

# Etablering av kalibreringsnett, og GNSS baselinjeanalyse

**Marius Øie**

Master i ingeniørvitenskap og IKT

Innlevert: juni 2015

Hovedveileder: Trond Arve Haakonsen, BAT

Medveileder: Hossein Nahavandchi, BAT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Institutt for bygg, anlegg og transport



# Sammendrag

Denne masteroppgaven er todelt, første del handler om etablering av et kalibreringsnett for GNSS, mens den andre delen er en nøyaktighetsanalyse av klassisk statiske GNSS-målinger.

I første del av oppgaven har det blitt gjort undersøkelser og vurderinger blant annet med tanke lokalisering og metode for oppstilling. Målinger har deretter blitt gjennomført med CPOS og totalstasjon. Disse målingene har sammen blitt brukt til å gjennomføre en utjevning av observasjonene i beregningsprogrammet GisLine. Resultatet av utjevningsberegningene, med koordinater på nettets stasjoner og deres innbyrdes avstander, danner det endelige kalibreringsnettet.

I andre del av oppgaven ble målingene lagt opp som 10 uavhengige målesesjoner med tilnærmet lik lengde. Baselinjene fra målingene ble først kjørt gjennom en utjevning hver sesjon for seg. Deretter ble gjennomsnittsverdier av de utjevnedede baselinjene beregnet, slik at resultatet ble en enkelt verdig for hver baselinje.

Resultatet viste at det ved dette oppsettet kan være mulig å oppnå standardavvik på gjennomsnittet av baselinjene på under 0,5 millimeter, mens standardavviket på de utjevnedede baselinjene var fra 0,7-2,5 millimeter. Målemetoden har med andre ord en god evne til å gjenskape måleresultatene. Ved sammenligning av gjennomsnittet av de utjevnedede baselinjene mot kalibreringsnettet, var avvikene generelt større enn de beregnede standardavvikene. Avvikene fra kalibreringsnettets verdier for baselinjene varierte fra 0,3 millimeter til 4,6 millimeter.



# Abstract

This Master Thesis consists of two parts. The first part deals with establishment of a calibration network for GNSS, while the second part consists of an accuracy analysis of long time static GNSS measurements.

In the first part there have been a number of evaluations and investigations of among other things, the localization of and how to mount the calibration network.

Measurements with CPOS and totalstation have been performed on the resulting network, to decide its internal geometry and absolute positioning. To get a good result, the measurements have been estimated with least squares through GisLine. The network is assumed to have true values, and to be a golden standard for other measurements of the network.

In the second part of there were performed ten independent sessions of measurements with long time static GNSS. The sessions were approximately of the same length in time. The measured baselines in each session were estimated with least squares. From these results from each session there were calculated average values, so that the final result was unambiguous.

The final results indicated that it is possible to obtain a standard deviation of less than 0.5 mm on the average of the estimated baselines, while the standard deviation on the estimated baselines was between 0.7 and 2.5 mm. This indicates that the procedure of measurement performed in this thesis is good considering reproduction of a result. By comparing the average of the estimated baselines with the assumed true values calculated in the first part, the obtained results were generally bigger than the calculated standard deviations on the baselines. The differences between the two varied from 0.3 mm to 4.6 mm.



# Forord

Denne masteroppgaven er skrevet som en del av studieprogrammet Ingeniørvitenskap & IKT, innen studieretningen Geomatikk, ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU) våren 2015. Masterarbeidet ble gjennomført i løpet av et semester som varte fra den 15.januar til 10.juni 2015.

Ønsker å takke mine veiledere, Trond Arve Haakonsen og Hossein Nahavandchi, for all den gode hjelpen og veiledningen underveis i prosjektet.





# Innhold

Sammendrag.....	i
Abstract .....	iii
Forord .....	v
Forkortelser .....	ix
1 Introduksjon .....	1
1.1 Oppgavens oppbygning .....	3
2 Teoretisk bakgrunn.....	5
2.1 Kalibreringsbasis.....	5
2.2 GNSS .....	6
2.2.1 GPS.....	7
2.2.2 GLONASS.....	9
2.2.3 Signalet og målingene .....	10
2.2.4 Feilkilder .....	12
2.2.5 Relativ posisjonering .....	14
2.2.6 Uavhengighet.....	16
2.3 CPOS .....	17
2.4 Totalstasjon .....	19
2.5 Klassisk statistiske målinger .....	24
2.6 Koordinatsystemer/referansesystemer .....	25
2.7 Nøyaktighet og presisjon.....	27
2.8 Utjevning av nettverk .....	28
3 Metode .....	31
3.1 Nøyaktighet/presisjon .....	31
3.2 Grovfeilttest av måledata fra CPOS og klassisk statistisk .....	34
3.3 Utjevning/resultatberegning.....	35
3.3.1 CPOS .....	35
3.3.2 Klassisk statistisk .....	36
3.3.3 Totalstasjon .....	41

3.4	Koordinatsystemer.....	43
4	Undersøkelser/målinger .....	49
4.1	Måleområdet .....	49
4.2	Utstyr .....	53
4.3	CPOS.....	54
4.4	Totalstasjon.....	56
4.5	Klassisk statistiske målinger.....	59
5	Resultater og diskusjon.....	63
5.1	CPOS.....	63
5.2	Totalstasjon.....	66
5.3	Klassisk statistiske målinger.....	69
5.4	Sammenligning.....	73
6	Konklusjon og fremtidig arbeid.....	79
	Vedlegg A – Utjevnete sesjonsdata fra klassisk statistisk observasjoner .....	84
	Vedlegg B – Korrelasjonsmatriser nøyaktighetsanalyse statistisk GNSS .....	89

# Forkortelser

GNSS – Global Navigation Satellite System  
GPS – Global Positioning System  
GLONASS – Globalnaja Navigatsionnaja Sputnikovaja Sistema  
JAXA – Den japanske romfartsorganisasjonen  
QZSS - Quasi Zenith Satellite System  
IRNSS - Indian Regional Navigation Satellite System  
EC – Europakommisjonen  
ESA – Den europeiske romfartsorganisasjonen  
DoD - Department of Defense  
LGO – Leica Geo Office  
CPOS – Centimeterposisjon  
RTK – Real Time Kinematic  
UTM – Universal Transversal Mercator  
ECEF – Earth-Centered, Earth-Fixed  
SA - Selective Availability  
MEO - Medium Earth Orbit  
TEC – Total Electron Content  
TECU – TEC Unit  
PPM – parts per million



# Figurer

1	Romsegmentet til GPS	8
2	Romsegmentet til Glonass	9
3	Flerveisinterferens	12
4	Ionosfære og troposfærepåvirkning	13
5	Enkeltdifferanser	15
6	Dobbeltdifferanse	15
7	Trippeldifferanse	16
8	Målestasjoner CPOS	17
9	Totalstasjonsakser	21
10	Refraksjon	22
11	Diffraksjon	22
12	Ortografisk høyde, ellipsoidisk høyde og geoidehøyde	26
13	Transformasjon fra UTM til ECEF	27
14	Nøyaktighet og presisjon	28
15	Baselinjenett	36
16	Fotpunktbredde	46
17	Måleområdet, overblikk Sentralbygg 2	51
18	Måleområdet, sett fra bakken	51
19	Måleområdet med to av stasjonene	52
20	Ionosfærisk aktivitet under CPOS-målinger	55
21	Værdata under totalstasjonsmålingene	56
22	Totalstasjonsoppstilling	58
23	Totalstasjonsmålingene i GisLine	59
24	Antenne montert på søyle	59
25	Ionosfæreaktivitet under statiske GNSS-målinger 24.mars	60
26	Ionosfæreaktivitet under statiske GNSS-målinger 25.mars	61
27	Ionosfæreaktivitet under statiske GNSS-målinger 26.mars	61
28	CPOS-målingene plottet mot epoke, punkt 1	64
29	CPOS-målingene plottet mot epoke, punkt 4	65
30	Punktflytting grunnet målestokk	67

31	Sammenligning baselinjeberegning, baselinje 1-2	73
32	Sammenligning baselinjeberegning, baselinje 1-3	74
33	Sammenligning baselinjeberegning, baselinje 1-4	74
34	Sammenligning baselinjeberegning, baselinje 2-3	75
35	Sammenligning baselinjeberegning, baselinje 2-4	75
36	Sammenligning baselinjeberegning, baselinje 3-4	76

# Tabeller

1	Beregnet posisjon for punkt 1 fra CPOS-målingene	65
2	Beregnet posisjon for punkt 4 fra CPOS-målingene	66
3	Koordinater for nettets punkter fra GisLine etter utjevning, UTM	67
4	Koordinater for nettets punkter fra GisLine etter utjevning, ECEF	67
5	Komponentvise og totale baselinjer fra ECEF	68
6	Komponentvise og totale baselinjer fra UTM	68
7	Utjevnete baselinjekomponenter fra statisk GNSS, sesjon 1	70
8	Gjennomsnittsverdier for de utjevnete baselinjekomponentene	72
9	Standardavvik på gjennomsnittsverdiene av utjevnete baselinjekomponenter	72
10	Differanse mellom beregnet fasitverdi for nettet og gjennomsnittsverdien for de utjevnete baselinjekomponentene	76
11	UTM-koordinater beregnet fra gjennomsnittsverdiene på de utjevnete baselinjekomponentene, med utgangspunkt i CPOS-resultat for punkt 1	77
12	Differanse i UTM mellom punkter beregnet fra baselinjekomponentene og de beregnet fra totalstasjonsmålingene	78





# 1 Introduksjon

Siden starten av 90-tallet, har måling med GNSS-utstyr blitt stadig viktigere for samfunnet. Spesielt siden tusenårsskiftet har utviklingen skutt enorm fart, og low-end utstyr for satellittbasert posisjonsmåling har blitt tilnærmet allemannseie.

Nøyaktigheten har også blitt gradvis bedre i samme periode. Det avanserte utstyret for GNSS-målinger har samtidig tatt mer og mer over for de klassiske målemetodene med økende nøyaktighet. I dag benyttes totalstasjonsmålinger og nivellement hovedsakelig til innmålinger der det kreves spesielt stor presisjon, eller der hvor det ikke er mulig å måle med GNSS på grunn av forholdene. For GNSS-utstyr som skal benyttes til å gjøre nøyaktige målinger er det likevel nødvendig å ha kontroll på hvilken nøyaktighet og presisjon man kan forvente av utstyret man måler med. Derfor anbefales det å kontrollere dette utstyret jevnlig.

Denne masteroppgaven består av flere ulike deler. Det ene hovedmålet er å danne en kalibreringsbasis for GNSS-utstyr. Det vil si å danne et fast og varig nettverk hvor denne typen utstyr kan monteres opp for å gjennomføre kalibrering av utstyret og undersøke kvaliteten på målingene utstyret gjør.

Å danne en kalibreringsbasis er en oppgave som innebærer minst tre deler. Først må det gjennomføres en planleggings- og undersøkelsesfase. Dette innebærer i første rekke at det må gjøres vurderinger av hvor basisen skal plasseres, og hvordan den skal bygges opp. Her er det en god del hensyn som må tas, og vurderinger som må gjøres før endelig

lokalisering kan bestemmes. Hensynene går på hvor gode måleforhold som kan oppnås, men også faktorer som ikke går direkte på målingene. For eksempel må det vurderes hvordan basisen skal monteres eller markeres på området, og det må selvfølgelig være praktisk mulig å sette opp den type basis man går inn for. Dette må også vurderes opp mot hvilke mulige ressurser som kan finnes i prosjektet, både økonomiske og tekniske.

Etter at lokalisering er bestemt, må basisen monteres. Denne delen av prosjektet er avhengig av hvilke beslutninger som blir tatt i første del. Dette er noe som for så vidt ikke er en direkte del av oppgaven, men som likevel er en del av det å danne kalibreringsbasisen.

Siste del av denne delen av oppgaven handler om å gjennomføre målinger for å bestemme kalibreringsbasisen. Basisen bestemmes ved å finne de relative posisjonene til punktene som utgjør basisen. Absolutte posisjoner finnes også ved hjelp av punktene målt med CPOS, men disse blir som regel noe mindre nøyaktige enn relative posisjoner. Ønsket nøyaktighet på basisen er høyere enn 0,1 millimeter. For å være i stand til å kunne oppnå dette, vil innmålingen bli gjennomført hovedsakelig ved totalstasjon, men satellittmålinger spiller også en rolle. Totalstasjonsmålingene vil bestemme den interne geometrien i nettet med høy nøyaktighet, mens de satellittbaserte målingene vil gi absolutte posisjoner, og dermed et koordinatsystem som nettet kan henges på. Nettet vil etter målingene er gjennomført bli bestemt ved en fri utjevning basert på minste kvadraters metode. Denne utjevningen sikrer den meget høye nøyaktigheten på det endelige nettet, siden kun en minimal andel av nettet holdes fastlåst, mens resten av nettet utjevnes ut fra et overbestemt antall målinger.

Den andre hoveddelen av masteroppgaven inneholder en nøyaktighetsanalyse av klassisk statiske satellittmålinger basert på det etablerte kalibreringsnettet. Kalibreringsnettet blir da ansett som en fasit, og nettet som fås av satellittmålingene sammenlignes opp mot denne fasiten. Denne andre delen bygger på en prosjektoppgave som ble gjennomført høsten 2014 (6).

## 1.1 Oppgavens oppbygning

Oppgaven er hovedsakelig bygget opp av en teoridel og en praktisk del. I kapittel 2 gjennomgås mye av den generelle teoretiske bakgrunnen for oppgaven. De forskjellige målemetodene forklares, i tillegg til at mye underliggende teori også blir presentert. Kapittel 3 er et metodekapittel som er mer direkte rettet mot beregningene som gjennomføres i prosjektet i forbindelse med målingene. Her presenteres en del formler og fremgangsmåter som er viktige for beregningene. Kapittel 4 omhandler den praktiske delen av oppgaven, det vil si målingene som er blitt gjennomført. Måleområdet beskrives, det benyttede utstyret presenteres, og de spesielle forholdene for hver enkelt av målemetodene gjennomgås. I tillegg kommer måleprosessene frem i dette hovedkapittelet. I kapittel 5 blir resultatene fra målingene presentert, beskrevet og diskutert. Til slutt kommer oppgavens konklusjon, kapittel 6.

I arbeidet med oppgaven er det blitt produsert en del programvare for beregningene av baselinjene fra de statiske GNSS-målingene, dette ligger som elektronisk vedlegg (Zip-fil). I tillegg ligger større matriser tilhørende disse målingene i Vedlegg A (Utjevnete sesjonsdata) og Vedlegg B (kovariansmatriser).

Den siste halvdel av oppgaven, nøyaktighetsanalysen, bygger som nevnt på en prosjektoppgave fra høsten 2014. Denne oppgaven handlet om nøyaktigheten til et enkelt nettverk målt med statiske satellittmålinger. Det ble i denne oppgaven ut fra resultatene konkludert med at en nøyaktighet, i form av standardavvik, på målingene på rundt 1 millimeter var mulig. Det var imidlertid enkelte forslag til forbedring på den valgte målemetoden. Noe av målet med nøyaktighetsanalysen i denne oppgaven er å gjennomføre noe av de foreslåtte forbedringsforslagene fra den forrige oppgaven. Dette vil i hovedsak innebære at det gjøres en rekke uavhengige målesesjoner, i stedet for en enkelt, og at det her kan sammenlignes mot en antatt fasit. I tillegg til dette er målesesjonene blitt noe forlenget. I tillegg til analyser av resultatene i seg selv, vil resultatene vurderes opp mot fasiten og resultatet fra det forrige prosjektet.



## 2 Teoretisk bakgrunn

Dette hovedkapittelet vil ta for seg en del av bakgrunnsteorien bak de målingene som er blitt gjort i denne oppgaven. Det er i hovedsak tre ulike målemetoder som er benyttet i bestemmelsen av nettet. GNSS er essensielt for to av dem, og det er derfor et eget kapittel om GNSS for å presentere en bakgrunn for leseren. Etter det generelle kapittelet om GNSS, kommer det et spesielt kapittel om hver målemetode: CPOS, totalstasjonsmålinger og klassisk statiske målinger.

### 2.1 Kalibreringsbasis

Det som legges i ordet kalibreringsbasis i denne oppgaven er et nettverk for GNSS-målinger som er bestemt med stor nøyaktighet og presisjon. Bruken av ordet har gjerne vært relatert til basiser for avstandsmålere, der man kunne teste og kalibrere avstandsmålere på et nettverk av stolper eller lignende med kjente avstander. Det finnes også eksempler på kalibreringsbasiser for GNSS-mottakere/antenner (7) (8). Statens Kartverk anbefaler i sin standard for satellittbasert posisjonsbestemmelse at man før målinger gjennomfører en test av utstyret på en kalibreringsbasis for satellitmottakere (9), slik at man har kontroll på at utstyret leverer den kvaliteten på observasjonene som er ønsket eller krevd. Det finnes ikke mange av disse i Norge, men utstyret kan likevel til en viss grad testes ved å foreta en måling på en eller flere eksisterende søyler med antatt kjent posisjon. Dette betinger at man kjenner søylene

godt, og vet at de kan stoles på, er målt inn relativt nylig og ikke har vært utsatt for noe type uhell eller ytre påvirkning.

Det er litt forskjell på oppsettet for kalibreringsbasisene i de to nevnte artiklene over, med tanke på avstand mellom punktene som utgjør nettverket basisen består av. Dette må vurderes opp mot hva man ønsker å oppnå med basisen, og hva som er hensiktsmessig og ikke minst gjennomførbart. Å sette opp ordentlige søyler har en økonomisk side, i tillegg til at det selvfølgelig ikke er mulig å sette opp søyler alle steder man kunne tenke seg å gjøre det. Ønsker man at basisen skal benyttes til å undersøke den avstandsavhengige delen av standardavviket til baselinjemålinger, er man avhengig av en basis med minst en søyle med større avstand fra de resterende. Hvis man i stedet skal fokusere mest på den konstante delen av standardavviket, som er avstandsuavhengig, kan man ha ett nettverk med søyler som står tett. Det samme gjelder ved ren antennekalibrering, slik det er gjort i (7).

## 2.2 GNSS

GNSS er en fellesbetegnelse for globale navigasjonssystemer basert på satellitteknologi. Per dags dato (2015) er det bare to fullt ut operative systemer: det amerikanske GPS og det russiske GLONASS, som ble utviklet mer eller mindre parallelt under den kalde krigen. Siden teknologien for satellittnavigasjon virkelig skjøt fart på 90-tallet, har også andre systemer kommet under planlegging. Dette er det flere årsaker til. Det er åpenbart at satellittnavigasjon er blitt ekstremt viktig i dagens samfunn, både militært og sivilt. Blant annet sier EU at 6-7 % av deres totale økonomi er avhengig av at GNSS er tilgjengelig, og at markedet for satellittnavigasjon forventes å være verdt 250 milliarder euro per år innen 2022 (10). Samtidig er både GPS og GLONASS under militær kontroll, og kan under en eventuell konflikt gjøres ubrukelig for dem USA eller Russland måtte ønske. Dette var for eksempel trolig en av faktorene til at Europakommisjonen (EC) og Den europeiske romfartsorganisasjon (ESA) satte i gang prosjektet med sitt system, Galileo (5). Samtidig gir det EU-landene tilgang til teknologien og de kommersielle mulighetene som ligger i å ha et eget globalt satellittposisjoneringsystem. Kina er også godt i gang med sitt eget globale navigasjonssystem, BeiDou. Målet med denne utviklingen var også i stor grad å gjøre seg selv og sin økonomi uavhengig av andres løsninger (11). Japan og India har også sine egne systemer under utvikling, henholdsvis

«Quasi Zenith Satellite System» (QZSS) (12) og «Indian Regional Navigation Satellite System» (IRNSS) (13). Disse er riktignok ikke globale, men spesialisert for å dekke sitt aktuelle område så godt som mulig. Det sistnevnte, bedre dekning og dermed mulig bedre ytelse, kan også være en årsak til å utvikle noe uavhengig eller tillegg til GPS og GLONASS. Den japanske romfartsorganisasjonen (JAXA) ønsker i hvert fall å kombinere QZSS med GPS, og på den måten bedre nøyaktigheten betydelig (12). Resten av dette underkapittelet fokuserer hovedsakelig på de to viktigste og nåværende operative systemene, GPS og GLONASS.

### **2.2.1 GPS**

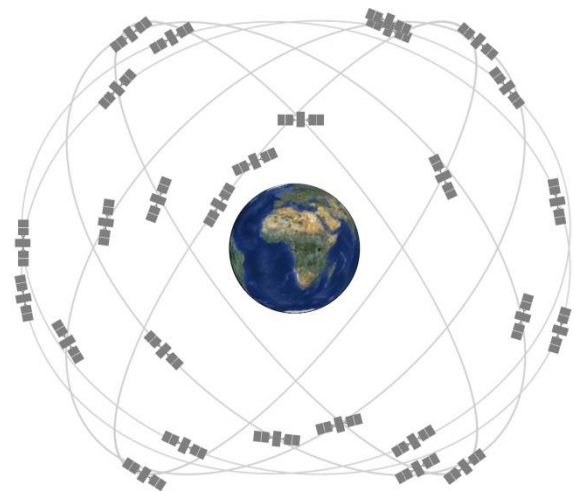
GPS er som nevnt det amerikanskutviklede systemet for global posisjonsbestemmelse, og var også det første systemet som var fullt operativt. Systemet ble utviklet under ledelse av det amerikanske forsvarsdepartementet (Department of Defense, DoD). Planene for systemet ble godkjent så tidlig som i 1973, og den første satellitten ble skutt opp i 1978. Likevel tok det relativt lang tid før systemet kunne erklæres operativt, dette ble gjort første i 1995 (5). Derfra har det imidlertid gått veldig fort fremover til der vi er i dag, hvor teknologien omgir oss overalt, og vi i en del tilfeller er helt avhengig av den. I utgangspunktet var jo GPS et militært system, laget utelukkende for militære formål, men det var likevel planlagt at det skulle gjøres tilgjengelig et mindre nøyaktig signal for sivile brukere. Til tross for dette var det gjennom hele 90-tallet lagt «kunstig» unøyaktighet på de allment tilgjengelige signalene, trolig for at fiendtlige makter ikke skulle få tilgang på nøyaktig posisjonering. Dette gikk selvfølgelig også ut over sivile brukere, noe som skapte en del støy (5). Denne degraderingen av signalene ble kalt Selective Availability, eller SA. SA innebar at for å få full tilgang til så nøyaktige sivile signaler som mulig var man avhengig av tilgang til informasjon om den kunstig tilførte unøyaktigheten, noe kun ansatte i DoD kunne ha. SA ble endelig fjernet ved en ordre fra presidenten i år 2000. Siden da har bruken av GPS, og senere GNSS virkelig skutt fart ettersom hvem som helst kan få posisjonsnøyaktighet på rundt 10 meter med det som i dag er enkelt og billig utstyr.

GPS er bygget opp av tre segmenter, romsegmentet, kontrollsegmentet og brukersegmentet. Brukersegmentet innebærer alle de som benytter seg av systemet, dette er som nevnt stadig økende. Kontrollsegmentet har en del viktige oppgaver. De

viktigste er i følge (14) å følge med på satellittene med tanke på bestemmelse av bane og klokke-data, og tilhørende forutsigelser av disse, synkronisering av satellittenes tid, og å kommunisere nye meldinger med navigasjonsdata til satellittene, slik at disse kan implementeres i koden til brukerne. I tillegg lister (5) opp overvåking av satellittenes helse, og å gjøre små endringer i satellittenes posisjon om nødvendig for at de skal holde seg i korrekt bane. Alt dette gjøres ved hjelp av en hovedkontrollstasjon, flere mindre kontroll/målestasjoner, og fire bakkeantenner dedikert kun til kommunikasjon med satellittene (15).

Det er kun kontrollsegmentet som har toveiskommunikasjon med satellittene, brukersegmentet kan kun motta satellittenes signaler. Dette gjør at man kan ha et ubegrenset antall brukere, i stedet for et begrenset antall, som ville vært resultatet ved toveiskommunikasjon for alle brukere. I tillegg var det en viktig faktor for dem som planla systemet at de militære brukerne skulle slippe å avsløre sin posisjon for fiendtlige styrker ved å sende ut signaler (5).

Romsegmentet, som er vist i figur 1, innebærer selve satellittene, og alt som har med dem å gjøre. Grunndesignet for GPS inneholder 24 satellitter fordelt på seks baneplan rundt jorda, hvilket innebærer at det er 4 satellittposisjoner i hver bane. Hvert baneplan har en inklinasjon i forhold til ekvator på  $55^\circ$ , og er jevnt fordelt rundt jorda



**Figur 1: Illustrasjon av romsegmentet til GPS, hentet fra (1).**

(5, 14). Dette skal sørge for at enhver bruker med klar sikt til himmelen skal ha minimum fire satellitter tilgjengelig til enhver tid. I dag har GPS faktisk blitt utvidet med 3 satellitter, slik at systemet til enhver tid skal inneholde 27 operative satellitter (16) noe som er med på å sikre ennå bedre global dekning. I praksis vil det være flere satellitter i bane, siden det alltid er noen i reserve. Satellittene er plassert i såkalte MEO-baner (Medium Earth Orbit), noe som betyr at dem er plassert omkring 20200 km over jordoverflaten. Omløpsperioden rundt jorda blir da tilnærmet 12 siderale timer (14).



## 2.2.2 GLONASS

GLONASS var Sovjetunionens svar på amerikanske GPS, og utvikling og planlegging kom i gang mot slutten av 70-tallet for å skape noe tilsvarende som amerikanerne arbeidet med. Den første satellitten ble skutt opp i 1982. Dette var da på samme måte som for amerikanerne et hovedsakelig militært posisjoneringssystem, men ble også åpnet for sivile brukere på 80-tallet. I 1996 var det et operativt system. Dessverre medførte endringene i Russland at systemet forfalt, og på starten av 2000-tallet var det få operative satellitter igjen (14). Etter hvert ble imidlertid Russland sterkere igjen, og i dag er GLONASS igjen operativt, noe som gjør at det er to operative systemer for satellittbasert posisjonering, og alltid tilstrekkelig med synlige satellitter. GLONASS er som GPS delt inn i de tre segmentene

romsegment, kontrollsegment og brukersegment.

Brukersegmentet blir selvfølgelig helt likt, og

kontrollsegmentet blir også mye likt, bare

forskjellige steder det observeres og driftes fra.

Romsegmentet til GLONASS skiller seg dog noe fra

GPS sitt. Dette har litt sammenheng med hvor

man ønsker dekning, og at dem faktisk ble utviklet

av forskjellige team. Hovedpoenget er dog det

samme; det skal være nok satellitter til å dekke

hele jordkloden og gi et globalt posisjoneringssystem. GLONASS sin komplette

satellittkonstellasjon består av 24 operative satellitter, vist i figur 2. Dette er også dagens

(18.04.2015) totale antall i følge senteret for informasjon og analyse underlagt den

russiske føderale romfartsorganisasjonen (17). Satellittene er fordelt på 3 sirkulære

baner. De tre baneplanene har en inklinasjon i forhold til ekvator på  $64.8^\circ$ , og er jevnt

fordelt rundt jorda. Satellittene er igjen jevnt fordelt på banene, slik at det er 8

satellitter i hver bane, hver med  $45^\circ$  innbyrdes avstand. Dette skal sørge for at man på

99% av jorda hele tiden kan se minst 5 satellitter. GLONASS-satellitter er også plassert i

MEO-baner, men noe lavere enn GPS-satellittene, nærmere bestemt omkring 19100 km

over jordoverflaten. Dette gir en omløpsperiode på 11 timer, 15 minutter og 44

sekunder (14).



**Figur 2: Illustrasjon av romsegmentet til GLONASS, hentet fra (4).**

### 2.2.3 Signalet og målingene

Signalet som sendes ut fra satellittene er veldig avansert, og helt essensielt for den funksjonen som er ønsket av systemene. Det elektromagnetiske signalet er modulert med informasjon som er essensiell for mottakeren for å kunne bestemme sin posisjon ved hjelp av det. Kort sagt inneholder signalet informasjon om hvilken satellitt det kommer fra, informasjon om satellittens posisjon, og når det ble sendt. Det ligger selvfølgelig mer informasjon der, men dette er den helt essensielle informasjonen.

Det er to måter å finne avstanden mellom satellitt og mottaker på ut fra satellittenes signaler, såkalt kodemåling og fasemåling. Tiden signalet bruker på reisen fra satellitt til mottaker er det avgjørende, og det som i praksis må finnes for å bestemme avstanden. Kodemåling er basert kun på den informasjonen som er modulert på signalet, og er det som benyttes på mindre bærbare enheter som er relativt sett rimelige, det vil si klokker, mobiler osv. Sensorer basert på kodemåling utgjør sånn sett en ganske betydelig andel av brukerne av GNSS. Nøyaktigheten her er stort sett fra 5-15 meter under greie forhold (15). Nøyaktigheten kan bedres noe med dyrere mottakere (5). Denne målemetoden har imidlertid ikke vært relevant for målingene i dette prosjektet, da det her har vært krav om betydelig mer nøyaktige resultater. Vil derfor prioritere fasemåling i det resterende av dette kapittelet.

Fasemåling er vesentlig mer nøyaktig enn kodemåling, og innebærer at man gjør målinger på signalets bærebølge. For GPS er det hovedsakelig to aktuelle bærebølger i øyeblikket, L1 og L2 (L5 er i tillegg tilgjengelig fra enkelte satellitter allerede (18)). L1 og L2 har en frekvens på henholdsvis 1575.42MHz og 1227.60 MHz. Fra sammenhengen mellom frekvens og bølgelengde;

$$\lambda = \frac{c}{f}, \quad (1)$$

hvor  $\lambda$  er bølgelengden,  $c$  er lyshastigheten i vakuum og  $f$  er frekvensen, får man da at bølgelengden er tilnærmet 19 og 24 centimeter.

Målemetoden innehar dessverre en ambiguitet, som må løses for å finne avstandene man ønsker ved posisjonering. Målingen foregår ved at mottakerne lager sin egen kopi av satellittenes signaler, i tillegg til å motta satellittenes. Hvis man antar en perfekt verden med fullstendig synkroniserte klokker også videre, kan man ved hjelp av dette

finne andelen av en fase som det mottatte signalet skiller seg fra det genererte. Mottakeren kan så «låse seg» på satellittens signal, og hele tiden observere eventuelle endringer i denne faseandelen. Disse endringene vil bety at satellitt og mottaker har endret sin posisjon (avstand) relativt til hverandre. På denne måten kan man holde orden på forflytninger av mottaker, siden satellittposisjonen kan finnes relativt nøyaktig i sanntid, og veldig nøyaktig ved etterprosessering. For å finne mottakers posisjonsendring er man selvfølgelig avhengig av å måle avstanden til mer enn en satellitt. Geometrisk sett med perfekte klokker i både mottaker og satellitt trenger man målinger mot tre satellitter, en for hver dimensjon, men siden det er en klokkefeil inne i bildet trenger man i praksis målinger mot minst fire satellitter. Problemet som gir ambiguitet ved disse målingene er de hele fasene som skiller mottatt og generert signal. Disse er selvfølgelig essensielle for å kunne finne en absolutt avstand og ikke bare relativ, siden det er forskjellen i antall hele faser mellom det mottatte signalet fra satellitt og det genererte signalet i mottaker som gir det meste av avstanden mellom dem. Disse hele fasene kalles den heltallsukjente,  $N$ . Når man begynner å måle mot en satellitt er det helt umulig å vite hvor mange heltallsukjente som skiller satellitt og mottaker, og det hjelper heller ikke å måle over lengre tid; det vil kun gi den relative forflytningen/posisjonen, endringer i avstand underveis i målingen. Man må altså finne, estimere, eller på andre måter løse problemet med den heltallsukjente. Finner man den gir det seg selv at man kan være i stand til å finne veldig nøyaktige posisjoner om man har tilstrekkelige modeller for de andre feilkildene, da en hel bølgelengde som nevnt over er omtrent 19 eller 24 cm og man igjen er i stand til å måle en andel av denne veldig nøyaktig. Det finnes i dag gode metoder for å løse dette problemet, og man trenger ved målinger stort sett ikke å tenke over dette, bortsett fra at man må følge med på at man har en såkalt «fix-løsning». Dette må kontrolleres underveis i målinger, da det kan oppstå fasebrudd, hvilket innebærer at mottakeren mister signalet en liten stund, og derfor må finne den heltallsukjente på nytt. Man er med andre ord avhengig av kontinuerlige målinger for at den beregnede heltallsukjente skal være gyldig. Mister man signalet bare et lite øyeblikk på grunn av at man stiller seg inntil et tre eller lignende, kan antallet heltallsukjente ha endret seg. Dette gjelder først og fremst for RTK-målinger, siden den heltallsukjente også kan finnes gjennom etterprosessering. Løsningen for å kunne gjøre RTK fasemålinger til tross for den heltallsukjente har blant annet

sammenheng med relative målinger, og beregning av differanser på målingene, se kapittel 2.2.5 om relativ posisjonering.

Den fullstendige observasjonsligningen for en fasemåling (i meter) er gitt ved:

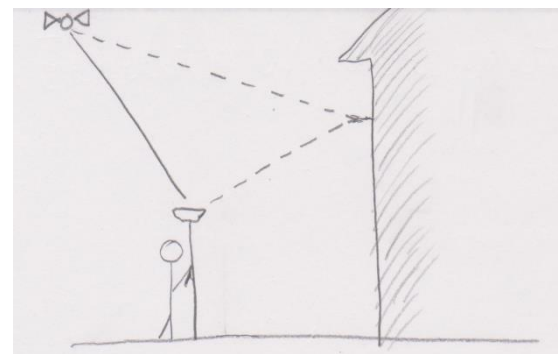
$$\Phi_{total} = \rho + c * (dt - dT) + \lambda * N(t_0) - d^{ion} + d^{trop} + d\rho \quad (2)$$

I ligningen er  $\rho$  en ukorrigert geometrisk avstandsmåling,  $c$  er lysfarten,  $dt$  og  $dT$  er klokkefeil i satellitt og mottaker,  $\lambda$  er bølgelengde,  $N(t_0)$  er den heltallsukjente ved oppstart,  $d^{ion}$  er korreksjon på grunn av ionosfæriske forhold,  $d^{trop}$  er korreksjon på grunn av troposfæriske forhold, og  $d\rho$  er satellittbanefeil. Dette leder inn på nesten kapittel, feilkilder ved GNSS.

### 2.2.4 Feilkilder

Som man ser av observasjonsligningen eksisterer det en del feilkilder ved satellittposisjonering: ionosfære- og troposfærepåvirkning på signalet, flerveisinterferens, klokkefeil i mottaker og satellitt og usikkerhet i banedata for satellitt.

