

Master of Science

Masteroppgave

Jan Reidar Kalstad

Finansiering
og
investering 2010

Risiko og volatilitetsdynamikk til områdepriser i Nord Pool

Trondheim, mai 2010



Høgskolen i Sør-Trøndelag
Avdeling Trondheim økonomiske høgskole

Høgskolen i Sør-Trøndelag 139
E-post: hst@hst.no

Forord

Denne masteravhandlingen er skrevet ved Høgskolen i Sør-Trøndelag, avdeling Trondheim Økonomiske Høgskole, og er den avsluttende oppgaven på min siviløkonomstudie. Oppgaven er skrevet våren 2010 innen spesialiseringsretningen finansiering og investering, og omhandler en analyse av områdepriser på strøm på Nord Pool.

Først og fremst vil jeg takk min veileder og førsteamanuensis Sjur Westgaard for gode og konstruktive tilbakemeldinger og råd. Jeg vil også takke Nord Pool Spot ved Kristina Remeč for tilgang på data gjennom Nord Pool's ftp server.

Innholdet i denne oppgaven står for forfatterens regning.

Trondheim 26.05.2010

Jan Reidar Kalstad

Sammendrag

Denne masteroppgaven ser på pris- og volatilitetsdynamikken til områdepriser på det nordiske kraftmarkedet Nord Pool. Oppgaven er motivert av at liberaliseringen av kraftmarkedet har kraftig endret måten kraftselskapene tenker på og den økte konkurransen har skapt sterke incentiver for å bedre den operasjonelle effektiviteten og behovet for risikostyring. Forståelse av volatilitet og risiko i områdepriser er i den sammenheng viktig med tanke på budstrategier og korttids produksjonstilpasning. De store prisforskjellene som kan oppstå mellom områdepriser og systempriser utgjør en stor risiko for markedsaktørene, siden den fysiske overføringen av strøm er prissatt til områdepris, mens aktørene kan hedge seg med finansielle kontrakter som refererer til systemprisen.

Rådataen viste sterk seriekorrelasjon og heteroskedastisitet og for å finne en modell som klarte å fjerne all denne seriekorrelasjonen og heteroskedastisiteten i seriene måtte jeg først estimere modellen med vanlig OLS hvor vi også inkluderte dummyvariabler for ukedager og måneder i tillegg til 100 lag av tidligere verdier. Videre måtte jeg lagre residualene og til slutt kjøre en ARFIMA(0,d,0)-GJR(1,1) spesifikasjon med en skjev student-t fordeling på residualene. Da fanger modellen opp tilstrekkelig med seriekorrelasjon i de relative prisendringene, og i den betinga variansligningen fanger modellen opp sjokk, seriekorrelasjon, motstand, asymmetri og mean reversion mot langtidslikevekten.

I tillegg til sterk sesongvariasjon fant jeg også at alle områdene har volatilitet med "long memory" egenskaper, at negative sjokk har større påvirkning på volatiliteten i Norge enn positive sjokk, mens i Danmark Vest er det positive sjokk som har større påvirkning på volatiliteten enn negative. For de øvrige landene var denne effekten ikke signifikant. Videre fant jeg sterkt signifikante ARCH- og GARCH effekter, som hadde en sum mindre enn 1 og dermed indikerer at sjokk er "mean reverting".

Abstract

This paper investigates the conditional mean and volatility characteristics of the Nordic Spot electric power market, Nord Pool. The thesis is motivated by the increasing competition and need of improved operational efficiency in power companies, caused by the liberalization of the power market. The understanding of volatility and risk in area prices is in that context important for short term adaption of production and bidding strategies. Since the market participants can hedge themselves with contracts which refer to the system price, and the physical delivery is priced at the area price, they are exposed to a great risk in terms of price difference.

The raw data showed strong serial correlation and heteroscedasticity and to find a model which could remove all this serial correlation and heteroscedasticity in the series, I needed to first estimate the model with ordinary OLS where I also include dummy variables for weekdays and months in addition to 100 lags of past values. I could then save the residuals and run a ARFIMA(0,d,0)-GJR(1,1) specification with a skewed student-t distribution on them. The model could then capture sufficient serial correlation, shock, resistance, asymmetry, and mean reversion.

In addition to strong seasonal effects, I also found that all the areas had volatility with long memory characteristics, negative shocks had a greater impact on the volatility than positive shock in Norway, while in Denmark Vest positive shocks had a greater impact on the volatility than negative shocks. For the remaining areas this leverage effect was not significant. Further I found strong significant ARCH- and GARCH effects, which had a sum smaller than one, indicating that shock is mean reverting.

Innhold

1. Innledning	1
2. Eksisterende arbeid	5
3. Det nordiske kraftmarkedet	9
3.1 Hvordan kraftmarkedet fungerer	9
3.2 Nord Pool	10
3.2.1 Fysisk marked	10
3.2.2 Finansielt marked	11
3.2.3 Flaskehalsen og områdepriser	12
3.2.4 kraftproduksjon	14
3.2.5 Systemoperatører	17
3.3 Volatilitet og andre egenskaper i det nordiske kraftmarkedet	17
4. Data og deskriptiv statistikk	19
4.1 Deskriptiv statistikk	19
4.2 Sesongvariasjon	24
4.3 Value at risk	27
5. Modellen	31
5.1 modellspesifikasjon	31
6. Resultater	35
6.1 Estimatorer	35
6.2 VaR Beregninger	38
7. Konklusjon	41
8. Referanseliste	43
9. APPENDIKS	45
Appendiks A: Begreper, tester og modeller	45
Appendiks B: Grafer og tabeller	57
Appendiks C: Estimatorer - ARFIMA(0,d,0)-GJR(1,1)	65
Appendiks D: Grafisk analyse	73

Vedlagt på CD

Alle OxMetrics kjøringene, all grafisk analyse, og sikkerhetskopier av oppgave. Etter avtale med Nord Pool kan data ikke distribueres videre, og er derfor ikke lagt ved.

Figurliste

FIGUR 1: PRISOMRÅDER I DET NORDISKE KRAFTMARKEDET.	13
FIGUR 2: NORSK KRAFTPRODUKSJON 2008. KILDE NVE	15
FIGUR 3: KRAFTFLYTT MELLOM DE NORDISKE LANDENE OG FORDELING AV BRUTTO IMPORT TIL NORGE.	16
FIGUR 4: RELATIV PRISENDRING I HVERT OMRÅDE (Y-AKSE), FRA 1. JANUAR 2001 TIL 31. DESEMBER 2009 (X-AKSE)	22
FIGUR 5: ACF-PLOTT FOR HVERT OMRÅDE (50 LAG)	23
FIGUR 6: HISTOGRAM OG TETTHET MED NORMALFORDELT REFERANSE	23
FIGUR 7: QQ-PLOT MOT NORMALFORDELING	24
FIGUR 8: VAR NEDRE 1% OG 5%, CVAR NEDRE 1% OG 5%.	28
FIGUR 9: VAR ØVRE 1% OG 5%, CVAR ØVRE 1% OG 5%.	28
FIGUR 10: VAR ILLUSTRASJON 1	54
FIGUR 11: VAR ILLUSTRASJON 2	55
FIGUR 12: GJENNOMSNIITTLIG PRIS FORDELT PÅ UKEDAGER	57
FIGUR 13: GJENNOMSNIITTLIG PRISENDRING I HVERT OMRÅDE FORDELT PÅ UKEDAGER.	57
FIGUR 14: MEDIAN FOR HVERT OMRÅDE FORDELT PÅ UKEDAGER.	57
FIGUR 15: STANDARDAVVIK PER OMRÅDE FORDELT PÅ UKEDAGER.	58
FIGUR 16: SKJEVHET PER OMRÅDE FORDELT PÅ UKEDAGER	58
FIGUR 17: KURTOSE PER OMRÅDE FORDELT PÅ UKEDAGER.	58
FIGUR 18: MINIMUM PRISENDRING PER OMRÅDE FORDELT PÅ UKEDAGER.	59
FIGUR 19: MAKSIMUM PRISENDRING PER OMRÅDE FORDELT PÅ UKEDAGER.	59
FIGUR 20: VAR ØVRE 1% PER OMRÅDE FORDELT PÅ UKEDAGER.	59
FIGUR 21: VAR ØVRE 5% PER OMRÅDE FORDELT PÅ UKEDAGER.	60
FIGUR 22: VAR NEDRE 1% PER OMRÅDE FORDELT PÅ UKEDAGER.	60
FIGUR 23: VAR NEDRE 5% PER OMRÅDE FORDELT PÅ UKEDAGER.	60
FIGUR 24: GJENNOMSNIITTLIG PRIS FORDELT PÅ MÅNEDER.	61
FIGUR 25: GJENNOMSNIITTLIG PRISENDRING PER OMRÅDE FORDELT PÅ MÅNEDER.	61
FIGUR 26: MEDIAN PER OMRÅDE FORDELT PÅ MÅNEDER.	61
FIGUR 27: STANDARDAVVIK PER OMRÅDE FORDELT PÅ MÅNEDER.	62
FIGUR 28: SKJEVHET PER OMRÅDE FORDELT PÅ MÅNEDER.	62
FIGUR 29: KURTOSE PER OMRÅDE FORDELT PÅ MÅNEDER.	62
FIGUR 30: MINIMUM PRISENDRING PER OMRÅDE FORDELT PÅ MÅNEDER.	63
FIGUR 31: MAKSIMUM PRISENDRING PER OMRÅDE FORDELT PÅ MÅNEDER.	63
FIGUR 32: VAR ØVRE 1% PER OMRÅDE FORDELT PÅ MÅNEDER.	63
FIGUR 33: VAR ØVRE 5% PER OMRÅDE FORDELT PÅ MÅNEDER.	64
FIGUR 34: VAR NEDRE 1% PER OMRÅDE FORDELT PÅ MÅNEDER.	64
FIGUR 35: VAR NEDRE 5% PER OMRÅDE FORDELT PÅ MÅNEDER.	64
FIGUR 36: GRAFISK ANALYSE NORGE	73
FIGUR 37: GRAFISK ANALYSE FINLAND	73
FIGUR 38: GRAFISK ANALYSE DANMARK ØST	74
FIGUR 39: GRAFISK ANALYSE DANMARK VEST	74
FIGUR 40: GRAFISK ANALYSE SVERIGE	75

Tabelliste

TABELL 1: 2008 PRODUKSJON I TWH FRA FORSKJELLIGE ENERGIKILDER	14
TABELL 2: DESKRIPTIV STATISTIKK RELATIVE PRISENDRINGER	19
TABELL 3: VAR OG CVAR, ØVRE OG NEDRE 1% OG 5% FOR HVERT OMRÅDE.	28
TABELL 4: IN-SAMPLE VALUE-AT-RISK BACKTESTING, KUPIEC LR TEST.	38
TABELL 5: ESTIMATER ARFIMA(0,D,0)-GJR(1,1)	65

1. Innledning

I mange land over hele verden har energisektoren blitt mer og mer liberalisert. Norge er ett av landene som har stått i forgrunnen for denne dereguleringen og har åpnet energisektoren for konkurranse gjennom den nordiske kraftbørsen Nord Pool. Hovedmålet med en slik endring er å redusere strømprisene for konsumentene ved bruk av konkurranse. Oppfattningen om at elektrisitet er en offentlig tjeneste er blitt erstattet med at et konkurrerende marked er mer passende for å tilby strøm til kundene med høy sikkerhet og til lave priser. I flere år trodde økonomer at elektrisitet var et naturlig monopol på grunn av store utgifter med å bygge ut et strømmnett, men i nyere tid har man skjønnet at det ikke er noen grunn til at produsenter og konsumenter av strøm ikke skal kunne møtes på en fellers markeds plass hvor de kan bestemme prisen på produktet. Elektrisitet er til tross for dette veldig forskjellig fra andre råvarer. Den elektriske energien kan ikke lagres på noen fornuftig måte og for å opprettholde stabilitet på strømmettet må det være konstant balanse mellom tilbud og etterspørsel. Disse to faktorene gjør at prisen på strøm er ekstremt volatil i forhold til andre finansaktiva¹.

Liberaliseringen har kraftig endret måten kraftselskapene tenker på, og den økte konkurransen har skapt sterke incentiver for å bedre den operasjonelle effektiviteten og behovet for risikostyring. Når prisene er volatile kan dette skape usikkerhet om omsetningen til hver enkelt produsent og om leverandørkostnader. Mål på risiko er like viktig for de som styrer energiporteføljer som for de som styrer vanlige finansporteføljer. Og på samme måte som for de som priser finansielle derivater, er det avgjørende med presise prediksjoner av volatiliteten over instrumentets levetid. Ekstreme observasjoner vil medføre endrede opsjonspriser. Innen finans og energibransjen blir det også benyttet standardmål for risiko. Disse målene er Value at Risk (VaR) og Conditional Value at Risk (CVaR). Modellering, prediksjon og simulering av volatilitet blir da i denne sammenhengen svært viktig. I tillegg til at forståelse av volatilitet og risiko i

¹ Amjady N. and Hemmati M, (2006): Energy price forecasting – Problems and proposals for such predictions

områdepriser er viktig med tanke på budstrategier og korttids produksjonstilpasning.

For å illustrere hvor stor prisforskjell det kan være mellom ulike områder kan det nevnes at i Norge i starten av januar 2010 var områdeprisen for NO₃ var oppe i hele 8,20 kr per KWh. Samme dag var områdeprisen i NO₂ rundt 40 øre per KWh, mens systemprisen lå på om lag 50 øre per KWh. Denne unormalt høye prisen resulterte i at flere bedrifter vurderte å legge ned produksjonen i denne perioden for å unngå de veldig høye strømkostnadene². Denne forskjellen i områdepriser og systempriser utgjør en stor risiko for markedsaktørene, siden den fysiske overføringen av strøm er prissatt til områdepris, mens aktørene kan hedge seg med finansielle kontrakter som refererer til systemprisen. På den nordiske kraftbørsen Nord Pool ble det innført såkalte contracts for difference (CfD) som skulle brukes til å sikre aktørene mot forskjellen i områdepris og systempris.

Denne oppgaven ser på egenskaper med betinget snitt og volatilitet i daglige prisendringer i områdepriser fra Nord Pool. Oppgavene er en empirisk undersøkelse av dynamikken til områdeprisene, og den vil forhåpentligvis bidra til å bedre forståelsen for hvordan pris- og volatilitetsprosesser oppfører seg i det nordiske kraftmarkedet. Sesongmønsteret viser kanskje tegn til seriekorrelasjon i snittet, som kan indikere forutsigbarhet i snittprosessen. Plot av områdeprisene ser ut til å vise flere ekstreme observasjoner og fordelingen vil derfor kanskje vise tegn til fete haler som antyder leptokurtose i tidsseriene. Avvik fra normalfordelingen kan kanskje være viktig med tanke på å prise kontrakter (CfD). Det vil bli anvendt flere tester for modellspeifikasjon, hvor usignifikante tester indikerer riktig spesifisert modell og dermed riktig modell for analysere den avhengige variabelen i både snitt og betinget volatilitet.

Den empiriske undersøkelsen blir gjennomført med å anvende ARMA-GARCH-in-Mean spesifikasjoner med lag og dummyvariabler. ARMA spesifikasjonen med lag og dummyvariabler for måneder og ukedager modellerer snittligningen og GARCH spesifikasjonen modellerer variansligningen. Den modellen som klarer seg best gjennom modellspeifikasjonstestene vil bli benyttet i den videre

² <http://www.offshore.no/nyheter/sak.aspx?id=27985>

analysen. Jeg spesifiserer ARMA-GARCH modellen til å rapportere seriekorrelasjon, risikopremie, og leptokurtosiske egenskaper i snittligningen, og sjokk, seriekorrelasjon, motstand, asymmetri og "mean reversion" til langtidslivekten for den betingede volatiliteten. Hovedmålet er som sagt å analysere pris- og volatilitetsdynamikken i en univariat estimeringskontekst som kontrollerer for sesongmønster og volatilitetsklumping.

Problemstillingen blir da:

En empirisk analyse av risiko og volatilitetsdynamikken til områdeprisene i det nordiske kraftmarkedet Nord Pool.

Jeg vil gjøre denne undersøkelsen i Nord Pool området siden dette er et av de mest konkurranseutsatte og volatile markedene i verden. I tillegg er det gjennomført svært få studier på volatilitetsestimering og risiko på områdepriser og svært få studier av dette for Nord Pool området. I forhold til det som er gjort tidligere vil jeg i denne oppgaven benytte oppdaterte data, i tillegg til å se på områdepriser i stedet for systempris.

Resten av oppgaven er organisert på følgende måte. I del 2 vil jeg først se nærmere på tidligere arbeid som er gjort på dette området både i Nord Pool området og andre steder. Så vil jeg i del 3 gå nærmere inn på selve Nord Pool, forklare litt nærmere om bakgrunnen for denne kraftbørsen og om de institusjonelle trekkene. Videre i del 4 vil jeg studere den deskriptive statistikken. Så vil jeg i del 5 forklare de ulike ARMA-GARCH spesifikasjon jeg har prøv ut og hvilken jeg valgt for den videre analysen, før jeg i del 6 går over til selve estimeringen og presenterer resultatet. Del 7 avslutter oppgaven men en kort oppsummering av resultatet og konklusjon.

2. Eksisterende arbeid

Jeg vil nå se litt nærmere på noe av den litteraturen som allerede eksisterer om volatiliteten på strømpriser.

Etterspørselen etter strøm er sterkt avhengig av økonomiske aktiviteter og ikke minst været, men til tross for dette er etterspørselen vanligvis sett på som svært uelastisk siden det er et nødvendig gode. Når etterspørselen etter strøm er lav, leverer produsentene strøm ved bruk av generatorer som har lav enhetskostnad. Men under sommer- og vintersesongen, visse dager i uken, og selv innenfor samme dag, trengs det mer strøm enn ellers og generatorer med høyere enhetskostnad blir tatt i bruk. Slike sesongfaktorer har blitt studert av flere, deriblant Escibano et al (2002)³. I sin artikkel analyserer han evolusjonen til strømprisen i et deregulerte markeder hvor han deriblant ser på sesongeffekter. Lucia and Schwartz (2002)⁴ ser på viktigheten med regelmessige mønster i strømprisen, og dens implikasjoner med utarbeidelse av derivatpriser. De kommer frem til at sesongvariasjonene, spesielt gjennom året, har veldig stor innvirkning på futures/forward prisen. Andre som også har studert sesongvariasjoner er Knittel and Roberts (2001)⁵ som presenterte en empirisk analyse av deregulerte elektrisitetspriser, og Guthrie and Videbeck (2002)⁶ som utviklet en ny fremgangsmåte for å forstå bevegelsene til høyfrekvente spotpriser på strøm. Også Solibakke (2002)⁷ og Higgs (2005)⁸ har studert sesongeffekten på volatilitet i henholdsvis det nordiske og australske kraftmarkedet.

En økning i etterspørselen vil naturlig nok skyve prisene oppover, noe som gir incentiver for å sette i gang produksjonen med de generatorene som har høyere enhetskostnad enn dem vi nevnte i avsnittet over. Det dette sier oss er at vi kan forvente en viss grad av ”mean-reversion”, altså at prisene returnerer mot

³ Escibano et al 2002 – Modeling electricity prices: international evidence

⁴ Lucia and Schwartz 2002 – Electricity and power derivatives: Evidence from the Nordic power exchange

⁵ Knittel and Roberts 2001 – An empirical examination of deregulated electricity prices

⁶ Guthrie and Videbeck 2002 – High frequency electricity spot price dynamics: an intra-day markets approach

⁷ Solibakke 2002 – Efficiently Estimated Mean and volatility Characteristics for the Nordic Spot Electric Power Market

⁸ Higgs and Worthington 2005 – Systematic Features of High-Frequency Volatility in Australia Electricity markets: Intraday Patterns, Information Arrival and Calendar Effects

gjennomsnittet. Dette emnet er studert av blant andre Knittel and Roberts (2001) og Escribano et al (2002), hvor begge kommer frem til at strømprisene er nettopp mean-reverting.

Som nevnt varierer volatiliteten i strømpriser over tid i forhold til vær, temperatur og andre tilbuds- og etterspørselskrefter, og det er sannsynlig at volatiliteten i seg selv er mean-reverting av samme grunner som nevnt over. Bodily and Del Buono (2002)⁹ kom med en artikkel hvor de introduserer oss til en ny modell som de kaller "mean-reverting proportional volatility modell". Denne modellen matcher viktige karakteristika med strømprisdynamikken hvor andre, slik som Geometric Brownian Motion¹⁰, faller til kort.

På det finansielle markedet omsettes det futures, forwards og opsjonskontrakter hvor prisdynamikken til elektrisiteten er en viktig faktor for å prise disse kontraktene. De fleste studiene på dette området benytter seg av likevektsmodeller for å finne derivatprisene selv om noen evaluerer volatilitet, volum, og tid til forfall effektene til kontraktene for den underliggende volatiliteten og prisen. Bessembinder and Lemmon (2002)¹¹ og Lucia and Schwartz (2002) viser eksempler på slike likevektsmodeller. Forwardprismodellen til Bessembinder and Lemmon (2002) får god støtte fra Longstaff and Wang (2004)¹², som i sin artikkel tester ut slike likevektsmodeller.

Helen Higgs (2009)¹³ ser på forholdet mellom spotpriser på strøm i de fire regionale strømmarkedene i det Australske National Electricity Market (NEM). Målet var å finne ut hvordan en best mulig kan modellere prisen og volatiliteten i de ulike markedene.

⁹ Bodily and Del Buono 2002 – Risk and reward at the speed of light – A new electricity price modell

¹⁰ Appendiks – A20

¹¹ Bessembinder and Lemmon 2002 – Equilibrium pricing and option hedging in electricity forward markets

¹² Longstaff and Wang 2004 – Electricity Forward Prices: A High-Frequency Empirical Analysis

¹³ Higgs 2009 – Modelling price and volatility inter-relationships in the Australian Wholesale spot electricity markets

Flere interessante artikler på dette området er blant annet Goto and Karolyi (2004)¹⁴ hvor de ser på hvordan strømprisvolatiliteten utvikler seg over tid i ulike markeder rundt om i verden, deriblant Nord Pool. Strozzi et al (2007)¹⁵ målte volatiliteten i det nordiske spot elektrisitetsmarkedet ved å benytte seg av såkalte "recurrence quantification analysis". Målet var å klassifisere seriene, og analysere om de på noen måte var korrelert med kjente hendelser som for eksempel framveksten av Nord Pool og klimatiske faktorer. Karakatsani and Bunn (2008)¹⁶ så på "day-ahead" prediksjonsegenskapene til fundamentale modeller for spot elektrisitetspriser. De fant at de modellene som beste tok hensyn til de fundamentale og sesongvarierende egenskapene til tidsserien også hadde de beste prediksjonsegenskapene.

Til slutt har vi Solibakke (2002) som ser på særpreg med volatiliteten i det nordiske spotmarkedet. Grunnen til at han så på dette var at systemprisen inngår som det underliggende instrumentet for flere derivater i kraftmarkedet. Dette lite studerte temaet omfatter til dels det jeg vil se på med denne oppgaven.

Forskjellene er at jeg vil ta for meg områdepriser i stedet for systempris, og så vil jeg studere mye nyere data. Solibakke sin data er fra oktober 1992 til januar 2000, mens mine data er fra januar 2001 til desember 2009. I tillegg vil jeg utføre en mer grundig deskriptiv analyse hvor jeg blant annet ser på sesongvariasjon og Value at Risk estimater for de ulike områdene. Videre vil jeg også benytte meg av en annen type modell(ARFIMA) enn det Solibakke brukte i sin artikkel.

¹⁴ Goto and Karolyi 2004 – Understanding Electricity Price Volatility within and across markets

¹⁵ Strozzi et al 2007 – Modeling volatility in the Nordic spot electricity market using Recurrence Quantification Analysis (RQA)

¹⁶ Karakatsni and Bunn 2008 – Forecasting electricity prices: The impact of fundamentals and time-varying coefficients.

3. Det nordiske kraftmarkedet

3.1 Hvordan kraftmarkedet fungerer

På overføringsnettet er det mange kraftprodusenter som leverer kraft. Når denne kraften er levert på nettet, vil kraften flyte sammen og forbrukeren har ingen mulighet til å vite hvor den kraften som han/hun benytter kommer fra. Markedet gjør at den mengden kraft som kommer inn på nettet er tilnærmet like stor som den kraften som går ut av nettet. Det blir også holdt nøye oversikt over hvor mye kraft som produseres og leveres til strømmettet, og hvor mye som blir tatt ut.

Denne kraftflyten blir ikke endret selv om kundene skifter mellom kraftleverandører og det har ingen ting å si om kunder handler med en leverandør i Alta eller en leverandør på Sunnmøre.

Det trenger ikke til en hver tid være samsvar mellom hvor mye kraft produsenten produserer og hvor mye han selger¹⁷. For å få så høy inntekt som mulig må de optimere produksjonen ved å disponere vannet i magasinene ut fra spotprisen til enhver tid og forventninger om fremtidige spotpriser. For å få samsvar mellom salgsforpliktelser og produksjon kan de da kjøpe og selge kraft i kraftmarkedet.

