

# Analyse av kjølepaneler for smelteverkskomponenter

Jon Arthur Andreassen

Master i produktutvikling og produksjonInnlevert:Juni 2012Hovedveileder:Erling Næss, EPTMedveileder:Harald Haaland, Elkem AS

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet Institutt for energi- og prosessteknikk



Institutt for energi- og prosessteknikk

EPT-M-2012-15

#### MASTEROPPGAVE

for

Stud.techn. Jon Arthur Andreasen

Våren 2012

#### Norsk tittel Analyse av kjølepaneler for smelteverkskomponenter

Analysis of cooling panels for smelter plant components

#### Bakgrunn og målsetting

Mange vannkjølte konstruksjoner i smelteverksovner er bygget opp av doble plater med vannkjøling mellom dem. Eksempler på slikt utstyr er røykhetter, gassoppløp, sideseksjoner, elektrodeskjold og chargeringsrør. Vannet må typisk gjennomgå flere retningsendringer i disse komponentene (i praksis mellom 0 og 180°). Dette fører blant annet til økt trykktap, men mest kritisk er bakevjer med 'stillestående' vann som gir dårlig lokal kjøling. Slike bakevjer kan bidra til lokal koking med ytterligere forverrede strømningsforhold og utilstrekkelig lokal kjøling. For å redusere trykktap og forbedre strømningsforholdene kan det installeres ledeplater, eventuelt lekkasje-spalter mellom nabokanaler.

Oppgavens mål er å bidra til en optimal utforming av kjølekanalene for å minimere trykktapet, unngå lokale bakevjer og sikre en effektiv kjøling av hele den varmebelastede flaten.

Oppgaven er en videreføring av prosjektoppgaven, og gjennomføres i samarbeid med Elkem AS.

#### Oppgaven bearbeides ut fra følgende punkter

- 1. Det skal etableres en numerisk beregningsmodell basert på den anbefalte løsningen fra prosjektoppgaven. Modellen skal beskrives og presenteres.
- 2. Det skal gjennomføres numeriske beregninger med modellen utviklet i oppgavens pkt. 1. Beregningene skal omfatte strømnings- og varmeovergangsanalyser av
  - den eksisterende geometrien, samt
  - ulike modifikasjoner med formål å redusere/eliminere resirkulasjonssoner og regioner med dårlige vareovergangsforhold.

Resultatene skal bearbeides, presenteres og diskuteres.

- 3. Basert på beregningsresultatene skal et anbefalt design utarbeides og presenteres. Det skal gjennomføres beregninger av varmeovergang og trykkfall for en praktisk anvendelse, foreslått i samarbeid med Instituttet. Resultatene presenteres, diskuteres og sammenliknes med dagens løsning.
- 4. Det skal utarbeides forslag til videre arbeid.

Senest 14 dager etter utlevering av oppgaven skal kandidaten levere/sende instituttet en detaljert fremdrift- og eventuelt forsøksplan for oppgaven til evaluering og eventuelt diskusjon med faglig ansvarlig/veiledere. Detaljer ved eventuell utførelse av dataprogrammer skal avtales nærmere i samråd med faglig ansvarlig.

Besvarelsen redigeres mest mulig som en forskningsrapport med et sammendrag både på norsk og engelsk, konklusjon, litteraturliste, innholdsfortegnelse etc. Ved utarbeidelsen av teksten skal kandidaten legge vekt på å gjøre teksten oversiktlig og velskrevet. Med henblikk på lesning av besvarelsen er det viktig at de nødvendige henvisninger for korresponderende steder i tekst, tabeller og figurer anføres på begge steder. Ved bedømmelsen legges det stor vekt på at resultatene er grundig bearbeidet, at de oppstilles tabellarisk og/eller grafisk på en oversiktlig måte, og at de er diskutert utførlig.

Alle benyttede kilder, også muntlige opplysninger, skal oppgis på fullstendig måte. For tidsskrifter og bøker oppgis forfatter, tittel, årgang, sidetall og eventuelt figurnummer.

Det forutsettes at kandidaten tar initiativ til og holder nødvendig kontakt med faglærer og veileder(e). Kandidaten skal rette seg etter de reglementer og retningslinjer som gjelder ved alle (andre) fagmiljøer som kandidaten har kontakt med gjennom sin utførelse av oppgaven, samt etter eventuelle pålegg fra Institutt for energi- og prosessteknikk.

Risikovurdering av kandidatens arbeid skal gjennomføres i henhold til instituttets prosedyrer. Risikovurderingen skal dokumenteres og inngå som del av besvarelsen. Hendelser relatert til kandidatens arbeid med uheldig innvirkning på helse, miljø eller sikkerhet, skal dokumenteres og inngå som en del av besvarelsen.

I henhold til "Utfyllende regler til studieforskriften for teknologistudiet/sivilingeniørstudiet" ved NTNU § 20, forbeholder instituttet seg retten til å benytte alle resultater og data til undervisnings- og forskningsformål, samt til fremtidige publikasjoner.

Besvarelsen leveres digitalt i DAIM. Et faglig sammendrag med oppgavens tittel, kandidatens navn, veileders navn, årstall, instituttnavn, og NTNUs logo og navn, leveres til instituttet som en separat pdf-fil. Etter avtale leveres besvarelse og evt. annet materiale til veileder i digitalt format.

NTNU, Institutt for energi- og prosessteknikk, 16. januar 2012

Olav Bolland Instituttleder

Erling Næss Faglig ansvarlig/veileder

Medveileder: Harald Haaland, dr.ing, Elkem AS

side 2 av 2

# Forord

Denne masteroppgaven er ett resultat av faget *TEP 4915 - Termisk Energi* og er utført ved Institutt for Energi- og prosessteknikk ved NTNU Gløshaugen i Trondheim. Oppgaven er gitt i samarbeid mellom NTNU og Elkem.

Jeg ønsker med dette å takke min veileder for oppgaven, Professor Erling Næss for faglig assistanse, innspill og bistand til oppgaven. Min medveileder, Dr. Ing. Harald Haaland i Elkem, fortjener også en stor takk for faglige og teknisk innspill som bidrar til å heve oppgavens nivå.

Takk går også til Bertil Nistad i COMSOL Multiphysics og Love Håkansson i EDR Medeso for hjelp og assistanse med den numeriske modelleringen.

Jon Arthur Andreassen, Trondheim 11. juni 2012

# Sammendrag

Komponenter innen smelteverksindustrien utsettes for ekstreme varmeflukser og temperaturforhold, og må derfor kjøles for å unngå nedsmelting av konstruksjonsmaterialet. I forbindelse med kjøling av overflater er det vanlig og benytte serpentinmønster for å effektivt kjøle hele overflaten. Serpentinmønsteret er oppbygd av en rette kanaler og tilhørende skarpe 180° bend for å snu vannstrømmen. I disse 180° bendene oppstår ett strømningsmønster som er særs lite jevnfordelt, både med hensyn på strømningshastigheter og varmeovergang. Variasjonene i varmeovergangen skaper temperaturgradienter i konstruksjonsmaterialet og disse kan over tid skape skjørhet i materialet og brudd i konstruksjonen.

På bakgrunn av dette er det i denne oppgaven utført numeriske simuleringer av strømnings, varmeovergangs og temperaturforhold i skarpe 180° bend. De numeriske beregningene er utført med programvaren COMSOL Multiphysics som benytter seg av Finite Element Method. Beregningene er gjort med RANS likningene og k-ω turbulensmodellen for strømning, og energilikningen og Kays-Crawford modellen for varme.

Innledningsvis er den numeriske modellen validert opp mot publiserte målte resultater. Valideringen består av både en sammenligning av hastighetsprofiler i utløpskanalen og en sammenligning av strømningsmønsteret generelt i bendet. Sammenligningen av hastighetsprofilene ga ingen absolutt overenstemmelse, trolig på bakgrunn av for unøyaktige turbulensmodeller. Derimot ga simuleringene meget god resultater ved sammenligningen av strømningsmønsteret og det ble besluttet av simuleringene skulle videreføres.

Oppgavens formål er å utjevne strømningshastigheter og varmeovergangen i de skarpe bendene, og tiltakene som ble foreslått i forprosjektet er simulert numeriske her. Tiltakene omfatter flere typer av ledeplater i bendet i tillegg til lekkasjespalter mellom tilstøtende bend. Ledeplatene ble vurdert fra de simulerte strømningsresultatene, og de viste seg her at de forlengede ledeplatene ga både minst separasjonssone og en hastighetsøkning i bendet hjørner. En ledeplate med rett forlengelse nedover utløpskanalen ble utvalgt som den beste og tatt videre til også å inkludere lekkasjespalter. Det ble sett på strømningsresultatene for tre forskjellige plasseringer av ledeplaten i samhandling med lekkasjespaltene.

Videre ble det simulert varmeovergang og temperaturforhold for ett skarpt bend uten tiltak, med ledeplate og med ledeplate og lekkasjespalter. Fra disse simuleringene ble det beregnet lokale fluidtemperaturer, temperaturer i konstruksjonsmaterialet og varmeovergangskoeffisient. Resultatene viser tydelige områder med høyere temperatur både i bendets hjørner og i separasjonssonen for basecaset. Ved bruk av ledeplate er disse sonene mye bedre kjølt, men en temperaturøkning registreres på ledeplatens innside. Med ledeplate og lekkasjespalter i bendet er temperaturforholdene enda mer jevnfordelt.

Som en absolutt sikkerhet mot koking inne i elektrodeskjoldet er det beregnet nødvendig massestrøm for å kjøle veggtemperaturen under fluidets metningstemperatur for de tre overnevnte casene. Denne modellen er basert på det laveste varmeovergangstallet i bendet og gir en reduksjon av nødvendig massestrøm på 29 % for ledeplate jamfør ingen tiltak. Med lekkasjespalter og ledeplate kan massestrømmen reduseres med 31 %. Det er anbefalt ledeplaten alene som tiltak på bakgrunn av det høye trykktapet skapt av lekkasjespaltene.

# **Summary**

Components within the smelting plant industry are exposed to extreme heat fluxes and temperatures and needs cooling to avoid meltdown of the construction material. In connection with cooling of surfaces, cooling channels in a serpentine pattern is commonly used to efficiently cool the entire surface. This serpentine pattern is constructed of straight channels and sharp 180° bends which connect the channels. Within the bends a very ill-distributed flow pattern is formed, both with respect to flow velocities and heat transfer. Sharp variations in the heat transfer cause temperature gradients in the construction material and these can, with time, cause brittleness and failure in the construction.

This is the background for this paper which contains numerical studies of flow, heat transfer and temperature conditions in sharp 180° bends. The numerical calculations are done using COMSOL Multiphysics software which is based on the finite element method. Flow calculations are done according to the RANS and k- $\omega$  turbulence model, while the heat transfer is evaluated using the energy equation and the Kays-Crawford model.

Prior to the actual numerical simulations the numerical model is validated against measured values. The validation consists of both a comparison of velocity profiles in the outlet channel and a comparison of the general flow pattern in the bend. The comparison of velocity profile did not give a conclusive result, most likely due to the turbulence model being too inaccurate. The simulated flow pattern however, was in very good agreement and a decision was made to continue the study.

The purpose of this work is to try to equalize flow velocities and heat transfer in the sharp bends, and the measures presented in this works preliminary will be simulated numerically here. The measures include several variations of guide vanes and leakage flow between adjacent bends. The guide vanes performance was considered from the results of flow simulations, and the results showed that prolonged guide vanes provided both a smaller separations zone and an increase in flow velocity in the corners of the bend. The guide vane with a straight prolongation was chosen to be considered together with the leakage flows. Then three different positions of the guide vane with the contributions of the leakage flows wore considered.

Further on, heat transfer and temperatures was added to the numerical models. Now, a bend with no measures, a bend with the prolonged guide vane and a bend with prolonged guide vane and leakage flow was evaluated. From these simulations temperature results both for the fluid and construction material was extracted as well as the heat transfer coefficient. The results show clear areas with increased temperature both for the separation zone and corners in the base case. With the guide vane employed these zones are much better cooled, but a temperature increase is noted on the inside of the guide vane. With both the guide vane and leakage flows the temperature conditions are even better distributed.

As an absolute safety against internal boiling in the heat shield, the necessary mass flow to cool the wall temperatures below the fluids saturation point is calculated for the three cases mentioned above. This calculation model is based on the minimum heat transfer coefficient for the respective cases. The results show a decrease in necessary mass flow of 29 % when using a guide vane opposed to no vanes. With the additional leakage flow the mass flow may be decreased 31 %. A guide vane with no leakage flows is recommended due to the increased pressure loss of the leakage flows.

# Innholdsfortegnelse

1		Tabell- og figurliste				
2		Nomenklaturliste				
3		Innledning				
4		Тео	ri		. 9	
	4.	1	Elen	nent metoden	. 9	
		4.1.1		Meshing	. 9	
		4.1.2		Numerisk stabilitet	11	
		4.1.	3	Løsningsalgoritme og konvergens	12	
	4.	2	Strø	mning	14	
		4.2.	1	Navier Stokes likningene	14	
		4.2.	2	Turbulensmodellering	15	
		4.2.	3	Grensebetingelser og intialbetingelser	19	
	4.	3	Varr	ne	22	
		4.3.	1	Varmeovergang i fluider	22	
		4.3.2		Turbulent konvektiv varmeovergang	22	
		4.3.	3	Varmeovergang i faste stoffer	23	
		4.3.	4	Grensebetingelser og initialbetingelser	23	
5		Case	ebesk	rivelser	27	
	5.	1	Veri	fiseringscase	27	
	5.	2	Case	e 0: Basecase	29	
	5.	3	Case	21: Ledeplater	30	
		5.3.	1	Case 1-A: En ledeplate	30	
		5.3.2		Case 1-B: En ledeplate, forlenget bue	31	
		5.3.3		Case 1-C: En ledeplate, forskjøvet i sideretningen	32	
		5.3.	4	Case 1-D: En ledeplate, forlenget rett	33	
	5.	4	Case	e 2: Lekkasjespalter	34	
6		Res	ultate	er og Diskusjon	37	
	6.	1	Veri	fiseringscase	37	
		6.1.	1	Hastighetsprofiler	37	
		6.1.	2	Strømningsmønster	40	
	6.	2	Base	ecase	44	
		6.2.	1	Mesh sjekk	44	

	6.2.2	Innløpslengde	45
	6.2.3	Symmetri	46
	6.2.4	Resultater basecase	48
6	5.3 Cas	e 1: Ledeplater	51
	6.3.1	Case 1-A: En ledeplate	51
	6.3.2	Case 1-B: En ledeplate, forlenget bue	53
	6.3.3	Case 1-C: En ledeplate, forskjøvet i sideretningen	55
	6.3.4	Case 1-D: En ledeplate, forlenget rett	57
	6.3.5	Konklusjon ledeplater	60
е	5.4 Cas	e 2: Lekkasjespalter	61
e	5.5 Kon	nklusjon strømningssimuleringer	65
e	5.6 Var	mesimuleringer	66
	6.6.1	Resultater	67
7	Designlø	osning	
7	7.1 Var	meovergang	
	7.1.1	Kritisk massestrøm med hensyn til lav hastighetssoner	
7	7.2 Tryl	kktap	
8	Konklude	erende anmerkninger	
9	Forslag t	til videre arbeid	81
10	Referans	seliste	83
11	Vedleggs	s liste	85

# 1 Tabell- og figurliste

Tabell 4-1 Oversikt over segregerte grupper	. 13
Tabell 4-2 Konstanter i k-ε modellen [7]	. 17
Tabell 4-3 Wilcox's konstanter i k- $\omega$ modellen	. 18
Tabell 4-4 Peng's konstanter i k-ω modellen	. 18
Tabell 5-1 Strømningsparametere Verifiseringscase	. 28
Tabell 5-2 Strømningsparametere basecase og etterfølgende caser	. 29
Tabell 6-1 Fluidets konstante fysikalske egenskaper ved varmesimulering	. 66
Tabell 6-2 Veggenes konstante fysikalske egenskaper ved varmesimulering	. 66
Tabell 7-1 Nødvendig massestrøm for punktkjøling av hotspots	. 74
Tabell 7-2 Trykktap og pumpeeffekt ved 1,5 m/s	. 76
Tabell 7-3 Trykktap og pumpeeffekt ved m*	. 77

Figur 6-13 Hastighetsplott i tre forskjellige høydeplan for Case 1-A
Figur 6-14 Strømningslinjer i Case 1-A 52
Figur 6-15 Hastighetsplott i tre forskjellige høydeplan for Case 1-B
Figur 6-16 Strømningslinjer i Case 1-B 54
Figur 6-17 Numerisk ustabil løsning 55
Figur 6-18 Hastighetsplott i tre forskjellige høydeplan for Case 1-C
Figur 6-19 Hastighetsplott i tre forskjellige høydeplan for Case 1-D
Figur 6-20 Strømningslinjer i Case 1-D 59
Figur 6-21 Hastighetsplott for Case 2-A (Case 1-D med lekkasjespalter) Merk hastighetsskala 61
Figur 6-22 Hastighetsplott for Case 2-B (Lekkasjespalter med ledeplaten forskjøvet 10mm mot tuppen
av spantet)62
Figur 6-23 Hastighetsplott for Case 2-C (Lekkasjespalter med ledeplaten forskjøvet 15mm mot tuppen
av spantet)
Figur 6-24 Strømningslinjer fra hovedinnløp (røde) og fra spalte (blå) for Case 2-B
Figur 6-25 Temperaturer i basecaset, a) Fluidtemperaturer ved veggen, b) Veggtemperaturer, c)
Overflatetemperaturer på konstruksjonsmaterialet. Alle temperaturer i Kelvin
Figur 6-26 Temperaturer i Case 1-D, a) Fluidtemperaturer ved veggen, b) Veggtemperaturer, c)
Overflatetemperaturer på konstruksjonsmaterialet. Alle temperaturer i Kelvin
Overflatetemperaturer på konstruksjonsmaterialet. Alle temperaturer i Kelvin
Overflatetemperaturer på konstruksjonsmaterialet. Alle temperaturer i Kelvin Figur 6-27 Temperaturer i Case 2-B, a) Fluidtemperaturer ved veggen, b) Veggtemperaturer, c) Overflatetemperaturer på konstruksjonsmaterialet. Alle temperaturer i Kelvin
Overflatetemperaturer på konstruksjonsmaterialet. Alle temperaturer i Kelvin

# 2 Nomenklaturliste

Symbol	Betydning	Symbol	Betydning
С	Diffusjonskoeffisient	L <sub>T</sub>	Turbulent lengdeskala
Cp	Spesifikk varmekapasitet	m	Masse
D <sub>h</sub>	Hydraulisk diameter	n	Normalvektoren
E	Feilavvik	р	Trykk
F	Kildeterm	Q	Varme
g	Gravitasjonskonstanten	q	Varmefluks
h'	Elementstørrelse	Т	Temperatur
h	Varmeovergangskoeffisient	t	Tid
Ι <sub>Τ</sub>	Turbulent intensitet	u'	Transportert skalar størrelse
k'	Turbulent kinetisk energi	u,v,w	Hastighetskomponenter i x,y,z
k	Termisk konduktivitet	$u_{\tau}$	Friksjonshastighet

	Gresk	e	
β	Konvektiv hastighetsvektor	λ	Dempingsfaktor
$\delta_{ij}$	Kroenecker delta funksjonen	μ	Dynamisk viskositet
δ <sub>w</sub>	Wall lift-off	$\mu_{T}$	Turbulent dynamisk viskositet
δ* <sub>w</sub>	Wall lift-off in viscous units	ρ	Densitet
3	Turbulent dissipasjon	τ	Skjærkrefter
К	von Karman konstaten	ω	turbulent dissipasjonsrate

	Dimensjonsløse g	grupper	
Nu	Nusseltnummer (hD <sub>h</sub> /k)	Pr	Prandtlnummer (c <sub>p</sub> µ/k)
Ре	Pécletnummer (βh'/2c)	Re	Reynoldsnummer ( $u_b \rho D_h / \mu$ )

		Sub/Superskript	
•	Per tidsenhet	—	Gjennomsnittsverdi
"	Per flateareal	1	Fluktuasjonsverdi

# 3 Innledning

Smelting av mineraler for tilvirkning av metaller er en meget varmeintens prosess som foregår ved høye temperaturer. Dette stiller store krav til konstruksjonsmaterialene til utstyret inne i smelteovnen. Inne i smelteovnen er det utstyr tilhørende de strømførende elektrodene og chargeringsrør, som mater føde inn i smelteovnen. Dette utstyret er spesielt utsatt for enorme varmeflukser og høye temperaturer som følge av at det befinner seg inne i ovnen og nærme elektrodene. For å lette materialkravene til disse komponentene er de ofte vannkjølte for å forhindre nedsmelting av konstruksjonsmaterialet.

Komponentene kjøles ved hjelp av doble plater, der en vannstrøm passerer mellom ytre og indre plate. For å kjøle hele flaten effektivt ledes vannstrømmen i ett serpentinmønster mellom platene, som vist av Figur 3-1. Serpentinmønsteret består av rette strekninger samt skarpe 180° bend.



# Figur 3-1 Kjølepanel med kanaler i serpentinmønster

I bendene i panelet oppstår det ett komplisert strømningsmønster med både primære og sekundære strømninger som følge av vannstrømmen kolliderer med bendets endevegg før den har bøyet av 90°. Noen av de sekundære strømningene danner stillestående virvler i bendets hjørner med liten eller ingen tilførsel av nytt kjølevann i tillegg til lave strømningshastigheter. Ved den høye varmebelastningen panelet utsettes for inne i smelteovnen kan det føre til at kjøling blir utilstrekkelig og vannet i virvlene begynner å koke. Boblene som dannes ved kokingen forlater den varme overflaten og implodere i møte med det kalde kjølevannet. Disse implosjonene kan føre til lokal erosjon i kjølekanalene, samtidig som at disse områdene med lave strømningshastigheter også er utsatt for partikkelavleiring fra vannstrømmen. I tillegg vil materialet i disse områdene blir skjørt som følge av termiske spenninger gjennom gjentatte temperaturfluktuasjoner.

Denne oppgaven er videreføring av oppgaven Kjøling av smelterverkskomponenter, av Andreassen [1] der strømningsmønster og varmeovergang i skarpe 180° bend ble undersøkt teoretisk i ett litteraturstudie. På bakgrunn av strømningsmønsteret som etablerer seg i bendene ble det i forstudien også foreslått tiltak for å motvirke dannelsen av stillestående virvler i bendets hjørner. Disse tiltakene var ledeplater i bendet, lekkasjespalter til tilstøtende bend og riller i innløpskanalen. Siden forstudiet kun var kvalitativt og forskningsresultater for tiltakene ved tilsvarende strømningshastigheter og kanalgeometri ikke var tilgjengelig ble det besluttet å undersøke tiltakene nærmere.

Denne oppgaven har som formål å evaluere tiltakene presentert i forprosjektet kvantitativt. Dette gjøres ved numerisk analyse. CFD-modellen verifiseres opp mot målte resultater innledningsvis for validere beregningsmodellen. Deretter skal de forskjellige tiltakene modelleres og simuleres for å fastslå hvilken effekt de har på strømningen i bendet og om de kan motvirke dannelsen av stasjonære virvler. De beste tiltakene videreføres og vurderes med hensyn på varmeovergang i bendet og trykktap. Til sist skal det sees på implementering av den valgte løsningen i ett eksisterende kjølepanel fra Elkem og løsningen sammenlignes med dagens løsning.

# 4 Teori

Oppgaven har til hensikt å studere strømningen og varmeovergangen gjennom skarpe 180° bend ved hjelp av numeriske metoder. Av de numeriske metodene tilgjengelig blir element metoden benyttet via programvaren COMSOL Multiphysics. I det etterfølgende teorikapittelet blir element metoden og aspekter ved denne beskrevet i korthet. Teorikapittelet legger mer vekt fysikken involvert i modelleringen, og presenterer de styrende likningene og modellene for strømning, turbulens og varmeovergang.

# 4.1 Element metoden

COMSOL Multiphysics programvaren benytter seg av FEM (Finite Element Method) for å løse komplekse fysikkproblemer beskrevet av partielle differensial likninger.

