

# Endeplateforbindelser for rektangulære hulprofil

**Eirik Eilertsen Kirkerud**

Bygg- og miljøteknikk (2-årig)  
Innlevert: juni 2015  
Hovedveileder: Arne Aalberg, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Institutt for konstruksjonsteknikk





## MASTEROPPGAVE 2015

FAGOMRÅDE: Stålkonstruksjoner	DATO: 10.6.15	ANTALL SIDER: 95 + 51 (Vedlegg)
----------------------------------	------------------	------------------------------------

TITTEL:

### **Endeplateforbindelse for rektangulære hulprofil**

End plate connection for hollow core section RHS

UTFØRT AV:

Eirik Eilertsen Kirkerud



SAMMENDRAG:

Rapporten tar utgangspunkt i at Eurokode 3 del 1-8 Knutepunkter og forbindelser ikke gir spesifikk anvisning for beregning av endeplateforbindelser av hulprofil. Det er i Eurokode 3 del 1-8 gitt føringer for beregning av et knutepunkts styrke og stivhet, men da for I- og H-profiler. Derfor er det i denne rapporten sett på om og hvordan disse metodene kan videreføres til forbindelser av hulprofiler (HUP).

Det er utført to sett laboratorieforsøk. Dette for å ha grunnlag for beregninger og videreføring med numeriske simuleringer i FEM-programmet Abaqus. Laboratorieforskene ble i all hovedsak utført som en søyle av HUP med skrudd endeplate. Søylen ble påkjent om sterk og svak akse, og det ble utført med to ulike tykkelser på endeplatene.

Resultatene fra laboratorieundersøkelsene ble benyttet til å lage en nymrisk analysemodell. Grunnlaget for modellen er videreført til flere ulike geometrier av knutepunktet, for å utvide sammenligningsgrunnlaget. Det er også gjort beregninger for et kapasitet og stivhet for denne typen knutepunkter.

FAGLÆRER: Førsteamanuensis Arne Aalberg

VEILEDER(E): Førsteamanuensis Arne Aalberg, NTNU

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk, NTNU



## MASTEROPPGAVE 2015

for

*Eirik Eilertsen Kirkerud*

### Endeplateforbindelser for rektangulære hulprofil

*End plate connection for hollow core section RHS*

#### 1. Bakgrunn

Knutepunktstandarden NS-EN 1993 del 1.8, «Dimensjonering av knutepunkter», gir omfattende beregningsanvisninger og konstruksjonsregler for sammenføyning av komponenter i stålkonstruksjoner. Reglene omhandler forbindelseelementer som skruer, sveiser og plater, og behandler ferdige knutepunktgeometrier. Reglene er dekkende for komponenter med I-tverrsnittsførm. Reglene i standarden er basert på *komponentmetoden*, hvor knutepunktene betraktes som en samling av enkle basiskomponenter med kjent oppførsel. For boltede hulprofilknutepunkter gir ikke standarden spesifikk anvisning.

Stivhet og kapasitet til bjelke-søyle-forbindelser og søyleføtter er behandlet i en rekke studentarbeider ved institutt for konstruksjonsteknikk i de senere årene. Bakgrunnen for reglene i standarden er gjennomgått, og det er foretatt laboratorieforsøk og numeriske simuleringer for endeplateforbindelser, med belastning i form av bøyemoment, og hvordan forbindelsene kan beregnes med hensyn på styrke og stivhet.

#### 2. Gjennomføring

Opgaven kan gjennomføres med følgende elementer:

- Kort redegjørelse for beregningsregler for knutepunkter. Gjennomgang av bakgrunn og regler for flytelinjeteori for tverrbelastede plater.
- Utvelgelse og dimensjonering av prøvestykker for prøving i laboratoriet. Det er ønskelig å se både på leddet og kontinuerlig (momentstiv) forbindelse.
- Nøyaktig oppmåling og registrering av geometrien til produserte knutepunkter, gjennomføring av forsøk og rapportering av disse.
- Etterregning med eksisterende analytiske modeller for kapasitet og stivhet, og etterregning med simuleringer i et elementmetodeprogram.

- Forslag til, og utprøving av, egne kapasitet- og stivhetsmodeller
- Diskutere stivhetsgrensene for leddet oppførsel og kontinuerlig oppførsel.

Kandidaten kan i samråd med faglærer velge og konsentrere seg om enkelte av punktene i oppgaven, eller justere disse.

### 3. Rapporten

Oppgaven skal skrives som en teknisk rapport i et tekstbehandlingsprogram slik at figurer, tabeller og foto får god rapportkvalitet. Rapporten skal inneholde et sammendrag, evt. en liste over figurer og tabeller, en litteraturliste og opplysninger om andre relevante referanser og kilder. Oppgaver som skrives på norsk skal også ha et sammendrag på engelsk. Oppgaven skal leveres gjennom «DAIM». Sammendraget skal ikke ha mer enn 450 ord og være egnet for elektronisk rapportering.

Besvarelsen organiseres i henhold til gjeldende retningslinjer.

*Veileder:* Arne Aalberg

**Besvarelsen skal leveres til Institutt for konstruksjonsteknikk innen 10. juni 2015.**

Trondheim, 21. januar , 2015

Arne Aalberg  
Førsteamanuensis, Faglærer

## Forord

Rapporten er skrevet som en avslutning på mastergrad ved bygg og miljøteknikk, avdeling for konstruksjonsteknikk, ved Norges Tekniske-Naturvitenskapelige Universitet (NTNU) våren 2015. Oppgaven tilsvarer 30 studiepoeng og har en arbeidsramme på 20 uker. Rapporten er utarbeidet fra Narvik, til dels fra Trondheim.

Rapporten tar for seg flere elementer innenfor et knutepunkts rotasjonsstivhet. Det er utført laboratorieforsøk for å kartlegge rotasjonsstivhet for utvalgte forsøksgeometrier. Resultatene fra laboratorieundersøkelsen er benyttet både til sammenligning for FEM-analyser av andre dimensjoner, samt til å videreutvikle en beregningsmodell for rotasjonsstivhet.

Det å utvikle en beregningsmodell for et slikt tilfelle krever et stort sammenligningsgrunnlag for verifisering av resultater. Det er gjort et utvalg av flere dimensjoner nettopp av denne grunn. Beregningsmodellen som til nå er blitt benyttet er basert på tilnærminger for å kunne benytte formlene som primært er utviklet for I- og H-profiler. Beregningsmodellen er gjort som en videreføring av disse formlene, med fokus på hvordan responsen er for knutepunkter av rektangulære hulprofiler.

Jeg vil rette en stor takk til min veileder, førsteamanuensis Arne Aalberg (NTNU), for gode råd, engasjement og ikke minst tilgjengelighet under hele prosessen. I tillegg rettes en takk til Sweco AS, avd Narvik for kontorplass gjennom hele perioden. Til sist vil jeg takke Christian Frugone for hjelp i forbindelse med laboratorieforsøkene.

Narvik 10.Juni.2015



Eirik Eilertsen Kirkerud





## Sammendrag

Knutepunktstandarden NS-EN 1993 del 1, «Dimensjonering av knutepunkter» gir beregningsregler og føringer for ulike knutepunkter i stål. Derimot er det ikke gitt spesifikk anvisning for sammenføyning av komponenter av bjelker og søyler av rektangulære hulprofiler. Denne rapporten baserer seg på å undersøke respons og oppførsel i knutepunkter av endeplateforbindelser med hulprofiler ved påkjenning av moment.

Det er utført to laboratorieforsøk hvor det er blitt testet rotasjonsstivhet og styrke for slike typer forbindelser. Det er utført forsøksserier med endeplater av ulike tykkelser, men med samme dimensjoner for å kartlegge hvordan endring i endeplatens tykkelse påvirker resultatene. Det ble lagt mest vekt på forsøk og analyser innenfor den elastiske delen av responskurven, og her ble det utført flere forsøksserier for hvert av tilfellene.

Resultatet fra laboratorieforsøkene ble benyttet til å utvikle en modell for numeriske analyser i FEM-programmet Abaqus. Også her ble det vektlagt godt samsvar mellom responskurvene i den elastiske delen. I tillegg var det av interesse at modellen ga ut presise verdier for knutepunktets plastiske momentkapasitet. Analysemodellen ble også utvidet til alternative geometrier og det er utført simuleringer med platetykkelser fra 4mm til 10mm.

Regler for kapasitet og rotasjonsstivhet er utprøvd for alle simulerte geometrier. Eksisterende beregningsmodell har blitt forsøkt tilpasset knutepunkter av denne spesifikke typen forbindelse.



## **Abstract**

Eurocode 3 part 1-8, «Design of joints», gives calculation rules and guidelines for different joints of steel structures. However, there are no such specific instructions for joining of components of beams and columns of rectangular hollow core sections. This report is based on examining the response and behaviour in joints of end plate connections with rectangular hollow core sections subjected to bending moment.

Two laboratory tests is completed where rotational stiffness and strength for these kind of connections where examined. Series of trials with endplates of different thicknesses, but with the same dimensions were completed to map how difference in endplate thickness effects the results. The focus were mostly on experiments and analyses within the elastic range of the response curve. Several series of trials were conducted for each case.

The result from the Laboratory tests were used to develop a model for numerical analysis in the Finite Element Method program, Abaqus. Again, the focus was on good correlation between the response curves in the elastic part. In addition, it was of great interest that the model gave precise values for the joints plastic moment capacity. The Analyse model was also expanded to alternative geometries and simulations with endplate thickness from 4mm to 10mm.

Rules of capacity and rotation stiffness is tested for all simulated geometries. Existing calculation model have been attempted adapted to this specific type of connection.



# Innhold

1	Innledning.....	1
2	Klassifisering av knutepunkter .....	3
2.1	Generelt.....	3
2.2	Klassifisering av knutepunkter .....	3
2.3.1	Klassifisering etter stivhet .....	5
2.3.2	Klassifisering etter stivhet for søyleføtter .....	6
2.3.3	Klassifisering etter styrke .....	7
3	T-stykke .....	8
3.1	Innledning.....	8
3.2	Flytelinjeteori for tverrbelastede plater.....	8
3.2.1	Kinematisk mekanisme .....	9
3.3	Ekvivalent T-stykke.....	10
3.3.1	Bruddform 1 .....	11
3.3.2	Bruddform 2 og 3 .....	12
3.4	Effektiv lengde.....	13
3.4.1	Sirkulært mønster .....	13
3.4.2	Ikke-sirkulært mønster .....	14
4	Beregningsregler for knutepunkt .....	15
4.1	Beregningsregler for styrke.....	15
4.2	Beregningsregler for rotasjonsstivhet .....	16
4.2.1	Fjærmodell .....	16
4.2.2	Stivhetskoeffisienter .....	17
5	Laboratorieforsøk.....	19
5.1	Generelt.....	19
5.2	Valgt geometri.....	20
5.2.1	Geometri 1 .....	20
5.2.2	Geometri 2 .....	21
5.3	Definisjon av sterk og svak akse .....	21
5.3	Oppsett.....	22
5.3.1	Montering.....	22
5.3.2	Last og måleutstyr .....	23
5.4	Framgangsmåte.....	24
5.4.1	Påføring av last .....	24
5.4.2	Måleravlesning .....	25
5.5	Mulige avvik og unøyaktigheter .....	25
6	Resultater fra laboratorieforsøk.....	27
6.1	Generelt.....	27

6.2	Elastisk forsøk.....	27
6.2.1	Geometri 1 – 8,1mm platetykkelse. Bøyning om svak akse.....	28
6.2.2	Geometri 2 – 6,3mm platetykkelse. Bøyning om svak akse.....	29
6.2.3	Geometri 1 – 8,1mm platetykkelse. Bøyning om sterk akse.....	30
6.2.4	Geometri 2 – 6,3 mm platetykkelse. Bøyning om sterk akse.....	31
6.4	Plastisk forsøk.....	32
6.5	Observerte flytelinjer og knutepunktene kapasitet. ....	32
6.5.1	Utleddning av kapasitet – Sterk akse. ....	33
6.5.2	Svak akse. Bøyning om z-aksen .....	35
6.5.3	Geometri 1. Bøyning om sterk akse, y-aksen.....	37
6.5.4	Geometri 2. Bøyning om sterk akse, y-aksen.....	39
6.5.5	Geometri 1. Bøyning om svak akse, z-aksen .....	40
6.5.6	Geometri 2. Bøyning om svak akse. Z-aksen.....	42
6.7	Strekkprøver av endeplatemateriale .....	43
6.8	Kommentar til resultatene .....	45
7	FEM-Analyse.....	47
7.1	Generelt.....	47
7.2	Analysemodell .....	47
7.2.1	Modellens komponenter.....	48
7.2.2	Sammensetting av modellen.....	53
7.2.3	Materialdata.....	56
7.2.4	Lastpåføring og uthenting av data .....	56
7.4	Kommentar til modellen – Initiell bøy på endeplaten .....	58
7.5	Sammenligning av deformasjonsmønster.....	58
7.6	Sammenligning med verdier fra forsøk.....	60
7.6.1	Geometri 1. Bøyning om svak akse .....	60
7.6.2	Geometri 1. Bøyning om sterk akse .....	63
7.6.3	Geometri 2. Bøyning om svak akse. ....	65
7.6.4	Geometri 2. Bøyning om sterk akse. ....	66
7.6	Oppsummering av resultater .....	68
7.7	Resultater fra alternative geometrier .....	69
7.7.1	Endeplate 220x100mm .....	69
7.7.2	Endeplate 270x100mm .....	70
7.7.2	Endeplate 260x120mm .....	72
8	Beregningsmodell for rotasjonsstivhet .....	75
8.1	Generelt.....	75
8.2	Utleddning av stivhetkoeffisienten <b>k5</b> – Endeplatens stivhetsbidrag.....	75
8.3	Utleddning av stivhetkoeffisienten <b>k10</b> – Boltene stivhetsbidrag .....	80

8.4	Beregning av effektiv lengde.....	81
8.4.1	Effektiv lengde –Bøyning om svak akse. ....	81
8.4.2	Effektiv lengde – Bøyning om sterk akse.....	82
8.5	Beregnet stivhet.....	83
8.5.1	Referansegeometri 220x100mm endeplate .....	83
8.5.2	Geometri 270x100mm endeplate .....	85
8.5.3	Geometri 260x120mm endeplate.....	87
8.5.4	Kommentar til resultatene .....	88
9	Konklusjon.....	91
9.1	Kapasitetsberegninger .....	91
9.2	Rotasjonsstivhet.....	92
9.3	Forslag til videreføring av oppgaven .....	92
	Litteraturliste.....	95
	Vedlegg.....	1
A	Oppmåling av forsøksgeometri .....	1
A.1	Geometri 1. Platetykkelse 8mm.....	1
A.2	Geometri 2.Platetykkelse 6mm.....	2
B	Utleddning av formler .....	3
B.1	For T-stykkekapasitet- Bruddform 1 .....	3
B.2	Alternativ utledning av kapasitetsformler - Sterk akse.....	4
B.3	Kapasitetsberegningen for alle geometrier .....	6
C	Resultater fra laboratorieforsøk.....	9
C.1	Elastisk – Svak akse 8,1mm platetykkelse.....	9
C.1.1	Nedbøyningskontroll geometri 1 Svak akse .....	13
C.2	Elastisk – Svak akse 6,2mm platetykkelse .....	15
C.2.1	Nedbøyningskontroll geometri 2 svak akse .....	20
C.3	Elastisk – Sterk akse 8.1mm platetykkelse.....	22
C.3.1	Nedbøyningskontroll geometri 1 Sterk akse .....	26
C.4	Elastisk – Sterk akse 6,mm platetykkelse .....	28
C.4.1	Nedbøyningskontroll geometri 2 sterk akse .....	33
C.5	Plastisk Forsøksserier .....	35
C.5.1	Geometri 1 – Svak akse .....	35
C.5.2	Geometri 1 – Sterk akse .....	36
C.5.3	Geometri 2 – Svak akse .....	37
C.5.4	Geometri 2 – Sterk akse .....	38
D	Resultat av simuleringer.....	39
D.1	Rotasjonsstivheter for all geometrier .....	39
D.2	Stivhetsrelasjoner for platestørelse 220x100mm .....	40



D.3	Stivhetsrelasjoner for platestørrelse 270x100mm .....	44
D.4	Stivhetsrelasjoner for platestørrelse 260x120mm .....	48

## Figurer

Figur 2. 1 Soner for klassifisering av knutepunkt etter stivhet. Sone 1 er stivt, sone 2 er delvis stivt, sone 3 er leddet. Fra knutepunktstandarden [1] .....	5
Figur 2. 2 Illustrasjon av knutepunkt i søyletopp og knutepunkt mellom etasjer[1].....	7
Figur 3. 1 Figuren viser en modell av et ekvivalent T-stykke [6] .....	8
Figur 3. 2 Eksempler på mekanismer og dreieakser[4] .....	9
Figur 3. 3 Ekvivalent T-stykkemodell. Overgang fra faktisk geometri til beregningsmodell[1] .....	10
Figur 3. 4 Bruddform 1 for en T-stykkemodell. Modellen gir fire flyteledd. ....	11
Figur 3. 5 Bruddform 2. I platen registreres to flytelinjer samt at noe av kraften tas opp i boltene. ....	12
Figur 3. 6 Bruddform 3. Platens kapasitet er så stor at deformasjoner kun opptrer i boltene. ....	12
Figur 3. 7 Opptredende flytelinjer for sirkulært mønster og uttrykk for beregning av effektiv lengde [1] [4]. ....	13
Figur 3. 8 Opptredende flytelinjer for ikke-sirkulært mønster og beregning av effektiv lengde [1] [4]. ....	14
Figur 3. 9 Mulig opptredende flytelinje for ikke-sirkulært mønster [1].....	14
Figur 4. 1 Fjærmodell for et forenklet bjelke-søyleknutepunkt, K. Weynand et.al [7].....	16
Figur 5. 1 Produksjonstegning for forsøksgeometri 1 .....	20
Figur 5. 2 Produksjonstegning for forsøksgeometri 2 .....	21
Figur 5. 3 Definisjon av aksene .....	21
Figur 5. 4 Innfesting av endeplate til stiv bakplate, plassering av klinometre. ....	22
Figur 5. 5 Plassering av vekter og metode for måling av nedbøyning. ....	23
Figur 5. 6 Hele søylen montert og belastet om sterk akse. ....	23
Figur 5. 7 Visuell sjekk av deformasjon i endeplaten. Forskyvningen er 0,75mm og enda innenfor elastisk sone. ....	25
Figur 6. 1 Definisjon av aksene. Svak akse refererer til bøyning om z-aksen, og sterk akse refererer til bøyning om y-aksen. ....	27
Figur 6. 2 Stivhetsrelasjon for forsøksserier. Geometri 1, svak akse .....	28
Figur 6. 3 Stivhetsrelasjon for forsøksserier. Geometri 2, svak akse .....	29
Figur 6. 4 Stivhetsrelasjon for forsøksserier. Geometri 1, Sterk akse. ....	30
Figur 6. 5 Stivhetsrelasjon for alle forsøksserier. Geometri 2, Sterk akse. ....	31
Figur 6. 6 Deformert endeplate. Profilet er bøyd om sterk akse. ....	33
Figur 6. 7 Observerte flytelinjer i endeplaten. Til høyre er grunnlaget for beregning av kapasitet. ....	33
Figur 6. 8 Beregningsmodell for opptredende bruddmekanisme ved bøyning om sterk akse. $h_0$ på figuren refererer til lengden av profilet og sveis på begge sider.....	34
Figur 6. 9 Deformert endeplate. Figuren viser platens flytemønster .....	35
Figur 6. 10 Flytelinjer for bøyning om svak akse. Målene er lik som oppgitt i standarden. Merk at avstanden $m$ på figuren svarer til $mx$ j.f [1]. ....	35
Figur 6. 11 Endeplatens forskyvning i toppen av platen. ....	36
Figur 6. 12 Forklaring til beregning av plastisk arbeid for flytelinje 2. ....	36
Figur 6. 13 M- $\phi$ -relasjon. Figuren viser initiell stivhet og sekantstivhet ved maksimal momentkapasitet for knutepunktet. Geometri 1, sterk akse. Initiell stivhet er gitt i tabell 7.5. ....	38

Figur 6. 14 M- $\phi$ -relasjon. Figuren viser initiell stivhet og sekantstivhet ved maksimal momentkapasitet for knutepunktet. Geometri 2, sterk akse. ....	39
Figur 6. 15 M- $\phi$ -relasjon. Figuren viser initiell stivhet og sekantstivhet ved maksimal momentkapasitet for knutepunktet. Geometri 1, svak akse. ....	41
Figur 6. 16 M- $\phi$ -relasjon. Figuren viser initiell stivhet og sekantstivhet ved maksimal momentkapasitet for knutepunktet. Geometri 2, svak akse. ....	42
Figur 6. 17 Strekkprøve av material i endeplatene for geometri 1. ....	43
Figur 6. 18 Strekkprøve av materiale i endeplate for geometri 2. ....	44
Figur 6. 19 Flytelinjer i endeplaten. Til høyre er grunnlaget for beregning av kapasitet. ....	4
Figur 6. 20 Beregningsmodell for opptredende bruddmekanisme ved bøyning om sterk akse. L på figuren refererer til lengden av profilet og sveis på begge sider. ....	5
Figur 7. 1 Analysemodellen fra Abaqus. Figuren viser hele modellen samt analytisk stiv plate bakerst. ....	47
Figur 7. 2 Analytisk stiv plate. Pilene langs randene visualiserer platens randbetingelser. ....	48
Figur 7. 3 Endeplate med 8 mm tykkelse. Her med mesh som viser 4 elementer over platens tykkelse. ....	49
Figur 7. 4 C3DR8- element. Elementet består av åtte noder hvor hver av nodene har tre frihetsgrader. Ved å benytte redusert integrasjon (1x1x1) vil integrasjonspunktet befinne seg i midten av elementet. ....	49
Figur 7. 5 Analysemodellens sveis, her vist med mesh som benyttes i alle analysene. ....	50
Figur 7. 6 C3D10-Element som benyttes i sveisen. Elementet består av 10 noder og gir en presis fremstilling av forskyvning og kraftoverføring til endeplaten. ....	50
Figur 7. 7 Bolt med elementinndeling. Her boltelengde på 6mm. ....	51
Figur 7. 8 Hulprofilet med benyttet elementinndeling. ....	52
Figur 7. 9 M- $\phi$ -relasjon for forskjellige profillengder. ....	52
Figur 7. 10 Forskjell mellom friksjonskoeffisienter. Kurvene er tilnærmet sammenfallende. ....	53
Figur 7. 11 Master surface(rødt område) og slave surface(rosa område) for initiell kontakt mellom bolt og endeplate. ....	54
Figur 7. 12 Plassering av bolter i forhold til boltehull. ....	54
Figur 7. 13 Sammenkobling av sveis mot endeplaten. ....	55
Figur 7. 14 Sammenkobling av sveis mot hulprofil. ....	55
Figur 7. 15 Påføring av rotasjon i profilets ende. Her ved rotasjon om svak akse. ....	56
Figur 7. 16 Plassering av noder for uthenting av forskyvningsdata. ....	57
Figur 7. 17 Metode for beregning av rotasjonsvinkelen i knutepunktet. ....	57
Figur 7. 18 Deformasjon ved rotasjon som svak akse. 8mm plate. ....	58
Figur 7. 19 Deformasjon ved belastning om svak akse. Geometri 1. ....	58
Figur 7. 20 Deformasjon rundt boltene. ....	59
Figur 7. 21 Deformasjonsmønster ved bøyning om sterk akse. 8mm Endeplate. ....	59
Figur 7. 22 Deformert endeplate fra forsøk. Geometri 1, bøyning om sterk akse. ....	59
Figur 7. 23 Verdier fra simulering og forsøksserie ved rotasjon om svak akse. Initiell stivhet. ....	61
Figur 7. 24 Elastisk område av simulert Geometri, Svak akse. ....	62
Figur 7. 25 Stivhetsrelasjon for simulert og forsøk samt initiell stivhet for begge tilfellene. ....	63
Figur 7. 26 Elastisk område av simulert Geometri 1, Sterk akse. ....	64
Figur 7. 27 Stivhetsrelasjon for simulert og forsøk samt initiell stivhet for begge tilfellene. ....	65
Figur 7. 28 Elastisk område av simulert Geometri 2, Svak akse. ....	66
Figur 7. 29 Stivhetsrelasjon for simulert og forsøk samt initiell stivhet for begge tilfellene. ....	66

Figur 7. 30 Elastisk område av simulert Geometri 2, Sterk akse. ....	67
Figur 7. 31 Mål av simulert geometri, endeplate 270x100mm. ....	70
Figur 7. 32 Deformert knutepunkt for overdrevent lang endeplate. Tykkelsen som er vist her er 6mm, rotasjon om svak akse. ....	70
Figur 7. 33 Deformert knutepunkt for overdrevent lang endeplate. Tykkelsen som er vist her er 6mm, rotasjon om sterk akse. ....	71
Figur 7. 34 Mål av simulert geometri, endeplate 260x120mm. HUP 100x100mm. ....	72
Figur 7. 35 Deformert knutepunkt for endeplatedimensjon 260x120. Tykkelsen som er vist her er 6mm, rotasjon om svak akse. ....	72
Figur 7. 36 Deformert knutepunkt for endeplatedimensjon 260x120. Tykkelsen som er vist her er 6mm, rotasjon om sterk akse. ....	73
Figur 8. 1 T-stykkemodell for bruddform 1, for beregning av styrke og stivhet. ....	75
Figur 8. 2 Statisk modell for beregning av stivhet. ....	76
Figur 8. 3 Statisk bestemt grunnsystem for beregning med enhetslastmetoden med tilhørende momentdiagram. ....	76
Figur 8. 4 Enhetslast og tilhørende momentdiagram. ....	77
Figur 8. 5 Resulterende momentdiagram for det statiske systemet for stivhetsmodellen. ..	78
Figur 8. 6 Momentdiagram ved enhetslastforskyvning ved profilkant. ....	78
Figur 8. 7 Momentarm for rotasjonsstivhet om svak akse. ....	81
Figur 8. 8 Momentarm for rotasjonsstivhet ved bøyning om sterk akse. ....	82
Figur 8. 9 Endring i differanse mellom stivhetstall for simuleringer og beregninger, sterk akse. ....	84
Figur 8. 10 Endring i differanse mellom stivhetstall for simuleringer og beregninger, svak akse. ....	84
Figur 8. 11 Rotasjonsstivhet i forhold til platetykkelse, Bøyning både om sterk og svak akse. ....	86
Figur 8. 12 Rotasjonsstivhet i forhold til platetykkelse, Bøyning både om sterk og svak akse. ....	87
Figur 8. 13 Beregnet stivhet med effektivitetsfaktor og simulerte verdier for initialstivheten, bøyning om sterk akse. Endeplate 220x100mm. ....	88
Figur 8. 14 Beregnet stivhet med effektivitetsfaktor og simulerte verdier for initialstivheten, bøyning om svak akse. Endeplate 220x100mm. ....	89



## Tabell

Tabell 2. 1 Type knutepunktmodell fra NS-EN 1993-1-8 [1] .....	3
Tabell 4. 1 Utdrag av basiskomponenter som inngår i kapasitetsberegning til knutepunkt. Tabellen er et utdrag av tabell 6.1 i Knutepunktstandarden[1]. .....	15
Tabell 6. 1Maksimal belastning for hver forsøksserie. Geometri 1, Svak akse .....	28
Tabell 6. 2 Maksimal belastning for hver forsøksserie. Geometri 2, Svak akse. ....	29
Tabell 6. 3 maksimal belastning for hver forsøksserie. Geometri 1, Sterk akse. ....	30
Tabell 6. 4 Maksimal belastning for hver forsøksserie. Geometri 2, Sterk akse.....	31
Tabell 6. 5 Oversikt over aktuelle stivheter.....	38
Tabell 6. 6 oversikt over stivhetstall.....	40
Tabell 6. 7 oversikt over stivhetstall.....	41
Tabell 6. 8 Oversikt over stivhetstall.....	42
Tabell 6. 9 Mål på materiale for strekkprøver og spenningsareal. ....	43
Tabell 7. 1 Benyttet materialdata i de ulike komponentene i modellen. ....	56
Tabell 7. 2 Tabellen viser initiell stivhet og sekantstivhet for forsøksserier og simulert. Geometri 1, svak akse.....	61
Tabell 7. 3 Tabellen viser initiell stivhet og sekantstivhet for forsøksserier og simulert. Geometri 1, sterk akse. ....	63
Tabell 7. 4 Tabellen viser initiell stivhet og sekantstivhet for forsøksserier og simulert. Geometri 2, svak akse.....	65
Tabell 7. 5 Tabellen viser initiell stivhet og sekantstivhet for forsøksserier og simulert. Geometri 2, sterk akse. ....	67
Tabell 7. 6 Resultater av simulert geometrier med ulik tykkelse. ....	69
Tabell 7. 7 Resultater av simulert av 270x100mm ved forskjellig platetykkelse.....	71
Tabell 7. 8 Resultater av simulert av 260x120mm ved forskjellig platetykkelse.....	73
Tabell 8. 1 Oversikt over stivhetstall fra simulert og beregning .....	83
Tabell 8. 2 Oversikt over stivhetstall fra simulert og beregning, 270x100mm platestørrelse. ....	85
Tabell 8. 3 Oversikt over stivhetstall fra simulert og beregning, 270x100mm platestørrelse. ....	87
Tabell 9. 1 Utnyttelsesgrad av plastisk momentkapasitet og maks påkjenning i laboratorieforsøkene. ....	91



# 1 Innledning

Knutepunktstandarden NS-EN 1993 1-8, «Knutepunkter og forbindelser», [1] gir i stor grad anvisning for konstruksjonsregler for forbindelser i stål. I tillegg gir knutepunktstandarden [1] føring for klassifiseringsgrenser for knutepunkter. Dette vil si at den globale lastanalysen deles inn i tre ulike kategorier, og et knutepunkt dimensjoneres ut i fra føringer som knutepunktstandarden gir for de ulike globale analysene. Klassifiseringsgrensene er nærmere forklart i kapittel 2.

Det gis en kort innledning i flytelinjemetoden for tverrbelastede flater. Dette med bakgrunn i beregninger av knutepunktens plastiske momentkapasitet. Momentkapasiteten for knutepunktet er i all hovedsak gitt av endeplaten, og dens utforming er essensiell for kapasiteten. Det er sett på mulig flytemekanisme og gjort beregninger ut i fra dette.

Laboratorieforsøk er utført for å kartlegge rotasjonsstivhet og respons i knutepunktene ved momentpåkjenning. Forsøket er rapportert og forsøksdataen er analysert med tanke på utvikling av en modell for numeriske analyser for knutepunkter med tilsvarende geometrier. Analysemodellen er et resultat av sammenligning mot laboratorieresultatene og en iterasjonsprosess som gjør at de numeriske analysene stemmer godt med resultatene fra forsøkene.

Det er lagt størst vekt på å analysere responskurvene i den elastiske delen av forsøket, og opp til og med området rundt plastisk momentkapasitet. Tidligere [2] er det registrert at knutepunkter med tilsvarende geometrier opplever non-lineær responskurve fra starten av påkjenningen, og det er i denne rapporten sett nøye på om lik respons opptrer.

Knutepunktstandarden [1] gir spesifikk anvisning for beregning av rotasjonsstivhet og styrke for knutepunkter av I-profiler. Derimot mangler det anvisning for knutepunkter av hulprofiler, og derfor er det til slutt i oppgaven sett på beregningsmodell for rotasjonsstivhet.





## 2 Klassifisering av knutepunkter

### 2.1 Generelt

Som nevnt i oppgaveteksten er det tidligere utført en rekke liknende studentarbeider av studenter, og mange av oppgavene bygger på samme grunnleggende teori. Dette kapittelet vil derfor være en form for oppsummering av tidligere presentert stoff, med referanser både til masteroppgaver og annet fagstoff. Bakgrunnen for beregningsreglene og teori vil bli presentert, samt resultat og de mest essensielle utledningene.

### 2.2 Klassifisering av knutepunkter

Knutepunkter klassifiseres både etter styrke og etter stivhet. For å systematisere klassifiseringsmetodene er det i NS-EN 1993-1-8 Knutepunkter og forbindelser, heretter også kalt knutepunktstandarden, satt opp en tabell basert på de ulike metodene. Tabellen tar utgangspunkt i hvilken global analysemetode som benyttes, og deretter er det belyst hvilken klassifisering som må anvendes ut i fra hvilken knutepunktmodell som er benyttet.

Tabell 2. 1 Type knutepunktmodell fra NS-EN 1993-1-8 [1]

Global analysemetode	Klassifisering av knutepunkt		
	<b>Elastisk</b>	Nominelt leddet	Bøyingsstivt
<b>Stiv-plastisk</b>	Nominelt leddet	Full styrke	Delvis styrke
<b>Elastisk-plastisk</b>	Nominelt leddet	Bøyingsstivt og full styrke	Delvis bøyingsstivt og delvis styrke Delvis bøyingsstivt og full styrke Bøyingsstivt og delvis styrke
Knutepunktmodell	Leddets	Kontinuerlig	Delvis kontinuerlig

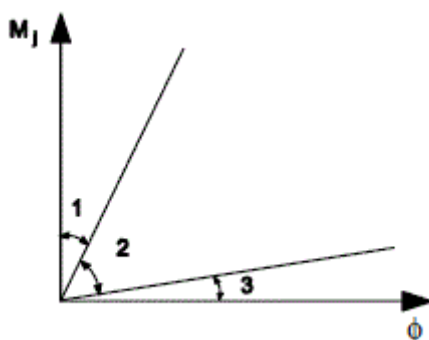
- Elastisk
  - Knutepunktet klassifiseres ut i fra sin rotasjonsstivhet, se kapittel 2.3.1.
- Stiv plastisk
  - Knutepunktet klassifiseres etter stivhet. Elastiske deformasjoner blir neglisjert, og beregninger utføres ved bruk av flytelinjemetoden.
- Elastisk-Plastisk
  - Knutepunktet klassifiseres både etter styrke og stivhet. Lastfordeling påvirkes av knutepunktets rotasjonsstivhet og må tas i betraktning ved beregning. Se også kapittel

Klassifiseringsgrensene både for rotasjonsstivhet og styrke er viktige forutsetninger for hvordan den globale lastsituasjonen påvirker lastoverføringen i knutepunktene. Dette betyr at utformingen av et knutepunkt i stor grad kan påvirke dimensjoner og utforming av tilstøtende komponenter som bjelker og søyler.

I praksis kan det være utfordrende å dimensjonere knutepunkter både som kontinuerlig og leddet, og i virkeligheten vil de kanskje opptre som delvis kontinuerlige. Likevel kan moment-rotasjon-relasjonen være så liten for en leddet forbindelse at den beregningsmessig kan ansees som nettopp leddet. Det vil si at forbindelsen skal dimensjoneres for å ta opp skjær- og normalkrefter. Det samme gjelder for kontinuerlige forbindelser. Denne typen vil i virkeligheten ikke dimensjoneres slik at all moment overføres. Avviket er da så lite at det neglisjeres og dermed kan klassifiseringen benyttes. Derfor er det opprettet klassifiseringsgrenser for forbindelser i et rammesystem, og inngår i klassifisering etter stivhet.

### 2.3.1 Klassifisering etter stivhet

Reglene for klassifisering av stivhet er basert på moment-rotasjon-relasjonen,  $M-\phi$ -relasjonen. Med dette menes kort forklart knutepunktets momentkapasitet per radianer nedbøyning [kNm/rad]. Denne relasjonen er svært sentral for oppgaven, og gis derfor en grundig gjennomgang her. Klassifiseringsgrensene deles som nevnt inn i tre soner, se Figur 2. 1.



Figur 2. 1 Soner for klassifisering av knutepunkt etter stivhet. Sone 1 er stivt, sone 2 er delvis stivt, sone 3 er leddet. Fra knutepunktstandarden [1]

Knutepunktet klassifiseres etter følgende anvisning fra kapittel 5.2.2.5 (1) – Klassifiseringsgrenser, i knutepunktstandarden [1]:

Stivt (Sone 1) hvis  $S_{j,ini} \geq \frac{k_b EI_b}{L_b}$  (2.1)  
der

- $k_b = 8$  for rammer med et avstivningssystem som reduserer den horisontale forskyvningen med minst 80%
- $k_b = 25$  for andre rammer forutsatt at  $\frac{K_b}{K_c} \geq 0,1$  i hver etasje

Delvis stivt (Sone 2) hvis stivheten ikke ligger innenfor sone 1 eller sone 3. altså alle øvrige verdier.

Ledd (Sone 3) hvis  $S_{j,ini} \leq \frac{0,5EI_b}{L_b}$  (2.2)  
der

- $K_b$  er middelvei av  $I_b/L_b$  for alle bjelker i toppen av den aktuelle etasjen
- $K_c$  er middelvei av  $I_c/L_c$  for alle søyler i den aktuelle etasje
- $I_b$  og  $I_c$  er annet arealmoment for henholdsvis bjelken og søylen
- $L_b$  er bjelkens spennvidde
- $L_c$  er søylens høyde

### 2.3.2 Klassifisering etter stivhet for søyleføtter

For søyleføtter gjelder ikke de samme stivhetsgrensene som søyle-bjelke-forbindelser. Det er bevisst at en søylefot med påsveiset endeplate ikke kan betraktes som leddet da det alltid vil ligge innenfor sonen for delvis stivt knutepunkt. Dette er dokumentert i tidligere masteroppgaver utført av Birkeland [3] og Uhre [2]. Dermed vil klassifisering av en søylefots stivhet baseres på følgende anvisninger i kapittel 5.2.2.5 (2) i knutepunktstandarden [1]:

Søyleføtter klassifiseres som stivt dersom

- rammen består av et avstivningsystem som reduserer horisontal forskyvning med minimum 80%
- virkningen av horisontale forskyvninger kan neglisjeres

hvis

$$- \bar{\lambda}_0 \leq 0,5 \quad (2.3a)$$

$$- 0,5 < \bar{\lambda}_0 < 3,93 \text{ og } S_{j,ini} \geq 7(2\bar{\lambda}_0 - 1) \frac{EI_c}{L_c} \quad (2.3b)$$

$$- \bar{\lambda}_0 \geq 3,93 \text{ og } S_{j,ini} \geq 48 \frac{EI_c}{L_c} \quad (2.3c)$$

- ellers hvis

$$- S_{j,ini} \geq 30 \frac{EI_c}{L_c} \quad (2.3d)$$

der

- $\bar{\lambda}_0$  er slankheten av en søyle som er leddet i begge ender
- $I_c$  og  $L_c$  er som angitt i kapittel 2.3.1 Klassifisering etter stivhet

En søylefot som ikke passerer kriteriene for stivt knutepunkt vil i alle andre tilfeller klassifiseres som delvis stiv.

### 2.3.3 Klassifisering etter styrke

Klassifiseringsgrensene etter styrke deles også inn i tre soner. Leddete knutepunkter, knutepunkter med full styrke og delvis styrke. Grensene er definert i knutepunktstandarden[1] og gjengitt her:

- **Leddete knutepunkt**
  - bør kunne overføre lastene slik at tilstøtende staver og/eller konstruksjonen ikke påvirkes av momenter av betydning
  - bør tåle rotasjon fra opptredende dimensjonerende laster
  - kan klassifiseres som leddet dersom dimensjonerende momentkapasitet  $M_{j,Rd} \leq 0,25$  ganger dimensjonerende moment som kreves for full-styrkeforbindelse, med forutsetning at rotasjonskapasiteten er tilstrekkelig.

- **Knutepunkt med full styrke**
  - bør ikke ha dimensjonerende kapasitet mindre enn kapasiteten til stavene som møtes i knutepunktet, altså hvis knutepunktet oppfyller kriteriene gjengitt nedenfor.

- For knutepunkt i søyletopp må kapasiteten

$$M_{j,Rd} \geq M_{b,pl,Rd} \quad (2.4a)$$

eller

$$M_{j,Rd} \geq M_{c,pl,Rd} \quad (2.4b)$$

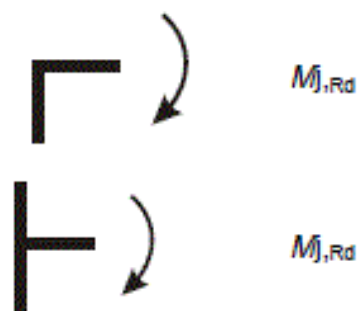
- For knutepunkt mellom to etasjer:

$$M_{j,Rd} \geq M_{b,pl,Rd} \quad (2.4c)$$

eller

$$M_{j,Rd} \geq 2M_{c,pl,Rd} \quad (2.4d)$$

Figur 2.2 illustrerer forskjellen mellom knutepunkt i søyletopp og knutepunkt mellom etasjer.



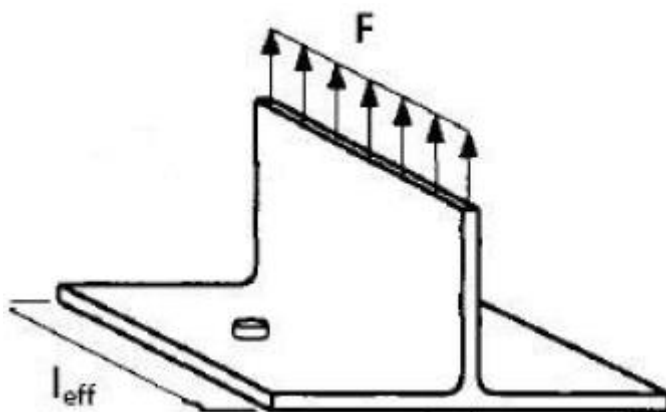
Figur 2. 2 Illustrasjon av knutepunkt i søyletopp og knutepunkt mellom etasjer[1]

- **Knutepunkter klassifiseres med delvis styrke**
  - hvis ingen av kriteriene for leddet knutepunkt eller knutepunkt med full styrke oppfylles.

## 3 T-stykke

### 3.1 Innledning

En av de viktigste og grunnleggende metoder for beregning av et knutepunkts rotasjonsstivhet og styrke er benyttelse av en ekvivalent T-stub-modell eller T-stykkemodell, se Figur 3. 1. De viktigste forutsetningene tar utgangspunkt i en slik modell, og dette kapitlet tar for seg teorien og utnyttelse av modellen. En grundig gjennomgang blir gitt i kapittel 3.3, men før det går nærmere inn på dette temaet må flytelinjeteori for tverrbelastede plater gjennomgås.



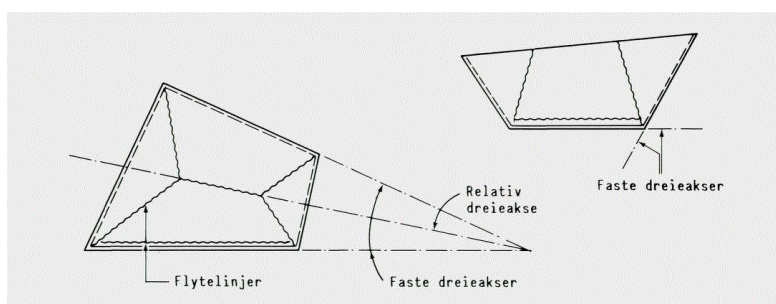
Figur 3. 1 Figuren viser en modell av et ekvivalent T-stykke [6]

### 3.2 Flytelinjeteori for tverrbelastede plater

Flytelinjeteori for tverrbelastede plater tar utgangspunkt i flyteleddmetoden. Grunnprinsippet er at plastisk deformasjon i en komponent lokaliseres til et gitt antall flyteledd i en kinematisk mekanisme, mens resten av komponenten forblir elastisk og uten deformasjon. Samme prinsippet gjelder som nevnt for flytelinjeteori, men her vil all plastisk deformasjon befinne seg i et sett flytelinjer som sammen danner en kinematisk mekanisme[4]. Dette prinsippet bygger på at når komponenter som er påkjent med ytre krefter knekker lokalt, vil det starte en prosess som omlagrer de indre spenningen, noe som kalles overkritisk kapasitet. Dermed kan materialet utnyttes fullt ut, det kan benyttes slankere konstruksjoner, men mest sentralt for denne oppgaven kan det benyttes til å bestemme en forbindelses bruddform og dermed dens rotasjonsstivhet.

### 3.2.1 Kinematisk mekanisme

Når en plate deformeres vil det oppstå tydelige plastiske deformasjoner. Slike deformasjoner er betydelig større enn de elastiske deformasjonene i resten av platen, og derfor er elastiske deformasjoner neglisjert i beregningene. Det vil si at platedelene antas å rotere som et plan om flytelinjene som oppstår[5]. Denne tilstanden kalles en kinematisk mekanisme, og ved å anvende teorien om virtuelt arbeid kan platens kapasitet beregnes og platens flytelinjer utledes, som er sentralt for denne oppgaven. Mekanismer kan bestå av både rette flytelinjer, men også sirkulære flytelinjer[1]. Flytelinjene er utledet av det som på generell basis anses som globale flytelinjer og lokale flytelinjer.



Figur 3. 2 Eksempler på mekanismer og dreieakser[4]

Figur 3. 2 viser eksempler på mekanismer i betongdekker. Denne kunnskapen er som opplyst også overført til stålkonstruksjoner. Primært er dette gjort for å beregne komponenters kapasitet, og ofte er det som nevnt benyttet teorien om virtuelt arbeid. Denne metoden kan benyttes til å etablere en plates bruddlast.

$$- W_y = W_p \quad (3.1)$$

Sammenhengen i ligning (3.1) er sentral for videre beregninger i kapittel 7. Ligningen beskriver at ytre arbeid skal tilsvare plastisk arbeid, også kalt indre arbeid. Ytre arbeid er gitt ved en ytre kraft multiplisert med en gitt virtuell forskyvning i et vilkårlig punkt. Ytre arbeid er for en punktlast gitt ved

$$- W_y = P\delta \quad (3.2a)$$

og for en jevnt fordelt last gitt ved

$$- W_y = qV \quad (3.2b)$$

der  $V$  er volumet av det deformerte område som tilhørende flytelinjer og den virtuelle forskyvningen  $\delta$  gir. Plastisk arbeid er gitt ved

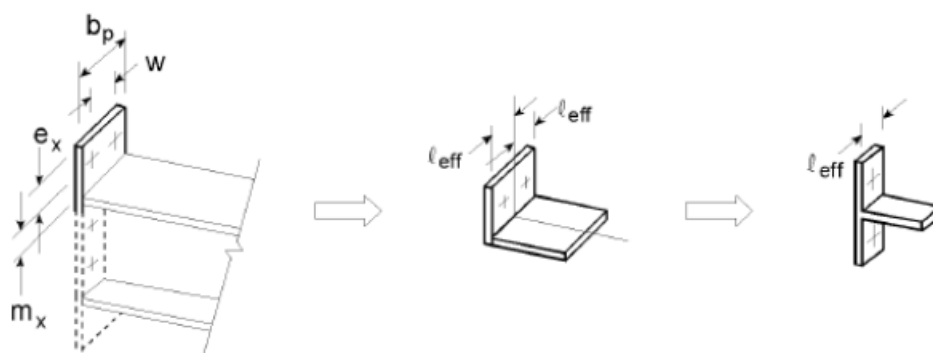
$$- W_p = m_p \sum_i \theta_i l_{flyt,i} \quad (3.3)$$



### 3.3 Ekvivalent T-stykke

Som nevnt i innledningen av kapittelet benyttes en ekvivalent T-stykkemodell for å beregne rotasjonsstivhet og styrke for et knutepunkt. Med bakgrunn i dette er det utviklet et sett med generaliserte regler for beregningene. Reglene i knutepunktstandarden[1] gir føringer for dimensjonering av knutepunkter av I- og H-profiler, men ikke for knutepunkter av rektangulære hulprofiler. Likevel er det for enkelhets skyld ønskelig å videreutvikle gjeldende formler og regler til også å kunne benyttes i knutepunkter med rektangulære hulprofil. Derfor er det lagt vekt på å videreutvikle allerede gjeldende formler.

Når et knutepunkt skal dimensjoneres er det da ønskelig at man utnytter en T-stykkemodell. I knutepunkter av en viss kompleksitet kan det tenkes at flere T-stykker kan benyttes, men for beregningene skal T-stykket hvor strekkraften i knutepunktet virker benyttes. Figur 3. 3 viser en modell som er gitt i standarden. Strekkraften virker her i I-profilets øverste flens, og T-stykkemodellen tas dermed ut der. Videre vises en L-formet modell som igjen manipuleres til et T-stykke med effektiv lengde lik halve bredden. Det er i knutepunktstandarden[1] gitt beregningsmetoder for tilfellene av beregningsmodeller og tilhørende effektive lengder.



Figur 3. 3 Ekvivalent T-stykkemodell. Overgang fra faktisk geometri til beregningsmodell[1]

Et T-stykke som vist i Figur 3. 3 kan gi tre forskjellige bruddformer når det er påkjent av strekk. For beregning av kapasiteten for de tre gitte bruddformene er teorien om kinematiske mekanismer i kapittel 3.2.1 benyttet. Kapasitetsformlene er gitt i tabell 6.2 i knutepunktstandarden[1], men det mest essensielle er gjengitt i de neste delkapitlene.

### 3.3.1 Bruddform 1

Bruddform 1 tar utgangspunkt i full plastifisering i platen både i punktet hvor boltene opptrer og på begge sider av flensen. Ved å benytte uttrykkene 3.2a og 3.3 kan kapasiteten til T-stykket utledes. Utledningene er vist i vedlegg B.1, og resultatene er gjengitt her. Bruddform 1 er den dominerende bruddformen for T-stykkemodellene som betraktes i denne oppgaven, og derfor gis en mer grundig gjennomgang.

Ytre arbeid er gitt ved

$$W_y = F\delta \quad (3.4)$$

og det indre arbeidet er gitt ved

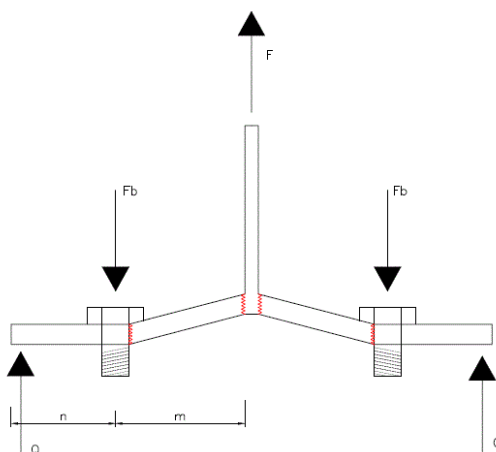
$$W_p = m_p \sum_i \theta_i l_{flyt,i} = m_p \frac{4\delta l_{eff}}{m} \quad (3.5)$$

Ved å sette indre arbeid lik ytre arbeid kan maksimal strekkapasitet for t-stykket bestemmes og er som følger

$$F_{T,1,Rd} = \frac{4M_{pl,1,Rd}}{m} \quad (3.6)$$

Dette uttrykket er gitt i tabell 6.2 i knutepunktstandarden[1]. Kapasitetsformelen inneholder uttrykket for plastisk momentkapasitet som er gitt ved det plastiske motstandsmomentet  $W$  og flytespenningen  $f_y$ :

$$M_{pl,1,Rd} = W f_y = \frac{bh^2}{4} \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} = \frac{l_{eff} t_p^2}{4} \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} \quad (3.7)$$



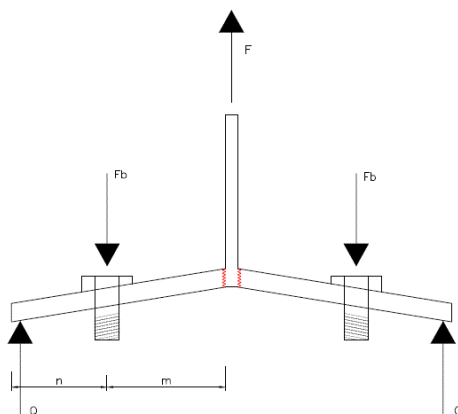
Figur 3. 4 Bruddform 1 for en T-stykkemodell. Modellen gir fire flyteledd.

### 3.3.2 Bruddform 2 og 3

Bruddform 2 er basert på to flytelinjer, en langs hver side av flensen, samt at noe av deformasjon i boltene. Kapasitetsformelen er dermed gitt som en kombinasjon av kapasiteten til endeplaten med bruddform slik figur 3.5 illustrerer. Bruddform 2 og 3 er ikke dominerende videre i oppgaven, derfor tas det bare med ferdig utledet formel for disse. Strekkraftkapasiteten for T-stykke med bruddform to er gitt ved

$$F_{T,2,Rd} = \frac{2M_{pl,2,Rd} + n \sum F_{t,Rd}}{m + n} \quad (3.8)$$

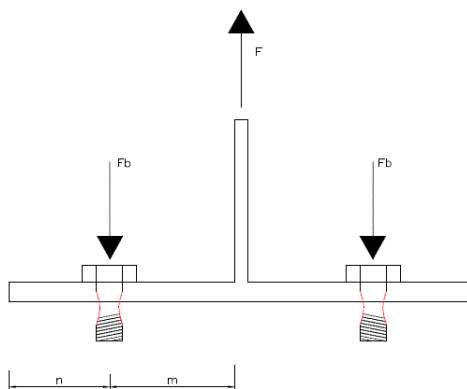
der  $F_{t,Rd}$  er strekkraftkapasiteten til hver enkelt bolt. Lengdene  $m$  og  $n$  er som angitt på Figur 3. 5.



Figur 3. 5 Bruddform 2. I platen registreres to flytelinjer samt at noe av kraften tas opp i boltene.

Bruddform 3 tar utgangspunkt i null plastisk deformasjon i endeplaten, og kapasiteten til T-stykket er gitt basert kun på strekkraftkapasiteten til boltene og dermed fås resultatet av:

$$F_{T,3,Rd} = \sum F_{t,Rd} \quad (3.9)$$



Figur 3. 6 Bruddform 3. Platens kapasitet er så stor at deformasjoner kun opptrer i boltene.

### 3.4 Effektiv lengde

Delkapittelet tar for seg den beregningsmessige effektive lengden som skal brukes til beregningene av kapasiteten til et T-stykke. Med bakgrunn i teorien om flytelinjer er det i knutepunktstandarden [1] fastsatt et sett formler for flytelinjer med bakgrunn i tilhørende flytelinjer. Det skilles mellom sirkulært og ikke-sirkulært mønster, og til enhver tid skal den laveste effektive lengden brukes i beregningene. Effektiv lengde fastsettes ut i fra geometrien på knutepunktet, og tar hensyn til antall skruerader. Det blir her bare vist eksempler på effektiv lengde for et knutepunkt med to skruer på hver side av profilet.

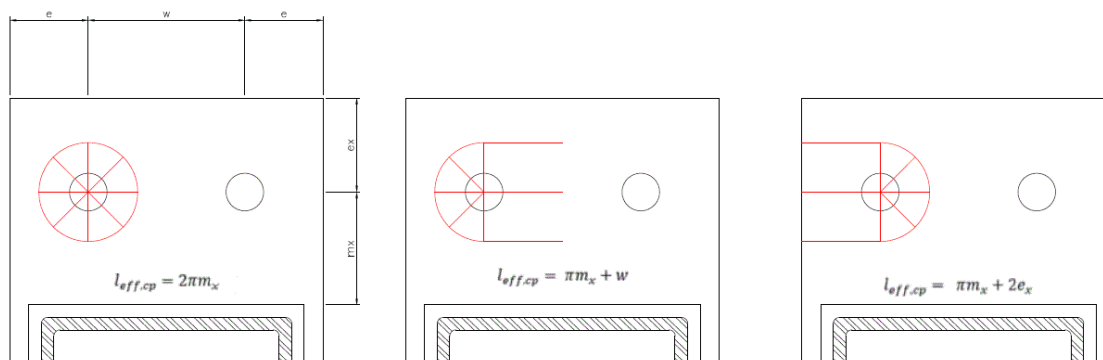
#### 3.4.1 Sirkulært mønster

I endeplaten i T-stykket kan deformasjonen skape sirkulært flytemønster. Dette er ivare tatt med i beregningene ved formlene nedenfor. I Figur 3. 7 er det illustrert hvordan tre forskjellige flytemekanismer kan oppstå, men sirkulær effektiv lengde opptrer bare dersom den er mindre enn minste effektive ikke-sirkulære lengde. Sirkulære flytemønstre opptrer som vist på Figur 3. 7 lokalt og i område rundt boltene, og ellers i platen opptrer kun elastiske deformasjoner som ikke tas med i beregningen.

$$l_{eff,cp} = 2\pi m_x \quad (3.10a)$$

$$l_{eff,cp} = \pi m_x + w \quad (3.10b)$$

$$l_{eff,cp} = \pi m_x + 2e_x \quad (3.10c)$$



Figur 3. 7 Opp tredende flytelinjer for sirkulært mønster og uttrykk for beregning av effektiv lengde [1] [4].

