

Verifikasjon av Svinesundsbruas dynamiske egenskaper ved hjelp av trafikkinduserte tøyningmålinger

Karsten Graarup

Bygg- og miljøteknikk (2 årig)

Innlevert: Juni 2012

Hovedveileder: Ole Andre Øiseth, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk



MASTEROPPGAVE 2012

FAGOMRÅDE: Systemidentifikasjon av bro	DATO: 11.06.2012	ANTALL SIDER: 82
---	---------------------	---------------------

TITTEL:

Verifikasjon av Svinesundsbruas dynamiske egenskaper ved hjelp av trafikkinduserte tøyningmålinger

Verification of the dynamic properties of the Svinesund Bridge by traffic-induced strain measurements

UTFØRT AV:

Karsten Graarup



SAMMENDRAG:

Det er benyttet systemidentifikasjon for å verifisere Svinesundsbroas dynamiske egenskaper. Ti tøyninginduserte tidsmålinger har blitt analysert for å kunne si noe om broas fire første egenfrekvenser, egenmoder og demping. resultatene for egenfrekvensene viste seg å være veldig stabile, mens for demping var usikkerheten stor.

Samtidig ble det også modellert opp en elementmodell. Målet med denne modellen var å danne et best mulig bilde av den ekte broa. Måten det ble gjort på var å kalibrere modellen opp mot resultater fra analyse av tidsmålingene.

Med de forenklinger som ble gjort, og de antagelsene som ble tatt, kom modellen akseptabelt nær den ekte broa.

FAGLÆRER: Ole Andre Øiseth

VEILEDER(E): Ragnar Sigbjörnsson

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk

Masteroppgave våren 2012 for stud. techn. Karsten Graarup:

Verifikasjon av Svinesundsbruas dynamiske egenskaper ved hjelp av trafikkinduserte tøyningmålinger

Verification of the dynamic properties of the Svinesud Bridge by traffic-induced strain measurements



Dynamisk respons induert av stokastiske lastprosesser er et viktig fagområde innen konstruksjonsdynamikken. For slanke brokonstruksjoner kan vindlast og trafikklast gi ugunstige vibrasjoner og må derfor alltid tas hensyn til. Denne oppgaven dreier seg om den dynamiske oppførselen av den nye Svinesundsbrua vist på bildet ovenfor. Ved ferdigstillingen av konstruksjonen ble det startet et omfattende måleprosjekt for å kartlegge konstruksjonens dynamiske og statiske egenskaper. Den dynamiske responsen har blitt målt ved flere tilfeller av sterk vind.

Opgavens formål er å:

- Opparbeide en forståelse for dynamisk modellering av brukonstruksjoner
- Opparbeide en forståelse for de grunnleggende prinsipper bak systemidentifikasjon

Løsning av oppgaven bør inneholde de følgende temaer:

- Modellering av brua i programmet abaqus
- Beskrivelse av den grunnleggende teorien for systemidentifikasjonen; spesielt bør bruken av parametriske tidsrekkemodeller diskuteres
- Bestemmelse av egenfrekvenser og egensvingeformer ved å bruke abaqus
- Bestemmelse av egenfrekvenser og egensvingeformer ved å bruke fullskala målinger (tidsrekker for trafikkindusert tøyning)
- Sammenlikne resultater fra fullskala målinger med abaqus modellen og kalibrere den
- Diskusjon av resultatene med vekt på usikkerhet
- Optimal plassering av sensorer

Opgaven skal utføres i henhold til retningslinjer for utførelse av prosjektoppgave ved Institutt for konstruksjonsteknikk (se Instituttets hjemmeside).

Faglærer: Ole Andre Øiseth

Veiledere: Ragnar Sigbjørnsson

Besvarelsen skal leveres til Institutt for konstruksjonsteknikk innen 11. juni 2012.

Ole Andre Øiseth

Faglærer

Forord

Med denne oppgaven avsluttes det 2-årige masterprogrammet Bygg- og miljøteknikk. Rapporten bygger kun på arbeider utført våren 2012 og vektet med 30 studiepoeng.

Jeg valgte denne oppgaven fordi den omhandlet en bro jeg kjenner godt til og fagfeltet dynamikk var noe jeg ville lære mer om. Det rettes en spesiell takk til faglærer Ole Øiseth og medstudenter med lignende oppgaver for gode diskusjoner rundt flere problemstillinger. De faglige veilederne Anders Rönquist og Ragnar Sigbjörnsson rettes det også en takk til for gode råd på veien.

Trondheim

11.06.2012

Karsten Graarup

Sammendrag

Svinesundsbrua er en blanding av en bjelkebro og en buebro og sto ferdig sommeren 2005. Den ble bygget for å holde tritt med den økende trafikken over landegrensen mellom Norge og Sverige. Testing av bruas dynamiske egenskaper ble utført av KTH og Vägverket. Denne oppgaven gikk ut på å verifisere disse egenskapene ved hjelp av systemidentifikasjon. I den sammenheng ble tøyingsinduserte tidsserier analysert, ved hjelp av en parametrisk metode, for å kunne komme frem til broas fire første egnefrekvenser og demping. Koherens og fase mellom forskjellige målere ble analysert for å verifisere egnefrekvensene og egenmodene. Disse ble funnet på bakgrunn av en ikke-parametrisk metode. Samtidig ble det også modellert opp en elementmodell, i programmet Abaqus, av broa. Hele broa, med forenklinger, ble tatt med for å danne et best mulig bilde av den ekte broa. Denne modellen skulle kalibreres mot resultatene fra tidsserieanalysen.

Det konkluderes med at egnefrekvensene det er kommet frem til er gode, mens dempingen er lav og usikker. Det foreslås en kontroll av flere metoder for bestemmelse av dempingen. Koherens- og fasespektrene ble beskrevet godt nok, men burde bygge på en parametrisk modell for å få "penere" fremstilling. Hvis bare tøyingsmålere skal tas hensyn til, anbefales det å montere noen flere på angitte steder for å forbedre beskrivelsen av modene. Til slutt ble det kommet frem til at elementmodellen ga en god nok fremstilling av den virkelige broa da største avvik fra egnefrekvensene endte på 4,7% og egenmodene fra elementmodellen ble verifisert av fasespektrene.

Abstract

The New Svinesund Bridge was ready for its grand opening summer 2005 due to increased traffic across the Norwegian and Swedish borderline. Tests were carried out by the Royal Institute of Technology, KTH, and the Swedish Transport Administration. In this master's thesis the dynamic properties of the New Svinesund Bridge were verified using system identification. Using a parametric approach, time series with respect to strain were analyzed. The goal was to confirm the eigenfrequencies and damping. Only the first four eigenmodes were taken into account. Coherency and phase angle were important in verifying the eigenfrequencies and eigenmodes. In determining coherency and phase angle, the non-parametric Welch' method was applied. Simultaneously, a finite element model representing the bridge was created using Abaqus. The objective was to create a model, which results differed at a minimum from the results due to time series analysis.

As a conclusion the eigenfrequencies found were satisfactory. On the other hand, the damping estimation was somehow uncertain. Therefore, using alternate methods estimating the damping is suggested for further work. The coherency and phase spectrum is acceptable. However, a parametric method would result in "purer" plots for easier reading. If only strain gauges are taken into consideration, it is recommended placing more of them at specified locations. Finally, the finite element model was approved satisfactory due to the low eigenfrequency deviation. In addition, the eigenmodes proposed by Abaqus were indicated for considering evaluation of the phase spectrum.

Innhold

Forord.....	I
Sammendrag	III
Abstract	V
Innhold	VII
1 Innledning.....	11
1.1 Kort beskrivelse av broa	11
1.2 Oppgaven.....	11
1.3 Beregningsmessige utgangspunkt og rammer	12
2 Metode.....	13
3 Teori.....	15
3.1 Systemidentifikasjon.....	15
3.2 Tøyningsmålere	15
3.3 Tidsserier	16
3.4 Korrelasjon.....	16
3.5 Fouriertransformasjon.....	17
3.6 Spektraltetthet	17
3.7 Burgs metode	18
3.8 Krysspektraltetthet.....	19
3.9 Welchs metode.....	19
3.10 Koherens	20
3.11 Fase	20
3.12 Lastspekter.....	20
3.13 Damping.....	21
4 Gjennomføring	23
4.1 Modellering av elementmodell	23
4.1.1 Brobanen	23
4.1.2 Søylen	24
4.1.3 Buen.....	24
4.1.4 Kablene.....	25

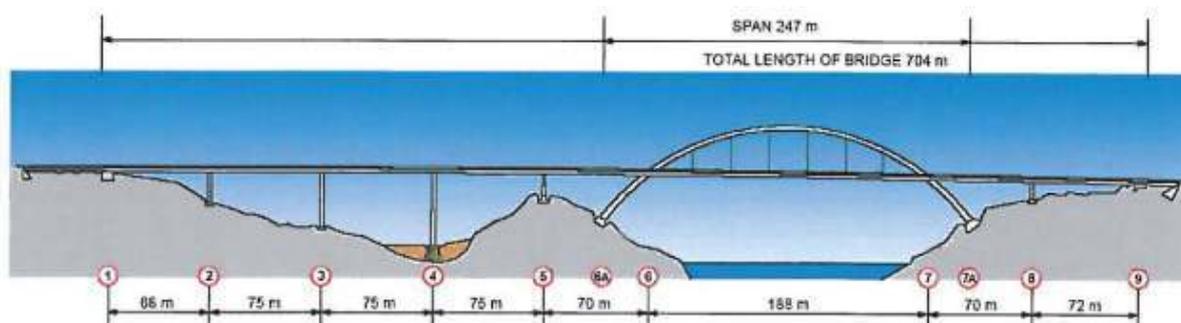
4.2	Tidsserieanalyse.....	25
4.2.1	Tidsrekkene	25
4.2.2	Spektraltetthet	26
4.2.3	Krysspektraltetthet.....	28
4.2.4	Koherens- og fasespekter.....	29
4.2.5	Demping	29
5	Resultat.....	31
5.1	Resultater fra elementmodell	31
5.1.1	Eigenfrekvenser.....	31
5.1.2	Egenmoder	32
5.2	Resultater fra tidsserieanalyse	34
5.2.1	Eigenfrekvenser.....	34
5.2.2	Koherens- og fasespekter.....	35
5.2.3	Demping	36
6	Diskusjon	39
6.1	Elementmodellen	39
6.1.1	Oppbygging av modellen.....	39
6.2	Tidsserieanalyse.....	40
6.2.1	Eigenfrekvenser.....	40
6.2.2	Koherens.....	41
6.2.3	Fase.....	42
6.2.4	Demping	42
6.2.5	Parametriske og ikke-parametriske metoder	43
6.2.6	Plassering av tøyingsmålere	43
7	Konklusjon.....	45
8	Referanser	47
9	Vedlegg.....	49

1 Innledning

Det er mange forskjellige typer broer i verden. En del har en uheldig dynamikk som påvirker komforten, mens noen har falt sammen. Dette skyldes belastning som "angriper" broen med en frekvens som sammenfaller med en av broas egenfrekvenser. Som oftest vil det være store kostnader og konsekvenser forbundet med en slik feilkonstruert bro. Derfor er dynamikk et stort tema ved bygging av en ny. I denne rapporten blir Svinesundsbruas dynamikk bestemt.

1.1 Kort beskrivelse av broa

Svinesundsbroa ble åpnet i juni 2005 for å avlaste den gamle broen for økende grensetrafikk. Det er en blanding av bjelkebro og buebro med søyler og bue i betong mens brobanen er et stålkasseprofil med total lengde på 704 meter. Broen er støttet opp av fire søyler på svensk side og én på norsk, mens over sundet er det buen som holder brobanen oppe. Figur 1.1 viser Svinesundsbroa fra nordsiden.



Figur 1.1: Svinesundsbrua sett fra den nordlige siden.

1.2 Oppgaven

Oppgaven lyder som følger, "Verifikasjon av Svinesundsbroas dynamiske egenskaper ved hjelp av trafikkinduserte tøyingsmålinger". Det er særlig bestemmelse av broas egenfrekvenser og egenmoder som er av interesse, men også grad av demping i konstruksjonen er aktuell. For å finne dette vil tidsserier bli analysert. Vægverket, med hjelp fra KTH (Kungliga Tekniska Högskolan), har allerede lagt frem sine resultater i egen rapport om Svinesundsbroa. Det vil være interessant å sammenligne med disse resultatene. Hvor nær hverandre er resultatene? Er antall brukte tidsserier mange nok? Samtidig vil det også

bli laget en elementmodell, som ved hjelp av systemidentifikasjon skal kalibreres nærmest mulig resultater fra tidsserieanalysen. Det vil etterstrebes å få modellen til å gi resultater innenfor 10% av resultatene fra analysen av tidsseriene. Forskjellige tidsrekkemodeller vil sammenlignes. Dette vil henholdsvis være parametriske og ikke- parametriske modeller.

1.3 Beregningsmessige utgangspunkt og rammer

For modelleringen vil det bli tatt utgangspunkt i tilgjengelige arbeidstegninger og Teknisk bok fra Vägverket. Ved mangelfull informasjon vil antakelser bli tatt. Tidsseriene som benyttes er tatt fra prøvebelastning av brua den 19. mai 2005. Disse tidsseriene inneholder informasjon fra flere typer målere, med det vil kun tas hensyn til tøyingsmålere av typen Vibrating Wire.

2 Metode

Denne oppgaven er løst med systemidentifikasjon. Det er tatt utgangspunkt i tidsserier fra tøyningmålere plassert på Svinesundsbroa, samt fysiske mål av broa. Lastpåkjenningen er i stor grad ukjent. Analysen foregikk numerisk med hjelp av det matematiske programmet Matlab. Herunder ble spektralanalyse, ved hjelp av den parametriske metoden til Burg, brukt for å estimere egenfrekvenser og demping til den reelle broa. I tillegg ble koherens og fasespekter tolket, med utgangspunkt i den ikke-parametriske metoden til Welch, sammen for å identifisere egenfrekvensene og egenmodene. En elementmodell av broa ble laget i elementprogrammet Abaqus. Her ble det tatt utgangspunkt i tilgjengelig informasjon rundt tverrsnittsmål og dimensjoner. Brobanen ble spesielt modellert i programmet CrossX for å bestemme tverrsnittsegenskapene. Resultatene fra testing av de dynamiske egenskapene blir sammenlignet med resultatene fra tidsserieanalysen. Elementmodellen blir deretter kalibrert for å matche disse resultatene. likeledes blir resultatene sammenliknet med resultater fra teknisk bok utarbeidet av Vägverket.

3 Teori

Teorikapitlet vil ta for seg den viktigste teorien for å kunne begrunne fremgangsmetoder og valg som er gjort for denne rapporten. All teori som tas med er i forbindelse med systemidentifikasjon. Det legges spesielt stor vekt på teori rundt tidsserieanalyse.

3.1 Systemidentifikasjon

Systemidentifikasjon vil være aktuelt å benytte seg av ved systemer det er vanskelig å forutse utfallet. Metoden i sin helhet går ut på å bruke kjente outputverdier får å estimere en løsning for et system. Disse outputverdiene kommer ofte i form av tidsserier. Videre finner man en modell som passer til dette systemet. Det vil være av interesse at modellen og systemet sammenfaller i stor grad. Dette kan gjøres ved å enten forbedre modellen, finne bedre outputverdier eller lette på sammenfallingskravene (Ljung, 1987). Ved å bruke kjente inputverdier i tillegg, vil estimatet bli bedre, men det er ingen nødvendighet for å estimere et system i seg selv (Sigbjörnsson, et al., 2011).

For denne oppgaven er det parametriske og ikke-parametriske modeller det er snakke om. Selv om oppbygging av en elementmodell ikke vanligvis inngår i begrepet systemidentifikasjon vil det for denne oppgaven indirekte være det. Dette fordi modellen er med på å verifisere resultatene fra tidsserieanalysen.

3.2 Tøyningsmålere

Det er seksten innstøpte tøyningsmålere av typen "Vibrating Wire". Prinsippet er veldig likt en gitarstreng som stemmes. Når strengen strammes øker stivheten og dermed egenfrekvensen som gir en høyere tone. Målerne består av et rør med en oppspent wire inni. Wiren er spent mellom to skiver, som på hver sin side av røret er festet til det aktuelle materialet. Når tverrsnittet til dette materialet opplever forandring i spenning, måles wirens egenfrekvens elektronisk for å kunne bestemme dens tøying. Det er selvsagt viktig å plassere målerne langt ut de aktuelle tverrsnittene hvor tøyingen vil oppleves størst. Dette vil gi bedre målinger. Egenfrekvensen til oppspent wire er gitt med *ligning 3.1* (Neild, 2001).

$$f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \quad (3.1)$$

hvor l er wirens lengde, σ er spenningen og ρ er densiteten.

Svakheten til denne typen tøyingsmålere er temperatur. En økning i temperatur vil gi en slakkere wire og lavere egenfrekvens. Dette vil kunne påvirke måleresultatene betydelig.

3.3 Tidsserier

Tidsserier logges som vektorer som har logget et gitt antall avlesninger med et gitt tidsintervall. Verdien for disse avlesningene kan representere blant annet akselerasjon, kraft, hastighet og forskyvning. For denne oppgaven er det tøyning. Hvis man plotter disse tidsseriene, kan man avsløre et mønster. Mest sannsynlig vil det være for mye støy slik at nærmere analyse må til.

Man kan beskrive de fleste prosesser ved hjelp av en statisk og en dynamisk del (Strømmeren, 2010).

$$X = \bar{x} + x(t) \quad (3.2)$$

Den dynamiske delen, $x(t)$, vil igjen kunne beskrives som en autoregressiv modell som vist under (Wikipedia).

$$x(t) = \sum_{k=1}^n a_k x(t-k) + e(t) \quad (3.3)$$

Denne ligningen sier at et hvert punkt kan estimeres som en vektet rekke av foregående loggede verdier og med hvit støy $e(t)$ som input.

3.4 Korrelasjon

Autokorrelasjonsfunksjonen er en teoretisk funksjon som brukes for å finne korrelasjonen til to nærliggende punkter i en variabel, hvor punkt 2 ligger τ i tid fra punkt 1. Hvis denne forskjellen i tid er veldig liten vil korrelasjonen bli høy, mens jo større tidsintervallet er, jo mindre korrelasjon. Med andre ord, helt tilfeldig.

Det kan også være interessant å se på korrelasjon mellom to forskjellige variabler. Dette kalles krysskorrelasjon og prinsippet er ganske likt. Her tar man korrelasjonen mellom de to

variablene ved tid T, for så å forskyve den ene i forhold til den andre med tidsintervall τ . Her sjekkes korrelasjonen på ny. Hvis det er korrelasjon mellom disse to variablene vil man få ut faseforskyvningen til den ene prosessen i forhold til den andre. Autokorrelasjonsfunksjonen og krysskorrelasjonsfunksjonen er som følger (Newland, 1993),

$$R_{xx}(\tau) = E[x(t+\tau)x(t)] \quad (3.4)$$

$$R_{xy}(\tau) = E[y(t+\tau)x(t)] \quad (3.5)$$

3.5 Fouriertransformasjon

Fouriertransformasjon er et nødvendig verktøy i signalprosesseringen. Det benyttes til å få overført prosessene fra tidsplanet til frekvensplanet. I løsning av oppgaven brukes Welchs metode for finne krysspekter. Welchs metode anvender Fast Fourier Transform (FFT). FFT er en mer tidseffektiv metode enn vanlig fouriertransformasjon, noe som er fordelaktig ved veldig mange beregninger. Prinsippet er at FFT lager flere prosesser ved å halvere antall loggerte punkter. Etter første halvering vil odde- og partall skilles. Det halveres helt til prosessene kun består av ett punkt og man vil ha like mange prosesser som det er punkter i den originale prosessen. Og siden fouriertransformen, FT, til et enkelt punkt er verdien til dette punktet, kan man bygge opp FTen til hele prosessen ved å kombinere to og to FTer fra bunnen og opp (Newland, 1993).

$$X_k = \frac{1}{2} \{ Y_k + e^{-i(2\pi k/N)} Z_k \} \quad (3.6)$$

Her er Y_k og Z_k de to halvprosessene til X_k .

