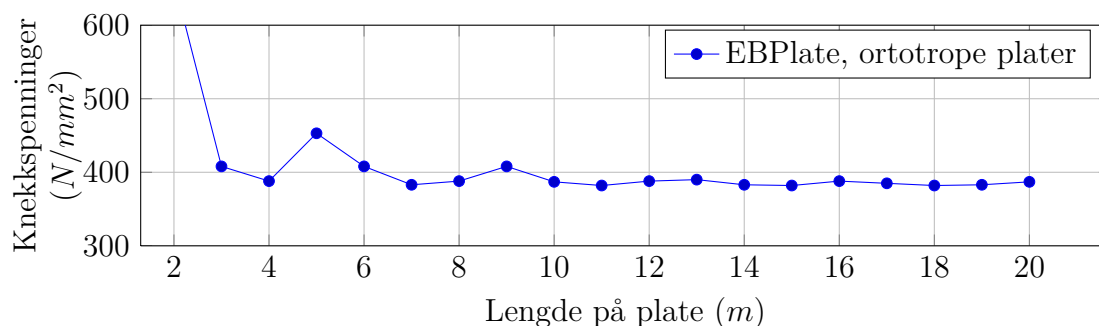
6.3.4 Resultat fra EBPlate

Det er valgt å regne ut knekkspenningene i EBPlate [4] for ensidig avstivede plater for å se hvor godt programmet treffer i forhånd til beregningsmetodene og ABAQUS-analysen.

EBPlate anbefaler å bruke beregningsmetoden for ortotrope plater hvis stiverantaller er høyere enn tre. Resultatet for knekkspenningene er vist i Tab. 6.4 og plottet i Fig. 6.10.

Lengde (m)	EBPlate (N/mm^2)
2	660
3	408
4	388
5	453
6	408
7	383
8	388
9	408
10	387
11	382
12	388
13	390
14	383
15	382
16	388
17	385
18	382
19	383
20	387

Tabell 6.4: Knekkspenninger fra EBPlate



Figur 6.10: Knekkspenninger fra EBPlate for ortotrope plater

6.4 Beregningsresultat for tosidig avstivet plate

Resultatene fra den tosidige avstivede platen er relativt like resultatene fra den ensidig avstivede platen, derfor vil dette kapitlet bli presentert i korthet. Resultatene er beregnet på samme måte som for den ensidige avstivede platen, forskjellen er forandringen av geometrien som gir forskjellige parametre.

6.4.1 Timoshenko's plateteori

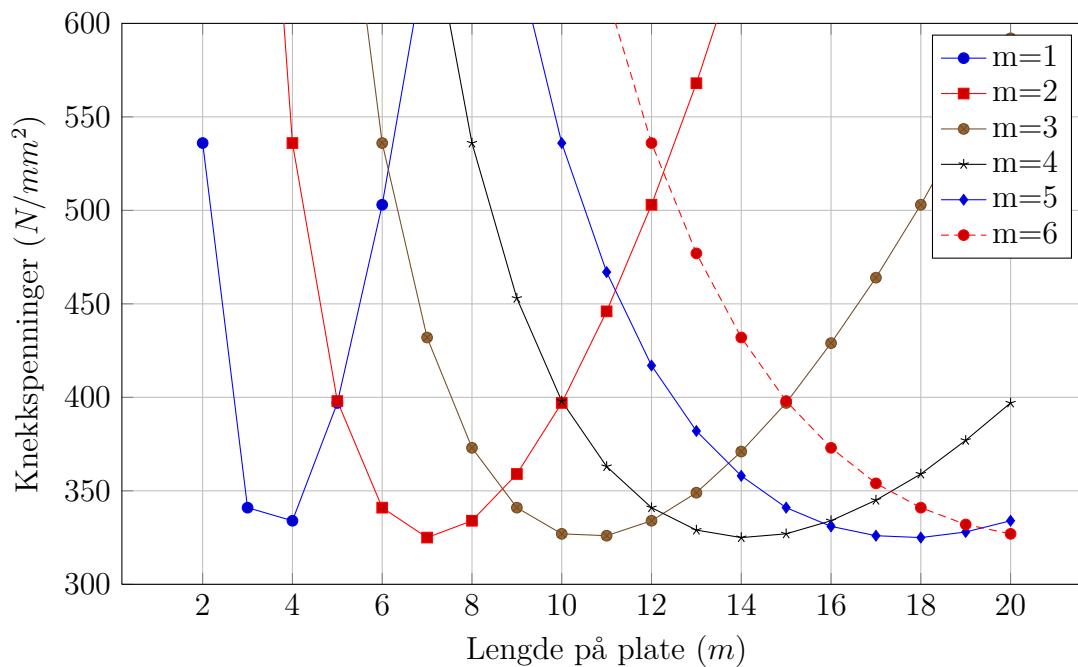
Resultatene for utregningene etter Timoshenko's plateteori er satt opp i tabellen under. Spredningen framstår som omtrentlig lik den for ensidig avstivet plate.

Knekkspenninger etter Timoshenko's plateteori						
Lengde (m)	m=1 (N/mm^2)	m=2 (N/mm^2)	m=3 (N/mm^2)	m=4 (N/mm^2)	m=5 (N/mm^2)	m=6 (N/mm^2)
2	536	1870	4145	7337	11442	16461
3	341	871	1870	3285	5107	7337
4	334	536	1081	1870	2893	4145
5	397	398	723	1220	1870	2670
6	503	341	536	871	1318	1870
7	641	325	432	665	987	1390
8	807	334	373	536	776	1081
9	999	359	341	453	635	871
10	1216	397	327	398	536	723
11	1457	446	326	363	467	616
12	1722	503	334	341	417	536
13	2011	568	349	329	382	477
14	2324	641	371	325	358	432
15	2660	721	397	327	341	398
16	3020	807	429	334	331	373
17	3403	900	464	345	326	354
18	3810	999	503	359	325	341
19	4240	1104	546	377	328	332
20	4694	1216	592	397	334	327

Tabell 6.5: Knekkspenninger for Timoshenko's Plateteori for tosidig avstivet plate

I Fig. 6.11 er de laveste knekkspenningene for hver platelengde plottet. Kurvene har samme form som kurven for ensidig avstivede plater i Fig. 6.4. Knekkspenningene er

likevel lavere enn for tosidig avstivet plate, sammenlignet med ensidig avstivet plate. Reduksjon av knekkspenningen skyldes at den tosidig avstivede platen vil få en økning av arealet.



Figur 6.11: Knekkspenninger etter Timoshenko's plateteori for tosidig avstivet plate

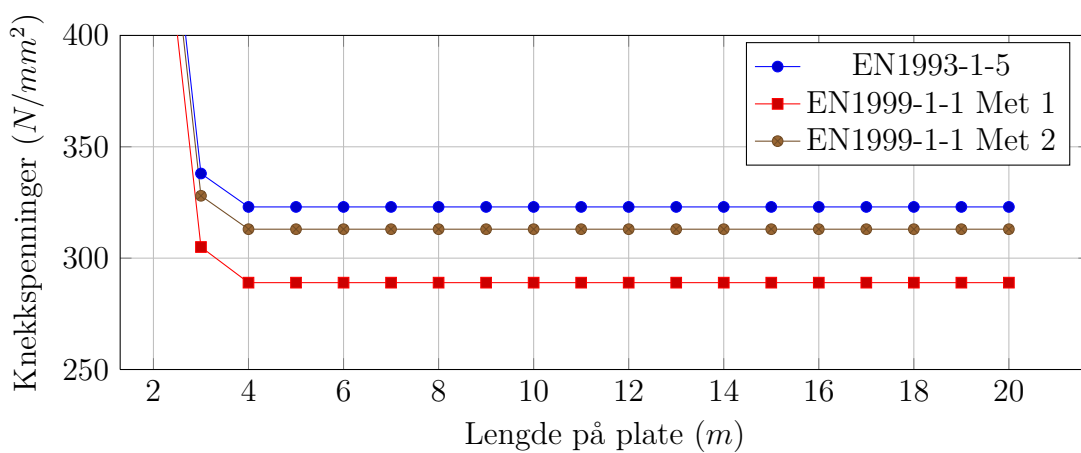
6.4.2 Eurokode

Knekkspenningene for den tosidige avstivede platen for regnemetodene i EN1993-1-5 og EN1999-1-1 er satt opp i Tab. 6.6. Som for ensidig avstivede plater går knekkspenningene for de tre regnemetodene raskt mot en gitt konstant verdi på grunn av at knekklastene regnes etter formelen for $m \geq 2$, forklart i Kap. 6.3.2.

Lengde (m)	EN1993-1-5 (N/mm^2)	EN1999-1-1 Met 1 (N/mm^2)	EN1999-1-1 Met 2 (N/mm^2)
2	530	497	520
3	338	305	328
4	323	289	313
5	323	289	313
6	323	289	313
7	323	289	313
8	323	289	313
9	323	289	313
10	323	289	313
11	323	289	313
12	323	289	313
13	323	289	313
14	323	289	313
15	323	289	313
16	323	289	313
17	323	289	313
18	323	289	313
19	323	289	313
20	323	289	313

Tabell 6.6: Knekkspenninger fra Eurokode for tosidig avstivet plate

Grafen under viser knekkspenningene for de tre beregningsmetodene. Her kommer det frem at forholdet mellom de forskjellige beregningsmetodene er tilnærmet lik som for ensidig avstivet plate, se Fig. 6.7.



Figur 6.12: Knekkspenninger fra EN1993-1-5 og EN1999-1-1 for tosidig avstivet plate

Kapittel 7

Sammenligning av resultat

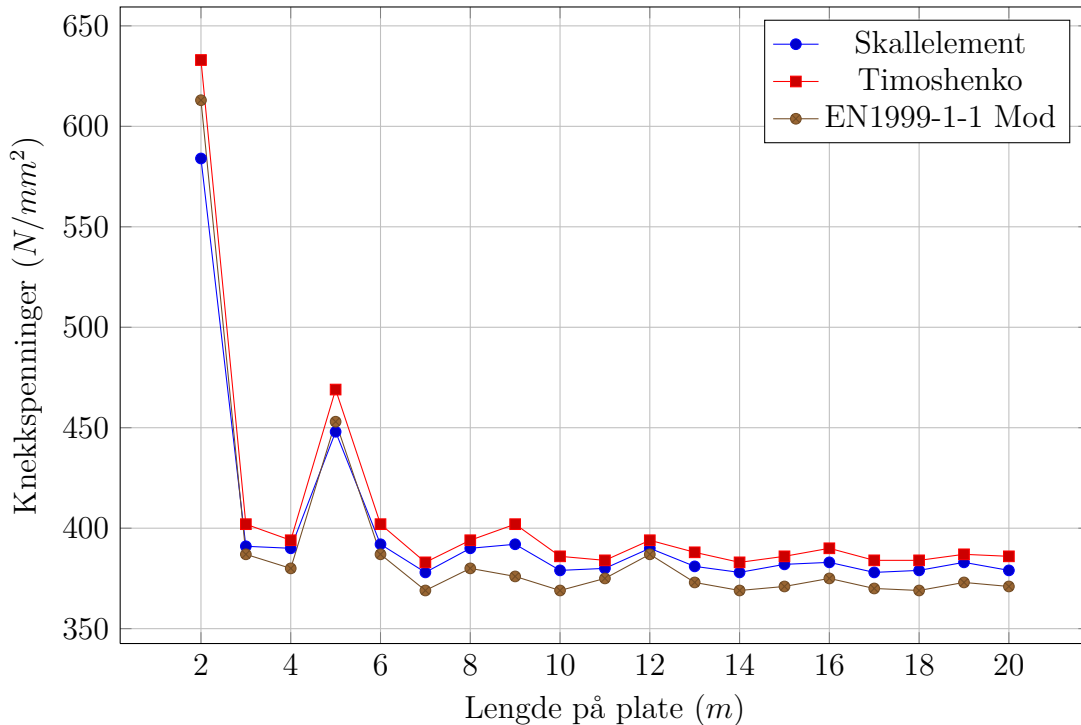
Det er av interesse å sammenligne hvor godt knekkspenningene for de forskjellige beregningsmetodene treffer knekkspenningene fra FEM-analysene gjennomført i ABAQUS. Det er også av interesse og se hvor stor forskjell det er mellom resultatene for en- og tosidig avstivet platefelt med samme bøyestivhet. I dette kapitlet vil disse sammenligningene bli fremstilt systematisk, hvor først resultatene fra ensidig avstivede plater vil bli sammenlignet. Videre følger sammenligning for tosidig avstivet plate, og avslutningsvis vil forskjellen mellom disse to geometriene bli sammenlignet. Det vil bli kommentert og forklar hvorfor disse resultatene blir som de blir.

7.1 Ensidig avstivet plate

7.1.1 Timoshenko's plateteori og EN1999-1-1-Met.2-modifisert sammenlignet med ABAQUS-analyse

Timoshenko's plateteori tar hensyn til antallet sinushalvbølger den avstivede platen knekker med, og det vil være av interesse å se hvor bra resultatene fra Timoshenko's plateteori, Kap. 6.3.1, stemmer med resultatene fra ABAQUS-analysen i Kap. 5.2 samt beregningsresultatene for de modifiserte knekkspenningsformlene fra EN1999-1-1 gitt i Kap. 6.3.3.

I Fig. 7.1 er disse tre resultatene plottet sammen. Det observeres at formen på kurvene er nærmest identiske. Dette tyder på at antagelsen for når platen skifter knekkform, $m \rightarrow m + 1$, er riktig for Timoshenko's plateteori og EN1999-1-1 modifisert metode 2.



Figur 7.1: Knekkspenninger fra ABAQUS-analysen, beregninger etter Timoshenko's plateteori og EN1999-1-1 modifisert metode 2 for ensidig avstivet plate

Figur 7.1 viser at knekkspenningene fra Timoshenko's plateteori er høyere enn knekkspenningene fra ABAQUS-analysen. Knekkspenningene etter EN1999-1-1 Mod er stort sett lavere enn ABAQUS-analysen. Forskjellen i prosent er blitt beregnet og satt inn i Tab. 7.1, negativ prosent betyr at knekkspenningen ligger høyere enn for ABAQUS-analysen.

Resultatene fra Timoshenko's plateteori avviker stort sett med 1-3%, sett bort fra et par platelengder som gir noe større avvik (2m med 4.7% og 9m med 4.3%). At knekkspenningene for Timoshenko ligger over ABAQUS-analysen er overraskende, siden teorien beskrevet i Kap. 3.1 kun inkluderer bøyning om bredde og lengderetning. ABAQUS-analysen inkluderer i tillegg til bøyningen både et torsjons- og skjærbidrag som skulle tilsi at knekkspenningen burde vært høyere enn de beregnet etter Timoshenko's plateteori.

Det er i vedlegg A.6 studert om avviket kan forklares med at platen i ABAQUS-analysen ikke knekker ut i en perfekt sinusformet deformasjon i lengde og bredderetning, slik det antas i Timoshenko's plateteori. I vedlegg A.6 er deformasjonen til platen i ABAQUS plottet mot en sinuskurve. Det viser seg at deformasjonen i ABAQUS-analysen er nært eksakt lik som en sinuskurve. Dermed kommer ikke knekkspenningenes avvik av feil antatt deformasjonsform.

Ensidig avstivet plate					
Lengde (m)	ABAQUS (N/mm^2)	Timoshenko (N/mm^2)	Forskjell (%)	EN1999-1-1 Mod (N/mm^2)	Forskjell (%)
2	584	633	-7,7%	613	-4,7 %
3	391	402	-2,7%	387	1,0 %
4	390	394	-1,0%	380	2,6 %
5	448	469	-4,5%	453	-1,1 %
6	392	402	-2,5%	387	1,3 %
7	378	383	-1,3%	369	2,4 %
8	390	394	-1,0%	380	2,6 %
9	392	402	-2,5%	376	4,3 %
10	379	386	-1,8%	369	2,7 %
11	380	384	-1,0%	375	1,3 %
12	390	394	-1,0%	387	0,8 %
13	381	388	-1,8%	373	2,1 %
14	378	383	-1,3%	369	2,4 %
15	382	386	-1,0%	371	3,0 %
16	383	390	-1,8%	375	2,1 %
17	378	384	-1,6%	370	2,2 %
18	379	384	-1,3%	369	2,7 %
19	383	387	-1,0%	373	2,7 %
20	379	386	-1,8%	371	2,2 %

Tabell 7.1: Prosentvis forskjell mellom ABAQUS-Timoshenko og ABAQUS-EN1999-1-1 Mod

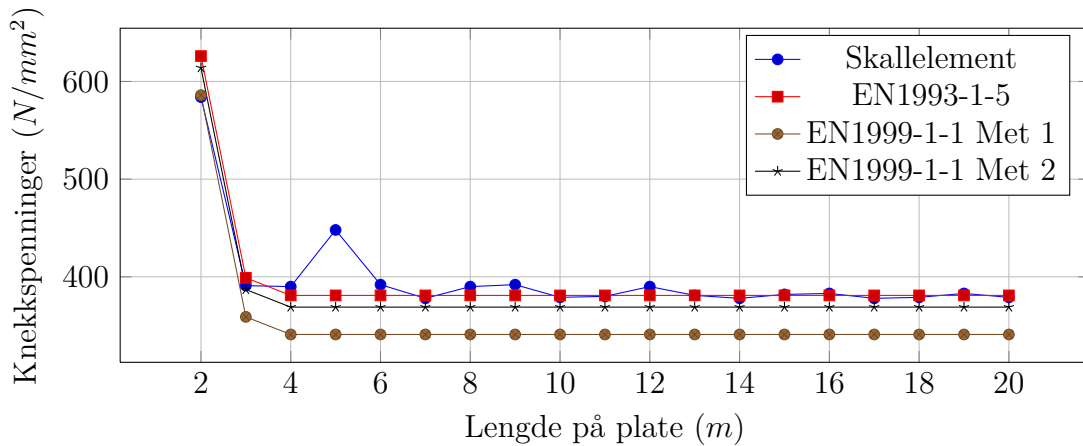
Avviket mellom knekkspenningene fra EN1999-1-1 Mod og ABAQUS-analysene ligger stort sett mellom 1-3%. Også her oppstår det noen unntak hvor avviket er større (2m med -4.7% og 9m med 4.3%). Knekkspenningene fra EN1999-1-1 Mod ligger lavere enn knekkspenningene fra ABAQUS-analysen, noe som er fornuftig. Som teorien for utregning av knekkspenning etter EN1999-1-1 viser, Kap. 3.3, inkluderes bøyning i lengde og bredderetning i tillegg til et torsjonsbidrag. Dermed er det kun skjærbidrag metoden ikke tar hensyn til, som kan forklare hvorfor knekkspenningene avviker 1-3%.