Forskjellige endringer i produksjonsforholdene og forbruk av kraft gjenspeiles i spotprisen. Spotprisen kan variere blant annet med temperatur og nedbørsmengde og kraft fører derfor med seg stor økonomisk risiko. Deltakerne i kraftmarkedet forsøker å redusere denne risikoen ved å kjøpe og selge langsiktige fysiske og finansielle kontrakter.

På begynnelsen av 90-tallet startet de nordiske landene en gradvis liberaliseringsprosess av elektrisitetssektoren for å åpne den så mye som mulig for konkurranse. Et av tiltakene var at Statnett SF i 1993 etablerte datterselskapet Statnett Marked AS som skulle utvide rollen som samkjøringen hadde hatt siden 1971. Samkjøringen gikk ut på å oppnå størst mulig samlet produksjon og leveringssikkerhet¹⁸. Ved for eksempel å samkjøre varmekraftstasjoner og vannkraftstasjoner kunne en spare brensel når det var mye vann i magasinene, og i

¹⁷ http://www.regjeringen.no/dokumentarkiv/Regjeringen-Stoltenberg-I/oed/Veiledninger-og-brosjyrer/2000/faktaheftet_2000.html?id=23199

¹⁸ <http://www.snl.no/samkjoring>

tørkeperioder kan varmekraftstasjoner opprettholde produksjonen. Statnett Marked AS skulle altså fungere som børs for kraftprodusentene for utveksling av tilfeldig kraft på meget kort sikt

3.2 Nord Pool

Fra 1996 utvider Statnett Marked AS sitt virksomhetsområde, skifter navn til Nord Pool ASA, og Sverige representert med Svenska Kraftnät blir medeier. Statnett og Svenska Kraftnät eier nå 50 prosent hver av den nordiske kraftbørsen og driver en felles kraftbørs for det nordiske området. I 1998, 1999 og 2000 blir henholdsvis Finland, Vest-Danmark og Øst-Danmark en del av det nordiske kraftmarkedet¹⁹. Nord Pool er verdens første internasjonale råvarebørs for omsetning av elektrisk kraft²⁰.

Målet med nordiske kraftbørsen er å tilby en markedsplass hvor en kan handle fysiske og finansielle kontrakter i de nordiske landene. I tillegg til å være en av verdens største og mest likvide kraftmarked, er det også en av Europas største karbonmarkeder²¹. Hver time fastsettes systemprisen i det fysiske markedet for Norge, Sverige, Finland og Danmark av Nord Pool.

Nord Pool består av to markeder²², ett fysisk, og ett finansielt marked, i tillegg til disse tilbyr også Nord Pool utslippsrettigheter for CO₂, og clearing-tjenester²³.

Det sistnevnte vil si at Nord Pool går inn i kontraktene til alle aktørene og fungerer som en sentral juridisk motpart for alle parter. Nord Pool krever sikkerhet fra partene, men garanterer for oppfyllelse av kontrakten, og på denne måten reduserer Nord Pool risikoen for aktørene i markedet.

3.2.1 Fysisk marked

Dette markedet består at Elspot, Elbas, og Gas.

¹⁹ <http://www.statnett.no/no/Om-Statnett/Statnetts-historie/>

²⁰ <http://www.statnett.no/no/Kraftsystemet/Om-kraftsystemet/Hvem-har-ansvar-for-hva/>

²¹ <http://www.regjeringen.no/nb/dep/fin/dok/hoeringer/hoeringsdok/2009/horing--forslag-om-lovendringer-vedroren/horingsuttalelser/horingsinstanser-med-merknader/nord-pool-asa.html?id=561373>

²² <http://www.kraftkartet.no/default.asp?gruppe=3306>

²³ <http://www.nordpool.com/en/asa/clearing/About-Nord-Pool-Clearing/>

Elspot er et marked hvor det omsettes fysisk elektrisitet med levering døgnet etter. Et klassisk spotmarked ville ikke vært mulig siden systemoperatørene må advares en tid i forkant slik at de kan kontrollere at planen er gjennomførbar og ligger innenfor overføringsbegrensingene til strømmettet. Det blir stort sett omsatt timebaserte kontrakter med fysisk levering, og er ikke omsatt på kontinuerlig basis, men i form av en auksjon som gjennomføres en gang per dag. Hver dag er delt inn i 24 timesbaserte kontrakter. Hver dag kl 12, den foregående dagen, sender alle deltakerne inn bud for hver enkelt time. Systemprisen blir kalkulert for hver av de 24 timene som likevektspunktet mellom tilbuds- og etterspørselkurvene. Dette er en teoretisk pris på den måten at de antar at det ikke vil forekomme overbelastninger, og at den er den samme for hele det nordiske området. Systemprisen blir også kalt spotpris og refererer til en mengde i megawatt-timer (MWh) i løpet av en gitt time. Systemprisen er en felles pris for hele det nordiske markedet og er referansepris for det finansielle markedet, men det benyttes også områdepriser som jeg kommer tilbake til under flaskehalsen.

Elbas er et supplement til Elspot-markedet som er tilgjengelig for de nordiske aktørene i tillegg til Tyskland. Markedet er et kontinuerlig fysisk marked for balansejustering, det vil si et marked hvor de kan justere handler som ble gjennomført i Elspotmarkedet helt frem til en time før levering.

Gas markedet Nord Pool Gas er et marked hvor aktørene kan kjøpe og selge naturgass på kortsiktig basis. NPG eies av Energinet.dk og Nord Pool Spot med 50 prosent hver. NPG har til hensikt å danne en referansepris som kan bli brukt til finansielle produkt som; futures, forward, og opsjonskontrakter²⁴. De ønsker også å fremme videre konkurranse og skape en pålitelig og pristransparent markeds plass.

3.2.2 Finansielt marked

Risiko som oppstår ved å handle i det fysiske markedet kan bli håndtert ved å benytte seg av det finansielle markedet for elektrisitet. I dette markedet blir det

²⁴ <http://www.nordpoolspot.com/en/Nord-Pool-Gas/About-Nord-Pool-Gas/>

handlet finansielle kontrakter med forfall på opptil 5 år²⁵. Her er det ikke fysisk levering, men bare kontantoppgjør hvor spotprisen blir brukt som referansepris. De ulike produktene som handles er futures- og forwardkontrakter, europeiske opsjoner, contracts for difference (CfD), og CO2 kontrakter/klimakvoter. Særlig CfD er interessante for denne oppgaven. Som vi kommer tilbake til i neste avsnitt, vil områdeprisen avvike fra systemprisen ved flaskehals. Ved bruk av CfDs kan aktørene hedge seg mot prisendringer i leveringsperioden (fysisk leveranse). En CfD er en forwardkontrakt referert i forhold til forskjellene mellom områdepriser og systemprisen. Markedsprisen for en CfD reflekterer markedets forventninger til differansen i prisen gjennom leveringsperioden. Markedsprisen for en CfD kan være positiv, negativ eller null²⁶. CfDs blir handlet til positive priser dersom markedet forventer at den aktuelle områdeprisen blir høyere enn systemprisen, og negative priser dersom markedet forventer at den aktuelle områdeprisen blir lavere enn systemprisen.

3.2.3 Flaskehals og områdepriser

Systemprisen (Elspotpris) blir bestemt som om det ikke er noen begrensninger i overføringene på strømmettet. Slike begrensninger eller flaskehals er derimot vanlig og oppstår mellom to geografiske områder. Disse blir tatt hånd om ved at det fastsettes prisområder på hver side av flaskehalsen, og Nord Pool regner ut egne områdepriser for disse²⁷. Dersom det i et område er tilbudt for lite strøm til systempris og det er umulig å føre tilstrekkelig strøm inn i dette området på grunn av flaskehals i nettet, så blir dette et område hvor prisen er høyere enn systemprisen. Dersom området blir tilbudt for mye strøm og strømmettet ikke klarer å transportere bort den overskytende strømmengden ut av området, så vil prisen i dette området ligge under systemprisen. En overbelastning i overføringen mellom to områder vil altså føre til en høyre pris i underskuddsområdet, og vil da

²⁵

<http://www.nordpool.com/Documents/Communications/Publications/Product%20reports/ReportFM.pdf>

²⁶ <http://www.markedskraft.com/no/Startsiden/Tjenester/Aktiv-forvaltning/Nordic-Marked/Nordic-Power-Market/>

²⁷ http://www.regjeringen.no/dokumentarkiv/Regjeringen-Stoltenberg-I/oed/Veiledninger-og-brosjyrer/2000/faktaheftet_2000.html?id=231990

redusere etterspørselen, og samtidig en lavere pris i overskuddsområdet som vil øke etterspørselen. Denne reduksjonen og økningen i de to områdene fører til at overbelastningen forsvinner. Slike områdepriser skaper balanse mellom tilbud og etterspørsel når det er tatt hensyn til flaskehals.

Differansen som oppstår mellom områdeprisene og systemprisen kalles kapasitetsledd, og dette kapasitetsleddet på volumet som transporteres over flaskehalsene er en inntekt for nettselskapene. Flaskehalsinntektene som genereres i det nordiske kraftmarkedet deles mellom de systemansvarlige i Norge, Sverige og Finland.

Per 17.03.2010 er Norge delt inn i fem områder(NO1, NO2, NO3, NO4 og NO5), Danmark i to(DK1 og DK2), mens Sverige og Finland ikke er delt opp.

I figuren under ser vi alle de ni områdene og de tilhørende områdeprisene, samt den felles systemprisen for de nordiske landene. Som vi ser er det bare DK1 som har et produksjonsoverskudd mens resten av områdene har produksjonsunderskudd.

Figur 1: Prisområder i det nordiske kraftmarkedet.



3.2.4 kraftproduksjon

Produksjonen av kraft blant de nordiske landene varierer kraftig. I Norge kommer nesten all strømmen fra vannkraftverk, mens Sverige og Finland har en blanding av vannkraft og atomkraft. Vannkraft forekommer stort sett i nordlige områdene av Nord Pool, mens det i sør er mer vanlig med varmekraft. Danmark er et av landene som er avhenger av varmekraft. I 2008 ble det totalt produsert 397,5 TWh i de nordiske landene, og produksjonen var delt inn i forskjellige produksjonstyper på følgende måte:

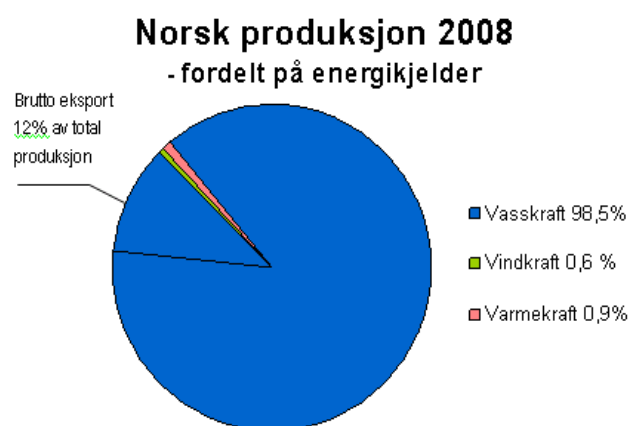
Tabell 1: 2008 produksjon i TWh fra forskjellige energikilder²⁸

Energikilde	Danmark	Finland	Norge	Sverige	Sum	Andel (%)
Vindkraft	7,0	0,3	0,9	2,0	10,2	2,6%
Andre	0,0			1,0	1,0	0,3 %
Biodrivstoff	1,9	8,7	0,0	9,6	20,2	5,1 %
Avfall	1,7	0,6	0,7	1,4	4,4	1,1 %
Torv	0,0	5,8		0,1	5,9	1,5 %
Naturgass	7,0	11,0	0,4	1,1	19,5	4,9 %
Olje	0,9	0,3		0,6	1,8	0,5 %
Kull	16,1	8,5		0,6	25,2	6,3 %
Atomkraftverk		22,0		61,3	83,3	21,0 %
Vannkraftverk	0,03	16,9	140,7	68,4	226,0	56,9 %
Total produksjon	34,6	77,8	142,7	146,1	397,5	100 %

Som vi ser av figur 2 og Tabell 1, så var den totale produksjonen i Norge i 2008 på 142,7 TWh, som er høyest av de nordiske landene. Av denne totale produksjonen eksporterte vi 12%, altså 17,3 TWh, i tillegg til at vi importerte 3,4 TWh. Hele 99,2% av produksjonen, 141,5 TWh, har rett på opphavsgarantier for fornybar energi²⁹.

²⁸ http://www.nordpoolspot.com/en/reports/Production_split/

²⁹ <http://www.sfe.no/Straum/Straumbedrift/SFEFornybar/tabid/1418/Default.aspx>



Figur 2: Norsk kraftproduksjon 2008. Kilde NVE³⁰

Det er vannkraften som er den viktigste kilden til energi i Norge, og i 2008 utgjorde den hele 98,5% av den totale produksjonen. I Norge er det 1156 vannkraftverk, hvorav de ti største utgjør nesten en fjerdedel av produksjonskapasiteten. Det som er positivt med vannkraftverk er at de ikke har noe utslipp av klimagasser eller partikler, og er på den måten en ren form for energiproduksjon. Det negative er at vannkraftutbygginger krever store inngrep i naturen og av den grunn er mange vassdrag vernet mot utbygging.

De vannkraftverkene med vannmagasin vil kunne lagre vann og produsere strøm når det trengs, mens de uten vannmagasin må produsere mens det er tilgang på vann. Det er stort sett de små vannkraftverkene med en effekt på opp til 10MW som ikke regulerer vannmengden.

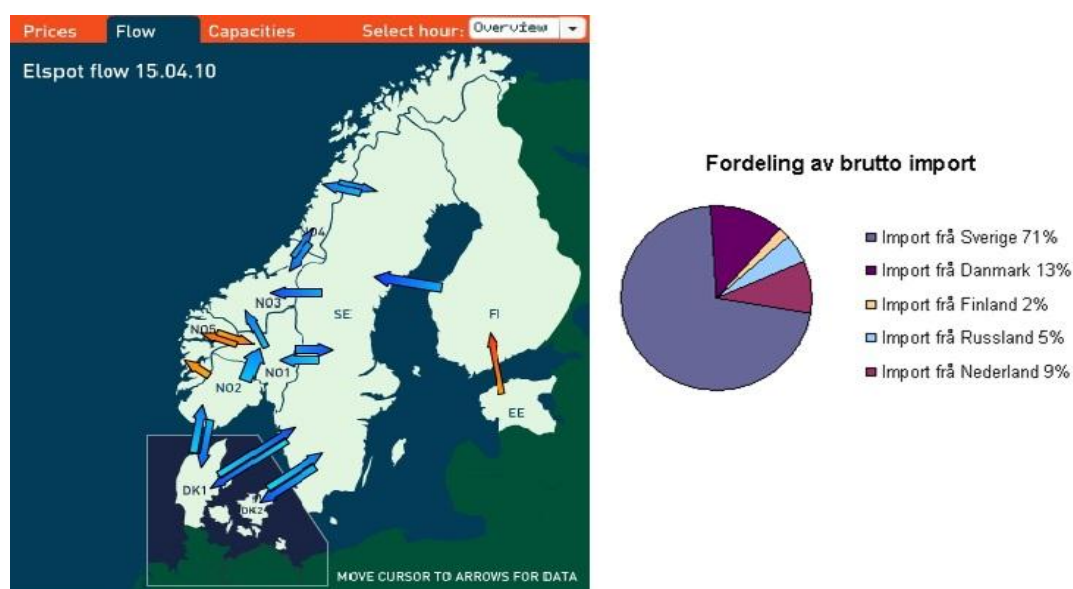
Vindkraft er fortsatt lite utbygd i Norge, og står for bare 0,6% eller 0,9TWh av den totale norske kraftproduksjonen. Vindkraft er også en fornybar energikilde uten forurensende utslipp og har fra politisk hold blitt foreslått kraftig utbygd i Norge de nærmeste årene til tross for kraftige reaksjoner blant naturvernforkjempere og lokalbefolkningen hvor utbyggingen skal skje.

Varmekraft står for bare 0,8% av den totale produksjonen. I ett varmekraftverk blir fossile brensler som kull, olje og gass, bio-brensel eller avfall omdannet til strøm. Det meste av denne produksjonen skjer i tilknytning til større industribedrifter som selv trenger strømmen som blir produsert.

³⁰ <http://www.nve.no/no/Kraftmarked/Sluttbrukermarkedet/Varedeklarasjon/Produksjon-/>

Når det gjelder import og eksport av kraft, har Norge i dag en overføringskapasitet på til sammen 4700 MW til nabolandene våre pluss Nederland. Norge har tidligere vært en eksportør av kraft, men fra slutten av 90-tallet har vi gått over til å bli en importør. Grunnen til dette er at vi har hatt en vekst i forbruket mens utbyggingen har stagnert litt de siste femten årene³¹. I 2008 eksporterte vi som sagt 17,3 TWh, noe som kommer av et stort tilsig til magasinene. Kraften vi importerte til Norge kommer fra Sverige (71%), Danmark (13%), Finland (2%), Russland (5%) og Nederland (9%). Noe av importen kommer indirekte fra andre land som for eksempel Tyskland gjennom Sverige eller Danmark. Hvilken type kraft vi importerer avhenger av hvilket land vi importerer fra, om disse landene igjen importerer fra andre land, og til hvilken tid på døgnet vi importerer. På figuren under ser vi kraftflyten mellom de nordiske landene per 15. april 2010. Vi ser blant annet at NO3 ikke klarer å produsere nok kraft og må få overført kraft fra NO1, NO4 og Sverige. Fra kakediagrammet til høyre i bildet ser vi også hvilke land Norge importerer kraften si fra, hele 71% kommer fra Sverige, og 13% fra Danmark.

Figur 3: Kraftflyt mellom de nordiske landene og fordeling av brutto import til Norge.



³¹ <http://www.nve.no/no/kraftmarked/sluttbrukermarkedet/varedeklarasjon/import-og-eksport-av-kraft/>

3.2.5 Systemoperatører

For at markedet hele tiden skal være i balanse mellom tilbud og etterspørsel må det overvåkes av en systemoperatør som har ansvaret for at hans område er i balanse. Det vil si at det må opprettholdes en frekvens på 50Hz (andre land kan ha andre frekvenser). Frekvens er et mål på den likevekten som må være i systemet, eller med andre ord hvor fort produksjonssystemets generatorer roterer³². Dersom for eksempel konsumet i et område er høyere enn produksjonen, får vi en frekvens på mindre enn 50Hz. Da er det systemoperatøren sitt ansvar å ringe til produsenten og be han øke mengden strøm inn på nettet. I motsatt tilfelle må han be om å redusere mengden strøm. Systemoperatøren er med andre ord ansvarlig for at sluttbrukeren får den strømmen han skal ha.

Systemoperatøren må være en ikke-kommersiell organisasjon for å opprettholde et nøytralt og uavhengig forhold til de aktørene som er i markedet³³.

I det nordiske markedet har systemoperatørene også ansvaret for sentralnettet (høyspentnettet, Transmission grid), og kalles derfor TSO (Transmission System Operator). I Norge er det Statnett SF som er TSO, i Sverige er det Svenska Kraftnät, i Finland er det Fingrid, mens det i Danmark er det statseide selskapet Energinet.dk³⁴.

3.3 Volatilitet og andre egenskaper i det nordiske kraftmarkedet

Et kjennetegn ved energimarkedet er at det har høy volatilitet. I perioden mellom 1993 og 1999 finner Lucia og Schwartz (2002), en årlig volatilitet på 189% i det nordiske kraftmarkedet. Det viste seg også at det var stor forskjell på varm og kald sesong. Den varme sesongen var dobbelt så volatil som den kalde.

Mye av denne volatiliteten oppstår av flere ulike årsaker. En av dem er at elektrisitet ikke på noen god måte lar seg lagre. Indirekte kan strøm lagres ved hjelp av vannmagasiner, men produsenten har likevel problemer med hvordan han skal disponere vannet i magasinet i forhold til etterspørselen. Produksjonen og

³² <http://www.energifakta.no/>

³³ <http://www.nordpoolspot.com/en/PowerMarket/The-Nordic-model-for-a-liberalised-power-market/The-system-operators/>

³⁴ http://www.nordpoolspot.com/en/trading/How_to_become_a_participant/TSO-balancing-agreement/

forbruket må med andre ord skje samtidig. Dette i tillegg til flaskehalsen som nevnt tidligere gjør at det i følge Lucia og Schwartz (2002) ikke er noen arbitrasjemuligheter. Videre har sesongen stor innvirkning på prisene. I de nordiske landene er det klart størst forbruk om vinteren da de fleste bruker mer strøm til å varme opp husene sine. Dette i tillegg til lite tilsig i magasinene om vinteren kan gi høye strømpriser. Om sommeren vil tilfellet være det motsatte med lavt forbruk og mye tilsig, noe som resulterer i lavere priser.

4. Data og deskriptiv statistikk

4.1 Deskriptiv statistikk

Den nordiske kraftbørsen består totalt sett av ni områder; Norge(NO1, NO2, NO3, NO4 og NO5), Danmark (DK1 og DK2), Sverige og Finland. Dataene i denne oppgaven består av områdepriser på strøm fra 1. januar 2001 til 31. desember 2009 i disse områdene. Områdeprisen er beregnet som det aritmetiske gjennomsnittet av timesprisene i hvert område. På grunn av mange endringer av størrelse og antall områder i Norge, er alle de fem områdene i Norge slått sammen til ett område der områdeprisen blir beregnet som det aritmetiske gjennomsnittet til hvert område. All dataen er hentet fra Nord Pool sin FTP server, og prisene er i norske kroner per megawatt time(MWh). I Tabell 2 under ser vi et sammendrag av den deskriptive statistikken av relative prisendringer, $\ln(p_t/p_{t-1})$, for alle de fem områdene. Tabellen presenterer de ulike områdenes snitt, median, minimum, maksimum, skjevhet³⁵, kurtose³⁶, standardavvik, varians, standardfeil, Ljung Box Q-statistikk av orden 5 på rådata og kvadrert data, ARCH effekt tester³⁷, Jarque-Bera testobservator³⁸, Runs test³⁹, og til slutt Augmented Dickey Fuller testobservator.

Tabell 2: Deskriptiv statistikk relative prisendringer

	Return DE	Return DW	Return Nor	Return Swe	Return Fin
Antall	3286	3286	3286	3286	3286
Gjennomsnitt	0.03 %	0.01 %	0.03 %	0.03 %	0.03 %
Median	-1.07 %	-1.45 %	-0.39 %	-0.77 %	-0.83 %
Minimum	-142.33 %	-243.86 %	-104.74 %	-142.33 %	-142.33 %
Maksimum	173.74 %	224.18 %	118.65 %	157.10 %	157.10 %
Kurstosis	8.8124	12.4682	43.7725	24.4722	20.1478
Skjevhet	0.8012	0.3888	1.1830	0.8365	0.7649
Standardavvik	0.1830	0.2569	0.0822	0.1327	0.1420
Utvalgsvarians	0.0335	0.0660	0.0068	0.0176	0.0202
Standardfeil	0.0032	0.0045	0.0014	0.0023	0.0025
Q(5)	302.522	362.435	245.37	329.356	337.197
Q ² (5)	337.787	605.175	832.098	683.928	619.869

³⁵ Appendiks A-1

³⁶ Appendiks A-2

³⁷ Appendiks A-9

³⁸ Appendiks A-3

³⁹ Appendiks A-5

ARCH 1-2 test	133.340	419.810	310.000	288.930	270.700
ARCH 1-5 test	54.478	172.630	125.990	123.520	114.400
ARCH 1-10 test	32.286	92.702	64.132	64.385	59.529
Jarque-Bera	10947	21176	262280	81768	55485
Jarque-Bera P-value	0	0	0	0	0
Runs test	0.982	3.223	-3.141	-1.424	-0.217
Runs P-value	0.326	0.001	0.002	0.154	0.217
ADF-konst u/trend 2 lag	-48.2580	-49.7943	-42.7165	-46.0095	-46.2321

Denne tabellen viser deskriptiv statistikk for den daglige relative prisendringen for Danmark Øst(Return DE), Danmark Vest(Return DW), Norge(Return Nor), Sverige(Return Swe) og Finland(Return Fin). Alle verdiene er beregnet med GARCH og Excel. Skewness er et mål på tykke haler og asymmetri i fordelingen, og kurtose er et mål på for mange observasjoner rundt snittet. Jarque Bera er et mål på om fordelingen er normalfordelt. ARCH er en test for betinget hetroskedastisitet i avkastningen, Runs test er en test for mønster i serien, og ADF er også en test for å se om serien er random walk. $Q(5)$ og $Q^2(5)$ er en test for sereiekorrelasjon opp til 5 lag for henholdsvis ordinære og kvadrerte serier.

Ingen av seriene ser ut til å være normalfordelte. Alle timene har signifikant positiv skjevhet som varierer fra 0,3888 for Danmark Vest til 1,1830 for Norge. Dette indikerer at det er større sannsynlighet for store positive prishopp, enn store negativ prishopp. Den overskytende kurtosen er også høy og overstiger 3 (normalfordelt) med god margin. Den rangerer fra 8,8124 i Danmark Øst til 43,7725 i Norge, og det er påvist leptokurtosiske fordelinger for alle områdene og mange ekstreme observasjoner. Jarque-Bera testobservatoren og den påfølgende p-verdien⁴⁰ tester nullhypotesen om at fordelingene er normalfordelte. Som vi ser er alle p-verdiene mindre enn 0,05 noe som indikerer at vi kan forkaste nullhypotesen.

