

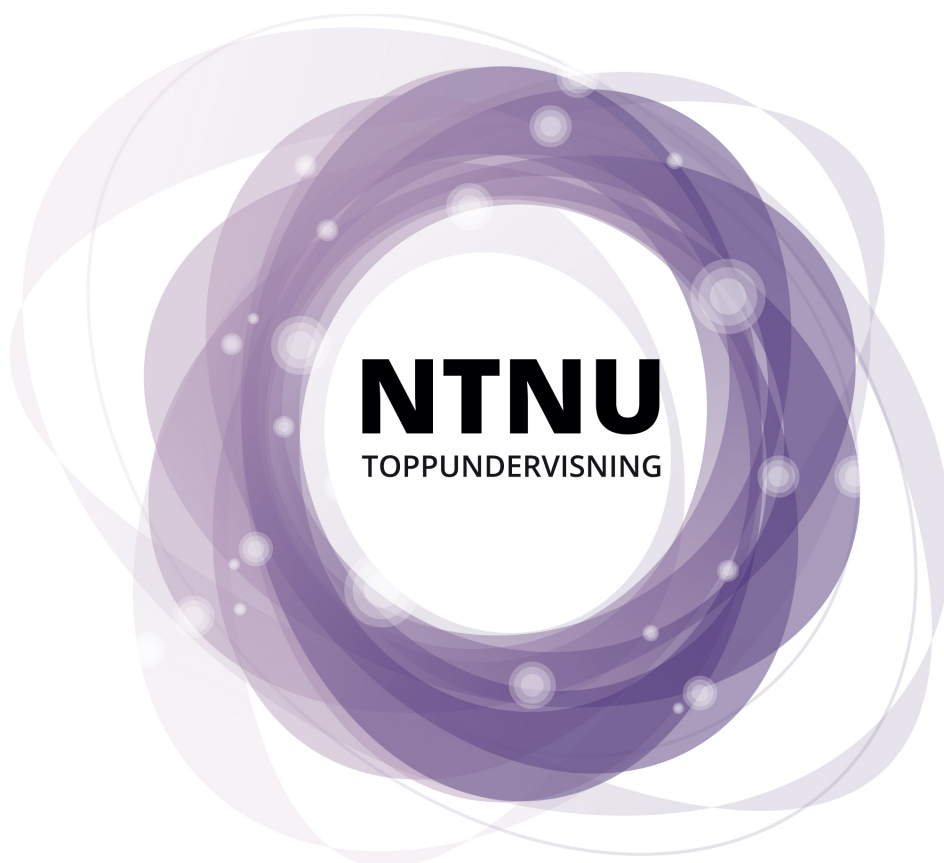
Frode Rønning

# MARTA: MAtematikk som redskap for tanken

Integrasjon av matematikk i ingeniørutdanning

Trondheim, oktober 2023

NTNU  
Norges  
teknisk-naturvitenskapelige  
universitet  
Fakultet for  
informasjonsteknologi og  
elektroteknikk  
Institutt for matematiske fag



Prosjekttittel: MARTA: MAtematikk som Redskap for TAnken – Integrasjon av matematikk i ingeniørutdanning

Prosjektleder: Professor Frode Rønning

Prosjektdeltakere: Førstemanuensis Torstein Bolstad, førstemanuensis Ida-Marie Høyvik, professor Lars Lundheim og universitetslektor Morten Nome

Institutt: Institutt for matematiske fag i samarbeid med Institutt for elektroniske systemer og Institutt for kjemi

Fakultet: Informasjonsteknologi og elektroteknikk i samarbeid med Fakultet for naturvitenskap

## 1. Mål for prosjektet

Internasjonal forskning på matematikk i ingeniørutdanning viser at det ofte er liten kobling mellom matematikkemnene og de programspesifikke emnene (González-Martín et al., 2021; Gueudet & Quéré, 2018), og at dette kan lede både til sviktende motivasjon og frafall (Faulkner et al., 2019). Bruken av matematikk i ingeniøremner er ofte mer eller mindre usynlig (González-Martín & Hernandez-Gomes, 2017), og bare en liten del av det matematikkfaglige innholdet blir faktisk brukt i ingeniørprogrammene (Faulkner et al., 2020), særlig tidlig i studiet. Når matematiske begrep og metoder faktisk blir tatt i bruk senere i studiet, viser det seg at studenter ofte har vanskeligheter med å se koblingen mellom matematikk og ingeniørfag (Faulkner et al., 2019; Harris et al., 2015).

Med bakgrunn i denne forskningen var hovedformålet med dette prosjektet å styrke ingeniørstudenters læringsutbytte gjennom å utvikle og videreutvikle studentaktive læringsformer og tilhørende vurderingsformer, basert på å se matematikk og ingeniørfag i sammenheng. Prosjektet hadde også som formål å bedre studentenes opplevelse av det studieprogrammet de hadde valgt, og spesielt å bedre deres opplevelse av matematikkfagets relevans for det aktuelle studieprogrammet gjennom hele studieløpet. Dette var forventet å føre til økt indre motivasjon for og økt tro på mestring i studiet, som i sin tur var forventet å bidra til økt læringsutbytte og lavere frafall. For å oppnå bedret opplevelse av matematikkfagets relevans var et viktig virkemiddel å gjøre en gjensidig tilpasning av matematikkemner og ingeniøremner i de aktuelle studieprogrammene og utvikle en sterkere integrering av matematikkfaget i de ingeniørfaglige emnene. Slik tilpasning og integrering har handlet om samordnet bruk av modeller og strategiske valg av tema og om sterkere vektlegging av beregningsorienterte metoder.