En forskjell som kan gi avvikende knekkspenninger er at beregningsmetoden i EN1993-1-5 metode 2 bruker ortotrop plateteori. Det betyr at stivernes plassering ikke blir tatt hensyn til i beregningene for knekklast. Det vil føre til et avvik sammenlignet med ABAQUS-analyser hvor stivernes plassering vil påvirke knekklasten. Beregningsresultatene viser at å bruke ortotrop plateteori gir presise resultater for den valgte geometrien.

7.1.2 EN1993-1-5 og EN1999-1-1 sammenlignet med ABAQUS-analyse

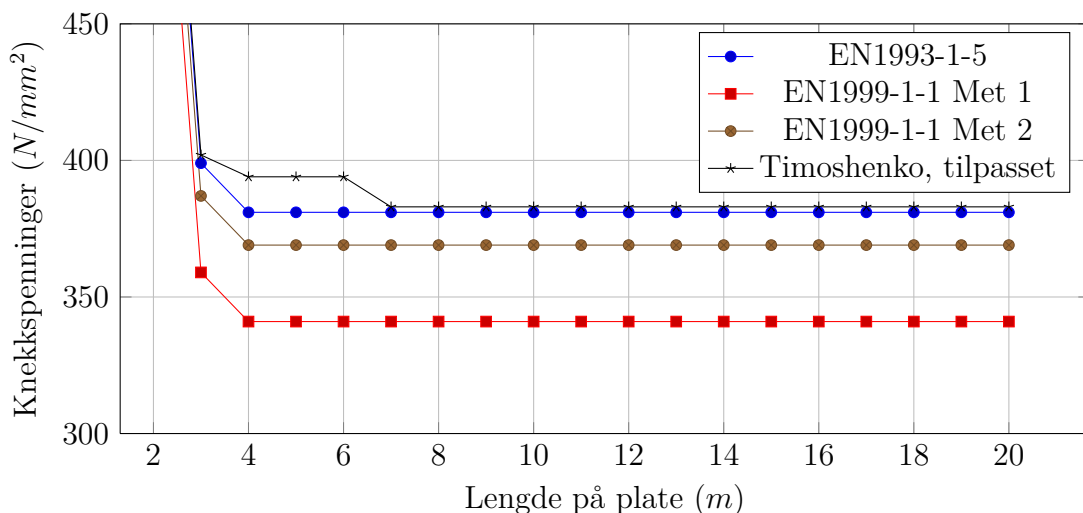
Resultatene fra beregningene gjort etter EN1993-1-5 og EN1999-1-1 er presentert i Kap. 6.3.2.

Det vil bli sett på hvor godt knekkspenningene fra Eurokodene treffer i forhold til ABAQUS-analysene. I Fig. 7.2 er knekkspenningene fra Eurokodene og ABAQUS-analysen plottet.



Figur 7.2: Knekkspenninger for Skallelement og Eurokodene for ensidig avstivet plat

Inkluderes resultatene fra Timoshenko's plateteori hvor den tilpassede konservative kurven plottes, se Fig. 6.6, gir det en oversikt over alle de beregnede knekklastene for den ensidige avstivede platen, Fig. 7.3.



Figur 7.3: Alle beregnede knekkspenninger for ensidig avstivet plate

Timoshenko's plateteori og EN1993-1-5 får nærmest identiske knekkspenninger sett bort fra område mellom 4-6m hvor variasjonen er høyere. Denne variasjonen kan sees bort ifra, fordi den sannsynlig skyldes for høye lengdesteg ved utregning av knekkspenningene for $m = 1$ etter Timoshenko's plateteori. Dersom lengdestegene reduseres vil denne variasjonen forsvinne.

I Kap. 3.2.1 ble det utledet og diskutert sammenhengen mellom Timoshenko's plateteori og teorien for knekkklaster i EN1993-1-5. At knekkspenningene fra beregningseksemplet avviker så lite, støtter antagelsen om at beregningsmetoden i EN1993-1-5 kommer fra Timoshenko's plateteori. Samtidig er ikke knekkspenningene identiske, det tyder på at teoriene ikke kan utledes direkte, men at den kan være basert på noen antagelser.

EN1993-1-5

Som Tab. 7.2 viser, vil EN1993-1-5 sammenlignet med ABAQUS-analysen gi ukonservative knekkspenninger for korte plater (2-3 meter) hvor differansen ligger på opptil -6.7%, samt for platelengder på 7, 10, 11, 14, 17, 18 og 20 meter hvor differansen er under 1%, altså betydelig lavere.

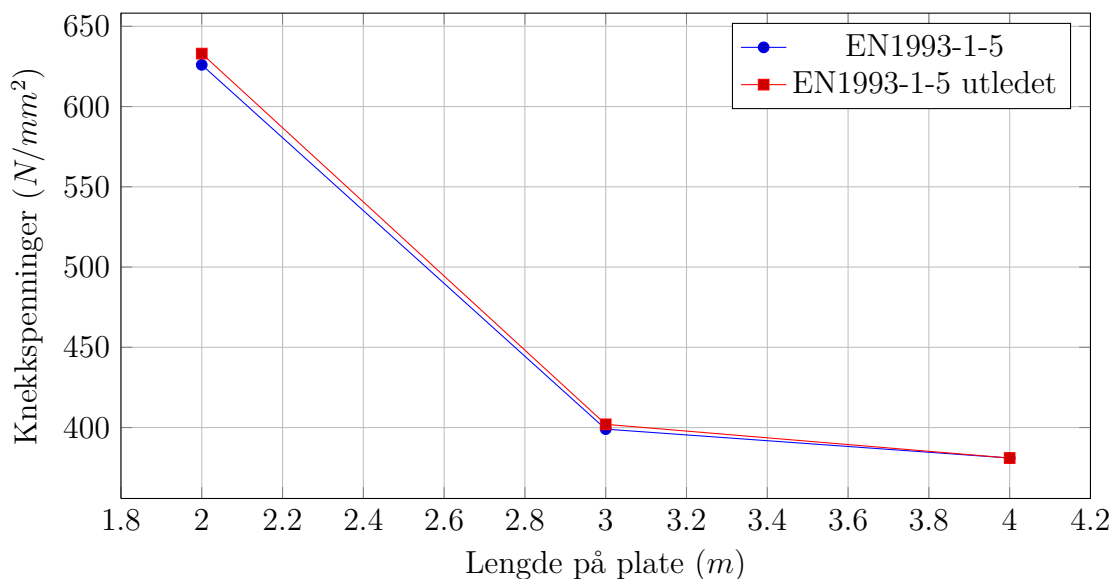
EN1993-1-5 gir de mest presiste knekkspenningene av de fire beregningsmetodene det er sett på. De beregnede knekkspenningene er som nevnt ukonservative for enkelte platelengder. Selv om avviket for geometrien i denne oppgaven er på $\pm 0-1\%$, som er lavt, er det usikkert i hvilke retning avviket tar ved andre geometrier.

I masteroppgaven til Grue [7] er det vist i Figur 49 at knekklasten etter EN1993-1-5 har et høyere ukonservativt avviker fra ABAQUS-analysen enn 0-1% for geometrien som ble testet. I masteroppgaven til Kleppe [9] er det vist at knekklasten er tydelig konservativ for geometrien som ble testet. Det vil si at metoden for beregning av knekklast etter EN1993-1-5 er ustabil, altså ikke konservativ for alle geometrier.

Ensidig avstivet plate			
Lengde (m)	ABAQUS (N/mm^2)	EN1993-1-5 (N/mm^2)	Forskjell (%)
2	584	626	-6,7 %
3	391	399	-2,0 %
4	390	381	2,4 %
5	448	381	17,6 %
6	392	381	2,9 %
7	378	381	-0,8 %
8	390	381	2,4 %
9	392	381	2,9 %
10	379	381	-0,5 %
11	380	381	-0,3 %
12	390	381	2,4 %
13	381	381	0,0 %
14	378	381	-0,8 %
15	382	381	0,3 %
16	383	381	0,5 %
17	378	381	-0,8 %
18	379	381	-0,5 %
19	383	381	0,5 %
20	379	381	-0,5 %

Tabell 7.2: Prosentvis forskjell mellom ABAQUS og EN 1993-1-5

Det ble i Kap. 3.2.1 utledet en formel (3.24) for knekkspenning som antar at den første formelen (3.18) for utregning av knekkfaktoren i EN1993-1-5 er feil. Den første formelen gjelder så lenge platen knekker med en sinushalvbølge. Det er dermed av interesse å se hvor stor forskjellen er mellom disse to formulene. I Fig. 7.4 er verdiene for de to formulene plottet, etter 4 meter knekker platen med to eller flere sinushalvbølger, og dermed kan ikke formelen brukes videre



Figur 7.4: Sammenligning av knekkspenninger for $m=1$

Som Fig. 7.4 viser avviker ikke knekkspenningene mye mellom de to formulene. Dette skyldes at den valgte geometrien gir høy α og γ . For plater med lavere α - og γ -verdier kan avviket likevel blir større.

EN1999-1-1, Metode 1

Knekkspenningene fra beregningsmetoden i EN 1999-1-1 metode 1 er de mest konservative og med størst avvik i forhold til ABAQUS-analysen. Kun for platelengde på 2 meter vil knekkspenningen være for høy, med 0.3%. Dette er overraskende resultater siden det tidligere i oppgaven ble vist at denne metoden også bygger på en antatt sinusformet forskyvning. Det ble antatt at denne metoden skulle gi knekkspenninger lavere enn ABAQUS-analysen og nært resultatene fra EN1993-1-5 og Timoshenko's plateteori.

Selv om metoden inkluderer både bøyning av plate og stivere, vil ikke metoden ved å se på platen som en søyle med elastisk støtte fra underlaget representere virkeligheten godt.

I masteroppgaven til Grue [7] er det vist i Figur 49 at knekklasten etter EN1999-1-1 Metode 1 har konservativt avviker fra ABAQUS-analysen. I masteroppgaven til Kleppe [9] er det vist i Figur 5-18 at knekklasten er tydelig konservativ for geometrien som ble testet. Det vil si at metoden for beregning av knekklast etter EN1999-1-1 generelt sett er konservativ.

Ensidig avstivet plate			
Lengde (m)	ABAQUS (N/mm^2)	EN1999-1-1, Met 1 (N/mm^2)	Forskjell (%)
2	584	586	-0,3 %
3	391	359	8,9 %
4	390	341	14,4 %
5	448	341	31,4 %
6	392	341	15,0 %
7	378	341	10,9 %
8	390	341	14,4 %
9	392	341	15,0 %
10	379	341	11,1 %
11	380	341	11,4 %
12	390	341	14,4 %
13	381	341	11,7 %
14	378	341	10,9 %
15	382	341	12,0 %
16	383	341	12,3 %
17	378	341	10,9 %
18	379	341	11,1 %
19	383	341	12,3 %
20	379	341	11,1 %

Tabell 7.3: Prosentvis forskjell mellom ABAQUS og EN1999-1-1 metode 1

EN1999-1-1, Metode 2

Sett bort fra knekkspenningene for to meter platelengden er resultatene etter EN 1999-1-1 de som treffer best uten å være tidvis ukonservative. Knekkspenningene varierer noen prosent fra ABAQUS-analysen pga den svingende kurven ABAQUS-analysen har. I motsetning til de andre beregningsmetodene inkluderes det et torsjonsbidrag via variabelen H , beskrevet i Kap. 3.3.2.

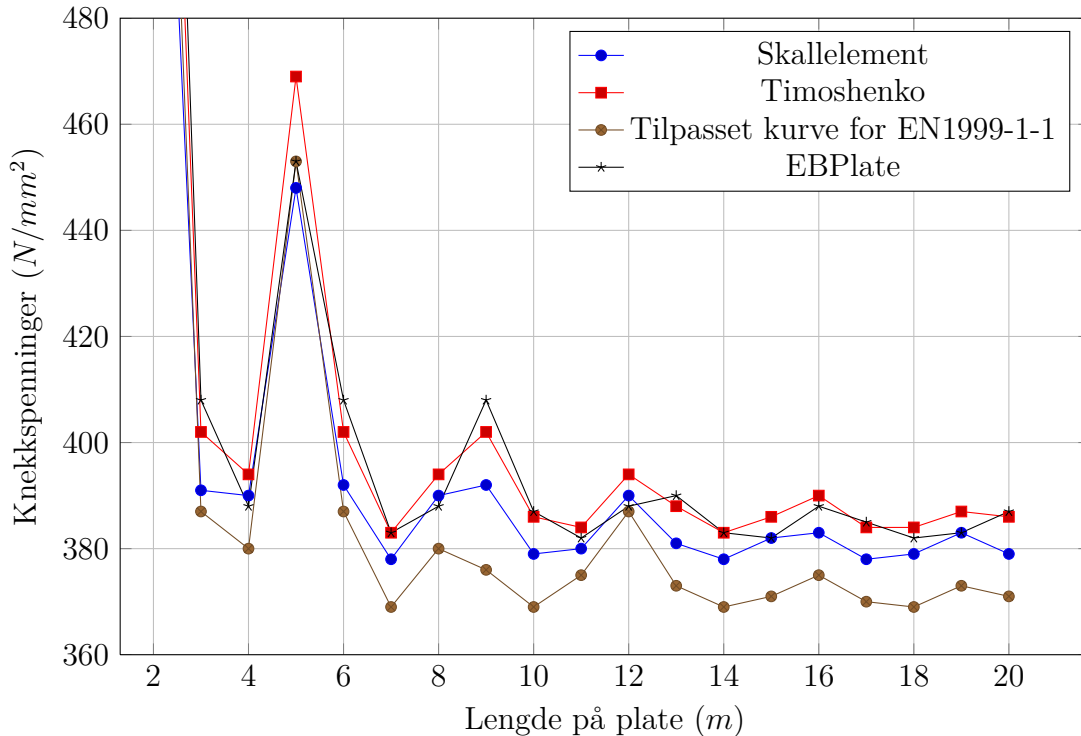
I masteroppgaven til Kleppe [9] er det vist i Figur 5-18 at knekklasten er konservativ for geometrien som ble testet.

Ensidig avstivet plate			
Lengde (m)	ABAQUS (N/mm^2)	EN1999-1-1, Met 2 (N/mm^2)	Forskjell (%)
2	584	614	-4,9 %
3	391	387	1,0 %
4	390	369	5,7 %
5	448	369	21,4 %
6	392	369	6,2 %
7	378	369	2,4 %
8	390	369	5,7 %
9	392	369	6,2 %
10	379	369	2,7 %
11	380	369	3,0 %
12	390	369	5,7 %
13	381	369	3,3 %
14	378	369	2,4 %
15	382	369	3,5 %
16	383	369	3,8 %
17	378	369	2,4 %
18	379	369	2,7 %
19	383	369	3,8 %
20	379	369	2,7 %

Tabell 7.4: Prosentvis forskjell mellom ABAQUS og EN1999-1-1 metode 2

EBPlate, ortotrop plate

Resultatene for beregningene utført med programmet EBPlate er gitt i Tab. 6.4. Disse er plottet i Fig. 7.5 sammen med resultatene fra ABAQUS-analysen og beregningsmetodene etter Timoshenko's plateteori og modifisert EN1999-1-1 metode 2.



Figur 7.5: Knekkspenninger fra EBPlate sammenlignet med ABAQUS, Timoshenko og modifisert EN1999-1-1

Figuren viser at EBPlate gir lite avvikende knekkspenninger sammenlignet med ABAQUS, Timoshenko's plateteori og EN199-1-1 met 2 Mod. Formen på kurven følger stort sett formen på de sammenlignede kurvene. Til tross for nærmest identisk kurveform så varierer resultatene mer for EBPlate enn for ABAQUS og beregningsmetodene. Knekkspenningene varierer fra å være lavere enn ABAQUS-analysen for enkelte platelengder til å være høyere enn knekkspenningene fra Timoshenko. Altså er ikke knekkspenningene fra EBPlate for den valgte geometrien konservative for alle platelengder.

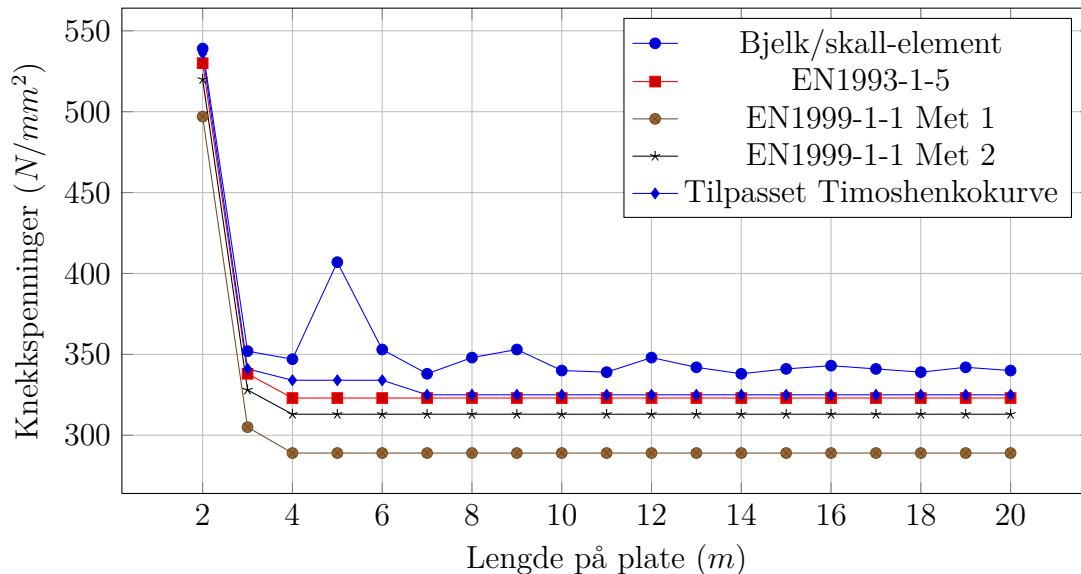
7.2 Tosidig avstivet plate

Resultatene for de beregnede knekkspenningene for den tosidig avstivede platen er gitt i Kap. 6.4, knekkspenningene fra ABAQUS-analysen er gitt i Kap. 5.2. I Fig. 7.6 er knekk-

spenningene fra beregningene samt analysene for den tosidig avstivede platen plottet.

