

Kapasitetsanalyse av limtrebjelker med store utsparinger

Analytisk og numerisk analyse

Lars Martin Hovden
Erlend Orrestad Nilsen

Bygg- og miljøteknikk (2-årig)
Innlevert: juni 2015
Hovedveileder: Kjell A Malo, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk



MASTEROPPGAVE 2015

FAGOMRÅDE: Trekonstruksjoner	DATO: 10.06.2015	ANTALL SIDER: 149
------------------------------	------------------	-------------------

TITTEL:

Kapasitetsanalyse av limtrebjelker med store utsparinger

Analysis of the load-bearing capacity in gluelam beams with large holes

UTFØRT AV:

Lars Martin Hovden

Erlend Orrestad Nilsen



SAMMENDRAG:

Denne oppgaven er en del av et større prosjekt for å samle informasjon om oppførselen til limtrebjelker med store utsparinger, i størrelsesorden 50-60% av bjelkehøyden. Informasjonen skal bidra til å legge et bedre grunnlag, for utarbeiding av et forslag, til en standardisert beregningsmetode for kapasitet.

Opgaven er tredelt:

Den første delen av oppgaven er fokusert på å samle informasjon fra tidligere utført arbeid for K-bjelken. Data fra tidligere forsøk ved NTNU omfatter bjelker med utsparinger plassert i skjær- og moment-dominert sone, hvor hull diameter har variert mellom 150mm, 160mm og 170mm. Samtidig har alle testseriene for 160mm og 170mm blitt testet med forsterkning i form av skurer, plassert med forskjellige vinkler i forhold til fiberretningen og avstander fra hullkanten. En større utsparring vil føre til større tap av kapasitet, samtidig som en utsparring plassert i moment-dominert sone gjør bjelken svakere enn en tilsvarende utsparring i skjær-dominert sone. Ved pålastning vil sprekker, i øvre høyre og nedre venstre del av utsparring oppstå, og utvikle seg som følge av strekkspenninger vinkelrett på fiberretningen. For bjelker med utsparring uten forsterkning, fikk sprekken vokse fritt, til bjelken mistet all motsatand på grunn av for store deformasjoner eller ved strekkbrudd i underkant av bjelken. Ved bruk av forsterkninger steg kapasiteten betraktelig, og det ble gjentatte ganger observert kollaps grunnet strekkbrudd i underkant av bjelken, uavhengig av plassering til utsparring. De viktigste forsøksdataene angående bruddformer, bøyepenninger, stivheter og bruddlaster vil bli presentert og sammenlignet.

I del to av oppgaven er det utført analytiske kapasitetsberegninger for bjelkene fra forsøkene. Bjelker uten utsparing er beregnet ved hjelp av vanlig bjelkemekanikk, etter regler i Eurokode 5. Bjelker med utsparing i skjær- eller momentdominert sone, både med og uten skruearming, er beregnet med utgangspunkt i standardforslaget CEN/TC 250/SC 5: N300. Beregnede pålastningskapasiteter er sammenlignet med både midlere- og karakteristiske verdier av tilhørende testserier. Forholdet mellom testserienes middelveidier, og de tilhørende beregnede kapasitetene, er også sammenlignet med hverandre. Ved å benytte forholdstallet for bjelker uten utsparing som sammenligningsgrunnlag, er det vurdert om metodene for kapasitetsberegning av bjelker med utsparing i CEN, har lignende sikkerhetsmargin som de standardiserte metodene for bjelker uten utsparing i Eurokode 5. Dette gav gode resultater for alle beregninger, utenom de for bjelker med skrueforsterket utsparing i momentsonen. For dette tilfellet presenteres det er forslag til alternativ beregningsmetode, basert på informasjon fra forsøkene. Denne metoden gav forholdstall innenfor samme området som grunnlaget fra Eurokode 5.

I den siste delen av oppgaven er det elementmetodebaserte programmet Abaqus (versjon 6.14) benyttet til å utføre numeriske simuleringer av de forskjellige bjelkene i 3D, med den hensikt å utvikle en modell for ekstrapolering av gjeldende forsøksdata. Endringer i spenningsbildet ved forskjellige hullsituasjoner, samt hvor store opptrende laster som fører til brudd er undersøkt. Det er først modellert en hel bjelke, hvor resultatene samsvarer godt overens med data fra forsøksserien. Differansen i bruddlast på kun 2,13%. Deretter er det foretatt en spenningsanalyse for å bestemme økningen av strekkspenninger vinkel rett på fiberretningen ved hullkanten, for økende dimensjoner.

Hoveddelen av simuleringsprosessen dreier seg om å modellere sprekkutvikling i modellene ved bruk av funksjonen for XFEM i Abaqus. Ved å utvide restriksjonene for tillatt sprekkdannelse i programmet, utvikler sprekkene seg som følge av spenninger vinkelrett på fiberretning, med samme mønstre som i forsøkene. Det er oppnådd gode resultat for modellene med utsparing i skjær-dominert sone, hvor største differansen mellom bruddlaster for modellene, kun er på 4,55%. Mens resultatene fremstår som noe mer uklare for modellene med utsparing i moment-dominert sone.

FAGLÆRER: Kjell Arne Malo

VEILEDER: Kjell Arne Malo

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk, NTNU

Forord

Masteroppgaven er i sin helhet et felles arbeid utført av Lars Martin Hovden og Erlend Orrestad Nilsen. Med denne oppgaven avslutter vi vårt studie ved NTNU, innenfor konstruksjonsteknikk. Selv om deler av oppgaven har bydd på frustrerende problemer, har utviklingen av masteroppgaven vært en positiv, spennende og lærerik prosess.

Vi vil rette en stor takk til Kjell Arne Malo som har tildelt oss oppgaven, samt stilt med god hjelp og veiledning gjennom et flott samarbeid.

Trondheim, 10. Juni 2015

Lars Martin Hovden

Erlend Orrestad Nilsen

Innholdsfortegnelse

Sammendrag	i
Forord	iii
1 Innledning	1
2 Teori om bjelker med utsparing	3
2.1 Tre som byggemateriale	3
2.2 K-bjelken	4
2.3 Teoretiske beregningsmetoder for styrkeanalyse	4
2.3.1 Konvensjonell spenningsanalyse	5
2.3.2 Lineær elastisk bruddmekanikk	5
2.4 Bakgrunn for analytiske beregningsregler	7
2.4.1 Spenninger på tvers av fiberretningen	7
2.4.2 Bjelker uten forsterkning	8
2.4.3 Bjelker med forsterkning	11
3 Extended Finite Element Method i Abaqus	15
3.1 Berikelse av elementer	16
3.2 XFEM i Abaqus	20
3.3 Sprekkinitering og sprekkutvikling	21
3.4 Løsningsmetode basert på Newtons metode	22
3.5 Konvergens ved bruk av XFEM	23
3.6 Begrensninger ved bruk av XFEM	25
4 Sammenfatning av tidligere forsøk	27

4.1	Testoppsett	28
4.2	Atis Degro - "The strength of glulam beams with round holes" [8]	30
4.3	Pål Østen Solberg - "Selvborende skruer som forsterkning i utsparte limtrebjelker" [17]	33
4.4	Kasper Steen - "Tøyningendringer rundt utsparinger i limtrebjelker forsterket med selvborende skruer" [21]	38
4.5	Observasjoner fra utførte forsøk	41
4.6	Oppsummering av resultater	45
5	Analytiske beregninger	47
5.1	Beregning av karakteristiske bruddverdier	48
5.1.1	Bjelke uten utsparing	49
5.1.2	Bjelker med utsparing i skjær-dominert sone	50
5.1.3	Bjelker med utsparing i moment-dominert sone	55
5.2	Kapasitetsberegning av bjelke uten utsparing	60
5.3	Kapasitetsberegning av bjelke med utsparing i skjær-dominert sone	61
5.3.1	Utsparing uten armering	61
5.3.2	Skrueforsterket utsparing	66
5.3.3	Oppsummering og diskusjon av resultater	68
5.4	Kapasitetsberegning av bjelke med utsparing i moment-dominert sone	71
5.4.1	Utsparing uten armering	72
5.4.2	Skrueforsterket utsparing	76
5.4.3	Oppsummering og diskusjon av resultater	76
5.4.4	Forslag til alternativ beregningsmetode for bjelker med skruerforsterket utsparing i moment-dominert sone	80
6	Modellering og resultater fra numeriske simuleringer av bjelker	87
6.1	Modellering av en fullstendig bjelke uten hull	88
6.1.1	Implementering og valg av input-parametre i Abaqus	88
6.1.2	Resultat og diskusjon	91
6.2	Modellering av bjelker med utsparing	92
6.2.1	Implementering og valg av input-parametre i Abaqus	92
6.2.2	Resultater	94

6.2.3	Oppsummering og diskusjon av resultater	98
6.3	Modellering av bjelker med utsparinger og sprekkutvikling	99
6.3.1	Forskjell med og uten innstillinger for forbedring av konvergens . . .	99
6.3.2	Implementering og valg av input-parametre i Abaqus	101
6.3.3	Resultater	107
6.3.4	Oppsummering og diskusjon av resultater	115
7	Konklusjoner	119
8	Videre arbeid	123
	Referanseliste	125
	Vedlegg A	127
	CEN/TC 250/SC 5 - Timber Structures EN 1995-1-1	127
	Vedlegg B	133
	Beregninger av bjekens kapasitet på bakgrunn av reduserte tverrsnitt	133
	Vedlegg C	137
	Guide for sprekkdannelse i 2D av Mathew Pais [15]	137
	Vedlegg D	141
	Spennings- og tøyningkriterier ved brudd	141

1 Innledning

Etasjeskillere i tre med sirkulære utsparinger er høyaktuelle i moderne byggeprosjekter, grunnet nye og strengere krav til tekniske installasjoner. Spesielt gjør kravet om ventilasjonsanlegg i bolighus fra TEK10, at man oftere behøver utsparinger i bjelker der det før ikke var nødvendig. Dette har tvunget byggenæringen til å tenke nytt, da man enten må øke bjelkedimensjoner, eller benytte himling for å kunne romme rør på opptil 170 mm. Et alternativ for å oppnå nødvendig høyde er å benytte bjelker av limtre.

Nåværende metoder for dimensjonering av limtre med utsparinger er svært forenklet, og gir høyere tversnitt enn det som er ønskelig ved behov for store hull. Det finnes ingen godkjente beregningsregler i Eurokoden, og det er heller ingen standardiserte metoder for å kontrollere limtre med skrueforsterkninger rundt utsparinger.

Målet med oppgaven er å sammenfatte data fra foregående forsøk, gjennomføre analytiske beregninger for bjelker tilsvarende de som er brukt i forsøkene, og utvikle numeriske modeller av bjelkene. Data fra tidligere forsøk omfatter bjelker med utsparing plassert i skjær- og moment-dominert sone hvor, hull diameter har variert mellom 150mm, 160mm og 170mm.

Utgangspunktet for de analytiske beregningene er et forslag til beregningsmetode for bjelker med små utsparinger, i forhold til bjelkehøyden. Det vil bli sett på muligheten for å benytte en eller flere av disse metodene, til kapasitetsberegning av bjelker med store utsparinger, ut fra hva vi vet om bjelkenes faktiske egenskaper fra forsøks-seriene.

De numeriske modellene vil bli laget i 3D, ved hjelp av det elementmetode-baserte programmet Abaqus. Utvikling av sprekker vil bli forsøkt modellert ved hjelp av to forskjellige metoder, kohesive elementer og overflater, og sprekkutviklingsfunksjonen XFEM. Den som viser seg å fungerer best vil bli benyttet. Resultatene fra simuleringene av modellene vil deretter sammenlignes med test-seriene fra forsøkene.

2 Teori om bjelker med utsparing

2.1 Tre som byggemateriale

Tre har en lang historie som byggemateriale i Norge, og et stadig økende fokus på miljø gjør det vel så relevant i fremtiden. Nettopp det at tre er et miljøvennlig alternativ gjør det attraktivt å benytte til alt fra tradisjonell husbygging til store, avanserte konstruksjoner. Det er et svært anvendelig materiale, både konstruksjonsmessig og arkitektonisk, men det byr på visse utfordringer knyttet til dets mekaniske egenskaper.

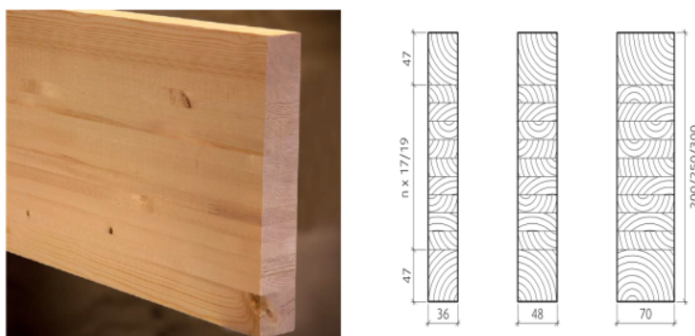
Treets mekaniske egenskaper varierer blant annet fra tresort til tresort, og ved forskjellige vekstforhold og densitet. De sorteres derfor ut fra foregående forhold slik at man med større sikkerhet kan anslå riktig materialkapasitet. Det er i tillegg usikkerheter grunnet kvister og andre materialdefekter som gjør forsøk nødvendig for å gi en god tilnærming til materialets faktiske kapasitet. I limtre vil også fingerskjøter være et svakt ledd.

Ved utsparinger i en limtrebjelke får man utfordringer vedrørende spenningskonsentrasjoner rundt utsparingen. I en hel bjelke vil bøyekapasiteten i hovedsak bestemmes av materialets' evne til å motstå strekk og trykk langs fiberretningen. Når det bores hull vil spenningene endres i nærheten av hullet, og det vil blant annet oppstå svært ugunstige strekkrefter på tvers av fiberretningen. Det er disse kreftene man vil øke kapasiteten for ved hjelp av forsterkning med skruer.

2.2 K-bjelken

I flere år har det blitt forsket på effekten av utsparinger i limtrebjelker, og hva slike spenningsforandringer gjør med bjelkens kapasitet. I denne oppgaven vil mye av grunnlaget komme fra tidligere utførte masteroppgaver for en limtrevariant kalt K-bjelke.

K-bjelken produseres av Kjeldstad Sagbruk og Høvleri AS fra Selbu, og er en rektangulær trebjelke av sammenlimte lameller i gran eller furu. Tverrsnittet består av 47 mm tykke ytterlameller og 17 mm eller 19 mm tykke midtlameller som vist i figur 2.1. Lamellene fingerskjøtes til ønsket bjelkelengde, noe som gjør det mulig å produsere lange, rette bjelker ved bruk av for eksempel kapp som ellers hadde blitt kastet. I tillegg gir det bjelker som er både sterkere og har større høyde enn ordinære trebjelker.



Figur 2.1: Bilde [11] og skisse. [6] av K-bjelke.

2.3 Teoretiske beregningsmetoder for styrkeanalyse

Tre er forholdsvis komplisert i forhold til andre materialer som for eksempel stål, noe som skyldes at tre er et anisotrop materiale med store kapasitetsforskjeller i de ulike påkjenningsretningene. Det finnes derfor flere forskjellige innfallsvinkler for styrke- og bruddanalyse, basert på forskjellige antagelser vedrørende materialets oppførsel og forskjellige bruddtyper. Man kan dele metodene inn i to modeller; deterministiske- og stokastiske metoder, se figur 2.2. De deterministiske er metoder hvor man forenklet ser

på tre som et homogent isotropt materiale, mens de stokastiske bruker sannsynlighetsbaserte metoder for å ta hensyn til materialets naturlige defekter.

	Deterministic (homogeneous)	Stochastic (heterogenous)
Brittle $G_f = 0$	Conventional stress analysis	Weibull weakest link theory
With fracture ductility $G_f \neq 0$	Linear elastic fracture mechanics Generalized linear elastic fracture mechanics Nonlinear fracture mechanics	Probabilistic fracture mechanics

Figur 2.2: *Materialmodeller*[7].

I denne oppgaven vil det i hovedsak benyttes lineær elastisk bruddmekanikk.

2.3.1 Konvensjonell spenningsanalyse

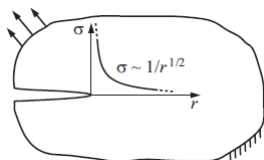
I tradisjonell spenningsbasert mekanikk ser man på et materiale som homogent og isotropt, med kjent kapasitet i alle punkter. Man benytter et spenningsbasert bruddkriterium som tar utgangspunkt i største opptredende spenninger. For styrkeanalyse av elementer med skjærspenninger og konsentrerte tøyninger normalt på fiberretningen, er denne metoden generelt sett lite anvendelig. Ved utvikling av sprekker i materialet er metoden bortimot ubrukelig, da spenningene som oppstår ved sprekketuppen teoretisk sett er uendelige.

2.3.2 Lineær elastisk bruddmekanikk

Lineær elastisk bruddmekanikk (LEFM) kan benyttes til analyse av sprekker og sprekkenes forplantning gjennom et materiale. Lineær elastisk bruddmekanikk er basert på en antagelse om ideell lineært elastisk materialoppførsel i et material med eksisterende sprekkdannelse. Teorien er godt egnet til å bestemme om en sprekk vil forplante seg eller ikke, men kan ikke brukes til å bestemme hvor sprekken vil oppstå. Man kan kun benytte seg av et spenningsbasert bruddkriterium dersom området

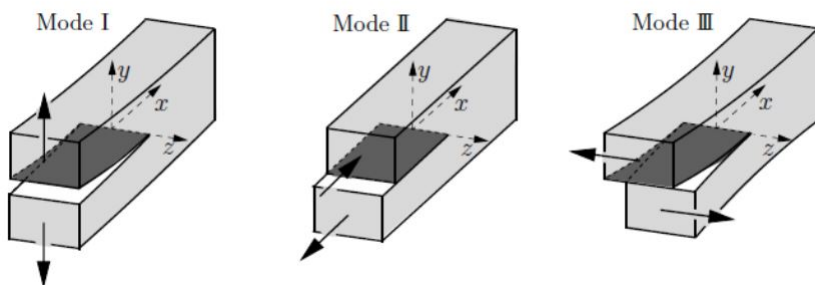
sprekken utvikler seg i, er lite sammenlignet med lengden av sprekken og avstanden til last og opplager. I følge Danielsson [7], vil dette området variere fra en til noen få centimeter i størrelse, for tremateriale.

Dette området er stort sett en til noen få centimeter for tre i følge Danielsson [7].



Figur 2.3: Lineær elastisk spenningsfordeling ved sprekketuppen [7].

Videre sprekkutviklingsanalyse kan gjøres på mange forskjellige måter, men det vanligste er å benytte spenningsintensitetsfaktoren (K) eller se på energibalanse. Disse metodene tar for en gitt bruddflate utgangspunkt i tre forskjellige bruddformer, henholdsvis Mode I, Mode II og Mode III. Disse beskriver henholdsvis brudd grunnet tøyning normalt på bruddflaten, skjærspenninger langs bruddflaten og skjærspenninger på tvers av bruddflaten. På en generell basis består et brudd av en blanding av disse tre, men for de fleste tilfeller er Mode I og II vanligst.



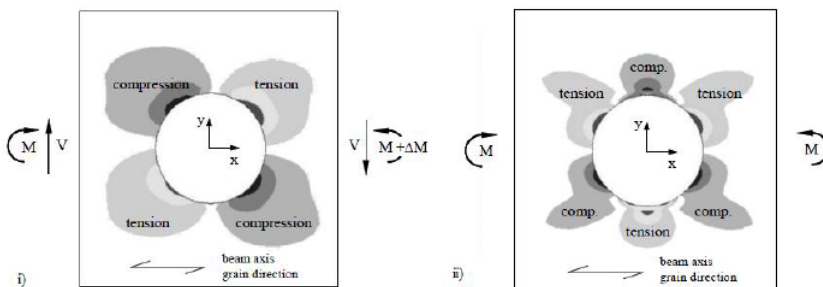
Figur 2.4: Bruddformer [10].

2.4 Bakgrunn for analytiske beregningsregler

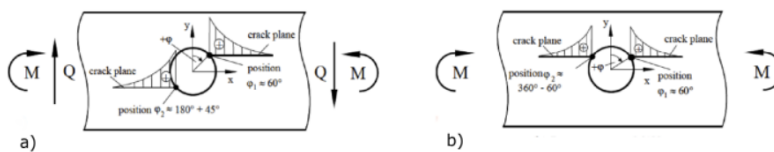
Det har, spesielt over de siste 15 årene, vært forsket mye på limtrebjelker med utsparringer, og hvordan man kan forsterke området rundt hullet på best mulig måte. En sammensetning av flere teoretiske og eksperimentelle undersøkelser har resultert i standardforslaget CEN/TC 250/SC 5: N300, og dette danner grunnlaget for de analytiske beregningene i denne oppgaven. De sidene i standardforslaget som er relevante for denne oppgaven finnes i Vedlegg A.

2.4.1 Spenninger på tvers av fiberretningen

Limtrebjelker med utsparringer vil oppleve endringer i skjær- og bøyeyespenninger, som resulterer i betydelige strekkspenninger på tvers av fiberretningen langs hullkanten, slik det fremgår av figur 2.5. Hvor strekkspenningene oppstår endrer seg noe med forholdet mellom moment- og skjærkrefter. De er altså avhengig av lasttilfellet og hullets plassering langs bjelken, som det fremgår av figur 2.6.



Figur 2.5: Spenningsfordeling rundt hull for en bjelke med $d/h=0,4$ [3].
a) $M/V = 1,5h$. b) $M/V = \infty$ (rent moment).



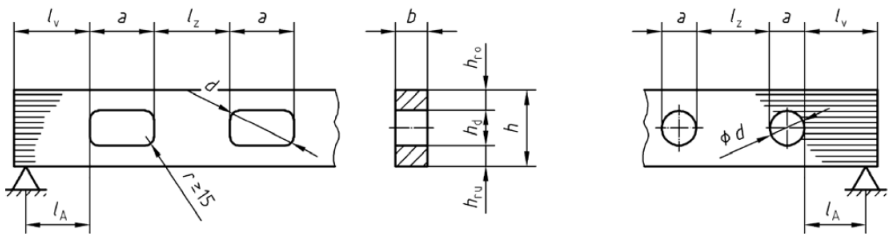
Figur 2.6: Skisse av strekkspenningsfordeling på tvers av fiber fra punktene med høyest spenninger langs hullkant[3]. a) Lavt M/V forhold. b) $M/V = \infty$ (rent moment).

I bjelker med store hull vil strekkspenningene ved hullkanten overskride treets strekkkapasitet på tvers av fiber og føre til at sprekker kan oppstå langs hullkanten, som igjen gir redusert kapasitet. Normalt er bøyespennning den dimensjonerende faktoren i en limtrebjelke, men med store utsparinger er tverrestrekk den største utfordringen.

2.4.2 Bjelker uten forsterkning

For en bjelke uten forsterkning velges det i standardforslaget å benytte en materialstyrkeanalytisk tilnærming. Metoden i forslaget er begrenset av følgende hullstørrelseskrav:

$l_v \geq h$	$l_z \geq 1.5 h$, not less than 300 mm	$l_A \geq h/2$	$h_{ro(ru)} \geq 0,35 \cdot h$	$a \leq 0,4 h$	$h_d \leq 0,15 \cdot h$
--------------	---	----------------	--------------------------------	----------------	-------------------------



Figur 2.7: Bjelker med uforsterkede hull (mm).

Deretter må følgende ligning oppfylles:

$$\frac{F_{t,90,d}}{0,5 \cdot l_{t,90} \cdot b \cdot k_{t,90} \cdot f_{t,90,d}} \leq 1 \quad (2.1)$$

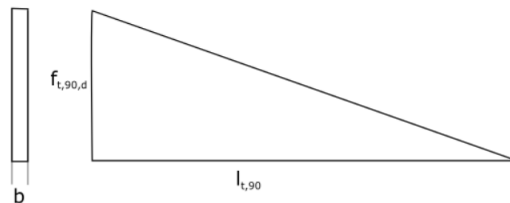
Ligning 2.1 gir at opptrepende tverrspenninger ikke må overskride tverrspennings-kapasiteten, som bestemmes ved hjelp av flere forskjellige faktorer. Disse beskriver tilsammen en tilnærming til faktisk kapasitet.

$$k_{t,90} = \min\{1; (450/h)^{0,5}\} \quad (2.2)$$

Ligning 2.2 tar hensyn til størrelses-effekt. I inhomogene materialer som tre vil sannsynligheten for at en svakhet (les: kvist, ujevnhet, fingerskjøt o.l.) er tilstede være større, jo større materialet er. Skulle bjelkehøyden overstige 450 millimeter vil kapasiteten reduseres.

$$l_{t,90} = 0,353 \cdot h_d + 0,5 \cdot h \quad (2.3)$$

Ligning 2.3 beskriver en spenningsfordelings-lengde. Bjelkens tverrspenningsskapasitet antas å ha en triangulær utbredning over denne lengden og uttrykkes, sammen med b , $0,5$ og $f_{t,90,d}$, "volumet" vist i figur 2.8. Dette beskriver kapasiteten til en bjelke med en gitt utsparing.



Figur 2.8: "Volumet" som beskriver tverrspenningsskapasiteten.

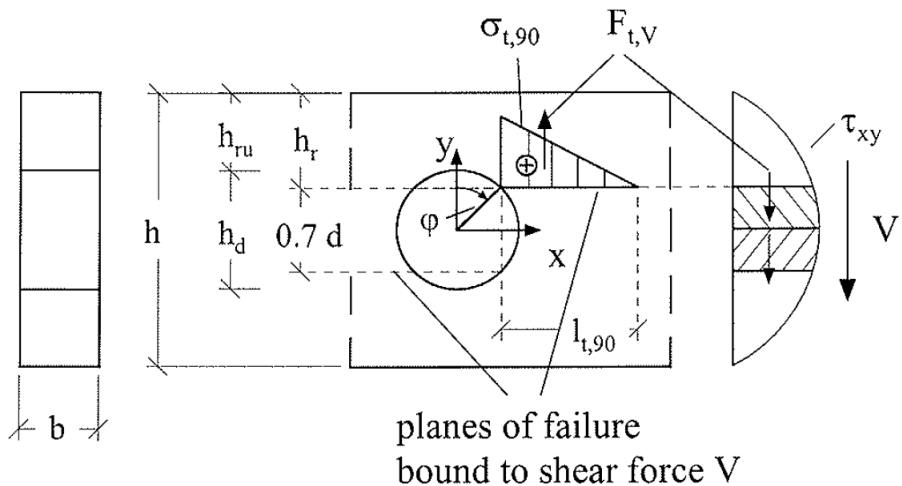
$$F_{t,90,d} = F_{t,V,d} + F_{t,M,d} \quad (2.4)$$

Ligning 2.4 beskriver opprettede spenninger på tvers av fiberretningen med hjelp av en skjær- og en momentdel.

$$F_{t,V,d} = \frac{V_d \cdot (0,7 \cdot h_d)}{4 \cdot h} \cdot \left[3 - \frac{(0,7 \cdot h_d)^2}{h^2} \right] \quad (2.5)$$

Skjærdelen av tverrstrekket beregnes utfra ligning 2.5. Denne er utledet fra ligning 2.6 som svært enkelt beskriver kraftlikevekten skissert i figur 2.9. I integralet settes vinkelen φ lik 45° uansett lastforhold, en antagelse som gir at de største spenningene alltid oppstår på samme sted langs hullkanten.

$$F_{t,V,d} = b \cdot \int_0^{0,5 \cdot d \cdot \cos \varphi} \tau_{xy} dy \quad (2.6)$$



Figur 2.9: Likevektsmodell av tverrstrekk fra skjærspenninger [2].

$$F_{t,M,d} = 0,008 \cdot \frac{M_d}{h_r} \quad (2.7)$$

Ligning 2.7 er et uttrykk for moment-delen av tverrstrekket, og er utledet semi-empirisk av Kolb og Epple [12]

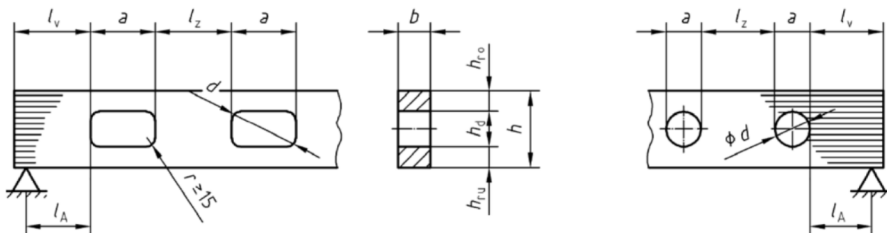
$$h_r = \min \{h_{ro} + 0,15 \cdot h_d; h_{ru} + 0,15 \cdot h_d\} \quad (2.8)$$

Ligning 2.8 beskriver tverrsnittshøyden fra antatt sprekkiniterings-punkt til overkant av bjelken (evt. underkant for sprekke nede til venstre), se figur 2.9

2.4.3 Bjelker med forsterkning

Det finnes flere måter å forsterke en utsparert bjelke på, hvor de vanligste er innlimte stålstenger, pålimte plater og selvborende skruer. Alternativet med selvborende skruer er uten tvil det enkleste og mest praktiske, og har derfor blitt benyttet i forsøkene utført ved NTNU av Degro [8], Solberg [17] og Steen [21]. Forsterkede bjelker må i følge standardforslaget overholde følgende krav:

$l_v \geq h$	$l_z \geq h$, not less than 300 mm ^c	$l_A \geq h/2$	$h_{ro(ru)} \geq 0,25 \cdot h$	$a \leq h$ $a/h_d \leq 2,5$	$h_d \leq 0,3 \cdot h^a$ $h_d \leq 0,4 \cdot h^b$
^a for internal reinforcement ^b for external reinforcement ^c for l_z see Figure 6.12					



Figur 2.10: Bjelker med forsterkede hull (mm).

Skrueforsterkede bjelker krever kapasitetskontroll av skruene og deres interaksjon med bjelkens materiale.

$$F_{t,90,d} \leq R_{ax,d} \quad (2.9)$$

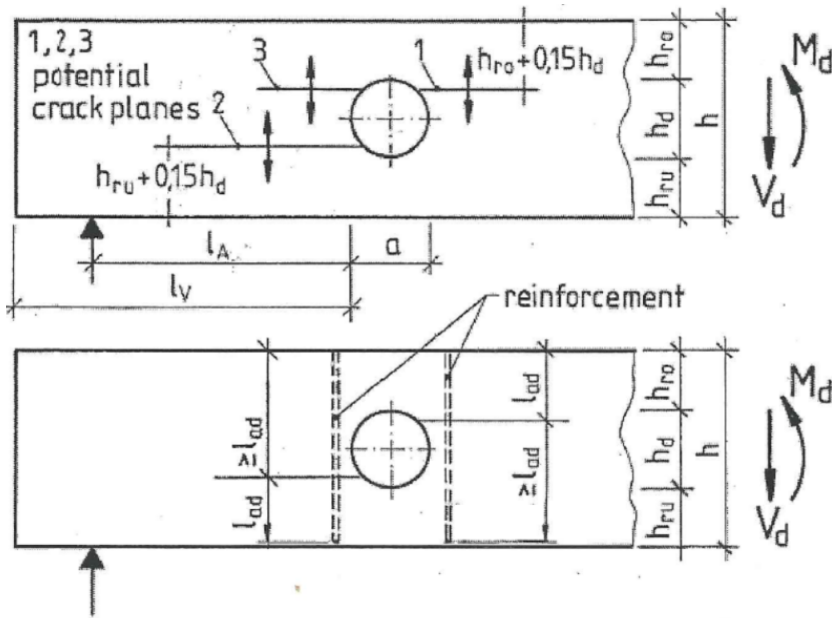
Kontroll av skruens strekkapasitet er ganske innlysende, og det nevnes ikke spesifikt i standardforslaget. Denne kontrollen er utført på følgende måte:

$$R_{t,u,k} = f_{yk} \cdot \frac{d_{indre}^2 \cdot \pi}{4} \quad (2.10)$$

Utrivning av skruen kontrolleres opp mot tverrstrekkraften fra beregningene for bjelke uten forsterkning. Her har standardforslaget kun gitt beregningsmetode for kontroll av innlimte stålstenger, så i denne oppgaven benyttes en metode utarbeidet av S. Aicher og L. Höfflin [4].

$$R_{ax,k} = \min \{ f_{1,k} \cdot l_{ad} \cdot d_r ; R_{t,u,k} \} \quad (2.11)$$

Ligning 2.11 angir at minste verdi av utrivning og strekkapasitet er dimensjonerende. Utrivningsdelen består av en uttrekkingsparameter, en densitet, en forankringslengde og en ytre skruediameter. Benyttet forankringslengde er beskrevet i figur 2.11 og beregnes som h_r i ligning 2.8. Minimum skruelengde og maks skruediameter defineres også i standardforslaget som henholdsvis $2 \cdot l$ og $20mm$.