### 3.4.2 Ikke-sirkulært mønster

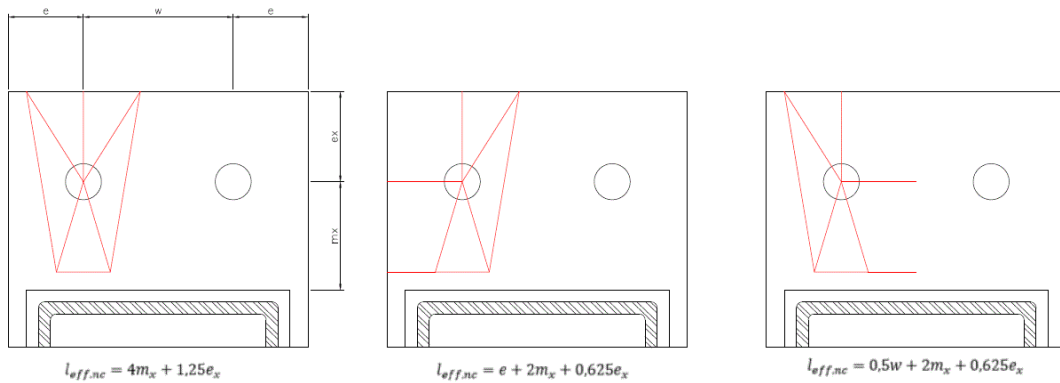
Ikke-sirkulært mønster gir rette flytelinjer, og som illustrert i Figur 3. 8 er de hovedsakelig opptredende i nærheten av boltene. I tillegg til disse tre kan det oppstå en mekanisme som i Figur 3. 9. Effektiv lengde vil i dette tilfellet være halve platebredden. Dette er også mekanismen som tilsvarer det ekvivalente T-stykket i Figur 3. 3, og er det dominerende tilfellet for geometriene som er betraktet i denne oppgaven.

$$l_{eff,nc} = 4m_x + 1,25e_x \quad (3.11a)$$

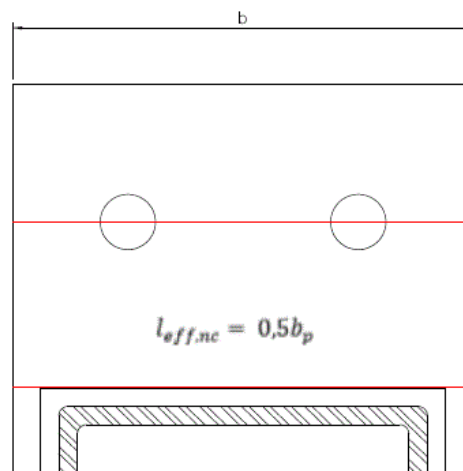
$$l_{eff,nc} = e + 2m_x + 0,625e_x \quad (3.11b)$$

$$l_{eff,nc} = 0,5w + 2m_x + 0,625e_x \quad (3.11c)$$

$$l_{eff,nc} = 0,5b_p \quad (3.11d)$$



Figur 3. 8 Opptredende flytelinjer for ikke-sirkulært mønster og beregning av effektiv lengde [1] [4].



Figur 3. 9 Mulig opptredende flytelinje for ikke-sirkulært mønster [1]

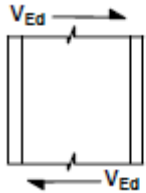
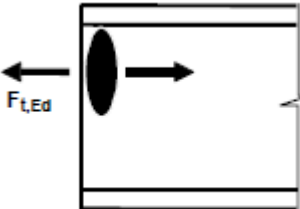
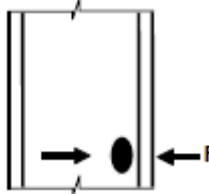
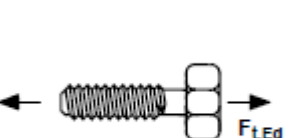
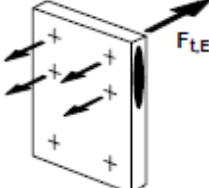
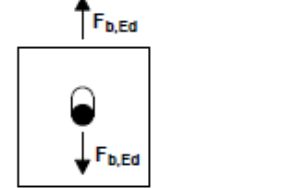
## 4 Beregningsregler for knutepunkt

### 4.1 Beregningsregler for styrke

Et knutepunkt dimensjoneres ved hjelp av komponentmetoden. Knutepunkt kan som kjent utføres på mange forskjellige metoder. Derfor brytes kapasitetsberegningene ned til at man må sikre at hver eneste komponent i knutepunktet har god nok kapasitet i forhold til påkjenning. For å optimalisere utformingen av et knutepunkt utføres da en iterasjonsprosess. I tabell 6.1 i knutepunktstandarden [1] er det listet opp en rekke basiskomponenter med tilhørende beregningsregler. Med utgangspunkt i hvilke av de tre globale analysemetodene som anvendes, se kapittel 2, kan knutepunktet dimensjoneres.

I tabell 6.1 i knutepunktstandarden [1] er det listet opp en rekke basiskomponenter og henvisning til respektive dimensjoneringskriterier. Kapasiteten til et knutepunkt bestemmes da ved å lokalisere hvilke basiskomponenter som skal inngå i beregningene. I Tabell 4. 1 er det tatt med et utdrag av komponentene som kan inngå i en slik iterasjonsprosess. Formler og uttrykk blir ikke presentert her, men henvist til dersom de blir benyttet videre i oppgaven.

**Tabell 4. 1** Utdrag av basiskomponenter som inngår i kapasitetsberegning til knutepunkt. Tabellen er et utdrag av tabell 6.1 i Knutepunktstandarden[1].

Stegpanel i søyle påkjent av skjær		Bjelke- eller søyleflens og steg påkjent av trykk	
Søylesteg påkjent av tverrgående trykk		Skruer påkjent av strekk	
Endeplate påkjent av bøyning		Skruer med hullkanttrykk på endeplate	

## 4.2 Beregningsregler for rotasjonsstivhet

I likhet med beregningsreglene for styrke deles knutepunktet opp i basiskomponenter som hver og en gir bidrag til rotasjonsstivheten for et knutepunkt. Rotasjonsstivheten eller  $M/\varphi$ - relasjonen bestemmes ut i fra følgende formel:

$$S_j = \frac{Ez^2}{\mu \sum_i \frac{1}{k_i}} \quad (4.1)$$

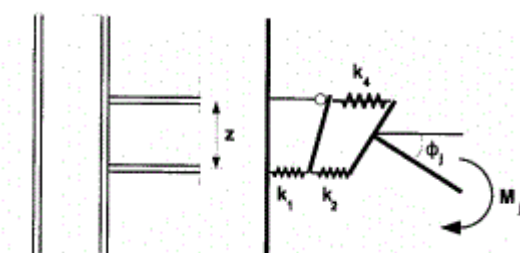
der

- $E$  = elastisitetsmodulen
- $z$  = knutepunktets momentarm, gitt av figur 6.15 i knutepunktstandarden[1]
- $\mu$  = stivhetsforholdet mellom. Kapittel 6.3.1(6) i knutepunktstandarden for videre anvisning.
- $k_i$  = stivhetskoeffisient for basiskomponentene i knutepunktet

### 4.2.1 Fjærmodell

Grunnlaget for beregningen av bidragene til hver basiskomponent er gitt ved en fjærmodell som vist i Figur 4. 1. Figuren viser en forenklet modell av en bjelke-søyleforbindelse, og vist med fjærer at bidraget til rotasjonsstivheten er gitt ved basiskomponentene som er gitt i tabell 6.11 i knutepunktstandarden[1]

- $k_1$ , Stegpanel i søyle påkjent av skjærkraft
- $k_2$ , Søylesteg påkjent av trykk
- $k_4$ , Søyleflens påkjent av bøyning



Figur 4. 1 Fjærmodell for et forenklet bjelke-søyleknutepunkt, K. Weynand et.al [7]

Knutepunktstandarden[1] gir føringer for hvilke stivhetskoeffisienter som skal inngå i beregningene som varierer ut i fra om knutepunktet er ensidig eller tosidig, og hvordan responsen i knutepunktene fordeles.

### 4.2.2 Stivhetskoeffisienter

Delkapittelet tar ikke for seg utledningen av stivhetskoeffisientene, men kun bakgrunnen for beregningene. Aktuelle stivhetskoeffisienter for oppgaven vil bli utledet i kapittel 8 ved behov. Bakgrunnen for uttrykkene for koeffisientene  $k_i$  er gitt ved sammenhengen, Weynand et.al [7].

$$F_i = k_i E \Delta_i \quad (4.2)$$

der

- $F_i$  er kraften som opptrer i fjæren
- $k_i$  er stivhetskoeffisienten av komponenten
- $E$  er elastisitetsmodulen
- $\Delta_i$  er deformasjonen i fjæren

Det er i hovedsak denne sammenhengen som er benyttet ved utledningen av uttrykkene for stivhetene for hver basiskomponent.





## 5 Laborieforsøk

### 5.1 Generelt

Det har blitt utført to sett med laborieforsøk. Bakgrunnen for disse forsøkene er å få et godt grunnlag for beregningsmodellen, og ikke minst for å få et sammenligningsgrunnlag for simulering i Abaqus. Med gode resultater fra forsøkene vil parameterstudie ved hjelp av simuleringer være mer pålitelig.

Forsøkene er utført i samsvar med tidligere forsøk av masterstudent Uhre [2]. Det er benyttet tilsvarende metode for forsøkene for å danne et bredere spekter av resultater innenfor samme problemstilling, med forskjellige geometrier.

Målet med laborieforsøkene var å opprette verdier for tidligere nevnte  $M$ - $\phi$ -relasjon, altså rotasjonsstivhet [kNm/rad], for de gitte geometriene. De viktigste målene for forsøket var da rotasjonen så nært endeplaten som mulig, og momentet som søylen var påkjent med.

Som hjelpemidler til forsøkene ble det benyttet:

- Vekter (5, 10, 50 kg)
- Målebånd
- Elektronisk skyvelære
- Bladmålere
- Fastnøkler til montering (30 og 34mm)
- Klinometer til måling av rotasjon

Et klinometer er et apparat som måler rotasjon relativt om sin egen akse. På innsiden ligger en væske som vil registrere endringer ved rotasjon. Klinometrene er koblet til en datamaskin som omformer registrerte endringer og presenterer vinkelmål. Klinometrene oppdateres automatisk, og ved hver endring i rotasjon vil verdien som hentes ut akkumuleres fra utgangspunktet.

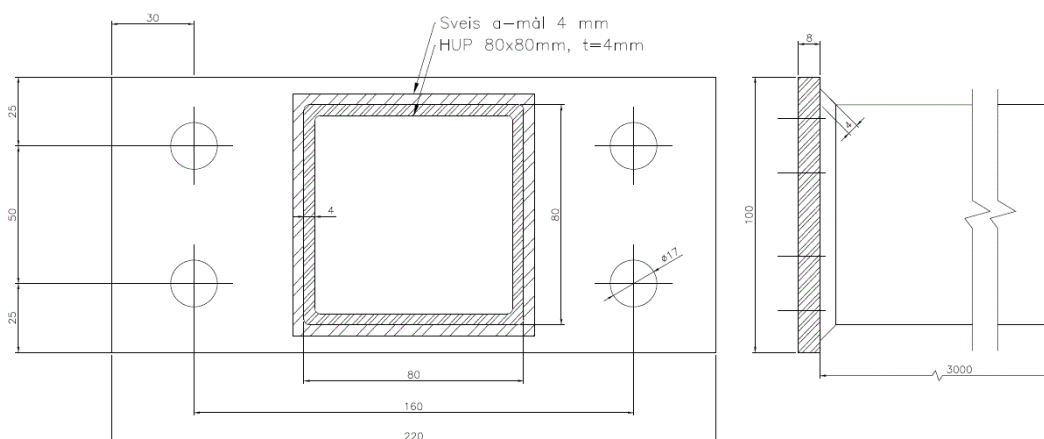
Det er også benyttet bladmålere til visuell sjekk. Bladmåler er tynne skiver som kan brukes til å måle svært små verdier, og her i oppgaven benyttet til å sjekke glipen mellom påkjent endeplate og underlaget.

## 5.2 Valgt geometri

Siden det er ønskelig og videreføre påbegynt studier er ikke geometrien på hverken profil eller endeplate endret. Derimot er det benyttet forbindelser med fire bolter, to på hver side av profilet. Dette gjelder for belastning om både sterk og svak akse, se Figur 5. 3. I forsøkene er det som nevnt benyttet to forskjellige tykkelser på endeplatene, et forsøk med 8mm og et forsøk med 6mm.

### 5.2.1 Geometri 1

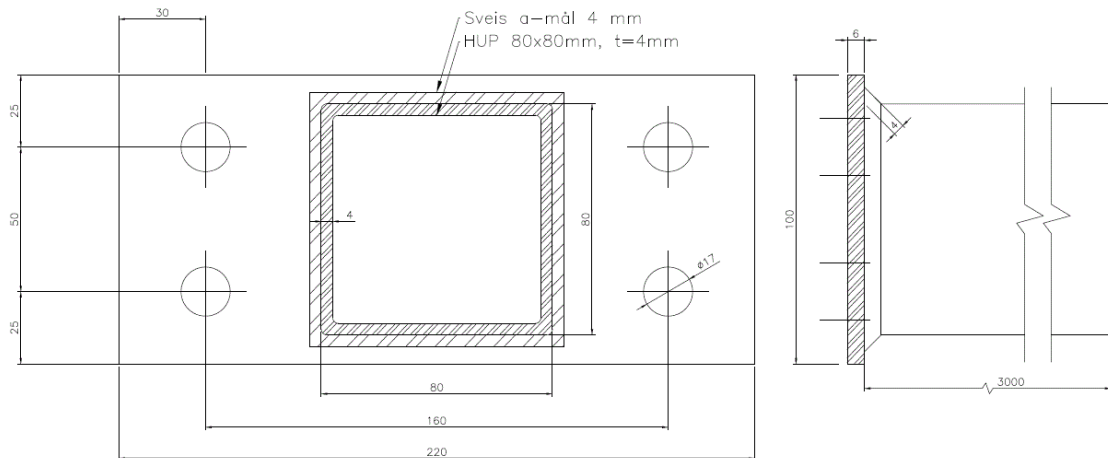
I Figur 5. 1 og Figur 5. 2 vises produksjonstegninger for de to forskjellige forsøksgeometriene. Målene på tegningen er teoretiske. Før forsøkene ble utført ble det tatt nøyaktige mål av alle delene og komponentene slik at selv minimale avvik fra tegningene er dokumenterte, se vedlegg A.



Figur 5. 1 Produksjonstegning for forsøksgeometri 1

## 5.2.2 Geometri 2

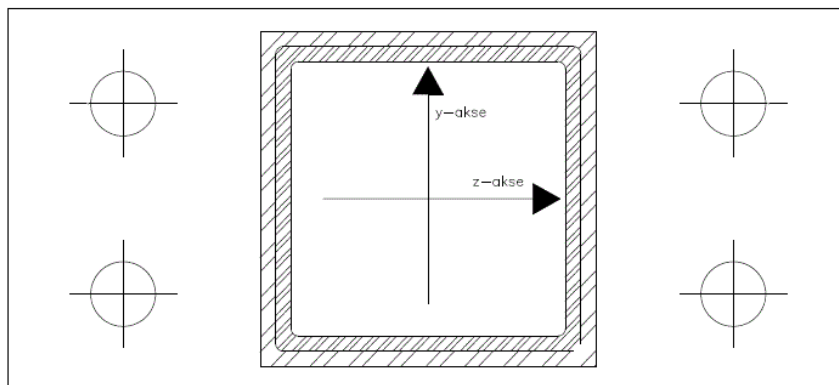
Forsøksgeometri 2 er identisk med forsøksgeometri 1, med unntak av endeplatens tykkelse som er satt til 6 mm.



Figur 5. 2 Produksjonstegning for forsøksgeometri 2

## 5.3 Definisjon av sterk og svak akse

I oppgaven vil det ofte bli referert til bøyning om sterk og svak akse. På Figur 5. 3 er det illustrert at bøyning om svak akse tilsvarer bøyning om z-aksen, og bøyning om sterk akse tilsvarer bøyning om y-aksen.



Figur 5. 3 Definisjon av aksene

## 5.3 Oppsett

### 5.3.1 Montering

Søylefoten ble montert fast i en 30mm tykk stålplate som igjen ble festet til en reaksjonsvegg. Reaksjonsveggenes tykkelse er 50mm, og veggen er godt forankret i ståldragere i gulv for å sikre gode betingelser for rotasjonsfritt underlag. Søylen ble montert med 4 stykk M16 bolter, og festet med tiltrekningsmoment på 80 kNm. Den stive stålplaten er av en vesentlig tykkelse for at deformasjoner ikke skal gi utslag på rotasjonsmålingene. Rotasjonen i platen er neglisjerbar og tilnærmet 0 radianer, noe som er dokumentert og testet med klinometer i tidligere forsøk av Uhre[2].

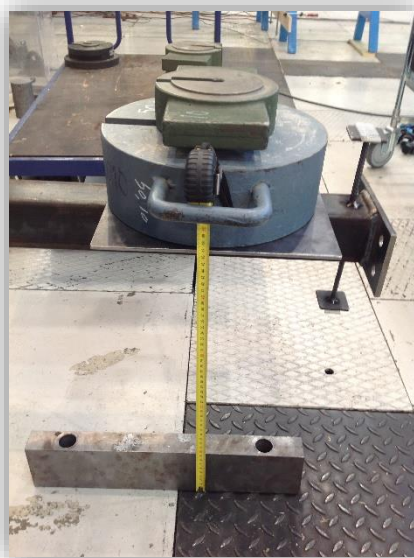
Klinometrene ble festet med to stag på hver side av aksene som profilet bøyes om. Grunnen til at det er brukt en på hver side er at ved slike små rotasjoner elimineres feil ved at det tas ut to verdier og gjennomsnittet av verdiene. Klinometrene er montert ved hjelp av to stag som er punktsveist fast på hver sidekant av profilet. Stagene er plassert så nærme endeplaten som mulig, for å etterstrebe nøyaktige resultater. Det ble også lagt vekt på at klinometrene var montert parallelt med sidekanten på profilet.



Figur 5. 4 Innfesting av endeplate til stiv bakplate, plassering av klinometre.

### 5.3.2 Last og måleutstyr

Søylen ble som opplyst montert som en utkraget bjelke. Momentarmen på 2500mm ble målt opp, og på utkraget ende ble det montert en plate for plassering av vektene. Dette for å ha et godt underlag for vektene og sikre stabilitet når stabelen med vekter etter hvert ble høy. På platen er det markert hvor tyngdepunktet for momentarmer opptrer, og dermed kan vektene plasseres nøyaktig for å oppnå godt treff med beregnet moment i forbindelsen.



Figur 5. 5 Plassering av vekter og metode for måling av nedbøyning.

På gulvet ved den utkragede delen av søylen ble det plassert en stålkloss av betydelig vekt. Dette for at målebåndet skal klemmes ned mot underlaget og dermed ha samme referansepunkt gjennom hele serien med målinger. Målene for nedbøyningen er avlest på toppen av platen som vektene ble plassert på.



Figur 5. 6 Hele søylen montert og belastet om sterk akse.

## 5.4 Framgangsmåte

Forsøkene ble utført i flere steg. Det første som ble gjort var å utføre nøyaktig oppmåling av forsøksgeometriene. Dette kan være en veldig viktig faktor for evaluering av feilkilder, da små avvik kan gi store utslag. Mål og eventuelle avvik er dokumentert i Vedlegg A.

### 5.4.1 Påføring av last

Selve forsøksseriene ble utført ved at vekter suksessivt ble lagt på enden av den utkragede søylen. Som nevnt i kapittel 5.3.2 ble vektene plassert på en plate som hadde sitt tyngdepunkt 2500mm fra foten av søylen, og vektene plasseres nøyaktig i angrepspunktet. Før forsøkene ble det utført overslag over rotasjonsstivhetene til hvert av forsøkene. Dette for å ha et estimat over hvor mange kilogram som kunne lastes på for enda å være i den elastiske delen av kapasiteten. I starten av de elastiske seriene ble det lagt på vekter med intervaller på 10 kg, og mot slutten av seriene benyttes intervaller på 5 kg. For hver nye serie for de elastiske forsøkene økes antall vekter med enten 5 eller 10kg suksessivt. Dette for å prøve å finne det eksakte punktet for overgangen fra elastisk deformasjon til plastisk deformasjon.

I alt ble det gjort mellom 5 og 6 forsøksserier på hver geometri, hvorav den siste som en full plastisk analyse. For å gjøre det oversiktlig er det nedenfor listet opp utførelsen og rekkefølge med antall serier. Etter to til tre elastiske forsøksserier ble profilet snudd 180 grader og montert opp på nytt. Dette for å forhindre at eventuelle små plastiske deformasjoner skulle bli utslagsgivende for alle seriene og for å jevne ut eventuelle målavvik.

Tabell 5. 1 Oversikt over antall forsøksserier

Platetykkelse [mm]	Bøyningsakse	Antall elastiske serier	Antall plastiske serier
6,3	Svak, z-akse	5	1
6,3	Sterk, y-akse	5	1
8,1	Svak, z-akse	4	1
8,1	Sterk, y-akse	4	1

For de elastiske forsøksseriene ble det registrert målinger både ved pålasting og ved avlasting. Dette gjøres som en ekstra kontroll av resultatene og ikke minst for å registrere om forsøksserien ligger i den elastiske delen av knutepunktets kapasitet ved at forsøksobjektet går tilbake til sin opprinnelige posisjon ved avlasting.

### 5.4.2 Måleravlesning

Mellom hvert lastintervall ble det registrert avlesninger både av klinometerverdier og nedbøyning ved enden av profilet som vist på Figur 5. 4. Klinometrene gir ut verdier som ble registrert i et regneark som er laget på forhånd. Nedbøyningen ble som nevnt målt mellom hvert lastintervall både under pålasting og avlasting. Figur 5. 5 viser hvordan enden av målebåndet er klemt fast mot underlaget for å sikre samme referansepunkt for målingene.

Som Figur 5. 7 viser benyttes bladmåler for de elastiske seriene til å sjekke deformasjonen i endeplaten. Dette gjøres som en sjekk når serien begynner å nærme seg toppunktet for det elastiske kapasitetsområdet. Det utføres ikke kontroll for hvert lastintervall, men som en del av en visuell sjekk når serien nærmer seg antatt maks belastning.



Figur 5. 7 Visuell sjekk av deformasjon i endeplaten. Forskyvningen er 0,75mm og enda innenfor elastisk sone.

### 5.5 Mulige avvik og unøyaktigheter

I starten av hver forsøksserie og i den elastiske delen vil ikke knutepunktet være utsatt for store rotasjoner. Klinometrene som måler rotasjonsvinkelen kan da være en feilkilde da usikkerheten i målingene ved så ekstremt små vinkler ikke er helt perfekt[11].





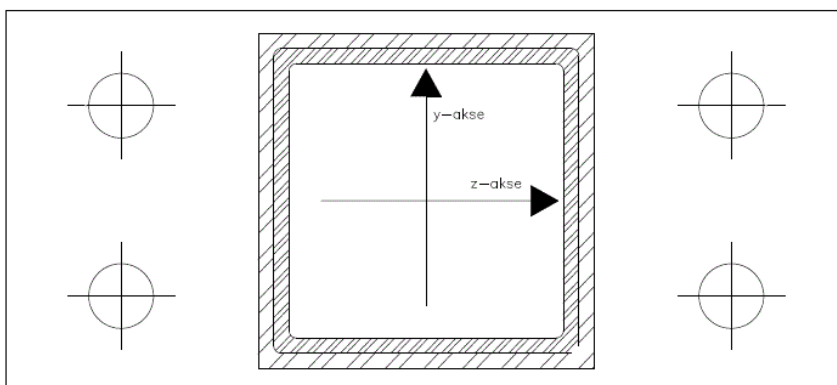
## 6 Resultater fra laboratorieforsøk

### 6.1 Generelt

I kapitlet presenteres resultatene fra forsøket. For å gjøre det oversiktlig presenteres resultater fra de elastiske forsøkene for begge platetykkelsene først med bøyning om svak akse. Deretter presenteres bøyning om sterk akse for begge platetykkelsene og til slutt plastiske forsøk.

### 6.2 Elastisk forsøk

For de elastiske seriene er det av interesse å finne en verdi for den initielle  $M/\varphi$ -relasjonen  $S_{j,ini}$ . Verdiene fra alle seriene er satt sammen til en kurve som presenteres for hvert av forsøkene. For beregningen av  $S_{j,ini}$  er gjennomsnittet av stivhetstallene til de tre første punktene benyttet. For enkelhets skyld gjentas Figur 6. 1 for å ha klarhet i definisjonen av sterk og svak akse.

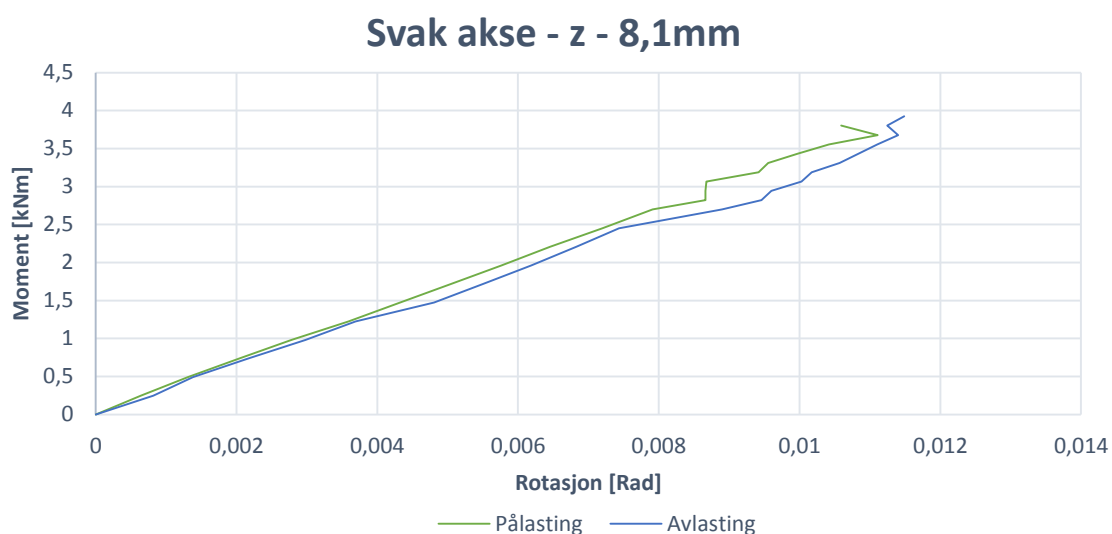


**Figur 6. 1** Definisjon av aksene. Svak akse refererer til bøyning om z-aksen, og sterk akse refererer til bøyning om y-aksen.

## 6.2.1 Geometri 1 – 8,1mm platetykkelse. Bøyning om svak akse

For geometri 1 er det utført fire elastiske forsøksserier. Resultatene av hver enkelt forsøksserie er presentert i Vedlegg C.1. Alle seriene er satt sammen og presentert i Figur 6. 2. Resultatet av de fire forsøksseriene varierte noe. Siden belastningen økes for hver serie vil kurven variere ut i fra den lineære delen i toppen. Dette fordi det er færre verdier for hver lastintervall jo nærmere toppen av kurven. Kurven er tilnærmet lineær i starten og med det kan det konkluderes at den initielle stivhetsrelasjonen  $S_{j,ini}$  er ganske nøyaktig.

$$S_{j,ini,z,1} = 373,3 \text{ kNm/rad} \quad (6.1)$$



**Figur 6. 2 Stivhetsrelasjon for forsøksserier. Geometri 1, svak akse**

I tabellen nedenfor er det listet opp maksimal belastning for hver av forsøksseriene. Det er gjort en gradvis økning i antall kilogram for å komme så nært som mulig mot den plastiske delen av kapasiteten. Likevel er alle forsøkene innenfor den elastiske delen, og dermed kan forsøksseriene benyttes til evaluering av knutepunktets stivhet.

**Tabell 6. 1Maksimal belastning for hver forsøksserie. Geometri 1, Svak akse**

Serie	1	2	3	4
<b>Belastning [kg]</b>	100	130	150	160
<b>Moment [kNm]</b>	2,4525	3,18825	3,67875	3,924

## 6.2.2 Geometri 2 – 6,3mm platetykkelse. Bøyning om svak akse

Fem forsøksserier er utført for geometri 2. Resultatene av enkeltseriene er gitt i vedlegg C.2. Også her er den initielle stivheten beregnet ut i fra de tre første punktene. Stivhetsrelasjonen er i dette tilfellet ikke helt lineært i begynnelsen. Det kan være flere grunner til nettopp dette, men en hypotese er at platen hadde en initiell bøy ut av planet på hver ende. Lignende er også observert i tidligere nevnte forsøk av Uhre[2]. Forsøksgeometriene i [2] var identisk med de som er benyttet her, men med kun en bolt på hver side av profilet. M-φ-relasjonen var i det studiet også ikke-lineær fra starten, men i det tilfellet noe mer tydelig enn her. Stivhetstallene diskuteres videre i kapittel 7.4. Rotasjonsstivheten for forsøksgeometri 2 om svak akse blir dermed satt til:

$$S_{j,ini,z,2} = 276,3 \text{ kNm/rad} \quad (6.2)$$



**Figur 6. 3 Stivhetsrelasjon for forsøksserier. Geometri 2, svak akse**

Tabell 6.2 viser maksimal belastning for hver serie og hvordan belastningen suksessivt ble øket. Det ble kjørt to serier opp til 85 før den siste til 90 for ikke å overskride elastisk kapasitet før alle serien var gjennomført.

**Tabell 6. 2 Maksimal belastning for hver forsøksserie. Geometri 2, Svak akse.**

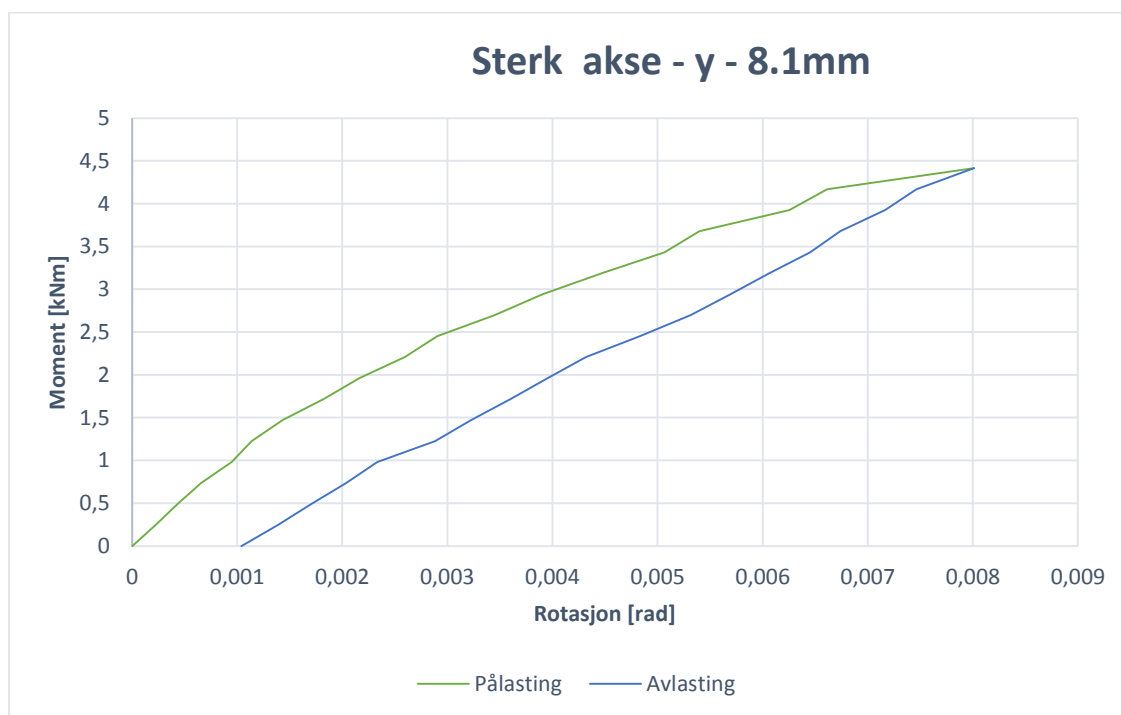
Serie	1	2	3	4	5
<b>Belastning [kg]</b>	70	80	85	85	90
<b>Moment [kNm]</b>	1,71675	1,962	2,084625	2,084625	2,20725

### 6.2.3 Geometri 1 – 8,1mm platetykkelse. Bøyning om sterk akse

Stivhetsrelasjonen i Figur 6. 4er heller ikke en tydelig lineær kurve. Det vil si at også i dette tilfelle er det usikkerhet om det som her er definert som den initielle stivheten er rette verdi. Mot toppen av kurven flater den dog mer ut, noe som kan tyde på at plastisk momentkapasitet kan være nådd. I tabell 6.3 er det listet opp at det ble utført to serier opp til 170 kg belastning, og to serier til 180 kg. Knekken i kurven kan bety at punktet for starten av plastisk kapasitet ligger et sted mellom 170 og 180 kg. Det vises også på kurven for avlastning at det i knutepunktet opptrer en liten varig deformasjon ved at kurven ikke går helt tilbake til utgangspunktet. Se vedlegg C.3 for forsøksdata for hver serie.

Stivhetstallet for forsøksgeometrien settes ut i fra de tre første punktene og er gitt ved:

$$S_{j,ini,y,1} = 1091,9 \text{ kNm/rad} \quad (6.3)$$



Figur 6. 4 Stivhetsrelasjon for forsøksserier. Geometri 1, Sterk akse.

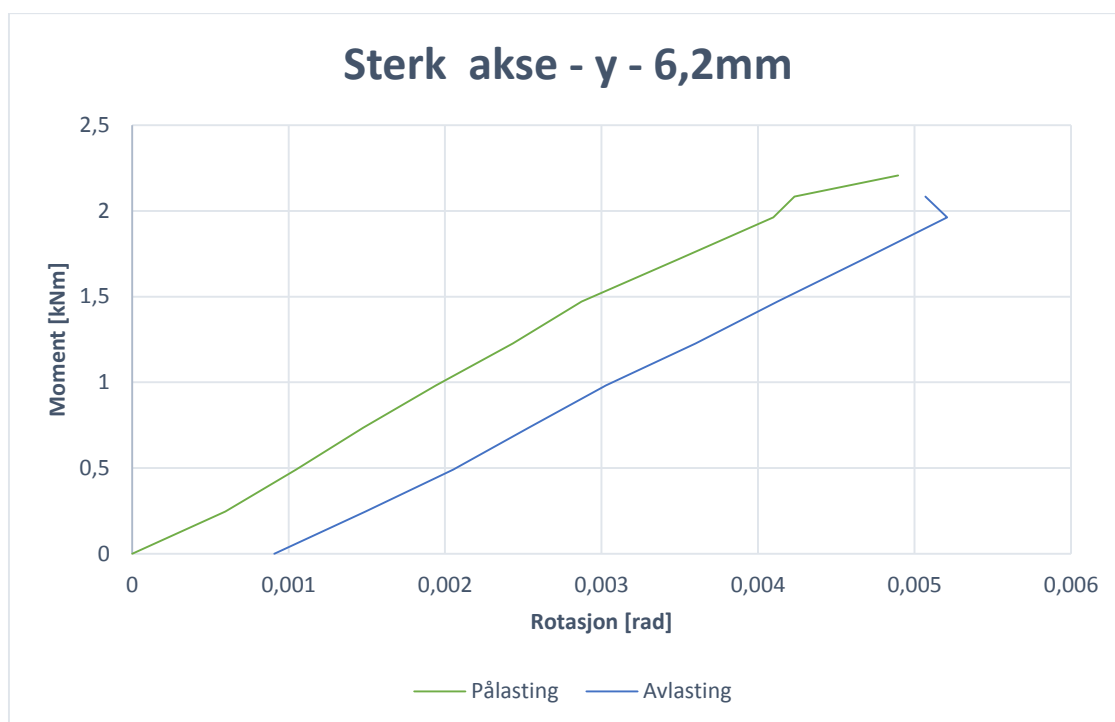
Tabell 6. 3 maksimal belastning for hver forsøksserie. Geometri 1, Sterk akse.

Serie	1	2	3	4
Belastning [kg]	170	170	180	180
Moment [kNm]	4,16925	4,16925	4,4145	4,4145

## 6.2.4 Geometri 2 – 6,3 mm platetykkelse. Bøyning om sterk akse.

Stivhetskuren for forsøksserien gir en tilnærmet lineær sammenheng, men ikke helt. Også i dette tilfellet kan det tyde på at punktet for overgang fra lineært område til plastisk er truffet, slik som for tilfellet i kapittel 6.2.3. Kurven slakker ut i toppen, og rotasjonen går ikke helt tilbake til utgangspunktet. Ut i fra tabell 6.4 kan det antas at punktet for momentkapasiteten ligger ved belastning rundt 110-120 kg. Forsøksdata for hver enkelte serie er gitt i vedlegg C.4. For den samlede kurven som er gitt i Figur 6. 5er rotasjonsstivheten gitt ved

$$S_{j,ini,y,2} = 470,7 \text{ kNm/rad} \quad (6.4)$$



Figur 6. 5 Stivhetsrelasjon for alle forsøksserier. Geometri 2, Sterk akse.

Tabell 6. 4 Maksimal belastning for hver forsøksserie. Geometri 2, Sterk akse.

Serie	1	2	3	4	5
Belastning [kg]	90	100	105	110	120
Moment [kNm]	2,20725	2,4525	2,575125	2,69775	2,943

## 6.4 Plastisk forsøk

Det er som nevnt i innledningen til kapittelet at det er utført ett plastisk forsøk for hver av geometriene og om begge aksene. Delkapittelet tar for seg resultater av forsøkene og opprettede flytelinje. For resultatene av full plastisk er innført en annen metode for evaluering av stivhet. Denne stivhetsrelasjonen heter som nevnt i kapittel 2 sekantstivheten og er gitt ved en rett linje mellom origo og punktet på kurven ved punktet  $\frac{2}{3}M_{j,Rd}$  på y-aksen.

For en elastisk globalanalyse skal rotasjonsstivheten fastsettes etter følgende kriterier:

- For en leddet forbindelse er  $S_j = 0$  (6.5a)

- For en delvis stiv forbindelse er

- $S_j = S_{j,ini}$  dersom  $M_{j,Ed} \leq \frac{2}{3}M_{j,Rd}$  (6.5b)

- $S_j = \frac{S_{j,ini}}{\eta}$  dersom  $\frac{2}{3}M_{j,Rd} \leq M_{j,Ed} \leq M_{j,Rd}$  (6.5c)

der

  - $\eta$  er en modifikasjonsfaktor gitt i Tabell 5.2 i knutepunktstandarden[1].  $\eta$  er satt til 3 for søylefot med skrudde endeplater og 2 for skrudde knutepunkter mellom bjelke og søyle.

Sekantstivheten bestemmes i dette tilfellet ved punktet for dimensjonerende momentkapasitet i M- $\phi$ - relasjonen. Siden momentet i forsøkene stadig øker, og til slutt over knutepunktets plastiske kapasitet presenteres sekantstivheten ved punktet  $M_{j,Ed} \leq M_{j,Rd}$ . Det vil si at stigningstallet, altså stivheten, er på sitt laveste som er tillatt beregningsmessig.

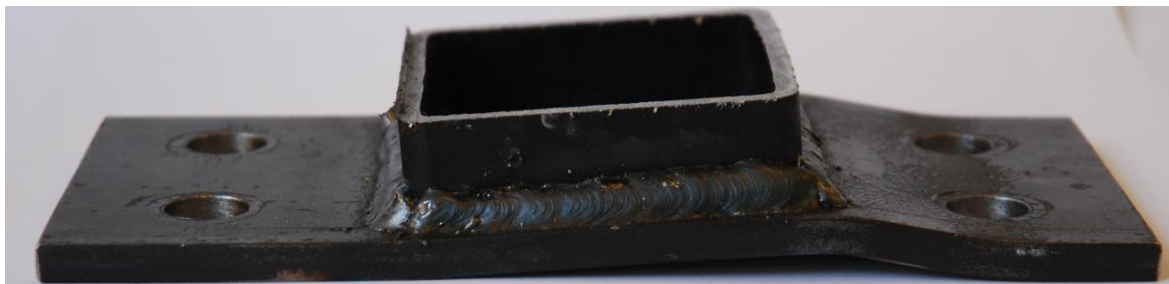
## 6.5 Observerte flytelinjer og knutepunktens kapasitet.

For å kunne bestemme sekantstivheten for et knutepunkt må kapasiteten bestemmes først. Ut i fra flytelinjene på de deformerte knutepunktene er det mulig å benytte eksisterende kapasitetsformler. Kapasitetsformlene til det ekvivalente T-stykke er beskrevet i kapittel 3.3. Knutepunktstandarden tar utgangspunkt i disse formlene for kapasitetsberegningene. Kapasitetsberegningene kan utføres ved to forskjellige metoder av virtuelt arbeid og flytelinjer. Kapasiteten kan utledes ved å si at momentet i forbindelsen påfører strekkraft i øverste flensen av profilet, og med det sette opp kapasitetsformler via gitt kapasitetsformel for det ekvivalente T-stykket.

En annen metode vil være å sette opp at det ytre arbeidet er gitt ved moment og vinkelen som oppstår om rotasjonsaksen. Denne metoden vil i dette tilfellet være mest aktuell, og vil derfor bli presentert her.

### 6.5.1 Utledning av kapasitet – Sterk akse.

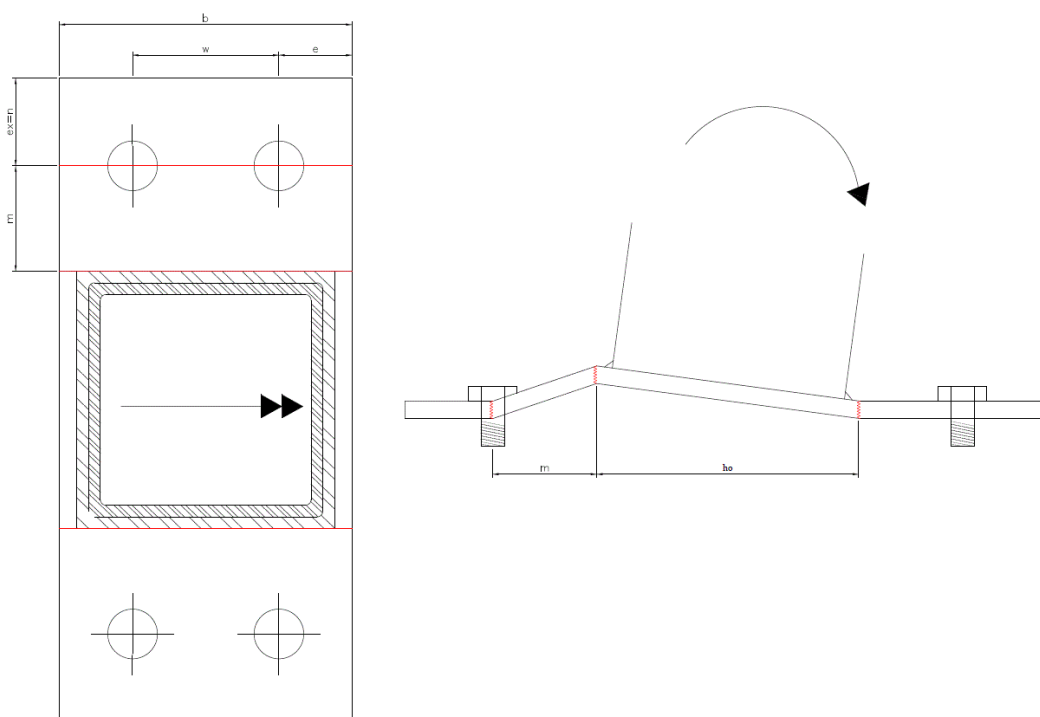
Flytemekanismen for endeplatene var like for begge platetykkelsene. For sterk akse ble det observert 3 flytelinjer. En flytelinje langs toppen av profilet, en på undersiden og en tvers over bredden langs boltene som Figur 6. 6 og Figur 6. 7 viser.



Figur 6. 6 Deformert endeplate. Profilet er bøyd om sterk akse.

Benytter observerte flytelinjer til å sette opp uttrykk for knutepunktets kapasitet. Det ytre arbeidet er gitt ved:

$$W_y = M_p \frac{\delta}{h_0} \quad (6.6)$$



Figur 6. 7 Observerte flytelinjer i endeplaten. Til høyre er grunnlaget for beregning av kapasitet.



For beregning av plastisk kapasitet av knutepunktet betraktes hele bredden av endeplaten. Det gir et uttrykk for plastisk arbeid som i uttrykk (6.7). Forskyvningen  $\delta$  er vist i Figur 6.8 og samsvarer med forskyvningen som følger av momentpåkjønning.

$$W_p = m_p b_p \frac{\delta}{m} + m_p b_p \left( \frac{\delta}{m} + \frac{\delta}{h_0} \right) + m_p b_p \frac{\delta}{h_0} \quad (6.7)$$

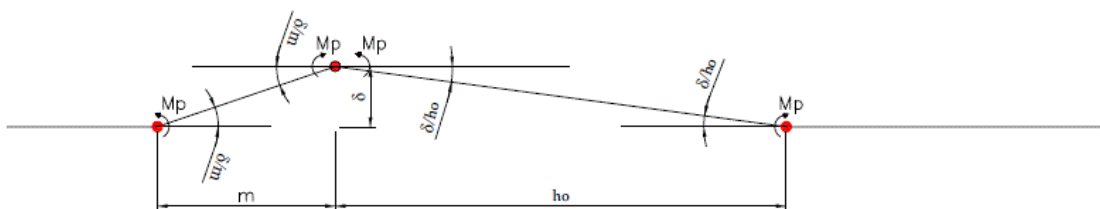
som gir uttrykket

$$W_p = 2m_p b_p \delta \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{h_0} \right) \quad (6.8)$$

Ved å følge sammenhengen ved at ytre arbeid er lik plastisk arbeid kan uttrykk (6.8) og (6.6) benyttes for å finne momentkapasiteten til forbindelsen som gitt i uttrykk (6.9).

$$M_p = 2m_p b_p \left( \frac{h_0}{m} + 1 \right) \quad (6.9)$$

Dette er et uttrykk for momentkapasiteten for forbindelsen. Denne utledningen er tidligere utført av Aalberg et.al [12]. Det kan også nevnes at i vedlegg B.2 er det tatt med alternativ beregning av kapasitetsformler som nevnt starten av kapittelet. I tilfellet om bøyning om sterk akse vil kapasiteten være tilnærmet lik.



**Figur 6.8** Beregningsmodell for opp tredende bruddmekanisme ved bøyning om sterk akse.  $h_0$  på figuren refererer til lengden av profilet og sveis på begge sider.

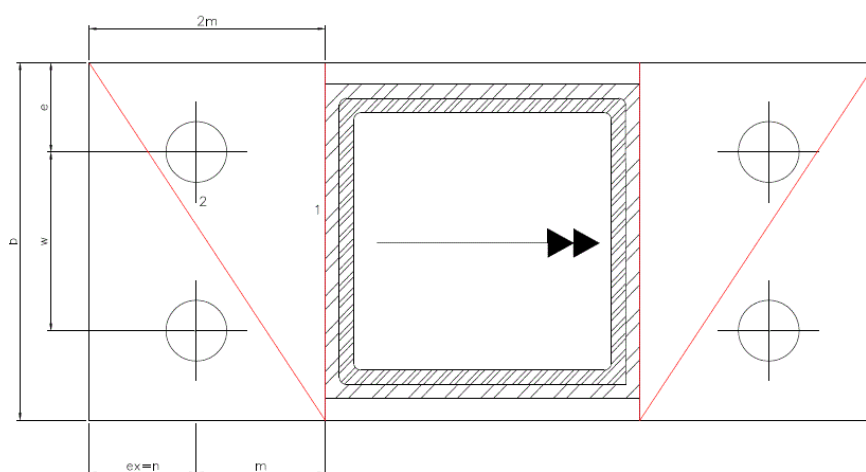
Uttrykkene vil bli benyttet for å bestemme sekantstivheten til knutepunktene, og resultatene presenteres i delkapitlene 6.5.3 og til og med 6.5.6.

## 6.5.2 Svak akse. Bøyning om z-aksen

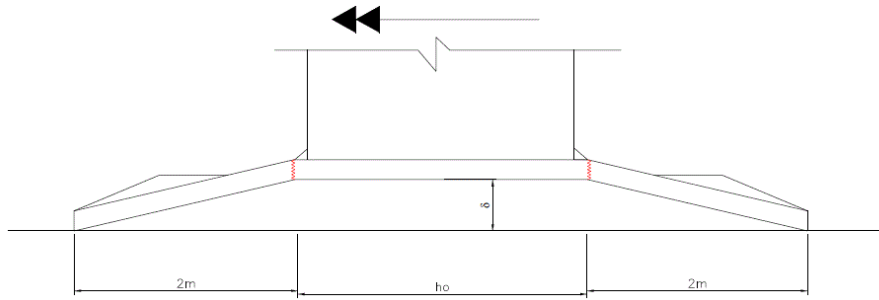
Flytemekanismen for endeplaten ved bøyning om svak akse er litt mer kompleks enn for sterk akse. Platen utsettes for biaksial bøyning og dermed kommer teorien om flytelinjeteori for tværrbelastede plater til nytte igjen. Metoden for å beregne kapasiteten til knutepunktet er den samme som benyttet i kapittel 6.5.1. Også i dette tilfellet var flytemekanismene for begge platetykkelsene like, og dermed beregnes kapasiteten med like uttrykk for effektiv lengde. Bestemmelse av flytelinjer verifiseres også ved å evaluere kontaktsonene til endestykkene. Figur 6. 9 viser deformert endeplate betraktet ovenfra. Flytelinjene går langs hver av profilets sidekanter. I tillegg går det flytelinjer fra nederste hjørne av profilet og skrått opp mot hjørnet av endeplaten. Figur 6. 10 gir en bedre illustrasjon for det.



Figur 6. 9 Deformert endeplate. Figuren viser platens flytemønstre.



Figur 6. 10 Flytelinjer for bøyning om svak akse. Målene er lik som oppgitt i standarden. Merk at avstanden  $m$  på figuren svarer til  $m_x$  j.f [1].



Figur 6. 11 Endeplatens forskyvning i toppen av platen.

Beregning av kapasitet for knutepunktet blir ikke like rett frem for bøyning om svak akse, men bygger på de samme prinsippene. Det ytre arbeidet settes lik utrykk (6.10). Forskyvningen vil i dette tilfellet være som anvist i Figur 6. 11.

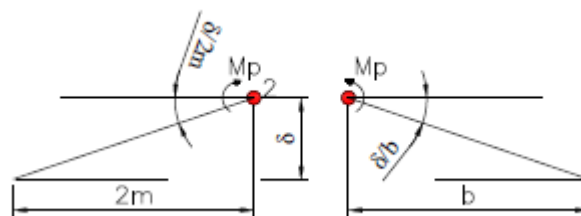
$$W_y = M_p \frac{\delta}{b_p} \quad (6.10)$$

Det plastiske arbeidet utføres i to vendinger der flytelinjer og deres vinkler betraktes med hensyn på biaksial bøyning. Beregner først plastisk arbeid for flytelinjene 1 jf. Figur 6. 10. Det plastiske arbeidet for flytelinje 1 er gitt ved utrykk (6.11).

$$W_{p,1} = m_p b_p \frac{\delta}{2m} \quad (6.11)$$

Arbeidsbidraget fra flytelinje 2 får to bidrag da platen dreier om to akser. Plastisk arbeid blir da som gitt i utrykk (6.12).

$$W_{p,2} = 2m_p b_p \frac{\delta}{2m} + 2m_p m \frac{\delta}{b_p} \quad (6.12)$$



Figur 6. 12 Forklaring til beregning av plastisk arbeid for flytelinje 2.

Med det er alle bidragene til plastisk arbeid utledet, og totalt plastisk arbeid er da som gitt i utrykk (6.13).

$$\begin{aligned}
W_{p,total} &= W_{p,1} + W_{p,2} = 2m_p \delta \left( \frac{b_p}{2m} + \frac{b_p}{2m} + \frac{2m}{b_p} \right) \\
&= 2m_p \delta \left( \frac{b_p}{m} + \frac{2m}{b_p} \right)
\end{aligned} \tag{6.13}$$

Ved igjen å bruke sammenhengen om at indre arbeid, uttrykk (6.13), er lik ytre arbeid, uttrykk(7.10), kan momentkapasiteten bestemmes ut i fra (6.14).

$$M_p = \frac{2 m_p}{m} (b_p^2 + 2m^2) \tag{6.14}$$

Uttrykket benyttes for å bestemme grensen for sekantstivheten for knutepunktene ved bøyning om svak akse.

### 6.5.3 Geometri 1. Bøyning om sterk akse, y-aksen.

Momentkapasiteten for endestykkene er beregnet i sin helhet i vedlegg B.3 men verdien for momentkapasiteten er gitt i uttrykk (6.15).

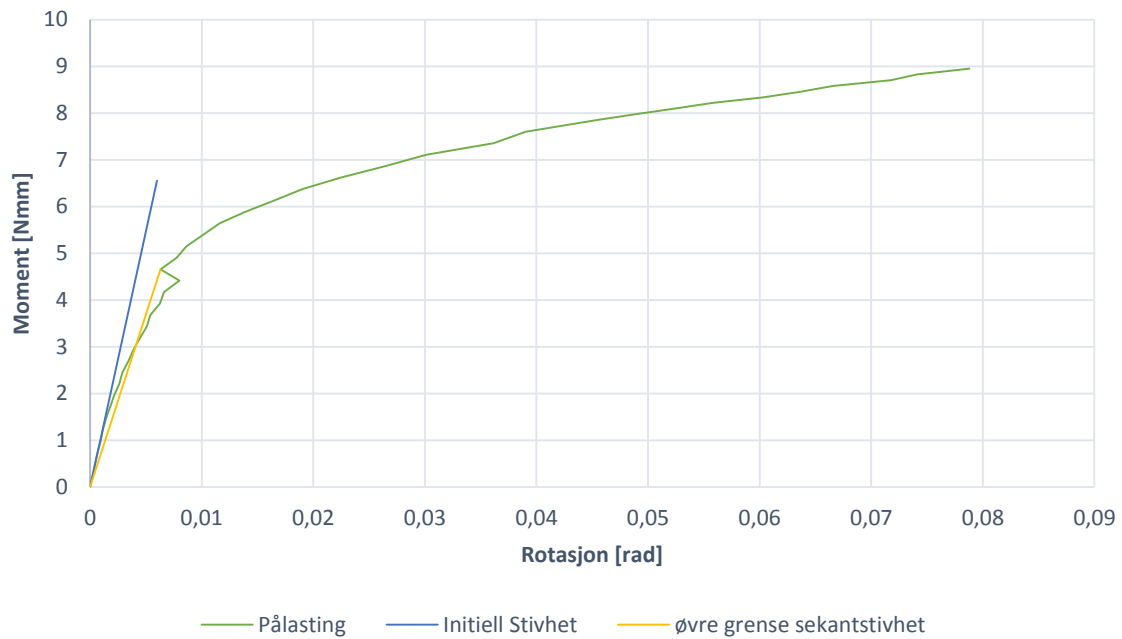
$$M_{Rd,y,1} = 4,8kNm \tag{6.15}$$

Det registreres også at beregnet plastisk momentkapasitet i dette tilfellet ligger i et område på grafen som er litt vanskelig å definere. Tradisjonelt skulle forutsetningene si at momentkapasiteten skulle befinne seg rundt et område hvor grafen flater mer ut. Dette tyder på at kapasitetsberegninger ved denne metoden kan ansees som konservativ.

Som nevnt i begynnelsen av kapittel 6.4 er det i denne oppgaven bestemt at sekantstivheten bestemmes ut i fra øvre grense for plastisk momentkapasiteten. Grafen for stivhetstallet i Figur 6. 13 opptrer i dette tilfellet ikke som en jevn kurve gjennom overgangen fra elastisk til plastisk sone. Grunnen til det kan være at det kun er utført en plastisk forsøksserie, og dermed vil ikke kurven gi helt nøyaktige resultater for M-φ-relasjonen i overgangen. Derfor er det noe usikkerhet rundt beregningen av sekantstivheten, men sekantstivheten blir i dette tilfellet gitt ved uttrykk (6.16)

$$S_{j,y,1} = 738,0kNm/Rad \tag{6.16}$$

## Plastisk, Geometri 1- Sterk akse



**Figur 6. 13 M-  $\phi$ -relasjon. Figuren viser initiell stivhet og sekantstivhet ved maksimal momentkapasitet for knutepunktet. Geometri 1, sterk akse. Initiell stivhet er gitt i tabell 7.5.**

Verdiene for de forskjellige stivhetene er gitt i tabell 6.5. Dersom knutepunktet blir betraktet som en søylefot, vil  $\eta = 3$  gjelde. Sekantstivheten som er beregnet ut i fra maksimal momentkapasitet gir en stivhet som er betraktelig større enn stivheten som standarden gir føring for i dette tilfellet, og i dette tilfellet en meget konservativ tolkning av stivheten.