3.6 Spektraltetthet

Meningen med spektraltetthet er å beskrive fordelig av varianstettheten til prosessen $x(t)$ i forhold til frekvens. Det som ofte gjøres er å fremstille spektraltettheten grafisk. Dette kalles autospekter. Det vil da være mulig å lokalisere egenfrekvensene ved å lese av ved markerte topper i et slikt spekteret. Spektraltettheten er definert under (Strømmen, 2010).

$$S_x(\omega) = \frac{\sigma_x^2}{\Delta\omega} \quad (3.7)$$

En annen måte å uttrykke spektraltettheten på, er ved å fouriertransformere autokorrelasjonsfunksjonen (Newland, 1993).

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (3.8)$$

Ved bruk av parametriske metoder vil spektraltettheten finnes numerisk etter følgende formel (Wang, et al., 2012).

$$S_x(\omega) = \frac{\sigma_e^2}{\left| 1 - \sum_{k=1}^n a_k e^{-ik\omega} \right|^2} \quad (3.9)$$

Autospekteret vil alltid være reelt på grunn av at responsfunksjonen $H_x(\omega_n)$ multipliseres med en komplekskonjugert utgave av seg selv, noe som eliminerer den komplekse delen.

$$S_x(\omega_n) = |H_x(\omega_n)H_x^*(\omega_n)| \cdot S_f(\omega_n) \quad (3.10)$$

3.7 Burgs metode

Det er flere måter å finne spektraltetthet på. En måte er å benytte seg av Burgs algoritme, som er en parametriske metode og som blir brukt i denne oppgaven for bestemmelse av autospekter. Algoritmen innebærer bruk av Levinson-Durbin rekursjon, uttrykt under (Collomb, 2009).

$$A_{k+1} = A_k + \mu \cdot V_k \quad (3.11)$$

A_k er en vektor som inneholder alle koeffisientene a_i opp til $i=n$, hvor n er orden. V_k er den inverterte av A_k , og μ er refleksjonskoeffisienten.

Prinsippet i Burgs algoritme er å finne et uttrykk for et punkt ved hjelp av baklengs og forlengs regresjon. Videre finnes refleksjonskoeffisienten ved hjelp av disse, som igjen brukes for å finne baklengs b og forlengs f forutsigelsesfeil (Collomb, 2009).

$$b_{k+1}(n) = b_k(n) + \mu \cdot f_k(n+k+1) \quad (3.12)$$

$$f_{k+1}(n) = f_k(n) + \mu \cdot b_k(n-k-1) \quad (3.13)$$

Dette gjøres igjen og igjen for alle ordener. Til slutt sitter man igjen med et estimert uttrykk for prosessen $x(t)$ hvor baklengs og forlengs forutsigelsesfeil har blitt minimert. Man kan da, ut fra dette uttrykket, finne spektraltettheten ligning 3.9.

3.8 Krysspektraltetthet

Krysspektraltettheten sier noe om samvarians mellom to prosesser, $x(t)$ og $y(t)$. Dette spekteret kan uttrykkes teoretisk ved den fouriertransformerte krysskorrelasjonen (Newland, 1993).

$$S_{xy}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (3.14)$$

Hvis prosessene var like ville man fått ut autospektraltettheten. I motsetning til autospektraltettheten, vil krysspektraltettheten bestå av både en reell og en imaginær del. Dette kommer fram av at responsfunksjonen til en prosess multipliseres med en komplekskonjugert responsfunksjon til en annen prosess. Siden leddene ikke er lik hverandre vil heller ikke den imaginære delen elimineres.

$$S_{xy}(\omega_n) = |H_x(\omega_n)H_y^*(\omega_n)| \cdot S_f(\omega_n) \quad (3.15)$$

Man kan da fremstille krysspektraltettheten som en funksjon av en reell og en imaginær del, henholdsvis cospektraltetthet og quadspektraltetthet (Strømmen, 2010).

$$S_{xy}(\omega) = Co_{xy}(\omega) - i \cdot Qu_{xy}(\omega) \quad (3.16)$$

Krysspektraltettheten danner grunnlag for å kunne finne koherens mellom prosessene med tilhørende faseforskyving.

3.9 Welchs metode

Ved beregning av krysspekteret benyttes den ikke-parametriske metoden til Welch. Metoden går ut på å dele opp tidsseriene i flere segmenter for så å beregne spektralestimater av disse og så overlappes segmentene (Barbé, et al., 2010). Matlabs default-verdi for overlapping er 50%. Gjennomsnittet av de beregnede spektra regnes som det resulterende spektralestimatet. Ved beregning av krysspekter settes segmentene fra de forskjellige prosessene opp mot hverandre. Segmentene må være like lange og på samme sted. På veien fra tid til frekvens blir segmentene Fouriertransformert ved hjelp av FFT.

3.10 Koherens

Koherens angir hvor mye prosessene sammenfaller og har derfor en direkte sammenheng med krysspekteret. Når modene og frekvensene skal verifiseres er det derfor av interesse å finne koherens mellom flere målere. Dette vil kunne avsløre om egenfrekvensene som er funnet i autospekteret vil være aktuelle. Koherens vil gå fra 0, ingen sammenheng, til 1, fullstendig sammenheng. Hvis koherensen gir lite eller ikke noe utslag over hele, vil det trolig være fordi den ene eller begge målerne enten er defekte, står veldig nærme et nullpunkt eller er utsatt for veldig liten eksitasjon. Ved veldig lave frekvenser kan koherensen slå sterkt ut på grunn av en kvasistatisk prosess, det vil si at systemet beveger såpass sakte at hele systemet beveger seg sammen. Koherensligningen er uttrykt under (Strømmen, 2010).

$$Coh_{xy}(\omega) = \frac{|S_{xy}(\omega)|^2}{S_x(\omega) \cdot S_y(\omega)} \quad (3.17)$$

3.11 Fase

Sammen med koherens vil også fasespekteret være av interesse for å verifisere moder og frekvenser. Modene kan delvis bli verifisert ved å sjekke fasen der koherensen er størst. Hvis fasen er null vil prosessene være i fase, mens ved pluss/minus pi vil de være perfekt ut av fase. Derimot vil ikke fasespekteret gi noen mening for lav koherens siden prosessene da ikke har noe med hverandre å gjøre. Fasespekteret blir definert som arcustangens av forholdet mellom den imaginære og den reelle delen i krysspekteret, se *ligning 3.16*. Fasespekteret er uttrykt under (Strømmen, 2010).

$$\varphi_{xy}(\omega) = a \tan \left[\frac{Qu_{xy}(\omega)}{Co_{xy}(\omega)} \right] \quad (3.18)$$

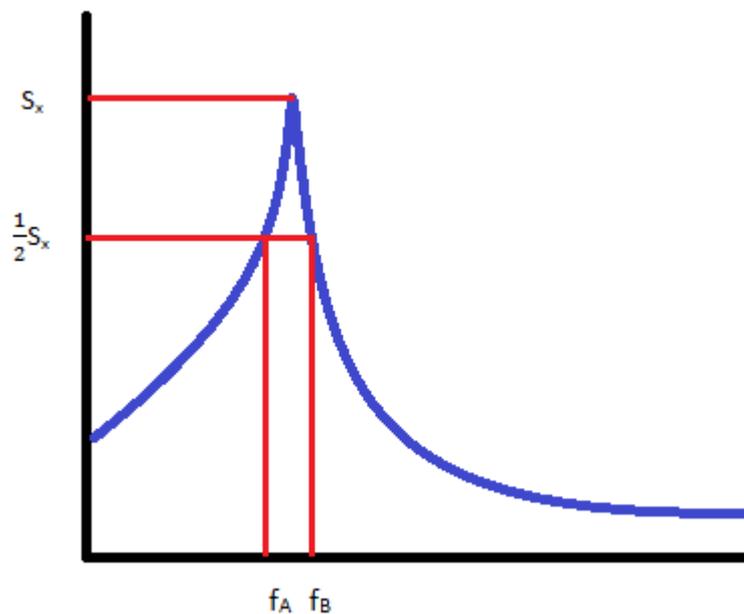
3.12 Lastspekter

Belastningen på Svinesundsbrua når målingene ble tatt var hovedsaklig vind og lastebiler. Sammen vil disse danne et lastspekter. Men siden det er uendelig mange faktorer som spiller inn, vil lastspekteret være tilnærmet umulig å danne. Det vil derfor bli antatt at broa blir utsatt for tilnærmet hvit støy, dvs, alle frekvenser er likt representert. På denne måten vil lastspekteret være presentert som tilnærmet konstant.

3.13 Damping

Hvis ikke det hadde vært for damping ville konstruksjoner satt i sving, aldri stoppet. Prinsippet er at energien som brukes til å svinge blir "spist" opp og omgjort til varme. Eksitasjonen av systemet vil da avta etter hver svingning. Metoden som brukes til å beregne dampingen for Svinesundsbrua er Half Power Bandwidth-metoden.

Half Power Bandwidth- metoden bruker autospekterets toppunkt og bredden av kurven til å bestemme damping. Ved avlesning av autospekteret brukes halve toppverdien. Dette vises i *figur 3.1*. Utregning legges i *vedlegg A*.



Figur 3.1: Half Power for autospekter.

Ligningen er som følger (Chopra, 2007).

$$\zeta_n = \frac{f_B - f_A}{f_B + f_A} \quad (3.19)$$

Bruk av Half Power gjelder kun for lav damping (Chopra, 2007). Ved veldig lav damping vil det likevel være en del usikkerhet knyttet til metoden. Dette fordi båndbredden er så smal at avlesning av halvpunktet ikke lar seg gjøre uten lineær interpolasjon.

4 Gjennomføring

Dette kapitlet inneholder en beskrivelse av hva som er gjort. Dette vil i all hovedsak innebære modelleringen av elementmodellen i Abaqus og numerisk tidsserieanalyse i Matlab.

4.1 Modellering av elementmodell

Her vil hver enkelt del av broen bli gjennomgått. Henholdsvis søylene, brobanen, buen og kablene hver for seg. Hele konstruksjonen er modellert med det Abaqus kaller B33-element. Dette er et element som benytter Euler-Bernoullis bjelketeori.

4.1.1 Brobanen

For brobanen ble det modellert opp to bjelker med et såkalt generalisert tverrsnitt. Det vil si at det ble modellert to bjelker uten fysiske tverrsnittsmål, men med egendefinerte egenskaper. Disse egenskapene ble definert med hjelp av CrossX. Dette generaliserte tverrsnittet tar ikke høyde for litt endring i tverrsnittet på svensk side hvor brobanen svinger. De generaliserte bjelkene ble plassert i brobanens fysiske skjærsenter. Dette er for at brobanen skal belaste de resterende konstruksjonsdeler i Abaqus mest mulig likt som på den virkelige broa. Avstanden mellom skjærsentrene til brobanene beregnes til ca. 13,4 meter. Begge brobanene er kontinuerlige og modelleres med legglager over søylene. Brobanen modelleres også rotasjonsstiv i lengderetning over søylene. Dette antas fordi brobanen er jekket fast i søyletoppene. Kontakten mellom landkarene og brobanen er egentlig konstruert som et leddlager for å kunne la broa tøye seg uten å skape for store spenninger. Med det antas likevel som leddet ved estimering av egenfrekvenser. Antagelsen bygger på at disse lagrene ikke vil bevege seg i forhold til hverandre ved liten belastning på grunn av friksjon.

Under buen mellom brobanene er det seks tverrstivere. Disse skal i størst mulig grad holde brobanene sammen for å øke stivheten sideveis og vertikalt, som igjen vil sørge for høyere frekvens for å aktivere den aktuelle moden. Siden brobanene er tegnet som generaliserte tverrsnitt plassert i egne skjærsentre, vil de modellerte stiverne bli ca dobbelt så lange og dermed kunne bli deformert mer enn de faktiske tverrstiverne. Selv om stiverne er en meter bred og tre meter høy, modelleres et generalisert tverrsnitt med ca. dobbel stivhet for å kompensere for den ekstra lengden. Dette er på ingen måte matematisk korrekt, men ble

gjort for å kontrollere endring i resultatene. Det viste seg at bjelken allerede var så stiv at resultatene ikke forandret seg. E-modulen for både brobanene og stiverne settes til 210000 N/mm^2 .

Brobanetverrsnittet som er modellert tar bare hensyn til sin egen vekt. I tillegg kommer vekt av belysning, rekkverk, asfalt, drenering og annet elektrisk utstyr. Til sammen blir det en linjelast på 2700 kg/m . Siden ingen konkret informasjon om disse lastene er å finne noe sted er verdier fra Hardangerbroa benyttet, samt antagelser. Lasten legges på modellen som en ikke-konstruktiv masse. Dette for at tilleggsmassen skal tas med i utregningen av egenfrekvenser og moder i Abaqus. Beregning av tilleggslast finnes i *vedlegg B*.

4.1.2 Søylene

Det er totalt fem søyler, hvorav fire er på svensk side og en på norsk. I arbeidstegningene står all nødvendig informasjon for å plassere søylene, samt høyden på hver enkelt søyle. Alle heller $1,8\%$ ut til alle kanter, fra toppen og ned. For å forenkle modellen mest mulig blir middelmål av hver enkelt søyle brukt.

Betongkvaliteten som ble brukt var svensk K45 (Vägverket, 2007), som tilsvarer norsk B35/45. Abaqus krever kun E-verdier, så for B35/45 tilsvarer dette $E_{cm}=34000 \text{ N/mm}^2$ (Standard Norge, 2004). Alle søylene regnes som fast innspent i bunn og leddet i topp. I toppen regnes det også med at rotasjon om kjørebans retning fastholdes i forhold til kjørebane.

4.1.3 Buen

Det kommer også frem av arbeidstegningene hvordan buen skal plasseres. I Abaqus ble buen konstruert ved å bruke 3-punkts metoden. Det vil si at programmet lager en bue tilpasset buens toppunkt og de to fundamentpunktene. Fra bunn og opp til toppen av buen avtar tverrsnittet. Det ble konstruert ni ulike tverrsnitt for å gjenskape innskrenkningen av tverrsnittet. Lagerbetingelsene for fundamentene ble antatt som fast innspent, noe overgangen mellom buen og kjørebane også ble. Det ble ifølge teknisk bok (Vägverket, 2007) brukt betongkvalitet K70 som tilsvarer B55/67 med tilhørende E-modul på 38000 N/mm^2 (Standard Norge, 2004). Det kom frem av foreløpige resultater fra Abaqus at betongstivheten burde være høyere for å "matche" resultatene fra tidsseriene. E-modulen ble antatt til 45000 N/mm^2 for å få resultatene mer lik de funnet ut fra tidsseriene. Beregning for å støtte opp om dette valget finnes i *vedlegg C*.

4.1.4 Kablene

Under buen henger brobanene i seks par med kabler, hvert par montert på hver tverrstiver. Kablene består av 270 tråder av stål spunnet sammen med totalt stålareal på 5964 mm^2 (Vägverket, 2007). Dette modelleres som et sirkulært massivt tverrsnitt med radius på 44 mm. E-modulen settes lik 205000 N/mm^2 (Vegdirektoratet, 2008). Se *vedlegg D* for beregning av radius.

4.2 Tidsserieanalyse

I dette kapitlet vil det komme frem hvordan Matlab er blitt bruk til å tolke 10 tidsserier. Det er tøyingsmålere av typen Vibrating Wire som det er tatt utgangspunkt i. Målet med denne analysen er å kunne bestemme broas fire første egenfrekvenser, egenmoder og demping.

4.2.1 Tidsrekkene

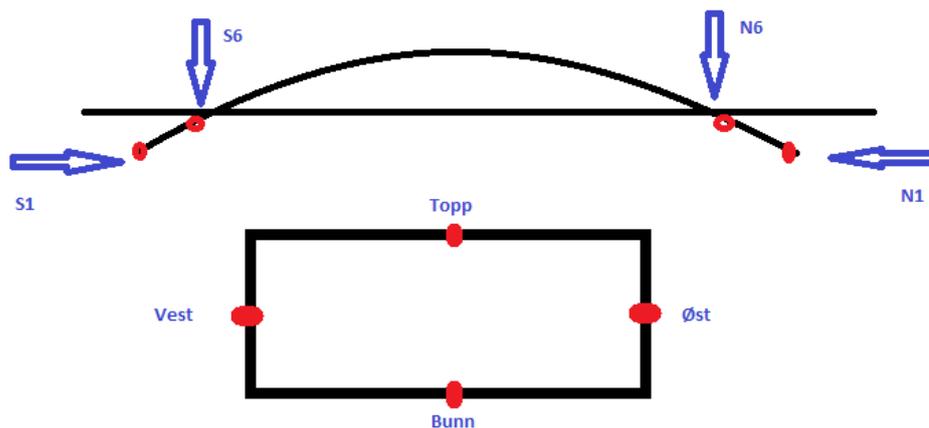
Det ble den 19. mai 2005 utført en dynamisk test i form av lastebiler som kjørte med varierende hastighet og formasjon over broa. Bremsing og humper i veien ble benyttet for å få broa til å "svinge". Alle tidsrekkene vil være påvirket av vind i tillegg til testbelastningen. Dette vil kunne endre på eksitasjon av broa, men ikke svingeformene eller egenfrekvensene.

Totalt er det 26 tidsserier tilgjengelig, hvorav de 10 første er benyttet til analyse av egenfrekvenser og demping. Tidsseriene er .bin-filer, som består av mange forskjellige data fra alle målere som er montert på broa, blant annet for akselerasjon og temperatur. I denne rapporten vil det i Matlab bli plukket ut data for tøyingsmålerne. Liste over alle tøyingsmålere og illustrasjon av plassering vises under.

Tabell 4.1: Tøyningsmålernes plassering i .bin--filene.

Tøyningsmåler Sverige	.bin-plassering	Tøyningsmåler Norge	.bin-plassering
S1-B	9	N1-B	52
S1-E	10	N1-E	53
S1-W	11	N1-W	54
S1-T	12	N1-T	55
S6-B	13	N6-B	56
S6-E	14	N6-E	57
S6-W	15	N6-W	58
S6-T	16	N6-T	59

B=Bottom, E=East, W=West, T=Top, 1= fundamentnivå i bue, 6= veibanenivå i bue

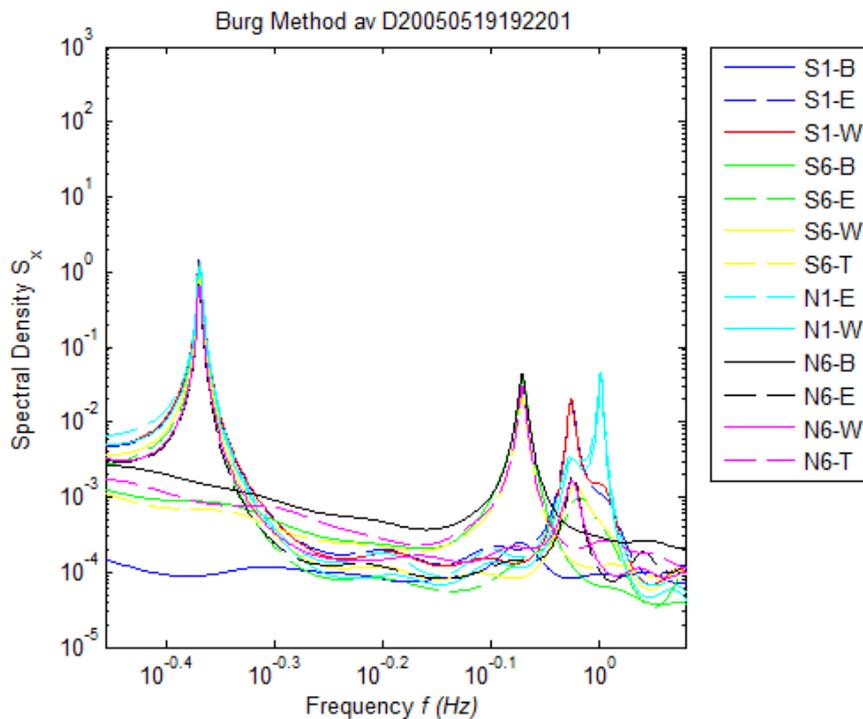


Figur 4.2: Plassering av tøyningsmålerne i betongbuen.

