

Systemdynamisk analyse av vannkraftsystem

Anja Rydning

Master i energi og miljø
Oppgaven levert: Juni 2007
Hovedveileder: Torbjørn Kristian Nielsen, EPT
Biveileder(e): Ole Gunnar Dahlhaug, EPT

Oppgavetekst

Bakgrunn:

I et vannkraftverk må vannvei og turbin tilpasses slik at de dynamiske egenskapene til systemet blir optimale. Dette gjelder under stasjonær drift når kraftverket deltar i frekvens og lastreguleringen og ved store lastendringer, feks ved turbinavslag. I Fortun kraftverk er det oppdaget ekstrem masseforflytning i systemet som ved flere anledninger har medført fullstendig tømning av sandfanget gjennom turbinene. Systemet er modellert ved hjelp av LV-Trans utviklet av SINTEF. Programmet stilles til kandidatens disposisjon.

Mål:

Ved simuleringer analysere et Fortun kraftverks dynamiske egenskaper.

Oppgaven gitt: 22. januar 2007

Hovedveileder: Torbjørn Kristian Nielsen, EPT

Forord

Denne rapporten skal vurdere dynamikken og stabiliteten til et vannkraftverk. Vannkraftverket som er fokus for denne oppgaven er Fortun kraftverk. Dette kraftverket er valgt fordi det har hatt problemer med massetransport og tømning av sandfanget. Det er tidligere gjort undersøkelser og dynamisk analyse av kraftverket for å bestemme årsaken til massetransporten.

Rapporten inneholder en analytiske og numeriske beregninger av retardasjonstrykk og sjaktsvingninger. De numeriske beregningene er utført med programmer som er skrevet av forfatteren for denne oppgaven. Rapporten inneholder også en analyse i frekvensplanet ved bruk av blokkdiagram.

Veileder og faglig ansvarlig for denne oppgaven er Torbjørn K. Nielsen ved Vannkraftlaboratoriet på NTNU.

Takk rettes til veileder Torbjørn K. Nielsen. Takk også til Bjørnar Svingen ved Sintef Energiforskning for tilgang til programmet LV-trans og innføring i dette.

Trondheim juni 2007
Anja Rydning

Extract

In this assignment a system dynamic analysis of the water power system Fortun kraftverk is concluded. Three aspects of the dynamics in a water power system are especially considered: Shaft pendulums between upper reservoir and surge shaft, water hammer because of the elasticity in water and tunnel and regulation stability.

The shaft pendulums and the water hammer are first estimated analytically from the equation of continuity and the equation of motion.

Models of Fortun are built to calculate shaft pendulums and water hammer numerically. One model is for calculating the water hammer by means of the method of characteristics. The second model calculates the shaft pendulums using the Euler method for solving differential equations. At last a bond graph model is built to calculate both the shaft pendulums and the water hammer at the same time.

To analyze the regulation stability a block diagram model is made. The model is solved by using a program called Simulink.

A program called LV-trans written by SINTEF Energiforsking is used to simulate Fortun during shut down and starting.

It can be concluded that the different programs written in this assignment can indeed be used to estimate the dynamics of a water power system. The calculation of shaft pendulums indicates a danger of free surface flow on the bottom of the tunnel during some modes of operation. The water hammer gives a maximum pressure of 116mVs in front of the turbine in addition to the pressure from the reservoir. The block diagram model does not give a clear answer to the regulation stability of the water power system. There is an error in the model that causes error in the apf-diagram.

Sammendrag

I denne oppgaven er det gjennomført en dynamisk analyse av vannkraftverket Fortun kraftverk. Tre fenomener er særlig vurdert i denne oppgaven: Sjaktsvingninger mellom svingesjakt og magasin, trykkstøt ved turbinen som følge av retardasjonstrykk ved endring i turbinvannføringen og reguleringsstabilitet.

Sjaktsvingningene og trykkstøt beregnes analytisk ut fra kontinuitets- og bevegelsesligningen.

Modeller av Fortun kraftverk er laget for å beregne trykkstøt og sjaktsvingninger. En modell er programmert for å finne retardasjonstrykket ved bruk av karakteristikkmetoden. En annen modell bruker Eulers metode for å beregne sjaktsvingningene. En båndgrafmodell beregner både trykkstøt og sjaktsvingninger i samme program.

For å se på den reguleringsmessige stabiliteten er det laget et blokkdiagram av Fortun Kraftverk for å regne i frekvensplanet. Blokkdiagrammet er satt opp i programmet simulink.

SINTEF-programmet LV-trans er benyttet til å simulere Fortun kraftverk.

Konklusjonen er at programmene som er skrevet i denne oppgaven ser ut til å gi realistiske resultater. Ut fra beregningene for sjaktsvingninger er det fare for at frispelstrømning på tunnelsålen kan oppstå ved pådrag i ugunstig fase. Det maksimale trykket foran turbinen blir anslagsvis på 116 mVs i tillegg til vanntrykket fra magasinet. Noe klart svar på systemets reguleringsstabilitet kom ikke fram da det er en feil i modellen som beregner apf-diagrammet til Fortun.

Innhold

1	Innledning	1
2	Bakgrunnsstoff.....	2
2.1	Fortun kraftverk	2
2.2	Tidligere arbeid.....	2
2.3	Dynamikk i vannkraftverk	2
2.3.1	Retardasjonstrykk	3
2.3.2	Svingesjaktberegninger.....	3
3	Beregningsmetoder	4
3.1	Analytiske beregninger	4
3.1.1	Tilløpstid for vannmassene.....	4
3.1.2	Svingmassenes akselerasjonstid.....	5
3.1.3	Svingesjaktberegninger.....	5
3.2	Numeriske metoder i tidsplanet	6
3.2.1	Karakteristikkmetoden.....	6
3.2.2	Svingesjaktberegninger.....	7
3.2.3	Båndgrafmetoden.....	7
3.3	Dynamisk analyse i frekvensplanet	9
3.4	Programmet LV-trans	11
4	Beregningsdel	11
4.1	Analytisk beregning Fortun kraftverk.....	11
4.1.1	Vannmassenes tilløpstid.....	11
4.1.2	Svingmassenes akselerasjonstid.....	12
4.1.3	Svingesjaktberegninger.....	12
4.2	Numeriske beregninger i tidsplanet	13
4.2.1	Modell for karakteristikkmetoden.....	13
4.2.2	Modell for sjaktsvingninger	16
4.2.3	Båndgrafmetoden.....	17
4.3	Dynamisk analyse av Fortun i frekvensplanet.....	19
4.4	Simulering av Fortun kraftverk med LV-trans	23
5	Resultater	24
5.1	Analytiske resultater	24
5.2	Resultater fra simuleringer.....	26
5.2.1	Karakteristikkmetoden.....	26
5.2.2	Sjaktsvingninger	30
5.2.3	Båndgrafmetoden.....	33
5.3	Resultat frekvensanalyse.....	35
5.4	Resultat fra programmet LV-trans.....	36
6	Diskusjon	38
6.1	Analytisk analyse	38
6.2	Simuleringer i tidsplanet.....	39
6.2.1	Karakteristikkmetoden.....	39
6.2.2	Sjaktsvingninger	39
6.2.3	Båndgrafanalyse.....	40
6.3	Simulering i frekvensplanet.....	41

6.4	LV-trans simuleringer.....	41
6.5	Sammenligning av analytiske og numeriske resultater i tidsplanet.....	41
7	Konklusjon.....	43
8	Anbefalinger	43

Figurliste

Figur 3.1 Karakteristikkmetoden	7
Figur 3.2 Fra blokkdiagram til båndgraf.....	8
Figur 3.3 Generelt blokkdiagram for vannkraftsystem.....	10
Figur 3.4 Amplitude Fase diagram	10
Figur 4.1 Flytskjema: Karakteristikkmetoden	15
Figur 4.2 Flytskjema: Eulers metode for sjaktsvingninger.....	17
Figur 4.3 Båndgraf Fortun kraftverk.....	18
Figur 4.4 Systemskisse vannvei Fortun Kraftverk.....	20
Figur 4.5 Blokkdiagram for Fortun kraftverk	23
Figur 5.1 Oppsving i svingesjakt ved turbinavslag uten friksjon	25
Figur 5.2 Nedsving i svingesjakt ved turbinpådrag uten friksjon.....	25
Figur 5.3 Trykk ved turbin: Sjakt – turbin, $H_o=940m$, $T_L=21s$, $A=6m^2=konstant$	27
Figur 5.4 Trykk ved turbin: Sjakt – turbin, $H_o=940m$, $T_L=10s$, reelt tunnelprofil.....	27
Figur 5.5 Trykk ved turbin: , Sjakt – turbin, $H_o=940m$, $T_L=15s$, reelt tunnelprofil.....	28
Figur 5.6 Trykk ved turbin: Sjakt – turbin, $H_o=940m$, $T_L=21s$, reelt tunnelprofil.....	28
Figur 5.7 Trykk ved turbin: Magasin-sjakt-turb, $H_o=945m$, $T_L=21$, reelt tunnelprofil....	29
Figur 5.8 Vannstrøm gjennom turbin ved avslag: $H_o=945m$, $T_L=21$	30
Figur 5.9 ΔZ : $H_o=990m$, $Z_o=981m$, $T_L=10s$: avslag så pådrag i ugunstig fase (250s)....	31
Figur 5.10 ΔZ : $H_o=1005.5m$, $Z_o=996.5m$, $T_L=10s$: Avslag og så pådrag etter 250s	32
Figur 5.11 ΔZ : $H_o=1013$, $Z_o=1004m$, $T_L=10s$: Avslag og så pådrag etter 250s.....	32
Figur 5.12 ΔZ : $H_o=990$, $Z_o=981$, $T_L=10s$: Avslag og så pådrag etter 1000s.....	33
Figur 5.13 Trykkstøt og sjaktsvingninger: Avslag, $H_o=949m$, $Z_o=941m$, $T_L=21s$	34
Figur 5.14 Trykkstøt og sjaktsvingninger: Avslag+pådrag (320s), $H_o=949m$, $Z_o=941m$, $T_L=21s$	34
Figur 5.15 Bodediagram: Åpen sløyfe.....	36
Figur 5.16 Sjaktnivå: $H_o=990moh$, $Z_o=971moh$, enkelt avslag.....	36
Figur 5.17 Sjaktnivå: $H_o=1005.5moh$, $Z_o=985moh$, enkelt avslag.....	37
Figur 5.18 Sjaktnivå: $H_o=990$, $Z_o=969$, avslag med pådrag i ugunstig fase	37
Figur 5.19 Sjaktnivå: $H_o=1005.5moh$, $Z_o=986moh$, pådrag ugunstig fase etter avslag ..	38

Tabell liste

Tabell 3-1 Noen Standard variabler.....	8
Tabell 3-2 Grunnleggende båndgraf elementer	8
Tabell 5-1 Analytiske resultater.....	24
Tabell 5-2 Resultater fra trykkstøtsanalyse med karakteristikkmetoden.....	26
Tabell 5-3 Resultater fra eulerberegning av u-rørssvingninger	30
Tabell 5-4 Resultater båndgraf analyse: Konstant tverrsnittsareal i trykksjakta	33
Tabell 5-5 Blokkdiagram parametere	35

Symbol liste

HRV = Høyeste Regulerte Vannstand
LRV = Laveste Regulerte Vannstand
P = Effekt [MW]
D = Diameter [m]
n = Turtall [omdr/min]
 ρ = Massetetthet [kg/m^3]
g = Gravitasjonskonstant [m/s^2]
 ω = Omdreiningshastighet/Vinkelhastighet [rad/s]
f = Friksjonskoeffesient/Frekvens?? [Hz]
 h_f = falltap [m]
H = Fallhøyde eller løftehøyde [m]
Q = Vannføring [m^3/s]
Ath = Thomatverrsnittet [m^2]
L = Lengde [m]
A = Areal [m^2]
Tw = Vannmassenes tilløpstid [s]
a = Lydhastigheten [m/s]
 T_R = Refleksjonstid [s]
 Δh = Trykk [mVs]
I = Polart treghetsmoment
Z = Vannspeilnivå svingesjakt [moh]
M = Mannings tall
 ΔZ = Opp/nedsving av vannspeil i svingesjakta [m]
Hn = Nominell fallhøyde [m]
h = Skrittlengde
K = Turbinens åpningsgrad
Kt = Falltapkoeffesient tunnel
v = Hastighet [m/s]
Ta = Svingmassenes akselerasjonstid [s]
 T_L = Turbinens lukketid [s]

Båndgrafanalyse

e = Effort, kraft
 q' = Strøm, volumstrøm [m^3/s]
P = Trykk [Pa]
R = Motstandselement
C = Kapasitans/kompresibilitetselement
I = Inertans/treghetselement
Se = Trykk/kraft kilde

Frekvensanalyse

n = Turtall [omdr/min]
Ph = Hydraulisk effekt
Pn = Nett effekt

α = Åpningsgrad

N_{ref} = Referanseturtall

Δk = Forsterkningsmargin

ψ = Fasemargin

$\mu = \Delta n/n$ = Turtallsending

1 Innledning

Formålet med denne oppgaven er å gjennomføre en dynamisk analyse av Fortun Kraftverk. Analysen skal vurdere stabiliteten til vannkraftverket ved å modellere vannkraftanlegget ved hjelp av differensialligningene som beskriver tunneler, trykksjakter, svingesjakter og turbiner. Bakgrunnen for dette er problemer med mye massetransport etter at kraftverket ble utvidet for noen år siden. Det er tidligere blitt gjennomført beregninger på reguleringsstabilitet og sjaktsvingninger ved SINTEF Energiforskning AS.

Selve analysen deles inn i tre hoveddeler. En analytisk vurdering, numeriske beregninger og frekvensanalyse. Beregningene utføres for tilfellet full last kjøring. Dette gjøres fordi det er ved dette driftstilfelle konsekvensene av trykkstøt og sjaktsvingninger vil være størst.

Det første punktet i oppgaven er den analytiske vurderingen. Analytiske beregninger gjennomføres for å bestemme trykkstøt/trykkforløp og sjaktsvingninger.

I den numeriske analysen vil flere metoder bli brukt. Karakteristikkmetoden skal brukes for å beregne trykkstøt. Eulers metode benyttes så for å beregne u-rørssvingninger og til slutt brukes båndgrafmetoden til å beregne både trykkstøt og u-rørssvingninger.

I tillegg skal det gjennomføres simuleringer med det SINTEF utviklede programmet LV-trans.

Frekvensanalyse gjennomføres for å vurdere systemets reguleringsstabilitet. Først settes det opp et blokkdiagram for systemet. Programmet Simulink i Matlab brukes til å beregne systemets APF-diagram.

Resultatene fra de ulike analysemetodene og simuleringene sammenlignes for å vurdere fordeler og ulemper med metodene. Resultatene fra både numeriske beregninger og frekvensanalyse sammenlignes til slutt med resultater fra tidligere arbeid som er utført for dette kraftverket.

I denne dynamiske analysen er det antatt kjøring på full last for alle modellene. Det er ikke tatt hensyn til bekkeinntak og takrenne i denne oppgaven. Fokuset har vært på vannstrengen fra magasinet Skålavatn og til turbinene.

2 Bakgrunnsstoff

2.1 Fortun kraftverk

Fortun kraftverk består av 3 kraftstasjoner. Skagen, Herva (kombinert pumpe) og Fivlemyr. I denne oppgaven er det Skagen kraftstasjon og tilhørende vannvei som skal analyseres. Tunnel og vannveisystemet til Skagen kraftstasjon består av to hoveddeler. Hovedmagasinet Skålavatn og en takrenne bestående av 11 bekkeinntak. Vinterstid tappes stort sett kun fra Skålavatn da tilsiget i takrenna er tilnærmet null. I vannrike perioder kan vann tappes fra takrenna og overføres og lagres i Skålavatn. Dersom alle maskinene går for fullt tappes det vann både fra takrenna og fra Skålavatn. På Nausanosi, etter at de to vannveiene er samlet, er det et svingekammer for hver av de to trykksjaktene ned til turbinene i Skagen. (Notat: Norsk Hydro, 1996) og (Nielsen, 2003). Skagen kraftstasjon har 6 Peltonturbiner fordelt på to trykksjakter. De to trykksjaktene er ca 1500 meter lange og tverrsnittsareal som varierer mellom 2,54 m² og 2,01 m². Rett oppstrøms for trykksjaktene er det et sandfang der det har vært problemer med til dels stor massetransport og utvasking av sandfanget. Skagen kraftstasjon opereres i dag med restriksjoner for å unngå denne store massetransporten. Problemet med mye massetransport ble oppdaget etter at slukeevnen ble økt med ca 20 % som følge av nye turbinhjul for noen år siden. I den forbindelse ble det også skiftet fra tradisjonell frekvensregulering til effektregulering. (Nielsen, 2003)

2.2 Tidligere arbeid

Det har tidligere vært gjennomført et prosjekt ved vannkraftlaboratoriet på NTNU for å avgjøre hva som forårsaket den voldsomme massetransporten i tunnelsystemet til Skagen. Den mest sannsynlige årsaken ble funnet å være frispelstrømning i tunnelen ved sandfanget. Frispelstrømningen er sannsynligvis forårsaket av u-rørssvingning som er *husket* opp av effektregulering (Nielsen, 2003). Ved turbinavslag fra full last kjøring ble sjaktoppsvinget funnet til å være på ca 45meter. Påfølgende nedsving ble på ca 58 meter når nivået i sjakta var på 988 meter før avslag.

I samme rapport er også systemets APF diagram funnet. APF diagrammet viser at systemet er stabilt med en fasemargin på ca 45 grader og en forsterkningsmargin på ca 5dB.

2.3 Dynamikk i vannkraftverk

2.3.1 Retardasjonstrykk

Når kontinuitetsligningen for en vannstreng settes opp kommer lyd hastigheten a inn i bildet grunn av elastisiteten i vann og rør. Lyd hastigheten er $a = \sqrt{K/\rho}$ der K er kompressibilitetsmodulen og ρ er tettheten til vannet. Vannstrengen i et vannkraftsystem kan sees på som et masse-fjær system. Der fjæra representerer elastisiteten eller kompressibiliteten i vannveien. En kraft som virker på vannstrengen vil føre til at vannet eller fjæra vil komprimeres/presses sammen og slik representere potensiell energi i systemet.

Med trykkstøt menes retardasjonstrykket som oppstår når volumstrømmen gjennom turbinen endres. En endring i volumstrømmen fører til enten akselerasjon eller retardasjon av vannmassene i trykksjakta og slik en endring i trykket foran turbinen. Retardasjonstrykket beveger seg gjennom vannveien fra turbinen og til nærmeste frie vannspeil oppstrøms turbinen. Signalet om en trykkendring beveger seg med lyd hastigheten gjennom en væskestreng.

Når et kraftverk bygges eller utvides bør trykkstøt foran turbinen estimeres for å dimensjonere rør og ventiler for å tåle denne belastningen.

Det dynamiske trykket er størst når endringen i volumstrøm per tidsenhet er størst. Det maksimale trykkstøtet oppstår dermed ved turbinavslag. For å beregne dette trykket løses kontinuitets- og bevegelsesligningen for trykksjakta. Disse ligningene må formuleres fullt ut for å ta hensyn til elastisitetseffekten. I verste fall kan elastisitetseffekten doble trykket ved ventilen i forhold til om vi antar stivt vann og rør.

(Nielsen, 1990)

2.3.2 Svingesjaktberegninger

For å redusere retardasjonstrykket kan enten lukketiden reduseres eller så kan lengde-tverrsnittsførhølet mellom turbin og nærmeste frie vannspeil reduseres. Dette gjøres ofte med å innføre et svingekammer i vannveien.

Et svingekammer virker således positivt inn på trykkstøt, men introduserer problemet med u-rørssvingninger mellom magasin og svingesjakt. U-rørssvingninger oppstår ved avslag og pådrag av turbinen. Ved avslag vil vannmassene som er på vei fra magasinet og til turbin strømme opp i svingesjakta når trykksjakta er full av vann. Dette fører til at vannspeilnivået i svingekammeret stiger. Treggheten i systemet gjør at nivået i svingesjakta stiger høyere enn nivået i magasinet. Trykkforskjellen som oppstår mellom magasin- og sjaktnivået gjør da at vannet så begynner å strømme i motsatt retning. Altså fra sjakta og opp i tunnelen mot magasinet igjen. Slik oppstår det en såkalt u-rørssvingning i systemet mellom magasin og svingesjakt.

Dersom vannspeilet i svingesjakta kommer ned på tunnelsålen, vil dette gi frispilstrømning i tunnelen. Frispilstrømning øker den lokale vannhastigheten og vil slik bidra sterkt til økt massetransport og økt skade på turbinen. Dersom vannspeilet i

sjakta synker ned under tunneltaket vil det komme luft inn i tunnelen. Kan da få luftbobler lengre nede mot turbinen. Dette er heller ikke et ønskelig fenomen. Likeledes vil et oppsving av vannspeilnivået i sjakta høyere enn øverste sjaktnivå gi overflom av vann ut i naturen. Og således føre til tap av energiproduksjon. Det er derfor viktig å beregne maksimalt opp- og nedsving i sjakta for å dimensjonere sjakta slik at disse hendelsene unngås i størst mulig grad.

For å sikre at u-rørssvingningene er stabile brukes ofte regelen om Thomatverrsnittet. Thomatverrsnittet angir minste vannspeilareal i svingekammeret for å sikre stabile u-rørssvingninger.