Vi ser at det er Danmark Vest som har den klart høyeste årlige volatiliteten på hele 490,81% ($0,2569 * \sqrt{365}$). Norge er det området som har den laveste årlige volatiliteten med bare 157,04% ($0,0822 * \sqrt{365}$). Sverige, Finland og Danmark Øst har årlig volatilitet som ligger mellom dette på henholdsvis 253,52%, 271,29% og 349,62%.

⁴⁰ Appendiks A-8

Ljung Box Q-statistikk⁴¹ av orden 5 på rådata og kvadrerte data er en test på seriekorrelasjon opp til 5 lag. Som vi ser er testobservatorene lagt større enn 5, noen som indikerer sterke tegn til seriekorrelasjon i alle områdene. Dette ser vi også av ACF-plottet⁴² i Figur 5 under.

Vider har vi tester for ARCH effekter. Her tester vi nullhypotesen om at restleddsvariansen er konstant, mot alternativhypotesen der minst en av parameterne er ulik null. Den kritiske verdien er $\chi^2(q)$, og dersom testobservatoren, TR^2 , er større enn denne kan vi forkaste nullhypotesen. Testobservatorene til ARCH 1-2 testen varierer fra 133,340 i Danmark Øst til 418,810 i Danmark Vest. Det er altså klare tegn til heteroskedastisitet i seriene.

Videre har vi testobservatoren og p-verdien for Runs test. Denne testen tester om serien er Random Walk. Dersom testobservatoren er større absoluttverdi enn 1,96 så forkastes nullhypotesen om random walk til fordel for alternativhypotesen om at det er et mønster i tidsserien. Vi ser at verdiene varierer fra -0,217 i Finland til 3,223 Danmark Vest, og at vi kan forkaste nullhypotesen for Danmark Vest og Norge. Til slutt har vi Augmented Dickey Fuller⁴³ (ADF) testobservator. Denne tester nullhypotesen om random walk, $y_t \sim I(1)$, mot alternativhypotesen om stasjonaritet, $y_t \sim I(0)$. Vi ser at testobservatorene varierer fra -42,7165 i Norge til -49,7943 i Danmark Vest. Vi ser her at testobservatoren for alle områdene er tilstrekkelig mindre enn null, og vi kan dermed forkaste alle nullhypotesene på 1% nivået og si at alle seriene derfor er stasjonære.

På de to neste sidene har vi også deskriptive grafer som viser relative prisendringer, ACF-korrelogram, histogram og fordeling med normalfordelt referanse, og QQ-plot⁴⁴ mot normalfordeling for alle fem områdene. Fra de relative prisendringene ser vi tegn til at volatiliteten kommer i klumper, noe som indikerer at vi må bruke ARCH/GARCH modeller for å ta hensyn til heteroskedastisitet. Når vi studerer ACF-korrelogrammet for alle områdene ser vi at lag 7, 14, 21, 28, 35, 42 og 49 har høyere verdier enn de andre laggene. Siden vi

⁴¹ Appendiks A-22

⁴² Appendiks A-6

⁴³ Appendiks A-4

⁴⁴ Appendiks A-7

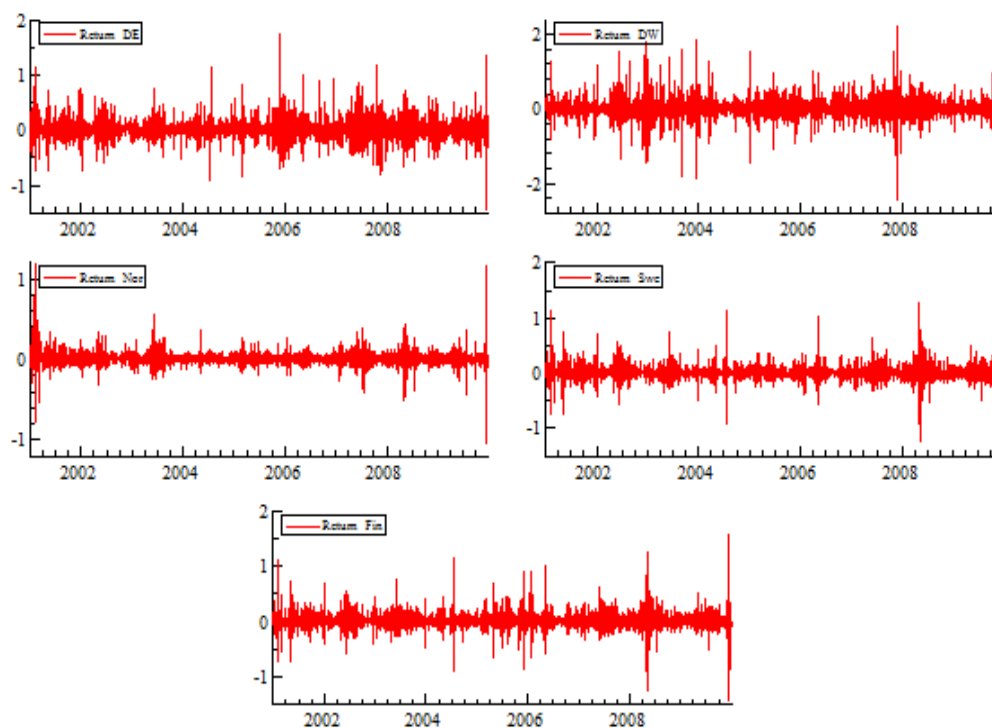
har daglige observasjoner betyr dette at dagens prisendringer er positivt korrelert med endringen i prisen for en uke siden. Denne korrelasjonen er ganske lik i alle områdene. Vi kan også legge merke til at mange av laggene i mellom også skiller seg ut og har signifikant negativ autokorrelasjon i alle områdene.

ACF korrelogrammene viser et konfidensintervall som blir regnet ut med følgende enkle formel. $\pm 1,96/\sqrt{T}$ Hvor T er lik antall observasjoner som her er 3286, som

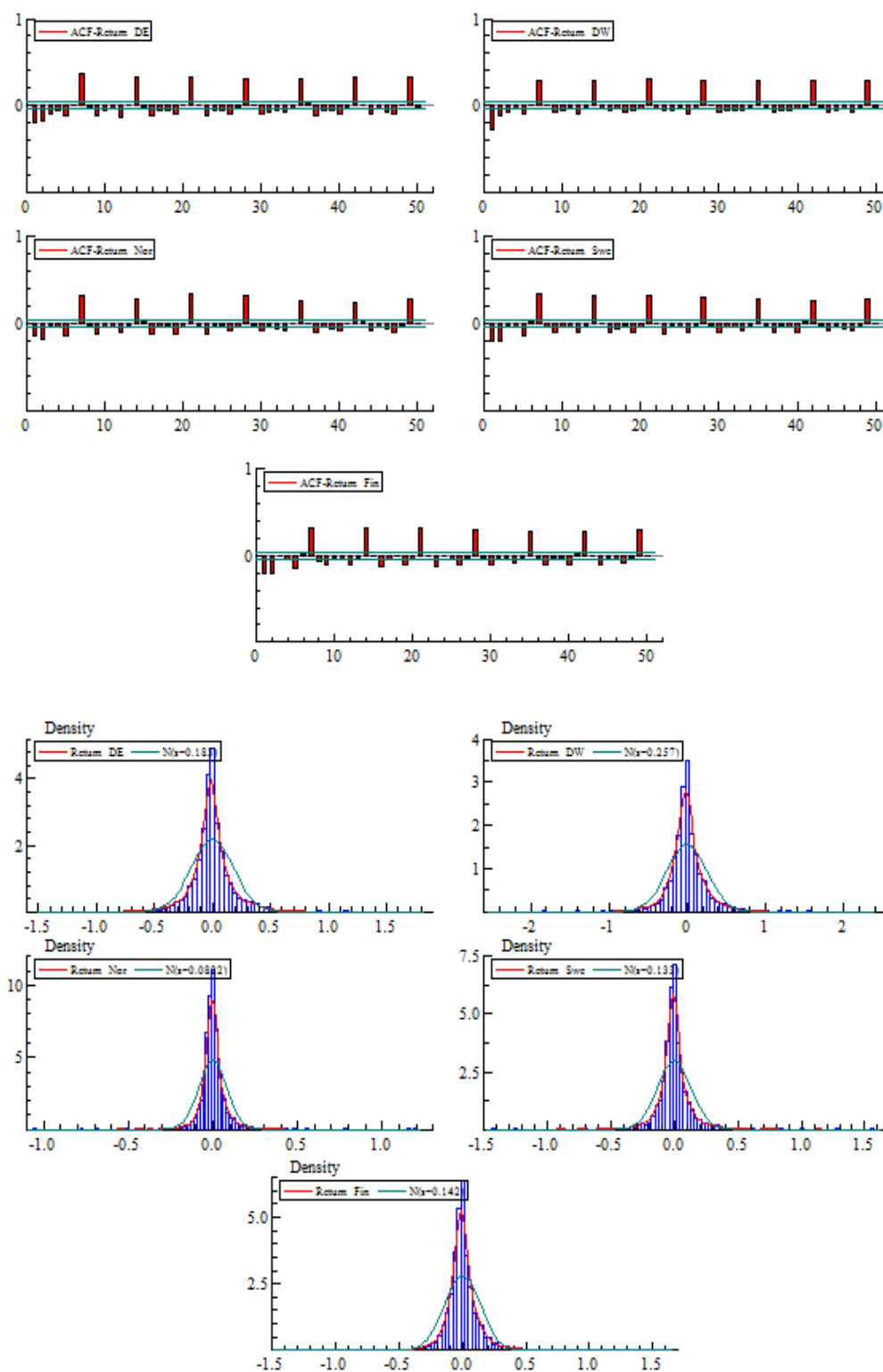
igjen gir et konfidensintervall på $\pm 0,03419$.

Vi ser også fra QQ-plottet mot normalfordelingen og av histogrammet at seriene har fete haler og har høy kurtose. QQ-plottene indikerer også videre at de fete halene ikke er helt symmetriske.

Figur 4: Relativ prisendring i hvert område (Y-akse), fra 1. januar 2001 til 31. desember 2009 (X-akse)

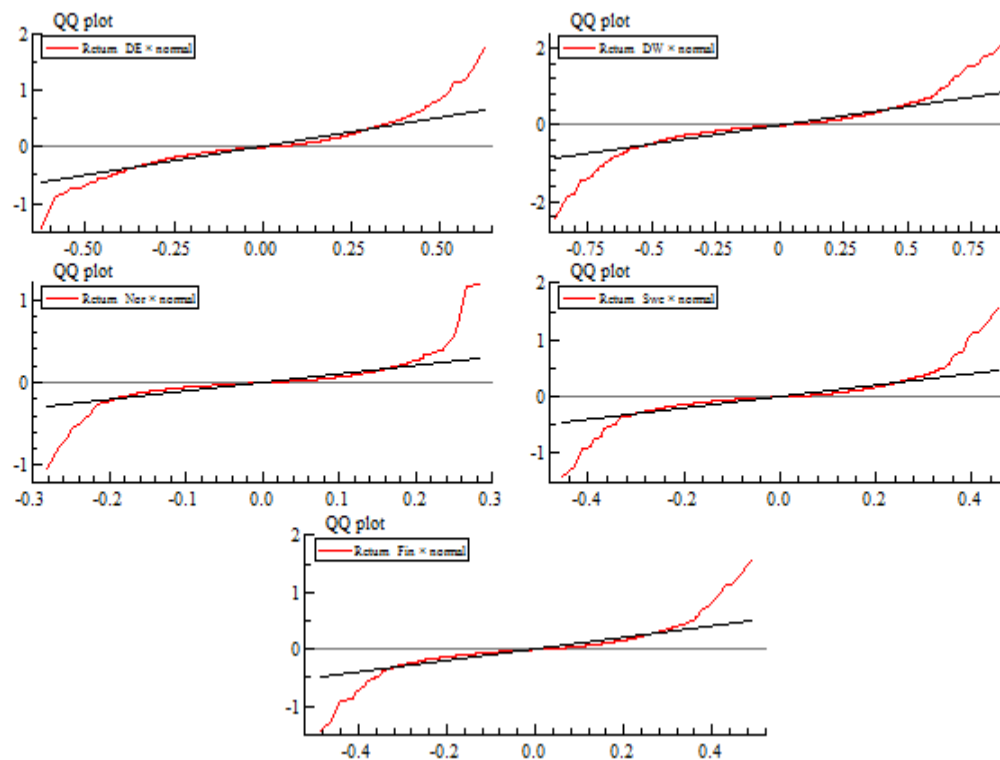


Figur 5: ACF-plott for hvert område (50 lag)



Figur 6: Histogram og tetthet med normalfordelt referanse

Figur 7: QQ-plot mot normalfordeling



4.2 Sesongvariasjon

Vi skal nå ser på forskjellene i sesongvariasjonene mellom de fem områdene. I appendiks er det for relative prisendringer presentert søylediagram for gjennomsnitt, median, skjevhet, kurtose, minimum, maksimum, standardavvik, VaR øvre 1%, VaR øvre 5%, VaR nedre 1% og VaR nedre 5% for hvert område fordelt på ukedager og måneder. Det er også tatt med diagrammer som viser den gjennomsnittlige prisutviklingen gjennom uken og året. Vi starter med å se på den gjennomsnittlige prisendringen som ligger nær null for alle områdene tidlig i uken, men fra og med torsdag ser vi at den gjennomsnittlige prisendringen er negativ for alle områdene. Dette gjelder til og med lørdag før gjennomsnittsendringen på søndag gjør kontra og blir kraftig positiv. Det er Danmark Vest og Danmark Øst som har de største positive og negative gjennomsnittlige prisendringene. Når det gjelder måneder ligger gjennomsnittet veldig nær null med kun små endringer, men vi ser at de skifter ganske kraftig i mellom april og mai, hvor gjennomsnittet går fra negativt til positivt for alle områdene.

Medianen har en utvikling gjennom uken som er veldig lik gjennomsnittet, men vi ser at medianen hele veien har verdier som er nærmere null enn gjennomsnittet. Dette stemmer overens med om seriene har positiv eller negativ skjevhet. Har serien positiv skjevhet vil medianen være mindre enn og gjennomsnittet og omvendt dersom serien har negativ skjevhet. På månedbasis er medianen mindre enn gjennomsnittet for alle områdene noe som også indikere at serien har en positiv skjevhet. Også her er det Danmark Vest og Danmark Øst som har de største verdiene.

Standaravviket varierer litt i verdi fra område til område, men holder seg forholdsvis jevn til og med lørdag for de fleste områdene før verdiene stiger kraftig på søndag. Danmark Vest derimot har en synkende utvikling til og med fredag, før standardavviket øker kraftig på lørdag og søndag. Dette indikerer også at når den gjennomsnittlige prisen som vi ser i figur 8 faller mot slutten av uken, så øker volatiliteten. For måneder starter de fleste områdene med et ganske lavt standardavvik tidlig på året, før vi får en liten topp rundt mai og juni. Så synker standardavviket litt utover høsten (spesielt i Norge, Sverige og Finland), noe som kan indikere at prisene stabiliserer seg litt, før standardavviket i november og desember øker ganske kraftig igjen. Dette mønsteret er veldig tydelig i alle områdene, men det er store forskjeller i verdiene. Danmark Vest har klart høyest standardavvik i samtlige måneder, mens Norge har de klart laveste verdiene. Utviklingen av standardavviket er noe overraskende da den strider med Lucia and Schwartz (2002). De fant at volatiliteten for Nord Pool målt i standardavvik var dobbelt så stor i sommerhalvåret som i vinterhalvåret. Vi ser av figur 20 for prisutvikling gjennom året og figur 23 for utvikling av standaravviket gjennom året at når prisen er lav på sommeren, så er standardavviket høyt, men her har vi også at standardavviket øket på slutten av året når prisene er på sitt høyeste.

Skjevheten er nær null tidlig i uken foruten Norge som har en klar negativ skjevhet på tirsdager. På onsdager har alle områdene positiv skjevhet. De neste tre dagene har alle områdene en negativ skjevhet, før de på søndag gjør en helomvending og får positiv skjevhet. Det er ikke noe tydelig mønster på skjevheten til de ulike områdene gjennom året, men det virker som det stort sett er

positiv skjevhet, foruten Norge, Sverige og Finland som i mars og april har negativ skjevhet.

Når det gjelder kurtose ser vi en klar positiv utvikling utover i uken, hvor de når et toppunkt på onsdag for så å avta mot søndag. Dette gjelder ikke Danmark Vest som har en motsatt utvikling gjennom uken. På månedsbasis er kurtosen ganske jevn gjennom året, men i Norge, Sverige og Finland gjør kurtosen et klart hopp i desember. Norge gjør også et lite hopp i februar, mens Sverige gjør et lite hopp i juli.

For minimumsverdiene har de fleste områdene en jevn økning i minimumsverdiene frem mot torsdag, og en avtagning videre mot søndag. Dette gjelder ikke Danmark Vest som har høye minimumsverdier på mandag og tirsdag, så tar de litt av før vi får den største minimumsverdien på lørdag. Når det gjelder måneder er det ingen klare sesongvariasjonsmønster. Verdiene svinger litt fra måned til måned og har litt sporadiske topper fordelt ut over året.

Maksimum prisendring er størst for onsdag, før den avtar mot torsdag, fredag og lørdag, for så å øke kraftig på søndag. Nok en gang har Danmark Vest en litt annen utvikling gjennom uken. I Danmark Vest avtar den maksimale prisendringene jevnt utover uken til og med lørdag, før den i takt med standardavviket gjør et hopp på søndag. For måneder kan vi se tendenser til en lokalt toppunkt i sommermånedene mai, juni og juli og et klart globalt toppunkt i november og desember, denne også i takt med standardavviket.

Vi går nå videre og ser nå på sesongvarisjonen til VaR⁴⁵ estimatene, og ser først på VaR øvre 1%. Her har vi samme utvikling gjennom uken for alle områdene. Den holder seg relativt stabil de fire første dagene i uken, synker litt på fredag og lørdag, før den øker kraftig på søndag. For måneder ser vi også samme utvikling for alle områdene med en topp i mai og juni, og en topp i desember og januar, men det er noe forskjell i verdiene. Danmark Vest har klart høyest VaR verdiene mens Norge har de klart laveste VaR verdiene.

⁴⁵ Appendiks A-23

VaR øvre 5% har en utvikling gjennom uken hvor den avtar jevnt fra mandag til fredag, så beholder den samme nivået på lørdag før den skyter i været på søndag. For måneder ser vi to tydelige toppunkt. Den første toppen er i mai og juni, så synker VaR litt utover høsten, før vi får en ny topp rundt årsskifte desember januar.

VaR nedre 1% estimatene er relativt jevne fra mandag og helt til fredag, så får vi et hopp på lørdag, før de synker kraftig på søndag. Når det gjelder måneder er det vanskelig å se noen likheter mellom de ulike områdene. Norge har en stabil VaR gjennom året, men har en topp i februar og en i juli. Danmark Øst, Sverige og Finland har en liten topp i mai og en ny topp i november/desember. Danmark Vest holder seg relativt stabilt gjennom hele året, men også de øker kraftig i november og desember.

Til slutt har vi VaR nedre 5%. Her kan vi se at VaR estimatene for alle områdene øker på utover uken hvor de når sitt maksimum på fredag og lørdag og at de synker kraftig på søndag. For måneder er det ikke like lett å se noe mønster, men det kan se ut som de fleste områdene har et maksimum rundt mai og juni. Dette gjelder ikke Danmark Vest som har sitt bunnpunkt i denne perioden. Danmark Vest, Finland, Sverige og Danmark Øst har også tendenser til et toppunkt i desember og januar.

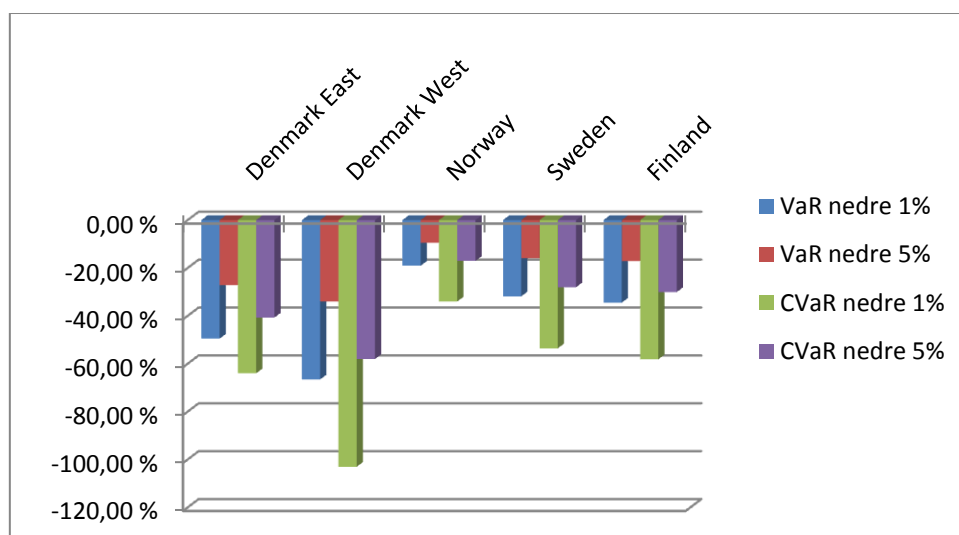
4.3 Value at risk

I tabellen og figurene på neste side har vi oppgitt Value at Risk og Conditional Value at Risk av relative prisendringer $\ln(p_t/p_{t-1})$ for alle fem områdene. Som vi ser er av figurene er Value at Risk klart høyest i Danmark vest, hvor VaR nedre 1% er -66,56% og VaR nedre 5% er -33,96%.

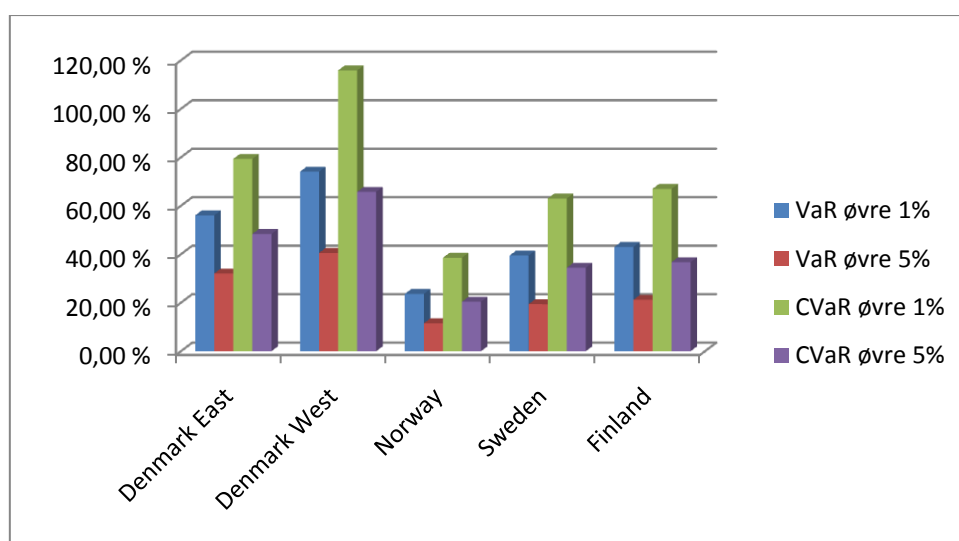
Tabell 3: VaR og CVaR, øvre og nedre 1% og 5% for hvert område.

	Denmark East	Denmark West	Norway	Sweden	Finland
VaR nedre 1%	-49.52 %	-66.56 %	-19.06 %	-31.88 %	-34.48 %
VaR nedre 5%	-27.17 %	-33.96 %	-9.45 %	-15.88 %	-17.11 %
CVaR nedre 1%	-64.00 %	-103.03 %	-34.01 %	-53.57 %	-58.16 %
CVaR nedre 5%	-40.70 %	-58.07 %	-17.03 %	-28.03 %	-30.13 %
	Denmark East	Denmark West	Norway	Sweden	Finland
VaR øvre 1%	56.05 %	74.07 %	23.64 %	39.49 %	43.05 %
VaR øvre 5%	32.07 %	40.54 %	11.51 %	19.41 %	21.21 %
CVaR øvre 1%	79.37 %	115.85 %	38.56 %	63.00 %	66.99 %
CVaR øvre 5%	48.38 %	65.74 %	20.41 %	34.44 %	36.75 %

Figur 8: VaR nedre 1% og 5%, CVaR nedre 1% og 5%.



Figur 9: VaR øvre 1% og 5%, CVaR øvre 1% og 5%.



Det er også en CVaR nedre 1% i Danmark Vest på hele -103,03%. Danmark Øst har den nest høyeste Vaule at Risk, med en VaR nedre 1% på -49,52% og en VaR nedre 5% på -27,17%. CVaR nedre 1% i Danmark Øst er på -64%. Vi legger merke til at Sverige og Finland har en VaR profil som er veldig lik hverandres. VaR nedre 1% i Sverige og Finland er på henholdsvis -33,88% og -34,48%, og for VaR nedre 5% er verdiene henholdsvis -15,88% og 17,11%. CVaR nedre 1% i Sverige og Finland er også på nesten samme nivå med henholdsvis -53,57% og -58,16%. Norge er det landet som har klart lavest Value at Risk. Norge har en VaR nedre 1% på -19,06%, VaR nedre 5% på -9,45% og en CVaR nedre 1% på -34,01% som er om lag bare en tredjedel av CVaR i Danmark Vest.

