

Beregningsregler for bøyepåkjente T-tverrsnitt i armert betong

Martine Kvangarsnes
Mathilde Indseth Quale

Bygg- og miljøteknikk (2-årig)
Innlevert: juni 2015
Hovedveileder: Jan Arve Øverli, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk



MASTEROPPGAVE 2015

FAGOMRÅDE: Konstruksjonsteknikk	DATO: 10.06.2015	ANTALL SIDER: 95 + 24 sider vedlegg
------------------------------------	---------------------	--

TITTEL:

Beregningsregler for bøyepåkjente T-tverrsnitt i armert betong

Design of T-Sections in Reinforced Concrete Subjected to Bending

UTFØRT AV:



Martine Kvangarsnes



Mathilde Indseth Quale

SAMMENDRAG:

Eurokode 2 er det gjeldende regelverket for dimensjonering av betongkonstruksjoner i Norge i dag. Mye av innholdet bygger på empiri, og bakgrunnen for noen av reglene og den hensiktsmessige nytten er derfor ukjent. Av den grunn er det et ønske om å se nærmere på noen av disse reglene. Denne oppgaven tar for seg to av punktene i Eurokoden, rettet mot slakkarmerte T-tverrsnitt. Oppgaven er bygd opp av en innledende teoridel og to hoveddeler som belyser hvert sitt punkt i EK2; avsnitt (5) i punkt 6.1 *Bøyning med eller uten aksialkraft* og punkt 5.3.2.1 *Effektiv flensbredde*.

Hensikten med den første delen av oppgaven er å finne ut hvilken påvirkning *pkt. 6.1(5)* har for momentkapasiteten til T-tverrsnitt. Punktet anbefaler en reduksjon av bruddtøyningen i tilfeller der hele flensen er i trykk. I den forbindelse har det blitt utarbeidet en beregningsark for momentkapasitet av T-tverrsnitt. Dette regnearket er videre benyttet i et parameterstudie. Det har blitt undersøkt hvordan ulike parametere påvirker momentkapasiteten i sammenheng med reduksjon av bruddtøyning.

Andre del av oppgaven tar for seg punkt 5.3.2.1 *Effektiv flensbredde*. Det er ønsket å finne bakgrunnen for reglene og utledningen av formlene i dette punktet. I den sammenheng er det utført et omfattende litteratursøk for å få oversikt over tilgjengelig teori på området. Det er også utført beregninger med tester av ulike lasttilfeller og tverrsnitt, for å undersøke hvor godt de forenklede formlene stemmer. I tillegg er punktet sammenlignet med ulike regelverk, og det er utført elementanalyse av en T-bjelke for å se nærmere på spenningsfordelingen langs flensen.

FAGLÆRER: Jan Arve Øverli

VEILEDER(E): Jan Arve Øverli

UTFØRT VED: Institutt for Konstruksjonsteknikk, NTNU

FORORD

Denne oppgaven er skrevet som avsluttende emne for masterstudiet Bygg- og Miljøteknikk ved NTNU i Trondheim. Arbeidet med oppgaven har gått over 20 uker våren 2015, ved Institutt for konstruksjonsteknikk.

Utgangspunktet for oppgaven var å se nærmere på bakgrunnen for beregningsreglene i Eurokode 2. Vi begynte med punkt 5.3.2.1 *Effektiv flensbredde*, og derfra ble det naturlig at neste punkt også skulle omhandle T-tverrsnitt. Punkt 6.1(5), med regler for reduksjon av bruddtøyning i tverrsnitt med flenser ble derfor valgt. Studiet er hovedsakelig et litteraturstudie, det er derfor brukt mye tid på litteratursøk for å finne teori om emnene. For å kunne gjøre vurderinger av formlene i regelverket er det i tillegg brukt tid på utarbeiding av beregningsark i Excel.

Vi ønsker å takke vår veileder, Jan Arve Øverli, for gode råd og oppfølging underveis. Vi vil også rette en takk til alle medstudenter på kontor 2-63, for å ha bistått med godt miljø og hjelp når vi har trengt det.

SAMMENDRAG

Eurokode 2 er det gjeldende regelverket for dimensjonering av betongkonstruksjoner i Norge i dag. Mye av innholdet bygger på empiri, og bakgrunnen for noen av reglene og den hensiktsmessige nytten er derfor ukjent. Av den grunn er det et ønske om å se nærmere på noen av disse reglene. Denne oppgaven tar for seg to av punktene i Eurokoden, rettet mot slakkarmerte T-tverrsnitt. Oppgaven er bygd opp av en innledende teoridel og to hoveddeler som belyser hvert sitt punkt i EK2; avsnitt (5) i punkt 6.1 *Bøyning med eller uten aksialkraft* og punkt 5.3.2.1 *Effektiv flensbredde*.

Hensikten med den første delen av oppgaven er å finne ut hvilken påvirkning *pkt. 6.1(5)* har for momentkapasiteten til T-tverrsnitt. Punktet anbefaler en reduksjon av bruddtøyningen i tilfeller der hele flensen er i trykk. I den forbindelse har det blitt utarbeidet et beregningsark for momentkapasitet av T-tverrsnitt. Dette regnearket er videre benyttet i et parameterstudie. Det har blitt undersøkt hvordan ulike parametere påvirker momentkapasiteten i sammenheng med reduksjon av bruddtøyning.

Parameterstudiet resulterte i konklusjonen at den praktiske nytten med *pkt. 6.1(5)* er tvilsom. Det er kun funnet tilfeller med reduksjon av momentkapasiteten for overarmerte tverrsnitt. Denne reduksjonen er gjennomgående kun 6-7%, og det vil derfor være lite hensiktsmessig å benytte seg av punktet for slakkarmert betong. Det vil være mer aktuelt å benytte *pkt. 6.1(5)* for spennarmerte tverrsnitt da trykksonen her vil være større.

Andre del av oppgaven tar for seg punkt 5.3.2.1 *Effektiv flensbredde*. Det er ønsket å finne bakgrunnen for reglene og utledningen av formlene i dette punktet. I den sammenheng er det utført et omfattende litteratursøk for å få oversikt over tilgjengelig teori på området. Det er også utført beregninger med tester av ulike lasttilfeller og tverrsnitt, for å undersøke hvor godt de forenklede formlene stemmer. I tillegg er punktet sammenlignet med ulike regelverk, og det er utført elementanalyse av en T-bjelke for å se nærmere på spenningsfordelingen langs flensen.

Litteratursøket har ikke resultert i funn av utledning av formlene, og det ble generelt funnet lite teori på området. Det er antatt at formlene er utviklet ved en multiregresjonsanalyse basert på effektiv flensbredde av en stor mengde forskjellige bjelketilfeller. Beregningene som er utført indikerer at formlene for effektiv flensbredde er konservative for felt over opplager. Da støttemomentene ofte er dimensjonerende, er det trygt å forholde seg til de forenklede formlene. En sammenligning med Model Code 2010 viser at reglene for effektiv flensbredde er like som i EK2. Det er derfor ikke noen utvikling på området i dag. Elementanalysen tyder likevel på at det er rom for optimalisering av formlene for store flensbredder.

ABSTRACT

Eurocode 2 is the current common set of rules for design of concrete structures in Norway. Much of its content is based on empiricism. In some cases, the rules' background and reasons why they are included are unknown. It is therefore interesting to look more closely into some of these rules. This report deals with a few clauses regarding reinforced T-sections. The report consists of a theoretical part, and a main part concerning two different clauses in EC2; section (5) in clause 6.1 *ULS bending with or without axial force* and clause 5.3.2.1 *Effective flange width*.

The purpose of the first part of the report is to find out which effect clause 6.1(5) has on the moment capacity of T-sections. The clause recommends a reduction in the limiting strain in flanges that are fully in compression. In this regard, there has been produced a spreadsheet that calculates the moment capacity of T-sections. This sheet has further been used in a parameter study, where the different parameters' effect on the moment capacity in coherence with reduced limiting strain has been investigated.

The parameter study led to the conclusion that the practical use of clause 6.1(5) for reinforced T-sections is questionable. It is found that the moment capacity has only been reduced for overreinforced sections. This reduction is only 6-7%; the clause may therefore be negligible. The clauses purpose is on the other hand more adequate for prestressed cross sections, where the area of compression is bigger.

The second part of the report concerns clause 5.3.2.1 *Effective flange width*. The purpose of this part is to find the background for the rules and the derivation of the formulas. A literature search has been performed to get an overview of the accessible theory on the field. It has been carried out a series of tests for different load cases and sections, to investigate the simplified formulas' accuracy. The rules have additionally been compared with other design codes, and a finite element analysis is carried out to look at the actual stress distribution along the flange.

The literature search did not result in any derivations of the formulas, and there were generally found little theory about the subject. It is assumed that the formulas are derived from a multiple regression analysis, based on the effective flange width of several different beam cases. The tests that were performed indicate that the formulas for effective flange width are conservative at mid supports. The moments acting at mid support are often the most critical and therefore it is safe to use the simplified rules. The comparison with Model Code 2010 showed that the rules are the same as in EC2, which shows there are no signs of development on the area. The finite element analysis still indicated that there are room for optimization of the formulas for great flange widths.

INNHOLDSFORTEGNELSE

1 Innledning	3
2 T-tverrsnitt	5
2.1 Generelt om T-tverrsnitt og typiske bruksområder.....	5
2.2 Momentkapasitet av T-tverrsnitt	8
2.2.1 Beregningsgrunnlag	8
2.2.2 Forenklete formler	11
2.3 Betongens bruddtøyning og dimensjonerende fasthet.....	15
2.3.1 Bruddtøyning i betong	15
2.3.2 Reduksjon av trykkfasthet.....	16
3 Momentkapasitet av T-tverrsnitt med redusert bruddtøyning	17
3.1 Eurokode 2 - Reduksjon av bruddtøyning i betong for T-tverrsnitt	17
3.2 Beregningsark for momentkapasitet av T-tverrsnitt.....	21
3.2.1 Hvordan bruke regnearket.....	25
3.2.2 Verifisering av regnearket.....	28
3.3 Parameterstudie.....	33
3.3.1 Bruddtøyningens innvirkning på nøytralaksens plassering.....	33
3.3.2 Stegbreddens innvirkning på momentkapasiteten.....	35
3.3.3 Betongkvalitetens innvirkning på momentkapasiteten	37
3.3.4 Reduksjon av momentkapasitet som følge av armeringens tøyningstilstand	38
3.3.5 Over 10% reduksjon av momentkapasiteten	41
3.4 Oppsummering av parameterstudiet.....	42
4 Effektiv flensbredde	43
4.1 Teorigrunnlag.....	43
4.1.1 Skjærdeformasjoner.....	43
4.1.2 Forenklet metode.....	45
4.1.3 Tidligere studier.....	48
4.2 Eurokode 2 - Beregning av effektiv flensbredde.....	49
4.3 Diskusjon og sammenligninger	53
4.3.1 Grensetilstander.....	53
4.3.2 Omfordeling av bøyemomenter.....	54
4.3.3 Lastens og geometriens betydning	55

4.3.4	<i>Bjelkens stivhet</i>	67
4.4	Andre regelverk.....	72
4.5	Elementanalyse av trykkspenninger på en T-bjelke	80
4.5.1	<i>Bakgrunn</i>	80
4.5.2	<i>Elementmodellen</i>	80
4.5.3	<i>Resultater</i>	82
4.5.4	<i>Forskjellen på enkeltstående T-bjelker og T-bjelker som er del av et system</i>	85
4.6	Oppsummering av effektiv flensbredde	88
5	Konklusjon	91
	Referanser	93
	Vedlegg A - Verifisering av beregningsark for T-tverrsnitt	97
	Vedlegg B - Verifisering av beregningsark for rektangulært tverrsnitt	103
	Vedlegg C - Beregning av støttemoment for bjelke med forskjellig stivhet	107
	Vedlegg D - Eksempel: Sammenligning av de ulike regelverkene	115
	Vedlegg E - Beregning av effektiv flensbredde for elementmodell	119

1 INNLEDNING

Bjelker med T-tverrsnitt er mye brukt ved dimensjonering av betongkonstruksjoner. Systemer der dekker hviler på bjelker anses ofte som en serie av T-bjelker. Denne typen system blir mye brukt i betongbroer og andre typer bygningskonstruksjoner. Ved dimensjonering av betongkonstruksjoner skal *Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner* benyttes. Eurokoden er det gjeldende regelverket for prosjektering av betongkonstruksjoner i Norge i dag. Bakgrunnen for beregningsreglene i Eurokoden kan være vanskelig å finne da de ofte er utviklet over en lengre periode, og man ikke vet opphavet. Denne oppgaven vil gå i dybden på hovedsakelig to punkter i regelverket som omhandler T-tverrsnitt; avsnitt (5) i punkt 6.1 *Bøyning med eller uten aksialkraft* og punkt 5.3.2.1 *Effektiv flensbredde*.

Eurokoden gir ingen formler for beregning av momentkapasitet for betongtverrsnitt. *Punkt 6.1 Bøyning med eller uten aksialkraft*, setter derimot en rekke forutsetninger og retningslinjer for beregning av momentkapasiteten. En av disse er *punkt (5)* hvor middeltrykktøyningen bør begrenses for deler av et tverrsnitt som er tilnærmet konsentrisk belastet. Dette gjelder for eksempel T-tverrsnitt hvor nøytralaksen ligger i steget, og hele flensen er i trykk. Den første delen av oppgaven belyser nettopp denne problemstillingen. *Punkt 6.1(5)* blir utdypet, og det er utarbeidet et regneark for momentkapasiteten av T-tverrsnitt, med hensyn til forutsetningene gitt i *pkt. 6.1(5)*. Det eksisterer forenklete formler for momentkapasiteten som brukes i praksis, men disse tar ikke hensyn til begrensning av middeltrykktøyningen. Det er videre gjennomført et parameterstudie for å undersøke hvilken betydning *pkt. 6.1(5)* har for den endelige momentkapasiteten.

I forhold til T-bjelker har Eurokoden blant annet regler for hvordan effektiv flensbredde skal beregnes. I andre del av denne oppgaven er det gått nærmere inn på *punkt 5.3.2.1* i EK2, *Effektiv flensbredde*. Her presenteres bakgrunnen til punktet, ulike beregninger/tester, sammenligning med andre regelverk på dette området, samt en elementanalyse av en T-bjelke. Bakgrunnen for dette er et ønske om å finne ut hva som ligger til grunn for beregningsreglene for effektiv flensbredde i Eurokode 2. Innledningsvis i oppgaven vil det bli gitt en generell introduksjon av T-tverrsnitt. Her presenteres blant annet vanlige bruksområder og grunnleggende teori.

2 T-TVERRSNITT

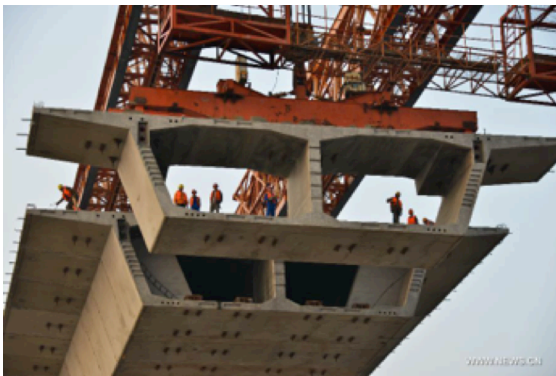
T-tverrsnitt er strukturelle elementer bestående av steg og flenser. Dette gjør dem mer komplekse enn rektangulære tverrsnitt, men av strukturelle hensiktsmessige årsaker blir de mye brukt (Loo and Chowdhury 2010). Lignende former som L-, I- og kassetverrsnitt har også steg og flenser, og vil ha de samme egenskapene som T-tverrsnitt har. Disse dimensjoneres derfor etter tilsvarende regler som for T-tverrsnitt. Det kan lages T-tverrsnitt av mange forskjellige materialer, men denne oppgaven fokuserer på T-tverrsnitt i slakkarmert betong.

2.1 GENERELT OM T-TVERRSNITT OG TYPISKE BRUKSOMRÅDER

Valget av bjelker med flens og steg kan være økonomisk fordelaktig. Avhengig av bruksområde kan flensen og steget støpes relativt tynne, og er derfor mer effektivt enn tverrsnitt med tykkere deler. Ulempen er at det er vanskeligere å lage tynne seksjoner; det er en større utfordring å støpe betong i smale forskalinger. Smale, overhengende flenser har også lettere for å gi etter for trykk. En annen ulempe er at tynne deler er mer sårbar for å knekke. Et typisk eksempel på dette er når tynne prefabrikkerte elementer skal fraktes og installeres. Det er også viktig at ingeniøren ser behovet for sideveis stabilisering av bjelken mot knekking, hvis bjelken ikke er fastholdt av andre konstruksjonsdeler (Nilson, Dolan et al. 2010).

Figur 2-1 viser hva T-bjelker typisk brukes til. Der det er flere steg vil det også være rom for å ha bredere flenser, og derav også lengre spenn. Dette er grunnen til at

denne typen tverrsnitt blir mye brukt i brokonstruksjoner. Det faktum at betong har en neglisjerbar strekkapasitet vil det i noen tilfeller brukes stålbjelker i underkant av betongen, se Figur 2-1(B). Dette vil gi en bedre strekkapasitet enn et steg i et T-tverrsnitt av armert betong. Her må stålet og betongen strukturelt bindes sammen for å kunne virke som en komposittbjelke. Dimensjonering av slike tverrsnitt må gjøres etter egen standard; Eurokode 4: *Prosjektering av samvirkekonstruksjoner av stål og betong*. Figur 2-1(D) viser bruk av prefabrikkerte DT-elementer i taket av et parkeringsanlegg. Disse er forspente og vil ha lav egenvekt i forhold til spennvidde og lastkapasitet. Det gjør dem godt egnet til både store belastninger og store spennvidder. Denne typen T-bjelker blir blant annet brukt som dekke og tak i industribygg, parkeringshus og til sykehus/laboratoriebygg (www.contiga.no 10.05.15).



(A) PREFABRIKERT KASSETVERRSNITT I BRO



(B) KOMPOSITTBJELKE AV STÅL OG BETONG



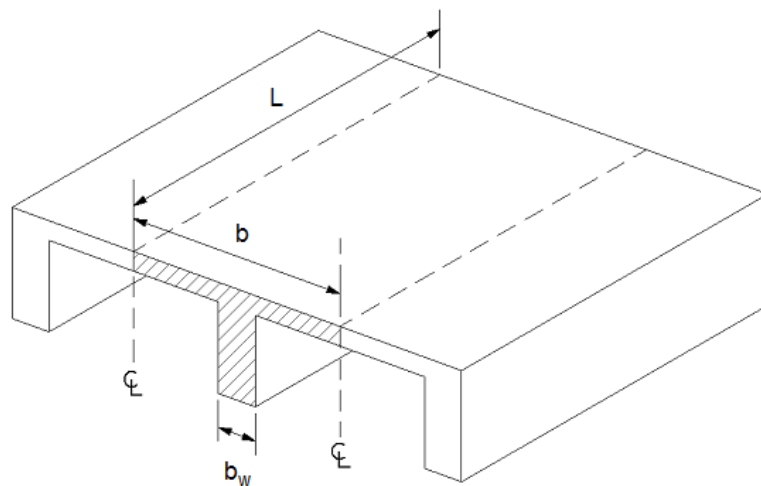
(C) T-BJELKER BRUKT I BRO



(D) PREFABRIKTERTE DT-ELEMENTER

FIGUR 2-1: TYPISKE BRUKSOMRÅDER FOR T-BJELKER

Som det fremgår av Figur 2-1, er det ikke bare enkeltstående bjelker med flens som anses som T-bjelker. System der et dekke hviler på bjelker og er utsatt for bøyning i bjelkebærerretningen, blir også sett på som T-bjelker (se Figur 2-2). Grunnen til dette er at armerte betongdekker, tak, etc. nesten alltid er monolittiske, med unntak av prefabrikkerte elementer. Forskalingen blir bygd slik at bjelken og dekket kan støpes samtidig. På denne måten vil langsgående armering i toppen av bjelken og tverrarmeringen i bjelken strekke seg opp i platen. Der hvor bjelken strekker over et spenn vil positivt indre moment i bjelken gi trykk i overkant. Den monolittiske delen av platen vil i dette tilfellet virke sammen med bjelken som en samlet enhet i å motstå trykkspenningene som følger av det positive bøyemomentet. Her vil platen virke som flensen mens bjelken er steget i T-tverrsnittet som vist på Figur 2-2.



FIGUR 2-2: T-BJELKER I ET SYSTEM MED ET DEKKE SOM HVILER PÅ BJELKER

Flensen innvirker på T-bjelkens stivhet og bæreevne hovedsakelig på to måter. For det første kan den virke som en ren skivekonstruksjon der den øker trykksonens areal i T-tverrsnittet. Flensen har for det andre sin egen bøyestivhet og har i den sammenheng egenskapene til en plate. Flensen inngår i T-bjelkens stivhet og kan direkte bære en del av lasten (Lenschow 1985). Når T-bjelken utsettes for en last på oversiden, vil det hovedsakelig være flensen som tar trykkspenningene, mens steget tar skjærspenningene.

2.2 MOMENTKAPASITET AV T-TVERRSNITT

2.2.1 BEREGNINGSGRUNNLAG

En del av masteroppgaven er å gå i dybden på *punkt 6.1(5)* i EK2, som omhandler et spesifikt tilfelle innen kontroll av momentkapasitet i bruddgrensetilstand. I følgende avsnitt vises fremgangsmåten for å finne momentkapasitet for et T-tverrsnitt.

Den grunnleggende likningen som må oppfylles er:

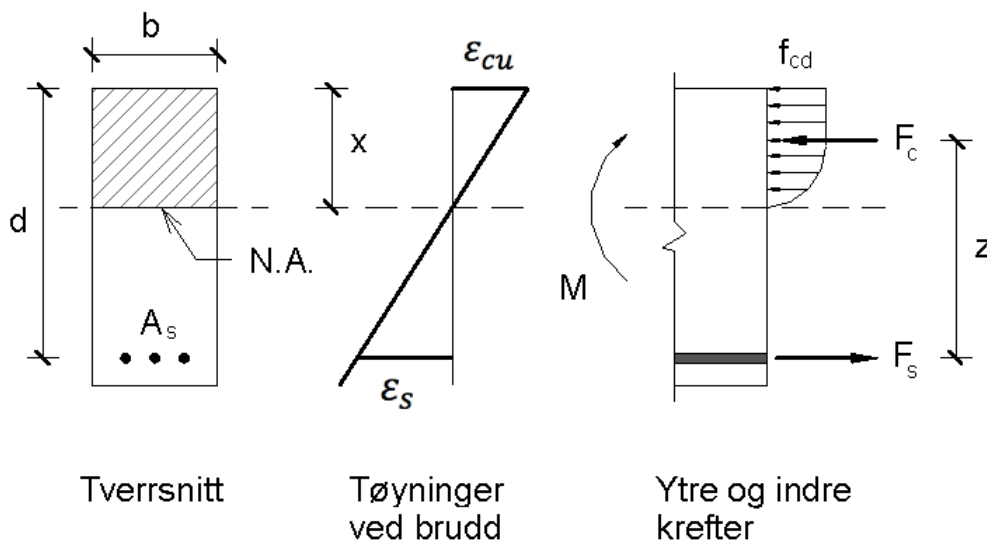
$$\text{Momentkapasitet } M_{Rd} \geq \text{Opptredende moment } M_{Ed} \quad (2.1)$$

Det opptredende momentet er momentet som følger av den ytre dimensjonerende lasten som virker på bjelken. Eurokode 1: *Laster på konstruksjoner* angir karakteristiske verdier for forskjellige belastningstyper, som for eksempel snølast, vindlast og nyttelast. Disse er basert på erfaring og målinger, hvor sannsynligheten for at de overskrides er mindre enn bestemte grenser. Lasten blir multiplisert med lastkoeffisienter, $\gamma_f \geq 1$, på grunn av usikkerhet i lastfastsettelsen. Disse er gitt i Eurokode: *Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner* for forskjellige lasttyper og kombinasjoner.

Momentkapasiteten beregnes på grunnlag av betongens tøyningsegenskaper og dimensjonerende fasthet. Forutsetningene som legges til grunn for beregning av kapasiteten er:

- Naviers hypotese er gyldig; plane tverrsnitt normalt på bjelkeaksen forblir plane og normalt på bjelkeaksen (Bell 2011). I analysen av elastisk bøyning vil spenningene over tverrsnittet være proporsjonal med avstanden fra nøytralaksen.
- Full heft mellom betong og armering; tøyningen i armeringen er den samme som for betongen omkring, uavhengig av om de er i strekk eller trykk.
- Det sees bort fra betongens strekkfasthet.
- Dimensjonerende spennings- tøyningssammenheng for betong under trykk er gitt i EK2 *pkt.3.1.7*. (Se Figur 2-9, avsnitt 2.3 senere i oppgaven)
- Dimensjonerende spenning i armeringsstål er gitt i EK2 *pkt.3.2*. (Se Figur 3-6, avsnitt 3.2 senere i oppgaven)

Figur 2-3 viser beregningsmodellen som brukes når momentkapasiteten skal beregnes. En analyse av kapasiteten i bruddgrensetilstand vil ta utgangspunkt i hva konstruksjonen tåler når betongen går til brudd. Da vil tøyningen i betongen ϵ_c være lik bruddtøyningen ϵ_{cu} og spenningen i betongen σ_c være lik dimensjonerende trykkfasthet f_{cd} . For at bjelken skal være i likevekt, må summen av alle kreftene over tverrsnittet være lik null (Vollen 2010). Kraften i strekkarmeringen F_s er derfor lik trykkresultanten av betongspenningene i trykksone F_c . Dette vil gi plasseringen av nøytralaksen (N.A.), altså trykksonehøyden x . Videre finnes verdien av den oppredende tøyningen i strekkarmeringen ϵ_s og derav hvor stor strekkraften er. Som det fremgår av figuren vil denne bare utgjøre bidraget fra strekkarmeringen ettersom betongens strekkfasthet neglisjeres. Det skraverte området illustrerer trykksonen.



FIGUR 2-3: BEREGNINGSMODEL FOR MOMENTKAPASITET AV REKTANGULÆRT TVERRSNITT

Symbolene som vises på figuren er:

d = effektiv høyde; avstand fra trykkrand til tyngdepunkt i strekkarmering

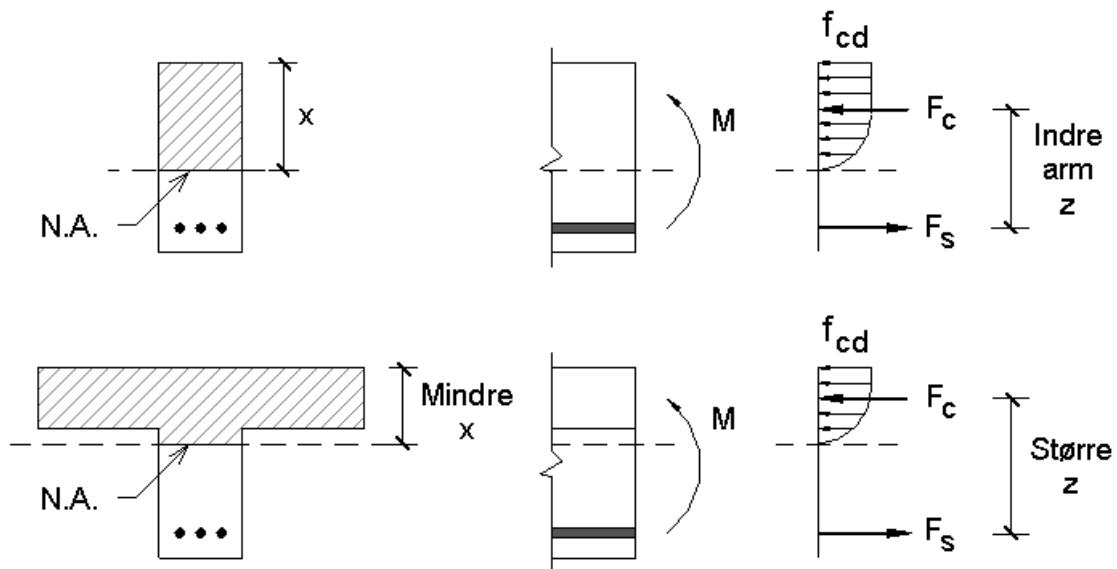
A_s = samlet areal av strekkarmeringstverrsnitt

z = indre momentarm; avstand mellom F_c og F_s

Momentet av indre krefter vil til slutt gi tverrsnittets momentkapasitet:

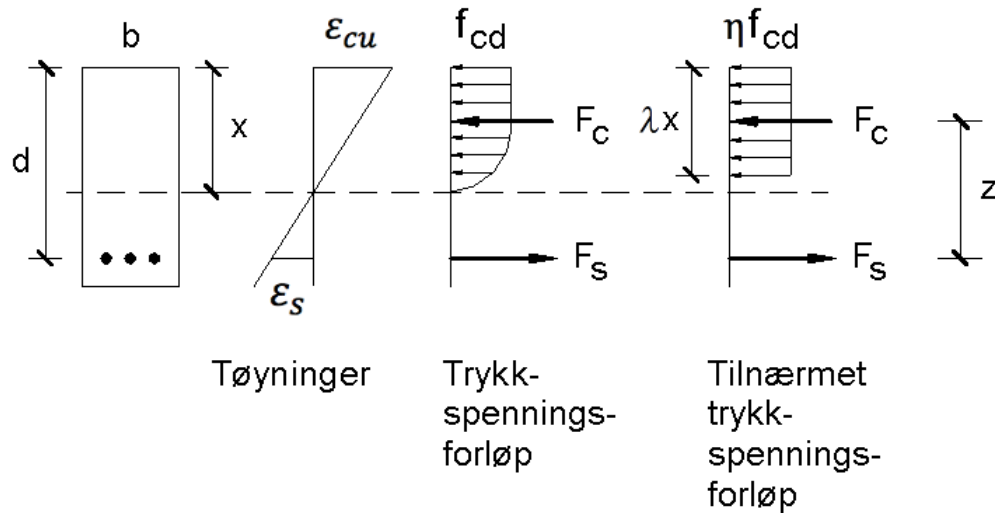
$$M_{Rd} = F_c * z \quad (2.2)$$

Sammenlignet med et rektangulært tverrsnitt med bredde tilsvarende stegbredden i et T-tverrsnitt, vil T-tverrsnittet ha en større indre arm mellom trykkresultanten F_c og strekkresultanten F_s (se Figur 2-4). Dette følger av at nøytralaksen vil ligge høyere i T-tverrsnittet på grunn av det ekstra arealet, og vil derav gi større kapasitet mot bøyning (Nilson, Dolan et al. 2010).



FIGUR 2-4: ULIKE TVERRSNITT GIR ULIKE VERDIER FOR INDRE ARM

2.2.2 FORENKLEDE FORMLER



FIGUR 2-5: FORENKLING AV TRYKKSPENNINGSBLOKK

Ettersom spenningsfordelingen som betraktes i trykksonen er delvis parabelformet, vil beregning av trykksonehøyden x være omfattende. EK2 pkt.3.1.7(3) tillater derfor bruk av en forenklet metode, der spenningsfordelingen anses som rektangulær som vist på Figur 2-5. Den rektangulære tilnærmelsen er kun gyldig når trykksonen er fullt utnyttet, det vil si når tøyningen i trykkranden er lik bruddtøyningen ϵ_{cu} . Momentkapasiteten kan da finnes med formelen:

$$M_{Rd} = \lambda \eta \alpha (1 - 0,5 \lambda \alpha) f_{cd} b d^2 \quad (2.3)$$

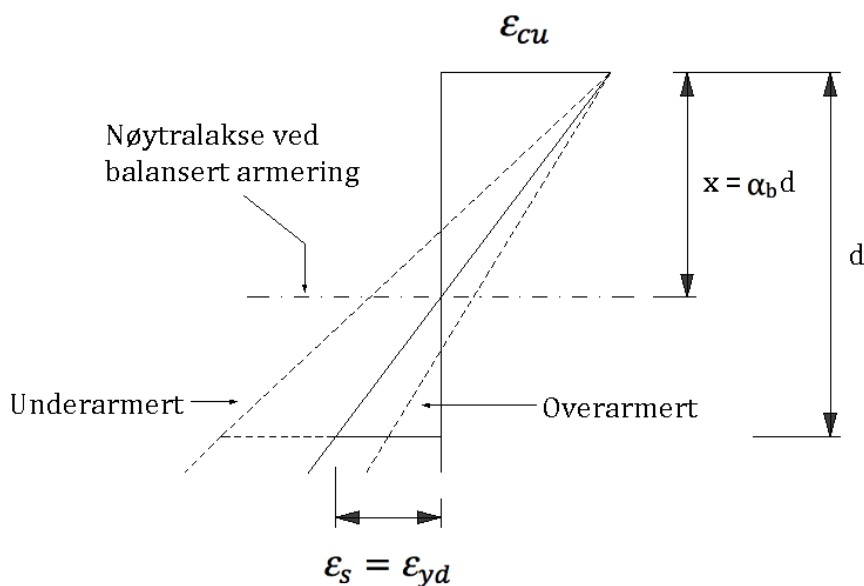
der faktoren λ definerer den effektive høyden til trykksonen og faktoren η definerer den effektive trykkfastheten. For de vanligste fasthetsklassene B20-B50 er $\lambda = 0,8$ og $\eta = 1,0$. Da blir trykksonens momentkapasitet:

$$M_{Rd} = 0,8 \alpha (1 - 0,4 \alpha) f_{cd} b d^2 \quad (2.4)$$

Trykksonehøydefaktoren $\alpha = x/d$ bestemmes slik at armeringstøyningen ϵ_s tilsvarer likevekt mellom trykkresultanten F_c og strekkraften F_s . Denne vil være forskjellig for ulike tøyningstilstander. Disse presenteres nærmere i neste avsnitt.