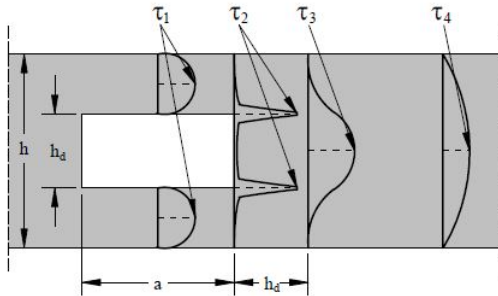


Figur 2.11: Potensielle sprekkplan og tilhørende forankringslengder [4].

$f_{1,k}$ er en karakteristisk uttrekksparameter som består av en uttrekksfaktor og materialets densitet, som vist i ligning 2.12, og er utledet av S. Aicher og L. Höfflin[4].

$$f_{1,k} = 80 \cdot 10^{-6} \cdot \rho_k^2 \quad (2.12)$$

På grunn av hullet vil skjærspenningsfordelingen i området rundt utsparingen avvike markant fra ordinær bjelketeori. Figur 2.12 viser en typisk spenningsfordeling i en bjelke med rektangulær utsparing. I følge Blass og Bejtka [5] oppstår de største spenningene nært hullhjørnene, og spenningene i figuren innehar generelt sett følgende størrelsesforhold: $\tau_2 > \tau_3 > \tau_1 > \tau_4$.



Figur 2.12: Skjærspenningsfordeling i en bjelke med utsparing [5].

Blass og Bejtka [5] skriver videre at for å estimere maksimale skjærspenninger rundt en utsparing har de utført omkring 2000 FE-simuleringer med forskjellige geometrier. Dette resulterte i en empirisk ligning, som igjen gir følgende tilnærming til maksimal skjærspenning for en bjelke med hull innenfor begrensningene satt i figur 2.10. Følgende ligninger er utledet av Blass og Bejtk [5] og gjengitt i standardforslaget:

$$\tau_{max} = \kappa_{max} \cdot \frac{1,5 \cdot V_d}{b \cdot (h - h_d)} \quad (2.13)$$

$$\kappa_{max} = 1,84 \cdot \left[1 + \frac{a}{h} \right] \cdot \left(\frac{h_d}{h} \right)^{0,2} \quad (2.14)$$

3 Extended Finite Element Method i Abaqus

XFEM-metoden ble først introdusert av Belytsckho og Black [10] i 1999. Den bygger på den klassiske metoden for FEM, ved å berike områder av elementer med differensiallikninger bestående av diskontinuerlige funksjoner. Dette gir Abaqus (versjon 6.14) muligheten for å analysere problem med diskontinuiteter som sprekkevekst, hvor programmet selv tar hensyn til initieringen og utviklingen av en eller flere sprekker.

Ved å bruke en generalisert metodikk som representerer diskontinuiteter innenfor et valgt domene uavhengig av mesh, tok XFEM et stort skritt fremover for modellering av sprekkeutvikling. Dette linderer mye av byrden knyttet til remeshing i analysen, da det bestemte meshet ikke er ment å tilpasse seg geometrien til sprekken. Samtidig slipper man å angi en bestemt bane for hvor sprekken skal utvikle seg, som gjør sprekkeutviklingsprosessen fullstendig løsningsavhengig og lite avhengig av hvordan meshet er generert. Dette vil være tidsbesparende både arbeidsmessig og beregningsmessig. Dessuten har elementmetoden vist seg å være godt egnet for tredimensjonal sprekkemodellering.

For å kunne bruke XFEM i Abaqus må man angi kriterier for initiering og utvikling av sprekker i materialmodulen, som skal korrespondere med valg av sprekkesoner i interaksjonsmodulen.

Store deler av følgende utredning for bruk av XFEM er hentet fra hjelpefunksjonen "Search and Browse Guides" i Abaqus, som tar deg videre til Simulia [16] sin brukermanual på nettet.

3.1 Berikelse av elementer

Berikelsesfunksjoner i XFEM gjør det mulig å analysere sprekkvekst langs en tilfeldig, løsningsavhengig retning, ved å splitte elementer innenfor sine egne elementgrenser hvor spenningene overgår bestemte verdier. Ved bruk av XFEM blir det lagt til to ledd i ligningen for å forskyvningsvektorer i den klassiske elementmetoden. De to nye leddene er belyst av Moës o.a. [14] og består av diskontinuitetsfunksjoner og asymptotiske spenningsfunksjoner hvor begge inneholder ekstra frihetsgrader relatert til de nye funksjonene, kalt fantomnoder. Disse fantomnodene kommer i tillegg til de ordinære frihetsgradene og har samme funksjonalitet ved å supplere resultatet med forskyvningsvektorer for å finne en løsning for et problem.

$$\mathbf{u}^h = \sum_{i \in I} \mathbf{u}_i \phi_i + \sum_{j \in J} \mathbf{b}_j \phi_j H(\mathbf{x}) + \sum_{k \in K} \phi_k \left(\sum_{l=1}^4 \mathbf{c}_k^l F_l(\mathbf{x}) \right)$$

Applies to all nodes in the model

Applies to nodes whose shape function support is cut by the crack tip

Applies to nodes whose shape function support is cut by the crack interior

The diagram shows a grid with a crack. A red line represents the crack, starting from the left and ending at a tip on the right. A yellow oval highlights a region where the crack passes through the interior of an element. A red oval highlights a region where the crack tip is located. Arrows point from these regions to the corresponding terms in the equation above: the first term (blue oval) for all nodes, the second term (yellow oval) for nodes whose support is cut by the crack interior, and the third term (red oval) for nodes whose support is cut by the crack tip.

Figur 3.1: Hvilke faktorer de tre leddene i berikelsesfunksjonen tar hensyn til [9].

$$\mathbf{u}^h = \sum_{i \in I} \mathbf{u}_i \phi_i + \sum_{j \in J} \mathbf{b}_j \phi_j H(\mathbf{x}) + \sum_{k \in K} \phi_k \left(\sum_{l=1}^4 \mathbf{c}_k^l F_l(\mathbf{x}) \right)$$

Displacement vector

Shape functions

Heavyside function

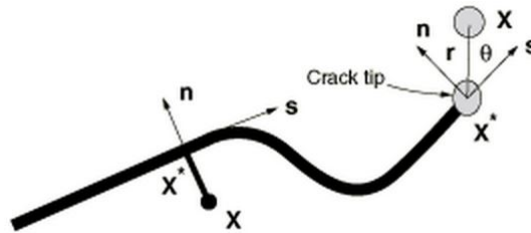
Asymptotic crack-tip funcions

Nodal displacement vectors

Nodal enriched degree of freedom vector

Nodal enriched degree of freedom vector

Figur 3.2: Beskrivelse av de forskjellige parametrene som inngår i berikelsesfunksjonen.



Figur 3.3: Normale og tangentielle koordinater for en sprekk [16].

- Heavyside-funksjonen blir anvendt i berikede elementer helt kuttet av sprekken hvor splitting av et element forårsaker et hopp i forskyvningsfeltet. Ved å ta verdien 1 eller -1, avhengig av hvor gjeldende node er plassert i forhold til det lokale koordinatsystemet i sprekkgruppen ($H = 1$ for noder over sprekkgruppen og $H = -1$ for noder under sprekkgruppen), tilbyr heavyside-funksjonen et enkelt verktøy for å modellere splitting av elementer.

$$H(x) = \begin{cases} 1 & (x-x^*) \times n > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

Hvor x er et Gauss punkt, x^* er punktet på sprekken nærmest x og n er lengden på normalen ut fra sprekken ved x^* .

- Hvor elementene ikke er fullstendig splittet kan ikke heavyside-funksjonen brukes til å approksimere forskyvingsfeltet over hele elementdomenet da sprekketuppen befinner seg i selve elementet. Dette vil sprekketuppfunksjonene ta hensyn for og er som følger:

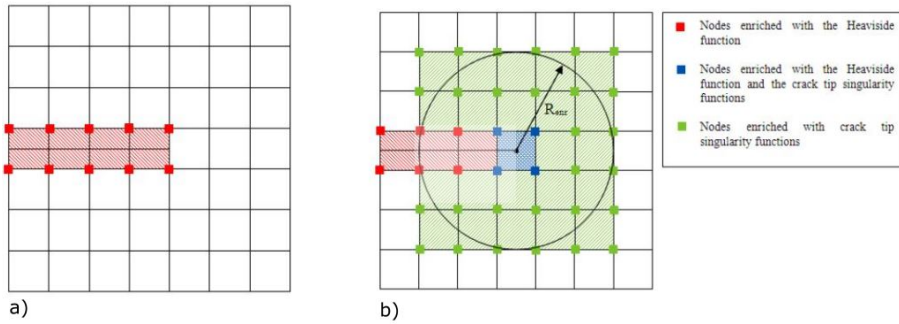
$$F(x) = F(r, \theta) = [\sqrt{r} \sin(\theta/2), \sqrt{r} \cos(\theta/2), \sqrt{r} \sin(\theta/2) \sin(\theta), \sqrt{r} \cos(\theta/2) \cos(\theta)] \quad (3.2)$$

Hvor r og θ er polarkoordinater med origo i sprekketuppen, og $\theta = 0$ tilsvarer x-aksen i sprekketuppens lokale kartesiske koordinatsystem.

I korte trekk skiller Abaqus/Standard mellom to typer sprekker som kan oppstå i et domene beriket av elementer for sprekkutvikling: stasjonære sprekker og voksende sprekker. For stasjonære sprekker kan sprekketuppen være lokalisert på hvilken som helst plass innenfor elementet, men vil ikke kunne utvikle seg videre og man kan derfor kun utføre en statisk analyse. Voksende sprekker krever at programmet kutter hele elementer i to, og som en konsekvens av dette vil sprekketuppen hele tiden befinne seg ved en elementkant, og kan aldri stoppe midt inne i et element.

Hovedforskjellen mellom de nevnte tilfellene av stasjonære og utviklende sprekker er berikelsesfunksjonen som blir brukt. For utviklende sprekker vil Abaqus utelukke de asymptotiske sprekketuppfunksjonene og derfor vil det siste leddet i likningen (merket med rosa farge i figur 3.1) falle bort, da programmet til enhver tid vil vite hvor sprekketuppen befinner seg. Kun heavyside-funksjonene vil bli brukt og Abaqus slipper å ta hensyn til singularitet som oppstår ved sprekketuppen.

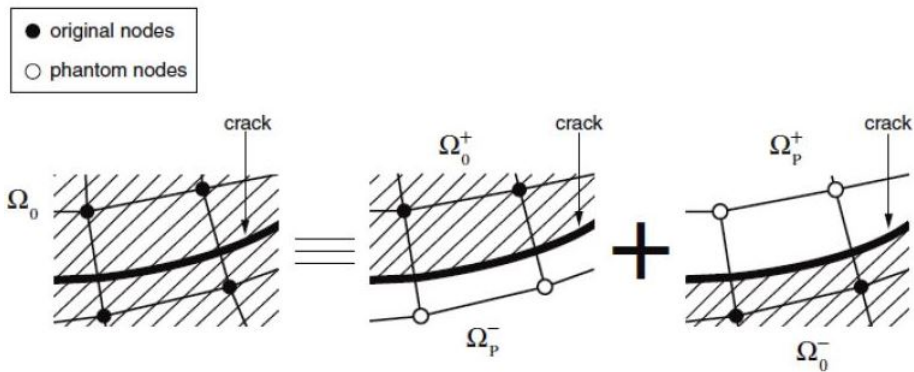
Ligningen for en stasjonær sprekk vil derimot inneholde både uttrykket for heavyside-funksjonen og de asymptotiske sprekkfunksjonene i berikelsesfunksjonen. De to tilfellene er vist i figur 3.4.



Figur 3.4: Berikelsesprosedyre i Abaqus/Standard [10]. a) Voksende sprekker.
b) Stasjonære sprekker.

3.2 XFEM i Abaqus

For at det skal være mulig å produsere voksende sprekker bruker Abaqus fantomnoder og metoden for kohesive segmenter med heft-separasjon oppførsel. Denne metoden gjør at elementer kan splittes i to på en hvilken som helst plass i modellen og skaper to uavhengige volum, bestående av ett eller flere elementer. Fantomnodene vil oppstå innenfor elementets grenser og er i utgangspunktet koblet til elementets ekte noder som befinner seg langs elementgrensene, ved hjelp av bindingslover. Etter hvert som sprekken utvikler seg og blir større i bredden vil fantomnodene rive seg løs fra sine respektive ekte noder på grunn av en overskridelse av bindingslovene som i utgangspunktet holdt de sammen. Dette fører til at elementet deler seg i to og fremstår som to element i stedet for ett i en kombinasjon av fantomnoder og ekte noder som det fremgår av figur 3.5. I det elementet har delt seg vil fantomnodene oppføre seg som ekte noder og man kan hente ut verdier for forskyvingsfeltet ved å bruke superposisjons-prinsippet for fantomnodene og de ekte nodene.

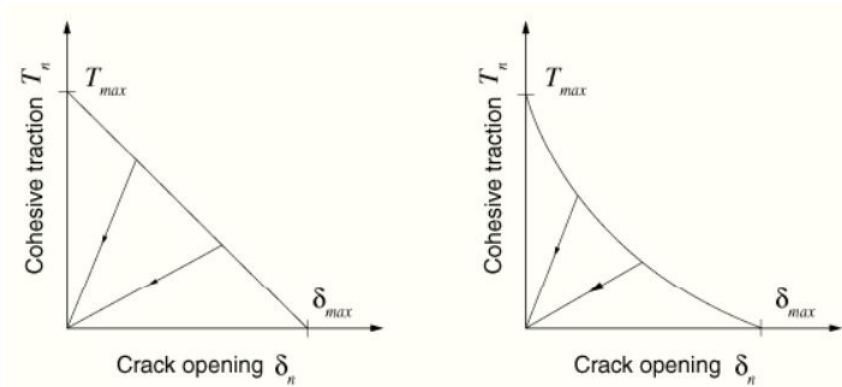


Figur 3.5: Modell av prinsippet om fantomnoder og splitting av element [9].

3.3 Sprekkinitiering og sprekkutvikling

For at selve sprekken skal kunne oppstå og i det hele tatt utvikle seg må man definere et initieringskriterium og et utviklingskriterium for skadetilførsel i materialmodulen i Abaqus. For initieringskriteriet har man muligheten å angi spenningsbaserte eller tøyingsbaserte alternativ som skal gjelde for enten en hovedretning eller for hver enkel akseretning i modellen. Utviklingskriteriet blir angitt som en underregenskap til valgt initieringskriterium og kan defineres som energi- eller forskyvingsbasert. I tillegg er man nødt til å angi om sprekken skal utvikle seg vinkelrett eller parallelt med x-aksen i programmet.

Når et bruddkriterium blir nådd for et element i modellen aktiveres utviklingskriteriet som er en traksjons-separasjonslov. I Abaqus er det to predefinerte traksjons-separasjonslover som er fremstilt på figur 3.6, en lineær og en ikke-lineær. Programmet regner lineært-elastic helt fram til utviklingskriteriet for brudd treer i kraft, som medfører at man kun kan benytte seg av lineære elementer i det området av modellen som inneholder berikelsesfunksjoner for sprekkutvikling.



Figur 3.6: Eksempler på lineær og ikke-lineær skadeutvikling (traction-separation response) hentet fra [13].

3.4 Løsningsmetode basert på Newtons metode

Hvor det er mulig bruker Abaqus en nøyaktig gjennomføring av full-Newton (Newtons metode) for å løse ikke-lineære problemer, i den forstand at Jacobian-matrisen for systemet defineres nøyaktig. Dette skjer når kvadratisk konvergens oppnås ved at anslaget for løsningen er innenfor rekkevidden for konvergens til algoritmen. Ved store deformasjoner blir det ofte problematisk og tidskrevende å bruke full-Newton og en god løsning er å bruke quasi-Newton som er en iterativ løsningsmetode hvor Jacobian-matrisen blir funnet ved en tilnærming.

Quasi-Newton metoden kan spare betydelige beregningskostnader ved å redusere antall ganger Jacobian matrisen blir faktorisert. Vanligvis er denne metoden mest vellykket når systemet er stort og trenger mange iterasjoner per inkrement eller når stivhetsmatrisen ikke endrer seg mye fra iterasjon til iterasjon. Dette vil ofte forekomme ved analyser som inneholder diskontinuiteter eller i forskyvingsanalyser med lokal plastisitet.

Quasi-Newton vil bli brukt i kombinasjon med line search metoden, for å forhindre divergens av likevektsiterasjoner som et resultat av unøyaktig produsert Jacobian, på grunn av tilnærmingen. Line search blir aktivert som standard innstilling når man velger å bruke quasi-Newton for gitte steg under løsningsmetoden i Abaqus. Man kan da justere innstillingene for line search i "customized general solution controls" under fanen for andre funksjoner i stegmodulen. Her kan man blant annet øke antall line search iterasjoner som tillates (N^{ls}) og stramme inn konvergenskriteriet (η_{ls}) for disse. På denne måten unngår Abaqus å måtte gjøre store antall likevektsiterasjoner for å oppdatere den globale stivhetsmatrisen når diskontinuitetene inntreffer og den totale beregningskostnaden vil derfor reduseres.

I det sprekken vokser vil elementene forandre form og bli splittet i to, som gir en drastisk endring i form og kan få analysen til å avbryte grunnet overdreven forvrenging som resulterer i divergens av løsningen.

3.5 Konvergens ved bruk av XFEM

For sprø materialer er responsen ved pålasting elastisk, nesten helt frem til brudd, som vil si at store deler av analysen kan gjøres med relativt store tidsskritt. Mens for den kritiske delen, hvor sprekken vokser, trenger man veldig små tidsskritt. I tillegg til lokale deformasjoner ved punktlast og opplegg, vil elementene forandre form og bli splittet i to når sprekken utvikler seg. Dette gir en drastisk endring i formen til elementene og kan få resultatet til å divergere og analysen vil avbrytes. For at analysen ikke skal avbrytes for tidlig, er følgende innstillinger viktig å ha kunnskaper om:

Inkrementstørrelse

Ved å velge et lavt tall for minimumsverdien til hvert tidsinkrement, tillates det en mer stabil løsningsmetode ved de ikke-linære delene av en analyse.

"Damage Stabilization"

I modulen for materialegenskaper er det mulig å angi en viskositetskoeffisient som brukes i den viskøse regulariseringsordningen for skademodellen til traksjons-separasjons lover. Dette er et mildere konvergenzkriterium som sørger for at analysen kan fortsette når et materiale svikter, selv om konvergens i henhold til vanlige kriterier ikke er oppnådd.

"Nlgeom"

I stegmodulen er det mulig å angi om Abaqus skal ta hensyn for ikke-lineære effekter fra store forskyvinger og deformasjoner i hvert trinn av analysen ved å aktivere "Nlgeom". Hvis forskyvinger er relativt små i løpet av et enkelt trinn kan effektene være små nok til å bli ignorert. Mens i tilfeller hvor belastningene på en modell resulterer i store forskyvinger, kan ikke-lineære geometriske effekter bli viktige. Siden funksjonen for "Nlgeom" er avslått som standard innstilling i Abaqus/Standard, kan

det gi store utslag resultatmessig å bruke denne funksjonen i analyser hvor det er vanskelig å oppnå konvergens.

"Cut-back" og antall tillatte forsøk per inkrement

I ekstreme ikke-lineære tilfeller kan det være nødvendig å justere på funksjonene under "customized general solution controls" for å oppnå bedre konvergens av løsningen. Under fanen for parametre angående tidsinkrement kan man blant annet velge å bruke funksjonen for diskontinuerlig analyse og samtidig å øke antall tillatte forsøk (I_A) per inkrement.

Ved å bruke diskontinuerlig analyse kan det bidra til å unngå for tidlig nedskjæringer av tidsintervallet ved at følgende blir endret:

- I_0 , antall likevektsiterasjoner (uten alvorlige diskontinuiteter) som skal kjøres i analysen, uavhengig av økning i to påfølgende iterasjoner, økes fra 4 til 8.
- I_R , antall påfølgende likevektsiterasjoner (uten alvorlige diskontinuiteter) som skal bli foretatt før logaritmisk konvergens-sjekk initieres, økes fra 8 til 10.

3.6 Begrensninger ved bruk av XFEM

Bruk av XFEM er fortsatt en relativ ny teknikk for å løse problemer med diskontinuiteter. Derfor er det fortsatt relevante begrensninger for bruk av XFEM i Abaqus, hvor de viktigste er:

- Kun generelle statiske og implisitt dynamiske analyser kan bli utført.
- Kun lineære kontinuerlige element kan bli brukt, med eller uten redusert integrasjon.
- Parallell prosessering av element er ikke tillatt.
- Kun single sprekker eller sprekker som ikke berører hverandre kan oppstå i sprekke-området.
- Ingen sprekke-forgrening.
- En sprekke kan ikke vende mer enn 90 grader innenfor et element. Dette er et problem som kan overkommes med tilstrekkelig fint mesh, men fører dermed til at sprekkeveksten blir mer meshavhengig.
- XFEM er ikke tilgjengelig i Abaqus/Explicit.

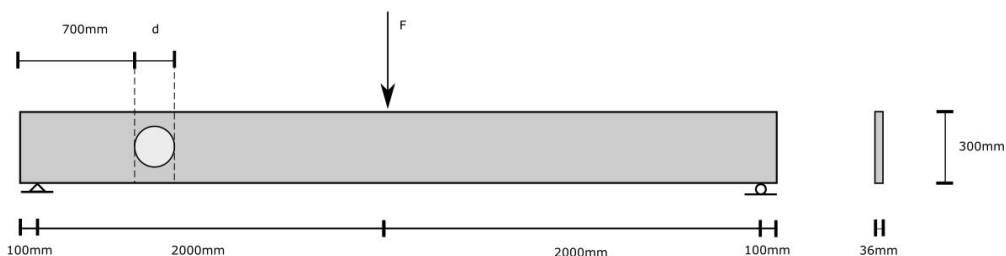
4 Sammenfatning av tidligere forsøk

Tidligere utførte masteroppgaver for K-bjelken vil bli gjennomgått og oppsummert for å få en samlet oversikt av eksisterende informasjon. Dette vil bli brukt som utgangspunkt og sammenligningsgrunnlag for denne oppgaven. Atis Degro [8], Pål Solberg [17] og Kasper Steen [21] har alle vurdert kapasiteten til K-bjelken i sine oppgaver, hvor målet har vært å få et større grunnlag for dimensjonering av limtrebjelker med store utsparinger, i størrelsesorden 50-60% av total bjelkehøyde.

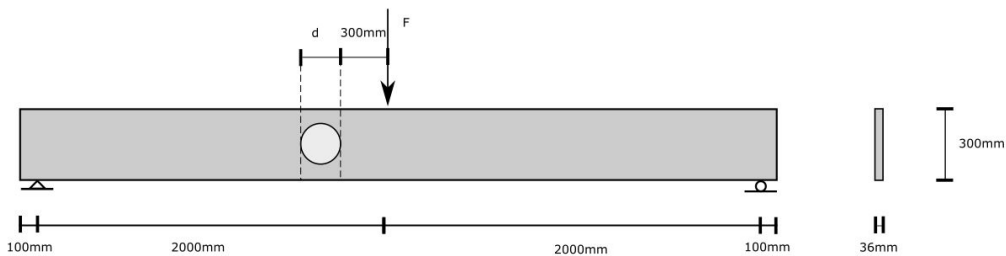
I dette kapitlet vil det bli fremlagt en sammenfatning av tidligere forsøk, oppnådde resultater og konklusjoner. Først vil resultater fra hver enkelt oppgave bli presentert. Deretter oppsummeres observasjoner fra forsøkene på tvers av oppgavene, og til slutt vil alle resultatene bli samlet i en grafisk fremstilling. Det presiseres at dette kapitlet kun er gjengiving av vurderinger, observasjoner, resultater og konklusjoner fra foregående oppgaver.

4.1 Testoppsett

Bjerkene som ble brukt i utførte forsøk var 4200mm lange, med et tverrsnitt på 36x300mm. I forsøkene har det blitt sett på to forskjellige plasseringer av utsparinger. En hvor hullet er plassert nær opplegg, som vil være skjær-dominert sone (BV) og en hvor hullet er plassert nært midtpunkt, som vil være moment-dominert sone (BM). Geometriske parametre fremgår i figur 4.2 og 4.1 nedenfor.



Figur 4.1: Hull i skjær-dominert sone, BV.



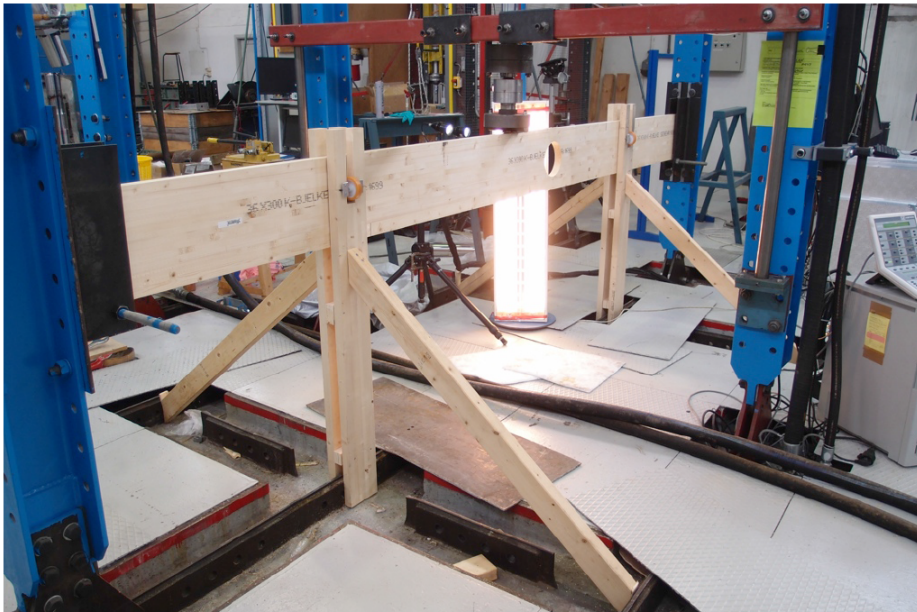
Figur 4.2: Hull i moment-dominert sone, BM.

Det ble først utført en testserie for en hel bjelke, uten utsparing, som et sammenligningsgrunnlag opp mot resultatene for bjelker med utsparing. Det har blitt benyttet utsparinger på både 150mm, 160mm og 170mm, hvor enkelte forsøks-serier har blitt gjentatt med forsterkninger i form av selvborende skruer. Disse har blitt plassert i forskjellige vinkler i forhold til fiberretning, samt forskjellig avstand fra utsparing.

Videre i oppgaven vil det bli brukt forkortelser for de ulike tilfellene, og de beskrives som følger:

- B - Hel bjelke (uten utsparing)
- BM - Bjelke med utsparing i moment-dominert sone.
- BV - Bjelke med utsparing i skjær-dominert sone.
- BVS - Bjelke med utsparing i skjær-dominert sone, forsterket med skruer i forskjellige vinkler.
- Eks - BVS,60-170: Bjelke med 170mm utsparing i skjær-dominert sone, forsterket med skruer plassert i en vinkel 60° i forhold til fiberretning.

Bjolkene har blitt avstivet mot vipping ved å sette opp støtter i midt-punktene mellom opplager og punktlast. Ved faktisk bruk i bygg vil det derimot være naturlig å anta at en slik type bjelke vil være betydelig bedre avstivet, og derfor ha noe større kapasitet. Med unntak av noen små forandringer angående avstiving har testtriggen vært tilnærmet lik i alle forsøkene som har blitt utført i de tre masteroppgavene. Dette er gunstig ettersom resultatene enkelt kan sammenlignes med hverandre på tvers av oppgavene.



Figur 4.3: Testoppsettet til Solberg [17].

4.2 Atis Degro - "The strength of glulam beams with round holes" [8]

Atis Degro utførte sin masteroppgave i 2010 og var den første som gjorde forsøk på K-bjelken ved NTNU. Han vurderte først kapasiteten analytisk ved å bruke Weibulls teori om svakeste ledd, for deretter å utføre eksperimentelle forsøk og sammenligne resultatene med hverandre. Her var det bruddlasten som ble registrert, hvor oppnådde resultater fra testene ble brukt til å finne midlere og karakteristisk bruddkapasitet.

Degro utførte 5 testserier på 11 forsøk, for hver enkelt modell av bjelken. I første testserie undersøkte han kapasiteten til en hel bjelke. Dette ble benyttet til sammenligning, og fungerte som et utgangspunkt for de andre testseriene. Deretter utførte han totalt 4 serier med tester. Han testet henholdsvis 150mm og 160mm utsparing i skjær-dominert og moment-dominert sone. Det er viktig å merke seg at alle Degros forsøk er utført på bjelker med uforsterket utsparing.

Vurderinger av kapasitetsreduksjon

Tabell 4.1 viser en oversikt over reduksjon av kapasitet, beskrevet med bøyespenninger i bjelkens midtpunkt, sammenlignet med en bjelke uten utsparing. Det er lett å merke seg at BV150 har en mye større reduksjon av kapasitet i forsøksresultatene enn forventet. Degro antydte at alle forsøkene i testserien oppnådde lave kapasiteter, noe som kan skyldes dårlig materialkvalitet eller produksjonsfeil, og valgte derfor ikke å trekke noen konklusjon for denne testserien. Resten av testresultatene samsvarer godt med analytiske beregninger, hvor den største reduksjonen av kapasitet forekommer for bjelker med utsparing i moment-dominert sone.

Tabell 4.1: *Kapasitetsreduksjon sammenlignet med bjelker uten utsparing, med hensyn til bøyespenninger i midten av bjelken [8].*

Beam series	Capacity decrease comparing to beams without holes			
	At analytically determined load	Mean value of test results	5% characteristic value	ABAQUS (at mean value of test results)
B	-			
BV-150	8.1%	24.0%	15.1%	18.7%
BV-160	12.8%	16.5%	-9.4%	10.8%
BM-150	27.9%	22.5%	12.4%	5.8%
BM-160	33.1%	29.3%	21.0%	13.7%

Den karakteristiske 5-prosent-fraktilen vil ikke være gyldig for å trekke noen konklusjon med tanke på reduksjon av kapasitet, i og med at testserien kun inneholder 11 forsøk. Det man eventuelt kan hente ut av informasjon er at spredningen av resultatene fra testseriene har mye å si for hvor stor den utregnete karakteristiske verdien blir. Som det fremgår av tabell 4.1 har testserien for BV-160 en lavere spredning av resultater enn testserien for en bjelke uten hull (B). Det er med på å bevise at trematerialet er uforutsigbart på grunn av sine imperfeksjoner. En eventuell karakteristisk verdi bør derfor bestemmes på bakgrunn av et stort antall forsøk. Samtidig er det forventet at man oppnår en lavere spredning av forsøksresultatene for bjelker med utsparing, da årsaken til brudd er gjennomgående mer lik fra bjelke til bjelke.