For VaR øvre har vi samme profilen som for VaR nedre, men hvor verdiene jamt over er litt høyere. Danmark Vest har klart høyest Value at Risk med en VaR øvre 1% på 74,07%. Dette er om lag tre ganger så mye som i Norge som har en VaR øvre 1% på 23,64%. Sverige og Finland har neste samme VaR profil med VaR øvre 1% på henholdsvis 39,49 og 43,05%. Finland har så vidt høyest VaR, men de har begge høyere enn Norge. Danmark Øst ligger midt i mellom Finland og Danmark Vest med en VaR øvre 1% på 56,05% .

Vi ser altså at det er klart høyest risiko i Danmark Vest og med Danmark Øst rett bak. Fra tabell 1 over ser vi at i Danmark i 2008 ble 46,5% av den totale produksjonen produsert ved hjelp av kullkraftverk, og litt over 20% av vindmøller. Av disse 20 prosentene er det relativt sett mye større andel vindmøller i Danmark Vest enn i Danmark Øst. Denne typen kraftproduksjon blir nesten ikke benyttet i de andre Nord Pool landene og kan være en forklaring på mye av forskjellen i risiko. Finland og Sverige har en risiko som er veldig lik hverandres, og som vi ser av tabellen blir det meste av energien produsert ved hjelp av en blanding mellom atomkraft og vannkraft, henholdsvis 50% og 88,8 % i Finland og Sverige. Finland produserer også en del kraft ved hjelp av alternativ varmekraft, som avfall, torv og naturgass. I Norge hvor 98,6% av kraftproduksjonen er vannkraft ser vi at risikoen er klart lavest.

5. Modellen

5.1 modellspesifikasjon

Lineære modeller er ofte ute av stand til å forklare flere viktige egenskaper ved finansielle serier. Slike egenskaper kan være;

”Leptokurtosis” - at finansielle serier har en fordeling med fete haler og en overskytende topp rundt forventningen.

”Volatility clustering” - klumping av volatiliteten.

”Leverage effects” – at volatiliteten for eksempel øker mer etter prisfall enn ved en tilsvarende prisøkning.

De modellene som er mest populære for å modellere finansielle data er ARCH eller GARCH modeller som blir brukt til å modellere volatilitet, eller ”switching models”, som lar tidsserien følge ulike prosesser til ulike tidspunkt. Sistnevnte vil ikke bli sett på i denne oppgaven.

I finansielle tidsserier kommer ofte volatiliteten i ”klumper”. Det vil si at vi har delperioder med høy volatilitet og delperioder med lav volatilitet. I engelskspråklig litteratur snakker en gjerne om ”clustering”. En kan med andre ord si at det ser ut til at volatiliteten er positivt seriekorrelert. Volatilitet er ”spredning i fordelingen”, og det mest vanlige målet på spredning er variansen. Vi kan da si at det ser ut til at variansen er seriekorrelert, eller at det er en viss grad av holdbarhet i variansen. Dette fenomenet ønsker en å fange opp med en formell modell.

For å fange opp tendenser til klumping av volatiliteten, leptokurtose og leverage effects prøvde jeg meg frem med å kjøre ulike ARCH/GARCH⁴⁶ modeller direkte på den relative prisendringen. Jeg starter med en vanlig GARCH⁴⁷ modell, videre prøvde jeg en GJR⁴⁸ modell for å fange opp asymmetriske effekter, EGARCH modell da denne har flere fordeler over vanlig GARCH⁴⁹, og til slutt en

⁴⁶ Appendiks A-11

⁴⁷ Appendiks A-12

⁴⁸ Appendiks A-13

⁴⁹ Appendiks A-15

APARCH⁵⁰ modell og IGARCH⁵¹ modell. I alle modellene inkluderte jeg også GARCH-in-Mean⁵² for å se om det er positiv risikopremie i seriene, i tillegg til at jeg benyttet en (1,1) spesifikasjon da denne skal være tilstrekkelig til å fange opp tendenser til volatilitetsklumping⁵³. Den autokorrelasjonen vi så i den deskriptive statistikken er mulig å redusere ved å inkludere tidsdummyer. Jeg inkluderte derfor dummyer for ukedager og for hver enkelt måned i snittligningen for å se om jeg kan fjerne noe av denne autokorrelasjonen.

Fordi den daglige avkastningen ser ut til å være seriekorrelert, tilpasser jeg også en AR(n) struktur i snittligningen for alle spesifikasjonene, hvor $n = 0, 1, 2$, og 7 for å se hvordan dette påvirker modellen.

Vi ser fra den deskriptive statistikken at alle fem områdene har en skjev fordeling og høy kurtose. Dette indikerer at jeg bør benytte meg av en ”skewed student” fordeling i OxMetrics. Videre brukte jeg MaxSA⁵⁴ estimeringsmetode for APARCH modellen for å være sikker på at jeg treffer det globale maksimumet.

For å kunne analysere volatiliteten i hvert område og sette resultatene opp mot hverandre for å se på forskjeller mellom dem, må en og samme modell benyttes på alle områdene. Etter å ha prøvd meg fram med modellene over viser det seg at ved å bruke dem direkte på tidsserien med relative prisendringer så er ingen av dem i stand til å fjerne tilstrekkelig med seriekorrelasjon i alle områdene. Dette til tross for dummyer for ukedager og måneder i snittligningen i tillegg til en AR(7) struktur.

Fra figur 5 ser vi at det er signifikant seriekorrelasjon mellom observasjoner over en lang tidsperiode. I slike tilfeller blir det sagt at, μ_t , har ”long term memory”.

For og hanskes med dette fenomenet kan en benytte seg av en ”Fractionally integrated” prosess som følger en ARMA(p,q) modell (ARFIMA). Enkelt sagt, en serie er integrert av en gitt orden d dersom den blir stasjonær av å bli differensiert minst d ganger. I rammeverket til ARFIMA, har d lov til å ta verdier som ikke er

⁵⁰ Appendiks A-14

⁵¹ Appendiks A-16

⁵² Appendiks A-17

⁵³ Appendiks A-10

⁵⁴ MAX Simulated annealing

heltall. Med fractionally integrated modeller vil ACF avta hyperbolsk i stedet for eksponentielt mot null. ACF til en fractionally integrated modell avtar derfor mye senere enn med en ARMA modell der $d=0$ ⁵⁵. Denne ARFIMA modellen ble utviklet av Granger (1980) og Granger and Joyeux (1980). En enkel ARFIMA(p,d,q) er gitt på følgende måte med lagoperatorer:

$$\varphi(L)(1 - L)^d \mu_t = \theta(L)\varepsilon_t$$

Hvor d er en "fractional differencing parameter"(liten differensieringsparameter), ε_t er hvit støy⁵⁶, og prosessen er stasjonær for $-0,5 < d < 0,5$, med mean-reversion når $d < 1$. Dette er en generalisering av Granger (1980) sin "fractional white noise process". På grunn av at mange tidsserier har en veldig sakte avtakende autokorrelasjon, som tidsseriene i denne oppgaven, er det en klar fordel å benytte seg av denne modellen.

For å klare og fjerne all seriekorrelasjonen i alle områdene fant jeg ut etter mye prøving og feiling at jeg måtte gjøre det på følgende måte. Først må det estimeres en ligning med dummyer for ukedager og måneder og 100 lag, hvor relative prisendringer for hvert område er avhengig variabel: $\mu_t = \tau_0 + \tau_1 \mu_{t-1} + \dots + \tau_{100} \mu_{t-100} + \tau_{101} \text{Feb} + \dots + \tau_{112} \text{Des} + \tau_{113} \text{Tue} + \dots + \tau_{118} \text{Su} + \varepsilon_t$. Denne ligningen estimeres med vanlig OLS i PcGive og residualene, ε_t , lagres. Deretter kan jeg kjøre en regresjon på residualene der jeg bruker en ARFIMA modell i snittligningen og en GJR(1,1) med skjev student-t fordeling i variansligningen. På tidsseriene i denne oppgaven viser det seg også at omtrent ingen av AR(p) og MA(q) koeffisientene er signifikante, og at det derfor er tilstrekkelig med bare fractionally differenced prosessen $(1 - L)^d \mu_t = \varepsilon_t$, eller en ARFIMA(0,d,0). Denne metoden er i stand til å fjerne tilstrekkelig med seriekorrelasjon i serien slik at det er mulig å sammenligne pris- og volatilitetsdynamikken i de fem områdene med hverandre

⁵⁵ C. Brooks 2008 – Introductory Econometrics for Finance, Cambridge

⁵⁶ Appendiks A-19

Det ble også testet ut flere andre ARFIMA-GARCH spesifikasjoner, men det viste seg at på bakgrunn av Akaike's informasjonskriterium⁵⁷ var ARFIMA(0,d,0)-GJR(1,1) den modellen som passet best for alle områdene.

⁵⁷ Appendiks A-18

6. Resultater

6.1 Estimerer

Jeg vil nå se på resultatene for hvert av de fem områdene. I tabellen under er de estimerte koeffisientene, standardfeil og t-verdier for hvert område estimert med en ARFIMA(0,d,0)-GJR(1,1) skjev student-t modell. På bakgrunn av prøving og feiling kan en kort si at for å fjerne all seriekorrelasjon i seriene måtte serien først estimeres med vanlig OLS i PcGive, så måtte residualene lagres, før en til slutt kunne benytte en ARFIMA(0,d,0)-GJR(1,1) modell på residualene. Ved å gjøre det på denne måten har en evnen til å imøtekomme seriekorrelasjon, skjevheter, fete haler og ikke-normale karakteristika ved områdeprisene i det nordiske kraftmarkedet. Alle estimatene er fått ved bruk av G@RCH og PcGive 5.0, en Ox pakke for estimering av ulike ARCH modeller. I tabellen under er et utvalg av maximum likelihood⁵⁸ estimatene gjengitt. I appendiks D ligger også grafisk analyse av hvert område.

Tabell 4: Estimerte koeffisienter for snitt relative prisendringer og variansligning

	Demark East				Denmark West			
	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
Cst(M)	-0.001175	0.0032	-0.3653	0.7149	-0.0068	0.0048	-1.416	0.1568
d-Arfima	0.069154	0.0195	3.549	0.0004	0.0677	0.0168	4.019	0.0001
Cst(V)	13.777843	4.2701	3.227	0.0013	71.6041	29.8450	2.399	0.0165
ARCH(Alpha1)	0.258628	0.0578	4.474	0	0.2907	0.0884	3.289	0.0010
GARCH(Beta1)	0.728533	0.0587	12.41	0	0.5309	0.1456	3.647	0.0003
GJR(Gamma1)	-0.093661	0.0382	-2.455	0.0141	-0.0107	0.0537	-0.1988	0.8424
Asymmetry	-0.020508	0.0273	-0.7511	0.4527	-0.1020	0.0276	-3.694	0.0002
Tail	4.493354	0.3697	12.15	0	3.6602	0.2683	13.64	0
Alpha+Beta	0.987161				0.821612			
Q(5)	1.71975			0.886402	1.56062			0.90596
Q^2(5)	10.5203			0.014623	1.82747			0.60897
ARCH 1-10 test	2.9201			0.0541	0.54604			0.8582

	Norway				Sweden			
	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
Cst(M)	-0.001957	0.0017	-1.14	0.2545	-0.000904	0.0028	-0.3246	0.7455
d-Arfima	0.116648	0.0179	6.511	0	0.10312	0.0187	5.509	0
Cst(V)	2.109435	0.6438	3.276	0.0011	8.023578	2.6760	2.998	0.0027
ARCH(Alpha1)	0.202446	0.0521	3.882	0.0001	0.203029	0.0578	3.51	0.0005

⁵⁸ Appendiks A-21

GARCH(Beta1)	0.696283	0.0641	10.86	0	0.687536	0.0744	9.242	0
GJR(Gamma1)	0.08593	0.0369	2.327	0.02	0.039916	0.0392	1.019	0.3085
Asymmetry	-0.048698	0.0248	-1.967	0.0492	-0.00112	0.0260	-0.04338	0.9654
Tail	4.676584	0.4388	10.66	0	4.20701	0.3436	12.24	0
Alpha+Beta	0.898729				0.890565			
Q(5)	3.18095			0.672111	2.46187			0.78222
Q^2(5)	0.686758			0.876314	1.67658			0.64215
ARCH 1-10 test	0.10082			0.9998	0.42843			0.9335

Finland				
	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
Cst(M)	-0.001012	0.0027	-0.3783	0.7053
d-Arfima	0.090558	0.0188	4.826	0
Cst(V)	10.806421	3.4534	3.129	0.0018
ARCH(Alpha1)	0.249772	0.0750	3.329	0.0009
GARCH(Beta1)	0.653574	0.0820	7.973	0
GJR(Gamma1)	-0.007299	0.0485	-0.1506	0.8803
Asymmetry	-0.019035	0.0254	-0.7489	0.454
Tail	4.009533	0.3269	12.26	0
Alpha+Beta	0.903346			
Q(5)	2.329			0.8019976
Q^2(5)	0.287946			0.9622793
ARCH 1-10 test	0.10744			0.9998

Vi ser først på den estimerte ”fractional integration” parameteren, d , i snittligningen. Denne parameteren er signifikant på 5% nivået i alle områdene og har verdier som varierer fra 0,0677 i Danmark Øst til 0,116648 i Norge. De lave signifikante verdiene indikerer at avkastningen har ”long memory” egenskaper, altså at ACF-korrelogrammet til den relative prisendringen avtar veldig sakte, og at korrelasjonen med tidligere lag vedvarer.

Modellen viser ingen signifikant drift (Cst(M)) i snittligningen for noe av områdene, men i variansligningen har alle områdene signifikante driftskoeffisienter (Cst(V)) hvor Danmark Vest har den klart sterkeste driften med en verdi på 71,6041⁵⁹, mens Norge har den svakeste driftsverdien på 2,1094.

GJR koeffisienten er ikke signifikant i alle områdene. Den er bare signifikant i Norge og i Danmark Vest, hvor den har verdier på henholdsvis 0.08593 og -0.093661. Dette indikerer at i Norge vil negative sjokk gi en sterkere økning i

⁵⁹ For å unngå numeriske problemer har OxMetrics multiplisert den estimerte parameteren og dens standardfeil med 10^4 .

volatiliteten enn positive sjokk, mens negative sjokk i Danmark Vest vil gi en svakere økning i volatiliteten enn positive sjokk. For de andre områdene er denne asymmetrieffekten ikke signifikant og indikerer like reaksjoner på positive og negative sjokk. Dette er et ganske oppsiktsvekkende resultat som viser store forskjeller i volatilitetsdynamikken mellom de fem områdene.

ARCH koeffisienten (α_1) indikerer effekten til tidligere sjokk, mens GARCH koeffisienten (β_1) indikerer autokorrelasjon i den betingede volatiliteten. ARCH koeffisienten er sterkt signifikant i alle områdene og indikerer tilstedeværelse av ARCH effekter. Den eksterne virkningen til GARCH koeffisienten er også signifikant i alle områdene men med noe større verdier. De respektive ARCH og GARCH verdien i de ulike områdene er 0,2586 og 0,7285 i Danmark Øst, 0,2907 og 0,5309 i Danmark Vest, 0,2024 og 0,6962 i Norge, 0,2030 og 0,6875 i Sverige og til slutt 0,2497 og 0,6535 i Finland. De høye GARCH verdiene indikerer at sjokk vil vedvare lenge, men vi kan også legge merke til at summen av ARCH og GARCH er mindre enn 1 for alle områdene, noe som impliserer at alle seriene har en "mean reverting" betinget volatilitetsprosesser. Altså at sjokkene er forbigående av natur.

Asymmetrikoeffisienten er negativ i alle områdene, men den er bare signifikant i Danmark Vest og Norge. Dette indikerer at asymmetrien i den skjeve student-t fordelingen vi benytter er nødvendig for å modellere fordelingen til den relative prisendringen i Danmark Vest og Norge. Tail- koeffisienten (antall frihetsgrader) er derimot signifikant i alle områdene og rangerer fra 3,6602 i Danmark Vest til 4,676584 i Norge. Denne koeffisienten indikerer med andre ord noen store prisbevegelser i serien og dermed fete haler i fordelingen. Den sier også implisitt at den skjeve student-t fordelingen har tatt hensyn til de fete halene og den høyreskjeve fordelingen som var i alle seriene.

For å inspisere modellens spesifikasjonsegenskaper er det tatt med noen testobservatorer. Den første spesifikasjonstesten er Ljung-Box (1978) statistikk for standardiserte residualer Q , og kvadrerte residualer Q^2 av femte orden. Det er nesten ingen signifikante bevis på seriekorrelasjon i residualene ($Q(5)$) eller i kvadrerte residualer ($Q^2(5)$) opp til lag 5. Men for GJR- spesifikasjonen i

Danmark Øst ser vi at $Q^2(5)$ er på hele 10,5203, og indikerer at den ikke har klart å fjerne all seriekorrelasjon. Grunnen til dette er at det er store ”hopp” som forstyrrer analysen. Videre ser vi at ARCH(10) testobservatoren nå forkaster alle tegn til heteroskedastisitet. Alt i alt ser denne ARFIMA(0,d,0)-GJR(1,1) modellen ut til å være en god modell for å fange opp egenskaper ved volatiliteten til områdeprisene i det nordiske kraftmarkedet.

6.2 VaR Beregninger

Alle områdene er også testet med en Kupiec LR test der en tester hvor stor feilrate avkastningen har. Feilraten er antall ganger avkastningen overstiger (i absoluttverdi) den predikerte VaR'en. Dersom modellen er korrekt spesifisert vil denne feilraten være lik det på forhånd spesifiserte VaR nivået. LR testobservatoren er som følger

$$LR = -2 \log \left(\frac{\alpha^N (1 - \alpha)^{T-N}}{\hat{f}^N (1 - \hat{f})^{T-N}} \right)$$

Hvor N er antallet VaR overskridelser, T er antall observasjoner, f er feilraten, og α er den teoretiske feilraten. Nullhypotesen er at $f = \alpha$, og alternativhypotesen er at $f \neq \alpha$. LR testobservatoren er kji kvadratfordelt med 1 frihetsgrad, $\chi^2(1)$, som på 5% nivå gir en kritisk verdi på 3,841. H0 om $f = \alpha$ kan forkastes dersom LR er større enn den kritiske verdien. I tabell 4 under er alle testobservatorene og p-verdiene for nullhypotesen presentert for både lange og korte handelsposisjoner. Alle områdene er testet men et VaR nivå som spenner fra 5% til 0,25%.

Tabell 4: In-sample Value-at-Risk Backtesting, Kupiec LR test.

Denmark East				Denmark West			
-Short positions				-Short positions			
	Failure	Kupiec			Failure	Kupiec	
Quantile	rate	LRT	P-value	Quantile	rate	LRT	P-value
0.95	0.9529	0.5824	0.4454	0.95	0.9525	0.4306	0.5117
0.975	0.9765	0.2839	0.5942	0.975	0.9808	4.7944	0.0286
0.99	0.9884	0.7963	0.3722	0.99	0.9903	0.0205	0.8862
0.995	0.9934	1.4735	0.2248	0.995	0.9950	0.0006	0.9800
0.9975	0.9947	7.7330	0.0054	0.9975	0.9972	0.1333	0.7150
-Long positions				- Long positions			
	Failure	Kupiec			Failure	Kupiec	
Quantile	rate	LRT	P-value	Quantile	rate	LRT	P-value

0.05	0.0455	1.3914	0.2382	0.05	0.0456	1.3353	0.2479
0.025	0.0207	2.5456	0.1106	0.025	0.0264	0.2566	0.6125
0.01	0.0085	0.7897	0.3742	0.01	0.0101	0.0013	0.9716
0.005	0.0044	0.2451	0.6206	0.005	0.0069	2.0996	0.1473
0.0025	0.0019	0.5317	0.4659	0.0025	0.0031	0.4896	0.4841
Norway				Sweden			
-Short positions				-Short positions			
Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value	Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value
0.95	0.9479	0.2928	0.5885	0.95	0.9516	0.1672	0.6826
0.975	0.9758	0.0914	0.7624	0.975	0.9793	2.4932	0.1143
0.99	0.9896	0.0407	0.8401	0.99	0.9915	0.7713	0.3798
0.995	0.9944	0.2594	0.6105	0.995	0.9959	0.5670	0.4514
0.9975	0.9972	0.1294	0.7191	0.9975	0.9981	0.5243	0.4690
-Long positions				- Long positions			
Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value	Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value
0.05	0.0480	0.2656	0.6063	0.05	0.0462	0.9770	0.3230
0.025	0.0213	1.8374	0.1753	0.025	0.0267	0.3818	0.5367
0.01	0.0072	2.7554	0.0969	0.01	0.0097	0.0205	0.8862
0.005	0.0044	0.2451	0.6206	0.005	0.0050	0.0006	0.9800
0.0025	0.0025	0.0002	0.9901	0.0025	0.0035	1.0468	0.3062

Finand

- Short positions			
Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value
0.95	0.9545	1.3914	0.2382
0.975	0.9787	1.8374	0.1753
0.99	0.9912	0.4925	0.4828
0.995	0.9953	0.0557	0.8135
0.9975	0.9972	0.1294	0.7191
- Long positions			
Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value
0.05	0.0483	0.1876	0.6649
0.025	0.0226	0.7783	0.3777
0.01	0.0091	0.2674	0.6051
0.005	0.0053	0.0707	0.7904
0.0025	0.0031	0.4819	0.4876

Tabellen viser feilraten, Kupiec LR testobservator og p-verdi for lange og korte posisjoner i in-sample Value at Risk backtesting. H0 er at feilraten er lik den på forhånd spesifiserte VaR nivået, mens H1 er at de er forskjellige.

Som kjent har finansielle serier fete haler (dette ser vi også fra den deskriptive statistikken i Tabell 2), men dette ser det ut til at modellen klarer å ta hensyn til, hovedsaklig på grunn av at det i modellen benyttes en skjev student-t fordeling. Fra tabellen over ser vi at modellen virker å være godt spesifisert siden de fleste p-verdien er godt over 0,05. Det er kun to ganger vi ikke kan beholde H_0 om at feilraten er lik det på forhånd spesifiserte VaR nivået. Dette er i Danmark Øst når det på forhånd spesifiserte VaR nivået er 0,9975 for en kort posisjon, og i Danmark Vest når det på forhånd spesifiserte VaR nivået for en kort posisjon er på 0,975. Dette impliserer at ARFIMA(0,d,0)-GJR(1,1)-modellen sliter med å modellere veldig stor negative avkastninger i Danmark Øst og Danmark Vest, men at den ellers fungerer veldig bra.

7. Konklusjon

I denne oppgaven har jeg analysert pris- og volatilitetsdynamikken til områdeprisene i det nordiske kraftmarkedet Nord Pool.

Vi har modellert og estimert en ARFIMA(0,d,0)-GJR(1,1) modell med skjev student-t fordeling for betinget snitt og volatilitet for områdeprisene i det nordiske kraftmarkedet Nord Pool. Dataen vi benyttet var daglige områdepriser for Norge, Sverige, Finland, Danmark Vest og Danmark Øst i perioden januar 2001 til desember 2009. For å fjerne all seriekorrelasjon og heteroskedastisitet i seriene måtte vi først estimere modellen med vanlig OLS hvor vi også inkluderte dummyvariabler for ukedager og måneder i tillegg til 100 lag av tidligere verdier. Så måtte vi lagre residualene og til slutt kjøre en ARFIMA(0,d,0)-GJR(1,1) spesifikasjon med en skjev student-t fordeling på residualene. Da fanger modellen opp tilstrekkelig med seriekorrelasjon i de relative prisendringene, og i den betinga variansligningen fanger modellen opp sjokk, seriekorrelasjon, motstand, asymmetri og mean reversion mot langtidslivekten. I tillegg hadde denne modellen gode resultater på Kupiec LR testen hvor nesten alle nullhypotesene ble beholdt.

Det vi fant var at i alle områdene har volatiliteten ”long memory” egenskaper. Ingen av områdene hadde signifikant drift i snittligningen, men i variansligningen hadde alle områdene en signifikant drift som var nærme null. GJR koeffisienten fortalte oss at i Norge vil negative sjokk gi en sterkere økning i volatiliteten enn positive sjokk, mens positive sjokk vil gi en sterkere økning i volatiliteten enn negative sjokk i Danmark Vest. For de øvrige områdene var ikke denne asymmetrioeffisienten signifikant. Dette var et ganske uventet og overraskende resultat. Videre finner vi ganske høy og sterkt signifikant påvirkning av tidligere sjokk (ARCH effekter), og relativt lav og signifikant effekt av tidligere volatilitet (GARCH effekt) i alle områdene. Summen av ARCH- og GARCH effekten er mindre enn 1 i samtlige områder og indikerer at alle sjokk er ”mean reverting” og forbigående av natur. Denne relativt lave GARCH effekten kommer mest sannsynlig av høye tidligere sjokk effekter som impliserer at serien beveger seg tilfeldig.

Den lave og signifikante tail-koeffisienten (antall frihetsgrader) indikerer fete haler i alle områdene, noe som antyder store positive og negative prisendringer, og at det er leptokurtosiske fordelinger i seriene.

