



MASTEROPPGAVE 2011

FAGOMRÅDE: Konstruksjonsteknikk	DATO: 10.06.2011	ANTALL SIDER: 92 + vedlegg
------------------------------------	---------------------	-------------------------------

TITTEL:

Foldedekker i betong

Concrete folded plates

UTFØRT AV:

Morten Høiseith



SAMMENDRAG:

Arkitekturen i Nye Deichmanske hovedbibliotek involverer store spenn kombinert med foldedekker i betong. Vestfasaden i bygget er planlagt med et utkraget foldedekke som spenner 21.5 m for å opprettholde siktlinjen til Operahuset og samtidig oppfylle byggets arealbehov. De overordnede målene med denne oppgaven er å bestemme et fornuftig bæresystem for utkrageren, dimensjonere utkrageren etter gjeldende regelverk (hovedsaklig Eurokode 2), og verifisere beregningsmessig armeringsmengde med ikke-lineære FEM-analyser i DIANA.

Det er i oppgaven laget to FEM-modeller, én skallelementmodell (2D-modell), og én volumelementmodell (3D-modell).

Resultater fra ikke-lineære FEM-analyser med 2D-modellen i bruks- og bruddgrensetilstand viser at armeringsmengde beregnet ved håndberegninger er tilstrekkelig med hensyn til utkragerens kapasitet. Bruddlasten er funnet som 1.9 nyttelasten og resultatene viser momentbrudd ved innspenningen. Videre finnes det at armeringsmengden ikke tilfredsstillende krav til nedbøyning og rissvidder. Flere tiltak diskuteres, og det vises at økt lengdearmering i bjelkene gir tilfredsstillende nedbøyning.

FEM-analysene med 3D-modellen indikerer at skjærproblematikk (gjennomlokking) rundt søyleopplegget er mindre enn på forhånd antatt. Som i 2D-analysen går utkrageren til brudd i innspenningen som følge av en overbelastet trykksone. Bruddlasten sammenlignet med 2D-modellen er omlag 10 % mindre. Dette skyldes trolig ulike randbetingelser og elementtype.

Resultatene fra oppgaven viser at det er mulig å realisere utkrageren.

FAGLÆRER: Professor Svein Ivar Sørensen

VEILEDERE: Professor Svein Ivar Sørensen, NTNU og Professor Nils Erik Forsén, Multiconsult AS

UTFØRT VED: Norges Teknisk Naturvitenskapelige Universitet, NTNU, Institutt for konstruksjonsteknikk

Institutt for konstruksjonsteknikk, NTNU

MASTEROPPGAVE 2011

for
Morten Høiseth

FOLDEDEKKER I BETONG Concrete folded plates

INNLEDNING

”DIAGONALE” heter konseptet arkitektene Lund Hagem Arkitekter/Atelier Oslo AS vant arkitektkonkurransen med om Nye Deichmanske bibliotek. Prosjektet har et planlagt areal på 13900 m² og en kostnadsramme på 1,1 milliarder kroner.

Multiconsult, Hjellnes Consult og Brekke Strand Akustikk inngikk alliansen KulturPlan Bjørvika, og vant konkurransen for utarbeidelse av skisseprosjekt og forprosjekt, med opsjon for videreføring i detaljprosjekt. I denne forbindelse har Multiconsult ønsket å få gjort en vurdering av deler av bygget som foldedekker.

BÆRESYSTEM OG DIMENSJONERING

Kandidaten skal foreslå bæresystem for utkraget foldedekke i det aktuelle bygget basert på tegninger fra Multiconsult.

Nødvendig slakk- og spennarmering skal bestemmes ved en dimensjonering etter Eurokode2.

FEM-PROGRAMMET DIANA

Det skal gis en beskrivelse av hvordan DIANA tar hensyn til ikke-lineære effekter som kryp, svinn, rissdannelse og flytning.

NUMERISKE ANALYSER MED DIANA

Det skal gjennomføres ikke-lineære analyser med skallelementer i DIANA for å kontrollere resultatene fra dimensjonering etter Eurokode2 i både bruks- og bruddgrensetilstanden.

Dersom noen av kravene i regelverket overskrides, forventes en diskusjon om mulige tiltak for å tilfredsstille disse.

Hvis tiden tillater det er det ønskelig at det gjennomføres en 3D-analyse for å vurdere fare for gjennomlokkingsbrudd ved søyleopplegg.

GJENNOMFØRING/VEILEDERE

Oppgaven gjennomføres i samarbeid med Multiconsult.

Veileder ved NTNU: Professor Svein Ivar Sørensen


Veileder hos Multiconsult: Professor Nils Erik Forsén

GENERELT

Det legges stor vekt på klar presentasjon av resultater og vurderinger.

Kreativitet mht resultatpresentasjon belønnes.

NTNU, 2011-06-06


Svein Ivar Sørensen

Forord

Denne oppgaven markerer avslutningen på det 5-årige masterprogrammet Bygg- og miljøteknikk ved Norges Teknisk Naturvitenskapelige Universitet (NTNU). Utdanningen starter bredt og tilbyr spesialisering ved slutten av 2. og 4. klasse. For min egen del har det gitt meg muligheten til å velge studieretning Konstruksjon, og påfølgende hovedprofil Beregningsmekanikk. Et mål med masteroppgaven er å få anvendt mye av det som er lært gjennom studiet. Oppgaven ble til etter initiativ fra Nils Erik Forsén ved Multiconsult AS.

Multiconsult inngår i alliansen KulturPlan Bjørvika som for tiden utarbeider skisseprosjektet for Nye Deichmanske hovedbibliotek som er planlagt åpnet i 2017. Bygget har utfordrende geometri og er blant annet planlagt med et foldedekke i betong som krager ut opptil 21.5 m. Utkragerens store spenn gir utfordringer med hensyn til kapasitet og nedbøyning, og dette danner grunnlaget for oppgaven.

Siden oppgaven ble påbegynt er bæresystemet i bygget forandret, blant annet er det besluttet å henge opp utkragingen i ytterste del. Oppgaven retter seg dermed ikke mot byggets endelige geometri, men er likevel relevant for bygget da den omhandler bæremåten til et foldedekke.

Opgaven har vært utfordrende på den måten at den tar for seg en noe utradisjonell geometri for en bygningskomponent. Det har vært interessant å sammenligne resultater fra håndberegninger og FEM-analyser med programmet DIANA. Ikke-lineære FEM-analyser er tidkrevende, både å bygge opp og beregningsmessig, men gir en god mulighet til å verifisere håndberegninger.

Jeg vil takke Multiconsult AS ved Nils Erik Forsén og Tania Wåge Leporowski for å tilby en spennende og relevant oppgave. En stor takk rettes til Giovanna Lilliu ved TNO DIANA BV for å gi meg utvidet lisens til DIANA. I tillegg har jeg fått god hjelp med bruken av DIANA fra Jan Arve Øverli ved Institutt for konstruksjonsteknikk, Wijtze Pieter Kikstra ved TNO DIANA BV og Max Hendriks ved TU Delft, som jeg setter stor pris på. Til slutt vil jeg takke veilederen min, Svein Ivar Sørensen, for uvurderelig støtte og ukentlige inspirerende møter.

Sammendrag

Arkitekturen i Nye Deichmanske hovedbibliotek involverer store spenn kombinert med folde-dekker i betong. Vestfasaden i bygget er planlagt med et utkraget foldedekke som spenner 21.5 m for å opprettholde siktlinjen til Operahuset og samtidig oppfylle byggets arealbehov. De overordnede målene med denne oppgaven er å bestemme et fornuftig bæresystem for utkrageren, dimensjonere utkrageren etter gjeldende regelverk (hovedsaklig Eurokode 2), og verifisere beregningsmessig armeringsmengde med ikke-lineære FEM-analyser i DIANA.

Ved dimensjonering er utkragerens geometri betraktet med en pragmatisk forenkling. Tverrsnittet, sammensatt av tre foldede plater, er isolert i tre komponenter: to bjelker og én plate. Beregningsmessig nødvendig armering for hver av bjelkene finnes som et system av tre parabelformede spennkabler, minimum horisontal og vertikalarmering, samt tilleggsarmering fra omlag midt i utkrageren og utover. Platen betraktes som en enveisbærende plate, opphengt i bjelkene. Beregningsmessig nødvendig armering i bæreretning finnes, videre beregnes nødvendig minimumarmering for den andre retningen etter Eurokode 2.

Det er gitt en beskrivelse av hvordan ikke-lineære effekter som kryp, svinn, rissdannelse og flytning kan inkluderes ved FEM-analyser i DIANA. Videre er det i oppgaven laget to FEM-modeller, én modell bestående av skallelementer (2D-modell), og én modell bestående av volumelementer (3D-modell). Førstnevnte brukes for å kontrollere armeringsmengde funnet i håndberegningene, og sistnevnte brukes til å kontrollere utkrageren for gjennomlokking.

Resultater fra ikke-lineære FEM-analyser med 2D-modellen i bruks- og bruddgrensetilstand viser at armeringsmengde beregnet ved håndberegninger er tilstrekkelig med hensyn til utkragerens kapasitet. Bruddlasten er funnet som 1.9 nyttelasten og resultatene viser momentbrudd ved innspenningen. Videre finnes det at armeringsmengden ikke tilfredsstillende krav til nedbøyning og rissvidder. Flere tiltak diskuteres, og det vises at økt lengdearmering i bjelkene gir tilfredsstillende nedbøyning.

FEM-analysene med 3D-modellen indiker at skjærproblematikk (gjennomlokking) rundt søyleopplegget er mindre enn på forhånd antatt. Som i 2D-analysen går utkrageren til brudd i innspenningen som følge av en overbelastet trykksone. Bruddlasten sammenlignet med 2D-modellen er omlag 10 % mindre. Dette skyldes trolig ulike randbetingelser og elementtype.

Resultatene fra oppgaven viser at det er mulig å realisere utkrageren.

Innhold

Forord	i
Sammendrag	iii
1 Innledning	1
1.1 Hensikt og omfang	1
1.2 Oppbygging	2
2 Nye Deichmanske hovedbibliotek	3
2.1 Beliggenhet	3
2.2 Globalt bæresystem	5
2.3 Utkragerens geometri	6
3 Dimensjonering	9
3.1 Statisk system	9
3.2 Laster	9
3.3 Bjelke	12
3.4 Plate	35
4 FEM-modeller	45
4.1 Diskretisert utkrager	45
4.2 Materialmodell betong	52
4.3 Rissutvikling	54
4.4 Kryp og svinn	57
4.5 Materialmodell armeringsstål	58
4.6 Materialmodell spennstål	59
4.7 Løsningsprosedyre	60
5 FEM-analyser 2D-modell	63
5.1 Lineær-elastiske resultater	63
5.2 Ikke-lineær resultater for bruksgrensetilstand	66
5.3 Ikke-lineære resultater for bruddgrensetilstand	72
5.4 Diskusjon	76
6 FEM-analyser 3D-modell	79
6.1 Resultater	79

6.2	Diskusjon	82
7	Konklusjon	83
	Referanser	85
	Vedlegg	87
A	Dokumentasjon DIANA/FX+	87
	A.1 Egenlast og spennarmering	88
B	Utfyllende beregninger	91
	B.1 Tap av tøyingsdifferanse	92
	B.2 Kryp, svinn og relaksasjon	94
	B.3 Skjærstrekkapasitet bjelke	103
	B.4 Skjærstrekk- og skjærtrykkapasitet i plate	105
	B.5 Grenseverdi av rissvidden w_{max}	106

Kapittel 1

Innledning

1.1 Hensikt og omfang

I arkitekturen er det ofte en streben etter konstruksjonsuttrykk som betegnes som spenstige og svevende. Dette gir konstruktøren utfordringer i forhold til konstruksjonens styrke, byggbarhet, funksjon og om den lar ser realisere økonomisk. Nye Deichmanske hovedbibliotek, som denne oppgaven retter seg mot, er et typisk eksempel.

Materialet betong har relativt høy trykkfasthet sammenlignet med strekkfasthet. Faktoren mellom trykk- og strekkfasthet er omlag 10 [20], og ved håndberegninger neglisjeres betongens evne til å overføre strekk. Som en konsekvens av manglende evne til å overføre strekkrefter må betong armeres. For plaststøpte bjelker og plater med mindre spenn samt vegger og søyler med begrenset last er det normalt tilstrekkelig å benytte slakkarmering. For større betongkonstruksjoner som for eksempel brotverrsnitt med store spenn er det ofte nødvendig med spennarmering for å tilfredsstille krav til nedbøyning og kapasitet.

Oppgaven omfatter å dimensjonere et planlagt utkraget foldedekke (heretter kalt utkrageren) i betong på 21.5 m i Nye Deichmanske hovedbibliotek etter gjeldende standard for betongkonstruksjoner, Eurokode 2 (EC2) [20].

Hensikten med oppgaven er å undersøke om det er gjennomførbart å oppføre en slik bygningskomponent innenfor de styrkemessige begrensningene EC2 setter til betong og armeringsstål. I oppgaven brukes FEM¹-programmet DIANA², versjon 9.4.3, med pre-/postprosessor FX+ til å kontrollere dimensjonerende armeringsmengde funnet ved håndberegninger basert på forenklet geometri. Hensikten med oppgaven er videre å bruke DIANA til å kontrollere utkrageren mot de krav som stilles i bruks- og bruddgrensetilstand i EC2. Se forøvrig oppgaveteksten.

I samråd med veileder er det tatt utgangspunkt i en forenklet geometri med randbetingelser som er en pragmatisk forenkling i forhold til hvordan utkrageren er planlagt å bygges. På

¹FEM: Finite Element Method.

²DIANA: DIplacement ANAlyzer, FEM-program utviklet av Netherlands Organization for Applied Scientific Research (TNO) og TNO DIANA.

den måten er det mulig å dimensjonere utkrageren med formelverk basert på tradisjonell bjelketeori. I FEM-modellene er imidlertid utkrageren beskrevet med sann geometri og én av modellene inkluderer også modellering av randbetingelser som representerer en eventuell søyle. Dermed kan avvik i kapasitet mellom forenklet og sann geometri/randbetingelser avdekkes gjennom FEM-analysene. FEM-analysene er begrenset til material ikke-linearitet. Geometrisk ikke-linearitet er det ikke tatt hensyn til.

Emner som byggbarhet av utkrageren, dynamisk respons (herunder ulykkesgrensetilstand og dimensjonering for jordskjelv) og økonomi anses som å være utenfor oppgaven.

Opgaven er skrevet mens prosjektet er i skissefasen, det vil si at endringer med hensyn til geometri og bæresystem trolig vil forekomme. Skisseprosjekt per 2010 beskrevet av rapportene *RIB-D 003* [21] og *Kulturbyggene i Bjørvika* [15] er lagt til grunn for oppgaven.

1.2 Oppbygging

Rapporten starter med en beskrivelse av Nye Deichmanske hovedbibliotek i kapittel 2, herunder utkragerens geometri. Kapittel 3 tar for seg dimensjonering av utkrageren etter EC2, og både armerings- og spennarmeringsmengde blir funnet. I kapittel 4 blir bakgrunnen for FEM-analysene, herunder elementer og materialmodeller, diskutert. Kapittel 5 presenterer resultater fra FEM-analyser og kontroll i forhold til krav i EC2 blir utført. I kapittel 6 presenteres resultater med hensyn til gjennomlokking. En oppsummering av resultater og konklusjon finnes i kapittel 7.

I samråd med veileder er det besluttet å utelate teori om dimensjonering av bjelker og plater i betong. Ved bruk av formler, er det henvist til aktuelle kilder, og teori er for det meste hentet fra Sørensen (2010) [22]. Forøvrig er kilder gitt ved nummerert henvisning, bortsett fra referanser til EC2 som er gjort ved å nevne aktuelle punkter i teksten.

For å lette lesbarhet er det ved diskusjon av FEM-analysene forsøkt å ikke inkludere program-syntaks. For en komplett beskrivelse av inngangsdata til DIANA henvises det til vedlegg på CD-ROM til slutt i rapporten. Engelske ord uttrykk som er godt innarbeidet er for det meste fornorsket. Der tvil kan oppstå er den engelske oversettelsen inkludert i parentes. Noe av beregningene er skilt ut i vedlegg B, og kun resultater er presentert i hovedteksten.

Kapittel 2

Nye Deichmanske hovedbibliotek

Dette kapitlet beskriver beliggenheten av Nye Deichmanske hovedbibliotek (heretter kalt Deichman). Videre beskrives nødvendig geometri til bruk i resten av oppgaven. Kapitlet er basert på skisseprosjektet per 2010 [21],[15].

2.1 Beliggenhet

Tidligere var Bispelokket et trafikalt knutepunkt i bydelen Bjørvika i Oslo. Åpningen av Bjørvikatunnelen i 2010 har flyttet store deler av trafikken ut av bydelen og frigjort areal som nå huser blant annet Barcode-bebyggelsen og Operahuset. Bjørvika skal bli en bydel for kultur, og både det Nye Munch-museet og Deichman er planlagt i nærheten av Operahuset. Deichman skal etter planen stå klar innen utgangen av 2017 [21]. Biblioteket får beliggenhet mellom Operahuset og Jernbanetorget, se skravert områder i figur 2.1.



Figur 2.1: Flyfoto av Bjørvika sett fra vest før åpning av Bjørvikatunnelen [6].



(a) Sett fra vest



(b) Sett fra Operahuset

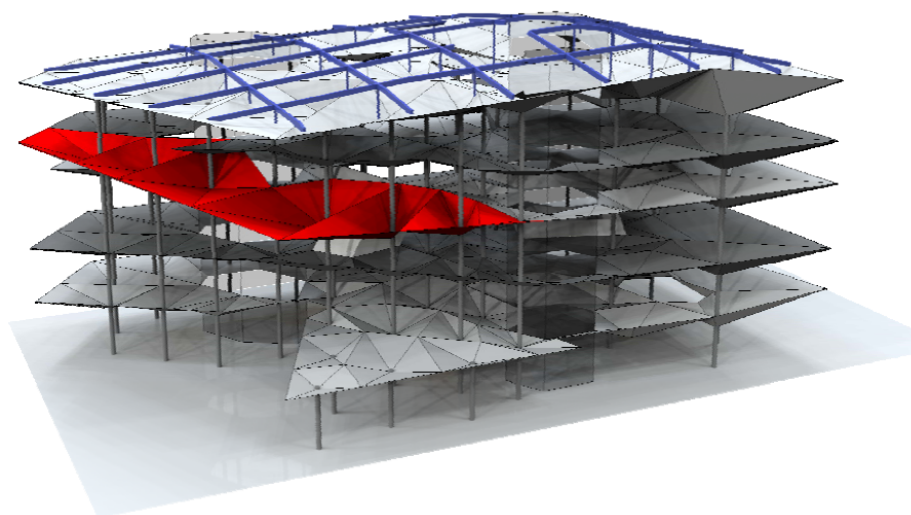
Figur 2.2: Nye Deichmanske hovedbibliotek sett fra ulike vinkler [6].

Byggets arkitektur er preget av balansegangen mellom bibliotekets plassbehov og begrensning i byggets tillatte grunnareal for å forhindre at Operabygget blir isolert fra byen. Vinnerprosjektet løser dette ved at byggets vestre fasade får en stor utkraging over den kommende Operaplassen slik at siktlinjen mellom jernbanetorget og Operahuset opprettholdes og at biblioteket oppfyller kravet til bruksareal. Figur 2.2 viser (a) Deichman sett fra vest (Operaplassen) og (b) sett fra Operahuset. Figur 2.2(b) viser hvordan utkrageren opprettholder siktlinjen mellom Operahuset og Jernbanetorget.

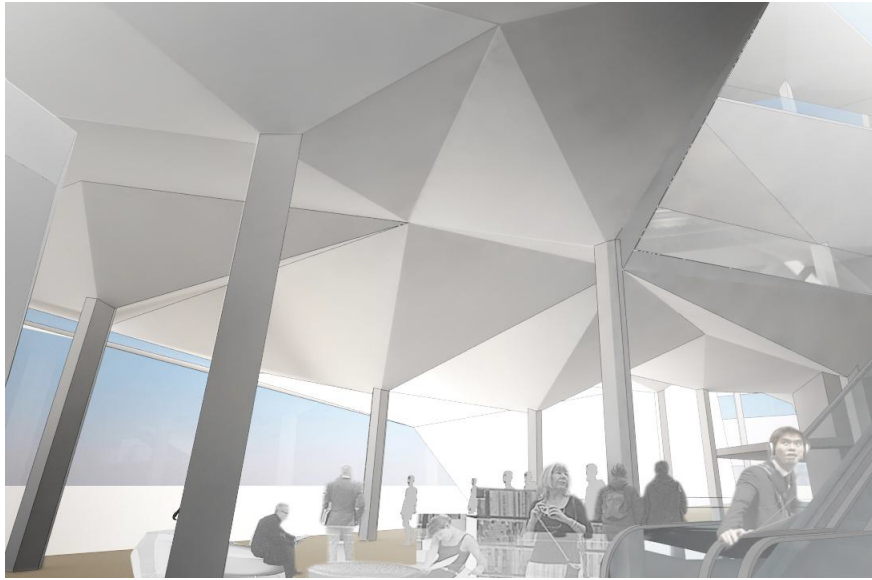
2.2 Globalt bæresystem

Deichman er planlagt å ha fem plan i tillegg til kjeller. Bæresystemet i bygget består av søyler, foldedekker og tre avstivende sjakter i betong, og oppforet ståltak [15]. Figur 2.3 viser bæresystemet, utkragingen av plan 4 (markert med rødt) og stålkonstruksjonen i taket (markert med blått).

Ved å folde dekkene unngår man bjelker, ettersom platen oppnår egen stivhet gjennom selve “brettingen” [15]. Foldedekker er et gammelt konstruksjonsprinsipp og er kanskje mer kjent gjennom den engelske oversettelsen *folded/hipped plate structure*, eller den tyske oversettelsen *faltwerke* [1, 24]. Prinsippet bak foldedekker er å stykkevis tilnærme en bue for å få økt kapasitet sammenlignet med et flatdekke. Figur 2.4 viser et eksempel på hvordan foldedekket i Deichman blir seende ut [15]. Figuren viser hvordan foldedekkene sammen danner omvendte pentagonale pyramideformer. Foldedekket fores opp med en ståloppbygging for å få et flatt gulv. For denne oppgaven er det utkragingen av plan 4, som er en forlengelse av foldedekket, som er det sentrale.



Figur 2.3: 3D-modell av Deichmanske hovedbibliotek [21].



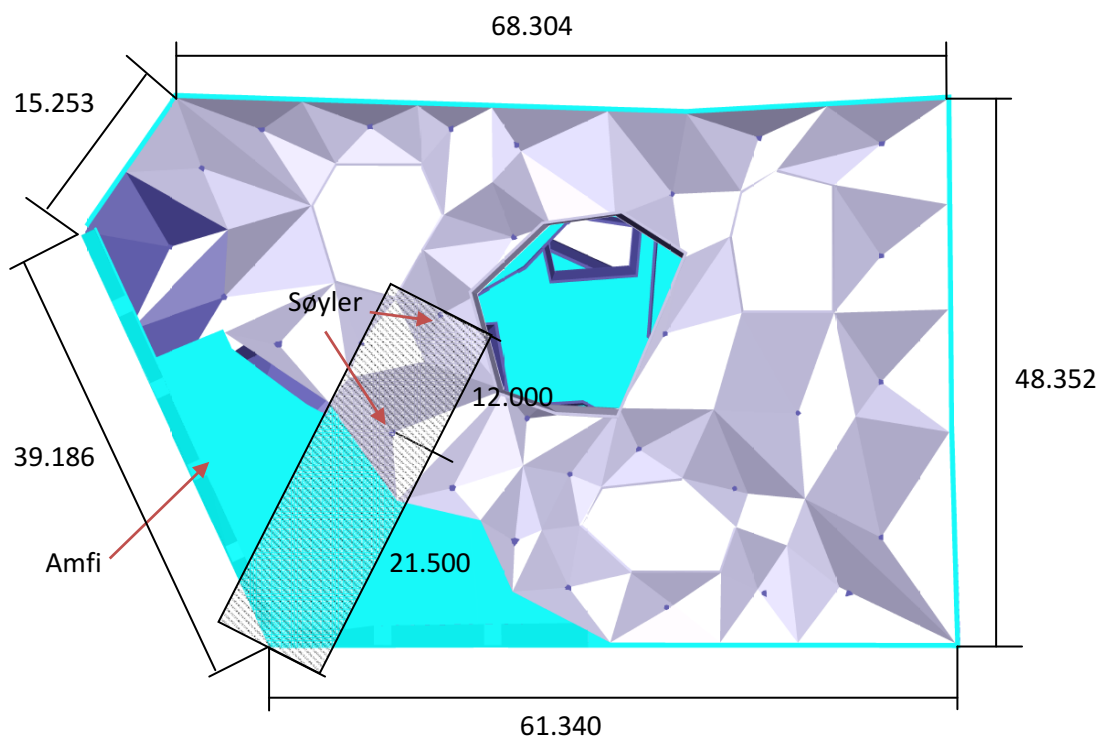
Figur 2.4: Innvendige foldede dekker i betong i Nye Deichmanske hovedbibliotek [15].

2.3 Utkragerens geometri

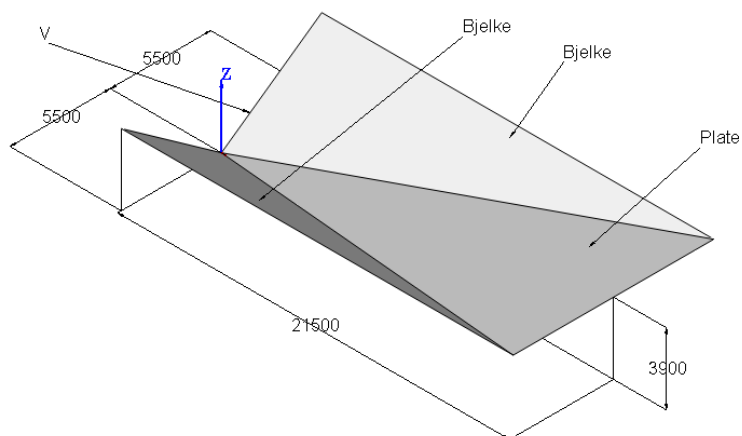
Figur 2.5 viser en plantegning av Deichman plan 4. Figuren viser det irregulære mønsteret som foldede dekkene danner. De blå prikkene i plantegningen representerer søyler og lokale bunnpunkter for foldede dekket. Mellom søylene møtes flere folder og danner lokale toppunkter. Det turkisfargede området representerer det søylofrie området som er tiltenkt å være et amfi, se forøvrig figur 2.2(b). Utkragingen av amfi er størst i det syd-vestre hjørnet, illustrert med det skraverte området i figur 2.5, her er spennet på 21.5 m [21]. Utkragingen bæres av søylene som er markert i figur 2.5.

Figur 2.6 viser geometrien til utkrageren som danner grunnlaget for dimensjonering og FEM-analyser. Utkrageren er symmetrisk om xz -planet. Geometrien er beskrevet med en lengde $L = 21.5$ m, total bredde $B = 2b = 2 \cdot 5.5 = 11$ m og høyde $H = 3.9$ m. Utkrageren består av tre komponenter, to skråstilte "bjelker" forbundet med en trekantformet plate. Platen er antatt å være en enveisplate, det vil si opphengt i de to bjelkene, og fordi systemet er symmetrisk overføres det lik last til hver av de to bjelkene. I tråd med *RIB-D 003* [21] er den ytre randen antatt å være rett. Det antas lik tykkelse $t = 300$ mm for alle komponentene [15].

Utkrageren er ved dimensjonering antatt å være rotasjonstivt forbundet med bakenforliggende komponenter, det vil si rotasjonsstiv forbindelse i randen merket med V, se figur 2.6. Dette er tilfellet også for FEM-modellene. Forenklingen av geometrien er gjort i samråd med veileder og er i overenstemmelse med rapporten *RIB-D 003* [21].



Figur 2.5: Dekke i plan 4 sett ovenfra. Kritisk utkraging er markert med det skraverte området. Alle mål i [m].



Figur 2.6: Bæresystem og geometri utkrager. Alle mål i [mm].

Kapittel 3

Dimensjonering

I dette kapitlet bestemmes aktuelle laster og utkrageren dimensjoneres ved håndberegninger etter EC2.

3.1 Statisk system

Utkrageren i figur 2.6 betraktes i dette kapitlet med en pragmatisk, forenklet geometri som tillater bruk av ordinære formler for dimensjonering av rektangulære betongtverrsnitt. Bjelkene og platen dimensjoneres som separate komponenter. I tillegg betraktes bjelkens geometri som projisert i xz -planet, tilsvarende betraktes platens geometri som projisert i xy -planet. Dette blir illustrert med figurer senere i kapitlet. Videre antas platen som en enveisbærende plate opphengt i de to bjelkene.

Den forenklete geometrien er konservativ i den forstand at platen i det sammensatte tverrsnittet fungerer som en trykkflens. Det er imidlertid ikke konservativt å anta at platen er opphengt i den projiserte bjelken, da dette ekskluderer torsjonsmomentet egenvekten av platen vil påføre bjelken i det virkelige tverrsnittet. I FEM-analysene som presenteres i kapittel 5 og 6 brukes sann geometri og håndberegningene på grunnlag av forenklet geometri kan dermed verifiseres.

3.2 Laster

3.2.1 Karakteristiske laster

Tverrsnittet av utkrageren varierer og dermed endres også egenlasten langs x -aksen. Egenlasten er trekantfordelt, størst ved innspenningen og minst i tuppen. Figur 3.1 viser øverst en sideveis projeksjon av bjelken samt tverrsnittets geometri ved de tre snittene A-A, B-B og C-C. Ved innspenningen, i snitt A-A, er tverrsnittet V-formet. Tverrsnittets høyde reduseres gradvis utover til tuppen der tverrsnittsformen er en rett plate.

Volum per lengdeenhet i snittene beregnes på bakgrunn av mål i figur 3.1 som

$$V_{AA} = 2 \cdot (6.74 \cdot 0.3) = 4.1 \text{ m}^3/\text{m} \quad (3.1)$$

$$V_{BB} = 2 \cdot (4.20 \cdot 0.3 + 1.60 \cdot 0.3) = 3.5 \text{ m}^3/\text{m} \quad (3.2)$$

$$V_{CC} = 2 \cdot (5.5 \cdot 0.3) = 3.3 \text{ m}^3/\text{m}. \quad (3.3)$$

Figur 3.1 viser egenlasten med verdi g_{AA} i snitt A-A, g_{BB} i snitt B-B og g_{CC} i snitt C-C. Med tyngdetetthet for betong $\gamma_b = 25 \text{ kN/m}^3$ [18] finnes karakteristiske verdier av g_{AA} , g_{BB} og g_{CC} som

$$g_{AA} = \frac{1}{2} \cdot \gamma_b \cdot V_{AA} = 51.25 \text{ kN/m} \quad (3.4)$$

$$g_{BB} = \frac{1}{2} \cdot \gamma_b \cdot V_{BB} = 43.75 \text{ kN/m} \quad (3.5)$$

$$g_{CC} = \frac{1}{2} \cdot \gamma_b \cdot V_{CC} = 41.25 \text{ kN/m}, \quad (3.6)$$

der faktoren $\frac{1}{2}$ er brukt fordi hver bjelke bærer halve lasten på grunn av symmetri. Som funksjon av lengden x [m] kan egenlasten beskrives som

$$g(x)_{Ek} = g_{AA} - \frac{g_{AA} - g_{CC}}{L} \cdot x = 51.25 - 0.47x. \quad (3.7)$$

I tillegg til egenlast fra utkrageren kommer last fra tekniske anlegg, innervegger og gulvoppbygging g_1 som er oppgitt med karakteristisk verdi 1.5 kN/m^2 i *RIB-D 003* [21]. Omregnet til stripelast på bjelken finnes $g_{1,Ek}$ som

$$g_{1,Ek} = 1.5 \cdot \frac{B}{2} = 1.5 \cdot \frac{11}{2} = 8.3 \text{ kN/m}. \quad (3.8)$$

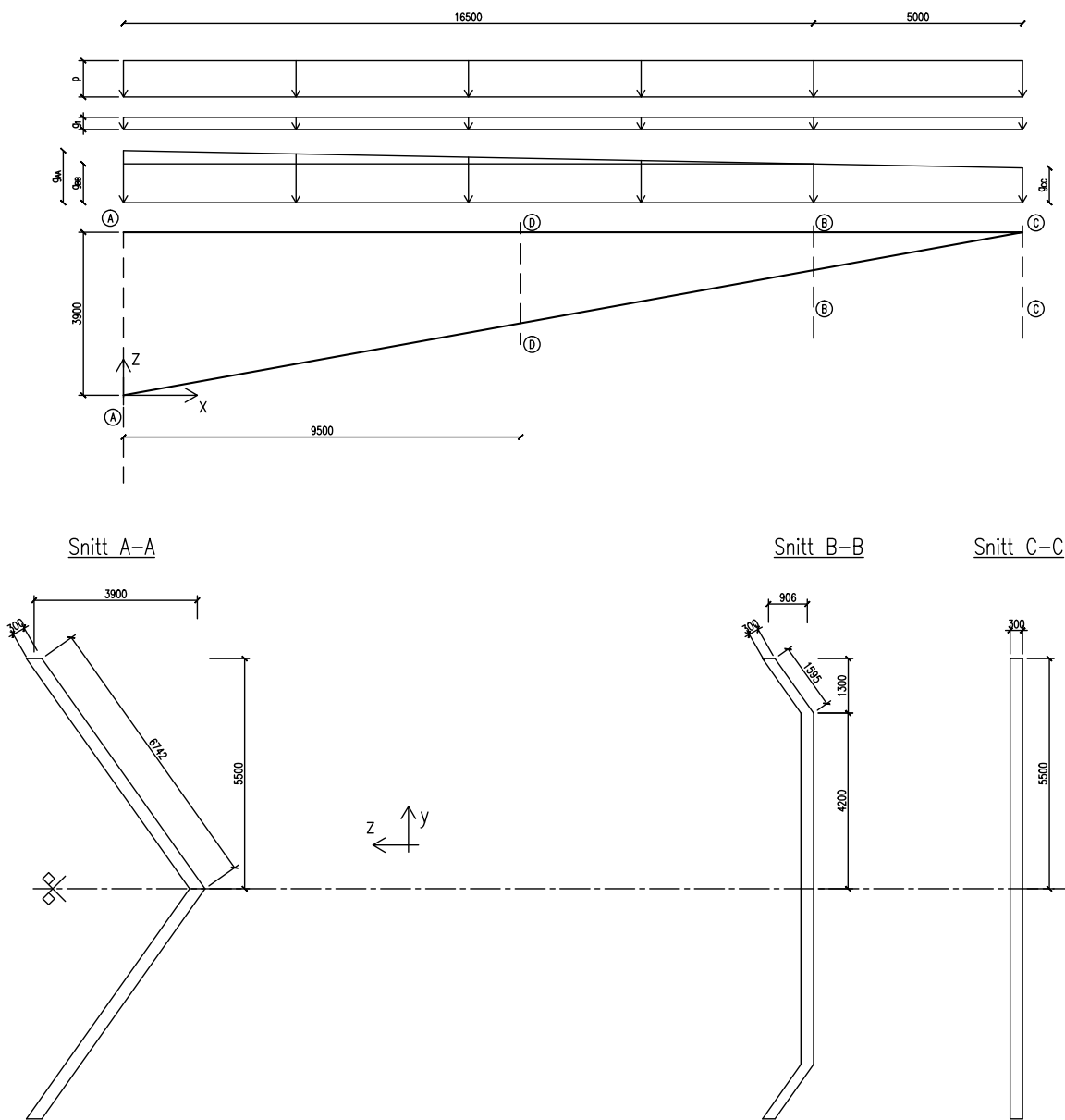
Utkrageren er en del av et innvendig amfi som ikke er tiltenkt oppbevaring av bøker, men som et oppholdsted i biblioteket. Nyttelasten settes derfor til kategori C *arealer hvor personer kan samles*, det vil si karakteristisk verdi 5.0 kN/m^2 [21, 18]. Omregnet til stripelast på bjelken finnes p_{Ek} som

$$p_{Ek} = 5.0 \cdot \frac{B}{2} = 27.5 \text{ kN/m}. \quad (3.9)$$

Egenlasten er den dominerende lasten, og er omlag dobbelt så stor som nyttelasten. Belastningen er vist i figur 3.1. Naturlaster, herunder laster fra vind og jordskjelv, sees det bort fra i denne oppgaven.

Basert på lastene som beskrevet over defineres to lasttilfeller

1. Egenlast og spennkraft
2. Egenlast, spennkraft og nyttelast



Figur 3.1: Øverst: Projisert bjelke med dimensjoner, laster og beliggenhet av aktuelle snitt. Nederst: Snitt med dimensjoner. Alle mål i [mm].

3.2.2 Lastfaktorer

I bruksgrensetilstand settes lastfaktoren for permanente (egenlast, forspenningslast) og variable laster (nyttelast) til 1.0 etter NS-EN 1990 A1.4.1(1) [19].