Resultatene fra modellering i Abaqus beskrives også i tabell 4.1. For de to modellene med utsparing i moment-dominert sone, oppstod maksimale bøyespenninger i området under utsparingen når lasten ble tilstrekkelig stor. Ettersom Degro sammenlignet kapasitetsreduksjon med tanke på bøyespenninger i midten av bjelken, var disse resultatene ugyldige i sammenligningen og ble derfor ikke inkludert ved drøfting av resultatet.

Vudering av analytiske beregninger

Degro sammenlignet de analytiske kalkulasjonene basert på Weibulls teori med forsøksresultatene og dette er fremstilt i tabell 4.2. For alle testseriene, med unntak av BV150, kan man se at beregningene var konservative. Nøyaktigheten ved bruk av Weibull teori avhenger forøvrig av forholdet mellom momentkraft og skjærkraft, altså av hullets plassering.

Tabell 4.2: Sammenligning av analytiske resultat og forsøk [8].

Beam series	Bending stresses in the middle of the span, σ , MPa		Test result difference comparing to Weibull calculation
	Weibull analytical calculation	Mean value of test results	
BV-150	36.1	32.08	11.16%
BV-160	34.3	35.24	-2.86%
BM-150	28.3	32.71	-15.45%
BM-160	26.3	29.85	-13.51%

Sammenligning av analytiske og numerisk modulerte resultater

Degro utførte også numeriske simuleringer for bjelkene ved å utarbeide 2D-modeller i Abaqus. Ut fra resultatene konkluderte han med at bjelker med utsparing i skjær-dominert sone går til brudd ved lavere strekkspenninger på tvers av fiberretning, enn ved utsparingen i moment-dominert sone. Dette viser at det er andre faktorer enn kun kapasitet mot strekkspenninger vinkelrett på fiberretning som påvirker bjelkenes kapasiteten.

Tabell 4.3: Sammenligning av analytiske og numeriske modulerte resultater [8].

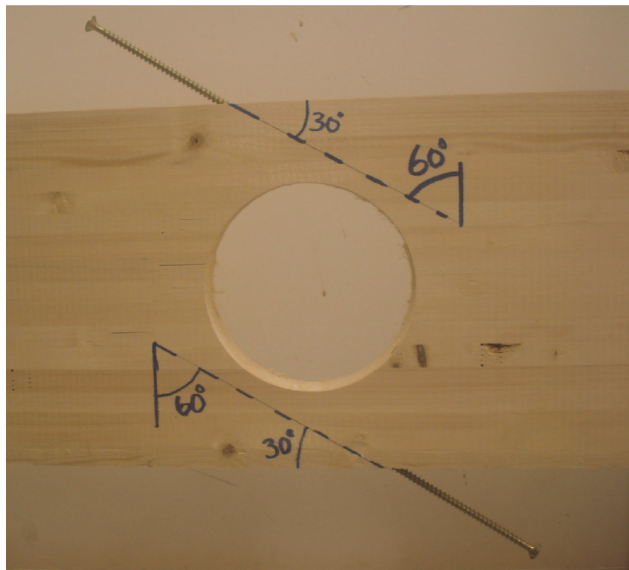
Beam series	Tension stresses perpendicular to grain that causes failure, MPa		ABAQUS result difference comparing to Weibull calculation
	Weibull analytical calculation	ABAQUS (at mean value of test results)	
BV-150	2.62	2.09	20.23%
BV-160	2.55	2.62	-2.75%
BM-150	2.62	2.91	-11.07%
BM-160	2.55	2.75	-7.84%

4.3 Pål Østen Solberg - "Selvborende skruer som forsterkning i utsparte limtrebjelker" [17]

Oppgaven ble utført våren 2011 og bygde videre på arbeidet til Atis Degro. Det ble derfor brukt et tilnærmet likt testoppsett og samme utstyr i forsøkene som tidligere. I tillegg ble det også bestemt midlere og karakteristisk kapasitet for testseriene på samme måte som før.

Solberg har sett på effekten store utsparinger har på limtrebjelkers stivhet og kapasitet, samt hvordan man kan bruke lange selvborende skruer som forsterkning i strekksonene rundt hullet. Han har også gjennomført noen enkle analytiske beregninger med Weibulls teori for å se hvordan den teoretiske kapasiteten er i forhold til det som observeres i testene.

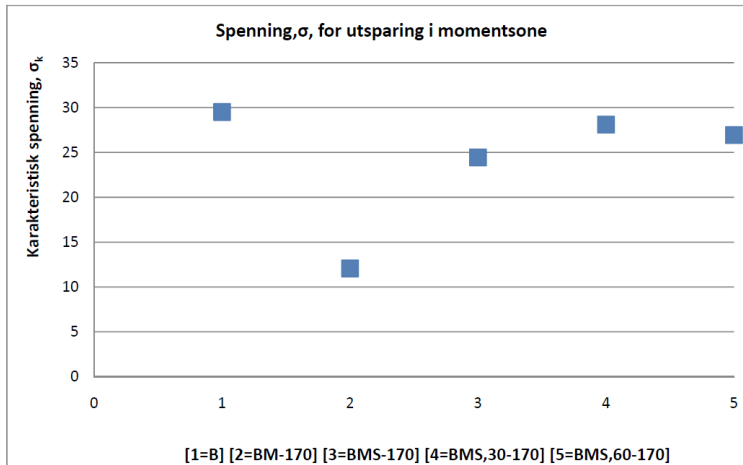
Solberg gjennomførte i alt 100 forsøk med utsparinger i størrelsesorden 160mm og 170mm, både i skjær- og moment-dominert sone, hvor alle forsøkne ble utført med forsterket utsparing. Skruene ble skrudd inn med tre forskjellige vinkler i forhold til fiberretningen: vinkelrett på, 60° helning og 30° helning.



Figur 4.4: *Utsparing med forsterkning i form av skruer plassert 30 grader i forhold til fiberretning [17].*

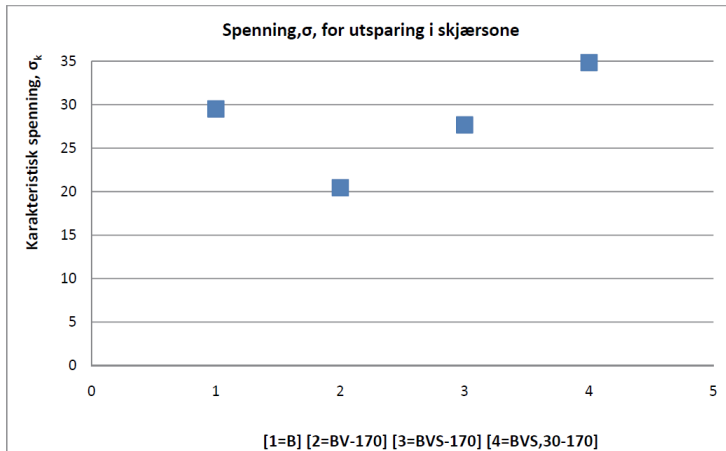
Resultater for karakteristiske bruddspenninger

Ved vurdering av resultatene har Solberg regnet ut og sammenlignet karakteristiske bruddspenninger for de forskjellige modellene.



Figur 4.5: Grafisk fremstilling av karakteristisk bruddspenning i moment-dominert sone [17].

Som det fremgår av diagrammet i figur 4.5, får man en kapasitets-reduksjon på rundt 50% for en bjelke med utsparing på 170mm i moment-dominert sone, sammenlignet med en hel bjelke. Ved å benytte skruer som forsterkning resulterte det i at kapasiteten økte betraktelig. Det ble forøvrig kun observert en liten endring i resultatene, om skruene ble plassert vinkelrett på, 30° eller 60° i forhold til fiberretning. Dette gjaldt både for utsparing i skjær- og moment-dominert sone.



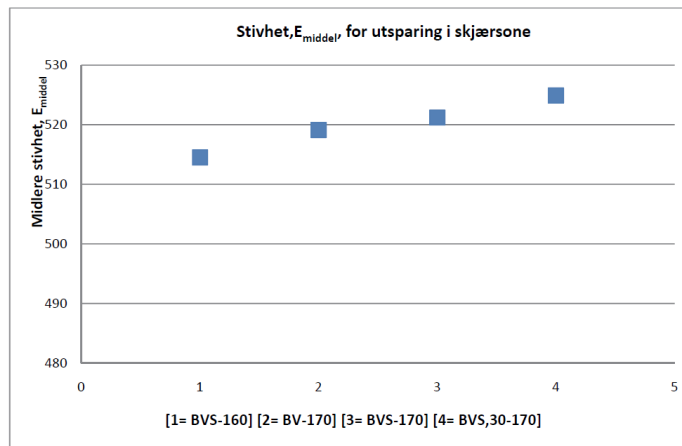
Figur 4.6: Grafisk fremstilling av karakteristisk bruddspenning i skjærsoner [17].

For bjelker hvor utsparingen befinner seg i skjær-dominert sone, får man ikke like stor reduksjon av kapasitet som for momentsone-hull. Dette vil være naturlig da bøyespenningene blir lavere jo lenger ut mot opplagrene man kommer. Kapasiteten for bjelker med utsparing i skjærsonen, påvirkes i mindre grad av økende hullstørrelse enn bjelker med utsparing i momentsonen.

Det er viktig å huske på at resultatene kan variere en del grunnet imperfeksjoner i treverket. En annen viktig faktor man bør ta hensyn til er at momentkrefter er lite gunstig for fingerskjøter, og bør derfor plasseres så nært opplegg som mulig (skjær-dominert sone).

Resultater for midlere nedbøyningsstivhet

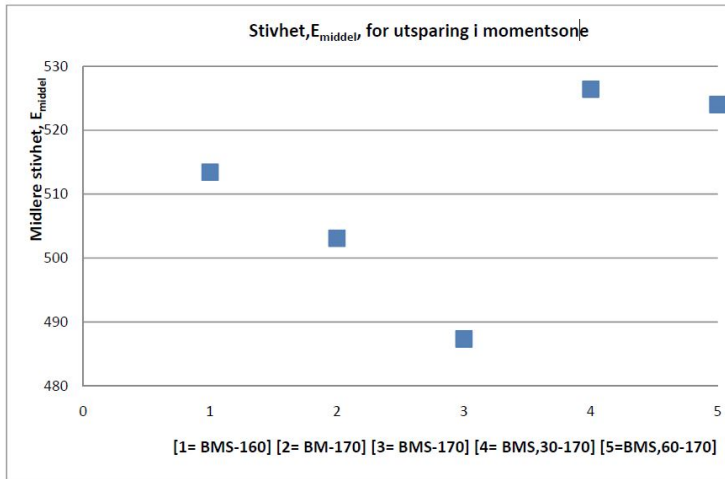
Solberg sammenlignet også differansen mellom midlere nedbøyningsstivhet for bjelker med ulike utsparinger og forsterknings-tilfeller, se figur 4.7 og 4.8.



Figur 4.7: Grafisk fremstilling av midlere nedbøyningsstivhet for utsparing i skjær-dominert sone [17].

For bjelker med utsparinger i skjærsonen kan man se at størrelsen på utsparingen har mindre innvirkning på stivheten enn den har for utsparinger i moment-dominert sone. Resultatet er omvendt av det man kan forvente, da det ville vært naturlig at 160mm serien var den stiveste. Som man kan se i figur 4.7, er den faktisk den serien med lavest stivhet. Dette skyldes i følge Solberg, mest sannsynlig bare materialvariasjoner. I tillegg utgjør skalaen på den grafiske fremstillingen et relativt lite intervall, noe som gjør at variasjonene ikke er så store som de kan se ut til å være.

Det fremstår videre som at det har veldig liten innvirkning å skråstille skruene, da forskjellen er minimal mellom serien hvor skruene står vinkelrett på fiberretning, og med gitte helninger.

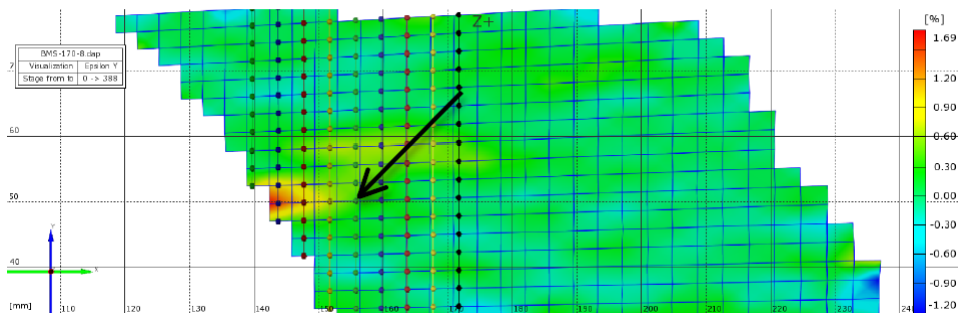


Figur 4.8: Grafisk fremstilling av midlere nedbøyningsstivet for utsparing i moment-dominert sone [17].

Når det gjelder bøyestivheten i moment-dominert sone, ble den betraktelig større ved å bruke skruer med helning som forsterkning. Disse vil fungere som strekkarmering og jo mindre vinkel skruene har i forhold til fiberretning, dess mer bidrar de til en høyere stivhet, som igjen resulterer i mindre nedbøyning. Grunnen til at bjelker med skrueforsterkning 90° på fiberretningen har lavere stivhet enn samme bjelke uten forsterkning, er utelukkende på grunn av naturlige variasjoner. Samtidig er det verdt å merke seg at denne forsterkningstypen ikke gir noe nevneverdig bidrag til stivheten.

4.4 Kasper Steen - "Tøyningendringer rundt utsparinger i limtrebjelker forsterket med selvborende skruer" [21]

Steen skrev sin oppgave i 2012, der hovedformålet var å finne spenningsintensitetsfaktoren, K , ved sprekktupp. For å finne K ble både tidligere og nye forsøk analysert med hensyn til tøyninger. Under forsøkene ble det optiske målesystemet Aramis brukt for å hente ut tøyningendringer ved sprekktupp, som vist på figur 4.9. Tøyningendringer er kritisk for sprekkevækst, ettersom en sprekke oppstår og vokser på grunn av at tøyningkonsentrasjonene i et område øker til et visst nivå.

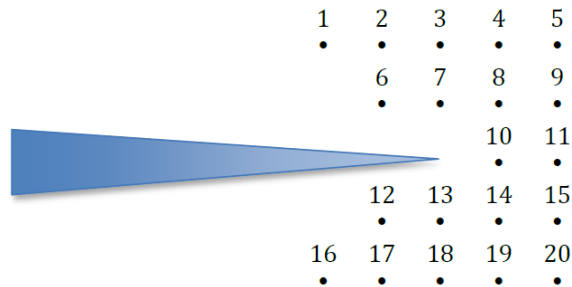


Figur 4.9: Analyse av tøyninger med bruk av Aramis for BMS-170 (forsøk nr 8) [21].

Steen har kun sett på bjelker hvor utsparingen er lokalisert i moment-dominert sone, hvor han brukte tilnærmet likt testoppsett som Solberg, med unntak av noen små forbedringer som hovedsaklig gjaldt avstiving mot vipping. Ettersom det allerede var blitt gjort forsøk hvor skruene var plassert med en vinkel på 30°, 60° og 90° i forhold til fiberretning, valgte Steen å bruke 45-graders vinkel. Det ble utført 10 forsøk med skruer plassert i en avstand $2d$ fra utsparing og 10 forsøk med avstand $0,5d$. Av disse ble de tre mest tilfredsstillende forsøkene fra hver testserie brukt for å hente ut tøyninginformasjon ved sprekktupp. Tøyningendringene ble deretter brukt til å finne spenningsintensitetsfaktoren.

Spenningsintensitetsfaktoren gir en fullstendig beskrivelse av spenningene ved sprekktupp, for et lineært elastisk materiale. Med K kjent, er det mulig å estimere den

videre sprekkveksten eller forutsi nye oppsprekninger. Som det fremgår av figur 4.10 nedenfor ble det tatt ut et rutenett med 20 målepunkter rundt sprekknett, hvor det i hvert punkt ble hentet ut posisjon i x- og y-retning samt tøyingsverdier. Disse ble videre brukt for å regne ut spenningsintensifaktoren.



Figur 4.10: Målepunkter med hensyn til tøyning rundt sprekknett [21].

Tabell 4.4: K-verdier [21].

Måling	K-verdi (midlet)
BMS-170-6, Stage 623	440,4485423
BMS-170-6, Stage 631	349,4075583
BMS-170-9, Stage 560	378,9648369
BMS-170-9, Stage 575	398,7256846
BMS,45-170-14, Stage 451	229,9211185
Snitt	359,4935481

Resultat

Det ble beregnet 20 K-verdier fra 5 ulike sprekktyper, hvor noen målepunk ble sett bort fra på grunn av unaturlig høye verdier. Til slutt gjenstod 80 K-verdier som ble midlet for å finne endelig resultat som fremgår i tabell 4.4.

For å finne usikkerheten rundt den midlede verdien regnet Steen ut standardavviket, og de endelige tallene som ble presentert i rapporten var:

$$K = 391,9 \pm 32,1 \text{ N/mm}^{3/2}$$

$$359,8 < K < 424,0$$

Tøyningsanalysen viste at en sprekk oppstår og vokser på grunn av at tøyningskonsentrasjoner i et område øker til et visst makspunkt. Nærmere bestemt når tøyningene i Y-retning øker til mellom 1,3% og 1,8%. Videre ble det observert at fra sprekktypp til neste seksjon, som er en avstand på 4mm, faller tøyningene med 0,5%. Sprekken stoppet i all hovedsak ved skruel plasseringen, ofte også etter kollaps.

Både effekten av forsterkning og måten bjelkene gikk til brudd, var de samme som i foregående forsøk. Oppnådd kapasitet med skruel plasseringer i en vinkel på 45°, er tilsvarende med tidligere forsøk av bjelker hvor skruene ble plassert i en vinkel mellom 30°-60°. Samtidig var det liten forskjell i kapasitet mellom plassering av skruen i en avstand på 0,5d eller 2,0d fra hullkant.

4.5 Observasjoner fra utførte forsøk

Gjennom analyser av utførte forsøk har det blitt dokumentert at bruddformene er nokså konsekvente i måten de oppstår på, for de to forskjellige plasseringene av utsparinger, uavhengig av dimensjon. Selve sprekkutviklingen avhenger av spenningskonsentrasjoner vinkelrett på fiberretning rundt utsparing, hvor tøyingskonsentrasjonene, som nevnt tidligere, bestemmer hvor langt og hvor fort sprekken utvikler seg. Ettersom maksimale spenninger vinkelrett på fiberretning befinner seg i øvre høyre del av utsparing var det ofte her den første sprekken startet, før sprekken i nedre venstre del ble initiert like etter. Forsøkene viste en forholdsvis konsekvent sprekkutvikling, da flere av bjelkene hadde sprekker ved begge de nevnte plasseringene ved brudd for bjelkene uten forsterkning. I tilfellene hvor bjelkene var forsterket, stoppet som oftest sprekken i det de nådde skruene. Sprekker oppstod forøvrig ofte hvor man hadde imperfeksjoner som kvister, fingerskjøter og bjelkeskjøter.

Bjelker uten utsparing

Bjelker uten utsparing gikk til brudd på grunn av strekkbrudd i underkant av bjelke eller utbøyning, som vist på figur 4.11



Figur 4.11: Strekkbrudd og utbøyning for bjelker uten utsparing fra B-serien utført av Degro [8].

Utsparing i skjær-dominert sone

For bjelker med uforsterket utsparing, fikk sprekken utvikle seg fritt. Når sprekken ble store nok mistet bjelken all motstand på grunn av de store deformasjonene, og gikk til brudd som vist på figur 4.12.



Figur 4.12: Kollaps i skjær-dominert sone som følge av at sprekken får vokse fritt fra BV170-serien utført av Solberg [17].

For bjelker med skrueforsterket utsparing, ble sprekkenes utviklingsområde sterkt begrenset. Sprekken stoppet ved skruene, og bjelkene gikk til brudd på grunn av strekk i underkant av bjelken, under punktlasten. I figur 4.13 vises eksempler på slike brudd. Det er mange likheter mellom brudd i bjelker med skrueforsterket utsparing og brudd i bjelker uten utsparing, noe som gjenspeiler seg i resultatene i figur 4.17



Figur 4.13: Strekkbrudd for BVS-170 serien utført av Solberg [17].

Utsparing i moment-dominert sone

For utsparinger plassert i moment-dominert sone er det noe mer usikkerhet angående hva som til slutt fører til brudd. Degro [8] konkluderer med at BM-150 og BM-160 ryker på grunn av tverstrekk og påfølgende oppsprekking. Men han trekker også frem i at når utsparingen befinner seg nært punktlasten, vil ikke største opptredende bøyespenninger være under punktlasten ved brudd, men under utsparingen. Dette gjør at sjansen øker for at bjelken ryker på strekk i underkant på grunn av imperfeksjoner i området rundt hullet. Det er også med på å underbygge hvorfor testseriene med uforsterkede utsparinger i momentsonen viser større variasjoner enn for tilsvarende serier i skjærsonen. Denne trenden virker å fortsatt i Solbergs [17] sin forsøks serie for BM-170. Her er det om ikke annet, enda større variasjoner, og det kan virke som at usikkerheten rundt bruddårsak øker med hull diameter.



Figur 4.14: Brudd som følge av tverstrekk og påfølgende oppsprekking samt strekkbrudd fra BM160-serien utført av Degro [8].

For skruforsterkede utsparinger er forsøks seriene med ett mer konsistente. Her stopper sprekken som nevnt tidligere oftest ved skruen, og bjelkene ryker stort sett på langsgående strekkspenninger i underkant av hullet. For skruforsterkning plassert normalt på fiberretningen var dette tilfellet for så og si alle testobjektene. Det påpekes derfor at man har et forbedringspotensiale ved å øke strekk-kapasiteten under utsparing i bjelken, eksempelvis ved bruk av pålimte finerplater.



Figur 4.15: Brudd som følge av langsgående strekkspenninger fra BMS170-serien utført av Solberg [17].

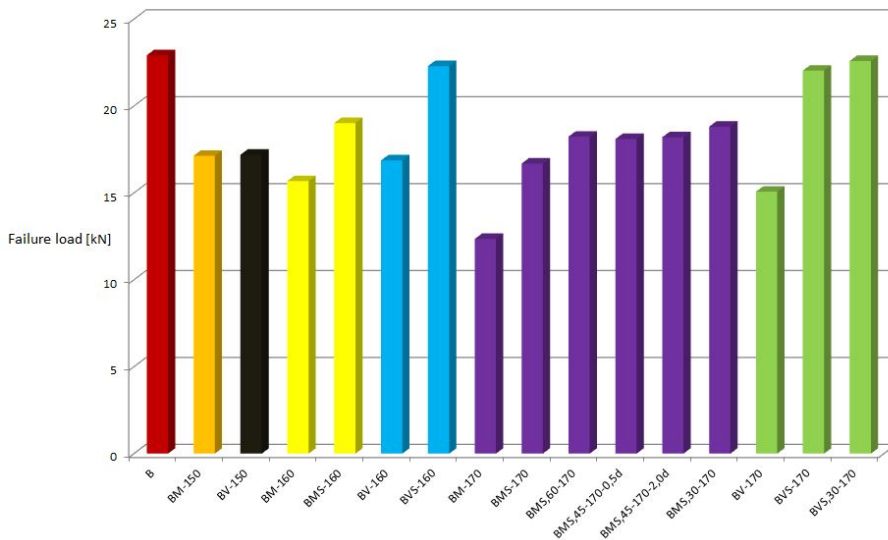
Forsøk med forsterkninger plassert med andre vinkler enn 90° , i forhold til fiberretningen, viste alle tilnærmet like bruddårsaker. Utover i analysen førte maksimal oppnådd kapasitet i det lokale planet til at bjelken bøyde ut. Utbøyningen oppsto ofte i området rundt skruhodet og bruddet som deretter førte til kollaps av bjelken, kom som følge av strekkspenninger parallelt med fiberretning i underkant av utsparing. Strekkbruddene fulgte som oftest skruene og/eller lamellene ved underkant av bjelken.



Figur 4.16: Kollaps pga strekk underkant som følge av utbøyning i overkant fra BMS170,30-serien utført av Solberg [17].

4.6 Oppsummering av resultater

For å få et helhetlig bilde og enkel sammenligning av resultatene er alle de midlede bruddlastene fra de foregående oppgavene samlet og vist i forhold til hverandre på figur 4.17. Fremstillingen viser hver plassering og størrelse på utsparing i en og samme farge for å gi et bedre overblikk av resultatet. Under innsamlingen av verdiene fra forsøkene ble forøvrig tilfellene hvor det forekom lokal knusing ved opplegg neglisjert, på grunn av for liten flate.



Figur 4.17: Oppsummerte resultater for alle de midlede bruddlaster fra foregående forsøk.

Det fremgår tydelig at det er minimale differanser når det kommer til å plassere skruene i forskjellige vinkler både for utsparing i skjær- og moment-dominerte soner. Videre viser diagrammets verdier at det vil være mest gunstig å plassere en utsparing i skjær-dominert sone, da dette vil gi tilnærmet lik kapasitet som en bjelke uten utsparing, dersom den er forsterket. Dette vil også være mest naturlig i praksis da man vanligvis ikke vil ta ut et hull i en bjelke rett under, eller nært punktlasten på midten. Resultatene samlet her vil bli brukt videre i oppgaven for å sammenligne verdiene opp mot resultater fra analytiske beregninger og numeriske simuleringer.

5 Analytiske beregninger

Som tidligere nevnt foreligger det ingen standardisert beregningsmetode for å bestemme kapasiteten til limtrebjelker med utsparing, selv om noen leverandører hevder at man kan ta hull med diameter opptil halve bjelkehøyden, uten at kapasiteten svekkes nevneverdig. Det er svært ønskelig å få på plass en gjennomarbeidet, standardisert løsning, slik at uthullede limtrebjelker kan dimensjoneres med større grad av sikkerhet. En ny trestandard er under utarbeiding, og det pågående arbeidet med utsparede limtrebjelker, både med og uten forsterkning, vil forhåpentligvis være på plass når denne utgis. Det er allerede lagt frem et utkast med metoder som kan benyttes til slike analytiske beregninger, som i hovedsak er basert på metoder fra tillegget i den tyske standarden DIN EN 1995-1-1/NA:2010-2012. Dette forslaget har svært begrenset gyldighetsområde med tanke på utsparingstørrelse, og det vil her bli sett nærmere på hvordan forslaget stemmer overens med tilgjengelige forsøksresultater for bjelker med hullstørrelser langt utenfor de foreliggende begrensningene. Det påpekes at for kontroll av bjelker med forsterket utsparing, vil kun forsøk med skruer plassert vinkelrett på fiberretningen, benyttet til sammenligning.

Alle beregninger er utført med karakteristiske materialparametre, da den eneste tilgjengelige middelverdien for K-bjelken, som er relevant for våre kalkulasjoner, er for momentspenning. For å kunne sammenligne analytiske resultater med forsøksdata, vil forholdet mellom karakteristiske og midlele verdier for en hel bjelke benyttes som referanse. Dette gir et godt grunnlag for sammenligning, da karakteristisk kapasitet for en bjelke uten hull er beregnet ut fra gjeldende regler i Eurokode 5 [19].

For å enkelt kunne sammenligne analytiske kapasiteter med forsøksresultater, er alle kapasiteter uttrykt som størst mulig påførte punktlast. Dette har ført til at en del av ligningene, presentert i teori-kapittelet, er omformulert for å gi resultater på ønsket form. Tekniske spesifikasjoner for K-bjelken beskrives i tabell 5.1

Tabell 5.1: Karakteristiske materialfastheter og stivhetsmoduler i N/mm² for K-bjelken [8]

<i>Fastheter</i>		
Bøyefasthet,		
- på kant og på flasken	f_{mk}	24,0
Strekkfasthet,		
- i bjelkens lengderetning	f_{t0k}	14,0
- tvers på fiberretningen	f_{t90k}	0,4
Trykkfasthet,		
- i bjelkens lengderetning	f_{c0k}	21,0
- tvers på fiberretningen	f_{c90k}	5,3
Skjærfasthet	f_{vk}	2,5
<i>Stivheter for stabilitetsberegninger</i>		
Elastisitetsmodul,		
- bøyning og aksiallast	E_{0k}	10000
<i>Stivheter for deformasjonsberegninger</i>		
Elastisitetsmodul,		
- bøyning og aksiallast	E_{0m}	11000
- tvers på bjelkekant	E_{90m}	370
Skjærmodul	G_{0m}	690

5.1 Beregning av karakteristiske bruddverdier

I dette delkapittelet beregnes karakteristiske verdier for de test-seriene det ønskes å bruke som sammenligningsgrunnlag for videre beregninger. Disse verdiene kommenteres ikke her, men i et senere delkapittel.

Verdier merket med oransj farge i tabellene, er utelatt i beregningene på grunn av feil i testoppsett.

5.1.1 Bjelke uten utsparring

Tabell 5.2: Bruddlaster fra testserie B.

Navn på prøve	Bruddlast [kN]
B-1	14,87
B-2	24,35
B-3	20,73
B-4	20
B-5	21,91
B-6	25,43
B-7	23,88
B-8	27,78
B-9	25,93
B-10	16,25

Antall forsøk $n = 9$

Gjennomsnittsverdi for den stokastiske variabelen y :

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \ln(m_i) = 3,1203 \quad (5.1)$$

Standardavviket til y er gitt ved:

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (\ln(m_i) - \bar{y})^2} = 0,1643 \quad (5.2)$$

Faktoren k_s er funnet ved interpolasjon fra tabell 1 i NS - EN 14358 [18]:

$$k_s = 2,19 \quad (5.3)$$

Den karakteristiske verdien for bruddlasten blir da:

$$P_{B.kar} = \exp(\bar{y} - k_s \cdot s_y) = 15,81 \text{ kN} \quad (5.4)$$

5.1.2 Bjelker med utsparing i skjær-dominert sone

Bjelke med hulldiameter på 150m

Tabell 5.3: Bruddlaster fra testserie BV150.

Navn på prøve	Bruddlast [kN]
BV150-1	17,83
BV150-2	16,08
BV150-3	12,48
BV150-4	19,42
BV150-5	17,89
BV150-6	16,43
BV150-7	19,72
BV150-8	15,95
BV150-9	15,16
BV150-10	19,02
BV150-11	19,18

Antall forsøk $n = 11$

Gjennomsnittsverdi for den stokastiske variabelen y :

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \ln(m_i) = 2,8364 \quad (5.5)$$

Standardavviket til y er gitt ved:

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (\ln(m_i) - \bar{y})^2} = 0,1373 \quad (5.6)$$

Faktoren k_s er funnet ved interpolasjon fra tabell 1 i NS - EN 14358 [18]:

$$k_s = 2,07 \quad (5.7)$$

Den karakteristiske verdien for bruddlasten blir da:

$$P_{BV150.kar} = \exp(\bar{y} - k_s \cdot s_y) = 12,83kN \quad (5.8)$$

Bjelke med hulldiameter på 160m**Tabell 5.4:** Bruddlaster fra testserie BV160.

Navn på prøve	Bruddlast [kN]
BV160-1	19,62
BV160-2	19,16
BV160-3	16,18
BV160-4	19
BV160-5	20
BV160-6	19,61
BV160-7	18,47
BV160-8	15,17
BV160-9	10,31
BV160-10	18,79

Antall forsøk $n = 10$

Gjennomsnittsverdi for den stokastiske variabelen y :

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \ln(m_i) = 2,8531 \quad (5.9)$$

Standardavviket til y er gitt ved:

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (\ln(m_i) - \bar{y})^2} = 0,2034 \quad (5.10)$$

Faktoren k_s er funnet ved interpolasjon fra tabell 1 i NS - EN 14358 [18]:

$$k_s = 2,10 \quad (5.11)$$

Den karakteristiske verdien for bruddlasten blir da:

$$P_{BV160.kar} = \exp(\bar{y} - k_s \cdot s_y) = 11,31 \text{ kN} \quad (5.12)$$

Bjelke med hulldiameter på 170m**Tabell 5.5:** Bruddlaster fra testserie BV170.

