

Betonggulv på grunn

Numerisk simulering av armert betong

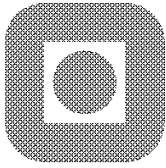
Kevin Gjulem

Bygg- og miljøteknikk

Innlevert: Juni 2012

Hovedveileder: Jan Arve Øverli, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk



NORGES TEKNISK NATURVITENSKAPELIGE
UNIVERSITET, NTNU
Institutt for konstruksjonsteknikk

**Masteroppgave i konstruksjonsteknikk 2012
for
Kevin Gjulem**

Gulv på grunn – Beregningmodeller og analyser

Analysis of Slabs on Ground

OPPGAVE

Betonggulv på grunn er en konstruksjon som det er mye skader på. Ofte skyldes det mangelfull prosjektering og forståelse for virkemåten til denne konstruksjonstypen.

Første del av oppgaven fokuserer på beregningsmodeller for dimensjonering av betonggulv. I tillegg skal det gjennomføres ikke-lineære elementmetodeanalyser av gulvkonstruksjoner som skal sammenlignes med forsøksresultater.

Oppgaven kan deles opp som følger:

- Grunnleggende om gulv på grunn
- Dimensjoneringsmodeller
- Formelverk for konsentrert last på gulv
- Lineære og ikke-lineære analyser av gulvkonstruksjoner
- Vurdering av svinn og temperaturlaster.
- Sammenligninger og parametervariasjon med hensyn på elementtyper, elementinndeling, lastareal og stivhet av grunnen.

Oppgaven skal være gjennomført innen den 11. juni 2012.

Trondheim den 21.01.2012

Jan Arve Øverli
Førsteamanuensis / Faglærer

Sammenheng

De største problemene med betonggulv på grunn er opprissing som følge av punktlaster, samt riss og kantreising som følge av svinn. Riss rundt store punktlaster skyldes at gulvet trykkes ned. Mekanismene rundt belastningen fører til riss i toppen av gulvplaten. Riss som er forårsaket av svinn, vil typisk oppstå i forbindelse med alle fastholdingspunkter. Svinn kan også gjøre at gulvet reiser seg i kantene fordi svinntøyningene er størst i toppen av gulvet. Gjennom diverse tiltak, som bruk av armering, skjæring av rissanvisere og begrenning av uttørking, kan man redusere konsekvensene av svinn.

Dimensjonering av gulvplater baseres på en sammenligning av bøyestrekfasthet og kalkulerte strekkspenninger. I 1925 presenterte Westergaard ligninger for beregning av spenninger i betonggulv. Basisen i Westergaards ligninger danner fortsatt grunnlaget for dimensjonering av betonggulv. Eurokode 2 gir dimensjoneringsregler for å forhindre at platen går til skjærbrudd nær en punktlast.

Svinn kan deles inn i uttørkingssvinn og autogent svinn. Uttørkingssvinn skjer i størst grad nær gulvoverflaten, noe som skaper spenninger i gulvet. Denne spenningen kan få gulvet til å risse opp og/eller reise seg langs kantene. Autogent svinn er en kjemisk reaksjon i betongen, og vil skje i like stor grad i hele gulvet.

Elementmetoden er et veldig vanlig dimensjoneringsverktøy, som deler opp kompliserte problem i mindre og enklere deler. Deretter kan tilnærmede løsninger bli funnet ved hjelp av numeriske beregninger. Ikkelineær analyse brukes når materialet eller geometrien ikke oppfører seg lineært. Betong er et materiale som i strekk vil oppføre seg lineært helt til det risser opp. Videre vil betongen ha ikkelineære egenskaper.

Elementmodeller testes for tre plasseringer av en punktlast. Disse lasttilfellene er kantlast, hjørnelast og senterlast; de samme som Westergaard baserte sine ligninger på i 1925. Modeller med både skallelementer og kubeelementer analyseres ikkelineært. Skallmodellene testes med to ulike stivheter i underlaget. Én modell skal simulere effekten av svinn. Alle modellene lages og analyseres i elementmetodeprogrammet Diana.

Skall- og kubemodellene gir ganske like responser. Nedbøyningsverdiene er litt større for kubemodellene, men oppbøyningen er litt mindre. Analysene viser at betongplaten tåler betydelig høyere senterlast enn den tåler kant- og spesielt hjørnelast. Analysene med dobbel underlagstivhet gir nedbøyninger som er mellom 24 % og 34 % mindre, men opprissingskapasiteten (toppriss) er bare mellom 5 % og 9 % høyere. Simuleringen av svinn fører, som forventet, til at platekanten reiser seg. Nedbøyningsverdiene til modellene stemmer rimelig godt med tall fra Westergaards formler. Analyseresultater og sammenligning med teori tilsier at alle modellene simulerer betonggulv på en god måte.

Abstract

The most problematic issues with concrete slabs on ground, are cracking due to point loads and shrinkage, and shrinkage induced rising of slab edges. Cracks around point loads occur when the slab is pressed down into the sub-grade. The mechanisms allowing this to happen, leads to cracking in the slab surface. Shrinkage induced cracking is typically a problem near restraint points. Shrinkage can cause the slab edges to rise as a result of shrinkage strain being larger near the surface of the slab. The consequences of shrinkage can be reduced through different measures: Use of reinforcement, making shrinking joints and limiting the evaporation from the surface, when drying.

The design of slabs on ground is based on a comparison of flexural strength and calculated tension. Westergaard presented equations for calculating stresses in concrete floors. These are still partially used when designing slabs on ground. Eurocode 2 covers design methods to prevent shear forces around point loads to exceed the shear capacity.

Shrinkage can be divided into drying shrinkage and autogenous shrinkage. Drying shrinkage is larger near the surface of the slab, creating stresses throughout the slab. These stresses may cause the surface to crack, and also induce rising of the edges. Autogenous shrinkage is a chemical reaction in the concrete, and this will happen to the same extent in the whole slab.

The finite element method is a common design tool, which divides complicated problems into simpler components. Then, numerical calculations are used to solve the problem. Non-linear analysis is used for materials or geometry with non-linear behaviour. Concrete behaves linearly until it cracks; then it behaves in a non-linear fashion.

Element models is tested for three placements of a point load. The load cases are centre load, edge load and corner load; the same load cases in which Westergaard based his equations. Models with both shell- and cube elements are analysed non-linearly. The shell models will be analysed, using two sub-grades with different stiffness. One model will simulate shrinkage. The FEM-program Diana is used to create and analyse all the models.

The shell- and cube models have similar responses. The deflection values of the cube models are a bit higher, but the elevation values are lower. The analysis' indicates that the slab has significantly larger centre load capacity, compared to edge- and especially corner loading. The use of a sub-grade with twice the stiffness, results in a reduced deflection of 24 % to 34 %. But the «surface crack capacity» increases only 5 % to 9 %. As expected, shrinkage simulation made the slab edges rise. The models deflection values are similar to calculated values using Westergaard's equations. The results indicate that the element models simulation of a concrete slab, is satisfactory.

Forord

Denne oppgaven er et resultat av litteraturstudium, analyser og erfaringer gjort i løpet av våren 2012. Takk til Jan Arve Øverli for all veiledning, og for hjelp med dataprogrammet Diana. Dette har vært et lærerikt halvår, som har gitt meg mye kunnskap om betonggulv og elementmetodeprogrammet Diana. Det er min oppfatning at beregningsverktøy på datamaskinen er mye brukt i arbeidslivet, og derfor nyttig å sette seg inn i. I tillegg til veileder, må jeg også få takke Geir-Inge Evjen og Ronny Granheim ved Motek, som ordnet med muligheten for besøk på byggeplass. Der fikk jeg se støpeprosessen for et butikkgulv og spørre entreprenøren om alt jeg lurte på. I den forbindelse vil jeg også takke entreprenøren, TekTon, for at jeg fikk være med, og for stor vilje til å fortelle og svare på spørsmål.

Trondheim, juni 2012



Kevin Gjulem

Innholdsfortegnelse

Innledning	1
1 Problemene med gulv på grunn	3
1.1 Besøk på byggeplass	5
2 Grunnleggende om gulv på grunn	9
2.1 Betongmaterialet	9
2.1.1 Fiberbetong	9
2.2 Støping av betonggulv	11
2.3 Dimensjoneringsteori	13
2.3.1 Westergaard	13
2.3.2 Meyerhof	15
2.3.3 Sammenligning av metodene	16
2.3.4 Dimensjonering med Eurokode 2	16
2.3.5 Armering	16
2.4 Svinnteorien	17
2.5 Elementmetoden	18
2.6 Ikkelineær analyse	19
2.6.1 Analyse av betong	20
3 Beskrivelse av analyseoppgaven	23
4 Modellering i Diana	25
4.1 Punktlastmodellene	27
4.2 Svinmodell	29
5 Analyser i Diana	31
5.1 Skallelementmodellene	31
5.1.1 Hjørnelasttilfellet	31
5.1.2 Senterlasttilfellet	32
5.1.3 Kantlasttilfellet	32
5.2 Kubelementmodellene	33
5.2.1 Hjørnelasttilfellet	33
5.2.2 Senterlasttilfellet	34
5.2.3 Kantlasttilfellet	34
5.3 Skallmodeller med dobbel stivhet i underlaget	35
5.4 Svinmodell	35
6 Hovedresultater og vurdering	37

7 Konklusjon	41
8 Forslag til videre arbeid	43
Bibliography	45
A Utregning av temperaturlast som skal simulere svinn	47

Figurliste

1.1	Riss utenfor Realfagsbygget på NTNU	3
1.2	Alt er klargjort for gulvstøp	5
1.3	Bevegelsesfrihet rundt søyler	6
1.4	Tiltak for å forhindre tilfeldig opprissing	7
2.1	Bruk av mikrosilisiumbetong [1]	9
2.2	Kapasitetsforbedring ved bruk av fiberarmering [1]	10
2.3	Stålfibrenes virkning i betongen [1]	11
2.4	Gulvstøping ved hjelp av laser	12
2.5	«Sleipner A»-ulykken [2]	18
2.6	Modifisert Newton-Rhapson (venstre) og full Newton-Rhapson (høyre) [3] .	20
2.7	Illustrasjon av plan og sfærisk arc-length method [3]	20
2.8	Modeller for «tension softening» i Diana [4]	21
4.1	En illustrasjon av lastene som er påført modellene	25
4.2	Elementmodellen for hjørnelasttilfellet. Betongplaten er gul, mens underlaget er grått.	26
4.3	Elementene som er brukt i datamodellene	26
4.4	Relasjon mellom spenning og forskyvning for underlaget. $0,04 N/mm^3$ i trykk og ingen stivhet i strekk [4]	27
4.5	Elementinndelingen til svinmodellen	29
5.1	Første toppriss fra hjørnelast (skallelementer)	31
5.2	Første toppriss fra senterlast (skallelementer)	32
5.3	Første toppriss fra kantlast (skallelementer)	33
5.4	Første toppriss fra hjørnelast (kubeelementer)	33
5.5	Deformasjon ved maks belastning av senterlastmodell (kubeelementer) . . .	34
5.6	Første opprissing fra kantlast (kubeelementer)	34
5.7	Kantreising som følge av svinn	35
5.8	Horisontalforskyvning som følge av svinn	35
5.9	Hjørnereising som følge av svinn	35

Innledning

Betongkonstruksjoner kommer i alle former og fasonger. Betong er et populært og godt utprøvd byggemateriale. Den konstruksjonsdelen hvor det kanskje er mest vanlig å bruke betong, er i fundamenter og gulv på grunn. Den delen av konstruksjonen er i utgangspunktet relativt grei, da den ligger på bakken og verken er påvirket av gravitasjonskrefter eller vindkrefter. De største utfordringene er slitasje, eksterne punktlaster og interne svinn-effekter. Dimensjonering av betonggulv på grunn er et område innen konstruksjonsteknikk med potensiale for forbedring. Det blir ofte nedprioritert i forhold til andre konstruksjonsområder, men ved å optimalisere dimensjoneringen av gulv er det i materialbruk mye som kan spares inn.