Ventil, rør og annet utstyr må dimensjoneres for det høyeste mulige trykket foran turbinen. Dette trykket finnes ved å legge til maksimalt trykkstøt til det økte trykket fra vannmassene mellom turbin og nærmeste frie vannspeil oppstrøms turbinen ved sjaktsvingningene. Det maksimale trykket som kan oppstå foran turbinen er ved et plutselig avslag fra full drift. Trykkstøt ved fullt avslag legges derfor til trykket fra vannmassene ved u-rørssvingningen som oppstår ved plutselig avslag etter tiden $t =$ turbinens lukketid.

3 Beregningsmetoder

3.1 Analytiske beregninger

De analytiske beregningene for stabilitet er utført som beskrevet i *Dynamisk Dimensjonering av Vannkraftverk* (Nielsen, 2007).

3.1.1 Tilløpstid for vannmassene

Tilløpstiden beskriver akselerasjonstiden for vannmassene fra nærmeste frie overflate oppstrøms turbinen til nærmeste frie overflate nedstrøms turbinen. Erfaringsmessig bør T_w være større enn 1.0 (Nielsen, 1990).

$$T_w = \frac{Q_0}{gH_0} \sum \frac{L}{A} \quad (1)$$

Lukketiden T_L bør alltid være langsommere enn refleksjonstiden T_R for trykkbølgen. For Fortun kraftverk er $T_L = 21$ s. Anslagsvis finnes T_R som:

$$T_R = \frac{2L}{a} \quad (2)$$

Der a er lydhastigheten i vann.

For å finne trykket, Δh , ved turbinen brukes følgende overslagsformel:

$$\Delta h = \frac{a \cdot \Delta c}{g} \frac{T_r}{T_L} \quad (3)$$

Det maksimale trykket foran turbinen oppstår ved plutselig avslag og finnes ved å summere u-rørssvingning og trykkstøt.

(Nielsen, 1990)

(Notat: Norsk Hydro, 1996)

3.1.2 Svingmassenes akselerasjonstid

Tidskonstanten for svingmassene finnes fra formelen:

$$T_a = I \cdot \frac{GD^2}{4} \cdot \frac{\omega_0^2}{P_{\max}} \quad (4)$$

Der

$$\omega_0 = \frac{\pi n}{30} \quad (5)$$

og I er polart treghetsmoment.

Forholdet mellom vannmassenes tidskonstant og svingmassenes bør være større enn 6 (Nielsen, 1990).

$$\frac{T_a}{T_w} \geq 6 \quad (6)$$

Dersom T_a/T_w ikke oppfyller dette kravet, det vil si er mindre enn 6, kan T_w reduseres ved å innføre svingesjakt i vannveien.

3.1.3 Svingesjaktberegninger

Minste vannspeilareal i svingesjakt for å få stabile U-rørssvingninger kan anslås som Thoma tverrsnittet, A_{th} . For å være på den sikre siden bør vannspeilarealet i svingesjakta, A_s , minst være på $1,5 \cdot A_{th}$.

A_{th} beregnes fra følgende formel:

$$Ath = \frac{L_f}{2g\alpha(H_0 - z_0)} = 0.0085 \cdot \frac{M^2 A_T^{5/3}}{H_0} \quad (7)$$

Når oppsving og nedsving i svingesjakt ved pådrag og avslag skal estimeres kan vann og rør regnes som stive (Nielsen, 1990).

Ved avslag kan da oppsvinget i sjakta anslås til

$$\Delta z = \Delta Q \cdot \sqrt{\frac{L/A_T}{gA_S}} + \frac{1}{3} h_f \quad (8)$$

Ved pådrag estimeres nedsvinget i sjakta til

$$\Delta z = -\Delta Q \cdot \sqrt{\frac{L/A_T}{gA_S}} - \frac{1}{9} h_f \quad (9)$$

Egenfrekvensen for U-rørssvingningen mellom svingesjakt og magasinet Skålavatn finnes fra følgende formel

$$\omega = \sqrt{\frac{g \cdot A_T}{A_S \cdot L}} \quad (10)$$

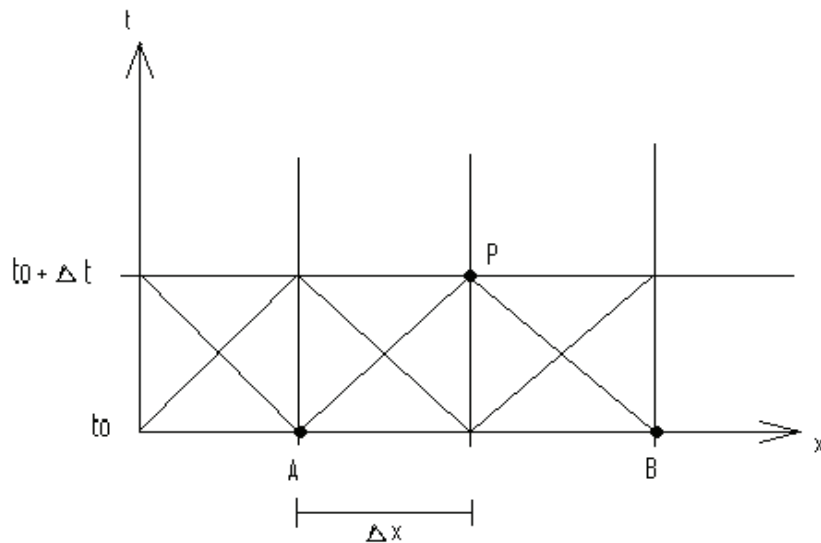
Maksimalt trykk foran turbinen finnes ved å summere trykkstøt og u-rørssvingning ved tiden $t = T_L$ og trykkstøt ved avslag.

3.2 Numeriske metoder i tidsplanet

3.2.1 Karakteristikkmetoden

For å beregne retardasjonstrykk numerisk kan karakteristikkmetoden benyttes. Karakteristikkmetoden er en numerisk metode som brukes til å løse hyperbolske differensialligninger. Metoden er blant annet beskrevet i Wylie & Streeter: Fluid transients in system (1993).

Kontinuitets og bevegelsesligning for vannstrengen kombineres ved å innføre en ukjent multiplikator. Med litt omskriving og ordning får vi to sett med ordinære differensialligninger (ODE-ligninger). Ligningssett C+ er når trykkbølgen forplanter seg med strømmen. Ligningssett C- er når trykkbølgen forplanter seg mot strømmen.



Figur 3.1 Karakteristikkmetoden

Når H_A , H_B , Q_A og Q_B er kjent kan H_P og Q_P for neste tidsskritt finnes. Ved enden av røret har vi bare en ligning. Den andre ligningen finnes fra sammenhengen mellom grensebetingelsen for elementet ved rørets ende. I den øvre enden av røret gir magasinet grensebetingelsen for trykket. $H=H_0$. I den andre enden av røret kan turbinen modelleres som en ventil. Volumstrømmen gjennom turbinen er da gitt av ventilligningen og åpningsgraden til ventilen.

(Nielsen, 1990)

En mer detaljert beskrivelse av karakteristikkmetoden er lagt i vedlegg A.

3.2.2 Svingesjaktberegninger

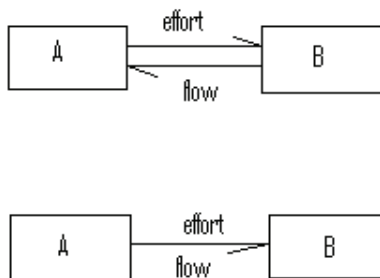
Eulers metode er en 1.ordens metode for å løse differensialligninger. For å estimere u-rørssvingninger mellom Skålavatn og svingesjakt må bevegelsesligningene for vannstrengen formuleres. Vannet kan regnes som stivt siden U-rørssvingninger er langsomme og dermed gir en lagsom endring av volumstrømmen. Et program som benytter Eulers metode kan lages for eksempel i matlab. Programmet løser bevegelsesligningene med en eulerkode. Likevektsbetraktninger av vannveisystemet gir et sett med x differensialligninger og x ukjente. De ukjente volumstrømmene og vannspeilhøyden i svingesjakt finnes med Eulerkoden. Ved å stenge og lukke turbinen kan svingningene som oppstår ved avslag og pådrag estimeres.

3.2.3 Båndgrafmetoden

En annen metode som kan brukes til å analysere et dynamisk system er båndgrafmetoden. Den går ut på å modellere et dynamisk system ved hjelp av en båndgraf. Viktige elementer i det dynamiske systemet representeres ved symboler og tilhørende sammenhenger i en båndgraf. En kraftkilde eller en strømkilde modelleres som et Se-

element. Energi lagringselementer representeres ved enten et I- eller C-element, inertans eller kapitans element.

Energiutveksling mellom to undersystemer er en toveis samhandling. Dette kan illustreres med et blokk diagram. En kraft fra system A til system B forårsaker en strøm fra system B til system A. Denne samhandlingen modelleres som et bånd, som bærer både kraft og strøm. Se Figur 3.2. En systembeskrivelse basert på slike bånd kalles en båndgraf. En båndgraf beskriver fundamentale sider av et fysisk system som energilagring, fortegnkonvensjon og kausalitet. Det finnes enkle teknikker som kan brukes til å tegne en båndgraf ut fra en fysisk visualisering av et virkelig system. De forskjellige energidomenene, elektrisk, hydraulisk, termisk, termodynamisk, har sine egne regler. Konstruksjon av båndgrafene skjer ved at fysiske elementer erstattes med båndgraf elementer. Båndgrafene kan reduseres ved hjelp av flere regler helt til en endelig representasjon som ikke kan reduseres noe mer gjenstår.



Figur 3.2 Fra blokkdiagram til båndgraf

Et viktig element ved en båndgraf er den generelle kraften e og den generelle strømmen \dot{q} . Disse generelle variablene oppgis som spesifikke variable i de ulike energidomenene. I en ekte båndgraf er produktet av *kraft* og *strøm* lik *effekt*. Effekten er alltid gitt i enheten watt. I noen av energidomenene finnes det flere variabelpar som oppfyller kravene til *kraft* og *strøm*. Hvilken variabel som defineres som kraft og hvilken variabel defineres som strøm er derfor til en viss grad valgfritt.

Tabell 3-1 Noen Standard variabler

Domene	Effort e	Flow \dot{q}	Effekt $e \cdot \dot{q}$
Mekanisk	Kraft F (N)	Hastighet v (m/s)	(Nm/s)
Rotational	Torque T (Nm)	Omdreiningshastighet Ω (rad/s)	(Nm/s)
Hydraulisk	Trykk P (Pa)	Volumstrøm \dot{q} (m ³ /s)	(Nm/s)

Tabell 3-2 Grunnleggende båndgraf elementer

Motstands element	R-element
Compliance element	C-element
Inertans element	I-element
Node med felles kraft	0-node
Node med felles strøm	1-node
Kilde (sluk)	S-element
Transformer	T-element
Gyrator	G-element

(Brown, 2001)

For et hydraulisk system som et vannkraftsystem beskrives de aktuelle elementene og variablene nærmere i kapittel 4.

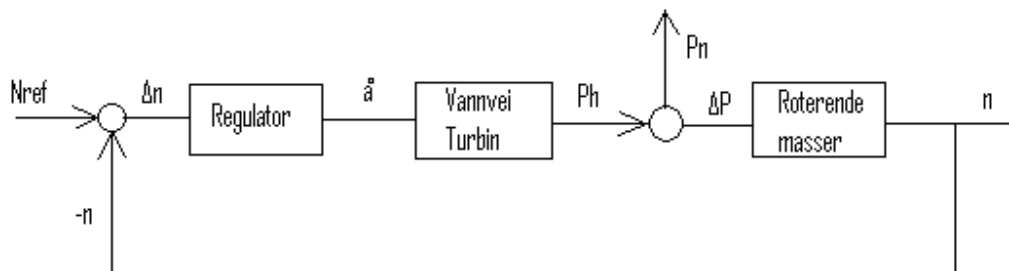
3.3 Dynamisk analyse i frekvensplanet

For å sjekke om et vannkraftsystem er stabil kan det modelleres i frekvensplanet. Overgangen til frekvensplanet skjer ved hjelp av transferfunksjoner. Transferfunksjon er den Laplace transformerte av en differensialligning. For å modellere et vannkraftsystem i frekvensplanet må altså differensialligningene som beskriver systemet i tidsplanet Laplacetransformeres over i frekvensplanet. Transferfunksjonene som nå beskriver vannkraftsystemet settes sammen i et blokkdiagram. Dette blokkdiagrammet inneholder alle ligningene som trengs for å beskrive vannveien, svingmasser, regulator osv.

Et systems tilstandsligninger brukes til å modellere en dynamisk prosess. Oppførselen til et system kan undersøkes ved å påtrykke en forstyrrelse og studere systemets respons til denne forstyrrelsen. For å gjennomføre en slik frekvensanalyse må vi linearisere systemet rundt et arbeidspunkt og så Laplace-transformere. Vi får da transferfunksjonen til systemet beskrevet i frekvensplanet. Systemet kan så påtrykkes forstyrrelser for ”alle” frekvenser og vi kan se om svaret fra prosessen blir dempet eller ikke.

(Nielsen, 1990)

I denne oppgaven er systemet som skal analyseres et vannkraftsystem. Det vil si et tilbakekoblet system som vist i figur under



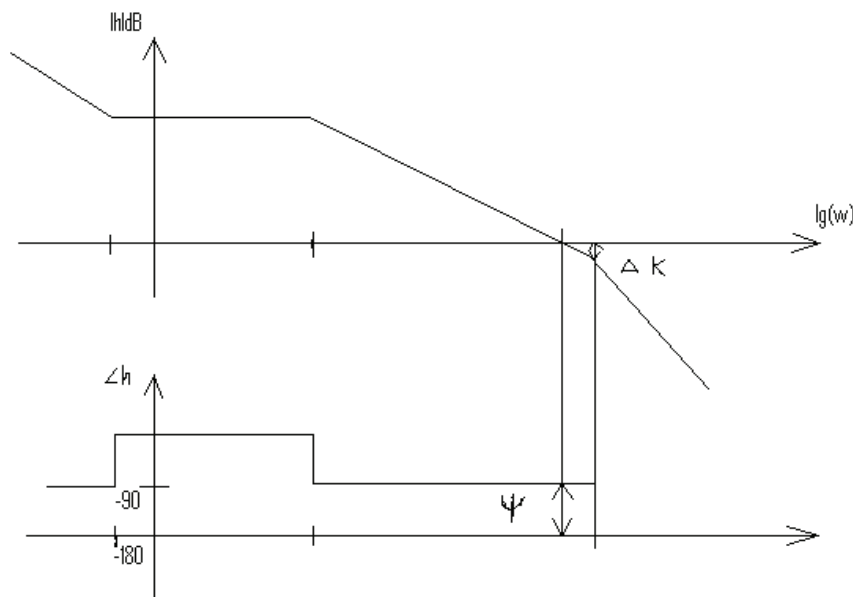
Figur 3.3 Generelt blokkdiagram for vannkraftsystem

For å avgjøre om et system er stabilt ut fra frekvensanalysen brukes Nyquists stabilitetskriterium (Nielsen, 1990). Nyquists stabilitetskriterium sier at systemet er absolutt sett stabilt hvis

$$|h(j\omega)| < 1, \text{ der } \angle h(j\omega) > -180^\circ \quad (11)$$

Betegnelse fasemargin ψ og forsterkningsmargin Δk brukes for å være sikker på at systemet er stabilt. Fasemarginen gir hvor langt fasekurven ligger over -180° ved kryssfrekvensen. Kryssfrekvensen er den frekvensen der amplitudekurven krysser 0 dB-linja. Avstanden mellom 0 dB-linja og amplitudekurven når fasekurven krysser -180° er gitt som forsterkningsmarginen. Det er vanlig å sette som krav at

$$\psi > 45^\circ \text{ og } \Delta k > 2 = 6dB \quad (12)$$



Figur 3.4 Amplitude Fase diagram

For å endre et system som i utgangspunktet er ustabil til å bli stabilt kan noen grep gjøres. Tidskonstantene i vannveien kan endres eller forsterkningen kan endres. Økt forsterkning vil flytte amplitudekurven oppover. Dette gjør at kryssfrekvensen blir skjøvet mot venstre. Dette vil imidlertid gi dårligere fase- og forsterkningsmargin. Systemet vil derfor likevel ikke bli svært stabilt. Dermed gjenstår det å endre på vannveiens tidskonstanter. Det kan for eksempel gjøres med å innføre svingekammer. (Nielsen, 1990)

3.4 Programmet LV-trans

LV-trans Fortun er et program i LabView som er utviklet av Sintef ved Bjørnar Svingen og spesielt tilpasset Fortun kraftverk. Programmet er et dynamisk simuleringsprogram. Det vil si at all dynamikken i rør, svingesjakter, turbiner osv. er tatt med. Programmet er distribuert som en kompilert versjon. Dette gjør at det ikke er mulig å endre på programstrukturen eller beregningsmetoder. Alle parametere for de forskjellige elementene kan imidlertid endres. (Sintef, 2006). Programmet viser alt fra volumstrømmer, svingesjaktnivå til nivå i magasin for gitt produksjon og vannmengder. Programmet regner fra 1 til 1000 ganger raskere enn sanntid alt etter tidsskritt og maskinkapasitet. LV-trans kan således brukes til å estimere hvordan Fortun kraftverk oppfører seg under forskjellige driftsforhold.

4 Beregningsdel

4.1 Analytisk beregning Fortun kraftverk

4.1.1 Vannmassenes tilløpstid

Fortun kraftverk har to parallelle trykksjakter. Total vannstrøm i de to trykksjaktene er $Q_{tot} = 33 \text{ m}^3/\text{s}$, noe som gir en volumstrøm på $16,5 \text{ m}^3/\text{s}$ i hver sjakt. Trykket H_0 finnes fra kotehøyde forskjellen mellom nærmeste frie overflate oppstrøms turbin og nærmeste frie overflate nedstrøms turbin. Det vil si fra nivået til svingesjakt på Nausanosi og til nivå på turbinavløp. Normal kotehøyde for vannspeilet i svingesjakt er på omtrent 980 m. Turbinavløpet på 40 m. Dette gir en H_0 på 940 mVs.

Tunnelsystemet mellom svingesjakt og turbinavløp er delt inn i 3 lengder der hver lengde har forskjellig tunneltverrsnitt.

Tilløpstiden for vannmassene blir da:

$$T_W = \frac{Q_0}{gH_0} \cdot \left[\frac{L_1}{A_1} + \frac{L_2}{A_2} + \frac{L_3}{A_3} \right] \quad (13)$$

Tilsvarende finnes refleksjonstiden for Fortun kraftverk som:

$$T_R = \frac{2 \cdot [L_1 + L_2 + L_3]}{a} \quad (14)$$

Der a er lydhastigheten i vann.

Det høyeste trykket foran turbinen finnes som forklart i kapittel 3.1:

$$\Delta h = \frac{a \cdot \Delta c}{g} \frac{T_r}{T_L} \quad (15)$$

(Notat: Norsk Hydro, 1996)

4.1.2 Svingmassenes akselerasjonstid

Tidskonstanten for svingmassene finnes av:

$$T_a = I \cdot \frac{GD^2}{4} \cdot \frac{\omega_0^2}{P_{\max}} \quad (16)$$

Forholdet mellom vannmassenes tidskonstant og svingmassenes finnes og sjekkes mot kravet

$$\frac{T_a}{T_w} \geq 6 \quad (17)$$

4.1.3 Svingesjaktberegninger:

Minste vannspeilareal i svingesjakta beregnes som forklart i kapittel 3.1.3

Tunnelen mellom magasinet Skålavatn og svingesjakta består av to deler med ulik lengde og tverrsnittsareal. Oppsvinget i sjakta ved avslag blir derfor:

$$\Delta z = \Delta Q \cdot \sqrt{\frac{L_1 / A_1 + L_2 / A_2}{g A_s}} + \frac{1}{3} h_f \quad (18)$$

Ved pådrag estimeres nedsvinget i sjakta til

$$\Delta z = -\Delta Q \cdot \sqrt{\frac{L_1 / A_1 + L_2 / A_2}{g A_s}} - \frac{1}{9} h_f \quad (19)$$

Eigenfrekvensen finnes som:

$$\omega = \sqrt{\frac{g \cdot A_r}{A_s \cdot L}} \quad (20)$$

Maksimalt trykk foran turbinen finnes ved å summere trykkstøt og u-rørssvingning ved tiden $t = T_L$ og trykkstøt ved avslag.

4.2 Numeriske beregninger i tidsplanet

4.2.1 Modell for karakteristikkmetoden

Nærmeste vannspeil oppstrøms turbinen i Fortun er svingesjakta. Når retardasjonstrykket for Fortun kraftverk skal finnes er det derfor vannstrengen mellom svingesjakta og turbinen som gjelder.

I de interne punktene i tunnelen finnes trykk og vannstrøm fra de to differanseligningene vist under. Hvordan disse ligningene er utledet fra bevegelses og kontinuitetsligningen er vist i vedlegg A.

$$H_P = H_A - \frac{a}{gA}(Q_P - Q_A) - kQ_A|Q_A| \quad (21)$$

$$H_P = H_B + \frac{a}{gA}(Q_P - Q_B) - kQ_B|Q_B| \quad (22)$$

Ved tunnelens to ender har vi bare en differanseligning. For å bestemme trykk og vannstrøm trenger vi en ligning til. Den andre ligningen finnes fra sammenhengen mellom trykk og vannstrøm over grensebetingelsen til elementet ved tunnelenden.