4.2.2 Spektraltetthet

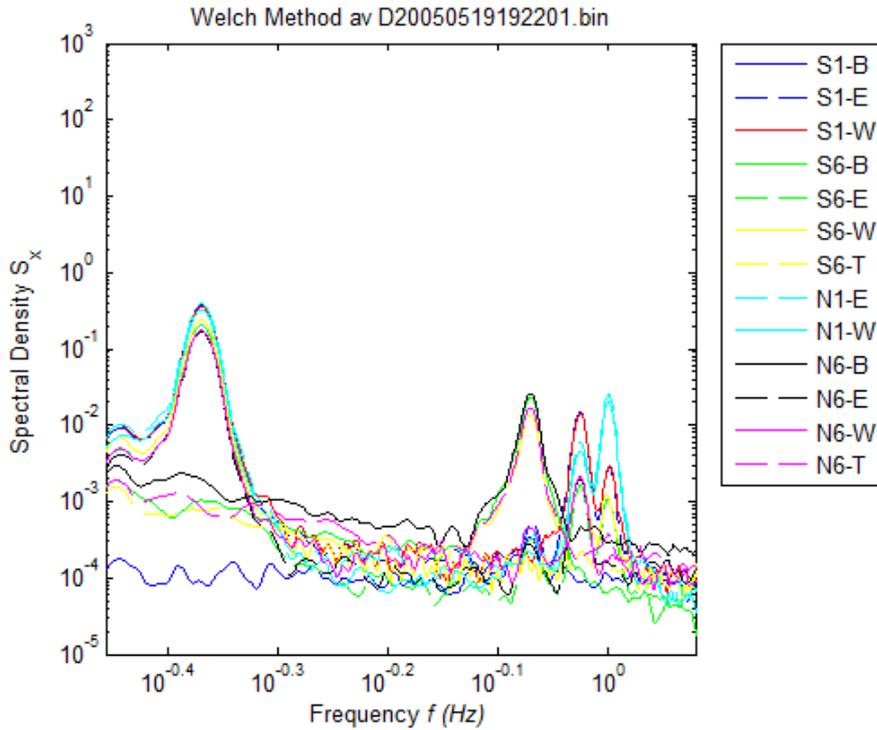
Når autospektrene ble funnet, ble hovedsaklig Burgs metode anvendt. Det ble først laget et autospekter hvor alle målerne var representert. Dette ga en pekepinn på hvilke målere som var aktuelle å sjekke nærmere for de forskjellige frekvensene. Deretter ble det laget et skript hvor toppunktene i autospektrene ble hentet ut for orden 200 til 1000, med steg på 50. Det ble da mulig å sjekke hvordan frekvensene endret seg med hensyn på orden. Da de 10 første tidsseriene var kontrollert, ble det tatt et gjennomsnitt for hvert ordensprang. Ved liten, eller ingen, endring over et større ordensprang vil det bety at flere ligningsledd ikke klarer å

beskrive prosessen noe særlig bedre. Egenfrekvensene ble lest av ved disse flate områdene. Man ser av *figur 4.3* at første topp er representert av åtte målere, mens andre, tredje og fjerde topp henholdsvis er representert med fire, to og to målere. Figuren fremstiller kun målere som ga synlig utslag.



Figur 4.3: Autospekter for målere som ga utslag ved bruk av Burgs metode.

Det ble også estimert ett autospekter ut fra den ikke-parametriske Welch' metode for å kunne sammenligne de to metodene. Dette vises i *figur 4.4*. Begge autospektrene tar utgangspunkt i samme tidsserie.



Figur 4.4: Autospekter dannet med Welch's metode.

4.2.3 Krysspektraltetthet

Krysspekteret ble funnet ved å bruke Matlabkommandoen cpsd (cross power spectral density). Kommandoen bygger på Welchs ikke-parametriske metode. Spekteret ble kun funnet for å bestemme koherensen og fasen mellom prosessene. Målere som ble satt opp mot hverandre er vist i tabell 4.2.

Tabell 4.2: Tabellen angir hvilke målere som ble sjekket mot hverandre.

Topp mot bunn	Øst mot vest
S1-B mot S1-T	S1-E mot S1-W
S6-B mot S6-T	S6-E mot S6-W
N1-B mot N1-T	N1-E mot N1-W
N6-B mot N6-T	N6-E mot N6-W
S6-B mot S1-B	S6-E mot S1-E
S6-B mot N1-B	S6-E mot N1-E
S6-B mot N6-B	S6-E mot N6-E

Topp og bunn ble satt opp mot hverandre for å identifisere moder som beveger/svinger seg i broens retning. Øst mot vest for å identifisere moder som beveger/svinger seg sidelengs. Når

topp og bunn sjekkes mot hverandre i alle punktene, samt bunn i ett punkt mot bunn i alle de andre punktene, vil man indirekte ha sjekket alle bunn og topp mot hverandre.

4.2.4 Koherens- og fasespekter

Koherens og fase ble funnet direkte ut fra sammenhengen med krysspektraltettheten mellom målerne i *tabell 4.2*. Alle koherensspektrene med tilhørende fasespekter ble analysert for å kunne identifisere mulig egenfrekvenser og egenmoder. *Figur 4.3* vil kunne gi hint om hvilke målere som vil slå ut på koherensen.

4.2.5 Demping

Metoden som ble anvendt for å finne demping for de fire første modene var Half Power Bandwidth. Det ble tatt utgangspunkt i autospekteret ved avlesning. Hver måler som ga betydelig utslag i dette spekteret, ble analysert. Avleste verdier ble også her, som for egenfrekvensene, tolket mot orden. Orden det ble sjekket for, gikk fra 200 til 2400.

5 Resultat

Her vil alle relevante resultater fra elementmodellen og tidsserieanalysen bli presentert kort for så å bli diskutert videre i neste kapittel. Dette innebære presentasjon av tabeller og grafisk fremstilling av resultatene. Videre vil det bli sammenlignet med resultater fra rapport fra KTH (Ülker-Kaustell, et al., 2006). Disse er vist i *tabell 5.1*.

Tabell 5.1: Egenfrekvenser og demping fra Vägverkets tekniske bok om Svinesundsbroa

Mode 1				Mode 2				Mode 3				Mode 4			
F (Hz)		ζ (%)													
m	σ	m	σ												
0,43	0,00	0,57	0,23	0,85	0,01	1,76	0,79	0,94	0,01	0,66	0,29	1,01	0,01	0,85	0,41

5.1 Resultater fra elementmodell

Det vil i dette delkapitlet bli presentert sluttresultater fra den kalibrerte elementmodellen. Fullstendig tabell over egenfrekvenser, egenverdier og egnemoder legges i *vedlegg E*.

5.1.1 Egenfrekvenser

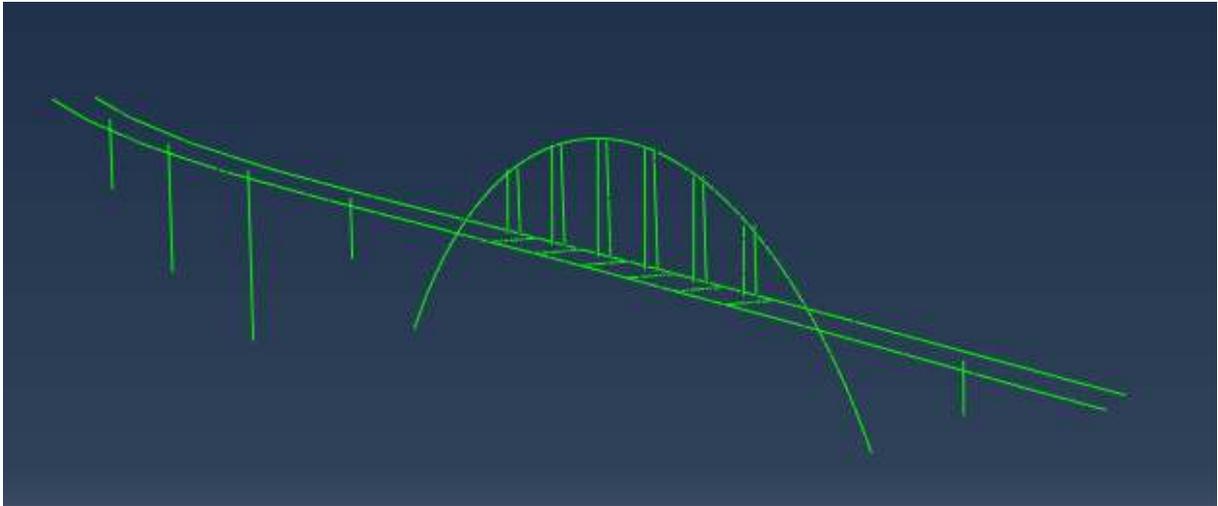
De fire første egenfrekvensene fra den kalibrerte elementmodellen gis i *tabell 5.2*. Det maksimale prosentvise avviket ble på 4,7 % for egenfrekvens 1.

Tabell 5.2: De fire første egenfrekvensene fra Abaqus

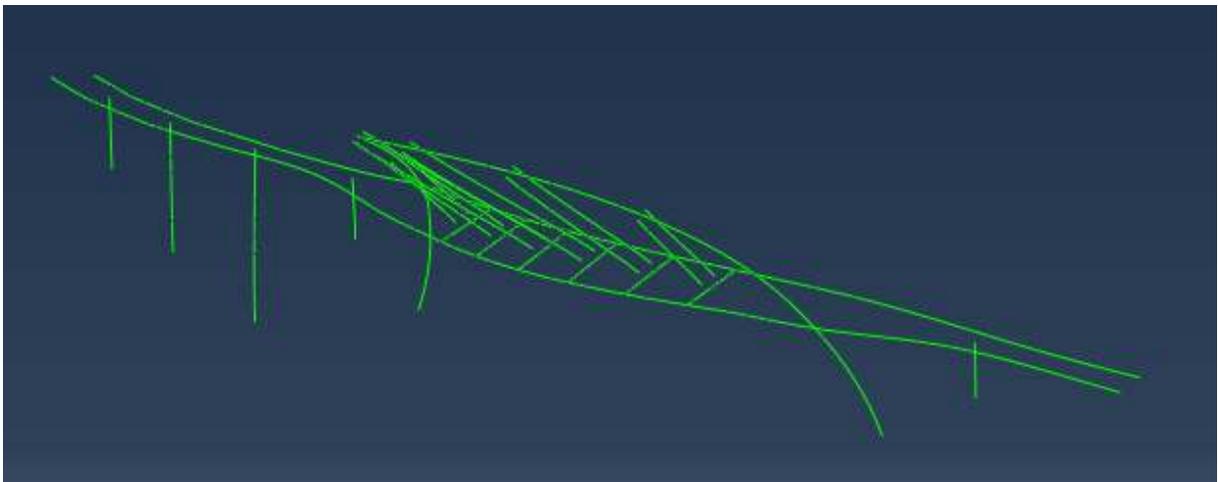
Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
0,406	0,843	0,901	1,009

5.1.2 Egenmoder

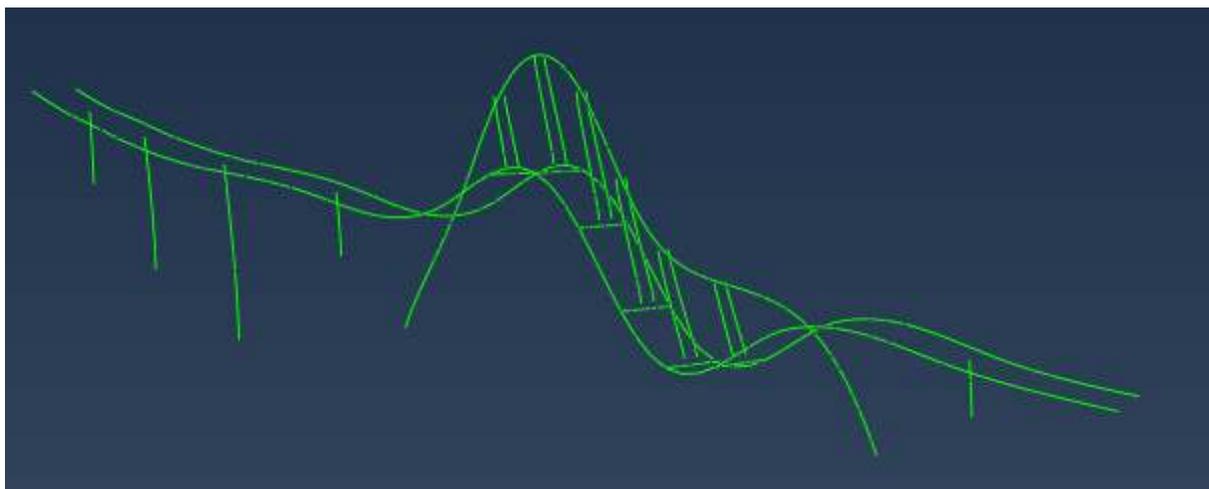
De fire første egenmodene vises sammen med en ueksitert modell under i *figurene 5.1- 5.*



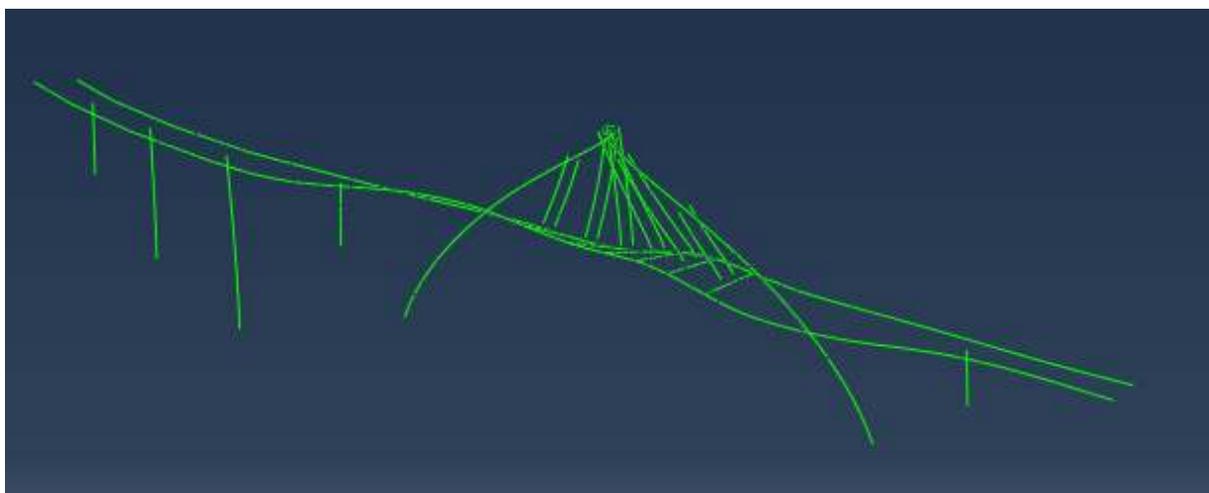
Figur 5.1: Viser broa ueksitert.



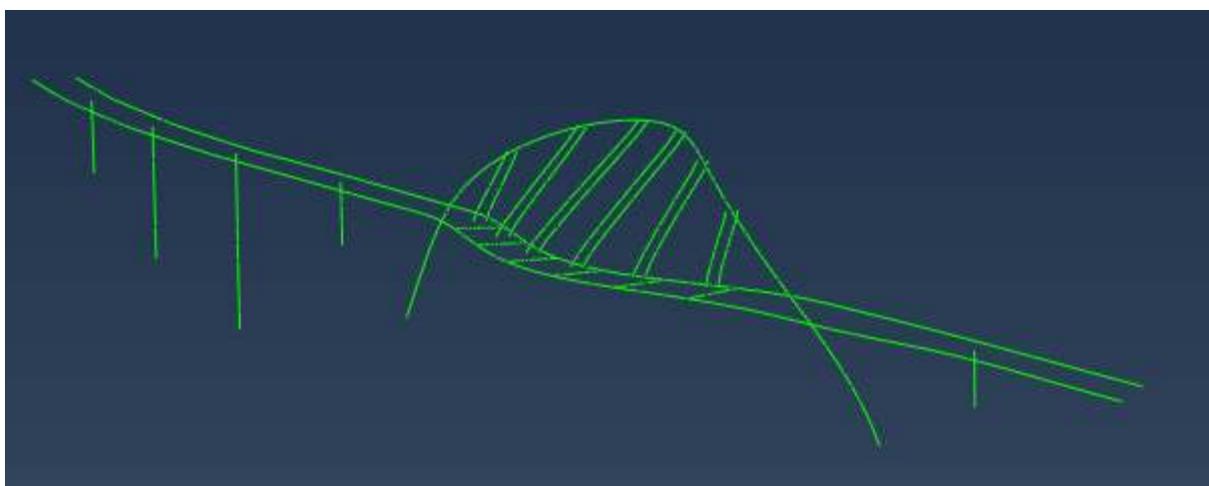
Figur 5.2: Første egenmode.



Figur 5.3: Andre egenmode.



Figur 5.4: Tredje egenmode.



Figur 5.5: Fjerde egenmode.

5.2 Resultater fra tidsserieanalyse

Her vil det kort bli presentert estimater for egenfrekvens, demping, koherens og fase. Det vil henvises til vedleggene for flere grafer.

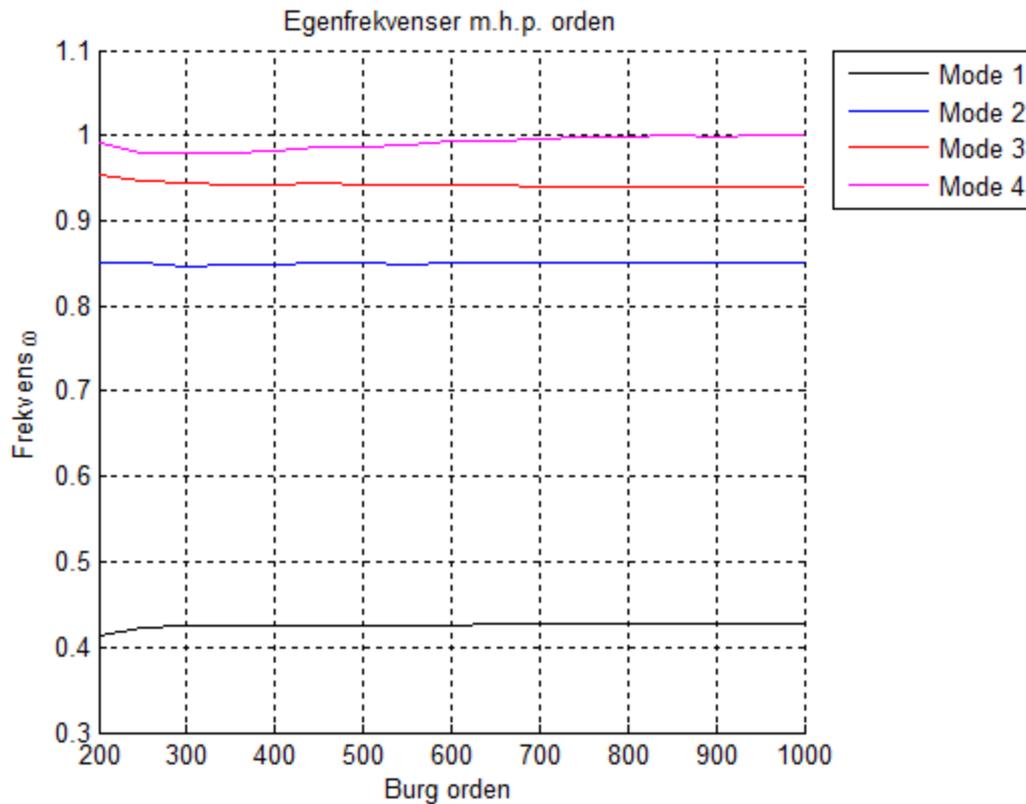
5.2.1 Egenfrekvenser

De estimerte, gjennomsnittlige egenfrekvensene, samt standardavvikene, beregnet ut fra tidsseriene er gitt i *tabell 5.3*. Det er autospektrene som står til grunn for disse resultatene.

