Lisa Øyen Klokk

Argumentasjon og kommunikasjon
frå eit munnleg og skrifteg perspektiv

Ein kvalitativ forskingsstudie om elevane sin diskurs og deira munnlege og skriftlege argumentasjon i matematikk

Masteroppgåve i matematikkdidaktikk, lærarspesialist
Rettleiar: Solveig Voktor Svinvik
September 2023

Masteroppgåve

NTNU
Noregs teknisk-naturvitskaplege universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitskap
Institutt for lærarutdanning

NTNU
Kunnskap for ei betre verd

Lisa Øyen Klokk

Argumentasjon og kommunikasjon
frå eit munnleg og skrifteg perspektiv

Ein kvalitativ forskingsstudie om elevane sin diskurs og deira munnlege og skriftlege argumentasjon i matematikk

Masteroppgåve i matematikkdidaktikk, lærarspesialist
Rettleiar: Solveig Voktor Svinvik
September 2023

Noregs teknisk-naturvitskaplege universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitskap
Institutt for lærarutdanning

NTNU
Kunnskap for ei betre verd

Samandrag

Hensikten med denne studien er å få innsikt i kjenneteikn ved 10. klasse elevar sin munnlege og skriftlege kommunikasjon og argumentasjon i matematikk. Gjennom samarbeid i arbeidsøkter i matematikk, har kvar elev ei sentral rolle som medelev. I interaksjonen mellom elevar utviklast den matematiske kompetansen gjennom resonnering og argumentasjon. Språket vårt, både munnleg og skriftleg har og ei viktig rolle for eleven for å kommunisere si matematiske forståing og formidle sin argumentasjon. Studien gir og eit innblikk i kva samtalestrukturar som kan fremme elevane sin kommunikasjon og korleis representasjonar hjelp elevane i argumentasjonssyklusen.

Forskingsdesignet bygger på ei kvalitativ forskingsmetode. Eg har gjennomført eit casestudie der observasjon av elevar i arbeid, lydopptak av samtaler i grupper og innsamling av skriftleg oppgåvehefte, dannar datagrunnlaget i studien. Innsamling av data er blitt gjennomført i ei 10. klasse og utvalet er representert med fire treargruppe. Elevane fekk tildelt tre ulike algebraoppgåver dei skulle arbeide med.

I analysen av empirien har Krummheuer (1995) sin argumentasjonsmodell blitt nytta til å studere kjenneteikn ved elevane sin munnlege og skriftlege argumentasjon. Studien retter spesielt merksemd mot om elevane nyttar heimel og ryggdekning som støtte til påstandane sine i argumentasjonen. Videre har eg undersøkt strukturar ved samtalane til elevane for å danne meg eit bilete av kva som kjenneteiknar kommunikasjonen mellom elevane i utvikling av argument. Analysen avdekker og korleis elevane nyttar ulike representasjonar for å skape meining i sin skriftlege kommunikasjon og argumentasjon.

Studien indikerer tre sentrale funn som er interessant for videre arbeid med argumentasjon i matematikklasserommet. Elevane sin munnlege argumentasjon har større grad av ryggdekning og heimlar enn deira skriftlege argumentasjon. Samtalane mellom elevane og kva samtalestrukturar dei nyttar, har innverknad på resonneringsprosessen og argumentasjonen elevane ytrar. I utforminga av sine skriftlege kommunikasjon og argumentasjon, kan elevane ha eit større behov for støtte og rettleiing. Det kan sjå ut som elevar som har eit breitt spekter av representasjonar lukkast betre i utforming av argument med heimel og ryggdekning. For å støtte elevar i deira skriftlege kommunikasjon og argumentasjon i matematikk kan bruk av skrivestilas eller skriverammer vere eit nyttig verktøy.

Abstract

The purpose of this study is to gain insight into the characteristics of 10th grade students' oral and written communication and argumentation in mathematics. When they cooperate with each other in work sessions in mathematics, each student has a central role as fellow student. In the interaction between pupils, mathematical competence is developed through reasoning and argumentation. Our language, both oral and written also has an important role for the student to communicate their mathematical understanding and convey their argumentation. The study also gives an insight into which conversation structures can promote the students' communication and how representations help the students in the argumentation cycle.

The research design is based on a qualitative research method. I have carried out a case study in which observation of students at work, audio recording of conversations in groups and collection of their written work are the databasis for the study. Data collection has been collected from a 10th grade class and the sample is represented by four groups of three pupils. The students were assigned three different algebra tasks to work with.