## 2. Resultat fra prosjektet

Prosjektet startet som en videreføring av prosjektet ACT! ACTIVE learning in core courses in mathematics and statistics for engineering education (Rønning, 2021). I dette prosjektets siste fase ble et samarbeid mellom Institutt for matematiske fag og Institutt for elektroniske systemer etablert med tanke på å utvikle en sterkere kobling mellom grunnemnene i matematikk og de programspesifikke emnene i programmet Elektronisk systemdesign og innovasjon (MTELSYS). For å realisere dette ble fire nye emner i matematikk utviklet, og fra høsten 2020 ble studentene i MTELSYS skilt ut fra de andre sivilingeniørstudentene i matematikkemnene og undervist etter de nye emnene.

I løpet av studieåret 2020-2021 ble det etablert samarbeid med Institutt for kjemi slik at ved oppstart av MARTA høsten 2021 var tre institutter involvert, men fortsatt var kun studentene ved MTELSYS del av prosjektet. Denne fasen omtales som fase 1 av prosjektet. Fra høsten 2022 fulgte også MTKJ (Industriell kjemi og bioteknologi) fulgte den reviderte matematikkstrengen. Etter samtaler med representanter for studieprogrammet MTTK (Kybernetikk og robotikk) ble også dette programmet med i den reviderte matematikkstrengen fra høsten 2022. Dette omtales som fase 2 av prosjektet.

Det ble tidlig etablert samarbeid med prosjektet Fremtidens teknologistudier (FTS), og MARTA fikk status som et pilotprosjekt for FTS<sup>1</sup> (FTS, 2022).

Prosjektet har vært organisert rundt tre arbeidspakker.

### **Arbeidspakke 1: Utvikling av metodikk for samhandling på tvers av emner**

Et sentralt element i denne delen var *kommunikasjon* mellom faglærere i matematikk- og ingeniøremner for å klarlegge potensial for ønskede synergier. Dette handlet om å klarlegge eventuell overlapp, bruk av notasjon og begrepsbruk samt avhengigheter der innhold i ett emne forutsetter kunnskap fra det andre emnet. Som resultat av slik kommunikasjon fulgte en *synkronisering*, der rekkefølgen av emnenes innhold ble tilpasset hverandre slik at studentene bevisst kunne trenes i å overføre kunnskap fra den ene konteksten til den andre. Den erfaring som er fremkommet som følge av disse aktivitetene, er dokumentert i form av planer, oppgaver, prosjektideer og andre studentaktiviteter.

### **Arbeidspakke 2: Utvikling og gjennomføring av læringsaktiviteter for effekt på tvers av emner**

Mens Arbeidspakke 1 i stor grad var *underviserfokusert*, var Arbeidspakke 2 *studentfokusert*. Her er det utviklet og gjennomført aktiviteter som understøtter læringsmål både i matematikk- og i ingeniøremner. I dette ligger å utvikle eksempler på at en *matematisk modell* kan forene læringsmål i både matematikk- og ingeniøremner slik at matematisk kunnskap kan tilpasses og generaliseres til bruk i ingeniørfaget. Virksomheten i arbeidspakke 2 kan sees på som resultat av virksomheten i arbeidspakke 1. Et eksempel er vist i Seksjon 4.

### **Arbeidspakke 3: Spredning av kvalitetssikret kunnskap gjennom følgeforskning og evaluering**

---

<sup>1</sup> <https://www.ntnu.no/fremtidensteknologistudier/piloter/marta>

Gjennom hele prosjektet er det gjennomført spørreundersøkelser blant studentene. Det er videre gjort kvalitativ følgeforskning gjennom observasjon av undervisning, dokumentanalyse og intervju av faglærere.

Erfaringer og resultater fra prosjektet er spredd på rekke ulike måter, internt og eksternt, nasjonalt og internasjonalt, skriftlig og muntlig. En liste over formidling fra prosjektet finnes i Seksjon 7. I Seksjon 5 er gjengitt en del resultater fra spørreundersøkelser som sier noe om både opplevd relevans og motivasjon. Informasjon om læringsutbytte foreligger kun indirekte gjennom studentenes egenrapportering i spørreundersøkelsene. Studentene som startet i fase 1 av prosjektet vil avslutte sine studier våren 2025, og det er så langt ikke gjort systematiske undersøkelser om frafall. Dette er data som vil være lett tilgjengelig og som det dermed er mulig å komme tilbake til.

### 3. Relasjon til FTS

MARTA har hatt status som pilotprosjekt under FTS. FTS er basert på ti overordnede prinsipper (<https://www.ntnu.no/fremtidensteknologistudier/prinsipper>), og MARTA knytter seg spesielt til fire av disse (<https://www.ntnu.no/fremtidensteknologistudier/piloter/marta>) som beskrevet nedenfor. Både FTS og MARTA baserer seg på sentrale prinsipper i CDIO-rammeverket (Crawley et al., 2014).