Denne oppgaven er et forsøk på å bedre forstå problemene med betonggulv på grunn. I den forbindelse har det blitt gjennomført et besøk på en byggeplass, der et 2200 m^2 gulv har blitt støpt. Dette besøket gav god innsikt i støpeprosessen og hvilke problemstillinger som er aktuelle for gulv på grunn. Det skal også lages elementmodeller av betonggulv. Disse modellene skal analyseres for aktuelle belastninger. All modellering og analyse vil foregå i elementmetodeprogrammet Diana.

Opgaven vil innlede med en beskrivelse av problemene med betonggulv på grunn. Erfaringene fra byggeplassbesøket vil være en del av dette. Deretter vil det gjøres rede for grunnleggende litteratur om betonggulv på grunn. Denne litteraturdelen vil også ta for seg dimensjoneringsmetoder, og gi et innblikk i elementmetoden og ikkelineære analyser. Resten av oppgaven vil handle om selve modelleringen og analysene. Resultatene fra disse analysene vil sammenlignes og vurderes, før det til slutt kommer en konklusjon.

Kapittel 1

Problemene med gulv på grunn

De største problemene med betonggulv på grunn er opprissing rundt punktlaster, samt riss og kantroising som følge av svinn.

Grunnen til at det oppstår riss rundt store punktlaster, er at grunnen under betonggulvet ikke er fullstendig trykkfast. Enten det er sammenpakkede løsmasser eller isolasjonslag i form av isopor, vil det være utsatt for å bli trykket ned der betonggulvet belastes vertikalt. Ved stor nok belastning vil betonggulvet trykkes litt ned i grunnen, og da må det oppstå en mekanisme som tillater dette. Denne mekanismen viser seg på toppen av gulvet, som sirkler av riss, en viss avstand fra punktlasten. Dette utgjør som oftest ikke noe risikoproblem, men vil være skjemmende og ødelegge helhetsinntrykket av konstruksjonen.



Figur 1.1: Riss utenfor Realfagsbygget på NTNU

Riss som er forårsaket av svinn vil typisk oppstå i forbindelse med alle fastholdingspunkter som hjørner og søyler. Men de kan også oppstå midt på gulvet mellom fastholdingspunkter, og kan i verste fall bli ganske store. Store svinnriss kan bli såpass dype at de eksponerer armeringen. Det er uheldig, ikke bare estetisk, for armeringen kan da forringes på grunn av påvirkning fra omgivelsene. Svinn kan også gjøre at gulvet reiser seg i kantene fordi svinnet er størst i toppen av betongen. Svinn er noe som uansett vil skje i betongen, men med de riktige forhåndsreglene kan vi begrense konsekvensene og kontrollere hvor svinnrissene skal oppstå.

Disse to fenomenene er som sagt de største problemområdene for den kanskje mest vanlige betongkonstruksjonen, gulv på grunn. Disse problemene er veldig vanskelige å forhindre, men det er av stor verdi å kunne begrense dem i størst mulig grad. Jeg trengte bare å gå 100 meter fra kontoret på Konstruksjonsteknikk, NTNU for å finne flere eksempler på ett av disse problemene. Figur 1.1 viser betonggulvet utenfor Realfagsbygget, der søylene som støtter taket kommer ned. Som man ser på bildet, kan svinnriss inn mot søylene bli ganske så sjenerende.

1.1 Besøk på byggeplass

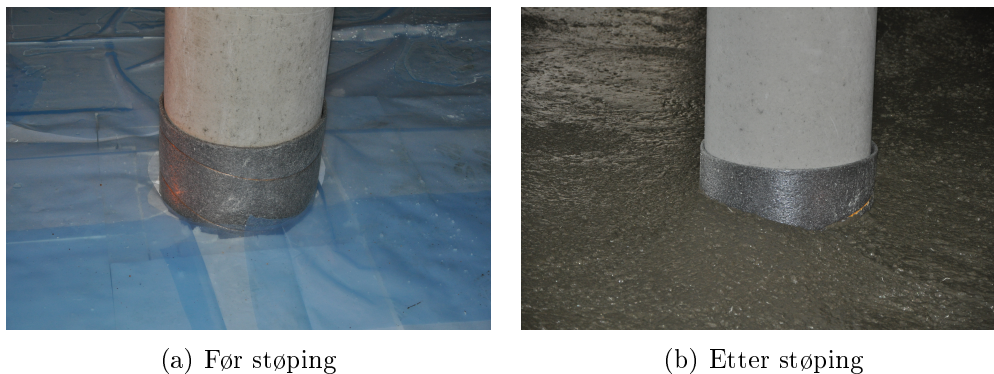
Ved hjelp av noen familiekontakter, fikk jeg muligheten til å være med på støpingen av et 2200 m^2 stort gulv på Tiller i Trondheim (se figur 1.2). Det hele foregikk over to dager. Den første dagen gikk med til selve gulvstøpingen, mens neste dag ble det laget rissanvisere og sprøytet på membran. I tillegg til å være der og se på hvordan ting ble gjort, fikk jeg også stille entreprenøren alt jeg kunne komme på av spørsmål. Så disse to dagene var både lærerike og inspirerende.



Figur 1.2: Alt er klargjort for gulvstøp

Gulvstøpen skulle være 15 cm tykk og armeres med stålfiber. I følge entreprenøren er det omtrent like vanlig med fiberarmering som med nettarmoring i gulv på grunn. Avgjørende faktorer for valg av fiberarmering i dette gulvet, var at tykkelsen krever to høyder med armeringsnett, noe som er tidkrevende og dermed kostbart i antall arbeidstimer. I tillegg skulle det ikke være noen spesielt tunge, statiske punktlaster, som normalt har bedre av nettarmoring. Hvis man vet plasseringen på ekstra store punktlaster, armeres det gjerne ekstra der. Lokalet der gulvet ble støpt, skal bli butikklokale for en jernvare. Tunge reoler o.l. har blitt oppgitt til å maksimalt gi en belastning på 1 tonn per $m^2 = 10\text{ MPa}$. Gulvstøpen skal etter hvert dekket med et epoxybelegg. Dette gjør at rustne metallfibre i overflaten ikke vil være noe problem. Endel lagerhaller har betonggulv som kun er «svartpolert», og de blir fort seende stygge ut hvis de er fiberarmert siden metallfibre i overflaten rustet.

Epoxybelegget gjør også at det ikke er like farlig med tilfeldige riss rundt på betongoverflaten, som i følge entreprenøren ville komme til å oppstå uansett. Særlig i forbindelse med hjørner. For å forhindre tilfeldige riss i best mulig grad, ble alle søyler pakket inn i ethafoam før støping, rissanvisere ble laget etter støping og det ferdigstøpte gulvet ble behandlet med sprøytemembran. Ethafoamen rundt alle søylene sørger for at betongen kan bevege seg litt (se figur 1.3). Det er ved alle hjørner og fastholdingspunkter, at betongen er mest utsatt for opprissing. Rissanviserne gjør at man får kontroll på hvor rissene kom-



Figur 1.3: Bevegelsesfrihet rundt søyler

mer, og sørger for at det f.eks. ikke bare blir ett stort riss midt på gulvet. Rissanviserne ble kuttet i et rutenett på 5×5 meter, slik at de gikk inn til alle søylene. Maskinen som lager rissanviserne kommer ikke helt inntil søylene, men da kuttet resten med vinkelsliper (se figur 1.4(b)). Entreprenøren sa at dette var et ganske lite rutenett og at 8×8 til 12×12 meter var mer vanlig. Rutenettet bestemmes fra plasseringen på søyler og hjørner. Dybden på rissanviserne er typisk en tredjedel av gulvtykkelsen. I dette tilfellet ble de kuttet 4 cm ned i det 15 cm tykke gulvet. Dersom gulvet er nettarmert, kuttet anviserne enten ned til armeringen eller gjennom armeringen, avhengig av hvor høyt armeringen står i gulvet.

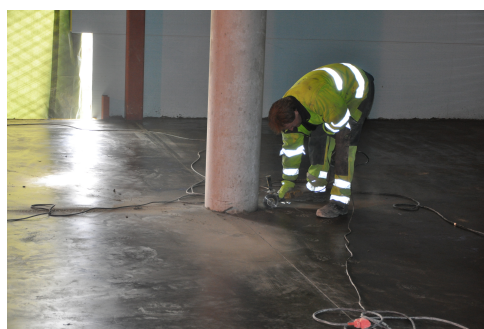
Membranen som ble sprøytet på til slutt, skulle sørge for at betongen tørket ut jevnest mulig. Dermed minskes effekten av at uttørkingssvinn i toppen av betonggulvet forårsaker unødvendig mye tilfeldige riss. Våren er visstnok den verste tiden for uttørking, siden temperaturen har begynt å stige og luften er ganske tørr. Vanlige tiltak mot uttørking er enten å sprøyte på en membran, slik det ble gjort her (figur 1.4(c)), eller å vanne betongen og dekke den til med tynn plast. Hvis gulvet skal brukes i forbindelse med annet arbeid kort tid etter støping, er det egentlig ikke noe alternativ å legge på plast, da denne lett blir flyttet på eller ødelagt. Plasten bør ligge på i minst en uke. Membranen som ble brukt vil forvitte etter to til tre uker. Hadde det vært vinter, måtte man ha hindret frysing i betongen ved å dekke den til med isolasjonsmatter.

I følge entreprenøren var dette gulvet en sjeldent stor flate å skulle støpe på en gang. De jobbet på skift, og støpte og pusset kontinuerlig til gulvet var ferdig dagen etter. Hvis de hadde stoppet for natten eller tatt en lang pause slik at betongen hadde stivnet, måtte de ha støpt inn dybler langs skjøten der de stoppet. Disse dyblene må enten fettes inn eller føres el-rør over når resten skal støpes. Slik vil betonggulvet kunne bevege seg i horisontal retning, men ikke i vertikal. Den fiberarmerte betongen entreprenøren vanligvis bruker har et metallfiberinnhold på 20 til 22 kg per m^3 . Denne betongen hadde 30 kg per m^3 . Bruk av metallfiber, eller mengden av det, har ingen innvirkning på pukkestørrelsen som blir brukt i betongen. Her var den på 22 mm, noe som er rimelig standard i fundamenter. Tynnere stuegulv o.l. har gjerne en pukkestørrelse på 16 mm, men generelt gjelder det at gulvene har høyere kvalitet med større puk.

På spørsmål om hva entreprenøren regnet som de største problemområdene ved betonggulv, så var det svinnriss og kantroising av tynne gulv. Kantroising er også forårsaket av svinn. Armeringen er et forsøk på å kontrollere konsekvensene av svinn, men svinn vil uansett forekomme.



(a) Rissanvisere inn mot søyler



(b) Siste del kuttet med vinkelsliper



(c) Kutting av rissanviser og påføring av membran

Figur 1.4: Tiltak for å forhindre tilfeldig opprissing

Kapittel 2

Grunnleggende om gulv på grunn

2.1 Betongmaterialet

Betong er et komposittmateriale som for de fleste anvendelser defineres av styrken etter 28 dager, sementinnhold og vann/semest-forholdet. Karakteristisk for gulv, i forhold til andre betongkonstruksjoner, er at bøyestrekfastheten (f_{ctk}) til betongen ofte er viktig i dimensjoneringen. Både trykk- og bøyestrekfastheten vil forbedres ved at sementinnholdet øker og vann/semestinnholdet synker. Men lavt vanninnhold vil gjøre betongen vanskelig å arbeide med. Andre måter å øke kapasiteten til betongen på, er å tilsette silisium eller ulike typer fiber, slik at man får henholdsvis mikrosilisiumbetong eller fiberbetong. Mikrosilisiumbetong gir en slitesterk, marmorlignende overflate i tillegg til å øke bøyestrekfastheten. Den økte kostnaden ved bruk av mikrosilisiumbetong kan delvis kompenseres ved at gulvtykkelsen kan reduseres på grunn av den økte kapasiteten. En sammenligning av vanlig betong og mikrosilisiumbetong kan sees i figur 2.1. [1]

	Conventional C40 concrete	Micro-silica concrete
Cement content: kg/m ³	330	300
Water/cement ratio	0.55	0.45
28 day compressive strength: N/mm ²	55	83
28 day flexural strength: N/mm ²	5.9	7.7

Figur 2.1: Bruk av mikrosilisiumbetong [1]

2.1.1 Fiberbetong

Både plast- og stålfiber kan brukes i fiberbetong for å oppnå ulike typer egenskaper.

