

Oppførsel til momentbelastede knutepunkter for hulprofiler

Thomas Voksøy Bringsvor

Bygg- og miljøteknikk

Innlevert: juni 2015

Hovedveileder: Arne Aalberg, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk



MASTEROPPGAVE VÅREN 2015

Thomas Voksøy Bringsvor

Oppførsel til momentbelastede knutepunkter for hulprofiler

Behaviour of torque loaded Connections for Hollow Sections

1. Bakgrunn

Knutepunktstandarden NS-EN 1993 del 1.8, «Dimensjonering av knutepunkter», gir omfattende beregningsanvisninger og konstruksjonsregler for sammenføyning av komponenter i stålkonstruksjoner. Reglene omhandler forbindelselementer som skruer, sveiser og plater, og tar for seg de mest brukte knutepunktgeometriene i bygningsrammer og fagverksbærere. Reglene er dekkende for komponenter med I-tverrsnittsform. Reglene i standarden er basert på *komponentmetoden*, hvor knutepunktene betraktes som en samling av enkle basiskomponenter med kjent oppførsel. For skrudde knutepunkter og skjøter mellom hulprofiler gir ikke standarden spesifikk anvisning.

Stivhet og kapasitet til bjelke-søyle-forbindelser og søyleføtter er behandlet i en rekke studentarbeider ved Institutt for konstruksjonsteknikk i de senere årene. Bakgrunnen for reglene i standarden er gjennomgått, og det er foretatt laboratorieforsøk og numeriske simuleringer for typiske knutepunktgeometrier. I denne oppgaven skal det sees spesielt på hulprofiler med endeplateforbindelser med belastning i form av bøyemoment, og hvordan forbindelsene kan beregnes med hensyn på momentkapasitet og bøyestivhet.

2. Gjennomføring

Oppgaven kan gjennomføres med følgende elementer:

- Kort redegjørelse for beregningsregler for knutepunkter.
- Gjennomgang av bakgrunn og regler for kapasitet og stivhet i NS EN 1993-1-8.
- Utvelgelse og dimensjonering av prøvestykker for prøving i laboratoriet. Det skal sees spesielt på hulprofiler med endeplate, med varierende grad av momentkapasitet/momentstivhet.

- Nøyaktig oppmåling og registrering av geometrien til produserte knutepunkter, gjennomføring av forsøk, rapportering og vurdering av disse.
- Etterregning med eksisterende analytiske modeller for kapasitet og stivhet, og etterregning ved hjelp av simuleringer i et elementmetodeprogram (ABAQUS).
- Forslag til, og utprøving av, egne kapasitets- og stivhetsmodeller for endeplateforbindelsene.

Kandidatene kan i samråd med faglærer velge å konsentrere seg om enkelte av punktene i oppgaven, eller justere disse.

3. Rapporten

Oppgaven skal skrives som en teknisk rapport i et tekstbehandlingsprogram slik at figurer, tabeller og foto får god rapportkvalitet. Rapporten skal inneholde et sammendrag, evt. en liste over figurer og tabeller, en litteraturliste og opplysninger om andre relevante referanser og kilder.

Oppgaver som skrives på norsk skal også ha et sammendrag på engelsk. Oppgaven skal leveres igjennom «DAIM».

Sammendraget skal ikke ha mer enn 450 ord og være egnet for elektronisk rapportering.

Masteroppgaven skal leveres innen 10. juni 2015.

Trondheim, 21. januar 2015

Arne Aalberg
Førsteamanuensis, Faglærer

Forord

Denne rapporten er en masteroppgave skrevet ved Institutt for konstruksjonsteknikk ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU) våren 2015. Masteroppgaven utgjør 30 studiepoeng og tilsvarer 20 ukers arbeid. Innholdet i rapporten er tiltenkt en leser med bakgrunn i konstruksjonsteknikk. Hensikten med oppgaven er å undersøke responsen til et momentbelastet knutepunkt av hulprofil med påsveiset endeplate med tanke på stivhet og kapasitet.

Oppgaven er tredelt. I første del lages en modell i elementmetodeprogrammet *Abaqus* for numeriske beregninger. I neste del testes modellen i praksis ved hjelp av tre laboratorieforsøk. Til slutt blir det brukt, og utviklet modeller for analytisk beregning.

Jeg ønsker å takke min veileder, førsteamanuensis Arne Aalberg ved Institutt for konstruksjonsteknikk, for god faglig støtte under arbeidet. I tillegg vil jeg takke avdelingsingeniør Gøran Loraas, overingeniør Paal Brokka Rike, ingeniør Christian Frugone samt avdelingsingeniør Tore Wisth for deres hjelp før og under laboratorieforskene.

Trondheim, 10. juni 2015.

Thomas Voksøy Bringsvor

Sammendrag

Et momentbelastet knutepunkt av hulprofil med påsveiset endeplate undersøkes med tanke på kapasitet og stivhet. Knutepunktet er festet med to skruer. For enkelhets skyld betraktes forbindelsen som en søylefot uten aksiallast. Det gjøres undersøkelser på tre ulike søyleføtter, der endeplatens geometri varieres. Den ene geometrien er undersøkt via laboratorieforsøk og håndberegninger ved en tidligere anledning. De to andre geometriene får henholdsvis tynnere endeplate og større avstand mellom hullene. I tillegg til laboratorieforsøk og håndberegninger, analyseres geometriene numerisk i elementmetodeprogrammet *Abaqus*. En basismodell utvikles, etter et parameterstudie, til en hovedmodell. Resultatet fra den numeriske analysen sammenlignes med det tidligere utførte forsøket, og vurderes som tilstrekkelig godt nok. Deretter modifiseres hovedmodellen til de andre geometriene, der resultatene gir en pekepinn på hva som kan forventes i forsøkene.

I laboratoriet utføres det forsøk med hver av de tre geometriene. De testes ved bøyning om sterk og svak akse, der knutepunktet bøyes i hver retning om begge aksene. Av praktiske årsaker monteres prøvene som en utkraget bjelke på en stiv bakplate, der det legges på vekter med en oppmålt momentarm. Det utføres serier med på- og avlasting, med økende makslast, for å finne stivhet. For å finne kapasitet, blir det lastet på vekter så langt det praktisk lar seg gjøre. Det gjennomføres deretter håndberegninger med bakgrunn i resultatene fra laboratoriet. Det blir benyttet allerede eksisterende analytiske modeller, i tillegg til at forslag til nye modeller blir presentert. Modellene tar utgangspunkt i allerede eksisterende regelverk i Eurokoden. Til slutt evalueres de numeriske og analytiske modellene opp mot laboratorieresultatene.

Ved håndberegning er det ved hjelp av flytelinjeteori laget formler som er enkle å bruke, men ved numerisk analyse og laboratorieforsøk må grafer etableres og tolkes. I denne rapporten er momentkapasiteten satt til momentpåkjenningen ved henholdsvis analysens og forsøkets slutt, med en tilhørende rotasjon rundt 0,1 radianer. For de numeriske analysene tilsvare det 4-5 ganger elastisk deformasjon for bøyning om svak akse, og 8-10 ganger for sterk akse. I laboratorieforsøkene viser det seg å tilsvare rundt 7-10 ganger elastisk deformasjon. Felles for alle tre geometriene er at *Abaqus* overestimerer kapasiteten med 10-25% ved bøyning om svak akse. Også håndberegningene overestimerer kapasiteten for svak akse i forhold til forsøkene. Resultatene samsvarer bedre for bøyning om sterk akse.

Tendensen er at resultatene fra *Abaqus* og laboratoriet sammenfaller godt ved lav momentpåkjenning, men at flytepunktet er lavere i laboratorieforsøkene. De numeriske analysene gir et tydelig lineært elastisk område, mens responsen i praksis krummer mer fra starten av. Dette gjør det vanskelig å sammenligne stivhet, som i stor grad avhenger av tilnærmingen man bruker, spesielt for laboratorieforsøkene. Det konkluderes med at stivheten i *Abaqus* er noe høyere, inntil 40%. Håndberegningene gir stivheter som er enda høyere.

Abstract

A torque-loaded connection of hollow section with welded on end plate is investigated with respect to capacity and stiffness. The connection is attached with two bolts. For simplicity, the connection is considered as a column base, without axial load. Investigations on three different column bases is performed, where the geometry of the end plate is varied. One geometry is examined via laboratory experiments and hand calculations on an earlier occasion. The other two geometries have respectively thinner end plate and a greater distance between the holes. In addition to laboratory experiments and hand calculations, the geometries are numerically analysed in the FEM-program *Abaqus*. A basic model is made and developed into a main model by a parameter study. The results of the numerical analysis are compared with the previously completed experiment, and considered adequately good enough. Then the main model is modified for the other geometries, where the results give an indication of what could be expected in the experiments.

In the laboratory, experiments with each of the three geometries are performed. They are tested by strong and weak axis bending, where the connection is bent in each direction on both axes. For practical reasons, the samples are mounted as a cantilever beam on a stiff back plate, where scales are put on with a measured arm. It is performed series of loading and unloading, with increasing maximum load, in order to determine stiffness. To determine capacity, the samples are loaded as far as practically possible. It is then carried out hand calculations based on the results from the laboratory. It is used already existing analytical models, as well as proposals for new models. The models are based on existing rules of the Eurocode. Finally, the numerical and analytical models are evaluated against the laboratory results.

For hand calculations, there are created formulas that are easy to use, but when it comes to numerical analysis and laboratory experiments, graphs must be established and interpreted. In this report, the torque capacity is set to the load at the end of the analysis and the experiment respectively, with a corresponding rotation around 0.1 radians. For the numerical analysis, this corresponds to 4-5 times the elastic deformation in weak axis bending, and 8-10 times in strong axis bending. In the laboratory experiments, it turns out to be equivalent to around 7-10 times elastic deformation. Common for all three geometries is that *Abaqus* overestimates the capacity by 10-25% in weak axis bending. The hand calculations also overestimates the capacity of the weak axis relative to the experiments. The results are corresponding better with respect to strong axis bending.

The tendency is that the results from *Abaqus* and the laboratory coincides well at low loading, but that the yield point is lower in the laboratory experiments. The numerical analysis provides a clear linear elastic range, while the response in practice curves more from the beginning. This makes it difficult to compare the stiffness, which largely depends on the approach, especially for the laboratory experiments. It is concluded that the stiffness from *Abaqus* is somewhat higher, up to 40%. Hand calculations provide even higher stiffness.

Innhold

Forord	iii
Sammendrag	v
Abstract	vii
Figurliste.....	xi
Tabelliste	xv
1 Innledning.....	1
2 Tidligere arbeid	3
2.1 Ina Birkeland	3
2.2 Arne Martin Uhre	5
3 Konstruksjonsanalyse og klassifisering	7
3.1 Globalanalyse	7
3.1.1 Elastisk global analyse	8
3.2 Klassifisering av knutepunkter	9
3.2.1 Klassifisering etter stivhet	9
4 Søyfefot	11
4.1 Geometri 1	12
4.2 Geometri 2	12
4.3 Geometri 3	12
5 Numeriske beregninger	13
5.1 Basismodell	13
5.1.1 Materialelegenskaper	14
5.1.2 Randbetingelser	16
5.1.3 Interaksjoner	16
5.1.4 Lastpåføring	17
5.1.5 Elementinndeling	17
5.1.6 Resultater.....	19
5.2 Parameterstudie	20
5.2.1 Friksjon.....	20
5.2.2 Profillengde	21
5.2.3 Bøyning av endeplate	22
5.3 Hovedmodell	23
5.3.1 Resultater.....	24
5.4 Nye geometrier	32
5.4.1 Geometri 2.....	32

5.4.2	Geometri 3	42
5.5	Oppsummering	51
5.5.1	Klassifisering.....	52
6	Laboratorieforsøk	53
6.1	Utstyr	53
6.1.1	Oppsett	53
6.2	Utførelse	55
6.3	Laboratorieforsøk 1	56
6.3.1	Svak akse.....	56
6.3.2	Sterk akse	60
6.4	Laboratorieforsøk 2	64
6.4.1	Svak akse.....	64
6.4.2	Sterk akse	68
6.5	Laboratorieforsøk 3	72
6.5.1	Svak akse.....	72
6.5.2	Sterk akse	76
6.6	Oppsummering	80
6.6.1	Klassifisering.....	82
7	Håndberegning	83
7.1	Komponentmetoden.....	83
7.2	T-stykke	83
7.3	Kapasitet	84
7.3.1	Sterk akse	84
7.3.2	Svak akse.....	85
7.4	Stivhet.....	86
7.4.1	Sterk akse	87
7.4.2	Svak akse.....	88
8	Sammenligning av resultater	91
8.1	Numerisk analyse og laboratorieforsøk	91
8.2	Håndberegning og laboratorieforsøk	93
8.3	Håndberegning og numerisk analyse.....	97
9	Konklusjon	101
9.1	Estimering av kapasitet og stivhet	101
9.2	Sammenligning av resultater	102
9.3	Videre arbeid	102

Referanser.....	103
Vedlegg A – Laboratorieresultater	I
Vedlegg B – Håndberegninger	XIII

Figurliste

Figur 1: Sammenhengen mellom moment og rotasjon for knutepunkter.....	7
Figur 2: Rotasjonsstivhet for lineær elastisk global analyse [1].	8
Figur 3: Klassifisering av knutepunkter etter stivhet [1].....	9
Figur 4: Illustrasjon av søylefot i perspektiv.....	11
Figur 5: Belastningstilfellene.	11
Figur 6: Geometri 1.	12
Figur 7: Geometri 3.	12
Figur 8: Basismodellen i perspektiv.....	13
Figur 9: Plassering av boltene ved bøyning om sterk akse (øverst) og svak akse.	14
Figur 10: Resultat fra strekkprøve.....	15
Figur 11: Randbetingelsene for undersiden av søylefoten.	16
Figur 12: Fastlåste områder.....	16
Figur 13: Lastpåføring, her om svak akse.	17
Figur 14: Volumelementer, C3D10 (til venstre) og C3D8R.....	17
Figur 15: Elementinndeling til endeplate, profil, bolt og sveis.	18
Figur 16: Resultatet fra basismodellen sammenlignet med laboratorieforsøket til Uhre [3]. ..	19
Figur 17: Resultat fra parameterstudiet av ulik friksjonskoeffisient.....	20
Figur 18: Resultatet fra parameterstudiet av ulike lengder på hulprofilet.....	21
Figur 19: Hovedmodellen i perspektiv.....	23
Figur 20: Elementinndeling til endeplate.	23
Figur 21: Resultatet fra hovedmodellen sammenlignet med basismodellen.....	24
Figur 22: Initialrotasjonsstivhet for hovedmodellen ved bøyning om svak akse.....	24
Figur 23: Alternativ stivhet.	25
Figur 24: Deformasjonen sett fra siden.	25
Figur 25: Deformasjonen sett bakfra.....	26
Figur 26: Spenningsfordeling i hulprofil sett på skrå forfra.....	26
Figur 27: Spenningsfordeling i endeplate.	27
Figur 28: Spenningsfordeling i sveis.....	27
Figur 29: Spenningsfordeling i bolt.	27
Figur 30: Initialrotasjonsstivhet for hovedmodellen ved bøyning om sterk akse.	28
Figur 31: Alternativ stivhet.	28
Figur 32: Deformasjonen sett fra siden.	29
Figur 33: Deformasjonen sett bakfra.....	29
Figur 34: Spenningsfordeling i hulprofil sett på skrå bakfra.	30
Figur 35: Spenningsfordeling i endeplate.	30
Figur 36: Spenningsfordeling i sveis.....	31
Figur 37: Spenningsfordeling i mest utsatte bolt.	31
Figur 38: Modellen med geometri 2.....	32

Figur 39: Elementinndeling av geometri 2.....	32
Figur 40: Resultat fra strekkprøve.....	33
Figur 41: Resultat for geometri 2.	34
Figur 42: Initialrotasjonsstivhet for geometri 2 ved bøyning om svak akse.	34
Figur 43: Alternativ stivhet.	35
Figur 44: Deformasjonen sett fra siden.	35
Figur 45: Deformasjonen sett bakfra.....	36
Figur 46: Spenningsfordeling i hulprofil sett på skrå forfra.....	36
Figur 47: Spenningsfordeling i endeplate.	37
Figur 48: Spenningsfordeling i sveis.....	37
Figur 49: Spenningsfordeling i bolt.	37
Figur 50: Initialrotasjonsstivhet for geometri to ved bøyning om sterk akse.....	38
Figur 51: Alternativ stivhet.	38
Figur 52: Deformasjonen sett fra siden.	39
Figur 53: Deformasjonen sett bakfra.....	39
Figur 54: Spenningsfordeling i hulprofil sett på skrå bakfra.	40
Figur 55: Spenningsfordeling i endeplate.	40
Figur 56: Spenningsfordeling i sveis.....	41
Figur 57: Spenningsfordeling i mest utsatte bolt.	41
Figur 58: Modellen med geometri 3.....	42
Figur 59: Elementinndeling av geometri 3.....	42
Figur 60: Resultat for geometri 3.	43
Figur 61: Initialrotasjonsstivhet for geometri 3 ved bøyning om svak akse.	43
Figur 62: Alternativ stivhet.	44
Figur 63: Deformasjonen sett fra siden.	44
Figur 64: Deformasjonen sett bakfra.....	45
Figur 65: Spenningsfordeling i hulprofil sett på skrå forfra.....	45
Figur 66: Spenningsfordeling i endeplate.	46
Figur 67: Spenningsfordeling i sveis.....	46
Figur 68: Spenningsfordeling i bolt.	46
Figur 69: Initialrotasjonsstivhet for geometri 3 ved bøyning om sterk akse.....	47
Figur 70: Alternativ stivhet.	47
Figur 71: Deformasjonen sett fra siden.	48
Figur 72: Deformasjonen sett bakfra.....	48
Figur 73: Spenningsfordeling i hulprofil sett på skrå bakfra.	49
Figur 74: Spenningsfordeling i endeplate.	49
Figur 75: Spenningsfordeling i sveis.....	50
Figur 76: Spenningsfordeling i mest utsatte bolt.	50
Figur 77: Oppsummering av resultater.....	51
Figur 78: Utstyr	53
Figur 79: Forsøksoppsettet ved bøyning om svak (til venstre) og sterk akse.	54
Figur 80: Søyte montert på vegg med plate for pålegging av vekter.	54
Figur 81: Bilde fra stivhetsforsøk om svak akse (til venstre), og fra kapasitetsforsøk om sterk akse.....	55
Figur 82: Måling av nedbøyning.....	55
Figur 83: Glippe målt med bladmåler.	56
Figur 84: Målte verdier av endeplatens geometri.....	56

Figur 85: Gjennomsnitt av serie 1-6.....	57
Figur 86: Nedbøying ved lastens tyngdepunkt.....	57
Figur 87: Sammenligning av resultat fra klinometer og nedbøying.....	57
Figur 88: Initialrotasjonsstivhet for laboratorieforsøk 1 ved bøyning om svak akse.....	58
Figur 89: Alternativ stivhet.....	58
Figur 90: Deformasjonen sett fra siden.....	59
Figur 91: Deformasjonen sett bakfra.....	59
Figur 92: Glippe målt med bladmåler.....	60
Figur 93: Målte verdier av endeplatens geometri.....	60
Figur 94: Gjennomsnitt av serie 1-6.....	61
Figur 95: Nedbøying ved lastens tyngdepunkt.....	61
Figur 96: Sammenligning av resultat fra klinometer og nedbøying.....	61
Figur 97: Initialrotasjonsstivhet for laboratorieforsøk 1 ved bøyning om sterk akse.....	62
Figur 98: Alternativ stivhet.....	62
Figur 99: Deformasjonen sett fra siden.....	63
Figur 100: Deformasjonen sett bakfra.....	63
Figur 101: Glippe målt med bladmåler.....	64
Figur 102: Målte verdier av endeplatens geometri.....	64
Figur 103: Gjennomsnitt av serie 1-6.....	65
Figur 104: Nedbøying ved lastens tyngdepunkt.....	65
Figur 105: Sammenligning av resultat fra klinometer og nedbøying.....	65
Figur 106: Initialrotasjonsstivhet for laboratorieforsøk 2 ved bøyning om svak akse.....	66
Figur 107: Alternativ stivhet.....	66
Figur 108: Deformasjonen sett fra siden.....	67
Figur 109: Deformasjonen sett bakfra.....	67
Figur 110: Glippe målt med bladmåler.....	68
Figur 111: Målte verdier av endeplatens geometri.....	68
Figur 112: Gjennomsnitt av serie 1-6.....	69
Figur 113: Nedbøying ved lastens tyngdepunkt.....	69
Figur 114: Sammenligning av resultat fra klinometer og nedbøying.....	69
Figur 115: Initialrotasjonsstivhet for laboratorieforsøk 2 ved bøyning om sterk akse.....	70
Figur 116: Alternativ stivhet.....	70
Figur 117: Deformasjonen sett fra siden.....	71
Figur 118: Deformasjonen sett bakfra.....	71
Figur 119: Glippe målt med bladmåler.....	72
Figur 120: Målte verdier av endeplatens geometri.....	72
Figur 121: Gjennomsnitt av serie 1-6.....	73
Figur 122: Nedbøying ved lastens tyngdepunkt.....	73
Figur 123: Sammenligning av resultat fra klinometer og nedbøying.....	73
Figur 124: Initialrotasjonsstivhet for laboratorieforsøk 3 ved bøyning om svak akse.....	74
Figur 125: Alternativ stivhet.....	74
Figur 126: Deformasjonen sett fra siden.....	75
Figur 127: Deformasjonen sett bakfra.....	75
Figur 128: Glippe målt med bladmåler.....	76
Figur 129: Målte verdier av endeplatens geometri.....	76
Figur 130: Gjennomsnitt av serie 1-6.....	77
Figur 131: Nedbøying ved lastens tyngdepunkt.....	77

Figur 132: Sammenligning av resultat fra klinometer og nedbøyning.....	77
Figur 133: Initialrotasjonsstivhet for laboratorieforsøk 3 ved bøyning om sterk akse.	78
Figur 134: Alternativ stivhet.	78
Figur 135: Deformasjonen sett fra siden.	79
Figur 136: Deformasjonen sett bakfra.....	79
Figur 137: Oppsummering av resultater.....	80
Figur 138: Ekvivalent T-stykke påkjent av strekk [1].....	83
Figur 139: Flytelinjemodell for momentkapasitet om sterk akse [7].	84
Figur 140: Antatt flytelinjemønster [7].	85
Figur 141: Systemets momentarm.....	88
Figur 142: Sammenligning av numerisk analyse og forsøk med geometri 1, samt forsøket til Uhre [3].	91
Figur 143: Sammenligning av numerisk analyse og forsøk med geometri 2.	91
Figur 144: Sammenligning av numerisk analyse og forsøk med geometri 3.	92
Figur 145: Sammenligning av håndberegning og forsøk med geometri 1, sterk akse.	93
Figur 146: Sammenligning av håndberegning og forsøk med geometri 1, svak akse.	93
Figur 147: Sammenligning av håndberegning og forsøk med geometri 2, sterk akse.	94
Figur 148: Sammenligning av håndberegning og forsøk med geometri 2, svak akse.	94
Figur 149: Sammenligning av håndberegning og forsøk med geometri 3, sterk akse.	95
Figur 150: Sammenligning av håndberegning og forsøk med geometri 3, svak akse.	95
Figur 151: Sammenligning av håndberegning og numerisk analyse med geometri 1, sterk akse.....	97
Figur 152: Sammenligning av håndberegning og numerisk analyse med geometri 1, svak akse.	97
Figur 153: Sammenligning av håndberegning og numerisk analyse med geometri 2, sterk akse.....	98
Figur 154: Sammenligning av håndberegning og numerisk analyse med geometri 2, svak akse.	98
Figur 155: Sammenligning av håndberegning og numerisk analyse med geometri 3, sterk akse.....	99
Figur 156: Sammenligning av håndberegning og numerisk analyse med geometri 3, svak akse.	99

Tabelliste

Tabell 1: Type knutepunktmodell [1].....	7
Tabell 2: Felles data for alle tre oppsett.	11
Tabell 3: Elastisk materialdata	14
Tabell 4: Plastisk materialdata for sveis og bolter.	15
Tabell 5: Verdier brukt i Abaqus for endeplate og hulprofil.....	15
Tabell 6: Verdier brukt i utledning av nedbøyning.	22
Tabell 7: Resultat fra parameterstudiet.	22
Tabell 8: Kapasitet og stivhet.....	25
Tabell 9: Kapasitet og stivhet.....	29
Tabell 10: Verdier brukt i Abaqus for endeplate og hulprofil.....	33
Tabell 11: Kapasitet og stivhet.....	35
Tabell 12: Kapasitet og stivhet.....	39
Tabell 13: Kapasitet og stivhet.....	44
Tabell 14: Kapasitet og stivhet.....	48
Tabell 15: Oppsummering av kapasitet og stivhet.	51
Tabell 16: Maksimal belastning for hver serie omregnet til moment.	56
Tabell 17: Kapasitet og stivhet.....	58
Tabell 18: Maksimal belastning for hver serie omregnet til moment.	60
Tabell 19: Kapasitet og stivhet.....	62
Tabell 20: Maksimal belastning for hver serie omregnet til moment.	64
Tabell 21: Kapasitet og stivhet.....	66
Tabell 22: Maksimal belastning for hver serie omregnet til moment.	68
Tabell 23: Kapasitet og stivhet.....	70
Tabell 24: Maksimal belastning for hver serie omregnet til moment.	72
Tabell 25: Kapasitet og stivhet.....	74
Tabell 26: Maksimal belastning for hver serie omregnet til moment.	76
Tabell 27: Kapasitet og stivhet.....	78
Tabell 28: Oppsummering av kapasitet og stivhet.	80
Tabell 29: Momentkapasitet for bøyning om sterk akse.	84
Tabell 30: Momentkapasitet for bøyning om svak akse.	85
Tabell 31: Verdier for utregning av tøyningsslengde.	86
Tabell 32: Tøyningsslengder.	86
Tabell 33: Initialrotasjonsstivhet for bøyning om sterk akse.	87
Tabell 34: Initialrotasjonsstivhet for bøyning om svak akse.....	89
Tabell 35: Oppsummering av stivheter fått med ulike tilnæringer.	92

1 Innledning

Dagens regelverk for dimensjonering av knutepunkter er gitt i *NS-EN 1993 del 1.8* [1]. Her er det gitt omfattende beregningsanvisninger for sammenføyninger av komponenter i stålrammer og fagverk. Standarden tar for seg beregningsregler for bestemmelse av stivhet og kapasitet. Til dette benytter standarden en komponentmodell. Knutepunktet deles inn i basiskomponenter med kjent oppførsel, som sveiser, skruer og plater, som kombineres for å beskrive den totale responsen. Tidligere ble knutepunkter betraktet som ett av to ytterpunkter, leddete eller kontinuerlige. Det nye regelverket gjør det mulig å betrakte knutepunkter som delvis kontinuerlige.

Standarden gir klassifiseringsgrenser for de ulike grupperingene. For et bjelke-søyleknutepunkt gis en nedre grense for kontinuitet, og en øvre grense for leddet oppførsel. Dersom komponentmetoden gir en verdi mellom disse grensene, benyttes denne verdien for stivhet/kapasitet. Ellers betraktes knutepunktet som leddet eller kontinuerlig. For søyleføtter finnes det bare en grense mellom kontinuerlig og delvis kontinuerlig oppførsel. Med andre ord finnes ikke leddete søyleføtter etter standarden.

I hovedsak dekker standarden stålelementer med H - og I - tverrsnittsform. Reglene for endeplateskjøter med hulprofilstaver er mangelfulle. Denne rapporten vil derfor undersøke oppførselen til en momentpåkjent stav av hulprofil med påsveiset endeplate. Knutepunktet blir i denne rapporten betraktet som en søylefot uten aksiallast. Søylefoten presenteres i *kapittel 4*. I *kapittel 5* er det gjort numeriske beregninger i *Abaqus*. Her presenteres en basismodell, som etter et parameterstudie utvikles til en hovedmodell. Resultatet fra analysen sammenlignes med et tidligere utført forsøk. Dette forsøket blir gjennomført på nytt i *kapittel 6*. I tillegg blir det gjennomført to nye forsøk med modifiserte geometrier. Her blir numerisk analyse brukt for å få en indikasjon på resultatet i laboratoriet. Både stivhet og kapasitet blir testet.

I *kapittel 7* er det gjennomført håndberegninger med bakgrunn i resultatene fra laboratoriet. Det blir benyttet allerede eksisterende analytiske modeller, i tillegg til at forslag til nye modeller blir presentert. Modellene tar utgangspunkt i allerede eksisterende regelverk i knutepunktstandarder. Til slutt evalueres de numeriske og analytiske modellene opp mot laboratorieresultatene.

2 Tidligere arbeid

I knutepunktstandarden *NS-EN 1993 del 1.8, Dimensjonering av knutepunkter* [1], er det gitt omfattende beregningsanvisninger for sammenføyninger i stålrammer og fagverk. Standarden dekker grunnleggende forbindelselementer som sveiser, skruer og plater, samt komplette knutepunktsgemetrier for stålprofiler med I-tverrsnitt og hulprofiltversnitt. Det er gitt anvisninger for både kapasitets- og stivhetsberegning. I den sammenheng er det gjort flere studentarbeider som bygger på hverandre. To av disse oppsummeres i det følgende.

2.1 Ina Birkeland

I sin masteroppgave fra 2011, ser Ina Birkeland på knutepunkter i bygninger [2]. Rapporten viser hvordan klassifiseringsgrensene i knutepunktstandarden for når et knutepunkt kan klassifiseres som leddet, delvis kontinuerlig eller kontinuerlig er utledet. I tillegg er det gjort analyser for hvordan klassifiseringsgrensene fungerer i en elastisk globalanalyse, noe som ikke er tatt hensyn til i utledningen. I knutepunktstandarden finnes det ingen grense for når en søylefot kan regnes som leddet. Rapporten diskuterer nødvendigheten av dette.

Rapporten viser hvordan klassifiseringsgrensene etter stivhet for bjelke-søyle knutepunkt og søyleføtter er utledet. En elastisk global analysemetode brukes i den sammenheng. Dersom man skal klassifisere etter styrke, brukes en stiv-plastisk global analysemetode. I en elastisk materialmodell er tøyningene lineære og reversible. Denne analyseformen brukes alltid til dimensjonering i bruksgrensetilstanden. Et leddet knutepunkt overfører ikke moment, og det vil derfor oppstå rotasjoner mellom stavene (f.eks. søyle og bjelke) som knutepunktet forbinder. Et kontinuerlig knutepunkt overfører hele det påførte momentet uten at det oppstår rotasjoner. Dette kalles et stivt knutepunkt når man klassifiserer etter stivhet. Et delvis kontinuerlig knutepunkt ligger i området mellom leddet og kontinuerlig og klassifiseres som delvis stivt.

For å klassifisere et bjelke-søyle knutepunkt som stivt, ser man på knekklasten til en ramme. Grensen går der rotasjonsstivheten til rammehjørnet fører til en reduksjon i rammens knekklast på fem prosent sammenlignet med uendelig stive rammehjørner. I knutepunktstandarden defineres denne grensen som $S_{j,ini} > k_b EI_b / L_b$, der k_b er lik 8 for avstivede rammer og 25 for ikke-avstivede rammer. Grensen for en søylefot i en avstivet ramme er rotasjonsstivheten som reduserer kapasiteten til søylen med fem prosent. I en ikke-avstivet ramme finnes grensen der rammens horisontale forskyvning økes med ti prosent i forhold til en ramme med uendelig stive føtter.

Birkeland har brukt rammeprogrammet *Focus Konstruksjon* til å undersøke hvordan grensene fungerer i en elastisk analyse. Kontrollen er gjort ved å sammenligne moment- og forskyvningsdiagram for ulike rammer av I-profiler med uendelig stive knutepunkter, og knutepunkter som etter *NS-EN 1993 del 1.8* kan regnes som stive. Dette er gjort for bjelke-søyle forbindelser og søyleføtter i avstivede og ikke-avstivede rammer. For bjelke-søyle forbindelser har Birkeland analysert tre ulike rammer. I alle rammene er søyleføttene leddet. For hver ramme er det benyttet tre ulike lasttilfeller: Vertikal last, horisontal last, og en kombinasjon. Birkeland konkluderer med at forholdet mellom bjelkestivheten og søylestivheten, ρ , er vesentlig. Dersom ρ er rundt to eller større, er klassifiseringsgrensene i knutepunktstandarden tilfredsstillende. Et lavere forholdstall gir derimot for store endringer i momenter og forskyvninger, i enkelte tilfeller over 20-30 %.

Når det gjelder søyleføtter, har Birkeland tatt utgangspunkt i fire rammer (A-D) med ulike relative slankheter. Geometriene er valgt for å gi en ramme i hver av de fire områdene som er interessante å se på for en avstivet ramme. Stivhetsgrensen for en ikke-avstivet ramme er ikke avhengig av den relative slankheten til søylen, men de samme rammene er brukt for å kontrollere om geometrien har en betydning. I område A skal alle søyleføtter, uansett stivhet, kunne regnes som fast innspente. I område B skal stivhetskravet i standarden gi nøyaktige svar, mens det for område C og D finnes konservative grenser i standarden. For alle rammene er bjelkens stivhet stor i forhold til søylen, og rammehjørnene er uendelig stive. Hver ramme er kontrollert for to lasttilfeller: Horisontal last og en kombinasjon av horisontal og vertikal last. Lastene er valgt slik at forskyvninger og momenter blir passelig store i forhold til krav i henholdsvis bruks- og bruddgrensetilstanden.

For avstivede rammer kommer Birkeland frem til at stivhetsgrensene i knutepunktstandarden gir store endringer i momenter for alle de undersøkte rammene, og i alle rammene er kravet om maksimalt fem prosents endring overskredet. Birkeland konkluderer med at stivhetsgrensene ikke fungerer godt nok til bruk i en elastisk analyse, men med et forbehold om at en søyles kapasitet ofte påvirkes både av momenter og av aksiallast. For ikke-avstivede rammer gir grenseverdiene en økning i horisontal forskyvning på 13 prosent, som er litt over kravet (10%). I tillegg er endringen i hjørnemomenter større enn fem prosent. Overskridelsen for ikke-avstivede rammer skyldes at grensen er utledet med en punktlast i toppen av rammen istedenfor jevnt fordelt last på søylen, der sistnevnte er et mer konservativt lasttilfelle.

Birkeland undersøker påstanden om at det ikke er nødvendig med grenser for når søyleføtter regnes som leddet. Det hevdes at alle søyleføtter har en så høy stivhet at de uansett vil bli klassifiserte som delvis stive. I knutepunktstandarden finnes det, som nevnt, ingen grense for når en søylefot kan regnes som leddet. Rapporten utleder derfor en egen grense, som tilsvarende den for et bjelke-søyle knutepunkt, men der indeksene er byttet ut. Kriteriet er at knutepunktet kan klassifiseres som leddet for tjue prosent av stavens momentkapasitet ved en rotasjon som tilsvarende stavens enderotasjon ved frie opplegg. Påstanden blir først kontrollert ved hjelp av numeriske analyser av en søylefotgeometri med tanke på å finne rotasjonsstivheten. Søylefotens geometri har i vanlig praksis blitt ansett som et ledd. Resultatet har ikke blitt kontrollert ved håndregning. Den numeriske analysen viser at det er hold i påstanden. En søylefot som det er vanlig å anta som leddet, har en så stor rotasjonsstivhet at den egentlig vil bli klassifisert som delvis stiv, men det er konservativt å anta at den er leddet. Unntaket er søyler kortere enn 1,1 meter, noe som er svært sjeldent.

I forslag til videre arbeid skriver Birkeland følgende:

«Det bør utarbeides stivhetskurver også for de andre parameterne som påvirkes av rotasjonsstivheten i rammehjørnet for å kunne finne ut hvor strengt kravet til stivhet bør være for ulike verdier av ρ .

Her ble det bare undersøkt en enkel geometri av en søylefot uten å variere noen av parameterne som f.eks. tykkelsen på fotplaten, bolteplassing, boltestørrelse og lignende. Det er derfor mulig at det finnes søyleføtter som vil ha lavere rotasjonsstivhet enn det som ble funnet her, og mer inngående analyser av ulike geometrier vil kunne gi svar på dette. I tillegg vil det være nyttig å gjøre laboratorieforsøk for å se om det er store forskjeller mellom Abaqus og virkeligheten.»

2.2 Arne Martin Uhre

Knutepunktstandarden tar i hovedsak for seg I- og H-profiler. I sin masteroppgave fra 2014, ser Arne Martin Uhre på hulprofil med endeplateforbindelse [3]. Birkeland har sett på stivhetsgrensene i en elastisk globalanalyse for rammer med én etasje. Uhre tar arbeidet videre til to etasjer. Rapporten diskuterer også nødvendigheten av en grense for når en søylefot kan klassifiseres som leddet. Her ved hjelp av håndberegninger og laboratorieforsøk. Søylefotstivheten funnet i laboratorieforsøket, blir til slutt brukt i en elastisk global rammeanalyse for å se hvordan dette påvirker oppførselen til en rammekonstruksjon bestående av hulprofiler.

Knutepunktstandarden oppgir at kravene for klassifisering etter stivhet er generelle. Derfor kontrollerer rapporten disse kravene for to-etasjers rammer for utvalgte elastiske beregningsparametere. Som Birkeland, bruker Uhre rammeprogrammet *Focus Konstruksjon*. For å oppnå ulik ρ , kan man enten endre tverrsnitt eller endre lengden til segmentene. Uhre velger å benytte HEA-profiler, der søylene har konstant lengde 3,5 m og bjelkene er 7,5 m lange. Fire ulike rammer konstrueres med ulike sammensetninger av tverrsnitt, og forholdstallene blir 0,1 – 0,7 – 1,4 – 2,0. Det skilles mellom avstivede og ikke-avstivede rammer. For hver ramme er det benyttet tre ulike lasttilfeller: Vertikal last, horisontal last, og en kombinasjon. Belastningen er valgt som vertikal jevnt fordelt last i hver etasjeskiller samt horisontal jevnt fordelt last på søylene, som skal simulere vindlast med trykk og sug. Egenvekt er neglisjert.

Uhre sammenligner to tilfeller for hver ramme (A-D, som avstivet og ikke-avstivet, med hver lastkombinasjon). Det ene tilfellet har uendelig stive rammehjørner. Det andre har en rotasjonsstivhet lik grenseverdien ($k_b EI_b / L_b$). Ved begge tilfeller er søyleføttene leddet. Følgende parametere sammenlignes: Maksimalt hjørnemoment, feltmoment – bjelke, feltmoment – søyle, maksimal vertikal forskyvning og horisontal forskyvning.

Når det gjelder avstivede rammer, er det, som ventet, store endringer mellom de to tilfellene for lave forholdstall ($\rho = 0,1$). Det er riktig nok ikke vanlig å utforme rammer med slike egenskaper, så et visst avvik er akseptert. Likevel er en endring på 55% for vertikal forskyvning i ikke-konservativ retning i meste laget. Jevnt over minker endringene for økende forholdstall. Uansett konkluderer Uhre med at kravene er for lave for to-etasjers rammer, selv for ρ lik 2,0, der kravene var tilfredsstillt for en-etasjers rammer. For ikke-avstivede rammer er konklusjonen den samme, selv om kravene er nærmere å bli tilfredsstillt. På bakgrunn av dette foreslår Uhre endringer av stivhetskravene. Forslaget går ut på å endre grensene etter avstivningssystem og intervaller av stivhetsforhold.

Knutepunktstandarden skiller ikke mellom delvis stive og leddete søyleføtter. Påstanden om at en grenseverdi ikke er nødvendig kontrolleres ved å utforme en søylefot som i praksis betraktes som leddet. I første omgang gjøres dette ved hjelp av håndberegninger. De baseres på utledninger av t-stykker og effektive lenger, på samme måte som i knutepunktstandarden, men med enkelte modifikasjoner siden det her dreier seg om et hulprofil. Konklusjonen er klar: Søylefoten defineres som delvis stiv, for bøyning både om sterk og svak akse.

Påstanden kontrolleres ytterligere ved hjelp av et laboratorieforsøk. I forsøket blir søylen montert som en utkraget bjelke der vekt legges på med en arm på 3 meter fra innfestningspunktet. Rotasjon og moment blir registrert. Bøyning om svak akse gir en tilnærmet lineær respons, med en stivhet noe lavere enn ut ifra håndberegningene. For

bøyning om sterk akse stemmer håndberegningene godt overens med forsøket. Her må det legges til at dette gjelder for en belastning opp til en tredel av flytegrensen. Der oppstår det en knekk i kurven, som fortsetter lineært med en vesentlig lavere stivhet. Uansett kan det konkluderes med at det er hold i påstanden om at en søylefot som det er vanlig å anta som leddet, har en så stor rotasjonsstivhet at den egentlig vil bli klassifisert som delvis stiv.

Rapporten gjør også rede for håndberegninger og et laboratorieforsøk angående kapasiteten til søylefoten. Beregningene for kapasitet i forbindelsen ved bøyning om sterk akse tilsier en lavere kapasitet enn det forsøket viser. I forsøket blir det vist at forbindelsen tåler 1,5 ganger så mye som det som blir funnet i beregningene. Dette er nokså konservativt. Kapasiteten ved bøyning om svak akse regnes ut i etterkant av forsøket ved å studere forsøksobjektet og gjøre antagelser basert på forbindelsens oppførsel. Beregningen viser seg å stemme godt med resultatene fra forsøket, samtidig som det gir en verdi som ligger på den konservative siden.

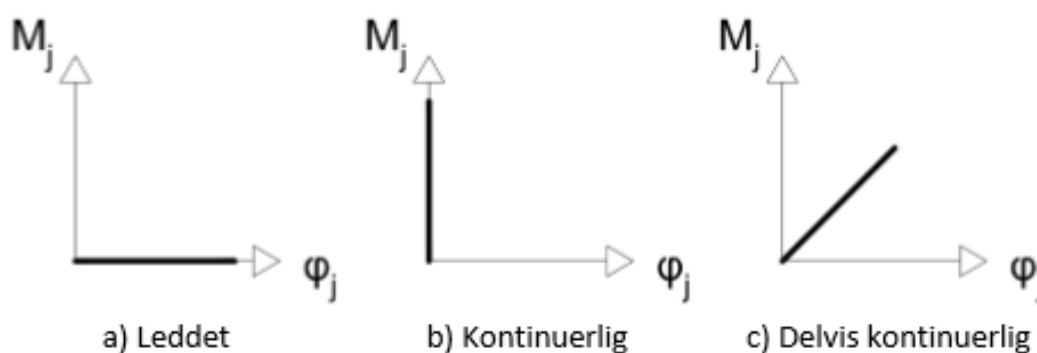
Ved å utføre lineær-elastiske analyser, sees det til slutt på hvordan forskyvninger og momenter blir påvirket av endringer i søylefotstivheten for en ramme bestående av hulprofiler. Rammen modelleres med stivhetene for bøyning om sterk og svak akse som ble funnet under laboratorieforsøket. Resultatene blir så sammenlignet med en ramme med uendelig stive søyleføtter. Rammen er utført med samme mål og laster som tidligere. Det er som forventet stor endring i horisontal forskyvning ved bøyning om svak akse (56%). Til sammenligning er det 9% for bøyning om sterk akse. Parameteren for moment i søylefoten skiller seg også ut med henholdsvis 54 % og 9 % for bøyning om svak og sterk akse ved vertikal last. I tillegg blir det en del forskjell i hjørnemomentene ved horisontal last. Bortsett fra disse parameterne, er det liten endring ved justering av søylefotstivheten.

Uhre sammenligner også uendelig stive søyleføtter opp mot stivhetskravet for stive søyleføtter som er gitt i knutepunktstandard. Sammenligningen viser at endringen er på maksimalt 5 % for denne rammen hvor forholdet mellom søyle og bjelkestivheten er på 0,47. Det vil dermed si at kravet om maksimalt 5 % endring i parameterens verdi er oppfylt for denne rammen.

3 Konstruksjonsanalyse og klassifisering

NS-EN 1993 del 1.8 [1], heretter kalt *knutepunktstandard*, angir regler for konstruksjonsanalyse og klassifisering av knutepunkter. I dette kapitlet beskrives globale analysemetoder, med vekt på elastisk global analyse. Videre beskrives klassifiseringen av knutepunkter, med fokus på stivhet av søyleføtter.

Et knutepunkt kan klassifiseres som en leddet, kontinuerlig eller delvis kontinuerlig forbindelse. På *figur 1* vises hvordan de ulike forbindelsenes moment-rotasjon-relasjon er. Et leddet knutepunkt overfører ikke moment, og det vil derfor oppstå rotasjoner mellom stavene (f.eks. søyle og bjelke) som knutepunktet forbinder. Et kontinuerlig knutepunkt overfører hele det påførte momentet uten at det oppstår rotasjoner. Et delvis kontinuerlig knutepunkt ligger i området mellom leddet og kontinuerlig. Hvordan et knutepunkt klassifiseres er videre avhengig av hvilken type global analysemetode som velges.



Figur 1: Sammenhengen mellom moment og rotasjon for knutepunkter.

3.1 Globalanalyse

Knutepunktstandarden sier at det bør tas hensyn til virkningene av knutepunktene moment-rotasjon-relasjon for fordeling av lastvirkningene i konstruksjonen, med mindre virkningene er så små at de kan neglisjeres. I så henseende må det bestemmes hvilken av de tre knutepunktmodellene, leddet, kontinuerlig eller delvis kontinuerlig, som skal benyttes. Knutepunktmodellen kan fastsettes av *tabell 1*, avhengig av klassifisering av knutepunkt og valg av analysemetode.

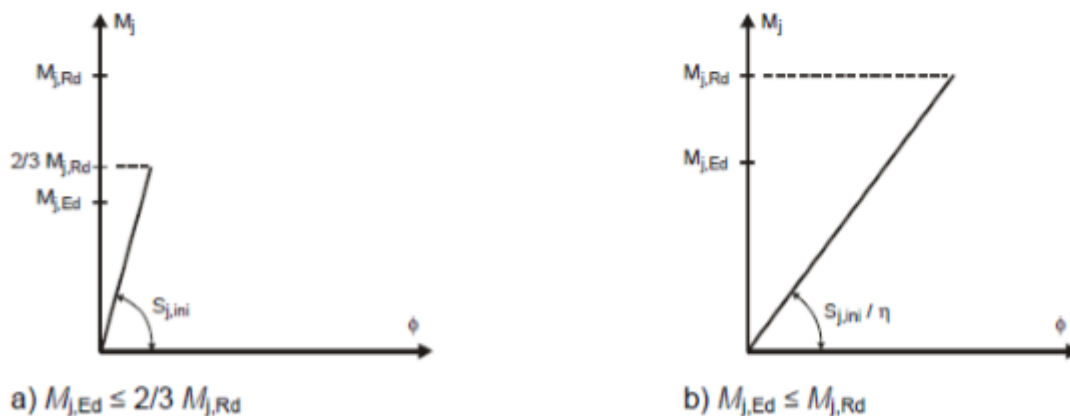
Tabell 1: Type knutepunktmodell [1].

Global analysemetode	Klassifisering av knutepunkt		
	Nominelt leddet	Bøyningsstivt	Delvis bøyningsstivt
Elastisk	Nominelt leddet	Bøyningsstivt	Delvis bøyningsstivt
Stiv-plastisk	Nominelt leddet	Full styrke	Delvis styrke
Elastisk-plastisk	Nominelt leddet	Bøyningsstivt og full styrke	Delvis bøyningsstivt og delvis styrke
			Delvis bøyningsstivt og full styrke
			Bøyningsstivt og delvis styrke
Knutepunktmodell	Leddet	Kontinuerlig	Delvis kontinuerlig

Valg av analysemetode avhenger av om man er i bruks – eller bruddgrensetilstand, om det er nødvendig å ta hensyn til andre ordens effekter, og rotasjonskapasiteten til staver og knutepunkter. I en stiv-plastisk analysemetode neglisjeres elastiske tøyninger. Her er flyteleddmetoden et eksempel. I en elastisk-plastisk analysemetode tar man hensyn til både den elastiske og den plastiske materialoppførselen. Dette er vanlig i numeriske analyser, som i *kapittel 5*. I denne rapporten fokuseres det i hovedsak på en elastisk global analysemetode.

3.1.1 Elastisk global analyse

Elastisk analyse benyttes alltid i bruksgrensetilstand, og kan også brukes i bruddgrensetilstand. I en slik analyse er tøyningene lineære og reversible. Ved lineær elastisk analyse bør knutepunktene klassifiseres etter sin rotasjonsstivhet. Det er viktig at knutepunktene har tilstrekkelig styrke til å overføre de lastvirkningene som følger av analysen. Med delvis bøyingsstive knutepunkter bør rotasjonsstivheten S_j som hører til bøyingsmomentet $M_{j,Ed}$, brukes i analysen. Hvis $M_{j,Ed}$ ikke overskrider $2/3 M_{j,Rd}$, kan initialrotasjonsstivheten $S_{j,ini}$ brukes i den globale analysen [1]. Knutepunktstandarden angir beregningsregler for S_j og $M_{j,Rd}$ for I- og H-profiler. *Figur 2* illustrerer rotasjonsstivhet for lineær elastisk global analyse.



Figur 2: Rotasjonsstivhet for lineær elastisk global analyse [1].

3.2 Klassifisering av knutepunkter

Knutepunktstandarden sier at detaljutforming av alle knutepunkter bør oppfylle de forutsetningene som er lagt til grunn for den anvendte beregningsmetoden, under forutsetning av at ingen annen del av konstruksjonen derved påvirkes ugunstig. Som *tabell 1* viser, kan knutepunkter klassifiseres etter stivhet og styrke. Et knutepunkt kan klassifiseres som fullstyrke-forbindelse, leddet eller delvis-styrke-forbindelse ved å sammenligne dets dimensjonerende momentkapasitet $M_{j,Rd}$ med dimensjonerende momentkapasitet for konstruksjonsdelene som forbindes i knutepunktet [1]. I denne rapporten fokuseres det på klassifisering etter stivhet.

3.2.1 Klassifisering etter stivhet

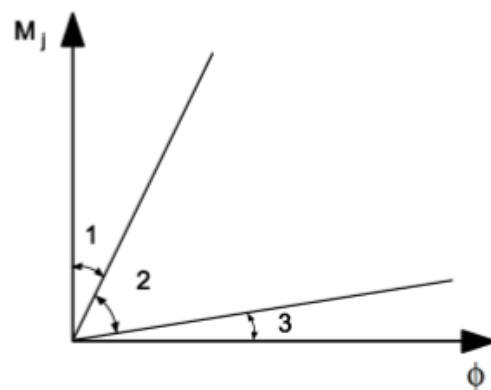
Et knutepunkt kan klassifiseres som stivt, leddet eller delvis stivt etter sin rotasjonsstivhet ved at initialrotasjonsstivheten $S_{j,ini}$ sammenlignes med gitte klassifiseringsgrenser.

Knutepunktstandarden sier videre at et knutepunkt kan klassifiseres på grunnlag av prøving, erfaring fra tilsvarende tilfeller der oppførselen har vært tilfredsstillende, eller ved beregning basert på prøvingsresultater.

- Et nominelt leddet knutepunkt bør kunne overføre de opptredende krefter uten at det oppstår momenter av betydning som kan virke ugunstig for de innfestede stavene eller på konstruksjonen som helhet. Et leddet knutepunkt bør kunne tåle rotasjonene forårsaket av dimensjonerende laster.
- Knutepunkter som klassifiseres som stive, kan forutsettes å ha tilstrekkelig rotasjonsstivhet til at det kan forutsettes full kontinuitet ved beregning av forskyvningene.
- Et knutepunkt som ikke oppfyller kriteriene for et stivt eller leddet knutepunkt, bør klassifiseres som et delvis stivt knutepunkt. Delvis stive knutepunkter gir et beregnbart samvirke mellom stavene basert på knutepunktens dimensjonerende moment-rotasjon-relasjon, og bør kunne overføre alle opptredende lastvirkninger.

3.2.1.1 Klassifiseringsgrenser

I praksis vil et knutepunkt alltid være delvis stivt. For enkelhets skyld er det definert soner hvor man kan definere et knutepunkt som stivt eller leddet. Feilen som gjøres da er så liten at den regnes som neglisjerbar. *Figur 3* illustrerer moment-rotasjon-relasjonen for disse sonene. Sone 1 er for stive knutepunkter, sone 2 er for delvis stive, mens sone 3 er for leddete knutepunkter. Knutepunktstandarden definerer grensene mellom de ulike sonene. Unntaket er for søyleføtter, der det kun skilles mellom sone 1 og 2.



Figur 3: Klassifisering av knutepunkter etter stivhet [1].

Grensen i knutepunktstandarden for klassifisering av søyleføtter er avhengig av søylens slankhet, tverrsnitt og lengde.

Søyleføtter kan klassifiseres som stive forutsatt at følgende betingelser er oppfylt:

- I rammer med et avstivningssystem som reduserer horisontal forskyvning med minst 80 %, og der det kan ses bort fra virkninger av sideforskyvning:
 - Hvis $\bar{\lambda}_0 \leq 0,5$ (3.1a)
 - Hvis $0,5 < \bar{\lambda}_0 < 3,93$ og $S_{j,ini} \geq 7(2\bar{\lambda}_0 - 1)EI_c/L_c$ (3.1b)
 - Hvis $\bar{\lambda}_0 \geq 3,93$ og $S_{j,ini} \geq 48EI_c/L_c$ (3.1c)
- Ellers hvis $S_{j,ini} \geq 48EI_c/L_c$ (3.2)

Der $\bar{\lambda}_0$ er en søyles slankhet dersom begge endene antas som leddet, E er elastisitetsmodul, I_c er søylens 2. arealmoment, og L_c er en søyles etasjehøyde.