Navn på prøve	Bruddlast [kN]
BV170-1	15,6
BV170-2	14,5
BV170-3	15,4
BV170-4	17,8
BV170-5	17,6
BV170-6	12,7
BV170-7	17,8
BV170-8	15,8
BV170-9	13
BV170-10	12,8
BV170-11	12,8

Antall forsøk $n = 11$

Gjennomsnittsverdi for den stokastiske variabelen y :

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \ln(m_i) = 2,7043 \quad (5.13)$$

Standardavviket til y er gitt ved:

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (\ln(m_i) - \bar{y})^2} = 0,1373 \quad (5.14)$$

Faktoren k_s er funnet ved interpolasjon fra tabell 1 i NS - EN 14358 [18]:

$$k_s = 2,07 \quad (5.15)$$

Den karakteristiske verdien for bruddlasten blir da:

$$P_{BV170.kar} = \exp(\bar{y} - k_s \cdot s_y) = 11,24kN \quad (5.16)$$

Forsterket bjelke med hulldiameter på 160m

Tabell 5.6: Bruddlaster fra testserie BVS160.

Navn på prøve	Bruddlast [kN]
BVS160-1	24,5
BVS160-2	24,6
BVS160-3	21
BVS160-4	23,05
BVS160-5	21,6
BVS160-6	23,6
BVS160-7	15,3
BVS160-8	22
BVS160-9	25,7
BVS160-10	21
BVS160-11	15
BVS160-12	23,2

Antall forsøk $n = 10$

Gjennomsnittsverdi for den stokastiske variabelen y :

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \ln(m_i) = 3,0956 \quad (5.17)$$

Standardavviket til y er gitt ved:

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (\ln(m_i) - \bar{y})^2} = 0,1446 \quad (5.18)$$

Faktoren k_s er funnet ved interpolasjon fra tabell 1 i NS - EN 14358 [18]:

$$k_s = 2,07 \quad (5.19)$$

Den karakteristiske verdien for bruddlasten blir da:

$$P_{BVS160.kar} = \exp(\bar{y} - k_s \cdot s_y) = 16,34kN \quad (5.20)$$

Forsterket bjelke med hulldiameter på 170m**Tabell 5.7:** Bruddlaster fra testserie BVS170.

Navn på prøve	Bruddlast [kN]
BVS170-1	17,4
BVS170-2	20,9
BVS170-3	27,9
BVS170-4	24,8
BVS170-5	19,2
BVS170-6	26,8
BVS170-7	16,6
BVS170-8	21,5
BVS170-9	18,9
BVS170-10	25
BVS170-11	23,4

Antall forsøk $n = 11$

Gjennomsnittsverdi for den stokastiske variabelen y :

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \ln(m_i) = 3,0789 \quad (5.21)$$

Standardavviket til y er gitt ved:

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (\ln(m_i) - \bar{y})^2} = 0,1753 \quad (5.22)$$

Faktoren k_s er funnet ved interpolasjon fra tabell 1 i NS - EN 14358 [18]:

$$k_s = 2,07 \quad (5.23)$$

Den karakteristiske verdien for bruddlasten blir da:

$$P_{BVS170.kar} = \exp(\bar{y} - k_s \cdot s_y) = 15,11 \text{ kN} \quad (5.24)$$

5.1.3 Bjelker med utsparing i moment-dominert sone

Bjelke med hulldiameter på 150m

Tabell 5.8: Bruddlaster fra testserie BM150.

Navn på prøve	Bruddlast [kN]
BM150-1	23,68
BM150-2	17,07
BM150-3	16,53
BM150-4	19,87
BM150-5	15,05
BM150-6	11,34
BM150-7	16,66
BM150-8	15,3
BM150-9	18,01
BM150-10	16,57
BM150-11	18,41

Antall forsøk $n = 11$

Gjennomsnittsverdi for den stokastiske variabelen y :

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \ln(m_i) = 2,8262 \quad (5.25)$$

Standardavviket til y er gitt ved:

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (\ln(m_i) - \bar{y})^2} = 0,1830 \quad (5.26)$$

Faktoren k_s er funnet ved interpolasjon fra tabell 1 i NS - EN 14358 [18]:

$$k_s = 2,07 \quad (5.27)$$

Den karakteristiske verdien for bruddlasten blir da:

$$P_{BM150.kar} = \exp(\bar{y} - k_s \cdot s_y) = 11,55 \text{ kN} \quad (5.28)$$

Bjelke med hulldiameter på 160m**Tabell 5.9:** Bruddlaster fra testserie BM160.

Navn på prøve	Bruddlast [kN]
BM160-1	16,33
BM160-2	17,04
BM160-3	19,54
BM160-4	13,27
BM160-5	15,53
BM160-6	16,11
BM160-7	11,52
BM160-8	19,15
BM160-9	15,39
BM160-10	15,81
BM160-11	12,79

Antall forsøk $n = 11$

Gjennomsnittsverdi for den stokastiske variabelen y :

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \ln(m_i) = 2,7407 \quad (5.29)$$

Standardavviket til y er gitt ved:

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (\ln(m_i) - \bar{y})^2} = 0,1616 \quad (5.30)$$

Faktoren k_s er funnet ved interpolasjon fra tabell 1 i NS - EN 14358 [18]:

$$k_s = 2,07 \quad (5.31)$$

Den karakteristiske verdien for bruddlasten blir da:

$$P_{BM160.kar} = \exp(\bar{y} - k_s \cdot s_y) = 11,09 \text{ kN} \quad (5.32)$$

Bjelke med hulldiameter på 170m**Tabell 5.10:** Bruddlaster fra testserie BM170.

Navn på prøve	Bruddlast [kN]
BM170-1	10,5
BM170-2	6,8
BM170-3	9,5
BM170-4	12,8
BM170-5	17
BM170-6	15
BM170-7	15
BM170-8	10,4
BM170-9	16,9
BM170-10	12,5
BM170-11	9,5

Antall forsøk $n = 11$

Gjennomsnittsverdi for den stokastiske variabelen y :

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \ln(m_i) = 2,4786 \quad (5.33)$$

Standardavviket til y er gitt ved:

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (\ln(m_i) - \bar{y})^2} = 0,2852 \quad (5.34)$$

Faktoren k_s er funnet ved interpolasjon fra tabell 1 i NS - EN 14358 [18]:

$$k_s = 2,07 \quad (5.35)$$

Den karakteristiske verdien for bruddlasten blir da:

$$P_{BM170.kar} = \exp(\bar{y} - k_s \cdot s_y) = 6,60 \text{ kN} \quad (5.36)$$

Forsterket bjelke med hulldiameter på 160m**Tabell 5.11:** Bruddlaster fra testserie BMS160.

Navn på prøve	Bruddlast [kN]
BMS160-1	19,2
BMS160-2	17,7
BMS160-3	19,98
BMS160-4	16,3
BMS160-5	19,5
BMS160-6	19
BMS160-7	21
BMS160-8	20,1
BMS160-9	16
BMS160-10	18
BMS160-11	22,45

Antall forsøk $n = 11$

Gjennomsnittsverdi for den stokastiske variabelen y :

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \ln(m_i) = 2,9408 \quad (5.37)$$

Standardavviket til y er gitt ved:

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (\ln(m_i) - \bar{y})^2} = 0,1025 \quad (5.38)$$

Faktoren k_s er funnet ved interpolasjon fra tabell 1 i NS - EN 14358 [18]:

$$k_s = 2,07 \quad (5.39)$$

Den karakteristiske verdien for bruddlasten blir da:

$$P_{BMS160.kar} = \exp(\bar{y} - k_s \cdot s_y) = 15,31 \text{ kN} \quad (5.40)$$

Forsterket bjelke med hulldiameter på 170m**Tabell 5.12:** Bruddlaster fra testserie BMS170.

Navn på prøve	Bruddlast [kN]
BMS170-1	15
BMS170-2	15,6
BMS170-3	19,6
BMS170-4	18,7
BMS170-5	17,2
BMS170-6	16,8
BMS170-7	18,6
BMS170-8	17,5
BMS170-9	15
BMS170-10	14
BMS170-11	15,6

Antall forsøk $n = 11$

Gjennomsnittsverdi for den stokastiske variabelen y :

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \ln(m_i) = 2,8096 \quad (5.41)$$

Standardavviket til y er gitt ved:

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (\ln(m_i) - \bar{y})^2} = 0,1078 \quad (5.42)$$

Faktoren k_s er funnet ved interpolasjon fra tabell 1 i NS - EN 14358 [18]:

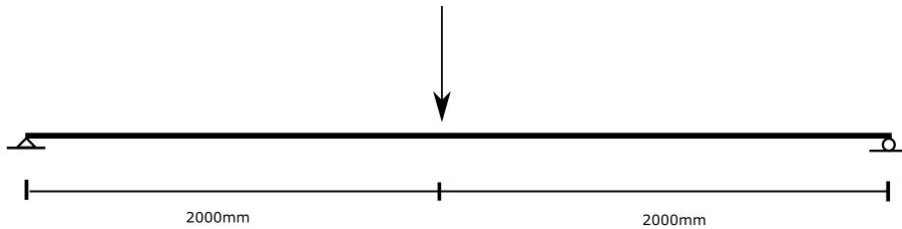
$$k_s = 2,07 \quad (5.43)$$

Den karakteristiske verdien for bruddlasten blir da:

$$P_{BMS170.kar} = \exp(\bar{y} - k_s \cdot s_y) = 13,28 \text{ kN} \quad (5.44)$$

5.2 Kapasitetsberegning av bjelke uten utsparing

Bjelkeoppsettet fra laboratoriet er svært enkelt, som fører til at kraftbildet og systemskissen, se figur 5.1, blir tilsvarende ukomplisert.



Figur 5.1: Enkel systemskisse.

For en bjelke uten utsparing, med lastsituasjon som definert i skissen over, vil de eneste relevante bruddmulighetene være skjær eller moment. Kontroll etter Eurokode 5 gav følgende pålastingskapasitet for bjelken:

6.1.6 Bøyning om sterk akse:

$$W_y := \frac{1}{6} \cdot b \cdot h^2 = (5.4 \cdot 10^5) \text{ mm}^3 \quad M_{yk} := W_y \cdot f_{mk} = 12.96 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

6.1.7 Skjær om sterk akse:

$$V_{zk1} := f_{vk} \cdot \frac{2}{3} \cdot b \cdot h = 25.2 \text{ kN}$$

Maks størrelse for den påførte punktlasten i senter av bjelkens felt:

$$\text{Moment: } P_{mk} := \frac{M_{yk} \cdot l_{spenn}}{\left(\frac{l_{spenn}}{2}\right)^2} = 12.96 \text{ kN} \quad \text{Skjær: } P_{vk} := V_{zk1} \cdot 2 = 50.4 \text{ kN}$$

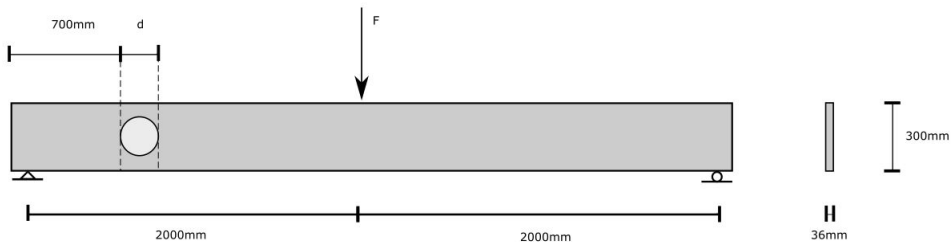
Ser at bjelkens momentkapasitet som forventet blir dimensjonerende.

5.3 Kapasitetsberegning av bjelke med utsparing i skjær-dominert sone

For en bjelke med utsparing i skjærsonen vil det først bli beregnet en kapasitet for et tilfelle uten skruearmering. Deretter beregnes kapasiteten med skruearmering. Begge tilfeller kontrolleres ved hjelp av metodene fra Vedlegg A, beskrevet i kapittel 2, "Teori om bjelker med utsparing".

5.3.1 Utsparing uten armering

Når et hull tas i skjærsonen, vil dimensjonerende faktor endres. Der bøyespenninger bestemmer kapasiteten for bjelker uten utsparing, vil strekkspenninger på tvers av fiber være dimensjonerende faktor for bjelker med uarmerte hull. Figur 5.2 beskriver størrelser og avstander benyttet i beregningene.



Figur 5.2: Bjelkeskisse med hull i skjærsonen.

Videre følger kapasitetsberegninger for bjelker med hulldiameter 150mm, 160mm og 170mm. I beregningen for 150mm stort hull vil prosessen bli svært grundig gjennomgått, for å lettere kunne følge de forskjellige stegene. For de to andre hulldiameterne vil det forklares betydelig mindre, da fremgangsmåten er identisk til den for hull på 150mm.

Bjelke med hull diameter på 150mm

Beregner først verdiene som må til for å kunne bestemme tverrstrekks-kapasitet.

6.6 Bjelke med utsparing på 150mm:

$$k_{t90} := \min \left(1, \left(\frac{450 \text{ mm}}{h} \right)^{0.5} \right) = 1 \quad (6.65)$$

$$l_{t90.150} := 0.353 \cdot h_{d150} + 0.5 \cdot h = 202.95 \text{ mm} \quad (6.67)$$

$$f_{t90k} = 0.4 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Skriver om kapasitetskravet, med tanke på å skulle bestemme maksimal påført last:

$$F_{t90k150max} := 0.5 \cdot l_{t90.150} \cdot b \cdot k_{t90} \cdot f_{t90k} = 1.46 \text{ kN} \quad (\text{omforming av 6.64})$$

Ut ifra et tenkt eksempel, med en tilfeldig valgt punktlast (her satt til 20 kN), er det beregnet et forhold mellom moment- og skjærdelen av tverrstrekk-kraften, ved det punktet langs hullkanten som gir størst momentbidrag. Man kunne her valgt å se på momentet der det antas at en sprekk vil starte, men isteden velges den delen av hullkanten som gir størst krefter, for å være på sikker side. skjær-kraften vil være konstant for punktlaster.

Punktlast for tenkt eksempel med tilhørende skjær-kraft:

$$P_{eksempel} := 20 \text{ kN} \quad V_{k,eksempel} := \frac{P_{eksempel}}{2} = 10 \text{ kN}$$

Strekk-kraften på tvers av fiberretningen på grunn av eksempel-skjær-kraften

$V_{k,eksempel}$:

$$F_{tV_{k,eksempel}150} := \frac{V_{k,eksempel} \cdot 0.7 h_{d150}}{4 \cdot h} \cdot \left(3 - \left(\frac{0.7 h_{d150}}{h} \right)^2 \right) = 2.52 \text{ kN} \quad (6.69)$$

Her beregnes strekk-kraften på tvers av fiber på grunn av eksempel-momentkraften

$M_{k,eksempel150}$:

$$\text{Avstand fra opplager til ønsket hullkant:} \quad l_{M,150} := 700 \text{ mm} + h_{d150} = 0.85 \text{ m}$$

$$M_{k,eksempel150} := V_{k,eksempel} \cdot l_{M,150} = 8.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (6.70)$$

$$F_{tMk,eksempel150} := 0.008 \cdot \frac{M_{k,eksempel150}}{h_{r150}} = 0.7 \text{ kN}$$

Forholdet mellom de to strekk-kreftene, grunnet henholdsvis skjær- og momentkreftene, vil være konstant uansett påført punktlast så lenge man holder seg i samme snitt langs bjelkelengden. Ved hjelp av dette kan det bestemmes hvor stor punktlast bjelken kan påføres uten at kravet i (6.64) overstiges. Forholdet gjør det nemlig mulig å beregne maksimal verdi for strekk-kreftene på tvers av fiber, og ut fra dette beregne maks opptredede skjær-kraft. Lastkapasiteten kan da lett beregnes ut fra skjær-kraften ved hjelp av enkel mekanikk.

$$\text{Forhold}_{150} := \frac{F_{tVk,eksempel150}}{F_{tMk,eksempel150}} = 3.61$$

$$F_{tMk150} := \frac{F_{t90k150max}}{1 + \text{Forhold}_{150}} = 0.32 \text{ kN}$$

$$F_{tVk150} := F_{tMk150} \cdot \text{Forhold}_{150} = 1.14 \text{ kN}$$

$$V_{k150} := \frac{F_{tVk150} \cdot h \cdot 4}{\left(3 - \left(\frac{0.7 h_{d150}}{h} \right)^2 \right)} = 4.54 \text{ kN}$$

$$M_{k150} := \frac{F_{tMk150} \cdot h_{r150}}{0.008} = 3.86 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$P_{150} := V_{k150} \cdot 2 = 9.09 \text{ kN}$$

Bjelke med hulldiameter på 160mm

6.6 Bjelker med utsparing på 160mm:

$$k_{t90} := \min \left(1, \left(\frac{450 \text{ mm}}{h} \right)^{0.5} \right) = 1 \quad (6.65)$$

$$l_{t90.160} := 0.353 \cdot h_{d160} + 0.5 \cdot h = 206.48 \text{ mm} \quad (6.67)$$

$$f_{t90k} = 0.4 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Skriver om kapasitetskravet, med tanke på å skulle bestemme maksimal påført last:

$$F_{t90k160max} := 0.5 \cdot l_{t90.160} \cdot b \cdot k_{t90} \cdot f_{t90k} = 1.49 \text{ kN} \quad (\text{omforming av 6.64})$$

$$F_{tV_{k.eksempel160}} := \frac{V_{k.eksempel} \cdot 0.7 h_{d160}}{4 \cdot h} \cdot \left(3 - \left(\frac{0.7 h_{d160}}{h} \right)^2 \right) = 2.67 \text{ kN} \quad (6.69)$$

Avstand fra opplager til ønsket hullkant: $l_{M.160} := 700 \text{ mm} + h_{d160} = 0.86 \text{ m}$

$$M_{k.eksempel160} := V_{k.eksempel} \cdot l_{M.160} = 8.6 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (6.70)$$

$$F_{tM_{k.eksempel160}} := 0.008 \cdot \frac{M_{k.eksempel160}}{h_{r160}} = 0.73 \text{ kN}$$

$$\text{Forhold}_{160} := \frac{F_{tV_{k.eksempel160}}}{F_{tM_{k.eksempel160}}} = 3.65$$

$$F_{tM_{k160}} := \frac{F_{t90k160max}}{1 + \text{Forhold}_{160}} = 0.32 \text{ kN} \quad F_{tV_{k160}} := F_{tM_{k160}} \cdot \text{Forhold}_{160} = 1.17 \text{ kN}$$

$$V_{k160} := \frac{F_{tV_{k160}} \cdot h \cdot 4}{0.7 h_{d160} \cdot \left(3 - \left(\frac{0.7 h_{d160}}{h} \right)^2 \right)} = 4.37 \text{ kN} \quad M_{k160} := \frac{F_{tM_{k160}} \cdot h_{r160}}{0.008} = 3.76 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$P_{160} := V_{k160} \cdot 2 = 8.74 \text{ kN}$$

Bjelke med hulldiameter på 170mm6.6 Bjelker med utsparing på 170mm:

$$k_{t90} := \min \left(1, \left(\frac{450 \text{ mm}}{h} \right)^{0.5} \right) = 1 \quad (6.65)$$

$$l_{t90.170} := 0.353 \cdot h_{d170} + 0.5 \cdot h = 210.01 \text{ mm} \quad (6.67)$$

$$f_{t90k} = 0.4 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Skriver om kapasitetskravet, med tanke på å skulle bestemme maksimal påført last:

$$F_{t90k170max} := 0.5 \cdot l_{t90.170} \cdot b \cdot k_{t90} \cdot f_{t90k} = 1.51 \text{ kN} \quad (\text{omforming av 6.64})$$

$$F_{tVk.eksempel170} := \frac{V_{k.eksempel} \cdot 0.7 \cdot h_{d170}}{4 \cdot h} \cdot \left(3 - \left(\frac{0.7 \cdot h_{d170}}{h} \right)^2 \right) = 2.82 \text{ kN} \quad (6.69)$$

Avstand fra opplager til ønsket hullkant: $l_{M.170} := 700 \text{ mm} + h_{d170} = 0.87 \text{ m}$

$$M_{k.eksempel170} := V_{k.eksempel} \cdot l_{M.170} = 8.7 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (6.70)$$

$$F_{tMk.eksempel170} := 0.008 \cdot \frac{M_{k.eksempel170}}{h_{r170}} = 0.77 \text{ kN}$$

$$\text{Forhold}_{170} := \frac{F_{tVk.eksempel170}}{F_{tMk.eksempel170}} = 3.67$$

$$F_{tMk170} := \frac{F_{t90k170max}}{1 + \text{Forhold}_{170}} = 0.32 \text{ kN} \quad F_{tVk170} := F_{tMk170} \cdot \text{Forhold}_{170} = 1.19 \text{ kN}$$

$$V_{k170} := \frac{F_{tVk170} \cdot h \cdot 4}{0.7 \cdot h_{d170} \cdot \left(3 - \left(\frac{0.7 \cdot h_{d170}}{h} \right)^2 \right)} = 4.21 \text{ kN} \quad M_{k170} := \frac{F_{tMk170} \cdot h_{r170}}{0.008} = 3.67 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$P_{170} := V_{k170} \cdot 2 = 8.43 \text{ kN}$$

5.3.2 Skruerforsterket utsparing

Det har kun blitt utført kapasitetskontroll for bjelker med hulldiametre 160mm og 170mm, mens 150mm hullstørrelse er utelatt da det ikke er utført forsøk med forsterkning for denne hullstørrelsen.

Kontroll av selvborende skruer

For bjelker med forsterket utsparing må skruene kontrolleres. I standardforslaget angis det at både utrivningskapasitet og selve skruens kapasitet i strekk må kontrolleres.

Skruerkontoll:

$$\text{Data for skruer:} \quad l := 300 \text{ mm} \quad d_{indre} := 5 \text{ mm} \quad d_{ytre} := 8 \text{ mm} \quad f_{yk} := 400 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kapasitet av skruene i strekk:

$$R_{t.u.k} := f_{yk} \cdot \frac{d_{indre}^2 \cdot \pi}{4} = 7.85 \text{ kN}$$

Kapasitet for utrivning av skruer:

$$f_{1.k} := 80 \cdot 10^{-6} \cdot \rho_{midlere}^2 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 18.43 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$l_{ad.150} := h_{r150} \quad l_{ad.160} := h_{r160} \quad l_{ad.170} := h_{r170}$$

$$R_{utrivning160} := f_{1.k} \cdot l_{ad.160} \cdot d_{ytre} = 13.86 \text{ kN}$$

$$R_{utrivning170} := f_{1.k} \cdot l_{ad.170} \cdot d_{ytre} = 13.34 \text{ kN}$$

Karakteristisk skruerkapasitet:

$$R_{a.x.k.160} := \min(R_{utrivning160}, R_{t.u.k}) = 7.85 \text{ kN}$$

$$R_{a.x.k.170} := \min(R_{utrivning170}, R_{t.u.k}) = 7.85 \text{ kN}$$

Karakteristisk kapasitet er mye større enn opptredende strekk-krefter på tvers av fiberretningen. Skruene vil som forventet ikke være en begrensende faktor for en bjelke med det oppsettet som er benyttet i laboratoriet.

Bjelke med hull diameter på 160mm

I standardforslaget anbefales det at største opptredende skjærspenning langs hullkanten kontrolleres. Det gir følgende pålastingskapasitet for bjelken:

Skjærspenninger langs hullkanten:

$a_{160} := h_{d160}$ for sirkulære hull

$$\kappa_{max160} := 1.84 \cdot \left(1 + \frac{a_{160}}{h}\right) \cdot \left(\frac{0.7 h_{d160}}{h}\right)^{0.2} = 2.32$$

En omforming av (8.97) gir bjelkens skjær-kraft-kapasitet. Ut fra denne beregnes maksimal påført punktlast.

$$V_{d160s} := \frac{f_{vk} \cdot b \cdot (h - 0.7 h_{d160})}{\kappa_{max160} \cdot 1.5} = 6.82 \text{ kN} \quad (8.97)$$

$$F_{k160s} := V_{d160s} \cdot 2 = 13.63 \text{ kN}$$

Bjelke med hull diameter på 170mm

Skjærspenninger langs hullkanten:

$a_{170} := h_{d170}$ for sirkulære hull

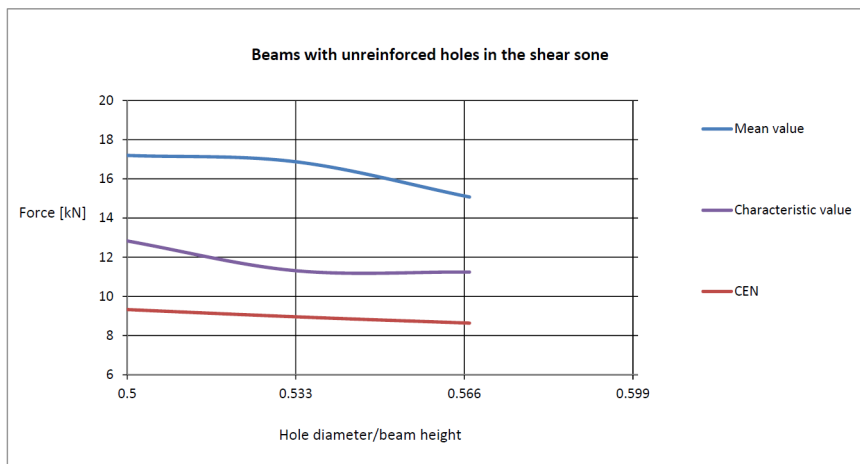
$$\kappa_{max170} := 1.84 \cdot \left(1 + \frac{h_{d170}}{h}\right) \cdot \left(\frac{0.7 h_{d170}}{h}\right)^{0.2} = 2.4$$

En omforming av (8.97) gir bjelkens skjær-kraft-kapasitet. Ut fra denne beregnes maksimal påført punktlast.

$$V_{d170s} := \frac{f_{vk} \cdot b \cdot (h - 0.7 h_{d170})}{\kappa_{max170} \cdot 1.5} = 6.35 \text{ kN} \quad (8.97)$$

$$F_{k170s} := V_{d170s} \cdot 2 = 12.69 \text{ kN}$$

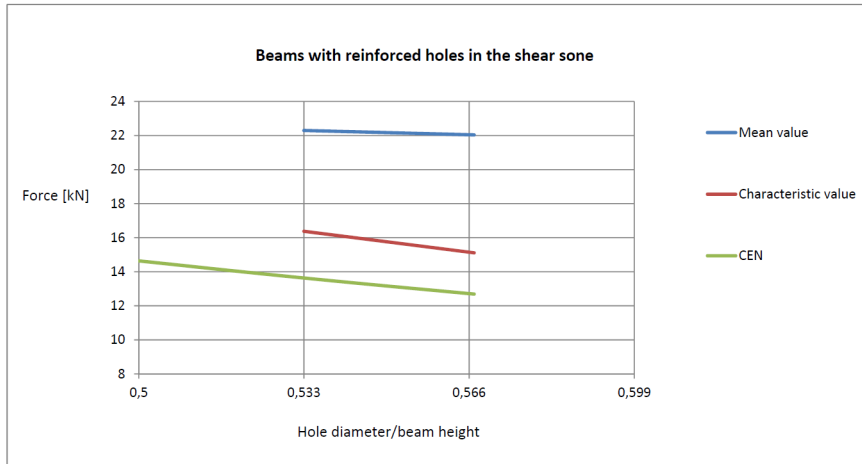
5.3.3 Oppsummering og diskusjon av resultater



Figur 5.3: Grafisk fremstilling av resultater for bjelker med utsparring i skjærsonen, uten skrueforsterkning.

Tabell 5.13: Resultater for bjelker uten utsparing, og med utsparing i skjærsonen.

d/h	Mean value [kN]	Characteristic value [kN]	CEN [kN]	EC5 [kN]
0	22,92	15,81		12,96
0,5	17,20	12,83	9,33	
0,533	16,87	11,31	8,96	
0,567	15,07	11,24	8,64	

**Figur 5.4:** Grafisk fremstilling av resultater for bjelker med skrueforsterket utsparing i skjærsonen.**Tabell 5.14:** Resultater for bjelker med skrueforsterket utsparing i skjærsonen.

d/h	Mean value [kN]	Characteristic value [kN]	CEN [kN]	EC5 [kN]
0,533	22,3	16,38	13,63	12,96
0,567	22,04	15,11	12,69	

Tabell 5.15: Forhold mellom middelerdi for testserier, og karakteristisk verdi fra beregninger. Denne tabellen omhandler utsparinger i skjærsonen.

d/h	Ratio unreinforced	Ratio reinforced
0	1,77	
0,5	1,89	
0,533	1,93	(1,64) 1,72
0,567	1,79	1,74

Bjelker med uforsterket utsparing

Resultatene for de analytiske beregningene sammenlignes i første omgang med karakteristiske verdier av testseriene. Som det fremgår av figur 5.3 og 5.4, er karakteristisk verdi fra beregningsmetodene i CEN/TC 250/SC 5: N300 lavere enn karakteristisk verdi av forsøkene.

Karakteristiske verdier som er basert på testserier med få forsøk (i dette tilfellet 10-12 forsøk), er svært ømfintlige. Skiller ett forsøksresultat seg ut fra resten, vil det gi store utslag i den karakteristiske verdien for serien. Verdien vil bli lavere uansett om resultatet som skiller seg ut er høyere, eller lavere enn de andre. Dette skyldes at variasjon i resultater gir større usikkerhet, og derfor også et større standardavvik for testserien. Ved beregning av karakteristiske verdier er dette forsøkt tatt hensyn til ved hjelp av metoden i NS-EN 14358 [18].

Selv om det er en del usikkerhet knyttet til de karakteristiske verdiene, er det likevel verdt å merke seg at kalkulerte kapasiteter er konservative for alle utsparings-diametre.

Det er ønskelig å utelukke usikkerheten som inntreffer ved bestemmelse av karakteristiske verdier for testserier. Derfor er det også valgt å se på forholdet mellom kalkulerte kapasiteter og middelveidier av test-seriene direkte. Forholdstallet for bjelker uten utsparing brukes som sammenligningsgrunnlag. Av tabell 5.15 kan man se at alle forholdstallene for bjelker med uforsterket utsparing, er større enn, men likevel i nærheten av verdien for bjelker uten utsparing.

Resultater fra testseriene viser at bjelker med uforsterket utsparing i skjær-dominert sone, i de fleste tilfeller går til brudd på grunn av store sprekker, grunnet spenninger på tvers av fiberretningen. Dette er også begrensende faktor for beregningsmetoden i standardforslaget. Beregningsmetodene kan på bakgrunn av overstående informasjon, benyttes til å bestemme pålastnings-kapasitet av bjelker med dimensjon 300x36mm og utsparing opptil 170mm i skjærsonen. De bør også kunne fungere for andre bjelker i samme størrelsesorden som bjelkene fra forsøkene.

Bjelker med forsterket utsparing

Forholdstallene for bjelker med skrueforsterket utsparing er kun minimalt lavere enn for bjelker uten utsparing, se tabell 5.15. Som man kan se av tabell 5.14, er kapasiteten av bjelker med forsterket utsparing på 160mm basert på metoden i CEN, høyere enn den kapasiteten Eurokode 5 gir for bjelke uten utsparing. Forholdet for dette tilfellet er derfor satt i parentes i tabell 5.15, da man benytter laveste kapasitet ved en kontrollberegning. Det skal likevel nevnes at svært lite skiller disse to forsøkseriene, og at den karakteristiske verdien for bjelker med 160mm forsterket utsparing, faktisk er større enn for bjelker uten utsparing. Dette tyder på at kapasiteten for skrueforsterkede bjelker, i skjær-dominert sone, ikke er stort anderledes enn den er for bjelker uten utsparing. Forsøkene viser faktisk at bjelker med forsterkede hull i skjærsonen og bjelker uten hull har nær identisk bruddmønster.