2.2.2.1 ULIKE TØYNINGSTILSTANDER

Hvis tøyningen i armeringen ϵ_s har nådd flytetøyningen ϵ_{yd} før betongen går til brudd, vil konstruksjonen vise en viss seighet før betongen knuses. Tverrsnittet vil i dette tilfellet være **underarmert** ($\epsilon_s > \epsilon_{yd}$), der armeringsmengden i tverrsnittet er relativt liten. Om armeringsmengden er relativt stor slik at den ikke flyter før betongen knuses, vil tverrsnittet være **overarmert** ($\epsilon_s < \epsilon_{yd}$). Grensetilfellet mellom disse to tøyningstilstandene, hvor armeringen flyter samtidig som betongen knuses, er det **balansert armerte** tilfellet ($\epsilon_s = \epsilon_{yd}$). Det ønskes å oppnå et balansert- eller underarmert tverrsnitt ved dimensjonering, for å sikre flyt i armeringen ved brudd (Sørensen 2010). De tre tøyningstilstandene er vist i Figur 2-6.



FIGUR 2-6: TYPISKE TØYNINGSTILSTANDER VED BØYEBRUDD

Ved analyse av et gitt tverrsnitt med gitt armering finnes kapasiteten ved å først beregne den balanserte armeringsmengden $A_{s,b}$. Denne tar utgangspunkt i den balanserte trykksonehøydefaktoren α_b .

$$\alpha_b = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}} \quad (2.5)$$

$$A_{s,b} = \lambda \eta \frac{f_{cd}}{f_{yd}} b d \alpha_b \quad (2.6)$$

Den balanserte armeringsmengden kan videre sammenlignes med den gitte armeringen A_s for å avgjøre om tverrsnittet er under- eller overarmert. Dette gir hvilken α som bør brukes til å finne riktig momentkapasitet.

For balansert- og underarmerte tverrsnitt ($A_s \leq A_{s,b}$) finnes α fra 1.gradsligningen:

$$\lambda \eta f_{cd} b d \alpha - f_{sd} A_s = 0 \quad (2.7)$$

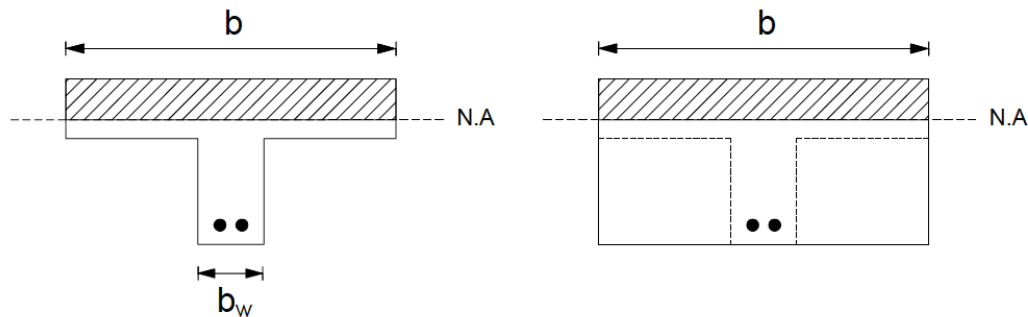
For overarmerte tverrsnitt ($A_s > A_{s,b}$) finnes α fra 2.gradsligningen:

$$\lambda \eta f_{cd} b d \alpha^2 + E_s A_s \varepsilon_{cu} \alpha - E_s A_s \varepsilon_{cu} = 0 \quad (2.8)$$

2.2.2.2 NØYTRALAKSENS Plassering i T-Tverrsnitt

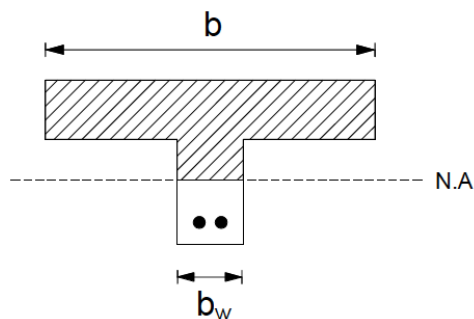
For T-tverrsnitt kan nøytralaksen enten ligge i flensen eller steget. Dette avhenger av tverrsnittets geometri, mengde armeringsstål, og styrken på materialene (Nilson, Dolan et al. 2010). Dersom den beregnede trykksonehøyden er mindre enn eller lik tykkelsen av flensen ($x \leq t$), kan tverrsnittet bli analysert som om det var et rektangulært tverrsnitt med bredden b , som vist på Figur 2-7. Arealforskjellen dette utgjør vil ikke ha noe å si for momentkapasiteten ettersom den vil ligge under

nøytralaksen, i strekksonen. De to tverrsnittene som er illustrert i Figur 2-7 vil derfor ha samme momentkapasitet, som finnes med formel (2.4).



FIGUR 2-7: T-TVERRSNITT DER NØYTRALAKSEN LIGGER I FLENSEN, OG T-TVERRSNITT SOM REKTANGULÆRT TVERRSNITT

Figur 2-8 viser et T-tverrsnitt der nøytralaksen ligger i steget. I dette tilfellet kan ikke tverrsnittet betraktes som rektangulært. Det må derfor benyttes metoder som tar hensyn til den T-formede trykksonen.



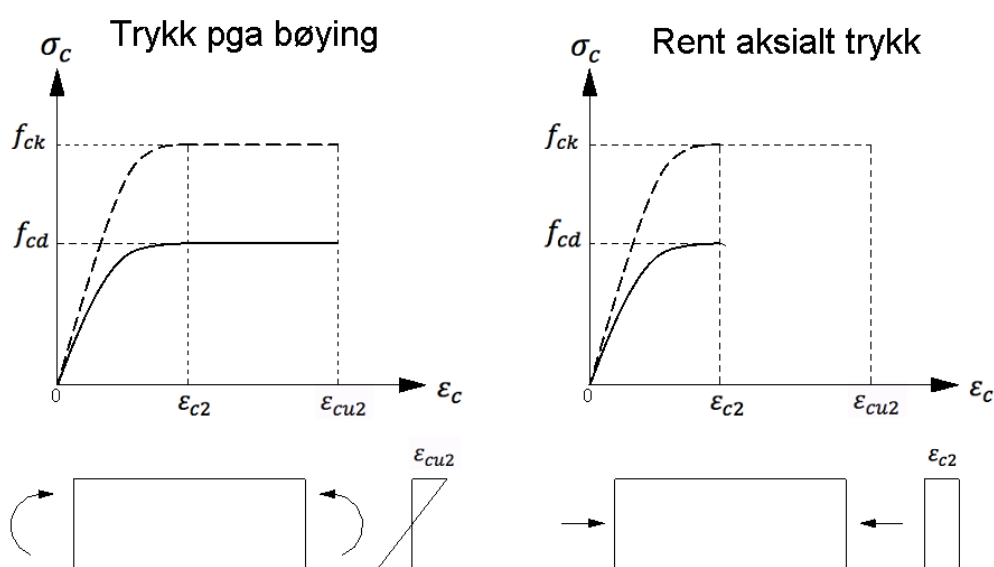
FIGUR 2-8: T-TVERRSNITT DER NØYTRALAKSEN LIGGER I STEGET

I praksis benyttes det forenklede formler for dimensjonering av armering i disse tilfellene. Ved nøyaktig kapasitetsberegning bør ikke disse forenklede formlene benyttes. Her må kreftene i betongtrykksonen finnes ved integrasjon. En nærmere beskrivelse av beregningsmetoden i dette tilfellet vil bli gitt i kapittel 3.

2.3 BETONGENS BRUDDTØYNING OG DIMENSJONERENDE FASTHET

2.3.1 BRUDDTØYNING I BETONG

Bruddtøyningen er den verdien tøyningen har idet det oppstår brudd i betongen. For betongtverrsnitt som er utsatt for trykk på grunn av bøyning vil bruddtøyningen normalt være $\epsilon_{cu2} = 3,5 \text{ ‰}$. For tverrsnitt som er utsatt for rent aksialt trykk, altså ingen bøyning, vil bruddtøyningen være $2,0 \text{ ‰}$. I det siste tilfellet er bruddtøyningen lik tøyningen idet maksimalspenningen f_{cd} oppnås, altså $\epsilon_{c2} = 2,0 \text{ ‰}$. Spennings-tøyningsdiagrammet for begge tilfellene er illustrert i Figur 2-9. Verdien for tøyningene, som avhenger av fasthetsklassen for betongen, finnes i Tabell 3.1 i EK2.



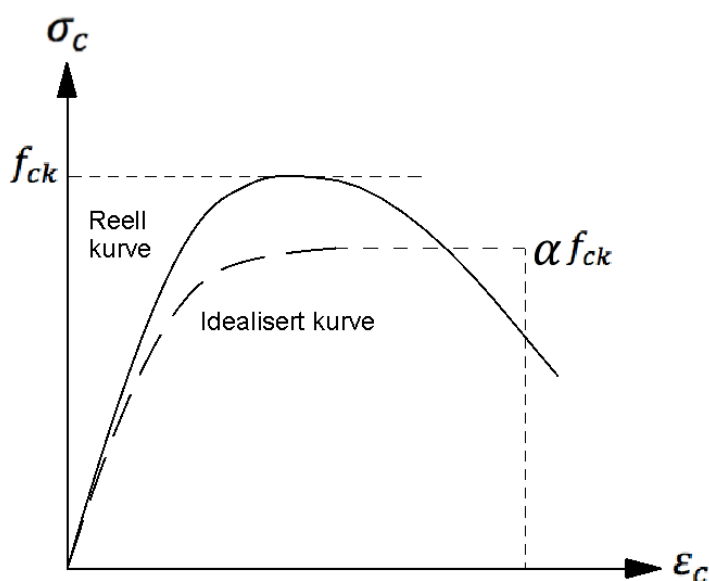
FIGUR 2-9: PARABEL- REKTANGULÆRE SPENNINGS- TØYNINGSDIAGRAM FOR BETONG I TRYKK PGA BØYNING OG RENT AKSIALT TRYKK

Verdiene $\epsilon_{cu2} = 3,5 \text{ ‰}$ og $\epsilon_{c2} = 2,0 \text{ ‰}$ gjelder for betongkvaliteter opp til B50 hvor det betraktes en parabel-rektangulærformet spenningsblokk. For bilineær betraktning brukes verdiene ϵ_{cu3} og ϵ_{c3} . I denne oppgaven blir det kun brukt parabel-rektangulær betraktning, da dette er nærmest realiteten.

For tilfeller med rent aksialt trykk vil betongen gå fortere til brudd enn ved bøyning. Bruddet vil også være mer sprøtt, og det vil oppstå mindre deformasjoner før bruddet. Derfor er dette tilfellet mest kritisk. I kapittel 3 vil det sees nærmere på hvordan bruddtøyningen i tverrsnitt med hele flenser i trykk kan være en kombinasjon av de to tilfellene som er beskrevet over.

2.3.2 REDUKSJON AV TRYKKFASTHET

Ved kapasitetsberegning av betong brukes faktoren $\alpha_{cc} = 0,85$ for å redusere trykkfastheten f_{ck} . Dette er en koeffisient som tar hensyn til virkninger av langtidslast på trykkfastheten samt ugunstige virkninger som er en følge av måten lasten påføres (Standard Norge 2008). Introduksjonen av faktoren α_{cc} er i tillegg relatert til idealiseringen av spennings- tøyningkurven for betong (Beeby 1995). Figur 2-10 illustrerer den egentlige spennings- tøyningfordelingen sammenlignet med den idealiserte. Som det fremgår av figuren vil den reelle kurven for spenning f_{ck} minke etter å ha nådd maksverdi. Arealet under den idealiserte kurven tilsvarer arealet under den reelle, der f_{ck} for denne kurven forblir konstant helt til bruddtøyningen er nådd. Korreksjonsfaktoren $\alpha_{cc} = 0,85$ skal kompensere for fallet i verdien for f_{ck} som følge av dette. Faktoren bidrar derfor med å hindre at momentkapasiteten blir overestimert ved å neglisjere at spenningen minker.



FIGUR 2-10: SAMMENLIGNING AV REELL OG IDEALISERT SPENNINGS- TØYNINGSKURVE

3 MOMENTKAPASITET AV T-TVERRSNITT MED REDUSERT BRUDDTØYNING

I dette kapitlet blir det sett på momentkapasitet av T-tverrsnitt hvor hele flensen er under trykk. Bakgrunnen for dette er *pkt. 6.1(5)* i Eurokoden som gir en begrensning av bruddtøyningen i tverrsnitt der dette er tilfelle. Der det refereres til *pkt. 6.1(5)* i kursiv videre i oppgaven, er det alltid punktet i Eurokoden det refereres til. Innledningsvis i kapitlet blir punktet i Eurokoden presentert, og videre forklart med teori. Det er utarbeidet et regneark for momentkapasitet med verifisering av dette. Dette er brukt i et parameterstudie for å undersøke hvor stor betydning *pkt. 6.1(5)* har for den endelige momentkapasiteten.

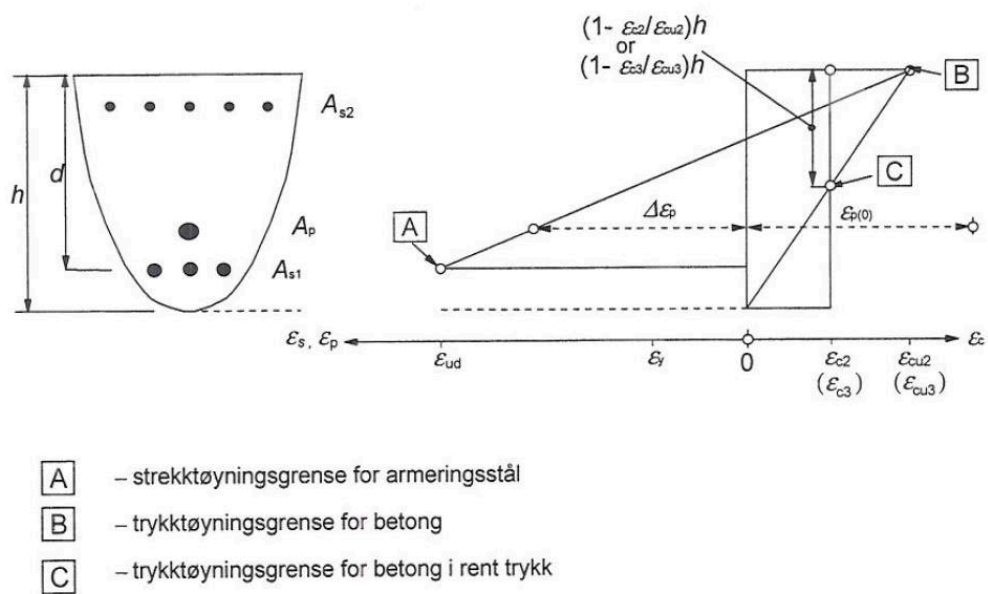
3.1 EUROKODE 2 - REDUKSJON AV BRUDDTØYNING I BETONG FOR T-TVERRSNITT

Eurokode 2 er utarbeidet av den tekniske komiteen CEN/TC 250 *Structural Eurocodes*, og brukes i mange europeiske land. Et nasjonalt tillegg utarbeides med bestemmelser for hvert enkelt land. *Punkt 6.1 Bøyning med eller uten aksialkraft* i Eurokoden gir forutsetninger og retningslinjer for beregning av momentkapasitet. *Avsnitt (5)* i dette punktet retter seg mot tverrsnitt med flenser, med reduksjon av bruddtøyning der hele flensen er i trykk. *Avsnitt (6)* referer til en figur som viser aktuell tøyningfordeling i disse tilfellene. Under følger punktenes innhold slik de er gitt i Eurokoden.

Pkt. 6.1 Bøyning med eller uten aksialkraft

(5) I deler av tverrsnitt med tilnærmet konsentrisk belastning ($e_d/h < 0,1$), f.eks. trykkflenser i kassetverrsnitt, bør middeltrykktøyningen i denne delen av tverrsnittet begrenses til ϵ_{c2} (eller ϵ_{c3} hvis den bilineære sammenhengen på figur 3.4 benyttes).

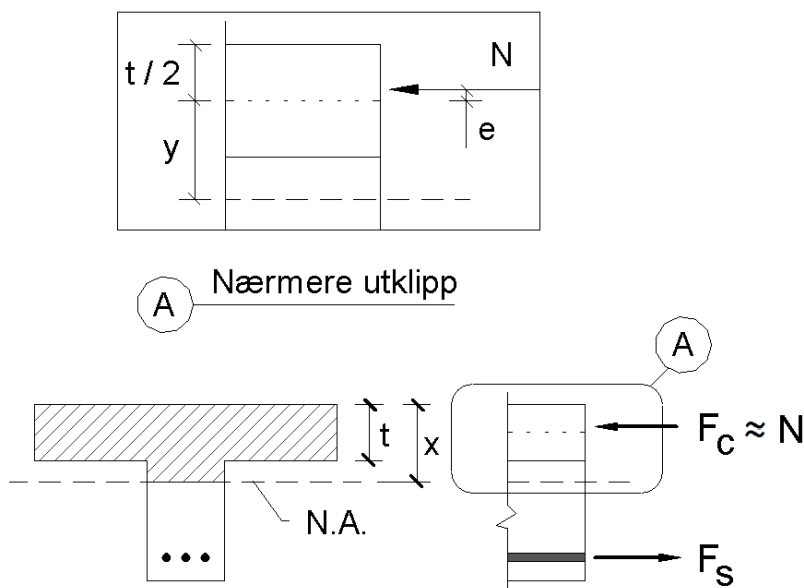
(6) Det aktuelle området for tøyningfordeling er vist på Figur 3-1.



FIGUR 3-1: AKTUELL TØYNINGSFORDELING I BRUDDGRENSETILSTAND (STANDARD NORGE 2008)

Punkt 6.1(5) anbefaler en reduksjon av bruddtøyningen i deler av tverrsnitt med tilnærmet konsentrisk belastning. Det vil si deler av tverrsnitt som er fullstendig i trykk. Dette gjelder for eksempel kassetverrsnitt og T-tverrsnitt der nøytralaksen ligger i steget. Den opprinnelige bruddtøyningen ϵ_{cu} skal reduseres slik at middeltrykktøyningen er tilsvarende ϵ_{c2} eller ϵ_{c3} , avhengig av om man betrakter en parabelformet eller bilineær spenningsfordeling.

Høyden h i pkt. 6.1(5) er betegnelsen på flenstykkelsen, som i denne oppgaven er uttrykt med bokstaven t . Videre vil derfor t benyttes. Tilnærmet konsentrisk belastning er definert som $e/t < 0,1$. Eksentrisiteten e antas å være avstanden fra trykkresultanten til midten av flensen, som vist på Figur 3-2. *Designers' Guide to EN 1992-2* gir at hvis $e/t < 0,1$, vil nøytralaksen ligge lenger ned enn avstanden $1,33t$ fra toppen av flensen, altså $x > 1,33t$ (Hendy and Smith 2007). Dette vil altså være grensen for om momentkapasiteten for et gitt tverrsnitt skal reduseres med hensyn til pkt.6.1(5).



FIGUR 3-2: TRYKKRESULTANTENS EKSENTRISITET

Sammenhengen mellom $e/t < 0,1$ og $x > 1,33$ er vist i utledningen under. Forutsetningene her er at kraften N forenklet er trykkresultanten av en lineær spenningsfordeling. I tillegg betraktes kun arealet og arealmomentet av flensen.

Den lineære spenningsbetraktningen er gitt av formel (3.1):

$$\sigma = \frac{N}{A} - \frac{M}{I}y \quad (3.1)$$

Variablene i formel (3.1) er følgende:

$$A = bt \quad (3.2)$$

$$I = \frac{1}{12}bt^3 \quad (3.3)$$

$$M = Ne \quad (3.4)$$

Settes formlene (3.2), (3.3) og (3.4) inn i formel (3.1) kan y løses ved å sette uttrykket lik 0. Her er $e = 0,1t$, og dette gir:

$$y = \frac{5}{6}t \quad (3.5)$$

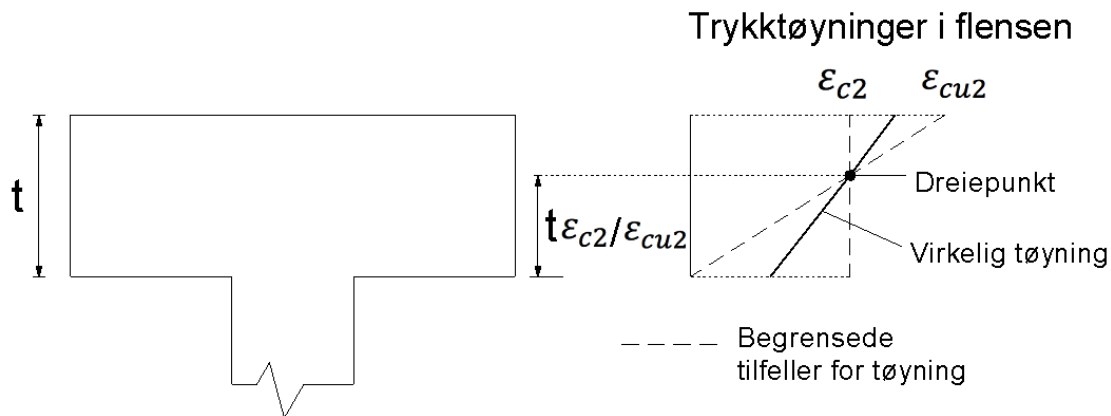
Deretter legges halve flenstykkelsen til, og uttrykket blir til slutt:

$$x = y + \frac{t}{2} = \frac{4}{3}t = 1,33t \quad (3.6)$$

Begrensningen av bruddtøyning for områder under rent aksialt trykk oppstår på grunn av den reelle oppførselen til betongen. Det er slik at maks spenning, f_{cd} , er nådd ved en tøyning omtrent lik ϵ_{c2} , og deretter faller den før den endelige bruddtøyningen oppnås. Maks kapasitet er derfor nådd ved omtrent ϵ_{c2} for rent aksialt trykk. For trykk på grunn av bøyning vil denne motstanden fortsette å øke etter at maksimalspenningen f_{cd} nås. Disse to tilfellene er forklart med spennings-tøyningsdiagrammene i Figur 2-9 i forrige kapittel.

For mellomliggende tilfeller av tøyningsdiagram bør begrenset tøyning interpoleres mellom de to tilfellene beskrevet over. Dette kan gjøres ved å rotere tøyningsdiagrammet om et dreiepunkt som vist på Figur 3-3. For en flens med tykkelse t som er fullstendig i trykk, betyr dette å begrense tøyningen til ϵ_{c2} i en avstand $t\epsilon_{c2}/\epsilon_{cu2}$ fra bunnen av flensen (Hendy and Smith 2007). Denne avstanden er den samme som er gitt i *punkt 6.1(6)*, som er den generelle anvendelsen for et tverrsnitt med høyde h , vist i Figur 3-1. *Punkt 6.1(5)* forenkler denne avstanden, og gir at middeltrykketøyningen skal begrenses til ϵ_{c2} , det vil si midt på flensen ($t/2$). I

denne oppgaven brukes avstanden $t\epsilon_{c2}/\epsilon_{cu2}$ som utgangspunkt i stedet for $t/2$, da dette er mer nøyaktig.



FIGUR 3-3: MAKS TILLATT TØYNING I FLENS BASERT PÅ TØYNINGSFORDELING

I de kommende avsnittene blir det bli introdusert et beregningsark og parameterstudier for å undersøke hvilken virkning *pkt. 6.1(5)* har for momentkapasiteten til T-tverrsnitt.

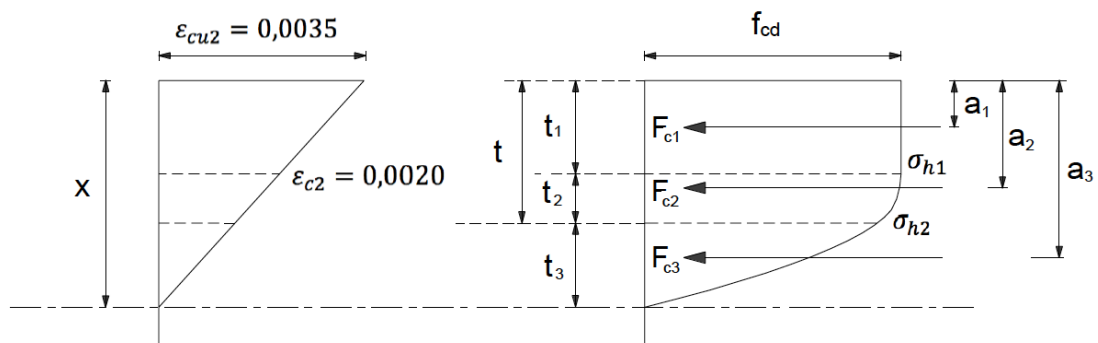
3.2 BEREGNINGSARK FOR MOMENTKAPASITET AV T-TVERRSNITT

I forbindelse med temaet T-tverrsnitt er det produsert et regneark for momentkapasitet i Excel. Hensikten med arket er å regne ut momentkapasiteten til en T-bjelke, uten at brukeren trenger å tenke på hvor nøytralaksen ligger. Dette gjøres automatisk i arket. Det blir også tatt hensyn til begrensingen av bruddtøyningen ϵ_{cu2} i *pkt. 6.1(5)* i EK2, dersom trykksonehøyden er større enn $1.33t$. Brukeren plottes inn geometri, mengde armering og materialegenskaper. Den nøyaktige momentkapasiteten skal følgelig bli gitt.

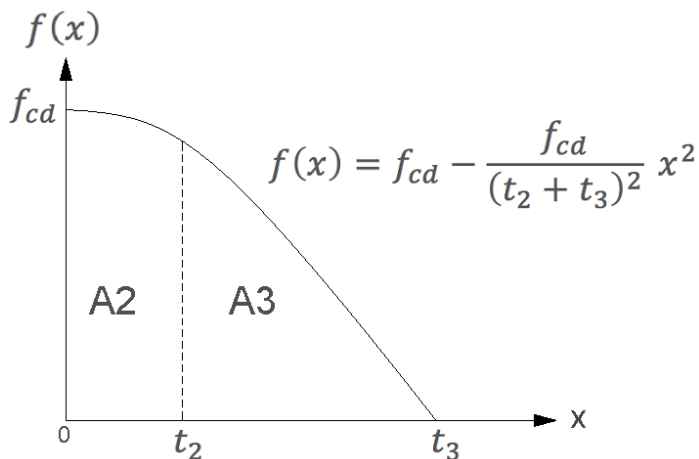
Regnearket gjelder kun der det ikke virker ytre krefter på tverrsnittet som gjør at det oppstår aksialkrefter, for eksempel aksialkraft som følge av spennarmering. Arket

kan derfor kun benyttes i tilfeller med slakkarmering, og der aksialkraften $N = 0$. Regnearket er kun ment for beregninger i bruddgrensetilstand.

Beregningene i arket baserer seg på et parabel-rektangelformet trykkspenningsareal som vist på Figur 3-4. For å finne tyngdepunktet av den parabelformede delen, integreres funksjonen av parabelen som går over lengdene t_2 og t_3 . Funksjonen som blir integrert er illustrert på Figur 3-5. Deretter lokaliseres beliggenheten av betongtrykkraftene F_{c1} , F_{c2} og F_{c3} , og videre beregnes trykkresultanten F_c .

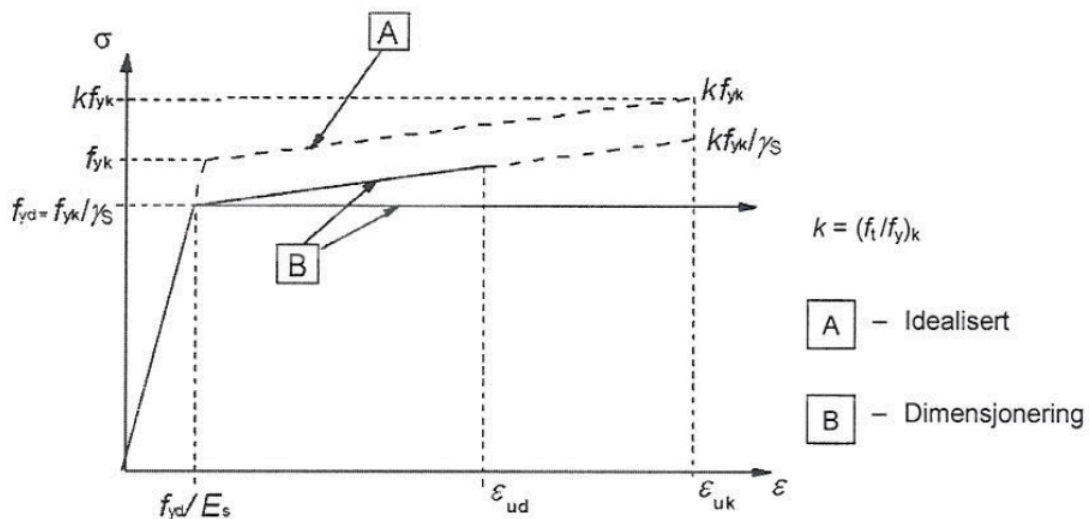


FIGUR 3-4: TØYNINGER OG SPENNINGER I TRYKKSONEN TIL EN T-BJELKE



FIGUR 3-5: FUNKSJONEN TIL DEN PARABELFORMEDE DELEN AV TRYKKSPENNINGENE

For armeringsstålet av typen B500NC, som er det vanligste armeringsstålet i Norge, vil den karakteristiske fastheten være $f_{yk} = 500$ MPa. Materialfaktoren $\gamma_s = 1,15$ gir en dimensjonerende fasthet $f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s = 500/1,15 = 434,8$ MPa. Pkt. 3.2.7(4) i EK2 gir at den dimensjonerende verdien av elastisitetsmodulen kan forutsettes å være $E_s = 200$ GPa. Figur 3-6 viser spennings- tøyningssammenhengen for armeringsstålet, der tøyningen er $\epsilon_s = \sigma_s/E_s$ frem til den når flytetøyningen $\epsilon_{yd} = f_{yd}/E_s = 434,8/200\ 000 = 2,17\text{‰}$. Tøyningen vil altså variere ettersom hvor store spenningene er, og vil derfor være en variabel i regnearket. Om $\epsilon_s \geq 2,17\text{‰}$ vil armeringen flyte. Da vil spenningen i armeringen σ_s , tilsvare den dimensjonerende flytespenningen f_{yd} . Her er det tatt utgangspunkt i den rette dimensjonerende kurven i figuren. I tilfeller der armeringstøyningen er mindre enn $2,17\text{‰}$ vil det ikke være flyt i armeringen før brudd. Da må spenningen i armeringen finnes av formelen $\sigma_s = E_s \epsilon_s$.



FIGUR 3-6: IDEALISERT OG DIMENSJONERENDE SPENNING- TØYNINGSSAMMENHENG FOR ARMERINGSSTÅL (FOR STREKK OG TRYKK) (STANDARD NORGE 2008)

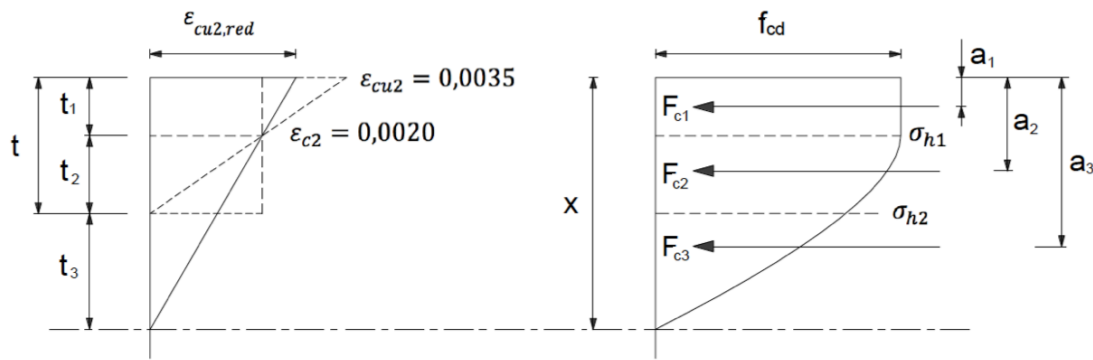
I regnearket er det satt en betingelse om at kreftene i trykksonen skal være lik kraften i strekkarmeringen. For tverrsnitt inkludert trykkarmering F_s' vil likevekten derfor bli $(F_c + F_s') - F_s = 0$. Basert på denne betingelsen, og at trykksonehøyden x er en variabel, blir verktøyet *Problemløser* brukt. Når brukeren kjører problemløseren blir trykksonehøyden x , den tilhørende armeringstøyningen ϵ_s og momentkapasiteten M_{Rd} gitt.