Ved beregning i bruddgrensetilstand kan spennarmeringen betraktes som indre motstand eller spennkraften betraktes som en ytre last [22]. Ved spennarmering som en ytre last definerer EC2 NA2.4.2.2(1) lastfaktorer som $\gamma_p = 1.1$ eller $\gamma_p = 0.9$ avhengig av hvilken som er ugunstigst for konstruksjon. Ved spennarmering som indre motstand reduseres effekten av spennarmeringen gjennom materialfaktoren for spennarmering $\gamma_s = 1.15$ [20]. Etter NS-EN 1990 A1.3.1(4) bør dimensjonering av konstruksjonsdeler i bruddgrensetilstand som ikke omfatter geotekniske laster gjøres med lastfaktorer fra tabell A1.2(B) [19]. Aktuelle materialfaktorer for egen- og nyttelast i bruddgrensetilstand settes til henholdsvis $\gamma_G = 1.2$ og $\gamma_Q = 1.5$ [22].

3.2.3 Lasthistorikk

Beregningene forutsetter følgende lasthistorikk

- Egenlast og spennkraft, påført ved $t = 28$ døgn
- Nyttelast, påført ved $t = 200$ døgn,

der t er betongens alder i døgn etter støping.

Under støping bæres utkrageren av forskalingen. Det antas at etteroppspenning utføres mens forskalingen fremdeles bærer utkrageren. Når spennkraften påføres vil utkrageren løfte seg og forskalingen vil teoretisk avlastes til det nivået spennarmeringen kan bære. For en lastbalansert spennkraft, det vil si en spennkraft som kan bære hele utkrageren, vil forskalingen teoretisk være helt avlastet, slik at utkrageren er belastet med egenlast og spennkraft.

Andelen av nyttelasten som betraktes som *permanent* last finnes av tabell A.1.4 og NA.1.1 i NS-EN 1990 som 0.6 [19].

3.3 Bjelke

Dette delkapitlet omhandler dimensjonering av bjelkene. På grunn av symmetri betraktes kun én bjelke. Det forutsettes beregningsmessig dimensjonerende lik armeringsmengde for begge bjelkene.

3.3.1 Spennarmering basert på lastbalansering

Utkragingen på 21.5 m krever trolig spennarmering for å tilfredsstille krav til nedbøyning. I første omgang beregnes nødvendig spennarmering for å lastbalansere egenvekten i snitt B-B, $g_{BB} = 43.75$ kN/m. Det antas at det er tilstrekkelig med slakkarmering for de ytre 5 m av bjelken og denne lasten neglisjeres ved lastbalansering.

En parabelformet spennkabel er gunstig sammenlignet med en rett spennkabel på to måter. For det første gir parabelformen en jevnt fordelt oppadrettet kraft i motsetning til en punktlast som er tilfelle for en rett kabel. I tillegg er den samlede løftekraften for en parabelformet spennkabel det dobbelte av løftekraften for en tilsvarende rett spennkabel [22]. En utkragerbjelke med parabelformet spennarmering har en jevnt fordelt løftekraft q avhengig av spennkraften P , eksentrisiteten e og utkragerlengden L etter uttrykket [22]

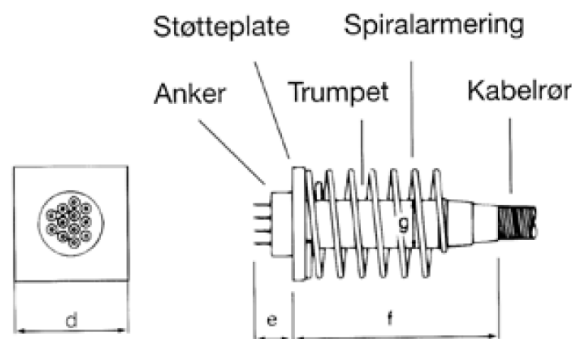
$$q = \frac{2Pe}{L^2}. \quad (3.10)$$

Det kreves flere spennkabler for å balansere g_{BB} . En spennkabel i planet til den skråstilte bjelken, se figur 2.6, gir en løftekraft i det samme planet. For å balansere g_{BB} må vertikal-komponenten av løftekraften betraktes. Figur 3.3 viser bjelken projisert i xz -planet med et mulig system av tre spennkabler. Kablene har parabelform og er forankret med 500 mm avstand i x -retning. Det antas forenklet at kabelkanalene buntet, som er tillatt for kanaler som ligger vertikalt over hverandre etter EC2 8.10.1.3(2), slik at minimumsavstand mellom kablene ikke er gjeldende. Figur 3.3 viser kabelføring med eksentrisitet mellom passiv og aktiv forankring e , som resulterer i en jevnt fordelt løftekraft p_1 , p_2 og p_3 i hver av de tre kablene. Det antas oppspenning ved innspenningen slik at dette blir aktiv forankring.

Hver spennkabel består av 12 spenntau, hver med diameter 0.62", av typen Cona-Multi [9]. Materialdata for spennkabelen er gitt i tabell 3.1. For denne kabeltypen kreves en støtteplate med dimensjon $d = 270$ mm i den aktive forankringen, se figur 3.2. Kabelrørets (korrugert rør) diameter oppgis i størrelsesorden 85-92 mm, slik at det er plass til slakkarmering på begge sider av tverrsnittet med $t = 300$ mm. Kabelens fasthet ved 0.2 % permanent tøyning $F_{p0.2k}$ finnes fra tabell 3.1 som

$$F_{p0.2k} = 3006 \text{ kN}. \quad (3.11)$$

I følge EC2 3.3.3(1) skal det for spennarmering brukes flytgrense ved 0.1 % permanent tøyning, mens det er vanlig å bruke flytgrense ved 0.2 % permanent tøyning etter den gamle



Figur 3.2: Aktiv foranring for spennarmering type Cona-Multi [9] .

Tabell 3.1: Materialdata spennarmering Cona-Multi [9]

Antall spenntau 0.62", n	12
Areal per spenntau, $A_{p,tau}$	150 mm ²
Bruddspenning, f_{pk}	1860 N/mm ²
Karakteristisk fasthet, $f_{p,0.2k} \approx f_{p,0.1k}$	1670 N/mm ²
Kabelens bruddlast, F_{pk}	3348 kN
Kabelens fasthet, $F_{p,0.2k}$	3006 kN
Elastisitetsmodul, E_p	$1.95 \cdot 10^5$ N/mm ²
Kabelrørets diameter	85 – 92 mm

standarden for betong, NS 3473. I denne oppgaven brukes flytgrensen ved 0.2 % permanent tøyning fordi flytgrense ved 0.1 % tøyning ikke er oppgitt av leverandøren [9].

Med materialfaktor for spennstål $\gamma_s = 1.15$ finnes dimensjonerende fasthet som

$$F_{pd} = P = \frac{F_{p0.2k}}{\gamma_s} = 2613 \text{ kN.} \quad (3.12)$$

Figur 3.3 viser vertikal komponent av eksentrisitet for hver spennkabel. Med ligning 3.10 finnes jevnt fordelt løftekraft p_1, p_2, p_3 fra hver av kablene som

$$p_1 = 2 \cdot \frac{2613 \cdot 0.99}{16^2} = 20.2 \text{ kN/m} \quad (3.13)$$

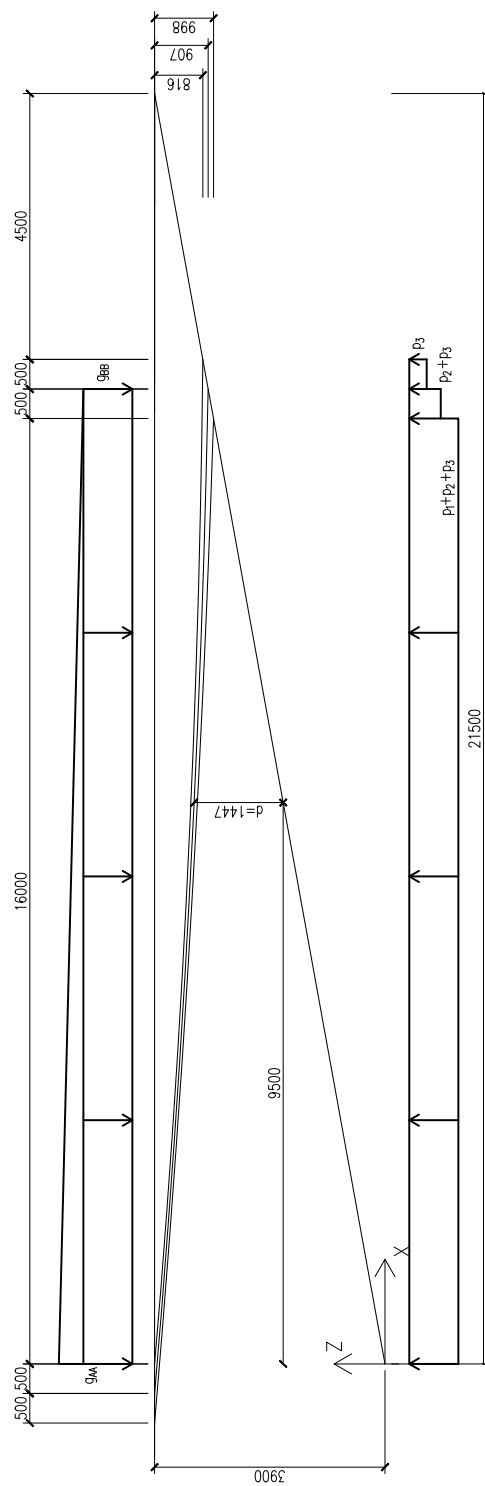
$$p_2 = 2 \cdot \frac{2613 \cdot 0.91}{16.5^2} = 17.5 \text{ kN/m} \quad (3.14)$$

$$p_3 = 2 \cdot \frac{2613 \cdot 0.82}{17^2} = 14.8 \text{ kN/m.} \quad (3.15)$$

Samlet løftekraft i området som er dekket av alle kablene, se figur 3.3, finnes som

$$p_z = \sum p_i = p_1 + p_2 + p_3 = 52.5 \text{ kN/m} > g_{bb} = 43.75 \text{ kN/m.} \quad (3.16)$$

Resulterende jevnt fordelt løftekraft fra de tre kablene er 20 % større enn egenlasten i snitt B-B. Etersom lastbalanseringen verken tar hensyn til last utenfor snitt B-B eller nyttelast, aksepteres systemet av spennkabler foreløpig.



Figur 3.3: Plassering av spennarmering og resulterende løftkraft i projisert bjelke. Bjelken er antatt fast innspent. Alle mål i [mm].

3.3.2 Tap av tøyingsdifferanse

For etteroppspente konstruksjoner vil låsetap, friksjonstap og temperaturtap føre til tap av tøyning i spennarmeringen, og dermed tap av tøyingsdifferanse mellom spennarmering og betong. Temperaturtap innebærer tap av spennkraft som følge av oppvarming av spennarmeringen fra betong som herder. Temperaturtap er følgelig mest aktuelt for før oppspenning, og blir utelatt i denne oppgaven ettersom bjelkene antas etteroppspente. Låsetap skyldes glidning av spennkabelen før kilen låser seg i enden hvor jekkraften påføres (aktiv forankring), mens friksjonstap skyldes friksjon mellom spennkabel og utsparingsrøret [22].

I beregningen er reduksjon av spennkraft på grunn av låsetap og friksjonstap regnet for samlet spennkraft i hver bjelke. Samlet tverrsnitt for de tre spennkablene A_p finnes ved bruk av data fra tabell 3.1 som

$$A_p = 3 \cdot (n \cdot A_{p,tau}) = 3 \cdot (12 \cdot 150) = 5400 \text{ mm}^2. \quad (3.17)$$

Forutsatt overoppspenning beregnes maksimal oppspenningskraft for de tre spennkablene P_{jekk} etter EC2 5.10.2.1 som

$$P_{jekk} = 0.95 \cdot f_{p,0.2k} \cdot A_p = 0.95 \cdot 1670 \cdot 5400 = 8567 \text{ kN}. \quad (3.18)$$

I vedlegg B.1 er det vist at tap av spennkraft på grunn av låsetap ΔP_{kil} og friksjonstap ΔP_μ reduserer spennkraften med henholdsvis 4.4 % og 3.9 %. Etter EC2 5.10.3(2) er den initielle forspenningskraften P_{m0} oppspenningskraften redusert for de umiddelbare tapene ΔP_i . Forutsatt overoppspenning til samlet spennkraft P_{jekk} finnes

$$\begin{aligned} P_{m0} &= P_{jekk} - \sum \Delta P_i = P_{jekk} - (\Delta P_{kil} + \Delta P_\mu) \\ &= 8567 \cdot (1 - (0.044 + 0.039)) = 7856 \text{ kN}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Initiell forspenningskraft begrenses imidlertid av EC2 5.10.3(2) til

$$\begin{aligned} P_{m0,max} &= \min\{0.75f_{pk}; 0.85f_{p0.2k}\} \cdot A_p = \min\{1395; 1419\} \cdot 5400 \cdot 10^{-3} \\ &= 7533 \text{ kN} < P_{m0} \Rightarrow P_{m0} = 7533 \text{ kN}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Begrensingen gir dimensjonerende initiell samlet forspenningskraft for hver bjelke $P_{m0} = 7533 \text{ kN}$ beregnet på grunnlag av maksimal tillatt spenning i spennkablene $\sigma_{m0} = 1395 \text{ N/mm}^2$.

3.3.3 Bruksgrensetilstand

Ved spenningsberegninger i stadium I antas det at strekkspenningene i betongen ikke overskrider strekkfastheten, altså uopprisset tverrsnitt. Beregningene forutsetter stadium I.

Oppspenningstilstanden

Utkrageren antas støpt med betong B45 med materialdata som vist i tabell 3.2. Forholdet mellom elastisitetsmodul for spennstål og betong η på oppspenningstidspunktet, $t = 28$ døgn, finnes ved bruk av tabell 3.1 og 3.2 som

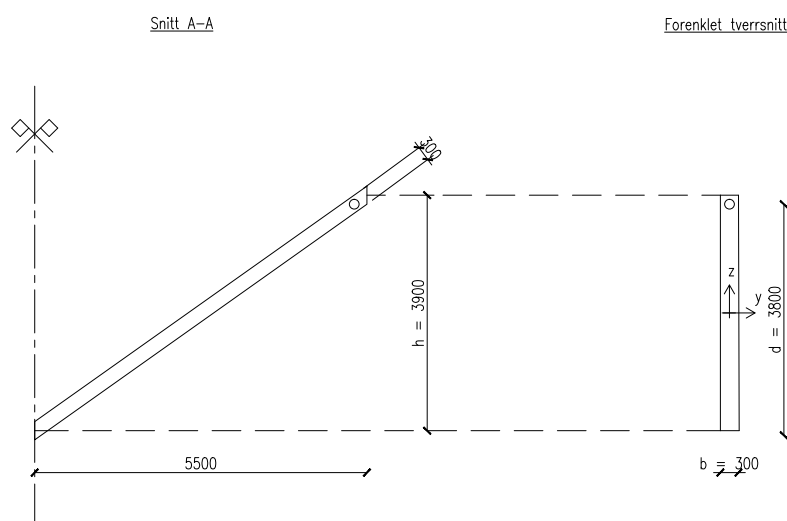
$$\eta = \frac{E_p}{E_{cm}} = \frac{1.95 \cdot 10^5}{36000} = 5.42. \quad (3.21)$$

Transformert tverrsnitt brukes til å finne arealtreghetsmomentet for tverrsnittet med spennarmering. Armeringstverrsnittet A_p uttrykkes som et ekvivalent betongtverrsnitt etter ligningen [22]

$$A_t = A_c + (\eta - 1)A_p, \quad (3.22)$$

der A_t er det transformerte tverrsnittet, A_c er betongtverrsnittet og A_p er samlet spennarmeringstverrsnitt i bjelken som beregnet i ligning 3.17.

Fordi bjelken er skråstilt kan ikke tradisjonelt formelverk for rektangulære tverrsnitt benyttes. Figur 3.4 viser en forenkling av tverrsnitt A-A som fremkommer ved sideveis projisering av det skrå tverrsnittet. Den projiserte bjelkens bredde settes som $b = t = 300$ mm. Ved innspenningen er bjelkens høyde $h = H = 3900$ mm. Den indre momentarm er bevart og det



Figur 3.4: Forenklet tverrsnitt i snitt A-A. Alle mål i [mm].

Tabell 3.2: Materialdata betong B45 [20]

Trykkfasthet, f_{ck}	45 MPa
Dim. trykkfasthet, f_{cd}	25.5 MPa
Midlere trykkfasthet $t = 28$ døgn, f_{cm}	53 MPa
Midlere strekkfasthet, f_{ctm}	3.8 MPa
Elastisitetsmodul $t = 28$ døgn, E_{cm}	36000 MPa

antas at forenklingen gir resultater i samsvar med det opprinnelige tverrsnittet. Tverrsnittsarealet av det forenklede betongtverrsnittet i snitt A-A finnes ved hjelp av dimensjoner fra figur 3.4. De tre spennkablene antas å være samlet i en kabel med tverrsnitt A_p og effektiv høyde $d = 3800$ mm. Tverrsnittsareal av betong og spennarmering i snitt A-A finnes som

$$A_c = b \cdot h = 300 \cdot 3900 = 1.170 \cdot 10^6 \text{ mm}^2 \quad (3.23)$$

$$A_p = 5400 \text{ mm}^2 \quad (3.24)$$

Tranformert tverrsnittsareal finnes av ligning 3.22 som

$$A_t = 1.170 \cdot 10^6 + (5.42 - 1) \cdot 5400 = 1.194 \cdot 10^6 \text{ mm}^2. \quad (3.25)$$

Armeringens arm om tyngepunktsaksen e

$$e = d - \frac{h}{2} = 3800 - \frac{3900}{2} = 1850 \text{ mm}. \quad (3.26)$$

Det armerte tverrsnittets tyngepunktsakse [22]

$$z_t = \frac{(\eta - 1) \cdot A_p \cdot e}{A_t} = \frac{(5.42 - 1) \cdot 5400 \cdot 1850}{1.194 \cdot 10^6} = 37 \text{ mm}. \quad (3.27)$$

Arealregghetsmomentet av samlet tverrsnittet om tyngdepunktaksen [22]

$$\begin{aligned} I_t &= I_c + A_c z_t^2 + (\eta - 1) A_p (e - z_t)^2 = \frac{bh^3}{12} + A_c z_t^2 + (\eta - 1) A_p (e - z_t)^2 \\ &= \frac{300 \cdot 3900^3}{12} + 1.170 \cdot 10^6 \cdot 37^2 + (5.42 - 1) \cdot 5400 \cdot (1850 - 37)^2 \\ &= 1.563 \cdot 10^{12} \text{ mm}^4. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Motstandsmoment i overkant bjelke

$$W_{ok} = \frac{I_t}{\frac{h}{2} - z_t} = \frac{1.563 \cdot 10^{12}}{\frac{3900}{2} - 37} = 8.170 \cdot 10^8. \quad (3.29)$$

Trykkspenning i øvre betongfiber som følge av påført spennkraft $P_{m0} = 7533$ kN finnes som

$$\sigma_{c,ok}^{(0)} = -\frac{P_{m0}}{A_t} - \frac{P_{m0} \cdot (e - z_t)}{W_{ok}} = -\frac{7533 \cdot 10^3}{1.194 \cdot 10^6} - \frac{7533 \cdot 10^3(1850 - 37)}{8.170 \cdot 10^8} \quad (3.30)$$

$$= -6.31 - 16.72 = -23.0 \text{ N/mm}^2. \quad (3.31)$$

EC2 5.10.2.2(5) gir begrensning i betongens trykkspenning (merk: i regelverket regnes trykk som positiv) som følge av påført forspenningskraft. Ved oppspenning etter 28 døgn finnes begrensningen ved bruk av tabell 3.2 som

$$\sigma_c \leq 0.6f_{ck}(t) = 0.6f_{ck}(28) = 0.6 \cdot 45 = 27 \text{ N/mm}^2 > |\sigma_{c,ok}^{(0)}|. \quad (3.32)$$

Betongtrykkspenningen i overkant av bjelken i oppspenningstilstanden er innenfor kravet i EC2 5.10.2.2(5) dersom forspenning påføres etter 28 døgn. Ved beregning av $\sigma_{c,ok}^{(0)}$ i beregningen over ble kun spennkraften inkludert. Ved oppspenningen vil imidlertid egenlasten gradvis påføres ettersom bjelken hever seg fra forskalingen, i så måte er beregningen over konservativ.

Lasttilfelle 1

Beregner spenning i snitt A-A for lasttilfelle 1, det vil si egenlast og spennkraft. Opptredende moment fra egenlasten i snitt A-A $M_{AA,g}$ finnes ved å betrakte egenlasten som en jevnt fordelt last pluss en trekantfordelt last. Lastfaktorer for bruksgrensetilstand er 1.0 for alle laster. Dermed blir dimensjonerende verdier for lastene lik karakteristiske verdier som gitt i kapittel 3.2.1.

$$\begin{aligned} M_{AA,g} &= \frac{(g_{CC} + g_1)L^2}{2} + \frac{(g_{AA} - g_{CC}) \cdot L^2}{6} \\ &= \frac{(41.25 + 8.3) \cdot 21.5^2}{2} + \frac{(51.25 - 41.25) \cdot 21.5^2}{6} \\ &= 11452 + 770 = 12222 \text{ kNm}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Betrakter oppspenning ved $t = 28$ døgn slik at transformert tverrsnitt og motstandsmomentet W_{ok} som funnet i ligning 3.29 kan benyttes.

Motstandsmomentet i underkant av bjelken W_{uk} ved snitt A-A finnes som

$$W_{uk} = \frac{I_t}{\frac{h}{2} + z_t} = \frac{1.563 \cdot 10^{12}}{\frac{3900}{2} + 37} = 7.866 \cdot 10^8 \text{ mm}^3. \quad (3.34)$$

Egenlasten gir strekk i overkant av bjelken og trykk i underkant. Spennkraften med beliggenhet i spennarmering betraktes ekvivalent som en kombinasjon av trykkraft i tyngepunktsaksen og et moment som gir strekk i underkant av bjelken [22]. Spenning i overkant og underkant for lasttilfelle 1 $\sigma_{c,ok}^{(1)}$, $\sigma_{c,uk}^{(1)}$ er gitt av

$$\sigma_{c,ok}^{(1)} = \sigma_{c,ok}^{(0)} + \frac{M_{AA,g}}{W_{ok}} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} &= -23.0 + \frac{12222 \cdot 10^6}{8.170 \cdot 10^8} = -8.0 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_{c,uk}^{(1)} &= \frac{-P_{m0}}{A_t} + \frac{P_{m0}(e - z_t)}{W_{uk}} - \frac{M_{AA,g}}{W_{uk}} \quad (3.36) \\ &= \frac{-7533 \cdot 10^3}{1.194 \cdot 10^6} + \frac{7533 \cdot 10^3(1850 - 37)}{7.866 \cdot 10^8} - \frac{12222 \cdot 10^6}{7.866 \cdot 10^8} \\ &= -6.31 + 17.36 - 15.54 = -4.5 \text{ N/mm}^2. \end{aligned}$$

Beregningen viser at det er trykk både i over- og underkant, dermed vil ikke tverrsnittet risse opp for lasttilfelle 1 og antagelsen om stadium I er riktig for snitt A-A, innspenningen.

Lasttilfelle 2

Nyttelasten er antatt påført tidligst ved $t = 200$ døgn. Tar utgangspunkt i spenningene beregnet for lasttilfelle 1 og adderer spenninger som følge av nyttelasten og bruker motstandsmoment som beregnet under lasttilfelle I. Kryp og påfølgende reduksjon av elastisitetsmodulen E_{cm} sees det bort fra i dette delkapitlet.

Lastfaktor for nyttelast i bruksgrensetilstand er 1.0 slik at dimensjonerende nyttelast $p_{Ed} = 1.0p_{Ek} = p_{Ek}$. Nyttelasten gir følgende moment om snitt A-A

$$M_{AA,p} = \frac{p_{Ed}L^2}{2} = \frac{27.5 \cdot 21.5^2}{2} = 6356 \text{ kNm}, \quad (3.37)$$

videre finnes spenningene i over- og underkant av bjelketverrsnittet for lasttilfelle 2 som

$$\sigma_{c,ok}^{(2)} = \sigma_{c,ok}^{(1)} + \frac{M_{aa,p}}{W_{ok}} = -8.0 + \frac{6356 \cdot 10^6}{8.170 \cdot 10^8} = -0.2 \text{ N/mm}^2 \quad (3.38)$$

$$\sigma_{c,uk}^{(2)} = \sigma_{c,uk}^{(1)} - \frac{M_{aa,p}}{W_{uk}} = -4.5 - \frac{6356 \cdot 10^6}{7.866 \cdot 10^8} = -12.6 \text{ N/mm}^2. \quad (3.39)$$

Beregningen viser at det er trykk både i over- og underkant, dermed vil ikke tverrsnittet risse opp for lasttilfelle 2 og antagelsen om stadium I er riktig for snitt A-A, innspenningen.

Effekt av kryp, svinn og relaksasjon

En fullstendig beregning er gitt i vedlegg B.2 der effekten av kryp, svinn og relaksasjon er beregnet for forenklet tverrsnitt.

Etter EC2 5.10.2.2(5) bør det tas hensyn til kryptets ikke-linearitet dersom trykkspenningen overskrider $0.45f_{ck}(t)$ på permanent basis.

$$0.45f_{ck}(28) = 0.45 \cdot 45 = 20.3 \text{ N/mm}^2 > |\sigma_{c,uk}^{(2)}|. \quad (3.40)$$

Spenningsene beregnet for lasttilfelle 2 overskrider ikke kravet til trykkspenningen og er ikke nødvendig å ta hensyn til kryptets ikke-linearitet.

I vedlegg B.2 er langtids elastisitetsmodul E_{middel} som inkluderer effekt av kryp funnet som

$$E_{middel} = 15599 \text{ N/mm}^2 = 0.433E_{cm}, \quad (3.41)$$

og tar hensyn til både kort- og langtidslast. Midlere elastisitetsmodul, også kalt langtids elastisitetsmodul, er omlag 60 % mindre enn elastisitetsmodul ved 28 døgn E_{cm} .

Tøyningsendring i spennarmering $\Delta\epsilon_{pL}$ som følge av kryp og svinn kan finnes av ligningen [22]

$$\Delta\epsilon_{pL} = \Delta\epsilon_p - \epsilon_{ck}^t + \epsilon_{cs}, \quad (3.42)$$

der $\Delta\epsilon_p$ betegner tøyning ved spennarmering beregnet med midlere elastisitetsmodul E_{middel} og inkluderer effekten av kryp, ϵ_{ck}^t er korttidstøyning ved spennarmering beregnet med E_{cm} og ϵ_{cs} er fri svinntøyning [22]. Beregningene i vedlegg B.2 viser at

$$\Delta\epsilon_p = -0.02 \cdot 10^{-3} \quad (3.43)$$

$$\epsilon_{cs} = -0.40 \cdot 10^{-3}. \quad (3.44)$$

Verdien av $\Delta\epsilon_p$ er relativt liten sammenlignet med ϵ_{cs} . Dette skyldes at trykkraft og moment på grunn av forspenningen i stor grad opphever moment fra egen- og nyttelast, slik at beregnet spenning i høyde med spennarmeringen er tilnærmet lik 0, se ligning B.60. Dette indikeres også i ligning 3.38, selv om denne ikke tar hensyn til kryp. Svinntøyningen ϵ_{cs} er uavhengig av lastnivå og påvirkes ikke av at spenningen i høyde med spennarmeringen.

Beregner motstandsmoment i høyde med spennarmering W_p , spenning i høyde med spennarmering $\sigma_{cp}^{(2)}$ som følge av lasttilfelle 2, og korttidstøyning ved spennarmering ϵ_{ck}^t

$$W_p = \frac{I_t}{d - \frac{h}{2} - z_t} = \frac{1.563 \cdot 10^{12}}{3800 - \frac{3900}{2} - 37} = 8.621 \cdot 10^8 \text{ mm}^4 \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{cp}^{(2)} &= -\frac{P_{m0}}{A_t} - \frac{P_{m0}(e - z_t)}{W_p} + \frac{M_{AA,g}}{W_p} + \frac{M_{AA,p}}{W_p} \\ &= -\frac{7533 \cdot 10^3}{1.194 \cdot 10^6} - \frac{7533 \cdot 10^3(1850 - 37)}{8.621 \cdot 10^8} + \frac{12222 \cdot 10^6}{8.621 \cdot 10^8} + \frac{6356 \cdot 10^6}{8.621 \cdot 10^8} \\ &= -0.6 \text{ N/mm}^2 \end{aligned} \quad (3.46)$$

$$\epsilon_{ck}^t = \frac{\sigma_{cp}^{(2)}}{E_{cm}} = \frac{-0.6}{36000} = -0.02 \cdot 10^{-3}. \quad (3.47)$$

Langtids tøyningensendring i spennarmering finnes ved bruk av ligning 3.42

$$\Delta\epsilon_{pL} = (-0.02 + 0.02 - 0.40) \cdot 10^{-3} = -0.40 \cdot 10^{-3}. \quad (3.48)$$

Spenningstapet $\Delta\sigma_{pL}$ i spennarmeringen finnes som

$$\Delta\sigma_{pL} = \Delta\epsilon_{pL} \cdot E_p - \Delta\sigma_{p,rel} = -0.40 \cdot 10^{-3} \cdot 1.95 \cdot 10^5 - 2.9 = -80.9 \text{ N/mm}^2, \quad (3.49)$$

der $\Delta\sigma_{p,rel}$ er tap som følge av relaksasjon i spennarmeringen funnet i vedlegg B.2.

Prosentvis spenningstap finnes som

$$\frac{\Delta\sigma_{pl}}{\sigma_{p0}} = \frac{80.9}{1395} = 5.7\%, \quad (3.50)$$

der den initielle forspenningskraften σ_{p0} er regnet etter EC2 5.10.3(2).

Effektiv tøyningdifferanse mellom spennstål og betong ϵ'_{p0} , det vil si tilsiktet tøyning i spennstålet ϵ_{p0} redusert for spennkraftreduksjon på grunn av langtidsvirkninger, finnes som

$$\epsilon'_{p0} = \epsilon_{p0} - 0.057\epsilon_{p0} = (1 - 0.057) \cdot \frac{\sigma_{p0}}{E_s} = (1 - 0.057) \cdot \frac{1395}{1.95 \cdot 10^5} = 6.75 \cdot 10^{-3}. \quad (3.51)$$

3.3.4 Bruddgrensetilstand

I dette delkapitlet kontrolleres bjelken for kapasitet med hensyn til spennarmering som funnet i kapittel 3.3.1. Deretter finnes minimum slakkarmering og beregningsmessig nødvendig tilleggsarmering. Til slutt utføres kontroll i forhold til skjærarmering.

Spennarmering

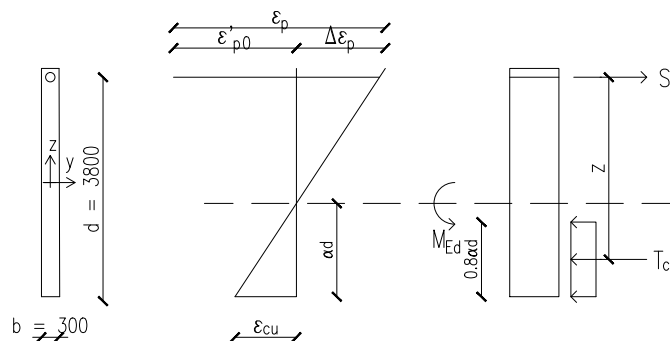
Som i beregningene i bruksgrensetilstand betraktes et projisert tverrsnitt og de tre spennkablene antas å være samlet i en kabel med tverrsnitt $A_p = 5400 \text{ mm}^2$. Dimensjonerende strekkfasthet for spennarmeringen beregnes som

$$f_{pd} = \frac{f_{p0.2k}}{\gamma_s} = \frac{1670}{1.15} = 1452 \text{ N/mm}^2. \quad (3.52)$$

Reduksjon i spennkraft på grunn av kryp, svinn og relaksasjon er beregnet i bruksgrensetilstand som 5.7 % slik at effektiv tøyningdifferanse mellom betong og spennarmering etter ligning 3.51 er $\epsilon'_{p0} = 6.75 \cdot 10^{-3}$.

EC2 3.3.6(7) angir en bilinear spennning-tøyningkurve uten fastning og tøyningbegrensning for spennstål. Ved bruk av denne kurven blir eneste bruddkriterium trykkbrudd i betongen, det vil si brudd ved betongtøyning $\epsilon_{cu} = \epsilon_{cu2} = 3.5 \cdot 10^{-3}$. Figur 3.5 viser geometri for snitt A-A samt tøyninger og indre krefter i bruddgrensetilstand. Figuren viser tøyninger ved trykkbrudd i betongen, for overkant tverrsnitt er totaltøyningen ϵ_p og i underkant ϵ_{cu} . Trykksonehøydefaktoren for balansert spennarmeringsmengde α_b beregnes som [22]

$$\begin{aligned} \alpha_b &= \frac{\epsilon_{cu}}{\Delta\epsilon_p + \epsilon_{cu}} = \frac{\epsilon_{cu}}{\frac{f_{pd}}{E_p} - \epsilon'_{p0} + \epsilon_{cu}} \\ &= \frac{3.5 \cdot 10^{-3}}{\frac{1452}{1.95 \cdot 10^5} - 6.75 \cdot 10^{-3} + 3.5 \cdot 10^{-3}} = 0.834. \end{aligned} \quad (3.53)$$



Figur 3.5: Beregningsmodell bruddgrensetilstand [22]. Alle mål i [mm].

Balansert spennarmering finnes ved bruk av følgende ligning [22]

$$A_{pb} = 0.8 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{pd}} \alpha_b b d = 0.8 \cdot \frac{25.5}{1452} \cdot 0.834 \cdot 300 \cdot 3800 = 13358 \text{ mm}^2. \quad (3.54)$$

Ettersom $A_{pb} > A_p$ er tverrsnittet underarmert hvilket medfører at spennarmeringen flyter før konstruksjonen går til brudd. Den virkelige trykksonehøydefaktoren finnes som [22]

$$\alpha = \frac{f_{pd} A_p}{0.8 \cdot f_{cd} b d} = \frac{1452 \cdot 5400}{0.8 \cdot 25.5 \cdot 300 \cdot 3800} = 0.337. \quad (3.55)$$

Det forenklete tverrsnittets momentkapasitet beregnes på bakgrunn av momentlikevekt i figur 3.5 som [22]

$$\begin{aligned} M_{AA,Rd} &= T_c z = 0.8(1 - 0.4\alpha) \alpha b d^2 f_{cd} \\ &= 0.8(1 - 0.4 \cdot 0.337) \cdot 0.337 \cdot 300 \cdot 3800^2 \cdot 25.5 \cdot 10^{-6} = 25767 \text{ kNm}, \end{aligned} \quad (3.56)$$

der T_c er trykkresultanten og z er indre momentarm. Opptredende moment i snitt A-A i bruksgrensetilstand for egenlast og nyttelast er beregnet i henholdsvis ligning 3.33 og 3.37, korrigert for lastfaktorer i bruddgrensetilstand etter kapittel 3.2.1, finnes dimensjonerende moment i bruddgrensetilstand

$$M_{AA,Ed} = 1.2M_{AA,g} + 1.5M_{AA,p} = 1.2 \cdot 12222 + 1.5 \cdot 6356 = 24200 \text{ kNm}. \quad (3.57)$$

Ettersom $M_{AA,Rd} > M_{AA,Ed}$ er tverrsnittets momentkapasitet tilstrekkelig i snitt A-A.