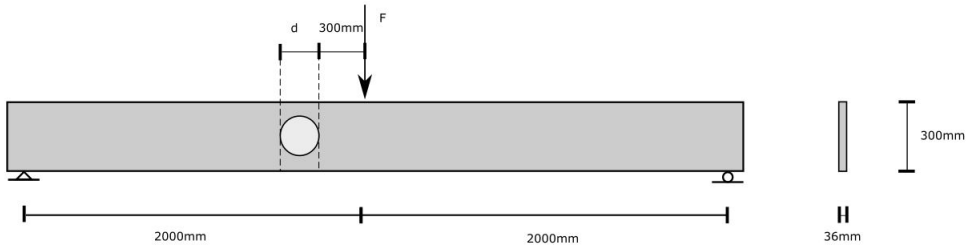
Det er verdt å merke seg at kapasitetskontrollen styres av skjærspenninger langs hullkanten, mens det i forsøkene viste seg at bjelkene som oftest røk på strekkbrudd i underkant av punktlasten. Det kan tenkes at en kontroll som tar hensyn til eventuell reduksjon av momentkapasitet under punktlasten, ved store, skrueforsterkede utsparinger, bør bli forsøkt utviklet.

5.4 Kapasitetsberegning av bjelke med utsparing i moment-dominert sone

For en bjelke med utsparing i momentsonen vil det først bli beregnet en kapasitet for et tilfelle uten skruearming. Deretter beregnes kapasiteten med skruearming. Begge tilfeller kontrolleres ved hjelp av metodene fra Vedlegg A, beskrevet i kapittel 3 "Teori om bjelker med utsparing".

5.4.1 Utsparing uten armering

Når et hull tas i momentsonen vil dimensjonerende faktor endres. Der bøyesspenninger bestemmer kapasiteten for bjelker uten utsparing, vil strekkspenninger på tvers av fiber være dimensjonerende faktor for bjelker med uarmerte hull. Figur 5.5 beskriver størrelser og avstander benyttet i beregningene.



Figur 5.5: *Bjelkeskisse med hull i momentzone.*

Videre følger kapasitetsberegninger for bjelker med hulldiameter 150mm, 160mm og 170mm. Fremgangsmåten er den samme som for uarmerte skjærhull.

Bjelke med hulldiameter på 150mm

6.6 Bjelker med utsparring på 150mm:

$$k_{t90} := \min \left(1, \left(\frac{450 \text{ mm}}{h} \right)^{0.5} \right) = 1 \quad (6.65)$$

$$l_{t90.150} := 0.353 \cdot h_{d150} + 0.5 \cdot h = 202.95 \text{ mm} \quad (6.67)$$

$$f_{t90k} = 0.4 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Skriver om kapasitetskravet, med tanke på å skulle bestemme maksimal påført last:

$$F_{t90k150max} := 0.5 \cdot l_{t90.150} \cdot b \cdot k_{t90} \cdot f_{t90k} = 1.46 \text{ kN} \quad (\text{omforming av 6.64})$$

$$F_{tVk.eksempel150} := \frac{V_{k.eksempel} \cdot 0.7 h_{d150}}{4 \cdot h} \cdot \left(3 - \left(\frac{0.7 h_{d150}}{h} \right)^2 \right) = 2.52 \text{ kN} \quad (6.69)$$

$$l_M := \frac{l_{spenn}}{2} - 300 \text{ mm} = 1.7 \text{ m} \quad \text{Avstand fra opplager til ønsket hullkant (denne er her lik for alle hulldimensjoner).}$$

$$M_{k.eksempel150} := V_{k.eksempel} \cdot l_M = 17 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$F_{tMk.eksempel150} := 0.008 \cdot \frac{M_{k.eksempel150}}{h_{r150}} = 1.39 \text{ kN}$$

$$\text{Forhold}_{150} := \frac{F_{tVk.eksempel150}}{F_{tMk.eksempel150}} = 1.81$$

$$F_{tMk150} := \frac{F_{t90k150max}}{1 + \text{Forhold}_{150}} = 0.52 \text{ kN} \quad F_{tVk150} := F_{tMk150} \cdot \text{Forhold}_{150} = 0.94 \text{ kN}$$

$$V_{k150} := \frac{F_{tVk150} \cdot h \cdot 4}{\left(3 - \left(\frac{0.7 h_{d150}}{h} \right)^2 \right)} = 3.73 \text{ kN} \quad M_{k150} := \frac{F_{tMk150} \cdot h_{r150}}{0.008} = 6.35 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$P_{150} := V_{k150} \cdot 2 = 7.47 \text{ kN}$$

Bjelke med hulldiameter på 160mm

6.6 Bjelker med utsparring på 160mm:

$$k_{t90} := \min \left(1, \left(\frac{450 \text{ mm}}{h} \right)^{0.5} \right) = 1 \quad (6.65)$$

$$l_{t90.160} := 0.353 \cdot h_{d160} + 0.5 \cdot h = 206.48 \text{ mm} \quad (6.67)$$

$$f_{t90k} = 0.4 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Skriver om kapasitetskravet, med tanke på å skulle bestemme maksimal påført last:

$$F_{t90k160max} := 0.5 \cdot l_{t90.160} \cdot b \cdot k_{t90} \cdot f_{t90k} = 1.49 \text{ kN} \quad (\text{omforming av 6.64})$$

$$F_{tVk.eksempel160} := \frac{V_{k.eksempel} \cdot 0.7 h_{d160}}{4 \cdot h} \cdot \left(3 - \left(\frac{0.7 h_{d160}}{h} \right)^2 \right) = 2.67 \text{ kN} \quad (6.69)$$

$$M_{k.eksempel160} := V_{k.eksempel} \cdot l_M = 17 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$F_{tMk.eksempel160} := 0.008 \cdot \frac{M_{k.eksempel160}}{h_{r160}} = 1.45 \text{ kN}$$

$$\text{Forhold}_{160} := \frac{F_{tVk.eksempel160}}{F_{tMk.eksempel160}} = 1.85$$

$$F_{tMk160} := \frac{F_{t90k160max}}{1 + \text{Forhold}_{160}} = 0.52 \text{ kN}$$

$$F_{tVk160} := F_{tMk160} \cdot \text{Forhold}_{160} = 0.96 \text{ kN}$$

$$V_{k160} := \frac{F_{tVk160} \cdot h \cdot 4}{\left(3 - \left(\frac{0.7 h_{d160}}{h} \right)^2 \right)} = 3.61 \text{ kN}$$

$$M_{k160} := \frac{F_{tMk160} \cdot h_{r160}}{0.008} = 6.14 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$P_{160} := V_{k160} \cdot 2 = 7.22 \text{ kN}$$

Bjelke med hulldiameter på 170mm

6.6 Bjelker med utsparing på 170mm:

$$k_{t90} := \min \left(1, \left(\frac{450 \text{ mm}}{h} \right)^{0.5} \right) = 1 \quad (6.65)$$

$$l_{t90.170} := 0.353 \cdot h_{d170} + 0.5 \cdot h = 210.01 \text{ mm} \quad (6.67)$$

$$f_{t90k} = 0.4 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Skriver om kapasitetskravet, med tanke på å skulle bestemme maksimal påført last:

$$F_{t90k170max} := 0.5 \cdot l_{t90.170} \cdot b \cdot k_{t90} \cdot f_{t90k} = 1.51 \text{ kN} \quad (\text{omforming av 6.64})$$

$$F_{tVk.eksempel170} := \frac{V_{k.eksempel} \cdot 0.7 \cdot h_{d170}}{4 \cdot h} \cdot \left(3 - \left(\frac{0.7 \cdot h_{d170}}{h} \right)^2 \right) = 2.82 \text{ kN} \quad (6.69)$$

$$M_{k.eksempel170} := V_{k.eksempel} \cdot l_M = 17 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$F_{tMk.eksempel170} := 0.008 \cdot \frac{M_{k.eksempel170}}{h_{r170}} = 1.5 \text{ kN}$$

$$\text{Forhold}_{170} := \frac{F_{tVk.eksempel170}}{F_{tMk.eksempel170}} = 1.88$$

$$F_{tMk170} := \frac{F_{t90k170max}}{1 + \text{Forhold}_{170}} = 0.53 \text{ kN}$$

$$F_{tVk170} := F_{tMk170} \cdot \text{Forhold}_{170} = 0.99 \text{ kN}$$

$$V_{k170} := \frac{F_{tVk170} \cdot h \cdot 4}{\left(3 - \left(\frac{0.7 \cdot h_{d170}}{h} \right)^2 \right)} = 3.5 \text{ kN}$$

$$M_{d170} := \frac{F_{tMk170} \cdot h_{r170}}{0.008} = 5.95 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

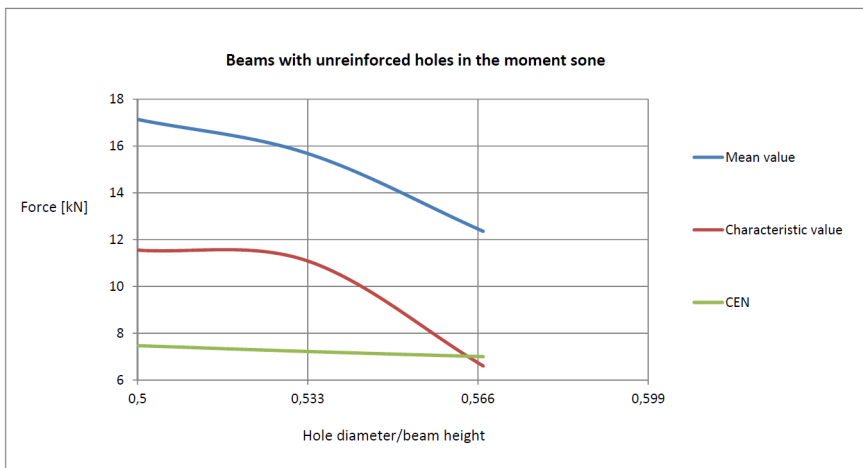
$$P_{170} := V_{k170} \cdot 2 = 7 \text{ kN}$$

5.4.2 Skruerforsterket utsparing

Dimensjonering av skruer benytter bjelkens kapasitet for krefter på tvers av fiberretningen som kontrollkriterium. Tverrkraft-kapasiteten er den samme for utsparinger med lik diameter, uansett plassering langs bjelken. Skruens kapasitet i strekk, og utrivning, påvirkes hverken av hullstørrelse, eller hullets plassering. Dette trenger man med andre ord ikke å kontrollere på nytt, da kontrollen av hull i skjærsonen også dekker tilfellene med hull i momentsonen.

Det samme gjelder kontrollen av største opptredende skjærspenning langs hullkanten. Skjær-kraften i bjelken vil være den samme uansett hvor i bjelken men befinner seg, sett bort fra snittet rett under punktlasten. Kapasiteten er dermed, ifølge standardforslaget, den samme for skruerarmerte hull i momentsonen som for skruerarmert hull i skjærsonen.

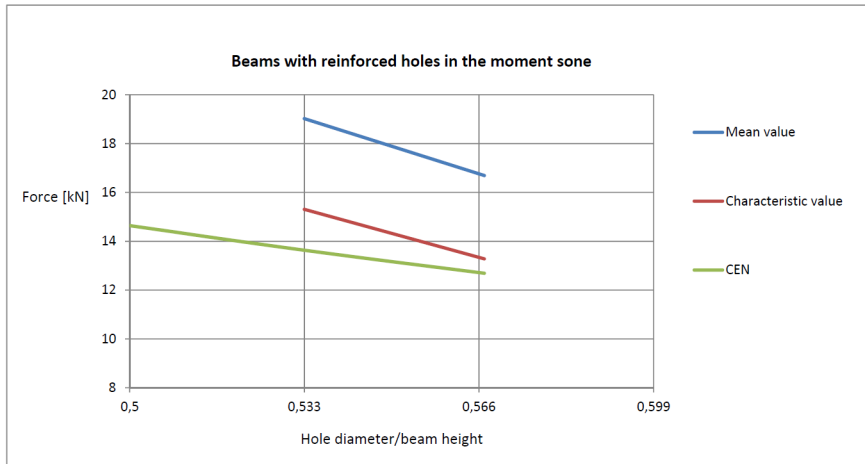
5.4.3 Oppsummering og diskusjon av resultater



Figur 5.6: Grafisk fremstilling av resultater for bjelker med utsparing i momentsonen, uten skruerforsterkninger.

Tabell 5.16: Resultater for bjelker uten utsparing, og med utsparing i momentsonen.

d/h	Mean value (kN)	Characteristic value (kN)	CEN [kN]	EC5 [kN]
0				12,96
0,5	17,14	11,55	7,47	
0,533	15,68	11,09	7,22	
0,567	12,35	6,60	7	

**Figur 5.7:** Grafisk fremstilling av resultater for bjelker med skrueforsterket utsparing i momentsonen.**Tabell 5.17:** Resultater for bjelker med skrueforsterket utsparing i momentsonen.

d/h	Mean value [kN]	Characteristic value [kN]	CEN [kN]	EC5 [kN]
0,533	19,02	15,31	13,63	12,96
0,567	16,70	13,28	12,69	

Tabell 5.18: Forhold mellom middelverdi for testserier, og karakteristisk verdi fra beregninger. Denne tabellen omhandler utsparinger i momentsonen.

d/h	Ratio unreinforced	Ratio reinforced
0	1,77	
0,5	2,29	
0,533	2,17	(1,4) 1,47
0,567	1,76	1,32

Bjelker med uforsterket utsparing

Resultatene for de analytiske beregningene sammenlignes i første omgang med karakteristiske verdier av testseriene. Som det fremgår av figur 5.6, er karakteristisk verdi fra beregningsmetodene i CEN/TC 250/SC 5: N300 lavere enn karakteristisk verdi fra forsøkene for alle tilfeller, foruten 170mm utsparing. Dette er faktisk den eneste av de karakteristiske verdiene fra forsøk som er lavere enn beregnet kapasitet, uansett hull- og forsterknings situasjon. Grunnen til den lave karakteristiske kapasiteten, er store variasjoner i forsøksresultatene.

Alle de tre testseriene med utsparing i momentsonen har noe inkonsekvente årsaker til brudd. Dette gjør det utfordrende å beregne kapasiteten for slike bjelker. Metoden som benyttes her er, som for bjelker med hull i skjærsonen, basert på kontroll av strekkspenninger på tvers av fiberretningen. Det fremgår av forsøksresultatene at sjansen for strekkbrudd langs fiberretningen i underkant av hullet, øker med hullstørrelsen. BM-150 er med andre ord nærmest å ha konsekvente tverrstrekk-brudd, mens BM-170 ganske ofte går til brudd på strekk langs fiberretningen. Det er også registrert at bjelkene med større hull, i mye større grad påvirkes av defekter som kvister, hakk eller fingerskjøter. Dette er en naturlig konsekvens av at det oppstår større strekk-krefter ved større utsparinger.

Forholdstallene i tabell 5.18 gir noe av det samme resultatet som for de karakteristiske forsøksverdiene. Godt til sikker side for BM-150 og BM-160, men nesten identisk forholdstall for BM-170 og bjelke uten utsparing. Dette lover godt for at beregningsmetoden kan benyttes for en konservativ beregning for utsparinger i momentsonen.

Beregnet kapasitet for 150mm og 160mm utsparing er begge konservative. For 170mm utsparing, er beregnet kapasitet ikke på konservativ side. Selv om kapasitetskontrollen stort sett gir konservative verdier, er det viktig å huske på at det ikke tas hensyn til at store utsparinger ofte ryker på strekk i underkant av bjelken. Man ser ut fra figur 5.6 at kurven for beregnet kapasitet krummer motsatt vei av kurvene fra forsøk. Dette er ikke gunstig, og det burde vurderes å forsøke og innlemme strekkbrudd i beregningsmetoden for bjelker med utsparing i momentsonen.

En annen ting som bør nevnes når man ser at kurvene krommer "feil" vei, er standard-forslagets måte å bestemme bjelkens kapasitet for tverrstrekk-spenninger. Metoden er beskrevet inngående i kapittel 2, "Teori om bjelker med utsparing", og det fremgår at kapasiteten i tverrstrekk beregnes ved hjelp av en estimert spenningsfordelings-lengde, se ligning 2.3. Denne lengden øker med større hull diameter, noe som også fører til at bjelkens kapasitet for tverrstrekk-spenning øker. Dette kan man se på $F_{t90k...max}$ verdiene i utregningene.

Spenningsfordelings-lengden er blitt diskutert før, og Aicher og Höfflin [2] argumenterer for at denne i utgangspunktet er for lang. I tillegg henviser de til FEM-analyser som viser at den omtalte lengden minker med økende moment-/skjærkraft forhold. Dette vil si at for lasttilfeller med punktlast midt i feltet, minker spenningsfordelings-lengden jo nærmere midten utsparingen befinner seg. Sånn som forslaget står nå, er lengden upåvirket av moment/skjærkraft forholdet. Denne verdien kan også sees nærmere på for å muligens kunne forbedre beregningsmetoden.

Bjelker med forsterket utsparing

Karakteristiske verdier fra testseriene for bjelker med forsterket utsparing er begge høyere enn beregnet kapasitet, se figur 5.7. Ser man derimot på forholdstallene i tabell 5.18, viser de at beregningene har svært liten margin i forhold til referanseverdien for bjelker uten utsparing.

Det er ingen stor overraskelse at beregnede kapasiteter for forsterkede bjelker i moment-dominert sone, ikke gir tilfredstillende resultater. Beregningsmetoden belager seg som tidligere nevnt på skjærspenninger langs hullkanten. Dette er på ingen måte en relevant årsak til brudd. Ut fra forsøkene kan man se at strekkbrudd i underkant av utsparingen er gjennomgående årsak til brudd for bjelker med skrueforsterket utsparing i moment-dominert sone.

Beregningsmetoden er med andre ord ikke egnet til å bestemme kapasiteten for bjelker med forsterket utsparing i moment-dominert sone.

5.4.4 Forslag til alternativ beregningsmetode for bjelker med skrueforsterket utsparing i moment-dominert sone

Siden metoden for kapasitetsberegning av skrueforsterkede utsparinger ikke gir særlig tilfredstillende resultater for hull i momentsonen, er det utarbeidet et forslag til alternativ metode. Ut fra det som fremkommer i forsøksresultatene, ryker bjelker med denne hullplasseringen stort sett på strekkbrudd i området under utsparingen. Standardforslagets metode virker derfor ikke særlig relevant å bruke, da den kapasitetsbegrensende-faktoren i så tilfelle er skjær-krefter langs hullkanten. Vanlig kapasitetskontroll av bjelker med redusert tverrsnitt er utført, og gir ingen beregningsmessig reduksjon i kapasitet for bjelker med hull i momentsonen. Dette skyldes at utsparingen befinner seg et stykke fra punktlasten. Kontroll av kapasitet for redusert tverrsnitt fremlegges i Vedlegg B.

Den alternative kapasitets-kontrollen er basert på strekk-kapasitet av minste tverrsnittsareal under utsparingen, og er som følger:

Bjelke med 160mm skruearmert utsparing i momentsonen:

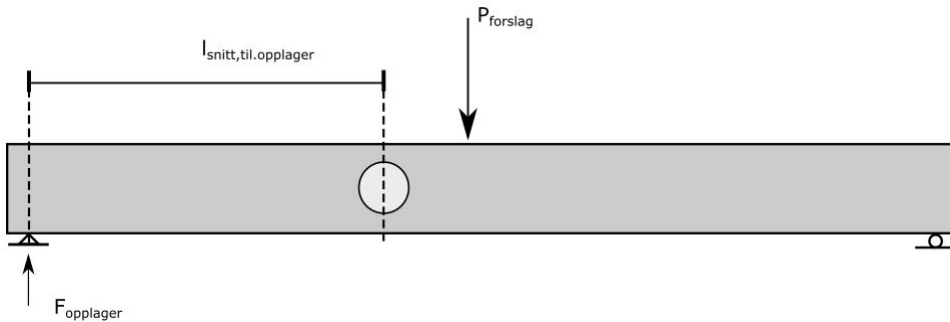
Tverrsnittsdata og avstander langs bjelken:

$$b = 36 \text{ mm} \quad f_{t0k} := 14 \frac{N}{\text{mm}^2} \quad h_{d160} = 160 \text{ mm} \quad h = 300 \text{ mm} \quad l_{spenn} = 4000 \text{ mm}$$

$$h_{\text{under.utsparing.160}} := \frac{h - h_{d160}}{2} = 70 \text{ mm}$$

Avstand fra senter av hullet, til nærmeste opplager:

$$l_{\text{punktlast.til.smitt.160}} := 380 \text{ mm} \quad l_{\text{smitt.til.opplager.160}} := \frac{l_{spenn}}{2} - l_{\text{punktlast.til.smitt.160}} = 1620 \text{ mm}$$

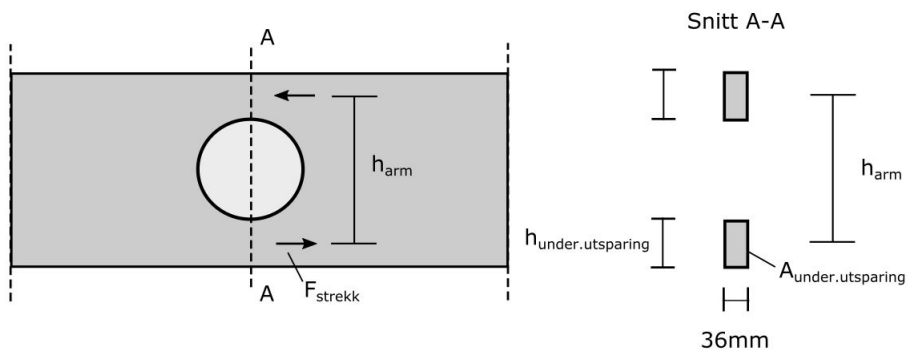


Figur 5.8: Avstand fra et vertikalt snitt gjennom utsparingen, til nærmeste opplager.

$$A_{\text{under.utsparing.160}} := b \cdot h_{\text{under.utsparing.160}} = 2520 \text{ mm}^2$$

Strek-kapasiteten til bjelkearealet under utsparingen:

$$F_{\text{strek.160}} := f_{t0k} \cdot A_{\text{under.utsparing.160}} = 35.28 \text{ kN}$$



Figur 5.9: Skisse av tanken bak forslaget til alternativ kapasitetsberegning.

Beregner nå en moment-kapasitet for tversnittet, begrenset av strekk-kapasiteten i arealet under utsparingen. Velger å benytte en momentarm som går fra midtpunktet i strekkarealet til midtpunktet i trykkarealet.

5. Analytiske beregninger

$$h_{arm.160} := h_{d160} + \frac{h_{under.utsparing.160} \cdot 2}{2} = 230 \text{ mm}$$

$$M_{snitt.160} := F_{strek.160} \cdot h_{arm.160} = 8.11 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Finner opplagerkraften som vil gi et moment, tilsvarende kapasiteten beregnet for snittet midt i utsparingen. Denne opplager-kraften gir da enkelt bjelkens pålastningskapasitet for punktlast i senter av spennet.

$$F_{opplager.160} := \frac{M_{snitt.160}}{l_{snitt.til.opplager.160}} = 5.01 \text{ kN}$$

$$P_{forstag.160} := F_{opplager.160} \cdot 2 = 10.02 \text{ kN}$$

Bjelke med 170mm skruearmert utsparing i momentsonen:

Tverrsnitts data og avstander langs bjelken:

$$b = 36 \text{ mm} \quad f_{t0k} := 14 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad h_{d170} = 170 \text{ mm} \quad h = 300 \text{ mm} \quad l_{spenn} = 4000 \text{ mm}$$

$$h_{\text{under.utsparing.170}} := \frac{h - h_{d170}}{2} = 65 \text{ mm}$$

Avstand fra senter av hullet, til nærmeste opplager:

$$l_{\text{punktlast.til.snitt.170}} := 385 \text{ mm} \quad l_{\text{snitt.til.opplager.170}} := \frac{l_{spenn}}{2} - l_{\text{punktlast.til.snitt.170}} = 1615 \text{ mm}$$

$$A_{\text{under.utsparing.170}} := b \cdot h_{\text{under.utsparing.170}} = 2340 \text{ mm}^2$$

$$F_{\text{strek.170}} := f_{t0k} \cdot A_{\text{under.utsparing.170}} = 32.76 \text{ kN}$$

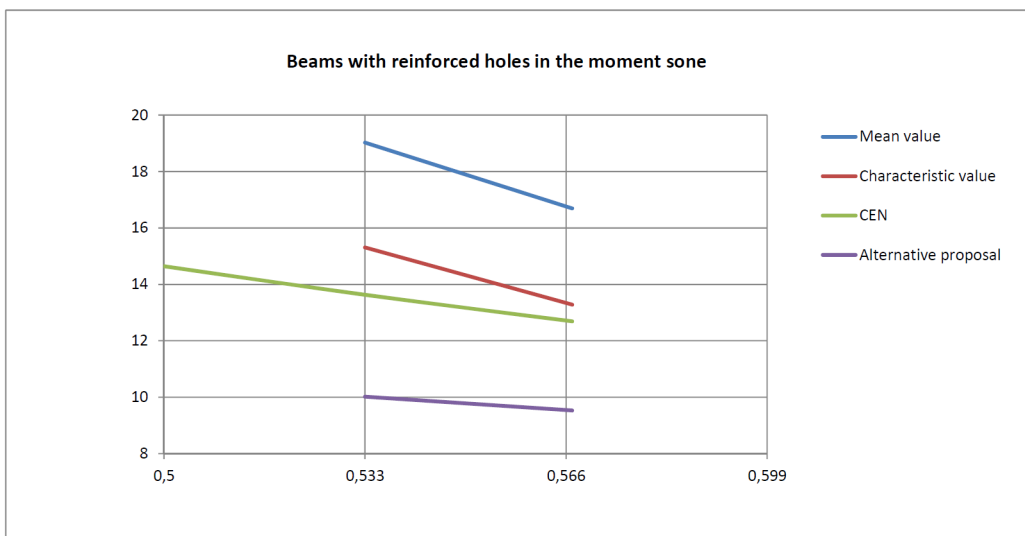
$$h_{\text{arm.170}} := h_{d170} + \frac{h_{\text{under.utsparing.170}} \cdot 2}{2} = 235 \text{ mm}$$

$$M_{\text{snitt.170}} := F_{\text{strek.170}} \cdot h_{\text{arm.170}} = 7.7 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$F_{\text{opplager.170}} := \frac{M_{\text{snitt.170}}}{l_{\text{snitt.til.opplager.170}}} = 4.77 \text{ kN}$$

$$P_{\text{forstag.170}} := F_{\text{opplager.170}} \cdot 2 = 9.53 \text{ kN}$$

Oppsummering og diskusjon av resultater fra forslag til alternativ beregningsmetode



Figur 5.10: Grafisk fremstilling av resultater for bjelker med skrueforsterket utsparing i momentsonen. Her er også resultater for alternativ beregning inkludert.

Tabell 5.19: Resultater for bjelker med skrueforsterket utsparing i momentsonen.

d/h	Mean value [kN]	Characteristic value [kN]	CEN [kN]	Alternative proposal [kN]
0,533	19,02	15,31	13,63	10,02
0,567	16,70	13,28	12,69	9,53

Tabell 5.20: Forholdet mellom middelveier for testserier, og karakteristiske verdier fra beregninger. Denne tabelle omhandler utsparinger i momentsonen, og benytter kapasiteter fra alternativ beregning, for bestemmelse av forholdstallene for skrueforsterkede utsparinger.

d/h	Ratio unreinforced	Ratio reinforced
0	1,77	
0,5	2,29	
0,533	2,17	1,9
0,567	1,76	1,75

Ser at beregning etter denne metoden gir betydelig lavere kapasitet enn metoden basert på skjærspenninger langs hullkanten. Dette vises i tabell 5.19. Den alternative metoden blir sammenlignet med både karakteristiske verdier og middelveier i figur 5.10. Kurvene viser at kapasiteter beregnet på bakgrunn av denne metoden vil være konservative for begge hullstørrelsene.

Forholdet mellom beregnede kapasiteter og middelveier fra tilhørende forsøk er angitt i tabell 5.20. Det fremkommer av forholdstallet for bjelker med 160mm utsparing, at denne beregningen er konservativ. For bjelker med 170mm utsparing ligger forholdstallet like under referanseverdien fra bjelker uten hull, men de skiller bare 0,02.

De overnevnte resultatene er oppløftende med tanke på den foreslåtte metodens validitet. Den er noe begrenset, da den ikke tar hensyn til skjærkrefter, og derfor kun vil fungere i moment-dominert sone. Den vil øke etterhvert som utsparingen flyttes utover mot skjærsonen, og vil ikke lengre gi gode resultater når bjelken ikke lengre ryker på strekk under hullet. Hvor grenseområdet ligger er vanskelig å si noe om nå, men det kan gjerne undersøkes i en senere oppgave. Et forslag kan være å kontrollere bjelker for både skjærspenninger langs hullkanten og strekkspenninger under utsparinger, for så å velge den laveste verdien. Om det i tillegg kan utvikles en metode for å kontrollere hvor stor innvirkning en forsterket utsparing i skjærdominert sone har på en bjelkes momentkapasitet, vil det være mye større muligheter for å kunne beregne korrekt kapasitet av bjelker med forsterket utsparing, uansett plassering langs bjelkelengden.

6 Modellering og resultater fra numeriske simuleringer av bjelker

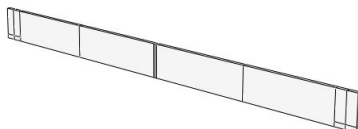
Det elementmetodebaserte programmet Abaqus (versjon 6.14) ble benyttet for å utføre numeriske simuleringer av limtrebjelken med og uten utsparinger. Målet med simuleringene var å utvikle en bjelkemodell som samsvarer godt med forsøksresultatene, og dermed benytte modellen til å ekstrapolere nye forsøksdata uten å måtte teste flere bjelker i laboratoriet. Hovedfokuset var å se på endringer i spenningsbildet ved forskjellige hullsituasjoner, samt bestemme hvor stor last som skal til for at bjelken går til brudd.

Ved å dele modelleringsprosessen inn i flere steg, vil sannsynligheten for feil reduseres. Som et utgangspunkt ble det derfor først modellert en hel bjelke, uten utsparing, og resultatene ble kontrollert opp mot tilhørende forsøksdata. Deretter ble bjelken modellert med utsparing, men uten sprekkdannelse, for å se hvordan spenningene vinkelrett på fiberretning endret seg langs hullets periferi for forskjellige hulldiametre. Det neste steget ble naturligvis å inkludere sprekkutvikling i modellen, for å ta hensyn til bjelkens begrensede motstand mot tverrspenninger langs hullkanten.

Line [13] og Degro [8] har begge utført numeriske simuleringer i sine oppgaver, men de har begge i hovedsak benyttet 2D-modeller. I denne oppgaven er all modellering av selve bjelken utført i 3D. Dette gir en riktigere spenningsfordeling, og fører også til en bedre tilnærming til det faktiske problemet.

6.1 Modellering av en fullstendig bjelke uten hull

Å modellere en bjelke uten utsparing var en nokså enkel prosess. Både arbeids- og tidsmessig var det lite krevende i forhold til de andre påfølgende stegene i modelleringsprosessen.



Figur 6.1: Modell av bjelke uten hull, vist med partisjonerings fra Abaqus.