I tillegg til å finne store sesongvariasjoner i den relative prisendringen, fant vi også at i slutten av uken, når den gjennomsnittlige prisen er lavest, så er også volatiliteten høyest. Dette gjelder også i sommermånedene når prisene de siste ti årene gjennomsnittlig har vært lavest. Det som var litt spesielt er at vi også fant at volatiliteten økte på slutten av året når også prisen gjennomsnittlig er på sitt høyeste. Igjen vil dette skape vanskeligheter med tanke på å prise derivater og korttids produksjonstilpassning.

Vi kan også nevne at VaR målene i oppgaven indikerte klart høyest risiko i Danmark Vest hvor det meste av strømproduksjonen er kullkraft og vindkraft, og til sammenligning hadde Norge hvor nesten all produksjon kommer fra vannkraft den laveste risikoen.

Det største problemet med å modellere strømpriser er å ta hensyn til sjeldne men store "sjokk" i prisen. Kritikken av GARCH modellen i denne oppgaven er at den bare til en viss grad klarer å fange opp alle disse sjokkene. En såkalt jump diffusion-prosess (JDP) som blant annet blir studert av Knittel and Roberts (2001) vil kanskje klare å fange opp disse sjokkene bedre enn GARCH type modeller som er benyttet i denne oppgave, eller ved å benytte en kombinasjon av GARCH og JDP. Med tanke på videre arbeid vil det være naturlig å teste ut slike modeller på områdepriser. Et annet forslag til videre arbeid er å utvide oppgavene fra områdepriser til timespriser og også her prøve å finne den mest robuste modellen og benytte denne til å analysere pris- og volatilitetssdynamikken.

8. Referanseliste

Artikler:

- Amjady N. and Hemmati M. 2006 – Energy price forecasting: Problems and proposals for such predictions.
- Bessembinder and Lemmon 2002 – Equilibrium pricing and option hedging in electricity forward markets
- Bodily and Del Buono 2002 – Risk and reward at the speed of light – A new electricity price modell
- Escribano et al 2002 – Modeling electricity prices: international evidence
- Goto and Karolyi 2004 – Understanding Electricity Price Volatility within and across markets
- Guthrie and Videbeck 2002 – High frequency electricity spot price dynamics: an intra-day markets approach
- Higgs and Worthington 2005 – Systematic Features of High-Frequency Volatility in Australia Electricity markets: Intraday Patterns, Information Arrival and Calendar Effects
- Higgs 2009 – Modelling price and volatility inter-relationships in the Australian Wholesale spot electricity markets
- Karakatsni and Bunn 2008 – Forecasting electricity prices: The impact of fundamentals and time-varying coefficients.
- Knittel and Roberts 2001 – An empirical examination of deregulated electricity prices
- Longstaff and Wang 2004 – Electricity Forward Prices: A High-Frequency Empirical Analysis
- Lucia and Schwartz 2002 – Electricity and power derivatives: Evidence from the Nordic power exchange
- Solibakke 2002 – Efficiently Estimated Mean and volatility Characteristics for the Nordic Spot Electric Power Market
- Strozzi et al 2007 – Modeling volatility in the Nordic spot electricity market using Recurrende Quantification Analysis (RQA)

Bøker:

- Brooks, C., 2008 – Introductory Econometrics for Finance, 2ed – Cambridge University press
- Hull, J.C., 2009 – Options, Futures, and other Derivatives, 7ed – Pearson Education Inc
- Laurent, S., 2009 – Estimating and Forecasting ARCH models using G@RCH 6 – Timberlake Consultants Ltd.
- McDonald, R.L., 2006 Derivatives Markets, 2ed - Pearson Education Inc
- Poon, S.H., 2005 - A practical Guide To Forecasting Market Volatility – Wiley Interscience
- Tsay, R.S., 2005 – Analysis of financial time series - Wiley Interscience

Internett:

<http://www.energifakta.no/>

<http://www.kraftkartet.no/default.asp?gruppe=3306>

<http://www.markedskraft.com/no/Startsiden/Tjenester/Aktiv-forvaltning/Nordic-Marked/Nordic-Power-Market/>

<http://www.nordpool.com/en/asa/clearing/About-Nord-Pool-Clearing/>

<http://www.nordpool.com/Documents/Communications/Publications/Product%20reports/ReportFM.pdf>

<http://www.nordpoolspot.com/en/Nord-Pool-Gas/About-Nord-Pool-Gas/>

http://www.nordpoolspot.com/en/reports/Production_split/

http://www.nordpoolspot.com/en/trading/How_to_become_a_participant/TSO-balancing-agreement/

<http://www.nordpoolspot.com/en/PowerMaket/The-Nordic-model-for-a-liberalised-power-market/The-system-operators/>

<http://www.nve.no/no/kraftmarked/sluttbrukermarkedet/varedeklarasjon/import-og-eksport-av-kraft/>

<http://www.offshore.no/nyheter/sak.aspx?id=27985>

http://www.regjeringen.no/dokumentarkiv/Regjeringen-Stoltenberg-I/oed/Veiledninger-og-brosjyrer/2000/faktaheftet_2000.html?id=231990

<http://www.regjeringen.no/nb/dep/fin/dok/hoeringer/hoeringsdok/2009/horing--forslag-om-lovendringer-vedroren/horingsuttalelser/horingsinstanser-med-merknader/nord-pool-asa.html?id=561373>

<http://www.sfe.no/Straum/Straumbedrift/SFEFornybar/tabid/1418/Default.aspx>

<http://www.snl.no/samkjoring>

<http://www.statnett.no/no/Om-Statnett/Statnetts-historie/>

<http://www.statnett.no/no/Kraftsystemet/Om-kraftsystemet/Hvem-har-ansvar-for-hva/>

Masteravhandlinger:

- Hole, J., 2009 – Modelling og prediksjon av volatiliteten på kraftpriser i Norge
- Skjærvik, J. og Bjørvik, E., 2009 – Pricing av Contracts for Difference i det nordiske elektrisitetmarkedet.

Forelesningsnotater:

- Johansen, K., 2009 FIN 3003 Tidsserieøkonometri
- Johansen, K., 2009 FIN 3004 Anvendt Finansiell økonometri

9. APPENDIKS

Appendiks A: Begreper, tester og modeller

1. Skewness(skjevhet)

Dette er et mål på asymmetri i fordelingen til tidsserien. En normalfordelt serie er ikke skjev(skewness på 0), men dersom den er skjev, så vil det si at den ene halen er lenger enn den andre. Ved å vite hvilken vei serien en skjev, så kan en lettere vite på hvilken side av snittet et fremtidig estimat vil ligge på. Skjevhet kan defineres på følgende måte:

$$S = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - \bar{y}}{\hat{\sigma}} \right)^3$$

Hvor $\hat{\sigma}$ er basert på den forventningsskjev estimatoren for varians.

2. Kurtose

Denne testen er et mål på trender i fordelingen til en tidsserie er. Høy kurtose viser en fordeling som er spisset rundt snittet, og med fete haler, lav kurtose viser en fordeling som har en avrundet topp rundt snittet, og med tynne haler. Definisjonene på Kurtose er som følger:

$$K = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - \bar{y}}{\hat{\sigma}} \right)^4$$

Hvor $\hat{\sigma}$ er basert på den forventningsskjev estimatoren for varians. Den overskytende kurtosen er definer på følgende måte

$$K^* = K - 3$$

Det er vanlig å skille mellom ordinær kurtose og overskytende kurtose. Dersom serien er normalfordelt har den en Kurtose på 3, men dersom en bruker overskytende kurtose er den 0 i en normalfordelt serie. Dersom kurtoseverdien overstiger kurtosen til en normalfordelt serie, så regnes fordelingen som spisset (leptokurtosisk), og dersom den er lavere en hos en normalfordelt serie så regnes den som flat (platykurtisk)

3. Jarque-Bera normality test

Ved å utføre denne testen ser vi om prisseriene er normalforelte. Testobservatoren er definert som følger:

$$JB = \frac{N}{6} (S^2 + \frac{1}{4}K^2)$$

Hvor N er antall observasjoner, S er tidsseriens skjevhet, og K er tidsseriens kurtose.

Denne testen er kji kvadratfordelt, χ^2 , med to frihetsgrader, som gir en kritisk verdi på 5% nivå på 5,991. Nullhypotesen er at dataen er normalfordelt. Dette krever at både skjevhet er null, og at overskytende kurtose er null (Som tilsvarer en kurtose på 3). Alternativhypotesen er at residualene ikke er normalfordelte. Vi forkaster H_0 dersom testobservatoren er over 5,991.

En skal for øvrig være forsiktig med å benytte denne testen når en har få observasjoner. Da kan nullhypotesen bli forkastet selv om den faktisk er normalfordelt.

4. Stasjonaritet/Unit Root test (DF/ADF)

Dickey Fuller testen tar utgangspunkt i ligningen $y_t = \mu + \varphi y_t + u_t$, hvor nullhypotesen er at y_t er random walk, altså at $\varphi = 1$, mot alternativhypotesen om at y_t er stasjonær, altså at $\varphi < 1$. Dersom vi trekker fra y_{t-1} på begge sider av ligningen over får vi følgende

$$\begin{aligned}\Delta y_t &= \mu + (\varphi - 1)y_{t-1} + u_t \\ &= \mu + \psi y_{t-1} + u_t, \quad \psi = \varphi - 1\end{aligned}$$

Ved estimering av ligningen over blir nullhypotesen at $\psi = 0$, og alternativhypotesen at $\psi < 0$. Testobservatoren er den vanlige t-observatoren: estimert verdi på ψ dividert med estimert standardavvik. Nullhypotesen om random walk forkastes dersom observert t-verdi er tilstrekkelig mindre enn null.

Problemet med denne testen er at t-observatoren ikke følger en vanlig t-fordeling. For å løse dette problemet kan en bruke andre kritiske verdier som har en høyere tallverdi (lavere verdier) enn de vanlige. Disse kritiske verdiene er avhengige av modellformuleringen under alternativhypotesen.

Videre er denne testen kun gyldig dersom restleddet i ligningen over ikke er seriekorrelert. Dette kan vi renske bort ved å inkludere lagga førstedifferenser slik at testen blir som følger

$$\Delta y_t = \mu + \psi y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta y_{t-i} + u_t$$

Problemet nå er å bestemme antall lag på førstedifferensen. Det må være nok lag til at all seriekorrelasjon er borte, men samtidig vil lange lag bruke opp frihetsgrader og gjøre at estimatene blir mindre presise. For å løse dette problemet kan en benytte seg av informasjonskriterier.

5. Runs test

Denne tester om serien er Random Walk. Det er en ikke-parametrisk test som betyr at den ikke bygger på fordelingen til restleddet. Testen sjekker om det finnes systematiske mønstre i avkastningen som kan utnyttes.

Et "run" er en uavbrutt rekke av like elementer. For eksempel er "111100011100111110000" delt inn i seks runs, hvor tre består av nuller og tre av ett-tall. Dersom 1'ene og 0'ene skifter tilfeldig, så vil antall run være en tilfeldig variabel som er normalfordelt. Vi lar q_t være tegnet for avkastningen r_t , q_t er 1,0,-1 for henholdsvis positive, null og negative verdier på r_t . Vi lar videre c_t være 1 dersom $q_t \neq q_{t+1}$, og 0 ellers. Det totale antallet run av alle typer er da som følger

$$C = 1 + \sum_{t=1}^{n-1} c_t$$

Hvis vi antar n_1 positive avkastninger, n_2 nullavkastninger og n_3 negative avkastninger i en serie på n avkastninger. Så vil forventningen og variansen til den tilfeldige variabelen som genererer C , betinget med hensyn på n_1, n_2 og n_3 være gitt på følgende måte.

$$E(C) = n + 1 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^3 n_j^2$$

$$\text{Var}(C) = \frac{\sum_{j=1}^3 n_j^2 (n + n^2 + \sum_{j=1}^3 n_j^2) - n^3 - 2n \sum_{j=1}^3 n_j^3}{n^3 - n}$$

Testobservatoren er som følger $K = (C - E(C))/\sqrt{\text{Var}(C)}$

Nullhypotesen om Random Walk forkastes på 5% nivå dersom $|K| > 1,96$.

6. ACF/PACF

For en tidsserie estimeres autokorrelasjonsfunksjonen ved følgende formel:

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^T (y_t + \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^T (y_t + \bar{y})^2}$$

Her er \bar{y} gjennomsnittsverdien til observasjonene, y , i serien, k er antall lag og T er antall observasjoner. Dette er korrelasjonskoeffisienten for verdier av serien som er k perioder fra hverandre. Dersom r_k ikke er null betyr det at verdiene er lordens autokorrelerte. Dersom r_k mer eller mindre synker geometrisk med økende k , er dette et tegn på at serien følger en autoregressiv (AR) prosess.

Dersom funksjonen faller til null etter bare noe få lags er dette et tegn på at serien følger en moving average (MA) prosess.

Partiell autokorrelasjonsfunksjon måler korrelasjonen mellom en observasjon for k perioder siden og dagens observasjon etter å ha fjernet påvirkningen fra observasjonene i mellom. Med andre ord korrelasjonen mellom y_t og y_{t-k} . Ved lag 1 vil dermed ACF og PACF være like, men ved lag 2 vil PACF være

$$r_{22} = \frac{(r_2 - r_1^2)}{(1 - r_1^2)}$$

Her er r_1 og r_2 autokorrelasjonskoeffisienter ved lag 1 og 2. For mer enn 2 lag blir formelen mer kompleks. PACF for en AR prosess av orden p skjæres av ved lag p , mens PACF til en MA prosess vil gravis synke mot null.

7. QQ-plot

Kvantil-kvantil plot er et enkelt, men kraftig verktøy for å sammenligne to fordelinger. Kvantilene til en valgt serie vil bli plottet mot kvantilene til en annen serie eller en teoretisk fordeling. Hvis de to plottene er like vil de ligge på en rett linje, hvis dette ikke er tilfelle vil de to fordelingene avvike fra hverandre. Avviket fra linearitet gir en indikasjon på forskyvningens natur.

8. P-verdi

Det er sannsynligheten for å oppnå et resultat som er minst like ekstremt som det observerte dersom nullhypotesen er sann. Jo lavere p-verdi, jo større sannsynlig er den alternative hypotesen. Vi kan for eksempel ikke forkaste H_0 på 5% nivå dersom p-verdien er større en 0,05.

9. Test for ARCH-effekter

Estimer først snittligningen med vanlig OLS og lagre residualene, ε_t . Kvadrer disse og estimer hjelperegresjonen $\hat{\varepsilon}_t^2 = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \gamma_2 \hat{\varepsilon}_{t-2}^2 + \dots + \gamma_q \hat{\varepsilon}_{t-q}^2$. Testobservatoren er TR^2 (antall observasjoner multiplisert med den multiple determinasjonskoeffisienten fra hjelperegresjonen). Denne er kji-kvadratfordelt med q frihetsgrader, $\chi^2(q)$. Nullhypotesen og alternativhypotesen er som følger
 $H_0: \gamma_1 = 0$ og $\gamma_2 = 0$ og $\gamma_3 = 0$ og ... og $\gamma_q = 0$,
 $H_1: \gamma_1 \neq 0$ eller $\gamma_2 \neq 0$ eller $\gamma_3 \neq 0$ eller ... eller $\gamma_q \neq 0$

10. Nok med GARCH(1,1)

Hvorfor det er tilstrekkelig med en GARCH(1,1) kan vi enkelt vise.

Fra GARCH(1,1) modellen, $\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$, er det implisitt at

$$\sigma_{t-1}^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-2}^2 + \beta \sigma_{t-2}^2$$

Som innsatt i den opprinnelige ligningen gir

$$\begin{aligned} \sigma_t^2 &= \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-2}^2 + \beta \sigma_{t-2}^2) \\ &= \omega + \beta \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_1 \beta \varepsilon_{t-2}^2 + \beta^2 \sigma_{t-2}^2 \end{aligned}$$

Forsetter vi slik ender vi til slutt opp med følgende ligning

$$\sigma_t^2 = \omega(1 + \beta + \beta^2 + \dots) + \alpha_1(\varepsilon_{t-1}^2 + \beta \varepsilon_{t-2}^2 + \beta^2 \varepsilon_{t-3}^2 \dots) + \beta^\infty \sigma_0^2$$

Det vi har nå er en ARCH modell med uendelig mange lag. Vi ser altså at en enkel GARCH(1,1) modell tillater variansen å avhenge av et uendelig antall lagga verdier på kvadrert restledd.

11. ARCH

Restleddsvariansen antas å være konstant i en tradisjonell økonometrisk modell, altså at det er homoskedastiske restledd. Denne antakelsen viser seg å være for streng når det gjelder finansielle serier, hvor restleddsvariansen ikke er konstant over tid.

Vi kan ta utgangspunkt i en enkel regresjonsmodell

$$\mu_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \varepsilon_t$$

Her antar vi at $E(\varepsilon_t) = 0$, mens vi opphever den tradisjonelle antakelsen om konstant restleddsvarians. Vi lar i stede $\sigma_t^2 = \text{Var}(u_t | u_{t-1}, u_{t-2}, u_{t-3} \dots)$ være restleddsvariansen betinget med hensyn på tidligere verdier på restleddet. Fenomenet med "clustering" eller seriekorrelasjon i spredningen er argumenter for å la variansen avhenge av tidligere kvadrerte verdier på restleddet. ARCH ble introdusert av Engel (1982), er en forkortelse for AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity, og er gitt på følgende måte.

Den enkleste spesifikasjonen er en ARCH(1) modell som ser slik ut

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$$

Og hvor den mer generelle versjonen ARCH(q) ser slik ut

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2$$

Under ARCH er snittligningen den som beskriver hvordan den avhengige variabelen μ_t varierer over tid, og kan ta nesten hvilken som helst form som en ønsker. For eksempel.

$$\mu_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 x_{4t} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha^0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$$

12. GARCH

Det er noen begrensninger med en vanlig ARCH modell. En av disse begrensningene er at det ikke er åpenbart hvordan q skal bestemmes. For at modellen skal fange opp all avhengigheten i den betingede variansen kreves det høy q (lange lag), men høy q øker sannsynligheten for at noen av parameterestimatene er negative noe som kan predikere negativ varians (negativ varians går ikke ann).

For å ta hensyn til disse begrensningene benyttes en alternativ spesifisering av ARCH modellen, nemlig Generalisert ARCH – GARCH som ble introdusert av Bollerslev (1986). Denne modellen inkluderer lagga verdier på den betingede variansen i tillegg til kvadrert restleddsvariens, og en GARCH(1,1) er gitt ved

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

Også denne kan utvides med flere lag slik at vi får en GARCH(p,q) modell som ser slik ut

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 + \dots + \beta_p \sigma_{t-p}^2$$

13. GJR

En egenskap ved finansielle serier er at negative sjokk representert ved lagga verdier på kvadrerte restledd ofte gir en sterkere økning i volatiliteten enn positive sjokk. Slike asymmetriske effekter blir ikke tatt hensyn til av standard GARCH modeller, hvor det antas symmetriske effekter. Asymmetriske effekter kan vi ta hensyn til ved å utvide GARCH modellen på følgende måte

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \gamma S^- \varepsilon_{t-1}^2$$

Hvor $S^- = 1$ hvis $\varepsilon_{t-1} > 0$, 0 ellers.

Denne utvidelsen kalles en GJR-modell (GJR = Glosten, Jagannathan og Runkle (1993)) eller en Threshold GARCH – TGARCH.

14. APARCH

Asymmetric Power ARCH modellen ble introdusert av Ding, Granger og Engle i 1993, og den generelle versjonen, APARCH(p,q), kan defineres på følgende måte

$$\sigma_t^\delta = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| + \gamma_i \varepsilon_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^\delta$$

Hvor α og β er standard ARCH og GARCH parametere, $\delta > 0$ og $-1 < \gamma_i < 1$ ($i = 1, 2, \dots, q$). Parameteren δ fungerer som en Box-Cox⁶⁰ transformasjon av σ_t , og γ_i reflekterer den såkalte påvirkningseffekten. En positiv(negativ) verdi på γ_i betyr at tidligere negative (positive) sjokk har større innvirkning på den nåværende volatiliteten enn tidligere positive (negative) sjokk. Egenskaper ved denne modellen er studert i He og Teräsvirta (1999a, 1999b).

Det som gjør APARCH til en så mye anvendt modell som den er, er at den inkluderer syv andre ARCH utvidelser som spesialtilfeller.

ARCH av Engel (1982) når $\delta = 2$, $\gamma_i = 0$ ($i = 1, \dots, p$) og $\beta_j = 0$ ($j = 1, \dots, q$)

GARCH av Bollerslev (1986) når $\delta = 2$, $\gamma_i = 0$ ($i = 1, \dots, p$)

GARCH av Taylor(1986)/Schwert(1990) når $\delta = 1$, $\gamma_i = 0$ ($i = 1, \dots, p$)

GJR av Glosten, Jagannathan og Runkle (1993) når $\delta = 2$

TARCH av Zakoian (1994) når $\delta = 1$

NARCH av Higgins og Bera (1992) når $\gamma_i = 0$ ($i = 1, \dots, p$) og $\beta_j = 0$ ($j = 1, \dots, q$)

Log-ARCH av Geweke og Pentula (1986) når $\delta \rightarrow 0$

15. EGARCH

Exponential GARCH modellen kan uttrykkes på flere ulike måter, men en mulig måte er følgende

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \beta \ln(\sigma_t^2) + \gamma \frac{\varepsilon_t}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} + \alpha \left[\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right]$$

Denne modellen har flere fordeler i forhold til en vanlig GARCH. For det første, siden det er $\ln(\sigma_t^2)$ som blir modellert, så vil σ_t^2 være positiv selv om parameteren er negativ. Vi trenger da ingen restriksjoner om ikke-negativitet på parameterne. Og for det andre tar den hensyn til asymmetri siden γ vil være negativ dersom forholdet mellom volatilitet og avkastning er negativt.

⁶⁰ Box-Cox transformasjoner er basert på å finne potenstransformasjon $\delta \neq 0$ som maksimerer sannsynligheten for at en uavhengig variabel skal tilpasses funksjonen $\frac{y^\delta - 1}{\delta}$.

16. IGARCH

Integrated GARCH (IGARCH). Den betingede variansen endrer seg, mens den ubetingede variansen er konstant og gitt ved $\mathit{var}(\varepsilon_t) = \frac{\omega}{1-(\alpha_1+\beta)}$ så lenge $\alpha_1 + \beta < 1$. Dersom $\alpha_1 + \beta > 1$ er den ubetingede variansen ikke definert og vi sier det er ikke-stasjonaritet i variansen, og dersom $\alpha_1 + \beta = 1$ sier vi det er enhetsrøtter i variansen også kalt integrated GARCH (IGARCH). Ikke-stasjonaritet i variansen har ikke samme teoretiske forfeste som ikke-stasjonaritet i snittligningen (for eksempel en pris-tidsserie). En GARCH modell hvor koeffisientene impliserer ikke-stasjonaritet i variansen har noen uønskede egenskaper. Mean reversion er ikke lenger en egenskap til den betingede variansen, og prediksjoner av den betingede variansen vil bare reflektere den mest nylige variasjonen i stedet for den historiske variansen.

En GARCH(p,q) modell kan bli uttrykt som en ARMA prosess på følgende måte

$$[1 - \alpha(L) - \beta(L)]\varepsilon_t^2 = \omega + [1 - \alpha(L) - \beta(L)](\varepsilon_t^2 - \sigma_t^2)$$

Når $[1 - \alpha(L) - \beta(L)]$ inneholder en enhetsrot ($\alpha_1 + \beta = 1$) har vi en IGARCH(p,q)

IGARCH modellen kan skrives på følgende måte.

$$\varphi(L)(1 - L)\varepsilon_t^2 = \omega + [1 - \beta(L)](\varepsilon_t^2 - \sigma_t^2)$$

Hvor $\varphi(L) = [1 - \alpha(L) - \beta(L)](1 - L)^{-1}$ er av orden $\max\{p, q\} - 1$. Denne ligningen kan omarbeides til å uttrykke den betingede variansen som en funksjon av de kvadrerte residualene, og etter litt manipulasjon har vi ARCH(∞) fremstillingen

$$\sigma_t^2 = \frac{\omega}{[1 - \beta(L)]} + \{1 - \varphi(L)(1 - L)[1 - \beta(L)]^{-1}\}\varepsilon_t^2$$

17. GARCH-in-Mean

I teorien vil høyere risiko kompenseres med høyere forventet avkastning. En GARCH-in-Mean modell tar hensyn til dette ved å la avkastningen avhenge av et mål på risiko som er definert av variansen eller standardavviket. Denne ekstra parameteren kan sees på som en form for risikopremie, og vi forventer at parameteren $\delta > 0$.

Et eksempel på en slik modell hvor standardavviket blir brukt som mål på risiko er

$$\mu_t = \beta_0 + \delta\sigma_t + \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2$$

Og her er et eksempel hvor variansen er brukt som mål på risiko.

$$\mu_t = \beta_0 + \delta\sigma_t^2 + \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2$$

18. Informasjonskriterium

Akaike's information criteria (AIC), er et informasjonskriterie som vektet modellens forklaringskraft mot kompleksiteten i modellen målt med antall ukjente parametere som estimeres eller antall frihetsgrader. Det vi ønsker er en modell med høy forklaringskraft, og som samtidig er enkel (parameterfattig).

$$AIC = \ln(\sigma^2) + \frac{2k}{T}$$

Hvor σ^2 er residualvariansen, T er antall observasjoner, og k er antall parametere.