Sammenlignes Fig. 7.6 med Fig.7.3 og Fig. 7.2 for ensidige avstivede plater, vises det at de beregnede knekkspenningene ligger lavere for tosidig avstivet plate. Formen på kurvene samt forholdet mellom dem ser likt ut for en- og tosidig avstivet plate.

Knekkspenningene fra ABAQUS-analysen vil derimot ligge høyere i forhold til de beregnede. Dette fører til at for den tosidig avstivede platen vil alle beregningsmetodene gi konservative knekkspenninger.



Figur 7.6: Knekkspenninger for Bjelke/Skall-element og Eurokodene for tosidig avstivet plate

Bøyestivheten i bredde og lengderetning vil være lik for den en- og tosidig avstivede platen. Økningen av knekkspenning for ABAQUS-analysen må dermed skyldes økningen av torsjonsstivhet stiverne får for den tosidig avstivede platen.

7.3 Sammenligning av knekkspenninger for en- og tosidig avstivet plate

Knekkspenningene funnet for en- og tosidig avstivet plate gitt i Kap. 6 sammenlignes. For de fire beregningsmetodene blir knekkspenningen 18% høyere for ensidig avstivet plate. Den totale økningen i areal for tosidig avstivet plate er også 18%. Dette betyr at beregningsmetodene ikke blir påvirket av om stiverne er en- eller tosidige, som betyr at knekklasten er den samme for en- og tosidig avstivet plate.

Resultatene for knekklasten fra ABAQUS-analysene blir derimot ikke like. Dette er vist og kommentert i Kap. 5.2, og skyldes at større stiverdimensjon vil gi større torsjonsstivhet.

Det betyr at den tosidig avstivede platen er mindre effektiv ettersom knekkspenningen synker, men har høyere knekkapasitet ettersom knekkraften øker.

Beregningsmetoden beskrevet i EN1999-1-1 metode 2 er den eneste som tar med torsjonsbidrag i kalkulering av knekkspenningene. Som formel (3.33) viser, så blir det kun inkludert torsjonsstivhet fra platen. En økning av stiverdimensjonen vil derfor ikke ha innvirkning på knekklasten. Dermed blir knekklasten for den en- og tosidig avstivede platen lik.

Kapittel 8

Konklusjon

Ettersom de beregnede knekklastene brukes videre i kapasitetsberegningene for platefeltet er det viktig at disse er så korrekt som mulig. De korrekte knekklastene i denne oppgaven er de fra ABAQUS-analysene. Beregningsmetodene i Eurokoden kommer fra forskjellige bakgrunner og gir dermed knekklaster som ikke alltid er like presise.

Det er vanskelig å sette en endelige konklusjon for hvilke beregningsmetoder som gir de mest presise knekklastene når det i oppgaven blir sett på to forskjellige plategeometrier.

Beregningsmetoden “Plate på elastisk underlag” etter EN1999-1-1 Metode 1 gir de mest avvikende knekkspenningene. Den gir veldig konservative knekkspenninger. For den ensidig avstivede platen avviker knekkspenningene stort sett med 10-15%. For den tosidig avstivede platen er avvikene enda større. Ettersom det ønskes å finne en så presis knekklast som mulig vil denne metoden være den minst kvalifiserte. Ettersom metoden gir konservative resultat så kan den selvsagt brukes.

Beregningsmetoden “Knekklast for ortotrop plate” fra EN1999-1-1 Metode 2 gir også konservative knekkspenninger, men avviker lite. Avviket er stort sett plassert rundt 2-5%, noe høyere for den tosidig avstivede platen. At formlene i metode kan utledes, slik at det blir tatt hensyn til knekkform er positivt. Det gir muligheter for å kontrollere at resultatene gjelder for samme knekkformer som for ABAQUS-analysen. Det gir også muligheter for å lage plott som tar hensyn til platens økning av knekklast i overgangen mellom knekkformene. At det kan settes inn antall sinushalvbølger i bredderetning gir teorien større fleksibilitet og kan dermed dekke et større område av geometrier og knekkformer. Metoden inkluderer et bidrag for torsjonsstivheten, dette gjør at vil gi mer presise svar for plategeometrier med høy torsjonsstivhet.

Beregningsmetoden etter EN1993-1-5 er den mest presise av de fire som er blitt regnet på. Her avviker knekkspenningene lite fra ABAQUS-analysen, rundt 0-1%, sett bort fra økningen knekkspenningene fra ABAQUS får når platen skifter knekkform ($m \rightarrow m+1$). Til tross for god treffsikkerhet varierer avvikene både positivt og negativt. Dermed er ikke

knekkspenningene konservative for alle platelengdene. Siden knekkspenningen ligger nært de korrekte verdien kan det negative avviket antas å være neglisjerbart. Men tidligere masteroppgaver hvor andre geometrier er brukt, viser at denne metoden kan gi veldig ukonservativ knekklast. Dette er ikke ønsket siden knekklasten brukes til å kalkulere platens kapasitet.

Beregningsmetoden etter Timoshenko's plateteori gir de høyeste knekkspenningene av de fire som er regnet på. Metoden avviker lite fra ABAQUS-analysen, rundt 1-2% for de fleste platelengdene. Knekkspenningene ligger derimot over ABAQUS-analysen for alle platelengdene og er dermed ukonservativ. Dette er ikke ønsket siden knekklasten brukes til å kalkulere platens kapasitet.

Det er funnet en sammenheng mellom teorien for beregning av knekklast etter EN1993-1-5 og Timoshenko's plateteori for plater som knekker med en sinushalvbølge i bredde og lengderetning. Det er konkludert med at formel (3.18) er feil.

Figurer

2.1	Sammenheng mellom krumning og tøyning [5]	5
2.2	Platens spenningsresultanter [5]	6
2.3	Bøye- og skivespenninger i plate [5]	7
2.4	Skivekrefter på deformert element [5]	8
2.5	Enkel rektangulær plate med fritt opplagte rander og enaksialt trykk [5] . .	9
2.6	Elastisk knekking av rektangulær plate med konstant aksiallast [5]	11
3.1	Plantegning av platefelt med stiveravstand, c_i , for hver stiver	17
3.2	Elastisk knekking av rektangulær plate med konstant aksiallast [2]	24
3.3	Elastisk knekking av rektangulær plate med konstant aksiallast [2]	25
4.1	Skallelementet består av en membran- og platedel	31
4.2	Geometri for skallelementet. Viser 20- og 16-noders volumelement og et 8-noders skallelement.	32
4.3	Frihetsgradene til bjelkeelementet	32
5.1	Geometri og mål av skall og bjelkemodellen	35
5.2	Geometri og mål av den rene skallmodellen	35
5.3	Plate forbundet med bjelkeelement med Tie-Constraint	36
5.4	Plateelement forbundet med Merge/Cut funksjonen	37
5.5	Constraintforbindelse mellom platekant og RP	38
5.6	Opplager og lastbetingelser	38
5.7	Knekkspenninger for Bjelke/Skall-element og Skallelement	40
5.8	Knekkklaster for Bjelke/Skall-element og Skallelement	40
5.9	De seks første knekkformene ($m=1-6$)	41
6.1	Ensidig avstivet plate	43
6.2	Tosidig avstivet plate	43
6.3	Knekkspenninger for Timoshenko's plateteori	72
6.4	Knekkspenninger for Timoshenko's plateteori forstørret	73
6.5	Laveste knekkspenninger for Timoshenko's plateteori	74
6.6	Konservativ tilpassing av knekkspenningskurven for Timoshenko's plateteori	74
6.7	Knekkspenninger fra Eurokodene; EN1993-1-5 og EN1999-1-1	76
6.8	Knekkspenninger fra EN1999-1-1, modifisert Metode 2	78
6.9	Modifisert EN1999-1-1 laveste knekkspenninger	79

6.10	Knekkspenninger fra EBPlate for ortotrope plater	80
6.11	Knekkspenninger etter Timoshenko's plateteori for tosidig avstivet plate .	82
6.12	Knekkspenninger fra EN1993-1-5 og EN1999-1-1 for tosidig avstivet plate .	83
7.1	Knekkspenninger fra ABAQUS-analysen, beregninger etter Timoshenko's plateteori og EN1999-1-1 modifisert metode 2 for ensidig avstivet plate . .	85
7.2	Knekkspenninger for Skallelement og Eurokodene for ensidig avstivet plat .	87
7.3	Alle beregnede knekkspenninger for ensidig avstivet plate	87
7.4	Sammenligning av knekkspenninger for $m=1$	90
7.5	Knekkspenninger fra EBPlate sammenlignet med ABAQUS, Timoshenko og modifisert EN1999-1-1	93
7.6	Knekkspenninger for Bjelke/Skall-element og Eurokodene for tosidig avsti- vet plate	94
A.1	Geometrien til en seksjon av den ensidig avstivede platen	V9
A.2	Geometrien til en seksjon av den tosidig avstivede platen	V10
A.3	Sammenligning av knekkform i lengderetning	V12
A.4	Sammenligning av knekkform i bredderetning	V12

Tabeller

5.1	Resultater fra ABAQUS	39
6.1	Knekkspenninger for Timoshenko's Plateteori	71
6.2	Knekkspenninger fra Eurokode	75
6.3	Knekkspenninger fra EN1999-1-1, modifisert Metode 2	77
6.4	Knekkspenninger fra EBPlate	80
6.5	Knekkspenninger for Timoshenko's Plateteori for tosidig avstivet plate	81
6.6	Knekkspenninger fra Eurokode for tosidig avstivet plate	83
7.1	Prosentvis forskjell mellom ABAQUS-Timoshenko og ABAQUS-EN1999-1-1 Mod	86
7.2	Prosentvis forskjell mellom ABAQUS og EN 1993-1-5	89
7.3	Prosentvis forskjell mellom ABAQUS og EN1999-1-1 metode 1	91
7.4	Prosentvis forskjell mellom ABAQUS og EN1999-1-1 metode 2	92
B.1	Knekkspenninger og knekkform for 2 meters plate modelers med skall og bjelke.	V14
B.2	Knekkspenninger og knekkform for 3 meters plate modelers med skall og bjelke.	V15
B.3	Knekkspenninger og knekkform for 4 meters plate modelers med skall og bjelke.	V16
B.4	Knekkspenninger og knekkform for 5 meters plate modelers med skall og bjelke.	V17
B.5	Knekkspenninger og knekkform for 6 meters plate modelers med skall og bjelke.	V18
B.6	Knekkspenninger og knekkform for 7 meters plate modelers med skall og bjelke.	V19
B.7	Knekkspenninger og knekkform for 8 meters plate modelers med skall og bjelke.	V20
B.8	Knekkspenninger og knekkform for 9 meters plate modelers med skall og bjelke.	V21
B.9	Knekkspenninger og knekkform for 10 meters plate modelers med skall og bjelke.	V22
B.10	Knekkspenninger og knekkform for 11 meters plate modelers med skall og bjelke.	V23

B.11 Knekkspenninger og knekkform for 12 meters plate modelers med skall og bjelke.	V24
B.12 Knekkspenninger og knekkform for 13 meters plate modelers med skall og bjelke.	V25
B.13 Knekkspenninger og knekkform for 14 meters plate modelers med skall og bjelke.	V26
B.14 Knekkspenninger og knekkform for 15 meters plate modelers med skall og bjelke.	V27
B.15 Knekkspenninger og knekkform for 16 meters plate modelers med skall og bjelke.	V28
B.16 Knekkspenninger og knekkform for 17 meters plate modelers med skall og bjelke.	V29
B.17 Knekkspenninger og knekkform for 18 meters plate modelers med skall og bjelke.	V30
B.18 Knekkspenninger og knekkform for 19 meters plate modelers med skall og bjelke.	V31
B.19 Knekkspenninger og knekkform for 20 meters plate modelers med skall og bjelke.	V32
B.20 Knekkspenninger og knekkform for 2 meters plate modellert med skallelement	V34
B.21 Knekkspenninger og knekkform for 3 meters plate modellert med skallelement	V35
B.22 Knekkspenninger og knekkform for 4 meters plate modellert med skallelement	V36
B.23 Knekkspenninger og knekkform for 5 meters plate modellert med skallelement	V37
B.24 Knekkspenninger og knekkform for 6 meters plate modellert med skallelement	V38
B.25 Knekkspenninger og knekkform for 7 meters plate modellert med skallelement	V39
B.26 Knekkspenninger og knekkform for 8 meters plate modellert med skallelement	V40
B.27 Knekkspenninger og knekkform for 9 meters plate modellert med skallelement	V41
B.28 Knekkspenninger og knekkform for 10 meters plate modellert med skallelement	V42
B.29 Knekkspenninger og knekkform for 11 meters plate modellert med skallelement	V43
B.30 Knekkspenninger og knekkform for 12 meters plate modellert med skallelement	V44
B.31 Knekkspenninger og knekkform for 13 meters plate modellert med skallelement	V45
B.32 Knekkspenninger og knekkform for 14 meters plate modellert med skallelement	V46
B.33 Knekkspenninger og knekkform for 15 meters plate modellert med skallelement	V47

B.34 Knekkspenninger og knekkform for 16 meters plate modellert med skallelement	V48
B.35 Knekkspenninger og knekkform for 17 meters plate modellert med skallelement	V49
B.36 Knekkspenninger og knekkform for 18 meters plate modellert med skallelement	V50
B.37 Knekkspenninger og knekkform for 19 meters plate modellert med skallelement	V51
B.38 Knekkspenninger og knekkform for 20 meters plate modellert med skallelement	V52

Bibliografi

- [1] NS-EN 1993-1-5:2006+NA:2009 prosjektering av stålkonstruksjoner. del 1-5 plater påkjent.
- [2] NS-EN 1999-1-1:2007+A1:2009+NA:2009 prosjektering av aluminiumskonstruksjoner. del 1-1: Allmenne regler.
- [3] Stephen P. Timoshenko James M. Gere. *Theory of Elastic Stability*. Dover Publication, Inc, second edition, 2009.
- [4] CTICM. *Presentation Manual of EBPlate*, 2006.
- [5] Per Kr. Larsen. *Dimensjonering av stålkonstruksjoner*. Tapir Akademisk Forlag, second edition, 2010.
- [6] NS-EN 1993-1-1:2005+NA:2008 prosjektering av stålkonstruksjoner. del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger.
- [7] Marius Vengnes Grue. Kapasitet av avstivede platefelt i stål. Master's thesis, NTNU, 2005.
- [8] Tsuyoshi Hayashi. *Handbook of Structural Stability*. Corona Publishing Company, LTD. Tokyo, 1971.
- [9] Svein-Rune Kleppe. Kapasitet av platefelt. Master's thesis, NTNU, 2006.
- [10] Stephen P. Timoshenko. *Über die Stabilität versteifter Platten*. EisenBau, 1921.
- [11] D.Sc M. S. Troitsky. *Stiffened Plates Bending, Stability and Vibrations*. Elsevier Scientific Publishing Company, 1976.
- [12] Lars Rønning. Analytical solutions to problems of plate buckling. Technical report, NTNU, 2001.
- [13] Hilde Ersland. Beregning av knekklast og knekkmoder for plater. Technical report, NTNU, 2011.

Tillegg A

Utleddninger

A.1 Utregning av c_i

Uttrykket for c_i kommer fra prinsippet for virtuelt arbeid, hvor det er antatt at platen deformerer seg som en sinushalvbølge på grunn av en sinusformet jevnt fordelt last på hele bredden.

$$q = q_0 \sin \frac{\pi x}{b} \quad (\text{A.1})$$

Den sinusbaserte lasten gir

$$w_o = \frac{q_o}{\pi^4 D} b^4 \quad (\text{A.2})$$

Som omformulert gir

$$q_o = \frac{\pi^4 D}{b^4} w_o \quad (\text{A.3})$$

Videre settes platestivheten D inn

$$D = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (\text{A.4})$$

Dermed blir uttrykket

$$q_o = \frac{\pi^4 E t^3}{12(1 - \nu^2)} \frac{w_o}{b^4} = 8,9 \frac{E t^3}{b^4} w_o \quad (\text{A.5})$$

Ganget med bredden b blir

$$(q_o b) = 8,9 \frac{E t^3}{b^3} w_o \quad (\text{A.6})$$

Som gir uttrykket for stivheten c

$$c = 8,9 \frac{E t^3}{b^3} \quad (\text{A.7})$$

A.2 Beregning av sinus-ledd for $n = 3 - 6$

Siden reglene gjelder for plater med tre eller flere stivere blir det først sett på plate med 3 stivere

$$\begin{aligned}
2 \sum_i \gamma_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b} &= \\
2\gamma_i \left(\sin^2 \frac{\pi b/6}{b} + \sin^2 \frac{\pi b/2}{b} + \sin^2 \frac{\pi 5b/6}{b} \right) &= \\
2\gamma_i 1.5 = 3\gamma_i = n\gamma_i &
\end{aligned} \tag{A.8}$$

$$\begin{aligned}
2 \sum_i \delta_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b} &= \\
2\delta_i \left(\sin^2 \frac{\pi b/6}{b} + \sin^2 \frac{\pi b/2}{b} + \sin^2 \frac{\pi 5b/6}{b} \right) &= \\
2\delta_i 1.5 = 3\delta_i = n\delta_i &
\end{aligned} \tag{A.9}$$

Plater med 4 stivere

$$\begin{aligned}
2 \sum_i \gamma_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b} &= \\
2\gamma_i \left(\sin^2 \frac{\pi b/8}{b} + \sin^2 \frac{\pi 3b/8}{b} + \sin^2 \frac{\pi 5b/8}{b} + \sin^2 \frac{\pi 7b/8}{b} \right) &= \\
2\gamma_i 2 = 4\gamma_i = n\gamma_i &
\end{aligned} \tag{A.10}$$

$$\begin{aligned}
2 \sum_i \delta_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b} &= \\
2\delta_i \left(\sin^2 \frac{\pi b/8}{b} + \sin^2 \frac{\pi 3b/8}{b} + \sin^2 \frac{\pi 5b/8}{b} + \sin^2 \frac{\pi 7b/8}{b} \right) &= \\
2\delta_i 2 = 4\delta_i = n\delta_i &
\end{aligned} \tag{A.11}$$

Plater med 5 stivere

$$\begin{aligned}
2 \sum_i \gamma_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b} &= \\
2\gamma_i \left(\sin^2 \frac{\pi b/10}{b} + \sin^2 \frac{\pi 3b/10}{b} + \sin^2 \frac{\pi 5b/10}{b} + \sin^2 \frac{\pi 7b/10}{b} + \sin^2 \frac{\pi 9b/10}{b} \right) &= \\
2\gamma_i 2 = 4\gamma_i = n\gamma_i &
\end{aligned} \tag{A.12}$$

$$\begin{aligned}
2 \sum_i \delta_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b} &= \\
2\delta_i \left(\sin^2 \frac{\pi b/10}{b} + \sin^2 \frac{\pi 3b/10}{b} + \sin^2 \frac{\pi 5b/10}{b} + \sin^2 \frac{\pi 7b/10}{b} + \sin^2 \frac{\pi 9b/10}{b} \right) &= \quad (\text{A.13}) \\
2\delta_i 2.5 = 5\delta_i = n\delta_i &
\end{aligned}$$

Plater med 6 stivere

$$\begin{aligned}
2 \sum_i \gamma_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b} &= \\
2\gamma_i \left(\sin^2 \frac{\pi b/12}{b} + \sin^2 \frac{\pi 3b/12}{b} + \sin^2 \frac{\pi 5b/12}{b} + \sin^2 \frac{\pi 7b/12}{b} + \sin^2 \frac{\pi 9b/12}{b} + \sin^2 \frac{\pi 11b/12}{b} \right) &= \\
2\gamma_i 3 = 6\gamma_i = n\gamma_i & \quad (\text{A.14})
\end{aligned}$$

A.3 Sammenligning av grenseverdier

Under følger en utledning og sammenligning av grensebetingelsene for EN1993-1-5 og EN1999-1-1. Disse grensebetingelsene finnes i formel (3.16), (3.18) og (3.29).