Fordi bjelkens tverrsnitt og spennarmeringens beliggenhet varierer i lengderetning, kontrolleres et snitt i avstand 9.5 m fra innspenningen, snitt D-D, se figur 3.1. Det forenklete bjelketverrsnittets høyde i snitt D-D beregnes ved geometrisk betraktning av figur 3.1

$$h = 3900 \cdot \frac{12000}{21500} = 2176 \text{ mm}. \quad (3.58)$$

Effektiv høyde d i snitt D-D finnes fra figur 3.3 som

$$d = 1447 \text{ mm}. \quad (3.59)$$

Videre følger beregningen som for snitt A-A.

$$A_{pb} = 0.8 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{pd}} \alpha_b b d = 0.8 \cdot \frac{25.5}{1452} \cdot 0.834 \cdot 300 \cdot 1447 = 5087 \text{ mm}^2. \quad (3.60)$$

$A_{pb} < A_p$, det vil si at tverrsnittet er overarmert og trykksonehøydefaktoren α må bestemmes ved bruk av følgende annengradsligning [22].

$$\underbrace{0.8f_{cd}bd}_{a} \cdot \alpha^2 + \underbrace{(\epsilon_{cu} + \epsilon'_{p0}) \cdot E_p A_p}_{b} \cdot \alpha - \underbrace{\epsilon_{cu} \cdot E_p A_p}_{c} = 0 \quad (3.61)$$

Faktorene a, b, c beregnes som

$$a = 0.8 \cdot 25.5 \cdot 300 \cdot 1447 = 8.856 \cdot 10^6 \quad (3.62)$$

$$b = (3.5 \cdot 10^{-3} + 6.75 \cdot 10^{-3}) \cdot 1.95 \cdot 10^5 \cdot 5400 = 10.793 \cdot 10^6 \quad (3.63)$$

$$c = -3.5 \cdot 10^{-3} \cdot 1.95 \cdot 10^5 \cdot 5400 = -3.685 \cdot 10^6. \quad (3.64)$$

Løsningen av annengradsligningen finnes som [17]

$$\alpha = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow \alpha = -1.497 \quad \vee \quad \alpha = 0.280. \quad (3.65)$$

Trykksonehøydefaktoren må være positiv, slik at løsningen blir $\alpha = 0.280$. Momentkapasiteten finnes ved bruk av ligning 3.56 som

$$M_{Rd} = 0.8(1 - 0.4 \cdot 0.280) \cdot 0.280 \cdot 300 \cdot 1447^2 \cdot 25.5 \cdot 10^{-6} = 3186 \text{ kNm}. \quad (3.66)$$

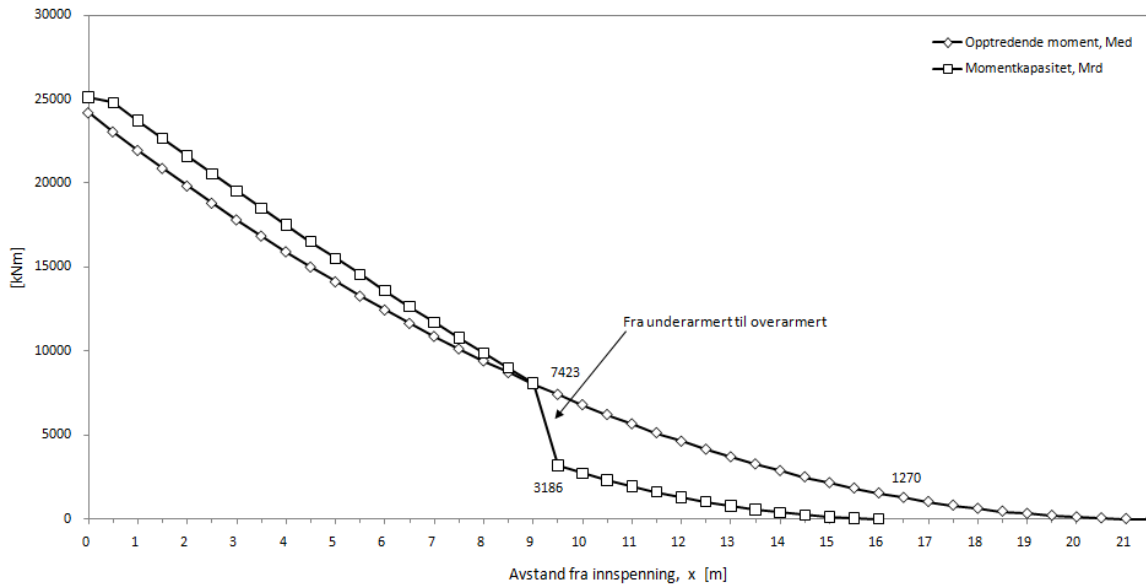
Opplagerkraften ved innspenningen, skjærkraft i snitt A-A V_{Ed} , finnes ved kraftlikevekt som

$$\begin{aligned} V_{Ed} &= \left(1.2g_{CC} + 1.2(g_{AA} - g_{CC}) \cdot \frac{1}{2} + 1.2g_1 + 1.5p \right) \cdot L \\ &= \left(1.2 \cdot 41.25 + 1.2 \cdot (51.25 - 41.25) \cdot \frac{1}{2} + 1.2 \cdot 8.3 + 1.5 \cdot 27.5 \right) \cdot 21.5 = 2294 \text{ kN}. \end{aligned} \quad (3.67)$$

Opptredende moment i snitt x meter fra innspenningen, $M_{Ed}(x)$, finnes ved momentlikevekt om innspenningen som

$$M_{Ed}(x) = M_{AA,Ed} + \left(1.2g(x) + 1.2 \cdot \frac{2}{3} \cdot (51.25 - g(x)) + 1.2g_1 + 1.5p \right) \frac{x^2}{2} - V_{Ed}x, \quad (3.68)$$

der $g(x)$ er egenlastens verdi i betraktet snitt x m fra innspenningen, etter ligning 3.7.



Figur 3.6: Opptredende moment M_{Ed} og momentkapasitet som følge av spennarmering M_{Rd} langs bjelken.

I snitt D-D, $x = 9.5$, beregnes egenlasten $g(9.5)$ opptredende moment $M_{Ed}(9.5)$ som

$$\begin{aligned}
 g(9.5) &= 51.25 - 0.47 \cdot 9.5 = 47.4 \text{ kN/m} \\
 M_{Ed}(9.5) &= 24200 + \left(1.2 \cdot 47.4 + 1.2 \cdot \frac{2}{3} (51.25 - 47.4) + 1.2 \cdot 8.3 + 1.5 \cdot 27.5 \right) \frac{9.5^2}{2} \\
 &\quad - 2294 \cdot 9.5 = 7423 \text{ kNm} > M_{Rd}.
 \end{aligned} \tag{3.69}$$

Opptredende moment overskrider momentkapasiteten i snitt D-D og tverrsnittet må forsterkes.

Figur 3.6 viser fordeling av opptredende moment og momentkapasitet som følge av spennarmering i bjelken, beregnet ved hjelp av et regneark som gjør bruk av formler benyttet ved kontroll av snitt A-A og D-D. Figuren viser at det er tilstrekkelig kapasitet inntil 9.0 m fra innspenningen. Ved snitt D-D, $x = 9.5$ m, går tverrsnittet fra å være *underarmert*, det vil si full utnyttelse av spennarmeringen, til å være *overarmert*. I et overarmert tverrsnitt flyter ikke armeringen før brudd, følgelig utnyttes ikke armeringen fullt ut og momentkapasiteten synker i forhold til et tilsvarende underarmert tverrsnitt. Dette er grunnen til spranget i momentkapasiteteten ved 9.0 m i figur 3.6. På bakgrunn av figuren konkluderes det med at minimumsarmering er tilstrekkelig inntil 9.0 m fra innspenningen, og at det må slakkarmes for overskridende moment utover dette.

Slakkarmering

Etter EC2 5.3.1(4) karakteriseres bjelken som en *høy bjelke/skive* og minimumsarmering i et ortogonalt armeringsnett (på hver side og i begge retninger) beregnes etter EC2 NA.9.7(1).

$$A_{s,dbmin} = 0.001 \cdot A_c. \quad (3.70)$$

Betrakter snitt A-A og beregner tverrsnittsarealet av bjelke med sann geometri, se figur 3.1.

$$A_c = 300 \cdot \sqrt{3900^2 + 5500^2} = 2.023 \cdot 10^6 \text{ mm}^2 \quad (3.71)$$

$$A_{s,dbmin} = 0.001 \cdot 2.023 \cdot 10^6 = 2023 \text{ mm}^2. \quad (3.72)$$

Etter EC2 NA.9.7(1) bør imidlertid hovedretningen, her x -retning, armeres med minimum

$$0.3A_c \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} = 0.3 \cdot 2.023 \cdot 10^6 \cdot \frac{3.8}{500} = 4613 \text{ mm}^2, \quad (3.73)$$

der snitt A-A er betraktet.

EC2 9.7.(2) angir maksimum senteravstand som

$$s_{max} \leq \min \{2t; 300\} = \min \{600; 300\} = 300 \text{ mm} \quad (3.74)$$

$$A_{\emptyset 16} = \pi \frac{16^2}{4} = 201 \text{ mm}^2 \quad (3.75)$$

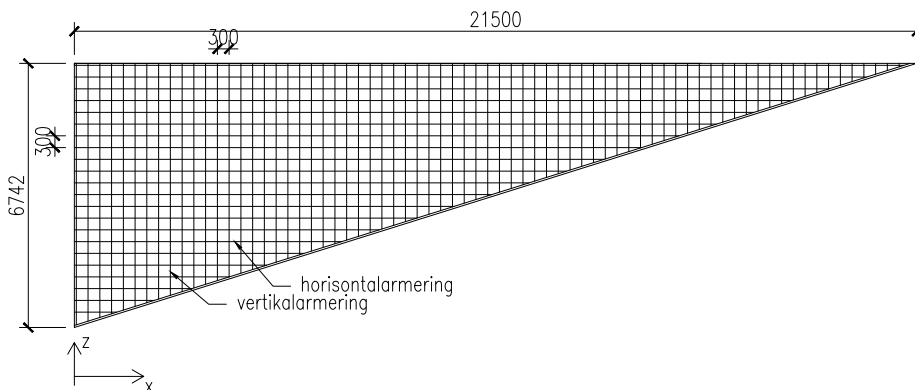
$$A_{\emptyset 25} = \pi \frac{25^2}{4} = 490 \text{ mm}^2. \quad (3.76)$$

Beregner nødvendig minimum horisontalarmering A_{sh} og minimum vertikalarmering A_{sv}

$$A_{sh} = A_{\emptyset 16} \cdot \left(1 + \frac{h}{s_{max}}\right) = 201 \cdot \left(1 + \frac{6742}{300}\right) = 4718 \text{ mm}^2 > 0.3A_c \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \quad (3.77)$$

$$A_{sv} = A_{\emptyset 25} \cdot \left(1 + \frac{1000}{s_{max}}\right) = 490 \cdot \left(1 + \frac{1000}{300}\right) = 2123 \text{ mm}^2/\text{m} = A_{s,dbmin}, \quad (3.78)$$

der h er høyden av tverrsnittet i snitt A-A i planet til bjelken som vist i figur 3.7. Horisontalarmering $\emptyset 16c300$ og vertikalarmering $\emptyset 25c300$ tilfredstiller krav til minimumsarmering. Fordi tverrsnittet reduseres utover bjelkeaksen, reduseres også kravet til minimumsarmering. For horisontal minimumsarmering løses dette ved at armeringen legges horisontalt og at dermed ikke alle stengene ligger i bjelkens fulle lengde, se figur 3.7. Kravet til horisontal



Figur 3.7: Plantegning i bjelkens plan som viser mønster for minimum slakkarmering. Alle mål i [mm].

minimumsarmering er fremdeles tilfredsstillt i hvert snitt. For vertikal minimumsarmering legges beregnet minimumsarmering basert på snitt A-A i bjelkens fulle lengde, se figur 3.7.

Den største differansen mellom opptredende moment og momentkapasitet basert på spennsarmering finnes i snitt D-D, se figur 3.6

$$\Delta M_{Ed,max} = M_{Rd}(9.5) - M_{Ed}(9.5) = 7423 - 3186 = 4237 \text{ kNm.} \quad (3.79)$$

Minimum lengdearmering i snitt D-D

$$A_{sh}(9.5) = 2 \cdot (12 \cdot A_{\phi 16}) = 2 \cdot (12 \cdot 201) = 4824 \text{ mm}^2, \quad (3.80)$$

jevnt fordelt over hele tverrsnittet. Der faktoren 2 er brukt fordi lengdearmeringen ligger i to lag.

Projisert høyde av tverrsnittet i snitt D-D er funnet i ligning 3.58 som $h = 2176$ mm. Med indre arm som anslagsvis $h' = \frac{h}{2}$ finnes horisontal minimumsarmerings bidrag til momentkapasiteten som

$$M_{Rd,min}(9.5) = f_{yd} h' \frac{A_s}{2} = 434 \cdot 1088 \frac{4824}{2} = 1328 \text{ kNm,} \quad (3.81)$$

slik at det må tilleggsarmeres for momentet

$$\Delta M_{Ed} = 4237 - 1328 = 2909 \text{ kNm.} \quad (3.82)$$

Antar indre arm mellom tilleggsarmering i topp A'_s og bunn A_s som

$$h' = h - 2 \cdot 150 = 2176 - 300 = 1876 \text{ mm.} \quad (3.83)$$

Tabell 3.3: Materialdata armering B500NC [20]

Strekfasthet, f_{yk}	500 MPa
Dim. strekkfasthet, f_{yd}	434 MPa
Elastisitetsmodul, E_s	$2.0 \cdot 10^5$ MPa

Beregningsmessig nødvendig tilleggsarmering B500NC med materialdata som vist i tabell 3.3

$$A'_s = A_s = \frac{\Delta M_{Ed}}{f_{yd} h'} = \frac{2909 \cdot 10^6}{434 \cdot 1876} = 3572 \text{ mm}^2 \quad (3.84)$$

$$A_{\emptyset 32} = \pi \frac{32^2}{4} = 804 \text{ mm}^2 \quad \Rightarrow \quad n = \frac{3572}{804} = 4.4 \approx 5 \emptyset 32. \quad (3.85)$$

EC2 8.2(2),(3) angir krav til fri avstand mellom armeringsstenger i horisontal retning a_h og vertikal retning a_v . Med maksimal tilslagsstørrelse $d_g = 32$ mm beregnes kravene som

$$a_h \geq \max \{2\emptyset; d_g + 5; 20\} = \max \{64; 37; 20\} = 64 \text{ mm} \quad (3.86)$$

$$a_v \geq \max \{1.5\emptyset; d_g + 5; 20\} = \max \{48; 37; 20\} = 48 \text{ mm}. \quad (3.87)$$

Figur 3.8 viser et mulig system av tilleggsarmering. Med en overdekning $c_{nom} = 50$ mm og to armeringsstenger i hvert lag er avstanden mellom armeringsstengene 131 mm i nedre del av tverrsnittet, hvilket er tilstrekkelig for spennarmeringsrøret på 85-92 mm, se tabell 3.1. For enkelhets skyld legges armeringen i overkant på tilsvarende måte, selv om armeringen ikke kommer i konflikt med spennarmeringen. Med armeringsplassering som i figur 3.8 finnes den indre armen mellom armering i overkant og underkant som $h' = 1883$ mm, og krav til slakkarmering beregnes som

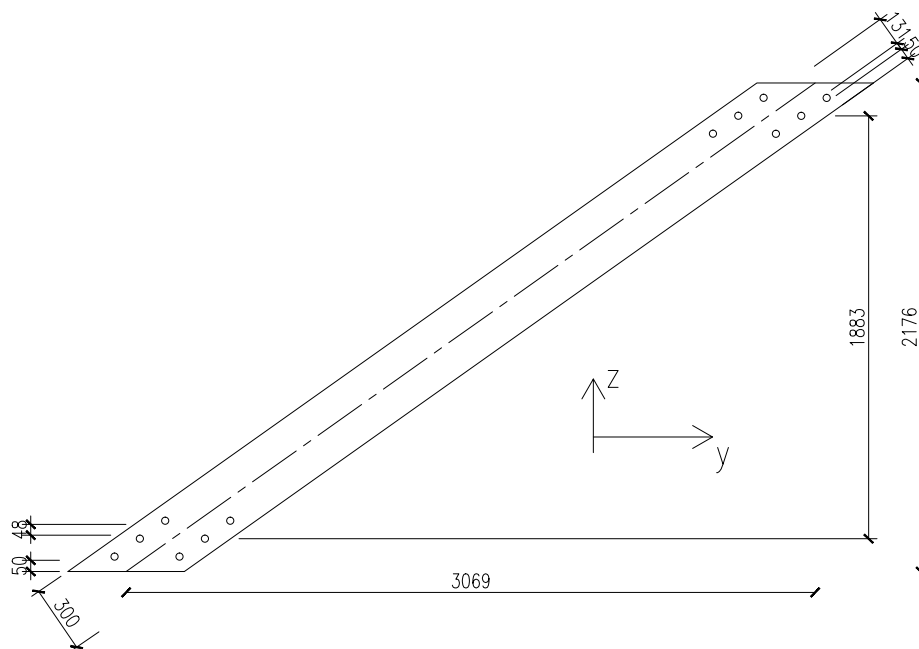
$$A'_s = A_s = \frac{\Delta M_{Ed}}{f_{yd} h'} = \frac{2909 \cdot 10^6}{434 \cdot 1883} = 3559 \text{ mm}^2 \quad \Rightarrow \quad n = \frac{3559}{804} = 4.4 \approx 5 \emptyset 32. \quad (3.88)$$

Kravet blir fremdeles 5 $\emptyset 32$ i topp og bunn for snitt D-D. Det er likevel satt av plass til, og tegnet inn i figur 3.8, 6 $\emptyset 32$ i topp og bunn fordi dette blir dimensjonerende slakkarmering da snitt utenfor snitt D-D krever mer armering.

Endelig tilleggs-slakkarmeringsmengde i intervallet $x = [9.0, 16]$ m blir

$$A'_s = A_s = 6 \cdot A_{\emptyset 32} = 6 \cdot 804 = 4824 \text{ mm}^2. \quad (3.89)$$

I utregning av slakkarmering er det forutsatt rette armeringsstenger. Ved utførelse av nedre del av tilleggs-slakkarmeringen er det mest hensiktsmessig å legge denne parallell med den skrå forskalingen, se figur 3.3.



Figur 3.8: Tilleggsslakkarmering i snitt D-D. Minimumsarmering er ikke inntegnet. Alle mål i [mm].

Den horisontale komponenten l_x av et skrått armeringsjern med enhetslengde $l = 1$ parallelt med nedre del av bjelken finnes som

$$l_x = 21.5 \frac{l}{\sqrt{6.742^2 + 21.5^2}} = 0.954, \quad (3.90)$$

der mål fra figur 3.7 er brukt. Tapet som følge av skråstilt armering tilsvare 4.6 % og neglisjeres.

Ved beregning av momentkapasitet for snitt D-D ble det forenklete tverrsnittet betraktet. Dette er en konservativ tilnærming da platen, se figur 2.6, vil bidra som en trykkflens. Ved å betrakte snitt D-D som et sammensatt tverrsnitt av bjelker og plate, tilnærmet som et omvendt T-tverrsnitt, ville momentkapasiteten ha blitt større.

Ytre del av utkrageren er ikke spennarmert og dimensjonerende slakkarmering finnes ved hjelp av formler for normalarmering av tverrsnitt. Momentkapasiteten for et normalarmert tverrsnitt i snitt B-B, $x = 16.5$, finnes som [22]

$$M_{Rd} = 0.275 f_{cd} b d^2 = 0.275 \cdot 25.5 \cdot 300 \cdot 856^2 \cdot 10^{-6} = 1541 \text{ kNm}, \quad (3.91)$$

der $h = 906$ mm er hentet fra figur 3.1 slik at $d = h - 50 = 856$ mm. Minimum lengdearmering i snitt B-B

$$A_{sh} = 2 \cdot (7 \cdot A_{\varnothing 16}) = 2 \cdot (7 \cdot 201) = 2814 \text{ mm}^2, \quad (3.92)$$

gir momentkapasitet

$$M_{Rd,min} = \frac{A_{sh}}{2} f_{yd} h' = \frac{2814}{2} \cdot 434 \cdot \frac{906}{2} = 276 \text{ kNm}, \quad (3.93)$$

der indre arm h' anslagsvis er satt til halve høyden.

Opptredende moment i snittet som det må tilleggsarmeres for finnes ved bruk av verdi fra figur 3.6

$$\Delta M_{Ed} = M_{Ed}(16.5) - M_{Rd,min} = 1270 - 276 = 994 \text{ kNm} < M_{Rd}. \quad (3.94)$$

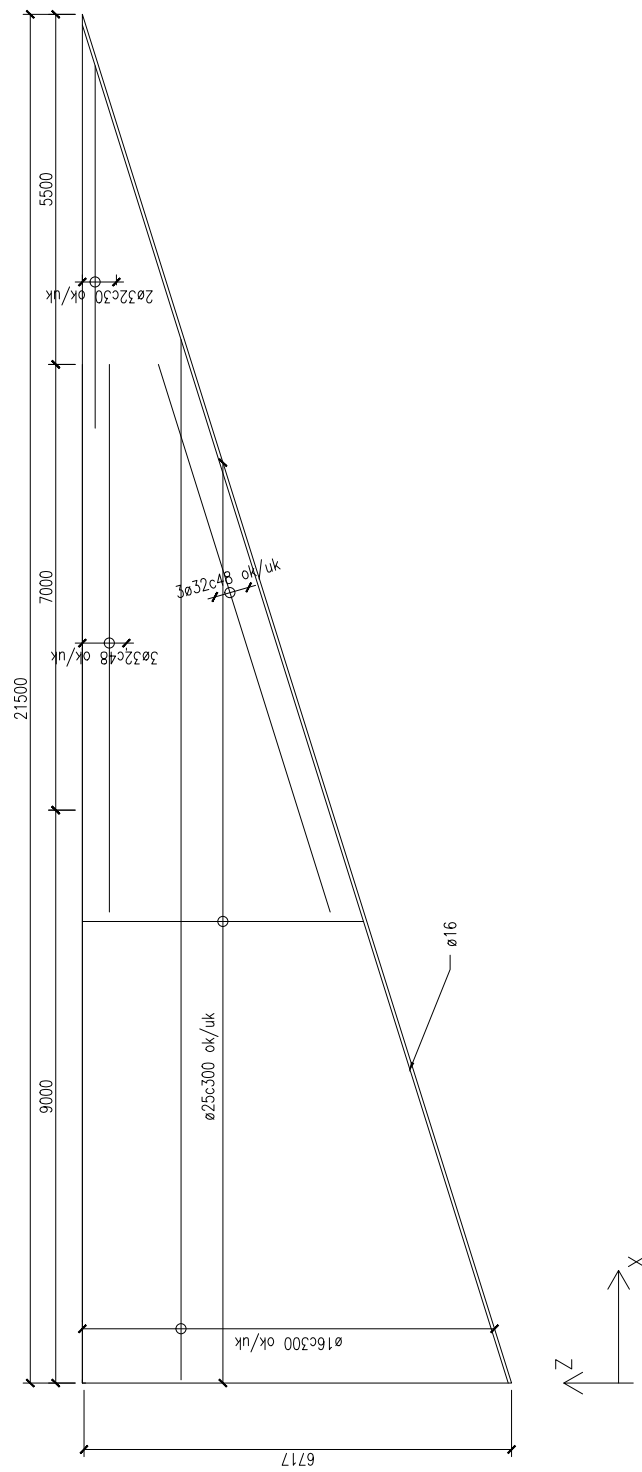
Opptredende moment er mindre enn momentkapasitetet, følgelig er trykksonen delvis utnyttet. Indre arm z finnes som [22]

$$z = \left(1 - 0.17 \cdot \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}}\right) \cdot d = \left(1 - 0.17 \cdot \frac{994}{1541}\right) \cdot 856 = 762 \text{ mm}. \quad (3.95)$$

Beregningsmessig nødvendig armering (i tillegg til minimumsarmering)

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{f_{yd} z} = \frac{994 \cdot 10^6}{434 \cdot 762} = 3005 \text{ mm}^2 \Rightarrow n = \frac{3005}{804} = 3.7 \approx 4 \text{ } \emptyset 32. \quad (3.96)$$

Armeringen kan videreføres fra overkantsarmering beregnet for sone $x = [9, 16]$. Figur 3.9 viser en plantegning av bjelken med beregningsmessig nødvendig armering. Merk at tegningen er tegnet i planet til bjelken, og *ikke* projisert som figur 3.3. Av hensyn til utførelse er det plassert et ett jern langs underkant av bjelken, slik at den resterende horisontalarmeringen kan bygges på denne.



Figur 3.9: Plantegning av slakkarmering i bjelke. Alle mål i [mm].

Skjærarmering

I vedlegg B.3 er det vist at skjærstrekkkapasitet uten skjærarmering etter EC2 6.2.2(1) overskrides. Følgelig må bjelken skjærarmeres. I Sørensen (2010) [22] er uttrykket for skjærstrekkkapasitet med skjærarmering etter EC2 6.2.3(3) utledet som

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha < \alpha_{cw} b_w z \nu_1 \frac{f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta}, \quad (3.97)$$

der symbolene er forklart i tabell 3.4. Kontrollerer i første omgang om vertikal minimumsarmering/tverrarmeringen A_{sv} gir tilstrekkelig kapasitet. For tverrarmeringen er $\alpha = 90$ slik at $\sin \alpha = 1$ og $\cot \alpha = 0$. Tverrarmeringen og tverrarmeringskraften S_{sd} ligger i bjelkens plan og er således ikke *vertikal*. Vertikalkomponenten av kraften i tverrarmeringen $S_{sd,z}$ finnes ved geometrisk betraktning av figur 3.4

$$S_{sd,z} = 3.9 \cdot \frac{S_{sd}}{\sqrt{5.5^2 + 3.9^2}} = 0.58 S_{sd}. \quad (3.98)$$

Tverrarmeringen $\emptyset 25 \times 300$ på begge sider gir tverrsnittsareal i vertikal retning

$$A_{sw} = 0.58(2 \cdot A_{\emptyset 25}) = 0.58(2 \cdot 490) = 568 \text{ mm}^2. \quad (3.99)$$

Etter EC2 6.2.3(2) begrenses θ av intervallet

$$1 \leq \cot \theta \leq 2.5 \quad (3.100)$$

Setter $\cot \theta = 1$ som tilsvarer en betongtrykkdiagonal med vinkel 45° i forhold til bjelkeaksen.

Dimensjonerende skjærkraft er funnet i vedlegg B.3 som $V_{Ed,red} = 1889$ kN. Innsatt i ligning 3.97 beregnes maksimal senteravstand som

$$s = \frac{A_{sw} z f_{ywd} \cot \theta}{V_{Ed,red}} = \frac{568 \cdot 0.9 \cdot 3800 \cdot 434 \cdot 1}{1889 \cdot 10^3} = 446 \text{ mm}, \quad (3.101)$$

Tabell 3.4: Variabler/faktorer ved beregning av skjærstrekkkapasitet [20]

Variabel/faktor	Beskrivelse
A_{sw}	skjærarmeringsens tverrsnittsareal
s	senteravstand mellom bøyene
f_{ywd}	skjærarmeringens dimensjonerende flytgrense
ν_1	fasthetsreduksjonsfaktor for betong opprisset pga skjær
α_{cw}	koeffisient som tar hensyn til spenningstilstanden i trykkgurten
θ	vinkel mellom betongtrykkstaven og bjelkeaksen
α	vinkel mellom bjelkeaksen og tverrarmering
z	tverrsnittets indre momentarm

der $z = 0.9d$ er brukt. Senteravstand på 300 mm er innenfor kravene for skjærarmering. Skjærstrekkkapasiteten inkludert tverrarmering $V_{Rd,s}$ finnes etter EC2 6.2.3(3) som

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta = \frac{568}{300} \cdot (0.9 \cdot 3800) \cdot 434 \cdot 1 = 2810 \text{ kN}. \quad (3.102)$$

Med $\sigma_{cp} = 0.2f_{cd} = 5.1 \text{ N/mm}^2$ som beregnet i vedlegg B.3 beregnes α_{cw} etter EC2 6.2.3(3) som for forspente konstruksjoner.

$$\alpha_{cw} = \left(1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right) = (1 + 0.2) = 1.2. \quad (3.103)$$

Videre angir samme punkt $\nu_1 = 0.6$ for betong B45 og maksimumskravet til skjærstrekkkapasitet beregnes som

$$\alpha_{cw} b_w z \nu_1 \frac{f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} = 1.2 \cdot 300 \cdot (0.9 \cdot 3800) \cdot 0.6 \frac{25.5}{\cot 45 + \tan 45} = 9418 \text{ kN} > V_{Rd,s}. \quad (3.104)$$

Beregningen viser at skjærstrekkkapasiteten med minimum vertikalarmering gir tilfredsstillende kapasitet.

Skjærtrykkkapasiteten $V_{Rd,max}$ beregnes etter EC2 6.2.3(4) som

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w \cdot z \nu_1 f_{cd} \cdot \frac{\cot \theta + \cot \alpha}{1 + \cot^2 \theta} = 1.2 \cdot 300 \cdot 0.9 \cdot 3800 \cdot 0.6 \cdot 25.5 \cdot \frac{1}{2} = 9419 \text{ kN} > V_{Ed}, \quad (3.105)$$

der $V_{Ed} = 2294 \text{ kN}$ etter ligning 3.67.

Beregningen viser at skjærtrykkkapasiteten er tilfredsstillende, selv om vi ikke har tatt hensyn til minimum vertikalarmering.

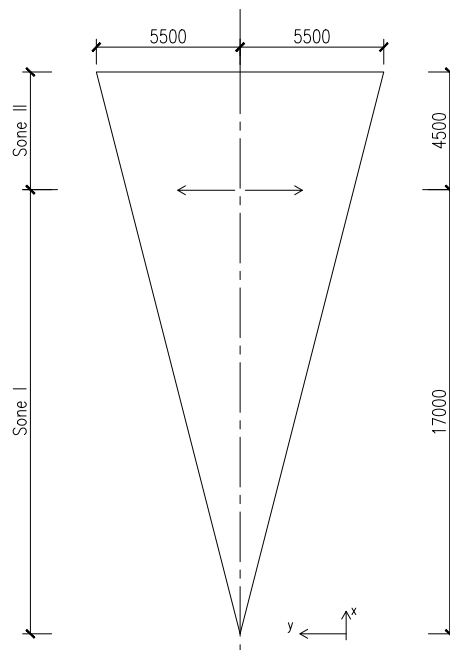
3.4 Plate

Dette delkapitlet tar for seg dimensjonering av platen i utkrageren, se figur 2.6. Tilsvarende dimensjonering av bjelken, betraktes et projisert tverrsnitt også for platen. Figur 3.10 viser platen projisert i xy -planet samt soneinndeling, sone I er belastet av horisontalkomponenten av løftekraften fra spennarmeringen, mens sone II er upåvikret av løftekraften. Platen antas opphengt i en bjelke på hver side og betraktes dermed som en enveisbærende plate i y -retning. Figur 3.11 viser tverrsnittet av utkrageren ved snitt A-A. Løftekraften p virker i planet til bjelken, ved dekomponering finnes vertikalkomponenten $p_z = 52.5$ kN/m som ble brukt ved lastbalansering i kapittel 3.3.1, og horisontalkomponenten p_y som gir rent strekk i sone I i bunnplaten. Ved geometrisk betraktning finnes karakteristisk verdi av p_y

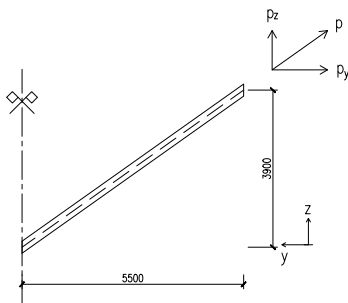
$$p_y = \frac{5500}{3900} \cdot p_z = \frac{5500}{3900} \cdot 52.5 = 74.0 \text{ kN/m.} \quad (3.106)$$

Dimensjonerende kraft i bruddgrensetilstand beregnes med lastfaktor $\gamma_p = 1.1$ som

$$p_{y,Ed} = 1.1 \cdot 73.9 = 81.3 \text{ kN/m.} \quad (3.107)$$



Figur 3.10: Geometri projisert bunnplate.



Figur 3.11: Løftekraft fra spennarmering dekomponert.

Karakteristiske verdier av egen- og nyttelast for platen beregnes med bakgrunn i laster definert i kapittel 3.2.1 som

$$g_{Ek} = t \cdot b \cdot \gamma_c = 0.3 \cdot 1.0 \cdot 25 = 7.5 \text{ kN/m} \quad (3.108)$$

$$g_{1,Ek} = b \cdot 1.5 = 1.0 \cdot 1.5 = 1.5 \text{ kN/m} \quad (3.109)$$

$$p_{Ek} = b \cdot 5.0 = 1.0 \cdot 5.0 = 5.0 \text{ kN/m}, \quad (3.110)$$

der en enhetsbredde lik 1 meter i x -retning av platen er betraktet. Lastfaktorer ved bruksgrensetilstand settes til 1.0, dermed tilsvarer karakteristiske laster de dimensjonerende laster i bruksgrensetilstand. Dimensjonerende laster i bruddgrensetilstand finnes ved bruk av lastfaktorer som

$$g_{Ed} = 1.2g_{Ek} = 9.0 \text{ kN/m} \quad (3.111)$$

$$g_{1,Ed} = 1.2g_{1,Ek} = 1.8 \text{ kN/m} \quad (3.112)$$

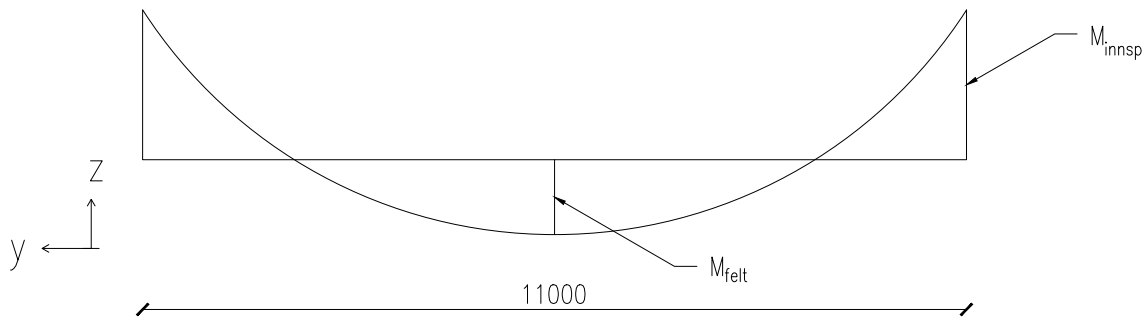
$$p_{Ed} = 1.5p_{Ek} = 7.5 \text{ kN/m}. \quad (3.113)$$

3.4.1 Bruddgrensetilstand

Kritisk snitt i sone II blir ved tuppen av platen ($x = 21.5$), da spennet her er lengst. Samlet jevnt fordelt kraft i finnes som

$$q_{Ed} = g_{Ed} + g_{1,Ed} + p_{Ed} = 9.0 + 1.8 + 7.5 = 18.3 \text{ kN/m}. \quad (3.114)$$

Betrakter platen som fast innspent i kobling med bjelke på hver side, slik at innspenningsmoment M_{insp} og maksimalt feltmoment M_{felt} kan finnes ved hjelp av tabellverdier [10] som



Figur 3.12: Momentdiagram for plate. Enhet for dimensjoner [mm].

$$M_{in\,sp} = \frac{qL^2}{12} = \frac{18.3 \cdot 11^2}{12} = 184 \text{ kNm} \quad (3.115)$$

$$M_{f\,elt} = \frac{qL^2}{24} = \frac{18.3 \cdot 11^2}{24} = 92 \text{ kNm}, \quad (3.116)$$

der innspenningsmomentet gir strekk i overkant og feltmomentet gir strekk i underkant, se figur 3.12. Det forutsettes at bjelken kan oppta innspenningsmomentet $M_{in\,sp}$ for at forbindelsen bjelke-plate er rotasjonsstiv. Dette medfører at vertikalarmeringen i bjelken må ha kapasitet til å ta opp innspenningsmomentet. Vertikalarmeringen på begge sider av bjelken gir momentkapasitet

$$M_{Rd,vert} = A_{sv} \cdot f_{yd} \cdot h' = 2123 \cdot 434 \cdot 230 = 212 \text{ kNm} > M_{in\,sp}, \quad (3.117)$$

kapasiteten er tilfredsstillende. Deler av vertikalarmeringen utnyttes imidlertid som skjærarmoring for bjelken som vist i kapittel 3.3.4. For rektangulære bjelker har skjærspenningen en parabelformet fordeling av over tverrsnittet, og det antas i det følgende at dette er tilfellet for den skråstilte bjelken i utkrageren. Dermed utnyttes hovedsaklig vertikalarmeringen rundt midten av bjelken som skjærarmoring, mens vertikalarmeringen i topp og bunn i mindre grad utnyttes for å ta opp skjær. Det virker derfor rimelig å anta at vertikalarmeringen i bunn av bjelken har kapasitet til å oppta innspenningsmomentet fra platen, slik at denne kan regnes som fast innspent. Flere faktorer bidrar til at argumentasjonen over er rimelig: (a) vertikalarmeringen er ikke fullt utnyttet som skjærarmoring da senteravstanden er omlag 50 % mindre enn maksimal senteravstand med hensyn til skjærstrekkkapasitet, (b) ved innspenningen er det størst behov for skjærarmoring, samtidig er utkragertverrsnittet her V-formet slik at det ikke er noe innspenningsmoment, ved tuppen av utkrageren er innspenningsmomentet fra platen størst og skjærkraften i bjelken er 0. For nedbøyningsberegningen er det gunstigere å regne platen som fast innspent enn fritt opplagt. I midtsnittet reduseres nedbøyningen med en faktor 5 ved å betrakte platen som fast innspent [10]. Den ikke-lineære analysen vil indikere om det er behov for mer vertikalarmering i bjelken eller om antagelsen over holder.

Forutsetter normalarmering og beregner platetverrsnittets momentkapasitet [22]

$$M_{Rd} = 0.275 \cdot f_{cd} b d^2 = 0.275 \cdot 25.5 \cdot 1000 \cdot 250^2 = 438 \text{ kNm}, \quad (3.118)$$

der effektiv høyde er antatt som $d = 250$. Trykksonen er delvis utnyttet, beregner indre momentarm basert på innspenningsmomentet

$$z = \left(1 - 0.17 \frac{M_{insp}}{M_{Rd}}\right) \cdot d = \left(1 - 0.17 \frac{184}{438}\right) \cdot 250 = 232 \text{ mm}. \quad (3.119)$$

Videre finnes beregningsmessig nødvendig armering i y -retning A_{sy} som

$$A_{sy} = \frac{M_{insp}}{f_{yd} z} = \frac{184 \cdot 10^6}{434 \cdot 232} = 1827 \text{ mm}^2/\text{m} \quad (3.120)$$

$$A_{\emptyset 20} = 314 \text{ mm}^2 \Rightarrow n = \frac{1827}{314} = 5.81 \text{ } \emptyset 25/\text{m} \Rightarrow s = \frac{1000}{5.81} = 172 \approx 150 \text{ mm} \quad (3.121)$$

$$A_{sy} = 1827 \cdot \frac{172}{150} = 2094 \text{ mm}^2/\text{m}. \quad (3.122)$$

Med hensyn til utførelse velges lik armering i topp og bunn i y -retning, $\emptyset 20c150$, se figur 3.10. En senteravstand på 150 mm passer med senteravstanden for vertikal armering i bjelken (300 mm), slik at annethvert jern vil bli ført videre inn i bjelken.

