Masteroppgave

Mastergrad i matematikkdidaktikk

Kari Bale

# MATEMATIKKSAMTALEN

## Å lære brøk gjennom samtalar

Trondheim, mai 2014

Høgskolen i Sør-Trøndelag

Avdeling for lærer- og tolkeutdanning

## Forord

«Eit lite steg for menneska, men eit stort steg for meg». Dei siste to åra har vore som eit eventyr, sjølv om det har vore arbeidsamt, har det vore interessant og spennande å gå nye vegar. Studiet i matematikkdidaktikk har gitt meg inspirasjon og kunnskap i eit spennande fag. No ser eg fram til mange nye år som matematikklærar i ungdomsskulen.

Eg vil derfor takke alle som har støtta meg på vegen. Først og fremst dei ti elevane som sa ja, til å prøve ut matematikksamtalen. Utan dykk hadde dette ikkje blitt noko av. Ei spesiell takk til Dagny som teikna framsidebildet. Dei nærmaste kollegaane mine har vore til utruleg støtte, både fordi de stilte opp då eg var borte på studie, men også for oppmuntrande ord. Fantastisk at de har tru på meg. Det varmar! Eg vil spesielt takke Marita som har bidrege med nyttige tips, og som diskusjonspartnar.

Takk også til Hans Kristian Nilsen som har vore vegleiar for masteroppgåva. Eg har sett pris på nyttige innspel, og diskusjonane vi har hatt undervegs.

Til slutt vil eg takke familien min. Barna mine Sigri , Emil og Ingebjørg for at de hadde tru på at eg skulle klare å gjennomføre ein mastergrad. Takk til Sigri og Emil som stilte med husrom i Trondheim. Mannen min Per, er likevel den som har støtta meg tettast gjennom heile prosessen, då eg ikkje fekk innvilga permisjon, i gjennomføringa av studiet og medan eg har skrive masteroppgåva. Takk for støtte, og alltid like kreative innspel.

Nordfjordeid 17. mai 2014

Kari Bale

**1 Innleiing** .......... **7**
1.1 Bakgrunn for oppgåva .......... 7
1.2 Presentasjon av masteroppgåve og forskingsspørsmål .......... 8
1.3 Oppgåva si oppbygging .......... 11
**2 Teori** .......... **13**
2.1 Sosiokulturelt perspektiv på læring .......... 13
2.2 Kommunikasjon i klasserom .......... 17
2.3 Matematikksamtalen .......... 19
2.4 Brøk .......... 20
2.5 Teikn og representasjonar .......... 23
2.6 Matematikkoppgåver .......... 25
2.7 Tidlegare forsking og utvikling av analysemetode .......... 26
**3 Metode** .......... **33**
3.1 Design .......... 33
3.2 Forskarrolla .......... 36
3.3 Kontekst .......... 37
3.4 Empiri .......... 40
3.4.1 Observasjon .......... 40
3.4.2 Intervju .......... 41
3.4.3 Pre-/posttest .......... 42
3.5 Strategiar for dataanalyse .......... 42
3.6 Truverde til forskinga .......... 46
3.6.1 Validitet .......... 47
3.6.2 Reliabilitet .......... 49
3.6.3 Etikk .......... 50
**4 Analyse** .......... **53**
4.1 Pilotforsøk .......... 54
4.2 Matematikksamtalen .......... 56
4.2.1 Samarbeid og tillit mellom elevane .......... 57
4.2.2 Diskusjon og læringspotensialet i gruppene .......... 58
4.2.3 Oppsummering av matematikksamtalen .......... 70
4.3 Oppgåvene og matematikken .......... 71
4.4 Fokuselevane og matematikksamtalen .......... 78
4.4.1 Marte .......... 79
4.4.2 Mats Leo .......... 80
4.4.3 Lars .......... 82

4.4.4 Hanne Mia ..... 84
4.5 Pretest kontra posttest ..... 85
**5 Drøfting ..... 89**
5.1 Matematikksamtalen som læringsarena ..... 89
5.2 Matematikken som oppstod i matematikksamtalen ..... 95
5.3 Matematikksamtalen sin matematiske verdi for fokuselevane ..... 102
**6 Konklusjon ..... 107**
6.1 Matematikksamtalen som læringsarena ..... 107
6.2 Matematikksamtalen og matematiske strategiar ..... 108
6.3 Ein reiskap til å appropriere ulike aspekt ved brøkomgrepet ..... 109
6.4 Vegen vidare ..... 111
**7 Referansar ..... 113**
**8 Vedlegg ..... 115**

# Innleiing

I dette masterprosjektet vil eg undersøke korleis elevar lærer matematikk når dei brukar språket som samhandlingsform medan dei løyser oppgåver frå kvardagen. Undervisningsmetoden har eg kalla matematikksamtalen, og undersøkinga er gjennomført med elevar på tiande trinn ved ein ungdomsskule på Vestlandet. Eg ønskjer med denne oppgåva å vurdere korleis matematikksamtalen kan påverke elevane si læring av brøk. I dette kapittelet vil eg første seie litt om bakgrunnen for oppgåva, deretter presenterer eg forskingsspørsmålet, og eg avsluttar med korleis oppgåva er bygd opp.

## 1.1 Bakgrunn for oppgåva

Då eg for nokre år sidan starta som lærar i ungdomsskulen, tenkte eg at med variert arbeidserfaring og årseining i matematikk i bagasjen, skulle matematikkundervisning mi i stor grad knytast til praktiske oppgåver. I starten hadde eg nokre spe forsøk, men etter kvart så har undervisninga vorte meir og meir tradisjonell, lærebokstyrt klasseromsundervisning.

Forsking viser at det ikkje berre er eg som har kjent på at matematikkundervisninga er lite variert. Fleire forskingsrapportar peikar på at matematikkundervisninga i Norge i stor grad er prega av teorigjennomgang, og individuelt arbeid med oppgåver. Undervisninga er styrt av læreboka og instruksjonar frå læraren, og vert av mange elevar oppfatta som monoton og kjedeleg (Grønmo, Onstad, & Pedersen, 2010; Udir.no, 2013).

Stortingsmelding nr. 22 (2011) vurderer sterke og svake sider ved ungdomstrinnet. For å motivere elevane til auka innsats vert det framheva at opplæringa må vere praktisk, variert, relevant og utfordrande. I meldinga heiter det mellom anna «Departementet vil derfor følge opp forslagene om å styrke opplæringen i matematikk gjennom mer vekt på utforskende og praktiske arbeidsmåter som viser fagets nytteverdi og relevans». Dette er i samsvar med den reviderte læreplanen i matematikk der eigenskapar som å vurdere og diskutere er sentrale, gjeldande frå 01.08.13 (Udir.no, 2013).

Fråfall i vidaregåande skule blir også grunngjeve med einsidig teoretisk opplæring, både på ungdomsskulen og i vidaregåande skule. Særleg er matematikkfaget vanskeleg for mange elever. Dette er ein av grunnane til at det i det siste er utvikla fleire tiltak, der elevane blant anna skal erfare matematikk som eit meir praktisk fag (Rangnes, 2012).

Dei åra eg har undervist i matematikk, har eg tenkt at det må finnast andre meir interessante og læringsrike undervisningsformer. Målet med å fordjupe meg i matematikkdidaktikk har vore å bli ein betre matematikklærar både for å kunne gjere timane interessante og lærerike, men også for at elevane skal få interesse av faget, og ønskje om å bruke kunnskapen i vidare studiar og framtidig yrke.

I høvet mastergraden gjennomførte eg våren 2013 eit praksisoppdrag, der det kom fram at over halvparten av elevane i klassen, ikkje likte eller berre delvis likte matematikk, og at årsaka til dette delvis låg i sjølve matematikkundervisinga. Elevane hevda mellom anna at i matematikk kan ein ikkje diskutere, ein skal kome fram til rette svar.

Gjennom litteraturen  og forskinga eg har blitt kjent med gjennom studiet, har det gått opp for meg at det finst alternativ. Spesielt etter å ha møtt omgrepa instrumentell og relasjonell matematikk (Boaler og Greeno, 2000; Skemp, 1976). Boaler og Greeno (2000) fann i si forsking haldepunkt for at elevar som lærer matematikk instrumentelt, vil kunne få problem med å løyse oppgåver som er sett inn i ein ukjent kontekst. I tillegg hevda dei at bruk av undervisningsmetodar bygt på relasjonell forståing av matematikk, vil kunne få fleire elevar til å studere matematikk.

Det er eit langt steg frå elevane som hevda at det ikkje går an å diskutere i matematikkfaget, til å innføre diskusjon - eller som eg ønskjer å kalle det: Matematikksamtalen, som ei undervisingsform i matematikktimane. Med bakgrunn i eit sosiokulturelt læringssyn der munnleg aktivitet og samarbeid er viktige ingrediensar, og eit forsøk på å gjere undervisinga mindre instrumentell,  ønskjer eg å prøve ut matematikksamtalen i dette masterprosjektet.

## 1.2 Presentasjon av masteroppgåve og forskingsspørsmål

Når eg går frå lærebokinspirert og lærarstyrt undervisning til elevdiskusjonar i grupper, er det ikkje berre undervisingforma som vert endra, men også læringssynet. Frå eit konstruktivistisk læringssyn, som hevdar kunnskapen blir konstruert i kvar elev gjennom individuelt arbeid, til trua på at kunnskapen oppstår i samspel mellom elevane og oppgåvene dei arbeider med (Säljö, 2010). I sitatet nedanfor understrekar Dysthe (2001) skilnaden slik:

> «Læring har med relasjonar mellom menneske å gjere, <u>læring skjer gjennom deltaking og gjennom samspel mellom deltakarane, språk og kommunikasjon er sentralt i læreprosessane</u>, balansen mellom det individuelle og det sosiale er eit kritisk aspekt av eitkvart læringsmiljø, læring er langt meir enn det som skjer i elevens hovud, det har med omgivnaden i vid forstand å gjere» (Dysthe, 2001, s.33).

Dersom sitatet stemmer, kvifor blir diskusjonar og munnlege samarbeidsformer i liten grad nytta i matematikkundervisninga? Korleis vil den matematiske læringa til elevane bli påverka om dei får høve til å diskutere? Dette ønskjer eg å finne meir ut om i masterprosjektet. I følgje Dysthe (2001): «skjer læring gjennom deltaking og gjennom samspel mellom deltakarane, språk og kommunikasjon er sentralt i læreprosessane» (s.33). Dersom dette er tilfellet i andre samanhengar, bør det også vere mogeleg å skape ein arena for deltaking og samspel i matematikk. Eg vil prøve ut ei undervisingsmetode som eg kallar matematikksamtalen, der elevar diskuterer matematikkoppgåver utan påverknad frå lærar (2.3).

Brøk er eit emne elevane på tiande trinn skal repetere, og som eg samtidig veit mange elevar strevar med. Det er fleire årsaker til at elevar opplever brøk som eit vanskeleg matematisk emne, mellom anna fordi brøk har fleire uttrykk som forhold mellom to tal, divisjon og talstorleik (Bjerke, Eriksen, Rodal, & Ånestad, 2013; Fosnot & Dolk, 2002). I dette masterprosjektet vil eg spesielt fokusere på læring av brøk (2.4).

Sidan eg er lærar i matematikk i ungdomsskulen, og ønskjer å endre mi eiga undervisning, finn eg det naturleg å tenke aksjonsforsking som forskingsdesign (3.1). I dette bildet er eg merksam på at det er viktig å skilje mellom dei to rollene; lærar og forskar. Nærmare argumentasjon for val av forskingsdesign, kjem eg tilbake til i kapittel 3, Metode.

Dersom «språk og kommunikasjon er sentralt i læreprosessane» slik mellom anna Dysthe (2001) hevdar, korleis kan ein vite at elevane lærer? Å lære er eit stort og omfattande omgrep, og er som nemnt innleiingsvis påverka av læringssynet. Innan for sosiokulturelt læringssyn er det igjen fleire graderingar for eksempel meistre, lære, internalisere og appropriere. Når eg skal «fange» læringa som skjer i konteksten elevar og oppgåveløysing, treng eg eit omgrep som kan seie noko om dette forholdet. Eg har kome fram til at eg vil nytte omgrepet appropriere som uttrykker at elevane har gjort omgrep som har oppstått i matematikksamtalen, til sine eigne (Säljö, 2010). Dette vil eg diskutere nærmare i kapittel 2, Teori.

På bakgrunn av diskusjonen over, har eg kome fram til følgjande forskingsspørsmål:

- Korleis kan matematikksamtalen vere ein reiskap for elevar til å appropriere ulike aspekt ved brøkomgrepet?

Matematikksamtalen har eg definert som ein læringsarena der elevar i grupper utan hjelp frå lærar, løyser brøkoppgåver som tek utgangspunkt i elevane sin kvardag (2.3). Ulike aspekt ved brøkomgrepet peikar på ulike sider ved brøk som til dømes fellesnemnar, brøk og dei fire rekneartane, forholdet mellom brøk, prosent og desimatal og brøk som forhold mellom del og det heile (2.4).

Reiskap er eit omgrep i sosiokulturell læringsteori (2.1) som blir nytta både om fysiske og intellektuelle hjelpemiddel menneska har tilgang til, og som vi brukar for å forstå verda og handle i ho (Säljö, 2010). Dersom matematikksamtalen skal vere ein reiskap for elevane, må det oppstå kunnskap i matematikksamtalen som fører til at dei forstår aspekt ved brøkomgrepet, og som dei nyttar  i oppgåveløysinga.

For å kunne svare på forskingsspørsmålet, må eg skaffe meg tilgang til elevsamtalane. Dette vil eg gjere gjennom lydopptak. For å påverke elevane i minst mogeleg grad, vil eg ikkje bruke video. Elevsamtalane vil vere hovudkjelda til empirien derfor vil eg gjennomføre ein grundig analyse av diskusjonane deira. For å undersøke forhold som er vesentleg for læring i grupper, har eg organisert analysen med utgangspunkt i kategoriar Cobb (1995) nytta i si forsking på elevpar i arbeid. Analyseverktøyet som eg vil bruke, har eg utvikla sjølv basert på Kieran (2001) si analyse av elevsamtalar. Eg har også henta idear frå Stacey og Gooding (1998) si forsking, til å analysere ytringane til elevane (2.7).

I matematikksamtalen er matematikkoppgåvene sentrale (2.6). Dei skal både bidra til å få i gang diskusjonen, og vere kjelda til at det oppstår ulike aspekt ved brøk. I tillegg skal oppgåvene vere mogelege å løyse ved å resonnere matematisk utan hjelp av ein fast algoritme. For å analysere læraren sin intensjon med oppgåvene, og kva matematikk elevane faktisk arbeidde med, vil eg nytte ein modell basert på Stein, Henningsen & Grover (1996). Andre sider ved oppgåvene som elevane sine løysingsstrategiar, kjem eg tilbake til i drøftingskapittelet.

Eit viktig prinsipp i aksjonsforskinga er at forskaren og dei han forskar på, samarbeider med mål om å betre praksis. Skal elevane kunne bidra til at matematikksamtalen blir ein reiskap i deira matematikk læring, må dei også kunne påverke. For å få fram elevane sine meiningar har eg valt å intervjue fire fokuselevar. Stemmene deira er synlege i analysen gjennom meiningar om samarbeid, og vurdering av nytteverdien av matematikksamtalen (4.2.1 og 4.4).

Skal arbeid i grupper lukkast er gruppesamansetjinga viktig (Cobb,1995; Kieran, 2001; Stacey & Gooding,1998). For å prøve ut både storgruppe og fleire små grupper, ønska eg å gjennomføre eit pilotforsøk (4.1).

## 1.3 Oppgåva si oppbygging

Undersøkinga har eit sosiokulturelt læringsperspektiv i botnen. Der grunntanken er at sosiokulturelle ressursar blir skapt, og ført vidare gjennom kommunikasjon (Säljø, 2010). Relevant litteratur innan sosiokulturelt læringssyn med spesielt fokus på kommunikasjon, vil få ein viktig plass i kapittel 2. Eg vil også trekke fram teori og forsking knytt til brøk, og kva som påverkar matematikkoppgåver frå pensum til eleven si læring. Samtalar i klasserommet, og ein breiare presentasjon av matematikksamtalen, vil også få plass i dette kapittelet. Eg avsluttar kapittelet med å presentere forsking som har gitt meg idear til analyseverktøyet, og som set forskinga mi i perspektiv.

Metodekapittelet startar med ei drøfting av aksjonsforsking som forskingsdesign. Kjenneteikn ved dette designet er at det føregår i tett samspel mellom forskar og deltakarar, og har som mål å betre tidlegare praksis. I aksjonsforsking er fokus retta både mot handlingar og forsking rundt desse handlingane. Andre kjenneteikn på aksjonsforsking, er at arbeidet går i syklusar, og at det er eit tett samarbeid mellom aktørane (Postholm & Moen, 2011; Tiller, 2002). Metodekapittelet vil omhandle innsamling av empiri, ei triangulering av observasjonar gjennom lydopptak, pre- og posttest av elevarbeid knytt til brøkoppgåver og kvalitative intervju med fire fokuselevar. Eg vil avslutt kapittelet med eit kritisk blikk på etiske sider ved forskinga, validitet og reliabilitet.

Eg vil starte analysekapittelet med funn frå pilotforsøket. Til å analysere elevdiskusjonane, vil eg nytte ein analysemetode som byggjer på Cobb si undersøking av elevarbeid i par (1991), og Kieran sin diskursanalyse (2001). Vidare vil eg analysere matematikkoppgåvene, der eg ser på forholdet mellom lærar sin intensjon med oppgåvene kontra den matematikken elevane faktisk diskuterte. Til slutt i kapittelet vurderer eg kva verdi matematikksamtalen hadde for kvar av fokuselevane, der elevane sine stemmer også vil sleppe til.

I drøftingskapittelet (kapittel 5) vil eg trekke fram interessante funn, og drøfte desse i lys av relevant litteratur og tidlegare forsking, presentert i kapittel 2. Kapittelet konklusjon avsluttar oppgåva, der skal eg trekke fram viktige funn og gi svar på forskingsspørsmålet, samt peike på vegen vidare med didaktiske implikasjonar for matematikkundervisninga, og eventuelt vidare forsking.

# 2 Teori

I dette kapittelet vil eg presentere teorien forskinga mi er basert på. Heile masterprosjektet tek utgangspunkt i at språk er viktig for læring. Derfor vil eg starte med å setje lys på sosiokulturell læringsteori som dannar bakteppe for læring der språket står sentralt. Eg vil seie litt om kva som kjenneteiknar kommunikasjon i klasserom, og presentere matematikksamtalen slik eg brukar omgrepet i denne oppgåva. Det matematiske emnet i oppgåva er brøk, eg vil derfor sjå på kva utfordringar brøkrekning kan gi elevar. Eg vil presentere ein modell for vurdering av faktorar som påverkar matematikkoppgåver frå pensum til eleven si læring. Kapittelet avsluttar eg med å greie ut om bakgrunnen for analyseverktøyet.

## 2.1 Sosiokulturelt perspektiv på læring

Ein læringsteori er eit perspektiv for korleis ein ser på læring. Bak ideen om å skifte frå lærarstyrt, lærebokinspirert matematikk til diskusjon av kontekstuelle oppgåver i grupper, ligg implisitt eit endra læringssyn. Frå eit syn der kunnskap blir kopiert eller konstruert i den enkelte elev, til trua på at elevane lærer av samarbeid og diskusjon.

Kjernen i sosiokulturelt læringsperspektiv blir framheva gjennom eit sitat frå Dysthe (2001): «Kunnskap blir konstruert gjennom samhandling og i ein kontekst, og ikkje primært gjennom individuelle prosessar» (s. 42).

Lev Vygotsky vert oppfatta som opphavet til den sosiokulturelle læringsteorien. Tenkinga og arbeidet hans representerer eit brot med det tradisjonelle, individorienterte syn på utvikling og læring som kognitivismen stod for. Vygotsky som levde og arbeidde i Sovjetunionen på begynnelsen av 1900-talet, hevda at sosial samhandling er utgangspunktet for læring og utvikling. Han var oppteken av at dei kulturelle og historiske rammene vi lever innan for, ligg til grunn for danninga vår (Dysthe, 2001).

Når eg ser det sosiokulturelle læringssyn som bakteppe for masterprosjektet mitt, er det tre sentrale omgrep som peikar seg ut: reiskap, kontekst og proksimal utviklingssone. Omgrepet reiskap omfattar både fysiske og intellektuelle reiskap som menneske har tilgang til, og som vi brukar for å forstå omverda og handle i ho. Konteksten og den proksimale utviklingssona knytt til læring, kjem eg tilbake til. Dei fysiske reiskapa som også blir omtalt som artefakter, er hjelpemiddel vi brukar i kvardagen som datamaskin, kalkulator, bakemaskin og støvsugar. Før i tida måtte ein til dømes ha kunnskap om gangetabellen for å multiplisere, og om heving av brøddeig for å bake. I dag er kunnskapen innebygd i ein artefakt som kan utføre arbeidet for oss (Säljö, 2010). Dersom matematikksamtalen skal vere ein reiskap, må elevane oppfatte den som eit hjelpemiddel dei har nytte av for å lære brøk. Det vil seie at det må oppstå kunnskap i matematikksamtalen som fører til at elevane lærer nye aspekt ved brøkomgrepet.

Sjølv om artefaktene er viktige reiskap for oss menneske, vil eg vie mest plass til dei intellektuelle reiskapa, i første rekke språket. Vygotsky utarbeidde teoriar om korleis barn brukar språket for å utvikle handling og intellegens. Eit lite barn snakkar høgt med seg sjølv medan det planlegg, og når det utfører handlingar. På eit tidspunkt går orda frå å vere tale som andre kan høyre, til stille tale som reiskap for tanken. I staden for å seie orda høgt, brukar barnet tanken til å planlegge og utføre handlingar. Seinare i livet vil barnet bruke språket som problemløysingsverktøy. Diskusjon av eigne val føregår i tanken til kvart menneske. Samtidig som språket vert ein reiskap for tanken, vil det fortsette å vere eit verktøy for sosial samhandling. Vygotsky uttrykte dette fenomenet slik: "Instead of appealing to the adult, children appeal to themselves; language thus takes on an intrapersonal function in addition to its interpersonal use" (Vygotsky, 1978, s.24).

Sitatet viser korleis Vygotsky skilde mellom ytre og indre tale. Interpersonal brukte han om språk nytta i sosial samhandling, og intrapersonleg om språk nytta i personleg tankeverksemd. Dette understrekar forholdet mellom tale og tanke. Oversett til matematikk vil det seie at ved å diskutere, må også elevane tenke matematikk.

Språket hjelper oss også til å konstituere omverda for oss. Omgrepet mediere indikerer at menneske ikkje står i direkte, utolka kontakt med omverda, og understrekar at mennesket si tenking og førestillingsverd vert farga av kulturen og dei intellektuelle og fysiske reiskapa som finst rundt oss. Når vi skaper meining og innhald, finn det stad det vi kan kalle ein kulturell kodifisering som er annleis enn ei direkte avbilding. Gjennom å studere korleis eit fenomen, eller ei hending vert forstått eller skildra, korleis den er mediert via språket, kan vi sjå eit mangfald av bilde på omverda (Dysthe,2001; Säljø, 2010).

Dersom ein lærar meiner at elevar medierer verda rundt seg ved hjelp av språket, bør ein etter mitt syn legge til rette for situasjonar der elevar kan delta i diskusjonar i staden for å høyre på ein lærar som går gjennom lærestoffet på tavla. Ein elev som høyrer ein lærar snakke, vil mediere det bilde som han sjølv sit med, og kanskje ikkje det bildet læraren ønskjer å formidle. Dersom eleven sjølv nyttar språket i interaksjon med andre, vil han både kunne påverka andre og bli påverka av andre sine argument.

Om prosessen som går frå sosial samhandling til individuelle medvitsfunksjonar blir det brukt ulike omgrep. Vygotsky nytta omgrepet internalisering, men har blitt kritisert fordi internalisering gir inntrykk av at menneske overfører kunnskap i ein mekanisk overføringsprosess. Säljö med fleire hevdar at omgrepet appropriering, får tydlegare fram at dette er ein prosess der mennesket sjølv er aktiv. Utifrå ein slik ståstad vert fenomena læring og utvikling eit spørsmål om korleis menneske approprierer sosiokulturelle kunnskap, ferdigheiter og erfaringar (Dysthe, 2001; Säljö, 2010).

I mitt forskingsarbeid har eg behov for eit omgrepet som definerer læring i ein sosialkontekst. Derfor har eg i tillegg til å setje meg inn i Vygotsky, Dysthe og Säljö sine diskusjonar knytt til omgrepa internalisering og appropriering, brukt internett til å undersøke korleis dei to omgrepa vert brukte. Eksempla, eg fann, brukte internalisering tilsvarande sosialisering. Om situasjonar der vi som menneske blir ein del av ein kultur for eksempel elevar i ein skuleklasse (Malt, 2009; Gullikstad Karlsaune, 2014). Appropriering derimot var nytta i to samanhengar, knytt til kunst og til læring. Dersom ein approprierer innan kunst, overtek ein eit allereie eksisterande uttrykk, og gjer det til sitt eige (Hanssen, 2012). Ødegård brukar orda mestring og appropriering i si doktoravhandling om korleis nyutdanna pedagogiske leiarar tek i bruk dei kulturelle reiskapa i barnehagen (Ødegård, 2011).

Eg oppfattar det slik at det er skilnad på internalisering og appropriering. Dersom ein ser på internalisering som sosialisering, ser ein læring som ein mekanisk prosess. Då vil elevane lære ved å vere til stades, og etter kvart ta i bruk ord og uttrykk som resten av klassen brukar utan å vere bevisst den nye kunnskapen. Skal lærdommen approprierast derimot, må han forståast og uttrykkast. Eleven er aktiv, og søkjer ny kunnskap der han nyttar kulturelle reiskap som språk i interaksjon med andre. Eleven viser at har appropriert matematikk ved at han uttrykker kunnskapen eksplisitt, eller er i stand til å bruke kunnskapen i ulike kontekstar. I denne oppgåva vil eg nytte appropriering med tydinga i tråd med dette, altså å kunne uttrykke kunnskapen eksplisitt, eller å vere i stand til å bruke kunnskapen i ulike kontekstar. Dersom det oppstår ny kunnskap i samtalen som eleven brukar i den vidare oppgåveløysinga og som han uttrykker eksplisitt, har eleven, slik eg definerer omgrepet i denne oppgåva, appropriert ny matematisk kunnskap.

Sidan læring i eit sosiokulturelt perspektiv blir sett på som samhandling med andre menneske og kulturen rundt oss, er ramma rundt læringssituasjonane viktige. Omgrepet kontekst blir nytta for å avspegla forholdet rundt situasjonen eleven er i, og har rundt seg. Kontekst er sosiale situasjonar, og menneskeleg aktivitetar som konstituerer kvarandre. Handlingane våre kan skape, eller inngå i kontekstar. Konteksten kan sjåast på som vev av sosial praksis, og gjer han til ein identifiserbar heilskap (Säljø, 2010).

Eller sagt etter Dysthe (2001):

> Det latinske ordet «contextere» betyr å veve saman, og karakteristisk for ei sosiokulturell forståing av kontekst er at alle deler er integrerte, vevde saman, og læringa inngår i denne veven. (…) det interaktive systemet som den lærande er ein integrert del (s.43).

Konteksten til masterprosjektet er matematikksamtalen. Det som blir vevd saman er ei gruppe elevar og diskusjonen elevane i mellom for å løyse matematikkoppgåver inspirerte av kvardagen deira. Elevane sine handlingar vil inngå i konteksten, men kan også sjåast på som aktivitetar som skaper konteksten. Med det meiner eg at aktive elevar kan skape eit lærerikt fellesskap. Medan elevar som ikkje vil delta i samtalen, kan skape ein kontekst der ingen lærer.

Læring og utvikling er interrelaterte frå barna er nyfødde. Det eleven kan frå tidlegare til dømes innanfor ulike matematikkemne som brøk, kallar Vygotsky (1978) det aktuelle utviklingsnivået. For eksempel dersom ein elev kan addere brøkar med like nemnarar, men treng hjelp til å addere brøkar med ulike nemnarar. Altså er det skilnad mellom dei oppgåvene eleven kan løyse åleine, og oppgåver han treng hjelp til å meistre. Etter kvart som eleven meistrar å løyse oppgåver der han treng fellesnemnar, er han på eit anna utviklingsnivå, og kan bevege seg mot ei ny proksimal utviklingssone. Den proksimale utviklingssona er i følgje Vygotsky, området mellom det aktuelle utviklingsområdet (det elevane har kunnskap om frå tidlegare) og det potensielle området (der eleven framleis treng hjelp frå ein vaksen).

> It is the distance between the actual developmental level as determined by independent problem solving and the level of potential development as determined through problem solving under adult guidance or in collaboration with more capable peers (Vygotsky 1978, s. 86).

I sitatet peikar Vygotsky (1978) på at den som hjelper kan vere vaksen, eller ein meir kompetent medelev. Noko som er eit interessant punkt sett i forhold til læring i grupper. Dette indikerer at elevar kan løyse meir kompliserte oppgåver i fellesskap, eller ved rettleiing frå vaksne. Det vil seie at oppgåver elevar arbeider med i grupper med fordel kan vere meir kompliserte enn når dei arbeider åleine. Etterkvar kan vanskegraden på oppgåvene aukast. Det vil vere ineffektivt å la eleven jobbe med oppgåver under det kompetansenivået han allereie har nådd. God læring er den som ligg like før det potensielle utviklingsnivået. Denne måten å sjå læring på medfører at læring skjer i eit fellesskap anten saman med ein meir kompetent person, eller i par-/gruppearbeid. I Vygotsky si tenking: Det ein elev kan gjere med assistanse i dag, vil han kunne gjere åleine i morgon (Vygotsky, 1978).

## 2.2 Kommunikasjon i klasserom

Skal språk fungere som ein medierande reiskap i matematikkundervisinga, må det leggast til rette for dette i undervisinga. Fleire klasseromsstudiar som viser at det er nokre faste mønster som går att i samtalar mellom lærar og elevar. IRF-samtalen er kjenneteikna av at læraren initierer eit spørsmål (I for initiere) som eleven svarar på (R for respons), og deretter gir læraren tilbakemelding på svaret (F for feedback). Sjølv om IRF-samtalen er kritisert, kan den gi gode læringsresultat avhengig av faktorar som i kor stor grad læraren byggjer vidare på eleven sitt svar (Streitlien, 2009). Ulike forskingsrapportar peikar på at matematikkundervisninga i Norge i stor grad er prega av teorigjennomgang, og individuelt arbeid med oppgåver. Undervisninga er styrt av læreboka og instruksjonar frå læraren (Grønmo, Onstad, & Pedersen, 2008; Streitlien, 2009). Noko som peikar i retning av at IRF-samtalen utan å bygge vidare på eleven sitt svar, er levande i mange klasserom.

Kommunikasjon er sentral i læreprosessar, og påverkar både forholdet lærar – elev og korleis elevane lærer. Monologisk organisert undervisning (sjå tabell 2.1), byggjer på eit læringssyn der kunnskapen er gitt og skal overførast frå lærar til elev. Dialogisk organisert undervisning byggjer på eit sosiokulturelt læringssyn, og legg vekt på at elevar skal vere aktivt handlande menneske som diskuterer og tenker (Dysthe, 2001). Tabellen nedanfor viser hovudstrukturane i dei to undervisningsformene.

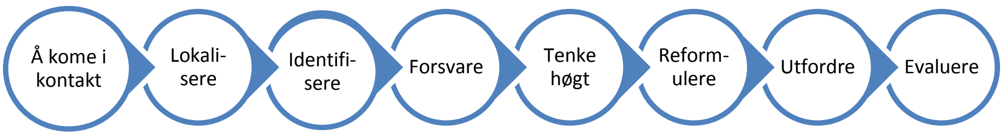
| | **Monologisk organisert undervisning** | **Dialogisk organisert undervisning** |
|---|---|---|
| Paradigme | Opplesing, resitering | Diskusjon |
| Kommunikasjonsmodell | Overføring av kunnskap | Omforming av forståing |
| Epistemologi | Objektivisme: Kunnskapen er gitt | Dialogisme: Kunnskap oppstår gjennom interaksjon frå ulike stemmer (personar) |
| Kjelde til verdsatt kunnskap | Lærar, lærebok, autoritetar. Ekskluderer elevane | Inkluderer elevane sine tolkingar og personlege erfaringar |
| Struktur | Oppstykka | Samanhengande |

Tabell 2.1: Karakteristiske trekk ved ulike undervisingsformer (basert på Nystrand, gjengitt etter Streitlien, 2009, s. 19)

I monologisk organisert undervisning treng det ikkje berre vere læraren som snakkar, men det er han som fastset tema og tildeler ordet til elevane. Samtalen i klasserommet har ofte eit IRF preg, der kunnskapen vert styrt av læraren og læreboka. Ei dialogisk organisert undervisning gir større rom for elevdeltaking, der det blir forventa at elevane deler sine tolkingar og erfaringar som bidrag til felles kunnskap (Streitlien, 2009). Sidan matematikksamtalen byggjer på ei dialogisk organisert undervisning, vil eg fokusere på denne måten å organisere undervisninga.

Ei dialogisk samtaleform set større krav til elevane. Når ein elev vert utfordra til å forklare korleis han tenke og må grunngi val av løysing , må han ta i bruk matematiske omgrep og bevis. Dette vil krevje refleksjon og utdjuping av lærestoffet som igjen stimulerer eleven til å delta i eiga kunnskapsutvikling. I følgje Streitlien vil gode samtalar skape grobotn for læring. Ho hevdar at skal læringa lukkast så er det eit faktum at elevar treng å bruke språket for å lære seg å kommunisere matematikk (2009). Skal matematikksamtalen vere ei alternativ undervisingsform bygt på sosiokulturelt læringssyn, må dei karakteristiske trekka frå dialogisk organisert undervising syne igjen.

Alrø og Skovmose (2004) brukar omgrepet «Inquiry co-operation model» som eg har oversett til «undersøkande samarbeidsmodell». Dette er ein samarbeidsmodell dei hevdar kan vere støttande for læring. Modellen inneheld åtte element, som er presentert i figuren nedanfor.




Figur 2.1 Elementa i undersøkande samarbeidsmodell, basert på Alrø og Skovmose (2004).

For at dei ulike elementa skal skape meining, ønskjer eg å gå nærmare inn på kvart av dei. Å kome i kontakt (1), er ei aktivt handling frå deltakarane som viser at dei er klar til å samarbeid. Når deltakarane lokaliserer (2), formidlar dei korleis den enkelte tolkar oppgåva. I elementet identifisere (3), presenterer deltakarane sine meiningar og løysingforslag. I løpet av samtalen vil deltakarane forsvare (4) sine forslag ved å argumentere for løysingane sine. Ein deltakar kan også tenke høgt (5), utan å argumentere for ei spesiell løysing, men for å føreslå ulike løysingar som bør undersøkast. For å sjekke ut si eiga forståing, kan ein medlem reformulere (6) forslag frå andre. Når løysinga er klar, bør den utfordrast (7). Elevane stiller spørsmål, og prøver ut om løysinga held mål. Til slutt er det viktig å evaluere (8), for å undersøke om samarbeidsoppgåva førte til læring. Alle elementa treng ikkje vere til stades for at læreprosessen skal vere ein «undersøkande samarbeidsmodell».

Alrø og Skovmose (2004) presenterer modellen som eit elev – lærar samarbeid, men samtidig skriv dei at den også kan fungere for andre samarbeid og at modellen gir nye høve for læring. Hindringar for at modellen fungerer er til dømes at element som utfordring blir gjetting der ein prøver å finne løysingar utan å ha kontroll på kva ein gjer. Ei anna hindring kan vere at elevane får for lita tid til å kome med eigne løysingsforslag, sidan læraren har press på at ein må kome gjennom pensum. Utfordringa kan også ligg hjå elevane. Dersom dette er ei ny arbeidsform, kan elevane vere usikre på å presentere sine løysingsforslag. Dei kan vere redde for å vise manglande kompetanse og dei kan ha vanskar med å uttrykke seg munnleg i matematikk.

I forskingsarbeidet mitt har eg teke i bruk omgrepet læringspotensialet. Dette er eit omgrep som er basert på Cobb (1995), som eg har utvikla vidare (sjå 2.6). Eg meiner det vil vere ein styrke for forskinga mi, om læringspotensialet som oppstår i matematikksamtalen, har dei same elementa som den undersøkande samarbeidsmodellen. Dette vil eg vurdere i drøftingskapittelet.

## 2.3 Matematikksamtalen

Eg har valt å ta i bruk omgrepet matematikksamtalen i bunden form fordi eg ønskjer å understreke kva eg legg i omgrepet. I tidlegare forsking er matematikk, læring og samtale nytta i ulike kombinasjonar både som omgrep og i innhald. Streitlien (2009) brukar i si doktoravhandling: « ..interaksjon og kommunikasjon i matematikkundervisningen», der ho forska på samtalar i klasserommet. Ragnes (2012) brukar omgrepet: «Elevers matematikksamtaler» i si doktoravhandling som er knytt til matematikkundervising både på ein arbeidsplass og i klasserommet. Stacey & Gooding (1998) har kalla si forsking «Kommunikasjon og læring i små gruppediskusjonar, og Cobb (1995) «Matematikk læring og interaksjonar i smågrupper». På bakgrunn av forskingsarbeida eg har trekt fram, vil eg seie at det ikkje finst eit eintydig omgrep knytt til samtale som undervisningsform for å lære matematikk. I resten av dette delkapitelet vil eg gjere nærmare grei for kva eg legg i omgrepet matematikksamtalen i dette masterprosjektet.

Det teoretiske bakteppe til matematikksamtalen er Vygotsky sine teoriar. I følgje Vygotsky er språket ein reiskap for tanken (sjå 2.1). Einskild mennesket brukar språk for å kommunisere med omverda, og omverda brukar språk for å kommunisere med einskild mennesket. Vi lærer og utviklar oss gjennom samhandling, og vi uttrykker tankane, meiningane og kjenslene våre til andre gjennom språket. Sagt med andre ord, så brukar mennesket språket til å mediere røyndomen , internalisere verdiar og normer i samfunnet rundt oss, og til å appropriere kunnskap. Vi utfører språklege handlingar i sosiale kontekstar. Sosiokulturell læringsperspektiv byggjer på denne teoretiske ståstaden, der kunnskap oppstår i sosiale kontekstar. Det vil seie at skal ein lære i tråd med dette læringssynet, må ein samhandle med andre elevar (Dysthe, 2001; Säljø, 2010).

Matematikk kan vere epistemologiske utfordrande. Eleven må forstå koplinga mellom den reelle verda (referanse konteksten), dei matematiske objekta og teikna som symboliserer dette forholdet (Steinbring, 2006). For at denne koplinga skal kunne forståast bør ein bruke lang tid på å gå frå konkrete situasjonar til abstraksjon, eller nytte kontekstar som har tydeleg relasjon til elevane sin kvardag (Kerslake, 1998).

I masterprosjektet ønskte eg å skape ein arena der språket kunne vere reiskap for læring. Det vil seie at eg måtte legge til rette for dialogisk organisert undervisning der elevane sine tolkingar og erfaringar skulle høyrast i diskusjonen (Streitlien, 2009). Emnet elevane skulle lære, var brøk. For å skape ein samanhengande diskusjon der elevane hadde høve til å lære og forstå av kvarandre, var oppgåvene svært sentrale. Fordi eg ikkje fann fram til aktuelle oppgåver, laga eg desse sjølv. Referansekonteksten i oppgåvene var knytt til den verkelege verda med tilhøyrande teikn som elevane skulle knyte saman med matematiske objekt.

Matematikksamtalen slik eg nyttar omgrepet i denne oppgåva, er ein læringsarena der 2 – 3 elevar utan lærar til stades, diskuterer kontekstuelle matematikkoppgåver med mål om å forstå brøkomgrepet, og lære å bruke det. Sjølve matematikksamtalen er kjernen i forskinga mi som ga meg ein unik sjanse til utforske, og analysere elevar sine ytringar. Korleis kommuniserte dei? Korleis kom matematikken fram i diskusjonen? Kva potensiale låg i samtalen for den enkelte elev? Dette er spørsmål eg vil analysere og drøfte. Med masterprosjektet ønskjer eg altså å undersøke korleis matematikksamtalen kan vere ein reiskap for elevar til å appropriere ulike aspekt ved brøkomgrepet.