**Tabell 6. 5 Oversikt over aktuelle stivheter.**

	$S_{j,ini,y,1}$ $\left[\frac{kNm}{rad}\right]$	$S_{j,y,1}$ $\left[\frac{kNm}{rad}\right]$	$S_{j,y,1} = \frac{S_{j,ini}}{\eta}$ $\left[\frac{kNm}{rad}\right]$
<b>Sterk akse, Geometri 1</b>	1063,3	738,0	353,8

## 6.5.4 Geometri 2. Bøyning om sterk akse, y-aksen.

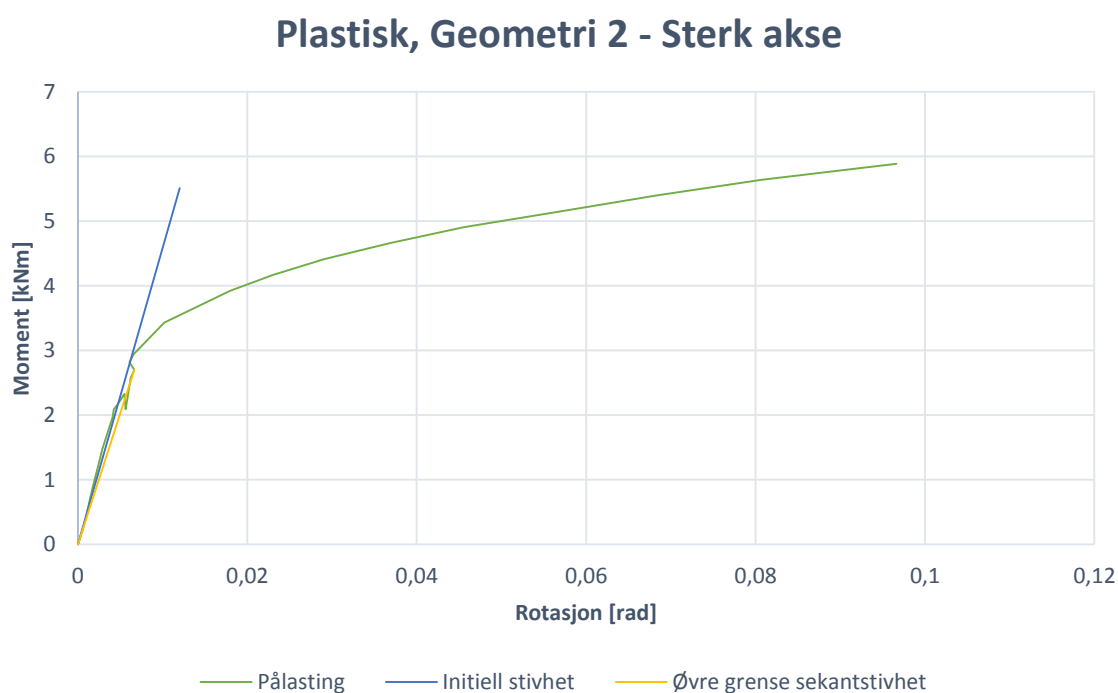
Momentkapasiteten er beregnet i vedlegg B.3, men resultatet er gjengitt i uttrykk (6.17).

$$M_{Rd,y,2} = 2,8kNm \quad (6.17)$$

Det kan i dette tilfellet også se ut til at momentkapasiteten ligger i et område lavere enn det som kan antas. Dette underbygger hypotesen at momentkapasiteten for bøyning om sterk akse er noe konservativ. Det kan ut i fra grafen antas en momentkapasitet som er noe høyere enn beregnet, men dette blir bare spekulasjoner uten videre teoretisk hold i, og derfor benyttes beregnet momentkapasitet videre.

Sekantstivheten er gitt i uttrykk (6.18). Figur 6. 14 og tabell 6.6 viser at den initielle stivheten og sekantstivheten i dette tilfellet ikke ligger langt fra hverandre. I Figur 6. 5er det sett nærmere på den elastiske delen av kurven, og her ble det observert en tilnærmet lineær sammenheng. Likevel kan det ikke konkluderes med at sammenhengen i dette tilfellet er lineær da kurve for initiell stivhet og sekantstivhet i så fall skulle vært sammenfallende.

$$S_{j,y,2} = 404,6 \text{ kNm/Rad} \quad (6.18)$$



**Figur 6. 14 M- φ-relasjon. Figuren viser initiell stivhet og sekantstivhet ved maksimal momentkapasitet for knutepunktet. Geometri 2, sterk akse.**

Tabell 6. 6 oversikt over stivhetstall.

	$S_{j,ini,y,2}$	$S_{j,y,2}$	$S_{j,y,2} = \frac{S_{j,ini}}{\eta}$
	$\frac{kNm}{rad}$	$\frac{kNm}{rad}$	$\frac{kNm}{rad}$
<b>Sterk akse, Geometri 2</b>	470,7	404,6	156,9

Sekantstivheten som beregnes ut i fra eurokoden[1] gir også i dette tilfellet en konservativ tilnærming.

### 6.5.5 Geometri 1. Bøyning om svak akse, z-aksen

Momentkapasiteten er gitt i uttrykk (6.19). Fullstendige beregninger er gitt i vedlegg B3.

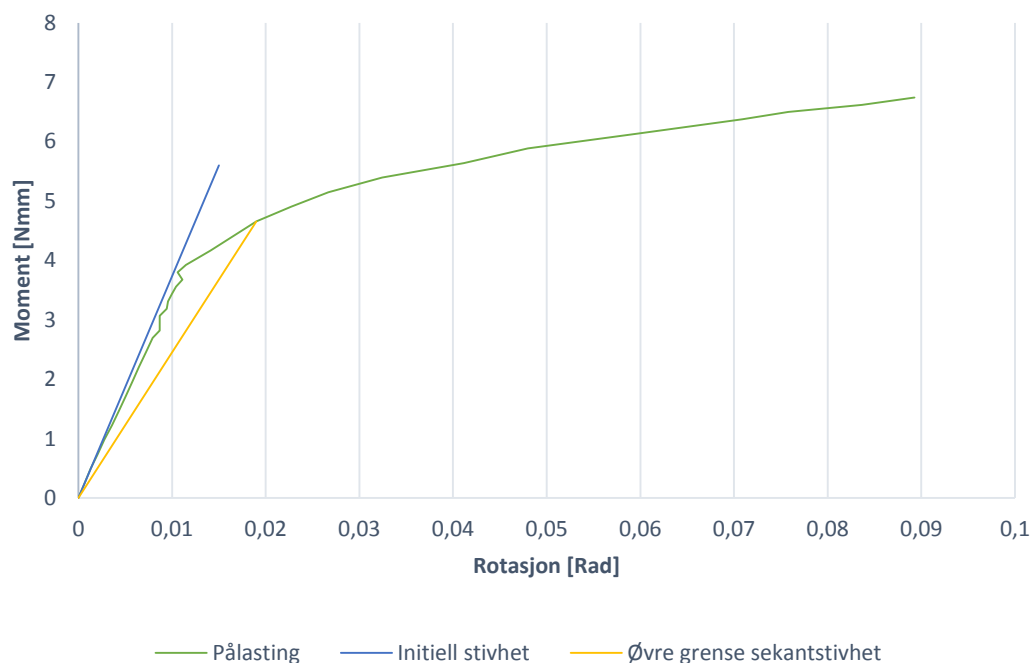
$$M_{Rd,z,1} = 4,8 \text{ kNm} \quad (6.19)$$

Momentkapasiteten i dette tilfellet ser ut til å svare mer til forventet i henhold til grafen i Figur 6. 15. Kapasiteten befinner seg et stykke inn i det som betraktes som den plastiske delen, altså der stigningstallet til grafen allerede har sunket betraktelig. Det vil si at når plastisk momentkapasitet ble betegnet som konservativ for bøyning om sterk aksene, er det mer usikkert her ved bøyning om svak akse. Likevel kan det ikke trekkes noe konklusjon basert på kun et forsøk.

Sekantstivheten blir i dette tilfellet satt i henhold til uttrykk (6.20). Figur 6. 15 viser en klar forskjell mellom initiell stivhet og sekantstivhet, noe som er i sammenheng med momentkapasiteten for knutepunktet.

$$S_{j,z,1} = 245,4 \text{ kNm/rad} \quad (6.20)$$

## Plastisk, Geometri 1- Svak akse



Figur 6. 15 M-  $\phi$ -relasjon. Figuren viser initiell stivhet og sekantstivhet ved maksimal momentkapasitet for knutepunktet. Geometri 1, svak akse.

Tabell 6.7 viser i dette tilfellet også at beregningsmessig sekantstivhet fra knutepunktstandard[1] ligger på den konservative siden.

Tabell 6. 7 oversikt over stivhetstall.

	$S_{j,ini,z,1}$	$S_{j,z,1}$	$S_{j,z,1} = \frac{S_{j,ini}}{\eta}$
	$\frac{kNm}{rad}$	$\frac{kNm}{rad}$	$\frac{kNm}{rad}$
<b>Svak akse, Geometri 1</b>	373,3	245,4	124,4



## 6.5.6 Geometri 2. Bøyning om svak akse. Z-aksen.

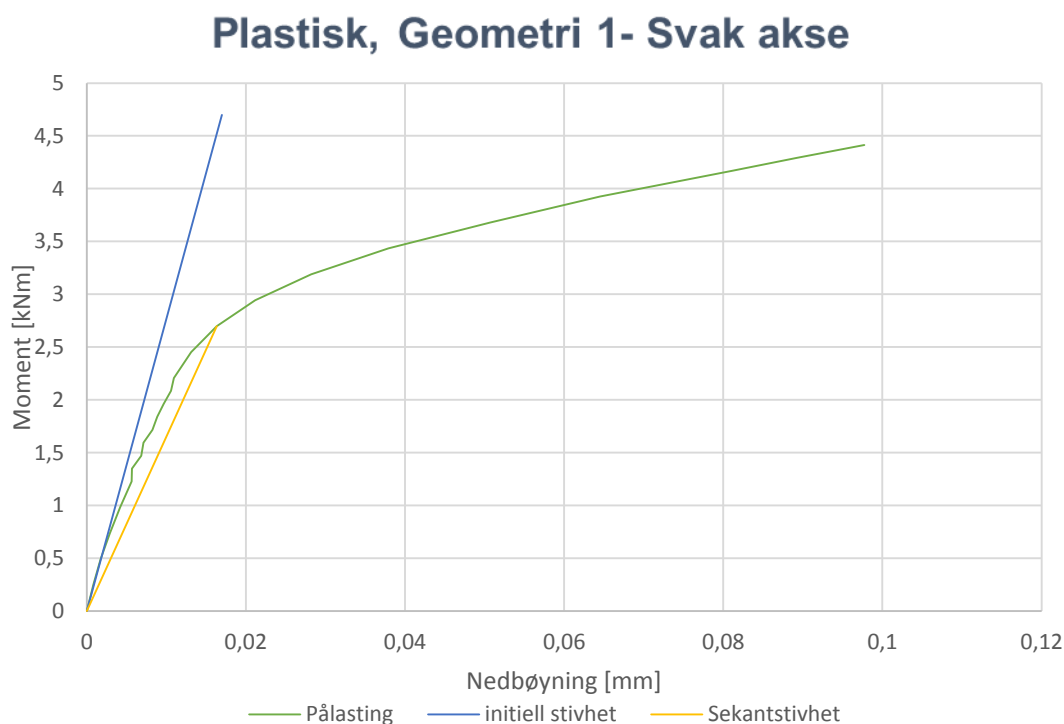
Momentkapasiteten er beregnet i vedlegg B.3 og er gjengitt her i uttrykk (6.21).

$$M_{Rd,z,2} = 2,8kNm \quad (6.21)$$

I likhet med geometri 1, ligger momentkapasiteten i dette tilfellet et stykke etter kurvens stigningstall flater ut, se Figur 6. 16. Det vil si at også her svarer beregnet momentkapasitet til en verdi som kan forventes ut i fra grafen.

Sekantstivheten er for knutepunktet gitt i uttrykk (6.22). Initiell stivhet og sekantstivhet varierer også i dette tilfellet mye i forhold til hverandre slik som for geometri 1.

$$S_{j,z,1} = 164,9 kNm/rad \quad (6.22)$$



**Figur 6. 16 M-  $\phi$ -relasjon. Figuren viser initiell stivhet og sekantstivhet ved maksimal momentkapasitet for knutepunktet. Geometri 2, svak akse.**

**Tabell 6. 8 Oversikt over stivhetstall.**

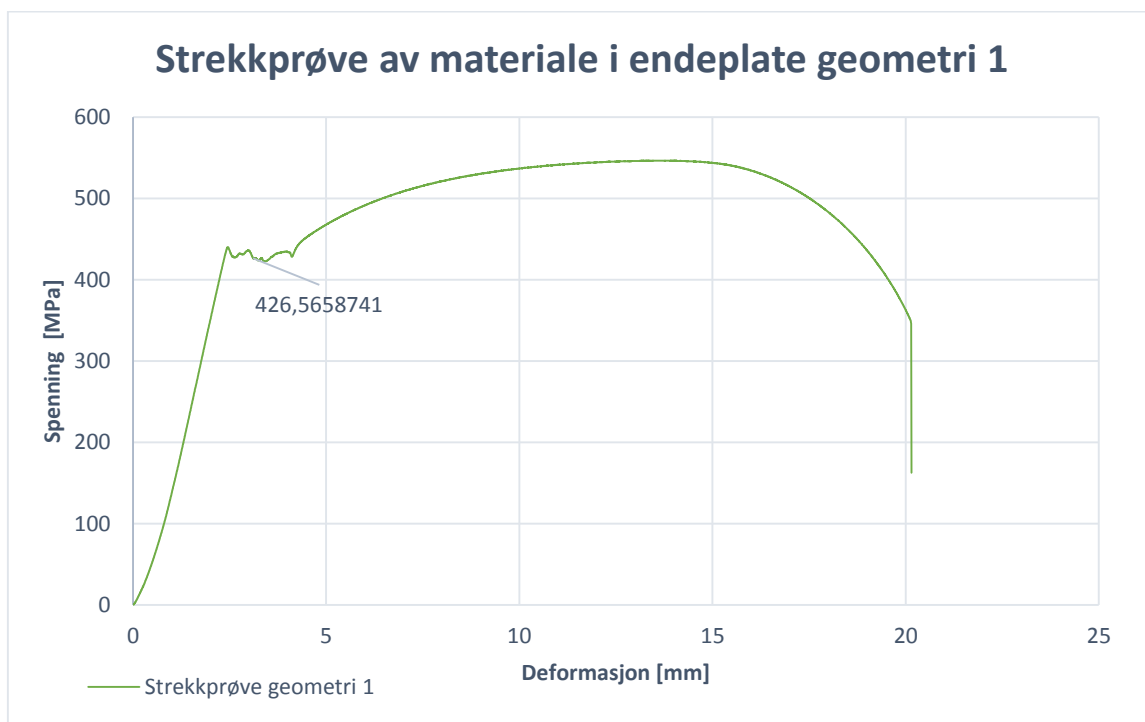
	$S_{j,ini,z,2}$	$S_{j,z,2}$	$S_{j,z,2} = \frac{S_{j,ini}}{\eta}$
	$\frac{kNm}{rad}$	$\frac{kNm}{rad}$	$\frac{kNm}{rad}$
<b>Svak akse, Geometri 2</b>	276,3	164,9	92,2

## 6.7 Strekkprøver av endeplatemateriale

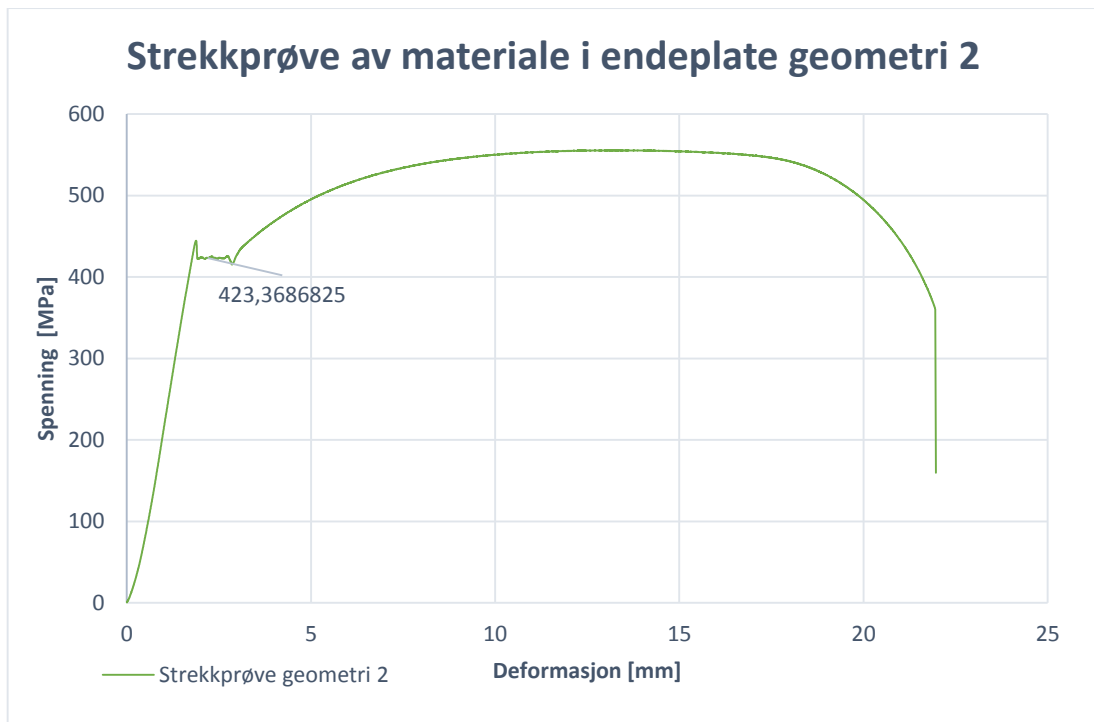
For å vite eksakt hvilket materiale som ble benyttet i forsøkene ble det gjort strekkprøver av materialene. Selve prøvene ble utført av personell på laboratoriet. Resultatene presenteres i Figur 6. 17 og Figur 6. 18. Forsøksdataen regnes om til strekkraft per areal, altså spenning.

Tabell 6. 9 Mål på materiale for strekkprøver og spenningsareal.

Prøvestykke	Tykkelse [mm]	Bredde [mm]	Areal [mm <sup>2</sup> ]
Geometri 1	<b>6,2</b>	<b>12,42</b>	<b>77,00</b>
Geometri 2	<b>8,09</b>	<b>12,49</b>	<b>101,04</b>



Figur 6. 17 Strekkprøve av material i endeplatene for geometri 1.



**Figur 6. 18** Strekkprøve av materiale i endeplate for geometri 2.

Kurvene vise at flytespenningen i materialet ligger tett opp mot referanseverdien for stålsorten som er gitt i tabellen i Stålkonstruksjoner, profiler og formler[8]. Referanseverdien benyttes og flytespenningen settes lik 420Mpa. For beregningene der flytespenningen  $f_y$  er benyttet, er materialfaktoren  $\gamma_{M0} = 1,05$  tatt med i beregningene slik at flytespenningen som brukes er av en verdi på 400Mpa.

## 6.8 Kommentar til resultatene

I kapittel 2.3.2 er det beskrevet klassifiseringsgrensen for en søylefot. Ved å benytte uttrykk (2.3d) kan en øvre grense settes på hvor grensen for delvis stivt knutepunkt går. Utrykket nedenfor er denne grensen beregnet. For alle andre stivhetstall skal knutepunktet etter eurokoden[1] betraktes som en delvis stiv søylefot. Øvre grense for stiv søylefotforbindelse er da gitt ved:

$$S_{j,ini} \geq 30 \frac{EI_c}{L_c} = 30 \frac{210000 * 1,16 * 10^6}{2500} = 2923,2 \frac{kNm}{rad} \quad (6.23)$$

Ingen av de initielle stivhetene som er registrert i forsøkene overskrider denne grensen, og må derfor betraktes som delvis stive. Ellers kan det nevnes at grenseverdi for stivt knutepunkt er signifikant høyere enn knutepunktene, og det virker som om knutepunktet skal ha kraftige dimensjoner for i det hele tatt være i nærheten av å kunne klassifiseres som stivt knutepunkt. Dette blir sett nærmere på i kapittel 9.

En lavere grense for et knutepunkt, det vil si hvor vidt et knutepunkt skal kunne klassifiseres som leddet, er foreslått av Birkeland et al.[3]. Denne grensen er gitt ved uttrykk (6.23). Det observeres at ingen av stivhetstallene, initiell eller sekant, er lavere enn denne grensen.

$$S_{j,ini} \geq 0,5 \frac{EI_c}{L_c} = 0,5 \frac{210000 * 1,16 * 10^6}{2500} = 48,7 \frac{kNm}{rad} \quad (6.23)$$

Sekantstivheten som presenteres i resultatene er et forsøk på å beregne minste mulige sekantstivhet som kan opptre ut i fra forbindelsens plastiske momentkapasitet. Dette for å gi et bilde på den initielle stivheten og om hvor vidt stivhetsrelasjonen opptrer lineær i den elastiske delen. I forsøksseriene er det noe sprik i hvor vidt det kan antas lineær sammenheng. I kapittel 8 er det sett nærmere på grafene for simuleringene om det kan konkluderes nærmere. Dette er sentralt for å bestemme om et knutepunkts stivhet kan bestemmes ved den initielle stivheten i forsøkene eller sekantstivheten.



## 7 FEM-Analyse

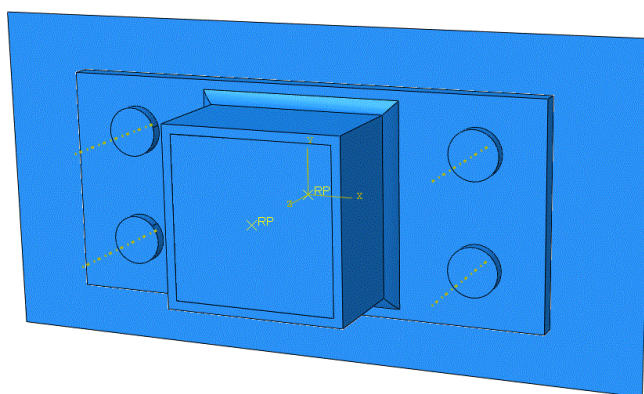
### 7.1 Generelt

Simuleringene ble utført i FEM-analyseprogrammet Abaqus. Slike FEM-programmer er ofte brukt til slike parameterstudier da det gjør utvidelse av et studie mindre kostbar enn å utføre flere laboratorieforsøk med flere geometrier. Ut i fra resultatene som ble funnet i forsøket er det blitt laget modeller som gir tilsvarende verdier i simuleringene. Her er det lagt mest vekt på samsvar mellom rotasjonsstivhetene  $S_j$  og  $S_{j,ini}$  i analysen. I tillegg er den viktigste delen av analysen innenfor den elastiske delen. Selv om oppmåling av geometrien på prøvestykkene varierte noe, er det for simuleringen benyttet referansegeometri, altså teoretiske mål.

### 7.2 Analysemodell

Grunnlaget for analysemodellen er forsøksgeometriene og resultatene der. Det ble gjort en del analyser for å finne en modell som ga gode nok resultater til å kunne brukes som referanse. Etter en raffineringssprosess ble flere ulike hypoteser utprøvd og til slutt ble det konkludert med hva som ga det beste resultatet. Det kan for eksempel nevnes at det er blitt sjekket friksjonskoeffisienter fra 0,1 og opp til 0,4. I tillegg er det gjort simuleringer der det er blitt påført initiell boltekraft i boltene, og konkludert med at det best tilpassede resultatet var når boltene ble modellert uten boltekraft, like lang som endeplaten og innspenning i alle aksene.

For å gjøre modellen tro mot virkeligheten, men samtidig prøve å lage en modell som ikke var altfor kompleks var det nødvendig å gjøre noen forenklinger. Dersom modellen blir for omfattende øker sjansen for at modellen ikke konvergerer eller andre feilkilder inntreffer. I modellen ble det brukt forskjellige komponenter og flere av komponentene inneholder visse forenklinger for at det kunne hentes ut relevant data.



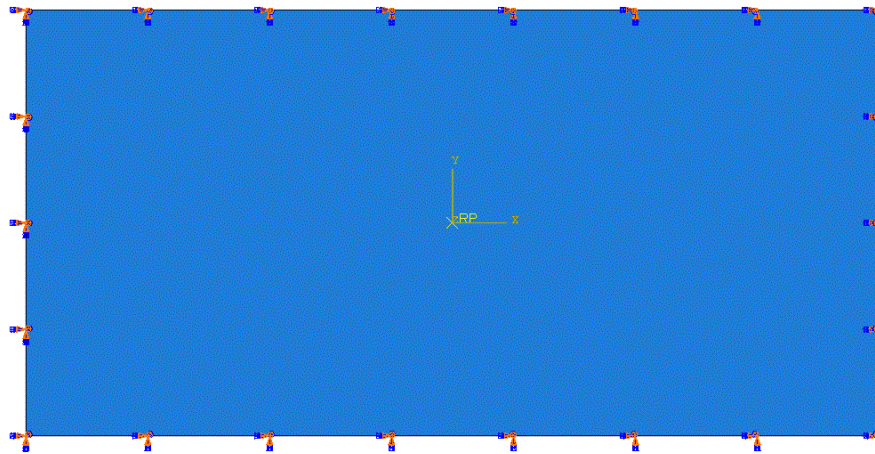
Figur 7. 1 Analysemodellen fra Abaqus. Figuren viser hele modellen samt analytisk stiv plate bakerst

## 7.2.1 Modellens komponenter

I dette delkapittelet er det gjort rede for alle komponentene som inngår i modellen. Det er gitt en kort forklaring om sentrale antagelser og tilpasninger. I stedet for å gå nærmere inn i komponentenes egenskaper i form av hvilke volumelementer som er benyttet og hvilke materialdata som er lagt inn hver for seg, er det opplyst henholdsvis i kapittel 7.2.4 og 7.2.3 for å fremstille det mer oversiktlig.

### Analytisk stive plater

I forsøket ble det som opplyst brukt en 50 mm tykk plate til innfestningen av prøvestykkene. For å gi analysemodellen samme forutsetninger er det benyttet en analytisk stiv plate i stedet. Dette for å sikre at endeplaten får opptre på lik linje som i forsøket. Som randbetingelser for denne platen er det lagt inn fastholding for rotasjon om alle tre aksene samt fastholdning mot bevegelse i alle retninger. Platens størrelse varierer noe ut i fra endeplatens dimensjoner, men i alle tilfellene er platen tilstrekkelig stor i forhold. Dette skulle tilsvare forholdene i forsøkene.

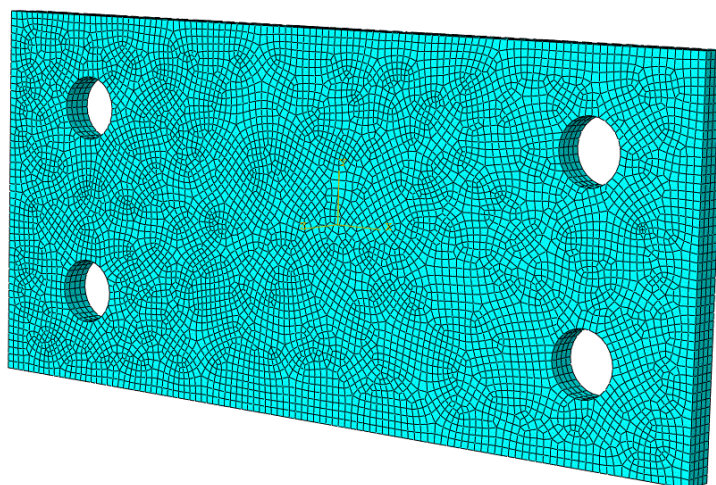


**Figur 7. 2 Analytisk stiv plate. Pilene langs randene visualiserer platens randbetingelser**

Det er også benyttet en analytisk stiv plate i andre enden av knutepunktet.

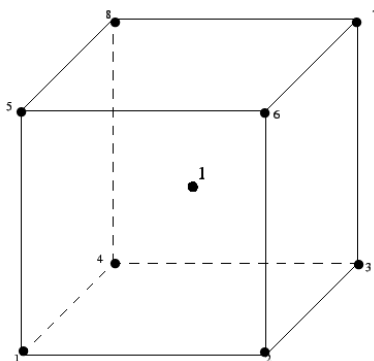
## Endeplate

Endeplaten i modellen fremstår som tro til teoretiske mål for forsøksgeometrien. Siden endeplaten er den mest sentrale komponenten for forbindelsens rotasjonsstivhet er den gitt mest fokus i modellen. Med det menes at det er benyttet et fint mesh, og gitt gode vilkår for dens deformasjon ved at det er lagt inn materialfastning som en parameter. I platen er det lagt inn fire stykk boltehull med 17 mm diameter slik som arbeidstegningene viser, se Figur 5. 1. Tykkelsen varierer fra 4mm og i 2 mm intervall opp til 12 mm der det er kjørt analyser om begge aksene for hver tykkelse.



**Figur 7. 3** Endeplate med 8 mm tykkelse. Her med mesh som viser 4 elementer over platens tykkelse

For endeplaten er det benyttet C3D8R elementer se Figur 7. 4. Det er et kubisk element med åtte noder, en i hvert hjørne. Det er benyttet redusert integrasjon, som bidrar til mer korrekt resultat og raskere konvergeringstid. Generelt sett vil økt antall integrasjonspunkter over tykkelsen av objektet bidra til økt nøyaktighet, men med det også øke kravet til maskinkapasitet for å kjøre analysene. For elementet er det også benyttet timeglasskontroll for å unngå fenomenet «shear locking», skjærlåsning[9]. Dette betyr at man hindrer falske forskyvninger langs elementet rander. Uten timeglasskontroll ville ikke elementet kunne beskrive deformasjoner slik det nå gjør. Det benyttes i all hovedsak 4 elementer over platetykkelsen.

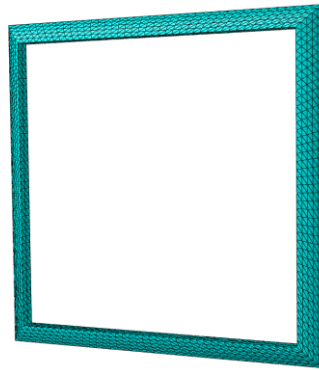


**Figur 7. 4** C3DR8- element. Elementet består av åtte noder hvor hver av nodene har tre frihetsgrader. Ved å benytte redusert integrasjon (1x1x1) vil integrasjonspunktet befinne seg i midten av elementet.



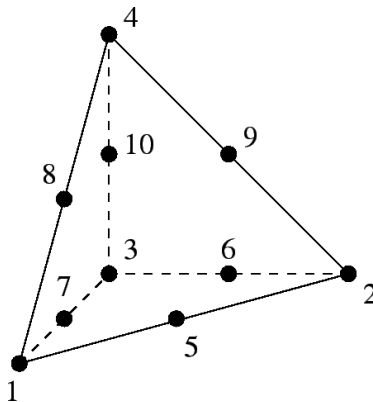
## Sveis

Teoretiske mål er benyttet for sveisen i analysemodellen. Sveisen a-mål varierte noe for prøvestykkene, men i modellen holdes a-mål konstant. Sveisen er uansett dimensjoner til å tåle mer enn de krefter som skulle oppstå både under forsøkene og i analysene, for å sikre at deformasjonene først kommer i endeplaten og i boltene. Det brukes fint mesh i sveisen for å sikre en god simulering av kraftoverføring fra profilet.



Figur 7. 5 Analysemodellens sveis, her vist med mesh som benyttes i alle analysene.

Elementtypen som benyttes i sveisen kalles for C3D10 og er et 10-noders tetraeder. Elementet er presist, og anvendes her siden formen på sveisen er litt mer kompleks enn for eksempel hva gjelder endeplaten.

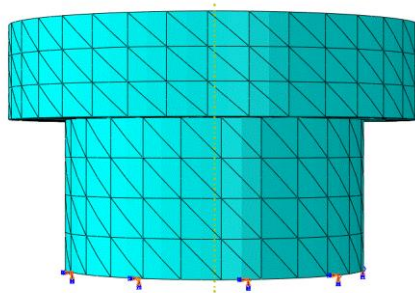


Figur 7. 6 C3D10-Element som benyttes i sveisen. Elementet består av 10 noder og gir en presis fremstilling av forskyvning og kraftoverføring til endeplaten.

## Boltene

Boltene er komponenten som varierer mest ut i fra virkelig geometri. Siden det brukes en analytisk stiv plate som underlag er det valgt å sette lengden på bolten lik endeplaten i alle tilfellene, i tillegg til boltehodet. Diameter på bolten er lik som referansemålene på  $d_b = 16 \text{ mm}$ . Det er gjort en forenkling i simuleringene. Reelt vil bolten påvirkes av en forspenningskraft, men i simuleringene er ikke denne ivaretatt. Det er forsøkt utført en simulering med forspenning i boltene, men simuleringen gjøres da mer kompleks og tar mye tid. Forskjellen i resultatene var ikke så signifikant at forspenning i boltene ble benyttet for alle simuleringene.

Boltene er påført randbetingelser i enden mot den analytisk stive platen. Randbetingelsene er fastholdt mot rotasjon og forskyvning i alle retningene. I likhet med sveisen er det benyttet C3D10 elementtype.

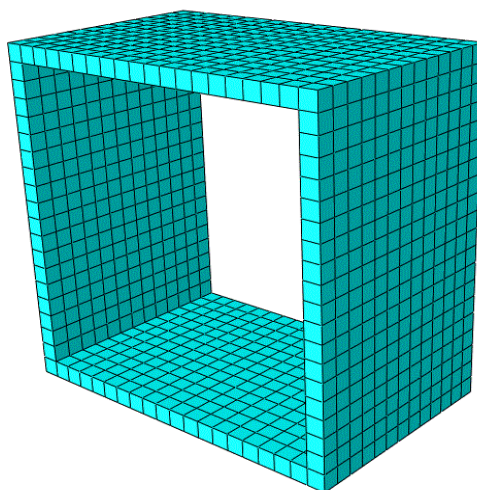


**Figur 7. 7 Bolt med elementinndeling. Her boltelengde på 6mm.**

## Profil

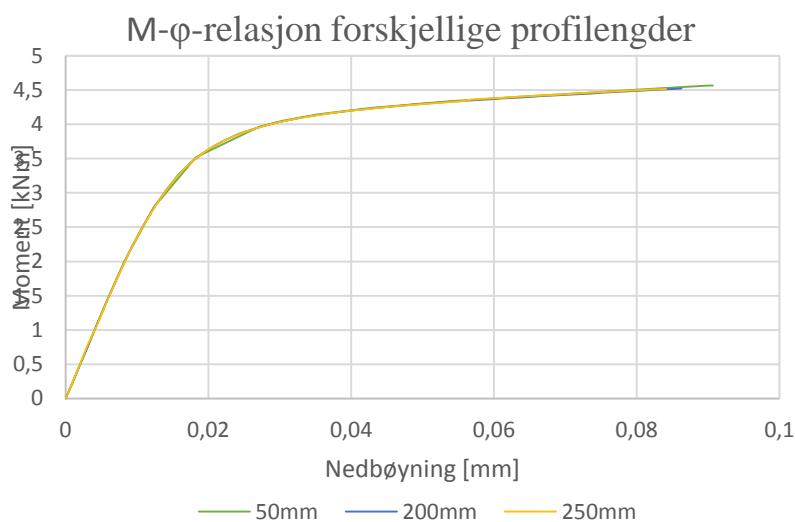
Hulprofilet er forenklet slik at kantene ikke er avrundet slik som det i realiteten er. Et avrundet profil vil ha litt større momentkapasitet, men i simuleringen er det lagt mest vekt på deformasjonen i endeplaten og i boltene. Firkantede hjørner på profilet forenkler elementinndelingen.

Det er benyttet samme element i profilet som i endeplaten, nemlig C3D8R-element, se Figur 7. 4.



Figur 7. 8 Hulprofilet med benyttet elementinndeling.

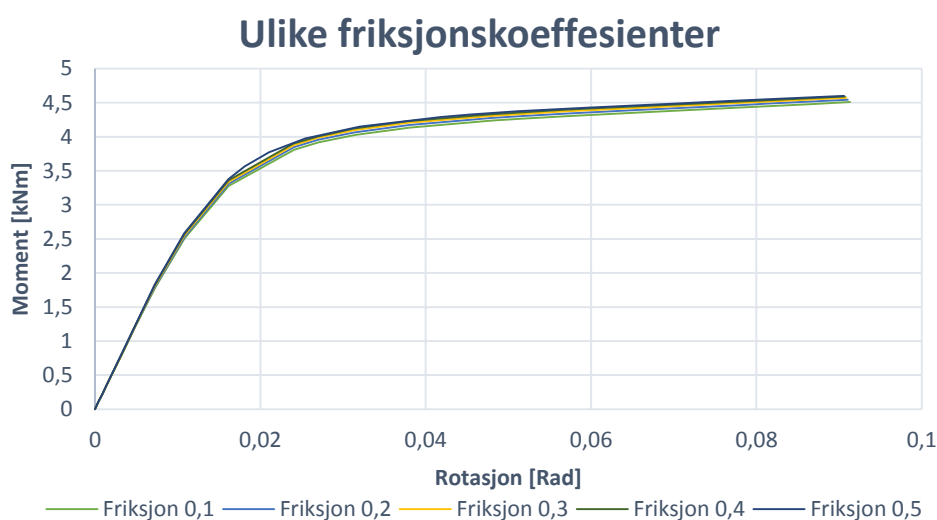
Lengden på profilet er satt til 50 mm. I utgangspunktet er dette kort, men det er gjort simuleringer med profillengder på 50, 200 og 250 mm. Alle tre kurvene for M- $\phi$ -relasjonen er sammenfallende og dermed gjøres profilet kortest mulig for å ikke bruke en unødvendig stor modell, se Figur 7. 9. Siden profilet deformeres forskjellig i de tre forskjellige tilfellene tyder dette på at overføringen av krefter i forbindelsen er forholdsvis nøyaktig.



Figur 7. 9 M-  $\phi$ -relasjon for forskjellige profillengder.

## 7.2.2 Sammensetting av modellen

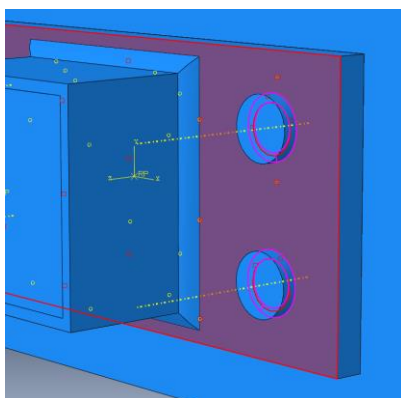
Modellen settes sammen under visse forutsetninger. Det er lagt særlig vekt på kontakt mellom komponentene, og sammenkobling ved sveisen. For kontakt mellom komponentene er det gjort simuleringer med forskjellig friksjonskoeffisienter. Figur 7. 10 viser at valg av friksjonskoeffisient ikke gir vesentlig endring av knutepunktets respons, og særlig ikke innenfor det elastiske området. Standarden «Utførelse av stålkonstruksjoner og aluminiumskonstruksjoner»[10] gir føring for hvordan friksjonskoeffisienten kan fastsettes. Ut i fra tabell 18 i samme standard og ved hjelp av kurvene fastsettes friksjonskoeffisienten til 0,3 som blir benyttet i alle simuleringene.



**Figur 7. 10** Forskjell mellom friksjonskoeffisienter. Kurvene er tilnærmet sammenfallende.

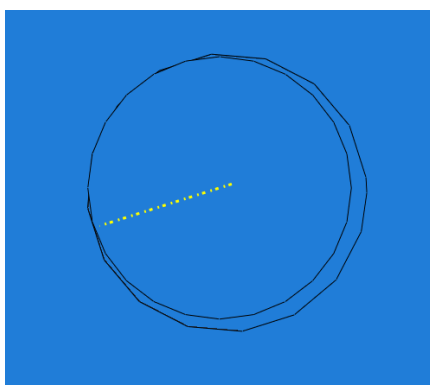
Kontakten mellom endeplaten og analytisk stiv bakplate ble også vektlagt. I Abaqus kan man definere kontakt spesifikt mellom to overflater. Ved å definere kontakt mellom endeplaten og den analytisk stive platen fikk M- $\phi$ -relasjonen en merkelig kurve helt i starten, og var langt fra lineær. Stivheten helt i starten ble nesten uendelig stor, før den etter et par punkter droppet ned og fortsatte med et stivhetstall som kunne tenkes å være nøyaktig. Ved å ta bort denne spesifikke kontakten, for så å sette på en generell kontakt mellom alle overflatene ble problemet løst. Dette gjorde at kurven fikk et mer normalt stigningstall og ergo mer troverdig. Derfor benyttes ikke funksjonen med spesifikk kontakt mellom endeplate og stiv bakplate.

Derimot er det definert spesifikk kontakt mellom undersiden av boltehodene og oversiden av endeplaten. Oversiden av endeplaten er satt til det abaqus kaller «master surface», mens undersiden av boltehodet settes til «slave surface». Med det er det gitt forutsetninger om boltehodene har initiell kontakt med endeplaten, men at overflatene ikke nødvendigvis fastholdes til hverandre gjennom hele simuleringen.



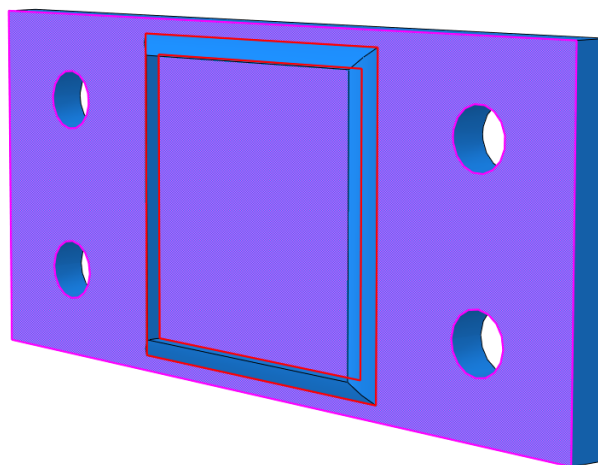
**Figur 7. 11 Master surface(rødt område) og slave surface(rosa område) for initiell kontakt mellom bolt og endeplate.**

Boltene og boltehullene er modellert med referansemål. Det vil si at hulldiameteren er 17 mm og boltdiameteren er 16 mm. Boltene er dermed plassert slik at overflaten til boltene tangerer overflatene i boltehullene slik at det er kontakt. Dersom boltene ble plassert midt i hullet med glippe rundt hele overflaten opptrådte problemer med å modellen ikke ville konvergere.



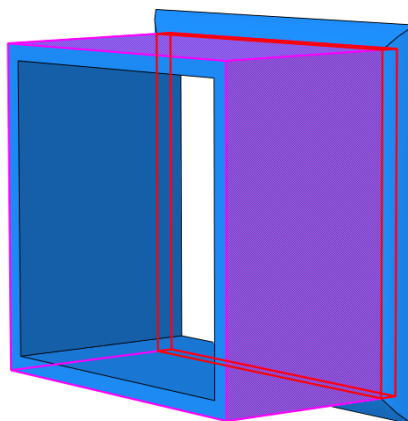
**Figur 7. 12 Plassering av bolter i forhold til boltehull.**

Sveisen blir ansett som viktig i forhold til å overføre kreftene til endeplaten. For å knytte delene sammen er det benyttet en funksjon som heter «tie» i abaqus. Dette vil si at det defineres en master surface og en slave surface hvorpå frihetsgradene i tilstøtende noder låses til hverandre og overfører kraft og forskyvning på en presis måte. Det er valgt å knytte de indre overflatene i sveisen til toppen av endeplaten og til ytterkanten av profilet slik henholdsvis Figur 7. 13 og Figur 7. 14 viser.



**Figur 7. 13 Sammenkobling av sveis mot endeplaten.**

Figur 7. 13 viser at undersiden av sveisen opptrer som master surface, og dermed vil tilstøtende del av endeplaten kobles sammen, og tvinges til å følge etter eventuelle deformasjoner og forskyvninger.



**Figur 7. 14 Sammenkobling av sveis mot hulprofil.**

Sveisen fungerer også i tilfellet i Figur 7. 14 for master surface. Frihetsgradene låses til hverandre og dermed overføres påkjenning og forskyvninger på en presis måte. Det kunne også vært utprøvd å koble sammen underkant av hulprofilet mot endeplaten. Dette fordi at under sveising vil det kunne være slik at tilstøtende deler sveises fast til hverandre, men dette er ikke tatt med i simuleringen.

### 7.2.3 Materialdata

Det er benyttet forskjellig materialdata for de forskjellige komponentene. For enkelhets skyld listes materialdataen for hver enkelt komponent i Tabell 7.1.

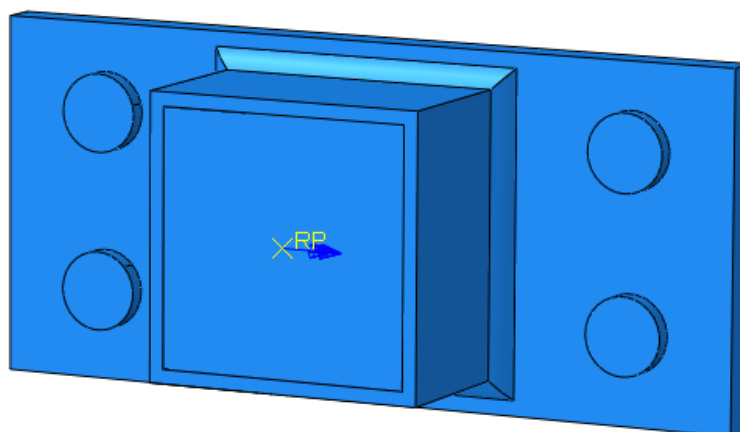
Tabell 7. 1 Benyttet materialdata i de ulike komponentene i modellen.

Komponent	E-modul [ $\frac{N}{mm^2}$ ]	Poissontall	Flytespenning $f_y$ [ $\frac{N}{mm^2}$ ]
Bolt	210000	0,3	640
Endeplate			405/420*
Hulprofil			355
Sveis			600

\*En del av simuleringene ble utført før resultatet av strekkprøver av endeplatene var utført. Fra tidligere forsøk av Uhre[2] var det benyttet flytespenning på 405 N/mm<sup>2</sup> for simuleringene i for referansegeometriene som er benyttet i forsøket.

### 7.2.4 Lastpåføring og uthenting av data

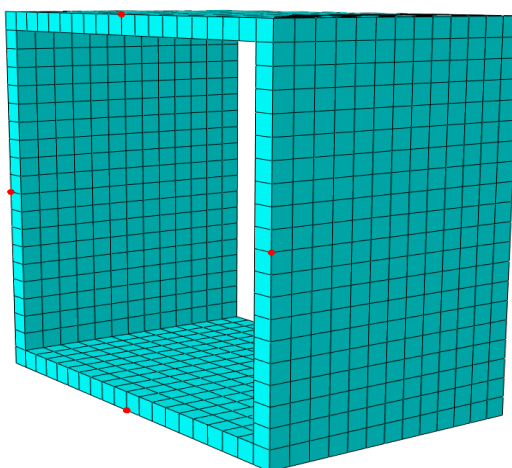
I laboratorieforsøket ble det benyttet en punktlast på enden av søylens utkrager for å generere moment i knutepunktet. For simuleringen er det valgt å sette på rotasjon i enden av hulprofilet. Måten det gjøres på er å feste en analytisk stiv plate med samme metode som ved festing av sveisen. Midt på denne platen er det satt et referansepunkt. I dette referansepunktet kan man benytte randbetingelser for å påføre rotasjon. Alle randbetingelsene blir i dette punktet låst, utenom rotasjon om enten strek eller svak akse avhengig av hvilken akse profilet bøyes om. Den stive platen vil da rotere om punktet og siden frihetsgradene til elementene i profilet er låst til platen vil profilet rotere med platen og dermed skape motstandsmoment. Rotasjonen som påføres varierer ut i fra kapasiteten av knutepunktet, men ligger i størrelsesorden mellom 0,1 og 0,05 radianer.



Figur 7. 15 Påføring av rotasjon i profilets ende. Her ved rotasjon om svak akse.

For å hente ut relevant informasjon av simuleringen er det definerte et sett med noder på spesifikke plasser i modellen. Før analysene kjøres må det defineres hvilke verdier abaqus skal gi ut og hvor verdiene skal hentes fra. I dette tilfellet er det kun interessant å hente ut verdier for moment og rotasjonen i forbindelsen. Momentverdiene hentes ut fra samme plassen som rotasjonen påføres.

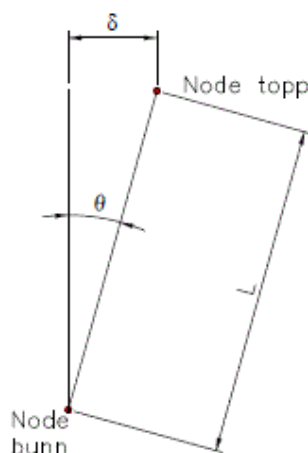
Da det ikke er mulig å hente ut rotasjonen i et gitt punkt eller node må det gjøres noen tilnærminger. For å finne rotasjonsvinkelen i knutepunktet er det fastsatt to noder på hver motstående sider langs retningen profilet bøyes om. Nodene er plassert midt på profilet og i ytterkant av profilet i grensen mot sveisen og endeplaten se Figur 7. 16. Disse nodene er utnyttet til å hente ut forskyvningen i z-retning, altså ut av planet jf. Figur 7. 1. For at rotasjonen skal være nøyaktig er det for hver simulering sjekket at ikke deformasjon i profilet ga utslag for målingene.



Figur 7. 16 Plassering av noder for uthenting av forskyvningsdata.

For beregningen av vinkelen er det utnyttet tradisjonell trigonometri ved at rotasjonen i knutepunktet er gitt ved følgende sammenheng, se uttrykk (7.1) og Figur 7. 17.

$$\theta = \sin^{-1} \left( \frac{\delta_{topp} - \delta_{bunn}}{L} \right) \quad (7.1)$$



Figur 7. 17 Metode for beregning av rotasjonsvinkelen i knutepunktet.



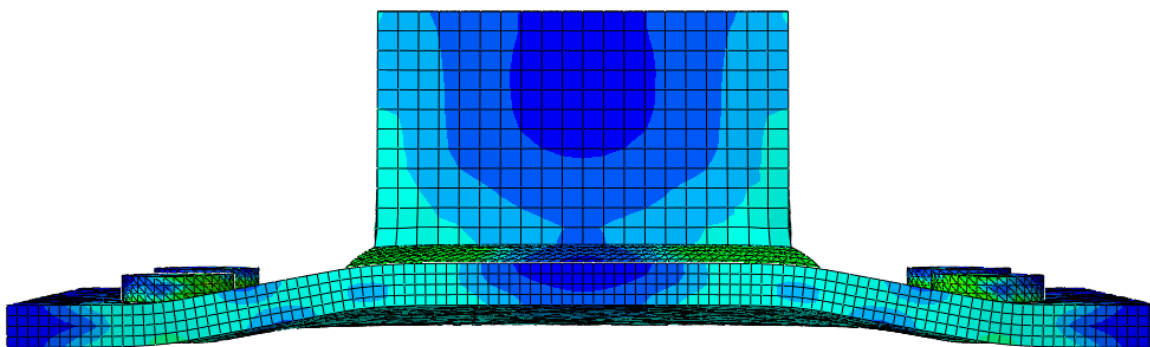
## 7.4 Kommentar til modellen – Initiell bøy på endeplaten

Modellen består som opplyst av noen forenklinger. Den kanskje mest signifikante forskjellen for analysemodellen og forsøksgeometriene er at for forsøksgeometriene var endeplaten noe bøyd fra kantene av sveisen og ut til kantene. Disse avvikene er dokumentert i vedlegg A. En slik initiell bøy på platene kan gi store initielle spenninger i platen, og er avviket stort nok kan det i endeplaten allerede før belastning opptre spenninger opp mot flytegrensen.

Det er forsøkt å ta hensyn til initiell bøy i platen i analysemodellen, men det lyktes ikke å få til resultater av dette. En slik forutsetning gjør modellen mer kompleks. Det ble forsøkt å sette på boltekraft i et eget last-step, for å klemme platen på plass som det ble gjort i realiteten. Det lyktes ikke å få representative resultater da deformasjonen i og rundt boltene ikke var i samsvar med virkeligheten. Dette er noe som burde sees nærmere på i videre arbeid.

## 7.5 Sammenligning av deformasjonsmønster

Det er lagt stor vekt på sammenligning mellom deformasjonsmønstrene for laboratorieforsøket og simuleringene. Det er forventet at det skal bli noen forskjeller i stivhetstallene siden det i simuleringene er benyttet referansegeometri og ideelle forutsetninger hva gjelder material og geometri. Deformasjonsmønstrene er derfor viktig for å evaluere hvor god modellen er og hvor godt samsvar det er med realiteten.



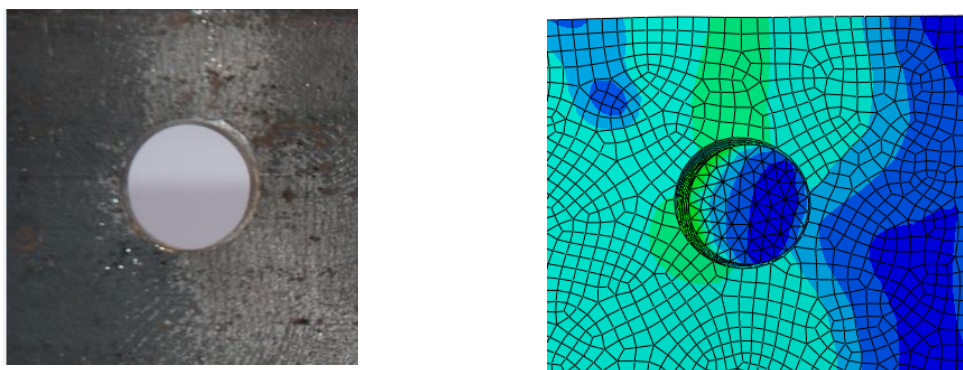
Figur 7. 18 Deformasjon ved rotasjon som svak akse. 8mm plate.



Figur 7. 19 Deformasjon ved belastning om svak akse. Geometri 1.

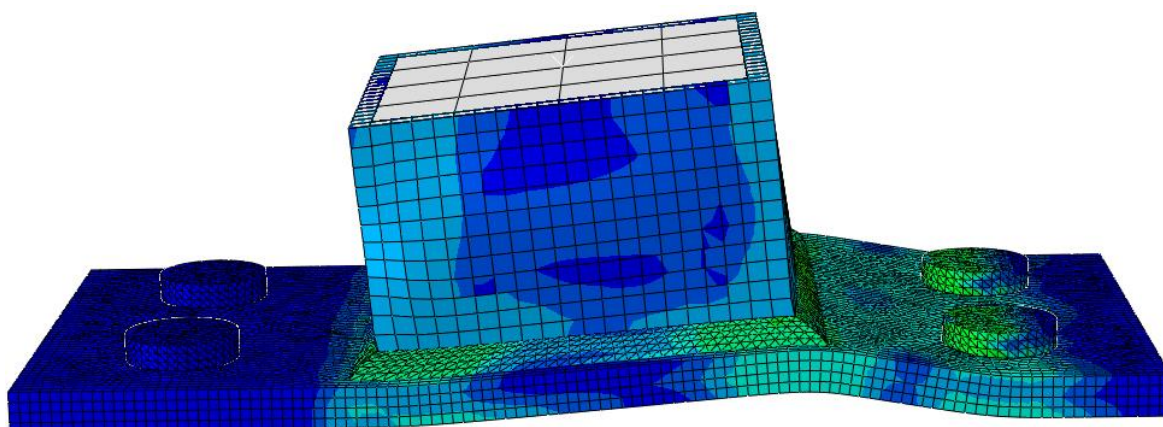
Ut i fra Figur 7. 18 og Figur 7. 19 ser man at det er godt treff mellom deformasjonsmønstre fra forsøk og simulering. Det vil si at flytemønstrene for endeplaten er tilnærmet likt. Det kan tilsynelatende se ut til at forskyvningen på abaqusmodellen er litt større enn for forsøksgeometrien, men figuren av modellen står fortsatt med full belastning.

Det registreres også at deformasjon i platen i området rundt boltene på baksiden av endeplaten er noenlunde likt, se Figur 7. 20.