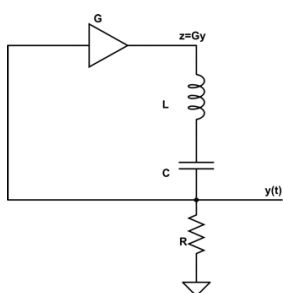
- *FTS-prinsipp 1: Utvikle begrepskunnskap*
  - Et mål for prosjektet er at studentene i større grad skal bli i stand til å takle realistiske, matematikkrevende ingeniørfaglige problemer. For å oppnå dette, må matematikken bli et aktivt tankeredskap, og dette krever solid begrepsforståelse, både i matematikk og i ingeniørfagene.
- *FTS-prinsipp 3: Utvikle sterkere integrering mellom matematikk og ingeniørfag*
  - Gjennom prosjektet vil en arbeide for en sterkere integrering og gjensidig tilpasning av matematikk og ingeniørfag. Et sentralt prinsipp er, på grunnlag av læringsutbyttebeskrivelser for to emner (ett matematikkfaglig og ett ingeniørfaglig) med gjensidig relevans, å undersøke måter å tilpasse innhold, rekkefølge og vektlegging i de to emnene slik at de gjensidig støtter hverandre.
- *FTS-prinsipp 4: Utvikle studentaktive arbeidsformer og nye vurderingsformer*
  - I prosjektet vil en utvikle og raffinere studentaktive lærings- og undervisningsaktiviteter, samt vurderingsformer som skaper økt motivasjon og styrker den mentale koblingen mellom matematikk og ingeniørfag hos studentene.
- *FTS-prinsipp 6: Utvikle en programdrevet undervisning*
  - Integreringen og den gjensidige tilpasningen av matematikk og ingeniørfag vil bidra til å nå læringsmål på programnivå framfor å kun fokusere på læringsmål i enkeltemnene. Studentaktive læringsaktiviteter som knytter sammen tematikk fra matematikkemnet med tematikk fra ingeniøremnet vil også bidra til å oppnå læringsutbytter såvel på emne- som på programnivå. Gjennom nær kontakt med de andre studieprogrammene vil prosjektet legge grunnlaget for utvikling av

programdrevet tilnærming også i de studieprogrammene som ikke omfattes av prosjektet.

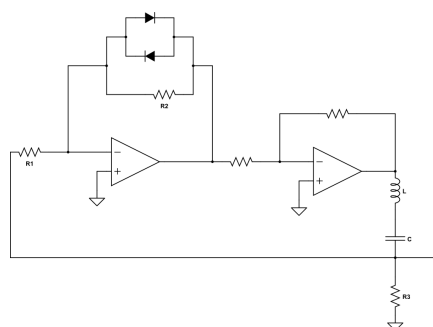
## 4. Eksempel på integrering mellom matematikk og ingeniørfag

I dette avsnittet beskrives et eksempel som viser hvordan matematikk og ingeniørfag har arbeidet sammen. Dette knytter seg spesielt til FTS-prinsipp 3, men det har også koblinger til de andre FTS-prinsippene som er spesielt relevante for MARTA (1, 4 og 6).

Eksemplet er hentet fra fase 1 av prosjektet der matematikk ble undervist separat for MTELSYS. Utgangspunktet er at studentene i MTELSYS skal bygge en stabil svingkrets (FTS-prinsipp 4). I utgangspunktet kan man tenke seg at den kan lages ved hjelp av komponenter som vist i Figur 1. Den sentrale komponenten her er en lineær forsterker  $z = Gy$ , der  $G > 0$ .



Figur 1. En lineær krets



Figur 2. En ikke-lineær krets

Kretsen i Figur 1 kan beskrives ved hjelp av en lineær andreordens differensialligning,

$$(1) \quad y'' + (1 - G) \frac{R}{L} y' + \frac{1}{LC} y = 0.$$

Løsningene av denne ligningen kan beskrives med et eksakt analytisk uttrykk, og ligningen er dermed matematisk enkel å behandle. Ut fra løsningen kan man si at kretsen vil gi stabile (harmoniske) svingninger når  $G = 1$ . Dersom  $G$  er større eller mindre enn 1, vil man få svingninger med stadig større utslag ( $G > 1$ ) eller svingninger som dør ut ( $G < 1$ ). Det naturlige valget vil dermed være å sette  $G = 1$ , men ingeniørfaglig kunnskap tilsier at dette i praksis ikke er gjennomførbart.

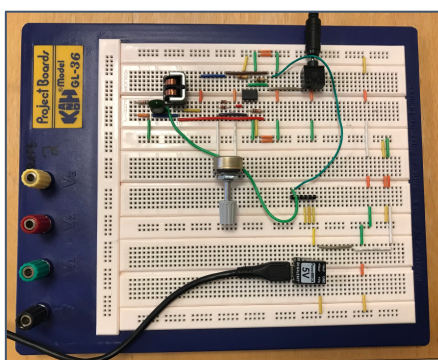
Dette viser at det som fra et matematikkfaglig synspunkt vil gi en enkel løsning, ikke er praktisk gjennomførbart. Hvis en derimot lager en krets som vist i Figur 2, vil en kunne få stabile svingninger. Her er den lineære forsterkeren byttet ut med dioder, og disse har en ikke-lineær oppførsel. Komponenten  $z = Gy$  erstattes nå med en komponent  $z = g(y)$ , der  $g$  er en ikke-lineær funksjon (Lundheim, 2021). Nå vil systemet fungere som ønsket, men den matematiske behandlingen vil bli mer komplisert fordi man istedenfor den lineære differensialligningen (1) får en ikke-lineær differensialligning,

$$(2) \quad y'' + (1 - g'(y)) \frac{R}{L} y' + \frac{1}{LC} y = 0.$$

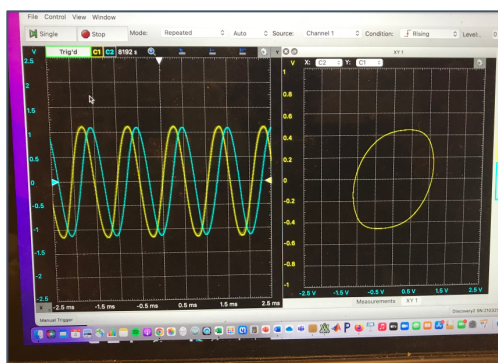
Differensialligningen (2) er kjent som van der Pols differensialligning og er et spesialtilfelle av den såkalte Lienards ligning (Lins et al., 1977). Den har ingen analytisk løsning, slik at for å kunne løse denne, er man nødt til å innføre numeriske metoder (se Rønning, 2023a for flere detaljer).