## 2.4 Brøk

Eg har valt brøk som matematisk emne for masterprosjektet av to årsaker. For det første har elevane si tidlegare undervisninga hatt fokus på å lære algoritmar. I Tetra10 læreverket som vert nytta ved Glad ungdomsskule, er to av 45 oppgåver tekstoppgåver resten er taloppgåver (Hagen, Carlsson, Hake, Öberg, 2007). 4 % tekstoppgåver, indikerer at denne typen oppgåver blir sett på som mindre viktige. I masterprosjektet ønskjer eg å bryte med denne tradisjonen, å la elevane arbeide med kontekstuelle oppgåver knytt til deira kvardag. Den andre årsaka, er at mange elevar strevar med å lære brøk. For utan at eg har erfart dette som lærar, finn eg også denne oppfatninga i litteraturen . “The field of fractions, percentages, decimals and proportions is a complex and difficult one” (van Galen, Feijas, Figureiredo, Gravenmeijer, van Herpen, & Keijzer , 2008, s. 11).

Det tok lang tid å utvikle brøk, desimaltal og prosent, slik vi brukar det i dag. Egyptarane nytta eit avgrensa brøkomgrepet om lag 1700 før Kristus. Dei brukte brøk berre som stambrøk det vil seie at brøken var sett saman av 1 i teljar, og eit positivt tal i nemnaren. Som eksempel skreiv dei ¾ som ½ + ¼. Årsaka til denne måten å nytte brøk, var truleg fordi dei nytta brøk som måleeining. Sjølv om egyptarane brukte stambrøk allereie for nokre tusen år sidan, var det først på 1600 talet at brøk slik vi kjenner omgrepet i dag og desimaltal, vart teke i bruk (van Galen et al., 2008).

Ein brøk består av tre deler, teljar, nemnar og brøkstrek, og kan brukast til å uttrykke fleire typar forhold. Eit anna omgrep for forhold er rate, eller proporsjonalitet. Omgrepet forhold er innhaldsrikt, og møter elevane i ulike samanhengar. Utviding eller reduksjon som kart, bilde, modellar, oppskrifter er eksempel på forhold, eller kjøp der ein skal finne pris. Ved kjøp av eple, er det som regel eit forhold mellom pris og kilogram (kg) eple. Dersom ein veit at prisen på1 kg eple er 12 kr, kan dette forholdet nyttast til å finne prisen på 5 kg eple. Forholdet kan sjåast som ein faktor, i dette eksemplet 1:12 (van Galen et al., 2008). Brøk kan også skildre forhold mellom ein del og det heile. Dersom eg får ¼ bit av ein sjokolade, kan eg samtidig vite noko om kor stor heile sjokoladen er. Vi kan bruke brøk for å uttrykke to like storleikar, men med ulike tal for eksempel er 2/3 lik 10/15. Brøk kan også vere divisjon, fordi brøkstreken er det same som eit delingsteikn. I tillegg er desimaltal og prosent spesialtilfelle av brøk, det vil seie at brøk har eit mangfaldig uttrykk (Fosnot & Dolk, 2002).

Brøk, desimaltal og prosent er knytt tett saman fordi dei kan uttrykke det same forholdet på ulike måtar til dømes kan notasjonen ¾ av klassen, også skrivast som 0,75 av klassen eller 75 % av klassen. Felles for alle tre er at dei representerer eit forhold mellom mengda som er skildra, og eininga det blir referert til. Overgangen frå ei form til ei anna kan hjelpe elevane til å forstå situasjonen, og overgangen til aritmetikken betre. Sjølv om brøk har ei sentral rolle, er det også viktig at eleven får innsikt i korleis denne er knytt saman med dei andre. Sjølv om eg i problemstillinga mi berre nyttar omgrepet brøk, har elevane også jobba med overgangen til dei andre formene (van Galen et al., 2008).

Kerslake (1991) peikar på problem elevar kan møte på i arbeid med brøk. Når elevane arbeider med generalisering frå konkrete figurar til abstraksjon av tal, er skulen bevisst på at elevane må ha tid til å forstå denne overgangen. Slik at dei koplar tala frå konkrete objekt til dømes 3 bøker, 3 bilar,3 eit eller anna, og etter kvart ser 3 som eige symbol uavhengig av konteksten. Det kan sjå ut som om elevar ikkje har den same oppfatninga knytt til brøk. Mange elevar blir verande på konkretiseringsnivå, og knyter brøk til del av heil til dømes til del av pizza. Noko som kan føre til problem for dei. Det vert forventa at elevar forstår og kan bruke operasjonar som addisjon, multiplikasjon og divisjon. Korleis skal eleven kunne utføre multiplikasjonen 2/3 • 1/4 dersom han tenke på 2/3 pizza og ¼ sjokolade?

Kerslake (1991) viser til ei undersøking av elevar si forståing av brøk, del av «the Strategies and Error Project», Chelsea College, London i 1980-83. Studien viste mellom anna at problema elevane hadde, kunne knytast til svært avgrensa persepsjon av brøk. Den einaste modellen dei hadde var del av ein heil, og då oftast som ein sirkel. Dei hadde store problem med å sjå ein brøk som eit tal, og  kunne ikkje knyte fornuftige notasjonar til addisjon, multiplikasjon og divisjon. I tillegg til vanskar med modellar som ikkje passa, hadde også elevane språkproblem**.** Språket knytt til arbeid med brøk, kan for mange elevar vere forvirrande. Eit døme på dette er omgrepet: Å forkorte brøken. I dagleg tale brukar vi dette omgrepet om å gjere noko kortare dvs. redusere lengda på eitt eller anna. Dersom læraren i ein opplæringssituasjon ikkje forklarar dette omgrepet, kan fleire elevar tru at ein ved å forkorte skal gjere brøken kortare i lengde til dømes setje to brøkar på same brøkstrek. Det er spesielt viktig at ord som både vert nytta i daglegtale og i fagsamtalar i matematikk, vert nøyaktig definert.

Matematikk kan lærast utifrå to prinsipp; instrumentell eller relasjonell læring. Når undervisinga byggjer på ein instrumentell metode, er fokuset på å lære faste løysingsstrategiar, algoritmar, og kan i følgje Skemp kategoriserer som «Rules without reasons». Ei relasjonell undervisning har fokus på å lære omgrep, og kunne løyse problem i ulike kontekstar. Dette kategoriserer Skemp som «Knowing what to do and why (Skemp, 1976).

Kompetansemåla etter 10. årssteget, seier kva som skal vektleggast i undervisninga, og kva elevane skal kunne ved utgangen av grunnskulen. Av figur 2.3 ser vi at overgangen mellom brøk, desimaltal og prosent blir sterkt vektlagt, likeeins algoritmar som divisjon og å kunne forenkle brøkuttrykk.

- samanlikne og rekne om mellom heile tal, desimaltal, brøkar, prosent, promille og tal på standardform, uttrykkje slike tal på varierte måtar og vurdere i kva for situasjonar ulike representasjonar er formålstenlege
- rekne med brøk, utføre divisjon av brøkar og forenkle brøkuttrykk
(Udir.no)

Figur 2.2: Kompetansemål etter 10. trinn i brøk, desimaltal og prosent

Rett nok skal elevane kunne vurdere kva for situasjonar dei ulike representasjonane er formålstenelege, og kunne rekne med brøk, men kompetansemåla seier ingenting om å knyte kunnskapen til reelle kontekstar, brøk som forhold eller brøk som symbolmanipulasjon.

Målet for undervisninga knytt til forskingsprosjektet, var at elevane skulle kunne rekne addisjon, subtraksjon, divisjon og multiplikasjon med brøk knytt til kontekstuelle oppgåver, og rekne om mellom brøk, desimaltal og prosent. På 10. trinn skal dette vere repetisjon. Erfaring tilseier at det vert gitt brøkoppgåver til eksamen, derfor blir det brukt tid på dette emnet. Sidan elevane ofte har problem med å hugse brøkalgoritmen, blir det nytta forholdsvis mykje tid.

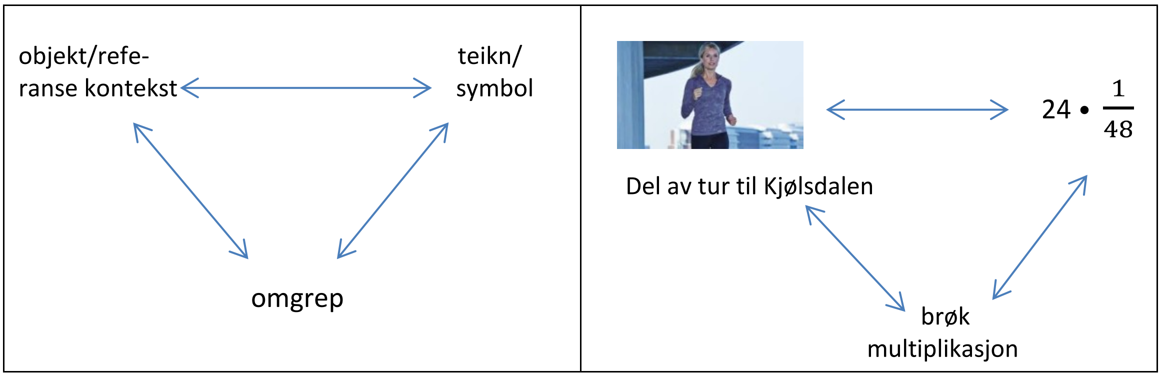
## 2.5 Teikn og representasjonar

Matematikken har sitt eige språk, der både ord og teikn har eigne tydingar. Ord som fellesnemnar, ekte brøk og blanda tal tyder noko i matematikkverda, men gir lite meining i andre samanhengar. Det blir nytta eit utal av semiotiske teikn, det vil seie teikn som representerer noko anna enn seg sjølv. ¾ kan til dømes representere ¾ av ein sykkeltur i ein samanheng, og ¾ av ein pizza i ein annan.  Dette kan vere ei utfordring for mange elevar.

Den epistemologiske trekanten kan nyttast til å symbolisere utfordringa elevar står overfor når dei skal lære matematikk.

**1 Den epistemologiske trekanten, basert på Steinbring (2006)**

**2 Oppgåva Tur til Kjølsdalen sett inn i den epistemologiske trekanten**

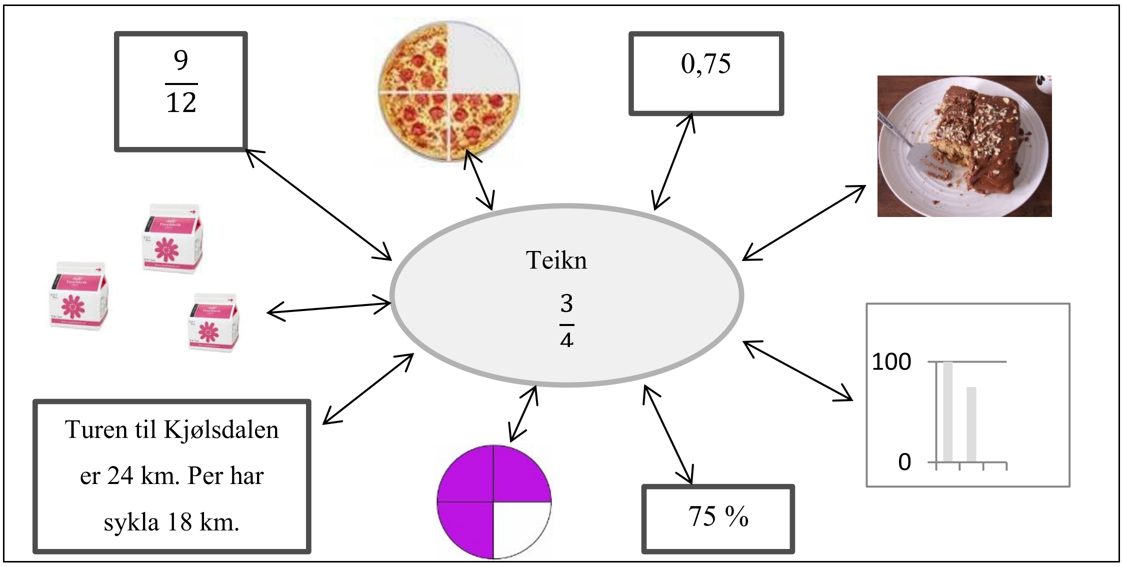



Figur 2.3: Den epistemologiske trekanten

Teikn har to funksjonar. Det har ein semiotisk funksjon fordi det står for noko anna, og ein epistemologisk funksjon fordi det ber med seg kunnskap om det det står for. Matematiske teikn er instrument for å kode, kommunisere og operere med matematisk kunnskap. Koplinga mellom teikn og objekt er basert på konvensjonar. "….these signs do not have a meaning of their own, this has to be produced by the learner by means of establishing a mediation to suitable reference contexts (Steinbring, 2006, s.135).

Eleven må lære at teiknet, her representert ved 24 •1/48, representerer og ber på kunnskap om ein distanse om vegen til Kjølsdalen. Omgrepet som vert nytta til å gjere om brøken til den faktiske avstanden er multiplikasjon (sjå heile oppgåva 3.3). Forholdet til den verkelege verda (referanse konteksten) er tydlegare i kontekstuelle oppgåver enn i instrumentelle.

På same måte som teiknet kan representere ulike objekt, kan eit objekt bli representert av ulike teikn. 3/4 liter mjølk kan uttrykkast som 0,75 L, 3 • ¼ L, eller skrivast berre med bokstavar tre fjerdedels liter mjølk. Matematiske omgrep (Duval, 2006) kan representerast ved naturleg språk, ulike notasjonssystem, geometriske figurar og kartesiske grafar. Ei stor utfordring i matematikkundervisinga kan vere å hjelpe elevar til å kunne skifte mellom representasjonsregister. Terskelen for mange elevar til å forstå matematikk, ligg akkurat i å forstå slike skifte. Duval (2006) har utvikla modellar for transformasjon mellom ulike semiotiske representasjonar. Desse vil eg ikkje gå inn på her.



Figur 2.3: Ulike representasjonar som uttrykker like stor del av den heile

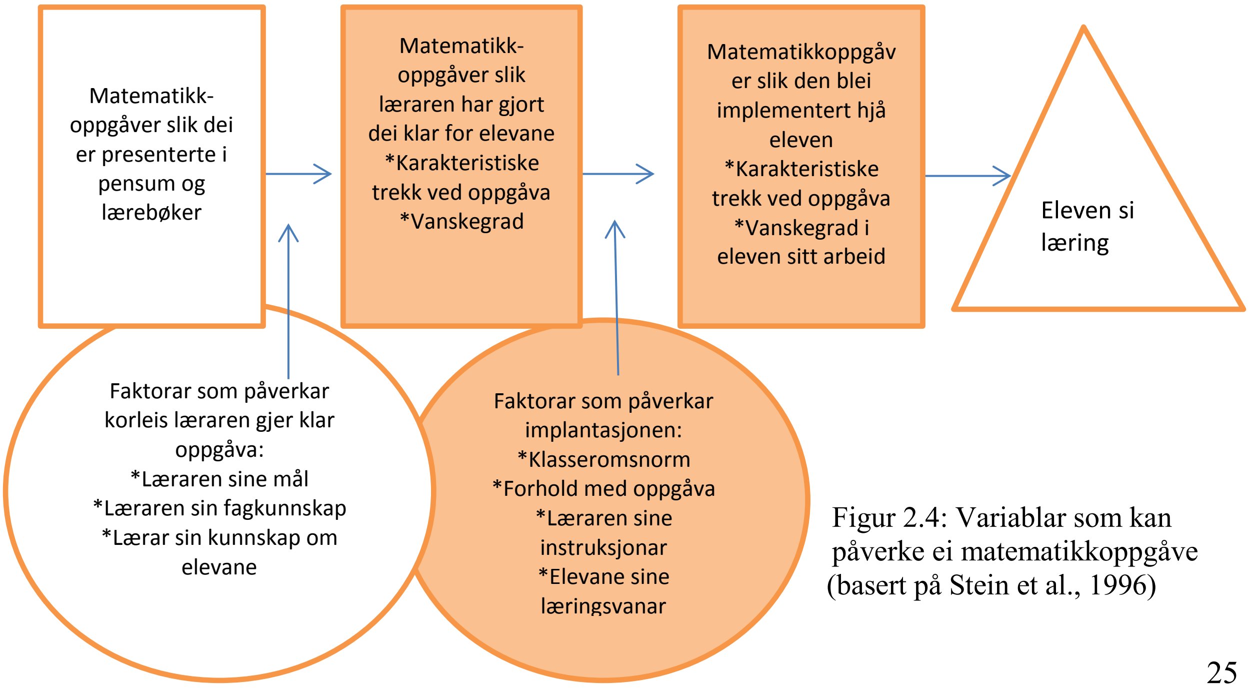
Figur 2.3 viser eksempel på at det semiotiske teiknet « 3/4 » representerer ein verdi som kan uttrykkast med ulike representasjonar. Skifte av representasjonsformer kan hjelpe elevar til å få kunnskap om matematiske omgrep. Ved å teikne pilene begge vegar, viser figur 2.3 både at teiknet kan representerast gjennom ulike representasjonar, men også at ulike referanse kontekstar kan ha same teiknet.

## 2.6 Matematikkoppgåver

Matematikkoppgåver er sentrale i all matematikkundervising. Stein, Grover og Henningsen (1996) som har analysert matematikkoppgåver, peikar på at oppgåvene ikkje berre bestemmer kva eleven lærer, men også kor fornuftig matematikk er for han. Korleis eleven tenke om utvikling, og korleis han brukar matematikk. Dei skil mellom oppgåver som engasjerer eleven på overflate nivå, og oppgåver som engasjerer på eit djupare nivå ved å krevje tolking, fleksibilitet, leiting etter ressursar og konstruere meining.

Ein viktig ingrediens i matematikksamtalen er matematikkoppgåvene. Ideen er at dei skal skape diskusjon, som igjen kan føre til læring. Oppgåvene i forskingsprosjektet har eg laga. Sidan oppgåvene er ein del av konteksten til forskingsprosjektet, er det nødvendig å vurdere potensialet som ligg i dei. I dette delkapittelet vil eg presentere ein modell for vurdering av matematikkoppgåver, og i analysekapittelet brukar eg modellen for å analysere oppgåvene i forskingsprosjektet. Modellen har fokus på forholdet mellom målet læraren har med oppgåva kontra eleven si læring (Stein et al., 1996).

Ei matematikkoppgåve, eller ein matematikkaktivitet går gjennom fleire fasar frå læreplan til appropriert kunnskap hjå eleven. Stein et al. (1996) har laga ein modell som viser fasane ei matematikkoppgåve går gjennom frå pensum til elev, og kva faktorar som påverkar.




Figur 2.4: Variablar som kan påverke ei matematikkoppgåve (basert på Stein et al., 1996)

Når læraren planlegg undervisninga si, er læreplan og pensum bakteppet som dannar utgangspunktet for oppgåvene han vel å bruke. Fasen frå pensum til klargjorte oppgåver for elevane, blir påverka av læraren sine mål og kompetanse. For eksempel har kompetansen min vorte endra gjennom masterstudiet, som igjen påverkar oppgåvene til elevane på eit seinare tidspunkt. Målet for undervisninga, at elevane skal lære brøk, er det same, men sidan eg no byggjer undervisninga på eit sosiokulturelt læringssyn, vil eg at oppgåvene skal engasjere elevane på ein annan måte.

Korleis oppgåva vert tolka og gjennomført av eleven, blir påverka både av forhold som eleven rår over til dømes eigne vanar, men også andre faktorar som læraren sin måte å presentere oppgåva på, kan verke inn (figur 2.4). Matematikkoppgåver er med andre ord styrande både for korleis eleven arbeider, og kva han lærer. Denne fasen er kritisk for forskingsprosjektet. Dersom oppgåvene har for låg eller for høg vanskegrad, vil dette sannsynlegvis påverke kva læring som vil oppstå. Elevane skal arbeide med oppgåvene på ein annleis måte enn dei har erfaring med. Noko som betyr at dei verken kan ta utgangspunkt i tidlegare lærevanar, eller klasseromsnormer. Det er interessant å vurdere korleis dette vil påverke arbeidet til elevane. Sidan oppgåvene er viktige i forskingsprosjektet mitt, vil eg vurdere dei oppgåvene eg nytta i forskinga mi. Eg vil halde meg innan for dei skraverte boksane i figuren, og analysere om det var divergens mellom elevane sitt arbeid med oppgåvene og min intensjon. Dette gjer eg i analysekapitelet 4.3.

## 2.7 Tidlegare forsking og utvikling av analysemetode

Innan området språk og matematikk er det ei stor mengd med forsking (Ragnes, 2012). Det er verken mogeleg, eller interessant for mi oppgåve å presentere eit stort omfang av tidlegare forsking. Det er likevel nyttig å setje funna mine i samanheng med essensen i nokre undersøkingar knytt til matematikk og elevdiskusjonar i smågrupper. Eg har sett meg inn i fleire studiar som eg har fått tilgang til gjennom artikkelsamlingar i bøker, og frå artiklar delt ut av lærarar ved Høgskulen i Sør-Trøndelag. Frå dette utvalet har eg plukka ut tre utanlandske studiar som eg meiner er relevante for mi forsking, fordi dei er tydelege på kva som fremjar og hemmar læring av matematikk i små elevgrupper. I tillegg vart eg inspirert av analysemetodane som dei nytta, og har vidareutvikla desse metodane for å analysere mi eiga forsking. Sjølv om forskinga er gjennomført i Australia, Canada og USA, er det funn i studiane som er relevante sjølv om mi forsking er gjennomført i ei lita bygd på Vestlandet.

Kaye Stacey og Anne Gooding (1998) undersøkte mønstre i munnleg kommunikasjonen knytt til suksessfull læring i smågrupper. Læringsmålet var ein aktivitet som skulle hjelpe elevane i deira forståing av divisjon, spesielt divisjon der divisor var større enn dividend. Elevane som var i alderen 11 – 12 år, var delt i grupper med fire elevar i kvar. Suksessfull læring vart målt som auka kompetanse ved ein skriftleg tekst gitt før, og etter aktiviteten. Gjennom analyse av samtalar mellom elevar som arbeidde med  problemløysingsoppgåver i algebra, har Carolyn Kieran (2001) peika på faktorar som bidreg til læring i grupper. Elevane  i undersøkinga var 13 år, og arbeidde i toar grupper. Læringa i gruppene vart vurdert utifrå ein individuell oppfølgingstest gjennomført straks etter det kollektive arbeidet var avslutta. Paul Cobb (1995) bygger forskinga si på småskuleelevar i arbeid med addisjon. Elevane arbeidde i toargruppe, og blei observerte både i gruppearbeid og gjennom individuelle samtalar.

Nedanfor har eg samla funna som bidrog til læring i dei tre undersøkingane.

| Kaye Stacey og Anne Gooding | Carolyn Kieran | Paul Cobb |
|---|---|---|
| Medlemmer i **effektive grupper**, brukte fleire forklaringar med bevis og repeterte andre sine utsegner oftare.<br>Medlemmer i effektive grupper **samhandla meir**. Elevane hjelpte i større grad kvarandre ved å gi respons og **forklare for kvarandre** gjennom oppgåveløysinga. Eleven sine evner og bakgrunnskunnskap saman med innhaldet i oppgåvene, påverka åtferd og læring<br>Kjenneteikn<br>på diskursen i effektive grupper:<br>Snakkar med matematisk innhald<br>Diskuterer sentrale idear eksplisitt<br>Arbeider saman ved å lese spørsmåla høgt og repetere kvarandre sine utsegner<br>Produserer idear, og gir forklaringar med bevis<br>Responderer oftare på spørsmål frå kvarandre. | **Fleirstemmige diskursar med interpersonlege ytringar på objekt-nivå**, bidrog til at samtalen kunne bli lærerik for begge.  Fordi fleir-stemmige par gjorde tankane sine tilgjengelege for kvarandre.<br><br>Diskursen til elevane som hadde suksess med dei individuelle oppgåvene, var karakterisert på **objekt-nivå i den interpersonlege samtalen**, eller at dei opprettheldt eit **sterkt objekt-nivå fokus i den personlege kanalen** (snakka høgt med seg sjølve). | Ved **multivokal** (fleirstemmig) samhandling kunne det oppstå **læringspotensiale** for ein elev, eller begge. Situasjonane oppstod når det vart **konflikt/usemje** mellom elevane sine forklaringar. Dei fleste læringssituasjonane oppstod der begge elevane insisterte på at si forklaring var valid, og prøvde å overtyde partneren. Ved å utfordre den andre si forklaring og presentere si eiga tenking, vart elevane nøydde til å vurdere både si eiga og partnaren si forklaring, og det oppstod eit potensiale for læring.<br><br>Læringspotensialet kunne også  bli utløyst dersom begge løyste same oppgåve medan dei **snakka halvhøgt for seg sjølve**, eller dei **samanlikna svara og løysingsstrategiane**. |

Tabell2.2: Faktorar som bidreg til læring i smågrupper (Stacey og Gooding, 1998; Kieran, 2001; Cobb, 1995)

Av tabellen ser vi at funna i desse tre studiane har fleire felles faktorar. Forskarane brukar ulike omgrep for å uttrykke dei same forholda. Stacey og Gooding karakteriserer effektive grupper  som samarbeid der medlemmene snakkar, arbeider, diskuterer, produserer og responderer matematisk på kvarandre sine idear og forklaringar. Kieran uttrykte dette: Fleirstemmige diskursar med interpersonlege ytringar på objekt-nivå. Og Cobb: Læringspotensialet som kunne oppstå for ein eller begge, var påverka av to forhold. Samhandlinga var anten multivokal, eller dei løyste oppgåva kvar for seg samtidig som dei snakka halvhøgt, eller samanlikna svara og løysingsstrategiane. Eit nøkkelomgrep og felleskjenneteikn, er omgrepet: Samhandling. Dei tre studia viser alle at skal elevane lære i smågrupper, må dei samhandle.

I tabellen nedanfor har eg trekt fram funn som påverkar læringsutbyte negativt.

| Kaye Stacey og Anne Gooding | Carolyn Kieran | Paul Cobb |
|---|---|---|
| Elevar i lite effektive grupper **samarbeidde mindre** enn elevane i dei effektive gruppene.<br><br>Elevar som **ikkje deltok** i aktiviteten, lærte ikkje.<br><br>Elevar som **ikkje var i stand til å gjere oppgåvene**, var heller ikkje i stand til å utveksle matematiske idear og forklare for kvarandre på ein formålstenlege måte. | Det var vanskelegare å skape matematisk meining, når **ein av partnerane hovudsakleg var kjelda** til ytringane. Dette vart forsterka dersom ytringane var retta mot han sjølv, og berre denne deltakaren forstå problemet.<br><br>**Ikkje-fleirstemmige** par gjorde ikkje tankane sine tilgjengelege for kvarandre. | I **univokale situasjonar** dvs. i samhandling der ein elev dominerte med sine forklaringar, eller tenking, oppstod det sjeldan læringspotensiale for elevane.<br><br>Dette var også tilfellet der **den eine godtok den andre si forklaring** utan å stille spørsmål, eller å argumentere i mot. I tilfelle der **elevane delte oppgåvene**, slik at den eine løyste ein del og partnaren ein anna del, oppstod det i liten grad læring. |

Tabell2.3: Faktorar som påverkar læring negativt (Stacey og Gooding, 1998; Kieran, 2001; Cobb, 1995)

Grupper der elevane snakka lite saman, ein elev dominerte med sine forklaringar eller elevane hadde vanskar med å skape matematisk innhald i diskusjonen, førte i liten grad til læring for deltakarane. Samhandlinga fram stod som univokal.

Av funna frå desse tre studia kan det sjå ut som om elevane skal kunne appropriere ulike aspekt ved brøkomgrepet gjennom matematikksamtalen, må diskusjonen vere fleirstemmig, den må ha eit matematisk innhald og alle elevane må delta i oppgåveløysinga. Noko som indikerer at analysen av matematikksamtalen bør ha fokus både på samarbeidet i gruppa, og det matematiske innhaldet i diskusjonen. Sjølv om funna i dei tre studiane gir retning for kva som er viktig for å lukkast med arbeid i smågrupper, er det også eit poeng å ta med avslutningsorda frå Kieran (2001) sin artikkel:

> Undersøkinga viste at å kople sosiale læringsformer med individuell læring av matematisk problemløysing kan vere ekstremt vanskeleg i praksis, spesielt når det involverer ukjente problem stillingar. Å gjere si eiga tenking tilgjengeleg for ein partner på ein slik måte at interaksjonen blir høgt matematisk produktiv for begge kan vere ei stor utfordring for elevane (s. 220, mi oversetting).

Inspirert av dei tre studia, har eg utvikla mitt eige analyseverktøy. Sjølv om Cobb (1995) ikkje byggjer sin teori på eit sosiokulturelt perspektiv, men på eit ønske om å samordne Vygotsky sitt perspektiv på sosiale relasjonar med teori frå Piaget, meiner eg likevel dei fire kategoriane han nytta i sin analyse også vil gi meg verdifull tilgang til det empiriske materialet mitt.

Cobb (1995) delte analysen i desse fire kategoriane:
1) The children's expectations for and obligations to small/group partner.
2) The mathematical meaning the children gave to their own activity, the partner's activity, and the task at hand.
3) The learning opportunities that arose for each child.
4) The conceptual reorganizations that each child made (i.e., their mathematical learning)

Den første kategorien har eg kalla «Samarbeid og tillit mellom elevane». Cobb (1995) oppdaga at skulle samarbeidet vere produktivt måtte elevane kjenne forventingar og tillit til kvarandre. Dette ser eg derfor på som grunnleggande også i mi forsking. Eit omgrep eg vil legge vekt på i masterprosjektet, er <u>læringspotensialet</u>. Hjå Cobb oppstod læringspotensialet når det vart konflikt/usemje mellom elevane sine forklaringar, eller når dei samanlikna løysingsforslaga sine. For å vurdere korleis matematikksamtalen kan vere ein reiskap for elevane, vil eit vurderingskriterium vere om det oppstod læringspotensiale, og om elevane nytta dette. Ein av grunnpilarane i matematikksamtalen var matematikkoppgåvene. I analysen vil eg derfor undersøke om matematikkoppgåvene fungerte som planlagt. I eit sosiokulturelt perspektiv er konseptuell reorganisering (Cobb punkt 4) eit ikkje-omgrep. I mi forsking er det derimot interessant å få svar på om elevane har appropriert ulike aspekt ved brøkomgrepet ved å delta i matematikksamtalen. I den fjerde kategorien, vil eg vurdere fokuselevane individuelt.

Analysekapittelet har eg delt inn i fire kategoriar som eg har kalla:

1) Samarbeid og tillit mellom elevane
2) Diskusjon og læringspotensialet i gruppene
3) Oppgåvene og matematikken
4) Fokuselevane og matematikksamtalen

Til å analysere diskusjonen i gruppene har eg bygt vidare på Kieran (2001) som nytta eit interaktivt flytskjema som verktøyet i si analyse. Ho kartlagde korleis deltakarane i løpet av diskusjonen skifta mellom personleg  og interpersonleg kommunikasjonskanal, og om talen var på objektnivå eller ikkje-objektnivå. Tale i personleg kanal var ytringar som var retta meir mot seg sjølv enn samtalepartneren, medan ytringar i interpersonleg kanal karakteriserte ytringar der eleven vende seg mot ein annan elev. Ytringar på objektnivå handla om dei diskursive elementa som bevega den matematiske dimensjonen av diskursen framover. Ikkje –objektnivå handla om dei diskursive elementa som berre held samtalen i gang. Eksempel på ytringar på objektnivå: las oppgåveteksten, kom med nytt forslag med matematisk innhald, søkte informasjon med matematisk innhald. Medan ytringar der deltakaren hovudsakleg var samd med allereie nemnte fakta eller observasjon, eller repeterte numeriske verdiar, vart ytringane klassifiserte som ikkje-objekt-nivå. Ytringane vart også tolka som reaktive (respons på tidlegare ytring), eller proaktive (inviterte til respons). Noko som Kieran symboliserte med retninga på pilene ho analyserte samtalen med.

I analysen min av elevane sine ytringar i matematikksamtalane, har eg bygt på Kieran sin modell. Eg har nytta omgrepet objektiske ytringar om ytringar med matematisk innhald som bevegar diskusjonen framover mot ei løysing, og ikkje-objektiske ytringar når elevane repeterer andre, brukar svarord utan verdi for løysinga, gir uttrykk for at dei ikkje forstår oppgåva eller snakkar om andre ting enn matematikk. Skilnaden på objektiske ytringar ( $\boldsymbol{\longrightarrow}$ ) og ikkje-objektisk ytringar ( $\longrightarrow$ ), har eg markert med ulik tjukkelse på pilene i matrisa. Samtalar som eg har vurdert som personlege er teikna i vertikal retning, medan interpersonlege ytringar er plasserte i ei eiga kolonne mellom deltakarane sine namn (3.5). Ytringar som tek initiativ for eksempel ved å stille spørsmål, karakteriserer eg som proaktive, og ytringar som svarar på ei anna ytring reaktive.

For å kode kvar ytring har eg teke utgangspunkt i Stacey og Gooding (1998) som koda elevutsegner medan dei løyste divisjonsoppgåver. Dei  nytta relevante kodar som fokuserte på samhandling og kognitive strategiar. Elevane sine ytringar vart koda i åtte kategoriar  til dømes stille spørsmål, respondere, forklaring med bevis og føreslå idear. I analysen har eg koda ytringane frå matematikksamtalane. Eg syns det var lite tenleg med mange kodar, og reduserte derfor talet på kodar til eg stod igjen med fem kategoriar. Desse kategoriane er: spørsmål, påstand som inkluderer svar på oppgåver, usamd, resonnement som inkluderer forklaring og bevis og generalisering dersom elevar forklarte med generelle ord som ikkje var knytt til konteksten.

Omgrepa multivokal, elevar viser gjennom ytringar at dei har ulike meiningar, og univokal, elevar godtek andre sine meiningar utan spørsmål eller diskusjon, brukar eg vidare i mi forsking. Spesielt lærerike situasjonar karakteriserer eg som læringspotensiale (4.2 og 5.2).

# 3 Metode

I dette kapittelet vil eg presentere metoden eg har nytta for å kunne svare på forskingsspørsmålet. Først vil eg argumentere for val av aksjonsforsking som design, og posisjonere meg sjølv i forskarrolla. Deretter presenterer eg konteksten ,og kjeldene til empirien. Før eg avsluttar med truverde til forskinga, vil eg presentere analysemodellane.

## 3.1 Design

Eg har valt aksjonsforsking som forskingsdesign (Brekke & Tiller, 2013; Hiim, 2010; Tiller, 2002), fordi eg ønskjer å gjennomføre eit praksisnært masterprosjekt som bryt med den tradisjonelle lærarstyrte undervisninga. Eg vil prøve ein undervisningsmetode der diskusjon og elevaktivitet står i sentrum, og kunnskapen skal kunne skapast i samhandling mellom elevane. Det er viktig for meg at masterprosjektet ikkje berre blir ein akademisk rapport, men også ein reiskap i framtidig undervisning. I den ordinære skulekvardagen kan det vere lite rom for grundige analyser av læringsarbeidet. Eg ser derfor masterprosjektet som eit høve til å prøve ut ei ny arbeidsform ved læring av eit matematisk emne, der både arbeidsforma og elevane si læring vert analysert og drøfta.

Slik eg ser det skil aksjonsforskinga seg frå anna forsking, ved at den grip direkte inn i kvardagssituasjonen og prøver å forbetre denne. Dette er også ønskjemålet mitt. Forskinga eg gjennomfører er del av det daglege arbeidet mitt som lærar. Med aksjonsforsking som ramme, får eg legitimitet til å prøve ei ny undervisningsform i ein reell læresituasjon. Kompetansemåla er dei same som for resten av klassen, medan arbeidsforma er annleis.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011) presenterer elleve meir eller mindre like definisjonar på aksjonsforsking. Av desse definisjonane meiner eg Cohen og Manion sin definisjon passar best for mitt masterprosjekt: «a small-scale intervention in the functioning of the real world an a close examination of the effects of such of intervention» (s. 345).

Eg ønskje å intervenere matematikkundervisninga til ei gruppe elevar i deira læring av brøk. Denne gruppa med elevar vil gjennomføre matematikksamtalen i staden for ordinær klasseromsundervisning (monologisk organisert undervisning, sjå tabell 2.1). Effekten av matematikksamtalen (intervensjonen), vil eg analysere og drøfte.

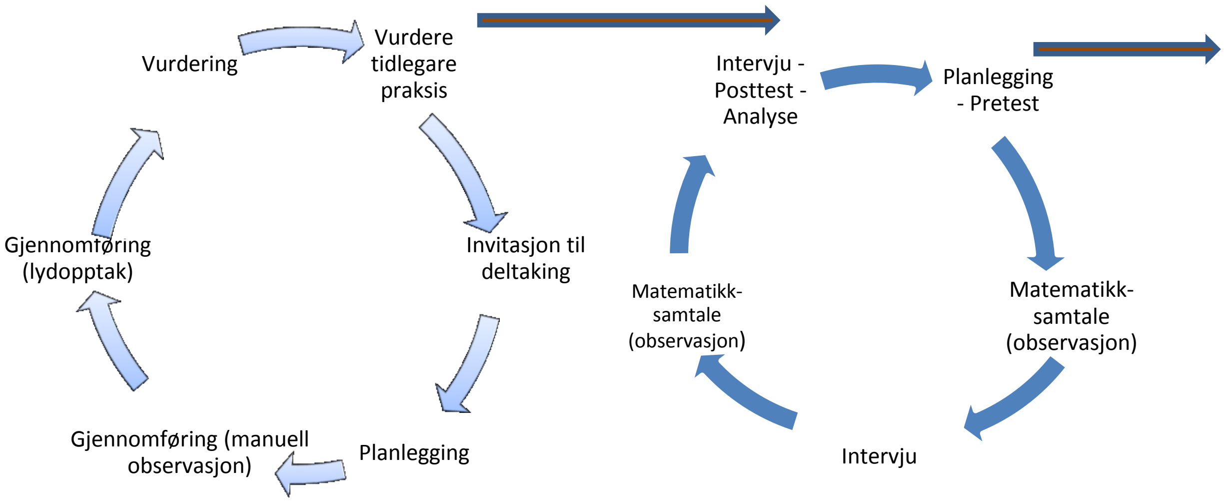
Hovudkjernen i aksjonsforsking er gjentakande systematisk arbeid, refleksjon og evaluering for å betre praksis (Brekke & Tiller, 2013; Hiim, 2010; Tiller, 2002). Innanfor ramma av masterprosjektet gjennomfører eg to syklusar. Den første i form av eit pilotforsøk, medan den andre syklusen er hovudfokuset i denne oppgåva. Det kan også vere aktuelt å vidareutvikle matematikksamtalen i ein tredje syklus, etter at masterprosjektet er avslutta.

Eit viktig poeng i aksjonsforsking er at forskaren samarbeider med aktørane. Tiller (2002): «Aksjonsforskere forsker sammen med aktørene i praksis, og forskningen har som grunnprinsipp at resultatene som genereres, skal komme praktikerne til gode i en eller annen form» (s. 40). I forskinga mi er aktørane elevane. Eg meiner at det er viktig at elevar er aktive i si eiga læring, både ved å vurdere korleis dei lærer og kva undervisningsformer dei lærer av. Sjølv om forholdet mellom elevane og meg som lærar, er asymmetrisk, trur eg at ved å engasjere elevane i læreprosessen vil dei også bli meir engasjerte i si eiga læring og dermed kunne lære betre. Dette er i tråd med Ottesen (2007):

> «Ved å gi legitimitet til elevenes kunnskaper og erfaringer kan læreren utnytte sin posisjon og autoritet til å skape reelle møteplasser som domineres av tillit og likeverd, og respekt for andres kunnskap og kompetanse. Læreren har tilgang til noen ressurser som bidrag til samhandlingen, men elevene har tilgang til andre. I brytningen mellom disse ulike ressursene kan ny praksis skapes» (s. 251).

Skal matematikksamtalen vere ein reiskap for å appropriere aspekt ved brøk, meiner eg det er viktig at elevane sjølve opplever denne undervisningsforma som lærerik. Kor ærlege elevane er i sine tilbakemeldingar, kan ein ikkje vite. Ei slik usikkerheit vil alltid ligge i kvalitativ forsking. Det er personen som vert intervjua si livsverd og tankar eg ønskjer å få tak i, og ein kan aldri vere trygg på at det personen seier er sanninga. Denne diskusjonen kjem eg nærmare tilbake til i Forskarrollen (3.2).

Aksjonsforskinga ser eg som forskingsdesignet (dei ytre rammene) mitt, der pilotforsøket utgjorde først syklus, og sjølve masterprosjektet andre syklus. Nedan for har eg laga ein modell som viser dette:




Figur 3.1: Syklus 1 (pilotforsøk) og 2 (masterprosjekt) i aksjonsforskinga.