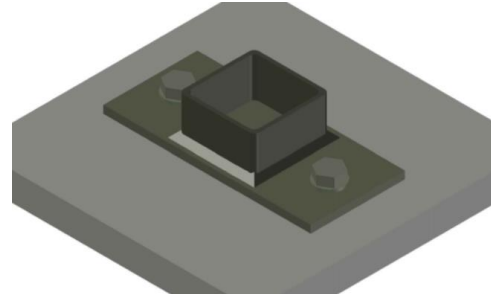
Birkeland og Uhre undersøker nødvendigheten av en grense mellom sone 2 og 3, og konkluderer med at en slik grense ikke er nødvendig [2, 3]. I den forbindelse utleder Birkeland en slik grense som bygger på tilsvarende klassifiseringsgrense for et bjelke-søyleknutepunkt, men der indeksene er byttet ut:

$$S_{j,ini} \leq 0,5EI_c/L_c \quad (3.3)$$

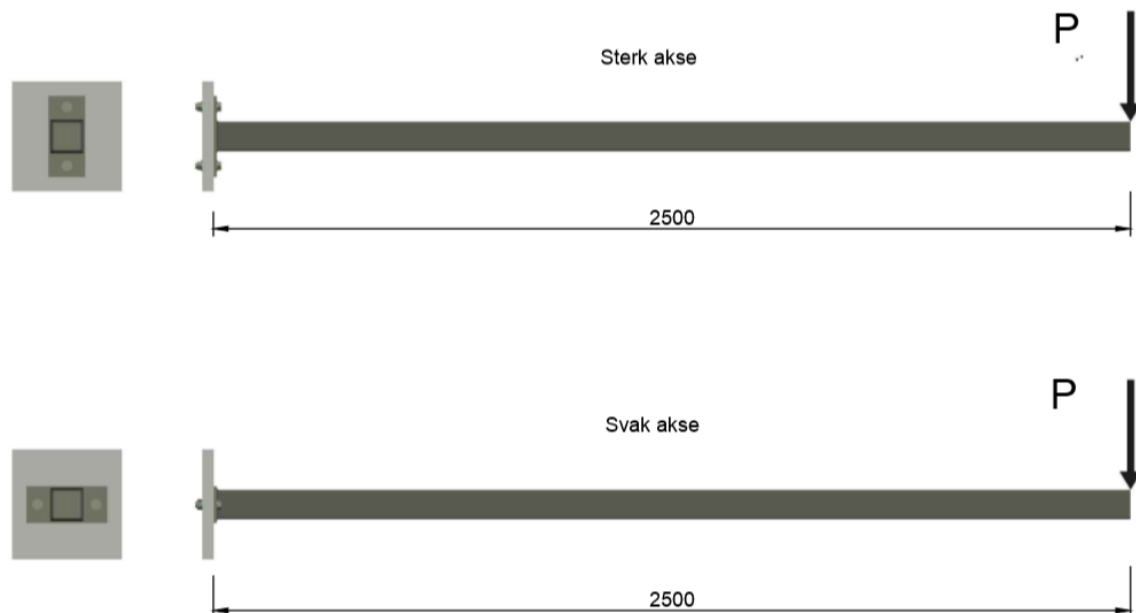
Denne grensen vil undersøkes opp mot de tre søyleføttene som presenteres i neste kapittel.

4 Søylefot

I dette kapitlet presenteres oppsettet av søylefoten denne rapporten omhandler. Søylefoten består av et kvadratisk hulprofil med påsveiset endeplate som er skrudd fast med to bolter. Søylefoten skal, med tre ulike geometrier av endeplaten, testes i laboratoriet og regnes på numerisk og analytisk, for bøyning om sterk og svak akse. Det første oppsettet er identisk med forsøket til Uhre [3]. Andre oppsett har tynnere endeplate, mens det tredje har større avstand fra profilet og ut til hver bolt. Utformingen av søylefoten i første oppsett er illustrert i *figur 4*. Fundamentet regnes som uendelig stivt. I laboratoriet vil det være en 30 mm tykk stålplate. *Figur 5* illustrerer de to belastningstilfellene, om sterk og svak akse. Av praktiske årsaker vil søylen i realiteten være en utkraget bjelke. I det første oppsettet vil avstanden fra belastningens tyngdepunkt (P) til innfestningen være 2,5 meter.



Figur 4: Illustrasjon av søylefot i perspektiv.



Figur 5: Belastningstilfellene.

Utenom endeplaten er i teorien alt likt i alle tre oppsettene. I praksis vil sveisen variere noe fra gang til gang. *Tabell 2* viser felles data for de tre oppsettene.

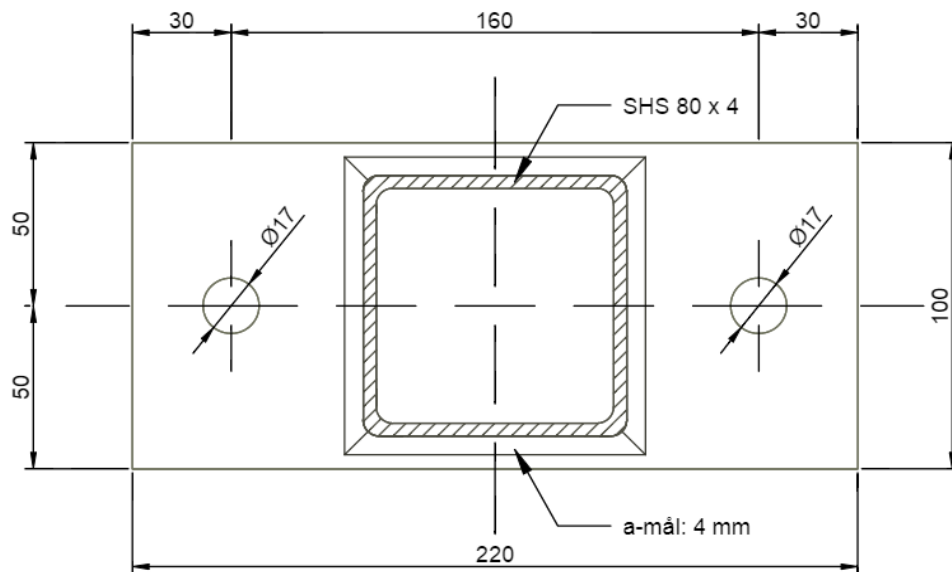
Tabell 2: Felles data for alle tre oppsett.

Søylens tverrsnitt	Sveisens a-mål	Boltens diameter og klasse
SHS 80x4 mm	4 mm	M16, 8.8

I det følgende vil endeplaten geometri i de tre oppsettene presenteres.

4.1 Geometri 1

Figur 6 viser geometrien til endeplaten i første oppsett, tilsvarende forsøket til Uhre [3]. Endeplatenes tykkelse er 8 mm.



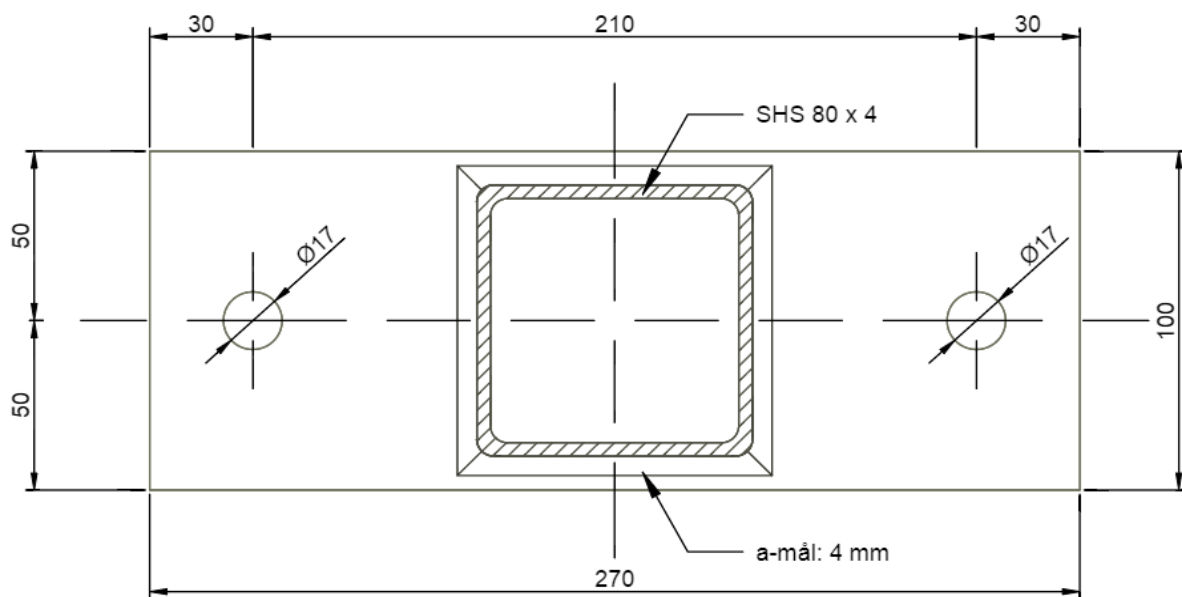
Figur 6: Geometri 1.

4.2 Geometri 2

I det andre oppsettet er geometrien den samme som i det første (se figur 6), bortsett fra at endeplatenes tykkelse er redusert fra 8 til 6 mm.

4.3 Geometri 3

Figur 7 viser geometrien til endeplaten i tredje oppsett. Her er endeplatenes tykkelse lik som i første oppsett, 8 mm. Eneste forskjellen er at avstanden mellom boltene er økt med 50 mm.



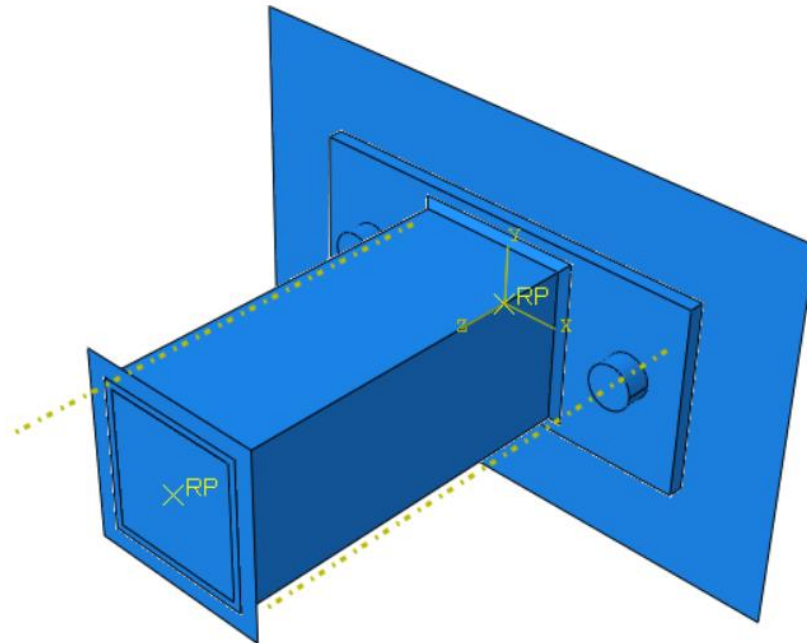
Figur 7: Geometri 3.

5 Numeriske beregninger

Det er gjennomført numeriske beregninger av søylefot med endeplate i *Abaqus 6.14-1*. Utgangspunktet er forsøket utført av Arne Martin Uhre [3]. Først er det satt opp en basismodell. Deretter er det utført et parameterstudie, der justeringer som en følge av dette studiet danner en hovedmodell. Videre brukes hovedmodellen med to nye geometrier (se *kapittel 4*) for å forutse resultatene til nye forsøk i laboratoriet.

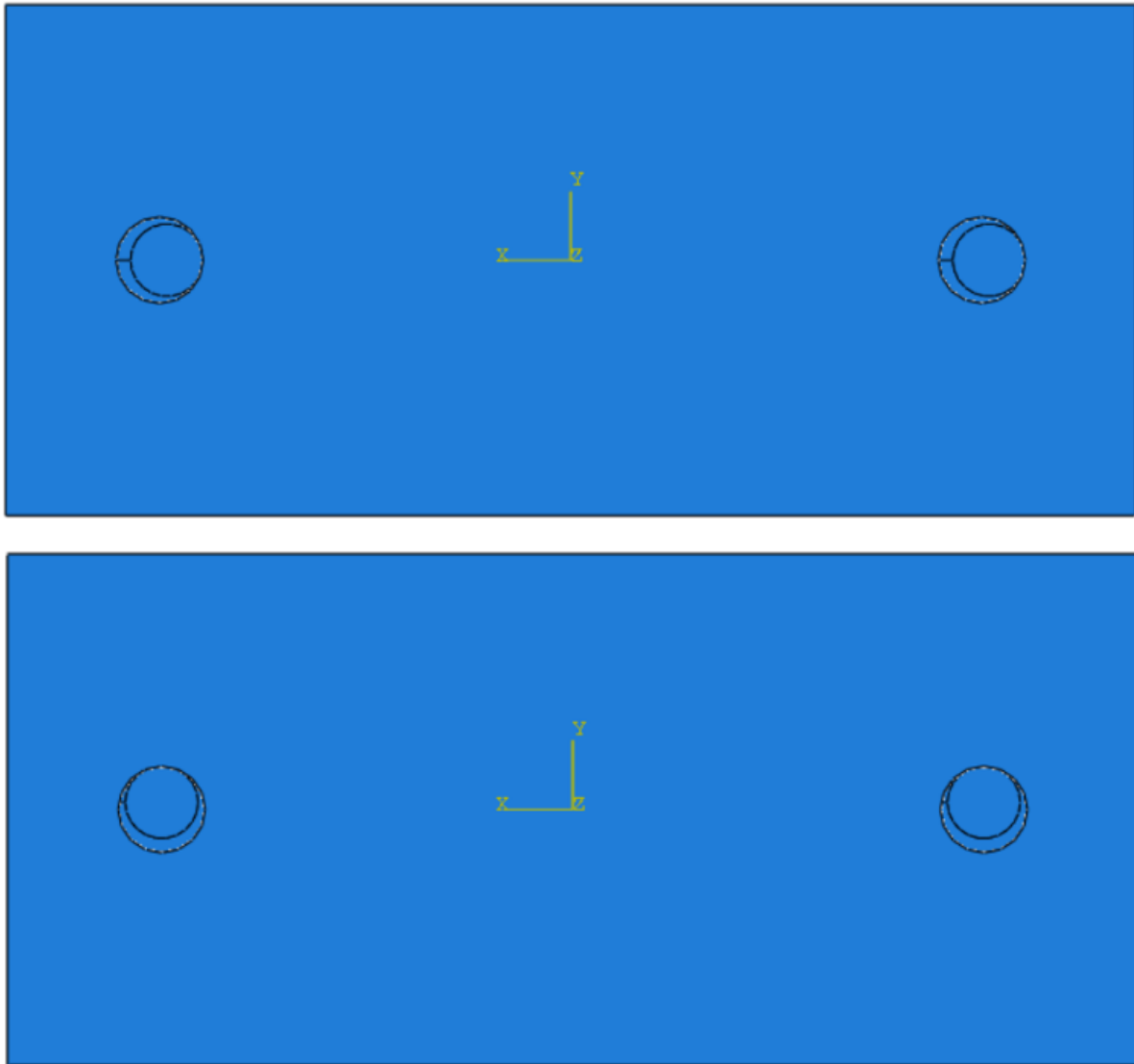
5.1 Basismodell

Geometrien er gitt i *kapittel 4*. Lengden på hulprofilet er valgt til å være 200 mm, et valg som vil etterprøves i parameterstudiet. Som en forenkling er det valgt å modellere hjørnene til profilet som vinkelrette i stedet for avrundede. I modellen er boltens diameter 14,14 mm, som er den reelle diameteren om man ser bort fra gjengene. Hodene til boltene er sirkulære med en diameter på 23,2 mm og en høyde på 13 mm, tilsvarende samlet høyde på hode (10 mm) og skive (3 mm). Det er ikke tatt høyde for forspenningen i boltene. Det er brukt en statisk generell analysemetode, og ikke-lineær geometri er inkludert. Under vises modellen i perspektiv. Platene i hver ende av modellen er helt stive.



Figur 8: Basismodellen i perspektiv.

Ved å plassere boltene midt i hullene på endeplaten, viser det seg problematisk å komme i gang med analysen. Derfor velges det å plassere boltene mot kanten for å oppnå kontakt med en gang. Dette vil i tillegg være et sannsynlig scenario ved montering i laboratoriet. Plasseringen av boltene ved bøyning om sterk og svak akse vises på *figur 9*.



Figur 9: Plassering av boltene ved bøyning om sterk akse (øverst) og svak akse.

5.1.1 Materialelegenskaper

For en tilnærmet korrekt analyse, er det viktig å beskrive materialene på en best mulig måte. Materialelegenskapene for sveis og bolter er basert på nominelle verdier. For endeplaten er det utført et strekkforsøk. Resultatet her benyttes også for hulprofilet. De elastiske materialdataene for alle komponentene er hentet fra NS-EN 1993-1-1 [4], og er gjengitt i *tabell 3*.

Tabell 3: Elastisk materialdata

Elastisitetsmodul (E)	210 000 MPa
Tverrkontraksjon (ν)	0,3

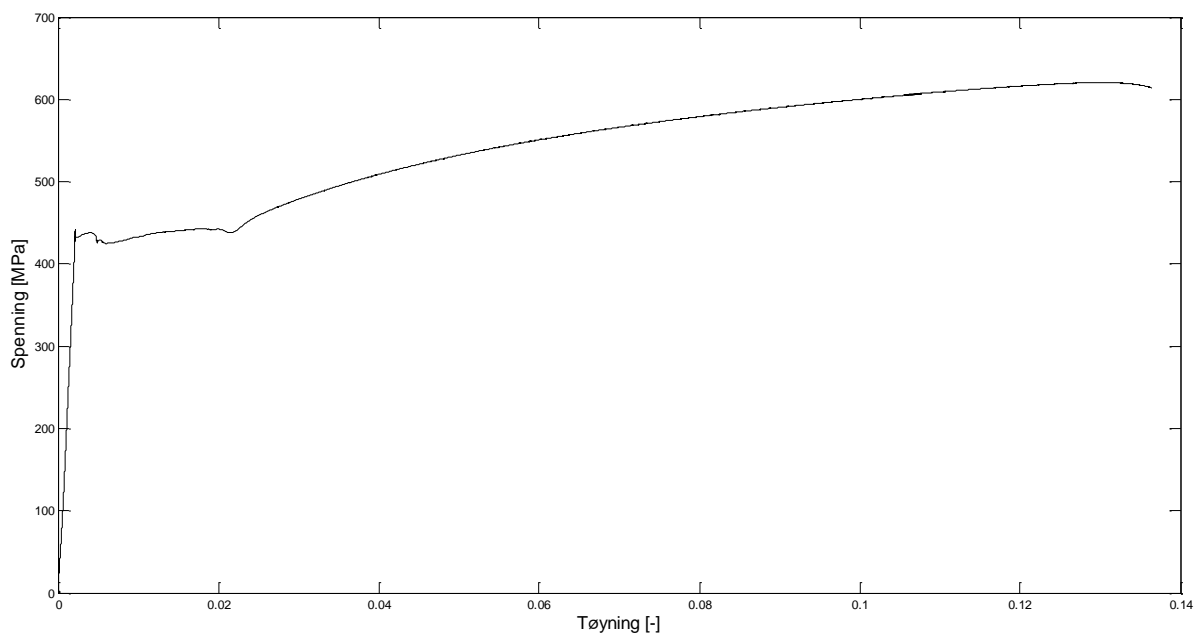
Når det gjelder plastisk materialdata for sveis og bolter, benyttes verdier fra masteroppgaven til Fredrik Torp Karlsen [5]. Der modelleres en lignende geometri i strekk. Verdiene for sann spenning, σ , og plastisk tøyning, ϵ_{pl} , for sveis og bolter er gjengitt i *tabell 4*. Sveisen er antatt til å ha stor kapasitet og relativt liten duktil oppførsel. Boltene er i klasse 8.8.

Tabell 4: Plastisk materialdata for sveis og bolter.

	σ [MPa]	ϵ_{pl} [-]
Sveis	600	0
	700	0,02
	800	0,06
Bolter	640	0
	896	0,1091

5.1.1.1 Endeplate

Det er utført et strekkforsøk med materialet brukt i endeplaten i laboratorieforsøket. *Figur 10* viser sann tøying mot sann spenning. *Tabell 5* viser verdiene for spenning og plastisk tøying brukt i *Abaqus*. Disse verdiene er også benyttet for hulprofilen.



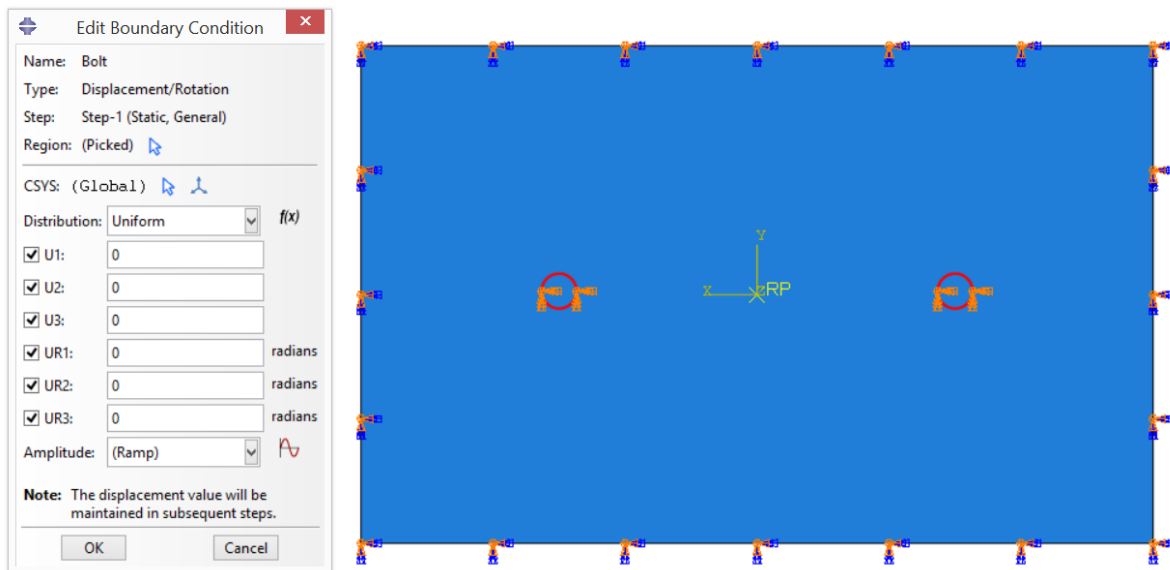
Figur 10: Resultat fra strekkprøve.

Tabell 5: Verdier brukt i Abaqus for endeplate og hulprofil.

σ [MPa]	ϵ_{pl} [-]
440	0
441	0,02015
549	0,05664
597	0,09477
620	0,12710

5.1.2 Randbetingelser

Den store, stive platen (fundamentet) bak endeplaten er fastholdt mot forskyvning og rotasjon. Det samme gjelder for undersiden av boltene som vist på *figur 11*. Dette stemmer ikke helt med virkeligheten siden tversnittarealet vil krympe når boltene blir strekkpåkjent.

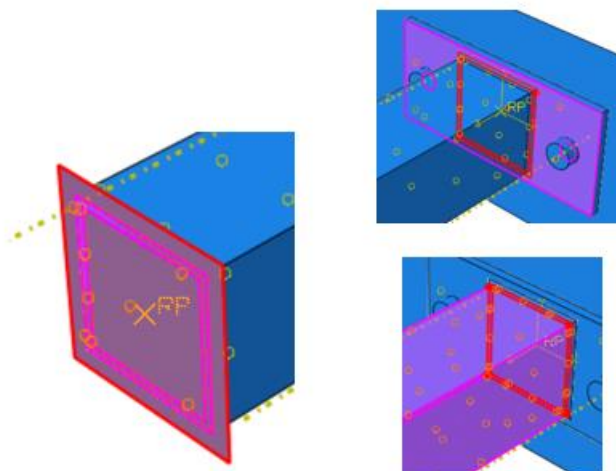


Figur 11: Randbetingelsene for undersiden av søylefoten.

5.1.3 Interaksjoner

Modellen har to typer interaksjoner, kontakt og fastlåsning. For kontakt er det brukt *General contact (standard)* med «All* with self». For tangentiell oppførsel brukes friksjonsformuleringen *Penalty*, med friksjonskoeffisient 0,3. Denne verdien vurderes nøyere etter et parameterstudie. For oppførsel normalt brukes «Hard» *Contact*.

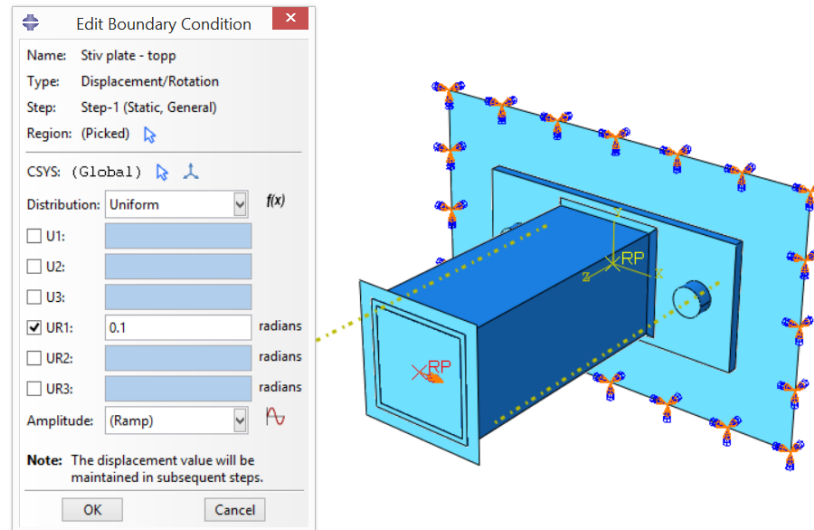
Tre områder i modellen er låst fast med tie-funksjonen. Det ene er den lille, stive platen mot profilet. De to andre er sveisen mot henholdsvis endeplaten og profilet. Dette er vist på *figur 12*. Det er valgt en «Surface to surface» tilnærming. I følge brukermanualen til *Abaqus* [6], brukes denne type fastlåsning til å holde sammen to områder selv om de har ulik elementinndeling.



Figur 12: Fastlåste områder.

5.1.4 Lastpåføring

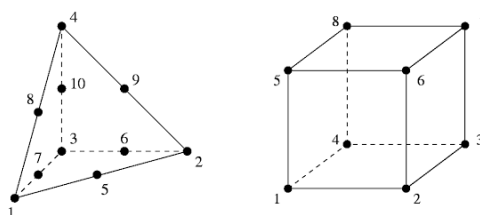
Lasten påføres ved å gi referansepunktet til den lille, stive platen en rotasjon på 0,1 radianer. De resterende frihetsgradene er lik null. Dette illustreres på *figur 13*. Her er det rotasjon om svak akse. Ved rotasjon om sterk akse er det UR2 som hukes av. Lasten påføres stegvis med en maksimal inkrementstørrelse på 0,02 over en totaltid på 1.



Figur 13: Lastpåføring, her om svak akse.

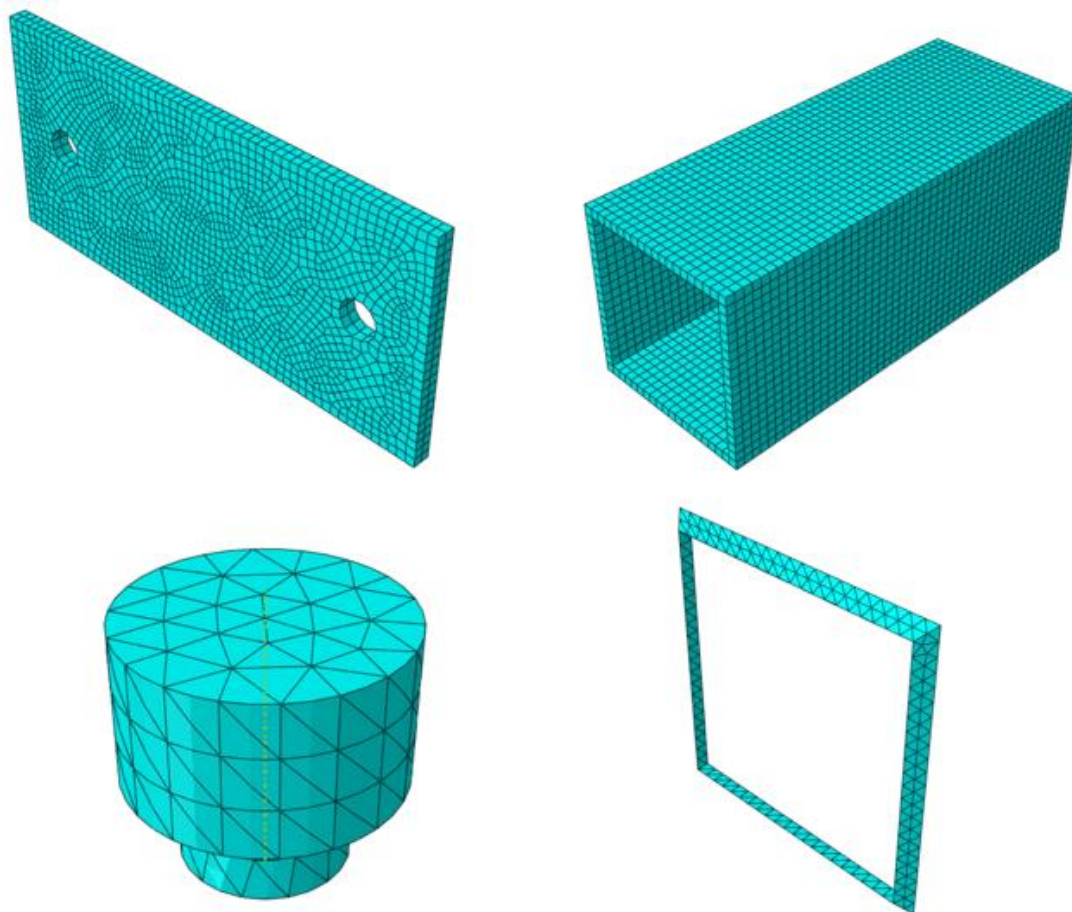
5.1.5 Elementinndeling

I denne modellen er det brukt volumelementer, $C3D8R$, med åtte noder fordelt på hvert sitt hjørne, hvor hver node har tre translasjonsfrihetsgrader. Det er benyttet redusert integrasjon for å redusere analysetiden. Med andre ord er det kun ett integrasjonspunkt, som befinner seg i midten av elementet. Dette gjelder for profilet og endeplaten. Når det gjelder sveis og bolter, er volumelementet $C3D10$ benyttet, et 10-noders kvadratisk tetraeder. De to volumelementene er illustreres på *figur 14*.



Figur 14: Volumelementer, $C3D10$ (til venstre) og $C3D8R$.

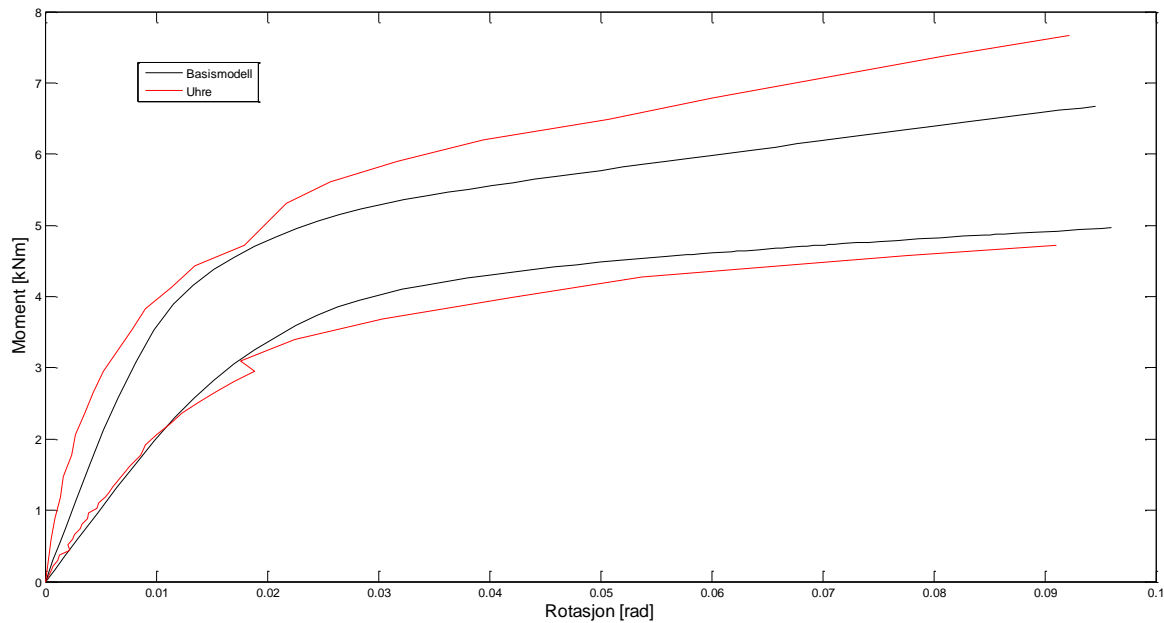
I basismodellen er alle «seed» -størrelser 4 mm. Det vil si at profilet har ett element over tykkelsen. Dette regnes som tilstrekkelig ettersom det forventes liten deformasjon her. Når det gjelder endeplaten, blir det bare to elementer over tykkelsen. Dette er sannsynligvis i minste laget for å representere bøyningen av den. Nødvendig antall elementer over tykkelsen vil etterforskes i et parameterstudie. Elementinndelingen til de ulike komponentene i basismodellen vises i *figur 15*.



Figur 15: Elementinndeling til endeplate, profil, bolt og sveis.

5.1.6 Resultater

Figur 16 sammenligner resultatet fra basismodellen (svart kurve) med et tidligere utført laboratorieforsøk (rød kurve). Kurver for bøyning om sterk akse ligger øverst. Grunnen til at kurven fra basismodellen ikke går til 0,1 radianer, er at rotasjonen i hulprofilet er trukket fra.



Figur 16: Resultatet fra basismodellen sammenlignet med laboratorieforsøket til Uhre [3].

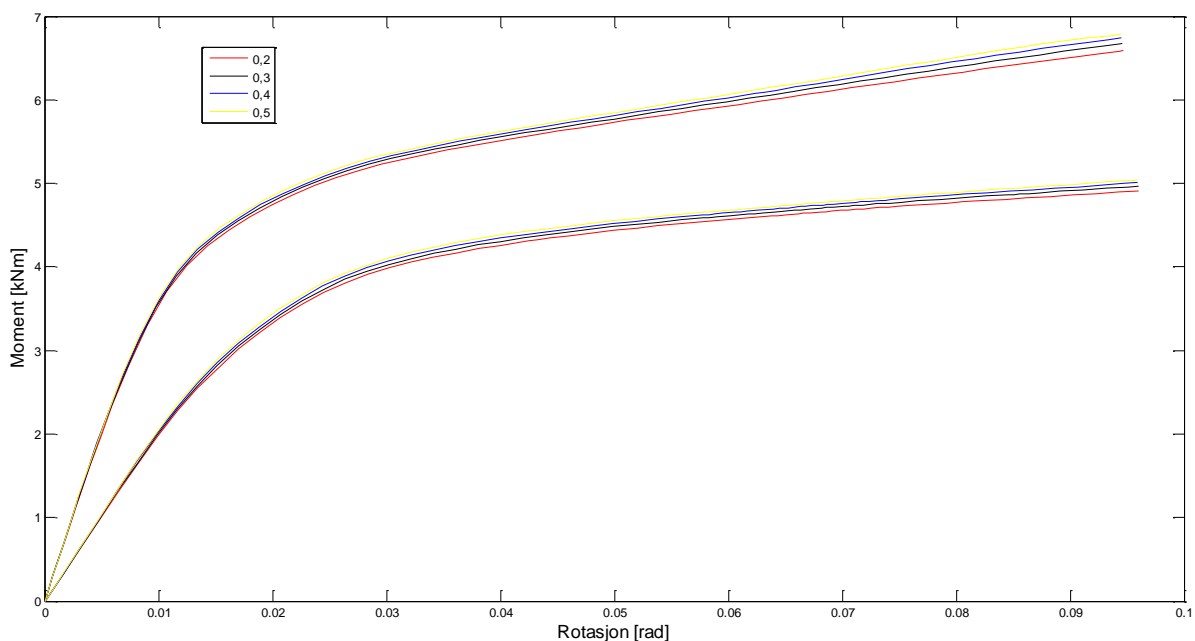
Sammenligningen viser at stivheten stemmer bra overens for bøyning om svak akse, mens basismodellen gir noe lavere stivhet for bøyning om sterk akse. Basismodellen overestimerer kapasiteten for bøyning om svak akse, og underestimerer kapasiteten for bøyning om sterk akse, i forhold til forsøket. Resultater fra forsøk vil ha en viss spredning, og basismodellen vurderes som tilstrekkelig nøyaktig til å begynne et parameterstudie.

5.2 Parameterstudie

Et parameterstudie gjennomføres for å undersøke viktigheten av noen av valgene som gjøres i basismodellen. Parameterne som undersøkes er friksjonskoeffisient, lengde på profilet, og antall elementer over tykkelsen til endeplaten. De to førstnevnte parameterne undersøkes for å finne ut hvor ømfintlig analysens resultat er for en variasjon av disse, da det er vanskelig å fastslå hva som er riktig verdi. Når det gjelder antall elementer over tykkelsen til endeplaten, blir evalueringen gjort opp mot en analytisk tilnærming.

5.2.1 Friksjon

I basismodellen er friksjonskoeffisienten valgt til å være 0,3. Knutepunktstandard [1] oppgir at koeffisienten kan variere fra 0,2 – 0,5 avhengig av overflatebehandling. Derfor velges det å se på effekten av å variere friksjonskoeffisienten innenfor dette intervallet. Resultatet vises på *figur 17*.

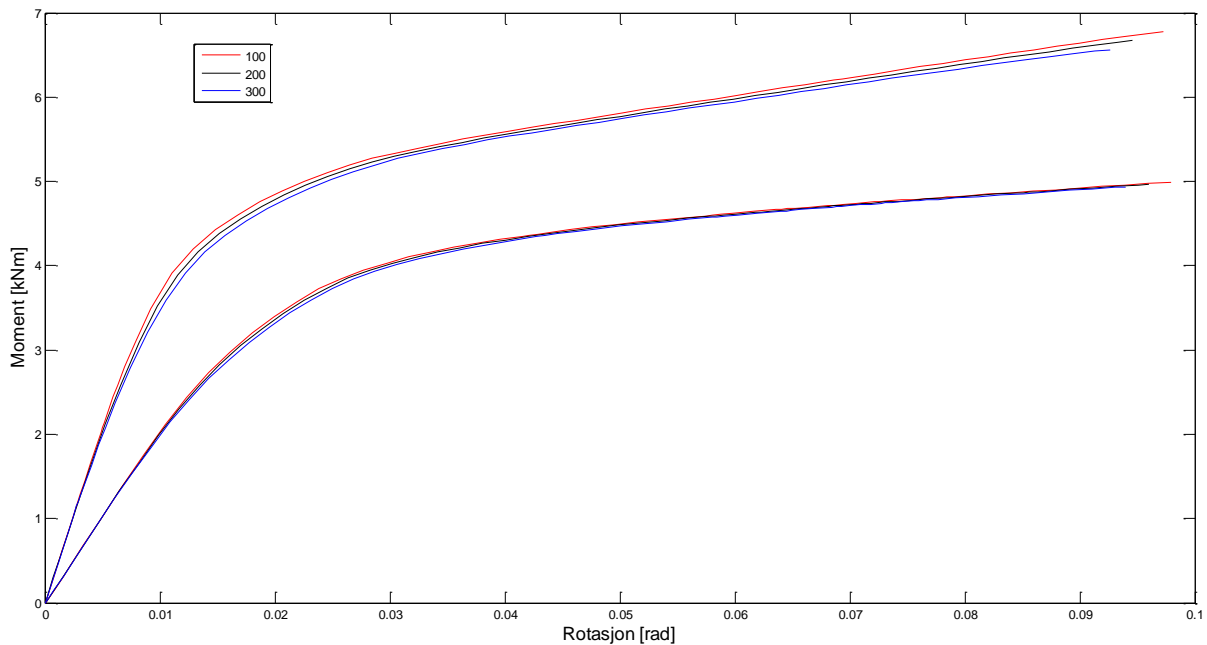


Figur 17: Resultat fra parameterstudiet av ulik friksjonskoeffisient.

Studiet viser at stivheten påvirkes i liten grad av friksjonskoeffisienten. Forskjellene blir tydeligere for større rotasjoner. En kan legge merke til at spranget mellom kurvene blir gradvis mindre for større friksjonskoeffisienter. Det konkluderes med at forskjellene tilstrekkelig små til at en friksjonskoeffisient på 0,3 kan brukes i hovedmodellen uten videre undersøkelser.

5.2.2 Profillengde

Oppsettet i *kapittel 4* viser en søyle med lengde 2,5 meter. I basismodellen er denne lengden redusert til 0,2 meter. Dette er hensiktsmessig med tanke på analysetid. Uansett er hensikten å evaluere rotasjonen i søylefotpunktet. Derfor utføres et parameterstudie der lengden på hulprofilet er henholdsvis 100 og 300 mm for å undersøke effekten av dette. Resultatet vises på *figur 18*.



Figur 18: Resultatet fra parameterstudiet av ulike lengder på hulprofilet.

Studiet viser en svært liten endring i resultatet for bøyning om svak akse. Endringene er noe større for bøyning om sterk akse. Det konkluderes med at lengden på hulprofilet er av liten betydning. I hovedmodellen velges det å benytte en profillengde på 100 mm for å redusere analysetiden.

5.2.3 Bøyning av endeplate

For å avgjøre nødvendig antall elementer over tykkelsen i endeplaten, er det utført et parameterstudie. Studien er utført ved å modellere en fritt opplagt bjelke med samme geometri som endeplaten. Platen påføres en jevnt fordelt last, $q' = 1 \text{ N/mm}^2$, og nedbøyningen på midten leses av. Dette er gjort med to til åtte elementer over tykkelsen. Resultatene sammenlignes så med formelen for nedbøyning:

$$u_{max} = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI} \quad (5.1)$$

Der u_{max} er største nedbøyning, L er platens lengde, E er elastisitetsmodul og I er 2. arealmoment.

Følgende verdier er brukt i utledningen:

Tabell 6: Verdier brukt i utledning av nedbøyning.

q'	1 N/mm ²
E	210 000 N/mm ²
L	220 mm
b	100 mm
h	8 mm
$q = q'b$	100 N/mm
$I = bh^3/12$	4 267 mm ⁴

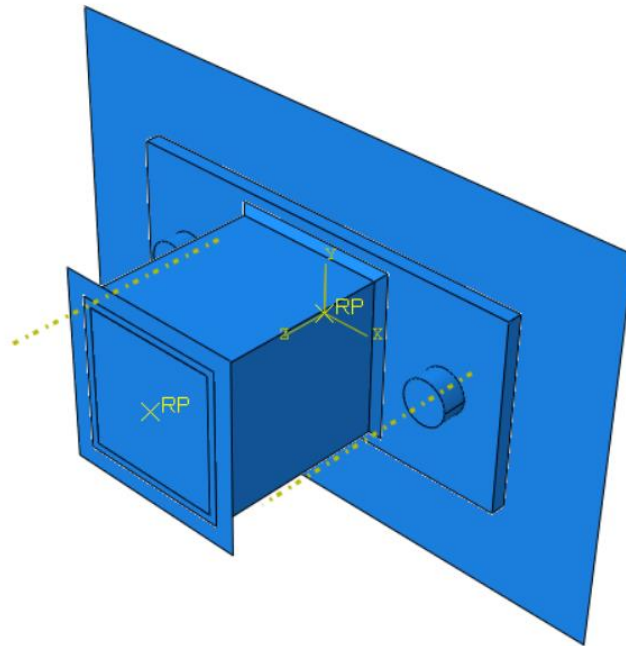
Resultatet blir som følger:

Tabell 7: Resultat fra parameterstudiet.

Antall elementer	Nedbøyning [mm]	Avvik [%]
2	4,37	28,5
3	3,70	8,8
4	3,51	3,2
5	3,43	0,9
8	3,35	-1,5
u_{max}	3,40	-

På bakgrunn av dette velges det å bruke fire elementer over tykkelsen i hovedmodellen.

5.3 Hovedmodell



Figur 19: Hovedmodellen i perspektiv.

Hovedmodellen i *Abaqus* baseres på basismodell og parameterstudie beskrevet i tidligere delkapitler. *Figur 19* viser modellen i perspektiv. Følgende endringer er gjort i forhold til basismodellen:

- Profilets lengde reduseres fra 200 til 100 mm.
- Antall elementer over endeplatens tykkelse endres fra to til fire. Det betyr kubiske elementer med sidekanter på 2 mm.

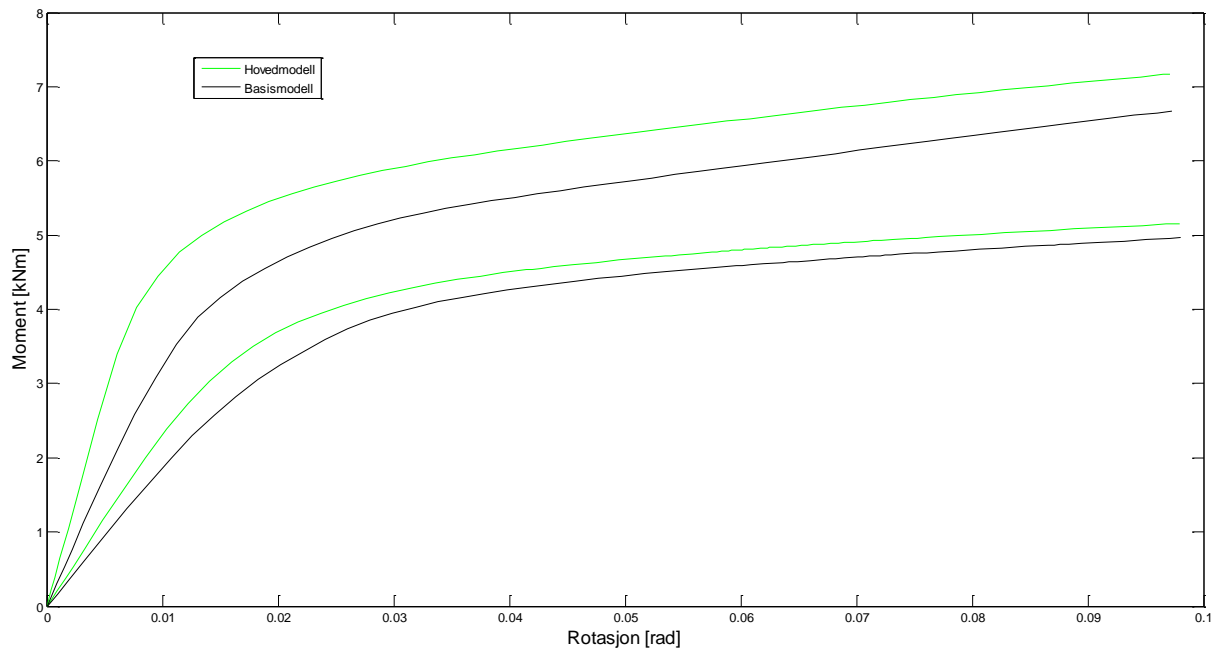
Figur 20 viser den nye elementinndelingen til endeplaten.



Figur 20: Elementinndeling til endeplate.

5.3.1 Resultater

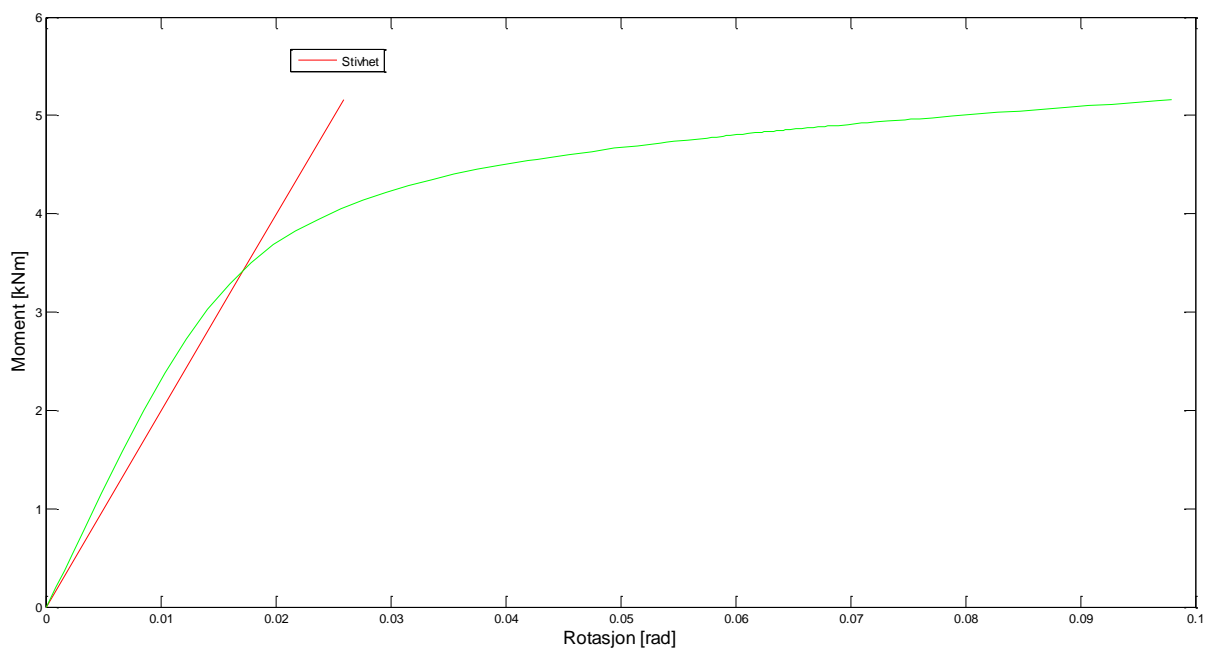
Figur 21 viser resultatet fra hovedmodellen (grønn) sammenlignet med basismodellen (svart). Kurvene for bøyning om sterk akse ligger øverst. Det viser seg at hovedmodellen gir en stivere respons og en høyere kapasitet enn basismodellen.



Figur 21: Resultatet fra hovedmodellen sammenlignet med basismodellen.

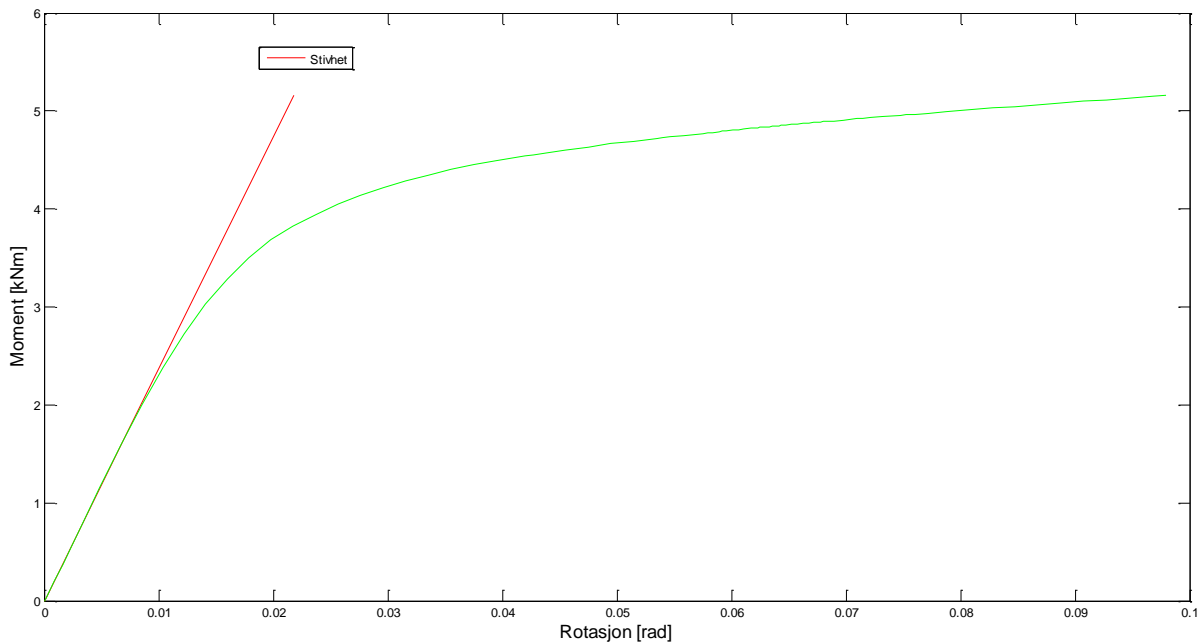
5.3.1.1 Svak akse

Knutepunktstandarden [1] definerer initialrotasjonsstivheten som stigningstallet til en rett linje opp til to tredeler av knutepunktets kapasitet (se figur 2). Her er kapasiteten definert som momentpåkjenningen ved analysens slutt, og har en tilhørende rotasjon på drøyt fem ganger det elastiske området. Den røde linjen på figur 22 illustrerer stivheten.



Figur 22: Initialrotasjonsstivhet for hovedmodellen ved bøyning om svak akse.

Figur 23 viser en alternativ fremstilling av stivheten som krysser den grønne kurven fra hovedmodellen ved en tredel av den endelige momentpåkjenningen. Figuren viser at denne stivheten er gjeldende opp til et moment på ca. 2 kNm.



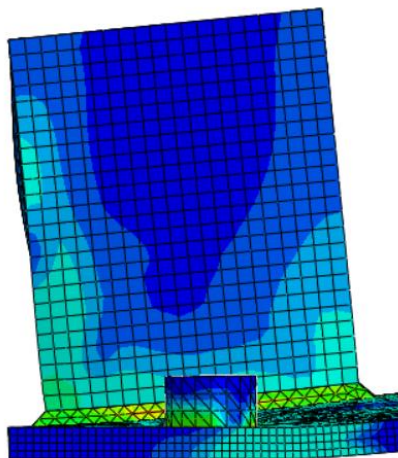
Figur 23: Alternativ stivhet.

Tabell 8 viser kapasitet og stivhet til søylefoten ved bøyning om svak akse.