EN1993-1-5

Grenseverdien etter EN1993-1-5, formel (3.16) er

$$\alpha \leq \sqrt[4]{\gamma} \quad (\text{A.15})$$

innsatt uttrykkene for α og γ blir formelen

$$\frac{a}{b} \leq \sqrt[4]{\frac{I_{sl}}{I_p}} \quad (\text{A.16})$$

I_{sl} er her totalstivheten for den avstivede platen og blir kalt for I_{tot} i denne utledingen. Setter også inn for I_p og får

$$\frac{a}{b} \leq \sqrt[4]{\frac{I_{tot}}{\frac{bt^3}{12(1-\nu^2)}}} \quad (\text{A.17})$$

som blir

$$\frac{a}{b} \leq \sqrt[4]{\frac{10.92I_{tot}}{bt^3}} \quad (\text{A.18})$$

EN1999-1-1, metode 1

Grenseverdien etter EN1999-1-1 metode 1, formel (3.18)

$$L < \pi \sqrt[4]{\frac{EI_y}{c}} \quad (\text{A.19})$$

For å få formel (A.19) på samme form som formel (A.18), deles uttrykket på b på hver side. På høyre side trekkes b og π inn i kvadratrotten. I_y er her totalstivheten til den

avstivede platen, altså I_{tot} . Uttrykket blir da

$$\frac{L}{b} < \sqrt[4]{\frac{\pi^4 I_{tot}}{b^4 c}} \quad (\text{A.20})$$

settes uttrykket for c inn, formel (3.20), blir grenseverdien

$$\frac{L}{b} < \sqrt[4]{\frac{10.945 I_{tot}}{bt^3}} \quad (\text{A.21})$$

EN1999-1-1, metode 2

Grenseverdien etter EN1999-1-1 metode 2, formel (3.29)

$$\frac{L}{b} < \sqrt[4]{\frac{B_x}{B_y}} \quad (\text{A.22})$$

Satt inn i uttrykkene for B_x og B_y blir

$$\frac{L}{b} < \sqrt[4]{\frac{10.92 I_L}{t^3 2a}} \quad (\text{A.23})$$

Her er I_L beskrevet som stivheten til en seksjon av platen hvor $2a$ er bredden av seksjonen, altså avstanden fra stiver til stiver, se Fig. 3.2. Dermed multipliseres disse med antall stivere (6) for å få total stivhet og total bredde som da gir

$$\frac{L}{b} < \sqrt[4]{\frac{10.92 I_{tot}}{bt^3}} \quad (\text{A.24})$$

Formel (A.18) og (A.24) blir identiske og formel (A.21) varierer minimalt. Dette betyr at de tre beregningsmetodene i Kap. 3.3.1, 3.3.2 og 3.2 får formler for knekkspenning som bytter ved samme a/b -forhold ((L/b) -forhold). Altså at de bytter over fra en formel som er avhengig av platelengden (formel (3.29), (3.26) og (3.18)(1)) til en som ikke er det (formel (3.27), (3.30) og (3.18)(2)). Dermed blir knekkspenningene ved en gitt platelengde konstant.

A.4 Utledning av knekkspenningsformel for ortotrope plater

Formel for knekkspenninger for den ortotrope plateteorien (3.35) i Kap. 3.3.2 er avhengig av antall sinushalvbølger m og n . Formel (3.35) kan derfor utledes til uttrykk for bestemte knekkdeformasjoner likt som for Timoshenko formlene (3.10) til (3.15).

Det utledes først uttrykk der $n = 1$ og $m = 1$, altså en sinushalvbølge i hver retning. Dette gir knekkspenningsformel

$$\sigma_{x,1} = \frac{\pi^2}{tb^2} \left[\frac{D_x}{(L/b)^2} + 2H + D_y \left(\frac{L}{b} \right)^2 \right] \quad (\text{A.25})$$

Utleder så uttrykk der $n = 1$ og $m = 2$, altså to sinushalvbølger i lengderetning. Dette gir knekkspenningsformel

$$\sigma_{x,2} = \frac{\pi^2}{tb^2} \left[\frac{4D_x}{(L/b)^2} + 2H + \frac{D_y}{4} \left(\frac{L}{b} \right)^2 \right] \quad (\text{A.26})$$

Utleder så uttrykk der $n = 1$ og $m = 3$, altså tre sinushalvbølger i lengderetning. Dette gir knekkspenningsformel

$$\sigma_{x,3} = \frac{\pi^2}{tb^2} \left[\frac{8D_x}{(L/b)^2} + 2H + \frac{D_y}{8} \left(\frac{L}{b} \right)^2 \right] \quad (\text{A.27})$$

Utleder så uttrykk der $n = 1$ og $m = 4$, altså fire sinushalvbølger i lengderetning. Dette gir knekkspenningsformel

$$\sigma_{x,4} = \frac{\pi^2}{tb^2} \left[\frac{16D_x}{(L/b)^2} + 2H + \frac{D_y}{16} \left(\frac{L}{b} \right)^2 \right] \quad (\text{A.28})$$

Utleder så uttrykk der $n = 1$ og $m = 5$, altså fem sinushalvbølger i lengderetning. Dette gir knekkspenningsformel

$$\sigma_{x,5} = \frac{\pi^2}{tb^2} \left[\frac{25D_x}{(L/b)^2} + 2H + \frac{D_y}{25} \left(\frac{L}{b} \right)^2 \right] \quad (\text{A.29})$$

Utleder så uttrykk der $n = 1$ og $m = 6$, altså seks sinushalvbølger i lengderetning. Dette

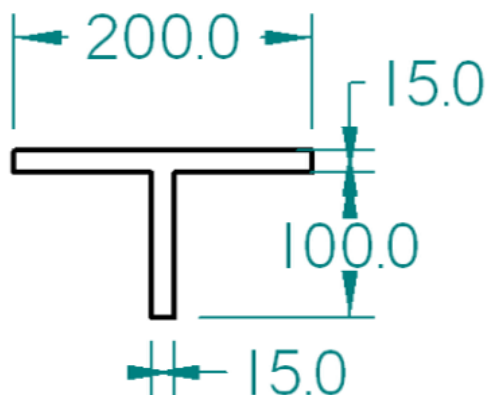
A.4. UTLEDING AV KNEKKSPENNINGSFORMEL FOR ORTOTROPE PLATER

gir knekkspenningsformel

$$\sigma_{x,6} = \frac{\pi^2}{tb^2} \left[\frac{36D_x}{(L/b)^2} + 2H + \frac{D_y}{36} \left(\frac{L}{b} \right)^2 \right] \quad (\text{A.30})$$

A.5 Beregning av I_y fra en- til tosidig avstivet plate

Ved et skift fra en- til tosidig avstivet plate vil geometrien forandre seg. For å kunne sammenligne resultatene må bøyestivheten for begge geometriene være lik.



Figur A.1: Geometrien til en seksjon av den ensidig avstivede platen

Stivheten for den ensidig avstivede platen er tatt fra MathCad, se Kap. 6.2.1 under overskriften *Nøytralakse og Stivheter*, og er

$$I_y = 4613 \cdot 10^3$$

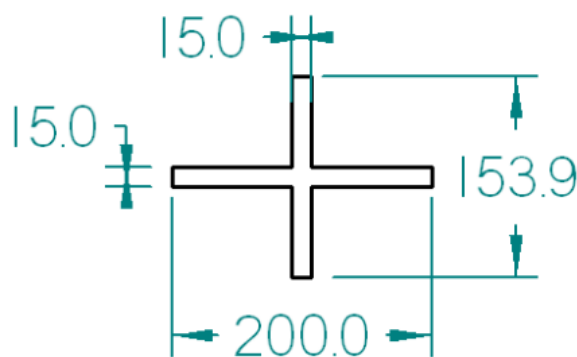
Stiver- og platetykkelsen blir satt til å være lik som før, altså $t = 15\text{mm}$. Høyden på stiveren må dermed settes lik en bestemt verdi for å få et tverrsnitt med samme bøyestivhet

$$I_{y,ny} = I_{stiver} + I_{plate} = \frac{15 \cdot h^3}{12} + \frac{200 \cdot 15^3}{12} = 4613 \cdot 10^3 \quad \implies \quad h = 153.9\text{mm} \quad (\text{A.31})$$

Dermed blir den nye høyden 153.9mm og den nye geometrien for tosidig avstivet plater blir da som vist i Fig. A.2

Dette vil derimot gi en forskjell i areal som må tas hensyn til når det regnes om fra knekkklaster til knekkspenninger

$$\begin{aligned} A_{ensidig} &= h_s t_s + b_p t_p = 100\text{mm} \cdot 15\text{mm} + 200\text{mm} \cdot 15\text{mm} = 4500\text{mm}^2 \\ A_{tosidig} &= h_s t_s + b_p t_p = 153.9\text{mm} \cdot 15\text{mm} + 200\text{mm} \cdot 15\text{mm} = 5308.5\text{mm}^2 \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$



Figur A.2: Geometrien til en seksjon av den tosidig avstivede platen

dette tilsvarer en økning på

$$\left(\frac{A_{tosidig}}{A_{ensidig}} - 1 \right) \cdot 100\% = \left(\frac{5308.5 \text{ mm}^2}{4500 \text{ mm}^2} - 1 \right) \cdot 100\% = 17.97\% \quad (\text{A.33})$$

Til tross for at bøyestivheten for den avstivede platen blir den samme, vil økt areal gi økt torsjonsstivhet. Torsjonsstivheten til stiverne har ingen påvirkning på beregningene gjort etter Eurokode og Timoshenko's plateteori. Den vil imidlertid påvirke knekklasten som kommer ut av ABAQUS-analysen ettersom torsjon blir tatt med.

Det vil kun regnes på St. Venants torsjon. Torsjonsstivheten blir da

$$\begin{aligned} I_{T,ensidig} &= \frac{1}{3} \sum_i b_i t_i^3 = \frac{1}{3} \left(200 \text{ mm} \cdot (15 \text{ mm})^3 + 100 \text{ mm} \cdot (15 \text{ mm})^3 \right) = 337500 \text{ mm}^4 \\ I_{T,tosidig} &= \frac{1}{3} \sum_i b_i t_i^3 = \frac{1}{3} \left(200 \text{ mm} \cdot (15 \text{ mm})^3 + 153.9 \text{ mm} \cdot (15 \text{ mm})^3 \right) = 398137 \text{ mm}^4 \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

dette tilsvarer en økning på

$$\left(\frac{I_{T,ensidig}}{I_{T,tosidig}} - 1 \right) \cdot 100\% = \left(\frac{337500 \text{ mm}^4}{398137 \text{ mm}^4} - 1 \right) \cdot 100\% = 17.97\% \quad (\text{A.35})$$

naturlig nok likt som for arealet.

A.6 Sammenligning av Sinus- og ABAQUS-deformasjon

Som beskrevet tidligere antas det i teorien for både Timoshenko's plateteori og EN1993-1-1 Metode 2 at platen deformerer seg som en sinus kurve. Om platen i ABAQUS-analysen ikke deformerer likt en sinuskurve vil dette kunne være en av grunnene til at knekkspenningene ikke stemmer med hverandre. Det er derfor blitt undersøkt hvordan platen i både skall- og skall/bjulkemodellen deformerer seg.

I knekkingsanalysen blir ikke den virkelige deformasjonen funnet. Derimot gir knekkingsanalysen en enhetsdeformasjon. En deformasjon som på det høyeste har verdi 1 og beskriver deformasjonsformen.

For å finne denne deformasjonen har det blitt opprettet en "Path", en sti, på midten av platen hvor alle nodene i lengderetningen er inkludert. Dermed kan deformasjonen langs denne stien plottes.

Det har blitt valgt å ta ut plot fra deformasjonen for 10 meters platelengde. I Fig. A.3 er det plottet deformasjoner fra skall- og skall/bjulkemodellen sammen med kurven for en sinusdeformasjon:

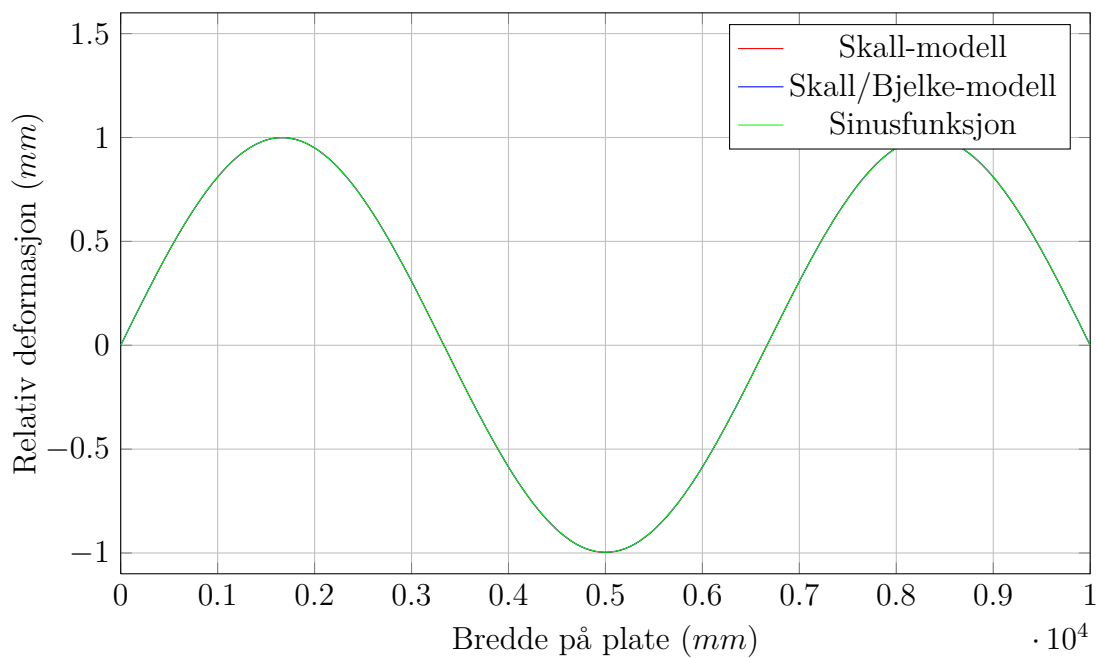
$$w(x) = w_m \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) = \sin\left(\frac{3\pi x}{10000mm}\right) \quad (\text{A.36})$$

Som Fig. A.3 viser så ligger de tre kurvene oppå hverandre. Det vil si at deformasjonen i FEM-analysen for både skall- og skall/bjulkemodellen har tilnærmet lik deformasjon som en sinuskurve. Det betyr at å anta en sinusdeformasjonsfunksjon vil gi gode resultater sammenlignet med FEM-analyse.

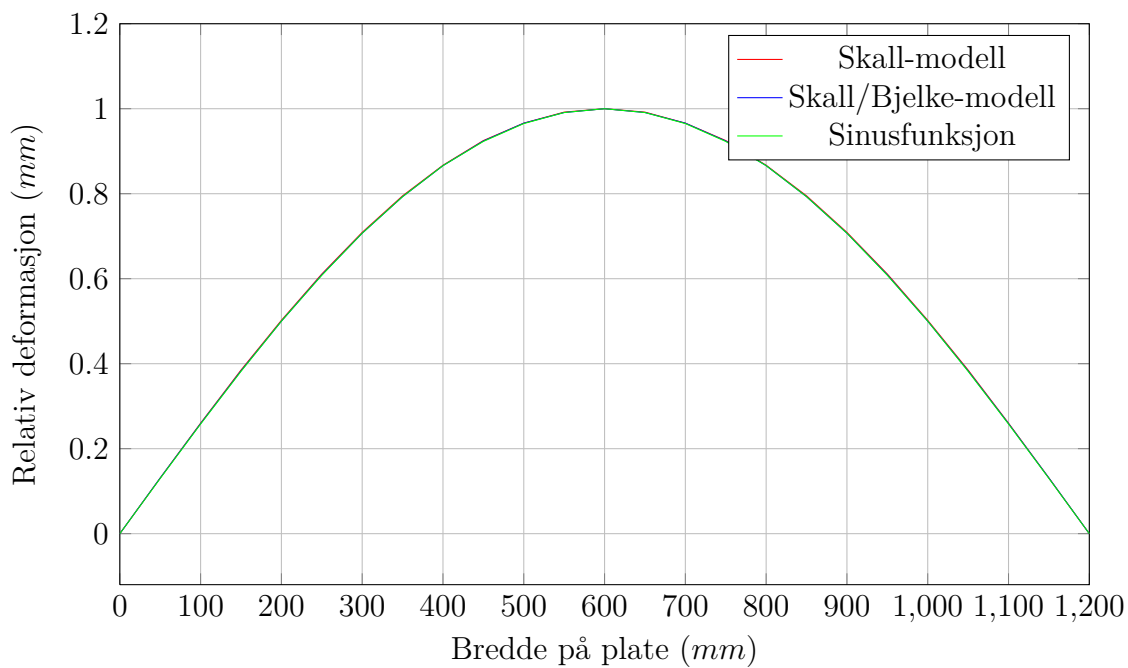
Det er blitt gjort det samme for platens deformasjon i bredderetningen. Her vil sinusfunksjonen som blir sammenlignet med deformasjonen fra FEM-analysen følgende

$$w(x) = w_n \sin\left(\frac{n\pi x}{b}\right) = \sin\left(\frac{\pi x}{1200mm}\right) \quad (\text{A.37})$$

Som Fig. A.4 viser så ligger de tre kurvene også her oppå hverandre. Som igjen betyr at platen deformerer seg som en sinuskurve.