Flerveisinterferens er som navnet antyder at et signal går flere veier, og interfererer med tilsvarende signal fra samme satellitt, bare forsinket. Dette vil si at mottakeren (antenna) i tillegg til å motta det signalet som kommer direkte fra satellitten, også mottar det samme signalet reflektert fra en annen gjenstand, hvilket innebærer at dette signalet har gått en



Figur 3: Flerveisinterferens

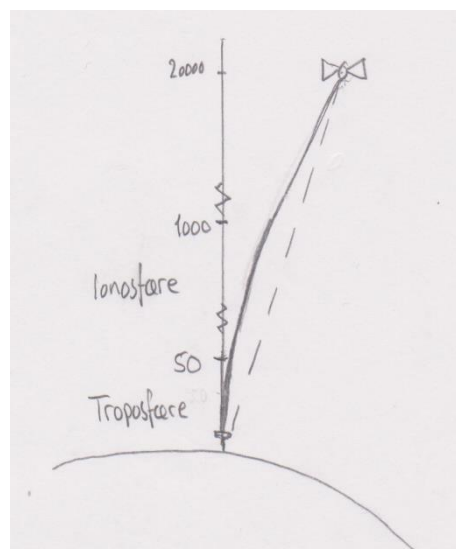
lengre vei. En lengre vei oppfattes som en større avstand til satellitten, noe som kan gi en feil i resultatene. Flerveisinterferens kan oppstå ved mange tilfeller og situasjoner, men der man står med mye bebyggelse og flater som kan reflektere signalet ned på mottakeren er man spesielt utsatt for det, noe som er illustrert i figur 3, hvor signalet reflekteres av en vegg. Dette medfører at man ved målinger som krever spesielt høy nøyaktighet må være veldig påpasselig med hvordan omgivelsene ser ut med tanke på eventuell refleksjon av signaler.

På sin vei fra satellittene til mottakerne går signalene gjennom veldig mye rom som kan antas å være lufttomt vakuum, og som dermed kan antas ikke å ha noen innvirkning på

de elektromagnetiske signalene. Imidlertid går signalene også gjennom ionosfæren (omtrent 50 til 1000 kilometer over jorda) og troposfæren (omtrent 0 til 50 kilometer over jorda), som er deler av vår atmosfære man ikke kan se bort fra i denne forbindelse (14). Disse utgjør kun rundt 5 % av den totale avstanden mellom satellitt og mottaker (5), men deres innvirkning er likevel veldig viktig å modellere for å få gode resultater, se figur 4. Ved uheldige måleforhold, det kan for eksempel være stor aktivitet i ionosfæren på grunn av solstorm (nordlys), kan avvikene bli veldig store, og resultatene veldig dårlige.

Ionosfæren består av ladde partikler, ioner og elektroner. Det er disse som påvirker GNSS-signalet. De ladde partiklene oppstår på grunn av stråling fra sola, slik at mengden partikler er høyst variabel etter solaktivitet. Dette innebærer at ionosfærens innvirkning er til dels veldig variabel, og vanskelig å modellere på en god måte. Siden effekten henger sammen med sola, er det også forskjell på påvirkning mellom natt og dag. Mengden elektroner angis i noe som kalles TEC (Total Electron Content). TEC måles ved å finne det totale antall frie elektroner i et fiktivt rør mellom satellitt og mottaker, hvor arealet av rørets tverrsnitt er en kvadratmeter ( $1 \text{ m}^2$ ) (5). Måling av TEC gis ofte i antall «TEC units» (TECU), hvor en TECU er definert som  $10^{16}$  elektroner per  $\text{m}^2$ . Ionosfærens påvirkning på signalet er avhengig av signalets frekvens, slik at den vil være forskjellig for for eksempel L1 og L2, som har forskjellig frekvens. Det benyttes i dag modeller for å minimere denne feilkilden, men feilkilden kan også elimineres gjennom å gjøre to-frekvente målinger grunnet ionosfærens frekvensavhengige påvirkning.

Troposfæren er det nederste laget av jordas atmosfære, og kan deles opp i en våt og en tørr del. Den tørre delen står for opp mot 90 % av troposfærens totale påvirkning på GNSS-signalene (14). Den våte delen er derimot vanskelig å modellere, siden den er avhengig av luftfuktigheten (været) på det aktuelle tidspunktet og stedet for en måling. Troposfærens påvirkning er i motsetning til ionosfærens påvirkning uavhengig av



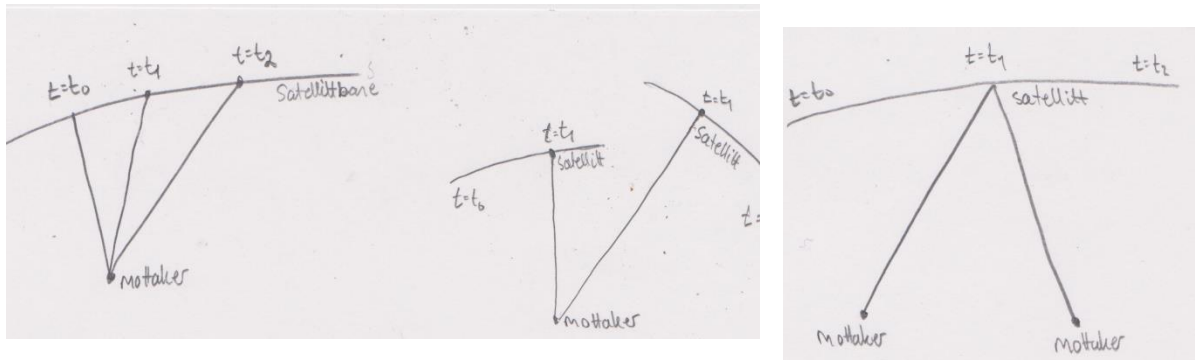
**Figur 4: Ionosfæren og Troposfæren påvirker satellittens signal. Sterkt overdrevet i figur. Basert på (5).**

signalet frekvens, så all avbøyning på samme sted og tid vil være lik for de aktuelle signalene. Dette gjør det dog ikke mulig å eliminere feilkilden ved to-frekvente målinger slik som for ionosfæren. Det finnes generelle modeller for å beregne troposfærens påvirkning på målingene, men det er som nevnt vanskelig å modellere på grunn av skifter i vær. Modellene kan dog gi bedre resultater om man foretar meteorologiske målinger under målingene som utføres, selv om heller ikke det vil gjøre modellene perfekte og eliminere påvirkningen helt.

### **2.2.5 Relativ posisjonering**

Relativ posisjonering (dGNSS, differensiell GNSS) handler om å finne posisjonen i forhold til et annet punkt. Dette har blitt en viktig del av det å gjøre målinger med GNSS, da man kan oppnå en høyere nøyaktighet med relative målinger enn ved absolutte. Dette handler mye om muligheten de relative målingene gir for å minimere eller eliminere flere feilkilder. Måler man med to eller flere mottakere innen en rimelig avstand fra hverandre vil mange av feilkildene mellom mottakere og satellitter være like, siden signalene har beveget seg gjennom tilnærmet samme rom. På grunn av dette kan man ved å plassere den ene mottakeren i et kjent punkt, la den måle kontinuerlig der, og sammenligne kjent posisjon med beregnet posisjon, estimere mange av disse feilene. Gjennom trådløs kommunikasjon over for eksempel radiolink eller GSM-/GPRS-nettet kan så disse korreksjonene oversendes til en mottaker innen rimelig avstand, og brukes til å gjøre denne mottakerens målinger betydelig bedre. Hvor nær mottakerne må være hverandre varierer noe etter hvilken metode som benyttes, men resultatene blir trolig bedre jo kortere avstand det er mellom mottakerne. Den ene mottakeren kan også være en virtuell mottaker, basert på målinger i faktiske mottakere andre steder. CPOS, som presenteres i kapittel 2.3 er en slik løsning.

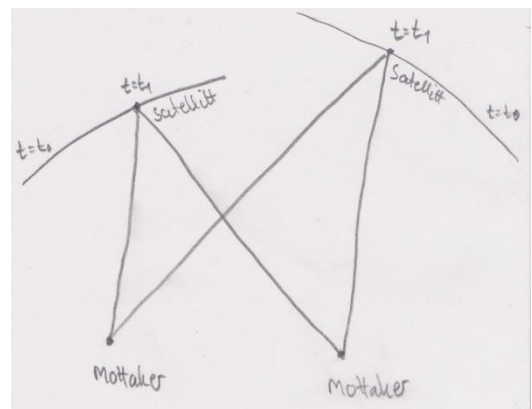
Målinger med flere mottakere gjør det mulig å beregne såkalte differanser på målingene, dette innebærer at man trekker observasjonsligninger fra hverandre. Observasjonsligningen for fasemålinger er vist i formel (2). Dette gjør at man kan minimere en del av usikkerhetene i målingene. Det er også en del av bakgrunnen til at det er mulig å gjøre RTK-målinger med fasemottakere, siden dem kan være en del av bestemmelsen av den heltallsukjente. De tre ulike differansene er kort presentert under.



**Figur 5: Illustrasjon av de ulike enkeltdifferansene. Basert på forelesningsnotater.**

Enkeldifferanser kan være i tre former. Disse er enkeldifferanse mellom to punkter i tid med en satellitt og en mottaker (lengst til venstre i figur 5), enkeldifferanse mellom to satellitter på samme tid med en mottaker (midt i figur 5), og enkeldifferanse mellom to mottakere på samme tid mot en satellitt (til høyre i figur 5). Den første typen eliminerer leddet  $\lambda * N(t_0)$  fra observasjonsligningene, siden dette leddet er felles for begge målingene. Ved den andre typen er det mottakerklokkefeilen,  $dT$ , som er felles, og dermed forsvinner. Ved den tredje typen er det satellittklokkefeilen,  $dt$ , og satellittbanefeilen,  $d\rho$ , som forsvinner på grunn av at den er felles mellom de to.

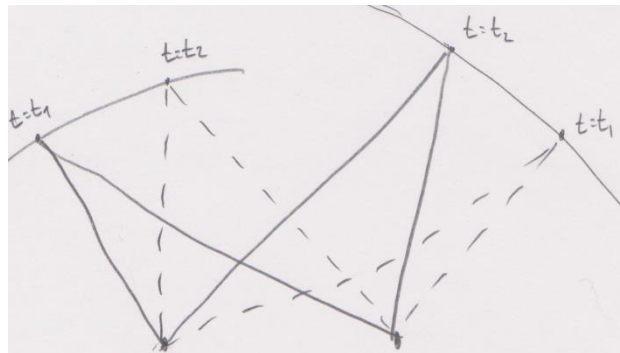
Dobbeldifferanser er satt sammen av singeldifferansene slik at man beregner differansene mellom to satellitter og to mottakere, se figur 6. Disse differansene eliminerer begge klokkefeilene,  $dT$  og  $dt$ , og satellittbanefeilen  $d\rho$ . Etter differanseberegningen står man da igjen med troposfære- og ionosfærefeil, i tillegg til den heltallsukjente. Dobbelldifferanse er det som normalt blir benyttet i baselinjeprosessering, siden det er ønskelig å beholde den heltallsukjente for at geometrien i målingen ikke skal fjernes.



**Figur 6: Illustrasjon av dobbeldifferanse. Basert på forelesningsnotater.**

Trippeldifferanse er differanse mellom to dobbeldifferanser, det vil si at to mottakere måler mot to satellitter på to forskjellige tidspunkter, illustrert i figur 7. Dette eliminerer leddet med den heltallsukjente,  $\lambda * N(t_0)$ , i tillegg til det som elimineres med dobbeldifferanser. Selv om trippeldifferansene fjerner de fleste feilene er det ikke nødvendigvis slik at den er den beste å bruke, siden den fjerner geometrien fra ligningen

ved å eliminere den heltallsukjente, noe som ikke er ønskelig for nøyaktige målinger. Trippeldifferansen kan imidlertid brukes til å beregne foreløpige, mer grove posisjoner, i tillegg til den er fin å bruke til å detektere og reparere fasebrudd, altså at mottakeren mister signalet fra satellitten. Reparasjonen går da på å finne den korrekte verdien for den heltallsukjente etter bruddet.



**Figur 7: Illustrasjon av trippeldifferanse. Basert på forelesningsnotater.**

### 2.2.6 Uavhengighet

Når man skal gjennomføre en serie målinger for å kunne få et bedre totalt resultat, er det viktig at målingene er mest mulig uavhengige hverandre. Dette gjelder også for målinger gjort med GNSS. Gjennomføres to målinger for tett på hverandre vil dem ha tilnærmet samme satellittgeometri, og dermed ha en relativ sterk korrelasjon mellom seg. Flerveisinterferensen er også til en viss grad tidsavhengig, og vil da også ha en innvirkning på målingenes korrelasjon med tanke på tid mellom dem. Spørsmålet er hvor lang pause man må ha mellom målingene for at dem skal kunne anses tilnærmet uavhengige. Dette er det blitt gjort noen studier på, og Statens Kartverk anbefaler i sin standard for satellittbasert posisjonering (9) at man for to RTK-målinger bør ha 45 minutter mellom målingene for å oppnå ønsket uavhengighet. Dette gjelder riktignok for RTK-målinger, men det kan være rimelig å anta at noe av det samme også vil gjelde mellom ulike serier av klassisk statistiske målinger, siden det i begge tilfeller er snakk om satellittmålinger med stort sett de samme faktorene som gir avhengighet. Det er imidlertid også påvist gjennom korrelasjonsanalyse at det kan være tilstrekkelig med betydelig kortere pauser (19, 20) for å oppnå en tidskorrelasjon på mindre enn 0,2. I følge disse korrelasjonsanalysene kan det være nok med en målepause på mindre enn fem minutter for å oppnå denne tidskorrelasjonen, noe som litt oppsiktsvekkende i og med at satellittkonstellasjonen endrer seg relativt lite over et så kort tidsrom.



## 2.3 CPOS

CPOS er et system laget av Statens Kartverk for å gi bedre koordinatbestemmelse ved RTK-målinger. Som navnet indikerer (CPOS er en forkortelse for centimeterposisjon), er målet med systemet å gi brukeren en posisjonskvalitet på centimeternivå (21). Tanken ved å benytte CPOS i dette prosjektet var å bestemme et par av punktenes posisjon med veldig god nøyaktighet og presisjon. Det sier seg selv at man da ønsker å komme godt ned på millimeternivå i posisjonskvalitet på de endelige koordinatene, noe som kanskje kan oppnås ved lange måleserier.

For å benytte CPOS må man tegne et abonnement hos Statens Kartverk, i tillegg til et data- og/eller telefonabonnement hos en tilbyder av dette grunnet metoden for overføring av data til roveren i felt. I tillegg må man selvfølgelig ha antenne og målebok for å henholdsvis gjøre målingene, og gjøre nødvendige beregninger og lagre dem. Selv om dette i stor grad gjør seg selv er man avhengig av en våken operatør i tillegg, som kan fange opp når noe eventuelt skjer som påvirker kvaliteten på observasjonene.

Det CPOS gjør er å opprette virtuelle referansestasjoner, såkalte VRS, som ligger maksimalt 5 km fra aktuell posisjon for måling. Opprettelsen skjer på bakgrunn av målinger gjort i et stort nasjonalt nettverk med målestasjoner, se figur 8. De virtuelle referansestasjonene vil fungere som basestasjoner, som sender korreksjoner til roveren i sanntid. Korreksjonene benyttes av roveren til å korrigere sin posisjon i forhold til rådataene, og på den måten oppnå en god nøyaktighet. Dette er tidsbesparende for brukeren, da systemet erstatter behovet for å sette opp en egen base, som ville vært alternativet. I enkelte situasjoner kan det dog være mer



**Figur 8: Figuren viser det nasjonale nettverket med målestasjoner som danner grunnlaget for CPOS. Basert på Norgeskart (2015)**

hensiktsmessig å benytte egen base, da radiolinken til denne i enkelte tilfeller er mer stabil enn datalinken hos CPOS. Det er to måter å koble seg opp til CPOS på, via GSM og internett (GPRS). Funksjonaliteten til CPOS vil derfor avhenge noe av dekningen i måleområdet. Beveger man seg utenfor den forhåndsbestemte avstanden på 5 km fra den opprettede virtuelle referansestasjonen man benytter, vil det opprettes en ny med beliggenhet nærmere ny posisjon, slik at man fortsatt er innenfor den bestemte avstanden fra en VRS. Dette gjør at kvaliteten på posisjonsbestemmelsen kan holdes relativt jevn og god. CPOS dekker stort sett hele landet, med noen unntak der det foreløpig er for store avstander mellom permanente geodetiske stasjoner. Det foregår dog stadig fortetting. (22-24)

CPOS opererer i koordinatsystemet EUREF89, så for best mulig utbytte av systemet er det ønskelig at man måler i EUREF89 med ellipsoidiske høyder (23). Ønsker man ortometriske høyder benytter man en høydereferansemodell. Høydereferansemodeller er en modell for å beregne geoidehøyder i ethvert punkt som måles, som igjen benyttes til å finne de ortometriske høydene via sammenheng forklart i kapittel 2.6.

Nøyaktigheten man oppnår ved bruk av CPOS er som nevnt på centimeternivå. I følge Statens Kartverk (22) er nøyaktigheten bedre enn 5 centimeter i grunnriss og 8 centimeter i høyde 95% av tiden, avhengig av de ytre forholdene nevnt i kapittel 2.2.4 . Dette gjelder for en enkelt måling. Målingene som ble gjennomført med CPOS her, ble imidlertid gjennomført som en lang serie med enkeltmålinger i to faste punkter. Dette gir mulighet til å bestemme punktenes koordinater med en betydelig større nøyaktighet gjennom statistiske beregninger.

Det er gjort lite tidligere undersøkelser på hvilken nøyaktighet som er mulig å oppnå ved denne typen målinger, så det er vanskelig å gjøre et forhåndsanslag av hvilken endelig nøyaktighet det er mulig å oppnå. Heller ikke Statens Kartverk selv kunne gi et godt estimat på hvilken kvalitet som kunne forventes å oppnå ved denne typen målinger. Hvis man antar et standardavvik på 5 centimeter for grunnrisskoordinatene, slik Statens Kartverk oppgir, kan man beregne et forsiktig estimat på standardavviket på gjennomsnittsverdien ved å dele det antatte standardavviket på roten av forventet antall observasjoner. Dette er i henhold til formel (11) i kapittel 3.1, og gjelder først og fremst uavhengige observasjoner. Med tanke på antall observasjoner vil jo dette være et

anslag, men kan gå ut fra observasjoner over ett døgn med epoke på 1 min, hvilket vil gi 1440 observasjoner. Ved å gjøre dette blir resultatet at man kan forvente et standardavvik på gjennomsnittet på 0,0013 meter, eller 1,3 millimeter. Det tilsvarende for høyden, med antatt standardavvik på 8 millimeter, blir 0,0021 meter, eller 2,1 millimeter. Resultatene ved et slikt måleoppsett blir riktignok ikke helt uavhengige, så anslaget blir muligens litt optimistisk. Samtidig er de antatte standardavvikene som nevnt slik at 95 % av målingene skal være innenfor dem, dette kan bety at en god del av målingene har bedre kvalitet, og at det antatte muligens kan være litt for høyt med tanke på dette oppsettet.

Statens Kartverk jobber mot et mål om å kunne gi nøyaktighet på mindre enn en cm i 95 % av tiden i fremtiden, med oppetid på 99,9 % av tiden (25). Det vil definitivt gi enda større bruksområder for CPOS og RTK-målinger. For at dette skal være mulig er det en del ting som må jobbes med og forbedres, som programvaren, høydegrunnlaget, geoidmodellen, CPOS-beregningene, stasjonsnettverket, integriteten i løsningen, og forebygge sårbarhet for ionosfæreaktivitet (25).

## **2.4 Totalstasjon**

For å bestemme nettverket av stasjonene ble totalstasjonsobservasjoner benyttet. Med totalstasjon kan man bestemme geometri i et nettverk med relativt høy nøyaktighet, spesielt over korte distanser. Derfor egnet det seg veldig bra å benytte totalstasjonen til å måle inn nettet i dette prosjektet. Det er også i forbindelse med disse målingene at behovet for gode forutbestemte koordinater for to av punktene kommer inn i bildet, da man må ha noe å «feste» observasjonene til for å få koordinater ut etter beregningene.

En totalstasjon er et instrument som måler retninger, senitvinkler og avstander. Tidligere var dette noe som krevde to instrumenter, nemlig en teodolitt og en form for avstandsmåler. Det har også her vært en stor teknologisk utvikling, hvor man har gått fra å gjøre analoge vinkelmålinger med teodolitt og målebånd til avstandsmålinger, via digitale teodolittmålinger og stadig mer avanserte elektroniske avstandsmålere, til der man er i dag med begge deler integrert i samme instrument. Kvaliteten på observasjonene har da også blitt bedre i takt med den teknologiske utviklingen, blant

annet på grunn av at man eliminerer alle menneskelige observasjonsfeil, hvilket er umulig å eliminere ved analog avlesing.

I forbindelse med observasjoner gjort med totalstasjon er det viktig å merke seg forskjellen på horisontale vinkler og retninger. Forskjellen er veldig enkel, men likevel er det lett å tenke at de to er det samme for en som ikke er kjent med den geomatiske terminologien. En vinkel er ganske enkelt differansen mellom to retninger, mens retninger er definert relativt til en nullretning (3). Senitvinkler er et vertikalt vinkelmål, hvor alle vertikale vinkler måles relativt til senit, det vil si retning rett opp. Det vil si at om man måler horisontalt vil senitvinkelobservasjonen være 100 eller 300 gon avhengig av hvilken kikkertstilling man observerer i. Det er to mulige kikkertstillinger for en totalstasjon, da man enten måler i den normale stillingen, eller snur selve «kikkerten» en halv gang om sin horisontale og vertikale akse når man måler. Tradisjonelt sett har man målt i begge kikkertstillingene ved prosjekter som krever høy presisjon, da dette reduserer eller eliminerer en del av målefeilene forbundet med totalstasjonsmålinger. Dette kalles å måle en helsats, i motsetning til å måle en halvsats, som innebærer å måle i en kikkertstilling. To målte halvsatser blir en helsats. I dag er det bygget inn flere sensorer og teknologi i totalstasjonene som skal korrigere mange av disse målefeilene automatisk, slik at behovet for å gjennomføre måling av helsatser reduseres til prosjekter som krever ekstrem kvalitet på resultatet av observasjonene. At det skal holde å gjennomføre kun måling av halvsats betinger selvfølgelig at totalstasjonen kalibreres jevnlig (3). Avstandsmålingene er såkalte skråavstander, hvor det er den faktiske avstanden langs en rett linje mellom punktene som måles.

Det er en del potensielle feilkilder ved retningsdelen av totalstasjonsmålinger. Ikke alle er som nevnt like relevante nå lenger, i og med at de moderne totalstasjonene til en viss grad er i stand til å registrere og korrigere dem selv. Flere av disse feilkildene har sammenheng med oppstillingen, disse kalles ståaksefeil, sikteaksefeil, horisontalakseskjevhet og indeksfeil (3). Skal videre forklare disse feilkildene kort. Totalstasjonens akser er illustrert i figur 9.

Ståaksefeil er en feil som kommer av at man ikke har klart å stille opp slik at totalstasjonens vertikale akse er den samme som loddlinjen. Forskjellen, eller avviket, mellom vertikalaksen og loddlinjen er det som kalles ståaksefeilen. Om totalstasjonen har innebygde kompensatorer vil ikke denne feilen påvirke målingene. Moderne totalstasjoner har dette innebygd.

Sikteaksefeil innebærer at totalstasjonens sikteakse, det vil si aksen det siktes langs, ikke står vinkelrett på horisontalaksen, slik at det siktes i en litt skjev retning, noe som har innvirkning på målinger av horisontalretninger.

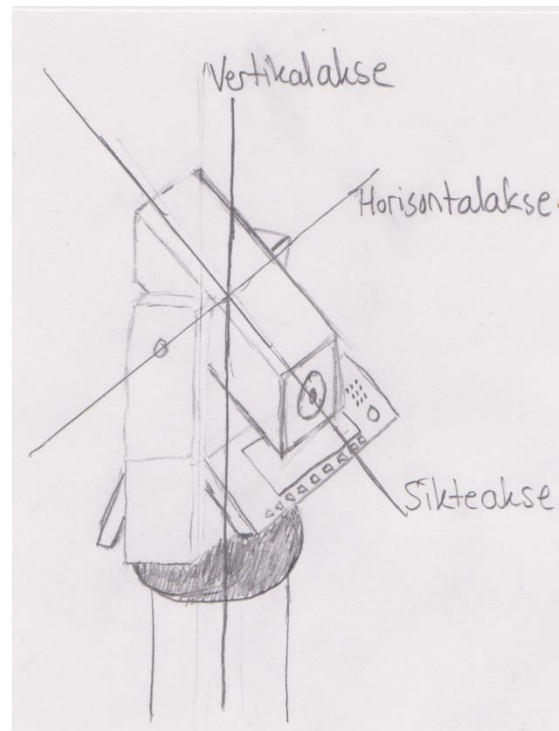
Denne feilen skyldes totalstasjonens konstruksjon, og blir da en konstant feil i betydning at konstruksjonen er konstant (med mindre den blir utsatt for uhell selvfølgelig), som er helt individuell for enhver totalstasjon. Feilen finnes ved kalibrering, og lagres som en parameter i totalstasjonen slik at alle målinger korrigeres for denne.

Horisontalakseksjevhet innebærer at totalstasjonens horisontalakse står skjevt på vertikalaksen. Dette er også en konstruksjonsmessig feil som kan finnes ved kalibrering, lagres i den enkelte totalstasjonen, og påføres målingene som korreksjoner.

Den siste mulige feilen som har direkte sammenknytning med selve totalstasjonen er indeksfeil, eller høydekollimasjonsfeil som den også kalles. Dette er en feil som kun påvirker målingen av vertikale retninger (senitvinkel), og kan forklares ved at om man måler mot et punkt i begge kikkertstillinger vil avviket fra 400 gon av målingenes sum være lik to ganger indeksfeilen. Altså:

$$\text{måling i kikkertstilling 1} + \text{måling i kikkertstilling 2} = 400 + 2 * \text{indeksfeil}$$

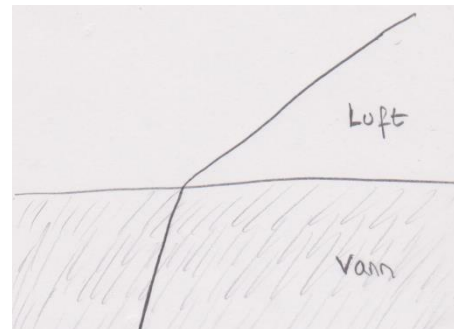
Indeksfeil kan følgelig også finnes ved en kalibrering, lagres, og korrigeres. Selv om alle disse mulige feilkildene kan finnes ved kalibrering, og korrigeres i moderne totalstasjoner, ser man også at flere av dem kan elimineres ved å måle helsatser.



**Figur 9: Illustrasjon av en totalstasjons akser. Basert på (3).**

I tillegg til de feilkildene som gjelder for selve totalstasjonen har man også noen ytre mulige feilkilder som avhenger av de aktuelle måleforholdene. De kanskje viktigste er refraksjon, eller lysbrytning, avbøyning av sikt og ting som medfører bevegelse i oppstillinga (3).

Refraksjon defineres normalt som lysbrytningen ved overgang fra et medium til et annet, for eksempel ved overgang fra luft til vann (26), se figur 10. Det påvirker imidlertid også resultatet for senitvinklene ved målinger som gjennomføres relativt lavt over bakken, fordi målestrålen da ofte passerer gjennom luft med litt forskjellig tetthet, temperatur og fuktighet. Et



**Figur 10: Refraksjon ved overgang fra luft til vann.**

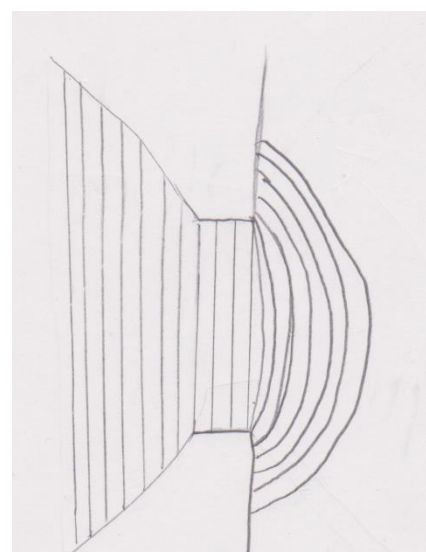
eksempel er om man måler over en vannflate, hvor det trolig er fuktigere luft, eller om man måler over en vei med varm nylagt asfalt. I (3) er det gitt en formel som kan brukes for å finne tilnærmet virkning av refraksjonen:

$$L = \frac{D_S^2 * k}{2R} \quad (3)$$

, hvor  $D_S$  er skråavstanden,  $k$  er refraksjonskoeffisienten og  $R$  er jordkrumningsradien i området. Man bruker ofte en gjennomsnittsverdi på 0.18 for refraksjonen, og 6390km for jordkrumningsradien, som er det samme som gjennomsnittlig jordradius i Norge. Ser av formelen at verdiene blir små over korte avstander.

Avbøyning av sikt er noe som skyldes såkalt diffraksjon, og forekommer om man sikter veldig nært gjenstander.

Mens refraksjonen forekommer på grunn av en endring i mediet de elektromagnetiske bølgene forflytter seg i, forekommer diffraksjon på grunn av at bølgene møter en hindring, som delvis blokkerer bølgene (27). Hindringen kan være et hjørne eller en åpning som er så liten at den hindrer lysbølgene. Man kan for illustrasjonens skyld se for seg vannbølger komme ut gjennom en mindre åpning ut i et større vann, noe som medfører at bølgene brer seg utover i 180 grader fra retningen. Dette er illustrert i



**Figur 11: Diffraksjon, bølgeavbøyning.**

Figur 11. For totalstasjonsmålinger innebærer dette at man må finne et sted å stille opp som gjør at man så langt det er mulig unngår at siktelinja delvis skjæres av en eller annen gjenstand.

Det er mye som kan medføre forstyrrelser av oppstillinga, vind og kjøretøy som passerer nært er ofte et par aktuelle eksempler. De moderne totalstasjonene har som nevnt kompensatorer, som til en viss grad skal sørge for at slike forstyrrelser ikke skal påvirke måleresultatene. Disse er dog ikke perfekte, slik at i enkelte tilfeller fungerer dem ikke slik som ønsket, noe som fører til mer ustabile målinger. Dette går da ut over nøyaktigheten. I en del av disse tilfellene kan det være vanskelig som operatør å gjøre noe med det på grunn av at vibrasjonene er uunngåelige, men uansett viser det at det er viktig å gjøre en vurdering av hvor og hvordan man skal stille opp totalstasjonen. Underlaget bør være fast og stabilt, man må vurdere eventuell trafikk og lignende, og man må se til at stativets føtter har godt feste i underlaget.

Avstandsmålingene er heller ikke fri for mulige feilkilder. En av disse er avvik grunnet trykk og temperatur. Avstandsmålingene er basert på elektromagnetiske bølger som sendes ut og mottas. Avstanden gis da grovt sett av tidsdifferansen mellom utsendelse og mottak. I forbindelse med dette kommer lufttrykk og –temperatur inn i bildet, siden dette er faktorer som påvirker bevegelsehastigheten til det elektromagnetiske signalet. Totalstasjonene er som regel kalibrert for bestemte forhold, og avvik fra disse kan gi utslag på målingene, spesielt ved lengre avstander. I (3) er det gitt en formel for beregning av denne korreksjonen i millimeter per kilometer (PPM):

$$k_{tp} = 275 - \frac{79,5 * p}{273 + t} \quad (4)$$

$p$  er trykket i hektoPascal (hPa), og  $t$  er temperaturen i °Celsius (C).

Denne formelen er laget slik at den gir en korreksjon på 0 ved trykk på 1013,25 hPa og temperatur på 20 °C. Leica bruker imidlertid 12 °C som normalverdi, så formelen må korrigeres noe ved enkle beregninger til:

$$k_{tp} = 282,643 - \frac{79,5 * p}{273 + t} \quad (5)$$

Denne formelen gir en korreksjon på 0 ved 12 °C i stedet for 20 °C.

Noen generelle nøyaktighetsmål ved måling med moderne totalstasjoner er gitt i (3). De viktigste er nøyaktigheten til en vinkelmåling og nøyaktigheten til en avstandsmåling. En generell vinkelmåling antas å ha et standardavvik på 0,5-1,5 milligon, mens en generell avstandsmåling kan antas å ha et standardavvik på 2millimeter + 2ppm (millimeter per kilometer). Dette går imidlertid stadig fremover ettersom utstyret videreutvikles. Leica gir også egne nøyaktighetsmål på sitt utstyr i utstyrets datablader. Kommer nærmere inn på det i kapittel 4.2 Det som er verdt å merke seg med dette er at standardavvikene gis for vinkelmålinger, ikke retningsmålinger. For å finne standardavviket på en retningsmåling, må man derfor benytte feilforplantningsloven. Matematisk sammenheng:  $v = r_2 - r_1$ . Dette gir dette totale differensialet:  $dv = dr_2 - dr_1$ . Feilforplantningsloven innebærer at differensialene nå erstattes med standardavvik, og alle ledd kvadreres (3):  $\varphi_v^2 = \varphi_{r_2}^2 + \varphi_{r_1}^2$ . Standardavvikene for retningsmålingene er like, noe som til slutt gir:  $\varphi_r = \frac{\varphi_v}{\sqrt{2}}$ . Antatt standardavvik på en retningsmåling blir dermed 0,4-1,1 milligon

Som med de fleste målinger innen geomatikk er det om å gjøre å få til en god overbestemmelse i det aktuelle systemet, slik at man kan gjøre en utjevning. På den måten får man muligheten til å beregne kvalitetsmål på resultatene, og ender opp med et bedre sluttresultat enn om man bare hadde målt det minste nødvendige av målinger for å bestemme systemet. Det som er ønsket å finne av observasjonene er endelige koordinater for punktene det måles mot, noe som innebærer at det man ønsker å estimere i utjevningen er indirekte observasjoner.