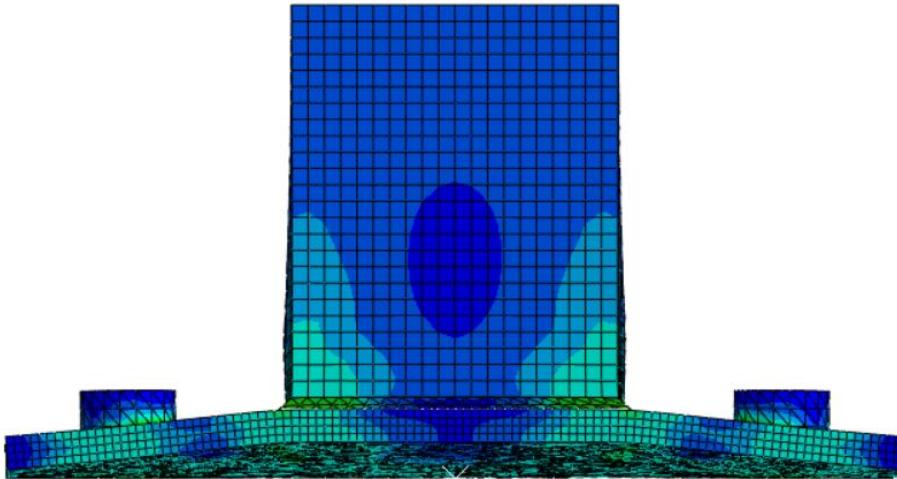
Tabell 8: Kapasitet og stivhet.

Kapasitet	Stivhet (2/3)	Stivhet (1/3)
5,157 kNm	199 kNm/rad	236 kNm/rad

Figur 24 og 25 viser deformasjonen av søylefoten ved analysens slutt.

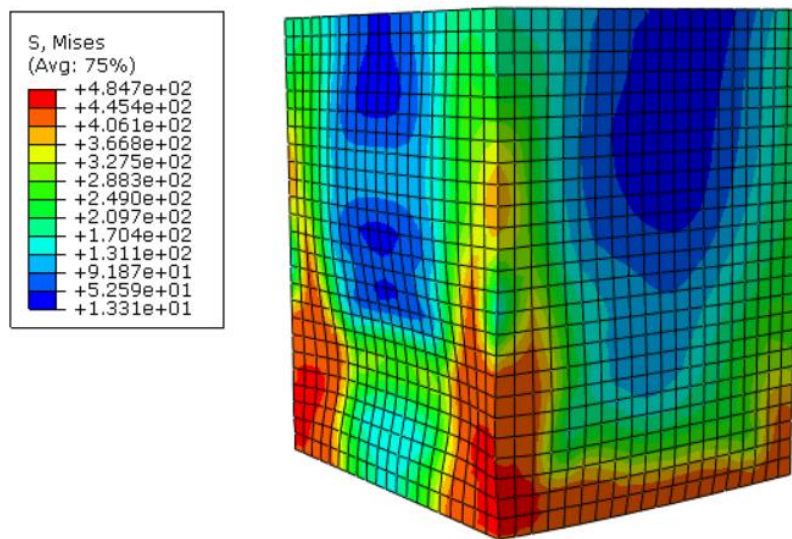


Figur 24: Deformasjonen sett fra siden.

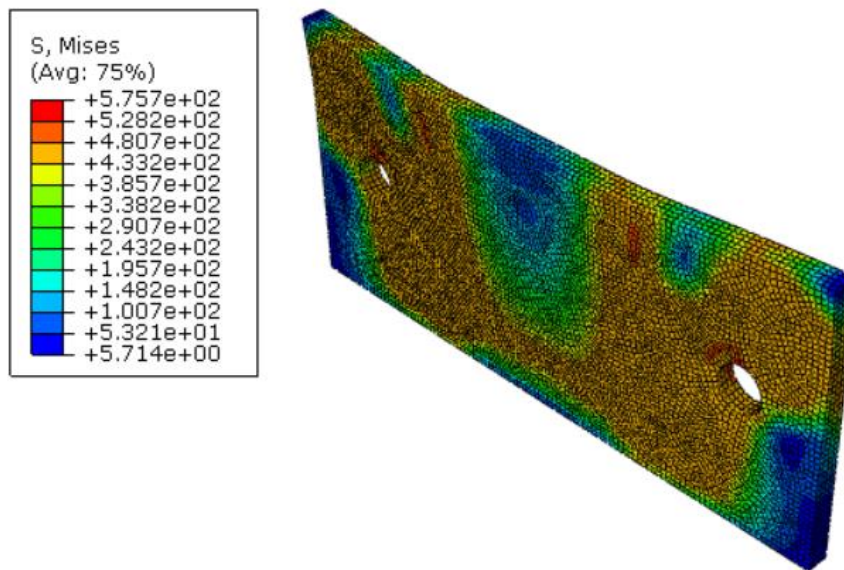


Figur 25: Deformasjonen sett bakfra.

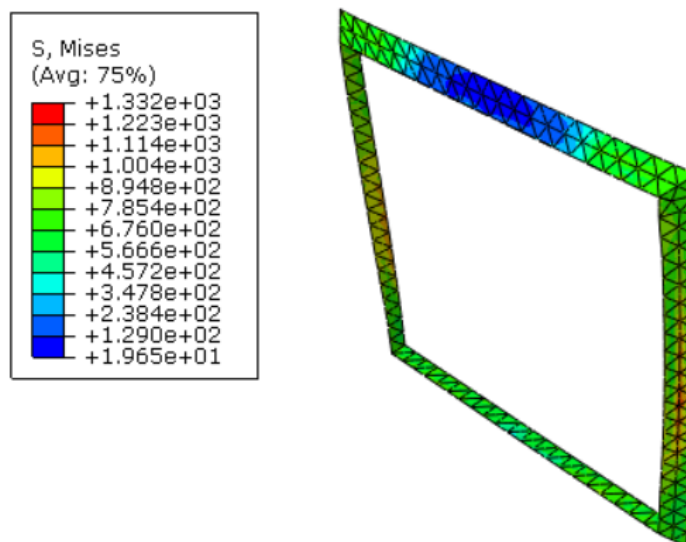
Figur 26 – 29 viser spenningsfordelingen i komponentene ved analysens slutt.



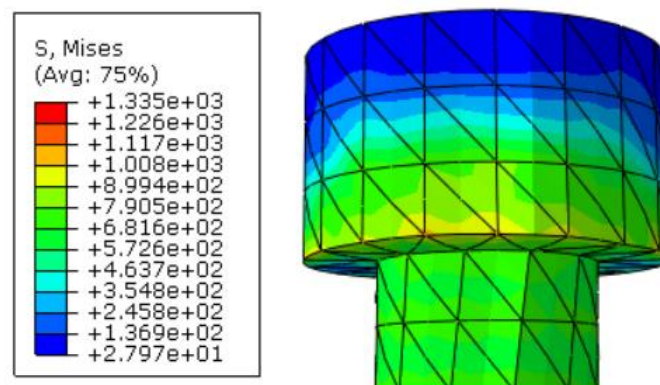
Figur 26: Spenningsfordeling i hulprofil sett på skrå forfra.



Figur 27: Spenningsfordeling i endeplate.



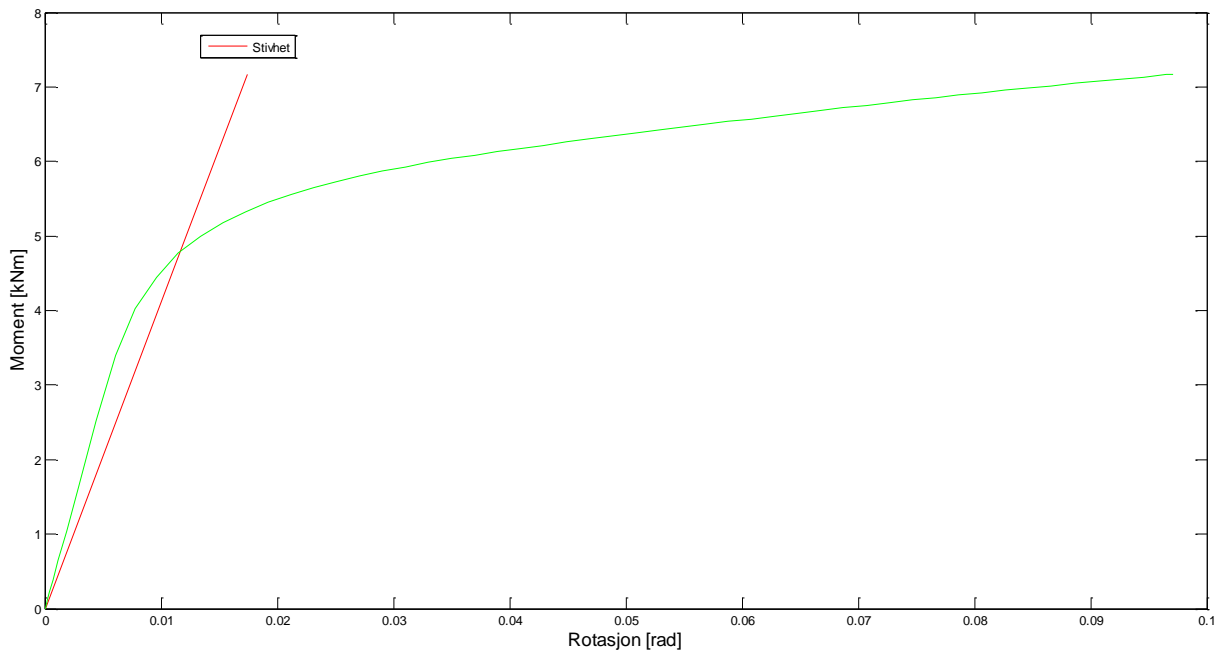
Figur 28: Spenningsfordeling i sveis.



Figur 29: Spenningsfordeling i bolt.

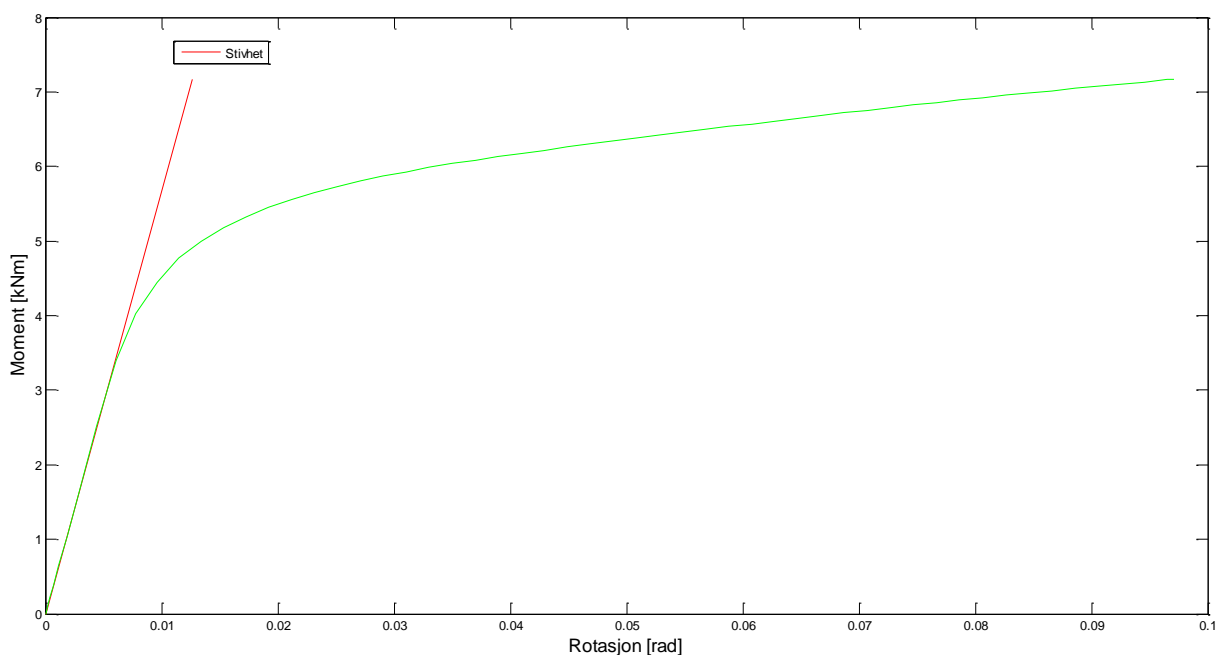
5.3.1.2 Sterk akse

OBS: På grunn av problemer grunnet konvergens, er analysen utført med elementstørrelser på ca. 2 mm for alle komponentene.



Figur 30: Initialrotasjonsstivhet for hovedmodellen ved bøyning om sterk akse.

Over illustreres stivheten der skjæringspunktet er to tredeler av momentkapasiteten (Her: Momentpåkjenningen ved slutten av analysen, som tilsvarer om lag 10 ganger elastisk deformasjon). Under er skjæringspunktet en tredel av momentkapasiteten. I praksis gjelder denne stivheten opp til nesten 3,5 kNm.



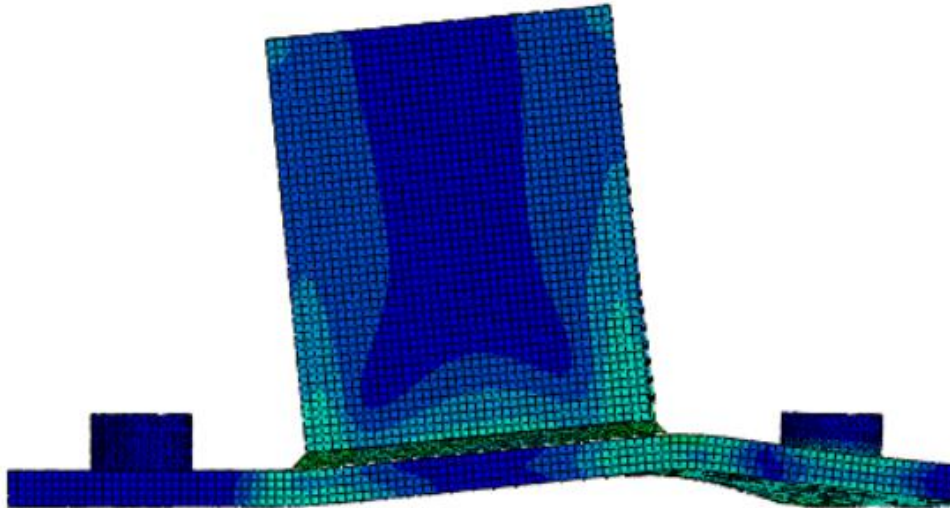
Figur 31: Alternativ stivhet.

Tabell 9 viser kapasitet og stivhet til søylefoten ved bøyning om sterk akse.

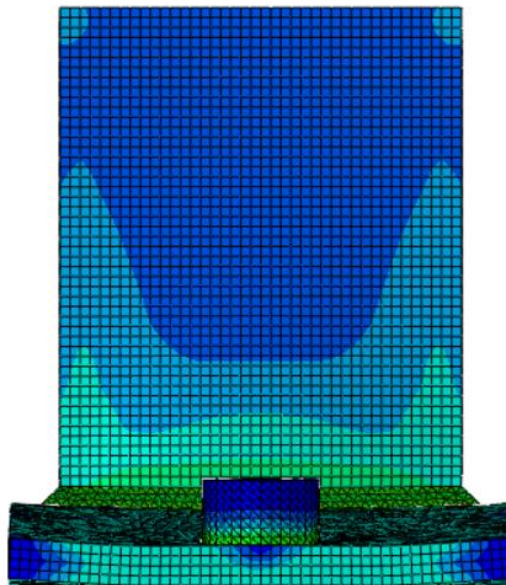
Tabell 9: Kapasitet og stivhet.

Kapasitet	Stivhet (2/3)	Stivhet (1/3)
7,173 kNm	411 kNm/rad	568 kNm/rad

Figur 32 og 33 viser deformasjonen av søylefoten ved analysens slutt.

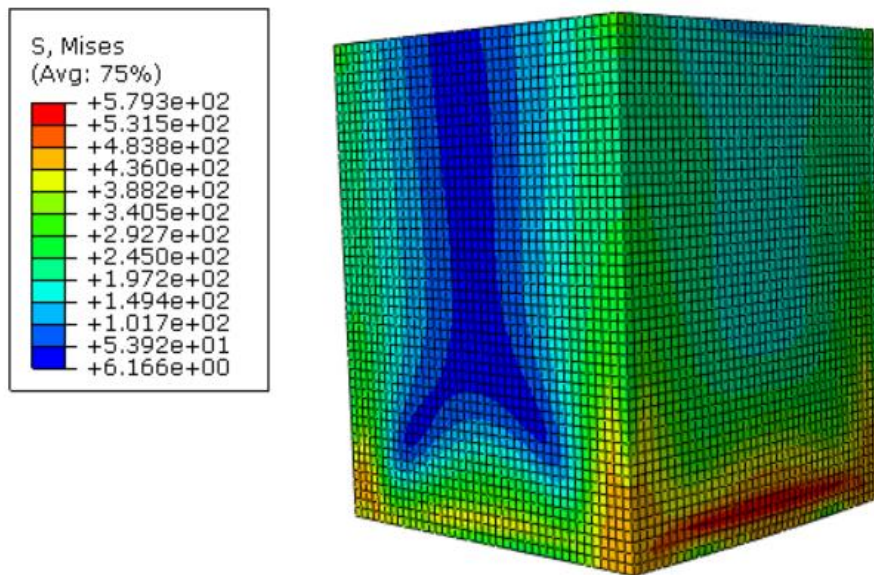


Figur 32: Deformasjonen sett fra siden.

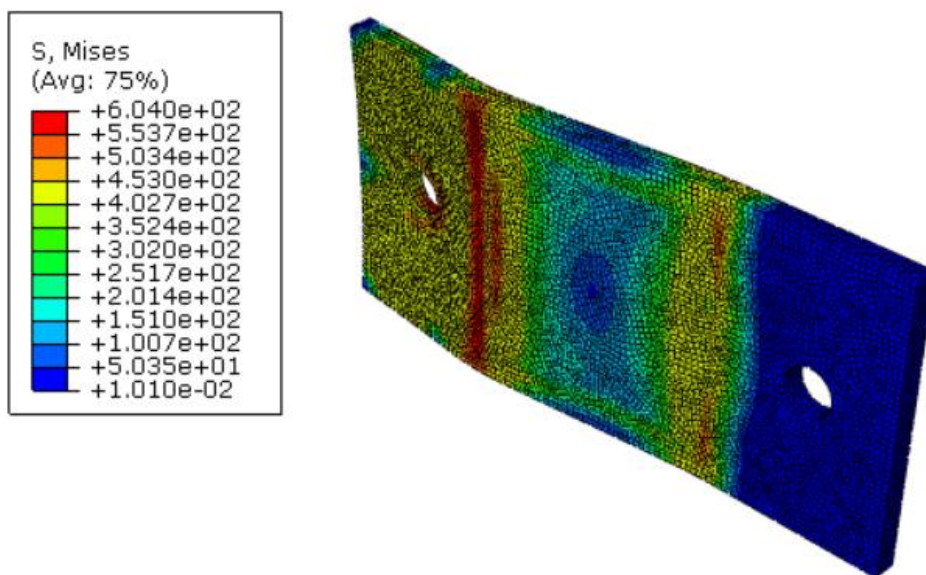


Figur 33: Deformasjonen sett bakfra.

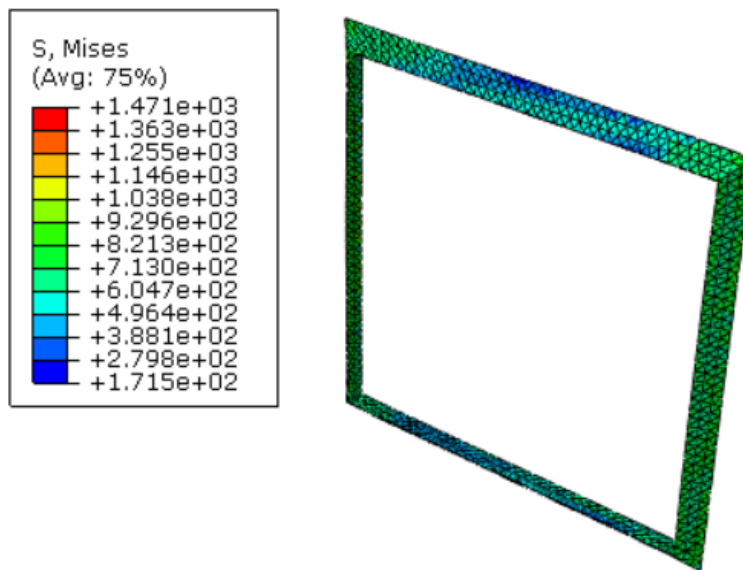
Figur 34 – 37 viser spenningsfordelingen i komponentene ved analysens slutt.



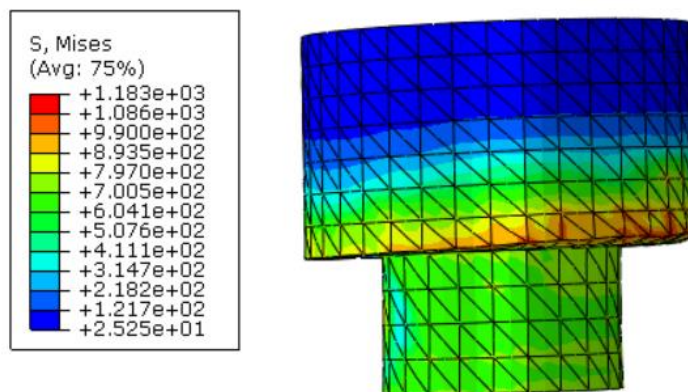
Figur 34: Spenningsfordeling i hulprofil sett på skrå bakfra.



Figur 35: Spenningsfordeling i endeplate.



Figur 36: Spenningsfordeling i sveis.

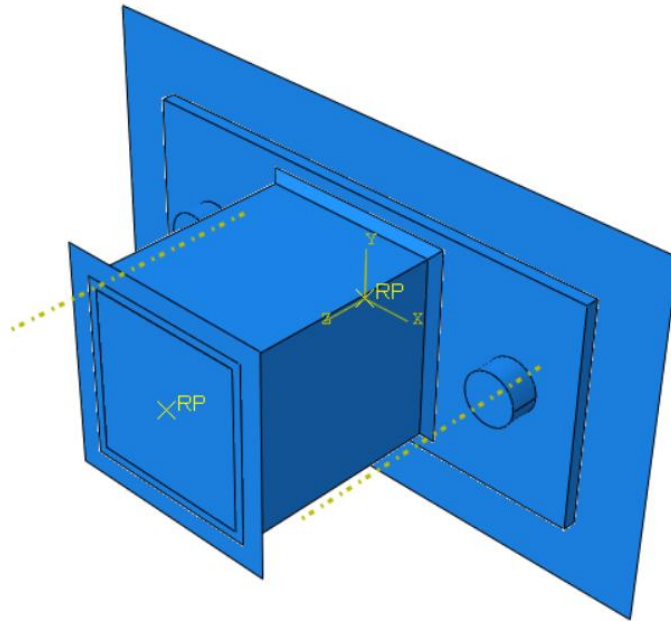


Figur 37: Spenningsfordeling i mest utsatte bolt.

5.4 Nye geometrier

To nye søyleføtter med ulik geometri av endeplaten modelleres i *Abaqus*. I forhold til hovedmodellen har den ene tynnere endeplate (6 mm), mens den andre har større avstand mellom hullene. Geometriene er presentert i *kapittel 4* og er referert til som henholdsvis geometri 2 og 3. Resultatene fra den numeriske analysen etterprøves med laboratorieforsøk.

5.4.1 Geometri 2



Figur 38: Modellen med geometri 2.

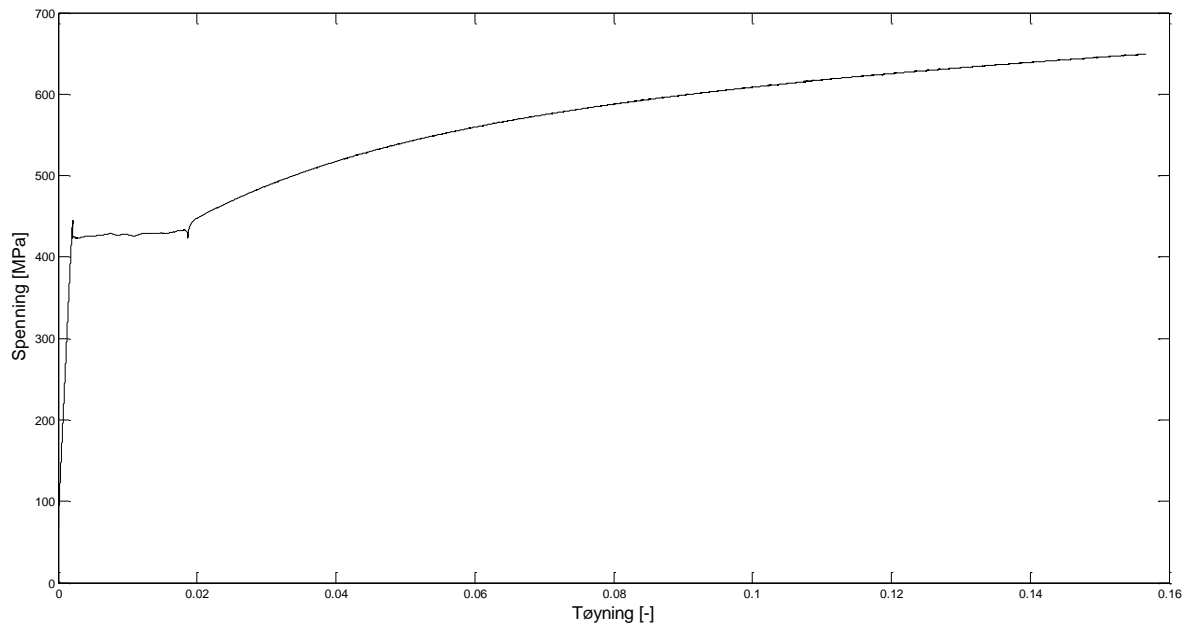
Over vises modellen med tynnere endeplate enn tidligere. Elementinndelingen til endeplaten vises under. Den har kubiske elementer med sidekanter på 1,5 mm.



Figur 39: Elementinndeling av geometri 2.

5.4.1.1 Strekkprøve

På grunn av tynnere endeplate, er det utført et nytt strekkforsøk med materialet brukt i endeplaten i laboratorieforsøket. *Figur 40* viser sann tøying mot sann spenning. *Tabell 10* viser verdiene for spenning og plastisk tøying brukt i *Abaqus*. Disse verdiene er også benyttet for hulprofilen.



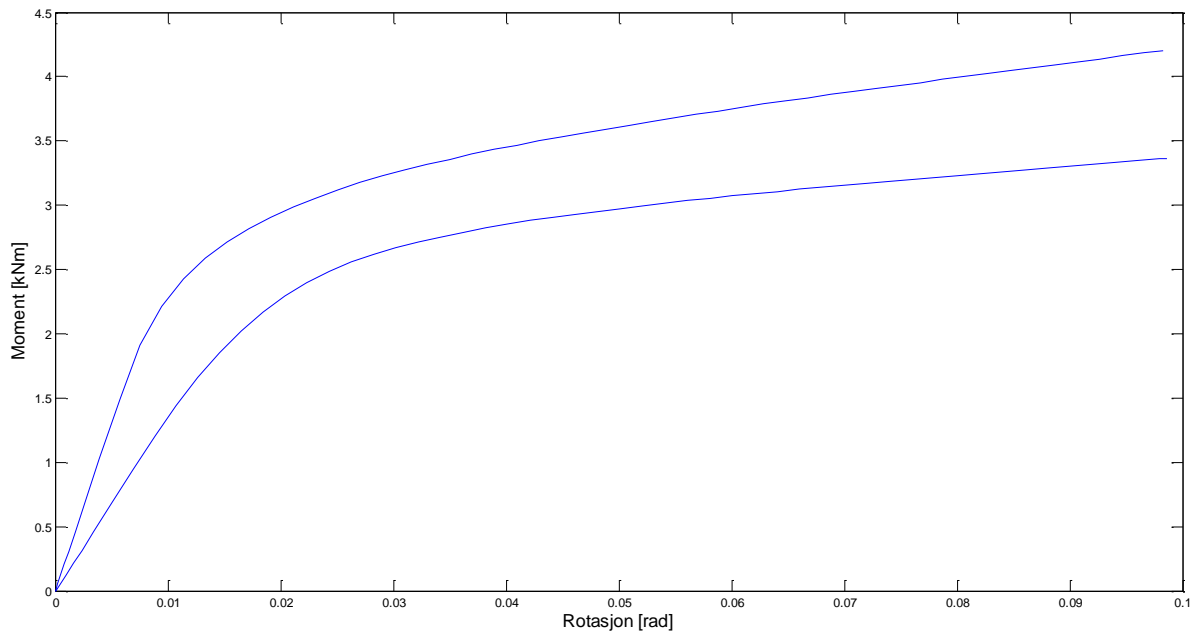
Figur 40: Resultat fra strekkprøve.

Tabell 10: Verdier brukt i Abaqus for endeplate og hulprofil.

σ [MPa]	ϵ_{pl} [-]
445	0
445	0,01750
562	0,05961
613	0,10257
649	0,15461

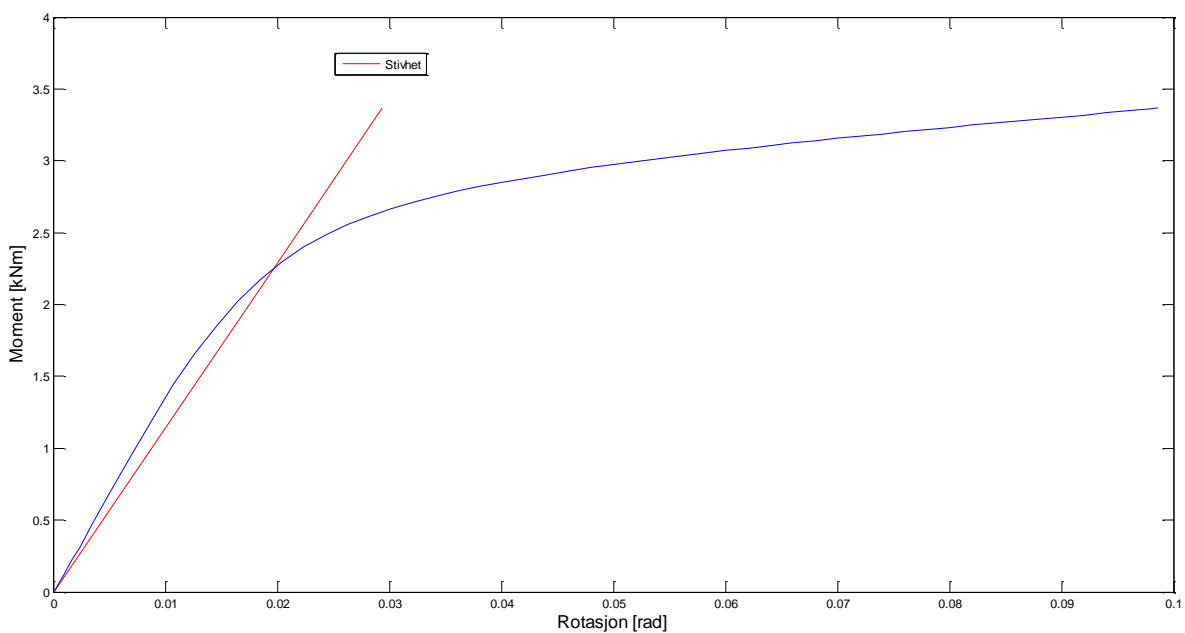
5.4.1.2 Resultater

Figur 41 viser resultatet for geometri 2. Kurven for bøyning om sterk akse ligger øverst.



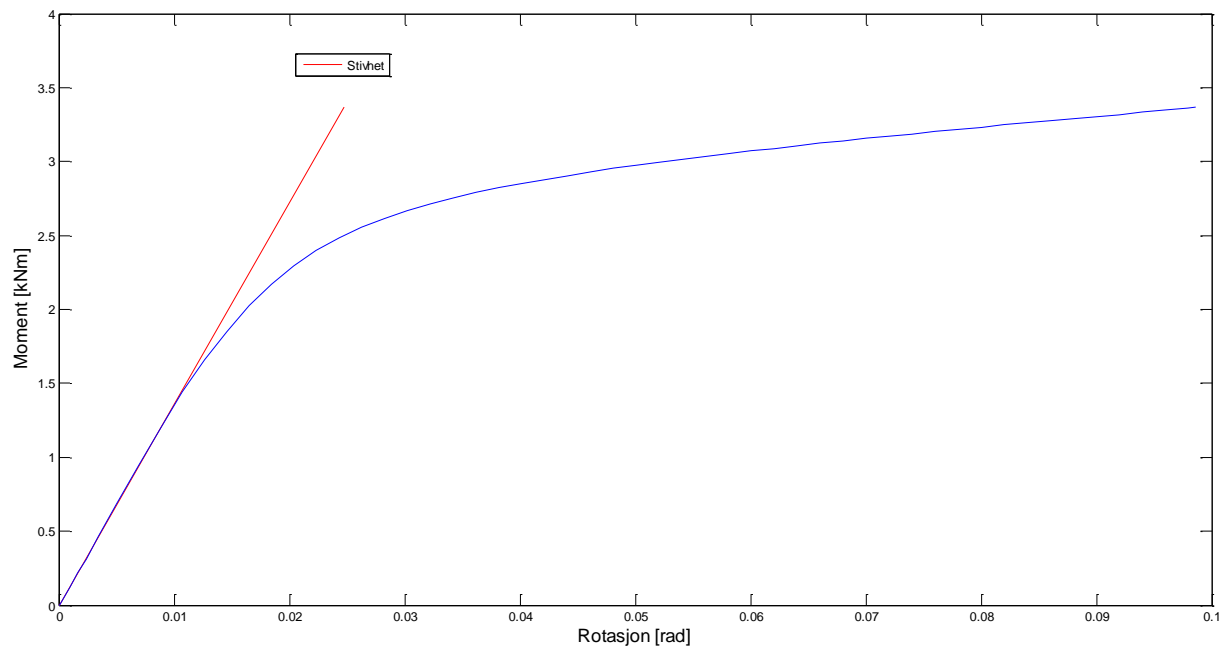
Figur 41: Resultat for geometri 2.

Svak akse



Figur 42: Initialrotasjonsstivhet for geometri 2 ved bøyning om svak akse.

Over illustreres stivheten der skjæringspunktet er to tredeler av momentkapasiteten (Her: Momentpåkjenningen ved slutten av analysen, som tilsvarer om lag 5 ganger elastisk deformasjon). Under er skjæringspunktet en tredel av momentkapasiteten. I praksis gjelder denne stivheten opp til om lag 1,5 kNm.



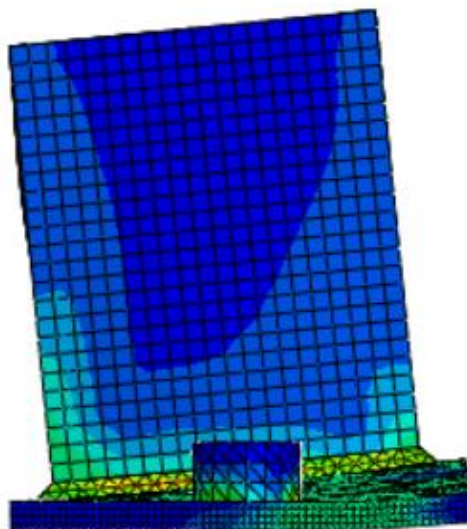
Figur 43: Alternativ stivhet.

Tabell 11 viser kapasitet og stivhet til søylefoten ved bøyning om svak akse.

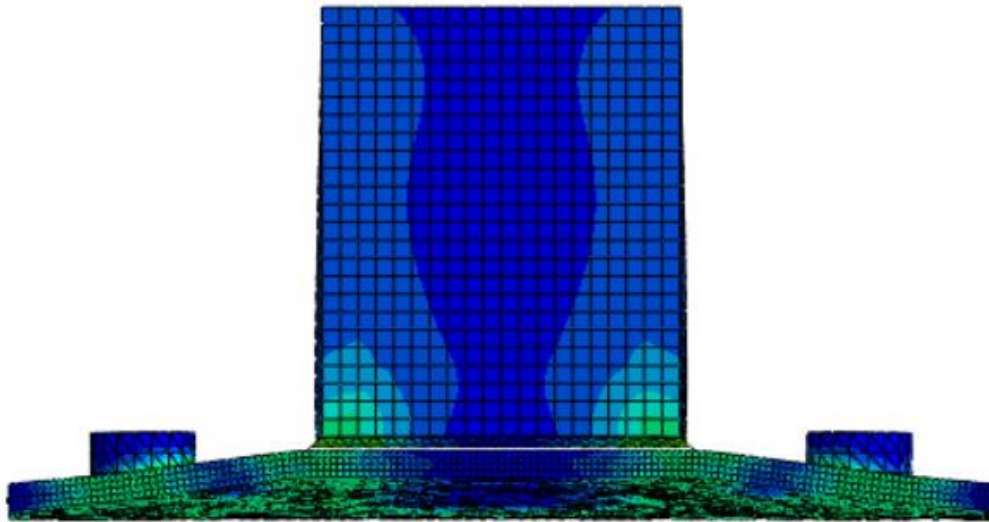
Tabell 11: Kapasitet og stivhet.

Kapasitet	Stivhet (2/3)	Stivhet (1/3)
3,365 kNm	114 kNm/rad	136 kNm/rad

Figur 44 og 45 viser deformasjonen av søylefoten ved analysens slutt.

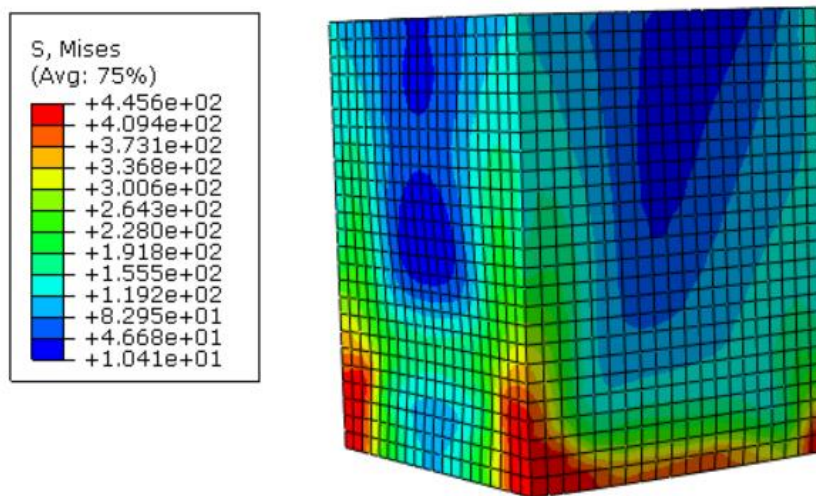


Figur 44: Deformasjonen sett fra siden.

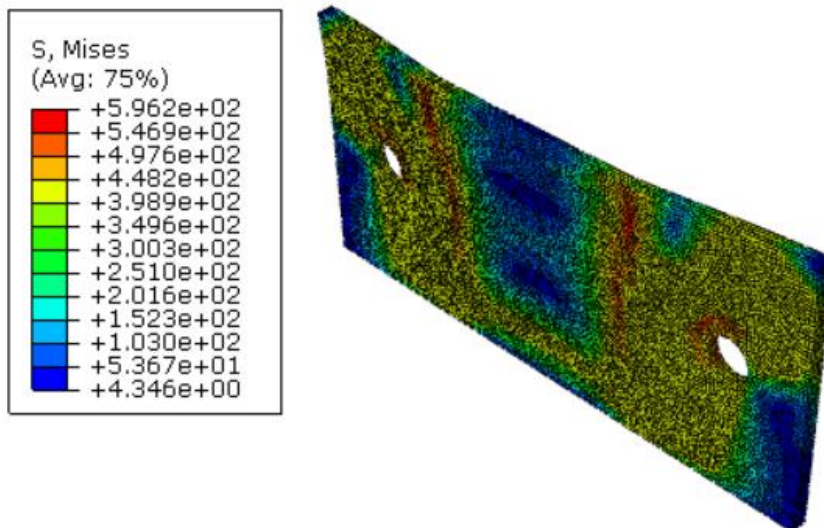


Figur 45: Deformasjonen sett bakfra.

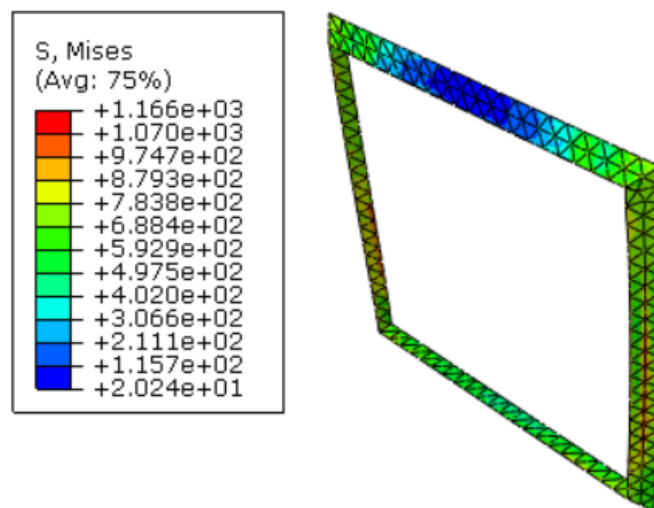
Figur 46 – 49 viser spenningsfordelingen i komponentene ved analysens slutt.



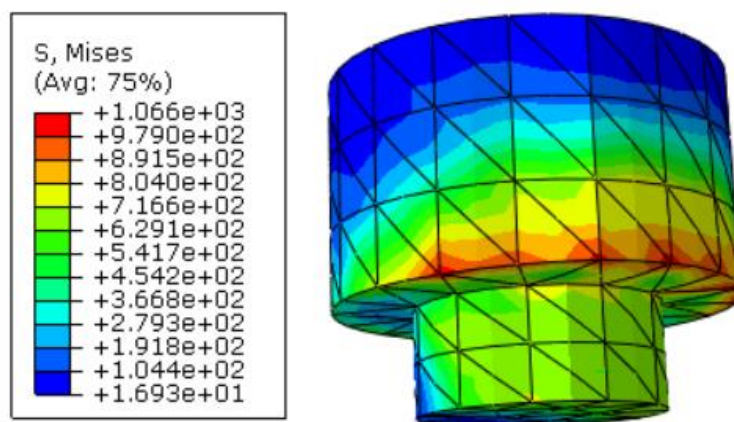
Figur 46: Spenningsfordeling i hulprofil sett på skrå forfra.



Figur 47: Spenningsfordeling i endeplate.

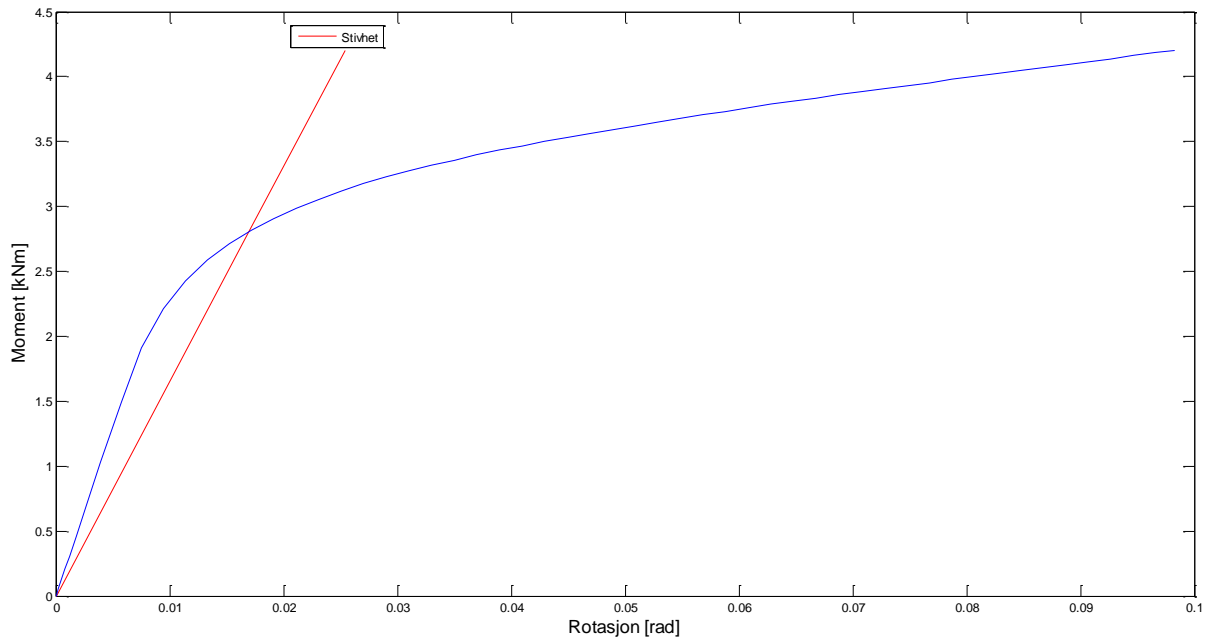


Figur 48: Spenningsfordeling i sveis.



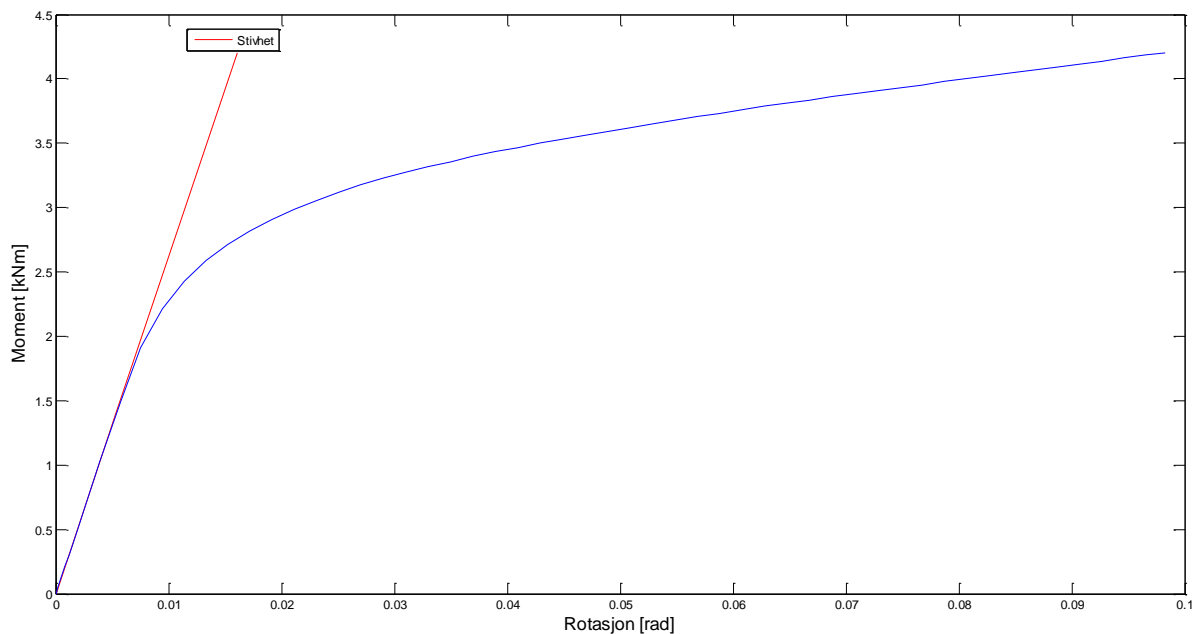
Figur 49: Spenningsfordeling i bolt.

Sterk akse



Figur 50: Initialrotasjonsstivhet for geometri to ved bøyning om sterk akse.

Over illustreres stivheten der skjæringspunktet er to tredeler av momentkapasiteten (Her: Momentpåkjenningen ved slutten av analysen, som tilsvarer om lag 10 ganger elastisk deformasjon). Under er skjæringspunktet en tredel av momentkapasiteten. I praksis gjelder denne stivheten opp til om lag 1,7 kNm.



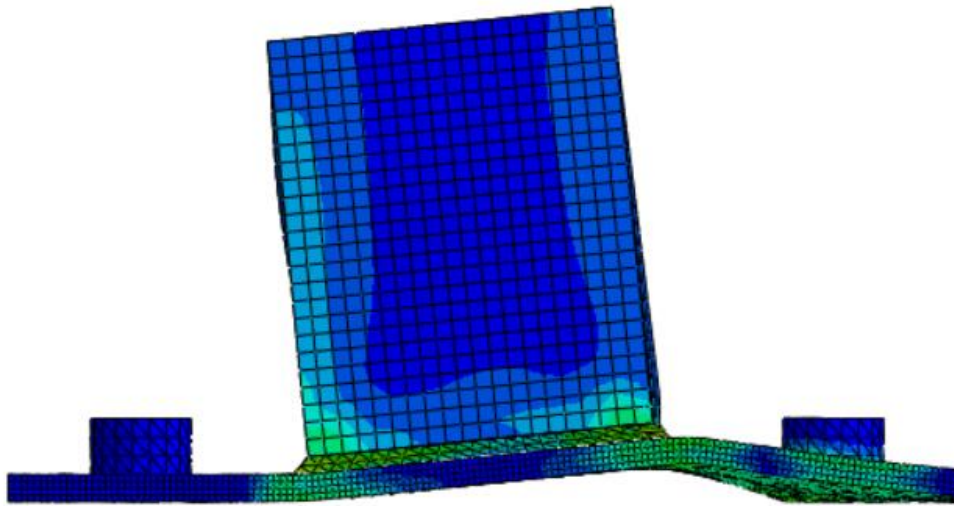
Figur 51: Alternativ stivhet.

Tabell 12 viser kapasitet og stivhet til søylefoten ved bøyning om sterk akse.

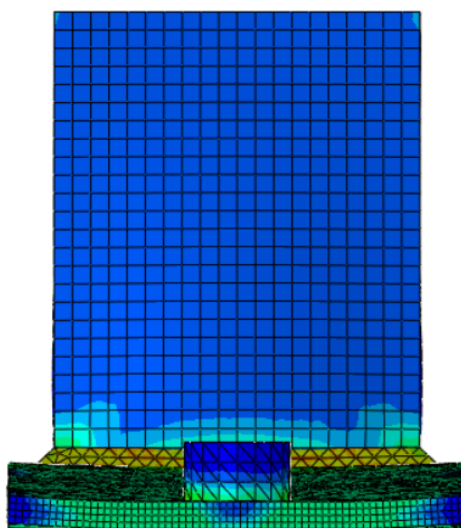
Tabell 12: Kapasitet og stivhet.

Kapasitet	Stivhet (2/3)	Stivhet (1/3)
4,205 kNm	166 kNm/rad	261 kNm/rad

Figur 52 og 53 viser deformasjonen av søylefoten ved analysens slutt.

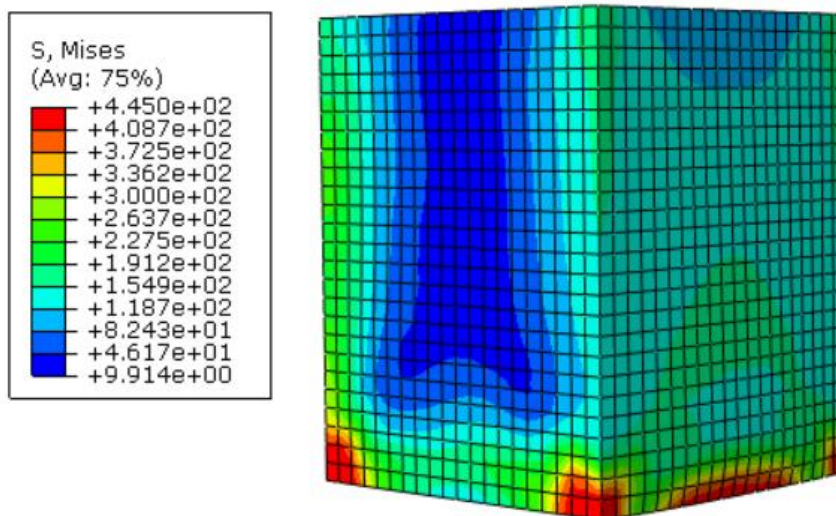


Figur 52: Deformasjonen sett fra siden.

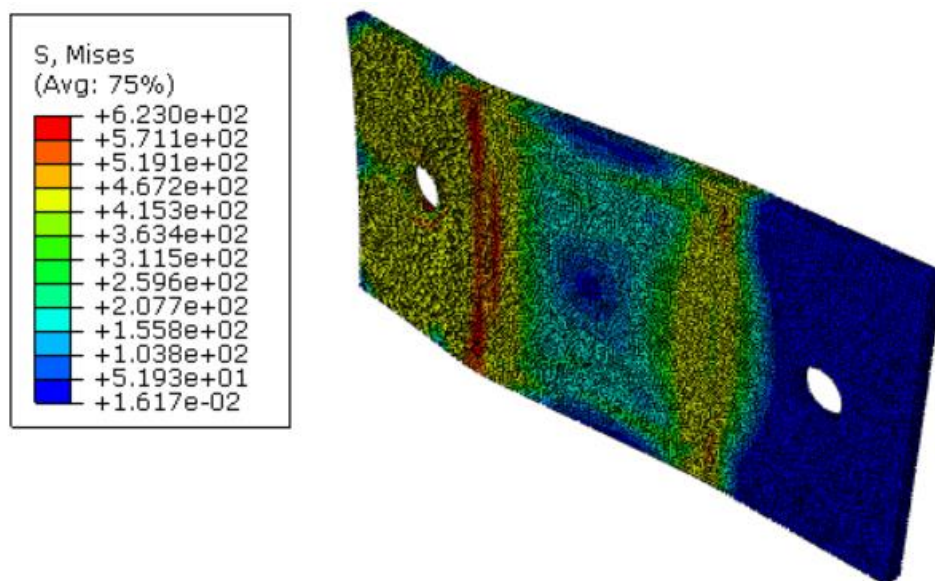


Figur 53: Deformasjonen sett bakfra.

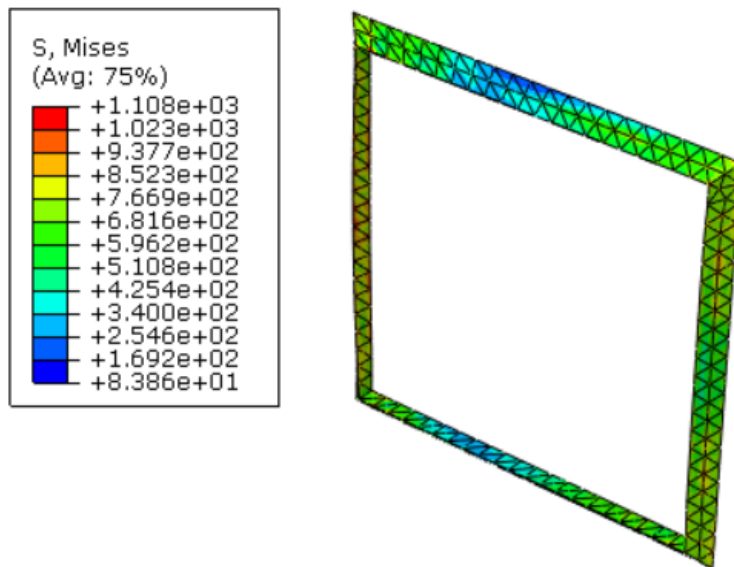
Figur 54 – 57 viser spenningsfordelingen i komponentene ved analysens slutt.