Regnearket er delt inn i to nesten tilsvarende deler. Den eneste forskjellen er begrensning av bruddtøyningen. Den første delen gjør beregninger basert på vanlig betraktning av likevekt mellom kreftene med utgangspunkt i en bruddtøyningen på $\epsilon_{cu2} = 3,5\text{‰}$ som illustrert på Figur 3-4. Her vil det altså ikke bli tatt hensyn til begrensningen av bruddtøyningen. Den eneste formelen som skiller første del fra andre del, er formelen for bredden t_1 av den rektangulære delen av trykkspenningene. Denne baserer seg i første del på formel (3.7):

$$t_1 = \left(1 - \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{cu2}}\right) * x \quad (3.7)$$

Resultatene som følger fra den første delen gir en verdi av nøytralaksens plassering x fra trykkranden. Om denne verdien er mindre enn $1,33t$, altså $x < 1,33t$ er den endelige momentkapasiteten funnet. Dersom x er større enn $1,33t$, blir brukeren bedt om å kjøre problemløseren på nytt, men denne gang for del 2. I denne delen blir begrensningen av bruddtøyningen tatt med i beregningene. Her kan ikke beregningene lenger baseres på at bruddtøyningen er $3,5\text{‰}$. Den reduserte bruddtøyningen $\epsilon_{cu2,red}$ er ukjent, som vist på Figur 3-7. I dette tilfellet blir t_1 funnet av formel (3.8):

$$t_1 = \left(1 - \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{cu2}}\right) * t \quad (3.8)$$

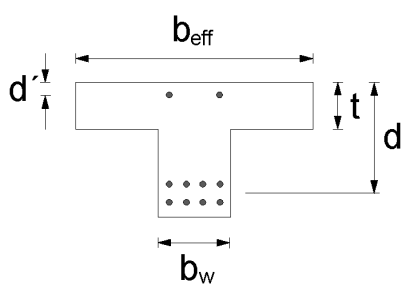


FIGUR 3-7: TØYNINGER OG SPENNINGER I TRYKSONEN TIL EN T-BJELKE DER BRUDDTØYNINGEN REDUSERES

Etter at brukeren har kjørt problemløseren for andre gang blir det endelige resultatet av nøytralaksens beliggenhet og momentkapasiteten gitt. Da også med den reduserte bruddtøyning.

3.2.1 HVORDAN BRUKE REGNEARKET

Figur 3-8 og Figur 3-9 viser et utklipp av beregningsarket. Arket er opprinnelig laget for T-tverrsnitt, men kan også gi momentkapasiteten til rektangulære tverrsnitt. Under følger en kort veiledning for hvordan beregningsarket skal brukes.



Geometri		INPUT:
Effektiv bredde:	b _{eff} =	900 mm
Tykkelse av flens:	t=	200 mm
Bredde av steget:	b _w =	450 mm
Effektiv høyde (fra trykkrand til tyngdepunkt i strekkarmeringen):	d=	582 mm
Effektiv høyde (fra trykkrand til tyngdepunkt i trykkarmeringen):	d'=	68 mm
Betong		
Bruddtøyning:	ε _{cu2} =	3,5 ‰
Tøyning ved maksimal spenning:	ε _{c2}	2,0 ‰
Karakteristisk sylindertykkfasthet:	f _{ck} =	30 N/mm ²
Virkning av langtidslast og ugunstige virkninger:	α _{cc} =	0,85
Materialfaktor:	γ _c =	1,5
Armering		
E-modul:	E _s =	200000 N/mm ²
Karakteristisk fasthet:	f _{yk} =	500 N/mm ²
Materialfaktor:	γ _s =	1,15
Strekkzone:		
Armeringsdiameter:	∅=	40 mm
Antall stenger:	n=	6
Trykkzone:		
Armeringsdiameter:	∅=	12 mm
Antall stenger:	n=	2

FIGUR 3-8: INPUTVERDIER FOR PARAMETERNE SOM INNGÅR I FORMLENE FOR MOMENTKAPASITET

Siden formålet med regnearket er å finne momentkapasitet for T-tverrsnitt er bredden i regnearket uttrykt som effektiv flensbredde b_{eff} . Årsaken beskrives nærmere i kapittel 4 *Effektiv flensbredde*. For rektangulære tverrsnitt vil dette være vanlig bredde b .

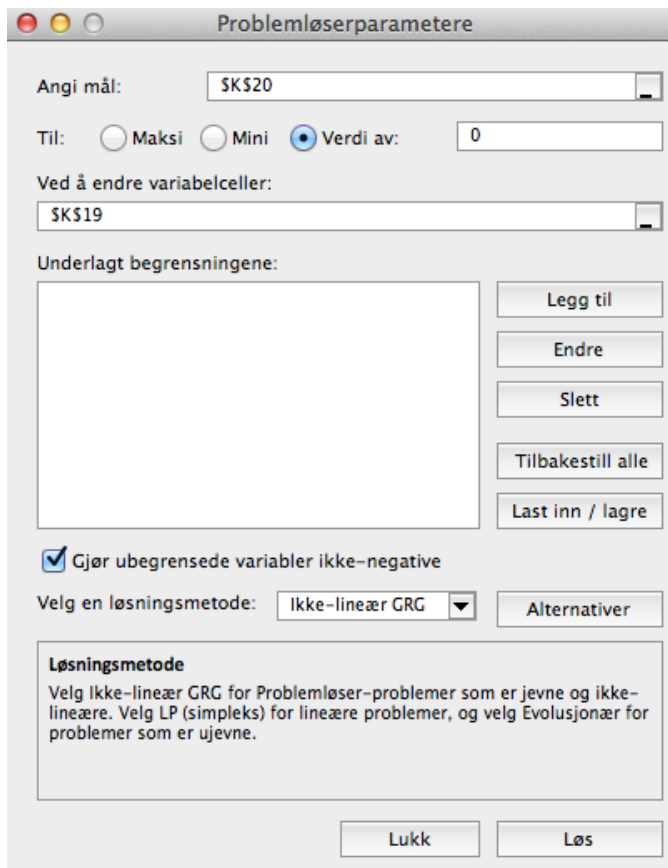
For rektangulære tverrsnitt uten flenstykkelse t , kan denne eventuelt settes lik høyden h av tverrsnittet. Så lenge trykksonehøyden $x < 1,33t$ vil momentkapasiteten M_{Rd} bli riktig. Inputcellen for stegbredden b_w kan for samme type tverrsnitt settes tom. Denne vil ikke inngå i formlene for M_{Rd} for rektangulære tverrsnitt. Om det ikke er trykkarmering i tverrsnittet kan inputcellen for trykkarmering også settes tomme. Dette gjelder effektiv høyde d' , armeringsdiameter \varnothing og antall stenger n .

Resultat		
Problemløser: (Først anta en $x \neq 0$ eller 1000. Deretter bruk "Verktøy -> Problemløser" for at celle K20 blir 0 mhp celle K19.)		
Trykksonehøyde:	$x=$	276 mm
Summen av kreftene:	$\Sigma F_c + F_s' - F_s =$	0
Nøytralaksen ligger i steget. Bør ta hensyn til pkt.6.1(5) i EK2.		
Kjør ny problemløser med hensyn til pkt.6.1(5): (Celle K30 skal bli 0 mhp celle K29)		
Trykksonehøyde:	$x=$	297 mm
Summen av kreftene:	$\Sigma F_c + F_s' - F_s =$	0
Redusert bruddtøyning i betongen:	$\epsilon_{cu,red} =$	2,8 ‰
Tøyning i strekkarmering:	$\epsilon_s =$	2,69 ‰
Strekkarmeringen flyter før betongen knuses.		
Momentkapasitet:	$M_{Rd} =$	1557 kNm

FIGUR 3-9: UTKLIPP AV RESULTATRUTEN I EXCEL-ARKET

Figur 3-9 viser resultatrutene med endelig momentkapasitet. Denne er kun riktig hvis summen av kreftene i de to fargede rutene er lik 0. Dette tilsvarer i regnearket celle K20 og K30 som forklart i ruten. Her må verktøyet *Problemløser* brukes for å komme frem til resultatet. Denne finnes under *Verktøy*-linjen i Excel. Verktøyet er iterativt, det

må derfor først antas en x . Dette kan være en hvilken som helst verdi så lenge den ikke er lik 0 eller 1000. Figur 3-10 viser et utklipp med eksempel på hvordan øverste fargede rute løses.



FIGUR 3-10: UTKLIPP AV VERKTØYET *PROBLEMLØSER*

Den andre fargede ruten skal kun løses hvis det er gitt beskjed om det. I tilfeller der x etter første problemløser blir mindre enn 1,33t skal det ikke tas hensyn til *pkt.6.1(5)* i EK2. Da vil alle irrelevante celler i resultatruten, altså de som hører til den andre problemløseren, bli blanke. I neste avsnitt kommer det en verifisering av regnearket, der formlene og utregninger blir vist.

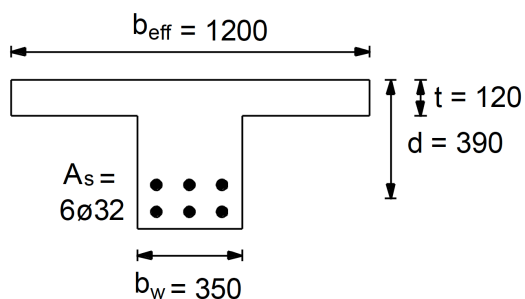
3.2.2 VERIFISERING AV REGNEARKET

I det følgende avsnittet er regnearket verifisert. Det er gjennomført en detaljert utregning av momentkapasitet av et T-tverrsnitt med de samme formlene som er brukt i regnearket. Deretter er resultatene sammenlignet med tilsvarende resultater fra Excel. Verifiseringen er også utført for et rektangulært tverrsnitt, for å vise at regnearket også kan benyttes for denne typen tverrsnitt.

Beregningene i Excel er iterative. Problemløseren regner ut momentkapasitet og trykksonehøyde slik at summen av kreftene i trykk- og strekksonen blir null. Om det samme skal gjøres for hånd blir det mange iterasjoner. I eksemplene under antas en trykksonehøyde med utgangspunkt i Excel-arket. Verifiseringen viser om denne ligger riktig for at summen av kreftene skal bli lik 0.

3.2.2.1 VERIFISERING AV BEREGNINGSARK FOR T-TVERRSNITT

Figur 3-11 viser det aktuelle tverrsnittet med mål og mengde armering. Betongkvaliteten er B25, $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$, $\gamma_s = 1,15$, $\gamma_c = 1,5$, $\alpha_{cc} = 0,85$ og $E_s = 200\,000 \text{ N/mm}^2$. I første del er det antatt at nøytralaksen ligger 172,7 mm fra toppen av flensen, det vil si $x = 172,7 \text{ mm}$.



FIGUR 3-11: TVERRSNITT MED MÅL [MM]

Tabell 3-1 viser sammenligning av resultatene fra håndberegninger og regnearket. Den antatte trykksonehøyden, $x = 172,7$, viste seg under verifiseringen å være riktig. Denne er større enn 1,33t. Det er derfor tatt hensyn til *pkt. 6.1(5)*, og ny trykksonehøyde og momentkapasitet er beregnet. Hele håndberegningen er vist i vedlegg A.

TABELL 3-1: RESULTAT AV VERIFISERING FOR T-TVERRSNITT MED HENSYN TIL REDUSERT BRUDDTØYNING

	Resultater fra håndberegninger	Resultater fra regneark
x [mm]	172,7	173
ϵ_s [‰]	4,40	4,40
M_{Rd} [kNm]	686,1	686,1
$N_y x$ [mm]	191,7	192
$N_y \epsilon_s$ [‰]	2,82	2,83
$\epsilon_{cu,red}$ [‰]	2,73	2,7
$N_y M_{Rd}$ [kNm]	683,5	683

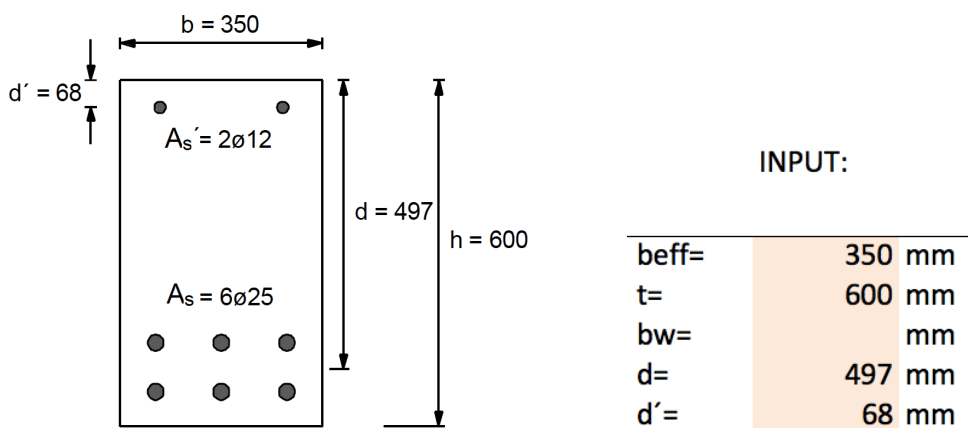
Som Tabell 3-1 viser er resultatene fra regnearket lik resultatene fra håndberegningene. Dette viser at regnearket stemmer. Resultatrutene i regnearket er vist i Figur 3-12.

Resultat		
Problemløser:		
(Først anta en $x \neq 0$ eller 1000. Deretter bruk "Verktøy -> Problemløser" for at celle K20 blir 0 mhp celle K19.)		
Trykksonehøyde:	$x=$	173 mm
Summen av kreftene:	$\Sigma F_c + F_s' - F_s =$	0
Nøytralaksen ligger i steget. Bør ta hensyn til pkt.6.1(5) i EK2.		
Kjør ny problemløser med hensyn til pkt.6.1(5):		
(Celle K30 skal bli 0 mhp celle K29)		
Trykksonehøyde:	$x=$	192 mm
Summen av kreftene:	$\Sigma F_c + F_s' - F_s =$	0
Redusert bruddtøyning i betongen:	$\epsilon_{cu,red} =$	2,7 ‰
Tøyning i strekkarmering:	$\epsilon_s =$	2,83 ‰
Strekkarmeringen flyter før betongen knuses.		
Momentkapasitet:	$MR_d =$	683 kNm

FIGUR 3-12: UTKLIPP AV RESULTATRUTEN I REGNEARKET FOR T-TVERRSNITT MED HENSYN TIL REDUSERT BRUDDTØYNING

3.2.2.2 VERIFISERING AV BEREGNINGSARK FOR REKTANGULÆRT TVERRSNITT MED TRYKKARMERING

Det rektangulære tverrsnittet som er verifisert er vist i Figur 3-13. Her er betongkvaliteten B30, $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$, $\gamma_s = 1,15$, $\gamma_c = 1,5$, $\alpha_{cc} = 0,85$ og $E_s = 200\,000 \text{ N/mm}^2$. Den antatte trykksonehøyden er 245,4 mm, det vil si $x = 245,4 \text{ mm}$.



FIGUR 3-13: TVERRSNITT MED MÅL [MM] OG UTKLIPP AV INPUTVERDIER I EXCEL-ARKET

Tabell 3-2 viser en sammenligning av resultatene fra håndberegningene og regnearket. Hele håndberegningen er vist i vedlegg B.

TABELL 3-2: RESULTAT AV VERIFISERING FOR REKTANGULÆRT TVERRSNITT MED TRYKKARMERING

	Resultater fra håndberegninger	Resultater fra beregningsark
x [mm]	245,4	245
ϵ_s [‰]	3,59	3,59
M_{Rd} [kNm]	509,1	509

Som Tabell 3-2 viser er resultatene fra regnearket lik resultatene fra håndberegningene. Dette viser at regnearket stemmer. Resultatruten i regnearket er vist i Figur 3-14.

Resultat		
Problemløser:		
(Først anta en $x \neq 0$ eller 1000. Deretter bruk "Verktøy -> Problemløser" for at celle K20 blir 0 mhp celle K19.)		
Trykksonehøyde:	$x=$	245 mm
Summen av kreftene:	$\Sigma F_c + F_s' - F_s =$	0
Nøytralaksen ligger i flensen. Trenger ikke ta hensyn til pkt.6.1(5) i EK2.		
Se bort ifra tallene i boksen til høyre:		234 26
Tøyning i strekkarmering:	$\epsilon_s =$	3,59 ‰
Strekkarmeringen flyter før betongen knuses.		
Momentkapasitet:	MRd=	509 kNm

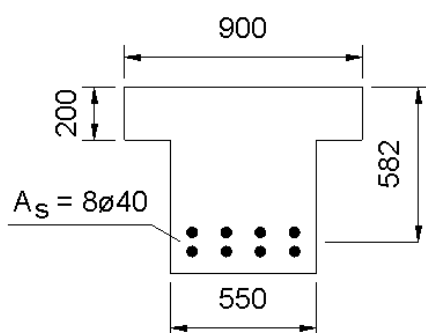
FIGUR 3-14: UTKLIPP AV RESULTATRUTEN I REGNEARKET FOR REKTANGULÆRT TVERRSNITT MED TRYKKARMERING

3.3 PARAMETERSTUDIE

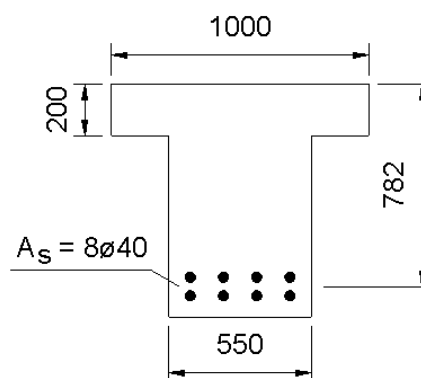
I dette kapittelet vil det bli vist et parameterstudie hvor beregningsarket fra avsnitt 3.2 er tatt i bruk. Hensikten med studiet er å finne ut hvilken betydning bruk av *pkt.6.1(5)* fra Eurokoden har for momentkapasiteten til T-tverrsnitt. Det blir undersøkt hvilken påvirkning størrelsen av de ulike parameterne har, og hvorfor grensen for å ta hensyn til punktet er akkurat 1,33t. Til slutt vil det bli vurdert hvor viktig det er å ta hensyn til *pkt. 6.1(5)*, og om det i praksis er nødvendig å redusere bruddtøyningen for slakkarmerte T-tverrsnitt. Det er allerede en mistanke om at denne reduksjonen ikke vil være stor. *Designers' guide to EN 1992-2* tviler på punktets betydning for slakkarmert betong, da den tidligere britiske standarden *BS 5400* ikke hadde noe tilsvarende punkt. (Hendy and Smith 2007)

3.3.1 BRUDDTØYNINGENS INNVIRKNING PÅ NØYTRALAKSENS PLASSERING

I følgende avsnitt vises to ulike tilfeller som har en trykksonehøyde større enn 1,33t, og derfor får en redusert bruddtøyning. Tilfellene representerer et underarmert og et overarmert tverrsnitt. I det ene tilfellet vil nøytralaksen flytte seg oppover i tverrsnittet, og i det andre tilfellet flyttes den ned. Eksempelet under viser hva dette vil ha å si for momentkapasiteten. Betongkvaliteten for de to tilfellene er satt til $f_{ck} = 35$ MPa.



FIGUR 3-15: TILFELLE 1) [MM]



FIGUR 3-16: TILFELLE 2) [MM]

TABELL 3-3: ENDRING I NØYTRALAKSENS PLASSERING OG MOMENTKAPASITET MED HENSYN TIL Pkt.6.1(5)

	Uten hensyn til <i>pkt.6.1(5)</i>			Med hensyn til <i>pkt.6.1(5)</i>		
	x [mm]	M _{Rd} [kNm]	ε _s [‰]	x [mm]	M _{Rd} [kNm]	ε _s [‰]
Tilfelle 1)	339	1985	2,51	333	1875	2,02
Tilfelle 2)	297	2922	5,71	324	2910	3,86

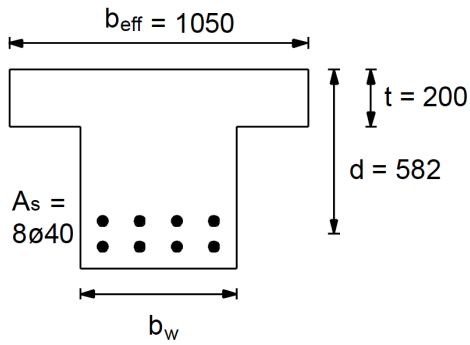
I "Tilfelle 1" vil nøytralaksen flytte seg oppover i tverrsnittet når det tas hensyn til reduksjon av bruddtøyningen. Grunnen til dette er at tverrsnittet er overarmert da strekkarmeringen ikke flyter, ettersom $\epsilon_s = 2,02 \text{ ‰} < \epsilon_{yd} = 2,17 \text{ ‰}$. Dette vil gi en mindre strekkraft i armeringen enn for tilsvarende armeringsmengde i "Tilfelle 2". Det kreves derfor en mindre trykksone da trykkresultanten må være like stor som strekkresultanten for å opprettholde likevekt. Trykksonehøyden x blir som et resultat av dette mindre. "Tilfelle 2" viser et underarmert tverrsnitt der strekkarmeringen flyter i bruddgrensetilstand, $\epsilon_s = 3,86 \text{ ‰} > \epsilon_{yd} = 2,17 \text{ ‰}$. På grunn av reduksjon av bruddtøyningen vil trykksonehøyden her økes. Dette vil også skje for "Tilfelle 1", men her er det faktum at armeringen ikke flyter styrende. Det vil variere for ulike tverrsnitt hva som vil ha størst påvirkning for om x reduseres eller økes når det tas hensyn til *pkt.6.1(5)* og armeringen ikke flyter. Som tabellen viser vil momentkapasiteten M_{Rd} likevel reduseres i begge tilfeller, uavhengig av om x minker eller øker. Dette kommer av at den indre armen z mellom trykkresultant og strekkresultant i armeringen blir mindre når det tas hensyn til *pkt.6.1(5)*, noe som igjen reduserer M_{Rd} (= F_s*z).

3.3.2 STEGBREDDENS INNVIRKNING PÅ MOMENTKAPASITETEN

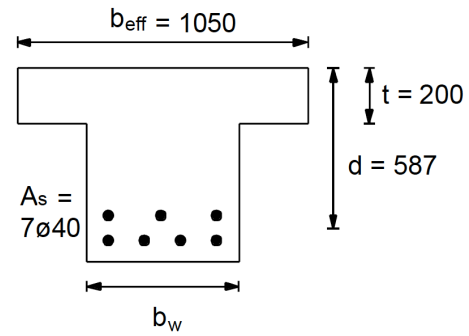
I dette avsnittet blir det undersøkt hva en endring av bredden på steget har å si for momentkapasitet og beliggenhet av nøytralaksen. Målet på bredden av steget b_w , begrenses av flensbredden b_{eff} og nødvendig bredde for mengde strekkarmering som blir brukt. Det er derfor ikke mye rom for endring av b_w . Stegbredden bør heller ikke være for nærme flensbredden b_{eff} , da hensikten med å ha flenser vil bli borte. For å få $x > 1,33t$ må det legges inn ganske store mengder strekkarmering i forhold til bredden av tverrsnittet. Derfor er det veldig begrenset hvor liten b_w kan være i dette tilfellet. I tillegg er det sannsynlig at det ikke er flyt i strekkarmeringen ved bruk av så store mengder armering.

Ved tilfeller der nøytralaksen ligger i flensen, altså $x < t$, vil en endring av b_w være ubetydelig for trykksonehøyden og momentkapasiteten. I slike tilfeller vil tverrsnittet oppføre seg som rektangulært, og en endring av betongen i strekksone vil ikke ha noen betydning. Når $t < x < 1,33t$, har en endring i b_w nesten ikke noen betydning for beliggenheten av nøytralaksen eller momentkapasiteten. Dette kommer av at arealet av området vil være lite sammenlignet med resten av trykksone. Det er kun funnet tilfeller der det er flyt i armeringen når x ligger i dette området. Observasjonene som er gjort gjelder derfor bare underarmert tverrsnitt.

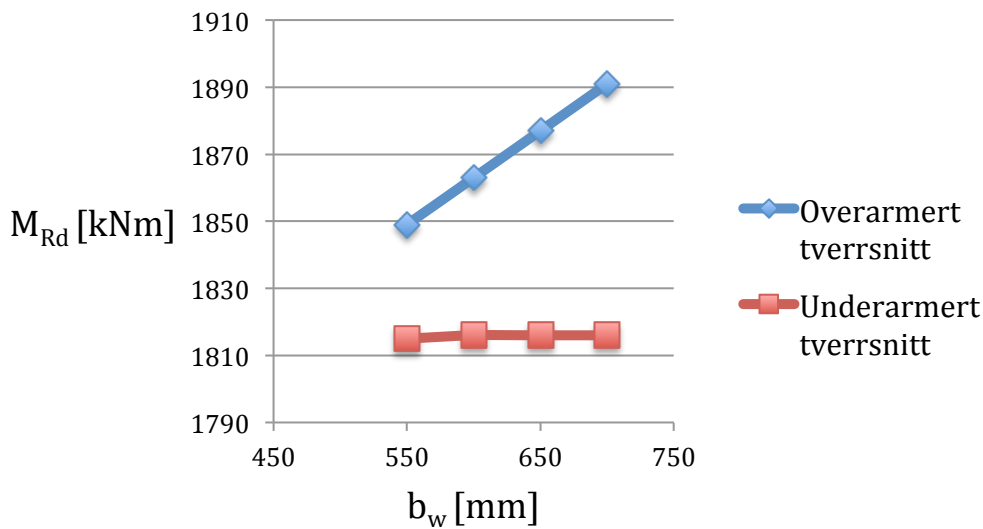
For $x > t$ vil en endring av b_w ha større betydning for momentkapasiteten. Et eksempel på dette med resultater fra beregningsarket er illustrert i Figur 3-19. Det er her brukt et tverrsnitt som vist på Figur 3-17 og Figur 3-18, hvor b_w økes for å se hvilken effekt det har på momentkapasiteten. I tilfellet med overarmert tverrsnitt er det 8Ø40 armeringsjern, og for underarmert er det brukt 7Ø40 jern. Ellers er tverrsnittene tilsvarende, og betongkvaliteten er B30.



FIGUR 3-17: OVERARMERT TVERRSNITT MED MÅL [MM]



FIGUR 3-18: UNDERARMERT TVERRSNITT MED MÅL [MM]

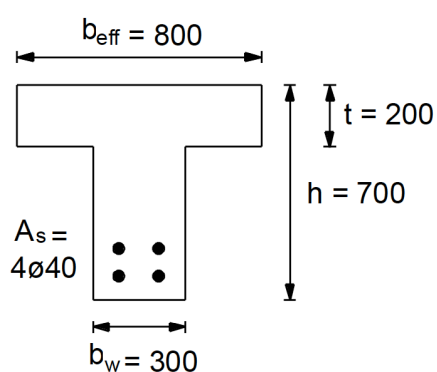


FIGUR 3-19: PÅVIRKNING AV MOMENTKAPASITET PGA ENDRET b_w FOR UNDER-OG OVERARMERT TVERRSNITT, I OMRÅDET $\chi > 1,33T$

Som det fremgår av Figur 3-19 har en endring av b_w tilnærmet ingen betydning for momentkapasiteten i tilfeller der det er flyt i armeringen. En endring av b_w påvirker kun momentkapasiteten hvis tverrsnittet er overarmert. Dermed påvirker ikke endringen av b_w momentkapasiteten direkte. Endringen kan derimot påvirke tøyningen i strekkarmeringen, som igjen gir utslag på momentkapasiteten avhengig om det er flyt eller ikke.

3.3.3 BETONGKVALITETENS INNVIRKNING PÅ MOMENTKAPASITETEN

En endring av betongkvaliteten i et tverrsnitt vil ha stor betydning for beliggenheten av nøytralaksen. Reduksjon av betongkvaliteten vil direkte føre til at nøytralaksen synker lenger ned i tverrsnittet. Dette er vist med et eksempel i Tabell 3-4, der det kun er betongkvaliteten som blir endret. Det aktuelle tverrsnittet er vist i Figur 3-20. For dette tverrsnittet vil grensen for å ta hensyn til *punkt 6.1(5)* være $x > 1,33 \cdot 200 = 266\text{mm}$.



FIGUR 3-20: TVERRSNITT MED MÅL [MM]

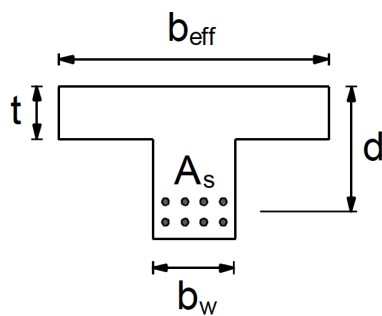
TABELL 3-4: TRYKKSONEHØYDE OG MOMENTKAPASITET FOR ET TVERRSNITT MED ULIK BETONGKVALITET

Betongkvalitet	Trykksonehøyde x [mm]	Momentkapasitet M_{Rd} [kNm]	Hensyn til <i>pkt.6.1(5)</i>
B35	170	1117	Nei
B30	199	1091	Nei
B25	250	1057	Nei
B20	338	915	Ja

Som vist i Tabell 3-4 vil det ved bruk av betongkvaliteten B20 være nødvendig å redusere bruddtøyningen som følge av *pkt. 6.1(5)*. Nøytralaksen blir flyttet 168mm nedover i tverrsnittet ved en reduksjon av betongkvaliteten fra B35 til B20. Dette kommer av at en reduksjon av betongkvaliteten krever et større trykksoneareal for å opprettholde likevekten mellom strekk- og trykksonen. Det vil derfor være mer aktuelt med *punkt 6.1(5)* dersom det benyttes lav betongkvalitet kombinert med en relativt stor mengde armering.

3.3.4 REDUKSJON AV MOMENTKAPASITET SOM FØLGE AV ARMERINGENS TØYNINGSTILSTAND

En av de tydeligste sammenhengene som registreres ved dette parameterstudie, er innvirkningen armeringens tøyningstilstand har på momentkapasiteten. Tabell 3-5 og Figur 3-21 angir mål og materialeegenskaper for fire ulike overarmerte (A,B,C,D) og underarmerte tverrsnitt (E,F,G,H). Reduksjonen i momentkapasiteten som følger av *pkt.6.1(5)* er vist i Tabell 3-6.



FIGUR 3-21: TVERRSNITT MED MÅL

TABELL 3-5: MÅL FOR PARAMETERNE OG MATERIALEGENSKAPENE I DE 8 ULIKE TILFELLENE

Tilfelle	f_{ck} [MPa]	A_s	t [mm]	b [mm]	b_w [mm]	d [mm]
A)	30	8ø40	200	1050	600	582
B)	20	4ø40	200	800	300	582
C)	25	9ø32	200	800	350	558
D)	35	8ø40	200	1000	550	582
E)	30	8ø32	200	800	450	590
F)	30	6ø32	120	1000	350	390
G)	25	9ø25	150	800	300	569
H)	35	8ø32	150	900	450	490

TABELL 3-6: REDUKSJON AV MOMENTKAPASITET SOM FØLGE AV PKT.6.1(5) FOR 8 ULIKE TILFELLER

Tilfelle	Uten hensyn til <i>pkt.6.1(5)</i>			Med hensyn til <i>pkt.6.1(5)</i>			Reduksjon i M_{Rd} [%]
	x [mm]	M_{Rd} [kNm]	ϵ_s [‰]	x [mm]	M_{Rd} [kNm]	ϵ_s [‰]	
A)	345	1983	2,40	334	1863	2,00	6,1
B)	363	975	2,12	338	915	1,90	6,2
C)	363	1175	1,88	340	1100	1,72	6,4
D)	297	2048	3,35	324	2036	2,17	0,6
E)	268	1356	4,21	287	1351	3,02	0,4
F)	169	686	4,57	186	683	3,05	0,4
G)	252	924	4,40	282	919	2,64	0,5
H)	208	1146	4,73	225	1142	3,29	0,3

Det viser seg igjen at momentkapasitetens reduksjon som følger av *pkt.6.1(5)*, vil være større for overarmerte tverrsnitt enn for underarmerte tverrsnitt. Tøyningene som er mindre enn flytegrensen er markert røde i Tabell 3-6. Som det fremgår av Tabell 3-6 vil reduksjonen for overarmerte tverrsnitt være ca. 6 %, mens reduksjonen for underarmerte tverrsnitt er neglisjerbar. Armeringen i tilfelle D) er akkurat på grensen til å flyte i bruddgrensetilstand og vil derav også gi en mindre reduksjon i momentkapasiteten.