## 2.5 Klassisk statiske målinger

Klassisk statiske målinger med GNSS innebærer at mottakerne kontinuerlig måler rådata mot satellittene i samme posisjon over lang tid. Metoden betinger at det måles samtidig i minst to punkter med forskjellige mottakere, noe som gjør at man ved postprosessering kan beregne baselinjer mellom mottakerne som har målt samtidig. I standarden for satellittbasert posisjonering fra Statens Kartverk (9) er det anbefalt en observasjonstid på mellom 20 og 120 minutter avhengig av lengden på baselinjen som skal måles og de øvrige måleforholdene. Observerer man under 20 minutter kalles det korttids statistisk, og en litt dårligere antatt kvalitet. Tidsspennet fra 20 til 120 minutter er



stort, og som vist i (6) er det mulig å få veldig gode resultater på ned mot millimeteren i standardavvik på veldig korte baselinjer, ved samtidige målinger på omtrent 30 minutter. Det er liten grunn til å anta at dette skulle bli dårligere med lengre måleserie, men det kan heller ikke tas for gitt at det vil bli bedre. Det anbefales at det ved baselinjer kortere enn 10 kilometer måles 30-60 minutter, mens det for lengre baselinjer (10-20 kilometer) eller dårligere måleforhold økes med 50-100 % i observasjonstid (9). Standarden nevnt over (9) oppgir et nøyaktighetspotensial innen to standardavvik og 95 % på 5 millimeter + 1 PPM. PPM er en forkortelse for «parts per million», med andre ord antall millimeter per kilometer baselinje i dette tilfellet. Disse verdiene er også gitt i (28), og virker å være standarden for antatt nøyaktighetspotensial ved denne type målinger. Resultatene fra klassisk statiske målinger er baselinjer (tredimensjonale vektorer) mellom de målte punktene i et kartesisk, jordsentrisk koordinatsystem. Disse resultatene kan benyttes til å bestemme indre geometri i et nettverk veldig bra, og om et av de CPOS-målte punktene holdes fast, kan man også beregne koordinatene til de andre punktene fra de tredimensjonale baselinjene.

## **2.6 Koordinatsystemer/referansesystemer**

I forbindelse med målinger innen geodesi er det alltid viktig å ha kontroll på referansesystemene man opererer i, og ikke opererer i. Rot med referansesystemene kan skape store problemer. Et eksempel kan være om man ved bygging av ei bru har høyder angitt i det gamle høydereferansesystemet NN1954, men på den ene siden av brua behandles dataene som om dem er i det nye høydereferansesystemet NN2000, mens dem på den andre sida behandles korrekt. Forskjellen mellom de to systemene kan være på rundt 20 cm enkelte steder. Det sier seg da at dette blir problemer når man møtes på midten. Dette eksempelet er forhåpentligvis veldig urealistisk, men det understreker viktigheten av å ha kontroll på referansesystemene.

I denne oppgaven vil det være observasjoner både i UTM (CPOS og totalstasjon) og i kartesiske koordinater (klassisk statiske målinger). Dette vil si at selve basisen måles inn i UTM, som er skalerte kartplankoordinater. Dette fungerer fint for de absolutte kontroll av absolutte koordinater, siden det er greit å gjøre absolutte målinger i UTM.

Baselinjemålinger gjøres derimot i kartesiske, jordsentrerte koordinater, og det kan være greit å ha basisens relative avstander også i dette koordinatsystemet. Det er mulig å beregne totale skråavstander i UTM, som tilsvarer den tredimensjonale lengden av baselinjene, men har man alt i samme koordinatsystem kan det være mulig å gjøre sammenligninger på komponentnivå. Dette betyr at kartesiske koordinater må transformeres til UTM, med høyder som er ortometriske eller ellipsoidiske, eller koordinater i UTM må transformeres til kartesiske koordinater.

Ortometrisk høyde er høyder relatert til geoiden, mens ellipsoidiske høyder er relatert til en ellipsoide. Ellipsoidisk høyde er tett knyttet til GNSS-målinger, og for å få ortometriske høyder fra data målt med GNSS benyttes

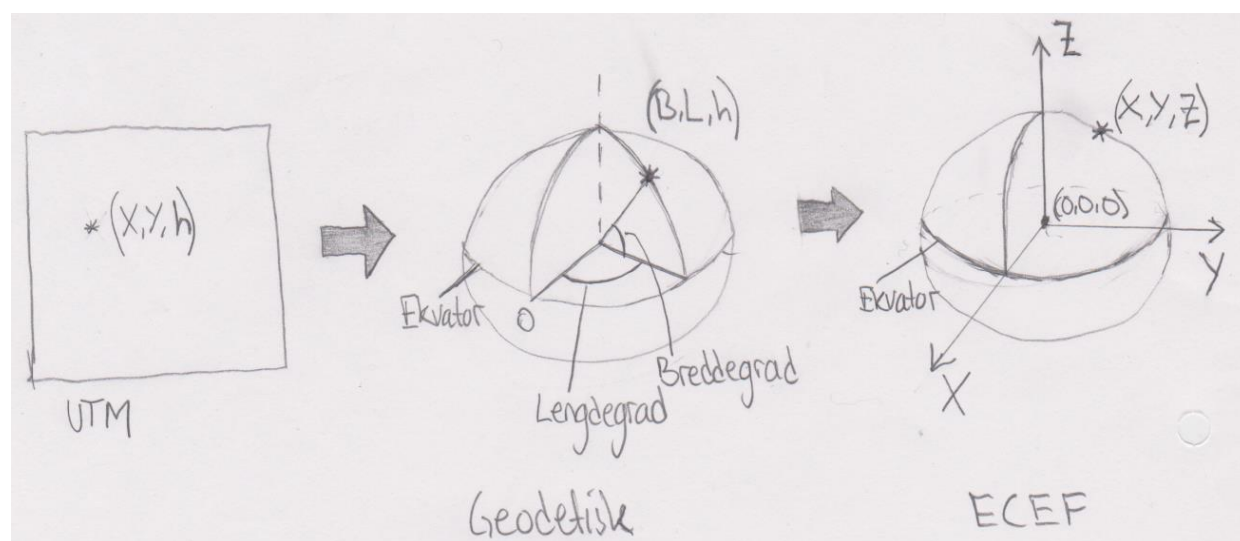


**Figur 12: Ortografisk høyde, ellipsoidisk høyde og geoidhøyde**

såkalte høydereferansemodeller som inneholder informasjon for å beregne geoidhøyden i punktet. Geoidhøyden er definert som differansen mellom geoiden og ellipsoiden, og med den beregnet kan man enkelt regne fra ellipsoidisk høyde til geoidhøyde, og omvendt. Sammenhengen mellom de forskjellige høydene er illustrert i figur 12.

Transformasjonen mellom kartesiske geosentriske koordinater (ECEF) og kartplankoordinater (UTM) gjøres via kjente formler og fremgangsmåter. I beregningene som gjennomføres i denne oppgaven regnes det imidlertid via geodetiske koordinater, det vil si lengde og bredde. Fra (14) har man formlene og fremgangsmåtene som behøves for å regne mellom ECEF og geodetiske koordinater, og mellom geodetiske koordinater og UTM. Disse blir presentert i kapittel 3.4. Figur 13 viser de forskjellige

koordinatsystemene.



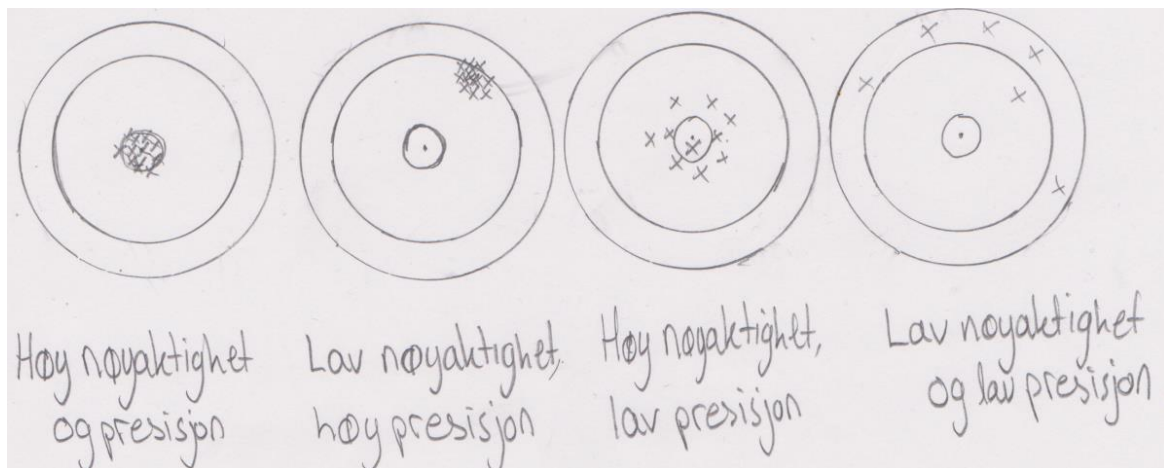
Figur 13: Transformasjon fra UTM til ECEF

## 2.7 Nøyaktighet og presisjon

I mange tilfeller ses uttrykkene nøyaktighet og presisjon på som likeverdige synonymer. Innen geodesi, og en del andre fagfelt, er ikke dette helt korrekt. Man skiller altså mellom nøyaktighet og presisjon. Presisjon har med instrumenters evne til å gjenskape måleresultater. Det vil si at en måleserie med god presisjon er en måleserie med relativt sett liten spredning mellom resultatene. Dette kan da enkelt måles ved statistiske beregninger, og vanlige mål på presisjonen er måleseriens standardavvik og varians, som sier noe om nettopp spredningen innad i serien. Dette forutsatt at man benytter måleseriens snittverdi til å beregne disse statistiske variablene. Et relativt lite standardavvik innebærer god presisjon. Et instrument med lavt antatt standardavvik kan anses som et presist instrument i forhold til andre instrumenter med høyere antatt standardavvik.

Uttrykket nøyaktighet skiller seg fra presisjonen ved at det i stedet for gjenskapssevne har med instrumentets evne til å gi måleresultater nær den reelle verdien. Dette kan også måles for hele serier ved for eksempel å beregne snittavvik fra den reelle verdien, om den er kjent. Det kan også vurderes til en viss grad ut fra de de statistiske variablene nevnt i forbindelse med presisjon, om man kjenner den reelle verdien fra før og bruker den i stedet for snittverdien til å beregne dem.

En vanlig illustrasjonsmetode på forskjellen er analogien med å skyte på blink, illustrert i figur 14, noe som ligger nært opp til det å måle enkeltmålinger på absolutt posisjon for et punkt. Har man en måleserie med både høy nøyaktighet og høy presisjon, vil det etter denne analogien innebære at man har skutt blink med veldig god samling. Har man en måleserie med høy presisjon, men lav nøyaktighet, innebærer det en god samling utenfor blinken. Lav presisjon og høy nøyaktighet vil si at de fleste resultatene fordeler seg jevnt og relativt nær blink, men med større spredning enn om man også hadde hatt høy presisjon. Lav nøyaktighet og lav presisjon innebærer stor spredning, og langt fra blink. Av disse eksemplene er selvfølgelig det første med både høy nøyaktighet og høy presisjon det man ønsker å oppnå.



**Figur 14: Illustrasjon som viser teoretisk forskjell mellom nøyaktighet og presisjon**

Hvilken presisjon og nøyaktighet det er mulig å oppnå, avhenger av utstyret man har tilgjengelig, og hvilken målemetode man velger for å gjøre målingene. Som nevnt gir relativ posisjonering de beste resultatene, og har dermed høyere presisjon og nøyaktighet enn absolutt posisjonering.

## 2.8 Utjevning av nettverk

Utjevning er hensiktsmessig å gjøre om det er en overbestemmelse i et system eller nettverk som skal beregnes. Overbestemmelse innebærer at det er målt en større mengde målinger enn det minste antall målinger nødvendig for å bestemme systemet entydig. Overbestemmelse vil derfor medføre at det innføres en flertydighet i systemet, altså at man ut fra målingene har flere mulige løsninger avhengig av hvilke målinger som benyttes. Dette er imidlertid positivt, da dette også gir mulighet til å finne kvalitetsmål

på det endelig bestemte systemet eller verdien. En gjennomsnittsverdi av mange målinger alene kan også antas å gi et resultat med bedre kvalitet enn en enkeltmåling i de fleste tilfeller, hvilket illustreres ved formlene for standardavvik og varians på gjennomsnittsverdien, formel (11) og formel (12).

Det er flere metoder for å gjennomføre en utjevning på et tallmateriale, men den trolig vanligste innen geodesi er minste kvadraters metode. Minste kvadraters metode går ut på at summen av de kvadrerte feilene, eller korreksjonene, for observasjonene skal være minst mulig, og at den beste felles løsningen er funnet når dette kravet innfris. Hver enkelt observasjons vektor må også tas hensyn til i dette regnestykket, da det kan være varierende kvalitet på forskjellige målinger avhengig av blant annet måleforhold og utstyr. Dette kan skrives slik (29):

$$\phi = w_1 v_1^2 + w_2 v_2^2 + w_3 v_3^2 + w_4 v_4^2 + \dots + w_x v_x^2 -$$

*> minimum under spesifiserte betingelser*

Her er observasjonens vekt gitt ved  $w$ , mens observasjonens korreksjon er gitt ved  $v$ . Denne matematiske presentasjonen av minste kvadraters metode danner basisen for alle beregninger og formler i metoden.

Den enkleste formen for minste kvadraters metode er når man regner ut en gjennomsnittsverdi av mange målinger av samme variabel. Summerer man kvadratet av alle avvikene fra gjennomsnittsverdien, vil det ikke være mulig å få en mindre sum enn den ved å bytte ut gjennomsnittsverdien med et annet tall. Prinsippet er det samme ved utjevning av nettverk, men beregningene blir noe mer avanserte.

En annen viktig ting å ha fokus på ved utjevningsberegninger er om man gjennomfører en fri eller tvungen utjevning. Dette har betydning for hvilke resultater utjevningen gir. Ved en fri utjevning holdes kun et minimum av nødvendige posisjoner eller retninger fast under utjevningen, mens ved tvungen utjevning kan flere posisjoner og eller retninger holdes fast. Frie utjevninger er spesielt viktige for å kunne detektere eventuelle grovfeil i målingene. Dette er mye vanskeligere om man går rett på en tvungen utjevning, med alle kjente punkter og/eller retninger holdt fast. For at en utjevning skal være fri holdes kun et enkelt punkt fast ved utjevning av GNSS-målinger, mens ett punkt og en retning holdes fast ved totalstasjonsmålinger. Dette er årsaken til

at det i denne oppgaven måles inn to punkter nøyaktig med CPOS før utjevningene foretas. Disse benyttes for å ha en fastholdt posisjon og retning en fri utjevning av totalstasjonsmålingene. På denne måten kan eventuelle målinger med indikasjon på grovfeil fjernes fra systemet, slik at resultatet for det endelige nettet blir så bra som mulig. Dette blir i denne oppgaven gjort ved hjelp av programvaren GisLine.

De to kanskje vanligste metodene er parametrisk utjevning og betingelsesutjevning (på engelsk: «parametric» og «conditional» adjustment). Begge er dog basert på den samme grunntanken, minste kvadraters metode. Det som skiller de to metodene er at ved en parametrisk utjevning har man en eksplisitt matematisk sammenheng mellom ønskede størrelser (for eksempel punktkoordinater i et nettverk) og observasjonene som er gjort, og utjevner med denne sammenhengen som grunnlag, mens ved en betingelsesutjevning har man kun observasjonene alene som en del av ligningssettet som legger grunnlaget for utjevning. Begge metodene blir benyttet i denne oppgaven. For utjevning av nettet som er målt med klassisk statiske målinger benyttes betingelsesutjevning, mens det for utjevning av totalstasjonsobservasjonene gjøres parametrisk utjevning.

## 3 Metode

I dette kapitlet vil selve metoden benyttet til beregningene blir presentert. Dette innebærer aktuelle formler og fremgangsmåter. Noe blir presentert inngående, og noe blir presentert ved nøkkelformler og referanser til tilsvarende arbeid. Spesielt gjelder det siste utjevningsprosedyren for de klassisk statiske målingene, der en del bygger på en tidligere prosjektoppgave. En del tilpasning og korreksjon har dog blitt gjort i forhold til prosjektoppgaven.

Først i dette delkapitlet vil forskjellen mellom uttrykkene presisjon og nøyaktighet omtales, deretter vil statiske mål og noe om antatt presisjon være tema, før kapitlet avsluttes med en gjennomgang av utjevningsprosedyre.

### 3.1 Nøyaktighet/presisjon

Det er i (28) gitt formler for å kunne anslå hvilken presisjon man er i stand til å oppnå ved baselinjemålinger, i denne oppgaven kalt klassisk statiske målinger. Den formelen som er aktuell for denne oppgaven er gitt ved:

$$\sigma_{baselinje} = \sqrt{2\sigma_s^2 + a^2 + (L * PPM)^2} \quad (6)$$

Variabelen  $\sigma_s$  er den tredimensjonale usikkerheten i selve oppsettet. Denne vil være forskjellig fra gang til gang avhengig av hvilken metode for oppstilling over det aktuelle punktet som benyttes, og hvor nøye denne utføres. Generelt må denne antas/estimeres fra tidligere erfaringer med tilsvarende oppstillinger. I denne oppgaven vil faste søyler

med veldig god innfesting benyttes, og denne usikkerheten vil derfor trolig bli så liten at den ikke kan sies å være signifikant. Den ses derfor bort fra i det videre.  $L$  er baselinjens lengde, mens  $a$  og  $PPM_a$  er konstanter knyttet opp mot utstyret som benyttes ved målingene og dets antatte presisjon og nøyaktighet. Formelen er altså avhengig av at man kjenner den antatte presisjonen til instrumentet man benytter. Dette kan finnes fra antatte erfaringsbaserte verdier, eller fra verdier oppgitt av instrumentets produsent. Formelen regner ut et tredimensjonalt standardavvik, og siden Leica, for eksempel, oppgir antatte standardavvik for sine GNSS-mottakere vertikalt og horisontalt hver for seg, er det nødvendig med en omskriving av formelen. I (6) er denne formelen foreslått:

$$\sigma_{baseline} = \sqrt{(a + PPM_a * L)^2 + (b + PPM_b * L)^2} \quad (7)$$

Her er  $a$  og  $PPM_a$  knyttet til de horisontale usikkerhetene, men  $b$  og  $PPM_b$  er knyttet til den vertikale usikkerheten.

En del statistiske mål er selvfølgelig i beregninger mot enhver måleserie. En del av dem er også en nødvendig forutsetning for å kunne gjennomføre en utjevning (29), noe som er viktig i bearbeidingen av målingene. I det følgende blir de viktigste presentert.

Gjennomsnittlig verdi:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (8)$$

Formelen beregner den gjennomsnittlige verdien av alle enkeltmålingene som utgjør en måleserie.  $n$  er antall observasjoner, og  $x_i$  er observasjon nummer  $i$ .

Varians:

$$\hat{\sigma}_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (9)$$

Denne formelen beregner variansen til en måleserie, og er som man ser avhengig av at seriens gjennomsnittsverdi er beregnet forut. Man kan fra formelen også se at variansen i stor grad er basert på differansen mellom de forskjellige faktiske observasjonene og gjennomsnittsverdien til observasjonene, og sier noe om dette forholdet.

Standardavvik:

$$\hat{\sigma}_x = \sqrt{\hat{\sigma}_x^2} \quad (10)$$



Formelen beregner standardavviket til måleserien. Standardavviket er som man ser sterkt avhengig av variansen per definisjon, og er dermed også en størrelse som sier noe om forholdet mellom de faktiske observasjonene og observasjonenes gjennomsnittsverdi.

I praksis er det ofte gjennomsnittsverdien fra målingene man er interessert i å ta med seg videre, og det er dermed også den man ønsker statistiske mål på. Siden gjennomsnittsverdien er basert på et større antall målinger enn en enkeltmåling, er det også rimelig å tro at standardavviket og variansen skal være mindre. Dette er også tilfelle.

Standardavvik på gjennomsnittsverdien:

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \frac{\hat{\sigma}_x}{\sqrt{n}} \quad (11)$$

Varians på gjennomsnittsverdien:

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}}^2 = \frac{\hat{\sigma}_x^2}{n} \quad (12)$$

Kovarians og korrelasjon er to forskjellige mål på hvordan forskjellige observerte variable er avhengige av hverandre. Dette måles i praksis gjennom at det blir beregnet mål på i hvor stor grad de forskjellige observasjonsvariable tenderer til å følge hverandres variasjon og endring. Forskjellen mellom kovariansen og korrelasjonen er at kovariansen har en benevnelse, mens korrelasjonen er enhetsløs. Dette medfører at de to får tallmessig ganske forskjellige resultater, selv om de i bunn og grunn måler det samme. Begge gis som regel i form av matriser.

Kovariansen til to observasjoner er gitt ved:

$$\hat{\sigma}_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n ((x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})) \quad (13)$$

Korrelasjonen eller korrelasjonskoeffisienten til to observasjoner er gitt ved:

$$r_{xy} = \frac{\hat{\sigma}_{xy}}{\hat{\sigma}_x * \hat{\sigma}_y} \quad (14)$$

Fra formel (14) ser man at korrelasjonen er en skalert versjon av kovariansen.

Målingene i dette prosjektet er av relativ høy presisjon og nøyaktighet, noe som vil føre til at kovariansene blir veldig små siden differansen mellom målt verdi og gjennomsnittlig verdi er liten. Korrelasjonskoeffisientene derimot vil alltid ligge mellom -1 og 1 avhengig av variablenes korrelasjon. Tenderer de observerte variablene til å variere tilsvarende hverandre, det vil si at de har tendens til å øke samtidig og synke samtidig, vil korrelasjonskoeffisienten være høy og ha en verdi i nærheten av 1. Tenderer dem til å varierer motsatt av hverandre vil derimot korrelasjonskoeffisienten ligge i nærheten av -1. Er korrelasjonskoeffisienten i nærheten av 0 kan de observerte variablene antas å være uavhengige (30). Det er derfor lettere å oppdage eventuelle avhengigheter ved å se på en korrelasjonskoeffisientsmatrise. Dog er det viktig å poengtere at korrelasjonskoeffisienten først og fremst er sensitiv for lineære avhengigheter, slik at om korrelasjonskoeffisienten er 0, kan det fortsatt være ikke-lineære sammenhenger i datasettet.

### **3.2 Grovfeilttest av måledata fra CPOS og klassisk statistisk**

Ved målinger over lang tid vil det alltid kunne oppstå problemer med enkelte observasjoner underveis, slik at det må gjøres et grovfeilsøk på dataene. Problemene kan skyldes mye, men kan være alt fra at datalinken har gått ned, til at en fugl eller lignende har satt seg på antenna en gang i løpet av døgnet. I dette tilfellet ble det for CPOS-måledataene gjort et mer eller mindre manuelt grovfeilsøk, hvor observasjoner ble sortert ut etter bestemt kriterier satt på forhånd. For det første ble alle målinger målt uten fix fjernet, altså observasjoner uten heltallsløsning. Videre har Leica et eget mål på nøyaktighet for hver enkelt observasjon, som kalles 3DCQ. Det ble satt en grenseverdi for denne på ti cm, slik at alle observasjoner med en 3DCQ-verdi større enn ti cm ble fjernet. Denne verdien er ikke nødvendigvis det beste målet på en observasjons nøyaktighet siden den tenderer til å være litt overoptimistisk, som vist ved (31), men er den relativt sett høy er det trolig en indikasjon på at noe er galt med observasjonen. Til slutt ble alle observasjoner hvor absoluttverdien av standardiserte residualer var større enn  $k=3,29$  fjernet. K-verdien er et bestemt antall standardavvik, og avhenger i tillegg til

antall frihetsgrader av hvilken teststyrke,  $p$ , man velger, det vil si strengt man skal kutte målinger. I dette tilfellet ble en teststyrke på  $p=0,001$  valgt. K-verdien blir hentet fra tabell for normalfordeling, som disse målingene kan tilnærmes på grunn av det store antallet målinger. Grovfeiltesten av måledataene fra de klassiske statistiske målingene ble gjennomført tilsvarende det siste steget i grovfeiltestingen av CPOS-måledataene, med unntak av forskjellig k-verdi ( $k=3,46$ ) grunnet noe mindre overbestemmelse i hver målesesjon. K-verdien for de klassiske målingene ble også hentet fra tabell.

### **3.3 Utjevning/resultatberegning**

Dette underkapittelet presenterer fremgangsmåtene som ble benyttet for å beregne resultatene i oppgaven. For både totalstasjonsmålingene og de klassisk statistiske målingene er en nettverksutjevning nødvendig. Selv om det blir noen forskjeller på grunn av at man ved de klassisk statistiske målingene observerer den variabelen man søker direkte (baselinjer), i stedet for indirekte som for totalstasjonsmålingene, er grunnteorien bak begge utjevningene den samme og det er generelt mye likt. Hovedforskjellen blir hvordan normalligningene/betingelsesligningene, og dermed designmatrisa settes opp. Går mest grundig gjennom fremgangsmåten for utjevning av de klassisk statistiske målingene da det i forbindelse med oppgaven er skrevet et eget program for dette, mens utjevningen av totalstasjonsmålingene ble gjort i GisLine sin utjevningsmodul.

#### **3.3.1 CPOS**

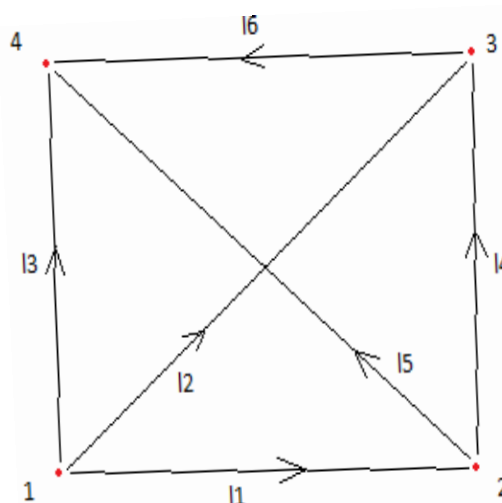
De endelige verdiene kan fastsettes gjennom statistiske beregninger. Dataene man har er mange absolutte posisjonsmålinger i en lang serie, og det er den absolutte posisjonen som er interessant i denne forbindelse. Derfor er utjevning av observasjonene i den vanlige forståelsen av det ikke aktuelt her, slik det er for de to andre metodene benyttet her. Likevel tilfører alle målinger mer enn den ene som trengs for å fastsette posisjonen overbestemmelse i måleserien, så med lange måleserier vil man i og for seg oppnå stor overbestemmelse. Det er dette som gjør at det kan være mulig å totalt sett oppnå veldig gode resultater ved denne fremgangsmåten. Selv om det ikke gjennomføres en utjevning i den vanligste betydningen av ordet, da det ofte er knyttet opp mot nettverk, blir en beregning av gjennomsnittsverdiene fra de lange måleseriene en type utjevning

av de absolutte posisjonene. Etter beregning av gjennomsnittsverdiene, kan ønskede grunnleggende statistiske mål på koordinatene og måleseriene beregnes med formel (9) til formel (14) i kapittel 3.1.

### 3.3.2 Klassisk statistisk

Ligningssettet ved betingelsesutjevning består kun av observasjonene som er gjort. I tilfellet for denne oppgaven vil det si baselinjemålingene fra de klassisk statistiske målingene. Fra det konstruerte nettet, og observasjonene av nettet, settes det opp betingelsesligninger, og det er totalen av alle de uavhengige betingelsesligningene til systemet som er grunnlaget for utjevningen.

Et nett er vist i figur 15, dette er ikke helt identisk med det faktiske nettet i denne oppgaven, men for praktiske formål tilsvarende. Det er tegnet slik for å gjøre ting klarere for leseren, nettet i oppgaven består av de samme punktene og baselinjene, men har en annen form. Fra dette nettet av baselinjer kan det lages lukkede sløyfer. Siden baselinjene er vektorer med retning, legger



Figur 15: Baselinjenett.

man til baselinjer som går i «sløyferetningen», og trekker fra de som går motsatt vei. Dette innebærer at summen for hver slik sløyfe i teorien skal bli null, og det er nettopp dette som er betingelsen nettet utjevnes under. Hver enkelt sløyfe gir en betingelsesligning.

Antallet betingelsesligninger som er nødvendige avhenger av nettet som skal utjevnes. Man skal sette opp så mange ligninger som mulig, uten at noen av dem kan utledes fra noen av de andre. Med andre ord skal ligningene være uavhengige. Antallet mulige uavhengige ligninger for et nett blir kalt nettets redundans,  $r$ , og beregnes ved å trekke det minimum antall nødvendige observasjoner for unik bestemmelse av nettet fra det totale antall observasjoner gjennomført. For å bestemme nettet i figur 15 unikt trengs kun tre baselinjer, hver bestående av tre komponenter (X-, Y- og Z-retning), altså ni observasjoner. Som man kan se av figuren er det derimot målt seks baselinjer. Dette gir en redundans på tre baselinjer, eller 9 baselinjekomponenter. Det kan med andre ord

settes opp 9 uavhengige betingelsesligninger i denne oppgaven, om man ser på det komponentvis. De forenklede betingelsesligningene benyttet i denne oppgaven er presentert under:

$$1: l_1 + l_4 + l_6 - l_3 = 0$$

$$2: l_1 + l_4 - l_2 = 0 \quad (15)$$

$$3: l_1 + l_5 - l_3 = 0$$

Kaller dem de forenklede betingelsesligningene på grunn av at hver av disse betingelsesligningene kan deles opp i tre, en for X-retning, en for Y-retning, og en for Z-retning.

Fra betingelsesligningene settes designmatrisa ( $A$ ) opp. Her vil det bli en rad for hver betingelsesligning, og en kolonne for hver observasjon i nettet. Designmatrisa til de forenklede betingelsesligningene i denne oppgava blir:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Et positivt ett-tall indikerer at baselinja er med i den aktuelle betingelsesligninga, og har positivt fortegn, et negativt ett-tall indikerer at baselinja er med i den aktuelle betingelsesligninga med negativt fortegn, mens 0 indikerer at baselinja ikke er med i den aktuelle betingelsesligninga. Ser dermed at øverste rad i designmatrisa står til første betingelsesligning.

Den venstre siden av betingelsesligningene er nå representert i designmatrisa. Den høyre siden, selve betingelsen, er derimot ikke behandlet ennå. Denne spiller selvfølgelig også en viktig rolle i utjevningen. Selve betingelsene legges inn i en vektor,  $d$ . Den aktuelle vektoren for denne oppgaven blir:

$$d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Alle betingelsesligningene skal summere til null, derfor blir alle komponentene i vektoren null.

Denne vektoren brukes bare indirekte i utjevningen. Fra (29) finner man sammenhengen mellom denne vektoren, og den vektoren som er en direkte del av selve utjevningen,  $f$ . Denne er:

$$f = d - A * l \quad (16)$$

Vektoren  $l$  består av observasjonene. Det vil i denne oppgaven si gjennomsnittet av baselinjene som måles i en serie. Det  $f$  da inneholder er differansen mellom den teoretiske summen av betingelsesligningene,  $d$ , og de faktiske summene av bevegelsesligningene, som er det man finner ved å beregne  $A * l$ . Siden det er lite trolig at de faktiske summene blir akkurat null på grunn av standardavvikene på målingene, blir det sannsynligvis et avvik her.

Det er mange forskjellige måter å bestemme observasjonenes innbyrdes vekter. To av disse er vist i de to sammenhengene under. Sammenhengene er gitt i (29, 32).

$$W = Q^{-1} \quad (17)$$

$$W = C^{-1} \quad (18)$$

$W$  er vektmatrisa,  $Q$  er kovariansmatrisa til observasjonene, og  $C$  er kovariansmatrisa til observasjonene. Disse kan finnes fra de statistiske formlene i kapittel 3.1. Vektene blir ikke de samme uavhengig av hvilken fremgangsmåte man benytter for å finne dem, men vekter er relative størrelser innad i settet av observasjoner, så det er det innbyrdes forholdet mellom observasjonenes vekter som er det viktige.

Minste kvadraters metode av det systemet som nå er skissert vil innebære at metoden beregner systemet på en slik metode at det tilfredsstillt betingelsesligningenes betingelse, samtidig som summen av de kvadrerte feilene/korreksjonene blir minimal. Dette er i henhold til det som står i kapittel 2.8. Korreksjon og feil er like størrelser med motsatt fortegn, men konvensjonen benytter korreksjonen, eller residualene,  $v$  i disse beregningene.

Fra betingelsen:

$$\phi = w_1 v_1^2 + w_2 v_2^2 + w_3 v_3^2 + w_4 v_4^2 + \dots + w_x v_x^2 \rightarrow$$

*minimum under spesifiserte betingelser,*

utledes et formelapparat og fremgangsmåten for utjevningeberegningen. Utledningen vises på en god måte i (29). Utledningen resulterer i en ligning for de endelige residualene på observasjonene, og det er beregningen av disse som er utjevningen.

Residualene finnes ved:

$$\mathbf{v} = \mathbf{QA}^T \mathbf{W}_e \mathbf{f} \quad (19)$$

I formelen er det en ny variabel,  $\mathbf{W}_e$ . Denne er gitt ved:

$$\mathbf{W}_e = \mathbf{Q}_e^{-1} = (\mathbf{AQA}^T)^{-1} \quad (20)$$

Denne formelen benytter feilforplantningsloven til å beregne vektene (og kofaktormatrisa) til et sett ekvivalente observasjoner, betegnet med subskript e. de ekvivalente observasjonene er de faktiske summene av betingelsesligningene innsatt måleresultatene.

Residualene benyttes til å beregne utjevnete observasjoner ved formelen

$$\hat{\mathbf{l}} = \mathbf{l} + \mathbf{v} \quad (21)$$

, hvor  $\hat{\mathbf{l}}$  er de utjevnete observasjonene og  $\mathbf{l}$  er de opprinnelige observasjonene. Fra denne ligningen kommer det også tydelig frem at residualene er korreksjoner på observasjonene, hadde man beregnet feilene i stedet måtte fortegnet blitt endret.

Etter utjevningen kan viktige statistiske verdier på det utjevnete systemet beregnes (29, 32). Kofaktormatrisa til de utjevnete observasjonene er gitt ved

$$\mathbf{Q}_{\hat{\hat{t}}} = \mathbf{Q} - \mathbf{QA}^T \mathbf{W}_e \mathbf{AQ} \quad (22)$$

Fra denne kan også kovariansmatrisa finnes fra sammenhengen mellom kovariansmatrise, kofaktormatrise, og standardavviket på vektsenheten.

$$\mathbf{C}_{\hat{\hat{t}}} = \sigma_0 \mathbf{Q}_{\hat{\hat{t}}} \quad (23)$$

Standardavviket på vektsenheten,  $\sigma_0$ , er gitt ved

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{W} \mathbf{v}}{n-e}} = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{W} \mathbf{v}}{r}} \quad (24)$$

Dette kan brukes til å beregne standardavvik på hver enkelt komponent av hver baselinje, og fra dem igjen kan et totalt standardavvik på hver baselinje etter utjevning

beregnes. Dette gjøres ved hjelp av feilforplantningsloven, og fremgangsmåten er utledet og presentert i (6).