Der andre løsningsalgoritmer, som for eksempel Finite Volume metoden, benytter seg av små kontrollvolumer der variablene løses for hvert volum, har Element metoden en annen fremgangsmåte. Element metoden deler også domenet inn i små volumer, men baserer seg på noder posisjonert i volumenes hjørner. Denne inndelingsprosessen kalles meshing og blir omtalt i neste kapittel.

Element metodens konsept er å danne approksimerte funksjoner fra en node til nabonoden som beskriver den eksakte løsningen til variabelen. Med ofte hundretusenvis av noder i ett domene fremstiller element metoden dermed variabelen med stykkevis, glatte funksjoner. Alle disse funksjonene samles i store matriser og behandles med numerisk algebra. Element metoden finner dermed ikke den eksakte løsningen på differensiallikningen, men ett sett med funksjoner som approksimerer den eksakte løsningen. Mer om løsningsalgoritmen og toleransegrenser for den approksimerte løsningen er omtalt i kapitel 4.1.3.

# 4.1.1 Meshing

Meshing prosessen deler inn domenet som skal studeres inn i flere små volumer som kalles elementer. Siden beregningene løses for hvert enkelt element er meshing prosessen viktig både for å få tilstrekkelig nøyaktighet i beregningene (høyt antall elementer) og for å begrense simuleringstiden (lavt antall elementer). Mesheprosessen er derfor hele tiden en balansegang mellom simuleringstid og nøyaktighet, og noen kaller meshing en kunst.

Meshet i ett tredimensjonalt domene kan bygges opp forskjellig, avhengig av blant annet formen på elementene og metoden meshet er konstruert.





Figur 4-1 viser noen av de mulige elementgeometriene som er tilgjengelig. De forskjellige elementene har forskjellige bruksområder, blant annet avhengig av det fysiske problemet og geometrien som skal modelleres. For eksempel brukes ofte prismer eller heksagongeometriene til å meshe grensesjiktet der det finnes skarpe gradienter inn mot senter av røret, mens det er forventet små gradienter i strømningsretning. Meshet kan dermed tilpasses det fysiske problemet uten å løse opp hele området i unødvendig mange elementer.

Det finnes også forskjellig prosedyrer for å organisere elementene i meshet. Den enkleste måten er fri tetraeder meshing der hele geometrien fylles av vilkårlige tetraederelementer i en gitt størrelse. Tetraederelementer er ofte populære på grunn av at danner færre noder og reduserer simuleringstiden.

I COMSOL multiphysics er det også bygget inn en egen algoritme kalt «Physics controlled mesh» der meshing prosessen tilpasses det fysiske problemet og automatisk tar hensyn til f.eks. grensesjiktet der gradienter er skarpere og elementoppløsningen må være større, se Figur 4-2.

Meshet er viktig for resultatet av simuleringen og det er derfor viktig at meshet har en god kvalitet. Ett bra mesh har tre hovedkvaliteter; En god oppløsning, riktig distribusjon og god mesh kvalitet.

Mesh kvaliteten avhenger av formen på elementene i meshet. Siden meshet må fylle geometrien eksakte kan enkelte mesh elementer ende opp deformerte, dreide eller med veldig skarpe vinkler. Slike elementer vil ha dårlig mesh kvalitet. Kvaliteten uttrykkes som en faktor mellom 0 og 1 der 0 representerer ett degenerert element (dårlig kvalitet) og 1 representerer ett helt symmetrisk element. I COMSOL uttrykkes kvaliteten i ett histogram for kvalitetssjekk [2].



Figur 4-2 Eksempel på «Physics controlled mesh» med både boundary layer mesh og fri tetraeder mesh

# 4.1.2 Numerisk stabilitet

Ved numerisk løsning av ett likningssett er numeriske stabilitet en viktig faktor. Hvis likningssettet og grensebetingelsene ikke er numerisk stabile kan løsningen oscillere og til slutt divergere. En differensial likning for ett system med både diffunderende og konvektiv transport har en generell form som [3]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \beta * \nabla u = \nabla * (c\nabla u) + F$$
 Formel 4-1

Der  $\beta$  er den konvektive hastighetsvektoren, *c* er diffusjonskoeffisienten, *u* er en transportert skalar størrelse og *F* en kildeterm. I FEM benyttes Galerkin metoden til diskretisering og det er kjent at den numeriske løsningen blir ustabil hvis ett elements Péclet nummeret blir større enn en [3]:

$$Pe = \frac{\beta * h'}{2c} > 1$$
 Formel 4-2

Der *h*' er element størrelsen. Ett stort Péclet nummer indikerer derfor at konvektive effekter dominerer over diffunderende effekter. Oscillerende effekter og numeriske ustabilitet kan oppstå hvis Pe>1 og [3]:

- En Dirchlet grensebetingelse danner en skarp gradient (grensesjikt) og meshet ikke er fint nok til å løse opp grensesjiktet
- En stedsavhengig initialbetingelse som ikke er oppløst godt nok i meshet
- Ved en liten initial diffusjonsterm nære en ikke konstant kildeterm eller en ikke konstant Dirchlet grensebetingelse

Så lenge diffusjon er tilstede i systemet skal det med andre ord være mulig å oppnå numerisk stabilitet ved å forfine meshet. Det er derimot veldig lite praktisk grunnet at det kan kreve ekstremt små celler og gjøre simuleringen meget tidskrevende. Numerisk stabilisering kan altså bli nødvendig ved høye strømningshastigheter der den konvektive transporten er stor. I praksis benyttes stabiliseringsteknikker som legger til kunstig diffusjon for å senke Péclet nummeret [3].

# 4.1.2.1 Stabiliseringsteknikker

Det finnes en rekke stabiliseringsteknikker for numeriske løsninger. Stabiliseringsteknikkene består av til dels meget kompliserte algoritmer og det uhensiktsmessig og gjennomgå disse i detalj. Her gjennomgås kjapt de mest aktuelle for strømningsproblemer. Stabilisering teknikkene deles opp to grupper, konsistent stabilisering og inkonsistent stabilisering [3].

Konsistent stabilisering legger til numerisk diffusjon på en måte som gjør at hvis *u* er den eksakte løsningen på Formel 4-1, så er *u* også en løsning til problemet med numerisk diffusjon. Konsistent stabilisering legger altså til mindre numerisk diffusjon jo nærmere den numeriske løsningen er den eksakte. Konsistente stabiliseringsmetoder omfatter å legge til kunstig diffusjon langs strømningslinjene (streamline diffusion) og ortogonalt på strømlinjene (crosswind diffusion) [3].

Ved inkonsistent stabilisering legges numerisk diffusjon til på en måte som gjør at hvis *u* er den eksakte løsningen på Formel 4-1, så er *u* ikke nødvendigvis en løsning til problemet med numerisk diffusjon. Inkonsistent stabilisering legger med ord til en gitt mengde numerisk diffusjon uavhengig av hvor nærme den numeriske løsningen er den eksakte. Inkonsistente stabiliseringsmetoder omfatter å legge til isotropisk diffusjon [3].

## 4.1.3 Løsningsalgoritme og konvergens

I COMSOL Multiphysics brukes en variant av den dempede Newton metoden for å løse ikke-lineære differensial likninger som er tilfellet ved Navier-Stokes likningene. Den diskrete formen av differensiallikningene kan skrives som [2]:

Der f(U) er residualvektoren og U er løsningsvektoren. Ut i fra initialverdiene til simuleringen,  $U_0$ , lineariseres COMSOL modellen og løser den diskrete formen av den lineariserte modellen etter likningen [2]:

$$f'(U_0)\delta U = -f(U_0)$$
 Formel 4-4

Der  $f'(U_0)$  er Jacobi matrisen og  $\delta U$  Newton steget løsningen finnes for. Deretter beregnes neste iterasjon etter likningen [2]:

$$U_1 = U_0 + \lambda \delta U$$
 Formel 4-5

Der  $\lambda$  er en dempingsfaktor begrenset til  $0 \le \lambda \le 1$ . Deretter estimerer programmet feilen i den neste iterasjonen, *E*, ved å løse likningen [2]:

$$f'(U_0)E = -f(U_1)$$
 Formel 4-6

Hvis denne feilen er større enn feilen ved forrige iterasjon reduseres dempingsfaktoren  $\lambda$  og  $U_1$ beregnes på nytt. Denne prosedyren gjentas inntil feilen er mindre enn ved forrige iterasjon eller begrensingene til dempingsfaktoren nås. Hvis feilen er mindre enn ved forrige iterasjon fortsetter algoritmen til neste iterasjon[2].

Løsningsalgoritmen går altså helt og holdent ut i fra initialverdiene for å finne riktig løsning, og om en modell konvergerer avhenger derfor sterkt av hvor nærme initialverdiene er løsningen.

Modellen regnes som konvergert når den relativ feilen understiger en gitt grense (satt til 10<sup>-3</sup> som standard). Den relative feilen beregnes etter [2]:

$$err = \left(\frac{1}{N_{DOF}} \sum_{i=1}^{N_{DOF}} \left(\frac{|E_i|}{W_i}\right)^2\right)^{1/2}$$
 Formel 4-7

Der  $N_{DOF}$  er antall frihetsgrader,  $E_i$  feilen fra siste iterasjon og  $W_i=max(|U_i|, S_i)$ .  $S_i$  er en skaleringsfaktor basert på antall frihetsgrader. Grovt sett er den relative feilen ett gjennomsnitt av feilen relativt til siste løsning over hele geometrien, uttrykt i form av frihetsgradene presentert i meshet [2].

Løsningsalgoritmen sjekker ikke for konvergens i henhold til Formel 4-7 så lenge dempingen i Formel 4-5 er forskjellig fra én. Ergo er ikke den relative feilen det eneste målet på konvergens.

COMSOL plotter konvergenskurver mens programmet itererer. I konvergensplottet og i løseren generelt er systemet delt opp i segregerte grupper som samvirker med hverandre i løsningen. For denne modellen som omhandler strømning og varmeovergang deler COMSOL fysikken i følgende segregerte grupper: Tabell 4-1 Oversikt over segregerte grupper

Segregert Gruppe 1	Segregert Gruppe 2
Strømningsparametere	Turbulensparametere
u, v, w og p	k og ε/ω

Ved varmesimuleringer inngår også T og  $T_{vegg}$  i Segregerte Gruppe 1.

Siden Navier-Stokes likningene som styrer strømningen er ikke-lineære differensiallikninger og Elementmetoden lineariserer disse likningene kan det være vanskelig å få modellen til å konvergere. Siden strømningsproblemer ofte er modellert er det utarbeidet råd for å få modellen til å konvergere [3]:

- Utarbeide best mulig initialverdier
- Løse de segregerte gruppene for seg selv for deretter å koble de sammen og løse hele problemet
- Påse at grensebetingelsene er konsistente i forhold til initialbetingelsene
- Forfine meshet i områder med skarpe gradienter
- Unngå skarpe kanter i geometrien, som kan føre til skarpe gradienter
- Introdusere kunstig diffusjon gjennom stabiliseringsteknikker
- Gå over fra Steady-state til transient analyse. Ved å løse problemet transient over ett langt tidsrom vil den transiente løsningen tilsvare Steady-state løsningen
- Legge til koeffisienter i den originale differensiallikningen som demper de ulineære leddene og deretter løse modellen. Med denne løsningen som initialverdi kan ulineæriteten justeres opp trinnvis med forrige løsning som initialverdi.

## 4.2 Strømning

## 4.2.1 Navier Stokes likningene

Viskøse strømninger påvirkes hovedsakelig av trykkrefter, viskøse krefter og momentkrefter. Viskøse strømninger kan generelt sett beskrives av momentlikningene som balanserer disse kreftene. Momentlikningene er tungrodde og er vanskelig å løse matematisk, derimot kan de forenkles noe for Newtonske fluider. For Newtonske fluider er skjærkreftene i strømningen proporsjonale med viskositeten og fluid elementets tøyning (element strain rates) etter [4]:

$$au = \mu \frac{du}{dy}$$
 Formel 4-8

Dermed er skjærkreftene skapt av viskositeten koblet til hastighetsfeltet som reduserer antall ukjente i likningssettet. Med denne forenklingen, samt å anta inkompressibel strømning ( $\rho$ =konst), kan momentlikningene forenkles til de inkompressible Navier Stokes likningene [5].

$$\underbrace{\rho g_{x}}_{(1)} - \underbrace{\frac{\partial p}{\partial x}}_{(2)} + \underbrace{\mu \left( \frac{\partial^{2} u}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} u}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2} u}{\partial z^{2}} \right)}_{(3)} = \underbrace{\rho \frac{du}{dt}}_{(4)}$$

$$\rho g_{y} - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^{2} v}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} v}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2} v}{\partial z^{2}} \right) = \rho \frac{dv}{dt}$$
Formel 4-9
$$\rho g_{z} - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2} w}{\partial z^{2}} \right) = \rho \frac{dw}{dt}$$

Første leddet i likningene beskriver eksterne krefter som påvirker strømningen, hovedsakelig gravitasjonskrefter. Ledd (2) er trykkgradienten og representerer trykkreftene i strømningen. Ledd (3) representerer den viskøse tregheten i strømningen der proporsjonaliteten hos Newtonske fluider er implementert [5].

På høyre side av likningene finnes det eneste tidsavhengige leddet. Ved steady state simuleringer settes dermed dette leddet lik null.

Ved ett kjent fluid ( $\rho$  og  $\mu$  kjent) har Navier Stokes likningene 4 ukjente, de tre hastighetskomponentene u, v, w og trykket p. Med 4 ukjente og kun 3 likninger tas kontinuitetslikningen for inkompressibel strømning inn som en fjerde likning[5].

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$
 Formel 4-10

Kontinuitetslikningen er som navnet antyder en bevaringslikning, og krever at massestrømmen gjennom ett kontrollvolum er bevart. Kontinuitetslikningen er derfor gyldig for alle typer strømninger, men bryter sammen ved tilførsel eller fjerning av masse innenfor kontrollvolumet. Med nå 4 likninger og 4 ukjente kan strømningen nå løses komplett.

For korthets skyld behandles Navier Stokes og kontinuitetsbetingelsen videre på vektorform [4]:

 $\nabla$ 

$$\rho \boldsymbol{g} - \nabla \mathbf{p} + \mu \nabla^2 \mathbf{u} = \rho \frac{D \boldsymbol{u}}{D t}$$
 Formel 4-11

$$* \mathbf{u} = 0$$
 Formel 4-12

Her brukes en annen notasjon, med operatøren «dell», 𝔽, og hastighetsvektoren 𝑢.

Selv om Navier Stokes likningene er matematisk kompliserte og eksakte løsninger kun finnes for ett begrenset antall problemer fungerer de godt ved modellering av små kontrollvolumer som ved CFD[5].

# 4.2.2 Turbulensmodellering

Til nå har denne utledningen antatt en stabil strømningshastighet uten fluktuasjoner, men ved turbulent strømningen preges strømningshastighetene av høyst irregulære og tilfeldige fluktuasjoner.



Figur 4-3 Turbulente fluktuasjoner rundt en middelhastighet

Som illustrert av figuren fluktuerer den faktiske hastigheten rundt en middelhastighet over tid. Strømningshastigheten *u* må derfor behandles statistisk og utvides via Reynolds dekomposisjon til [6]:

$$u = \bar{u} + u' \ der \ \bar{u} \gg u'$$
 Formel 4-13

Der *u'* er den fluktuerende hastigheten mens  $\bar{u}$  er den tidsbaserte middelhastigheten. Denne statistiske oppdeling gjøres for hastighetene i både x-, y- og z- retning, men i tillegg kan både trykk og temperatur også ha fluktuasjon som følge av turbulens. For å ta hensyn til turbulens i beregningene settes resultatet fra Reynolds dekomposisjon inn i Navier Stokes likningene (Formel 4-9) og kontinuitetsvilkåret (Formel 4-10). For å forenkle ligningssystemet tas det et tidsbasert gjennomsnitt av resultatet, som resulterer i Reynolds Averaged Navier Stokes (RANS) likningene [4]:

$$\rho \boldsymbol{g} - \nabla \overline{\mathbf{p}} + \mu \nabla^2 \overline{\mathbf{u}} = \rho \frac{D \overline{\boldsymbol{u}}}{Dt} + \rho \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u_i' u_j'})$$
 Formel 4-14

Gjennomsnittsprosessen eliminerer noen av de ekstra leddene skapt av Reynolds dekomposisjonen på grunnlag av at gjennomsnittet av fluktuasjonen vil være lik null. Det ekstra leddet i RANS likningen i forhold til Formel 4-11 (siste ledd på høyre side) er en tensor som representerer turbulent treghet. I tre dimensjoner tilsvarer denne tensoren 9 nye ukjente størrelser som må løses. Å finne disse størrelsene er opphavet til turbulensmodellering. Ofte modelleres denne tensoren som skjærkrefter på ett fluidelement, selv om tensoren i utgangspunktet representerer turbulent treghet. Dermed skrives RANS som[4]:

$$\rho \boldsymbol{g} - \nabla \overline{\mathbf{p}} + \nabla \tau_{ij} = \rho \frac{D \overline{\boldsymbol{u}}}{Dt}$$
Formel 4-15

Der

$$\tau_{ij} = \underbrace{\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)}_{Laminær\ del} - \underbrace{\underbrace{\partial u_i'u_j'}_{Turbulent\ del}}_{Turbulent\ del}$$
Formel 4-16

I den laminære delen kan skjærekreftene som før knyttes til hastighetsgradientene, men i den turbulente delen oppstår den turbulente stress tensoren.

$$\overline{u'_{l}u'_{j}} = \begin{bmatrix} \overline{u'_{l}u'_{l}} & \overline{u'_{l}u'_{j}} & \overline{u'_{l}u'_{k}} \\ \overline{u'_{j}u'_{l}} & \overline{u'_{j}u'_{j}} & \overline{u'_{j}u'_{k}} \\ \overline{u'_{k}u'_{l}} & \overline{u'_{k}u'_{j}} & \overline{u'_{k}u'_{k}} \end{bmatrix}$$
Formel 4-17

Her er hoved diagonalen i tensoren normalkrefter (trykk), som i mange strømninger bidrar lite til momenttransporten. De øvrige leddene i tensoren representerer skjærkrefter skapt av de turbulente effektene [6].

De finnes i dag mange forskjellige turbulensmodeller med varierende kompleksitet og metodikker. De enkleste modellene forenkler problemet med å slå sammen flere størrelser i nye parametere som deretter bestemmes. Dette reduserer antall ekstra likninger og reduserer tidskostnaden i simuleringen. De to hovedgruppene av fremgangsmåter er Eddy viskositets modellene og Reynolds stress modellene.

#### 4.2.2.1 Eddy viskositetsmodeller

Eddy viskositetsmodellene benytter seg av Boussinesq fremgangsmåten som relaterer Reynolds stress tensoren til en størrelse kalt turbulent viskositet (eddy viskositet),  $\mu_{\tau}$ , etter modellen [7]:

$$-\rho \overline{u_i' u_j'} = 2\mu_T S_{ij} - \frac{2}{3}\mu_T \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \delta_{ij} - \frac{2}{3}\rho k' \delta_{ij} \quad ; S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$
 Formel 4-18

Boussinesq fremgangsmåten introduserer den turbulente kinetisk energien, k', som kan utledes i en egen sammenheng.  $\delta_{ij}$  er Kronecker delta funksjonen.

De to vanligste eddy viscosity modellene er k- $\varepsilon$  og k- $\omega$  modellene som begge baseres på turbulent kinetiske energi og henholdsvis dissipasjon ( $\varepsilon$ ) og spesifikk dissipasjon ( $\omega$ ).

#### 4.2.2.1.1 k-ε modellen

*k*- $\varepsilon$  modellen modellerer  $\mu_T$  på følgende vis [7]:

$$\mu_T \approx \rho C_\mu \frac{k'^2}{\varepsilon}$$
 Formel 4-19

Der  $\varepsilon$  er dissipasjon (energitapsraten) og  $C_{\mu}$  er en empirisk bestemt konstant. Den turbulente energien, k', løses fra transportlikningen [7]:

$$\rho \frac{\partial k'}{\partial t} + \rho \boldsymbol{u} * \nabla k' = \nabla \left( \left( \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \nabla k' \right) + P_k - \rho \varepsilon$$
 Formel 4-20

Der  $\sigma_k$  er en konstant og produksjonsleddet  $P_k$  er [7]:

$$P_{k} = \mu_{T} \left( \nabla \mathbf{u} (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^{T}) + \frac{2}{3} (\nabla \mathbf{u})^{2} \right) - \frac{2}{3} \rho k \nabla \mathbf{u}$$
 Formel 4-21

Videre løses dissipasjonen,  $\varepsilon$ , fra transportlikningen [7]:

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho \boldsymbol{u} * \nabla \varepsilon = \nabla \left( \left( \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \nabla \varepsilon \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k'} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k'}$$
 Formel 4-22

Der  $C_{\varepsilon_1}$ ,  $C_{\varepsilon_2}$  og  $\sigma_{\varepsilon}$  er konstanter. I standard versjonen av k- $\varepsilon$  modellen har konstantene følgende verdier:

Tabell 4-2 Konstanter i k-ε modellen [7]

Cμ	C <sub>ε1</sub>	C <sub>ε2</sub>	σ <sub>k</sub>	σε
0,09	1,44	1,92	1,0	1,3

Det er flere variasjoner også av k-  $\varepsilon$  modellen. I hovedtrekk er k-  $\varepsilon$  modellen en robust og tidseffektiv modell, med rimelig nøyaktighet for en rekke forskjellige strømninger. Modellen har derimot en tendens til å overvurdere diffusiviteten i noen situasjoner. Modellen er unøyaktig når strømningen inneholder sterk kurvatur langs strømningslinjene, rotasjon, spinn, ved lave Reynoldstall eller separasjonsstrømning. Dette kommer av at modellen overvurderer turbulente spenninger i «wake» regioner. k-  $\varepsilon$  modellen er den vanligste modellen i bruk for industriell anvendelse, mye på grunn av at den løses kjapt og sparer simuleringstid [8].

#### 4.2.2.1.2 $k-\omega$ modellen

*k*- $\omega$  modellen modellerer  $\mu_T$  som:

$$\mu_T \approx \rho \frac{k'}{\omega}$$
 Formel 4-23

Der  $\omega$  er den spesifikke raten av energitap (specific dissipasjon) og definert som  $\omega = \varepsilon/k'$ . Transportlikningen for turbulent kinetisk energi er i k- $\omega$  modellen:

$$\rho \frac{\partial k'}{\partial t} + \rho \boldsymbol{u} * \nabla k' = P_k - \rho \beta^* k' \omega + \nabla ((\mu + \sigma^* \mu_T) \nabla k')$$
 Formel 4-24

Der  $P_k$  er gitt av Formel 4-21 og  $\sigma^*$  er en konstant.  $\beta^*$  er gitt som  $\beta^* = \beta_0^* f_{\beta}^*$  der  $\beta_0^*$  er en konstant og  $f_{\beta}^*$  er gitt ved:

$$f_{\beta}^{*} = \begin{cases} 1 & , \chi_{k} \leq 0 \\ \frac{1 + 680\chi_{k}^{2}}{1 + 400\chi_{k}^{2}} & , \chi_{k} > 0 \end{cases}, \chi_{k} = \frac{1}{\omega^{3}} (\nabla k' * \nabla \omega)$$
 Formel 4-25

Den spesifikke dissipasjonen,  $\omega$ , er gitt av transportlikningen:

. . .