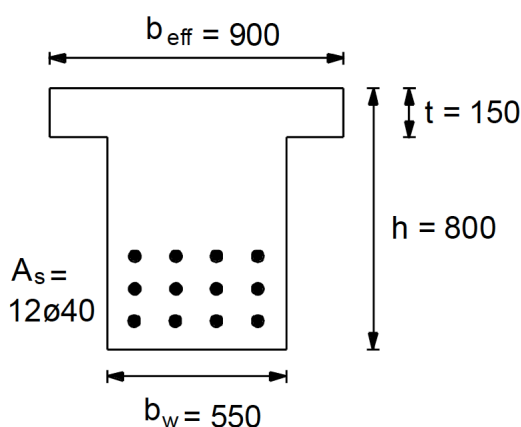
Hvis ingeniøren velger å se bort fra *pkt.6.1(5)* i EK2, vil tilfelle A) og D) opprinnelig være underarmerte tverrsnitt. Ettersom *pkt.6.1(5)* gir en redusert bruddtøyning ϵ_{cu} i betongen vil dette også redusere armeringens tøyning $\epsilon_s (= (d - x) \cdot \epsilon_{cu} / x)$. Den reduserte armeringstøyningen vil i disse tilfellene føre til at tverrsnittene blir overarmert, noe som normalt ikke er ønskelig.

Tabell 3-6 viser kun et lite utvalg av tverrsnittene som er testet. Utvalget er representativt for resten av studiet da resultatene er tilsvarende. Grensen for å ta hensyn til *pkt.6.1(5)* i EK2 er når $x > 1,33t$. I den sammenheng er det undersøkt hva som er grunnen til at grensen går akkurat her, og om det skjer noen forandringer når nøytralaksen ligger i dette området. Under parameterstudiet er det ikke registrert noen endringer i disse tilfellene som skiller seg ut fra resten av studiet. Momentkapasiteten og tøyningen i armeringen vil endre seg på samme måte i dette området som ellers. Tilfelle E) er et eksempel på et slikt tilfelle der nøytralaksen ligger kun 2 mm over $1,33t$. Som vist i tabellen vil endringen her være tilsvarende resten av tilfellene med flyt. Den eneste forskjellen som er registrert er at det alltid vil være flyt i armeringen dersom $x < 1,33t$. Altså i tilfeller der det ikke er nødvendig med reduksjon av bruddtøyningen.

For at det skal ha noe for seg å utføre de ekstra beregningene som kreves av å ta hensyn til *pkt.6.1(5)*, bør reduksjonen av momentkapasiteten naturligvis være større enn neglisjerbar. Som tabellen viser vil de 8 tilfellene alle ha en reduksjon på under 10 %. I praksis er ikke denne reduksjonen stor nok til at det er verdt det ekstra bryet.

3.3.5 OVER 10% REDUKSJON AV MOMENTKAPASITETEN

Under parameterstudiet ble det observert at reduksjonen av momentkapasiteten på grunn av hensyn til *punkt 6.1(5)* normalt ligger på rundt 6-7% for overarmerte tverrsnitt. Der det er flyt i armeringen vil reduksjonen ligge på under 1%. Det er undersøkt hvilke type tverrsnitt som vil få en reduksjon av momentkapasiteten på over 10%, da alt under antas å være neglisjerbart. Figur 3-22 viser et tverrsnitt som får en reduksjon av momentkapasiteten på 10,6% etter hensyn til *pkt. 6.1(5)*. Betongkvaliteten er B30.



FIGUR 3-22: TVERRSNITT SOM FÅR OVER 10% REDUKSJON AV MOMENTKAPASITETEN, MED MÅL [MM]

Som illustrert i Figur 3-22 er det store mengder strekkarmering, og steget er tykt i forhold til flensene. Det er også korte og tynne flenser i forhold til resten av geometrien. Dette er typisk for tverrsnitt som får over 10% reduksjon av momentkapasiteten. Denne typen tverrsnitt vil i praksis ikke være gunstig å bruke da det verken er flyt i armeringen eller noe særlig hensikt med flensene. Det er derfor urealistisk at momentkapasiteten er 10% mindre enn det er dimensjonert for uten *pkt. 6.1(5)*, da denne typen tverrsnitt ikke vil bli brukt. Om b_{eff} og t økes vil nøytralaksen flyttes oppover, og reduksjonen ville blitt mindre eller ingen. Dette er bekreftet av parameterstudiet. Punktet vil derfor ha liten betydning for slakkarmerte T-tverrsnitt. Anvendelsen av *punkt 6.1(5)* er derfor mer aktuelt for spennarmert betong. Et tverrsnitt med spennarmering vil ha en større trykksone enn slakkarmerte tverrsnitt, på grunn av at strekkraften i spennarmeringen overføres som trykk i betongen (Sørensen 2010).

3.4 OPPSUMMERING AV PARAMETERSTUDIET

I dette kapittelet er det sett nærmere på *punkt 6.1(5)* i Eurokoden, og hvilken påvirkning dette punktet har for momentkapasiteten til T-tverrsnitt. Det var fra starten av en mistanke om at punktet ikke gir en betydelig reduksjon i momentkapasitet for slakkarmert betong. Det ble derfor utarbeidet et regneark og gjennomført et parameterstudie for å kunne bekrefte (eller avkrefte) dette.

Det er observert at nøytralaksen kan flyttes både opp- og nedover i tverrsnittet etter at det er tatt hensyn til *pkt. 6.1(5)*, men momentkapasiteten vil i begge tilfeller reduseres. Betongkvaliteten har mye å si for beliggenheten av nøytralaksen, og kan være avgjørende for om *pkt. 6.1(5)* gjelder. Når $x > 1,33t$, vil også en reduksjon i bredden av steget redusere momentkapasiteten, men dette viser seg kun å gjelde for overarmerte tverrsnitt. Bredden og tykkelsen på flensen har naturligvis mye å si for momentkapasiteten, da en endring av disse vil utgjøre en betydelig forskjell i trykksonearealet. Disse parameterne er det derimot ikke mulig å endre så mye på før trykksonehøyden $x < 1,33t$ og *pkt. 6.1(5)* ikke lenger gjelder.

For alle tverrsnitt i parameterstudiet er det kun registrert reduksjon av momentkapasiteten etter hensyn til *pkt. 6.1(5)* for overarmerte tverrsnitt. Altså ingen tilfeller med reduksjon der det er flyt i armeringen. Det er heller ikke registrert noen tilfeller av overarmerte tverrsnitt der $x < 1,33t$. Det kan tenkes at grensen på $1,33t$ kan ha en sammenheng med dette. I disse tilfellene blir det ingen reduksjon av momentkapasiteten. Grensen $x < 1,33t$, som er ekvivalent med $e/t > 0,1$ slik det står i Eurokoden, kan derfor være en måte å forsikre at tverrsnittet er underarmert. Om tverrsnittet er overarmert vil det som sagt bli en større reduksjon av momentkapasiteten, og *pkt. 6.1(5)* vil ha en større betydning.

Selv om momentkapasiteten reduseres for overarmerte tverrsnitt, er denne reduksjonen gjennomgående kun 6-7%. Det ble derfor forsøkt å lage tverrsnitt med over 10% reduksjon av momentkapasiteten. Resultatet av dette ble tverrsnitt med store mengder armering og lite flensareal. Dette er tverrsnitt som i praksis ikke vil bli brukt. Parameterstudiet har dermed resultert i konklusjonen at *pkt. 6.1(5)* ikke er hensiktsmessig for slakkarmert betong. *Punkt 6.1(5)* vil heller være mer aktuelt for spennarmert betong, da disse tverrsnittene vil ha en større trykksone.

4 EFFEKTIV FLENSBREDDE

I følgende kapittel vil det bli sett nærmere på *punkt 5.3.2.1* i Eurokode 2, som omhandler effektiv flensbredde. Innledningsvis vil det bli gitt grunnleggende teori, og videre hvilke regler som er gitt for effektiv flensbredde i EK2. Bakgrunnen er et ønske om å finne ut hvor godt formlene stemmer, og hvorfor de er som de er. Det er gjennomført ulike beregninger og sammenligninger, samt en elementanalyse av en T-bjelke. Der det henvises til *punkt 5.3.2.1* skrevet i kursiv, er referansen til punktet i Eurokode 2.

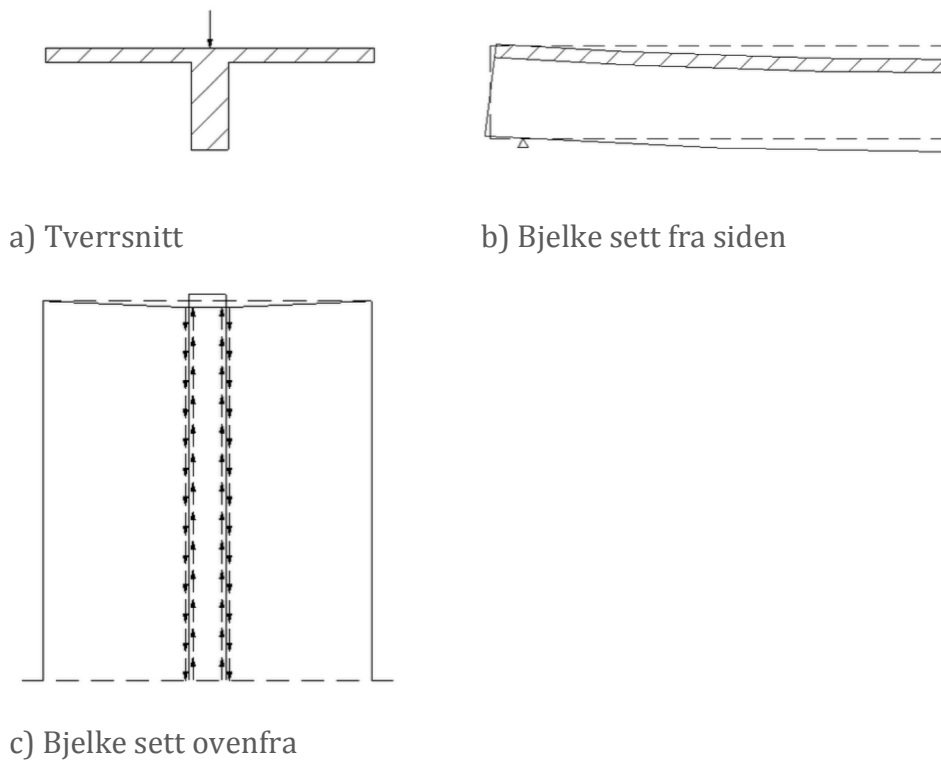
4.1 TEORIGRUNNLAG

I T- og L-tverrsnitt der flensene er brede kan det forekomme skjærdeformasjoner og varierende spenninger langs flensen. Dette er grunnen til at den fulle bredden ikke alltid kan benyttes ved dimensjonering av denne typen tverrsnitt. Det regnes derfor ut en effektiv bredde for tverrsnittet som blir brukt i videre beregninger.

4.1.1 SKJÆRDEFORMASJONER

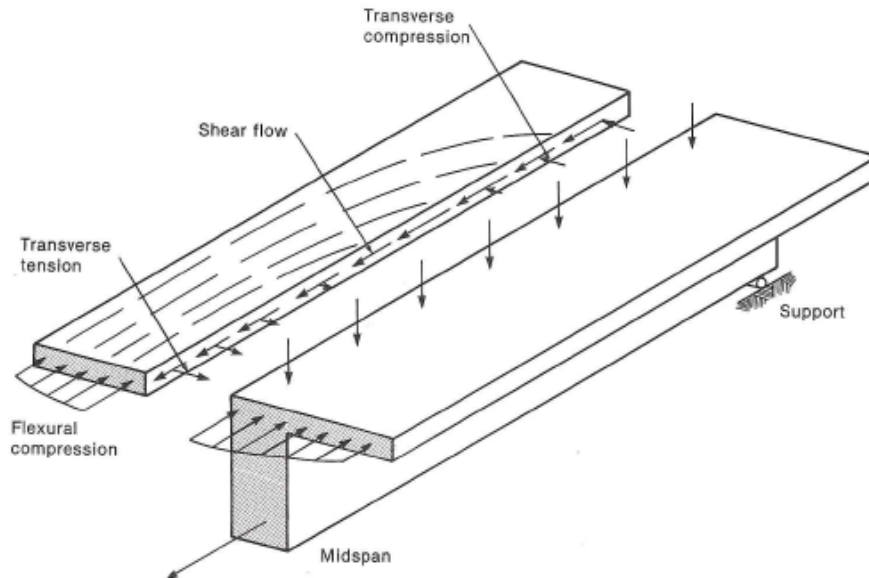
En tredimensjonal spenningsanalyse av en T-bjelke viser at bøyepeningene over bredden av flensen ikke er uniform slik den er for rektangulære tverrsnitt (Loo and Chowdhury 2010).

For en fritt opplagt T-bjelke med jevnt fordelt last vil det være null moment ved opplegget, og derav heller ingen langsgående trykkspenninger i flensen i dette punktet. I et snitt midt på bjelken der momentet er størst vil det være langsgående trykkspenninger fordelt på hele flensbredden. Denne endringen i spenninger fører til horisontale skjærspenninger i grensesnittet mellom steg og flens, som vist på Figur 4-1. Som resultat av dette vil det dannes skjærdeformasjoner i bjelken. Skjærdeformasjonene gjør at det oppstår høye normalspenninger i flensen nær steget, og mindre spenninger ytterst på flensen (Utku and Aygar 2002). Den faktiske fordelingen av spenninger er derfor ikke jevnt fordelt langs flensbredden. Nøytralaksen vil ikke lenger være rettlinjet, da den vil ligge høyere på begge sidene av steget som det fremgår av Figur 4-5 senere i kapittelet.



FIGUR 4-1: SKJÆROVERFØRING TIL FLENSEN I EN T-BJELKE

Figur 4-2 viser et tredimensjonalt bilde på hvordan de oppredende kreftene fordeler seg i T-bjelken.

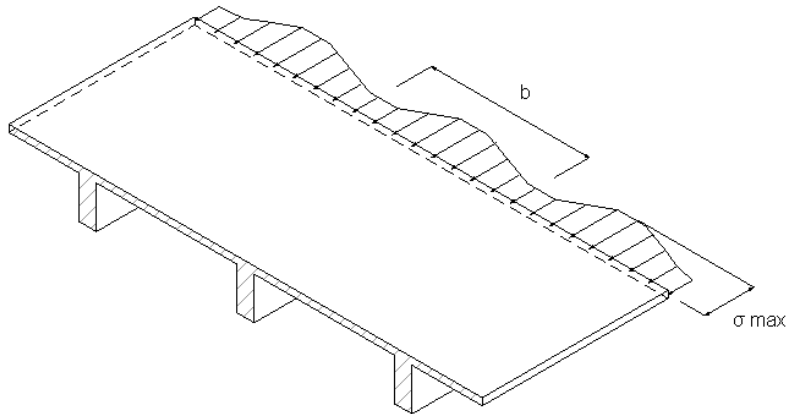


FIGUR 4-2: FAKTISKE KREFTER I FLENSEN PÅ EN T-BJELKE (WIGHT AND MACGREGOR 2009)

4.1.2 FORENKLET METODE

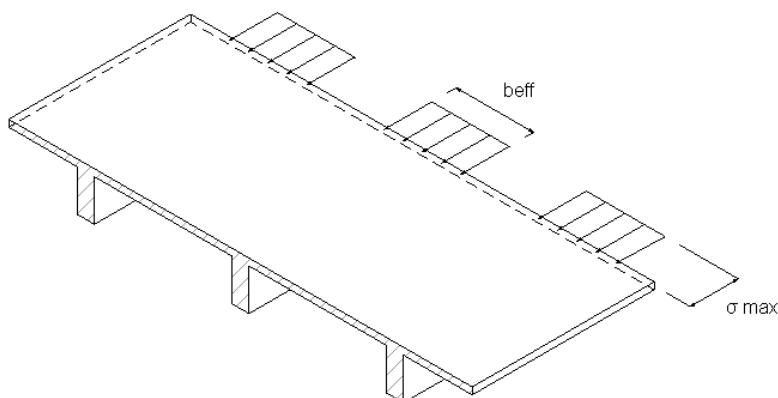
Om skjærdeformasjoner blir neglisjert i denne typen tverrsnitt vil dette være å undervurdere bøyepeningene i flensen nær steget. Dimensjonene på tverrsnittet, typen last, lengden på spennet og typen opplager har alle noe å si for hvordan spenningene fordeler seg i T-tverrsnittet. Analysen av spenningsfordelingen kan bli så kompleks og tidkrevende for ingeniøren at det heller er vanlig praksis å bruke en effektiv flensbredde b_{eff} som erstatter den virkelige bredden. Dette er en redusert bredde der den største oppredende spenningen blir jevnt fordelt langs den effektive bredden. Den konstante spenningen som virker over den fiktive bredden er ment å ha tilnærmet samme virkning som den fulle bredden påvirket av de virkelige varierende spenningene.

Figur 4-3 viser hvordan trykkspenningene fordeler seg over tverrsnittet som følge av bøyning av platen. Her er det vist et system hvor platen utgjør flensen i en serie parallelle T-bjelker med bredde b . Spenningene er vist i et snitt der bjelken er utsatt for maksimalt positivt bøyemoment.



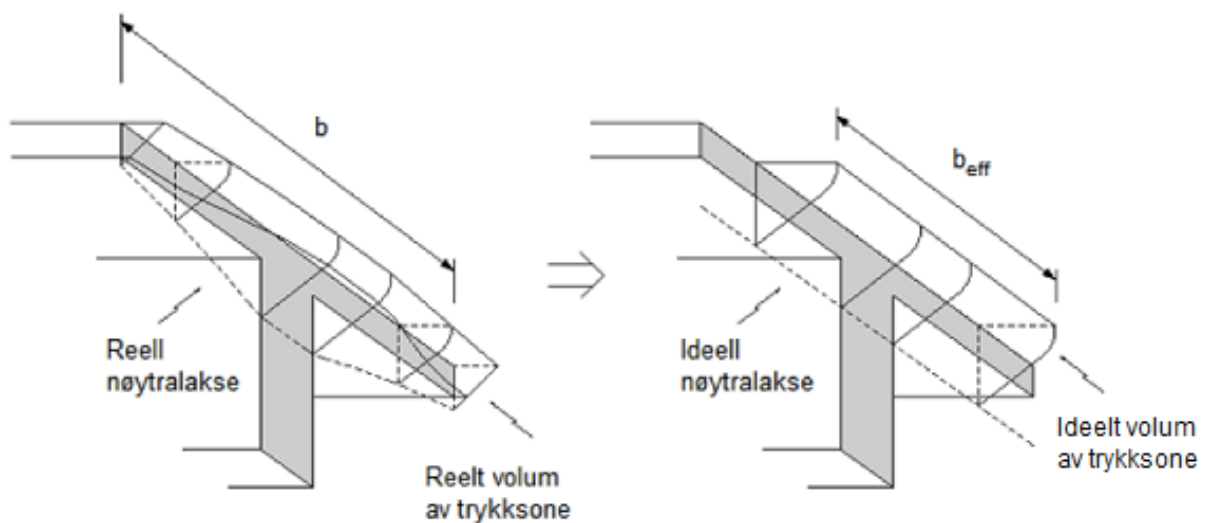
FIGUR 4-3: FORDELING AV MAKSIMALE BØYESPENNINGER

Som det fremgår av figuren vil den delen som er lengst fra stegene, altså midt mellom bjelkene, bli utsatt for mindre trykkspenninger enn delen rett over steget. Når flensbredden er liten, altså kun litt bredere enn bredden av steget, vil ikke bredden bli redusert. Den fulle bredden vil da være effektiv.



FIGUR 4-4: FORENKLET FORDELING AV BØYESPENNINGER

Figur 4-4 viser hvordan den redusert bredden med jevnt fordelt last forenklet erstatter de oppredende spenningene. Denne forenklingen gjør det mulig for ingeniøren å dimensjonere T-tverrsnittet ved bruk av enkle formler for enkelt og dobbeltarmerte rektangulære tverrsnitt. I den sammenheng antas en rett nøytralakse og at alle spenninger er proporsjonale med lik avstand fra nøytralaksen. (Brendel 1964) Trykksone vil dermed bli vesentlig forenklet slik det fremgår av Figur 4-5.



FIGUR 4-5: FORENKLET TRYKKSONE

Effekten av skjærdeformasjoner varierer langs bjelken. Den vil være størst der bjelken utsettes for høye skjærkrefter, altså der hvor kreftene i flensene endrer seg mest. Som følge av dette vil effektiv bredde ofte være mindre ved opplager enn ved spenn.

Konseptet effektiv flensbredde har blitt brukt i konstruksjonsanalyser og dimensjonering av bjelker med flens av byggingeniører i mange år. Den enkle bruken av det gjør at det fortsatt brukes i alle kjente regelverk for konstruksjoner. (Loo and Chowdhury 2010)

4.1.3 TIDLIGERE STUDIER

Flere forskere har sett på hvordan det kan utledes formler for effektiv flensbredde som stemmer best mulig med det som virkelig skjer. Ulike fremgangsmåter er brukt for å analysere effektene. Den ungarske ingeniøren og fysikeren Theodore von Karman forsket på den effektive flensbredden ved å analysere prinsippet om minimum energi ved bruk av elastisitetsteorien (Timoshenko and Goodier 1970). En annen metode er å se nærmere på plateteorien, enten ved å analysere spenningene eller forskyvningene. Professor Gottfried Brendel (1964) så på spenningene i hans analyse av effektiv flensbredde. Han skilte mellom effektiv bredde som følge av bøyning og effektiv bredde som følge av skjær.

Professor Yew-Chaye Loo og Tjitra D. Sutandi (1986) brukte i sin analyse elementmetoden og analyserte fritt opplagte T-bjelker ved bruk av volumelementer. Resultatene brukte de til å utlede empiriske designformler basert på sannsynlighet. M. Utku og A. Aygar (2002) brukte også en tre-dimensjonal elementanalyse i sitt studie om effektiv flensbredde. Sistnevnte studie med følgende resultater presenteres nærmere i avsnitt 4.3.3 *Lastens og geometriens betydning*.

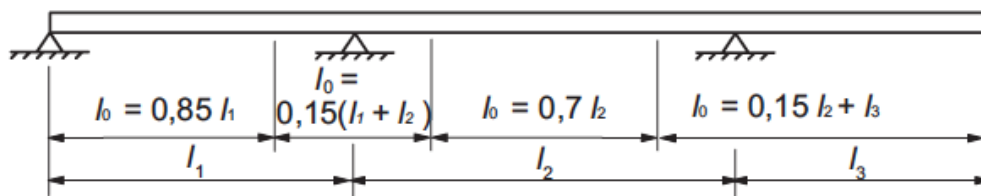
4.2 EUROKODE 2 - BEREGNING AV EFFEKTIV FLENSBREDDE

Pkt. 5.3.2.1 i Eurokode 2 tar for seg temaet effektiv flensbredde. Formlene for effektiv flensbredde har forandret seg under utviklingen av Eurokoden før den offisielt ble utgitt i 2004. Disse formlene er også forskjellige fra regelverket som ble brukt i Norge før Eurokoden ble den gjeldende standarden. I dette avsnittet blir punktet gjengitt slik det står i Eurokoden.

Pkt. 5.3.2.1 Effektiv flensbredde (alle grensetilstander)

(1) *P I T-bjelker avhenger den effektive flensbredden, som kan forutsettes å ha en jevn spenningsfordeling, av målene på steg og flens, typen belastning, spennvidde, opplagring og tverrarmering.*

(2) *Effektiv flensbredde bør velges basert på avstanden l_0 mellom momentnullpunktene som gitt på figur 4-6.*



FIGUR 4-6: DEFINISJON AV L_0 , FOR BEREGNING AV EFFEKTIV FLENSBREDDE (STANDARD NORGE 2008)

MERKNAD

Lengden av utkragingen l_3 bør være mindre enn halvparten av spennvidden i det tilstøtende feltet, og forholdet mellom spennvidder i nabofelt bør ligge mellom 2/3 og 1,5.

(3) Den effektive flensbredde b_{eff} for en T-bjelke eller L-bjelke kan bestemmes som:

$$b_{eff} = \sum b_{eff,i} + b_w \leq b \quad (4.1)$$

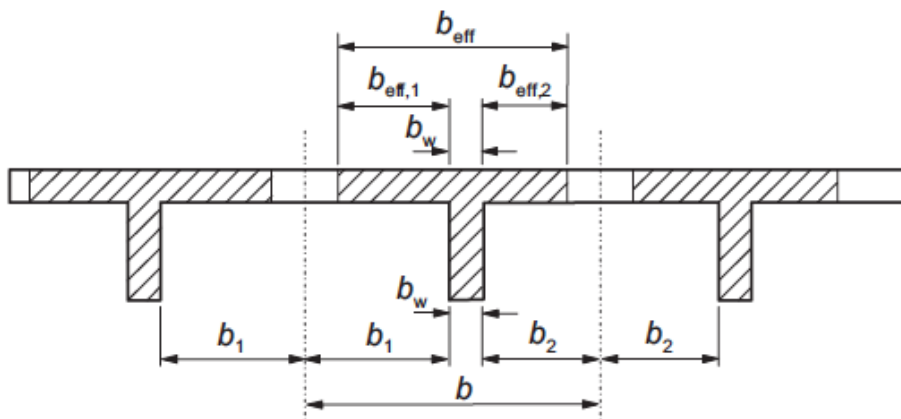
der

$$b_{eff,i} = 0,2b_i + 0,1l_0 \leq 0,2l_0 \quad (4.2)$$

og

$$b_{eff,i} \leq b_i \quad (4.3)$$

(for betegnelser, se figur 4-6 ovenfor og 4-7 nedenfor).



FIGUR 4-7: EFFEKTIV FLENS, GEOMETRISKE PARAMETERE (STANDARD NORGE 2008)

(4) For konstruksjonsanalyse der det ikke kreves stor nøyaktighet, kan det antas en konstant flensbredde for hele spennvidden lik verdien beregnet for det betraktede feltet.

Formlene for effektiv flensbredde gitt i *punkt 5.3.2.1* tar hensyn til kun to mål. Det første er bredden på tverrsnittet, som inkluderer bredden av steg og flens. Det andre er lengden på spennene på den betraktede bjelken. Spennvidden blir tatt hensyn til ved å beregne lengden mellom momentnullpunktene, l_0 . I teorien vil type belastning være med på å avgjøre disse momentnullpunktene, men ved bruk av *pkt. 5.3.2.1* benyttes en generell figur for alle lasttilfeller. Da vil ikke belastningen være avgjørende for størrelsene på l_0 .

Referansen til T-bjelker nevnt i *punkt 5.3.2.1 (1)P* er ikke ment å begrenses til kun T-tverrsnitt. Punktet gjelder generelt for tverrsnitt med flenser på enten en eller begge sider av steget.

Under *punkt 5.3.2.1(2)* er det gitt en generell figur med formler for å beregne avstandene mellom momentnullpunktene, l_0 . Med dette unngås det som nevnt, å beregne momentdiagram for hvert enkelt lasttilfelle.

Den kontinuerlige bjelken i Figur 4-6 vil få tre momentnullpunkter. Disse punktene deler bjelken opp i fire felt (se Figur 4-12 i senere avsnitt). I de mest vanlige lasttilfellene vil de to feltene over opplager være der det er strekk i overkant, og de to feltene ved spennviddene er der bjelken har strekk i underkant. Hver av de fire feltene har forskjellige formler for lengden l_0 . Disse formlene er som sagt en tilnærming for å unngå beregning av momentdiagram.

Figur 4-6 er ikke begrenset til bjelker som er lik den som er gitt i figuren. Den kan for eksempel benyttes for bjelker uten utkrager eller bjelker med flere spenn. Det er få begrensninger, så lenge det brukes den formelen for det feltet i figuren som er mest lik den virkelige situasjonen.

I merknaden under Figur 4-6 er det gitt begrensninger til lengdeforhold mellom spennene. Merknaden er der for å forsikre at det oppstår både støtte- og feltmoment. Reglene i *punkt 5.3.2.1* i EK2 gjelder ikke for andre tilfeller, for eksempel hele spenn med strekk i overkant (Hendy and Smith 2007). Formlene i figuren kan kun benyttes for bjelker som tilfredsstillende disse lengdeforholdene. Ved andre tilfeller må det beregnes momentdiagram for å finne momentnullpunkter. Da vil belastningen av bjelken også ha innvirkning på den effektive flensbredden. Figuren og lengdeforholdene er det gått nærmere inn på under avsnitt 4.3 *Diskusjon og sammenligninger*.

KOMMENTAR TIL PKT. 5.3.2.1 (3) I EK2

Figur 4-7 viser betegnelsene på målene som blir brukt i formlene i *punkt 5.3.2.1(3)*. Formel (4.1) gir den totale effektive flensbredden, inkludert bredden av steget. Formel (4.2) gir den effektive bredden av en flens alene, og formel (4.3) er gitt for å forsikre at den effektive bredden ikke blir større enn den faktiske bredden av den aktuelle flensen. Dette er ofte tilfelle for broer hvor det blir brukt fabrikkstøpte bjelker og platedekker, fordi bjelkene her er plassert nærme hverandre (Hendy and Smith 2007).

KOMMENTAR TIL PKT. 5.3.2.1 (4) I EK2

I en konstruksjonsanalyse sees det nærmere på statikken. Hensikten er å finne de opptredende kreftene og momentene som vil virke på konstruksjonen. Om det ikke kreves stor nøyaktighet, kan den effektive bredden for spennet, som er funnet fra de ovenstående punktene, brukes for hele spennvidden. Dette vil gi konstant stivhet over hele bjelken siden det sees bort ifra feltinndeling langs bjelken. Det vil derimot være mer nøyaktig å betrakte bjelken med den faktiske effektive bredden over støtten og over spennet. Dette vil gi en varierende stivhet over bjelken. Siden feltet over støtten ofte viser seg å være det minste feltet vil det følgende gi den minste effektive bredden. Mindre stivhet over støtten vil videre være fordelaktig siden dette gir et mindre støttemoment det skal dimensjoneres for. (Hendy and Smith 2007)

Dette punktet gjelder som sagt kun for konstruksjonsanalyse der det ikke kreves stor nøyaktighet, ikke for dimensjoneringen. Ved dimensjonering av et tverrsnitt skal det dimensjoneres for den effektive bredden for det betrakte felte.

4.3 DISKUSJON OG SAMMENLIGNINGER

I følgende avsnitt er innholdet i *punkt 5.3.2.1* i Eurokoden drøftet. Her er det blant annet gått nærmere inn på hvorfor anvendelsen av formelen for effektiv flensbredde gjelder for både bruksgrense og bruddgrense. Videre presenteres et studie som har tatt for seg lastens og geometriens betydning for den effektive flensbredden. Det er også foretatt en rekke utregninger ved bruk av Figur 4-6 for å sjekke dens gyldighet til et utvalg av ulike tilfeller. I tillegg er punktets antagelse av en konstant stiv bjelke sammenliknet med bjelker med varierende stivhet, for å se hvor mye dette eventuelt kan redusere støttemomentet.