- Bruk av **plastfiber** vil egentlig ikke føre til noen forbedring av styrken til betonggulv og kan ikke erstatte vanlig armeringsnett. Trykkfastheten vil forbedres litt av plastfibrene, men bøyestrekfastheten vil snarere forverres, noe som er ugunstig for betonggulv. Derimot vil motstandsdyktigheten mot frost og fuktgjennomtrengning øke, og slagfastheten og slitestyrken vil også økes. Plastfiberbetong vil dessuten gi en bedre beskyttelse mot korrosjon av armeringsjern enn det vanlig betong vil gi. [1]

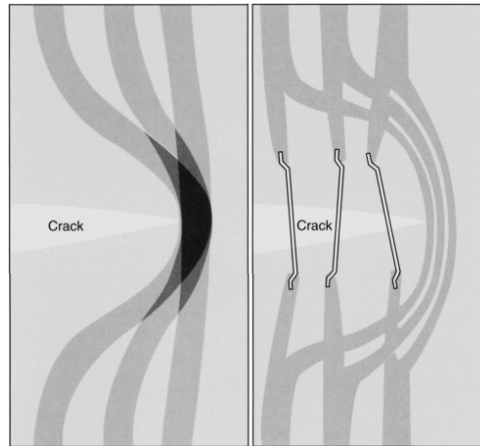
- **Stålfiber** i betongen kan fungere som en erstatning for vanlig armeringsnett. Med så komplekse belastninger som et gulv kan få, vil stålfibrene være et gunstig alternativ siden de bidrar til en jevn, homogen armering i hele gulvet. Bøystrekkfastheten vil øke betydelig ved bruk av stålfiber, noe som er svært gunstig for en gulvplate [1]. Se figur 2.2 for å se kapasitetsforbedring ved bruk av fiberarmering. Andre fordeler med bruk av fiberbetong [5]:
 - Området som skal støpes er tilgjengelig helt til støpedagen
 - På gulv uten isolasjon kan betongbilen rygge helt inn og forenkle støpeprosessen
 - Man slipper å gå og snuble i armeringen
 - Armeringen blir riktig plassert siden den er overalt
 - Antall arbeidstimer for å legge armeringsnettet spares inn.

Stålfiber i betongen vil effektivt bidra til å begrense utviklingen av små mikrosprekker, som alltid er tilstede i betong. Stålfibrene vil ikke hindre mikrosprekkene, men hjelpe til at de ikke blir større. Se figur 2.3. De stedene i betongen hvor betongstrekkkapasiteten overskrides, vil vanligvis ikke strekkrefter kunne overføres. Dermed vil alt strekket gå der det fortsatt er kapasitet, noe som fører til at kapasiteten overskrides der også. Fiberarmert betong vil sørge for å redusere en slik konsentrasjon av strekkrefter, ved at stålfiber som går på tvers av sprekkene overfører deler av strekklasten. I tillegg vil noen fibre alltid være litt til hinder for videre sprekkutvikling på grunn av fibrenes høyere strekkapasitet. I utgangspunktet vil fiberarmert betong oppføre seg som annen betong ved påført belastning, men ved økende deformasjon av konstruksjonen vil fibrene bidra til å fordele spenningene. Dermed vil den generelle kapasiteten til betongen bli høyere. [1]

Anbefalt mengde med stålfiber i betongen er vanligvis mellom 20 og 40 kg/m^3 . Bøystrekkfastheten til en betong øker med mengde stålfiber som blir tilsatt. Fibrene kan enten bli tilsatt der betongen produseres, eller rett i betongbilen på byggeplassen. Hos betongprodusenten bør metallfibrene tilsettes samtidig som pukk tilsettes, mens på byggeplassen bør det tilsettes etter at riktig synk har blitt oppnådd ved bruk av p-stoff [1].

Concrete grade and dosage	Flexural strength: N/mm^2
Plain C30 concrete	2.0
20 kg/m^3 steel fibre C30 concrete	2.8
30 kg/m^3 steel fibre C30 concrete	3.2
40 kg/m^3 steel fibre C30 concrete	3.8
Plain C40 concrete	2.4
20 kg/m^3 steel fibre C40 concrete	3.1
30 kg/m^3 steel fibre C40 concrete	3.6
40 kg/m^3 steel fibre C40 concrete	4.2

Figur 2.2: Kapasitetsforbedring ved bruk av fiberarmering [1]



Figur 2.3: Stålfibrenes virkning i betongen [1]

2.2 Støping av betonggulv

Det er flere forskjellige måter å gå frem på når man skal lage et betonggulv. For å oppnå det beste resultatet bør gulvet støpes under tak eller annen beskyttelse mot været. De tre vanligste metodene for å støpe betonggulv er beskrevet under. En tidligere metode som gikk ut på å legge ut firkanter i et sjakkmønster for så å fylle inn mellom etterpå, er det gått bort fra av tekniske og praktiske grunner.

- Gulvet kan deles inn i **tynne striper**, som er 4,5 – 6 m brede. Lengden på disse stripene kan være opptil gulvets fulle lengde. Annenhver stripe støpes først, og så støpes stripene i mellom noen dager senere. De tynne stripene gjør at entreprenøren har god kontroll på at det blir en jevn høyde på gulvet. Bakdelen er at dette er en svært tid- og arbeidskrevende metode. Det er også en utfordring å få alle skjøtene til å bli rette og ordentlige.
- Gulvet kan også legges i mye **bredere striper** enn den forrige metoden. Bredden på stripene blir her begrenset av avstanden mellom søyler, så det er snakk om en stripebredde på 8 – 16 m. Fordelen med denne metoden er at det går mye raskere å legge slike brede striper i forhold til de smale. Men med denne metoden er det mye vanskeligere å få en jevn høyde på gulvet.
- Det er også en mulighet å støpe hele gulvet på én gang. Denne metoden er stadig mer populær for å støpe spesielt varehusgulv på. Den er særdeles fordelaktig hvis det lønner seg for byggeprosjektet at gulvet blir ferdigstøpt på én til tre dager. For å passe på at gulvet blir helt rett, har det etter hvert blitt vanlig å bruke en laser som gir lik referanse høyde for hele gulvet. Der gulvet skal støpes og rettes, kan en mot-taker signalisere når gulvet har riktig høyde. Se bilde av denne nivelleringsmetoden i figur 2.4. [6]



Figur 2.4: Gulvstøping ved hjelp av laser

2.3 Dimensjoneringsteori

Betonggulv på grunn er ofte laget med en betongkvalitet på B30, B35 eller B40. Minimum sementinnhold er gjerne 300 kg/m^3 . Dimensjoneringen baseres på en sammenligning av betongens bøyestrekkefasthet og kalkulerte strekkspenninger. Det kreves også at man vet stivheten på underlaget. Denne stivheten er gjerne oppgitt i N/mm^3 . For et underlag med stivhet på 0.2 N/mm^3 , vil det si at underlaget krever en last på 0.2 N/mm^2 for å bli trykket 1 mm sammen. En oversikt over stivheten til ulike underlagsmasser kan sees i tabell 2.1. Underlaget kan sees på som en tett samling med uavhengige fjærer som alle har denne stivheten. En alternativ måte å se på oppførselen til underlaget på, er å se på det som en elastisk, isotrop og homogen masse. Den egentlige oppførselen til grunnen under et gulv, regnes å ligge mellom disse to forenklingene. Spenningene som oppstår i en gulvplate er avhengig av hva slags last som er påsatt, tykkelsen til gulvplaten og stivheten til underlaget.

Materiale	Stivhet i N/mm^3
Leire og sand	0,08 – 0,10
Godt komprimert sand	0,10 – 0,15
Knust stein og sand	0,10 – 0,15
Grov, knust stein	0,20 – 0,25

Tabell 2.1: Stivheter til ulike masser [6]

2.3.1 Westergaard

I 1925 presenterte Westergaard en matematisk analyse for å beregne spenninger i betongunderlag. Analysen var basert på differensialligningen for nedbøyning av en plate. Det har senere kommet rettelser og justeringer på denne analysen, både av ham selv og andre. Men basisen i Westergaards ligninger har helt til dags dato, dannet grunnlaget for hvordan man bør dimensjonere tykkelsen til betonggulv på grunn. De tre lasttilfellene Westergaard tok med i analysen sin, var:

1. Senterlast: Lasten er plassert i betydelig avstand fra alle kanter og antas å være jevnt fordelt over et lite sirkulært areal. Den kritiske spenningen vil inntreffe rett under lasten, i bunnen av platen.
2. Kantlast: Lasten er plassert på kanten av en plate, men i betydelig avstand fra alle hjørner. Lasten antas igjen å være jevnt fordelt, men denne gangen over en liten halvsirkel med senter på kanten. Igjen vil den kritiske spenningen opptre under lasten, i bunnen av platen.
3. Hjørnelast: Lasten er plassert nærme et hjørne av en stor firkantet del av et gulv. Ulikt de to andre lasttilfellene, så vil den kritiske spenningen her inntreffe i toppen av platen, litt lenger inn på platen enn der lasten står. Lastområdet er en hel sirkel med sentrum i en radius avstand fra begge rendene.

For alle lasttilfellene blir det antatt at platen er massiv, isotropisk, homogen og elastisk. Underlaget antas å være elastisk og å kun ha vertikal respons. Denne responsen er proporsjonal med sammentrykningen av underlaget, som igjen vil si proporsjonal med

nedbøyningen av platen. Stivheten til underlaget er gitt ved kraft per areal, per sammenstrykking (N/mm^3 eller MN/m^3). [6]

Ligningene som er listet opp under kan brukes for å finne den maksimale bøyestrekkspenningen for de tre lasttilfellene til Westergaard. Disse ligningene blir kalt de elastiske Westergaard- og Timoshenko-ligningene, eller de modifiserte Westergaard-ligningene. [1]

Senterlast:

$$\sigma_{max} = \frac{0,275(1 + \nu)}{h^2} \mathbf{P} \cdot \log \left(\frac{0,36Eh^3}{Kb^4} \right) \quad (2.1)$$

Kantlast:

$$\sigma_{max} = 0,529(1 + 0,54\nu) \frac{\mathbf{P}}{h^2} \cdot \log \left(\frac{0,20Eh^3}{Kb^4} \right) \quad (2.2)$$

Hjørnelast:

$$\sigma_{max} = \frac{3\mathbf{P}}{h^2} \left(1 - \left(\frac{1,41b}{\left(\frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)K} \right)^{0,25}} \right)^{0,6} \right) \quad (2.3)$$

der:

σ_{max} = den maksimale spenningen (N/mm^2)

ν = Poissons tall

\mathbf{P} = punktlasten (N)

h = platetykkelsen (mm)

E = elastisitetsmodulen (N/mm^2)

K = stivheten til underlaget (N/mm^3)

b = radius av kontaktområde ($P/\pi\rho$)

ρ = kontaktspenningen mellom lasten og gulvet (N/mm^2)

Westergaard lagde også ligninger for utregning av nedbøyning. Formlene for de ulike lasttilfellene er: [6]

Senterlast:

$$\delta_i = \frac{P}{8kl^2} \quad (2.4)$$

Kantlast:

$$\delta_e = 0,433 \cdot \frac{P}{kl^2} \quad (2.5)$$

Hjørnelast:

$$\delta_c = \left(1,1 - 1,24 \frac{a}{l} \right) \cdot \frac{P}{kl^2} \quad (2.6)$$

der:

$$l = \left[\frac{E_c t^3}{12(1 - \mu_c^2)k} \right]^{1/4} \quad (2.7)$$

P = punktlasten (N)

t = platetykkelsen (mm)