19. Hvit støy

Hvit støy er en prosess uten struktur og defineres på følgende måte:

$$E(y_t) = \mu$$

$$\text{var}(y_t) = \sigma^2$$

$$Y_{t-r} = \begin{cases} \sigma^2 & \text{dersom } t = r \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Altså, konstant forventning og varians, og ingen autokovarians bortsett fra ved lag null. Her er det også vanlig å anta at y_t er normalfordelt, $y_t = N(\mu, \sigma^2)$.

20. GBM

Geometric Brownian Motion er den mest brukte modellen i finans. Den blir brukt til å simulere den stokastiske bevegelsen til for eksempel aksjer, valuta og futures. Verdien av denne prosessen er strengt positiv, S_t kan ikke gå under null.

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$$

Hvor S_t er prisprosessen, μ er driftsleddet, σ er volatiliteten og W er en Wiener process.

21. Log Likelihoodfunksjon

For å estimere modeller i GARCH familien blir maximum likelihood metoden benyttet. Denne de mest sannsynlige verdiene til parameterne gitt de faktiske dataene. Først må det settes opp en log-likelihoodfunksjon, og så må parameterne i denne funksjonen maksimeres. Denne metoden kan brukes til å finne parametere både i lineære og ikke-lineære modeller.

22. Ljung-Box Q-statistikk

Ljung-Box Q-statistikk av orden 5 tester nullhypotesen om at de første fem autokorrelasjonskoeffisientene er lik null

$$H_0: \tau_1 = 0, \tau_2 = 0, \tau_3 = 0, \tau_4 = 0, \tau_5 = 0$$

Hvor testobservatoren er gitt ved følgende formel:

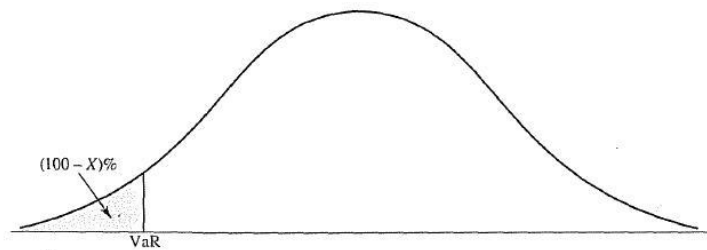
$$Q = (N * (N + 2)) * \left(\frac{\tau_1^2}{N - 1} + \frac{\tau_2^2}{N - 2} + \frac{\tau_3^2}{N - 3} + \frac{\tau_4^2}{N - 4} + \frac{\tau_5^2}{N - 5} \right)$$

Hvor τ = autokorrelasjonskoeffisienter og N = antall observasjoner. Den kritiske verdien i dette tilfellet er $\chi^2(5)$, med 5 frihetsgrader, som på 5% nivå gir en kritisk verdi på 11,1. Dersom testobservatoren er mindre enn den kritiske verdien kan vi ikke forkaste nullhypotesen.

23. Value at Risk

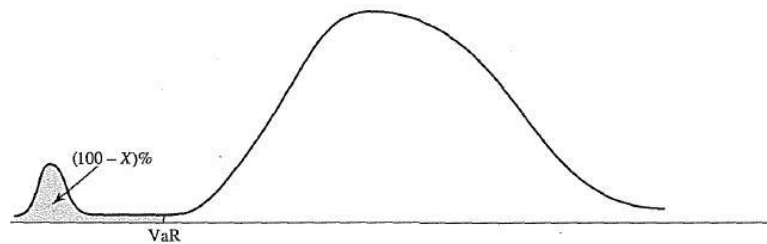
Value at risk (VaR) er et risikomål hvor en ser hvor stort tapet maksimalt kan bli de neste N dagene. VaR er en funksjon av to parametere: tidshorizonten (N -dager), og konfidensnivået ($X\%$). Hvis vi tenker oss en portefølje, hvor $N=5$, og $X=97$, er VaR den tredje prosenten av fordelingen til endringen i verdien til porteføljen over de neste 5 dagene. Dette er illustrert i figuren under hvor endringen til porteføljen er tilnærmet normalfordelt.

Figur 10: VaR illustrasjon 1



VaR er et attraktivt risikomål siden det er såpass enkelt å forstå. Spørsmålet som bli besvart er: ”hvor galt kan ting gå?”. Problemet med denne formen for VaR er at personer som ønsker å ta større risiko lett kan gjøre dette ved å velge en portefølje med en avkastningsfordeling som ikke er normalfordelt, og uten at dette øker VaR’en. Dette er vist i figuren under.

Figur 11: VaR illustrasjon 2



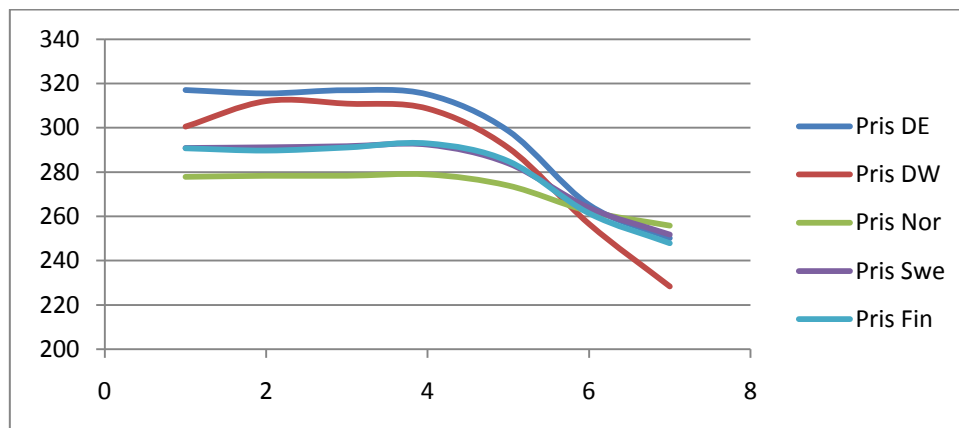
Begge figurene over har samme VaR, men porteføljen i den nederste figuren har mye større risiko enn den øverste figuren siden det potensielle tapet er mye større.

For å ta hånd om dette problemet kan vi benytte Conditional Value at Risk. Denne formen for VaR spør spørsmålet: "Hvis ting går galt, hvor mye kan vi forvente å tape da?". Dette er med andre ord det forventede tapet de neste N dagene betinget på at utfallet i den $(100-X)\%$ venstre halen inntreffer. Til tross for sin svakhet er VaR (ikke CVaR) det mest vanlige risikomålet.

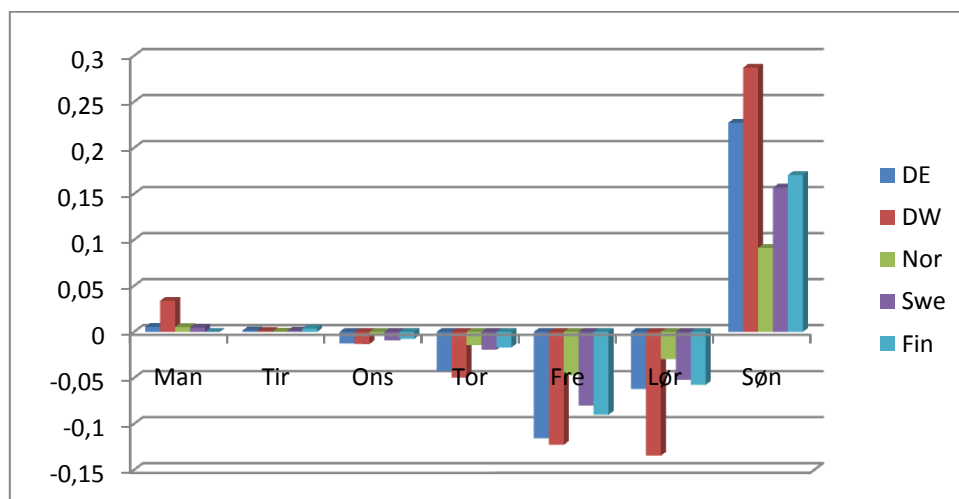
Appendiks B: Grafer og tabeller

Ukedager:

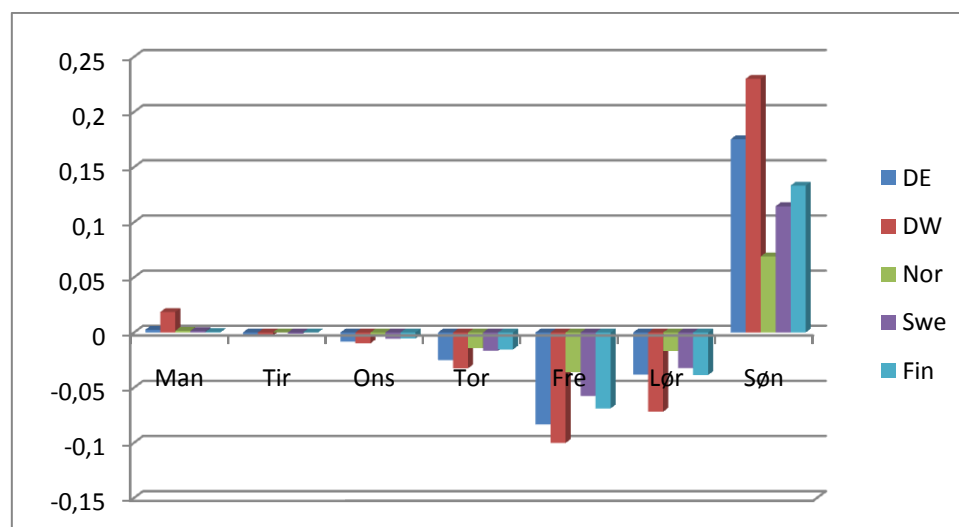
Figur 12: Gjennomsnittlig pris fordelt på ukedager



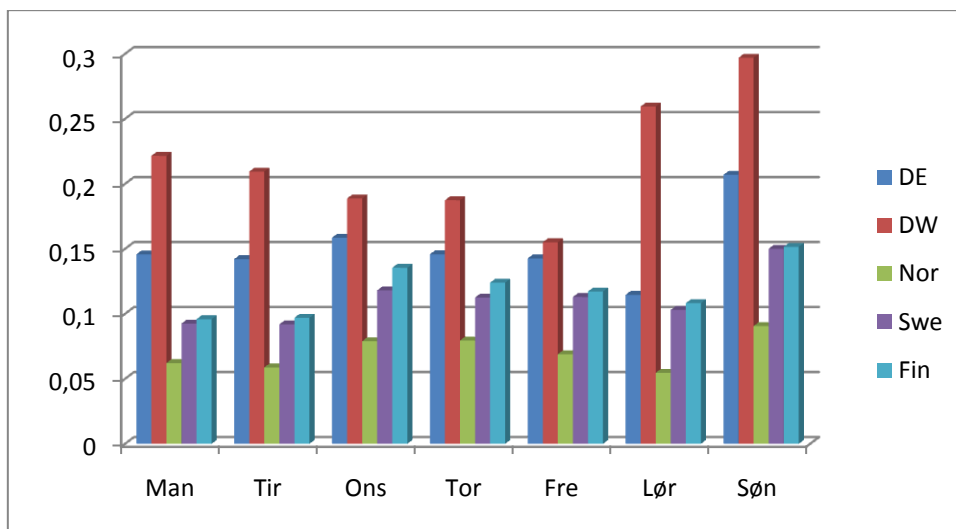
Figur 13: Gjennomsnittlig prisendring i hvert område fordelt på ukedager.



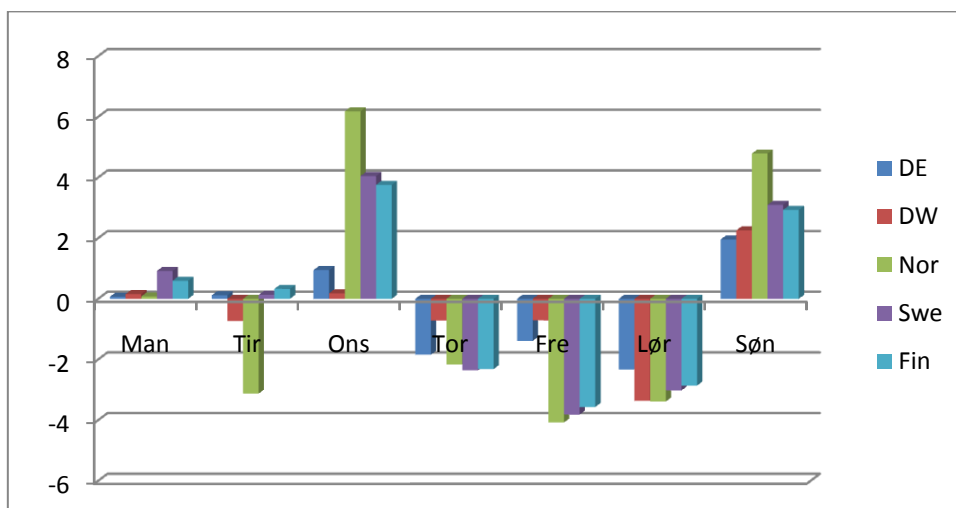
Figur 14: Median for hvert område fordelt på ukedager.



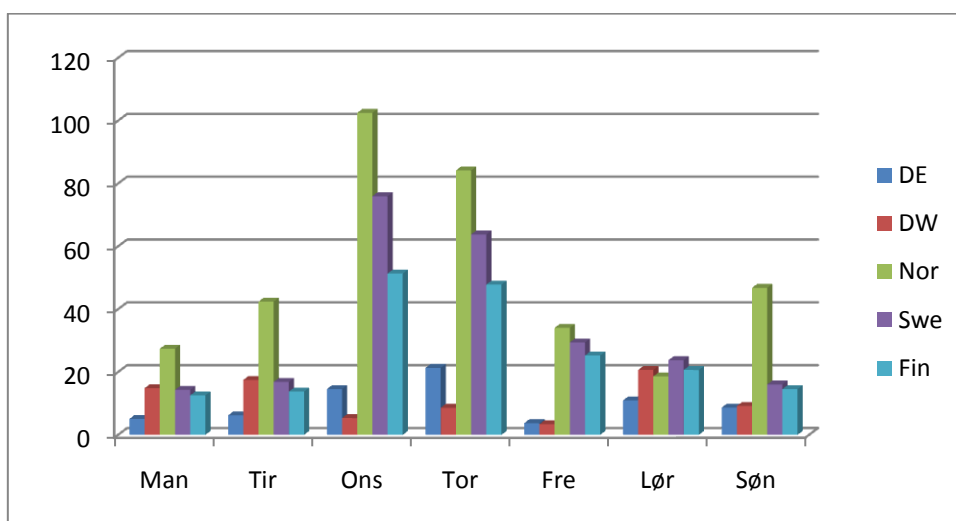
Figur 15: Standardavvik per område fordelt på ukedager.



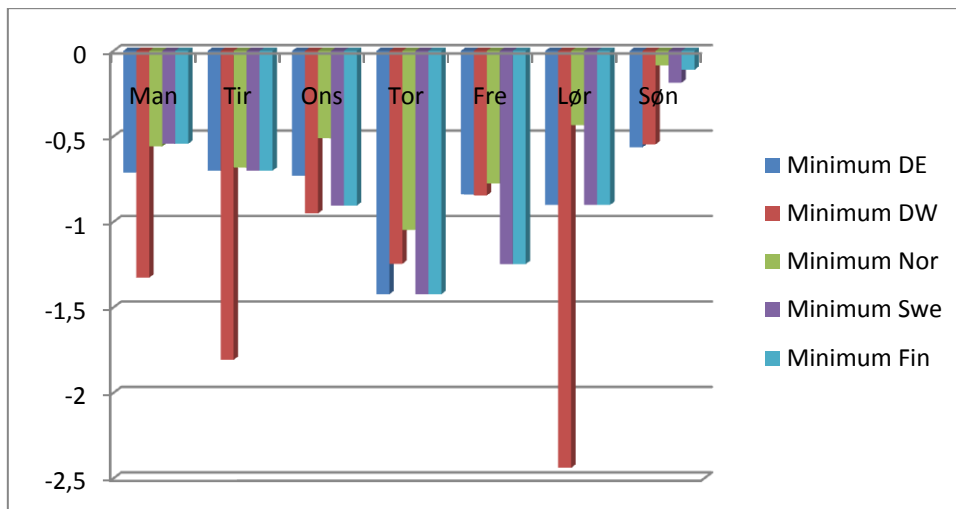
Figur 16: Skjevhet per område fordelt på ukedager



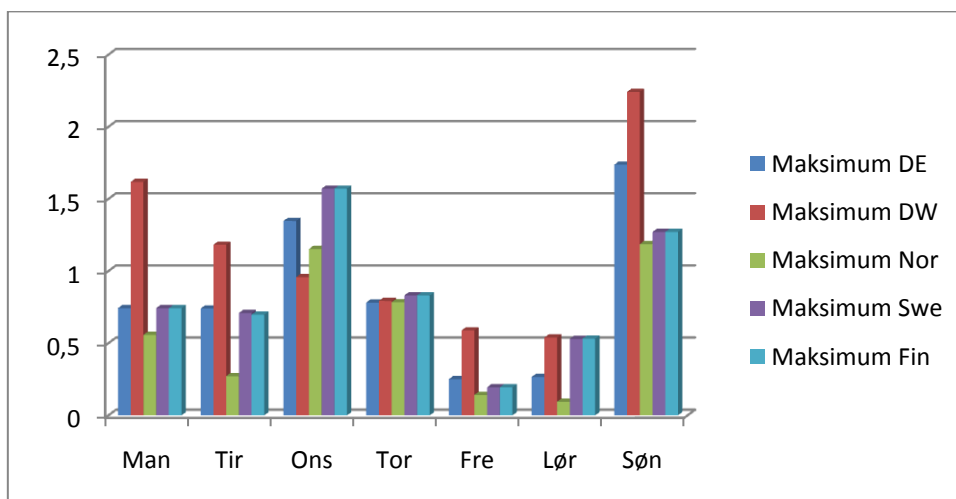
Figur 17: Kurtose per område fordelt på ukedager.



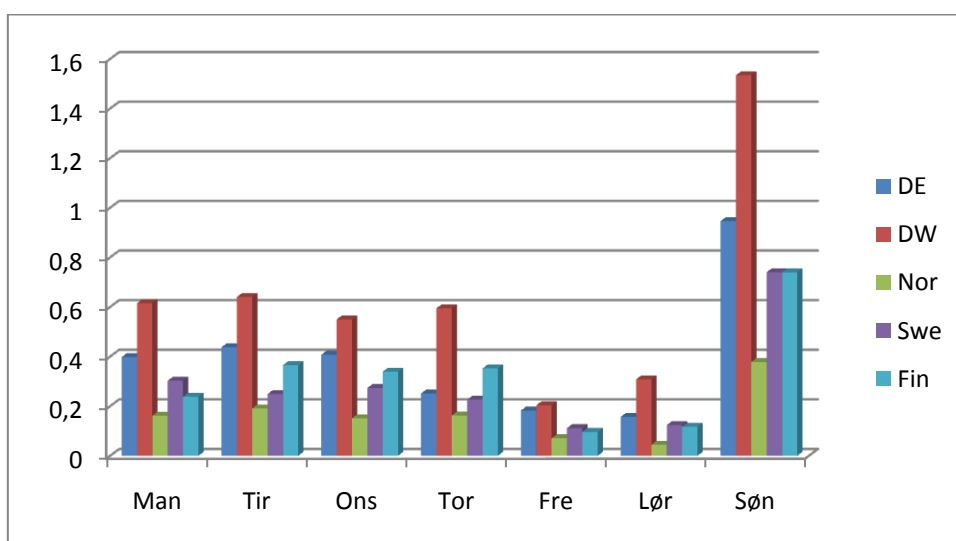
Figur 18: Minimum prisendring per område fordelt på ukedager.



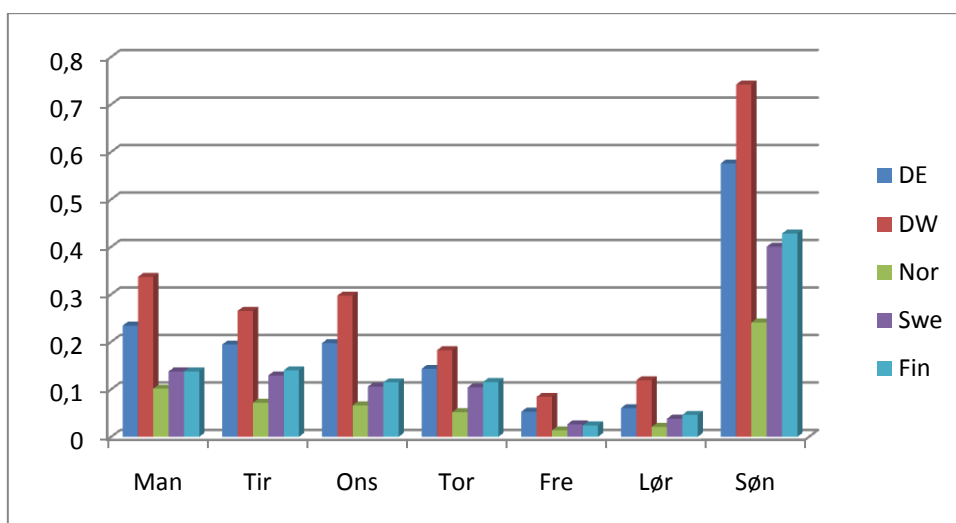
Figur 19: Maksimum prisendring per område fordelt på ukedager.



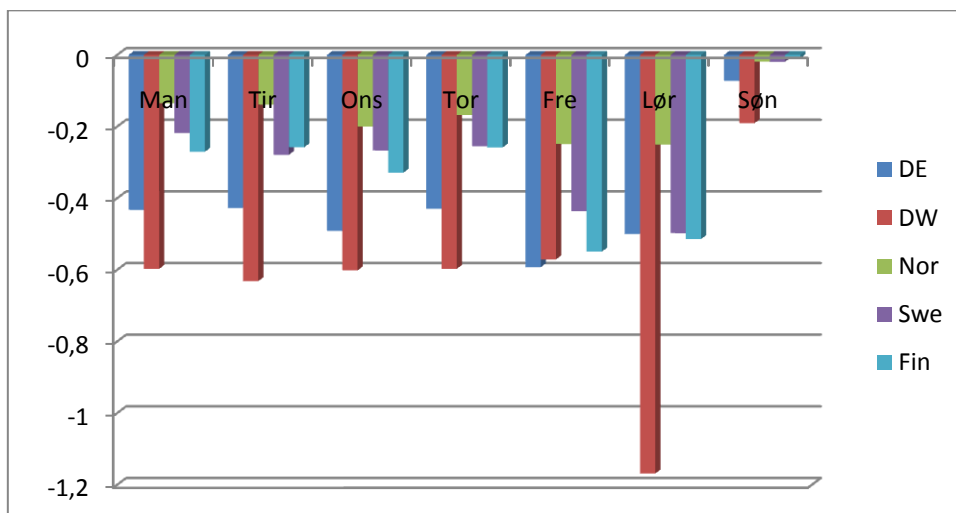
Figur 20: VaR øvre 1% per område fordelt på ukedager.



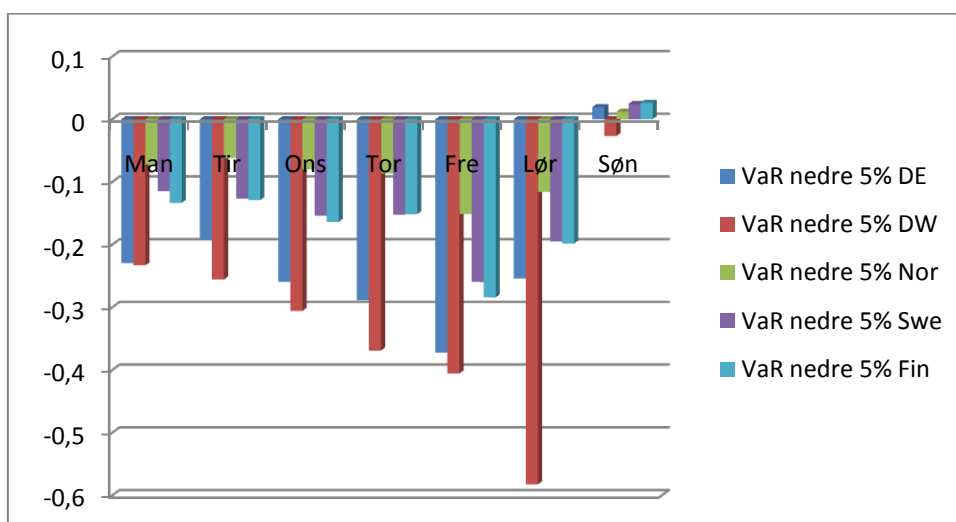
Figur 21: VaR øvre 5% per område fordelt på ukedager.



Figur 22: VaR nedre 1% per område fordelt på ukedager.