Tabell 5.3: Gjennomsnittlige egenfrekvenser estimert fra tidsseriene

Mode 1 (orden 650)		Mode 2 (orden 600)		Mode 3 (orden 700)		Mode 4 (orden 850)	
f (Hz)	σ						
0,426	0,0012	0,850	0,0022	0,941	0,0025	0,999	0,0058

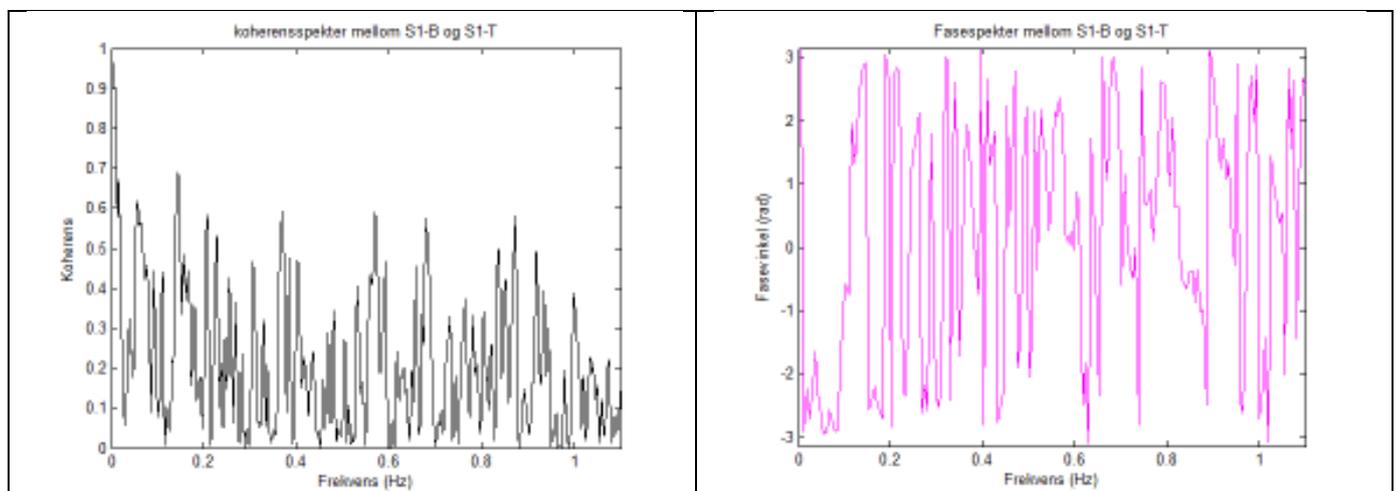
Frekvensene er hentet der de stabiliserer seg over et større ordensprang. *Figur 5.6* viser gjennomsnittsverdier for egenfrekvensene. Grafer over alle målere som inngår i dette gjennomsnittet finnes i *vedlegget F*. I tillegg legges alle autospektra for de ti første tidsseriene i *vedlegg G*.



Figur 5.6: Grafen illustrerer gjennomsnittlig egenfrekvens med hensyn på orden.

5.2.2 Koherens- og fasespekter

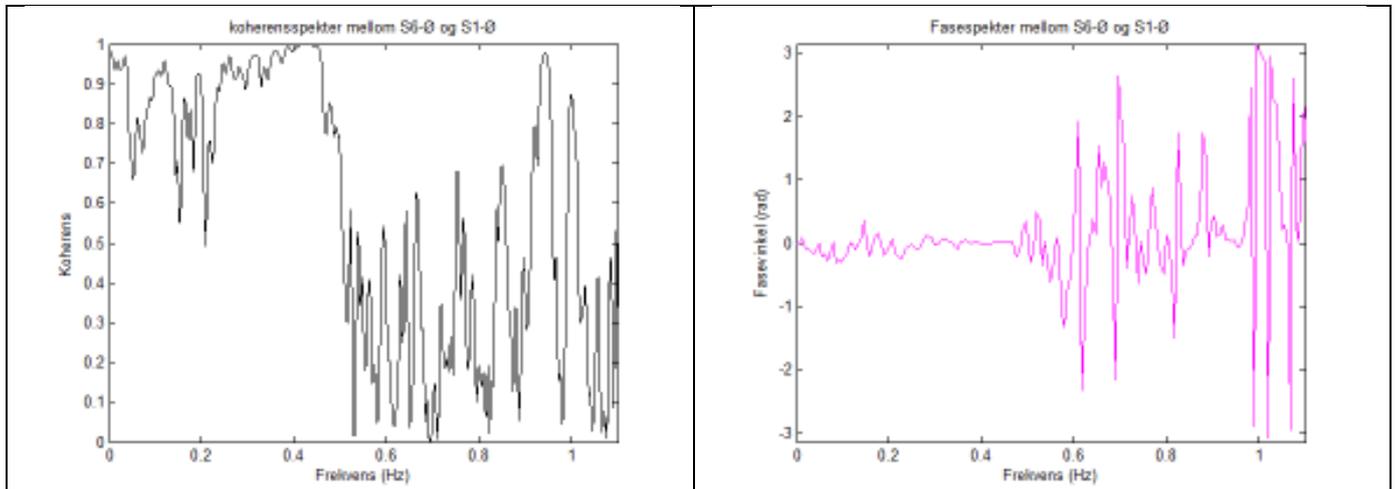
Alle koherensspektrene legges i *vedlegg H*, mens fasespektrene legges i *vedlegg I*. Det trekkes likevel ut et par eksempler her for å illustrere. Her er det tidsserie *D20050519192201.bin* som har blitt analysert. Første er av måler S1-B mot S1-T og vises i *figur 5.7*.



Figur 5.7: Koherens og fase mellom S1-B og S1-T.

Her synes det tydelig at koherensen ikke slår noe særlig ut på noen frekvenser. Etter som dette er topp- og bunnmålere "burde" det slått noe mer ut ved egenfrekvens 2 etter hva Abaqus har kommet frem til. Siden slike spektra ikke gir noe nyttig informasjon velges det å se bort fra disse. Her vil heller ikke fasespekteret kunne gi noe nyttig informasjon.

Andre eksempel er av S6-Ø mot S1-Ø og vises i figur 5.8.



Figur 5.8: Koherens og fase mellom S6-Ø og S1-Ø

Hvis man tar utgangspunkt i de egenfrekvensene funnet fra autospektrene, kan man tyde at mode 1, 3 og 4 er representert i koherensspekteret. Tilhørende vil fasene være ca null, null og pi. Dette bekrefter svingeformene fra Abaqus.

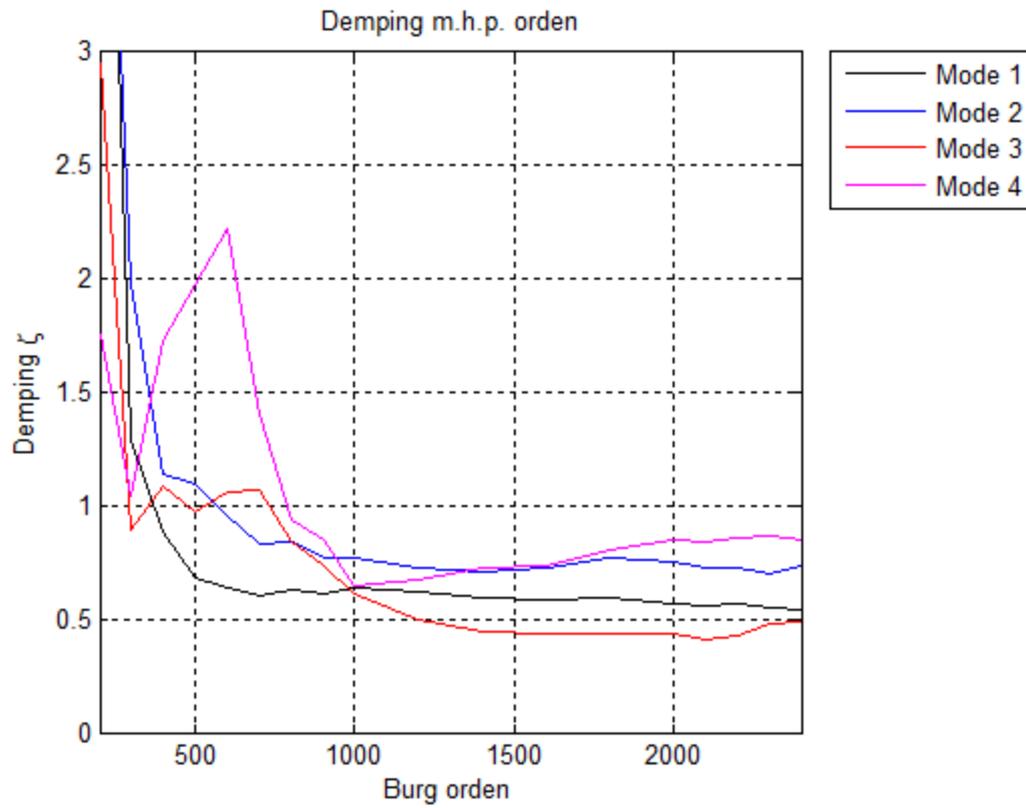
5.2.3 Damping

Verdier for damping er hentet på samme måte som for egenfrekvensene. Det kommer tydelig frem av tabell 5.4 at resultatene for dampingen ikke er like entydig som for egenfrekvensene. Det registreres store standardavvik.

Tabell 5.4: Damping med tilhørende standardavvik.

Mode 1 (orden 1600)		Mode 2 (orden 1400)		Mode 3 (1400)		Mode 4 (2000)	
ζ (%)	σ	ζ (%)	σ	ζ (%)	σ	ζ (%)	σ
0,58	0,21	0,71	0,20	0,44	0,22	0,85	0,74

Figur 5.9 viser grafisk gjennomsnittlig damping mot orden. I vedlegg J vises gjennomsnittlig damping for hver enkelt mode.



Figur 5.9: Gjennomsnittlig demping for de fire første modene.

6 Diskusjon

I dette kapitlet vil resultatene diskuteres nærmere og sammenlignes med resultatene fra KTH. Det er særlig antagelser og usikkerhet som vil bli diskutert. Elementmodellen og tidsserieanalysen vil bli diskutert hver for seg.

6.1 Elementmodellen

Her vil antagelsene for elementmodellen som anses å ha mest betydning bli diskutert nærmere.

6.1.1 Oppbygging av modellen

Det vil være flere grunner til å forenkle en modell i forhold til den virkelige konstruksjonen. En grunn er tidsbruk. En annen er at en mer detaljert modell ikke nødvendigvis vil gi bedre resultater på grunn av ting som feilmontering, grad av innspenning i knutepunkt og usikkerhet forbundet med tverrsnittsegenskapene. De mest betydningsfulle antakelser som er tatt for modellen i denne rapporten er, leddlager ved landkar, likt brotverrsnitt over hele broen, avtrapping av betongtverrsnitt og modifisert E-modul for betongen i buen.

Lagerbetingelsene ved landkarene ble antatt som leddet for elementmodellen. Dette vil medføre betydelig større stivhet enn hvis det hadde blitt modellert som et glidelager. I praksis må det være mulighet for broa å tøye seg ved for eksempel temperaturendringer, men broa må også kunne ligge i ro under stabile forhold. Usikkerheten ved denne antagelsen er at man ikke vet helt hvor mye last som skal til å få lageret til å gli. Det synes av modellen at leddlager virker rimelig da resultatene fra modellen og tidsserieanalysen er veldig nær hverandre.

Brobanetverrsnittet er i virkeligheten varierende. På norskessiden og over sundet er brobanen rett og tverrsnittet konstant. Det er ikke slik videre mot Svergie, der broen begynner å svinge. Her endres veibanen i yttersving ved å helle innover i stedet for utover som veibanetverrsnittet gjør eller på broen. Dette vil derfor øke stivheten noe, men denne stivheten vil være et godt stykke fra buen, der de første modene slår ut. Et spørsmål det er verdt å stille her er hvor mye denne ekstra stivheten spiller inn på de laveste egenmodene.

I Abaqus kan man ikke beskrive et varierende tverrsnitt. Det man da må gjøre er å dele tverrsnittet opp i flere konstante deler. Det er klart at flere avtrappende tverrsnittsdeler vil beskrive de faktiske forholdene bedre enn få vil gjøre. Problemet vil da være å vite når det er mange nok ledd. Det er ved buen de første egenmodene slår ut, derfor er det også her større nøyaktighet kreves. Søylen blir modellert med kun 2 forskjellige tverrsnitt, mens buen ble modellert med 9 forskjellige, 17 totalt. Spørsmålet vil jo selvsagt være om buen burde vært enda finere inndelt. Dette spørsmålet vil også kanskje rette seg mot søylene nærmest buen da disse vil påvirke buen i større grad enn de lenger unna. Det er ikke helt utenkelig at en for grov beskrivelse av disse søylene vil kunne gi en merkbar endring for stivheten til broa og for egenmodene.

En endringen i modellen som gjorde et stort bidraget var av buens E-modul. E-modulen ble satt til 45000 N/mm^2 for å møte de målte egenskapene til broa, men samtidig være innenfor Eurokodens rammer for armeringsforhold. Denne verdien skulle tilsi at armeringsforholdet er ca 3%. En stor usikkerhet er at informasjon om dette forholdet ikke har blitt funnet. I tillegg kommer usikkerheten rundt betongens E-modul alene. En faktor som vil ha stor betydning for E- modulen er oppsprekking av betongen som vil føre til reduserte verdier.

6.2 Tidsserieanalyse

Det er tatt utgangspunkt i de 10 første tidsseriene av totalt 26 tiggjengelige. En midling av 26 målinger ville selvsagt gitt mer korrekt forventningsverdi enn det 10 gjør. Med flere målinger vil også resultatene være mindre følsomme overfor vikende målinger. Her vil resultater i forbindelse med tidsserieanalysen diskuteres.

6.2.1 Egenfrekvenser

Tabell 6.1 sammenligner egenfrekvensene som er funnet her med egenfrekvensene fra rapport fra KTH.

Tabell 6.1: Sammenligning av egenfrekvenser

	Mode 1 (Hz)	Mode 2 (Hz)	Mode 3 (Hz)	Mode 4 (Hz)
Tidsserier/Matlab	0,426	0,850	0,941	0,999
Abaqusmodell	0,406	0,843	0,901	1,009
KTH	0,43	0,85	0,94	1,01

Den lille forskjellen kan komme av at tidsseriene brukt i denne rapporten ikke er de samme som KTH har brukt. I denne rapporten bygger resultatene på 10 sammenhengende tidsserier

fra én enkelt dag, mens KTHs rapport bygger på 66 tidsserier fra en periode på 8 måneder. KTHs rapport vil da ha flere målinger samt flere forskjellige lastpåkjenninger enn denne rapporten. Dette vil gi et mer troverdig gjennomsnitt. Likevel er frekvensene estimert til nesten nøyaktig det samme, noe som kan skyldes at egenskapene til broa ikke vil endre seg noe særlig over en periode på 8 måneder, med mindre noe drastisk har skjedd. Det som eventuelt kunne endret egenskapene i større grad er rissdannelse i betongen over tid. Videre kan frekvensestimaterne anses for å være gode på grunn av det lave standardavviket man ser i tabell 5.3, hvor samtlige er på tredje desimal.

Det vil selvsagt også være av interesse å kontrollere frekvensene funnet med hjelp av tidsseriene mot frekvensene funnet for elementmodellen. Av *tabell 5.5* ser man at modellen klarer ganske godt å treffe broas egenfrekvenser. Det største avviket i prosent er for mode 1, der avviket er på 4,7%. Dette avviket kan tolkes dit hen at modellen klarer å beskrive broa godt. Det er riktig nok tatt noen antagelser for å komme frem til dette resultatet, men det må nevnes at en teoretisk korrekt modell aldri vil være prikk lik virkeligheten. Og når broa er av slike dimensjoner er det mange elementer som spiller inn.

6.2.2 Koherens

Avlesning av koherensspekteret kan være en vanskelig affære da størrelse på eksitasjonen i målepunktene spiller en stor rolle. Et eksempel er måler S1-B i *figur 4.3*. Her kan man se at måleren gir veldig lite utslag i autospekteret. Når denne måleren da sjekkes opp mot S1-T, ser man at koherensen ikke overskrider 0,6 for egenfrekvens 2. Samtidig er det ingen topper som skiller seg særlig ut. Hvis områdene rundt hadde vært betydelig lavere ville man muligens likevel kunne godtatt koherens på 0,6 som tilstrekkelig for å identifisere frekvensen.

Ser man derimot på koherensspekteret mellom S6-Ø og S1-Ø, er frekvens 1, 3 og 4 representert med høye verdier. Særlig frekvens 3 og 4 har klare spisse topper med lave topper rundt. Da er det grunn til å tro at det er egenfrekvenser i disse smale områdene. Mode 1 derimot ligger på en veldig bred topp, tett opp mot 1,0 riktignok. Det at et så bredt område ligger så høyt kan virke litt forvirrende. Men av autospekteret ser man tydelig enighet mellom målerne at det kun er en mulig egenfrekvens i det området. Dette gir grunn til å tolke at dette er en egenfrekvens.

Det vises for begge koherensspektrene at koherensen er svært høy nær frekvens lik null. Dette kan tyde på at det er en kvasistatisk del i prosessene.

En stor usikkerhet vil være at det kun er kontrollert koherens for én tidsserie. En sammenligning mot koherens fra en annen tidsserie ville gitt en god indikasjon om man har tolket riktig. En annen vil være at koherensen bygger på en ikke- parametrisk beregning av

krysspekteret. En tredje usikkerhet vil være at for få målere har blitt sammenlignet. En sammenligning mellom alle målerne ville gitt hele bildet.

Selv om det er høy koherens for en frekvens og autospekteret topper for samme frekvensen, vil ikke dette si at det er 100% sikkert at det er en egenfrekvens. Det vil derimot gi en indikasjon på at det er fullt mulig.

6.2.3 Fase

Ut fra koherensspekteret mellom S1-B og S1-T som ikke kunne tolkes i stor grad, vil ikke fasespekteret være av noen interesse. Tolkning av dette fasespekteret ville da vært bare synsing. Men ser man på koherensen mellom S6-Ø og S1-Ø vil fasespekteret være mer nyttig. Det kommer frem at fasen for frekvens 1, 3 og 4 er henholdsvis null, null og pi. For frekvens 1 og 3 vil dette kunne tolkes som at punktene S6-Ø og S1-Ø beveger seg i samme retning samtidig, altså i fase med hverandre. Dette samsvarer med mode 1 og 3 som Abaqus presenterer. Her synes det tydelig at buen kun krummes én vei over begge punktene. Mens for frekvens 4, hvor fasen er pi, vil tilsa at punktene oppfatter motsatt krumning. Dette ser ut til å være tilfelle for mode 4 i Abaqus da det ser ut som om krumningen av buen ved fundamentnivå går motsatt vei av krumningen ved kjørebanelnivå.

Det skal sies, at selv om fasen tilsier at punktene S6-Ø og S1-Ø beveger seg likt som deler av modene Abaqus fremstiller, vil ikke hele moden være identifisert. For å kunne få til det, måtte målere vært plassert over nesten hele brua. Men man har likevel fått en god indikasjon på at modene fra Abaqus ikke er urimelige.

Resten av fasespektrene og koherensspektrene, som ligger i vedlegget, vil kunne tolkes på samme måte som over.

Det vil her, som for koherensen, være aktuelt å spørre om en parametrisk metode ville vært bedre enn en ikke- parametrisk.