Dette eksemplet viser at arbeid med konkrete ingeniørfaglige problemstillinger kan generere behov for spesifikk, til dels avansert, matematikkfaglig kunnskap (FTS-prinsipp 3 og 6). Differensialligninger av typen (2), og løsningsmetoder for disse, ville normalt ikke være inkludert i matematikkemnene ved NTNU, men i denne situasjonen oppstod det et behov, motivert av et ingeniørfaglig problem, for akkurat denne typen ligning, og dermed også et behov for å finne løsningsmetoder som normalt ellers ikke ville ha blitt undervist (FTS-prinsipp 1).

Integreringen mellom matematikk og ingeniørfag (FTS-prinsipp 3) kan illustreres gjennom at man nå kan studere kretsen både gjennom *målinger* (ingeniørfag) og gjennom *beregninger* (matematikk). Kretsen illustrert i Figur 2 ble bygget med fysiske komponenter (se Figur 3), og til kretsen ble det koblet måleutstyr som igjen ble koblet til en datamaskin. På datamaskinen kan svingningene representeres grafisk (Figur 4). Til venstre i Figur 4 kan man se plott av  $y$  (turkis kurve) og den deriverte til  $y$  (gul kurve) som funksjoner av tiden, og til høyre i Figur 4 ser man et faseplott, dvs. man ser sammenhengen mellom  $y$  og den deriverte til  $y$ . Samtidig kan man gjøre beregninger på differensialligningen (2) og representere disse beregningene grafisk. Dette gjør det mulig å gjøre direkte koblinger mellom den matematikkfaglige og den ingeniørfaglige verden der matematikken blir levendegjort gjennom å bygge en svingekrets og gjøre målinger på denne.



Figur 3. Den fysiske svingekretsen



Figur 4. Målinger gjort på svingekretsen

## 5. Opplevd relevans

Et av formålene med prosjektet var beskrevet i søknaden som «å bedre studentenes opplevelse av det studieprogrammet de har valgt, og spesielt å bedre deres opplevelse av matematikkfagets relevans». Både våren 2022 og våren 2023 ble det gjennomført spørreundersøkelser for alle sivilingeniørstudentene på slutten av første studieår der opplevd relevans ble berørt i flere av spørsmålene. Spørreundersøkelsene ble gjennomført likelydende begge år både for programmene innenfor prosjektet og for alle de andre sivilingeniørprogrammene (MT-programmene). Våren 2022 var kun studentene fra MTELSYS del av prosjektet (fase 1), mens våren 2023 var også studentene fra MTKJ og MTTK med i prosjektet (fase 2). Dette gir muligheter for sammenligning, både på tvers av programmer og på tvers av år. Nedenfor er gjengitt fire punkter fra spørreskjemaet som kan

kobles til opplevd relevans. Nummereringen av spørsmålene samsvarer ikke med nummereringen i spørreskjemaet, men er valgt slik for enkelt å kunne referere til spørsmålene i denne rapporten. For alle punktene var det fire svaralternativer, *helt enig* – *delvis enig* – *delvis uenig* – *helt uenig*.

1. Ta stilling til påstanden: Jeg har fått forståelse for hvorfor matematikk vil være viktig for meg senere i studiet.
2. I arbeid med andre emner jeg har tatt (altså ikke matematikkemner ) har jeg sett betydningen av å lære matematikk.
3. Lærere i andre emner jeg har tatt (altså ikke matematikkemner ) har synliggjort betydningen av å lære matematikk for mitt studieprogram.
4. Ta stilling til påstanden: Jeg synes ikke den matematikken jeg har hatt er særlig relevant for mitt studieprogram.

I 2022 svarte 84% av MTELSYS-studentene ( $n = 45$ ) ‘helt enig’ på spørsmål 2 og 78% ‘helt uenig’ på spørsmål 4. For de resterende studentene ( $n = 494$ ) var de korresponderende tallene henholdsvis 37% og 26% (Rønning, 2023a). Dette tyder på at MTELSYS-studentene hadde høy grad av opplevd relevans.

MTKJ-studentene var ikke del av MARTA i 2022-undersøkelsen (fase 2), men var det i 2023-undersøkelsen (fase 2). Gitt målet om å øke opplevd relevans er det av interesse å sammenligne svarene fra MTKJ i 2022 med svarene fra 2023. De er vist i Tabell 1. Her er *helt enig* og *delvis enig* slått sammen til *enig*, og *delvis uenig* og *helt uenig* er slått sammen til *uenig*. Tabellene viser prosentvise tall med absolutte tall i parentes.

MTKJ	Enig (%)	Uenig (%)
2022 ( $n = 43$ )	72,1 (31)	27,9 (12)
2023 ( $n = 37$ )	72,9 (27)	27,1 (10)

Tabell 1: Spørsmål 1: Jeg har fått forståelse for hvorfor matematikk vil være viktig for meg senere i studiet.