Platen er beregnet som en enveisplate slik at krav til minimumsarmering blir dimensjonerende armeringsmengde A_{sx} i tverretningen, x -retning. Dimensjonerende minimumsarmering beregnes etter EC2 9.3.1.1(1)

$$A_{sx} = A_{s,min} = 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t d = 0.26 \frac{3.8}{500} \cdot 1000 \cdot 250 = 494 \text{ mm}^2/\text{m} \quad (3.123)$$

$$A_{\emptyset 12} = 113 \text{ mm}^2 \Rightarrow n = \frac{494}{113} = 4.37 \text{ } \emptyset 12/\text{m} \Rightarrow s = \frac{1000}{4.37} = 228 \approx 200 \text{ mm}, \quad (3.124)$$

som tilfredsstillt krav til minimum tverrarmering for enveis plater etter EC2 9.3.1.1(2).

Etter EC2 9.3.1.1(3) er maksimal tillatt senteravstand i plater

$$s_{max,slabs} = \min [3h; 400] = 400 \text{ mm}, \quad (3.125)$$

som er tilfredsstillt for beregnet armering i begge retninger.

Sone I er i tillegg til lastene som brukt ved dimensjonering av sone II, belastet av en jevnt fordelt strekkraft som følge av spennarmering i bjelken. Betrakter kritisk snitt i sone I, det

vil si stripe med enhetsbredde rundt $x = 17$ m, se figur 3.10. Lengden av stripen beregnes ved geometrisk betraktning av figur 3.10 og innspenningsmomentet beregnes som for stripe ved tuppen av platen

$$L = 2 \cdot \frac{5.5}{21.5} \cdot 17 = 8.7 \text{ m} \quad (3.126)$$

$$M_{insp} = \frac{18.3 \cdot 8.7^2}{12} = 115.4 \text{ kNm/m.} \quad (3.127)$$

Momentkapasiteten er lik som for stripe ved tuppen, og indre momentarm finnes som

$$z = \left(1 - 0.17 \cdot \frac{115.4}{438}\right) \cdot 250 = 239 \text{ mm.} \quad (3.128)$$

Beregningsmessig nødvendig armering for oppta moment finnes som

$$A_{sy1} = \frac{115.4 \cdot 10^6}{434 \cdot 239} = 1113 \text{ mm}^2/\text{m.} \quad (3.129)$$

Ikke uventet trengs det mindre armering enn i stripen ved tuppen av platen. Strekkraften fra spennarmeringen krever armeringsmengde

$$A_{sy2} = \frac{p_{y,Ed}}{f_{yd}} = \frac{81.3 \cdot 10^3}{434} = 187 \text{ mm}^2/\text{m,} \quad (3.130)$$

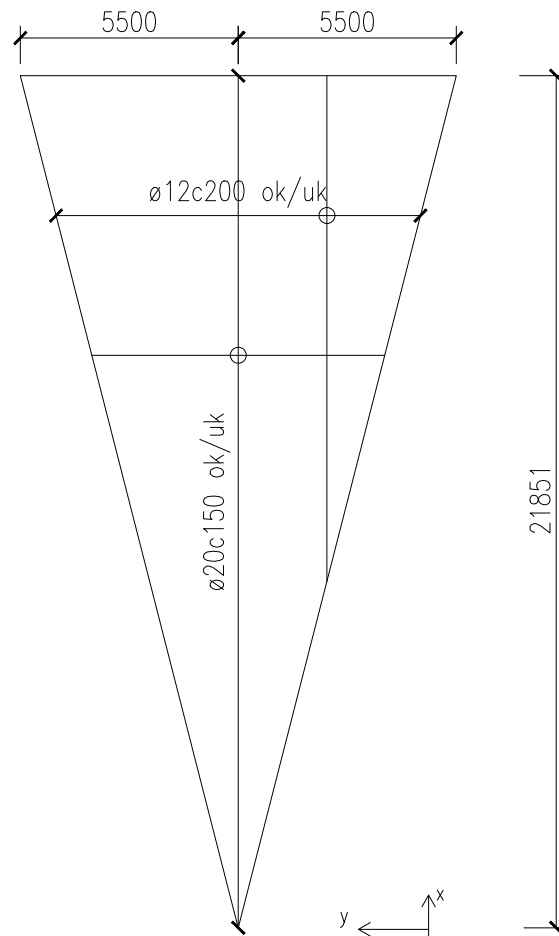
slik at samlet armeringsmengde finnes som

$$A_{sy} = A_{sy1} + A_{sy2} = 1113 + 187 = 1300 \text{ mm}^2/\text{m.} \quad (3.131)$$

Beregnet armeringsmengde er mindre enn armeringsbehov beregnet for stripe ved tuppen. Antar at armeringsmengden beregnet ved tuppen legges i hele platen, slik at kapasiteten med henyn til både sone I og sone II er OK, som vist i beregningene over.

I vedlegg B.4 er det vist at det ikke er behov for skjærarmering i platen.

Figur 3.13 viser endelig armering i bunnplaten. Merk at tegningen *ikke* er projisert, men tegnet i platens eget plan.



Figur 3.13: Armering i platen.

3.4.2 Bruksgrensetilstand

Etter EC2 7.4.1(4) er tillatt nedbøyning begrenset til $\frac{L}{250}$ for ugunstigste lastkombinasjon, der L er konstruksjonsdelens spennvidde.

Betrakter tuppen av bunnplaten med spenn 11 m, se figur 3.10. Forutsetter rotasjonsstiv forbindelse mellom bjelke og plate, det vil si at platen kan betraktes som fast innspent på begge sider.

Etter tabell A.1.4 og NA.1.1 i NS-EN 1990 kan 60 % av nyttelasten regnes som permanent last [19]. Dimensjonerende laster i bruksgrensetilstand med lastfaktor 1.0 finnes på bakgrunn av karakteristiske laster fra kapittel 3.4

$$g_{Ed} = 7.5 \text{ kN/m} \quad (3.132)$$

$$g_{1,Ed} = 1.5 \text{ kN/m} \quad (3.133)$$

$$p_{Ed} = 0.6 \cdot 5.0 = 3.0 \text{ kN/m}, \quad (3.134)$$

og samlet jevnt fordelt, permanent last finnes som

$$q_{Ed} = 7.5 + 1.5 + 3.0 = 12.0 \text{ kN/m}. \quad (3.135)$$

Antar egen- og nyttelast påført ved henholdsvis $t = 28$ og $t = 200$ døgn etter støping. Effektiv tverrsnittstykkelser for enhetsbredden beregnes etter EC2 3.1.4(5) som

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} = \frac{2 \cdot 1000 \cdot 300}{2 \cdot 1000} = 300 \text{ mm}. \quad (3.136)$$

For sementklasse S finnes kryptall etter henholdsvis 7 og 90 døgn ved bruk av EC2 figur 3.1 (utendørs forhold) som

$$\varphi(\infty, 28) = 1.5 \quad (3.137)$$

$$\varphi(\infty, 200) = 1.2. \quad (3.138)$$

I Sørensen (2010) [22] er det vist at langtids elastisitetsmodul kan beregnes som

$$E_{cl} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)}, \quad (3.139)$$

slik at langtids elastisitetsmodul for laster påført ved $t = 28$, $t = 200$ kan beregnes med bruk av data fra tabell 3.2 som henholdsvis

$$E_{cl1} = \frac{36000}{1 + 1.5} = 14400 \text{ MPa} \quad (3.140)$$

$$E_{cl2} = \frac{36000}{1 + 1.2} = 16363 \text{ MPa.} \quad (3.141)$$

Betrakter egenlaster g_{Ed} , $g_{1,Ed}$ samlet og beregnes momentvirkning fra egenlast M_1 og langtidstids nyttelast M_2

$$M_1 = \frac{(g_{Ed} + g_{1,Ed})L^2}{8} = \frac{(7.5 + 1.5) \cdot 11^2}{8} = 136.1 \text{ kNm} \quad (3.142)$$

$$M_2 = \frac{p_{Ed}L^2}{8} = \frac{3.0 \cdot 11^2}{8} = 45.4 \text{ kNm.} \quad (3.143)$$

Midlere elastisitetsmodul kan beregnes som [22]

$$E_{c,middel} = \frac{\sum M_i}{\frac{M_1}{E_1} + \frac{M_2}{E_2}} = \frac{136.1 + 45.4}{\frac{136.1}{14400} + \frac{45.4}{16363}} = 14845 \text{ MPa.} \quad (3.144)$$

Material- og armeringsforhold finnes som

$$\eta = \frac{E_s}{E_{c,middel}} = \frac{2.0 \cdot 10^5}{14485} = 13.47 \quad (3.145)$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{2094}{1000 \cdot 250} = 0.0084 \quad (3.146)$$

$$\eta\rho = 0.1131, \quad (3.147)$$

der effektiv høyde anslagsvis er satt til 250 mm. Trykksonehøydefaktoren finnes som [22]

$$\alpha = \sqrt{(\eta\rho)^2 + 2\eta\rho} - \eta\rho = 0.378. \quad (3.148)$$

Ekvivalent arealtrehetsmoment for opprisset tverrsnitt beregnes som [22]

$$I_c = \frac{1}{2} \cdot \alpha^2 \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) \cdot bd^3 = \frac{1}{2} \cdot 0.378^2 \left(1 - \frac{0.378}{3}\right) \cdot 1000 \cdot 250^3 = 9.756 \cdot 10^8 \text{ mm}^4. \quad (3.149)$$

Bøystivhet med midlere elastisitetsmodul

$$EI = E_{c,middel}I_c = 14845 \cdot 9.756 \cdot 10^8 = 1.448 \cdot 10^{13} \text{ Nmm}^2. \quad (3.150)$$

Nedbøyning på midten finnes som [10]

$$v = \frac{qL^4}{384 \cdot EI} = \frac{q_{Ed}L^4}{384 \cdot E_{c,middel}I_c} = \frac{12 \cdot 11000^4}{384 \cdot 1.448 \cdot 10^{13}} = 32 \text{ mm} < \frac{L}{250} = 44 \text{ mm}. \quad (3.151)$$

Nedbøyningen er innenfor kravet etter EC2 7.4.1(4). Selv om hele nyttelasten inkluderes, overskrides ikke nedbøyningskravet.

Nedbøyningsberegningen over tok utgangspunkt i opprisset betongtverrsnitt og er konservativ i forhold til nedbøyning beregnet med uopprisset tverrsnitt. Formelverket for nedbøyningsberegning for opprisset tverrsnitt i Sørensen [22] er i seg selv forholdsvis konservativt, da det regnes som om betongen ikke har muligheten til å ta noe strekkspenninger. I virkeligheten vil det dannes riss, men betongen vil fremdeles ha mulighet til å ta strekkrefter mellom rissene. Virkeligheten befinner seg trolig et sted mellom nedbøyning basert på opprisset og uopprisset tverrsnitt.

Kapittel 4

FEM-modeller

Dette kapitlet diskuterer diskretisering av utkrageren, det vil si valg av elementer, element-inndeling, randbetingelser og last. Videre inneholder kapitlet beskrivelse av valg knyttet til ikke-lineære analyser som materialmodeller, rissutvikling, kryp- og svinnformulering samt løsningsprosedyre.

4.1 Diskretisert utkrager

Det er laget to modeller av utkrageren, én modell bestående av 2D-elementer (skallelementer) og én modell bestående av 3D-elementer (volumelementer). Førstnevnte modell er benyttet for å kontrollere armeringsmengden beregnet ved håndberegninger og randbetingelser er tilsvarende som i kapittel 3. I sistnevnte modell er en søyle modellert inn for å kunne simulere effekten av gjennomløkking og det kreves volumelementer for å kunne inkludere skjærdeformasjoner.

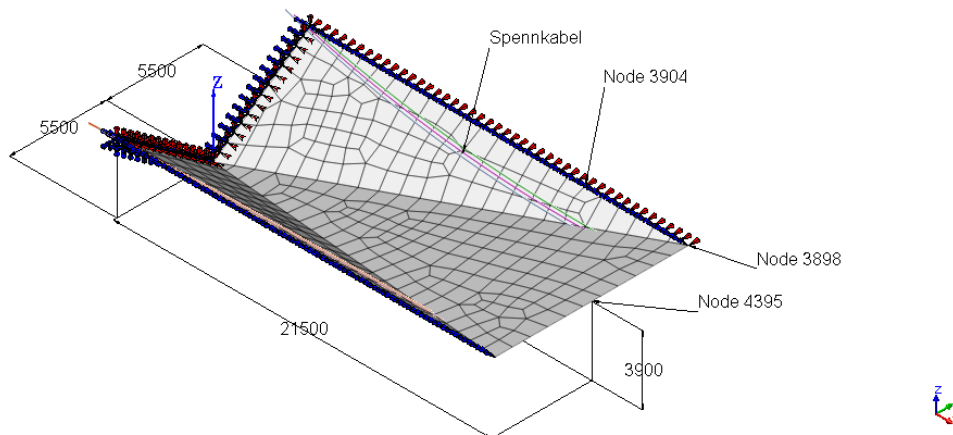
Som anbefalt i Cook (1995) [4] er det valgt å gradvis øke kompleksiteten i FEM-modellen. Dette er grunnen til at det er laget to elementmodeller. 2D-modellen er en forenkling av 3D-modellen, hvilket medfører enklere modellering, enklere feilsøking og kortere beregningstid [4].

4.1.1 2D-modell

Elementer

Figur 4.1 viser FEM-modellen med dimensjoner. Modellen er symmetrisk om xz -planet. Det er likevel valgt å modellere hele utkrageren. Utkrageren er diskretisert med 337 firkantede skallelementer med åtte noder av typen CQ40S¹ vist i figur 4.2(a) med tykkelse $t = 300$ mm. Elementet har midtnoder, noder mellom hjørnene, og interpolasjonspolynomene er av annen grad slik at tøyninger og spenninger beskrives lineært i elementplanet $\xi\eta$. Elementet tillater

¹CQ40S: Curved Quadrilateral 40 degrees of freedom Shell element.



Figur 4.1: 2D FEM-modell med dimensjoner i [mm].

kun redusert integrasjon², det vil si 2×2 integrasjonspunkter i elementplanet, dette for å unngå membran- og skjærlåsing ("membrane and shear locking") [11]. Membranlåsing og skjærlåsing er for stiv oppførsel for henholdsvis krefter i elementplanet og skjærkrefter (krefter normalt på elementplanet) [7]. Generelt kan membran- og skjærlåsing unngås på tre måter: (1) fint elementnett, (2) ulike elementer og (3) redusert integrasjon, der alternativ (3) er benyttet her.

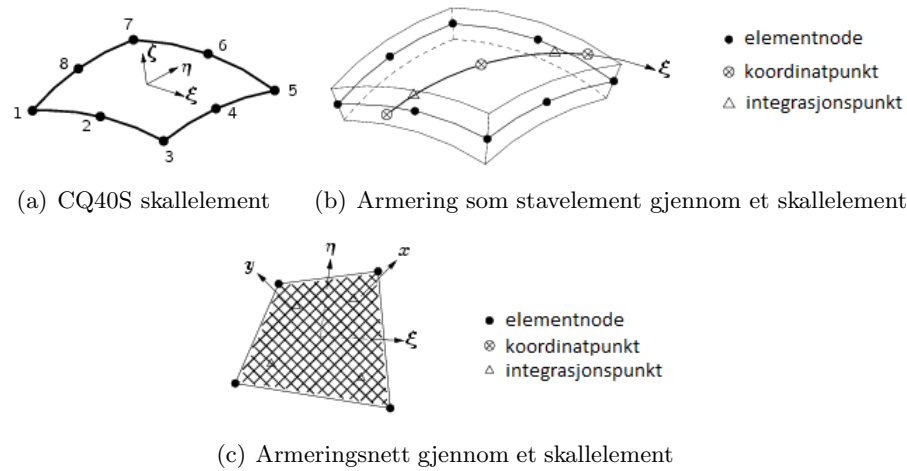
Normalt på elementet, i ζ -retning, er det brukt 3-punkts Simpson-integrasjon, standardinnstilling for elementet [11]. Ved bruk av Simpson-integrasjon er det integrasjonspunkter på overflaten av elementene, slik at man unngår ekstrapolerte verdier, som er tilfellet med for eksempel Gauss-integrasjon. Dette er en fordel med tanke på resultattolkning, da man for eksempel unngår at strekkspenninger i overkant/underkant overstiger strekkfastheten som følge av ekstrapolerte verdier fra nærmeste integrasjonspunkt.

I DIANA kan armering modelleres på to måter, (1) én enkel armeringsstang kan defineres mellom to eller flere punkter som vist i figur 4.2(b), eller (2) en flate kan definere et armeringsnett med armering i en eller to ortogonale retninger i armeringsflaten som vist i figur 4.2(c) [11].

Ved modellering av spennarmeringskablene er alternativ (1) benyttet. Totalt 6 spennarmeringskabler er modellert, 3 på hver side, med beliggenhet som vist i figur 3.3. Hver spennarmeringskabel er modellert som en innebygd kurve i DIANA (B-spline) gjennom 15 punkter som sammen tilnærmer en parabelform. I analysen dannes det stavelementer mellom punkter der armeringen krysser skallelementrendene. Stavelementene er beskrevet som et annengradspolynom gjennom tre punkter [11]. Figur 4.2(b) viser et eksempel på tre punkter som definerer et annengradspolynom som representerer en armeringsstang gjennom et krumt skallelement.

Ved modellering av slakkarmering er alternativ (2) benyttet. Figur 4.3 viser et utvalg av armeringsnettene i modellen: minimum horisontal- og vertikalarmering i underkant bjelke

²Redusert integrasjon vil si at det benyttes færre integrasjonspunkter enn nødvendig for å integrere numerisk eksakt.



Figur 4.2: Elementer benyttet i 2D FEM-modell [11].

(rød), tilleggsarmering i topp og bunn i bjelke (grønn), tilleggsarmering i bjelketupp (gul) og ortogonalt armeringsnett i plate (blå). Merk at ikke alle armeringsnettene vises i figur 4.3, blant annet er minimum horisontal- og vertikalarmering i overkant bjelke utelatt for å vise bakenforliggende armering, i tillegg er kun armering for den ene av de to bjelkene vist da armeringsnettene er identiske for disse. Alle armeringsnettene beskrevet over er lagt inn på begge sider av tverrsnittet, i henhold til beregnet armering i figur 3.9 og 3.13. Et armeringsnett beskrives av armeringens ekvivalente tykkelse i to ortogonale retninger t_x , t_y i planet. Dette blir eksemplifisert gjennom å beregne ekvivalent tykkelse av minimum lengdearmering i bjelkene. Fra figur 3.9 finnes minimum lengdearmering som $\varnothing 16c300$ slik at lengdearmering i snitt ved innspenning med tverrsnittshøyde $h = 6717$ mm finnes som

$$A_{sh} = \frac{h}{s} \cdot A_{s\varnothing 16} \approx 22 \cdot 201 = 4422 \text{ mm}^2, \quad (4.1)$$

og ekvivalent tykkelse av armeringen i lengderetning t_x beregnes som

$$t_x = \frac{4422}{6717} = 0.658 \text{ mm}^2/\text{mm} = 0.658 \text{ mm}. \quad (4.2)$$

På denne måten legges armeringen inn som en plate med en gitt tykkelse t_x slik at den totale armeringsmengden tilsvarer beregnet verdi som vist i figur 3.9. Tabell 4.1 viser ekvivalent tykkelse for armeringsnettene i modellen som vist i figur 4.3.

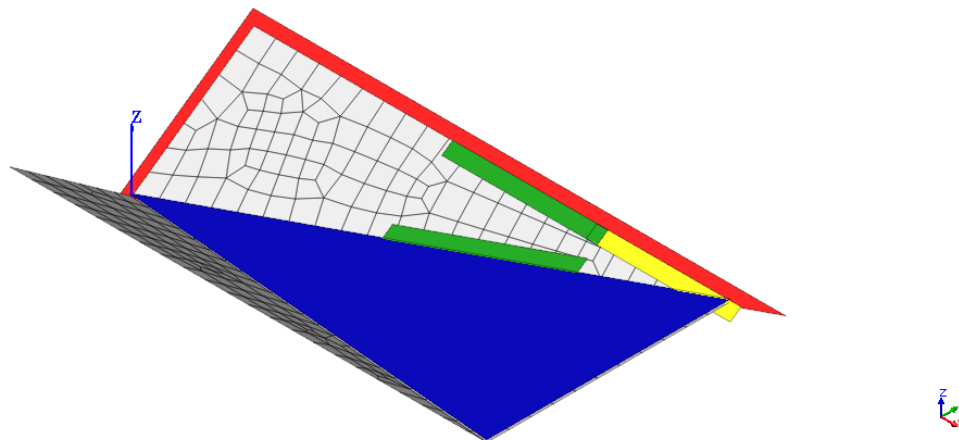
Det er antatt full heft mellom armering og betong.

Randbetingelser

Randbetingelsene i FEM-modellen er vist i figur 4.1. Utkrageren fastholdt mot rotasjon og forskyvning i alle tre retninger langs hele innspenningen, analogt med dimensjonering for

Tabell 4.1: Ekvivalent armeringstykkelse

Beliggenhet	t_x [mm]	t_y [mm]
Minimumsarmering bjelke	0.658	1.634
Tilleggsarmering bjelke	4.02	0
Tilleggsarmering bjelketupp	4.02	0
Bunnplatearmering	0.565	2.095

**Figur 4.3:** Dikretisert utkraget med et utvalg armeringsnett.

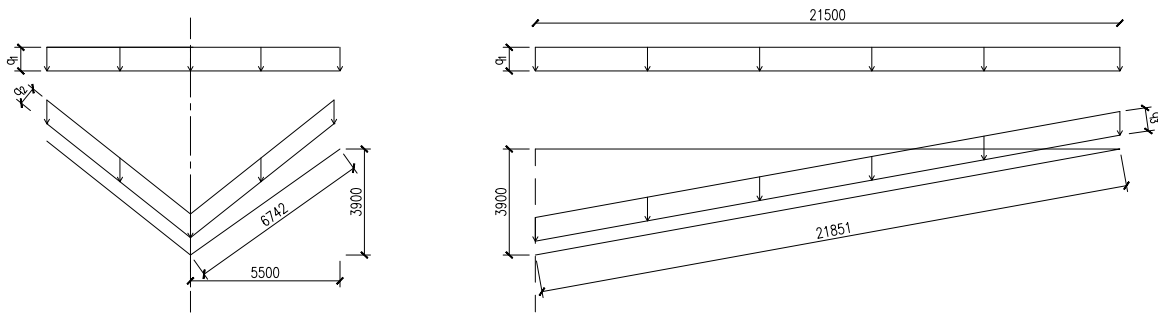
hånd.

Langs bjelkerendene er det antatt rotasjonsstivhet for rotasjon om x -aksen fordi utkrageren er antatt å ha tilstøtende konstruksjonsdeler på hver side. I tillegg er den ene bjelkeranden fastholdt mot forskyvning i y -retning, mens den andre bjelkeranden er frigjort i y -retning for å ikke innføre tvangskrefter.

Laster

Egenlasten av utkrageren er inkludert ved å angi tyngdetettheten av betong $\gamma = 2.5 \cdot 10^{-6} \text{ N/mm}^3/g$, samt retning og størrelse på gravitasjonen $g = -10$ definert i z -retning, se figur 4.1³.

³Merk at gravitasjonen er betraktet som benevningsløs da benevningen er inkludert i uttrykket for tyngdetettheten. Produktet av tyngdetettheten og gravitasjonen gir $\gamma' = \gamma \cdot |g| = 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ N/mm}^3$ som svarer til betong med masse 2500 kg/m^3 og gravitasjon $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Figur 4.4: Dekomponering av nyttelast.

Spennkraft er inkludert ved å angi effektiv aksialspenning, $\sigma_{m0,max} = 1395$ MPa som funnet i ligning 3.20, og tverrsnittsareal på spennarmeringskablene $A_p = 12 \cdot A_{p,tau} = 12 \cdot 150 = 1800$ mm² [9].

Nyttelasten er beskrevet som en jevnt fordelt last på hver av komponentene (2 bjelker, og 1 bunnplate). Fordi komponentene ikke ligger i xy -planet må nyttelasten dekomponeres, se figur 4.4 der q_1 er nyttelast og q_2 , q_3 er nyttelast påført henholdsvis bjelke og plate i FEM-analysene. Bruker $q_1 = 5 + 1.5 = 6.5$ kN/m² som diskutert i kapittel 3.2.1. Påført nyttelast q_2 , q_3 beregnes ved geometrisk betraktning av figur 4.4 som

$$q_2 = \frac{5500}{6742} \cdot q_1 = 0.816 \cdot 6.5 = 5.3 \text{ N/m}^2 = 0.0053 \text{ N/mm}^2 \quad (4.3)$$

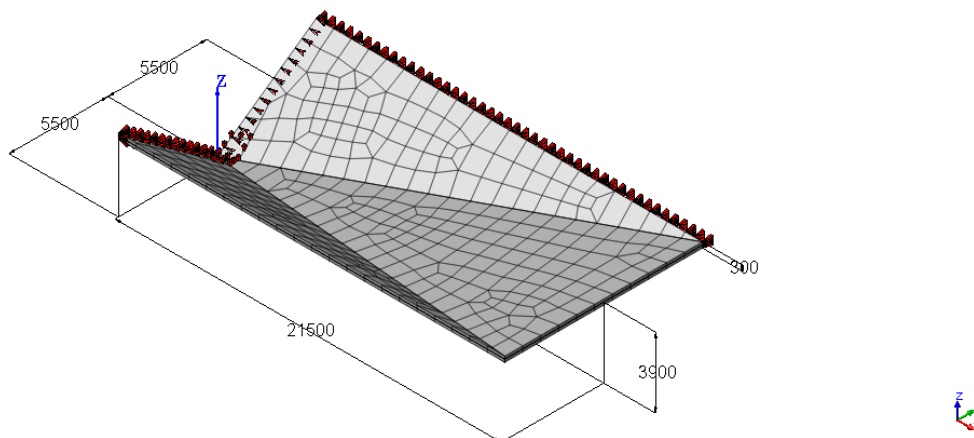
$$q_3 = \frac{21500}{21851} \cdot q_1 = 0.984 \cdot 6.5 = 6.4 \text{ N/m}^2 = 0.0064 \text{ N/mm}^2. \quad (4.4)$$

På bakgrunn av lastene defineres to lasttilfeller (“load sets”) i DIANA

1. Last 1: Egenlast og spennkraft
2. Last 2: Nyttelast

Denne fordelingen av lastene er brukt både i ikke-lineære analyse for bruks- og bruddgrensetilstand.

Merk at lastene som er gitt her er gyldige for bruksgrensetilstand. For bruddgrensetilstand benyttes lastfaktorer som gitt i kapittel 3.2.1.



Figur 4.5: 3D FEM-modell med dimensjoner i [mm].

4.1.2 3D-modell

Elementer

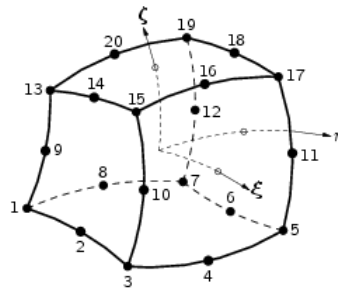
3D-Modellen er laget med utgangspunkt i 2D-modellen. Volumelementene genereres ved toveis-ekstrudering av 2D-elementene i figur 4.1 [13]. Ved å ekstrudere i z -retning oppnås nodekobling (“nodal connectivity”) i overgang mellom plate og bjelke. Figur 4.5 viser 3D-modellen med mål. Utkrageren er diskretisert med to volumelementer over tykkelsen $t = 300$, følgelig finnes antall elementer som det dobbelte av skallelementene, det vil si 674 elementer. Volumelementene er av typen CHX60⁴, se figur 4.6 som viser elementet i elementkoordinatsystemet $\xi\eta\zeta$. I likhet med CQ40S har dette volumelementet midtnoder, og er for tilfellet med plane kanter en direkte utvidelse av det skallelement CQ40S [4]. Med hensyn til frihetsgrader er det imidlertid en forskjell på elementene, da volumelementer ikke har rotasjonsfrihetsgrader. CHX60 er beskrevet av 20 noder med 3 forskyvningsfrihetsgrader. Interpolasjonspolynomene er av annen grad slik at tøyninger ϵ_{xx} og spenninger σ_{xx} er beskrevet lineært i x -retning og kvadratisk i y, z -retning [11]. Likens er $\epsilon_{yy}, \sigma_{yy}$ beskrevet lineært i y -retning og kvadratisk i x, z -retning, og $\epsilon_{zz}, \sigma_{zz}$ beskrevet lineært i z -retning og kvadratisk i x, y -retning. Det er benyttet standard integrasjon, det vil si 3x3 Gauss-integrasjon i planet $\xi\eta$, og 3 Gauss-integrasjonspunkter over høyden ζ [11]. Med et slik system av integrasjonspunkter unngås såkalte *hourglass modes* som kan oppstå ved redusert integrasjon [7].

Slakk- og spennarmeringen er modellert identisk som i 2D-modellen.

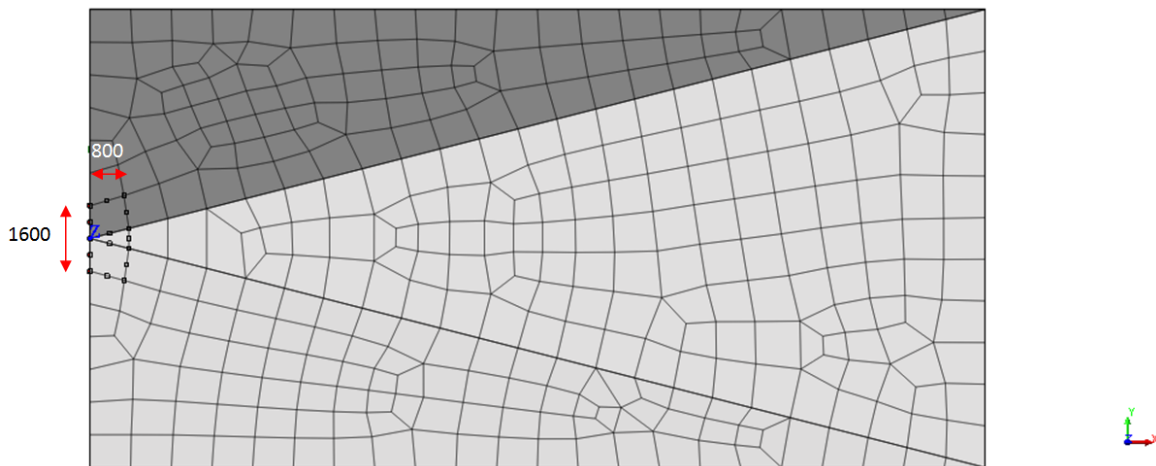
Randbetingelser

Fremfor en fast innspent rand er 3D-modellen modellert med en tiltenkt søyle. Figur 4.7 viser utkrageren sett ovenfra med beliggenhet av noder som er låst mot vertikal forskyvning, det vil si forskyvning i z -retning. Nodene representerer en søyle med antatt ytre mål

⁴CHX60: Curved HeXahedron 60 degrees of freedom



Figur 4.6: CHX60 volumelement [11].



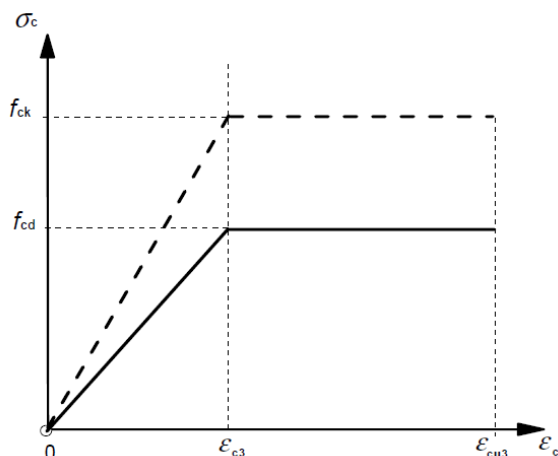
Figur 4.7: Modellering av søyle i 3D FEM-modell med dimensjoner i [mm].

1600 x 1600 mm. Det antas at søylen er symmetrisk om yz -planet slik at kun halve søylen er modellert. Søyledimensjonene er valgt på bakgrunn av hva som er hensiktsmessig i forhold til elementnettet, og det er ikke tatt stilling til om søylen skal være massiv eller boksformet.

I likhet med 2D-modellen er høyre bjelkerand låst mot forskyvning i y -retning, og den tidligere innspente randen er låst mot forskyvning kun i x -retning, som medfører en rotasjonsstiv forbindelse om y -aksen. Begge antagelsene er basert på tilstøtende konstruksjoner langs disse rendene.

Laster

Grunnet manglende informasjon om konstruksjonen bak søylen er lastene antatt som beskrevet for 2D-modellen. Dette er en meget konservativ antagelse da bakenforliggende konstruksjoner vil være med på å balansere utkrageren over søylen, og følgelig redusere momentet over søylen vesentlig. Som følge av dette burde moment grunnet egen- og nyttelasten vært redusert. Det er likevel vanskelig å anslå i hvor stor grad momentene bør reduseres, og det er derfor valgt å benytte tilsvarende lastsituasjon som for 2D-modellen.



Figur 4.8: Bilineær spennings-tøyningssammenheng for betong i trykk [20]. Merk at absoluttverdier for spenning og tøyning er brukt.

4.2 Materialmodell betong

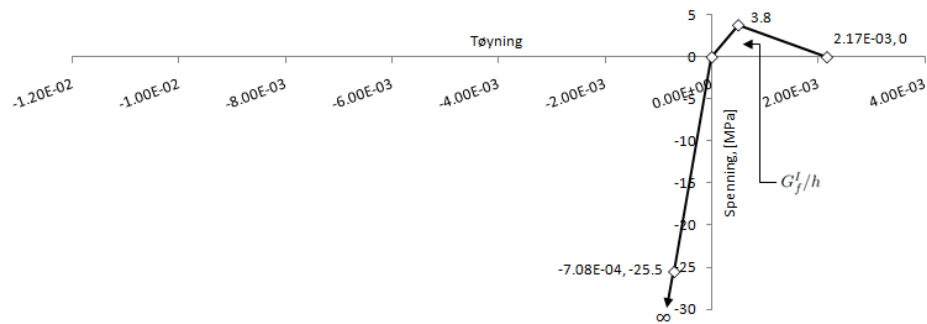
Figur 4.8 viser en bilinear spennings-tøyningssammenheng for betong i trykk etter EC2 3.1.7(1). For betong B45 er trykkfastheten tidligere beregnet som $f_{cd} = 25.5$ MPa, fra tabell 3.1 i EC2 finnes betongens flytetøyning $\epsilon_{c3} = 1.75\%$, bruddtøyning $\epsilon_{cu3} = 3.5\%$ og midlere strekkfasthet $f_{ctm} = 3.8$ MPa.

På grunn av begrensinger i DIANA er det brukt forskjellige materialmodeller i analysene for bruks- og bruddgrensetilstand. Dette har å gjøre med at kryp- og svinneffekter simulert med innebygde modeller kun lar seg kombinere med én type rissmodell, *Multi-Directional Fixed Crack Model* (MFCM), mens opprissing best simuleres med en annen type rissmodell, *Total Strain Rotating Crack Model* (TSRCM) [16]. Forskjellen mellom de to rissmodellene blir forklart i kapittel 4.3.