Den ene tunnelenden er svingesjakta. Grensebetingelsen her gir trykket av vannspeilets kotehøyde (minus kotehøyden ved turbinen). Den andre ligningen ved svingesjakta er dermed:

$$H_P = H_{sjakt} = konst \quad (23)$$

Den andre enden av tunnelen er ved turbinen. I Fortun er alle turbinene Peltonturbiner. Modellerer derfor turbinen som en ventil. Sammenhengen mellom trykk og vannstrøm er da gitt av turbinligningen:

$$H_P = \left(\frac{Q_P}{\kappa Q_n} \right)^2 \cdot H_n \quad (24)$$

Der K er turbinens åpningsgrad.

(Nielsen, 1990)

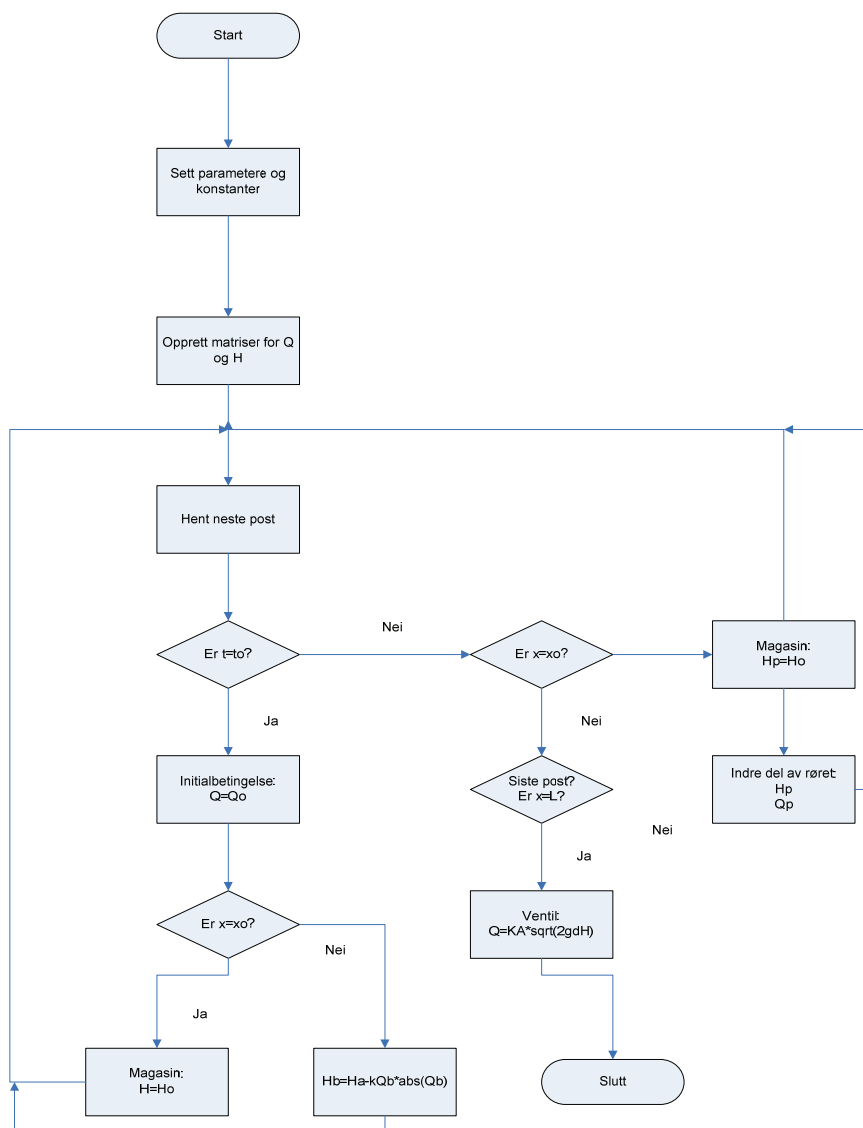
Ligning (24) settes inn i ligning (22). Når denne løses med hensyn på Q_p får vi en andregradsligning. Andregradsligningen har to løsninger som er like bare med forskjellig fortegn. Ligningen som gir riktig fortegn er vist i vedlegg A.

Når H_A , H_B , Q_A og Q_B er kjent kan H_p og Q_p for neste tidskritt finnes. Prosedyren for karakteristikkmotoden blir som følger:

1. Røret deles opp i $\Delta x = a / \Delta t$ deler. For å få med grensebetingelsene på endene må $L / \Delta x$ være et helt tall.
2. Q og H finnes i alle interne punkter på røret.
3. Q og H finnes for tidspunkt $t = t_1 + \Delta t$ fra ligningene (21) og (22). Grensebetingelsene gir H og Q ved magasin og ventil.
4. Q og H i alle interne punkter på røret er kjent og løsningene for tidspunkt $t = t_1 + 2\Delta t$ kan finnes.

Det forutsettes at vi kjenner startbetingelsene, stasjonære hastigheter og trykk i røret før en forstyrrelse påtrykkes.

Ut fra denne prosedyren har undertegnede programmert et skript i Matlab som beregner trykket i alle punkter i røret som funksjon av tid. Flytskjemaet for programmet er vist i Figur 4.1. Programkoden er vist i vedlegg E.



Figur 4.1 Flytskjema: Karakteristikkmetoden

Den første utgaven av programmet regner med konstant tunneltverrsnitt over hele tunnallengden. I Fortun består tunnelen fra svingesjakt og til turbin av 3 ulike lengder med forskjellige tverrsnitt. Det første programmet oppgraderes derfor til å regne tunnelen som 3 tunneler i serie. For å oppfylle kravet om $a=\Delta x/\Delta t$ er ikke tunnelseksjonenes lengde nøyaktig like lange som i virkeligheten. Forskjellen er imidlertid gjort svært liten med å bruke en liten Δx og dermed nødvendigvis også en liten Δt .

Til slutt lages en siste versjon av programmet der hele vannveien fra magasinet Skålavatn og til turbinen tas med. Svingesjakt markerer nå et knutepunkt i vannstrengen der 3 tunnelseksjoner møtes. Det må derfor settes en ny grensebetingelse for å finne trykk og

vannstrøm her. Trykket ved knutepunktet er gitt av vanntrykket ved svingesjakta. Grensebetingelsen for knutepunktet der de 3 tunnelseksjonene møtes er satt til:

$$Q_s = A_s \frac{dz}{dt} \quad (25)$$

Der

$$Q_1 = Q_2 - Q_s \quad (26)$$

4.2.2 Modell for sjaktsvingninger

Forfatteren har skrevet et program for å utføre disse beregningene i matlab. Programmet benytter en Euler kode for å løse differensialligningene som beskriver systemet Skålavatn-Nausanosi-Turbin.

Tunnelsystemet modelleres med 3 lineære differensialligninger:

$$\frac{dQ_1}{dt} = \frac{gA_1}{L_1} (H_0 - z - kQ_1|Q_1|) \quad (27)$$

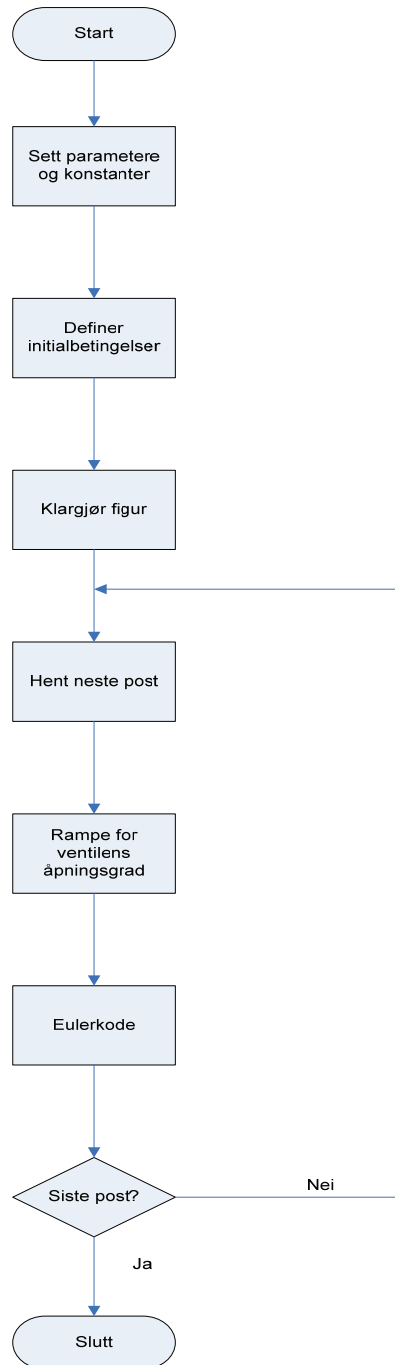
$$\frac{dQ_2}{dt} = \frac{gA_2}{L_2} (z - H_U - kQ_2|Q_2|) \quad (28)$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{Q_s}{A_s} = \frac{Q_1 - Q_2}{A_s} \quad (29)$$

Prosedyren for å beregne volumstrømmer og nivået z i svingesjakta blir:

1. Definer parametere og initialbetingelser
2. Start løkke fra tiden to til tmax.
3. Påtrykk en forstyrrelse (for eksempel turbinavslag)
4. Eulerkode: $X_{ny} = h^*(dX/dt)$
 $X = X_{ny}$
 Der h er tidskrittet
5. Tegn figur som viser svingeforløpet til sjaktnivået z

Flytskjema for programmet er vist i figur Figur 4.2. Programkoden kan finnes i vedlegg E.



Figur 4.2 Flytskjema: Eulers metode for sjaktsvingninger

4.2.3 Båndgrafmetoden

Båndgrafmodellen for Fortun kraftverk skal beskrive vannveien fra magasinet Skålavatn og til og med turbinen ved enden av trykksjakta. Svingesjakta er selvsagt også med i

modellen. Turbinen er en Pelton-turbin og modelleres som en ventil. Vanntrykket fra magasinet modelleres som en trykk kilde S_e . Kraftvariabelen er trykket målt i Pascal, $\rho g H_0$.

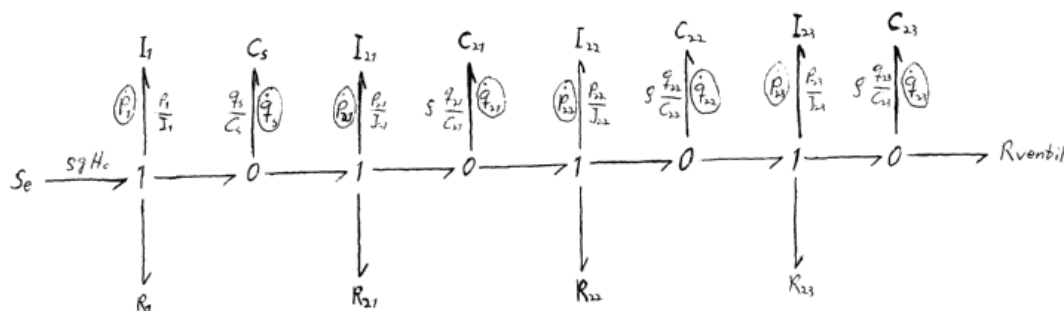
Tregheten i vannmassene modelleres med I-elementer. Ett I-element for hvert rør eller rørdel. I tunnelen mellom Skålavatn og svingesjakta er u-rørssvingninger det dominerende fenomenet og elastisiteten i vannet neglisjeres derfor. Retardasjonstrykk forflytter seg som kjent mellom turbin og nærmeste frie vannspeil oppstrøms turbinen. I trykksjakta må derfor vannets elastisitet tas hensyn til. Trykksjakta modelleres derfor som et masse-fjær system. Der I er massen eller tregheten til vannmassene, C representerer fjæra eller kompressibiliteten til vannet i tunnelen. Selve svingesjakta modelleres som et energilagringselement (tank) og representeres ved et C-element. Friksjonen eller falltapet i vannveien representeres ved R-elementer.

Variablene som brukes for *kraft* og *strøm* er trykk målt i Pascal (Nm^2) og volumstrøm (m^3). Pelton-turbinen modelleres som en ventil. Elementene som brukes i båndgrafene for å beskrive vannveisystemet til Fortun kraftverk er R, C, I, 0-node, 1-node og kilde S_e .

Elementene I og C og sammenhengen mellom *kraft* og *strøm* for de forskjellige elementene er:

$$I_1 = \frac{\rho L_1}{A_1} \quad , \quad C_s = \frac{A_s}{\rho g} \quad , \quad C_{ts} = \frac{\Delta L \cdot A}{a^2} \quad (30)$$

Båndgrafene for Fortun kraftverk kan da tegnes som vist på Figur 4.3:



Figur 4.3 Båndgraf Fortun kraftverk

Båndgrafene for Fortun kraftverk har 8 tilstandsvariable.

Der C_s representerer lagringselementet i svingesjakta og C_{ts} representerer elastisiteten i vannmassen i trykksjakta. Ut fra båndgrafene og sammenhengene mellom trykk, volumstrøm og elementene kan det settes opp ligninger for de 8 tilstandsvariablene. Se vedlegg C for detaljert utledning.

$$\dot{P}_1 = \rho g H_0 - \frac{q_s}{C_s} - R_1 \frac{P_1}{I_1} \quad (31)$$

$$\dot{q}_s = \frac{P_1}{I_1} - \frac{P_{21}}{I_2} \quad (32)$$

$$\dot{P}_{21} = \frac{q_s}{C_s} - R_2 \frac{P_{21}}{I_2} - \rho \frac{q_{21}}{C_2} \quad (33)$$

$$\dot{q}_{21} = \frac{P_{21}}{I_2} - \frac{P_{22}}{I_2} \quad (34)$$

$$\dot{P}_{22} = \rho \frac{q_{21}}{C_2} - R_2 \frac{P_{22}}{I_2} - \rho \frac{q_{22}}{C_2} \quad (35)$$

$$\dot{q}_{22} = \frac{P_{22}}{I_2} - \frac{P_{23}}{I_2} \quad (36)$$

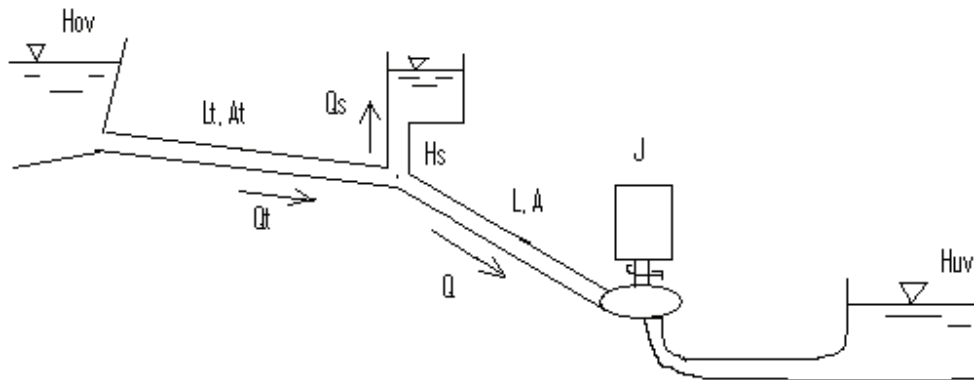
$$\dot{P}_{23} = \rho \frac{q_{22}}{C_2} - R_2 \frac{P_{23}}{I_2} - \rho \frac{q_{23}}{C_2} \quad (37)$$

$$\dot{q}_{23} = \frac{P_{23}}{I_2} - K Q_n \sqrt{\frac{\left(\rho \frac{q_{23}}{C_2} \right)}{\rho g H_n}} \quad (38)$$

For å løse differensialligningene som beskriver dynamikken i Fortun kraftverk skrives et program i matlab. Programmet er laget som et hovedprogram og funksjon. I funksjonen står de 8 differensialligningene. I matlab finnes det innebygde funksjoner som løser ordinære differensialligninger. En av disse løserene er *ode45*. I programmet som forfatteren har laget benyttes denne *ode45*-funksjonen for å løse de 8 differensialligningene som beskriver Fortun.

4.3 Dynamisk analyse av Fortun i frekvensplanet

For å beskrive Fortun kraftverk ved hjelp av transferfunksjoner settes først opp en forenklet skisse av vannveisystemet fra Skålavatn og til utløp turbin. Bekkeinntak tas ikke med i denne analysen.



Figur 4.4 Systemskisse vannvei Fortun Kraftverk

For å beskrive systemet ved hjelp av differensialligninger deles systemet inn i vannvei (tunnel, trykksjakt og svingesjakt), svingmasser og regulator.

Tunnel:

Likevektsbalanse gir

$$\frac{L_t}{gA_t} \frac{dQ_t}{dt} + \Delta H_s + \frac{fL_t Q_t^2}{2gDA_t^2} = 0 \quad (39)$$

Innsatt for

$$h_s = \frac{\Delta H_s}{H_o} \quad , \quad q_t = \frac{\Delta Q_t}{Q_o} \quad , \quad K_t = \frac{fL_t v_o^2}{2gDH_o} \quad (40)$$

og ordnet blir differensialligningen for tunnelen

$$T_{wt} \frac{dq_t}{dt} + h_s + K_t q_t \quad (41)$$

Trykksjakt:

For trykksjakt og sugerør settes likevektsbalansen opp som vist under:

$$\frac{L}{gA} \frac{dQ}{dt} + \frac{fLv_o Q}{2gDA} + \Delta H - H_s = 0 \quad (42)$$

Innfører forholdstall og ordner

$$h_s = \frac{\Delta H_s}{H_o} \quad , \quad h = \frac{\Delta H}{H_o} \quad , \quad q = \frac{\Delta Q}{Q_o} \quad (43)$$

Ligning (42) kan da skrives som

$$T_w \frac{dq}{dt} + h - h_s + Ktr \cdot q = 0 \quad (44)$$

Der

$$K_{tr} = \frac{fLv_o^2}{2gDH_o} \quad (45)$$

Svingesjakt:

Vannstrømmen inn i svingkammeret er lik endringen av vannhøyden i kammeret multiplisert med tverrsnittsarealet til kammeret.

$$A_s \frac{dH_s}{dt} = Q_s \quad (46)$$

Tidskonstanten for svingkammeret kan skrives som

$$T_s = \frac{A_s H_o}{Q_o} \quad (47)$$

Innfører forholdstallene q_t , q og q_s på samme måte som for tunnel og trykksjakt. Ligning (46) kan da skrives om til

$$T_s \frac{dh_s}{dt} = q_s = q_t - q \quad (48)$$

Tregheten i svingesjakt finnes fra likevektsbalanse på samme måte som for tunnel og trykksjakt og kan representeres med

$$T_{ws} \frac{dq_s}{dt} + K_s q_s + h_s = 0 \quad (49)$$

Antar $T_{ws} \ll 1$. Ligning (49) blir da:

$$K_s q_s + h_s = 0 \quad (50)$$

Generator:

Differensialligningen som beskriver generatoren er

$$T_a \frac{dn}{dt} + E_n \cdot n = P \quad (51)$$

Der E_n representerer statikken til generatoren.

Laplacestransformering og blokkdiagram:

Differensialligningene (41), (44), (48) og (50) Laplacestransformeres til:

Tunnel:

$$T_{wt} q_t \cdot s + h_s + K_t q_t = 0 \quad (52)$$

Trykksjakt:

$$T_w q \cdot s + h - h_s + K_r q = 0 \quad (53)$$

Svingekammer:

$$T_s h_s \cdot s + q_t - q = 0 \quad (54)$$

Treghet i svingesjakt:

$$K_s q_s + h_s = 0 \quad (55)$$

Regulator:

Regulatorerne i Fortun er av typen PID-regulatorer. Derivatfunksjonen er imidlertid ikke i bruk og regulatoren kan modelleres som en PI-regulator. Etter Laplacestransformering kan ligningen for regulatoren skrives som

$$y = \frac{1 + T_d \cdot s}{b_t T_d \cdot s} \mu \quad (56)$$

Der y er åpningsgraden og $\mu = \frac{\Delta n}{n}$ er turtallsendringen i forholdet til referanseturtallet.