Dette viser at det ikke er noen endring i MTKJ-studentenes svar på dette punktet avhengig av om de er innenfor eller utenfor prosjektet. Det som dermed synes å være tydelig (se Tabell 2), er at det er forskjell på MTTK og MTELSYS sammenlignet med både MTKJ og alle andre, her betegnet som MTXY.

2023	Enig (%)	Uenig (%)
MTKJ ( $n = 37$ )	72,1 (31)	27,9 (12)
MTTK ( $n = 40$ )	92,5 (37)	7,5 (3)
MTELSYS ( $n = 24$ )	91,7 (22)	8,3 (2)
MTXY ( $n = 475$ )	79,2 (376)	20,8 (99)

Tabell 2: Spørsmål 1: Jeg har fått forståelse for hvorfor matematikk vil være viktig for meg senere i studiet.



Forskjellene mellom MTKJ og MTTK er statistisk signifikante. Signifikans er her påvist ved å gjøre en Fisher eksakt test (<https://www.socscistatistics.com/tests/fisher/default2.aspx>). Denne viser at resultatet er signifikant med  $p < .05$ . Tilsvarende vises at forskjellene mellom MTTK og MTXY også er statistisk signifikante. Selv om de prosentvise tallene for MTTK og MTELSYS er nokså like, gir den samme testen *ikke* signifikant forskjell mellom MTELSYS og MTXY. Tallene for både MTELSYS og MTTK er små, slik at små forskjeller kan gi utslag, og at resultatene er på grensen av statistisk signifikans. Det synes likevel som at det kan være grunnlag for å si at studentene på MTTK og MTELSYS skiller seg ut både fra MTKJ, og fra de andre programmene som fulgte det ordinære matematikklopet.

Også på spørsmålet “Jeg synes ikke den matematikken jeg har hatt er særlig relevant for mitt studieprogram”, viser MTTK en signifikant høyere skår enn MTKJ og MTXY. Her er også MTTKJ signifikant forskjellig, og da med en lavere skår, fra MTXY (Tabell 3). For MTELSYS gjelder at testen ikke gir signifikant forskjell fra MTXY selv om tallene for MTELSYS og MTTK er nokså like.

2023	Enig (%)	Uenig (%)
MTKJ ( $n = 37$ )	46,0 (17)	54,0 (20)
MTTK ( $n = 39$ )	10,3 (4)	89,7 (35)
MTELSYS ( $n = 24$ )	12,5 (3)	87,5 (21)
MTXY ( $n = 475$ )	26,7 (126)	72,3 (346)

Tabell 3: Spørsmål 4: Jeg synes ikke den matematikken jeg har hatt er særlig relevant for mitt studieprogram.

Resultatene gjengitt ovenfor tyder på at særlig MTTK skiller seg ut fra de andre programmene når det gjelder opplevd relevans. MTTK er kjent som et studieprogram der matematikk vektlegges sterkt, så resultatene er derfor ikke spesielt overraskende. Det som imidlertid er verdt å merke seg, er resultatene for MTKJ. Tabell 1 viser at det ikke er noen forskjell på i hvilken grad MTKJ-studentene har fått forståelse for at matematikk er viktig avhengig av om de er utenfor eller innenfor prosjektet. Her må det imidlertid tilføyes at prosentandelen ‘enig’ her er over 70%, så den er allerede i utgangspunktet høy. Mer interessant er ulikhetene som fremkommer i Tabell 3. Denne tabellen viser at opplevd relevans for MTKJ-studentene i fase 2 er signifikant lavere enn for de andre studentene. Dette kan tyde på at for disse studentene har en ikke lykkes i prosjektet med å øke den opplevde relevansen.

En mulig forklaring på de observerte forskjellene kan ligge i spørsmål 3, «Lærere i andre emner jeg har tatt (altså ikke matematikkemner ) har synliggjort betydningen av å lære matematikk for mitt studieprogram». Her skårer MTTK signifikant bedre enn både MTKJ og MTXY. Også MTELSYS skårer her signifikant bedre enn MTXY, mens det ikke er noen signifikant forskjell på MTKJ og MTXY (Tabell 4).



2023	Enig (%)	Uenig (%)
MTKJ ( $n = 37$ )	70,3 (26)	29,7 (11)
MTTK ( $n = 40$ )	95,0 (38)	5,0 (2)
MTELSYS ( $n = 24$ )	87,5 (21)	12,5 (3)
MTXY ( $n = 472$ )	64,0 (302)	26,0 (170)

Tabell 4: Spørsmål 3: Lærere i andre emner jeg har tatt (altså ikke matematikkemner ) har synliggjort betydningen av å lære matematikk for mitt studieprogram.

En del av disse resultatene er også omtalt i Rønning (2023b). I Rønning (2023c) studeres en bestemt case på nært hold, introduksjon til fourierrekker. Her er data hentet fra to introduksjonsforelesninger til temaet fourierrekker i vårsemestret 2023, tilhørende materiell gjort tilgjengelig for studentene og et intervju med matematikklæreren gjort noen uker etter de observerte forelesningene. På dette tidspunkt (fase 2) var både MTELSYS, MTTK og MTKJ del av MARTA. Analysene som gjøres her, indikerer at eksempler som hovedsakelig er relevante for MTELSYS og MTTK er lettere tilgjengelig enn eksempler relevante for MTKJ. Motivasjonen for MTKJ ligger noe lenger fram i tid. Matematikklæreren sa også i intervjuet at hadde bedre kunnskap om anvendelser innenfor elektronikk (signalteori) enn innenfor kjemi, og at dette også kan ha påvirket den opplevde relevansen.