Figur A.3: Sammenligning av knekkform i lengderetning

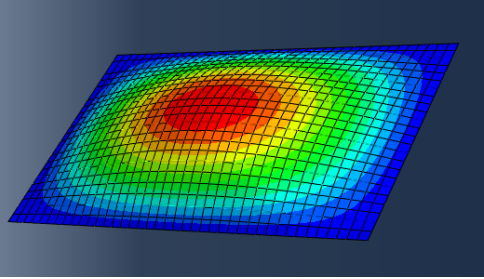
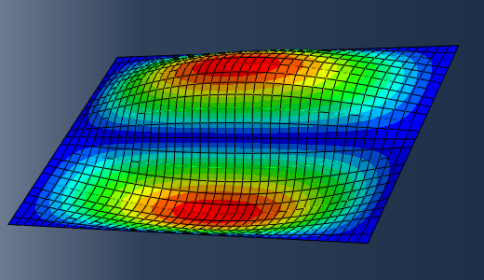
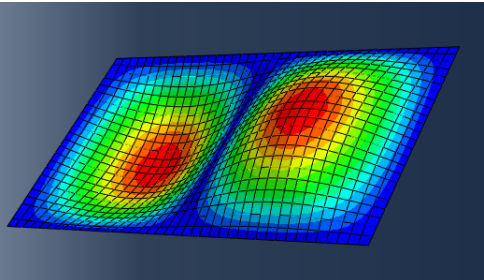
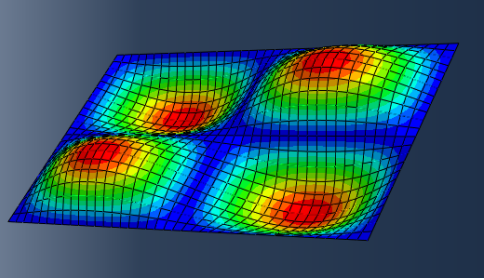


Figur A.4: Sammenligning av knekkform i bredderetning

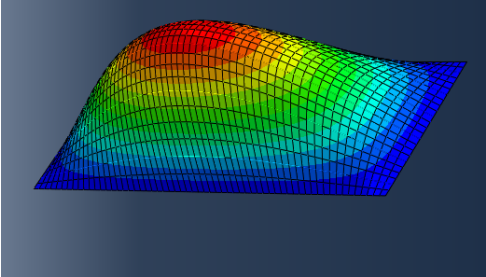
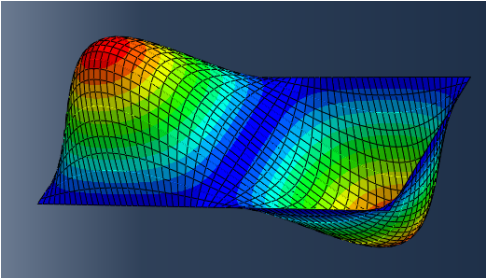
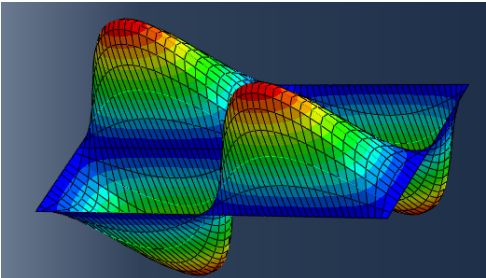
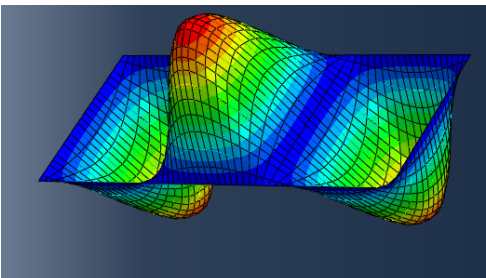
Tillegg B

Analyseoversikt

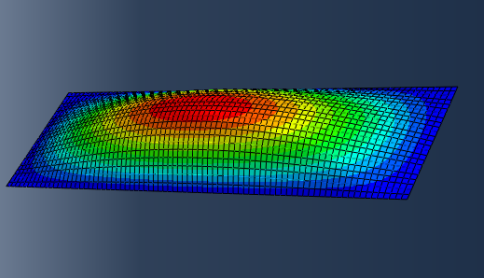
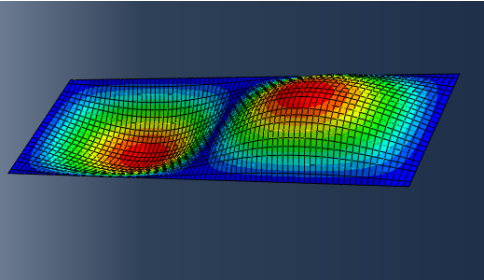
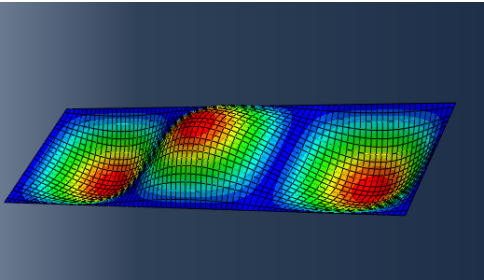
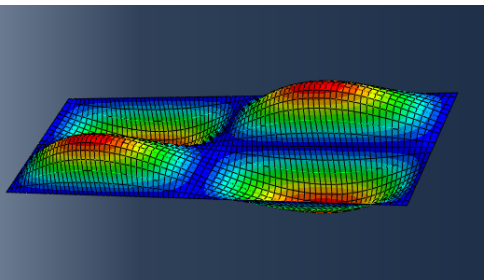
B.1 Knekkspenning og knekkformer fra ABAQUS

2 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	1	539
	2	1x2	1371
	3	2	1765
	4	2x2	2067

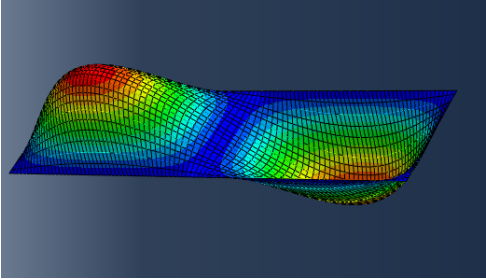
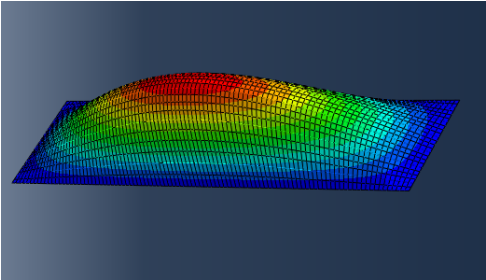
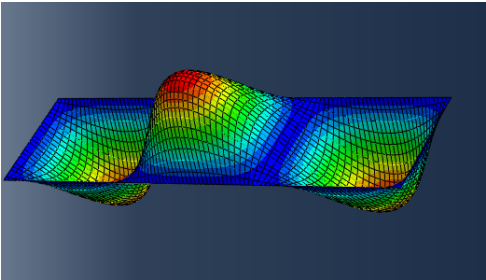
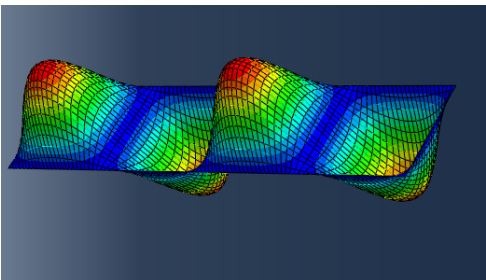
Tabell B.1: Knekkspenninger og knekkformer for 2 meters plate modelers med skall og bjelke.

3 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	1	352
	2	2	856
	3	2x2	1383
	4	3	1765

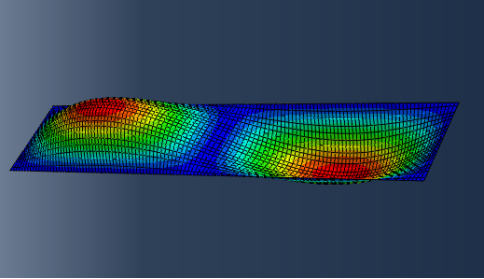
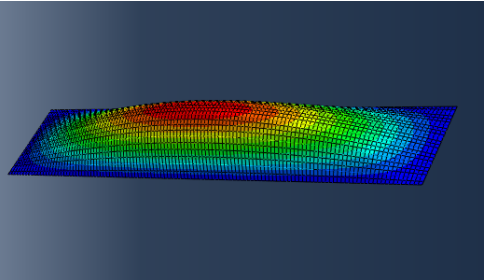
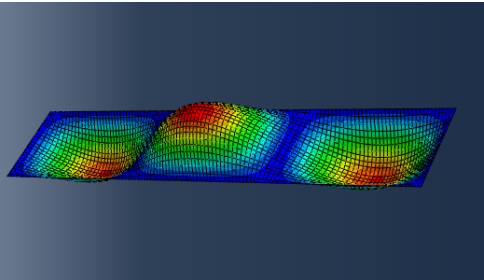
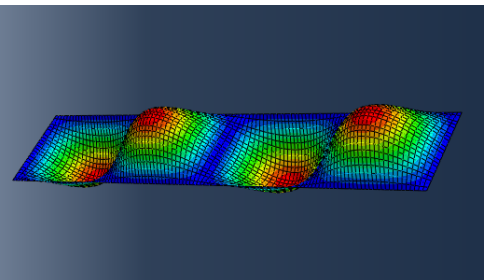
Tabell B.2: Knekkspenninger og knekkform for 3 meters plate modelers med skall og bjelke.

4 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	1	347
	2	2	539
	3	3	1052
	4	2x2	1372

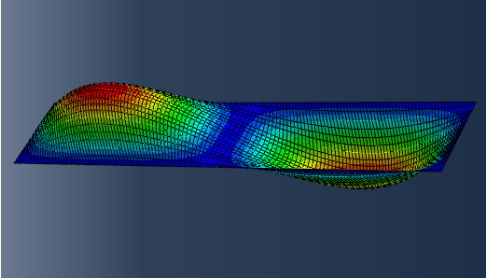
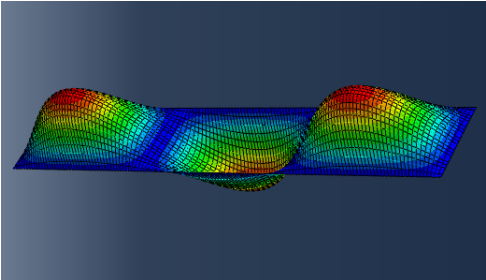
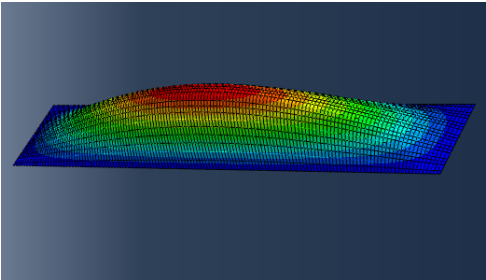
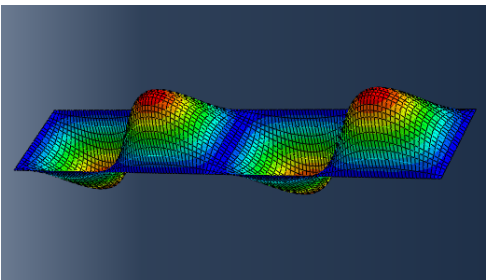
Tabell B.3: Knekkspenninger og knekkformer for 4 meters plate modelers med skall og bjelke.

5 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	2	407
	2	1	412
	3	3	717
	4	4	1180

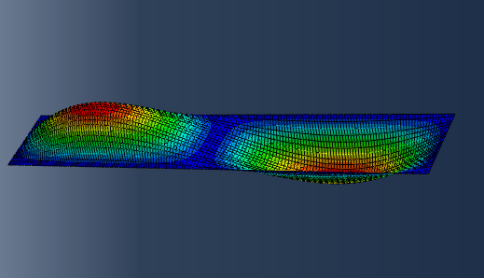
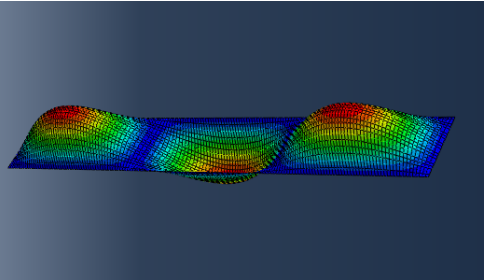
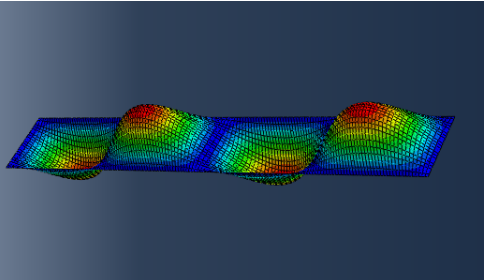
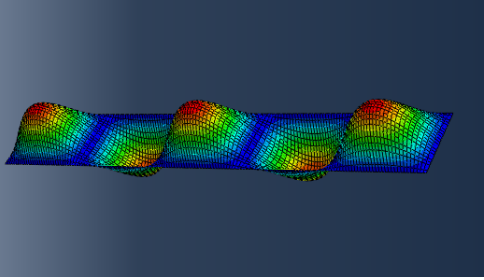
Tabell B.4: Knekkspenninger og knekkform for 5 meters plate modelers med skall og bjelke.

6 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	2	353
	2	1	518
	3	3	540
	4	4	856

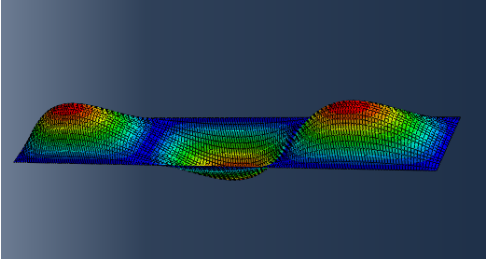
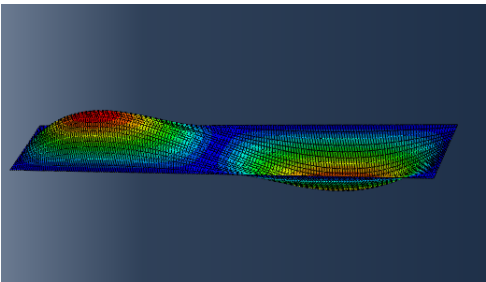
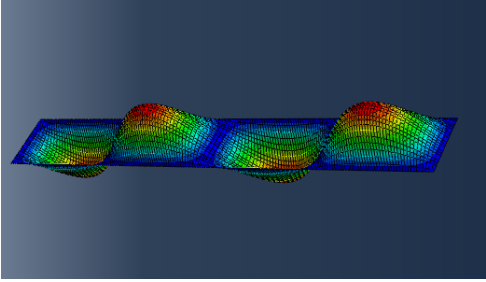
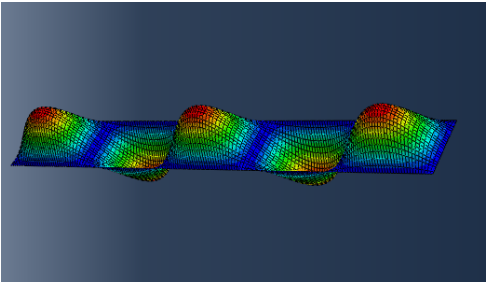
Tabell B.5: Knekkspenninger og knekkform for 6 meters plate modelers med skall og bjelke.

7 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	2	338
	2	3	440
	3	1	655
	4	4	662

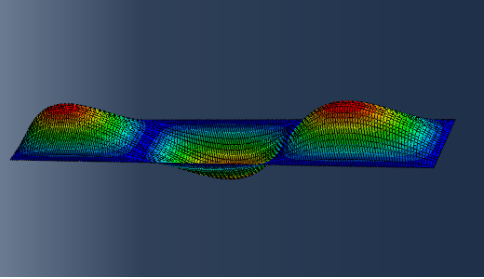
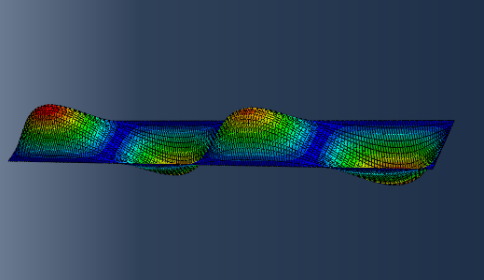
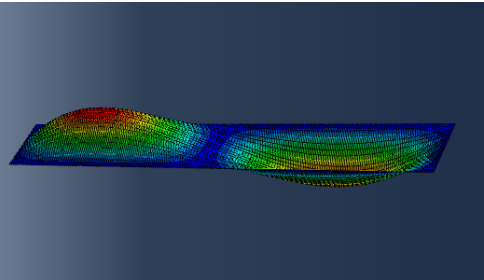
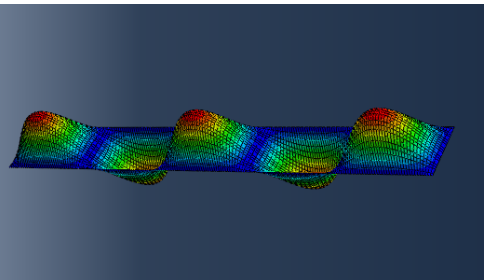
Tabell B.6: Knekkspenninger og knekkform for 7 meters plate modelers med skall og bjelke.