Generator:

Laplacestransformert kan ligningen for generatoren skrives som følger

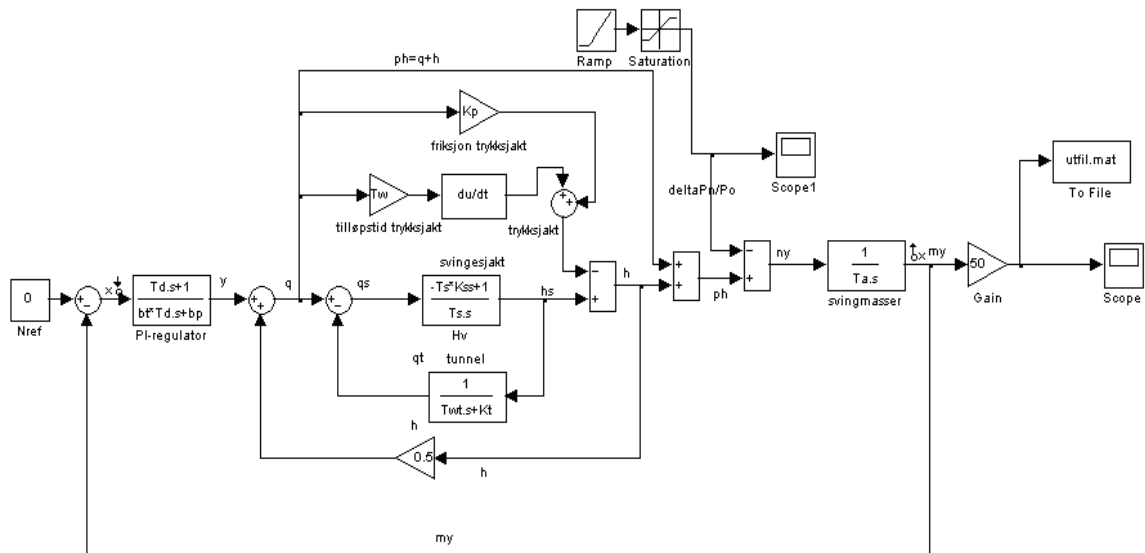
$$\mu = v \frac{1}{T_a \cdot s} \quad (57)$$

Der

$$v = \frac{\Delta P}{P_o} \quad (58)$$

Ved hjelp av disse ligningene kan vannveisystemet til Fortun kraftverk representeres i et blokkdiagram som vist på Figur 4.5. Utleddning og redusering av blokkdiagrammet vises i vedlegg E. Dette blokkdiagrammet tegnes inn i Simulink. Simulink en del av programvaren matlab.

Konstantene, reguleringsparametrene og tilløpstidene til Fortun settes i et vanlig skript i matlab. Dette skriptet må kjøres for å gjøre parametrene tilgjengelig for blokkdiagram modellen i Simulink.



Figur 4.5 Blokkdiagram for Fortun kraftverk

4.4 Simulering av Fortun kraftverk med LV-trans

Sintef Energiforskning har utviklet et program ved LV-trans til å simulere/modellere dynamisk forløp av vannkraftverk. En spesial versjon av programmet er skrevet for Fortun kraftverk. Dette programmet er i denne oppgaven brukt til å simulere blant annet U-rørssvingninger i svingesjakt på Nausanosi ved avslag og pådrag fra full last til stopp og fra stopp til full last kjøring. Resultatene fra LV-trans er så plottet i Excell for å kunne sammenligne dem med analytiske verdier og med resultater beregnet i matlab.

5 Resultater

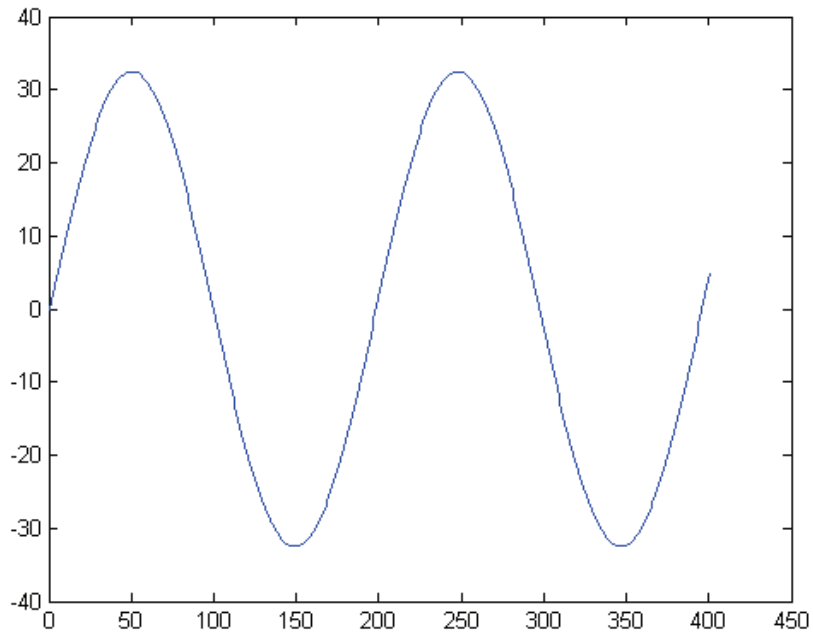
5.1 Analytiske resultater

Tabell 5-1 Analytiske resultater

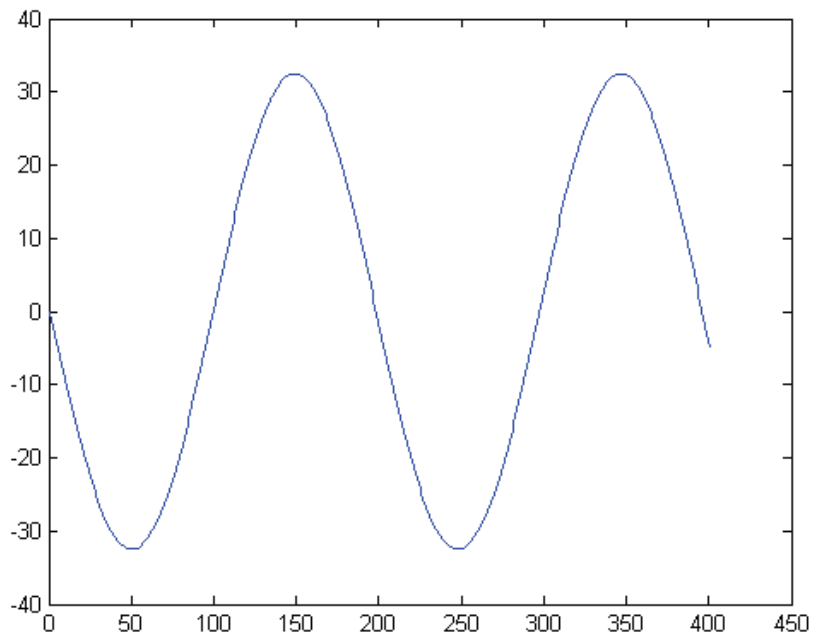
T_w	1,245
T_L	21
T_R	2,56
Δh ($\Delta Q=16.5$, $A=6$)	41,00772
Δh ($\Delta Q=16.5$, $A=2.54$)	96,86863
Δh ($\Delta Q=16.5$, $A=2.04$)	122,4111
Δh ($\Delta Q=16.5$, $A=16$)	15.37
T_a	8,15
T_a/T_w	6,85
A_{th}	0,94
$\pm \Delta z$ tapsfritt	32,47
Δz avslag m/tap	35,5
Δz pådrag m/tap	-33,5
$z(t=T_L)$	19.3
Maks trykk, ($A=2.54$)	116.1

Tabell 5-1 viser resultatene fra de analytiske beregningene. Maksimalt trykkstøt ved turbin avslag, Δh , summeres med oppsvinget av sjaktnivået ved tiden $t=T_L$ for å finne det største trykket som kan oppstå foran turbinen. Dette trykket er anslått til å være tilnærmet lik en heving av magasinnivået med 116 meter.

Figur 5.1 og Figur 5.2 viser u-rørsvingningene som oppstår ved henholdsvis avslag og pådrag ved tapsfri strømming. Sjaktnivået svinger med en amplitude på 32.5 meter ved plutselig avslag eller pådrag.



Figur 5.1 Oppsving i svingesjakt ved turbinavslag uten friksjon



Figur 5.2 Nedsving i svingesjakt ved turbinpådrag uten friksjon

5.2 Resultater fra simuleringer

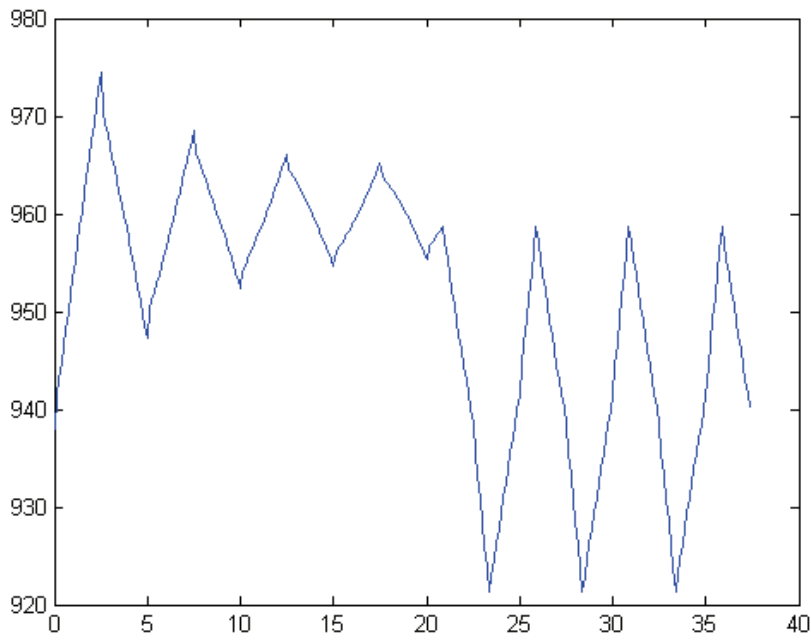
5.2.1 Karakteristikkmetoden

Ved bruk av karakteristikkmetoden er trykket foran turbinen estimert. Hensikten med programmet er å finne det maksimale trykket foran turbinen som oppstår ved turbinavslag. Trykkstøt forflytter seg mellom turbin og nærmeste frie vannspeil oppstrøms turbinen. Den aktuelle vannveien blir dermed tunnelen mellom svingesjakt og turbinen, med andre ord trykksjakt. Trykksjakt er først modellert svært enkelt med å anta konstant tunnelverrsnitt over hele tunnallengden. I neste versjon av programmet varieres tunnelverrsnittet i samsvar med virkelig tunnelprofil. Til sist er også hele vannstrengen fra overvannet Skålavatn til svingesjakt og til turbin tatt med i betraktningen.

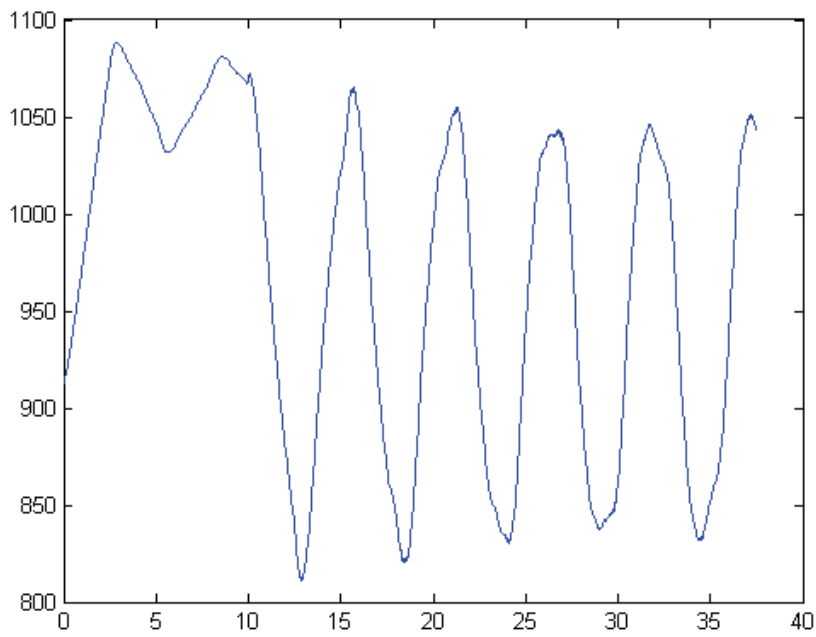
Tabell 5-2 Resultater fra trykkstøtsanalyse med karakteristikkmetoden

Vannvei	Tunnelareal	Lukketid	Δh	Tr
Sjakt – turbin	Konstant= 16^2	21 sekunder	14.88 meter	2.5 sekunder
Sjakt – turbin	Konstant= $6m^2$	21 sekunder	36.8 meter	2.5 sekunder
Sjakt – turbin	Konstant= $3m^2$	21 sekunder	63.7 meter	2.5 sekunder
Sjakt – turbin	Variierende A	21 sekunder	86.3 meter	3.3 sekunder
Sjakt – turbin	Variierende A	15 sekunder	115.1 meter	2.75 sekunder
Sjakt – turbin	Variierende A	10 sekunder	175.1 meter	2.85 sekunder
Magasin-sj-turb	Variierende A	21 sekunder	91.3 meter	2.8 sekunder

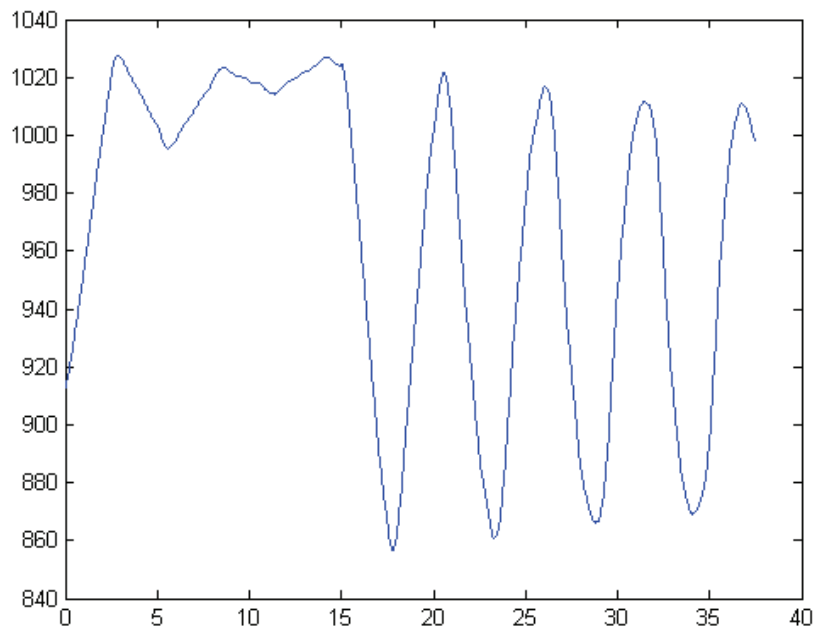
De mest relevante resultatene er vist i Tabell 5-2. Trykkstøtet er gitt i verdien meter eller meter vannsøyle. For å få fram hvilken betydning lukketiden har for størrelsen på trykkstøtet er trykkforløpet foran turbinen plottet for varierende lukketider i Figur 5.4 til Figur 5.6. Lukketiden i Fortun kraftverk er i dag satt til 21 sekunder (notat Norsk Hydro, 1996). Figur 5.3 viser trykkforløpet foran turbinen når tunnelarealet settes til $6m^2$ over hele tunnallengden.



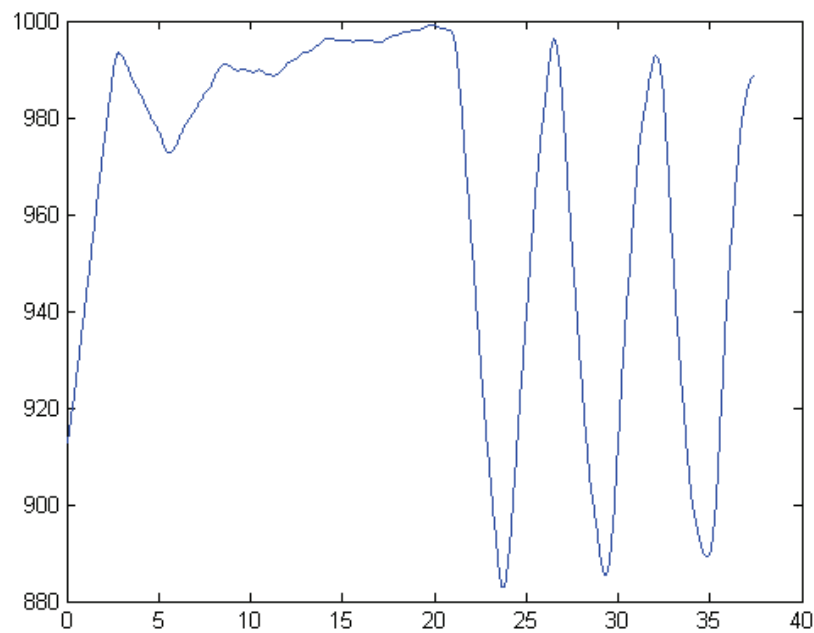
Figur 5.3 Trykk ved turbin: Sjakt – turbin, $H_0=940\text{m}$, $T_L=21\text{s}$, $A=6\text{m}^2=\text{konstant}$



Figur 5.4 Trykk ved turbin: Sjakt – turbin, $H_0=940\text{m}$, $T_L=10\text{s}$, reelt tunnelprofil

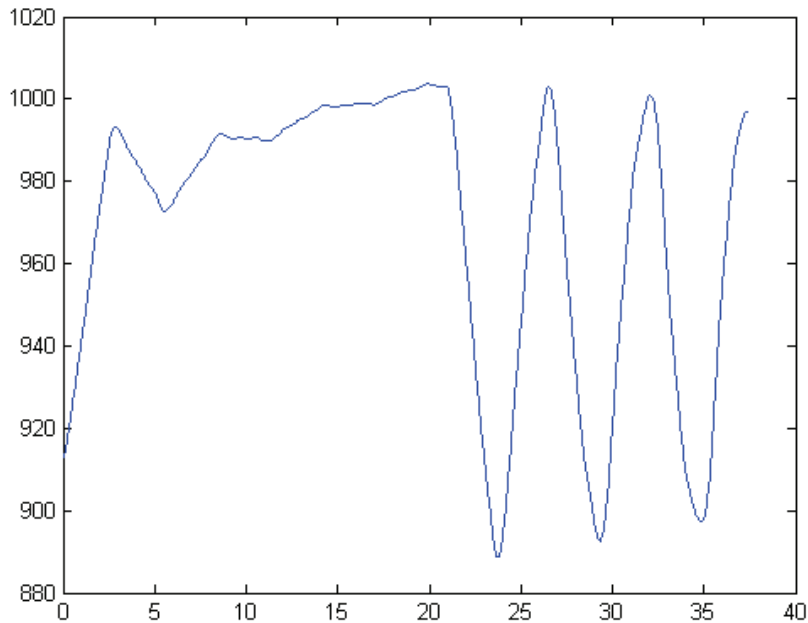


Figur 5.5 Trykk ved turbin: , Sjakt – turbin, Ho=940m, $T_L=15s$, reelt tunnelprofil



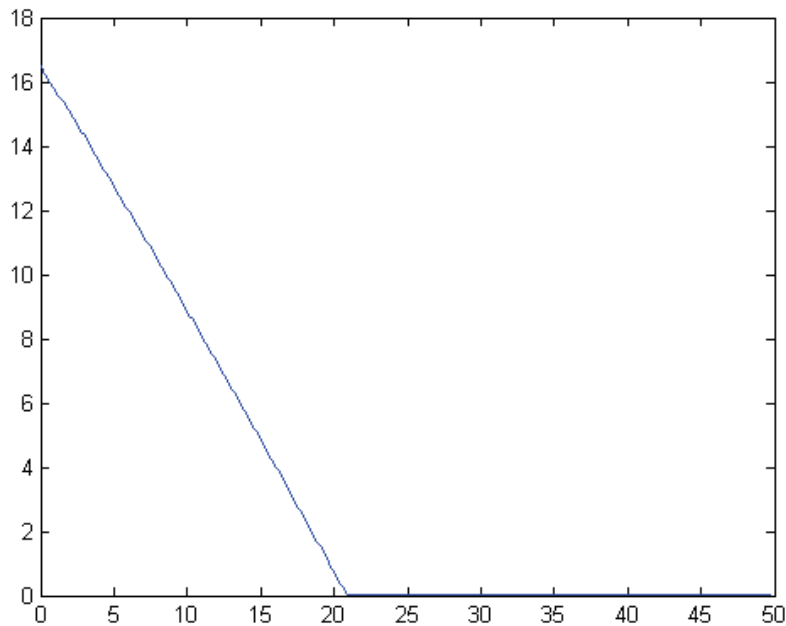
Figur 5.6 Trykk ved turbin: Sjakt – turbin, Ho=940m, $T_L=21s$, reelt tunnelprofil

I Figur 5.7 er trykket foran turbinen beregnet når hele vannstrengen mellom magasin og turbin tas med. Tunnelprofilen er satt tilnærmet lik virkelig profil med varierende tverrsnittsareal.



Figur 5.7 Trykk ved turbin: Magasin-sjakt-turb, $H_0=945\text{m}$, $T_L=21$, reelt tunnelprofil

Turbinen er modellert som en ventil. Ved avslag reduseres vannstrømmen gjennom ventilen gradvis etter hvert som ventilen lukkes. Denne reduksjonen i vannstrømmen er vist i Figur 5.8.