4.3.1 GRENSETILSTANDER

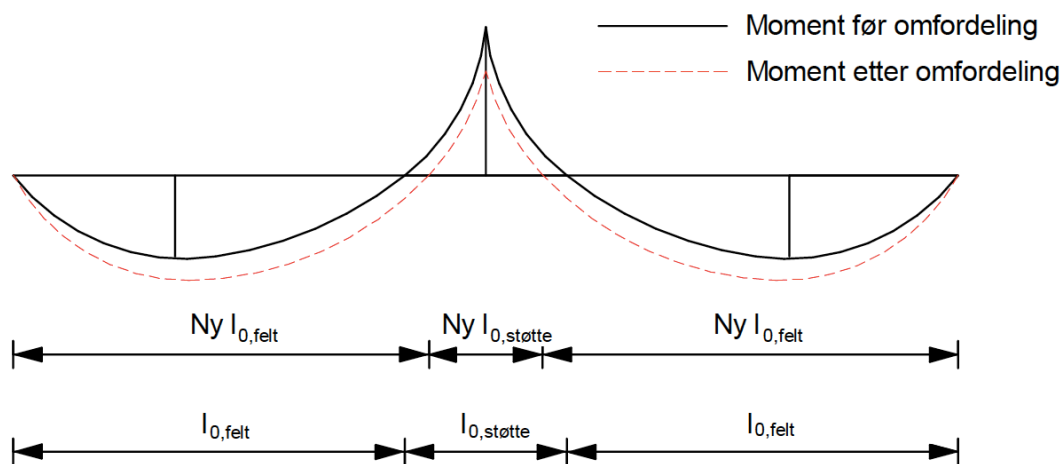
Formlene i *punkt 5.3.2.1 Effektiv flensbredde* i Eurokoden gjelder for alle grensetilstander, både bruksgrense- og bruddgrensetilstand. Det kan tenkes at det mulig kan sees bort i fra skjærdeformasjoner i bruddgrensetilstand, på grunn av at riss i betongen og flyt i armering fører til omfordeling av spenninger langs flensen. Dette var blant annet tenkt i de gamle britiske standardene, *BS 5400 Steel, Concrete and Composite Bridges* og *BS 8110 Structural use of Concrete. Code of Practice for Design and Construction*. (Hendy and Smith 2007)

EK2 baserer effektiv flensbredde i bruddgrensetilstand på elastiske verdier. På denne måten unngås kompleksiteten ved å bruke regler som tar hensyn til omfordeling av spenningene. Stålstandarden, *EN 1993-1-5*, bruker på den andre siden plastisk analyse som vil føre til bruk av større effektive bredder. Dette er altså mer optimalt (Hendy and Smith 2007).

Forutsetningene for å bruke formlene er at en lineær elastisk oppførsel er bevart. Resultatene vil kun være realistiske dersom betongen er urisset og det ikke er flyt i armering. For bruddgrensetilstand tillater eksisterende praksis bruk av lineær elastisk analyse uten kontroll av tilstrekkelig duktilitet. Dette er basert på antagelser om at det er nok duktilitet til å balansere mangelen av kompatibilitet. Dette, brukt i sammenheng med antagelsen om urisset betong, krever kun definisjon av tverrsnittets geometri, men ikke nødvendigvis armeringen (fib 2013). Dette forklarer hvorfor formlene i EK2 ikke tar hensyn til armeringen. Rissede tverrsnitt kan likevel brukes hvis et fullt utviklet rissmønster kan forventes. I EK2 står det ikke noe om hvilke antagelser som er tatt for grensetilstandene. Det bør nevnes at formlene i utgangspunktet kun er realistiske for urisset betong.

4.3.2 OMFORDELING AV BØYEMOMENTER

Pkt. 5.5 i Eurokoden, *Lineær elastisk analyse med begrenset omfordeling*, åpner for omfordeling av momenter i bruddgrensetilstand. Omfordelingen vil føre til et nytt momentdiagram som gir andre verdier av l_0 . Eurokode 2 tillater omfordeling av momenter opp til 30%. (Beeby 1995)



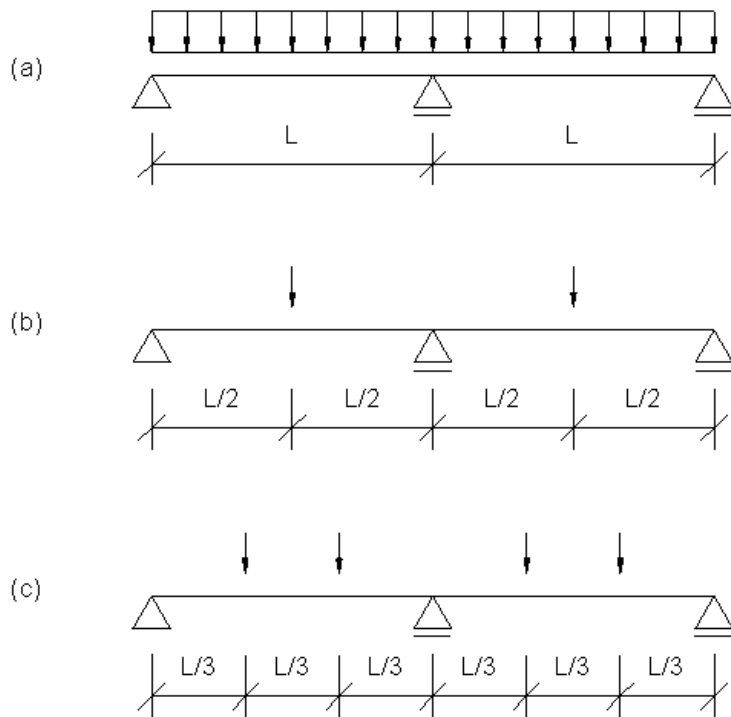
FIGUR 4-8: MOMENTDIAGRAM FØR OG ETTER OMFORDELING AV MOMENT

Figur 4-8 illustrerer et momentdiagram før og etter omfordeling av momenter. Støttemomentet blir redusert med opp til 30%, og feltmomentene øker. Dette fører til en økning av l_0 ved feltene, mens l_0 ved støtten vil minke. Den effektive flensbredden ved støtten vil bli mindre enn før omfordelingen av momentene, altså en reduksjonen av kapasiteten i dette snittet. Kapasiteten ved feltene vil på den andre siden bli større, men det har lite å si når feltet ved støtten er mest kritisk. Det kan være gunstig å dimensjonere for et redusert moment ved støtten, men det vil samtidig være et redusert tverrsnitt her og kapasiteten vil også reduseres.

4.3.3 LASTENS OG GEOMETRIENS BETYDNING

Punkt 5.3.2.1 (1)P i EK2 gir at den effektive flensbredden blant annet avhenger av målene på steg og flens og typen belastning. I formlene under punktet er det derimot ikke tatt hensyn til høyden av tverrsnittet eller tykkelsen av flensen, kun bredden av steg og flens. EK2 skiller heller ikke mellom type belastning, da det er oppgitt en generell figur som brukes for alle lasttilfeller. I studiet *Investigation of Effective Flange Width Formulas for T-Beams* av Utku og Aygar (2002) som ble nevnt under avsnitt 4.1.3 *Tidligere studier*, ble det gjennomført en tre-dimensjonal elementanalyse hvor det ble sett nærmere på nettopp disse faktorenes innvirkning. Under følger en introduksjon av studiet og resultatene av lastens og geometriens betydning.

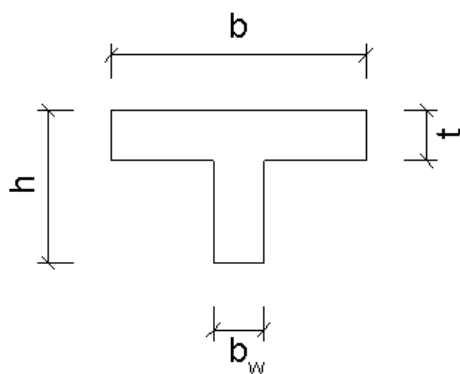
For å finne ut hvilken innvirkning lasten har på den effektive flensbredden ble det foretatt en elastisk spenningsanalyse av en kontinuerlig T-bjelke over to spenn, utsatt for tre ulike lasttilfeller. Dette omfattet jevnt fordelt last over hele bjelken, punktlast i midten av spennene, og to punktlaster i hvert spenn med en tredjedels lengde mellom seg, som vist på Figur 4-9.



FIGUR 4-9: ULIKE LASTTILFELLER

Studiet inkluderte som sagt også de variable parameterne innvirkningen på den effektive flensbredden. Bredden av bjelken b , spennet L , høyden h og tykkelsen av steget b_w og av flensen t er alle sett på som uavhengige variabler i analysen.

Flenstykkelsen ble satt til å være 120mm, mens resten av variablene er dimensjonsløse og gitt med ulike forholdstall som vist i Tabell 4-1. Bokstavene som opprinnelig er brukt for variablene er byttet ut slik at de stemmer med betegnelsene brukt i denne oppgaven.



TABELL 4-1: DIMENSJONSLØSE PARAMETERE

b/L	0,20	0,25	0,30
L/h	10	15	20
b_w/h	0,65	0,70	0,75
t/h	0,20	0,30	0,40

FIGUR 4-10: GEOMETRISKE PARAMETERE

Kombinasjonen av de ulike parameterne utgjør til sammen 81 ulike bjelker for hvert lasttilfelle, og resulterer dermed i 243 elementanalyser.

Resultatene av analysen viste at spenningsfordelingen over tverrsnittet hadde omtrent identisk form for de ulike lasttilfellene, der spenningene er størst over steget og avtar utover flensbredden. Arealet av spenningskurven ble videre brukt til å finne den effektive flensbredden for hvert tilfelle. En lineær multiregresjonsanalyse har ut i fra disse opplysningene gitt tre lineære formler for den effektive flensbredden, som viser de uavhengige variablenes innvirkning:

For jevnt fordelt last (U.D.L.):

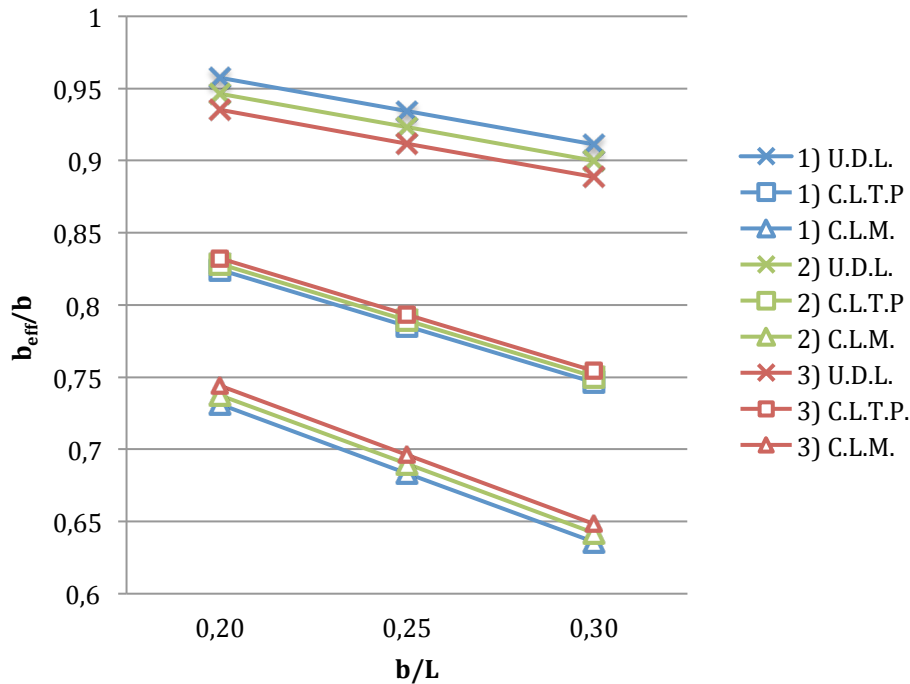
$$\frac{b_{eff}}{b} = 0,9450 - 0,4630 \frac{b}{L} + 0,0016 \frac{L}{h} + 0,0222 \frac{b_w}{h} + 0,1810 \frac{t}{h} \quad (4.4)$$

For konsentrert last midt på spennet (C.L.M.):

$$\frac{b_{eff}}{b} = 0,6310 - 0,9560 \frac{b}{L} + 0,0090 \frac{L}{h} + 0,0852 \frac{b_w}{h} + 0,3440 \frac{t}{h} \quad (4.5)$$

For de to konsentrerte lastene på spennet (C.L.T.P.):

$$\frac{b_{eff}}{b} = 0,7500 - 0,7780 \frac{b}{L} + 0,0069 \frac{L}{h} + 0,0704 \frac{b_w}{h} + 0,2700 \frac{t}{h} \quad (4.6)$$



FIGUR 4-11: SAMMENLIKNING AV FORMLENE FOR DE ULIKE TILFELLENE

Kurvene som følger av formlene og viser forholdet b_{eff}/b som funksjon av forholdet b/L er gitt i Figur 4-11. Her er de dimensjonsløse parameterne L/h , b_w/h og t/h gitt konstante verdier for tre ulike tilfeller:

- 1) $L/h = 10$, $b_w/h = 0,75$, $t/h = 0,40$
- 2) $L/h = 15$, $b_w/h = 0,70$, $t/h = 0,30$
- 3) $L/h = 20$, $b_w/h = 0,65$, $t/h = 0,20$

Disse verdiene er valgt for å kunne representere en kort og stiv bjelke i tilfelle 1, til en slank bjelke i tilfelle 3.

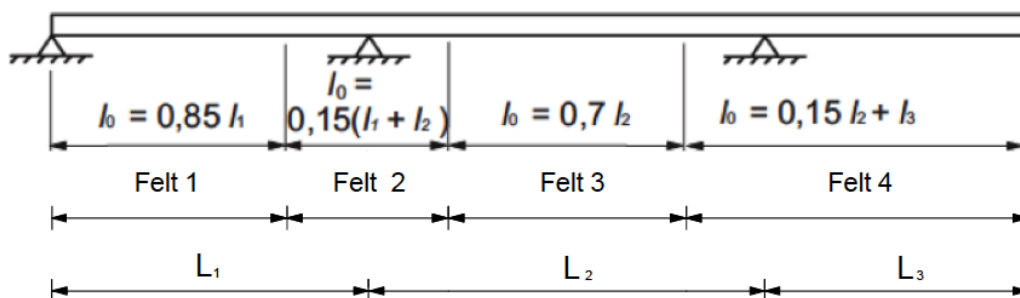
Det som kommer tydeligst frem av figuren er at de ulike lasttilfellene gir ulike effektive flensbredder. De tre øverste kurvene representerer de tre ulike bjelkene utsatt for jevnt fordelt last. Disse får av formlene en effektiv flensbredde på rundt 90% av den tilgjengelige bredden, altså omtrent 20% mer enn for konsentrert last midt på spennet. Forskjellen på den effektive flensbredden for de tre bjelkene utsatt

for samme lasttilfelle er derimot ikke stor. Den effektive flensbredden blir bare litt mindre for den stive og korte bjelken enn for den slanke i punktlasttilfellene.

Det som er felles for alle bjelkene utsatt for de ulike lasttilfellene er at forholdet b_{eff}/b blir mindre jo større bredden av tverrsnittet blir. Dette vil si at den effektive bredden utgjør en mindre og mindre prosentandel av bredden etter hvert som bredden øker. Hvis bredden er den samme, vil en minkende lengde L også minke den effektive flensbredden i alle tilfeller. Det kan derav konkluderes med at bredden og lengden har større betydning for bjelkens effektive flensbredde enn de andre dimensjonsløse parameterne.

4.3.3.1 TESTING AV FORMLENE GITT FOR l_0 I EUROKODE 2

Eurokoden gir ingen begrensning i forhold til type belastning ved bruk av Figur 4-12. Figuren gir formler som skal kunne brukes til å beregne l_0 for hvert enkelt spenn for seg selv, uavhengig av type last og hvordan de resterende spennene er belastet. Det er derfor testet forskjellige lasttilfeller på en bjelke, for å se hvordan l_0 fra de reelle momentdiagrammene stemmer overens med det som er gitt av figuren. Ut i fra dette forventes det å få en bedre oversikt over hvor optimal figuren er for ulike lasttilfeller.

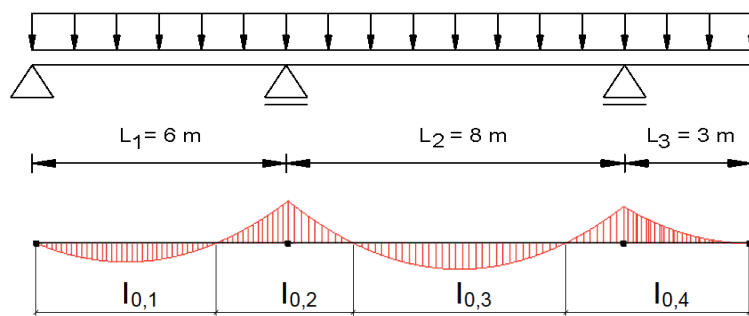


FIGUR 4-12: BJELKEN FRA PKT. 5.3.2.1 I EUROKODE 2 DELT INN I FIRE FELT

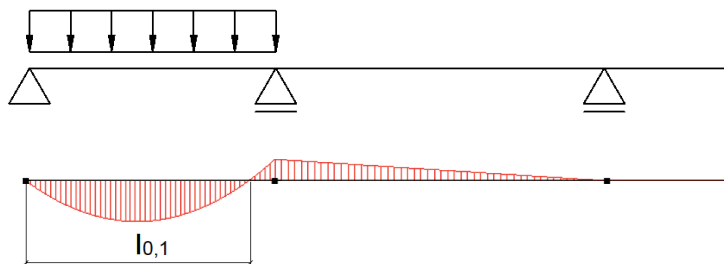
I merknaden under figuren i Eurokoden står det at: "Lengden av utkrageren l_3 bør være mindre enn halvparten av spennvidden i det tilstøtende feltet, og forholdet mellom

spennvidder i nabofelt bør ligge mellom 2/3 og 1,5." Dette er den eneste forutsetningen som er gitt for at man kan anvende formlene i Figur 4-12.

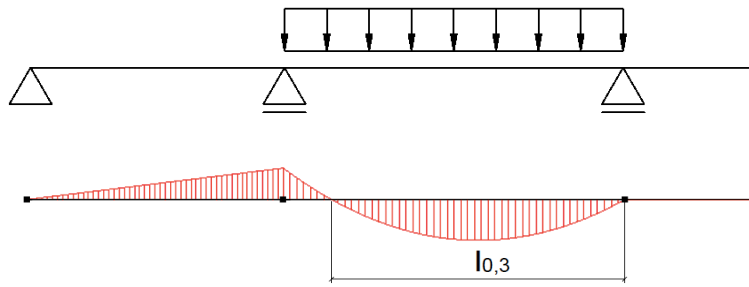
Nedenfor er l_0 funnet for en tilsvarende bjelke som den i Figur 4-12, utsatt for 8 ulike lasttilfeller. Bjelken har i alle tilfellene lengdene $L_1 = 6\text{m}$, $L_2 = 8\text{m}$ og $L_3 = 3\text{m}$, og er innenfor kravet om lengdeforholdene gitt i merknaden. Tverrsnittet er konstant langs hele bjelken, og egenvekten er neglisjert. Bjelken er modellert i Focus Konstruksjon, der hvert bjelkesegment er delt inn i 50 elementer. Størrelsen på lasten vil ikke ha noe å si for avstandene mellom momentnullpunktene. Kun der bjelken er utsatt for en kombinasjon av punktlast og jevnt fordelt last, vil ulike forhold mellom disse størrelsene innvirke på l_0 .



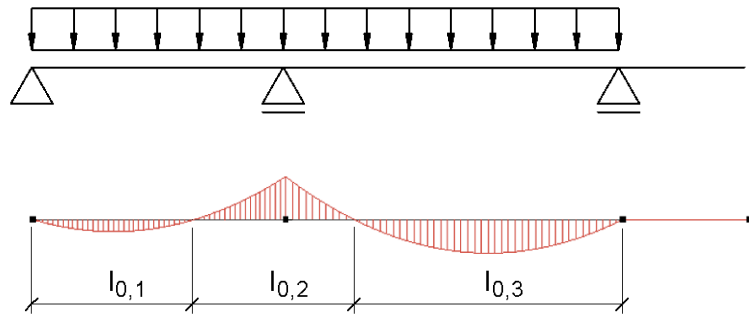
FIGUR 4-13: TILFELLE A)



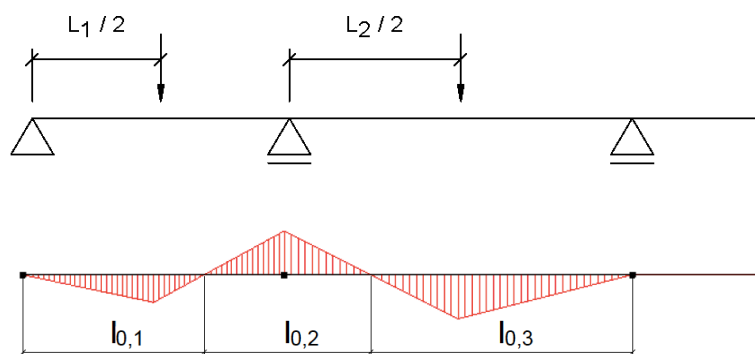
FIGUR 4-14: TILFELLE B)



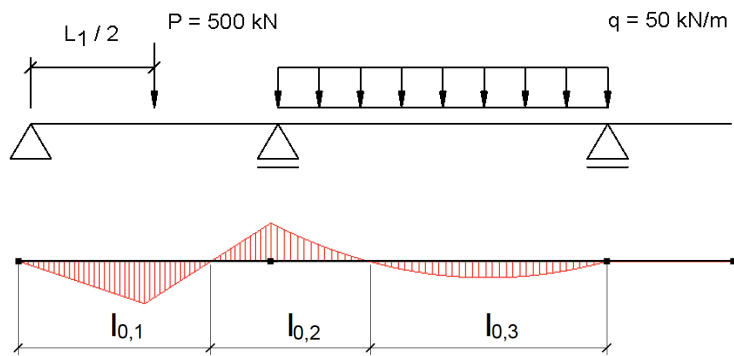
FIGUR 4-15: TILFELLE C)



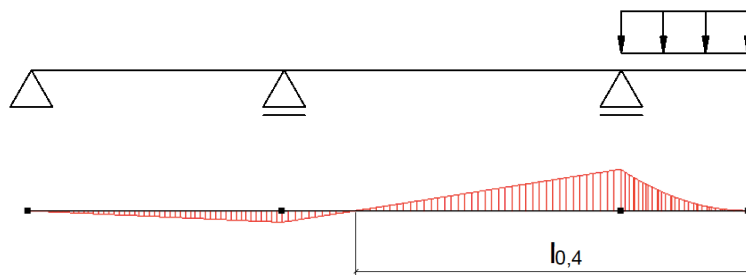
FIGUR 4-16: TILFELLE D)



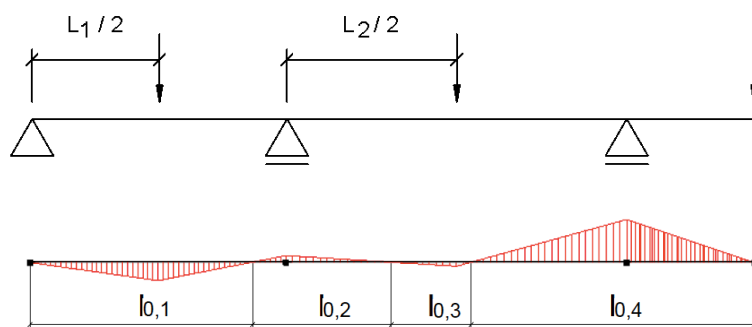
FIGUR 4-17: TILFELLE E)



FIGUR 4-18: TILFELLE F)



FIGUR 4-19: TILFELLE G)



FIGUR 4-20: TILFELLE H)

TABELL 4-2: OVERSIKT OVER l_0 SOM RESULTAT AV ULIKE LASTTILFELLER

	$l_{0,1}$	$l_{0,2}$	$l_{0,3}$	$l_{0,4}$
Figur 4-12)	$0,85 l_1$	$0,15 (l_1 + l_2)$	$0,7 l_2$	$0,15 l_2 + l_3$
Tilfelle A)	$0,71 l_1$	$0,25 (l_1 + l_2)$	$0,62 l_2$	$0,18 l_2 + l_3$
Tilfelle B)	$0,89 l_1$	-	-	-
Tilfelle C)	-	-	$0,86 l_2$	-
Tilfelle D)	$0,64 l_1$	$0,28 (l_1 + l_2)$	$0,80 l_2$	-
Tilfelle E)	$0,69 l_1$	$0,28 (l_1 + l_2)$	$0,75 l_2$	-
Tilfelle F)	$0,76 l_1$	$0,27 (l_1 + l_2)$	$0,71 l_2$	-
Tilfelle G)	-	-	-	$0,78 l_2 + l_3$
Tilfelle H)	$0,86 l_1$	$0,24 (l_1 + l_2)$	$0,21 l_2$	$0,46 l_2 + l_3$

Tabell 4-2 viser lengdene l_0 for de ulike tilfellene formulert på samme måte som formlene i Figur 4-12. Her er det kun sett på det/de belastede spennene for seg selv, og ikke resten av bjelken. For ubelastede spenn vil det ikke bli noe momentnullpunkt, og det er derfor ikke nødvendig å finne l_0 .

Det største avviket for l_0 er for felt 4 i tilfelle G, hvor det kun er last på utkrager. Her vil l_0 fra momentdiagrammet være 5 ganger større for det aktuelle feltet enn det som er gitt av formlene i Figur 4-12. Det er for tilsvarende felt stor forskjell også for tilfelle H, som har en punktlast på enden av utkrageren. Formlene i Figur 4-12 vil altså gi en unødvendig liten l_0 for utkragerer i disse lasttilfellene, som vil gi en langt mindre b_{eff} enn realiteten. Dette vil altså ikke være optimalt.

Tilfelle B) og C) viser at formlene fra Figur 4-12 og fra momentdiagrammene er relativt like, selv når kun ett av spennviddene er belastet. Det registreres imidlertid at det ikke er noe særlig forskjell for lengdene i tilfelle D) med jevnt fordelt last og tilfelle E) med konsentrert last. Hvis b_{eff} finnes med l_0 fra disse momentdiagrammene

vil formlene i Eurokoden gi en forholdsvis lik b_{eff} for disse to lasttilfellene. Dette avviker fra det som ble funnet i Utku og Aygars studie. Elementanalysen her ga som nevnt jevnt fordelt last en 20% større effektiv bredde enn konsentrert last midt på spennet. Dette tyder på at formlene for b_{eff} i Eurokoden ikke påvirkes av type last i like stor grad som det den gjør i virkeligheten.

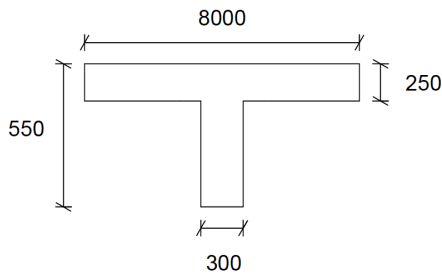
Formlene fra Figur 4-12 vil for samtlige lasttilfeller som er sjekket, gi konservative lengder for begge feltene over støttene (felt 2 og 4). Da følger det videre at formlene for lengden på spennene (felt 1 og 3) vil være større enn realiteten i de samme tilfellene. Det mest betydningsfulle avviket som fremgår av tabellen, er for felt 3 i tilfelle H. Her er $l_{0,3}$ fra momentdiagrammet i realiteten bare 30% av $l_{0,3}$ gitt i regelverket. Dette vil videre gi en betydelig mindre effektiv bredde som gir lavere kapasitet for denne delen av bjelken. Sees det i midlertidig på Figur 4-20: Tilfelle H) vil opptredende moment i felt 3 være så lite at reduksjonen i kapasiteten ikke nødvendigvis vil være kritisk.

Tilfelle A) er det tilfellet som har flest felt som viser seg å være til "ikke konservativ" side. Her er l_0 for feltene over spennene mindre enn det Figur 4-12 tilsier. Hvor mye denne forskjellen har å si for den effektive flensbredden er det sett nærmere på i neste avsnitt.

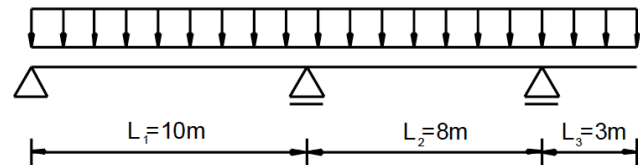
4.3.3.2 SAMMENLIGNING AV EFFEKTIV FLENSBREDDE GITT AV L_0 FRA EK2 OG L_0 FRA MOMENTDIAGRAM

I forrige avsnitt ble det sett på bruk av Figur 4-12 ved ulike lasttilfeller. I dette avsnittet blir det sett nærmere på forskjellene på b_{eff} ved bruk av figuren til å finne l_0 , og ved å finne l_0 fra opptredende momentdiagram. Det kan være interessant å se nærmere på disse forskjellene da Figur 4-12 ikke tar direkte hensyn til hvilken belastning bjelken er utsatt for. I det andre tilfellet er det nettopp belastningen som gir l_0 . Den effektive flensbredden basert på de ulike metodene blir til slutt sammenlignet.

Her er det valgt å se nærmere på en kontinuerlig bjelke med jevnt fordelt last. Dette lasttilfellet viste seg i forrige avsnitt å ha mindre lengder l_0 for to av feltene enn det som forenklet er gitt av figuren i Eurokoden. Figur 4-21 viser tverrsnittet av bjelken som er brukt, med lengder som vist på Figur 4-22.



FIGUR 4-21: TVERRSNITT MED MÅL [MM]



FIGUR 4-22: BELASTET BJELKE MED LENGDER

De effektive breddene er beregnet med formlene fra *pkt. 5.3.2.1(3)* i EK2, altså (4.1), (4.2) og (4.3) gitt i tidligere avsnitt:

$$b_{eff} = \sum b_{eff,i} + b_w \leq b$$

der

$$b_{eff,i} = 0,2b_i + 0,1l_0 \leq 0,2l_0$$

og

$$b_{eff,i} \leq b_i$$

Den effektive flensbredden b_{eff} er først beregnet for de ulike feltene med l_0 funnet fra Figur 4-12. Deretter er b_{eff} funnet av avstanden l_0 mellom momentnullpunktene i opptredende momentdiagram.

TABELL 4-3: UTREGNET l_0 OG b_{EFF}

	EK2 [mm]	Momentdiagram [mm]
$l_{0,1}$	8500	8100
$l_{0,2}$	2700	4940
$l_{0,3}$	5600	3120
$l_{0,4}$	4200	4840
$b_{eff,1}$	3540	3460
$b_{eff,2}$	1380	2280
$b_{eff,3}$	2540	1550
$b_{eff,4}$	1980	2240

Tabell 4-3 viser beregnet l_0 og b_{eff} for de ulike feltene langs bjelken. Som det fremgår av tabellen vil l_0 og b_{eff} , som forventet, være større for felt 1 og 3 i tilfellet fra EK2. Dette betyr at kapasiteten som blir regnet ut med disse effektive breddene vil være større enn kapasiteten basert på l_0 fra momentdiagrammet. Det største avviket vil være for lengden l_0 i felt 3 mellom opplagerne, der $l_{0,3}$ i realiteten bare er 56% av lengden som blir gitt av figuren i Eurokoden. Dette gir en effektiv flensbredde som kun utgjør 61% av den som gis av formlene i EK2.

Avviket viser seg altså å ikke være konservativ, der figuren i Eurokoden gir en større kapasitet enn realiteten. Dette understreker viktigheten av å regne nøyaktig momentdiagram hvis det er "lite å gå på". Figuren i Eurokoden er likevel ment som en forenkling og vil i den sammenheng mest sannsynlig ikke bli brukt om dette skulle være tilfelle.

Formlene i Figur 4-12 er bygd opp slik at hvis det blir mindre b_{eff} for et felt, vil den være større i nabofeltet. Figuren vil ikke kunne gi mindre l_0 for alle feltene samtidig. Et felt med liten avstand l_0 mellom momentnullpunktene, vil i tillegg ha et tilsvarende mindre opptredende moment for dette feltet enn for nabofeltene. Mindre kapasitet som følge av mindre effektiv bredde for dette feltet kan derfor fortsatt vise seg å være større enn opptredende moment. Ofte er det uansett støttemomentene, ved felt 2 og 4, som er de største og mest kritiske. Det viktigste er derfor at kapasiteten i disse snittene er konservative.

4.3.4 BJELKENS STIVHET

4.3.4.1 KONSTANT STIVHET OVER BJELKEN

”For konstruksjonsanalyse der det ikke kreves stor nøyaktighet, kan det antas en konstant flensbredde for hele spennvidden lik verdien beregnet for det betraktede feltet.”

(Pkt. 5.3.2.1 (4) i EK2)

Det den siste delen av det Eurokoden nevner om effektiv flensbredde kan by på en del misforståelser. Meningen med punktet er at bjelken forenklet kan regnes med en konstant stivhet i konstruksjonsanalysen. Bredden har ingen direkte innvirkning på momentverdiene i denne sammenhengen, den har kun noe å si for stivheten. I dette tilfellet, hvor stivheten er konstant, vil det ikke ha noe å si hvilken bredde som brukes i beregningen av momentet. Det kan derfor virke villedende at det skal brukes *en ”kontant flensbredde for hele spennvidden lik verdien beregnet for det betraktede feltet”*. Den fulle bredden ville gitt det samme momentet.

Det kan *”antas en konstant flensbredde for hele spennvidden”*. Med andre ord kunne det stått *”en konstant flensbredde for hele bjelken”*. Spennvidden er ikke ensbetydende med hele lengden av bjelken hvis bjelken har flere spenn. Det er derimot ikke noe poeng i punktet hvis det skal regnes med ulike stivheter for ulike spenn, da er det ikke lenger forenklet.