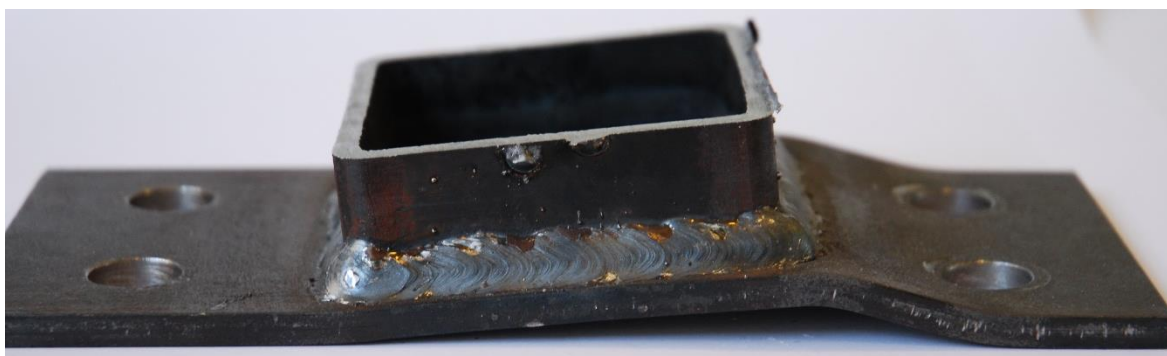


**Figur 7. 20 Deformasjon rundt boltene.**

God treff mellom deformasjonsfønstre for simulert knutepunkt og reelt knutepunkt registreres også for bøyning om sterk akse. Ved evaluering av resultater er dette et godt bevis på at modellen analysemodellen deformeres i henhold til reelt tilfelle.



**Figur 7. 21 Deformasjonsmønster ved bøyning om sterk akse. 8mm Endeplate.**



**Figur 7. 22 Deformert endeplate fra forsøk. Geometri 1, bøyning om sterk akse.**

Det er ikke vist sammenligning mellom geometri 2, altså 6 mm endeplate da deformasjonsmønstrene er like i begge tilfellene.

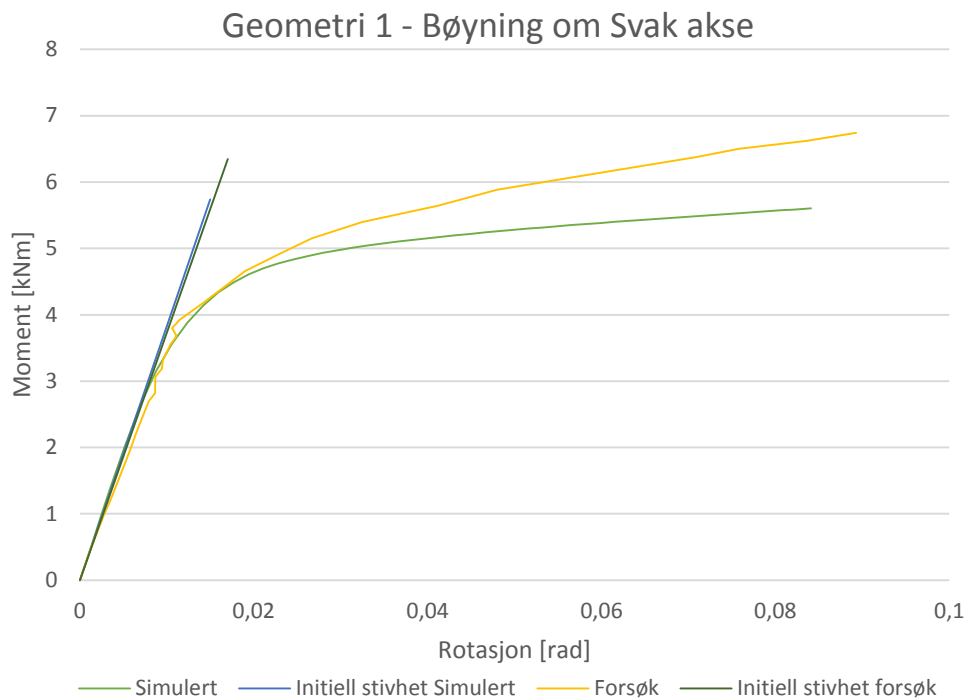
## 7.6 Sammenligning med verdier fra forsøk

Som tidligere opplyst er det lagt mest vekt på resultatene som gir initiell stivhet for knutepunktet, altså i den elastiske delen. Det kan nevnes at det er en tendens til at verdiene i simuleringene avviker noe i forhold til laboratorieforsøkene jo større stivheten blir. Det kan være flere forklaringer på dette. Videre i avsnittet presenteres  $M$ - $\phi$ -relasjonen fra alle de fire plastiske forsøksseriene samt  $M$ - $\phi$ -relasjonen fra simuleringene i abaqus. Det presiseres at i analysemodellen ikke er brukt 8,1 og 6,3mm platetykkelser slik som i forsøket, men referanemål på 8,0 og 6,0mm.

I tillegg er det sett nærmere på den elastiske delen av  $M$ -  $\phi$ -relasjonen, for å se om responsen i knutepunktet er non-lineær fra starten som noen av forsøksseriene antydte. Her er det i kurvene tatt med den initielle stivheten, som er beregnet ut ifra de første punktene av kurven.

### 7.6.1 Geometri 1. Bøyning om svak akse

Figur 7.23 viser et plot av både forsøksserie og simulerte verdier, samt tilhørende initielle stivhet. Kurvene viser at analysemodellen har godt treff i starten, men så snart momentkapasiteten er nådd fraviker kurvene fra hverandre gradvis. Likevel ansees dette for et godt resultat av simuleringen, da det viktigste området for evaluering av kurvene er i det elastiske området og i området rundt flytegrensen. Det er også godt treff i område rundt flytegrensen, da det ser ut som kurvene flater ut rundt samme punkt. Helt nøyaktig vil det uansett ikke bli da feilkilder inntreffer både i form av måleravvik i forsøkene og små forenklinger i analysemodellen.



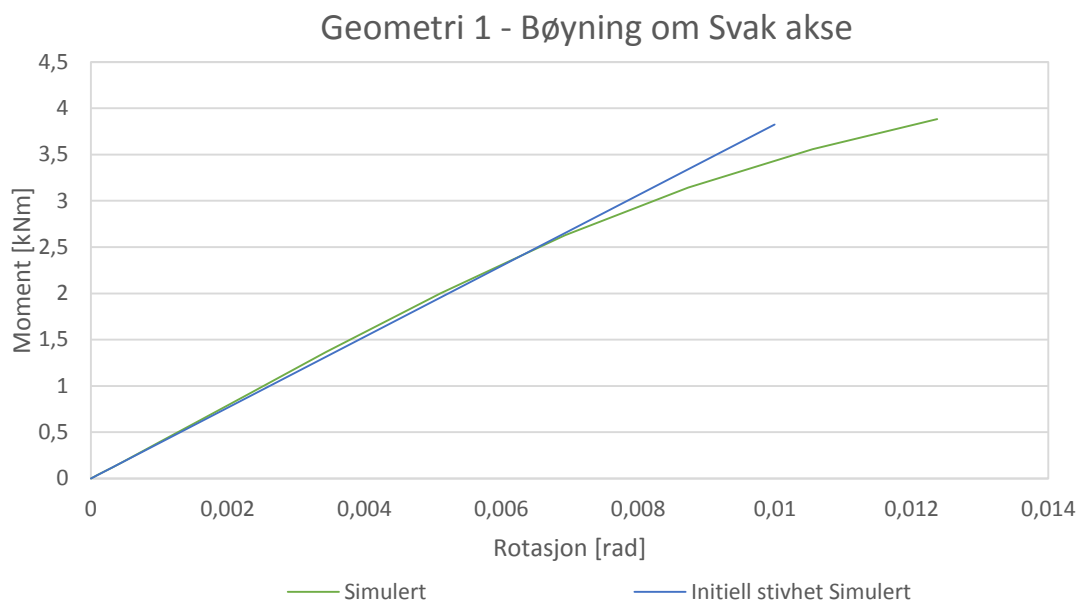
**Figur 7. 23** Verdier fra simulering og forsøksserie ved rotasjon om svak akse. **Initiell stivhet.**

Initiell stivhet er tilnærmet like, noe som også verdiene i tabell 7.2 viser. Det gir også indikasjon på at analysemodellen gir resultater som er representative. Det er ikke tatt med sekantstivheten for simulert stivhet i Figur 7. 23, men er tatt med i vedlegg D.1. Dette for å gjøre figuren mer oversiktlig. Differansen i sekantstivheten for dette tilfellet er heller ikke stor. Dette tyder på at kurvenes stigningstall minker omtrent i samme punktet. Store sprang mellom sekantstivheten kunne tyde på at forsøksserien og analysemodellen ikke opplevde flytning i samme punkt.

**Tabell 7. 2** Tabellen viser initiell stivhet og sekantstivhet for forsøksserier og simulert. Geometri 1, svak akse.

	$S_{j,ini,z,1}$ $\left[\frac{kNm}{rad}\right]$	$S_{j,z,1}$ $\left[\frac{kNm}{rad}\right]$
<b>Simulert</b>	382,6	221,7
<b>Fra forsøk</b>	373,3	245,4

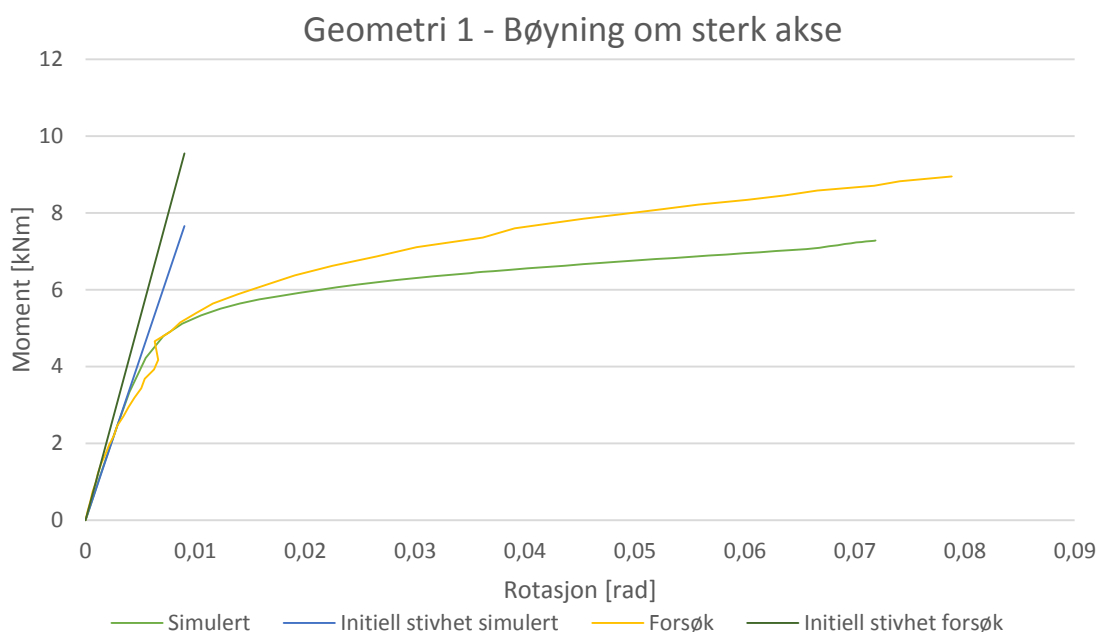
Det er av interesse å analysere den elastiske delen av simuleringen. Som nevnt tidligere gjøres dette for å sjekke om responsen i den elastiske delen er non-lineær fra første påkjenning. Figur 7. 24 viser den elastiske sonen, med initiell stivhet som i Tabell 7.2. Det er tydelig at kurven ikke er helt lineær, da den tidlig i serien fraviker noe fra den lineære linja for den initielle stivheten. Figur 6. 2 viser resultatet av de fire forsøksseriene for dette tilfellet. Der viste kurven seg tilnærmet lineær, men ved å se seriene hver for seg, se vedlegg C.1, viser det at også her er det innslag av non-lineær oppførsel helt fra starten.



**Figur 7. 24 Elastisk område av simulert Geometri, Svak akse.**

## 7.6.2 Geometri 1. Bøyning om sterk akse

Avviket mellom initiell stivhet fra forsøk og simulering er i dette tilfellet noe større enn for bøyning om svak akse, se Figur 7. 25. Avviket kan skyldes at forsøksriene for sterk akse viser en betydelig krumning av stivhetskurven allerede i den elastiske delen, se Figur 6. 4, men for simuleringen opptrer en tilnærmet lineær sammenheng, se Figur 7. 26. Kurven for forsøket er ikke jevn i overgangen til plastisk sone, men det konkluderes likevel med at analysemodellen gir tilstrekkelig gode resultater da det ser ut til at kurvene flater ut i nærheten av hverandre.



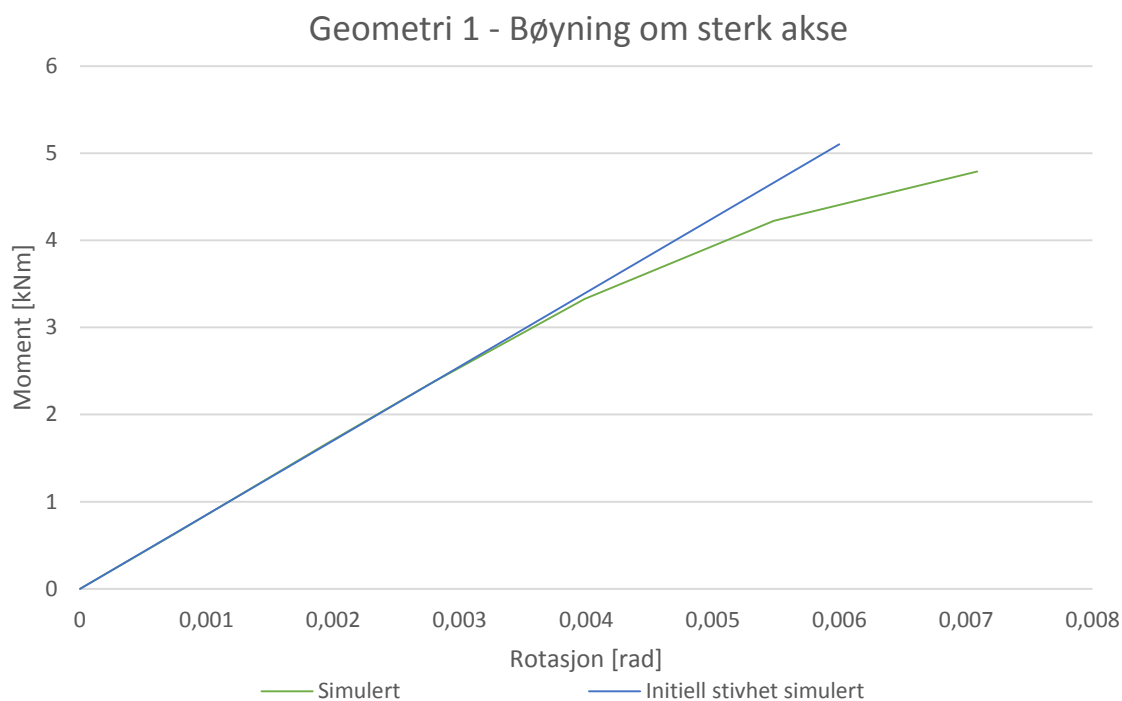
Figur 7. 25 Stivhetsrelasjon for simulert og forsøk samt initiell stivhet for begge tilfellene.

Sekantstivheten for tilfellet gir godt treff, som indikerer at flytning opptrer i samme område, se tabell 7.3.

Tabell 7. 3 Tabellen viser initiell stivhet og sekantstivhet for forsøksriene og simulering. Geometri 1, sterk akse.

	$S_{j,ini,y,1}$ $\left[\frac{kNm}{rad}\right]$	$S_{j,y,1}$ $\left[\frac{kNm}{rad}\right]$
<b>Simulert</b>	850,7	770
<b>Fra forsøk</b>	1063,3	738,0

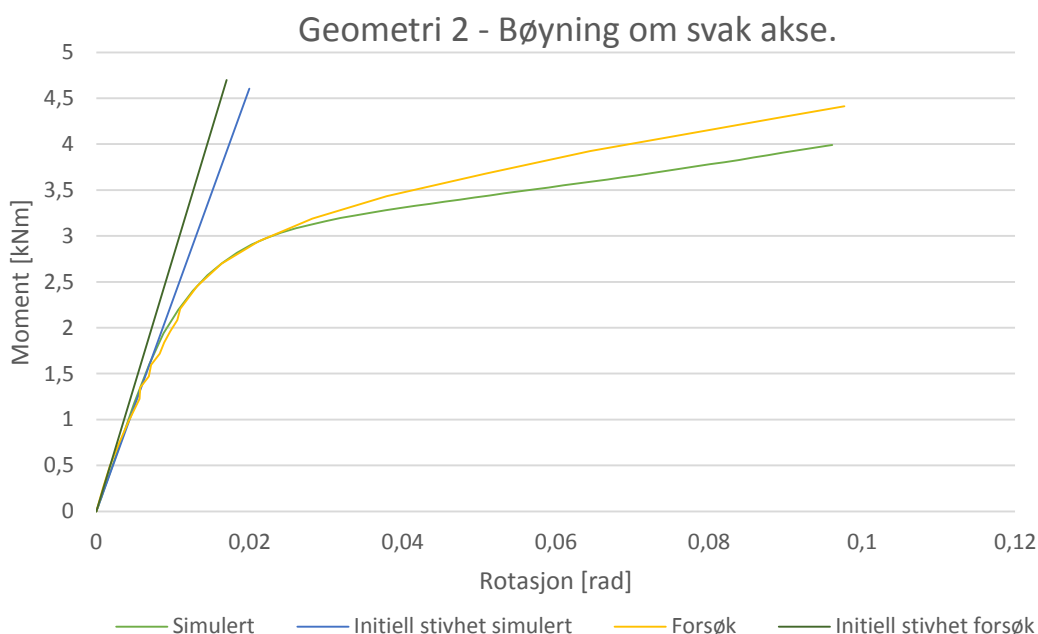
Av Figur 7. 26 fremgår det at responsen for simuleringen er tilnærmet lineær i den elastiske delen. Stivhetsrelasjonen fraviker ikke fra kurven for den initielle stivheten før belastningen nærmer seg området for den plastiske kapasiteten. Dette fraviker noe fra forsøksserien som var tydelig non-lineær fra starten av, se Figur 6. 4.



**Figur 7. 26 Elastisk område av simulert Geometri 1, Sterk akse.**

### 7.6.3 Geometri 2. Bøyning om svak akse.

Initiell stivhet fraviker noe fra hverandre også i dette tilfelle, se Figur 7. 27. Stivhetstallene i tabell 7.4 viser likevel av avviket ikke er signifikant, og dermed ansees dette som et godt treff mellom forsøksserie og simulering. Kurvene viser også sammenheng stort sett gjennom den elastiske delen av kurvene.



Figur 7. 27 Stivhetsrelasjon for simulert og forsøk samt initiell stivhet for begge tilfellene

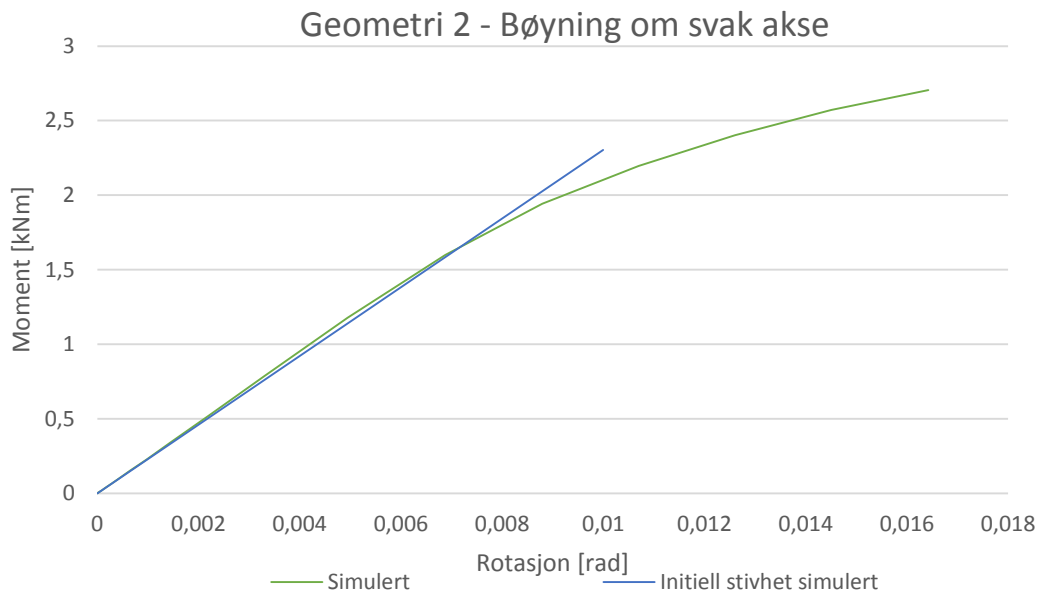
Sekantstivheten er i dette tilfellet tilnærmet identisk, se tabell 7.4. Kurve i Figur 7. 27 viser også sammenfallende kurver i området rundt plastisk momentkapasitet, og med den kan det konkluderes at det er godt samsvar mellom analysemodellen og forsøksserie.

Tabell 7. 4 Tabellen viser initiell stivhet og sekantstivhet for forsøksserier og simuler. Geometri 2, svak akse.

	$S_{j,ini,z,2}$ $\left[\frac{kNm}{rad}\right]$	$S_{j,z,2}$ $\left[\frac{kNm}{rad}\right]$
<b>Simulert</b>	230,3	164,7
<b>Fra forsøk</b>	276,3	164,9



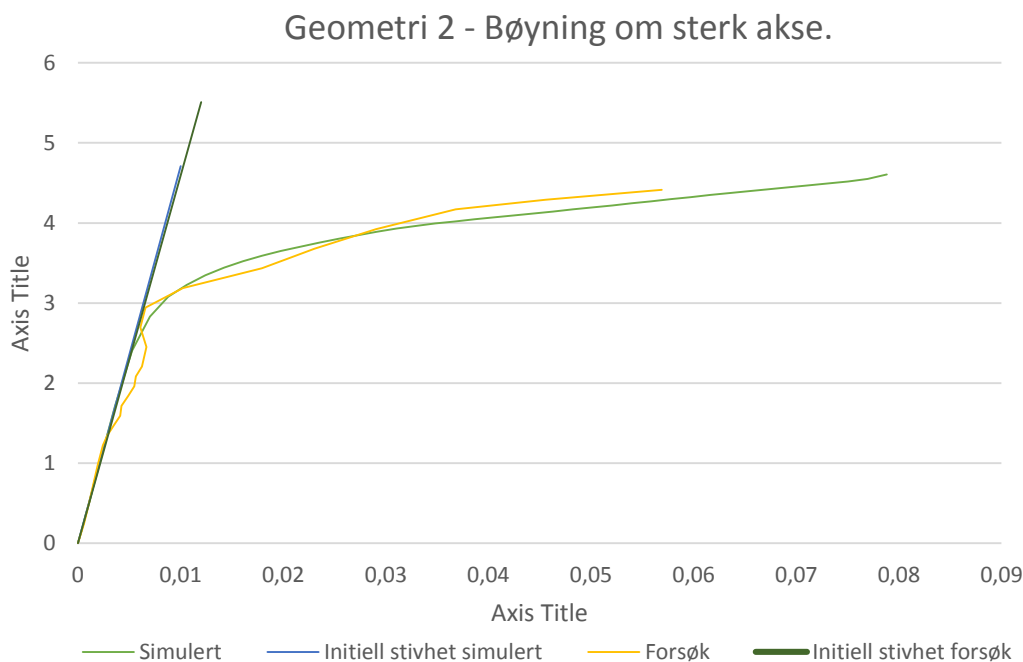
Figur 7. 28 viser at stivhetskurven for simuleringen krummer noe allerede i starten. Dette stemmer nokså godt i forhold til resultatene av forsøksseriene som vist i Figur 6. 3. Selv om krumningen av grafen ikke er veldig stor registreres det i alle fall at stivhetsrelasjonen ikke er helt lineær.



Figur 7. 28 Elastisk område av simulert Geometri 2, Svak akse.

#### 7.6.4 Geometri 2. Bøyning om sterk akse.

Som vist i Figur 7. 27 stemmer resultatet fra simuleringen godt med forsøksserien. Kurven for forsøket opptrer i likhet med de resterende tilfellene noe innfløkt i området før plastisk momentkapasitet. Kurvene for initiell stivhet er nesten sammenfallende, noe som også verdiene i Tabell 7. 5 viser.



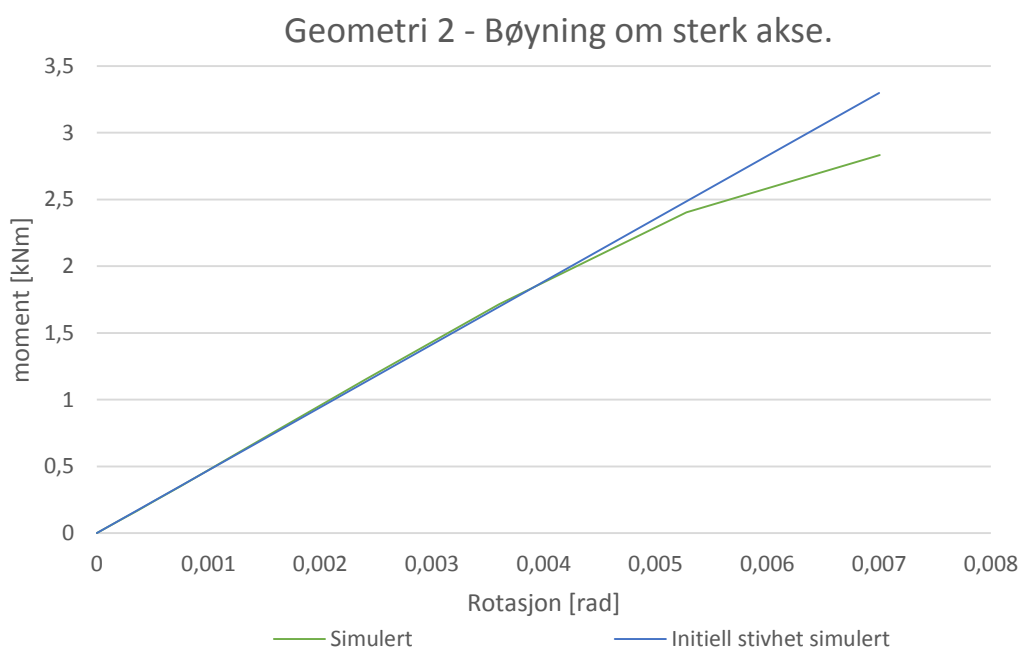
Figur 7. 29 Stivhetsrelasjon for simulert og forsøk samt initiell stivhet for begge tilfellene

Begge responskurvene flater ut rundt samme punkt på, og tabell 7.5 viser også at sekantstivhetene gir godt treff. Alt i alt vil det si at analysemodellen gir et godt bilde for knutepunktets faktiske responsverdier.

**Tabell 7. 5** Tabellen viser initiell stivhet og sekantstivhet for forsøksserier og simulering. Geometri 2, sterk akse.

	$S_{j,ini,y,2}$ $\left[\frac{kNm}{rad}\right]$	$S_{j,y,2}$ $\left[\frac{kNm}{rad}\right]$
<b>Simulert</b>	471,6	404,2
<b>Fra forsøk</b>	470,7	404,6

Figur 7. 30 viser at kurven også i dette tilfellet krummer noe i starten, men meget lite. Linjen for den initielle stivheten er så godt som sammenfallende med stivhetsrelasjonen før kurven flater ut. Krumningen er her så liten at det ikke kan konkluderes med at responsen er non-lineær i starten kun ut i fra denne kurven. Figur 6. 5 som er resultatet av forsøksseriene i dette tilfellet viser heller ikke tydelig tegn til krumning av responskurven.



**Figur 7. 30** Elastisk område av simulert Geometri 2, Sterk akse.

## 7.6 Oppsummering av resultater

Resultatene av simulering av referansegeometriene 1 og 2 gir alt i alt godt samsvar med resultatene fra laboratorieforsøkene. Det vil uansett på grunn av små avvik i både forsøkene og analysemodellen ikke kunne stemme helt presist. Forsøksseriene viser en tendens til å ha en noe innfløkt kurve i overgangen mellom elastisk sone og plastisk sone i kurven. Dette gjør at det er noe usikkerhet rundt evalueringen av sekantstivheten. Tendensen er likevel at verdiene for sekantstivheten stemmer godt overens mellom forsøk og simulering. Dette kan som nevnt tidligere gi et godt bilde av at de to tilfellene opplever flytning rundt samme punkt, noe som er et godt tegn hva gjelder validiteten av analysemodellen.

Responskurvene for den elastiske delen av kapasiteten av simuleringene er også evaluert i likhet med forsøkene. Dette for å sjekke om kurven opptrer non-lineær allerede fra starten. Det varierer noe om simuleringene og forsøkene stemmer overens, og i noen tilfeller viser resultatene lineær respons for simuleringene og non-lineær respons for resultatene av forsøkene og vice versa. Dette er noe som burde sees nærmere på.

Modellen ansees som god referanse, men gir ikke ut perfekt resultat i forhold til forsøkene. For å utvide studien er de samme forutsetningene brukt for flere andre geometrier. Resultatene av disse simuleringene er videre dokumentert i kapittel 8.7.

## 7.7 Resultater fra alternative geometrier

For å utvide studien er det utført flere simuleringer av forsøksgeometriene, ved kun å endre platetykkelsen. I tillegg er det valgt to andre tilfeller av der målene er endret. Et sett simuleringer med overdreven lengde på endeplaten, og et sett med simuleringer hvor størrelsen på profilet er endret til 100x100mm og dermed også endeplaten endret tilsvarende. Resultatene blir i rapporten kun presentert i form av tabell med stivhetstall, og ikke med stivhetskurve for hver enkelt da det er for mange serier til dette.

### 7.7.1 Endeplate 220x100mm

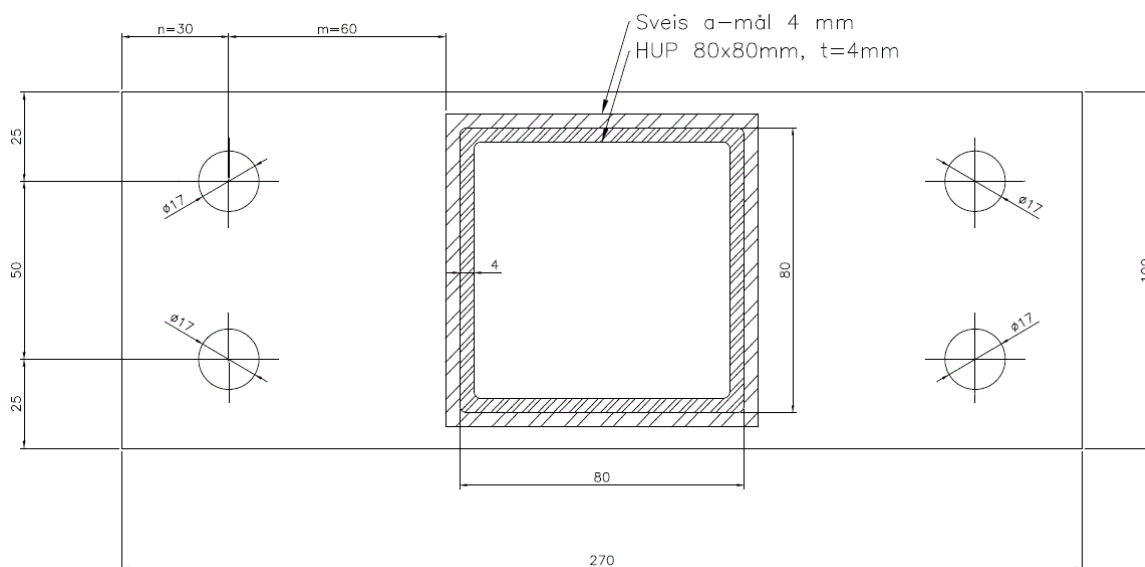
Her er det benyttet samme geometri som for referansegeometri 1 og 2, men det er utført simuleringer med flere platetykkelser. I tabell 7.6 er resultatene av alle simuleringene gitt, og for ordens skyld er resultatene som ble presentert fra geometri 1 og 2 også tatt med.

Tabell 7. 6 Resultater av simulert geometrier med ulik tykkelse.

Bøyning om akse	Platetykkelse [mm]	$S_{j,ini}$ [ $\frac{kNm}{rad}$ ]	$S_j$ [ $\frac{kNm}{rad}$ ]
Svak	4	99,6	82,2
Sterk		193,3	189,0
Svak	6	230,3	167,2
Sterk		471,2	404,1
Svak	8	382,6	221,7
Sterk		850,7	770,2
Svak	10	586,4	---*
Sterk		1351	1077,2

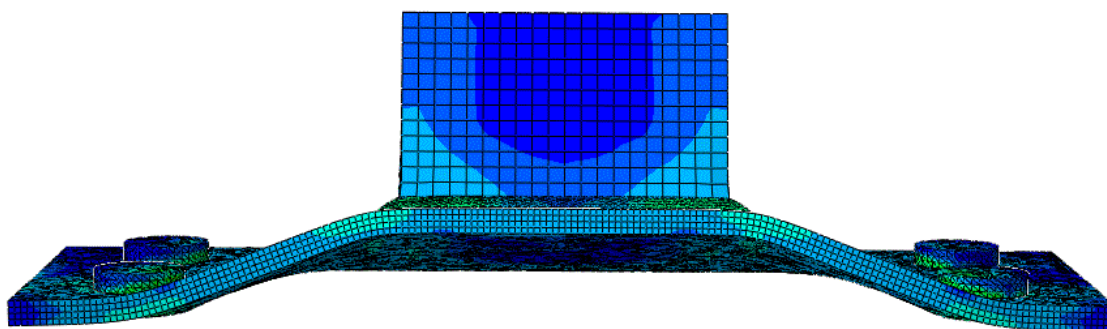
## 7.7.2 Endeplate 270x100mm

Denne størrelsen på endeplaten er svært ukurant både for knutepunktets momentkapasitet og rotasjonskapasitet. Likevel er det gjort en serie simuleringer for denne geometrien for å prøve generaliteten for beregningsreglene, og da spesielt for rotasjonsstivhet. Plasseringen av boltene er plassert langt ut fra veggen av profilet, se Figur 7. 31, og ideelt sett skulle plasseringen ha vært så nært som mulig.

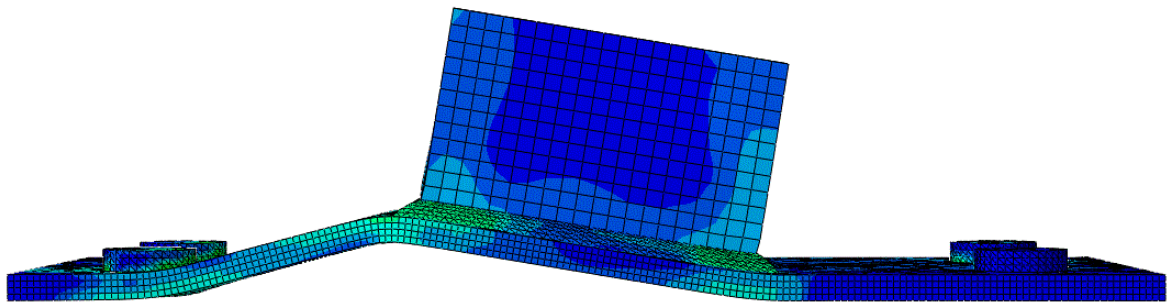


Figur 7. 31 Mål av simulert geometri, endeplate 270x100mm.

Figur 7. 32 viser deformert endeplate ved 6mm platetykkelse ved rotasjon om svak akse. Det registreres at bruddformen er i samsvar med bruddform fra referansegeometriene. Uten noe annen sammenligningsgrunnlag brukes resultatene til sammenligning med beregnet stivhet i kapittel 8.



Figur 7. 32 Deformert knutepunkt for overdrevent lang endeplate. Tykkelsen som er vist her er 6mm, rotasjon om svak akse.



**Figur 7. 33** Deformert knutepunkt for overdrevent lang endeplate. Tykkelsen som er vist her er 6mm, rotasjon om sterk akse.

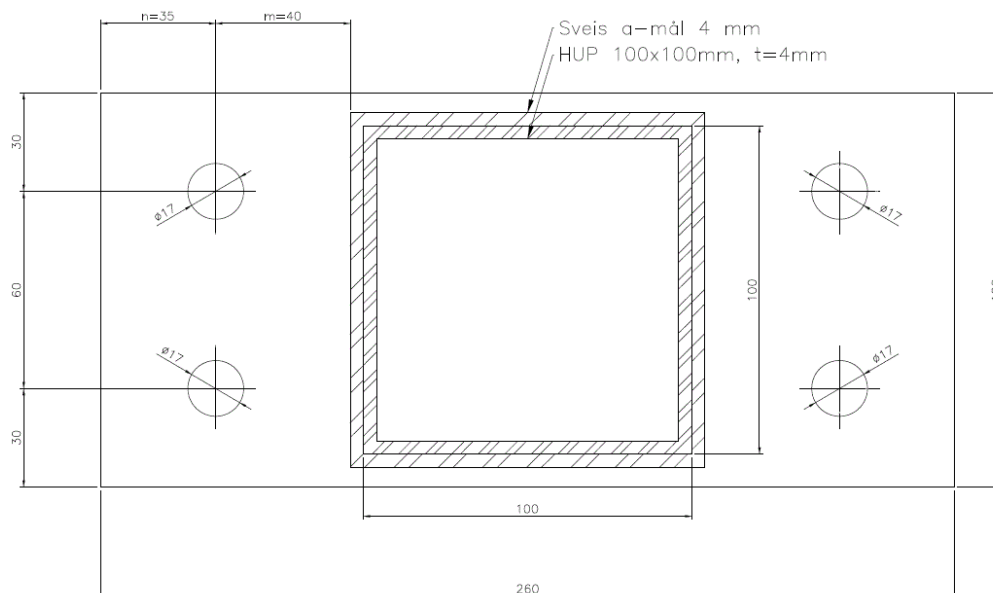
I tabell 7.7 er det listet opp alle platetykkelsene det er utfør simuleringer for. Her er også gitt initiell stivhet for knutepunktene, samt beregnet sekantstivhet ut i fra beregnet momentkapasitet. Tendensen er at sekantstivheten endrer seg noe likt i forhold til tidligere resultater fra referansegeometriene. Sekantstivheten er i forhold til initialstivheten noe lavere ved rotasjon om svak akse i forhold til sterk akse.

**Tabell 7. 7** Resultater av simulering av 270x100mm ved forskjellig platetykkelse.

Bøyning om akse	Platetykkelse [mm]	$S_{j,ini}$ $\frac{kNm}{rad}$	$S_j$ $\frac{kNm}{rad}$
Svak	4	31,2	21,1
Sterk		65,2	61,1
Svak	6	75,7	25,2
Sterk		182,0	150,0
Svak	8	163,4	60,6
Sterk		363,2	286,6
Svak	10	265,7	138,8
Sterk		623,0	532,5

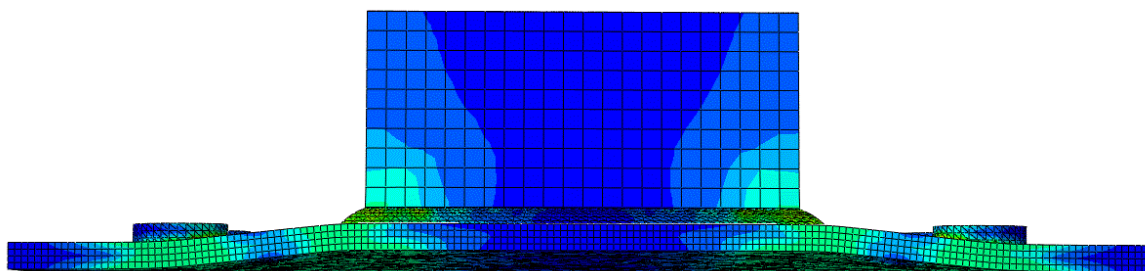
## 7.7.2 Endeplate 260x120mm

Geometrien som i dette tilfellet er brukt er mer tro mot hva som i virkeligheten kunne vært dimensjonert. Boltene er flyttet nærmere profilet igjen. Bredden er økt til 120mm da også hulprofilet er økt til 100x100mm. Målene er gitt i Figur 7. 34.

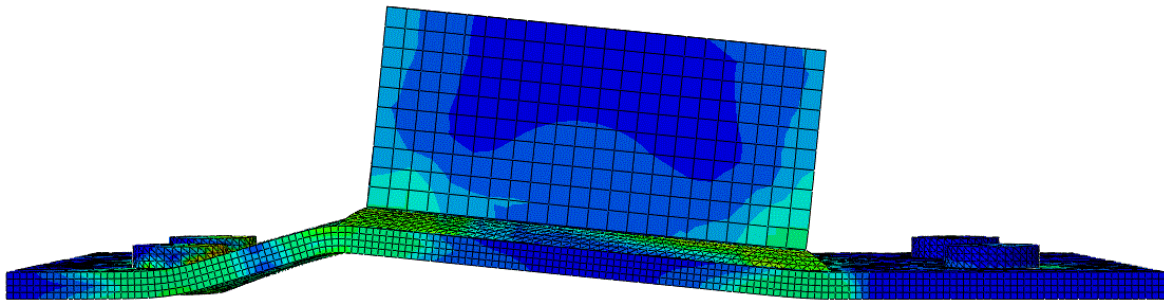


Figur 7. 34 Mål av simulert geometri, endeplate 260x120mm. HUP 100x100mm.

Figur 7. 35 og Figur 7. 36 viser bruddformen for bøyning om henholdsvis svak og sterk akse. Bruddmønstrene er tilsvarende lik som for referansegeometriene 1 og 2, og dermed kalkuleres momentkapasiteten ved sammen formler som utledet i kapittel 7.5.



Figur 7. 35 Deformert knutepunkt for endeplatedimensjon 260x120. Tykkelsen som er vist her er 6mm, rotasjon om svak akse.



Figur 7. 36 Deformert knutepunkt for endeplatedimensjon 260x120. Tykkelsen som er vist her er 6mm, rotasjon om sterk akse.

Det er utført simuleringer av de samme platetykkelsene som ved de to foregående kapitlene, bortsett fra for 4mm platetykkelse og rotasjon om svak akse. I dette tilfellet hadde modellen problemer med å konvergere og det var ikke mulig å hente ut resultater. De resterende tilfellene er listet opp i tabell 7.8. Også i dette tilfellet er tendensen slik at sekantstivheten for rotasjon om sterk akse ligger tett opp mot initiell stivhet, mens noe lavere for rotasjon om svak akse.

Tabell 7. 8 Resultater av simulering av 260x120mm ved forskjellig platetykkelse.

Bøyning om akse	Platetykkelse [mm]	$S_{j,ini}$ $\frac{kNm}{rad}$	$S_j$ $\frac{kNm}{rad}$
Sterk	4	180,7	167,4
Svak	6	231,6	163,9
Sterk		446,8	424,7
Svak	8	413,1	273,2
Sterk		869,0	744,8
Svak	10	610,8	315,0
Sterk		1380,9	1129,7

Resultatene blir benyttet til å kontrollere beregningsmodellen for stivhet som presenteres videre i kapittel 8.





## 8 Beregningsmodell for rotasjonsstivhet

### 8.1 Generelt

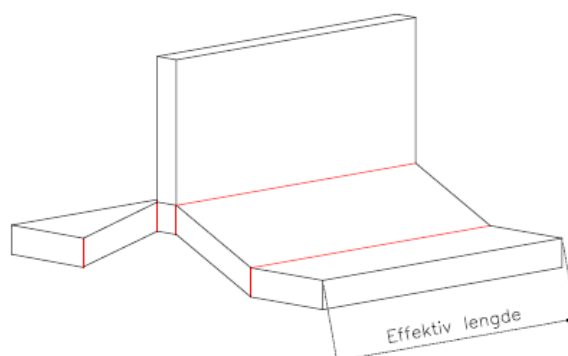
For utledningen er det benyttet en statikkmodell som er en gang statisk ubestemt. Selve utledningen er foretatt tidligere av blant annet Uhre[2], Karlsten[6] og Waynand et al [7]. I dette tilfellet gjøres det med egne antagelser. Stivhetskoeffisienten for endeplaten er i knutepunktstandarden[1] gitt som i uttrykk (8.1). Stivhetensbidraget for boltene er gitt ved uttrykk (8.2).

$$k_5 = \frac{0,9l_{eff}t_p^3}{m} \quad (8.1)$$

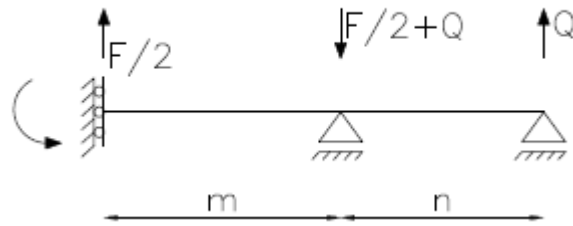
$$k_{10} = \frac{1,6A_b}{L_b} \quad (8.2)$$

### 8.2 Utledning av stivhetkoeffisienten $k_5$ – Endeplatens stivhetsbidrag

Stivhetskoeffisientene i uttrykk (8.1) og (8.2) er utledet fra tidligere nevnte ekvivalent T-stykkemodell, se Figur 9.1. Selve utledningen er som nevnt utført tidligere [2][6], men da med en forenkling ved å sette  $n=1,25m$ , se Figur 8.2. Som Figur 8. 1 og Figur 8. 2 viser tilsvarer avstanden  $n$  lengden av kontaktsonen hvor hevarmkrefter oppstår. Det er i knutepunktstandarden[1] derfor satt at denne avstanden maksimalt kan være lik  $1,25m$  i Figur 8.2. Likevel kan  $n \leq 1,25m$  i andre tilfeller, og hvis det er ønskelig kan det tas i betraktning. Derfor er det i denne oppgaven vist utregninger hvor det ikke tas høyde for en bestemt avstand  $n$ .

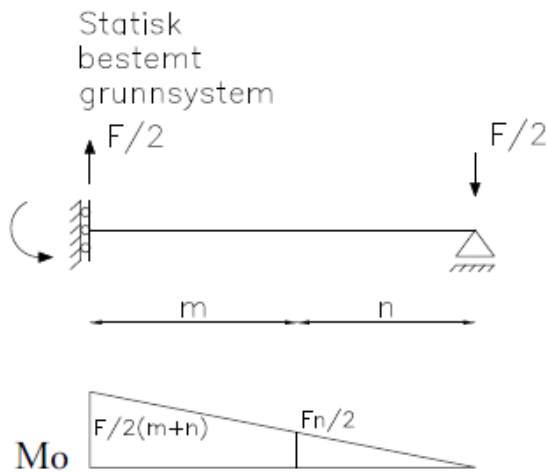


Figur 8. 1 T-stykkemodell for bruddform 1, for beregning av styrke og stivhet.



Figur 8. 2 Statisk modell for beregning av stivhet.

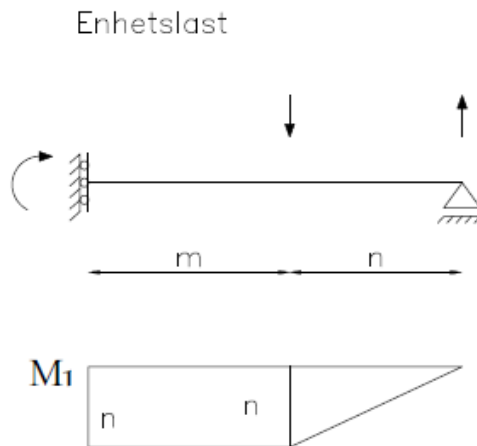
Den statiske modellen er gitt fra det ekvivalente T-stykket. Hver av de to utstikkende delene i T-stykket påkjennes av halve kraften, og dermed kan den statiske modellen gis som i Figur 8. 2. Enhetslastmetoden benyttes så til å beregne responsen i systemet, og et statisk bestemt grunnsystem er valgt som Figur 8. 3 illustrerer. For det statisk bestemte grunnsystemet er det valgt og ta bort opplager i bolten. Dermed kan momentdiagrammet  $M_0$  bestemmes som i Figur 8. 3.



Figur 8. 3 Statisk bestemt grunnsystem for beregning med enhetslastmetoden med tilhørende momentdiagram.

Det er dermed tatt utgangspunkt i at den beregningsmessige effektive lengden som er utledet av flytemønster for både sterk og svak akse skal benyttes. Denne effektive lengden har i tidligere utledninger blitt sett på som en initiell effektiv lengde, og ved å gå via en metode gitt av Weynand et al[7] har man da funnet forholdet mellom effektiv lengde i uttrykk (8.1) og initiell effektiv lengde. I dette tilfellet er det antatt at initiell effektiv lengde er gitt ut i fra flytemønstrene etter beregningene i kapittel 7.5.

Det påføres så en enhetslast over samme punkt hvor opplageret ble tatt bort i det statiske bestemte grunnsystemet, som illustrert i Figur 8. 4.



Figur 8. 4 Enhetslast og tilhørende momentdiagram.

Ved hjelp av momentdiagrammet i Figur 8. 3 og Figur 8. 4 kan et uttrykk for den ukjente opplagerkraften finnes ved sammenhengen uttrykk (8.3)

$$\delta_1 + x\delta_2 = 0 \quad (8.3)$$

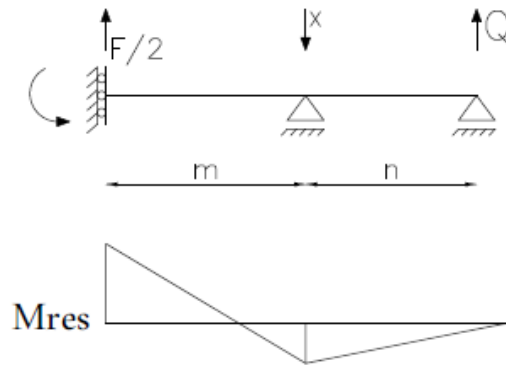
$$\delta_{10} = \int_l \frac{M_0 M_1}{EI} dx = -\frac{F}{12EI} [2n^3 + 3m^2n + 6mn^2] \quad (8.4)$$

$$\delta_{11} = \int_l \frac{M_1 M_1}{EI} dx = \frac{1}{3EI} [3mn^2 + n^3] \quad (8.5)$$

$$x = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = \frac{F}{4} \frac{[2n^3 + 3m^2n + 6mn^2]}{[3mn^2 + n^3]} \quad (8.6)$$

Dermed er den ukjente opplagerreaksjonen i boltelageret funnet, og likevektsligningene kan med det brukes til å finne resulterende momentdiagram for det statiske systemet som er vist i Figur 8. 5. Hevarmskraften i Q er gitt ved uttrykk (8.7).

$$Q = \frac{F}{4} \left[ \frac{3m^2n}{3mn^2 + n^3} \right] \quad (8.7)$$



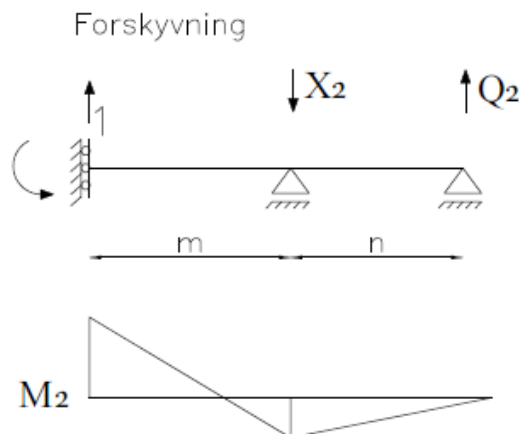
Figur 8. 5 Resulterende momentdiagram for det statiske systemet for stivhetsmodellen.

Figur 8. 5 viser momentdiagram uten påførte verdier i ekstremalpunktene. Disse gis i uttrykk (8.8) og (8.9).

$$M_{maks} = \frac{F}{4} \left[ \frac{2mn^3 + 3m^2n^2}{3mn^2 + n^3} \right] \quad (8.8)$$

$$M_{bolt} = \frac{F}{4} \left[ \frac{3m^2n^2}{3mn^2 + n^3} \right] \quad (8.9)$$

Det er nå ønskelig å finne et uttrykk for forskyvningen i punktet ved innspenningen til profilet, heretter referert til som punkt A. For å finne et slik uttrykk er det satt på en enhetslast  $F=1$  i den resulterende statiske modellen. Resultatene kan da skaleres ned ved sammenhengen enhetslasten  $1 = F/2$  og man kan finne momentdiagram slik som Figur 8. 6 viser. Ekstremalpunktene for momentdiagrammet er gitt ved uttrykkene (8.10) og (8.11).



Figur 8. 6 Momentdiagram ved enhetslastforskyvning ved profilkant.

$$M_{maks,2} = \frac{1}{2} \left[ \frac{2mn^3 + 3m^2n^2}{3mn^2 + n^3} \right] \quad (8.10)$$

$$M_{bolt,2} = \frac{1}{2} \left[ \frac{3m^2n^2}{3mn^2 + n^3} \right] \quad (8.11)$$

Utrykk for forskyvningen kan da oppnås ved uttrykk (8.12).

$$\delta_A = \int_l \frac{M_{res} M_2}{EI} dx = \frac{F}{48EI} \frac{[2m^3 n^2 + 45m^4 n + 9m^5]}{[3m + n]^2} \quad (8.12)$$

Det er ønskelig å benytte sammenhengen om fjærstivheten som opplyst i uttrykk (4.2). Det kan oppnås ved å snu uttrykk (8.12) til formen  $F = k_i E \delta_i$  som er vist i uttrykk (8.13).

$$F = 48I \frac{[3m + n]^2}{[2m^3 n^2 + 45m^4 n + 9m^5]} E \delta_A \quad (8.13)$$

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{l_{eff,ini} t_p^3}{12} \quad (8.14)$$

Utrykk (8.14) viser hvordan uttrykket for annet arealmoment tilpasses til ligningen. Den initielle effektive lengden er gitt av en metode av Weynand et al[7], og er en metode som også blir benyttet i dette tilfellet. Et uttrykk for initiell effektiv lengde er gitt ved følgende sammenheng. Forholdet mellom plastisk motstandsmoment og elastisk motstandsmoment er gitt ved uttrykk (8.15). Dette kan benyttes til se at sammenhengen mellom dimensjonerende plastisk strekkapasitet for det ekvivalente T-stykket og strekkapasitet i uttrykk (8.17) er tilsvarende. For uttrykk (8.16) er sammenhengen mellom maksimalt resulterende moment i Figur 8. 5 satt lik dimensjonerende plastisk momentkapasitet for et ekvivalent T-stykke.

$$\frac{W_{pl}}{W_{el}} = \frac{1/4bh^2}{1/6bh^2} = \frac{3}{2} \quad \text{gir} \quad W_{pl} = \frac{3}{2} W_{el} \quad (8.15)$$

$$F_{el} = \frac{l_{eff,ini} t_p^2 f_y [3mn^2 + n^3]}{[2mn^3 + 3m^2 n^2]} \quad (8.16)$$

$$F_{pl,rd} = \frac{3}{2} F_{el} \quad \text{gir} \quad l_{eff,ini} = \frac{3[2mn^3 + 3m^2 n^2] l_{eff}}{2[2mn^3 + n^3]} \quad (8.17)$$

Med det er sammenhengen mellom initiell effektiv lengde og effektiv lengde utledet, ved å sette uttrykk (8.17) inn i uttrykk (8.13). Ved samtidig å benytte sammenhengen om fjærstivheten i uttrykk (4.2) er stivhetskoeffisienten for endeplaten gitt, se uttrykk (8.18)

$$k_5 = \frac{8l_{eff} t_p^3}{3m^3} \left[ \frac{36m^2 n + 15mn^2 + 2n^3 + 27m^3}{51mn^2 + 144m^2 n + 2n^3 + 27m^3} \right] \quad (8.18)$$

Uttrykk (8.18) er i utgangspunktet et ganske komplekst uttrykk, men kan benyttes i for å gi en mer presis beregning av virkningen til hevarmskraften  $Q$  og  $t_a$  i betraktning hvordan en kortere avstand  $n$  påvirker resultatene. Forskjellen er ikke signifikant, og derfor er det videre i rapporten benyttet stivhetskoeffisientene som gitt av knutepunktstandard[1]. Ved å sette inn forutsetningen at  $n = 1,25m$  i uttrykk (8.18) fås samme resultat som gitt i uttrykk (8.1).