For meg oppstod første trinnet i prosessen (vurdere tidlegare praksis) etter fleire år som lærar i matematikk. Grunnlaget vart likevel lagt etter ei kartlegging eg gjennomførte våren 2013, knytt til mastergraden ved Høgskulen i Sør-Trøndelag. I ei oppgåve der eg skulle undersøke elevar sine haldningar til matematikk, kom det fram at ein stor del av elevane ikkje likte faget. Ein av grunnane til dette var at elevane oppfatta matematikk som einsformig utan rom for diskusjonar. Med utgangspunkt i denne observasjonen, og med tru på at sosiokulturelt læringsperspektiv også var relevant innan matematikk, ville eg prøve ut ein annan undervisningsmetode som braut med tidlegare praksis, og diskusjon var ein reiskap for å lære matematikk.

Av figuren kan vi sjå at aksjonsforskinga starta med pilotforsøket som vart gjennomført i seks trinn. Syklus 2 er gjennomføringa av sjølve masterprosjektet inndelt i fem trinn. Der planlegging og utarbeiding av pretest er første trinn. Mellom observasjonar av matematikksamtalen i gruppene, vart det gjennomført intervju med fokuselevane. Syklus 2 vart avslutta med nye intervju med fokuselevane, posttest for alle elevane som deltok i forskingsprosjektet og vidare analyse av empirien. I delkapittelet 3.3 og 3.4 vil eg gå nærmare inn på konteksten som danna syklusane, og empirien som oppstod.

Innanfor ramma av aksjonsforsking vil eg nytte kvalitativ fortolkande studie som metode. Sentrale kjenneteikn på kvalitativ forsking er at forskaren arbeider djupt på eit avgrensa felt, har langvarig opphald og brukar mange strategiar for innsamling av data. Forskaren nærmar seg verda for å forstå, skildre og nokre ganger forklare sosiale fenomen frå innsida, frå forskingsdeltakarane sine perspektiv (Nilssen, 2012). Eg har valt kvalitativ metode fordi eg ønskjer å fordjupe meg i eit sosialt fenomen, matematikksamtalen. For å få tilgang til dette fenomenet treng eg informasjon om fenomenet (observasjon av diskusjon ) og deltakarane si opplevíng av fenomenet (intervju).

Dette medfører at relasjonen mellom forskar og forskingsdeltakarar er svært viktig. Sidan eg som forskar har eit noko spesielt forhold til forskingsdeltakarane som også er elevane mine, har eg sett av eit eige avsnitt til denne problemstillinga.

## 3.2 Forskarrolla

I boka «Læraren som forskar» viser Brekke og Tiller (2013) til Stortingsmelding nr.11 (2008-2009) «Læreren – rolla og utdanningen», i det dei poengterer meir vektlegging av den forskande læraren. Dei hevdar at skal læraren bli meir forskande, må også grunnskulelærarutdanninga bli meir forskingsbasert. «Meningen er at studentene på ulike måter skal være involvert i slikt arbeid, spesielt i forbindelse med forsknings- og utviklingsprosjekter som danner grunnlag for skriving av bachelor- og masteroppgaver». I tråd med dette eg ønskjer eg å bidra i utviklingsarbeidet på eigen arbeidsplass.

I kvalitativ forsking er forskaren sjølv det viktigaste instrumentet. Fordi forskaren samlar, konstruerer i interaksjon med forskingsdeltakarane, analyserer og tolkar empirien. Utfordringa i kvalitativ forsking kan vere at det ikkje finst oppskrift og fast struktur, og ho er open for endringar undervegs. Dette inneber at det er lett å gjere feil, personlege styrkar og svakheiter hjå forskaren kan påverke resultatet (Nilssen, 2012). Det er mange val som skal takast i løpet av masterarbeidet. Sidan eg er mitt eige instrument, er det viktig å reflektere grundig gjennom det enkelte val. Både vala eg gjer når eg framhevar nokre argument, og tonar ned andre, eller når eg analyserer og tolkar elevsitat. Eg vil heilt sikkert påverke resultatet. Derfor er det viktig å leggje igjen spor, slik at andre kan sjå argumenta for dei vala som er tekne undervegs.

I følgje Nilssen (2012) påverkar forskaren alltid situasjonen ein forskar på. Berre ved å vere tilstade vil forskaren påverke situasjonen, og åtferda til informanten. Ho hevdar også at forholdet forskaren har til informanten direkte kan påverke kva informasjonen informanten er villig til å dele. Sidan eg er både lærar og forskar, vil påstanden til Nilssen seie at eg truleg påverka elevane. Dette kan ha vore både negativt og positivt. Negativt ved at dei kanskje heldt tilbake informasjon som dei trudde eg ikkje ville høyre, og kanskje var meir positive enn dei ville ha vore overfor ein annan forskar. Eller motsett, dei kan kome med meiningar som ikkje styrka undersøkinga, og heldt tilbake verdifull informasjon. Eg trur likevel at det faktum at forskaren var kjent for elevane, kan ha verka positivt. Elevane søkte seg til matematikksamtalen fordi dei ønska ei annaleis matematikkundervisning. Derfor vart matematikksamtalen ein ønska variasjon i undervisninga saman med ein lærar dei kjende, noko som kan ha ført til at elevane opptredde meir naturleg enn om ein annan person skulle ha vore til stade.

Intervjusituasjonen var kanskje den situasjonen der elevane lettast kunne ha vorte påverka av dobbelrolla. Dei visste at eg også skulle vurdere deira prestasjonar i matematikk, og derfor kunne det vere smart å spele på lag. I den situasjonen der vi gjennomførte matematikksamtalen var likevel ikkje dette opplagt, fordi vi var to lærarar på same klasse, og meininga var at dei 10 elevane skulle vere saman med resten av klassen etter forsøket. Eg kan likevel ikkje sjå bort i frå at eg kan ha påverka svara deira.

I masteroppgåva brukar eg både nemninga lærar og forskar om meg sjølv. Lærar der eg har denne rolla, elles brukar eg forskar. Dersom eg brukar det personlege pronomenet eg, er det som forskar.

## 3.3 Kontekst

Masterprosjektet vart gjennomført ved Glad ungdomsskule (namnet er fiktivt) i ei bygd på Vestlandet. Ved denne skulen har eg vore matematikklærar i fem år før eg tok til på mastergradsstudiet hausten 2012. Våren 2013 inviterte eg 30 elevar (ein klasse ved skulen) som då gjekk i 9. klasse, til å delta i forskingsprosjektet. 10 elevar tok i mot invitasjonen, 6 jenter og 4 gutar. Desse deltok både i pilotprosjektet, og hovudprosjektet.

Planlegging av pilotprosjektet, og observasjon av elevane i arbeid, vart gjennomført saman med ein kollega ved skulen. Pilotforsøket vart gjennomført i veke 39 og 40. Elevane arbeidde med ulike oppgåver innan emnet tal til dømes fleire rekneartar i ei oppgåve, primtal og talfølgjer. Ei av oppgåvene frå pilotforsøket er presentert i analysekapittelet 4.1.

Målet for pilotforsøket var å kome fram til ei god organisering, anten i storgruppe med alle 10 elevane, eller fleire mindre grupper. Kartlegginga vart gjennomført som manuell observasjon av elevane i arbeid, og lydopptak av tre fokuselevar i arbeid med ei oppgåve (presentert i 4.1). Pilotprosjektet vart avslutta med ein skriftleg måltest, og ei skriftleg tilbakemelding frå elevane. Spørsmål til elevane var mellom anna:

Kva syns du er forskjellen mellom matematikktimane på 8. og 9. trinn, og
dei du har delteke på i haust?
Kva tykkjer du har vore bra med måten vi har arbeidd på?
Kva syns du kunne ha vore annleis?

Matematikksamtalen (syklus 2) der elevane arbeidde i grupper med brøkoppgåver, vart starta etter haustferien 2013. Det var sett av tre 70 minuttarsøkter, pluss gjennomføring av posttest. Plan for gjennomføringa:

| Time | Dato | Oppgåver |
|---|---|---|
| Time 1 | 14.10 | Pretest + Spinningtimen |
| Time 2 | 18.10 | Figurar/teikningar av brøkoppgåver + pizzaoppgåve |
| Time 3 | 21.10 | Gymtimenn + Tur til Kjølsdalen + Teori om brøk |
| Time 4 | 25.10 | Posttest |

Tabell 3.1: Tidsplan for gjennomføring av matematikksamtalane

Elevane var delt i grupper med to, eller tre elevar i kvar. I time 1 og 3 arbeidde elevane med oppgåver heile timen, sett bort frå ei kort oppsummering av oppgåvene siste del av timen. Time 2 var svært uroleg sidan elevane skulle ha samfunnfagsprøve timen etter. Elevane hadde derfor problem med å konsentrere seg om matematikk. Det vart derfor ikkje gjort observasjonar frå denne timen. Fagleg sett var det sprik mellom elevane som deltok. Oversikt over måloppnåing i matematikk på 8. og 9. trinn:

| **Måloppnåing 8. trinn** | **Måloppnåing 9. trinn** | **Elevar** |
|---|---|---|
| Låg | Låg | Lars, Lotte, Lasse, Lise |
| Middels | Låg | Mats Leo |
| Middels | Middels | Marte, Martin, Mona, Merete |
| Høg | Middels | Hanne Mia |

Tabell 3.2: Måloppnåing i matematikk 8. og 9. trinn for elevgruppa

For å få eit breiast mogeleg utval av fokuselevar, valte eg omsyn til tidlegare måloppnåing i matematikk. Eg inviterte derfor ein elev frå kvar av gruppene i tabell 3.2. I dei gruppene der det var fleire enn ein elev, inviterte eg den av elevane som hadde vist gode kommunikative evne i pilotforsøket. I tillegg tok eg omsyn til kjønnsbalansen, slik at fokuselevane vart to jenter og to gutar. Elevane sine namn i studien er pseudonym, der første bokstaven i namnet viser til tidlegare måloppnåing i matematikk. Det vil seie at elevar med namn som startar på M, tidlegare har middels måloppnåing, og elevar med to namn har endra måloppnåing frå 8. til 9. trinn.

Sidan oppgåvene elevane arbeidde med var svært sentrale, er oppgåvene presenterte både i metodekapittelet, og knytt til analyse av matematikksamtalen (4.2). Intensjonen var at oppgåvene skulle setje fokus på ulike aspekt ved brøkomgrepet, og skape diskusjon i gruppene. Ein viktig del av analysen er derfor korleis oppgåvene fungerte.

**Spinningtimen**

Du skal delta på ein Spinningtimen som varer ein klokketime, og er delt inn i seks økter.

| Oppvarming | Pulstopp | Roleg/pause | Pulstopp | «Nedsykling» | Uttøying |
|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{2}{6}$ | $\frac{1}{15}$ | $\frac{2}{20}$ |

1) Du skal forandre brøkane til ei form som gjer det enklare å få oversikt over kor lenge dei ulike øktene varte.
2) Kor lang var kvar økt på prosentform? Enn på desimalform?
3) Kor mange minutt ville kvar økt ha vore dersom Spinningtimen var på 45 minutt?

--------------------------------------------------------------------------------

**Gymtimen**

I ein Gymtime var det jogging på timeplanen. Oppgåva var å springe ei løype i Eid sentrum så mange gonger som mogeleg. Av ulike årsaker var det stor forskjell på kor mange rundar kvar elev fekk tid til å fullføre. Fullfør tabellen slik at vi kan samanlikne:
a) kor lang tid alle sprang b)kor lang tid alle brukte på ein runde

| | Fullført tid | Fullførte rundar | Minutt pr. runde |
|---|---|---|---|
| Amida | 120 | 4 | |
| Ronny | | 3 | 20 |
| Mariel | 6 | $\frac{1}{3}$ | |
| Fnan | 12 | $\frac{2}{3}$ | |
| Dagny | | $\frac{1}{4}$ | 20 |
| Mathias | 15 | $\frac{3}{4}$ | |
| Johan | | $\frac{1}{2}$ | 18 |
| Ane | | 2 | 30 |
| Charlotte | 30 | $1\frac{1}{2}$ | |
| Simen | | $\frac{5}{4}$ | 16 |

--------------------------------------------------------------------------------

**På tur til Kjølsdalen**

Du er på veg til Kjølsdalen for å besøke ei veninne. Det er 24 km frå huset ditt til huset hennar. Sidan du ikkje vil vente på bussen, må du finne andre framkomstmiddel.

| Gå | Haika med bil | Sykle | Køyre buss | Gå |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{48}$ | $\frac{8}{24}$ | $\frac{3}{18}$ | $\frac{5}{12}$ | X |

1. Kor stor del av turen utgjorde det siste stykket du gjekk?
2. Kor mange km var den siste spaserturen?
3. Kor lang (i km) var kvar del av turen?

--------------------------------------------------------------------------------

**Teljar – nemnar**

a) Forklar kva som skjer med verdien til brøken, når <u>nemnaren</u> aukar. Vis med eksempel.
b) Forklar kva som skjer med verdien til brøken, når <u>teljaren</u> aukar. Vis med eksempel.

Figur 3.2: Matematikkoppgåvene i matematikksamtalen

## 3.4 Empiri

Det er ei utfordrande oppgåve å skulle vurdere korleis eit møte mellom elevane og matematikkoppgåver, har gitt aktørane noko verdifullt. For at informasjonen skal vere så valid som mogeleg har eg brukt triangulering. Det vil seie at eg har brukt ulike typar datakjelder. I følgje Cohen et al. (2011) er triangulering definert som bruk av to eller fleire metodar ved innsamling av data for å studere menneskeleg åtferd, og for å styrke validiteten til ei undersøking . I mi forsking har eg nytta metodane: Observasjon, intervju med fire fokuselevar og pre-/posttest.

### 3.4.1 Observasjon

Kjernen i empirien er observasjonar frå elevane i arbeid. I følgje Cohen et al. (2011) har observasjon som metode, sin styrke i at den gir valid data:

> The use of immediate awareness, or direct cognition, as a principle mode of research, thus have the potential to yield more valid or authentic data than would otherwise be the case with mediated or inferential methods (s.456).

Observasjonane vart gjennomførte mest mogeleg uforstyrra. Elevgruppene fekk utdelt oppgåva dei skulle arbeide med, og plassert på kvar sitt grupperom med lydopptakar. For at situasjonen skulle bli mest mogeleg naturleg for elevane, valte eg ikkje å bruke video. På denne måten gjekk eg glipp av nonverbal kommunikasjon, men på den andre sida vart fokuset tydlegare på det munnlege språket, og elevane vart ikkje påverka av filmkamera. Ein liten diktafon vart plassert på bordet ved sida av, elles var det ingen forstyrrande element den tida elevane arbeidde med oppgåvene. Dei gav sjølve beskjed når dei meinte dei var ferdige.

Dei ti elevane som deltok i forsøket, var delt i fire grupper. Det vart berre gjennomført lydopptak av grupper der fokuselevar deltok. Marte og Mats Leo i gruppe 1, Lars i gruppe 2 og Hanne Mia i gruppe 3. På grunn av manglande lydopptakarutstyr i time 1, er berre gruppe 1 representerte med oppgåva Spinningtimen i analysen. Alle gruppene skulle elles vere representerte i datamaterialet med minst to oppgåver, men på grunn av dårleg lydkvalitet kan ikkje lydopptaket frå arbeid med oppgåva Gymtimen i gruppe 1 brukast. Oversikt over kva for gruppe som arbeidde med respektive oppgåver er vist i analysekapittelet 4.2 (tabell 4.2). Totalt utgjer transkribert observasjon, om lag 180 minutt, 60 minuttar med arbeid frå kvar av dei tre gruppene. Sitat frå observasjonane har eg nytta fleire stader i oppgåva; analyse, drøfting og konklusjon. For at dette ikkje skal verke uoversiktleg har eg nummerert alle ytringane, og plassert observasjonane i transkribert form som vedlegg. For kvar oppgåve elevane løyste, starta nummereringa av ytringane frå 1.

### 3.4.2 Intervju

Observasjon av elevane i arbeid, gav meg tilgang til ytringane deira. For å kunne vurdere kva matematikksamtalen betydde for den enkelte elev, var eg også interessert i å høyre elevane sine meiningar. Eg bestemte meg derfor å gjennomføre intervju med fire fokuselevar. I følgje Kvale & Brinkmann (2009) prøver ein i kvalitative forskingsintervju å forstå verda sett frå intervjupersonane si side. Ein ønskjer å få fram folk sine erfaringar, og avdekke deira oppleving av verda. Formålet er å forstå sider ved intervjupersonen sitt daglegliv. Dette stemmer med målet eg hadde for intervjua med dei fire fokuselevane. Eg ønska å få innsikt i deira oppleving av matematikksamtalen.

I aksjonsforsking er aktørane (elevane) sine stemmer viktige bidrag i forskinga. For at elevane skulle kunne påverke matematikksamtalen, gjennomførte eg intervju med fokuselevane mellom matematikksamtalane. Dermed fekk eg også høve til å stille spørsmål til situasjonar som oppstod i den første matematikksamtalen, sidan den var transkribert før andre intervju. Eg gjennomførte tre intervju med Marte, Lars og Mats Leo. Hanne Mia var først ikkje plukka ut som fokuselev. Då eg observerte deltakinga hennar i arbeid med oppgåva Spinningtimen, oppdaga eg at ho posisjonerte seg som ein aktiv deltakar, og eg tenkte at verdifull informasjon ville gå tapt om eg ikkje inviterte med ho som fokuselev.

Eg brukte semistrukturert intervju. Dette er intervjuform som kan brukast til å hente inn skildringar frå intervjupersonen si livsverd, og meiningane hans om fenomen (Kvale & Brinkmann, 2009). Samtalen ligg nær opp til samtalar i dagleglivet, men har som eit profesjonelt intervju, eit formål. Intervjuet tek utgangspunkt i ein intervjuguide, men rekkefølgja og oppfølgingsspørsmål kan vere spontane. Fordeler med semistrukturert intervju er i følgje Cohen et al. (2011):

> The outline increases the comprehensiveness of the data and makes data collection somewhat systematic for each respondent. Logical gaps in data can be anticipated and closed. Interviews remain fairly conversational and situational (s. 413).

Medan ulempene kan vere at viktige emne blir utelatne, og at det kan vere vanskeleg å samanlikne responsar fordi intervjua er ulike (Cohen et al., 2011).

Sidan eg gjennomførte tre intervju med nokre av fokuselevane, laga eg også tre intervjuguidar (sjå vedlegg). Intervjua vart gjennomførte på eit grupperom der berre fokuseleven og eg var til stades. Dei vart fortløpande transkribert.

### 3.4.3 Pre-/posttest

I planlegginga av masterprosjektet såg eg føre meg at dersom elvane gjennomførte ein pretest før dei starta å arbeide med brøk, og ein tilsvarande posttest etterpå, så kunne eg seie noko om kva dei hadde lært. Til meir eg har arbeida med dette masterprosjektet, til meir har eg vorte i tvil om verdien av desse testane.

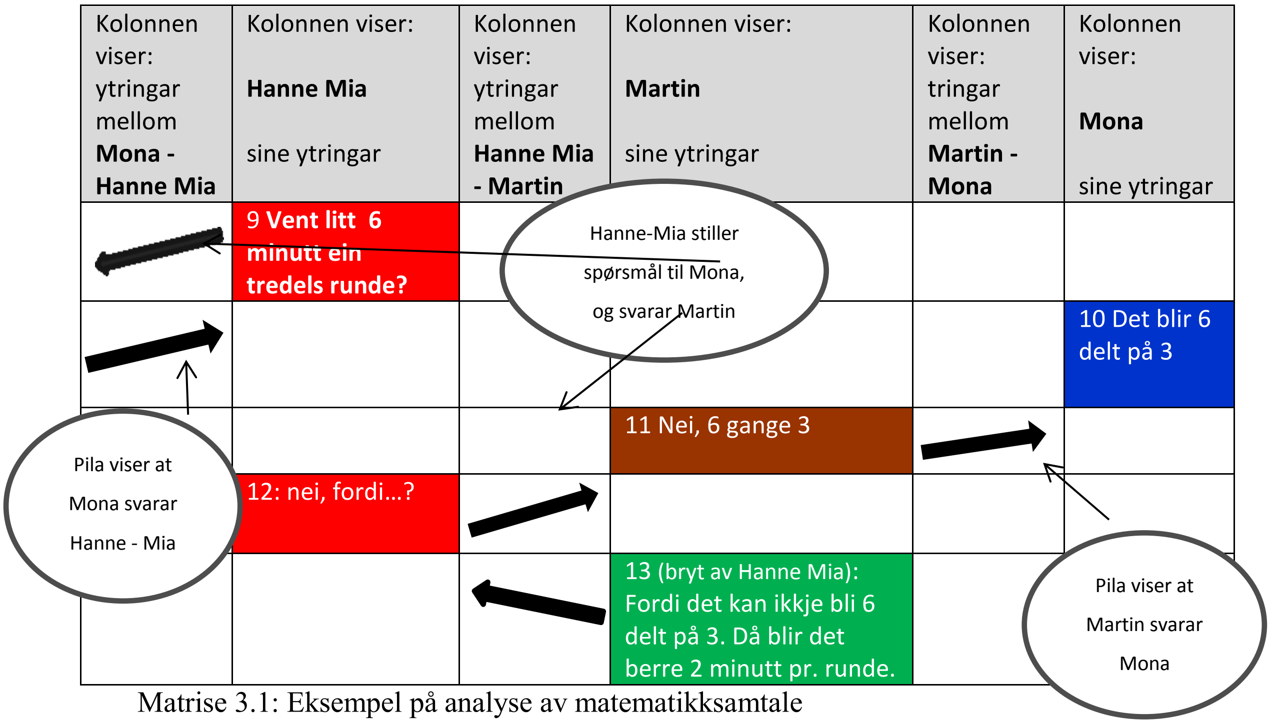
Cohen et al. (2011) stiller fire krav til pre-/posttestar. Testane må teste det same og ha same vanskegrad, men samtidig innehalde ulike spørsmål. Testane må stillast både til forsøksgruppa og ei kontrollgruppe.

Desse krava meiner eg både pre- og posttesten som eg laga, oppfyller. Likevel er eg usikker på verdien av testane fordi det er så mange forhold som påverkar utfallet. Sidan brøk som fagstoff er repetisjon på 10. trinn, vil elevane truleg hugse igjen omgrep og algoritmar uansett arbeidsmetode. Elevane kan ha foreldre eller andre som hjelper dei med oppgåver heime. Situasjonen i seg sjølv kan påverke sidan elevane visste at matematikksamtalen var eit forskingstudium. Men det kan også vere slik at dei faktisk approprierte aspekt ved brøkomgrepet ved å diskutere, bruke brøkomgrepa munnleg og løyse oppgåver frå praktiske situasjonar.

Begge testane som eg nytta, inneheld både instrumentelle og relasjonelle matematikkoppgåver, og eg tilstreva at dei skulle ha same vanskegrad, og elles vere så like som mogeleg. Pretesten vart gjennomført før vi starta den første matematikksamtalen, og posttesten fire dagar etter siste matematikksamtale. Resten av klassen (16 elevar) gjennomførte også posttesten.

## 3.5 Strategiar for dataanalyse

Etter at observasjonane var transkriberte, blei dei analyserte i to trinn. Første trinn av analysen starta med at elevutsegnene frå kvar matematikksamtale vart sett inn i ei matrise. Kvar matrise inneheld kolonnar for kvar elev sine ytringar, og kolonnar for interaksjonen elevane i mellom. Matrisa nedanfor viser eit utdrag frå matematikksamtalen der Hanne Mia, Martin og Mona løyste oppgåva Gymtimen.




Matrise 3.1: Eksempel på analyse av matematikksamtale

| **Kode forklaring:** | Spørsmål (raud) | Usemje (brun) | Resonnement (grøn) | Påstand (blå) | Generalisering (lilla) | Ikkje-objektiske (kvit) |
|---|---|---|---|---|---|---|

| Proaktiv interpersonleg ytring | | Reaktiv interpersonleg ytring | | Personleg objektisk ytring | | Ikkje-objektisk ytring | → |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Deretter blei alle ytringane delt inn i objektiske, og ikkje-objektiske ytringar. Dei objektiske, ytringar med matematisk innhald som fører samtalen mot ei løysing av oppgåva, blei vidare koda i fem kategoriar: spørsmål, påstand, resonnement, usamd og generalisering. På bakgrunn av denne inndelinga laga eg ein tabell for kvar oppgåve gruppene arbeidde med som viser kva type ytringar kvar elev brukte. Kva ytringar gruppe 3 nytta då dei løyste oppgåva Gymtimen, kan vi sjå av tabell 3.3 nedanfor. Tabellen viser fordeling av ulike typar objektisk ytringar, ikkje-objektiske ytringar og totalt kor mange ytringar kvar elev bidrog med for å løyse denne oppgåva.

| Elevar | Objektiske ytringar | | | | | Ikkje-objektisk | Tot. ytringar |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Spørsmål | Påstand | Usamd | Reson-nement | General-isering | | |
| Hanne Mia | 15 | 1 | 2 | 11 | 0 | 10 | 39 |
| Martin | 3 | 6 | 3 | 4 | 0 | 13 | 30 |
| Mona | 0 | 5 | 3 | 8 | 0 | 6 | 22 |

Tabell 3.3: Eksempel på oversikt over ytringar elevar brukt for å løyse ei av oppgåvene

I tillegg blei ytringane vurderte etter om dei var retta mot andre i gruppa (interpersonlege ytringar), eller om eleven snakka høgt med seg sjølv (personlege ytringar), og om dei var reaktive (svar på ytring frå andre) eller proaktive (spørsmål til andre elevar). Dette analyseverktøyet vart nytta for å få fram kva type ytringar som førte til at det oppstod kunnskap om ulike aspekt ved ulike brøkomgrep, og korleis desse vart kommunisert. I teorikapittelet har eg gjort nærmare grei for opphavet til analyseverktøyet (2.7).

I trinn nummer to analyserte eg ytringane på leit etter læringspotensiale som oppstod i diskusjonane. Læringspotensialet i samtalen er ein situasjon som oppstår der det tydleg er skilnad mellom kompetansen til elevane. Omgrepet læringspotensiale har eg presentert i teorikapittelet (2.6). I analysekapittelet har eg plukka ut utdrag frå matematikksamtalane i dei tre gruppene, som kan vere mogelege situasjonar for læringspotensiale. Deretter har eg vurdert om elevane nytta dette potensialet. På bakgrunn av dei læringspotensiala eg oppdaga og analyse av desse, har eg vurdert om den prosessen som oppstod i dei ulike gruppene, hadde noko felles. Trinna i utvikling av læringspotensialet har eg illustrert ved hjelp av prosesspiler.

Figur 3.2 Eksempel på prosesspiler som viser utvikling av læringspotensialet

I analysen har eg brukt to sett med piler. Dei øvste pilene viser elevane sine ytringar, og dei nedste viser ytringane koda i kategori, til dømes spørsmål eller usamd.

Analysekapittelet, intervjua og delvis drøftingskapittelet har eg strukturert etter ein modell basert på Cobb sine fire kategoriar (sjå 2.7). Tabellen nedanfor viser samanhengen mellom samtalekategoriane, tittel på delkapittel (analysen) og i kva delkapittel elevstemmene frå intervjua kjem til uttrykk.

| **Samtalekategoriar** | **Kapiteltittel** | **Elevstemmer frå intervjua i analysen** |
|---|---|---|
| Samarbeid og tillit | Samarbeid og tillit mellom elevane | Gir innsikt i elevane sine opplevingar av samarbeidet |
| Diskusjon og læringsutbyte | Diskusjon og læringspotensial i gruppene | |
| Matematikkoppgåvene - læringsverdi | Matematikkoppgåvene - kontekstuell verdi og læringsverdi | Gir innsikt i elevane sin oppfatningar om oppgåvene |
| Matematikksamtalen | Fokuselevane og matematikksamtalen | Gir innsikt i elevane sine opplevingar av matematikksamtalen inkl. diskusjon og læringsutbyte |

Tabell 3.4: Analysekategoriar for elevsamtalane, og elevstemmene frå intervju i analysen

Kvale & Brinkmann (2010) definerer transkripsjon som klargjering av intervjumaterialet for analyse. Dei poengterer også utfordringane ein som forskar står overfor når ein skal omsetje talespråk til skriftspråk. Når ein samtale der to personar fysisk møtest ansikt til ansikt, skal abstraherast og fikserast i skriftleg form, vil tekstinnhaldet bli svekka fordi ein misser kroppsspråk, tonefall og mimikk. Noko av dette kan ein kompensere ved tilleggsinformasjon utover å omsetje ord for ord. Teksten er likevel ein abstraksjon, og ein dekontekstualisert attgjeving av samtalen.

Ved transkripsjon både av intervjua og observasjonane, brukte eg tilnærma standardisert nynorsk. Eg har likevel ikkje omsett alle dialektord, og eg har sikra meg at småord som emmm og eee viser att i teksten. Etter beste evne har eg prøvd å vere tru mot elevane sine utsegner slik at eventuelle fokuselevar som les oppgåva skal kunne kjenne igjen utsegner. Elles har eg nytta parentesar for å få fram hendingar t.d. pausar, og elevar som avbryt kvarandre.

Eg starta tekstanalysen av intervjua med å slette alle spørsmål som eg som forskar, hadde stilt. Deretter koda eg kvar elev sine utsegner i dei fire samtalekategoriane. Eg kunne ha valt ein meir induktiv framgangsmåte. Då måtte eg ha leita etter kategoriar som kunne oppstå, utifrå empirien. Sidan eg var ute etter elevane sine meiningar knytt til matematikksamtalen og læringsutbyte av den, visste eg kva eg såg etter. Derfor ville eg heller kode elevresponsen i fire på førehandbestemte kategoriar. Nedan for har eg teke med eit eksempel på korleis eg har kategorisert utsegner frå fokuselevar. Tabell 3.4 viser første del av Marte sine utsegner delt i kategoriar.

| **Samarbeid og tillit** | **Diskusjon og læringsutbyte** | **Matematikkoppgåvene - læringsverdi** | **Matematikksamtalen** |
|---|---|---|---|
| Marte: Ja, for eg føler vi utfyller kvarandre. Vi kan litt forskjellege ting, godt på ein måte. | Marte: Det er liksom det at man får høyre andre sine meiningar , men når ein jobbar åleine så gjer du det du trur er rett. Det er liksom enklare å lære når du er fleire, då snakkar du liksom om det og forstår det skikkeleg. | Marte: Eg trur eg lærer meir. For eksempel dette her på ein måte det er sånne ting som vi gjer i kvardagen vår. Og då er det lettare å sjå at vi får bruk for det. Og når vi jobbar i klasserommet så tenke vi sånn at nei, vi får ikkje bruk for det. Men her ser vi korleis vi kan bruke det i kvardagen og. | Marte: Eg føler at det ein annaleis måte å lære matematikk på og det er veldig interessant også. Eg føler eg lærer av det. Eg syns det er mykje betre enn å sitje i klasserommet og rekne oppgåver. |

Tabell 3.5: Del av Marte sine utsegner delt inn i fire kategoriar

Sidan eg har slege saman og koda fleire intervju frå kvar elev, har ikkje utsegnene fortløpande nummer. For å kunne kople skriftleg utsegn med det eleven sa i intervjuet, har eg knytt dato til utsegnene i teksten (4.3.1 og 4.4). Fordi alle lydbanda eg brukte er daterte, kan eg om eg ønskjer det, gå tilbake til kvart lydband for å høyre nøyaktig kva eleven sa.

Då eg valte å nytte kvalitativ metode, låg det eit fortolkande paradigme implisitt. Empirien som eksemplet i tabell 3.5 viser, må tolkast innan for ramma av matematikksamtalen. Eg bevegar meg då innan for hermeneutikken, eit ord som har tre tydingar: uttrykk, tolking og oversetting. Sidan datamaterialet består av elevar sine meiningar og handlingar, må desse tolkast. Tolkinga er eit forsøk på å finne ei underliggande meining, eller uttrykke noko som verkar uklart på ein tydlegare måte (Nilssen, 2012).

Ved at eg legg mi tolking til grunn for kva eleven meiner står eg i fare for å endre på det elevene ønska å formidle. Kvale & Brinkmann (2009) påpeikar fire hermeneutiske distinksjonar, det vil seie spørsmål som bør stillast knytt til tolkinga. Dei to viktigaste av desse er, slik eg ser det; kjem den uttrykte eller intenderte meining fram og fins det ei rett tolking? For at teksten skal få meining utover det eleven uttrykker, må meininga løftast ut av konteksten. Det vil alltid finnast fleire tolkingar av ein tekst. Derfor er det viktig at eg som forskar eksplisitt forklarar mi tolking slik at teksten også kan tolkast av andre. Omgrepet hermeneutiske sirkel indikerer at ein tolkar dei ulike delane i lys av heilskapen. Det vil seie at når eg skal tolke Marte si utsegn om samarbeidet så gjer eg det i lys av matematikksamtalen som heilskap.

Ramma nedanfor viser eit eksempel på ei elevutsegn som eg har tolka. Av dette eksemplet ser vi korleis eg har tolka Marte sin ord, og ramma dei inn i matematikksamtalen som heilskap.

| |
|---|
| Marte: (30.10.) «..eg føler vi utfylle kvarandre. Vi kan litt forskjellige ting godt, på ein måte.»<br>Marte si utsegn uttrykker ein viktig forskjell mellom individuelt og kollektivt arbeid. Dersom gruppemedlemene kan dra nytte av ulik kompetanse, vil dei kunne utnytte potensialet som ligg i samarbeid. Ved å bruke uttrykket: utfyller kvarandre, ligg det implisitt ein tillit. Ho kunne ha valt å seie vi har ulik kompetanse. Noko ho kunne ha sagt utan å ha tillit. Ved å bruke ordet utfyller , meiner eg at det implisitt utrykker tillit (frå analysekapittelet 4.2). |

## 3.6 Truverde til forskinga

I dette delkapittelet vil eg diskutere truverde til masterprosjektet. Sidan eg har gjennomført forskingarbeidet på skulen der eg er tilsett, med elevar som eg har undervist tidlegare, og truleg kjem til å undervise etterpå, er det særleg viktig å vere bevisst kva som styrkar og svekker truverdet til forskinga. Først vil eg vurdere validitet, deretter reliabilitet og til slutt etikk knytt til arbeidet.

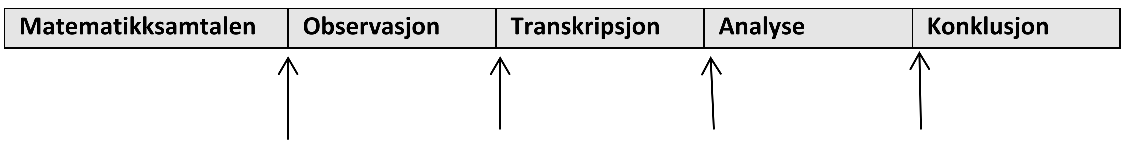
### 3.6.1 Validitet

I følgje Kvale og Brinkmann (2010) dreier validitet i samfunnsvitskap seg om: «hvorvidt en metode er egnet til å undersøke det den skal undersøke» (s. 250). I sin diskusjon av omgrepet validitet skriv dei avslutningsvis:

> «I slike tilfeller ville forskningsprosedyrene være gjennomsiktige og resultatene åpenbare, og en studies konklusjoner ville være overbevisende sanne, vakre og gode. Valid eller gyldig forskning vil da være forskning som overflødiggjør spørsmål om validitet» (s. 264).

I masterprosjektet mitt har eg innført ein undervisningsmetode som var ny for elevane. Forskingsspørsmålet mitt er korleis dei kan appropriert ulike aspekt ved brøkomgrepet, ved å arbeide slik. Spørsmålet i dette delkapittelet er om den metoden eg har nytta til å undersøke om så var tilfellet, var egna til å undersøke dette, og om forskingsprosedyrane og resultata er openbare.

Dei ti elevane som deltok i matematikksamtalen, hadde alle meldt seg frivillig, så allereie før eg sette i gang arbeidet kan representasjonen ha vore påverka. Eit spørsmål eg måtte ta stilling til, var kor mange fokuselevar eg skulle velje for å gi forskingsarbeidet validitet. Eg syns det var viktig å ha med ulike elevtypar, til dømes elevar som tek initiativ, gutar, jenter, elevar med høg og låg måloppnåing, men også at dei  hadde gode kommunikative evne. Samtidig kunne eg ikkje ta med alle. Derfor var det viktig med ei grundig vurdering før eg inviterte aktuelle fokuselevar. Eit tiltak som kan ha styrka validiteten, var at eg utvida talet på fokuselevar slik at Hanne Mia også vart ei elevstemme i analysen.




Figur 3.3: Spesielt sårbare område i masterprosjektet.

Figur 3.3 illustrerer område i masterprosjektet som er spesielt sårbare, eller der mine avgjerder i stor grad kan påverke kva som til slutt blir svar på problemstillinga. Ein måte å gjere forskinga meir valid, er å bruke triangulering (sjå 3.4). Dette er ei av fleire årsaker til at eg har nytta fleire analysemetodar; observasjon, intervju og pre-/posttest.

Den sikraste metoden for å kunne analysere det som verkeleg hende, er sannsynlegvis observasjon der elevane sine handlingar blir uttrykt gjennom ytringane deira. Sidan eg brukte lydopptak, og ikkje video, har eg allereie før eg starta transkripsjonen,  avgrensa analysematerialet. Dette valet medførte at eg miste nonverbale uttrykk, medan eg gjorde elevstemmene tydlegare. Eg meiner at eg har styrka validiteten ved å gjennomføre lydopptak frå fleire elevgrupper. I utgangspunktet hadde eg planlagt at fokuselevane skulle vere samla i ei gruppe, og at observasjonen skulle vere av arbeidet i denne gruppa. Ved å utvide observasjonen til tre grupper og spreie fokuselevane, har eg fått eit breiare utval for å analysere matematikksamtalen.

Overgangen frå observasjon til transkripsjon, kan eg også ha påverka. Spørsmålet er kor nøye skal ein transkribere. Dersom elevane snakkar utydeleg skal ein tippe, eller skal ein skrive at ein ikkje høyrer kva som blir sagt? Skal ein skrive på dialekt, eller normert språk? Skal ein ta med utsegner som ikkje er knytt til forskingsspørsmålet? Eg har valt å vere så tru mot lydopptaka som eg meiner er mogeleg, bortsett frå at transkripsjonane er normert til nynorsk. Var talen til elevane uklar, køyrte eg banda fleire ganger og gav meg ikkje før eg anten hadde forstått kva dei sa, eller gitt opp og måtte skrive at det var umogeleg å høyre. Kollega Anna som har vore ein kritisk ven gjennom heile masterprosjektet, testa transkripsjonen mot lydopptaka. Ho tok om lag 20 stikkprøver frå observasjonar og intervju, og fann eitt minimalt avvik. Noko som bør styrke validiteten til forskingsarbeidet.

I analysearbeidet har eg som forskar stor makt. Difor har det vore viktig både i metode- og analysekapittelet, å vise korleis ytringane i matematikksamtalane og utsegnene frå intervjua er koda og analyserte. Koding av skilnaden på objektiske og ikkje-objektiske ytringar, var ei utfordring. Bak denne kodinga ligg det grundige vurderingar. Utdraga av samtalane som er presenterte i analysekapitelet, kan etterprøvast. Likevel er mykje av arbeidet skult fordi det ikkje er plass i oppgåva, og heller ikkje ønskjeleg. Derfor er det viktig at det som blir presenterte gir tillit slik at oppgåva framstår som valid.

Gjennom ein godt dokumentert analysedel, meiner eg konklusjonen bør vere den delen av oppgåva som er mest open for andre. Konklusjonen skal ikkje kome som noko overrasking, og bør vere tydeleg forankra i analysen for å gi legitimitet.

### 3.6.2 Reliabilitet

Hadde ein annan forskar kome fram til same empirien som meg? Reliabilitet handlar i følgje Kvale & Brinkmann (2010), om forskingsresultata sin konsistens og truverde. Ein stiller spørsmål om resultatet kan reproduserast av andre forskarar til andre tidspunkt. Ville til dømes intervjupersonane svart annleis med ein annan forskar.

Sidan forskingsdesignet mitt byggjer på aksjonsforsking, kan ein dele dette masterprosjektet i to. Først sjølve undervisningsmetoden som eg har kalla matematikksamtalen, og så evaluering av denne. Sjølve matematikksamtalen gjennomførte elevane utan lærar til stades, og vart dermed i liten grad påverka av meg. Oppgåvene elevane diskuterte var derimot laga av meg. Ein anna lærar kunne ha lagt vekt på andre aspekt ved brøkomgrepet ved utforming av oppgåvene. Sjølve masterprosjektet vil vere farga av meg som forskar, og kan ha ført til at reliabiliteten har vorte låg. Dobbeltrolla mi som lærar og forskar, kunnskapen som oppstod i intreaksjon mellom elevane der og då, og sjølve aksjonen kan ikkje spolast tilbake til nullpunktet.