Figur 5.8 Vannstrøm gjennom turbin ved avslag: $H_0=945\text{m}$, $T_L=21$

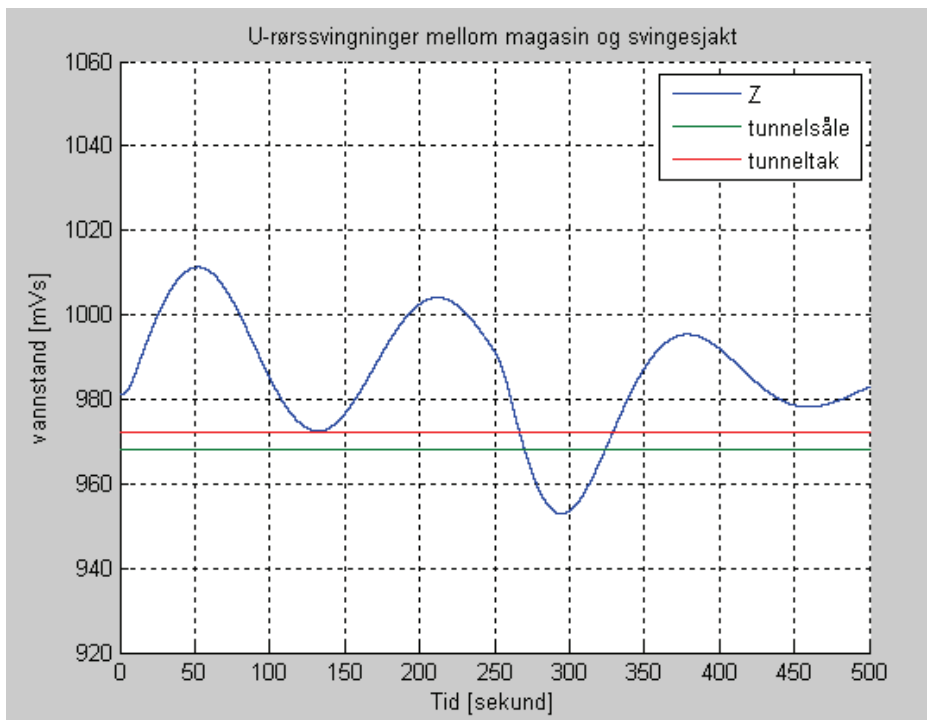
5.2.2 Sjaktsvingninger

Tabell 5-3 viser resultatene fra beregning av U-rørssvingninger mellom magasin og svingesjakt ved bruk av Euler's metode.

Tabell 5-3 Resultater fra eulerberegning av u-rørssvingninger

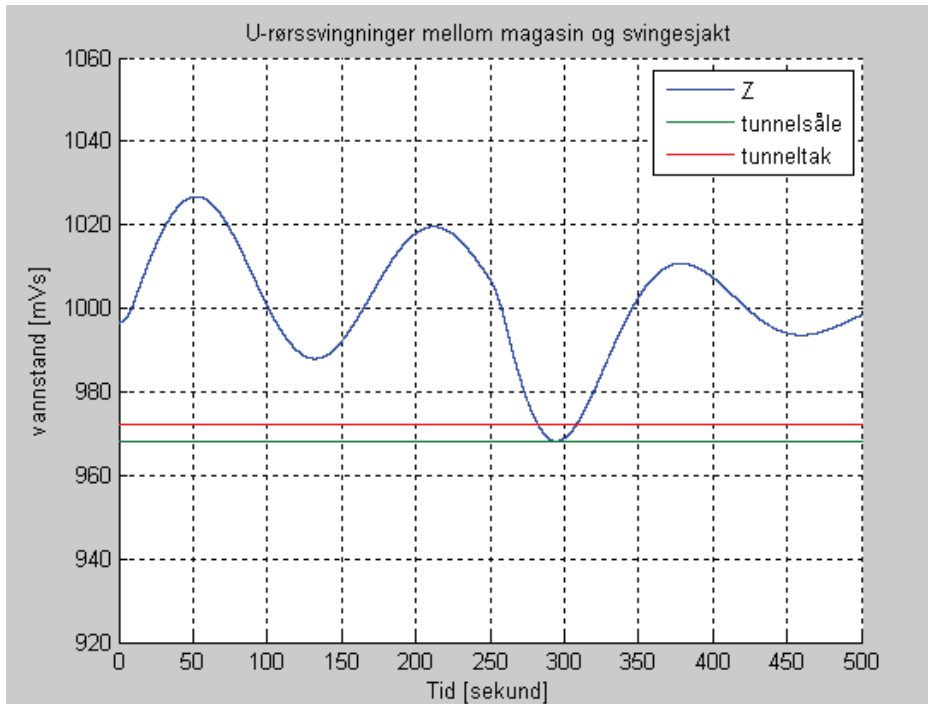
Nivå (kote) magasin	Avslag/pådrag	Lukketid	ΔZ	Zmin	T (periode)
990 m	Enkelt avslag	21 s	30 m	972 m	160 s
990 m	Enkelt avslag	10 s	30 m	972 m	160 s
990 m	Avslag+pådrag etter 250s	10 s	-28 m	953 m	160 s
990 m	Avslag+pådrag etter 400s	10 s	-25 m	956 m	160 s
990 m	Avslag+pådrag etter 1000s	10 s	-15 m	966 m	160 s
1005.5 m	Enkelt avslag	10 s	30.5 m	988 m	160 s
1005.5 m	Avslag+pådrag etter 250s	10 s	-28.5 m	968 m	160 s
1013 m	Enkelt avslag	10 s	30 m	995 m	160 s
1013 m	Avslag+pådrag etter 250s	10 s	-28.1 m	976 m	160 s

Resultatene er også vist i grafer der nivået for tunnelsåle og tunneltak er tegnet inn. Dette gir et bedre bilde av hvordan sjaktsvingningene ligger i forhold til for eksempel frispelstrømning. I figurene under er det vist hvordan u-rørssvingningen blir med avslag ved tid = 0 og påfølgende pådrag etter ca 4 minutter (250s). I Figur 5.9 er nivået til magasinet Skålavatn satt til 990 meter (over havet). Dette er laveste regulerte vannstand, LRV, i magasinet. Lukketiden til turbinen er her satt til 10 sekunder. I Fortun er lukketiden på 21 sekunder, men en reduksjon i lukketiden får liten innvirkning på sjaktsvingningene (se vedlegg C).



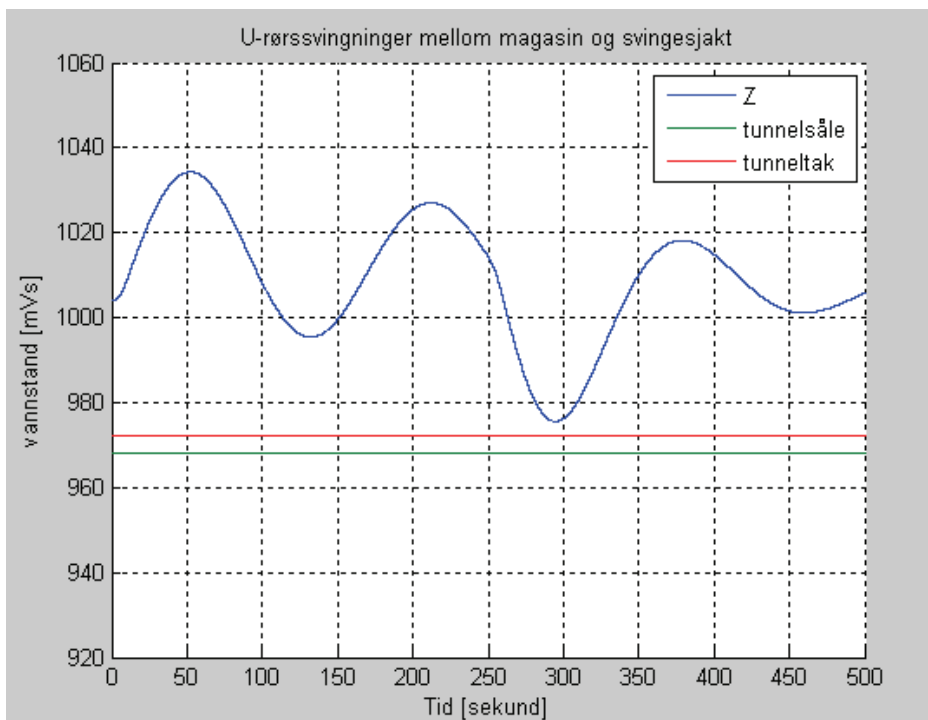
Figur 5.9 ΔZ : $H_o=990m$, $Z_o=981m$, $T_L=10s$: avslag så pådrag i ugunstig fase (250s)

Når nivået i Skålavatn er på 1005.5 moh (middel vannstand) blir svingeforløpet som vist på Figur 5.10. Hendelsesforløpet er det samme med avslag ved tid = 0 og pådrag etter 250 sekunder. Lukketid er også her satt til 10 sekunder.



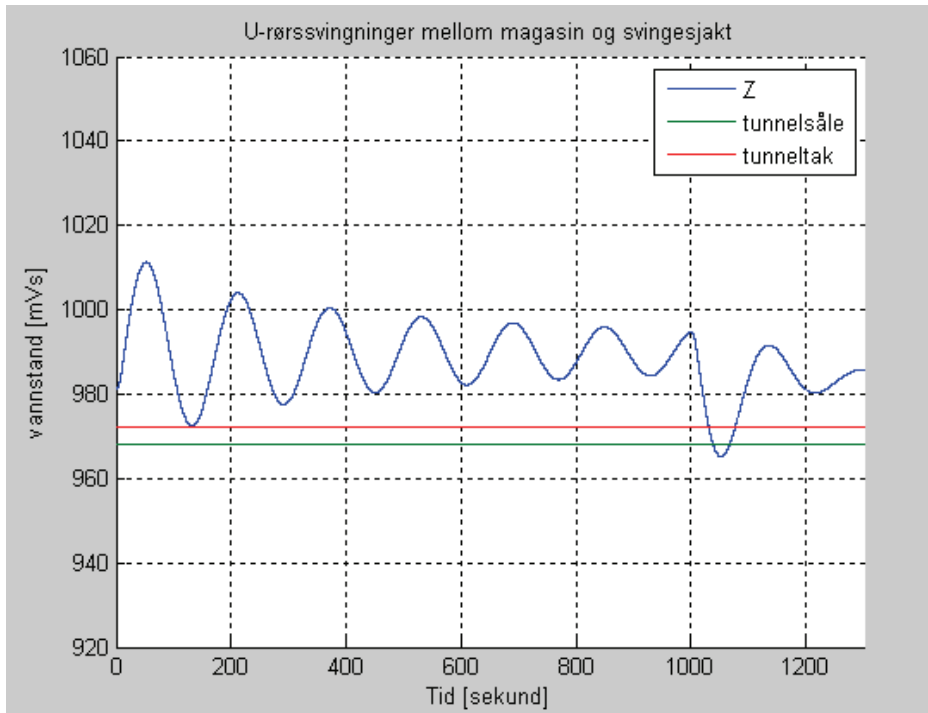
Figur 5.10 ΔZ : $H_o=1005.5\text{m}$, $Z_o=996.5\text{m}$, $T_L=10\text{s}$: Avslag og så pådrag etter 250s

Tilsvarende er svingeforløpet når nivået i Skålavatn er på sitt høyeste (HRV=1013 moh.) som vist på Figur 5.11



Figur 5.11 ΔZ : $H_o=1013$, $Z_o=1004\text{m}$, $T_L=10\text{s}$: Avslag og så pådrag etter 250s

I Figur 5.12 vises svingeforløpet over ca 20 minutter. Nivået i Skålavatn er på LRV (990 moh.). Avslaget skjer ved tiden $t=0$ og pådrag ved $t=1000s=16.67$ minutter.



Figur 5.12 ΔZ : $H_0=990$, $Z_0=981$, $T_L=10s$: Avslag og så pådrag etter 1000s

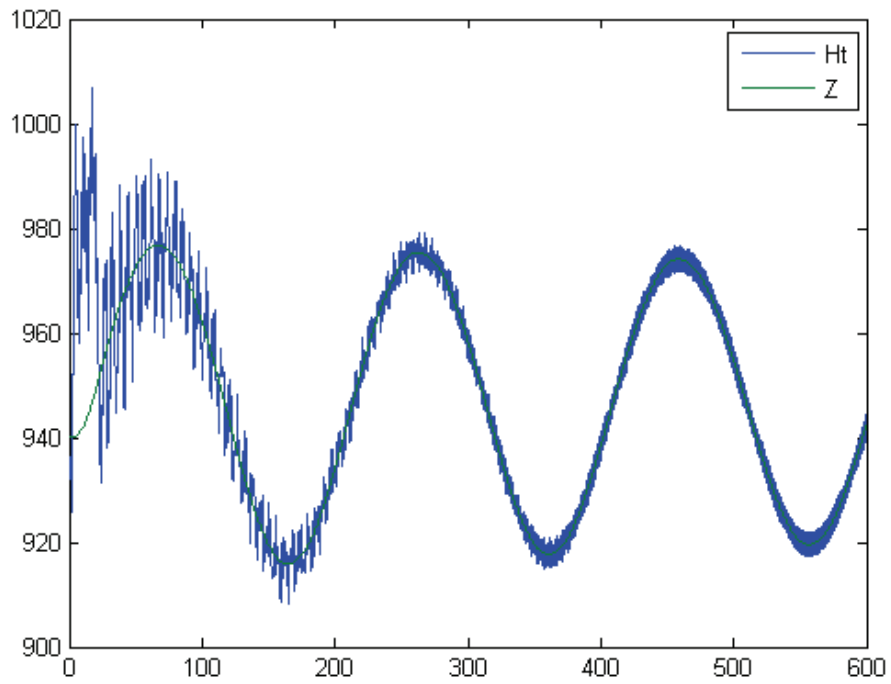
Flere figurer er vist i Vedlegg B.

5.2.3 Båndgrafmetoden

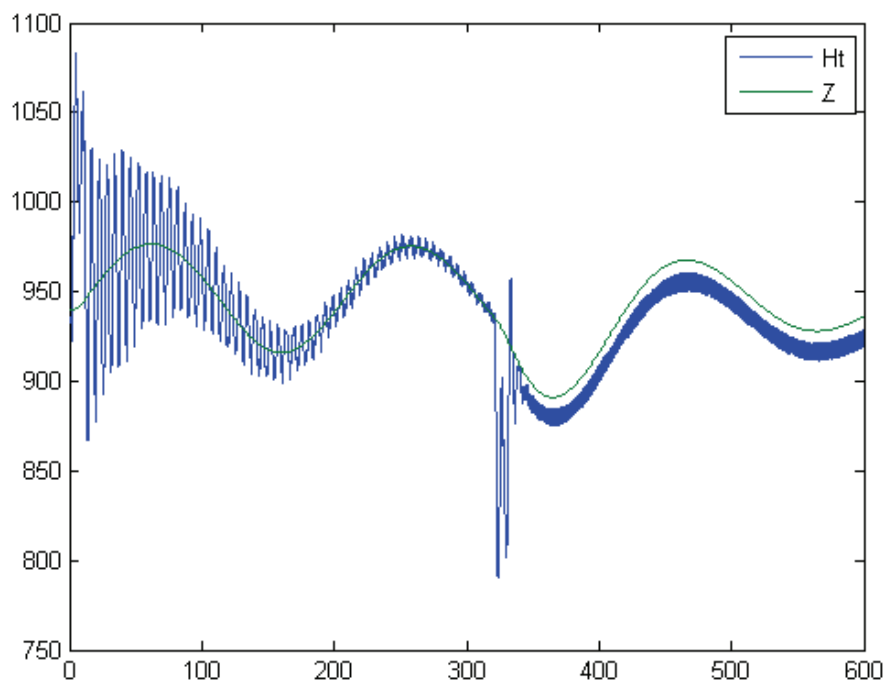
Tabell 5-4 Resultater båndgraf analyse: Konstant tverrsnittsareal i trykksjakt

Tunnelareal	Lukketid	Avslag/pådrag	Δh , Tperiode	Δz , Tperiode
Konstant= $2m^2$	10 sekunder	Enkelt avslag	147.1 m , 6s	36 m , 195s
Konstant= $2m^2$	21 sekunder	Enkelt avslag	71.1 m	36.7 m , 197s
Konstant= $2m^2$	10 sekunder	Avslag - pådrag	147.1 m	-44 m , 195s
Konstant= $2m^2$	15 sekunder	Avslag - pådrag	104.1 m	-49.3m , 195s
Konstant= $2m^2$	21 sekunder	Avslag - pådrag	71.1 m	-44 m , 195s

I Figur 5.13 og Figur 5.14 er resultater fra båndgrafanalyse ved avslag og pådrag i ugunstig fase vist. Trykket på y-aksen er netto meter vannsøyle. For å sammenligne direkte med resultater fra Eulerberegningene må det legges til 40 meter som er turbinens kotehøyde. Begge figurene viser trykket foran turbinen som H_t og hvordan sjaktnivået svinger som Z .



Figur 5.13 Trykkstøt og sjaktsvingninger: Avslag, $H_o=949\text{m}$, $Z_o=941\text{m}$, $T_L=21\text{s}$



Figur 5.14 Trykkstøt og sjaktsvingninger: Avslag+pådrag (320s), $H_o=949\text{m}$, $Z_o=941\text{m}$, $T_L=21\text{s}$

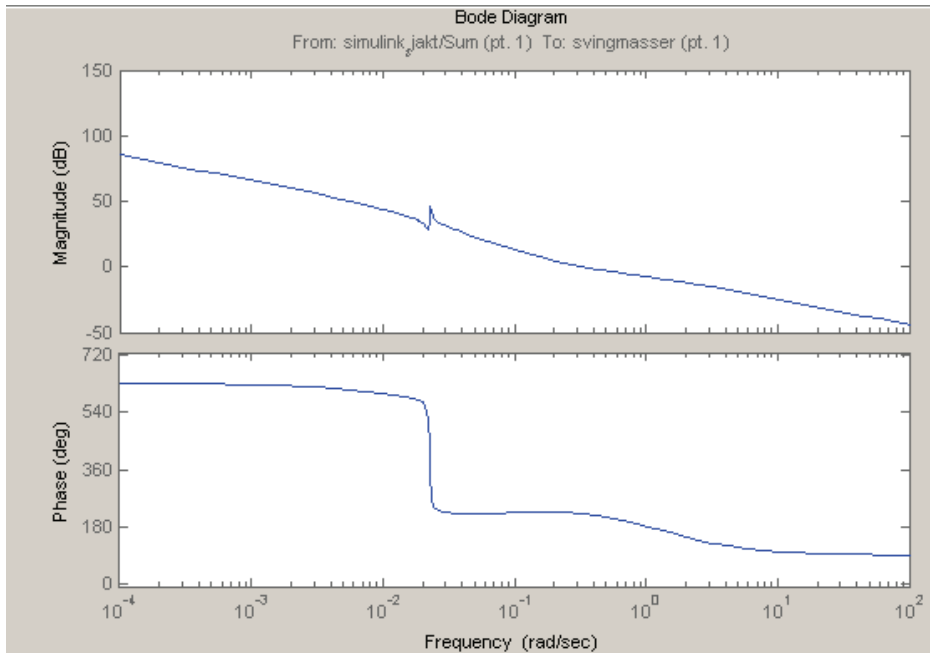
5.3 Resultat frekvensanalyse

Ta også med tilløpssidene for tunnel, trykksjakt og svingesjakt. Regulatorparametere og konstanter angis i tabell.

Tabell 5-5 Blokkdiagram parametere

Td	10
Kp	3
bt	0.395
bp	0.06
Twt	2.1
Kt	0.022
As	16
Ts	917
Ks	0.022
Twp	1.24
Kp	0.0133
Ta	8.16
Qo	16.5
Ho	946

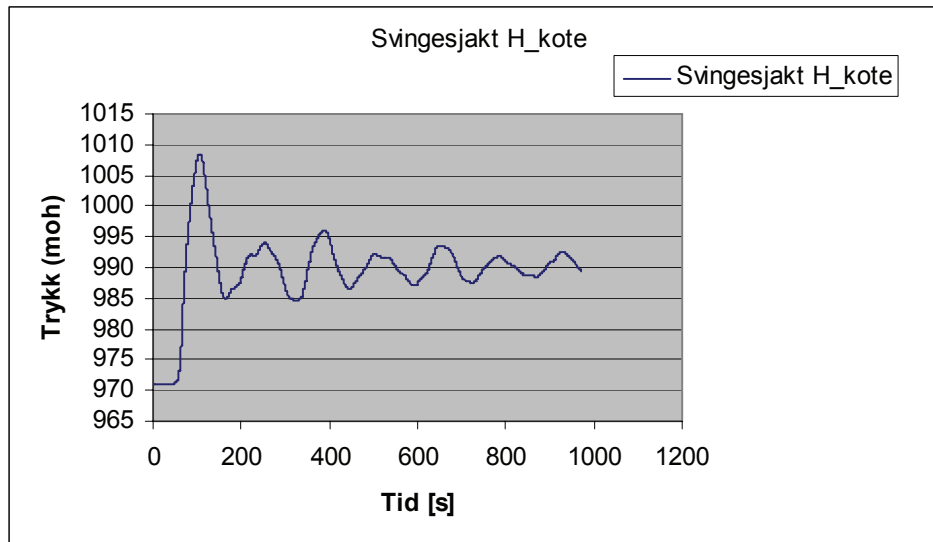
Figur 5.15 viser amplitude-fase-diagrammet for åpen sløyfe med $K_t=0.0083$.