### 8.3 Utledning av stivhetskoeffisienten $k_{10}$ – Boltene stivhetsbidrag

Stivhetskoeffisienten til boltene beregnes ut fra samme utgangspunkt som for endeplaten fjærstivheten. Forskyvningen i boltene er gitt ved uttrykk (8.19), der kraften  $F_b$  tilsvarer den ukjente kraften  $X$  i uttrykk (8.6). Ved å sette inn kraften  $X$  i uttrykk (8.6) og snu uttrykket til formen  $F = k_i E \delta_i$  fås stivhetstallet  $k_{10}$  ved uttrykk (8.20). Merk at fordi det benyttes to bolter på hver side vil arealet av boltene settes til  $2A_s$ , som er tatt hensyn til i uttrykket.

$$\delta_b = \frac{F_b L_b}{E A_s} \quad (8.19)$$

$$k_{10} = \frac{8[mn^2 + n^3]A_s}{[2n^3 + 3m^2n + 6mn^2]L_b} \quad (8.20)$$

Ved å sette inn forutsetningen om at  $n = 1,25m$  vil resultatet av uttrykk (8.20) være som gitt i (8.21), og likt som i knutepunktstandard[1].  $A_s$  er boltene spenningsareal og  $L_b$  er boltene tøyingsareal.

$$k_{10} = \frac{1,58A_s}{L_b} \approx \frac{1,6A_s}{L_b} \quad (8.21)$$

## 8.4 Beregning av effektiv lengde

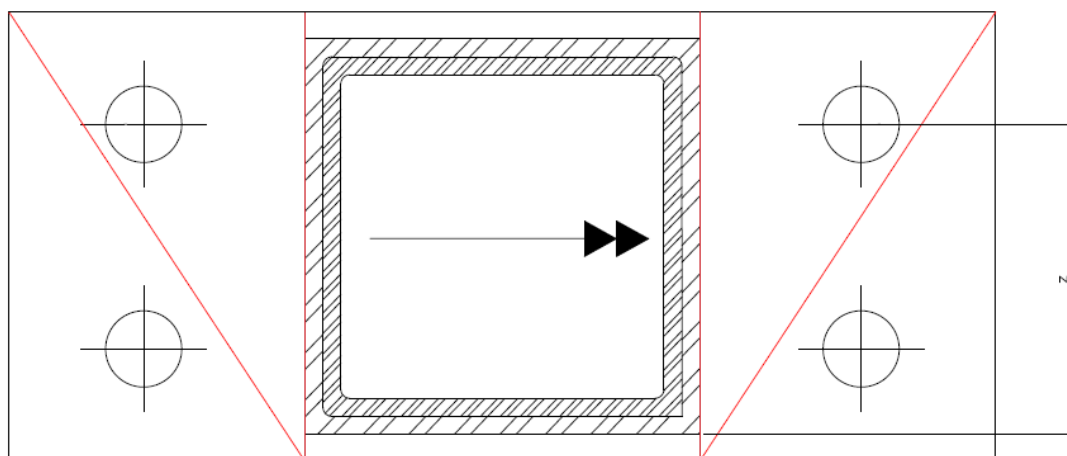
For beregning av rotasjonsstivheten benyttes som kjent effektiv lengde for T-stykket. For beregning rotasjonsstivheten ved bøyning om sterk akse benyttes føringer for effektiv lengde som anvist i knutepunktstandarden[1] og i kapittel 3.4. For bøyning om svak akse benyttes kapasitetsformelen som utledet i uttrykk (6.14).

### 8.4.1 Effektiv lengde –Bøyning om svak akse.

Som opplyst benyttes uttrykk (6.14) til å utlede effektiv lengde. Momentkapasiteten som er gitt i knutepunktstandarden[1], og her i uttrykk (3.7) kan benyttes til å utlede uttrykk for effektiv lengde. Ved å sette disse uttrykkene for plastisk momentkapasitet lik hverandre fås uttrykk (8.22). Evaluering av flytelinjene tilsier at det som for bøyning om sterk akse blir dimensjonerende effektiv lengde ikke kan oppstå i dette tilfellet. Derfor må et uttrykk for effektiv lengde utledes. Effektiv lengde kan likevel ikke overskride platens faktiske bredde.

$$l_{eff} = \frac{1}{2z} [b_p^2 + 2m^2] \quad (8.22)$$

Momentarmen  $z$  i uttrykk (8.22) er bestemt som avstanden mellom antatt trykksenter i forbindelsen og opp til senter av boltene i strekk. Antatt trykksenter er etter evaluering av deformerte prøvestykker bestemt til å gå fra mellom overgangen mellom profilet og sveisen. Siden avstanden fra antatt trykksenter og nederste kant av platen er kort kan det spekuleres i om momentarmen kan settes lik kanten av platen og opp til strekkboltene. Dette fordi forbindelsen kan antas å rotere om endekanten, og ergo er trykksenteret lenger ned. Likevel settes momentarmen som først antatt da det ut i fra deformerte prøvestykker gir indikasjoner på at trykksenteret ligger der som først antatt.



Figur 8. 7 Momentarm for rotasjonsstivhet om svak akse.

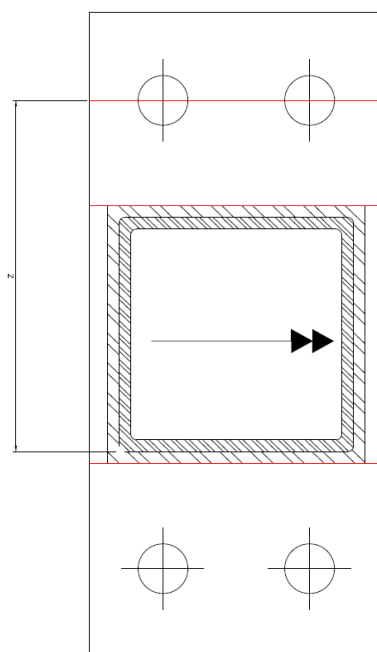


### 8.4.2 Effektiv lengde – Bøyning om sterk akse

Beregning av effektiv lengde gjøres i henhold til uttrykkene i kapitlene 3.4.1 og 3.4.2. Laveste effektive lengde skal benyttes, og tilfellene hvor ekvivalent T-stykke består av et L-stykke som tilfellet ved bøyning om sterk akse vil effektiv lengde være gitt av ligning (3.11d), og gjengitt her som uttrykk (8.23).

$$l_{eff} = \frac{b_p}{2} \quad (8.23)$$

Momentarmen for beregning av rotasjonsstivhet vil i dette tilfellet også settes lik avstanden fra antatt trykksenter og opp til senter av boltene som er påkjent av strekk. Trykksenteret antas også her å være lokalisert i overgangen mellom profil og sveis, se Figur 8. 8.



Figur 8. 8 Momentarm for rotasjonsstivhet ved bøyning om sterk akse.

## 8.5 Beregnet stivhet

Rotasjonsstivheten er beregnet for alle simulerte geometrier. I de neste delkapitlene vil resultatene presenteres, og i tillegg presenteres initialstivheten som er bestemt ut i fra simuleringene for sammenligningsgrunnlag. Resultatene presenteres i tabeller for hvert enkelt tilfelle. De mest sentrale beregningene er også tatt med. Stivhetene er beregnet med uttrykk (4.1), men som for enkelhets skyld er tatt med her i uttrykk (8.24)

$$S_j = \frac{Ez^2}{\mu \sum_i \frac{1}{k_i}} \quad (8.24)$$

### 8.5.1 Referansegeometri 220x100mm endeplate

Beregnet effektive lengder er gitt i uttrykk (8.24) og (8.25) for henholdsvis svak og sterk akse.

$$l_{eff} = \frac{1}{2z} [b_p^2 + 2m^2] = 96,3mm \quad (8.25)$$

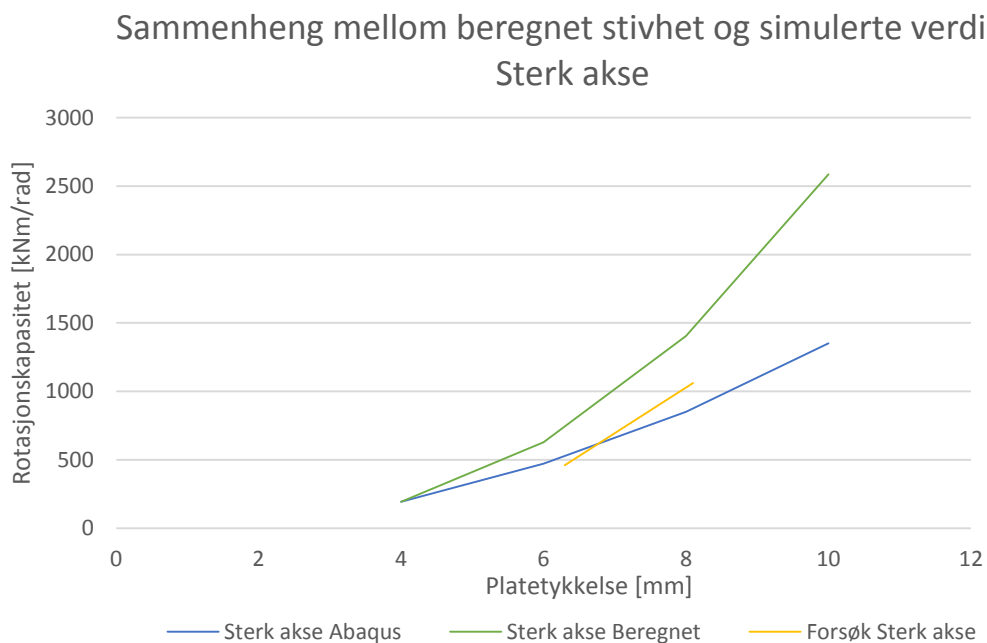
$$l_{eff} = \frac{b_p}{2} = 50mm \quad (8.26)$$

**Tabell 8. 1 Oversikt over stivhetstall fra simuleringer og beregninger**

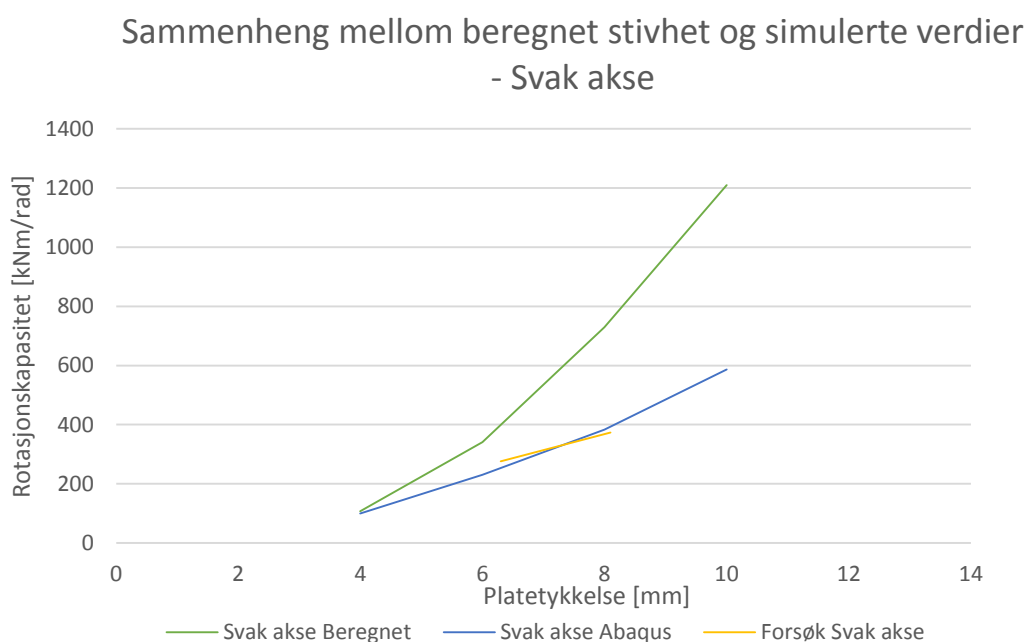
Bøyning om akse	Platetykkelse [mm]	$S_{j,ini,simulert}$ $\frac{kNm}{[rad]}$	$S_{j,ini,beregnet}$ $\frac{kNm}{[rad]}$
Svak	4	99,6	107,2
Sterk		193,3	192,0
Svak	6	230,3	341,4
Sterk		471,2	628,5
Svak	8	382,6	728,9
Sterk		850,7	1406,0
Svak	10	586,4	1210,2
Sterk		1351	2585,2

Verdiene i tabell 8.1 viser hvordan beregnet stivhet for hver geometri. Tendensen er at differansen i stivhetstallene blir større jo tykkere endeplaten blir. Endeplaten er det desidert største bidraget til rotasjonsstivheten.

Kurvene i Figur 8. 9 og Figur 8. 10 viser den samme tendensen både for sterk akse og svak akse. Stivhetsmodellen beregner rotasjonsstivheten relativt nøyaktig for tynnere endeplater, men ved tykkere endeplater øker avviket drastisk.



**Figur 8. 9** Endring i differanse mellom stivhetstall for simuleringer og beregninger, sterk akse.



**Figur 8. 10** Endring i differanse mellom stivhetstall for simuleringer og beregninger, svak akse.

## 8.5.2 Geometri 270x100mm endeplate

Beregnet effektive lengder er gitt i uttrykk (8.27) og (8.28) for henholdsvis svak og sterk akse. Beregnet effektiv lengde for bøyning om svak akse overskrider i dette tilfellet endeplatens bredde, og derfor benyttes platens bredde som effektiv lengde.

$$l_{eff} = \frac{1}{2z} [b_p^2 + 2m^2] = 129,4mm \leq 100mm \quad (8.27)$$

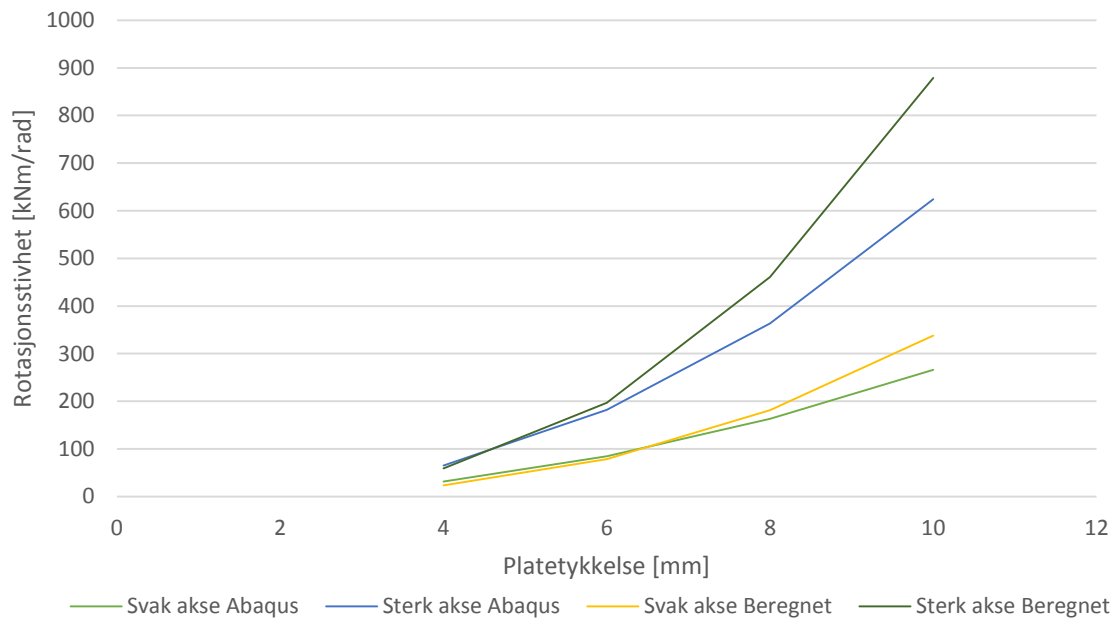
$$l_{eff} = \frac{b_p}{2} = 50mm \quad (8.28)$$

Tabell 8. 2 Oversikt over stivhetstall fra simuleringer og beregninger, 270x100mm platestørrelse.

Bøyning om akse	Platetykkelse [mm]	$S_{j,ini,simulert}$ $\left[\frac{kNm}{rad}\right]$	$S_{j,ini,beregnet}$ $\left[\frac{kNm}{rad}\right]$
Svak	4	31,2	23,5
Sterk		65,2	58,7
Svak	6	75,7	78,4
Sterk		182,0	196,9
Svak	8	163,4	181,2
Sterk		363,2	460,7
Svak	10	265,7	338,0
Sterk		623,0	878,7

Som nevnt tidligere er slike platestørrelser veldig ukurant for både rotasjonsstivhet og momentkapasitet, men er tatt med for å sjekke hvor generell beregningsmodellen er. Samme tendens observeres i dette tilfellet som for geometrien med 220x100mm platestørrelse for bøyning om sterk akse. Beregnet stivhet stemmer godt overens med simuleringene i starten, men avviket øker med økende platetykkelse. Likevel er ikke avvikene i dette tilfellet signifikant. Beregningene stemmer godt for bøyning om svak akse. Her er effektiv lengde som gitt i uttrykk (9.27). Det at dette medfører godt treff for stivheten kan være en indikasjon på at beregnet effektiv lengde generelt er for stor, men det er ikke sikkert det er en slik sammenheng. Det gode treffet kan likeså godt være fordi platens karakter i utgangspunktet gjør at stivheten er meget lav, og at variasjonen i resultater skyldes dette.

## Sammenheng mellom beregnet stivhet og simulerte verdier- 270x100mm Endeplate



**Figur 8. 11 Rotasjonsstivhet i forhold til platetykkelse, Bøyning både om sterk og svak akse.**

Figur 8. 11 viser sammenhengen mellom rotasjonsstivhet og platetykkelse. Som nevnt er det godt treff for de platetykkelse 4 mm og 6 mm, men større avvik jo tykkere platene blir.

### 8.5.3 Geometri 260x120mm endeplate

Beregnet effektive lengder er gitt i uttrykk (8.29) og (8.30) for henholdsvis svak og sterk akse.

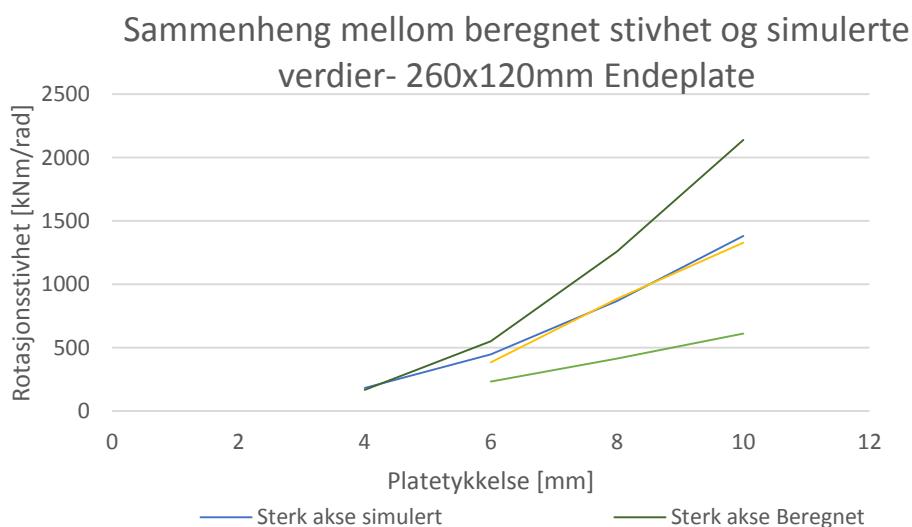
$$l_{eff} = \frac{1}{2z} [b_p^2 + 2m^2] = 115,3mm \quad (8.29)$$

$$l_{eff} = \frac{b_p}{2} = 60mm \quad (8.30)$$

Tabell 8. 3 Oversikt over stivhetstall fra simuleringer og beregninger, 270x100mm platestørrelse.

Bøyning om akse	Platetykkelse [mm]	$S_{j,ini,simulert}$ $\frac{kNm}{rad}$	$S_{j,ini,beregnet}$ $\frac{kNm}{rad}$
Sterk	4	180,7	166,2
Svak	6	231,6	327,4
Sterk		446,8	550,9
Svak	8	413,1	762,3
Sterk		869,0	1259,7
Svak	10	610,8	1237,6
Sterk		1380,9	2138,9

Tabell 8.3 viser igjen samme tendens som i tilfellet med endeplater lik 220x100mm. Beregningsmodellen gir igjen godt treff i starten, men større avvik for tykkere plater noe som også Figur 8. 12 viser. Dette tilfellet er mer representativt for beregningsmodellen enn hva tilfellet enn for platen i kapittel 8.5.2.

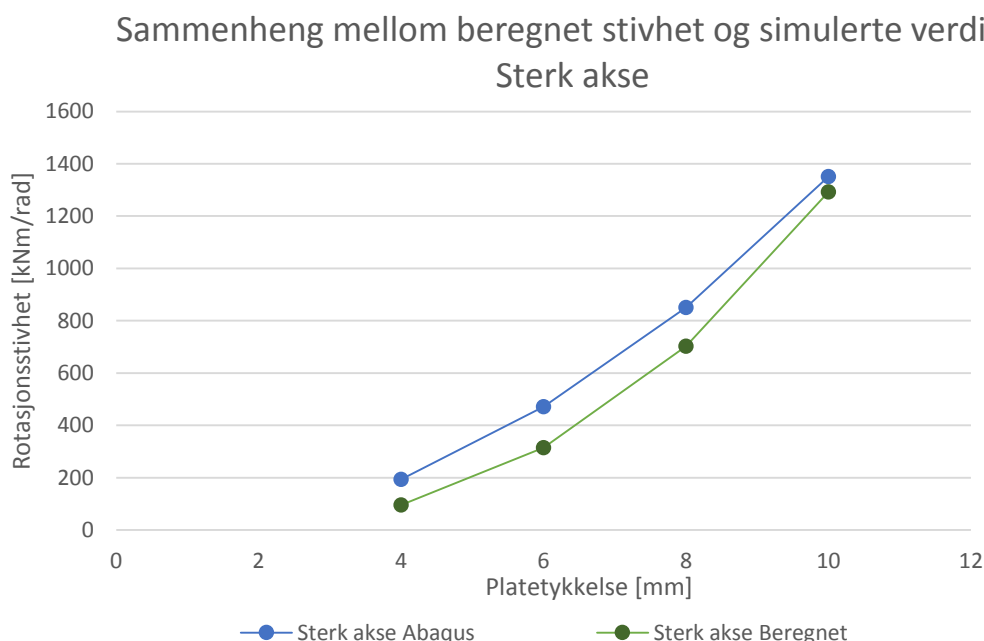


Figur 8. 12 Rotasjonsstivhet i forhold til platetykkelse, Bøyning både om sterk og svak akse.

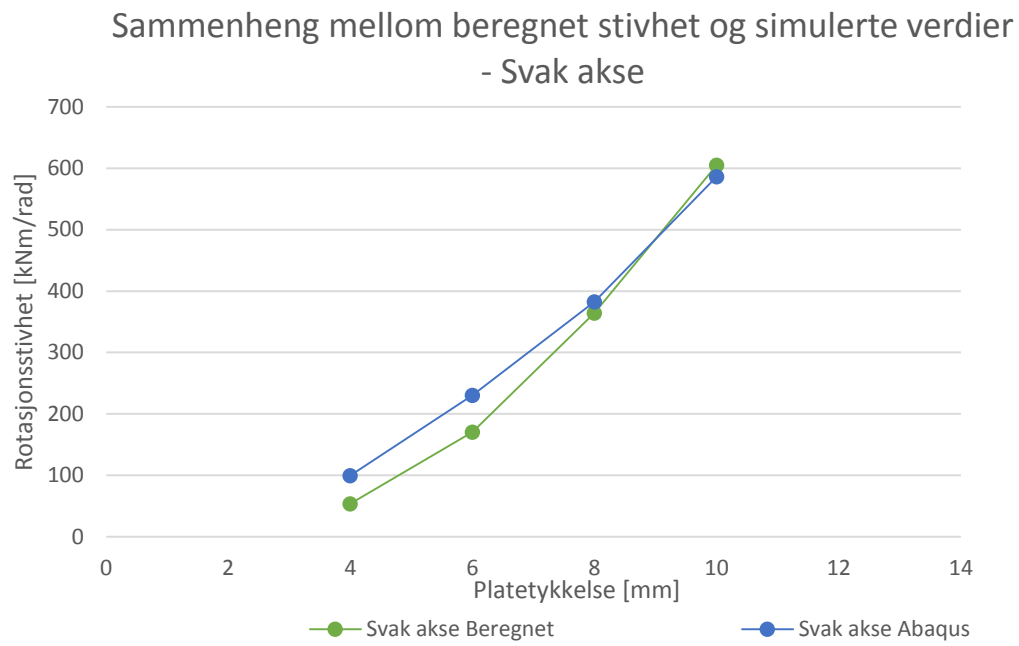
## 8.5.4 Kommentar til resultatene

Resultatene av beregningsmodellen viser for alle tre tilfellene at beregnet stivhet stemmer godt i starten, men avviker noe mer når platetykkelsen øker. Det er ikke godt å si hvorfor denne tendensen opptrer. For tilfellet med referansegeometrien (220x100mm platestørrelse) gir 10 mm platetykkelse ut beregnet verdi som er nesten dobbelt så høy som hva simuleringene viser. Det er tidligere bevist av Birkeland et al. [12] at for knutepunkter i rammekonstruksjoner påvirkes responsen signifikant selv ved mindre endringer i rotasjonsstivhet. Det vil si at en ramme som dimensjoneres med knutepunkter med rotasjonsstivhet opp til to ganger mer enn sin faktiske kapasitet kan føre til at komponentene i rammene dimensjoneres for større momenter enn hva faktisk er tilfellet. Dette kan i verste fall medføre overdimensjonering.

Siden avviket i stivhetstallene øker med platetykkelsen kan det spekuleres i om hele endeplaten bidrar til stivheten ved tykkere plater. Uten noe vitenskapelig grunnlag er det i Figur 8. 13 og Figur 8. 14 benyttet en form for effektivitetsfaktor som er satt til 0.5. Faktoren er multiplisert inn i det ferdige uttrykket for stivheten, som er gitt i tabell 9.1, for referansegeometrien med endeplate 220x100mm. Dette er gjort mest for å se hvordan en slik faktor vil påvirke resultatet. Resultatet av en slik effektivitetsreduksjon gjør at kurvene i figur 8.13 og 8.14 har mindre avvik, og følger samme form i større grad. Likevel finnes det ikke noe grunnlag for å si at dette er forsvarlig å benytte for dimensjonering, og blir derfor bare spekulasjoner.



**Figur 8. 13** Beregnet stivhet med effektivitetsfaktor og simulerte verdier for initialstivheten, bøyning om sterk akse. Endeplate 220x100mm.



**Figur 8. 14** Beregnet stivhet med effektivitetsfaktor og simulerte verdier for initialstivheten, bøyning om svak akse. Endeplate 220x100mm.





## 9 Konklusjon

### 9.1 Kapasitetsberegninger

Kapasitetsberegningene er utført med metoden for virtuelt arbeid. Kurvene som er presentert i kapittel 6.5 viser ved hjelp av sekantstivheten hvor punktet for plastisk momentkapasitet befinner seg. Tendensen er at kapasitetsberegninger for bøyning om svak akse stemmer godt med det som man i med bakgrunn i teori ville antatt at punktet ligger. Momentkapasiteten ligger på kurvene et stykke etter at kurvene flater markant ut. Dermed konkluderes det med at beregningene av momentkapasitet om svak akse gir presise resultater.

Kapasitet ved bøyning om sterk akse er noe lavere enn hva som kunne antas på forhånd. Kurvene i kapittel 6.5 viser at for bøyning om sterk akse ligger punktet for momentkapasitet noe lavere enn hva man generelt betrakter som den plastiske sonen av responskurven. Likevel er området for plastisk momentkapasitet noe vanskelig å tyde da det ligger i område tett opp mot punktet der kurven flater ut.

Tabell 9.1 viser sammenhengen mellom maksimalt pålasting i forsøksseriene og plastisk momentkapasitet. Verdiene underbygger påstanden om at plastisk momentkapasitet er noe lavere enn hva tilfellet er. Utnyttelsesgraden for bøyning om svak akse er høyre.

Det kan også spekuleres i at beregnet momentkapasitet for svak akse er noe for høyt da de nederste del av flytelinjene ikke oppnår full plastifisering før veldig store deformasjoner, som Aalberg et al [12] nevner.

Tabell 9.1 Utnyttelsesgrad av plastisk momentkapasitet og maks påkjenning i laboratorieforsøkene.

Geometri	Bøyning om akse	Utnyttelsesgrad $\frac{M_p}{M_{maks}}$
1	Svak	0,72
1	Sterk	0,54
2	Svak	0,65
2	Sterk	0,48

Likevel kan det konkluderes med at metoden for beregning av styrke stemmer ganske godt.

## 9.2 Rotasjonsstivhet

Beregningsmodellen for bestemmelse av rotasjonsstivhet gir gode resultater for plater med 4 og 6 mm tykkelse. For tykkere plater gir modellen en for stor rotasjonsstivhet og for 10mm platetykkelse opp mot dobbelt så stor som simuleringene. Siden observert bruddform er like for plater med liten tykkelse er det ikke godt å si hvorfor modellen ikke skulle stemme like bra for tykkere plater.

Klassifiseringegrensene er i dette tilfellet av den karakter at det skal anvendes meget tykke endeplater for knutepunktet skal kunne være i nærheten av klassifiseringsgrensen for stivt knutepunkt. I tillegg skal knutepunkter være utformet svært ufordelaktig med tanke på bolteplassering for å kunne klassifiseres som leddet knutepunkt. Ved å sammenligne knutepunktene rotasjonsstivhet med øvre og nedre grense for klassifisering konkluderes det med at for alle geometriene som inngår i simuleringene må alle tilfellene klassifiseres som delvis stive, utenom geometrien med platestørrelse 270x100 mm. For dette tilfellet var både beregnet stivhet og stivhet fra simuleringene under kravet, men denne geometrien er svært ufordelaktig utformet og ville nok aldri vært benyttet. Det viser dog at det skal veldig slanke konstruksjoner til for at et knutepunkt skal kunne dimensjoneres som leddet.

Det er sett nøye på knutepunktene responskurver innenfor den elastiske delen. Det er registrert at non-lineær oppførsel kan oppstå både ved bøyning om sterk akse og svak akse både fra resultater fra simuleringer og for forsøkene. Likevel er det også tilfeller som viser lineær sammenheng opp mot knutepunktets plastiske kapasitet. Derfor er det sett på knutepunktene sekantstivhet. Resultatene gjør at det ikke kan konkluderes helt sikkert om knutepunktene initielle stivhet kan benyttes, eller om sekantstivheten må benyttes. Initieell stivhet og sekantstivhet for bøyning om sterk akse avviker ikke så mye fra hverandre og ergo kan initieell stivhet benyttes.

## 9.3 Forslag til videreføring av oppgaven

Det bør ses nærmere på knutepunktene responskurve for å kartlegge om non-lineær respons ved selv liten påkjenning opptrer. Dette for å bestemme om rotasjonsstivheten skal bestemmes ut i fra initieell stivhet eller sekantstivhet.

Det bør utvikles en stivhetsmodell som gir bedre treff for knutepunkter med større endeplatetykkelser.





## Litteraturliste

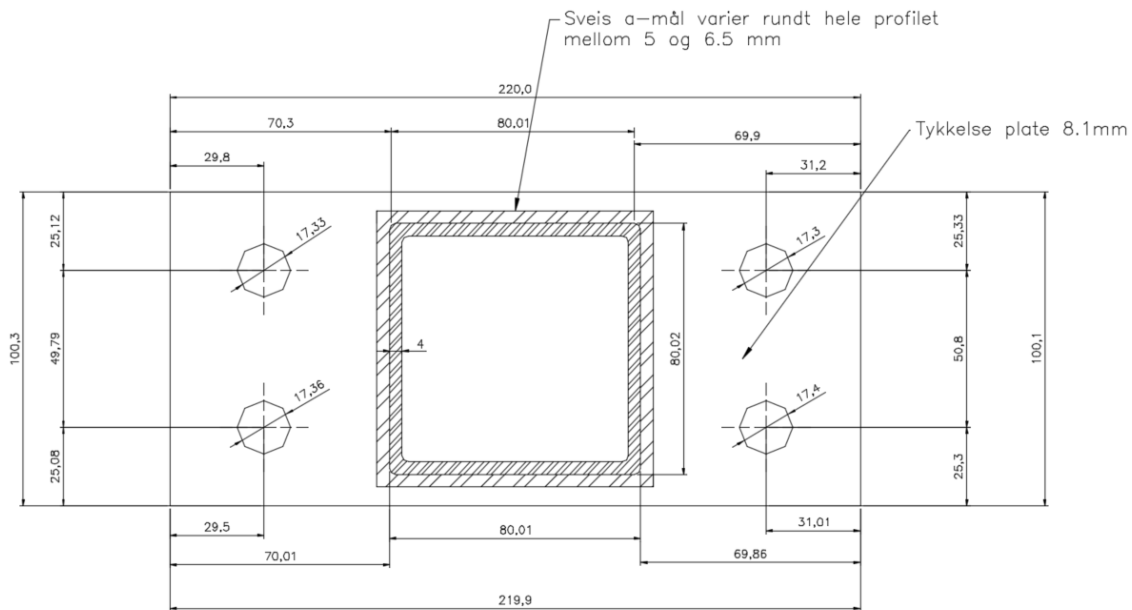
- [1] CEN, «NS-EN 1993-1-8: 2005+NA:2009 Prosjektering av stålkonstruksjoner – Del 1-8: Knutepunkter og forbindelser». 2009. Standard Norge.
- [2] Uhre, A.M., «Hulprofil med endeplateforbindelse». 2014, NTNU: Trondheim.
- [3] Birkeland, I., «Knutepunkter i bygninger». 2011, NTNU: Trondheim.
- [4] Larsen P.K., «Dimensjonering av stålkonstruksjoner». 2 utgave. 2010, Trondheim: Tapir akademiske forlag.
- [5] Øverli J.A., «TKT4222 concrete structures III». Trondheim: Department of structural engineering, NTNU.
- [6] Karlsen F.T., «Knutepunkter for staver med hulprofiltverrsnitt». 2011, NTNU: Trondheim.
- [7] Waynand K., J.P. Jaspart, & M. Steenhuis, «The stiffness model of revised Annex J of Eurocode 3». 1996, Elsevier.
- [8] Larsen P.K., A.H. Clausen, A. Aalberg, «Stålkonstruksjoner, profiler og formler». 3. utgave, Trondheim: Tapir akademiske forlag.
- [9] [http://web.mit.edu/calculix\\_v2.7/CalculiX/ccx\\_2.7/doc/ccx/node27.html](http://web.mit.edu/calculix_v2.7/CalculiX/ccx_2.7/doc/ccx/node27.html)  
[26.4.2015]
- [10] CEN, «NS-EN 1090-2:2008+A1:2011 Standard Utførelse av stålkonstruksjoner og aluminiumkonstruksjoner». 2011. Standard Norge.
- [11] Datablad for klinometre [1.5.2015]  
<http://www1.futureelectronics.com/doc/MEASUREMENT%20SPECIALTIES/02110002-000.pdf>
- [12] Larsen P.K., A.M. Uhre, A. Aalberg. «End plate connection for rectangular hollow core section in bending». In *Nordic steel construction conference*, 2015 Tampere, Finland.
- [13] Birkeland I, A. Aalberg, S. Kvam. «Classification boundaries for stiffness of beam-to-column joints and column bases», in *Proceedings of Nordic Steel Construction Conference*, 2012. Oslo.

## Vedlegg

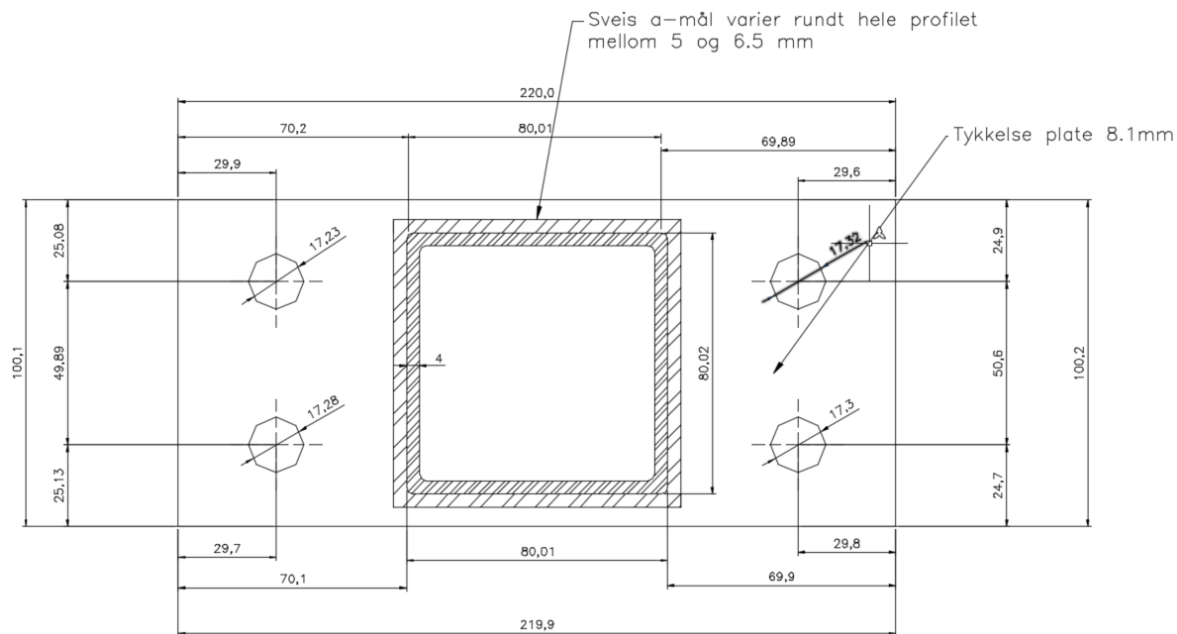
### A Oppmåling av forsøksgeometri

Generelt kan det sies av avvikene fra arbeidstegninger er små. De viktigste avvikene er platetykkelsene.

#### A.1 Geometri 1. Platetykkelse 8mm.

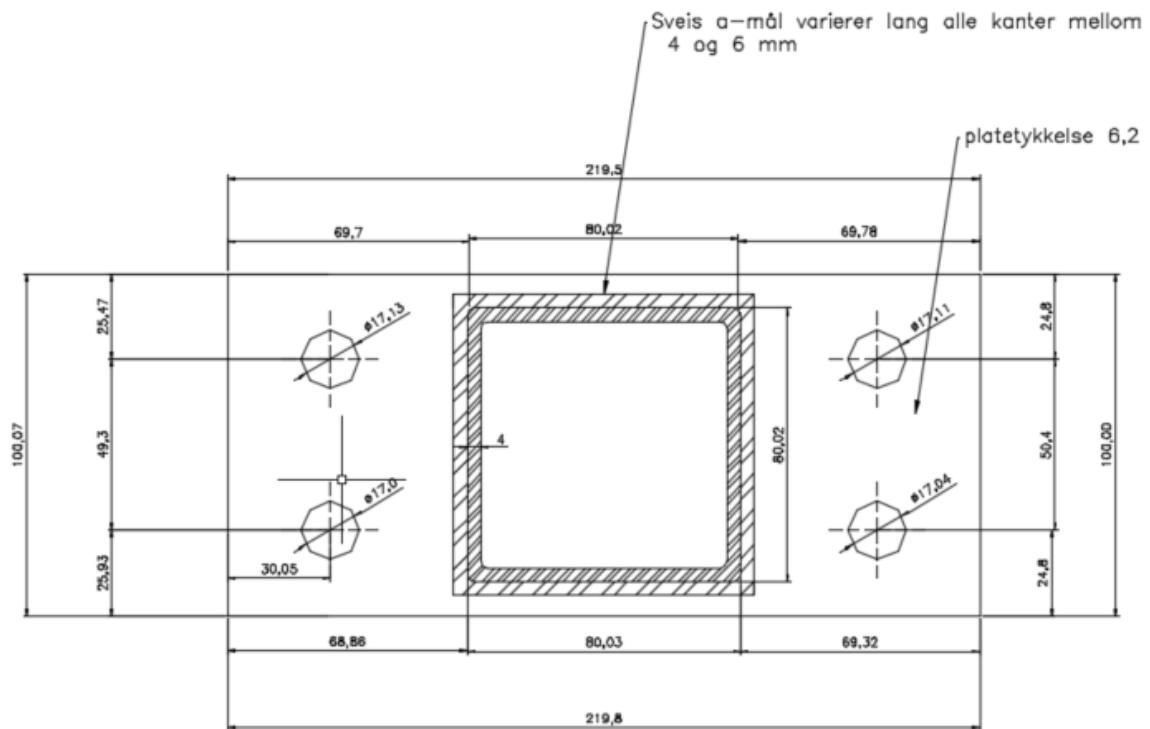


Figur A. 1 Oppmåling av geometri 1, Svak akse.

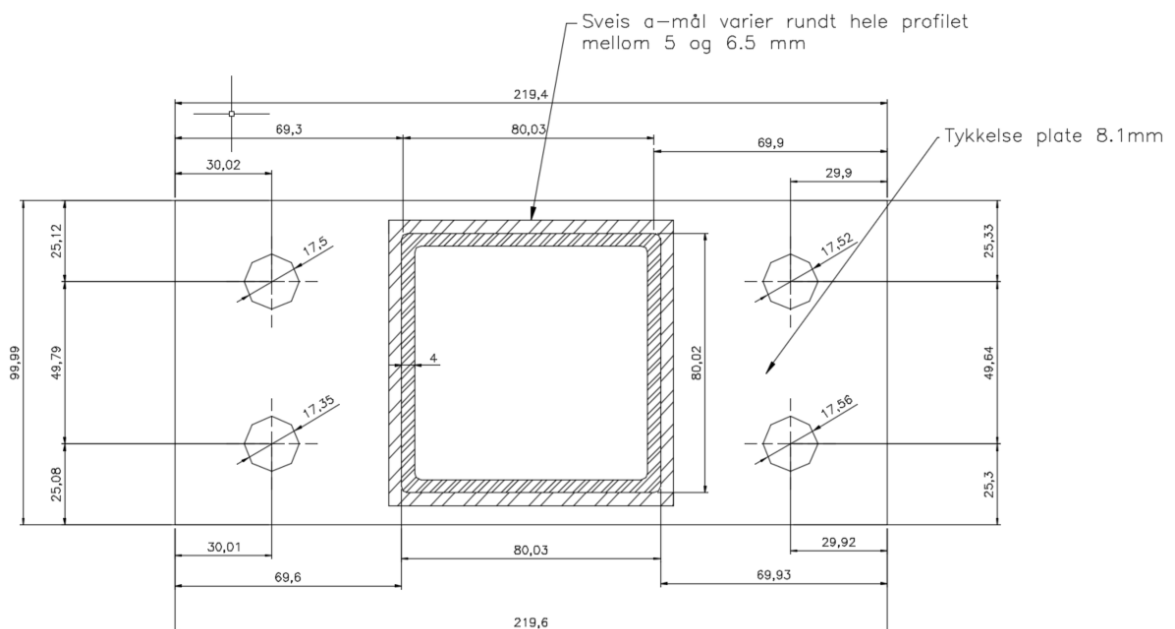


Figur A. 2 Oppmåling av Geometri 1. Sterk akse.

## A.2 Geometri 2. Platetykkelse 6mm.



Figur A. 3 Oppmåling av forsøksgeometri 2, Sterk akse.

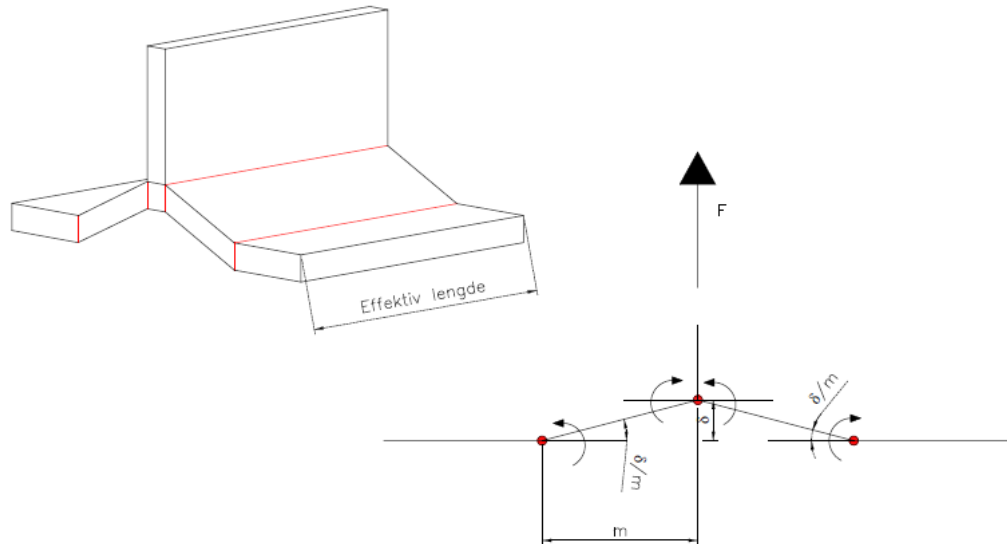


Figur A. 4 Oppmåling av forsøksgeometri 2, Svak akse. Figuren sier 8.1mm platetykkelse, men 6,2mm er riktig.



## B Utledning av formler

### B.1 For T-stykkekapasitet- Bruddform 1



Figur B. 1 T-stykke med bruddform 1.

Ytre arbeid:

$$W_y = F\delta$$

Indre arbeid:

$$W_p = 4m_p \frac{\delta}{m} l_{eff}$$

Der

$$m_p = 0,25t_p^2 f_y$$

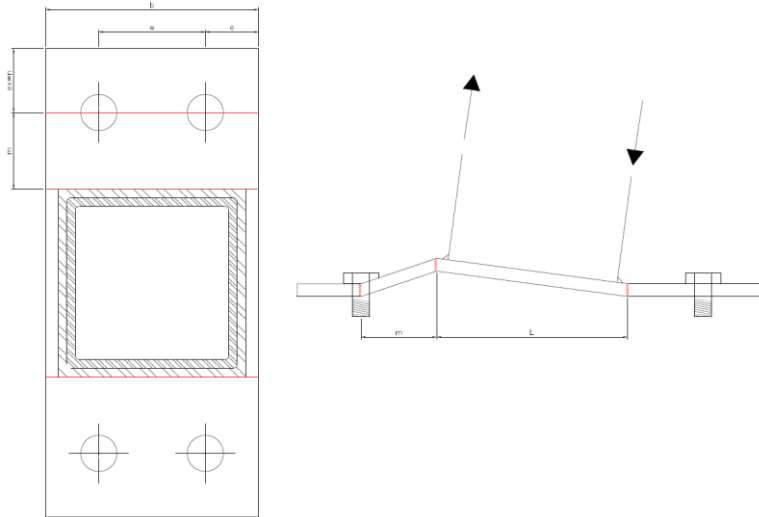
Ved å sette ytre arbeid lik plastisk arbeid oppnås strekkapasiteten for T-stykket:

$$F_{T,rd} = \frac{4m_p l_{eff}}{m}$$

## B.2 Alternativ utledning av kapasitetsformler - Sterk akse

Benytter observerte flytelinjer til å sette opp uttrykk for knutepunktets kapasitet. Det ytre arbeidet er gitt ved:

$$W_y = F\delta$$



Figur 6. 19 Flytelinjer i endeplaten. Til høyre er grunnlaget for beregning av kapasitet.

For beregning av plastisk kapasitet av knutepunktet betraktes hele bredden av endeplaten. Det gir et uttrykk for plastisk arbeid som følger:

$$W_p = m_p b \frac{\delta}{m} + m_p b \left( \frac{\delta}{m} + \frac{\delta}{l_{profil}} \right) + m_p b \frac{\delta}{l_{profil}}$$

som gir uttrykket

$$W_p = 2m_p b \delta \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{l_{profil}} \right)$$

Ved å følge sammenhengen ved at ytre arbeid er lik plastisk arbeid kan et uttrykk for strekkraften  $F$  oppnås:

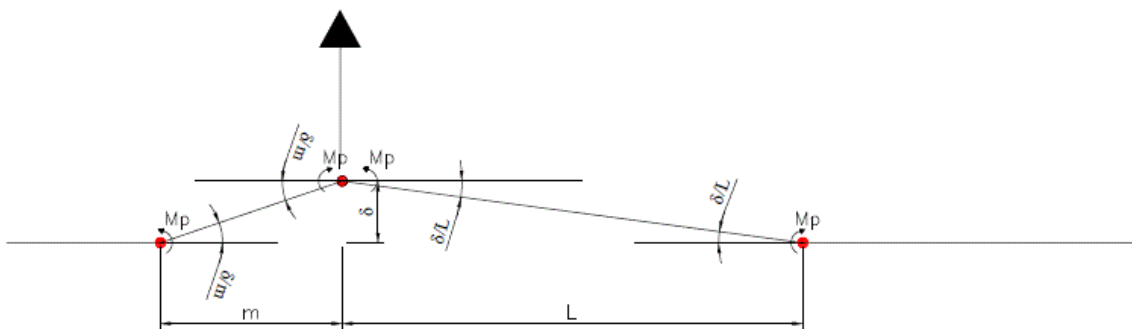
$$F = 2m_p b \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{l_{profil}} \right)$$

Dette er et uttrykk for kapasiteten for forbindelsen. Som nevnt tidligere i kapittelet er det ønskelig å benytte eksisterende formler, og derfor utledes et uttrykk for effektiv lengde slik at uttrykk (sett inn nr) kan benyttes.

$$F_y = 2m_p b \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{l_{profil}} \right) = F_{T,1,Rd} = \frac{4m_p l_{eff}}{m}$$

det gir at beregningsmessig effektiv lengde kan settes:

$$l_{eff} = \frac{bm}{2} \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{l_{profil}} \right)$$

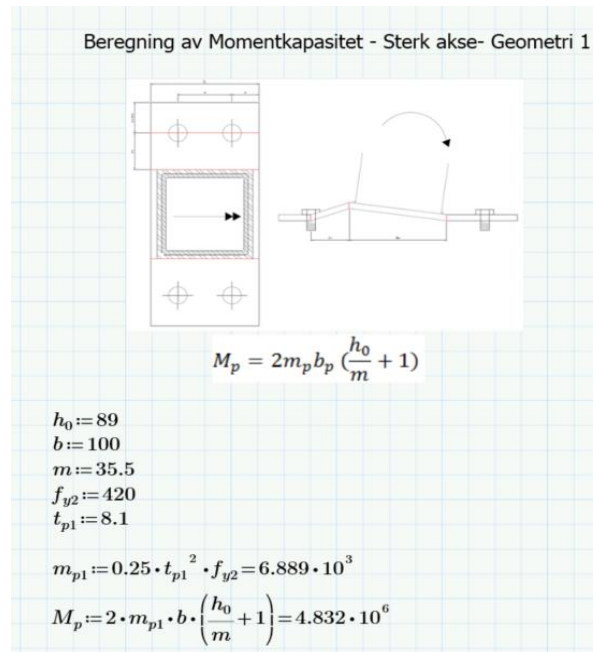


**Figur 6. 20** Beregningsmodell for opptredende bruddmekanisme ved bøyning om sterk akse. L på figuren refererer til lengden av profilet og sveis på begge sider.

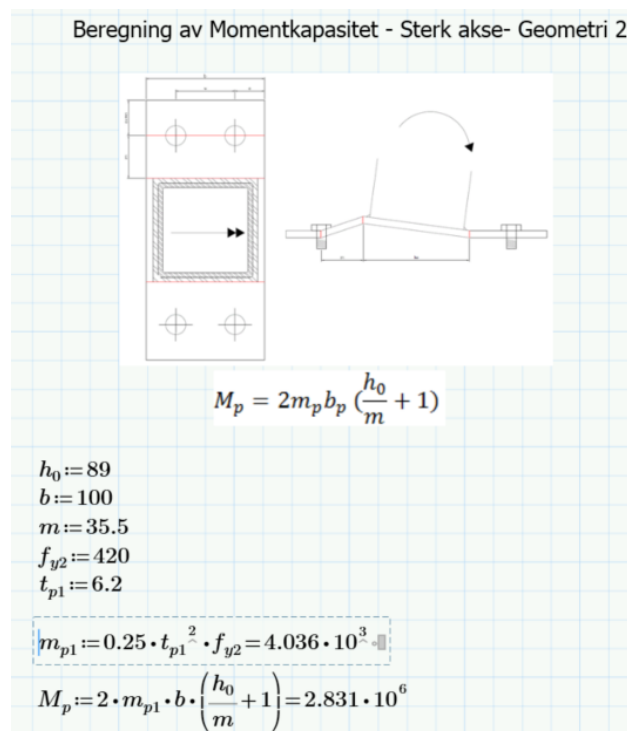
Utrykkene vil bli benyttet for å bestemme sekantstivheten til knutepunktene, og resultatene presenteres i delkapitlene 7.5.2 .

### B.3 Kapasitetsberegningen for alle geometrier

Alle beregningene av kapasitet for respektive geometrier er beregnet med metoden som er utledet i kapittel 7.5. I dette vedlegget presenteres utregningene for referansegeometriene 1 og 2, mens resten blir presentert i tabell B.1 uten utregninger. Merk at flytespenningen for de andre to alternative platestørrelsene er 405 N/mm<sup>2</sup>.

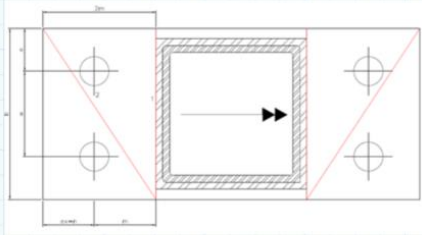


Figur B. 2 Beregning av kapasitet For geometri 1, Sterk akse.



Figur B. 3 Beregning av kapasitet For geometri 2, Sterk akse.

Beregn av momentkapasitet- Geometri 1- Svak akse



$$M_p = \frac{2 m_p}{m} (b_p^2 + 2m^2)$$

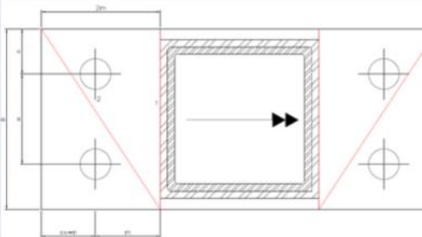
$h_0 := 89$   
 $b := 100$   
 $m := 35.5$   
 $f_y := 420$   
 $t_{p1} := 8.1$

$$m_{p1} := 0.25 \cdot t_{p1}^2 \cdot f_y = 6.889 \cdot 10^3$$

$$M_p := 2 \cdot \frac{m_{p1}}{m} \cdot (b^2 + (2 \cdot m^2)) = 4.859 \cdot 10^6$$

Figur B. 4 Beregning av kapacitet For geometri 1, Svak akse.

Beregn av momentkapasitet- Geometri 2- Svak akse



$$M_p = \frac{2 m_p}{m} (b_p^2 + 2m^2)$$

$h_0 := 89$   
 $b := 100$   
 $m := 35.5$   
 $f_y := 420$   
 $t_{p1} := 6.2$

$$m_{p1} := 0.25 \cdot t_{p1}^2 \cdot f_y = 4.036 \cdot 10^3$$

$$M_p := 2 \cdot \frac{m_{p1}}{m} \cdot (b^2 + (2 \cdot m^2)) = 2.847 \cdot 10^6$$

Figur B. 5 Beregning av kapacitet For geometri 2, Svak akse.

**Tabell B. 1** Beregning av kapasiteter til alle evaluerte geometrier.

<b>Platestørrelse [mmxmm]</b>	<b>Platetykkelse [mm]</b>	<b>Bøyning om akse</b>	<b>Momentkapasitet [kNm]</b>
<b>220x100</b>	4	Svak	1,14
	4	Sterk	1,13
	6	Svak	2,7
	6	Sterk	2,73
	8	Svak	4,68
	8	Sterk	4,54
	10	Svak	7,14
	10	Sterk	7,1
<b>270x100</b>	4	Svak	0,92
	4	Sterk	0,8
	6	Svak	2,07
	6	Sterk	1,8
	8	Svak	3,7
	8	Sterk	3,15
	10	Svak	5,8
	10	Sterk	5,0
<b>260x120</b>	4	Sterk	1,4
	6	Svak	3,2
	6	Sterk	3,3
	8	Svak	5,7
	8	Sterk	5,8
	10	Svak	8,1
	10	Sterk	8,9

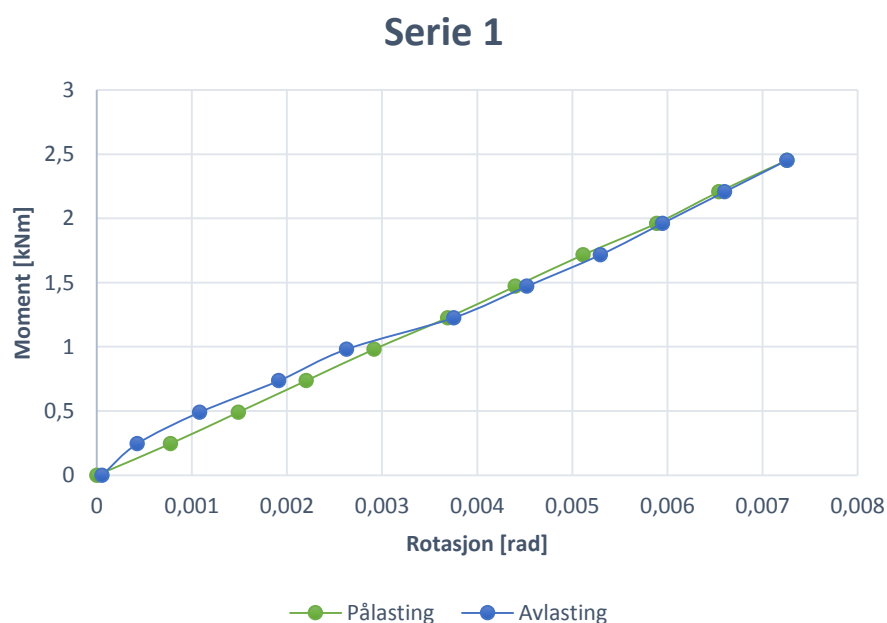
## C Resultater fra laboratorieforsøk

Enkeltresultatene fra hver forsøksserie for begge laboratorieforsøkene blir gitt i dette vedlegget. Det blir presentert rotasjonsstivhet og kontrollmålinger av nedbøyning.