8 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	2	348
	2	3	383
	3	4	540
	4	5	767

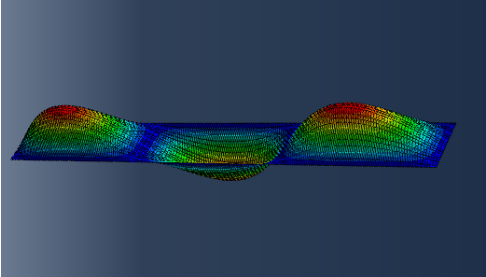
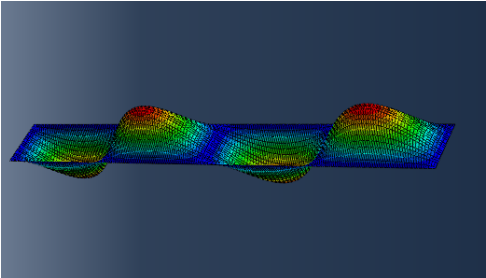
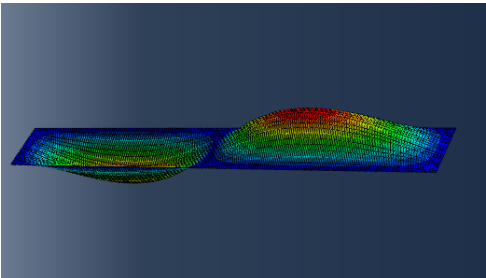
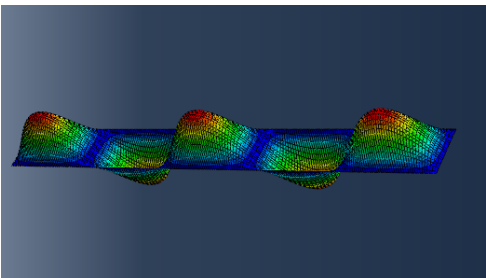
Tabell B.7: Knekkspenninger og knekkformer for 8 meters plate modelers med skall og bjelke.

9 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	3	353
	2	2	373
	3	4	460
	4	5	633

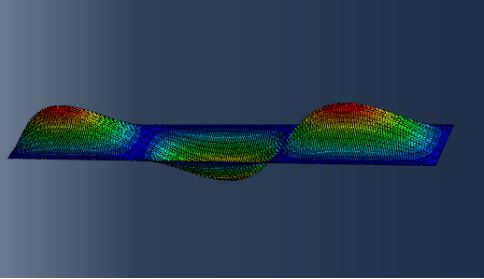
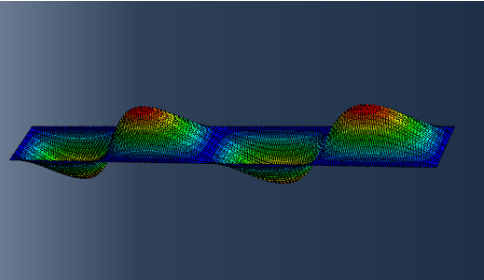
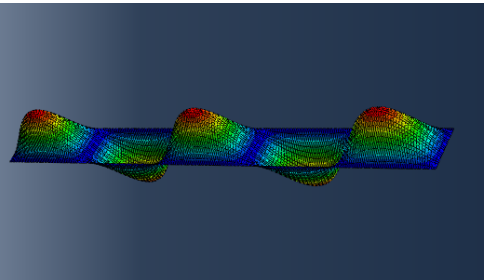
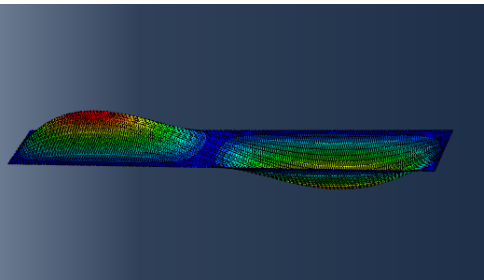
Tabell B.8: Knekkspenninger og knekkformer for 9 meters plate modelers med skall og bjelke.

10 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	3	340
	2	4	408
	3	2	412
	4	5	540

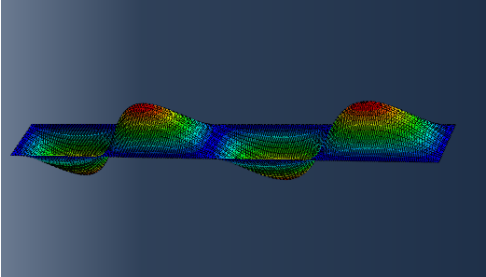
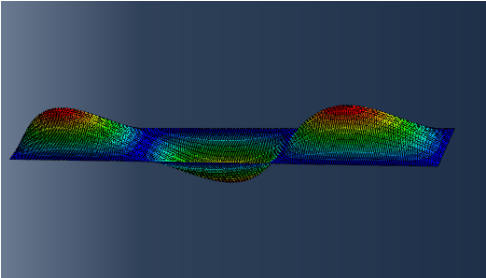
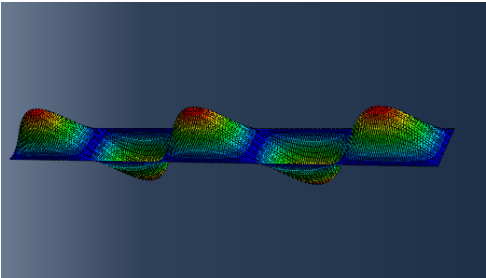
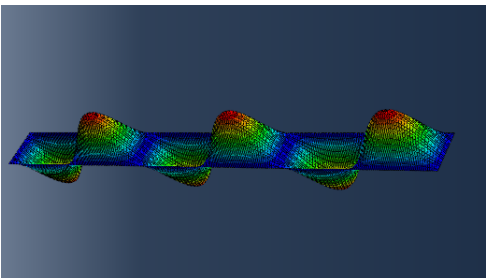
Tabell B.9: Knekkspenninger og knekkformer for 10 meters plate modelers med skall og bjelke.

11 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	3	339
	2	4	374
	3	2	460
	4	5	473

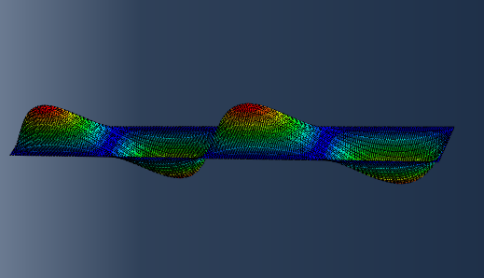
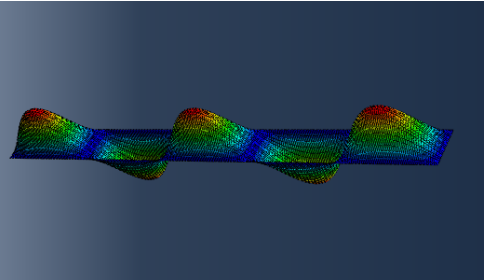
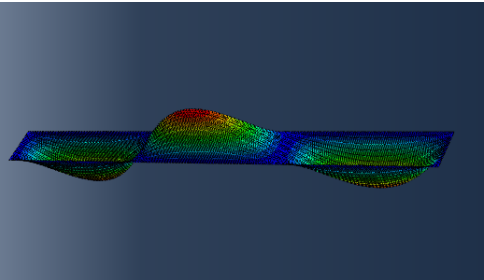
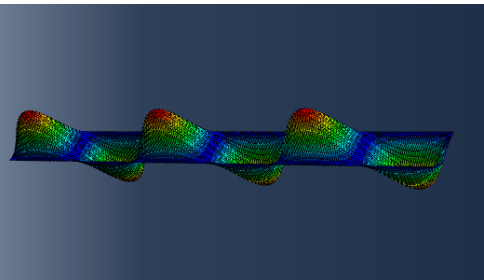
Tabell B.10: Knekkspenninger og knekkform for 11 meters plate modelers med skall og bjelke.

12 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	3	348
	2	4	353
	3	5	426
	4	2	518

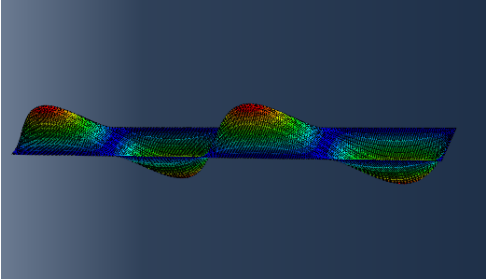
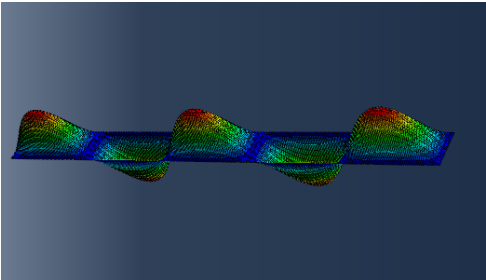
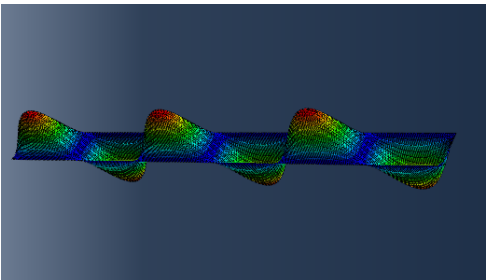
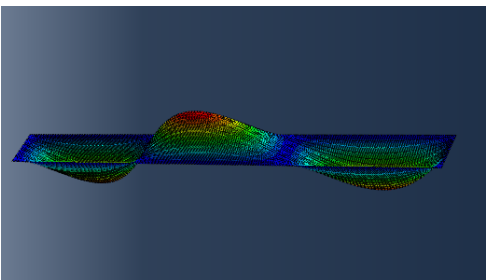
Tabell B.11: Knekkspenninger og knekkformer for 12 meters plate modelers med skall og bjelke.

13 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	4	342
	2	3	363
	3	5	392
	4	6	518

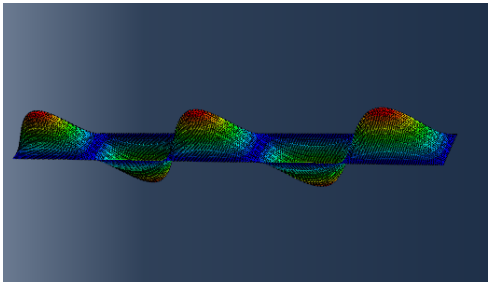
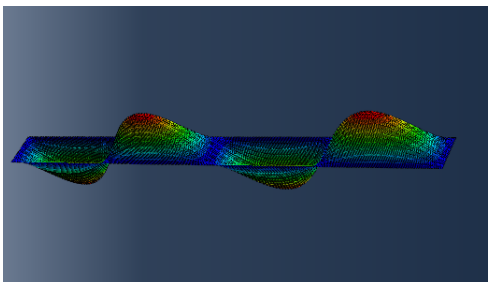
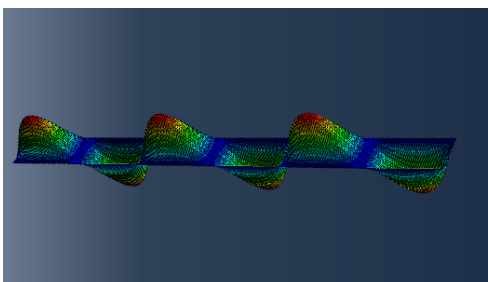
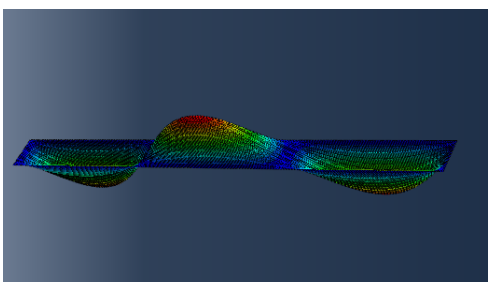
Tabell B.12: Knekkspenninger og knekkform for 13 meters plate modelers med skall og bjelke.

14 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	4	338
	2	5	369
	3	3	385
	4	6	440

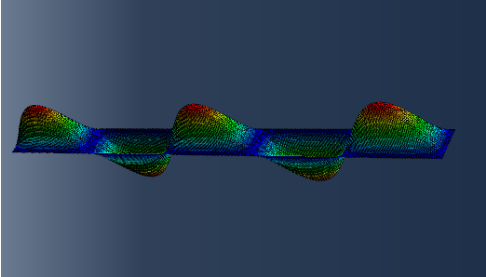
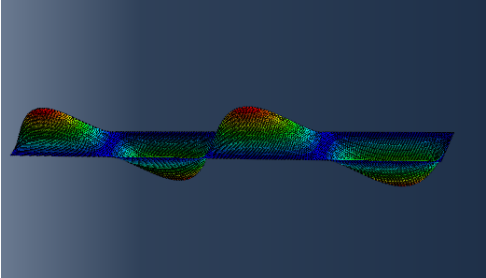
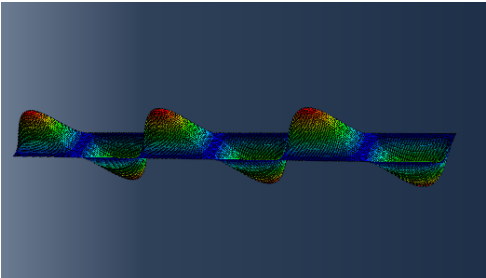
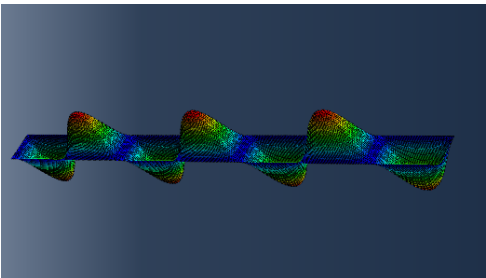
Tabell B.13: Knekkspenninger og knekkformer for 14 meters plate modelers med skall og bjelke.

15 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	4	341
	2	5	353
	3	6	408
	4	3	412

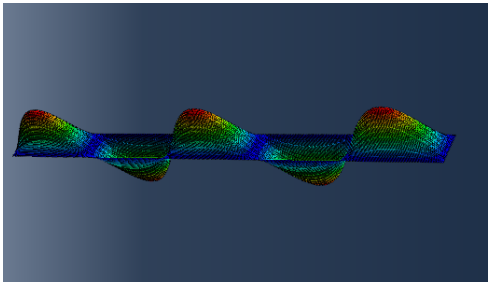
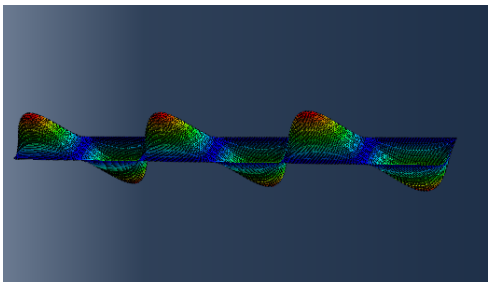
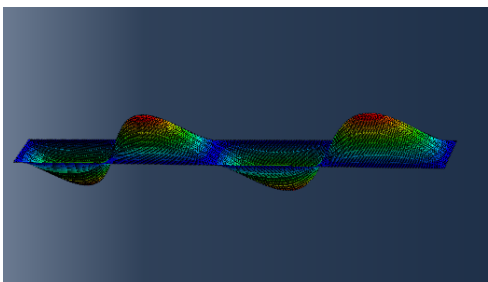
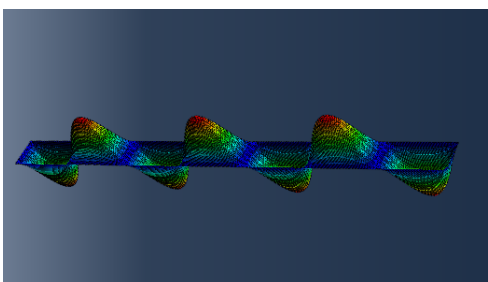
Tabell B.14: Knekkspenninger og knekkform for 15 meters plate modelers med skall og bjelke.

16 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	5	343
	2	4	348
	3	6	383
	4	3	443

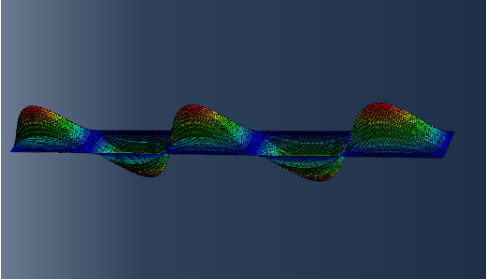
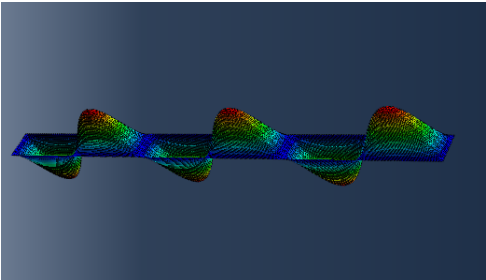
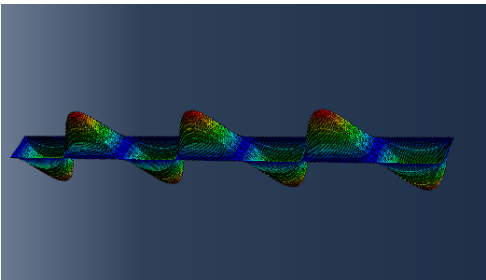
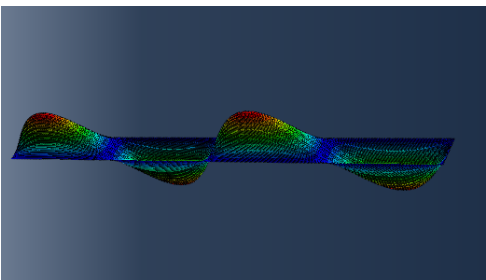
Tabell B.15: Knekkspenninger og knekkformer for 16 meters plate modelers med skall og bjelke.