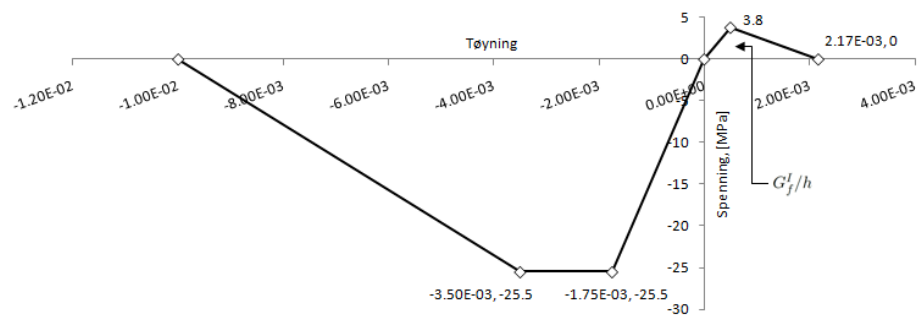
Bruksgrensetilstand

I bruksgrensetilstand er det ønskelig å simulere en kombinasjon av opprissing, kryp og svinn, følgelig er kun MFCM en aktuell rissmodell. Figur 4.9(a) viser materialmodellen for bruksgrensetilstand (merk at strekk er positivt). MFCM kan ikke kombineres med simulering av knusning av betong, slik at materialmodellen for trykk er definert som lineær elastisk med $f_{cd} = 25.5$ MPa og initiell elastisitetsmodul $E_{cm} = 36000$ MPa. Langtidsreduksjon av elastisitetsmodul som følge av kryp, samt inkludering av svinntøyninger er diskutert i kapittel 4.4. For strekk er kurven fullt ut beskrevet at strekkfastheten $f_{ctm} = 3.8$ MPa, bruddenergien G_f^I , rissavstanden (“crack bandwidth”) h og lineær avlastningskurve. Bruddenergien kan beregnes som [11]

$$G_f = \frac{1}{2} f_t \epsilon_u^{cr} h = \frac{1}{2} \cdot 3.8 \cdot 0.00223 \cdot 827 = 3.51 \text{ N/mm}, \quad (4.5)$$



(a) Bruksgrensetilstand



(b) Bruddgrensetilstand

Figur 4.9: Materialmodeller for betong ved ikke-lineær analyse i DIANA.

der følgende er brukt [14]

$$\epsilon_u^{cr} = \epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{434}{2.0 \cdot 10^5} = 0.00217 \quad (4.6)$$

$$h = \frac{L}{n} = \frac{21500}{26} = 827 \text{ mm}, \quad (4.7)$$

der bruddtøyningen i betongen ϵ_u^{cr} er satt som flytetøyningen for armeringen ϵ_{yd} , og rissavstanden er beregnet som en elementlengde på bakgrunn av 26 elementer over lengden av bjelken, se figur 4.1.

Ved opprissing i MFCM kan reduksjons av skjærstivhet inkluderes. Rent praktisk medfører dette at friksjonen i et riss reduseres ettersom risset vokser. Redusering av skjærstivhet (“shear retention”) som følge av riss for enkelthets skyld utelatt av beregningene. Tverrkontraksjonstallet, Poissons tall, er satt til $\nu = 0.15$ for betong.

Bruddgrensetilstand

Figur 4.9(b) viser materialmodellen for betong som er brukt i ikke-lineær analyse for bruddgrensetilstand i DIANA. Det er antatt lineær avlastning fra trykkfasthet f_{cd} og midlere

strekkfasthet f_{ctm} for henholdsvis trykk og strekk. Bruddenergien G_f^I og rissvidden h er antatt som beregnet i ligning 4.5 og 4.7. På trykksiden er det antatt lineær avlastning fra bruddtøyningen $\epsilon_{cu3} = 3.5\%$ til tøyning 10%. Tverrkontraksjonstallet, Poissons tall, settes til $\nu = 0.15$ for betong.

4.3 Rissutvikling

Utvikling av riss (“crack propagation”) i betong kan simuleres på to måter i DIANA, “discrete” og “smeared cracking” [11]. “Discrete cracking” forutsetter spesielle elementer, “interface elements”, og riss kan kun oppstå i disse elementene. Konsekvensen er at man må vite hvor risset oppstår for å få realistiske resultater. “Discrete cracking” egner seg dermed godt for modeller der det er kjent hvor risset oppstår, for eksempel firepunkts trykktest av bjelker. I modeller der det ikke er opplagt hvor de initielle riss vil oppstå og lokalisering av riss er av interesse, som er tilfellet for for utkrageren, er “smeared cracking” mer egnet. Ved bruk av “smeared cracking” kan ethvert integrasjonspunkt risse opp.

Tre rissmodeller for “smeared cracking” er tilgjengelige i DIANA, men kun to av de blir diskutert her: *Multi-Directional Fixed Crack Model* (MFCM) og *Total Strain Rotating Crack Model* (TSRCM) [11]. Forskjellen mellom modellene illustreres best ved et eksempel i 2D.

Generelt for “smeared cracking” modeller i DIANA dekomponeres totaltøyningsvektoren ϵ i en elastisk del ϵ^e , og en del relatert til risstøyning (plastisk tøyning) ϵ^{cr} [11]

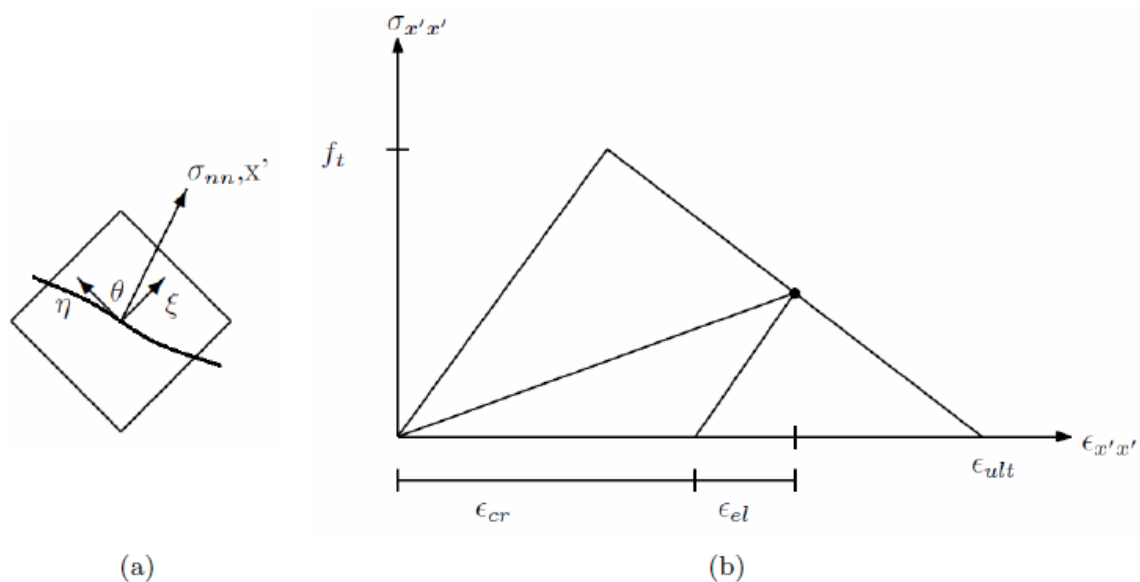
$$\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^{cr}, \quad (4.8)$$

illustrert i figur 4.10. Figuren viser et 2D-element som for enkelhets skyld antas å ha kun ett integrasjonspunkt i origo av elementetkoordinatsystemet $\xi\eta$. Som spennings-tøyningsdiagrammet viser er integrasjonspunktet opprisset, mer korrekt *delvis* opprisset ettersom $\epsilon_{x'x'} < \epsilon_{ult}$. Risskoordinatsystemet ns danner en vinkel θ med $\xi\eta$ -systemet. Hovedstrekkspenningen $\sigma_1 = \sigma_{nn}$ er på det betraktede tidspunkt i retning n . I det generelle tilfellet kan hovedstrekkspenning endre retningen i påfølgende laststeg, det er derfor valgt å illustrere spennings-tøyningsdiagrammet i retning x' som på det betraktede tidspunktet er parallell med retning n . Riss oppstår, grovt sagt, når strekkfastheten i en retning overskrides.

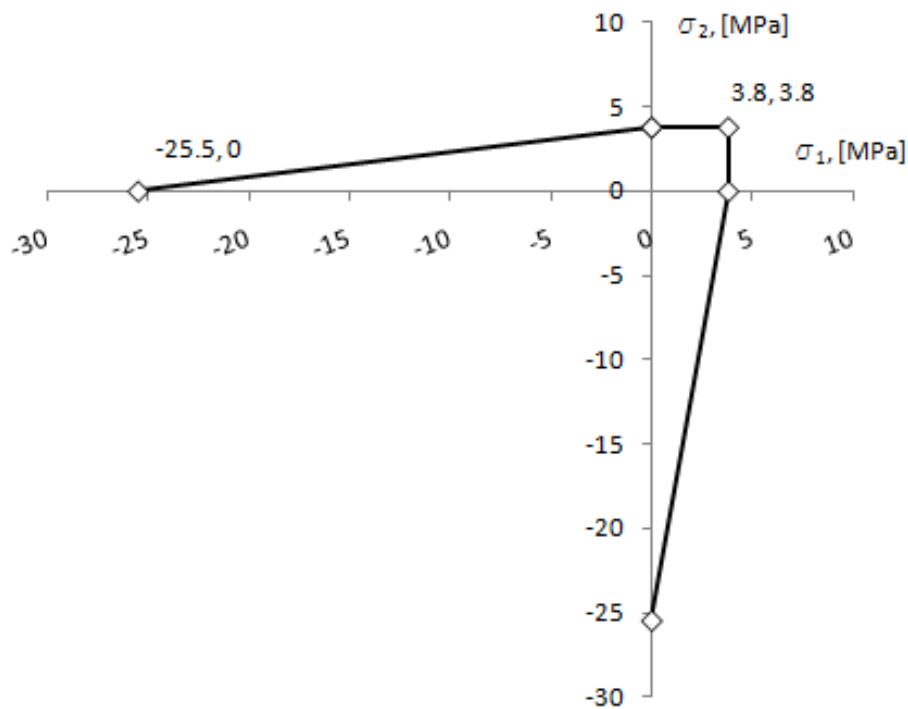
For MFCM oppstår det initielle risset når følgende ligning er tilfredsstilt [11]

$$\sigma_1 > \min \left(f_t; \frac{f_t(1 + \sigma_2)}{f_c} \right), \quad (4.9)$$

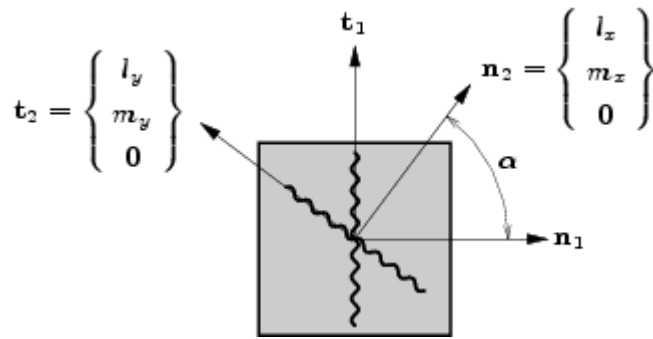
der σ_1 er største hovedspenning, $f_t = f_{ctm} = 3.8$ MPa er betongens strekkfasthet, $f_c = f_{cd} = 25.5$ MPa er betongens trykkfasthet og σ_2 er lateral hovedspenning. Risskriteriet er illustrert i figur 4.11 som viser risskurven i σ_1, σ_2 -retning, det vil si hovedspenningsrommet. For påfølgende riss må i tillegg vinkelen mellom det eksisterende risset og det nye risset α overstige en viss verdi, det vil si $\alpha > \alpha_{TD}$ [11].



Figur 4.10: (a) 2D-element med ett integrasjonspunkt belastet i strekk. (b) spennings-tøyningsdiagram.



Figur 4.11: Risskriterium for MFCM rissmodell i DIANA.



Figur 4.12: Rissutvikling i Multi-Directional Fixed Crack Model [11].

For TSRCM er risskriteriet kun basert på største hovedspenning, mens knusning i trykk er basert på minste hovedspenning

$$\sigma_1 > f_t \quad (4.10)$$

$$|\sigma_3| > f_{cd}. \quad (4.11)$$

For begge rissmodellene er risskriteriet i strekk avhengig av største hovedstrekkspenning. MFCM tar hensyn til trykkfastheten ved bestemmelse av riss på grunn av strekk, men kan ikke simulere knusning. TSRCM er formulert med risskriterium i strekk, og kriterium for knusning i trykk.

Dersom et av risskriteriene er tilfredsstillt initieres et riss normalt på denne retningen. Spenning-tøyningsdiagrammet i figur 4.10 viser at strekkspenningen er overskredet, og integrasjonspunktet er delvis opprisset. Stivheten i x' -retning finnes som sekantstivheten, som vist i figuren. Ved videre opprissing vil $\epsilon_{x'x'}$ gå mot ϵ_{ult} , og når $\epsilon_{x'x'} > \epsilon_{ult}$ er integrasjonspunktet fullt opprisset og tverrsnittet kan ikke lenger overføre strekkrefter i x' -retningen.

MFCM er en “fixed” rissmodell. Dette medfører at det initielle risset i et integrasjonspunkt bestemmer rissvinkelen θ , se figur 4.10. Forutsatt at hovedspenningsretningen endres med en vinkel $\alpha < \alpha_{TD}$ er den initielle rissvinkelen uendret. Dersom $\alpha > \alpha_{TD}$ initieres et nytt riss med en ny rissvinkel θ' . Figur 4.12 viser et 2D-element med ett integrasjonspunkt der to riss er dannet i henholdsvis koordinatsystem n_1t_1, n_2t_2 [11].

Ved bruk av TSRCM kan riss simuleres med en roterende (“rotating”) rissmodell, som tillater at rissvinkelen endres dersom hovedstrekkspenningen skulle endre retning, uavhengig av differansen i vinkel mellom eksisterende og initierende riss. Ved bruk av MFCM kan flere samtidige riss simuleres og rissvinkelen oppdateres i så måte betinget stegvis, mens rissvinkelen oppdateres kontinuerlig ved bruk av TSRCM [11, 16]. Det kan vises at MFCM og TSRCM for gitte betingelser gir like resultater [16].

4.4 Kryp og svinn

Etter Sørensen [22] defineres kryp som tilleggsdeformasjonen utover den momentane sammentrykningen i betong som påkjennes av trykk over lang tid. Kryp er lastavhengig, det vil si kryptøyningen ϵ_{cc} er avhengig av spenningsnivå og den tid denne spenningen virker. Svinn er definert som tøyning som følge av betong som krymper grunnet uttørking [22]. Både kryp og svinn er ikke-lineære effekter, og krever følgelig en ikke-lineær analyse for å simuleres numerisk.

DIANA kan simulere effekten av kryp og svinn etter forskjellige innebygde standarder: *European CEB-FIP Model Code 1990* (MC1990), *American Concrete Institute code 209* og *Dutch NEN 6720 code*. Formelverket for kryp i EC2 tillegg B [20] er det samme som i MC1990 [3] og er derfor brukt i analysen av utkrageren.

Materialparametrene som gis som inngangsdata er elastisitetsmodul ved 28 døgn $E_{cm} = 36000$ MPa, midlere betongtrykkfasthet ved 28 døgn $f_{cm} = 53$ MPa, effektiv tverrsnittstykkelse av utkrageren beregnet etter

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} = \frac{2(h(x) \cdot t)}{2(h(x) + t)} \approx t = 300 \text{ mm} \quad \text{for} \quad h(x) \gg t, \quad (4.12)$$

beregnet for bjelken da det er denne som fortrinnsvis vil risse opp, og der $h(x)$ er den variable høyden av bjelketverrsnittet og t er tykkelsen.

Lasthistorikken er antatt som egenlast og oppspenning påført ved fullt utviklet elastisitetsmodul etter $t_0 = 28$ døgn og permanent nyttelasten påført etter $t_1 = t_0 + 200 = 228$ døgn. Videre beregnes tidssteg frem til 30 år etter påført permanent nyttelast, det vil si $t_3 = t_1 + 365 \cdot 30 \approx 30$ år, med virkning av kryp og svinn. I tillegg benyttes standardverdier for relativ fuktighet, omgivelsenes temperatur og sementtype, det vil si $RH = 80\%$, $t_{env} = 20^\circ\text{C}$ og normal sement, type N, etter EC2 3.1.2(6).

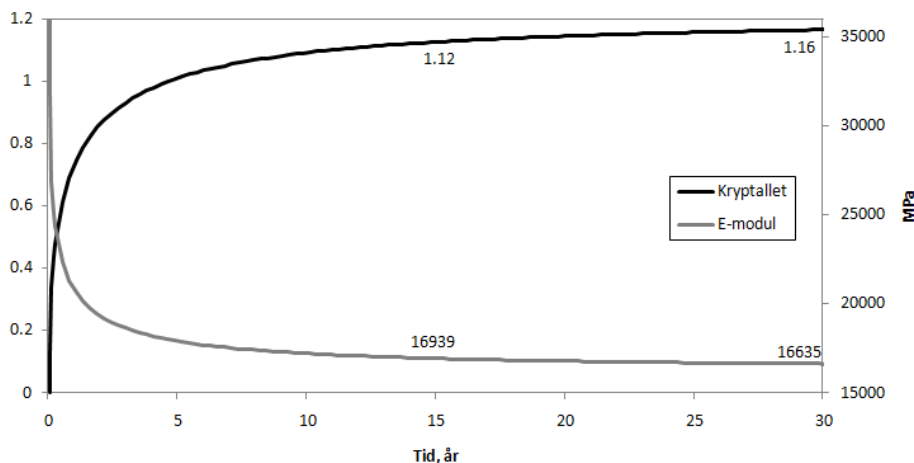
Figur 4.13 viser utviklingen av kryptallet $\varphi(t, t_0)$ beregnet etter formelverket i Model Code 1990 [3] for en konstruksjonsdel med effektiv tverrsnittstykkelse $h_0 = 300$ mm og betong B45 med $E_{cm} = 36000$ MPa, $f_{cm} = 53$ MPa og relativ fuktighet $RH = 80\%$. Fra kryptallet kan langtids elastisitetsmodul E_{cl} beregnes som [22], [20]

$$E_{cl} = \frac{E_{cm}}{1 + \frac{E_{cm}}{E_c} \varphi(t, t_0)} \approx \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(t, t_0)}, \quad (4.13)$$

der tangent elastisitetmodul E_c beregnes etter EC2 3.1.4(2) som

$$E_c = 1.05 E_{cm}. \quad (4.14)$$

Figur 4.13 viser at kryptallet raskt stiger de første 5 årene. Ettersom langtids elastisitetsmodul er omvendt proporsjonal med kryptallet, synker denne tilsvarende kjapt. Fra 5 år og



Figur 4.13: Utvikling av kryptall $\varphi(t, t_0)$ og elastisitemtsmodul E_{cl} over tid. Merk at kryptallet forholder seg til den venstre vertikale aksene, mens elastisitemtsmodulen forholder seg til den høyre vertikale aksene.

utover endrer kryptallet seg lite. I intervallet $t = [15, 30]$ år endres kryptallet med 3.5%. Dette viser majoriteten av virkningen av krep skjer de første årene etter pålastning.

Som for krep velges svinntøyninger beregnet etter MC1990 [3], [11].

Tidsavhengig tap av spennkraft, relaksasjon, kan simuleres i DIANA. Det er imidlertid valgt å påføre effektiv spennkraft som funnet i håndberegningene, se ligning 3.20. Dermed tas det hensyn til relaksasjon 'manuelt' ved at analysen utføres med langtids spennkraft.

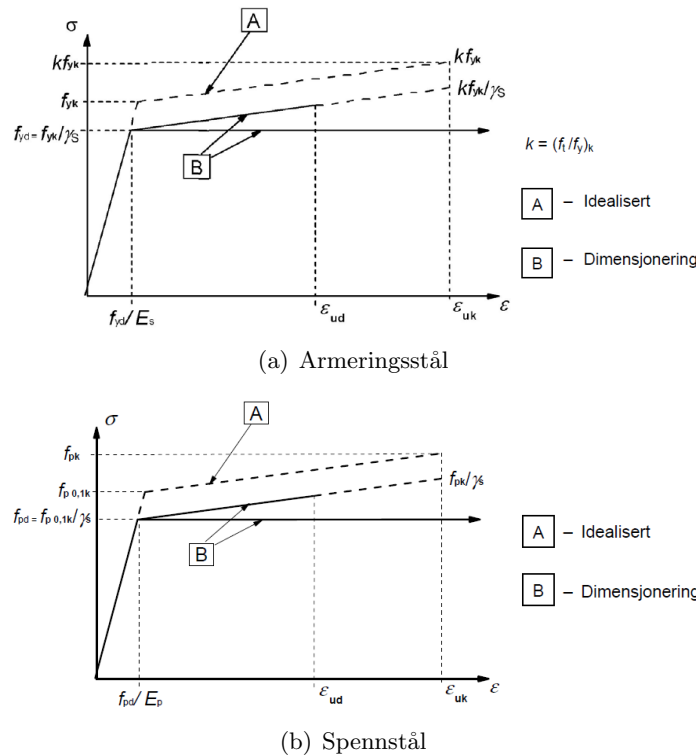
4.5 Materialmodell armeringsstål

Figur 4.14(a) viser idealisert (A) og dimensjonerende (B) spennings-tøyningssammenheng for armeringsstål etter EC2. Flytetøyningen kan beregnes som

$$\epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{434}{2.0 \cdot 10^5} = 2.17\text{‰}, \quad (4.15)$$

der armeringsstålets elastisitemtsmodul $E_s = 2.0 \cdot 10^5$ etter EC2 3.2.7(4) og $f_{yd} = 434$ MPa er dimensjonerende flytespenning som funnet tidligere. Figur 4.14(a) viser to alternative kurver for dimensjonerende spennings-tøyningssammenheng, én som tar hensyn til fastning og én med konstant spenning langs flyteplatået. Etter EC2 3.2.7(2) kan sistnevnte kurve benyttes uten øvre krav til tøyning i armeringsstålet. Dersom kurven med fastning brukes finnes grensetøyningen $\epsilon_{ud} = 30\text{‰}$ etter EC2 NA.3.2.7(2) for armeringstype B500NC. Materialmodellen som er brukt for slakkarmering i DIANA er lik som alternativ B uten fastning i figur 4.14(a), og dermed er det ingen krav til øvre grensetøyning i slakkarmeringen.

I analysene er det er brukt en Von Mises materialmodell for og slakkarmering. Slakkarmeringen er beskrevet med $E_s = 2.00 \cdot 10^5$ MPa og flytegrense $f_y = 434$ MPa. Tverrkon-



Figur 4.14: Idealisert og dimensjonerende spennings-tøyningssammenheng for (a) armeringsstål og (b) [20].

traksjon er ikke relevant for verken spenn- eller slakkarmeirng, da begge er diskretisert med 1-dimensjonale elementer og dermed ikke kan beskrive forskyvning normalt på armeringsretningen.

4.6 Materialmodell spennstål

Figur 4.14(b) viser idealisert (A) og dimensjonerende (B) spennings-tøyningssammenheng for spennstål etter EC2. Som i materialmodellen for slakkarmering kan fastning inkluderes. Etter EC2 3.3.6(3) settes spennstålets elastisitetsmodul som $E_p = 1.95 \cdot 10^5$. Spenning ved flyteplatået defineres som

$$f_{pd} = \frac{f_{p0.2k}}{\gamma_s} = \frac{1670}{1.15} = 1452 \text{ MPa}, \quad (4.16)$$

der $f_{p0.2k}$, definert som spenning ved 0.2% [9]. Etter EC2 NA.3.3.6.(7) begrenses tøyningen i spennstålet til $\epsilon_{ud} = 10\%$ ved bruk av fastning. Ved bruk av konstant stålspenning f_{pd} er det ingen tøyningbegrensning.

I DIANA er påført spenning redusert for initielle tap og tidsavhengige tap, det vil si effektiv spenning $\sigma_{m0,max} = 1395 \text{ MPa}$ som funnet i ligning 3.20 . Forøvrig er materialet beskrevet

av en bilinear kurve uten fastning som vist i figur 4.14(b), med flytegrense $f_{pd} = 1452$ MPa, elastisitetsmodul $E_p = 1.95 \cdot 10^5$ MPa og uten begrensning av tøyning.

4.7 Løsningsprosedyre

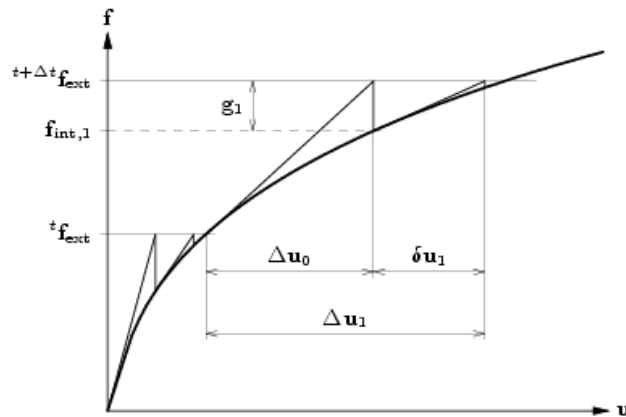
Det skilles mellom *geometrisk* og *material* ikke-linearitet. Geometrisk ikke-linearitet er aktuelt for store forskyvninger der spenninger/tøyninger må relateres til deformert geometri. I denne oppgaven fokuseres det på material ikke-linearitet, mer spesifikt opprissing i betong og flytning i armering. I en ikke-lineær analyse er stivheten avhengig av lasthistorien og lasten påføres trinnvis, i såkalte lastinkrement, for å beskrive den sanne utviklingen av nedbøyningen. Ved å benytte en inkrementell, iterativ løsningsalgoritme i hvert laststeg oppnås konvergens innenfor et visst nivå. Alternativt kan en inkrementell løsningsprosedyre (“purely incremental solution procedure”) benyttes [2]. For tilsvarende lastinkrement vil en inkrementell, iterativ løsningsprosedyre gi større grad av nøyaktighet sammenlignet med en inkrementell løsningsprosedyre [2]. Av den grunn velges inkrementell, iterativ løsningsprosedyre for analysene i denne oppgaven. Både Newton-Raphson og buelengdekontrollert (“Arc-length”) løsningsprosedyre er benyttet og blir diskutert i det følgende.

4.7.1 Newton-Raphson løsningsprosedyre

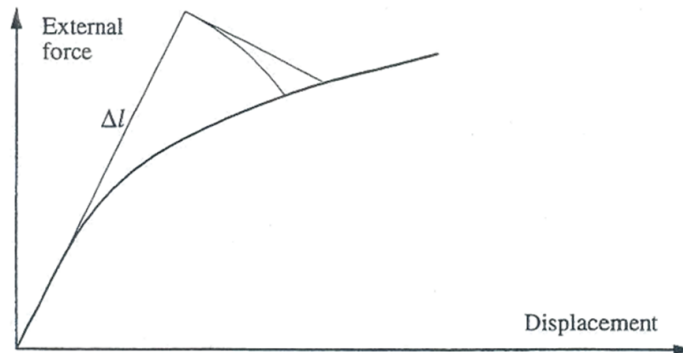
I alle analysene er det brukt Newton-Raphson løsningsalgoritme (*Regular Newton-Raphson*, i DIANA) for last 1 (egenlast og spennkraft). Løsningsalgoritmen innebærer at stivheten beregnes på nytt for hver iterasjon, se figur 4.15, i motsetning til Modified Newton-Raphson der den initielle beregnede stivheten brukes for alle iterasjoner i et laststeg. I figuren utføres et laststeg fra ${}^t f_{ext}$ til ${}^{t+\Delta t} f_{ext}$. Prediktorsteget begynner med å regne ut ny tangentstivhet som gir forskyvning Δu_0 , indre kraft $f_{int,1}$ og residual g_1 . Forutsatt at g_1 er større enn konvergenskravet, fortsetter prosessen. Ny tangentstivhet beregnes, som gir forskyvning δu_1 , indre kraft $f_{int,2}$ og residual g_2 som er innenfor konvergenskriteriet. Iterasjonsprosessen er ferdig etter 1 iterasjon⁵ og total forskyvning er $\Delta u_1 = \Delta u_0 + \delta u_1$.

Newton-Raphson gir kvadratisk konvergens, som betyr at kraftresidualet, g_1 i figur 4.15, synker kvadratisk i hver iterasjon, det vil si tilnærmet proporsjonalt med kraftresidualet i forrige iterasjon. Newton-Raphson er en relativ ’kostbar’ løsningsalgoritme i forhold til beregningstid fordi den krever at ny tangentstivhet beregnes ved hver iterasjon, til gjengjeld kreves færre iterasjoner enn ved for eksempel Modified Newton-Raphson og andre såkalte kvasi-Newton-metoder der den samme tangentstivheten brukes for alle iterasjoner i et laststeg [2].

⁵Iterasjoner telles etter prediktorsteget (den første “iterasjonen”). Hvis prediktorsteget gir tilfredsstillende nøyaktighet sies dermed iterasjonsprosessen å være fullført ved 0 iterasjoner.



Figur 4.15: Newton-Raphson løsningsprosedyre [11] .



Figur 4.16: Buelengdekontrollert løsningsprosedyre, sirkulær og lineær [2] .

4.7.2 Buelengdekontrollert løsningsprosedyre

Newton-Raphson løsningsprosedyre krever en positiv stivhet for å oppnå konvergens, og det er dermed ikke mulig å beskrive et toppunkt i et last-forskyvningsdiagram, ei heller påfølgende avlastning. En løsningsprosedyre som kan beskrive både toppunkt og avlastning er buelengdekontrollert løsningsprosedyre (“Arc-length control”). Med buelengdekontrollert løsningsprosedyre blir det konvergert mot et likevekt bestemt av radien Δl i sirkelen, se figur 4.16. Nettopp bruken av Δl tillater at både last og forskyvning er variable i iterasjonsprosessen, i motsetning til Newton-Raphson løsningsprosedyre der enten last eller forskyvningen holdes konstant i et inkrement (i figur 4.15 holdes lasten konstant) [12]. Det finnes flere versjoner av buelengdekontrollert løsningsprosedyre, for eksempel sirkulær og lineær som vist i figur 4.16. Begge kan kombineres med Newton-Raphson iterasjoner langs buen for å oppnå konvergens. For en mer fullstendig beskrivelse av metodene, henvises det til de Borst, Sluys (2010) [2].

Buelengdekontrollert løsningsprosedyre er brukt i de ikke-lineære analysene i bruddgrensetilstand for å påvise bruddlast og påfølgende avlastning.

Kapittel 5

FEM-analyser 2D-modell

I denne oppgaven er det valgt å dimensjonere på grunnlag av formelverket for bjelke-teori. Et godt alternativ ville være å dimensjonere på grunnlag av spenningsresultater fra lineære FEM-analyser. Ved dimensjonering etter lineær-elastiske FEM-analyser kan flere lasttilfeller betraktes uten nevneverdig forandring i FEM-modellen og områder med store strekkspenninger blir dimensjonerende for valg av armering, slik at rissutvikling i den endelige konstruksjonen begrenses [5]. Ved lineær-elastisk FEM-analyser blir det imidlertid ikke tatt hensyn til den virkelige materialoppførselen av armert betong. Effekter som flytning i armering, rissutvikling og knusing av betong, samt kryp og svinn kan ikke simuleres og følgelig kan ikke en lineær-elastisk FEM-analyse ta hensyn til spenningsomlagring, som igjen fører til at FEM-modellens samme bruddlast og nedbøyning ikke kan beregnes. Ikke-lineære FEM-analyser kan ta hensyn til alle de nevnte effektene og kan derfor brukes til å, blant annet, bestemme bruddlast og nedbøyning.

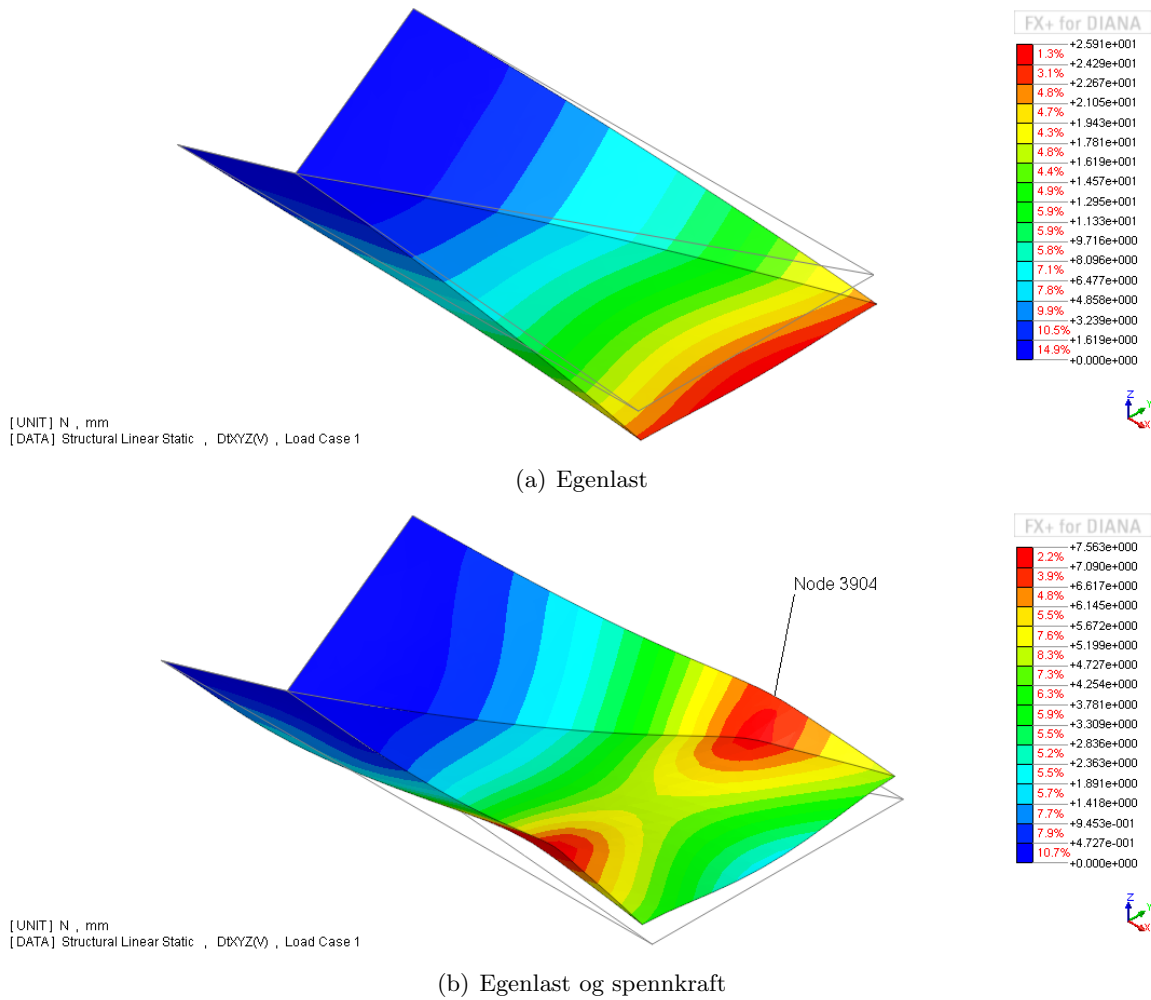
Dette kapitlet presenterer resultater av lineær-elastiske og ikke-lineære FEM-analyser i DIANA med 2D-modellen som beskrevet i kapittel 4.1.1. FEM-modellen tar utgangspunkt i beregningsmessig nødvendig slakk- og spennarmeringsmengde funnet ved håneregninger i kapittel 3 og resultatene blir kontrollert mot krav i bruk- og bruddgrensetilstand etter EC2.

5.1 Lineær-elastiske resultater

Lineær-elastiske analyser er utført for å verifisere modellen og for å kunne sammenligne lineær-elastisk med ikke-lineær nedbøyning. Slakkarmering er inkludert i analysene, men har neglisjerbar effekt ettersom dette er lineær-elastiske resultater og rissdannelse i betong ikke er inkludert.

Figur 5.1 viser (a) konturplot for lineær-elastisk nedbøyning¹ for egenlast og (b) tilsvarende

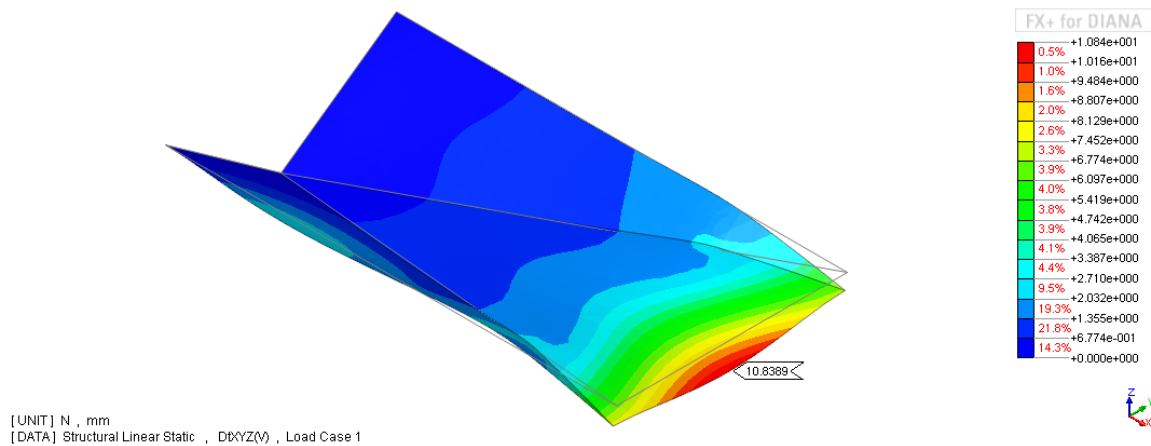
¹Nedbøyning er her betraktet som resulterende nedbøyning (TDtXYZ: Total Displacement XYZ), det medfører at bidragene i xyz -retning inkluderes og dermed positivt fortegn på verdiene i figuren. For denne FEM-modellen er majoriteten av lastene i negativ z -retning, slik at forskjellen på nedbøyning i z -retning og total nedbøyning er neglisjerbar. Når det er referert til *nedbøyning* i forbindelse med resultater fra FEM-analyser menes det i det videre total nedbøyning, med mindre annet er spesifisert.