### C.1 Elastisk – Svak akse 8,1mm platetykkelse.

Tabell C.1. 1 Forsøksdata serie 1. Geometri 1, Svak akse

Serie 1							
Vekt [kg]	Venstre [Deg]	Høyre [Deg]	Høyde [mm]	Nedbøyning [mm]	Moment [Nmm]	Rotasjon [Rad]	Stivhet
0	0	0	491	0	0	0	
10	0,04198	0,04658	487	4	0,24525	0,000772832	317,3394
20	0,08396	0,08651	483	8	0,4905	0,001487631	329,7188
30	0,1189	0,1331	479	12	0,73575	0,002199115	334,5664
40	0,1609	0,173	475,5	15,5	0,981	0,002913827	336,6706
50	0,2029	0,2196	472,5	18,5	1,22625	0,003687008	332,5867
60	0,2379	0,2662	467,5	23,5	1,4715	0,004399102	334,5001
70	0,2799	0,3061	464	27	1,71675	0,005113815	335,7083
80	0,3218	0,3527	460	31	1,962	0,005886123	333,3264
90	0,3568	0,3926	456	35	2,20725	0,006539749	337,513
100	0,3988	0,4326	452	39	2,4525	0,007255334	338,0272
90	0,3638	0,3926	455,5	35,5	2,20725	0,006600835	334,3895
80	0,3288	0,3527	459,5	31,5	1,962	0,005947209	329,9026
70	0,2939	0,3128	463	28	1,71675	0,005294456	324,2543
60	0,2519	0,2662	466	25	1,4715	0,004521275	325,4613
50	0,2169	0,2129	471	20	1,22625	0,003750713	326,9379
40	0,1609	0,1397	475	16	0,981	0,00262323	373,9665
30	0,1259	0,09316	478	13	0,73575	0,001911659	384,8751
20	0,08396	0,03993	484	7	0,4905	0,001081144	453,686
10	0,04198	0,00665	487	4	0,24525	0,000424377	577,9062
0	0	0,005989	491	0	0	5,22639E-05	0

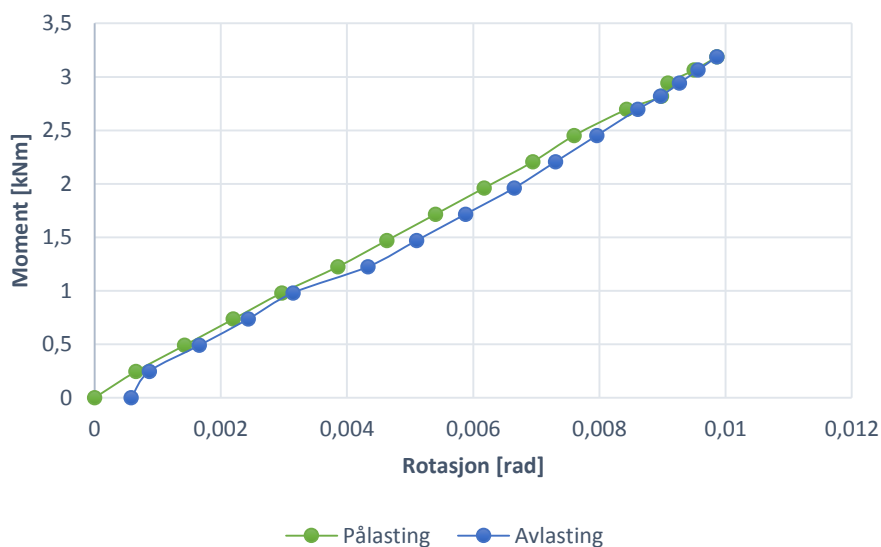


Figur C.1. 1 Stivhetsrelasjon Serie 1. Geometri 1.

Tabell C.1. 2 Forsøksdata serie 2. Geometri 1, svak akse.

Serie 2							
Vekt [kg]	Venstre [Deg]	Høyre [Deg]	Høyde [mm]	Nedbøyning [mm]	Moment [Nmm]	Rotasjon [Rad]	Stivhet
0	0	0	491	0	0	0	
10	0,03498	0,03993	487	4	0,24525	0,000653713	375,1646
20	0,07696	0,08651	483	8	0,4905	0,001426545	343,8378
30	0,1189	0,1331	479	12	0,73575	0,002199115	334,5664
40	0,1539	0,1863	475	16	0,981	0,002968805	330,436
50	0,1959	0,2462	471	20	1,22625	0,00385805	317,8419
60	0,2379	0,2928	466	25	1,4715	0,004631231	317,7341
70	0,2799	0,3394	464	27	1,71675	0,005404412	317,6571
80	0,3148	0,3926	460	31	1,962	0,00617323	317,8239
90	0,3568	0,4392	456	35	2,20725	0,00694641	317,754
100	0,3918	0,4791	452	39	2,4525	0,007600036	322,6958
110	0,4408	0,5257	448	43	2,69775	0,008434304	319,8545
115	0,4548	0,5747	446	45	2,820375	0,008984082	313,9302
120	0,4758	0,5656	444	47	2,943	0,009087929	323,8361
125	0,4968	0,5923	442	49	3,065625	0,00950419	322,5551
130	0,5178	0,6122	440	51	3,18825	0,00986111	323,3155
125	0,5038	0,5923	442	49	3,065625	0,009565277	320,4952
120	0,4829	0,579	444	47	2,943	0,009266826	317,5845
115	0,4688	0,559	446	45	2,820375	0,008969247	314,4495
110	0,4478	0,539	446,5	44,5	2,69775	0,008611455	313,2746
100	0,4128	0,4991	451	40	2,4525	0,007957829	308,1871
90	0,3778	0,4592	455	36	2,20725	0,007304203	302,189
80	0,3428	0,4192	459	32	1,962	0,006649704	295,0507
70	0,3009	0,3727	462	29	1,71675	0,005878269	292,0503
60	0,2589	0,3261	467	24	1,4715	0,005105088	288,2418
50	0,2239	0,2728	470	21	1,22625	0,004334525	282,903
40	0,1609	0,1996	475	16	0,981	0,003145956	311,8289
30	0,1259	0,1531	479	12	0,73575	0,002434734	302,189
20	0,08396	0,1065	482,5	8,5	0,4905	0,001662077	295,1127
10	0,04598	0,05324	486,5	4,5	0,24525	0,000865858	283,2451
0	0	0,0665	490,5	0,5	0	0,000580322	0

Serie 2



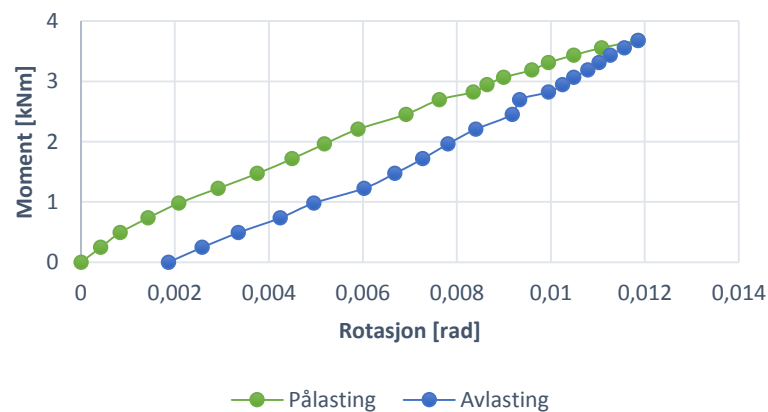
Figur C.1. 2 Stivhetsrelasjon Serie 2. Geometri 1.



**Tabell C.1. 3 Forsøksdata serie 3. Geometri 1, svak akse**

Serie 3							
Vekt [kg]	Venstre [Deg]	Høyre [Deg]	Høyde [mm]	Nedbøyning [mm]	Moment [Nmm]	Rotasjon [Rad]	Stivhet
0	0	0	503	0	0	0	
10	0,02099	0,02662	500	3	0,24525	0,000415476	590,2873
20	0,04198	0,05324	496	7	0,4905	0,000830951	590,2873
30	0,07696	0,08651	493	10	0,73575	0,001426545	515,7566
40	0,1189	0,1198	490	13	0,981	0,00208305	470,9439
50	0,1679	0,1664	486	17	1,22625	0,002917318	420,3347
60	0,2169	0,2129	482	21	1,4715	0,003750713	392,3255
70	0,2589	0,2561	478	25	1,71675	0,004494223	381,9904
80	0,3009	0,2928	474,5	28,5	1,962	0,00518101	378,6906
90	0,3428	0,3327	471	32	2,20725	0,00589485	374,437
100	0,4128	0,3793	468	35	2,4525	0,006912377	354,7984
110	0,4548	0,4192	463	40	2,69775	0,007627089	353,7064
115	0,4968	0,4592	460	43	2,820375	0,008342674	338,0661
120	0,5108	0,4791	458	45	2,943	0,008638507	340,6839
125	0,5317	0,4991	456	47	3,065625	0,008995427	340,7982
130	0,5667	0,5324	454	49	3,18825	0,009591457	332,4052
135	0,5877	0,5523	452	51	3,310875	0,009948377	332,8056
140	0,6157	0,5856	449,5	53,5	3,4335	0,01048332	327,5203
145	0,6507	0,6189	447	56	3,556125	0,01107935	320,9687
150	0,6997	0,6588	444	59	3,67875	0,011855149	310,3082
145	0,6857	0,6388	446	57	3,556125	0,011558443	307,6647
140	0,6647	0,6255	448	55	3,4335	0,011259119	304,9528
135	0,6507	0,6122	449	54	3,310875	0,011020882	300,4183
130	0,6367	0,5989	451	52	3,18825	0,010782644	295,6835
125	0,6227	0,579	453	50	3,065625	0,010486811	292,3315
120	0,6087	0,5656	454,5	48,5	2,943	0,010247701	287,1864
115	0,5877	0,5523	456	47	2,820375	0,009948377	283,501
110	0,5373	0,5324	458	45	2,69775	0,009334894	288,9963
100	0,5457	0,5058	461	42	2,4525	0,009176069	267,2713
90	0,5038	0,4592	465	38	2,20725	0,00840376	262,6503
80	0,4688	0,4259	468	35	1,962	0,00780773	251,2894
70	0,4408	0,3926	472	31	1,71675	0,007272787	236,0512
60	0,4058	0,3594	475	28	1,4715	0,00667763	220,3626
50	0,3708	0,3194	479	24	1,22625	0,006023131	203,5901
40	0,3148	0,2529	483,5	19,5	0,981	0,004954117	198,0171
30	0,2729	0,2129	487	16	0,73575	0,004239405	173,5503
20	0,2239	0,1597	491,5	11,5	0,4905	0,003347542	146,5254
10	0,1819	0,1131	495	8	0,24525	0,002574361	95,26637
0	0,1399	0,0732	499	4	0	0,001859648	0

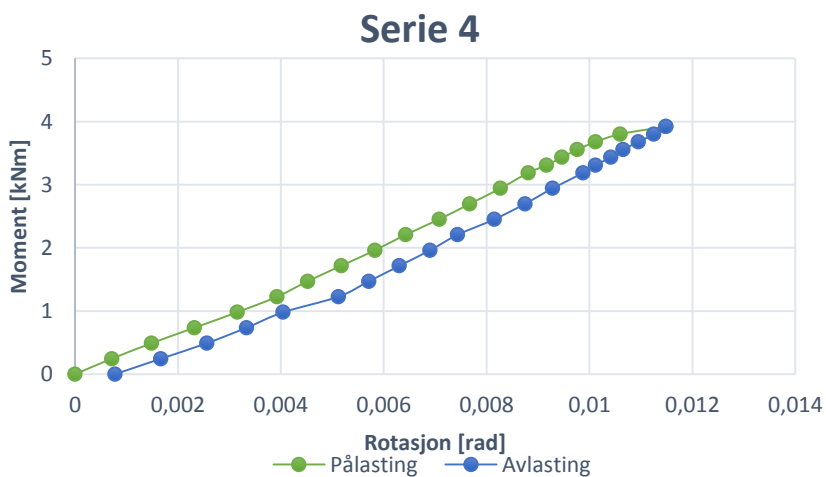
**Serie 3**



**Figur C.1. 3 Stivhetsrelasjon serie 3. Geometri 1**

Tabell C.1. 4 Forsøksdata serie 4. Geometri 1, Svak akse.

Serie 4							
Vekt [kg]	Venstre [Deg]	Høyre [Deg]	Høyde [mm]	Nedbøyning [mm]	Moment [Nmm]	Rotasjon [Rad]	Stivhet
0	0	0	499	0	0	0	
10	0,04198	0,03993	495	4	0,24525	0,0007148	343,1032
20	0,08396	0,08651	491	8	0,4905	0,001487631	329,7188
30	0,1329	0,1331	488	11	0,73575	0,002321288	316,9577
40	0,1749	0,1863	483	16	0,981	0,003152065	311,2246
50	0,2169	0,2329	479	20	1,22625	0,003925245	312,4008
60	0,2519	0,2662	476,5	22,5	1,4715	0,004521275	325,4613
70	0,2869	0,3061	473	26	1,71675	0,005174901	331,7455
80	0,3218	0,346	469	30	1,962	0,005827654	336,6706
90	0,3568	0,3793	466	33	2,20725	0,006423684	343,6112
100	0,3918	0,4192	462	37	2,4525	0,007077731	346,53
110	0,4268	0,4525	458,5	40,5	2,69775	0,00767334	351,5744
120	0,4618	0,4858	455	44	2,943	0,00826937	355,8917
130	0,4968	0,5124	451,5	47,5	3,18825	0,008806931	362,016
135	0,5178	0,5324	449	50	3,310875	0,009164724	361,2629
140	0,5387	0,5457	447	52	3,4335	0,009463175	362,8275
145	0,5527	0,5656	445,5	53,5	3,556125	0,009759009	364,3941
150	0,5737	0,5856	443,5	55,5	3,67875	0,010116801	363,6278
155	0,6017	0,6122	441	58	3,801375	0,010593276	358,8479
160	0,6507	0,6655	438	61	3,924	0,011486012	341,6329
155	0,6367	0,6522	440	59	3,801375	0,011247774	337,9669
150	0,6157	0,6388	442	57	3,67875	0,010947578	336,0332
145	0,6017	0,6189	444	55	3,556125	0,010651744	333,8538
140	0,5877	0,6056	445,5	53,5	3,4335	0,010413507	329,716
135	0,5667	0,5923	446	53	3,310875	0,010114183	327,3497
130	0,5527	0,579	449	50	3,18825	0,009875946	322,8298
120	0,5178	0,5457	452,5	46,5	2,943	0,009280788	317,1067
110	0,4898	0,5124	456	43	2,69775	0,008745845	308,4608
100	0,4548	0,4791	459,5	39,5	2,4525	0,008149815	300,9271
90	0,4128	0,4392	463,5	35,5	2,20725	0,007435103	296,8688
80	0,3848	0,4059	467	32	1,962	0,006900159	284,3413
70	0,3498	0,3727	470,5	28,5	1,71675	0,006305002	272,2838
60	0,3218	0,3327	474	25	1,4715	0,00571159	257,634
50	0,2869	0,2995	478	21	1,22625	0,005117305	239,6281
40	0,2239	0,2396	483	16	0,981	0,004044801	242,5336
30	0,1889	0,193	486,5	12,5	0,73575	0,003332706	220,7665
20	0,1469	0,1464	490	9	0,4905	0,002559525	191,6371
10	0,09795	0,09316	494	5	0,24525	0,001667749	147,0545
0	0,04898	0,03993	498	1	0	0,000775886	0

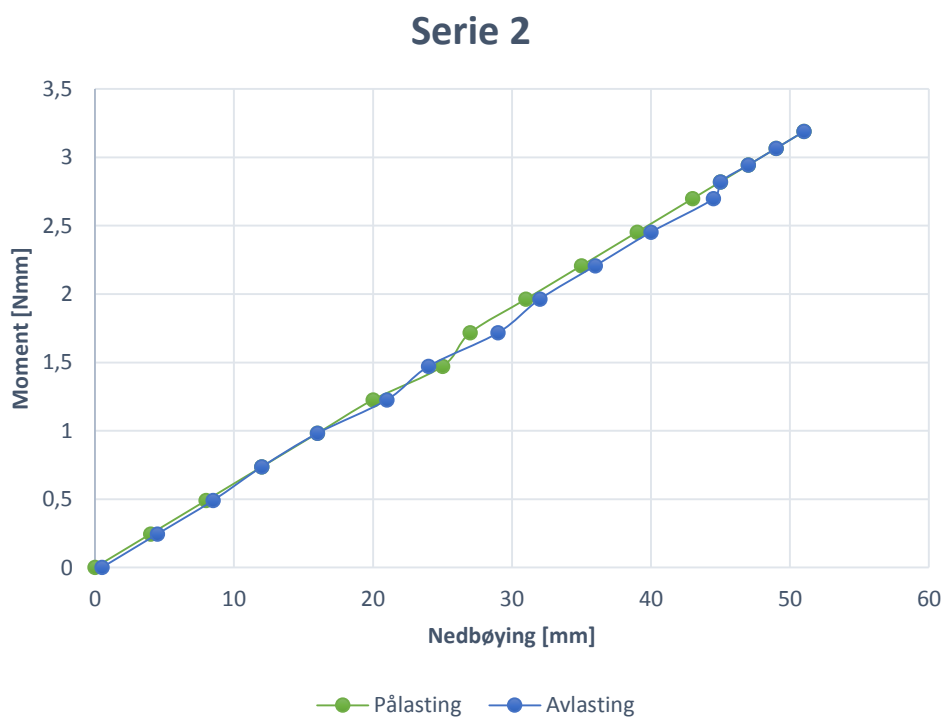


Figur C.1. 4 Stivhetsrelasjon serie 4. Geometri 1.

## C.1.1 Nedbøyningskontroll geometri 1 Svak akse

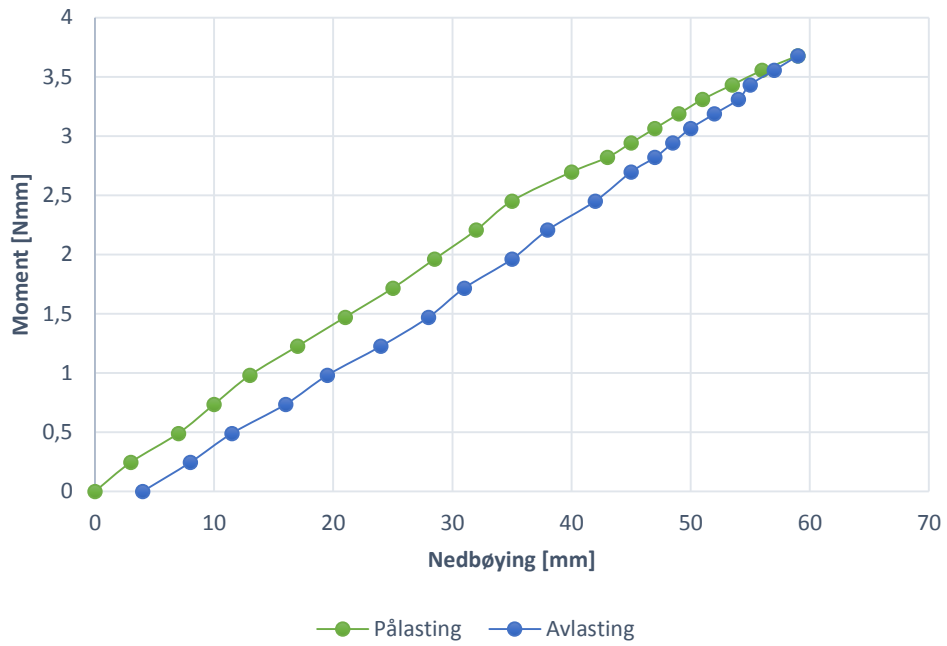


Figur C.1. 5 Nedbøyningskontroll serie 1 Geometri 1, Svak akse.



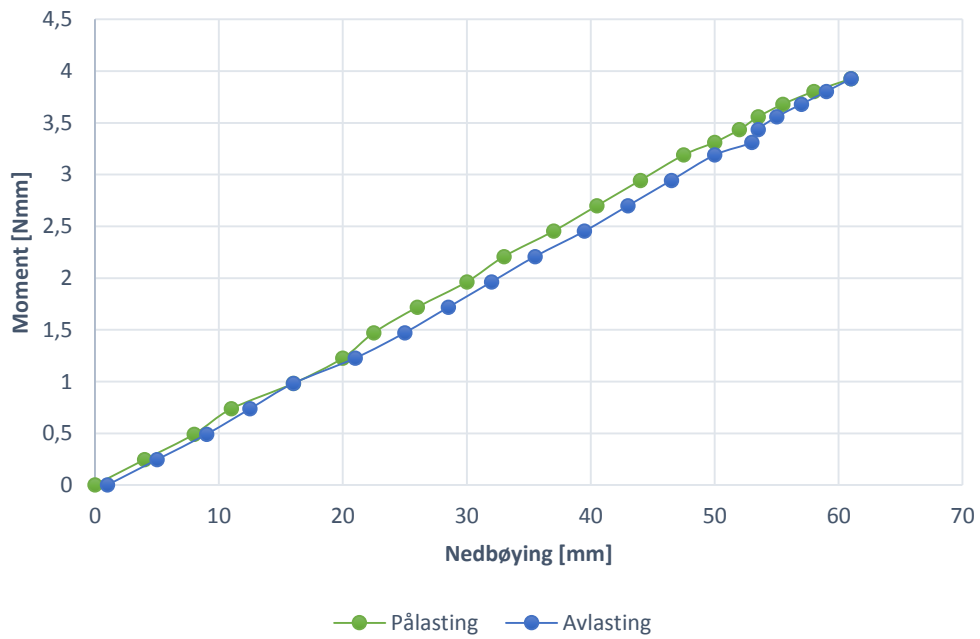
Figur C.1. 6 Nedbøyningskontroll serie 2 Geometri 1, Svak akse.

### Serie 3



Figur C.1. 7 Nedbøyningskontroll serie 3 Geometri 1, Svak akse.

### Serie 4

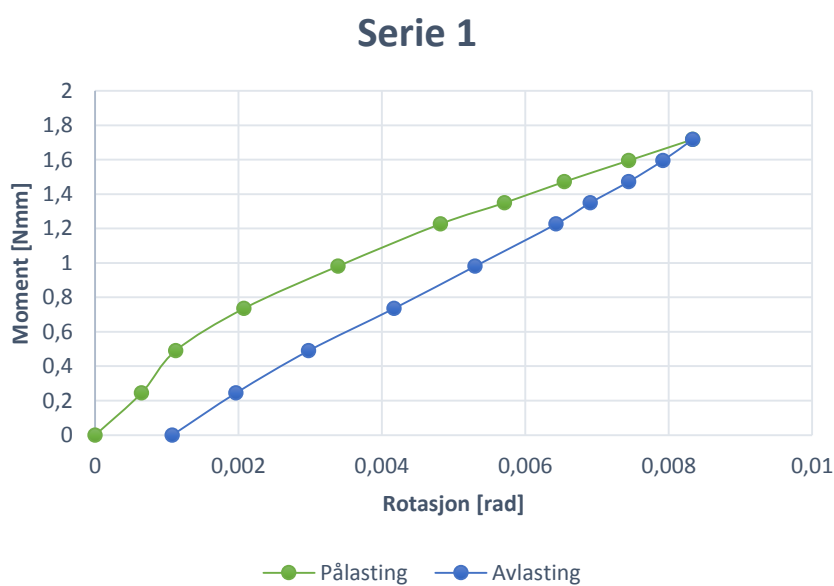


Figur C.1. 8 Nedbøyningskontroll serie 4 Geometri 1, Svak akse.

## C.2 Elastisk – Svak akse 6,2mm platetykkelse

Tabell C.2. 1 Forsøksdata serie 1. Geometri 2, Svak akse.

Serie 1							
Vekt [kg]	Venstre [Deg]	Høyre [Deg]	Høyde [mm]	Nedbøyning [mm]	Moment [kNm]	Rotasjon [Rad]	Stivhet
0	0	0	508	0	0	0	
10	0,02099	0,05324	505	3	0,24525	0,000647779	378,6
20	0,04898	0,07986	502	6	0,4905	0,001124341	436,26
30	0,1049	0,1331	498	10	0,73575	0,002076942	354,25
40	0,1819	0,20633	492	16	0,981	0,003387946	289,56
50	0,2659	0,2861	487	21	1,22625	0,004817109	254,56
55	0,3218	0,3327	484	24	1,348875	0,005711159	236,16
60	0,3708	0,3793	481	27	1,4715	0,006545857	224,8
65	0,4268	0,4259	477	31	1,594125	0,007441211	214,23
70	0,4758	0,4791	474	34	1,71675	0,008333075	206,02
65	0,4548	0,4525	476	32	1,594125	0,007917686	201,34
60	0,4268	0,4259	478	30	1,4715	0,007441211	197,75
55	0,3988	0,3926	481	27	1,348875	0,006906268	195,31
50	0,3708	0,366	483	25	1,22625	0,006429793	190,71
40	0,3079	0,2995	488	20	0,981	0,005300565	185,07
30	0,2449	0,2329	493	15	0,73575	0,004169592	176,46
20	0,1749	0,1664	498	10	0,4905	0,002978404	164,69
10	0,1189	0,1065	503	5	0,24525	0,001966986	124,68
0	0,06997	0,05324	507	1	0	0,00107521	0

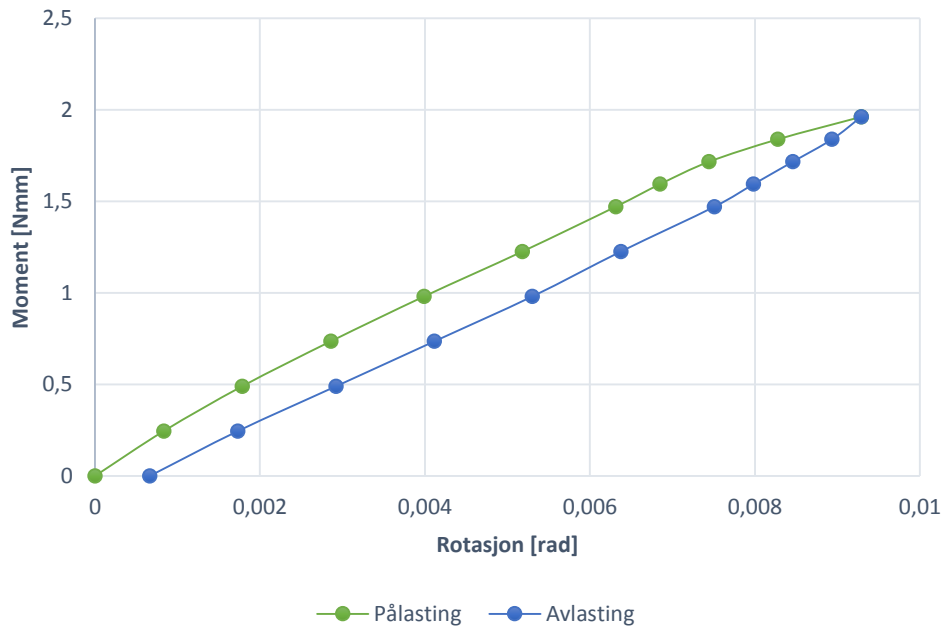


Figur C.2. 1 Stivhetsrelasjon serie 1. Geometri 2.

Tabell C.2. 2 Forsøksdata serie 2. Geometri 2, Svak akse.

Serie 2							
Vekt [kg]	Venstre [Deg]	Høyre [Deg]	Høyde [mm]	Nedbøyning [mm]	Moment [kNm]	Rotasjon [Rad]	Stivhet
0	0	0	507	0	0	0	
10	0,04898	0,04658	503	4	0,24525	0,000833918	294,09
20	0,1049	0,09982	498	9	0,4905	0,001786519	274,56
30	0,1679	0,1597	493	14	0,73575	0,002858849	257,36
40	0,2309	0,2263	489	18	0,981	0,003989823	245,88
50	0,3009	0,2928	484	23	1,22625	0,00518101	236,68
60	0,3708	0,3527	479	28	1,4715	0,006313729	233,06
65	0,3988	0,386	476	31	1,594125	0,006848672	232,76
70	0,4338	0,4192	473	34	1,71675	0,007443829	230,63
75	0,4828	0,4658	470	37	1,839375	0,008278097	222,2
80	0,5387	0,5257	466	41	1,962	0,009288642	211,23
75	0,5247	0,4991	468	39	1,839375	0,00893434	205,88
70	0,4968	0,4725	471	36	1,71675	0,008458738	202,96
65	0,4688	0,4459	473	34	1,594125	0,007982263	199,71
60	0,4408	0,4198	476	31	1,4715	0,007510152	195,93
50	0,3778	0,3527	481	26	1,22625	0,006374815	192,36
40	0,3148	0,2928	486	21	0,981	0,00530231	185,01
30	0,2519	0,2196	490	17	0,73575	0,004114614	178,81
20	0,1819	0,1531	495	12	0,4905	0,002923426	167,78
10	0,1119	0,08651	501	6	0,24525	0,001731454	141,64
0	0,05597	0,01996	506	1	0	0,000662614	0

Serie 2

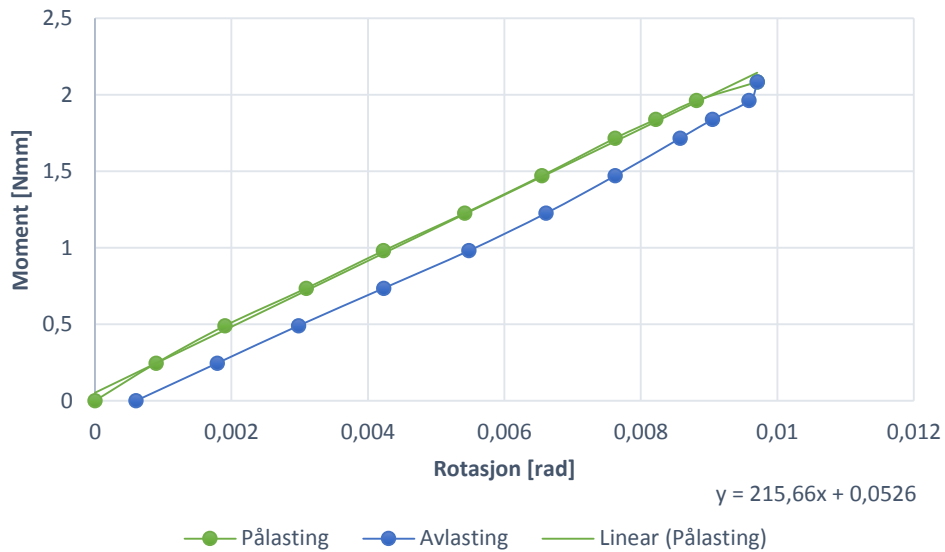


Figur C.2. 2 Stivhetsrelasjon serie 2. Geometri 2.

Tabell C.2. 3 Forsøksdata serie 3. Geometri 2, Svak akse.

Serie 3							
Vekt [kg]	Venstre [Deg]	Høyre [Deg]	Høyde [mm]	Nedbøyning [mm]	Moment [kNm]	Rotasjon [Rad]	Stivhet
0	0	0	506	0	0	0	
10	0,05597	0,04658	500	6	0,24525	0,000894918	274,05
20	0,1119	0,1065	496	10	0,4905	0,0019059	257,36
30	0,1819	0,173	491	15	0,73575	0,003097087	237,56
40	0,2449	0,2396	486	20	0,981	0,00422806	232,02
50	0,3148	0,3061	481	25	1,22625	0,005418375	226,31
60	0,3778	0,3727	476	30	1,4715	0,006549348	224,68
70	0,4408	0,4326	471	35	1,71675	0,007621853	225,24
75	0,4758	0,4658	469	37	1,839375	0,00821701	223,85
80	0,5108	0,4991	466	40	1,962	0,00881304	222,62
85	0,5597	0,5523	463	43	2,084625	0,009704031	214,82
80	0,5527	0,5457	464	42	1,962	0,009585348	204,69
75	0,5247	0,5124	466	40	1,839375	0,009050405	203,24
70	0,4968	0,4858	469	37	1,71675	0,008574803	200,21
60	0,4408	0,4326	474	32	1,4715	0,007621853	193,06
50	0,3848	0,3727	479	27	1,22625	0,006610435	185,5
40	0,3218	0,3061	483	23	0,981	0,005479461	179,03
30	0,2519	0,2329	488	18	0,73575	0,004230678	173,91
20	0,1819	0,1597	494	12	0,4905	0,002981022	164,54
10	0,1119	0,09316	499	7	0,24525	0,001789486	137,05
0	0,04898	0,01996	504	2	0	0,000601615	0

### Serie 3

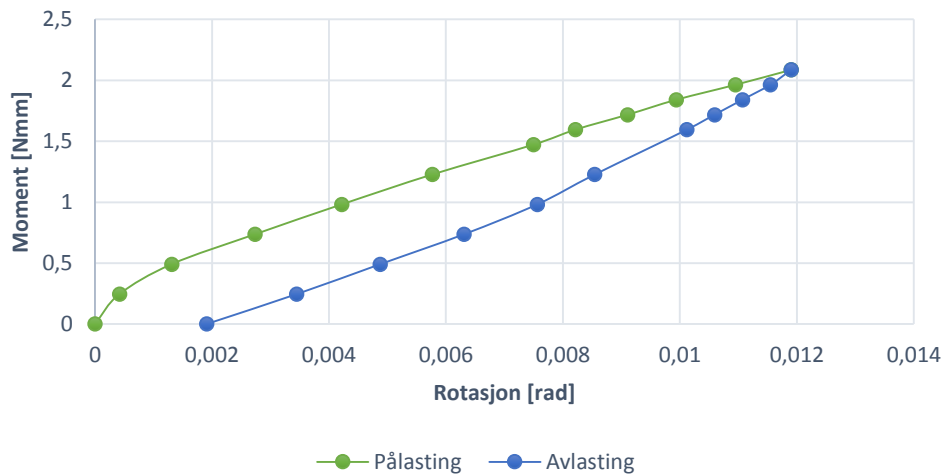


Figur C.2. 3 Stivhetsrelasjon serie 3. Geometri 2.

Tabell C.2. 4 Forsøksdata serie 4. Geometri 2, Svak akse.

Serie 4							
Vekt [kg]	Venstre [Deg]	Høyre [Deg]	Høyde [mm]	Nedbøyning [mm]	Moment [Nmm]	Rotasjon [Rad]	Stivhet
0	0	0	499	0	0	0	
10	0,02799	0,01996	495	4	0,24525	0,000418443	586,1
20	0,07696	0,0732	491	8	0,4905	0,001310393	374,32
30	0,1469	0,1664	486	13	0,73575	0,002734058	269,11
40	0,2239	0,2595	481	18	0,981	0,004218461	232,55
50	0,3148	0,346	476	23	1,22625	0,005766568	212,65
60	0,4268	0,4326	470	29	1,4715	0,00749968	196,21
65	0,4688	0,4725	467	32	1,594125	0,008214392	194,06
70	0,5178	0,5257	464	35	1,71675	0,009106255	188,52
75	0,5667	0,5723	460	39	1,839375	0,00993965	185,05
80	0,6227	0,6322	457	42	1,962	0,010951068	179,16
85	0,6787	0,6854	454	45	2,084625	0,011904018	175,12
80	0,6577	0,6655	456	43	1,962	0,011547098	169,91
75	0,6297	0,6388	458	41	1,839375	0,011069751	166,16
70	0,6017	0,6122	460	39	1,71675	0,010593276	162,06
65	0,5807	0,579	463	36	1,594125	0,010120292	157,52
50	0,4868	0,4924	469	30	1,22625	0,008545132	143,5
40	0,4338	0,4326	474	25	0,981	0,007560766	129,75
30	0,3568	0,366	479	20	0,73575	0,00630762	116,64
20	0,2659	0,2928	484	15	0,4905	0,004875577	100,6
10	0,1889	0,2063	489	10	0,24525	0,003448771	71,112
0	0,1189	0,09982	494	5	0	0,001908692	0

Serie 4



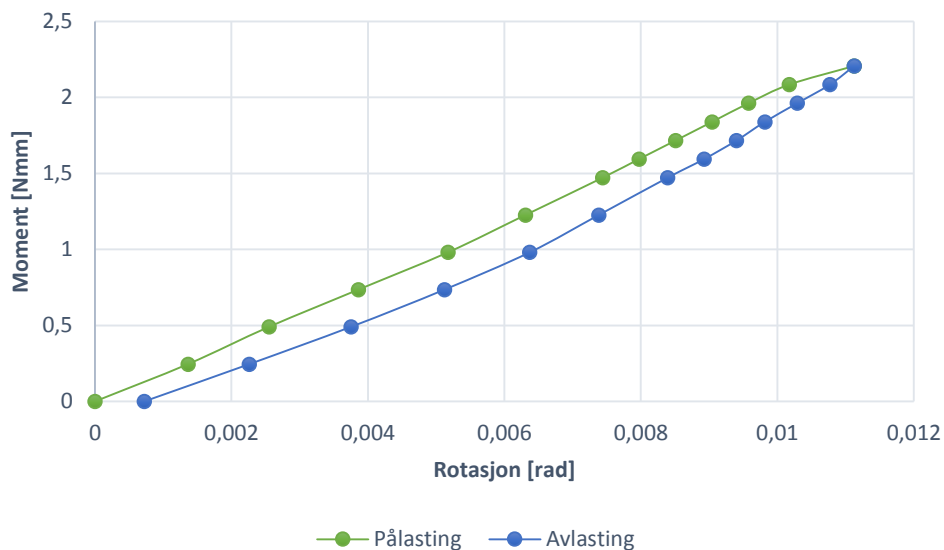
Figur C.2. 4 Stivhetsrelasjon serie 4. Geometri 2.



Tabell C.2. 5 Forsøksdata serie 5. Geometri 2, Svak akse.

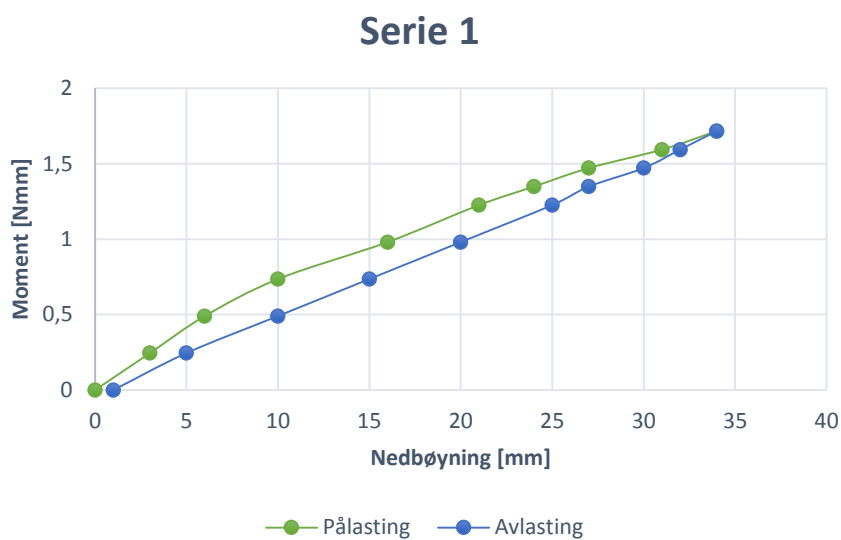
Serie 5							
Vekt [kg]	Venstre [Deg]	Høyre [Deg]	Høyde [mm]	Nedbøyning [mm]	Moment [kNm]	Rotasjon [Rad]	Stivhet
0	0	0	494	0	0	0	
10	0,06297	0,09316	489	5	0,24525	0,001362491	180
20	0,1259	0,1664	485	9	0,4905	0,002550799	192,29
30	0,2029	0,2396	480	14	0,73575	0,003861541	190,53
40	0,2869	0,3061	475	19	0,981	0,005174901	189,57
50	0,3568	0,366	470	24	1,22625	0,00630762	194,41
60	0,4198	0,4326	465	29	1,4715	0,007438593	197,82
65	0,4478	0,4658	463	31	1,594125	0,007972664	199,95
70	0,4828	0,4924	460	34	1,71675	0,008510225	201,73
75	0,5108	0,5257	458	36	1,839375	0,009045169	203,35
80	0,5387	0,559	455	39	1,962	0,00957924	204,82
85	0,5737	0,5923	453	41	2,084625	0,01017527	204,87
90	0,6297	0,6455	450	44	2,20725	0,011128219	198,35
85	0,6087	0,6255	452	42	2,084625	0,010770427	193,55
80	0,5807	0,5989	454	40	1,962	0,010293952	190,6
75	0,5527	0,5723	457	37	1,839375	0,009817477	187,36
70	0,5317	0,5457	459	35	1,71675	0,009402089	182,59
65	0,5038	0,5191	461	33	1,594125	0,008926486	178,58
60	0,4758	0,4858	463	31	1,4715	0,008391543	175,36
50	0,4268	0,4192	468	26	1,22625	0,007382743	166,1
40	0,3708	0,3594	473	21	0,981	0,006372197	153,95
30	0,3009	0,2861	478	16	0,73575	0,005122541	143,63
20	0,2169	0,2129	482	12	0,4905	0,003750713	130,78
10	0,1259	0,1331	488	6	0,24525	0,002260201	108,51
0	0,05597	0,02662	493	1	0	0,000720734	0

Serie 5

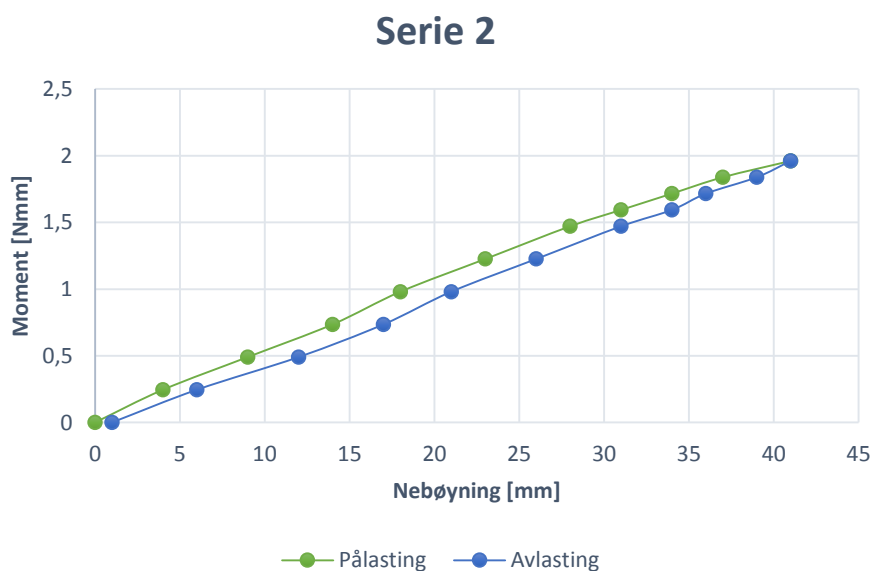


Figur C.2. 5 Stivhetsrelasjon serie 5. Geometri 2.

## C.2.1 Nebøyingskontroll geometri 2 svak akse

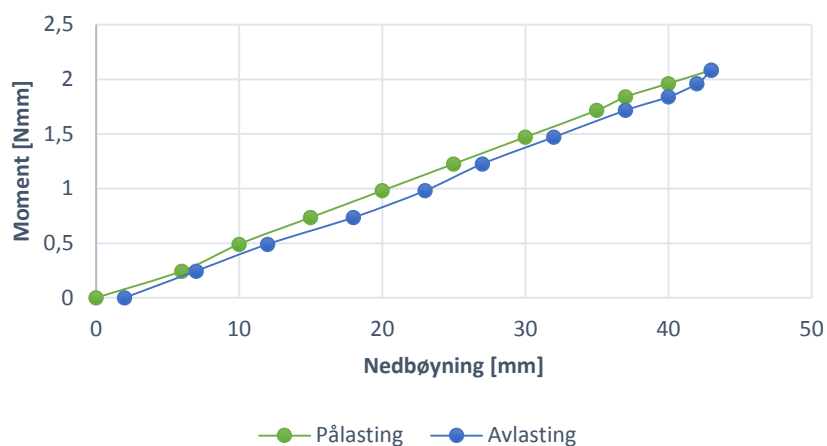


Figur C.2. 6 Nedbøyingskontroll serie 2 Geometri 2, Svak akse.



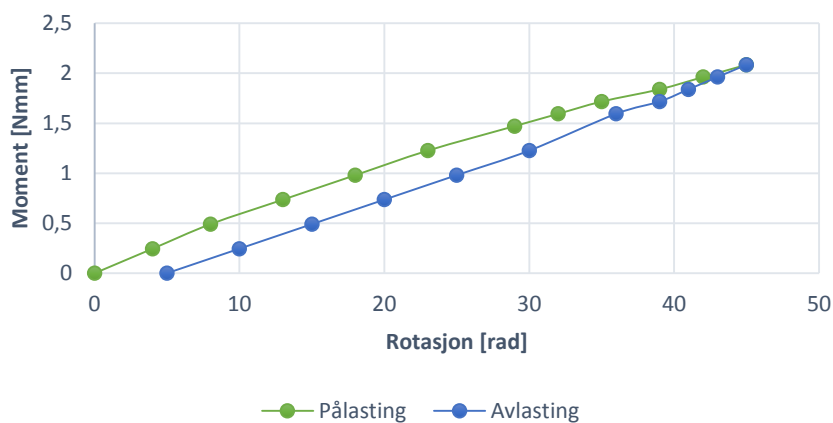
Figur C.2. 7 Nedbøyingskontroll serie 2 Geometri 2, Svak akse.

### Serie 3



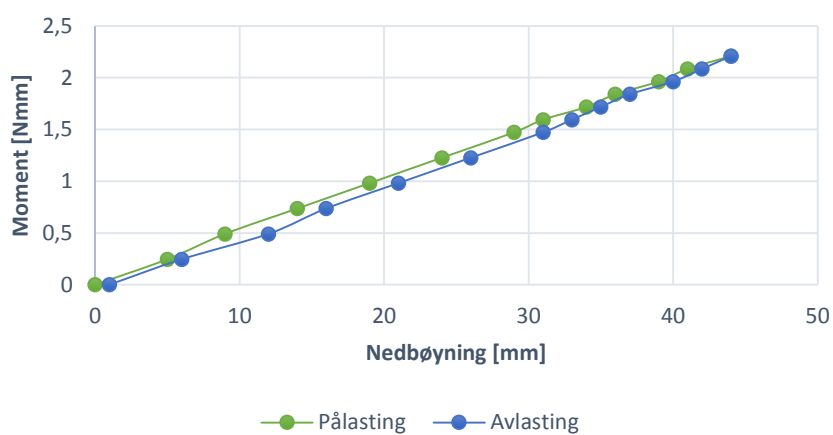
Figur C.2. 8 Nedbøyningskontroll serie 3 Geometri 2, Svak akse.

### Serie 4



Figur C.2. 9 Nedbøyningskontroll serie 4 Geometri 2, Svak akse.

### Serie 5

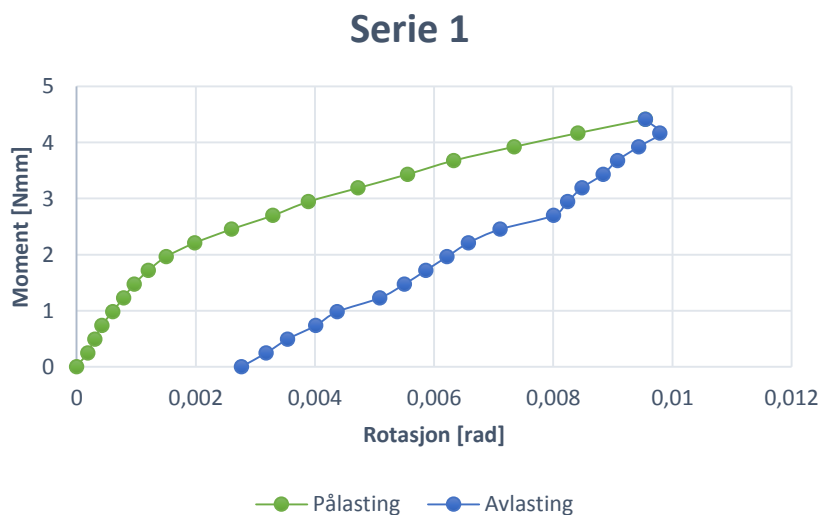


Figur C.2. 10 Nedbøyningskontroll serie 5 Geometri 2, Svak akse.

### C.3 Elastisk – Sterk akse 8.1mm platetykkelse.

Tabell C.3. 1 Forsøksdata serie 1. Geometri 1, Sterk akse.

Serie 1							
Vekt [kg]	Venstre [Deg]	Høyre [Deg]	Høyde [mm]	Nedbøyning [mm]	Moment [Nmm]	Rotasjon [Rad]	Stivhet
0	0	0	470	0	0	0	
10	0,02099	0	468	2	0,24525	0,000183172	1338,903
20	0,02799	0,00665	466	4	0,4905	0,000302291	1622,609
30	0,04198	0,00665	463	7	0,73575	0,000424377	1733,719
40	0,05597	0,01331	461	9	0,981	0,000604582	1622,609
50	0,06997	0,01996	458	12	1,22625	0,000784787	1562,525
60	0,08396	0,02662	455	15	1,4715	0,000964993	1524,882
70	0,09795	0,03993	453	17	1,71675	0,00120323	1426,785
80	0,1189	0,05324	450	20	1,962	0,001502205	1306,08
90	0,1469	0,07986	446,5	23,5	2,20725	0,001978854	1115,418
100	0,1846	0,1131	443	27	2,4525	0,002597923	944,0235
110	0,2239	0,1531	439,5	30,5	2,69775	0,003289946	819,9984
120	0,2589	0,1863	436	34	2,943	0,003885103	757,5089
130	0,3079	0,2329	431,5	38,5	3,18825	0,00471937	675,5668
140	0,3568	0,2795	428	42	3,4335	0,005552765	618,3406
150	0,4058	0,3194	423,5	46,5	3,67875	0,006328564	581,293
160	0,4618	0,3793	419	51	3,924	0,007339982	534,6062
170	0,5247	0,4392	414	56	4,16925	0,008411614	495,654
180	0,5877	0,5058	409	61	4,4145	0,009542588	462,6104
170	0,6157	0,5058	411	59	4,16925	0,009786934	426,0017
160	0,6017	0,4791	414	56	3,924	0,009431759	416,0412
150	0,5807	0,4592	417	53	3,67875	0,009074839	405,3791
140	0,5667	0,4459	420	50	3,4335	0,008836602	388,5543
130	0,5457	0,4259	423	47	3,18825	0,00847881	376,0257
120	0,5317	0,4126	425,5	44,5	2,943	0,008240572	357,1354
110	0,5247	0,3926	428	42	2,69775	0,008004953	337,0101
100	0,4618	0,3527	432	38	2,4525	0,007107853	345,0409
90	0,4338	0,3194	435,5	34,5	2,20725	0,00657291	335,8102
80	0,4128	0,2995	438,5	31,5	1,962	0,00621599	315,6376
70	0,3918	0,2795	441,5	28,5	1,71675	0,005858198	293,0509
60	0,3708	0,2595	445	25	1,4715	0,005500405	267,5257
50	0,3498	0,2329	448	22	1,22625	0,005085017	241,1496
40	0,3079	0,193	452	18	0,981	0,004371177	224,4247
30	0,2869	0,173	455	15	0,73575	0,004013385	183,3241
20	0,2589	0,1464	458	12	0,4905	0,00353691	138,6804
10	0,2379	0,1264	461	9	0,24525	0,003179117	77,14406
0	0,2169	0,09982	466	4	0	0,002763903	0

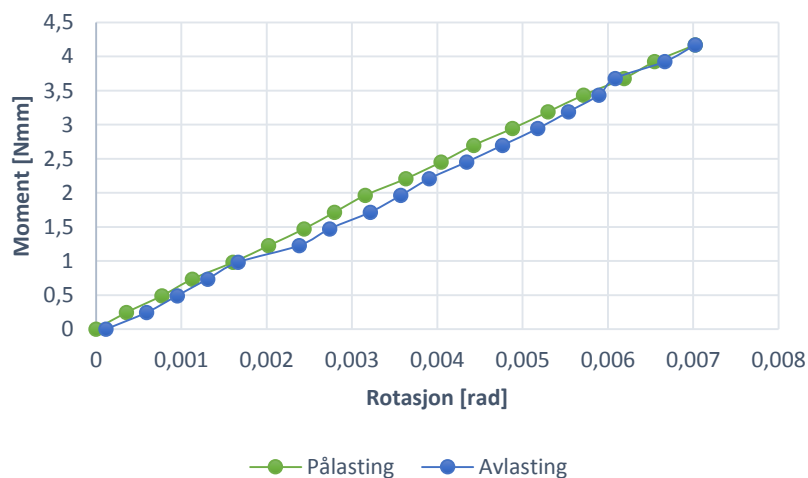


Figur C.3. 1 Stivhetsrelasjon serie 1. Geometri 1.

Tabell C.3. 2 Forsøksdata serie 2. Geometri 1, Sterk akse.

Serie 2							
Vekt [kg]	Venstre [Deg]	Høyre [Deg]	Høyde [mm]	Nedbøyning [mm]	Moment [Nmm]	Rotasjon [Rad]	Stivhet
0	0	0	464	0	0	0	
10	0,02099	0,01996	461	3	0,24525	0,000357356	686,2901
20	0,04198	0,04658	458	6	0,4905	0,000772832	634,6789
30	0,06297	0,06655	455	9	0,73575	0,001130275	650,9476
40	0,09096	0,09316	452	12	0,981	0,00160675	610,5492
50	0,119	0,1131	448,5	15,5	1,22625	0,002025455	605,4196
60	0,1399	0,1397	446	18	1,4715	0,00243997	603,0811
70	0,1609	0,1597	442,5	21,5	1,71675	0,002797763	613,6153
80	0,1819	0,1797	440	24	1,962	0,003155555	621,7606
90	0,2099	0,2063	436,5	27,5	2,20725	0,00363203	607,718
100	0,2309	0,2329	433	31	2,4525	0,004047419	605,9418
110	0,2545	0,2529	430,5	33,5	2,69775	0,0044279	609,2617
120	0,2799	0,2795	427	37	2,943	0,004881686	602,8655
130	0,3079	0,2995	424,5	39,5	3,18825	0,005300565	601,4925
140	0,3288	0,3261	421	43	3,4335	0,005715081	600,7789
150	0,3568	0,3527	418	46	3,67875	0,006191556	594,156
160	0,3778	0,3727	415	49	3,924	0,006549348	599,1436
170	0,4058	0,3993	412	52	4,16925	0,007025823	593,418
160	0,3848	0,3793	415	49	3,924	0,00666803	588,4796
150	0,338	0,3594	417,5	46,5	3,67875	0,006085963	604,4647
140	0,3428	0,3327	420,5	43,5	3,4335	0,00589485	582,4576
130	0,3218	0,3128	423,5	40,5	3,18825	0,00553793	575,7115
120	0,3009	0,2928	427	37	2,943	0,00518101	568,036
110	0,2799	0,2662	433	31	2,69775	0,004765622	566,0857
100	0,2519	0,2462	435	29	2,4525	0,004346743	564,2156
90	0,2309	0,2169	436	28	2,20725	0,003907792	564,833
80	0,2099	0,1996	439	25	1,962	0,003573562	549,0321
70	0,1889	0,1797	442	22	1,71675	0,003216642	533,7088
60	0,1609	0,1531	445	19	1,4715	0,002740167	537,0111
50	0,1399	0,1331	448	16	1,22625	0,002382374	514,7176
40	0,09795	0,09316	452	12	0,981	0,001667749	588,2179
30	0,07696	0,0732	455	9	0,73575	0,001310393	561,4727
20	0,05597	0,05324	458	6	0,4905	0,000953037	514,6704
10	0,03498	0,03327	461	3	0,24525	0,000595594	411,7741
0	0,007	0,00665	463,5	0,5	0	0,000119119	0

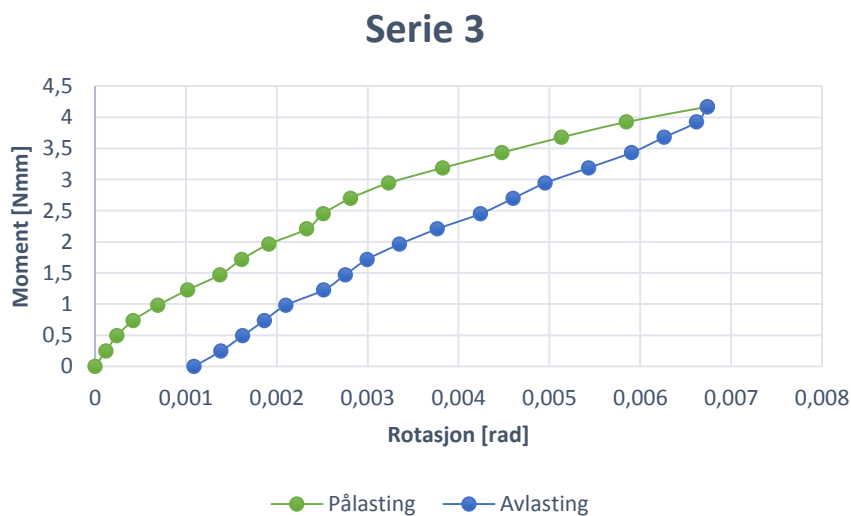
Serie 2



Figur C.3. 2 Stivhetsrelasjon serie 2. Geometri 1.