Grunnlaget for beregningen er den matematiske sammenhengen mellom lengden av hver enkelt av baselinjas komponenter, og den totale lengden av baselinja. Denne sammenhengen er:

$$f(x, y, z) = b = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (25)$$

Ved å beregne det totale differensial av denne sammenhengen kommer man frem til en designmatrise,  $\mathbf{A}_2$ , hvor variablene er de utjevnete komponentene til hver baselinje. Utledningen er vist i (6), resultatet er presentert under i formel (26).

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} & \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} & \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \end{bmatrix} \quad (26)$$

Hver baselinje har en egen tilhørende  $\mathbf{A}_2$ -matrise.

Kovariansmatrise for en full baselinje kan deretter beregnes ved feilforplantningsloven på matriseform. Variansen til en baselinje  $b$  er gitt ved:

$$\sigma_b^2 = \mathbf{A}_b * \mathbf{C}_{ll}^b * \mathbf{A}_b^T \quad (27)$$

Variabelen  $\mathbf{C}_{ll}^b$  er en submatrise av den fulle kovariansmatrisa, og er den delen av den som er knyttet til baselinje  $b$ . I praksis betyr det at hver baselinje har en 3\*3 kovariansmatrise som en submatrise i den totale kovariansmatrisa. For den første baselinja ligger denne i øvre venstre hjørne av den totale kovariansmatrisa, og for den sjette, og siste baselinja, ligger den i nedre høyre hjørne. De andre baselinjene har sine tilsvarende kovariansmatriser i rekkefølge langs den totale kovariansmatrisas diagonal.

Resultatet av beregningen av formel (27) gir variansen til en baselinje, hvor alle kovarianser mellom komponentene er reflektert i resultatet. Dette gjøres for alle seks baselinjene i nettet.

Standardavviket til hver enkelt baselinje kan så finnes ved å beregne kvadratroten av variansen.

$$\sigma_b = \sqrt{\sigma_b^2} = \sqrt{\mathbf{A}_b * \mathbf{C}_{ll}^b * \mathbf{A}_b^T} \quad (28)$$



### 3.3.3 Totalstasjon

Utjevningen av målingene gjort med totalstasjon ble gjennomført i GisLine sin utjevningsmodul med utgangspunkt i de to punktene målt inn med CPOS. Det ene punktet ble satt fast i grunnriss og høyde, mens det andre ble satt fast i grunnriss, men ikke høyde. Utjevningen gjøres med målestokk som tilleggsukjent. Dette for å få en kontroll av at det ikke er forskyvninger i systemet på grunn av målestokk. Den målestokken som eventuelt måtte finnes kan korrigeres ved å flytte det punktet som er festet kun i grunnriss så mye i aktuell retning (mot eller fra det faste punktet) at målestokken ikke er signifikant lengre. Denne fremgangsmåten tilsvarer en fri utjevning, siden ett punkt og en retning er holdt fast. Gjennom den frie utjevningen får man tilbakemelding om eventuelle mulige observasjoner med grovfeil, noe som er veldig nyttig, slik at disse blir fjernet før en ny utjevningstest. Når man er sikker på at grunnlaget er feilfritt, kan man i teorien gjøre en tvungen utjevning, siden eventuelle feil ikke kan ødelegge utjevningen lengre.

Eksakt hvordan beregningene gjøres i GisLine, det vil si på formelnivå, vil ikke bli vist her, da det vanskelig kan beskrives sikkert. I stedet blir det en grovere beskrivelse av fremgangsmåten basert på GisLine sin hjelpefunksjon og (32). Dette medfører at det blir en mer generell presentasjon av minste kvadraters metode enn i kapittel 3.3.2, der det ble veldig spesielt mot den eksakte situasjonen.

GisLine gjennomfører minste kvadraters metode ved først å sette opp feilligninger til systemet. Dette gjøres ut fra de målte retningene og avstandene, som kombineres til et feilligningssystem. Generelt kan feilligningene defineres som i formel (...).

$$l_i + \hat{v}_i = F_i(X_1, X_2, \dots, X_e, c) \text{ med vekt } p_i \quad (29)$$

Dette kan skrives om til

$$\hat{\mathbf{V}} = \mathbf{AX} - \mathbf{F} \quad (30)$$

på matriseform, hvor  $\mathbf{A}$  er designmatrisa hvor sammenhengen mellom de ukjente blir gjenspeilet. I en del notasjoner benyttes  $\mathbf{l}$  i stedet for  $\mathbf{F}$ .

Kriteriet for minste kvadraters metode, at feilkvadratsummene skal bli så små som mulig med hensyn på sine vektorer, kan skrives som

$$\sum p\hat{v}\hat{v} = \text{minimum}. \quad (31)$$

På matriseform:

$$\hat{V}^T P \hat{V} = \text{minimum}, \quad (32)$$

hvor  $P$  er vektmatrisa.

Denne formelen,  $\hat{V}^T P \hat{V}$ , deriveres med hensyn på de ukjente,  $X$ , for å finne en formel hvor kravet om at summen skal være minimal innfris. Dette resulterer etter en del utledning i det som kalles normalligningssystemet:

$$X = (A^T P A)^{-1} * (A^T P F) \quad (33)$$

Normalligningssystemet er på mange måter «hjertet» i minste kvadraters metode, da resultatet av å beregne normalligningene er korreksjonene på de foreløpige verdiene til de ukjente. Dette beregnes iterativt, slik at nye korreksjoner på de foreløpige verdiene beregnes helt til korreksjonene er mindre enn et satt grensenivå. Er de matematiske sammenhengene lineære i utgangspunktet holder det med en iterasjon.

Ut fra referanseverdier eller gitte verdier, beregnes og påføres også enkelte korreksjoner på målingene av programmet. Dette gjelder for eksempel korreksjon for prismekonstanten, korreksjon for refraksjon, eller for atmosfæriske forhold i forbindelse med elektroniske avstandsmålinger, om nødvendig informasjon er gitt.

Totale baselinjer fra de beregnede koordinatene blir funnet ved å ta differanser av koordinatkomponentene, og benytte pytagoras for å regne ut den totale differansen. UTM-koordinater er skalert, så lengdene beregnet fra de koordinatene må skaleres. Skaleringsfaktoren er avhengig av østverdien til koordinaten, og kan i følge (33) for korte avstander beregnes fra formel (34).

$$m_k = 0.9996 * \left(1 + \frac{(E_m - 500000)^2}{2R_m^2}\right) \quad (34)$$

, hvor  $E_m$  er midlere østkoordinat og  $R_m$  er midlere jordkrumningsradius.

### 3.4 Koordinatsystemer

Å beregne ECEF-koordinater fra geodetiske koordinater kan gjøres rett frem med disse formlene:

$$\begin{aligned} X &= (N + h) * \cos(\varphi) * \cos(\lambda), \\ Y &= (N + h) * \cos(\varphi) * \sin(\lambda), \\ Z &= \left( \frac{b^2}{a^2} * N + h \right) * \sin(\varphi), \end{aligned} \quad (35)$$

hvor  $N$  er perpendikulærkrumningsradiusen gitt ved:

$$N = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 * \cos(\varphi)^2 + b^2 * \sin(\varphi)^2}} \quad (36)$$

Bredde- og lengdegrad er gitt ved henholdsvis  $\varphi$  og  $\lambda$ , men høyden  $h$  er ellipsoidisk. Koeffisientene  $a$  og  $b$  er knyttet opp mot den aktuelle ellipsoiden, og kalles ellipsoideparametre. Disse beskriver ellipsoidens form, ved at dem inneholder aksenes lengder.

Å regne andre veien er litt vanskeligere, siden både formlene for  $X$  og  $Y$  avhenger av både breddegrad, lengdegrad og høyde, men formelen for  $Z$  avhenger av både høyde og breddegrad. Lengdegraden kan finnes enkelt fra sammenhengen

$$\tan(\lambda) = \frac{Y}{X}, \quad (37)$$

hvor  $X$  og  $Y$  er gitt i formel (35).

Det løser imidlertid ikke problemet for breddegrad og høyde, men dette kan blant annet løses gjennom iterative beregninger av breddegraden, som deretter kan benyttes til å beregne den ellipsoidiske høyden. Den iterative prosessen kan kort oppsummeres slik stegvis (14):

Trinn 1: Beregne

$$p = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (38)$$

Trinn 2: Beregne en tilnærmet verdi for breddegraden ved

$$\tan_{\varphi(0)} = \frac{Z}{p} (1 - e^2)^{-1} \quad (39)$$

Trinn 3: Beregne en tilnærmet verdi for den perpendikulærkrumningsradiusen ved

$$N_{(0)} = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 * \cos(\varphi_{(0)})^2 + b^2 * \sin(\varphi_{(0)})^2}} \quad (40)$$

Trinn 4: Beregne (foreløpig) ellipsoidisk høyde ved

$$h = \frac{p}{\cos\varphi_{(0)}} - N_{(0)} \quad (41)$$

Trinn 5: Beregne forbedret verdi for breddegraden ved

$$\tan\varphi = \frac{Z}{p} \left(1 - e^2 * \left(\frac{N_{(0)}}{N_{(0)}+h}\right)\right)^{-1} \quad (42)$$

Trinn 6: Sjekk om det behøves ytterligere iterasjon ved å sammenligne differanse mellom tilnærmet verdi og forbedret verdi for breddegraden opp mot ønsket kvalitet. Her kan man altså selv avgjøre hvor liten forbedringen fra iterasjon til iterasjon skal være før beregningene avsluttes. Hvis kvalitetskravet ikke er oppnådd etter en iterasjon settes  $\varphi_{(0)} = \varphi$ , og iterasjonen gjentas fra trinn 3 med den forbedrede breddegraden fra forrige iterasjon som tilnærmet breddegrad. Etter siste iterasjon har man beregnet breddegrad, lengdegrad og ellipsoidisk høyde i det aktuelle punktet, med ønsket kvalitet. Det eksisterer flere andre metoder for å gjøre denne beregningen, både direkte formler, tilnærminger og andre iterative løsninger. De kan være like gode som den som er tatt med her, selv om denne skal være den mest brukte (14). I dette prosjektet er metoden over blitt testet mot Vermeilles metode (34), med veldig små resultater. Størrelsen på differansene var i størrelsesorden  $10^{-11}$  for breddegrad,  $10^{-15}$  for lengdegrad, og  $10^{-5}$  for ellipsoidisk høyde.

Den andre delen av koordinatberegningene, beregninger mellom geodetiske koordinater og UTM-koordinater kan gjøres via rekkeutvikling. Dette er vist og forklart i både (2) og (14). Formlene er gjengitt under.

Først kommer de rekkeutviklede formlene for å beregne UTM-koordinater fra geodetiske koordinater, det vil si at bredde- og lengdegrad er kjent.

$$y = B(\varphi) + \frac{t}{2} * N * \cos^2(\varphi) * l^2 + \frac{t}{24} * N * \cos^4(\varphi) * (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) * l^4 + \frac{t}{720} * N * \cos^6(\varphi) * (61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 - 330t^2\eta^2) * l^6 + \frac{t}{40320} * N * \cos^8(\varphi) * (1385 - 3111t^2 + 543t^4 - t^6) * l^8 + \dots \quad (43)$$

$$x = N * \cos(\varphi) * l + \frac{1}{6} * N * \cos^3(\varphi) * (1 - t^2 + \eta^2) * l^3 + \frac{1}{120} * N * \cos^5(\varphi) * (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58t^2\eta^2) * l^5 + \frac{1}{5040} * N * \cos^7(\varphi) * (61 - 479t^2 + 179t^4 - t^6) * l^7 + \dots \quad (44)$$

Variablene  $N$  og  $\varphi$  har samme betydning som tidligere, nemlig breddegrad og perpendikulærkrumningsradius. Resterende variable er nye, og listet opp under. Noen av variablene er rett og slett hjelpevariable som gjør det enklere å lese hovedformlene.

$$\eta = \frac{\cos(\varphi)}{b} \sqrt{a^2 - b^2} \quad (45)$$

$$t = \tan(\varphi) \quad (46)$$

$$l = \lambda - \lambda_0 \quad (47)$$

$\lambda_0$  – lengdegraden til sentralmeridianen i området (for Trondheimsområdet er denne 9, midt i UTM-sona som går fra 6 grader øst til 12 grader øst, og som inneholder Trondheimsområdet).

$B(\varphi)$  er noe som kalles buelengden til meridianen. Dette vil si den ellipsoidiske avstanden fra ekvator til det aktuelle punktet langs meridianene. Denne beregnes utenom med en egen rekkeutvikling (14):

$$B(\varphi) = \alpha * (\varphi + \beta * \sin(2 * \varphi) + \gamma * \sin(4 * \varphi) + \delta * \sin(6 * \varphi) + \varepsilon * \sin(8 * \varphi) + \dots), \quad (48)$$

hvor

$$\alpha = \frac{(a+b)}{2} \left( 1 + \frac{1}{4} * n^2 + \frac{1}{64} * n^4 + \dots \right),$$

$$\beta = -\frac{3}{2} * n + \frac{9}{16} * n^3 - \frac{3}{32} * n^5 + \dots,$$

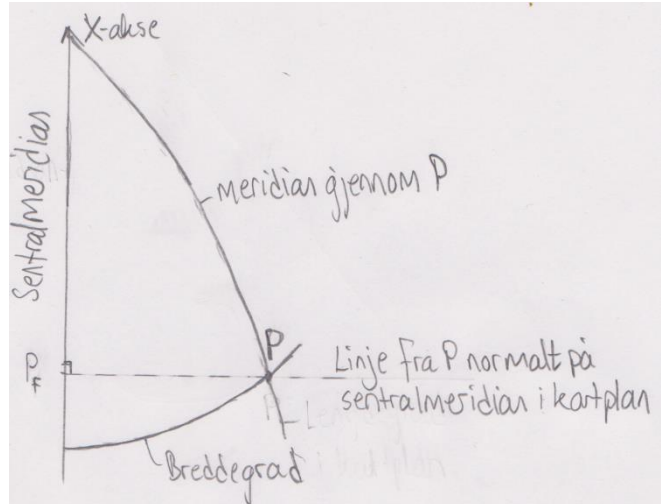
$$\gamma = \frac{15}{16} * n^2 - \frac{15}{32} * n^4 + \dots,$$

$$\delta = -\frac{35}{48} * n^3 + \frac{105}{256} * n^5 - \dots,$$

$$\varepsilon = \frac{315}{512} * n^4 + \dots, \text{ og}$$

$$n = \frac{a-b}{a+b}.$$

Beregningene andre veien er også basert på kjente formler basert på rekkeutvikling. En del koeffisienter i disse formlene er betegnet med et subskript f. Dette betyr at dem er basert på noe som kalles fotpunktbredden til det aktuelle punktet. Fotpunktbredden er geodetisk bredde i det punktet hvor en normal fra punktet treffer en avbildning av tangeringsmeridianen i en kartprojeksjon, i dette tilfellet UTM (35).



Figur 16: Illustrasjon av fotpunktbredder. Basert på (2)

Dette er illustrert i figur 16, hvor fotpunktbredden er betegnet  $P_f$ .

Formlene er gitt under, også disse hentet fra (14):

$$\begin{aligned} \varphi = & \varphi_f + \frac{t_f}{2 * N_f^2} * (-1 - \eta_f^2) * x^2 + \frac{t_f}{24 * N_f^4} (5 + 3 * t_f^2 + 6 * \eta_f^2 - 6 * t_f^2 * \eta_f^2 - 3 * \eta_f^4 - \\ & 9 * t_f^2 * \eta_f^4) * x^4 + \frac{t_f}{720 * N_f^6} (-61 - 90 * t_f^2 - 45 * t_f^4 - 107 * \eta_f^2 + 162 * t_f^2 * \eta_f^2 + 45 * \\ & t_f^4 * \eta_f^2) * x^6 + \frac{t_f}{40320 * N_f^8} (1385 + 3633 * t_f^2 + 4095 * t_f^4 + 1575 * t_f^6) * x^8 + \dots \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \lambda = & \lambda_0 + \frac{1}{N_f * \cos(\varphi_f)} * x + \frac{1}{6 * N_f^3 * \cos(\varphi_f)} (-1 - 2 * t_f^2 - \eta_f^2) * x^3 + \frac{1}{120 * N_f^5 * \cos(\varphi_f)} (5 + \\ & 28 * t_f^2 + 24 * t_f^4 + 6 * \eta_f^2 + 8 * t_f^2 * \eta_f^2) * x^5 + \frac{1}{5040 * N_f^7 * \cos(\varphi_f)} (-61 - 662 * t_f^2 - \\ & 1320 * t_f^4 - 720 * t_f^6) * x^7 + \dots \end{aligned} \quad (50)$$

Variablene med subskript f i formel (49) og formel (50) kan enkelt beregnes ved å bytte ut den vanlige breddegraden i formel (45) og formel (46) med fotpunktbredden.

Fotpunktbredden kan beregnes slik:

$$\varphi_f = \bar{y} + \bar{\beta} * \sin(2 * \bar{y}) + \bar{\gamma} * \sin(4 * \bar{y}) + \bar{\delta} * \sin(6 * \bar{y}) + \bar{\varepsilon} * \sin(8 * \bar{y}) + \dots \quad (51)$$

Koeffisientene som trengs i formlene gis av:

$$\bar{\alpha} = \frac{a+b}{2} \left( 1 + \frac{1}{4} * n^2 + \frac{1}{64} * n^4 + \dots \right)$$

$$\bar{\beta} = \frac{3}{2} * n - \frac{27}{32} * n^3 + \frac{269}{512} * n^5 + \dots$$

$$\bar{\gamma} = \frac{21}{16} * n^2 - \frac{55}{32} * n^4 + \dots$$

$$\bar{\delta} = \frac{151}{96} * n^3 - \frac{417}{128} * n^5 + \dots$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1097}{512} * n^4 + \dots$$

$$\bar{y} = \frac{y}{\bar{\alpha}}$$





## 4 Undersøkelser/målinger

Dette kapitlet omhandler selve måleområdet og de målingene som ble gjennomført. Først blir måleområdet presentert, så kommer det et kapittel om utstyret og programvaren som ble benyttet. Deretter er det et eget kapittel for hver av målemetodene som ble gjennomført.

### 4.1 Måleområdet

Ved etablering av noe som er tenkt å være en kalibreringsbasis/kontrollbasis av GNSS er det noen ting som er viktige å tenke gjennom med tanke på hvor man etablerer måleområdet.

Først og fremst er man avhengig av at det er så få unødvendige hindringer eller forstyrrelser mellom satellitt og mottaker som mulig. Det innebærer at man unngår å sette stasjoner for mottakere nær vegger, trær eller lignende som kan hindre mottakeren i å motta signaler fra alle satellitter som i utgangspunktet er synlige. Sikten mot sør er således viktigst på våre breddegrader, om man er nødt til å gjøre et valg, da det er der de fleste satellittene befinner seg.

Etter en vurdering av hva som var praktisk gjennomførbart ble det besluttet at det i denne oppgaven skal fokuseres på å bestemme et nettverk med veldig korte baselinjer. Det ble dog gjennomført en kartlegging av søyler som allerede er reist i forbindelse med veiutbyggingsprosjekter i et litt større område, med tanke på en mulighet for å

innlemme disse i nettverket. Det var imidlertid noen ting som talte ganske sterkt imot å ta disse med. For det første var det veldig varierende måleforhold fra dem med tanke på sikt, flere sto helt inntil høye hindringer eller svært nær tett trafikkerte ferdssårer. Dette er veldig ugunstig med tanke på både sikt og flerveisinterferens. De aller fleste av disse søylene er erfaringsmessig satt opp med tanke på bruk mot totalstasjon og ikke GNSS. Videre var søylene satt opp i forbindelse med spesifikke prosjekter, og den forventede «levetiden» etter prosjektets ferdigstilling er derfor usikker, og i andre hender. Tanken med basisen var at denne skulle kunne stå over tid, og da er det ugunstig med en slik usikkerhet. Mange av søylene sto som nevnt nær trafikkerte ferdssårer. Dette medfører i tillegg til de nevnte problemene direkte knyttet til måling også med seg en liten usikkerhet med tanke på bevisst eller ubevisst hærverk på søylene. Det skal selvfølgelig en del til for å gjøre noe med solide søyler, men det er heller ikke mye som skal til for å forstyrre svært nøyaktige målinger. Til sist var det enkelte praktiske hensyn med tanke på målingene som var tenkt gjennomført. Ved målinger på disse søylene måtte det vært kontinuerlig «vakthold» under målingene på hver enkelt søyle. Dette ville vært relativt tidkrevende, og ville krevd noe mer logistikk. Dette var dog noe som eventuelt kunne løses med god planlegging. Totalt sett ble det besluttet at søylene ikke skulle bli benyttet i denne oppgaven. Det kunne også vært et alternativ å sette opp egne søyler på bedre egnede plasseringer, men dette blir et økonomisk spørsmål da det kan koste å få satt opp den type søyler som kreves. Det er selvfølgelig heller ikke fritt fram å dra ut og sette opp ei søyle der man måtte ønske. Dette kunne vært løst ved å montere søylene selv på egne bygg, om det skulle finnes passende bygg. Dette er noe som muligens kunne blitt undersøkt mer. Resultatet ble at det ble bestemt at nettet skulle bestå av søyler med veldig korte innbyrdes avstander, montert opp på et egnet sted på Gløshaugen. Gjerne montert på en slik måte at de kunne måles inn med totalstasjon i tillegg til GNSS. Man mister da muligheten for å kontrollere den avstandsvariable usikkerheten i baselinjemålinger med GNSS.

Flere lokasjoner på Gløshaugen ble vurdert i startfasen av dette prosjektet, og flere av dem kunne trolig gitt gode resultater. Dog var den valgte lokasjonen enklest med tanke på tilgjengelighet, da det ikke krevdes spesielle sikkerhetstiltak for å få tilgang til søylene. Dette er selvfølgelig en fordel da målingene var tenkt slik at utstyret måtte tas

en del opp og ned. I tillegg hadde den valgte lokasjonen trolig de jevnt over beste måleforholdene. Det var også umiddelbar tilgang til strøm, noe som ble lagt vekt på i og med at det skulle gjennomføres lange måleserier som ville kreve at utstyret fikk tilført strøm utover det som var tilgjengelig fra batteriene. Dette måleområdet ligger på taket av NTNUs høyeste bygning, Sentralbygg 2, se figur 17.



**Figur 17: Sentralbygg 2 er markert i figuren med gul stift. Måleområdet er på toppen av høyblokka. Hentet fra Google Earth (2015).**

Her ble det også anslått etter inspeksjon at man kunne få montert opp søyler på en ganske grei måte om søknader gikk gjennom. Søylene ble spesiallaget for formålet ved et av NTNUs verksteder.

Det var imidlertid ikke bare positive sider ved det måleområdet som ble valgt heller. Det er en liten ekstra «etasje» på taknivået midt på taket, se figur 18, som medfører at mottakerne måtte plasseres et stykke ut mot kantene og relativt nær hverandre. Sikten må likevel kunne sies å være meget god med uvanlig lite hindringer og forstyrrelser i alle retninger. Videre er det slik at på toppen av en så høy bygning kan det være små bevegelser grunnet for eksempel vind og temperatur. Størrelsen på disse eventuelle bevegelsene er ikke kjent, og innebærer derfor en usikkerhet ved målingene. Måling av dette kan være et mulig bruksområde av basisen etter etablering, om det er interessant å finne ut av det.



**Figur 18: Taket på sentralbygg 2 fra bakken.**

Måleområdetets utforming medfører også at den interne geometrien i nettverket blir relativt dårlig, med fire punkter tilnærmet på linje med hverandre. Dette er ikke optimalt

etter Kartverkets standard, som oppfordrer sterkt til å tilstrebe god geometri i nettverk som skal måles med klassisk statisk måling (9). Det var dessverre vanskelig å montere opp søylene på andre måter som kunne gitt bedre indre geometri søylene imellom på det valgte måleområdet.

En annen ting som må tenkes gjennom ved etablering av en slik basis, etter at lokasjon er bestemt, er hvordan man skal sentrere antennene over punktene som inngår i basisen. To alternativer er enten å sentrere over etablerte punkter ved å benytte stativ og et tilhørende loddinstrument, eller å benytte seg av tvangssentrering i punktene gjennom bruk av søyler eller lignende. Ved å sentrere over punkter med stativ og lodd har man alltid en viss sentreringsusikkerhet siden man alltid er avhengig av det menneskelige øye i sentreringsprosessen. Usikkerheten er varierende fra gang til gang og fra person til person avhengig av hvor nøye man er ved sentreringa. Denne sentreringsfeilen er den som er med i formel (6) for antatt standardavvik. Med dette valget kunne man dog ha benyttet andre punkter lengre unna for også å kunne si noe om den avstandsavhengige usikkerheten ved baselinjemålinger. Ved tvangssentrering blir derimot sentreringsusikkerheten eliminert eller i det minste konstant, siden man alltid fester antennene på de samme stedene med innfesting som er stram uten mulighet for bevegelse. Tvangssentrering ble derfor valgt, og søylene ble montert. Søylene ble festet med skruer med mothaker i en betongvegg, se figur 19. Betongen var ikke helt som ønsket så alle skruene satt ikke like godt, men totalt sett ble søylene så godt festet at det anses uproblematisk. På toppen av søylene er det en topplade med en tilhørende spesialtilpasset bolt, som passer hullet i topplaten perfekt, og som antennene



**Figur 19: To av stasjonene som utgjør kalibreringsnett.**

kan skrues på.

## 4.2 Utstyr

- 3 stk Leica Viva CS15 målebøker og GS15 antenner
- 1 stk Leica RX1250Xc målebok og ATX1230 GG antenne
- 1 stk Leica 1201 totalstasjon med Leica Viva CS15 målebok
- Leica Geo Office
- GisLine
- Matlab

Leica Viva har bluetoothtilkobling mellom antenne og målebok, mens Leica RX1250Xc har kablet sammenkobling. Dette medfører en viss fare for at man kan miste kontakten mellom antenne og målebok for de tre Leica Vivaene. Ut fra tidligere erfaring med dette måleutstyret har dette dog vært et sjeldent problem. Det største problemet ved lange måleserier med dette utstyret blir da tilgang til strøm, da batteriene selvfølgelig har begrenset kapasitet. Dette er nærmere omtalt under CPOS under, da det var i forbindelse med de målingene det var et stort problem. Leica oppgir forventede standardavvik for baselinjemålinger i databladene tilhørende utstyret sitt. Databladet for GS15-antenna angir et antatt horisontalt standardavvik på 3 millimeter + 0,1 PPM, og et vertikalt standardavvik på 3,5 millimeter + 0,4 PPM (36). På samme måte blir det for ATX1230 GG-antenna oppgitt et antatt standardavvik på 3 millimeter + 0,5 PPM horisontalt og 6 millimeter + 0,5 PPM vertikalt (37). Siden begge typene antenner vil inngå i en del av målingene, går videre beregninger med disse antatte standardavvikene ut fra det antatte standardavviket på ATX1230 GG.

Til å gjøre totalstasjonsmålingene ble det benyttet en totalstasjon fra Leica. På denne var det også kommunikasjon mellom totalstasjon og målebok via Bluetooth. For totalstasjonsmålingene er det imidlertid ikke et like stort problem om kommunikasjonen faller ned, da disse målingene gjøres aktivt av en operatør og ikke automatisk som ved GNSS. Ellers er dette en moderne og kalibrert totalstasjon, som skulle gi gode forutsetninger for gode målinger. Oppgitt standardavvik fra Leica er 0,3 milligon på vinkelmåling, og 1 millimeter + 1,5 PPM på avstandsmålinger.

Leica Geo Office er et beregningsprogram fra Leica, som er blitt benyttet til å ta inn, og bearbeide de statiske målingene, slik at det har vært mulig å få ut epokevise måledata i stedet for kun det endelige resultatet. Dette gjør at man selv kan gjøre utjevning og beregning ut fra målingene, og slik vet mer om hvordan ting er blitt regnet ut.

GisLine er et omfattende GIS-verktøy fra Norkart, som er i stand til å gjøre veldig mange typer beregninger og undersøkelser (38). Her er det blitt benyttet til prosesseringa av dataene fra totalstasjonsmålingene. Dette inkludert blant annet grovfeilsøk på målingene og selve utjevningen av målingene.

Matlab er et programmeringsspråk som er spesielt godt egnet til å gjøre tekniske beregninger og lignende. Språket er utviklet av MathWorks, og benyttes av en stor mengde ingeniører og vitenskapsmenn verden over (39). Matlab er blitt brukt til å gjøre de fleste beregninger i oppgaven, med unntak av det som ble gjort i GisLine i forbindelse med totalstasjonsmålingene. Blant annet ble beregningene knyttet til utjevningen av baselinjene som ble målt ved de statiske målingene og beregningene mellom UTM og ECEF gjennomført i Matlab.

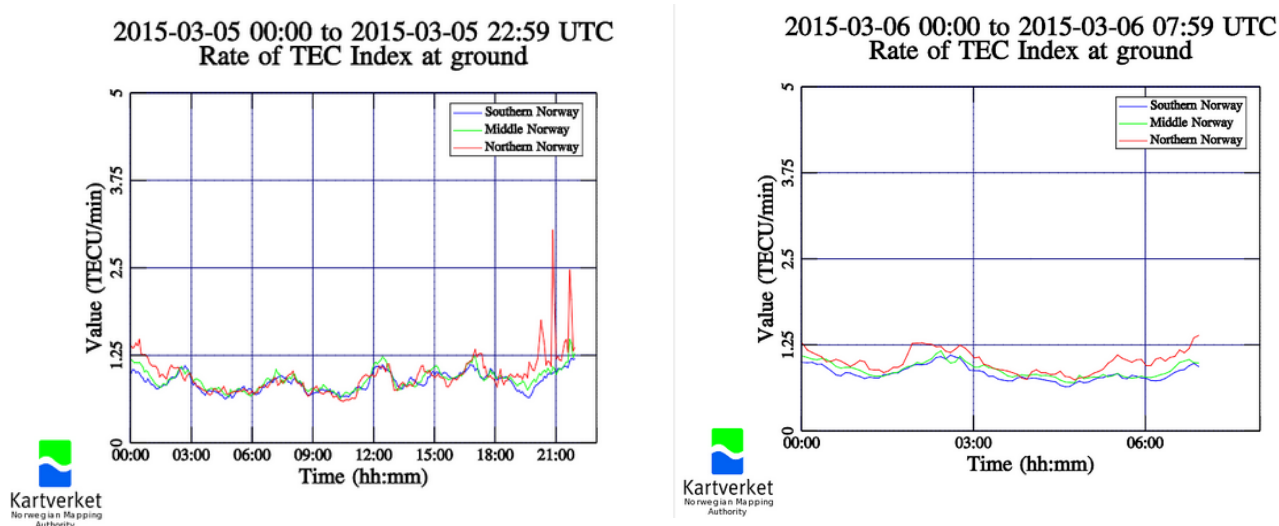
### **4.3 CPOS**

Målingene med CPOS ble utført 5. mars 2015. Planen var å gjennomføre en lang måleserie for å kunne bestemme to av punktene (punkt 1 og punkt 4, de avgrensede punktene) i nettet med svært høy nøyaktighet, slik at dem kunne benyttes som antatt kjente punkter i den senere beregningen av nettet. Det finnes, som nevnt i kapittel 2.3, lite data på hvor lenge man må måle for å oppnå en bestemt nøyaktighet, så det ble bestemt uten noen større bakgrunn for bestemmelsen, at måleserien skulle være på 24 timer, med epoke på 1 minutt. Dette ville gi 1440 RTK-målinger av punktenes posisjoner, noe som trolig gir et godt grunnlag for videre statistiske beregninger på resultatet, og vesentlig høyere nøyaktighet på de endelige koordinatene. For å bestemme en enkelt posisjon trengs det ved RTK-målinger med CPOS kun en måling, derfor får man med dette oppsettet, med en stor mengde målinger, en veldig stor overbestemmelse for punktene.

For å holde utstyret gående over så lang tid er man avhengig av strømtilførsel. I oppsettet av denne målingen ble utstyret koblet til et eksternt batteri, som igjen var

koblet til et vegguttak. Dette ble antatt å sikre at batteriene ikke skulle gå tomme. Dessverre tok tilsynelatende ikke dette batteriet imot ladning mens det samtidig var koblet til utstyret, så det gikk tomt etter mindre enn 24 timer. Resultatet ble at det ikke var mulig å samle inn mer enn omtrent 22,5 timer med data (1358 og 1336 observasjoner for henholdsvis punkt 1 og 4). Mener likevel at dette trolig skal være tilstrekkelig for å få en tilfredsstillende endelig bestemmelse av koordinatene. Løsningen for å få lengre måleserie måtte vært å bytte batterier jevnlig, men dette var ikke et alternativ her da måleområdet ikke er tilgjengelig på nattestid. En del av disse målingene er korrelerte, siden det ikke var noe opphold mellom dem. De er altså ikke uavhengige, noe som trolig vil gi noe optimistiske verdier for standardavvik og varians siden det i beregningen av dem antas uavhengige residualer.

Forholdene under målingen var gode med lav eller lav moderat ionosfæreaktivitet hele døgnet, og opphold eller lett nedbør. Data om dette ble samlet inn fra Kartverket (40) og Yr.no, som er et samarbeid mellom Meteorologisk institutt og NRK, (41) underveis i måleperioden. Figur 20 er hentet fra Statens Kartverk, og viser at TECU/min aldri var høyere enn 1,25. Skalaen Statens Kartverk har satt sier at 0-1 er lav aktivitet, men 1-3 er moderat aktivitet. Midt-Norge er i figurene markert med grønn strek.



Figur 20: Ionosfærisk aktivitet under CPOS-målingene.



## 4.4 Totalstasjon

Målingene med totalstasjon ble gjennomført 11. mars 2015, midt på dagen.

Måleforholdene var gode, med god sikt, opphold, relativt vindstille, og verken spesielt kaldt eller varmt i lufta. Det ble samlet inn værdata med tanke på eventuelle korreksjoner på grunn av temperatur og trykk etter målingene. Disse dataene ble hentet fra YR.no (41) (temperaturdata) og eKlima, som er en portal til Meteorologisk institutts klimadatabase (42), hvor det er mulig å hente ut værdata fra bestemte tidspunkter. De innsamlede værdataene (figur 21) viser at det kan benyttes snittverdier på tilnærmet 5.0 grader Celsius og 1008.1 hPa.