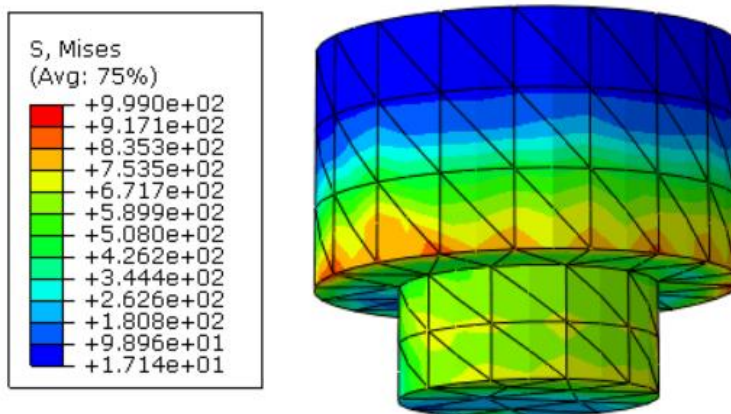
Figur 54: Spenningsfordeling i hulprofil sett på skrå bakfra.



Figur 55: Spenningsfordeling i endeplate.

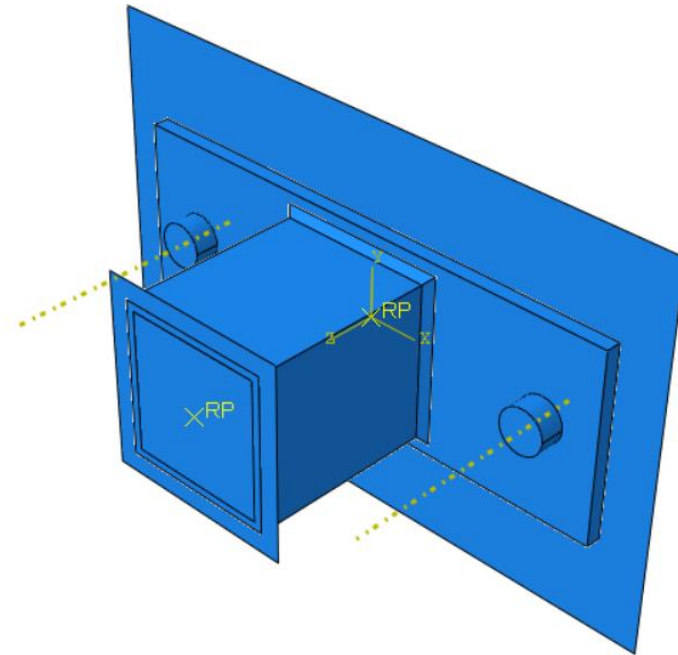


Figur 56: Spenningsfordeling i sveis.



Figur 57: Spenningsfordeling i mest utsatte bolt.

5.4.2 Geometri 3



Figur 58: Modellen med geometri 3.

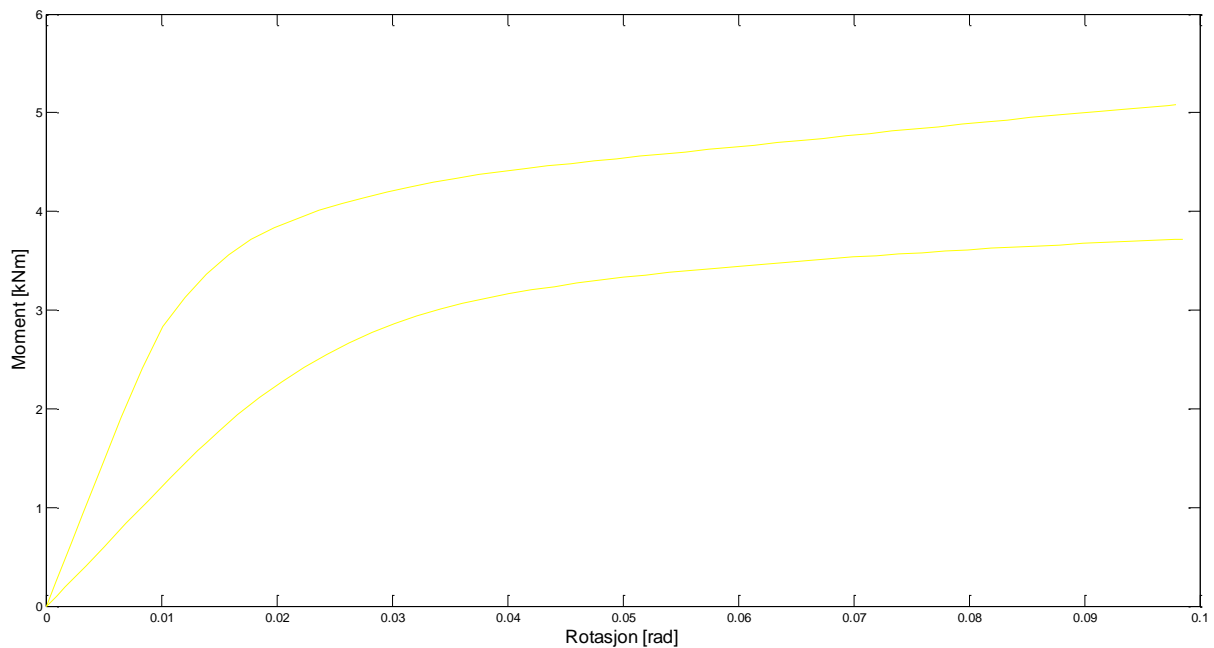
Over vises modellen med større avstand mellom hullene enn tidligere. Elementinndelingen til endeplaten vises under. Den har kubiske elementer med sidekanter på 2 mm. Materialdata for denne endeplaten er tilsvarende som for hovedmodellen.



Figur 59: Elementinndeling av geometri 3.

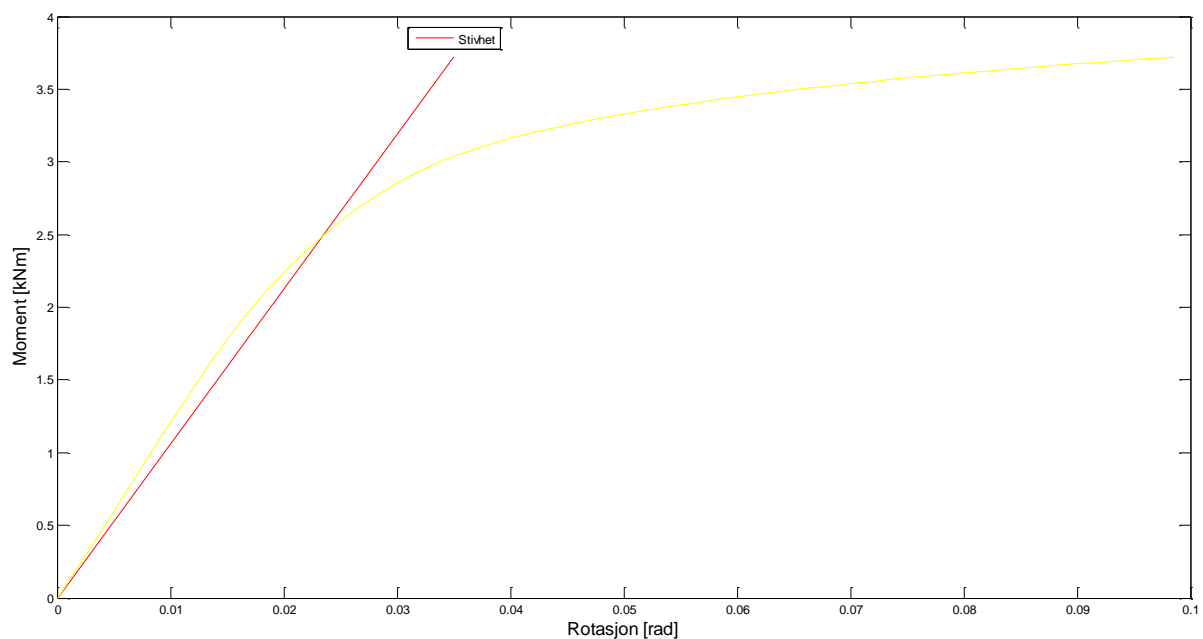
5.4.2.1 Resultater

Figur 60 viser resultatet for geometri 3. Kurven for bøyning om sterk akse ligger øverst.



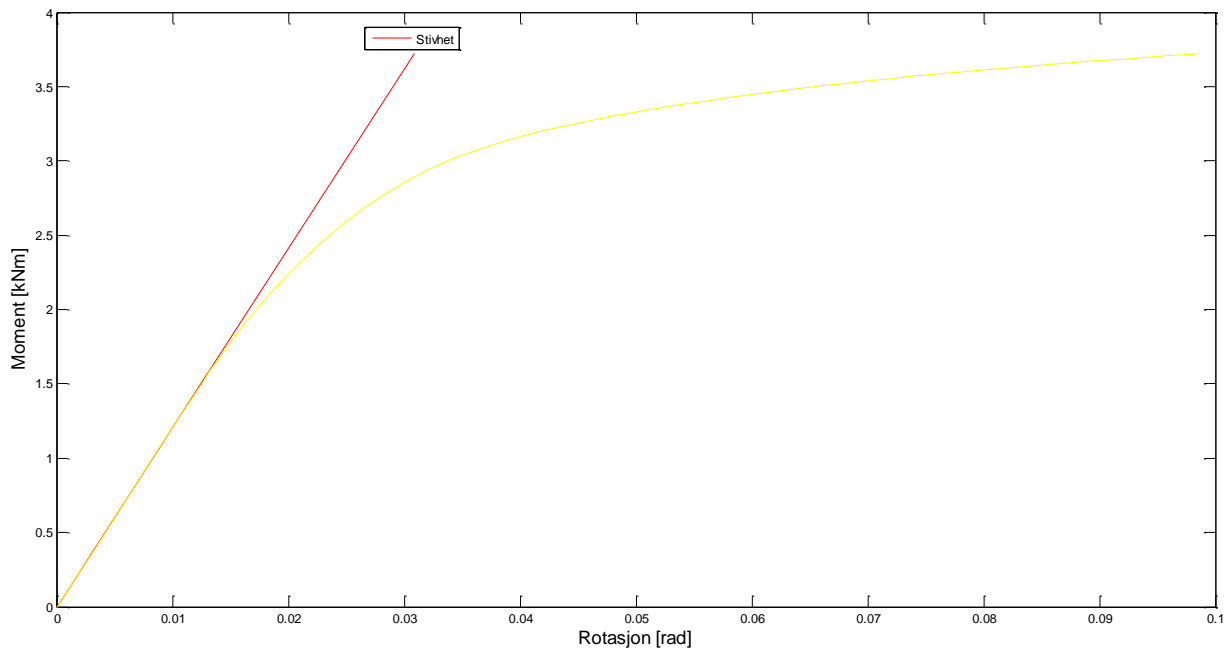
Figur 60: Resultat for geometri 3.

Svak akse



Figur 61: Initialrotasjonsstivhet for geometri 3 ved bøyning om svak akse.

Over illustreres stivheten der skjæringspunktet er to tredeler av momentkapasiteten (Her: Momentpåkjenningen ved slutten av analysen, som tilsvarer om lag 4 ganger elastisk deformasjon). Under er skjæringspunktet en tredel av momentkapasiteten. I praksis gjelder denne stivheten opp til om lag 1,7 kNm.



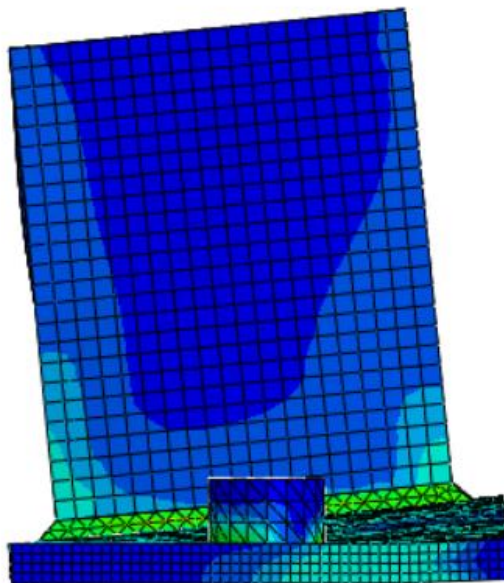
Figur 62: Alternativ stivhet.

Tabell 13 viser kapasitet og stivhet til søylefoten ved bøyning om svak akse.

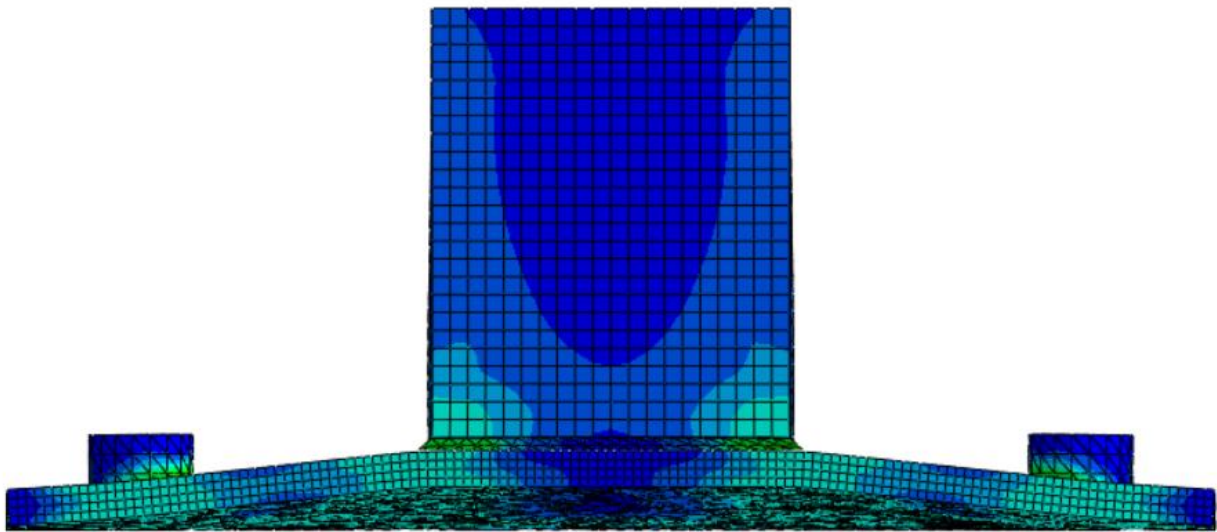
Tabell 13: Kapasitet og stivhet.

Kapasitet	Stivhet (2/3)	Stivhet (1/3)
3,721 kNm	106 kNm/rad	121 kNm/rad

Figur 63 og 64 viser deformasjonen av søylefoten ved analysens slutt.

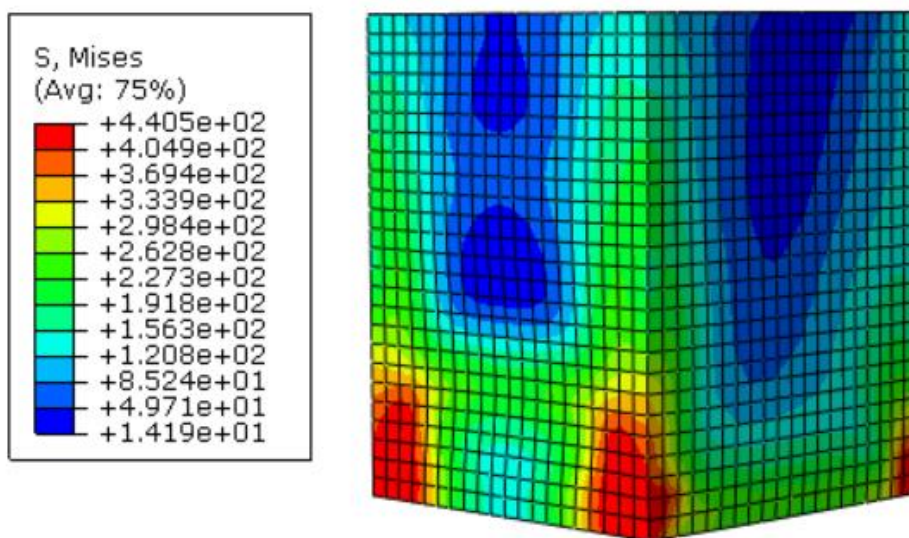


Figur 63: Deformasjonen sett fra siden.

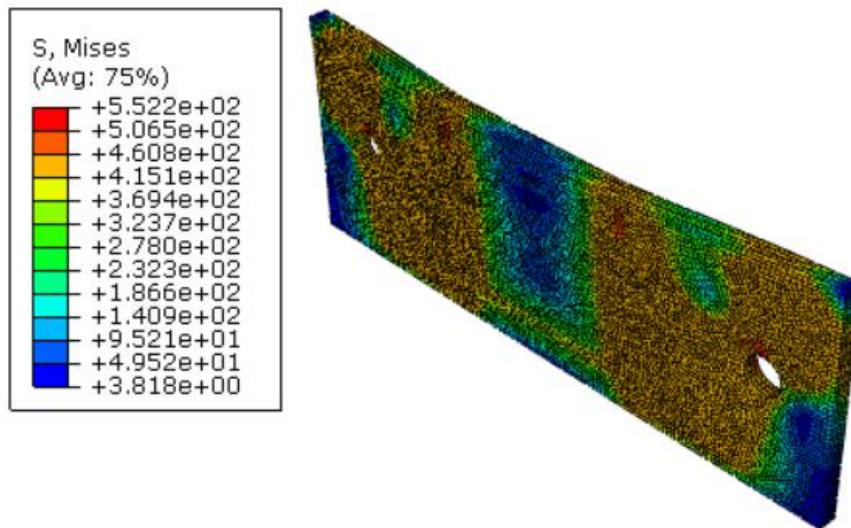


Figur 64: Deformasjonen sett bakfra.

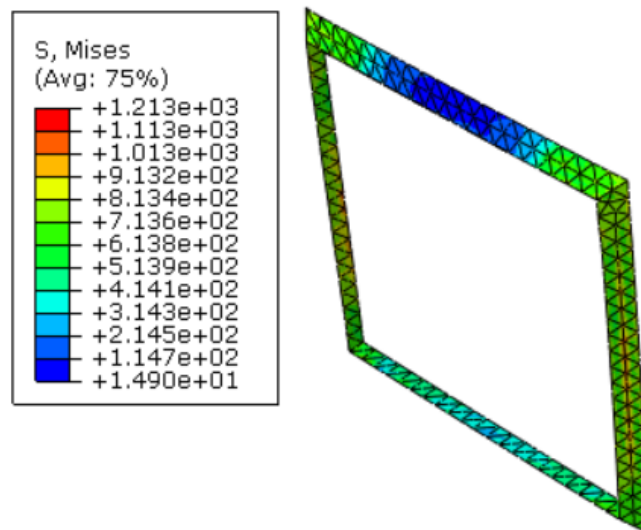
Figur 65 – 68 viser spenningsfordelingen i komponentene ved analysens slutt.



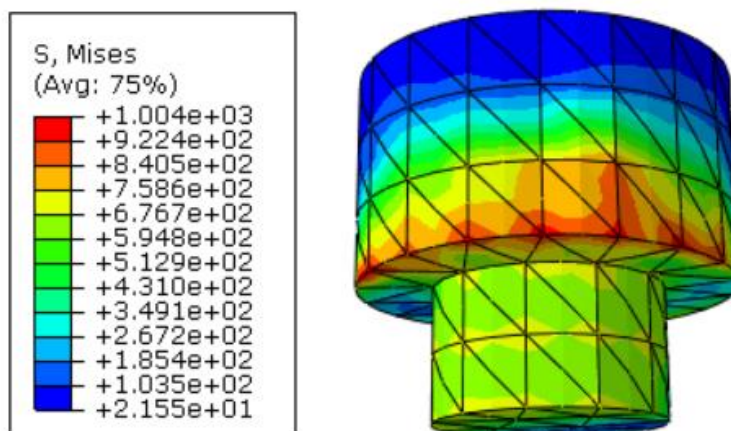
Figur 65: Spenningsfordeling i hulprofil sett på skrå forfra.



Figur 66: Spenningsfordeling i endeplate.



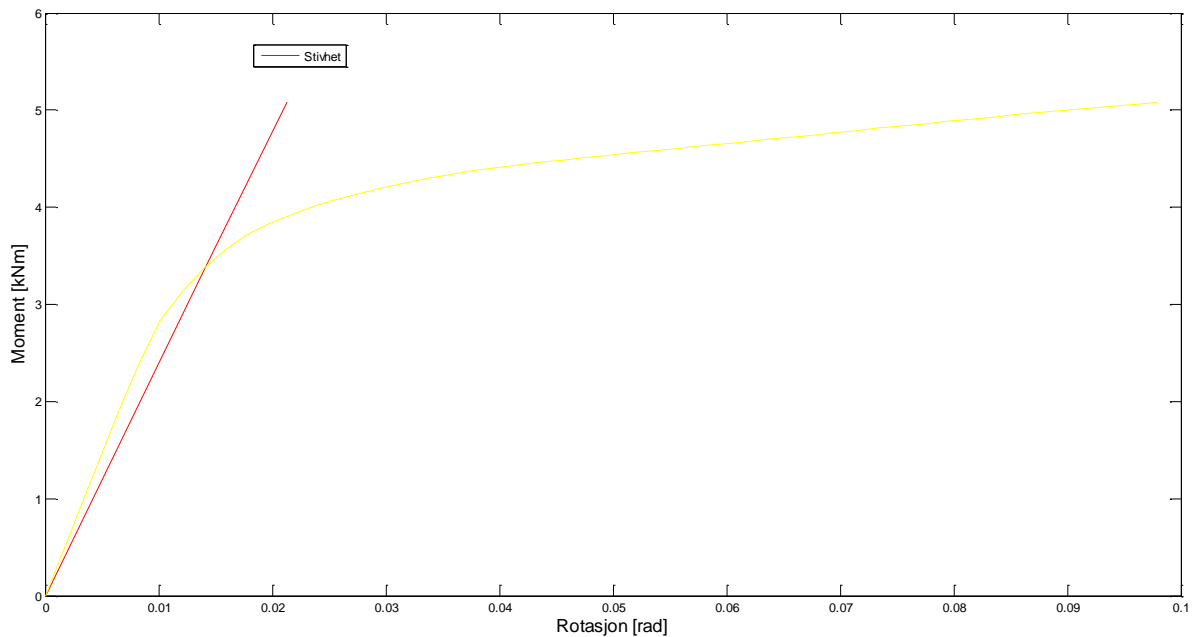
Figur 67: Spenningsfordeling i sveis.



Figur 68: Spenningsfordeling i bolt.

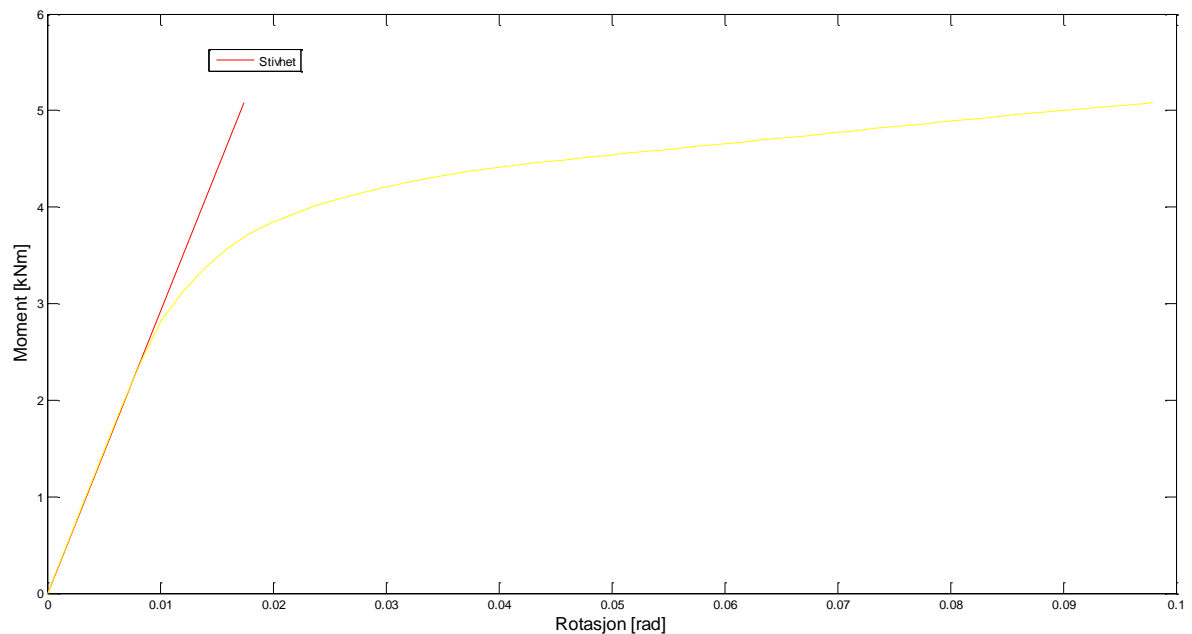
Sterk akse

OBS: På grunn av problemer grunnet konvergens, er analysen utført med elementstørrelser på ca. 2 mm for alle komponentene.



Figur 69: Initialrotasjonsstivhet for geometri 3 ved bøyning om sterk akse.

Over illustreres stivheten der skjæringspunktet er to tredeler av momentkapasiteten (Her: Momentpåkjenningen ved slutten av analysen, som tilsvarer om lag 8 ganger elastisk deformasjon). Under er skjæringspunktet en tredel av momentkapasiteten. I praksis gjelder denne stivheten opp til om lag 2,5 kNm.



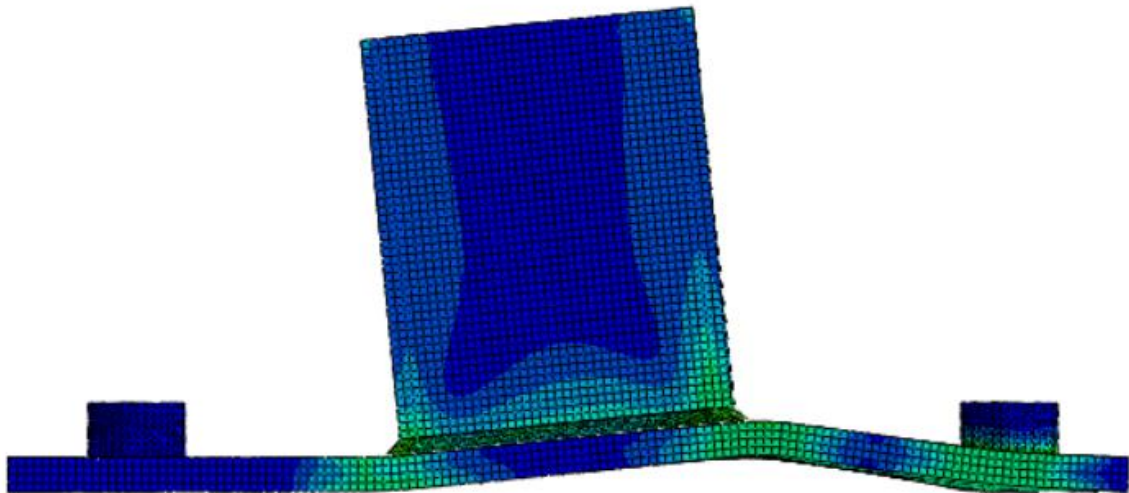
Figur 70: Alternativ stivhet.

Tabell 14 viser kapasitet og stivhet til søylefoten ved bøyning om sterk akse.

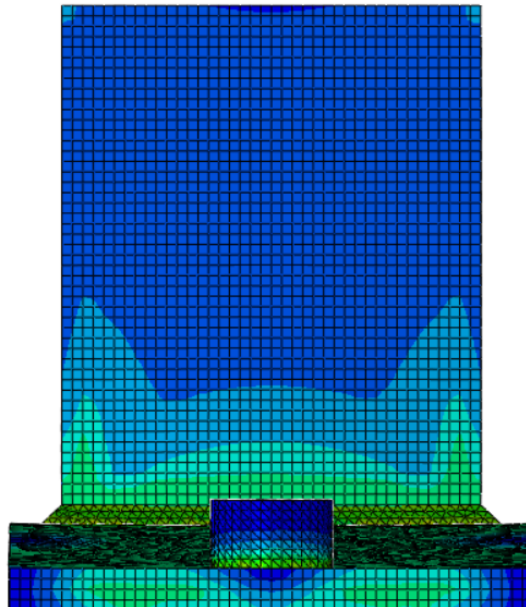
Tabell 14: Kapasitet og stivhet.

Kapasitet	Stivhet (2/3)	Stivhet (1/3)
5,084 kNm	239 kNm/rad	292 kNm/rad

Figur 71 og 72 viser deformasjonen av søylefoten ved analysens slutt.

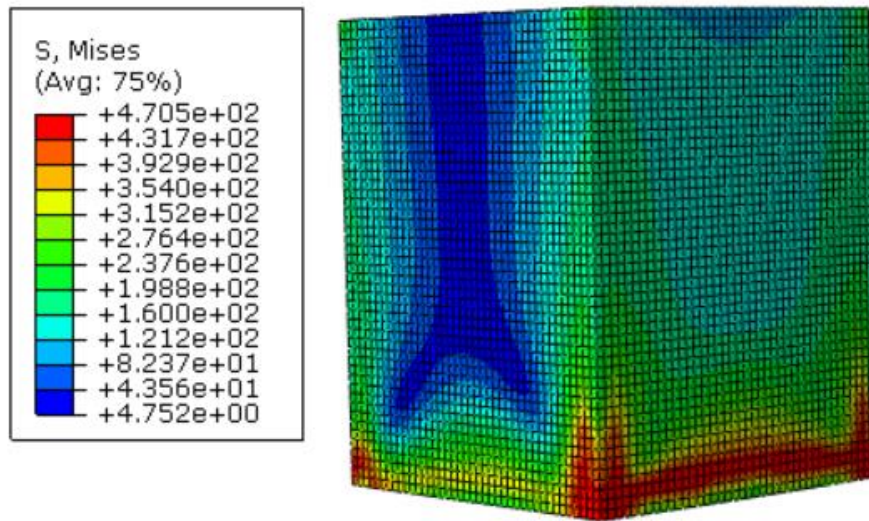


Figur 71: Deformasjonen sett fra siden.

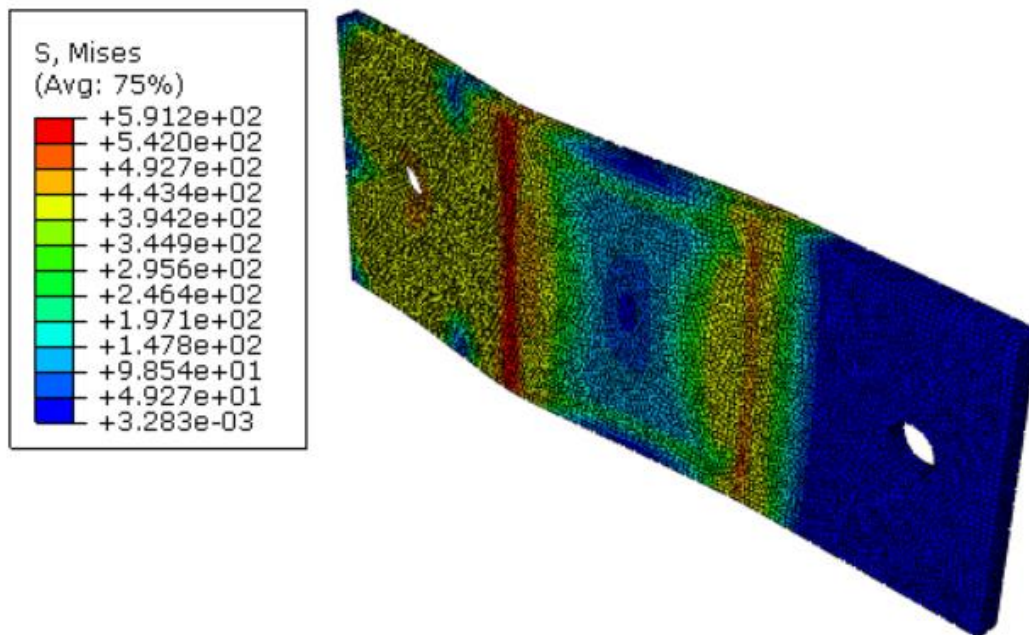


Figur 72: Deformasjonen sett bakfra.

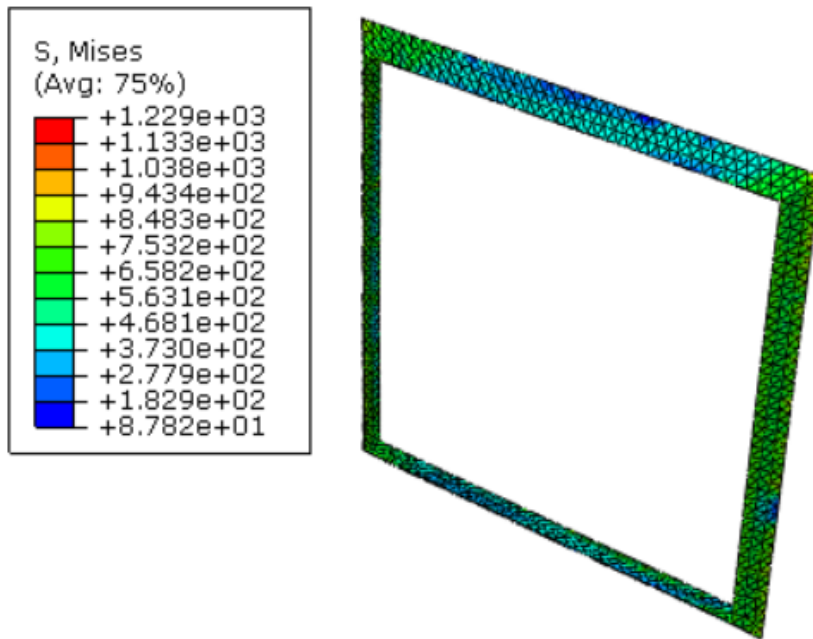
Figur 73 – 76 viser spenningsfordelingen i komponentene ved analysens slutt.



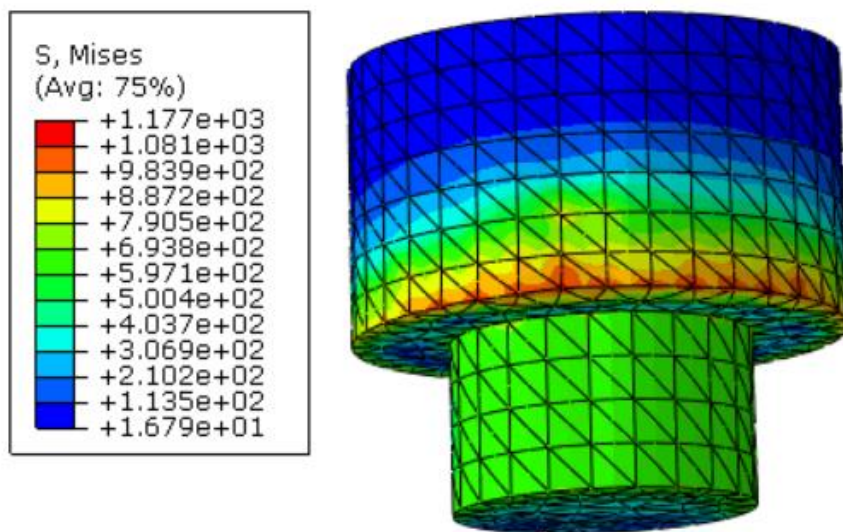
Figur 73: Spenningsfordeling i hulprofil sett på skrå bakfra.



Figur 74: Spenningsfordeling i endeplate.



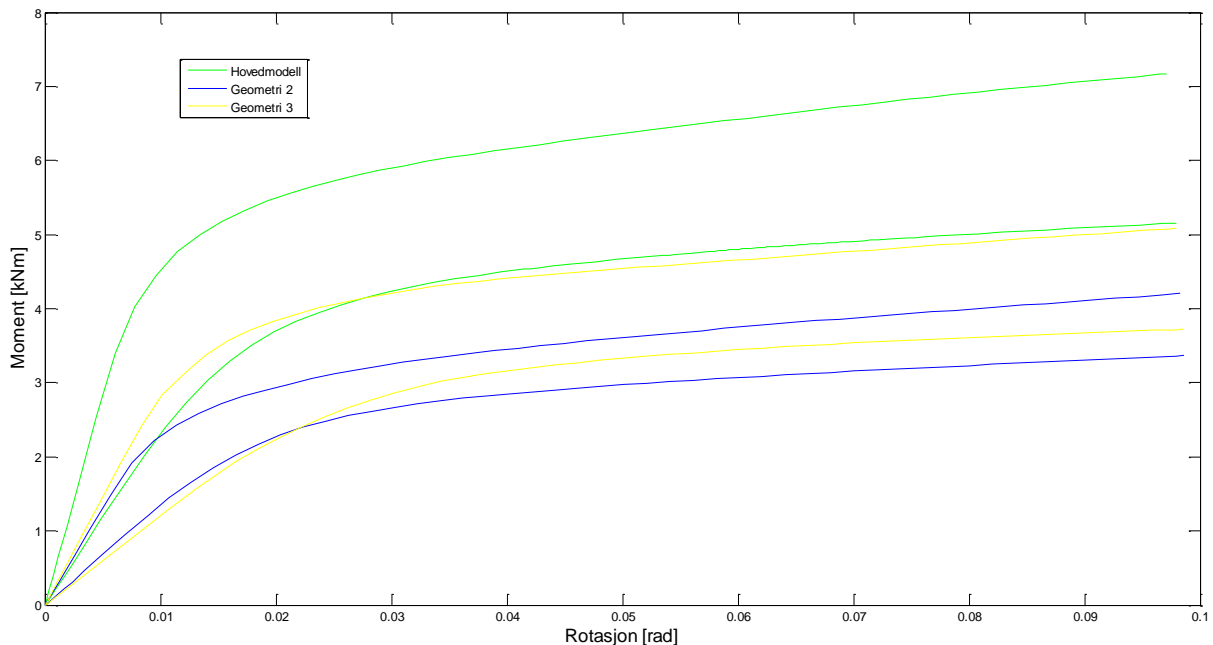
Figur 75: Spenningsfordeling i sveis.



Figur 76: Spenningsfordeling i mest utsatte bolt.

5.5 Oppsummering

På figur 77 og i tabell 15 oppsummeres resultatene fra de numeriske analysene. Som ventet gir hovedmodellen stivest respons og høyest kapasitet. Geometri 3 gir høyere kapasitet enn geometri 2. Det vil si at å øke avstanden mellom boltene med 50 mm forventes å gi en mindre endring enn å redusere endeplatetykkelsen med 2 mm. Dette gjelder også for stivhet, med unntak av svak akse, der geometri 2 gir stivest respons.



Figur 77: Oppsummering av resultater.

Alle seks tilfellene gir tilnærmet lineær respons til i overkant av en tredel av momentpåkjenningen ved analysens slutt, anslagsvis opp til 40 – 50%. Det vil si at et mer konservativt anslag av momentkapasiteten vil gi en initialrotasjonsstivhet i nærheten av «stivhet (1/3)». For bøyning om svak akse er «stivhet (1/3)» 14 – 19% høyere enn «stivhet (2/3)». Når det gjelder sterk akse er variasjonen større, 22 – 57%.

Tabell 15: Oppsummering av kapasitet og stivhet.

	Kapasitet	Stivhet (2/3)	Stivhet (1/3)
Hovedmodell – svak akse	5,157 kNm	199 kNm/rad	236 kNm/rad
Hovedmodell – sterk akse	7,173 kNm	411 kNm/rad	568 kNm/rad
Geometri 2 – svak akse	3,365 kNm	114 kNm/rad	136 kNm/rad
Geometri 2 – sterk akse	4,205 kNm	166 kNm/rad	261 kNm/rad
Geometri 3 – svak akse	3,721 kNm	106 kNm/rad	121 kNm/rad
Geometri 3 – sterk akse	5,084 kNm	239 kNm/rad	292 kNm/rad

5.5.1 Klassifisering

Etter knutepunktstandarden [1] kan en søylefot klassifiseres som stiv eller delvis stiv. Grenseverdien er definert av *ligning 3.2*. En tenkt grenseverdi mellom en leddet og delvis stiv søylefot (se *ligning 3.3*) er utledet av Birkeland [2]. I det følgende evalueres resultatene fra de numeriske analysene opp mot disse grenseverdiene.

Elastisitetsmodul for stål er $210\,000\text{ N/mm}^2$ og søylens andre arealmoment er $1,16 \times 10^6\text{ mm}^4$. For at søylefoten skal klassifiseres som stiv, må stivheten være:

$$S_{j,ini} \geq 48EI_c/L_c = 48 \times 2,1 \times 10^5 \times 1,16 \times 10^6/L_c \quad (5.2)$$

Høyeste stivhet er funnet i hovedmodellen ved bøyning om sterk akse, med en verdi på 568 kNm/rad. Ved å sette inn denne verdien, blir minimumsverdien for søylens etasjehøyde følgende:

$$L_{c,min} = 48 \times 2,1 \times 10^5 \times 1,16 \times 10^6 / (568 \times 10^6) = 20586\text{ mm} \quad (5.3)$$

En etasjehøyde på over 20 meter er ikke realistisk, og dermed vil ingen av søyleføttene klassifiseres som stive.

For at søylefoten skal kunne klassifiseres som leddet, må stivheten være:

$$S_{j,ini} \leq 0,5EI_c/L_c = 0,5 \times 2,1 \times 10^5 \times 1,16 \times 10^6/L_c \quad (5.4)$$

Laveste stivhet er funnet for geometri 3 ved bøyning om svak akse, med en verdi på 106 kNm/rad. Ved å sette inn denne verdien, blir maksimumsverdien for søylens etasjehøyde følgende:

$$L_{c,max} = 0,5 \times 2,1 \times 10^5 \times 1,16 \times 10^6 / (106 \times 10^6) = 1149\text{ mm} \quad (5.5)$$

En etasjehøyde på under 1,2 meter er ikke realistisk. Alle tre søyleføttene klassifiseres som delvis stive, både for bøyning om sterk og svak akse.

6 Laboratorieforsøk

Dette kapitlet tar for seg tre laboratorieforsøk utført med tanke på stivhet og kapasitet av søylefotpunktet. Det ene forsøket er et replika av forsøket til Uhre [3], mens de to andre har henholdsvis tynnere endeplate og større avstand fra profil til bolt. Samme hulprofil er benyttet hver gang. Forsøkene er utført med bakgrunn i de numeriske beregningene, og blir til slutt sammenlignet med disse. Resultatene er også grunnlaget for et forsøk på å tilpasse håndberegningsreglene i Eurokoden [1].

6.1 Utstyr

Under alle tre forsøkene er følgende utstyr benyttet:

- A-måslære
- Bladmåler
- Klinometer (2 stk. med tilhørende utstyr)
- Målebånd
- Skyvelære
- Vekter (5-10-20-50 kg)

A-måslære er brukt til å måle a-målet til sveisen mellom profilet og endeplaten. Bladmåler brukes til å måle eventuelle glipper mellom endeplate og bakplate ved starten av hver forsøksserie. Målebånd benyttes til å måle profilets lengde samt andre geometrier over 150 mm, mens skyvelære måler geometrier og tverrsnitt under 150 mm digitalt med en nøyaktighet på en hundredels millimeter. Vektene brukes for å skape et moment i søylefoten.



Figur 78: Utstyr

Rotasjonen i søylefotpunktet måles ved hjelp av to klinometre. Et klinometer måler rotasjon om en akse. På grunn av utfordringen ved å måle om nøyaktig riktig akse, er det satt opp et klinometer på hver side av profilet, og rotasjonen fastsettes som gjennomsnittet av disse. For å kontrollere denne rotasjonen, brukes målebåndet til å måle vertikal forskyvning under vektene.

6.1.1 Oppsett

Søylefoten festes til en 30 mm tykk stålplate, som igjen boltes fast til en 50 mm tykk vegg. I beregningene er det antatt at den 30 mm tykke platen er uendelig stiv noe som har blitt bekreftet av Uhre [3]. Boltene er forsøkt festet manuelt med et vanlig tiltrekningsmoment for M16-bolter, som er på 80 Nm. Av praktiske årsaker er søylen montert som en utkraget bjelke. Egenvekten er neglisjert i beregningene. Oppsettet vises under.



Figur 79: Forsøksoppsettet ved bøyning om svak (til venstre) og sterk akse.

Av bildene ser man hvordan klinometrene er plassert. For å få de så nært innfestningspunktet som mulig, er det laget en innretning med et påsveiset rør og en liten plate. Selve klinometrene er festet med borrelås. Siden de bare måler rotasjon om én akse, er det viktig at den lille platen, så godt det lar seg gjøre, er parallell med profilet. Ved bøyning om sterk akse er innretningen festet sentrert på profilet. Om svak akse lar ikke dette seg gjøre på grunn av at skruene er i veien.

Der vektene legges er det montert en plate på om lag 30 x 30 cm som vist på bildet til høyre. Avstanden fra søylefotpunktet til senter på platen måles opp, slik at momentet skapt av vektene kan bestemmes. En stor momentarm gir mindre usikkerhet med tanke på tyngdepunktet til vektene som vil variere noe underveis.



Figur 80: Søyle montert på vegg med plate for pålegging av vekter.

6.2 Utførelse

Alle tre søylefotgeometriene bøyes om svak og sterk akse. Om hver akse bøyes det i begge retninger. Det vil si at søylefotforbindelsen snus 180° . I hver retning utføres tre serier med på- og avlasting for å finne stivhet. Kapasitetsforsøket gjøres i én retning. Dermed blir det til sammen sju forsøksserier om hver akse, og totalt 14 forsøksserier for hver geometri.

De tre seriene har lik momentpåkjening i hver retning, men er i seg selv ulike. Det maksimale momentet økes gradvis for hver av dem. Dette for å lettere kunne identifisere flytepunktet. Den tredje serien er dimensjonert ut ifra resultatene fra de numeriske beregningene i *kapittel 5*. Serie 1 og 2 vil dermed, med ganske stor sannsynlighet, ikke gi plastiske deformasjoner. I stivhetsforsøkene benyttes utelukkende vekter på 5 og 10 kg. I kapasitetsforsøkene benyttes i tillegg vekter på 20 og 50 kg. Først legges 50 kg, så økes det til den største belastningen fra stivhetsseriene. Kapasitetsforsøkene kjøres så langt de lar seg gjøre (til gulvet nåes). Rotasjonen i søylefotpunktet blir da i området rundt 0,1 radianer.



Figur 81: Bilde fra stivhetsforsøk om svak akse (til venstre), og fra kapasitetsforsøk om sterk akse.

Bildet til høyre viser hvordan den manuelle målingen av nedbøyningen til profilet utføres. Nøyaktigheten kan estimeres til å være ± 1 mm. Rotasjonen ved knutepunktet finnes ved å først trekke nedbøyningen av profilet fra den totale nedbøyningen:

$$\delta_{rotasjon} = \delta_{total} - \delta_{profil} \quad (6.1)$$

$$\delta_{profil} = \frac{PL_c^3}{3EI} \quad (6.2)$$

Der P er belastning, L_c er profilets lengde, E er elastisitetsmodul og I er 2. arealmoment. Deretter finnes rotasjonen i radianer:

$$\varphi = \frac{\delta_{rotasjon}}{L_c} \quad (6.3)$$

Rotasjonen til klinometrene leses av fra en dataskjerm. Dersom målingen fra ett, eller begge, veksler mellom to verdier, noteres gjennomsnittet av dem.



Figur 82: Måling av nedbøyning.

6.3 Laboratorieforsøk 1

Det første laboratorieforsøket er et replika av forsøket til Uhre [3], tilsvarende hovedmodellen i kapittel 5.

6.3.1 Svak akse

Figur 83 viser en glippe på 0,15 mm mellom bakplaten og endeplaten opp til venstre sett forfra. Etter at søylefoten er snudd, er glippen fortsatt 0,15 mm opp til venstre. Tabell 16 viser den maksimale belastningen for hver serie omregnet til moment. Dette gjelder de seriene der hensikten er å finne stivhet. Momentarmen er 2,5 meter og søylefoten er snudd 180° etter serie 3. Den numeriske analysen gir en lineær respons opp til om lag 2 kNm. Tilsvarende fikk Uhre i sitt forsøk [3].

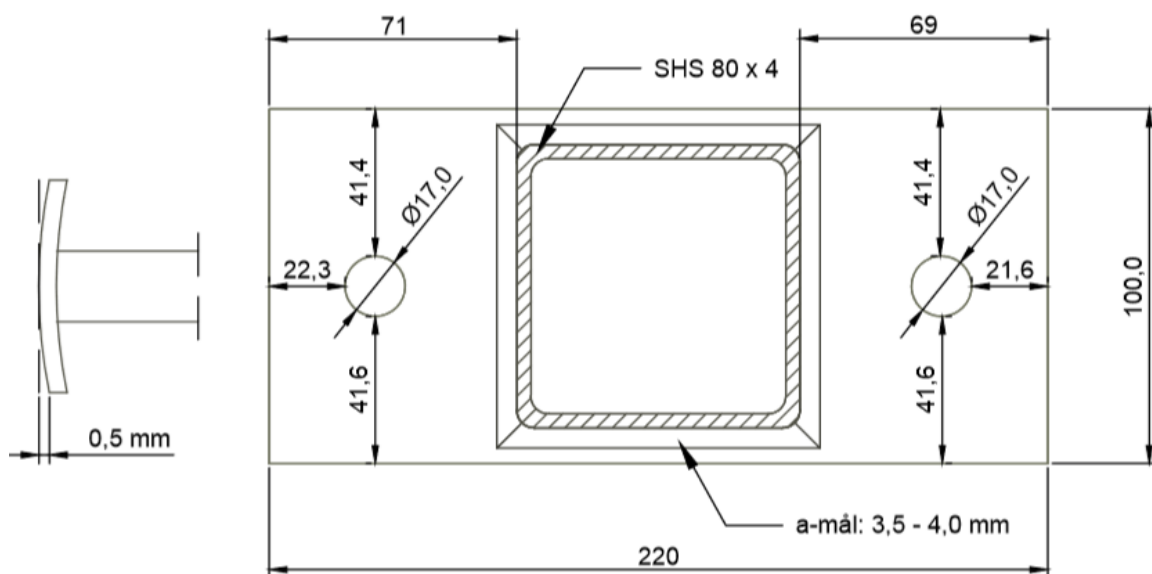


Figur 83: Glippe målt med bladmåler.

Tabell 16: Maksimal belastning for hver serie omregnet til moment.

Serie nr.	1	2	3	4	5	6
Maks belastning [kg]	40	60	80	40	60	80
Maks moment [kNm]	0,98	1,47	1,96	0,98	1,47	1,96

De målte verdiene for forsøkets endeplate er illustrert på figur 84. Endeplatens tykkelse er målt til 8,1 mm, og krummingen er på om lag 0,5 mm som illustrert til venstre på figuren. Oppsiden på figuren er oppsiden i forsøket for serie 1-3 samt kapasitetsserien.



Figur 84: Målte verdier av endeplatens geometri.

6.3.1.1 Resultater

På figur 85 vises det gjennomsnittlige resultatet fra serie 1-6, der rotasjonen er målt med klinometer. Hver enkelt serie finnes i Vedlegg A. Kurven er tilnærmet lineær, som tyder på at det ikke har oppstått plastiske deformasjoner.

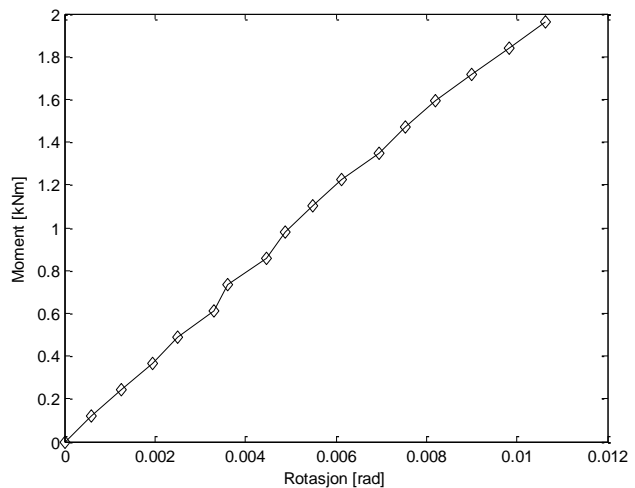
Nedbøyningen ved lastens tyngdepunkt underbygger dette. Figur 86 viser målt nedbøyning ved lastens tyngdepunkt som en funksjon av belastningen.

Nedbøyningen er regnet ut som gjennomsnittet av de seks seriene, for henholdsvis på- og avlasting. For hver enkelt serie varierer den totale nedbøyningen etter avlasting fra null til to millimeter.

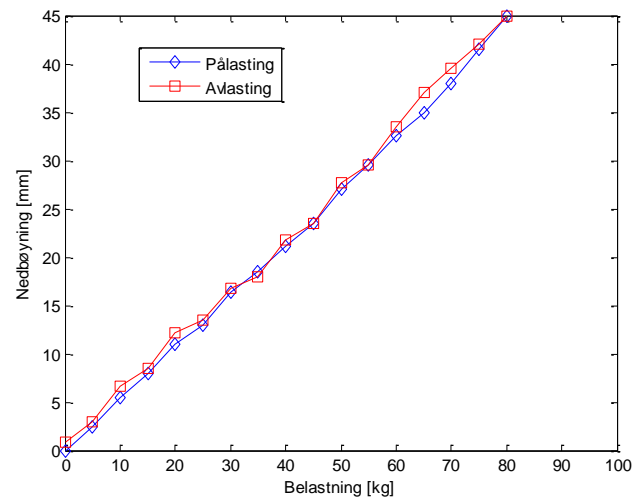
For å kontrollere resultatet, regnes rotasjonen til søylefoten ut i fra den målte nedbøyningen etter ligning 6.1 – 6.3. Resultatet fra utregningen sammenlignes med resultatet fra klinometermålingene på figur 87. Kurvene er så å si identiske, med størst avvik mot toppen.