Tabell C.3. 3 Forsøksdata serie 3. Geometri 1, Sterk akse.

Serie 3							
Vekt [kg]	Venstre [Deg]	Høyre [Deg]	Høyde [mm]	Nedbøyning [mm]	Moment [Nmm]	Rotasjon [Rad]	Stivhet
0	0	0	490	0	0	0	
10	0,007	0,00665	488	2	0,24525	0,000119119	2058,87
20	0,02099	0,00665	485	5	0,4905	0,000241205	2033,544
30	0,02799	0,01996	483	7	0,73575	0,000418443	1758,305
40	0,04598	0,03327	480	10	0,981	0,000691587	1418,477
50	0,06997	0,04658	477	13	1,22625	0,001017091	1205,645
60	0,09096	0,06655	474	16	1,4715	0,001374534	1070,545
70	0,1049	0,07986	472,5	17,5	1,71675	0,001612335	1064,76
80	0,1259	0,09316	469	21	1,962	0,001911659	1026,334
90	0,1539	0,1131	467	23	2,20725	0,002330015	947,3117
100	0,1749	0,1131	463,5	26,5	2,4525	0,002513274	975,8187
110	0,1889	0,1331	461	29	2,69775	0,00280998	960,0602
120	0,2169	0,1532	458	32	2,943	0,003229732	911,2212
130	0,2519	0,1863	454	36	3,18825	0,003824016	833,7438
140	0,2869	0,2263	451	39	3,4335	0,004478515	766,6604
150	0,3218	0,2662	447	43	3,67875	0,005131268	716,9281
160	0,3638	0,3061	443	47	3,924	0,00584598	671,2304
170	0,4128	0,3594	439	51	4,16925	0,006738716	618,7009
160	0,4058	0,3527	443	47	3,924	0,006619161	592,8244
150	0,3848	0,3327	445	45	3,67875	0,006261369	587,5313
140	0,3638	0,3128	447	43	3,4335	0,005904449	581,5107
130	0,3428	0,2795	450	40	3,18825	0,005430592	587,0907
120	0,3148	0,2529	454	36	2,943	0,004954117	594,0514
110	0,3009	0,2263	456,5	33,5	2,69775	0,004600688	586,3797
100	0,2799	0,2063	460	30	2,4525	0,004242895	578,0251
90	0,2519	0,1797	463	27	2,20725	0,003766421	586,0339
80	0,2309	0,1531	465,5	24,5	1,962	0,003351032	585,4912
70	0,2099	0,1331	468	22	1,71675	0,00299324	573,5424
60	0,1959	0,1198	471	19	1,4715	0,002755002	534,1194
50	0,1819	0,1065	474	16	1,22625	0,002516765	487,2327
40	0,1609	0,07986	477	13	0,981	0,002101027	466,9144
30	0,1469	0,06655	480	10	0,73575	0,001862703	394,9906
20	0,1329	0,05324	482	8	0,4905	0,001624378	301,9617
10	0,1189	0,03993	485,5	4,5	0,24525	0,001386053	176,9413
0	0,1049	0,01996	488	2	0	0,001089609	0

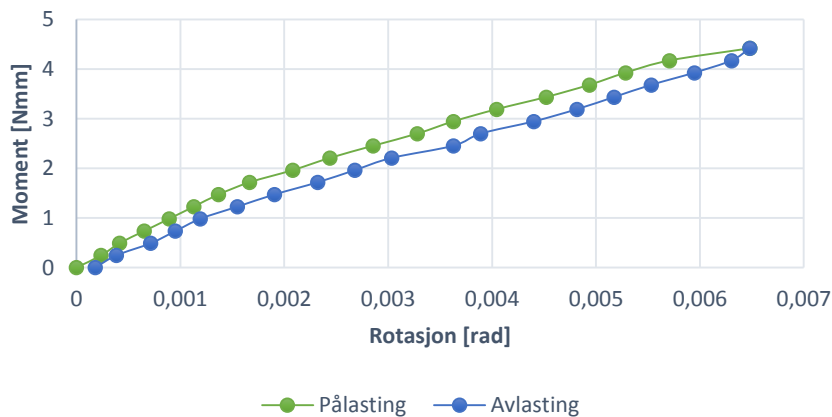


Figur C.3. 3 Stivhetsrelasjon serie 3. Geometri 1.

Tabell C.3. 4 Forsøksdata serie 3. Geometri 1, Sterk akse.

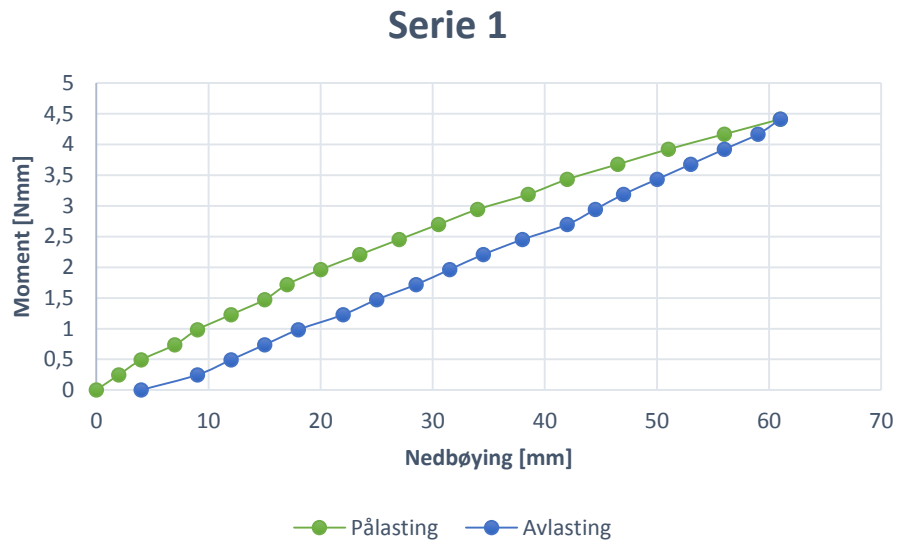
Serie 4							
Vekt [kg]	Venstre [Deg]	Høyre [Deg]	Høyde [mm]	Nedbøyning [mm]	Moment [Nmm]	Rotasjon [Rad]	Stivhet
0	0	0	487	0	0	0	
10	0,01399	0,01331	485	2	0,24525	0,000238237	1029,435
20	0,02099	0,02662	482	5	0,4905	0,000415476	1180,575
30	0,03498	0,03993	478	9	0,73575	0,000653713	1125,494
40	0,04898	0,05324	476	11	0,981	0,000892038	1099,729
50	0,06297	0,06655	474	13	1,22625	0,001130275	1084,913
60	0,07696	0,07986	472	15	1,4715	0,001368513	1075,255
70	0,09795	0,09316	468	19	1,71675	0,001667749	1029,381
80	0,1189	0,1198	466	21	1,962	0,00208305	941,8879
90	0,1399	0,1397	463	24	2,20725	0,00243997	904,6217
100	0,1609	0,1664	460	27	2,4525	0,002856231	858,6489
110	0,1898	0,1863	457	30	2,69775	0,003282092	821,9606
120	0,2029	0,2129	454	33	2,943	0,00362854	811,0701
130	0,2239	0,2396	451	36	3,18825	0,004044801	788,2342
140	0,2519	0,2662	448	39	3,4335	0,004521275	759,4096
150	0,2729	0,2928	445	42	3,67875	0,004936664	745,1895
160	0,2929	0,3128	442	45	3,924	0,00528573	742,3762
170	0,3148	0,3394	438,5	48,5	4,16925	0,005708972	730,2979
180	0,3568	0,386	435	52	4,4145	0,006482153	681,0237
170	0,3498	0,3727	438	49	4,16925	0,006305002	661,2607
160	0,3288	0,3527	441	46	3,924	0,005947209	659,8052
150	0,3079	0,3261	444	43	3,67875	0,005532694	664,9112
140	0,2869	0,3061	447	40	3,4335	0,005174901	663,4909
130	0,2659	0,2861	450	37	3,18825	0,004817109	661,8597
120	0,2449	0,2595	453	34	2,943	0,00440172	668,6022
110	0,2169	0,2291	456	31	2,69775	0,003892084	693,1376
100	0,2029	0,2129	459	28	2,4525	0,00362854	675,8918
90	0,1679	0,1797	463	24	2,20725	0,003033382	727,6531
80	0,1539	0,1531	466	21	1,962	0,00267908	732,3408
70	0,1329	0,1331	468	19	1,71675	0,002321288	739,5679
60	0,1119	0,1065	471	16	1,4715	0,0019059	772,0764
50	0,09096	0,08651	473	14	1,22625	0,001548718	791,784
40	0,06997	0,06655	477	10	0,981	0,001191362	823,4275
30	0,05597	0,05324	479,5	7,5	0,73575	0,000953037	772,0057
20	0,04198	0,03993	482	5	0,4905	0,0007148	686,2063
10	0,02399	0,01996	485	2	0,24525	0,000383536	639,4444
0	0,01399	0,00665	487	0	0	0,000180118	0

Serie 4

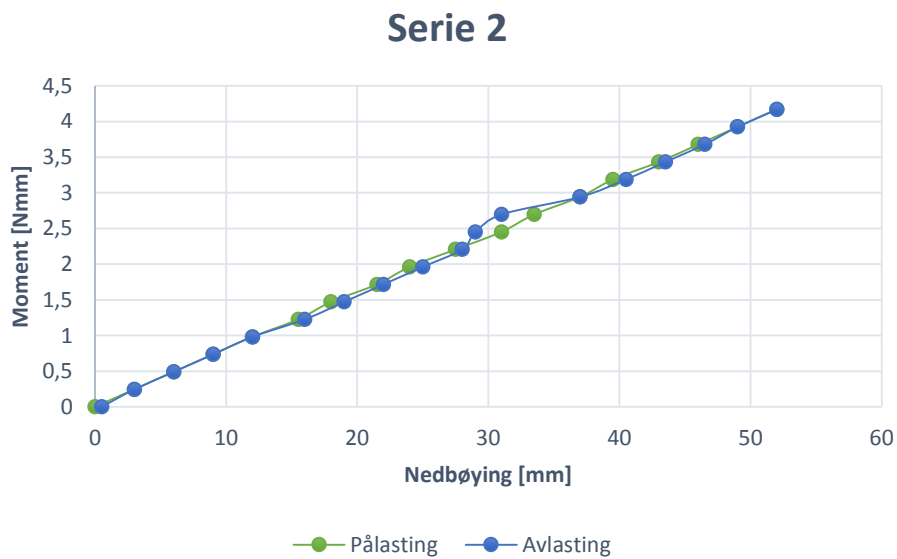


Figur C.3. 4 Stivhetsrelasjon serie 4. Geometri 1.

### C.3.1 Nedbøyningskontroll geometri 1 Sterk akse

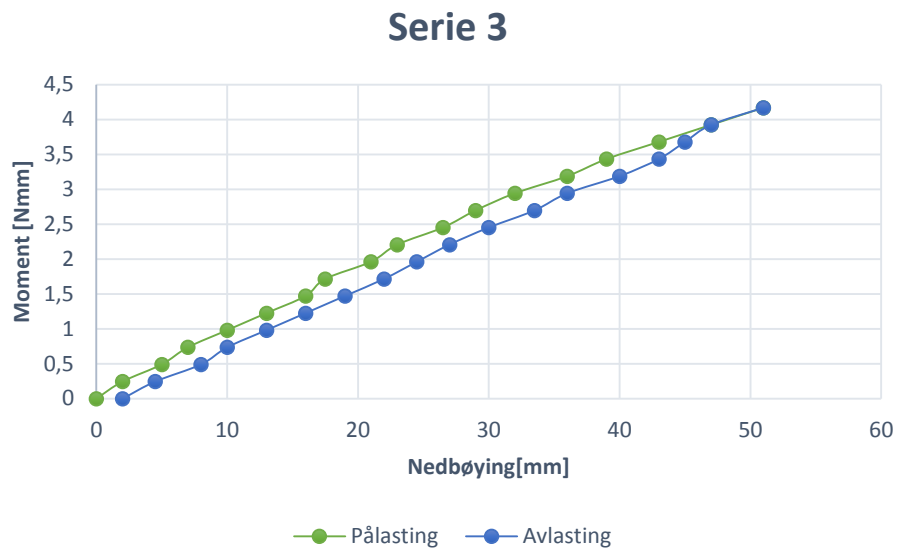


Figur C.3. 5 Nedbøyningskontroll serie 1 Geometri 1, Sterk akse.

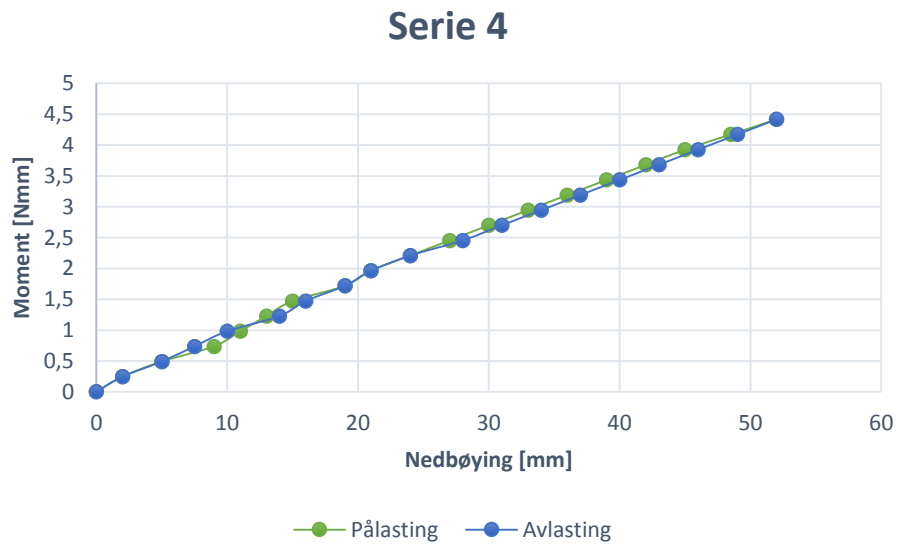


Figur C.3. 6 Nedbøyningskontroll serie 2 Geometri 1, Sterk akse.





Figur C.3. 7 Nedbøyningskontroll serie 3 Geometri 1, Sterk akse.

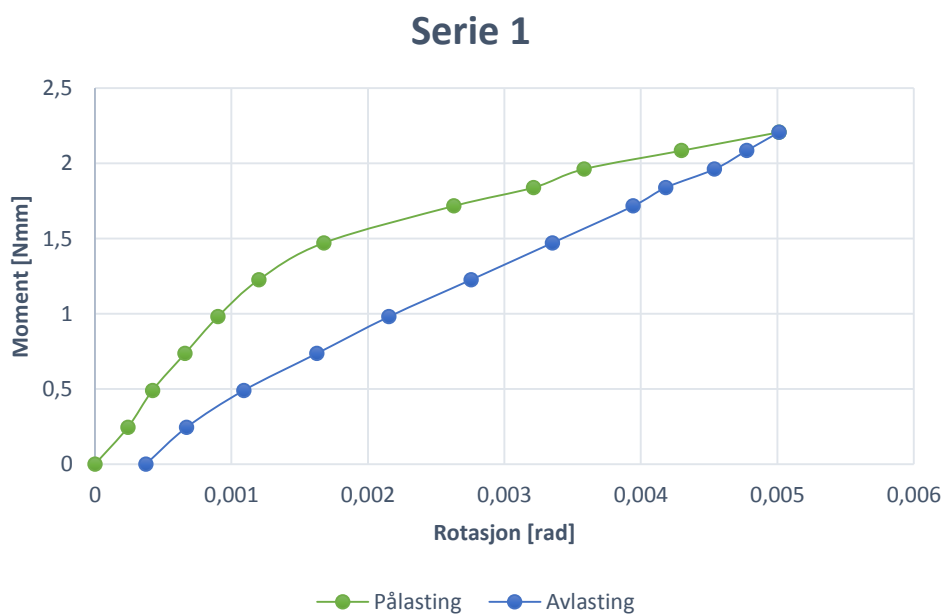


Figur C.3. 8 Nedbøyningskontroll serie 4 Geometri 1, Sterk akse.

## C.4 Elastisk – Sterk akse 6,mm platetykkelse

Tabell C.4. 1 Forsøksdata serie 1. Geometri 2, Sterk akse.

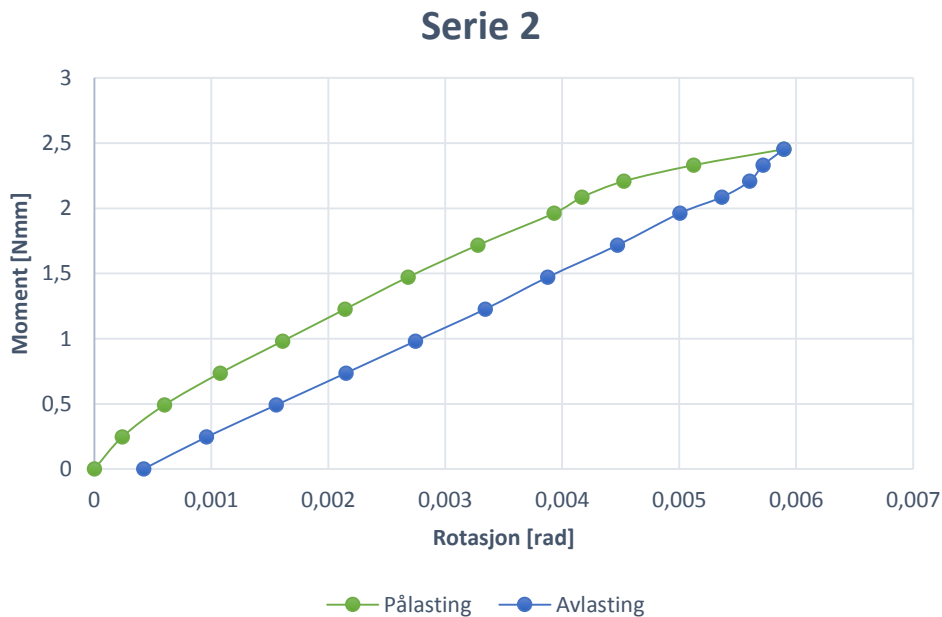
Serie 1							
Vekt [kg]	Venstre [Deg]	Høyre [Deg]	Høyde [mm]	Nedbøyning [mm]	Moment [Nmm]	Rotasjon [Rad]	Stivhet
0	0	0	520	0	0	0	
10	0,02099	0,00665	517	3	0,24525	0,000241205	1016,8
20	0,03498	0,01331	515	5	0,4905	0,00042141	1164
30	0,04898	0,02662	512	8	0,73575	0,000659734	1115,2
40	0,06997	0,03327	508	12	0,981	0,000900939	1088,9
50	0,09096	0,04658	506	14	1,22625	0,001200263	1021,7
60	0,1189	0,0732	503	17	1,4715	0,001676389	877,78
70	0,1749	0,1264	499	21	1,71675	0,002629339	652,92
75	0,2029	0,1652	497	23	1,839375	0,003212278	572,61
80	0,2309	0,1797	494	26	1,962	0,003583161	547,56
85	0,2729	0,2196	492	28	2,084625	0,004297873	485,04
90	0,3148	0,2595	489	31	2,20725	0,005011713	440,42
85	0,3009	0,2462	491	29	2,084625	0,004774348	436,63
80	0,2939	0,2263	493	27	1,962	0,004539601	432,2
75	0,2729	0,2063	494	26	1,839375	0,004181809	439,85
70	0,2589	0,193	496	24	1,71675	0,003943571	435,33
60	0,2309	0,1531	499	21	1,4715	0,003351032	439,12
50	0,1959	0,1198	503	17	1,22625	0,002755002	445,1
40	0,1603	0,08651	506	14	0,981	0,002153824	455,47
30	0,1329	0,05324	509	11	0,73575	0,001624378	452,94
20	0,1049	0,01996	512	8	0,4905	0,001089609	450,16
10	0,07696	0	515	5	0,24525	0,000671603	365,17
0	0,05597	-0,01331	518	2	0	0,000372279	0



Figur C.4. 1 Stivhetsrelasjon serie 1. Geometri 2.

Tabell C.4. 2 Forsøksdata serie 2. Geometri 2, Sterk akse.

Serie 2							
Vekt [kg]	Venstre [Deg]	Høyre [Deg]	Høyde [mm]	Nedbøyning [mm]	Moment [Nmm]	Rotasjon [Rad]	Stivhet
0	0	0	518	0	0	0	
10	0,01399	0,01331	515	3	0,24525	0,000238237	1029,4
20	0,04198	0,02662	513	5	0,4905	0,000598648	819,35
30	0,06997	0,05324	510	8	0,73575	0,00107521	684,28
40	0,09795	0,08651	506	12	0,981	0,001609717	609,42
50	0,1259	0,1198	503	15	1,22625	0,002144137	571,91
60	0,1609	0,1464	500	18	1,4715	0,002681698	548,72
70	0,1959	0,1797	496	22	1,71675	0,003277728	523,76
80	0,2309	0,2196	492	26	1,962	0,003931354	499,06
85	0,2449	0,2329	491	27	2,084625	0,004169592	499,96
90	0,2659	0,2529	489	29	2,20725	0,004527384	487,53
95	0,3009	0,2861	486	32	2,329875	0,005122541	454,83
100	0,3428	0,3327	483	35	2,4525	0,00589485	416,04
95	0,3358	0,3194	485	33	2,329875	0,005717699	407,48
90	0,3358	0,3061	486	32	2,20725	0,005601634	394,04
85	0,3218	0,2928	488	30	2,084625	0,005363397	388,68
80	0,3009	0,2728	490	28	1,962	0,005006477	391,89
70	0,2729	0,2396	493	25	1,71675	0,004472406	383,85
60	0,2379	0,2063	497	21	1,4715	0,003876376	379,61
50	0,2099	0,173	500	18	1,22625	0,003341433	366,98
40	0,1749	0,1397	503	15	0,981	0,002745403	357,32
30	0,1399	0,1065	507	11	0,73575	0,002150246	342,17
20	0,1049	0,0732	510	8	0,4905	0,001554216	315,59
10	0,06997	0,03993	514	4	0,24525	0,000959058	255,72
0	0,03498	0,01331	517	1	0	0,00042141	0

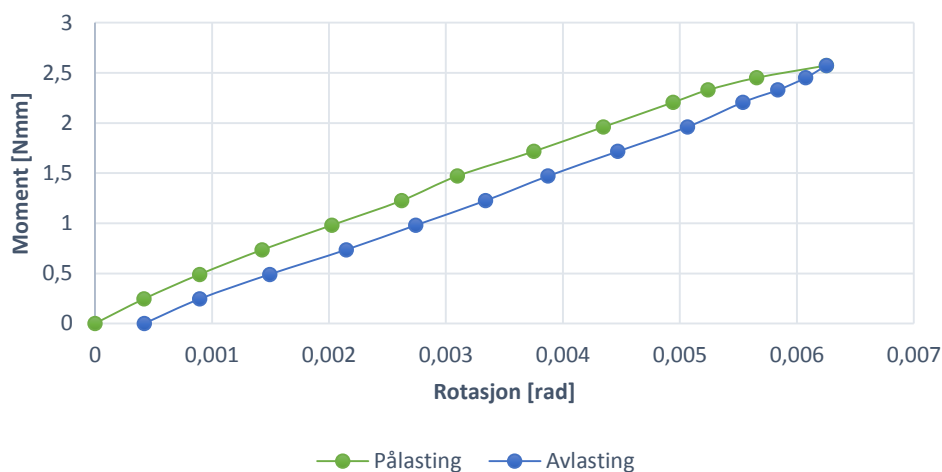


Figur C.4. 2 Stivhetsrelasjon serie 2. Geometri 2.

Tabell C.4. 3 Forsøksdata serie 3. Geometri 2, Sterk akse.

Serie 3							
Vekt [kg]	Venstre [Deg]	Høyre [Deg]	Høyde [mm]	Nedbøyning [mm]	Moment [Nmm]	Rotasjon [Rad]	Stivhet
0	0	0	517	0	0	0	
10	0,02799	0,01996	514	3	0,24525	0,000418443	586,1
20	0,05597	0,04658	510	7	0,4905	0,000894918	548,1
30	0,08396	0,07986	507	10	0,73575	0,001429599	514,65
40	0,1189	0,1131	503	14	0,981	0,002024582	484,54
50	0,1539	0,1464	500	17	1,22625	0,002620612	467,93
60	0,1819	0,173	497	20	1,4715	0,003097087	475,12
70	0,2169	0,2129	494	23	1,71675	0,003750713	457,71
80	0,2519	0,2462	491	26	1,962	0,004346743	451,37
90	0,2869	0,2795	487	30	2,20725	0,004942772	446,56
95	0,3009	0,2995	485	32	2,329875	0,005239478	444,68
100	0,3288	0,3194	483	34	2,4525	0,005656612	433,56
105	0,3638	0,3527	480	37	2,575125	0,006252642	411,85
100	0,3568	0,3394	482	35	2,4525	0,006075491	403,67
95	0,3428	0,3261	484	33	2,329875	0,005837254	399,14
90	0,3218	0,3128	485	32	2,20725	0,00553793	398,57
80	0,3009	0,2795	488	29	1,962	0,005064945	387,37
70	0,2659	0,2462	492	25	1,71675	0,004468916	384,15
60	0,2309	0,2129	495	22	1,4715	0,003872886	379,95
50	0,2029	0,1797	499	18	1,22625	0,003338815	367,27
40	0,1679	0,1464	502	15	0,981	0,002742785	357,67
30	0,1329	0,1131	506	11	0,73575	0,002146755	342,73
20	0,09795	0,0732	509	8	0,4905	0,001493566	328,41
10	0,06267	0,03993	512	5	0,24525	0,000895354	273,91
0	0,03498	0,01331	516	1	0	0,00042141	0

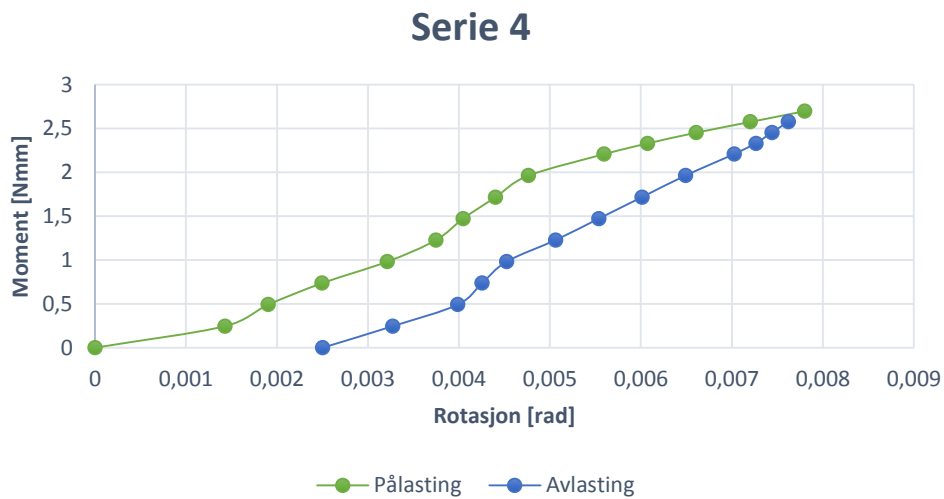
Serie 3



Figur C.4. 3 Stivhetsrelasjon serie 3. Geometri 2.

Tabell C.4. 4 Forsøksdata serie 4. Geometri 2, Sterk akse.

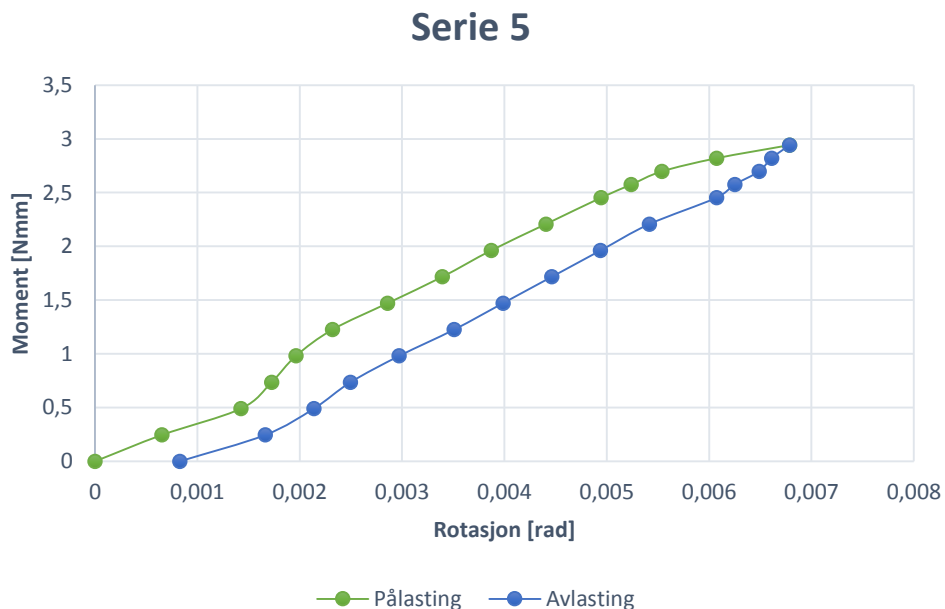
Serie 4							
Vekt [kg]	Venstre [Deg]	Høyre [Deg]	Høyde [mm]	Nedbøyning [mm]	Moment [Nmm]	Rotasjon [Rad]	Stivhet
0	0	0	449	0	0	0	
10	0,07696	0,08651	444	5	0,24525	0,001426545	171,92
20	0,1049	0,1131	440	9	0,4905	0,001902409	257,83
30	0,1329	0,1531	437	12	0,73575	0,002495821	294,79
40	0,1749	0,193	433	16	0,981	0,003210533	305,56
50	0,2029	0,2263	429	20	1,22625	0,003745477	327,39
60	0,2239	0,2396	426	23	1,4715	0,004044801	363,8
70	0,2449	0,2595	423	26	1,71675	0,00440172	390,02
80	0,2729	0,2728	420	29	1,962	0,004762131	412
90	0,3218	0,3194	416	33	2,20725	0,005595526	394,47
95	0,3498	0,346	413	36	2,329875	0,006072	383,71
100	0,3778	0,3793	411	38	2,4525	0,006606944	371,2
105	0,4128	0,4126	409	40	2,575125	0,007202974	357,51
110	0,4478	0,4459	406	43	2,69775	0,007799004	345,91
105	0,4408	0,4326	408	41	2,575125	0,007621853	337,86
100	0,4268	0,4259	410	39	2,4525	0,007441211	329,58
95	0,4198	0,4126	412	37	2,329875	0,00726406	320,74
90	0,4058	0,3993	414	35	2,20725	0,007025823	314,16
80	0,3778	0,366	417	32	1,962	0,006490879	302,27
70	0,3498	0,3394	420	29	1,71675	0,006014405	285,44
60	0,3218	0,3128	423	26	1,4715	0,00553793	265,71
50	0,2939	0,2861	426	23	1,22625	0,005061455	242,27
40	0,2589	0,2595	429	20	0,981	0,004523893	216,85
30	0,2449	0,2426	432	17	0,73575	0,00425424	172,95
20	0,2239	0,2329	435	14	0,4905	0,003986332	123,05
10	0,1819	0,193	439	10	0,24525	0,00327162	74,963
0	0,1469	0,1397	444	5	0	0,002501057	0



Figur C.4. 4 Stivhetsrelasjon serie 4. Geometri 2.

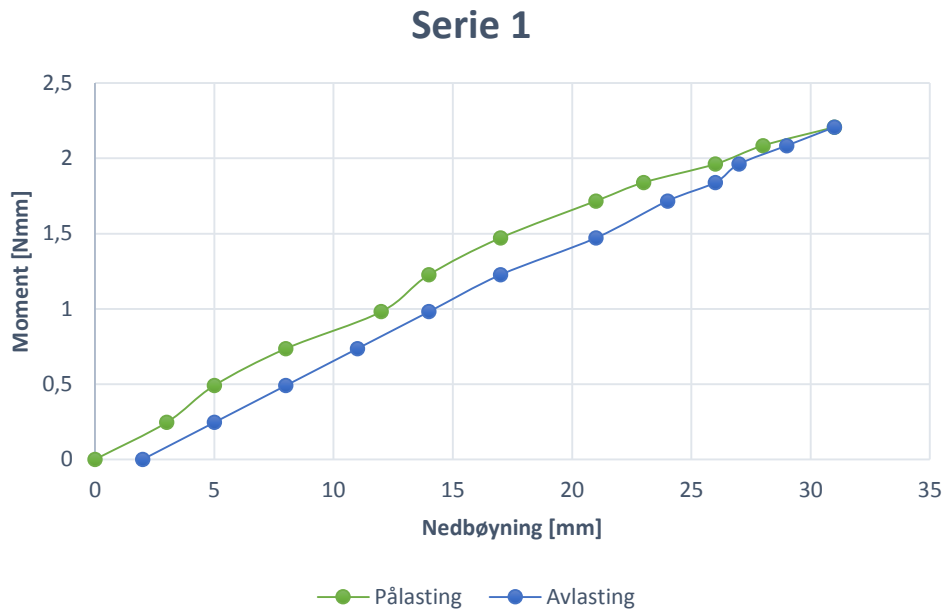
Tabell C.4. 5 Forsøksdata serie 5. Geometri 2, Sterk akse.

Serie 5							
Vekt [kg]	Venstre [Deg]	Høyre [Deg]	Høyde [mm]	Nedbøyning [mm]	Moment [Nmm]	Rotasjon [Rad]	Stivhet
0	0	0	443	0	0	0	
10	0,03498	0,03993	439	4	0,24525	0,000653713	375,16
20	0,07696	0,08651	435	8	0,4905	0,001426545	343,84
30	0,09795	0,09982	433	10	0,73575	0,001725869	426,31
40	0,1119	0,1131	430	13	0,981	0,001963495	499,62
50	0,1329	0,1331	427	16	1,22625	0,002321288	528,26
60	0,1679	0,1597	424	19	1,4715	0,002858849	514,72
70	0,1959	0,193	420	23	1,71675	0,003393793	505,85
80	0,2239	0,2196	417	26	1,962	0,003870268	506,94
90	0,2519	0,2529	414	29	2,20725	0,004405211	501,05
100	0,2869	0,2795	410	33	2,4525	0,004942772	496,18
105	0,3009	0,2995	408	35	2,575125	0,005239478	491,48
110	0,3218	0,3128	406	37	2,69775	0,00553793	487,14
115	0,3498	0,346	404	39	2,820375	0,006072	464,49
120	0,3918	0,386	401	42	2,943	0,006787585	433,59
115	0,3848	0,3727	402	41	2,820375	0,006610435	426,66
110	0,3708	0,3727	404	39	2,69775	0,006488261	415,79
105	0,3568	0,3594	406	37	2,575125	0,006250024	412,02
100	0,3498	0,346	408	35	2,4525	0,006072	403,9
90	0,3079	0,3128	411	32	2,20725	0,005416629	407,5
80	0,2799	0,2861	414	29	1,962	0,004939282	397,22
70	0,2519	0,2595	418	25	1,71675	0,004462807	384,68
60	0,2239	0,2329	421	22	1,4715	0,003986332	369,14
50	0,1959	0,2063	424	19	1,22625	0,003509857	349,37
40	0,1609	0,1797	428	15	0,981	0,002972296	330,05
30	0,1329	0,1531	431	12	0,73575	0,002495821	294,79
20	0,1119	0,1331	434	9	0,4905	0,002138028	229,42
10	0,08396	0,1065	437	6	0,24525	0,001662077	147,56
0	0,03498	0,05989	441	2	0	0,000827897	0

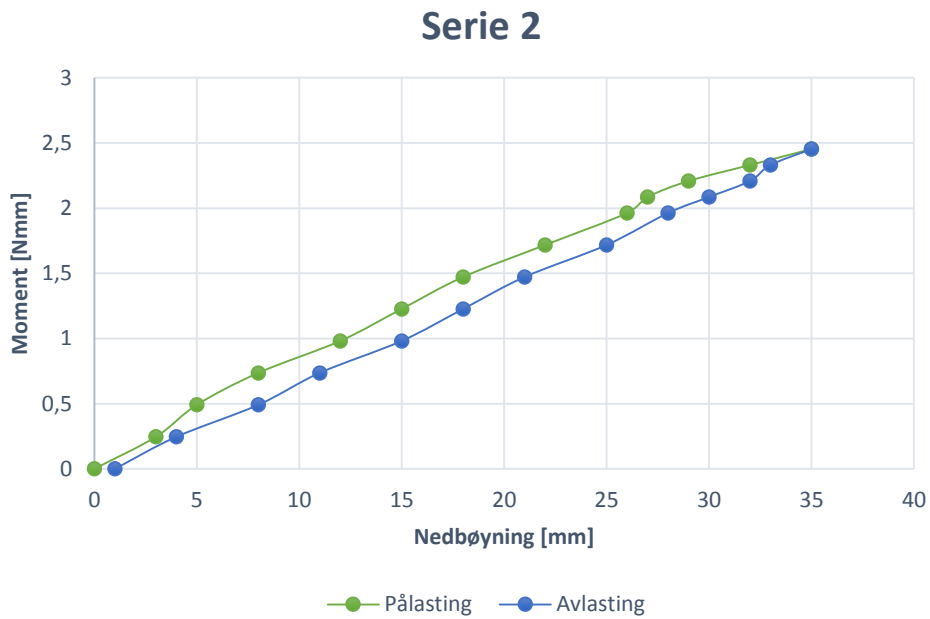


Figur C.4. 5 Stivhetsrelasjon serie 5. Geometri 2.

### C.4.1 Nedbøyningskontroll geometri 2 sterk akse

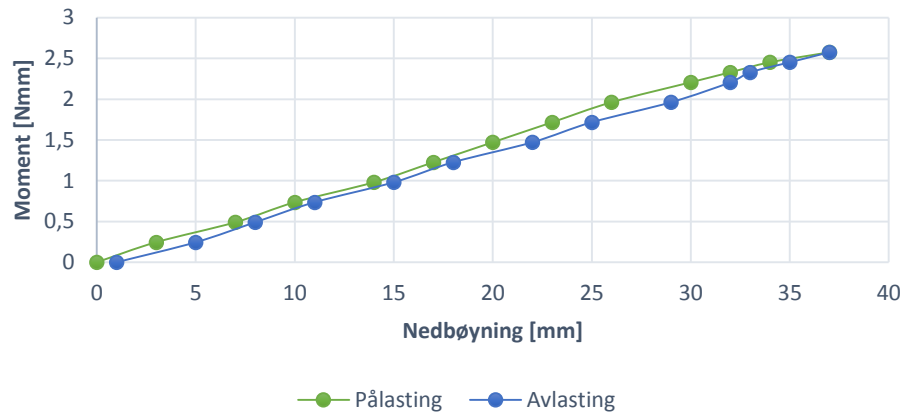


Figur C.4. 6 Nedbøyningskontroll serie 1 Geometri 2, Sterk akse.



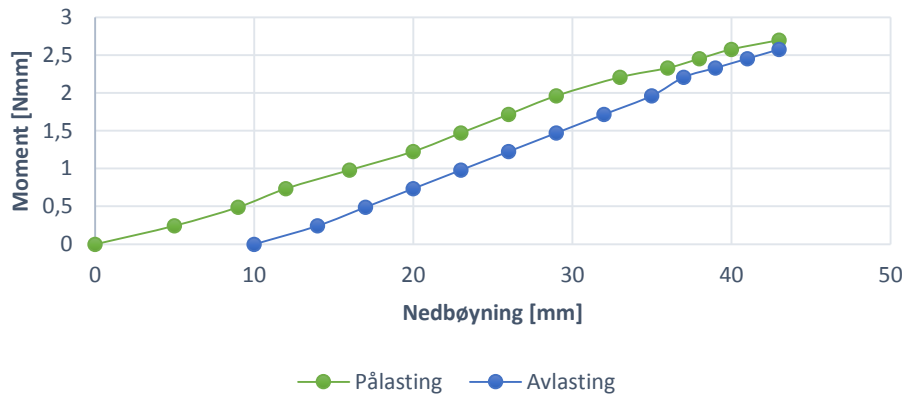
Figur C.4. 7 Nedbøyningskontroll serie 2 Geometri 2, Sterk akse.

### Serie 3



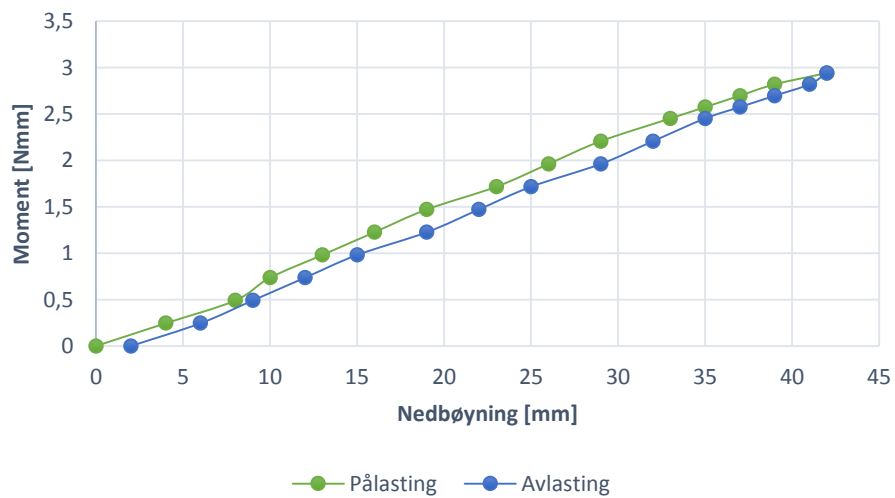
Figur C.4. 8 Nedbøyningskontroll serie 1 Geometri 2, Sterk akse.

### Serie 4



Figur C.4. 9 Nedbøyningskontroll serie 1 Geometri 2, Sterk akse.

### Serie 5



Figur C.4. 10 Nedbøyningskontroll serie 1 Geometri 2, Sterk akse.



## C.5 Plastisk Forsøksserier

### C.5.1 Geometri 1 – Svak akse

Tabell C.5. 1 Forsøksdata serie Plastisk. Geometri 1, Svak akse.

Serie 5 - Flyt							
Vekt [kg]	Venstre [Deg]	Høyre [Deg]	Høyde [mm]	Nedbøyning [mm]	Moment [Nmm]	Rotasjon [Rad]	Stivhet
0	0	0	497	0	0	0	
50	0,2029	0,2063	479	18	1,22625	0,003570944	343,3966
100	0,3988	0,4192	460	37	2,4525	0,007138397	343,5645
150	0,6367	0,6655	440	57	3,67875	0,011363839	323,7242
170	0,8046	0,8119	429	68	4,16925	0,014106624	295,5526
190	1,098	1,078	412	85	4,65975	0,018989182	245,3897
200	1,322	1,284	403	94	4,905	0,02274164	215,6837
210	1,546	1,511	388	109	5,15025	0,026677358	193,057
220	1,868	1,85	371	126	5,3955	0,032445671	166,2934
230	2,368	2,349	347	150	5,64075	0,04116359	137,0325
240	2,75	2,748	325	172	5,886	0,047979101	122,6784
250	3,407	3,401	294	203	6,13125	0,059411008	103,2006
260	4,037	4,086	261	236	6,3765	0,070886548	89,9536
265	4,303	4,385	247	252	6,499125	0,075817103	85,72109
270	4,737	4,851	226	273	6,62175	0,083671084	79,14024
275	5,125	5,106	215	284	6,744375	0,089282318	75,53987
250	5,129	5,251	216	283	6,13125	0,090582588	67,68685
200	4,982	5,064	234	265	4,905	0,087667888	55,94979
150	4,814	4,858	253	246	3,67875	0,084404123	43,58496
100,1	4,632	4,658	272	227	2,4549525	0,081070544	30,28168
50,1	4,422	4,419	293	206	1,2287025	0,07715228	15,92568
0	4,177	4,139	315	184	0	0,07257079	0

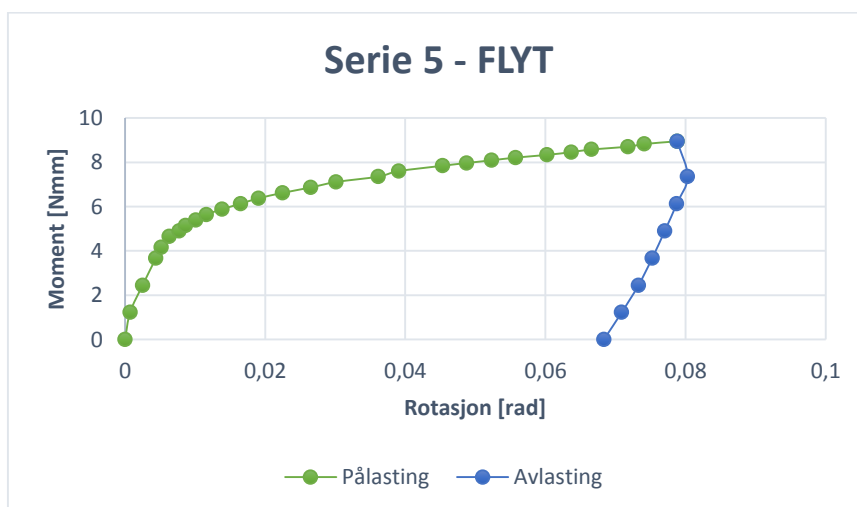


Figur C.5. 1 Stivhetsrelasjon Plastisk. Geometri 1, Svak akse.

## C.5.2 Geometri 1 – Sterk akse

Tabell C.5. 2 Forsøksdata serie Plastisk. Geometri 1, Sterk akse.

Serie 5 - Flyt							
Vekt [kg]	Venstre [Deg]	Høyre [Deg]	Høyde [mm]	Nedbøyning [mm]	Moment [Nmm]	Rotasjon [Rad]	Stivhet
0	0	0	485,5	0	0	0	
50	0,05597	0,02662	473,5	12	1,22625	0,000720734	1701,391
100	0,1609	0,1264	459	26,5	2,4525	0,002507165	978,1963
150	0,2659	0,2396	444	41,5	3,67875	0,00441132	833,9341
170	0,3079	0,2861	438	47,5	4,16925	0,005183628	804,3112
190	0,3708	0,3527	432	53,5	4,65975	0,006313729	738,0346
200	0,4478	0,4392	426	59,5	4,905	0,007740535	633,6771
210	0,4968	0,4924	422	63,5	5,15025	0,008632398	596,6187
220	0,5807	0,579	416	69,5	5,3955	0,010120292	533,1368
230	0,6647	0,6655	409,5	76	5,64075	0,011608185	485,9287
240	0,7906	0,7986	402	83,5	5,886	0,013868386	424,4185
250	0,9376	0,9516	393	92,5	6,13125	0,01648638	371,8979
260	1,084	1,098	386	99,5	6,3765	0,019041542	334,8731
270	1,287	1,291	373	112,5	6,62175	0,022497294	294,3354
280	1,525	1,511	360	125,5	6,867	0,026494098	259,1898
290	1,735	1,717	351	134,5	7,11225	0,030124383	236,0961
300	2,071	2,07	331	154,5	7,3575	0,036137042	203,6
310	2,239	2,236	320	165,5	7,60275	0,039051742	194,684
320	2,5603	2,635	302	183,5	7,848	0,045337545	173,1016
325	2,771	2,815	296	189,5	7,970625	0,048747046	163,5099
330	2,974	3,021	282	203,5	8,09325	0,052316244	154,6986
335	3,176	3,214	272	213,5	8,215875	0,05576327	147,3349
340	3,428	3,474	259	226,5	8,3385	0,060231312	138,4413
345	3,617	3,68	252	233,5	8,461125	0,063678338	132,8729
350	3,785	3,846	244	241,5	8,58375	0,066593038	128,8986
355	4,086	4,139	229	256,5	8,706375	0,071776665	121,2981
360	4,219	4,272	217	268,5	8,829	0,074097953	119,1531
365	4,485	4,545	210	275,5	8,951625	0,078801616	113,597
300	4,576	4,625	217	268,5	7,3575	0,080293872	91,63215
250	4,485	4,538	232	253,5	6,13125	0,078740529	77,86651
200	4,387	4,439	247	238,5	4,905	0,07702138	63,68362
149,9	4,282	4,339	264	221,5	3,6762975	0,075232417	48,86587
99,92	4,17	4,226	279	206,5	2,450538	0,073268922	33,4458
50,1	4,037	4,086	296	189,5	1,2287025	0,070886548	17,33337
0	3,89	3,94	310	175,5	0	0,06832964	0

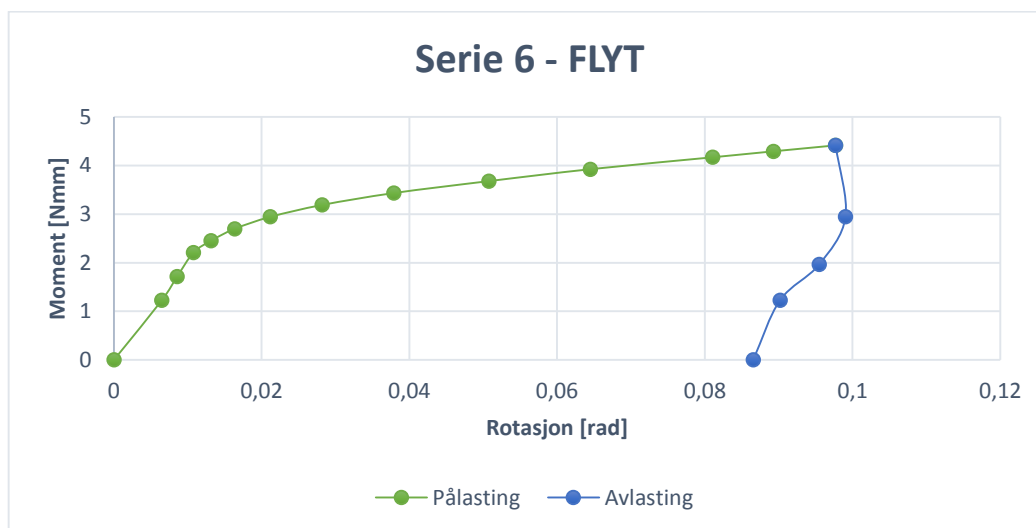


Figur C.5. 2 Stivhetsrelasjon Plastisk. Geometri 1, Sterk akse.

### C.5.3 Geometri 2 – Svak akse

Tabell C.5. 3 Forsøksdata serie Plastisk. Geometri 2, Svak akse.

Serie 6 - Plastisk							
Vekt [kg]	Venstre [Deg]	Høyre [Deg]	Høyde [mm]	Nedbøyning [mm]	Moment [kNm]	Rotasjon [Rad]	Stivhet
0	0	0	493	0	0	0	
50	0,3638	0,3793	469	24	1,22625	0,006484771	189,1
70	0,4828	0,4991	459	34	1,71675	0,008568694	200,35
90	0,6087	0,6255	449	44	2,20725	0,010770427	204,94
100	0,7416	0,7653	440	53	2,4525	0,013150183	186,5
110	0,9236	0,9516	430	63	2,69775	0,016364207	164,86
120	1,203	1,224	415	78	2,943	0,02117957	138,95
130	1,588	1,644	397	96	3,18825	0,028204521	113,04
140	2,12	2,223	370	123	3,4335	0,037899825	90,594
150	2,855	2,961	335	158	3,67875	0,050754175	72,482
160	3,645	3,747	297	196	3,924	0,064507369	60,83
170	4,59	4,698	254	239	4,16925	0,08105309	51,439
175	5,08	5,151	234	259	4,291875	0,089282318	48,071
180	5,514	5,683	214	279	4,4145	0,097712258	45,179
120	5,646	5,703	224	269	2,943	0,099038708	
80	5,443	5,497	241	252	1,962	0,09546951	
50	5,143	5,191	255	238	1,22625	0,090181162	
0	4,94	4,978	280	213	0	0,086550878	

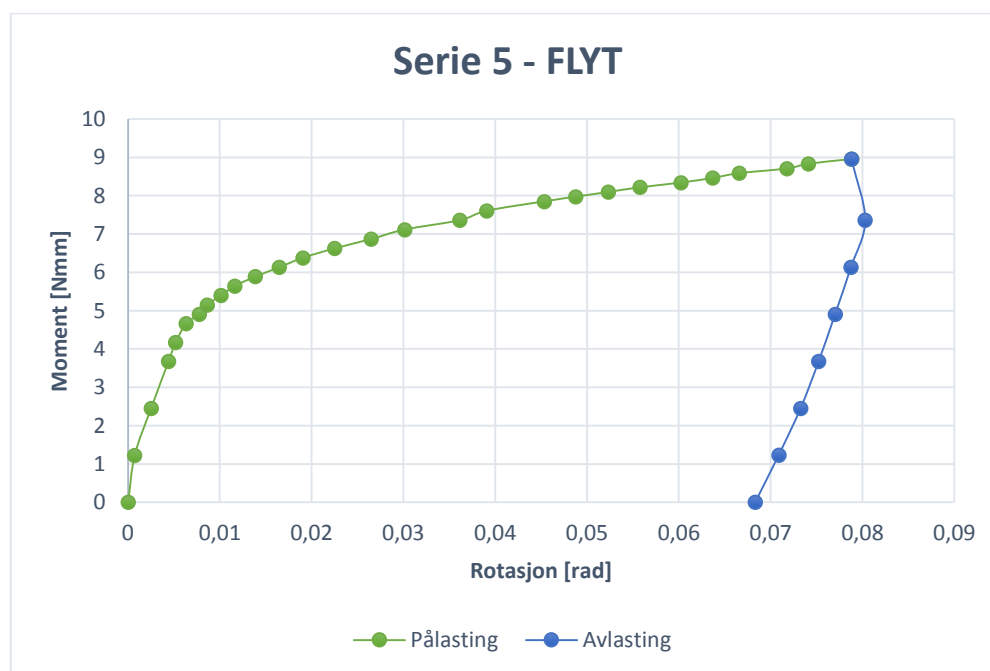


Figur C.5. 3 Stivhetsrelasjon Plastisk. Geometri 2, Svak akse.

## C.5.4 Geometri 2 – Sterk akse

Tabell C.5. 4 Forsøksdata serie Plastisk. Geometri 2, Sterk akse.

Serie 6 - Plastisk							
Vekt [kg]	Venstre [Deg]	Høyre [Deg]	Høyde [mm]	Nedbøyning [mm]	Moment [Nmm]	Rotasjon [Rad]	Stivhet
0	0	0	441	0	0	0	
50	0,1469	0,1464	425	16	1,22625	0,002559525	479,09
100	0,2939	0,2861	408	33	2,4525	0,005061455	484,54
120	0,3708	0,3594	400	41	2,943	0,006372197	461,85
140	0,5847	0,5856	386	55	3,4335	0,010212794	336,2
160	1,043	1,012	362	79	3,924	0,017933258	218,81
170	1,329	1,311	347	94	4,16925	0,023038346	180,97
180	1,665	1,664	329	112	4,4145	0,029051005	151,96
190	2,113	2,103	307	134	4,65975	0,036791541	126,65
200	2,6003	2,622	284	157	4,905	0,045573165	107,63
210	3,267	3,254	254	187	5,15025	0,05690646	90,504
220	3,911	3,913	223	218	5,3955	0,06827728	79,023
230	4,618	4,632	189	252	5,64075	0,080721478	69,879
240	5,541	5,53	114	327	5,886	0,096612701	60,924
100	5,59	5,577	178	263	2,4525	0,097450459	25,167
50	5,415	5,404	196	245	1,22625	0,094413586	12,988
0	5,185	5,157	216	225	0	0,090250976	0



Figur C.5. 4 Stivhetsrelasjon Plastisk. Geometri 2, Sterk akse.