In the analysis of the data collection, Krummheuer's (1995) argumentation model has been used to study the characteristics of the pupils' oral and written argumentation. The study directs particular attention to whether the pupils use warrant and backing as support for their claims/conclusions in the arguments. Furthermore, I have investigated the structures of the students' conversations in order to form a picture of what characterizes the communication between the students in the development of arguments. The analysis also reveals how the students use different representations to create meaning in their written communication and argumentation.

The study indicates three key findings that are interesting for further work with argumentation in the classroom. The students' oral argumentation has a greater degree of warrant and backing than their written argumentation. The conversations between the students and the conversation structures they use have an impact on the reasoning process and the arguments the students express. In the design of their written communication and argumentation, the students may have a greater need for support and guidance. It may appear that students who have a wide range of representations are better able to design arguments with warrant and backing. To support students in their written communication and argumentation, the use of writing frames can be a useful tool.

Forord

Med denne masteroppgåva avsluttar eg mi treårige erfaringsbaserte masterutdanning som lærarspesialist ved NTNU. Eg har arbeida 15 år i grunnskulen og har dette året undervist på 8. trinn. Dei fleste åra har eg arbeida etter LK 06. I arbeid med å velje tema og retning for masterarbeidet, peika munnleg og skriftleg argumentasjon i matematikk seg ut. Det siste året har det meste av tida blitt nytta til å lese faglitteratur, utarbeiding av forskingsprosjektet og skriving. Det har blitt mange timar bak skjerm, for å dokumentere funn og formidle skriftleg det forskingsprosjektet mitt har avdekka. Eg vil rette ei stor takk til min rettleiar Solveig Voktor Svinvik, som har støtta meg i gode skriveperioder og i dei meir krevjande periodane av masterprosjektet. Du hadde trua på at eg ville komme i mål, og viste stor fleksibilitet til tidsplanen som til stadig vart endra.

Eg er svært takksam for alle som har spurt og vist interesse for det arbeidet eg har gjort dei siste åra. Det vere seg mine samarbeidsvillige lærarkollegaer, alle elevane som har stilt seg tilgjengeleg for gjennomføring av undervisningsopplegg og gode venner. Eg er takknemleg for familien mi, dei heime har vore rause overfor ei kone og mor, med litt kortare tolmod enn vanlig. Utan dokka hjelp heime, hadde ikkje dette prosjektet kome i hamn. Takk til Therese og Marita som har lufta meg kvar søndag, utan høg puls og skogens natur for å klarne tankane, kunna ikkje dette gått. No gler eg meg til å seie ja til alle kaffibesøk og turar nært og fjernt.

Når eg no lukker pc og dette skrivekapittelet i mi utdanning. Gler eg meg til å bruke det eg har erfart og teoriane eg har lese om i klasserommet mitt. Eg trur at eg gjennom arbeidet med denne masteroppgåva har blitt meir medviten mi rolle som lærarspesialist i matematikk, og kan bruke det til å gjere både meg sjølv, elevane mine og kollegaene mine betre i matematikkfaget.

Sykkylven, september 2023

Lisa Øyen Klokk

Innhaldsliste

Figurer

1 Innleiing

Frå hausten 2020 blei kunnskapsløftet gjeldande for den norske skulen, og med det vart seks nye kjerneelement innført i matematikkfaget. Det utfordrar lærarane i norsk skule til å tenke nytt, læreplanenedringa skal påverke korleis vi presenterer matematikken for elevane i undervisninga vår. Sentralt står dei to kjerneelementa *resonnering og argumentasjon* og *representasjon og kommunikasjon*. Viktig kunnskap elevane skal tileigne seg i møte med dei mange ulike matematikkemna vi kjenner frå før. I arbeid med matematikkoppgåver skal elevane nytte dei ulike kjerneelementa til å utvikle sin matematiske kompetanse. I denne masteroppgåva har desse to kjerneelementa inspirert meg til val av tema og utviklinga av problemstilling.