Forsøket kan ikkje gjerast opp att fordi elevane sin kunnskap knytt til brøk, på ein eller annan måte vil vere påverka av matematikksamtalane, eller vurdering av desse. Dei vil aldri kunne vere tilbake der dei var før forsøket starta. Observasjonane derimot, vil ein annan forskar kunne ha gjennomført utan at resultatet vart påverka, dersom opptaka vart gjort på same tidspunkt. Fordi elevane sat på grupperom då dei arbeidde med oppgåvene, utan at eg kunne påverke dei. I tilfellet måtte det vere at dei jobba meir fokuserte eventuelt mindre fordi dei visste at eg som lærar, ville høyre alt dei sa gjennom lydopptaket.

Reliabiliteten er truleg lågast, knytt til intervjua. Eg er ganske sikker på at intervjua ville ha blitt annleis med ein annan forskar, på grunn av dobbeltrolla mi som lærar og forskar. Men eg er usikker på om dette påverka resultatet av forskinga positivt eller negativt. Noko eg har diskutert nærmare i delkapittel 3.2. Forskarrollen.

### 3.6.3 Etikk

Som forskar har eg ansvar for å ivareta interessene til forskingsdeltakarane. Det inneber mellom anna at elevane skal kjenne at dei har noko igjen for å delta, og ikkje føler seg utnytta.

Kvale og Brinkmann (2010) peikar på tre usikre etiske område; informert samtykke, konfidensialitet og konsekvensar. Fordi forskaren må vere open for dilemma, ambivalens og konfliktar som kan oppstå i løpet av forskingsprosessen, er forskaren sin etiske kompetanse viktigare enn etiske retningslinjer og prinsipp.

Elevane som deltok i masterprosjektet, vart inviterte med skriv datert 14.06.13. Av 30 elevar som var inviterte, var det ti som melde si interesse. Dei ti elevane skreiv under på samtykket for å delta i forsøket samtidig som dei gav løyve til intervju, observasjon, lyd- og filmopptak. Sidan Norsk samfunnsvitenskaplig datatjeneste AS (NSD), ikkje var fornøgd med avtalen eg gjorde i juni, måtte eg sende ut eit nytt skriv i september 2013 for å informere foreldra og elevane om at dei kunne trekke seg frå forsøket når som helst utan å gi opp grunn.

Spørsmålet om konfidensialitet er problematisk sidan det var ei lita gruppe på ti elevar som deltok i forskingsarbeidet, og av desse plukka eg ut fire fokuselevar, to jenter og to gutar. Eg har tilstreva konfidensialitet ved å anonymisere namna til elevane ved transkripsjon både av intervju med fokuselevar og observasjon av gruppearbeidet, og merking av lydband. I pilotforsøket, der alle ti elevane deltok, brukte eg kunn nummer på elevane. Likevel med så få elevar, kan det vere vanskeleg å halde identiteten skult.

Eg føler at det største etiske dilemma er analysen, og presentasjon av denne. Sidan eg har valt å nytte namn som avspeglar elevane si tidlegare måloppnåing i matematikk, står eg i fare for å utlevere og tolke elevsitat som i yttarste konsekvens, elevar kan oppleve som krenkande. Dette er eit dilemma eg må vere bevisst i dei situasjonane dette skulle oppstå. På den eine sida har eg ønske om utføre ein grundig analyse. På den andre sida vil eg at elevane skal oppleve matematikksamtalen som positiv.

For å få svar på problemstillinga, er eg interessert i elevane si livsverd, deira meiningar og opplevingar. I intervjusituasjonen oppstår eit asymmetrisk maktforhold fordi det er eg som intervjuar som bestemmer både kva som er tema og kor lenge vi skal snakke (Kvale & Brinkmann, 2010). I mi forsking blir dette ytterlegare forsterka sidan eg også er læraren deira. Gjennom løyve frå NSD er eg forplikta å gjere alt eg kan for å beskytte kjeldene mine, og i tillegg er eg som lærar underlagt teieplikta etter Forvaltningslova § 13.

# 4 Analyse

I dette kapittelet vil eg analysere empirien eg har henta inn for å få svar på problemstillinga mi: Korleis kan matematikksamtalen vere ein reiskap for elevar til å appropriere ulike aspekt ved brøkomgrepet?

Sett bort frå delkapittel 4.1 Pilotforsøket, er resten av kapittelet (4.2 – 4.4) bygt opp etter ein modell basert på dei fire kategoriane Cobb (1995) brukte i sin analyse (sjå 2.7).

- Samarbeid og tillit mellom elevane
- Diskusjon og læringspotensialet i gruppene
- Oppgåvene og matematikken
- Fokuselevane og matematikksamtalen

I eit sosiokulturelt læringsperspektiv oppstår kunnskap når elevar samhandlar med kvarandre. Sidan det er gjennom språket elevane medierer denne kunnskapen, vil eg undersøke om matematikksamtalen kan vere ein undervisningsmetode der elevar brukar språket, og med det approprierer kunnskap. Sidan samhandling er eit nøkkelomgrep, vil eg starte analysen av matematikksamtalen med å vurdere samarbeid og tillit i gruppene på bakgrunn av informasjon frå fokuselevane.

Sidan matematikksamtalen er ein munnleg undervisningsmetode, er det sentralt å analysere sjølve diskusjonen. Korleis ytra elevane seg? Brukte dei ytringar med matematisk innhald, og bidrog ytringane til å løyse matematikkoppgåvene? Oppstod det læringspotensiale i diskusjonen, og nytta eventuelt elevane læringspotensialet som oppstod? Desse spørsmåla ønskjer eg å finne svar på gjennom å analysere elevane sine ytringar (4.2.2).

Matematikkoppgåvene elevane arbeidde med var ein viktig komponent i matematikksamtalen. I delkapittel 4.3 vil eg analysere kva matematikk elevane faktisk diskusterte versus intensjon lærar hadde då oppgåvene vart planlagde. Kapittelet vert av slutta med ei vurdering av kva verdi matematikksamtalen hadde for kvar av fokuselevane.

Analysen byggjer på empiri frå transkribert lydopptak av elevgruppene då dei løyste kontekstuelle oppgåver knytt til brøk (tabell 3.2 og 4.2), intervju med fire fokuselevar og informasjon frå pre-/posttest. I tillegg nyttar eg observasjonar utført av kollegaar, lydopptak frå gruppearbeid og elevtestar knytt til eit pilotprosjekt. Sidan pilotprosjektet var første syklus i aksjonsforskinga, og grunnlaget for matematikksamtalen si organisering, vil eg analysere denne empirien først.

## 4.1 Pilotforsøk

For å få eit best mogeleg grunnlag for å organisere mastergradsprosjektet, ønska eg å gjennomføre første syklus i aksjonsforskinga som eit pilotforsøk.

Måloppnåinga i matematikk frå åttande og niande trinn, viste stort sprik mellom dei ti elevane som skulle delta. For å unngå stigmatisering og for å gi elevane same utgangspunkt, var planen å gjennomføre matematikksamtalen i ei felles gruppe. Målet med pilotforsøket var derfor å prøve ut matematikksamtalen i storgruppe, og dersom dette ikkje skulle fungere for fleirtalet av elevane, teste ut ei anna organisering . I dei to vekene pilotprosjektet varte, arbeidde elevane med emnet tal.

Den grunnleggande ideen bak matematikksamtalen var at elevane skulle nytte språk som medierande reiskap for å kunne appropriere matematikk (Säljö, 2010). For å kunne teste ut denne ideen var det viktig at alle elevane, var aktive i diskusjonen. Vi testa først ut diskusjon i storgruppe der alle dei ti elevane deltok, og lærar fungerte som ordstyrar. Etter å ha prøvd ut to diskusjonar i storgruppe, vart elevane delt i to mindre grupper. Til slutt vart det gjennomført diskusjon og oppgåveløysing i tre- og toargrupper. Analysen byggjer på to observasjonar av elevane under oppgåveløysing i storgruppe, og ein observasjon av kvar mellomstorgruppe i arbeid. Observasjonane av gruppeaktiviteten vart registrete manuelt av to kollegaar, og meg som forskar. Diskusjonen i treargruppe med fokuselevar, vart observert med lydopptak og transkribert. Tabellen nedanfor viser talet på ytringar pr. elev, og resultat av ein måltest gjennomført i same periode.

| Elev | Talet på elevytringar Stor gruppe (gj.snitt) (10 elevar) | Talet på elevytringar Mindre grupper (6 og 4 elevar) | Resultat på test (Maks 8 poeng) |
|---|---|---|---|
| 1 | 4,5 | 12 | 7 |
| 2 | 5 | 5 | 7 |
| 3 | 3,5 | 6 | 6 |
| 4 | 0,5 | 6 | 1 |
| 5 | 1 | Borte | 6 |
| 6 | 5 | 14 | 6,5 |
| 7 | 0 | 5 | 0 |
| 8 | 1,5 | 9 | 0,5 |
| 9 | 2,5 | 11 | 6,6 |
| 10 | 0,5 | 10 | 1 |

Tabell 4.1 Viser oversikt over elevdeltaking, og resultat på måltest.

Kolonne ein kor mange ganger kvar elev tok ordet under samtalar/oppgåveløysing der heile gruppa var samla (figur 4.1). Observasjonane i kolonne to, er gjennomført etter at gruppa var delt. Kolonne tre viser resultatet frå ein måltest knytt til tal.

I tillegg til observasjonane og testresultat i tabell 4.1, bygger analysen på observasjon av tre fokuselevar som løyste ei matematikkoppgåve. Før gruppediskusjonen jobba dei tre elevane individuelt med oppgåvene i ca. 10 minutt. I utdraget frå elevdiskusjonen presentert nedanfor, arbeidde elevane med ei oppgåve knytt til fleire rekneartar. Oppgåva lydde slik:

| |
|---|
| Per, Pål og Espen har kjøpt ein pizza til 270 kr som dei skal dele. I tillegg kjøper Pål ein brus til 15 kr. Pål hadde berre med seg 10 kr. Lag eit reknestykke som viser kor mykje Pål skal betale Per (han betalte for «Pizzafesten). (Oppgåve laga av læraren.) |

Elevane brukte 26 ytringar på å løyse oppgåva. Elev 2 og 6 hadde 11 ytringar kvar, medan elev 10 ytra seg 4 ganger. Sjølv om elev 2 og 6 tok ordet like mange ganger, posisjonerer dei seg ulikt i diskusjonen. Elev 2 var den som stod fast på sitt og overtydde dei to andre (talet framfor ytringa viser til nummeret på ytringa i elevdiskusjonen).

14 - Elev 2: «Altså dei skal betale han tilbake, fordi han betalte han tilbake fordi han betalte pizzaen for dei».

Elev 6 er den som styrte diskusjonen, stilte spørsmål, men let seg også overtyde av elev 2.
18 - Elev 6: «Så han betalte på ein måte for brusa, berre at han fekk låne 5 kr av Pål?»

Elev 10 deltok i starten fordi han presenterte løysingsforslag på oppgåve ein, seinare i samtalen snakka han berre sporadisk. Han deltok lite i diskusjonen med dei to andre. Ytringane hans var karakteriserte av oppattaking  og spørsmål. 21 - Elev 10: «Eeeee……, ja trur det?»

I aksjonsforsking står tanken om samarbeid sterkt. Kanskje burde elevane i enno sterkare grad delteke i vurdering av pilotforsøket. Deira bidrag var ei skriftleg vurdering der alle ti kom med positiv respons, men utan forslag til endring.

Målet med pilotprosjektet var å vurdere gruppesamansetjing og storleik på gruppene, for å gi flest mogeleg elevar eit godt grunnlag for å kunne appropriere ulike aspekt ved brøkomgrepet ved hjelp av matematikksamtalen. Sjølv om dette var eit lite pilotprosjekt, ga analysen nokre signal om kva forhold eg burde ta omsyn til ved samansetjing av gruppene.

I følgje Streitlien (2009) er det stor variasjon mellom kven som deltek i aktivitetar i klassen, eller ikkje. Tabell 4.1 viser at fleire elevar deltok etter at gruppa vart delt. Spesielt merka elev 7, 9 og 10 seg ut. Elev 9 og 10 deltok med få ytringar, medan elev 7 ikkje var munnleg aktiv i storgruppa. Trass i at elev 9 og 10 deltok lite i storgruppa, var dei blant dei mest aktive etter deling av gruppa.

Hovudkriteriet for samansetjing av gruppene i matematikksamtalen var munnleg deltaking, men eg hadde også eit blikk på måltesten. I si analyse av elevar som arbeidde i par med matematikkoppgåver oppdaga Cobb (1995) at ulik autoritet anten matematisk eller sosialt, kunne påverke læringsutbytte. Dersom begge elevane aksepterte at den eine eleven var ein matematisk autoritet (sterkare fagleg), var gruppa lite produktiv for nokon av elevane. Frå analysen av observasjonen av dei tre fokuselevane, kan vi registrere at elev 10 var forholdsvis passiv i diskusjonen med elev 2 og 6. Resultatet på måltesten indikerer at denne eleven er faglege svakare i matematikk enn dei to andre. Han kan ha vorte påverka av at han såg på dei to andre elevar som faglege autoritetar.

I utgangspunktet ønska eg ikkje å nivådifferensiere gruppene i matematikksamtalen, men på bakgrunn i Cobb sine funn og observasjonane frå løysing av oppgåve 2, oppfatta eg det som gruppesamansetjinga ville bli meir optimal for elevane si læring dersom eg tok omsyn både til munnleg aktivitet i pilotforsøket, og tidlegare måloppnåing i matematikk.

## 4.2 Matematikksamtalen

Dette delkapittelet er kjernen i analysen. Eg vil analysere samtalane i elevgruppene med vekt på ytringane deira for å få fram korleis dei snakka saman, og kva dei snakka om. Ein viktig faktor for at det skulle oppstå kunnskap i matematikksamtalen slik at elevane kunne appropriere ulike aspekt ved brøkomgrepet, var at det var tillit mellom elevane. Eg vil derfor starte analysen med å setje søkelys på samarbeidet i gruppene (Cobb sin kategori 1), deretter nyttar eg analyseverktøyet eg har utvikla (2.7 og 3.5) til å analysere samtalane i gruppene.

I utdraga frå matematikksamtalane som er del av analysen, arbeider elevane i hovudsak anten med oppgåva Spinningtimen eller Gymtimen (sjå alle oppgåvene 3.3). Presentasjon av læringspotensialet som ikkje vart nytta, er derimot henta frå oppgåva På tur til Kjølsdalen. Teljar - nemnar var ei lita deloppgåve der elevane skulle reflektere over verdien til brøken dersom teljar eller nemnar blei endra. Tabell 4.2 gir eit oversyn over kva oppgåve som vart diskuterte i dei ulike gruppene, og kvar fokuselevane deltok.

| Gruppe | Gruppe 1 | Gruppe 2 | Gruppe 3 |
|---|---|---|---|
| Fokuselevar | Marte, Mats Leo | Lars | Hanne Mia |
| Oppgåvenamn | Spinningtimen | Gymtimen | Gymtimen |
| | Tur til Kjølsdalen | | Tur til Kjølsdalen |
| | Teljar - nemnar | Teljar - nemnar | Teljar - nemnar |

Tabell 4.2: oversikt over oppgåver og fordeling av fokuselevar

### 4.2.1 Samarbeid og tillit mellom elevane

Sidan tidlegare forsking (Stacey & Gooding, 1998; Kieran, 2001; Cobb, 1995) har vist at tilliten mellom medlemmene i gruppa er viktig for læring, vil eg starte analysen med å fokusere på samarbeidet. Eg vil plukke ut ytringar frå intervjua med fokuselevane, der dei uttalte seg om forholdet til dei andre elvane i gruppa.

Marte og Mats Leo deltok begge i gruppe 1. Begge ga uttrykk for at det var tillit mellom deltakarane. I parentes bak «namnet» på eleven står datoen intervjuet vart gjennomført.

Marte: (30.10.) «..eg føler vi utfylle kvarandre. Vi kan litt forskjellige ting godt, på ein måte». Marte si utsegn uttrykker ein viktig forskjell mellom individuelt og kollektivt arbeid. Dersom gruppemedlemene kan dra nytte av ulik kompetanse, vil dei kunne utnytte potensialet som ligg i samarbeid. Ved å bruke uttrykket «utfyller kvarandre», ligg det implisitt ein tillit. Ho kunne ha valt å seie vi har ulik kompetanse. Noko ho kunne ha sagt utan å ha tillit. Ved å bruke ordet «utfyller», meiner eg at det implisitt uttrykker tillit.

Mats Leo (17.10): «Viss man sitte åleine så får man ikkje hjelp med det man ikkje veit. Og det gjer man faktisk viss man sit saman med andre som faktisk kan dette litt meir enn det man kan sjøl». Mats Leo som var i same gruppe saman med Marte, framheva i enno sterkare grad, kva dei andre medlemmene i gruppa bidrog med. Rett nok brukar han det upersonlege pronomenet «man», men han brukar også orda «det gjer man faktisk» som truleg viser til ei sjølvopplevd hendig. Ordet «faktisk» trur eg han brukar fordi han har hatt behov for hjelp og at han har fått den hjelpa han trengte. Implisitt uttrykker Mats Leo med dette at han har tillit til dei andre i gruppa.

Lars og Lotte utgjer gruppe to. Korleis samarbeidet fungerte uttrykte Lars (30.10) slik: «Eg syns det funka greitt med meg og Lotte». «Funka greitt» uttrykker verken tillit eller mistillit, men seier heller noko om at dette samarbeidet fungerte for Lars.

Hanne Mia deltok i den tredje gruppa. Om samarbeidet seier ho (30.10): «Martin og Mona var sikre på eit svar, og eg skjønte ikkje koffer. Men når dei forklarte det blei det, og når vi på ein måte rekna tilbake koffer svaret blei sånn. Då såg eg at det var rett». Gjennom matematikken, ved å forklare Hanne Mia utrekningar, har dei to andre i gruppa overtydd henne matematisk, og tilliten i gruppa har vakse fram. I ein slik situasjon var det som Hanne Mia peika på viktig «eg såg at det var rett». Dersom ikkje forklaring til dei andre hadde overtyda henne, kunne ein slik situasjon ført til ein konflikt og ikkje til tillit.

Samla sett indikerer sitata at det var tillit mellom elevane i alle dei tre gruppene. I gruppe 1 og 3 viser elevane i tillegg tillit til dei andre sin matematiske kompetanse.

### 4.2.2 Diskusjon og læringspotensialet i gruppene

**Gruppe 1**

I utdraget frå matematikksamtalen som blir analysert i dette delkapittelet, arbeidde elevane med oppgåva Spinningtimen. Elevane som deltok var Marte, Mats Leo og Martin. Oppgåva dei diskuterte er presentert nedanfor:

**Spinningtimen**

Du skal delta på ein Spinningtimen som varer ein klokketime, og er delt inn i seks økter.

| Oppvarming | Pulstopp | Roleg/pause | Pulstopp | «Nedsykling» | Uttøying |
|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{2}{6}$ | $\frac{1}{15}$ | $\frac{2}{20}$ |

1 Du skal forandre brøkane til ei form som gjer det enklare å få oversikt over kor lenge dei ulike øktene varte.
2 Kor lang var kvar økt på prosentform? Enn på desimalform?
3 Kor mange minutt ville kvar økt ha vore dersom Spinningtimen var på 45 minutt?

Diskusjonen består av ytringar frå elevane i gruppa. For å kunne seie noko om kva verdi dei ulike ytringane har i forhold til å løyse ei matematikkoppgåve og lære matematikk, har eg koda ytringane i seks kategoriar (3.5). Tabell 4.3 viser kva type ytringar elevane i gruppe 1 brukte då dei løyste oppgåva Spinningtimen.

| | Objektiske ytringar | | | | | Ikkje-objektisk | Tot. ytringar |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Spørsmål | Påstand | Usamd | Resonne-ment | General-isering | | |
| Marte | 12 | 7 | 1 | 1 | 1 | 17 | 40 |
| Mats Leo | 5 | 12 | 1 | 2 | 2 | 12 | 34 |
| Martin | 5 | 12 | 0 | 1 | 0 | 11 | 29 |

Tabell 4.3: Oversikt over ytringar gruppe 1 nytta til å løyse oppgåva Spinningtimen

Tabellen viser interessant informasjon om gruppe 1. For det første bidrog alle elevane med fleire objektiske ytringar enn ikkje-objektiske. Det vil seie at alle hadde fokus på matematikk, og tok ansvar for å løyse oppgåva. For det andre viser tabellen at to av elevane bidrog med mange ulike typar ytringar.  Utifrå oversikten over ytringar, får ein inntrykk av at matematikksamtalen i gruppe 1 bestod av eit rikt utval ytringar, og at elevane hadde fagleg fokus.

Matrise 1 nedanfor viser eit utdrag frå matematikksamtalen i gruppe 1. Fylte piler (➞), viser objektiske ytringar som fører matematikksamtalen framover. Medan ikkje-objektiske ytringar (⟶) er ytringar utan matematisk verdi, og dermed ikkje fører samtalen mot ei løysing av oppgåva (sjå 3.5). Piler plassert mellom elevar viser interpersonlege ytringar (snakkar til kvarandre), medan loddrette piler i eleven sin «rute» illustrerer personleg tale (snakkar med seg sjølv).

Kodinga av ytringane er markerte med ulik farge: spørsmål (raud), påstand/svar (blå), resonnement/forklaring (grøn) , usamd (brun), generalisering (lilla) og ikkje-objektisk ytring (kvit).

| Martin - Marte | Marte | Marte - Mats Leo | Mats Leo | Mats Leo - Martin | Martin |
|---|---|---|---|---|---|
| | 46 Må ein gange og? | | | | |
| | | | | | 47 Viss ein skal finne prosenten. |
| | | | 48 1 delt på 15 ganger 100. Det er det. | | |
| | 49 Då er dette feil. | | | | |
| | | | 50 Det er teljar delt på nemnar, gange 100. | | |
| | 51 jammen.. sånn som eg ser sant? Skal ikkje det bli desimaltal 0,25? | | | | |
| | | | 52 Jo.. | | |
| | 53 Jammen, då ganga ikkje eg med 100. | | | | |
| | | | | | 54 Jammen no fekk eg 25 % |
| | 55 jammen det er prosent. Sant? Eg snakka om desimaltal. | | | | |
| | | | 56 jammen no snakka vi om prosenttal. | | |
| | 57 Så det er det same som å finne desimaltal, berre man ganga med 100. | | | | |

Matrise 1: Utdrag av Matematikksamtalen i gruppe 1(Spinningtimen)

Dei fleste ytringane i utdraget er objektiske, og har eit matematisk innhald som «1 delt på 15 ganger 100. Det er det» (48). Matrise 1 viser også at elevane brukte ikkje-objektisk ytringar som «jammen no snakka vi om prosenttal» (56). Elevane snakka i stor grad interpersonlege, det vil seie med kvarandre, sjølv om Marte og Martin også ytra seg i sin personleg (snakka høgt med seg sjølv).

Retninga på pilene viser kven som var den proaktive i gruppa. Marte tok ansvar ved å stille spørsmål, og ansvar for at diskusjonen kom i gang. Mats Leo har ein reaktiv rolle ved å svare på Marte sine spørsmål. I ytring 50 viser han at han har kunnskap til å generalisere utifrå ei kontekstuell oppgåve: «Det er teljar delt på nemnar gange 100».

Gjennom ytringane (tabell 4.3 og matrise 1), får vi eit bilde av ei gruppe med god deltaking, og interesse for å løyse oppgåva. Av matrise 1 kan det sjå ut som Martin bidrog litt mindre enn dei to andre. Ser vi derimot på tabell 4.3 som viser alle ytringane i gruppa, kan vi sjå at han totalt deltok med nærmare 1/3 del av ytringane. Tabell 4.3 viser at alle dei tre elevane i gruppa deltok med ytringar, noko som kjenneteiknar eit kollektivt arbeid.

Eit læringspotensiale er ein situasjon som oppstår under oppgåveløysinga der elevane har ulike meiningar og kompetanse. Dersom dei nyttar seg av den situasjonen som oppstår, kan dei lære av kvarandre. Elevane var usikre på forholdet mellom brøk , desimaltal og prosent. I ytring 44 skulle Marte rekne om 1/15 til prosent. Då Mats Leo i ytring 45 påstod at ho måtte multiplisere med 100, oppstod det ein situasjon der Marte oppdaga at dei hadde brukt ulike algoritmar. For å overtyde Marte gjekk Mats Leo frå oppgåva i situasjonen til generalisering av algoritmen som uttrykker forholdet mellom brøk og prosent. Etter tre «jammen» (ytring 51, 53, 55), der Marte meir eller mindre snakka med seg sjølv, såg ho plutseleg samanhengen mellom desimaltal og prosent.

Læringspotensialet vart utløyst av at Marte blei konfrontert med skilnaden mellom algoritmen for forholdet mellom desimaltal og prosent «Må ein gange og?» Mats Leo og Martin forklarte ved å bruke ytringa generalisering: «Det er teljar delt på nemnar, gange 100», og resonnement: «Viss ein skal finne prosenten» . Pilene nedanfor framstiller i første rad ytringane frå matrisa, og andre rad ein generalisert versjon.


Figur: 4.1: Situasjon for læringspotensiale i gruppe 1

Det oppstår ein konflikt mellom Marte og dei to andre i gruppa om forholdet mellom desimaltal og prosent. I rad 1 kan ein omtrent sjå korleis Marte tenkte i det ho argumenterte «jammen», «jammen», til ho sjølv tydeleg uttrykte den nye kunnskapen: «Så det er det same som å finne desimaltal, berre man ganga med 100».

Andre rad viser ein generalisert versjon av same situasjonen. Det oppstår ei usemje som vidare blir argumentert gjennom ytringane: påstand og generalisering. I møtet mellom elevane sine ytringar, oppstår det ny kunnskap som også vert uttrykt av ein av dei.

### Gruppe 2

Gruppe 2 består av to elevar; Lars og Lotte. I analysen av matematikksamtalen arbeidde elevane i gruppa med å løyse oppgåva Gymtimen. Oppgåva er presentert nedanfor:

**Gymtimen**

I ein Gymtime var det jogging på timeplanen. Oppgåva var å springe ei løype i Eid sentrum så mange gonger som mogeleg. Av ulike årsaker var det stor forskjell på kor mange rundar kvar elev fekk tid til å fullføre.
Fullfør tabellen slik at vi kan samanlikne:

a) kor lang tid alle sprang  b)kor lang tid alle brukte på ein runde

| | Fullført tid | Fullførte rundar | Minutt pr. runde |
|---|---|---|---|
| Amida | 120 | 4 | |
| Ronny | | 3 | 20 |
| Mariel | 6 | $\frac{1}{3}$ | |
| Fnan | 12 | $\frac{2}{3}$ | |
| Dagny | | $\frac{1}{4}$ | 20 |
| Mathias | 15 | $\frac{3}{4}$ | |
| Johan | | $\frac{1}{2}$ | 18 |
| Ane | | 2 | 30 |
| Charlotte | 30 | $1\frac{1}{2}$ | |
| Simen | | $\frac{5}{4}$ | 16 |

Analysen av diskusjonen i gruppa og læringspotensialet som oppstod, startar med ein analyse av dei ulike ytringane elevane nytta for å løyse oppgåva Gymtimenn. Tabellen nedanfor viser at dei samla brukte 99 ytringar.

| | Objektiske ytringar | | | | | Ikkje-objektisk | Tot. ytringar |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Spørsmål | Påstand | Usamd | Resonnement | Generalisering | | |
| Lars | 10 | 12 | 1 | 0 | 0 | 26 | 49 |
| Lotte | 3 | 3 | 0 | 6 | 0 | 31 | 50 |

Tabell 4.4: Oversikt over ytringar gruppe 2 nytta til å løyse oppgåva Gymtimen

Tabellen viser tre interessante funn. For det første bidrog elevane med like mange ytringar. Det kan seie noko om at i ei toargruppe blir elevane i større grad nøydde til å delta. I ei treargruppe, er det lettare å gøyme seg bort. Fordelinga av objektiske og ikkje-objektiske ytringar, er det andre interessante funnet. Dette kan tyde på at dei streva med å finne løysinga, eller at dei snakka om andre emne enn matematikkoppgåva. Av matrisa nedanfor skal vi sjå at det første var tilfellet. Det tredje funnet som peikar seg ut, er korleis dei to elevane brukte ulike objektiske ytringar. Lars bidrog stort sett med spørsmål og påstandar (svar), medan dei fleste av Lotte sine objektiske ytringar, var resonnement (forklaringar).

For å få eit  bilde av matematikksamtalen i gruppe 2, vil eg presentere eit utdrag med ikkje-objektiske ytringar.

| |
|---|
| 61 Lotte: Det var minutt, sant? Kva du fekk?<br>62 Lars: 5<br>63 Lotte: 5, eg notere eg.. så vi har noke å..<br>64 Lars: Men kladda du ned kva vi gjorde.<br>65 Lotte: Du kan skrive ned korleis du på ein måte.. korleis du kom fram til dei greiene der *(pause 15 sek)*<br>66 Lars: for eksempel skal eg ta . , treng eg å skrive ned alle, eller? |

Tabell 4.5: Utdrag frå matematikksamtalen i gruppe 2

Utdraget viser at Lars og Lotte hadde ei praktisk tilnærming til oppgåva. Dei var opptekne av å finne delsvar, og notere dette ned. «Det var minutt, sant? Kva du fekk?» (61), og « Men kladda du ned kva vi gjorde» (64). Utdraget seier også noko om kva forhold dei har til matematikk, spesielt Lotte (65): «Du kan skrive ned korleis du på ein måte.. korleis du kom fram til dei greiene der».  «Dei greiene der» kan ikkje seiast å vere matematisk presist, men det er likevel Lotte sin måte å vise til ein algoritme for multiplikasjon og divisjon av brøk. Orda Lotte brukar, gir ein indikasjon på at Lotte har lite erfaring i å uttrykke seg munnleg i matematikk. Ytringane i utdraget er karakteriserte som ikkje-objektiske fordi dei ikkje har matematisk innhald som fører samtalen mot ei løysing av oppgåva. Rett nok inneheld ytring 62: «5» eit tal, og er ein påstand. Det vi ikkje ser av dette korte utdraget, er at dette er ei oppattaking. I ytring 58 seier Lars: «då blir det (20 sekunds pause), då blir det 0,25 delt på, nei…. 20 gange 0,25…. 5». Lotte stiller ikkje spørsmål til algoritmen, eller korleis Lars tenkte for å kome fram til svaret, og ytringane blir derfor karakteriserte som ikkje-objektiske.

Tabell 4.4 viser at dei fleste objektiske ytringane til Lotte var resonnement. Dette var i hovudsak ytringar der ho vurderte om svara Lars kom fram til, høyrest rimelege ut. For eksempel: «Ja, eg trur det er rett. Charlotte blir ein heil og ein halv på ein måte». Resonnementa hennar kan sjåast som ei kvalitetssikring av at svara Lars rekna ut, var rette.

Forholdet mellom objektiske og ikkje-objektiske ytringar, er truleg uttrykk for at dei to elevane  var usikre på korleis dei skulle løyse oppgåva. I ytring 29 seier Lotte: «Men eg er ikkje sikker på om det er rett. Men vi kan prøve..». Det var mykje prøving og feiling, men dei klarte å løyse oppgåva.

Utdrag frå matematikksamtalen (matrise 2), viser dei einaste ytringane der dei to elevane var usamde.

| **Lars** | **Samtale Lars - Lotte** | **Lotte** |
|---|---|---|
| 24 Kva du gjorde? | | |
| | | 25 Emm.. Eg tok … eg gjorde akkurat det same, berre at eg tok 1,3 .. |
| 26 Ja | | |
| | | 27 Eg tok liksom desimal av brøken, på ein måte om du skjønnar? |
| 28 Ja | | |
| | | 29 Men eg er ikkje sikker på om det er rett. Men vi kan prøve.. |
| 30 1,3…. Blir det ikkje ein annan desimal der då? | | |
| | | 31 Mmm |
| 32 1 delt på 3, ka blir det? | | |
| | | 33 nei, det er ikkje … trur det blir..vent då.. |
| 34 0,3, kanskje? | | |

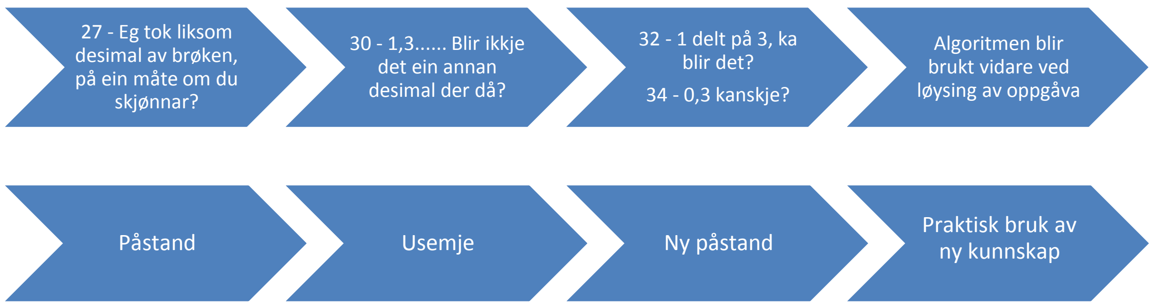
Matrise 2: Utdrag frå Matematikksamtalen i gruppe 2 (Gymtimen)

Av dei 11 ytringane i utdraget er seks objektiske. Dei heiltrekte pilene, viser at Lars stod for dei fleste objektiske ytringane. Han var proaktiv fordi han stilte spørsmål, og var usamd med Lotte. Dei fire loddrette pilene viser at deler av samtalen føregjekk på det personlege planet. Både Lars og Lotte snakka med seg sjølv utan å vente på svar frå den andre. Fordi dei i ein situasjon der dei er usamde ikkje diskuterer med kvarandre, men i staden snakkar halvhøgt med seg sjølve (indikert med loddrette piler), kan samtalen karakteriserast som univokal.

Gjennom analysen av diskusjonen mellom Lars og Lotte får vi eit inntrykk av at dei var usikre på korleis dei skulle løyse oppgåva Gymtimen. Oppgåva var å rekne rundetider, eller motsett kor lenge ein elev sprang. I ytring 20 seier Lars: «Går det an å få det om til desimal?» , som fører dei inn på sporet av å bruke desimaltal. I ytring 25 påstod Lotte at 1/3 var det same som desimaltalet 1,3. I intervju med Lars før denne matematikksamtalen, sa han: «Streken mellom er på ein måte deleteikn» (frå intervju 17.10). Han blei likevel usikker då Lotte sa «1,3». Dette kjem til uttrykk i ytring 30, og vidare understreka i ytring 32 og 34. Resten av oppgåva Gymtimen løyste dei med utgangspunkt i Lars sin påstand om at overgang frå brøk til desimaltal var divisjon.  Lotte stadfesta indirekte den nye kunnskapen, sidan gruppa tok kunnskapen i bruk i det vidare arbeidet. Lotte: «For viss du får ein realistisk tal, så kan det vere rett»(ytring 51).

Situasjonen ga grobotn for eit læringspotensiale som ser ut til å ha blitt utløyst av Lotte sin påstand om at 1,3 er desimaltalet til brøken 1/3. Dette skapte tvil hjå Lars, ei usemje/konfrontasjon mellom det Lars visste, og det Lotte føreslo. Faktoren som dei kom fram til ved  å dele teljar på nemnar, nytta dei i resten av oppgåveløysinga. Den nye kunnskapen om forholdet mellom brøk og desimaltal, vart ikkje stadfesta av Lotte. Det kan derfor diskuterast om dette læringspotensialet vart nytta. Indirekte tok ho kunnskapen i bruk ved at gruppa brukte algoritmen vidare i oppgåveløysinga.

Utviklinga i læringspotensialet kan teiknast med prosesspiler. I rad ein med ytringane frå matematikksamtalen, og i rad to ytringar koda i kategoriar.




Figur 4.2: Situasjon for læringspotensiale i gruppe 2

Ytringane i rad ein viser at Lotte meiner at 1/3 er det same som 1,3 medan Lars ser det som 0,3. Vidare i oppgåveløysinga brukte dei 0,3 utan at Lotte stilte spørsmål med dette, eller på anna måte ga uttrykk for at ho hadde teke i bruk den nye kunnskapen som oppstod i læringspotensialet. Pilene i rad to viser ein generalisert modell der læringspotensialet oppstår utifrå ein påstand som fører til usemje, og vidare refleksjon til ein ny påstand. Siste pila i rada viser at kunnskapen vart nytta vidare i oppgåveløysinga, utan at den vart uttrykt eksplisitt.

## Gruppe 3

I gruppe 3 var det tre elevar: Hanne Mia, Martin og Mona. Martin deltok i gruppe 1 i den første matematikksamtalen, men bytte seinare til gruppe 3.

Tabellen nedanfor gir oversikt over ytringane i gruppe 3 då dei løyste oppgåva Gymtimen.

| Elevar | Objektiske ytringar | | | | | Ikkje-objektisk | Tot. ytringar |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Spørsmål | Påstand | Usamd | Reson-nement | General-isering | | |
| Hanne Mia | 15 | 1 | 2 | 11 | 0 | 10 | 39 |
| Martin | 3 | 6 | 3 | 4 | 0 | 13 | 30 |
| Mona | 0 | 5 | 3 | 8 | 0 | 6 | 22 |

Tabell 4.6: Oversikt over ytringar gruppe 3 nytta til å løyse oppgåva Gymtimen

Oversikten peikar på tre interessante trekk ved diskusjonen i gruppe 3. For det første er om lag ein tredje del av ytringane definert som objektiske. Det vil seie at elevane i gruppa hadde fokus på matematikk, og løysing av oppgåva. For det andre brukte elevane mange ytringar definerte som resonnement, noko som peikar på at elevane brukte matematiske forklaringar i diskusjonen for å overtyde kvarandre. Det tredje poenget er talet på ytringar karakteriserte som usamde. Dette er interessant fordi det er større sannsyn for at det oppstår læringspotensiale i grupper der elevane er fagleg usamde/konflikt (Cobb, 1995).

51 Hanne Mia: Koffer det? Kan ikkje dokker roe dokke ned?
52 Mona: Det blir 20!
53 Hanne Mia: Koffer det då?
54 Mona: Fordi det blir det.
55 Hanne Mia: Nei, forklar!
56 Mona: Her kan du dele opp i tre, sant? Ein halv på kvar, sant?
57 Martin: Ja, ja

Tabell 4.7: Utdrag frå matematikksamtalen i gruppe 3

Tabell 4.6 og 4.7 understrekar korleis Hanne Mia tok eit fagleg ansvar. Ho stilte spørsmål (15 av ytringane hennar), og ho utfordra dei andre i gruppa. «Koffer det? Kan ikkje dokker roe dokke ned? (ytring 51),og «Nei, forklar!» (ytring 55). Sjølv om Mona bidrog med færrast ytringar, tok ho ansvar i den faglege diskusjonen med resonnement og påstandar. Ved å vere usamd: «Det blir 20» (ytring 52), bidrog ho til at oppgåveløysinga kom på rett kjøl. Martin bidrog til å halde diskusjonen matematisk (ytring 21 i matrise 3), sjølv om han også brukte ein del ikkje- objektiske ytringar som « ja» og «jepp».

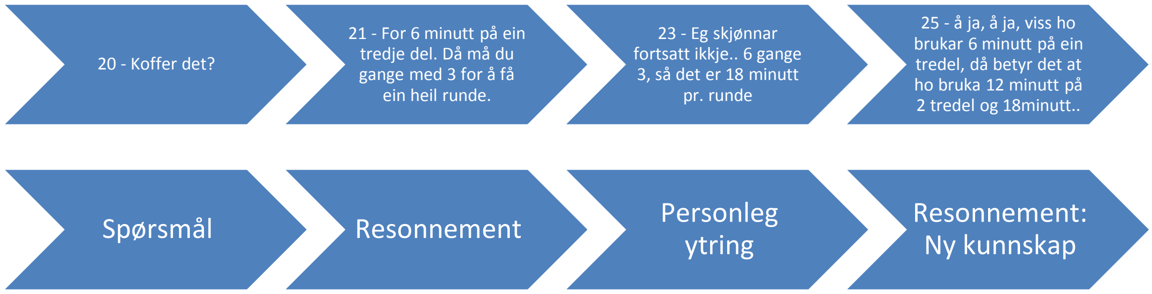
| Mona –HM | Hanne Mia | HM – Martin | Martin | Martin – Mona | Mona |
|---|---|---|---|---|---|
| | 20 Koffer det? | | | | |
| | | | 21 For 6 minutt på ein tredje del . Då må du gange med 3 for å få ein heil runde. | | |
| | | | | | 22 Ho har sprunge ein tredjedel av ein runde, og då må ho gange det med tre for at det skal bli ein heil runde. |
| | 23 Eg skjønnar fortsatt ikkje… 6 gange 3, så det er 18 minutt pr. runde | | | | |
| | | | 24Martin og Mona: ja | | |
| | 25 å ja, å ja, viss ho brukar 6 minutt på ein tredel, då betyr det at ho bruka 12 minutt på 2 tredel og 18 minutt.. | | | | |

Matrise 3: Utdrag frå Matematikksamtalen i gruppe 3 (Gymtimen)

Matrise 3 viser utdrag frå matematikksamtalen der elevane rekna kva rundetida ville ha blitt dersom ein elev som sprang 1/3 av løypa på 6 min, skulle fullføre heile runden. Utdraget viser at matematikksamtalen i gruppe 3 var prega av objektive ytringar, der dei stiller spørsmål og forklarte kvarandre.