PON	Laveste lufttrykk, stasjonsnivå	hPa
POX	Høyeste lufttrykk, stasjonsnivå	hPa
PRM	Midlere lufttrykk, havnivå	hPa
PRN	Laveste lufttrykk, havnivå	hPa
PRX	Høyeste lufttrykk, havnivå	hPa
TAM	Middeltemperatur	°C
TAN	Minimumstemperatur	°C
TAX	Maksimumstemperatur	°C

### \*\*\* MELDING \*\*\*

Dataverdi merket **x** betyr manglende tilgang eller at kvaliteten er 'Svært usikker, modelldata' (Nivå 6 eller mer). Mer om kvalitetsinformasjon.

Stnr	Dato	TAM	TAN	TAX	POM	PON	POX	PRM	PRN	PRX
68860	10.03.2015	4,4	2,8	5,9	984,0	974,2	1001,1	1000,0	990,0	1017,5
68860	11.03.2015	3,9	0,4	6,7	1008,1	1002,6	1012,7	1024,5	1019,0	1029,2
68860	12.03.2015	6,0	2,9	7,5	1012,2	1003,2	1017,5	1028,6	1019,4	1033,9
Antall		3	3	3	3	3	3	3	3	3
Laveste		3,9	0,4	5,9	984,0	974,2	1001,1	1000,0	990,0	1017,5
Dato		11.03.2015	11.03.2015	10.03.2015	10.03.2015	10.03.2015	10.03.2015	10.03.2015	10.03.2015	10.03.2015
Høyeste		6,0	2,9	7,5	1012,2	1003,2	1017,5	1028,6	1019,4	1033,9
Dato		12.03.2015	12.03.2015	12.03.2015	12.03.2015	12.03.2015	12.03.2015	12.03.2015	12.03.2015	12.03.2015
Sum										
Middel		4,8	2,0	6,7	1001,4	993,3	1010,4	1017,7	1009,5	1026,9

**Figur 21: Værdata fra tidspunkt for totalstasjonsmålingene.**

Siden dette er data som ble hentet inn i ettertid, ble det på totalstasjonen ikke gjort noen endringer på opplysninger om trykk og temperatur. Den målte derfor avstander som om trykket var 1013,25 og temperaturen var 12 °C. Det ble med andre ord ikke påført noen korreksjoner direkte i forbindelse med målingene. Ved å benytte disse klimadataene i formel (5), får man at dette vil kreve en korreksjon på -5.6 millimeter per kilometer. Den lengste målte avstanden i det valgte oppsettet var ganske nøyaktig 145 meter. Dette innebærer at den største eventuelt nødvendige korreksjonen på en



skråavstand for disse målingene er omtrent – 0,8 millimeter ut fra disse beregningene. Leicas standardverdier og de aktuelle værdiene ble imidlertid skrevet inn i henholdsvis GisLines instrument- og observasjonsregister, og er dermed blitt korrigert i GisLine i forbindelse med beregningene der.

Før målingene ble prismene kontrollert for å finne prismekonstantene og siktehøydene deres. Prismekonstanten er den avstanden som må legges til eller trekkes fra en måling når man måler mot bestemte prizmer. Årsaken til at dette må gjøres er at prismenes senter ikke ligger rett over loddlinja som går ned til punktet som skal måles. Det var nødvendig å gjøre målinger/kontroller av disse prismekonstantene grunnet at prismene som var tilgjengelig var av forskjellig type, og ikke alle hadde dette oppgitt. Målingene ble gjennomført på et innendørs testområde i Lerkendalsbygget på Gløshaugen med etablerte søyler med svært korte innbyrdes avstander, og de ble gjennomført ved at det først ble målt gjentatte ganger mot et prisme med kjent prismekonstant, slik at avstanden ble bestemt ved gjennomsnittet av disse målingene. Målingene var dog såpass entydige at det ikke ble nødvendig å beregne et gjennomsnitt. Deretter ble det målt mot de andre prismene med ukjent prismekonstant. Også mot disse ble det målt gjentatte ganger, og snittet ble brukt i videre beregning. Heller ikke ved disse målingene var avvikene fra måling til måling av større betydning. Totalstasjonen som ble brukt til avstandsmålingene ble aldri flyttet underveis i eller mellom disse målingene. Den var skrudd fast på samme søyle hele veien. Målingene mot de andre prismene ble sammenlignet med målingene til den kjente, og på denne måten kunne de andre prismenes prismekonstant bestemmes. Siktehøydene ble ganske enkelt målt med en linjal. Dette kan gi en avlesningsfeil på opp til en millimeter hver vei, men dette blir veldig lite utslagsgivende på avstandene i dette prosjektet.

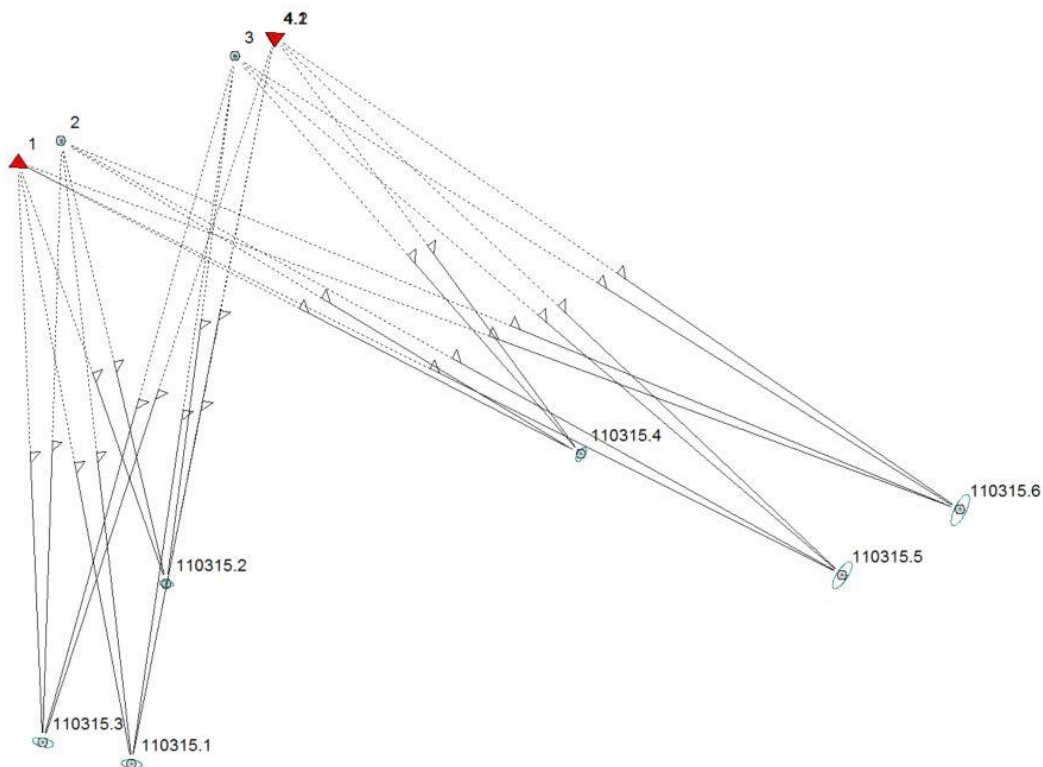
Det ble før målingene også vurdert om funksjonen for automatisk låsing på prisme skulle benyttes, eller om man skulle gjøre det manuelt ved å sikte. Leica har oppgitt at den automatiske prismelåsen har en nøyaktighet på 0,3 milliGon, noe som normalt skal være tilstrekkelig. Under måling ble det imidlertid oppdaget at det ved manuell sikting så ut til at den automatiske prismelåsen bommet en del på prismenes sentrum. Det ble derfor besluttet å gjennomføre siktingen manuelt i stedet.

Målingene ble gjennomført ved at det først ble funnet flere aktuelle posisjoner der det var sikt til alle fire stasjonene som utgjør kalibreringsnettets. Deretter ble totalstasjonen satt opp i flere av posisjonene en etter en, og posisjonen målt inn ved en frioppstilling. For den første frioppstillinga ble de antatt kjente verdiene for stasjon 1 og 4 fra CPOS-målingene benyttet. Ved å måle mot prismene i disse to stasjonene kunne oppstillingsposisjon bestemmes med relativt høy nøyaktighet og presisjon. Etter at oppstillingsposisjonen ble bestemt gjennom frioppstillingsberegningen, ble det målt mot prismene i alle stasjonene. På denne måten har man rådata på avstand og retning til alle stasjoner i alle oppstillinger, noe som gir en stor grad av overbestemmelse. I tillegg har man også målt rådata fra oppstilling til stasjon fra de målingene som gjøres for å bestemme oppstillingsposisjonen, der det jo måles til de samme stasjonene fra den samme oppstillinga.

Det ble totalt målt fra seks ulike oppstillinger, fordelt på tre på hver side av bygget. Alle målingene, oppstillingene og de beregnede punktene kan ses på figur 23, som er en skjermdump fra GisLine av nettet etter utjevning. På grunn av en godt kalibrert totalstasjon ble det ikke ansett som nødvendig å måle fulle helsatser for å eliminere en del av de aktuelle feilkildene.



**Figur 22: Bilde av en av oppstillingene.**



**Figur 23: Totalstasjonsmålingene. Skjermdump fra GisLine.**

## 4.5 Klassisk statiske målinger

De klassisk statiske målingene ble gjennomført i tidsperioden mellom den 24. mars 2015 klokka 12.00 og den 26. mars 2015 klokka 14.10. Planen var å gjennomføre 10 målesesjoner som så langt som mulig skulle være uavhengige. Etter litteraturstudiet ble det besluttet at det skulle måles serier på minst en time med epoke på ett minutt, med minimum 45 minutters pause mellom seriene. Målingene ble forsøkt spredd utover forskjellige tidspunkter på dagen, men hovedsakelig tilgang til måleområdet kun på dagtid gjorde det vanskelig å måle utenom perioden mellom klokka 8 om morgenen til 6 om kvelden. Det ble likevel mulighet for en målesesjon på et noe senere tidspunkt på kvelden den 25. mars. Med seriene på minst en time og epoke på ett minutt, blir det minst 60 målinger i hver serie. Pausene mellom seriene er bestemt med tanke på å oppnå

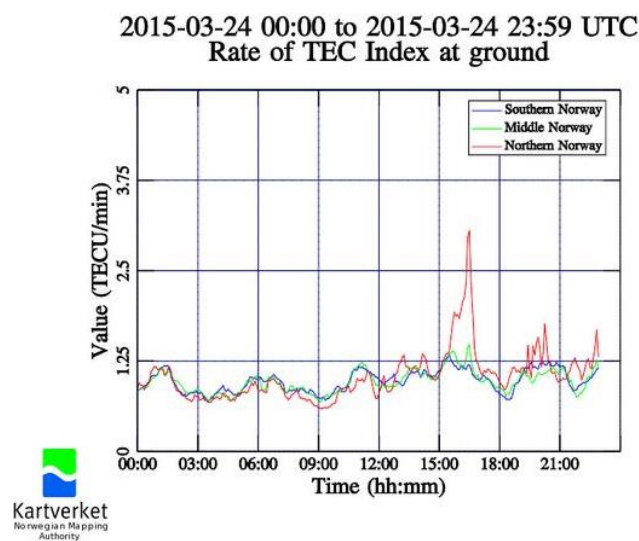


**Figur 24: Montering av antenne på søyla.**

så uavhengige målinger som mulig med det aktuelle utstyret. Selv om det som nevnt i kapittel 2.2.6 ikke nødvendigvis er nødvendig med like lang pause som anbefalt fra Statens Kartverk, ble det valgt å følge deres anbefalinger. Det var også praktisk sett det beste, siden batterier måtte lades mellom målesesjon. Dette betyr at alt utstyr ble slått helt av, og tatt ned, mellom hver målesesjon.

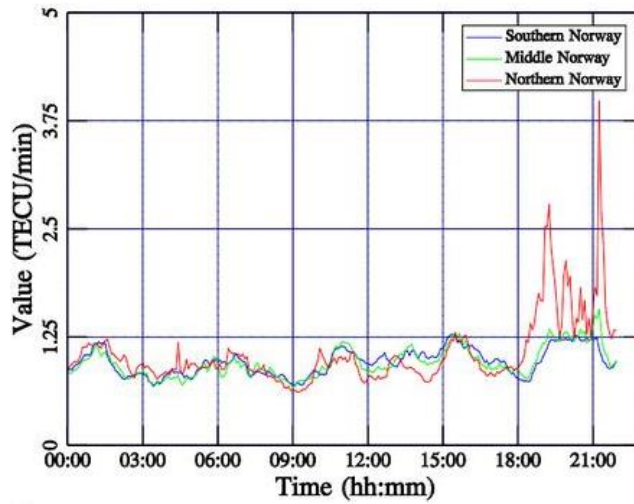
Noen av målesesjonene ble gjennomført som en lang målesesjon på over 3 timer, hvor så en snau time i midten av serien er blitt fjernet fra datagrunnlaget manuelt i ettertid slik at den ene lange målesesjonen i praksis er to kortere målesesjoner på rundt en time. Dataene ble også bearbeidet ved at alle serier fikk felles start- og sluttidspunkt. Dette kunne gjøres grunnet at det via kommunikasjon med Leica er blitt funnet en metode for å få ut epokevise målinger fra LGO, hvor de rå måledataene fra målesesjonene ble behandlet slik at man fikk baselinjer. Selve endringene av dataene fra målesesjonene, etter at disse var behandlet i LGO, ble gjennomført i Excel.

Måleforholdene under målingene var jevnt over gode med relativt lav ionosfæreaktivitet. Figur 25, 26 og 27 viser målingene av TECU/min-verdien under målesesjonene. Som man kan se var det relativt lite utslag i Midt-Norge, og ingen større fare for store påvirkninger på målingene. Dataene er som tidligere hentet fra Kartverket (40). Været var også ellers relativt fint, med opphold, skiftende skydekke og temperaturer stort sett mellom 5 og 10 grader.



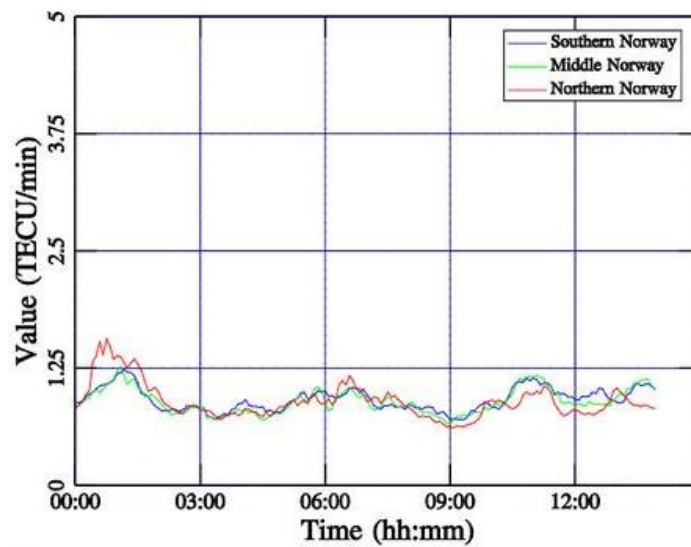
Figur 25: Figuren viser TECU/min-verdi for den 24.mars

2015-03-25 00:00 to 2015-03-25 22:59 UTC  
Rate of TEC Index at ground



Figur 26: Figuren viser TECU/min-verdi for den 25.mars

2015-03-26 00:00 to 2015-03-26 14:59 UTC  
Rate of TEC Index at ground



Figur 27: Figuren viser TECU/min-verdi for den 26.mars



# 5 Resultater og diskusjon

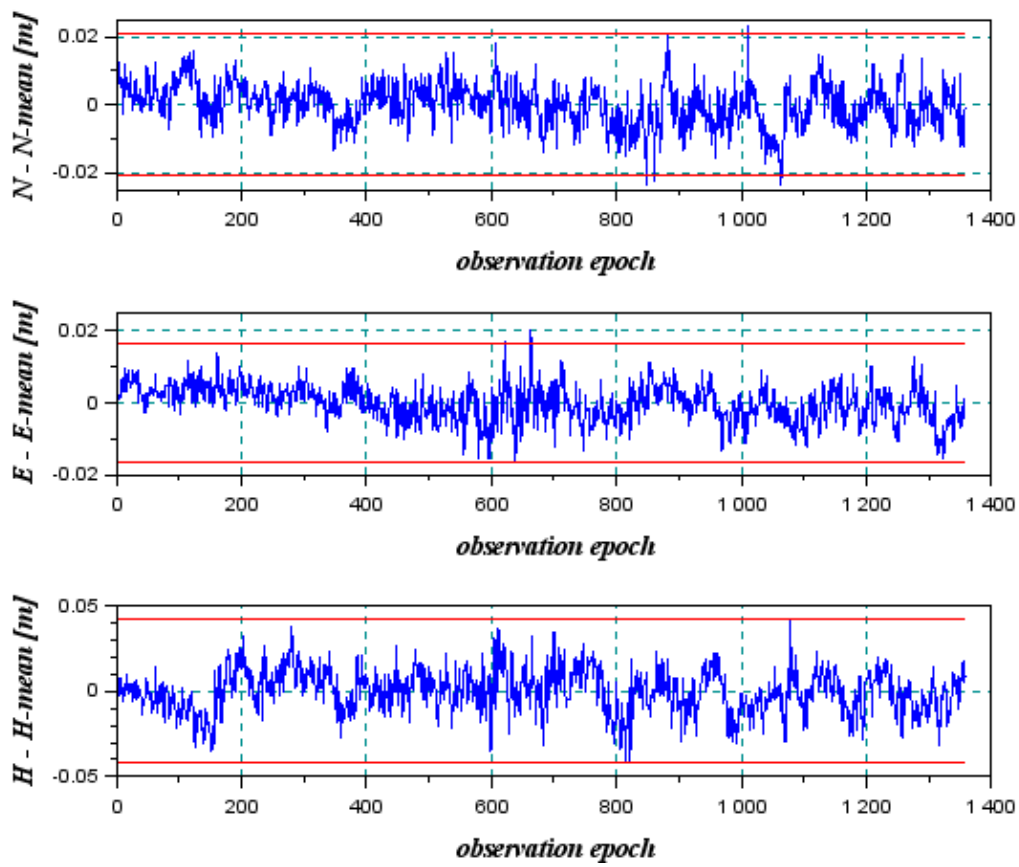
I dette kapitlet vil resultatene av de utførte målingene bli presentert først hver for seg, deretter vil de enkelte resultatene sammenfattes. Ut fra dette vil det bli gjort sammenligninger av resultater fra ulike målinger. Litt sammenfallende vil disse forskjellige delene bli, da de absolutte posisjonene fra både totalstasjonsmålingene og de klassisk statiske målingene er avhengig av koordinatene fra CPOS. Likevel gjøres de viktigste sammenligningene mellom baselinjer, og siden dette er relative avstander, minimeres eventuelle feil i posisjonsbestemmelsen med CPOS.

## 5.1 CPOS

Det store antallet målinger utført med CPOS ble behandlet ved først å gjennomføre et enkelt grovfeilsøk. Observasjoner som ble plukket ut som potensielle grovfeil ble fjernet. Deretter ble det beregnet gjennomsnittsverdier, og tilhørende nøyaktighetsmål av de resterende målingene.

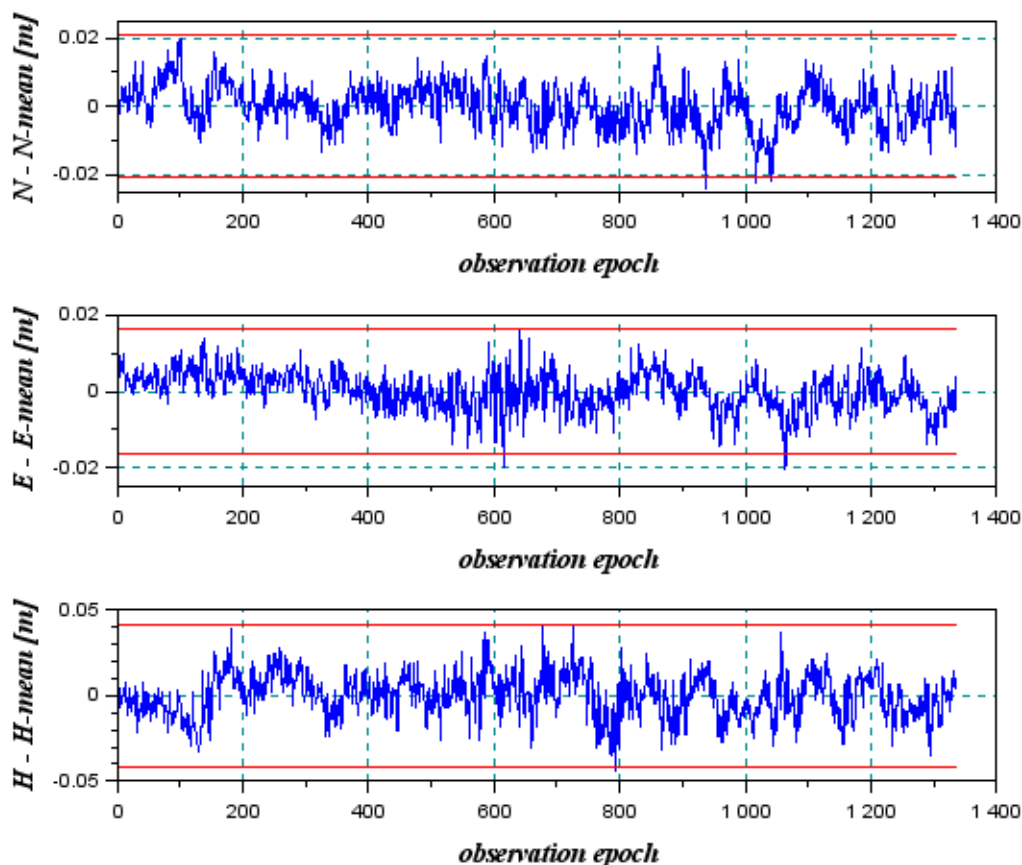
I grovfeilsøket ble det for stasjon 4 ble det funnet 8 mulige grovfeil av 1336 observasjoner, mens det for stasjon 1 ble funnet 12 mulige grovfeil av 1358 observasjoner. Det vil si henholdsvis omtrent 0,6 % og 0,9 % av observasjonene. Dette er en ganske liten andel av det totale antallet observasjoner, noe som indikerer at gjennomføringen av målingene har vært bra, med unntak av at det ble noe færre enn

planlagt på grunn av problemene med strøm. De mulige grovfeilene som ble funnet blant observasjonene ble fjernet fra målesettet før beregningen av posisjonene.



Figur 28: CPOS-målingene for punkt 1 plottet mot epoke.





**Figur 29: CPOS-målingene for punkt 4 plottet mot epoke.**

Figur 28 og 29 viser differanse mellom målt verdi og gjennomsnittsverdiene for hver enkelt måling som ble utført. Figurene er skrevet ut i siste iterasjon i løpet av grovfeilsøket, slik at det for alle figurene er en grovfeil med, hvilket kan ses ved at en måling er utenfor de røde linjene. Linjene illustrerer  $k \cdot \text{standardavviket}$ , hvor  $k=3,29$ . På denne måten ble observasjoner hvor absoluttverdien av de standardiserte residualene var større enn  $k=3,29$  (målingene utenfor de røde strekene) fjernet fra datasettet.

De endelig beregnede posisjonene er gitt i tabell 1 og tabell 2.

**Tabell 1: Tabellen viser den beregnede posisjonen til punkt 1, med tilhørende standardavvik på beregningen.**

PUNKT 1	Koordinatverdier	Standardavvik	Standardavvik på snittet
N [m]	7032871,8061	0,00623	0,00017
E [m]	570073,1872	0,00492	0,00013
Ellipsoidisk høyde [m]	130,2434	0,01266	0,00034

**Tabell 2: Tabellen viser den beregnede posisjonen til punkt 4, med tilhørende standardavvik på beregningen.**

PUNKT 4	Koordinatverdier	Standardavvik	Standardavvik på snittet
N [m]	7032889,1767	0,00624	0,00017
E [m]	570108,8309	0,00501	0,00014
Ellipsoidisk høyde [m]	130,1818	0,01254	0,00034

Siden alle målte målinger er målt som RTK med CPOS, er de endelige horisontale koordinatene gitt i UTM, mens høydene er ellipsoidiske høyder. Det er ingen tidligere kjent innmåling av punktene, og derfor er det vanskelig å si noe om kvaliteten utover de beregnede statistiske målene på selve måleseriene. Siden det er snittverdiene vi er interessert i videre, er det også standardavviket på snittet som er interessant ved vurderingen av målingenes kvalitet. Standardavvikene på snittene er veldig like for de to punktene, med et standardavvik på 0,17 millimeter på N-koordinatene, 0,13 og 0,14 millimeter på E-koordinatene, og omtrent det dobbelte på høydene (0,34 millimeter). Dette er meget lave standardavvik, noe som indikerer at punktbestemmelsen ble veldig bra. Det at standardavvikene blir så like kan ha sammenheng med at målingene nødvendigvis er korrelerte, siden dem ble foretatt parallelt. Mange av målingene innad i seriene er også korrelerte siden epoken kun var ett minutt, noe som kan ha gitt noe overoptimistiske standardavvik. Disse målingene kan gjentas senere om det er ønskelig å undersøke hvordan dette blir for målinger uten korrelasjon seg i mellom. Man gjør da i tilfelle epokene lengre. Man kan også måle flere slike måleserier for sammenligning av resultatene av hele seriene, både endelig posisjon og standardavvikene. Dette ble ikke gjort i denne oppgaven, siden undersøkelse av nøyaktigheten som var mulig å oppnå ved lange måleserier med CPOS ikke var hovedpoenget med oppgaven.

## **5.2 Totalstasjon**

Med utgangspunkt i de innmålte punktene med CPOS, ble utjevningen gjennomført som beskrevet i GisLine. Grovfeilsøket ga utslag på 2 observasjoner, som derfor ble fjernet før utjevning. Observasjonene som ga utslag var fra en oppstilling der grunnen trolig var litt for løs, slik at beinene mulig ikke fikk satt seg skikkelig, noe som igjen kan ha resultert i noe bevegelse utover i måleserien. Resultatet etter utjevningen er vist i tabell 3.

**Tabell 3: Tabellen viser de utjevnedede UTM-koordinatene fra totalstasjonsmålingene**

Punkt	Nord [m]	Øst [m]	Ellipsoidisk høyde [m]
1	7032871,8061	570073,1872	130,2434
2	7032874,7507	570079,2076	130,2446
3	7032886,5256	570103,3508	130,1909
4	7032889,1767	570108,8334	130,1859

Viktig å legge merke til at grunnrisskoordinatene også her er gitt i UTM, og høydene er ellipsoidiske.

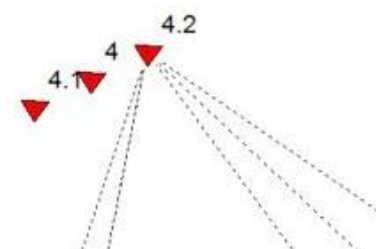
Årsaken til at grunnrisskoordinatene for punkt 4 her skiller seg fra dem gitt etter CPOS-målingene, er at punktet ble noe korrigert for å unngå forskyvninger i systemet på grunn av målestokksproblemer, slik som nevnt i kapittel 3.3.3. Figur 30 viser forholdet mellom det gamle og det korrigerte punktet (4.2). Punktet 4.1 var det andre mulige punktet etter korreksjon, som ble testet for å sjekke sikkert hvilken retning punktet skulle korrigeres. Etter korreksjon er ikke målestokk en signifikant ukjent lenger.

Med utgangspunkt i koordinatene i tabell 3 kan kartesiske ECEF-koordinater finnes gjennom fremgangsmåten beskrevet i kapittel 3.4. ECEF-koordinatene er gitt i tabell 4.

**Tabell 4: Tabellen viser de utjevnedede koordinatene fra totalstasjonsmålingene som ECEF-koordinater**

Punkt	X [m]	Y [m]	Z [m]
1	2814810,5523	516795,8433	5681069,1688
2	2814806,9798	516801,3747	5681070,4290
3	2814792,6560	516823,5569	5681075,4136
4	2814789,4267	516828,5980	5681076,5418

Med ECEF-koordinatene som utgangspunkt er det enkelt å beregne komponentvise baselinjer mellom de fire punktene, ved ganske enkelt å trekke de aktuelle koordinatene fra hverandre. Som en liten kontroll på transformeringen fra UTM til ECEF, kan de totale



**Figur 30: Punkt 4 flyttet litt på grunn av målestokkfeil.**

baselinjene mellom punktene beregnes fra koordinatene i hvert sitt koordinatsystem. Det er da viktig å huske det faktum at UTM-koordinatene er skalert, slik at de baselinjene trolig blir for korte. Skaleringsfaktoren ble beregnet ved fremgangsmåten skissert i kapittel 3.3.3 til 0,99966012. Koordinatene ble derfor skalert med 0,99966012. Det kan også være andre små unøyaktigheter i denne sammenligningen, men avstandene er veldig små, slik at innvirkningen trolig ikke blir signifikant. Baselinjene beregnet fra ECEF-koordinatene er presentert i tabell 5, mens baselinjene beregnet fra UTM er presentert i tabell 6.

**Tabell 5: Komponentvise og totale baselinjer fra ECEF-koordinater**

Baselinjer fra totalstasjon (ECEF) [m]				
Baselinje (fra-til)	dX	dY	dZ	Total Baselinjelengde
1-2	-3,5725	5,5315	1,2602	6,7043
1-3	-17,8962	27,7137	6,2447	33,5756
1-4	-21,1256	32,7548	7,3729	39,6677
2-3	-14,3237	22,1822	4,9845	26,8713
2-4	-17,5531	27,2233	6,1127	32,9634
3-4	-3,2294	5,0411	1,1282	6,09421

**Tabell 6: Komponentvise og totale baselinjer i direkte fra UTM-koordinatene**

Baselinjer fra totalstasjon (UTM) [m]				
Baselinje (fra-til)	dN	dØ	dH	Total Baselinjelengde (skalert)
1-2	2,94507803	6,02220888	0,0016	6,7042
1-3	14,7237895	30,1738695	-0,0524	33,5749
1-4	17,3788515	35,660064	-0,0574	39,6669
2-3	11,7787115	24,1516607	-0,054	26,8707
2-4	14,4337735	29,6378551	-0,059	32,9627
3-4	2,65506202	5,48619448	-0,005	6,0920

Ved sammenligning av verdiene i de to tabellene kan man se at den største forskjellen i de totale baselinjene er på 0,8 millimeter for baselinja mellom punkt 1 og punkt 4. Selv om dette er en veldig liten forskjell, kan det indikere at beregningen mellom koordinatsystemene ikke er helt perfekt, og ikke fullt så bra som ønsket siden dette er tenkt å være en fasit. Det kan være på grunn av usikkerhet i beregningen av baselinjene direkte fra UTM, men det kan også være at et av leddene i beregningen mellom koordinatsystemene ikke er helt perfekt, selv om fremgangsmåtene er kjente. Om det siste er tilfelle, er det trolig beregningen mellom geodetiske koordinater og ECEF-koordinater den lille feil/usikkerheten ligger, da fremgangsmåten for beregningen mellom UTM og geodetiske koordinater skal være meget bra. Dette var et moment som kom frem veldig sent i arbeidet med oppgaven, så det var dessverre ikke tid til å undersøke det nærmere. Derfor kan fasitavstandene i tabell 5 ha en feil på opp mot en millimeter. Det er dog ikke mulig å si noe helt sikkert om dette, da det ikke ble tid til å undersøke det nærmere. I det videre benyttes uansett tabell 5 som en fasit.

### **5.3 Klassisk statiske målinger**

De klassisk statiske målingene ble gjennomført som 10 uavhengige målesesjoner. Grovfeiltesten ga indikasjon på totalt 3 observasjoner. Disse observasjonene var dZ-komponenten av baselinje 1-4 i sesjon 1, dZ-komponenten av baselinje 1-4 i sesjon 8 og dX-komponenten av baselinje 1-3 i sesjon 8. Disse ble fjernet fra datasettet ved å korrigere dem til snittverdien for den sesjonen før utjevningsberegningen ble gjennomført. Det ble gjort slik siden de andre komponentene av de aktuelle baselinjene ikke inneholdt grovfeil.

Målingene fra hver enkelt sesjon er blitt utjevnet, og resultatene fra utjevningen av alle de enkelte målesesjonene blir presentert i vedlegg A. Her presenteres resultatene fra den første sesjonen, som et eksempel, i tabell 7.

**Tabell 7: Tabellen viser de utjevnedde baselinjekomponentene av måledataene fra målesesjon 1.**

Baselinje (fra-til)	Utjevnedde data fra sesjon 1			Standardavvik hel baselinje [m]
	dX [m]	dY [m]	dZ [m]	
1-2	-3,5715	5,5334	1,2606	0,0011
1-3	-17,8937	27,7102	6,2475	0,0010
1-4	-21,1236	32,7545	7,3754	0,0008
2-3	-14,3222	22,1768	4,9869	0,0012
2-4	-17,5520	27,2211	6,1148	0,0011
3-4	-3,2299	5,0443	1,1279	0,0009

Fra tabellene i vedlegg A, og tabell 7 over, ser man at de utjevnedde baselinjekomponentene fra de ulike sesjonene skiller seg relativt lite fra hverandre, alle differanser er på lavt millimeternivå. Ser man for eksempel på dX-komponenten til baselinje 1-2 er minste verdi -3,5751 meter, mens største verdi er -3,5713 meter. Differansen mellom disse to er 3,8 millimeter. Antatt standardavvik kan beregnes fra formel (7), innsatt dataene fra beregnet lengde på baselinjene og data om antennene i kapittel 4.2. For baselinja fra punkt 1 til punkt 2 gir denne beregningen et antatt standardavvik på 6,7 millimeter. På grunn av at alle baselinjene er veldig korte, faller i praksis PPM-leddet i formelen bort, slik at det antatte standardavviket blir likt for alle baselinjene. Differansen på 3,8 millimeter er med andre ord innenfor det antatte standardavviket.