1.1 Bakgrunn for val av tema til masterprosjektet

I forskingslitteraturen frå dei siste to tiåra, har merksemda i stor grad vore retta mot den munnlege argumentasjonskompetansen til elevane og kva didaktisk grep læraren kan gjere i klasserommet for å aktivere elevane i deira munnlege kommunikasjon. Til dømes dei fem praksisar skildra av Stein et al. (2008) eller Kazemi og Hintz (2019) som rettleiar lærarar om korleis dei kan aktivere elevane sine munnleg, slik elevane kan nå det faglege målet for timen. Didaktisk val som i stor grad handlar om kva læraren skal gjere for å skape gode matematiske samtalar i klasserommet. Elevane i skulen skal i stor grad og kunne ta ansvar for si eiga faglege utvikling. Det er derfor interessant å kunne undersøke korleis elevane sjølv kommuniserer og argumenterer for å utvikle sin matematiske kunnskap. Sfard (2001) argumenterer for å vektlegge kommunikasjon når elevane arbeider i klasserommet. Ho meiner elevane lærer gjennom å vere aktive deltakarar. Å vere sosialt aktiv i argumentasjonen legg og Steinbring (2006) til grunn i sin modell, epistemologiske triangel. Det epistemologiske triangel syner samanhengen mellom teikn og symbol, objekt, dei matematiske omgrepa og korleis elevane utviklar argumentasjonen gjennom å operere mellom hjørna i triangelet. Elevane si tenking og kunnskapsutvikling er eit resultat av interaksjon, samspel og kommunikasjon med andre (Vygotsky, 1987). I arbeid med å få fram elevane si tankerekke og matematiske kompetanse, anbefaler Sfard (2008) at vi legger til rette for at elevane kan delta i eit arbeidsfellesskap, der kommunikasjonen står i sentrum. I arbeidsfellesskapet bør elevane samarbeide med medelevane sine og gjennom dialog resonnere og argumentere for moglege løysingar på dei matematiske problem, dei møter både i og utanfor skulen. Sfard (2008) viser videre til at det ofte kan vere eit stort sprik mellom anbefalingar frå forskingslitteraturen og det som skjer i klasserommet. Sjølv om vilja blant dei som underviser er der, er det vanskeleg å skape dei endringane i undervisninga som ein ønskjer.

Det finst og mykje forsking på argumentasjon og bevis i klasserommet, både skriftleg og munnleg. Campbell et al. (2021, s. 22) viser til fleire artiklar i sin studie, men undrar seg over at mykje av litteraturen fokuserer på ein modalitet, enten skriftleg eller munnleg. Dette ser vi og i vurderingssamanheng i skulen, ofte vurderer vi enten elevane sin skriftlege kompetanse i matematikk gjennom skriftlege prøver eller så vurderer vi elevane sin munnlege kompetanse gjennom utspørjing eller presentasjonar. Døma frå forskingslitteraturen som eg har skildra over seier mykje om korleis vi kan arbeide didaktisk med den munnlege argumentasjonskompetanse til elevane, men lite om korleis elevane kan overføre den munnlege kommunikasjonen til deira skriftlege arbeid. Dette viser og Stylianides (2018) til i sin artikkel der han undersøker rolla til skriftlege versus munnlege argumentasjon. I eit klasserom har elevane behov for å kunne skriftleggjere tenkinga si og diskursen som skjer i fellesskap med medelevane. Erfaringa mi frå klasserommet er at elevane kan ha meir i tankane sine enn dei klarer å formidle skriftleg, dette stadfestar og Stylianides (2018) langt på veg. Tidlegare forsking i temaet av mellom anna av Stylianides (2018) og Pallanck et al. (2020) hevdar at elevane gjennom sin skriftlege argumentasjon ikkje alltid får vist sin reelle kompetanse. Pallanck et al. (2020) blir merksam på at trass gode matematiske diskusjonar i klasserommet, er ikkje argumenta som kom fram i den munnlege dialogen representert i elevane sitt individuelle skriftlege arbeid. Kva kan årsaka til det vere? Liknande oppdaging viser Soto-Johnson og Fuller (2012) til i sin studie, knytt til elevane sine munnlege og skriftlege bevis. Dei fann at elevane sine munnlege bevis var meir utfyllande enn kva elevane lukkast med skriftleg. I arbeid med argumentasjonsoppgåver i klasserommet, erfarer eg ofte at nokre elevar knapt kjem i gong. Dette var og erfaringa til Soto-Johnson og Fuller (2012). Interessant å legge merke til ved deira studie om bevis, var at elevar som ikkje kom i gang med sitt skriftlege bevis, lukkast med delar av bevisstrukturen i dialog med lærar. Gjennom intervju og samtalar klarte forskarane å få fram meir av elevane si tenking, enn elevane klarte på eigen hand.