Læringspotensialet blei i denne situasjonen utløyst ved at Hanne Mia stilte spørsmål. Dei to andre på gruppa forklarte ho korleis ein kunne rekne om frå 1/3 runde til ein tenkt heilrunde. Sidan ho ikkje var samd, utfordra ho dei to andre til å grunngi forklaringane. Etter ein ny runde med forklaring, uttrykte Hanne Mia (ytring 23) at ho enno ikkje forstod.  Men så etter at ho snakka meir eller mindre høgt for seg sjølv, uttrykte ho: «å ja, å ja, viss ho brukar 6 minutt på ein tredel, då betyr det at ho bruka 12 minutt på 2 tredel og 18 minutt...».

Utvikling av læringspotensialet kan teiknast slik. I rad ein med ytringane frå matematikksamtalen, og i rad to ytringar koda i kategoriar.



Figur 4.3: Situasjon for læringspotensiale i gruppe 3

Pilene i rad ein viser korleis Hanne Mia først stilte spørsmål om kunnskapen som oppstod, deretter resonnerte ho matematisk med hjelp av ytringar frå resten av gruppa. Siste pila viser korleis ho uttrykte ny kunnskap med eigne ord. Rad to er ein generalisert modell som viser korleis læringspotensialet utvikla seg. Frå det starta med eit spørsmål knytt til kunnskap som oppstod i gruppa, vidare gjennom resonnement til ny kunnskap blei uttrykt eksplisitt.

### Læringspotensial som ikkje blei nytta

Det oppstod også situasjonar i matematikksamtalen som kan karakteriserast som læringspotensiale, men som elevane ikkje nytta seg av.  Ein slik situasjon oppstod i gruppe 1 då dei skulle løyse oppgåva Tur til Kjølsdalen. Oppgåva er vist i ramma nedanfor.

**På tur til Kjølsdalen**
Du er på veg til Kjølsdalen for å besøke ei veninne. Det er 24 km frå huset ditt til huset hennar. Sidan du ikkje vil vente på bussen, må du finne andre framkomstmiddel.

| Gå | Haika med bil | Sykle | Køyre buss | Gå |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{48}$ | $\frac{8}{24}$ | $\frac{3}{18}$ | $\frac{5}{12}$ | X |

1. Kor stor del av turen utgjorde det siste stykket du gjekk?
2. Kor mange km var den siste spaserturen?
3. Kor lang (i km) var kvar del av turen?

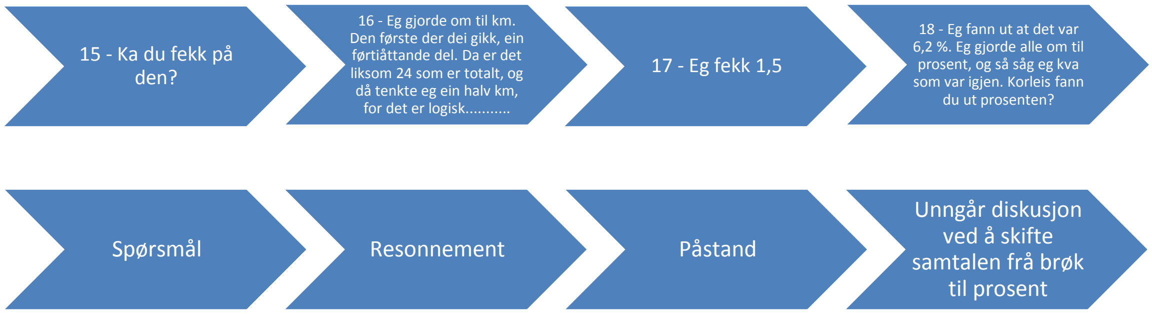
Elevane hadde jobba med oppgåva individuelt før dei diskuterte ho i gruppa. Marte og Merete løyste oppgåva ved å rekne om brøk til prosent. Som utdraget nedanfor viser, hadde Mats Leo eit anna løysingsforslag der han kopla kvar brøk direkte til km.

| Marte | Marte - Mats Leo | Mats Leo | Mats Leo - Merete | Merete |
|---|---|---|---|---|
| 15 Jammen, vent då. På to sant der skulle du jo finne km. Ka du fekk på den? | | | | |
| | | 16 Eg gjorde om til km. Den første der dei gikk, ein førtiåttande del. Da er det liksom 24 som er totalt, og då tenkte eg ein halv km, for det er logisk. 8 tjuefirandedel, det sei seg sjølv, 8 km. Og 5 tolvdel, 12 er jo 24 del på 2, så då tenkte eg at eg måtte ta 12 over og… eller teller og gange den med 2, då fekk eg 10 km. Eg hugsa ikkje kva eg gjorde på syklinga, men eg fekk 3,75 km. Så då stod eg igjen med 1,75 km til den siste gåturen. | | |
| | | | ← | 17 Eg fekk 1,5 |
| 18 Eg fann ut at det var 6,2 %. Eg gjorde alle om til prosent, og så såg eg kva som var igjen. Korleis fann du ut prosenten? | | | | |

Matrise 4: Læringspotensialet i gruppe 1 som oppstod, men ikkje blei nytta.

Situasjonen starta med at Marte stilte spørsmål til Mats Leo om korleis han rekna oppgåva. Etter at Mats Leo forklarte korleis oppgåva kunne løysast med brøk, hadde Marte og Merete høve til å nytte denne situasjonen til å lære meir om brøk. Av ytringane deira går det ikkje fram om dei forstår, eller ikkje forstår Mats Leo sitt resonnement. Dei held fram med å løyse oppgåva med prosent, og Mats Leo deltek ikkje i resten av samtalen.

Det er vanskeleg å seie noko om kvifor Marte og Merete ikkje nytta dette læringspotensialet. Ei årsak kan vere at for dei er prosent eit meir kjent omgrep, og eit forholdstal som oftare blir brukt enn brøk. I figur 4.4 er utvikling av læringspotensialet skissert både med ytringane elevane brukte, og i ein generalisert modell.




Figur 4.4: Situasjon 2 for læringspotensiale i gruppe 1

Rad ein viser at situasjonen starta med eit spørsmål frå Marte. Trass i at det oppstod kunnskap knytt til brøk, valte Marte og Merete å løyse oppgåva ved hjelp av prosent. Dei stilte verken spørsmål, eller resonnerte rundt brøkkunnskapen som oppstod. Den generelle modellen får fram at påstanden i pil tre, er ei potensiell konflikt, medan pil fire viser at elevane ikkje tek tak i dette potensialet til læring.

### 4.2.3 Oppsummering av matematikksamtalen

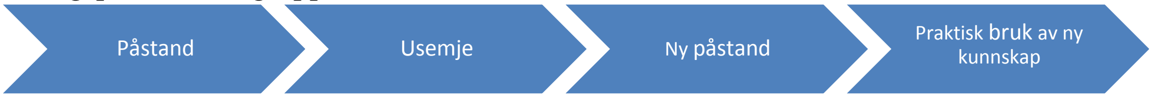
Deltakarane i dei tre gruppene viste i stor grad tillit til kvarandre, og alle bidrog til å løyse oppgåvene.

Oversikt over ytringane i dei tre gruppene (tabell 4.3, 4.4 og 4.6), viser representative bilde av diskusjonane i gruppene. Forholdet mellom objektiske og ikkje-objektiske ytringar, fortel noko om fokuset elevane hadde på matematikken og oppgåveløysinga. Dersom elevane nytta eit rikt utval av ytringar, der dei stilte spørsmål, resonnerte eller brynte meiningane sine gjennom å vere usamde, kan diskusjonen karakteriserast som multivokal. Dette karakteriserte gruppe 3, og delvis gruppe 1. Medan elevane i gruppe 2 i mindre grad utfordra kvarandre, og diskusjonen var meir univokal.

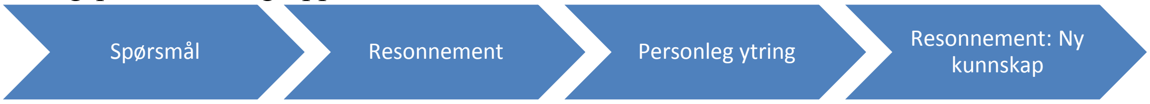
Ved å samanlikne læringspotensiala som oppstod i dei fire situasjonane (matrise 1, 2, 3 og 4) og korleis desse vart nytta i gruppene, kan det framstillast ein meir generalisert modell av læringspotensiala i gruppediskusjonar i matematikk.

Læringspotensiale i gruppe 1:

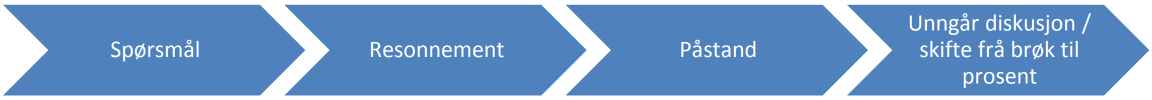

Læringspotensiale i gruppe 2:




Læringspotensialet i gruppe 3:




Læringspotensialet som ikkje blei nytta, i gruppe 1:




Av analysen av læringspotensialet i gruppe 2 og ved å samanlikne trinna med læringspotensiala som oppstod i dei to andre gruppene, kan ikkje dette karakteriserast som eit læringspotensialet som blei nytta av elevane. Situasjonen oppstod som konflikt mellom to meiningar, men eventuell ny kunnskap blei ikkje stadfesta. Læringspotensiala frå gruppe 1 og 3 har derimot fleire felles trekk. Påstand og generalisering kan fungere som resonnement, og omvendt.

I drøftingskapittelet vil eg ta opp læringspotensialet til debatt, og vurdere om dette er den einaste metoden elevar har til å appropriere ulike aspekt ved brøkomgrepet i matematikksamtalen.

## 4.3 Oppgåvene og matematikken

Korleis elevane oppfatta matematikkoppgåvene, og kva matematiske diskusjonar dei spora til, er viktig element i vurdering av matematikksamtalen som reiskap for elevane si læring i matematikk. Dersom ikkje oppgåvene fungerte i høve vanskegrad og interesse frå elevane, ville det lite truleg oppstå matematisk kunnskap i diskusjonane. I dette delkapittelet vel eg først setje fokus på elevane sine meiningar om oppgåvene, og deretter vil eg vurdere det matematiske innhaldet i matematikksamtalen.

Frå intervjua med elevane har eg plukka eit sitat frå kvar fokuselev knytt til oppgåvene.
Lars: «Eg lære mest av praktisk og diskutere. Då er det ikkje berre å skrive dei ned og så ferdig. For då får ein tenke meir, og gjere meir praktisk» (17.10.13).

Hanne Mia: «vi liksom brukt for .. kva skal eg sei.. vi får liksom brukt på det ekte, på ein måte på det kvardagslege» (30.10.13).

Marte: «Eg trur eg lærer meir. For eksempel dette her på ein måte det er sånne ting som vi gjer i kvardagen vår. Og då er det lettare å sjå at vi får bruk for det. Og når vi jobbar i klasserommet så tenke vi sånn at nei, vi får ikkje bruk for det. Men her ser vi korleis vi kan bruke det i kvardagen og» (17.10.13).

Mats Leo: «Det har jo vert annledes morsomt og sånt då. Dei oppgåvene som eg kan bruke litt tid på får eg ganske godt til» (24.10.13).

Når Lars brukar orda «Tenke meir», seier han indirekte at oppgåvene var vanskelegare enn dei han er van med å løyse. Ved å nytte ordet «praktisk» understrekar han at sjølv om oppgåvene er henta frå ein tenkt situasjon, så er dei praktiske for han. Som han sjølv seier: «Eg lære mest av praktiske..». Både Hanne Mia og Marte brukte omtrent like ord «kvardagslege» - «gjer i kvardagen vår», og «brukt på det ekte» - «vi får bruk for det». Begge understreka at oppgåvene tok utgangspunkt i kvardagen deira, og at det var viktig fordi dei då såg at matematikken var nyttig.

Mats Leo ga ikkje så tydeleg uttrykk for kva han meinte om oppgåvene. «Dei oppgåvene som eg kan bruke litt tid på», kan kanskje tolkast som om han meinte oppgåvene var annleis fordi han brukte lengre tid på å løyse dei. I matematikksamtalen løyste elevane ei eller to, mot tidlegare kanskje 10 til 15 oppgåver kvar time. Sitata tolka eg som at det var viktig for elevane at oppgåvene var henta frå situasjonar som dei kjende seg igjen i, og at dei på denne måten såg at matematikk faktisk er noko dei kan ha nytte av.

Matematikkoppgåvene vil eg analysere med utgangspunkt i Stein et al. (1996) sin analysemodell, som ser på forholdet mellom oppgåver gitt av lærar, og eleven si faktiske læring (2.6). Tabellen nedanfor gir oversikt over dei matematiske ideane lærar hadde då oppgåvene vart produserte (kolonne 2), og matematisk innhald i dei oppgåvene elevane arbeidde med (kolonne 3). Tabellen får dermed fram både ulike aspekt ved brøkomgrepet lærar hadde som intensjon at elevane skulle diskutere, og kva aspekt dei faktisk diskuterte.

## Gruppe 1

| Oppgåve (elevar) | Matematikkidear - lærar | Matematikk diskutert - elevar |
|---|---|---|
| <u>Spinningtimen</u><br><br>(Marte, Martin og Mats Leo) | Endre brøkar med ulike nemnarar til brøkar med fellesnemnar | Ikkje diskutert |
| | Del uttrykt som brøk – desimaltal - prosent | **Forholdet mellom brøk, desimaltal og prosent:**<br>65 ytringar overgang frå brøk til prosent<br>Marte 3 ytringar om desimaltal, resten av ytringane var knytt til prosent<br>Marte(16): «Men korleis reknar vi prosent no igjen, då?»<br>Vidare i Matematikksamtalen prøvde elevane ulike forslag til algoritmar.<br>Martin (19): «60 delt på 100 gang 6? Nei ? Eg prøver….»<br>Marte (20): «Blir ikkje det 25%, då? Ein fjerdedel?»<br>Martin (24): «Korleis er det man gjer? Dele man på 100? Så blir det 12 gange 60. Det blir?»<br>Martin (26) «Då blir det 100 gange 12, delt på 60»<br>Martin seier til dei andre at 12/60 = 1/12 som igjen er lik 20%<br>Martin (30): «Det er 20%»<br>Då protesterer dei to andre.<br>Marte(35): «Nei, viss ein fjerdedel er 25%»<br>Mats Leo (36): «Det skal vere mindre enn 10»<br>Etter fleire forslag, seier Mats Leo (48):<br>«1/15 gange 100. Det er det.», og vidare:<br>Mats Leo (50): «Det er teljar delt på nemnar» |
| | Forhold mellom del og heil, der den heile blir endra | **Kor stor er delen når den heile blir redusert. Spinningtimen vert redusert frå 60 til 45 minutt. Brøk som proporsjonalitet**<br>36 ytringar<br>Marte (89): «E det liksom at alle skal vere like lange?»<br>Martin kjem med forslag til løysing:<br>Martin (96): «Så då blir det 1/6 gange med 45?»<br>Mats Leo kjem med eit nytt forslag:<br>Mats Leo (100):«Må vi ikkje eigentle ta bort ¼ av det det er?»<br>Martin (103): «Jammen, då gjer vi det sånn. Det var enklare.»<br>Marte (115): «Skal ein berre dele på 4?»<br>Mats Leo (116): «Og så gange med 3. Då får man ein fjerdedel mindre.» |

Tabell 4.9: Matematisk innhald i matematikksamtalen i gruppe 1.

I oppgåva Spinningtimen (sjå oppgåva 3.3) var «timen» delt inn i seks økter, der øktene var presenterte som brøkar med ulike storleikar. Ideen frå lærar var at elevane skulle finne fellesnemnaren 60. Empirien inneheld ei gruppe som løyste denne oppgåva. Diskusjonen i gruppa gjekk på forholdet mellom brøk og prosent.

Elevane brukte 68 ytringar for å endre seks brøkar til prosent. Det var spesielt å endre 1/12 og 1/15 til prosent som skapte vanskar for gruppa. I ytring (20) sa Marte: «Blir ikkje det 25%, då? Ein fjerdedel?». På tross av Marte si utsegn brukte dei ikkje denne kunnskapen til å endre dei andre brøkane. Ei årsak kan vere at ein fjerdedel og 25 % blir oppfatta som lik verdi, utan at elevane kjente behov for ein algoritme til omrekninga. Då Martin påstod at 1/12 var lik 20 %, protesterte dei to andre. Av ytring (35) «Nei, viss ein fjerdedel er 25%» og (36) «Det skal vere mindre enn 10», kan ein sjå at Marte og Mats Leo reflektere fornuftig kring storleikane til brøkane. Martin derimot, hadde fokus på å finne den rette algoritmen.

Elevane i gruppa kom fram til ein algoritme for forholdet mellom brøk og prosent. Dette klarte dei ved å teste ut ulike algoritmar, i tillegg til å ha meiningar om kor stor delen om lag skulle vere.

I tredje del av oppgåva skulle elevane finne kor store delane blei i eksakt verdi dersom den heile blei redusert. Ein Spinningtimen på 60 minutt skulle reduserast til 45 minutt. Kor lenge varte kvar del (til dømes oppvarming) når forholdet mellom delane skal vere det same. Første for forslag til løysingsmetode var ein standardalgoritme. Martin (96): «Så då blir det 1/6 gange med 45?». Mats Leo derimot presenterte eit anna forslag. Mats Leo (100): «Må vi ikkje ta bort ¼ av det det er?» Det kan verke som om han såg eit bilde av ein time der 15 minutt var borte. Gjennom å resonnere med utgangspunkt i ein praktisk situasjon, kom gruppa fram til ein alternativ algoritme. Marte (115): «Skal ein berre dele på 4?» Mats Leo (116): «Og så gange med 3. Då får man ein fjerdedel mindre».

I ein undervisningssituasjon ville sannsynlegvis læraren vist ein standard algoritme for elevane. Gjennom diskusjonen kom elevane sjølve fram til alternative løysingsmetodar.

## Gruppe 2

| Oppgåve (elevar) | Matematikkidear - lærar | Matematikk diskutert - elevar |
|---|---|---|
| <u>Gymtimen</u><br><br>Lars<br>og<br>Lotte | <br>Multiplikasjon med brøk<br>Divisjon med brøk | **Multiplikasjon og divisjon med desimaltal** (98 ytringar)<br>Lars og Lotte prøve ulike algoritmar for å rekne ut rundetider der brøk er involvert<br>Lotte (6): «Ho sprang liksom i 120 minutt på 4 rundar, og då blir det …. Viss du dele 120 minutt med fire, så blir det 30 minutt pr. runde.»<br>Lotte (19): «Er ikkje … (pause 25 sek)…..ok, vi må vel …(pause 15 sek) vent då..»<br>Lars (20): «Går det an å få det over til desimaltal?»<br>Lars (32): «1 delt på 3, ka blir det?»<br>Lars (34): «0,3, kanskje?»<br>Dei ser så tilbake på korleis dei rekna ut rundar med heiltal.<br>Lotte (37): «Det vi gjor her ….. vi ganga her, sant?»<br>Lars og Lotte (40): «Nei, vi delte»<br>Lotte resonnerte:<br>Lotte (47): «…For eg veit ikkje om dette er rett ein gang. Vi må liksom berre prøve å finne det ut…»<br>Lotte (51): «For viss du får eit realistisk tal, så kan det vere rett.»<br>Lars (52): «6 dele på 0,3 …20»<br>Lotte (53): «Ja, men då prøve vi det på Fnan og då..»<br>Resten av oppgåva løyste dei ved å rekne brøken om til desimaltal, prøve seg fram for å finne ut kva som gav realistiske svar. |
| <u>Teljar- nemnar</u><br><br>Lars og Lotte | Brøkverdiar som konsekvens av at teljar eller nemnar vert endra | **Utviding av brøk**<br>Lars (7): «Forklar kva som skjer når nemnaren aukar. Vis eksempel» (Les frå oppgåva). «Aukar med det same. Ein fjerdedel er på ein måte lik to åttandedelar, og så blir det fire sekstandedelar, og så blir det åtte trettitodelar».<br>Lotte (8): «… når nemnaren aukar så blir på ein måte talet større, skjønnar? Det er vanskeleg å forklare. Men viss teljaren aukar så får du på ein måte eit heilt tal på ein måte». |

Tabell 4.10: Matematisk innhald i matematikksamtalen i gruppe 2.

I oppgåva Gymtimen sprang ti elevar rundar, oppgjevne som brøk, i ei løype. Oppgåva var å finne ut kor lang tid i minutt kvar elev brukte på ein runde, eller i tilfelle der rundetida var kjent, kor lenge eleven sprang (heile oppgåva 3.3).

Lars og Lotte brukte15 ytringar på å løyse «heiltalsrundar» (tid for 3 elevar) ved hjelp av standardalgoritme. Lotte (6): «Ho sprang liksom i 120 minutt på 4 rundar, og då blir det …. Viss du dele 120 minutt med fire, så blir det 30 minutt pr. runde». Problemet meldte seg då dei skulle rekne ut rundetider der brøk var involvert. Dei var begge usikre, slik det kjem fram av ytringa til Lotte (19): «Er ikkje … (pause 25 sek)…..ok, vi må vel …(pause 15 sek) vent då..». Lars hadde ein ide som hjelpte dei på rett veg (20): «Går det an å få det over til desimaltal?» Ved hjelp av Lars sin kunnskap om brøkstrek (32): «1 delt på 3», Lotte sitt fokus (51): «får eit realistisk tal, så kan det vere rett», og ved å sjå tilbake på rundetider med heiltal (37) «Det vi gjor her ….. vi ganga her, sant?», (40)«Nei, vi delte», kom Lars og Lotte fram til svar på alle rundetidene.

I oppgåva teljar – nemnar skulle elevane først forklare kva som skjer med verdien på brøken når nemnaren aukar, og deretter kva som skjer når teljaren aukar. Dette oppfatta Lars og Lotte som utviding av brøken. Lars (7) «Aukar med det same. Ein fjerdedel er på ein måte lik to åttandedelar, og så blir det fire sekstandedelar, og så blir det åtte trettitodelar».

## Gruppe 3

| Oppgåve (elevar) | Matematikkidear - lærar | Matematikk diskutert - elevar |
|---|---|---|
| Gymtimenn<br><br>Hanne Mia,<br>Martin<br>og<br>Mona | Multiplikasjon av brøk<br>Divisjon av brøk | **Multiplikasjon og divisjon av brøk** (90 ytringar)<br>Hanne Mia (25): «å ja, å ja, viss ho brukar 6 minutt på ein tredel, då betyr det at ho bruka 12 minutt på 2 tredel og 18 minutt..»<br>Mona (59): «Her kan du dele opp i tre, sant? Ein halv på kvar, sant?»<br>Hanne Mia (67): «ok, sjå her då. Viss det er ein og ein halv, og så dele du det slik at det blir likt. Så har vi ein halv, ein halv, ein halv. Sant? Og so brukte ho 30 minutt til saman. Og viss vi dele 30 minutt på desse halvane her, så blir det 10 minutt, 10 minutt, 10 minutt»<br>Martin (84): «Fem fjerdedeler, så ganga du fire med fem?»<br>Mona (86): «Ja, det blir 20»<br>Hanne Mia (89): «Du har fem fjerdedeler, sant? Du gjer det om til skikkeleg brøk. Då blir det ein og ein fjerdedel. Viss du brukar 16 minutt på ein runde, då veit du at han brukar 16 minutt på denne runden her. Og vi skal finne ut kor mange minutt han sprang på ein fjerdedel, og då dele vi på 16 minutt på fire.» |
| *Tur til Kjølsdalen*<br><br>*Hanne Mia,*<br>*Martin*<br>*og*<br>*Mona* | Addisjon og subtraksjon av brøk<br><br>Del uttrykt som brøk og eksakt verdi (dvs. km) | **Del frå brøk til km** (54 ytringar)<br>Hanne Mia (21)): «Heile turen er 24 km. Ho gjekk ein førtiåttande del av turen, deler man…….»<br>Mona (22): «Då gjekk ho ein halv km»<br>Mona (24): «For det at 48 delt på 2 er 24, og 24 km……»<br>Mona (27): «Skal vi ikkje ta alle slik at dei blir lik nemnaren?»<br>Martin (35): «Nei, det er meir… det er 4 km.. 1 på 6, 2 på 12, 3 på 18, 4 på 24.»<br>Hanne Mia og Martin(36): «Ein sjette del..»<br>Martin (37): Det er ein fjerde del ….det er fire»<br>Hanne Mia (38): «Ja, det er 4 km»<br>Hanne Mia (44): «Det blir altså 18..22..22,5. Kva blir 24 minus 22,5?»<br>Hanne Mia (46): «Ein og ein halv, kor stor er brøkdelen då?»<br>Martin (47): «Tre førtiåttande deler»<br>Martin (49): «ja, sidan ein halv km, det er ein» |

Tabell 4.11: Matematisk innhald i matematikksamtalen i gruppe 3.

Gruppe 3 løyste også oppgåva Gymtimen, men dei hadde ei meir resonnerande tilnærming. Eit eksempel på dette er ytringa til Hanne Mia (25): «ho brukar 6 minutt på ein tredel, då betyr det at ho bruka 12 minutt på 2 tredel og 18 minutt..». Ho resonnerte ut frå informasjonen om at 6 minutt utgjorde 1/3 av bana, utan å bruke ein fast algoritme. Charlotte (oppgåva Gymtimen) sprang 1 ½ runde på 30 minutt. Dette forklarte Mona ved å teikne: (59) «Her kan du dele opp i tre, sant? Ein halv på kvar, sant?». Eit løp som Hanne Mia utdjupar(67): «so brukte ho 30 minutt til saman. Og viss vi dele 30 minutt på desse halvane her, så blir det 10 minutt, 10 minutt, 10 minutt». Gruppe 3 løyste oppgåva ved å resonnere og tenke praktisk. Det vart ikkje sagt eit ord om algoritme, eller at dei løyste oppgåver med divisjon og multiplikasjon av brøk.

Oppgåva På tur til Kjølsdalen (oppgåva 3.3) løyste dei likeins. I oppgåva er ein elev på tur frå Eid til Kjølsdalen. Han brukte ulike kommunikasjonsmiddel på turen. Fire av delturane vart presenterte på brøkform. Oppgåva var å finne kor lang den siste spaserturen var i km, heile turen var 24 km. Ved å ta utgangspunkt i den kontekstuelle situasjonen og diskutere, løyste gruppe 3 oppgåva utan å gå vegen om fellesnemnar. Med ein gang Hanne Mia presenterte første delen av turen (21): «Heile turen er 24 km. Ho gjekk ein førtiåttande del av turen, deler man…….», såg Mona svaret (22): «Då gjekk ho ein halv km». Og ho blei utfordra til å grunngi (24): «For det at 48 delt på 2 er 24, og 24 km……». Då Martin skulle endre 1,5 km til brøk, resonnerte også han praktisk (47): «Tre førtiåttande deler», (49): «sidan ein halv km, det er ei.». Mona ytra om algoritme (27): «Skal vi ikkje ta alle slik at dei blir lik nemnaren?», utan at dette blei diskutert vidare.

Dersom vi ser på forholdet mellom matematikk diskutert av elevar og matematikkidear frå lærar, er det to deloppgåver som skil seg ut. Potensialet som låg i oppgåva Spinningtimen til å endre brøkar med ulike nemnarar til fellesnemnar, vart ikkje diskutert. Ei årsak til at dette, kan vere at elevane såg sekstideler som naturleg eining sidan tidsrommet var ein time. Elles jobba elevane om lag 10 minutt individuelt med denne oppgåva før matematikksamtalen, noko som kan ha ført til at dei følte seg ferdige med dette punktet då dei møtte i gruppa.

I oppgåva Tur til Kjølsdalen låg det eit potensiale til å arbeide med rekneartane addisjon og subtraksjon. Anten gjorde dei om brøkane til prosent (gruppe 1), eller så gjorde dei om til eksakt verdi direkte (gruppe 3). Ei årsak kan vere at prosent er ei meir naturleg form for elevane å rekne deler av heil. Kanskje fordi ein storleik uttrykt i prosent gir betre grunnlag for samanlikning. Det var likevel interessant å sjå korleis gruppe 3 løyste denne oppgåva. Ved å ta i bruk potensialet som låg i ei kontekstuell oppgåve, fjerna dei seg frå instrumentelle algoritmar.

Stein et al. (1996) peikar på fire faktorar som kan påverke korleis elevar jobbar med matematikkoppgåver: Klasseromsnorm, forhold med oppgåva, læraren sine instruksjonar og elevane sine læringsvanar (figur 2.4). I matematikksamtalen var elevane sett i ein ny situasjon. Klasseromsnormer og elevane sine læringsvanar skulle tilpassast ein ny kontekst. Oppgåvene vart overlevert i skriftleg form utan instruksar for læraren enn informasjon i oppgåveteksten. Det vil seie at i matematikksamtalen var det i hovudsak ein faktor som påverka korleis oppgåvene vart implementerte, forhold med oppgåvene. Forholdstala i dei tre oppgåvene (oppgåvetekst 3.3) er oppgitt i brøk, men det er ikkje presisert at det skal brukast brøk for å svare på delspørsmåla. I oppgåva Spinningtimen, er ei av deloppgåvene å gjere om frå brøk til prosent og desimaltal. Lågt presiseringsnivå i oppgåveteksten saman med at elevane kanskje synest det var enklare å samanlikne forhold i prosent, kan vere årsaka til at nokre av deloppgåvene ikkje blei løyste og ikkje ga den læringsverdien som var planlagt av lærar.

## 4.4 Fokuselevane og matematikksamtalen

I dette delkapittelet vil eg vurdere verdien matematikksamtalen hadde for kvar av fokuselevane. «Ved å gi legitimitet til elevenes kunnskaper og erfaringer kan læreren utnytte sin posisjon og autoritet til å skape reelle møteplasser som domineres av tillit og likeverd, og respekt for andres kunnskap og kompetanse» (Ottesen, 2007, s.251). Elevane si vurdering er eit viktig bidrag dersom matematikksamtalen skal fungere som ein reiskap både i denne forskinga, og i seinare matematikkundervisning. I aksjonsforsking er det eit poeng at aktørane slepp til med sine meiningar, derfor vil stemmene til elevane vere synlege i analysen.

Om plassen dei ulike elevane tok i matematikksamtalen, vil eg bruke omgrepet posisjonering i staden for omgrepet rolle. I følgje Streitlien (2009) er posisjonering eit meir dynamisk omgrep. Ei rolle er fastlagt for lengre periodar til dømes lærar – elev, mor – dotter, medan posisjonen kan skifte frå dag til dag, eller samtale til samtale. Kva posisjon eleven tek i samtalen kan bli påverka av fleire faktorar som tidlegare erfaringar, interesse og korleis samtalen opnar opp for deltaking for den enkelte elev.

### 4.4.1 Marte

Marte tok initiativ i si gruppe. I dei tre matematikksamtalane som dannar utgangspunkt for analysen, var det oftast ho som fekk i gang diskusjonen ved å stille spørsmål, eller setje fram påstandar. (40) «Og så er det desimaltal, er ikkje det berre å dele den på den? Sant? Slik at 1/6 blir 0,16? Trur eg. Veit ikkje?» (Spinningtimen), og (22) «men svaret blir jo forskjellig etter kor mange desimalar du tar med» (Tur til Kjølsdalen).

Dei to ytringane seier noko om Marte si posisjonering. «og så er det desimaltal», viser at Marte tok initiativ for å kome vidare i oppgåveløysinga. I overgangen mellom to deloppgåver kunne elevane ha mist fokus, men Marte hjelpte gruppa til å arbeide konsentrert ved å stille spørsmål, kome med påstandar og vise til neste oppgåvepunkt. Ytringane viser også Marte som matematisk usikker (40): «Slik at 1/6 blir 0,16? Trur eg. Veit ikkje?». Gjennom denne ytringa viste Marte kunnskap om overgang frå brøk til desimaltal, samtidig som ho ga uttrykk av å vere usikkerheit. I ytring 22 derimot viser ho at ho kan resonnere matematisk. Utsegna tyder på at ho har kunnskap om at antal desimalar kan føre til ulike svar sjølv om ein nyttar lik algoritme.

Marte tek ansvar for å starte arbeidet, og halde i gang aktiviteten ved at ho stiller spørsmål, men ho er også den usikre som treng stadfesting for at ho tenke rett. Samtidig som ho viser matematisk kompetanse, treng ho stadfestesting frå andre.

Sjølv uttrykte Marte verdien av matematikksamtalen for henne, slik:

> «Det er liksom det at man får høyre andre sine meiningar, men når ein jobbar åleine så gjer du det du trur er rett. Det er liksom enklare å lære når du er fleire, då snakkar du liksom om det og forstår det skikkeleg» (17.10.13).
>
> «Då jobbar vi liksom fordi vi vil finne ut svaret. Vi kan liksom ikkje berre spørje læraren om dette er riktig. Vi må finne ut sjølv om det er riktig, på ein måte (30.10.13).

I sitatet ligg det ein undertone av usikkerheit: «når ein jobbar åleine så gjer du det du <u>trur</u> er rett». Marte vel å bruke ordet «trur», i staden for «veit», og understrekar med det at ho er usikker. Vidare seier ho: «då snakkar du liksom om det og forstår det skikkeleg». Her poengterer ho verdien av språket. Ved å bruke konjunksjonen «og», vurderer ho snakke og forstå som likeverdige. Dette er interessant fordi det peikar på matematikksamtalen som ein undervisningssituasjon der ho får høve til å snakke, og at dette fører til at ho «forstår det skikkeleg». «Det skikkeleg» er eit svært upresist uttrykk, men i denne samanhengen peikar Marte truleg på kompetanse innan brøk.

Sitatet: « jobbar vi liksom fordi vi vil finne ut svaret. Vi kan liksom ikkje berre spørje læraren», er interessant fordi Marte nyttar ordet «jobbe». Ho understrekar med det at matematikksamtalen krev innsats frå deltakarane, og er eit alternativ til å spørje læraren. Ein kan nesten få inntrykk av at elles gir læraren svaret, og elevane slepp å jobbe.

Ytringane til Marte både frå observasjonane og frå intervjua, gir inntrykk av at dette har vore ein nyttig læringsarena for henne, der ho har prøvd ut løysingsforslaga og matematikkunskapen sine i samarbeid med andre. Kva ho har lært av matematikksamtalen uttrykte ho slik:

> «Ja, eg føler at eg kan lære av det. Fordi man får jo på ein måte, innblikk i kva andre tenke over for emna………. Eg føler at det ein annaleis måte å lære matematikk på og det er veldig interessant også. Eg føler eg lærer av det. Eg syns det er mykje betre enn å sitje i klasserommet og rekne oppgåver.» (23.10.13)

Marte poengterte at ho lærte av matematikksamtalen fordi ho fekk «innblikk i kva andre tenke», «det er veldig interessant» og «å sitje i klasserommet og rekne oppgåver». Med denne ytringa understrekar Marte det som gjer matematikksamtalen til noko anna enn den klasseromsundervisninga ho er van med. Kva ho har lært av emnet brøk er ho meir utydeleg på.

> Marte: «Eg har lært sånn vanleg multiplikasjon og divisjon og addisjon og…. (vanskeleg å høyre) og korleis ein deler det på ein måte på folk. Trur eg i alle fall eg har lært» (ler) (30.10.13).

Om matematikksamtalen var ein reiskap for Marte til å approprierte aspekt ved brøkomgrepet, og eventuelt korleis, diskuterer eg nærare i delkapittel 5.3. Sidan verdien av pre- og posttestar er høgst usikre (3.4.3 og 4.5), vil eg presentere resultata av dei to testane utan å legge noko særleg vekt på dette i den vidare drøftinga. For Marte sin del var det tydeleg skilnad mellom dei to testane. På pretesten fekk ho 2,5 poeng og på posttesten 9,5 poeng, begge av 15 mogelege.

### 4.4.2 Mats Leo

Omgrepet posisjonering passar for Mats Leo si deltaking i matematikksamtalen. I arbeidet med oppgåva Spinningtimen bidrog han med eit variert utval av ytringar (sjå tabell 4.3). Medan han ved løysing av oppgåva Tur til Kjølsdalen bidrog lite, og i diskusjon om teljar -

nemnar melde han seg heilt ut. I analysen har eg sett søkelys på dei punkta i matematikksamtalen som ser ut til å ha vore verdifulle for Mats Leo.

Den første matematikksamtalen der elevane diskuterte oppgåva Spinningtimen, vart gjennomført rett etter pretesten (i same matematikktime). Mats Leo leverte pretesten blank. Eit av spørsmåla på pretesten var: Kva er halvparten av 1/8?

I intervju med Mats Leo eit par dagar seinare seier han:

> «Her så fekk eg ein sjette del , det er liksom den eine delen av 60 minutt. Så det blir 10. Og ein fjerdedel, …. eg veit atte eit kvarter er liksom eit kvart , så dette er eit kvart som er 15 minutt. Ein tolvtedel då tok eg ein sjettedel, og på ein måte delte det på to slik at eg fekk 5 minutt» (17.10.13).

«Ein tolvtedel då tok eg ein sjettedel, og på ein måte delte det på to slik at eg fekk 5 minutt». I samtalen viste Mats Leo matematisk kompetanse. Han rekna om brøkdeler av time til minutt, og han halverte brøkar. Då Mats Leo vart konfrontert med spriket mellom det han presterte på pretesten, og i matematikksamtalen, svarte han. «Det kom liksom til meg når eg sat på grupperommet. Når eg sat og liksom berre tenkte for meg sjølv så var det andre tankar som kom i vegen. Det er vanskelegare å konversere med seg sjølv….» (24.10.13).

Med orda «vanskeleg å konversere med seg sjølv» kan det sjå ut som Mats Leo treng andre sine synspunkt for å kunne klargjere si eiga meining. Sitatet: «For viss man berre prøver å forklare det så kan det vere litt vanskelegare å plukke opp, enn å vere med å diskutere», er interessant. Han framhevar at det er vanskeleg å lære av at ein lærar som pratar, men at det er annleis når han sjølv deltek i diskusjonen. Kjernen i matematikksamtalen, er nettopp trua på at elevane lærer meir ved sjølve å vere aktive.

Oppgåvene i matematikksamtalen var sett i ein kontekst, dette kan også ha påverka Mats Leo. Det var som reine taloppgåver ikkje ga meining, men når tala stod i ein kontekst såg han samanhengar og løysingar. Sjølv uttrykte han det slik: «Her så vise oppgåva på ein lettare måte (peikar på oppgåver der det er bilde og tekst), enn kva det gjer med tal. Her er det bilde og ord, og der er det tal og symbol» (peikar på ei brøkoppgåve med tal og matematiske symbol, 24.10.13).

Mats Leo som Marte, poengterte verdien av at det ikkje var lærar til stades under matematikksamtalen.

> «For da er det liksom ingen som veit at dei har rett. Alle har si forskjellige meining. I staden for ein person som veit at han mest sannsynleg har rett. Ja, for viss den andre veit noke meir enn deg så slepp

ein å halde handa opp for at læraren skal komme og forklare. For då kan berre dei andre elevane forklare (31.10.13).

Mats Leo peikte på to dikotomi. Først forskjellen mellom at lærar har rett, eller at alle har forskjellig meining. Dette er med på å understreke matematikksamtalen som ein arena der Mats Leo fekk brynt meiningane sine, og at det var viktig med fleire synspunkt. Den andre dikotomien; læraren som forklarer, eller elevar som forklarer. Mats Leo uttrykte med dette at han hadde tillit til at dei andre elevane kan erstatte læraren si forklaring.

Analysen viser at matematikksamtalen var ein lærearena for Mats Leo, gjennom diskusjonar av kontekstuell oppgåver og utan lærar til stades, bidrog han til at det oppstod matematisk kunnskap i samtalen. Om Mats Leo approprierte aspekt ved brøkomgrepet, og eventuelt korleis, diskuterer eg nærare i delkapittel 5.3. Mats Leo gjekk frå null poeng på pretesten til 9 poeng på posttesten.