E_c = elastisitetsmodulen (N/mm^2)

k = stivheten til underlaget (N/mm^3)

a = avstand fra rand til lastsenter (mm)

2.3.2 Meyerhof

Dimensjoneringsmodellen til Meyerhof er basert på bruddlinjeteori. Det er en ganske enkel metode for å bestemme platetykkelsen ved enkeltlast og ved noen kombinasjoner av like punktlaster. Meyerhof startet i utgangspunktet sitt arbeid med plater over bakken, men overførte senere metoden til plater på bakken. Han utviklet ligningene sine ved å se på hvordan en plate vil gå til brudd. Når en punktlast nærmer seg det kritiske punktet for hva platen tåler, vil det i tillegg til spenninger under lasten, også bli store spenninger i toppen av platen et stykke unna lasten. For at platen skal gå til brudd, må den bryte sammen i alle disse strekksonene som oppstår. På den måten skapes det en mekanisme som gjør at platen kan gå ned. [1]

Meyerhofs ligninger for punktlaster på plate:

Senterlast:

$$\mathbf{P}_u = 2\pi[M_p + M_n] \quad (2.8)$$

Kantlast:

$$\mathbf{P}_u = (\pi[M_p + M_n]/2) + 2M_n \quad (2.9)$$

Hjørnelast:

$$\mathbf{P}_u = 2M_n \quad (2.10)$$

Platens dimensjonerende moment:

$$M_{p,n} = \mathbf{f} \left(\frac{h^2}{6} \right) \quad (2.11)$$

der:

\mathbf{f} = den karakteristiske bøyestrekkspenningen til betongen (N/mm^2)

h = platetykkelsen (mm)

\mathbf{P}_u = bruddlasten (N)

M_p = det positive, dimensjonerende momentet til platen

M_n = det negative, dimensjonerende momentet til platen

2.3.3 Sammenligning av metodene

Hvilken av disse metodene som er mest hensiktsmessig å bruke avhenger av toleransekravene til platen. Westergaards ligninger er mer konservative enn Meyerhof sine, men fullskalatester har vist at Meyerhofs ligninger også er konservative nok. I flere år har gulventreprenører kunnet rapportere om at plater som er tynnere enn Westergaards anbefalinger, har fungert tilfredsstillende. Forskjellen ligger i at Westergaards ligninger gir en tykkelse som skal hindre at betongens bøyestrekkekapasitet overskrides noe sted, mens Meyerhofs ligninger skal sørge for at bøyestrekkekapasiteten ikke overskrides langs alle linjene som utgjør en mekanisme. Westergaards ligninger bør med andre ord brukes når det er uakseptabelt med noe særlig riss. Gulvplater som er utendørs og eksponert for vær vil med fordel dimensjoneres med Westergaards ligninger. I tilfeller der det ikke gjør noe med litt opprissing, vil Meyerhofs ligninger være mer hensiktsmessige å bruke. [1]

2.3.4 Dimensjonering med Eurokode 2

Selv om betongplaten er tilstrekkelig dimensjonert i følge elastisk og plastisk dimensjonering, kan platen fortsatt gå til brudd ved at skjærkreftene ved punktlasten overskrider skjærkapasiteten. For fundamenter der konsentrerte laster kan føre til et høyt jordtrykk på undersiden av platen, bør kontrollsnittet vurderes å være innenfor en avstand $2d$ fra lastområdet. For sentrisk belastning kan skjærkraften (v_{Ed}) beregnes ved: $v_{Ed} = V_{Ed,red}/ud$, der $V_{Ed,red}$ er en redusert verdi av den konsentrerte lasten på platen. Dimensjonerende skjærkapasitet for plater uten skjærarmering kan beregnes slik: [12]

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k(100\rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1\sigma_{cp} \leq (v_{min} + k_1\sigma_{cp}) \quad (2.12)$$

Definisjon og forklaring av disse variablene kan finnes i Eurokode 2, under punkt 6.4.4.

2.3.5 Armering

Minste strekkarmeringsareal i plater er i følge Eurokode 2:

$$A_{s,min} = 0,26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_t \cdot d, \text{ men ikke mindre enn: } 0,0013 \cdot b_t \cdot d \quad (2.13)$$

der:

f_{ctm} = betongens midlere strekkfastheten

f_{yk} = armeringsstålets karakteristiske flytegrense

b_t = platens midlere strekksone

d = avstanden fra trykkranden ned til strekkarmeringen

I det nasjonale tillegget står det også at:

Der det i plater legges særlig vekt på tetthet bør minimumsarmeringen være minst dobbelt så stor.

2.4 Svinnteori

Svinn kan deles inn i uttørkingssvinn og autogent svinn. Uttørkingssvinn er et resultat av at vannet i betongen fordamper når betongen tørker. Dette skjer i størst grad i toppen av gulvet, der betongen er eksponert for luft og uttørkingen går raskere. Svinnet gjør at betongen trekker seg sammen. Siden uttørkingen er størst i toppen av gulvet, skapes det spenninger som kan få gulvet til å risse opp og/eller reise seg langs kantene. Det er tynnere gulv som er mest utsatt for kantreising, men alle gulv vil ha problemer med opprissing. Autogent svinn oppstår som følge av en kjemisk reaksjon i betongen, og vil skje i like stor grad i hele gulvet. Svinntøyningene som har blitt simulert i denne oppgaven, er fra en svinntøyningmodell som gir oss de første, frie svinntøyningene. Denne modellen skal forutsi oppførselen til en betongbjelke i løpet av de første 28 dagene etter støping. Tøyningene følger en parabol kurve over platehøyden og er gitt ved følgende formler: [7]

$$\varepsilon_{CS}(y) = \varepsilon_{CS0} \cdot \psi(y) \quad (2.14)$$

der:

$$\psi(y) = \begin{cases} (1 - y/l_s)^2 & y < l_s \\ 0 & \text{for } l_s < y < h \\ 1 - \beta + \beta \cdot (1 - y/h)^2 & l_s > h \end{cases} \quad (2.15)$$

$$\beta = \exp\left(0,25 - \frac{l_s^2}{(0,5 \cdot h)^2}\right) \quad (2.16)$$

$$l_s \sim \sqrt{\alpha \cdot t} \quad (2.17)$$

der h er platehøyden, y er avstanden fra overflaten og l_s er hvor langt ned i platen disse svinntøyningene opptrer. Tilde (\sim) betyr at l_s er proporsjonal med uttrykket til høyre. Verdien α er i størrelsesorden $10 \text{ mm}^2/\text{døgn}$ og t er antall døgn. ε_{CS0} er den maksimale, frie svinntøyningen. I Eurokode 2 er den definert som uttørkingssvinn og oppgitt som $\varepsilon_{cd,0}$:

$$\varepsilon_{cd,0} = 0,85 \left[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \exp\left(-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cm0}}\right) \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH} \quad (2.18)$$

$$\beta_{RH} = 1,55 \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0}\right)^3 \right] \text{ for RH mellom 40\% og 99\% [7]} \quad (2.19)$$

der α_{ds1} og α_{ds2} er koeffisienter som er avhengig av hva slags betong det er. Typiske verdier er henholdsvis 4 og 0,12 (sementklasse N). f_{cm} er midlere trykkfasthet for betongen og $f_{cm0} = 10 \text{ MPa}$. RH er den relative luftfuktigheten og $RH_0 = 100 \%$.

Det autogene svinnet vil virke i like stor grad over hele høyden, og er gitt som:

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \varepsilon_{ca}(\infty) \quad (2.20)$$

der t er angitt i døgn og:

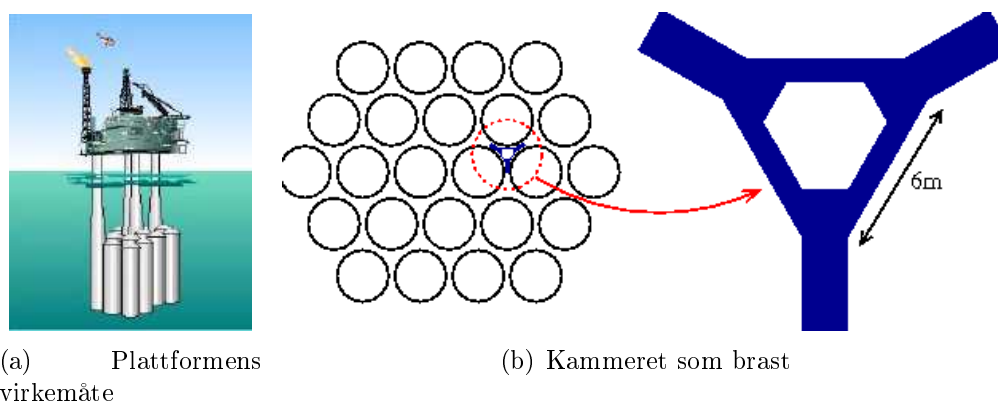
$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2 \cdot t^{0,5}) \quad (2.21)$$

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5(f_{ck} - 10)10^{-6} \quad (2.22)$$

2.5 Elementmetoden

Elementmetoden har i de seneste årene vært et ofte brukt dimensjoneringsverktøy. Dataprogrammene har etter hvert blitt kraftig forbedret, både når det gjelder grafisk fremstilling og brukervennlighet. I tillegg har økt prosessorkraft gjort det forholdsvis raskt og enkelt å analysere selv avanserte konstruksjoner. Men små feilkilder og forenklinger kan gjøre komplekse elementmodeller farlig å stole fullt ut på, og det finnes flere eksempler på konstruksjoner som har kollapset. Det er viktig at de som utfører analyser med elementmetoden, vet hvordan den fungerer, og vet at metoden innebærer forenklinger og tilnærminger. [8]

Elementmetoden fungerer slik at kompliserte problem deles i mindre og enklere deler. Deretter kan man finne tilnærmede løsninger på problemet, ved hjelp av numeriske beregninger. Problemer som normalt ville vært nærmest umulig å løse ved tradisjonelle ligningbetraktninger, kan ved hjelp av elementmetoden løses tilnærmet eksakt. Metoden er veldig anvendelig og kan benyttes på nesten hva som helst av fysiske problemer. I konstruksjonteknisk sammenheng går metoden ut på å dele opp en konstruksjon i mindre og forenklete elementer. Ved å forenkle elementene vil beregningene bli enklere, men ha større muligheter for feil. Dette kan forbedres ved å dele inn i mange elementer, men da må disse beregningene gjøres mange ganger. Derfor er metoden ideell å bruke med datamaskinen som verktøy. Elementtypen og hvor mye modellen deles opp, er avgjørende for beregningstiden. Dette var spesielt viktig å ta hensyn til før, men med nyere prosessorer tar ikke lenger beregningen like lang tid. Men forskjellen i beregningstid kan fortsatt være avgjørende ved valg av elementer, særlig hvis man skal prøve flere konfigurasjoner. Elementene er tilknyttet hverandre med elementenes noder. Deformasjoner, spenninger og indre krefter i elementene interpoleres fra nodene gjennom formfunksjoner. Formfunksjonene må ikke nødvendigvis være kontinuerlige mellom elementene, noe som kan gi spenningsforskjeller og unøyaktigheter i overgangen mellom elementene. Hva slags elementer vi velger å dele modellen inn i, avgjør hvor avanserte og compatible formfunksjonene er. [8]



Figur 2.5: «Sleipner A»-ulykken [2]

Arbeidet som kreves for å finne tilfredsstillende elementmodeller har i de senere årene blitt veldig forenklet på grunn av grafiske og brukervennlige måter å lage modellene på. Denne utviklingen er på mange måter bra, men kan også være bekymringsverdig. Det fører nemlig til at folk uten grunnleggende forståelse for metoden, også kan bruke den i analyser. Dermed vil sjansene for å overse feilkilder, og mistolke forenklinger, øke.