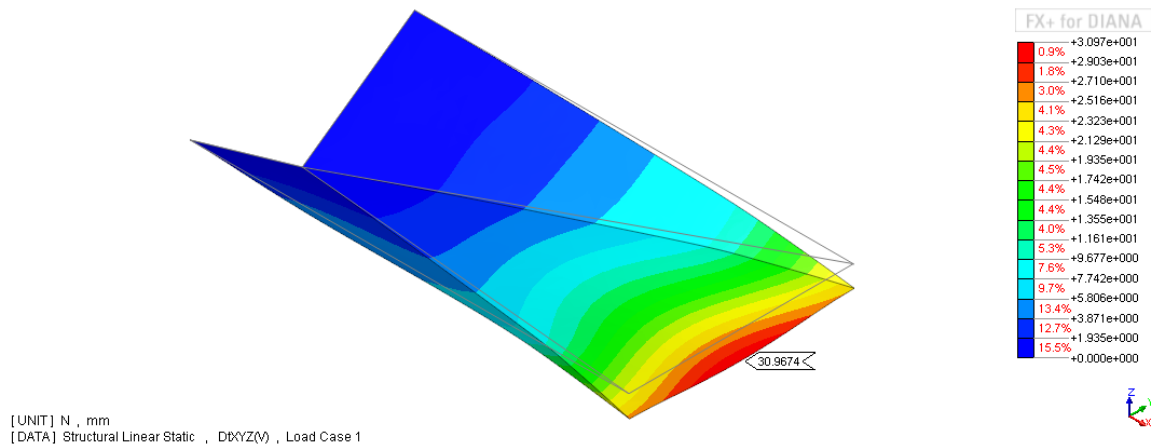
Figur 5.1: Lineær-elastisk forskyvning for ulike laster.

nedbøyning når spennarmeringen inkluderes. Merk at det grå omrisset representerer den initielle geometrien. Figur 5.1(a) bekrefter at randbetingelser virker, det vil ingen nedbøyning eller rotasjon i innspenningen og økende nedbøyning utover mot tuppen. Maksimal nedbøyning finnes som 25.9 mm, hvilket er i størrelsesorden med lineær-elastisk nedbøyning i *RIB-D 003* [21].

Lastbalansering i DIANA er verifisert gjennom et enkelt eksempel som vist i vedlegg A.1. Eksemplet demonstrerer at lastbalansert spennkraft med en tilnærmet parabelformet kabel motvirker 98.3 % av egenlasten. Tilsvarende fremgangsmåte i modellering ble brukt ved modellering av spennarmeiring for utkrageren. Figur 5.1(b) viser at spennarmeringen virker og løfter utkrageren innenfor området dekt av spennarmeringen, det vil si fra innspenningen til node 3904 (se figur 4.1). Mellom node 3904 og tuppen av bjelken avtar oppbøyningen. I ligning 3.16 ble det vist at løftkraften fra spennkablene var større enn egenvekten i snitt BB. Dette forklarer oppbøyningen i figur 5.1(b).



(a) Bruksgrensetilstand: Egenlast, spennkraft og langtids nyttelast.



(b) Bruddgrensetilstand: Egenlast, spennkraft og full nyttelast

Figur 5.2: Lineær-elastisk nedbøyning for laster ved bruks- og bruddgrensetilstand.

Figur 5.2 viser konturplot for lineær-elastisk nedbøyning i (a) bruksgrensetilstand og (b) bruddgrensetilstand. Nedbøyning av platetuppen finnes som henholdsvis $w = 10.8$ mm og $w = 30.9$ mm. Forskjellen i nedbøyning for de to tilstandene skyldes material- og lastfaktor, samt at permanent andel av nyttelasten er påført ved bruksgrensetilstand, mens hele nyttelasten er inkludert i bruddgrensetilstand.

5.2 Ikke-lineær resultater for bruksgrensetilstand

5.2.1 Beregningsgrunnlag

I bruksgrensetilstand skal det påvises at konstruksjonen, for sin brukstid, tilfredsstillende krav knyttet til den bruk og formål. Krav til bruksgrensetilstanden skal sikre konstruksjonens bestandighet [22]. EC2 7.1(1)P angir krav til kontroller som skal utføres i bruksgrensetilstand

- Nedbøyningsbegrensning
- Rissviddebegrensning
- Spenningsbegrensning

EC2 7.4.1(4) gir tillatt nedbøyning som $L/250$ for tilnærmet permanente laster. Nedbøyningen vurderes i forhold til oppleggene, hvilket medfører at det med *spennvidde* menes spennvidde mellom to opplegg. For utkrageren beregnes derfor spennvidden som $L' = 2L = 2 \cdot 21.5 = 43$ m, og maksimal tillatt nedbøyning finnes som

$$\delta_{max} = \frac{L'}{250} = \frac{43000}{250} = 172 \text{ mm.} \quad (5.1)$$

Laster er som beskrevet i kapittel 4.1, med unntak av nyttelasten. Andelen av nyttelasten som betraktes som *permanent last*, og dermed brukes for vurdering av nedbøyning i forhold til nedbøyningskravet over, finnes av tabell A.1.4 og NA.1.1 i NS-EN 1990 som 0.6 [19]. Dermed påføres nyttelast $0.6q_2$, $0.6q_3$ på henholdsvis bjelke og plate.

Etter EC2 7.3.1(1)P skal opprissing begrenses slik at ikke konstruksjonens egentlige funksjon eller bestandighet skades eller gir den uakseptabelt utseende [20]. Ved antatt eksponeringsklasse XC1, XC2 eller XC3 finnes grenseverdi for rissvidden w_{max} for forspente konstruksjonsdeler etter EC2 NA.7.3.1(5) som

$$w_{max} = 0.20k_c = 0.20 \cdot 1.3 = 0.26 \text{ mm.} \quad (5.2)$$

Den beregnede rissvidden gjelder for *ofte forekommende lastkombinasjon* som er antatt å være langtids permanent last. For en fullstendig beregning av w_{max} henvises det til vedlegg B.5.

Etter EC2 7.2(1)P skal trykkspenningen i betongen begrenses for å unngå riss i lengeretning, mikroriss eller store krypdeformasjoner dersom det kan medføre uakseptable virkninger på konstruksjonen funksjon. EC2 7.2(2) angir begrensning i trykkspenning i betongen som

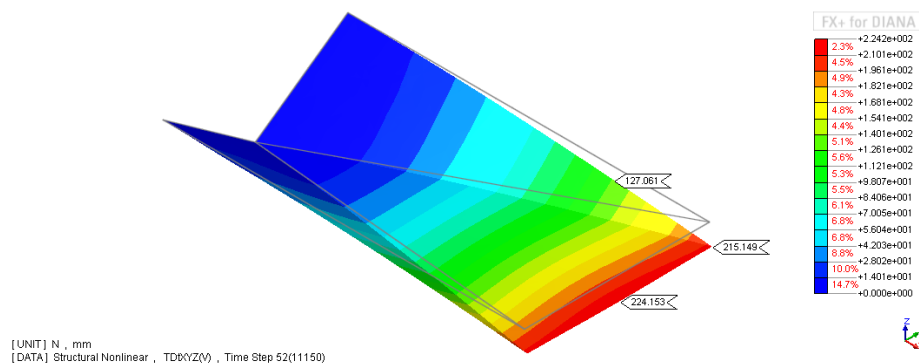
$$\sigma_c \leq 0.6f_{ck} = 0.6 \cdot 55 = 33 \text{ MPa,} \quad (5.3)$$

for eksponeringsklasser utsatt for klorider eller fryse-/tineangrep (tabell 4.1 i EC2: XD, XS, XF).

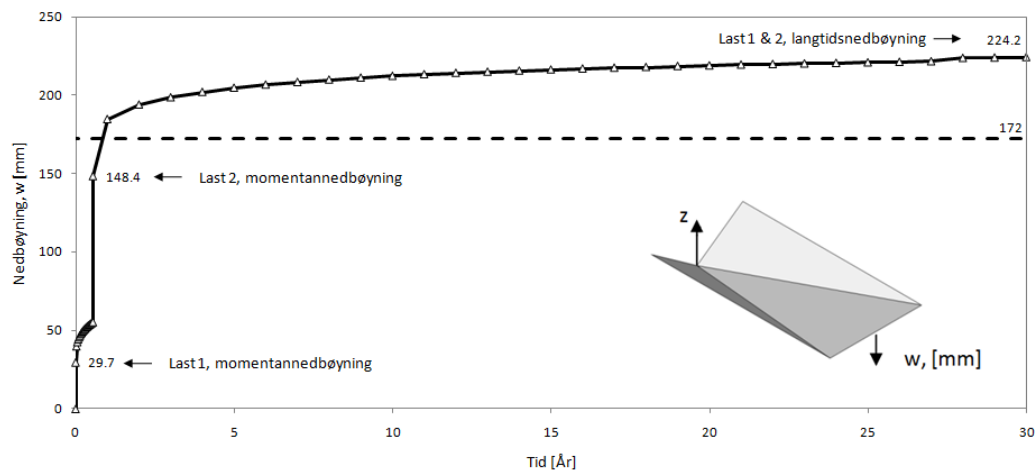
5.2.2 Nedbøyning

Figur 5.3 viser et konturplot av nedbøyning etter 30 år fra en ikke-lineær analyse med last-historikk som beskrevet i kapittel 4.4. Figuren viser spesifikt nedbøyning for nodene beskrevet i figur 4.1. Maksimal nedbøyning $w = 224.2$ mm finnes midt på platetuppen av utkrageren (node 4395). Ettersom $w > \delta_{max}$ er krav til nedbøyning ikke tilfredsstillt. Nedbøyningskravet er overskredet med omlag 30 %.

Figur 5.4 viser nedbøyningen av platetuppen (node 4395) over en tidsperiode på 30 år. Grafen viser tydelig lasthistorikken: ved $t \approx 0$ år påføres Last 1 (egenlast og spennkraft) og resulterende nedbøyning er $w = 29.7$ mm, ved $t \approx 0.5$ år påføres Last 2 (permanent nyttelast) som gir et sprang i kurven og momentannedbøyning $w = 148.4$ mm, etter $t \approx 30$ år med virkning av kryp og svinn har nedbøyningen gradvis økt til $w = 224.2$ mm. Grafen viser at effekten av kryp og svinn er størst i tidsintervallet $t = [0, 5]$ år der nedbøyningen øker med omlag 30 %. Til sammenligning øker nedbøyningen med omlag 10 % i intervallet $t = [5, 30]$ år. Dette er i overensstemmelse med figur 4.13. I figuren vises også nedbøyningskravet som overskrides i det første året etter påført permanent nyttelast.



Figur 5.3: Konturplot av nedbøyning med permanent last ved $t = 30$ år.



Figur 5.4: Nedbøyning av tuppen av utkrageren over tid.

5.2.3 Rissvidder

Figur 5.5, 5.6 viser plott av riss ved alder $t = 30$ år sett henholdsvis ovenfra og skrått fra siden. Riss oppstår i integrasjonspunkt, noe som går klart frem av figur 5.5 når man tar i betraktning elementinndelingen og 2×2 integrasjonspunkt i elementplanet. Symboltypen 'DISC' er brukt noe som medfører at risstøyningen er vist som en sirkel normalt på tøyningens retning [11]. Figur 5.5 er sett ovenfra og viser for det meste rette streker i rissede integrasjonspunkt, dette viser at majoriteten av risstøyningene er i x -retning. Størrelsen på risset kan *kun* leses av fargeverdien [11].

Det største risset oppstår i overgangen mellom minimum lengdearmering og tilleggsarmering i overkant av bjelken, se figur 5.6, der risstøyningen finnes som $\epsilon^{cr} = 10.2\%$. I og med at den endelige tøyningen for betong i strekk ble satt som $\epsilon_u^{cr} = \epsilon_{yd} = 2.17\%$, se figur 4.9(a), er integrasjonspunktet full opprisset. Omlag 17 % av rissene er fullstendig opprisset ved $t = 30$ år.

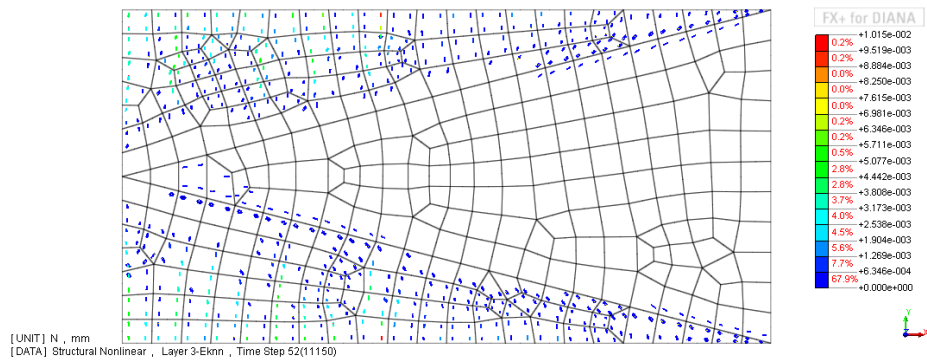
Figur 5.7 viser et plot av numeriske verdier av risstøyningen² langs øvre rand på bjelken på den høyre bjelken i figur 5.6. Tre soner er definert avhengig av slakkarmering, sone I som kun er dekket av minimumsarmering, sone II som har tilleggsarmering i topp og bunn, sone III som har tilleggsarmering i topp (ikke vist i figuren). Plottet viser at det er relativt store risstøyninger i sone I. Et stort dropp i risstøyningen observeres i overgang fra sone I til sone II. Dette viser at tilleggsarmeringen begrenser risstøyningen, hvilket stemmer bra med momentdiagrammet fra håndberegningene i figur 3.6. I overgang sone II til sone III observeres nok et dropp i risstøyningen, som skyldes at det er lagt inn omfar på armeringen i overgangen. Videre er det relativt små rissvidder i sone III. Plottet viser i tillegg gjennomsnittlig risstøyning langs randen som er funnet som $\bar{\epsilon}^{cr} = 1.36\%$. Anslagsvis rissvidde kan beregnes som produktet av gjennomsnittlig risstøyning og rissvidden h fra ligning 4.7.

$$w = \bar{\epsilon}^{cr} h = 1.36 \cdot 10^{-3} \cdot 827 = 1.12 \text{ mm} > w_{max} = 0.26 \text{ mm}. \quad (5.4)$$

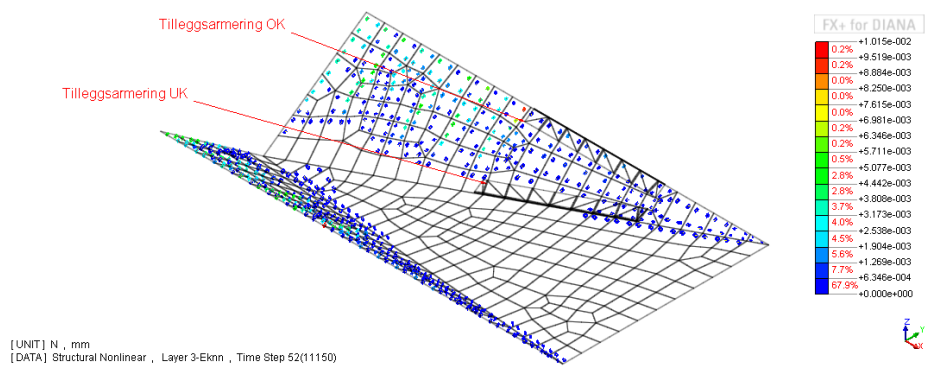
Beregningen viser at kravet til maksimal rissvidde er overskredet. Beregningen avhenger av at rissvidden h , som ble brukt som input til DIANA, er den sanne rissvidden. Det kan diskuteres om det hadde vært mer korrekt å sette h lik rissvidde beregnet etter empirisk uttrykk i EC2 7.3.4.

Ved å legge inn mer armering i bjelketoppen kan rissvidden reduseres. For utkrageren vil det spesielt aktuelt å forlenge tilleggsarmeringen inn til innspenningen, se figur 5.7, ettersom risstøyningen er størst i dette området.

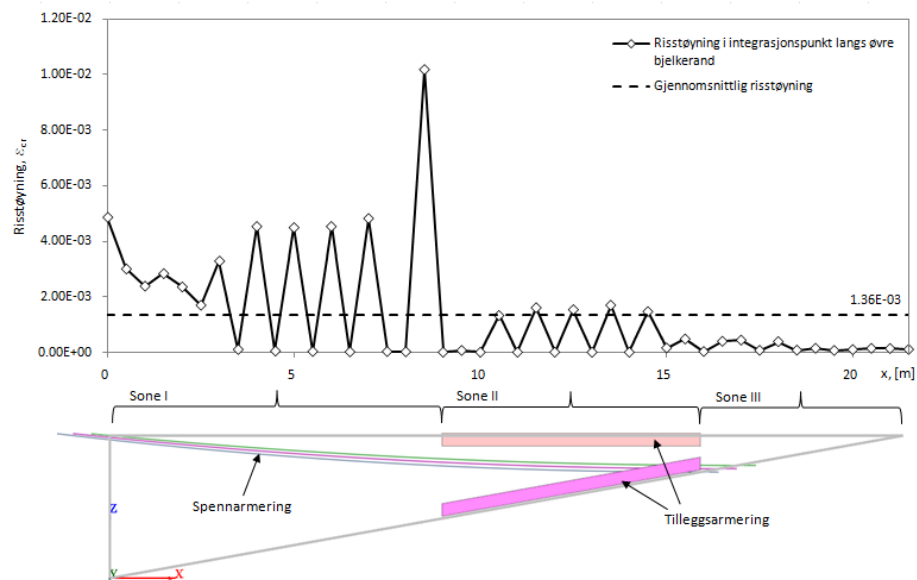
²Merk: omtrentlige verdier for beliggenhet av integrasjonspunktene er bruk, derfor vises verdier for $x = 0$ og $x = 21.5$



Figur 5.5: Riss med permanent last ved $t = 30$ år. Utkrager sett ovenfra.



Figur 5.6: Riss med permanent last ved $t = 30$ år. Isometrisk synsvinkel.



Figur 5.7: Risstøyning og gjennomsnittlig riststøyning langs øvre bjelkerand (høyre bjelke i figur 5.6).

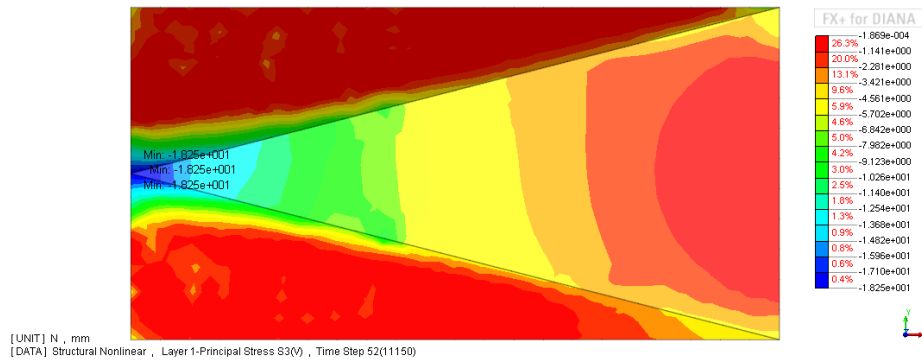
5.2.4 Spenningsbegrensning

Figur 5.8 viser et konturplot av minste hovedspenning σ_3 ved $t = 30$ år. Største opptredende hovedtrykkspenning finnes som $|\sigma_3| = 18.25$ MPa som er innenfor kravet 33 MPa beregnet i ligning 5.3.

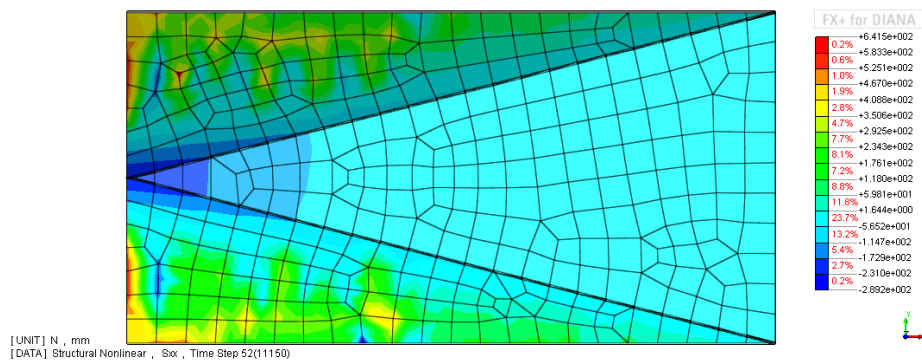
Etter EC2 7.2(5) kan uakseptabel opprissing med hensyn til utseende antas unngått dersom

$$\sigma_s \leq 0.8f_{yk} = 0.8 \cdot 500 = 400 \text{ MPa.} \quad (5.5)$$

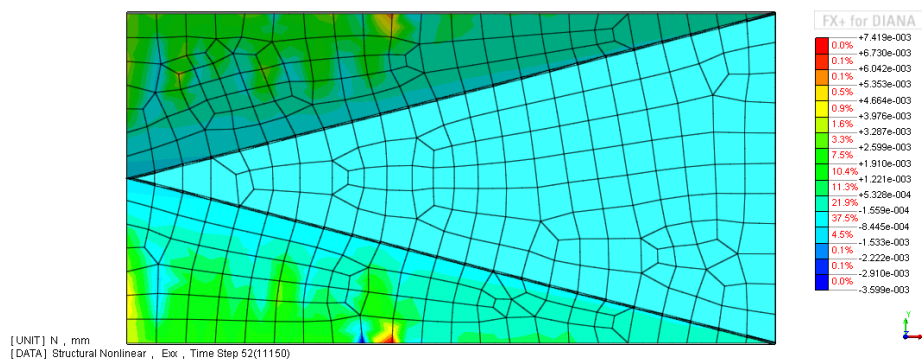
Figur 5.9 viser armeringsspenning i lengearmering ved $t = 30$ år. Lokalt maksimum finnes ved innspenningen som $\sigma_x = 641.5$ MPa. Grunnen til at flytespenningen $f_{yd} = 434$ MPa er overskredet er at dette er ekstrapolerte verdier fra integrasjonspunktene. Flytning i armeringen påvises av figur 5.10 der det er vist at maksimal armeringstøyning på det aktuelle tidspunktet er større enn flytetøyningen $\epsilon_x = 6.73\% > \epsilon_{yd} = 2.17\%$. Riktignok er maksimal tøyningensverdi også funnet fra ekstrapolerte verdier, men for flere elementer er majoriteten av tøyningene over flytetøyningen som figur 5.10 viser. Kravet om maksimal armeringsspenning i EC2 er følgelig ikke tilfredsstillt for utkrageren.



Figur 5.8: Konturplot av hovedtrykkspenning ved $t = 30$ år. Utkrageren er sett ovenfra.



Figur 5.9: Konturplot av spenning i lengdearmering ved $t = 30$ år. Utkrageren er sett ovenfra.



Figur 5.10: Konturplot av tøyning i lengdearmering ved $t = 30$ år. Utkrageren er sett ovenfra.

5.3 Ikke-lineære resultater for bruddgrensetilstand

5.3.1 Beregningsgrunnlag bruddgrensetilstand

I bruddgrensetilstand bestemmes konstruksjonsdelens kapasitet mot brudd ved beregning på grunnlag av materialenens tøyningsegenskaper og dimensjonerende fastheter. Etter EC2 6.1(2)P gjøres følgende forutsetninger for beregning av momentkapasitet ved håndberegning

1. Plane tverrsnitt forblir plane (Naviers hypotese er gyldig)
2. Full heft mellom betong og armering
3. Det ses bort fra betongens strekkfasthet
4. Spennings-tøyningssammenheng for betong etter EC2 3.1.7 (se figur 4.8)
5. Spennings-tøyningssammenheng for armeringsstål og spennstål etter EC2 3.2.7 (se figur 4.14(a) og 4.14(b))
6. Den initiale tøyningen i spennkablene legges til grunn ved bestemmelse av spenningene i spennkablene

Forutsetningene er tilfredsstillt for de ikke-lineære analysene som er gjennomført med DIANA, bortsett fra punkt 3. Det er valgt å benytte betongens midlere strekkfasthet f_{ctm} , ettersom dette gir en tilleggskapasitet.

EC2 6.1.(3)P angir kriterier for brudd. For betong B45 med bilinear spennings-tøyningssammenheng som vist i figur 4.8 kan bruddkriteriene formuleres som

1. Trykkbrudd i betong når $\epsilon_c = \epsilon_{cu3} = 3.5 \cdot 10^{-3}$.
2. Brudd i slakkarmering når $\epsilon_s = \epsilon_{ud} = 30\%$ for materialmodell med fastning. Ingen tøyningbegrensning for materialmodell uten fastning.
3. Brudd i spennarmering når $\epsilon_s = \epsilon_{ud} = 10\%$ for materialmodell med fastning. Ingen tøyningbegrensning for materialmodell uten fastning.

Velger å bruke materialmodell uten fastning slik at trykkbrudd i betong blir eneste bruddkriterium.

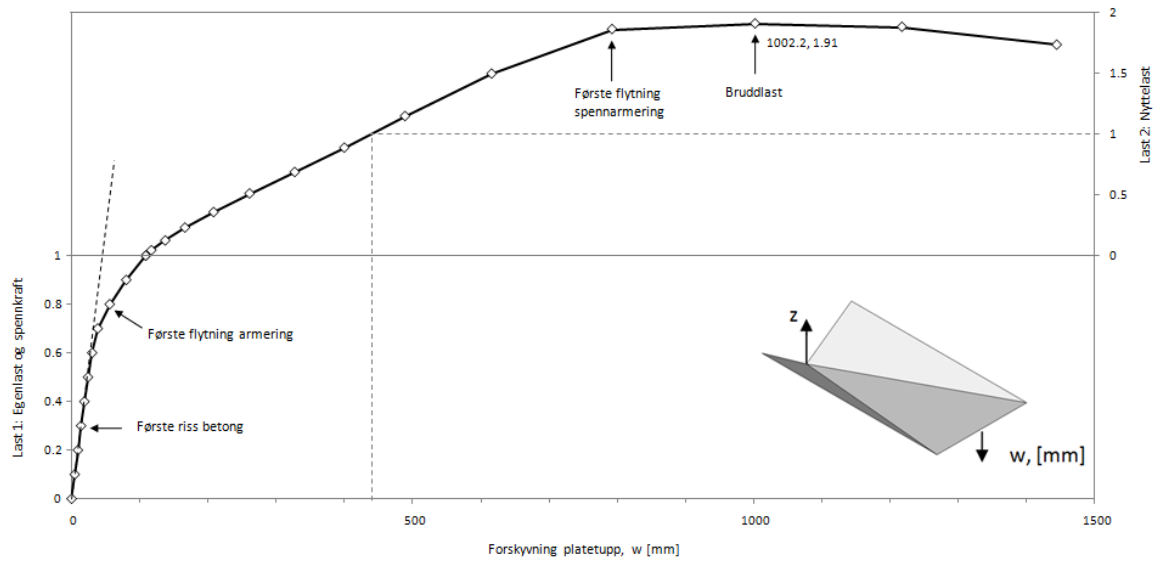
5.3.2 Resultater

Med bakgrunn i lastfaktorer som beskrevet i kapittel 3.2.1 og nyttelast q_2 , q_3 som beregnet i ligning 4.3, 4.4 finnes nyttelast på bjelker og plate i bruddgrensetilstand som

$$q_{2,uls} = 0.816(1.5 \cdot 5 + 1.2 \cdot 1.5) = 7.6 \text{ N/m}^2 = 0.0076 \text{ N/mm}^2 \quad (5.6)$$

$$q_{3,uls} = 0.984(1.5 \cdot 5 + 1.2 \cdot 1.5) = 9.2 \text{ N/m}^2 = 0.0092 \text{ N/mm}^2. \quad (5.7)$$

Videre er lastfaktorer for egen- og spennkraft som beskrevet i kapittel 3.2.1 benyttet.

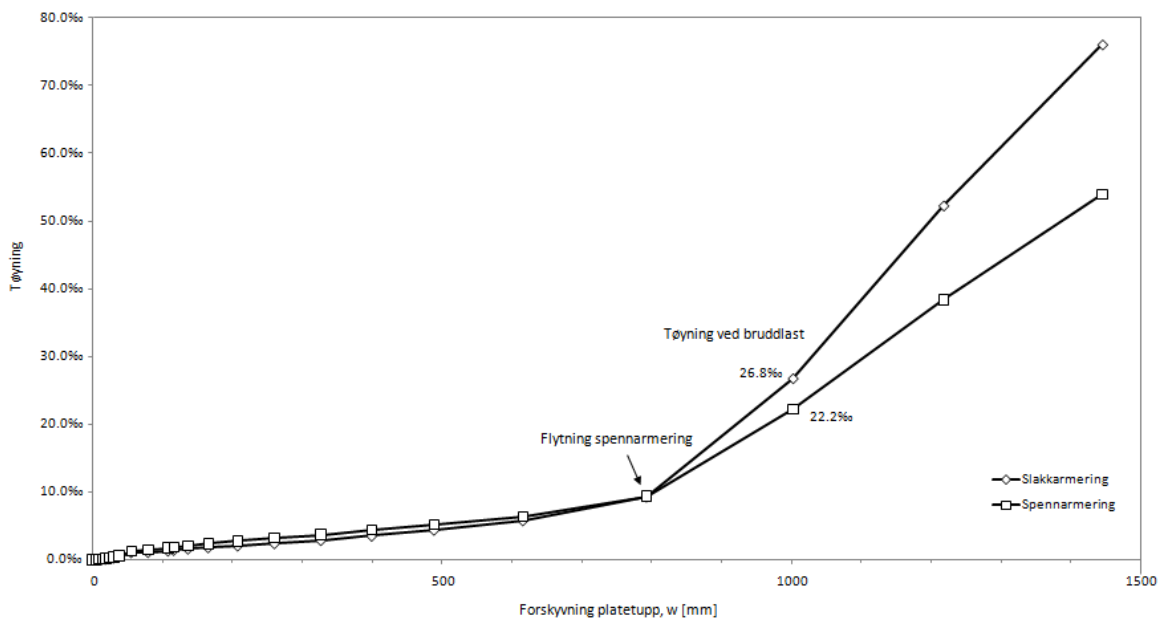


Figur 5.11: Nedbøyning av platetopp bruddgrensetilstand.

Figur 5.11 viser en kraft-forskyvningsgraf fra en ikke-lineær analyse i DIANA. Nedbøyningen w er målt midt på platetuppen som vist i figuren. Den venstre og høyre vertikale aksene viser inkrementell økning av henholdsvis last 1 (egenlast og spennkraft) og last 2 (nyttelast). Figuren viser en nedbøyning på omlag 450 mm for 1.0 nyttelasten. Avviket fra analysen i bruksgrensetilstand skyldes lastfaktorer for bruddgrensetilstand og at den *totale* nyttelasten er påført. For last 1 er det lasten påført med 10 steg med Newton-Raphson-iterasjon. Den stiplede linjen viser at sammenhengen mellom kraft og forskyvning er tilnærmet lineær frem til første rissdannelse ved laststeg 3. Ettersom antall riss øker avviker grafen mer fra den stiplede linjen. Ved laststeg 8 registreres første flytning i slakkarmering og avviket fra den stiplede linjen øker. Ved påføring av last 2 er det brukt Arc-length løsningsalgoritme for å kunne påvise avlastning. Ved overgang fra last 1 til last 2 viser grafen en reduksjon i stivhet som skyldes at spennkraften ikke økes ytterligere. Grafen viser så en tilnærmet lineær sammenheng mellom kraft og forskyvning opp til 1.86 nyttelasten der spennarmeringen begynner å flyte. Toppunktet i kraft-forskyvningsdiagrammet finnes for 1.91 nyttelasten med nedbøyning på omlag 1000 mm og dette betraktes dermed som bruddlasten. Etter bruddlasten avlastes utkrageren.

Fordi det ikke er spesifisert noen tøyningbegrensning på armering og spennarmering oppnås konvergens frem til nedbøyning omlag 3 m, men disse resultatene er ikke inkludert da lasten er mindre enn bruddlasten. I tillegg krever slike store nedbøyninger at geometrisk ikke-linearitet betraktes, som anses som utenfor oppgaven.

Figur 5.12 viser utviklingen av totaltøyning i slakkarmering i lengderetning og spennarmering ved innspenning for økende nedbøyning i utkrageren. Plottet viser at tøyningens verdier er relativt små før flytning i spennarmeringen. Når spennarmeringen flyter er det ikke noe mer kapasitet i utkrageren og både tøyningens verdier for slakkarmering og spennarmering øker tilnærmet lineært. For bruddlasten finnes tøyning i slakkarmering som 26.8%, og i spennarmering som 22.2%. Da EC2 ikke setter noen begrensninger for tøyning når materialmo-



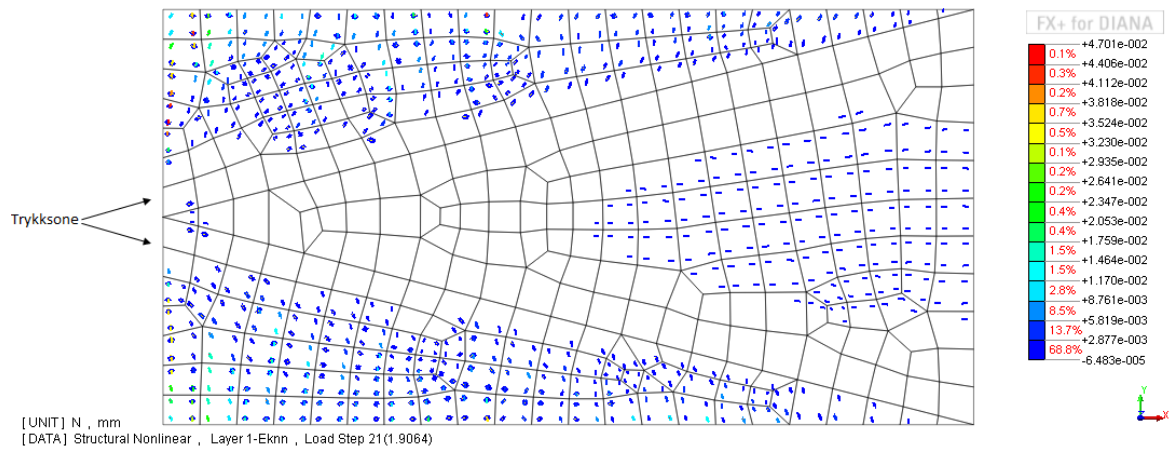
Figur 5.12: Utvikling av totaltøyning i slakk- og spennarmering i innspenning, i forhold til nedbøyning av plattetopp.

dellen ikke inkluderer fastning, er tøyningensverdier akseptable. Det kan likevel påpekes at tøyning i slakkarmering er innenfor begrensning på 30% i EC2 NA.3.2.7(2). Tøyningensbegrensning på 10% for spennarmeringen er imidlertid overskredet.

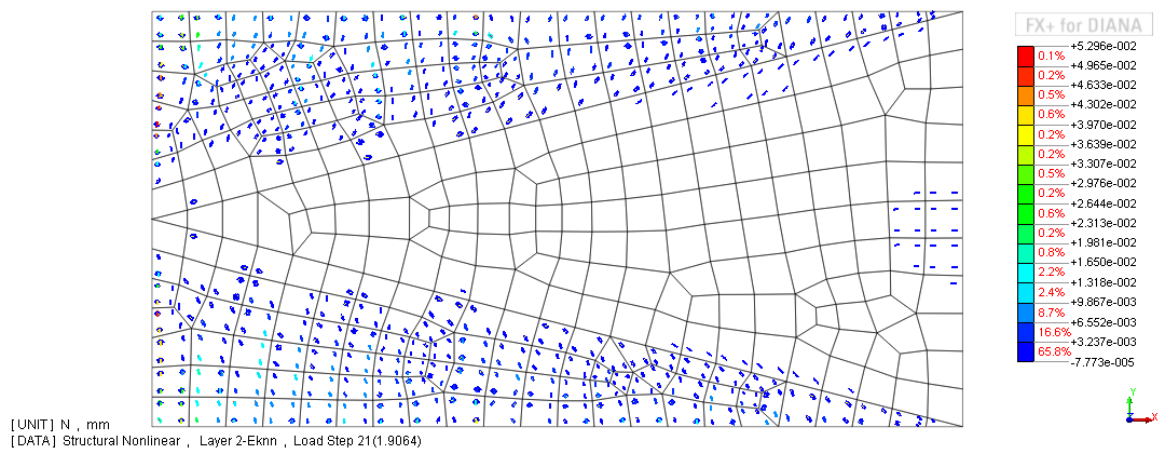
Figur 5.13 viser plot av risstøyningen ved bruddlasten for de tre lagene med integrasjonspunkter. Lag 1 er nederst, lag 2 er midtlaget og lag 3 er øverst, det vil si lag 1 har minst z -koordinat. For lag 3 er bjelken, med unntak av noen få integrasjonspunkter, totalt opprisset, og antydning til trykksone i bjelken finnes delvis i lag 2 og noe mer i lag 1. Den begrensede rissdannelsen i x -retning i platen skyldes at denne er i trykk og at den virker som en trykkflens for den samlede utkrageren, noe som bekreftes av vektorplottet av hovedspenning σ_2 i lag 2 i figur 5.14. Majoriteten av rissene i bjelken er i x -retning.