6.2.4 Demping

Ut fra *tabell 5.4* kan man tydelig se at det er for demping man finner den største usikkerheten i resultatene. Dette synes av de høye standardavvikene. Det vises i *figur 5.9* at dempingen ikke stabiliserer seg i samme grad som for egenfrekvens i *figur 5.6*. En mulighet her kunne vært å kontrollere for et mindre ordensintervall. Da ville det vært mulig å kunne oppdage "stabile" områder som ikke ville blitt oppdaget for større intervaller. Det ville og vært av interesse og kontrollert resultatene fra Half Power opp mot andre metoder. Men

uansett er det klart at dempingen for de fire første modene er generelt lav. Samtlige gjennomsnitt ligger godt under 1%. Det forekommer likevel enkeltmålinger med verdier opp mot 2,5%, men disse er i betydelig mindretall. Det man kan tolke ut fra disse resultatene er at dempingen er lav.

For å kunne bestemme dempingen med større sikkerhet, ville en sammenligning med en, eller flere metoder vært aktuelt. Dette burde bli sett nærmere på ved en eventuell videreføring av oppgaven.

6.2.5 Parametriske og ikke-parametriske metoder

For utarbeiding av autospektra ble den parametriske metoden til Burg benyttet. Det ble laget ett autospekter ved hjelp av den ikke-parametriske metoden til Welch for å kunne sammenligne. Forskjellene og likheten kommer frem fra *figur 4.3* og *figur 4.4* i kapittel 4. Man kan se at den parametriske metoden gir smalere båndbredder, mer markerte topper og jevnere kurver. Likevel illustrerer spektrene at metodene klarer å beskrive alle målernes utslag i forhold til hverandre veldig likt, og verdiene for toppunktene er så og si identiske. Av dette kan det tolkes at begge metodene estimerer egenfrekvensene tilnærmet like godt. For dempingsestimering vil det derimot kunne tolkes, grunnet forskjell i båndbredde, at metoden ikke vil gi veldig like svar. Hvilken metode som er mest korrekt er vanskelig å si, men man liker gjerne å tro at det er den "peneste" fremstillingen. I dette tilfellet ville det være metoden til Burg. Det skal likevel nevnes at "penheten" til Burgspekteret vil avhenge sterkt av valg av orden, mens for Welchspekteret vil antall "vinduer" og overlappingsgrad være avgjørende.

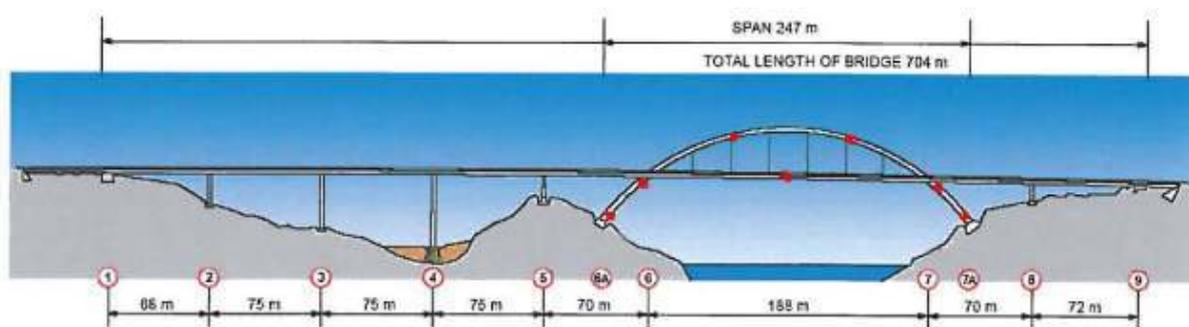
Når krysspekteret ble estimert, for å kunne si noe om koherens og fase, var det metoden til Welch som ble brukt. Siden metodene indikerte målerne i forhold til hverandre såpass likt, tolkes det dit hen at koherensen med utgangspunkt i Welch' metode ville si mye av det samme som koherens med utgangspunkt i Burg. Derfor ble det ikke dette videre sammenlignet som det gjorde for autospektrene. Man vil likevel kunne spørre om koherensspekteret ville vært "penere" om den bygget på en parametrisk metode. Dette ville vært aktuelt å fått med i videre arbeider.

6.2.6 Plassering av tøyningmålere

For å kunne beskrive de reelle modene best mulig er det viktig å plassere de aktuelle målerne på riktig sted. Av *figur 4.2* ser man at tøyningmålerne kun er plassert i betongbuen. Når kun toppen av buen slår ut, som for mode 1 i *figur 5.2*, ser man tydelig at den største tøyningen vil finne sted i de nedre delene. For en slik mode vil nåværende plassering av

tøyningsmålerne være tilstrekkelig. Men det skal og nevnes, ut fra denne plasseringen, at man ikke bekrefter moden fullstendig. For å kunne gjort dette måtte man i tillegg hatt målere høyere opp i buen.

Videre kan man bekrefte mode 2 fra Abaqus ganske godt med nåværende målere. Dette ser man siden moden er bygd opp ved å rotere begge overgangene mellom bue og veibane mot klokka. Da har ikke buen andre alternativer enn å svinge seg på den måten *figur 5.3* viser. På den ene siden av buen vil målerne oppfatte samme krumning, mens på den andre siden vil krumningen være motsatt rettet. Mode 3 vil kunne bekreftes på lignende måte. Mode 4 hvor det er veibanen som slår ut, skal man tro resultatene fra elementmodellen, blir ikke beskrevet godt nok av tøyningsmålerne. Her ville det vært nødvendig å ha målere plassert langs veibanen. Et forslag ville vært plassering som på *figur 6.1* (markert med rødt). Målere langs veibanen mellom buen og landkarene vil ikke være av stor interesse for kontroll av de fire første modene. Dette fordi det er det store strekket under buen som danner de laveste modene. Men ved kontroll av høyere moder ville selvsagt målere også langs veibanen vært aktuelt. Montering av målere her og verifisering av modene også i disse feltene ville vært interessant for videre arbeid.



Figur 6.1: Forslag til plassering av tøyningsmålere.

7 Konklusjon

I denne oppgaven har det blitt sett på fullskala tøyningstidsmålinger for å identifisere Svinesundsbruas egenfrekvenser og egenmoder. I tillegg har det blitt laget en elementmodell som har blitt kalibrert mot resultatene fra analyse av tidsmålingene. Til slutt har resultatene fra denne rapporten blitt sammenlignet med resultater funnet i rapport fra KTH.

Det kommer frem av *tabell 6.1* at tidsserieanalysen ga nesten identiske resultater som i rapporten fra KTH. Dette, sammen med de lave standardavvikene, vil det være god grunn til å konkludere at de 10 utvalgte tidsseriene, som ble brukt i ananlysen, var tilstrekkelig for å bestemme bruas egenfrekvenser.

Videre ble elementmodellen kalibrert til største avvik på 4,7 % fra resultatene fra tidsserieanalysen. Dette er godt innenfor målet på maks 10 %. Så lavt avvik vil tilsi at modellen klarer å beskrive broa veldig godt og kan tolkes å være god nok.

Koherensspektrene indikerer alle egenfrekvensene flere ganger i *vedlegg H*. Det er grunn til å tro at den ikke-parametriske metoden var god nok, men en parametrisk modell ville gitt "penere" koherensspektra. Det samme vil gjelde for fasespekteret. Noen steder er fasen ikke helt entydig, noe som synes tydelig i *vedlegg I*. Likevel er fasen tydelig nok i de fleste tilfellene til å kunne indikere egenmodene til broa tålig greit.

For å kunne beskrive egenmodene bedre, med den utvalgte målertypen, vil det helt klart vært fordelaktig med noen ekstra målere på andre steder. Når det er sagt finnes det akselerasjonsmålere i dette området, noe som gjør at egenmodene likevel vil bli beskrevet godt nok.

Både resultater fra denne rapporten og KTHs rapport viser generelt lav demping for alle modene, men det er store standardavvik. Det er tydelig at Half Power- metoden er for ustabil når dempingen er veldig lav og flere metoder burde bli sett på. Tross veldig høye avvik kan man likevel fastslå at dempingen er generelt ganske lav.

8 Referanser

- Barbé Kurt, Pintelon Rik og Schoukens Johan** Transactions on Signal Processing, vol. 58, no. 2. - [s.l.] : IEEE, 2 Februar 2010.
- Chopra Anil K** Dynamics of Structures [Bok]. - [s.l.] : Pearson, 2007.
- Collomb Cedric** Burg's Method, Algorithm and Recursion. - 2009.
- Ljung Lennart** System Identification: Theory for the User [Bok]. - [s.l.] : Prentice Hall, 1987.
- Neild S.A** Using Non-Linear Vibration Techniques to Detect Damage in Concrete Bridges. - Oxford : University of Oxford, Juli 2001.
- Newland D. E** Random Vibrations, Spectral & Wavelet Analysis [Bok]. - [s.l.] : Longman, 1993.
- Sigbjörnsson Ragnar [et al.]** System Identification in Structural Dynamics - Classroom Notes. - Trondheim : NTNU, 2011.
- Standard Norge** NS-EN 1992-1-1:2004+NA:2008. - [s.l.] : Standard Norge, 2004.
- Strømmen Einar** Theory of Bridge Aerodynamics [Bok]. - [s.l.] : Springer, 2010.
- Sørensen Svein Ivar** Betongkonstruksjoner [Bok]. - Trondheim : Tapir akademisk forlag, 2010.
- Vegdirektoratet** Kabler til hengebruer - Håndbok 122 [Bok]. - [s.l.] : Statens vegvesen, 2008.
- Vägverket** Technical book about the Svinesund Bridge [Bok]. - [s.l.] : Vägverket, 2007.
- Wang Qing, Wu Dapeng og Fan Pingyi** Joint evolutionary spectrum and autoregressive-based approach to modeling non-stationary flat fading channels. - [s.l.] : John Wiley & Sons, Ltd, 2012.
- Wikipedia** Wikipedia [Internett]. - 30 Mai 2012. - http://en.wikipedia.org/wiki/System_identification.
- Ülker-Kaustell Mahir og Karoumi Raid** Monitoring of the new Svinesund Bridge - Report 3 [Rapport]. - Stockholm : KTH, 2006.

9 Vedlegg

- A. Beregning av Half Power
- B. Tilleggsbelastning
- C. Justering av E-modul for betongbuen
- D. Kabelverrsnitt
- E. Egenverdier, egenfrekvenser og modal masse fra Abaqus
- F. Gjennomsnittlige egenfrekvenser for hver enkelt mode
- G. Autospektra
- H. Koherensspektra, grafer og verdier
- I. Fasespektra, grafer og verdier
- J. Gjennomsnittlig demping for hver enkelt mode

A. Beregning av Half power

Half Power er vanligvis definert ut fra responsfunksjonen som vist under.

$$H(\omega_A) = \frac{H(\omega_n)}{\sqrt{2}}$$

Og forholdet mellom responsfunksjonen og autospektraltettheten er som følger.

$$S_x(\omega_n) = |H(\omega_n)|^2 \cdot S_f(\omega_n)$$

Hvis man analyserer for ω_A får man følgende,

$$S_x(\omega_A) = |H(\omega_A)|^2 \cdot S_f(\omega_A)$$

Man kan da sette inn ligning xx i ligning xx. Får da,

$$S_x(\omega_A) = \frac{|H(\omega_n)|^2}{2} \cdot S_f(\omega_A)$$

Forholdet mellom ω_A og ω_n blir da

$$\frac{S_x(\omega_A)}{S_x(\omega_n)} = \frac{1}{2} \frac{S_f(\omega_A)}{S_f(\omega_n)}$$

Her antas lastspektraltettheten tilnærmet flat for smale båndbredder slik at forholdet mellom autospektraltetthetene blir en halv.

B. Tilleggsbelastning på brobanen

Det er mangelfull informasjon rundt diverse tilleggslaster på broa. Det vil antas at alle lastene her er jevnt fordelte linjelaster langs brobanen. Beregningene under er tilnærminger.

Asfalt:

$$q_{\text{asfalt}} = 0.07m \times 10.0m \times 2350kg / m^3 = 1645kg / m$$

Tverrskott:

$$q_{\text{tverrskott}} = \frac{0.014m \times (5.5m \times 3.2m + 0.5 \times 5.5m \times 3.2m) \times 7800kg / m^3}{4.0m} = 721kg / m$$

Verdier hentet fra vegvesenets beregninger for Hardangerbroa.

Rekkverk:

$$q_{\text{rekkverk}} = 183kg / m$$

Elektriske installasjoner inkl. belysning

$$q_{\text{el}} = 40kg / m$$

Overflatebehandling

$$q_{\text{overflate}} = 34kg / m$$

Summert blir dette

$$q_{\text{sum}} = q_{\text{asfalt}} + q_{\text{tverrskott}} + q_{\text{rekkverk}} + q_{\text{el}} + q_{\text{overflate}} = 2623kg / m$$

Det vil i tillegg komme drenering, den langsgående IPE- bjelken og mange små stivere på tverrskottene. Derfor antas det at den totale linjelasten blir som følger.

$$Q_{\text{Total}} \approx 2700kg / m$$

C. Justering av E-modul for betongbuen

Betongen kan først justeres ved å benytte langtids E-modul ut fra betongstandarden (Standard Norge, 2004).

$$E_{cm}(t) = (f_{cm}(t) / f_{cm})^{0,3} E_{cm}$$

hvor

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm}$$

og

$$\beta_{cc}(t) = e^{\left[s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{0,5} \right] \right]}$$

Her er s lik 0,25, t tilnærmet 500 dager, f_{cm} lik 63 N/mm^2 E_{cm} er 38000 N/mm^2 . Da blir

$$\beta_{cc}(t) = 1.21$$

$$f_{cm}(t) = 76.2 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cm}(t) = 40232 \approx 40000 \text{ N/mm}^2$$

Dette sier at E-modulen til betongen kan økes til ca 40000 N/mm^2 ved testdato. Det må selvsagt også antas at betongen er urisset.

Videre kan E-modulen justeres opp ut fra mengde armering i betongen (Sørensen, 2010).

$$A_t = A_c + \left(\frac{E_s}{E_{cm}} - 1 \right) A_s$$

hvor A_t er transformert tverrsnittareal, A_c er betongarealet, A_s er armeringarealet og E_s er armeringens E-modul. Effektiv E-modul blir da

$$E_{eff} = \frac{E_c A_t}{A_c}$$

Videre etter betongstandarden (Standard Norge, 2004) skal armeringsforholdet ψ ligge fra 1-4%. Dette gir at

$$A_t = \left(1 + \left(\frac{E_s}{E_{cm}} - 1 \right) \psi \right) A_c$$

Nå kan man sjakke for minimum og maksimum armeringsmengde.

$$A_{t\min} = \left(1 + \left(\frac{200000}{40000} - 1 \right) 1\% \right) A_c = 1.04 A_c$$

$$A_{t\max} = \left(1 + \left(\frac{200000}{40000} - 1 \right) 4\% \right) A_c = 1.16 A_c$$

Effektiv E-modul for minimum og maksimum armeringsmengde blir da

$$E_{eff\min} = 40000 \times 1.04 = 41600 N / mm^2$$

$$E_{eff\max} = 40000 \times 1.16 = 46400 N / mm^2$$

Av dette kan man trekke slutningen at den effektive e-modulen til buen vil ligge i dette området, alt ettersom hvor mye armering som er brukt.

D. Kabelverrsnitt

Det kommer frem av teknisk bok (Vägverket, 2007) at kablene har en diameter på 94 mm og har effektiv stålareal på 5964 mm². Abaqus krever E- modul og radius i sine beregninger. Siden kablene er tvunnet av mindre ståltråder vil ikke den effektive radiusen være halvparten av 94mm. En liten beregning følger derfor.

$$A = \pi r^2$$

Løser for radiusen

$$r = \sqrt{\frac{5964\text{mm}^2}{\pi}} = 43.6 \approx 44\text{mm}$$

Effektiv radius blir da 44 mm.

E. Egenverdier, egenfrekvenser og modal masse fra Abaqus

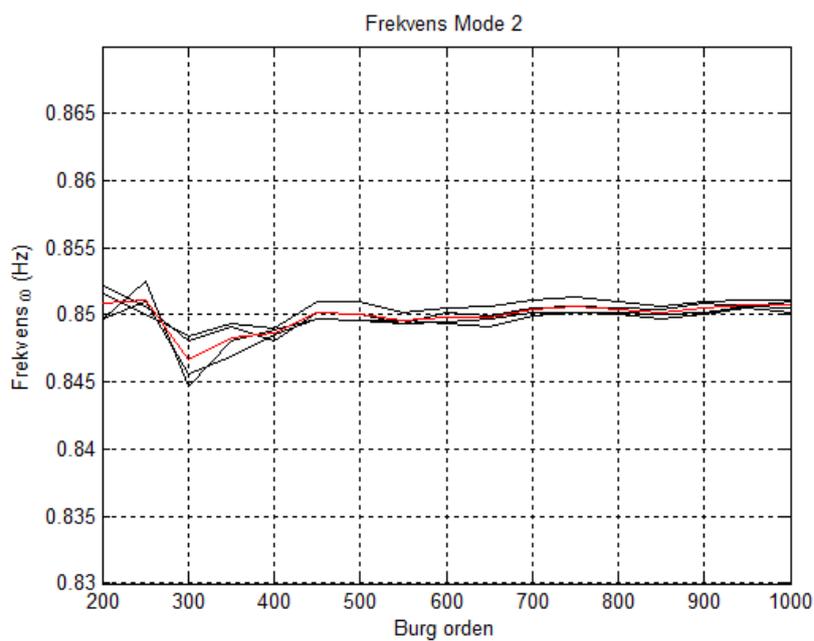
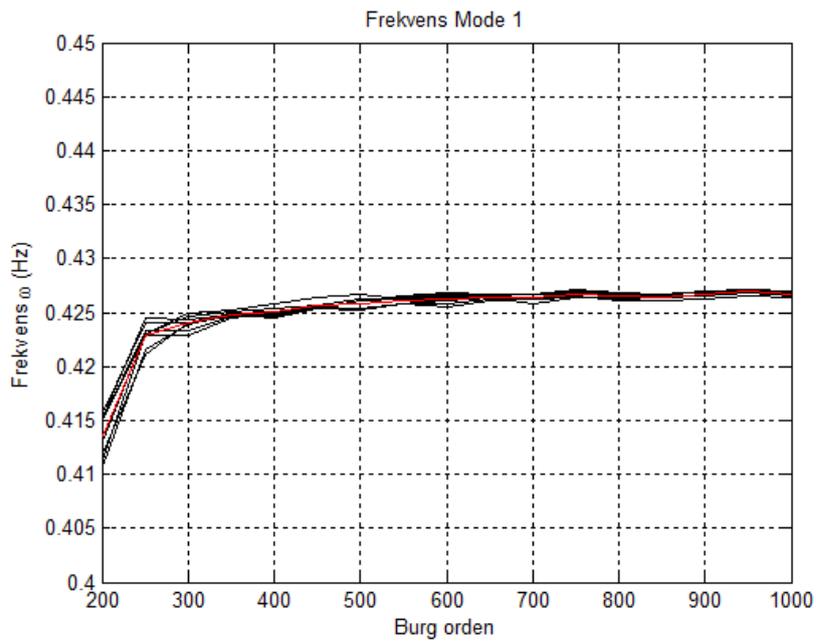
Her legges verdier for de 20 første modene ved for å gi en liten indikasjon på hva elementmodellen har kommet frem til.