Et eksempel på en betongkonstruksjon som kollapset på grunn av en feil i den numeriske analysen, er oljeplattformen «Sleipner A». Se figur 2.5. Der ble det brudd i et kammer på grunn av vanntrykket, da de skulle plassere konstruksjonen. Hele konstruksjonen sank til havbunnen. Det økonomiske tapet ble beregnet til 250 millioner amerikanske dollar. Etter omfattende undersøkelser i etterkant ble det oppdaget at kollapsen skyldtes feilaktig elementanalyse, for lite armering og dårlig detaljarbeid lokalt ved kammeret. Feilene i analysen bestod av utilstrekkelig diskretisering og dårlig geometrisk utforming av elementene i kammeret. Det ble brukt for få og for store elementer, og dermed ble skjærkraften i kammerveggene underestimert med nesten 50 %. Dette ble ikke oppdaget på grunn av den store mengden med inn- og utdata. [8]

Det er viktig å huske på at en elementmodell bare er en forenkling av virkeligheten, og at det derfor krever en viss kunnskap og erfaring for å utføre slike analyser på kompliserte konstruksjoner.

Viktige punkter å sjekke ved bruk av elementmetoden [8]:

- Korrekt modellering av randbetingelser
- Plassering og orientering av fastholdte noder
- Singulariteter
- Elementstørrelser
- Hvordan elementene oppfører seg

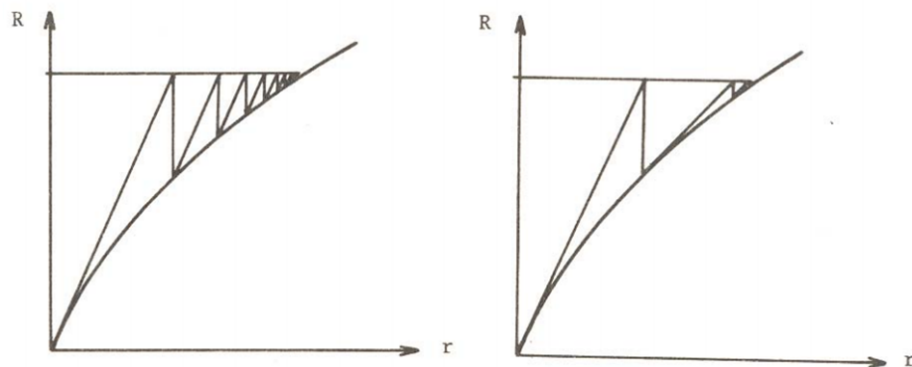
2.6 Ikkelineær analyse

Denne typen analyser brukes i tilfeller der enten konstruksjonsmaterialet eller -geometrien ikke oppfører seg lineært. Siden material- og geometrioppførselen blir mer uforutsigbar med ikkelineære effekter, må man iterere seg frem til de numeriske resultatene med mindre last- eller tidsinkrementer av gangen. Dette gjøres til man har nådd ønsket last eller analyseringsperiode. Det er flere forskjellige iterasjonsmetoder. Personen som gjennomfører en ikkelineær analyse må vurdere hvilken iterasjonsmetode som vil gi best resultat. Det er gjerne en omvendt proporsjonal sammenheng mellom hvor mange iterasjoner de forskjellige metodene trenger for å konvergere, og hvor lang tid hver iterasjon tar å regne ut. [3]

Newton-Rhaphson metoden er en iterasjonsmetode som er mye brukt. Den tar utgangspunkt i tangentstivheten og et valgt lastinkrement. I full/standard N-R metode oppdateres tangentstivheten for hver iterasjon, mens for modifisert N-R metode oppdateres den så ofte eller sjelden man ønsker. Se figur 2.6.

Fordeler og ulemper ved bruk av modifisert i forhold til standard Newton-Raphson metode (henholdsvis MNR og SNR) [3]:

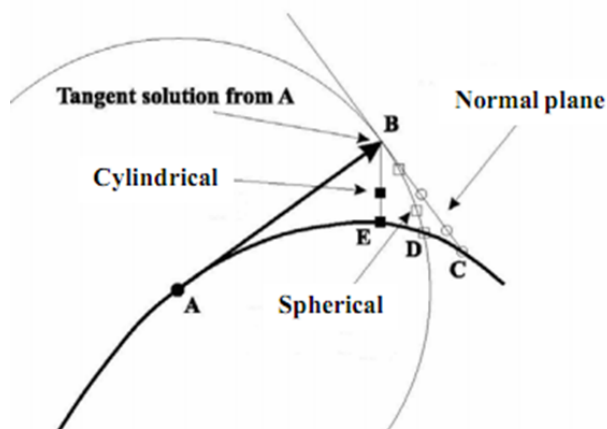
- SNR krever som oftest færre iterasjoner for å konvergere enn MNR, men hver iterasjon er beregningsmessig tyngre for datamaskinen.
- MNR har større sannsynlighet for å bli stoppet av et spesifisert maks antall iterasjoner før konvergens er oppnådd.



Figur 2.6: Modifisert Newton-Rhapson (venstre) og full Newton-Rhapson (høyre) [3]

- SNR krever at man oppdaterer K_t for hver iterasjon, mens MNR krever bare at man i hvert fall gjør det første gangen.

I tilfeller der last/forskyvningskurven når et toppunkt, vil vanlig Newton-Rhapson metode føre til divergens og det er nødvendig å bruke arc-length method. I Diana velger man da å huke av for «arc-length control». Dette er en metode der man utfører N-R iterasjoner mot en normal til tangentstivheten, istedenfor et horisontalt «tak». Det trenger ikke å være en normal, men kan også være en sirkel med tangentstivheten til radius; henholdsvis plan og sfærisk arc-length method. Se figur 2.7.



Figur 2.7: Illustrasjon av plan og sfærisk arc-length method [3]

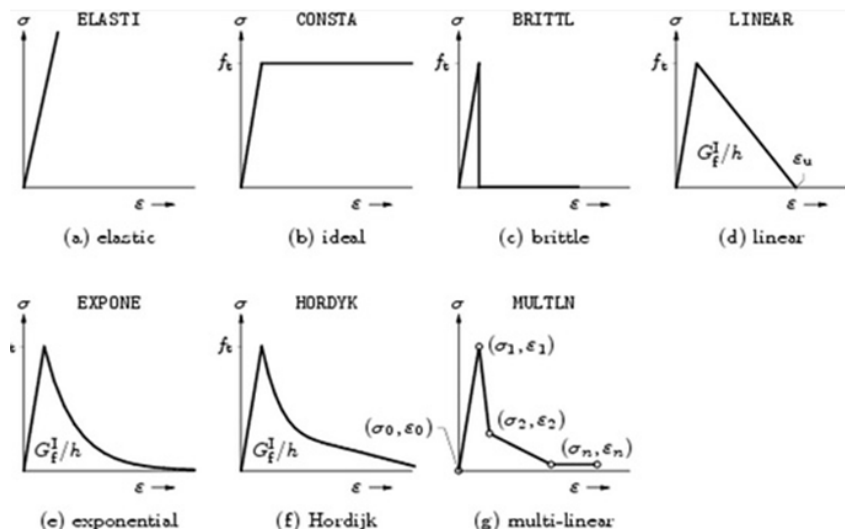
2.6.1 Analyse av betong

Betong er et materiale som i strekk vil oppføre seg lineært helt til det risser opp. Videre vil betongen ha ikkelineære egenskaper. Den mest konservative måten å regne på opprisset betong, er å regne som om betongen ikke har noen strekkfasthet og at det bare er armeringen som tar strekkraftene. Men betongen har fortsatt en viss strekkfasthet etter riss, også uten armering. «Tension softening» er en betegnelse på betongens egen evne til å ta strekk etter riss. For armert betong vil heft mellom betong og armering, mellom rissene, føre til høyere strekkfasthet enn det armeringen alene har. Dette fenomenet kalles «tension

hardening». Når betongen begynner å risse opp, vil de første rissene oppstå vinkelrett på strekkreftene som fører til materialbruddet. Ruhet i rissene vil gjøre at betongen fortsatt kan bli strekkbelastet parallelt med rissene, såkalt «aggregate interlock». Dette kan føre til nye riss, som står vinkelrett på de første rissene. [9]

Historisk er det to forskjellige metoder for numerisk simulering av riss; begge ble utarbeidet på slutten av 60-tallet. Ngo og Scordelis introduserte «discrete crack» og Rashid introduserte «smeared crack». «Discrete crack» fokuserer på starten og utviklingen av dominante riss, så det passer best for å analysere rissutvikling på et lokalt område. «Smeared crack» er basert på tanken om at betongen vil få mange små riss på grunn av sin heterogenitet og tilstedeværelsen av armering. Disse små rissene vil senere danne større og mer dominante riss. Diana bruker «smeared crack»-metoden for å simulere riss i sine analyser. [9] [10]

I Diana er det flere forskjellige modeller for hvordan programmet skal simulere de ulike betongegenskapene. Et eksempel på dette er figur 2.8, som viser ulike modeller for hvordan Diana simulerer «tension softening» for «total strain crack»-modeller. [9]



Figur 2.8: Modeller for «tension softening» i Diana [4]

Kapittel 3

Beskrivelse av analyseoppgaven

Hoveddelen av oppgaven vil bestå i å analysere elementmodeller av betonggulv, belastet med en punktlast. I tillegg skal en modell simulere svinn. Alle modellene skal lages og analyseres i FEM-programmet Diana. Diana er et nederlandsk elementmetodeprogram som har sin historie helt tilbake til 1972. Programmet er spesielt velegnet for beregninger av betong og jordmasser. Utregningene i programmet er basert på forskyvningsmetoden, og navnet er derav en forkortelse for “DIplacement ANAlyser”. [4]

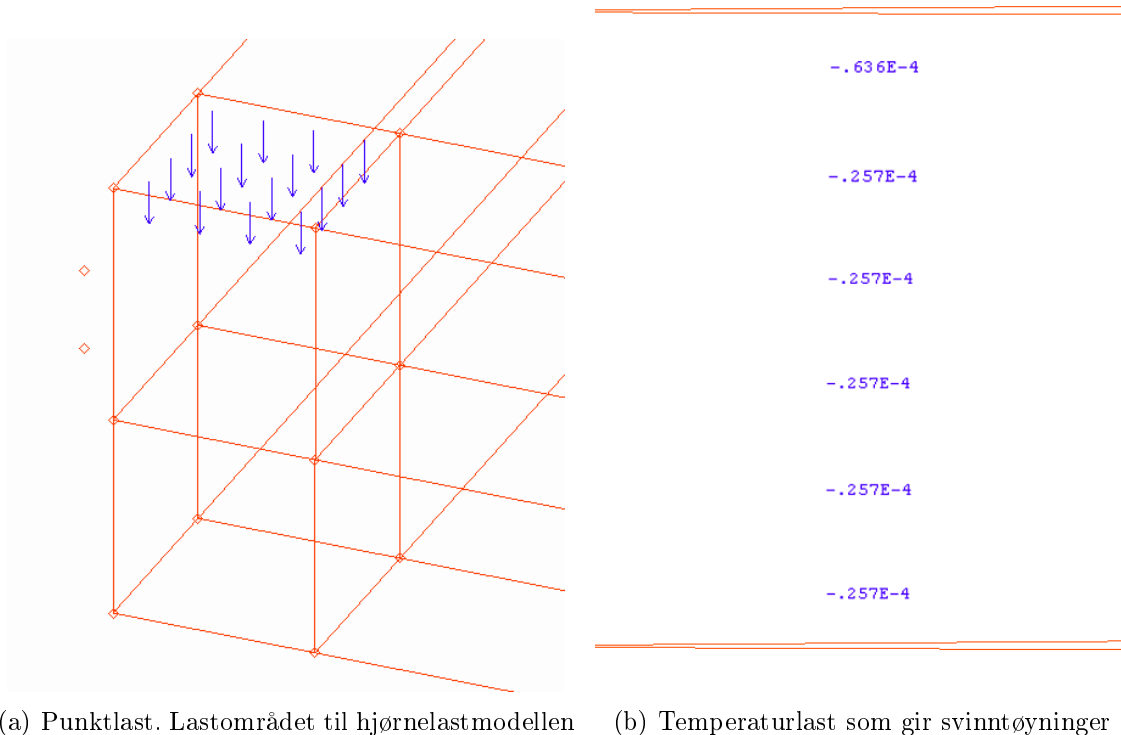
Målet med analysene er å studere hvordan betonggulvet oppfører seg ved hvert av lasttilfellene. Hvor stor last som må til for at platen risser opp og hvor disse rissene oppstår, vil være sentralt. Forskjellen i rissutvikling og deformasjoner for de ulike modellene vil også være interessant. Det er forventet at hjørnelasttilfellet vil ha minst kapasitet, mens senterlastkapasiteten vil være størst. Spenningene vil være størst i bunn av platen under lasten, så her er det forventet at det risser opp først. Men det er rissene på toppen av gulvet som er interessante, da det er disse som vil være synlige og til sjenanse. Modellene med samme lasttilfelle, men med ulike elementer, forventes å gi ganske like resultater. Modellene med skallelementer skal analyseres med to ulike stivheter i grunnen under platen. Stivere underlag bør gi mindre deformasjoner og høyere lastkapasitet. Det er forventet at nedbøyningen vil være størst rett under lasten. Dette gjelder alle punktlastmodellene. Det er også forventet at det vil bli en liten oppbøyning litt lenger inn på platen.