Figur 5.13 indikerer at bruddet skyldes overbelastning av betongens trykksone. Ettersom strekksonen vokser seg større blir trykksonen i laststeg etter bruddlasten for liten til å kunne balansere strekkraften og utkrageren utsettes for et momentbrudd. Første flytning i spennarmeringen finnes ved innspenningen noe som tyder på at bruddet skjer ved innspenningen.

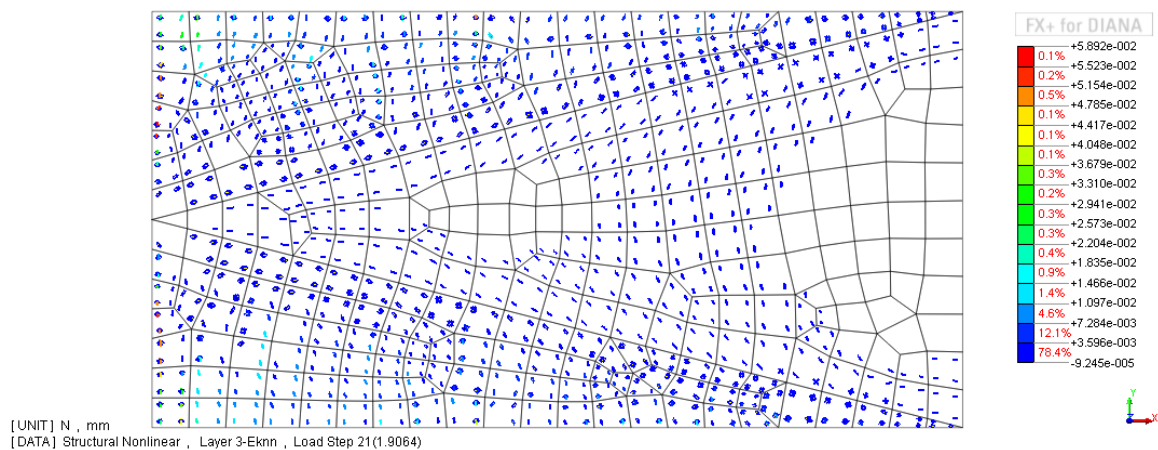
For platen viser figur 5.13(a), 5.13(b) rissdannelsen i y -retning rundt midten av spennet. Figur 5.13(c) viser i rissdannelsen i x -retning for platen. Dette viser at platen i analysen bæres som en toveisplate, og ikke som en enveisplate som antatt i håndberegningene.



(a) Lag 1.

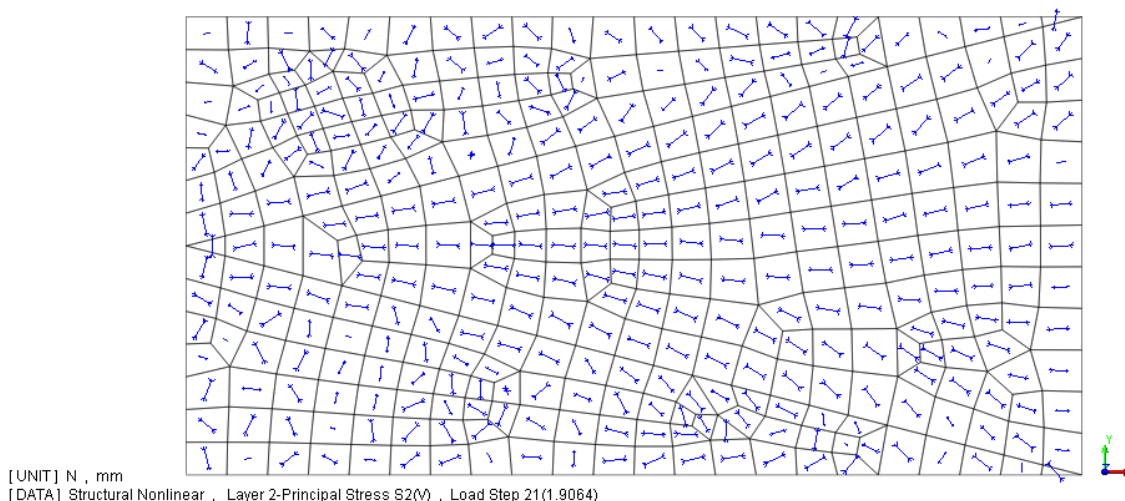


(b) Lag 2.



(c) Lag 3.

Figur 5.13: Rissdannelse ved bruddlast. Utkrager sett ovenfra.



Figur 5.14: Vektorplot av hovedspenning σ_2 . Utkrager sett ovenfra. Blått indikerer hovedspenning i trykk.

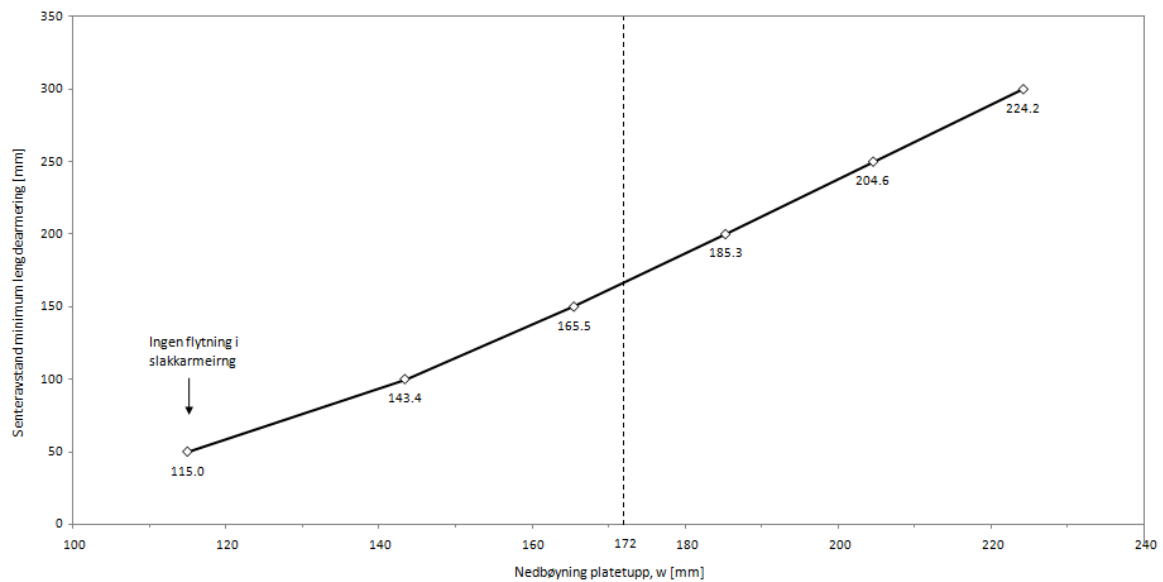
5.4 Diskusjon

I kapittel 5.2.2 ble det vist at nedbøyningen av utkrageren overskred kravet i EC2. Forutsatt at laster og geometri forblir uforandret kan nedbøyningen reduseres gjennom å (1) øke betongtykkelsen, (2) benytte betong av høyere kvalitet, (3) øke slakkarmeringsmengde eller (4) øke spennarmeringsmengde. Alternativ (1) medfører økt egenlast og er dermed mindre egnet enn de resterende alternativene. Både økt betongkvalitet og spennarmeringsmengde er antatt å være mer kostnadsdrivende enn å øke slakkarmeringsmengden. Derfor blir alternativ (3) undersøkt videre.

Ved alternativ (3) kan senteravstanden for lengdearmering i bjelkene reduseres for å redusere nedbøyningen. Figur 5.15 viser et plot av nedbøyning i platetuppen mot senteravstand i lengdearmering i bjelkene med belastning i bruksgrensetilstand. Punktet 224.2, 300 er kjent fra figur 5.4. Kurven er tilnærmet lineær, bortsett fra punktet med senteravstand 50 mm som viser en noe stivere oppførsel enn lineær forlengelse av kurven skulle tilsi, dette forklares med at slakkarmeringen ikke flyter ved denne armeringsmengden. Kurven viser videre at en senteravstand på 150 mm for lengdearmeringen i bjelkene er tilstrekkelig for å tilfredstille nedbøyningskravet i EC2. Dette medfører en dobling av lengdearmeringen i bjelkene, og fører ikke til noe plassproblem.

Flytning i spennarmering i bruksgrensetilstand virker ikke akseptabelt. En senteravstand på 50 mm for $\phi 16$ -jern tilfredsstiller ikke krav til fri avstand mellom armeringsstenger etter EC2 8.2(2). En mulig løsning er å kombinere lengdearmering $\phi 16c100$ med flere spennarmeringskabler for å unngå flytning i slakkarmering i bruksgrensetilstand.

I dette kapitlet er nedbøyning konsekvent målt tuppen av platen. Etttersom nedbøyningskriteriet etter EC2 er beregnet på grunnlag av bjelken ville det være mer korrekt å betrakte nedbøyningen av bjelketuppen, som generelt er mindre (omlag 10 mm i figur 5.3). Resultattolkningen er dermed konservativ i forhold til nedbøyning.



Figur 5.15: Nedbøyning for ulike senteravstand i lengdearmring i bjelkene.

Det er tidkrevende både å bygge og å utføre ikke-lineære analyser. I tillegg kreves det gode materialmodeller og kunnskap om hvordan programvaren brukes. I konsultantselskaper er det derfor mest utbredt innenfor bygg å benytte seg av lineær-elastiske analyser. For å tilnærme ikke-lineær oppførsel kan nedbøyninger fra lineær-elastisk analyse multipliseres med faktorer.

Tabell 5.1 viser nedbøyning ved 1.0 nyttelast for lineær-elastisk og ikke-lineær analyse i bruks- og bruddgrensetilstand. Faktor for nedbøyning i bruksgrensetilstand finnes som tilnærmet 20, og for bruddgrensetilstand som tilnærmet 15.

Tabell 5.1: Nedbøyning utkragertopp, w [mm].

	Lineær-elastisk	Ikke-lineær
Bruksgrensetilstand	10.8	224.2
Bruddgrensetilstand	30.9	450.0

I alle FEM-analysene er det brukt materialfaktorer. Et mulig alternativ ville være å ekskludere materialfaktorer i ikke-lineære FEM-analyser og ta hensyn til dette ved resultattolkning. Det kan diskuteres om det er riktig å benytte materialfaktorer på inngangsdata i ikke-lineære FEM-analyser, da dette influerer lastnivå for spenningsomlagring, slik at "sann" materialoppførsel ikke simuleres. Tatt i betraktning at materialfaktorer er *sikkerhetsfaktorer* ville en post-inkludering av faktorene muligens gi mer korrekt oppførsel av konstruksjonen.

Kapittel 6

FEM-analyser 3D-modell

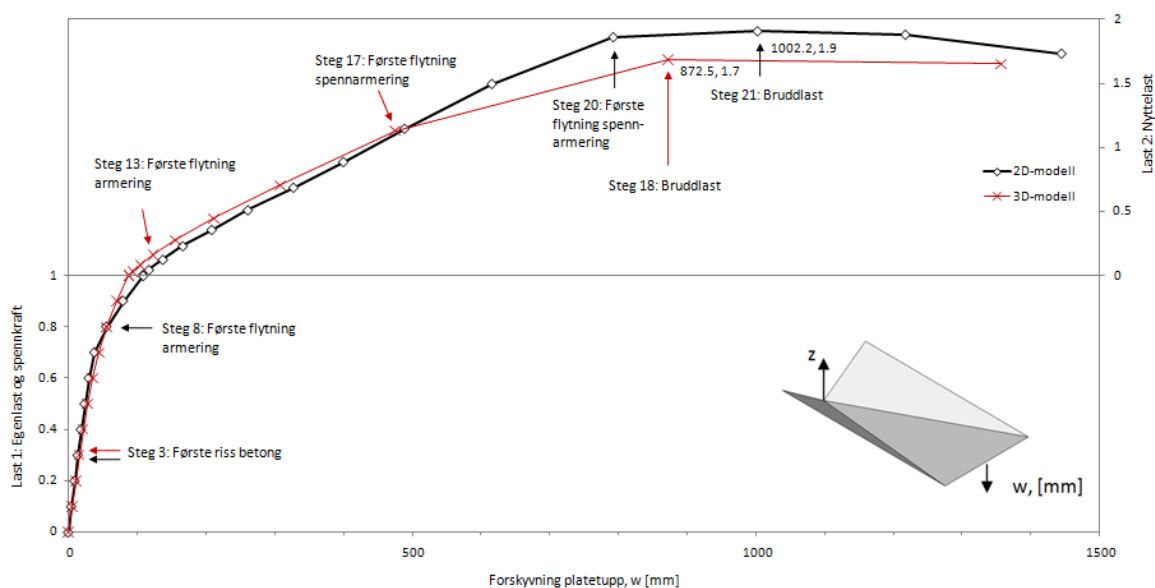
Dette kapitlet presenterer resultater fra ikke-lineære FEM-analyser i DIANA med 3D-modellen som vist i figur 4.5. Belastningen er lik som bruddgrenselasten som beskrevet i kapittel 5.3.2. Målet med analysen er å undersøke faren for gjennomlokkingsbrudd rundt søylen som vist i figur 4.7.

I flatdekker blir skjærkraften relativt stor rundt konsentrerte laster, for eksempel ved et søyleopplegg [23]. Dette kan føre til skjærbrudd rundt søyleopplegget og kalles gjennomlokkingsbrudd. Bruddet får en kjegleform som skyldes diagonale skjærriss [23]. Gjennomlokkingsbrudd er typisk dimensjonerende for flatdekker og fører til at det må legges skjærarmering rundt det belastede området. Alternativt kan overgangen mellom søyle og dekke utbedres ved for eksempel en “topplate” eller et kapitél slik at skjærspenningene blir fordelt utover et større areal [23].

6.1 Resultater

Figur 6.1 viser et kraft-forskyvningsplot av en ikke-lineær analyse i DIANA med 3D-modellen. Som i tidligere plott, er nedbøyningen målt i midten av platetuppen. Figuren viser i tillegg tilsvarende plott fra analyse med 2D-modellen i bruddgrensetilstand, se figur 5.11. Plottene har relativt lik form. For last 1 viser 3D-analysen en noe stivere oppførsel, dette skyldes at slakkarmeringen flyter for en høyere last enn for 2D-analysen. Bruddlasten for 3D-analysen finnes som 1.7 nyttelasten, mens bruddlasten for 2D-analysen finnes ved 1.9 nyttelasten. Felles for begge er at bruddlasten kommer i påfølgende laststeg etter første flytning i spennarmering. Bruddformen antas derfor lik, noe som indikerer at gjennomlokking ikke opptrer. Riktignok er bruddlasten for 3D-analysen noe lavere enn for 2D-analysen hvilket kan skyldes forskjellen i randbetingelser og elementtype.

Figur 6.2 viser (a) et konturplot av risstøyning ved bruddlast sett ovenfra (symboltype ‘DISC’ [11]), (b) tilsvarende konturplot sett bakfra der kun den ene bjelken vises, og (c) et forstørret konturplot av området rundt søylen. Figur 6.2(a) viser majoriteten av rissene øverst i bjelkene er i lengderetning, tilsvarende som funnet for 2D-modellen i figur 5.13(c). Risstøyning i overgang mellom tilleggsarmering og minimum lengdearmering er merket med



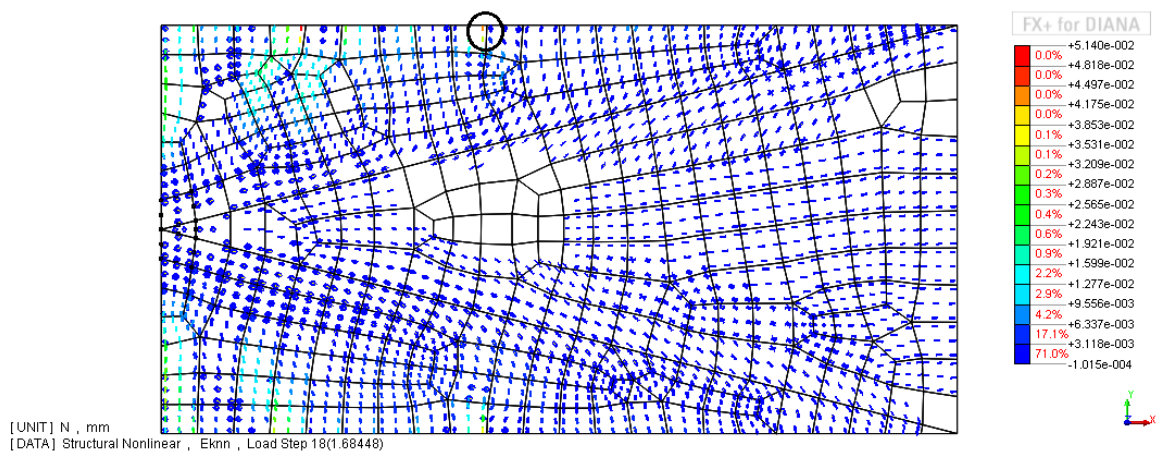
Figur 6.1: Nedbøyning av platetopp 3D-modell med last ved bruddgrensetilstand.

en svart ring i figur 6.2(a). Fra fargekoden *oransj* finnes risstøyningen å ligge i intervallet $\epsilon_{3D}^{cr} = [4.175 \cdot 10^{-2}, 4.497 \cdot 10^{-2}]$. Risstøyningen for tilsvarende integrasjonspunkt fra 2D analysen finnes som $\epsilon_{2D}^{cr} = [4.785 \cdot 10^{-2}, 5.154 \cdot 10^{-2}]$, se figur 5.13(c). Avviket mellom ϵ_{2D}^{cr} og ϵ_{3D}^{cr} er relativt lite sammenlignet verdiene av de resterende risstøyningene i de respektive konturplottene.

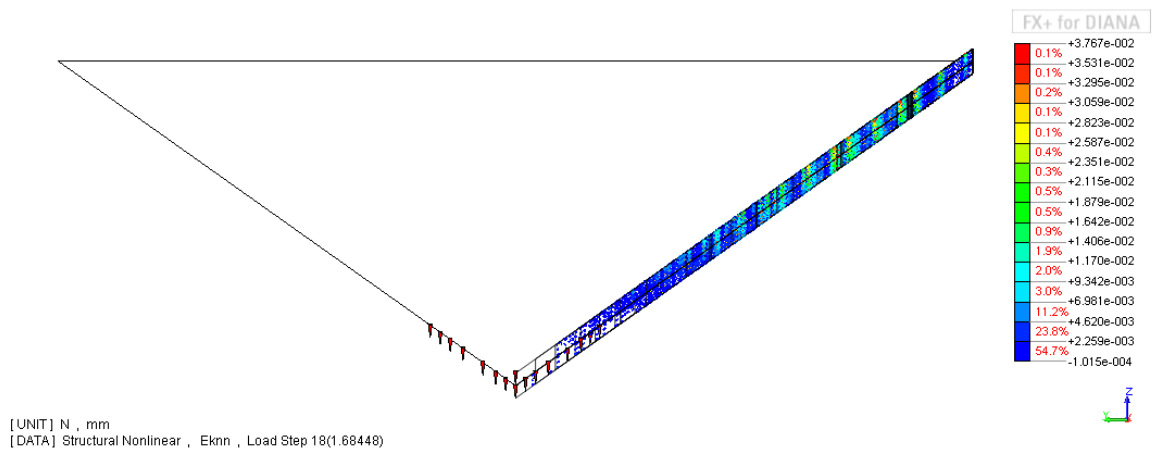
I figur 6.2(b) og 6.2(c) er søyleopplegget markert med røde pinner. Etter EC2 9.4.3 kan det dimensjoneres for gjennomløkingsbrudd i en avstand innenfor kritisk snitt $u_1 = 2d$ for et flatdekke støttet opp av en rektangulær søyle etter EC2 [23], der d er effektiv høyde av slakkarmering i platen. Ettersom $d \approx 250$ finnes

$$u_1 \approx 2 \cdot 250 = 500 \text{ mm}, \quad (6.1)$$

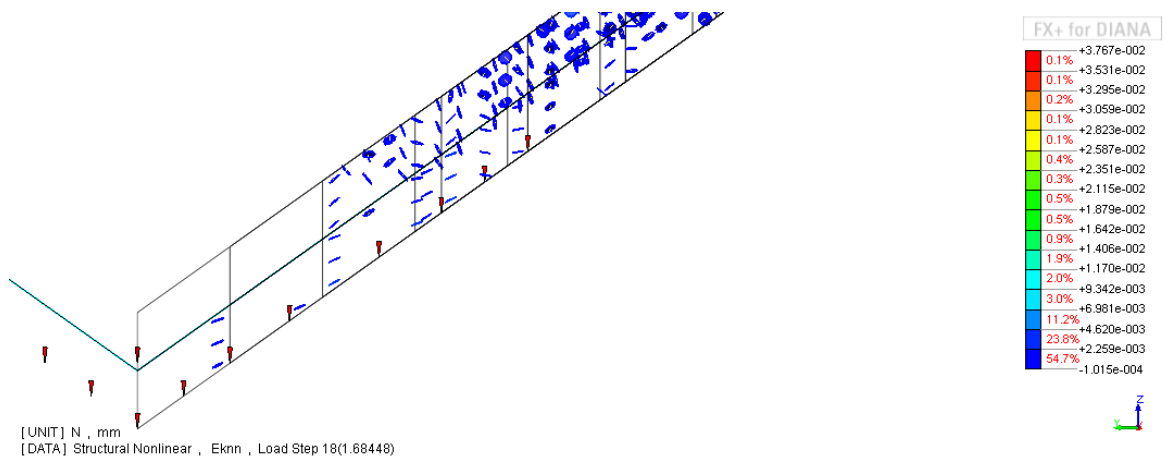
hvilket tilsvarer omlag en elementbredde utenfor opplegget i figur 6.2(c). I figur 6.2(c) er det vanskelig å se utvikling av skjærriss.



(a) Ovenfra



(b) Bakfra



(c) Bakfra, forstørret

Figur 6.2: Rissdannelse i 3D-modell ved bruddlast sett fra forskjellige vinkler.

6.2 Diskusjon

Kraft-forskyvningsplottet i figur 6.1 og rissplottene i figur 6.2 indikerer at bruddformen for 3D-modellen, tilsvarende 2D-modellen, er trykkbrudd i betongen i innspenningen som følge av flytning i både slakk- og spennarmering. Resultatene indikerer videre at gjennomlokking ikke inntreffer. Dette kan skyldes at deler av resultantkraften fra søylen bæres som membran-krefter for et foldedecke, mens det vil bæres som skjærkrefter i et ordinært flatdekke. Dette blir diskutert i det følgende.

Til venstre i figur 6.3 vises hvordan resultantkraften fra en søyle bæres i et ordinært flatdekke. Kraftlikevekt gir $V_1 = 0.5N$ og resultantkraften bæres som rent skjær i flatdekket. I midten av figur 6.3 vises et foldedecke med dimensjoner som brukt i denne oppgaven. Basert på mål fra figur 2.6 finnes vinkelen α som

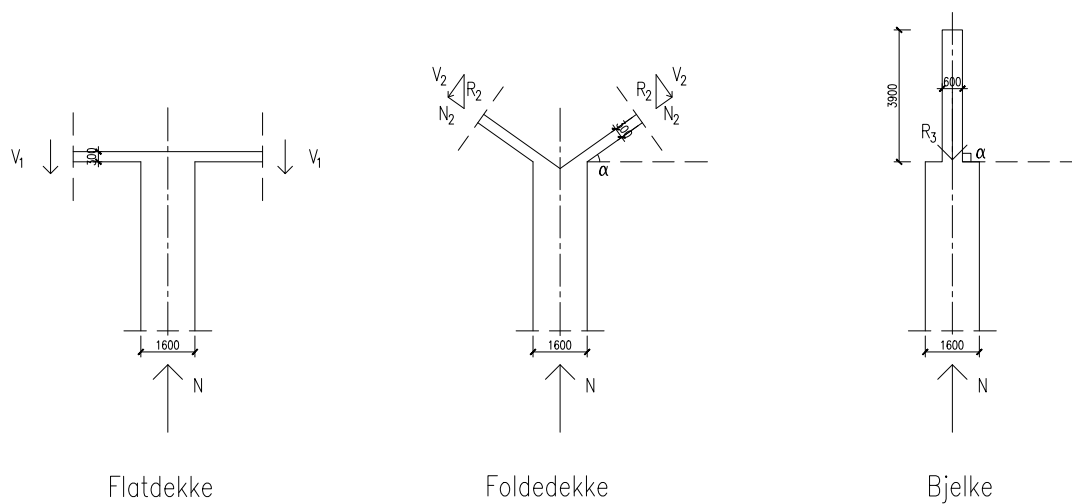
$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{3900}{5500} \right) = 35.3^\circ. \quad (6.2)$$

Dekomponering av resultantkraften i foldedecket $R_2 = V_1$ gir skjærkraften V_2 og aksialkraften N_2 . Ved geometrisk betraktning finnes

$$V_2 = \cos 35.3 \cdot R_2 = \cos 35.3 V_1 = 0.82 V_1. \quad (6.3)$$

Skjærkraften i foldedecket er altså 18 % mindre enn i flatdekket.

Til høyre i figur 6.3 vises et tenkt “foldedecke” med vinkel $\alpha = 90^\circ$. Dette kan karakteriseres som en bjelke opplagt på en søyle. Resultantkraften $R_3 = N$, slik at det ikke er noen skjærkraft i planet og geometrisk er problemet redusert fra et 3D-problem (gjennomlokking) til ordinært bjelkeskjær. Dette eksemplet demonstrerer hvordan effekten av gjennomlokking er mindre aktuell for et foldedecke sammenlignet med et flatdekke.



Figur 6.3: Skjærkrefter i flatdekke, foldedecke og bjelke.

Kapittel 7

Konklusjon

Målet med denne oppgaven er å dimensjonere utkrageren i figur 2.6 etter EC2. Dimensjonerende slakk- og spennarmeringsmengde skal verifiseres med ikke-lineære FEM-analyser i DIANA.

Geometriske forenklinger er foretatt for å kunne bruke tradisjonelt formelverk for å dimensjonere utkrageren etter EC2. På grunn av utkragerens store spenn er det antatt behov for spennarmering for å tilfredsstille krav til kapasitet og nedbøyning. Et system bestående av tre spennarmeringskabler i hver bjelke, minimum lengde- og vertikalarmering, og tilleggsarmering fra omtrent midten av utkrageren og utover, er funnet som tilstrekkelig med hensyn til kapasitet i håndberegningene.

Håndberegningene utgjør et dimensjoneringsgrunnlag som er verifisert med FEM-analyser med en skallelementmodell i DIANA. Resultatene fra lineær-elastisk analyser viser troverdige nedbøyninger for ulike laster, se figur 5.1 og 5.2, og samsvarer med tilsvarende analyser utført i rapport *RIB-D 003* [21].

Resultater fra ikke-lineære analyser i bruddgrensetilstand viser bruddlast 1.9 nyttelast, og kapasiteten er dermed tilfredsstillende. Differansen i kapasitet, sammenlignet med håndberegningene, skyldes for det meste at det *sammensatte* tverrsnittet er betraktet i FEM-analysene, noe som fører til at tverrsnittet kan betraktes som et omvendt T-tverrsnitt med trykkflens i platen. I håndberegningene er de tre komponentene betraktet separat, og effekten av platen som en trykkflens er derfor ikke inkludert. Noe av differansen i kapasitet skyldes at betongens strekkfasthet er inkludert i FEM-analysene. Forøvrig tillater ikke-lineære analyser spenningomlagring, som det ikke er tatt hensyn til i håndberegningene. Resultater fra FEM-analysene tyder på at bruddmekanismen vil være en overskridelse av momentkapasiteten i innspenningen.

Nedbøyningen er ikke tilfredsstillende, som vist i resultater fra ikke-lineære analyser i bruksgrensetilstand. Det er vist at en akseptabel nedbøyning kan oppnås ved å øke armeringsmengden. Det er foretatt en forenklet betraktning av rissviddene som viser at kravet til maksimal rissvidde er overskredet. Dette kan trolig løses ved å videreføre tilleggsarmering, i overkant bjelke, til innspenningen.

FEM-analysen med 3D-modellen indikerer at skjærproblematikk ved søylen er mindre enn man på forhånd kunne tro. 3D-modellen er imidlertid forenklet, og ytterligere studier er nødvendig for å undersøke skjærproblematikk rundt søyleropplegg i foldedekker, herunder nødvendig søyledimensjon og randbetingelser.

Lokal kapasitet, herunder fare for spaltestrekk, i område rundt oppspenningen er ikke behandlet. Tverrsnittet på $t = 300$ mm er et relativt tynt tverrsnitt sammenlignet med de lokale oppspenningskreftene som påføres ved etteroppspenning. Dette må undersøkes videre.

Resultatene fra FEM-analysene viser at antagelsene som ble gjort, både med hensyn til last og geometri, i håndberegningene er realistiske. Videre viser resultatene fra FEM-analysene at det er mulig å realisere et utkraget foldedekke med dimensjoner som brukt i denne oppgaven. Med hensyn til praktisk gjennomføring og økonomi er det likevel et spørsmål om utkrageren lar seg realisere.

Referanser

- [1] Born, J. *Hipped-plate [folded-plate] structures*. London: Crosby Lockwood & Son Ltd.; 1962.
- [2] de Borst R.D., Sluys L.J. *Computational Methods in Non-linear Solid Mechanics*. Delft: TU Delft; 2010.
- [3] Comite Euro-International du Béton. *CEB-FIP Model Code 1990 Final Draft*. Comite Euro-International du Béton. Lausanne: 1991.
- [4] Cook, R.D. *Finite element modelling for stress analysis*. New York: John Wiley & Sons Inc.; 1995.
- [5] Fédération Internationale du Béton (FIB). *Practitioner's guide to finite element modelling of reinforced concrete structures*. Lausanne: Fédération Internationale du Beton (FIB); 2008.
- [6] Hav Eiendom AS. *Deichmanaksen Juryrapport*. Oslo: Hav Eiendom AS; 2009.
- [7] Hoogenboom, P.C.J. Lecture notes CT4143 Shell Analysis, Theory and Application. *Presentert i faget CT4143*. TU Delft, 2010. http://www.mechanics.citg.tudelft.nl/~pierre/CT5143_handout_11.pdf (besøkt 01. juni 2011).
- [8] Irgens F. *Formelsamling mekanikk*. 3. utgave. Trondheim: Tapir Akademiske Forlag, 1999.
- [9] KB Spenneteknikk AS. *BBR Cona Multi spennntausystem*. KB Spenneteknikk AS. 2011. <http://www.spennteknikk.no/brosjyrer/BBR-Cona-Multi-spenntausystem-24022011.pdf> (besøkt 15. mai 2011).
- [10] Larsen P.K., Clausen A.H., Aalberg A. *Stålkonstruksjoner profiler og formler*. 3. utgave. Trondheim: Tapir Akademiske Forlag; 2003.
- [11] Manie J. (redaktør). *DIANA User's Manual*. Versjon 9.4.3. TNO DIANA BV, 2010.
- [12] Mathisen, K.M. Forlesningsnotater i TKT4197 Ikkelineær elementanalyse. *Presentert i faget TKT4197 Ikkelineær elementanalyse*. NTNU, 2010.
- [13] MIDAS Information Technology Co. *midas FX+ for DIANA Manual*. MIDAS Information Technology Co.; 2006.
- [14] Nes, L.G. *Veiledning til DIANA*. Masteroppgave. NTNU; 2006.

-
- [15] Prosjektgruppen for Deichman. *Kulturbyggene i Bjørvika (KiB)*. Prosjektgruppen for Deichman. Løpenummer: 0004, 2010.
- [16] Rots, J.G. *Computational Modeling of Concrete Fracture*. Delft: TU Delft; 1988.
- [17] Rottmann K. *Matematisk formelsamling*. Oslo: Spektrum forlag; 2004.
- [18] Standard Norge. *NS 3491-1: Prosjektering av konstruksjoner. Dimensjonerende laster. Del 1: Egenlaster og nyttelaster*. 1998.
- [19] Standard Norge. *NS-EN 1990:2002 Eurokode: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner*. 2008.
- [20] Standard Norge. *NS-EN 1992-1-1:2004+NA:2008 Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner*. 2004.
- [21] Stracke M., Kosche F., Forsén N.E. *Kulturplan Bjørvika Notat*. Multiconsult. Rapportnummer: RIB-D 003, 2010.
- [22] Sørensen S.I. *Betongkonstruksjoner*. Trondheim: Tapir Akademiske Forlag; 2010.
- [23] Sørensen, S.I., Øverli J.A. *TKT4222 Betongkonstruksjoner 3 Kompendiesamling*. Trondheim: Institutt for konstruksjonsteknikk, NTNU; 2010.
- [24] Varghese, P.C. *Design of reinforced concrete shells and folded plates*. New Delhi: PHI Learning; 2010.

Vedlegg A

Dokumentasjon DIANA/FX+

A.1 Egenlast og spennarmering

Dette eksempelet dokumenterer virkningen av egenlast og spennarmering ved bruk av FEM-programmet DIANA med pre-/postprosessor FX+.

Figur A.1 viser en spennarmert utkraget betongbjelke. Med tyngdetetthet $\gamma_b = 25 \text{ kN/m}^3$ finnes egenlasten g som

$$g = \gamma_b b h = 25 \cdot 0.3 \cdot 1.0 = 7.5 \text{ kN/m.} \quad (\text{A.1})$$

Lastbalansering av egenlasten med parabelformet spennkabel krever spennkraft P [22]

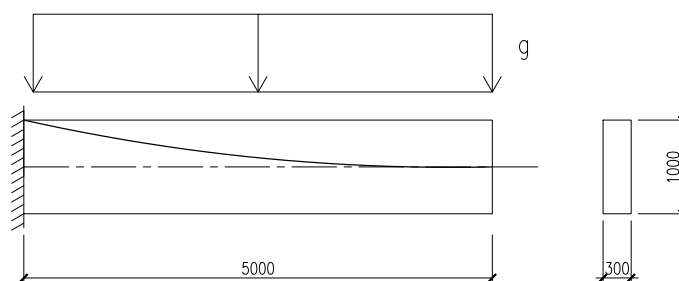
$$P = \frac{gL^2}{2e} = \frac{7.5 \cdot 5^2}{2 \cdot 0.5} = 187.5 \text{ kN,} \quad (\text{A.2})$$

der $e = \frac{h}{2}$ er spennkabelens eksentrisitet mellom oppspennings- og ankerpunkt. Antar en spennkabel med $A_p = 100 \text{ mm}^2$, slik at spenningen i spennkabelen σ_p finnes som

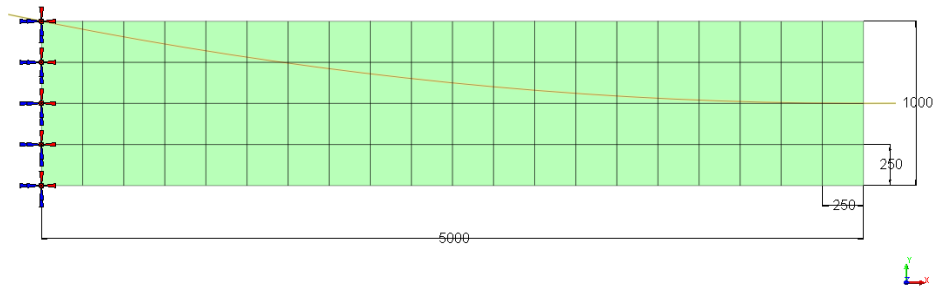
$$\sigma_p = \frac{P}{A_p} = \frac{187.5 \cdot 10^3}{100} = 1875 \text{ N/mm}^2. \quad (\text{A.3})$$

Annet arealmoment av tverrsnittet

$$I = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 300 \cdot 1000^3 = 2.5 \cdot 10^{10}. \quad (\text{A.4})$$



Figur A.1: Spennarmert utkraget bjelke med med dimensjoner [mm].



Figur A.2: FEM-modell med elementnett og randbetingelser.

Antar betongens elastisitetsmodul $E = 34000 \text{ N/mm}^2$ og lineær-elastisk nebøyningen av tuppen kan beregnes med formel fra tabell [8]

$$v = \frac{gL^4}{8EI} = \frac{7.5 \cdot 5000^4}{8 \cdot 34000 \cdot 2.5 \cdot 10^{10}} = 0.69 \text{ mm.} \quad (\text{A.5})$$

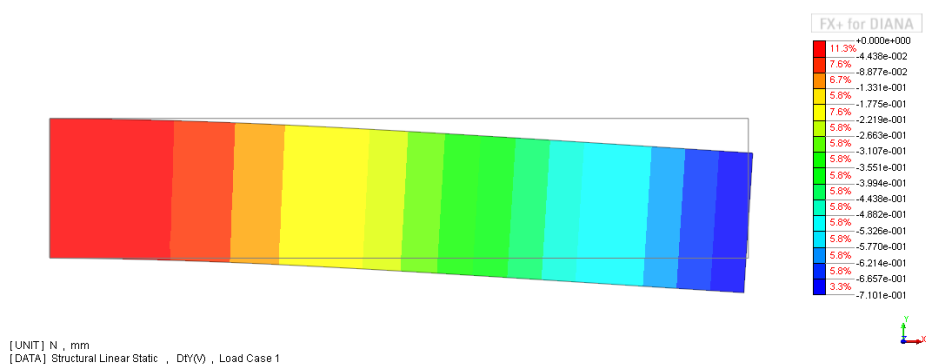
Figur A.2 viser bjelken diskretisert med 80 skallelementer av typen CQ40S med tykkelse 300 mm i FX+. Elementtypen har 4 hjørnenoder og 4 midtnoder, hver med 5 frihetsgrader, totalt 40 frihetsgrader. Fordelen med midtnoder er forskyvningspolynom av annen grad, slik at tøyningen over elementet kan beskrives lineært, i motsetning til tilsvarende element med kun hjørnenoder (Q20SH) som kun kan beskrive konstant tøyning over elementlengden. Det kreves derfor et finere elementnett ved bruk av Q20SH for å oppnå samme presisjon som med CQ40S.