6.1.1 Implementering og valg av input-parametre i Abaqus

Videre fremlegges oppbyggingen av modellen i Abaqus, inkludert input-parametre og andre valg som er tatt underveis. Punktene under følger stegvis oppbyggingen av programmets arbeidsmodul, hvor de mest grunnleggende funksjonene og input-parametrene er utelatt.

"Part"

Delen er valgt som deformerbar 3D, av typen ekstrusjon. Valget vedrørende mesh er strukturert med en størrelse på 10 over hele modellen. Dette skal gi en god tilnærming til eksakt løsning da spenningsbildet gjennom bjelken er forholdsvis enkelt.

"Materials"

Under materialmodulen i Abaqus er input-varianten "engineering constants" valgt for å beskrive elastisitetmoduler (E_1 , E_2 , E_3), skjærmoduler (G_{12} , G_{13} , G_{23}) og tverrkontraksjoner (ν_{12} , ν_{13} , ν_{23}). Dette gav den beste tilnærmingen til et inhomogent, anisotrop materiale som tre. De tre retningene i programmet blir definert som X-, Y- og Z-retninger, og beskriver henholdsvis retningene parallelt med fiberretningen, vinkelrett på fiberretningen og vinkelrett på bjelkehøyden. Valgte

input-verdier er hentet fra tidligere utførte simuleringer i masteroppgaver og er fremlagt i tabell 6.1.

Tabell 6.1: *input-parametre brukt for materialkonstanter i Abaqus.*

Modulus of elasticity [Mpa]	Shear modulus [Mpa]	Poisson ratio
E1 = 11000	Nu12 = 0.39	G12 = 580
E2 = 370	Nu23 = 0.39	G13 = 580
E3 = 370	Nu23 = 0.32	G23 = 26

En bjelke uten hull vil i de aller fleste tilfeller ryke på strekk i de nedre lamellene. For å oppnå denne typen brudd i Abaqus, ble det valgt å definere en plastisk spenningskapasitet for modellen. Når denne spenningen oppnås som strekk i nedre del av bjelken, vil ikke spenningene kunne øke mer, og man får i stedet en plastisk tøyning. Denne tøyingsverdien kan da benyttes til å bestemme når et brudd inntreffer.

Verdien som ble brukt for å angi den plastiske flytegrensen var 34,7 MPa, da den gav best resultat i forhold til bruddlastene fra forsøkene, og ble basert på følgende:

Ettersom input-verdiene brukt i Abaqus er middelerverdier, og det kun finnes data for karakteristisk strekk- og trykkfasthet tilgjengelig, ble et forholdstall mellom karakteristisk bøyepening og midlet bøyepening beregnet for å estimere middelerverdier for disse:

- Karakteristisk bøyepening = 24 MPa [6]
- Midlet bøyepening = 39,4 MPa [8]

$$\text{Forhold} = 39,4 \text{ MPa} / 24 \text{ MPa} = 1,65 \quad (6.1)$$

For at en bjelke skal kunne strekkes i underkant må det oppstå trykk i overkant og derfor ble den karakteristiske trykkfastheten multiplisert med forholdstallet over, for å oppnå input-verdien som ble benyttet i programmet:

- karakteristisk trykkfasthet = 21 MPa [20]

$$\text{Plastisk flytegrense} = (21\text{MPa}) * 1,65 = 34,7\text{MPa} \quad (6.2)$$

"Steps"

I tillegg til steget for initielle laster og opplagerbetingelser, ble det lagt til et laststeg av typen generell statisk. Under innstillingene for inkrementasjoner er det valgt automatisk type med maksimum antall inkrement på 100000, hvor initiell-, minimum- og maksimum inkrementstørrelse er satt til henholdsvis 0.001, 1E-20 og 0.01. Dette er de samme verdiene brukt av Pais [15].

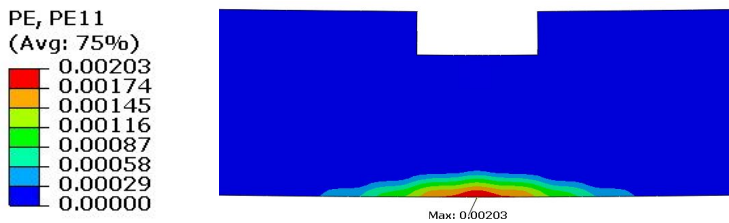
"BC"

Det er valgt å bruke en forskyvningstyrt last i form av trykk over et areal på 36x36mm for å få en bedre flyt i analysen, samtidig som man unngår store lokale krefter rett under lasten. Ved å fordele lasten ut over et område istedenfor å benytte en ren punktlast unngår man at analysen avbrytes grunnet overdrevent forvridde elementer i domenet under punktlasten. Lasten er forøvrig påført som en nedbøyning på 300mm, for å være sikker på at analysen går lenger enn tidspunktet hvor bruddlastene hentes ut.

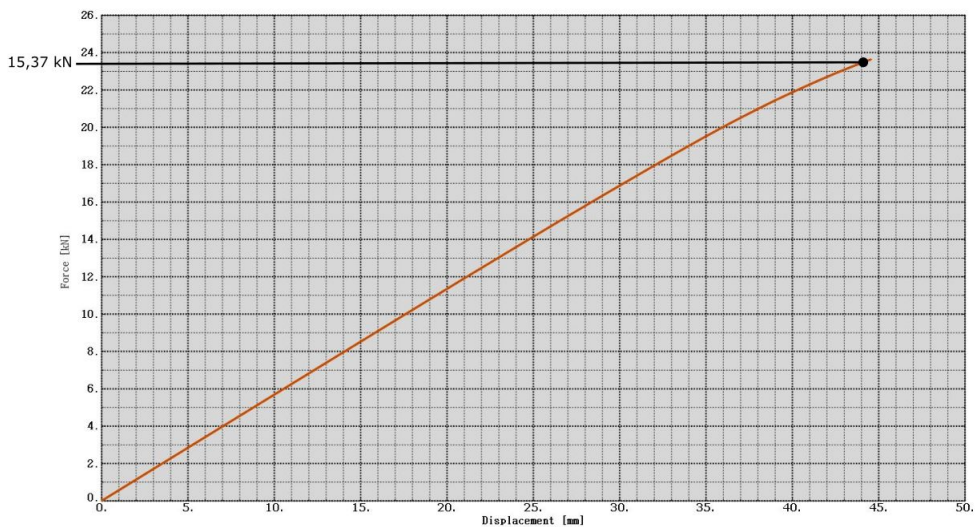
For opplagerbetingelsene i X- og Y-retningene er det satt på fastholdning som tilsvarer en fritt opplagt bjelke, samtidig som bjelken er fastholdt mot vipping ut av XY-planen (Z-retningen) i lastpåføringspunktet, langs sidekantene ved opplagene, samt midt mellom opplegg og punktlast. Selv om noen av bjelkene i forsøkene mistet kapasitet grunnet vipping, til tross for en rekke forsøk på forskjellige avstivningsløsninger, ønskes det som tidligere påpekt et resultat basert på strekkbrudd.

6.1.2 Resultat og diskusjon

Det ble nødvendig å bruke plastiske tøyninger parallelt med fiberretning (PE11), for å bestemme tidspunktet i analysen som tilsvarte strekkbrudd fra forsøkene. I samarbeid med veileder ble det ut fra kvalifiserte antagelser bestemt at kapasiteten kunne leses av ved en tøyingsverdi på 2%. Dette gav en bruddlast på 23,42 kN som sammenlignet med forsøk (22,34 kN) kun skiller 2,13 %. Med en så liten differanse anses resultatet og derav modellen som tilfredsstillende.



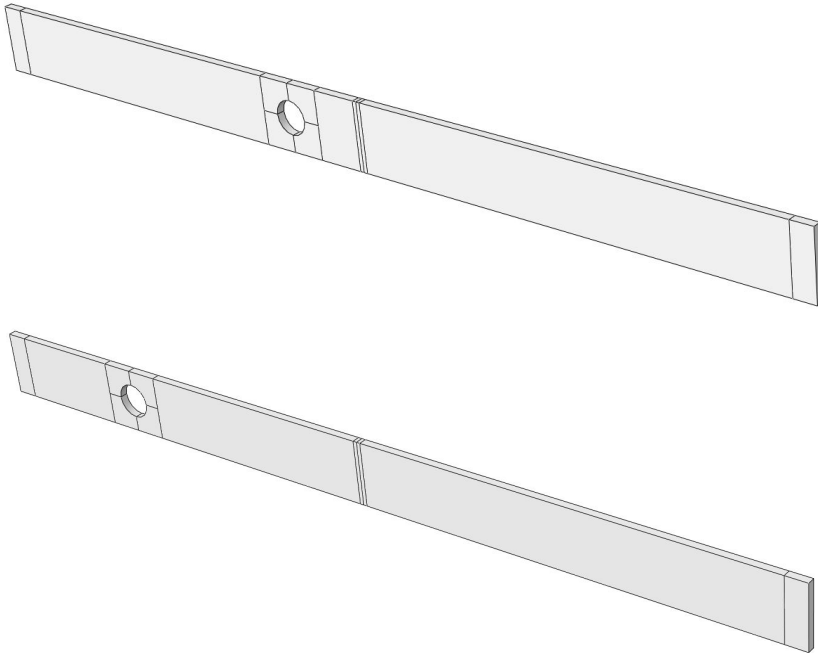
Figur 6.2: Tøyingsfordelinger parallelt med fiberretning, rett etter brudd, for et utsnitt av bjelken. Området øverst (under punktlast) er fjernet for å få et bedre konturplot av strekkspenningene.



Figur 6.3: Last-forskyvningskurve hvor merket punkt angir bruddlast.

6.2 Modellering av bjelker med utsparing

Det er blitt utført analyser for utsparinger med diametre på 150mm, 160mm og 170mm både i skjær- og moment-dominert sone, for å analysere spenningsendringer ved økte hulldimensjoner.



Figur 6.4: Modell av bjelken i Abaqus med utsparinger i henholdsvis moment- og skjær-dominert sone.

6.2.1 Implementering og valg av input-parametre i Abaqus

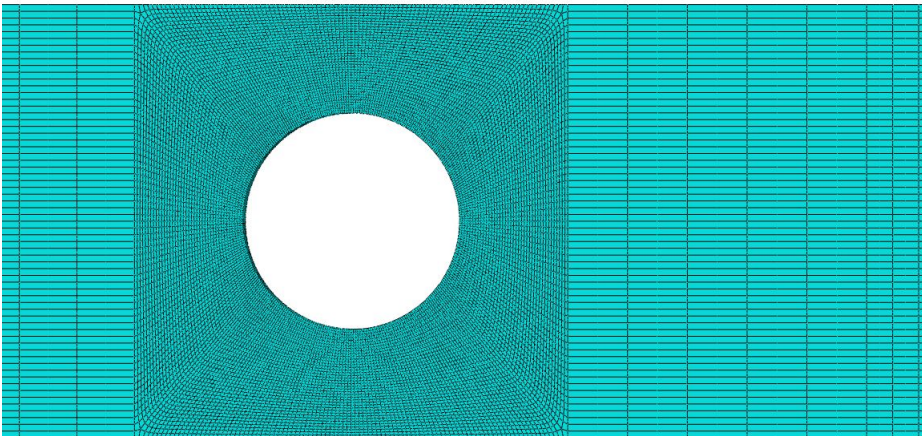
Modellen med utsparing ble utarbeidet med utgangspunkt i modellen for en hel bjelke omtalt i forrige seksjon. Uavhengig av plasseringen eller størrelsen av utsparinger ble bjelkene gjennomgående modellert med de samme materialegenskapene, samt påført lik last for å enkelt kunne sammenligne resultatene fra de forskjellige modellene med hverandre.

Videre fremlegges oppbyggingen av modellen som stegvis følger modulinnstillingen i Abaqus, inkludert valg som er tatt for modellering og input-parametre, på samme måte som for bjelke uten hull. Kun endringer av foregående modell vil bli omtalt her.

"Part"

Med en utsparring til stede ble spenningsbildet i modellen mer kompleks og det ble nødvendig med tre prosesser av remeshing hvor elementstørrelsen ble halvert for hver simulering, før konvergens var tilfredsstillende. Endelig valgt mesh førte til at bjelken inneholdt 115 224 elementer, hvor det var høyest densitet av elementer rundt utsparringen som vist i figur 6.5. Dette gjorde analysen mer effektiv da elementene i lengderetningen, ut fra utsparringen, kun har i oppgave å overføre krefter til opplagrene.

Elementtypen som ble valgt var kvadratiske 3D-element med redusert integrasjon (C3D20R). Da elementet sjelden viser tegn til timeglassdeformasjoner fungerer det godt i kombinasjon med redusert integrasjon og gir gode resultat, samtidig som det senker beregningstiden betraktelig.



Figur 6.5: Endelig mesh i Abaqus som gir en god tilnærming til nøyaktig resultat.

"Materials"

Ut fra interesseområdet i disse simuleringene, er det kun benyttet parametre for "engineering constants" i materialmodulen.

"Load"

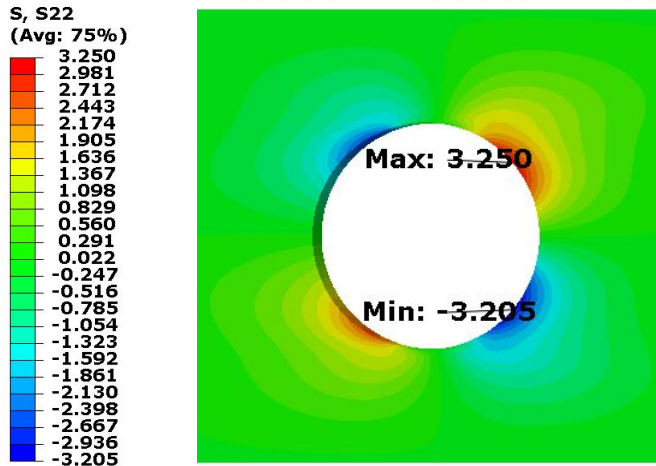
Det ble valgt å bruke en last på 17 kN ut fra gjennomsnittsverdien av lastkapasiteten for alle de forskjellige modellene tatt fra forsøksseriene. Ved å velge en laststyrt pålastning vil resultatene fra simuleringene kunne hentes ut fra en komplett ferdigstilt analyse, og man kan dermed sammenligne resultatene mellom modellene på et likt grunnlag.

6.2.2 Resultater

For denne delen av oppgaven er interesseområdet fra resultatene spenningsfordelingene på tvers av fibrer rundt utsparingen. Disse spenningene omtales som S22 i programmet. Som det fremgår av figurene nedenfor er spenningene størst på høyre side av utsparingen, altså siden nærmest den påførte lasten. Dette er som forventet, da denne siden av hullet vil oppleve størst momentkrefter. Siden det er tverrspenningstilstanden rundt utsparingen som er av interesse, blir kun et utsnitt av bjelken presentert her, samt spenningenes størrelser.

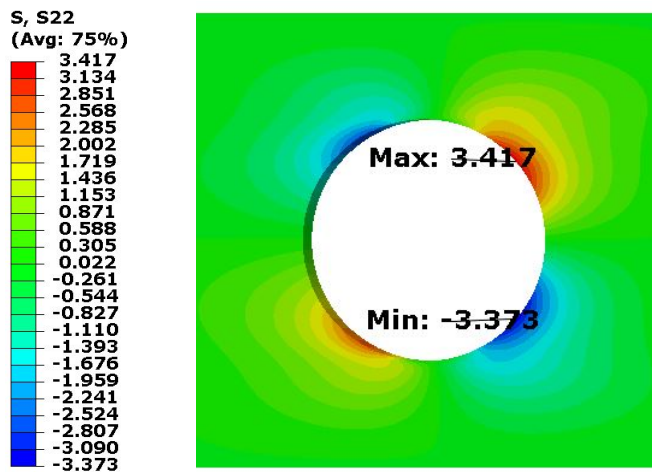
Resultater for bjelker med utsparing i skjær-dominert sone

BV150



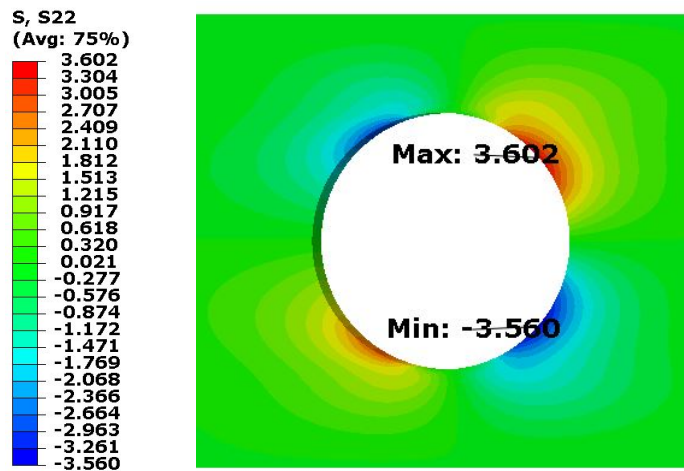
Figur 6.6: Konturplot av spenninger vinkelrett på fiberretningen for BV150.

BV160



Figur 6.7: Konturplot av spenninger vinkelrett på fiberretningen for BV160.

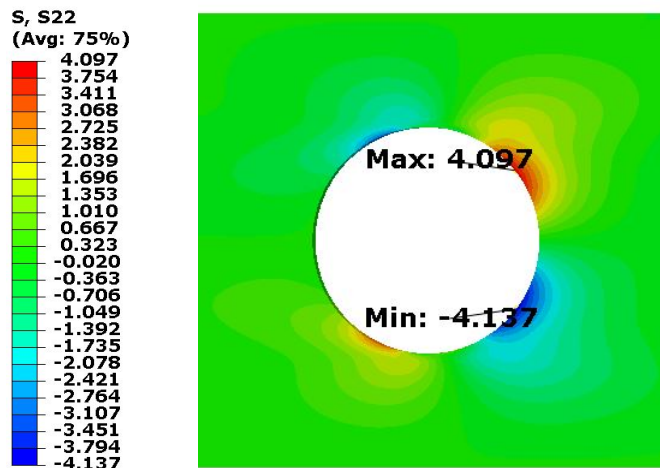
BV170



Figur 6.8: Konturplot av spenninger vinkelrett på fiberretningen for BV160.

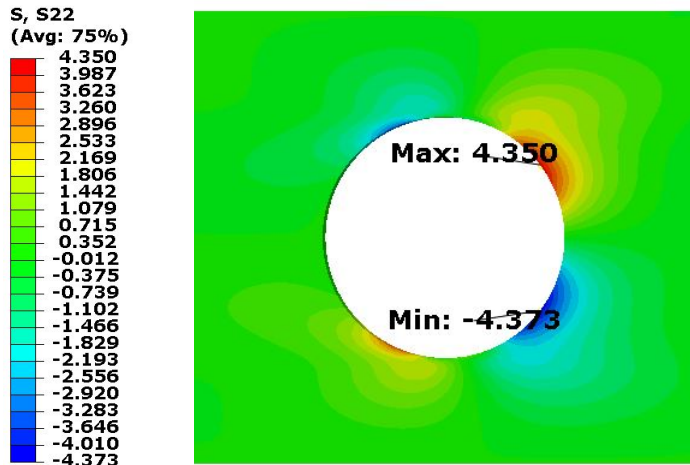
Resultater for bjelker med utsparing i moment-dominert sone

BM150



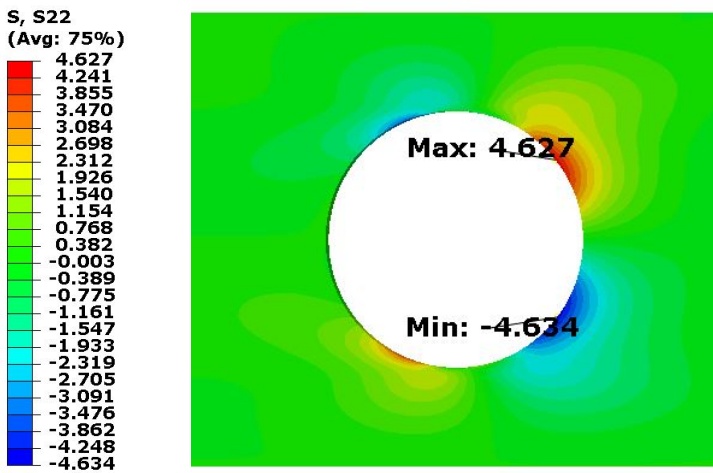
Figur 6.9: Konturplot av spenninger vinkelrett på fiberretningen for BM150.

BM160



Figur 6.10: Konturplot av spenninger vinkelrett på fiberretningen for BM160.

BM170



Figur 6.11: Konturplot av spenninger vinkelrett på fiberretningen for BM170.

6.2.3 Oppsummering og diskusjon av resultater

Som det fremgår av resultatene fremstilt i tabell 6.2, vil spenningene rundt utsparingen stige betydelig med økende hulldiameter. Dette kommer som en naturlig konsekvens av at bjelketverrsnittet blir mindre, som igjen fører til at skjær- og bøyepeningene må fordeles over et mindre volum enn tidligere.

Samtidig faller det naturlig at spenningene blir lavere ved økende avstand mellom punktlast og utsparing, da momentkraften synker lineært fra midten av bjelken og ut mot oppleggene. Derfor vil spenningene ikke øke i like stor grad når hullet er lokalisert i skjær-dominert sone.

Leverandører og prosjekterende tar ofte utgangspunkt i et forenklet kapasitetsforslag som sier at hull med diameter tilsvarende halve bjelkehøyden kan benyttes uten betydelig kapasitetsreduksjon. Denne hullstørrelsen er derfor tatt som utgangspunkt for sammenligningen av spenninger ved forskjellige hulldiametre i tabell 6.2. Fra et 150mm hull til et 170mm hull i moment-dominert sone øker spenningene på tvers av fibrer med 12,54%. Utslaget er som forventet noe mindre i skjærsonen, med en økning på 10,55%.

Tabell 6.2: Oversikt over maksimale strekk- og trykkspenninger samt prosentvis økning av strekkspenninger.

	Max tension perpendicular to the grain S22 [Mpa]	Maximum compression perpendicular to the grain [Mpa]	Tension increase with reference to 150mm hole [%]
BM150	4,10	-4,14	
BM160	4,35	-4,37	6,18
BM170	4,63	-4,63	12,54
BV150	3,25	-3,21	
BV160	3,42	-3,37	5,14
BV170	3,60	-3,56	10,55

En annen interessant observasjon er at maksimale langsgående strekkspenninger endrer plassering underveis i analysen. Ved analysestart befinner de seg i området under lasten, men etterhvert som analysen nærmer seg brudd opptrer større spenninger i området under hullet. I hovedsak gjelder dette for bjelker med utsparingen i moment-dominert sone, men man ser tegn til lignende tendenser der

utsparingen befinner seg nært opplegg. Dette samsvarer med observasjoner fra forsøk utført av Solberg [17], som konkluderer med at man kan øke kapasiteten ved å forsterke bjelken under utsparingen, med eksempelvis pålimte plater.

6.3 Modellering av bjelker med utsparinger og sprekkutvikling

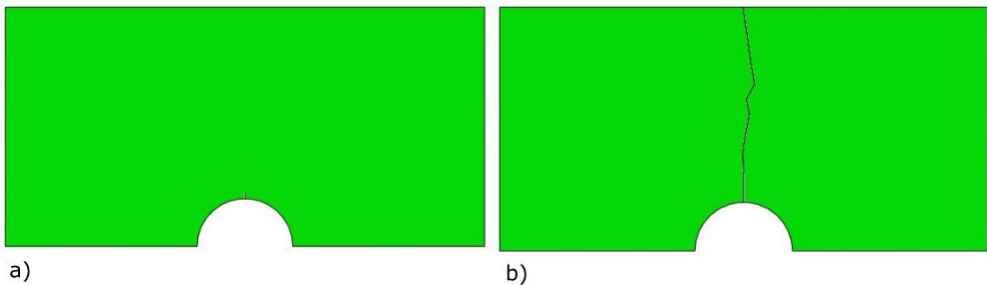
Etter en rekke forsøk med bruk av kohesive elementer og kohesive overflater uten særlig hell, falt valget til slutt på funksjonen "extended finite element method (XFEM)" for å simulere sprekkvekst i Abaqus modellen.

6.3.1 Forskjell med og uten innstillinger for forbedring av konvergens

Det viste seg svært problematisk å holde analysen gående etter sprekkstarten, da programmet her avsluttet analysene grunnet urimelige forvrengninger som resulterte i divergerende løsninger. For å løse konvergensproblemene ble det gjort en del input-forandringer i Abaqus. En analyse av trebjelker er avhengig av å kunne avgi resultater selv med forholdsvis store sprekker, så dette var en vesentlig del av jobben med å modellere en bjelke med virkelighetsnær oppførsel. For å illustrere forskjellen før og etter konvergensforbedrende endringer, er det laget to modeller utfra guiden til Pais [15]. I figur 6.12 vises en simulering med, og en uten innstillinger for å forbedre konvergens.

Parametre som har blitt endret eller lagt til er følgende:

- "Damage Stabilization" ble aktivert og satt med en verdi på $6E-5$.
- "Nlgeom" ble aktivert.
- Diskontinuerlig analyse ble aktivert.
- Antall tillatte forsøk, I_A , ble økt til 100 som i guiden til Pais [15].
- Løsningsmetoden for Quasi-Newton med standard innstillinger, altså 8 iterasjoner, ble brukt.
- Line search parametrene som ble endret ut fra anbefalte verdier for analyser med sterk diskontinuitet i henhold til Abaqus sin brukerhåndbok Simulia [16] var: $N^{ls} = 10$ og $\eta_{ls} = 0.01$.



Figur 6.12: Sprekkvekst i modellen fra guiden utarbeidet av Pais [15]. a) Original modell. b) Med kriterier for å oppnå bedre konvergens.

Som det fremgår av figur 6.12 er det en betydelig forskjell i sprekkutvikling for modellen med og uten konvergenzkriterier. Med parametrene for den originale modellen vil kun en liten sprekk bli synlig ved hullkanten, før Abaqus avslutter analysen grunnet "excessive distortion". For modellen med parametre tilpasset bedre konvergens, vil sprekken gå gjennom hele bjelken, før det til slutt vil oppstå flere tilfeldige sprekker over hele arealet når lasten stiger ytteligere. Dette viser at det er svært viktig å ta i bruk kriteriene for forbedret konvergens i videre simuleringer.

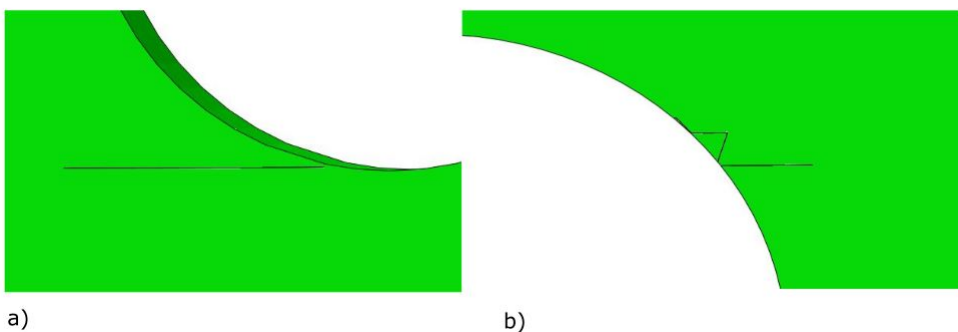
6.3.2 Implementering og valg av input-parametre i Abaqus

Modellen for sprekkutvikling ble utviklet ved å implementere og viderføre arbeidet i guidene som Pais [15] har utviklet for modellering av forskjellige sprekkutvikling-scenarier i både 2D og 3D. Det ble valgt å bruke en fremgangsmåte hvor man ikke definerer en startsprekke, men programmet selv bestemmer hvor sprekken initieres på bakgrunn av spenningstilstanden på tvers av fibrer. Inspirasjon til denne delen av modellerings-arbeidet ble hovedsaklig hentet fra guiden "Tutorial for 2D Crack Initiation" til Pais [15], som er å finne i Vedlegg C.

Videre følger en oppbygging av modellen som stegvis følger modulinnstillingen i Abaqus. Dersom noe er endret vil dette bli oppgitt, ellers gjelder samme parametre som brukt tidligere:

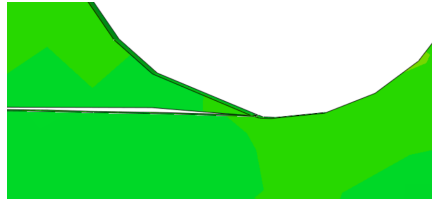
"Part"

Det var lenge et problem å få sprekken til å utvikle seg på ønsket måte i forhold til hva som kan betegnes som realistisk. I området oppe til høyre oppstod flere mindre sprekker langs hullkanten istedenfor en stor, noe som førte til at videre sprekkutvikling ble sabotert. Nede til venstre startet ofte sprekkutviklingen på en måte som førte til at sprekken ikke nådde hullkanten før i et senere analysesteg. Dette resulterte også i at sprekken ikke utviklet seg på en tilfredstillende måte, og bjelken fikk derfor en unaturlig høy kapasitet.



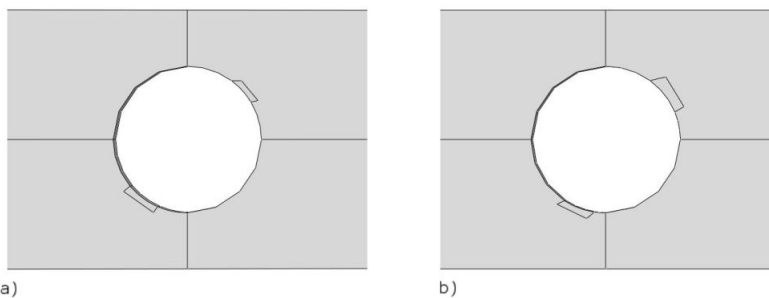
Figur 6.13: Fremstilling av uønskede sprekkutviklinger langs hullkanten. a) Sprekk langs hullkanten nede til venstre. b) Flere små sprekker oppe til høyre.

Noe som også gjentatte ganger var tilfellet for begge sprekkene, var at nodene langs hullkanten i sprekkåpningen hang igjen, og da spesielt i området nede til venstre, som vist i figur 6.14. Dette gav også en uønsket økning av bjelkens kapasitet.



Figur 6.14: Sprekk som henger igjen ved periferien.

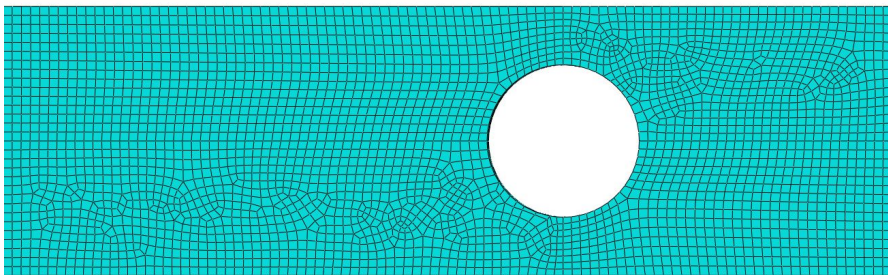
For å overkomme disse problemene har det å benytte noe større elementer der sprekkene initieres i xy -planet, vist seg svært effektivt. Dette ble løst ved å avgrense en liten rektangulær del av modellen i området der tidligere simuleringer viste at de største tverrstrekk-spenningene ville oppstå. Grunnen til at den avgrensede delen har ulik plassering i skjær- og momentsone, slik det fremgår i figur 6.15, er at de maksimale strekkspenningene oppstod på litt forskjellige steder avhengig av utsparingens plassering. Det lønte seg å benytte en tykkelse utfra hullkant som samsvarte noenlunde med den mesh-størrelsen man ønsket å benytte, for å slippe store størrelsesforskjeller på elementene rundt hullet. Ved en smalere inndeling vil man også kunne dele denne inn i flere og mindre deler, uten at problemene ovenfor vil oppstå.