Figur 5.15 Bodediagram: Åpen sløyfe

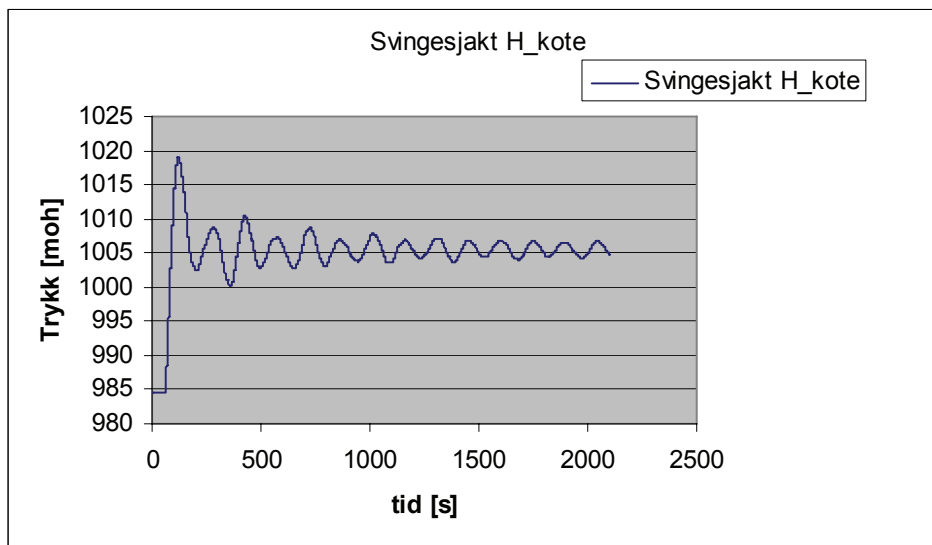
5.4 Resultat fra programmet LV-trans

Figuren under viser svingeforløpet i sjaktnivået ved avslag når Skålavatn er på LRV og $Z_o=971$ moh. Oppsvinget er på $\Delta z=37$ meter.



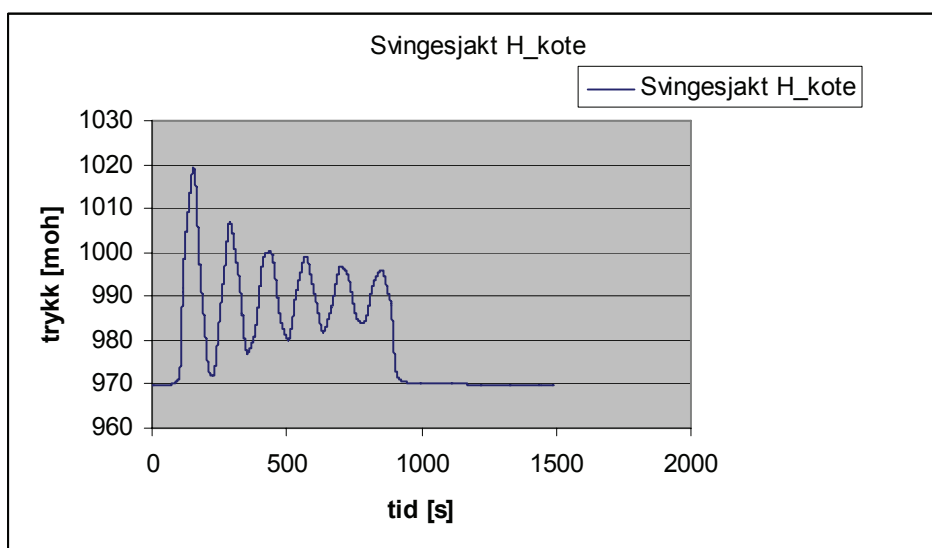
Figur 5.16 Sjaktnivå: $H_o=990$ moh, $Z_o=971$ moh, enkelt avslag

Figuren under viser svingeforløpet ved avslag når nivået i Skålavatn er på 1005,5 moh (NRV). Z_o er da på 985 moh. Oppsvinget i sjakta er på $\Delta z=33$ meter.



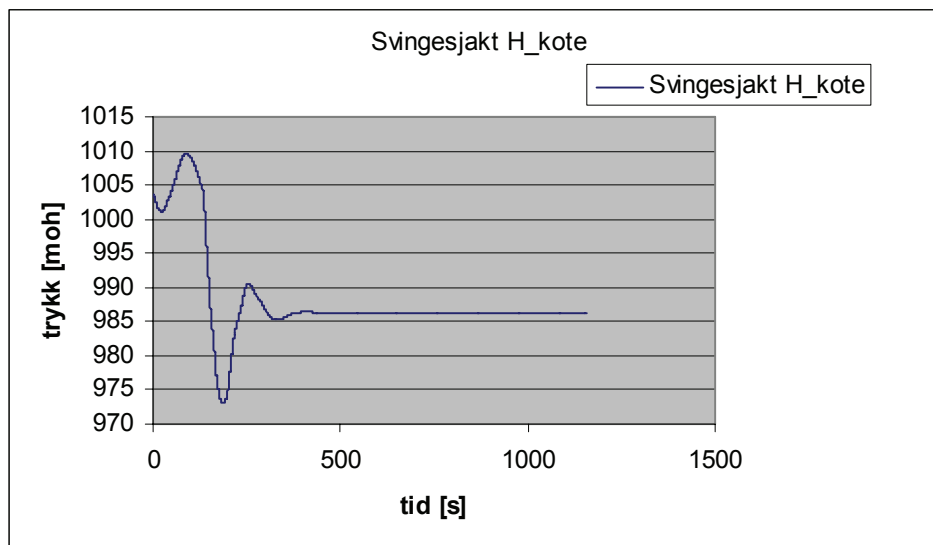
Figur 5.17 Sjaktnivå: $H_o=1005.5\text{moh}$, $Z_o=985\text{moh}$, enkelt avslag

Figuren under viser sjaktsvingningene ved pådrag ca 900s etter avslag. Skålavatn er på 990 moh og Z_o er på 969 moh. Oppsvinget blir $\Delta z=51$ meter. Nedsvinget etter pådrag er på $\Delta z=-20$ meter.



Figur 5.18 Sjaktnivå: $H_o=990$, $Z_o=969$, avslag med pådrag i ugunstig fase

Figuren under viser hvordan sjaktnivået svinger ved pådrag ca 900s etter avslag. Skålavatn er på NRV. Z_o var før avslaget på 986 moh. Nedsvinget er $\Delta z=-32$ meter.



Figur 5.19 Sjaktnivå: $H_o=1005.5\text{moh}$, $Z_o=986\text{moh}$, pådrag ugunstig fase etter avslag

6 Diskusjon

6.1 Analytisk analyse

Resultatene fra den analytiske analysen gir et maksimalt oppsving i sjakta på 35.5m og et maksimalt nedsving på -33.5 m når det tas hensyn til friksjon. Friksjonsfri strømning gir opp og nedsving på ± 32.5 m. Da tunnelsålen er på kote 968m er at det fare for at frispilstrømning skal oppstå når nivået i svingesjakta er lavere enn 1001.5m. Dette er imidlertid maksimalt (teoretisk) oppsving og nedsving under verst forhold. Dempingen i et slikt tunnelsystem er erfaringsmessig større i praksis enn i teoretiske beregninger. Øvre kote for svingesjakta er på kote 1030 m (LVtrans, 2006). De analytiske beregningene gir dermed at vannet fra svingesjakta kan flomme ut av sjakta ved turbinavslag dersom nivået i sjakta før avslag var på 994.5 m eller høyere. Det vil også være fare for luftinnsug i tunnelen dersom nivået i sjakta synker til under taket på tunnelen under sjakta. Dette kan skje dersom nivået i sjakta før pådrag er lavere enn 1003 moh.

Det maksimale trykkstøtet som vil oppstå ved et avslag er på 96.86 mVs dersom et konstant tunnelareal på 2.54 m^2 brukes. Hele 1500 meter av tunnelen har et tverrsnittsareal på mellom 2.01 og 2.54 m^2 , mens kun de siste 30 meterene har et areal på 16 m^2 . En antagelse av et konstant areal på 2.54 m^2 bør dermed stemme ganske bra. Når det økte trykket som følge av oppsving i svingesjakta tas med i betraktning blir maksimal trykkøkning foran turbinen på 116 mVs.

Disse beregningene er gjort med verdier for fullastkjøring. Denne type kjøring vil ikke oppstå ofte, men kan forekomme av og til.

6.2 Simuleringer i tidsplanet

6.2.1 Karakteristikkmetoden

Størrelsen på trykkstøt er som vist i resultatene fra karakteristikkmetoden avhengig av lukketiden til turbinen. Siden dette anlegget har Pelton turbiner kan en deflektor komme mellom nåleventilen og skovlen slik at turbinen slutter å produsere omtrent øyeblikkelig. Det tapes imidlertid mye energi i form av vann som strømmer gjennom nåleventilen og ut med avløpet uten å bidra til noen strøm produksjon. Det er derfor ønskelig å kunne stenge nåleventilen så raskt som mulig dersom noe uforutsett skulle skje. Dvs. plutselig linjeutfall, problemer med utstyr og lignende. Trykkstøtberegninger kan gi svar på hvor raskt du kan forsvare å lukke turbinen uten å gå over grensene for hvor høyt trykk utstyret kan tåle.

Vannveisystemet til fortun kraftverk er modellert med ulike grader av nøyaktighet. Trykkforløpet i vannveien beregnes ved et turbinavslag. En svært viktig parameter som påvirker størrelsen på trykkstøtet er turbinens lukketid. Når lukketiden kortes ned øker størrelsen på trykkstøtet betraktelig. Dette vises klart i Figur 5.4 - Figur 5.6 og i Tabell 5-2. En lang lukketid er dermed gunstig for å senke størrelsen på trykkstøtet som oppstår ved avslag. Ulempen med lang lukketid er at mye vann vil gå tapt før ventilen lukkes.

Tverrsnittsarealet i tunnelen mellom sjakt og turbin er også avgjørende for størrelsen på trykkstøtet. Dersom et program basert på karakteristikkmetoden skal brukes for å estimere trykkstøt for et reelt vannveisystem/kraftverk må tunnelprofilen modelleres så nøyaktig som mulig. Nesten hele tunnelen, 1500 m, fra svingesjakta og til turbinen har tverrsnitt som varierer mellom 2 og 2.5 m². Kun det siste tunnelstykket på 30 m har et areal på 16 m². Dersom hele tunnelengden modelleres med et tverrsnittsareal på 3 m² gir det et avvik på 22.6 mVs i forhold til et mer virkelighetsnært tunnelprofil.

Til slutt er trykkforløpet gjennom hele vannstrengen fra overvannet Skålavatn via svingesjakta og fram til turbinen estimert. Trykket ved knutepunktet mellom tunnel og svingesjakt (der trykksjakta begynner) varierer nå med vannspeilnivået i svingesjakta. Som vist i Figur 5.8 blir trykket foran turbinen 5 mVs høyere når sjaktsvingningene tas med i betraktning. Dette er helt naturlig siden et avslag fører til at vann fra magasinet strømmer opp i svingesjakta når det ikke er plass i trykksjakta. Trykket på vannstrengen fra sjakta og ned til turbinen blir dermed høyere. Dette kommer i tillegg til trykkstøtet som oppstår ved et avslag.

6.2.2 Sjaktsvingninger

Når turbinen åpnes eller stenges forårsaker dette såkalte u-rørssvingninger mellom svingesjakt og overliggende magasin. Disse svingningene kan bli stående i lengre tid slik

at et pådrag i ugunstig fase vil kunne føre til ekstremt lavt vannivå i svingesjakta. Som vist i Figur 5.9 - Figur 5.12 kan nivået i sjakta synke ned til (og i teorien lavere enn) tunnelsålen. Når vannspeilet i svingesjakta synker ned til tunnelsålen vil det oppstå frispeilstrømning. Dette øker den lokale hastigheten til vannet som igjen fører til økt massetransport. Dette problemet er størst når nivået i overvannet Skålavatn er på et lavt nivå. Men som vist i Figur 5.10 kan det oppstå frispeilstrømning også når magasinnivået er på middel nivået 1005.5 moh. Ved høyeste regulerte vannstand, LRV=1013 moh., ser det ikke ut til å være fare for frispeilstrømning på tunnelsålen. Figur 5.12 viser hvordan pådrag mer enn 15 minutter etter at turbinen er falt ut kan gi nedsving i sjaktnivået som er lavere enn tunnelsålen. En operatør har ingen mulighet for å vite om det er slike stående svingninger i systemet dersom det ikke er montert (og brukes) trykkmålere i tunnelen??.

Frispeilstrømning er imidlertid ikke det eneste problemet som kan oppstå som følge av sjaktsvingninger. Det er heller ikke ønskelig med innsug av luft i tunnelen fra svingesjakta. Dette kan oppstå dersom sjaktnivået synker til lavere enn tunneltaket til tunnelen under sjakta. Tunneltaket er naturlig nok høyere enn tunnelsålen, slik at luftinnsug vil oppstå før en eventuell frispeilstrømning. Det er heller ikke ønskelig at nivået i sjakta skal stige for høyt. Dersom sjaktnivået stiger høyere enn svingesjaktas øvre høyde vil vannet flomme ut av sjakta og dermed gå tapt. Dette gir tap av vann som kunne vært brukt til å produsere elektrisitet og gir dermed tap av penger/inntekt.

En endring i lukketiden gir liten eller ingen endring i u-rørsvingningene. Dette er vist i figurer i vedlegg C.

6.2.3 Båndgrafanalyse

Fordelen med båndgrafmetoden i forhold til for eksempel karakteristikkmetoden er at et program beregner både trykkstøt og sjaktsvingninger. Dersom du behersker båndgrafmetoden kan du derfor spare tid til programmering i forhold til å bruke både karakteristikkmetoden og en eulerberegning for å finne henholdsvis trykkstøt og sjaktsvingninger.

For et enkelt avslag vil vannspeilnivået i sjakta kunne stige med 37 meter. Dersom nivået i sjakta var på over 995 moh. vil dette gi et overløp/flom av vann ut i naturen. Nivået i sjakta vil etter å ha nådd sin maksimumsverdi synke ned med ca 35 meter i forhold til nivået før avslaget. Dersom nivået i sjakta før avslag var på 1003 meter eller lavere vil frispeilstrømning oppstå. Luftinnsug i tunnelen vil kunne skje selv om sjaktnivået er på 1005 moh. Av Figur 5.13 og Figur 5.14 kan det sees at sjaktsvingningene ikke dempes raskt ut. Det vil si at det kan være stående svingninger i systemet en god stund etter et avslag eller et brått pådrag.

Igjen vises det at lukketiden er avgjørende for trykkstøtets størrelse, men av liten betydning for sjaktsvingningene.

6.3 Simulering i frekvensplanet

Når Nyquists stabilitetskriterium anvendes på amplitude-fase-diagrammet i Figur 5.15 får vi at Fortun systemet er absolutt stabilt. Det vil si at systemet er reguleringsmessig stabilt. Ser av **Error! Reference source not found.** at fasevinkelen er større en -180 grader når amplitudekurven krysser 0dB-linja. Fasevinkelen skal imidlertid gå under -180 grader på et punkt for et system som Fortun. Det ser derfor ut til at modellen ikke er helt riktig. Når disse resultatene sammenlignes med resultater fra tidligere arbeid utført av T. Nielsen (2003) er amplitudekurven ganske lik, mens fasevinkelen er svært forskjellig. Forfatteren har prøvd å finne feilen i modellen, men har dessverre ikke klart det på grunn av manglende tid til rådighet. Da amplitudekurven ser fornuftig ut og stemmer ganske bra med tidligere resultater ligger feilen sannsynligvis i beregningen av fasevinkelen.

6.4 LV-trans simuleringer

Simuleringene i LV-trans gir et svingeforløp ved avslag ved full drift der nivået i sjakta først stiger med 33-37 meter høyere enn nivået i sjakta før avslag. Denne stigningen varierer noe med nivået i magasinet Skålavatn. Stigningen er litt høyere når magasinnivået er på normalkoten 1005.5 moh. i forhold til når nivået er på 990 moh som er det laveste nivået. Dersom nivået i svingesjakta er høyere enn rundt 995 moh vil vannspeilet i sjakta kunne stige høyere enn selve sjakta og vann vil strømme ut av sjakta.

Avslag med påfølgende pådrag i ugunstig fase gir et nedsving på 20 meter når nivået i Skålavatn er på 990 moh. Når Skålavatn er på 1005.5 moh blir nedsvinget på 32 meter med pådrag i ugunstig fase. Igjen øker amplituden på svingeforløpet med økt nivå i Skålavatn. Som vist i Figur 5.18 og Figur 5.19 svinger sjaktnivået ned til 970 moh på det laveste. Det vil derfor være fare for luftinnsug i tunnelen, men det ser ikke ut til å være noen fare for frispelstrømning. Det er imidlertid kun snakk om 2 meter mer nedsving før frispelstrømning på tunnelsålen vil kunne inntreffe. Tunnelsålen er på 968 moh, mens tunneltaket er på kote 970 moh.

Alle resultatene viser at sjaktsvingningene dempes svært sakte ut. Selv etter 30 minutter svinger sjaktnivået fortsatt med 3-5 meter.

LV-trans simuleringene gir et sjaktnivå på ca 971 moh. når nivået i Skålavatn er på LRV. Dette gir et falltap på 19 meter som stemmer bra med falltapsmålinger utført i 1990 av Nybro Bjerck AS (Notat Norsk Hydro, 1996). Disse målingene gav et falltap på 23.1 meter ved full last kjøring vinterstid og 9.1 meter sommertid.

6.5 Sammenligning av analytiske og numeriske resultater i tidsplanet

Som vist i Tabell 5-1 og Figur 5.1-5.2 gir analytiske beregninger et maksimalt opp/nedsving i sjaktnivået på 32,5 meter når det ikke tas hensyn til friksjon. Med friksjon blir amplituden på ca 35 meter. Sammenlignet gir Eulers metode ved avslag fra full last kjøring et oppsving på 30 meter med påfølgende nedsving på 10 meter i forhold til startnivået. Eulers metode gir altså at sjaktsvingningene dempes ganske raskt ut i forhold til analytiske anslag. Et pådrag etter at turbinene har vært avslått i over 16 minutter gir et nedsving på 15 meter. Dette er halvparten av verdien som de analytiske beregningene gir. Eulers metode ser altså ut til å skille seg mer fra analytiske beregninger ved pådrag enn ved avslag. Selve Eulerberegningen tar noe tid. Omtrent 3-8 minutter alt etter hvor lang tid svingeforløpet skal beregnes over.

Båndgrafanalysen gir et oppsving i sjaktnivået på 36 meter ved avslag fra full last kjøring. Dette er høyere enn de anslagene analytiske og Eulerberegninger gir. Svingningene dempes ut saktere enn ved Euler løsningen. Forløpet for sjaktsvingningene fra båndgrafmetoden ligner mer på de analytiske beregningene enn Euler beregningene. Båndgrafmetoden regner imidlertid mye raskere enn Eulerløsningen. Resultatene kommer bare sekunder etter at beregningen er satt i gang. LV-trans gir et oppsving på rundt 35 meter ved turbinavslag. Dette stemmer godt med både de analytiske verdiene og med resultater fra de numeriske modellene. Ved pådrag gir LV-trans et nedsving av sjaktnivået på mellom 20 og 32 meter. 32 meter stemmer bra med de analytiske beregningene, mens nedsvinget på 20 meter stemmer bedre med svingeforløpet som er funnet ved Eulers metode.

Båndgrafmetoden gir et maksimalt trykkstøt på 71.1 mVs når lukketiden settes til 21 sekunder. Analytiske beregninger gir til sammenligning et trykkstøt på 96.6 mVs når lukketiden er 21 sekunder. Karakteristikkmetoden setter trykkstøtet til 86.3 meter når det regnes med vannveien fra svingesjakt til turbin. Når vannveien regnes fra magasinet Skålavatn via svingesjakta og til turbinen blir trykkstøtet på 91.3 mVs. For både de analytiske resultatene og resultatene fra karakteristikkmetoden må det økte trykket som følge av sjaktsvingningene legges til. Trykkstøtet fra analytisk beregning økes dermed til 116 mVs. For å finne det totale trykket foran turbinen ved avslag må resultatene fra karakteristikkmetoden legges sammen med resultatet fra Eulerberegningene. Et avslag gir med euler løseren et trykk foran turbinen som tilsvarer en nivåheving på ca 15 meter etter 21 sekunder. Det totale trykket når karakteristikkmetoden kombineres med eulermetoden blir dermed på 101.3 mVs for vannveien fra sjakt til turbin. For vannveien fra magasin til sjakt til turbin blir trykkstøtet på 106.3 mVs. Ser at den analytiske løsningen gir den høyeste verdien for trykkstøtet. Resultatet fra karakteristikkmetoden sammen med eulerberegningene gir en verdi på trykkstøtet som er 10-15 meter lavere enn analytisk løsning. Båndgrafmetoden gir den laveste verdien for trykkstøtet. Hele 30 meter lavere enn karakteristikkmetoden og 45 meter lavere enn analytisk verdi.

I et tidligere arbeid er det beregnet et oppsving i sjakta ved avslag fra full last kjøring på $\Delta Z=40$ meter (Nielsen, 2003). Dette svingeforløpet er noe høyere enn det som er beregnet i denne oppgaven. Forskjellen er imidlertid ikke større enn rundt 5 meter fra de numeriske resultatene i denne oppgaven. Resultatene fra undersøkelsen i 2003 skal være i

samsvar med visuelle observasjoner og målinger ifølge veileder. Erfaringsmessig blir imidlertid sjaktsvingninger stort sett alltid lavere og dempes raskere ut i virkeligheten enn hva analytiske og numeriske beregninger gir.

Som den eneste modellen gir LV-trans ikke noe tilfelle der frispeilstømning oppstår på tunnelsålen. Problemet med økt massetransport har oppstått. Tidligere undersøkelser har konkludert med at frispeilstømning på tunnelsålen mest sannsynlig er årsaken til den økte massetransporten (Nielsen, 2003).