## 6. Overføringsverdi

Situasjonen i fase 1 av prosjektet, der matematikk ble undervist tett opp mot ett bestemt ingeniørprogram, er ikke enestående. Det er mange eksempler på organisering der matematikk knyttes sterkt til én ingeniørspesialisering. Både Alpers (2008) og Enelund et al. (2011) er eksempler på dette knyttet til maskiningeniører. Derimot er det langt færre eksempler der man forsøker å koble matematikk mot flere studieprogrammer samtidig og samtidig forsøker å gjøre matematikken kontekstualisert, slik som i fase 2 av prosjektet. I det videre arbeidet, som vil være sterkt knyttet til den pågående revisjonen av matematikkemnene i forbindelse med FTS, er målet å kunne organisere en viss grad av kontekstualisert matematikkundervisning (FTS-prinsipp 3) for alle sivilingeniørprogrammene ved NTNU.

Eksemplet som er beskrevet i seksjon 4 anses å være meget vellykket med tanke på å oppnå integrering av matematikk og ingeniørfag. Det er imidlertid sterkt knyttet til elektronikk og ville derfor ikke være gjennomførbart i en studentgruppe med en mer blandet sammensetning. Allerede overgangen til fase 2 har vist seg å være mer utfordrende med tanke på å finne eksempler som vil passe for alle de involverte studieprogrammene, og i arbeidet med kontekstualisering for alle MT-programmene vil dette bli ytterligere utfordrende. Disse utfordringene er diskutert i sluttrapporten fra en arbeidsgruppe nedsatt av FUS (FUS, 2023, s. 19).

En tenker seg å gruppere de 17 MT-programmene i et antall klynger der programmene innenfor samme klynge har tilstrekkelig sammenfallende interesser når det gjelder både valg av matematikkfaglige tema og rekkefølge på disse temaene i studieløpet. For å kunne inkludere programspesifikke eksempler vil det være behov for ytterligere oppdeling innenfor klyngen. En mulig løsning for å få til dette kan være å bygge videre på prinsippet med oversiktsforelesninger og interaktive forelesninger som ble utviklet innenfor prosjektene KTDiM og ACT! (Rønning, 2021,

s. 9-10). Det vil være mulig å dele opp slik at man langt på vei kan få til én interaktiv forelesning per uke for hvert program i klyngen der man har muligheten til å ta opp programspesifikke eksempler. I oversiktsforelesningene, felles for hele klyngen, kan man diskutere mer generiske eksempler. Gjennom MARTA er det utviklet en hel del programspesifikke eksempler og oppgaver for de programmene som har vært involvert, og disse vil være av stor verdi i den videre utviklingen.

## 7. Formidling i tilknytning til prosjektet

I løpet av prosjektperioden har det skjedd utstrakt formidling knyttet til prosjektet, både muntlig og skriftlig, nasjonalt og internasjonalt. I denne seksjonen gis en oversikt over formidlingsaktiviteten.

MARTA deltok med en poster ved et internt FTS-seminar i september 2021, og det ble avholdt en workshop i samarbeid med FTS, FUS og BOS<sup>2</sup> i juni 2021. Ekstern formidling i tilknytning til prosjektet er vist i oversikten nedenfor.

### *Skriftlige bidrag*

Rønning, F. (2021). The role of Fourier series in mathematics and in signal theory. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 7(2), 189-210.

<https://doi.org/10.1007/s40753-021-00134-z>

Bolstad, T., Lundheim, L., Nome, M., & Rønning, F. (2021). Mathematics in a programme for electronic systems design and innovation. I B. Alpers et al. (Red.), *The 20th SEFI Special Interest Group in Mathematics – SIG in Mathematics. Proceedings* (s. 88-93).

Universitetet i Agder of SEFI.

[https://sefimwg2020.sciencesconf.org/data/pages/Proceedings\\_final.pdf](https://sefimwg2020.sciencesconf.org/data/pages/Proceedings_final.pdf)

Rønning, F. (2022). Contextual learning of mathematics for engineers. I M. Trigueros, B. Barquero, R. Hochmuth, & J. Peters (Red.), *INDRUM2022 Proceedings. Fourth conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics* (pp. 461-462). Leibniz Universität Hannover og INDRUM.

[https://indrum2022.sciencesconf.org/data/Proceedings\\_Indrum2022.pdf](https://indrum2022.sciencesconf.org/data/Proceedings_Indrum2022.pdf)

Bolstad, T., Høyvik, I.-M., Lundheim, L., Nome, M., & Rønning, F. (2022). Study programme driven engineering education: Interplay between mathematics and engineering subjects. *Teaching Mathematics and its Applications*, 41, 329-344.

<https://doi.org/10.1093/teamat/hrac010>

Rønning, F. (2022). Learning mathematics in a context of electrical engineering. I R. Biehler, M. Liebendörfer, G. Guedet, C. Rasmussen, & C. Winsløw (Red.), *Practice-oriented research in tertiary mathematics education* (s. 603-619). Springer.