Figur 6.15: Partisjonering rundt hull. a) Skjærsonen. b) Momentsonen.

De små inndelingene langs hullkanten gav større muligheter til å tilpasse meshet. I tillegg ble disse tilegnet en egen materialmodell med lavere kapasitet enn resten av modellen. Dette ble i hovedsak gjort for å sørge for en mer robust modell, der sprekkene alltid oppstår på korrekt måte. Denne modifikasjonen kan også lett forsvares, da det stort sett alltid dannes små ujevnheter ved hulltaking i tre.

Som det fremgår i teoridelen er bruken av XFEM, i følge Simulia[16], lite meshavhengig med tanke på selve sprekkutviklingen. For det totale resultatet sin del vil spenningsfordelingen som fører til de endelige bruddkreftene være sterkt avhengig av meshet. Det har vist seg at symmetri i meshet har vært viktig for å oppnå riktig stivhet i bjelken. Dette gjaldt spesielt ved opplagrene og pålastingspunktet. Derfor ble det brukt strukturert mesh kontroll i store deler av bjelken, som gir et fint symmetrisk nett av elementer. Abaqus har selv produsert et best mulig elementnett rundt utsparingene i sprekksonene. Det ble benyttet en global elementstørrelse på 10mm, men det ble valgt å definere et annet antall elementer over bjelkens bredde. Dette ble gjort ved å fastsette antall elementer for alle kantene i bredderetningen til 5, fordi bjelken er svært slank og det var ønskelig å ha litt flere elementer enn det man får med 10 mm størrelse. For å sørge for en bedre initiering av sprekkene ble det som nevnt ovenfor brukt noe større elementer i xy-planet for de to små inndelingene langs hullkanten. Meshet i området rundt hullet kan sees i figur 6.16



Figur 6.16: Meshet til modellen for utsparing i skjær-dominert sone.

Mesh-valgene har vist seg å være viktigere enn først antatt for bjelker med utsparinger.

"Materials"

De elastiske parametrene forble selvsagt uendret fra modellene uten sprekkutvikling, men det har blitt lagt til kriterier for skadetilførsel i materialmodulen i Abaqus. Det ble valgt å bruke "Quads Damage", som gir brukeren muligheten til å angi kriterier for brudd i de tre retningene: "nominal stress normal-only mode", "nominal stress first direction" og "nominal stress second direction". Verdiene angir ved hvilke spenninger bruddene skal initieres i de forskjellige retningene, og bruddkriteriene er direkte overførbare til henholdsvis bruddform en, to og tre. Valgte parametre er bestemt i samarbeid med veileder og er hentet fra hans personlige notater, se Vedlegg D.

Nominal stress normal-only mode [Mpa]	Nominal stress first direction [Mpa]	Nominal stress second direction [Mpa]
0.93	41.4	41.4

Figur 6.17: Parametre for skadetilførsel brukt i Abaqus.

Samtidig ble det angitt at sprekken skulle utvikle seg parallelt med x-retningen, som tilsvarer sprekkutvikling langs fiber.

I fanen med underalternativer ble utviklingskriteriet satt til å være energibasert med en verdi på 0.3 N/mm , som er det samme Danielsson [7] har brukt i sine simuleringer.

For å stabilisere modellen med hensyn til konvergens ble viskositetskoeffisienten satt til $6E-5$ da dette gav best den beste tilnærmingen til forsøksresultatene.

Damage evolution [N/mm]	Damage Stabilization Cohesive
0.3	0.00006

Figur 6.18: Parametre for utvikling og stabilisering brukt i Abaqus.

Som nevnt over ble det lagt inn egne materialparametre for de to små seksjonene hvor sprekkinitiering ønskes. "Nominal stress normal-only mode" ble satt ned fra 0.93 til 0.1 MPa for å sikre ønsket oppsprekking.

For å bestemme den plastiske flytegrensen som brukes i programmet er det etter samtaler med veileder valgt å ta utgangspunkt i gjennomsnittsverdien for karakteristisk strekk- og trykkfasthet, for deretter å midle verdien på samme måte som tidligere anvist:

- Karakteristisk strekkfasthet = 14 MPa [20]
- Karakteristisk trykkfasthet = 21 MPa [20]

$$\text{Midlet plastisk flytegrense} = ((14\text{MPa} + 21\text{MPa})/2) * 1,65 = 29\text{MPa} \quad (6.3)$$

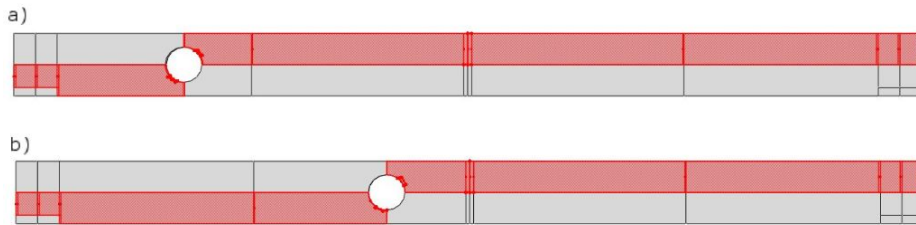
"Steps"

I modulen "steps" ble de samme endringene som nevnt i seksjon 6.3.1. benyttet for å gi modellen bedre konvergens og kortere beregningstid. Alle parametre og funksjoner er like som i testmodellen for konvergensforbedringer.

"Interactions"

For i det hele tatt å kunne få en sprekkutvikling, var det nødvendig å legge inn sprekksoner. Dette ble gjort i interaksjons-modulen ved å bruke funksjonen for sprekkdannelse med hjelp av XFEM, under fanen for spesielle funksjoner. Man kan så velge å definere sprekksoner som geometriske celler, noe som gjør det enkelt å velge hvilket område sprekker kan oppstå. For at modellen skulle sprekke opp både oppe til høyre og nede til venstre, ble to adskilte sprekksoner definert, som vist i figur 6.19.

I området rundt opplagrene oppstod store strekk- og trykkspenninger i programmet. For å unngå sprekkdannelse her, ble en rektangulær del av bjelken, med tilstrekkelig størrelse, avgrenset på samme måte som sprekkinitieringspunktene langs hullkanten. Når disse områdene var skilt ut fra resten av bjelken, kunne sprekksonene defineres for området rundt, uten at uønskede sprekker fra opplager-reaksjonene oppsto tidlig i analysen og ødela for resten av simuleringen.



Figur 6.19: Definerte sprekksoner i Abaqus. a) Skjærson. b) Momentsone.

For at en sprekke kunne vokse måtte man definere samhandlingsparametre til de allerede definerte sprekksone. Dette ble gjort ved å opprette en interaksjon for hver av de to sprekksone, av typen "XFEM crack growth", satt til å gjelde i det initielle steget av analysen.

6.3.3 Resultater

Etter over 400 kjørte simuleringer er det gjort store fremskritt i arbeidet med å utvikle en modell, som på best mulig måte etterligner oppførselen til bjelkene fra forsøkene. Videre i dette kapittelet vil resultatene av utførte analyser angående bruddlaster bli lagt frem, og til slutt sammenlignet med resultatene fra forsøkene i tabell 4.17. Det ble forøvrig valgt å ikke fokusere på nedbøyning i denne oppgaven, men alle modeller har deformasjoner i samme størrelsesorden som registrert i forsøkene.

Med tanke på sprekkutvikling og krefter er det i hovedsak området rundt hullet som er av interesse, og det vil igjen fremstilles utsnitt av bjelken for dette området.

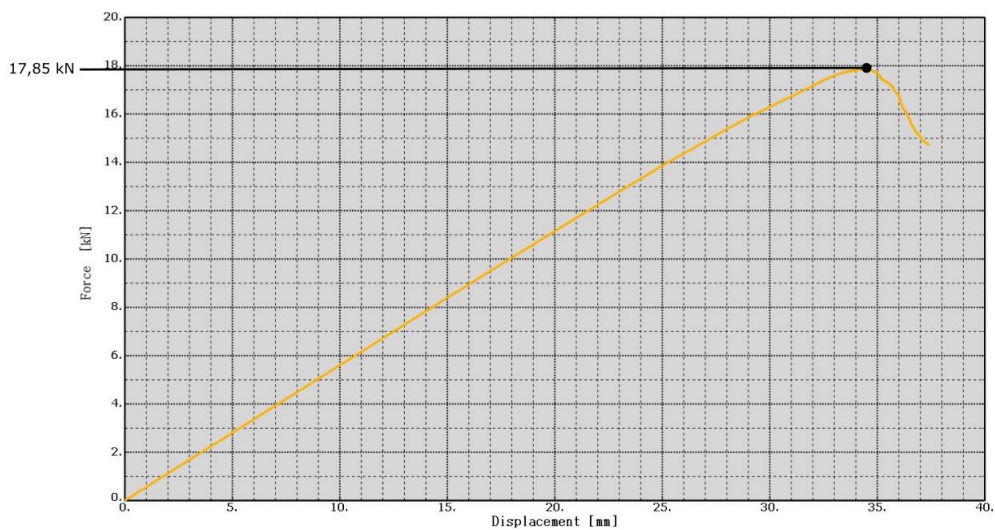
Resultater for bjelker med utsparinger i skjær-dominert sone

Bjelker med utsparinger i skjær-dominert sone vil i simuleringene gå til brudd grunnet store sprekkdannelse, og dermed kapasitetstap. Dette vil fremgå tydelig av last-forskyvningsdiagrammene, da kurven får et tydelig toppunkt før kapasiteten synker etter bjelken har gått til brudd. På grunn av lang beregningstid ble simuleringene avsluttet i det man var sikker på at høyeste lastkapasitet var nådd, og kurven tydelig begynte å falle. Dette var muligheten vi hadde til å bestemme en kapasitet, da et sprøtt brudd med plutselig kapasitetsfall er vanskelig å få til for gjeldende bjelker i Abaqus.

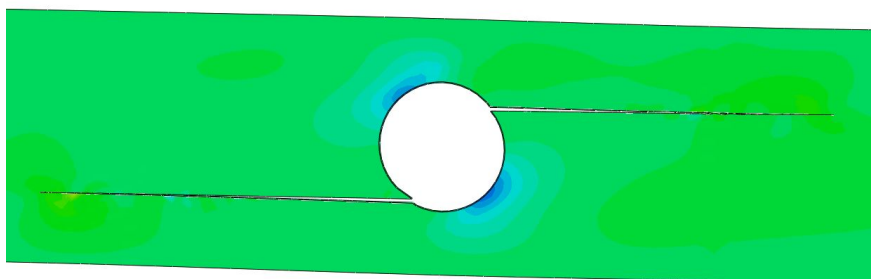
For hver bjelkemodell vil det bli presentert følgende:

- Last-forskyvningsdiagram for analysen.
- Fremstilling av sprekker idet bjelken har nådd maks kapasitet (når last-forskyvningskurven stuper), kombinert med konturplott for spenninger vinkelrett på fiberretningen (S22).

BV150

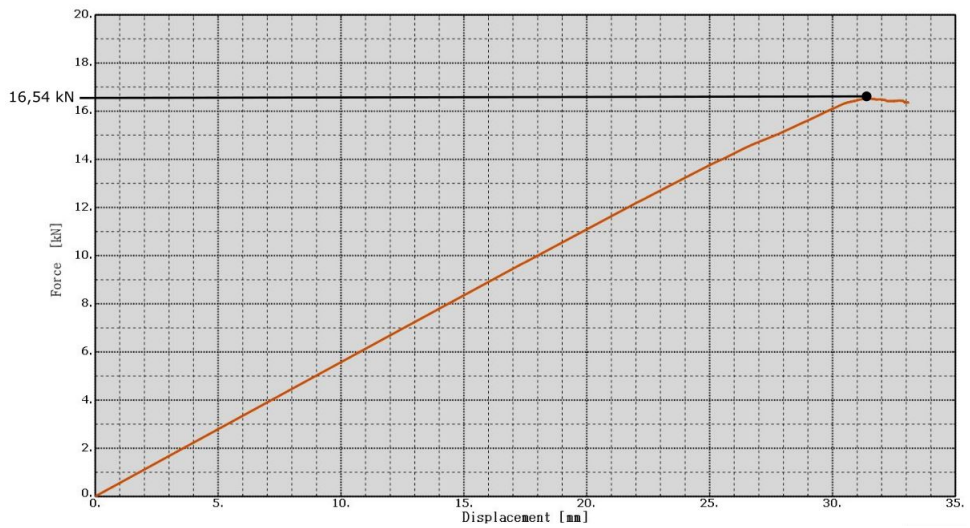


Figur 6.20: Last-forskyvningskurve hvor merket punkt angir bruddlast.

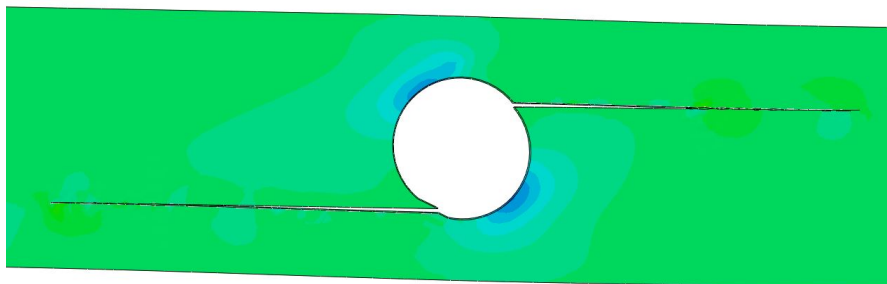


Figur 6.21: Fremstilling av sprekker ved tidspunktet i analysen når last-forskyvningskurven begynner å stupe.

BV160

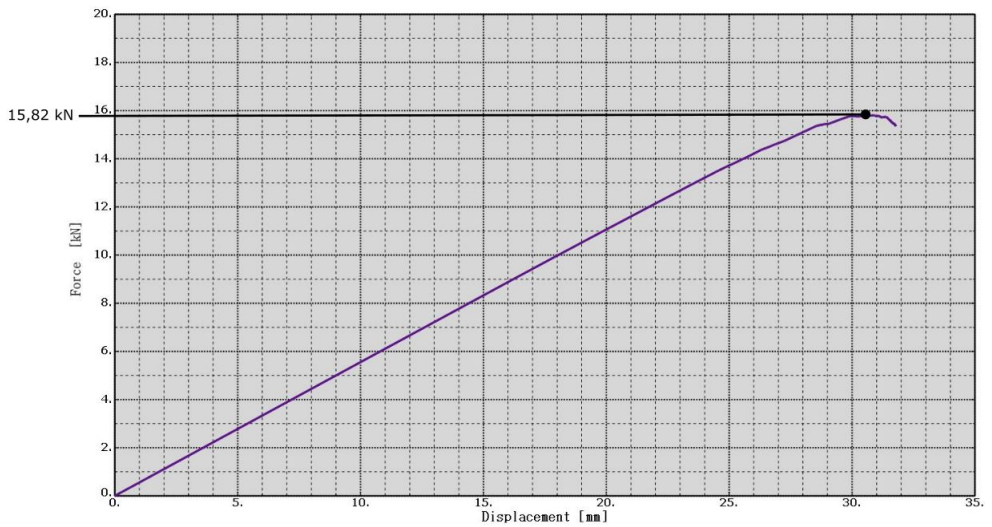


Figur 6.22: Last-forskyvningskurve hvor merket punkt angir bruddlast.

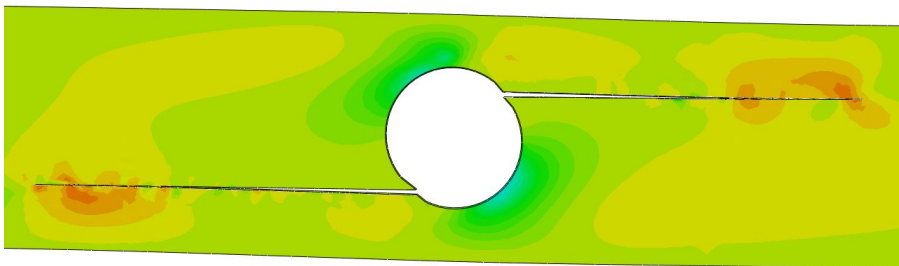


Figur 6.23: Fremstilling av sprekker ved tidspunktet i analysen når last-forskyvningskurven begynner å stupe.

BV170



Figur 6.24: Last-forskyvningskurve hvor merket punkt angir bruddlast.



Figur 6.25: Fremstilling av sprekker ved tidspunktet i analysen når last-forskyvningskurven begynner å stupe.

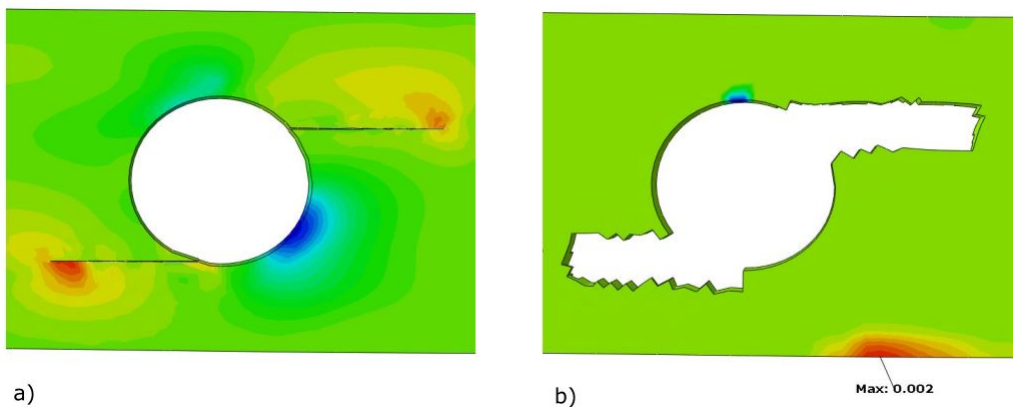
Resultater for bjelker med utsparinger i moment-dominert sone

Bjerkene med utsparinger i moment-dominert sone, vil i simuleringene gå til brudd grunnet strekk i underkant av utsparingen. Det ble derfor nødvendig å bruke plastiske tøyninger vinkelrett på fiberretningen i underkant av bjelken for å bestemme tidspunktet for bruddet, som for en hel bjelke. Igjen ble verdien for 2‰ benyttet.

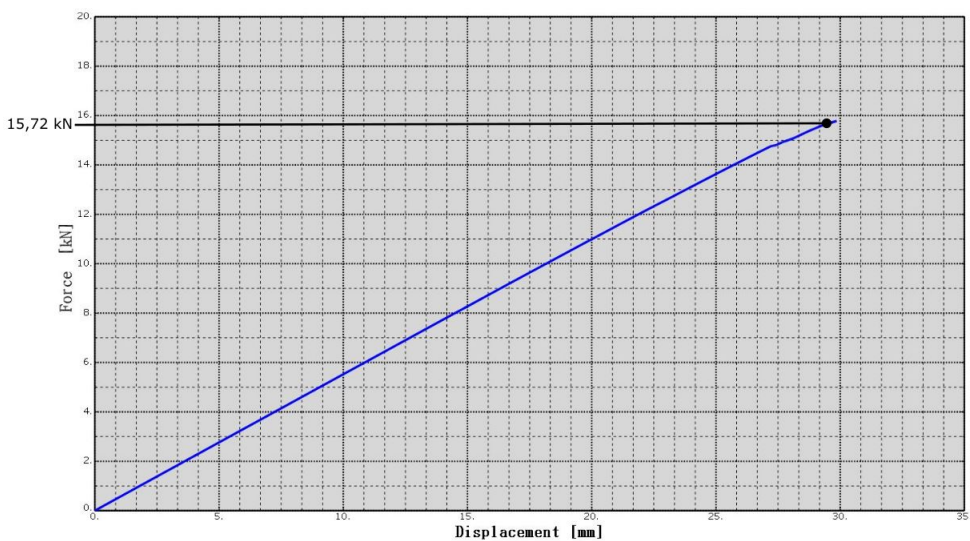
For hver bjelkemodell vil det bli presentert følgende informasjon:

- Fremstilling av sprekker i tidspunktet bruddlasten inntreffer, kombinert med konturplott for spenninger vinkelrett på fiberretningen (S22).
- Tøyningskonsentrasjoner parallelt med fiberretningen (PE-11). I analysen vil det oppstå singulære punkter ved sprekktupp som gir en urealistisk verdi av maksimaltøyningen i bjelken. Områdene rundt sprekken har derfor blitt fjernet i konturplottet for å vise ønsket tøyningfordeling. Elementene er kun fjernet i visningsmodus, og dette har derfor ingen innvirkning på resultatet.
- Last-forskyvningsdiagram for analysen. Merket bruddlast samsvarer med tidspunktet i analysen hvor bjelken opplever plastisk tøyning på 2‰ i underkant av bjelken, som her tilsvare strekkbrudd.

BM150

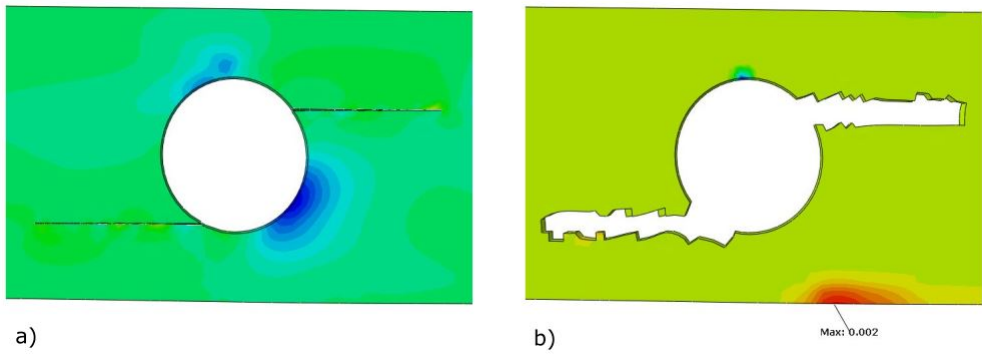


Figur 6.26: Resultater fra Abaqus. a) Sprekker med konturplot av S22-spenninger ved brudd. b) Konturplot av PE11-tøyninger ved brudd.

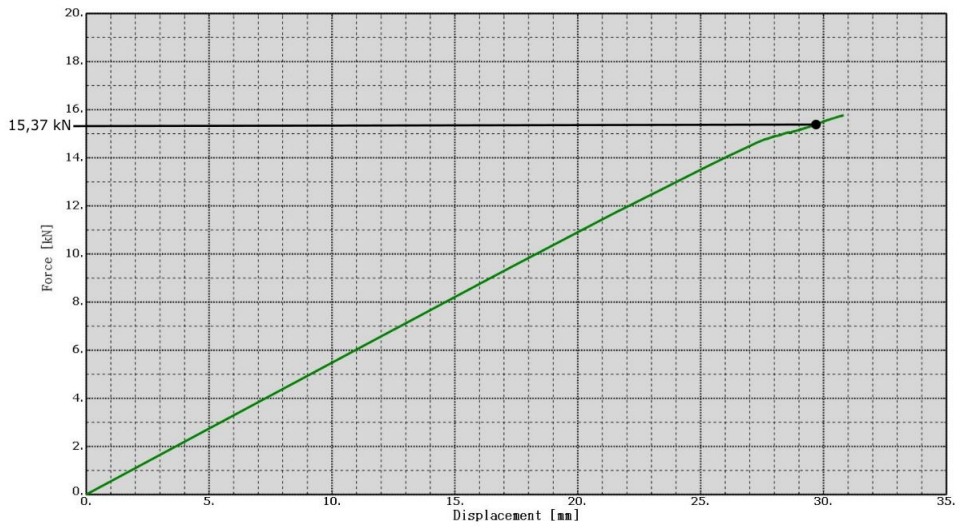


Figur 6.27: Last-forskyvningskurve hvor merket punkt angir bruddlast.

BM160

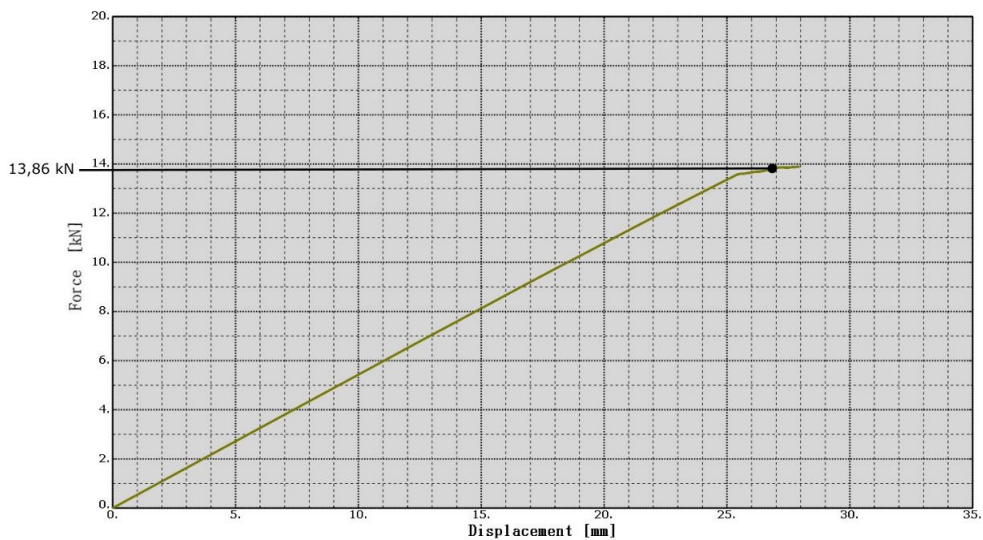


Figur 6.28: Resultater fra Abaqus. a) Sprekker med konturplot av S22-spenninger ved brudd
b) Konturplot av PE11-tøyninger ved brudd.

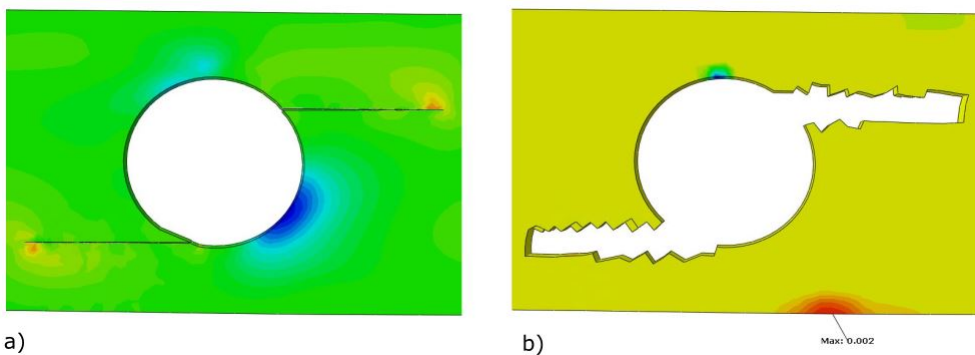


Figur 6.29: Last-forskyvningskurve hvor merket punkt angir bruddlast.

BM170



Figur 6.30: Last-forskyvningskurve.



Figur 6.31: Resultater fra Abaqus. a) Sprekker med konturplot av S22-spenninger ved brudd
b) Konturplot av PE11-tøyninger ved brudd.

6.3.4 Oppsummering og diskusjon av resultater

Tabell 6.3 gir en sammenligning av bruddlastene i Abaqus, opp mot middelverdier fra forsøkene. Simuleringene for bjelker med utsparing i skjær-dominert sone samsvarer veldig godt med data fra forsøk. I moment-dominert sone er differansene en del større.

Tabell 6.3: Sammenligning av resultater fra modellene i Abaqus opp mot forsøkene.

	Failure load from test series [kN]	Failure load from Abaqus [kN]	Difference [%]
BM150	17,10	15,72	-8,78
BM160	15,70	15,37	-2,15
BM170	12,40	13,86	10,53
BV150	17,20	17,85	3,64
BV160	16,90	16,54	-2,18
BV170	15,10	15,82	4,55

Underveis i simuleringprosessen er det erfart at modellene i Abaqus er noe ømfintlige med hensyn til mesh. Brukermanualen for programmet påpeker at selve sprekkutviklingen er tilnærmet uavhengig av mesh, men i simuleringene tyder mye på at det ikke helt er tilfelle. Det er sett tendenser til en raskere sprekkutvikling når elementene blir mindre, samtidig som problemer med en tilfredstillende sprekkinitiering, kan oppstå. Sprekkens initieringspunkt vil også forandres i mindre grad ved endring av mesh. I hvor stor grad dette påvirker resultatet er vanskelig å si, men kapasiteten falt gjennomgående noe for alle de forskjellige bjelkene ved finere meshing. Det bør gjøres simuleringer med svært fin elementinndeling for å kontrollere dette, noe det desverre ikke ble tid til i denne oppgaven.

Vurdering av resultat i skjær-dominert sone

For modellene av bjelker med utsparing i skjærsonen vil ikke den den plastiske flytegrensen ha noen effekt, da bjelken mister kapasitet på grunn av store deformasjoner som følge av sprekken. Bruddmønsteret samsvarer godt med observasjoner fra sammenlignbare forsøks-serier for alle modellene, samtidig som

bruddlastene har svært tilfredstillende verdier. Modellene for bjelker med utsparing i skjær-dominert sone, kan derfor antas å gi en god tilnærming til bjelkenes virkelige oppførsel.

Foruten usikkerheten rundt mesh-påvirkningen, er det ingenting som tilsier at modellen ikke skal fungere ved økning av dimensjoner. Det bør derfor være mulig å benytte disse modellene som utgangspunkt for å ekstrapolere forsøksdata.

Vurdering av resultat i moment-dominert sone

Tilsvarende bjelker med utsparing i momentsone, gikk til brudd som følge av enten strekkbrudd, eller tverrstrekk og påfølgende oppsprekking. Bruddlast for tilsvarende modeller i simuleringene, har som tidligere nevnt, blitt definert ut fra en antagelse om strekkbrudd.

I sin oppgave påpeker Degro [8] at når utsparingen befinner seg nært punktlasten i forsøk, vil ikke største opptredende bøyespenninger være under punktlast ved brudd, men under utsparingen. Dette stemmer også godt overens med simuleringene utført i denne oppgaven. Maksimumspunktet for bøyespenninger befinner seg under utsparingen, for alle hullstørrelser, ved endt analyse.

Siden oppnådd bruddlast i simuleringer er avhengig av når bjelken starter å oppleve plastiske tøyninger, vil input-verdien for den plastiske flytegrensen ha en betydelig innvirkning på resultatet. Dersom verdien ble basert på kun strekk- eller trykkfasthet, samsvarte resultatene overens med forsøkene for henholdsvis BM170 og BM150.

Verdien som ble benyttet for resultatene i tabell 6.3 er en gjennomsnittsverdi for strekk og trykk, og samsvarte godt med forsøkene for BM160-serie. Dette viser naturlig nok at en høyere input-verdi for den plastiske flytegrensen, vil føre til at bjelken opplever plastiske tøyninger på et senere tidspunkt, som igjen resulterer i en lavere bruddlast for modellen.

Når modellene ble forsøkt simulert uten en plastisk flytegrense, gav resultatet naturlig nok høyere kapasitet. Kollaps av bjelken kom da som et resultat av for store sprekker eller utbøyning.

Det som gjør det vanskelig å modellere en bjelke med naturtro oppførsel, og som derfor gir en god kapasitetstilnærming, er mye av det som nevnes ovenfor. Som diskutert i kapittel 5, "Analytiske beregninger", del 5.4.3, er det store variasjoner innenfor hver forsøks-serie. Det fremgår også av tidligere forsøk at når huldiameter øker, øker også muligheten for at strekkbrudd under hullet og ikke tverrestrekk, styrer kapasiteten. I tillegg er bjelker med større utsparinger mer ømfintlige for imperfeksjoner i området rundt hullet.

At modellen gir en god tilnærming ved valg av forskjellige plastiske flytegrenser for hver av hullstørrelsene, er derfor ikke annet enn naturlig, da brudd grunnet strekk i underkant av utsparingen vil være mer aktuelt for store utsparinger.