### 4.4.3 Lars

Gjennom analyse av Lars sine ytringar i matematikksamtalen, får ein bilde av ein gut som er usikker i matematikk. Ytringane: (5) «Fire gange minutt?», (9) « Pr. runde 20 gange 3?», (16) «Forstår du kva vi skal gjere her?» og (24) «Kva gjorde du?», viser nokre av spørsmåla han stilte til Lotte.

Det var likevel Lars som utifrå kunnskapen sin om at brøkstrek er likeverdig med divisjon, som knekte algoritmen for gruppe 2. (20) «Går det an å få det om til desimal», og (21) «1 delt på 3. Ka blir det?» Dette førte til at ein stor del av ytringane til Lars er definert som påstandar, det vil seie delsvar på oppgåva (83) «Viss eg dele.. 1 delt på 2. 0,5 pluss 1..1,5», og  (85) «Det vart 20».

Sjølv hevda Lars at matematikksamtalen var ein læringsarena for han. «For då kan man får vete kva den andre tenke, og då får man meir idear sjølv. Og så kan ein samarbeide om oppgåva. Viss ein er i tvil om noke, så kan det vere at den andre veit det (17.1013). Lars poengterte kva som var viktig for han i samarbeidet: «får vete kva den andre tenke», «meir idear sjølv», og «den andre veit». Gjennom språket fekk han del i tankane til den andre på gruppa. Han fekk idear sjølv, eller den andre hadde forslag til løysing. Her er han ved kjernen i sosiokulturell læring. Gjennom språket får ein del i tankane til kvarandre. I eit slikt fellesskap vil det kunne oppstå læring.

Han trekte fram sider ved matematikksamtalen som skil den frå andre undervisningsformer, og som utifrå hans oppfatning, var ein nyttig læringsarena.

> «Eg føle eg har lært meir med ein annan metode slik at eg hugsar det. For då får ein jobbe meir med det. For då får ein tenke meir, og gjere meir praktisk. Då er det ikkje berre å skrive dei ned og så ferdig. Det er ikkje berre å rekne ut ei heil vøle med oppgåve» (17.10.13).

Han brukte orda: « annan metode», « Jobbe meir», «tenke meir», «meir praktisk» og «hugsar det». Med meir praktisk peikte han på at oppgåvene var praktiske. Dei var henta frå situasjonar han kunne kjenne seg igjen i. Det vart ikkje utført praktiske handlingar. Lars uttrykte at han hugsa meir fordi han måtte tenke og jobbe meir i matematikksamtalen. Han viste dermed både til oppgåvene elevane løyste, og til munnleg samarbeid. Vidare sa han: «skrive dei ned og så ferdig», og «rekne ut ei heil vøle med oppgåve» då han viste til tidlegare matematikktimar.

Analysen av matematikksamtalen i gruppe 2 (4.2.2, gruppe 2) og matematikkoppgåvene gruppa arbeidde med (4.3, gruppe 2), ga signal om at samtalen var univokal, det vart sett spørsmålsteikn om dei utnytta læringspotensialet som oppstod og dei resonnerte feil matematisk (teljar – nemnar). Sidan matematikksamtalen som læringsarena, gjennom analysen har vist seg annleis i gruppe 2 enn dei andre gruppene, var det viktig å få innsikt i Lars sitt syn på kva verdi ein lærar som deltakar i matematikksamtalen, kunne ha.

> «Eg ville kanskje ha lært mest av at det var ein lærar, slik at ein ikkje gjer noke, viss ein diskutere noke som ikkje har med saken å gjere. At han kan rettleie oss om vi seier noko feil. Men læraren må ikkje seie svaret, vi må finne ut av det sjølv. Og så gje oss nokre hint» (30.10.13).

Lars sitt svar kan vere eit viktig bidrag til å utvikle matematikksamtalen. Med orda: «lært mest av at det var ein lærar», «rettleie oss om vi seier noko feil», og « finne ut av det sjølv» ga Lars uttrykk for at ein lærar i gruppa ville auke læringsutbyte hans. Samtidig understreka han verdien av at elevar skal finne løysingar sjølve, men at læraren kan gi større tryggheit for at matematikken blir rett.

Objektivt sett kan det vere vanskeleg å sjå at matematikksamtalen har vore ein verdifull læringsarena for Lars. Det var positivt at han og Lotte diskuterte matematikk samanhengande i om lag ein time. Dei tok utfordringa, og ga ikkje opp sjølv om dei uttrykte at oppgåvene var vanskelege. Sjølv hevda Lars at han lærte av matematikksamtalen: «Eg føler utbytte av dette i alle fall». Om posttesten sa han:  «Det er no betre enn ei vanleg prøve. Trur eg ville ha fått ein vanleg toar om ikkje vi hadde jobba på denne måten».

Lars si appropriering av ulike aspekt ved brøkomgrepet, og eventuelt korleis, diskuterer eg nærare i delkapittel 5.3. Lars gjekk frå null poeng på pretesten, og 3,5 poeng på posttesten.

### 4.4.4 Hanne Mia

Hanne Mia posisjonerte seg som ein aktiv person i gruppe 3. I matematikksamtalen i hennar gruppe stod ho for nærare halvparten av ytringane. Ho brukte eit variert utval av ytringar, i hovudsak spørsmål og resonnement.

For å understreke korleis ho posisjonerte seg i gruppa, og korleis læringspotensiale oppstod på bakgrunn av spørsmål ho stilte, har eg plukka ut eit utdrag frå matematikksamtalen i gruppe 3 der Hanne Mia stilte spørsmål om Mona sin påstand.

| Hanne Mia | Hanne Mia - Mona | Mona |
|---|---|---|
| | ← | 22 Då gikk ho ein halv km. |
| 23 Koffer det? | → | |
| | ← | 24 For det at 48 delt på 2 er 24, og 24 km |
| 25 (avbryt Mona): 48 delt på 24? (Pause i 12 sek) Sjå her då. Viss man dele 48 delt på 24 så... nei nei, .. 24 delt på .. ↕ | | ↕ 27 Skal vi ikkje ta alle slik at dei blir lik nemnar? |
| 28 Høyr her då: viss du dele 24 delt på 48 blir det 0,5, og det var ein førtiåttande del, slik at det blir 0,5 km. | | |

Matrise 5: Utdrag frå matematikksamtalen i gruppe 3 (oppgåve Tur til Kjølsdalen)

Gjennom spørsmålet (23): «Koffer det?» utfordra Hanne Mia, Mona til å grunngje påstanden sin. Mona sitt resonnement fekk Hanne Mia til å reflektere, og ho uttrykte ny kunnskap eksplisitt. Hanne Mia utfordra dei andre i gruppa, og ho stilte spørsmål dersom det var svar ho vil ha utdjupa. (53) «Koffer det då?», og (55) «Nei, forklar». Ho testa ut resonnementa sine på dei andre i gruppa (85): «Nei, sjå då! Du veit fem fjerdedeler, sant? Gjer det om til ein heil og ein fjerdedel. Sant?»

Analysen av matematikksamtalen i gruppe 3 (4.2.2, gruppe 3) og matematikkoppgåvene gruppa arbeidde med (4.3, gruppe 3), viste at samtalen var multivokal og at dei resonnerte matematisk utan å poengtere behovet for algoritme. Derfor var det viktig å få innsyn i korleis Hanne Mia, vurderte matematikksamtalen sin verdi for henne.

> «Det er kjekt og då blir eg liksom meir kjent med brøk, sant? Korleis vi kan bruke brøk. Eg føler liksom at eg har blitt meir sikker eigentleg på kva eg gjer på. For liksom før så var det sånn at eg berre pugga på det, sant. Men no forstår eg meir koffor eg gjer anten det eller det» (30.10.13).

Orda Hanne Mia brukte er interessante: «berre pugga», «meir sikker», «kjent med brøk» og «no forstår eg». Ho understreka at tidlegare matematikkundervisning har for ho vore intrumentell læring, der pugging utgjorde ein stor del. Samtidig viste ho til matematikksamtalen som ein læringsarena som har gjort ho meir sikker. For henne har dette ført til at ho har vorte kjent med og forstår brøk. Ho framheva også kor viktig det var å få innsyn i andre elevar si tenking:

> «Men no så diskuterte vi og fann ut koffer det blei slik….. Eg syns det er bra for liksom da.. for viss ein eleven tenke annleis enn det eg gjer, men likevel har rett svar for eksempel, så er det kjekt å vite korleis og koffer han tenke sånn» (30.10.13).

Fokuset til Hanne Mia var ikkje på diskusjonen åleine, med orda «korleis og koffer» understrekar ho at ho var oppriktig interessert i meininga til dei andre i gruppa, og at deira tankar kunne vere med på å utvide hennar kunnskap.

Ved å analyserer Hanne Mia si posisjonering i matematikksamtalen, læringspotensiala ho var med på å skape og nytte, og hennar eigne utsegner, kan det sjå ut som matematikksamtalen var ein reiskap for henne til å appropriere aspekt ved brøkomgrepet. Dette blir drøfta nærare i delkapitel 5.3. På pretesten fekk Hanne Mia 4 poeng, og på posttesten 12,5 poeng .

## 4.5 Pretest kontra posttest

Arbeide med brøk starta for elevane med ein pretest, og vart avslutta med ein tilsvarande posttest. I begge testane var det mogeleg å få 15 poeng.

Verdien av slik testar kan diskuterast. Brøk er eit repetisjonsemne på tiande trinn som elevane skal kunne frå tidlegare matematikkundervisning. Ein skulle derfor tru at med oppfrisking av kunnskapen skulle elevane skore meir på posttesten, uavhengig av læremetode. Elevane kan ha arbeidd hardt med matematikk heime i denne perioden, kanskje med foreldra som lærarar. Kanskje er det lettare å forstå oppgåvene i posttesten, sidan det vart gitt liknande oppgåver i pretesten. Eller posttesten ikkje måler aspekt ved brøkomgrepet som elevane diskuterte i matematikksamtalen. Det er eit utal av faktorar som kan ha påverka resultatet i posttesten.

Til tross for dette har eg valt å presentere fokuselevane sine resultat frå pre- og posttesten.

| Namn | Pretest (poeng) | Posttest (poeng) |
|---|---|---|
| Marte | 2,5 | 9,5 |
| Mats Leo | 0 | 9 |
| Lars | 0 | 3,5 |
| Hanne Mia | 4 | 12,5 |

Tabell 4.8: Fokuselevane sine resultat frå pre- og posttesten.

Uansett kva faktorar som har påverka resultatet av posttesten så viser den ein klar framgang hjå dei fleste elevane. Lars har også ein framgang sjølv om den er låg. I resten av klassen som hadde ordinær klasseromsundervisning i same periode, var gjennomsnittet på posttesten 6 poeng. Dette er heller ikkje ei påliteleg samanlikning då denne gruppa ikkje hadde gjennomført pretesten, og kanskje ikkje var så familiære med oppgåvetypen.

# 5 Drøfting

I innleiinga presenterte eg bakgrunnen for masterprosjektet. Det teoretiske bakteppe greidde eg ut om i kapittel 2, samt tidlegare forsking og utvikling av analysemetode. Kapittel 3 brukte eg til å fortelje om korleis eg gjennomførte masterprosjektet, og til å vurdere styrke og svakheiter. Matematikksamtalen vart analyserte i kapittel 4. Eg vurderte samarbeidet og tilliten i gruppene, diskusjonen og læringspotensialet, det matematiske innhaldet, og eg avslutta med å analysere den enkelte elev sitt utbyte av matematikksamtalen. I dette kapittelet vil eg først drøfte korleis elevytringane påverka læringsutbyte av matematikksamtalen, deretter kva brøkomgrep og matematisk tenking som oppstod i gruppene og til slutt kva matematisk verdi matematikksamtalen hadde for kvar av fokuselevane.

## 5.1 Matematikksamtalen som læringsarena

Grunnlaget for matematikksamtalen er trua på at elevar lærer gjennom språklege handlingar (Vygotsky, 1978). Eit kriterium for at det skal oppstå læring, er innhaldet i elevane sine ytringar (tabell 4.3, 4.4 og 4,6). Analysen av ytringane (4.2) ga informasjon om kva ytringar elevane nytta, og korleis dei snakka saman. I dette delkapittelet vil eg drøfte korleis ytringane påverka læringsutbyte.

Pilotforsøket (4.1) vart gjennomført for å kartlegge korleis kvar elev i størst mogeleg grad kunne vere munnleg aktiv i sjølve forskingsprosjektet. I pilotforsøket deltok fokuselev Lars (i pilotforsøket elev 10) på gruppe saman med to andre fokuselevar. Under oppgåveløysinga deltok Lars med 4 av 26 ytringar, og i stor gruppe i gjennomsnitt med 0,5 ytringar (tabell 4.1). Med så få ytringar, vurderte eg han som lite deltakande. Elevar som deltek lite i aktiviteten, har i følgje Stacey & Gooding (1998), mindre høve til å lære. Skal språket vere ein reiskap for læring, må eleven delta aktivt i den sosiale konteksten, eller som Dysthe (2001) uttrykkjer det: «kunnskap blir konstruert gjennom samhandling og i ein kontekst» (s. 42). Sidan Dysthe brukar konjunksjonen og, understrekar ho at både samhandling og kontekst må vere til stades. Dette inneber igjen at elevar som ikkje deltek i samhandlinga, men er ein del av konteksten, i liten grad approprierer kunnskap.

Alle elevane bidrog med ytringar i sine grupper (tabell 4.3, 4.4 og 4.6) i sjølve forskingsprosjektet. Eleven som deltok minst, stod for 24 % av ytringane i si gruppe, medan eleven som bidrog mest stod for 43 %. Elevane i toargruppa hadde om lag like mange ytringar. Av ytringane i toargruppa, kan vi sjå at endring i gruppesamansetjinga på bakgrunn av pilotforsøket, kan ha gitt positivt resultat. I alle fall auka Lars si deltaking kraftig. Sjølv om ein ikkje bør bruke statistikk i kvalitativ forsking, kan dette gi indikasjon om at alle elevane deltok i oppgåveløysinga.

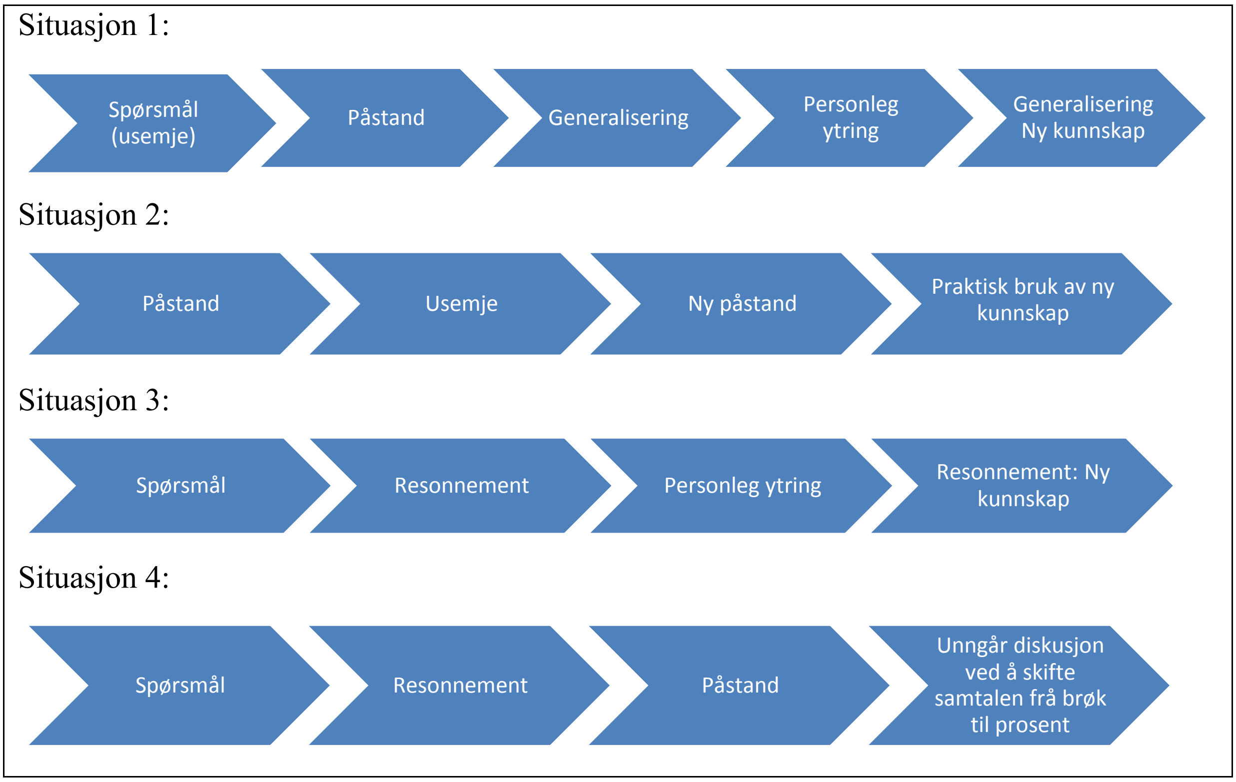
Ein annan faktor som kan ha påverka om matematikksamtalen var lærerik eller ikkje, var korleis elevane snakka med kvarandre under oppgåveløysinga. I følgje tidlegare forsking (Stacey & Gooding, 1998; Kieran, 2001; Cobb, 1998) er det to forhold som påverkar om samtalen er lærerik for elevane; kva dei snakkar om, og korleis dei snakkar saman. Kva dei snakka om har eg analysert ved hjelp av piler (4.2.2), der feite piler ( ➡ ) indikerer at ytringane var objektiske det vil seie matematiske, og førte samtalen mot løysing av oppgåva. Tynne piler ( ⟶ ) indikerte ikkje-objektiske ytingar, for eksempel ytringar som ikkje var matematiske, eller som var utanom det aktuelle temaet som vart diskutert i augneblinken. Interpersonlege ytringar er plasserte i eigne kolonnar, og personlege ytringar saman med eleven si ytring (4.2.2, matrise 1- 4).

Alle elevane bidrog med objektiske ytringar. Men det var skilnad mellom kor stor del av ytringane i gruppene som var objektiske. Kjenneteikn på lærerike diskusjonar er at elevar gjer tankane sine tilgjengelege for kvarandre ved å snakke saman med matematisk innhald, at dei produserer idear, responderer på spørsmål frå kvarandre og gir forklarande bevis. Eller snakkar høgt med seg sjølv under oppgåveløysinga, og diskuterer svar og løysingsstrategiar etterpå (Stacey & Gooding, 1998; Kieran, 2001; Cobb, 1995). Eit interessant funn var at i to av gruppene der 60 % av ytringane var objektiske, var også dei fleste ytringane til alle deltakarane objektiske. Medan deltakarane i gruppa der 40 % av ytringane var objektiske, hadde under halvparten objektiske ytringar kvar. Dette kan vere ein indikator på at gruppene var forholdsvis homogene i høve til matematikkompetanse, og at elevane i den eine gruppa kan ha hatt vanskar med å diskutere matematikk og løyse oppgåver. Kieran (2001) si forsking viste at samtalar der begge elevane brukte objektiske, interpersonlege ytringar var mest produktive, det vil seie at det oppstod meir matematisk tankeverksemd .

> «The patterns of interaction that were found to be most productive for both members of the pairs were those where the interpersonal channel was the site of frequent object-level utterances. Those interactions where it was the personal channel of only one of the participants that was the main site of the public-level uttered object-level thinking – seemed much less conductive to the emergence of mathematical thought for both participants" (s. 219).

Det andre forholdet: Korleis dei snakka saman, har eg analysert ved å vurdere kva type objektisk ytringar elevane brukte.  I følgje Cobb (1995) oppstod læringspotensialet i elevgruppene dersom det var konflikt mellom elevane sine forklaringar. Ei samhandling han definerte som multivokal. Ved å utfordre den andre eleven sine forklaringar og presentere si eiga, vart elevane nøydde til å vurdere både si eiga og partneren si forklaring. I slike situasjonar kunne det oppstå læringspotensiale.

I analysekapittelet (4.2.2) plukka eg ut fire situasjonar der eg analyserte læringspotensiala. Pilene i figur 5.1 viser korleis desse læringspotensiala utvikla seg i meir «generelle» trinn.




Figur 5.1: Trinna i fire situasjonar der det oppstod læringspotensiale

Karakteristiske trekk ved dei fire situasjonane var at alle starta med spørsmål eller påstand/usemje. Spørsmåla blei stilte for å teste andre sine påstandar (4.2.2.). Ser ein litt grovt på det, kan ein sjå på det som ei usemje eller ein konflikt mellom elevane si matematikkforståing anten det var omgjering av brøk til prosent /desimaltal, eller dei rett og slett utfordra andre gruppemedlemmer fordi ein ikkje forstod korleis andre tenkte. Etter innleiande spørsmålet, starta ein diskusjon med spørsmål og forklaring anten som eit resonnement, eller i form av generalisering. Dette tyder på at samhandlinga i dei to første trinna i dei fire situasjonane, var alle multivokale. Utviklinga vidare i samtalane var ulike. I situasjon 1 og 3 stadfesta eleven som starta prosessen, gjennom eiga ytring at han var samd, og med det godtok den andre eleven si forklaring.

Tabell 5.1 viser utviklinga i læringspotensiala med dei ytringane elevane brukte i tre av situasjonane. Dette for å knyte dei generelle trekka i læringspotensiale til faktiske ytringar. Tabellen viser eksempel på spørsmål, diskusjon og stadfesting.

<table>
<tr><th>Situa-sjon</th><th>Spørsmål</th><th colspan="6">Diskusjon med spørsmål, resonnement eller generalisering</th><th>Stadfesta ny kunnskap</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Må ein gange og?</td><td colspan="2">1 delt på 15 ganger 100. Det er det.</td><td colspan="2">Det er teljar delt på nemnar, gange 100.</td><td colspan="2">Jammen.., jammen... jammen</td><td>Så det er det same som å finne desimaltal, berre man ganga med 100.</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Kva gjorde du?</td><td colspan="2">Eg tok liksom desimal av brøken, på ein måte om du skjønnar?</td><td colspan="2">1,3…. Blir ikkje det ein annan desimal der då?</td><td colspan="2">1 delt på 3, ka blir det?<br>0,3 kanskje?</td><td>Algoritmen blir brukt vidare ved løysing av oppgåva</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Koffer det?</td><td colspan="3">For 6 minutt på ein tredje del. Då må du gange med 3 for å få ein heil runde.</td><td colspan="3">Eg skjønnar fortsatt ikkje.. 6 gange 3, så det er 18 minutt pr. runde</td><td>Å ja, å ja, viss ho brukar 6 minutt på ein tredel, då betyr det at ho bruka 12 minutt på 2 tredel og 18minutt..</td></tr>
</table>

Tabell 5.1: Utvikling av læringspotensialet med ytringar frå matematikksamtalen

Elevane i situasjon 2 var usamde om forholdet mellom brøk og desimaltal. Kva er rett 1,3, eller 1 delt på 3? Elevane bestemte seg for å bruke 0,3 som faktor i den vidare utrekninga. Cobb (1995) meiner at dersom den eine godtek den andre si forklaring utan å stille spørsmål, eller å argumentere i mot, oppstår det i liten grad læring. Noko som truleg var tilfellet i situasjon 2. Sjølv om algoritmen vart teken i bruk i den vidare oppgåveløysinga, vart det ikkje stilt spørsmål, eller argumentert i mot. Læringspotensialet utvikla seg frå multivokal (spørsmål/usemje) til univokal (godtek  den andre si forklaring utan diskusjon).

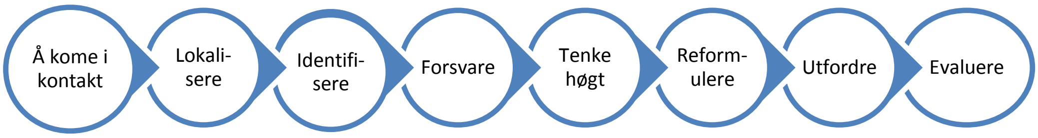
Elevane som var involverte i situasjon 4, utnytta ikkje læringspotensialet (4.2.2) som låg i situasjonen. Ei årsak til dette kan ha vore at fokuset var på å løyse oppgåva. Då dette var mogeleg ved hjelp av prosent, vart det ikkje behov for å skjønne/lære korleis oppgåva kunne løyast ved å bruke brøk.

Av drøftinga kan det sjå ut som læringspotensialet dersom det vert nytta av elevane, utviklar seg i tre trinn; spørsmål/usemje, diskusjon og stadfesting av ny kunnskap. Kvart trinn, kan bestå av ein eller fleire ytringar. I trinn to ligg det implisitt minst to ytringar, elles er det ingen diskusjon. Figuren nedanfor skisserer dei tre trinna.

Figur 5.2 Utvikling av læringspotensialet.

Situasjonar med læringspotensiale ber i seg at elevane må diskutere. Det vil seie at elevane må argumentere matematisk, og synleggjere si eiga tenking med gangbare argument for å overtyde andre. Eller la seg overtyde av andre sine argument. Dette er spesielle lærerike situasjonar som krev evne til å tenke og uttrykke seg matematisk, og vilje til å lære av andre elevar.

Alrø og Skovmose (2004) har utvikla ein modell, den undersøkande samarbeidsmodellen (mi oversetting) som karakteriserer læring i grupper. Denne modellen har fleire likskapstrekk med utviklinga av læringspotensialet (figur 5.2). Figuren nedanfor viser dei åtte elementa i den undersøkande samarbeidsmodellen.



Figur 5.3 Elementa i den undersøkande samarbeidsmodellen.

Sjølv om eg har valt å presentert modellen som ei kjede, vil eg presisere at elementa kan oppstå i andre rekkefølgjer. Samarbeidssituasjonar kan oppstå utan at alle elementa er representerte. Eg har valt å presentere både læringspotensialet og den undersøkande samarbeidsmodellen som kjeder, for tydlegare å få fram likskapstrekka mellom dei to modellane. Når elevar lokaliserer og identifiserer, presenterer dei meiningane og løysingsforslaga for kvarandre (Alrø og Skovmose, 2004). Dette kan samanliknast med spørsmål/usemje i læringspotensialet. Forsvare og utfordre kan bli ein diskusjon. Omgrepa forsvare og utfordre svarar til dei objektiske ytringane resonnere, usamd og spørsmål. Når ein utfordrar andre stiller ein spørsmål ved deira påstand eller forklaring, og når ein forsvarar eit argument påstår ein at eitt eller anna er sant gjerne gjennom eit resonnement.

Det er likevel ein vesentleg skilnad mellom læringspotensialet og den undersøkande samarbeidsmodellen. Medan det kan oppstå fleire læringspotensiale i løpet av matematikksamtalen, er den undersøkande samarbeidsmodellen ein modell for heile matematikksamtalen. Poenget med å samanlikne, er å understreke at ulike modellar kan ha fellestrekk som styrker verdien til kvarandre. Læringspotensialet blir ikkje meir eller mindre viktig, men det understrekar at det har sin plass som eit viktig og interessant bidrag i sosiokulturell læring.

Kan dette bety at dersom elevane ikkje nyttar læringspotensiale som oppstår, så lærer dei ikkje matematikk ved å delta i matematikksamtalen? Nei, det treng ikkje å stemme. I følgje Vygotsky (1978), er språket ein reiskap for tanken, for sosial samhandling og for problemløysing. Dette oppfattar eg slik at når elevar diskuterer matematikk i grupper er språket reiskapen dei brukar både til å kommunisere sine eigne argument og løysingsforslag, men også for å ta i mot forslag frå andre. I tabellen nedanfor har eg plukka ut nokre sitat frå elevane i kvar av dei tre gruppene (henta frå 4.3). Sitata meiner eg, skal vere karakteristiske for diskusjonen i kvar gruppe.

| Gruppe 1 | Gruppe 2 | Gruppe 3 |
|---|---|---|
| «Blir ikkje det 25%, då? Ein fjerdedel?»<br><br>«Korleis er det man gjer? Dele man på 100? Så blir det 12 gange 60. Det blir?»<br><br>«Det skal vere mindre enn 10»<br><br>«Og så gange med 3. Då får man ein fjerdedel mindre». | «Går det an å få det over til desimaltal?»<br><br>«…For eg veit ikkje om dette er rett ein gang. Vi må liksom berre prøve å finne det ut…»<br><br>«Du kan skrive ned korleis du på ein måte…. Korleis du kom fram til dei der greiene der». | «Her kan du dele opp i tre, sant? Ein halv på kvar, sant?»<br><br>«å ja, å ja, viss ho brukar 6 minutt på ein tredel, då betyr det at ho bruka 12 minutt på 2 tredel og 18 minutt..»<br><br>«Nei, det er meir… det er 4 km.. 1 på 6, 2 på 12, 3 på 18, 4 på 24». |

Tabell 5.2: Karakteristiske sitat frå gruppene som deltok i matematikksamtalen

Samtalen i gruppe 1 var kjenneteikna ved spørsmål og påstandar (tabell 4.3). Elevane brukte matematiske omgrep som «25 %», «ein fjerdedel», «dele», «gange», «mindre enn», «ein fjerdedel mindre». Sjølv om dei ikkje nytta omgrep som divisjon og multiplikasjon, viste elevane likevel at dei beherska det matematiske språket til ein viss grad. Gjennom å stille spørsmål, utfordre kvarandre og kome med påstandar uttrykte alle tre matematikk. Tabell 5.2 viser både at dei leita etter ein algoritme:  «Korleis er det man gjer? Dele man på 100? Så blir det 12 gange 60. Det blir?», samtidig som dei resonnerte og tenkte sjølve: «Det skal vere mindre enn 10». Språkbruken til elevane som ein del av konteksten, bidrog til at samtalen vart ein matematikksamtale.

Språket som elevane i gruppe 2 brukte, var matematisk upresist, og dei nytta fleire ikkje-objektiske ytringar enn objektiske (tabell 4.4). Dei nytta ordet «desimaltal», elles brukte dei få matematiske omgrep. Måten dei uttrykte seg: «å få det over til», «om dette er rett», «prøve å finne det ut» og «dei der greiene der», seier noko både om kor dei streva med oppgåvene, og forholdet deira til matematikk. Sitata viser at fokuset var på å finne ein algoritme som kunne gi dei det rette svaret. Elevane i denne gruppa brukte språket for å finne fram til løysing av oppgåva, men konteksten som oppstod kan likevel karakteriserast som fattig på matematikk. Dei klarte å løyse oppgåva ved hjelp av prøving og feiling.

Kjenneteikn på samtalen i gruppe 3 er høg grad av ulike typar objektiske ytringar, til dømes mange resonnement (tabell 4.6). Sjølv om nokre matematiske omgrep var litt upresise, resonnerte dei seg fram til løysingane: «dele opp i tre», «Ein halv på kvar», «betyr det at ho bruka 12 minutt på 2 tredel» og «4 km.. 1 på 6, 2 på 12, 3 på 18, 4 på 24». Elevane i gruppa utfordra kvarandre med spørsmål, dei var usamde, kom med påstandar og ikkje minst dei resonnerte seg fram ved å tenke matematisk utan å leite etter algoritmar som kunne gi dei svara. På bakgrunn av den type ytringar elevane i gruppa nytta, meiner eg at språket kan karakteriserast som ein reiskap i matematikksamtalen for gruppe 3.

Det kan sjå ut som matematikksamtalen var lærerik for elevane i gruppe 1 og 3 både fordi dei nytta læringspotensiale som oppstod, men også gjennom måten dei brukte språket som reiskap elles i oppgåveløysinga. Medan elevane i gruppe 2 ikkje utnytta læringspotensialet, samtidig som språket deira i liten grad kan kategoriserast som reiskap for læring. Kva kan vere årsaka? Kan dette forklarast utifrå proksimal utviklingssone? Oppgåver vi har kunnskap til å løyse sjølve ligg innan for kvart menneske sitt aktuelle utviklingsnivå. Medan oppgåver vi kan utføre saman med ein meir kompetent person ligg innan for vårt potensielle område. Området mellom det vi har kunnskap til å klare åleine, og det vi treng hjelp til, vert kalla den proksimale utviklingssona (Vygotsky, 1978). Dersom elevar er på same aktuelt utviklingsnivå, er det ingen elev som er meir kompetent enn den andre. Kanskje dette var tilfellet for elevane i gruppe 2, og at dei derfor i liten grad lærte av kvarandre. Medan elevane i dei andre gruppene var på ulike utviklingsnivå, og i større grad kunne vere «kompetente vaksen» for kvarandre. På den måten kunne dei hjelpe kvarandre både innan kvar enkelt sitt potensielle utviklingsnivå, og utvikle kvarandre mot nye proksimal utviklingssoner.

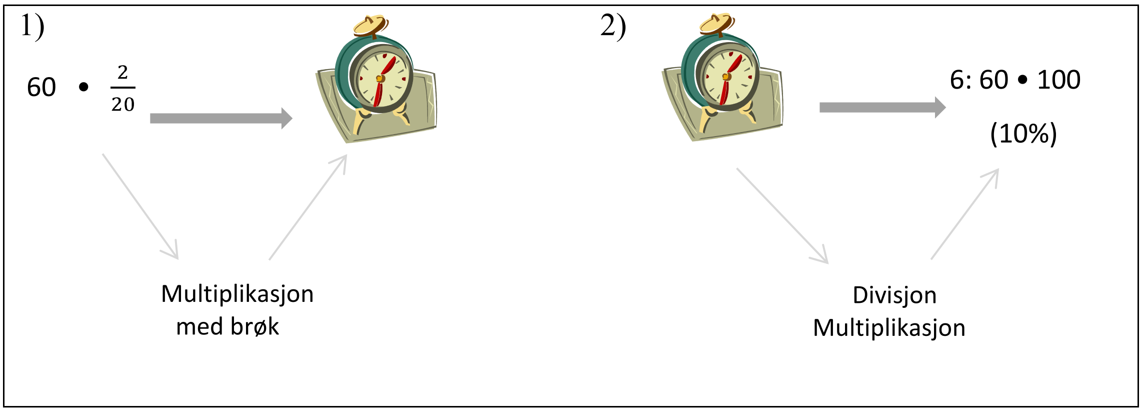
## 5.2 Matematikken som oppstod i matematikksamtalen

Læringsmålet for aksjonsforskinga var at elevane ved å diskutere kontekstuelle brøkoppgåver i grupper, skulle appropriere ulike aspekt ved brøkomgrepet slik at dei gjennom diskusjon og resonnement kunne løyse oppgåvene utan å vere avhengige av brøkalgoritmar for addisjon, subtraksjon, divisjon og multiplikasjon, eller at konteksten skulle hjelpe dei til å lære brøkalgoritmar. Ein del av læringsmålet var forholdet mellom brøk, desimaltal og prosent. I analysekapittelet (4.3) har eg vurdert kva matematikk elevane diskuterte sett i lys av lærar sin intensjonen. Eg har hatt ulike fokus i analysen og i drøftingskapittelet. Medan eg i analysen ønska å få tak i kva aspekt ved brøk som oppstod i matematikksamtalen, vil eg i dette kapittelet drøfte kva utfordringar og løysingsstrategiar elevane nytta

Elevane i gruppe 1 diskuterte i hovudsak to tema; overgang frå brøk til prosent, og kor stor delen blir når den heile blir redusert (frå 60 til 45 minutt). Øktene i ein Spinningtimen var presenterte som brøkar på storleikar frå 1/15 til 2/6. Oppgåva for elevane var å uttrykke dei ulike øktene i prosent (sjå oppgåva 3.3). Ein elev starta diskusjonen med (16): «Men korleis reknar vi prosent no igjen?», som seier noko om at denne eleven har arbeidd med prosent tidlegare, og trengte repetisjon. Det er to forhold som er verdt å drøfte. For det første kvifor var overgangen frå ¼ til 25 % uproblematisk. Noko av årsaka til dette kan vere at dei to omgrepa blir brukte om kvarandre. Ein kvart eller eit kvarter kan vere eit omgrep i dagleglivet til elevane, til dømes er eit frikvarter på skulen vår, 15 minutt. I Tetra 8 (lærebok for 8. trinn) er den første teikninga som møter elevane ein pizza som er delt i fire, og omgrepa teljar og nemnar blir definert ut i frå 1/4 (Hagen et al., 2007). Prosentstorleikar som 25, 50 og 100% kan vere storleikar som er naturleg for elevane å bruke. Det verka i alle fall ikkje som elevane brukte noko form for algoritme for overgangen mellom ¼ og 25 %. Det blir likevel sagt som eit spørsmål (20): «Blir ikkje det 25%, då? Ein fjerdedel?»

Det andre forholdet eg vil trekke fram er vanskane elevane hadde med å gjere om 1/12 og 1/15 til tilsvarande del uttrykt i prosent. Det såg ut som problemet var todelt. Elevane var usikre på algoritmen, og dei blanda brøk og minutt i det 1/12 vart til 12/60 (Spinningtimen varte i 60 minutt). I staden for å få hjelp av oppgåvekonteksten for eksempel ved å utvide 1/12 til 5/60 eller 1/15 til 4/60, skapte konteksten problem. Kanskje må val av oppgåvekontekst, ta ansvar for at elevane leita etter ein algoritme for å løyse oppgåva. Tid kan vere problematisk å rekne med fordi den er inndelt i sekstidelar, og ikkje hundredelar. Gjennom resonnement og diskusjon kom elevane likevel fram til ein algoritme som fungerte. Fordi dei visste at når ¼ var 25%, så kunne ikkje forslaget om at 1/12 var 20%, vere rett. Då algoritmen: «Det er teljar delt på nemnar gange 100» fall på plass, gjekk resten av oppgåveløysinga greitt.

Eg vil i tillegg trekke fram korleis ein av elevane i gruppe 1 brukte konteksten til å endre 2/20 først til 6 minutt, og der etter til 10%. Dette såg han truleg med ein gang han fekk oppgåva, sidan det einaste han sa var (17): «6 minutt er lik 10%. Det veit eg..». Då han såg 2/20, kan han ha tenkt 1/10. Det underlege er likevel at han går om 6 minutt noko som kan tyde på at han lettare såg den praktiske situasjonen 1/10 av 60 minutt er 6 minutt, enn at forholdet 1/10 og 10% er like. Vi kan førestille oss denne situasjonen som todelt:



Figur 5.4: Del av time frå 2/20 til 10 %

Teiknet eleven såg var 2/20. Ut frå oppgåva visste han at 2/20 var knytt til del av time. Klokka i figur 5.4 skal symbolisere 6 minutt. Sjølv om eleven såg føre seg 6 minutt, var også dette eit teikn for den verkelege verda. Den matematiske operasjonen eleven utførte var multiplikasjon. Dei svake pilene markerer at det er usikkert om eleven var bevisst kva matematisk operasjon han utførte. Vidare visste han at 6 minutt var 10 % av 60 minutt. Også i denne situasjonen er det usikkert kor bevisst eleven var dei operasjonane han utførte. Eleven skiftar mellom tre representasjonar brøk, klokke og prosent utan å vere avhengig av ein algoritme. Denne forholdsvis kompliserte operasjonen står i kontrast til at han saman med dei to andre elevane i gruppa, brukte fleire ytringar på å endre 1/12 og 1/15, til prosent. For å klare denne overgangen måtte elevane ha på plass algoritmen (50): «Det er teljar delt på nemnar gange 100».

Ei årsak til at elevane har behov for ein algoritme for å endre 1/12 til prosent, og ikkje 2/20, kan vere at 1/10 (2/20) er ein brøk som er meir kjent for elevane. Ved overgang frå konkrete figurar til abstraksjon av brøk, vert truleg brøkane ½, ¼ og 1/10 nytta oftare enn 1/12. Kerslake (1991)hevdar at mange elevar vert verande på konkretiseringsnivå fordi eleven ikkje har fått nok tid til å arbeide med generalisering frå konkrete figurar til abstraksjon av tal. Kanskje elevane ser overgangen mellom ¼ og 25 % som abstraksjon, medan overgangen mellom 1/10 og 10% vart hjelpt fram av forholdet til den reelle konteksten (6 minutt). Det verka derimot som 1/12 ikkje var abstrahert som symbol, eller ga referansar til den reelle konteksten. Elevane var avhengig av ein algoritme for å gå frå ein type representasjon til ein annan. Om algoritmen som elevane kom fram til, må kunne seiast at den oppstod av konteksten elevane var i, det vil seie elevdiskusjonen av oppgåva. Gjennom ytringar frå dei tre elevane i form av prøving/feiling og resonnement , kom dei i fellesskap fram til algoritmen.