De tredimensjonale standardavvikene beregnet etter utjevningen ligger jevnt over på rundt millimeteren, noe som må sies å være tilfredsstillende. Det største standardavviket er heller ikke større enn 2.5 millimeter. Det er litt forskjell sesjonene i mellom med tanke på standardavvikenes generelle størrelse. Sesjon 4, 5 og 6 skiller seg noe ut fra de andre, med litt høyere standardavvik. Det er ikke snakk om store forskjeller, men de skiller seg ut en anelse fra de andre. Disse sesjonene ble målt henholdsvis omtrent fra klokka 12, 14 og 16.30 den 25. mars. Værforholdene den dagen var stort sett stabile, med jevnt over relativt liten aktivitet i ionosfæren, dog en anelse mer aktivitet mellom klokka 15.00 og 17.00, se figur 26. I denne korte perioden ble det observert en TECU/min på opp mot 2.5, i motsetning til verdier fra drøyt 1 og nedover

ellers. Dette kan mulig forklare de små forskjellene, selv om det er snakk om små avvik i TECU/min også. I forhold til det antatte standardavviket på baselinjene, som nevnt i forrige avsnitt, er alle de beregnede standardavvikene etter utjevningen mindre enn halvparten av det antatte. De fleste ligger rundt en femdel av det antatte. Dette er gode resultater. De beregnede standardavvikene for baselinjene i de forskjellige målesesjonene ligger dog generelt noe over det som ble funnet i (6), hvor de fleste standardavvikene på baselinjer med tilnærmet tilsvarende lengder lå rett over eller under 1 millimeter. Imidlertid ble det der kun gjort en målesesjon, og også i denne oppgaven er enkelte av målesesjonene nede på dette nivået i standardavvik. Denne oppgaven gir derfor trolig et bedre generelt anslag på standardavviket på grunn av de gjentatte målesesjonene.

Korrelasjonskoeffisientene mellom de ulike observasjonene innen en målesesjon er generelt relativt lave, selv om det også er enkelte høye korrelasjoner. I en del av tilfellene er disse koeffisientene enten mellom ulike komponenter innen en enkelt baselinje, eller mellom baselinjekomponenter med et felles start- eller slutt punkt (en felles mottaker har vært involvert i målingen av baselinjene). Dette må til en viss grad forventes med tanke på hvordan nettet av baselinjer er designet, med alle baselinjene i samme retning mer eller mindre på en linje, som man kan se av figur 23. Det er imidlertid også mellom øvrige baselinjer, som ikke har noe felles utover tidspunktet for måling, enkelte høye korrelasjonskoeffisienter å finne. Dette er det vanskeligere å si noe bestemt om, men også her vil selvfølgelig designet av nettverket kunne ha en innvirkning. Korrelasjonsmatrisene fra alle målesesjonene ligger i Vedlegg B.

Ved å se på de utjevnete verdiene for baselinjekomponentene i de ti ulike målesesjonene som uavhengige målinger av disse avstandene, kan det beregnes snittverdier for de ulike baselinjekomponentene. Disse gjennomsnittsverdiene er gjengitt i tabell 8.

**Tabell 8: Tabellen viser gjennomsnittsverdiene av de utjevnete baselinjekomponentene fra de ti målesesjonene**

Baselinje (fra-til)	Gjennomsnittsverdier [m]			
	dX	dY	dZ	Total Baselinjelengde
1-2	-3,5729	5,5311	1,2620	6,7046
1-3	-17,8949	27,7092	6,2452	33,5713
1-4	-21,1252	32,7531	7,3746	39,6664
2-3	-14,3220	22,1781	4,9832	26,8667
2-4	-17,5522	27,2220	6,1126	32,9619
3-4	-3,2303	5,0440	1,1294	6,0952

Standardavvikene på gjennomsnittsverdiene i tabell 8, vises i tabell 9.

**Tabell 9: Tabellen viser standardavvik på gjennomsnittet for gjennomsnittsverdiene i tabell 8**

Baselinje (fra-til)	Standardavvik på gjennomsnittet [m]			
	dX	dY	dZ	Total Baselinje
1-2	0,0004	0,0006	0,0003	0,0005
1-3	0,0005	0,0003	0,0006	0,0004
1-4	0,0004	0,0004	0,0005	0,0005
2-3	0,0004	0,0004	0,0006	0,0003
2-4	0,0004	0,0003	0,0005	0,0002
3-4	0,0003	0,0003	0,0006	0,0003

Standardavvikene er beregnet ved formel (11), både for komponentene og den totale baselinjelengden. For den totale baselinjelengden vil det si at det er beregnet totale baselinjer ut fra komponentene i hver utjevning, slik at det totalt er 10 fulle baselinjelengder for hver baselinje (en fra hver utjevning), som det igjen er beregnet et standardavvik på gjennomsnittet av. Ser at standardavvikene på den totale baselinjen er helt på høyde med, og i flere tilfeller under, standardavvikene på komponentene. Dette kan virke noe merkelig, men det er viktig å huske på at standardavvikene i komponentene kan virke mot hverandre, slik at den totale baselinjelengden ikke trenger å skille seg mer fra de andre totale lengdene selv om enkeltkomponentene gjør det. Det ville derimot trolig vist seg i små retningsforskjeller, om man ser på dette, noe som ikke

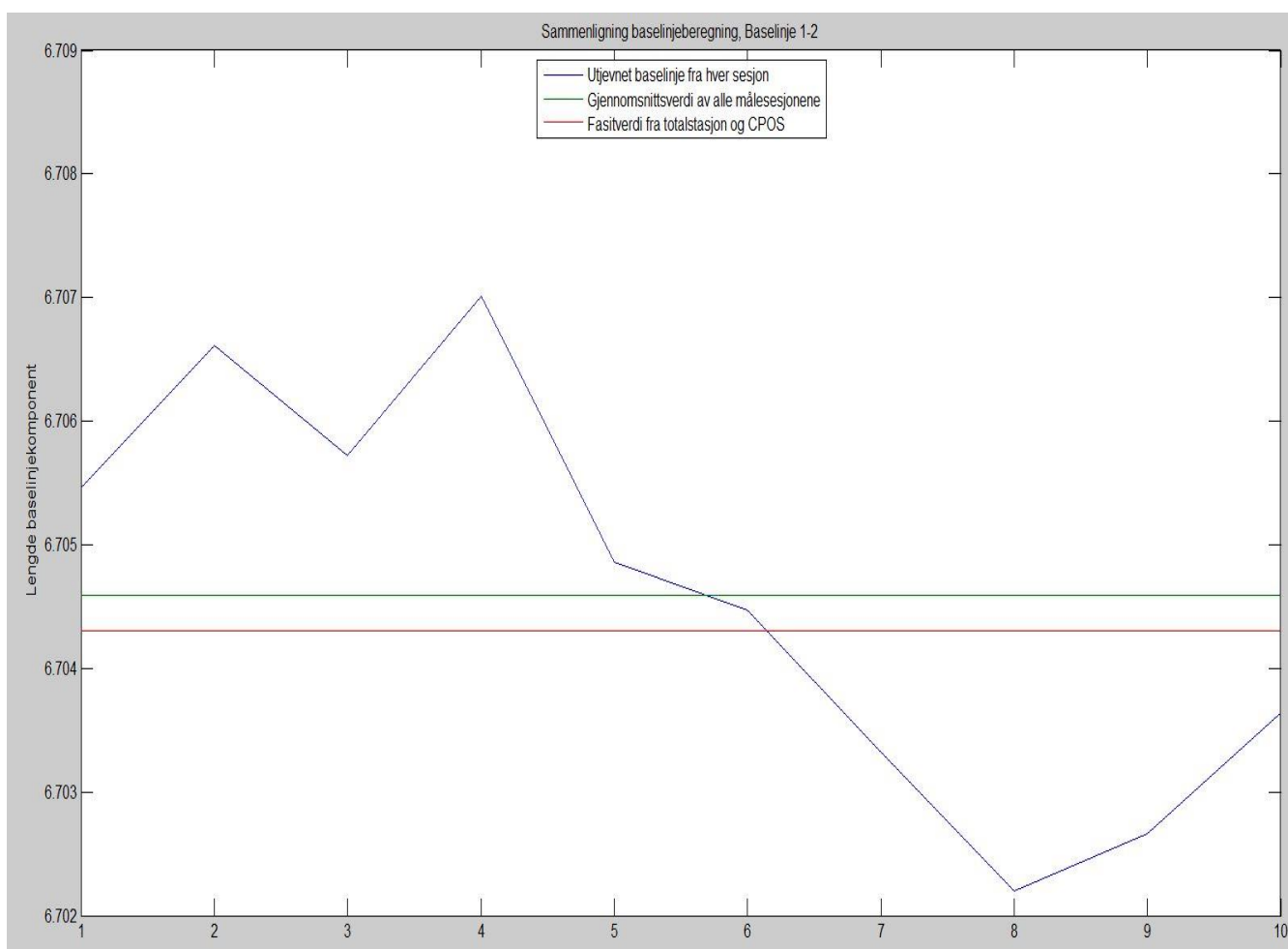


blir gjort i denne oppgava. Likevel er disse standardavvikene så små at det kan være grunn til å anta at dem er overoptimistiske.

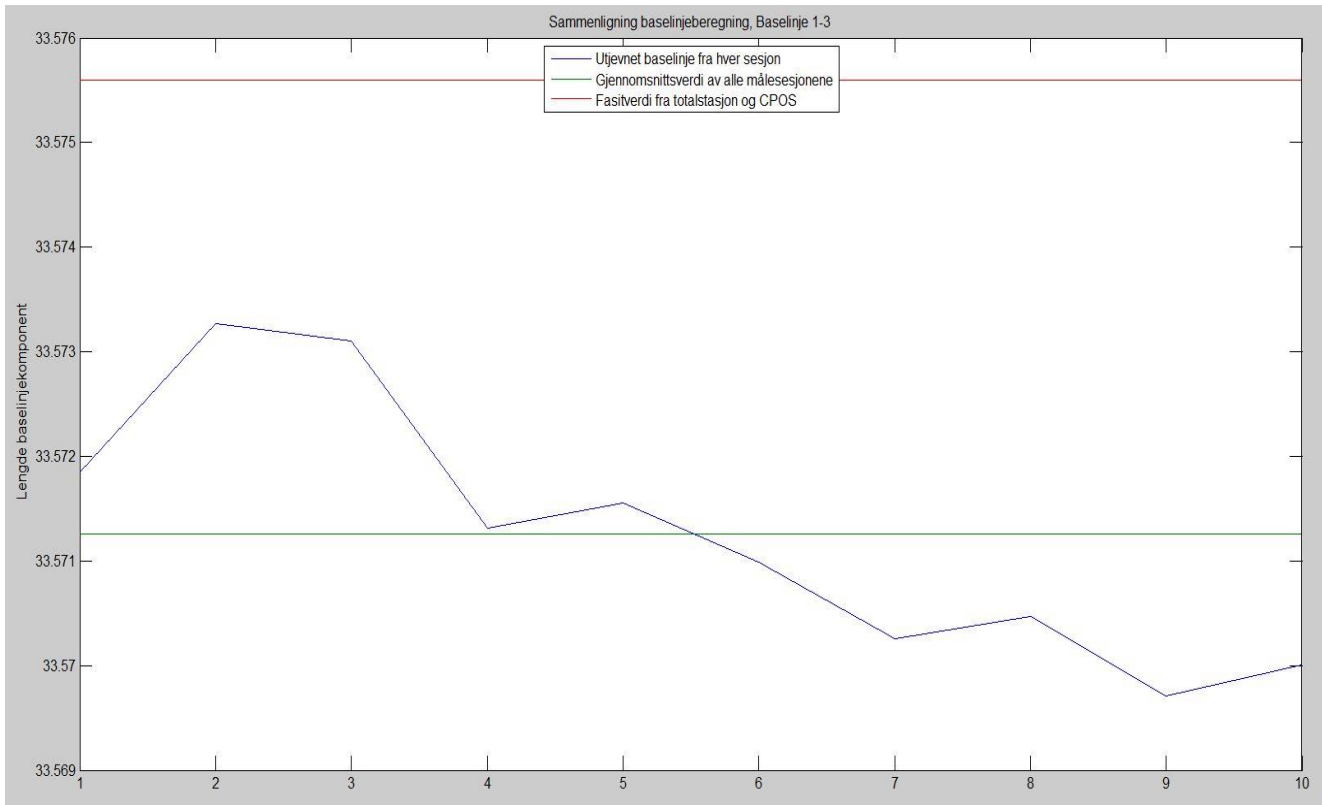
## 5.4 Sammenligning

I dette delkapittelet vil det bli presentert en sammenligning mellom ulike resultater fra de forskjellige målingene.

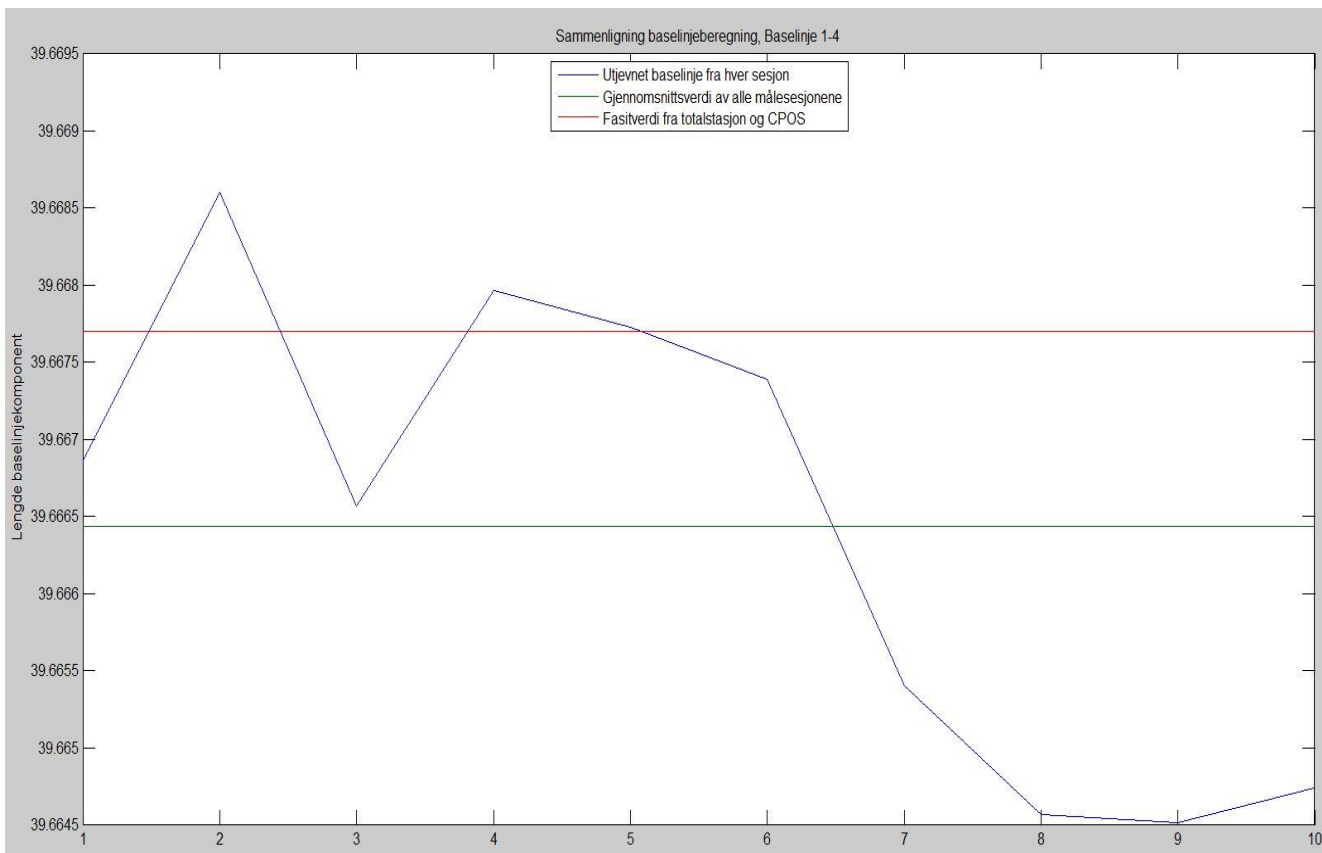
Fra de beregnede resultatene kan det gjøres flere sammenligninger. Først og fremst er det en sammenligning mellom de totale lengdene på de forskjellige baselinjene som er av interesse. I figur 31 til 36 presenteres grafer hvor den beregnede antatte fasitverdien fra totalstasjonsmålingene plottes sammen med de beregnede lengdene fra hver utjevnete målesesjon og gjennomsnittsverdien av disse.



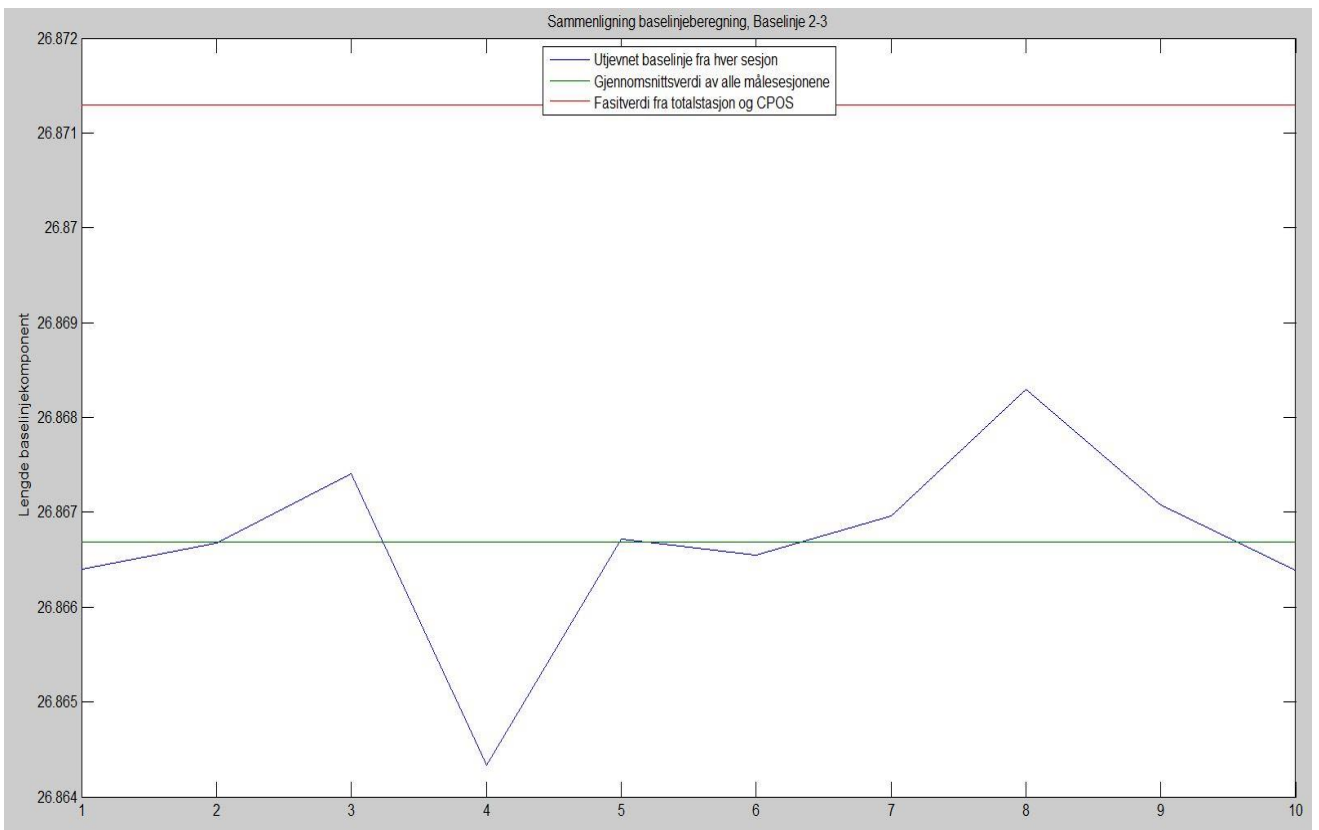
Figur 31: Sammenligning baselinjeberegning, baselinje 1-2, [m]



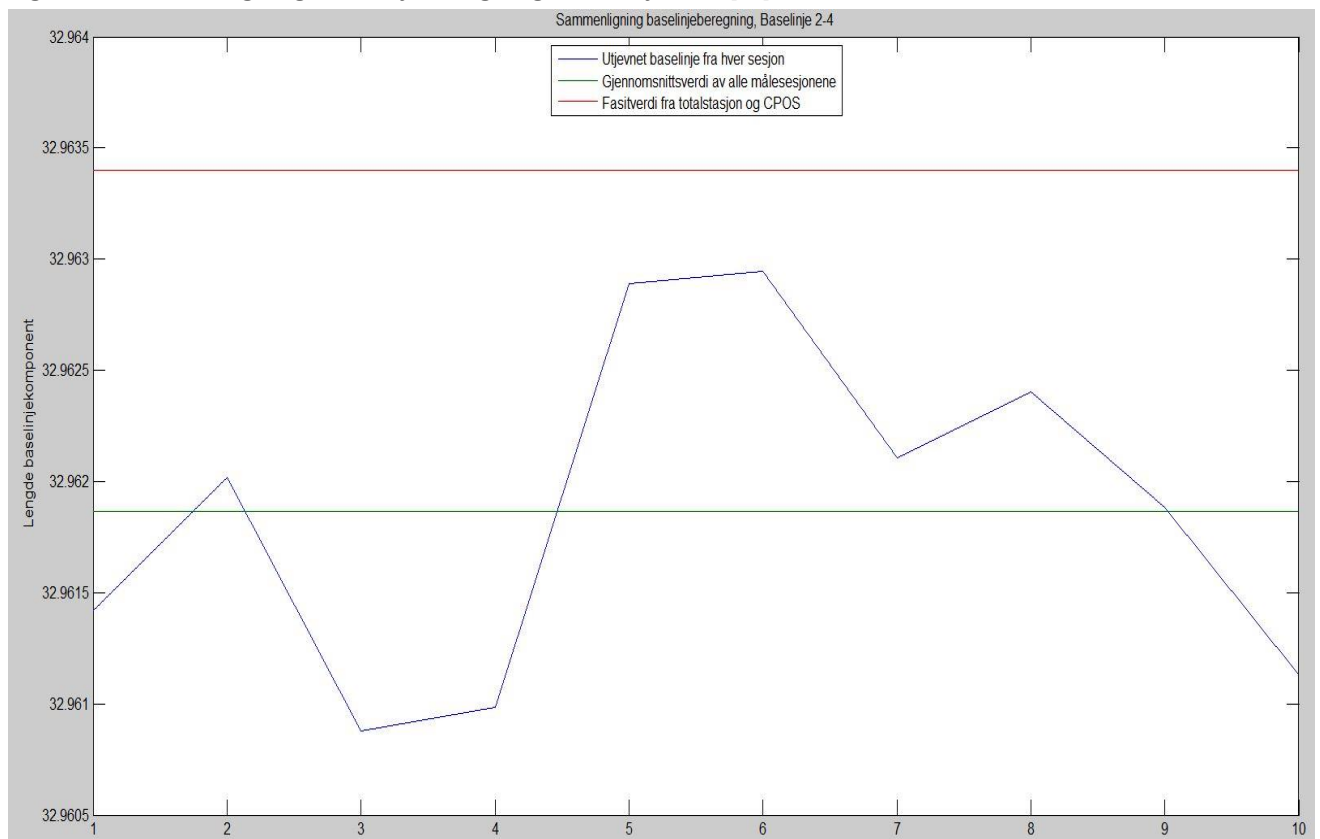
Figur 32: Sammenligning baselinjeberegning, baselinje 1-3, [m]



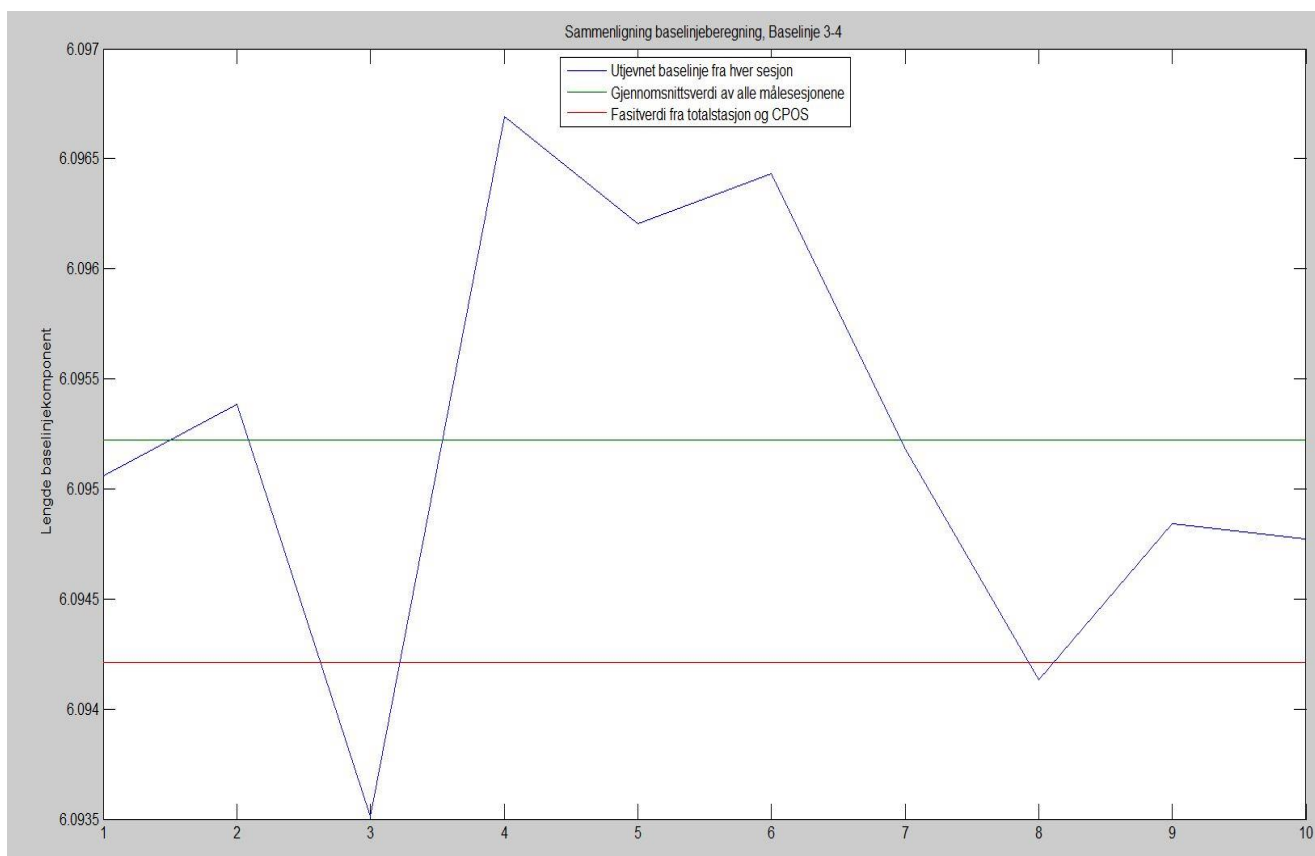
Figur 33: Sammenligning baselinjeberegning, baselinje 1-4, [m]



**Figur 34: Sammenligning baselinjeberegning, baselinje 2-3, [m]**



**Figur 35: Sammenligning baselinjeberegning, baselinje 2-4, [m]**



**Figur 36: Sammenligning baselinjeberegning, baselinje 3-4, [m]**

**Tabell 10: Tabellen viser den absolutte differansen mellom fasitverdi fra totalstasjon og gjennomsnittsverdi fra utjevnet klassisk statistisk GNSS**

	Absolutt differanse mellom fasitverdi fra totalstasjon og gjennomsnittsverdi fra utjevnet klassisk statistisk GNSS					
Baselinje	1-2	1-3	1-4	2-3	2-4	3-4
Differanse [m]	0,0003	0,0043	0,0013	0,0046	0,0015	0,0010

Som man ser av figur 31, 32, 33, 34, 35 og 36, i tillegg til tabell 10 er den største differansen mellom gjennomsnittsverdien av de utjevnedde baselinjene og fasiten på 4,6 millimeter for baselinje 2-3. Dette er en god del mer enn de beregnede standardavvikene på gjennomsnittsverdiene. Man ser også at for de baselinjene som skiller seg mest fra fasiten er ingen av de utjevnedde verdiene i nærheten, noe som er litt rart. Dog er alle differansene innenfor det antatte standardavviket på statiske GNSS baselinjemålinger beregnet fra Leica sine egne opplysninger (6,7 millimeter), og

resultatene er sett i dette lyset ok. Den nevnte usikkerheten rundt transformasjonen fra UTM til ECEF spiller også inn her, og kan ha noe å si på resultatet. I tillegg til baselinjedifferansen for baselinje 2-3 skiller baselinje 1-3 seg relativt mye ut i tabell 10. De fire andre differansene er relativt mye mindre. Begge baselinjene som skiller seg ut ender med andre ord i punkt 3, og disse er også de eneste som gjør det. Fra totalstasjonsberegningene i GisLine er det ingenting som tyder på at det skal være noe spesielt med dette punktet, standardavvikene fra utjevningen er identiske med de for punkt 2. Det er derfor litt vanskelig å se at større usikkerhet i bestemmelsen av punkt 3 skal være en medvirkende årsak.

Kun differansen for baselinje 1-2 ligger innenfor det beregnede standardavviket i tabell 9. Imidlertid er baselinjene 1-4, 2-4 og 3-4 betydelig mindre enn det beregnede antatte standardavviket på statiske GNSS baselinjemålinger, og ligger på mellom 1,0 og 1,5 millimeter.

Fra utjevnete baselinjer kan det beregnes posisjoner på de forskjellige punktene, forutsatt at minst et av punktene har en posisjon som kan anses kjent. I dette tilfellet anses punkt 1 kjent fra CPOS-målingene, og er derfor et utgangspunkt for beregning av de andre koordinatene. I tabell 11 er punktene gitt. Beregningene ble gjort ved hjelp av formlene i kapittel 3.4.

**Tabell 11: Koordinater i UTM beregnet fra ECEF, med utgangspunkt i antatt kjent koordinat i punkt 1.**

UTM-koordinater beregnet fra gjennomsnittsverdiene til de utjevnete baselinjene, med punkt 1 som antatt kjent punkt			
Punkt	N [m]	E [m]	Ellipsoidisk høyde [m]
1	7032871,8061	570073,1872	130,2434
2	7032874,7519	570079,2073	130,2464
3	7032886,5252	570103,3461	130,1915
4	7032889,1773	570108,8317	130,1874

Ved sammenligning opp mot koordinatene fra totalstasjonsmålingene i tabell 1, ser man at koordinatene generelt skiller seg fra hverandre med mindre enn 2 millimeter. De absolutte differansene er gitt i tabell 12. Den største absolutte differansen er på 4,7

millimeter i E-verdi for punkt 3. Dette er på linje med at differansen for baselinje 1-3 var en av de to som skilte seg ut fra de andre.

Det antatt kjente punktet, punkt 1, får ingen differanse ned til under 0,05 millimeter ved beregningen andre veien. I den iterative beregningen fra ECEF til geodetiske koordinater ble det satt en grense for ny iterasjon på endring i breddegrad på mer enn 0,000000001. Var endringen fra forrige iterasjon større enn dette, ble en ny iterasjon gjennomført. Dette skal sikre en god kvalitet på beregningen.

Dette er i utgangspunktet et godt tegn for beregningen andre veien også, og kan være en indikasjon på at det ikke nødvendigvis er en så stor usikkerhet i denne delen av fasitberegningen som fryktet.

**Tabell 12: Tabellen viser differansen mellom UTM-koordinater beregnet fra baselinjemålinger og totalstasjonsmålinger**

Differanse mellom koordinater beregnet fra baselinjemålinger og totalstasjonsmålinger			
Punkt	N [m]	E [m]	Ellipsoidisk høyde [m]
1	0,0000	0,0000	0,0000
2	0,0012	0,0003	0,0018
3	0,0004	0,0047	0,0006
4	0,0006	0,0017	0,0015

## 6 Konklusjon og fremtidig arbeid

I denne oppgaven er det blitt etablert et kalibreringsnett for GNSS. Dette innebærer vurderinger i forhold til utformingen av nettet, lokaliseringen, selve monteringen og valg i forbindelse med dette, innmåling og beregning. Et kalibreringsnett for GNSS setter en del krav, for eksempel til tilgjengelighet, varighet/robusthet og sikt til himmelen. De fleste av kravene er blitt tatt godt hånd om ved den valgte lokaliseringen på taket av Sentralbygg 2 ved NTNU Gløshaugen, som er en av de to høyest beliggende bygningene på campus. Et minus med lokaliseringen er at nettets resulterende geometri ikke kunne bli optimal på grunn av takets utforming. Alle de andre faktorene ble imidlertid vurdert å oppveie dette, slik at lokaliseringen totalt sett var den beste mulige ut fra de forutsetningene prosjektet hadde. Selv om dette kalibreringsnettet nå er etablert, kan det om ønskelig fortsatt utvides i fremtidige arbeider for å få en bedre geometri, om man finner gode steder å sette opp flere stasjoner i nettverket.

Den andre delen av oppgaven gikk ut på å gjøre en analyse av nøyaktigheten og presisjonen til baselinjer målt med klassisk statistisk GNSS. Denne delen baserte seg på et tidligere prosjekt gjennomført høsten 2014 (6), hvor det blant annet ble foreslått å etablere en fasit å sammenligne observasjonene mot med tanke på å vurdere nøyaktighet (avvik fra fasit), og å gjennomføre flere målesesjoner for å kunne gjøre en bedre analyse av både nøyaktigheten og presisjonen (gjenskaping av resultat). I det forrige prosjektet ble det konkludert med at klassisk statistiske målinger kunne gi en veldig

god baselinjebestemmelse, med standardavvik på rundt 1 millimeter. Ved å gjennomføre flere målesesjoner, og utjevninger, ble det i denne oppgaven beregnet et standardavvik på gjennomsnittet av de utjevnete baselinjene på rundt halvparten av dette igjen, selv om standardavvikene kun basert på utjevning av en enkelt målesesjon, slik det ble gjort i det forrige prosjektet, generelt lå høyere eller på samme nivå for målesesjonene i denne oppgaven. Dette innebærer at målemetoden i relativt høy grad er i stand til å gjenskape resultatene.

I denne oppgaven var det også mulig å sammenligne observasjonene opp mot en beregnet antatt tilnærmet feilfri fasit. Disse sammenligningene viste at det ikke nødvendigvis er slik at fordi det er høy grad av gjenskaping er nøyaktigheten tilsvarende høy. De ulike baselinjene skilte seg på det meste 4,6 millimeter fra fasitverdi, og på det minste 0,3 millimeter fra fasitverdi. Begge deler er dog innenfor et beregnet antatt standardavvik på klassisk statiske GNSS-målinger, basert på verdier gitt av måleutstyrets produsent, Leica.