Campbell et al. (2021) har gjennomført ein replikasjonsstudie etter Stylianides (2018), dei viser til liknande tendensar som Stylianides (2018) og Soto-Johnson og Fuller (2012) oppdaga. Campbell et al. (2021) bemerka og mangelen på studiar som undersøker kjenneteikn ved både munnlege og skriftlege argumentasjon. Årsaka kan vere at vi i matematikk ikkje tenkjer på den nøkkelrolla skriving har for at elevane skal lukkast med å kommunisere si matematiske forståing og utvikling av matematisk argumentasjon. Kan elevane lukkast betre med sin argumentasjon om dei tek i bruk både munnleg og skriftleg kommunikasjon? Pallanck et al. (2020) viste i sin studie at elevane strever med overføringa frå å snakke matematikk til å skrive matematikk. Ei mogleg årsak kan vere det som Morgan (1998) skildrar «*writing often appears as a bacground activity that does not require specific attention*» henta frå Doerr & Chandler-Olcott (2009, s. 285). Elevane si skriving i matematikk handlar i stor grad om å notere utrekningar, teikne diagram eller sluttføre ei svarsetning. Det kan sjå ut som at vi i klasserommet har utfordringar med å kople saman dei to modalitetane, skriftleg og munnleg i elevane sitt arbeid. Dette er noko eg kjenner igjen frå mitt eige klasserommet og som eg opplever interessant. For at elevane skal lukkast betre med både munnleg skriftleg argumentasjon, må vi skaffe oss kunnskap om kva elevane lukkast med og kva som hindrar elevane i deira argumentasjon. Eit sentralt område i matematikkdidaktikken er å beherske båe modalitetane, og eg ser det som spennande å sjå i den retninga med tanke på val av problemstilling for mitt masterarbeid. Min studie kan derfor gi eit supplement til dei tidlegare studia sett frå ein norsk kontekst.

1.2 Læring gjennom kommunikasjon og sosial interaksjon

Språket til elevane står sentralt når dei skal lære. I den nye læreplanen LK20, har samhandling og språket som verktøy for læring og kommunikasjon fått ei tydlegare rolle. «*Kommunikasjon i matematikk handlar om at elevane bruker matematisk språk i samtalar, argumentasjon og resonnement*» (Saabye, UDIR, 2020, s. 31). Vygotsky (1987) argumenterte allereie på 70-talet om viktigheita av språket og læring i eit sosiokulturelt læringsmiljø. Elevane utviklar si individuelle matematiske forståing gjennom å arbeide i ein sosial interaksjon. Språket står sentralt som verktøy for eleven både i si eiga tenking men og som verktøy for å formidle sine tankar til medelevar.

Vygotsky (1987) påpeika videre at sosial involvering er ein avgjerande faktor for individuell utvikling. For å lukkast med dei ulike kjerneelementa i matematikk må elevane anvende språket sitt både individuelt og i samspel med andre. Det blir hevda at å samarbeide og kommunisere med ein partnar er fordelaktig for elevar i arbeid med å utvikle si matematiske forståing (Liljedahl, 2020). Samarbeid kan skje innanfor det som i teorien blir omtala som ZPD, den proksimale utviklingssona (Abtahi et al., 2017). Gjennom å kommunisere med medelevar kan elevar konstruere argument som dei ikkje hadde lukkast med på eigen hand. Schoenfeld (2016) meinar at å delta i eit fellesskap med medelevar i klasserommet er avgjerande for eleven si kunnskapsutvikling og matematiske tenking. I følgje Mercer og Sams (2006) kan eit elev – elev samarbeid opplevast meir likeverdig og symmetrisk. I samarbeid med medelevane kan enkelteleven kjenne på eit mindre fagleg press i kommunikasjon og samspel, enn om dei skal kommunisere med læraren (Campbell et al., 2021). Den norske læreplanen forventar at elevar i tillegg til å lære spesifikke fag, skal arbeide i eit fellesskap der dei blir utfordra på samarbeid. Gode sosiale interaksjonar mellom elevar vil både auke læringa og skape godt læringsmiljø i klasserommet (UDIR, 2023). Yackel og Cobb (1996) påpeikar at elevane gjennom samarbeidet i klasserommet både kan utfordre kvarandre sine argument og korleis dei kan tolke og forstå oppgåva. Elevane skaper meining i matematikken gjennom å delta i samtaleorienterte læringsøkter, omtalt som «*Sociomatematical norms*» *av* Yackel og Cobb (1996). Fagleg utvikling er ikkje alltid eit resultat av munnleg samarbeid i klasserommet, og Alexander (2017) viser til fem prinsipp for å lukkast med samtaleorientert læring, mellom anna må elevane støttast i korleis diskutere, forklare, argumentere og grunngi i interaksjon med andre. Gjennom å kommunisere med andre vil elevane utvikle sitt representasjonsregister og kunne nytte både bilete, variablar, figurar, diagram, skriftleg og munnleg språk til å ytre si matematiske tenking (Doerr & Chandler-Olcott, 2009).