<https://doi.org/10.1007/978-3-031-14175-1>

Rønning, F. (2023). Mathematics and engineering: Interplay between praxeologies. I T. Dreyfus, A. S. González-Martín, J. Monaghan, E. Nardi, & P. Thompson (Red.), *The Learning and*

---

<sup>2</sup> Beregningsorientering i sivilingeniørutdanningen

*Teaching of Calculus Across Disciplines – Proceedings of the Second Calculus Conference* (s. 165-168). MatRIC. <https://matriccalconf2.sciencesconf.org/>

Rønning, F. (innsendt). *Engineering students' perceived relevance of mathematics*.

Rønning, F. (under arbeid). *Mathematical and didactical praxeologies evolving when teaching Fourier series to a mixed group of engineering students*.

### Muntlige bidrag

#### 2021

Rønning, F. (desember 2021). *Adapting a study programme driven approach in mathematics to 17 different engineering programmes — possibilities and challenges*. Foredrag ved Danmarks Tekniske Universitet 20 Years Anniversary Conference for Mathematics 1 at DTU, Lyngby, Danmark.

Bolstad, T., Lundheim, L., Nome, M., & Rønning, F. (juni 2021). *Mathematics in a programme for electronic systems design and innovation*. Foredrag ved konferanse for SEFI Special Interest Group in Mathematics, Kristiansand (online).

#### 2022

Lundheim, L., Bolstad, T., Høyvik, I.-M., Nome, M., & Rønning, F. (september, 2022). *Kopling mellom matematikk og ingeniørfag: Basis for meistring*. Foredrag ved Læringsfestivalen 2022, Trondheim.

Rønning, F. (mars, 2022). *The role and profile of mathematics in engineering education*. Foredrag ved Universitetet i Lund, Sverige.

Rønning, F. (oktober 2022). *Contextual learning of mathematics for engineers*. Poster ved INDRUM2022, Leibniz Universität Hannover, Tyskland.

Rønning, F. (desember 2022). *Active learning of mathematics at university level*. Foredrag ved Universitetet i Stavanger.

Rønning, F. (november 2022). *A programme driven approach to mathematics in engineering education*. Foredrag ved Øresundsdagen 2022, Lund, Sverige.

#### 2023

Rønning, F. (juni 2023). *Mathematics and engineering: Interplay between praxeologies*. Foredrag ved konferansen The Learning and Teaching of Calculus Across Disciplines, Bergen.

Rønning, F. (juni 2023). *Mathematics in engineering education – general or programme specific?* Foredrag ved khdm-dag, Leibniz Universität Hannover, Tyskland.

Rønning, F. (juni 2023). *Mathematik in oder für Ingenieursausbildung?* Seminar ved Leibniz Universität Hannover, Tyskland.

Rønning, F. (juni 2023). *Die Frage der Relevanz der Mathematik für Mathematikstudierenden*. Seminar ved Universität Würzburg, Tyskland.

## 8. Økonomi

Prosjektet har totalt hatt kr 500 000 til disposisjon, herav 250 000 fra rektormidler og 250 000 som egenfinansiering. Prosjektmidlene har i hovedsak blitt brukt til lønn. En oversikt over bruken er vist i Tabell 5 nedenfor.

Kostnader	Regnskap 2021	Regnskap 2022	Regnskap 2023	Totalt
Studentassistent-timer				
2021, rektorfinansiert	19 939			19 939
2022, rektorfinansiert		197 919		197 919
Morten Nome				
2021, egeninnsats				
2022, egeninnsats		87 314		87 314
2023, egeninnsats			105 000	105 000
Frode Rønning				
2021, egeninnsats				
2022, egeninnsats		13 195		13 195
2023, rektorfinansiert			32 142	32 142
Driftskostnader		44 491		44 491
<b>Sum kostnader</b>	<b>19 939</b>	<b>342 919</b>	<b>137 142</b>	<b>500 000</b>
<b>Inntekter</b>				
RSO-finansierte inntekter				250 000
Egeninnsats				250 000
<b>Sum inntekter</b>				<b>500 000</b>

Tabell 5: Kostnadsoversikt

## 9. Sammendrag

Hovedformålet med dette prosjektet var å styrke ingeniørstudenters læringsutbytte gjennom å utvikle og videreutvikle studentaktive læringsformer og tilhørende vurderingsformer, basert på å se matematikk og ingeniørfag i sammenheng. Prosjektet hadde også som formål å bedre studentenes opplevelse av matematikkfagets relevans for de aktuelle studieprogrammene blant annet gjennom å gjøre en gjensidig tilpasning av matematikkemner og ingeniøremner, samt utvikle en sterkere integrering av matematikkfaget i de ingeniørfaglige emnene.

Prosjektet hadde to faser, fase 1 der matematikk ble undervist tett opp mot ett bestemt ingeniørprogram (MTELSYS), og fase 2 der matematikk ble undervist for flere programmer samtidig (MTELSYS, MTKJ og MTTK). Også i fase 2 var formålet å skape forbindelser mellom matematikk og ingeniørfag.

I prosjektet har man sett vellykkete eksempler på integrering av matematikk og ingeniørfag i fase 1, med kun ett ingeniørprogram. I fase 2 viste det seg å være mer utfordrende å finne eksempler som passet for alle de involverte studieprogrammene.

Det videre arbeidet vil være knyttet til den pågående revisjonen av matematikkemnene slik at de harmoniserer med FTS-prinsippene. Spesielt vil et mål være å oppnå en viss grad av kontekstualisert matematikkundervisning (FTS-prinsipp 3) for alle de 17 MT-programmene. En mulig løsning kan

være å gruppere programmene i et antall klynger med tilstrekkelig sammenfallende interesser når det gjelder både valg av matematikkfaglige tema og rekkefølge på disse temaene. For å kunne inkludere programspesifikke eksempler vil det være behov for ytterligere oppdeling innenfor klyngen. Videre vil et nært samarbeid med MT-programmene være essensielt for å utvikle relevante programspesifikke eksempler. Erfaringene fra MARTA vil være svært verdifulle i dette arbeidet.