Modellen som skal simulere svinn forventes å vise at platekanten reiser seg.

Kapittel 4

Modellering i Diana

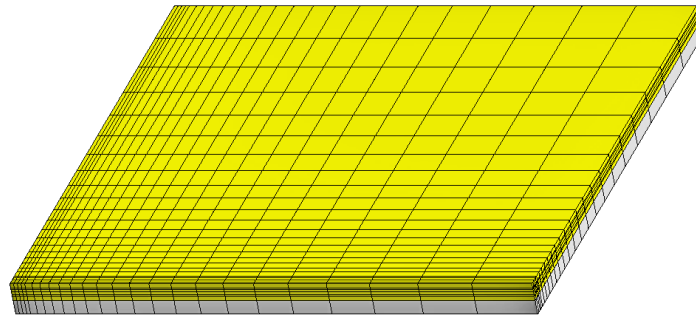
Det er laget seks datamodeller av betonggulv på grunn utsatt for konsentrerte laster. Modellene simulerer tre forskjellige belastninger på et betonggulv. Konsentrert last på et hjørne, på en kant og midt på en flate; de samme lasttilfellene som Westergaard baserte sine ligninger på. I tre av modellene er golvplaten modellert med kubelementer, mens i de andre tre representeres golvplaten av skallelementer. I tillegg er det laget en modell som gjennom temperaturtøyninger skal simulere svinn. Alle datamodellene er $3,5 \times 3,5$ meter i utstrekning og 120 mm tykke. Grensebetingelsene er satt slik at platene oppfører seg som uendelig store.



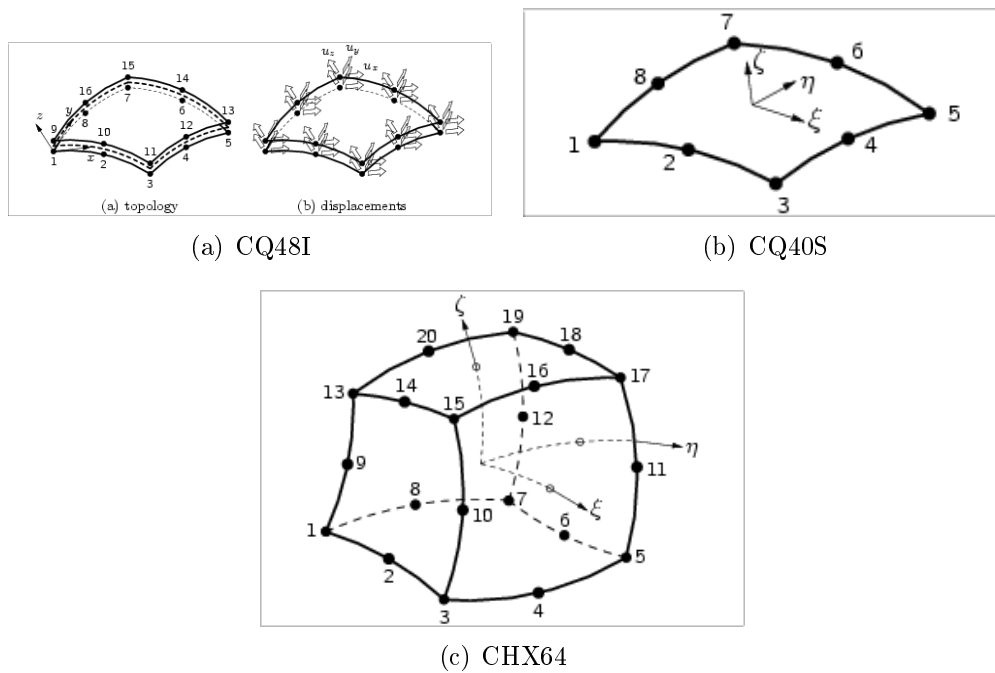
Figur 4.1: En illustrasjon av lastene som er påført modellene

I modellene som er belastet med en punktlast, ligger gulvelementene oppå interfaceelementer som skal simulere grunnen under betonggulvet. Se figur 4.2. Interfaceelementene som

er brukt, er plane og firkantede, med 2×8 noder og 48 frihetsgrader. Disse elementene kalles CQ48I i Diana. Kubelementene som skal simulere betongplaten i punktlastmodellene og i svinmodellene, er isoparametriske elementer med 20 noder; CHX64. I modellene der betongplaten består av skallelementer, er det brukt isoparametriske skallelementer med 8 noder; kalt CQ40S. Elementene kan sees i figur 4.3.



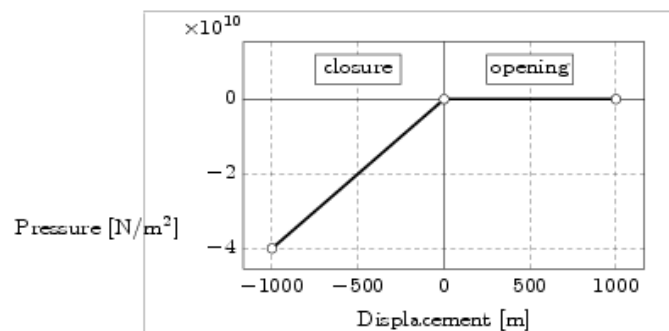
Figur 4.2: Elementmodellen for hjørnelasttilfellet. Betongplaten er gul, mens underlaget er grått.



Figur 4.3: Elementene som er brukt i datamodellene

4.1 Punktlastmodellene

Interfaceelementene er modellert likt i alle de seks punktlastmodellene. Det er tredimensjonale elementer som er 100 mm høye. De er tilegnet en stivhet på $0,15 \text{ N/mm}^3$. Som man kan se i tabell 2.1 tilsvarer dette stivheten på typiske fyllmasser. Undersiden av interfaceelementene er fastholdt i alle retninger. For at interfaceelementene skal simulere et underlag best mulig, enten det er løsmasser eller isopor, må de defineres til å ikke ta strekkrefter. Strekkrefter i interfacelementene oppstår fordi nedbøyningen og stivheten i platen, vil løfte områdene rundt nedbøyningsområdet. Interfaceelementene har blitt definert slik at de har konstant stivhet i trykk, men tilnærmet ingen stivhet i strekk. Et grafisk eksempel på en slik materialegenskap kan sees i figur 4.4. Denne definisjonen av underlaget vil bare gjøre seg gjeldene i ikkelineære analyser.



Figur 4.4: Relasjon mellom spenning og forskyvning for underlaget. $0,04 \text{ N/mm}^3$ i trykk og ingen stivhet i strekk [4]

Den konsentrerte lasten er påsatt det ene hjørnet av modellen i alle lasttilfellene. For at modellene som er påsatt hjørnelast skal kunne simulere kantlast og senterlast, er det tatt utgangspunkt i symmetri og begrensning av bevegelsesmulighetene. Der det skal simuleres senterlast, må begge rendene som går inn til lasten oppføre seg som om platen ville ha fortsatt videre. På grunn av symmetri vil ikke disse rendene ha noen rotasjon. Det er derfor sørget for null rotasjon langs begge rendene som går inn mot lasten. Det samme gjelder for kantlast, men da er dette bare tilfellet for den ene randen. På grunn av den antatte symmetrien, kan man med denne metoden se deformasjoner og spenninger i et større område rundt lasten, enn om lastene hadde blitt påført på kanten eller midt i modellen. De to rendene som er på andre siden av platen (vekk fra lasten), er i alle punktlastmodellene fastholdt slik at platen kunne vært «uendelig» stor.

Området som påføres last, er tilpasset slik at alle tilfellene simulerer en kvadratisk trykklast på $100 \times 100 \text{ mm}$. Se figur 4.1(a). For modellene med senterlast, vil det dermed si at lastområdet er $50 \times 50 \text{ mm}$, mens den er 50×100 i kantlastmodellene. Påført last er i utgangspunktet 30 kN , som vil si 3 N/mm^2 for alle modellene. Det er en slags referanselast, som i analysene vil bli referert til som «load».

De lastene som er aktuelle for platen, vil ikke være jevnt og uavhengig fordelt. Det vil være hjul, søyler, bein på reoler o.l., der det er et bestemt areal som trykkes like langt ned overalt. I modellene er dette tatt hensyn til ved å definere null rotasjon langs randen av kontaktflaten.

Betong	
Trykkfasthet	35 MPa
Midlere trykkfasthet	43 MPa
Elastisitetsmodul (midlere)	34000 MPa
Strekkfasthet	2 Mpa
Poissons tall	0,3
Den ultimate strekktøyningen	0,002
Stål	
Elastisitetsmodul	200000 MPa
Poissons tall	0,2
Flytegrense	500 MPa

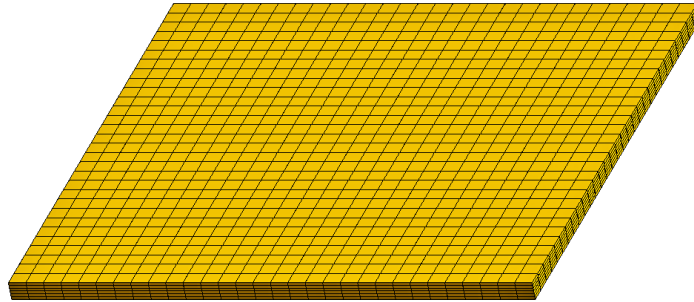
Tabell 4.1: Materialegenskaper som er brukt i utregninger og i modellene

Som nevnt i avsnitt 2.5 om FEM-analyser, kan beregningstid være avgjørende for valg av elementer. Siden lasten kun virker i det ene hjørnet av modellen, vil det være der de største og viktigste deformasjonene og spenningene oppstår. I resten av modellen vil det være stadig mindre viktig med en fin elementinndeling. Dette kan med fordel utnyttes for å minske beregningstiden til analysene. Derfor er elementinndelingen i modellene slik at de blir gradvis større i avstand fra lasten (se figur 4.2). For å gjøre dette i Diana må man sørge for at alle linjene i modellen være definert i den retningen elementstørrelsen skal øke.

Materialegenskapene som er brukt i utregninger og i modellene, kan sees i tabell 4.1.

Alle punktlastmodellene er modellert som armert. Armeringen tilsvarer en nettarmoring som er dimensjonert i henhold til minstekravene Eurokode 2. Betongegenskapene som er brukt gir et strekkarmeringsareal på $266 \text{ mm}^2/m$. I modellene med kubelementer legges dette i to høyder siden det vil være strekk både i toppen og bunnen av platen, avhengig hvor man ser i forhold til lasten. Både det øvre og nedre armeringsnett er lagt slik at de har en overdekning på 40 mm – som er minstekravet for fundamenter støpt mot avrettet grunn (punkt 4.4.1.3(4) i EC2). For modellene med skallelementer legges armeringen i plan med skallelementene og defineres med et armeringsareal som samvirker med betongelementene. I skallmodellene er det definert en mengde armering = $2 \times 266 = 532 \text{ mm}^2/m$.