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho \boldsymbol{u} * \nabla \omega = \alpha \frac{\omega}{k'} P_k - \rho \beta \omega^2 + \nabla ((\mu + \sigma \mu_T) \nabla \omega)$$
 Formel 4-26

Der  $\sigma$  og  $\alpha$  er konstanter.  $\beta$  er gitt som  $\beta = \beta_0 f_{\beta}$  der  $\beta_0$  er en konstant og  $f_{\beta}$  er gitt ved:

$$f_{\beta} = \frac{1 + 70\chi_{\omega}}{1 + 80\chi_{\omega}} , \chi_{\omega} = \left| \frac{\Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki}}{(\beta_{0}^{*}\omega)^{3}} \right|$$
 Formel 4-27

Der de midlere rotasjons tensorene,  $\Omega_{ij}$ ,  $\Omega_{jk}$ , og tøynings (strain rate) tensoren,  $S_{ki}$ , er gitt som:

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right); \ \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} - \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_j} \right); \\ S_{ki} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \right)$$
Formel 4-28

Konstantene i standard (Wilcox) k-ω modellen har følgende verdier:

Tabell 4-3 Wilcox's konstanter i k-ω modellen

α	βo	β <sub>0</sub> *	σ	σ*
13/25	13/125	9/100	1/2	1/2

Også k- $\omega$  modellen har flere variasjoner men i hovedtrekk har modellen følgende fordeler og ulemper. Modellen er nøyaktig og robust i ett stort område av strømninger med grensesjikt og trykkgradienter. Modellen legger mer vekt på grensesjiktet enn k- $\varepsilon$  modellen og fungerer derfor mye bedre der. Modellen kan derimot dermed også bli over sensitiv i den turbulente kjernen. Modellen fungerer godt for strømninger med lave Reynoldstall og har potensiale til å fungere også i overgangen mellom laminær og turbulent strømning. k- $\omega$  modellen er mest populær i luftfartsindustri og for turbomaskineri [8].

Konstantene i k-ω modellen kan til en hvis grad tilpasses forskjellige bruksområder. S-h Peng har presentert alternative verdier til konstantene i modellen som bedre tilpasser den til resirkulerende strømninger. Konstantene er utviklet i forbindelse med modellering av ventilasjonsstrømninger, der resirkulerende strømninger også oppstår [9]:

Tabell 4-4 Peng's konstanter i k- $\omega$  modellen

α	β <sub>0</sub>	β₀*	σ	σ*
0,42	0,075	0,09	1,35	0,8

# 4.2.2.2 Reynolds stress modeller

Reynolds stress modellen (RSM) benytter seg ikke av Boussinesq fremgangsmåten og turbulent viskositet, men bryter Reynolds stress tensoren ned i individuelle ledd etter modellen:

$$\frac{D}{Dt}(\overline{u'v'}) = D_{ij} + P_{ij} + \pi_{ij} - \varepsilon_{ij} + \mu \nabla^2 (\overline{u'v'})$$
 Formel 4-29

Der  $D_{ij}$  beskriver turbulent transport,  $P_{ij}$  beskriver turbulens produksjon,  $\pi_{ij}$  beskriver trykk belastningen (pressure-strain) og  $\varepsilon_{ij}$  beskriver energitapet som følge av turbulensen (dissipation). For evaluering av disse størrelsene belager RSM modellen seg på statistiske differensielle sammenhenger utviklet og fremskaffet ved hjelp av DNS (Direct Numerical Simulation) resultater. RSM modellenes utfordring ligger i modelleringen av,  $\pi_{ij}$ –leddet som er umålbart og meget vanskelig å modellere[4].

En variant av RSM modellen er Algebraic Stress Modell (ASM) som bytter ut de differensielle sammenhengene for å evaluerer leddene i Formel 4-29 med eksplisitt gitte algebraiske utrykk. Ved å løse eksplisitte og ikke implisitte uttrykk lettes belastningen på datamaskinene og det fører til kortere simuleringstid enn ved RSM[4].

Ved å unngå Boussinesq fremgangsmåten og turbulent viskositet er RSM modellene de turbulensmodellene som ligger tettest opptil virkeligheten når det gjelder Reynolds Stress Tensoren. RSM modellene tar hensyn til anisotropi og historiske effekter i strømningen direkte. Siden RSM modellene benytter seg av 6 likninger i forhold til 2 likninger, som ved k-ε og k-ω, kreves det mye mer simuleringstid. I tillegg begynner ligningssystemet å bli såpass komplekst at det kan gi problemer for konvergensen i simuleringer. På grunn av den direkte modelleringen av Reynolds stress tensoren er RSM er bedre enn Eddy viskositetsmodellene for komplekse tre dimensjonale strømninger med skarp kurvatur langs strømningslinjene, spinn og rotasjon[8].

# 4.2.3 Grensebetingelser og intialbetingelser

Grensebetingelsene i simuleringene er gitte verdier for strømningen ved modellens ytre geometriske grenser, for eksempel en innløpshastighets eller ett utløpstrykk. For å hjelpe itereringen legges det også inn initialverdier. Initialverdien er forventede verdier på for eksempel hastighet eller trykk som utgjør startpunktet til iterasjonssekvensen.

Generelt sett anbefales modellen å ha minst en grensebetingelse for hver av variablene i modellen. For strømning vil derfor kun trykk eller kun hastighetsbaserte grensebetingelser gi uspesifisert hastighet eller trykk i modellen. Dette gjør det vanskeligere for modellen å kovergere.

# 4.2.3.1 Vegg

Turbulent strømning består av en turbulent kjerne og ett viskøst undersjikt (sublayer). I det viskøse undersjiktet nærme kanalveggen er det skarpe hastighetsgradienter som vanskelig kan løses korrekt uten å benytte seg av dedikerte vegg modeller. Vegg modellen i COMSOL fungerer ved at beregningsområdet (meshet) er antatt å starte en gitt distanse,  $\delta_w$ , fra veggen som illustrert av figuren [7].



Figur 4-4 Avstand mellom vegg og mesh

Størrelsen  $\delta_w$  kalles *Wall lift-off* og er beregnet fra [7]:

$$\delta_w^+ = \frac{\rho u_\tau \delta_w}{\mu}$$
 Formel 4-30

Størrelsen  $\delta_w^+$  kalles *Wall lift-off in viscous units.*  $u_\tau$  kalles friksjonshastigheten og er uttrykt ved [7]:

$$u_{ au} = C_{\mu}^{rac{1}{4}}\sqrt{k}$$
 Formel 4-31

For k- $\varepsilon$  modellen. For k- $\omega$  modellen benyttes samme formelen, men da med  $\beta_0^*$  konstanten istedenfor  $C_{\mu}$ . I beregningsprosedyren tilpasses  $u_{\tau}$  slik at  $\delta_w^+ = 11,06$ . Dette tilsvarer avstanden fra veggen der det logaritmiske undersjiktet møter det viskøse undersjiktet.  $\delta_w$  er begrenset til aldri å være mindre enn halve høyden av mesh cellene i grensesjiktet. Ved grove mesh vil dermed  $\delta_w^+$  øke og denne parameteren benyttes for å kontrollere om meshet har vært fint nok [7].

Grensebetingelsene for veggen er ingen gjennomstrømning [7]:

$$\boldsymbol{u} * \boldsymbol{n} = 0$$
 Formel 4-32

Og at skjærkreftene skal følge uttrykket [7]:

$$\boldsymbol{n} * \boldsymbol{\sigma} - (\boldsymbol{n} * \boldsymbol{\sigma} * \boldsymbol{n})\boldsymbol{n} = -\rho u_{\tau} \frac{\boldsymbol{u}}{|\boldsymbol{u}|} \max(C_{\mu}^{\frac{1}{4}} \sqrt{k}, u_{\tau})$$
 Formel 4-33

Der  $\sigma$  er den viskøse stress tensoren som inneholder trykk og skjærkrefter på linje med Formel 4-17.

I Formel 4-33 er friksjonshastigheten beregnet fra [7]:

$$u_{\tau} = \frac{|\boldsymbol{u}|}{\frac{1}{\kappa} \ln \delta_{w} + B}$$
 Formel 4-34

Der B=5,2 og  $\kappa$  er von karman konstanten (0,41).

De turbulente parameterne har også grensebetingelser for veggene. Her er grensebetingelsen for k' begrenset ved at [7]:

$$\boldsymbol{n} * \nabla \mathbf{k} = 0$$
 Formel 4-35

Og  $\varepsilon$  og  $\omega$  har de respektive grensebetingelsene [7]:

$$\varepsilon = \frac{C_{\mu}^{\frac{3}{4}}k^{\frac{3}{2}}}{\kappa\delta_w}$$
,  $\omega = \frac{\rho k}{\kappa\delta_w^+\mu}$  Formel 4-36

#### 4.2.3.2 Inn- og utløpsbetingelser

Grensebetingelsen for strømningens innløp og utløp baseres på målte eller dimensjonerende verdier for strømningen. I COMSOL er det tre valgmuligheter for disse grensebetingelsene; strømningshastighet, trykk uten viskøst stress eller normalspenninger.

I alle tilfeller må det i innløpet også spesifiseres grensebetingelser for de turbulente parameterne. Disse kan spesifisere gjennom den turbulente intensiteten,  $I_{\tau}$ , og den turbulente lengde skalaen,  $L_{\tau}$ , hvor turbulensparameterne i innløpet beregnes etter [7]:

$$k' = \frac{3}{2} (|\boldsymbol{u}|I_T)^2 \quad , \varepsilon = C_{\mu}^{\frac{3}{4}} \frac{k'^{\frac{3}{2}}}{L_T} \quad , \omega = \frac{\sqrt{k'}}{(\beta_0^*)^{\frac{1}{4}} * L_T}$$
 Formel 4-37

Alternativt kan turbulensparameterne ( $k' \operatorname{og} \varepsilon$  eller  $k' \operatorname{og} \omega$ ) spesifiseres direkte i innløpet.

#### 4.2.3.2.1.1 Strømningshastighet:

Strømningshastigheten kan enten spesifiseres som en gitt hastighet normalt på innløpsflaten [7]:

$$\boldsymbol{u} = -u_0 \boldsymbol{n}$$

Eller ved å spesifisere hastighetsfeltet i innløpet gjennom de tre hastighetskomponentene [7]:

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u_0} = [u, v, w]$$
 Formel 4-39

Formel 4-38

Ved å spesifisere hastighetsfeltet og dermed en hastighetsprofil kan simuleringstiden reduseres ved at inngangsverdiene er mer like løsningen og det dermed trenges færre itereringer for å oppnå konvergens. Detter krever derimot av hastighetsprofilen parameteriseres med hensyn på geometrien (x, y, z) og strømningsparameter.

# 4.2.3.2.1.2 Trykk uten viskøst stress:

Grensebetingelsen for trykk uten viskøst stress spesifiserer ett konstant trykk [7]:

 $p = p_o$  Formel 4-40 Og at det ikke er viskøst stress normalt på inn/utløpsflaten [7]:

$$\mu(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)\mathbf{n} = 0$$
 Formel 4-41

Grensebetingelsen for trykk uten viskøst stress er tenkt å tilsvare innløp fra eller utløp til en stor tank eller ett reservoar med kjent trykk. Normalt på grenseflaten vil da det viskøse stresset være tilnærmet null.

Denne grensebetingelsen er egentlig en over begrensing av strømningen, ved at både hastighet og trykk er spesifisert. Teoretisk sett er dermed ikke systemet korrekt spesifisert. Betingelsen brukes derimot ofte på grunn av at den er mer numeriske stabil enn å spesifisere normalspenningene og at den teoretiske feilen i de fleste tilfeller ikke har noen praktiske innvirkning [7].

# 4.2.3.2.1.3 Normalspenninger:

Grensebetingelsen for normalspenninger spesifiserer spenningsvektoren  $f_0$  direkte og benytter deretter at:

$$(-p\mathbf{I} + \mu(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T))\mathbf{n} = -f_o\mathbf{n}$$
 Formel 4-42

Betingelsen gir trykket implisitt og er dermed den matematisk korrekte versjonen av trykk uten viskøst stress. Betingelsen er derimot mindre numerisk stabil [3].

Generelt sett anbefales modellen å ha minst en trykkbasert og en hastighetsbasert grensebetingelse. Ved kun trykk eller kun hastighetsbaserte grensebetingelser vil henholdsvis hastighet og trykk være uspesifiserte i modellen noe som gjør det vanskelig for modellen å konvergere.

# 4.2.3.3 Initialbetingelser

Initialbetingelsene utgjør startverdiene for første iterasjon i løsningsprosedyren. Dermed er initialbetingelsene avgjørende for om løsningen vil konvergere og hvor mange iterasjoner som er nødvendig før konvergens oppnås. Desto nærmere initialbetingelsene er løsningen desto færre iterasjoner, og dermed kortere løsningstid, er nødvendig.

I COMSOL spesifiseres initialbetingelsene som ett vektorfelt for hastighetsvektoren og ett totaltrykk for hvert domene. Begge disse initialbetingelsene kan utrykkes som funksjoner av både geometrien (*x*, *y*, *z*) og størrelser i strømningen ( $\rho$ ,  $\mu$ , etc.).

## 4.3 Varme

#### 4.3.1 Varmeovergang i fluider

Fundamentet for all varmeovergang ligger i termodynamikkens første lov som sørger for energikonservering. Termodynamikkens første lov er uttrykt i indre energi, noe som er lite hensiktsmessig med hensyn til varmeovergang. Det er mer hensiktsmessig å uttrykke konserveringen i form av temperaturen, T, [10]:

$$\underbrace{\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + (\boldsymbol{u}\nabla)T\right)}_{1} = \underbrace{-(\nabla \boldsymbol{q})}_{2} + \underbrace{\tau: S}_{3} - \underbrace{\frac{T}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T}}_{p} \left|_{p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + (\boldsymbol{u}\nabla)p\right)}_{4} + \underbrace{\boldsymbol{Q}}_{5}$$
 Formel 4-43

I Formel 4-43 er det benyttet flere termodynamiske sammenhenger i utledningen fra termodynamikkens første lov. Likningen antar også masse alltid er konservert for å benytte seg av kontinuitetsvilkåret (Formel 4-10 på kompressibel form). Videre er ledd 2 representert ved Fouriers lov[10]:

$$q_i = -k \frac{\partial T}{\partial x_i}$$
 Formel 4-44

Der konduktiviteten, *k*, blir en tensor hvis konduktiviteten er forskjellig i forskjellige retninger (anisotropisk). Ledd 3 representerer viskøs oppvarming av fluidet, der operatøren «:» er en sammentrekning og representerer[10]:

$$\tau: S = \sum_{n} \sum_{m} \tau_{nm} S_{nm}$$
 Formel 4-45

Ledd 4 representerer arbeid utført av trykket. Dette leddet er lite for lave Machnummer og er derfor ofte neglisjerbart. Den viskøse oppvarmingen av fluidet regnes også ofte som neglisjerbar. Ved deretter å sette inn Fouriers lov (Formel 4-44) fås likningen[10]:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p \boldsymbol{u} * \nabla T = \nabla * (\mathbf{k} \nabla \mathbf{T}) + \mathbf{Q}$$
 Formel 4-46

Som løses for fluidtemperaturen og tar hensyn til konvektive effekter gjennom at den er koplet til strømningsfeltet gjennom hastighetsvektoren, **u**. Hastighetsvektoren løses fra Navier-Stokes likningene som beskrevet tidligere.

Formel 4-46 er en lineær partiell differensiallikning og er dermed lettere løselig en Navier-Stokes likningene som ikke er lineære.

Ved modellering av systemer der det ikke er fornuftig og neglisjere trykk arbeidet og den viskøse oppvarmingen kan disse mekanismene aktiveres i COMSOL multiphysics slik at Formel 4-43 løses fremfor Formel 4-46.

#### 4.3.2 Turbulent konvektiv varmeovergang

Siden strømningshastigheter fluktuerer ved turbulent strømning vil også den konvektive varmeovergangen fluktuere. Dermed må også temperaturvariabelen splittes opp i en midlere og en fluktuerende verdi:

$$T = \overline{T} + T'$$
 Formel 4-47

På sammen måte som Navier-Stokes likningene kan Formel 4-46 utvides til turbulent strømningen ved å benytte Reynolds dekomposisjonen. Det sees her bort fra varmekilder (Q=0). På grunn av at

likningen inneholder hastighetsvektoren behandles denne også med Reynolds dekomposisjon, som tidligere [10]:

$$\rho c_p \frac{\partial \overline{T}}{\partial t} + \rho c_p \overline{\boldsymbol{u}} * \nabla \overline{T} = \nabla * \left( \mathbf{k} \nabla \overline{T} - \rho c_p \overline{\boldsymbol{u}' T'} \right) + \nabla \overline{\mathbf{u}} (\mu \nabla \overline{\mathbf{u}} - \boldsymbol{\rho} \overline{\boldsymbol{u}' v'})$$
 Formel 4-48

Der siste ledd tilsvarer Formel 4-16 og dermed behandles av turbulensmodellen. Størrelsen  $\overline{u'T'}$ kalles den turbulente konvektive varmeovergangen og er gjenstand for modellering på lik linje med  $\rho \overline{u'v'}$  i Navier-Stokes likningene[4].

#### 4.3.2.1 Kays Crawford modellen

På samme måte som ved eddy viskositets modellene benytter Kays Crawford modellen seg av Boussinesq analogien og modellerer den totale varmefluksen som [4]:

$$q_{total} = -(k+k_t) \nabla \overline{T}$$
 Formel 4-49

Der  $k_t$  kalles turbulent konvektivitet.  $k_t$  er en fiktiv størrelse på lik linje med den turbulente viskositeten  $\mu_t$  i turbulensmodelleringen. Disse størrelsene relateres gjennom det turbulente Prandtl nummeret [4]:

$$Pr_t = \frac{c_p \mu_t}{k_t}$$
 Formel 4-50

Dermed kan det turbulente konvektive varmebidraget kobles til turbulensen i strømningen noe som gjør modelleringen av den turbulente varmeovergangen lettere. Dette krever derimot en modell for det turbulente Prandtl tallet [10]:

$$Pr_{t} = \left(\frac{1}{2Pr_{t\infty}} + \frac{0.3}{\sqrt{Pr_{t\infty}}} * \frac{c_{p}\mu_{t}}{k} - \left(0.3\frac{c_{p}\mu_{t}}{k}\right)^{2} \left(1 - e^{-\frac{k}{0.3c_{p}\mu_{t}}\sqrt{Pr_{t\infty}}}\right)\right)^{-1}$$
 Formel 4-51

Der  $Pr_{t\infty}$ =0,85. Kays Crawford modellen er en enkel og relativt eksakt modell for alle turbulent fluider, bortsett fra flytende metaller.

#### 4.3.3 Varmeovergang i faste stoffer

Faste stoffer opplever ingen konvektiv varmeovergang. Likningen for varmeovergang i faste stoffer finnes dermed ved å ta utgangspunkt i Formel 4-46 og sette hastighetsvektoren lik null [10]:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla * (k \nabla T) = Q \qquad \qquad \text{Formel 4-52}$$

Formel 4-52 er dermed redusert til og kun beskrive konduktiv varmeovergang og er kun gyldig for varmeovergang i faste stoffer og stillestående fluider uten naturlig konveksjon.

#### 4.3.4 Grensebetingelser og initialbetingelser

Siden likningen for varmeovergang i fluider og likningen for varmeovergang i faste stoffer grunner i sammen utgangspunkt har likningene ett felles sett grense og initialbetingelser.

I motsetning til grensebetingelsene for Navier-Stokes likningen som spesifiseres for innløp, utløp og ved veggen spesifiseres grensebetingelsene for varmeovergangen på flatene rundt kanalen. Samtidig må det spesifiseres en innløps og/eller utløps bulktemperatur til fluidet. I hovedsak spesifiseres grensebetingelsene for varmeovergang som en kjent flate temperatur eller en kjent varmefluks til flaten. Som for strømningen, finnes det også egne veggmodeller for temperatur og varmefluks.

#### 4.3.4.1 Vegg

Turbulent varmeovergang er begrenset av varmeovergangen i det viskøse undersjiktet der varmeovergangen foregår ved konduksjon. Som det ble vist i veggbetingelsene for turbulent strømning (i 4.2.3.1) slutter meshet en gitt avstand  $\delta_w$  fra veggen. Dette må også tas hensyn til i forhold til temperaturprofilet ved veggen. Varmefluksen mellom fluidet med temperatur,  $T_f$ , og veggen med temperatur,  $T_w$ , er [10]:

$$\dot{q}''_{wf} = \frac{\rho c_p C_\mu^{\frac{1}{4}} k'^{\frac{1}{2}} (T_w - T_f)}{T^+}$$
 Formel 4-53

Der  $C_{\mu}$  er hentet fra turbulensmodellen, og byttes ut med  $\mathcal{B}_{o}^{*}$  ved bruk av k- $\omega$  modellen. k' er den turbulente kinetiske energien og  $\mathcal{T}^{*}$  er en dimensjonsløs temperatur gitt ved [10]:

$$T^{+} = \begin{cases} Pr\delta_{w}^{+} & , \delta_{w}^{+} < \delta_{w1}^{+} \\ 15Pr^{\frac{2}{3}} - \frac{500}{\delta_{w2}^{+}} & , \delta_{w1}^{+} \le \delta_{w}^{+} < \delta_{w2}^{+} \\ \frac{Pr}{\kappa} \ln \delta_{w}^{+} + \beta & , \delta_{w2}^{+} \le \delta_{w}^{+} \end{cases}$$
 Formel 4-54

Der κ er von Karman konstanten (0,41) og [10]:

$$\delta_{w}^{+} = \frac{\delta_{w}\rho\sqrt{C_{\mu}^{\frac{1}{2}}k}}{\mu} , \delta_{w1}^{+} = \frac{10}{Pr^{\frac{1}{3}}}$$
Formel 4-55
$$\delta_{w2}^{+} = 10\sqrt{10\frac{\kappa}{Pr_{t}}} , \beta = 15Pr^{\frac{2}{3}} - \frac{Pr_{t}}{2\kappa}\left(1 + \ln\left(1000\frac{\kappa}{Pr_{t}}\right)\right)$$

Veggfunksjonene fungerer altså ved at den dimensjonsløse temperaturen varierer ved de forskjellige verdiene av  $\delta_w^+$  som i sin tur representerer de forskjellige strømningslagene ved veggen.

## 4.3.4.2 Overflater

#### 4.3.4.2.1 Kjent temperatur

En overflate kan spesifiseres til å ha en konstant temperatur (eller ett gitt temperaturfelt) [10]:

$$T = T_0$$
 Formel 4-56

Der  $T_o$  er en kjent temperatur ved grensen. Denne grensebetingelsen er spesielt relevant ved kondensering eller fordampning ved ett konstant trykk.

#### 4.3.4.2.2 Kjent varmefluks

Alternativet til en kjent temperatur eller temperaturfordeling er en kjent varmefluks. Varmefluksen kan uttrykkes forskjellig og dermed tilpasses forskjellige tilfeller. Ett spesialtilfelle av kjent varmefluks er termisk isolering, altså ingen varmefluks [10]:

## $\boldsymbol{n} * (k \nabla T) = 0$ Formel 4-57

Som i praksis betyr at temperaturgradienten over grensen er null, og ingen varme transporteres.

Det kan også spesifiseres en konstant varmefluks på grenseoverflaten etter [10]:

$$\boldsymbol{n} * (k \nabla T) = q_0$$
 Formel 4-58

Der  $q_0$  er varmefluksen. Denne grensebetingelsen er relevant ved blant annet elektrisk oppvarming og der varmefluksen kommer fra en strålingskilde med konstant temperatur. Alternativt til å spesifisere varmefluksen direkte kan en varmeovergangskoeffisient og en ekstern temperatur spesifiseres. Dermed gis varmefluksen som [10]:

$$\dot{q}''_0 = h(T_{ext} - T)$$
 Formel 4-59

Der *h* er varmeovergangskoeffisienten og  $T_{ext}$  den eksterne temperaturen.

# 4.3.4.3 Inn- og utløpsflater

Strømningens inn og utløpsflater kan ikke spesifiseres på samme måte som overflatene. Ved innløpsflaten er det tilstrekkelig å spesifisere en kjent temperatur i strømningen og anta at denne er uniform over tverrsnittet. På lik linje med strømningsprofilen får dermed temperaturprofilen i strømningen utvikle seg nedover innløpskanalen.

I utløpet har COMSOL en egen utløpsbetingelse for konveksjons dominerte systemer. Denne kalles *termisk utløp* og spesifiserer at den eneste varmetransporten over grensen er ved konveksjon. Altså er temperaturgradienten i normal retning til grense flaten null og det sees bort fra stråling [10].

# 4.3.4.4 Initialbetingelser

Initial betingelsen for varme er en temperatur eller en temperatur som funksjon av geometrien (x, y, z).
# 5 Casebeskrivelser

I dette kapitelet gis det en innledende beskrivelse av de forskjellige casene som skal simuleres. Tiltakene er valgt på bakgrunn av fordypningsprosjektet før denne masteroppgaven [1].