## 10. Referanser

- Alpers, B. (2008). The mathematical expertise of mechanical engineers – The case of machine element dimensioning. I B. Alpers, S. Hibberd, D. Lawson, L. Mustore, & C. Robinson (Red.), *Proceedings of 14 SEFI (MWG) Conference, Loughborough, 6-9 April 2008* (s. 1-7). SEFI. <https://www.sefi.be/wp-content/uploads/2023/08/ProceedingsLoughborough2008.pdf>
- Crawley, E. F., Malmqvist, J., Östlund, S., Brodeur, D. R., & Edström, K. *Rethinking engineering education. The CDIO approach* (2. utg.). Springer.
- Enelund, M., Larsson, S., & Malmqvist, J. (2011). Integration of a computational mathematics education in the mechanical engineering curriculum. I P. M. Hussmann (Red.), *Conference proceedings 7th International CDIO Conference, Technical University of Denmark, 20th - 23th June 2011* (s. 996–1012). Technical University of Denmark. <http://www.cdio.org/content/2011-proceedings-7th-international-cdio-conference>
- Faulkner, B., Earl, K., & Herman, G. (2019). Mathematical maturity for engineering students. *International Journal for Research in Undergraduate Mathematics Education*, 5(1), 97-128.
- Faulkner, B., Johnson-Glauch, N., San Choi, D., & Herman, G. L. (2020). When am I ever going to use this? An investigation of the calculus content of core engineering courses. *Journal of Engineering Education*, 109(3), 402-423.
- FTS. (2022). *Teknologiutdanning 4.0: Anbefaling for utvikling av NTNUs teknologistudier 2022-2030. Sluttrapport, Fremtidens teknologistudier*. NTNU. <https://www.ntnu.no/documents/1286373847/1307621247/FTS+sluttrapport+-+Teknologiutdanning+4.0.pdf/f1008e49-27e6-a9b7-1767-ec351944d338?t=1641560495645>
- FUS. (2023). *Redesign av NTNUs 5-årige sivilingeniørstudium i lys av FTS. Sluttrapport. Arbeidsgruppe nedsatt av FUS*. NTNU.
- González-Martín, A. S., & Hernandez-Gomes, G. (2017). How are calculus notions being used in engineering? An example with integrals and bending moments. I T. Dooley & G. Gueudet (Red.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 10)* (s. 2073–2080). DCU Institute of Education og ERME. [http://erme.site/wp-content/uploads/archives/CERME10\\_Proceedings\\_2017.pdf](http://erme.site/wp-content/uploads/archives/CERME10_Proceedings_2017.pdf)
- González-Martín, A. S., Gueudet, G., Barquero, B., & Romo, A. (2021). Mathematics for engineers, modelling, mathematics in other disciplines. I V. Durand-Guerrier, R.

- Hochmuth, E. Nardi, & C. Winsløw (Red.), *Research and development in university mathematics education* (s. 169-189). Routledge.
- Gueudet, G., & Quéré, P.-V. (2018). “Making connections” in the mathematics courses for engineers: The example of online resources for trigonometry. I V. Durand-Guerrier, R. Hochmuth, S. Goodchild, & N. M. Hogstad (Red.), *Proceedings of INDRUM 2018. Second conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics* (s. 135–144). Universitetet i Agder og INDRUM. <https://hal.science/INDRUM2018>
- Harris, D., Black, L., Hernandez-Martinez, P., Pepin, B., & Williams, J. (2015). Mathematics and its value for engineering students: What are the implications for teaching? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(3), 321–336.
- Lins, A., Melo, W. d., & Pugh, C. C. (1977). On Liénard’s equation. I J. Palis & M. do Carmo (Red.), *Geometry and topology, III Latin American School of Mathematics* (s. 335-357). Springer.
- Lundheim, L. (2021). *Oscillatorar, tilbakekopling, difflikningar, dynamiske system og litt til*. Forelesningsnotater til TTT4265 Elektronisk systemdesign og analyse I/II, Trondheim, NTNU.
- Rønning, F. (2021). *ACT! ACTive learning in core courses in mathematics and statistics for engineering education. Sluttrapport*. NTNU. [https://www.ntnu.no/documents/1263030840/1293243713/Sluttrapport\\_ACT.pdf/742f9560-18ac-679b-62aa-c2a7872237b7?t=1615538143623](https://www.ntnu.no/documents/1263030840/1293243713/Sluttrapport_ACT.pdf/742f9560-18ac-679b-62aa-c2a7872237b7?t=1615538143623)
- Rønning, F. (2023a). Mathematics and engineering: Interplay between praxeologies. I T. Dreyfus, A. S. González-Martín, J. Monaghan, E. Nardi, & P. Thompson (Red.), *The Learning and Teaching of Calculus Across Disciplines – Proceedings of the Second Calculus Conference* (s. 165-168). MatRIC. <https://matriccalconf2.sciencesconf.org/>
- Rønning, F. (2023b). *Engineering students’ perceived relevance of mathematics*. Paper innsendt til vurdering for ICME15.
- Rønning, F. (2023c). *Mathematical and didactical praxeologies evolving when teaching Fourier series to a mixed group of engineering students*. Manuskript under utarbeidelse.