4.2 Svinmodell



Figur 4.5: Elementinndelingen til svinmodellen

Modellen som skal simulere svin, har som nevnt de samme dimensjonene som punktlastmodellene. Forskjellen er at interface-elementene og armeringen er fjernet. I tillegg er modellen finere «meshet», og elementene like store i hele modellen. Ikke gradvis større i avstand fra de ene hjørnet som for punktlastmodellene. Se figur 4.5. For å kunne simulere svin, er betongen definert med en temperaturavhengig utvidelseskoeffisient. Deretter er det påsatt en temperaturlast som varierer over platehøyden. Se figur 4.1(b). Denne temperaturvariasjonen er bestemt slik at betongen får tøyninger som stemmer med de første, frie svinntøyningene. Se avsnitt 2.4 for en nærmere forklaring rundt dette.

Svin er en effekt som vil påvirke betongen over lengre tid. Her er det sett på virkningen etter de 7 første dagene. Siden betongen på dette tidspunktet ikke har rukket å tørke i 28 dager, må elastisitetsmodulen justeres. Dette er gjort ved bruk av punkt 3.1.2(6) i Eurokode 2, og blitt satt til 31540 MPa. Tøyningene som virker på betongplaten, har blitt regnet ut i et regneark (se vedlegg A). Her er tøyningen fra uttørkingssvinnet variert over høyden, mens tøyningen fra autogent svin er konstant over høyden. For å få et tall på hvor dypt i betongen uttørkingssvinnet virker, er verdien α i formel 2.17, blitt satt til 30. Dette gir en «svinndybde» på 15 mm hvis en antar at «svinndybden» l_s er omtrent lik uttrykket i formelen 2.17. I formel 2.19 er den relative luftfuktigheten satt til 70%. Dette er omtrent den gjennomsnittlige luftfuktigheten i Trondheim de siste 30 dagene [11].

Kapittel 5

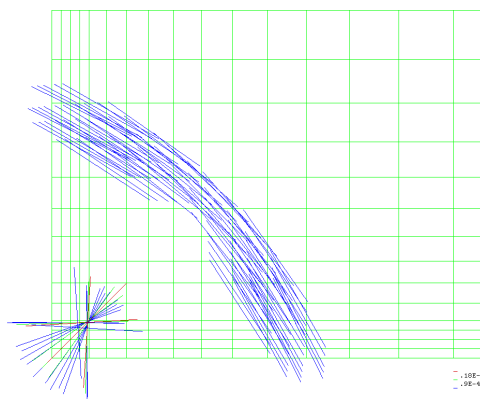
Analyser i Diana

Valget av laststeg i de ikkelineære analysene er basert på erfaringer fra tidligere analyser, og tilpasset slik at de passer oppførselen til hver modell. Analysen av senterlast ble f.eks. satt til å gi en mye høyere belastning enn hjørnelastmodellen. Analysen av kubeelementene tar betydelig lengre tid enn skallelementene, så her har antallet og størrelsen på laststeg veldig mye å si for beregningstiden. Alle laststegene blir valgt med referanse til en påsatt last. Denne lasten blir omtalt som «load», og er som tidligere nevnt 30 kN.

5.1 Skallelementmodellene

5.1.1 Hjørnelasttilfellet

Den ikkelineære analysen av denne modellen ble utført med 10 laststeg på $0,1 \times \text{load}$, og 20 steg med $0,05 \times \text{load}$. Analysen ble utført med arc-length kontroll, som justerte disse laststegene noe.



Figur 5.1: Første toppriss fra hjørnelast (skallelementer)

De første rissene i toppen av platen oppstod ved laststeg 13, som vil si en last på $0,914 \times \text{load} = 27,4 \text{ kN}$. Denne opprissingen skjedde i en radius fra lastsenteret på omtrent 512 mm. Dette er 441 mm fra kanten av lastarealet. Se figur 5.1. Maksimal nedbøyning på dette tidspunktet var 0,716 mm, mens maksimal oppbøyning var 0,141 mm. Ved laststeg

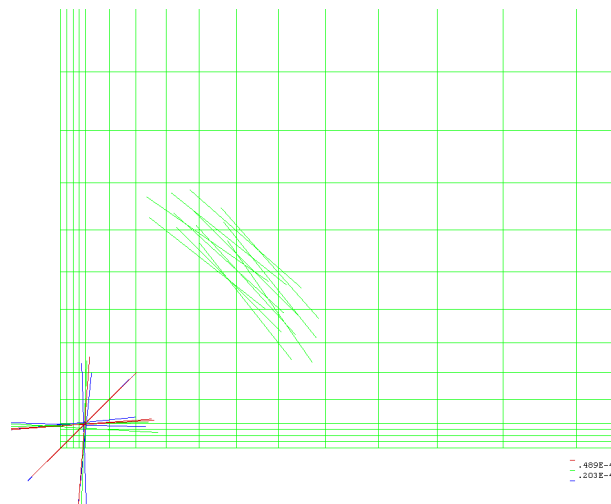
15 ble referanselasten på 30 kN nådd, og da var maksimal nedbøyning 0,796 mm, mens maksimal oppbøyning var 0,154 mm.

5.1.2 Senterlasttilfellet

En ikkelineær analyse ble utført med 10 laststeg på $0,1 \times \text{load}$, og 100 laststeg på $0,08 \times \text{load}$. Her også ble disse stegene justert grunnet bruk av arc-length kontroll.

De første rissene som oppsto i toppen av platen skjedde ved en last på $4,69 \times \text{load} = 140,7 \text{ kN}$. Det var laststeg 70. Disse rissene oppstod i en radius på 481 mm fra lastsenteret og 445 mm fra kanten av lastarealet. Se figur 5.2 Ved denne lasten var den maksimale nedbøyningen 0,952 mm, mens maks oppbøyning var 0,0965 mm.

Referanselasten på 30 kN ble nådd ved laststeg 10, og da var maks nedbøyning 0,129 mm. Maksimal oppbøyning var 0,013 mm.



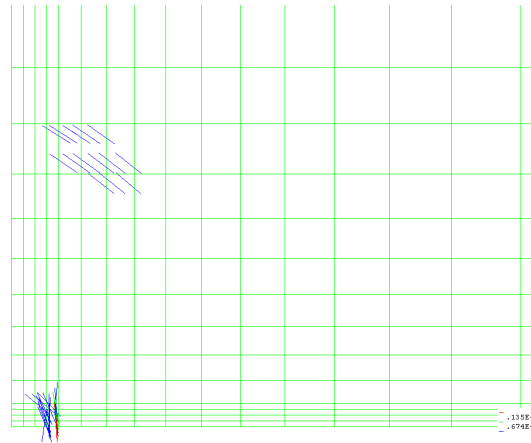
Figur 5.2: Første toppriss fra senterlast (skallelementer)

5.1.3 Kantlasttilfellet

Her ble lasten påført i 15 steg på $0,1 \times \text{load}$, og deretter 70 steg med $0,07 \times \text{load}$. Også her ble arc-length kontroll brukt, som justerte laststegene noe.

De første rissene i toppen av platen, oppstod ved laststeg 28. Det vil si en last på $2 \times \text{load} = 60 \text{ kN}$. Disse rissene oppstod 569 mm fra randen der platen egentlig fortsetter og 183 mm fra kanten på platen. Avstanden fra lastsenteret var 560 mm, mens avstanden fra kanten av lastarealet var 526 mm. Se figur 5.3. Platens maksimale nedbøyning var på dette tidspunktet 0,802 mm. Den maksimale oppbøyningen var 0,121 mm.

Referanselasten på 30 kN ble nådd i laststeg 11. Det gav en maksimal nedbøyning på 0,319 mm og oppbøyning på 0,0458 mm.



Figur 5.3: Første toppriss fra kantlast (skallelementer)

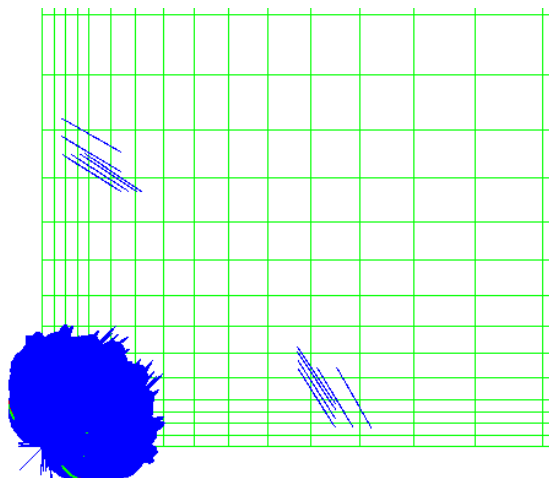
5.2 Kubelementmodellene

5.2.1 Hjørnelasttilfellet

Hjørnelasttilfellet vil i følge forventninger, og erfaring fra skallmodellene, ha lavest kapasitet. Den trenger dermed ikke belastes så mye før første toppriss oppstår. Laststegene som ble valgt, var 10 steg med $0,1 \times \text{load}$ og 25 steg med $0,02 \times \text{load}$. Arc-length kontroll ble brukt her også.

De første rissene i toppen av platen oppstod ved en last på $1,1 \times \text{load} = 33 \text{ kN}$. De oppstod i en avstand på 562 mm fra lastsenteret. Se figur 5.4. På dette tidspunktet var nedbøyningen 0,983 mm og oppbøyningen var 0,0936 mm.

Referanselasten ble nådd i laststeg 23, som gav en nedbøyning på 0,869 mm og en oppbøyning på 0,0846 mm.

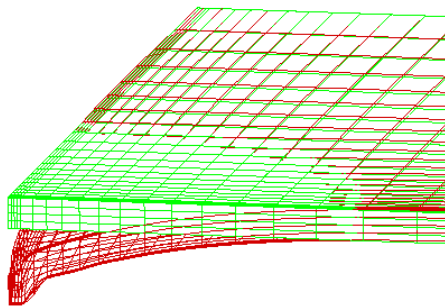


Figur 5.4: Første toppriss fra hjørnelast (kubelementer)

5.2.2 Senterlasttilfellet

Ingen av analysene av denne modellen førte frem til at toppriss oppstod. Høyeste belastning som ble påført modellen var $4,67 \times \text{load} = 140,1 \text{ kN}$. Dette var den maksimale belastningen platen tålte ved lastranden. Figur 5.5 viser deformeringen ved denne lasten. Maks nedbøyning er 1,25 mm mens maks oppbøyning er 0.053 mm.

Referanselasten på 30 kN gav en nedbøyning på 0,132 mm og en oppbøyning på 0.00698 mm.

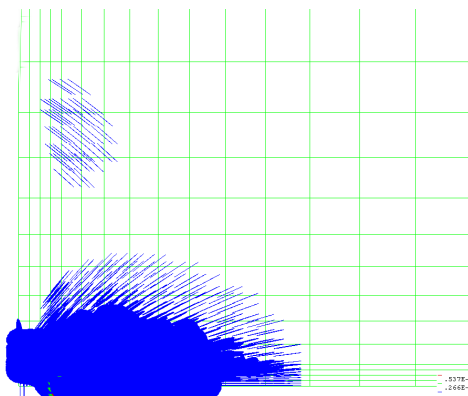


Figur 5.5: Deformasjon ved maks belastning av senterlastmodell (kubeelementer)

5.2.3 Kantlasttilfellet

Denne modellen hadde litt av de samme symptomene som senterlastmodellen, men her gikk analysen langt nok at platen risset opp i toppen. Laststegene som ble påført, var 10 steg med $0,1 \times \text{load}$, 10 steg med $0,07 \times \text{load}$ og 80 steg med $0,03 \times \text{load}$. De første rissene i toppen oppstod ved en last på $2,33 \times \text{load} = 69,9 \text{ kN}$. Disse rissene oppstod 142 mm fra den frie randen og 593 mm fra randen som egentlig fortsetter. Se figur 5.6. Avstanden fra lastsenteret var 575 mm, og 545 mm fra kanten av lastarealet. Nedbøyningen fra denne lasten var 1,06 mm og oppbøyningen var 0,0814 mm.