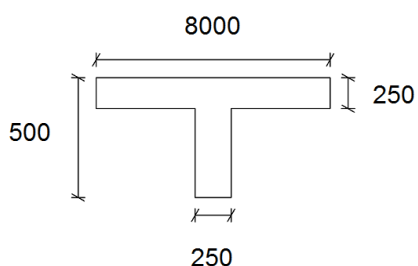
Det kan også tenkes at *punkt 5.3.2.1(4)* er unødvendig å ha med i regelverket. Der det ikke kreves stor nøyaktighet er det vanlig å forenkle, noe en antagelse om konstant stivhet ville vært.

4.3.4.2 EFFEKTEN AV VARIERENDE STIVHET OVER BJELKEN

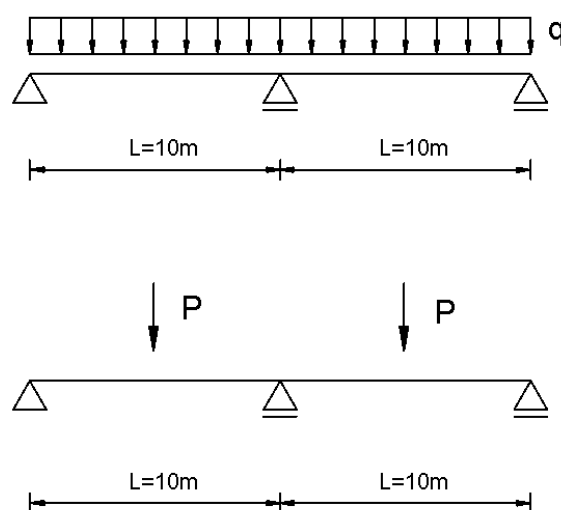
Det er i dette avsnittet sett nærmere på hvilken betydning varierende stivhet vil ha for støttemomentet for en kontinuerlig bjelke over flere felt. Dette sammenliknes med antakelsen som følger av *punkt 5.3.2.1(4)* i EK2 om en konstant stivhet over hele

bjelken. Ved å regne ut momentdiagram på nytt hvor det blir tatt hensyn til de effektive breddene og den varierende stivheten langs bjelken, vil momentdiagrammet endres. Nye momentverdier vil videre gi nye avstander mellom momentnullpunktene. Formel (4.1) gir derav nye effektive bredder, og fører igjen til nye forhold mellom stivheter og nytt momentdiagram. Beregningene blir derfor iterative.

Nedenfor er det vist et eksempel på et slikt tilfelle, der bjelken spenner over to felt og er utsatt for to ulike lasttilfeller. Målene på tverrsnittet som er valgt fremgår av Figur 4-23, mens lengdene og lasttilfellene vises på Figur 4-24. Den jevnt fordelte lasten er satt til $q = 50 \text{ kN/m}$, mens punktlasten er satt til $P = 400 \text{ kN}$ og virker midt på spennet. E-modulen $E = 30\,000 \text{ MPa}$. Det er ikke tatt med egenvekt i analysen.



FIGUR 4-23: TVERRSNITT MED MÅL [MM]



FIGUR 4-24: BJELKE MED JEVNT FORDELT LAST OG PUNKTLAST MIDT PÅ SPENNET

Det er først beregnet støttemomenter basert på konstant stivhet over hele bjelken. Det er disse momentene det skal dimensjoneres for i praksis. Deretter er én iterasjon utført med hensyn til den varierende stivheten. Reduksjonen av støttemomentet er vist i tabell 4-4. Den effektive bredden som følger av de nye lengdene etter én iterasjon er vist i Tabell 4-5. For nærmere utregning se vedlegg C.

TABELL 4-4: STØTTEMOMENTER VED KONSTANT EI OG VARIERENDE EI, OG REDUKSJON AV STØTTEMOMENTER, FOR BJELKE MED JEVNT FORDELT LAST OG PUNKTLAST

	Støttemoment konstant EI [kNm]	Støttemoment varierende EI [kNm]	Reduksjon
Jevnt fordelt last	625	594	5,0 %
Punktlast	750	718	4,3 %

TABELL 4-5: EFFEKTIVE FLENSBREDDER OG VERDIER AV L_0 FOR BJELKE MED JEVNT FORDELT LAST OG PUNKTLAST ETTER ÉN ITERASJON

	$l_{0,\text{felt}}$ [mm]	$b_{\text{eff,felt}}$ [mm]	$l_{0,\text{støtte}}$ [mm]	$b_{\text{eff,støtte}}$ [mm]
Jevnt fordelt last	7500	3250	5000	2250
Punktlast	7273	3159	5454	2432

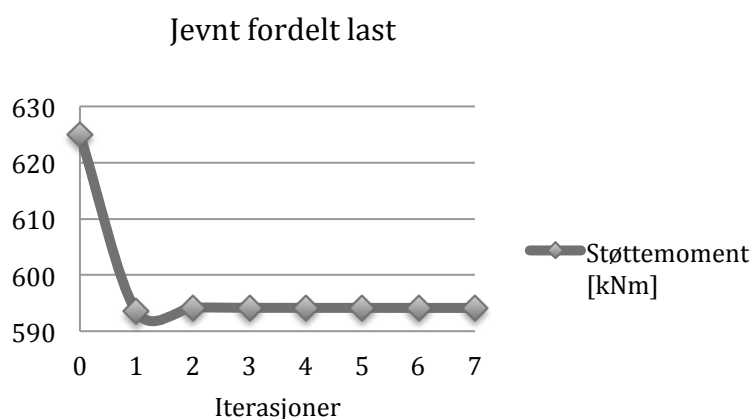
Resultatet av iterasjonen viser at reduksjonen av tverrsnittet vil få størst effekt på tilfellet med jevnt fordelt last, og reduserer støttemomentet med 5%. Dette følger av at ny bredde på 3250mm for feltet vil gi et stivere tverrsnitt enn ny bredde på 2250mm over støtten. Det er ikke reduksjonen i bredden som vil påvirke momentet, men forholdet mellom stivheten EI som følger av ny bredde for de ulike feltene. Den varierende stivheten vil altså ikke ha noen betydelig innvirkning på støttemomentet det skal dimensjoneres for.

Det kan være interessant å se hvor mye videre iterasjoner reduserer momentet. Tabell 4-6 viser hvordan verdiene forandrer seg etter 7 iterasjoner for tilfellet med jevnt fordelt last.

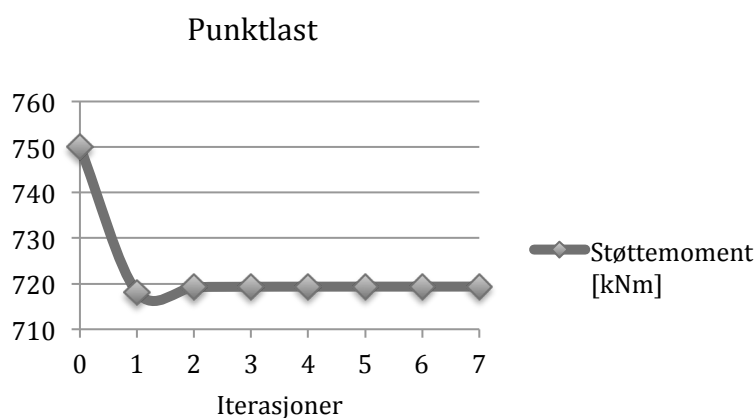
TABELL 4-6: ITERASJON AV STØTTEMOMENT FOR BJELKE MED JEVNT FORDELT LAST

Nr.	$l_{0,\text{felt}}$ [mm]	b_{felt} [mm]	$l_{0,\text{støtte}}$ [mm]	$b_{\text{støtte}}$ [mm]	$M_{\text{støtte}}$ [kNm]
		8000		8000	625
1	7500	3250	5000	2250	593,51
2	7626	2375	4748	1600	594,17
3	7623	2200	4754	1471	594,16
4	7623	2165	4754	1445	594,15
5	7623	2158	4754	1440	594,15
6	7623	2156	4754	1439	594,14
7	7623	2156	4754	1438	594,14

Resultatene viser at støttemomentet endrer seg minimalt ved andre iterasjon, som derfor gir den samme avstanden l_0 mellom momentnullpunktene. Leddet $0,1l_0$ i formel (4.2) for b_{eff} vil dermed slutte å endre seg, og endringen i b_{eff} vil videre kun påvirkes av leddet $0,2b_i$. Siden b_i kun påvirkes av bredden b vil endringen her også flates ut etter hvert som endringen i bredden blir mindre og mindre. Et større antall iterasjoner vil altså være lite interessant med tanke på innvirkningen det har på støttemomentet. Dette kommer også tydelig frem av den grafiske fremstillingen av støttemomentet for de to lasttilfellene i Figur 4-25 og Figur 4-26.



FIGUR 4-25: EFFEKTEN AV FLERE ITERASJONER FOR BJELKE MED JEVNT FORDELT LAST



FIGUR 4-26: EFFEKTEN AV FLERE ITERASJONER FOR BJELKE MED PUNKTLASTER

Det observeres for begge lasttilfellene at momentet vil minke ved den første iterasjonen, men vil øke litt igjen ved den andre. Deretter jevnes det ut. Det er derfor usikkert om det er riktig å dimensjonere for det reduserte momentet etter første iterasjon, da det øker igjen etter andre. Den totale reduksjonen av momentet vil uansett ikke være mer enn 5%, det virker derfor ikke hensiktsmessig å utføre iterasjonen. Det er med andre ord ikke mye å hente ved å benytte seg av den varierende stivheten.

4.4 ANDRE REGELVERK

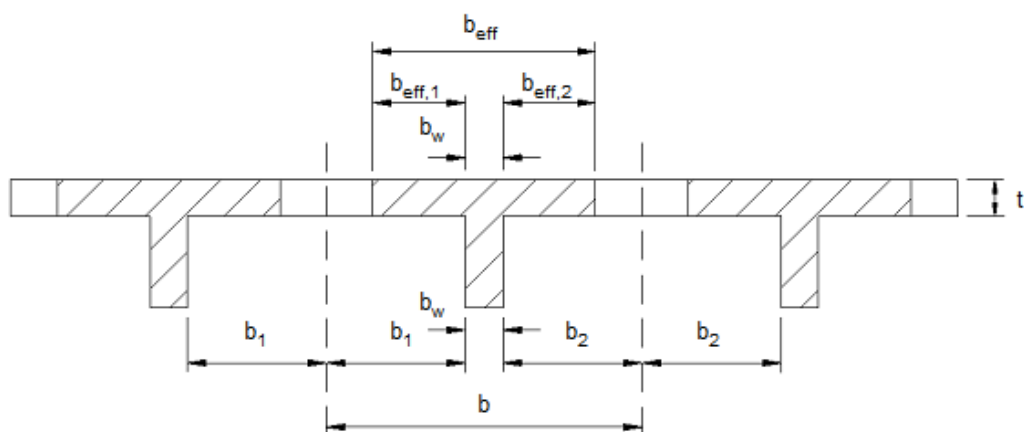
I det følgende avsnittet blir formlene for effektiv flensbredde for ulike regelverk presentert. Først blir formlene introdusert, deretter følger diskusjon og sammenligning. Til slutt blir det gitt eksempler med ulike tverrsnitt, der effektiv flensbredde for de ulike regelverkene beregnes.

TABELL 4-7: ULIKE REGELVERKS FORMLER FOR EFFEKTIV FLENSBREDDE

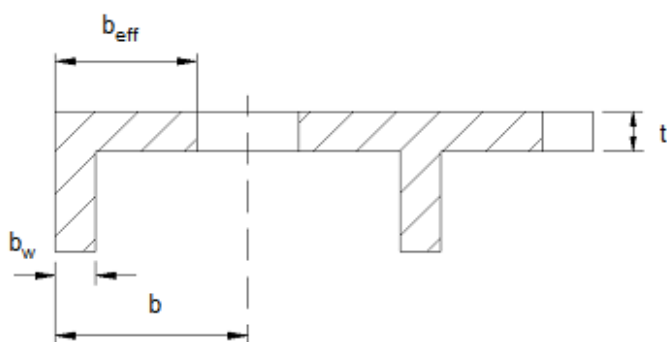
Regelverk	Effektiv flensbredde b_{eff}
Eurokode 2	$b_{eff} = \sum b_{eff,i} + b_w \leq b$ der $b_{eff,i} = 0,2b_i + 0,1l_0 \leq 0,2l_0$ og $b_{eff,i} \leq b_i$ l_0 bør hentes fra Figur 4-6 og er ulik for fire ulike felter over en kontinuerlig bjelke
Model Code 2010	Sier det samme som Eurokode 2
NS 3473	$b_{eff} = \sum b_{eff,i} + b_w \leq b$ der $b_{eff,i} = 0,1 l_0 \leq 8 t$ og $b_{eff,i} \leq b_i$ l_0 er avstand mellom momentnullpunkter

<p>ACI 318-14</p>	<p>Enkeltstående T-bjelke:</p> $b_{eff} \leq 4 b_w$ <p>der</p> $t \geq \frac{b_w}{2}$ <p>For T-bjelke i system:</p> $b_{eff} \leq \frac{l}{4}$ $b_{eff} \leq b_w + 16 t$ $b_{eff} \leq b$ <p>For L-bjelke i system:</p> $b_{eff} \leq b_w + \frac{l}{12}$ $b_{eff} \leq b_w + 6 t$ $b_{eff} \leq b$
<p>AS3600-2009</p>	<p>For T-bjelke:</p> $b_{eff} \leq b_w + 0,2 l_0 \leq b$ <p>For L-bjelke:</p> $b_{eff} \leq b_w + 0,1 l_0 \leq b$ <p>der l_0 finnes av formlene:</p> $l_0 = l \quad (\text{fritt opplagt bjelke})$ $l_0 = 0,7 l \quad (\text{kontinuerlig bjelke})$

De ulike parameterne i Tabell 4-7 er illustrert i Figur 4-27 og Figur 4-28 under.



FIGUR 4-27: GEOMETRISKE PARAMETERE FOR ET T-TVERRSNITT



FIGUR 4-28: GEOMETRISKE PARAMETERE FOR ET L-TVERRSNITT

Fib Model Code for Concrete Structures 2010 er ment å danne grunnlag for fremtidige regelverk for betongkonstruksjoner. Mens mye av innholdet i eksisterende standarder er empirisk, tar Model Code i tillegg med nye idéer og utvikling på området. For de som vil være involvert i oppdatering og utvikling av standarder, skal Model Code virke som en kilde til informasjon. I midlertidig skal Model Code også være et operasjonelt dokument for prosjektering av betongkonstruksjoner (fib 2013).

Punkt 7.2.2.3 *Structural geometry* i Model Code 2010 er mer beskrivende enn Eurokoden om emnet *effektiv flensbredde*. Model Code er også mer utfyllende med tanke på hvilke forutsetninger som legges til grunn for formlene som er gitt. Men som Tabell 4-7 viser er formlene for effektiv flensbredde tilsvarende de i Eurokoden. Det at Model Code 2010 har videreført bruken av formlene viser at det ikke er noen ny utvikling rundt emnet.

Det som skiller Eurokoden og Model Code fra de resterende, gjeldende regelverkene er at de førstnevnte tar hensyn til feltet over støtten for en kontinuerlig bjelke. Det er kun disse som har en figur som definerer lengden på de ulike feltene og derav også feltet over støtten. Det er ofte dette feltet som viser seg å være det minste og gir den mest kritiske effektive bredden.

Formlene fra *NS 3473 Prosjektering av betongkonstruksjoner. Beregnings- og konstruksjonsregler* er hentet fra 3.utgave utgitt i 1989. Dette er en tidligere norsk standard som senere ble erstattet av Eurokoden. Som Tabell 4-7 viser har formlene som er foreslått av regelverket endret seg med årene. I likhet med den australske standarden *AS 3600-2009* er den effektive overhengende flensbredden her gitt som 10% av avstanden mellom momentnullpunktene l_0 . Dagens regelverk har altså økt til 20% av den overhengende tilgjengelige flensbredden siden bredden også har mye å si for den effektive flensbredden, som tidligere nevnt om studiet til Utku og Aygar under avsnitt 4.3.3 *Lastens og geometriens betydning*.

Den lineære multiregresjonsanalysen Utku og Aygar utførte i sitt studie, viser også at flensens tykkelse har relativt mye å si for den effektive flensbredden. Dette tok NS 3473 hensyn til, noe det gjeldende regelverket, EK2, ikke gjør lenger. Tykkelsen av flensen finnes også i formelen i det amerikanske regelverket *ACI 318-14*.

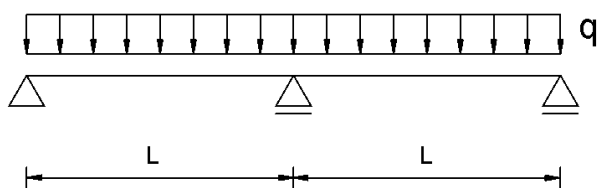
Som det fremgår av Tabell 4-7 er det amerikanske regelverket *ACI 318-14* det som skiller seg mest ut fra de andre. De har egne formler for et system med flere bjelker, og enkeltstående T-bjelker. I likhet med det australske regelverket er det i tillegg egne formler for L-bjelkene.

I dette avsnittet er formlene for effektiv flensbredde fra de forskjellige regelverkene regnet ut for tre ulike bjelketilfeller. Dimensjonene av T-tverrsnittet er satt til å representere en kort og stiv bjelke i tilfelle 1, til en slank bjelke i tilfelle 3. Disse er de samme tre tilfellene brukt under avsnitt 3.4.2, *Lastens og geometriens betydning*:

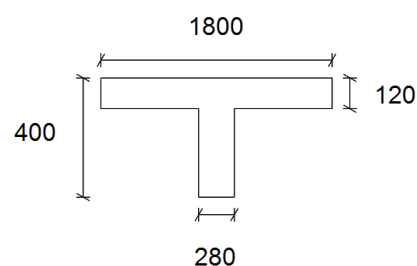
- 1) $L/h = 10, b_w/h = 0,75, t/h = 0,40$
- 2) $L/h = 15, b_w/h = 0,70, t/h = 0,30$
- 3) $L/h = 20, b_w/h = 0,65, t/h = 0,20$

Platetykkelsen t er satt til å være 120mm for alle tilfellene. For hvert tilfelle er forholdstallet b_{eff}/b funnet for $b/L = 0,20, b/L = 0,25$ og $b/L = 0,30$. Dette gir til sammen resultater for ni ulike bjelkemål. Det er tatt utgangspunkt i statikken vist i Figur 4-29. Resultatet for alle bjelkene er vist grafisk senere i kapittelet.

Utregningene for ett av de ni bjelkemålene er vist i vedlegg D. Dette er tilfelle 2 der $b/L = 0,30$, som gir en lengde $L = 6000\text{mm}$ og parameterverdier som vist i Figur 4-30. Tabell 4-8 viser resultatene for dette tilfellet.



FIGUR 4-29: FRITT OPPLAGT BJELKE MED JEVNT FORDELT LAST



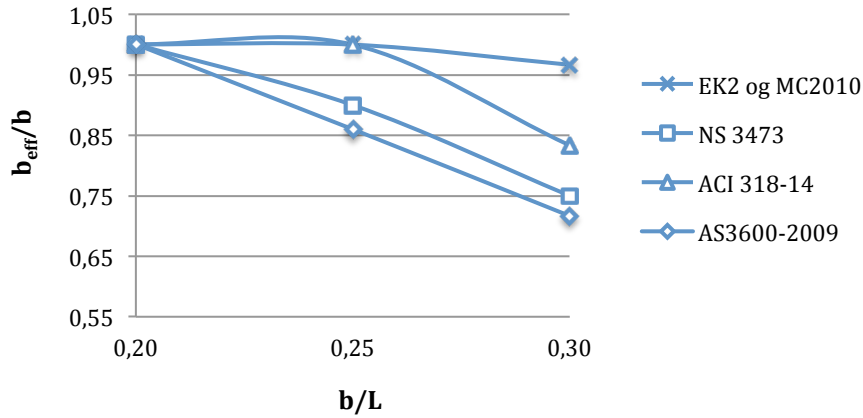
FIGUR 4-30: MÅL AV TVERRSNITT [MM]

TABELL 4-8: RESULTATER AV EFFEKTIV FLENSBREDDE FOR ULIKE REGELVERK

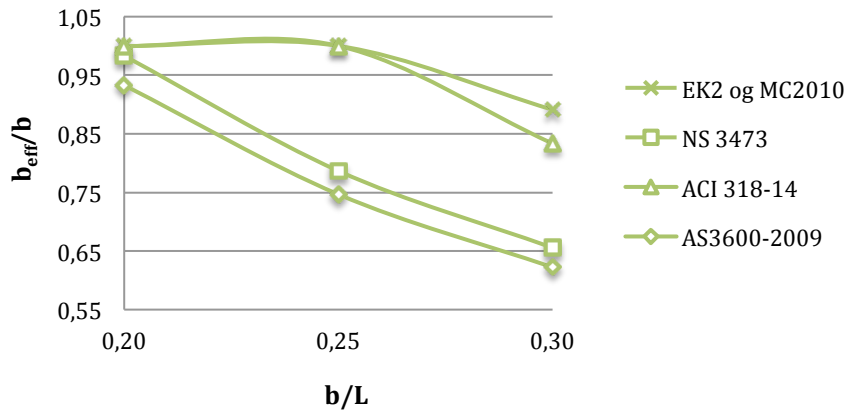
Regelverk	Effektiv flensbredde b_{eff} [mm]
Eurokode 2 og Model Code 2010	1604 (over spenn)
	944 (over støtte)
NS 3473	1180
ACI 318-14	1500
AS3600-2009	1120

Som det fremgår av tabellen vil Eurokode 2 og Model Code 2010 gi en større effektiv bredde enn de andre regelverkene. Dette kommer også tydelig frem av Figur 4-31, hvor alle resultatene er fremstilt grafisk. Her er regelverkene sammenlignet med formlene for effektiv flensbredde ved spennet. EK2 og MC10 gir som nevnt egne formler for området over støtten. Dette kan som vist i Tabell 4-8 gi den minste effektive bredden.

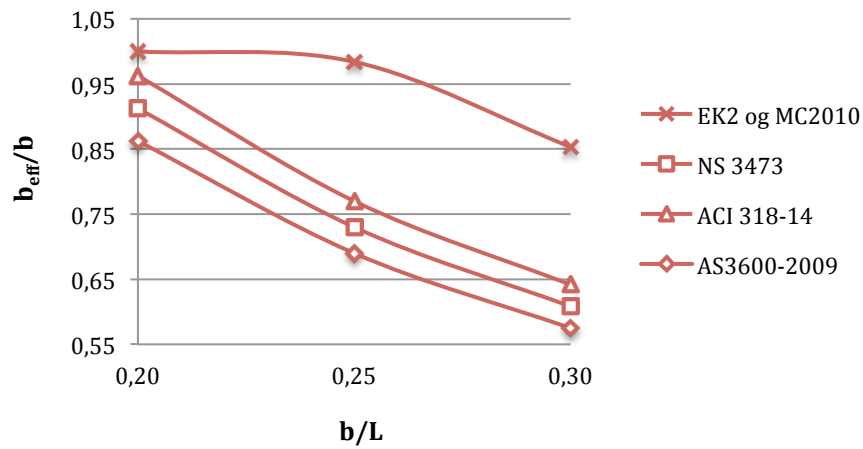
Tilfelle 1) $L/h = 10, b_w/h = 0,75, t/h = 0,40$



Tilfelle 2) $L/h = 15, b_w/h = 0,70, t/h = 0,30$



Tilfelle 3) $L/h = 20, b_w/h = 0,65, t/h = 0,20$



FIGUR 4-31: SAMMENLIGNING AV DE ULIKE REGELVERKENE

Figur 4-31 viser stor forskjell på regelverkene for de tre ulike bjelketilfellene. Felles for alle er at forholdet mellom den effektive flensbredden og den totale bredden b_{eff}/b , vil bli mindre desto større den totale bredden blir. Dette vil si at jo større bredde bjelken har, jo mindre vil den effektive flensbredden være i forhold til den totale bredden. Felles for alle regelverkene er også at dette forholdstallet blir mindre jo slankere bjelken blir (tilfelle 3).

Eurokoden og Model Code er de regelverkene som skiller seg mest ut på Figur 4-31. De har samme trend som resten av regelverkene der forholdet b_{eff}/b minker jo større bredden er, og jo slankere bjelken blir. Det er likevel disse som endrer seg minst. For tilfelle 1 er endringen minimal. Dette viser at det er EK2 og MC10 som generelt gir den største effektive flensbredden i forhold til bredden, av alle regelverkene. Det må nevnes at dette kun er den effektive flensbredden over spennet, da de resterende, gjeldende regelverkene ikke tar hensyn til den effektive bredden over støtten. Betraktes feltet over støtten, vil EK2 og MC10 gi den minste effektive bredden.

Den største forskjellen i effektiv flensbredde, fra kort bjelke (tilfelle 1) til slank bjelke (tilfelle 3), observeres for regelverket ACI. For tilfelle 1 og 2 ligger den nærmest EK2, men for tilfelle 3 har den falt mye. Dette viser at den nødvendige effektive flensbredden er betydelig mindre for slanke bjelker. Der $b/L = 0,25$ reduseres den effektive flensbredden med 23%.

Det regelverket som gir den generelt minste effektive bredden i forhold til den totale bredden er den australske standarden AS3600. Denne er veldig lik den eldre norske standarden NS3473. Dette observeres både fra resultatene i Figur 4-31 og fra formlene som er gitt i Tabell 4-7. Etter å ha betraktet resultatene kan det konkluderes med at EK2 og MC10 gir den beste utnyttelsen av det tilgjengelige tverrsnittet. Det faktum at de skiller mellom b_{eff} over spennvidden og over opplager, gjør det mulig å gi mer optimale formler for de ulike feltene av bjelken.

4.5 ELEMENTANALYSE AV TRYKKSPENNINGER PÅ EN T-BJELKE

4.5.1 BAKGRUNN

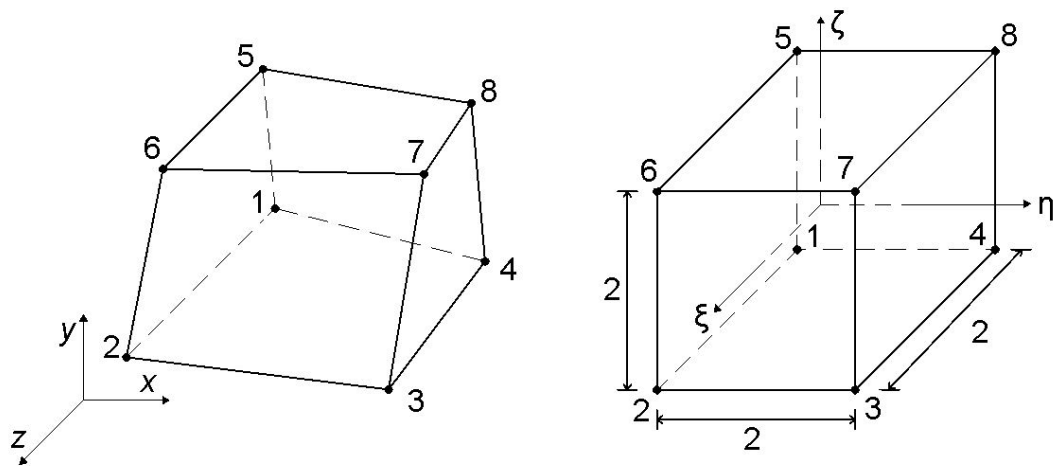
I dette avsnittet blir det sett nærmere på de virkelige spenningene som oppstår langs flensen i en T-bjelke utsatt for bøyning, ved hjelp av en elementanalyse. Det er ønskelig å se nærmere på sammenhengen mellom de virkelige spenningene og den effektive bredden. Formlene i EK2 skiller heller ikke mellom enkeltstående bjelker, eller om det er en T-bjelke som er del av et system. I det siste tilfellet vil flensene i teorien være fastholdt sideveis langs hele lengderetningen.

Først sammenlignes en effektiv bredde basert på en elementmodell med en tilsvarende effektiv bredde beregnet med formlene i EK2. Deretter blir spenningene som opptrer på en enkeltstående bjelke sammenlignet med en T-bjelke i et system.

4.5.2 ELEMENTMODELLEN

Nøyaktigheten av en elementanalyse avhenger blant annet av type- og antall elementer som brukes, og inndelingen av disse. Det er også viktig å kunne angi realistiske materialegenskaper og geometri i analysen. For urisset betong vil materialegenskapene være ganske enkle, men dette blir betydelig mer komplekst når det oppstår riss i betong og flyt i armering. Det er ikke tatt hensyn til armering og riss i denne analysen.

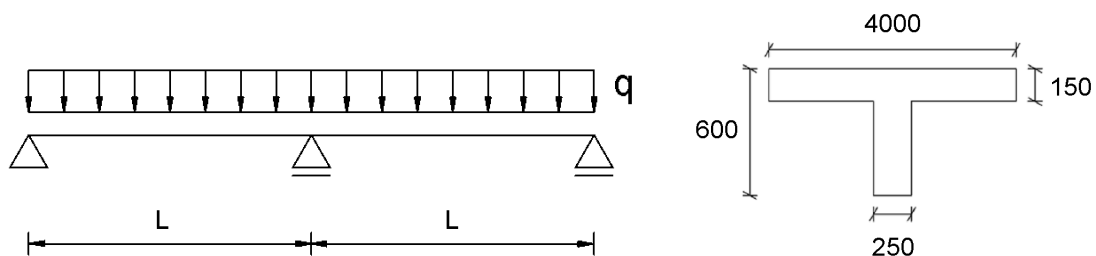
I analysen er det brukt Hex8-elementer som ofte blir referert til som "the eight-node brick element". Dette er et 3D-element bestående av 8 noder, med en node i hvert hjørne. Elementet har fordelen av at det kan ha en uregelmessig form hvis det er formulert som et isoparametrisk element (Bell 2013). Figur 4-32 viser det aktuelle elementet.



FIGUR 4-32: KARTESISK KOORDINAT SYSTEM OG LOKALT KOORDINATSYSTEM

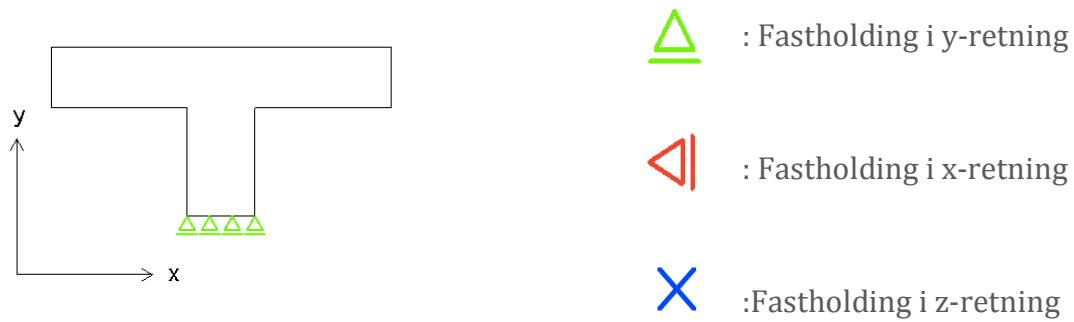
Stivhetsmatrisen til elementet blir integrert numerisk, med $2 \times 2 \times 2$ integrasjonspunkter. Hex8-elementet kan bli utsatt for effekten "shear locking", som ikke er ønskelig. Dette blir løst ved å bruke "incompatible modes" i analysen. Elementet kan da representere bøyning tilstrekkelig, så lenge geometrien ikke endres for mye fra den opprinnelige formen. Elementet beskriver seks spenninger, tre skjærspenninger og tre normalspenninger. Det er normalspenningen i bjelkens lengderetning, σ_z , som er interessant i denne sammenhengen. I analysen er E-modulen for betongen satt til 30GPa, Poisson's ratio er antatt å være 0,2 og elementstørrelsen er 75mm.

Det er benyttet en kontinuerlig bjelke over to like spenn på $L = 10\text{m}$, og mål på tverrsnittet som vist på Figur 4-33.

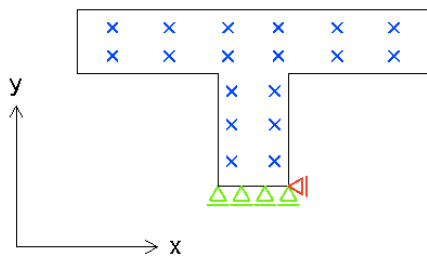


FIGUR 4-33: BJELKE MED JEVT FORDELT LAST OG TILHØRENDE TVERRSNITT MED MÅL [MM]

På grunn av symmetri er kun det ene spennet modellert, der opplageret i midten er fastholdt i hele snittet i bjelkens lengderetning. Fastholdingene ved ende og opplager er henholdsvis vist på Figur 4-34 og Figur 4-35.