På neste side slås resultatene fra stivhetsseriene og kapasitetsserien sammen. Kurven får en knekk til høyre ved 2 kNm fordi responsen fra kapasitetsserien er noe mindre stiv enn gjennomsnittet av stivhetsseriene. Forsøket gir ikke et tydelig svar på hvor permanente deformasjoner oppstår, men et estimat på 2,0 kNm virker fornuftig.

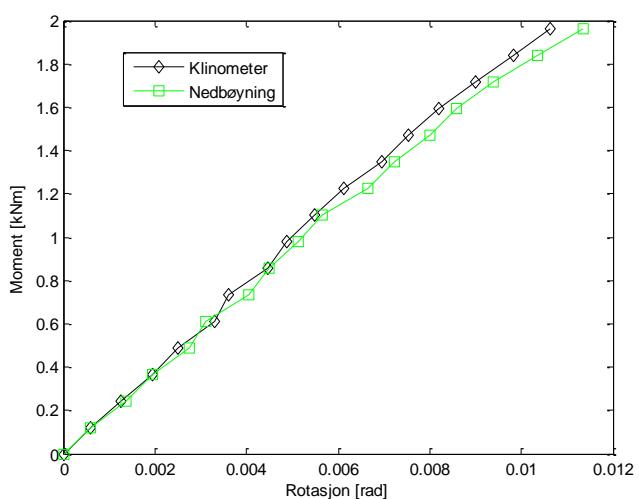
Stivheten estimeres på to måter, tilsvarende som i kapittel 5. En tredje måte å estimere stivheten på gis i rapporten til Aalberg, Uhre og Larsen [7]. Der legges skjæringspunktet ved 10% av søylefotens rotasjon etter at lasten fra kapasitetsserien er fjernet. En slik tilnærming vil her gi en stivhet på 187 kNm/rad.



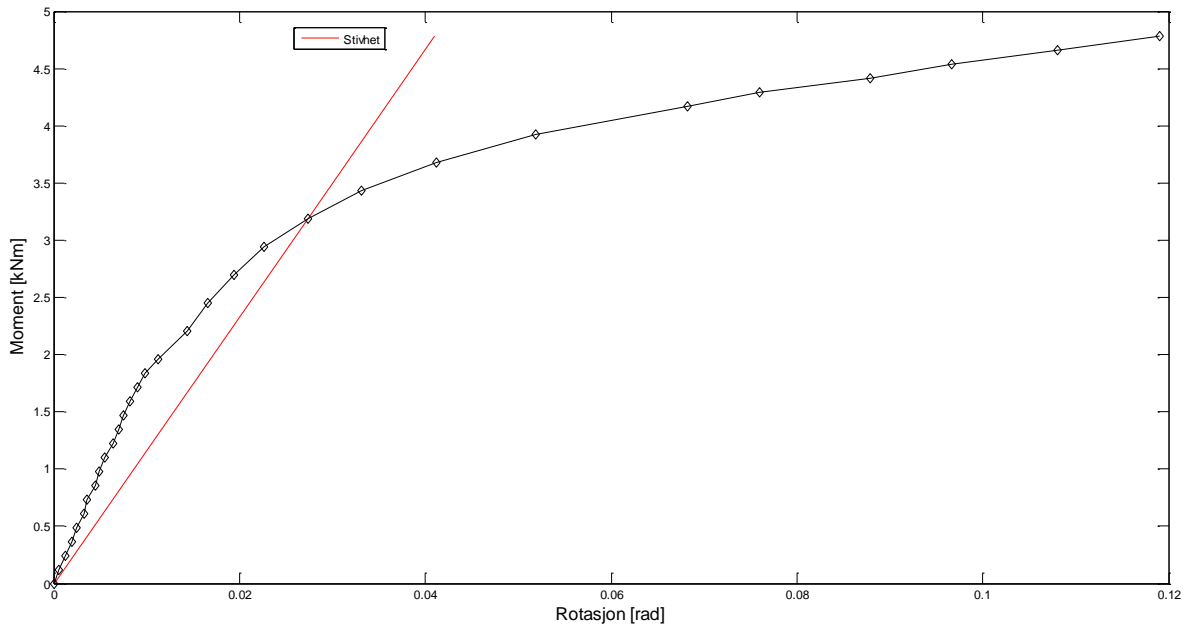
Figur 85: Gjennomsnitt av serie 1-6.



Figur 86: Nedbøyning ved lastens tyngdepunkt.

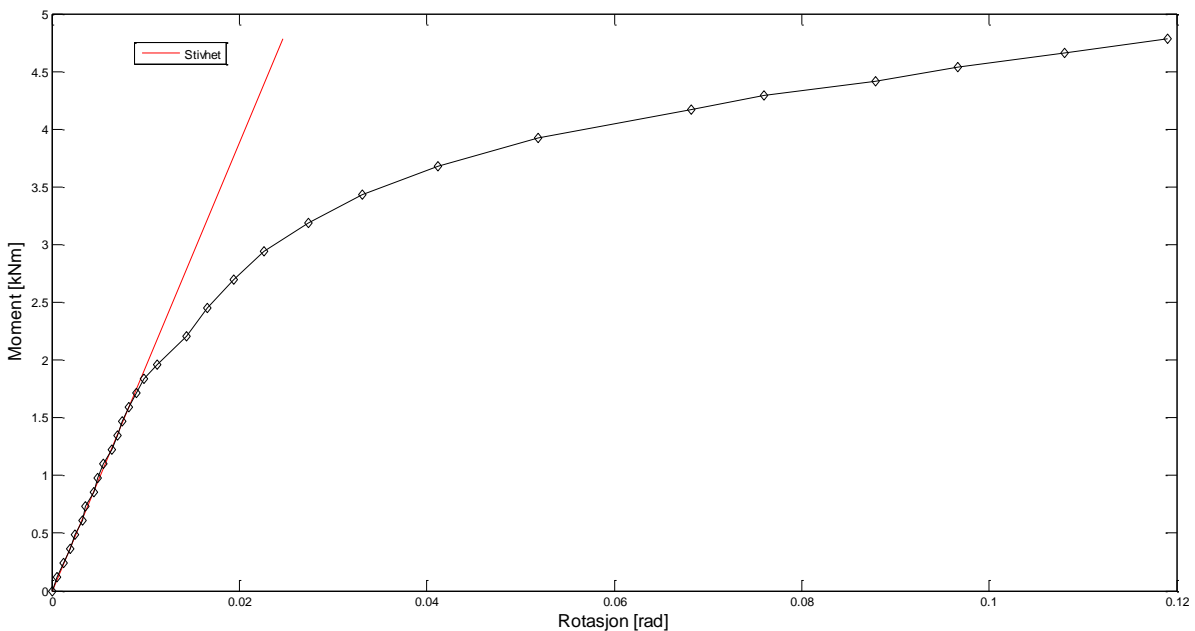


Figur 87: Sammenligning av resultat fra klinometer og nedbøyning.



Figur 88: Initialrotasjonsstivhet for laboratorieforsøk 1 ved bøyning om svak akse.

Over illustreres stivheten der skjæringspunktet er to tredeler av momentkapasiteten. Kapasiteten regnes som momentpåkjenningen ved slutten av forsøket, der den tilhørende rotasjonen utgjør om lag åtte ganger det elastiske området. Under er skjæringspunktet en tredel av kapasiteten. I praksis gjelder denne stivheten opp til om lag 1,75 kNm.



Figur 89: Alternativ stivhet.

Tabell 17 viser kapasitet og stivhet til søylefoten ved bøyning om svak akse.

Tabell 17: Kapasitet og stivhet.

Kapasitet	Stivhet (2/3)	Stivhet (1/3)
4,782 kNm	117 kNm/rad	194 kNm/rad

Figur 90 og 91 viser den permanente deformasjonen av søylefoten etter forsøket. Den samsvarer med resultatet fra den numeriske analysen i *kapittel 5*.



Figur 90: Deformasjonen sett fra siden.



Figur 91: Deformasjonen sett bakfra.

6.3.2 Sterk akse

Figur 92 viser en glippe på 0,05 mm mellom bakplaten og endeplaten til høyre sett forfra. Etter at søylefoten er snudd, er glippen ikke målbar. Tabell 18 viser den maksimale belastningen for hver serie omregnet til moment. Dette gjelder de seriene der hensikten er å finne stivhet. Momentarmen er 2,5 meter og søylefoten er snudd 180° etter serie 3. Den numeriske analysen gir en lineær respons opp til nesten 3,5 kNm.

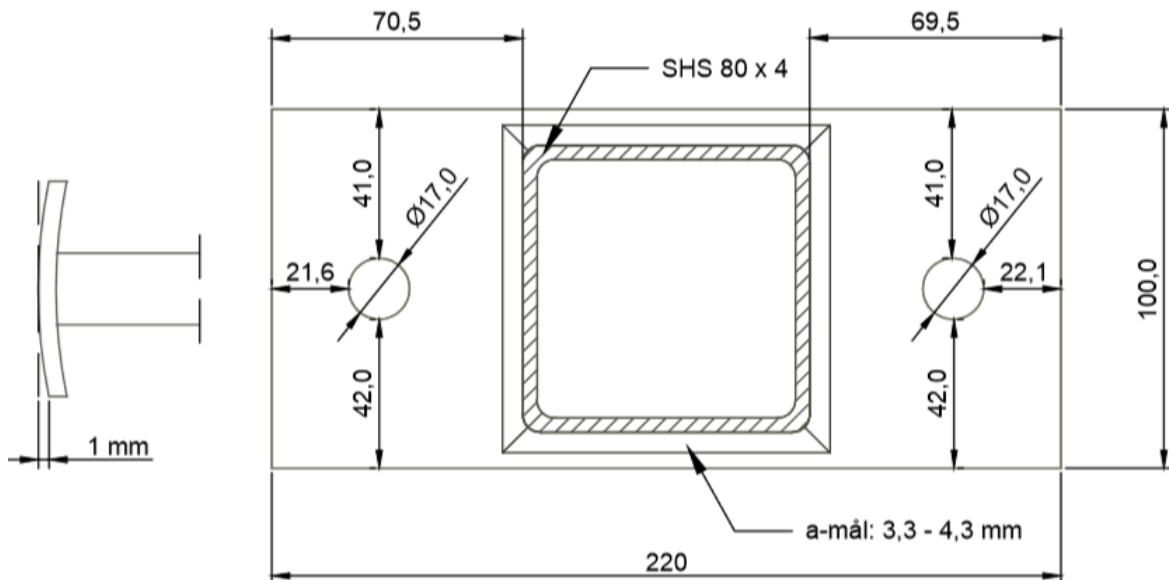


Tabell 18: Maksimal belastning for hver serie omregnet til moment.

Figur 92: Glippe målt med bladmåler.

Serie nr.	1	2	3	4	5	6
Maks belastning [kg]	40	70	100	40	70	100
Maks moment [kNm]	0,98	1,72	2,45	0,98	1,72	2,45

De målte verdiene for forsøkets endeplate er illustrert på figur 93. Endeplatens tykkelse er målt til 8,1 mm, og krummingen er på om lag 1 mm som illustrert til venstre på figuren. Venstre side på figuren er oppsiden i forsøket for serie 1-3.



Figur 93: Målte verdier av endeplatens geometri.

6.3.2.1 Resultater

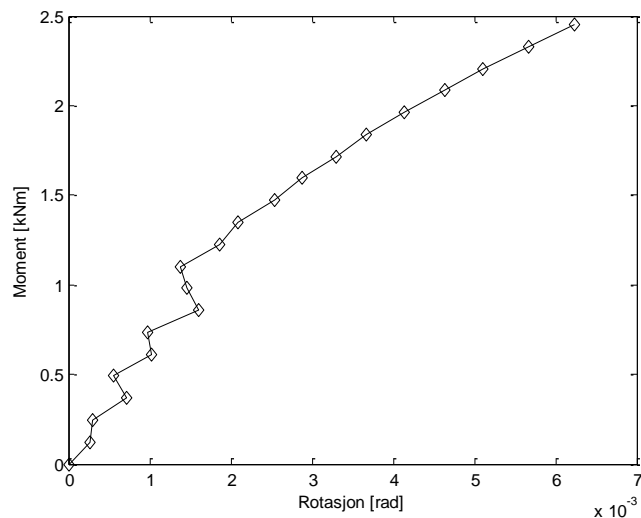
På figur 94 vises det gjennomsnittlige resultatet fra serie 1-6, der rotasjonen er målt med klinometer. Hver enkelt serie finnes i Vedlegg A. Kurven er ikke lineær, som gjør det vanskelig å bedømme om det har oppstått plastiske deformasjoner.

Nedbøyningen ved lastens tyngdepunkt tyder på at så ikke er tilfelle. Figur 95 viser målt nedbøyning ved lastens tyngdepunkt som en funksjon av belastningen. Nedbøyningen er regnet ut som gjennomsnittet av de seks seriene, for henholdsvis på- og avlasting. For hver enkelt serie varierer den totale nedbøyningen etter avlasting fra null til tre millimeter.

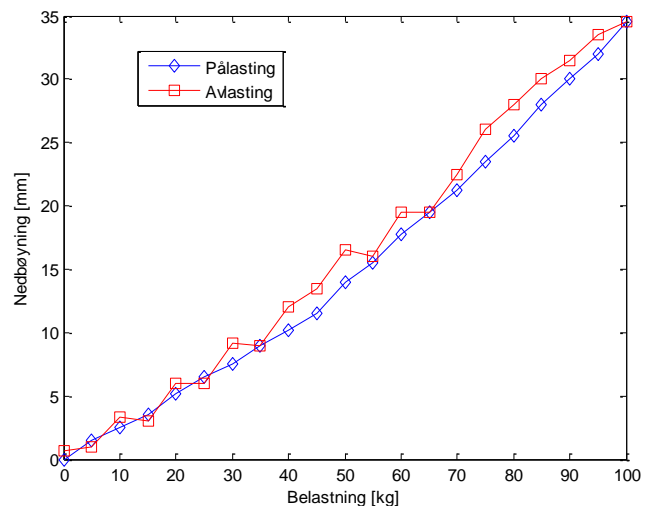
For å kontrollere resultatet, regnes rotasjonen til søylefoten ut i fra den målte nedbøyningen etter ligning 6.1 – 6.3. Resultatet fra utregningen sammenlignes med resultatet fra klinometermålingene på figur 96. Kurvene er tilnærmet like, men resultatet fra nedbøyningen er noe stivere.

På neste side slås resultatene fra stivhetsseriene og kapasitetsserien sammen. Kurven får en knekk til venstre ved 2,4 kNm fordi responsen fra kapasitetsserien er noe stivere enn gjennomsnittet av stivhetsseriene. Forsøket gir ikke et tydelig svar på hvor permanente deformasjoner oppstår, men et estimat på 2,7 kNm virker fornuftig.

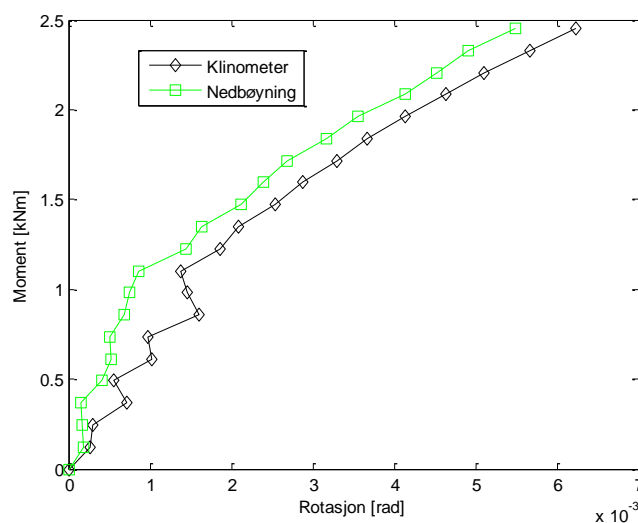
Stivheten estimeres på to måter, tilsvarende som i kapittel 5. En tredje måte å estimere stivheten på gis i rapporten til Aalberg, Uhre og Larsen [7]. Der legges skjæringspunktet ved 10% av søylefotens rotasjon etter at lasten fra kapasitetsserien er fjernet. En slik tilnærming vil her gi en stivhet på 408 kNm/rad.



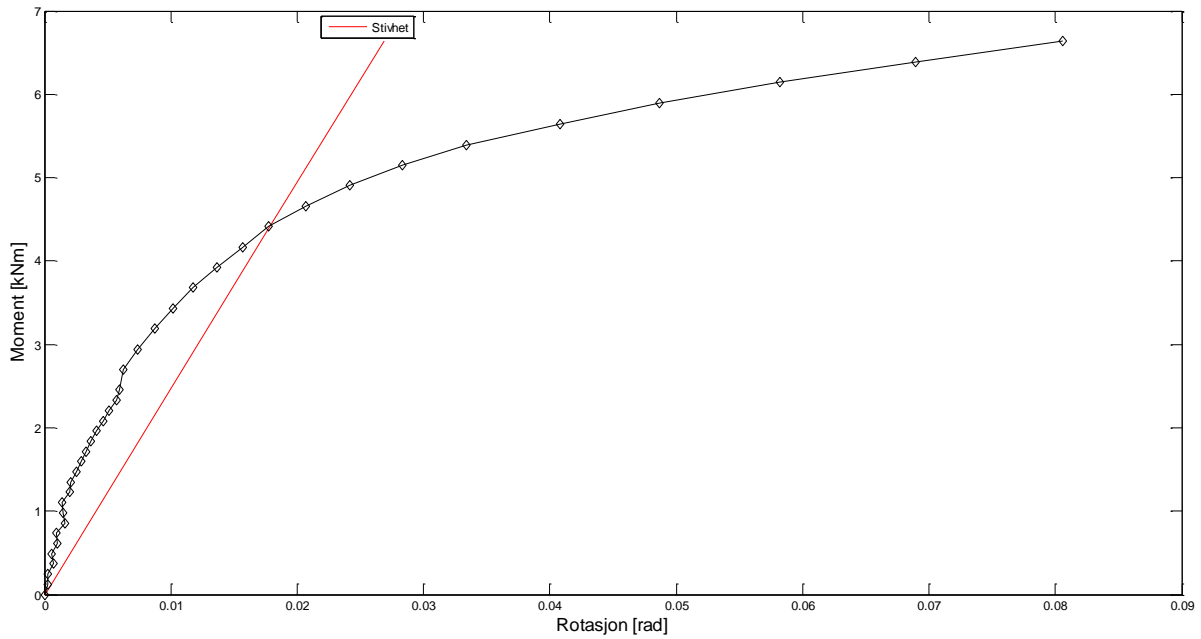
Figur 94: Gjennomsnitt av serie 1-6.



Figur 95: Nedbøyning ved lastens tyngdepunkt.

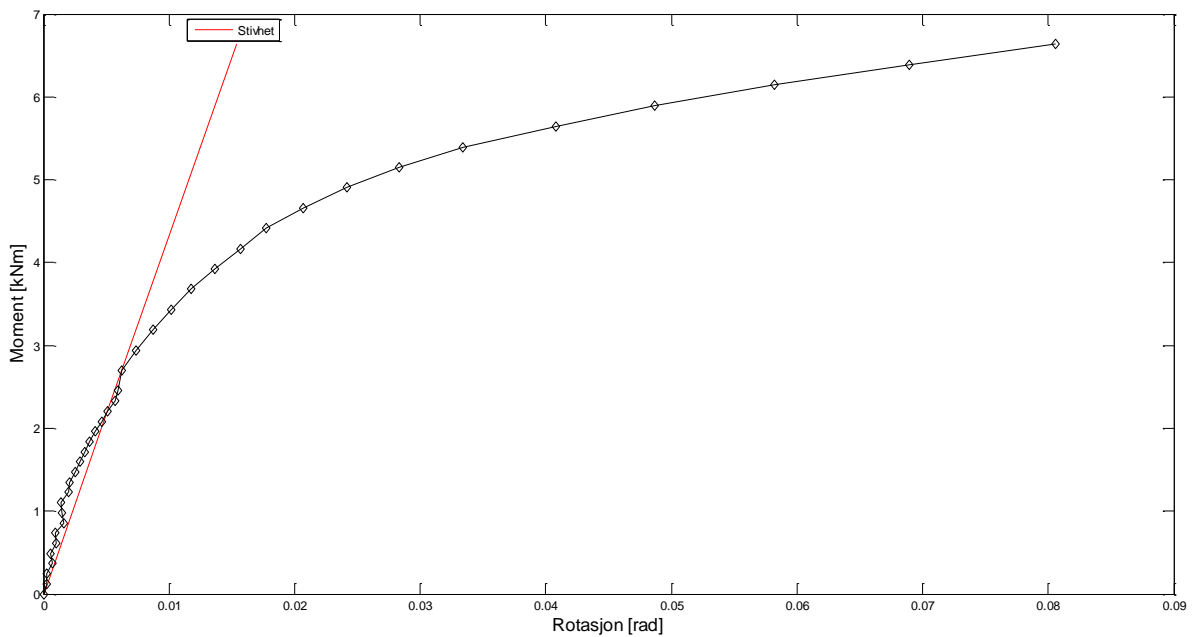


Figur 96: Sammenligning av resultat fra klinometer og nedbøyning.



Figur 97: Initialrotasjonsstivhet for laboratorieforsøk 1 ved bøyning om sterk akse.

Over illustreres stivheten der skjæringspunktet er to tredeler av momentkapasiteten. Kapasiteten regnes som momentpåkjenningen ved slutten av forsøket, der den tilhørende rotasjonen utgjør om lag ti ganger det elastiske området. Under er skjæringspunktet en tredel av kapasiteten.



Figur 98: Alternativ stivhet.

Tabell 19 viser kapasitet og stivhet til søylefoten ved bøyning om svak akse.

Tabell 19: Kapasitet og stivhet.

Kapasitet	Stivhet (2/3)	Stivhet (1/3)
6,641 kNm	247 kNm/rad	431 kNm/rad

Figur 99 og 100 viser den permanente deformasjonen av søylefoten etter forsøket. Den samsvarer med resultatet fra den numeriske analysen i *kapittel 5*.



Figur 99: Deformasjonen sett fra siden.



Figur 100: Deformasjonen sett bakfra.

6.4 Laborieforsøk 2

Det andre laborieforsøket har tynnere endeplate enn det første, og tilsvarer geometri 2 i kapittel 5.4.

6.4.1 Svak akse

Figur 101 viser en glippe på 0,25 mm mellom bakplaten og endeplaten langs øvre kant. Etter at søylefoten er snudd, er glippen langs øvre kant 0,15 mm. Tabell 20 viser den maksimale belastningen for hver serie omregnet til moment. Dette gjelder de seriene der hensikten er å finne stivhet.

Momentarmen er 1,9 meter og søylefoten er snudd 180° etter serie 3. Den numeriske analysen gir en lineær respons opp til om lag 1,5 kNm.

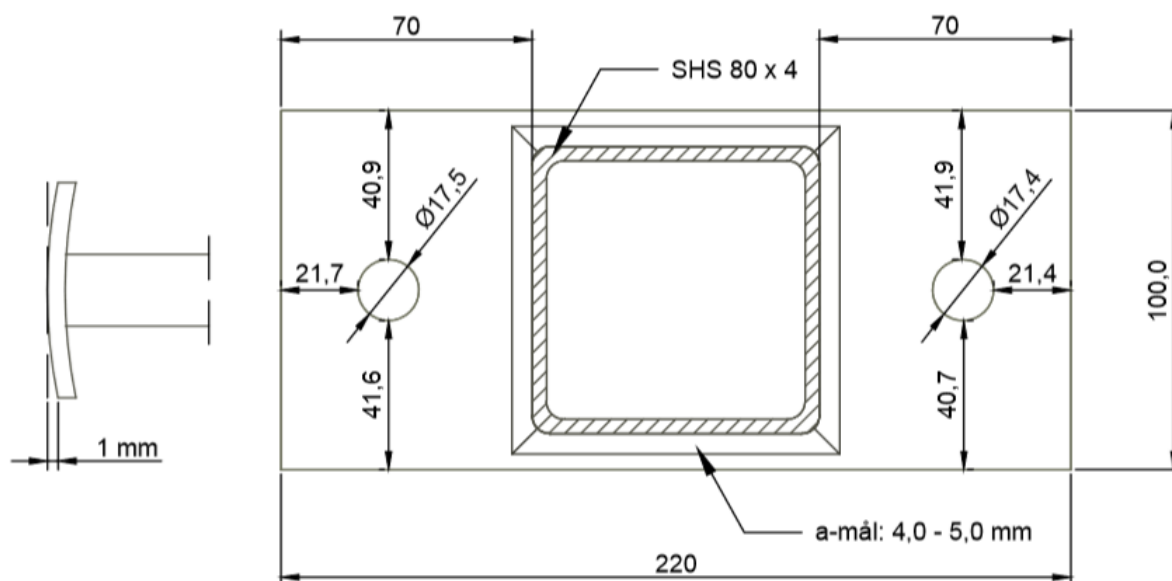


Figur 101: Glippe målt med bladmåler.

Tabell 20: Maksimal belastning for hver serie omregnet til moment.

Serie nr.	1	2	3	4	5	6
Maks belastning [kg]	40	60	80	40	60	80
Maks moment [kNm]	0,75	1,12	1,49	0,75	1,12	1,49

De målte verdiene for forsøkets endeplate er illustrert på figur 102. Endeplatens tykkelse er målt til 6,3 mm, og krumningen er på om lag 1 mm som illustrert til venstre på figuren. Oppsiden på figuren er oppsiden i forsøket for serie 1-3.



Figur 102: Målte verdier av endeplatens geometri.

6.4.1.1 Resultater

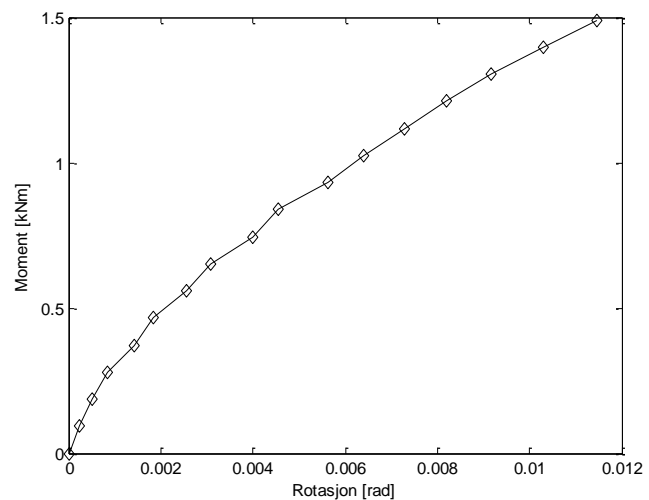
På figur 103 vises det gjennomsnittlige resultatet fra serie 1-6, der rotasjonen er målt med klinometer. Hver enkelt serie finnes i Vedlegg A. Kurven er ikke lineær, som gjør det vanskelig å bedømme om det har oppstått plastiske deformasjoner.

Nedbøyningen ved lastens tyngdepunkt tyder på at så ikke er tilfelle. Figur 104 viser målt nedbøyning ved lastens tyngdepunkt som en funksjon av belastningen. Nedbøyningen er regnet ut som gjennomsnittet av de seks seriene, for henholdsvis på- og avlasting. For hver enkelt serie varierer den totale nedbøyningen etter avlasting fra null til en millimeter.

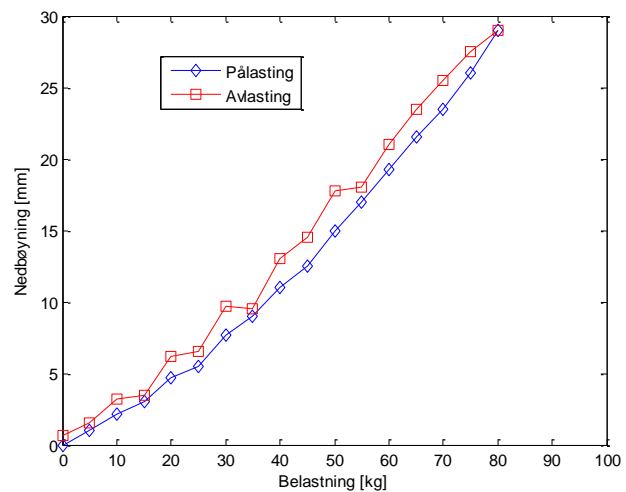
For å kontrollere resultatet, regnes rotasjonen til søylefoten ut i fra den målte nedbøyningen etter ligning 6.1 – 6.3. Resultatet fra utregningen sammenlignes med resultatet fra klinometermålingene på figur 105. Kurvene er i praksis identiske.

På neste side slås resultatene fra stivhetsseriene og kapasitetsserien sammen. Kurven får en liten knekk til høyre ved 1,5 kNm fordi responsen fra kapasitetsserien er noe mindre stiv enn gjennomsnittet av stivhetsseriene. Forsøket gir ikke et tydelig svar på hvor permanente deformasjoner oppstår, men et estimat på 1,5 kNm virker fornuftig.

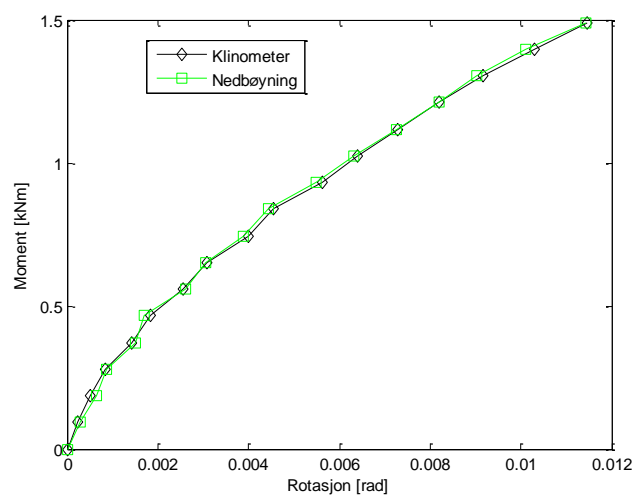
Stivheten estimeres på to måter, tilsvarende som i kapittel 5. En tredje måte å estimere stivheten på gis i rapporten til Aalberg, Uhre og Larsen [7]. Der legges skjæringspunktet ved 10% av søylefotens rotasjon etter at lasten fra kapasitetsserien er fjernet. En slik tilnærming vil her gi en stivhet på 137 kNm/rad.



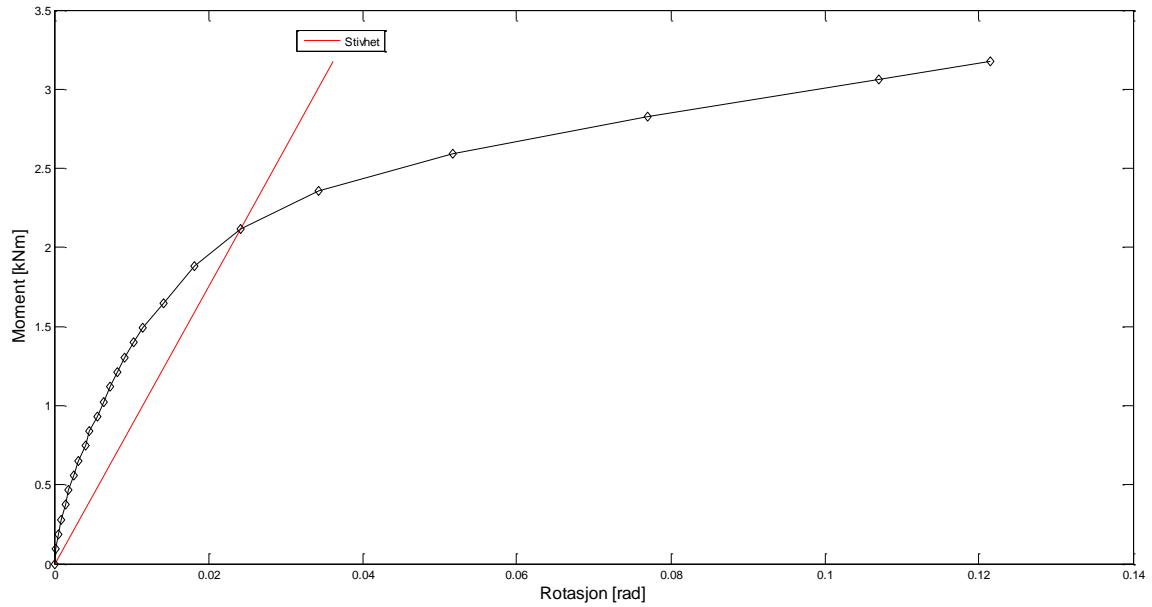
Figur 103: Gjennomsnitt av serie 1-6.



Figur 104: Nedbøyning ved lastens tyngdepunkt.

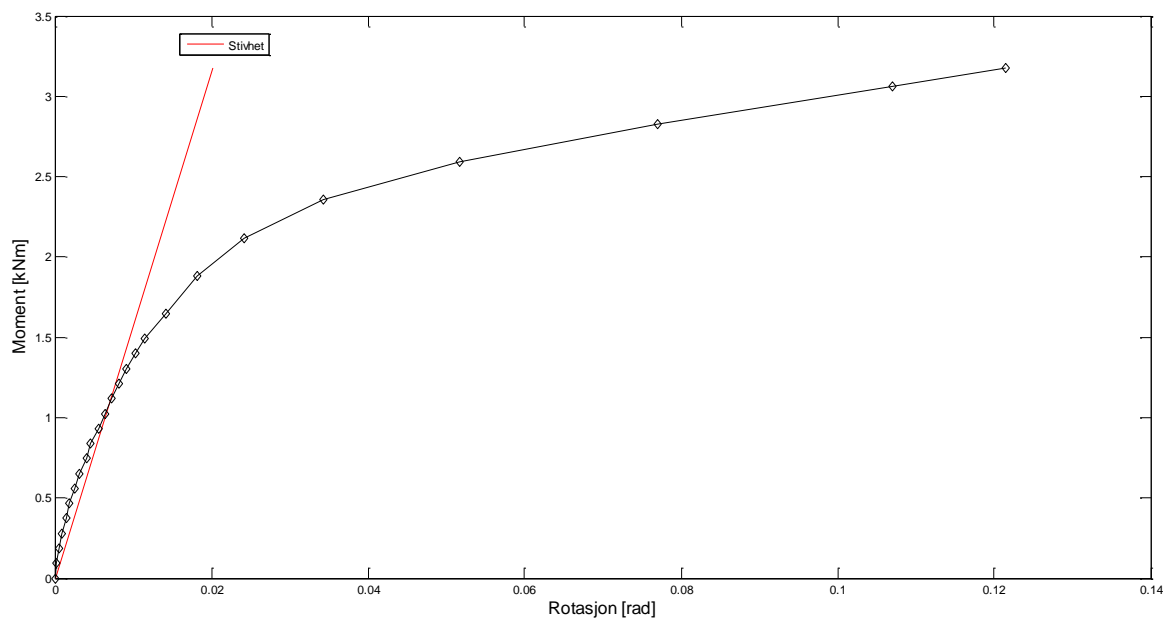


Figur 105: Sammenligning av resultat fra klinometer og nedbøyning.



Figur 106: Initialrotasjonsstivhet for laboratorieforsøk 2 ved bøyning om svak akse.

Over illustreres stivheten der skjæringspunktet er to tredeler av momentkapasiteten. Kapasiteten regnes som momentpåkjenningen ved slutten av forsøket, der den tilhørende rotasjonen utgjør om lag ti ganger det elastiske området. Under er skjærings-punktet en tredel av kapasiteten.



Figur 107: Alternativ stivhet.

Tabell 21 viser kapasitet og stivhet til søylefoten ved bøyning om svak akse.

Tabell 21: Kapasitet og stivhet.

Kapasitet	Stivhet (2/3)	Stivhet (1/3)
3,178 kNm	88 kNm/rad	157 kNm/rad

Figur 108 og 109 viser den permanente deformasjonen av søylefoten etter forsøket. Den samsvarer med resultatet fra den numeriske analysen i *kapittel 5*.



Figur 108: Deformasjonen sett fra siden.



Figur 109: Deformasjonen sett bakfra.

6.4.2 Sterk akse

Figur 110 viser en glippe på 0,05 mm mellom bakplaten og endeplaten til høyre sett forfra. Etter at søylefoten er snudd, er glippen ikke målbar. Tabell 22 viser den maksimale belastningen for hver serie omregnet til moment. Dette gjelder de seriene der hensikten er å finne stivhet. Momentarmen er 2,4 meter og søylefoten er snudd 180° etter serie 3. Den numeriske analysen gir en lineær respons opp til om lag 1,7 kNm.

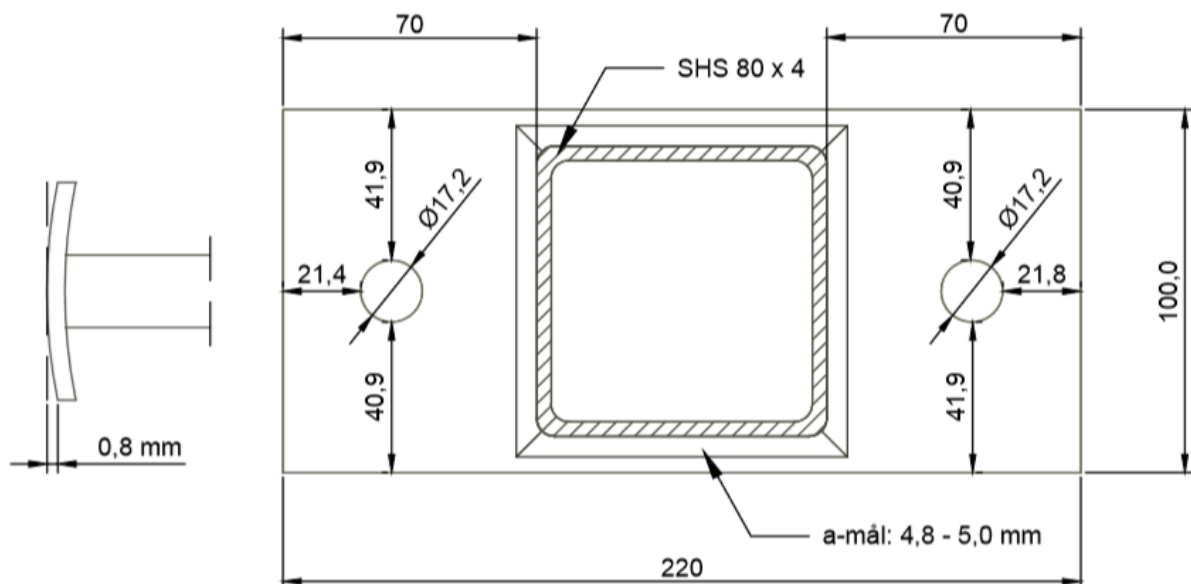


Tabell 22: Maksimal belastning for hver serie omregnet til moment.

Figur 110: Glippe målt med bladmåler.

Serie nr.	1	2	3	4	5	6
Maks belastning [kg]	40	60	80	40	60	80
Maks moment [kNm]	0,94	1,41	1,88	0,94	1,41	1,88

De målte verdiene for forsøkets endeplate er illustrert på figur 111. Endeplatens tykkelse er målt til 6,3 mm, og krummingen er på om lag 0,8 mm som illustrert til venstre på figuren. Venstre side på figuren er oppsiden i forsøket for serie 1-3.



Figur 111: Målte verdier av endeplatens geometri.

6.4.2.1 Resultater

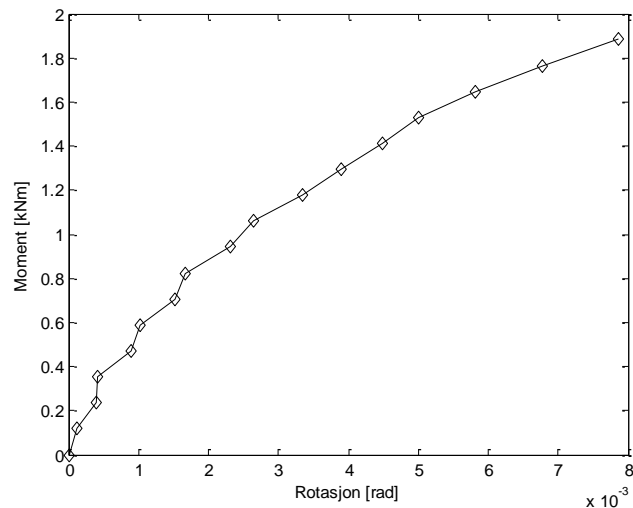
På figur 112 vises det gjennomsnittlige resultatet fra serie 1-6, der rotasjonen er målt med klinometer. Hver enkelt serie finnes i Vedlegg A. Kurven er ikke lineær, som gjør det vanskelig å bedømme om det har oppstått plastiske deformasjoner.

Nedbøyningen ved lastens tyngdepunkt indikerer små plastiske deformasjoner. Figur 113 viser målt nedbøyning ved lastens tyngdepunkt som en funksjon av belastningen. Nedbøyningen er regnet ut som gjennomsnittet av de seks seriene, for henholdsvis på- og avlasting. For hver enkelt serie varierer den totale nedbøyningen etter avlasting fra null til to millimeter, bortsett fra serie 3 (5 mm).

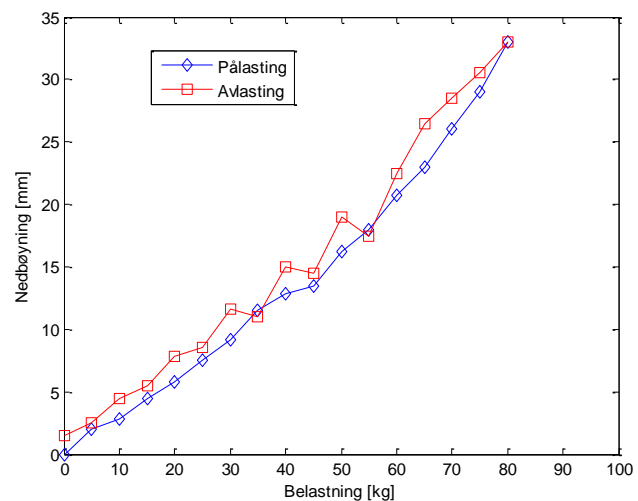
For å kontrollere resultatet, regnes rotasjonen til søylefoten ut i fra den målte nedbøyningen etter ligning 6.1 – 6.3. Resultatet fra utregningen sammenlignes med resultatet fra klinometermålingene på figur 114. Kurvene er tilnærmet like.

På neste side slås resultatene fra stivhetsseriene og kapasitetsserien sammen. Kurven får en knekk til venstre ved 1,8 kNm fordi responsen fra kapasitetsserien er noe stivere enn gjennomsnittet av stivhetsseriene. Forsøket indikerer at permanente deformasjoner oppstår et sted mellom 1,6 – 2,0 kNm.

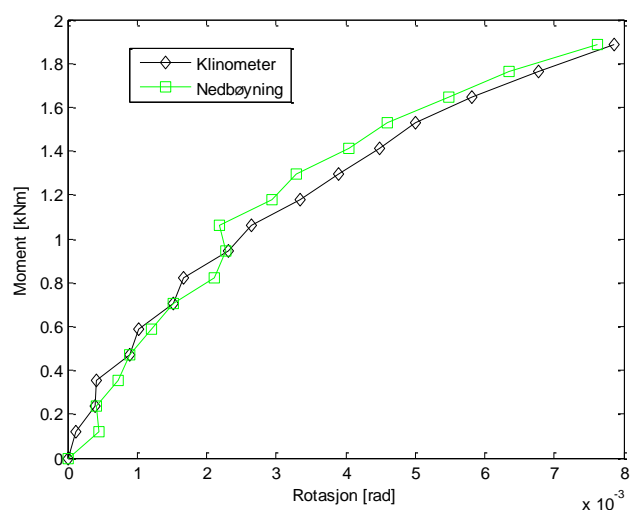
Stivheten estimeres på to måter, tilsvarende som i kapittel 5. En tredje måte å estimere stivheten på gis i rapporten til Aalberg, Uhre og Larsen [7]. Der legges skjæringspunktet ved 10% av søylefotens rotasjon etter at lasten fra kapasitetsserien er fjernet. En slik tilnærming vil her gi en stivhet på 254 kNm/rad.



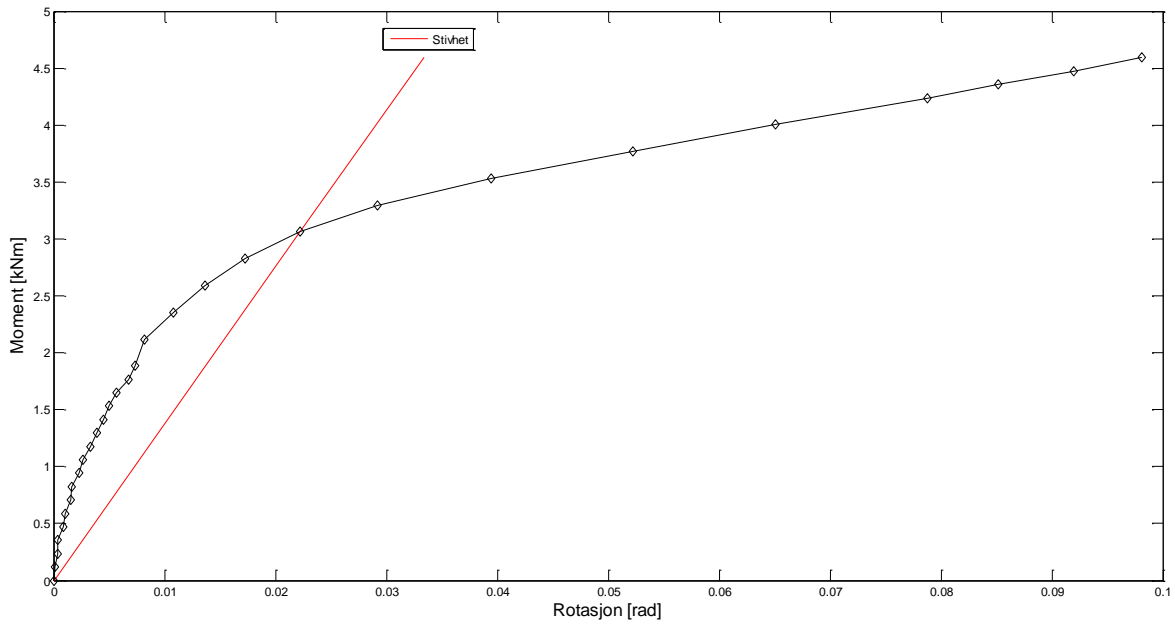
Figur 112: Gjennomsnitt av serie 1-6.



Figur 113: Nedbøyning ved lastens tyngdepunkt.

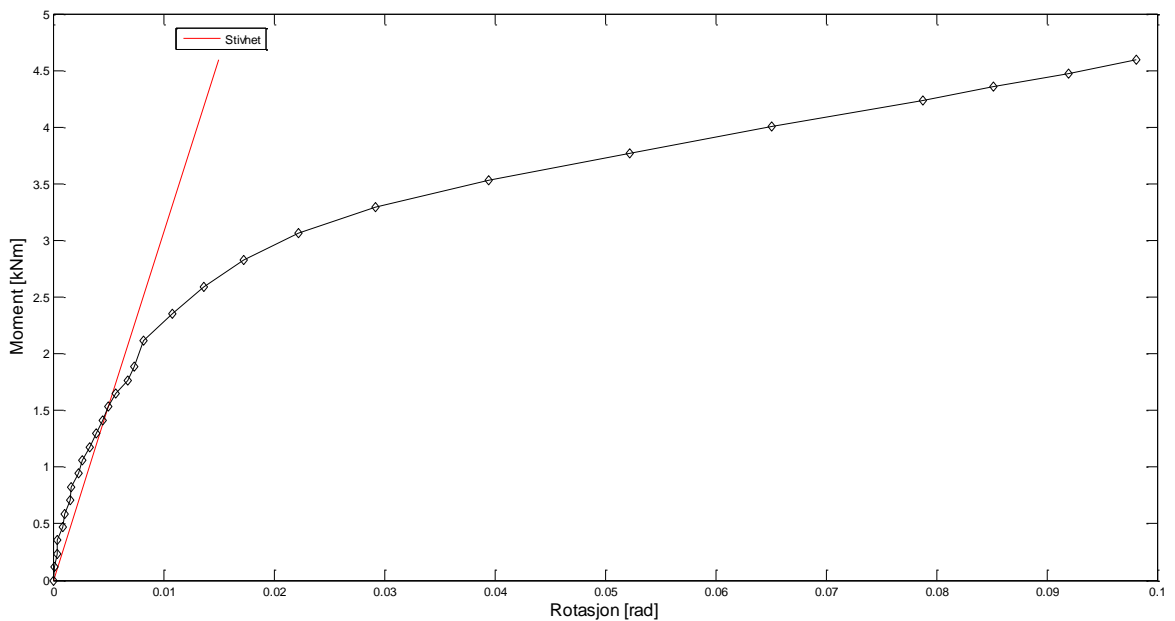


Figur 114: Sammenligning av resultat fra klinometer og nedbøyning.



Figur 115: Initialrotasjonsstivhet for laboratorieforsøk 2 ved bøyning om sterk akse.

Over illustreres stivheten der skjæringspunktet er to tredeler av momentkapasiteten. Kapasiteten regnes som momentpåkjenningen ved slutten av forsøket, der den tilhørende rotasjonen utgjør om lag ti ganger det elastiske området. Under er skjærings-punktet en tredel av kapasiteten.



Figur 116: Alternativ stivhet.

Tabell 23 viser kapasitet og stivhet til søylefoten ved bøyning om svak akse.

Tabell 23: Kapasitet og stivhet.

Kapasitet	Stivhet (2/3)	Stivhet (1/3)
4,591 kNm	137 kNm/rad	306 kNm/rad

Figur 117 og 118 viser den permanente deformasjonen av søylefoten etter forsøket. Den samsvarer med resultatet fra den numeriske analysen i *kapittel 5*.



Figur 117: Deformasjonen sett fra siden.



Figur 118: Deformasjonen sett bakfra.

6.5 Laborieforsøk 3

Det tredje laborieforsøket har større avstand mellom boltene enn det første, og tilsvarer geometri 3 i *kapittel 5.4*. Større endeplate betyr at en ny bakplate benyttes. Også denne har tykkelse 30 mm.

6.5.1 Svak akse

Figur 119 viser en glippe på 0,20 mm mellom bakplaten og endeplaten oppe til høyre sett forfra. Etter at søylefoten er snudd, er glippen 0,20 mm på midten oppe. *Tabell 24* viser den maksimale belastningen for hver serie omregnet til moment. Dette gjelder de seriene der hensikten er å finne stivhet. Momentarmen er 2,3 meter og søylefoten er snudd 180° etter serie 3. Den numeriske analysen gir en lineær respons opp til om lag 1,7 kNm.

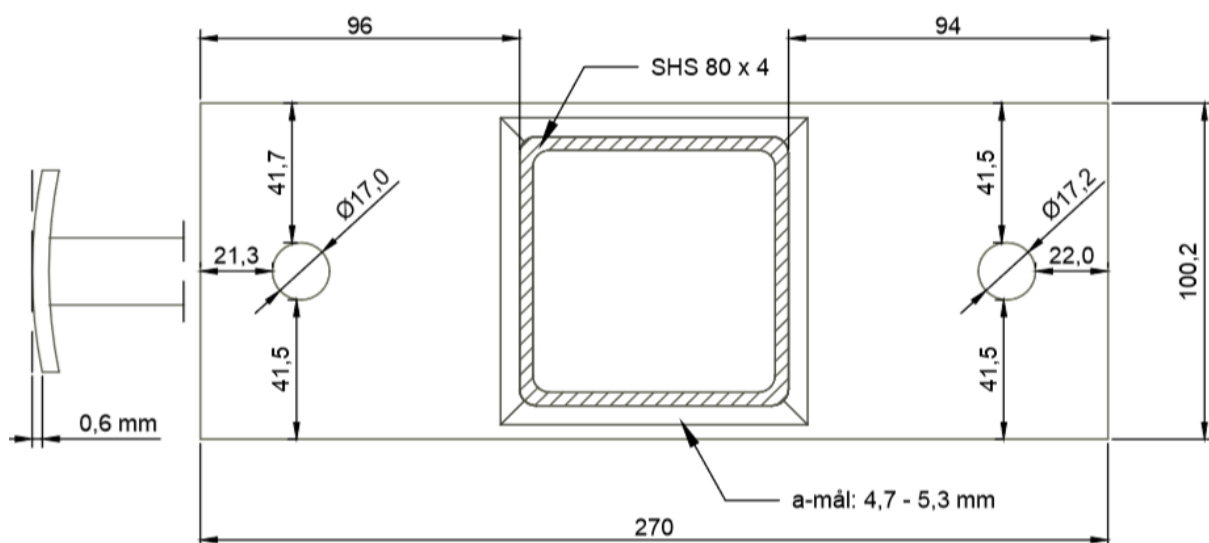


Figur 119: Glippe målt med bladmåler.

Tabell 24: Maksimal belastning for hver serie omregnet til moment.

Serie nr.	1	2	3	4	5	6
Maks belastning [kg]	40	60	80	40	60	80
Maks moment [kNm]	0,90	1,35	1,81	0,90	1,35	1,81

De målte verdiene for forsøkets endeplate er illustrert på *figur 120*. Endeplatens tykkelse er målt til 8,15 mm, og krummingen er på om lag 0,6 mm som illustrert til venstre på figuren. Oppsiden på figuren er oppsiden i forsøket for serie 1-3.



Figur 120: Målte verdier av endeplatens geometri.

6.5.1.1 Resultater

På figur 121 vises det gjennomsnittlige resultatet fra serie 1-6, der rotasjonen er målt med klinometer. Hver enkelt serie finnes i Vedlegg A. Kurven er tilnærmet lineær opp til 1,5 kNm. Deretter kan det tyde på at plastiske deformasjoner oppstår.

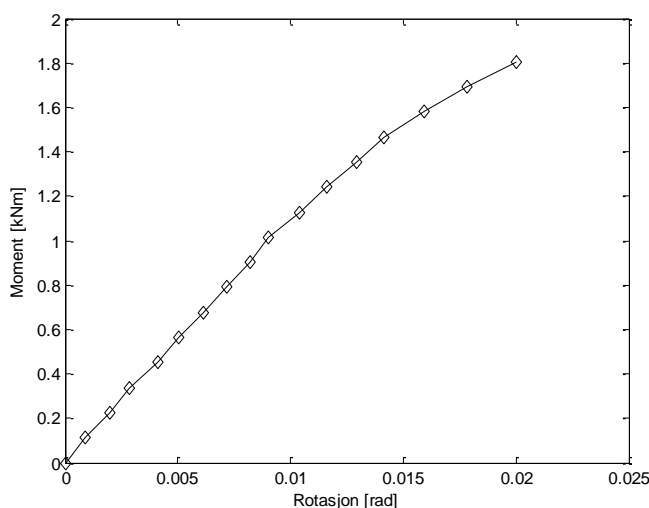
Nedbøyningen ved lastens tyngdepunkt underbygger dette. Figur 122 viser målt nedbøyning ved lastens tyngdepunkt som en funksjon av belastningen.