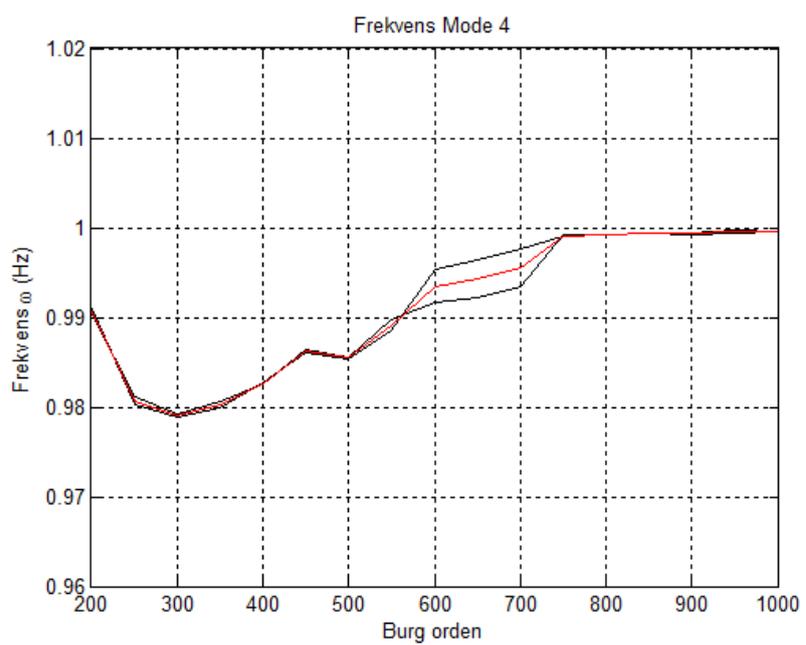
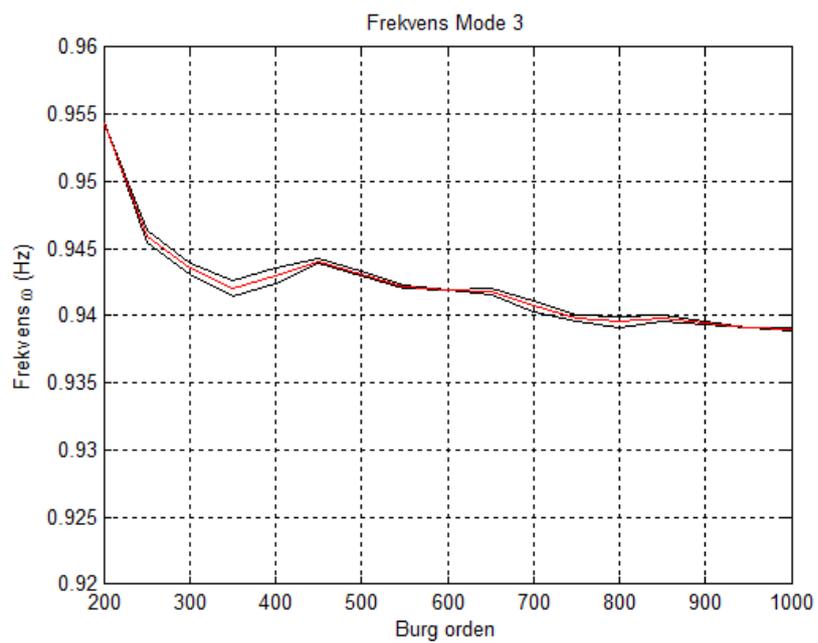
Tabell E.1: Output fra Abaqusmodell

MODE NO	EIGENVALUE	FREQUENCY	GENERALIZED MASS
1	6.5094	0.40606	1.87562E+06
2	28.067	0.84318	4.29235E+06
3	32.063	0.90121	3.11731E+06
4	40.171	1.0087	1.77743E+06
5	63.025	1.2635	1.78128E+06
6	77.958	1.4052	7.34974E+05
7	80.794	1.4306	7.23579E+05
8	90.855	1.5170	1.05326E+06
9	93.622	1.5400	1.26567E+06
10	108.89	1.6608	2.85176E+05
11	113.37	1.6946	6.44489E+05
12	120.12	1.7444	6.56626E+05
13	134.03	1.8425	2.80907E+06
14	153.45	1.9716	1.36427E+06
15	179.91	2.1347	3.51448E+06
16	184.53	2.1620	1.42993E+06
17	194.27	2.2183	7.70434E+05
18	194.52	2.2198	9.45589E+05
19	205.06	2.2791	5.51455E+06
20	219.17	2.3562	2.02969E+06

F. Gjennomsnittlige egenfrekvenser for hver enkelt mode

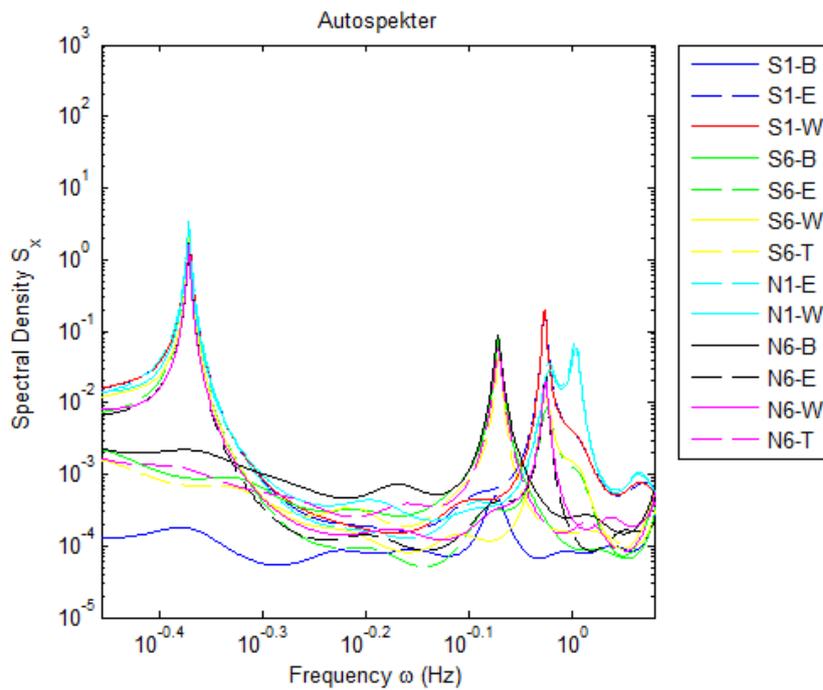
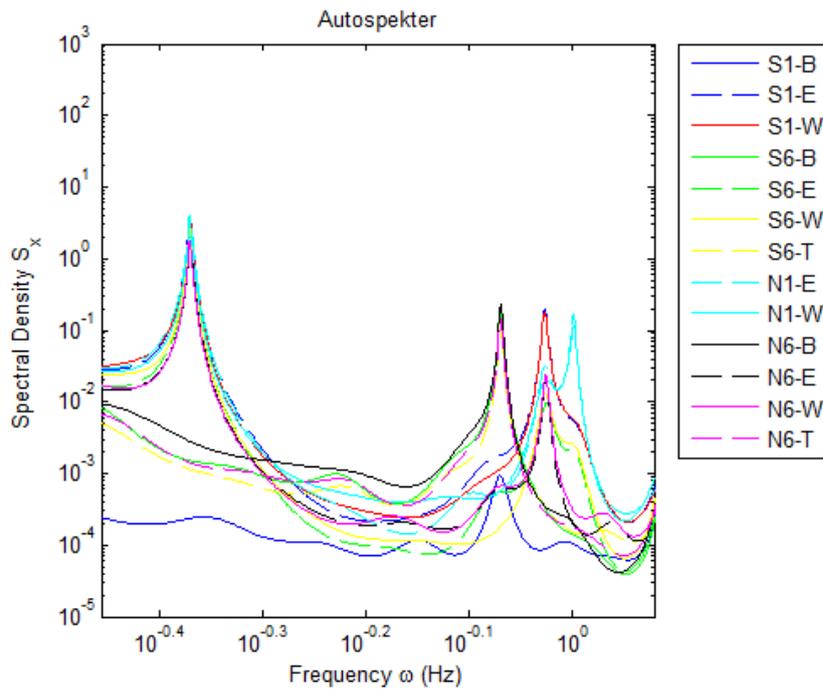
De sorte linjene indikerer gjennomsnittlig frekvens for hver enkelt måler. Den røde linjen viser et samlet gjennomsnitt for alle målerne.

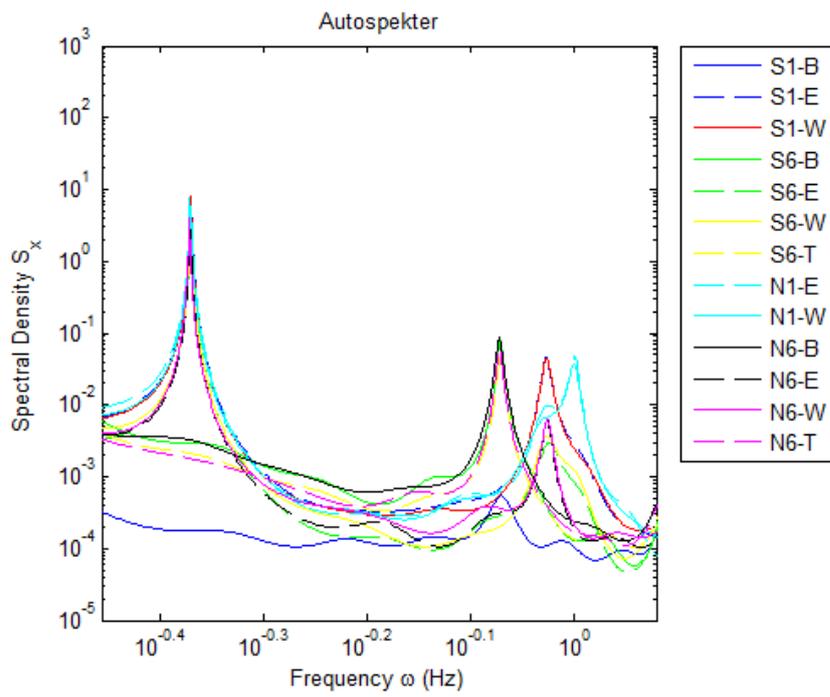
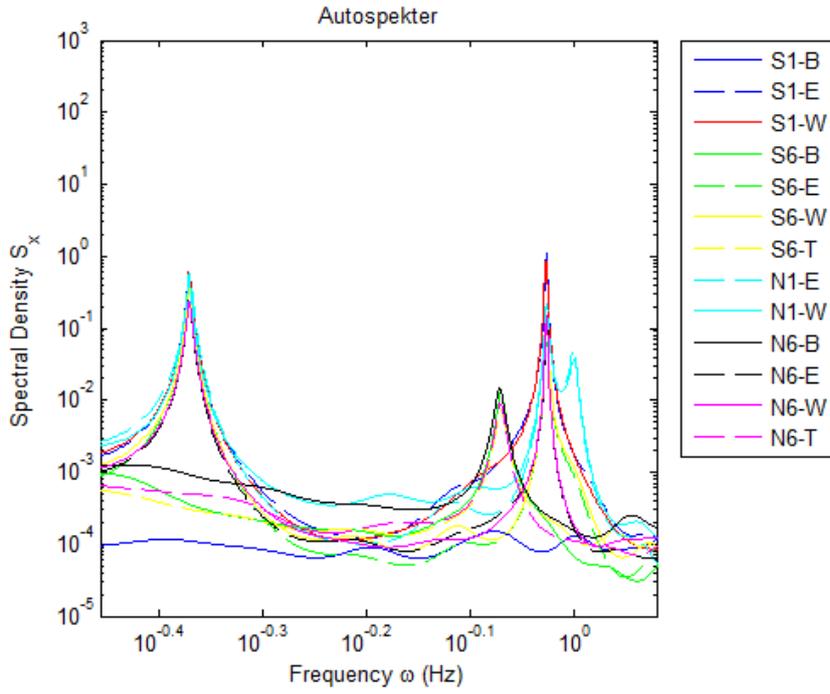


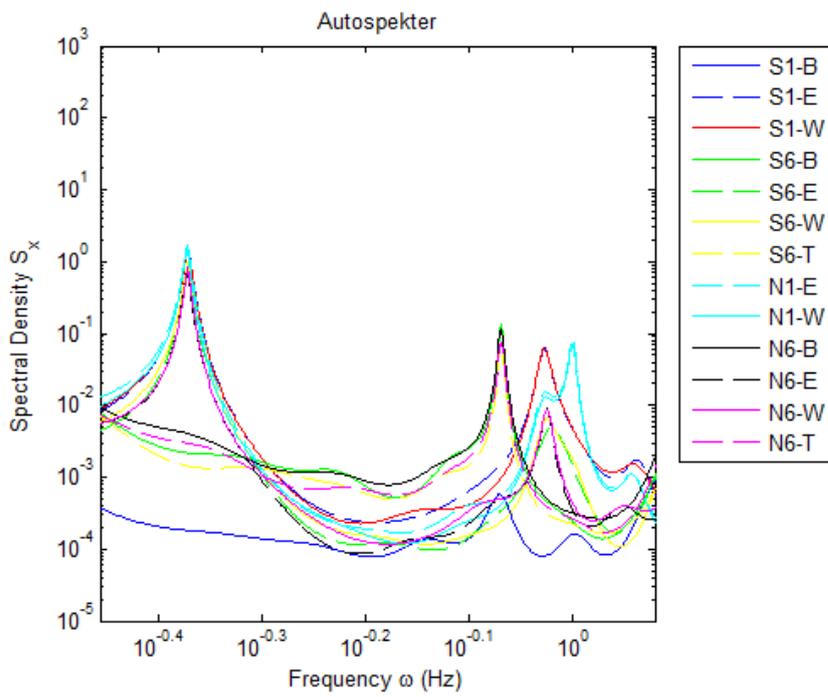
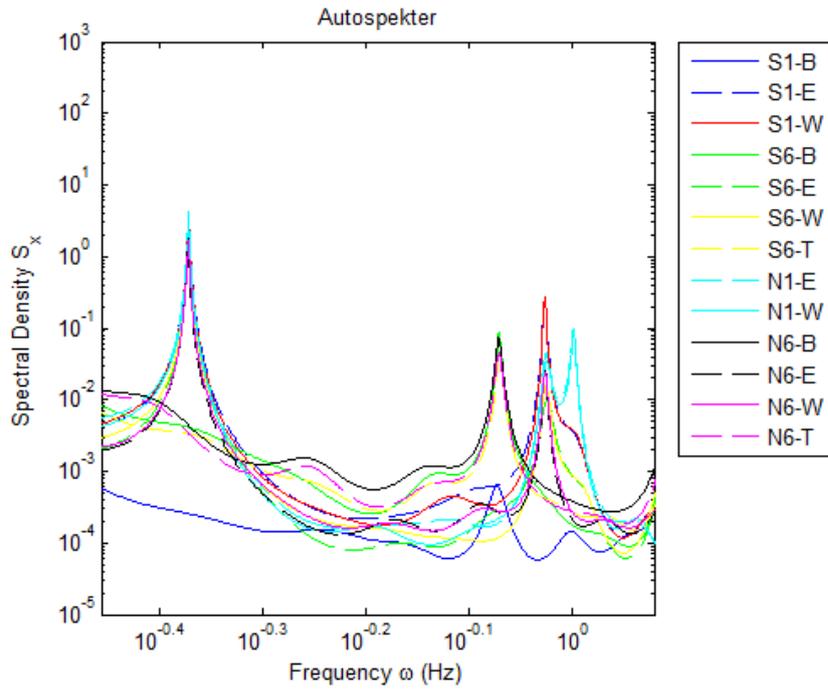


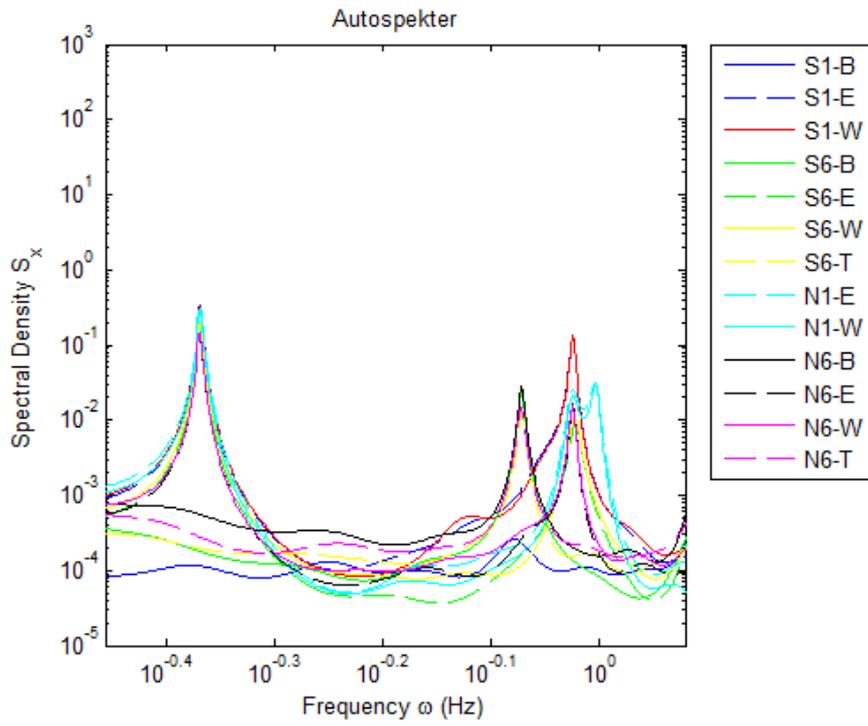
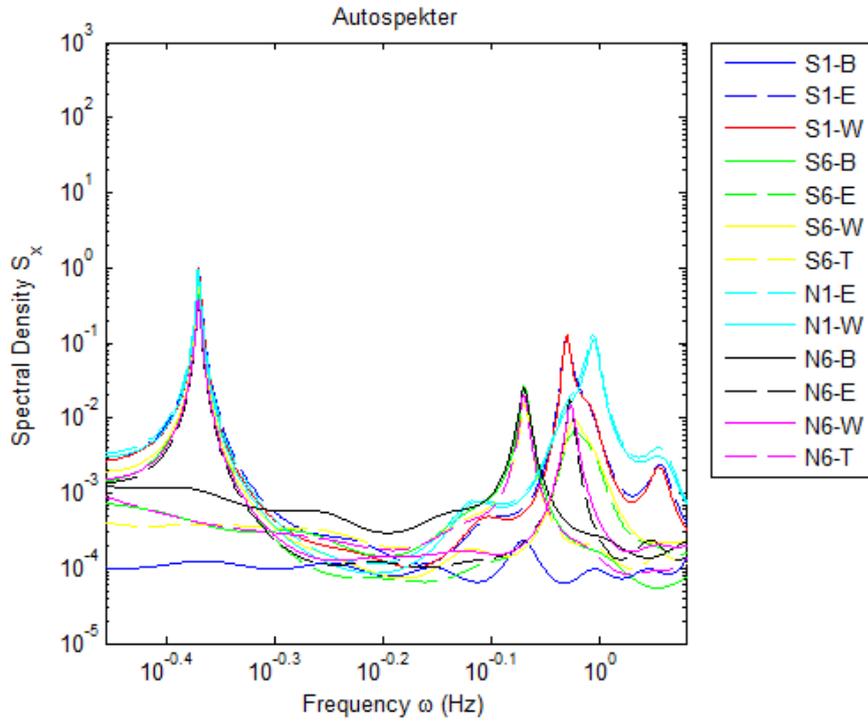
G. Autospektra