På grunn av kalibreringsnettets utforming var det dessverre ikke mulig å teste og analysere den avstandsavhengige nøyaktigheten til disse målingene, dette er noe som kan vurderes til fremtidige prosjekter. Dette kan kanskje kombineres med en eventuell utvidelse av nettet med tanke på bedring av geometrien.



# Referanser

1. GPS.gov. Constellation 2014. Available from: <http://www.gps.gov/multimedia/images/constellation.jpg>.
2. Holsen J. Geodesy Part 2: The geodesic on the spheroid; geodetic main tasks; the projection of the spheroid 2012.
3. Skogseth T, Norberg D. Grunnleggende landmåling. 3 ed: Gyldendal; 2014.
4. Navipedia. Glonass Constellation. 2014.
5. Misra P, Enge P. Global Positioning System Signals, Measurements, and Performance. Revised 2 ed 2012.
6. Øie M. GNSS accuracy investigation. NTNU, 2014.
7. Yeh TK, Wang CS, Lee CW, Liou YA. Construction and uncertainty evaluation of a calibration system for GPS receivers. Metrologia. 2006.
8. Featherstone WE, Forward TA, Penna NT, Stewart MP, Tsakiri M, McCarthy R, et al. Establishment of a GNSS Testing and Validation Facility in Perth, Western Australia.
9. Statens Kartverk. Satellittbasert Posisjonsbestemmelse. 2009.
10. European Commission. Available from: [http://ec.europa.eu/growth/sectors/space/galileo/index\\_en.htm](http://ec.europa.eu/growth/sectors/space/galileo/index_en.htm).
11. BeiDou Navigation Satellite System. BeiDou - System Introduction. Available from: <http://www.beidou.gov.cn/2012/12/14/201212142e8f29c30e0d464c9b34d6828706f81a.html>.
12. Japan Aerospace Exploration Agency. Available from: <http://global.jaxa.jp/projects/sat/qzss/index.html>.
13. Indian Space Research Organisation. Available from: <http://www.isro.gov.in/applications/satellite-navigation-programme>.
14. Hofmann-Wellenhof B, Lichtenegger H, Wasle E. GNSS - Global Navigation Satellite Systems 2008.
15. USA DoD. Global Positioning System Standard Positioning Service Performance Standard. 2008.
16. National Coordination Office for Space-Based Positioning N, and Timing Available from: <http://www.gps.gov/systems/gps/space/>.
17. Federal Space Agency Information-Analytical Center. Available from: <https://glonass-iac.ru/en/>.
18. GPS.gov. Available from: <http://www.gps.gov/systems/gps/modernization/civilsignals/>.
19. Korsnes AP. Tilgjengelighet og korrelasjonsanalyse av GNSS-data: NTNU; 2008.

20. Vangen V. Vurdering av RTK GPS målinger med hensyn på nøyaktighet i ellipsoidiske høyder: NTNU; 2006.
21. Statens\_Kartverk. Posisjonstjenester Statens Kartverk. Available from: <http://kartverket.no/posisjonstjenester/>.
22. Statens\_Kartverk. CPOS. Available from: <http://kartverket.no/Posisjonstjenester/CPOS/>.
23. Statens\_Kartverk. CPOS Brukerveiledning. Available from: <http://kartverket.no/Posisjonstjenester/CPOS/CPOS-brukerveiledning/>.
24. Norgeodesi. CPOS. Available from: <http://www.norgeodesi.no/trimble/cpos/c-25/p-296>.
25. Grinde G. Jakten på centimeteren - hvor langt har vi kommet? Brukerkonferansen2013.
26. Holtsmark T. brytning - refraksjon 2014. Available from: <https://snl.no/brytning%2Frefraksjon>.
27. Tipler PA, Mosca G. Physics For Scientists and Engineers. 6 ed2008.
28. Ghilani CD. Adjustment Computations - Spatial Data Analysis. 5 ed2010.
29. Anderson JM, Mikhail EM. Surveying, Theory and Practice. 7 ed1998.
30. Walpole RE, Myers RH, Myers SL, Ye K. Probability & Statistics for engineers and scientists. 9 ed2012.
31. Wang C, Feng Y, Higgins M, Cowie B. Assessment of Commercial Network RTK User Positioning Performance over Long Inter-Station Distances. Journal of Global Positioning Systems. 2010;9, No.1 :78-89.
32. Holsen J, Skogseth T. Matematisk statistikk (feilteori) og estimering (MKM), elementmetoden2011.
33. Haakonsen TA. En sekundær kartprojeksjon i Norge? Kart og plan. 2008;68:88-99.
34. Vermeille H. Computing geodetic coordinates from geocentric coordinates. Journal of Geodesy. 2003(78):94-5.
35. Geomatikkseksjonen Ifmrt, NMBU. Fotpunktbredde Store Norske Leksikon2009. Available from: <https://snl.no/fotbunktbredde>.
36. Leica\_Geosystems. Leica Viva GS15 Data sheet. 2015.
37. Leica\_Geosystems. Leica GPS1200 Series High performance GNSS System. 2006.
38. Norkart. Available from: <http://www.nkgs.no/wip4/gis-line/p.epl?cat=18611>.
39. MathWorks. Available from: <http://se.mathworks.com/products/matlab/>.

40. Statens\_Kartverk. Available from:  
<http://sesolstorm.kartverket.no/>.
41. YR.no. Available from: yr.no.
42. Meteorologisk\_institutt. eKlima. Available from:  
[http://sharki.oslo.dnmi.no/portal/page?\\_pageid=73,39035,73\\_39049&\\_dad=portal&\\_schema=PORTAL](http://sharki.oslo.dnmi.no/portal/page?_pageid=73,39035,73_39049&_dad=portal&_schema=PORTAL).

## Vedlegg A – Utjevnede sesjonsdata fra klassisk statistisk observasjoner

Tabellen inneholder data på de utjevnede baselinjene fra målesesjon 1

Baselinje (fra-til)	Utjevnede data fra sesjon 1			Standardavvik hel baselinje [m]
	dX [m]	dY [m]	dZ [m]	
1-2	-3.5715	5.5334	1.2606	0.0011
1-3	-17.8937	27.7102	6,2475	0.0010
1-4	-21.1236	32.7545	7.3754	0.0008
2-3	-14.3222	22.1768	4.9869	0.0012
2-4	-17.5520	27.2211	6.1148	0.0011
3-4	-3.2299	5.0443	1.1279	0.0009

Tabellen inneholder data på de utjevnede baselinjene fra målesesjon 2

Baselinje (fra-til)	Utjevnede data fra sesjon 2			Standardavvik hel baselinje [m]
	dX [m]	dY [m]	dZ [m]	
1-2	-3.5748	5.5324	1.2616	0.0012
1-3	-17.8988	27.7092	6,2445	0.0008
1-4	-21.1269	32.7548	7.3741	0.0007
2-3	-14.3240	22.1768	4.9828	0.0011
2-4	-17.5521	27.2223	6.1125	0.0009
3-4	-3.2281	5.0455	1.1296	0.0007

**Tabellen inneholder data på de utjevnedde baselinjene fra målesesjon 3**

Baselinje (fra-til)	Utjevnedde data fra sesjon 3			Standardavvik hel baselinje [m]
	dX [m]	dY [m]	dZ [m]	
1-2	-3.5733	5.5319	1.2634	0.0008
1-3	-17.8962	27.7098	6,2488	0.0009
1-4	-21.1253	32.7530	7.3756	0.0007
2-3	-14.3229	22.1779	4.9854	0.0009
2-4	-17.5520	27.2211	6.1122	0.0010
3-4	-3.2292	5.0432	1.1268	0.0007

**Tabellen inneholder data på de utjevnedde baselinjene fra målesesjon 4**

Baselinje (fra-til)	Utjevnedde data fra sesjon 4			Standardavvik hel baselinje [m]
	dX [m]	dY [m]	dZ [m]	
1-2	-3.5751	5.5325	1.2623	0.0013
1-3	-17.8959	27.7089	6,2441	0.0016
1-4	-21.1263	32.7536	7.3778	0.0011
2-3	-14.3208	22.1763	4.9818	0.0018
2-4	-17.5511	27.2210	6.1155	0.0017
3-4	-3.2304	5.0447	1.1337	0.0014

**Tabellen inneholder data på de utjevnedde baselinjene fra målesesjon 5**

Baselinje (fra-til)	Utjevnedde data fra sesjon 5			Standardavvik hel baselinje [m]
	dX [m]	dY [m]	dZ [m]	
1-2	-3.5719	5.5322	1.2615	0.0025
1-3	-17.8945	27.7105	6,2423	0.0016
1-4	-21.1262	32.7545	7.3727	0.0013
2-3	-14.3226	22.1782	4.9808	0.0021
2-4	-17.5543	27.2223	6.1112	0.0024
3-4	-3.2316	5.0441	1.1304	0.0011

**Tabellen inneholder data på de utjevnedde baselinjene fra målesesjon 6**

Baselinje (fra-til)	Utjevnedde data fra sesjon 6			Standardavvik hel baselinje [m]
	dX [m]	dY [m]	dZ [m]	
1-2	-3.5713	5.5317	1.2634	0.0020
1-3	-17.8946	27.7092	6,2447	0.0014
1-4	-21.1260	32.7541	7.3732	0.0009
2-3	-14.3233	22.1775	4.9813	0.0022
2-4	-17.5547	27.2224	6.1098	0.0020
3-4	-3.2314	5.0449	1.1285	0.0010

**Tabellen inneholder data på de utjevnedde baselinjene fra målesesjon 7**

Baselinje (fra-til)	Utjevnedde data fra sesjon 7			Standardavvik hel baselinje [m]
	dX [m]	dY [m]	dZ [m]	
1-2	-3.5733	5.5294	1.2617	0.0011
1-3	-17.8936	27.7087	6,2458	0.0011
1-4	-21.1245	32.7525	7.3738	0.0010
2-3	-14.3203	22.1793	4.9840	0.0012
2-4	-17.5511	27.2231	6.1121	0.0012
3-4	-3.2309	5.0438	1.1281	0.0011

**Tabellen inneholder data på de utjevnedde baselinjene fra målesesjon 8**

Baselinje (fra-til)	Utjevnedde data fra sesjon 8			Standardavvik hel baselinje [m]
	dX [m]	dY [m]	dZ [m]	
1-2	-3.5720	5.5289	1.2616	0.0015
1-3	-17.8931	27.7093	6,2457	0.0009
1-4	-21.1240	32.7516	7.3745	0.0010
2-3	-14.3211	22.1804	4.9841	0.0012
2-4	-17.5520	27.2228	6.1129	0.0015
3-4	-3.2309	5.0424	1.1288	0.0009

**Tabellen inneholder data på de utjevnede baselinjene fra målesesjon 9**

Baselinje (fra-til)	Utjevnede data fra sesjon 9			Standardavvik hel baselinje [m]
	dX [m]	dY [m]	dZ [m]	
1-2	-3.5734	5.5284	1.2621	0.0011
1-3	-17.8939	27.7080	6,2450	0.0010
1-4	-21.1239	32.7514	7.3758	0.0007
2-3	-14.3205	22.1796	4.9830	0.0012
2-4	-17.5505	27.2230	6.1137	0.0011
3-4	-3.2300	5.0434	1.1307	0.0010

**Tabellen inneholder data på de utjevnede baselinjene fra målesesjon 10**

Baselinje (fra-til)	Utjevnede data fra sesjon 10			Standardavvik hel baselinje [m]
	dX [m]	dY [m]	dZ [m]	
1-2	-3.5726	5.5302	1.2621	0.0014
1-3	-17.8947	27.7081	6,2439	0.0013
1-4	-21.1251	32.7514	7.3734	0.0011
2-3	-14.3222	22.1779	4.9817	0.0013
2-4	-17.5525	27.2213	6.1112	0.0015
3-4	-3.2303	5.0434	1.1295	0.0013





## Vedlegg B – Korrelasjonsmatriser nøyaktighetsanalyse statistisk GNSS

1.0000	0.4872	0.5348	0.4928	0.3756	0.1788	0.5935	0.4234	-0.3816	-0.2600	-0.0976	-0.2560	0.1903	0.0197	0.1982	-0.1320	0.0757	-0.3552	0.4791	-0.0656	0.7117
0.4872	1	0.0485	0.4391	0.5934	0.1023	0.2293	0.6472	-0.5729	-0.0595	-0.0660	-0.1281	-0.1319	0.2539	-0.0573	-0.3424	0.0948	-0.4057	0.2987	0.1530	0.4779
0.5348	0.0485	1	-0.0219	0.0403	0.1762	0.1752	0.1092	0.1685	-0.3464	-0.1406	-0.1003	0.4238	-0.0015	0.5088	0.1571	0.0810	-0.0392	0.4114	-0.0934	0.6535
0.4928	0.4391	-0.0219	1.0000	0.5777	0.5241	0.5322	0.3877	-0.3870	0.1539	0.0054	0.0297	-0.7605	-0.2696	-0.4729	-0.7723	-0.1850	-0.6235	-0.0254	-0.0670	0.2801
0.3756	0.5934	0.0403	0.5777	1.0000	0.3896	0.3714	0.5992	-0.3692	0.0462	0.1170	-0.0466	-0.3715	-0.6279	-0.3140	-0.3983	-0.4023	-0.5100	0.0181	-0.1882	0.3151
0.1788	0.1023	0.1762	0.5241	0.3896	1	0.2898	0.2437	-0.0959	0.1117	0.0477	0.0619	-0.4579	-0.3692	-0.7577	-0.3966	-0.1449	-0.8228	-0.1147	-0.2145	0.2116
0.5935	0.2293	0.1752	0.5322	0.3714	0.2898	1	0.3512	-0.0539	-0.0917	2.9773...	0.0065	-0.1576	-0.2245	-0.1374	0.1268	-0.0023	-0.2534	-0.4221	-0.2277	0.1785
0.4234	0.6472	0.1092	0.3877	0.5992	0.2437	0.3512	1.0000	-0.4737	-0.1035	0.0434	-0.0598	-0.1214	-0.0943	-0.1408	-0.1907	0.4919	-0.4577	0.0939	-0.6543	0.4492
-0.3816	-0.5729	0.1685	-0.3870	-0.3692	-0.0959	-0.0539	-0.4737	1	-0.0923	0.0396	0.0437	0.1519	-0.1103	0.1956	0.4130	-0.1401	0.6447	-0.3710	0.0458	-0.6360
-0.2600	-0.0595	-0.3464	0.1539	0.0462	0.1117	-0.0917	-0.1035	-0.0923	1.0000	0.0858	0.4228	-0.3676	-0.1131	-0.3273	-0.2491	-0.1686	-0.1384	-0.1928	0.0752	-0.2003
-0.0976	-0.0660	-0.1406	0.0054	0.1170	0.0477	2.9773...	0.0434	0.0396	0.0858	1	-0.1334	-0.0789	-0.2044	-0.1350	-0.0061	-0.0776	-0.0141	-0.1102	-0.1217	-0.1405
-0.2560	-0.1281	-0.1003	0.0297	-0.0466	0.0619	0.0065	-0.0598	0.0437	0.4228	-0.1334	1.0000	-0.2245	-0.0678	-0.1206	-0.0298	-0.0177	-0.0226	-0.2955	-0.0495	-0.1120
0.1903	-0.1319	0.4238	-0.7605	-0.3715	-0.4579	-0.1576	-0.1214	0.1519	-0.3676	-0.0789	-0.2245	1	0.3189	0.6814	0.7728	0.2652	0.4384	0.3862	0.0266	0.2151
0.0197	0.2539	-0.0015	-0.2696	-0.6279	-0.3692	-0.2245	-0.0943	-0.1103	-0.1131	-0.2044	-0.0678	0.3189	1.0000	0.3219	0.1475	0.5751	0.2206	0.2670	0.3741	0.0834
0.1982	-0.0573	0.5088	-0.4729	-0.3140	-0.7577	-0.1374	-0.1408	0.1956	-0.3273	-0.1350	-0.1206	0.6814	0.3219	1.0000	0.4510	0.1804	0.6936	0.3730	0.1257	0.2482
-0.1320	-0.3424	0.1571	-0.7723	-0.3983	-0.3966	0.1268	-0.1907	0.4130	-0.2491	-0.0061	-0.0298	0.7728	0.1475	0.4510	1.0000	0.2150	0.5404	-0.2869	-0.0924	-0.1942
0.0757	0.0948	0.0810	-0.1850	-0.4023	-0.1449	-0.0023	0.4919	-0.1401	-0.1686	-0.0776	-0.0177	0.2652	0.5751	0.1804	0.2150	1.0000	0.0313	0.0877	-0.5436	0.1710
-0.3552	-0.4057	-0.0392	-0.6235	-0.5100	-0.8228	-0.2534	-0.4577	0.6447	-0.1384	-0.0141	-0.0226	0.4384	0.2206	0.6936	0.5404	0.0313	1	-0.1238	0.1909	-0.5257
0.4791	0.2987	0.4114	-0.0254	0.0181	-0.1147	-0.4221	0.0939	-0.3710	-0.1928	-0.1102	-0.2955	0.3862	0.2670	0.3730	-0.2869	0.0877	-0.1238	1	0.1745	0.6070
-0.0656	0.1530	-0.0934	-0.0670	-0.1882	-0.2145	-0.2277	-0.6543	0.0458	0.0752	-0.1217	-0.0495	0.0266	0.3741	0.1257	-0.0924	-0.5436	0.1909	0.1745	1.0000	-0.1082
0.7117	0.4779	0.6535	0.2801	0.3151	0.2116	0.1785	0.4492	-0.6360	-0.2003	-0.1405	-0.1120	0.2151	0.0834	0.2482	-0.1942	0.1710	-0.5257	0.6070	-0.1082	1

### Korrelasjonsmatrise for målesesjon 1

1.0000	0.4267	0.4000	0.5150	0.3151	0.1271	0.5895	0.3909	0.3034	0.1141	0.2303	-0.0020	0.1573	0.0013	0.1704	-0.1727	-0.0187	0.0968	0.5173	0.0283	0.0976
0.4267	1	0.2795	-0.1080	0.7049	-0.1138	0.2261	0.6480	0.2229	0.0878	0.0879	-0.1775	0.4448	0.0502	0.3276	0.2665	-0.2333	0.2654	0.2477	0.3903	0.0553
0.4000	0.2795	1.0000	0.1681	0.0953	0.4039	0.4496	0.4287	0.6333	-0.0046	0.0586	0.0524	0.1066	0.1573	0.3374	0.1129	0.2566	0.0721	-0.0196	-0.1902	0.3928
0.5150	-0.1080	0.1681	1.0000	-0.0920	0.2690	0.4319	-0.0041	0.1875	0.0658	0.0655	0.0127	-0.7655	0.0170	-0.1502	-0.8046	0.0984	-0.1188	0.1306	-0.1217	-0.0303
0.3151	0.7049	0.0953	-0.0920	1	-0.1833	0.0619	0.5025	0.0857	-0.0220	0.1291	-0.1778	0.3426	-0.6730	0.2604	0.1410	-0.6830	0.2329	0.2942	0.2198	0.0074
0.1271	-0.1138	0.4039	0.2690	-0.1833	1	0.2191	-0.0849	0.2892	0.1783	-0.1674	0.1448	-0.2145	0.1395	-0.7249	-0.1487	0.1313	-0.7318	-0.0870	-0.0309	0.1190
0.5895	0.2261	0.4496	0.4319	0.0619	0.2191	1	0.2688	0.4980	-0.0972	-0.1097	-0.0610	-0.0550	0.1486	0.1131	0.1881	0.1585	0.1490	-0.3863	-0.0595	-0.0768
0.3909	0.6480	0.4287	-0.0041	0.5025	-0.0849	0.2688	1	0.2737	0.0150	0.1743	0.0239	0.2982	-0.0319	0.4102	0.1814	0.2883	0.2745	0.1616	-0.4484	0.1657
0.3034	0.2229	0.6333	0.1875	0.0857	0.2892	0.4980	0.2737	1	-0.1126	0.2116	-0.1356	0.0117	0.1118	0.1793	0.1237	0.1364	0.4408	-0.1812	-0.0693	-0.4630
0.1141	0.0878	-0.0046	0.0658	-0.0220	0.1783	-0.0972	0.0150	-0.1126	1	0.0732	0.4639	0.0099	0.1226	-0.1870	-0.1356	0.0371	-0.2474	0.2332	0.0850	0.1285
0.2303	0.0879	0.0586	0.0655	0.1291	-0.1674	-0.1097	0.1743	0.2116	0.0732	1.0000	0.0888	0.0974	-0.0902	0.2163	-0.1436	0.0043	0.3076	0.3792	-0.1076	-0.1844
-0.0020	-0.1775	0.0524	0.0127	-0.1778	0.1448	-0.0610	0.0239	-0.1356	0.4639	0.0888	1	-0.0161	0.0653	-0.1095	-0.0540	0.2171	-0.2323	0.0624	-0.2372	0.2211
0.1573	0.4448	0.1066	-0.7655	0.3426	-0.2145	-0.0550	0.2982	0.0117	0.0099	0.0974	-0.0161	1.0000	-0.0186	0.3010	0.7973	-0.1275	0.2095	0.2379	0.1615	0.1081
0.0013	0.0502	0.1573	0.0170	-0.6730	0.1395	0.1486	-0.0319	0.1118	0.1226	-0.0902	0.0653	-0.0186	1	-0.0251	0.0794	0.7184	-0.0512	-0.1560	0.0975	0.0473
0.1704	0.3276	0.3374	-0.1502	0.2604	-0.7249	0.1131	0.4102	0.1793	-0.1870	0.2163	-0.1095	0.3010	-0.0251	1	0.2380	0.0581	0.8074	0.0747	-0.1114	0.1734
-0.1727	0.2665	0.1129	-0.8046	0.1410	-0.1487	0.1881	0.1814	0.1237	-0.1356	-0.1436	-0.0540	0.7973	0.0794	0.2380	1	-0.0028	0.2274	-0.3965	0.0934	-0.0176
-0.0187	-0.2333	0.2566	0.0984	-0.6830	0.1313	0.1585	0.2883	0.1364	0.0371	0.0043	0.2171	-0.1275	0.7184	0.0581	-0.0028	1.0000	-0.0261	-0.1894	-0.6222	0.1319
0.0968	0.2654	0.0721	-0.1188	0.2329	-0.7318	0.1490	0.2745	0.4408	-0.2474	0.3076	-0.2323	0.2095	-0.0512	0.8074	0.2274	-0.0261	1.0000	-0.0474	-0.0204	-0.4411
0.5173	0.2477	-0.0196	0.1306	0.2942	-0.0870	-0.3863	0.1616	-0.1812	0.2332	0.3792	0.0624	0.2379	-0.1560	0.0747	-0.3965	-0.1894	-0.0474	1	0.0954	0.1928
0.0283	0.3903	-0.1902	-0.1217	0.2198	-0.0309	-0.0595	-0.4484	-0.0693	0.0850	-0.1076	-0.2372	0.1615	0.0975	-0.1114	0.0934	-0.6222	-0.0204	0.0954	1.0000	-0.1355
0.0976	0.0553	0.3928	-0.0303	0.0074	0.1190	-0.0768	0.1657	-0.4630	0.1285	-0.1844	0.2211	0.1081	0.0473	0.1734	-0.0176	0.1319	-0.4411	0.1928	-0.1355	1.0000

### Korrelasjonsmatrise for målesesjon 2

1	-0.0518	0.2507	0.4179	0.0436	0.2858	0.5058	0.0233	0.2029	0.0792	-0.1081	-0.1332	0.3840	-0.0886	-0.1076	0.0059	-0.0157	-0.0537	0.4556	-0.0788	-0.0462
-0.0518	1	0.1243	0.0682	0.4372	-0.4414	0.0066	0.6248	0.0719	-0.1369	0.1541	0.0191	-0.1113	0.4199	0.5277	-0.0531	0.2507	0.4023	-0.0575	0.1601	0.0136
0.2507	0.1243	1.0000	0.0019	0.1150	0.3497	0.0690	0.2888	0.6201	-0.0657	-0.1075	0.0526	0.2008	-0.0090	0.3584	0.0474	0.1960	0.2424	0.1739	-0.2470	0.0566
0.4179	0.0682	0.0019	1	0.0563	0.2537	0.1844	-0.1806	-0.1766	0.0148	0.2226	-0.1484	-0.6784	0.0020	-0.2514	-0.7153	-0.2406	-0.3434	0.2181	0.2931	0.2264
0.0436	0.4372	0.1150	0.0563	1.0000	-0.1205	0.1472	0.4887	0.1644	-0.2173	0.0887	-0.0427	-0.0220	-0.6327	0.2013	0.0570	-0.4098	0.2298	-0.1093	-0.2026	-0.1119
0.2858	-0.4414	0.3497	0.2537	-0.1205	1	0.2321	-0.1725	0.2252	0.1903	-0.1070	-0.1380	-0.0267	-0.2585	-0.7493	-0.0497	-0.0694	-0.5899	0.0399	-0.2012	0.0092
0.5058	0.0066	0.0690	0.1844	0.1472	0.2321	1	0.1374	0.4318	0.0560	-0.0887	-0.1322	0.2216	-0.1429	-0.1825	0.5549	0.0081	0.1776	-0.5375	-0.1674	-0.4911
0.0233	0.6248	0.2888	-0.1806	0.4887	-0.1725	0.1374	1	0.4383	0.1332	-0.1063	0.1963	0.2024	0.0448	0.3760	0.2505	0.5956	0.4972	-0.1190	-0.6707	-0.3136
0.2029	0.0719	0.6201	-0.1766	0.1644	0.2252	0.4318	0.4383	1	0.0052	-0.2747	0.2019	0.3436	-0.1040	0.2140	0.4565	0.3069	0.6540	-0.2472	-0.4858	-0.7482
0.0792	-0.1369	-0.0657	0.0148	-0.2173	0.1903	0.0560	0.1332	0.0052	1	-0.0560	0.3134	0.0490	0.1014	-0.2360	0.0273	0.3393	-0.1434	0.0196	-0.2984	-0.0622
-0.1081	0.1541	-0.1075	0.2226	0.0887	-0.1070	-0.0887	-0.1063	-0.2747	-0.0560	1	-0.1031	-0.3137	0.0432	0.0306	-0.2515	-0.1928	-0.1446	-0.0141	0.2807	0.2587
-0.1332	0.0191	0.0526	-0.1484	-0.0427	-0.1380	-0.1322	0.1963	0.2019	0.3134	-0.1031	1.0000	0.0431	0.0596	0.1747	0.0316	0.2446	0.2745	0.0062	-0.2300	-0.2125
0.3840	-0.1113	0.2008	-0.6784	-0.0220	-0.0267	0.2216	0.2024	0.3436	0.0490	-0.3137	0.0431	1	-0.0737	0.1685	0.7318	0.2318	0.3055	0.1467	-0.3616	-0.2675
-0.0886	0.4199	-0.0090	0.0020	-0.6327	-0.2585	-0.1429	0.0448	-0.1040	0.1014	0.0432	0.0596	-0.0737	1	0.2512	-0.1032	0.6294	0.1145	0.0608	0.3423	0.1247
-0.1076	0.5277	0.3584	-0.2514	0.2013	-0.7493	-0.1825	0.3760	0.2140	-0.2360	0.0306	0.1747	0.1685	0.2512	1	0.0831	0.2077	0.7591	0.0831	0.0259	0.0308
0.0059	-0.0531	0.0474	-0.7153	0.0570	-0.0497	0.5549	0.2505	0.4565	0.0273	-0.2515	0.0316	0.7318	-0.1032	0.0831	1.0000	0.2094	0.4170	-0.5668	-0.3671	-0.5408
-0.0157	0.2507	0.1960	-0.2406	-0.4098	-0.0694	0.0081	0.5956	0.3069	0.3393	-0.1928	0.2446	0.2318	0.6294	0.2077	0.2094	1	0.3082	-0.0237	-0.5147	-0.2248
-0.0537	0.4023	0.2424	-0.3434	0.2298	-0.5899	0.1776	0.4972	0.6540	-0.1434	-0.1446	0.2745	0.3055	0.1145	0.7591	0.4170	0.3082	1	-0.2359	-0.2464	-0.6272
0.4556	-0.0575	0.1739	0.2181	-0.1093	0.0399	-0.5375	-0.1190	-0.2472	0.0196	-0.0141	0.0062	0.1467	0.0608	0.0831	-0.5668	-0.0237	-0.2359	1	0.0958	0.4616
-0.0788	0.1601	-0.2470	0.2931	-0.2026	-0.2012	-0.1674	-0.6707	-0.4858	-0.2984	0.2807	-0.2300	-0.3616	0.3423	0.0259	-0.3671	-0.5147	-0.2464	0.0958	1.0000	0.4094
-0.0462	0.0136	0.0566	0.2264	-0.1119	0.0092	-0.4911	-0.3136	-0.7482	-0.0622	0.2587	-0.2125	-0.2675	0.1247	0.0308	-0.5408	-0.2248	-0.6272	0.4616	0.4094	1.0000

### Korrelasjonsmatrise for målesesjon 3

1	0.1862	0.6137	0.3874	-0.0316	0.2523	0.4551	-0.0347	0.3394	-0.2884	0.3347	0.0297	0.4325	0.1531	0.3121	-0.0478	-0.0099	0.0590	0.5871	0.1895	0.2759
0.1862	1	0.0781	0.0341	0.1448	-0.0633	-0.0914	0.5384	0.0955	-0.0089	-0.1156	0.1756	0.1177	0.5589	0.1344	-0.1106	0.5047	0.1497	0.2695	0.1697	-0.0169
0.6137	0.0781	1.0000	0.3845	-0.2849	0.4532	0.3567	-0.2357	0.4965	-0.1774	0.0927	0.1202	0.1220	0.2919	0.4667	-0.1243	0.0050	0.0029	0.2900	0.3381	0.5057
0.3874	0.0341	0.3845	1.0000	0.0452	0.5362	0.4654	0.2730	0.6379	-0.1684	0.0910	0.0131	-0.6636	-0.0147	-0.1796	-0.6975	0.2847	0.0494	-0.0353	-0.2920	-0.2498
-0.0316	0.1448	-0.2849	0.0452	1.0000	-0.2014	0.3005	0.6105	0.1947	-0.0199	-0.2071	0.0286	-0.0698	-0.7396	-0.0612	0.1947	-0.2807	0.3768	-0.3048	-0.5982	-0.4781
0.2523	-0.0633	0.4532	0.5362	-0.2014	1.0000	0.3903	-0.0888	0.4492	0.0167	-0.0044	0.1759	-0.3197	0.1257	-0.5769	-0.2600	0.0980	-0.5819	-0.1023	0.0532	0.0064
0.4551	-0.0914	0.3567	0.4654	0.3005	0.3903	1	0.1739	0.6553	-0.1016	-0.0577	-0.0277	-0.0859	-0.3140	-0.0605	0.3096	-0.0959	0.2098	-0.4536	-0.2764	-0.2950
-0.0347	0.5384	-0.2357	0.2730	0.6105	-0.0888	0.1739	1	0.3679	0.0014	-0.2412	0.0331	-0.2952	-0.1453	-0.1279	-0.1525	0.5888	0.4229	-0.1928	-0.7391	-0.6012
0.3394	0.0955	0.4965	0.6379	0.1947	0.4492	0.6553	0.3679	1.0000	0.0473	-0.1678	0.1020	-0.3485	-0.0982	0.0093	-0.1548	0.2472	0.4652	-0.2561	-0.3539	-0.4978
-0.2884	-0.0089	-0.1774	-0.1684	-0.0199	0.0167	-0.1016	0.0014	0.0473	1.0000	-0.2685	0.5289	-0.0693	0.0107	-0.1790	0.0987	0.0220	0.0265	-0.1962	-0.0087	-0.2242
0.3347	-0.1156	0.0927	0.0910	-0.2071	-0.0044	-0.0577	-0.2412	-0.1678	-0.2685	1.0000	-0.1079	0.1826	0.0949	0.0893	-0.1444	-0.0810	-0.1484	0.3874	0.1897	0.2594
0.0297	0.1756	0.1202	0.0131	0.0286	0.1759	-0.0277	0.0331	0.1020	0.5289	-0.1079	1	0.0113	0.0954	-0.0644	-0.0365	0.0109	-0.0815	0.0548	0.1016	0.0187
0.4325	0.1177	0.1220	-0.6636	-0.0698	-0.3197	-0.0859	-0.2952	-0.3485	-0.0693	0.1826	0.0113	1	0.1386	0.4289	0.6434	-0.2864	-5.012...	0.5110	0.4393	0.4682
0.1531	0.5589	0.2919	-0.0147	-0.7396	0.1257	-0.3140	-0.1453	-0.0982	0.0107	0.0949	0.0954	0.1386	1.0000	0.1427	-0.2385	0.5786	-0.2140	0.4387	0.6168	0.3892
0.3121	0.1344	0.4667	-0.1796	-0.0612	-0.5769	-0.0605	-0.1279	0.0093	-0.1790	0.0893	-0.0644	0.4289	0.1427	1.0000	0.1440	-0.0926	0.5800	0.3673	0.2570	0.4570
-0.0478	-0.1106	-0.1243	-0.6975	0.1947	-0.2600	0.3096	-0.1525	-0.1548	0.0987	-0.1444	-0.0365	0.6434	-0.2385	0.1440	1.0000	-0.3835	0.1167	-0.3293	0.0899	0.0296
-0.0099	0.5047	0.0050	0.2847	-0.2807	0.0980	-0.0959	0.5888	0.2472	0.0220	-0.0810	0.0109	-0.2864	0.5786	-0.0926	-0.3835	1.0000	0.1279	0.0774	-0.2852	-0.2406
0.0590	0.1497	0.0029	0.0494	0.3768	-0.5819	0.2098	0.4229	0.4652	0.0265	-0.1484	-0.0815	-5.012...	-0.2140	0.5800	0.1167	0.1279	1	-0.1317	-0.3749	-0.4594
0.5871	0.2695	0.2900	-0.0353	-0.3048	-0.1023	-0.4536	-0.1928	-0.2561	-0.1962	0.3874	0.0548	0.5110	0.4387	0.3673	-0.3293	0.0774	-0.1317	1	0.4409	0.5443
0.1895	0.1697	0.3381	-0.2920	-0.5982	0.0532	-0.2764	-0.7391	-0.3539	-0.0087	0.1897	0.1016	0.4393	0.6168	0.2570	0.0899	-0.2852	-0.3749	0.4409	1.0000	0.6895
0.2759	-0.0169	0.5057	-0.2498	-0.4781	0.0064	-0.2950	-0.6012	-0.4978	-0.2242	0.2594	0.0187	0.4682	0.3892	0.4570	0.0296	-0.2406	-0.4594	0.5443	0.6895	1