Nedbøyningen er regnet ut som gjennomsnittet av de seks seriene, for henholdsvis på- og avlasting. For hver enkelt serie varierer den totale nedbøyningen etter avlasting fra en til seks millimeter.

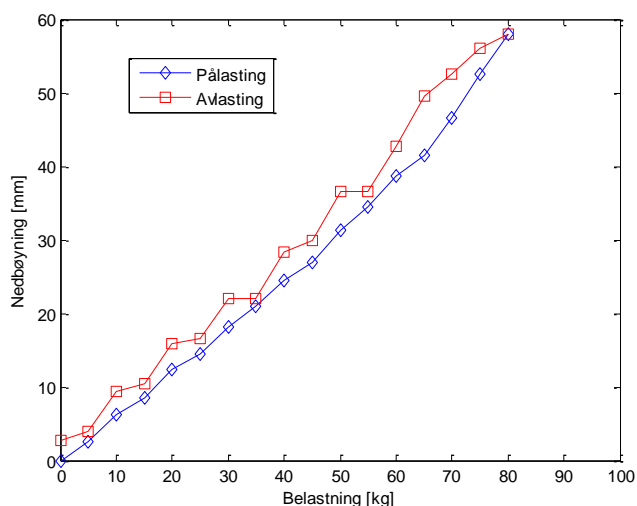
For å kontrollere resultatet, regnes rotasjonen til søylefoten ut i fra den målte nedbøyningen etter ligning 6.1 – 6.3. Resultatet fra utregningen sammenlignes med resultatet fra klinometermålingene på figur 123. Kurvene er i praksis identiske.

På neste side slås resultatene fra stivhetsseriene og kapasitetsserien sammen. Kurven får en knekk til venstre ved 1,8 kNm fordi responsen fra kapasitetsserien er noe stivere enn gjennomsnittet av stivhetsseriene. Forsøket indikerer at permanente deformasjoner oppstår et sted mellom 1,5 – 2,0 kNm.

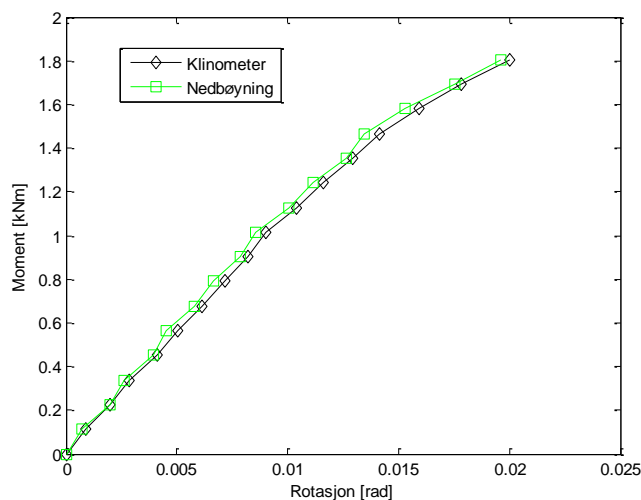
Stivheten estimeres på to måter, tilsvarende som i kapittel 5. En tredje måte å estimere stivheten på gis i [7], der skjæringspunktet legges ved 10% av søylefotens rotasjon etter at lasten fra kapasitetsserien er fjernet. Her er 20% mer hensiktsmessig. En slik tilnærming gir her en stivhet på 93 kNm/rad.



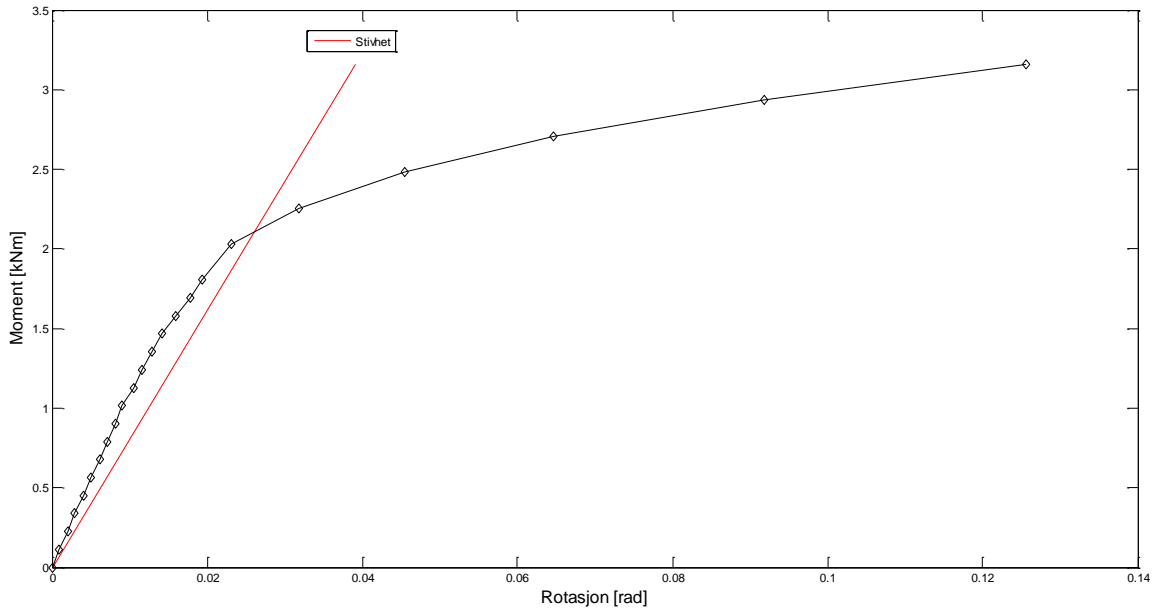
Figur 121: Gjennomsnitt av serie 1-6.



Figur 122: Nedbøyning ved lastens tyngdepunkt.

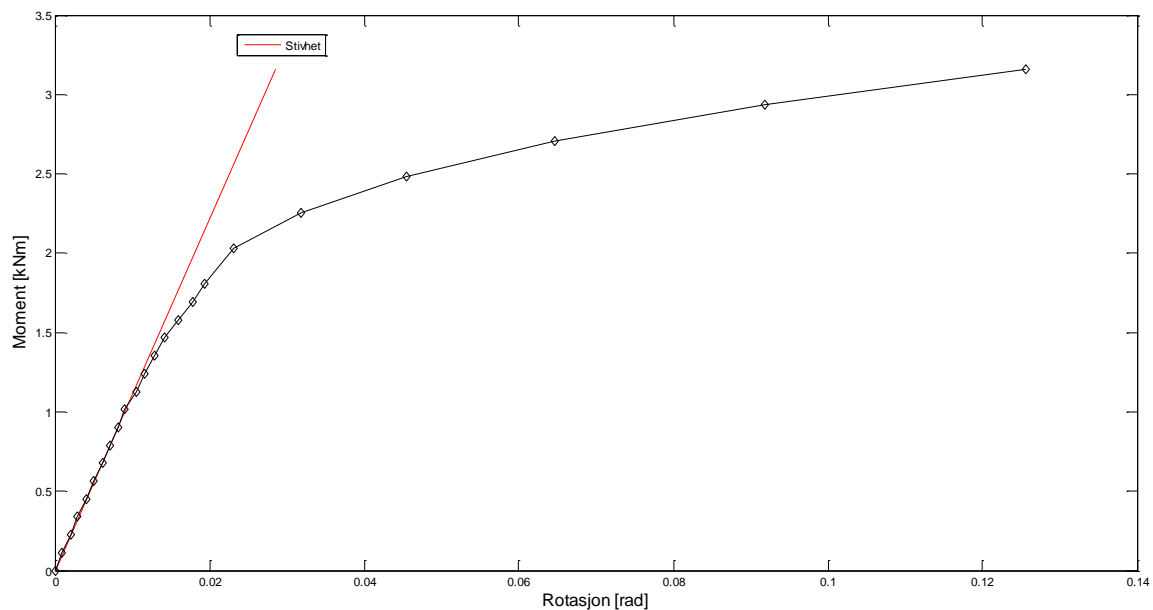


Figur 123: Sammenligning av resultat fra klinometer og nedbøyning.



Figur 124: Initialrotasjonsstivhet for laboratorieforsøk 3 ved bøyning om svak akse.

Over illustreres stivheten der skjæringspunktet er to tredeler av momentkapasiteten. Kapasiteten regnes som momentpåkjenningen ved slutten av forsøket, der den tilhørende rotasjonen utgjør om lag sju ganger det elastiske området. Under er skjæringspunktet en tredel av kapasiteten.



Figur 125: Alternativ stivhet.

Tabell 25 viser kapasitet og stivhet til søylefoten ved bøyning om svak akse.

Tabell 25: Kapasitet og stivhet.

Kapasitet	Stivhet (2/3)	Stivhet (1/3)
3,159 kNm	81 kNm/rad	111 kNm/rad

Figur 126 og 127 viser den permanente deformasjonen av søylefoten etter forsøket. Den samsvarer med resultatet fra den numeriske analysen i *kapittel 5*.



Figur 126: Deformasjonen sett fra siden.



Figur 127: Deformasjonen sett bakfra.

6.5.2 Sterk akse

Figur 128 viser en glippe på 0,10 mm mellom bakplaten og endeplaten til venstre sett forfra. Etter at søylefoten er snudd, er glippen 0,15 mm til høyre. Tabell 26 viser den maksimale belastningen for hver serie omregnet til moment. Dette gjelder de seriene der hensikten er å finne stivhet. Momentarmen er 2,3 meter og søylefoten er snudd 180° etter serie 3. Den numeriske analysen gir en lineær respons opp til om lag 2,5 kNm.

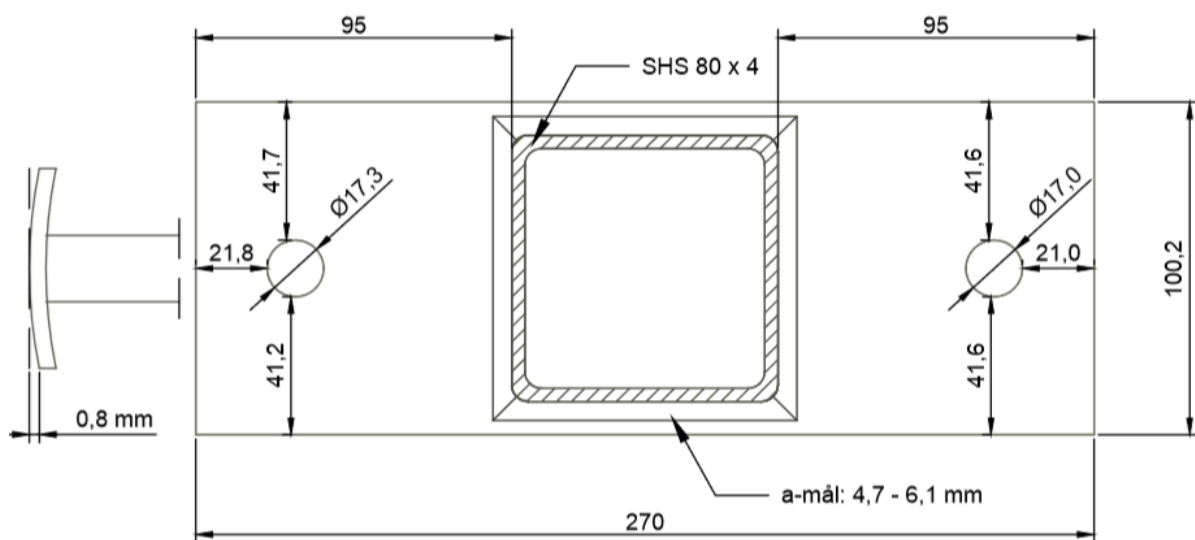


Figur 128: Glippe målt med bladmåler.

Tabell 26: Maksimal belastning for hver serie omregnet til moment.

Serie nr.	1	2	3	4	5	6
Maks belastning [kg]	40	70	100	40	70	100
Maks moment [kNm]	0,90	1,58	2,26	0,90	1,58	2,26

De målte verdiene for forsøkets endeplate er illustrert på figur 129. Endeplatens tykkelse er målt til 8,15 mm, og krummingen er på om lag 0,8 mm som illustrert til venstre på figuren. Venstre side på figuren er oppsiden i forsøket for serie 1-3.



Figur 129: Målte verdier av endeplatens geometri.

6.5.2.1 Resultater

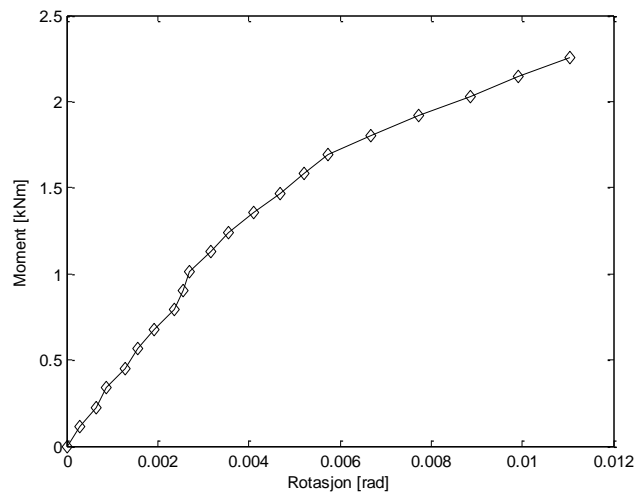
På figur 130 vises det gjennomsnittlige resultatet fra serie 1-6, der rotasjonen er målt med klinometer. Hver enkelt serie finnes i Vedlegg A. Kurven er ikke lineær, som gjør det vanskelig å bedømme om det har oppstått plastiske deformasjoner.

Nedbøyningen ved lastens tyngdepunkt tyder på plastiske deformasjoner. Figur 131 viser målt nedbøyning ved lastens tyngdepunkt som en funksjon av belastningen. Nedbøyningen er regnet ut som gjennomsnittet av de seks seriene, for henholdsvis på- og avlasting. For hver enkelt serie varierer den totale nedbøyningen etter avlasting fra null til tre millimeter, bortsett fra serie 3 (10 mm).

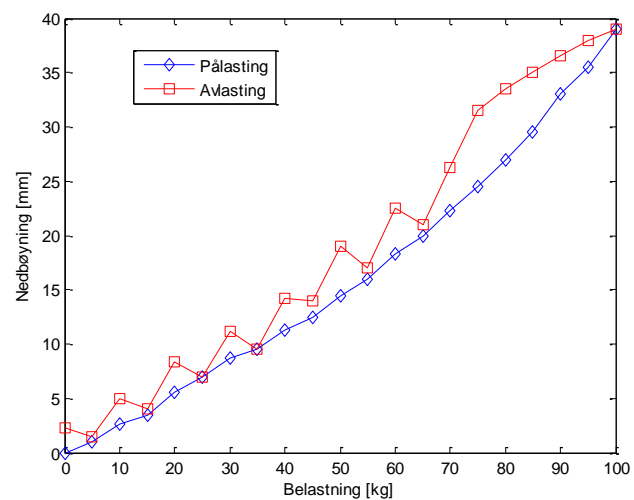
For å kontrollere resultatet, regnes rotasjonen til søylefoten ut i fra den målte nedbøyningen etter ligning 6.1 – 6.3. Resultatet fra utregningen sammenlignes med resultatet fra klinometermålingene på figur 132. Kurvene er tilnærmet like.

På neste side slås resultatene fra stivhetsseriene og kapasitetsserien sammen. Kurven får en knekk til venstre ved 2,2 kNm fordi responsen fra kapasitetsserien er stivere enn gjennomsnittet av stivhetsseriene. Forsøket indikerer at permanente deformasjoner oppstår et sted mellom 1,8 – 2,2 kNm.

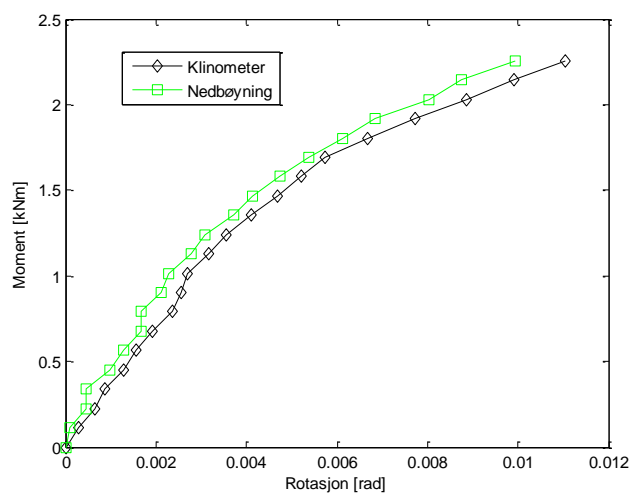
Stivheten estimeres på to måter, tilsvarende som i kapittel 5. En tredje måte å estimere stivheten på gis i rapporten til Aalberg, Uhre og Larsen [7]. Der legges skjæringspunktet ved 10% av søylefotens rotasjon etter at lasten fra kapasitetsserien er fjernet. En slik tilnærming vil her gi en stivhet på 221 kNm/rad.



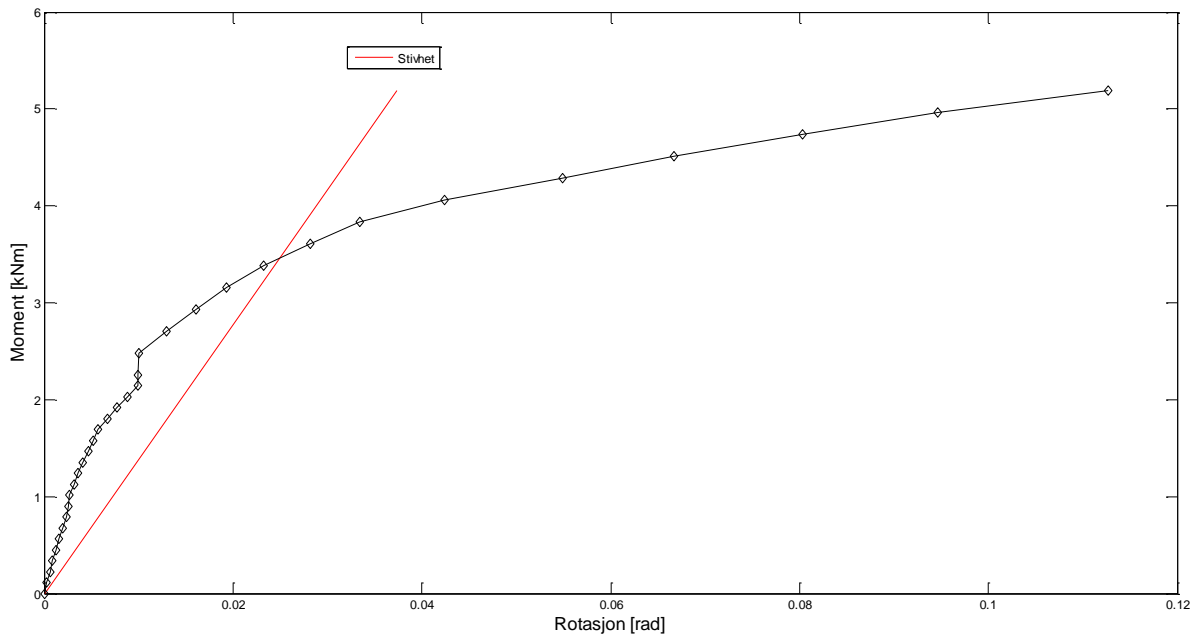
Figur 130: Gjennomsnitt av serie 1-6.



Figur 131: Nedbøyning ved lastens tyngdepunkt.

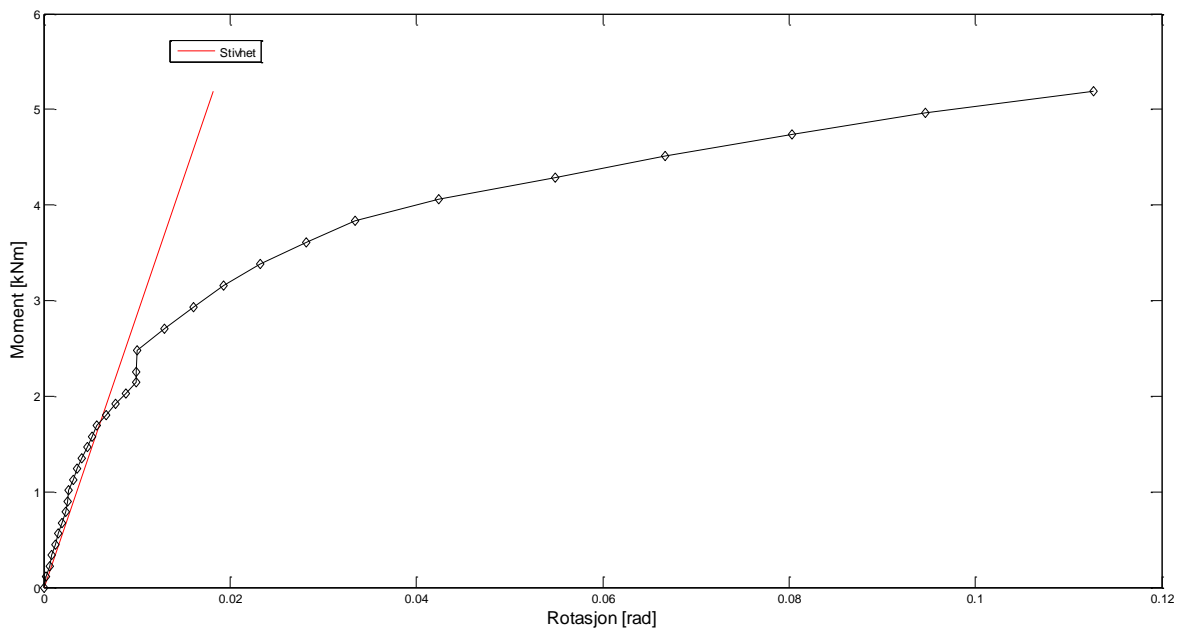


Figur 132: Sammenligning av resultat fra klinometer og nedbøyning.



Figur 133: Initialrotasjonsstivhet for laboratorieforsøk 3 ved bøyning om sterk akse.

Over illustreres stivheten der skjæringspunktet er to tredeler av momentkapasiteten. Kapasiteten regnes som momentpåkjenningen ved slutten av forsøket, der den tilhørende rotasjonen utgjør om lag ti ganger det elastiske området. Under er skjæringspunktet en tredel av kapasiteten.



Figur 134: Alternativ stivhet.

Tabell 27 viser kapasitet og stivhet til søylefoten ved bøyning om svak akse.

Tabell 27: Kapasitet og stivhet.

Kapasitet	Stivhet (2/3)	Stivhet (1/3)
5,190 kNm	139 kNm/rad	286 kNm/rad

Figur 135 og 136 viser den permanente deformasjonen av søylefoten etter forsøket. Den samsvarer med resultatet fra den numeriske analysen i *kapittel 5*.



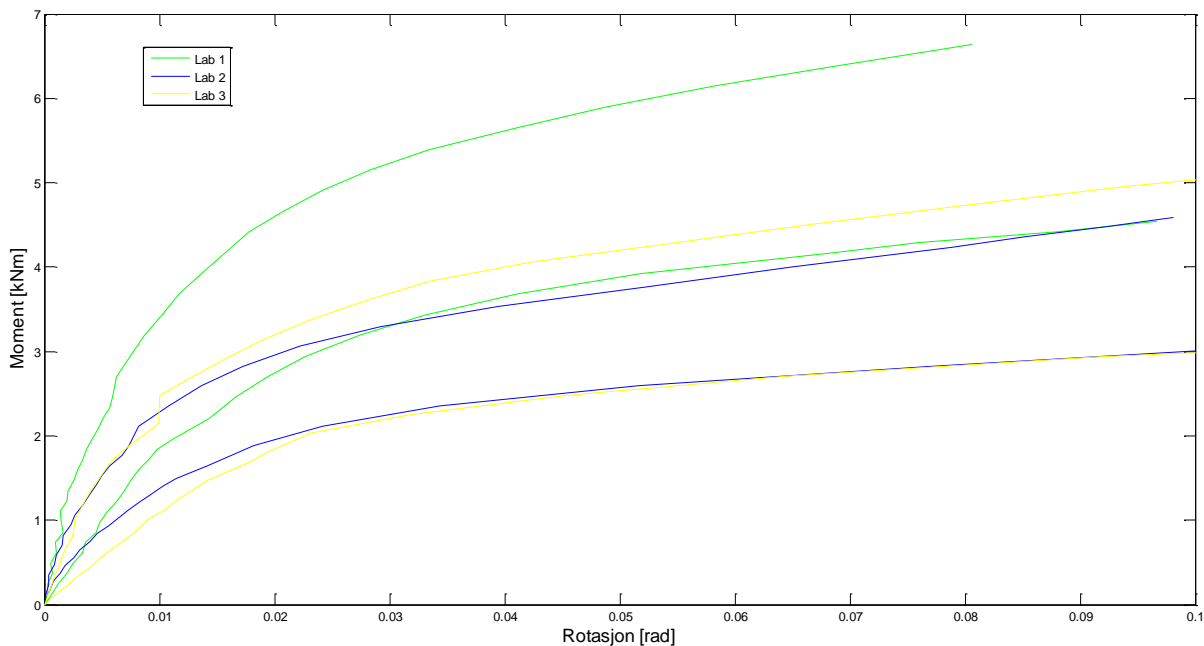
Figur 135: Deformasjonen sett fra siden.



Figur 136: Deformasjonen sett bakfra.

6.6 Oppsummering

På figur 137 og i tabell 28 oppsummeres resultatene fra laboratorieforsøkene. Som ventet gir laboratorieforsøk 1 stivest respons og høyest kapasitet. Geometri 3 gir høyere kapasitet enn geometri 2 i *Abaqus*. Her gjelder ikke det for bøyning om svak akse. Årsaken kan være at endeplatetykkelsene i forsøkene er 6,3 og 8,15 mm, i stedet for 6,0 og 8,0 mm. Når det gjelder stivhet er resultatene tilnærmet like for laboratorieforsøk 2 og 3 ved bøyning om sterk akse. Ved bøyning om svak akse er laboratorieforsøk 2 stivere, som i den numeriske analysen.



Figur 137: Oppsummering av resultater.

Kun to tilfeller gir tilnærmet lineær respons opp til en tredel av momentpåkjenningen ved forsøkets slutt. Dette gjelder laboratorieforsøk 1 og 3, ved bøyning om svak akse. I et ideelt tilfelle er responskurven lineær over en signifikant del av momentpåkjenningen. Dermed vil initialrotasjonsstivheten være enkel å fastslå, noe som ikke er tilfelle her. Lignende observasjoner er rapportert av [5, 7, 8]. Konsekvensen er stor forskjell i stivhet avhengig av tilnærming. For bøyning om svak akse er «stivhet (1/3)» 37 – 78% høyere enn «stivhet (2/3)». Når det gjelder sterk akse er variasjonen enda større, 74 – 123%. Tilnærmingen til stivhet i [7] gir konsekvent verdier mellom «stivhet (1/3)» og «stivhet (2/3)». Som regel fås en verdi nærmest «stivhet (1/3)». Unntaket er laboratorieforsøk 3, svak akse, men der er tilnærmingen justert noe.

Tabell 28: Oppsummering av kapasitet og stivhet.

	Kapasitet	Stivhet (2/3)	Stivhet (1/3)
Lab 1 – svak akse	4,782 kNm	117 kNm/rad	194 kNm/rad
Lab 1 – sterk akse	6,641 kNm	247 kNm/rad	431 kNm/rad
Lab 2 – svak akse	3,178 kNm	88 kNm/rad	157 kNm/rad
Lab 2 – sterk akse	4,591 kNm	137 kNm/rad	306 kNm/rad
Lab 3 – svak akse	3,159 kNm	81 kNm/rad	111 kNm/rad
Lab 3 – sterk akse	5,190 kNm	139 kNm/rad	286 kNm/rad

Årsaken til fraværende linearitet er kompleksiteten i kontaktsonen mellom endeplaten og bakplaten, i tillegg til ulike sveiseformfeil, skjevstillinger, egenspenninger og så videre. På grunn av den initiale krummingen av endeplaten og den lokale kontaktsonen i området rundt de forspente boltene, er kontaktrykket ikke uniformt fordelt. I startfasen skaper det påførte momentet elastiske bøyedeformasjoner i endeplaten. Ved bøyning om sterk akse gjelder dette spesielt for strekksiden. Dette forårsaker momentarm og hevarmkrefter og endrer kontaktområdet mellom platene [7]. Ved større påkjenning utvikles et gap mellom endeplaten og bakplaten ved hulprofilets øvre del (se *figur 99, 117 og 135*). I etterkant av forsøkene observeres fortsatt kontakt i midterste del langs endeplatenes øvre kant, mens det er et gap ved hjørnene. Dette er tydeligst i laboratorieforsøk 2 (*figur 118*), men nesten fraværende i laboratorieforsøk 3 (*figur 136*).

Det er tydelig at responsen i større grad er lineær ved bøyning om svak akse. Her observeres et gap langs øvre del av endeplaten, det vil si på strekksiden. Gapet forplanter seg helt til hjørnene (se *figur 90, 108 og 126*). Årsaken til at laboratorieforsøk 1 og 3 (svak akse) gir tilnærmet lineær respons, mens laboratorieforsøk 2 ikke gir det, kan kanskje forklares av den opprinnelige krummingen og skjevhet av endeplaten (se *figur 84, 102 og 124*). De to lineære tilfellene har omtrent 0,5 mm krumming, og hullene er plassert så nær som midt på langs endeplatenes bredde. Det ikke-lineære tilfellet har rundt det dobbelte i krumming, og en skjevstilling på 1 mm.

Vedlegg A viser moment-rotasjon-relasjonen for hver enkelt serie i hvert enkelt forsøk. Knutepunktet er snudd 180° fra serie 1-3 til serie 4-6. De to lineære tilfellene er karakterisert ved tilnærmet lik rotasjon for lik momentpåkjenning i begge retninger. De fire resterende tilfellene viser til dels svært forskjellig respons avhengig av retning. Dette er spesielt karakteristisk ved de tre tilfellene av bøyning om sterk akse. Årsaken kan være ulike avstander fra hullet til profilet.

6.6.1 Klassifisering

Etter knutepunktstandarden [1] kan en søylefot klassifiseres som stiv eller delvis stiv. Grenseverdien er definert av *ligning 3.2*. En tenkt grenseverdi mellom en leddet og delvis stiv søylefot (se *ligning 3.3*) er utledet av Birkeland [2]. I det følgende evalueres resultatene fra laboratorieforsøkene opp mot disse grenseverdiene.

Elastisitetsmodul for stål er $210\,000\text{ N/mm}^2$ og søylens andre arealmoment er $1,16 \times 10^6\text{ mm}^4$. For at søylefoten skal klassifiseres som stiv, må stivheten være:

$$S_{j,ini} \geq 48EI_c/L_c = 48 \times 2,1 \times 10^5 \times 1,16 \times 10^6/L_c \quad (6.4)$$

Høyeste stivhet er funnet i laboratorieforsøk 1 ved bøyning om sterk akse, med en verdi på 431 kNm/rad . Ved å sette inn denne verdien, blir minimumsverdien for søylens etasjehøyde følgende:

$$L_{c,min} = 48 \times 2,1 \times 10^5 \times 1,16 \times 10^6 / (431 \times 10^6) = 27129\text{ mm} \quad (6.5)$$

En etasjehøyde på over 27 meter er ikke realistisk, og dermed vil ingen av søyleføttene klassifiseres som stive.

For at søylefoten skal kunne klassifiseres som leddet, må stivheten være:

$$S_{j,ini} \leq 0,5EI_c/L_c = 0,5 \times 2,1 \times 10^5 \times 1,16 \times 10^6/L_c \quad (6.6)$$

Laveste stivhet er funnet i laboratorieforsøk 3 ved bøyning om svak akse, med en verdi på 81 kNm/rad . Ved å sette inn denne verdien, blir maksimumsverdien for søylens etasjehøyde følgende:

$$L_{c,max} = 0,5 \times 2,1 \times 10^5 \times 1,16 \times 10^6 / (81 \times 10^6) = 1504\text{ mm} \quad (6.7)$$

En etasjehøyde på 1,5 meter er ikke realistisk. Alle tre søyleføttene klassifiseres som delvis stive, både for bøyning om sterk og svak akse.

7 Håndberegning

Knutepunktstandarden [1] tar for seg beregningsregler for bestemmelse av stivhet og kapasitet. Til dette benytter standarden en komponentmodell. Knutepunktet deles inn i basiskomponenter med kjent oppførsel, som sveiser, skruer og plater, som kombineres for å beskrive den totale responsen. Sentralt i dette står ekvivalente T-stykker. Reglene er dekkende for komponenter med I- eller H-tverrsnitt. I dette kapitlet forsøkes det å overføre disse beregningsmetodene til forbindelser med staver av hulprofil. Det vises til, og utledes, formler for kapasitet og stivhet for bøyning om sterk og svak akse. Disse brukes på søyleføttene som denne rapporten omhandler.

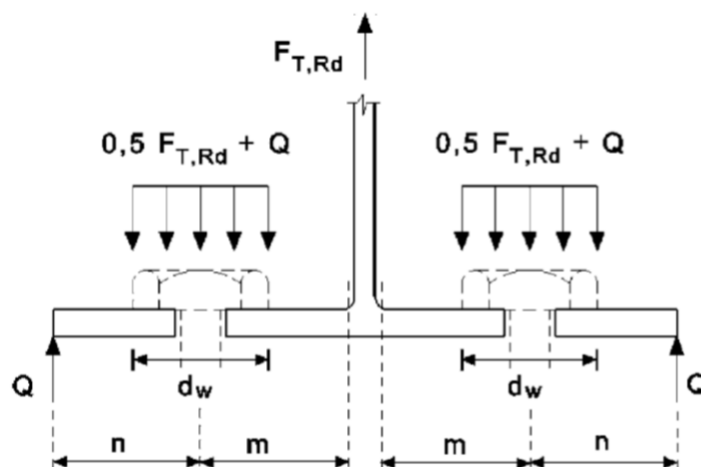
7.1 Komponentmetoden

På grunn av et knutepunkts kompliserte geometri og sammensetning, er det som regel hensiktsmessig å dele dem inn i delkomponenter for å regne ut kapasitet og stivhet. I knutepunktstandarden kalles delkomponentene for basiskomponenter. Dette kan eksempelvis være bolter i strekk, søylesteg i skjær, og søyleflens eller endeplate i bøyning. Kapasitet og stivhet for hver enkelt basiskomponent i gjeldende knutepunkt, med gjeldende belastningssituasjon, kan så bestemmes. Når det gjelder kapasitet, vil den svakeste basiskomponenten være bestemmende. Rotasjonsstivheten finnes ved å betrakte knutepunktet som et ekvivalent fjærsystem.

7.2 T-stykke

Knutepunktstandarden beskriver reglene for kapasiteten til et ekvivalent T-stykke påkjent av strekk, som vist på *figur 138*. Dette gjelder blant annet for en endeplate påkjent av bøyning. Et T-stykke modelleres med en effektiv lengde, en fiktiv lengde som tilsvarer den energien som skal til for å dra ut et flytemønster. Kapasiteten beregnes ut ifra fullstendig flytning i flensen, skrueruidd, eller at de to tilfellene sammenfaller. I laboratorieforsøkene observeres det flytning i flensen uten tilløp til skrueruidd. Samtidig er det tydelig at hevarmkrefter opptrer. Det gir følgende formel for kapasitet:

$$F_p = \frac{4m_p^{eff}}{m_x} \quad (7.1)$$



Figur 138: Ekvivalent T-stykke påkjent av strekk [1].

7.3 Kapasitet

For å regne ut kapasiteten til knutepunktene som er dekket i denne rapporten, brukes formler rapportert i [7]. Formlene er utledet med bakgrunn i flytelinjeteori.

7.3.1 Sterk akse

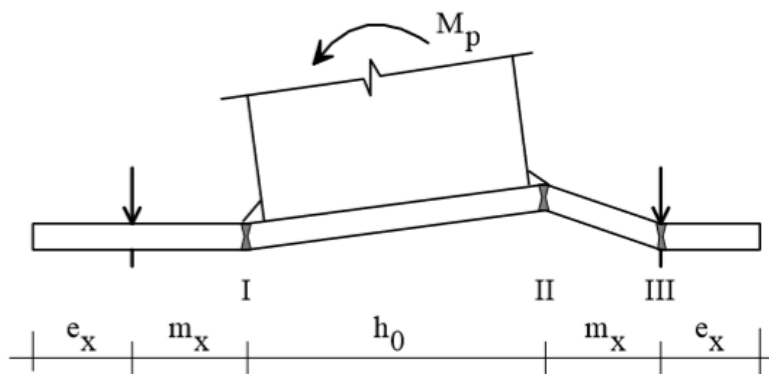
En mekanisme med tre flytelinjer er antatt, som vist på *figur 139*. Ved å sette det ytre arbeidet likt det indre virtuelle arbeidet, fås følgende formel for momentkapasitet:

$$M_p = 2m_p b_p \left[\frac{h_0}{m_x} + 1 \right] \quad (7.2)$$

Der m_p er flytemomentet til endeplaten, b_p er platens bredde, og h_0 og m_x er vist under.

$$m_p = 0,25t_p^2 f_y \quad (7.3)$$

Der t_p er endeplatens tykkelse og f_y er flytespenningen.



Figur 139: Flytelinjemodell for momentkapasitet om sterk akse [7].

Tabell 29 oppsummerer resultatene av momentkapasitet for de ulike geometriene ved bøyning om sterk akse, både ved hjelp av nominelle verdier brukt i *Abaqus* (kapittel 4) og målte verdier fra laboratorieforsøkene (kapittel 6). Utregningene er vist i *Vedlegg B*.

Tabell 29: Momentkapasitet for bøyning om sterk akse.

	M_p [kNm] (Nominelle verdier)	M_p [kNm] (Målte verdier)
Geometri 1	4,94	5,14
Geometri 2	2,81	3,24
Geometri 3	3,48	3,74

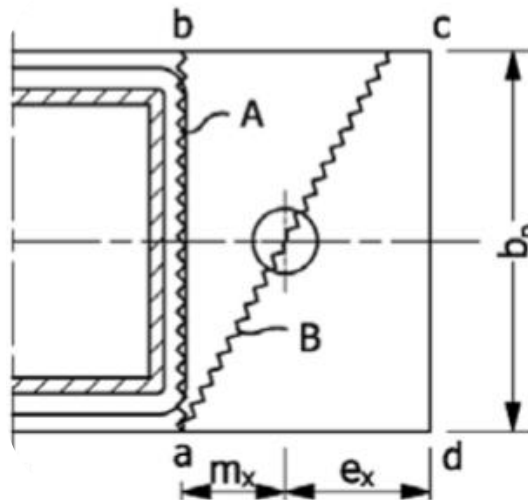
Momentkapasiteten med de målte verdiene blir høyere først og fremst på grunn av tykkere endeplate. Sveis, hullplassering og platens bredde har også en innvirkning.

7.3.2 Svak akse

Utledningen av formelen for momentkapasitet om svak akse er basert på flytelinjemønsteret vist på *figur 140*. Mønsteret er tilsvarende til venstre for hulprofilet. Ved å sette det ytre arbeidet likt det indre virtuelle arbeidet, fås følgende formel for momentkapasitet:

$$M_p = 2 \frac{m_p}{m_x} [b_p^2 + 2m_x^2] \quad (7.4)$$

Der m_p er gitt av *ligning 7.3*, og b_p og m_x er vist under.



Figur 140: Antatt flytelinjemønster [7].

Tabell 30 oppsummerer resultatene av momentkapasitet for de ulike geometriene ved bøyning om svak akse, både ved hjelp av nominelle verdier brukt i *Abaqus* (*kapittel 4*) og målte verdier fra laboratorieforsøkene (*kapittel 6*). Utregningene er vist i *Vedlegg B*.

Tabell 30: Momentkapasitet for bøyning om svak akse.

	M_p [kNm] (Nominelle verdier)	M_p [kNm] (Målte verdier)
Geometri 1	4,97	5,11
Geometri 2	2,83	3,16
Geometri 3	4,03	4,21

For geometri 1 og 2 beregnes tilnærmet lik kapasitet for sterk og svak akse. Geometri 3 gir høyere kapasitet for svak enn sterk akse. Dette samsvarer ikke med resultatene fra laboratorieforsøkene og de numeriske analysene.

7.4 Stivhet

Rotasjonsstivheten til et knutepunkt finnes ved å betrakte knutepunktet som et ekvivalent fjærsystem. Forutsatt at aksialkraften ikke overskrider 5 % av dimensjonerende kapasitet, kan rotasjonsstivheten bestemmes med følgende ligning:

$$S_j = \frac{Ez^2}{\mu \sum_i \frac{1}{k_i}} \quad (7.5)$$

Der k_i er stivhetskoeffisienten for basiskomponent i i knutepunktet, z er momentarmen og μ er stivhetsforholdet $S_{j,ini}/S_j$. Dermed kan initialrotasjonsstivheten uttrykkes på følgende måte:

$$S_{j,ini} = k_{tot} E z^2 \quad (7.6)$$

$$k_{tot} = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{k_i}} \quad (7.7)$$

I dette tilfellet består knutepunktet av to basiskomponenter. Disse er endeplate påkjent av bøyning og skruer påkjent av strekk. Uttrykkene for de tilhørende stivhetskoeffisientene er som følger:

$$k_5 = \frac{0,9 l_{eff} t_p^3}{m_x^3} \quad (7.8)$$

Der l_{eff} er den minste av de effektive lengdene.

$$k_{10} = \frac{1,6 A_s}{L_b} \quad (7.9)$$

Der A_s er skruens tverrsnittareal og L_b er skruens tøyningsslengde som settes lik klemlengden, pluss halve summen av skruhodets høyde og mutterhøyden:

$$L_b = \frac{t_h + t_n}{2} + t_w + t_p + t_b \quad (7.10)$$

I utgangspunktet inneholder klemlengden to underlagsskiver, men i forsøkene er det brukt bare én. Nominelle verdier for utregning av tøyningsslengde er gitt i *tabell 31* (målte verdier i parentes).

Tabell 31: Verdier for utregning av tøyningsslengde.

	t_h [mm]	t_n [mm]	t_w [mm]	t_p [mm]	t_b [mm]
Geometri 1	10	13	3	8 (8,1)	30
Geometri 2	10	13	3	6 (6,3)	30
Geometri 3	10	13	3	8 (8,15)	30

De ulike tøyningsslengdene blir da som følger:

Tabell 32: Tøyningsslengder.

	$L_{b,nom}$ [mm]	$L_{b,m\ddot{a}lt}$ [mm]
Geometri 1	52,5	52,6
Geometri 2	50,5	50,8
Geometri 3	52,5	52,65

7.4.1 Sterk akse

Uhre [3] utleder den effektive lengden til bøyning av endeplaten til å være følgende uttrykk:

$$l_{eff} = 0,5b_p \quad (7.11)$$

Ved bruk av nominelle verdier blir initialrotasjonsstivheten til geometri 1 som følger:

$$l_{eff} = 0,5 \times 100 = 50mm \quad (7.12)$$

Innsatt i *ligning 7.8* fås stivhetskoeffisienten for endeplaten:

$$k_5 = \frac{0,9 \times 50 \times 8^3}{35,5^3} = 0,515mm \quad (7.13)$$

Skruens tverrsnittareal er 157 mm^2 . Formelen for stivhetskoeffisient baseres på to skruer i strekk. Dermed deles arealet på to:

$$k_{10} = \frac{1,6 \times 157}{52,5} \times \frac{1}{2} = 2,392mm \quad (7.14)$$

Dermed blir den totale stivhetskoeffisienten:

$$k_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{0,515} + \frac{1}{2,392}} = 0,424mm \quad (7.15)$$

Momentarmen settes lik avstanden fra senter av skruen til ytterkant av hulprofilets trykkflens (det antas at halvparten av trykket tas opp av sveisen). Da blir initialrotasjonsstivheten:

$$S_{j,ini} = 0,424 \times 210\,000 \times 120^2 \times 10^{-6} = 1281kNm/rad \quad (7.16)$$

Resterende utregninger er gjort i *Vedlegg B*. Resultatene er oppsummert i *Tabell 33*.

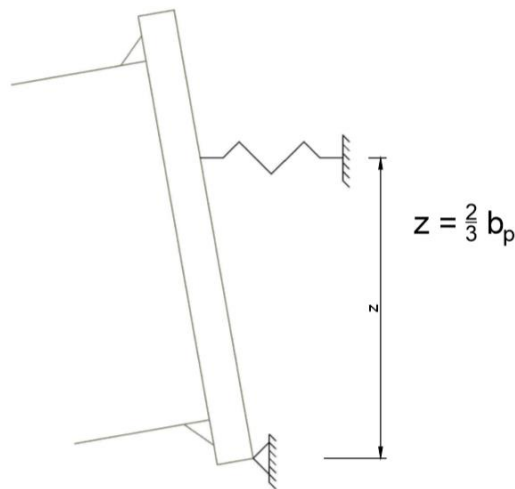
Tabell 33: Initialrotasjonsstivhet for bøyning om sterk akse.

	S_{j,ini} [kNm/rad] (Nominelle verdier)	S_{j,ini} [kNm/rad] (Målte verdier)
Geometri 1	1281	1380
Geometri 2	604	765
Geometri 3	440	494

Initialrotasjonsstivheten med de målte verdiene blir høyere først og fremst på grunn av tykkere endeplate, i tillegg til sveis og hullplassering som påvirker m_x . Alle verdiene er 2-3 ganger høyere enn funnet i laboratorieforsøkene.

7.4.2 Svak akse

Utledningen av den effektive lengden for bøyning av endeplaten baseres på flytemønsteret på *figur 140*. Det antas ingen plastiske deformasjoner i skruene. Den skrå linjen (*B*) antas å forlenges til kant *b-c* heller enn kant *c-d*, siden kantavstanden e_x normalt sett er større enn m_s . Dette er riktignok ikke tilfellet i de tre geometriene denne rapporten omhandler, men vil være tilnærmet riktig for geometri 1 og 2. Videre antas det at knutepunktet roterer om endeplaten nedre del. Flytelinje *A* danner en rett linje på skrå ut fra bakplaten. Det vil si at punkt *a* er i kontakt med bakplaten, og at avstanden øker lineært til punkt *b*. Som en konsekvens antas det at systemets momentarm er to tredeler av endeplaten bredde, som vist på *figur 141*.



Figur 141: Systemets momentarm.

Da fås følgende uttrykk for knutepunktets momentkapasitet:

$$M_p = F_p \times \frac{2}{3} b_p \quad (7.17)$$

Innsatt i *ligning 7.4* fås:

$$F_p = 3m_p \left[\frac{b_p}{m_x} + 2 \frac{m_x}{b_p} \right] \quad (7.18)$$

Dette settes lik kapasiteten til det ekvivalente T-stykket gitt i *ligning 7.1*. Det gir følgende uttrykk for den effektive lengden:

$$l_{eff} = 0,75b_p + 1,5 \frac{m_x^2}{b_p} \quad (7.19)$$

Ved bruk av nominelle verdier blir initialrotasjonsstivheten til geometri 1 som følger:

$$l_{eff} = 0,75 \times 100 + 1,5 \times \frac{35,5^2}{100} = 94mm \quad (7.20)$$

Innsatt i *ligning 7.8* fås stivhetskoeffisienten for endeplaten:

$$k_5 = \frac{0,9 \times 94 \times 8^3}{35,5^3} = 0,967mm \quad (7.21)$$

Skruens tverrsnittareal er 157 mm^2 . Formelen for stivhetskoeffisient baseres på to skruer i strekk, som det er ved bøyning om svak akse:

$$k_{10} = \frac{1,6 \times 157}{52,5} = 4,785 \text{ mm} \quad (7.22)$$

Dermed blir den totale stivhetskoeffisienten:

$$k_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{0,967} + \frac{1}{4,785}} = 0,805 \text{ mm} \quad (7.23)$$

Momentarmen er lik to tredeler av endeplatus bredde. Da blir initialrotasjonsstivheten:

$$S_{j,ini} = 0,805 \times 210\,000 \times 66,7^2 \times 10^{-6} = 751 \text{ kNm/rad} \quad (7.24)$$

Resterende utregninger er gjort i *Vedlegg B*. Resultatene er oppsummert i *Tabell 34*.

Tabell 34: Initialrotasjonsstivhet for bøyning om svak akse.

	$S_{j,ini}$ [kNm/rad] (Nominelle verdier)	$S_{j,ini}$ [kNm/rad] (Målte verdier)
Geometri 1	751	784
Geometri 2	352	428
Geometri 3	186	211

Initialrotasjonsstivhetene er lavere enn for sterk akse, som samsvarer med resultatene fra laboratorieforsøkene og de numeriske analysene. Verdiene er likevel rundt 2-4 ganger høyere enn funnet i laboratoriet.

7.4.2.1 Endret momentarm

Det knyttes stor usikkerhet til størrelsen på systemets momentarm. Over er den antatt å være to tredeler av endeplatens bredde. Strekkraften må uansett tas opp i skruene, som er plassert midt på endeplaten. I det følgende utledes stivheten for en momentarm lik $0,5b_p$, ved bruk av nominelle verdier.

Den effektive lengden blir da større enn endeplatens bredde, og reduseres til:

$$l_{eff} = b_p = 100mm \quad (7.25)$$

Stivhetskoeffisientene for endeplatene til de tre geometriene blir:

$$k_{5,1} = \frac{0,9 \times 100 \times 8^3}{35,5^3} = 1,030mm \quad (7.26)$$

$$k_{5,2} = \frac{0,9 \times 100 \times 6^3}{35,5^3} = 0,435mm \quad (7.27)$$

$$k_{5,3} = \frac{0,9 \times 100 \times 8^3}{60,5^3} = 0,208mm \quad (7.28)$$

Stivhetskoeffisientene for skruene blir:

$$k_{10,1} = \frac{1,6 \times 157}{52,5} = 4,785mm \quad (7.29)$$

$$k_{10,2} = \frac{1,6 \times 157}{50,5} = 4,974mm \quad (7.30)$$

$$k_{10,3} = \frac{1,6 \times 157}{52,5} = 4,785mm \quad (7.31)$$

De totale stivhetskoeffisientene blir:

$$k_{tot,1} = \frac{1}{\frac{1}{1,030} + \frac{1}{4,785}} = 0,848mm \quad (7.32)$$

$$k_{tot,2} = \frac{1}{\frac{1}{0,435} + \frac{1}{4,974}} = 0,400mm \quad (7.33)$$

$$k_{tot,3} = \frac{1}{\frac{1}{0,208} + \frac{1}{4,785}} = 0,199mm \quad (7.34)$$

Til slutt blir initialrotasjonsstivhetene:

$$S_{j,ini,1} = 0,848 \times 210\,000 \times 50^2 \times 10^{-6} = 445kNm/rad \quad (7.35)$$

$$S_{j,ini,2} = 0,400 \times 210\,000 \times 50^2 \times 10^{-6} = 210kNm/rad \quad (7.36)$$

$$S_{j,ini,3} = 0,199 \times 210\,000 \times 50^2 \times 10^{-6} = 105kNm/rad \quad (7.37)$$

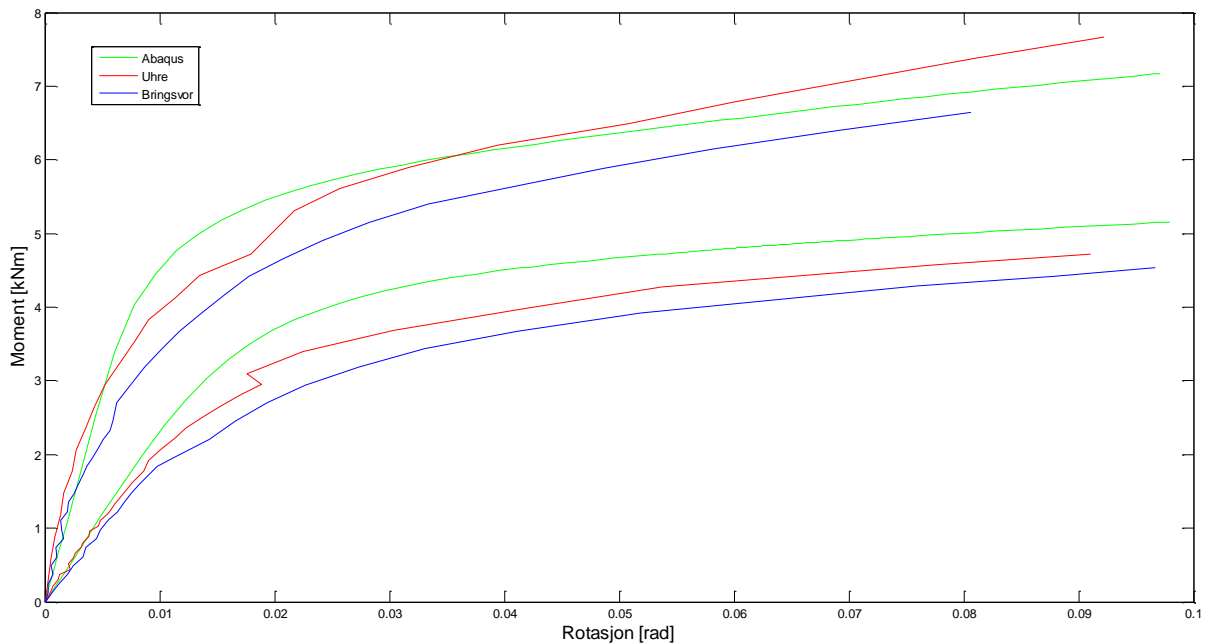
Dette stemmer bedre med de numeriske analysene. Verdiene er om lag 1-2 ganger resultatene fra *Abaqus*.

8 Sammenligning av resultater

I dette kapitlet sammenlignes resultatene fra de numeriske analysene i *Abaqus*, laboratorieforsøkene og håndberegningene (*kapittel 5, 6 og 7*). Det velges å sammenligne to av gangen for å unngå for mye informasjon på en gang. I tillegg er det en liten forskjell på nominelle og målte verdier. Dette påvirker resultatet av håndberegningene.