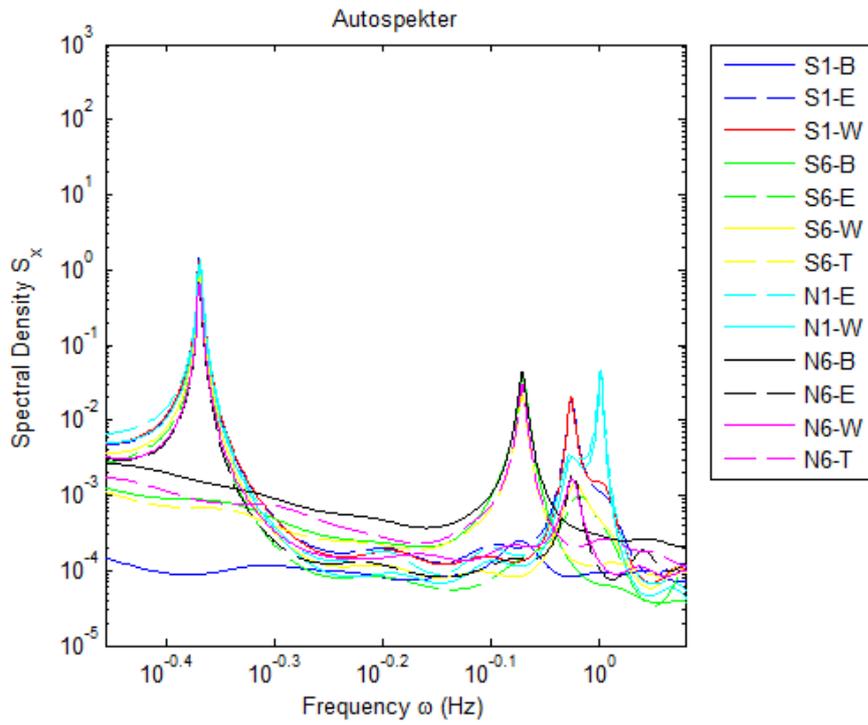
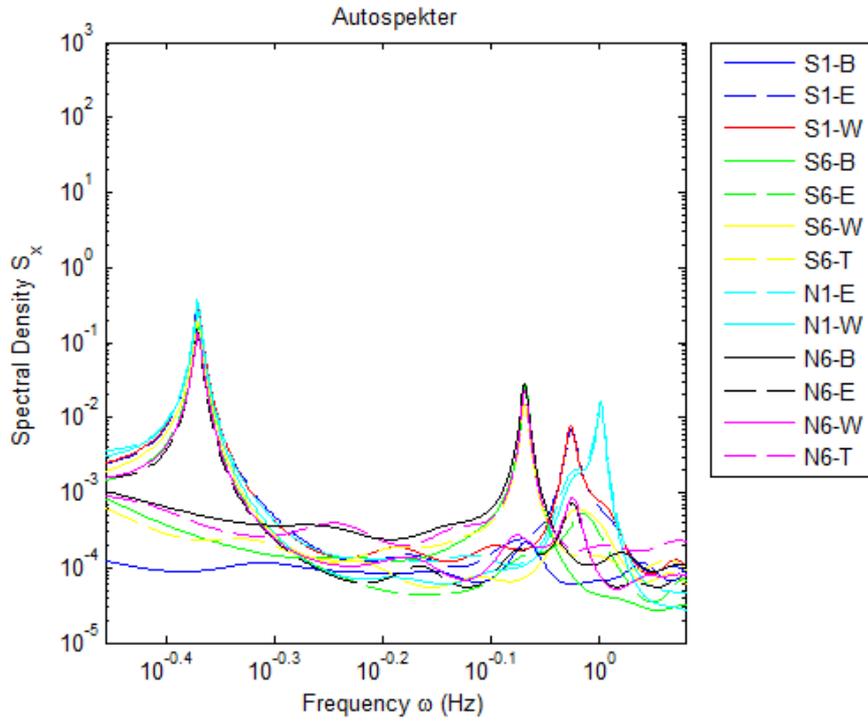
Her ligger autospektra for de 10 første tidsseriene. Det er blitt brukt en orden på 850 på alle.





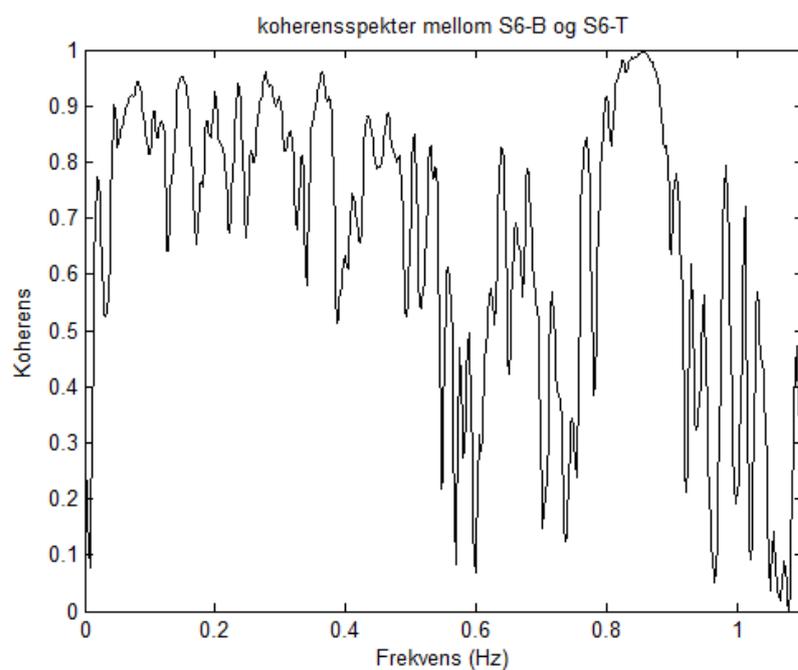
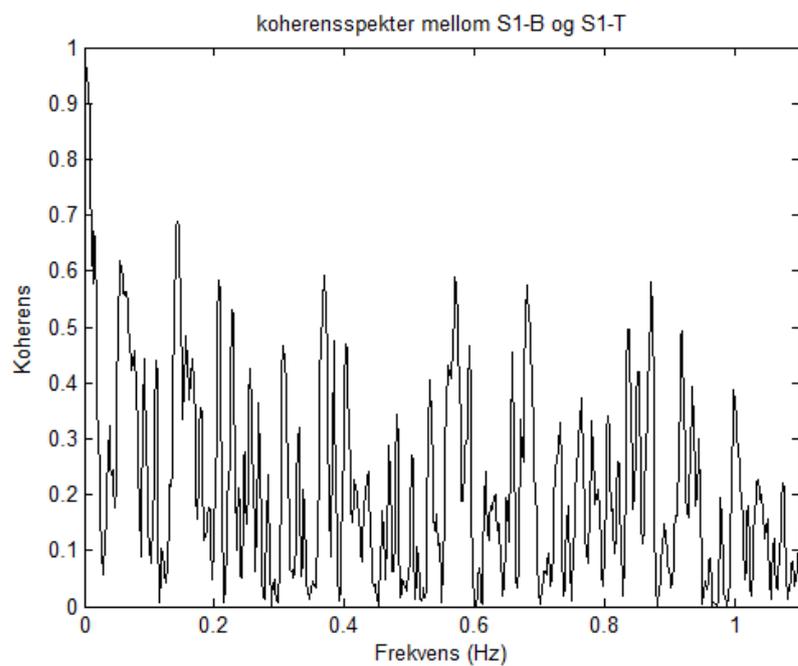


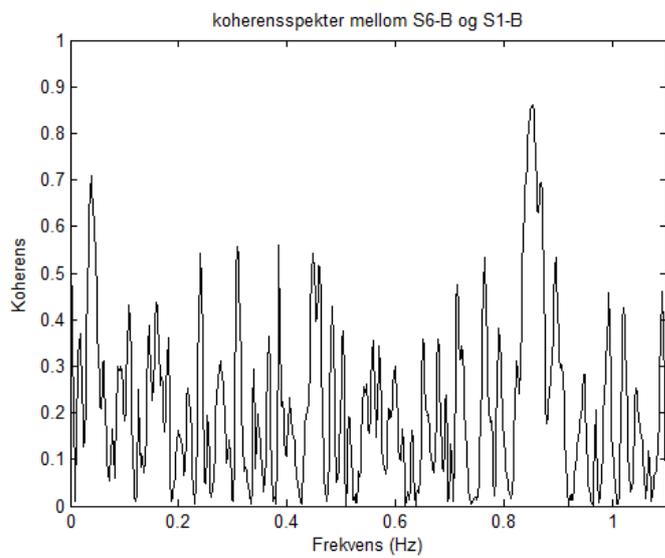
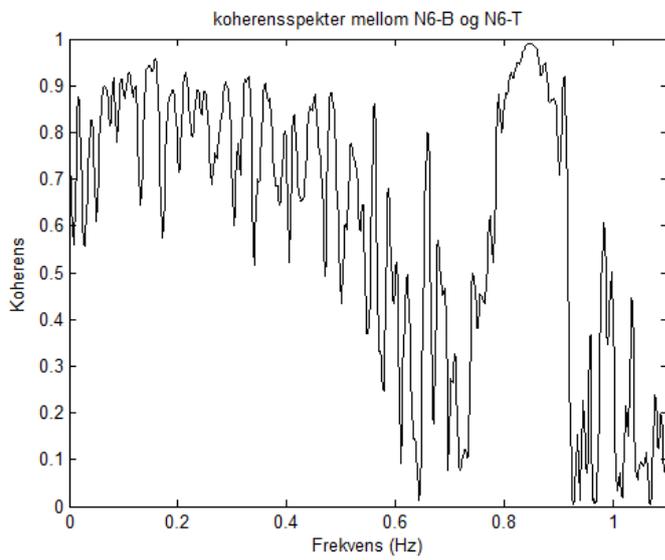
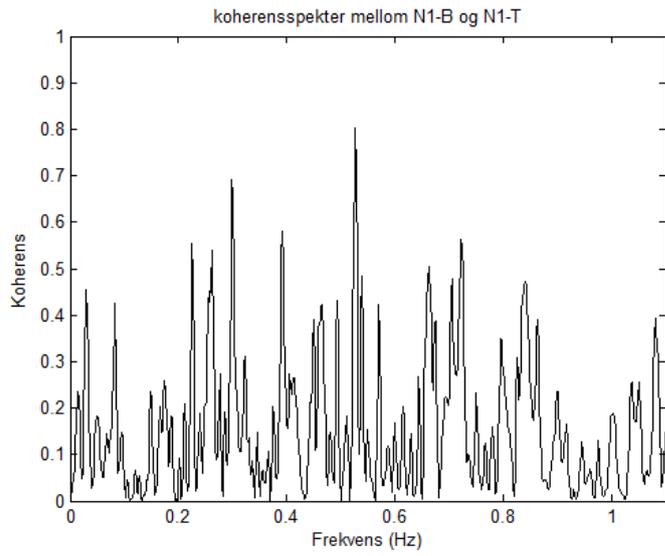


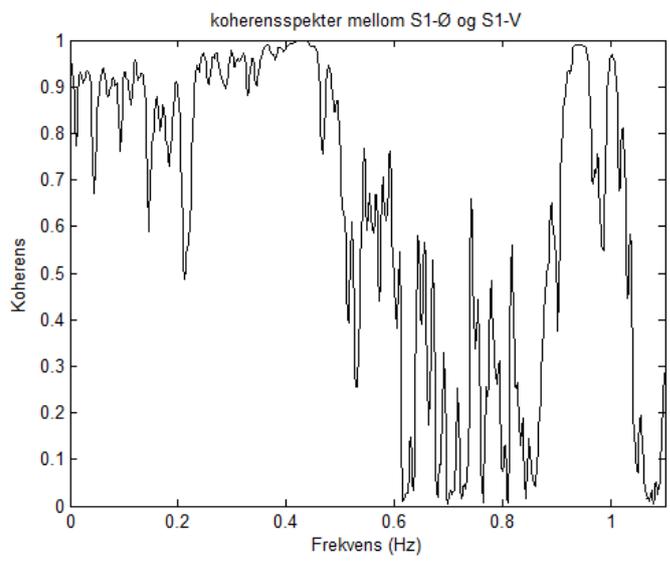
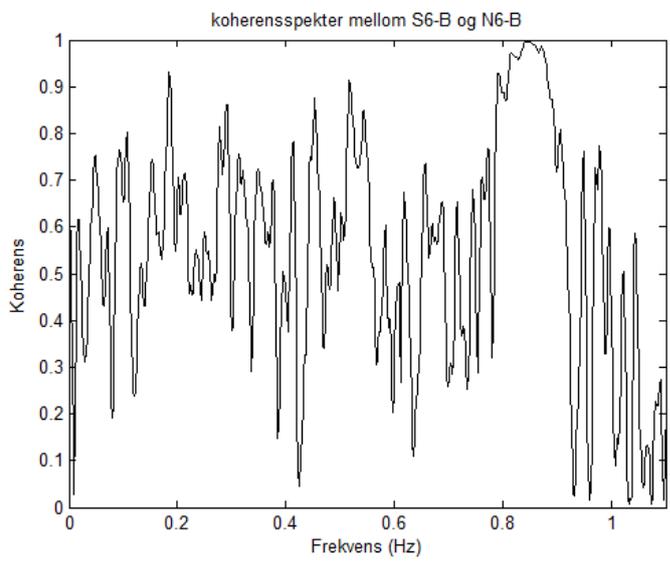
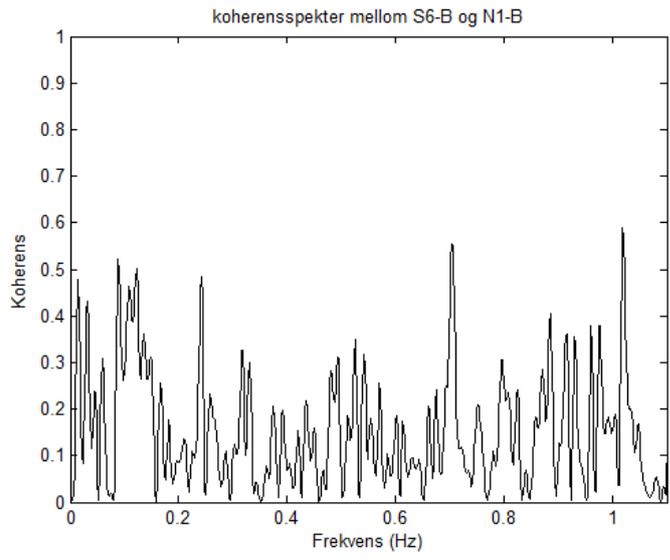


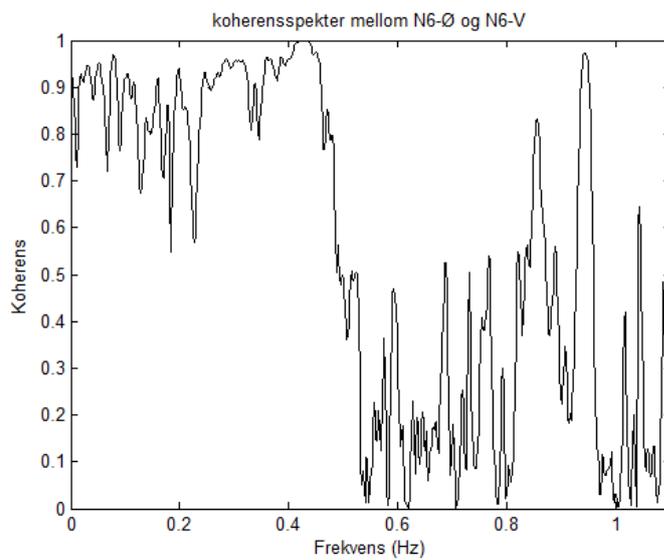
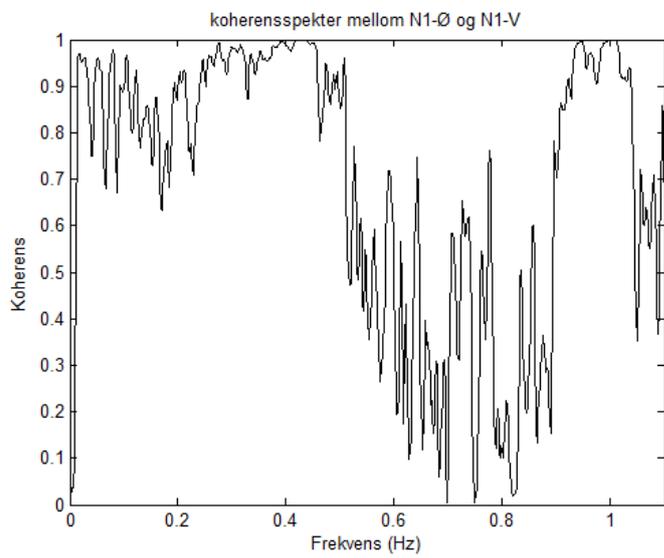
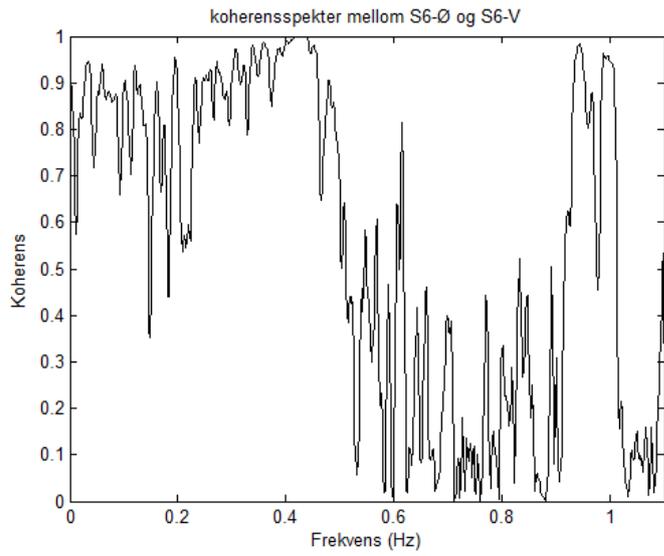
H. Koherensspektra, grafer og verdier

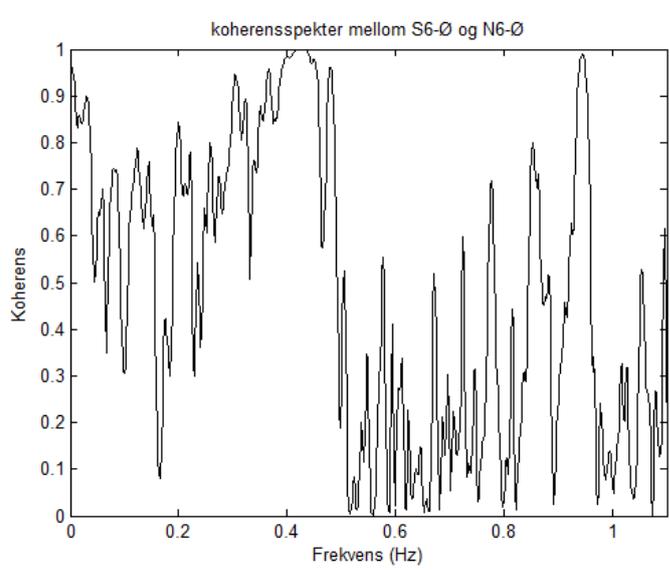
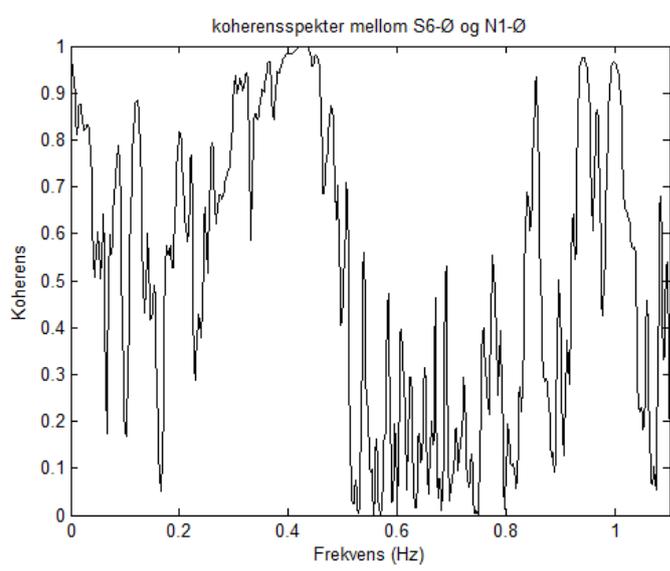
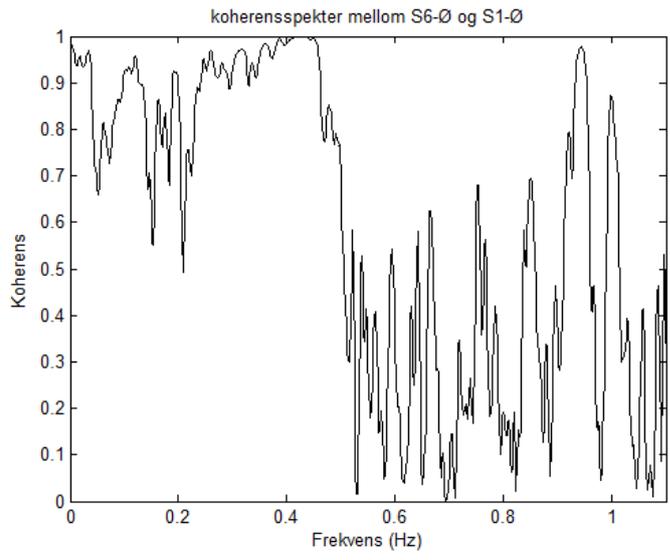
Grafene under viser koherensen mellom forskjellige målere for tidsserien D20050519192201.bin.