# 5.1 Verifiseringscase

Det er innledningsvis i simuleringene kjørt ett verifiseringscase for å validere den modellerte strømningen mot målte verdier. I valget av sammenlikningscase er det lagt vekt på at verifiseringscaset skal tilsvare de andre casene geometrisk, men også at målingene i verifiseringsdataene er nøyaktige og anvendelige.

Som sammenligningsgrunnlag til modellen er det derfor valgt resultater publisert i artikkelen «PIV Investigation of the Flow Characteristics in an Internal Coolant Passage with Two Ducts Connected by a Sharp 180° Bend» av J. Schabacker. Artikkelen presenterer måleresultater fra PIV (Particle Image Velocimetry) i ett skarpt 180° bend. Kanalene i forsøket er kvadratiske (100mm x 100mm) og ikke rektangulære som i dette studiet. Geometrien i bendet er ellers tilsvarende, se Figur 5-1 og Figur 5-3. J. Schabacker har ved hjelp av lasere målt hastigheten på partikler i en luftstrøm ved *Re*=50000 og det antas at en verifisering av modellen ved disse forholdene er overførbart til en vannstrøm ved høyere Reynoldsnummer som er tilfelle i de andre casene [11].



#### Figur 5-1 Geometri verifiseringscase

Verifiseringsprosessen er todelt og består av en kvantitativ og en kvalitativ del. Den kvalitative delen innebærer en sammenligning av strømningsmønsteret mot strømningsmønsteret beskrevet i publisert litteratur, og gjennomgått i forprosjektet. Verifiseringen består kvantitativt av å sammenligne hastighetsprofiler i høydens midtplan ved åtte forskjellige lengder nedover i utløpskanalen. I utløpskanalen fra bendet inneholder strømningen en separasjonssone etter spantet så verifiseringen vil fastslå om modellen forutsier reversert strømning og separasjon, som er karakteristisk for strømning gjennom skarpe bend. Verifiseringsdataene er digitalisert fra følgende figur:



#### Figur 5-2 Dimensjonsløse hastighetsprofiler i utløpskanal [11]

Figur 5-2 viser dimensjonsløse hastighetsprofiler der hastigheten er normalisert på fluidets bulk hastighet og lengden på tvers av kanalen, *z*, er normalisert av hydraulisk diameter. Ved ett Reynoldstall på 50000, kanaldimensjoner på 100mm x 100mm (D<sub>h</sub>=100mm) og en antatt lufttemperatur på 300 K gir det en bulk hastighet på:

$$Re = \frac{\rho U_b D_h}{\mu} \Rightarrow U_b = \frac{Re\mu}{\rho D_h} = 7,95\frac{m}{s}$$
 Formel 5-1

Verifiseringssimuleringene kjøres ved tilsvarende geometri og strømningshastighet som ved PIV forsøket til Schabacker.

Tabell 5-1 Strømningsparametere	Verifiseringscase
---------------------------------	-------------------

Fluid	Bulkhastighet, U <sub>b</sub>	Temperatur, T <sup>(*)</sup>	Densitet, ρ <sup>(**)</sup>	Viskositet, µ <sup>(**)</sup>
Luft	7,95 m/s	300 K	1,1768 kg/m <sup>3</sup>	184,8*10 <sup>-7</sup> Pa*s

(\*) Antatt, da Schabacker ikke har oppgitt Temperatur

(\*\*) COMSOL tar hensyn til temperaturavhengige fysikalske egenskaper

Verifiseringscaset og basecaset har forskjellig dimensjoner i inn- og utløpskanal, men forholdene i bendet er representative. Det antas at de parameterne som verifiseres for verifiseringscaset også er gjeldene for basecaset og de andre casene. Forfatteren har ikke funnet målte verdier av strømningen for bend geometrisk nærmere basecaset enn det presentert av Schabacker.

# 5.2 Case 0: Basecase

Basecaset representerer bendene slik de er installert i elektrodeskjoldet nå. Bendene er rettvinklede, skarpe 180° kanalbend med dimensjoner som gitt av Figur 5-3.



#### Figur 5-3 Geometri Basecase

Kanalgeometri og geometriske forhold i bendet er modellert til å tilsvare det som benyttes av Elkem og de geometriske forholdene kommer til å være tilsvarende basecaset for alle caser. Oppgavens formål er å optimalisere kjølingen i bendene med hensyn på å eliminere soner med lave strømningshastigheter. Derfor vil resultatene fra det simulerte basecaset bli benyttet for å identifisere soner med strømningsforhold ugunstige for kjøling. Basecaset vil også bli benyttet som sammenligningsgrunnlag for å vurdere de andre casene. Innledningsvis i oppgaven blir kun strømningen og strømningsmønsteret betraktet for å vurdere de andre casene.

Strømningsparameterne er som følger:

Tabell 5-2 Strømningsparametere basecase og etterfølgende caser

Fluid	Bulkhastighet, U <sub>b</sub>	Temperatur, T	Densitet, ρ <sup>(*)</sup>	Viskositet, µ <sup>(*)</sup>
Vann	1,5 m/s	20 °C	999,6 kg/m <sup>3</sup>	0,00101 Pa*s

<sup>(\*)</sup> COMSOL tar hensyn til temperaturavhengige fysikalske egenskaper

Strømningsparameterne er fastsatt i samråd med Elkem etter deres dimensjonerende bulkhastighet [12].

Det er videre antatt at strømningen i alle simuleringene kan regnes som inkompressibel på grunn av de lave strømningshastighetene.

# 5.3 Case1: Ledeplater

Case 1 omfatter det samme bendet som ved basecaset, men med en eller flere ledeplater installert i bendet. Det vil bli prøvd ut flere forskjellige konfigurasjoner av ledeplater for å undersøke hvilke som påvirker strømningen i best mulig måte. Ledeplatene er tenkt primært å påvirke separasjonssonen i bendet.

Simuleringene er begrenset til forskjellige variasjoner av en ledeplate, for at ledeplateoppsettet ikke skal bli for komplisert å produsere og installere. Siden systemet med serpentinkanaler er anvendt for kjøling av flater ved flere steder, og i flere av Elkems smelteverk, vil en potensiell løsning måtte lett kunne masseproduseres og installeres. Oppsett med flere ledeplater eller avanserte krumninger og utforming vil derfor ikke bli prioritert.

# 5.3.1 Case 1-A: En ledeplate

Case 1-A er en enkel gjennomgående ledeplate gjennom hele bendet som illustrert av Figur 5-4. Ledeplater som denne er tidligere ofte benyttet for å senke trykktapet gjennom skarpe bend, og optimalisering av posisjonen til ledeplaten er tidligere utført av blant annet Modi & Jayanti [13].



#### Figur 5-4 Case 1-A, enkel gjennomgående ledeplate. Innløp til høyre og utløp til venstre. Sett oven i fra.

Som foreslått av Modi & Jayanti er ledeplaten plassert en avstand tilsvarende  $(R_i * R_y)^{0.5}$  fra tuppen av spantet. Ledeplaten er laget modellert med en radius på 40 mm og en tykkelse på 5 mm. Tykkelsen tilsvarer tykkelsen på spantet og veggene i kanalen. Ledeplaten er plassert med senter midt i bendet (i bredderetningen) slik at den blir symmetrisk om spantet. Ledeplaten går gjennom hele kanalens høyde.

CFD simuleringer kan ofte ha problemer med skarpe kanter i geometrien, og spesielt normalt på strømningsretningen. Ledeplatens ender er derfor avrundet med en radius, r=2,5 mm, for å hjelpe simuleringen til å konvergere.

## 5.3.2 Case 1-B: En ledeplate, forlenget bue

Case 1-B er en direkte videreføring av Case 1-A. Ledeplatens plassering og radius er den samme, men ledeplatens bue er forlenget fra 180° til 210°.



#### Figur 5-5 Case 1-B, Enkel ledeplate med forlenget bue. Innløp til høyre og utløp til venstre.

Denne ledeplaten er tenkt å bedre påvirke separasjonssonen enn Case 1-A ved å lede strømningen tettere inn mot spantet. Ledeplatens tykkelse er også her 5 mm, og endene er avrundet for å hjelpe simuleringen.

# 5.3.3 Case 1-C: En ledeplate, forskjøvet i sideretningen

I Case 1-C benytter den eksakt samme ledeplaten som i Case 1-A, men ledeplaten er forskjøvet i bendets bredderetning. Ledeplatebuens senter er forskjøvet 10 mm mot innløpskanalen. Ledeplatens posisjon i lengderetningen er tilsvarende som Case 1-A.



#### Figur 5-6 Case 1-C, Enkel ledeplate forskjøvet mot innløpskanalen. Innløp til høyre og utløp til venstre.

Ledeplaten her er tenkt å bedre motvirke separasjonssonen ved å fange opp en større del av strømningen fra innløpskanalen og lede den ut langs spantet. På grunn av forskyvningen er tverrsnittsarealet ved utløpet fra ledeplaten redusert som bør gi høyere strømningshastigheter. Siden strømningen i utgangspunktet har høyest hastighet langs ytterveggen kan denne konfigurasjonen utjevne hastighetsforskjellene.

# 5.3.4 Case 1-D: En ledeplate, forlenget rett

Case 1-D er en variant av Case 1-B der ledeplaten er forlenget nedover utløpskanalen. I motsetning til Case 1-B der buen er forlenget er forlengelsen rett og står parallelt med spantet og ytterveggen. Ledeplaten er forlenget 40 mm nedover utløpskanalen.





Denne konfigurasjonen er også tiltenkt å skulle motvirke separasjonssonen ved å lede strømningen tettere på spantet i utløpskanalen.

# 5.4 Case 2: Lekkasjespalter

Det er i utgangspunktet ikke forventet at ledeplatene som testes vil påvirke lavhastighetssonene i bendets hjørner tilstrekkelig, og det skal derfor også modelleres lekkasjespalter mellom nabobendene i kjølepanelet. Ved å slippe en liten del av strømningen gjennom sideveggen ved hjørnene vil hastigheten i hjørnene øke.

Lekkasjespaltene simuleres sammen med den beste ledeplaten fra Case 1 for å se den samvirkende effekten av tiltakene.

Av konstruksjonsmessige årsaker er det lettest og plassere ledeplaten helt nede ved endeveggen, og kun denne konfigurasjonen vil bli simulert. På grunn av at lekkasjespalten inn i det oppstrøms hjørnet vil tilsvare lekkasjespalten ut fra nabobendet må lekkasjespaltene i begge hjørner ha samme posisjon. Spaltene er simulert i hele kanalens høyde og med en bredde på 5 mm, jamfør Figur 5-8. Spaltebredden er fastsatt i samråd med Elkem [12].

Som figuren viser er lekkasjespaltene en åpning i sideveggen i bendet som slipper noe av kjølevannet fra nabobendet inn langs endeveggen. I andre ende av bendet slippes så noe av kjølevannet ut av kanalen inn til det andre nabobendet. Lekkasjespaltene opptar hele høyden av kanalen (ut av papirplanet).



#### Figur 5-8 Lekkasjespalter i Case 2-A. Sett oven i fra.

Som grensebetingelser for inn- og utløpet til spaltene blir det spesifisert hastighet. Strømningshastigheten er basert på følgende overslagsberegning.

Strømningshastigheten gjennom spalten er bestemt av trykkdifferansen over den. Denne trykkdifferansen tilsvarer trykktapet i løpet av en strømningslengde tilsvarende to ganger panelets høyde (4,62 m) og trykktapet gjennom ett bend. Trykktapsberegning som dette ble utført i denne oppgavens forprosjekt[1] og det refereres dit for tilhørende teori og trykktapskoeffisienter. Ved en strømningshastighet på 1,5 m/s gir det en trykkdifferanse over spalten på:

$$\Delta p = 8292 \ Pa$$
 Formel 5-2

Ved å benytte en trykktapskoeffisient for spalten kan hastigheten dette trykktapet bestemmes gjennom formelen [14]:

$$\Delta p = \xi_{spalte} * \frac{1}{2}\rho u^2 \qquad \qquad \text{Formel 5-3}$$

Der  $\xi$  er trykktapskoeffisienten, og bestemmes fra tabulerte verdier av Idelchik [14]. Siden lekkasjespaltene bendets hjørner er en spesiell geometri finnes det ikke tabulerte verdier spesielt for dette tilfellet. Lekkasjespaltene er derfor tenkt å tilsvare en strupeskive med arealforhold som i bendet. Denne antagelsen gir, i henhold til Idelchik's Diagram 4-15, en trykktapskoeffisient:

$$\xi_{spalte} = 1,64$$
 Formel 5-4

I henhold til Formel 5-3 gir dette en strømningshastighet gjennom spaltene på:

$$u = \sqrt{\frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho\xi_{spalte}}} = 3,18 \text{ m/s}$$
 Formel 5-5

Denne strømningshastigheten vil dermed bli benyttet som grensebetingelse for spaltene. En strømningshastighet på 3,18 m/s vil si at en massestrøm tilsvarende 14 % av kanalstrømningen passerer gjennom lekkasjespalten. Det er besluttet ikke å redusere innløpshastigheten i kanalen for å kompensere for lekkasjestrømningen. Dette er gjort med bakgrunn i å se effekten av lekkasjespaltene uten eventuelle påvirkninger fra redusert strømningshastighet. Rent praktisk derimot, har elektrodeskjoldet en gitt kjølevannsmengde tilgjengelig, og lekkasjespaltene vil redusere massestrømmen i kanalen.

# 6 Resultater og Diskusjon

Resultatene under er organisert i forhold til de forskjellige casene. Innledningsvis presenteres verifiseringscaset der turbulensmodell og parametere i den bestemmes. Deretter presenteres strømningsresultater for basecaset, og de andre casene. Fra strømningsresultatene velges de casene med best innvirkning på strømningen i bendet.

Til sist presenteres resultater for temperatur og varmeovergang for basecaset og de utvalgte casene fra strømningssimuleringene.

# 6.1 Verifiseringscase

Siden CFD er ett forholdsvis nytt felt innen ingeniørvitenskapen er det fortsatt de som sår tvil om nøyaktigheten til resultater fra CFD simuleringer. Det er her dermed prioritert å kjøre ett eget case for verifisering av modellen opp mot målte verdier i tilsvarende geometrier. De målte verdiene er som tidligere nevnt frem skaffet ved PIV målinger av Schabacker [11].

Verifiseringen vil bestå av en kvalitativ og en kvantitativ del. Den kvalitative delen består av en sammenligning av strømningsmønsteret gjennom bendet. Det simulerte strømningsmønsteret sammenlignes med en beskrivelse av strømningsmønsteret fra forskningslitteratur presenter i fordypningsprosjektet til denne masteroppgaven [1].

# 6.1.1 Hastighetsprofiler

Kvantitativt består valideringen av en sammenligning av hastighetsprofiler opp mot målte verdier fra Schabacker [11] som beskrevet i 5.1. Som tidligere nevnt er de aktuelle hastighetsprofilene målt i utløpskanalen fra bendet, ved åtte forskjellige lengder, som illustrert av Figur 6-1.



# Figur 6-1 Målepunkter for hastighetsprofiler i utløpskanalen

De simulerte hastighetsprofilene er altså hentet fra høydens midtplan ved forskjellige avstander fra bendet. For å plotte hastighetsprofilene i COMSOL er det tegnet inn uendelige tynne linjer på tvers av kanalen som hastigheten i y-retning plottes langs. Linjene forstyrrer ikke strømningen. I figurene under presenteres tre av hastighetsprofilene;

- ved x/D<sub>h</sub> =0,75 som befinner seg i separasjonssonen.
- ved x/D<sub>h</sub> =3 som befinner seg rett etter separasjonssonen.
- ved x/D<sub>h</sub> =10 der strømingen er tilnærmet fullt utviklet etter bendet.

De resterende hastighetsprofilene er presentert i Vedlegg A.

I Figur 6-2 til Figur 6-4 viser blå linje med punktmerking de målte resultatene fra Schabacker, rød linje simulerte verdier med k-ε turbulensmodell, grønn linje simulerte verdier fra k-ω turbulensmodell med Wilcox parametere og lyseblå linje simulerte verdier fra k-ω turbulensmodell med parametere fra Peng. Strømningshastigheten er gitt langs x-aksen i figurene mens profilene er plottet fra spantet (y-akse lik 0) til ytterveggen (y-akse lik 0,1)

Resultatene i Figur 6-2 til Figur 6-4 er alle fremskaffet fra simuleringer ved like grensebetingelser, slik at kun turbulensmodellen og parametere i den er variert. Grense- og initialbetingelser for simuleringene finnes i Vedlegg C.





Figuren viser i hovedtrekk at ingen av de simulerte hastighetsprofilene gjengir den målte hastighetsprofilen helt korrekt. Ved ytterveggen gjengir begge k- $\omega$  modellene målingene bra mens k- $\varepsilon$  modellen gir en lavere hastighet. I kanalens midtsjikt preges alle modellene av å overvurdere hastigheten og de forutsier separasjon (negative hastigheter) mye nærmere spantet. I praksis vil det si at simuleringene gjengir en bredere separasjonssone en den målte. Uheldigvis har ikke Schabacker presentert måledata helt inn til spantet, men ved siste målepunkt har begge k- $\omega$  modellen hentet seg inn, mens k- $\varepsilon$  modellen også ved denne veggen viser seg unøyaktig. I alt ligger k- $\omega$  modellen med Peng's parametere nærmest den målte hastighetsprofilen.



#### Figur 6-3 Hastighetsprofiler ved x/Dh =3

Rett etter separasjonssonen der strømningen sakte men sikkert gjenopprettes til fullt utviklet hastighetsprofil viser k-ε modellen en tydelig svakhet. Modellen følger målingene bra ved ytterveggen men er meget unøyaktig i midtsjiktet og ved spantet. Begge k-ω modellen gjengir hastigheten i midtsjiktet mye lavere enn målingene, men hastighetsprofilene har en form som kan gjenkjennes i målingene. Peng's parametere viser seg her mindre «ekstrem» en Wilcox's modell ved at hastighetene hos Peng er høyere i midtsjiktet og lavere ved ytterveggen enn hos Wilcox. Også her ligger k-ω med Peng's parametere nærmest de målte verdiene.



#### Figur 6-4 Hastighetsprofiler ved x/Dh =10

Ved  $x/D_h = 10$  er hastighetsprofilene tilnærmet fullt utviklet, men har fortsatt litt høyere hastighet ved ytterveggen. Her har k- $\epsilon$  modellen en hastighetsprofil som er fullt utviklet, og dermed ikke gjengir målingene, men størrelsesmessig best representerer målingene. Begge k- $\omega$  modellene har gjengitt formen på den målte hastighetsprofilen bra, men ligger høyere i hastighet. Av k- $\omega$  modellene er Wilcox's parametere nærmest.

Strømningen i utløpskanalen inneholder mange elementer og er høyst tre dimensjonal. Dette gjør den meget vanskelig å forutsi med numerisk modellering. Det er kjent at turbulensmodeller ofte har vanskeligheter med å gjengi strømninger med rotasjon, sekundære strømninger og separasjonssoner korrekt [8].

Selv om verifiseringen ved første øyekast ser unøyaktig ut må det tas hensyn til det komplekse systemet som modelleres. I separasjonssonen kan hastighetsprofilen endre seg mye i løpet av en liten distanse langs strømningsretningen. En mindre unøyaktighet i størrelse på separasjonssone kan dermed gi store utslag på hvor godt hastighetsprofilene gjengis ved gitte distanser som diskutert tidligere.

RSM turbulensmodeller som beskrevet i 4.2.2.2 er sagt å fungere bedre ved komplekse strømningsmønster, men disse er ikke tilgjengelig for forfatteren, ved at de ikke er implementert i COMSOL Multiphysics. Tidligere simuleringer av strømning i 180° bend er ofte utført ved bruk av RSM/ASM [15] eller LES/DES (Large/Detached eddy simulation) [16].

Ut i fra den kvantitative vurderingen av hastighetsprofiler velges k-ω modellen med Peng's parametere til videre bruk i simuleringene. Beslutningen er grunnet i at den best gjengir hastighetsprofilene i de strømningskomplekse områdene. Modellen var dårligere ved fullt utviklet hastighetsprofil, men i denne studien er forholdene i bendet fokus og det prioriteres best nøyaktighet i dette området.

Alle resultatene i figurene over er fremskaffet ved en konvergensgrense på  $10^{-3}$ . De ble innledningsvis sammenlignet resultater fra konvergensgrenser på  $10^{-3}$  og  $10^{-5}$  uten endring i resultatene, se vedlegg B. Med ønske om å redusere simuleringstiden ble det derfor besluttet at konvergensgrense på  $10^{-3}$ er tilstrekkelig.

# 6.1.2 Strømningsmønster

Strømningen gjennom bendene undersøkes på bakgrunn av at de er benyttet ved kjøling. Det er derfor viktig at strømningsmønsteret er korrekt slik at den konvektive varmeovergangen også er korrekt gjengitt i simuleringen. Strømningsmønsteret gjennom ett 180° bend inneholder flere sekundære strømninger og soner med høyere og lavere strømningshastigheter enn bulkhastigheten og det er kritisk at simuleringen gjengir disse effektene.



#### Figur 6-5 Strømningsmønster gjennom 180° bend

Figuren viser at primærstrømningen inn i bendet (grønn) bøyes av rundt bendet og kolliderer med endeveggen før den endrer retning og går langs den ytre veggen i utløpskanalen. Retningsendringen i bendet setter opp sentrifugalkrefter som induserer to rotasjonsstrømninger som er symmetriske om midtplanet. Disse rotasjonene kalles Dean sekundære strømningsmønster og danner en heliks nedover utløpskanalen. Kollisjonen med endeveggen resulterer også i sekundære strømninger mot bendets hjørner der de kan bli stående som stasjonære virvler. Rett nedstrøms tuppen av spantet dannes det en separasjonssone satt opp av bratte trykkgradienter fra primærstrømningen langs ytterveggen. En mer inngående beskrivelse av strømningsmønsteret finnes i [1].

Kvantitativt sett bør derfor simuleringen gjengi:

- Deans sekundære strømningsmønster.
- Separasjonssonen.
- Sone med høye strømningshastigheter langs ytterveggen i utløpskanalen.
- Soner med stillestående virvler og/eller lave strømningshastigheter i bendets hjørner.

Resultatene under er simulert med hastighet normalt på flaten både som innløp og utløpsbetingelse. Strømningshastigheten er satt til 7,95 m/s. Resultatene er fremskaffet med k-ω turbulensmodellen med Peng's parametere. Modellen inkluderer også effekter fra tyngdekraft. Resterende simuleringsparametere kan finnes i Vedlegg C.



# Figur 6-6 Skjermbilder fra COMSOL. a) Strømningslinjer sett gjennom bendets endevegg b) Strømningslinjer sett ovenfra c) Hastighetsplott i høydens midtplan.

Figur 6-6 a) viser tydelig de to symmetriske virvlene om midtplanet og de observeres å «skru» seg nedover utløpskanalen i Figur 6-6 b). Figur 6-6 b) viser også separasjonssonen ved spantet, ved at strømningslinjene legger seg i to ovaler rett nedstrøms tuppen av spantet. Figur 6-6 c) viser hastighetsstørrelsen uavhengig av strømningsretning og det turkise feltet ved tuppen av spantet tolkes dermed som strømning mot strømningsretningen som er karakteristisk for separasjonssoner. Figur 6-6 c) viser også de høye strømningshastighetene ved ytterveggen i utløpskanalen og tilnærmet «døde» soner i hjørnene. Figur 6-6 b) viser også en oval formasjon av strømningslinjene i det oppstrøms hjørnet, som kan ligne en resirkulerende sone.

Simuleringen gjengir med andre ord strømningsmønsteret i 180° bend godt. Både Deans sekundære strømningsmønster og sonene med lave strømningshastigheter vises av strømningssimuleringen. Varmeovergang bør dermed bli korrekt gjengitt.

På bakgrunn at strømningsmønsteret kvalitativt sett er meget bra representert i simuleringene er det besluttet at strømningen kan gjengis i simuleringer, selv om hastighetsprofilene ikke er så nøyaktige

som ønskelig. Det er videre antatt at modelleringsparameterne i verifiseringscase er overførbare til de andre casene.