### Korrelasjonsmatrise for målesesjon 4

1	0.2764	0.3324	0.4948	-0.2111	-0.0879	0.6154	-0.0622	0.1408	-0.0890	-0.0650	-0.1949	0.0871	0.3711	0.2876	-0.1286	0.1545	0.1974	0.3744	0.3049	0.0750
0.2764	1.0000	0.4191	0.0660	0.2429	-0.1998	0.1419	0.5483	0.2752	0.0856	-0.1333	-0.3251	0.1052	0.3844	0.4442	0.0225	0.2518	0.4090	0.1367	0.1965	-0.0077
0.3324	0.4191	1.0000	0.1078	-0.2112	0.1997	0.2161	0.2409	0.3879	-0.2569	-0.1818	-0.2306	0.0939	0.4590	0.4399	0.0264	0.4277	0.1768	0.1109	0.0694	0.2628
0.4948	0.0660	0.1078	1	-0.4345	0.4432	0.4281	-0.2606	0.1584	0.0875	0.0482	-0.0612	-0.8226	0.4542	-0.3391	-0.8006	0.1986	-0.2282	0.0399	0.3610	-0.0937
-0.2111	0.2429	-0.2112	-0.4345	1.0000	-0.0956	-0.0812	0.4488	0.0064	-0.0278	-0.1091	-0.2199	0.3600	-0.8022	-0.0440	0.4174	-0.5930	0.0850	-0.1364	-0.3223	-0.1480
-0.0879	-0.1998	0.1997	0.4432	-0.0956	1.0000	0.1395	-0.0540	0.3203	0.0385	-0.0012	0.1648	-0.5656	-0.0320	-0.7921	-0.3881	0.0467	-0.5476	-0.2607	-0.1044	-0.2017
0.6154	0.1419	0.2161	0.4281	-0.0812	0.1395	1.0000	0.1570	0.5724	0.0593	-0.1485	-0.2451	-0.0881	0.1646	0.0067	0.1988	0.2224	0.3898	-0.5005	-0.0649	-0.4547
-0.0622	0.5483	0.2409	-0.2606	0.4488	-0.0540	0.1570	1	0.2286	0.1373	0.0013	-0.1561	0.2581	-0.0896	0.1995	0.3867	0.4534	0.2468	-0.2529	-0.7122	-0.0782
0.1408	0.2752	0.3879	0.1584	0.0064	0.3203	0.5724	0.2286	1	-0.0559	-0.1434	-0.2626	-0.0895	0.1633	-0.0519	0.2078	0.1996	0.6173	-0.5188	-0.0371	-0.7873
-0.0890	0.0856	-0.2569	0.0875	-0.0278	0.0385	0.0593	0.1373	-0.0559	1.0000	0.3122	0.4063	-0.1586	0.0792	-0.1954	-0.0556	0.1515	-0.0814	-0.1675	-0.0892	-0.1133
-0.0650	-0.1333	-0.1818	0.0482	-0.1091	-0.0012	-0.1485	0.0013	-0.1434	0.3122	1.0000	0.1634	-0.0978	0.0218	-0.1121	-0.1507	0.1100	-0.1256	0.1033	-0.1134	0.0285
-0.1949	-0.3251	-0.2306	-0.0612	-0.2199	0.1648	-0.2451	-0.1561	-0.2626	0.4063	0.1634	1	-0.0574	0.0091	-0.2947	-0.0962	0.0786	-0.3688	0.0743	-0.0899	0.1206
0.0871	0.1052	0.0939	-0.8226	0.3600	-0.5656	-0.0881	0.2581	-0.0895	-0.1586	-0.0978	-0.0574	1.0000	-0.2778	0.5769	0.8336	-0.1265	0.3907	0.1993	-0.2143	0.1565
0.3711	0.3844	0.4590	0.4542	-0.8022	-0.0320	0.1646	-0.0896	0.1633	0.0792	0.0218	0.0091	-0.2778	1.0000	0.3153	-0.3834	0.7193	0.1708	0.2139	0.4277	0.1361
0.2876	0.4442	0.4399	-0.3391	-0.0440	-0.7921	0.0067	0.1995	-0.0519	-0.1954	-0.1121	-0.2947	0.5769	0.3153	1.0000	0.3722	0.2237	0.6120	0.3080	0.1389	0.3486
-0.1286	0.0225	0.0264	-0.8006	0.4174	-0.3881	0.1988	0.3867	0.2078	-0.0556	-0.1507	-0.0962	0.8336	-0.3834	0.3722	1.0000	-0.0679	0.5059	-0.3751	-0.4345	-0.1998
0.1545	0.2518	0.4277	0.1986	-0.5930	0.0467	0.2224	0.4534	0.1996	0.1515	0.1100	0.0786	-0.1265	0.7193	0.2237	-0.0679	1.0000	0.1375	-0.0919	-0.3203	0.0772
0.1974	0.4090	0.1768	-0.2282	0.0850	-0.5476	0.3898	0.2468	0.6173	-0.0814	-0.1256	-0.3688	0.3907	0.1708	0.6120	0.5059	0.1375	1.0000	-0.2417	0.0540	-0.5279
0.3744	0.1367	0.1109	0.0399	-0.1364	-0.2607	-0.5005	-0.2529	-0.5188	-0.1675	0.1033	0.0743	0.1993	0.2139	0.3080	-0.3751	-0.0919	-0.2417	1.0000	0.4113	0.6172
0.3049	0.1965	0.0694	0.3610	-0.3223	-0.1044	-0.0649	-0.7122	-0.0371	-0.0892	-0.1134	-0.0899	-0.2143	0.4277	0.1389	-0.4345	-0.3203	0.0540	0.4113	1	0.0852
0.0750	-0.0077	0.2628	-0.0937	-0.1480	-0.2017	-0.4547	-0.0782	-0.7873	-0.1133	0.0285	0.1206	0.1565	0.1361	0.3486	-0.1998	0.0772	-0.5279	0.6172	0.0852	1

### Korrelasjonsmatrise for målesesjon 5

1.0000	0.2351	0.0858	0.4034	-0.0976	-0.1079	0.5974	-0.1236	0.0765	-0.1371	-0.0948	-0.1492	0.0241	0.2562	0.1866	-0.1514	-0.0356	0.1645	0.4664	0.3658	-0.0068
0.2351	1.0000	-0.0565	0.2488	0.2452	0.0013	0.0609	0.6034	0.1317	0.0796	-0.1613	0.1749	-0.1625	0.5002	-0.0493	-0.2192	0.3880	0.1147	0.1974	0.1582	-0.2070
0.0858	-0.0565	1.0000	0.1336	0.0247	0.4651	-0.1810	0.0121	0.5692	0.0763	-0.1551	-0.0891	-0.1062	-0.0626	0.3586	-0.2052	-0.0105	0.0819	0.2961	-0.0661	0.2962
0.4034	0.2488	0.1336	1	-0.1035	0.2418	0.1629	0.0493	0.3321	-0.0047	0.0599	0.2090	-0.9050	0.2714	-0.1416	-0.9148	0.1460	0.0743	0.2743	0.1642	-0.2578
-0.0976	0.2452	0.0247	-0.1035	1.0000	0.2134	-0.1317	0.4744	-0.1714	0.1246	-0.1459	0.2153	0.0677	-0.7168	-0.2041	0.0477	-0.4418	-0.3429	0.0355	-0.3655	0.2227
-0.1079	0.0013	0.4651	0.2418	0.2134	1.0000	-0.0661	0.1551	0.3689	-0.1208	-0.3559	0.1049	-0.3144	-0.1897	-0.6597	-0.2644	-0.0394	-0.5759	-0.0486	-0.1909	0.0168
0.5974	0.0609	-0.1810	0.1629	-0.1317	-0.0661	1.0000	-0.1864	0.1158	-0.0926	0.0071	-0.2328	0.0997	0.1614	-0.0840	0.2494	-0.0681	0.1613	-0.4307	0.2859	-0.3077
-0.1236	0.6034	0.0121	0.0493	0.4744	0.1551	-0.1864	1	0.1039	0.0407	-0.2210	0.1787	-0.1113	0.0102	-0.1533	-0.1247	0.5801	-0.0482	0.0665	-0.6920	-0.1091
0.0765	0.1317	0.5692	0.3321	-0.1714	0.3689	0.1158	0.1039	1.0000	-0.0053	-0.2252	-0.0292	-0.3272	0.2478	0.0943	-0.2786	0.2645	0.5474	-0.0415	-0.0095	-0.6167
-0.1371	0.0796	0.0763	-0.0047	0.1246	-0.1208	-0.0926	0.0407	-0.0053	1.0000	0.0411	0.3227	-0.0587	-0.0541	0.1922	-0.0333	-0.0739	0.1041	-0.0521	0.0216	0.0792
-0.0948	-0.1613	-0.1551	0.0599	-0.1459	-0.3559	0.0071	-0.2210	-0.2252	0.0411	1	-0.0149	-0.1095	0.0143	0.2437	-0.0559	-0.0902	0.1224	-0.1144	0.1276	0.1131
-0.1492	0.1749	-0.0891	0.2090	0.2153	0.1049	-0.2328	0.1787	-0.0292	0.3227	-0.0149	1.0000	-0.2977	-0.0664	-0.1862	-0.3004	-0.0170	-0.1202	0.0889	-0.0629	-0.0513
0.0241	-0.1625	-0.1062	-0.9050	0.0677	-0.3144	0.0997	-0.1113	-0.3272	-0.0587	-0.1095	-0.2977	1.0000	-0.1774	0.2414	0.9291	-0.1761	-0.0047	-0.0829	-0.0093	0.2785
0.2562	0.5002	-0.0626	0.2714	-0.7168	-0.1897	0.1614	0.0102	0.2478	-0.0541	0.0143	-0.0664	-0.1774	1	0.1469	-0.2003	0.6737	0.3888	0.1103	0.4402	-0.3478
0.1866	-0.0493	0.3586	-0.1416	-0.2041	-0.6597	-0.0840	-0.1533	0.0943	0.1922	0.2437	-0.1862	0.2414	0.1469	1.0000	0.1046	0.0327	0.6768	0.3026	0.1452	0.2338
-0.1514	-0.2192	-0.2052	-0.9148	0.0477	-0.2644	0.2494	-0.1247	-0.2786	-0.0333	-0.0559	-0.3004	0.9291	-0.2003	0.1046	1	-0.1712	-0.0069	-0.4455	-0.0441	0.1271
-0.0356	0.3880	-0.0105	0.1460	-0.4418	-0.0394	-0.0681	0.5801	0.2645	-0.0739	-0.0902	-0.0170	-0.1761	0.6737	0.0327	-0.1712	1.0000	0.2682	0.0350	-0.3670	-0.3173
0.1645	0.1147	0.0819	0.0743	-0.3429	-0.5759	0.1613	-0.0482	0.5474	0.1041	0.1224	-0.1202	-0.0047	0.3888	0.6768	-0.0069	0.2682	1.0000	0.0072	0.1636	-0.5575
0.4664	0.1974	0.2961	0.2743	0.0355	-0.0486	-0.4307	0.0665	-0.0415	-0.0521	-0.1144	0.0889	-0.0829	0.1103	0.3026	-0.4455	0.0350	0.0072	1	0.0963	0.3317
0.3658	0.1582	-0.0661	0.1642	-0.3655	-0.1909	0.2859	-0.6920	-0.0095	0.0216	0.1276	-0.0629	-0.0093	0.4402	0.1452	-0.0441	-0.3670	0.1636	0.0963	1	-0.0523
-0.0068	-0.2070	0.2962	-0.2578	0.2227	0.0168	-0.3077	-0.1091	-0.6167	0.0792	0.1131	-0.0513	0.2785	-0.3478	0.2338	0.1271	-0.3173	-0.5575	0.3317	-0.0523	1.0000

### Korrelasjonsmatrise for målesesjon 6



1.0000	0.3024	0.1253	0.3593	0.2922	0.1899	0.4956	0.0715	0.4704	0.1232	0.0442	-0.0593	0.3952	-0.0074	-0.0507	0.1299	-0.1807	0.2797	0.2788	0.1862	-0.3693
0.3024	1	-0.0379	0.0584	0.4138	0.1097	0.2131	0.6107	0.0641	0.1400	0.0655	0.0106	0.1690	0.5010	-0.1190	0.1420	0.3379	-0.0283	0.0144	0.1482	-0.0996
0.1253	-0.0379	1.0000	-0.0916	0.0160	0.2339	0.2182	-0.0489	0.4640	0.0474	-0.0014	-0.1432	0.1841	-0.0491	0.6244	0.2811	-0.0714	0.2389	-0.1377	0.0265	0.4214
0.3593	0.0584	-0.0916	1.0000	0.1911	0.4715	0.3885	0.2032	0.0092	0.0536	-0.1366	0.0435	-0.7152	-0.1295	-0.4532	-0.5421	0.0641	-0.3648	-0.1324	-0.2005	-0.0915
0.2922	0.4138	0.0160	0.1911	1	0.0980	0.4375	0.5578	0.1643	0.0445	-0.0804	0.1941	0.0307	-0.5806	-0.0657	0.2277	-0.2535	0.0727	-0.2422	-0.3197	-0.1539
0.1899	0.1097	0.2339	0.4715	0.0980	1	0.1763	0.2700	0.3194	-0.0675	-0.0882	-0.1703	-0.3219	0.0050	-0.6134	-0.2618	0.2262	-0.4996	-0.0380	-0.2373	-0.1173
0.4956	0.2131	0.2182	0.3885	0.4375	0.1763	1	0.3345	0.5636	0.0127	-0.1109	-0.0445	-0.0112	-0.2253	0.0356	0.5638	-0.0055	0.3756	-0.6959	-0.2236	-0.3814
0.0715	0.6107	-0.0489	0.2032	0.5578	0.2700	0.3345	1.0000	0.0674	0.1643	0.0343	-0.0243	-0.1464	0.0159	-0.2567	0.1229	0.6615	-0.1521	-0.3107	-0.6926	-0.1128
0.4704	0.0641	0.4640	0.0092	0.1643	0.3194	0.5636	0.0674	1.0000	-0.2084	-0.0933	-0.0717	0.3433	-0.0989	0.1203	0.5058	-0.0700	0.6613	-0.2342	-0.0258	-0.6079
0.1232	0.1400	0.0474	0.0536	0.0445	-0.0675	0.0127	0.1643	-0.2084	1.0000	-0.0200	0.2730	0.0395	0.0829	0.0927	-0.0364	0.1513	-0.1371	0.0877	-0.0777	0.2559
0.0442	0.0655	-0.0014	-0.1366	-0.0804	-0.0882	-0.1109	0.0343	-0.0933	-0.0200	1.0000	-0.1069	0.1676	0.1350	0.0698	0.0214	0.1126	-0.0155	0.1591	0.0168	0.0943
-0.0593	0.0106	-0.1432	0.0435	0.1941	-0.1703	-0.0445	-0.0243	-0.0717	0.2730	-0.1069	1.0000	-0.0872	-0.1750	0.0206	-0.0795	-0.2037	0.0693	1.6606...	0.0401	-0.0549
0.3952	0.1690	0.1841	-0.7152	0.0307	-0.3219	-0.0112	-0.1464	0.3433	0.0395	0.1676	-0.0872	1.0000	0.1219	0.4081	0.6309	-0.1984	0.5686	0.3392	0.3368	-0.1865
-0.0074	0.5010	-0.0491	-0.1295	-0.5806	0.0050	-0.2253	0.0159	-0.0989	0.0829	0.1350	-0.1750	0.1219	1.0000	-0.0439	-0.0895	0.5432	-0.0944	0.2431	0.4365	0.0573
-0.0507	-0.1190	0.6244	-0.4532	-0.0657	-0.6134	0.0356	-0.2567	0.1203	0.0927	0.0698	0.0206	0.4081	-0.0439	1	0.4387	-0.2398	0.5955	-0.0813	0.2122	0.4365
0.1299	0.1420	0.2811	-0.5421	0.2277	-0.2618	0.5638	0.1229	0.5058	-0.0364	0.0214	-0.0795	0.6309	-0.0895	0.4387	1.0000	-0.0625	0.6695	-0.5160	-0.0241	-0.2658
-0.1807	0.3379	-0.0714	0.0641	-0.2535	0.2262	-0.0055	0.6615	-0.0700	0.1513	0.1126	-0.2037	-0.1984	0.5432	-0.2398	-0.0625	1	-0.2430	-0.1433	-0.5183	0.0076
0.2797	-0.0283	0.2389	-0.3648	0.0727	-0.4996	0.3756	-0.1521	0.6613	-0.1371	-0.0155	0.0693	0.5686	-0.0944	0.5955	0.6695	-0.2430	1	-0.1840	0.1642	-0.4629
0.2788	0.0144	-0.1377	-0.1324	-0.2422	-0.0380	-0.6959	-0.3107	-0.2342	0.0877	0.1591	1.6606...	0.3392	0.2431	-0.0813	-0.5160	-0.1433	-0.1840	1	0.4011	0.1164
0.1862	0.1482	0.0265	-0.2005	-0.3197	-0.2373	-0.2236	-0.6926	-0.0258	-0.0777	0.0168	0.0401	0.3368	0.4365	0.2122	-0.0241	-0.5183	0.1642	0.4011	1	0.0502
-0.3693	-0.0996	0.4214	-0.0915	-0.1539	-0.1173	-0.3814	-0.1128	-0.6079	0.2559	0.0943	-0.0549	-0.1865	0.0573	0.4365	-0.2658	0.0076	-0.4629	0.1164	0.0502	1.0000

### Korrelasjonsmatrise for målesesjon 7

1.0000	-0.0178	-0.0331	0.3083	-0.0194	0.1142	0.5117	0.1794	0.0065	0.1950	0.2038	0.2296	0.2636	0.0047	-0.2004	0.0737	0.2399	-0.1059	0.2914	-0.2863	-0.0485
-0.0178	1	-0.1452	0.1837	0.6146	-0.2885	0.2919	0.7393	-0.0681	0.1457	0.0025	-0.2121	-0.1965	0.3137	0.2083	0.0335	0.2548	0.2103	-0.3403	0.0249	-0.0774
-0.0331	-0.1452	1	-0.0030	-0.2030	0.7228	-0.0153	-0.3693	0.7145	-0.1250	0.0924	0.0340	-0.0161	0.0914	0.3064	-0.0090	-0.2370	0.0719	-0.0115	0.3852	0.1888
0.3083	0.1837	-0.0030	1.0000	-0.0719	-0.0883	0.4734	0.0566	0.0177	-0.0421	0.0888	7.1842...	-0.8364	0.2801	0.1179	-0.7098	0.1452	0.1068	-0.2616	0.1221	-0.0283
-0.0194	0.6146	-0.2030	-0.0719	1	-0.1545	0.1297	0.6236	-0.0571	0.1573	-0.0301	-0.1679	0.0617	-0.5563	-0.0515	0.1820	-0.2938	0.0900	-0.1612	-0.2360	-0.1618
0.1142	-0.2885	0.7228	-0.0883	-0.1545	1.0000	-0.1456	-0.3601	0.5467	-0.0721	0.1775	0.0719	0.1554	-0.1179	-0.4363	-0.0202	-0.2771	-0.3870	0.2604	0.2108	0.0940
0.5117	0.2919	-0.0153	0.4734	0.1297	-0.1456	1	0.2885	0.3162	0.0578	0.1874	0.1364	-0.1851	0.1514	0.1806	0.2844	0.2158	0.4922	-0.6727	-0.1007	-0.4621
0.1794	0.7393	-0.3693	0.0566	0.6236	-0.3601	0.2885	1	-0.2563	0.0811	0.1029	-0.1954	0.0460	0.0282	0.0153	0.1691	0.5640	0.0739	-0.1667	-0.6548	-0.0803
0.0065	-0.0681	0.7145	0.0177	-0.0571	0.5467	0.3162	-0.2563	1	-0.2357	-0.0985	0.0129	-0.0142	-0.0030	0.1773	0.2336	-0.2531	0.5605	-0.3466	0.3041	-0.5522
0.1950	0.1457	-0.1250	-0.0421	0.1573	-0.0721	0.0578	0.0811	-0.2357	1	-0.0561	0.3595	0.1550	-0.0358	-0.0634	0.0920	-0.0670	-0.1883	0.1036	0.0432	0.1819
0.2038	0.0025	0.0924	0.0888	-0.0301	0.1775	0.1874	0.1029	-0.0985	-0.0561	1	0.1590	0.0274	0.0388	-0.1242	0.0532	0.1576	-0.2841	-0.0331	-0.1500	0.2484
0.2296	-0.2121	0.0340	7.1842...	-0.1679	0.0719	0.1364	-0.1954	0.0129	0.3595	0.1590	1	0.1316	-0.0213	-0.0547	0.1083	-0.0616	-0.0569	0.0458	0.0520	0.0224
0.2636	-0.1965	-0.0161	-0.8364	0.0617	0.1554	-0.1851	0.0460	-0.0142	0.1550	0.0274	0.1316	1.0000	-0.2813	-0.2350	0.7622	-0.0090	-0.1693	0.4332	-0.2888	7.9964...
0.0047	0.3137	0.0914	0.2801	-0.5563	-0.1179	0.1514	0.0282	-0.0030	-0.0358	0.0388	-0.0213	-0.2813	1.0000	0.2815	-0.1838	0.6221	0.1133	-0.1645	0.3102	0.1132
-0.2004	0.2083	0.3064	0.1179	-0.0515	-0.4363	0.1806	0.0153	0.1773	-0.0634	-0.1242	-0.0547	-0.2350	0.2815	1	0.0161	0.0731	0.6268	-0.3737	0.2112	0.1163
0.0737	0.0335	-0.0090	-0.7098	0.1820	-0.0202	0.2844	0.1691	0.2336	0.0920	0.0532	0.1083	0.7622	-0.1838	0.0161	1.0000	0.0145	0.2773	-0.2532	-0.2134	-0.3387
0.2399	0.2548	-0.2370	0.1452	-0.2938	-0.2771	0.2158	0.5640	-0.2531	-0.0670	0.1576	-0.0616	-0.0090	0.6221	0.0731	0.0145	1	-0.0046	-0.0336	-0.5514	0.0728
-0.1059	0.2103	0.0719	0.1068	0.0900	-0.3870	0.4922	0.0739	0.5605	-0.1883	-0.2841	-0.0569	-0.1693	0.1133	0.6268	0.2773	-0.0046	1	-0.6392	0.1263	-0.7010
0.2914	-0.3403	-0.0115	-0.2616	-0.1612	0.2604	-0.6727	-0.1667	-0.3466	0.1036	-0.0331	0.0458	0.4332	-0.1645	-0.3737	-0.2532	-0.0336	-0.6392	1.0000	-0.1345	0.4728
-0.2863	0.0249	0.3852	0.1221	-0.2360	0.2108	-0.1007	-0.6548	0.3041	0.0432	-0.1500	0.0520	-0.2888	0.3102	0.2112	-0.2134	-0.5514	0.1263	-0.1345	1.0000	0.0323
-0.0485	-0.0774	0.1888	-0.0283	-0.1618	0.0940	-0.4621	-0.0803	-0.5522	0.1819	0.2484	0.0224	7.9964...	0.1132	0.1163	-0.3387	0.0728	-0.7010	0.4728	0.0323	1.0000

### Korrelasjonsmatrise for målesesjon 8

1.0000	0.2819	0.5017	0.6151	0.1726	0.5820	0.4662	0.1003	0.2719	-0.0599	0.1347	0.0324	-0.0313	0.0342	-0.2475	-0.1514	-0.0673	-0.3362	0.2036	0.1189	0.1460
0.2819	1	0.4867	0.2661	0.4419	0.5013	0.1170	0.4713	0.1876	-0.0163	-0.1178	-0.1480	-0.1264	0.3022	-0.1654	-0.1263	0.0157	-0.3292	0.0734	0.2965	0.2135
0.5017	0.4867	1.0000	0.3411	0.3311	0.5601	0.0501	-0.0036	0.3522	-0.1146	-0.1401	0.0585	-0.0569	0.0238	0.2142	-0.2334	-0.3010	-0.2466	0.3056	0.3966	0.4700
0.6151	0.2661	0.3411	1	0.1118	0.5606	0.1214	0.0439	0.1947	0.0517	0.0235	0.0125	-0.8073	0.0866	-0.3627	-0.7025	-0.0621	-0.3809	0.3083	0.1672	0.0900
0.1726	0.4419	0.3311	0.1118	1	0.3605	0.0694	0.3664	0.3006	-0.0427	-0.0570	0.0276	-0.0125	-0.7216	-0.1355	-0.0385	-0.5783	-0.0959	0.0474	-0.0401	-0.0179
0.5820	0.5013	0.5601	0.5606	0.3605	1.0000	0.1826	0.3260	0.4060	-0.2154	-0.1221	-0.0462	-0.2750	0.0038	-0.6892	-0.3117	-0.0385	-0.6296	0.2167	0.0515	0.0664
0.4662	0.1170	0.0501	0.1214	0.0694	0.1826	1	0.0787	0.6205	-0.0030	-0.0256	-0.0646	0.1951	0.0165	-0.1716	0.6212	0.0066	0.3495	-0.7712	0.0092	-0.5450
0.1003	0.4713	-0.0036	0.0439	0.3664	0.3260	0.0787	1	0.2401	-0.0362	0.0070	-0.0343	0.0194	-0.0255	-0.3875	0.0218	0.5472	-0.1136	-0.0149	-0.7026	-0.2293
0.2719	0.1876	0.3522	0.1947	0.3006	0.4060	0.6205	0.2401	1	-0.0755	-0.1934	0.0505	-0.0434	-0.1747	-0.1706	0.2911	-0.0599	0.4544	-0.4911	-0.1086	-0.6606
-0.0599	-0.0163	-0.1146	0.0517	-0.0427	-0.2154	-0.0030	-0.0362	-0.0755	1.0000	0.2210	0.2738	-0.1104	0.0328	0.1537	-0.0430	0.0067	0.1458	-0.0397	0.0260	-0.0208
0.1347	-0.1178	-0.1401	0.0235	-0.0570	-0.1221	-0.0256	0.0070	-0.1934	0.2210	1.0000	0.0475	0.0711	-0.0303	0.0215	-0.0369	0.0574	-0.0453	0.1253	-0.1026	0.0700
0.0324	-0.1480	0.0585	0.0125	0.0276	-0.0462	-0.0646	-0.0343	0.0505	0.2738	0.0475	1.0000	0.0084	-0.1435	0.1057	-0.0561	-0.0549	0.0880	0.0947	-0.0823	-7.095...
-0.0313	-0.1264	-0.0569	-0.8073	-0.0125	-0.2750	0.1951	0.0194	-0.0434	-0.1104	0.0711	0.0084	1.0000	-0.0842	0.2745	0.7772	0.0283	0.2312	-0.2384	-0.1230	-0.0047
0.0342	0.3022	0.0238	0.0866	-0.7216	0.0038	0.0165	-0.0255	-0.1747	0.0328	-0.0303	-0.1435	-0.0842	1	0.0164	-0.0565	0.6267	-0.1522	0.0063	0.2715	0.1838
-0.2475	-0.1654	0.2142	-0.3627	-0.1355	-0.6892	-0.1716	-0.3875	-0.1706	0.1537	0.0215	0.1057	0.2745	0.0164	1	0.1633	-0.2179	0.5267	0.0118	0.2862	0.3328
-0.1514	-0.1263	-0.2334	-0.7025	-0.0385	-0.3117	0.6212	0.0218	0.2911	-0.0430	-0.0369	-0.0561	0.7772	-0.0565	0.1633	1.0000	0.0537	0.5513	-0.7964	-0.1255	-0.4618
-0.0673	0.0157	-0.3010	-0.0621	-0.5783	-0.0385	0.0066	0.5472	-0.0599	0.0067	0.0574	-0.0549	0.0283	0.6267	-0.2179	0.0537	1.0000	-0.0134	-0.0557	-0.5799	-0.1850
-0.3362	-0.3292	-0.2466	-0.3809	-0.0959	-0.6296	0.3495	-0.1136	0.4544	0.1458	-0.0453	0.0880	0.2312	-0.1522	0.5267	0.5513	-0.0134	1	-0.6287	-0.1425	-0.6263
0.2036	0.0734	0.3056	0.3083	0.0474	0.2167	-0.7712	-0.0149	-0.4911	-0.0397	0.1253	0.0947	-0.2384	0.0063	0.0118	-0.7964	-0.0557	-0.6287	1	0.0754	0.7082
0.1189	0.2965	0.3966	0.1672	-0.0401	0.0515	0.0092	-0.7026	-0.1086	0.0260	-0.1026	-0.0823	-0.1230	0.2715	0.2862	-0.1255	-0.5799	-0.1425	0.0754	1.0000	0.4206
0.1460	0.2135	0.4700	0.0900	-0.0179	0.0664	-0.5450	-0.2293	-0.6606	-0.0208	0.0700	-7.095...	-0.0047	0.1838	0.3328	-0.4618	-0.1850	-0.6263	0.7082	0.4206	1

### Korrelasjonsmatrise for målesesjon 9

1	0.3771	0.7026	0.3001	-0.0905	0.1137	0.5166	0.0067	-0.0550	-0.0123	0.0121	-0.0017	0.2203	0.4170	0.5049	-0.0513	0.0892	-0.1364	0.5399	0.3324	0.5872
0.3771	1	0.2930	0.3892	0.5157	0.2148	0.4570	0.6005	-0.1258	0.1685	-0.0027	-0.0594	-0.1992	0.2524	0.0435	-0.1716	0.0831	-0.2722	-0.0542	0.1624	0.3143
0.7026	0.2930	1.0000	0.4221	-0.0278	0.4386	0.2548	-0.1970	0.0655	-0.1035	0.2412	0.0970	-0.0613	0.2760	0.4425	-0.3050	-0.1568	-0.3407	0.4857	0.5078	0.7385
0.3001	0.3892	0.4221	1	0.4296	0.7148	0.2824	0.0115	0.0051	0.0251	0.1476	0.1127	-0.8644	-0.1602	-0.3417	-0.8809	-0.3831	-0.6232	0.0368	0.3374	0.3270
-0.0905	0.5157	-0.0278	0.4296	1	0.2836	0.1629	0.4105	0.0509	0.1463	-0.0618	0.0457	-0.4870	-0.6989	-0.3075	-0.3579	-0.5366	-0.2147	-0.2550	-0.0407	-0.0561
0.1137	0.2148	0.4386	0.7148	0.2836	1	0.1387	-0.0121	0.1828	-0.1715	0.1894	0.0508	-0.6710	-0.1410	-0.6118	-0.6608	-0.2711	-0.7546	-0.0172	0.2089	0.2198
0.5166	0.4570	0.2548	0.2824	0.1629	0.1387	1.0000	0.3541	0.2328	0.1558	0.0734	-0.3136	-0.0165	0.1975	0.0858	0.2053	0.1783	0.0338	-0.4417	-0.0241	0.0422
0.0067	0.6005	-0.1970	0.0115	0.4105	-0.0121	0.3541	1.0000	-0.1343	0.3184	-0.1034	-0.1713	-0.0082	0.0377	-0.1614	0.1630	0.5492	-0.0791	-0.3411	-0.6915	-0.0635
-0.0550	-0.1258	0.0655	0.0051	0.0509	0.1828	0.2328	-0.1343	1.0000	-0.0115	0.2061	-0.1380	-0.0342	-0.1624	-0.1247	0.1096	-0.1709	0.5072	-0.2865	0.0521	-0.6244
-0.0123	0.1685	-0.1035	0.0251	0.1463	-0.1715	0.1558	0.3184	-0.0115	1	-0.1574	0.2234	-0.0321	-0.0246	0.0801	0.0513	0.1606	0.1427	-0.1660	-0.2407	-0.0733
0.0121	-0.0027	0.2412	0.1476	-0.0618	0.1894	0.0734	-0.1034	0.2061	-0.1574	1.0000	0.1158	-0.1446	0.0675	0.0234	-0.1144	-0.0391	-0.0284	-0.0594	0.1251	0.0496
-0.0017	-0.0594	0.0970	0.1127	0.0457	0.0508	-0.3136	-0.1713	-0.1380	0.2234	0.1158	1	-0.1162	-0.1012	0.0347	-0.2697	-0.2004	-0.1366	0.3064	0.1578	0.1691
0.2203	-0.1992	-0.0613	-0.8644	-0.4870	-0.6710	-0.0165	-0.0082	-0.0342	-0.0321	-0.1446	-0.1162	1.0000	0.3837	0.6156	0.8737	0.4387	0.5654	0.2470	-0.1698	-0.0248
0.4170	0.2524	0.2760	-0.1602	-0.6989	-0.1410	0.1975	0.0377	-0.1624	-0.0246	0.0675	-0.1012	0.3837	1.0000	0.3836	0.2609	0.6754	0.0152	0.2428	0.1815	0.3258
0.5049	0.0435	0.4425	-0.3417	-0.3075	-0.6118	0.0858	-0.1614	-0.1247	0.0801	0.0234	0.0347	0.6156	0.3836	1.0000	0.3910	0.1325	0.4531	0.4446	0.2384	0.4307
-0.0513	-0.1716	-0.3050	-0.8809	-0.3579	-0.6608	0.2053	0.1630	0.1096	0.0513	-0.1144	-0.2697	0.8737	0.2609	0.3910	1	0.4788	0.6525	-0.2556	-0.3561	-0.3128
0.0892	0.0831	-0.1568	-0.3831	-0.5366	-0.2711	0.1783	0.5492	-0.1709	0.1606	-0.0391	-0.2004	0.4387	0.6754	0.1325	0.4788	1	0.1236	-0.0819	-0.6026	-0.0073
-0.1364	-0.2722	-0.3407	-0.6232	-0.2147	-0.7546	0.0338	-0.0791	0.5072	0.1427	-0.0284	-0.1366	0.5654	0.0152	0.4531	0.6525	0.1236	1	-0.1761	-0.1484	-0.6094
0.5399	-0.0542	0.4857	0.0368	-0.2550	-0.0172	-0.4417	-0.3411	-0.2865	-0.1660	-0.0594	0.3064	0.2470	0.2428	0.4446	-0.2556	-0.0819	-0.1761	1.0000	0.3720	0.5738
0.3324	0.1624	0.5078	0.3374	-0.0407	0.2089	-0.0241	-0.6915	0.0521	-0.2407	0.1251	0.1578	-0.1698	0.1815	0.2384	-0.3561	-0.6026	-0.1484	0.3720	1.0000	0.3622
0.5872	0.3143	0.7385	0.3270	-0.0561	0.2198	0.0422	-0.0635	-0.6244	-0.0733	0.0496	0.1691	-0.0248	0.3258	0.4307	-0.3128	-0.0073	-0.6094	0.5738	0.3622	1.0000

### Korrelasjonsmatrise for målesesjon 10