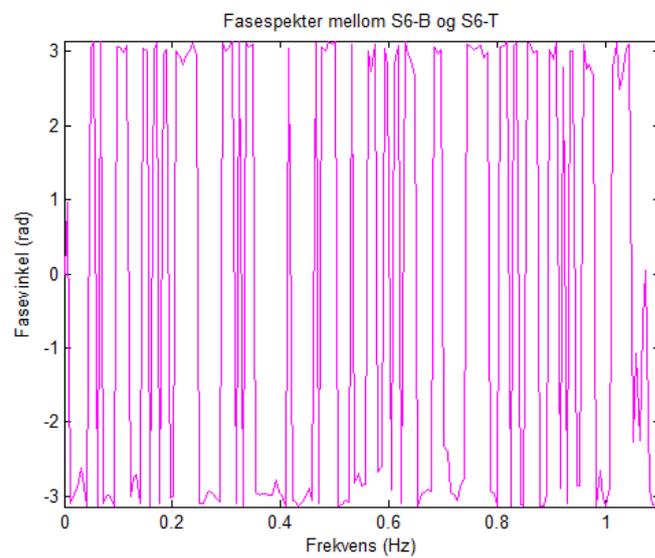
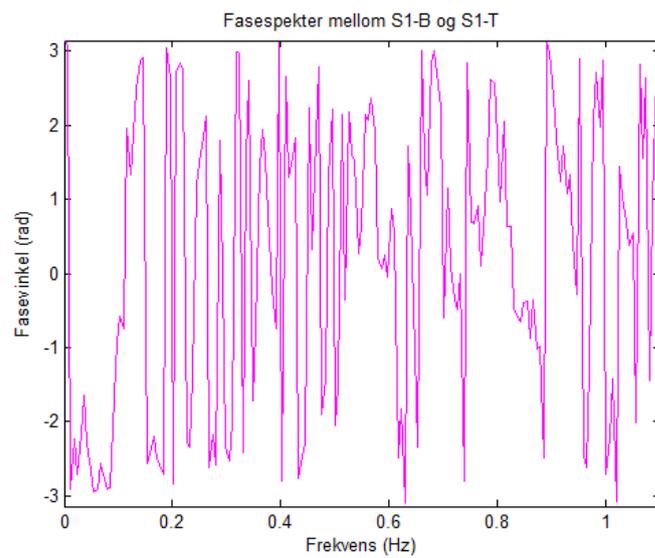
Tabell H.1 viser ved hvilke egenfrekvenser fra autospekteret koherensen er stor nok til å kunne tolkes som mulige egenfrekvenser.

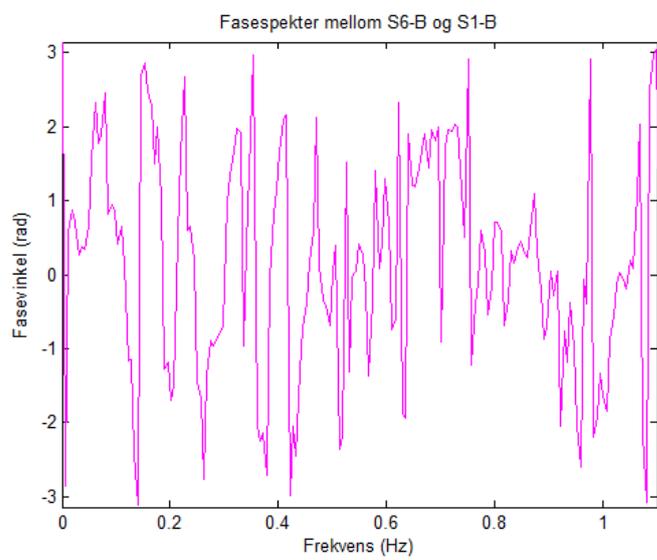
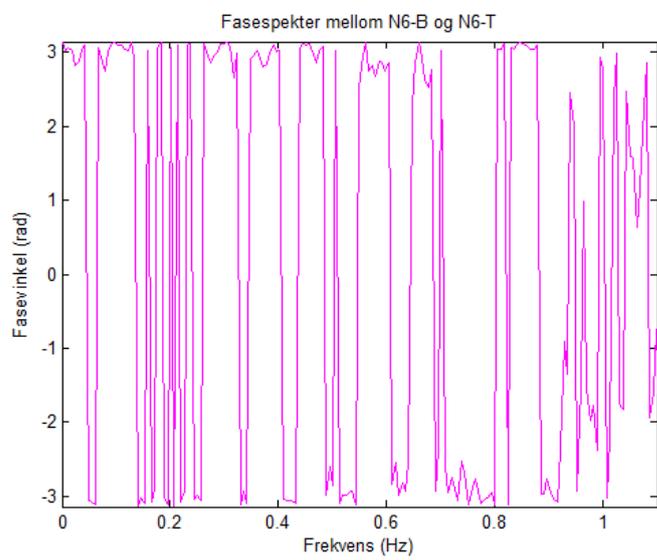
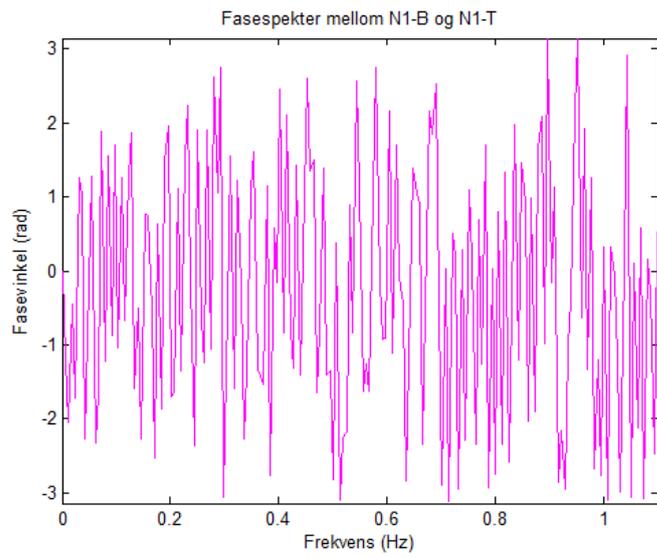
Tabell H.1: Viser hvilke egenfrekvenser som indikeres ved de forskjellige koherensspektrene.

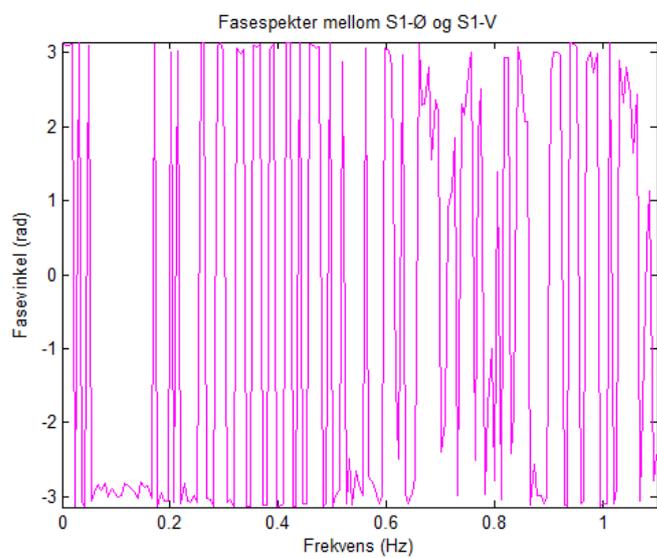
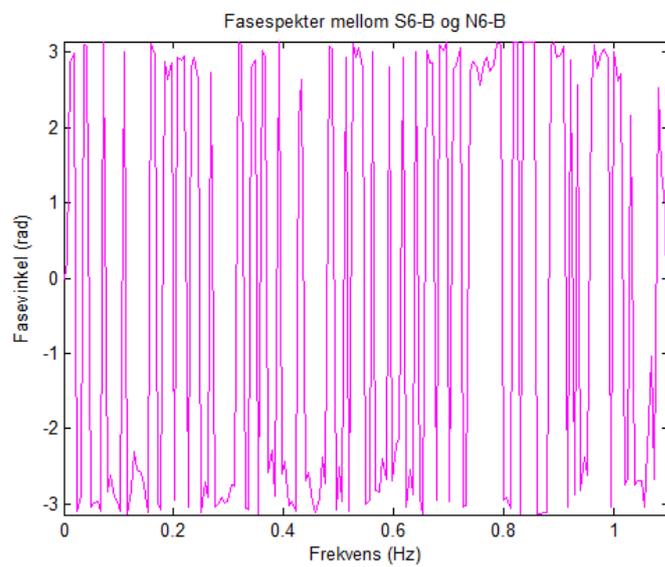
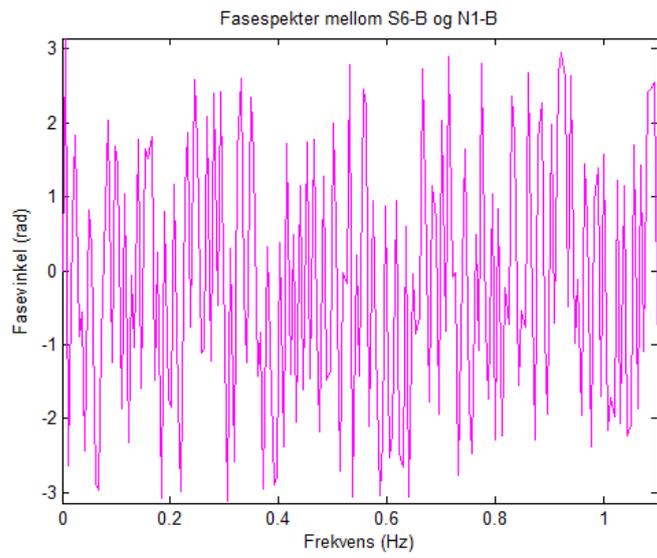
Målere som kontrolleres mot hverandre	Egenfrekvenser som indikeres strekt nok i koherensspekteret
S1-B mot S1-T	-
S6-B mot S6-T	2
N1-B mot N1-T	-
N6-B mot N6-T	2
S6-B mot S1-B	2
S6-B mot N1-B	-
S6-B mot N6-B	2
S1-E mot S1-W	1, 3, 4
S6-E mot S6-W	1, 3, 4
N1-E mot N1-W	1, 3, 4
N6-E mot N6-W	1, 2, 3
S6-E mot S1-E	1, 2, 3, 4
S6-E mot N1-E	1, 2, 3, 4
S6-E mot N6-E	1, 2, 3

I. Fasespektra, grafer og verdier

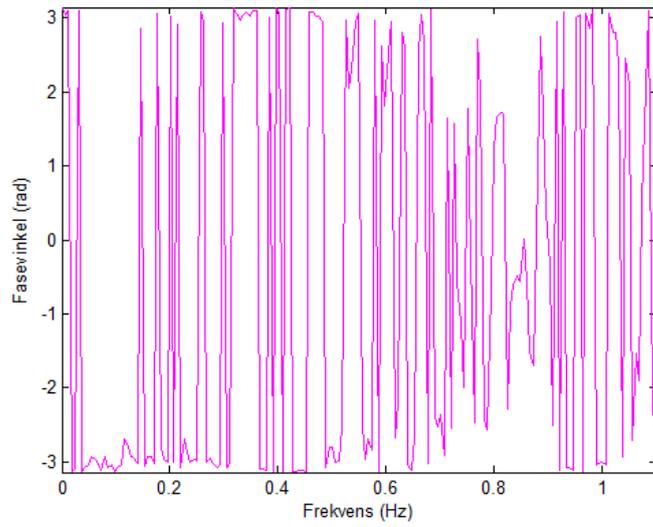
Her legges fasespektra for tidsserien D20050519192201.bin.



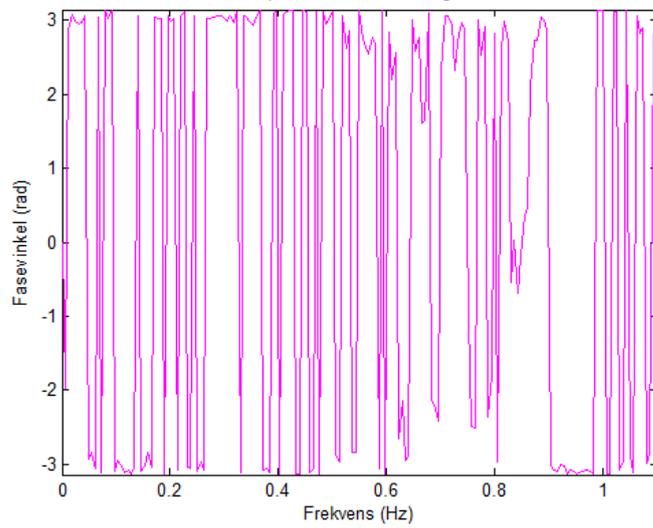




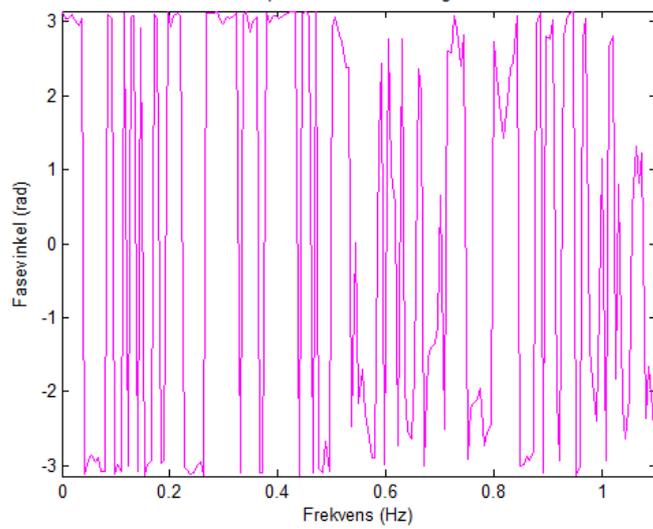
Fasespekter mellom S6-Ø og S6-V



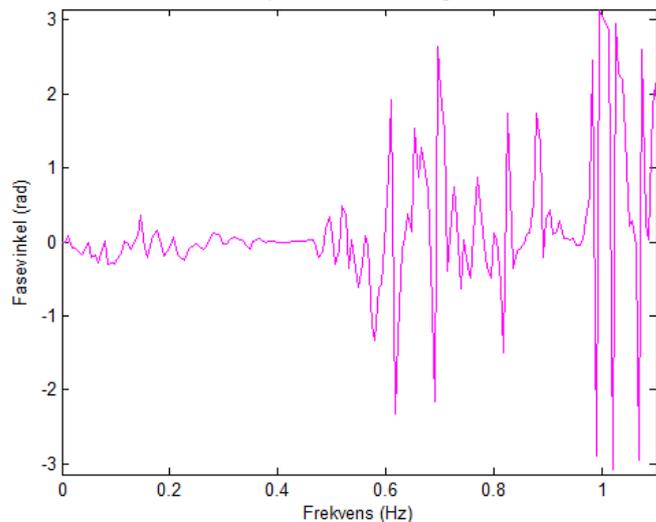
Fasespekter mellom N1-Ø og N1-V



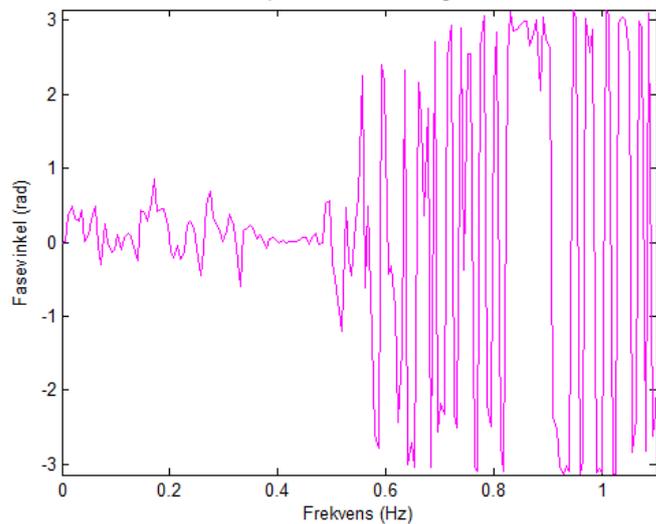
Fasespekter mellom N6-Ø og N6-V



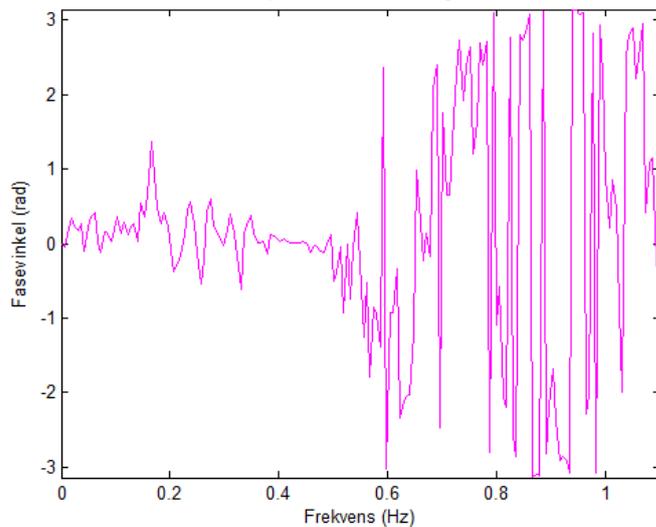
Fasespekter mellom S6-Ø og S1-Ø



Fasespekter mellom S6-Ø og N1-Ø



Fasespekter mellom S6-Ø og N6-Ø



Tabell H.1 viser at det er tre fasespektra som ikke vurderes. Dette er fordi tilhørende koherensspektra ikke ga tilstrekkelig informasjon.

Tabell H.1: Her vises fasen mellom målepunktene ved de gitte modene.

Målere som kontrolleres mot hverandre	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
S1-B mot S1-T	-	-	-	-
S6-B mot S6-T	-3,1	-3,1	3,0	-3,1
N1-B mot N1-T	-	-	-	-
N6-B mot N6-T	-3,1	3,1	2,4	2,7
S6-B mot S1-B	-2,0	0,4	-0,4	-1,7
S6-B mot N1-B	-	-	-	-
S6-B mot N6-B	2,1	3,1	-2,8	3,0
S1-E mot S1-W	-3,1	2,8	3,1	-3,1
S6-E mot S6-W	-3,1	-0,6	-3,1	-3,0
N1-E mot N1-W	3,1	-0,2	-3,0	3,1
N6-E mot N6-W	3,1	-3,0	3,1	-2,9
S6-E mot S1-E	0	-0,1	0	3,0
S6-E mot N1-E	0	2,9	-3,0	-3,1
S6-E mot N6-E	0	2,7	3,1	0,2

J. Gjennomsnittlig demping for hver enkelt mode

Her er hver enkelt sort strek gjennomsnittlig demping for én enkelt måler. Den røde linjen indikerer et samlet gjennomsnitt for alle målerne.