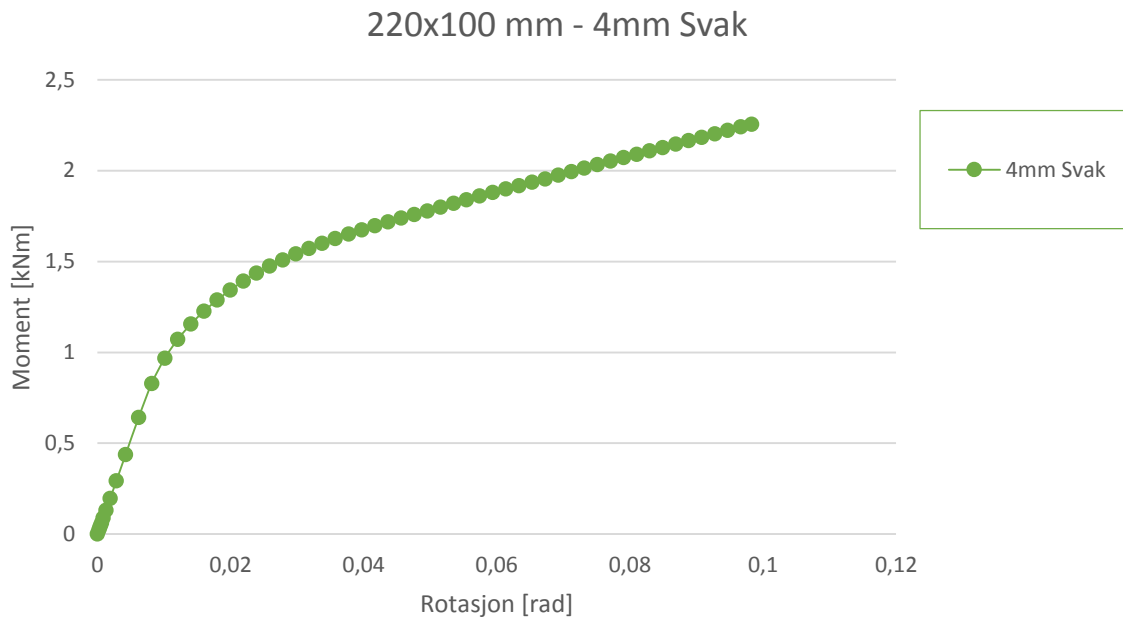
## D Resultat av simuleringer.

Navnene på grafene angir platetykkelsene og hvilken akse knutepunktet bøyes om.

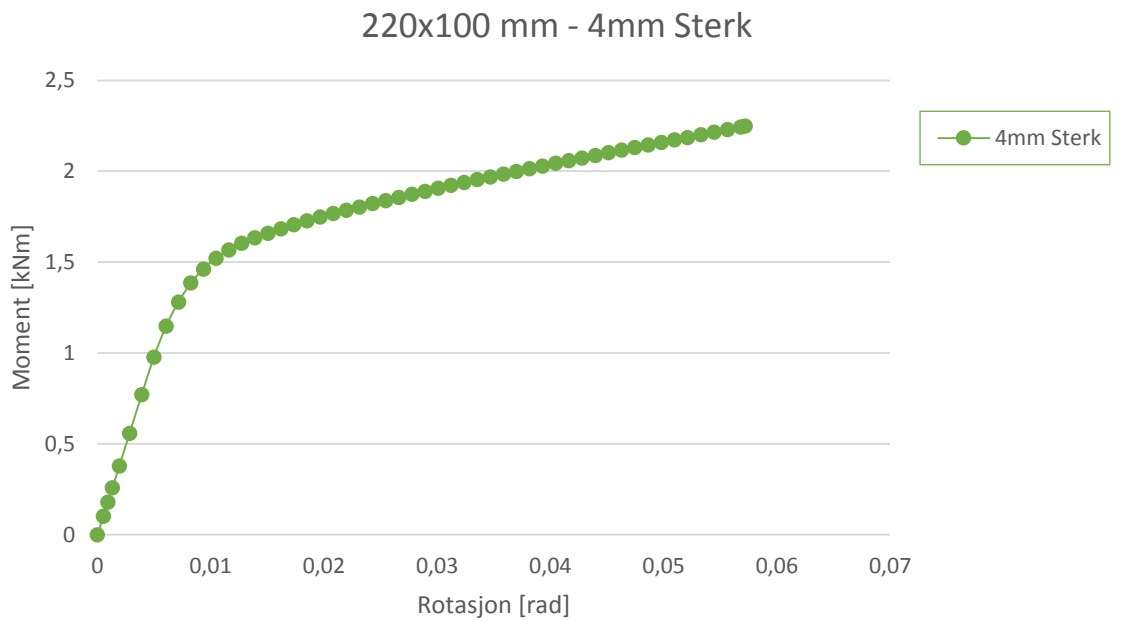
### D.1 Rotasjonsstivheter for all geometrier

Platestørelse [mmxmm]	Platetykkelse [mm]	Bøyning om akse	$S_{j,ini}$ $\frac{kNm}{rad}$	$S_j$ $\frac{kNm}{rad}$
<b>220x100</b>	4	Svak	99,6	82,2
	4	Sterk	193,3	189,0
	6	Svak	230,3	167,2
	6	Sterk	471,2	404,1
	8	Svak	382,6	221,7
	8	Sterk	850,7	770,2
	10	Svak	586,4	---*
	10	Sterk	1351	1077,2
<b>270x100</b>	4	Svak	31,2	21,1
	4	Sterk	65,2	61,1
	6	Svak	75,7	25,2
	6	Sterk	182,0	150,0
	8	Svak	163,4	60,6
	8	Sterk	363,2	286,6
	10	Svak	265,7	138,8
	10	Sterk	623,0	532,5
<b>260x120</b>	4	Sterk	180,7	166,2
	6	Svak	231,6	327,4
	6	Sterk	446,8	550,9
	8	Svak	413,1	762,3
	8	Sterk	869,0	1259,7
	10	Svak	610,8	1237,6
	10	Sterk	1380,9	2138,9

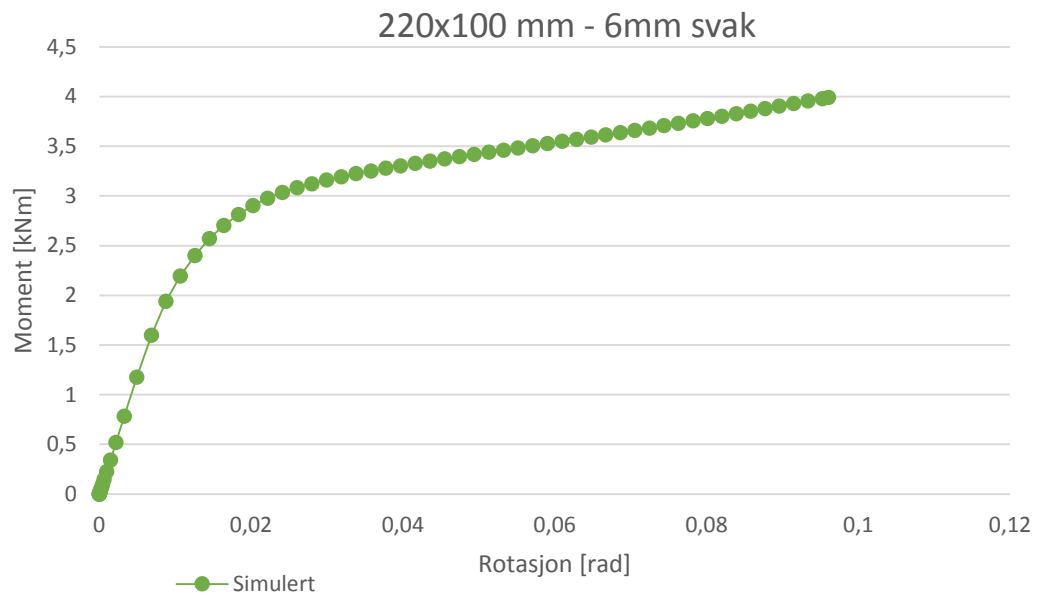
## D.2 Stivhetsrelasjoner for platestørelse 220x100mm



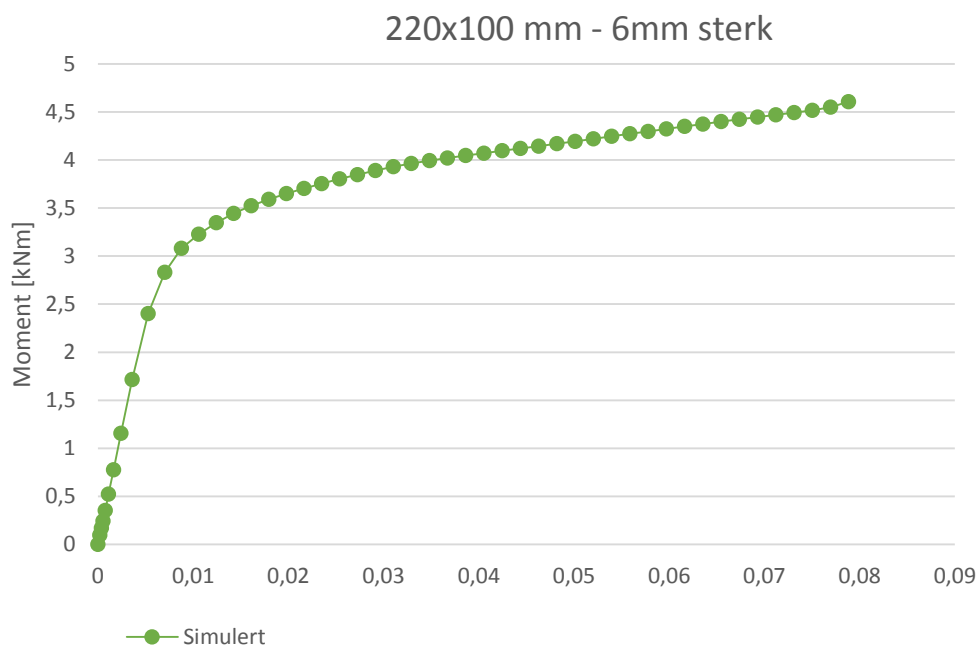
Figur D. 1 Plot av simuleringer 220x100mm



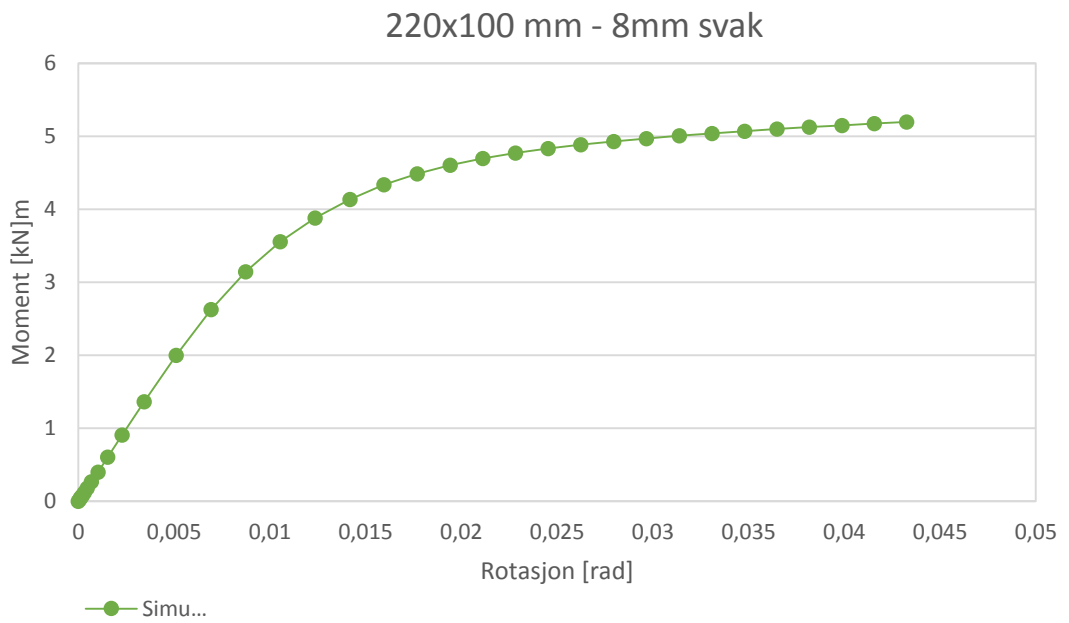
Figur D. 2 Plot av simuleringer 220x100mm



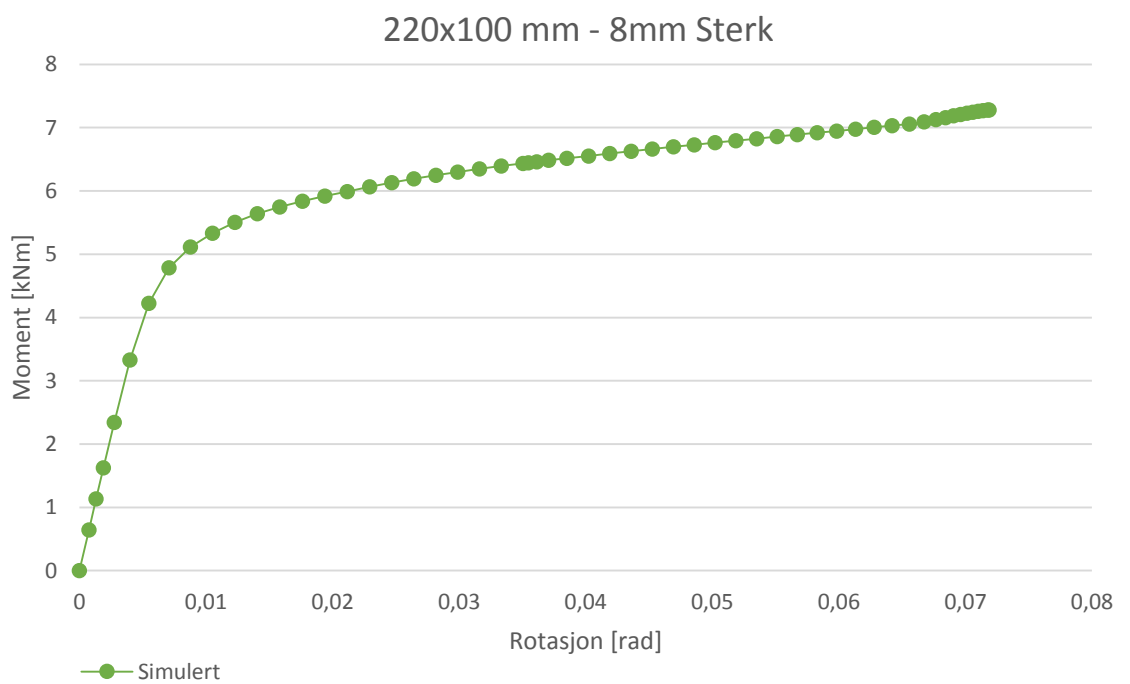
**Figur D. 3 Plot av simuleringer 220x100mm**



**Figur D. 4 Plot av simuleringer 220x100mm**

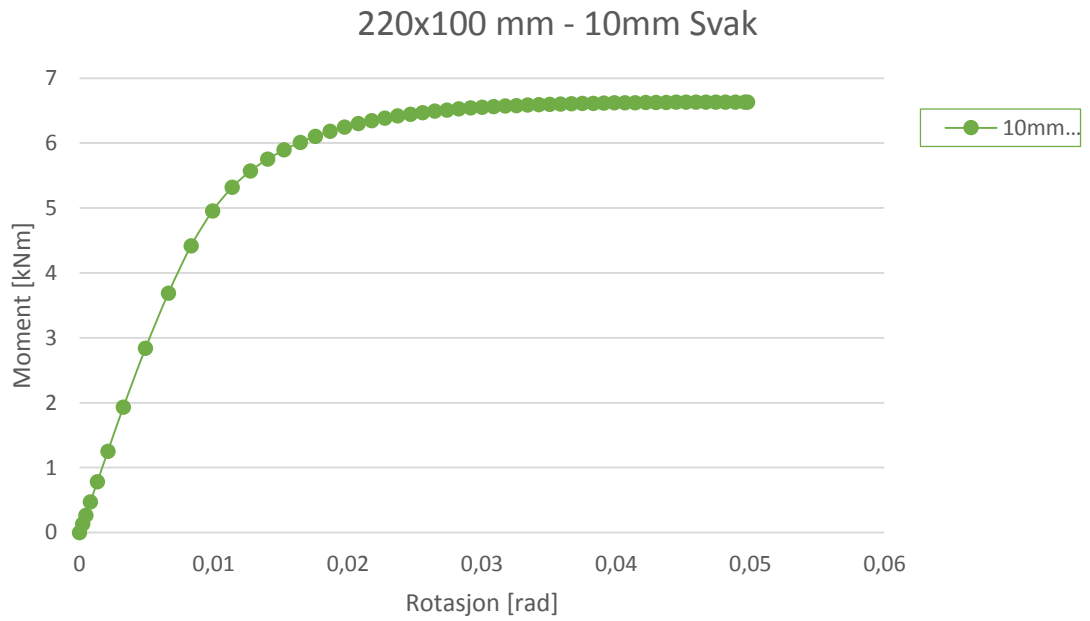


**Figur D. 5 Plot av simuleringer 220x100mm**

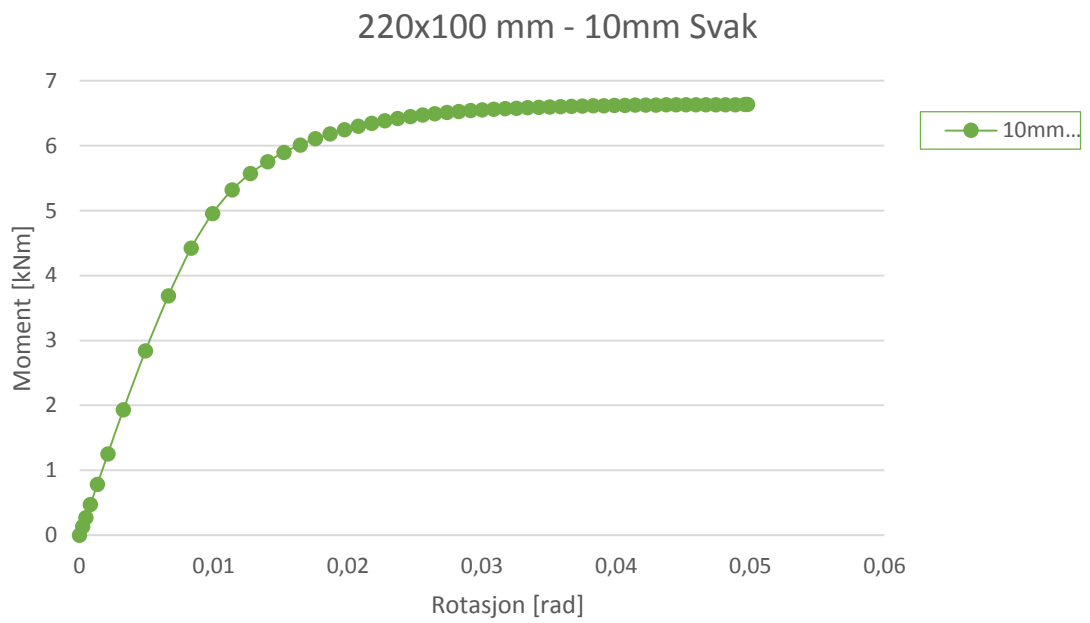


**Figur D. 6 Plot av simuleringer 220x100mm**



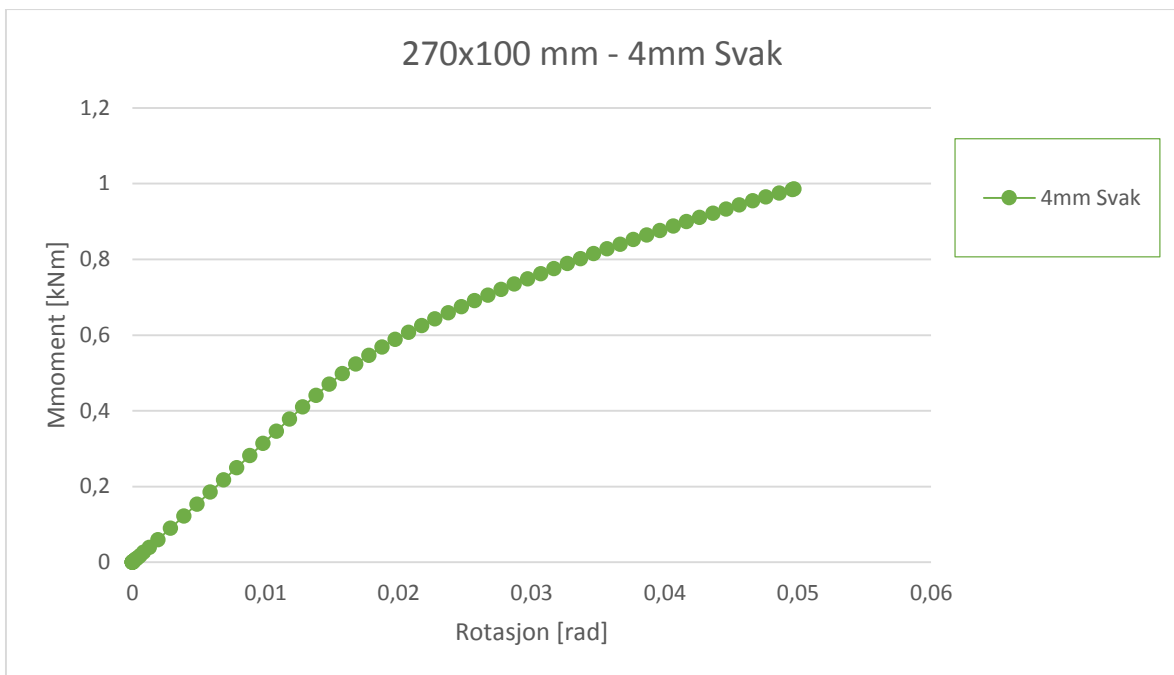


**Figur D. 7 Plot av simuleringer 220x100mm**

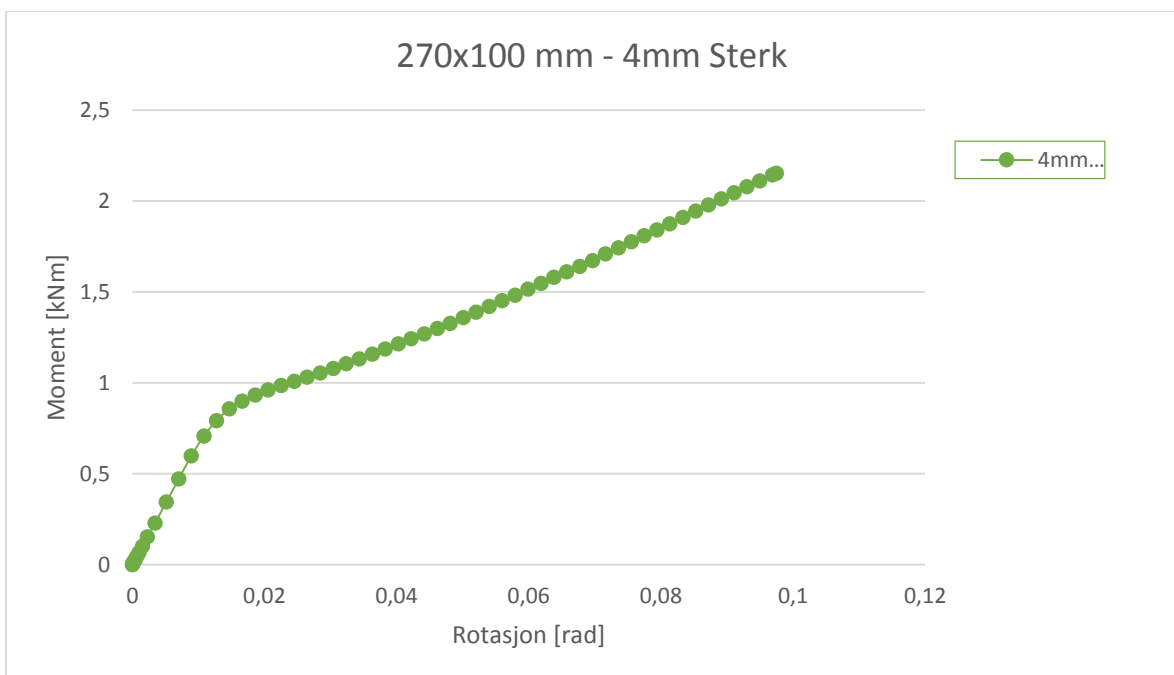


**Figur D. 8 Plot av simuleringer 220x100mm**

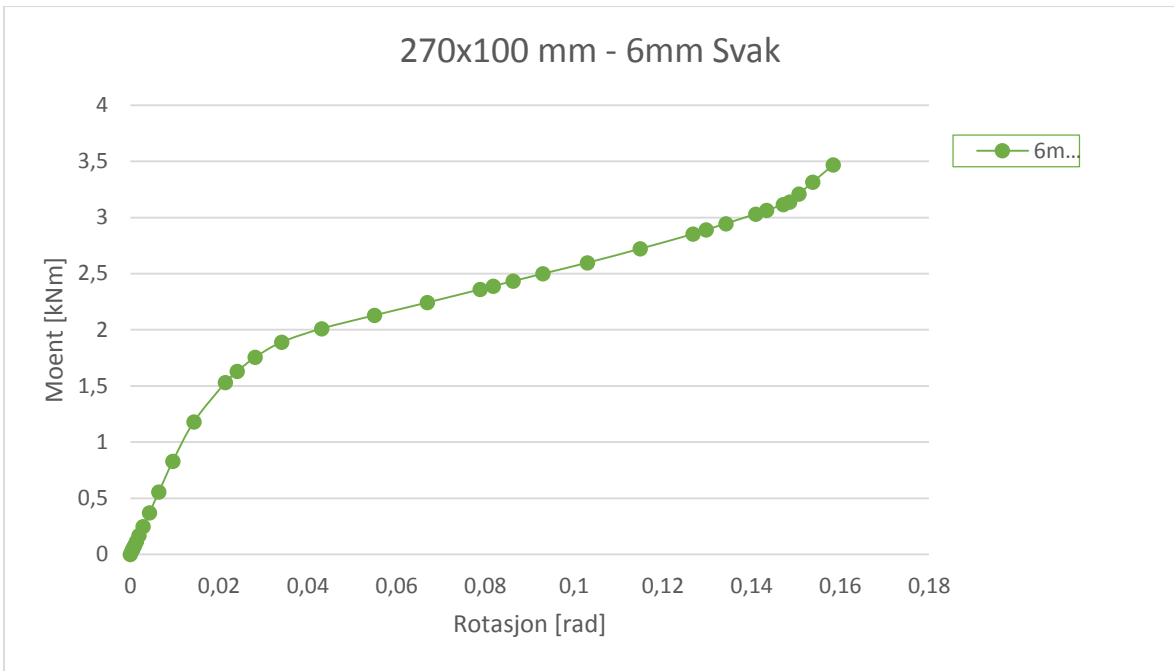
### D.3 Stivhetsrelasjoner for platestørelse 270x100mm



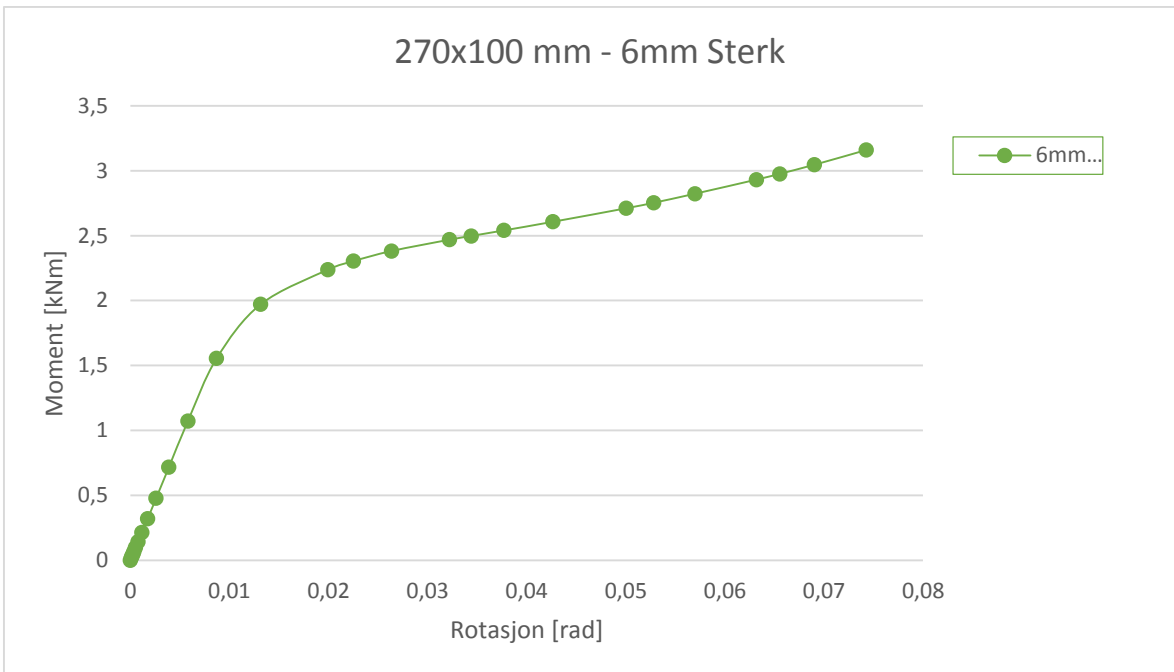
Figur D. 9 Plot av simuleringer 270x100mm



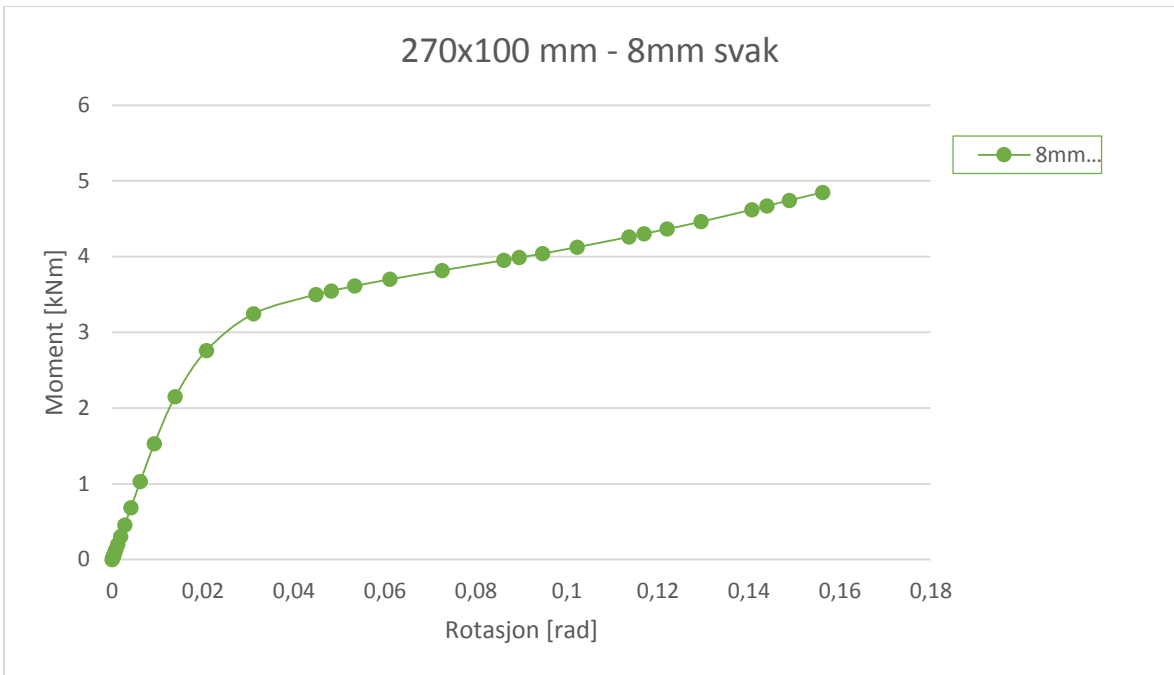
Figur D. 10 Plot av simuleringer 270x100mm



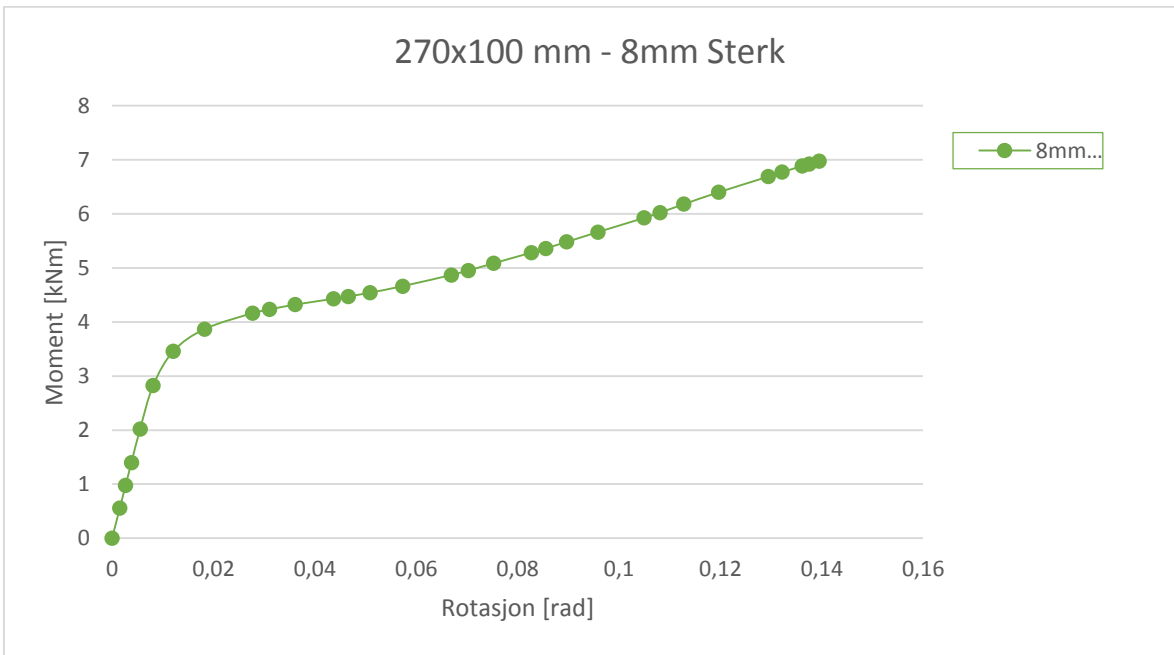
**Figur D. 11 Plot av simuleringer 270x100mm**



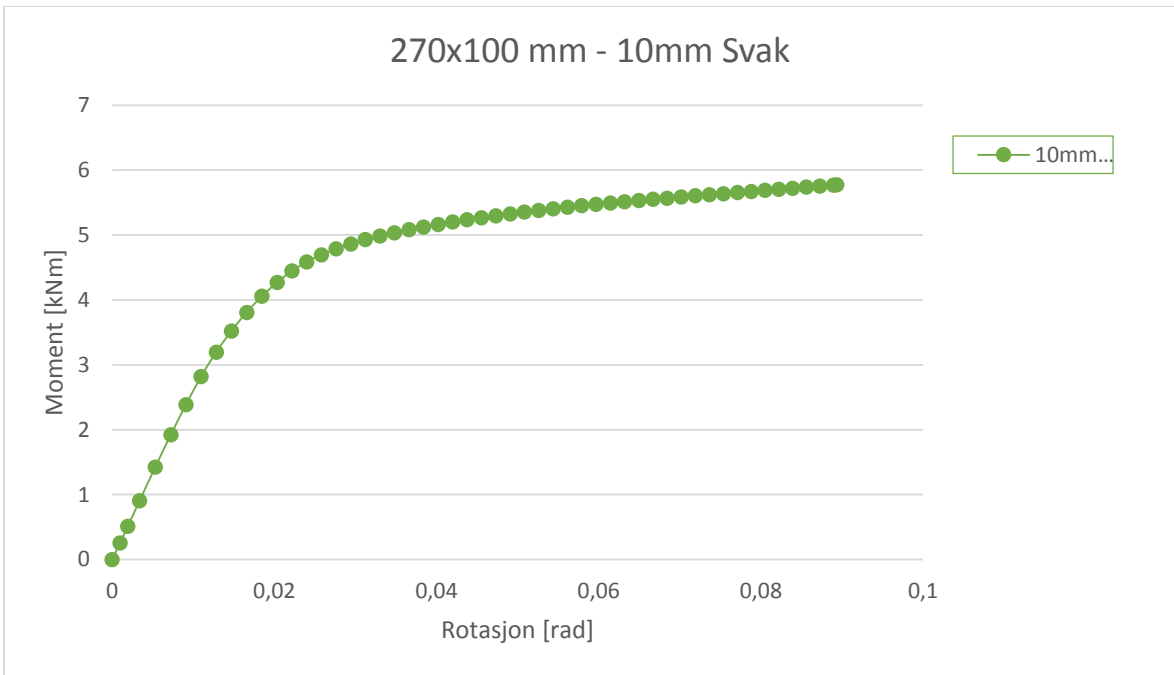
**Figur D. 12 Plot av simuleringer 270x100mm**



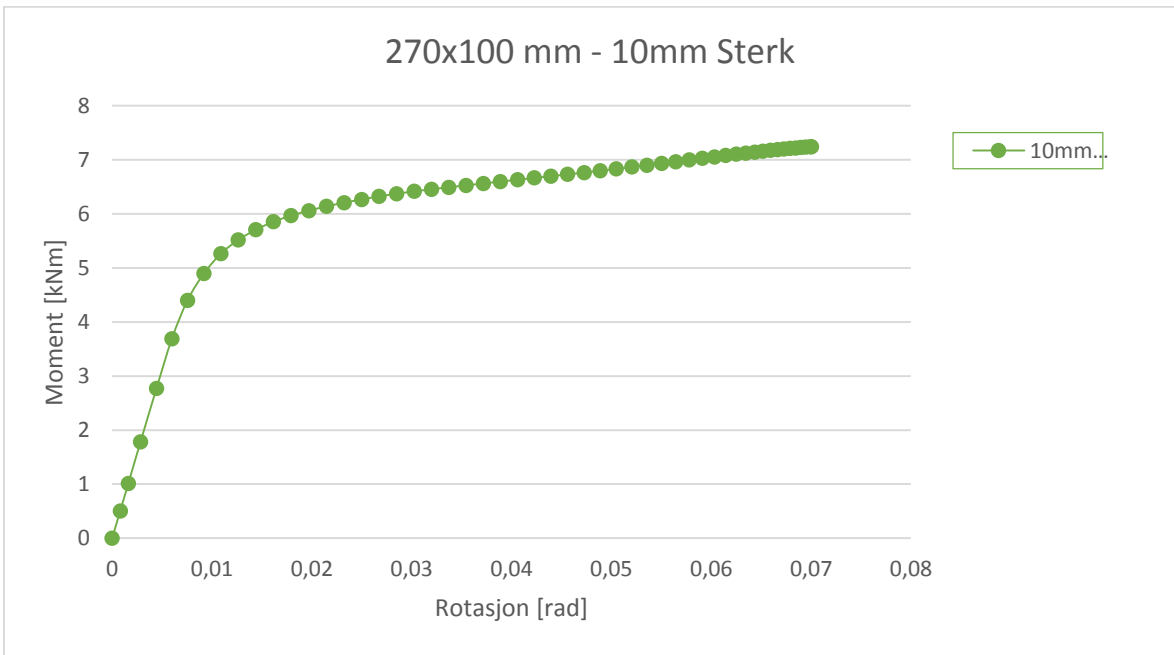
**Figur D. 13** Plot av simuleringer 270x100mm



**Figur D. 14** Plot av simuleringer 270x100mm

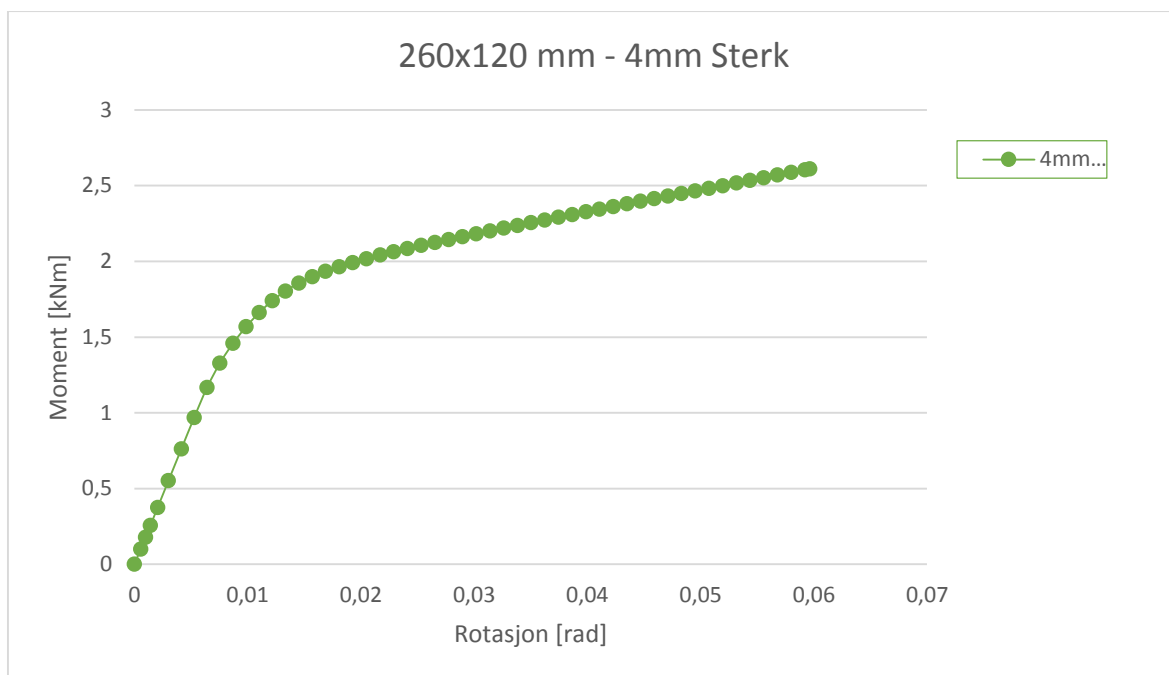


**Figur D. 15** Plot av simuleringer 270x100mm

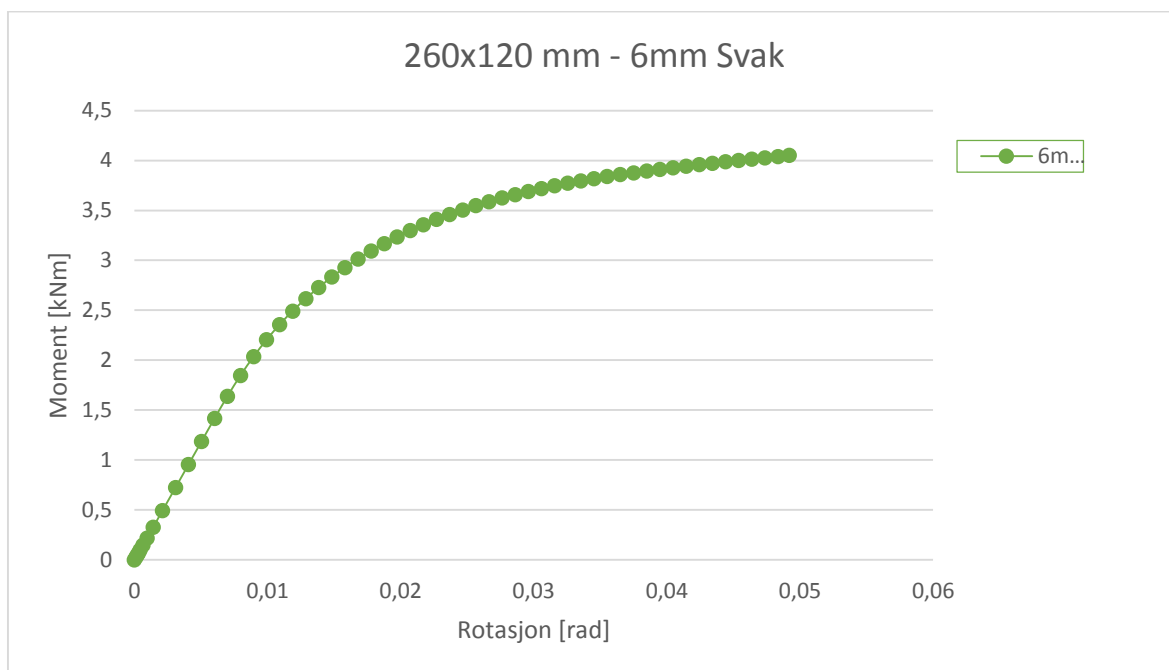


**Figur D. 16** Plot av simuleringer 270x100mm

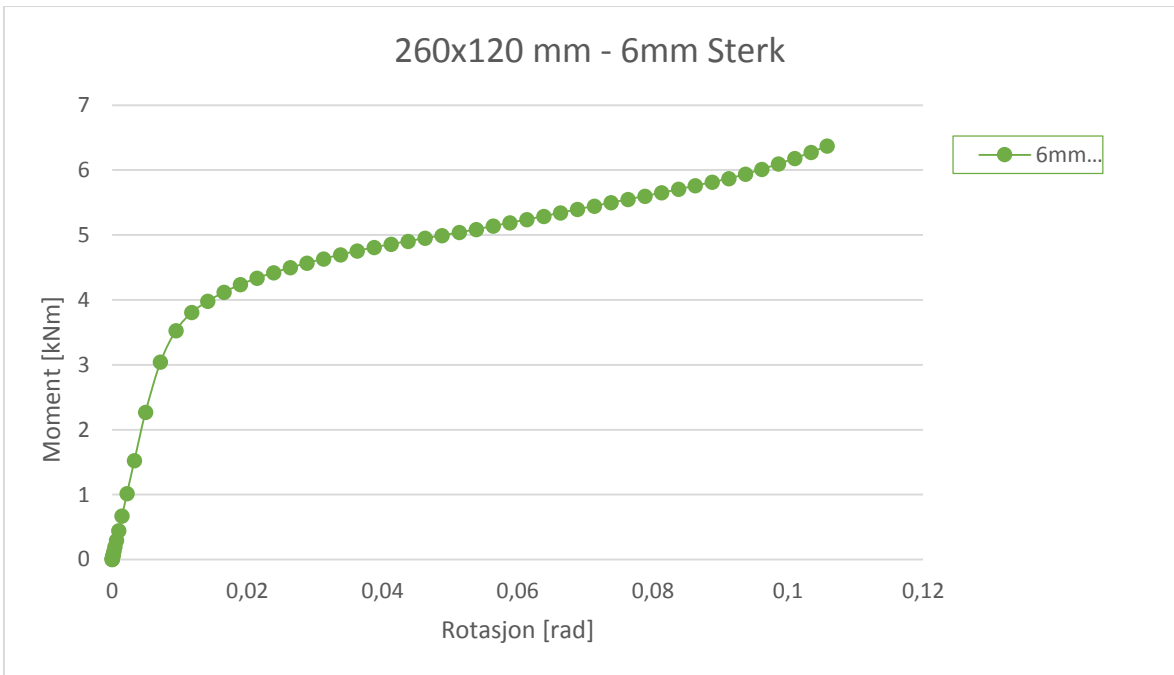
## D.4 Stivhetsrelelasjoner for platestørrelse 260x120mm



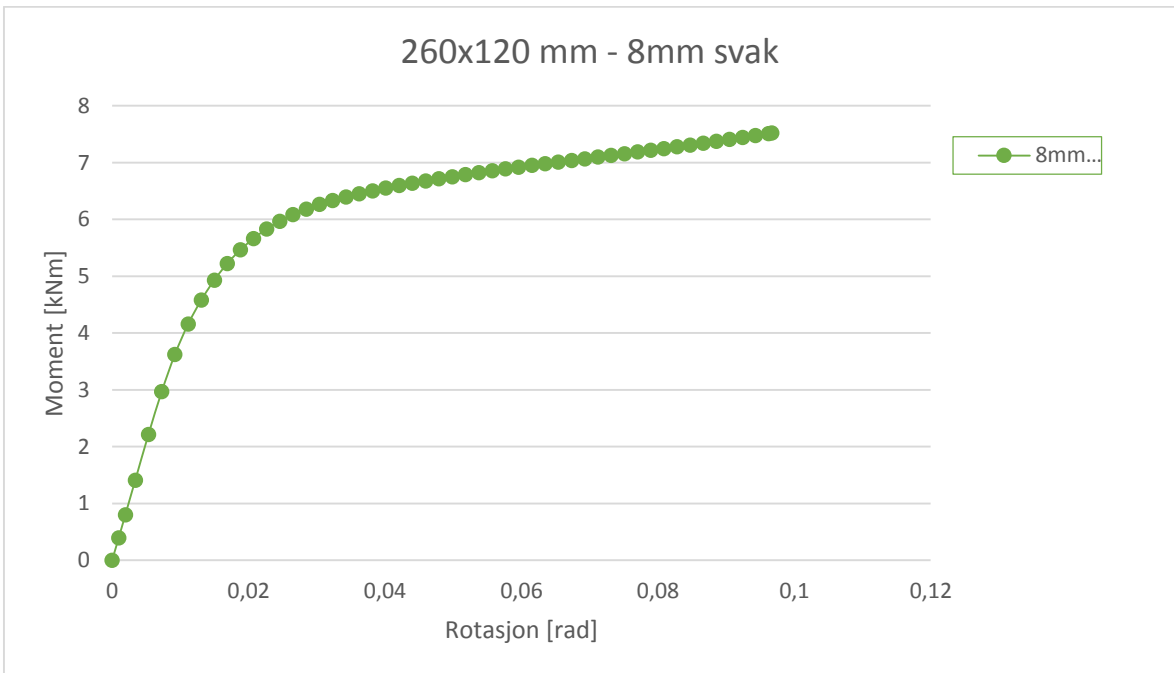
Figur D. 17 Plot av simuleringer 260x120mm



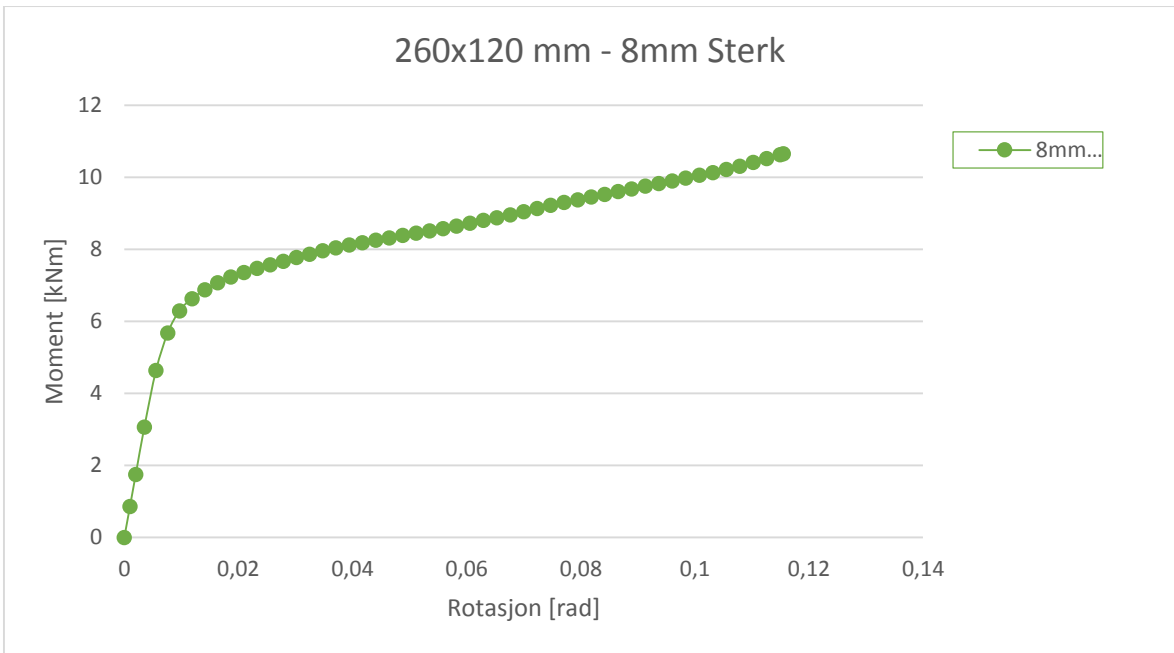
Figur D. 18 Plot av simuleringer 260x120mm



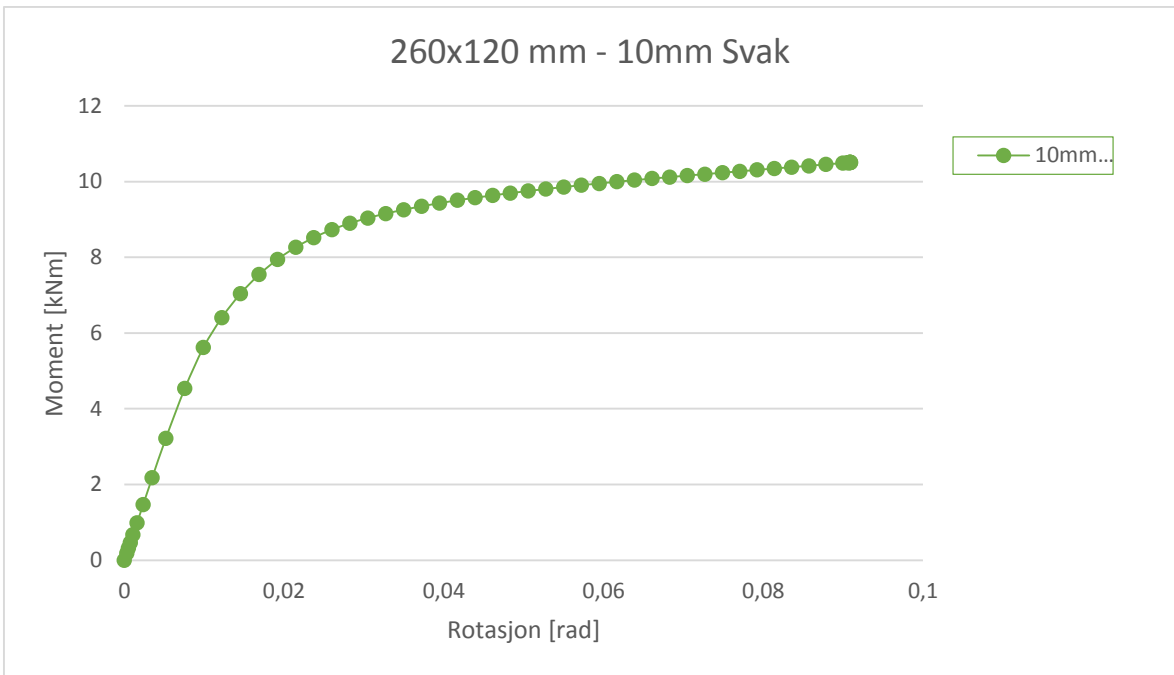
Figur D. 19 Plot av simuleringer 260x120mm



Figur D. 20 Plot av simuleringer 260x120mm

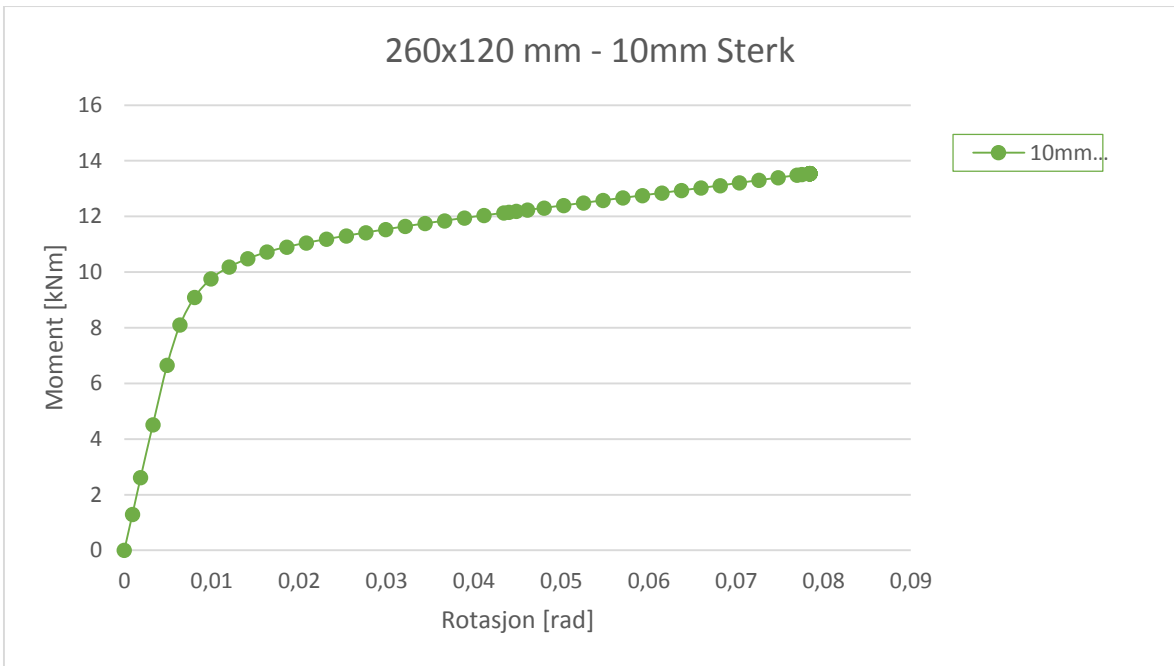


Figur D. 21 Plot av simuleringer 260x120mm



Figur D. 22 Plot av simuleringer 260x120mm





**Figur D. 23** Plot av simuleringer 260x120mm