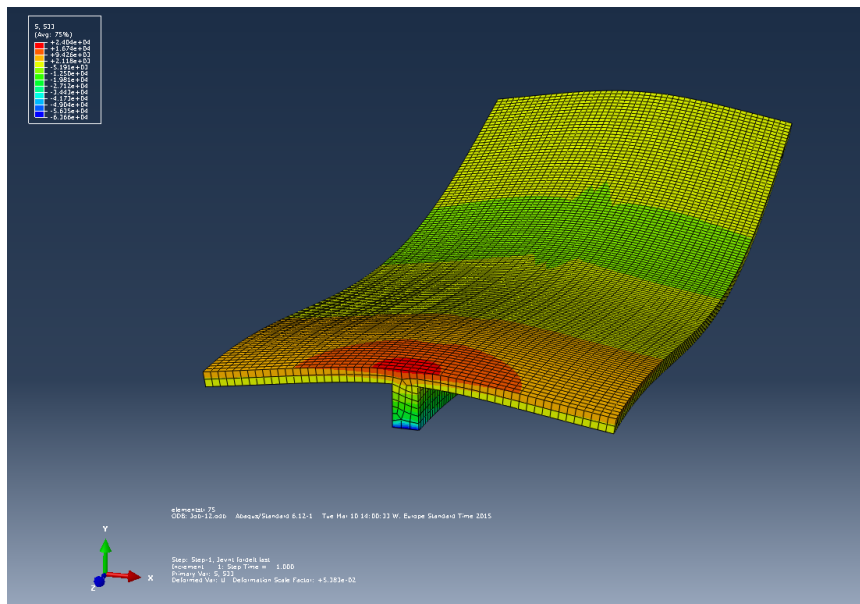
FIGUR 4-34: FASTHOLDING VED ENDE



FIGUR 4-35: FASTHOLDING VED OPPLAGER I MIDTEN

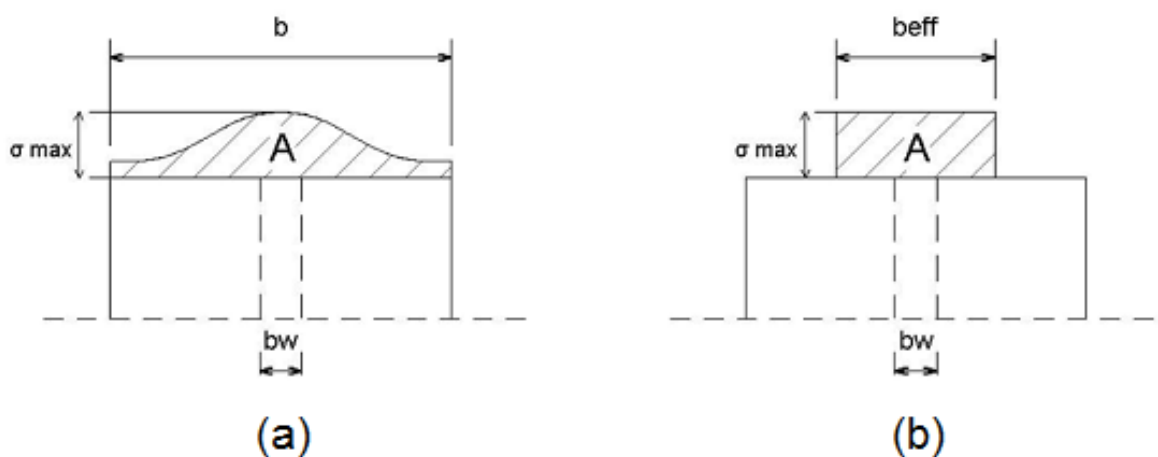
4.5.3 RESULTATER

Figur 4-36 viser hvordan normalspenningene fordeles seg langs flensbredden i snittet over midterste opplager. Skalaen på siden av figuren illustrerer spenningenes styrke i ulike farger, der den røde fargen tilsvarer de største trykkspenningene. Som forventet observeres det at spenningene er størst over steget, og minker gradvis langs flensene. Som figuren viser har noen av elementene rundt steget fått uregelmessig form ved inndelingen av elementene. Som tidligere nevnt er dette greit, da Hex8-elementet er formulert som et isoparametrisk element.



FIGUR 4-36: TRYKSPENNINGER LANGS FLENSEN I SNITT VED STØTTE

Arealet av spenningene som virker over hele flensebredden er sammenlignet med det tilsvarende arealet for den største spenningen over en effektiv bredde. Ut i fra dette blir b_{eff} regnet ut. Arealet av spenningene er illustrert i Figur 4-37.



FIGUR 4-37: AREALET AV SPENNINGENE SOM VIRKER LANGS FLENSEN

Arealet av opptredende spenninger over hele bredden, Figur 4-37(a):

$$A = 2 \int_0^{b/2} f(x) dx \quad (4.7)$$

Her er $f(x)$ funksjonen som beskriver spenningsfordelingen langs flensbredden. Ved beregning av arealet A i Figur 4-37(a), er bredden delt inn i flere søyler som representerer elementene. Bredden av hvert element er multiplisert med spenningen som virker på det aktuelle elementet, og til slutt er alle de små arealene summert. Denne metoden er benyttet fordi funksjonen for spenningsfordelingen langs flensen er ukjent. Det beregnede arealet vil derfor avvike litt fra det eksakte arealet.

Arealet av den største spenningen over en effektiv bredde (se Figur 4-37(b)):

$$A_{eff} = b_{eff} \sigma_{max} \quad (4.8)$$

Ved å sette disse arealene lik hverandre gis et uttrykk for b_{eff} :

$$A = A_{eff} \quad (4.9)$$

$$b_{eff} = \frac{A}{\sigma_{max}} \quad (4.10)$$

Tabell 4-9 viser resultatene av b_{eff} for elementmodellen og EK2. Beregningene av b_{eff} fra både elementanalysen og formlene i EK2 kan sees i vedlegg E.

TABELL 4-9: RESULTATER AV B_{EFF} FOR ELEMENTMODELLEN OG EK2

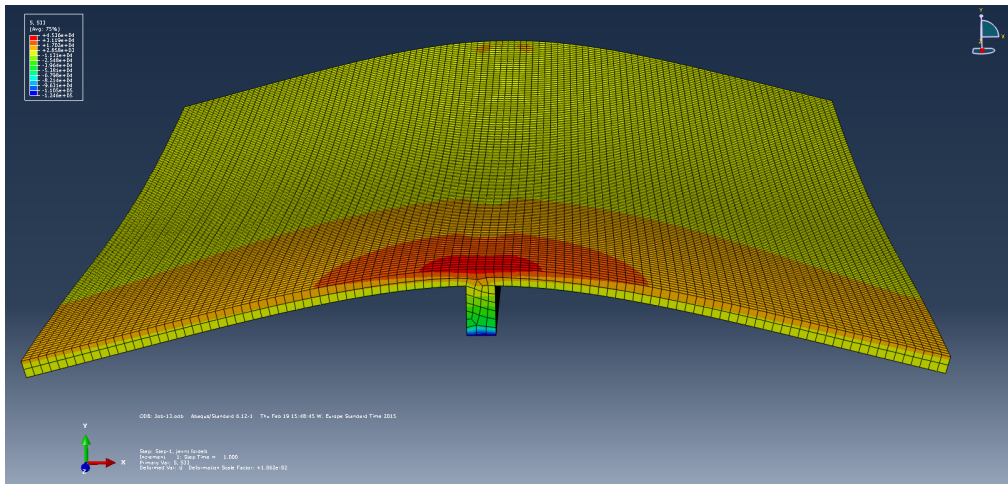
b [mm]	b_{eff} fra elementmodell [mm]	b_{eff} fra EK2 [mm]
4000	2425	1450
8000	4228	1450

Elementmodellen gir som forventet en større effektiv flensbredde over midtre opplager enn formlene i EK2. Denne forskjellen vil bli enda større dersom bredden på tverrsnittet økes, som vist i Tabell 4-9. Den nederste raden representerer tilsvarende tilfelle som Figur 4-33, der kun bredden er økt fra 4000 mm til 8000 mm. Som vist vil b_{eff} fra EK2 være lik for begge tilfellene. Lengden l_0 vil ikke endres, og begrenser derfor en økning av den effektive flensbredden i EK2 på grunn av leddet $0,2l_0$ i formel (4.2).

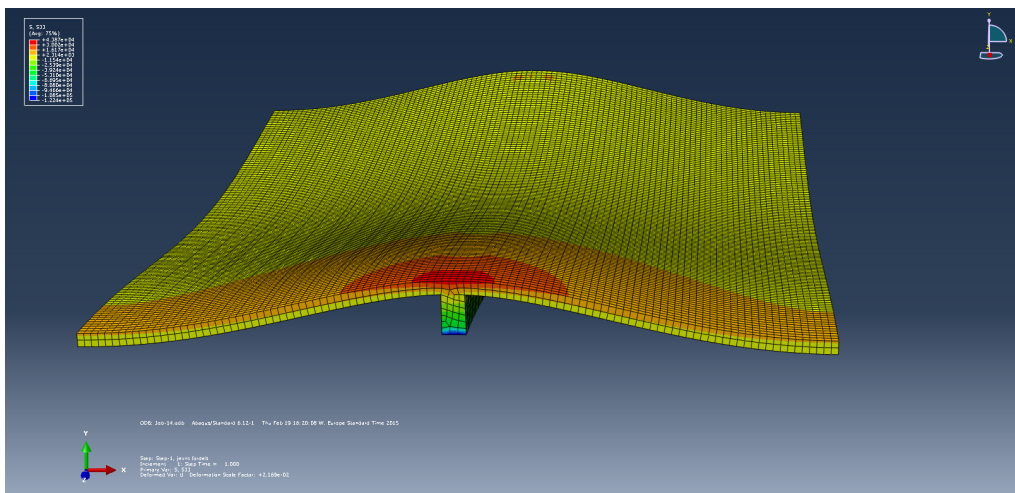
Resultatene fra elementanalysen viser at bruk av formlene i disse tilfellene vil føre til en sikker dimensjonering. Det viser også at det er rom for optimalisering av formlene i EK2 for brede tverrsnitt.

4.5.4 FORSKJELLEN PÅ ENKELTSTÅENDE T-BJELKER OG T-BJELKER SOM ER DEL AV ET SYSTEM

Formlene som er gitt i Eurokoden gjelder både for enkeltstående T-bjelker, og for T-bjelker som er dannet av et dekke som hviler på bjelker. EK2 gjør altså ingen forskjell i beregningen av effektiv flensbredde i de ulike tilfellene. I dette avsnittet er det sett nærmere på hvilken betydning denne forskjellen har for spenningene fra en elementanalyse. Bjelken som er analysert er tilsvarende den i forrige avsnitt, med bredde lik 8000 mm.



FIGUR 4-38: ENKELTSTÅENDE T-BJELKE



FIGUR 4-39: T-BJELKE FASTHOLDT LANGS SIDENE

Figur 4-38 og Figur 4-39 viser spenningene som opptrer langs flensen i snittet ved midterste opplager. Figur 4-38, som viser den enkeltstående bjelken, har høyere spenninger over et større område enn Figur 4-39. Det kan derfor tenkes at det vil være nødvendig med en mindre effektive bredde for den enkeltstående bjelken. Dette er det samme som Brendel konkluderte med i et mer omfattende studie fra 1964. Han skriver at den effektive flensbredden for bjelker i systemer er opp til 15% større enn for enkeltstående bjelker (Brendel 1964).

Da de effektive flensbreddene for dette tilfellet ble beregnet, viste resultatene det motsatte. Den effektive flensbredden ble størst for den enkeltstående bjelken. Det ble gjort flere forsøk med ulike bredder, men i alle tilfellene ble den effektive bredden størst for den enkeltstående bjelken. Dette er ikke det utfallet som var forventet. Forskjellen på de effektive flensbreddene var derimot minimale, noe som indikerer at den samme formelen kan benyttes for begge tilfeller.

4.6 OPPSUMMERING AV EFFEKTIV FLENSBREDDE

Hensikten med denne delen av oppgaven var å undersøke bakgrunnen for punktet om effektiv flensbredde i Eurokoden. I litteratursøket ble det ikke funnet noen utledning av de gjeldende formlene i regelverket. Det er et komplekst problem å finne kapasiteten av betong som blant annet baseres på den effektive flensbredden. Flensen i T-bjelken utgjør en plate, og utsettes for spenninger i flere retninger. Per i dag baseres formler ofte på omfattende eksperimenter og tester på området, fremfor teori (Nilson, Dolan et al. 2010). Det kan tenkes at formlene i regelverket er funnet ved en sannsynlighetsberegning basert på et stort antall bjelketilfeller med ulike dimensjoner og laster. En multiregresjonsanalyse av en stor mengde resultater vil kunne gi den formelen som stemmer best for de gitte resultatene.

Formlene som gjelder for effektiv flensbredde i Eurokode 2 gjelder for både bruks- og bruddgrensetilstand. Grunnen til dette er at det forutsettes at en lineær elastisk oppførsel er bevart. Dette vil kun være realistisk dersom betongen er urisnet og det ikke er flyt i armeringen. I tilfeller der dette ikke er oppfylt vil spenningene kunne omfordes over flensen. Eurokoden har forenklet valgt å se bort fra disse virkningene, og unngår derfor å lage egne formler for denne effekten. Videre antas også at duktiliteten er tilstrekkelig, uten noen videre kontroll. Dette er grunnen til at formlene kun baseres på betongtverrsnittets geometri, og ikke tar hensyn til armeringen.

Ved nærmere undersøkelse av lastens og geometriens betydning av effektiv flensbredde, er det tatt utgangspunkt i studiet av Utku og Aygar. Her kom det frem at ulike lasttilfeller har mer å si for den effektive bredden enn geometrien. Jevnt fordelt last gir 20% større effektiv bredde enn konsentrert last midt på spennet. Det som var felles for alle bjelkene i studiet var at bredden og lengden har større betydning for effektiv flensbredde enn de resterende dimensjonsløse parameterne.

Det er nettopp bredden og lengden som brukes ved beregning av effektiv flensbredde i Eurokoden. Type belastning er derimot ikke avgjørende. I denne sammenheng er det gitt en forenklet figur som kan brukes for alle lasttilfeller. Det er foretatt en rekke beregninger ved bruk av denne figuren for å sjekke formlenes gyldighet for ulike lasttilfeller. Resultatet viser at figuren i samtlige lasttilfeller som er undersøkt, fører til en kapasitet som er konservativ for feltene over opplagerne. Det er ofte nettopp støttemomentet som blir det mest kritiske. Det kan likevel være gunstig å finne l_0 fra

nøyaktig momentdiagram, også med tanke på optimalisering. Dette gjelder spesielt for last på utkrageren.

Det er undersøkt om det lønner seg å benytte en varierende stivhet i konstruksjonsanalysen for å redusere støttemomentet. Bjelkene ble modellert med varierende tverrsnitt for de ulike effektive flensbreddene. Etter flere iterasjoner var støttemomentet redusert med 5 % på det meste. Dette tyder på at det ikke er mye å hente ved å bruke varierende stivhet. Det vil derfor være gunstig å bruke en konstant bredde i konstruksjonsanalysen, slik det står i Eurokoden.

Sammenligningen av ulike regelverk viste at Eurokode 2 og Model Code 2010 gir den generelt største effektive flensbredden og er derav mest optimale. Dette kommer av at EK2 og MC10 er de eneste regelverkene som skiller mellom beregning av effektiv flensbredde ved spennet og støtten. Sett bort i fra dette viser det seg at formlene er relativt like for andre land som ikke bruker EK2. Sees det på tidligere regler før Eurokoden ble innført, er det heller ikke store endringer. Model Code er det nyeste regelverket, og sammenligningen viste at det ikke er forskjell på reglene for effektiv flensbredde i EK2 og MC10. Dette tyder på at ikke er noe ny utvikling på området.

Elementanalysen viste som forventet at formlene i EK2 gir en mindre effektiv flensbredde over midtre opplager enn beregningene basert på elementmodellen. Dette bekrefter at formlene i disse tilfellene er konservative. Det observeres også at forskjellen på b_{eff} fra EK2 og elementmodellen blir større jo større bredde av tverrsnittet. På et tidspunkt vil den effektive bredden basert på formlene i EK2 slutte å øke selv om bredden øker. Dette er fordi b_{eff} begrenses av faktoren $0,2l_0$ i formelen. Forholdet mellom b_{eff} og b vil i virkeligheten bli mindre etter hvert som bredden blir større, men b_{eff} har ingen grense. Dette tyder på at det er rom for optimalisering av formlene for effektiv flensbredde for store flensbredder.

5 KONKLUSJON

Hensikten med første del av oppgaven var å undersøke hvor stor betydning *punkt 6.1(5)* i Eurokode 2 har for momentkapasiteten til slakkarmerte T-tverrsnitt. Parameterstudiet som ble utført resulterte i konklusjonen at den praktiske nytten med punktet er tvilsom. Det er kun overarmerte tverrsnitt som får en reduksjon av momentkapasiteten. Denne reduksjonen er så liten (6-7%), at det i praksis vil være meningsløst å ta hensyn til punktet for slakkarmerte T-tverrsnitt. Dette stemmer overens med *Designers' guide to EN 1992-2* sin skepsis til punktet. Faktoren $\alpha_{cc} = 0,85$ kompenserer allerede for redusert kapasitet når det tas utgangspunkt i en idealisert spennings-tøyningssammenheng av betongen (Hendy and Smith 2007). *Pkt. 6.1(5)* er mer aktuelt for spennarmert betong, da slike tverrsnitt vil ha en større trykksone.

I andre del av oppgaven var det ønske om å finne bakgrunnen for reglene, og eventuelt en utledning av formlene for effektiv flensbredde. I litteratursøket ble det ikke funnet noen utledning av de gjeldende formlene i regelverket. En elementanalyse fra et tidligere studie viser midlertidig at bredden, lengden og typen belastning har mest å si for den effektive flensbredden. Det er nettopp bredden og lengden som inngår i formlene for b_{eff} i Eurokoden. Type belastning har derimot ikke direkte innvirkning på formlene, da EK2 gir en forenklet figur som benyttes for alle lasttilfeller. En nærmere undersøkelse av formlene i denne figuren viser at b_{eff} er konservativ for feltene over støtte. Siden det ofte er støttemomentet som er dimensjonerende, vil det derfor være trygt å forholde seg til forenklingene.

Det antas at formlene er funnet ved en multiregresjonsanalyse basert på effektiv flensbredde av en mengde ulike tilfeller, da teorien bak effektiv flensbredde er kompleks. En sammenligning med Model Code 2010 viser at det ikke er noen ny utvikling på området. Elementanalysen tyder likevel på at det kan være rom for å optimalisere formlene for effektiv flensbredde for store flensbredder.

REFERANSER

American Concrete Institute (2014). "ACI 318-14 Building Code Requirements for Structural Concrete".

Archi Expo. Foto: Reinforced Concrete Precast Core Floor Slab. (online) (Lest: 10.05.15). Tilgjengelig fra: http://img.archiexpo.com/images_ae/photo-g/reinforced-concrete-precast-core-floor-slab-126883-7470721.jpg

Arya, C. (2009). "Design of Structural Elements: Concrete, Steelwork, Masonry and Timber Designs to British Standards and Eurocodes". London, Spon Press.

Beeby, A. W. (1995). "Designers' handbook to Eurocode 2". London, Telford.

Bell, K. (2011). "Matrisestatikk: Statistiske beregninger av rammekonstruksjoner". Trondheim, Tapir akademisk forl.

Bell, K. (2013). "An engineering approach to finite element analysis of linear structural mechanics problems". Trondheim, Akademika Publ.

Brendel, G. (1964). "Strength of the Compression Slab of T-Beams Subject to Simple Bending".

Contiga. DT-elementer. (online) (Lest: 10.05.15). Tilgjengelig fra: <http://contiga.no/produkter/betong/dt-elementer/>

fib (2013). "fib Model Code for Concrete Structures 2010". Lausanne, Switzerland, Ernst & Sohn, Wiley brand.

Hendy, C. R. and D. A. Smith (2007). "Designers' guide to EN 1992-2 Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 2, Concrete bridges".

Jec Composites. Foto: Concrete Girder Bridge. (online) (Lest: 10.05.15). Tilgjengelig fra: http://www.jeccomposites.com/sites/default/files/content/BR3_300.jpg

Lenschow, R. (1985). "Betongkonstruksjoner: Grunnkurs". Trondheim, Tapir.

Loo, Y.C. and S. H. Chowdhury (2010). "Reinforced and Prestressed Concrete: Analysis and Design with Emphasis on Application of AS3600-2009".

Nilson, A. H., et al. (2010). "Design of Concrete Structures". Boston, McGraw-Hill.

Norges Standardiseringsforbund (NSF) (1989). "NS 3473 Prosjektering av betongkonstruksjoner. Beregnings- og konstruksjonsregler".

NTH Institutt for konstruksjonsteknikk (1995) "Prosjektering av betongkonstruksjoner etter NS-ENV 1992 og NS-ENV 206. (4) Bøyning og aksialkraft slanke trykkstaver".

NTNU Institutt for konstruksjonsteknikk (2003). "Stålkonstruksjoner: Profiler og formler". Trondheim, Tapir akademisk forl.

Precast Concrete Construction. Foto: Box-girder. (online) (Lest: 10.05.15). Tilgjengelig fra: <http://www.precastconcreteconstruction.com/category/box-girder>

Standard Norge (2008). "Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner, Del 1-1, Allmenne regler og regler for bygninger". Lysaker, Standard Norge.

Standards Australia International Ltd. (2009). "AS 3600-2009 Concrete Structures". Sydney, Standards Australia International Ltd.

Steel Construction. Foto: Multi-girder Composite Bridges. (online) (Lest: 10.05.15). Tilgjengelig fra: http://www.steelconstruction.info/Multi-girder_composite_bridges

Sørensen, S. I. (2010). "Betongkonstruksjoner : Beregning og dimensjonering etter Eurocode 2". Trondheim, Tapir akademisk forl.

Timoshenko, S. P. and J. N. Goodier (1970). "Theory of Elasticity". New York, McGraw-Hill.

Utku, M. and A. Aygar (2002). "Investigation of effective flange width formulas for T-beams". Proceedings of the sixth conference on Computational structures technology, Civil-Comp press.

Vollen, Ø. (2010). "Mekanikk for ingeniører : Statikk og fasthetslære". Bekkestua, NKI forl.

Wight, J. K. and J. G. MacGregor (2009). "Reinforced Concrete: Mechanics and Design". Upper Saddle River, N.J, Pearson/Prentice Hall.

VEDLEGG A - VERIFISERING AV BEREGNINGSARK FOR T-TVERRSNITT

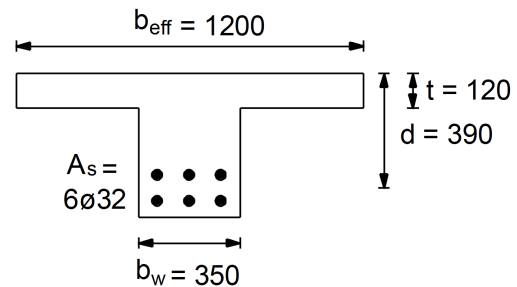
Figuren viser det aktuelle tverrsnittet med mål og mengde armering. Det er brukt betongkvalitet B25, $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$, $\gamma_s = 1,15$, $\gamma_c = 1,5$, $\alpha_{cc} = 0,85$ og $E_s = 200\,000 \text{ N/mm}^2$. I første del er det antatt at nøytralaksen ligger 172,7 mm fra toppen av flensen, det vil si $x = 172,7 \text{ mm}$.

$$A_s = 6\phi 32 = 4825,5 \text{ mm}^2$$

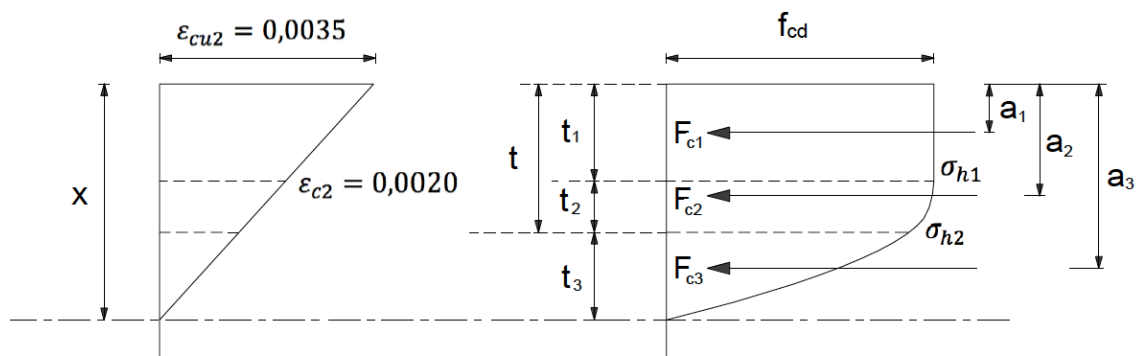
$$f_{cd} = \alpha_{cc} * \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0,85 * \frac{25}{1,5} = 14,17 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,8 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{434,8}{200\,000} = 2,17 \text{ ‰}$$



I første del av beregningene er momentkapasiteten funnet uten hensyn til begrensning av bruddtøyning.

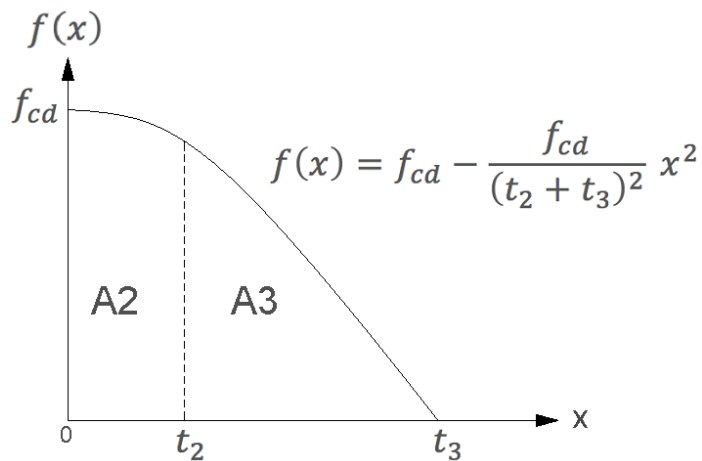


$$t_1 = \left(1 - \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{cu1}}\right) * x = \left(1 - \frac{2,0}{3,5}\right) * 172,7 = 74,0 \text{ mm}$$

$$t_2 = t - t_1 = 120 - 74,0 = 46,0 \text{ mm}$$

$$t_3 = x - t = 172,7 - 120 = 52,7 \text{ mm}$$

$$a_1 = \frac{t_1}{2} = \frac{74,0}{2} = 37,0 \text{ mm}$$



$$\begin{aligned} A_2 &= \int_{x=0}^{x=t_2} \left(f_{cd} - \frac{f_{cd}}{(t_2 + t_3)^2} x^2\right) dx = \left[f_{cd}x - \frac{f_{cd}}{3(t_2 + t_3)^2} x^3\right]_0^{t_2} \\ &= \left(14,17 * 46,0 - \frac{14,17}{3(46,0 + 52,7)^2} 46,0^3\right) - 0 = 604,6 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

x-kordinaten til tyngdepunktet av arealet A₂:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{1}{A_2} \int_{x=0}^{x=t_2} x \left(f_{cd} - \frac{f_{cd}}{(t_2 + t_3)^2} x^2\right) dx = \frac{1}{A_2} \left[\frac{1}{2} x^2 f_{cd} - \frac{f_{cd}}{4(t_2 + t_3)^2} x^4\right]_0^{t_2} \\ &= \frac{1}{604,6} \left[\left(\frac{1}{2} 46,0^2 * 14,17 - \frac{14,17}{4(46,0 + 52,7)^2} 46,0^4\right) - 0\right] = 22,1 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$a_2 = t_1 + x' = 74,0 + 22,1 = 96,1 \text{ mm}$$

$$f(x) = f_{cd} - \frac{f_{cd}}{(t_2 + t_3)^2} x^2$$

$$\begin{aligned}
A_3 &= \int_{x=t_2}^{x=t_2+t_3} \left(f_{cd} - \frac{f_{cd}}{(t_2 + t_3)^2} x^2 \right) dx = \left[f_{cd}x - \frac{f_{cd}}{3(t_2 + t_3)^2} x^3 \right]_{t_2}^{t_2+t_3} \\
&= \left(14,17 * (46,0 + 52,7) - \frac{14,17}{3(46,0 + 52,7)^2} (46,0 + 52,7)^3 \right) \\
&\quad - \left(14,17 * 46,0 - \frac{14,17}{3(46,0 + 52,7)^2} 46,0^3 \right) = 327,8 \text{ mm}^2
\end{aligned}$$

x-koordinaten til tyngdepunktet av arealet A_3 :

$$\begin{aligned}
x' &= \frac{1}{A_3} \int_{x=t_2}^{x=t_2+t_3} x \left(f_{cd} - \frac{f_{cd}}{(t_2 + t_3)^2} x^2 \right) dx = \frac{1}{A_3} \left[\frac{1}{2} x^2 f_{cd} - \frac{f_{cd}}{4(t_2 + t_3)^2} x^4 \right]_{t_2}^{t_2+t_3} \\
&= \frac{1}{327,8} \left[\left(\frac{1}{2} (46,0 + 52,7)^2 * 14,17 - \frac{14,17}{4(46,0 + 52,7)^2} (46,0 + 52,7)^4 \right) \right. \\
&\quad \left. - \left(\frac{1}{2} 46,0^2 * 14,17 - \frac{14,17}{4(46,0 + 52,7)^2} 46,0^4 \right) \right] = 64,5 \text{ mm}
\end{aligned}$$

$$a_3 = t_1 + x' = 74,0 + 64,5 = 138,5 \text{ mm}$$

$$\sigma_{h1} = f_{cd} = 14,17 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{h2} = f_{cd} - \frac{t_2^2}{(t_2 + t_3)^2} f_{cd} = 14,17 - \frac{46,0^2}{(46,0 + 52,7)^2} * 14,17 = 11,1 \text{ N/mm}^2$$

$$A_{rekt2} = f_{cd} t_2 = 14,17 * 46,0 = 651,8 \text{ mm}^2$$

$$A_{rekt3} = \sigma_{h2} t_3 = 11,1 * 52,7 = 585,0 \text{ mm}^2$$

$$F_{c1} = f_{cd} b_{eff} t_1 = 14,17 * 1200 * 74,0 / 1000 = 1258,3 \text{ kN}$$

$$F_{c2} = \frac{A_2}{A_{rekt2}} \sigma_{h1} b_{eff} t_2 = \frac{604,6}{651,8} * 14,17 * 1200 * 46,0 / 1000 = 725,5 \text{ kN}$$

$$F_{c3} = \frac{A_3}{A_{rekt3}} \sigma_{h2} b_w t_3 = \frac{327,8}{585,0} * 11,1 * 350 * 52,7 / 1000 = 114,7 \text{ kN}$$

$$F_c = F_{c1} + F_{c2} + F_{c3} = 1258,3 + 725,5 + 114,7 = 2098,5 \text{ kN}$$

$$\varepsilon_s = \left(\frac{d - x}{x} \right) \varepsilon_{cu} = \frac{390 - 172,7}{172,7} * 3,5 = 4,40 \text{ ‰}$$

$$\sigma_s = if(\varepsilon_s < \varepsilon_{yd}; E_s \varepsilon_s; f_{yd}) = f_{yd} = 434,8 \text{ N/mm}^2$$

$$F_s = \sigma_s A_s = 434,8 * 4825,5 / 1000 = 2098,1 \text{ kN}$$

$$\sum F_c - F_s = 0,4 \approx 0$$

Ser at summen av kreftene i trykksonen blir lik strekkraften i strekkarmeringen, og slipper derfor å anta ny plassering av nøytralaksen. Momentkapasiteten blir:

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= F_s d - F_{c1} a_1 - F_{c2} a_2 - F_{c3} a_3 \\ &= (2098,1 * 390 - 1258,3 * 37,0 - 725,5 * 96,1 - 114,7 * 138,5) / 1000 \\ &= 686,1 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$x = 172,7 \text{ mm} > 1,33t = 1,33 * 120 = 159,6 \text{ mm}$$

Siden nøytralaksen for tverrsnittet ligger mer enn 1,33t fra trykkrand, blir det i andre del av beregningene funnet en redusert momentkapasitet hvor det er tatt hensyn til begrensning av bruddtøyning. Høyden av trykksonen vil i dette tilfelle være noe større enn i forrige del av beregningene. Ny antatt trykksonehøyde er $x = 191,7 \text{ mm}$.