Metoden elevane i gruppe 1 nytta for å rekna nye tider, etter at Spinningtimen vart redusert frå 60 til 45 minutt, var ein interessant observasjon. Dei starta med å rekne 1/6 av 45 minutt, medan ein elev i gruppa føreslo (100): «Må vi ikkje eigentleg ta bort ¼ av det det er?» Det kan verke som eleven som kom med forslaget, såg føre seg ei urskive der ¼ (15 minutt) var borte. Sidan forholdet mellom ein time og eit kvarter er 4 til 1, ønskte han å ta bort tilsvarande av kvar økt. Dei andre to elevane hadde ingen innvendingar, sett bort frå at dei stilte to spørsmål (113): «Korleis rekna du det ut?», og (115) «Skal ein berre dele på 4?» Svaret dei fekk, var (116): «Og så gange med 3. Då får man ein fjerdedel mindre». Eleven som kom med forslaget såg altså både at ¼ skulle bort, og at dette kunne gjerast ved å dividere med 4 og multiplisere med 3.

Elevane endra strategi frå å multiplisere den nye totaltida til Spinningtimen med storleiken til kvar økt i brøk (45 minutt •1/6), til å bruke forholdstal. Ein av elevane kommenterte endringa slik (103): «Jammen då gjer vi det sånn. Det var enklare». Galen et al. 2008 peikar på at forhold er eit meir spesifikt konsept enn brøk, prosent og desimaltal:

> «Calculating with proportion often has the aim of making situations comparable. In this respect they are closely related to fractions, percentages and decimals. In a certain sense, a proportion is a more general concept, which is reflected in fractions, percentages and decimals in a more specific way" (s. 43).

Algoritmen elevane brukte tok utgangspunkt i to forhold (proporsjonar). Forholdet mellom 45 og 60 minutt, og forholdet mellom tida til kvar økt før og etter reduksjon av total tid. Brøken 45/60 er proporsjonal med brøken ¾. Ei økt som tidlegare for eksempel var på 10 min, vart redusert proporsjonalt tilsvarande forholdet 45/60 eller ¾. Det vil seie 10 min skulle reduserast tilsvarande forholdet mellom 3 og 4 , det vil seie 7,5 minutt. Forholdet kan også uttrykkast som ein faktor 3:4, eller 0,75 (van Galen et al., 2008).

I oppgåva var alle øktene oppgjevne som brøkar, det vil seie at alle opplysningane låg «i dagen» for å rekne med algoritmen dei starta med. Med metoden dei bestemte seg for å bruke, måtte alle øktene reknast ut i minutt av heil Spinningtimen, før multiplikasjon med faktoren ¾. Ei av årsakene til at elevane såg på den metoden som enklare, kan ha vore at metoden ga brøkar som var lettare å multiplisere, spesielt for ein som ikkje brukar kalkulator. Vist ved eksempla nedanfor:

$45 \bullet \frac{1}{6}$ i forhold til $10 \bullet \frac{3}{4}$ $45 \bullet \frac{1}{15}$ i forhold til $4 \bullet \frac{3}{4}$

Elevane såg truleg algoritmen som to uavhengige operasjonar. Først minuttar dividert med 4, deretter multiplisert med 3. Det var på denne måten dei ordla seg (114): «6 dele på 4, gange med 3». Alle tre uttalte algoritmen på denne måten. Det var ingen som sa 6 multiplisert med ¾.

Aspekt ved brøk som oppstod i matematikksamtalen i gruppe 1 var forholdet mellom brøk, desimaltal og prosent, samt forholdet mellom delen og det heile.

Matematikksamtalen i gruppe 2 var prega av at elevane leita etter ein algoritme som kunne hjelpe dei til å rekne ut rundetider for løparar som berre sprang deler av løypa, eller meir enn ein heil runde (sjå oppgåva Gymtimen 3.3). Eit eksempel frå samtalen viser kor usikre dei to elevane var (41): «emmm..men vi kan ikkje gange heller, for elles blir det negativt tal. Så vi kan liksom bytte på ein måte, men.. Men eg er ikkje sikker. Vi kan skrive ned kva vi får da.. og så kan vi samanlikne etter på». Emna dei snakka om var omgjering av brøk til desimaltal, og kva algoritme dei skulle nytte for å få eit realistisk svar. (76) «Ja, det høyrest meir realistisk».

Ein av dei to elevane i gruppa meinte at brøken 1/3 var det same som desimaltalet 0,3, og den andre at det var 1,3. «1 delt på 3, ka blir det». «0,3, kanskje?» «..eg gjorde akkurat det same, berre at eg tok 1,3». Korleis får ein elev verdien av 1/3 til å vere lik 1,3? Kan det vere at eleven såg brøkstreken som komma, eller kan det vere språket som er årsaka. I følgje Kerslake kan språket knytt til brøk vere forvirrande, spesielt dersom ord blir brukt både i daglegtale og som fagomgrep i matematikk. Eleven kan ha høyrt ein lærar seie: «Når vi gjere om ein brøk til desimaltal, deler vi brøken?», eller berre: «Teljar delt på nemnar»? Sidan komma deler eit tal, kan eleven oppfatta at teljar og nemnar blir delt ved å setje komma mellom dei. Kerslake (1991) peikar på at språkproblem kan bli matematikkproblem, og understrekar kor viktig det er at matematiske omgrep blir nøyaktig definerte.

Ein av elevane i gruppe 2 sa i intervju om matematikksamtalen: «For då får ein tenke meir, og gjere meir praktisk» (intervju 17.10.13), likevel brukar han ikkje ei praktisk tilnærming for å løyse oppgåva. Dette kan vere eit paradoks. Sjølv om han uttrykte at oppgåvene var praktiske, tenkte han ikkje praktisk for å løyse dei. Tidlegare har elevane som regel arbeidd med instrumentelle oppgåver derfor ser dei kanskje også matematikken som ein tenkt situasjon, der det ikkje er høve til praktiske tilnærmingar. Dei kan sjå på matematikken, og den verkelege verda som skilde fordi dei er vante med å rekne instrumentelle matematikkoppgåver, der det er forventa at dei skal bruke meir eller mindre standardiserte algoritmar. Dei fleste oppgåvene i læreverket Tetra (Hagen et al., 2007) som blir brukt på Glad ungdomsskule, er instrumentelle taloppgåver utan praktisk tilknyting. I læreboka for 8. trinn er 35% av oppgåvene instrumentelle, og 4% av oppgåvene for 10. trinn**.** Dette kan vere noko av forklaringa. Ytringane til elevane viser korleis dei leita etter ein algoritme som kunne gi dei eit realistisk svar. (16)«Forstår du kva vi skal gjere?», (23) «Vel eg er ikkje sikker på om det er rett. Men vi må..», (49)«Kor fekk du det hen?» og (51)«For viss du får eit realistisk tal så kan det vere rett». Dei testa ut mange forslag fram til dei knekt koden, og fann fram til ein algoritme som fungerte.

Instrumentell forståing av matematikk kan samanliknast med å følgje ferdige planar som ein veg frå eit startpunkt til det etterspurde sluttpunktet, der sluttpunktet er svaret på spørsmålet. Planen fortel elevane kva dei skal gjere på kvart punkt. Det er ingen bevisstgjering om forholdet mellom kvart steg, og endepunktet (Skemp, 1976). Gjennom store deler av skuletida har elevane brukt oppskrifter (algoritmar) ved løysing av matematikkoppgåver, då er det kanskje ikkje så rart at dei leitar etter ei oppskrift for å løyse denne oppgåva heller. Boaler og Greeno (2000) fann i si forsking haldepunkt for at elevar som lærer matematikk instrumentelt, vil kunne få problem med å løyse oppgåver som er sett inn i ein ukjent kontekst. Ytringane til elevane i gruppe 1 viste at dei hadde problem med å løyse oppgåva Gymtimen.

Spørsmålet: «Forklar kva som skjer når nemnaren aukar. Vis eksempel», skapte problem for dei to elevane. I staden for å svare på kva som skjer når berre nemnaren aukar, svara dei på kva som skjer når både nemnar og teljar aukar, det vil seie at dei utvida brøken. (7)«Ein fjerdedel er på ein måte lik to åttandedelar, og så blir det fire sekstandedelar, og så blir det åtte trettitodelar». Ingen av elevane såg denne skilnaden. (8) «… når nemnaren aukar så blir på ein måte talet større, skjønnar? Det er vanskeleg å forklare. Men viss teljaren aukar så får du på ein måte eit heilt tal på ein måte». Spesielt viser den siste ytringa at elevane har problem med abstraksjon av brøk. Eleven som sa «talet større» kan ha meint at når nemnaren vert større så vert sjølve talet til nemnaren større, og «eit heilt tal» at nokre brøkar kan bli ein heil dersom teljaren aukar slik at den blir lik nemnaren. Ytringane seier likevel noko om at abstraksjonen frå konkrete figurar til abstraksjon av tal, kan ha gått for raskt for desse elevane slik at dei ikkje har hatt tid til å forstå overgangen (Kerslake, 1991). Elevane nytta i hovudsak to aspekt ved brøkomgrepet i diskusjonen, multiplikasjon og divisjon.

Elevane i gruppe 3 løyste oppgåvene ut frå konteksten utan at dei først hadde funne fram til algoritmar som hjelpte dei til å finne svara. Eit eksempel er eleven som forklarte kor lenge Simen (sjå oppgåva 3.3) sprang då han sprang 5/4 runde, og brukte 16 minutt på ein runde. (83) «Og så er det ein fjerdedel igjen. Så dele du 16 på 4. Han sprang ein heil og ein fjerdedel. Då blir det 20 minutt sant?». Eller eleven som skal rekne ut 3/18 av 24 km (35): «Nei, det er meir… det er 4 km.. 1 på 6, 2 på 12, 3 på 18, 4 på 24». I det første tilfellet brukte elevane kunnskap om forholdet mellom teljar og nemnar som fortalde dei at Simen hadde sprunge ¼ over ein heil runde. Dei måtte vidare vite at ein heil runde på 16 minutt tilsvara 4/4, og når 16 minutt vart dividert med 4 var det tilsvarande brøken 4/4 : 4. Det vil seie16 minutt dividert med 4 var 4 minutt, og 4/4 dividert med 4 var ¼. Ved å addere saman ein heil runde (16 minutt) og ¼ runde (4 minutt), fann dei den totale tida han sprang (20 minutt). Elevane viste dermed at dei ikkje har avgrensa oppfatning av brøk. Kerslake (1991) peikar på at mange elevar har få modeller av brøk, gjerne ein sirkel. Ei løype kan kanskje samanliknast med ein sirkel, men er likevel forskjellig som i denne oppgåva der delane er tid (minutt), og ikkje stykke (som for eksempel i pizza).

Med utgangspunkt i proporsjonaliteten mellom tala, resonnerte ein elev i gruppa seg fram til avstanden 3/18 av 24 km. Han brukte kunnskap om at forholdet mellom 3 og 18, er det same forholdet som mellom 4 og 24. Ved å bruke proporsjonalitet kom han fram til at avstanden var 4 km (van Galen et al., 2008).  Eleven vurderte truleg ikkje at oppgåva kunne løysast ved multiplikasjon som 3/18 • 24.

Elevane i gruppe 3 løyste oppgåvene annleis enn elevane i gruppe 1 og 2. Dei brukte ikkje instrumentelle løysingsstrategiar, men tok utgangspunkt i konteksten som var henta frå deira kvardag, til å løyse oppgåvene. Relasjonell matematikklæring kan samanliknast med å bygge opp omgrepsstrukturar som elevane kan bruke til å produsere uavgrensa planar for å kome frå kva som helst startpunkt til kva som helst sluttpunkt innan for denne strukturen. Ein elev med eit godt utbygt omgrepsskjema, vil kunne finne nye vegar for å løyse oppgåver utan hjelp utanfrå (Skemp, 1976). I dette masterprosjektet er omgrepsstrukturen ulike aspekt ved brøkomgrepet. Aspekt som oppstod i diskusjonen i gruppe 3 var multiplikasjon og divisjon av brøk, samt forholdet mellom delen og den heile.

Det er interessant å observere skilnaden på arbeidet i dei tre gruppene. Dei ti elevane har dei tre siste åra hatt omtrent same undervisning i matematikk, men jobbar likevel svært ulikt med oppgåvene knytt til matematikksamtalen. I sosiokulturell perspektiv oppstår kunnskap og læring i samhandling innan for ein kontekst (Dysthe, 2001). Dette kan vere noko av årsaka til at Martin endra matematikktenking då han skifta frå gruppe 1 til gruppe 3. I gruppe 1 hadde han fokus på å finne ein algoritme: Martin (24): «Korleis er det man gjer? Dele man på 100? Så blir det 12 gange 60. Det blir?», slik som resten av gruppa. Gruppe 3 brukte i større grad matematiske resonnement  for å løyse oppgåvene, noko som også Martin gjorde i denne gruppa (47): «Tre førtiåttandedelar, sidan ein halv km er ein».

## 5.3 Matematikksamtalen sin matematiske verdi for fokuselevane

Verdien av matematikksamtalen som læringsarena for kvar av fokuselevane, har eg vurdert i analysekapittelet (4.4). I dette delkapittelet vi eg drøfte den matematiske verdien. Kva aspekt ved brøkomgrepet oppstod i matematikksamtalen der eleven deltok, approprierte eleven aspekt ved brøkomgrepet, i tilfellet korleis?

Marte deltok i gruppe 1 som i hovudsak diskuterte to tema; overgang frå brøk til prosent, og kor stor delen blir dersom den heile blir redusert frå 60 til 45 minutt (4.3). Innleiingsvis stilte ho spørsmålet (16): «men korleis rekna vi prosenten no igjen?», og seinare (40): «Er ikkje det berre å dele den på den? Slik at 1/6 blir 0,16? Trur eg?» Dette viser at ho hadde innsikt i forholdet mellom brøk og desimaltal før matematikksamtalen. Med spørsmålet (46): «Må ein gange?», viser at ho ikkje har tilsvarande kunnskap om forholdet mellom desimaltal og prosent. Gjennom drøfting av læringspotensiala i fire situasjonar (5.1), kom eg fram til at i situasjon 1 og 3 utnytta elevane læringspotensialet som oppstod. Marte var den eleven som stilte spørsmål i situasjon 1. Med ytringa (57): «Så det er det same som å finne desimaltal, berre man ganga med 100», stadfesta ho at ho hadde fått ny kunnskap om forholdet mellom desimaltal og prosent.

Då gruppa diskuterte Spinningtimen som vart redusert frå 60 til 45 minutt, og deløktene som vart redusert tilsvarande, vart Marte påverka av dei andre sine argument. Ytringa (93): «Tenkte vi no at det var 100 som var på ein måte, timen?», fortel at ho treng innspel frå dei andre i gruppa for å løyse oppgåva. Samtalen viste vidare at ho var aktiv for å få innsikt i korleis dei to andre i gruppa tenkte (115): «Skal eg berre dele på fire?», (117) «Då blir det 6 delt på 4 gange 3», og (123) «Då blir det 5 delt på 4 gange 3».

Ein stor del av Marte sine objektiske ytringar, var spørsmål. Ytringane hennar var forma som spørsmål sjølv om dei inneheldt fakta som ho sannsynlegvis hadde kunnskap om, til dømes

(40) «Slik at 1/6 blir 0,16? Trur eg?» Matematikksamtalen var ein arena der ho kunne stille spørsmål, og delta i diskusjonen med dei andre elevane. I staden for å arbeide åleine med oppgåver, og føle seg usikker, var matematikksamtalen ein arena der ho fekk testa ut hypotesane sine (4.4.1).

Analysen av ytringane mellom Marte og dei to andre i gruppa, tyder på at det oppstod ny kunnskap for Marte. Først ved at ho nytta læringspotensialet som oppstod (4.2.2), men også ved å stille spørsmål og gjenta algoritmar som oppstod i samspelet mellom elevane (5.2). Aspekta ved brøkomgrepet som blei diskutert i gruppa var forholdet mellom brøk og prosent, og forholdet mellom delen og det heile, når den heile blir redusert.

Mats Leo var også i gruppe 1 saman med Marte. Det vil seie at han var med å diskuterte dei same temaa som henne. Ulike «signal» som oppstod i matematikksamtalen indikerer at Mats Leo hadde større matematisk utbyte av matematikksamtalen enn det som kom fram i temaa gruppa diskuterte. Matrisa nedan for viser seks observasjonar av Mats Leo sine handlingar . Observasjonane er nummererte slik at det skal vere lettare å vise til i drøftinga.

1. Han leverte pretesten blank
2. I matematikksamtalen 10 minutt seinare, viser han matematikk kompetanse, gjennom ytringa (9): «Eg tenkte jo at naturleg så er 60 minutt i ein time, 1/6 er jo då 10 minutt. Det er vanskelegare å forklare matematikken enn berre å forklare det»
3. Han resonnerer seg fram til fornuftige storleikar: (23)«Det skal bli litt mindre», (36)«Det skal bli mindre enn 10», og han kjem med forslag til algoritmar: (48) «1 delt på 15 gange 100».
4. Han kjem med forslag til alternative algoritmar: (100) «Må vi ikkje eigentleg ta vekk ¼ av det det er?»
5. I diskusjonen knytt til forholdet mellom teljar og nemnar, har han ingen ytring (4.4.2.)
6. I intervju (24.10) skal han multiplisere 2/3 • ½, og han svarar: «..no lurer eg på om svaret faktisk blir ein, altså tre tredeler».

Matrise 5.1 Observasjonar av Mats Leo i matematikksamtalen

Observasjonane som vist i matrise 5.1, meiner eg seier noko om Mats Leo sitt forhold til matematikk, og kva matematisk utbyte han hadde av å delta i matematikksamtalen. Observasjon 1 og 6 kan ha med forholdet hans til instrumentell matematikk. Spesielt i arbeidet med instrumentelle oppgåver (observasjon 6), der han tydeleg ikkje visste kva han skulle gjere. Årsaka til at han leverte blankt på pretesten, har truleg fleire forklaringar. Sidan testen bestod både av oppgåver som kan karakteriserast som instrumentelle og kontekstuelle, kan ikkje ein type oppgåver vere heile forklaringa. For det første hadde han dårleg sjølvbilde i forhold til brøk: «brøk er liksom det eg er dårlegast på» (frå intervju 17.10), erfaringa hans med brøk er instrumentell (4.4.2), og det var ei tid sidan han sist arbeidde med dette emnet.

Likeeins kan det vere fleire årsaker til at han ikkje deltok i diskusjonen knytt til verdi av brøkar der nemnaren eller teljaren vert endra. Ein av grunnane til dette kan vere at han har vanskar med å forholde seg til tal utan kontekst. Observasjonane 3, 4 og 5 seier i alle fall noko om at han har kompetanse om matematiske samanhengar når det vert sett i ein oppgåvekontekst som er knytt til kvardagen hans, eller emne han har kunnskap om. Eleven vart gitt namnet Mats Leo for å vise at måloppnåinga hans i matematikk, gjekk frå middels på 8. trinn til låg på 9. trinn. Dette kan ha samanheng med undervisningsmetoden i matematikk som i stor grad har vore instrumentell. Gjennom å løyse oppgåver knytt til kontekstar, og ved å kunne komme med eigne forslag til løysingsmetodar (4.3), har Mats Leo vist at han hatt matematisk utbyte av matematikksamtalen.

Sidan appropriasjon betyr å overta frå andre og Mats Leo kom med fleire forslag til algoritmar (4.3), kan ein kanskje ikkje setje likskapsteikn mellom den kunnskapen som oppstod i gruppe1 og den Mats Leo approprierte. På den andre sida leverte Mats Leo pretesten blank, noko som talar for at han faktisk approprierte dei aspekta ved brøkomgrepet som gruppa diskuterte. Han uttrykte algoritmen for overgang mellom brøk og prosent eksplisitt: (50) «Det er teljar delt på nemnar gange 100», og han føreslo ein algoritme som reduserte delen og den heile proporsjonalt (100): «Må vi ikkje eigentleg ta vekk ¼ av det det er?» Samtalen og oppgåvekonteksten kan seiast å vere ein reiskap for Mats Leo i arbeidet med brøkomgrepet (5.2). Sjølv uttrykte han det slik: «Det kom liksom til meg då eg sat på grupperommet..» (frå intervju 24.10.13). Spranget frå ytring vist i figur 5.4 der han må om ei konkretisering (klokka), for å endre 1/10 til 10% til han generaliserer overgangen mellom brøk og prosent (ytring 50), gir ein indikasjon på at Mats Leo approprierte denne forståing gjennom matematikksamtalen.

Matematikksamtalen der Lars og Lotta deltok var prega av at dei begge to var usikre under oppgåveløysinga. Begge brukte flest ikkje-objektiske ytringar, og samtalen var i stor grad univokal (4.2.2). Det oppstod likevel ein situasjon for læringspotensiale som ikkje vart nytta (5.1). I tillegg brukte elevane eit upresist matematikk språk. Stacey og Gooding (1998) fann i si forsking ut at elevar som ikkje er i stand til å gjere oppgåvene, var heller ikkje i stand til å utveksle matematiske idear og forklare for kvarandre på ein formålstenleg måte. (93) «Ja, sidan fem fjerdedeler går opp. Det er på måte ein høgare enn fire. Så eigentleg så er her ein heil, og så ein fjerdedel. Sidan fem er høgare enn fire, sant?» Til dette svarar Lars: (95) «Då blir det fem delt på fire, 1,25. Så 16.. var det gange no?..20»). Lars og Lotte klarte å løyse oppgåva, men hadde problem med å bruke matematiske omgrep til å forklare kvarandre, og utveksle matematiske idear. I Cobb (1995) si forsking oppstod det skjeldan læringspotensiale der den eine eleven godtok den andre si forklaring utan å stille spørsmål. Det var truleg dette som var tilfelle i matematikksamtalen mellom Lars og Lotte. Dei stilte spørsmål som (24): «Kva gjorde du?», (49) «Kor fekk du det hen». Med andre ord dei diskuterte i liten grad matematisk. Rett nok hadde Lotte nokre resonnement der ho prøvde å forklare Lars brøkomgrep. Innhaldet i det ho sa var rett (93), men språket er upresist. Lars stadfesta at han har oppfatta innhaldet ved å repetere algoritmen dei brukte til å løyse oppgåva, men ved å slenge på eit spørsmål understreka han samtidig usikkerheit.

Aspekt ved brøkomgrepet som vart diskutert i gruppa var forholdet mellom brøk og desimaltal, multiplikasjon og divisjon med brøk, samt korleis verdien til brøken vert endra som konsekvens av at teljar eller nemnar aukar (4.3). Desse aspekta oppstod delvis implisitt i samtalen, og vart i liten grad uttrykt eksplisitt. Forholdet mellom brøk og desimaltal vart uttrykt eksplisitt, og det oppstod eit læringspotensiale. Dette oppstod på bakgrunn av Lars si ytring: (32) «1 delt på 3, ka blir det?». Når approprierer betyr å overta frå andre, kan ein ikkje seie at dette er eit aspekt ved brøkomgrepet som Lars approprierte. Multiplikasjon og divisjonsalgoritmen dei nytta ved utrekning av rundetider vart ikkje eksplisitt uttrykt anna enn i vage former (sjå ytring 95 i avsnittet over). Kunnskapen som oppstå knytt til brøkverdien når teljar eller nemnar aukar, var direkte feil. Det kan sjå ut som Lars i liten grad approprierte aspekt ved brøkomgrepet med matematikksamtalen som reiskap. Skal matematikksamtalen bli ein læringsarena der Lars approprierer aspekt ved brøkomgrep, meiner eg den må organiserast med ein meir kompetent person til stades som kan vere ein annan elev eller ein lærar.

Oppgåveløysinga i gruppe 3 der Hanne Mia deltok, var prega av resonnement direkte ut frå oppgåveteksten. Dette var ein ny måte å arbeide med matematikk på for Hanne Mia (sjå analysen 4.2.2 og 4.4.4). Ho stilte spørsmål til dei andre i gruppa, og testa ut resonnementa deira. På denne måten oppdaga ho at ein kan løyse matematiske oppgåver utan å nytte oppstilte algoritmar. Sjølv sa ho dette slik: «.. eg berre pugga på det (…) no veit eg koffer eg gjer anten det eller det» (frå samtale 30.10.13).

Hanne Mia stadfesta ny kunnskap eksplisitt fleire gonger i løpet av matematikksamtalen. Situasjon 3, utvikling av læringspotensiale (figur 5.1), viser tydleg korleis ho gjennom spørsmål, resonnement og stadfesting av ny kunnskap approprierer aspekt ved brøkomgrepet. Aspekta ved brøkomgrepet som oppstod i gruppe 3, var multiplikasjon og divisjon av brøk og del av den heile (tabell 4.11).

# 6 Konklusjon

Dette kapittelet er ei oppsummering av funna i forskinga. Først vil eg trekke fram faktorar som påverka at matematikksamtalen vart ein læringsarena, og deretter kva faktorar som påverka kva matematikk som oppstod i matematikksamtalen. Eg vil svare på problemstillinga ved å vurdere kva aspekt ved brøkomgrepet fokuselevane approprierte, og korleis dei approprierte aspekta . Kapittelet vert avslutta med nokre ord om matematikksamtalen sin plass i framtidig matematikkundervising.

## 6.1 Matematikksamtalen som læringsarena

Bakteppe for matematikksamtalen er eit sosiokulturelt syn på læring der språket vert sett på som reiskap for å lære i ein sosial kontekst (Vygotsky, 1978). I dette masterprosjektet har matematikksamtalen vore konteksten der elevar har diskutert kontekstuelle matematikkoppgåver med mål om å kunne appropriere ulike aspekt ved brøkomgrepet. Fordi språket skulle vere nøkkelen til kunnskapen, måtte forskingsprosjektet organiserast slik at alle elevane var mest mogeleg aktive. Inndeling i to- og treargrupper vart gjennomført på bakgrunn av evaluering av pilotforsøket (4.1). Analysen viser at alle elevane var aktive, og bidrog med ytringar i si gruppe. Då elevane også uttrykte tillit til kvarandre (4.2.1), var dette eit godt utgangspunkt for at alle elevane som deltok skulle ha høve til å lære.

Gjennom analyse og drøfting av funn (4.2 og 5.1), har forskinga vist at ytringane i seg sjølve er viktige for å lære. Objektiske ytringar har matematisk innhald, og fører samtalen mot løysing av oppgåva/problemet. Matematikksamtalen fekk eit matematisk innhald dersom meir enn halvparten av ytringane i gruppa var objektiske. Det kunne oppstå matematisk kunnskap, dersom samtalen i stor grad var interpersonlege, og elevane brukte ulike typar ytringar som spørsmål, påstand, resonnement. Desse samtalane var multivokal, fordi ulike typar ytringar fekk fram ulike synspunkt. Fleire stemmer/ulike synspunkt førte til at det oppstod kunnskap om ulike aspekt ved brøkomgrepet i matematikksamtalen.

Dei fleste ytringane var ikkje-objektiske i ei av gruppene, og samtalen kunne karakteriserast som univokal. Elevane stilte få matematiske spørsmål til kvarandre, og dei var i liten grad usamde. Sjølv om det oppstod kunnskap om ulike aspekt ved brøkomgrepet, vart ikkje denne kunnskapen uttrykt eksplisitt. I masterprosjektet har eg definert appropriering som ny kunnskap som oppstår i matematikksamtalen i diskusjon mellom elevane, og som blir uttrykt eksplisitt eller nytta i andre kontekstar.

Omgrepet læringspotensialet viser til spesielt lærerike situasjonar. I løpet av matematikksamtalen oppstod slike situasjonar fleire gonger. Situasjonen vart utløyst av at elevane var usamde, eller stilte spørsmål om andre sine påstandar. Læringspotensialet vart utnytta dersom ein elev uttrykte ny kunnskap eksplisitt. Språklege handlingar i seg sjølv kunne gi høve til læring dersom samtalen hadde eit matematisk innhald, og elevane stilte spørsmål og tok oppatt andre sine resonnement eller påstandar.

## 6.2 Matematikksamtalen og matematiske strategiar

Kva aspekt ved brøkomgrepet som vart diskutert i dei ulike gruppene, vart i hovudsak påverka av to faktorar; matematikkoppgåvene og elevane i gruppa. Analysen ( 4.3) av kva matematikk elevane faktisk diskuterte i høve til intensjonen frå lærar, viser at det kan vere vanskeleg å styre val av matematisk emne ved hjelp av oppgåver. Svært liten del av matematikksamtalen handla om addisjon og subtraksjon av brøk, medan forholdet mellom brøk og prosent vart grundig diskutert i den eine gruppa.

Korleis elevane påverka kvarandre er eit for stort emne til å ta opp her, men to forhold bør likevel trekkast fram. To av gruppene diskuterte seg først fram til algoritmar som dei seinare brukte til å løyse deloppgåvene. Medan den tredje gruppa løyste oppgåvene ved hjelp av matematisk resonnement med utgangspunkt i oppgåveteksten. Ein elev som skifta gruppe, bidrog i den eine gruppa i arbeidet med å finne ein aktuell algoritme, medan han i den andre gruppa var sterkt delaktig i å resonnere utan å ha behov for algoritme. Det andre forholdet er korleis ein elev som tenkte kreativt, overtyda resten av gruppa til å bruke ein alternativ algoritme. Den første eleven blei sosialisert inn i fellesskapen som var i gruppene han deltok i, medan den andre eleven endra diskusjonen i gruppa (5.2).

Sjølv om elevane diskuterte dei same oppgåvene, kunne ulike aspekt ved brøkomgrepet oppstå i samtalen. Ei gruppe elevar skifta først representasjonsform frå brøk til prosent (gruppe 1, læringspotensialet som ikkje blei nytta) før dei løyste oppgåva i faktisk avstand. Medan ei anna gruppe elevar skifta direkte representasjonsformene frå brøk til faktisk avstand (reell kontekst). Dette viser kor stor grad elevane sjølve påverka kva aspekt ved brøkomgrepet dei approprierte.

Elevane som deltok i matematikksamtalane, har dei tre siste åra hatt omtrent den same matematikkundervisinga som i stor grad har bestått av å lære algoritmar ved å løyse oppgåver med utgangspunkt i læreboka. Eit interessant funn er derfor at elevane har ulike tilnærmingar til oppgåveløysinga. Elevane i den eine gruppa gjennomførte matematiske resonnement, til tross for at dei har lite trening på dette området. Det er også interessant at elevar vel å bruke algoritmar som kan oppfattast som eit alternativ til ein meir ordinær algoritme.

## 6.3 Ein reiskap til å appropriere ulike aspekt ved brøkomgrepet

Ein reiskap i sosiokulturell læringsteori er eit hjelpemiddel vi menneske brukar for å forstå verda og handle i ho (Säljö, 2010). Det vil seie at skal matematikksamtalen vere ein reiskap for elevane til appropriere ulike aspekt ved brøkomgrepet, må han vere eit hjelpemiddel for elevane til å forstå aspekt ved brøkomgrepet, og til å bruke det dei har lært.

På bakgrunn av forskinga eg har gjennomført, har eg kome fram til nokre svar på problemstillinga: «Korleis kan matematikksamtalen vere ein reiskap for elevar til å appropriere ulike aspekt ved brøkomgrepet?» Kva aspekt fokuselevane approprierte, og korleis dei vart approprierte har eg framstilt i tabell 6.1.

| Elev | Approprierte aspekt ved brøkomgrepet | Korleis vart aspektet appropriert? |
|---|---|---|
| Marte | • forholdet mellom desimaltal og prosent<br>• brøk som del av hel | • testa ut eigne hypotesar på andre elevar<br>• utnytta læringspotensialet som oppstod<br>• stilte spørsmål ved algoritmar som andre føreslo |
| Mats Leo | • forholdet mellom brøk og prosent<br>• brøk som proporsjonalitet | • uttrykte forholdet mellom ein brøk og prosent som ei generell algoritme<br>• presenterte algoritme som proporsjonalt mellom reduksjon av heil og del |
| Lars | • uttrykte ikkje ny kunnskap eksplisitt | |
| Hanne Mia | • multiplikasjon med brøk<br>• divisjon med brøk<br>• brøk som del av heil<br>• forhold mellom brøk og ein reell kontekst | • utnytta læringspotensialet som oppstod<br>• utfordra andre elevar til å forklare tenkinga si<br>• stilte spørsmål til andre elevar |

Tabell 6.1: Kva aspekt ved brøkomgrepet som vart appropriert, og korleis appropriert.

Tabellen viser at elevane approprierte ulike aspekt ved brøk. Noko av årsaka til dette er at dei løyste ulike oppgåver, men både kven som deltok i gruppa og kva aspekt dei såg i oppgåvene, spelte inn. Korleis elevane approprierte aspekt ved brøkomgrepet er knytt tett saman med korleis dei posisjonerte seg i gruppene, og kva ytringar dei nytta.

Korleis matematikksamtalen kan vere ein reiskap, heng saman med korleis fokuselevane approprierte dei ulike aspekta ved brøkomgrepet som igjen er kopla til matematikksamtalen som læringsarena. Tabell 6.2 skal gi eit bilde på matematikksamtalen som læringsarena for den enkelte fokuselev. Elevane sine meiningar (4.4.), i form av sitat frå intervju, er plassert i venstre kolonne, og mine konklusjonar på bakgrunn av analyse og drøfting, i høgre kolonne.

| **Elevane** | **Forskaren** |
|---|---|
| • «får høyre andre sine meiningar»<br>• «jobbar vi liksom for å finne svaret»<br>• «det er lettare å sjå at vi har bruk for det» | • Ein arena til å stille matematiske spørsmål<br>• Fekk stadfesta eigen kompetanse gjennom svar frå medelevar |
| • «Når eg sat og liksom berre tenkte for meg sjølv så var det andre tankar som kom i vegen»<br>• «Ja, for viss den andre veit noke meir enn deg så slepp ein å halde handa opp for at læraren skal komme og forklare» | • Fekk føreslå løysingsstrategiar munnleg<br>• Fekk testa ut matematiske resonnement<br>• Anna oppgåvetype skapte høve til alternative løysingsforslag |
| • «For då kan man få vete kva dei andre tenke, og då får man meir idear sjølv»<br>• «Ein får tenke meir, og gjere meir praktisk»<br>• «Det er ikkje berre å rekne ei vøle med oppgåver»<br>• «At han (lærar) kan rettleie oss om vi seier noko feil» | • Arbeide med oppgåver frå kvardagen<br>• Fann fram til algoritme som ga svar på oppgåva<br>• Usikker læringsarena |
| • «Før så var det sånn at eg berre pugga på det, sant. Men no forstår eg meir koffer eg gjer anten det eller det»<br>• «Her får vi liksom bruk for det ekte, på ein måte på det kvardagslege» | • Fekk stille matematiske spørsmål og diskutere med andre elevar<br>• Løyste matematikkoppgåver ved å resonnere matematisk<br>• Oppdaga at matematikkoppgåver kan løysast utan algoritmar |

Tabell 6.2 Elevar og forskar sine vurderingar av matematikksamtalen som læringsarena

Tabellane 6.1 og 6.2 viser at matematikksamtalen var ein reiskap for elevar til å appropriere ulike aspekt ved brøkomgrepet, men også at elevar hadde vanskar med å nytte matematikksamtalen som reiskap. Korleis matematikksamtalen vart ein reiskap, varierte frå elev til elev. Forskinga avdekka fleire interessante forhold.

Fire sentrale funn er:

- Elevar fekk støtte av kvarandre slik at dei vart tryggare i matematisk arbeid
- Elevar fekk høve til å arbeide meir kreativt og oppdage «nye» algoritmar
- Elevar oppdaga at ein gjennom matematiske resonnement kan løyse oppgåver, det vil seie at dei fekk meir relasjonell forståing av matematikk.
- Usikre elevar treng lærar, eller ein meir kompetent elev som fagleg støtte

## 6.4 Vegen vidare

Aksjonsforsking som forskingsdesign har vore ein nyttig reiskap for meg som lærar og forskar. Eg har fått prøvd ut matematikksamtalen i praksis, analysert observasjonar og elevintervju og drøfta funn med teori knytt til sosiokulturell læringsteori, brøk og tidlegare forsking innan området. På bakgrunn av funna er eg no klar til å gå vidare til tredje syklus i aksjonsforskinga. Sidan den ikkje vil vere del av eit masterprosjekt, vil den sjølvsagt ikkje vere så grundig som denne. Eg vil likevel ta med meg deler av arbeidsverktøyet vidare som observasjonar av elevarbeid og intervju med elevane, for å få innsikt i deira arbeid og meiningar slik at vi i samarbeid skal kunne vidareutvikle tenelege læringsarenaar.

Eg ser tre utfordringar på vegen vidare, og eit svært nyttig bidrag i matematikkundervisinga. Som utfordring ser eg: gode oppgåver, samansetjing av elevgruppene og korleis nytte matematikksamtalen ved arbeid med nye matematiske emne. Denne forskinga har vist at både gode matematikkoppgåver, og korleis elevane vert samansette i gruppene er viktige bidrag for at matematikksamtalen skal bli ein reiskap for appropriering av matematiske emne. Relevante matematikkoppgåver med kontekstar som elevane kan setje seg inn i, er lite tilgjengelege. I alle fall finst dei ikkje i læreverket Tetra som Glad ungdomsskule brukar. Ved samansetjing av gruppene må ein ta omsyn til at alle elevane skal delta i samtalen, ytringane vere objektiske og elevane må kunne utfordre kvarandre. Dette  inneber at elevane må vere trygge på kvarandre. Dersom matematikksamtalen skal nyttast i arbeid med emne som elevane ikkje er kjende med frå før, må dette truleg vere som del av andre undervisningsformer. Utan at eg vil problematisere dette noko vidare her.

Slik eg ser det kan matematikksamtalen vere eit nyttig bidrag i differensiering av matematikkundervisinga. Medan fleire elevar kan nytte matematikksamtalen til sjølvstendig arbeid utan lærar, får læraren høve til å hjelpe elevar som treng tettare oppfølging.

Eit viktig funn av forskinga er at elevane lærer i den konteksten som blir skapt gjennom matematikksamtalen både standardalgoritmar, nye kreative måtar å løyse oppgåver på og relasjonell matematikkforståing. Vi lærarar må ha tru på at det kan oppstå kunnskap i matematikksamtalen som er minst like lærerik som den vi kan gi elevane gjennom lærarstyrt undervisning.

# 7 Referansar


Alrø, H., Skovmose, O. (2004). *Dialogue and Learning in Mathematics Education: intention, reflection, critique.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Bjerke, A.H., Eriksen, E., Rodal, C. & Ånestad, G. (2013) *Når brøk ikke er tall – Eksempler på misoppfatninger knyttet til brøk som tallstørrelse*. I: Pareliussen, I., Moen, B.B., Reinertsen A., Solhaug, T.: FoU i praksis 2012 conference proceedings, Akademika forlag Trondheim, s. 28-36. Henta 8. januar 2014 frå file:///C:/Users/Kari/Downloads/N%C3%A5r%20br%C3%B8k%20ikke%20er%20tall%20%E2%80%93%20Eksempler%20p%C3%A5%20misoppfatninger%20knyttet%20til%20br%C3%B8k%20som%20tallst%C3%B8rrelse.pdf

Boaler, J., & Greeno, G. (2000). Identity, Agency and Knowing in Mathematics Worlds. I J. Boaler (Red.), *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning* (s. 171-200). London & Westport, CT: Ablex Publishing.

Brekke, M., & Tiller, T. (red) (2013). *Læreren som forsker*. Oslo: Universitetsforlaget.

Cobb, P. (1995). Mathematical Learning and Small-Group Interaction: Four Case Studies. I P. Cobb, Bauersfield, H. (Red.), *The emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures* (s. 25 - 129). Hillsdale, New Jersey: Lawrence erlbaum associates, publishers.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research Methodes in Education*. New York: Routledge.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61,* 103-131.

Dysthe, O. (2001). Sosiokulturelle teoriperspektiv på kunnskap og læring. I O. Dysthe (Red.), *Dialog, samspel og læring* (s. 33-72). Oslo: Abstrakt forlag as.

Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2002). *Young Mathematicians at work: Constructing Fractions, Decimals, and Percents*. Portsmouth: Heinemann.

Grønmo, L.S., Onstad, T., & Pedersen, I.F. (2010). *Matematikk i motvind: TIMSS Advanced 2008 i videregående skole.* Oslo: Unipub. Henta frå http://www.timss.no/rapporter%202008/Matematikk%20i%20motvind.pdf

Gullikstad Karlsaune, G. E. (2014) I *Internalisering av virkeligheten*. Henta 5. april 2014 frå http://www.hf.ntnu.no/rel/person/erik/TSCR%20Del%20III.htm

Hagen, M. B., Carlsson, S., Hake, K.B., & Öberg, B. (2007). *Tetra 10: Matematikk for ungdomstrinnet.* Oslo: Det norske samlaget.