# 6.2 Basecase

Basecaset er representativt for dagens tilstand i 180° bendene. Basecaset kommer her til å benyttes som sammenligningsgrunnlag for å vurdere de andre simulerte tiltakene.

Basecaset er forsøkt simulert tettest mulig opp mot virkelige forhold. Som grensebetingelse for innløp benyttes en strømningshastighet normalt på innløpsflaten på 1,5 m/s. I løpet av innløpskanalen utvikles dette til en turbulent hastighetsprofil før strømningen entrer bendet. Som utløpsbetingelse er det også benyttet en utløpshastighet normalt på utløpsflaten på 1,5 m/s. Strømningen i modellen er også utsatt for tyngdekrefter. Resterende grensebetingelser og andre parametere kan finnes i Vedlegg C.

Basecaset er også benyttet til å evaluere forenklinger og antagelser som kan benyttes for redusere omfanget av modellen og dermed redusere simuleringstiden. Disse forenklingene gjøres rede for først, og resultatene presenteres deretter.

# 6.2.1 Mesh sjekk

Meshing av modellen er viktig for ett nøyaktig resultat og det er derfor viktig å finne en riktig balanse mellom finhetsgraden i meshet og simuleringstiden. Som forklart i kapitelet om grensebetingelser for veggen, 4.2.3.1, brukes størrelsen *Wall lift-off in viscous units* som ett mål på om meshet er tilstrekkelig fint.



#### Figur 6-7 Plot av Wall lift-off in viscous units i basecaset

Som det sees av figuren over er Wall lift-off in viscous units verdien 11,06 over størsteparten av geometriens overflate. Der det viskøse undersjiktet blir tynnere på grunn av høyere lokale hastigheter er verdiene dog noe forhøyet (opp til 32,328). Dette er forventet, og det sies at meshet gir tilstrekkelig nøyaktighet så lenge Wall lift-off verdiene ikke øker med mer enn en størrelsesorden [17]. I tillegg bør de forhøyde verdiene være begrenset til ett mindre område av modellen [3].

Dette meshet, på 565540 celler, sies derfor å være tilstrekkelig og tilsvarende mesh innstillinger benyttes for de etterfølgende casene.

Som en ytterligere kontroll er det for alle simuleringene påsett at massebalansen er bevart over modellen. Massestrømmen er beregnet fra flateintegraler av hastigheten normalt på inn- og utløpsflatene. For alle simuleringene er endringen i massestrøm loggført som prosent av massestrømmen i innløpet.

Maksimale Wall lift-off verdier og massestrømskontrollen for alle simuleringene kan finnes i simuleringsloggen i Vedlegg C.

# 6.2.2 Innløpslengde

For å spare simuleringstid er det hensiktsmessig å begrense modellens størrelse så mye som mulig. Det er i forbindelse med dette undersøkt muligheten for å forkorte innløpskanalen til bendet uten at det skal gå på bekostning av nøyaktigheten av simuleringen.



#### Figur 6-8 Hastighetsplott i midtplanet av innløpskanalen

Figur 6-8 viser hastighetsplottet i innløpskanalens midtplan. Som grensebetingelse i innløpet er det spesifisert en hastighet normalt på innløpsflaten. Siden det ikke spesifiseres noe hastighetsprofil vil strømningen trenge enn hvis lengde for å utvikle fullt utviklet turbulent strømningsprofil. Av figuren sees det at det viskøse undersjiktet vokser langs kanalveggene nedover kanalen og har en konstant tykkelse 150 mm ned i kanalen.

Av Figur 6-11 og delvis i Figur 6-8 sees det også at grensebetingelsen om strømningshastighet normalt på flaten i utløpet påvirker resultatet og begrenser sonen med lav hastighet inntil spantet. Dette sees ikke som kritisk for resultatet da påvirkningene er begrenset til ett lite område før utløpet, og ikke sees å påvirke forholdene nærmere bendet. Allikevel besluttes det å gjennomføre videre simuleringer med trykk som grensebetingelse i utløpet for å unngå at strømningen påvirkes for å tilfredsstille grensebetingelsen i utløpet.





For å evaluere de turbulente egenskapene benyttes ett plott av turbulent dynamisk viskositet ( $\mu_T$ ) som vist i Figur 6-9. I henhold til teorien om k- $\omega$  modellen i 4.2.2.1 er  $\mu_T$  en funksjon av både den turbulente kinetiske energien, k', og den spesifikke dissipasjonen,  $\omega$ .  $\mu_T$  brukes derfor for å representere de turbulente parameterne i strømningen. Som figuren viser er innløpsbetingelsene til turbulensmodellen litt høye, noe som resulterer at den turbulente kjernen i strømningen raskt synker i verdi.  $\mu_T$  trenger en distanse på omkring 125 mm for å utvikle seg.

Angående termiske innløpslengde for varmesimuleringene er denne ikke beregnet spesielt. Kanalene kjøles med vann, som har Pr > 5. Dermed vil temperaturprofilen utvikle seg før hastighetsprofilen [18]

Det besluttes dermed å korte inn innløpskanalen til 5  $D_h$  (187,5 mm) og det antas at hastighetsprofilen og de turbulente parameterne er fullt utviklet i løpet av denne lengden. Videre simuleringer vil derfor kjøres med 5  $D_h$  innløp for å spare simuleringstid.

# 6.2.3 Symmetri

En annen måte å redusere simuleringstiden på er å finne symmetriplan i modellen å sette opp simuleringsprogrammet til å simulere den ene halvparten for dermed å speile løsning over til den andre halvdelen. Det naturlige symmetriplanet i modellen er høydens midtplan og strømningen er av mange regnet som symmetrisk om dette planet.

COMSOL Multiphysics har en egen grensebetingelse for symmetri som spesifiserer [3]:

$$u * n = 0$$

Formel 6-1

Grensebetingelsen krever med andre ord ingen massestrømmen krysser symmetriplanet.



#### Figur 6-10 Plott av hastighetens y-komponent (normalt på høydens midtplanet) i symmetriplanet

Figur 6-10 viser hastighetens komponent normalt på høydens midtplan (symmetriplanet). Av figuren sees det at grensebetingelsen om symmetri i all hovedsak er oppfylt, men det finnes hastigheter normalt på symmetriplanet i forbindelse med separasjonssonen.

Ved å benytte seg av symmetri i modellen vil disse hastighetene forsvinne, noe som vil endre resultatet kontra en fullt tre dimensjonal simulering. Siden separasjonssonen er ett av fokusområdene i studiet prioriteres det å modellere modellen komplett, uten symmetri, fremfor å prøve å redusere simuleringstiden.

Alle simuleringer kjøres dermed som tre dimensjonale.

#### 6.2.4 Resultater basecase



#### Figur 6-11 Hastighetsplott i tre forskjellige høydeplan

Figur 6-11 Hastighetsplott i Figur 6-11 viser hastighetsplott i kanalen fra høydens midtplan (a)) halvveis fra midtplanet til taket (b)) og ved kanalens tak (c)). Selv om det ble vist tidligere at strømningen ikke er komplett symmetrisk om høydens midtplan antas det at plottene i b) og c) er representative for tilsvarende avstander under midtplanet.

Figuren viser en fullt utviklet turbulent hastighetsprofil i innløpskanalen som opprettholdes til rett før tuppen av spantet. Sonen med lave hastigheter i bendets oppstrøms hjørne sees å strekke seg oppover innløpskanalen langs sideveggen. Det sees også at lav hastighetssonen er minst langs høydens midtplan og øker i størrelse oppover mot kanalens tak. Nære taket, i Figur 6-11 c), er også hastighetene i innløpskanalen lavere grunnet at planet ligger nærme det viskøse undersjiktet i strømningen.

Sonen med lav hastighet i det nedstrøms hjørnet viser også samme tendens som i det oppstrøms, ved at den øker i størrelse nærmere taket av kanalen.

Fra tuppen av spantet oppstår en stor sone med forhøyde strømningshastigheter som går tilnærmet på tvers av kanalen før den treffer ytterveggen og blir ledet ut utløpskanalen. Denne sonen sees å oppta mer av kanalens bredde, men reduseres i lengde nærmere taket av kanalen.

Denne høyhastighetssonen er opphavet til separasjonssonen rett nedstrøms spantet. I motsetning til lavhastighetssonene i bendets hjørner er separasjonssonen størst ved høydens midtplan og reduseres oppover i kanalen. Omtrentlig to diametere nedover i utløpskanalen, inne i separasjonssonen, finnes det et lite område med høyere strømningshastigheter inntil spantet. Plottene i figuren viser kun hastighetens størrelse uavhengig av retning og de negative strømningshastighetene i separasjonssonen oppleves dermed ved denne sonen. Separasjonssonens tilbake strømning sees tydeligere av Figur 6-12.



#### Figur 6-12 Strømningslinjer i basecaset

Figuren viser separasjonssonen som ovale løkker i strømningslinjene. Tilbake strømningen skjer innerst ved spantet, som indikert av Figur 6-11. Ved å se separasjonssonen i Figur 6-12 i sammenheng med Figur 6-11 sees det at Figur 6-11 ikke viser separasjonssonen tydelig på grunn av lave hastigheter når strømningsretningen snur i hver ende av ovalen. Disse lave strømningshastighetene (Mørkeblå i Figur 6-11) er vanskelig og skille fra de omliggende fargene og gjør separasjonssonen mindre tydelig i hastighetsplottet.

Figur 6-12 viser også en stillestående virvel i det oppstrøms hjørne i bendet. Denne dannes som beskrevet i 6.1.2, og vises bedre av strømningslinjeplottet enn av hastighetsplottet.

Fra basecaset er det identifisert følgende soner med lave strømningshastigheter eller ugunstige strømningsforhold som blir fokus for diskusjonen av de andre casene:

- <u>Separasjonssonen nedstrøms spantet</u> som omgis av lave strømningshastigheter og i tillegg kan være resirkulerende/stasjonær. Ved at separasjonssonen er resirkulerende er det begrenset hvor mye kaldt vann som tilføres denne og den kan gi lokalt forhøyde fluid og materialtemperaturer og i verste fall koking av fluidet. De lave strømningshastighetene i området gir lav konvektive varmeovergang og dårligere kjøling.
- <u>Virvelen i det oppstrøms hjørne</u> har de samme aspektene som separasjonssonen angående resirkulering og lave strømningshastigheter. Dette er med andre ord også ett område med lokalt dårlig kjøling.
- <u>Det nedstrøms hjørne</u> har ingen virvel eller resirkulering men opplever lave strømningshastigheter. Strømningslinjene viser her en stagnasjon av strømningen. Strømningshastigheten er lavest ved kanalens tak der varmefluksen tilføres.

# 6.3 Case 1: Ledeplater

Etterfølgende kapitler viser og diskuterer strømningsresultatene for ledeplatene presentert i 5.3. Resultatene er presentert i samme form, og med samme fargeskala, som for basecaset for lettere å kunne sammenligne disse.

# 6.3.1 Case 1-A: En ledeplate

Case 1-A er simulert med hastighet på 1,5 m/s som innløpsbetingelse og ett trykk på 196000 Pa som utløpsbetingelse. Konvergens ble oppnådd ved først å løse modellen på grovt mesh for deretter å benytte den løsningen som initialverdier ved finere mesh. Grense og initialbetingelser for de simulerte resultatene presentert under kan finnes i Vedlegg C.



# Figur 6-13 Hastighetsplott i tre forskjellige høydeplan for Case 1-A

Figur 6-13 viser hastighetsplott i de samme tre høydeplanene som for basecaset. En enkel ledeplate i bendet kan sees å påvirke strømningen positivt både med hensyn på separasjonssonen og bendets hjørner.

Separasjonssonen nedstrøms spantet er i Case 1-A både kortere (i strømningsretningen) og smalere (i bredderetningen) enn for basecaset. Særlig vises dette i bendets midtplan (Figur 6-13 a)) der det sees en distinkt mørkeblå separasjonssone med lave strømningshastigheter. I de andre høydeplanene er separasjonssonen enda smalere, men har en «hale» med lav hastighet som fortsetter ut utløpskanalen. Det sees også spor av denne halen i midtplanet. Ledeplaten er ikke tilstrekkelig for å utjevne hastighetsforskjellene i utløpskanalen da det fortsatt sees en tilnærmet dobling av strømningshastigheten langs ytterveggen. Nærmest toppen av kanalen (Figur 6-13 c)) sees det at høyhastighetsforskjellene i utløpskanalen er trolig sterkt avhengig av ledeplatens plassering i forhold til bend og endevegg. Plassering nærmere spantet vil lede strømningen tettere på spantet utjevne hastighetsforskjellene mer en denne plassering, som er valgt med hensyn på trykktap (se 5.3.1)

I det oppstrøms hjørnet sees det betydelig økte strømningshastigheter og bedrede hastighetsforhold som følge av ledeplaten. Spesielt i bendets midtplan og mellomplanet der den mørkeblå sonen er komprimert til å kun omfatte ett lite område tett inntil veggene i hjørnet. Nære kanalens tak har sonen med lav hastighet i det oppstrøms hjørne økt noe i størrelse. Den er dog betydelig mindre enn ved basecaset og sees som en klar forbedring av strømningsmønsteret.

I det nedstrøms hjørnet oppleves de samme endringene som det oppstrøms som følge av ledeplaten. I midt- og mellomplanet er lavhastighetssonen vesentlig forminsket. Den er størst nære kanaltaket, men fortsatt mindre enn ved basecaset.

Det sees ingen ytterligere separasjonssoner dannet av ledeplaten. Disse kan oppstå på samme måte som separasjonssonen nedstrøms spantet. Spesielt der ledeplaten bøyer av nedover mot utløpskanalen er spesielt utsatt for separasjon. Her bøyes strømningen av og skaper ugunstige trykk gradienter. Det noteres en lokal sone lavere strømningshastigheter i dette området ved kanalens tak, men sett i sammenheng med plottene i de to andre høydenivåene sees dette ikke som en separasjonssone. Ledeplatene skaper en ny sone med lavere strømningshastighet inne i ledeplaten. Det kan tenkes at det dannes en «pute» med lavhastighetsfluid her, som den innkommende strømningen støter mot. Storparten av strømningen på innsiden av spantet akselerer ut mot utløpskanalen.



#### Figur 6-14 Strømningslinjer i Case 1-A

Strømningslinjene i Figur 6-14 viser at virvelen som kom frem i det oppstrøms hjørnet i basecaset er borte ved bruk av ledeplaten. Det oppstår i stedet en stagnasjonsstrømning. Separasjonssonen sees fortsatt tydelig, men nå uten resirkulering. Det nedstrøms hjørne kan sees å ha fått ett betydelig mer komplisert strømningsmønster. I området mellom ledeplatens ende og ytterveggen dannes ett spiralmønster tilsvarende det som sees i verifiseringscaset. Spiralmønsteret var ikke tilstede i basecaset og er dermed en effekt av ledeplaten. Det er tidligere pekt på at dette spiralmønsteret (tilsvarende Deans Sekundære strømningsmønster) bidrar til å øke varmeovergangen i bendet og utløpskanalen [19].

# 6.3.2 Case 1-B: En ledeplate, forlenget bue

For Case 1-B ble det, som i Case 1-A, oppnådd konvergens ved først å løse modellene på grovere mesh og benytte denne løsningen som initialverdi for finere mesh. Grensebetingelsene er tilsvarende som for Case 1-A, og finnes i Vedlegg C.



#### Figur 6-15 Hastighetsplott i tre forskjellige høydeplan for Case 1-B

Figur 6-15 viser hastighetsplott i tre forskjellige høyder, tilsvarende som for basecaset. I resultatene fra Case 1-B sees igjen vesentlige forbedringer i strømningen i forhold til basecaset.

Figuren viser at den forlengede buen på ledeplaten motvirker separasjonssonen meget godt. I alle de tre høydeplottene sees det at separasjonssonen nedstrøms spantet er kraftig forminsket både i lengde og bredderetningen. Separasjonssonen er bredest og kortest nære taket av kanalen og avtar i bredde men øker i lengde nærmere midtplanet. Det også her en vesentlig utjevning av hastighetsforskjellene i utløpskanalen, spesielt i mellomplanet der hastighetsforskjellene er små allerede etter 200 mm. I midtplanet dannes det en sone med lavere strømningshastigheter rett etter ledeplatens ende som strekker seg nedover utløpskanalen og mot spantet. Nære kanalens topp finnes det en lignende tynn sone med lavere hastigheter langs ytterveggen i utløpskanalen og noe forhøyde hastigheter etter separasjonssonen.

Det oppstrøms hjørne påvirkes hovedsakelig likt som ved Case 1-A grunnet at ledeplatene har lik geometri i denne delen av bendet og de er plassert identisk til hverandre. Nære kanalens tak derimot kan sonen med lavere hastigheter sees å bre seg noe lengre nedover innløpskanalen enn for Case 1-A.

Forholdene i det nedstrøms hjørne er forbedret i forhold til Case 1-A og dermed også kraftig forbedret i forhold til basecaset. De små sonene med lav hastighet som eksiterte i Case 1-A er i dette caset ytterligere forminsket og tilnærmet ikke eksisterende. Det er en generelt høyere strømningshastighet i det nedstrøms hjørnet som sees best i mellomplanet og nære kanalens tak. Nære taket oppstår det sted vise hastighetsforhøyninger som kan sees i sammenheng med spiralmønsteret i Figur 6-16.

Det sees heller ikke her ytterligere separasjonssoner dannet på utsiden ledeplaten. Derimot viser figuren at «puten» av lavhastighetsfluid inne i ledeplatens bue har økt i størrelse i forhold til Case 1-A. I og med at Case 1-B har en forlenget bue i forhold til Case 1-A og strømningen dermed ikke like lett slipper ut av ledeplaten er dette en rimelig effekt. Det sees også at høyhastighetssonen som starter ved spantets tupp i både basecaset og Case 1-A både er forminsket og har lavere strømningshastigheter her.



#### Figur 6-16 Strømningslinjer i Case 1-B

I det oppstrøms hjørnet viser Figur 6-16 en stagnasjonsstrømning på lik linje med Case 1-A. Begge casene har lik geometri og plassering av ledeplaten i første halvdel av bendet og det er dermed ikke urimelig. I det nedstrøms hjørnet er strømningsmønsteret igjen komplisert sett i forhold til basecaset. Det sees også her at ett spiralmønster induseres i strømningen mellom spantet og ytterveggen i utløpskanalen, i likhet med Case 1-A. I motsetning til Case 1-A induseres det samme spiralmønsteret til en viss grad her også på innsiden av ledeplaten og fortsetter nedover langs spantet i utløpskanalen. Dette er trolig årsaken til reduksjonen av separasjonssonen i forhold til de to tidligere casene. Med to tilfeller av Deans sekundære strømningsmønster ventes Case 1-B og ha forhøyet varmeovergang i utløpskanalen i forhold til innløpskanalen. Separasjonssonen vises som meget liten og tett på spantet av strømningslinjene, og det er heller ikke her vist noen resirkulering i separasjonssonen.

# 6.3.3 Case 1-C: En ledeplate, forskjøvet i sideretningen

Case 1-C er av ukjent grunn betydelig vanskeligere å få til å konvergere enn de andre casene. For Case 1-A og B ble det oppnådd konvergens ved først å finne en løsning for grovere mesh og deretter benytte denne som initialverdier. Samme prosedyrer ble forsøkt benyttet for Case 1-C også, men uten hell. Det var i utgangspunktet utfordrende å få en konvergert løsning på grovt mesh, og det måtte implementeres numeriske stabiliseringsteknikker for å oppnå dette. Denne ledeplaten gir, av ukjent grunn, en mer numerisk ustabil løsning. Figuren under gir ett eksempel på hvordan numerisk ustabilitet inntreffer.





Figuren viser foreløpig løsningen på Case 1-C ved henholdsvis 32 og 35 iterasjoner. Etter 32 iterasjoner sees det at et troverdig og meget plausibelt strømningsmønster har dannet seg ut i fra de gitte initialbetingelsene og løsning ser ut til å konvergere. Etter 35 iterasjoner derimot er løsningen totalt forskjellig. De samme store formasjonene i strømningen kan nå sees som lyseblå, men det danner seg en meget liten sone med u-fysisk stor hastighet nære enden av ledeplaten (innringet). Ved videre iterasjoner forplanter effekten fra denne numeriske ustabiliteten seg og løsningen divergerer raskt.

For å prøve å forhindre dette er det prøvd å benytte seg av numeriske stabilitetsteknikker. Det er benyttet begge de konsistente stabiliseringsmetodene crosswind og streamline diffusion, men uten hell. Stabiliseringsmetodene påvirket løsningen ved at sonen med numerisk ustabilitet flyttet seg lenger nedover utløpskanalen, men løsningen divergerte fortsatt. I henhold til 4.1.2 om numeriske stabilitet benyttes Péclet tallet som ett mål på numerisk stabilitet. Péclet tallet avhenger også av størrelsen på elementene i meshet, og det derfor også forsøkt å løse modellen på ett finere mesh enn det som er benyttet ved basecaset og de andre casene. Ved en dobling av antall mesh elementer, som tilsvarer en halvering av elementstørrelsen, ble det fortsatt ikke oppnådd konvergens. Simuleringstiden derimot, ble femdoblet og det ble prioritert å bruke tiden på de resterende casene i prosjektet fremfor denne casen.

Det er også prøvd å oppnå konvergens ved å variere grensebetingelser for inn- og utløp.

Som nevnt tidligere ble det oppnådd konvergens ved bruk av numeriske stabilitet på grovt mesh (~13000 elementer). Denne løsningen er ikke under noen omstendigheter å regne som en fullverdig løsning, da COMSOL både advarer mot dårlig kvalitet på elementene og inverterte (vrengte) elementer. Det er derimot antatt at løsningen forutsier de største effektene av ledeplaten godt nok. Simuleringsparametere kan finnes i Vedlegg C.



#### Figur 6-18 Hastighetsplott i tre forskjellige høydeplan for Case 1-C

Figur 6-18 viser hastighetsplottene fra løsning av Case 1-C på grovt mesh. Det sees umiddelbart at separasjonssonen her er mye lengre enn ved de andre ledeplatene, og den er lite forandret fra basecaset. I forhold til de andre ledeplatene har denne casen heller ingen vesentlige forbedringer i bendets hjørner.

## 6.3.4 Case 1-D: En ledeplate, forlenget rett

I likhet med Case 1-C var Case 1-D utfordrende å få til å konvergere. Konvergens ble først oppnådd ved å benytte den mer numerisk stabile grensebetingelsen for trykk uten viskøst stress ved både innløp og utløp. Dette ga derimot opphav til ett nytt problem angående strømningshastigheten. Ved å kun spesifisere inn- og utløpstrykk må trykktap over bendet gjettes for å få den ønskede strømningshastigheten på 1,5 m/s.

Det ble forsøk å justere inn trykktapet over bendet til korrekt strømningshastighet, men det opplevdes igjen problemer med konvergensen ved høyere strømningshastigheter. På bakgrunn av at konvergensproblemene oppsto kun ved høyere strømningshastighet ble det besluttet å aktivere numerisk stabilisering. Ved høyere hastigheter blir gradientene i strømningen skarpere som igjen fører til at Pécletnummeret øker. Det ble lagt til numerisk diffusjon for å senke Péclet nummeret og dermed øke den numeriske stabiliteten. Det ble valgt konsistent stabilisering og både Crosswind og Streamline diffusjon ble benyttet.

En konvergert løsning ble først oppnådd ved numerisk diffusjon, hastighetsinnløp, trykkutløp og en tilleggs betingelse på trykket i innløpet (Pressure Point Constraint). Ved denne situasjonen er problemet teoretisk sett over begrenset, ved at både trykktap og strømningshastighet er spesifisert. Trykktapet over modellen vil gi en strømningshastighet basert på den tilgjengelige trykkdifferanse, og i tillegg er det gitt en strømningshastighet i innløpet som ikke nødvendigvis stemmer overens. Med denne løsningen som initialverdier ble konvergens oppnådd uten tilleggs betingelsen for trykk i innløpet. Disse to løsningene ble sammenlignet for å se om den over spesifiserte løsningen med Pressure Point Constraint har påvirket resultatet. For hele sammenligningen se Vedlegg D. Det ble funnet små områder der hastighetsdifferansen mellom de to løsningene var opptil 25 % av bulkhastighet, selv om hastighetsdifferansen hovedsakelig var null.