7 Konklusjon

Modellene for å analysere dynamikken i Fortun kraftverk ser ut til å gi ganske realistiske resultater. Simuleringene gir sjaktsvingninger og trykkstøt som samsvarer både med de andre analytiske anslag og med resultater fra tidligere arbeid. Resultatene fra tidligere skal stemme bra med målinger og visuelle observasjoner på Fortun kraftverk.

LV-trans gir sjaktsvingninger som stemmer bra med de andre modellene bortsett fra at nedsvinget aldri ser ut til å gå under tunneltaket og ned på sålen. Simuleringene med de andre modellene i tidsplanet gir derimot resultater som tyder på stor fare for frispeilstømning på tunnelsålen ved avslag og særlig ved påfølgende pådrag.

Det ser ut til at mange forskjellige numeriske metoder kan benyttes for å gjennomføre stabilitetsanalyse av vannkraftverk. Båndgrafmetoden har den fordelen at her beregnes trykkstøt og U-rørssvingninger i samme program. Resultatene ser imidlertid ut til å være litt høye for sjaktsvingningene og litt lave for trykkstøt. Eulermetoden ser ut til å gi gode resultater for sjaktsvingningene, men programmet bruker litt lang tid.

Karakteristikkmetoden gir gode resultater for trykkforløpet i tunnelen, men tar ikke med sjaktsvingningene. Det er også viktig å modellere tunnelprofilen ganske nøyaktig da tunnelarealet er avgjørende for størrelsen på trykkstøtet.

Frekvensanalysen gir ikke noe klart svar på hvordan reguleringsstabiliteten er i Fortun da det er en feil i programmet som gir en alt for høy fasevinkel. Feilen finnes sannsynligvis i modelleringen av svingesjakta.

8 Anbefalinger

På bakgrunn av det som er kommet fram i denne oppgaven kan det anbefales å foreta målinger av trykkforøp og sjaktnivå for å sjekke modellenes gyldighet. Blokkdiagrammet bør sjekkes nøye for å finne årsaken til at det gir feil fasevinkel og rette opp dette.

Referanseliste

Brown, F.T., *Engineering System Dynamics*. New York: Marcel Dekker, Inc., 2001

Nielsen, T.K., *Dynamisk dimensjonering av vannkraftverk*. Rapport 1990, Vannkraftlaboratoriet NTNU., 1990

Nielsen, T.K., Transient Characteristics of high head francis turbines. (Doktor Ingeniør Avhandling, Norges Tekniske Høgskole, 1990).

SINTEF Energiforskning AS ved Nielsen, T.K., Skagen kraftverk – Stein- og sandtransport., Hydro Energi, 2003

SINTEF Energiforskning A, Dynamisk simulering av Fortun kraftverk. Hydro Olje & Energi, 2006.

Falltap- og stabilitetsberegninger i Fortun. Notat Norsk Hydro, 1996

Wylie, B.E. & Streeter, V.L., *Fluid Transients in Systems*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1993.

Vedlegg

A Karakteristikkmetoden

Karakteristikkmetoden er en numerisk metode for å løse hyperbolske differensialligninger.

Vi tar utgangspunkt i kontinuitets og bevegelses ligningene for den aktuelle vannstrengen. Disse må formuleres fullt ut for å ta hensyn til elastisiteten i vannet.

$$L_1 = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (\text{A1})$$

$$L_2 = g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} + \lambda \frac{v|v|}{2D} = 0 \quad (\text{A2})$$

Trikset med karakteristikkmetoden er å kombinere de to ligningene L_1 og L_2 slik at:

$$ML_1 + L_2 = 0 \quad (\text{A3})$$

$$M \left[\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} \right] + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} + \lambda \frac{v|v|}{2D} = 0 \quad (\text{A4})$$

$$M \left[\frac{g}{M} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} \right] + \left[M \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} \right] + \lambda \frac{v|v|}{2D} = 0 \quad (\text{A5})$$

Kjerneregelen gir:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial H}{\partial t} \quad (\text{A6})$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{\partial v}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial v}{\partial t} \quad (\text{A7})$$

Setter:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{g}{M} = M \frac{a^2}{g} \quad (\text{A8})$$

Ligning (B5) blir da:

$$M \frac{dH}{dt} + \frac{dv}{dt} + \lambda \frac{v|v|}{2gD} = 0 \quad (\text{A9})$$

Som er en ordinær differensialligning der:

$$M = \pm \frac{g}{a} \quad (\text{A10})$$

Som gir at:

$$\frac{dx}{dt} = \pm a \quad (\text{A11})$$

Vi får dermed to sett med ligninger, C+ og C-:

$$\frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{dv}{dt} + \lambda \frac{v|v|}{2D} = 0 \quad (\text{A12})$$

$$\text{C+ for } \frac{dx}{dt} = a \quad (\text{A13})$$

$$-\frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{dv}{dt} + \lambda \frac{v|v|}{2D} = 0 \quad (\text{A14})$$

$$\text{C- for } \frac{dx}{dt} = -a \quad (\text{A15})$$

For å løse ligningene numerisk erstattes ligningssettet med differanser ligninger.

Innfører først $Q = vA$. Tapet settes som $kQ|Q|$.

$$dH + \frac{a}{gA} dQ + kQ|Q| = 0 \quad (\text{A16})$$

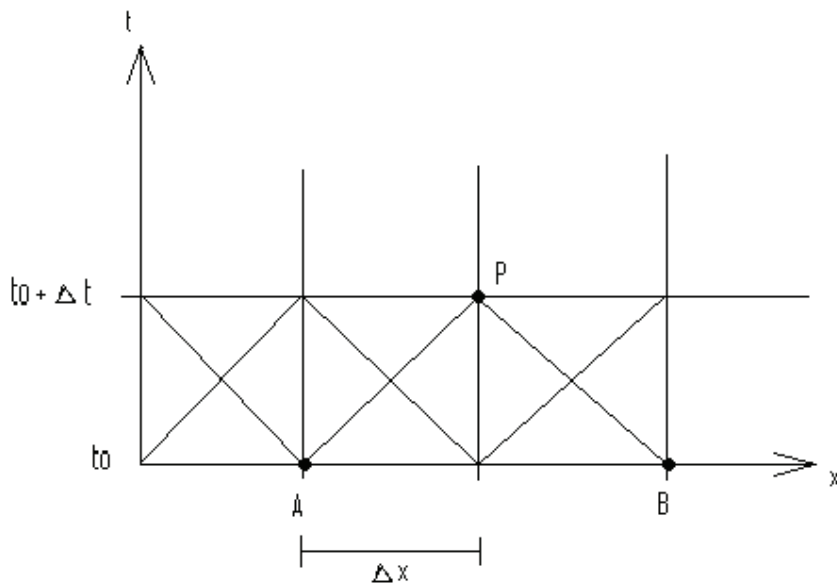
$$-dH + \frac{a}{gA} dQ + kQ|Q| = 0 \quad (\text{A17})$$

Differanse ligningene blir da:

$$H_P - H_A + \frac{a}{gA} (Q_P - Q_A) + kQ_A|Q_A| = 0 \text{ når } \frac{\Delta x}{\Delta t} = a \quad (\text{A18})$$

$$H_P - H_B - \frac{a}{gA}(Q_P - Q_B) - kQ_B|Q_B| = 0 \text{ når } \frac{\Delta x}{\Delta t} = -a \quad (\text{A19})$$

Når H_A , H_B , Q_A og Q_B er kjent kan H_P og Q_P for tidspunkt $t = t_0 + \Delta t$ finnes.



Indeksene A og B brukes for de kjente tilstandene ved tiden t_0 . Indeks P brukes for de ukjente tilstandene ved tidspunkt $t_0 + \Delta t$.

Grensebetingelser:

I endene av røret har vi kun en ligning. Den andre ligningen som er nødvendig for å løse differanseligningene finnes fra grensebetingelseselementet og sammenhengen mellom Q og H.

For enden ved magasinet blir ligningen:

$$H_P = H_0 = \text{konst} \quad (\text{A20})$$

For ventilen blir ligningen:

$$H_P = \left(\frac{Q_P}{KQ_n} \right)^2 H_n \quad (\text{A21})$$

Innsatt i (B18) kan vannstrømmen finnes som:

$$Q_p = -\frac{BC_v}{2} + \frac{\sqrt{(BC_v)^2 + 4C_v(H_A + BQ_A - kQ_A|Q_A|)}}{2} \quad (\text{A22})$$

Der:

$$C_v = \frac{(KQ_n)^2}{H_n} \text{ og } B = \frac{a}{gA} \quad (\text{A23})$$

For rør i serie får vi en ligning for hvert rør. Det er her viktig å passe på at $\Delta t = a\Delta x$ er den samme for begge rørene.

Når hele vannstrengen fra magasinet til svingesjakta og til turbinen tas med i beregningen må en tredje grensebetingelse for forgreiningen mellom tunnel og sjakt settes opp.

$$Q_s = A_s \frac{dz}{dt} \approx A_s \frac{z(t_0) - z(t_0 + \Delta t)}{\Delta t} \quad (\text{A24})$$

Der:

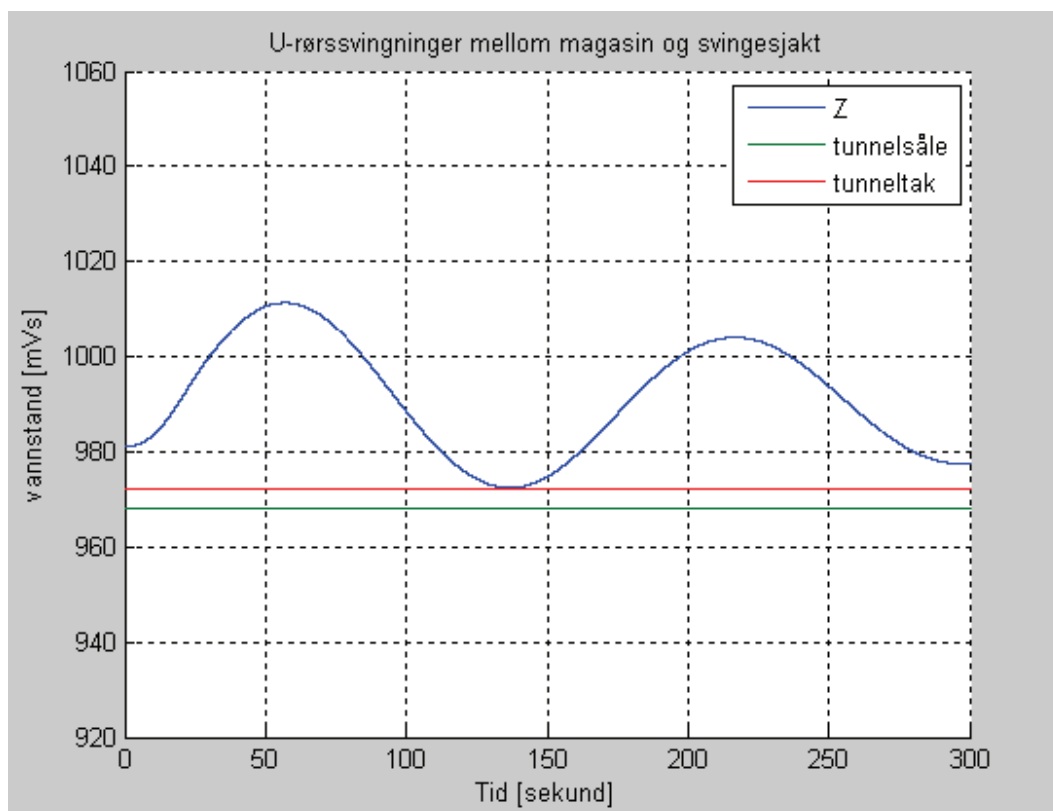
$$Q_s = Q_1 - Q_2 \quad (\text{A25})$$

Trykket fra svingesjakta finnes ved å bruke eulermetoden:

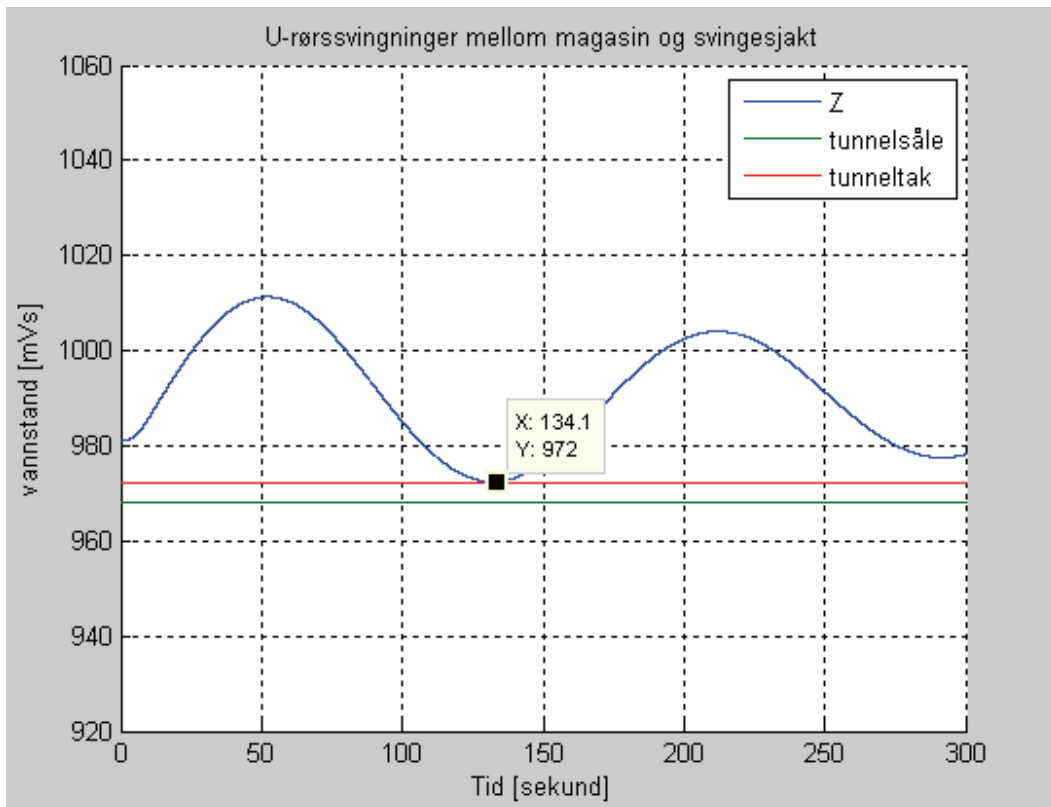
$$z_{ny} = z + \Delta t \frac{Q_1 - Q_2}{A_s} \quad (\text{A26})$$

B Sjaktsvingninger

For å vise at lukketiden ikke har noen stor innvirkning på sjaktsvingningene er det her lagt ved to figurer av samme svingeforløp og med samme betingelser. Kun lukketiden er forskjellig.



Figur C.1 Lukketid 21s, Ho=990m, zo=981m



Figur C.2 Lukketid 10s, Ho=990m, zo=981m

C Båndgraf

Svingesjakt representeres i båndgrafene med et lagringselement C_s :

$$C_s = \frac{q}{e} = \frac{V}{P} \tag{B1}$$

Der V er svingesjaktas volum og P er trykket fra vannet i sjakta målt i Pascal.

Ligningen for C_s kan dermed skrives som:

$$C_s = \frac{V}{\rho g z} = \frac{V}{\rho g \frac{V}{A}} = \frac{A}{\rho g} \tag{B2}$$

Tregheten til vannmassene i tunnelen representeres i båndgrafene med et inertans element I :

$$I = \frac{P}{Q} = \frac{\frac{dP}{dt}}{\frac{dQ}{dt}} = \frac{P_1 - P_2}{A \frac{dv}{dt}} \quad (\text{B3})$$

Newtons 2. lov gir:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \rho L \frac{dv}{dt} \quad (\text{B4})$$

Innsatt i ligning (D3) gir dette:

$$I = \frac{\rho L}{A} \quad (\text{B5})$$

Elastisiteten i vannveien representeres med et fjær-element C:

$$C = \frac{\Delta L \cdot A}{a^2} \quad (\text{B6})$$

der a er lydshastigheten (Nielsen, *Doktor Ingeniøravhandling*, 1990).

D Blokkdiagram

For å lage blokkdiagrammet til Fortun kraftverk (med vannvei) er det tatt utgangspunkt i kapittelet Reguleringsstabilitet i rapporten *Dynamisk Dimensjonering av Vannkraftverk* (Nielsen, 1990).

Regulator:

Fortun kraftverk har PID-regulatorer. Derivatleddet er imidlertid satt til null slik det er vanlig å gjøre for vannkraftverk. Ligningen for regulatoren blir dermed som for en PI-regulator:

$$\frac{dy}{dt} = -K_p \frac{dn}{dt} + \frac{K_p}{T_d} (n_0 - n), \text{ der } y = \text{turbinens \u00e5pningsgrad} \quad (\text{D1})$$

Laplacetransformerer ligning for \u00e5 g\u00e5 fra tidsplanet til frekvensplanet:

$$\Delta y \cdot s = -K_p \Delta n \cdot s + \frac{K_p}{T_d} \Delta n \quad (\text{D2})$$

Innsatt for $\mu = \frac{\Delta n}{n}$, $\Delta n = n_0 - n$ og $\Delta y = y_0 - y = -y$ blir ligningen: (D3)

$$y \cdot s = K_p n_0 \mu \cdot s + \frac{K_p}{T_d} n_0 \mu \quad (D4)$$

Ligning (E4) kan også skrives som:

$$\frac{y}{\mu} = K_p n_0 \left(s + \frac{1}{T_d} \right) \frac{1}{s} = \frac{1 + T_d \cdot s}{b_t T_d \cdot s} \quad (D5)$$

$$\text{der } b_t = \frac{1}{K_p n_0} \quad (D6)$$

I blokkdiagrammet kan regulatoren representeres som vist på tegningen under:



Tunnel:

Likvevektsbalanse gir ligningen for tunnelen:

$$\frac{L_t}{gA_t} \frac{dQ_t}{dt} + \Delta H_s + \frac{fL_t Q_t^2}{2gDA_t^2} = 0 \quad (D7)$$

Innsatt for:

$$h_s = \frac{\Delta H_s}{H_o} \quad , \quad q_t = \frac{\Delta Q_t}{Q_o} \quad , \quad K_t = \frac{fL_t v_o^2}{2gDH_o} \quad (D8)$$

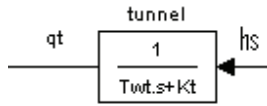
kan tunnellingningen skrives som:

$$T_{wt} \frac{dq_t}{dt} + h_s + K_t q_t \quad (D9)$$

Laplacetransformerer og får:

$$T_{wt} q_t \cdot s + h_s + K_t q_t = 0 \quad (D9)$$

Tunnel elementet i blokkdiagrammet blir da:



Trykksjakt:

For trykksjakt og sugerør settes likevektsbalansen opp som vist under:

$$\frac{L}{gA} \frac{dQ}{dt} + \frac{fLv_o Q}{2gDA} + \Delta H - H_s = 0 \quad (D10)$$

Innfører forholdstall og ordner

$$h_s = \frac{\Delta H_s}{H_o} \quad , \quad h = \frac{\Delta H}{H_o} \quad , \quad q = \frac{\Delta Q}{Q_o} \quad (D11)$$

Ligning (E10) kan da skrives som

$$T_w \frac{dq}{dt} + h - h_s + Ktr \cdot q = 0 \quad (D12)$$

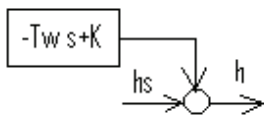
Der

$$K_r = \frac{fLv_o^2}{2gDH_o} \quad (D13)$$

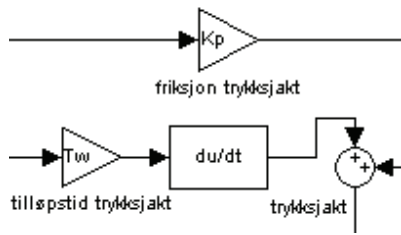
Laplacetransformerer:

$$T_w q \cdot s + h - h_s + K_r q = 0 \quad (D14)$$

I blokkdiagrammet kan trykksjakta representeres med følgende blokk:



Blokkelementet må skrives som vist under for å settes inn i matlabprogrammet Simulink:



Svingesjakt:

Vannstrømmen inn i svingkammeret er lik endringen av vannhøyden i kammeret multiplisert med tverrsnittsarealet til kammeret.

$$A_s \frac{dH_s}{dt} = Q_s \quad (D15)$$

Tidskonstanten for svingkammeret kan skrives som

$$T_s = \frac{A_s H_o}{Q_o} \quad (D16)$$

Innfører forholdstallene q_t , q og q_s på samme måte som for tunnel og trykksjakt. Ligning kan da skrives om til

$$T_s \frac{dh_s}{dt} = q_s = q_t - q \quad (D17)$$

Tregheten i svingesjakt finnes fra likevektsbalanse på samme måte som for tunnel og trykksjakt og kan representeres med

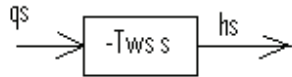
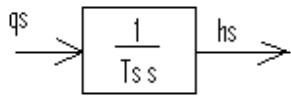
$$T_{ws} \frac{dq_s}{dt} + h_s = 0 \quad (D18)$$

Laplacetransformerer og får:

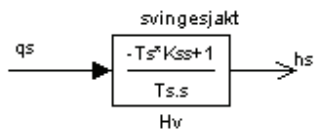
$$T_s h_s \cdot s + q_t - q = 0 \quad (D19)$$

$$T_{ws} q_s \cdot s + h_s = 0 \quad (D20)$$

De to ligningene blir til to blokker som kan reduseres til en i blokk etter reglene for reduksjon av blokkdiagrammer.