Modellen for hull i moment-dominert sone virker å være et godt utgangspunkt for ekstrapolering av forsøksdata, om man kan bestemme hvilke plastiske flytegrenser som bør tilegnes hver utsparingstørrelse. Det er ikke nødvendigvis slik at årsakene til brudd vil være like for større bjelker med samme huldiameter/bjelkehøyde forhold, men for tilgjengelige test-serier gir følgende plastiske flytegrenser best tilnærming:

- BM - 150, flytegrense basert på trykkspennings-kapasitet med verdi $34,7 N/mm^2$
- BM - 160, flytegrense basert på kombinasjon av strekk- og trykkspennings-kapasitet med verdi $29 N/mm^2$
- BM - 170, flytegrense basert på strekkspennings-kapasitet med verdi $23,1 N/mm^2$

7 Konklusjoner

Sammenfatning av tidligere forsøk

Oppsummering av tidligere forsøk har gitt en bedre forståelse av hva som fører til brudd, for de ulike hulldiametrene i skjær- og moment-dominert sone.

- Kapasiteten av bjelker med uforsterket utsparing i skjærsonen, styres gjennomgående av tverrstrekk og påfølgende oppsprekking.
- Kapasiteten av bjelker med forsterket utsparing i skjærsonen, styres gjennomgående av strekkspenninger i bjelkens underkant ved pålastningspunktet.
- Kapasiteten av bjelker med uforsterket utsparing i momentsonen, styres av både tverrstrekk og strekkpenninger i underkant av utsparingen. Det er vanskelig å gi et entydig svar på hva som vil være dimensjonerende faktor, men det har vist seg at jo større utsparingen blir, dess større er sjansen for at bjelken ryker på strekkspenninger under utsparingen.
- Kapasiteten av bjelker med forsterket utsparing i momentsonen, styres gjennomgående av strekkspenninger i underkant av utsparingen.

Analytiske beregninger

- Kapasitetsberegningene for bjelker med uforsterket utsparing i skjærsonen, styres av tverrstekk-spenninger, på lik linje med hva tilhørende forsøks-serie viser. Disse beregningene gir konservative resultater sammenlignet med utførte forsøk, og bør kunne benyttes til kapasitetskontroll av bjelker med denne typen hull.
- Kapasitetsberegningene for bjelker med forsterket utsparing i skjærsonen, styres av skjærspenninger langs hullkanten, noe som ikke stemmer overens med hva tilhørende forsøks-serier viser. Disse beregningene gir resultater som bare delvis er konservative. Det vil derfor anbefales at en metode som ser på strekkspenninger i underkant av bjelkens pålastningspunkt utvikles, for en sikrere kapasitetsberegning.
- Kapasitetsberegningene for bjelker med uforsterket utsparing i momentsonen, styres av tverrstrekk-spenninger. Dette sammenfaller best med forsøk-seriene for de minste hulldiametrene, og beregningene gir konservative resultater for utsparinger på både 150mm og 160mm. For 170mm store utsparinger styres kapasiteten i så stor grad av strekkspenninger i underkant av hullet, at metoden ikke lengre gir entydig konservative resultater. Det bør her undersøkes om en metode som tar hensyn til både tverrstrekk-brudd, og strekkbrudd under utsparingen kan utvikles.
- Kapasitetsberegningene for bjelker med forsterket utsparing i momentsonen, styres av skjærspenninger langs hullkanten. Dette stemmer ikke overens med resultatene fra test-seriene, der bjelkene gjennomgående røk på strekkbrudd i underkant av utsparingen. De beregnede kapasitetene er ikke konservative, og metoden gir ikke en bra tilnærming til faktisk kapasitet.
- Forslaget til alternativ beregningsmetode for bjelker med forsterket utsparing i momentsonen er basert på strekkspennings-kapasitet av snittet under utsparingen, i tråd med observasjoner fra forsøkene. Det gir i tillegg konservative resultater, og bør kunne vurderes som et mulig beregningsalternativ.

Numeriske simuleringer

De numeriske simuleringene gav svært naturtro sprekkdannelse, og spenningene i modellen fordelte seg akkurat slik de var forventet å gjøre.

- Simuleringer av modeller med utsparing i skjærsonen, gav resultater som stemte godt overens med resultatene fra tilhørende forsøks-serier. Det er noen usikkerheter angående mesh, men modellen bør kunne benyttes som et utgangspunkt for ekstrapolering av forsøksdata for nærliggende bjelkestørrelser.
- Simuleringer av modeller med utsparing i momentsonen, gav resultater som stemte noenlunde godt overens med forsøks-seriene. Brudd ble i disse simuleringene styrt av strekkspenninger i underkant av utsparingen, og definert med en plastisk tøyning som var basert på en middelvei av strekk- og trykk-kapasitet for bjelken. Denne tilnærmingen er god for utsparinger med diameter 160mm, men fungerer ikke fullt så bra for utsparinger på 150mm og 170mm. Dette skyldes at bjelker med uforsterket utsparing har brudd-årsaker som endres for varierende hullstørrelse. Ved bruk av forskjellige plastiske flytegrenser for de forskjellige hulldiametrene, gav modellen gode resultater. Dette skyldes at jo høyere den plastisk flytegrense settes, jo mer styres simuleringen av tverrstrekk og sprekker. En lavere flytegrense gir simuleringer som i større grad styres av strekkspenninger i underkant av utsparingen.

8 Videre arbeid

Arbeidet utført i denne oppgaven er en av mange oppgaver som bygger på hverandre. Det er ønskelig at noen tar over stafettspinnen der denne oppgaven slutter, og det foreslåes derfor følgende videre arbeid:

Analytiske beregninger

- Vurdere muligheter for å utvikle nye beregningsmetoder for bjelker med forsterket utsparing i skjærsonen, som ser på effekten en forsterket utsparing har på momentkapasiteten i midten av feltet (under punktlasten).
- Se på muligheter for å utvikle en ny beregningsmetode for bjelker med uforsterket utsparing i momentsonen. Denne bør helst ta hensyn til kombinasjon av tverrstrekk-brudd ved oppsprekking, og strekkbrudd i underkant av utsparingen.
- Kontrollere validiteten til foreslått alternativ beregningsmetode for bjelker med forsterket utsparing i momentsonen.

Numeriske simuleringer

- Implementere skruer som forsterkninger i modellene, og se på endringer i oppførselen til bjelkene med hensyn til spenningsbildet, sprekkeutvikling og bruddlast. Først kan vedkommende legge inn vertikale soner med forhøyet kapasitet i henhold til stålparametre og interaksjonsparametre, som en forenklet

metode. Et mer tidkrevende men bedre alternativ vil være å modellere fullstendige skruer med gjenger.

- Kontrollere utførte simuleringer og ekstrapolere forsøksdata for modellene med utsparinger i skjær-dominert sone.
- Dele inn modellene i seksjoner med forskjellige parametre for plastisk flytegrense. Ved å legge inn verdier basert på trykk i overkant og strekk i underkant av bjelkene, kan modellene med utsparring i moment-dominert sone kanskje samsvare bedre med virkeligheten.
- Det kan undersøkes om det er en bedre måte å ta hensyn til varierende bruddårsaker for uforsterkede utsparinger i momentsonen.
- Definere sprekksoner over og under utsparinger i moment-dominert sone hvor sprekker kan oppstå og utvikle seg vertikalt, i forhold til fiberretningen.
- Utføre et parameterstudie for bruddspenninger i henhold til de tre forskjellige bruddformene. Dette vil føre til større sikkerhet for input-verdiene i henhold til skadetilførsel i modellene.
- Basere modellene på tøyninger istedenfor spenninger i forhold til skadetilførsel.
- Gå dypere inn i effekten viskositetskoeffisienten har med hensyn til stabilisering av modellene.

Referanseliste

- [1] Aicher, S. (2011). *Glulam Beams with Internally and Externally Reinforced Holes - Test, Detailing and Design*, CIB-W18 / 44-12-4, International Council for Research and Innovation in Building and Construction, Working Commission W18 - Timber Structures.
- [2] Aicher, S. and Höfflin, L. (2002). *Glulam Beams with round holes - a comparison of different design approaches vs. test data*, CIB-W18 / 35-12, International Council for Research and Innovation in Building and Construction, Working Commission W18 - Timber Structures.
- [3] Aicher, S. and Höfflin, L. (2004). *Proceedings of the 8th World Conference on Timber Engineering, New Design Model for Round Holes in Glulam Beams*.
- [4] Aicher, S. and Höfflin, L. (2009). *Proceedings of the international council for research and innovation in building and construction, Working commission W18 - timber structures, CIB-W18/42-12-4, Glulam beams with holes reinforced by steel bars*.
- [5] Blass, H. J. and Bejtka, I. (2004). *Reinforcements perpendicular to the grain using self-tapping screws*, *Proceedings of the 8th World Conference on Timber Engineering*.
- [6] Byggforsk, S. (2012). Teknisk godkjenning for k-bjelken. *Masteroppgave, Stockholm, Sweden*.
- [7] Danielsson, H. (2013). Perpendicular to grain fracture analysis of wooden structural elements, models and applications. *Masteroppgave, NTNU*.

- [8] Degro, A. (2010). The strength of glulam beams with round holes, experimental and numerical evolution. *Masteroppgave, NTNU*.
- [9] Du, Z.-H. Extended finite element method (xfem) in abaqus.
<http://www.simulia.com/download/rum11/UK/Advanced-XFEM-Analysis.pdf>.
- [10] Gigliotti, L. (2012). Assessment of the applicability of xfem in abaqus for modeling crack growth in rubber. *Masteroppgave, Stockholm, Sweden*.
- [11] Kjeldstad. K-produkter / limtre. <http://www.kjeldstad-trelast.no>.
- [12] Kolb, H. and Epple, A. (1985). Verstärkung von durchbrochenen brettschichtholzbindern, research report i.4 - 34810. *Otto-Graf-Institute, Stuttgart*.
- [13] Line, K. (2011). Numerisk analyse av brudd i limtrebjelker med sirkulære utsparinger. *Masteroppgave, NTNU*.
- [14] Nicolas Moës, John Dolbow, T. B. (1999). *A finite element method for crack growth without remeshing*. 2nd edition.
- [15] Pais, M. (2013). Abaqus xfem tutorials. <http://www.matthewpais.com/abaqus>.
- [16] Simulia. Abaqus 6.14, abaqus/cae analysis user's guide.
- [17] Solberg, P. Ø. (2011). Selvborrende skruer som forsterkning i utsparte limtrebjelker. *Masteroppgave, NTNU*.
- [18] Standard, N. (2006). Trekonstruksjoner: Beregning av karakteristisk 5 %-fraktil og godkjenningkriterier for en prøveserie. NS-EN 14358.
- [19] Standard, N. (2010). Eurokode 5: Prosjektering av trekonstruksjoner del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger. NS-EN 1995-1-1:2004+A1:2008+NA:2010.
- [20] Standard, N. (2013). Trekonstruksjoner: Limtre og limt laminert heltre. NS-EN 14080:2013.
- [21] Steen, K. (2012). Tøyningsendring rundt utsparinger i limtrebjelker forsterket med selvborrende skruer. *Masteroppgave, NTNU*.

Vedlegg A - CEN/TC 250/SC 5 - Timber Structures EN 1995-1-1

CEN/TC 250/SC 5 - Timber Structures, EN 1995-1-1
Report: Design of reinforcement to carry tensile stresses perpendicular to the grain

(9) For members in service classes 1 and 2, reinforcement to carry the tensile stresses perpendicular to the grain from climatic conditions is not required, if the following expression is satisfied:

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot k_{mis} \cdot f_{t,90,d}} \leq 1 \quad (6.54)$$

where

k_{dis} , k_{vol} , $f_{t,90,d}$ are given in (6);

k_{mis} is a factor to take into account the effect from moisture induced stresses.

(10) The factor k_{mis} should be chosen in dependence of the expected climatic conditions at the member under consideration. Where no further information is available, k_{mis} may be taken as 0,6.

NOTE: Information on the choice of k_{mis} in dependence of the climatic conditions may be given in the National annex.

(11) For all cases in which expression (6.54) is not satisfied, reinforcement to carry the additional tensile stresses perpendicular to the grain from climatic conditions should be applied, see 8.11.6.

(12) The greatest tensile stress perpendicular to the grain due to the bending moment should be calculated as follows:

..... (continued from EN 1995-1-1:2004-11)

6.6 Members with holes

(1) Holes in members are openings with inside dimensions $d > 50$ mm (see Figure 6.12). The following rules only apply to unreinforced holes in members of glued-laminated timber or LVL. Unreinforced holes should not be placed in areas which are already exposed to systematic tensile stresses perpendicular to the grain. In addition, the following minimum and maximum dimensions apply:

$l_v \geq h$	$l_z \geq 1.5 h$, not less than 300 mm	$l_A \geq h/2$	$h_{ro(ru)} \geq 0,35 \cdot h$	$a \leq 0,4 h$	$h_d \leq 0,15 \cdot h$
--------------	---	----------------	--------------------------------	----------------	-------------------------

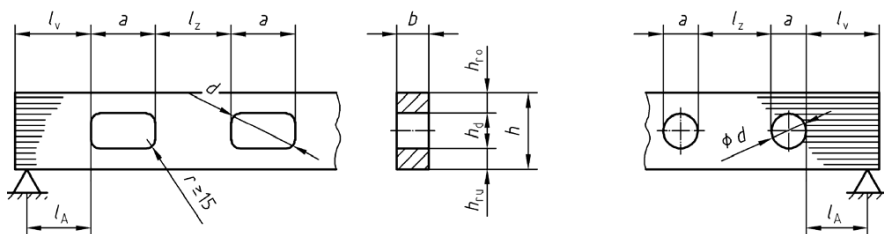


Figure 6.12 - Members with unreinforced holes (dimensions in mm)

(2) Unreinforced holes, according to (1), should only be used in service classes 1 or 2. Holes in service class 3 should be reinforced according to 8.11.4.

(3) For all cases in which the inside dimensions $d \leq 50$ mm, the rules for reductions in the cross-sectional area should be considered.

(4) For members with holes according to (1), it should be verified that:

$$\frac{F_{t,90,d}}{0,5 \cdot \ell_{t,90} \cdot b \cdot k_{t,90} \cdot f_{t,90,d}} \leq 1 \quad (6.64)$$

with

$$k_{t,90} = \min\left\{1; (450/h)^{0,5}\right\}; h \text{ in mm} \quad (6.65)$$

$$\ell_{t,90} = 0,5 \cdot (h_d + h) \quad \text{for rectangular holes} \quad (6.66)$$

$$\ell_{t,90} = 0,353 \cdot h_d + 0,5 \cdot h \quad \text{for round holes} \quad (6.67)$$

where

b is the member width in mm;

$f_{t,90,d}$ is the design tensile strength perpendicular to the grain of the glulam or LVL member;

The design tensile force, $F_{t,90,d}$, should be determined as follows:

$$F_{t,90,d} = F_{t,V,d} + F_{t,M,d} \quad (6.68)$$

with

$$F_{t,V,d} = \frac{V_d \cdot h_d}{4 \cdot h} \cdot \left[3 - \frac{h_d^2}{h^2}\right] \quad (6.69)$$

and

$$F_{t,M,d} = 0,008 \cdot \frac{M_d}{h_r} \quad (6.70)$$

where

V_d is the design shear force at the edge of the hole;

M_d is design bending moment at the edge of the hole;

$$h_r = \min\{h_{ro}; h_{ru}\} \quad \text{for rectangular holes;}$$

$$h_r = \min\{h_{ro} + 0,15 \cdot h_d; h_{ru} + 0,15 \cdot h_d\} \quad \text{for round holes;}$$

In expression (6.69) h_d may be replaced by $0,7 \cdot h_d$ in the case of round holes.

6.7 System strength

..... (continued from EN 1995-1-1:2004-11)

$$\tau_{ef,d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot (h - h_{ef}) \cdot l_r} \quad (8.91)$$

where

$F_{t,90,d}$ is the design value of the tensile force, according to expression (8.87);

h, h_{ef} see Figure 8.16;

l_r is the width of the reinforcement panel, see Figure 8.16;

$f_{k2,d}$ is the design strength of the glue line (see table 8.10 for characteristic strength values).

(5) The tensile stresses in the panels, glued onto the member surface, should satisfy the following expression:

$$k_k \cdot \frac{\sigma_{t,d}}{f_{t,d}} \leq 1 \quad (8.92)$$

$$\sigma_{t,d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot t_r \cdot l_r} \quad (8.93)$$

where

t_r is the thickness of one reinforcement panel;

k_k is a factor to account for the non-uniform distribution of stresses; without further verification, $k_k = 2,0$ may be applied;

$f_{t,d}$ is the design tensile strength of the panel in direction of the tensile force $F_{t,90,d}$.

(6) The reinforcement panels should be glued onto the member surface according to Figure 8.16, with the following limits:

$$0,25 \leq \frac{l_r}{h - h_{ef}} \leq 0,5 \quad (8.94)$$

(7) Reinforcement with punched metal plate fasteners should be designed in analogy to (4) and (5) and should be placed according to (6).

8.11.4 Reinforcement to carry tensile stresses perpendicular to the grain at holes in members with rectangular cross-section

(1) The reinforcement for holes, which comply with the geometrical boundary conditions given in the following table, may be designed for a tensile force, $F_{t,90,d}$, according to expression (6.68). In the case of rectangular holes, the tensile force, $F_{t,90,d}$, should be assumed to act on a plane defined by the corners of the hole which are exposed to tensile stresses perpendicular to the grain (see Figure 8.17). In the case of round holes, the tensile force, $F_{t,90,d}$, should be assumed to act under 45° from the center of the hole with regard to the member axis (see Figure 8.17). The

following expression should be satisfied for all areas prone to tensile stresses perpendicular to the grain. The following minimum and maximum dimensions apply:

$\ell_v \geq h$	$\ell_z \geq h$, not less than 300 mm ^c	$\ell_A \geq h/2$	$h_{ro(ru)} \geq 0,25 \cdot h$	$a \leq h$ $a/h_d \leq 2,5$	$h_d \leq 0,3 \cdot h^a$ $h_d \leq 0,4 \cdot h^b$
^a for internal reinforcement ^b for external reinforcement ^c for ℓ_z see Figure 6.12					

(2) If the tensile force, $F_{t,90,d}$, according to expression 6.68 is carried by glued-in steel rods, the stresses in the glue line, assumed to be evenly distributed, should satisfy the following expression:

$$\frac{\tau_{ef,d}}{f_{k1,d}} \leq 1 \quad (8.95)$$

$$\tau_{ef,d} = \frac{F_{t,90,d}}{n \cdot d_r \cdot \pi \cdot l_{ad}} \quad (8.96)$$

where

$$l_{ad} = h_{ru} \text{ or } h_{ro} \quad \text{for rectangular holes;}$$

$$l_{ad} = h_{ru} + 0,15 \cdot h_d \text{ or } h_{ro} + 0,15 \cdot h_d \quad \text{for round holes;}$$

$$h_{r(ro)} \quad \text{see Figure 8.17;}$$

n number of steel rods; only one row of steel rods at a distance $\alpha_{3,c}$ from the edge of the hole should be considered;

d_r is the outer thread diameter (≤ 20 mm);

$f_{k1,d}$ is the design strength of the glue line (see table 8.10 for characteristic strength values);

$F_{t,90,d}$ according to expression (6.68).

(3) The minimum length of each steel rod is $2 \cdot l_{ad}$, the outer thread diameter d_r should not be greater than 20 mm.

(4) In members with holes and internal reinforcement, the increased shear stresses in the area of the edges of the holes should be accounted for. The maximum shear stress, τ_{max} , should be calculated as follows:

$$\tau_{max} = \kappa_{max} \cdot \frac{1,5 \cdot V_d}{b \cdot (h - h_d)} \quad (8.97)$$

where

$$\kappa_{max} = 1,84 \cdot \left[1 + \frac{a}{h} \right] \cdot \left(\frac{h_d}{h} \right)^{0,2}$$

In expression (8.97) h_d may be replaced by $0,7 \cdot h_d$ in the case of round holes.

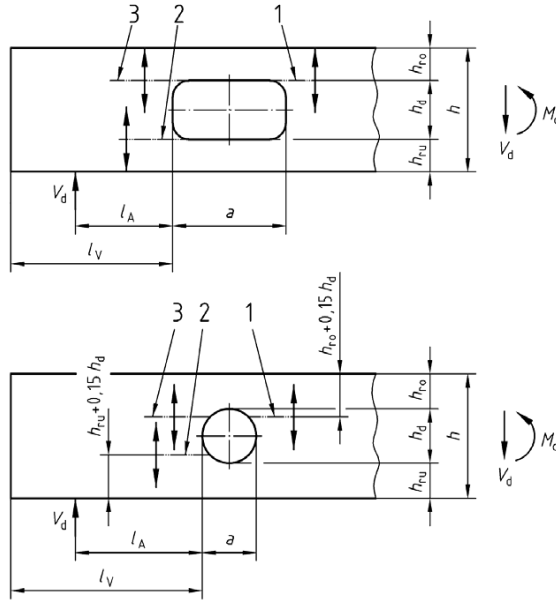


Figure 8.17 – Rectangular and round holes in a member in bending

(1 – area exposed to tensile stresses perpendicular to the grain at the right side of the hole)

(2 – area exposed to tensile stresses perpendicular to the grain at the left side of the hole, if $F_{t,M,d} \leq F_{t,V,d}$)

(3 – additional area exposed to tensile stresses perpendicular to the grain at the left side of the hole, if $F_{t,M,d} > F_{t,V,d}$)

(5) If the tensile force, $F_{t,90,d}$, according to expression 6.68 is carried by panels glued onto the member surface, the stresses in the glue line, assumed to be evenly distributed, should satisfy the following expression:

$$\frac{\tau_{ef,d}}{f_{k2,d}} \leq 1 \quad (8.98)$$

$$\tau_{ef,d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot a_r \cdot h_{ad}} \quad (8.99)$$

where

$h_{ad} = h_1$ for rectangular holes;

$h_{ad} = h_1 + 0,15 \cdot h_d$ for round holes;

Vedlegg B - Beregninger av bjekens kapasitet på bakgrunn av reduserte tverrsnitt

Systemet det sees på er en enkel fritt opplagt bjelke, med en punktlast midt i feltet. Det minste tverrsnittet befinner seg naturlig nok i senter av utsparingen, og det er dette snittet som her er kontrollert som kapasitetsbegrensende faktor. Følgende beregninger kontrollerer om sjekk av det reduserte tverrsnittets kapasitet er dimenjonerende.

Karakteristiske verdier utsparing 150mm:

Avstand fra utsparingens senter, til nærmeste opplager:

$$l_{t.o.150} := 2000 \text{ mm} - 375 \text{ mm} = 1625 \text{ mm}$$

6.1.6 Bøyning om sterk

akse:

$$W_{y.150} := \frac{b}{6h} \cdot (h^3 - h_{d150}^3) = (4.73 \cdot 10^5) \text{ mm}^3 \quad M_{yk.150} := W_{y.150} \cdot f_{mk} = 11.34 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

6.1.7 Skjær om sterk akse:

$$V_{zk.150} := f_{vk} \cdot \frac{2}{3} \cdot b \cdot (h_{ro150} \cdot 2) = 12.6 \text{ kN}$$

Maks størrelse for den påførte punktlasten i senter av bjelkens felt:

$$\text{Moment: } P_{mk.150} := \left(\frac{M_{yk.150}}{l_{t.o.150}} \right) \cdot 2 = 13.96 \text{ kN}$$

$$\text{Skjær: } P_{vk.150} := V_{zk.150} \cdot 2 = 25.2 \text{ kN}$$

Karakteristiske verdier utsparing 160mm:

Avstand fra utsparingens senter, til nærmeste opplager:

$$l_{t.o.160} := 2000 \text{ mm} - 380 \text{ mm} = 1620 \text{ mm}$$

6.1.6 Bøyning om sterk

akse:

$$W_{y.160} := \frac{b}{6} \cdot (h^3 - h_{d160}^3) = (4.58 \cdot 10^5) \text{ mm}^3 \quad M_{yk.160} := W_{y.160} \cdot f_{mk} = 10.99 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

6.1.7 Skjær om sterk akse:

$$V_{zk.160} := f_{vk} \cdot \frac{2}{3} \cdot b \cdot (h_{ro160} \cdot 2) = 11.76 \text{ kN}$$

Maks størrelse for den påførte punktlasten i senter av bjelkens felt:

$$\text{Moment: } P_{mk.160} := \left(\frac{M_{yk.160}}{l_{t.o.160}} \right) \cdot 2 = 13.57 \text{ kN}$$

$$\text{Skjær: } P_{vk.160} := V_{zk.160} \cdot 2 = 23.52 \text{ kN}$$

Karakteristiske verdier utsparing 170mm:

Avstand fra utsparingens senter, til nærmeste opplager:

$$l_{t.o.170} := 2000 \text{ mm} - 385 \text{ mm} = 1615 \text{ mm}$$

6.1.6 Bøyning om sterk akse:

$$W_{y.170} := \frac{b}{6 h} \cdot (h^3 - h_{d170}^3) = (4.42 \cdot 10^5) \text{ mm}^3 \quad M_{yk.170} := W_{y.170} \cdot f_{mk} = 10.6 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

6.1.7 Skjær om sterk akse:

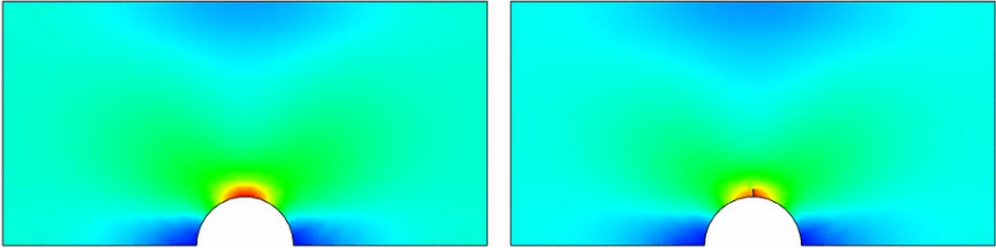
$$V_{zk.170} := f_{vk} \cdot \frac{2}{3} \cdot b \cdot (h_{ro170} \cdot 2) = 10.92 \text{ kN}$$

Maks størrelse for den påførte punktlasten i senter av bjelkens felt:

$$\text{Moment: } P_{mk.170} := \left(\frac{M_{yk.170}}{l_{t.o.170}} \right) \cdot 2 = 13.13 \text{ kN}$$

$$\text{Skjær: } P_{vk.170} := V_{zk.170} \cdot 2 = 21.84 \text{ kN}$$

Vedlegg C - Guide for sprekkdannelse i 2D av Mathew Pais[15]



Figur 8.1: 2D sprekkdannelse uten startsprekk

Følgende tekst er hentet fra nettsiden til Matthew Pais [15] og er en steg for steg oppskrift på hvordan man kan modellere en sprekk i et domene uten startsprekk. Selv om denne tutorialen er i 2D, er modellen direkte overførbart til 3D.

Creating the Uncracked Domain

1. Open Abaqus/CAE 6.9 or later.
2. Double click on Parts. Enter name as Plate, Modeling Space is 2D Planar, Type is Deformable, Base Feature is Shell and Approximate Size is 5. Click Continue. 3. Use the line tool to draw lines from (0,0) to (0.4,0), (0.6,0) to (1,0), (1,0) to (1,0.5), (1,0.5) to (0,0.5), (0,0.5) to (0,0). Use the arc tool to draw an arc from (0.4,0) to (0.6,0) with radius of 0.1. Click Done.
4. Double click on Materials. Enter name as Generic. Click on Mechanical, then Elasticity, then Elastic. Enter Young's modulus as 10 MPa and Poisson's ratio as 0.3. Click on Mechanical, then Damage for Traction Separation laws, then Maxps Damage. Enter a value of 2. From the Suboptions menu click on Damage Evolution. Enter Displacement at Failure as 1E-9. Click Ok. Click Ok.
5. Double click on Sections. Name as Main. Accept default settings by clicking Continue. Select Generic as material. Click Ok.
6. Expand Parts then expand Plate. Double click on Section Assignments. Select the domain. Click Done. Accept default settings. Click Ok.

7. Expand Plate. Double click on Mesh. From the top menu select Seed, then Edge By Size. Select all straight edges. Click Done. Enter 0.05. Hit Enter. From the top menu select Seed, then Edge By Number. Select the arc. Click Done. Enter 15 as Number of elements along the edges. Hit Enter. Click Done.

8. From the top menu select Mesh, then Controls. Select Quad,Free, Advancing Front . Click Ok. From the top menu select Mesh, then Part. Click Yes.

9. Expand Assembly. Double click on Instances. Select Plate. Accept default settings by clicking Ok.

Creating the Cracked Domain

1. Double click on Interactions. Click Cancel. From top menu click Special, then Crack, then Create. Name as Crack, Type is XFEM. Click Continue. Select the uncracked domain as the Crack Domain. Click Ok.

2. Double click on Interactions. Enter name as Growth. Select Initial Step and Types for Selected Step as XFEM Crack Growth. Click Continue. XFEM Crack should have EdgeCrack. Click Ok.

Creating the Boundary Conditions and Loads

1. Double click on Steps. Enter Name as Loading. Accept default setting and click Continue. On the Incrementation tab Type is Automatic, Maximum number of increments is 100000. Initial is 0.001, Minimum is 1E-20, Maximum is 0.01. Click Ok.

2. Double click on Steps. Click Cancel. From the top menu select Other, then General Solution Controls, then Manager. For Loading select Edit, then accept the warning by clicking Continue. On the Time Incrementation tab, select the first More Option, then change IA to 100. Click Ok.

3. Double click on Loads. Enter name as RightEdge, Category is Mechanical, Type is Pressure. Click Continue. Select the right edge of the domain. Click Done. Enter -1 as Magnitude, other settings are default. Click Ok.

4. Repeat step 2 for the left edge of the domain, entering the name as LeftEdge.

5. Double click on BCs. Enter name as FixedTRC, Step is Initial, Category is Mechanical, Types for Selected Step is Displacement/Rotation. Click on the bottom right corner of the domain. Click Done. Set U1, U2 and UR3 to zero. Click Ok.
6. Repeat step 4 for the top left corner of the domain. Enter name as RollerTLC. Set U2 and UR3 to zero.
7. Expand Field Output Requests, double click on F-Output-1. Expand the Failure/Fracture options and check the box next to PHILSM, Level set value phi. Click Ok. This will allow you to view the level set function defining the crack.

Vedlegg D - Spennings- og tøyningskriterier ved brudd

Vedlegg inneholder Kjell Arne Malos personlige notater for spennings- og tøyningskriterier samlet inn fra forskjellige kilder:

NTNU
INSTITUTT FOR
KONSTRUKSJONSTEKNIKK

Dahl
Paper VIII, p 215
Table 4

Tension = t
Compr = c

Norway Spruce
Strength

DATE 2/6-2010
SIGN KAM

	$\sqrt{L_{lin}}$	$\sqrt{L_{ult}}$	total strain at fracture E _{ult}
$\sqrt{L_{LL,t}}$	41.4	63.4	0.0077
$\sqrt{L_{LL,c}}$	-23.2	-28.9	-0.0097
$\sqrt{L_{RR,t}}$	3.37	4.87	0.0063
$\sqrt{L_{RR,c}}$	-2.66	-3.6	-0.0078
$\sqrt{L_{TT,t}}$	1.84	2.75	0.0114
$\sqrt{L_{TT,c}}$	-2.39	-3.79	-0.0201
$\sqrt{L_{FR,RL}}$	4.2	6.10	0.0110
$\sqrt{L_{LT,TL}}$	3.04	4.38	0.0082
$\sqrt{L_{RT,TR}}$	0.93	1.64	0.00914

Paper III, table 3, p 106