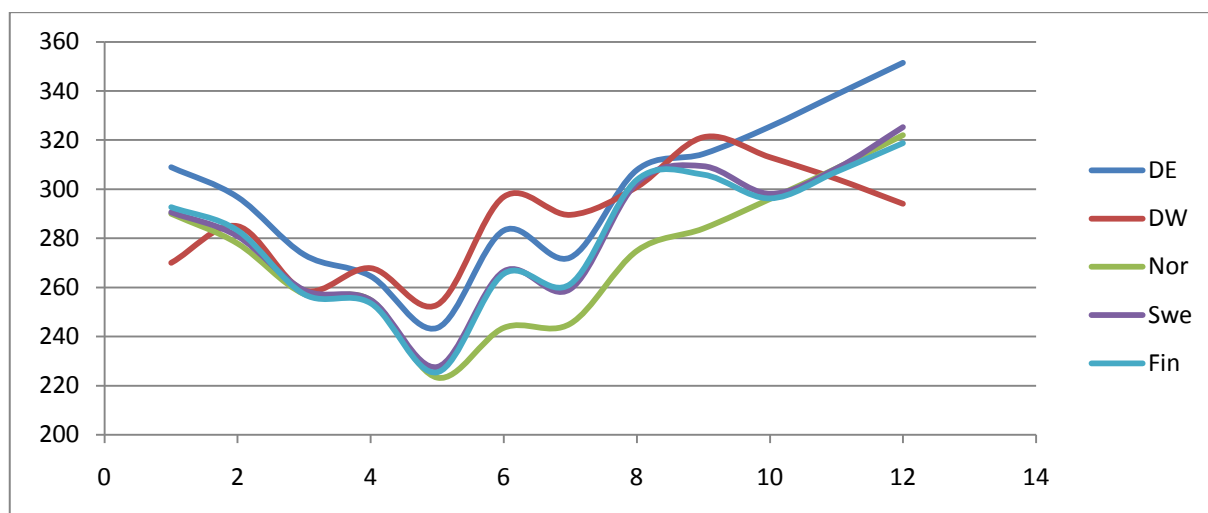


Figur 23: VaR nedre 5% per område fordelt på ukedager.

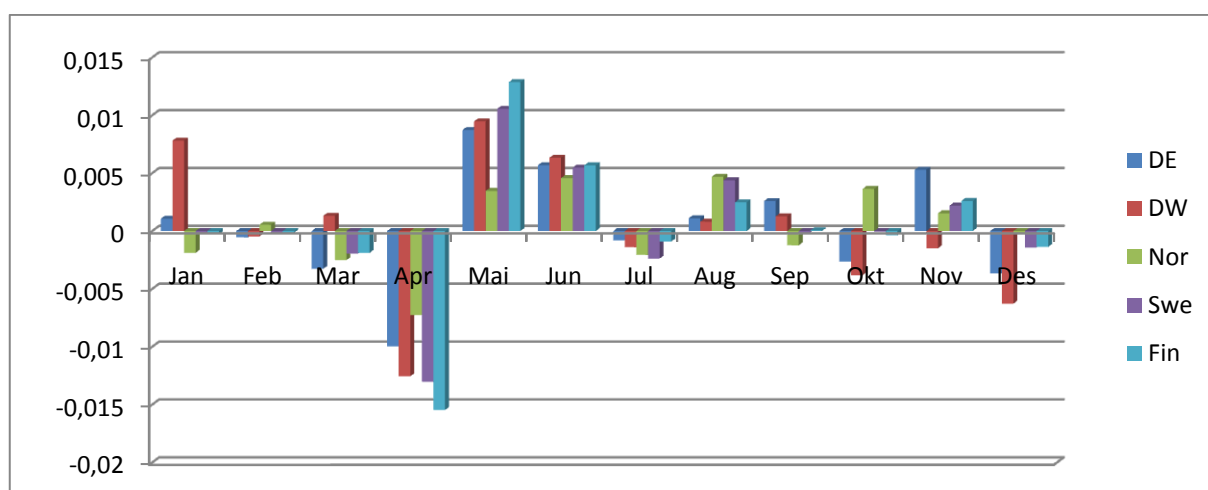


Måneder

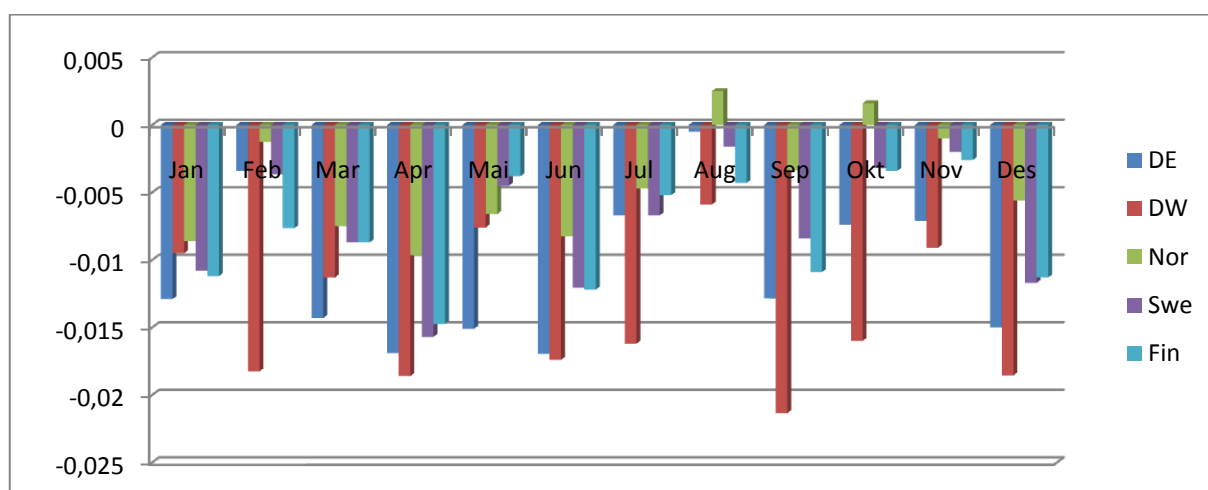
Figur 24: Gjennomsnittlig pris fordelt på måneder.



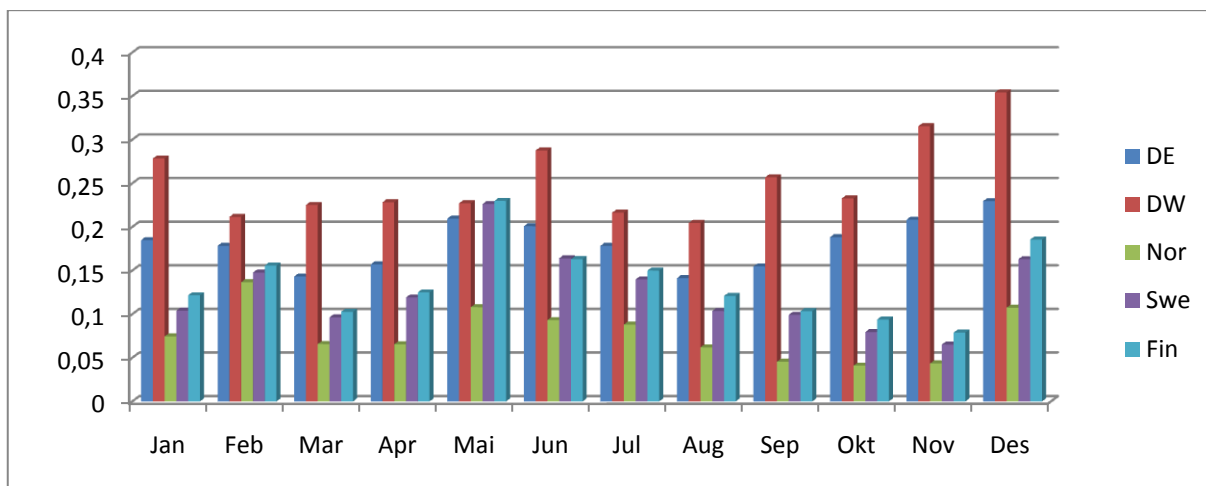
Figur 25: Gjennomsnittlig prisendring per område fordelt på måneder.



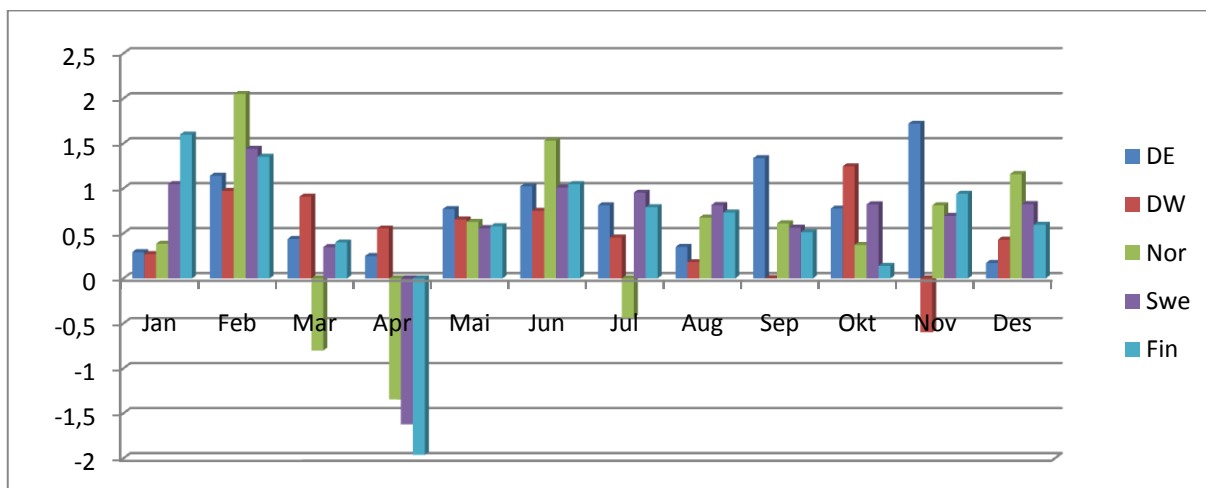
Figur 26: Median per område fordelt på måneder.



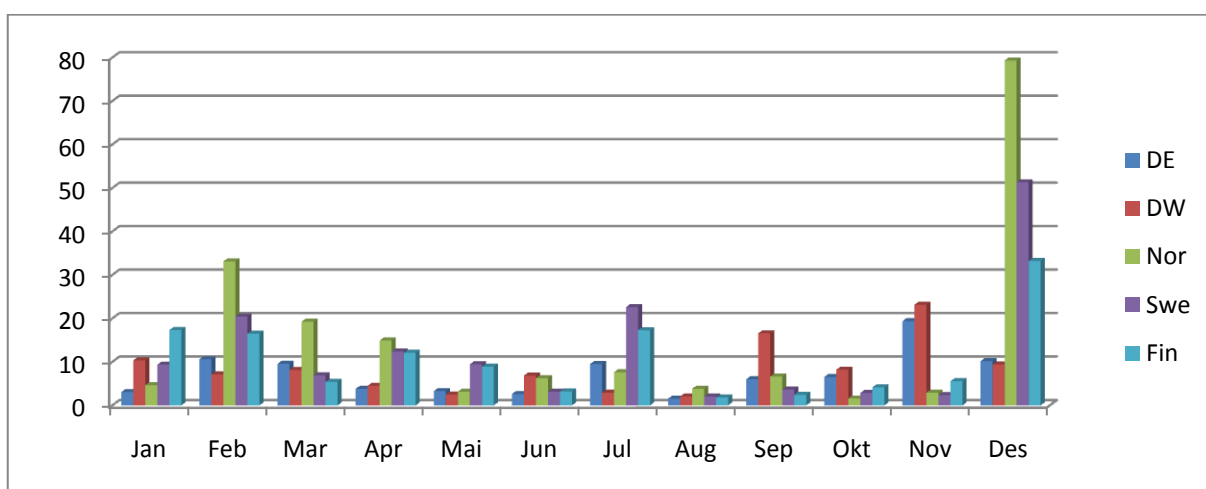
Figur 27: Standardavvik per område fordelt på måneder.



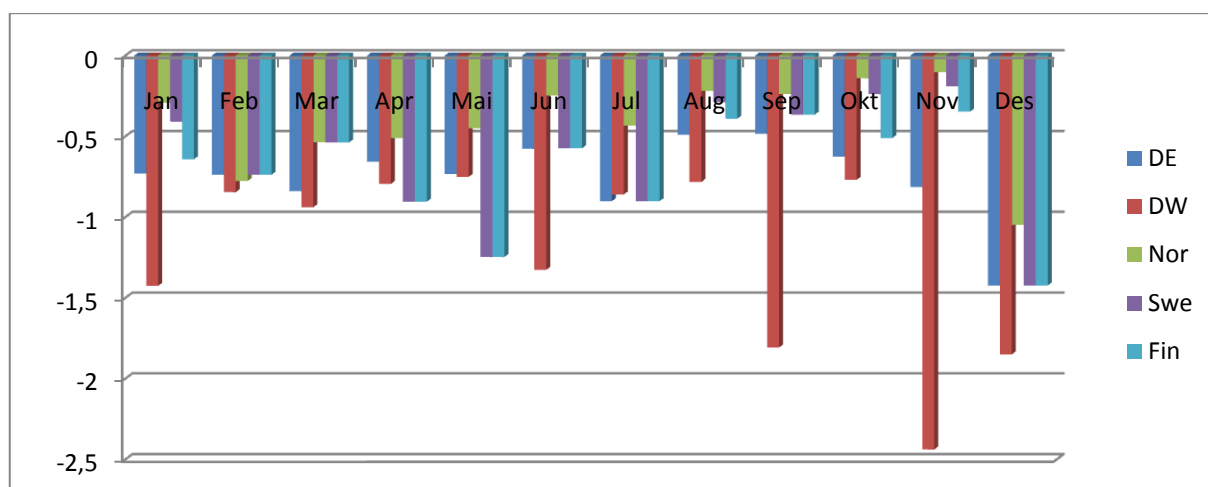
Figur 28: Skjevhet per område fordelt på måneder.



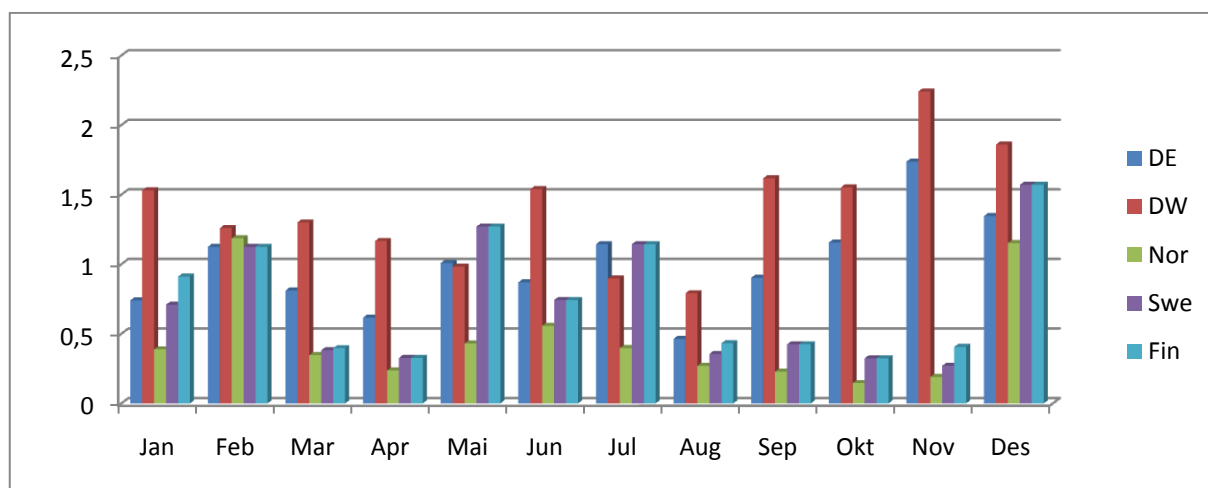
Figur 29: Kurtose per område fordelt på måneder.



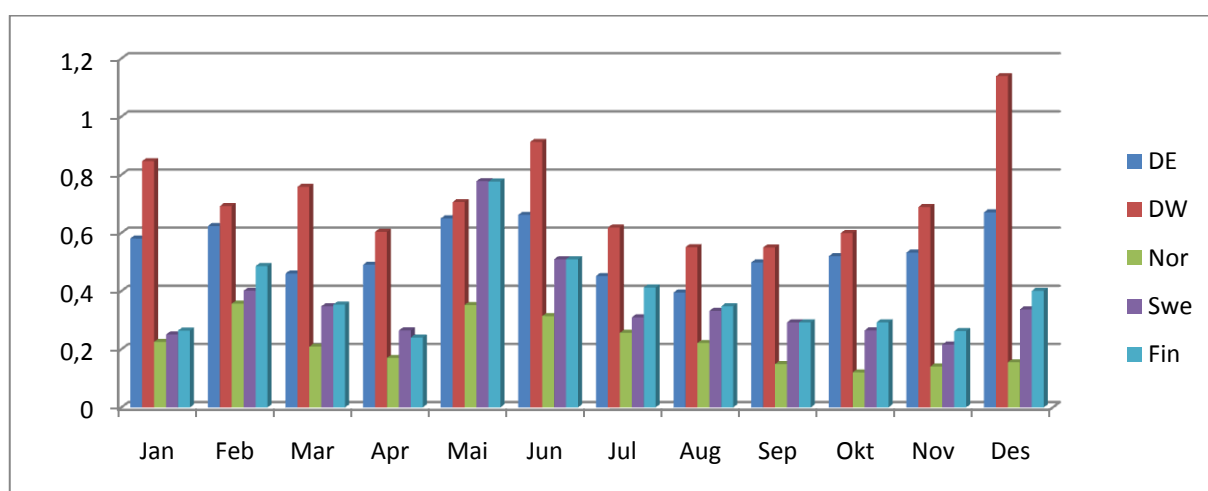
Figur 30: Minimum prisendring per område fordelt på måneder.



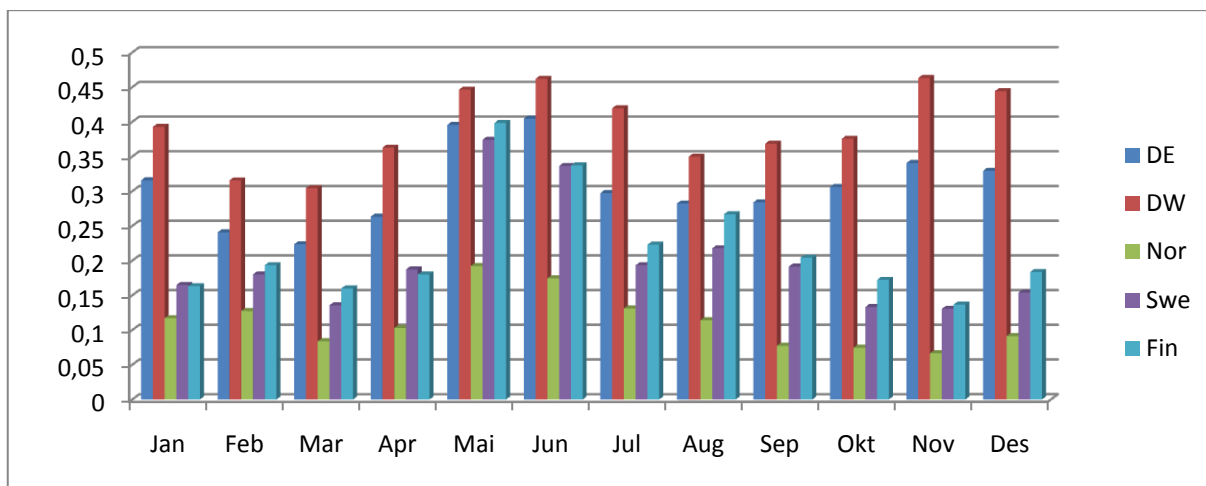
Figur 31: Maksimum prisendring per område fordelt på måneder.



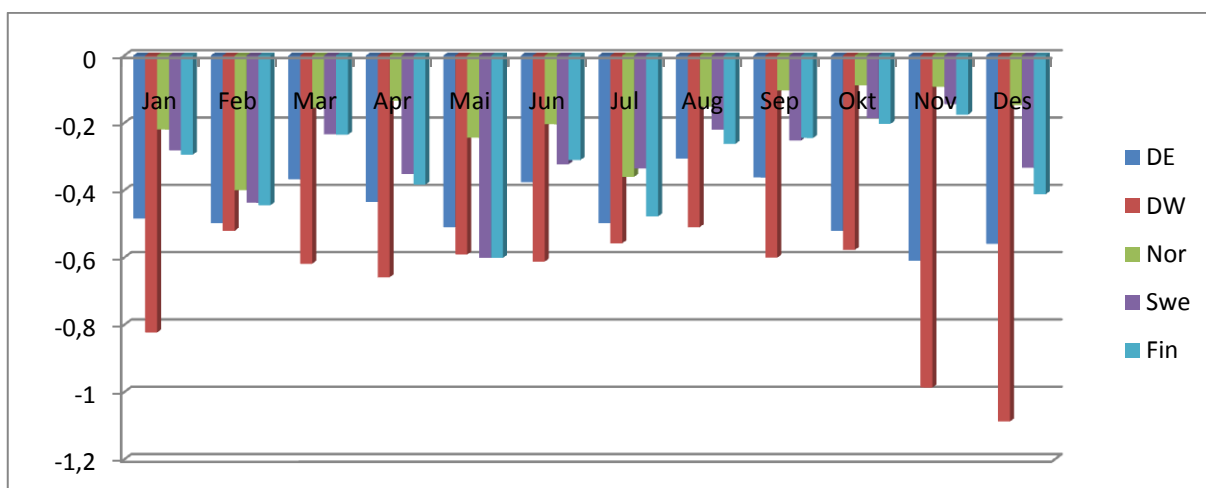
Figur 32: VaR øvre 1% per område fordelt på måneder.



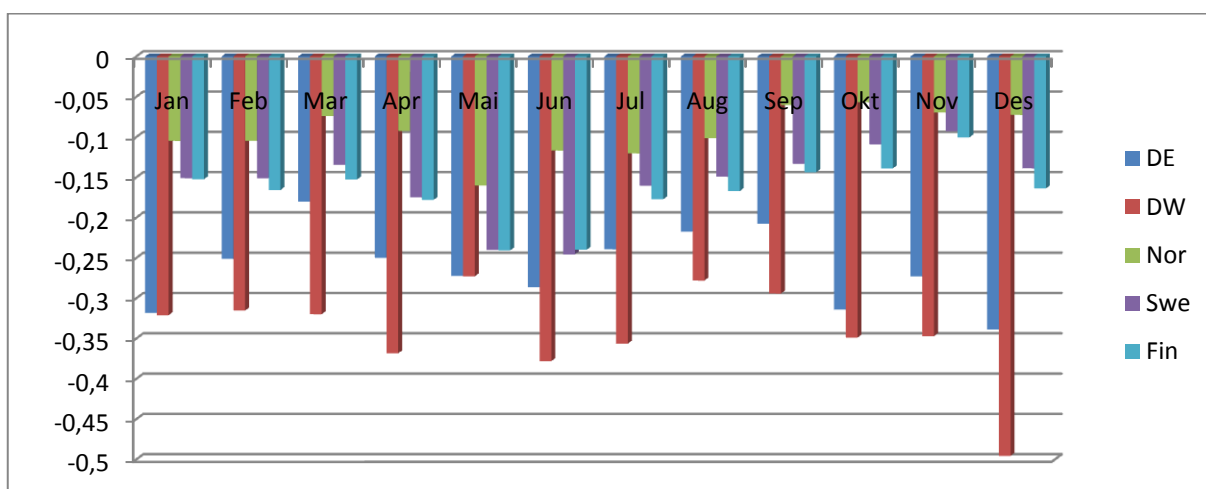
Figur 33: VaR øvre 5% per område fordelt på måneder.



Figur 34: VaR nedre 1% per område fordelt på måneder.



Figur 35: VaR nedre 5% per område fordelt på måneder.