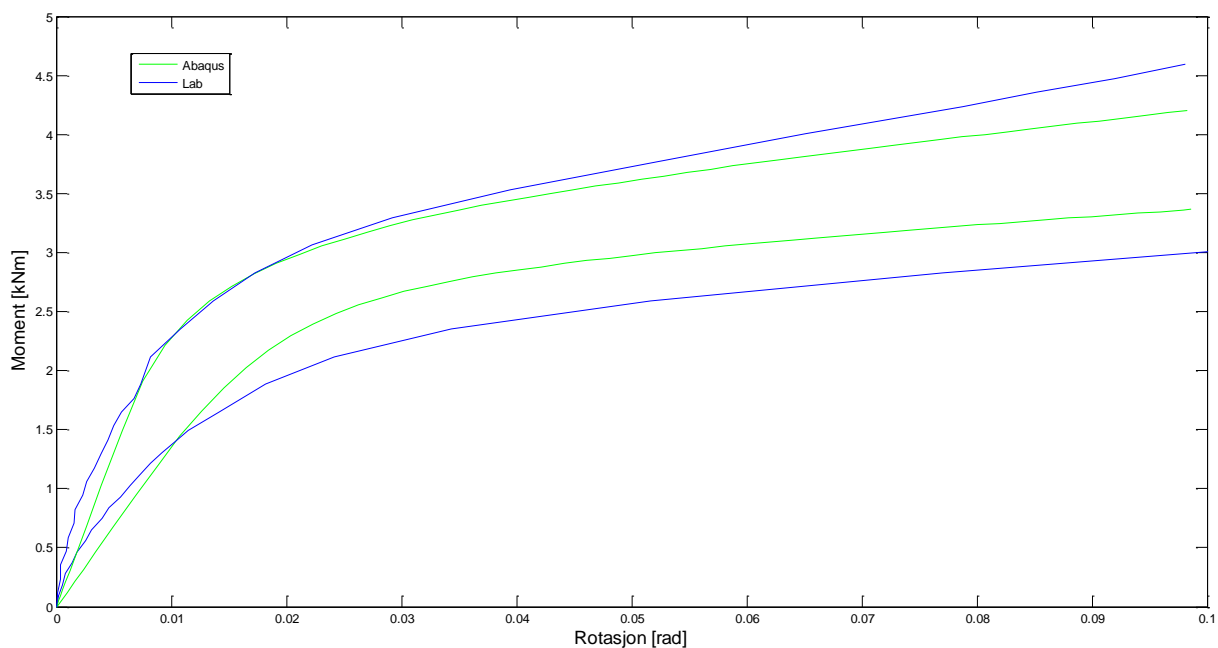
8.1 Numerisk analyse og laboratorieforsøk

Figur 142 sammenligner den numeriske analysen av geometri 1 med laboratorieforsøk 1. I tillegg vises laboratorieforsøket utført av Uhre [3].



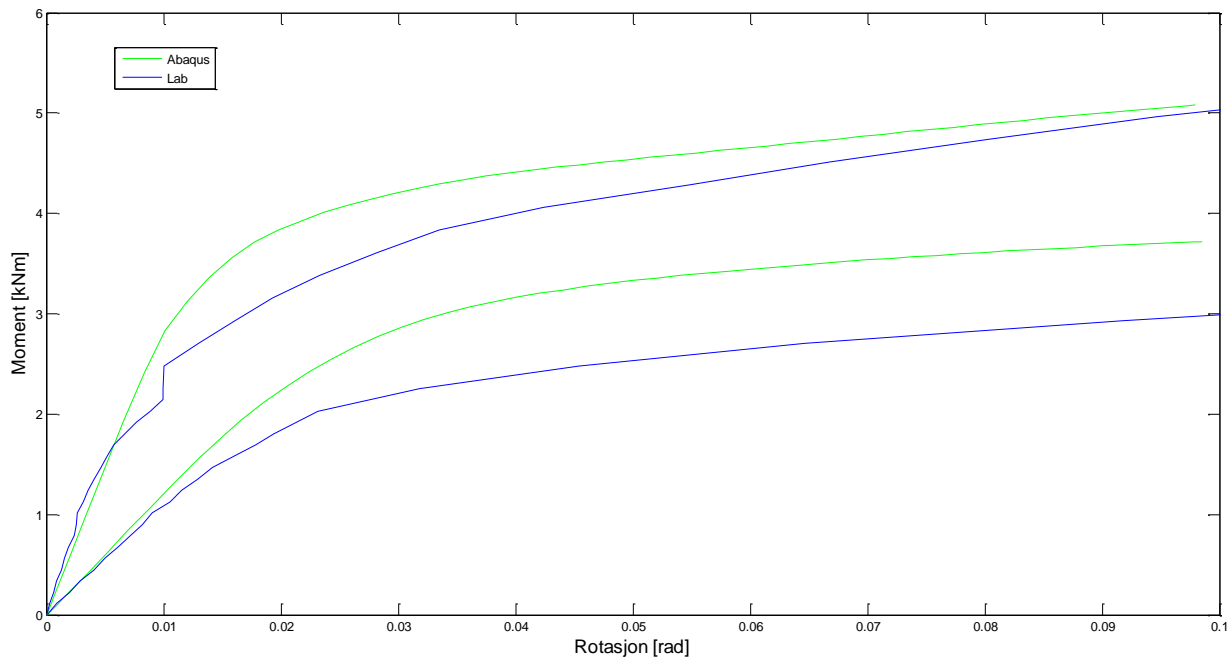
Figur 142: Sammenligning av numerisk analyse og forsøk med geometri 1, samt forsøket til Uhre [3].

Figur 143 sammenligner den numeriske analysen av geometri 2 med laboratorieforsøk 2.



Figur 143: Sammenligning av numerisk analyse og forsøk med geometri 2.

Figur 144 sammenligner den numeriske analysen av geometri 3 med laboratorieforsøk 3.



Figur 144: Sammenligning av numerisk analyse og forsøk med geometri 3.

Felles for alle tre geometriene er at *Abaqus* overestimerer kapasiteten med 10-25% ved bøyning om svak akse. Når det gjelder sterk akse, ser dette ut til å avhenge av rotasjonen for geometri 1 og 3, mens for geometri 2 ligger kurven fra laboratorieforsøket stort sett øverst. Fastningen er større i praksis enn i analysene. Det vil si at kurvene fra laboratorieforsøkene er brattere i det plastiske området.

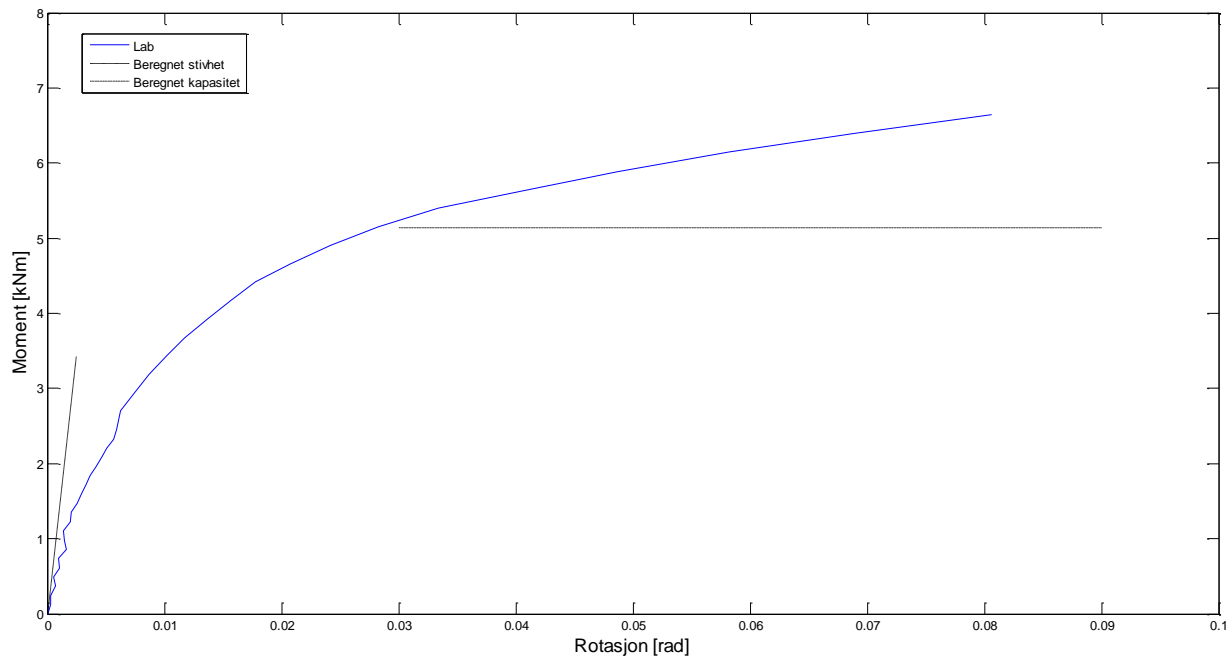
Tendensen er at resultatene sammenfaller godt ved lav momentpåkjenning, men at flytepunktet er lavere i laboratorieforsøkene. De numeriske analysene gir et tydelig lineært elastisk område, mens responsen i praksis krummer mer fra starten av. Dette gjør det vanskelig å sammenligne stivhet, som i stor grad avhenger av tilnærmingen man bruker, spesielt for laboratorieforsøkene. De ulike stivhetene er oppsummert i *tabell 35*, der de forskjellige tilnærmingene er nærmere beskrevet i *kapittel 5* og *6*.

Tabell 35: Oppsummering av stivheter fått med ulike tilnærminger.

	Abaqus (1/3) [kNm/rad]	Abaqus (2/3) [kNm/rad]	Lab (1/3) [kNm/rad]	Lab (2/3) [kNm/rad]	Lab alt. [7] [kNm/rad]
Geometri 1 – svak	236	199	194	117	187
Geometri 1 – sterk	568	411	431	247	408
Geometri 2 – svak	136	114	157	88	137
Geometri 2 – sterk	261	166	306	137	254
Geometri 3 – svak	121	106	111	81	93
Geometri 3 – sterk	292	239	286	139	221

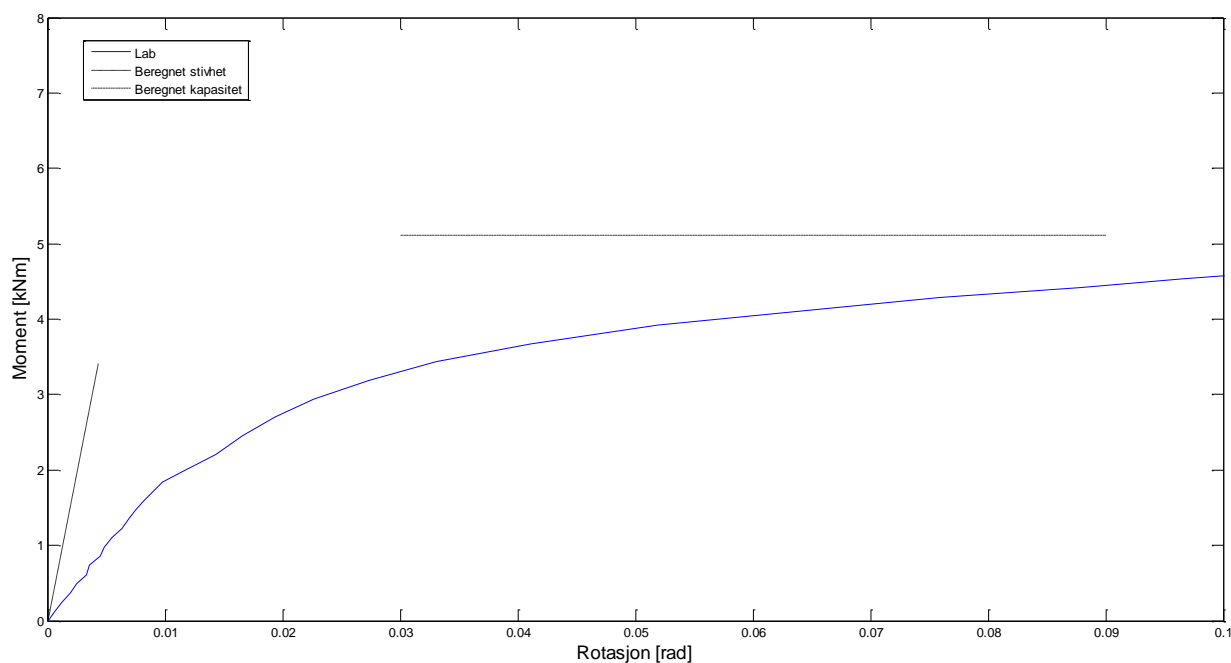
8.2 Håndberegning og laborieforsøk

Resultatene fra laborieforsøkene sammenlignes med håndberegninger med bruk av målte verdier. *Figur 145* viser geometri 1, bøyning om sterk akse. Initialrotasjonsstivheten er beregnet til 1380 kNm/rad , og kapasiteten er beregnet til $5,14 \text{ kNm}$.



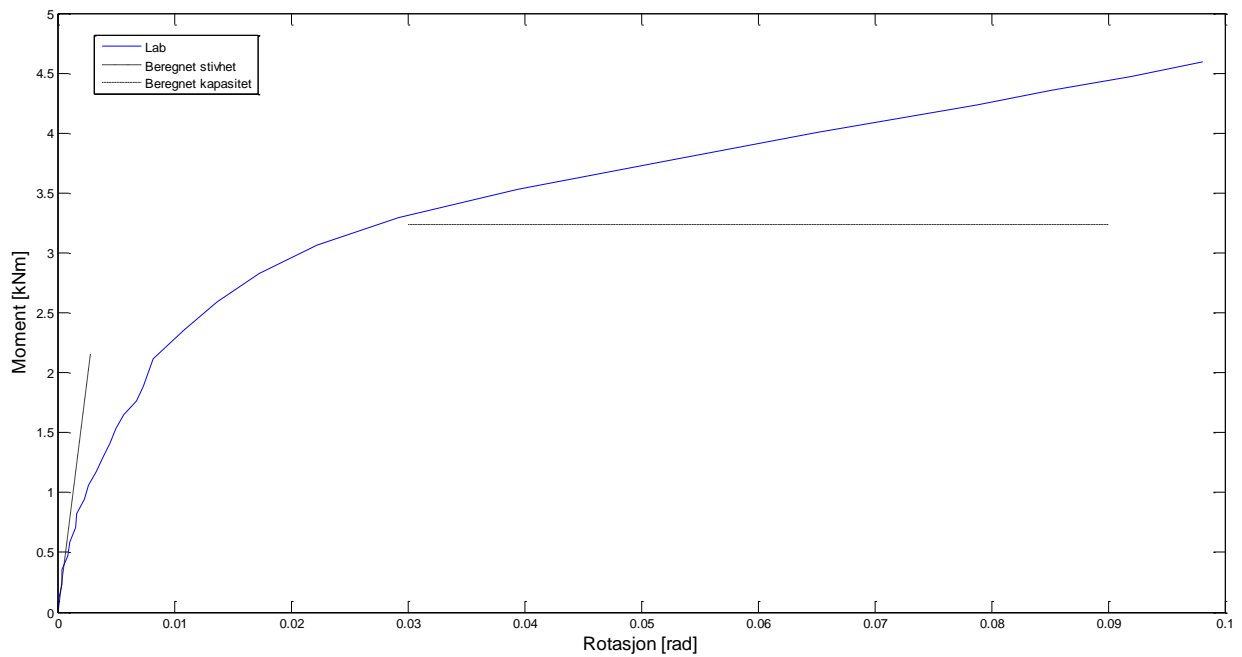
Figur 145: Sammenligning av håndberegning og forsøk med geometri 1, sterk akse.

Figur 146 viser geometri 1, bøyning om svak akse. Initialrotasjonsstivheten er beregnet til 784 kNm/rad , og kapasiteten er beregnet til $5,11 \text{ kNm}$.



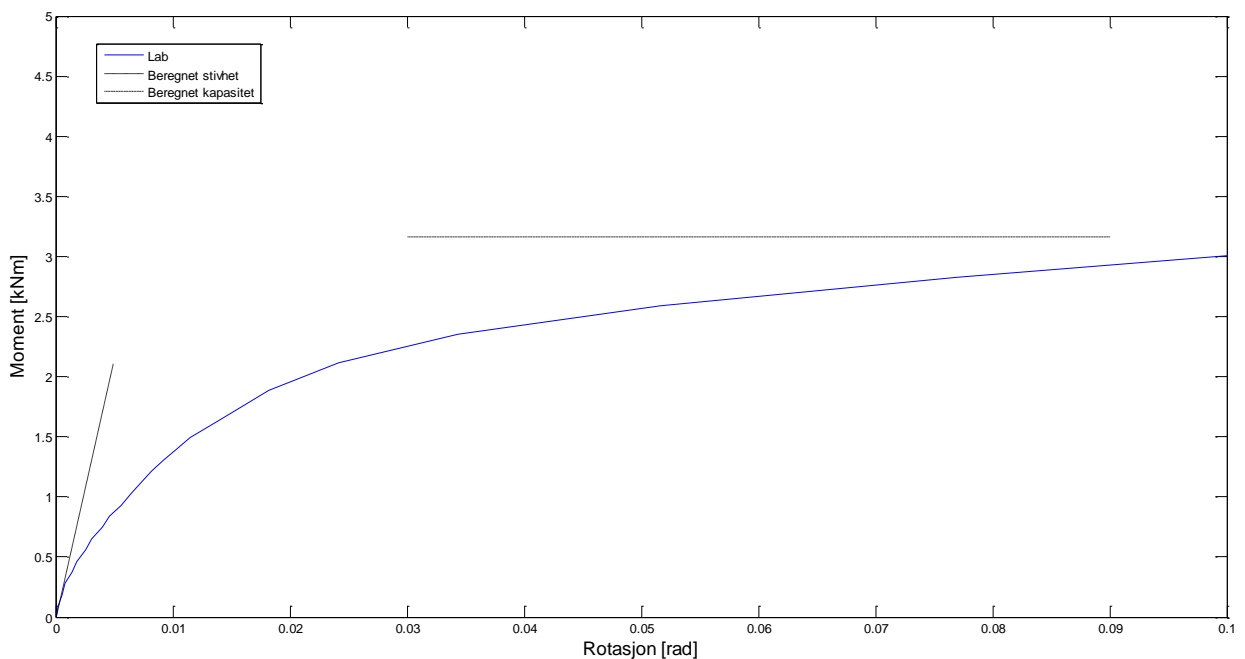
Figur 146: Sammenligning av håndberegning og forsøk med geometri 1, svak akse.

Figur 147 viser geometri 2, bøyning om sterk akse. Initialrotasjonsstivheten er beregnet til 765 kNm/rad, og kapasiteten er beregnet til 3,24 kNm.



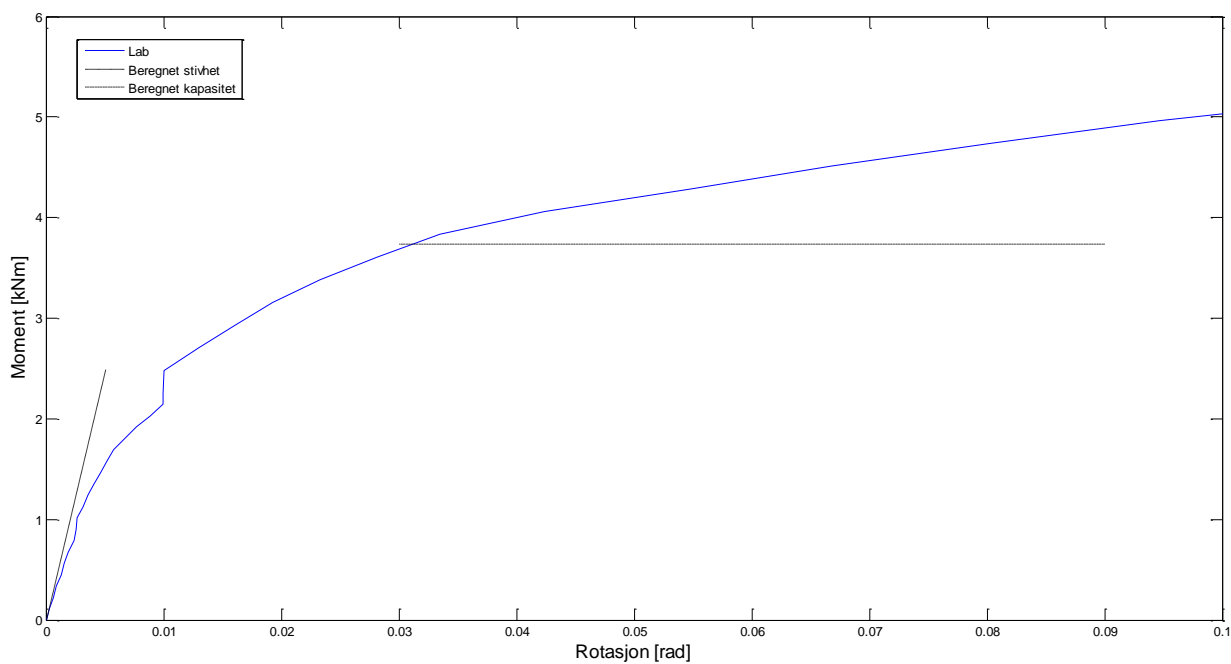
Figur 147: Sammenligning av håndberegning og forsøk med geometri 2, sterk akse.

Figur 148 viser geometri 2, bøyning om svak akse. Initialrotasjonsstivheten er beregnet til 428 kNm/rad, og kapasiteten er beregnet til 3,16 kNm.



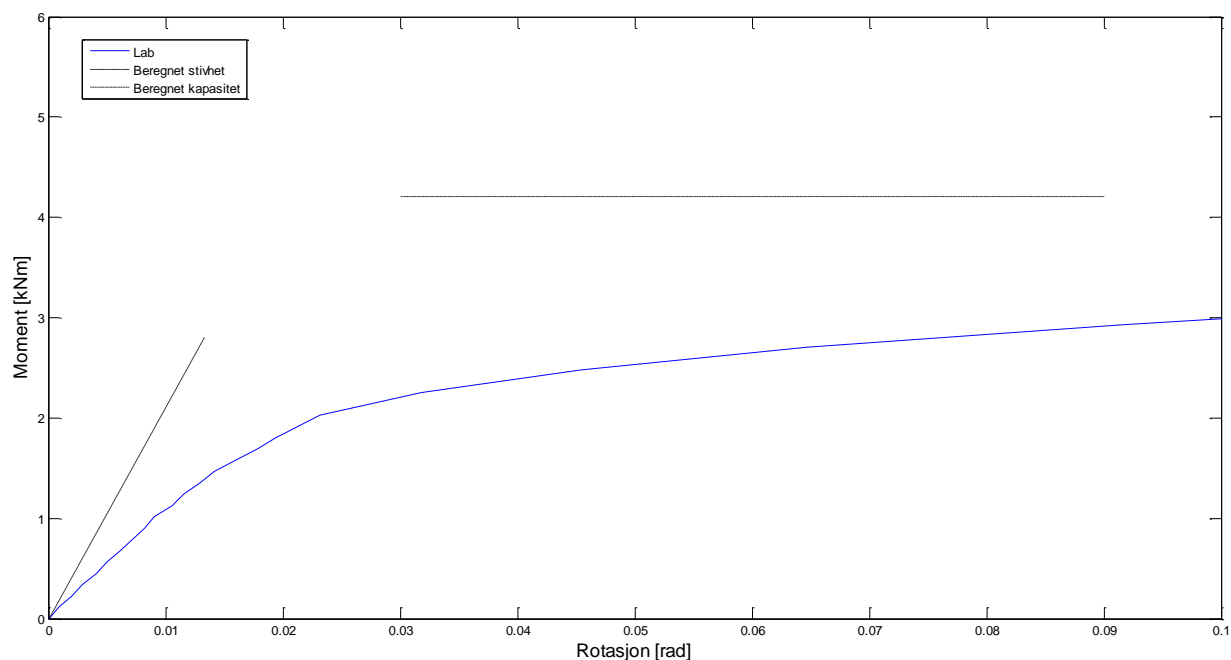
Figur 148: Sammenligning av håndberegning og forsøk med geometri 2, svak akse.

Figur 149 viser geometri 3, bøyning om sterk akse. Initialrotasjonsstivheten er beregnet til 494 kNm/rad, og kapasiteten er beregnet til 3,74 kNm.



Figur 149: Sammenligning av håndberegning og forsøk med geometri 3, sterk akse.

Figur 150 viser geometri 3, bøyning om svak akse. Initialrotasjonsstivheten er beregnet til 211 kNm/rad, og kapasiteten er beregnet til 4,21 kNm.



Figur 150: Sammenligning av håndberegning og forsøk med geometri 3, svak akse.

Beregningene gir nokså like resultater for kapasitet for bøyning om sterk og svak akse. For geometri 3 blir sågar momentkapasiteten noe høyere for svak akse. Sammenligningen med laboratorieresultatene viser at det er kapasiteten for svak akse som overestimeres. Dette gjelder spesielt for geometri 3, der den beregnede verdien er 50% høyere enn i praksis. Kurvene fra laboratorieforskene har riktignok ikke flatet helt ut, så fastningen kan fortsette et stykke til. Dermed kan beregningene være et bedre anslag enn først antatt, men det vil uansett ikke være en konservativ tilnærming.

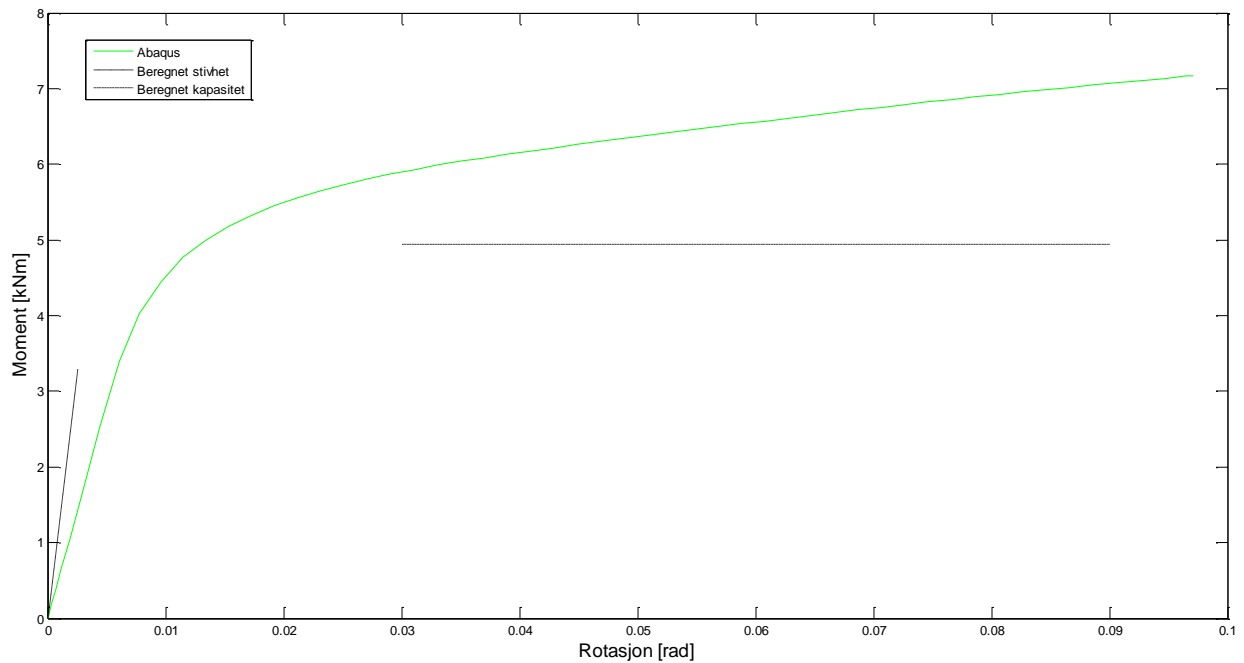
For bøyning om sterk akse gir laboratorieforskene høyere kapasitet enn beregningene tilsier. Dette gir enn konservativ tilnærming, der beregningene ser ut til å utnytte inntil 75% av den virkelige kapasiteten. Den beregnede kapasiteten tilsvarer momentpåkjenningen ved om lag tre ganger elastisk deformasjon.

Når det gjelder stivhet, er den overestimert i alle tilfeller. Spesielt for geometri 1, svak akse, der den beregnede stivheten er omtrent fire ganger for stor. I enkelte tilfeller sammenfaller resultatene ganske bra helt i startfasen, men dette området blir for lite til at det er relevant. For bøyning om svak akse virker det fornuftig å bruke en momentarm mindre enn to tredeler av endeplattens bredde, som eksempelvis i *kapittel 7.4.2.1*.

8.3 Håndberegning og numerisk analyse

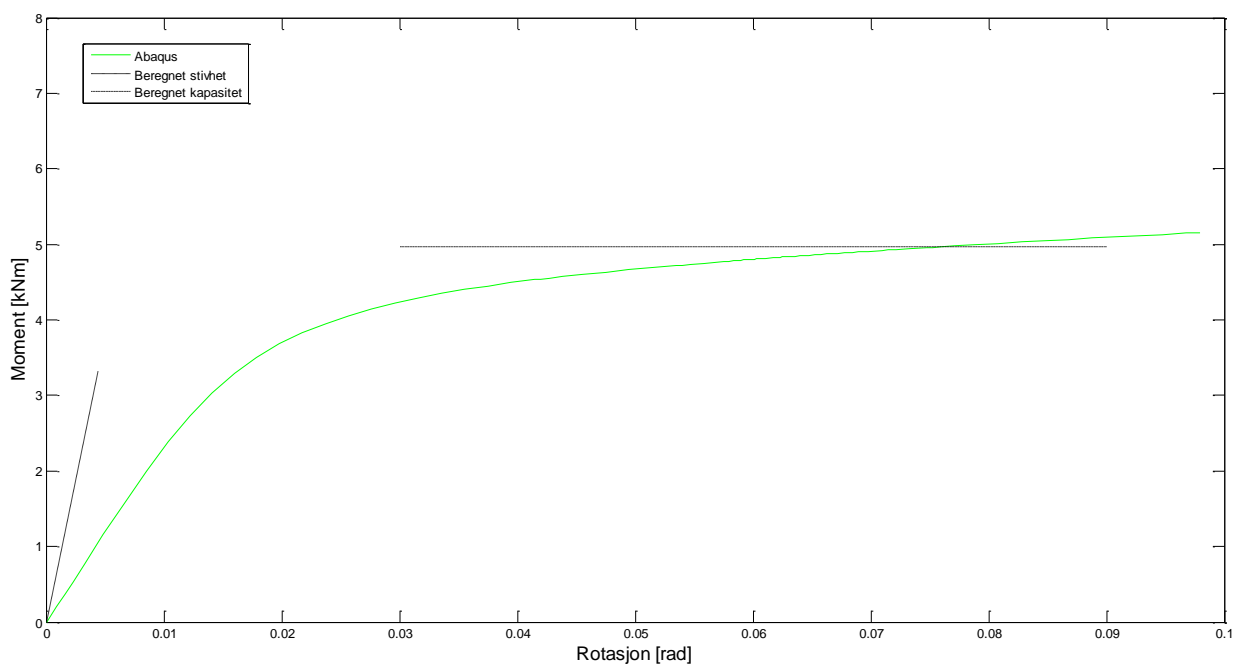
Resultatene fra de numeriske analysene sammenlignes med håndberegninger med bruk av nominelle verdier. *Figur 151* viser geometri 1, bøyning om sterk akse.

Initialrotasjonsstivheten er beregnet til 1281 kNm/rad , og kapasiteten er beregnet til $4,94 \text{ kNm}$.



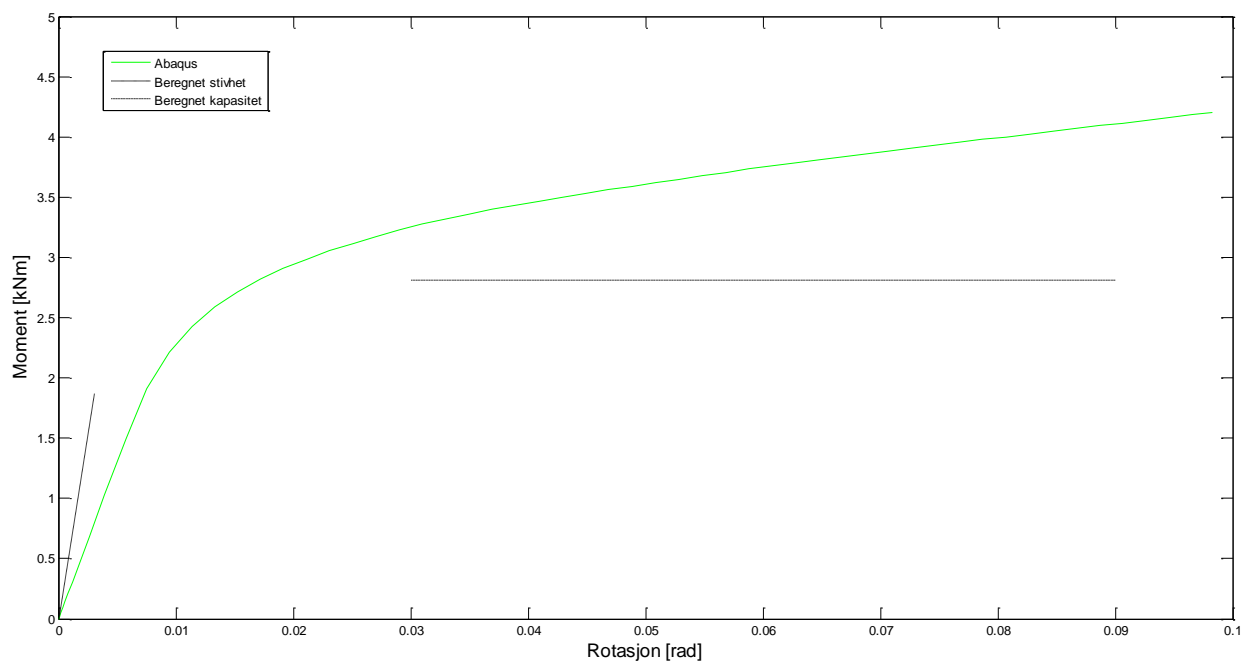
Figur 151: Sammenligning av håndberegning og numerisk analyse med geometri 1, sterk akse.

Figur 152 viser geometri 1, bøyning om svak akse. Initialrotasjonsstivheten er beregnet til 751 kNm/rad , og kapasiteten er beregnet til $4,97 \text{ kNm}$.



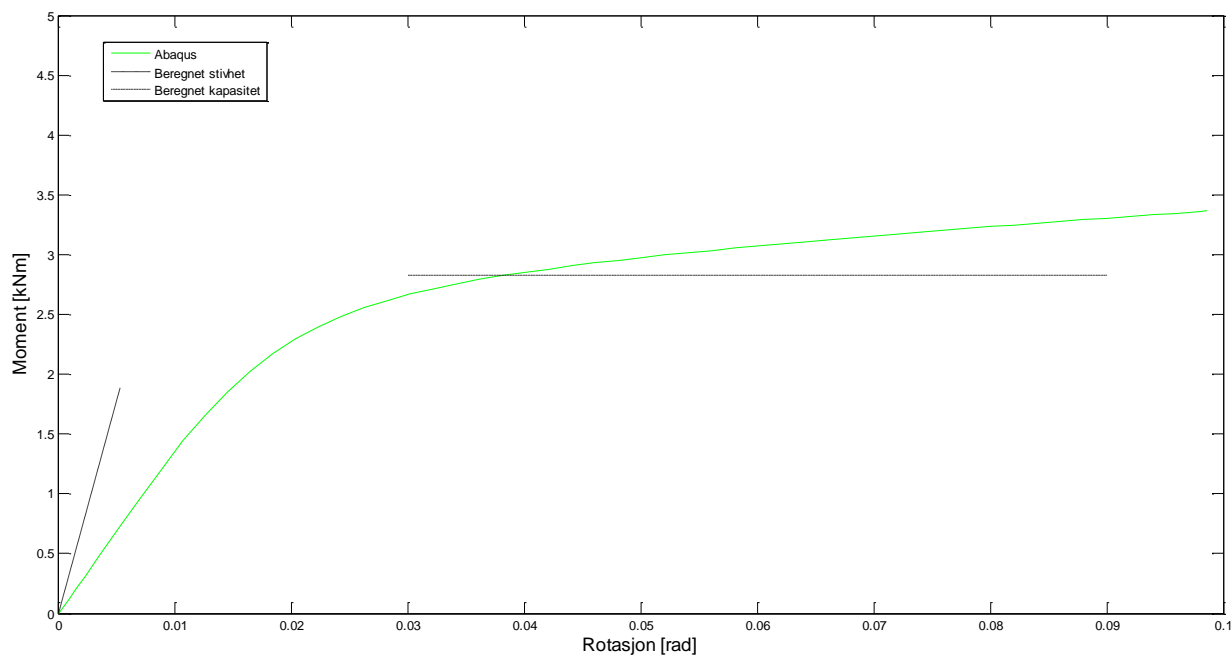
Figur 152: Sammenligning av håndberegning og numerisk analyse med geometri 1, svak akse.

Figur 153 viser geometri 2, bøyning om sterk akse. Initialrotasjonsstivheten er beregnet til 604 kNm/rad , og kapasiteten er beregnet til $2,81 \text{ kNm}$.



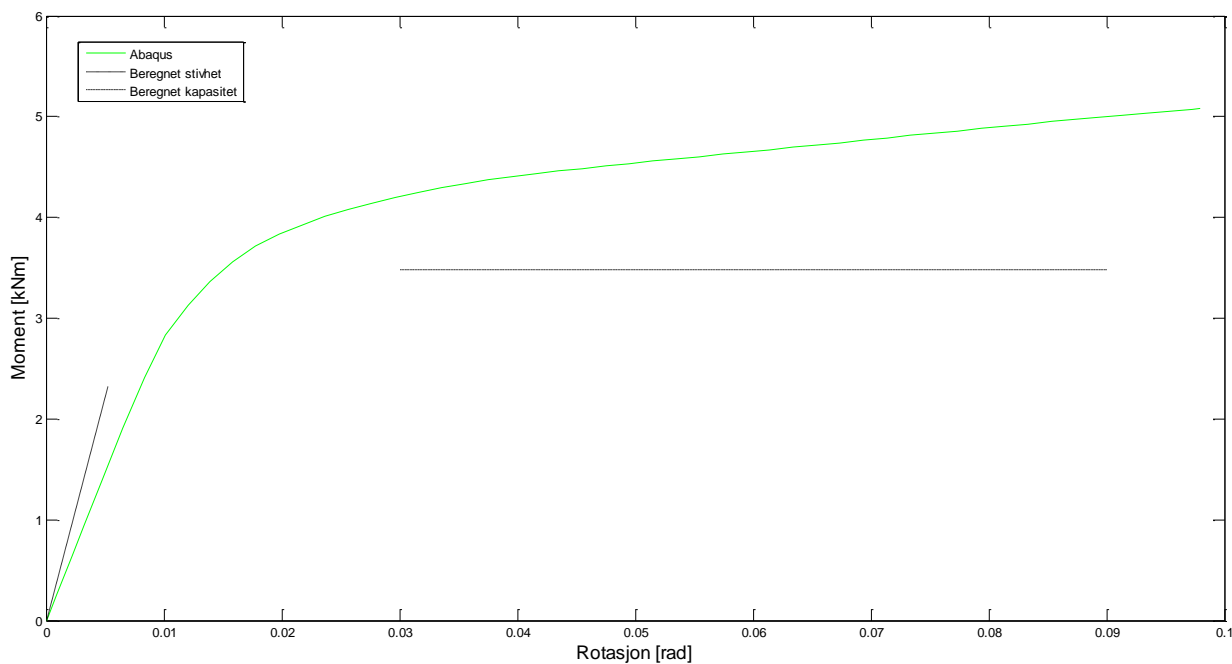
Figur 153: Sammenligning av håndberegning og numerisk analyse med geometri 2, sterk akse.

Figur 154 viser geometri 2, bøyning om svak akse. Initialrotasjonsstivheten er beregnet til 352 kNm/rad , og kapasiteten er beregnet til $2,83 \text{ kNm}$.



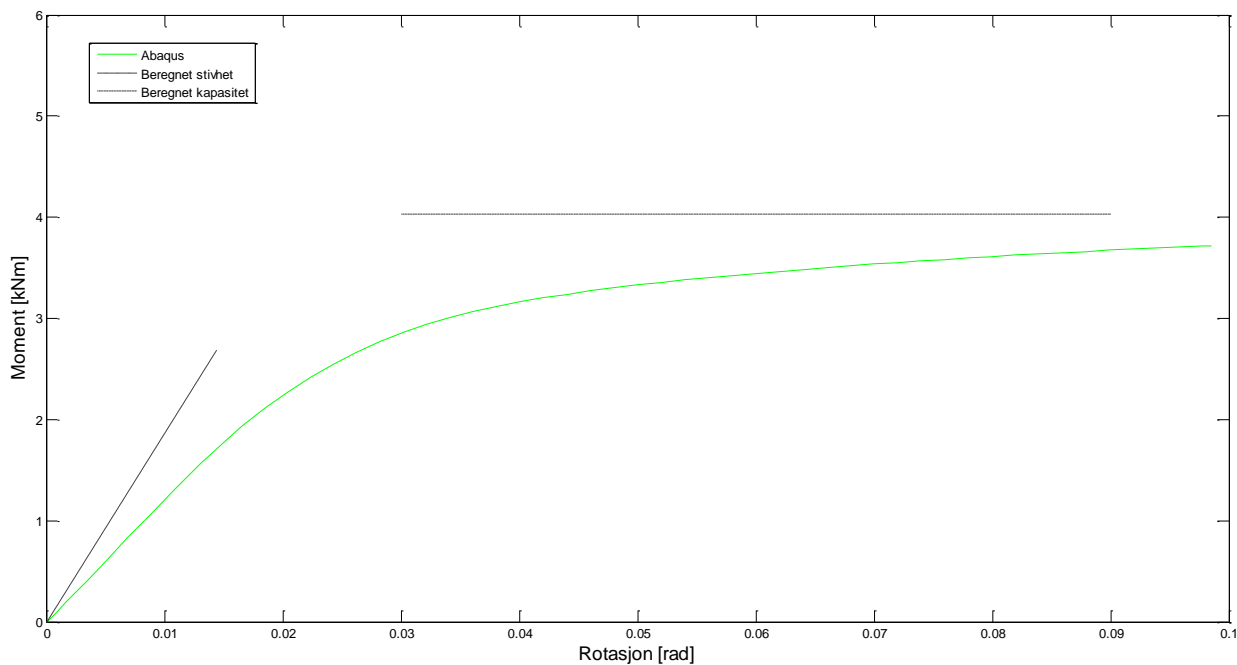
Figur 154: Sammenligning av håndberegning og numerisk analyse med geometri 2, svak akse.

Figur 155 viser geometri 3, bøyning om sterk akse. Initialrotasjonsstivheten er beregnet til 440 kNm/rad , og kapasiteten er beregnet til $3,48 \text{ kNm}$.



Figur 155: Sammenligning av håndberegning og numerisk analyse med geometri 3, sterk akse.

Figur 156 viser geometri 3, bøyning om svak akse. Initialrotasjonsstivheten er beregnet til 186 kNm/rad , og kapasiteten er beregnet til $4,03 \text{ kNm}$.



Figur 156: Sammenligning av håndberegning og numerisk analyse med geometri 3, svak akse.

Beregningene gir nokså like resultater for kapasitet for bøyning om sterk og svak akse. For geometri 3 blir sågar momentkapasiteten noe høyere for svak akse. Sammenligningen med de numeriske analysene viser at det er kapasiteten for sterk akse som underestimeres.

Beregningene ser ut til å utnytte inntil 60-70% av kapasiteten. Den beregnede kapasiteten tilsvarer momentpåkjenningen ved om lag 1,5 ganger elastisk deformasjon, og er likevel brukbart som et konservativt estimat.

For bøyning om svak akse samsvarer resultatene bedre. Unntaket er geometri 3, der den beregnede kapasiteten ser ut til å være litt for høy. Det er ikke unaturlig, siden flytelinjemønsteret i utledningen av kapasitetsformelen stemmer dårligst med denne geometrien. For de andre geometriene tilsvarer den beregnede kapasiteten momentpåkjenningen ved 2-4 ganger elastisk deformasjon.

Når det gjelder stivhet, er den overestimert i alle tilfeller. Spesielt for geometri 1, svak akse, der den beregnede stivheten er over tre ganger så stor. Beregningene ligger nærmest for geometri 3. For bøyning om svak akse virker det fornuftig å bruke en momentarm mindre enn to tredeler av endeplatens bredde, som eksempelvis i *kapittel 7.4.2.1*.

9 Konklusjon

I denne rapporten er det sett på kapasitet og stivhet til en skrudd endeplateforbindelse med en momentpåkjent stav av hulprofil. For enkelhets skyld er forbindelsen betraktet som en søylefot. Tre ulike endeplategeometrier analyseres numerisk, og ved hjelp av forsøk og håndberegninger.

9.1 Estimering av kapasitet og stivhet

For å kunne sammenligne resultater fra håndberegning og numerisk analyse med reelle verdier fra laboratorieforsøk, er man avhengig av å tolke grafer. Knutepunktstandarden [1] definerer initialrotasjonsstivheten som stigningstallet til en rett linje opp til to tredeler av knutepunktets dimensjonerende kapasitet (se *figur 2*). Da blir spørsmålet hva som er kapasiteten til forbindelsen. Ved håndberegning er det ved hjelp av flytelinjeteori laget formler som er enkle å bruke, men ved numerisk analyse og laboratorieforsøk må grafer etableres og tolkes. I denne rapporten er momentkapasiteten satt til momentpåkjenningen ved henholdsvis analysens og forsøkets slutt, med en tilhørende rotasjon rundt 0,1 radianer. For de numeriske analysene tilsvarer det 4-5 ganger elastisk deformasjon for bøyning om svak akse, og 8-10 ganger for sterk akse. I laboratorieforsøkene viser det seg å tilsvare rundt 7-10 ganger elastisk deformasjon. Ingen av grafene flater helt ut, og det er vanskelig å stadfeste for mye større påkjenning knutepunktene tåler før de går til brudd. Den dimensjonerende kapasiteten kan på den andre siden være lavere enn verdiene i denne rapporten.

Fra de numeriske analysene estimeres to forslag til stivhet. Det ene med et skjæringspunkt på to tredeler av den estimerte kapasiteten, det andre på én tredel. For bøyning om svak akse er «stivhet (1/3)» 14 – 19% høyere enn «stivhet (2/3)». Når det gjelder sterk akse er variasjonen noe større, 22 – 57%. Alle tilfeller gir tilnærmet lineær respons til i overkant av en tredel av momentpåkjenningen ved analysens slutt, anslagsvis opp til 40 – 50%. Det vil si at et mer konservativt anslag av momentkapasiteten vil gi en initialrotasjonsstivhet i nærheten av «stivhet (1/3)». Det konkluderes med at siden den lineære responsen er gjeldende til en såpass høy påkjenning, er «stivhet (1/3)» et fornuftig estimat av stivheten i de numeriske analysene.

Resultatene fra laboratorieforsøkene er vanskeligere å tolke, siden det elastiske området ikke er lineært, med et par unntak ved bøyning om svak akse der responsen er tilnærmet lineær. Årsaken til fraværende linearitet er kompleksiteten i kontaktsonen mellom endeplaten og bakplaten, i tillegg til ulik sveiseformfeil, skjevstillinger, egenspenninger og så videre. På grunn av den initiale krummingen av endeplaten og den lokale kontaktsonen i området rundt de forspente boltene, er kontakttrykket ikke uniformt fordelt. Enkelte forsøk viser relativt stor forskjell i respons avhengig av momentets retning om den samme aksen. Stivheten estimeres med de samme to tilnærmingene som over. For bøyning om svak akse er «stivhet (1/3)» 37 – 78% høyere enn «stivhet (2/3)». Når det gjelder sterk akse er variasjonen enda større, 74 – 123%. En tredje tilnærming til stivhet er rapportert i [7]. Der legges skjæringspunktet ved 10% av søylefotens rotasjon etter at lasten fra kapasitetsserien er fjernet. Dette gir en stivhet mellom de to andre tilnærmingene. Tanken bak er å legge skjæringspunktet gjennom flytepunktet, som ikke alltid vil være ved 10% av den endelige rotasjonen. En slik «sekantstivhet» vil være et fornuftig estimat. Utfordringen er å finne det riktige punktet der flytning oppstår.

9.2 Sammenligning av resultater

Felles for alle tre geometriene er at *Abaqus* overestimerer kapasiteten med 10-25 % ved bøyning om svak akse. Når det gjelder sterk akse, ser dette ut til å avhenge av rotasjonen for geometri 1 og 3, mens for geometri 2 ligger kurven fra laboratorieforsøket stort sett øverst. Fastningen er større i praksis enn i analysene. Det vil si at kurvene fra laboratorieforsøkene er brattere i det plastiske området. Tendensen er at resultatene sammenfaller godt ved lav momentpåkjenning, men at flytepunktet er lavere i laboratorieforsøkene. De numeriske analysene gir et tydelig lineært elastisk område, mens responsen i praksis krummer mer fra starten av. Dette gjør det vanskelig å sammenligne stivhet, som i stor grad avhenger av tilnærmingen man bruker, spesielt for laboratorieforsøkene. Dersom man sammenligner «stivhet (1/3)» fra *Abaqus* med tilnærmingen rapportert i [7] fra forsøkene, viser det seg at resultatene er tilnærmet identiske for geometri 2. For geometri 1 og 3 gir numerisk analyse 25-40% høyere stivhet.

Håndberegningene gir nokså like resultater for kapasitet for bøyning om sterk og svak akse. For geometri 3 blir sågar momentkapasiteten noe høyere for svak akse. Ved bruk av målte verdier, viser sammenligningen med laboratorieresultatene at det er kapasiteten for svak akse som overestimeres. Dette gjelder spesielt for geometri 3, der den beregnede verdien er 50% høyere enn i praksis. Ved bruk av nominelle verdier i håndberegningene, viser sammenligningen med de numeriske analysene at det er kapasiteten for sterk akse som underestimeres. Beregningene ser ut til å utnytte inntil 60-70% av kapasiteten. Den beregnede kapasiteten tilsvarer momentpåkjenningen ved om lag 1,5 ganger elastisk deformasjon, og er likevel brukbart som et konservativt estimat. Fra et konservativt ståsted vil det være fornuftig å innføre en faktor mindre enn 1,0 i formelen for momentkapasitet om svak akse.

Når det gjelder stivhet, gir håndberegningene stivere respons enn både laboratorieforsøkene og de numeriske analysene. Sammenlignet med forsøkene beregnes stivheten 2-4 ganger så stor, der geometri 1, bøyning om svak akse har det største avviket. For bøyning om svak akse virker det dermed fornuftig å bruke en momentarm mindre enn to tredeler av endeplattens bredde.

9.3 Videre arbeid

Resultater fra forsøk som i teorien er identiske varierer på grunn av ulik materialoppførsel og sammenstilling. Derfor er det viktig å gjennomføre flere forsøk av same type. I tillegg vil det være hensiktsmessig å prøve ut nye geometrier.

Det vil være fornuftig å gjøre en nøyere vurdering av hovedmodellen i *Abaqus*. Blant annet kan fastholdingen av boltene utføres på en mer realistisk måte. Det kan også være verdt å undersøke effektene av avrundede hjørner på hulprofilet.

Angående beregningsmodellene, bør det vurderes hvor mye stivheten skal skaleres ned. Når det gjelder kapasitet om svak akse, kan ulike antagelser om størrelsen på momentarmen testes ut. I tillegg kan det gjøres beregninger der flytelinje *B* på *figur 140* treffer sidekant *c-d*.