17 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	5	341
	2	4	360
	3	6	369
	4	7	425

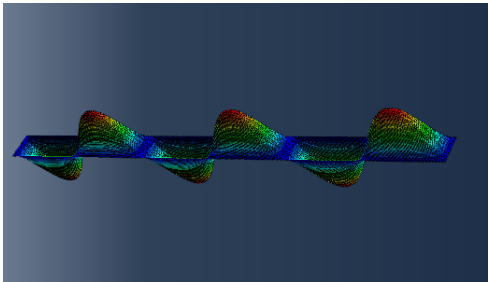
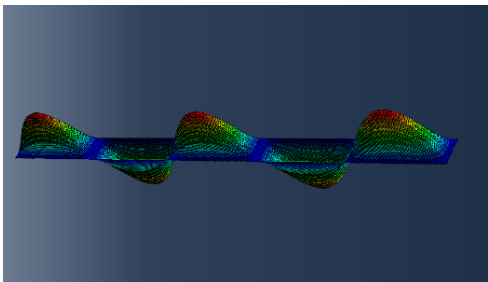
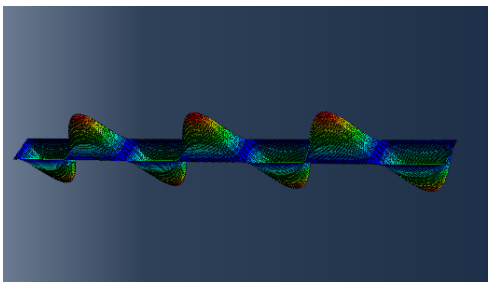
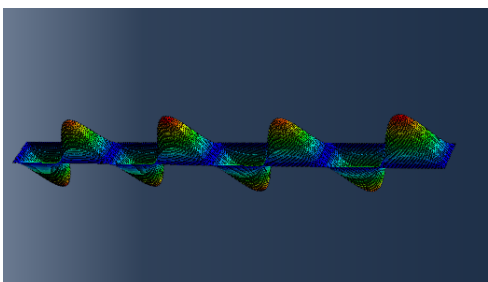
Tabell B.16: Knekkspenninger og knekkform for 17 meters plate modelers med skall og bjelke.

18 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	5	339
	2	6	353
	3	4	374
	4	7	396

Tabell B.17: Knekkspenninger og knekkformer for 18 meters plate modelers med skall og bjelke.

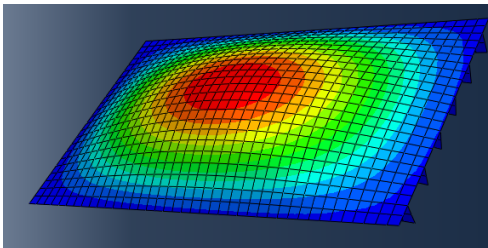
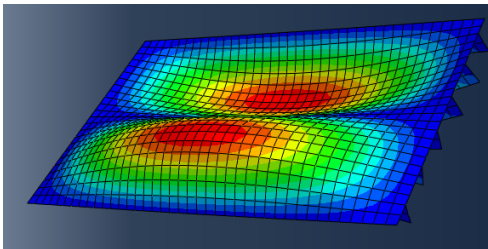
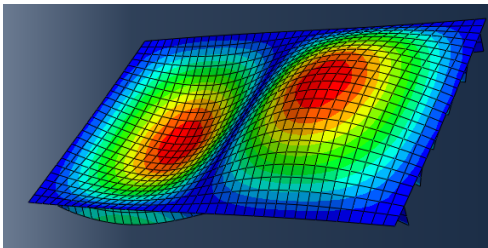
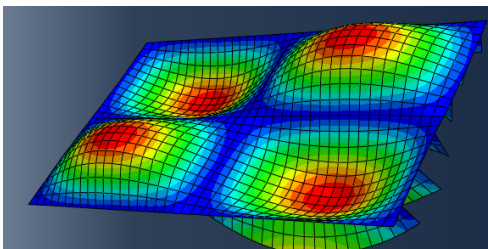
19 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	5	342
	2	6	345
	3	7	378
	4	4	391

Tabell B.18: Knekkspenninger og knekkform for 19 meters plate modelers med skall og bjelke.

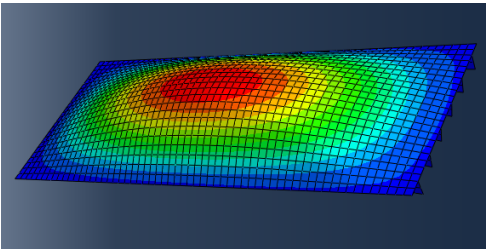
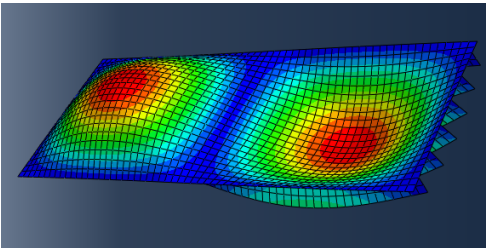
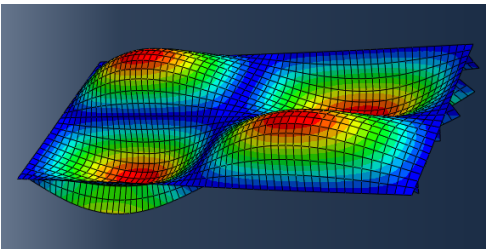
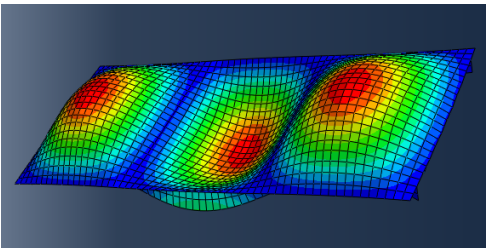
20 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	6	340
	2	5	348
	3	7	364
	4	8	408

Tabell B.19: Knekkspenninger og knekkformer for 20 meters plate modelers med skall og bjelke.

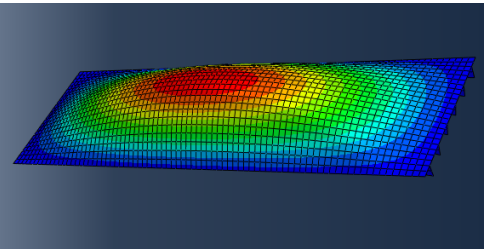
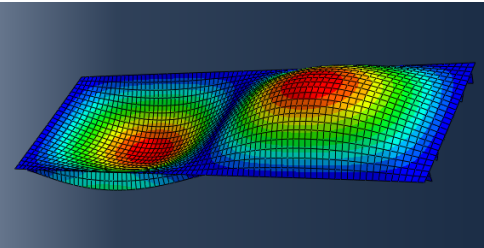
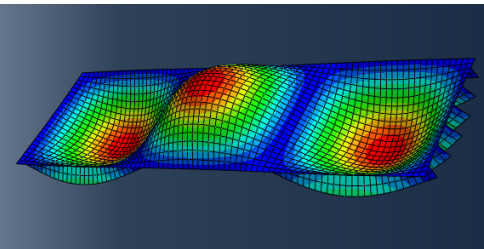
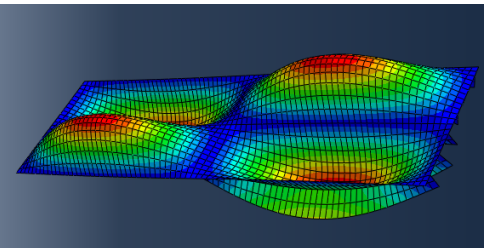
Her begynner skallmodellen:

2 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	1	584
	2	1x2	1543
	3	2	1807
	4	2x2	2186

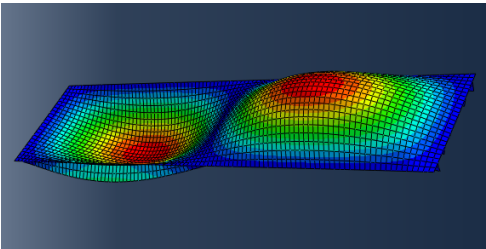
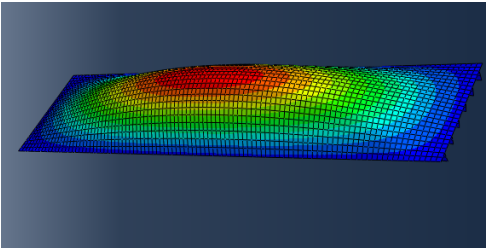
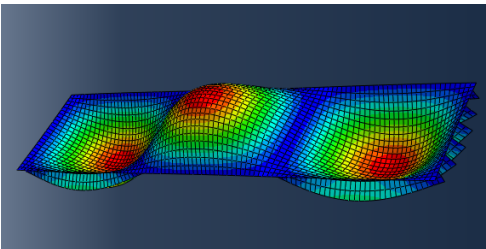
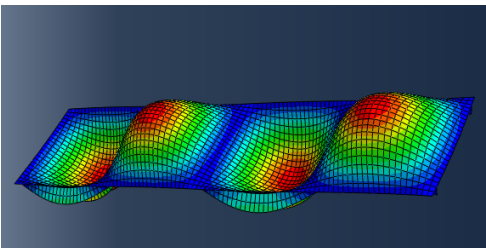
Tabell B.20: Knekkspenninger og knekkformer for 2 meters plate modellert med skallelement

3 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	1	391
	2	1x2	911
	3	2	1538
	4	2x2	1812

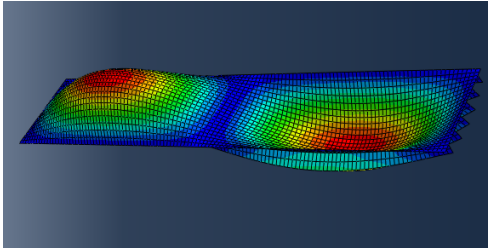
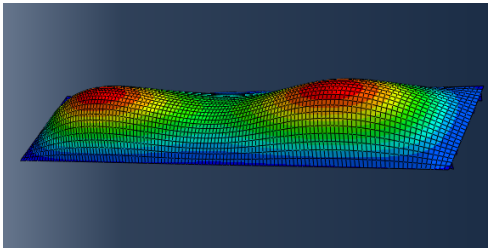
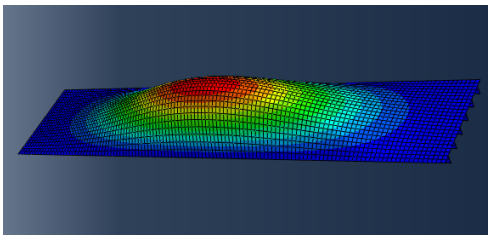
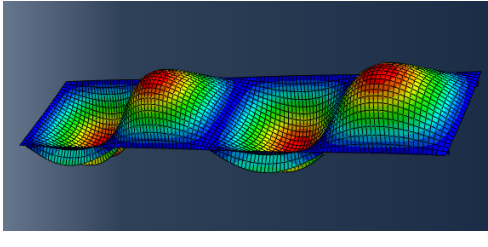
Tabell B.21: Knekkspenninger og knekkform for 3 meters plate modellert med skallelement

4 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	1	390
	2	2	586
	3	3	1110
	4	2x2	1545

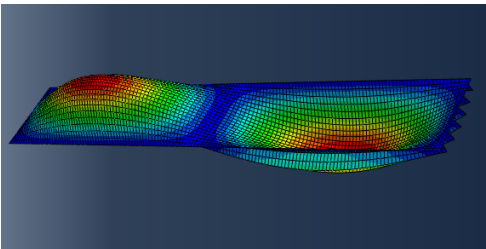
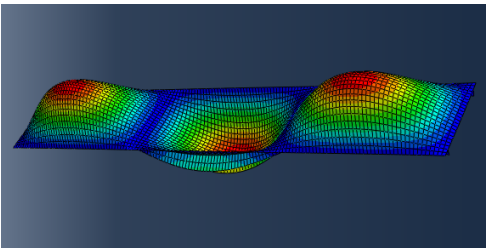
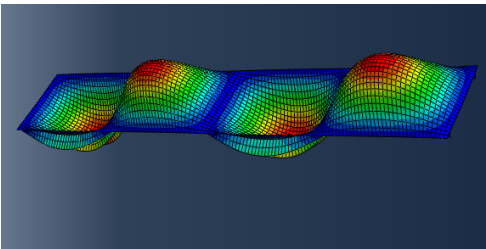
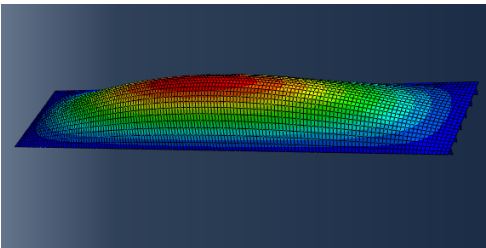
Tabell B.22: Knekkspenninger og knekkformer for 4 meters plate modellert med skallelement

5 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	2	448
	2	1	465
	3	3	770
	4	4	1239

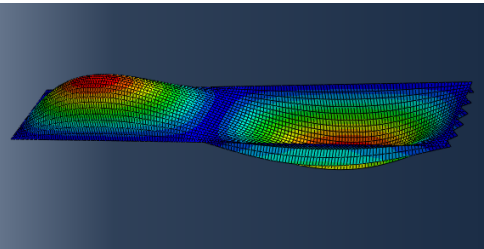
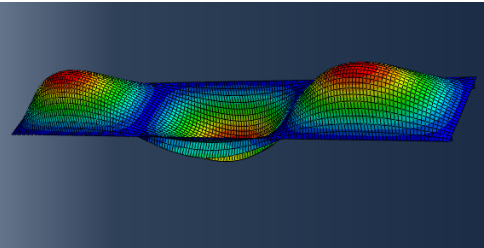
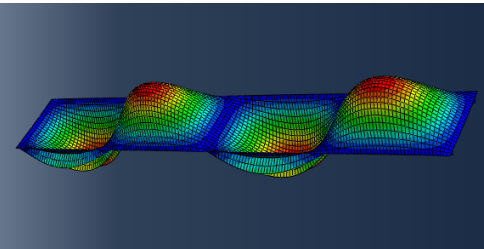
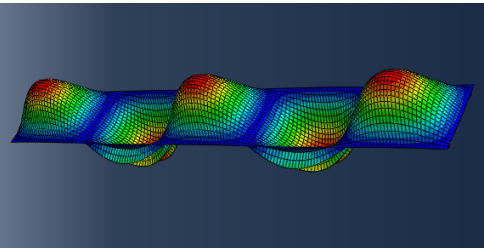
Tabell B.23: Knekkspenninger og knekkform for 5 meters plate modellert med skallelement

6 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	2	392
	2	2/3	587
	3	1mod	588
	4	4	913

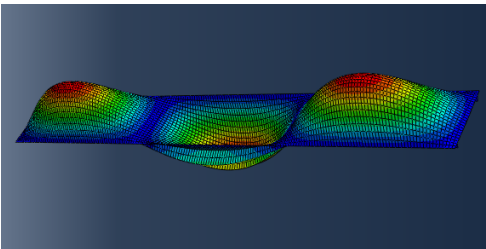
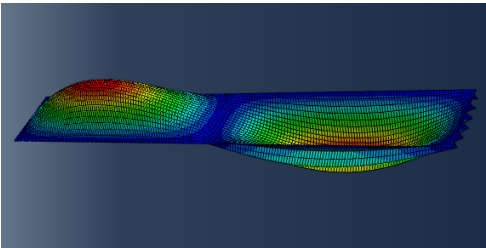
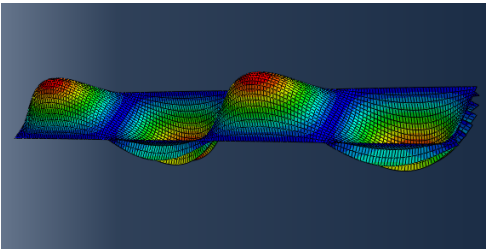
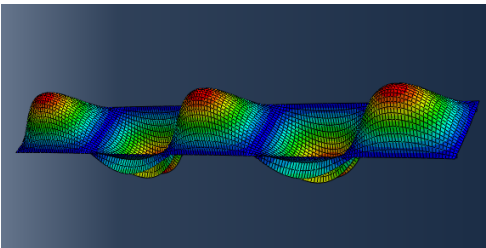
Tabell B.24: Knekkspenninger og knekkformer for 6 meters plate modellert med skallelement

7 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	2	378
	2	3	483
	3	4	715
	4	1	746

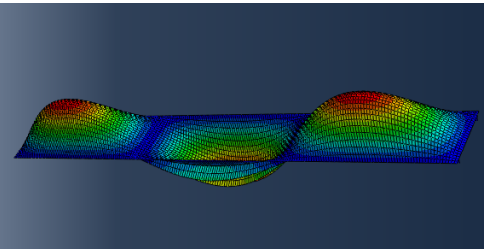
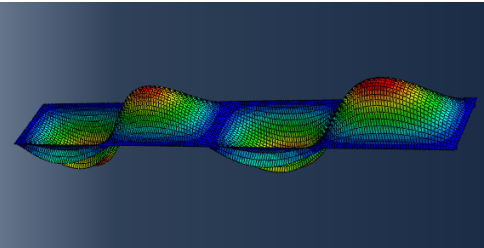
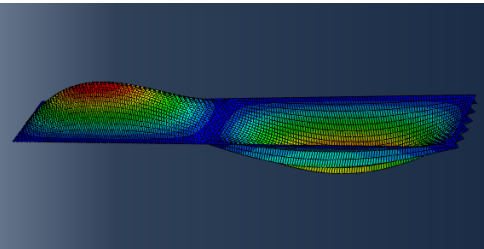
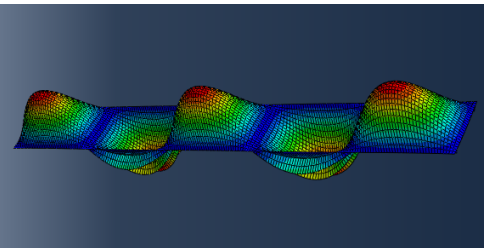
Tabell B.25: Knekkspenninger og knekkform for 7 meters plate modellert med skallelement