Appendiks C: Estimator - ARFIMA(0,d,0)-GJR(1,1)

Tabell 5: Estimator ARFIMA(0,d,0)-GJR(1,1)

Dependent variable : Residuals_Nor				
	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
Cst(M)	-0.001957	0.0017176	-1.14	0.2545
d-Arfima	0.116648	0.017917	6.511	0
Cst(V)	2.109435	0.64383	3.276	0.0011
ARCH(Alpha1)	0.202446	0.052144	3.882	0.0001
GARCH(Beta1)	0.696283	0.064088	10.86	0
GJR(Gamma1)	0.08593	0.036925	2.327	0.02
Asymmetry	-0.048698	0.024755	-1.967	0.0492
Tail	4.676584	0.43882	10.66	0
No. Observations :	3186	No. Parameters :	8	
Mean (Y) :	0	Variance (Y) :	0.00345	
Skewness (Y) :	1.25885	Kurtosis (Y) :	63.44609	
Log Likelihood :	5517.718			
TESTS :				

Information Criteria (to be minimized)				
Akaike	-3.458706	Shibata	-3.45872	
Schwarz	-3.443473	Hannan-Quinn	-3.45324	

Normality Test				
	Statistic	t-Test	P-Value	
Skewness	1.9873	45.815	0	
Excess Kurtosis	44.337	511.24	0	
Jarque-Bera	2.63E+05	.NaN	0	

Q-Statistics on Standardized Residuals				
Q(5) =	3.18095	[0.6721117]		
Q(10) =	14.5406	[0.1497315]		
Q(20) =	20.5732	[0.4226242]		
Q(50) =	36.266	[0.9272735]		
H0 : No serial correlation ==> Accept H0 when prob. is High [Q < Chisq(lag)]				

Q-Statistics on Squared Standardized Residuals				
--> P-values adjusted by 2 degree(s) of freedom				
Q(5) =	0.686758	[0.8763142]		
Q(10) =	1.03085	[0.9980458]		
Q(20) =	20.3288	[0.3146165]		
Q(50) =	20.9635	[0.9997634]		
H0 : No serial correlation ==> Accept H0 when prob. is High [Q < Chisq(lag)]				

ARCH 1-2 test:	F(2,3179) =		0.22986	[0.7947]		
ARCH 1-5 test:	F(5,3173) =		0.13664	[0.9839]		
ARCH 1-10 test:	F(10,3163)=		0.10082	[0.9998]		

In-sample Value-at-Risk Backtesting						
Kupiec LR test						

- Short positions -						
Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value	ESF1	ESF2	
0.95	0.94790	0.29277	0.58845	0.10900	1.4866	
0.975	0.97583	0.09142	0.76238	0.14217	1.5086	
0.99	0.98964	0.04073	0.84007	0.19167	1.5225	
0.995	0.99435	0.25939	0.61054	0.24667	1.5562	
0.9975	0.99718	0.12935	0.71910	0.35095	1.7109	
- Long positions -						
Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value	ESF1	ESF2	
0.05	0.04802	0.26561	0.60629	-0.11736	1.4312	
0.025	0.02134	1.83740	0.17526	-0.14751	1.4078	
0.01	0.00722	2.75540	0.09692	-0.22317	1.4455	
0.005	0.00439	0.24506	0.62057	-0.26820	1.3696	
0.0025	0.00251	0.00015	0.99010	-0.30750	1.3296	
Dependent variable : Residuals_Fin						
	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob		
Cst(M)	-0.001012	0.0026751	-0.3783	0.7053		
d-Arfima	0.090558	0.018764	4.826	0		
Cst(V)	10.806421	3.4534	3.129	0.0018		
ARCH(Alpha1)	0.249772	0.075037	3.329	0.0009		
GARCH(Beta1)	0.653574	0.081971	7.973	0		
GJR(Gamma1)	-0.007299	0.048461	-0.1506	0.8803		
Asymmetry	-0.019035	0.025417	-0.7489	0.454		
Tail	4.009533	0.32694	12.26	0		
No. Observations :	3186	No. Parameters :	8			
Mean (Y) :	0	Variance (Y) :	0.01105			
Skewness (Y) :	0.62192	Kurtosis (Y) :	37.1761			
Log Likelihood :	3598.87					
TESTS :						

Information Criteria (to be minimized)						
Akaike	-2.254156	Shibata	-2.25417			
Schwarz	-2.238923	Hannan-Quinn	-2.24869			

Normality Test						
	Statistic	t-Test	P-Value			
Skewness	1.0556		24.337	7.93E-131		
Excess Kurtosis	24.759		285.49	0		
Jarque-Bera	81971	.NaN		0		

Q-Statistics on Standardized Residuals						
Q(5) =	2.329	[0.8019976]				
Q(10) =	10.5749	[0.3915797]				
Q(20) =	15.4292	[0.7513421]				
Q(50) =	27.9771	[0.9950293]				
H0 : No serial correlation ==> Accept H0 when prob. is High [Q < Chisq(lag)]						

Q-Statistics on Squared Standardized Residuals						
--> P-values adjusted by 2 degree(s) of freedom						
Q(5) =	0.287946	[0.9622793]				
Q(10) =	1.07826	[0.9977039]				
Q(20) =	17.3191	[0.5012754]				
Q(50) =	140.599	[0.0000000]				
H0 : No serial correlation ==> Accept H0 when prob. is High [Q < Chisq(lag)]						

ARCH 1-2 test:	F(2,3179) =		0.00071816	[0.9993]		
ARCH 1-5 test:	F(5,3173) =		0.057287	[0.9979]		
ARCH 1-10 test:	F(10,3163)=		0.10744	[0.9998]		

In-sample Value-at-Risk Backtesting						
Kupiec LR test						

- Short positions -						
Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value	ESF1	ESF2	
0.95	0.95449	1.39140	0.23817	0.2148	1.5816	
0.975	0.97866	1.83740	0.17526	0.28621	1.6174	
0.99	0.99121	0.49250	0.48281	0.41397	1.7203	
0.995	0.99529	0.05566	0.81350	0.53292	1.8263	
0.9975	0.99718	0.12935	0.71910	0.65527	1.9075	
- Long positions -						
Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value	ESF1	ESF2	
0.05	0.048336	0.18760	0.66492	-0.2106	1.5337	
0.025	0.022599	0.77829	0.37766	-0.2864	1.5264	
0.01	0.009102	0.26737	0.60510	-0.409	1.5470	
0.005	0.005336	0.07068	0.79036	-0.4873	1.5071	

	0.0025	0.003139	0.48187	0.48758	-0.5901	1.4627
Dependent variable : Residuals_DE						
	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob		
Cst(M)	-0.001175	0.0032162	-0.3653	0.7149		
d-Arfima	0.069154	0.019487	3.549	0.0004		
Cst(V)	13.777843	4.2701	3.227	0.0013		
ARCH(Alpha1)	0.258628	0.057804	4.474	0		
GARCH(Beta1)	0.728533	0.058702	12.41	0		
GJR(Gamma1)	-0.093661	0.038154	-2.455	0.0141		
Asymmetry	-0.020508	0.027305	-0.7511	0.4527		
Tail	4.493354	0.36974	12.15	0		
No. Observations :	3186	No. Parameters :	8			
Mean (Y) :	0	Variance (Y) :	0.01798			
Skewness (Y) :	0.77491	Kurtosis (Y) :	15.14998			
Log Likelihood :	2457.13					
TESTS :						

Information Criteria (to be minimized)						
Akaike	-1.537433	Shibata	-1.53745			
Schwarz	-1.5222	Hannan-Quinn	-1.53197			

Normality Test						
	Statistic	t-Test	P-Value			
Skewness	0.21607	4.9814	6.31E-07			
Excess Kurtosis	5.4554	62.905	0			
Jarque-Bera	3975.6	.NaN	0			

Q-Statistics on Standardized Residuals						
Q(5) =	1.71975	[0.8864028]				
Q(10) =	7.7306	[0.6551328]				
Q(20) =	12.2818	[0.9060351]				
Q(50) =	25.1575	[0.9987037]				
H0 : No serial correlation ==> Accept H0 when prob. is High [Q < Chisq(lag)]						

Q-Statistics on Squared Standardized Residuals						
--> P-values adjusted by 2 degree(s) of freedom						
Q(5) =	10.5203	[0.0146238]				
Q(10) =	18.8694	[0.0155738]				
Q(20) =	27.1325	[0.0765443]				
Q(50) =	53.1871	[0.2813046]				
H0 : No serial correlation ==> Accept H0 when prob. is High [Q < Chisq(lag)]						

ARCH 1-2 test:	F(2,3179) =	2.9201	[0.0541]			

ARCH 1-5 test:	F(5,3173) =	2.1041	[0.0621]		
ARCH 1-10 test:	F(10,3163)=	1.8815	[0.0431]*		

In-sample Value-at-Risk Backtesting					
Kupiec LR test					

- Short positions -					
Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value	ESF1	ESF2
0.95	0.95292	0.58237	0.44539	0.30211	1.5512
0.975	0.97646	0.28387	0.59418	0.37625	1.5352
0.99	0.98839	0.79631	0.3722	0.47996	1.4807
0.995	0.99341	1.47350	0.2248	0.58573	1.4607
0.9975	0.99466	7.73300	0.005422	0.64306	1.2935
- Long positions -					
Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value	ESF1	ESF2
0.05	0.045512	1.39140	0.23817	-0.2745	1.4447
0.025	0.020716	2.54560	0.11060	-0.3387	1.4069
0.01	0.008475	0.78970	0.37419	-0.4403	1.3594
0.005	0.004394	0.24506	0.62057	-0.5242	1.3125
0.0025	0.001883	0.53165	0.46592	-0.51100	1.3298
Dependent variable : Residuals_DW					
	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob	
Cst(M)	-0.006833	0.0048242	-1.416	0.1568	
d-Arfima	0.067681	0.016838	4.019	0.0001	
Cst(V)	71.604115	29.845	2.399	0.0165	
ARCH(Alpha1)	0.290743	0.08841	3.289	0.001	
GARCH(Beta1)	0.530869	0.14557	3.647	0.0003	
GJR(Gamma1)	-0.010667	0.053662	-0.1988	0.8424	
Asymmetry	-0.101957	0.027602	-3.694	0.0002	
Tail	3.660186	0.26834	13.64	0	
No. Observations :	3180	No. Parameters :	8		
Mean (Y) :	0	Variance (Y) :	0.0342		
Skewness (Y) :	-1.0655	Kurtosis (Y) :	19.26491		
Log Likelihood :	1548.853				
TESTS :					

Information Criteria (to be minimized)					
Akaike	-0.96909	Shibata	-0.9691		
Schwarz	-0.953833	Hannan-Quinn	-0.96362		

Normality Test					

	Statistic	t-Test	P-Value		
Skewness	-1.5513		35.73	1.35E-279	
Excess Kurtosis	27.055		311.67	0	
Jarque-Bera	98262	.NaN		0	

Q-Statistics on Standardized Residuals					
Q(5) =	1.56062	[0.9059699]			
Q(10) =	3.69223	[0.9601649]			
Q(20) =	8.3538	[0.9892561]			
Q(50) =	19.1209	[0.9999769]			
H0 : No serial correlation ==> Accept H0 when prob. is High [Q < Chisq(lag)]					

Q-Statistics on Squared Standardized Residuals					
--> P-values adjusted by 2 degree(s) of freedom					
Q(5) =	1.82747	[0.6089753]			
Q(10) =	5.44923	[0.7086578]			
Q(20) =	6.81105	[0.9916253]			
Q(50) =	20.0713	[0.9998735]			
H0 : No serial correlation ==> Accept H0 when prob. is High [Q < Chisq(lag)]					

ARCH 1-2 test:	F(2,3173) =		0.2078	[0.8124]	
ARCH 1-5 test:	F(5,3167) =		0.37615	[0.8653]	
ARCH 1-10 test:	F(10,3157)=		0.54604	[0.8582]	

In-sample Value-at-Risk Backtesting					
Kupiec LR test					

- Short positions -					
Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value	ESF1	ESF2
0.95	0.95252	0.43061	0.51169	0.36116	1.5153
0.975	0.98082	4.7944	0.02855	0.48327	1.5993
0.99	0.99025	0.0205	0.88615	0.60464	1.5194
0.995	0.99497	0.00063078	0.97996	0.77355	1.5518
0.9975	0.99717	0.1333	0.71504	0.86218	1.5411
- Long positions -					
Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value	ESF1	ESF2
0.05	0.045597	1.3353	0.24786	-0.4492	1.7143
0.025	0.026415	0.25658	0.61248	-0.5483	1.5991
0.01	0.010063	0.0012679	0.97159	-0.7878	1.6561
0.005	0.006918	2.0996	0.14734	-0.9315	1.5241
0.0025	0.003145	0.48959	0.48411	-1.2348	1.6316
Dependent variable : Residuals_Swe					

	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
Cst(M)	-0.000904	0.0027856	-0.3246	0.7455
d-Arfima	0.10312	0.01872	5.509	0
Cst(V)	8.023578	2.676	2.998	0.0027
ARCH(Alpha1)	0.203029	0.057843	3.51	0.0005
GARCH(Beta1)	0.687536	0.074394	9.242	0
GJR(Gamma1)	0.039916	0.039186	1.019	0.3085
Asymmetry	-0.001128	0.025998	-0.04338	0.9654
Tail	4.20701	0.34361	12.24	0
No. Observations :	3180	No. Parameters :	8	
Mean (Y) :	0	Variance (Y) :	0.00966	
Skewness (Y) :	0.30167	Kurtosis (Y) :	42.28161	
Log Likelihood :	3811.646			
TESTS :				

Information Criteria (to be minimized)				
Akaike	-2.39223	Shibata	-2.39224	
Schwarz	-2.376973	Hannan-Quinn	-2.38676	

Normality Test				
	Statistic	t-Test	P-Value	
Skewness	0.69824	16.082	3.39E-58	
Excess Kurtosis	21.131	243.42	0	
Jarque-Bera	59420	.NaN	0	

Q-Statistics on Standardized Residuals				
Q(5) =	2.46187	[0.7822269]		
Q(10) =	14.5605	[0.1489264]		
Q(20) =	19.5772	[0.4846416]		
Q(50) =	30.6822	[0.9857004]		
H0 : No serial correlation ==> Accept H0 when prob. is High [Q < Chisq(lag)]				

Q-Statistics on Squared Standardized Residuals				
--> P-values adjusted by 2 degree(s) of freedom				
Q(5) =	1.67658	[0.6421542]		
Q(10) =	2.67593	[0.9530219]		
Q(20) =	23.4079	[0.1753968]		
Q(50) =	25.3884	[0.9970210]		
H0 : No serial correlation ==> Accept H0 when prob. is High [Q < Chisq(lag)]				

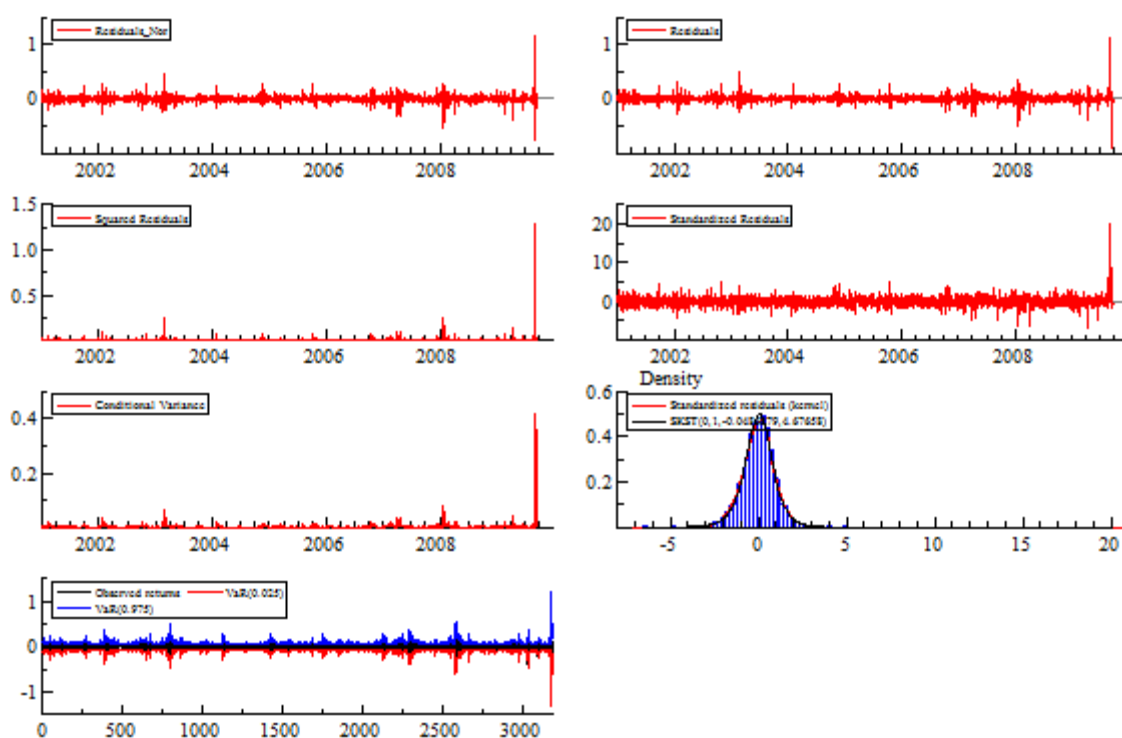
ARCH 1-2 test:	F(2,3173) =	0.15039	[0.8604]	
ARCH 1-5 test:	F(5,3167) =	0.33632	[0.8912]	
ARCH 1-10 test:	F(10,3157)=	0.42843	[0.9335]	

In-sample Value-at-Risk Backtesting						
Kupiec LR test						

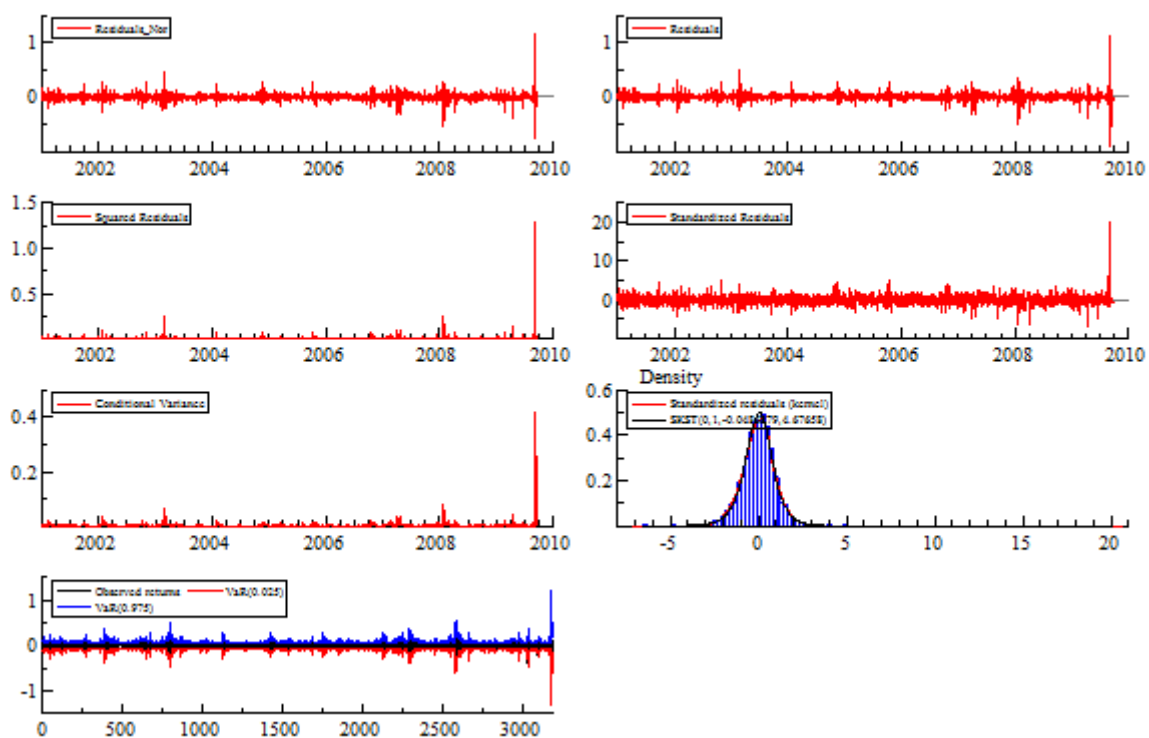
- Short positions -						
Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value	ESF1	ESF2	
0.95	0.95157	0.16718	0.68263	0.19216	1.4819	
0.975	0.97925	2.49320	0.11434	0.25358	1.5210	
0.99	0.99151	0.77133	0.37981	0.35106	1.5169	
0.995	0.99591	0.56704	0.45144	0.45092	1.5986	
0.9975	0.99811	0.52425	0.46903	0.61083	1.7921	
- Long positions -						
Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value	ESF1	ESF2	
0.05	0.04623	0.97695	0.32295	-0.2054	1.5672	
0.025	0.02673	0.38178	0.53665	-0.2534	1.4506	
0.01	0.00975	0.02050	0.88615	-0.3774	1.5046	
0.005	0.00503	0.00063	0.97996	-0.4776	1.5364	
0.0025	0.00346	1.04680	0.30623	-0.46440	1.4316	

Appendiks D: Grafisk analyse

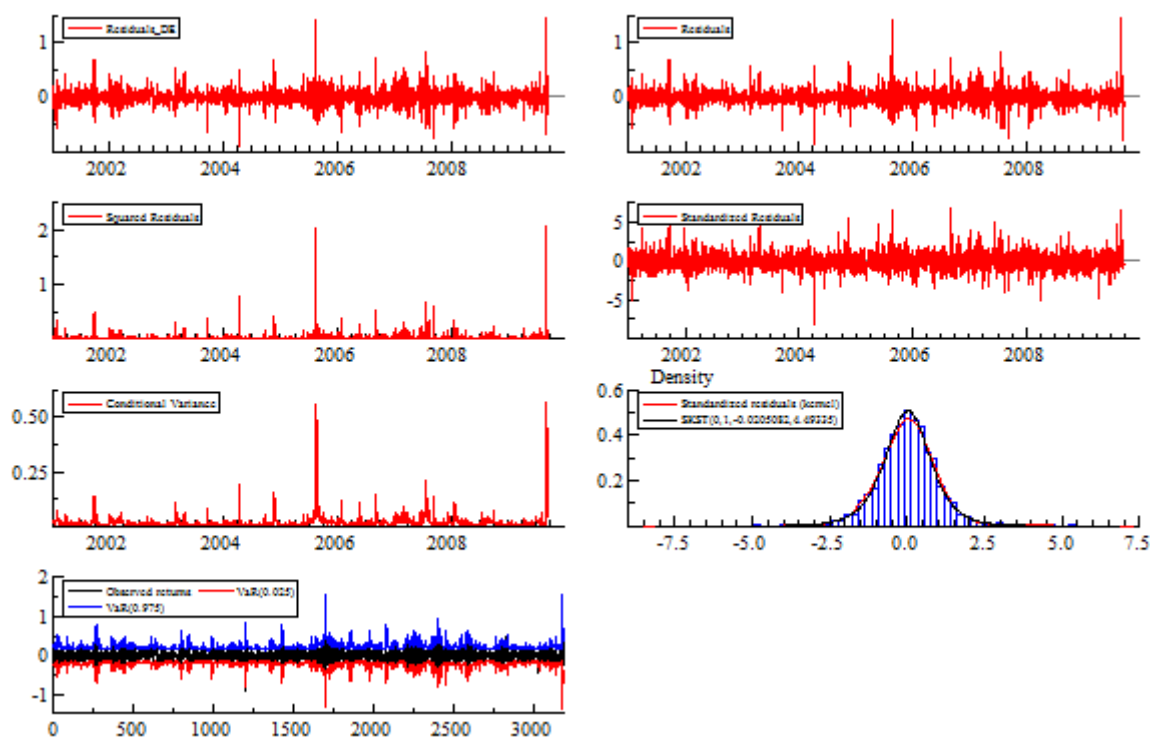
Figur 36: Grafisk analyse Norge



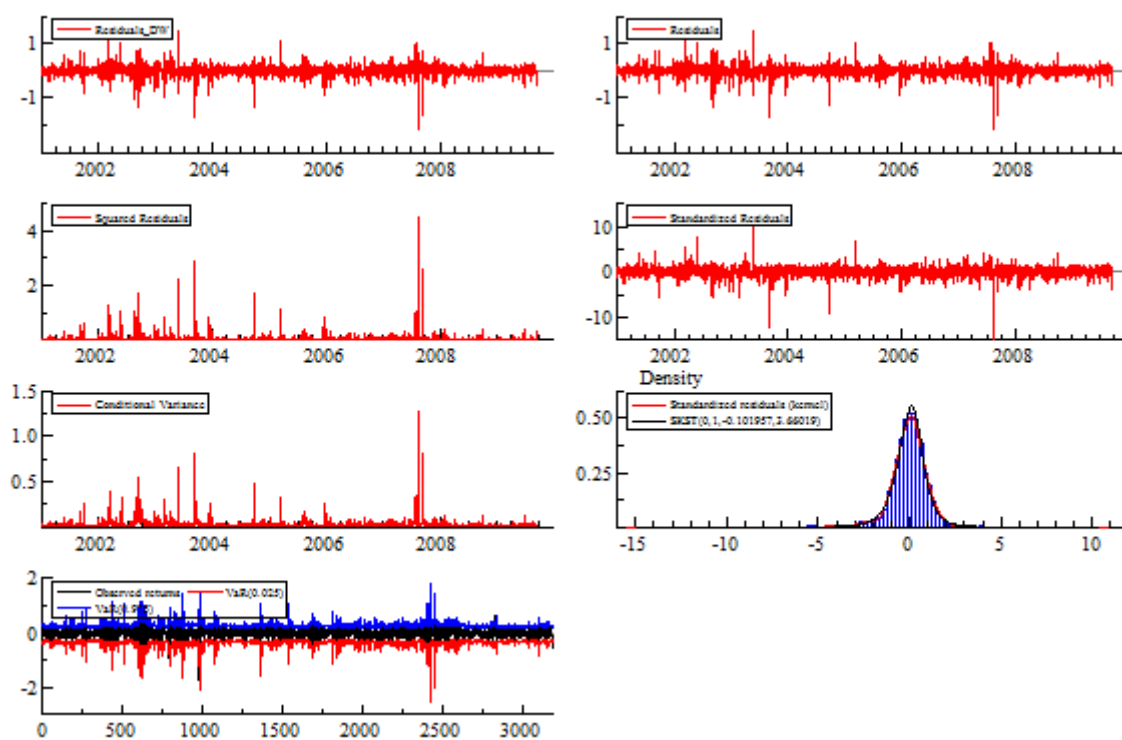
Figur 37: Grafisk analyse Finland



Figur 38: Grafisk analyse Danmark Øst



Figur 39: Grafisk analyse Danmark Vest



Figur 40: Grafisk analyse Sverige