De to blokkene kan settes i parallell og så reduseres til en blokk:



Generator/svingmasser:

Differensialligningen som beskriver generatoren er:

$$T_a \frac{dn}{dt} + E_n \cdot n = P \tag{D21}$$

Der E_n representerer statikken til generatoren.

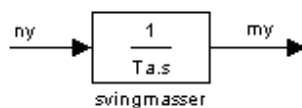
Laplacetransformert kan ligningen for generatoren skrives som følger:

$$\mu = v \frac{1}{T_a \cdot s} \tag{D22}$$

Der

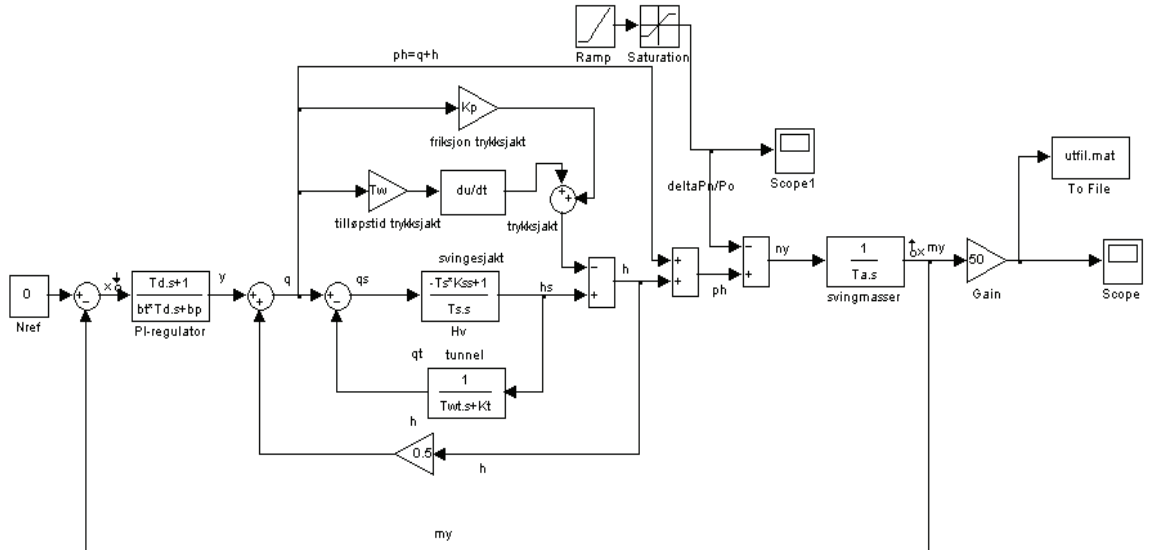
$$v = \frac{\Delta P}{P_o} \tag{D23}$$

I blokkdiagrammet kan generatoren representeres ved følgende blokk:



Ferdig blokkdiagram:

Når alle elementene i vannkraftsystemet sette sammen blir blokkdiagrammet som vist på figuren under:



E Programkoder

E1. Karakteristikkmetoden:

Sjakt til turbin:

% trykkstøt - karakteristikkmetoden

% $H_p = H_a - a/gA (Q_p - Q_a) - k_{Qp} |Q_a| = 0$

% $H_p = H_b + a/gA (Q_p - Q_a) + k_{Qp} |Q_b| = 0$

% Grensebetingelser:

% Magasin: $H(0, t) = H_0$

% Ventil: $H(N, t) = K * A * \text{sqrt}(2g * dH)$

% konstanter

L=30+1530;

A=16;

L1=30+540;

A1=2.54;

L2=960+L1;

A2=2.01;

L3=30+L2;

A3=16;

D1=sqrt(4*A1/3.14);

D2=sqrt(4*A2/3.14);

D3=sqrt(4*A3/3.14);

```

dx=30;
dt=0.025;
a=dx/dt;
g=9.81;
f=0.01;
B1=a/(g*A1);
B2=a/(g*A2);
B3=a/(g*A3);
k1=f*dx/(2*g*D1*A1^2);
k2=f*dx/(2*g*D2*A2^2);
k3=f*dx/(2*g*D3*A3^2);
tmax=1500;
Qo=16.5;
Ho=940;
Qn=16.5;
Hn=939.8378;
K=1;
xo=dx;
to=1;
w=0.0483;
dz=20;

H = zeros(L,tmax);
Q = zeros(L,tmax);

%startbetingelser:
for t=1:1:tmax
    for x=xo:dx:L+dx
        Q(x,t)=Qo;
        x=x+dx;
    end
    H(xo,t)=Ho;
    t=t+1;
end

for t=1:1:tmax
    if t<840
        K=K-0.00119;
    else
        K=0.0004;
    end
    for x=xo:dx:L
        if x<=L1
            k=k1;
            B=B1;
        elseif x<=L2
            k=k2;
            B=B2;
        elseif x<=L3
            k=k3;
            B=B3;
        end
        if t==1
            Q(x,t)=Qo;
            if x==xo;
                H(x,t)=Ho;
            end
        end
    end
end

```

```

else
    H(x,t)=H(x-dx,t)-k*Q(x-dx,t)*abs(Q(x-dx,t));
end
Hn=H(L,1);
elseif x==xo
    Hb=H(x+dx,t-1);
    Qb=Q(x+dx,t-1);
    H(x,t)=Ho;
    Q(x,t)=1/B1*(H(x,t)-Hb-k1*Qb*abs(Qb))+Qb;
elseif x==L3
    Ha=H(x-dx,t-1);
    Qa=Q(x-dx,t-1);
    Cv=((K*Qn)^2)/Hn;
    Q(x,t)=-B3*Cv/2+sqrt((B3*Cv)^2+4*Cv*(Ha+B3*Qa-
k3*Qa*abs(Qa)))/2;
    Qp=Q(x,t);
    H(x,t)=(Qp/(K*Qn))^2*Hn;
elseif x==L1
    Ha=H(x-dx,t-1);
    Hb=H(x+dx,t-1);
    Qa=Q(x-dx,t-1);
    Qb=Q(x+dx,t-1);
    H(x,t)=1/(1+B1/B2)*(Ha+B1/B2*(Hb+k2*Qb*abs(Qb))-B1*(Qb-Qa)-
k1*Qa*abs(Qa));
    Q(x,t)=1/B2*(H(x,t)-Hb-k2*Qb*abs(Qb))+Qb;
elseif x==L2
    Ha=H(x-dx,t-1);
    Hb=H(x+dx,t-1);
    Qa=Q(x-dx,t-1);
    Qb=Q(x+dx,t-1);
    H(x,t)=1/(1+B2/B3)*(Ha+B2/B3*(Hb+k3*Qb*abs(Qb))-B2*(Qb-Qa)-
k2*Qa*abs(Qa));
    Q(x,t)=1/B3*(H(x,t)-Hb-k3*Qb*abs(Qb))+Qb;
else
    Ha=H(x-dx,t-1);
    Qa=Q(x-dx,t-1);
    Hb=H(x+dx,t-1);
    Qb=Q(x+dx,t-1);
    H(x,t)=0.5*(Ha+Hb-B*(Qb-Qa)+k*(Qb*abs(Qb)-Qa*abs(Qa)));
    Q(x,t)=1/B*(H(x,t)-Hb-k*Qb*abs(Qb))+Qb;
end
x=x+dx;
end
t=t+1;
end

figure
plot(H(L,:))
figure
plot(Q(L,:))

Hny=H(L,:);
Qny=Q(L,:);
tid=0:dt:37.5-dt;
figure
plot(tid,Hny)

```

```
figure
plot(tid,Qny)
```

```
-----
-----
Magasin til turbin via sjakt:
```

```
% trykkstøt - karakteristikkmetoden: mag-sjakt-turb
```

```
%  $H_p = H_a - a/gA(Q_p - Q_a) - k_{Qp}|Q_a| = 0$ 
```

```
%  $H_p = H_b + a/gA(Q_p - Q_a) + k_{Qp}|Q_b| = 0$ 
```

```
% Grensebetingelser:
```

```
% Magasin:  $H(0,t) = H_o$ 
```

```
% Ventil:  $H(N,t) = K*A*\sqrt{2g*dH}$ 
```

```
% konstanter
```

```
L=30+11580;
```

```
L1=10050+30;
```

```
A1=17;
```

```
L2=540+L1;
```

```
A2=2.54;
```

```
L3=960+L2;
```

```
A3=2.01;
```

```
L4=30+L3;
```

```
A4=16;
```

```
As=16;
```

```
D1=sqrt(4*A1/3.14);
```

```
D2=sqrt(4*A2/3.14);
```

```
D3=sqrt(4*A3/3.14);
```

```
D4=sqrt(4*A4/3.13);
```

```
dx=30;
```

```
dt=0.025;
```

```
a=dx/dt;
```

```
g=9.81;
```

```
f1=0.05;
```

```
f2=0.01;
```

```
B1=a/(g*A1);
```

```
B2=a/(g*A2);
```

```
B3=a/(g*A3);
```

```
B4=a/(g*A4);
```

```
k1=f1*dx/(2*g*D1*A1^2);
```

```
k2=f2*dx/(2*g*D2*A2^2);
```

```
k3=f2*dx/(2*g*D3*A3^2);
```

```
k4=f2*dx/(2*g*D4*A4^2);
```

```
tmax=1500;
```

```
Qo=16.5;
```

```
Ho=945; %Er Ho målt i moh eller kotehøyde minus  
turbinkotehøyde/undervann?
```

```
Qn=16.5;
```

```
K=1;
```

```
xo=dx;
```

```
to=1;
```

```
H = zeros(L,tmax);
```

```
Q = zeros(L,tmax);
```

```
Z = zeros(tmax);
```



```

%startbetingelser:
for t=1:1:tmax
    for x=xo:dx:L
        Q(x,t)=Qo;
        x=x+dx;
    end
    H(xo,t)=Ho;
    t=t+1;
end

for t=1:1:tmax
    if t<840
        K=K-0.00119;
    else
        K=0.0004;
    end
    for x=xo:dx:L
        if x<=L1
            k=k1;
            B=B1;
        elseif x<=L2
            k=k2;
            B=B2;
        elseif x<=L3
            k=k3;
            B=B3;
        elseif x<=L4
            k=k4;
            B=B4;
        end
        if t==1
            Q(x,t)=Qo;
            if x==xo;
                H(x,t)=Ho;
            else
                H(x,t)=H(x-dx,t)-k*Q(x-dx,t)*abs(Q(x-dx,t));
            end
            zo=H(L1,t);
            Z(t)=zo;
            Hn=H(L,1);
        elseif x==xo
            Hb=H(x+dx,t-1);
            Qb=Q(x+dx,t-1);
            H(x,t)=Ho;
            Q(x,t)=1/B1*(H(x,t)-Hb-k1*Qb*abs(Qb))+Qb;
        elseif x==L1
            Ha=H(x-dx,t-1);
            Hb=H(x+dx,t-1);
            Qa=Q(x-dx,t-1);
            Qb=Q(x+dx,t-1);
            Z(t)=Z(t-1)+dt*(Qa-Qb)/As;
            H(x,t)=Z(t);
            Q(x,t)=1/B2*(H(x,t)-Hb-k2*Qb*abs(Qb))+Qb;
        elseif x==L2
            Ha=H(x-dx,t-1);

```

```

        Hb=H(x+dx,t-1);
        Qa=Q(x-dx,t-1);
        Qb=Q(x+dx,t-1);
        H(x,t)=1/(1+B2/B3)*(Ha+B2/B3*(Hb+k3*Qb*abs(Qb))-B2*(Qb-Qa)-
k2*Qa*abs(Qa));
        Q(x,t)=1/B3*(H(x,t)-Hb-k3*Qb*abs(Qb))+Qb;
    elseif x==L3
        Ha=H(x-dx,t-1);
        Qa=Q(x-dx,t-1);
        Hb=H(x+dx,t-1);
        Qb=Q(x+dx,t-1);
        H(x,t)=1/(1+B3/B4)*(Ha+B3/B4*(Hb+k4*Qb*abs(Qb))-B3*(Qb-Qa)-
k3*Qa*abs(Qa));
        Q(x,t)=1/B4*(H(x,t)-Hb-k4*Qb*abs(Qb))+Qb;
    elseif x==L4
        Ha=H(x-dx,t-1);
        Qa=Q(x-dx,t-1);
        Cv=((K*Qn)^2)/Hn;
        Q(x,t)=-B4*Cv/2+sqrt((B4*Cv)^2+4*Cv*(Ha+B4*Qa-
k4*Qa*abs(Qa)))/2;
        Qp=Q(x,t);
        H(x,t)=(Qp/(K*Qn))^2*Hn;
    elseif (x<L1) && (x>xo)
        Ha=H(x-dx,t-1);
        Qa=Q(x-dx,t-1);
        Hb=H(x+dx,t-1);
        Qb=Q(x+dx,t-1);
        H(x,t)=0.5*(Ha+Hb-B1*(Qb-Qa)+k1*(Qb*abs(Qb)-Qa*abs(Qa)));
        Q(x,t)=1/B1*(H(x,t)-Hb-k1*Qb*abs(Qb))+Qb;
    elseif (x<L2) && (x>L1)
        Ha=H(x-dx,t-1);
        Qa=Q(x-dx,t-1);
        Hb=H(x+dx,t-1);
        Qb=Q(x+dx,t-1);
        H(x,t)=0.5*(Ha+Hb-B2*(Qb-Qa)+k2*(Qb*abs(Qb)-Qa*abs(Qa)));
        Q(x,t)=1/B2*(H(x,t)-Hb-k2*Qb*abs(Qb))+Qb;
    elseif (x<L3) && (x>L2)
        Ha=H(x-dx,t-1);
        Qa=Q(x-dx,t-1);
        Hb=H(x+dx,t-1);
        Qb=Q(x+dx,t-1);
        H(x,t)=0.5*(Ha+Hb-B3*(Qb-Qa)+k3*(Qb*abs(Qb)-Qa*abs(Qa)));
        Q(x,t)=1/B3*(H(x,t)-Hb-k3*Qb*abs(Qb))+Qb;
    end
    x=x+dx;
end
t=t+1;
end

figure
plot(H(L,:))
figure
plot(Q(L,:))

Hny=H(L,:);
Qny=Q(L,:);

```

```

tid=0:dt:37.5-dt;
figure
plot (tid,Hny)
figure
plot (tid,Qny)
-----

```

E2. Sjaktsvingninger:

```

clear
%konstanter:
L1=6297;
A1=16;
L2=3858;
A2=18;
%N=5000;
g=9.81;
Ho=990;
Qo=16.5;
zo=981;
k=0.022;
Hu=40;
Qn=16.5;
Hn=946;
As=16;
k1=g*A1/L1;
k2=g*A2/L2;
K=1;
tmax=1300;
dt=0.01;

%initialbetingelser:
Q1=Qo;
Q2=Qo;
Z=zo;

z=zeros (tmax) ;

%Klargjør figur:
figure(1)
clf
title('U-rørssvingninger mellom magasin og svingesjakt')
axis([0 tmax 920 1060])
xlabel('Tid [sekund]')
ylabel('vannstand [mVs]')
grid
hold on

% figure(2)
% clf
% title('U-rørssvingninger mellom magasin og svingesjakt')
% axis([0 tmax -20 20])
% xlabel('Tid [sekund]')
% ylabel('volumstrøm [m^3]')

```

```

% grid
% hold on

%Hovedløkke:
for t=0:dt:tmax
    if t<2
        K=0.9;
    elseif t<3
        K=0.8;
    elseif t<4
        K=0.7;
    elseif t<5
        K=0.6;
    elseif t<6
        K=0.5;
    elseif t<7
        K=0.4;
    elseif t<8
        K=0.3;
    elseif t<9
        K=0.2;
    elseif t<10
        K=0.1;
    elseif t<11
        K=0.07;
    else
        K=0.05;
    end
    Q1ny = Q1+dt*(k1*(Ho-Z-k*Q1*abs(Q1)));
    Q2ny = Q2+dt*(k2*(Z-Hu-Hn*(Q2/(K*Qn))^2-k*Q2*abs(Q2)));
    Zny = Z+dt*((Q1-Q2)/As);
    Q1=Q1ny;
    Q2=Q2ny;
    Z=Zny;
    %z((t+dt)/dt)=Zny;
    plot(t,Z,t,968,t,972)
end

legend('Z','tunnelsåle','tunneltak')
hold off
-----

```

E3. Båndgrafmetoden:

```

-----
clear all
global g R1 R2 N I1 I2 C2 Cs Se1 Qn Hn Rv

%konstanter
L1=10050;
L2=1500;
A1=17;
A2=3;
As=16;
a=1200;
Ho=949;

```

```

zo=940;
g=9.81;
f1=0.05;
f2=0.01;
N=3;
D1=sqrt(4*A1/3.14);
D2=sqrt(4*A2/3.14);
R1=9810*f1*L1/(2*g*D1*A1^2);
R2=9810*f2*L2/N/(2*g*D2*A2^2);
tmax=600;
Qn=16.5;
Qo=16.5;
I1=1000*L1/A1;
I2=1000*L2/(N*A2);
C2=L2*A2/(N*a^2);
Cs=As/(1000*g);
Se1=1000*g*Ho;
No=2*N+2;

% Startverdier:
p10=Qo*I1;
p210=Qo*I2;
p220=Qo*I2;
p230=Qo*I2;
qs0=940*As;
q210=C2/1000*(Se1-R1*Qo^2);
q220=C2/1000*(Se1-(R1+R2)*Qo^2);
q230=C2/1000*(Se1-(R1+2*R2)*Qo^2);
Hn=q230*1000/C2/(9810);

%Bruker ODE45:
y0=[p10,qs0,p210,q210,p220,q220,p230,q230];
tintervall=[0 tmax];
%[t,y]=eulersolver(@fcn,tintervall,y0);
[t,y]=ode45(@fcn,tintervall,y0);

HtARR=zeros(length(t),1);
ZARR=zeros(length(t),1);
% Q1ARR=zeros(length(t),1);
% Q2ARR=zeros(length(t),1);
for teller=1:length(t)
    tid=t(teller);
    yvektor=y(teller,:);
    [dydt,Ht,Z]=fcn(tid,yvektor);
    HtARR(teller)=Ht;
    ZARR(teller)=Z;
    % Q1ARR(teller)=Q1;
    % Q2ARR(teller)=Q2;
end

figure(2)
plot(t,HtARR,t,ZARR)
legend('Ht','Z')

function [dydt,Ht,Z]=fcn(t,y)

```

```

global g R1 R2 N I1 I2 C2 Cs Se1 Qn Hn Rv

dydt = zeros(8,1);
p1=y(1); % [kg/(ms)]
qs=y(2); % [m^3]
p21=y(3); % [kg/(ms)]
q21=y(4); % [m^3]
p22=y(5); % [kg/(ms)]
q22=y(6); % [m^3]
p23=y(7); % [kg/(ms)]
q23=y(8); % [m^3]

if t<2
    K=1;
elseif t<3
    K=0.925;
elseif t<4
    K=0.85;
elseif t<5
    K=0.775;
elseif t<6
    K=0.7;
elseif t<7
    K=0.625;
elseif t<8
    K=0.55;
elseif t<9
    K=0.475;
elseif t<10
    K=0.4;
elseif t<11
    K=0.325;
elseif t<12
    K=0.25;
elseif t<13
    K=0.175;
elseif t<14;
    K=0.1;
elseif t<15
    K=0.07;
else
    K=0.05;
end

Z=qs/Cs/9810;
Ht=q23*1000/C2/9810;

dydt(1)=Se1-qs/Cs-R1*(p1/I1)^2;
dydt(2)=p1/I1-p21/I2;
dydt(3)=qs/Cs-R2*(p21/I2)^2-1000*q21/C2;
dydt(4)=p21/I2-p22/I2;
dydt(5)=1000*q21/C2-R2*(p22/I2)^2-1000*q22/C2;
dydt(6)=p22/I2-p23/I2;
dydt(7)=1000*q22/C2-R2*(p23/I2)^2-1000*q23/C2;
dydt(8)=p23/I2-K*Qn*sqrt((1000*q23/C2)/(1000*g*Hn));
-----

```

E4. Frekvensanalyse:

```
% Sjaktparametere til Blokkdiagram
% clear all;
close all;
clc
%PI-regulator
Td=10;
Kp=3;
bt=0.395;
bp=0.06;

%Tunnel
Twt=2.1;
%Kt=0.0083;
Kt=0.022;

%Svingesjakt
As=16;
Ho=946;      % Fra LV-trans (Ho og Qo for svingesjakta eller er Ho og Qo
Qo=16.5;    % nominelt trykk og hastighet, dvs Ho=946 og Qo=16.5?
%Ls=36;
Ts=As*Ho/Qo;
Ks=Kt;
%Tws=0.2; Tws antas å være så liten at den ikke har noen særlig
praktisk
           % innvirkning

%Trykksjakt
Tw=1.24;
Kp=0.0133;

%Svingmasser
Ta=8.16;
```