Hanssen, T. (2012, 26. september). Appropriasjon. I *Store norske leksikon*. Henta 5. april 2014 frå http://snl.no/appropriasjon

Hiim, H. (2010). *Pedagogisk aksjonsforskning*. Oslo: Gyldendal akademisk.

Kerslake, D. (1991). The language of fractions. I Durkin, K., & Shire, B. (Red*.), Language in mathematical education: reasearch and practice* (s. 85-94): Open University Press.

Kieran, C. (2001). The Mathematical Discourse of 13-Year-Old Partnered Problem Solving and Its Relation to the Mathematics. *That Emerges. Educational Studies in Mathematics*, 46: 187-228, 2001.

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2010). *Det kvalitative forskningsintervju*. Oslo: Gyldendal akademisk.

Malt, U. (2009, 13. februar). Internalisering. I *Store medisinske leksikon*. Henta 5. april 2014 frå http://sml.snl.no/internalisering

Nilssen, V. (2012). *Analyse i kvalitative studier*. Oslo: Universitetsforlaget.

Ottesen, E. (2007). Mellom læringsplakates krav og læreplanens kompetansemål. I Møller, R., & Sundli, L.(Red.), *Læringsplakaten: skolens samfunnskontrakt* (s. 185 – 197). Kristiansand: HøyskoleForlaget.

Postholm, M. B., & Moen, T. (2011). *Forsnings- og utviklingsarbeid i skolen*. Oslo: Universitetsforlaget.
Ragnes, T., E. (2012). *Elevers matematikksamtaler: Læring i og mellom praksiser.* (Doktoravhandling), Universitetet i Agder, Kristiansand.
St.meld. nr.11 (2008-2009).(2009). *Læreren: Rollen og utdanningen.* Henta 2. april 2014 frå: http://www.regjeringen.no/nb/dep/kd/dok/regpubl/stmeld/2008-2009/stmeld-nr-11-2008-2009-.html?id=544920
St.meld. nr. 22 (2010-2011). (2011). *Motivasjon – Mestring – Muligheter*. Henta 5. januar 2014 frå: http://www.regjeringen.no/nb/dep/kd/dok/regpubl/stmeld/2010-2011.html?id=639486
Stacey, K., Gooding, A. (1998). Communication and Learning in Small-Group Discussions. I H. Steinbring, Bussi, M. G. B., Sierpinska, A. (Red.), *Language and Communication in the Mathematics Classroom* (s. 191-205). Reston, Virginia: National council of teachers of mathematics.
Streitlien, Å. (2009). *Hvem får ordet og hvem har svaret?* Oslo: Universitetforlaget.

Säljö, R. (2010). *Læring i praksis - Et sosiokulturelt perspektiv*. Oslo: J.W. Cappelens forlag.

Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics teaching,* 77, 20-26.
Stein, K. M., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms. *American Educational Research Journal*, 33, No. 2, 455-488.
Steinbring, H. (2006). What makes a sign a mathematical sign?: An epistemological perspective on mathematical interaction. *Educational Studies in Mathematics,* 61: 133-162.
Tiller, T. (2002). *Aksjonslæring: Forskende partnerskap i skolen*. Kristiansand: Høyskoleforlaget AS.
Utdanningsdirektoratet. (2013). *God regneopplæring – for lærere på ungdomstrinnet.* Henta 4. januar 2014 frå: http://www.udir.no/Lareplaner/Grunnleggende-ferdigheter/Container/God-regneopplaring--for-larere-pa-ungdomstrinnet/
Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag – kompetansemål: Kompetansemål etter 10. årssteget.* Henta 5. januar 2014 frå: http://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Kompetansemaal/?arst=98844765&kmsn=583858936
van Galen, F., Feijs, E., Figueiredo, N.,Gravenmeijer, K., van Herpen, E., & Keijzer, R. (2008). *Fractions, Percentages, Decimals and Proportions: A Learning-Teaching Trajectory for Grade 4, 5 and 6.* Rotterdam: Sense Publisher.
Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The Development of Higher Psychological Processes.* London: Havard University Press.
Ødegård, E. (2011). *Nyutdannede pedagogiske lederes mestring og appropriering av barnehagens kulturelle redskaper* (Doktoravhandling, Det utdannings- vitenskaplige fakultet Universitet i Oslo) Oslo. Henta 5. april 2014 frå https://teora.hit.no/handle/2282/1326

# 8 Vedlegg

Vedlegg 1 Intervjuguide

Vedlegg 2 Pretest

Vedlegg 3 Posttest

Vedlegg 4 Transkriberte observasjonar av gruppe 1

Vedlegg 5 Transkriberte observasjonar av gruppe 2

Vedlegg 6 Transkriberte observasjonar av gruppe 3

Vedlegg 7 Invitasjon – brev til elevar og foreldre/føresette

Vedlegg 8 Informasjonsskriv til foreldre/føresette

## Vedlegg 1

### Intervjuguide 1 for intervju av fokuselevar etter 1. matematikksamtale

- **Brøk som matematisk emne**
  Forkunnskap t.d. omgrepet: Fellesnemnar
  Brøk i høve andre matematiske emne
- **Oppgåva med «spinningtime»**
  Innhald og vanskegrad i oppgåva
  Løysingsstrategi
  Generelt om denne typen oppgåve
- **Arbeid i gruppa**
  Arbeid åleine kontra gruppearbeid
  Påverknad frå andre i gruppa
- **Generell erfaring frå Matematikksamtalen**
  Arbeidsomfang
  Arbeidsmåten

### Intervjuguide 2 for intervju av fokuselevar etter 2. matematikksamtale

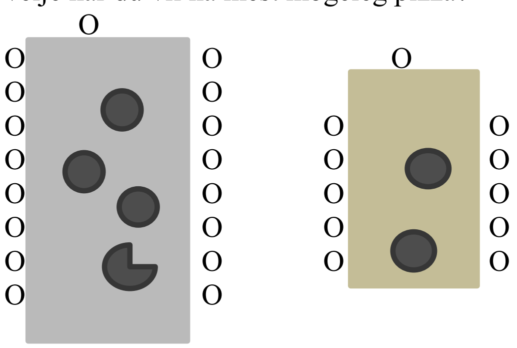
- **Matematikk generelt**
  Forhold til matematikk
  Eiga matematikklæring
- **Matematikksamtalen**
  Diskutere for å lære
  Løysing av oppgåver i gruppe
  Utan rettleiing frå lærar
  Skriftleg kontra munnleg arbeidsform
  Læringsutbyte
- **Intrumentelle og kontekstuelle matematikkoppgåver**
  Vil viseelevane ulike matematikkoppgåver
  Skilnad
  Læring
  Arbeid
- **Arbeidsform etter Matematikksamtalen knytt til brøk**
  Kva ønskjer eleven, og kvifor?

### Intervjuguide 3 for intervju av <u>alle</u> elevane etter 3. matematikksamtale

- **Kva har du fått ut av timane vi har jobba med brøk?**
- **Diskusjonane i gruppa**
  Kva meiner du at du bidrog med i diskusjonen?
  Var det lett/vanskeleg å diskutere?
  Diskuterte de algoritmar/løysingsmetodar?
- **Oppgåvene**
  Lette – passe – vanskelege
  Korleis skil desse oppgåvene frå andre oppgåver du har løyst?
- **Gruppearbeid**
  Følte du deg trygg på kompetansen til dei andre i gruppa?
  Kva betyr det at det ikkje deltok lærar i gruppediskusjonane?
- **Gruppediskusjonar som arbeidsmetode i matematikk**
  Kva tenke du om denne arbeidsforma?
  Kva med å lære algoritmar?
- **Instrumentell – relasjonell matematikk**
  Viser eksempel på oppgåver
  Kva er skilnaden på desse oppgåvene?
  Kva er vanskelegast?
  Kva type oppgåver likar du best?

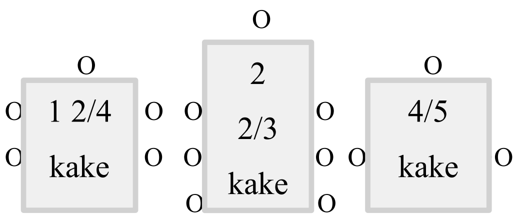
**Kan matematikksamtalen vere eit hjelpemiddel til å forstå matematikk/brøk?**

**Vedlegg 2**
**Førtest brøk for 10. trinn 14.10.13** **Namn.................................**

| Nr | Oppgåve | Vis korleis du kjem fram til svaret: |
|---|---|---|
| 1 | Du skal lage to brøkar av desse tala:<br>3 4 6 9<br><br>a)Kva vert fellesnemnaren dersom du brukar oddetala som nemnarar i kvar sin brøk?<br><br>b) Kva vert fellesnemnaren om du brukar partala som nemnarar?<br><br>c) Kva vert produktet av dei to brøkane dersom du brukar oddetala som nemnarar og partala som teljarar? | |
| 2 | Rekn ut:<br>a) $\frac{2}{3}+\frac{1}{5}=$<br>b) Forklar utrekninga ved hjelp av teikning | |
| 3 | Det er pizzakveld. Du er litt seint ut. Resten av klassen er i klar. På det eine bordet, er allereie $\frac{1}{4}$ av den første pizzaen borte. Alle er svoltne. På det eine bordet er det 17 elevar, og $3\frac{3}{4}$ pizza. På det andre bordet 11 elevar, og 2 pizzaar. Kva bord vil du velje når du vil ha mest mogeleg pizza?<br> | |
| 4 | Kva er halvparten av $\frac{1}{8}$?<br>a) Vis ved utrekning?<br>b) Vis ved teikning? | |
| 5 | a) Kor mange $\frac{1}{10}$ meter kan ein dele $\frac{4}{5}$ meter inn i?<br>b) Kor langt er $\frac{4}{5}$ meter i cm? | |

## Vedlegg 3

**Ettertest brøk for 10. trinn 25.10.13** **Namn……………………………**

| Nr. | Oppgåve | Vis korleis du kjem fram til svaret: |
|---|---|---|
| 1 | Du skal bruke desse tala til å lage to brøkar:<br>5 8 7 16<br>a)Kva vert fellesnemnaren dersom du brukar primtala som nemnar?<br>b) Kva vert fellesnemnaren om du brukar partala som nemnar?<br>c) Kva vert differansen dersom du brukar partala i nemnaren og oddetala i teljaren?<br>(Den første brøken er sett saman av dei to første tala, og den andre av dei to siste). | |
| 2 | Erik har invitert til gjeburtsdagsselskap. Det er sjokoladekake på menyen. Britt er den siste som kjem. Kva for eit bord bør ho setje seg ved, dersom ho skal få mest mogeleg kake?<br>(gjestene på kvart bord deler likt)<br><br>(bord 1) (bord 2) (bord 3) | |
| 3 | Rek ut:<br>a) $\frac{3}{4} * \frac{2}{7} =$<br>b) Forklar utrekninga ved hjelp av teikning. | |
| 4 | Tre elevar skal dele 2 eple.<br>a) Kor stor del får kvar elev?<br>b) Teikn tre ulike måtar å dele epla? | |
| 5 | Ein elev i 10C, brukar $\frac{1}{3}$ av matfriminuttet til å ete. $\frac{2}{5}$ til å spele basketball. Resten av friminuttet brukar han til å snakke med venner.<br>a) Kor stor del av friminuttet brukar han på venner?<br>b) Kor mange minuttar brukar han på kvar av dei tre aktivitetane når matfriminuttet varer 30 minutt?<br>c) Vis løysinga ved teikning | |

**Vedlegg 4**

**Matematikksamtalen - Spinningtimen**
**Marte, Mats Leo og Martin**

1 Martin: Det går ikkje..
2 Mats Leo: Jo då..
3 Marte: Ka har du kome fram til på det første?
4 Martin: Eg..eg..eg må tenke..
5 Martin: joo ooo Eg berre fann eit tal, og så ganga eg med det under.
6 Marte: ok, men ka gjorde du då Mats Leo?
7 Mats Leo: Eg er ikkje god med brøk, så eg berre prøvde å finne ut av minutta først.
8 Marte: Og korleis gjorde du det?
9 Mats Leo: Eg tenke jo at naturlig så er det 60 minutt i ein time, og 1/6 er jo då 10 minutt. Det er vanskelegare å forklare det matematikken enn å berre forklare det.
10 Marte: Jammen, det er jo det! 1/6 det er 10 minutt. Eg veit ikkje kva eg har gjort?? Eg prøvde liksom først å finne desimaltala. Er ikkje det berre å ta ein delt på seks?
11 Mats Leo: Jo
12 Martin: Veit ikkje. Einaste eg fekk til å finne ut av var minutta, og sånn. Skal vi gjere alle her?
13Marte: ja, vi skal gjere alle. Nummer 2? Kordan var kva økt i prosent?
14 Marte Er det berre å setje prosent bak på desse?
15 Mats Leo: Nei..
16 Marte: Men korleis reknar vi prosenten ni igjen då?
17 Mats Leo: 6 minutt er lik 10%. Det veit eg..
18 Marte: Blir det ikkje 25 % då? Nei, 15 meiner eg. Nei, 0,25 %..
19 Martin: Nei, 60 delt på100 gange 6? Nei…? Eg prøvar eg..
20 Marte: Blir ikkje det 25 % då? Ein fjerde del?
21 Martin: Jooo
22 Marte: Jammen då blir det her 10 %, også 25 %. Men 1/12, blir ikkje det? Prøver du å finne det ut?
23 Mats Leo: Det skal bli litt mindre
24 Martin: Korleis er det man gjer? Dele man på 100? Så blir det 12 gange 60. Det blir?
25 Mats Leo: Uff, eg har ikkje anelse!
26 Martin: Då blir det 100 gange 12 delt på 60.
27 Marte: Blir ikkje denne her 10 %?
28 Martin: Eg trur eg fann prosenten? Kva var det eg ganga med? Eller var det 1/12?
29 Marte: Eg trur det.
30 Martin: Det var 20 %
31 Marte: 20 ?
32 Mats Leo: 1/12 20%??
33 Martin: Nei, nei, nei…
34 Marte og Mats Leo: Nei, det kan det ikkje vere?
35 Marte: Nei, viss ein fjerdedel er 25 %.
36 Mats Leo: Det skal veremindre enn 10.
37 Mats Leo: Fy flate..
38 Marte: Vi veit jo minutt sant? Og vi veit dei første to.
39 Martin: Og den nest siste.
40 Marte: Og så er det desimaltal, er ikkje det berre å dele den på den (Teljar på nemnar)? Sant? Slik at 1/6 del blir 0, 16? Trur eg. Veit ikkje?
41 Mats Leo: Eg trur kanskje den nest siste er 7,5 %
42 Marte: Kallas? 20?
43 Mats Leo: Nei, 1/15?
44 Marte: Skal eg skjekke det? Er det ikkje 1/15?
45 Mats Leo: 1/15 gange
46 Marte: Må ein gange og?
47 Martin: Viss ein skal finne prosenten.
48 Mats Leo: 1/15 ganger 100. Det er det.
49 Marte: Då er dette feil.
50 Mats Leo: Det er teljar delt nemnar gange 100.
51 Marte: jammen.. sånn som eg ser sant? Skal ikkje det bli desimaltal 0,25?
52 Mats Leo: Jo..
53 Marte: Jammen, då ganga ikkje eg med 100.
54 Martin: Jamnen no fekk eg 25 %
55 Marte: jammen det er prosent. Sant? Eg snakka om desimaltal.
56 Mats Leo: jamnen no snakka vi om prosenttal.
57 Marte: Så det er det same som å finne desimaltal, berre man ganga med 100.
58 Martin: Ja, ein 1/12 det er 8,3.
59 Mats Leo: 1/12 er 8,3?
60 Martin: Prosent
61 Mats Leo: Eg prøve 1/15 gange 100
62 Martin: Ja, eg gjorde det.
63 Marte: Og det vart?
64 Mats Leo: 7,5
65 Martin: 6,6
66 Mats Leo: 6,6?
67 Martin: ja,… vent litt, må sjå om eg gjer det riktig.
68 Mats Leo: 1/15?
69 Marte: Ja, då er svaret 6,6 prosent?
70 Martin: Ja..
71 Marte: Då har vi alle. Nei, 2/6 kva blei det?
72 Mats Leo: det er 23 prosent. Er det ikkje? Nei, 33 prosent?

73 Martin: Då blir det liksom 33, 3, så det blir 66,6. Då går det opp.
74 Mats Leo: men 1/6?
75 Martin: 1/6 er 16,6. Då gjekk det feil igjen?
76 Marte: hæ?
77 Martin: 1/6 er lik 16,66
78 Marte: Fordi på dei andre så tenkte vi at nemnaren var liksom…. For viss vi hadde tenkt at nemnaren var 60 kanskje?
79 Martin: Skal vi ta 16, 7 der og 6,7 ?
80 Marte: ja, då har vi funne prosent og desimaltal.
81 Martin og Mats Leo: ja
82 Marte: nummer 3 då?
83 Mats Leo: eg vill ikkje ha fortalt dei, eg ville ha spart dei for da
84 Marte: Det er på ein måte prosent som er lettast å sjå da. Ikkje?
85 Mats Leo: Eg trenge no ein kalkulator.
86 Marte: Eg syns i alle fal det då. Å sjå på ein måte. Då ser man liksom med ein gang kva som er størst og minst.
87 Martin: Ok, eg er einig.
88 Mats Leo: Eg veit ikkje. Eg har absolutt ingen anelse.
89 Marte: Nummer fire. E det liksom at alle skal vere like lange?
90 Martin: nei, er det ikkje det same. Ein får like mykje brøk liksom?
91 Marte: Må vi rekne ut det då?
92 Martin: Ja..
93 Marte: Kor mange minutt? Veit ikkje eg? Tenkte vi no at det var 100 som var på ein måte timen?
94 Mats Leo: Ja, det må vere det?
95 Marte: Så då blir 45 minutt?
96 Martin: Så då blir det 1/6 gange 45?
97 Marte: Ja, eg trur det?
98 Mats Leo: Vi må ha med minuttar no?
99 Marte: Viss vi finn det først. Så gjer vi det om til ….
100 Mats Leo: Må vi ikkje eigentleg ta vekk ¼ av det det er?
101 Martin: Det vil seie at denne varer i 7,5 minutt?
102 Mats Leo: Ja
103 Martin: jamen då gjer vi det sånn. Det var enklare.
104 Mats Leo: Då er denne her 15 minutt, og denne er 3 minutt
105 Martin: Kva blir 15 då? .. 15/12? ……
106 Mats Leo: 15/4 gange 3? Prøv det.
107  Martin: Det blir 11,25.
108Mats Leo: Prøv  10/4 gang 3
109 Martin: 7, 5
110 Mats Leo: Å då har vi det!
111 Martin: Då blir det 11,25 på 15 minutt. Kva var det vi fekk 7,5 på?
112 Mats Leo: det var 10 minutt
113 Martin: Korleis rekna du det ut?
114 Mats Leo: 6/4 gange med 3
115 Marte: Skal ein berre dele på 4?
116 Mats Leo: Og så gange med 3. Då får man ein fjerdedel mindre.
117 Marte: Då blir det  6 delt på 4 gange 3
118 Mats Leo: Ja
119 Marte: Kva det vart?
120 Mats Leo: 4,45
121 Marte: Ka du fekk på…
122 Mats Leo: Det har vi ikkje rekna ut ennda.
123 Marte: Då blir det 5 delt på 4 gange 3.
124 Martin: 3,75.
125 Marte: Har vi det då?
126 Martin: Er vi ferdig?
127 Marte: Vi har forandra dei til prosent, og desimal
128 Mats Leo: og
129 Marte: og viss vi skulle fortelje til noken så kom vi fram til prosent.
130 Martin: Vi går for det.

## Vedlegg 5

### Matematikksamtalen Lars og Lotte
### Gymtimen og Teljar - nemnar

1 Lars: *Les oppgåva*
2 Lotte: For Amida så kan vi jo ta 120 delt på 4.
3 Lars: Kva meinast det med minutt?
4 Lotte: Det er kor mange minutt ho brukte på heile greia. Ho sprang 4 rundar , og så brukte ho 30 minutt pr. runde, trur eg.
5 Lars: 4 gange minutt?
6 Lotte: Nei, delt på 4. Det er liksom 30. Ho sprang liksom i 120 minutt på 4 rundar, og ..viss du dele 120 minutt med fire så blir det 30 minutt pr. runde.
7 Lars: Så var det Ronny.
8 Lotte: Emmmmm…..Eg trur det er sånn at vi skal ta 20 gange 3 for at ..
9 Lars: pr. runde 20 gange 3
10 Lotte: 20 gange 3. Det er seksti. *(pause 10 sek)*
11 Lotte: Så.. brøk ..
12 Lars: Ein tredel*?* *(pause 15 sek)*
13 Lotte: Eller vi kan ta Ane først. Det er 30 gange 2, på ein måte. Så e vi ferdig med det. Så er d brøk.
14 Lars: 30 gange 2 vart?
15 Lotte: 60, same som med Ronny. Og så er det brøk. emmm
16 Lars: Forstår du kva vi skal gjere då?
17 Lotte: Emmm
18 Lars: Ein tredel *(pause 6 sek).* Ein av tre rundar *(pause 10sek)*
19 Lotte: Er ikkje.. *(pause 25 sek)* ok, vi må vel…. *(pause 15 sek)* vent då..
20 Lars: Går det an å få det om til desimal?
21 Lotte: Ja, det var det eg tenkte, men vent då.. 6.. komma 3. Det er ikkje… Vent skal berre sjekke.. em. Eg trur ikkje det blir rett *(pause 5 sek)* Nei, eg trur ikkje det. *(pause 5 sek)* Elle kanskje?
22 Lars: Kva du ..?
23 Lotte: Er ikkje sikker om det er rett. Men vi må.
24 Lars: Kva du gjorde?
25 Lotte: Vi kan notere det då. Berre skrive svaret på hjørne. Emm.. Eg tok … eg gjorde akkurat det same, berre at eg tok 1,3 ..
26 Lars: Ja
27 Lotte: Eg tok liksom desimal av brøken, på ein måte om du skjønnar?
28 Lars: Ja
29 Lotte: Men eg er ikkje sikker på om det er rett. Men vi kan prøve..
30 Lars: 1,3 blir det ikkje ein annan desimal der då?
31 Lotte: Mmm
32 Lars: 1 delt på 3 ka blir det?
33 Lotte: nei, det er ikkje … trur det blir..vent då..
34 Lars: 0,3 kanskje?
35 Lotte: Vent då..emm *(pause i 9 sek)* 1,3 Nei, ka no da??? Eg fekk 7,8 i stad.
36 Lars: 0,3 ?
37 Lotte: Det er eigentleg å gange.. *(5 sek)* eg ganga liksom. Det vi gjor her..vi ganga her sant?
38 Lars: mmm ja… Nei
39 Lotte: Nei, det gjor vi ikkje
40 Lars og Lotte *(i munnen på kvarandre)* Nei, vi delte.
41 Lotte: emmm.. men vi kan ikkje gange heller, for elles blir det negativt tal. Så vi kan liksom bytte på ein måte, men.. Men eg er ikkje sikker.. Vi kan jo skrive ned kva vi får da..og så kan vi samanlikne etter på.
42 Lars: 0,3 ..
43 Lotte: Eg veit ikkje om det blir rett ein gang?
44 Lars *(etter 20 sek)* 005?
45 Lotte: Ja..men det går liksom på ein måte.. det er jo meir at det går opp til 7.. 7 blir til 8 sekund på ein måte, enn.. det er på ein måte..
46 Lars: 0,05 det blir …
47 Lotte: Vi har 27,6 mmm *(pause 10 sek)* Så har vi 14, 28. Men det går jo an å gjer det på ein anna måte då? For eg veit jo ikkje om dette er rett ein gang. Vi må liksom berre prøve å finne det ut..
48 Lars *(etter 20 sek pause)*: 20
49 Lotte: Kor du fekk det hen?
50 Lars: 6 det er…
51 Lotte: For viss du får ein realistisk tal så kan det vere rett.
52 Lars: 6 dele på 0,3..20
53 Lotte: Ja, men då prøve vi det på Fnan og då.
54 Lars: Det blir 2 dele på 3, 0,6..
55 Lotte: Tok du med 12 og?
56 Lars: nei, eg er ikkje ferdig..så er det 12 dele på 0,6..20
57 Lotte: Ja, vent då, noter det. Mm ta Dagny?
58 Lars: då blir det *(20 sek pause)* då blir det 0,25 delt på , nei… 20 delt, nei.. 20 gange 0,25 …. 5
59 Lotte: 5, og det var på minutt, nei..
60 Lars: minutt pr. runde, trur eg..nei.. i minutt
61 Lotte: Det var minutt, sant? Kva du fekk?
62 Lars: 5
63 Lotte: 5, eg notere.. så vi har noke. Så Mathias..
64 Lars: Men kladda du ned kva vi gjorde.

65 Lotte: Du kan skrive ned korleis du på ein måte.. korleis du kom fram til dei greiene der *(pause 15 sek)*
66 Lars: for eksempel skal eg ta, treng eg å skrive ned alle, eller?
67 Lotte: mmm, nei, berre skriv ned formelen du brukte når du skulle finne det ut *(pause 30 sek)*
72 Lotte: men veit, kva du fekk til svar?
73 Lars: På Mathias?
74 Lotte: Ja
75 Lars: 20
76 Lotte: Ja, det høyrest meir realistisk, Æ.. Johan?
77 Lars: Johan? 1 dele på 2 er lik 0,5. 18 gange 0,5, var det det eg sa? 9
78 Lotte: 9, og det var på minutt
79 Lars: Ja
80 Lotte: Ja, eg trur det er rett. Charlotte blir ein heil og ein halv på ein måte.
81 Lars: Ein heil og ein halv, korleis?
82 Lotte: Pluss ein halv på ein måte. Det blir liksom det same som .. 2 2 *(umuleg å høyre)*, trur eg? Sidan det er eit heilt tal.
83Lars: Viss eg dele no. 1 delt på 2. 0,5 pluss 1, 1,5
84 Lotte: Ja, ka sa du det va?
85 Lars: Det vart 20 og!
86 Lotte: 20? Du tok med den heile sant?
87 Lars: Ja
88 Lotte: Då er det Simen
89 Lars: Då gjorde eg 1 delt på 2 er lik 0,5 pluss ein, blir til saman 1,5.
*Teiknar dei 10 løpa på eit eige ark. Lotte kjem med forslag til korleis dei skal teikne ,og Lars teiknar. Det tek 9 minutt.*
90 Lars: Rekna vi ut Simen? 5 delt på 4 er , veit ikkje eg?
91 Lotte: nei, nei.. Han sprang ei runde, og så på ein måte ein kvart på ein måte. Viss du skjønna?
92 Lars: ei runde?
93 Lotte: ja, siden 5 fjerde deler går opp. Det er på ein måte høgare enn 4. Så eigentleg så er her ein heil, og så ein fjerdedel . Sidan 5 er høgare enn 4, sant? Berre teikn ei runde, og så teikna du ned igjen hit, sånn ca.
94 Lotte: ok. Då må vi rekne ut Simen
95 Lars: Då blir det 5 delt på 4, 1,25. Så 16, var det gange no? 20!
96 Lotte: 20?
97 Lars: ja, trur eg.
98 Lotte: ok, då er vi ferdig med denne oppgåva.
68 Lars: 20 gange *(20 sek pause)* og so Mathias
69 Lotte: Ja, Mahias em nei.. eg fekk ein sånt svar, men det var feil trur eg.
70 Lars: Då er det 3 delt på 4 …. 0,75 … 15 dele på 0,75 ..20 *(pause 18 sek)*
71 Lars: Skal eg ta Amida, eller dei som..

**Teljar - nemnar**
1 Lars: I kva samanheng har vi behov for fellesnemnar? Når ein skal teikne i *(pause 10 sek).* Kva har eg skrive her?
2 Lotte: Ok, eg skreiv atte vi har på ein måte, eigentlig så har vi liksom behov for fellesnemnaren omtrent heile tida for atte det blir lettare å se samanhengen på ein måte…. Det er liksom det heile talet på ein måte, og då ser du… eg ser i alle fall samenhengen lettare viss vi har fellesnemnar.
3 Lars: ja
4 Lotte: ok, fem.
5 Lars: Kvifor? For at vi kan rekne …ulike brøkar *(les frå si eiga heimerekning)* . Ulike brøkar, er det ja. ..for å kunne bruke ulike nemnarar. For at vi kan rekne ulike brøkar…. Ja..
6 Lotte: Eg har eigentleg det same som .. eller det blir lettare å sjå heilheiten i talet, og det blir lettare å rekne med talla eller med brøkane på ein måte. 6?
7 Lars: Forklar kva som skjer når nemnaren aukar? Vis eksempel *(les frå oppgåva)* . Øker med det same. Ein fjerde del er på ein måte lik 2 åttande deler og så blir det 4 sekstande deler og så blir det 8 32 deler.
8 Lotte: *(etter 14 sek)* ja, emmm sånn at viss du har fellesnemnar, eller … viss nemnaren aukar ..emm.. nei, eg ahr eigentleg ikkje noke .. når nemnaren aukar så blir på ein måte talet større, skjønnar? Det er vanskeleg å forklare. Men viss teljaren aukar så får du på ein måte eit heilt tal på ein måte
9 Lars: veldig vanskeleg oppgåve dette.
10 Lotte: Ja, det var litt vanskeleg å forklare det, eigentleg.
11 Lars (*etter 22 sek):* Då er vi ferdig med den då?
12 Lotte: Kva du hadde på den nederste?
13 Lars: der hadde eg egentleg det same som seksaren.
14 Lotte: Ja, det er greitt. Kva vi skulle gjere no?
15 Lars: Teljaren det var den nederste, den som var under brøkstreken? Nei, det var nemnar og teljar…
16 Lotte: Nei, nemnaren det er nedst. N for nederst. Den der regelgreia. Nemnar er nederst.
17 Lars: Nemnaren
18 Lotte: Ja, det var riktig

## Vedlegg 6

**Matematikksamtalen**
**Martin, Hanne Mia og Mona**
**Gymtimen og Tur til Kjølsdalen**

1 Hanne Mia: Ok, dokke sjå her.. Amida brukte 1 120 minutt, sant?
2 Martin: På fire runda, og då brukte ho 30 minutt på kvar runde
3 Hanne Mia: Ja, då dele vi 120 på 4, sant?
4 Martin: Jepp
5 Hanne Mia: men då skriv vi 30 minutt då.
6 Martin: Men då blir det 20 gange 3, er lik 60
7 Hanne Mia: Ikkje tenk så fort
8 Mona: Skrive vi 30 på der?
9 Hanne Mia: Ja, det blir 60 minutt.. Ikkje tenk så fort. Vent litt 6 minutt ein tre dels runde?
10 Mona: Det blir 6 delt på 3!
11 Martin: Nei, 6 gange 3.
12 Hanne Mia: nei, fordi…
13 Martin (bryt av Hanne Mia): Fordi det kan ikkje bli 6 delt på 3. Då blir det berre 2 minutt pr. runde.
14 Hanne Mia: Ja, men vent litt då.. ok, viss ho brukte 6 minutt saman, og ho fullførte med ein tredel av runda.. Vil det seie at ..
15 Mona:Sprang ho berre i 6 minutt?
16 Hanne Mia: Ja, men høyr då…viss atte hon fullførte ein tredel av ein runde..
17 Mona: så då brukte ho 6 gange 3…. JA.. fordi ho brukte 18 minutt pr. runde
18 Hanne Mia: nei..
19 Martin: Jo
20 Hanne Mia: Koffer det?
21 Martin: For 6 minutt på ein tredje del . Då må du gange med 3 for å få ein heil runde.
22 Mona: ja. Ho har sprunge ein tredje av ein runde, og då må ho gange det med tre for at det skal bli ein heil runde.
23 Hanne Mia: Eg skjønnar fortsatt ikkje… 6 gange 3, så det er 18 minutt pr. runde
24 Mona og Martin: ja
25 Hanne Mia: åja, å ja viss ho brukar 6 minutt på ein tredel, då betyr det at ho bruka 12 minutt på 2 tredel og 18 minutt..
26 Martin: ja
27 Hanne Mia: Elise brukte 12 minutt til saman, og eg fullførte …
28 Martin: Ho brukte 18 minutt ho og.
29Mona: ja
30 Hanne Mia: nei
31 Martin: jo, du sa jo at ho hadde brukt 12 minutt på 2 tredjedeler..
32 Hanne Mia: Vent litt.. 12 minutt på to tredel
33 Mona: Det blir akkurat som i stad..34 Hanne Mia: Korleis skal eg finne ein runde når eg ikkje har sprunge ein runde?
35 Martin: Fordi du hadde .. Det går an å finne.
36 Hanne Mia: Dagny ..20 minutt pr. runde
37 Martin: 20 delt på fire
38 Hanne Mia: fem minutt, då?
39 Mona: Ja, Mathias 15..
40 Hanne Mia (avbryt): Vent litt.. 15..okei, viss det var ¼ så hadde det vore 5
41 Martin: 20
42 Hanne Mia: Veit du ka, de tenke så fort! Eg får ikkje tid til å sammenligne, og alt.
43 Martin: Vi diskutera..det blir 15 minutt
44 Mona: Hæææ…. Ho sprang ein runde, og brukte 30 minutt på ein runde og sprang to rundar.
45 Hanne Mia: Det blir 60 minutt til saman
46 Martin: og ja.
47 Hanne Mia: ok 30 minutt, ho sprang halv
48 Martin: det blir 20..25.
49 Hanne Mia: koffer det?
50 Mona: Du må dele på 3.
51 Hanne Mia: Koffer det? Kan ikkje dokker roe dokke ned?
52 Mona: Det blir 20!
53 Hanne Mia: Koffer det då?
54 Mona: Fordi det blir det.
55 Hanne Mia: Nei, forklar!
56 Mona: Her kan du dele opp i tre, sant? Ein halv på kvar, sant?
57 Martin: Ja, ja
58 Hanne Mia: Ho sprang ein og ein halv runde?
59 Mona: Ja, og då tar du ein halv, ein halv ein halv. Og då blir det på tre, og så er det 10 minutt på kvar halve.
60 Martin: Då blir det 30. då?
61 Hanne Mia: Jammen høyr då! Viss ho sprang 30 minutt til saman, sant? og sprang ein og ein halv runde. Og viss du tenke ein halv så sprang ho 10 minutt pr. halv, sant?
62 Martin: Då blir det 30!
63 Mona: Vidare ei runde, då blir det 20
64 Hanne Mia: Nei, då blir det 10 minutt pr. runde?
65 Mona: Nei, det blir 20
66 Martin: Blir det 20?
67 Hanne Mia: ok, sjå her då. Viss det er ein og ein halv, og så dele du det slik at det blir likt. Så har vi ein halv, ein halv, ein halv. Sant? og so brukte ho 30 minutt til saman. Og viss vi dele 30 minutt på desse tre halvane her, så blir det 10 minutt, 10 minutt, 10 minutt.
68 Martin: ja
69 Hanne Mia: og viss vi skal finne ut kor masse ho brukte pr. runde, så har vi den pluss den, så blir et ein runde.
70 Martin: jammen det er jo ein og ein halv.
71 Mona: Ja, men vi skal ha pr. runde
72 Mona: Det der er..

73 Martin (avbryt Mona): No skjønte eg…
74 Hanne Mia: Gjer du?
75 Martin: Eg fekk feil
76 Hanne Mia:Viss vi gjer denne til ein skikkeleg brøk. Blir det ikkje ein heil og ein fjerde del?
77 Mona: Hæ?
78 Hanne Mia: Då brukte han 16 minutt på ein runde, og så 16 delt på fire ka er det? Det er fire. Er ikkje det 20 minutt?
79 Mona: Veit ikkje?
80 Martin: Det blir meir enn 16, blir det ikkje?
81 Hanne Mia: ok, sjå då! Det blir 20. For viss han brukte 16 minutt på ein runde, sant?
82 Martin: Ja, då blir det 20.
83 Hanne Mia: og så er det ein fjerdedel igjen. Så dele du 16 på 4. Han sprang ein heil og ein fjerdedel. Då blir det 20 minutt, sant?
84 Martin: Fem fjerdedeler, så ganga du 4 med 5?
85 Hanne Mia: Nei, sjå då! Du veit fem fjerdedeler, sant? Gjer det om til ein heil og ein fjerde del, sant?
86 Mona: ja, det blir 20
87 Hanne Mia: Skjønte du det?
88 Martin: Eg skjønte ikkje korleis eg skal rekne
89 Hanne Mia: Sjå her , då! Du har fem fjerdedeler, sant? Du gjer den om til ein skikkeleg brøk. Då blir det ein og ein fjerdedel . Viss du brukar 16 minutt på ein runde, då veit du at han brukar 16 minutt på denne runden her. Og vi skal finne ut kor mange minutt han sprang på ein fjerdedel , og då dele vi 16 minutt på fire.
90 Martin: å ja, ja

**Tur til Kjølsdalen**
1 Hanne Mia: Då var det: På tur til Kjølsdalen. Oppgåve ein: kor stor del av turen utgjorde det siste stykket du gjekk?
2 Martin: Fem førtiåttande del
3 Hanne Mia: Korleis det?
4 Martin: Men sjå då. Viss ein tar ein førtiåttande del . Då blir det 6 førtiannde deler.
5 Hanne Mia: Hæ..Koffer det?
6 Martin: Eg skulle finne ut kor masse som mangla, og so …. Jammen, det går ikkje an å dele opp 18 i førtiåttedeler.
7 Mona: Eg skjønnar ikkje noke av denne oppgava her?
8 Hanne Mia: ok, skal eg seie korleis eg tenkte. Eg tenkte liksom første gangen ho gjekk då var det liksom ein førtiåttande del. Og viss…
9 Mona: Eg skjønnar ikkje dette?
10 Martin: Eg skjønnar ikkje dette eg heller?
11 Mona: Koffer står det fem tolvte deler og tre attande deler, liksom?
12 Hanne Mia: Av turen så gjekk ho ein førtittande del.
13 Mona: Så ho gjorde alt det her på turen?
14 Martin: Det var det eg og tenkte, men det er sikkert feil?
15 Hanne Mia: men eg hugsa ikkje korleis eg tenkte, men eg kom fram til at det første ho gjekk var 0,5 km, andre gangen var tre km, tredje gangen då ho sykla var fire km, fjerde gangen då ho køyrde buss var 10 km , og ….
(*Ytring 16 til 21 spørsmål til student)*
22 Mona: Då gikk ho ein halv km.
23 Hanne Mia: Koffer det?
24 Mona: For det at 48 delt på 2 er 24, og 24 km.
25 Hanne Mia (avbryt Mona): 48 delt på 24? (Pause i 12 sek)
26 Hanne Mia: Sjå her då. Viss man dele 48 delt på 24 så… nei, nei, nei.. 24 delt på ..
27 Mona: Skal vi ikkje ta alle lik at dei blir lik nemnar?
28 Hanne Mia: Høyr her då: viss du dele 24 delt på 48 blir det 0,5, og det var ein førtiåttande del, slik at det blir 0,5 km.
29 Mona: Ja, men det var det eg hadde.
30 Hanne Mia: Haike med bil er 24, og det er 24 delt på 8. Det er ein *(snakkai munnen på Martin).*
31 Mona: Jamen, det er åtte av 24. Det er 24 km..åtte av 24 km
32 Hanne Mia: Ja, vent..heile greia mi er feil.
33 Martin: Ja, heile greia di er feil.
34 Hanne Mia: Ho sykla for 18, så får du delt på 24 er 18. Det er 1, …..
35 Martin: Nei, det er meir..det er 4 km..1 på 6 , 2 på 12 og 3 på 18 og 4 på 24.
36 Hanne Mia (snakkar i munnen på Martin): Vent litt, vent litt. Ein sjette del..
37 Martin: det er ein fjerde del … det er fire
38 Hanne Mia: Ja, det er 4 km
39 Mona: Ho sykla?
40 Hanne Mia: ja, og på buss då blir det?
41 Martin: 10 km
42 Hanne Mia: 24 delt på ….. eg må berre tenke. Skal eg seie kva eg gjor? Der plussa eg 0,5 + 8 + 4 + 10. Kva blir det?
43 Martin: *Høyrer ikkje kva han seier.*
44 Hanne Mia: Det blir altså 18, 22, 22,5. Kva blir 24 minus 22,5?
45 Mona: ein og ein halv
46 Hanne Mia: Ein og ein halv, men kor stor er brøkdelen då?
47 Martin: tre førtiåttande deler.
48 Hanne Mia: tre førtiåttande deler
49 Martin: Ja. Sidan ein halv km det er ein.
50 Mona: Ja
51 Hanne Mia: Ja, det var smart av deg. Kor lang var kvar av delene.
52 Martin: Det har vi funne ut: 0,5 -8-4 -10 -1,5
53 Mona: Til saman?
54Martin: 24 km