Den gule kurven i figur A.2 viser plassering av spennarmeringen. Parabelen i xy -planet som gir $e = 500 \text{ mm}$ krysser bjelken i toppunktet ved innspenningen og midtpunktet ved tuppen, i tillegg må parabelen ha horisontal tangent ved tuppen for å ikke innføre en punktlast. Ved å bruke det generelle uttrykket for en parabel $y = ax^2 + bx + c$ finnes ligningen for parabelen.

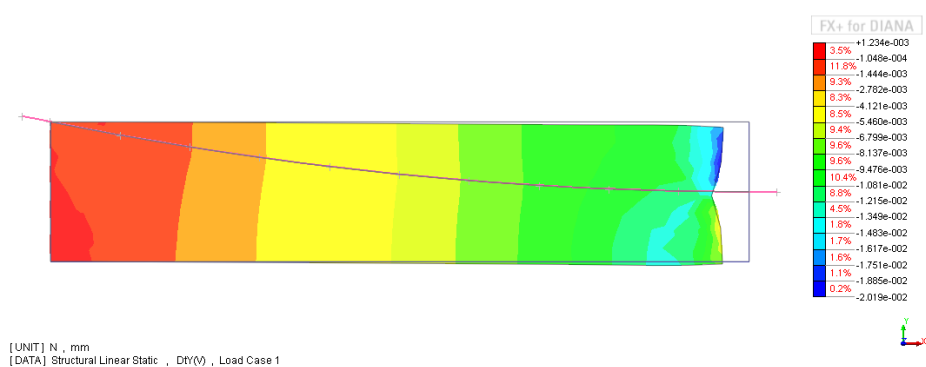
$$y = 0.02x^2 - 0.2x + 1. \quad (\text{A.6})$$

Fordi det ikke er mulig å definere en parabel i FX+ er spennarmeringen i FEM-modellen tilnærmet som en parabel ved å definere en B-spline gjennom 13 punkter langs parabelen. DIANA tar kun hensyn til armering som krysser hele elementer og derfor er det vanlig praksis å plassere armeringen utenfor elementet, slik som er gjort for element ved innspenning og tupp i figur A.2.

Figur A.3 viser et konturplot av vertikal nedbøyning på grunn av egenlast fra en lineær-elastisk analyse. Maksimal nedbøyning fra analysen er $v = 0.71 \text{ mm}$ som er tilnærmet lik nedbøyning funnet med håndregning.



Figur A.3: Nedbøyning pga egenlast for tverrsnitt uten armering.



Figur A.4: Nedbøyning pga egenlast ved spennarmert tverrsnitt.

Figur A.4 viser et tilsvarende konturplot der spennarmeringen er inkludert. Nedbøyningen av tuppen varierer mellom $v_t = 0.017$ mm i toppen, $v_m = 0.012$ mm i midten og $v_b = 0.007$ mm i bunnen, i gjennomsnitt $v = 0.012$ mm. I forhold til bjelken uten spennarmering er altså nedbøyningen redusert med

$$\Delta v = \frac{0.71 - 0.012}{0.71} \cdot 100\% = 98.3\%. \quad (\text{A.7})$$

Dette eksempelet dokumenterer at virkningen av egenlast og spennarmering stemmer overens med lineær-elastisk teori og lastbalansering ved bruk av DIANA/FX+.

Vedlegg B

Utfyllende beregninger

B.1 Tap av tøyningdifferanse

I beregningen blir reduksjon av spennkraft på grunn av låsetap og friksjonstap regnet for samlet spennkraft i hver bjelke.

B.1.1 Låsetap

Låsetap på grunn av kilesetting og tauglidning ΔL_{kil} oppgis fra produsent å være 6 mm [9]. Setter forenklet snittlengden av spennarmeringskabelene som $L = 16.5$ m og relativ forkortelse ϵ_{kil} finnes som

$$\epsilon_{kil} = \frac{\Delta L_{kil}}{L} = 0.36 \cdot 10^{-3}. \quad (\text{B.1})$$

EC2 5.10.2.1 angir største tillatte spenning i spennarmeringen ved aktiv ende i oppspenningen [20]. For spennstål med flytegrense $f_{pk} = 1860$ N/mm² og spenning ved 0.2 % tøyning $f_{p,0.2k} = 1670$ N/mm² finnes største tillatt spenning som

$$\begin{aligned} \sigma_{p,max} &= \min\{0.8f_{pk}; 0.9f_{p,0.2k}\} \\ &= \min\{1488; 1503\} = 1488 \text{ N/mm}^2. \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Samme punkt tillatter imidlertid overoppspenning dersom jekken kan måles med en nøyaktighet på $\pm 5\%$ av den endelige verdien av forspenningskraften. I slike tilfeller kan maksimal spenning økes til

$$\sigma_{p,max} = 0.95f_{p,0.2k} = 1586.5 \text{ N/mm}^2. \quad (\text{B.3})$$

Samlet tverrsnitt for de tre spennkablene A_p finnes ved bruk av data fra tabell 3.1 som

$$A_p = 3(n \cdot A_{p,tau}) = 3(12 \cdot 150) = 5400 \text{ mm}^2. \quad (\text{B.4})$$

For de tre spennkablene beregnes maksimal oppspenningskraften P_{jekk} som

$$P_{jekk} = 0.95f_{p,0.2k} \cdot A_p = 1586.5 \cdot 5400 = 8567 \text{ kN}. \quad (\text{B.5})$$

Med elastisitetsmodul for spennstål $E_s = 1.95 \cdot 10^5$ [20] kan tilsiktet tøyning $\epsilon_{p,jekk}$ som følge av overoppspenning med kraft P_{jekk} finnes ved bruk av Hookes lov.

$$\epsilon_{p,jekk} = \frac{P_{jekk}}{E_s \cdot A_p} = \frac{8567 \cdot 10^3}{1.95 \cdot 10^5 \cdot 5400} = 8.14 \cdot 10^{-3}. \quad (\text{B.6})$$

Prosentvis låsetap

$$\frac{\Delta\epsilon_{kil}}{\epsilon_{p,jekk}} = 4.4\%, \quad (\text{B.7})$$

og tilhørende spennkrafttap som følge av låsing

$$\Delta P_{kil} = 0.044 \cdot P_{jekk} = 0.044 \cdot 8567 = 377 \text{ kN}. \quad (\text{B.8})$$

B.1.2 Friksjonstap

Friksjonstap oppstår som følge av kontakt mellom spennstål og utsparingsrør i oppspenningsfasen. Friksjonskreftene skyldes normaltrykk fra spennstålet mot utsparingsrøret på grunn av kurvatur langs spennheten. EC2 5.10.5.2(1) gir følgende uttrykk for tap av spennkraft på grunn av friksjon $\Delta P_\mu(x)$ i en avstand x fra jekken [20]

$$\Delta P_\mu(x) = P_{max}(1 - e^{-\mu(\theta + Kx)}), \quad (\text{B.9})$$

der P_{max} er spennkraft ved jekk ($x = 0$), μ er friksjonskoeffisient, θ total vinkelendring av spennarmering fra jekk til snitt x og K er tilleggskrumning. Fra produsent oppgis $\mu = 0.18$ og $K = 0.01$ rad/m [9]. Videre finnes P_{max} og helning ved ankerpunktet $x = 16.5$ m som

$$P_{max} = P_{jekk} = 8567 \text{ kN} \quad (\text{B.10})$$

$$\theta = \frac{e}{L} = \frac{0.91}{16.5} = 0.055 \text{ rad}. \quad (\text{B.11})$$

Setter inn i ligning B.9 og finner friksjonstapet ved ankerpunktet som

$$\Delta P_\mu(16.5) = P_{max}(1 - e^{-0.18(0.055 + 0.01 \cdot 16.5)}) = 0.039 P_{max} = 334 \text{ kN}. \quad (\text{B.12})$$

3.9 % av spennkraften tapes altså gjennom friksjon mellom spennkabelen og utsparingsrøret.

B.1.3 Samlet spennkrafttap

Etter EC2 5.10.3(2) er den initielle forspenningskreften P_{m0} oppspenningskraften redusert for de umiddelbare tapene ΔP_i . Forutsatt overoppspanning i henhold til ligning B.3 finnes

$$\begin{aligned} P_{m0} &= \sigma_{p,max} \cdot A_p - \sum \Delta P_i = P_{max} - \Delta P_{kil} - \Delta P_\mu \\ &= 8567 \cdot 10^{-3} - 377 - 334 = 7856 \text{ kN}. \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

B.2 Kryp, svinn og relaksasjon

Kryp, svinn og relaksasjon er tidsavhengige effekter. Kryp og svinntøyning beregnes med utgangspunkt i tillegg B i EC2 [20]. Lastpåføring etter 28 døgn. Beregningene tar utgangspunkt i forenklet tverrsnitt i snitt ved innspenning, det vil si snitt A-A i figur 3.4.

B.2.1 Kryp

Kryptallet $\varphi(t, t_0)$ kan beregnes ut fra

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t, t_0). \quad (\text{B.14})$$

Følgende formler inngår i beregning av kryptallet

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (\text{B.15})$$

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0.1 \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 \quad \text{for } f_{cm} > 35 \text{ MPa} \quad (\text{B.16})$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16.8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (\text{B.17})$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{(0.1 + t_0^{0.20})} \quad (\text{B.18})$$

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} \quad (\text{B.19})$$

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right]^{0.3} \quad (\text{B.20})$$

$$\beta_H = 1.5 [1 + (0.012 \cdot RH)^{18}] \cdot h_0 + 250\alpha_3 \leq 1500\alpha_3 \quad \text{for } f_{cm} \geq 35 \quad (\text{B.21})$$

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.7} \quad (\text{B.22})$$

$$\alpha_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.2} \quad (\text{B.23})$$

$$\alpha_3 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.5} \quad (\text{B.24})$$

Betydningen av variablene og faktorene som inngår i formlene over er forklart i tabell B.1.

Forspenning og egenlast påføres etter $t_0 = 28$ døgn. Effektiv tverrsnittstykkelse h_0 og $\alpha_{1,2,3}$ beregnes som

Tabell B.1: Variabler/faktorer ved beregning av kryptallet [20]

Variabel/faktor	Beskrivelse
φ_0	normert kryptall
φ_{RH}	virkning av relativ fuktighet
RH	relativ fuktigheten i omgivelsene i prosent [%]
$\beta(f_{cm})$	faktor som skal ta hensyn til virkningen av betongfastheten
$\beta(t_0)$	faktor som skal ta hensyn til virkningen av betongens alder
h_0	effektiv tverrsnittstykkelsen av konstruksjonsdelen [mm]
u	delen av konstruksjonsdelens omkrets som er utsatt for uttørking [mm]
$\beta_c(t, t_0)$	faktor som skal beskrive kryputviklingen i forhold til tid etter belastning
t	betongens alder i døgn på det betraktede tidspunkt
t_0	betongens alder i døgn ved belastning
β_H	faktor som avhenger av relativ fuktighet og effektiv tverrsnittstykkelse
$\alpha_{1,2,3}$	faktorer som tar hensyn til betongfasthetens betydning

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} = \frac{2 \cdot 1.170 \cdot 10^6}{3900 + 300} = 557 \text{ mm} \quad (\text{B.25})$$

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{53} \right]^{0.7} = 0.748 \quad (\text{B.26})$$

$$\alpha_2 = \left[\frac{35}{53} \right]^{0.2} = 0.920 \quad (\text{B.27})$$

$$\alpha_3 = \left[\frac{35}{53} \right]^{0.5} = 0.812, \quad (\text{B.28})$$

der det er antatt at halve tverrsnittet er utsatt for uttørking og betong B45 med $f_{cm} = 53 \text{ N/mm}^2$ [20]. Antar $RH = 50\%$, som gir

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - \frac{50}{100}}{0.1 \sqrt[3]{557}} \cdot 0.748 \right] \cdot 0.920 = 1.338 \quad (\text{B.29})$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16.8}{\sqrt{53}} = 2.31 \quad (\text{B.30})$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0.1 + 28^{0.2}} = 0.49 \quad (\text{B.31})$$

$$\beta_H = 1.5 \left[1 + (0.012 \cdot 50)^{18} \right] \cdot 557 + 250 \cdot 0.812 = 1038 \leq 1500 \cdot 0.812 = 1218 \quad (\text{B.32})$$

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{10000 - 15}{1038 + 10000 - 15} \right]^{0.3} = 0.971 \quad (\text{B.33})$$

$$\varphi_0 = 1.338 \cdot 2.31 \cdot 0.49 = 1.51, \quad (\text{B.34})$$

der t er satt til 10000 dager for å betrakte langtidsvirkningen av kryp.

Kryptallet finnes av ligning B.14

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t, t_0) = 1.51 \cdot 0.971 = 1.47 . \quad (\text{B.35})$$

Langtids elastisitetsmodul finnes etter EC2 7.4.3(5) som

$$E_{cL1} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(t, t_0)} = \frac{36000}{1 + 1.47} = 14575 \text{ N/mm}^2 . \quad (\text{B.36})$$

Nyttelast påføres etter $t_0 = 200$ døgn. Ny langtids elastisitetsmodul beregnes på tilsvarende måte som for $t_0 = 28$ døgn. Effektiv tverrsnittstykkelse h_0 beregnes med u tilsvarende hele omkretsen av tverrsnittet.

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} = \frac{2 \cdot 1.170 \cdot 10^6}{2 \cdot (3900 + 300)} = 279 \text{ mm} . \quad (\text{B.37})$$

Faktorene $\alpha_{1,2,3}$, $\beta(fcm)$ er uforandret.

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - \frac{50}{100}}{0.1 \sqrt[3]{279}} \cdot 0.748 \right] \cdot 0.920 = 1.446 \quad (\text{B.38})$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0.1 + 200^{0.2}} = 0.33 \quad (\text{B.39})$$

$$\beta_H = 1.5 \left[1 + (0.012 \cdot 50)^{18} \right] \cdot 279 + 250 \cdot 0.812 = 622 \leq 1500 \cdot 0.812 = 1218 \quad (\text{B.40})$$

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{10000 - 28}{622 + 10000 - 28} \right]^{0.3} = 0.982 \quad (\text{B.41})$$

$$\varphi_0 = 1.446 \cdot 2.31 \cdot 0.33 = 1.10 . \quad (\text{B.42})$$

Kryptallet finnes av ligning B.14.

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t, t_0) = 1.10 \cdot 0.982 = 1.08 . \quad (\text{B.43})$$

Langtids elastisitetsmodul finnes etter EC2 7.4.3(5) som

$$E_{cL2} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(t, t_0)} = \frac{36000}{1 + 1.08} = 17308 \text{ N/mm}^2 . \quad (\text{B.44})$$

Midlere elastisitetsmodul E_{middel} , som inkluderer både kort- og langtidslaster, kan finnes av uttrykket [22]

$$\frac{1}{E_{middel}} = \frac{1}{\sum |M|} \left(\frac{|M_F|}{E_{cL1}} + \frac{|M_G|}{E_{cL1}} + \frac{|0.6 \cdot M_p|}{E_{cL2}} + \frac{|0.4 \cdot M_p|}{E_{cm}} \right) , \quad (\text{B.45})$$

der M_F , M_g , M_p er moment på grunn av henholdsvis forspenning, egenlast og nyttelast. I ligningen over er 60 % av nyttelasten betraktet som langtidslast (permanent last) og derfor relatert til langtids elastisitetsmodul E_{cl2} [19]. Den resterende nyttelasten betraktes som korttidslast og relateres dermed til 28-døgns elastisitesmodul E_{cm} . Moment fra forspenning beregnes med utgangspunkt i det forenklete tverrsnittet og ved å betrakte bjelken som en utkrager, tallverdier hentes fra kapittel 3.2.1.

$$M_{AA,F} = -P_{m0} \cdot \left(d - \frac{h}{2} - z_t\right) = 7533 \cdot \left(3800 - \frac{3900}{2} - 39\right) = -13642 \text{ kNm} \quad (\text{B.46})$$

$$M_{AA,g} = 12222 \text{ kNm} \quad (\text{B.47})$$

$$M_{AA,p} = 6356 \text{ kNm} \quad (\text{B.48})$$

$$\sum |M| = 13642 + 12222 + 6356 = 32220 \text{ kNm}, \quad (\text{B.49})$$

der $M_{AA,g}$ og $M_{AA,p}$ er hentet fra henholdsvis ligning 3.33 og 3.37.

Midlere elastisitetsmodul E_{middel} finnes ved bruk av ligning B.45 som

$$E_{middel} = 15599 \text{ N/mm}^2. \quad (\text{B.50})$$

Transformert tverrsnitt beregnes etter metode i kapittel 3.3.3.

$$\eta = \frac{E_s}{E_{middel}} = \frac{195000}{15599} = 12.5 \quad (\text{B.51})$$

$$A_t = A_c + (\eta - 1)A_p = 300 \cdot 3900 + (12.5 - 1) \cdot 5400 = 1.232 \cdot 10^6 \text{ mm}^2 \quad (\text{B.52})$$

$$z_t = \frac{(\eta - 1)A_s(d - \frac{h}{2})}{A_t} = \frac{(12.5 - 1) \cdot 5400 \cdot (3800 - \frac{3900}{2})}{1.232 \cdot 10^6} = 93 \text{ mm} \quad (\text{B.53})$$

$$\begin{aligned} I_t &= I_c + A_c z_t^2 + (\eta - 1)A_p \left(d - \frac{h}{2} - z_t\right)^2 \\ &= \frac{300 \cdot 3900^3}{12} + 300 \cdot 3900 \cdot 93^2 + (12.5 - 1) \cdot 5400 \cdot \left(3800 - \frac{3900}{2} - 93\right)^2 \\ &= 1.493 \cdot 10^{12} \text{ mm}^4. \end{aligned} \quad (\text{B.54})$$

Motstandsmoment i henholdsvis overkant og i høyde med spennarmeringen finnes

$$W_{ok} = \frac{I_t}{\frac{h}{2} - z_t} = \frac{1.493 \cdot 10^{12}}{\frac{3900}{2} - 93} = 8.04 \cdot 10^8 \text{ mm}^3 \quad (\text{B.55})$$

$$W_p = \frac{I_t}{d - \frac{h}{2} - z_t} = \frac{1.493 \cdot 10^{12}}{3800 - \frac{3900}{2} - 93} = 8.50 \cdot 10^8 \text{ mm}^3. \quad (\text{B.56})$$

Aksialkraft og moment i snitt A-A beregnes som

$$N = -P_{m0} = -7533 \text{ kN} \quad (\text{B.57})$$

$$M = -M_{AA,F} + M_{AA,g} + M_{AA,p} = -13642 + 12222 + 6356 = 4936 \text{ kNm.} \quad (\text{B.58})$$

$$(\text{B.59})$$

Spenning etter lang tid i overkant betong og i høyde med spennarmering beregnes som

$$\begin{aligned} \sigma_{okL} &= \frac{N}{A_t} + \frac{M}{W_{ok}} = \frac{-7533 \cdot 10^3}{1.233 \cdot 10^6} + \frac{4936 \cdot 10^6}{8.04 \cdot 10^8} \\ &= -6.09 + 6.14 = 0.05 \text{ N/mm}^2 \end{aligned} \quad (\text{B.60})$$

$$\begin{aligned} \sigma_{cpL} &= \frac{N}{A_t} + \frac{M}{W_p} = \frac{-7533 \cdot 10^3}{1.232 \cdot 10^6} + \frac{4935 \cdot 10^6}{8.50 \cdot 10^8} \\ &= -6.09 + 5.81 = -0.29 \text{ N/mm}^2. \end{aligned} \quad (\text{B.61})$$

Tøyning i betong og tøyningssendring i spennarmering

$$\epsilon_{cpL} = \Delta\epsilon_{pL} = \frac{\sigma_{cp}}{E_{middel}} = \frac{-0.29}{15599} = -0.02\text{‰}. \quad (\text{B.62})$$

Spenningsendring i spennarmering

$$\sigma_{pL} = \epsilon_{pL} E_p = -0.02 \cdot 10^{-3} \cdot 1.95 \cdot 10^5 = -3.9 \text{ N/mm}^2. \quad (\text{B.63})$$

B.2.2 Svinn

Svinn er uavhengig av last. Etter EC2 3.1.4(6) beregnes total svinntøyning ϵ_{cs} som [20]

$$\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca}, \quad (\text{B.64})$$

der ϵ_{cd} er svinntøyning ved uttørking og ϵ_{ca} er den autogene svinntøyningen. Uttørkingssvinnet utvikler seg langsomt ettersom det er en funksjon av fukttransport gjennom den herdede betongen. Den autogene svinntøyningen utvikler seg med betongens fasthetsutvikling, størstedelen utvikler seg derfor på et tidlig stadium [20]. For sementklasse R regnes nominell verdi for svinntøyning ved uttørking $\epsilon_{cd,0}$ etter EC2 tillegg B [20].

$$\epsilon_{cd,0} = 0.85 \left[(220 + 110\alpha_{ds1}) \cdot e^{-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cmo}}} \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH}, \quad (\text{B.65})$$

der

$$\beta_{RH} = 1.55 \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right] = 1.55 \left[1 - \left(\frac{50}{100} \right)^3 \right] = 1.356 \quad (\text{B.66})$$

$$\alpha_{ds1} = 6 \quad \text{for sementklasse R} \quad (\text{B.67})$$

$$\alpha_{ds2} = 0.11 \quad \text{for sementklasse R.} \quad (\text{B.68})$$

Med verdiene over beregnes nominell svinntøyning til

$$\epsilon_{cd,0} = 0.85 \left[(220 + 110 \cdot 6) \cdot e^{-0.11 \cdot \frac{53}{10}} \right] \cdot 10^{-6} \cdot 1.356 = 0.566 \cdot 10^{-3}. \quad (\text{B.69})$$

Utvikling av svinntøyning ved uttørking over tid følger av

$$\epsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \epsilon_{cd,0}, \quad (\text{B.70})$$

der

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{t - t_s}{(t - t_s) + 0.04\sqrt{h_0^3}} = \frac{10000 - 28}{(10000 - 28) + 0.04\sqrt{279^3}} = 0.982 \quad (\text{B.71})$$

$$k_h = 0.75, \quad (\text{B.72})$$

beregnet med effektiv tverrsnittstykkelse h_0 fra ligning B.37, betongens alder på betraktet tidspunkt $t = 10000$ døgn og betongens alder ved begynnelse av uttørkingssvinn $t = 28$ døgn. Med verdiene over beregnes $\epsilon_{cd}(t)$ som

$$\epsilon_{cd}(t) = 0.982 \cdot 0.75 \cdot 0.566 \cdot 10^{-3} = 0.41 \cdot 10^{-3}. \quad (\text{B.73})$$

Autogent svinn beregnes av

$$\epsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \epsilon_{ca}(\infty), \quad (\text{B.74})$$

der

$$\epsilon_{ca}(\infty) = 2.5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} = 2.5 \cdot (45 - 10) \cdot 10^{-6} = 0.087 \cdot 10^{-3} \quad (\text{B.75})$$

$$\beta_{as} = 1 - e^{-0.2\sqrt{t}} = 1 - e^{-0.2\sqrt{10000}} \approx 1.0 \quad (\text{B.76})$$

Slik at $\epsilon_{ca}(10000)$ finnes som

$$\epsilon_{ca}(10000) = 1 \cdot 0.087 \cdot 10^{-3} = 0.087 \cdot 10^{-3}. \quad (\text{B.77})$$

Total svinntøyning finnes ved å addere bidragene fra svinn fra uttørking og autogent svinn

$$\epsilon_{cs} = 0.41 \cdot 10^{-3} + 0.087 \cdot 10^{-3} \approx 0.50 \cdot 10^{-3}. \quad (\text{B.78})$$

På grunn av heft mellom betong og armering vil ikke betongen svinne fritt. Fiktiv kraft N_s i armeringen som gir samme tøyning som svinntøyning ϵ_{cs} finnes som [22]

$$N_s = |\epsilon_{cs}| \cdot E_p \cdot A_p = 0.50 \cdot 10^{-3} \cdot 1.95 \cdot 10^5 \cdot 5400 = 525.5 \text{ kN}. \quad (\text{B.79})$$

Et statisk ekvivalent system finnes ved å flytte kraften N_s til tyngdepunktaksen for det sammensatte tverrsnittet samt legge til momentet M_s som N_s gir om tyngdepunktaksen.

$$M_s = N_s \cdot (d - \frac{h}{2} - y_t) = 526.5 \cdot (3800 - \frac{3900}{2} - 100) = 984.4 \text{ kNm}. \quad (\text{B.80})$$

Endring i spenning i overkant og i høyde med spennarmeringen som følge av N_s , M_s

$$\Delta\sigma_{ok,svinn} = \frac{N_s}{A_t} + \frac{M_s}{W_{ok}} = \frac{526.5 \cdot 10^3}{1.232 \cdot 10^6} + \frac{984.4 \cdot 10^6}{8.04 \cdot 10^8} = 0.427 + 1.22 = 1.65 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{B.81})$$

$$\Delta\sigma_{cp,svinn} = \frac{N_s}{A_t} + \frac{M_s}{W_p} = \frac{526.5 \cdot 10^3}{1.232 \cdot 10^6} + \frac{984.4 \cdot 10^6}{8.50 \cdot 10^8} = 0.427 + 1.16 = 1.58 \text{ N/mm}^2. \quad (\text{B.82})$$

Tilhørende tøyning i betong og tøyningendring i spennarmering finne som

$$\Delta\epsilon_{cp,svinn} = \Delta\epsilon_{p,svinn} = \frac{\Delta\sigma_{cp,svinn}}{E_{middel}} - \epsilon_{cs} = \frac{1.58}{15599} - 0.50 \cdot 10^{-3} = -0.40\%. \quad (\text{B.83})$$

Spenningsendring i spennarmering

$$\Delta\sigma_{cp,svinn} = \Delta\epsilon_{cp,svinn} E_p = -0.40 \cdot 10^{-3} \cdot 1.95 \cdot 10^5 = -78.0 \text{ N/mm}^2. \quad (\text{B.84})$$

B.2.3 Relaksasjon

Spennstål som utsettes for en konstant tøyning over lengre tid vil få et spenningsfall som følge av relaksasjon. Spennstålet som brukes oppgis å ha relaksasjonstap i prosent 1000 timer etter oppspenning, $\rho_{1000} = 2\%$ noe som regnes som lav relaksasjon (klasse 2) etter EC2 3.3.2(4) [9].

Etter EC2 3.3.2(7) kan relaksasjon i klasse 2 beregnes som

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 0.66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9.1\mu} \cdot \left(\frac{t}{1000}\right)^{0.75(1-\mu)} \cdot 10^{-5}, \quad (\text{B.85})$$

der

$$\sigma_{pi} = \sigma_{pm0} = \min\{0.75f_{pk}; 0.85f_{p0.1k}\} = \min\{1395; 1419\} = 1395 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{B.86})$$

$$\mu = \frac{\sigma_{pi}}{f_{pk}} = \frac{1395}{1860} = 0.75. \quad (\text{B.87})$$

Med $t = 500000$ timer finnes relaksasjonstapet $\Delta\sigma_{pr}$ som

$$\Delta\sigma_{pr} = 0.66 \cdot 2 \cdot e^{9.1 \cdot 0.75} \cdot \left(\frac{500000}{1000}\right)^{0.75 \cdot (1-0.75)} \cdot 10^{-5} \cdot 1395 = 54.4 \text{ N/mm}^2. \quad (\text{B.88})$$

Etter EC2 5.10.6(1) kan spenningsfallet reduseres med en faktor 0.8

$$\Delta\sigma_{pr} = 0.8 \cdot 54.5 = 43.5 \text{ N/mm}^2. \quad (\text{B.89})$$

Endring i betongspenning i overkant og i høyde med spennarmering

$$\Delta\sigma_{ok} = \frac{\Delta\sigma_{pr} \cdot A_p}{A_t} + \frac{\Delta\sigma_{pr} \cdot \left(d - \frac{h}{2} - z_t\right)}{W_{ok}} \quad (\text{B.90})$$

$$= \frac{54.4 \cdot 5400}{1.232 \cdot 10^6} + \frac{54.4 \cdot \left(3800 - \frac{3900}{2} - 93\right)}{8.04 \cdot 10^8} = 0.234 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{B.91})$$

$$\Delta\sigma_{crp} = \frac{\Delta\sigma_{pr} \cdot A_p}{A_t} + \frac{\Delta\sigma_{pr} \cdot \left(d - \frac{h}{2} - z_t\right)}{W_p} \quad (\text{B.92})$$

$$= \frac{54.4 \cdot 5400}{1.232 \cdot 10^6} + \frac{54.4 \cdot \left(3800 - \frac{3900}{2} - 93\right)}{8.50 \cdot 10^8} = 0.239 \text{ N/mm}^2. \quad (\text{B.93})$$

Tilhørende tøyning i betong og tøyningendring i spennarmering

$$\Delta\epsilon_{cr} = \frac{\Delta\sigma_{cr}}{E_{cm}} = \frac{0.239}{15599} = 0.015\text{‰}. \quad (\text{B.94})$$

Spenningsendring i spennarmering

$$\Delta\sigma_{p,rel} = \Delta\epsilon_{cr} \cdot E_s = 0.015 \cdot 10^{-3} \cdot 1.95 \cdot 10^5 = 2.93 \text{ N/mm}^2. \quad (\text{B.95})$$

B.3 Skjærstrekkkapasitet bjelke

Skjærstrekkkapasitet $V_{Rd,c}$ for konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmering beregnes etter empirisk formel i EC2 6.2.2(1)

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} k (100 \rho_L f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \right] \cdot b_w d \quad , \quad (\text{B.96})$$

$$C_{Rd,c} = \frac{0.18}{\gamma_c} \quad (\text{B.97})$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \quad (\text{B.98})$$

$$\rho_L = \frac{A_p}{bd} \quad (\text{B.99})$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} \quad (\text{B.100})$$

Beregner skjærstrekkkapasitet for snitt A-A med geometri som vist i figur 3.4.

$$C_{Rd,c} = \frac{0.18}{\gamma_c} = \frac{0.18}{1.5} = 0.12 \quad (\text{B.101})$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{3800}} = 1.229 \quad (\text{B.102})$$

$$\rho_L = \frac{A_p}{bd} = \frac{5400}{300 \cdot 3800} = 0.0047 \quad (\text{B.103})$$

Etter EC2 NA.6.2(1) finnes $k_1 = 0.15$ for trykk. Videre beregnes aksialkraft N_{Ed} med ugunstigste lastfaktor $\gamma_p = 0.9$

$$N_{Ed} = \gamma_p \cdot P_{m0} = 0.9 \cdot 7533 = 6779 \text{ kN} \quad (\text{B.104})$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} = \frac{6779 \cdot 10^3}{1.170 \cdot 10^6} = 5.79 \geq 0.2 f_{cd} = 0.2 \cdot 25.5 = 5.1 \quad \Rightarrow \quad \sigma_{cp} = 5.1 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{B.105})$$

Skjærstrekkkapasiteten beregnes som

$$V_{Rd,c} = \left[0.12 \cdot 1.229 (100 \cdot 0.0047 \cdot 45)^{1/3} + 0.15 \cdot 5.1 \right] \cdot 300 \cdot 3800 = 1337 \text{ kN} \quad (\text{B.106})$$

Opptredende skjærkraft i innspenningen er beregnet i ligning 3.67 som $V_{Ed} = 2294$ kN, og redusert skjærkraft i avstand d fra innspenning finnes ved geometrisk betraktning som

$$V_{Ed,red} = V_{Ed} \left(1 - \frac{3.8}{21.5}\right) = 1889 \text{ kN} > V_{Rd,c}. \quad (\text{B.107})$$

Det er beregningsmessig behov for skjærarmering.

B.4 Skjærstrekk- og skjærtrykkkapasitet i plate

I dette vedlegget blir skjærstrekkkapasiteten for tuppen av platen kontrollert. Skjærstrekkkapasiteten $V_{Rd,c}$ beregnes med samme ligning som for bjelken, det vil si ligning 3.97 som er hentet fra (EC2 6.2.2(1)). Bidraget for forspenning sløyfes.

$$C_{Rd,c} = \frac{0.18}{\gamma_c} = \frac{0.18}{1.5} = 0.12 \quad (\text{B.108})$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{250}} = 1.89 \quad (\text{B.109})$$

$$\rho_L = \frac{A_{sl}}{bd} = \frac{A_{sy}}{bd} = \frac{1827}{1000 \cdot 250} = 0.0073 \quad (\text{B.110})$$

$$(\text{B.111})$$

$$V_{Rd,c} = \left[0.12 \cdot 1.89 (100 \cdot 0.0073 \cdot 45)^{1/3} \right] \cdot 1000 \cdot 250 = 181 \text{ kN}. \quad (\text{B.112})$$

Opptredende skjærkraft finnes som

$$V_{Ed} = \frac{q_{Ed}L}{2} = \frac{18.3 \cdot 11}{2} = 101 \text{ kN} < V_{Rd,c}. \quad (\text{B.113})$$

Kapasiteten er OK med hensyn til skjærstrekkkapasitet. Strengt tatt skal skjærstrekkkapasiteten $V_{Rd,c}$ sammenlignes med den reduserte skjærkraften $V_{Ed,red}$, men da $V_{Rd,c} > V_{Ed}$ er kapasiteten uansett OK.

Etter ligning 6.6N i EC2 finnes fasthetsreduksjonsfaktoren ν som

$$\nu = 0.6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] = 0.6 \left[1 - \frac{45}{250} \right] = 0.492, \quad (\text{B.114})$$

som brukes for å beregne skjærtrykkkapasiteten for konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmering etter EC2 6.2.2(6)

$$V_{Ed} \leq 0.5b_w d \nu f_{cd} = 0.5 \cdot 1000 \cdot 250 \cdot 0.492 \cdot 25.5 = 1568 \text{ kN}. \quad (\text{B.115})$$

Betingelsen for skjærtrykkkapasitet er oppfylt.

Det er beregningsmessig ikke behov for skjærarmering for den betraktede breddemeteren av platen. Fordi kritisk del av platen er betraktet, konkluderes det med at det ikke er nødvendig med skjærarmering for hele platen.

B.5 Grenseverdi av rissvidden w_{max}

Vedlegget tar for seg beregning av grenseverdi av rissvidden w_{max} . Etter EC2 tabell NA.7.1.N finnes grenseverdi av rissvidden for forspente konstruksjoner i eksponeringsklasse XC1, XC2, XC3, XC4 som

$$w_{max} = 0.20k_c, \quad (\text{B.116})$$

der faktoren k_c tar hensyn til virkningen av større overdekningen enn kravet til $c_{min,dur}$, og etter EC2 NA.7.3.1 bestemmes av uttrykket

$$k_c = \frac{c_{nom}}{c_{min,dur}} \leq 1.3. \quad (\text{B.117})$$

Etter EC2 tabell NA.4.4N finnes $c_{min,dur}$ for 50 år brukstid og eksponeringsklasse XC2, XC3, XC4 som

$$c_{min,dur} = 25 \text{ mm}. \quad (\text{B.118})$$

EC2 4.4.1.1 gir nominell overdekning c_{nom} som

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev}, \quad (\text{B.119})$$

der $\Delta c_{dev} = 10$ mm etter EC2 NA.4.4.1.3(1)P. Etter EC2 4.4.1.2(2)P kan c_{min} beregnes som

$$c_{min} = \max \{c_{min,b}; c_{min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add}; 10 \text{ mm}\}. \quad (\text{B.120})$$

Etter EC2 tabell 4.2 settes $c_{min,b}$ som stangdiameter i lengeretning. Velger å bruke stangdiameter for minimum lengdearmoring slik at $c_{min,b} = 16$ mm, se figur 3.8. Videre settes $\Delta c_{dur,\gamma} = 0$ etter EC2 NA.4.4.1.2(6) og $\Delta c_{dur,st} = \Delta c_{dur,add} = 0$ ettersom det henholdsvis verken er benyttet rustfritt stål eller tilleggsbeskyttelse. Innsatt i ligning for c_{min} finnes

$$c_{min} = \max \{16; 25; 10 \text{ mm}\} = 25 \text{ mm}. \quad (\text{B.121})$$

Videre finnes krav til nominell overdekning c_{nom} og faktor k_c som

$$c_{nom} = 25 + 10 = 35 \text{ mm} \quad (\text{B.122})$$

$$k_c = \frac{35}{25} = 1.4 > 1.3 \Rightarrow k_c = 1.3. \quad (\text{B.123})$$

Grenseverdien av rissvidden w_{max} beregnes som

$$w_{max} = 0.20 \cdot 1.3 = 26 \text{ mm.} \quad (\text{B.124})$$

I beregningen av w_{max} er det sett bort fra punkt 3) i EC2 tabell NA.7.1N som omhandler justering med hensyn til tøyning i armering og spennarmering.