Resultatene presentert under ble altså oppnådd med numerisk stabilisering, hastighetsinnløp, trykkutløp og løsningen med Pressure Point Constraint som initialverdier. Resterende grensebetingelsene kan finnes i Vedlegg C.



#### Figur 6-19 Hastighetsplott i tre forskjellige høydeplan for Case 1-D

Figur 6-19 viser som tidligere hatighetsplott i tre forskjellige høydeplan i henhold til basecaset. Denne ledeplaten sees, som de andre, å forbedre strømningsmønsteret gjennom bendet.

Denne ledeplaten, med en rett forlengelse, motvirker separasjonssonen godt. I forhold til Case 1-B, som også er en ledeplate med forlengelse, er separasjonssonen i dette tilfellet litt lengre og også litt bredere. Separasjonssonen er størst i midtplanet, og avtar i størrelse oppover mot taket av kanalen. Separasjonssonen er klart forminsket i forhold til basecaset. Nedover i utløpskanalen sees det i midtplanet en tilsvarende sone med lavere hastighet som for Case 1-B. For Case 1-B dras sonen inn mot spantet, men her holder sonen seg her langs kanalens midtlinje. I mellomplanet utjevnes hastighetsforskjellene raskt, som for Case 1-B. Nære taket i kanalen sees den samme, tynne, sonen med lavere hastighet langs ytterveggen i utløpskanalen som i Case 1-B. Ikke uventet er begge casene med forlengede ledeplater ganske like, men vinklingen innover mot spantet fra ledeplaten i Case 1-B sees å motvirke separasjonssonen marginalt bedre enn her.

I det oppstrøms hjørnet er situasjonen tilnærmet identisk til Case 1-B og det sees kun små forandringer i det nedstrøms hjørnet, jamfør Case 1-B. Om noe kan lavhastighetssonen i det nedstrøms hjørnet sees å være marginalt større i Case 1-D.

Denne ledeplaten gir heller ikke opphav til ytterligere separasjonssoner som følge av introduseringen av en ledeplate. «Puten» på innsiden av ledeplaten er hovedsakelig lik som i Case 1-B, men noe redusert i midtplanet.



#### Figur 6-20 Strømningslinjer i Case 1-D

Forholdene i det oppstrøms hjørnet er, ikke uventet, tilsvarende som for Case 1-A og B. Det er en stagnasjonsstrømning, men ingen tegn til resirkulering som det var i basecaset. I det nedstrøms hjørnet sees det også en stagnasjon, men nå mot ytterveggen og ikke endeveggen. Det observeres også at spiral strømningen som oppsto på yttersiden av ledeplaten i Case 1-B også oppstår her. Her er det derimot ikke observert spiralstrømning på innsiden av ledeplaten. Separasjonssonen kan sees som ett fravær av strømningslinjer rett nedstrøms spantet og det er ikke tegn til resirkulering av strømningslinjene i separasjonssonen.

# 6.3.5 Konklusjon ledeplater

I hovedtrekk forbedret alle ledeplatene strømningsmønsteret med hensyn på jevnere strømningshastigheter i bendet og utløpskanalen. Derimot viste de forlengede ledeplatene i Case 1-B og Case 1-D å ha vesentlig større innflytelse på separasjonssonen enn de halvsirkelformede ledeplatene i Case 1-A og Case 1-C. Selv om ledeplaten i Case 1-A tidligere er funnet til å ha en optimal utforming med hensyn på trykktap, er den ikke optimal med hensyn på konvektiv varmeovergang.

Det er altså de to forlengede ledeplatene i Case 1-B og Case 1-D som kan sies å påvirke strømningen i best mulig grad. Det er i utgangspunktet lite som skiller disse strømningen i disse casene fra hverandre, men noen forskjeller kan sees.

I bendets hjørner er forholdene tilnærmet identiske for begge casene, men det er for Case 1-B større soner med høyere hastighet langs ledeplaten. Da det kan tenkes at disse fort kan bli ett opphav til ytterligere separasjonssoner som følge av ledeplatens krumning, støtter dette Case 1-D. Også i utløpskanalen kan Case 1-D sees å ha en mindre sone med lavere hastighet, spesielt sonen i høydens midtplan fra ledeplatens ende og nedover utløpskanalen. Case 1-B gir derimot en noe mindre separasjonssone enn Case 1-D.

Med tanke på fabrikkering gir trolig Case 1-D mindre svinn ved produksjon. Ved å benytte en skive, i kanalens høyde, av ett rør med tilsvarende radius kan denne skiven kuttes i to halvsirkler som begge kan benyttes med den rette forlengelsen. For Case 1-C vil den samme skiven måtte kuttes til 210° og den resterende 150° buen kan ikke benyttes. Ved montering vil derimot Case 1-C være fordelaktig da den kun består av en bit.

Det er med andre ord lite som skiller de to forlengede ledeplatene, men det besluttes her å gå videre med Case 1-D på grunn av en billigere masseproduksjon og noe bedrede strømningsforhold i utløpskanalen i forhold til Case 1-B. Lekkasjespaltene vil dermed bli simulert i samhandling med Case 1-D.

# 6.4 Case 2: Lekkasjespalter

Etterfølgende kapitler presenterer resultater for lekkasjespaltene beskrevet i 5.4, implementert sammen med ledeplaten fra Case 1-D. Resultatene presenteres i samme form som tidligere for lett sammenligning.

Simuleringene av bend med lekkasjespalter ga mindre problemer enn først antatt. Simuleringene konvergerte ved tilsvarende grensebetingelser som for ledeplatene, og med spaltehastigheten utledet i 5.4. Her, som ved ledeplaten, måtte det benyttes numeriske diffusjon for å få simuleringene til å konvergere. Fullstendig oversikt over grensebetingelser og simuleringsparameter finnes i Vedlegg C.



#### Figur 6-21 Hastighetsplott for Case 2-A (Case 1-D med lekkasjespalter) Merk hastighetsskala

Figuren over viser Case 1-D med lekkasjespaltene implementert (Case 2-A). Det er her naturlig å sammenligne resultatene med Case 1-D. Som forventet sees kun små endringer i innløpskanalen og forholdene på innsiden av ledeplaten. I det oppstrøms hjørnet, der lekkasjespalten har sitt innløp, er forholdene bedret med tanke på lavhastighetssonen som tidligere lå tett inntil endeveggen. Derimot kan det sees at samme lavhastighetssonen har forskjøvet seg motstrøms oppover mot innløpskanalen.

På yttersiden av ledeplaten fører den økte massestrømmen som følge av lekkasjestrømmen til en økning av hastigheten på opp mot 1 m/s der tverrsnittsarealet er minst. Denne hastighetsøkningen fører med seg uønskede effekter langs i bendets siste halvdel. Det sees en ny separasjonssone på utsiden av ledeplaten som følge av trykkgradient satt opp av denne strømningen. Effektene av denne separasjonssonen forplanter seg nedover utløpskanalen og skaper ett mer ujevnt strømningsbilde en tidligere.

Det er ønskelig å unngå en ytterligere separasjonssone inne i bendet som følge av ledeplatens plassering. Plasseringen i Case 2-A var bestemt av beste plassering i henhold til trykktap, jamfør 5.3.1, men det er naturlig nok ikke tatt hensyn til lekkasjespalter ved utarbeiding av denne plasseringen. For å unngå den nye separasjonssonen er det derfor simulerte ytterligere to modeller, med ledeplaten forskjøvet henholdsvis 10 mm (Case 2-B) og 15 mm (Case 2-C) mot tuppen av spantet.



Figur 6-22 Hastighetsplott for Case 2-B (Lekkasjespalter med ledeplaten forskjøvet 10mm mot tuppen av spantet)


# Figur 6-23 Hastighetsplott for Case 2-C (Lekkasjespalter med ledeplaten forskjøvet 15mm mot tuppen av spantet)

Av hastighetsplottene i de to figurene over kan det sees at begge har unngått separasjonssonen på yttersiden av ledeplaten. Dette er som følge av økningen av tversnittsarealet massestrømmen mellom ledeplaten og ytterveggen passerer gjennom. Begge de to casene er med andre ord en forbedring Case 2-A. Det er heller ikke mye som skiller de to konfigurasjonene fra hverandre.

Case 2-C viser generelt sett lavere maksimale strømningshastigheter enn Case 2-B, men den første konfigurasjonen, med ledeplaten forskjøvet 10 mm, viser andre fordeler. For det første ligger denne konfigurasjonen nærmest den funnet av Modi & Jayanti, og bør dermed gi minst trykktap. Den kan også sees å gi en noe mindre separasjonssone enn i Case 2-C, spesielt i snitt b).

Når det kommer til forholdene i bendets hjørner, der lekkasjespaltene er tenkt til å motvirke lavhastighetssonene gjør ingen av konfigurasjonene dette til det fulle. Naturlig nok øker lekkasjespaltene hastigheten helt innerst i hjørnene, men effekten er meget begrenset til kun å gjelde dette området. I det nedstrøms hjørnet kan forholdene sees å være forverret i forhold til Case 1-D ved at det har oppstått en sone med lavere hastigheter enn uten lekkasjespaltene.

I det oppstrøms hjørnet er lavhastighetssonen omtrentlig like stor som i Case 1-D, dog flyttet noe oppover mot innløpskanalen. Selv om introduseringen av lekkasjespaltene dermed ikke ser ut til å eliminere eller redusere hjørnets lavhastighetssone i nevneverdig grad kan de fortsatt ha en effekt for kjølingen. Lavhastighetssonen er nødvendigvis ikke kritisk med tanke på koking så lenge de er små nok til å transportere varmen bort ved konduksjon. I Case 1-D må varmen transportert ved konduksjon fra lavhastighetssonen tas opp i strømningen som passere på utsiden av ledeplaten på vei rundt bendet. Med lekkasjespaltene derimot kan denne varmen også tas opp av lekkasestrømmen og kjøles dermed fra to hold, både hovedstrømningen og lekkasjestrømningen.



### Figur 6-24 Strømningslinjer fra hovedinnløp (røde) og fra spalte (blå) for Case 2-B

Strømningslinjeplottet viser at strømningen inn gjennom spalten deler seg inne i bendet. Størsteparten av strømningen følger endeveggen og går ut gjennom utløpsspalten, men noe av strømningen bøyes av og går ut gjennom utløpskanalen. Det vil altså si at det er en viss utskiftning av vannet gjennom lekkasjespaltene. Det sees ikke tegn til Deans sekundære strømningsmønster i dette caset.

# 6.5 Konklusjon strømningssimuleringer

Hittil har alle simuleringer omhandlet hvordan ledeplater og lekkasjespalter påvirker strømningen i bendet. Det sees i alle forhold vesentlige forbedringer med tanke på varmeovergang i forhold til basecaset. Blant ledeplatene er det, som nevnt i 6.3.5, de to forlengede ledeplatene (Case 1-B og Case 1-C) som skiller seg ut som de beste. Mellom disse to ledeplatene er det lite som skiller, men det ble besluttet å gå videre med ledeplaten fra Case 1-D.

Denne ledeplaten ble dermed tatt videre til å testes i sammenheng med lekkasjespalter i bendets hjørner. Lekkasjespaltene kunne ikke sees å eliminere lavhastighetssonene i bendets hjørner ved den aktuelle spalteåpningen. En større spalteåpning ville trolig påvirket ett større område i bendets hjørner, men bærer med seg andre negative aspekter. Lekkasjestrømmen bidrar ikke nevneverdig til kjølingen og det er derfor ønskelig og holde denne massestrømmen så liten som mulig. Ved en større spalteåpning vil massestrømmen øke og mer av kjølevannet passere gjennom lekkasjespaltene uten å kjøle overflaten i særlig grad.

Simuleringene av Case 2-B viste altså at lavhastighetssonen i bendet oppstrøms hjørne ble forskjøvet oppover mot innløpskanalen uten å minke nevneverdig i størrelse, jamfør Case 1-D. I det nedstrøms hjørnet sees det en ny sone med lav hastighet som følge av lekkasjespaltene. Kun med tanke på strømningen er lekkasjespaltene derfor ikke nødvendigvis en forbedring i forhold til kun ledeplaten.

Tar man derimot varmeovergang i betraktning spiller lekkasjestrømningen en annen rolle. Lavhastighetssonen er nødvendigvis ikke kritiske så lenge de er små nok til at varmen overført til dem kan transporteres bort via konduksjon i fluidet. Her spiller lekkasjestrømningen inn ved at varmen da kan transporteres fra lavhastighetssonen til både hovedstrømningen og lekkasjestrømningen.

For å undersøke dette nærmere tas både Case 1-D og Case 2-B med til videre simulering. I de neste simuleringene legges det til varmefluks til bendet og varmeovergangen i fluidet og det omliggende materialet beregnes. Basecaset (dagens tilstand) simuleres også for å undersøke forbedringer ved bruk av ledeplaten og ledeplaten sammen med lekkasjespaltene.

# 6.6 Varmesimuleringer

Frem til nå har simuleringene kun vært fokusert på strømningen. Strømningens funksjon er å kjøle materialet rundt og det er derfor naturlig og se på hvilke implikasjoner det nye strømningsmønsteret har for kjøling lokalt i bendet.

Forholdene inne i smelteovnen er modellert som en konstant varmefluks på 600 000 W/m<sup>2</sup>. Denne varmefluksen er antatt kun å komme inn gjennom kanalens tak, som tilsvarer den siden av panelet som er vendt utover i smelteovnen. De andre flatene er antatt adiabatiske. Varmefluksen er fastsatt på bakgrunn av peak verdier opplevd i smelteovnen og er vesentlig høyere enn en normal varmefluks. Simuleringene blir dermed ett «worst case scenario». Fluidets innløpstemperatur er satt til 20 °C og de øvrige strømningsbetingelsene er tilsvarende de for de respektive casene. Betingelsene er fastsatt i samråd med Elkem [12].

For å forkorte simuleringstiden og forenkle beregningene noe er det antatt konstante fysikalske egenskaper. Antagelsen grunngis ved at temperaturdifferansen over modellen er liten. De fysikalske egenskapene er som følger:

### Tabell 6-1 Fluidets konstante fysikalske egenskaper ved varmesimulering

Densitet, ρ	Viskositet, μ	Varmekapasitet, c <sub>p</sub>	Konduktivitet, k
1000 kg/m <sup>3</sup>	0,00101 Pa*s	4180 kJ/kgK	0,598 W/mK

For å se effektene av det endrede strømningsmønsteret best mulig er det først simulert med varmefluksen direkte påtrengt fluidet. På den måten fås temperaturvariasjonene klart frem. Disse temperaturdifferansene korresponderer til områder med lokalt forskjellige strømningshastigheter. Ved direkte å påtrykke varmefluksen fluidet unngås de effektene konduktiviteten i det omliggende konstruksjonsmaterialet har på temperaturvariasjonene.

Deretter legges kanalenes konstruksjonsmateriale til i modellen og varmefluksen påtrykkes stålets overflate fremfor fluidet. Dette gir det korrekte bildet av hvordan varmen fordeler seg og temperaturdifferansene ved veggen. Veggene i kanalen er av syrefast stål (AISI 316L) og er modellert 5 mm tykke med følgende konstante fysikalske egenskaper:

### Tabell 6-2 Veggenes konstante fysikalske egenskaper ved varmesimulering

Densitet, ρ	Varmekapasitet, c <sub>p</sub>	Konduktivitet, k
8238 kg/m <sup>3</sup>	468 kJ/kgK	15,5 W/mK

### 6.6.1 Resultater

Temperaturresultatene simulert ved å løse likningen for varmeovergang i fluider, Formel 4-46, samtidig med RANS likningene for strømningen. For å løse dette i COMSOL ble det benyttet en annen modul. Tidligere har alle simuleringer vært kun av strømningen og modulen «single phase incompressible flow» har vært brukt. Med varmetilførsel til fluidet i tillegg er det benyttet modulen «Non-Isothermal flow» som automatisk kobler hastighetsfeltet til varmelikningen.

Alle simuleringene ble, som tidligere nevnt, utført ved en innløpstemperatur på 20 °C og en varmefluks på 600000 w/m<sup>2</sup> påtrykt kanalens tak. Grensebetingelsene for strømning er tilsvarende som for de individuelle casene. Numerisk diffusjon ble benyttet for Case 1-D og Case 2-B, som det også ble i de rene strømningssimuleringene. For komplett oversikt over simuleringsparametere, se Vedlegg C.

Simuleringene med kanalveggene ble utført ved tilsvarende grensebetingelser som simuleringene der varmefluksen var påtrykt direkte til fluidet. Derimot ble modulen «Conjugate Heat Transfer» benyttet fremfor «Non-isothermal flow» modulen. Simuleringsparametere kan finnes i Vedlegg C.



#### Figur 6-25 Temperaturer i basecaset, a) Fluidtemperaturer ved veggen, b) Veggtemperaturer, c) Overflatetemperaturer på konstruksjonsmaterialet. Alle temperaturer i Kelvin

Varmeresultatene er presentert som fluidtemperaturer nære veggen, veggtemperaturene og temperaturene på overflaten av konstruksjonsmaterialet. Fluidtemperaturene nære veggen er ikke representative for bulktemperaturen til fluidet, men gir ett bilde av hvor lokal koking er mest nærliggende.

Basecaset viser at det hovedsakelig er separasjonssonen som svekker kjølingen, og fluidtemperaturene er oppe i 360 K rett nedstrøms tuppen av spantet. På den andre siden av utløpskanalen for separasjonssonen, der høyhastighetssonen befinner seg, finnes de laveste fluidtemperaturene, med verdier nede i 305 K. Fra en enkel varmebalanse beregnes fluidets bulktemperatur i dette område på 296,5 K. Det gir ett forhold på temperaturdifferansen mellom veggtemperatur og bulktemperatur på ~7,5 mellom høyhastighetssonen og separasjonssonen. I følge Newtons lov for kjøling må dermed også varmeovergangskoeffisienten være 7,5 gang høyere i høyhastighetssonen. Den dårlige fordeling av varmeovergangen har helt og holdent skyld i strømningsmønsteret. Det er derfor ingen tvil om at dagens løsning ikke benytter den tilgjengelige kjølekapasiteten i fluidstrømmen godt nok i bendene. De høye temperaturene i separasjonssonen kan spores helt ut til konstruksjonsmaterialets overflate.

I basecaset sees det også en liten sone med økte temperaturer i det oppstrøms hjørnet som følge av den stasjonære virvelen som er påvist her. Det sees her at den lille sonen i a) forplanter seg utover og øker i størrelse i b) og c). Det samme sees også inntil spantet lengre ned i utløpskanalen. I det nedstrøms hjørnet sees det ingen områder med problematisk høye temperaturer som følge av fluidets stagnasjon.



### Figur 6-26 Temperaturer i Case 1-D, a) Fluidtemperaturer ved veggen, b) Veggtemperaturer, c) Overflatetemperaturer på konstruksjonsmaterialet. Alle temperaturer i Kelvin

Med ledeplaten i bendet sees temperaturene og være mer jevnfordelte. Separasjonssonen, som for basecaset hadde de høyeste fluidtemperaturene, er her mye bedre kjølt og det finnes kun små forskjeller mellom denne og resten av kanaltversnittet. De høyeste fluidtemperaturene i bendet finnes nå rett oppstrøms ledeplaten der det går ett markant skille der strømningen entrer bendet. Maksimaltemperaturen i bendet er på rundt 325 K og finnes på ledeplatens ytterside nære det markante skillet. På den mørke delen av skillet finnes en temperatur på ca. 305 K og ved hjelp av den samme overslagsberegningen som for basecaset gir dette ett forhold mellom varmeovergangstallene på ~2,7. De høyeste veggtemperaturene befinner seg inne i ledeplaten og denne temperaturøkningen kan også sees på konstruksjonsmaterialets overflate. Derimot sees det ingen utpreget varm sone i fluidet her. I disse figurene opereres det med flere forskjellige skalaer for bedre å få frem små temperaturdifferanser. Derfor ser Case 1-D ut til å ha en generelt høyere temperatur enn basecaset, men de ligger i realiteten i samme temperaturområde.



### Figur 6-27 Temperaturer i Case 2-B, a) Fluidtemperaturer ved veggen, b) Veggtemperaturer, c) Overflatetemperaturer på konstruksjonsmaterialet. Alle temperaturer i Kelvin

Introduksjonen av lekkasjespalter i bendet ser ikke ut til å ha noen større implikasjoner for fluidtemperaturen i forhold ledeplaten alene. Den største forskjellen sees ved det markante skillet ved ledeplatens start. Med lekkasjespalter er dette skillet mindre markant og fluidtemperaturen på den varme delen av skillet har sunket noe. Forholdet mellom varmeovergangstallene over dette skillet er ved bruk av lekkasjespalter nede i ~2,3.

Her sees den varme sonen inne i ledeplaten mindre tydelig enn i Case 1-D. Spesielt på konstruksjonsmaterialets overflate er område inne i ledeplaten bedre kjølt. Dette henger trolig sammen med den økte massestrømmen bak ledeplaten som opptar varmen fra innsiden av ledeplaten via konduksjon gjennom ledeplaten.

Fra hastighetsplottene ble de stilt spørsmål om lekkasjespaltene påvirket lavhastighetssonen i det oppstrøms hjørnet positivt, eller om den kun ble forskjøvet oppover mot innløpskanalen. Av veggtemperaturene sees det at en liten varm sone fortsatt eksisterer, dog mindre enn lavhastighetssonen. Den varme sonen er også mindre enn for Case 1-D, så lekkasjespaltene har en positiv effekt med hensyn på kjøling. Effekten er derimot ikke tilstrekkelig i dette tilfellet.

Fluidtemperaturene lenger vekk fra veggen for de tre casene kan finnes i Vedlegg E.

# 7 Designløsning

Dette kapitelet har til hensikt å se på resultatene i ett større perspektiv, og skal dermed vurdere hvilke implikasjoner de utvalgte casene har for ett helt elektrodeskjold. Det er naturlig her å sammenligne på bakgrunn av både varmeovergangen og trykktapet ved de forskjellige casene. I tillegg til basecaset og de to andre casene fra varmesimuleringene vil resultatene også bli sammenlignet med de teoretiske resultatene fra forprosjektet.

# 7.1 Varmeovergang

På grunn av at strømningen gjennom bendet er høyst skjevfordelt vil heller ikke det konvektive bidraget til varmeovergangen være jevnfordelt. Sonene med høyere strømningshastigheter vil ha vesentlig høyere konvektiv varmeovergang en for eksempel separasjonssonen der strømningshastighetene er lave. I praksis betyr dette lokale variasjoner av varmeovergangskoeffisienten innad i bendet.

Resultatene for varmeovergangen er presentert i form av en gjennomsnittlig varmeovergangskoeffisient for segmenter av bendet. For å kunne sammenlikne direkte med resultater fra forskningslitteratur er segmentinndelingen tilsvarende som for Astarita et. al [19]:



Figur 7-1 Segmentinndeling av bend

Segmentene er inndelt slik at alle har tilsvarende areal. Det er gjort ved at kanal segmentene har en lengde tilsvarende halve kanalbredden. Tilsvarende inndeling er også tilpasset de simulerte modellene fra dette studiet. Som diskutert i forprosjektet [1] har Astarita ikke stort nok måleområde til at strømningen rekker å gjenopprettes til fullt utviklet hastighetsprofil. Astaritas resultater ble derfor ekstrapolert ned til fullt utviklet hastighetsprofil (Segment 21 til 27 i Figur 7-2).

For de simulerte casene er varmeovergangskoeffisienten evaluert direkte fra Newtons lov for kjøling. Dette er gjort ved å benytte resultatene for veggtemperaturene i COMSOL. Det er tatt ett gjennomsnitt av veggtemperaturen per segment. Som fluid bulktemperatur er temperaturen midt i segmentet benyttet. Bulktemperaturene er beregnet manuelt ved hjelp av varmebalanse.





Det er her interessant å sammenligne de målte verdiene med de simulerte for de tilnærmet tilsvarende geometriene. I innløpskanalen ligger simuleringene litt lavere enn de målte verdiene, med en forskjell på omtrent 8 %.