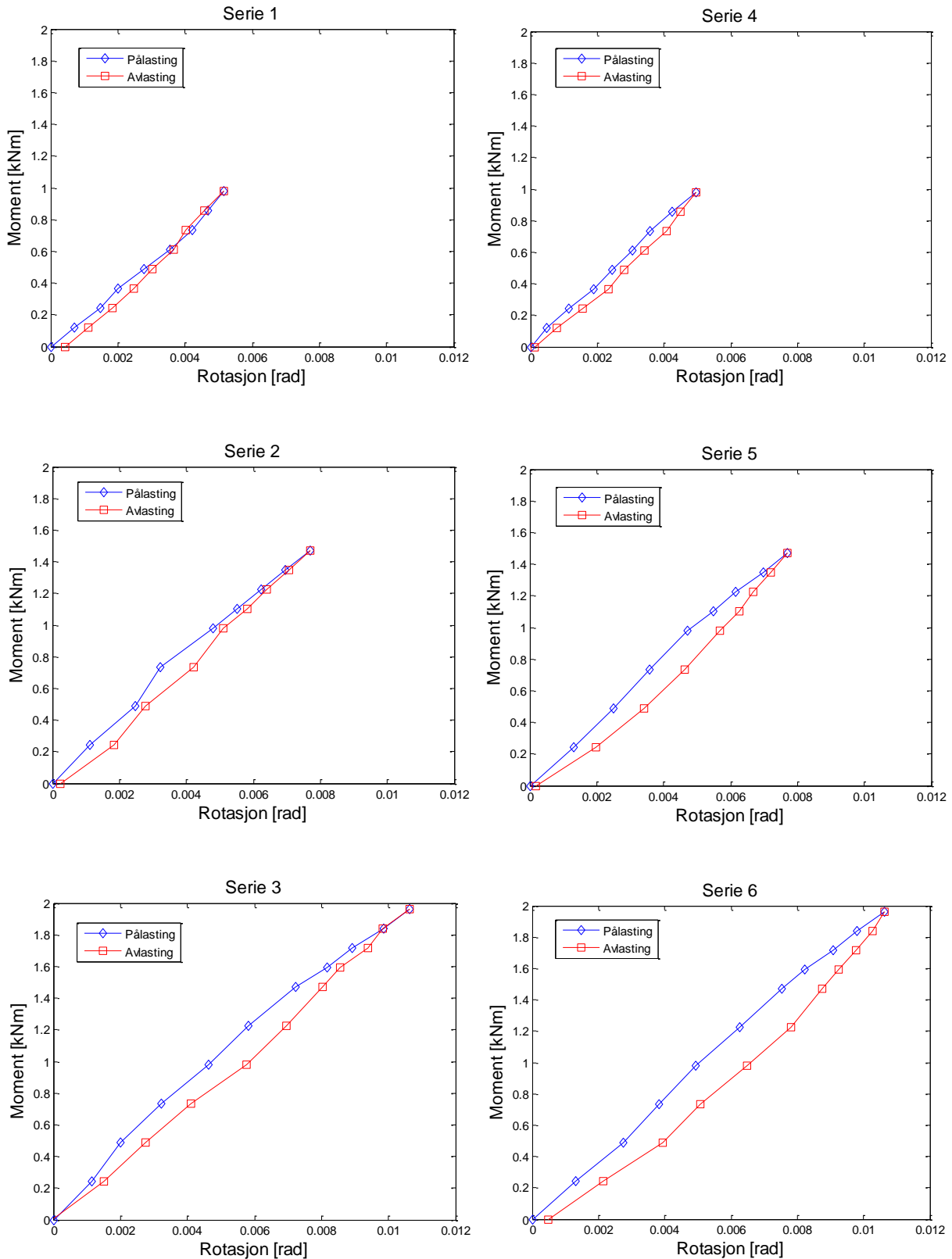
Referanser

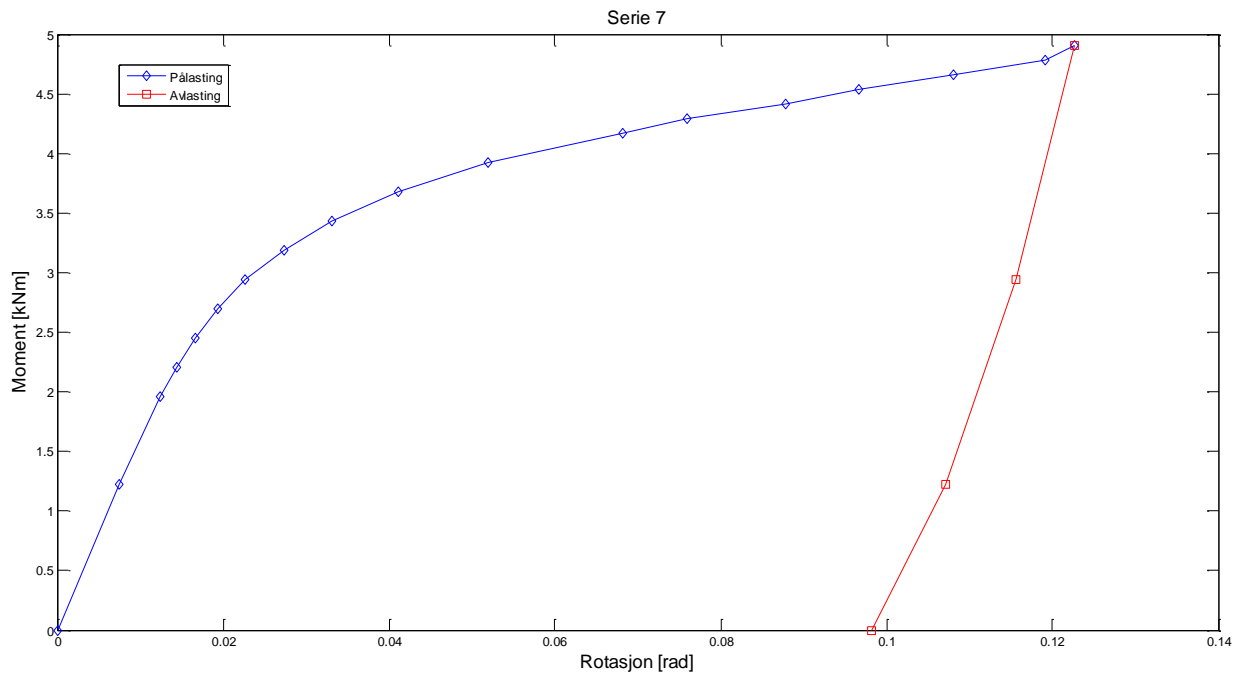
- [1] Standard Norge, «Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner, Del 1-8, Knutepunkter og forbindelser,» Standard Norge, Lysaker, 2009.
- [2] I. Birkeland, «Knutepunkter i bygninger,» NTNU, Trondheim, 2011.
- [3] A. M. Uhre, «Hulprofil med endeplateforbindelse,» NTNU, Trondheim, 2014.
- [4] Standard Norge, «Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner, Del 1-1, Almenne regler og regler for bygninger,» Standard Norge, Lysaker, 2008.
- [5] F. T. Karlsen, «Knutepunkter for staver med hulprofilverrsnitt,» NTNU, Trondheim, 2011.
- [6] Simulia Abaqus 6.14, «Abaqus/CAE user's guide,» Abaqus, [Internett]. Available: <http://abaqus.ethz.ch:2080/v6.14/books/usi/default.htm>. [Funnet 6 Mai 2015].
- [7] A. Aalberg, A. M. Uhre og P. K. Larsen, «End plate connection for rectangular hollow section in bending,» NTNU, Trondheim, 2015.
- [8] A. M. Girao, F. S. K. Bijlaard og L. S. da Silva, «Experimantal assessment of the ductility of extended end plate connections,» Engineering Structures 26, 2004.

Vedlegg A – Laboratorieresultater

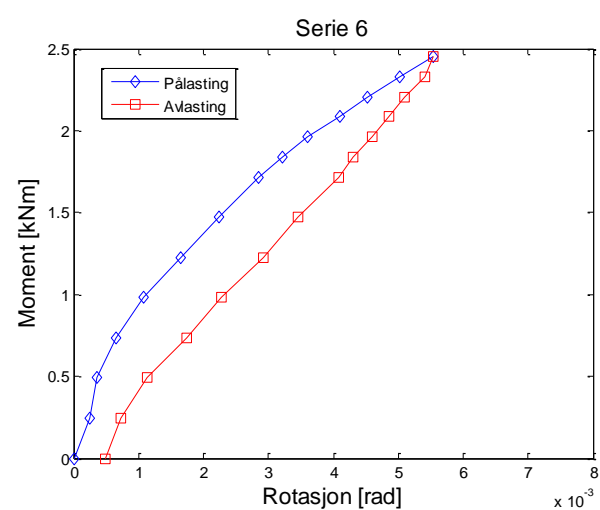
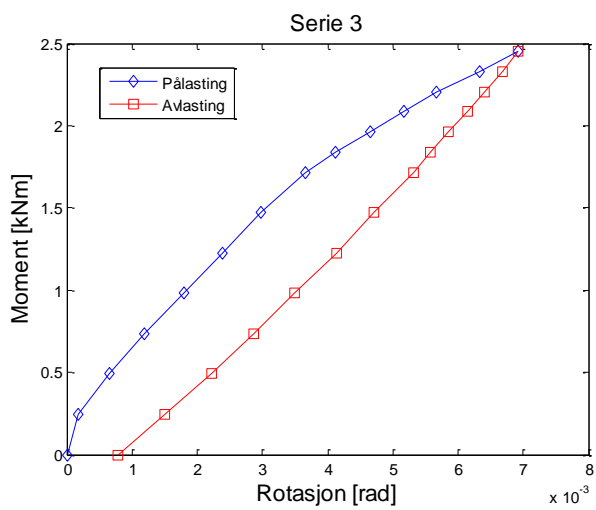
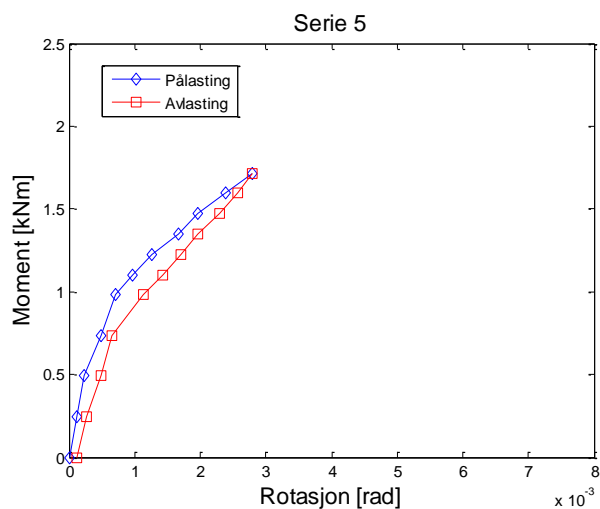
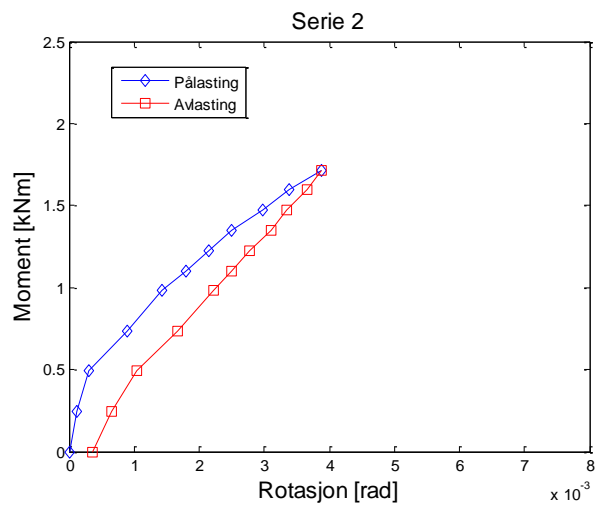
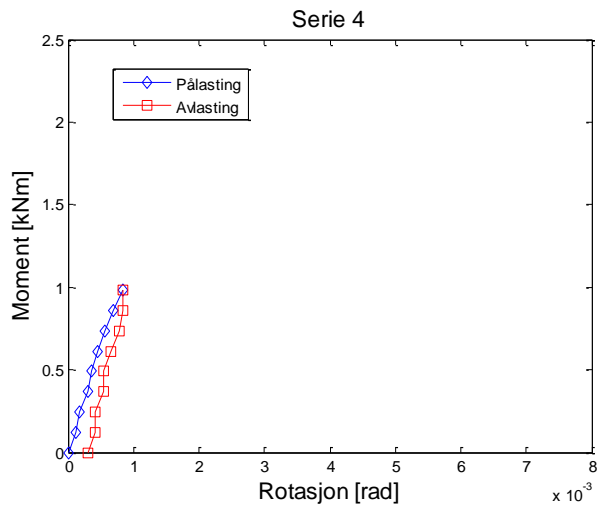
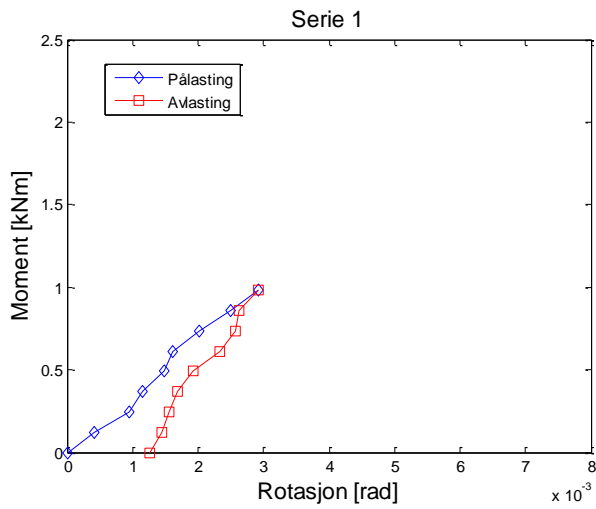
I *kapittel 6* blir gjennomsnittet av alle forsøksseriene presentert for hvert laboratorieforsøk. Her presenteres hver enkelt serie, både for stivhet og kapasitet. Dette gjelder for målingene utført med klinometrene, der rotasjon plottes mot påført moment, både for på- og avlasting.

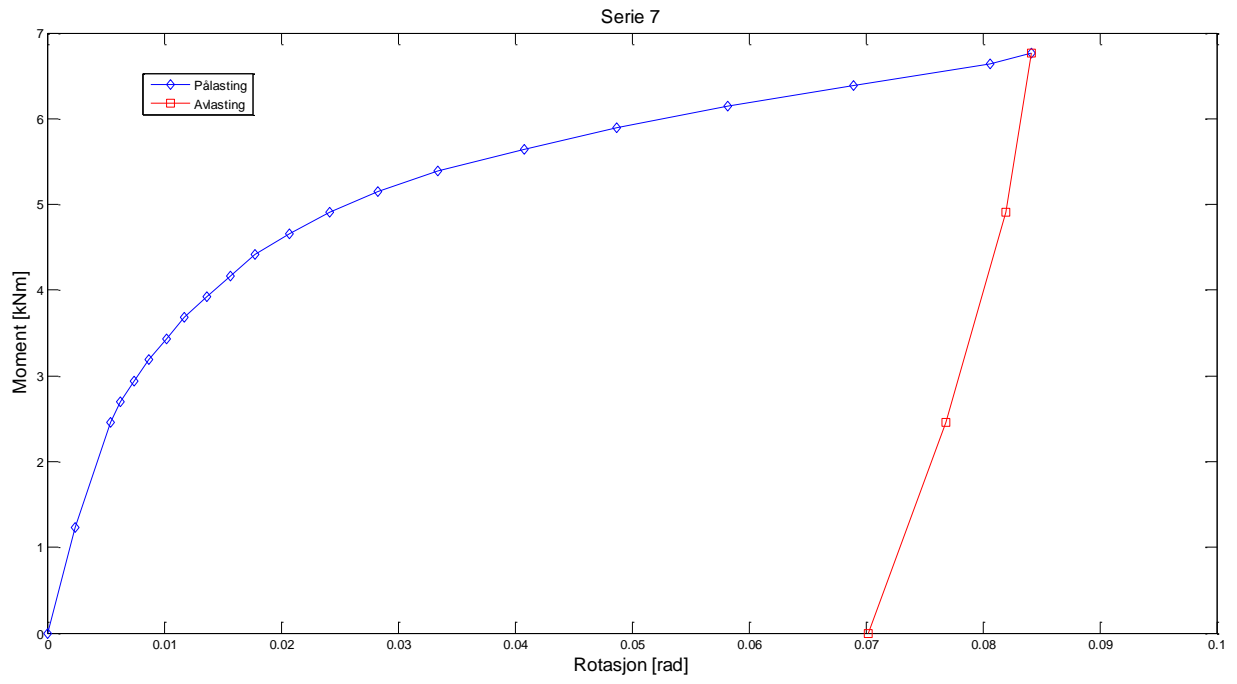
A.1 Laboratorieforsøk 1 – Svak akse



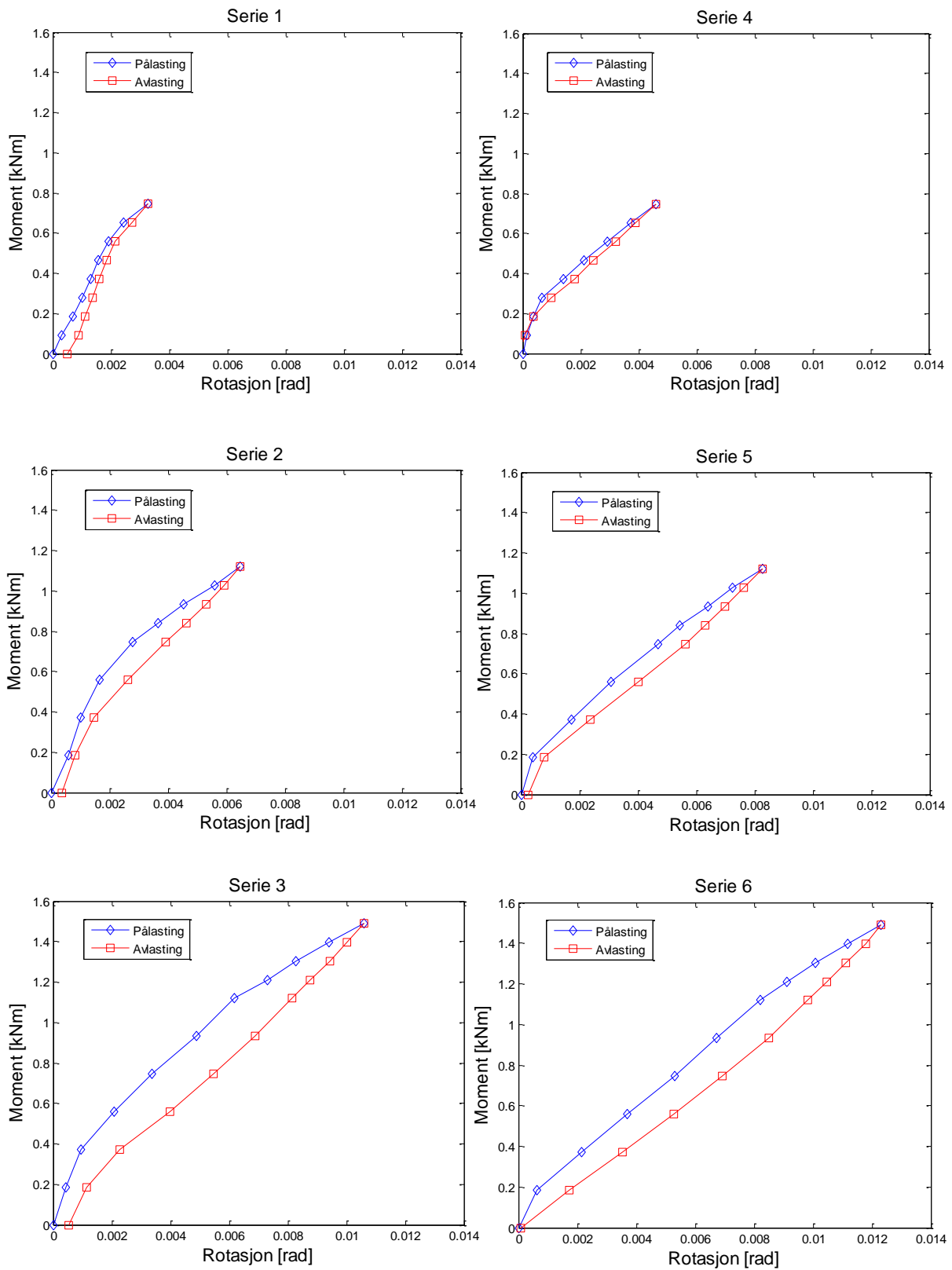


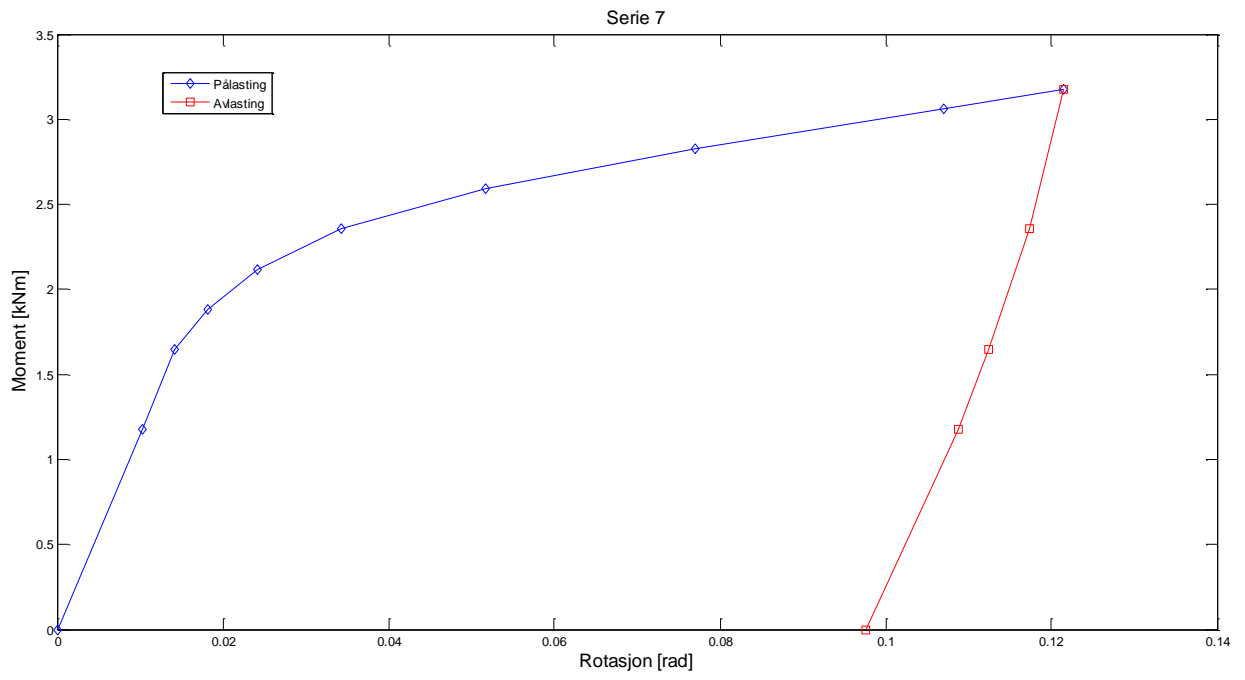
A.2 Laboratorieforsøk 1 – Sterk akse



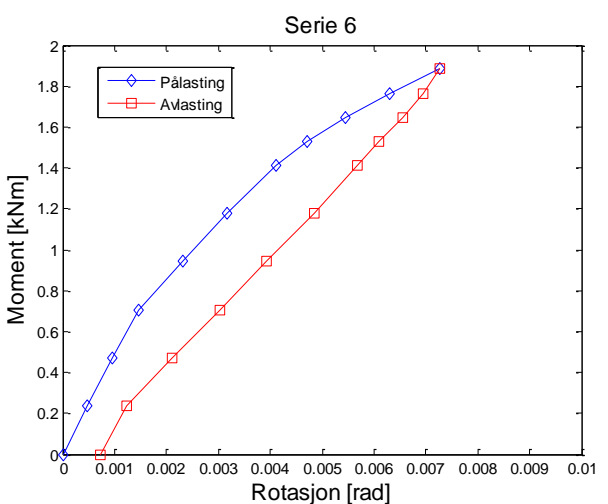
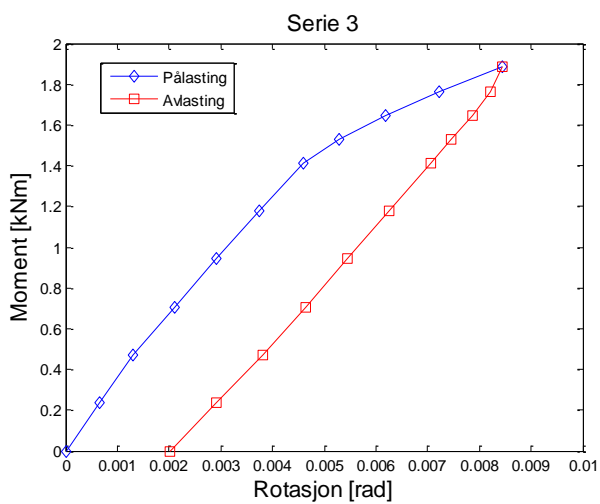
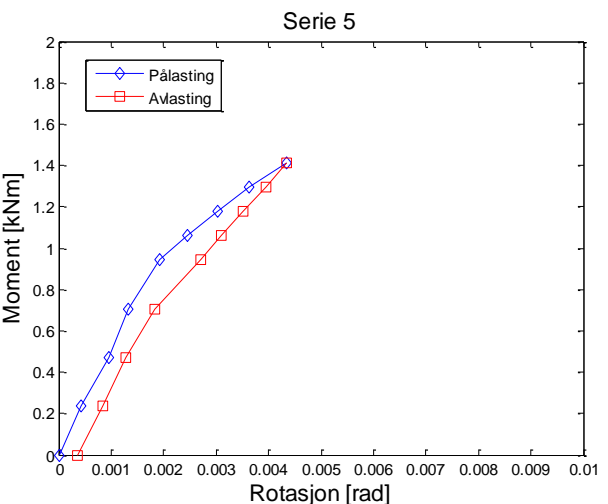
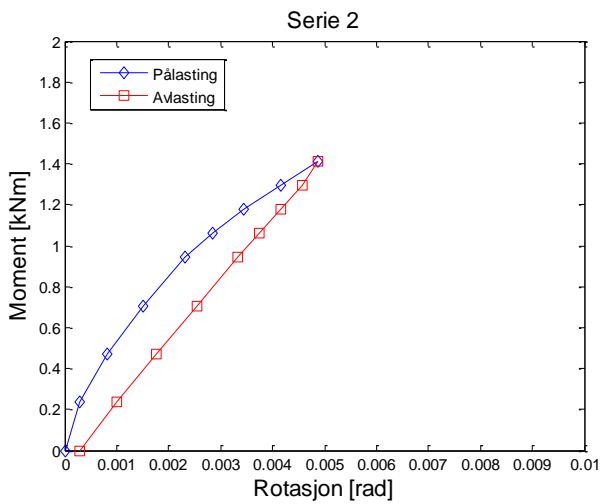
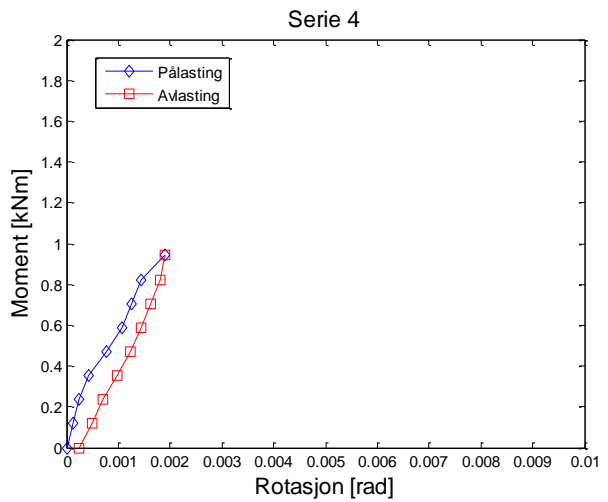
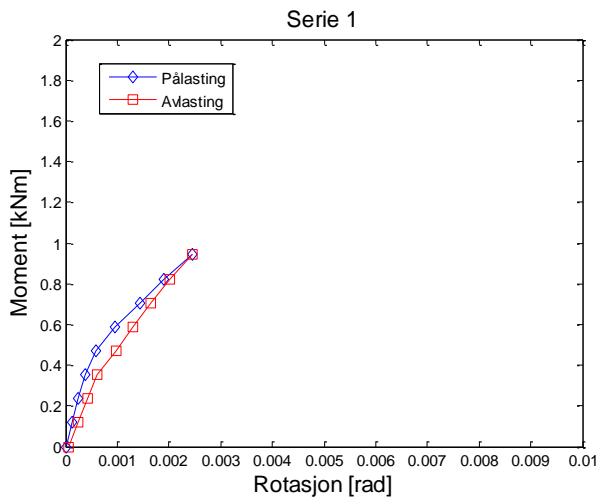


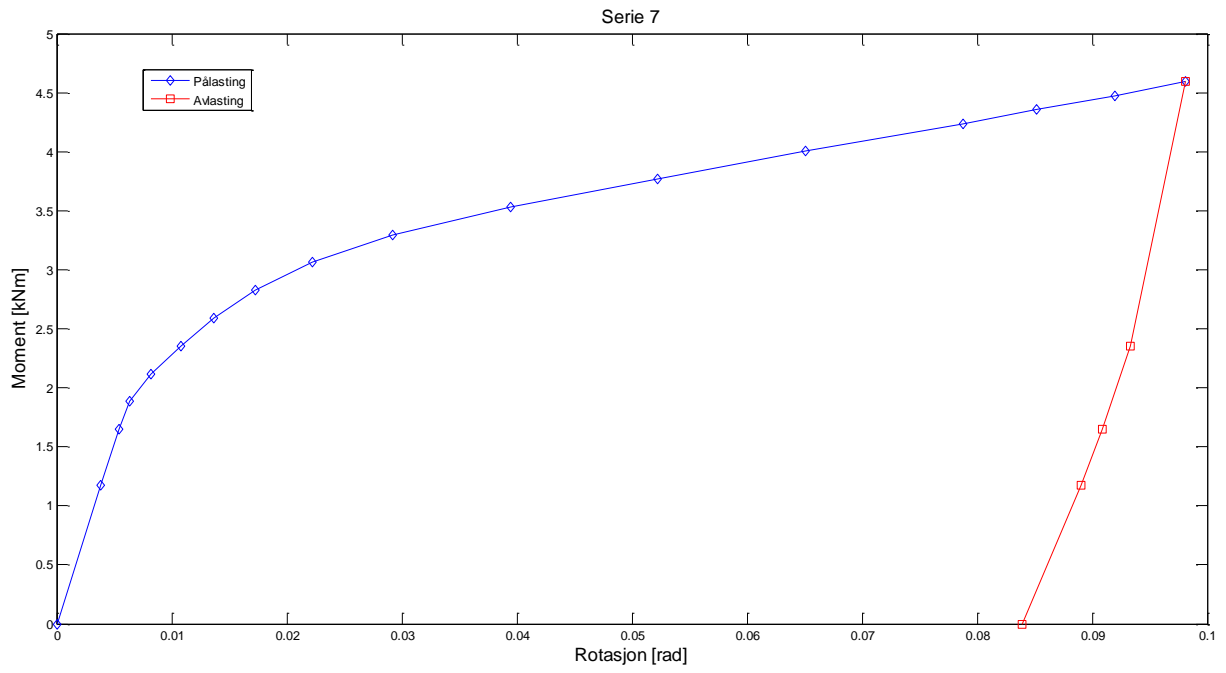
A.3 Laboratorieforsøk 2 – Svak akse



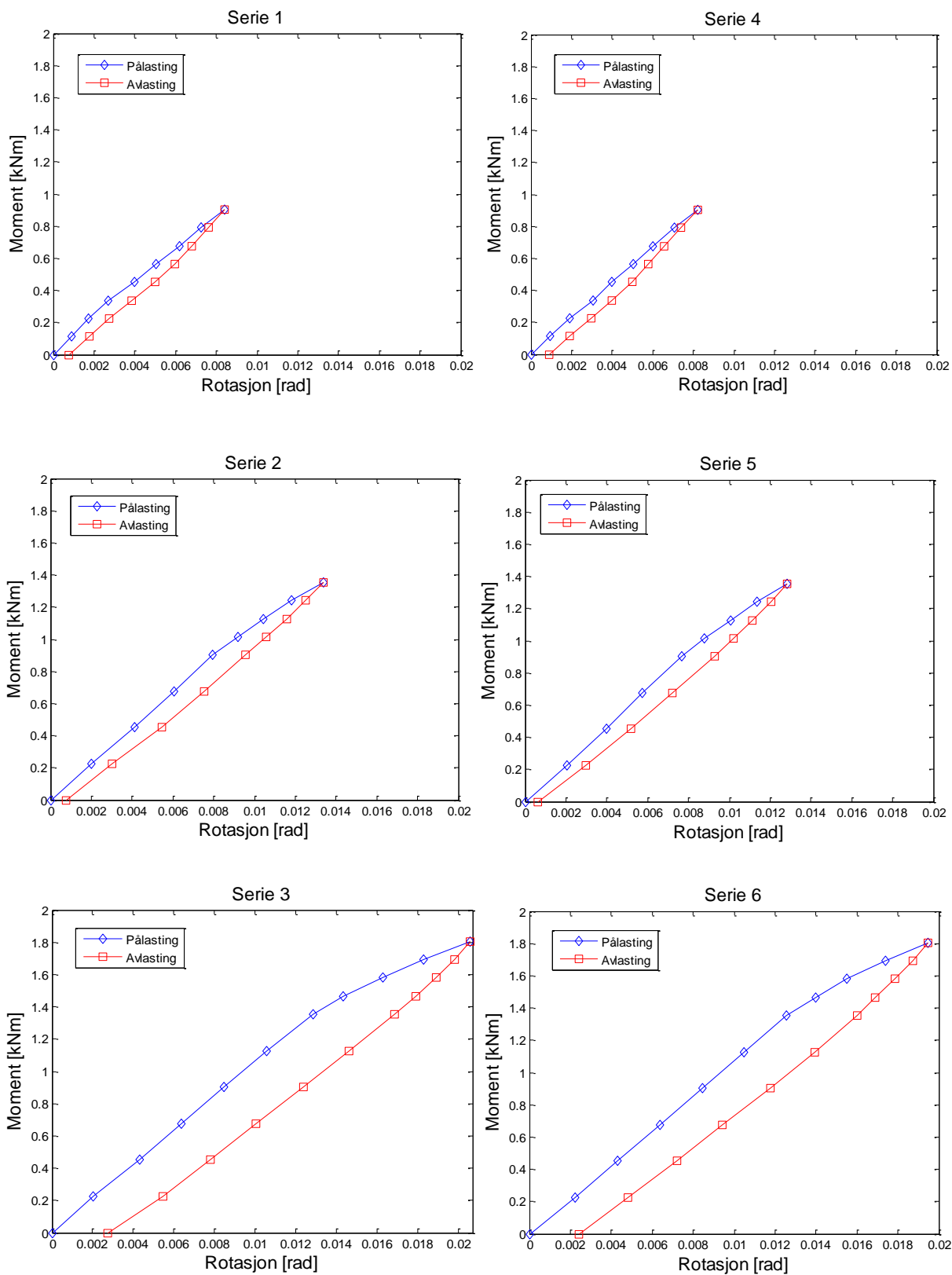


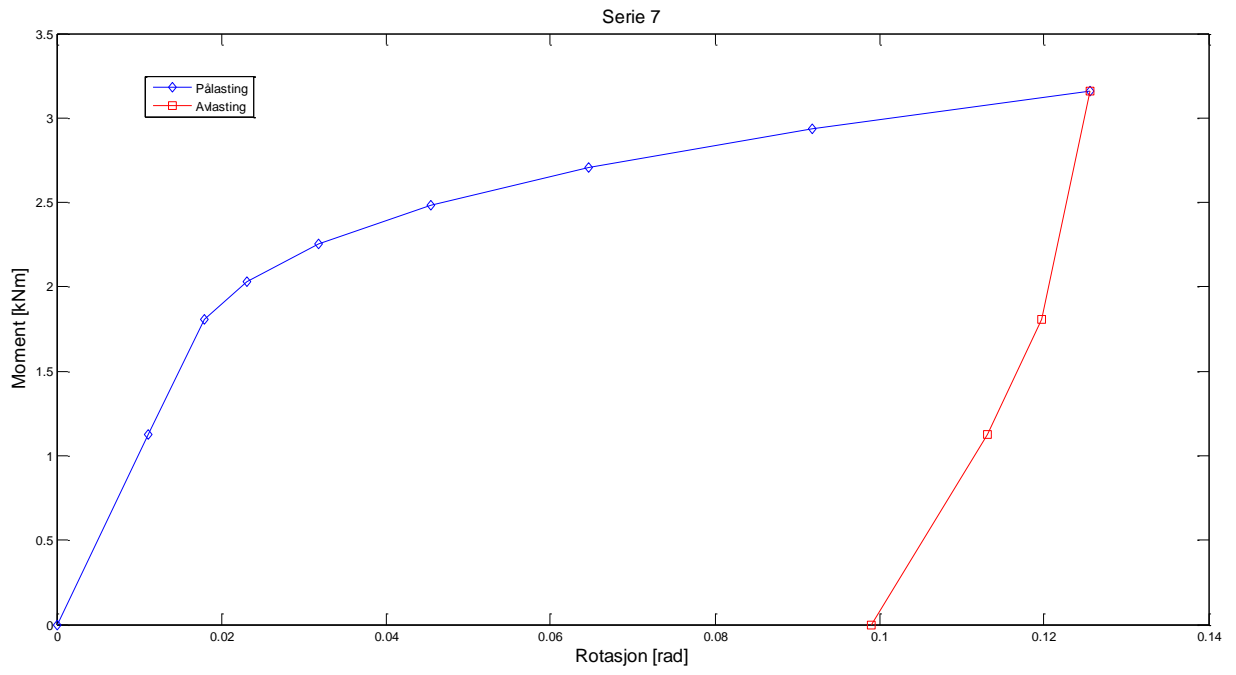
A.4 Laboratorieforsøk 2 – Sterk akse



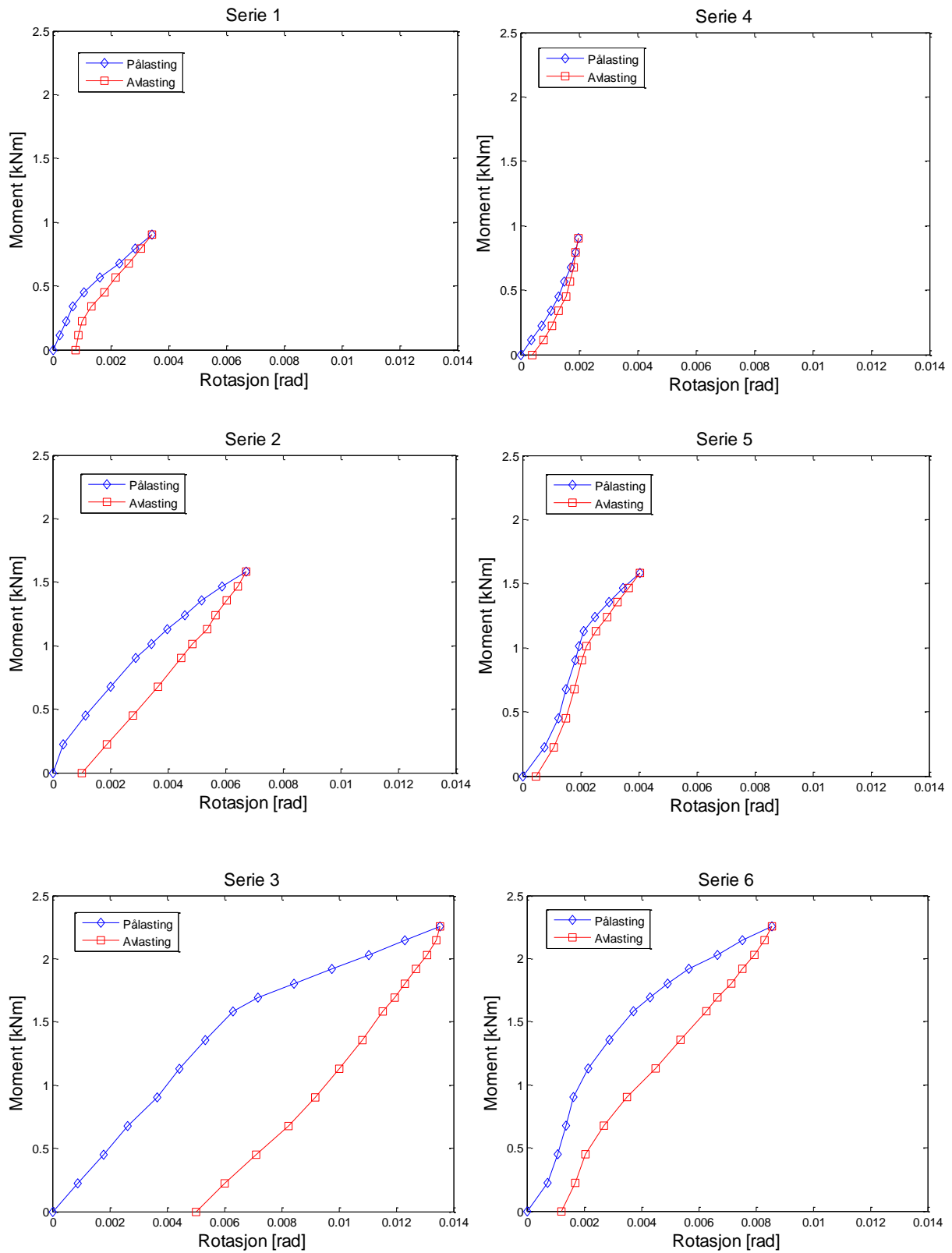


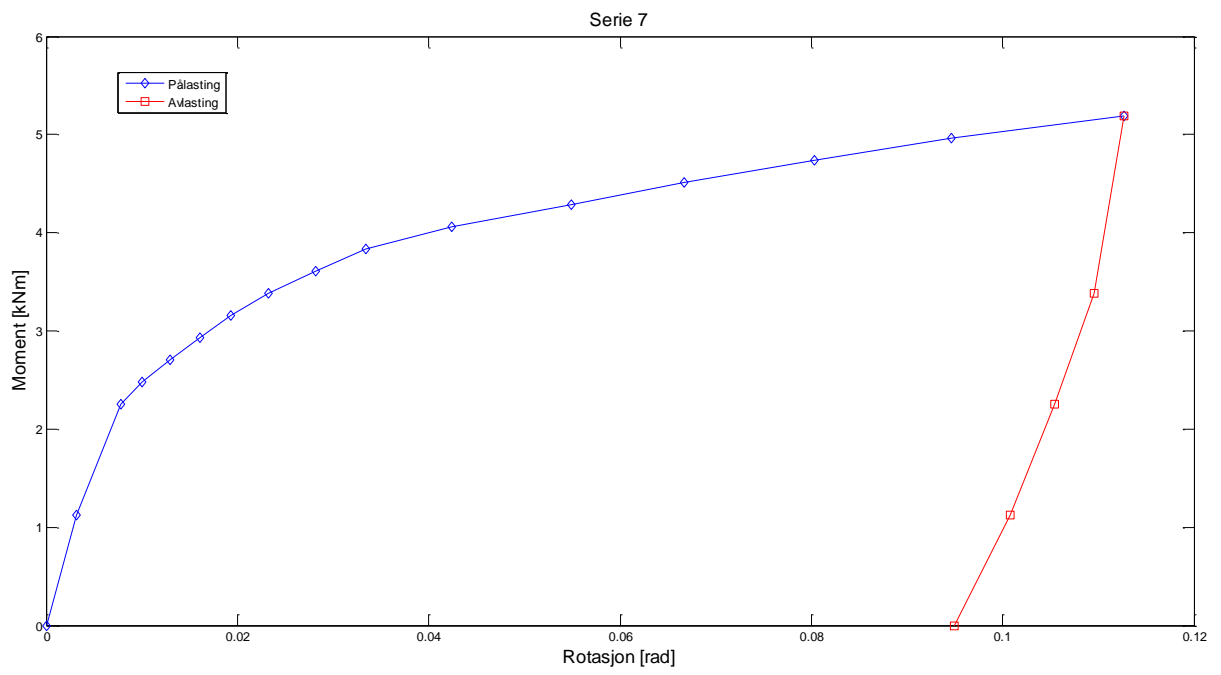
A.5 Laboratorieforsøk 3 – Svak akse





A.6 Laboratorieforsøk 3 – Sterk akse





Vedlegg B – Håndberegninger

I *kapittel 7* presenteres resultater samt enkelte beregninger av kapasitet og stivhet. Her presenteres samtlige beregninger.

B.1 Kapasitet – Sterk akse

Geometri 1 – Nominelle verdier:

$$m_p = 0,25 \times 8^2 \times 440 = 7040N \quad (\text{B.1})$$

$$M_p = 2 \times 7040 \times 100 \times \left[\frac{89}{35,5} + 1 \right] \times 10^{-6} = 4,94kNm \quad (\text{B.2})$$

Geometri 1 – Målte verdier:

$$m_p = 0,25 \times 8,1^2 \times 440 = 7217N \quad (\text{B.3})$$

$$M_p = 2 \times 7217 \times 100 \times \left[\frac{88,6}{34,6} + 1 \right] \times 10^{-6} = 5,14kNm \quad (\text{B.4})$$

Geometri 2 – Nominelle verdier:

$$m_p = 0,25 \times 6^2 \times 445 = 4005N \quad (\text{B.5})$$

$$M_p = 2 \times 4005 \times 100 \times \left[\frac{89}{35,5} + 1 \right] \times 10^{-6} = 2,81kNm \quad (\text{B.6})$$

Geometri 2 – Målte verdier:

$$m_p = 0,25 \times 6,3^2 \times 445 = 4416N \quad (\text{B.7})$$

$$M_p = 2 \times 4416 \times 100 \times \left[\frac{91}{34,1} + 1 \right] \times 10^{-6} = 3,24kNm \quad (\text{B.8})$$

Geometri 3 – Nominelle verdier:

$$m_p = 0,25 \times 8^2 \times 440 = 7040N \quad (\text{B.9})$$

$$M_p = 2 \times 7040 \times 100 \times \left[\frac{89}{60,5} + 1 \right] \times 10^{-6} = 3,48kNm \quad (\text{B.10})$$

Geometri 3 – Målte verdier:

$$m_p = 0,25 \times 8,15^2 \times 440 = 7306N \quad (\text{B.11})$$

$$M_p = 2 \times 7306 \times 100,2 \times \left[\frac{92,2}{59,4} + 1 \right] \times 10^{-6} = 3,74kNm \quad (\text{B.12})$$

*B.2 Kapasitet – Svak akse***Geometri 1 – Nominelle verdier:**

$$m_p = 0,25 \times 8^2 \times 440 = 7040N \quad (\text{B.13})$$

$$M_p = 2 \times \frac{7040}{35,5} \times [100^2 + 2 \times 35,5^2] \times 10^{-6} = 4,97kNm \quad (\text{B.14})$$

Geometri 1 – Målte verdier:

$$m_p = 0,25 \times 8,1^2 \times 440 = 7217N \quad (\text{B.15})$$

$$M_p = 2 \times \frac{7217}{35,3} \times [100^2 + 2 \times 35,3^2] \times 10^{-6} = 5,11kNm \quad (\text{B.16})$$

Geometri 2 – Nominelle verdier:

$$m_p = 0,25 \times 6^2 \times 445 = 4005N \quad (\text{B.17})$$

$$M_p = 2 \times \frac{4005}{35,5} \times [100^2 + 2 \times 35,5^2] \times 10^{-6} = 2,83kNm \quad (\text{B.18})$$

Geometri 2 – Målte verdier:

$$m_p = 0,25 \times 6,3^2 \times 445 = 4416N \quad (\text{B.19})$$

$$M_p = 2 \times \frac{4416}{34,6} \times [100^2 + 2 \times 34,6^2] \times 10^{-6} = 3,16kNm \quad (\text{B.20})$$

Geometri 3 – Nominelle verdier:

$$m_p = 0,25 \times 8^2 \times 440 = 7040N \quad (\text{B.21})$$

$$M_p = 2 \times \frac{7040}{60,5} \times [100^2 + 2 \times 60,5^2] \times 10^{-6} = 4,03kNm \quad (\text{B.22})$$

Geometri 3 – Målte verdier:

$$m_p = 0,25 \times 8,15^2 \times 440 = 7306N \quad (\text{B.23})$$

$$M_p = 2 \times \frac{7306}{59,1} \times [100,2^2 + 2 \times 59,1^2] \times 10^{-6} = 4,21kNm \quad (\text{B.24})$$

B.3 Stivhet – Sterk akse

Geometri 1 – Nominelle verdier:

$$k_5 = \frac{0,9 \times 50 \times 8^3}{35,5^3} = 0,515 \text{ mm} \quad (\text{B.25})$$

$$k_{10} = \frac{1,6 \times 157}{52,5} \times \frac{1}{2} = 2,392 \text{ mm} \quad (\text{B.26})$$

$$k_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{0,515} + \frac{1}{2,392}} = 0,424 \text{ mm} \quad (\text{B.27})$$

$$S_{j,ini} = 0,424 \times 210\,000 \times 120^2 \times 10^{-6} = 1281 \text{ kNm/rad} \quad (\text{B.28})$$

Geometri 1 – Målte verdier:

$$k_5 = \frac{0,9 \times 50 \times 8,1^3}{34,6^3} = 0,577 \text{ mm} \quad (\text{B.29})$$

$$k_{10} = \frac{1,6 \times 157}{52,6} \times \frac{1}{2} = 2,388 \text{ mm} \quad (\text{B.30})$$

$$k_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{0,577} + \frac{1}{2,388}} = 0,465 \text{ mm} \quad (\text{B.31})$$

$$S_{j,ini} = 0,465 \times 210\,000 \times 118,9^2 \times 10^{-6} = 1380 \text{ kNm/rad} \quad (\text{B.32})$$

Geometri 2 – Nominelle verdier:

$$k_5 = \frac{0,9 \times 50 \times 6^3}{35,5^3} = 0,217 \text{ mm} \quad (\text{B.33})$$

$$k_{10} = \frac{1,6 \times 157}{50,5} \times \frac{1}{2} = 2,487 \text{ mm} \quad (\text{B.34})$$

$$k_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{0,217} + \frac{1}{2,487}} = 0,200 \text{ mm} \quad (\text{B.35})$$

$$S_{j,ini} = 0,200 \times 210\,000 \times 120^2 \times 10^{-6} = 604 \text{ kNm/rad} \quad (\text{B.36})$$

Geometri 2 – Målte verdier:

$$k_5 = \frac{0,9 \times 50 \times 6,3^3}{34,1^3} = 0,284 \text{ mm} \quad (\text{B.37})$$

$$k_{10} = \frac{1,6 \times 157}{50,8} \times \frac{1}{2} = 2,472 \text{ mm} \quad (\text{B.38})$$

$$k_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{0,284} + \frac{1}{2,472}} = 0,255 \text{ mm} \quad (\text{B.39})$$

$$S_{j,ini} = 0,255 \times 210\,000 \times 119,6^2 \times 10^{-6} = 765 \text{ kNm/rad} \quad (\text{B.40})$$

Geometri 3 – Nominelle verdier:

$$k_5 = \frac{0,9 \times 50 \times 8^3}{60,5^3} = 0,104 \text{ mm} \quad (\text{B.41})$$

$$k_{10} = \frac{1,6 \times 157}{52,5} \times \frac{1}{2} = 2,392 \text{ mm} \quad (\text{B.42})$$

$$k_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{0,104} + \frac{1}{2,392}} = 0,100 \text{ mm} \quad (\text{B.43})$$

$$S_{j,ini} = 0,100 \times 210\,000 \times 145^2 \times 10^{-6} = 440 \text{ kNm/rad} \quad (\text{B.44})$$

Geometri 3 – Målte verdier:

$$k_5 = \frac{0,9 \times 50,1 \times 8,15^3}{59,4^3} = 0,116 \text{ mm} \quad (\text{B.45})$$

$$k_{10} = \frac{1,6 \times 157}{52,65} \times \frac{1}{2} = 2,386 \text{ mm} \quad (\text{B.46})$$

$$k_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{0,116} + \frac{1}{2,386}} = 0,111 \text{ mm} \quad (\text{B.47})$$

$$S_{j,ini} = 0,111 \times 210\,000 \times 145,5^2 \times 10^{-6} = 494 \text{ kNm/rad} \quad (\text{B.48})$$

B.4 Stivhet – Svak akse

Geometri 1 – Nominelle verdier:

$$l_{eff} = 0,75 \times 100 + 1,5 \times \frac{35,5^2}{100} = 94mm \quad (B.49)$$

$$k_5 = \frac{0,9 \times 94 \times 8^3}{35,5^3} = 0,967mm \quad (B.50)$$

$$k_{10} = \frac{1,6 \times 157}{52,5} = 4,785mm \quad (B.51)$$

$$k_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{0,967} + \frac{1}{4,785}} = 0,805mm \quad (B.52)$$

$$S_{j,ini} = 0,805 \times 210\,000 \times 66,7^2 \times 10^{-6} = 751kNm/rad \quad (B.53)$$

Geometri 1 – Målte verdier:

$$l_{eff} = 0,75 \times 100 + 1,5 \times \frac{35,3^2}{100} = 94mm \quad (B.54)$$

$$k_5 = \frac{0,9 \times 94 \times 8^3}{35,3^3} = 1,019mm \quad (B.55)$$

$$k_{10} = \frac{1,6 \times 157}{52,6} = 4,776mm \quad (B.56)$$

$$k_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{1,019} + \frac{1}{4,776}} = 0,840mm \quad (B.57)$$

$$S_{j,ini} = 0,840 \times 210\,000 \times 66,7^2 \times 10^{-6} = 784kNm/rad \quad (B.58)$$

Geometri 2 – Nominelle verdier:

$$l_{eff} = 0,75 \times 100 + 1,5 \times \frac{35,5^2}{100} = 94mm \quad (B.59)$$

$$k_5 = \frac{0,9 \times 94 \times 6^3}{35,5^3} = 0,408mm \quad (B.60)$$

$$k_{10} = \frac{1,6 \times 157}{50,5} = 4,974mm \quad (B.61)$$

$$k_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{0,408} + \frac{1}{4,974}} = 0,377mm \quad (B.62)$$

$$S_{j,ini} = 0,377 \times 210\,000 \times 66,7^2 \times 10^{-6} = 352kNm/rad \quad (B.63)$$

Geometri 2 – Målte verdier:

$$l_{eff} = 0,75 \times 100 + 1,5 \times \frac{34,6^2}{100} = 93mm \quad (B.64)$$

$$k_5 = \frac{0,9 \times 93 \times 6,3^3}{34,6^3} = 0,505mm \quad (B.65)$$

$$k_{10} = \frac{1,6 \times 157}{50,8} = 4,945mm \quad (B.66)$$

$$k_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{0,505} + \frac{1}{4,945}} = 0,458mm \quad (B.67)$$

$$S_{j,ini} = 0,458 \times 210\,000 \times 66,7^2 \times 10^{-6} = 428kNm/rad \quad (B.68)$$

Geometri 3 – Nominelle verdier:

$$l_{eff} = 0,75 \times 100 + 1,5 \times \frac{60,5^2}{100} = 130mm \quad (B.69)$$

Reduseres til endeplatens bredde på 100 mm.

$$k_5 = \frac{0,9 \times 100 \times 8^3}{60,5^3} = 0,208mm \quad (B.70)$$

$$k_{10} = \frac{1,6 \times 157}{52,5} = 4,785mm \quad (B.71)$$

$$k_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{0,208} + \frac{1}{4,785}} = 0,199mm \quad (B.72)$$

$$S_{j,ini} = 0,199 \times 210\,000 \times 66,7^2 \times 10^{-6} = 186kNm/rad \quad (B.73)$$

Geometri 3 – Målte verdier:

$$l_{eff} = 0,75 \times 100,2 + 1,5 \times \frac{59,1^2}{100,2} = 127mm \quad (B.74)$$

Reduseres til endeplatens bredde på 100,2 mm.

$$k_5 = \frac{0,9 \times 100,2 \times 8,15^3}{59,1^3} = 0,236mm \quad (B.75)$$

$$k_{10} = \frac{1,6 \times 157}{52,65} = 4,771mm \quad (B.76)$$

$$k_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{0,236} + \frac{1}{4,771}} = 0,225mm \quad (B.77)$$

$$S_{j,ini} = 0,225 \times 210\,000 \times 66,7^2 \times 10^{-6} = 211kNm/rad \quad (B.78)$$