Maksimal nedbøyning forårsaket av referanselasten på 30 kN var 0,345 mm, mens maksimal oppbøyning var 0,0274 mm.



Figur 5.6: Første opprissing fra kantlast (kubeelementer)

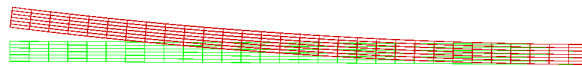
5.3 Skallmodeller med dobbel stivhet i underlaget

Det ble gjennomført analyser av alle skallmodellene på nytt, der stivheten til underlaget ble endret fra 0,15 til 0,3 N/mm^3 . For hjørnelasttilfellet ble det opprissing i toppen av platen som følge av referanselasten på 30 kN. Senterlast førte til toppriss ved en belastning på $4,92 \times 30 \text{ kN} = 147,6 \text{ kN}$, og kantlast forårsaket toppriss ved $2,17 \times 30 \text{ kN} = 65,1 \text{ kN}$ belastning.

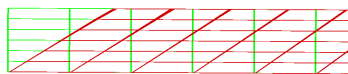
Deformasjonene fra referanselasten var: 0,526 mm nedbøyning og 0,144 mm oppbøyning i hjørnelasttilfellet; 0,0986 mm nedbøyning og 0,0143 mm oppbøyning i senterlasttilfellet; 0,211 mm nedbøyning og 0,0416 mm oppbøyning i kantlasttilfellet.

5.4 Svinmodell

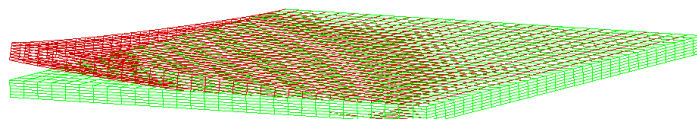
Her ble det utført lineære analyser med ulike fastholdinger for å se hvordan svinn kan føre til at betongplaten reiser seg. I figur 5.7 kan man se hvordan betongplaten kan reise seg langs kanten. Grunnen til dette er at platen trekker seg mer sammen i toppen, der temperaturlasten er størst. Dette kan man se av figur 5.8, som kun viser den horisontale forskyvningen. Betongplaten reiser seg 5,09 mm langs kanten. Maksimal horisontal forskyvning er 0,362 mm. Figur 5.9 viser hvordan et hjørne som ikke er fastholdt oppfører seg ved samme belastning. Her løfter hjørnet seg 3,24 mm.



Figur 5.7: Kantreising som følge av svinn



Figur 5.8: Horisontalforskyvning som følge av svinn



Figur 5.9: Hjørnereising som følge av svinn

Kapittel 6

Hovedresultater og vurdering

Modellene virker å være greit modellert, med stort sett forventede og fornuftige resultater. For å simulere en firkantet trykklast som trykker like langt ned over hele flaten, er rendene til lastarealet modellert som rotasjonsfrie. Dette er nok en litt for «streng» fastholding, spesielt for hjørne- og kantlasttilfellet. I disse lasttilfellene ville antagelig en lastflate fulgt nedbøyningen i noe grad. Det er riktignok bare for senterlast at denne fastholdingen fører til brudd før toppriss oppstår, men det er nok grunnet den mye høyere belastningen som skal til for toppriss. Se lastverdiene som fører til toppriss i tabell 6.2. Det er tydelig at betongplaten tåler betydelig høyere senterlast enn kant- og spesielt hjørnelast. Dette går ikke overraskende igjen, hvis man ser på nedbøyningen ved 30 kN last. Se tabell 6.1 for alle deformasjonsverdiene. Nedbøyningen på tidspunktet de første rissene oppstår, har også denne samme rangeringen. Det er litt mer overraskende. Forskjellene er riktignok mye mindre, men fortsatt verdt å merke seg.

Modell	u_{min} (riss)	u_{max} (riss)	u_{min} (30 kN)	u_{max} (30 kN)
Skallelementer				
Hjørnelast	0,716	0,141	0,796	0,154
Senterlast	0,952	0,0965	0,129	0,013
Kantlast	0,802	0,121	0,319	0,0458
Kubeelementer				
Hjørnelast	0,983	0,0936	0,869	0,0846
Senterlast	-	-	0,132	0,00698
Kantlast	1,06	0,0814	0,345	0,0274
Skall (stivt underlag)				
Hjørnelast	0,526	0,144	0,526	0,144
Senterlast	0,695	0,1	0,0986	0,0143
Kantlast	0,598	0,126	0,211	0,0416

Tabell 6.1: Maksimal nedbøyning (u_{min}) og oppbøyning (u_{max}) fra alle analysene (mm).

Ved å sammenligne skall- og kubemodellene, ser man at nedbøyningsverdiene generelt er litt større for kubemodellene enn for skallmodellene. Dette gjelder både ved første toppriss og 30 kN pålasting. Oppbøyningen er derimot endel mindre for kubemodellene. Ved 30 kN last er oppbøyningen for skallmodellene nesten dobbelt så stor som for kubemodellene. Ellers må kubemodellen ha litt høyere belastning for å gå til riss, og de har litt større rissradius enn skallmodellene. Se tabell 6.2 og tabell 6.3.

Modell	$k=0,15N/mm^3$	$k=0,30N/mm^3$
Skallelementer		
Hjørnelast	27,4 kN	30 kN
Senterlast	140,7 kN	147,6 kN
Kantlast	60 kN	65,1 kN
Kubelementer		
Hjørnelast	33 kN	-
Senterlast	-	-
Kantlast	69,9 kN	-

Tabell 6.2: Last som førte til riss i toppen av platen.

Modell	Rissradius
Skallelementer	
Hjørnelast	512 mm
Senterlast	481 mm
Kantlast	560 mm
Kubelementer	
Hjørnelast	562 mm
Senterlast	-
Kantlast	575 mm

Tabell 6.3: Rissradius fra lastsenter for første toppriss.

Forskjellen i resultater ved bruk av det dobbelt så stive underlaget, er først og fremst at deformasjonene er mye mindre. Ved 30 kN last, er nedbøyningen mellom 24 % og 34 % mindre. Noe som er mer overraskende, er at lasten som skal til for å forårsake toppriss, er nesten den samme. Den er riktig nok høyere for det stivere underlaget, men bare mellom 5 % og 9 % høyere.

I tabell 6.4 er nedbøyningen ved 30 kN sammenlignet for alle modellene med underlagsstivhet på $0,15 N/mm^3$. I tillegg er det tatt med nedbøyningene som Westergaards formler (2.4, 2.5 og 2.6) gir. Ettersom fokuset er på små deformasjoner og opprissing fremfor kritiske brudd, er det mer hensiktsmessig å sammenligne med Westergaards formler enn Meyerhof sine. Se avsnitt 2.3.3. Som det kommer frem i tabell 6.4, gir Westergaards formler en litt større nedbøyning enn modellene, men forskjellen er ganske liten. Ved å bruke Westergaards teori til å sammenligne to betongplater, der den ene ligger på et dobbelt så stivt underlag som den andre; har det blitt dokumentert en forskjell i nedbøyning på omtrent 30 %. Forskjellen i spenningene som oppstår har bare vært rundt 6 % [6]. Disse tallene er i likhet med nedbøyningsverdiene, rimelig like de tallene analysene produserte.

Simuleringen av svinn førte, som forventet, til at platekanten og -hjørnet reiste seg. Antagelsene som gav 15 mm «dybde» på uttørkingssvinnet, kunne naturligvis vært annerledes. Men tøyningene ville uansett vært størst i toppen av platen.

Modell	u_{min} 30 kN
Hjørnelast	
Skallmodell	0,796
Kubemodell	0,869
Westergaard	1,011
Senterlast	
Skallmodell	0,129
Kubemodell	0,132
Westergaard	0,132
Kantlast	
Skallmodell	0,319
Kubemodell	0,345
Westergaard	0,457

Tabell 6.4: Sammenligning av nedbøyning ved 30 kN last (mm).

Kapittel 7

Konklusjon

Analyseresultatene og sammenligningen med teori tilsier at alle modellene simulerer betonggulv på en god måte. Bruk av skallelementer og kubelementer gir ganske like resultater. Kubemodellene legger seg litt nærmere Westergaards formler i deformasjonsverdier, uten at dét trenger å ha noen betydning. Westergaard baserte sine formler på sirkulære lastarealer (modellene har firkantede), så en viss forskjell er forventet. En betydelig forskjell på de to elementtypene, er beregningstiden. Ved prøving og feiling i analysearbeidet, er det en stor fordel å bruke skallelementer i modellene. Analysetiden var mer en ti ganger så lang for kubemodellene i forhold til skallmodellene.

I følge analysene og tidligere teori, vil ikke stivere underlag føre til noe særlig høyere opprissingskapasitet. Deformasjonene vil bli endel mindre, men platen vil også risse opp i toppen ved mindre deformasjoner.

Kapittel 8

Forslag til videre arbeid

For videre arbeid kan det være aktuelt å sammenligne resultatene med praktiske forsøk som er blitt gjort. Dette for å ytterligere verifisere modellene. Ellers kunne det vært interessant å kombinere svinn og lasttilfellene for å se på endring av kapasitetene. Det vil også være en fordel å modellere lasten bedre. Det ble forsøkt å bruke et interfacelement istedenfor fastholdte render, men dette var uten hell. Det er også aktuelt å undersøke spenningene fra svinn nærmere, og kanskje se på utviklingen over lengre tid.

Litteraturliste

- [1] J. Knapton, *Ground Bearing Concrete Slabs: Specification, Design, Construction and Behaviour*. Telford, 2003. [Online]. Available: <http://books.google.no/books?id=caXVTY3rBUcC>
- [2] D. N. Arnold. The sinking of the sleipner a offshore platform. [Online]. Available: <http://www.ima.umn.edu/~arnold/disasters/sleipner.html>
- [3] K. M. Mathisen. (2011) Forelesning i ikkelineaere elementanalyser.
- [4] *TNO Diana User Manual*.
- [5] Norcem, "Betonggulv - veiledning og praktiske rad for utforelse av gulvkonstruksjon pa grunn," Januar 2006.
- [6] J. Hemsley, *Design Applications of Raft Foundations*. Thomas Telford, 2000. [Online]. Available: <http://www.google.no/books?id=YfFP2ejTuj0C>
- [7] I. V. Saeter, "Structural behaviour of deteriorated and retrofitted concrete structures," Ph.D. dissertation, NTNU, 2010.
- [8] G. Rombach, *Finite Element Design of Concrete Structures: Practical Problems and Their Solution*. Thomas Telford Limited, 2004. [Online]. Available: <http://books.google.no/books?id=INZNRlBn4cUC>
- [9] L. Grepstad, "Masteroppgave," Master's thesis, 2010.
- [10] (2004) International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, volume 28, issue 7-8. [Online]. Available: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/nag.374/pdf>
- [11] T. Havn. Vaeret de siste 30 dagene. [Online]. Available: <http://www.tih.no/vaer-trondheim-siste-30-dager.aspx>
- [12] *Eurokode 2 : Prosjektering av betongkonstruksjoner*, Std., Desember 2004.

Vedlegg A

Utregning av temperaturlast som skal simulere svinn

Høyde	Temperaturlast			
0	-0,0000256810			
5	-0,0000256810	ls	=	15
10	-0,0000256810	Ecs0	=	0,00034101
15	-0,0000256810	Eca(7)	=	0,000025681
20	-0,0000256810			
25	-0,0000256810	a	=	30
30	-0,0000256810	t	=	7
35	-0,0000256810			
40	-0,0000256810	rot(a*t)	=	14,49137675
45	-0,0000256810			
50	-0,0000256810			
55	-0,0000256810			
60	-0,0000256810			
65	-0,0000256810			
70	-0,0000256810			
75	-0,0000256810			
80	-0,0000256810			
85	-0,0000256810			
90	-0,0000256810			
95	-0,0000256810			
100	-0,0000256810			
105	-0,0000256810			
110	-0,0000635710			
115	-0,0001772410			
120	-0,0003666910			