Ser vi videre på forskjellene mellom de målte verdiene og basecaset er det her til dels store forskjeller. Simuleringen i basecaset viser en tydelig nedgang i varmeovergangstallet i første kvart av bendet, segment 9, mens de målte verdiene her viser en økning av varmeovergangen. Dette kan skyldes at simuleringen gir en for stor sone med lav hastighet i det oppstrøms hjørnet, som delvis innebefattes av segment 9. Videre øker varmeovergangen for både basecaset og målte verdier, uten at simuleringen henter seg opp til nivået der målingene ligger. I segment 13, første segment i utløpskanalen, gir simuleringene igjen en klar reduksjon av varmeovergangen som ikke er å finne for de målte verdiene. Segment 13 innebefatter separasjonssonen der den er på sitt bredeste og dermed opptar ett stort areal.

Segment 9 og 13 sett i sammenheng kan dermed indikere at simuleringene har problemer med å gjengi varmeovergangen korrekt ved lave strømningshastigheter, som finnes i både det oppstrøms hjørnet og separasjonssonen. Som nevnt tidligere, i 6.1.1, er områder med separasjon og resirkulering vanskelig å gjengi korrekt for turbulensmodeller og mere sofistikerte turbulensmodeller enn det som er tilgjengelig for forfatteren vil kanskje bedre denne situasjonen.

Nedover utløpskanalen opplever både de målte og simulerte verdiene en sterk økning av varmeovergangen som følge av høyhastighetssonen langs kanalens yttervegg. Avviket mellom Astarita og basecaset kan skyldes at det ikke var spor etter Deans sekundære strømningsmønster i basecaset. Disse spiralstrømningene øker varmeovergangen. Fra segment 23 er de simulerte verdiene lavere enn de målte. Som nevnt tidligere er segment 21 til 27 av Astaritas verdier ekstrapolert fra de tilgjengelige måleverdiene, og det kan dermed se ut til at ekstrapoleringen er noe bratt.

Teorien om at separasjonssonen og det oppstrøms hjørnet senker varmeovergangen i bendet overdrevent mye i basecaset, støttes av de to andre casene. Her er både lavhastighetssonene i det oppstrøms hjørnet og separasjonssonene kraftig redusert i forhold til basecaset, jamfør hastighetsplottene i kapitel 6. Case 1-D og Case 2-B viser dermed heller ingen nedgang i varmeovergangen i segment 9 og 13.

Med ledeplaten i bendet, Case 1-D, sees det generelt en jevnere profil av varmeovergangstallet i bendet og utløpskanalen. Den største økningen av varmeovergangstallet skjer i bendets siste kvart, segment 12, og dette varmeovergangstallet opprettholdes frem til segment 14 før verdiene synker og tilnærmes varmeovergangen ved fullt utviklet hastighetsprofil. Den økte varmeovergangen her kan skyldes Deans Sekundære strømningsmønster som induseres ved utløpskanalen og beveger seg nedover utløpet.

Ved ledeplate og lekkasjespalter er varmeovergangen enda mer jevnfordelt gjennom bendet, og kun en svak økning kan sees i kurven. Varmeovergangen er høyere i først halvdel av bendet, segment 9 og 10, enn for Case 1-D, men dette skyldes trolig den økte massestrømmen som følge av lekkasjespaltene og bedre kjøling i hjørnene som følge av lekkasjespaltene. I dette caset ble det ikke observert Deans sekundære strømningsmønster i strømningslinjene, jamfør Figur 6-24. Dette styrker teorien om at «toppen» i segment 12 til 14 for ledeplaten er skapt av Deans sekundære strømningsmønster, da ingen tilsvarende økning finnes i dette caset.

Siden figuren over ikke sier noe om distribusjonen av varmeovergangstallet innad i ett segment er det også laget konturkart av varmeovergangstallet for de forskjellige casene, som kan finnes i Vedlegg F. Her er varmeovergangstallet beregnet direkte fra Newtons lov for kjøling som tidligere. Veggtemperaturene er også her hentet fra direkte fra COMSOL, men som bulktemperatur er det benyttet en gjennomsnittstemperatur for hele modellen.

Denne antagelsen er grunngitt i at temperaturdifferansen over modellen, beregnet fra en varmebalanse, er maksimalt 4,88 K. Maksimalverdien stammer fra basecaset som har en noe lengre strømningslengde og dermed opptar mer varme enn de andre casene. Enkle overslagsberegninger, med en typisk veggtemperatur på 400K, gir da ett feilavvik på 2,14 % som følge av at det ikke er benyttet lokale bulktemperaturer. Feilavviket regnes som akseptabelt, og det prioriteres ikke å kjøre nye simuleringer for å redusere avviket.

## 7.1.1 Kritisk massestrøm med hensyn til lav hastighetssoner

På grunn av strømningsmønsteret i bendene er den massestrømmen som gir metningstemperatur i fluidet ved utløpet ikke tilstrekkelig for å motvirke koking i panelet. Sonene i bendene med lavere strømningshastigheter vil ha lavere konvektiv varmeovergang og fluidet kan koke lokalt, uten at bulktemperaturen er ved metningspunktet.

For å garantere mot koking inne i elektrodeskjoldet er det derfor nødvendig å kjøle materialets veggtemperatur til under fluidets metningstemperatur. I forprosjektet [1] ble det utviklet en beregningsmodell for denne massestrømmen, som også vil bli benyttet her. Beregningsmodellen tar utgangspunkt i den sonen i bendet med laveste konvektiv varmeovergang og beregner nødvendig massestrøm for å kjøle denne punkttemperaturen til under fluidets metningspunkt. Beregningsmodellen ble utviklet for å anvende publiserte resultater av Astarita [19], som har gitt sine resultater i form av ett normalisert Nusseltnummer,  $Nu/Nu_{DB}$ . Dette forholdstallet beskriver om varmeovergangen er lav eller høy i forhold til den teoretiske Nusselt verdien fra Dittus Boelter korrelasjonen. Modellen antar at Nusselt-forholdet er konstant med hensyn til økende Reynoldstall, noe som Astaritas resultater bekrefter innenfor området 16000<*Re*<60000.

Variasjonene i varmeovergangskoeffisient er kartlagt ved hjelp av konturplott, som beskrevet over og kan finnes for de tre casene i Vedlegg F. Det laveste varmeovergangstallet benyttes deretter for utregning av ett lokalt Nusseltnummer for lavhastighetssonen. Deretter normaliseres Nusseltnummeret på Dittus Boelter korrelasjonen, slik at det resulterende forholdet passer til massestrømsmodellen.

Tabellen under viser nødvendig massestrøm, og tilhørende strømningshastighet, for å kjøle veggtemperaturen til det punktet med laveste varmeovergang under fluidets metningspunkt.

Case	(Nu/Nu <sub>DB</sub> ) <sub>min</sub>	h <sub>min</sub>	m*	Strømningshastighet
Astarita	0,4	-	7,97 kg/s	4,25 m/s
Basecase	0,4141	2078 W/m <sup>2</sup> K	7,75 kg/s	4,13 m/s
Case 1-D	0,6641	3332 W/m²K	5,54 kg/s	2,95 m/s
Case 2-B	0,6967	3497 W/m <sup>2</sup> K	5,38 kg/s	2,87 m/s

#### Tabell 7-1 Nødvendig massestrøm for punktkjøling av hotspots

Til referanse opplyses det om at strømningshastigheten på 1,5 m/s tilsvarer en massestrøm på 2,8125 kg/s.

Astaritas resultater er fremskaffet ved IR-Termografi av ett bend med gjennomstrømning av luft. Geometrisk sett har både kanalene og bendet nesten like dimensjoner som modellene i dette studiet. At  $(Nu/Nu_{DB})_{min}$  verdiene avviker med kun 3,4 % mellom basecaset og Astarita må derfor sees som bra. Astarita finner punktet med  $(Nu/Nu_{DB})_{min}$  i det oppstrøms hjørnet og indikerer at den kommer av en stillestående virvel. I basecaset finnes sonen med lavest varmeovergang i forbindelse med separasjonssonen, men det oppstrøms hjørnet har soner med tilnærmet like lave verdier. Astarita har en  $(Nu/Nu_{DB})_{min}$  verdi på 0,8 i sin separasjonssone. Dette kan igjen være en indikasjon på at turbulensmodellen gjengir separasjonssonen unøyaktig.

Ved bruk av ledeplate i bendet er (*Nu/Nu<sub>DB</sub>*)<sub>min</sub>-forholdet 60 % større enn basecaset. Dette resulterer i at nødvendig massestrøm for å kjøle materialet til under fluidet metningstemperatur synker fra 7,75 kg/s til 5,54 kg/s, en endring på 29 %. Ved bruk av ledeplate befinner sonen med lavest varmeovergang seg ikke lenger i det oppstrøms hjørnet, men på innsiden av ledeplaten. Som indikert av strømningsplottene ser det ut til at det danner seg en «pute» med lav hastighet inne i ledeplatens bue.

Varmeovergangsverdiene er beregnet fra simuleringer med varmefluksen påtrykt direkte på fluidet, der ledeplaten ikke er modellert, og flatene rundt ledeplaten dermed er adiabatiske. Det er derfor trolig at varmen lagret i strømningen på innsiden av spantet kan transporteres via konduksjon gjennom ledeplaten til høyhastighetsstrømning på utsiden av ledeplaten. I Case 2-B har  $(Nu/Nu_{DB})_{min}$ -forholdet økt ytterligere fra Case 1-D, og forholdstallet er 68 % høyere enn for basecaset. Sonen med lavest varmeovergang er, i likhet med Case 1-D å finne på innsiden av spantet. Den lille økningen av Nusselt-forholdet er derfor trolig ett resultat av at ledeplaten er flyttet fremover mot spantet.

# 7.2 Trykktap

Trykket evalueres direkte fra simuleringsmodellene ved gjennomsnittsintegraler over inn- og utløpsflatene. Denne trykkdifferansen inneholder derimot ikke kun trykktapet forårsaket av bendet, men også trykktapet i inn- og utløpskanalene. Det korrekte trykktapet assosiert med økt fluidmiksing og turbulens forårsaket av bendet fås dermed ved å trekke fra trykktapet kanalen fra det totale trykktapet over modellen.

For å evaluere trykktapet i kanalene er det derfor innledningsvis simulert en rettlinjet kanal med strømningshastighet på 1,5 m/s. Trykkgradienten funnet her er antatt å være overførbar til både innog utløpskanalen i de andre modellene. Trykktapet grunnet kanalstrømningen beregnes ved å gange gradienten med den aktuelle strømningslengden. Ved denne metoden isoleres trykktapet kun forårsaket av mekanismene i bendet, og kun dette benyttes for å beregne trykktapskoeffisienten som gitt av Formel 5-3.

Trykktapskoeffisienten er nødvendig for å evaluere trykktapet ved andre strømningshastigheter enn de det er ved modellert ved. Dermed kan trykktapet ved vannmengdene beregnet i forrige kapitel også beregnes. Trykktapsberegningene er gjort på tilsvarende måte som i forprosjektet [1], og det henvises dit for tilhørende teori og formelverk.

Trykktapet er presentert for to tilstander. Først for Elkems dimensjonerende strømningshastighet på 1,5 m/s som representerer en normal driftssituasjon. Deretter presenteres trykktapet ved minste massestrøm uten koking med hensyn til lavhastighetssoner, m\*, presentert i Tabell 7-1.

Ved strømningshastigheten 1,5 m/s				
Case	Trykktapskoeffisient	Trykktap [bar]	Pumpeeffekt [W]	
Idelchik <sup>(*)</sup>	3,607	0,59	166,6	
Basecase	2,681	0,49	9 140,2	
Case 1-D	1,963	0,42	.6 119,8	
Case 2-B	4,321	0,66	5 186,9	

### Tabell 7-2 Trykktap og pumpeeffekt ved 1,5 m/s

<sup>(\*)</sup> Trykktapskoeffisient hentet fra Idelchik's tabulerte verdier [14].

Tabellen viser at simuleringene gir en trykktapskoeffisient som er 26 % lavere enn den teoretiske. Dette avviket har sammenheng med at simuleringene er utført uten overflateruhet i kanalen og dermed tilsvarer glatte rør. Modellering av overflateruhet i COMSOL er mulig, men det krever bruk av ALE/moving mesh algoritmer som er kompliserte og øker behovet for datakraft.

I Case 1-D har trykktapskoeffisienten sunket med 27 % jamfør basecaset. Ledeplater er tidligere brukt for å redusere trykktapet i bend og det rapporteres en reduksjon i trykktapskoeffisient på 36 % ved bruk av ledeplate tilsvarende som for Case 1-A [13]. Det virker til at ledeplaten i Case 1-D gir ett høyere trykktap, til tross for at separasjonssonen er mindre enn ved Case 1-A.

Case 2-B, der lekkasjespaltene er inkludert, gir en vesentlig høyere trykktapskoeffisient. Siden det her er to separate innløp og to separate utløp, alle med forskjellige trykk, kompliseres situasjonen i forhold til resterende caser. Verdien presentert her er basert direkte på differansetrykket over modellen, som ved de andre casene. Den økte trykktapskoeffisienten skyldes trolig spaltene direkte ved at en jet med høyhastighetsstrømning introduseres i bendet. Ved utløp og innløp til spaltene er trykktapet også trolig forhøyd ved at introduseringen av en ny strømning skaper økt turbulent miksing og øker energi dissipasjonen. Den lokalt økte massestrømmen på baksiden av ledeplaten fører til ett høyere trykktap, også fordi strømningen passerer gjennom ett begrenset strømningsareal.

Ved massestrøm m*				
Case	Trykktapskoeffisient	Trykktap [bar]	Pumpeeffekt [W]	
Teoretisk	3,607	4,96	5 4204	
Basecase	2,681	3,73	3 2885	
Case 1-D	1,963	1,63	8 899	
Case 2-B	4,321	2,42	L 1299	

#### Tabell 7-3 Trykktap og pumpeeffekt ved m\*

I tabellen over er det viktig å understreke at trykktapet ikke er beregnet ved samme hastigheten for alle casene. Trykktapene presentert her beregnet fra hastighetene i Tabell 7-1, som er individuelle for de enkelte casene, og er avhengig av kjølingen i bendet. Tabellen over viser dermed trykktapet som følge av den massestrømmen som gir veggtemperatur lik metningstemperaturen til fluidet.

For dagens tilstand, basecaset, økes trykktapet med 747 % hvis en absolutt sikkerhet mot koking skal benyttes. Det resulterer igjen i en økning i pumpeeffekt på 2745 W. Ved bruk av ledeplate økes trykktapet med 383 % for å oppnå den samme sikkerheten mot koking, og pumpeeffekten øker med 780 W. Ledeplaten har to positive innvirkninger. For de første gir den ett høyere minste varmeovergangstall i bendet, som krever en mindre strømningshastighet for å kjøle tilstrekkelig. For det andre har den en lavere trykktapskoeffisient som dermed bidrar til å redusere trykktapet ved høyere strømningshastigheter.

Ved bruk av ledeplate og lekkasjespalter vil en absolutt sikkerhet mot koking gi en trykktapsøkning på 362 % og en resulterende økning i pumpearbeidet på 1112 W. Selv om Case 2-B for den dimensjonerende hastigheten 1,5 m/s har ett høyere trykktap enn basecaset, sees det her at det ikke er tilfelle ved absolutt sikkerhet mot koking. Dette skyldes at Case 2-B har ett høyere minimalt varmeovergangstall enn basecaset og dermed mindre nødvendig massestrøm (*m\**).

# 8 Konkluderende anmerkninger

Denne oppgaven har gjennom numerisk modellering (FEM) studert strømningsforhold, varmeovergang og temperaturforhold i 180° bend. Innledningsvis er det gjort en validering av strømningen mot målte verdier publisert av Schabacker. Deretter er strømningen simulert for dagens tilstand, basecaset, og tiltakene. Ut i fra strømningsresultatene er den ledeplaten som påvirker strømningsmønsteret best, valgt ut og den er deretter simulert i sammenheng med lekkasjespalter. Basecaset, ledeplaten og ledeplaten med lekkasjespalter ble deretter tatt videre til varmesimulering og sammenlignet på bakgrunn av varmeovergang og temperaturforhold. Avslutningsvis er det sett på hvilke implikasjoner de vurderte tiltakene vil ha for ett elektrodeskjold.

Valideringen av den numeriske modellen er bare delvis vellykket. Valideringen er utført som en todelt prosess der strømningen valideres kvantitativt fra sammenligning av hastighetsprofiler og kvalitativt fra sammenligning av strømningsmønsteret. I den kvantitative delen ble hastighetsprofiler i utløpskanalen sammenlignet. Strømningen i utløpskanalen er meget komplisert grunnet separasjonssonen som sørger for meget skjevfordelte hastighetsprofiler med både positive og negative strømningshastigheter. Selv om simuleringen gjenga separasjonssonen og de negative strømningshastighetene var hastighetsprofilene ikke tilsvarende ved de aktuelle målestedene. Brorparten av feilen her ligger trolig i turbulensmodellen. De enkle to-likningsmodellene, k-ε og k-ω, er kjent for å ha problemer med resirkulerende strømninger og spiralstrømninger. En mer avansert turbulensmodell, som for eksempel RSM, vil mest sannsynligvis passe bedre til denne anvendelsen. Alternativt kan det forsøkes å justere parameterne i de eksisterende turbulensmodellene ytterligere. På bakgrunn av at strømningsmønsteret i bendet var godt kvalitativt gjengitt i modellen ble det allikevel valgt å gå videre med simuleringene. Simuleringene ble utført med k-ω turbulensmodellen med Pengs parametere.

Som tiltak for å forbedre strømningsmønsteret gjennom bendet ble de først vurdert fire forskjellige ledeplater. Første case var en standard halvsirkelformet ledeplate. Neste case var en ledeplate der buen ble forlenget til 210°. I tredje case ble den halvsirkelformede ledeplaten forskjøvet mot innløpskanalen. Siste case innebar en forlengelse av ledeplaten rett nedover utløpskanalen. Casene ble evaluert ut fra hvor godt de motvirket områder med lav strømningshastighet. Det var casene med forlenget ledeplate, Case 1-B og Case 1-D, som her utmerket seg som best. Disse hadde en stor innvirkning på separasjonssonen så vell som lavhastighetssonene i bendets hjørner. Av de to ble Case 1-D, med den rette forlengelsen, valgt ut.

Denne ledeplaten ble deretter testet i sammenheng med lekkasjespalter. Her ble det raskt oppdaget at den økte massestrømmen bak ledeplaten førte til så høye strømningshastigheter at en ny separasjonssone i forbindelse med ledeplaten ble dannet. Dette er en uønsket effekt i bendet og det ble besluttet å flytte ledeplaten fremover mot spantet for øke strømningens tverrsnittsareal på baksiden av ledeplaten. I dette hensyn ble det simulert to nye plasseringer, men det viste seg at å flytte ledeplaten 10 mm fremover var tilstrekkelig (Case 2-B).

Dermed ble Case 1-D, Case 2-B og basecaset tatt videre for simulering av temperaturer og varmeovergang. Her ble først varmefluksen påtrykt fluidet direkte for å unngå de utjevnende effektene konduktiviteten i konstruksjonen gir. Deretter ble konstruksjonsmaterialet lagt til i modellen. Basecaset viste tydelige varme soner i bendets hjørner og separasjonssonen som følge av de lokalt lave strømningshastighetene i disse sonene. Dette var tydelig både på fluidoverflaten og på konstruksjonsmaterialets overflate. Ved bruk av ledeplaten var temperaturforholdene betydelig mer uniforme over fluidoverflaten, spesielt separasjonssonen var betydelig bedre kjølt. Derimot registreres det høyere temperaturer på fluidoverflaten i utløpskanalen. Konstruksjonsmaterialets overflate viste en temperaturforhøyning i det oppstrøms hjørnet, dog betydelig mindre enn basecaset. Temperaturforhøyninger ble også funnet på ledeplatens innside. Med ledeplaten og lekkasjespalter opplevdes ingen temperaturforhøyning i det oppstrøms hjørnet, men temperaturforholdene på ledeplatens innside og i utløpskanalen var tilsvarende som for ledeplaten.

Til slutt i studiet ble det vurdert hvilken innvirkning de simulerte tiltakene vil ha for hele elektrodeskjoldet. Her ble det benyttet enn tilsvarende modell som i forprosjektet. Denne modellen beregner enn minimum massestrøm for å kjøle veggtemperaturen til under fluidets metningstemperatur ut i fra det laveste varmeovergangstallet i bendet. Modellen beregner altså den massestrømmen som vil gi en absolutt sikkerhet mot koking ved at selv ikke stasjonære områder med vann vil bli varme nok til å koke. Det ble også beregnet trykktapskoeffisienter for tiltakene. Resultatene viser at ved bruk av ledeplaten kan massestrømmen som gir absolutt sikkerhet mot koking reduseres med 28,5 % i forhold til basecaset. Dette gir også en reduksjon i trykktapet ved denne massestrømmen på 56 %. Her spiller det inn at ledeplaten både har en lavere trykktapskoeffisient og høyere minimum varmeovergang enn for basecaset. Ledeplaten med lekkasjespalter i bendet gir en noe lavere massestrøm enn for ledeplaten, men har en høyere trykktapskoeffisient og dermed høyere trykktap.

Fra betraktninger gjort i dette studiet vil det anbefales å implementere ledeplater med rett forlengelse i elektrodeskjoldene både for å utjevne varmeovergangen og redusere trykktapet. Den økte trykktapskoeffisienten ved bruk av lekkasjespalter sees ikke å veie opp for de små bedringene i varmeovergangen.

# 9 Forslag til videre arbeid

Det har gått frem gjennom dette dokumentet at simuleringsmodellen har noen svakheter. Spesielt gjelder dette størrelsen av separasjonssoner og områder med lav strømningshastighet, som er ett sentralt tema i rapporten. Årsaken ligger trolig i turbulensmodellen som ikke forutsier separasjonen korrekt. Ett naturlig forslag til videre arbeid vil derfor være å styrke valideringen ved, enten å justere konstantene i k-ω modellen ytterligere, eller å implementere mer avanserte turbulensmodeller. Sistnevnte vil trolig kreve en overgang fra COMSOL Multiphysics til ett modelleringsprogram mer spesialisert på CFD, for eksempel ANSYS Fluent. Som tidligere nevnt er tidligere simuleringer av bend enten utført med RSM-turbulensmodeller eller LES/DES, der førstnevnte er tilgjengelig i Fluent.

Som nevnt tidligere inkluderer ikke simuleringsmodellene overflateruhet i kanalene. Dette er mulig å modellere i COMSOL så ett interessant element hadde vært å sett innvirkningen av ruhet. Dette krever derimot bruk av «moving mesh» i COMSOL, som er en mer datakrevende prosess.

Denne oppgaven har også, på grunn av tidsbegrensingene, kun utforsket noen av de mangfoldige parameterne angående ledeplaten. Studiet har sett på 3 forskjellige former av ledeplater og vært innom forskjellige plasseringer, men ett utall flere variasjoner er mulig. Andre aktuelle parameter i forhold til ledeplatene vil være for eksempel å variere radius, posisjonen både i lengde og bredderetningen, tykkelse og også alternative utforminger av ledeplatene. Det er også mulig å se på virkningen av to eller flere ledeplater.

Lekkasjespaltene har også en rekke parametere som kan varieres for å optimalisere strømningsmønsteret, og lekkasjespaltene kan undersøkes i sammenheng med andre ledeplater. En mer inngående beregning av strømningshastigheten gjennom spaltene kan også utføres for å undersøke denne grensebetingelsen.

Ett annet interessant aspekt, påpekt i forprosjektet, er at strømningsmønsteret gjennom bendet endres både med hensyn til Reynoldstall og forholdet mellom høyde og bredde i kanalen. I tillegg kan klaringen i bendet, avstanden mellom tuppen av spantet og endeveggen, undersøkes nærmere.

Riller langs kanalens bunn og topp er et tiltak som ble foreslått i forprosjektet, men som ble utelatt her grunnet tidsbegrensninger. Dette tiltaket har potensiale til å øke varmeovergangen lokalt nære veggene på grunn av sekundærstrømninger skapt av rillene. Tiltaket vil trolig ikke bidra til å senke trykktapet, men kan gi en god varmeovergang.