$$t_1 = \left(1 - \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}}\right) * t = \left(1 - \frac{2,0}{3,5}\right) * 120 = 51,4 \text{ mm}$$

$$t_2 = t - t_1 = 120 - 51,4 = 68,6 \text{ mm}$$

$$t_3 = x - t = 191,7 - 120 = 71,7 \text{ mm}$$

Den reduserte bruddtøyningen blir:

$$\varepsilon_{cu,red} = \frac{x}{t_2 + t_3} \varepsilon_{c2} = \frac{191,7}{68,6 + 71,7} * 2,0 = 2,73 \text{ ‰}$$

$$a_1 = \frac{t_1}{2} = \frac{51,4}{2} = 25,7 \text{ mm}$$

$$f(x) = f_{cd} - \frac{f_{cd}}{(t_2 + t_3)^2} x^2$$

$$\begin{aligned} A_2 &= \int_{x=0}^{x=t_2} \left(f_{cd} - \frac{f_{cd}}{(t_2 + t_3)^2} x^2\right) dx = \left[f_{cd} x - \frac{f_{cd}}{3(t_2 + t_3)^2} x^3\right]_0^{t_2} \\ &= \left(14,17 * 68,6 - \frac{14,17}{3(68,6 + 71,7)^2} 68,6^3\right) - 0 = 894,6 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

$$x' = \frac{1}{A_2} \int_{x=0}^{x=t_2} x \left(f_{cd} - \frac{f_{cd}}{(t_2 + t_3)^2} x^2 \right) dx = \frac{1}{A_2} \left[\frac{1}{2} x^2 f_{cd} - \frac{f_{cd}}{4(t_2 + t_3)^2} x^4 \right]_0^{t_2}$$

$$= \frac{1}{894,6} \left[\left(\frac{1}{2} 68,6^2 * 14,17 - \frac{14,17}{4(68,6 + 71,7)^2} 68,6^4 \right) - 0 \right] = 32,8 \text{ mm}$$

$$a_2 = t_1 + x' = 51,4 + 32,8 = 84,2 \text{ mm}$$

$$A_3 = \int_{x=t_2}^{x=t_2+t_3} \left(f_{cd} - \frac{f_{cd}}{(t_2 + t_3)^2} x^2 \right) dx = \left[f_{cd} x - \frac{f_{cd}}{3(t_2 + t_3)^2} x^3 \right]_{t_2}^{t_2+t_3}$$

$$= \left(14,17 * (68,6 + 71,7) - \frac{14,17}{3(68,6 + 71,7)^2} (68,6 + 71,7)^3 \right)$$

$$- \left(14,17 * 68,6 - \frac{14,17}{3(68,6 + 71,7)^2} 68,6^3 \right) = 430,8 \text{ mm}^2$$

$$x' = \frac{1}{A_3} \int_{x=t_2}^{x=t_2+t_3} x \left(f_{cd} - \frac{f_{cd}}{(t_2 + t_3)^2} x^2 \right) dx = \frac{1}{A_3} \left[\frac{1}{2} x^2 f_{cd} - \frac{f_{cd}}{4(t_2 + t_3)^2} x^4 \right]_{t_2}^{t_2+t_3}$$

$$= \frac{1}{430,8} \left[\left(\frac{1}{2} (68,6 + 71,7)^2 * 14,17 - \frac{14,17}{4(68,6 + 71,7)^2} (68,6 + 71,7)^4 \right) \right.$$

$$\left. - \left(\frac{1}{2} 68,6^2 * 14,17 - \frac{14,17}{4(68,6 + 71,7)^2} 68,6^4 \right) \right] = 93,7 \text{ mm}$$

$$a_3 = t_1 + x' = 51,4 + 93,7 = 145,1 \text{ mm}$$

$$\sigma_{h1} = f_{cd} = 14,17 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{h2} = f_{cd} - \frac{t_2^2}{(t_2 + t_3)^2} f_{cd} = 14,17 - \frac{68,6^2}{(68,6 + 71,7)^2} * 14,17 = 10,8 \text{ N/mm}^2$$

$$A_{rekt2} = f_{cd} t_2 = 14,17 * 68,6 = 972,1 \text{ mm}^2$$

$$A_{rekt3} = \sigma_{h2} t_3 = 10,8 * 71,7 = 774,4 \text{ mm}^2$$

$$F_{c1} = f_{cd} b_{eff} t_1 = 14,17 * 1200 * 51,4 / 1000 = 874,0 \text{ kN}$$

$$F_{c2} = \frac{A_2}{A_{rekt2}} \sigma_{h1} b_{eff} t_2 = \frac{894,6}{972,1} * 14,17 * 1200 * 68,6 / 1000 = 1073,5 \text{ kN}$$

$$F_{c3} = \frac{A_3}{A_{rekt3}} \sigma_{h2} b_w t_3 = \frac{430,8}{774,4} * 10,8 * 350 * 71,7 / 1000 = 150,8 \text{ kN}$$

$$F_c = F_{c1} + F_{c2} + F_{c3} = 874,0 + 1073,5 + 150,8 = 2098,3 \text{ kN}$$

$$\varepsilon_s = \left(\frac{d - x}{x} \right) \varepsilon_{cu,red} = \frac{390 - 191,7}{191,7} * 2,73 = 2,82 \text{ ‰}$$

$$\sigma_s = if(\varepsilon_s < \varepsilon_{yd}; E_s \varepsilon_s; f_{yd}) = f_{yd} = 434,8 \text{ N/mm}^2$$

$$F_s = \sigma_s A_s = 434,8 * 4825,5 / 1000 = 2098,1 \text{ kN}$$

$$\sum F_c - F_s = 0,2 \approx 0$$

Summen av kreftene i trykksonen blir lik strekkraften i strekkarmeringen. Den antatte trykksonehøyden er riktig og slipper videre iterasjoner. Endelig momentkapasitet med hensyn til *pkt.6.1(5)* i EK2 blir:

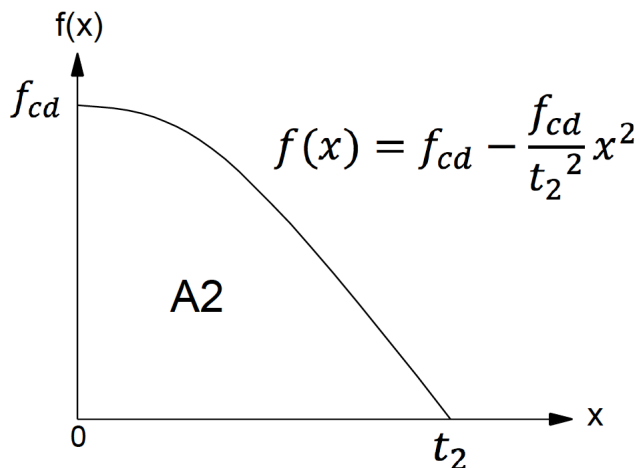
$$\begin{aligned} M_{Rd} &= F_s d - F_{c1} a_1 - F_{c2} a_2 - F_{c3} a_3 \\ &= (2098,1 * 390 - 874,0 * 25,7 - 1073,5 * 84,2 - 150,8 * 145,1) / 1000 \\ &= 683,5 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Reduksjonen av momentkapasiteten utgjør kun 0,4 %.

$$t_1 = \left(1 - \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{cu1}}\right) * x = \left(1 - \frac{2,0}{3,5}\right) * 245,4 = 105,2 \text{ mm}$$

$$t_2 = x - t_1 = 245,4 - 105,2 = 140,2 \text{ mm}$$

$$a_1 = \frac{t_1}{2} = \frac{105,2}{2} = 52,6 \text{ mm}$$



$$\begin{aligned} A_2 &= \int_{x=0}^{x=t_2} \left(f_{cd} - \frac{f_{cd}}{t_2^2} x^2\right) dx = \left[f_{cd}x - \frac{f_{cd}}{3(t_2)^2} x^3\right]_0^{t_2} \\ &= \left(17,0 * 140,2 - \frac{17,0}{3(140,2)^2} 140,2^3\right) - 0 = 1588,9 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

x-koordinaten til tyngdepunktet av arealet A_2 :

$$\begin{aligned} x' &= \frac{1}{A_2} \int_{x=0}^{x=t_2} x \left(f_{cd} - \frac{f_{cd}}{t_2^2} x^2\right) dx = \frac{1}{A_2} \left[\frac{1}{2} x^2 f_{cd} - \frac{f_{cd}}{4(t_2)^2} x^4\right]_0^{t_2} \\ &= \frac{1}{1588,9} \left[\left(\frac{1}{2} 140,2^2 * 17,0 - \frac{17,0}{4(140,2)^2} 140,2^4\right) - 0\right] = 52,6 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$a_2 = t_1 + x' = 105,2 + 52,6 = 157,8 \text{ mm}$$

$$\sigma_{h1} = f_{cd} = 17,0 \text{ N/mm}^2$$

$$A_{rekt2} = f_{cd} t_2 = 17,0 * 140,2 = 2383,4 \text{ mm}^2$$

$$F_{c1} = f_{cd} b_{eff} t_1 = 17,0 * 350 * 105,2/1000 = 625,9 \text{ kN}$$

$$F_{c2} = \frac{A_2}{A_{rekt2}} \sigma_{h1} b_{eff} t_2 = \frac{1588,9}{2383,4} * 17,0 * 350 * 140,2/1000 = 556,1 \text{ kN}$$

$$F_c = F_{c1} + F_{c2} = 625,9 + 556,1 = 1182,0 \text{ kN}$$

$$\varepsilon_s' = \frac{x - d'}{x} \varepsilon_{cu} = \frac{245,4 - 68}{245,4} * 3,5 = 2,53 \text{ ‰}$$

$$\sigma_s' = if(\varepsilon_s' < \varepsilon_{yd}; E_s \varepsilon_s'; f_{yd}) = f_{yd} = 434,8 \text{ N/mm}^2$$

$$F_s' = \sigma_s' A_s' = 434,8 * 226,2/1000 = 98,4 \text{ kN}$$

$$\sum F_c + F_s' = 1182,0 + 98,4 = 1280,4 \text{ kN}$$

$$\varepsilon_s = \left(\frac{d - x}{x} \right) \varepsilon_{cu} = \frac{497 - 245,4}{245,4} * 3,5 = 3,59 \text{ ‰}$$

$$\sigma_s = if(\varepsilon_s < \varepsilon_{yd}; E_s \varepsilon_s; f_{yd}) = f_{yd} = 434,8 \text{ N/mm}^2$$

$$F_s = \sigma_s A_s = 434,8 * 2945,2/1000 = 1280,6 \text{ kN}$$

$$\sum F_c + F_s' - F_s = 0,2 \approx 0$$

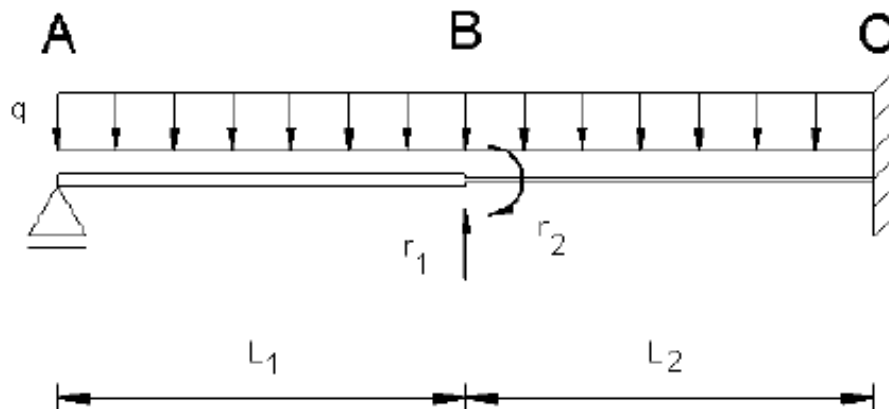
Ser at summen av kreftene i trykksonen blir lik strekkraften i strekkarmeringen, og slipper derfor å anta ny plassering av nøytralaksen. Momentkapasiteten blir:

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= F_s d - F_{c1} a_1 - F_{c2} a_2 - F_s' d' \\ &= 1280,6 * 497 - 625,9 * 52,6 - 556,1 * 157,8 - 98,4 * 68/1000 \\ &= 509,1 \text{ kNm} \end{aligned}$$

VEDLEGG C - BEREGNING AV STØTTEMOMENT FOR BJELKE MED FORSKJELLIG STIVHET

Vedlegget viser kun beregninger for første tilfellet der stivheten er lik over hele bjelken med jevnt fordelt last. Resten av utregningene gjøres på tilsvarende måte som vist under.

Konstant stivhet:



E-modul: $E := 30000$

Total lengde: $l := 10$

Last: $q := 50$

Starter med å anta lengdene:

$l_1 := 5$

$l_2 := 5$

Stivhet bjelke AB:

Tverrsnitt:

$b_{AB} := 8000$

$t := 250$

$h := 550$

$b_w := 250$

$$\begin{array}{l} \text{Steg:} \quad b_1 := b_w \quad h_1 := h - t \quad A_1 := b_1 \cdot h_1 \quad y_1 := \frac{h_1}{2} \\ \text{Flens:} \quad b_2 := b_{AB} \quad h_2 := t \quad A_2 := b_2 \cdot h_2 \quad y_2 := \frac{h_2}{2} + h_1 \end{array}$$

Tyngdepunktsaksen:

$$y_0 := \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_1 + A_2} = 415 \quad (\text{ligger i flensen})$$

Steiners formel:

$$I_{x01} := \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} = 562.5 \times 10^6$$

$$I_{x02} := \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} = 1.042 \times 10^{10}$$

$$I_{AB} := I_{x01} + A_1 \cdot (y_0 - y_1)^2 + I_{x02} + A_2 \cdot (y_2 - y_0)^2 = 1.645 \times 10^{10}$$

$$E \cdot I_{AB} = 4.934 \times 10^{14}$$

Stivhet bjelke BC:

Tverrsnitt:

$$b_{BC} := 8000 \quad t := 250 \quad h := 550 \quad b_w := 250$$

$$\text{Steg:} \quad b_1 := b_w \quad h_1 := h - t \quad A_1 := b_1 \cdot h_1 \quad y_1 := \frac{h_1}{2}$$

$$\text{Flens:} \quad b_2 := b_{BC} \quad h_2 := t \quad A_2 := b_2 \cdot h_2 \quad y_2 := \frac{h_2}{2} + h_1$$

Tyngdepunktsaksen:

$$y_0 := \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_1 + A_2} = 415 \quad (\text{ligger i flensen})$$

Steiners formel:

$$I_{x01} := \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} = 562.5 \times 10^6$$

$$I_{x02} := \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} = 1.042 \times 10^{10}$$

$$I_{BC} := I_{x01} + A_1 \cdot (y_0 - y_1)^2 + I_{x02} + A_2 \cdot (y_2 - y_0)^2 = 1.645 \times 10^{10}$$

$$E \cdot I_{BC} = 4.934 \times 10^{14}$$

Endelig stivhetsmatrise:

$$k := \begin{pmatrix} \frac{3 \cdot E \cdot I_{AB}}{l_1^3} + \frac{12 \cdot E \cdot I_{BC}}{l_2^3} & \frac{3 \cdot E \cdot I_{AB}}{l_1^2} - \frac{6 \cdot E \cdot I_{BC}}{l_2^2} \\ \frac{3 \cdot E \cdot I_{AB}}{l_1^2} - \frac{6 \cdot E \cdot I_{BC}}{l_2^2} & \frac{3 \cdot E \cdot I_{AB}}{l_1} + \frac{4 \cdot E \cdot I_{BC}}{l_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5.921 \times 10^{13} & -5.921 \times 10^{13} \\ -5.921 \times 10^{13} & 6.907 \times 10^{14} \end{pmatrix}$$

$$R_0 := \begin{pmatrix} \frac{5}{8} \cdot q \cdot l_1 + \frac{1}{2} \cdot q \cdot l_2 \\ \frac{1}{8} \cdot q \cdot l_1^2 - \frac{1}{12} \cdot q \cdot l_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 281.25 \\ 52.083 \end{pmatrix}$$

$$R_w := -R_0 = \begin{pmatrix} -281.25 \\ -52.083 \end{pmatrix}$$

$$r := k^{-1} \cdot R = \begin{pmatrix} -5.278 \times 10^{-12} \\ -5.278 \times 10^{-13} \end{pmatrix}$$

Tilbakesubstitusjon, komplementærløsning:

$$V_{BAk} := \frac{3 \cdot E \cdot I_{AB}}{l_1^3} \cdot r_1 + \frac{3 \cdot E \cdot I_{AB}}{l_1^2} \cdot r_2 = -93.75$$

$$V_{Ak} := -V_{BAk} = 93.75$$

$$V_{BC,k} := \frac{12 \cdot E \cdot I_{BC}}{l_2^3} \cdot r_1 - \frac{6E \cdot I_{BC}}{l_2^2} \cdot r_2 = -187.5$$

$$V_{C,k} := -V_{BC,k} = 187.5$$

$$M_{BA,k} := \frac{3 \cdot E \cdot I_{AB}}{l_1^2} \cdot r_1 + \frac{3E \cdot I_{AB}}{l_1} \cdot r_2 = -468.75$$

$$M_{BC,k} := -\frac{6E \cdot I_{BC}}{l_2^2} \cdot r_1 + \frac{4 \cdot E \cdot I_{BC}}{l_2} \cdot r_2 = 416.667$$

$$M_{C,k} := -\frac{6 \cdot E \cdot I_{BC}}{l_2^2} \cdot r_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4 \cdot E \cdot I_{BC}}{l_2} \cdot r_2 = 520.833$$

Partikulærløsning:

$$V_{BA,p} := \frac{5 \cdot q \cdot l_1}{8} = 156.25$$

$$V_{A,p} := q \cdot l_1 - V_{BA,p} = 93.75$$

$$V_{BC,p} := \frac{q \cdot l_2}{2} = 125$$

$$V_{C,p} := V_{BC,p} = 125$$

$$M_{BA,p} := \frac{q \cdot l_1^2}{8} = 156.25$$

$$M_{BC,p} := -\frac{q \cdot l_2^2}{12} = -104.167$$

$$M_{C,p} := \frac{q \cdot l_2^2}{12} = 104.167$$

Totalt skjær:

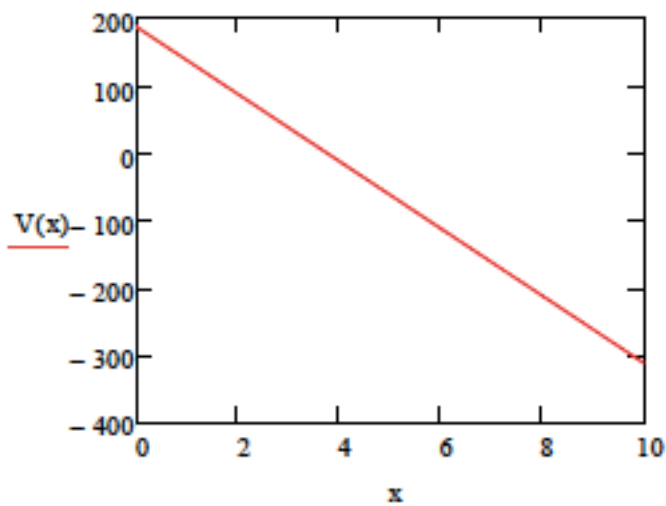
$$V_A := V_{A,k} + V_{A,p} = 187.5$$

$$V_{BA} := V_{BA,k} + V_{BA,p} = 62.5$$

$$V_{BC} := V_{BC,k} + V_{BC,p} = -62.5$$

$$V_C := V_{C,k} + V_{C,p} = 312.5$$

$$V(x) := V_A - q \cdot x$$



Totalt moment:

$$M_{BA} := M_{BA,k} + M_{BA,p} = -312.5$$

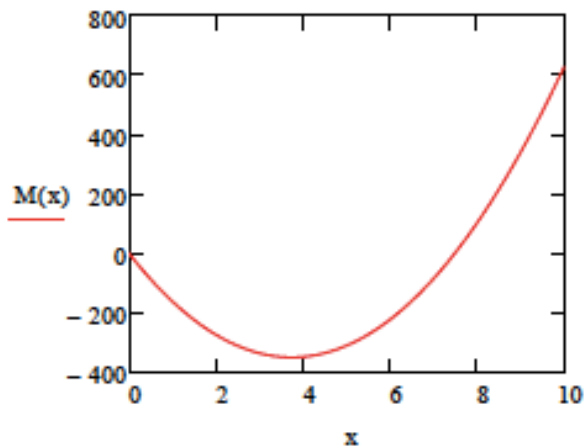
$$M_{BC} := M_{BC,k} + M_{BC,p} = 312.5$$

$$M_C := M_{C,k} + M_{C,p} = 625$$

Støttemoment blir altså:

$$M_{\text{stotte}} := M_C = 625$$

$$M(x) := -\left(V_A x - \frac{q \cdot x^2}{2} \right)$$



$$M(x) = 0$$

$$(V_A - qx/2)x = 0$$

$$x := \frac{2V_A}{q} = 7.5$$

Setter $l_1 =$ ny x i neste iterasjon

1. iterasjon:

Nye lengder:

$$l_{1n} := x = 7.5$$

$$l_{2n} := l - l_1 = 2.5$$

EK2 gir nye bredder:

b_{eff} for feltet)

$$b_i := \frac{b_{AB} - b_w}{2} = 3875$$

$$0.2 \cdot b_i = 775$$

$$0.1 \cdot (l_1 \cdot 10^3) = 750$$

$$b_{\text{eff.iA}} := 0.2 \cdot b_i + 0.1 \cdot (l_1 \cdot 10^3) = 1525$$

$$b_{\text{eff.iB}} := 0.2 \cdot (l_1 \cdot 10^3) = 1500$$

$$b_{\text{eff.i}} := \text{if}(b_{\text{eff.iA}} < b_{\text{eff.iB}}, b_{\text{eff.iA}}, b_{\text{eff.iB}}) = 1500$$

$$b_{\text{eff.i}} := \text{if}(b_{\text{eff.i}} < b_i, b_{\text{eff.i}}, b_i) = 1500$$

$$b_{\text{eff.felt}} := 2 \cdot b_{\text{eff.i}} + b_w = 3250$$

$$b_{\text{eff.felt}} := \text{if}(b_{\text{eff.felt}} < b_{AB}, b_{\text{eff.felt}}, b_{AB}) = 3250$$

Ny bredde for bjelke AB: $b_{AB} := b_{\text{eff.felt}} = 3250$

b_{eff} for området over støtten)

$$b_i := \frac{b_{BC} - b_w}{2} = 3875$$

$$0.2 \cdot b_i = 775$$

$$0.1 \cdot (2l_2 \cdot 10^3) = 500$$

Siden vi forenklet har sett på halve bjelken, blir avstanden mellom momentnullpunktene $2 \cdot l_2$

$$b_{\text{eff.iA}} := 0.2 \cdot b_i + 0.1 \cdot (2l_2 \cdot 10^3) = 1275$$

$$b_{\text{eff.iB}} := 0.2 \cdot (2l_2 \cdot 10^3) = 1000$$

$$b_{\text{eff.i}} := \text{if}(b_{\text{eff.iA}} < b_{\text{eff.iB}}, b_{\text{eff.iA}}, b_{\text{eff.iB}}) = 1000$$

$$b_{\text{eff.i}} := \text{if}(b_{\text{eff.i}} < b_i, b_{\text{eff.i}}, b_i) = 1000$$

$$b_{\text{eff.stotte}} := 2 \cdot b_{\text{eff.i}} + b_w = 2250$$

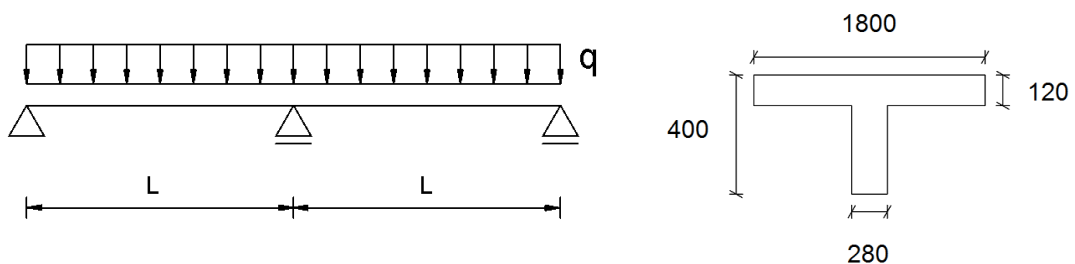
$$b_{\text{eff.stotte}} := \text{if}(b_{\text{eff.stotte}} < b_{BC}, b_{\text{eff.stotte}}, b_{BC}) = 2250$$

Ny bredde for bjelke BC: $b_{BC} := b_{\text{eff.stotte}} = 2250$

Videre brukes de nye breddene og lengdene til å finne nye lengder og nytt støttemoment på tilsvarende måte. Utregningene blir det samme som over, og er derfor bare vist en gang.

VEDLEGG D - EKSEMPEL: SAMMENLIGNING AV DE ULIKE REGELVERKENE

Det er tatt utgangspunkt i statikken vist i Figur 4-29. Under er utregningene for ett av de ni tilfellene vist. Dette er tilfelle 2 der $b/L = 0,30$, som gir en lengde $L = 6000\text{mm}$ og parameterverdier som vist i Figur 4-30.



EUROKODE 2 OG MODEL CODE 2010

Ved spenn:

$$l_0 = 0,85 l = 0,85 * 6000 = 5100\text{mm}$$

$$b_{eff,i} \leq b_i = \frac{b - b_w}{2} = \frac{1800 - 280}{2} = 760\text{mm}$$

$$b_{eff,i} \leq 0,2 b_i + 0,1 l_0 = 0,2 * 760 + 0,1 * 5100 = 662\text{mm}$$

$$b_{eff,i} \leq 0,2 l_0 = 0,2 * 5100 = 1020\text{mm}$$

$$b_{eff,i} = 662\text{mm}$$

$$b_{eff} = 2 b_{eff,i} + b_w = 2 * 662 + 280 = \mathbf{1604\text{mm}}$$

Over støtte:

$$l_0 = 0,15 (l_1 + l_2) = 0,15 * (6000 + 6000) = 1800mm$$

$$b_{eff,i} \leq b_i = \frac{b - b_w}{2} = \frac{1800 - 280}{2} = 760mm$$

$$b_{eff,i} \leq 0,2 b_i + 0,1 l_0 = 0,2 * 760 + 0,1 * 1800 = 332mm$$

$$b_{eff,i} \leq 0,2 l_0 = 0,2 * 1800 = 360mm$$

$$b_{eff,i} = 332mm$$

$$b_{eff} = 2 b_{eff,i} + b_w = 2 * 332 + 280 = \mathbf{944mm}$$

NS 3473

Regner effektiv flenbredde kun der flensen er i trykksonen, altså over spennet.

$$b_{eff,i} \leq b_i = \frac{b - b_w}{2} = \frac{1800 - 280}{2} = 760mm$$

Formelsamling gir: (NTNU Institutt for konstruksjonsteknikk 2003)

$$V_A = 0,375 ql$$

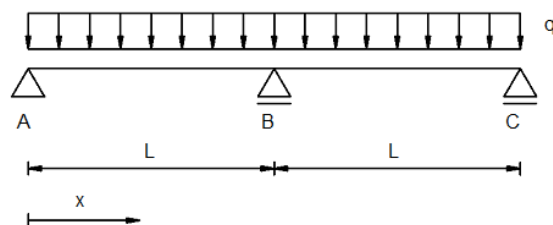
For x mellom 0 og L:

$$V(x) = V_A - qx$$

$$M(x) = - \left(V_A x - \frac{qx^2}{2} \right)$$

$$M(x) = 0:$$

$$x = \frac{2 V_A}{q} = \frac{2 * 0,375 ql}{q} = 0,75 l$$



$$l_0 = x = 0,75 l = 0,75 * 6000 = 4500mm$$

$$b_{eff,i} \leq 0,1 l_0 = 0,1 * 4500 = 450mm$$

$$b_{eff,i} \leq 8 t = 8 * 280 = 2240mm$$

$$b_{eff,i} = 450mm$$

$$b_{eff} = 2 b_{eff,i} + b_w = 2 * 450 + 280 = \mathbf{1180mm}$$

ACI 318-14

$$b_{eff} \leq \frac{l}{4} = \frac{6000}{4} = 1500mm$$

$$b_{eff} \leq b_w + 16 t = 280 + (16 * 120) = 2200mm$$

$$b_{eff} \leq b = 1800mm$$

$$b_{eff} = \mathbf{1500mm}$$

AS3600-2009

Kontinuerlig bjelke:

$$l_0 = 0,7 l = 0,7 * 6000 = 4200mm$$

$$b_{eff} \leq b_w + 0,2 l_0 = 280 + (0,2 * 4200) = 1120mm$$

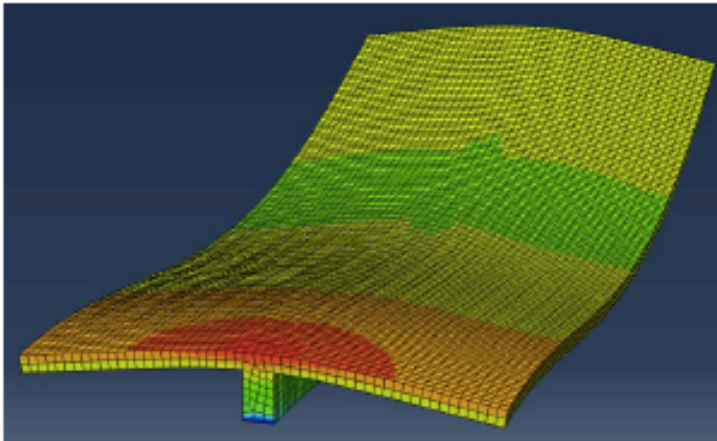
$$b_{eff} \leq b = 1800mm$$

$$b_{eff} = \mathbf{1120mm}$$

VEDLEGG E - BEREGNING AV EFFEKTIV FLENSBREDDE FOR ELEMENTMODELL

Beregninger med resultater fra elementanalysen

Elementstørrelse=75mm



Arealet av spenningene

$$\sigma_1 := 2.404 \cdot 10^4 \quad \text{■}$$

$$b_1 := 9 \cdot 75 = 675$$

$$A_1 := \sigma_1 \cdot b_1 = 1.623 \times 10^7$$

$$\sigma_2 := 1.674 \cdot 10^4 \quad \text{■}$$

$$b_2 := 20 \cdot 75 = 1.5 \times 10^3$$

$$A_2 := \sigma_2 \cdot b_2 = 2.511 \times 10^7$$

$$\sigma_3 := 9.426 \cdot 10^3 \quad \text{■}$$

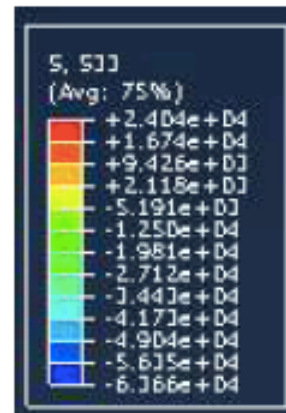
$$b_3 := 24 \cdot 75 = 1.8 \times 10^3$$

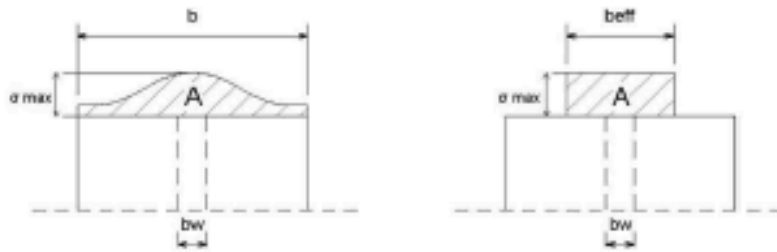
$$A_3 := \sigma_3 \cdot b_3 = 1.697 \times 10^7$$

Totalt areal:

$$A_{\text{eff}} := A_1 + A_2 + A_3 = 5.83 \times 10^7$$

Opptredende spenninger:





$$\sigma_{\max} := \sigma_1$$

$$b_{\text{eff}} := \frac{A}{\sigma_{\max}} = 2425$$

Beregninger med formlene fra EK2

$$b := 4000$$

$$b_w := 250$$

$$b_i := 1875$$

$$L_w := 10000$$

$$l_0 := 0.15 \cdot (L + L) = 3 \times 10^3$$

$$b_{\text{eff}iA} := 0.2 \cdot b_i + 0.1 \cdot l_0 = 675$$

$$b_{\text{eff}iB} := 0.2 \cdot l_0 = 600$$

$$b_{\text{eff}i} := \text{if}(b_{\text{eff}iA} < b_{\text{eff}iB}, b_{\text{eff}iA}, b_{\text{eff}iB}) = 600$$

$$b_{\text{eff}i} := \text{if}(b_{\text{eff}i} < b_i, b_{\text{eff}i}, b_i) = 600$$

$$b_{\text{effEK2}} := 2 \cdot b_{\text{eff}i} + b_w = 1450$$

$$b_{\text{eff}} := \text{if}(b_{\text{effEK2}} < b, b_{\text{effEK2}}, b) = 1450$$