8 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	2	390
	2	3	423
	3	4	588
	4	5	823

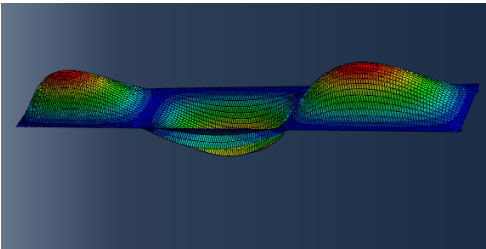
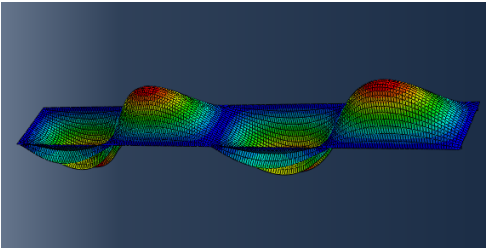
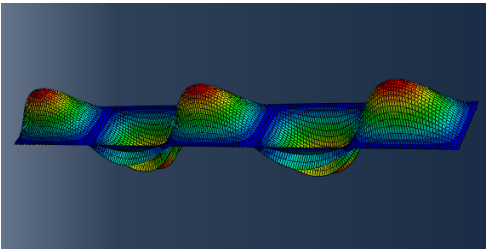
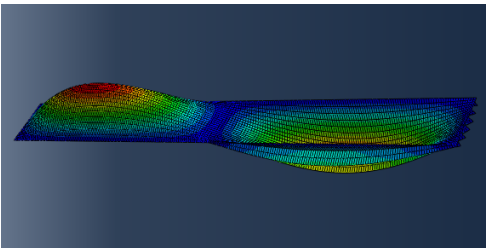
Tabell B.26: Knekkspenninger og knekkform for 8 meters plate modellert med skallelement

9 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	3	392
	2	2	421
	3	4	504
	4	5	685

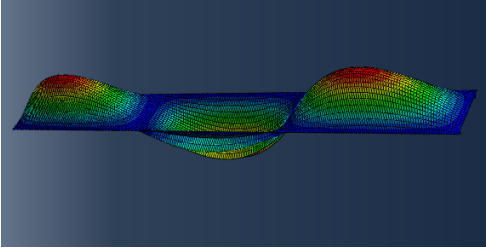
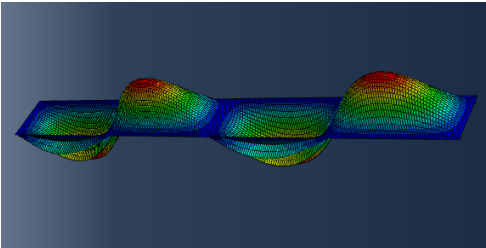
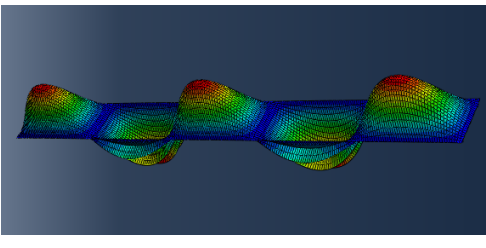
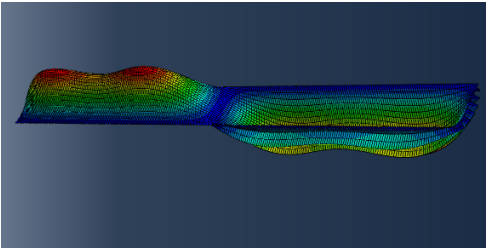
Tabell B.27: Knekkspenninger og knekkform for 9 meters plate modellert med skallelement

10 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	3	379
	2	4	449
	3	2	466
	4	5	588

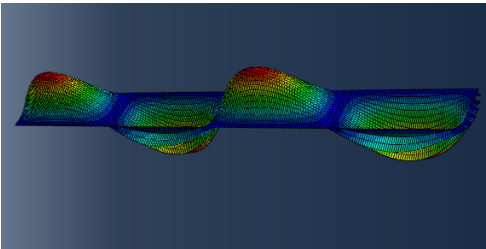
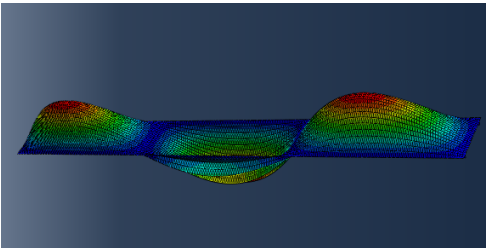
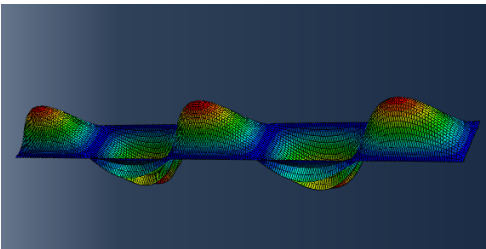
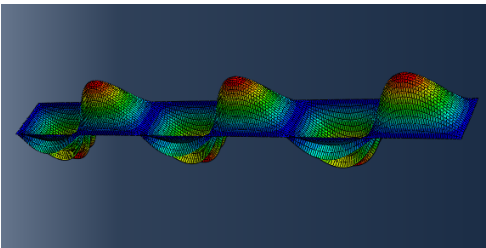
Tabell B.28: Knekkspenninger og knekkform for 10 meters plate modellert med skallelement

11 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	3	380
	2	4	414
	3	5	518
	4	2	522

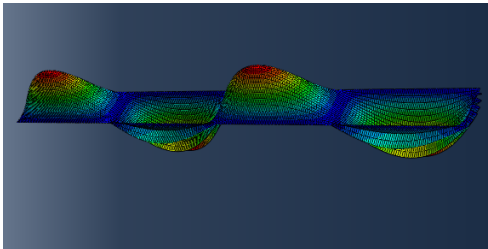
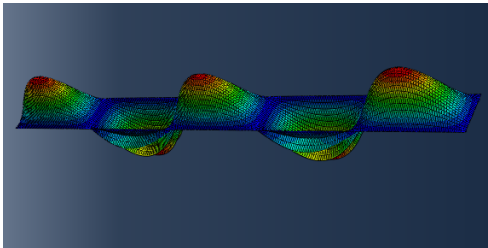
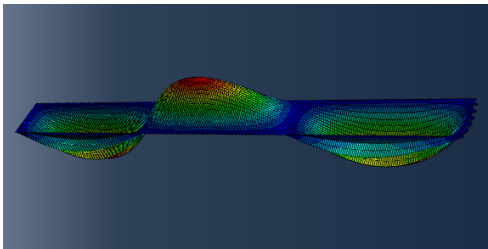
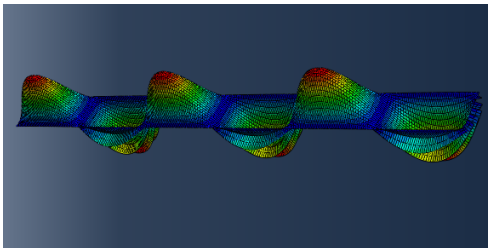
Tabell B.29: Knekkspenninger og knekkform for 11 meters plate modellert med skallelement

12 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	3	390
	2	4	392
	3	5	469
	4	3/5 2/4	588

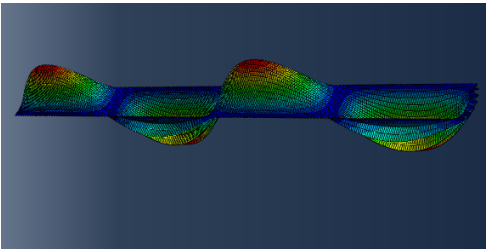
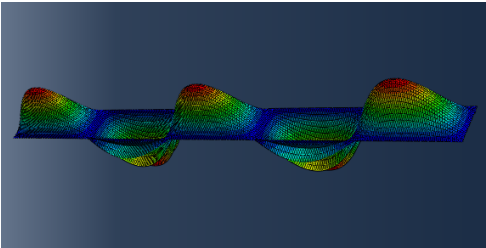
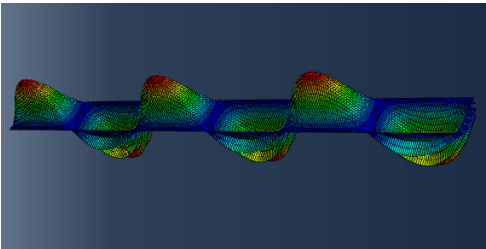
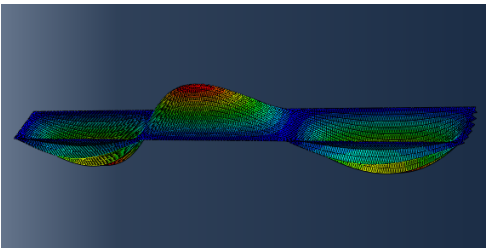
Tabell B.30: Knekkspenninger og knekkform for 12 meters plate modellert med skallelement

13 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	4	381
	2	3	409
	3	5	433
	4	6	529

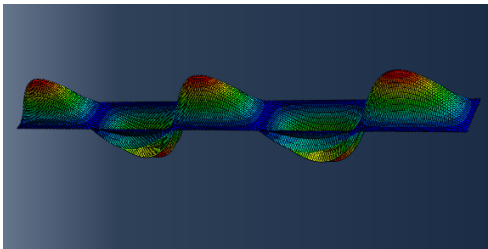
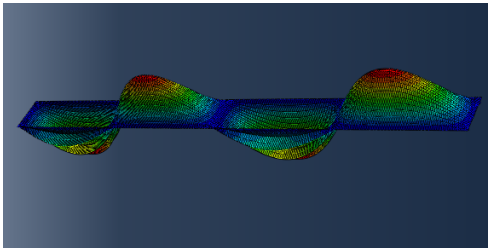
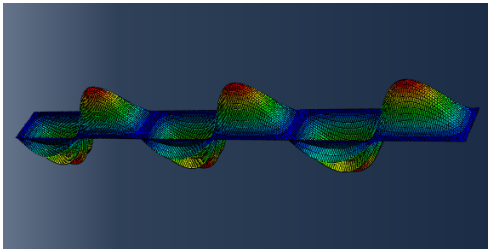
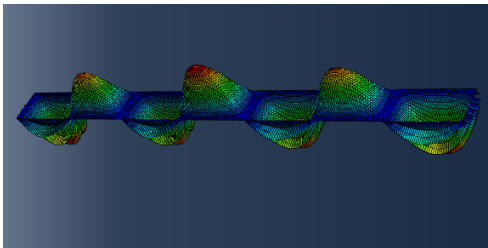
Tabell B.31: Knekkspenninger og knekkform for 13 meters plate modellert med skallelement

14 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	4	378
	2	5	408
	3	3	435
	4	6	483

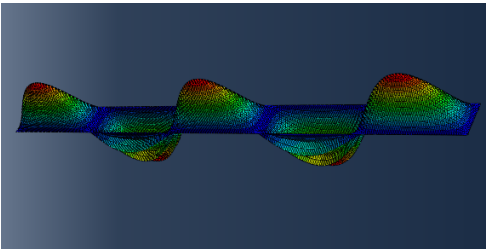
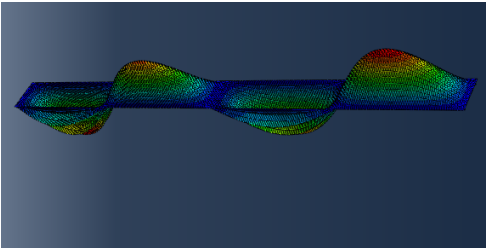
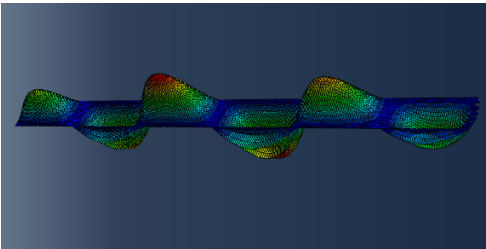
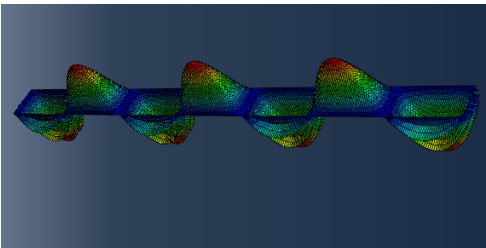
Tabell B.32: Knekkspenninger og knekkform for 14 meters plate modellert med skallelement

15 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	4	382
	2	5	392
	3	6	449
	4	3	466

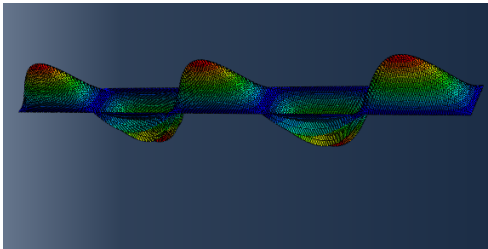
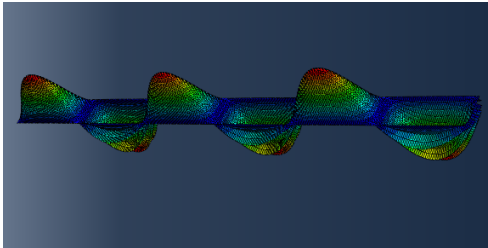
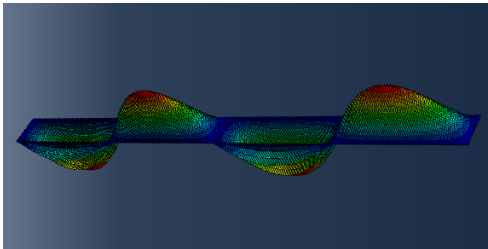
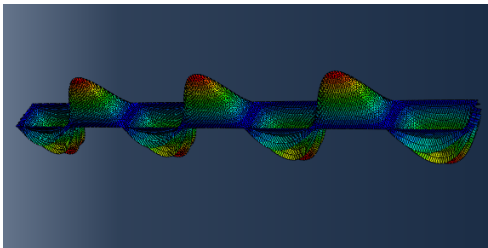
Tabell B.33: Knekkspenninger og knekkform for 15 meters plate modellert med skallelement

16 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	5	383
	2	4	390
	3	6	424
	4	7	495

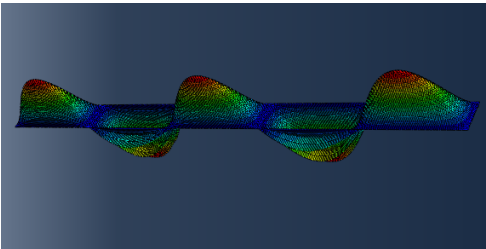
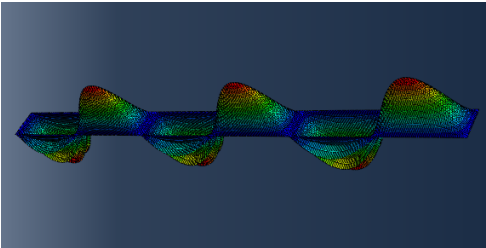
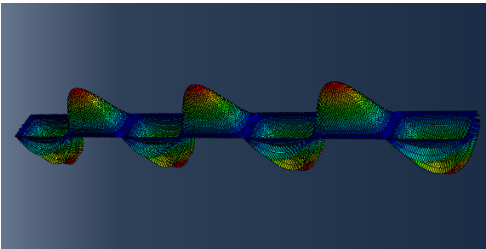
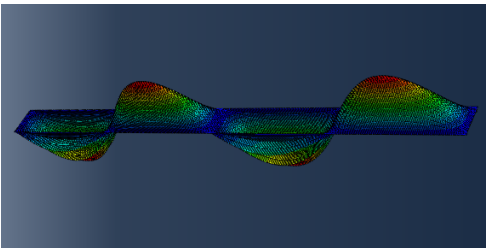
Tabell B.34: Knekkspenninger og knekkform for 16 meters plate modellert med skallelement

17 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	5	378
	2	4	404
	3	6	405
	4	7	463

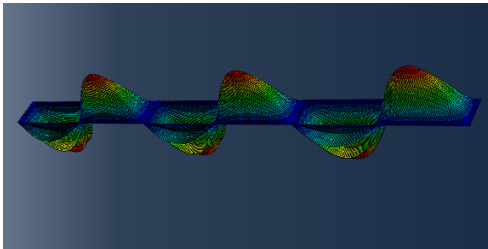
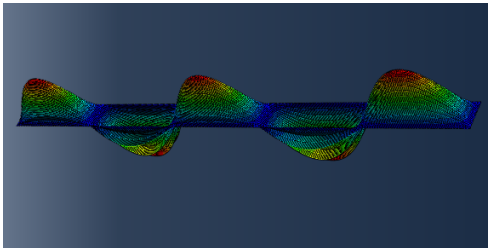
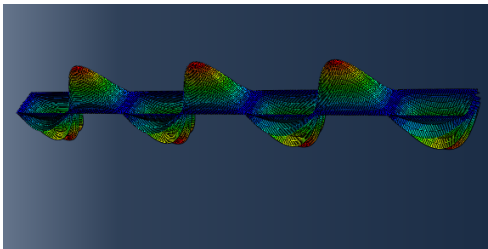
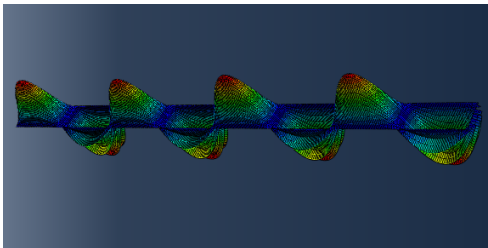
Tabell B.35: Knekkspenninger og knekkform for 17 meters plate modellert med skallelement

18 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	5	379
	2	6	392
	3	4	421
	4	7	438

Tabell B.36: Knekkspenninger og knekkform for 18 meters plate modellert med skallelement

19 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	5	383
	2	6	384
	3	7	418
	4	4	442

Tabell B.37: Knekkspenninger og knekkform for 19 meters plate modellert med skallelement

20 meters plate			
Figur	Knekkform nr	Antall bølger	Knekkspenninger (N/mm^2)
	1	6	379
	2	5	390
	3	7	403
	4	8	449

Tabell B.38: Knekkspenninger og knekkform for 20 meters plate modellert med skallelement