Problemstillingen i denne oppgaven kan også angripes fra en annen vinkel, ved å etablere en forsøksrigg og utføre eksperimenter i laboratoriet. En diskusjon av forskjellige laboratorieoppsett egnet til å måle varmeovergangen er presentert i denne oppgavens forprosjekt. Ved ett laboratorieoppsett utelukkes problemene med validering og turbulensmodellering.

# **10 Referanseliste**

- 1. Andreassen, J.A., *Kjøling av smelteverkskomponenter*, 2011. p. 56.
- 2. COMSOLMultiphysicsv4.2a, COMSOL Multiphysics Reference Guide, 2011.
- 3. COMSOLMultiphysicsv4.2a, COMSOL Multiphysics Users Guide, 2011.
- 4. White, F.M., *Viscous fluid flow*2006, Boston: McGraw-Hill Higher Education. XXI, 629 s.
- 5. White, F.M., *Fluid mechanics*2008, Boston: McGraw-Hill. XIII, 864 s.
- 6. Tennekes, H. and J.L. Lumley, *A first course in turbulence*1972, Cambridge, Mass.: MIT Press. XII, 300 s.
- 7. COMSOLMultiphysicsv4.2a, COMSOL CFD Module Users Guide, 2011.
- 8. ANSYSFluent, *Course Material*, 2012.
- 9. Peng, S.-h., *The Two-Equations Turbulence k-omega Model Applied to Recirculating Ventilation Flows*, 1996: Chalmers University of Technology, Göteborg. p. 25.
- 10. COMSOLMultiphysicsv4.2a, COMSOL Heat Transfer Module Users Guide, 2011.
- 11. Schabacker, J., A. Bölcs, and B.V. Johnson, *PIV Investigation of the Flow Characteristics in an Internal Coolant Passage with Two Ducts Connected by a Sharp 180 deg Bend*, 1998.
- 12. Haaland, H., *Intervjuer og Prosjektmøter*, 2012, Elkem.
- 13. Modi, P.P. and S. Jayanti, *Pressure Losses and Flow Maldistribution in Ducts with Sharp Bends.* Chemical Engineering Research and Design, 2004. **82**(3): p. 321-331.
- 14. Idel'čik, I.E. and M.O. Steinberg, *Handbook of hydraulic resistance*1994, Boca Raton: CRC Press. 790 s.
- 15. Sleiti, A.K. and J.S. Kapat, *Comparison between EVM and RSM turbulence models in predicting flow and heat transfer in rib-roughened channels.* Journal of Turbulence, 2006: p. N29.
- 16. Viswanathan, A.K. and D.K. Tafti, *Detached eddy simulation of turbulent flow and heat transfer in a two-pass internal cooling duct*. International Journal of Heat and Fluid Flow, 2006. **27**(1): p. 1-20.
- 17. Nistad, B., *Mailkorrespondanse*, 2012, COMSOL Multiphysics.
- 18. Kays, W.M., M.E. Crawford, and B. Weigand, *Convective heat and mass transfer*2005, Boston: McGraw-Hill. XXX, 546 s.
- 19. Astarita, T., *Thermofluidynamic analysis of the flow in a sharp 180° turn channel.* Experimental Thermal and Fluid Science, 2000. **20**(3-4): p. 188-200.

# 11 Vedleggs liste

- A. Valideringsplot
- B. Sammenligning av konvergensgrenser
- C. Simuleringslogg
- D. Sammenlikning av grensebetingelser for Case 1-D
- E. Fluidtemperaturer for varmecase
- F. Konturplott av varmeovergangskoeffisienten

















Β.





	0 00			
Case:	Verifiseringscase			
Filnavn:	Prosjekt 7-8.mph			
Moduler:		Single Phase Flo	W	
	Fy	sikk		
Strømning	RANS	Turbulens	k-ω, Peng's parametere	
Konv. Varme	N/A	Kond. Varme	N/A	
	Grenseb	etingelser		
	Strømning		Varme	
Innløp	Normal inflow; 7,95 m/s, $I_T = 5 \%$ , $L_T = 0,01m$ ,	Innløp	N/A	
Utløp	Normal outflow: 7,95 m/s	Utløp	N/A	
Ytre krefter	-	Varmefluks	N/A	
Vegg	Wall functions	Vegg	N/A	
Initial	Fra tidligere løsning	Initial	N/A	
	Μ	esh		
Туре	Physics controlled mesh	Antall elementer	526915	
Massestrøms- kontroll	0 %	Gj. snittlig element- kvalitet	0,493	
Maks. Wall lift-off	28,611	Kommentar	-	
	Konv	ergens		
Grense	1*10 <sup>-3</sup>	Stabilisering	Nei	

# C. Simuleringslogg

Case:	Basecase			
Filnavn:	Prosjekt 9.mph			
Moduler:		Single Phase Flo	W	
	Fy	sikk		
Strømning	RANS	Turbulens	k-ω, Peng's parametere	
Konv. Varme	N/A	Kond. Varme	N/A	
	Grenseb	etingelser		
	Strømning		Varme	
Innløp	Normal inflow; 1,5 m/s, $I_T = 5 \%$ , $L_T = 0,01m$ ,	Innløp	N/A	
Utløp	Normal outflow: 1,5 m/s	Utløp	N/A	
Ytre krefter	[0,0,-spf.rho*g_const]	Varmefluks	N/A	
Vegg	Wall functions	Vegg	N/A	
Initial	Fra tidligere løsning	Initial	N/A	
	M	esh		
Туре	Physics controlled mesh	Antall elementer	565640	
Massestrøms- kontroll	0 %	Gj. snittlig element- kvalitet	0,5	
Maks. Wall lift-off	32,328	Kommentar	-	
	Konve	ergens		
Grense	1*10-3	Stabilisering	Nei	

Case:	Case 1-A			
Filnavn:	Prosjekt L1.mph			
Moduler:	S	Single Phase Flo	W	
	Fy	sikk		
Strømning	RANS	Turbulens	k-ω, Peng's parametere	
Konv. Varme	N/A	Kond. Varme	N/A	
	Grenseb	etingelser		
	Strømning		Varme	
Innløp	Normal inflow; 1,5 m/s, $I_T = 5 \%$ , $L_T = 0,01m$ ,	Innløp	N/A	
Utløp	Pressure: 196000 Pa	Utløp	N/A	
Ytre krefter	[0,0,-spf.rho*g_const]	Varmefluks	N/A	
Vegg	Wall functions	Vegg	N/A	
Initial	<b>u</b> =[1.5,0,0] P=200000 Pa	Initial	N/A	
	M	esh		
Туре	Physics controlled mesh	Antall elementer	459885	
Massestrøms- kontroll	0,011 %	Gj. snittlig element- kvalitet	0,502	
Maks. Wall lift-off	38,337	Kommentar	-	
	Konve	ergens		
Grense	1*10 <sup>-3</sup>	Stabilisering	Nei	

Case:	Case 1-B			
Filnavn:	Prosjekt L4.mph			
Moduler:	<u> </u>	Single Phase Flo	W	
	Fy	sikk		
Strømning	RANS	Turbulens	k-ω, Peng's parametere	
Konv. Varme	N/A	Kond. Varme	N/A	
	Grenseb	etingelser		
	Strømning		Varme	
Innløp	Normal inflow; 1,5 m/s, $I_T = 5 \%$ , $L_T = 0,01m$ ,	Innløp	N/A	
Utløp	Pressure: 196000 Pa	Utløp	N/A	
Ytre krefter	[0,0,-spf.rho*g_const]	Varmefluks	N/A	
Vegg	Wall functions	Vegg	N/A	
Initial	<b>u</b> =[1.5,0,0] P=200000 Pa	Initial	N/A	
	M	esh		
Туре	Physics controlled mesh	Antall elementer	459992	
Massestrøms- kontroll	0,002 %	Gj. snittlig element- kvalitet	0,5	
Maks. Wall lift-off	39,033	Kommentar	-	
	Konve	ergens		
Grense	1*10 <sup>-3</sup>	Stabilisering	Nei	

Case:	Case 1-C			
Filnavn:	Prosjekt L6-4.mph			
Moduler:	ç	Single Phase Flo	W	
	Fy	sikk		
Strømning	RANS	Turbulens	k-ω, Peng's parametere	
Konv. Varme	N/A	Kond. Varme	N/A	
	Grenseb	etingelser		
	Strømning		Varme	
Innløp	Normal inflow; 1,5 m/s, $I_T = 5 \%$ , $L_T = 0,01m$ ,	Innløp	N/A	
Utløp	Pressure: 190000 Pa	Utløp	N/A	
Ytre krefter	[0,0,-spf.rho*g_const]	Varmefluks	N/A	
Vegg	Wall functions	Vegg	N/A	
Initial	<b>u</b> =[1.5,0,0] P=200000 Pa	Initial	N/A	
	M	esh		
Туре	Physics controlled mesh	Antall elementer	64104	
Massestrøms- kontroll	2,395 %	Gj. snittlig element- kvalitet	0,342	
Maks. Wall lift-off	852,67	Kommentar	-	
	Konvergens			
Grense	1*10 <sup>-3</sup>	Stabilisering	Streamline og Crosswind Diffusion (C <sub>k</sub> =5)	

Case:	Case 1-D			
Filnavn:	Prosjekt L5.mph			
Moduler:	2	Single Phase Flo	W	
	Fy	sikk		
Strømning	RANS	Turbulens	k-ω, Peng's parametere	
Konv. Varme	N/A	Kond. Varme	N/A	
	Grenseb	etingelser		
	Strømning		Varme	
Innløp	Normal inflow; 1,5 m/s, $I_T = 5 \%$ , $L_T = 0,01m$ ,	Innløp	N/A	
Utløp	Pressure: 190000 Pa	Utløp	N/A	
Ytre krefter	[0,0,-spf.rho*g_const]	Varmefluks	N/A	
Vegg	Wall functions	Vegg	N/A	
Initial	<b>u</b> =[1.5,0,0] P=200000 Pa	Initial	N/A	
	M	esh		
Туре	Physics controlled mesh	Antall elementer	480492	
Massestrøms- kontroll	0,014 %	Gj. snittlig element- kvalitet	0,502	
Maks. Wall lift-off	33,855	Kommentar	-	
	Konve	ergens		
Grense	1*10 <sup>-3</sup>	Stabilisering	Streamline og Crosswind Diffusion (C <sub>k</sub> =2)	

Case:	Case 2-A			
Filnavn:	Prosjekt S3.mph			
Moduler:	S	Single Phase Flo	W	
	Fys	sikk		
Strømning	RANS	Turbulens	k-ω, Peng's parametere	
Konv. Varme	N/A	Kond. Varme	N/A	
	Grensebe	etingelser		
	Strømning		Varme	
Innløp	Kanal: Normal inflow; 1,5 m/s, $I_T = 5 \%$ , $L_T = 0,01m$ Spalte: Normal inflow; 3,18 m/s, $I_T = 5 \%$ , $L_T = 0,01m$	Innløp	N/A	
Utløp	Kanal: Pressure: 196000 Pa Spalte: Normal outflow 3,18 m/s	Utløp	N/A	
Ytre krefter	[0,0,-spf.rho*g_const]	Varmefluks	N/A	
Vegg	Wall functions	Vegg	N/A	
Initial	u=[-6318.7(-y)^2+157.97(- y)+0.15,0,0] P=200000-(4000/637.5)	Initial	N/A	
	M	esh		
Туре	Physics controlled mesh	Antall elementer	481420	
Massestrøms- kontroll	0,022 %	Gj. snittlig element- kvalitet	0,502	
Maks. Wall lift-off	31,284	Kommentar	4 Inverterte celler i forbindelse med spalteåpningene	
	Konve	ergens		
Grense	1*10 <sup>-3</sup>	Stabilisering	Streamline og Crosswind Diffusion (C <sub>k</sub> =4)	

Case:	Case 2-B		
Filnavn:	Prosjekt S3-1.mph		
Moduler:	Single Phase Flow		
Fysikk			
Strømning	RANS	Turbulens	k-ω, Peng's parametere
Konv. Varme	N/A	Kond. Varme	N/A
Grensebetingelser			
Strømning		Varme	
Innløp	Kanal: Normal inflow; 1,5 m/s, $I_T = 5 \%$ , $L_T = 0,01m$ Spalte: Normal inflow; 3,18 m/s, $I_T = 5 \%$ , $L_T = 0,01m$	Innløp	N/A
Utløp	Kanal: Pressure: 196000 Pa Spalte: Normal outflow 3,18 m/s	Utløp	N/A
Ytre krefter	[0,0,-spf.rho*g_const]	Varmefluks	N/A
Vegg	Wall functions	Vegg	N/A
Initial	u=[-6318.7(-y)^2+157.97(- y)+0.15,0,0] P=200000-(4000/637.5)	Initial	N/A
Mesh			
Туре	Physics controlled mesh	Antall elementer	480883
Massestrøms- kontroll	0,027 %	Gj. snittlig element- kvalitet	0,503
Maks. Wall lift-off	26,529	Kommentar	4 Inverterte celler i forbindelse med spalteåpningene
Konvergens			
Grense	1*10 <sup>-3</sup>	Stabilisering	Streamline og Crosswind Diffusion (C <sub>k</sub> =4)
Case:	Case 2-C		
--------------------------	--	--------------------------------------	--
Filnavn:	Prosjekt S3-2.mph		
Moduler:	5	Single Phase Flo	W
	Fys	sikk	
Strømning	RANS	Turbulens	k-ω, Peng's parametere
Konv. Varme	N/A	Kond. Varme	N/A
	Grensebe	etingelser	
	Strømning		Varme
Innløp	Kanal: Normal inflow; 1,5 m/s, $I_T = 5 \%$ , $L_T = 0,01m$ Spalte: Normal inflow; 3,18 m/s, $I_T = 5 \%$ , $L_T = 0,01m$	Innløp	N/A
Utløp	Kanal: Pressure: 196000 Pa Spalte: Normal outflow 3,18 m/s	Utløp	N/A
Ytre krefter	[0,0,-spf.rho*g_const]	Varmefluks	N/A
Vegg	Wall functions	Vegg	N/A
Initial	u=[-6318.7(-y)^2+157.97(- y)+0.15,0,0] P=200000-(4000/637.5)	Initial	N/A
Mesh			
Туре	Physics controlled mesh	Antall elementer	482023
Massestrøms- kontroll	0,028 %	Gj. snittlig element- kvalitet	0,502
Maks. Wall lift-off	26,191	Kommentar	4 Inverterte celler i forbindelse med spalteåpningene
Konvergens			
Grense	1*10 <sup>-3</sup>	Stabilisering	Streamline og Crosswind Diffusion (C <sub>k</sub> =4)

Case:	Basecase med varme			
Filnavn:	Prosjekt 9Varme.mph			
Moduler:	Ν	on-isothermal f	low	
	Fys	sikk		
Strømning	RANS	Turbulens	k-ω, Peng's parametere	
Konv. Varme	Kays Crawford	Kond. Varme	N/A	
	Grensebo	etingelser		
	Strømning		Varme	
Innløp	Normal inflow; 1,5 m/s, $I_T = 5 \%$ , $L_T = 0,01m$	Innløp	Temperatur: 293,15 K	
Utløp	Normal outflow; 1,5 m/s	Utløp	Outflow	
Ytre krefter	[0,0,-spf.rho*g_const]	Varmefluks	q=600000 W/m <sup>2</sup>	
Vegg	Wall functions	Vegg	Thermal wall functions	
Initial	<b>u</b> =[0,0,1.5] P=19800	Initial	T= 296,15 K	
Mesh				
Туре	Physics controlled mesh	Antall elementer	565640	
Massestrøms- kontroll	0 %	Gj. snittlig element- kvalitet	0,500	
Maks. Wall lift-off	35,661	Kommentar	-	
Konvergens				
Grense	1*10 <sup>-3</sup>	Stabilisering	Streamline og Crosswind Diffusion (C <sub>k</sub> =2)	

Case:	Case 1-D med Varme			
Filnavn:	Pro	Prosjekt L5Varme.mph		
Moduler:	Να	on-isothermal f	low	
	Fys	sikk		
Strømning	RANS	Turbulens	k-ω, Peng's parametere	
Konv. Varme	Kays Crawford	Kond. Varme	N/A	
	Grenseb	etingelser		
	Strømning		Varme	
Innløp	Normal inflow; 1,5 m/s, $I_T = 5 \%$ , $L_T = 0,01m$ ,	Innløp	Temperatur: 293,15 K	
Utløp	Pressure: 190000 Pa	Utløp	Outflow	
Ytre krefter	[0,0,-spf.rho*g_const]	Varmefluks	q=600000 W/m <sup>2</sup>	
Vegg	Wall functions	Vegg	Thermal wall functions	
Initial	Fra tidligere løsning	Initial	T= 296,15 K	
Mesh				
Туре	Physics controlled mesh	Antall elementer	480492	
Massestrøms- kontroll	0,034 %	Gj. snittlig element- kvalitet	0,502	
Maks. Wall lift-off	30,356	Kommentar	-	
Konvergens				
Grense	1*10 <sup>-3</sup>	Stabilisering	Streamline og Crosswind Diffusion (C <sub>k</sub> =2)	

Case:	Case 2-B med Varme		
Filnavn:	Prosjekt S3-1Varme.mph		
Moduler:	No	on-isothermal f	low
	Fys	sikk	
Strømning	RANS	Turbulens	k-ω, Peng's parametere
Konv. Varme	Kays Crawford	Kond. Varme	N/A
	Grensebe	etingelser	
	Strømning		Varme
Innløp	Kanal: Normal inflow; 1,5 m/s, $I_T = 5 \%$ , $L_T = 0,01m$ Spalte: Normal inflow; 3,18 m/s, $I_T = 5 \%$ , $L_T = 0,01m$	Innløp	Temperatur: 293,15 K (Både spalte og kanal innløp)
Utløp	Kanal: Pressure: 196000 Pa Spalte: Normal outflow 3,18 m/s	Utløp	Outflow (Både spalte og kanal utløp)
Ytre krefter	[0,0,-spf.rho*g_const]	Varmefluks	q=600000 W/m <sup>2</sup>
Vegg	Wall functions	Vegg	Thermal wall functions
Initial	Fra tidligere løsning	Initial	T= 296,15 K
	M	esh	
Туре	Physics controlled mesh	Antall elementer	480883
Massestrøms- kontroll	0,03 %	Gj. snittlig element- kvalitet	0,503
Maks. Wall lift-off	23,21	Kommentar	4 Inverterte celler i forbindelse med spalteåpningene
Konvergens			
Grense	1*10 <sup>-3</sup>	Stabilisering	Streamline og Crosswind Diffusion (C <sub>k</sub> =4)

Case:	Basecase med Varme og Vegg				
Filnavn:	Prosj	Prosjekt 9VarmeVegg.mph			
Moduler:	Con	jugate Heat Tra	nsfer		
	Fy	sikk			
Strømning	RANS	Turbulens	k-ω, Peng's parametere		
Konv. Varme	Kays Crawford	Kond. Varme	Heat Equation		
	Grensebo	etingelser			
Strømning Varme			Varme		
Innløp	Normal inflow; 1,5 m/s, $I_T = 5 \%$ , $L_T = 0,01m$	Innløp	Temperatur: 293,15 K		
Utløp	Normal outflow; 1,5 m/s	Utløp	Outflow		
Ytre krefter	[0,0,-spf.rho*g_const]	Varmefluks	q=600000 W/m <sup>2</sup>		
Vegg	Wall functions	Vegg	Thermal wall functions		
Initial	<b>u</b> =[0,0,1.5] P=19800	Initial	T= 296,15 K		
	Mesh				
Туре	<b>Vegg:</b> Tetraedere <b>Fluid:</b> Boundary Layer + Tetraedere	Antall elementer	349750		
Massestrøms- kontroll	0 %	Gj. snittlig element- kvalitet	0,547		
Maks. Wall lift-off	28,283	Kommentar	-		
Konvergens					
Grense	1*10 <sup>-3</sup>	Stabilisering	Nei		

Case:	Case 1-D med Varme og Vegg			
Filnavn:	Prosjekt L5VarmeVegg.mph			
Moduler:	Con	Conjugate Heat Transfer		
	Fy:	sikk		
Strømning	RANS	Turbulens	k-ω, Peng's parametere	
Konv. Varme	Kays Crawford	Kond. Varme	Heat Equation	
	Grensebo	etingelser		
	Strømning		Varme	
Innløp	Normal inflow; 1,5 m/s, $I_T = 5 \%$ , $L_T = 0,01m$ ,	Innløp	Temperatur: 293,15 K	
Utløp	Pressure: 190000 Pa	Utløp	Outflow	
Ytre krefter	[0,0,-spf.rho*g_const]	Varmefluks	q=600000 W/m <sup>2</sup>	
Vegg	Wall functions	Vegg	Thermal wall functions	
Initial	Fra tidligere løsning	Initial	T= 296,15 K	
	M	esh		
Туре	<b>Vegg:</b> Tetraedere <b>Fluid:</b> Boundary Layer + Tetraedere	Antall elementer	253870	
Massestrøms- kontroll	0,033 %	Gj. snittlig element- kvalitet	0,538	
Maks. Wall lift-off	23,508	Kommentar	-	
Konvergens				
Grense	1*10 <sup>-3</sup>	Stabilisering	Streamline og Crosswind Diffusion (C <sub>k</sub> =2,5)	

Case:	Case 2-B med Varme og Vegg			
Filnavn:	Prosjekt S3-1VarmeVegg.mph			
Moduler:	Con	jugate Heat Tra	nsfer	
	Fys	sikk		
Strømning	RANS	Turbulens	k-ω, Peng's parametere	
Konv. Varme	Kays Crawford	Kond. Varme	Heat Equation	
	Grensebo	etingelser		
	Strømning		Varme	
Innløp	Kanal: Normal inflow; 1,5 m/s, $I_T = 5 \%$ , $L_T = 0,01m$ Spalte: Normal inflow; 3,18 m/s, $I_T = 5 \%$ , $L_T = 0,01m$	Innløp	Temperatur: 293,15 K (Både spalte og kanal innløp)	
Utløp	Kanal: Pressure: 196000 Pa Spalte: Normal outflow 3,18 m/s	Utløp	Outflow (Både spalte og kanal utløp)	
Ytre krefter	[0,0,-spf.rho*g_const]	Varmefluks	q=600000 W/m <sup>2</sup>	
Vegg	Wall functions	Vegg	Thermal wall functions	
Initial	Fra tidligere løsning	Initial	T= 296,15 K	
Mesh				
Туре	<b>Vegg:</b> Tetraedere <b>Fluid:</b> Boundary Layer + Tetraedere	Antall elementer	215488	
Massestrøms- kontroll	0,035 %	Gj. snittlig element- kvalitet	0,528	
Maks. Wall lift-off	32,128	Kommentar	-	
Konvergens				
Grense	1*10 <sup>-3</sup>	Stabilisering	Streamline og Crosswind Diffusion (C <sub>k</sub> =2)	

## Sammenlikning av grensebetingelser for Case 1-D



Figuren over viser ett differanseplott av hastigheten ved Case 1-D. Differansen er tatt mellom den teoretiske velbegrensede løsningen og en teoretiske over begrenset løsning der Pressure Point Constraints er benyttet ved innløpets hjørner. Som forventet sees det forskjeller ved kanalens tak (c)) som følge av introduksjonen av PPC i innløpet.

Det sees derimot også større endringer andre steder i modellen, spesielt der strømningen går fra en høy til en lavere hastighet, og setter opp en gradient. Dette sees tydelig i bendets hjørner og i tynne bånd nedover utløpskanalen.

PPC ble implementert for lettere å få modellen til å konvergere, men denne teoretisk over begrensede løsningen viser seg altså å være forskjellig fra den velbegrensede. Dermed benyttes løsningen med PPC kun som initialverdier til andre løsninger.

## Fluidtemperaturer for varmecase









a) H=12,5 mm

b) H=18,75 mm

## Basecase



a) H=12,5 mm



b) H=18,75 mm





Case 1-D

Ε.





a) H=12,5 mm

b) H=18,75 mm





Case 2-B

## F. Konturplott av varmeovergangskoeffisienten





Basecase





Case 1-D





Case 2-B