1.3 Omgrepsavklaring

Eg har plassert dette masterarbeidet i kategorien sosiokulturell læringsteori, i det legger eg undervisningsøkter der kommunikasjonen og diskursen mellom elevar har stor plass. Ved å gjennomføre denne studien håper eg å skaffe meg meir kunnskap om kva som kjenneteiknar 10. trinn elevar sin skriftlege og munnlege kommunikasjon og argumentasjon i matematikk. Argumentasjon er eit ord som famnar vidt. Stylianides (2007) hevdar at eit matematisk bevis er eit matematisk argument, ein samanhengande sekvens av påstandar for og imot eit matematisk krav. Beviset er gyldig når kommunikasjonane er på eit språk som elevane forstår, dei nyttar måtar å argumentere på som er kjent for elevgruppa og beviset som vert presentert vert aksepterast av elevane i klasserommet. Krummheuer (1995) forklarer argumentasjon som en diskursteknikk vi bruker til å forstå noko og til å forklare det vi forstår. Han understrekar vidare at formålet vårt med å argumentere er å prøve og overtyde seg sjølv eller andre om si matematiske tenking rundt eit gitt problem. Sfard (2008) skildrar matematisk diskurs som ein måte å kommunisere på. Eit fag sin diskurs handlar videre om korleis elevane orienterer seg i oppgåvetekster, bruker ulike læringsmetodar, hentar ut nødvendig informasjon og til slutt bruker språket sitt til å formulere eigne matematikktekstar munnleg eller skriftleg (Gee, 2012). Vi kan altså sjå på diskurs i matematikk som dei verktøya vi bruker for å kommunisere våre idear til matematisk løysing. Elevane kommuniserer si forståing gjennom å nytte mellom anna tal, symbol, geometriske figurar og funksjonar.

Argumentasjon og resonnering er nært knytt saman, og for å lukkast med å fremme eit argument bør elevane resonnere rundt det matematiske problemet. Av Jeanotte og Kieran (2017) blir matematiske resonnering sett på som både ein prosess og som eit produkt. Når vi undersøker elevane sin resonnerings og argumentasjonskompetanse bør vi derfor undersøke både sjølve argumentet (produktet) og korleis elevane kjem fram til argumentet (prosessen). I denne oppgåva forstår eg argumentasjon som evna elevane har til å orientere seg i oppgåveteksten, fremme ein påstand, gi støtte til påstanden og påstanden som vert fremma blir akseptert av medelevane. Elevane gir støtte til påstanden sin, ved å nytte ulike representasjonar, som gir elevane tilgang til det matematiske objektet (Duval, 2006). Representasjonar i matematikk er noko som står for noko anna og kan mellom anna vere teikning, symbol, eit bilete, munnleg tale eller skriftleg tekst (Duval, 2006). Som lærar har vi ofte ei kjensle av at elevane ikkje alltid klarer å formidle sine tankar, dei har ikkje dei rette orda, omgrepa eller symbola for matematikken. Dette understrekar og Sfard i uttrykket: *"There is more to discourse than meets the ears"* (2001, s. 13). Lærarar har ansvar for å legge til rette for at elevane får vist si matematiske tenking, sjølv om dei ikkje klarer å setje ord på den. Allereie i antikken då Platon levde var det satt likskapsteikn mellom å vere ein god matematikar og evna vi har til å tenke (Schoenfeld, 2016).

1.4 Oppgåva sitt formål og avgrensing

Det er eit problem i skulen at lærarar forventar at elevar i møte med matematikkoppgåver klarer å resonnere, argumentere og kommuniserer sine løysingar med eit skriftleg matematiske språk, som omverda forstår. Det matematiske språket skil seg frå kvardagsspråket til elevane. Sluttvurderinga dei møter etter 10 års grunnskule er ein skriftleg eksamen der elevane skriftleg skal vise sin samla kompetanse. I det skriftlege arbeidet sitt og for å skape meining i argumenta sine, treng elevane tilgang på representasjonar. Elevar deltek ofte i samtalar og diskuterer moglege løysningar munnleg, eg finn lite forsking eller teori om og eventuelt korleis dei overfører dette til deira skriftlege arbeid. Det er og lite forsking som seier noko om korleis munnleg diskurs påverkar elevane sine skriftlege argumentasjon. Det er derfor interessant for lærarar som underviser i matematikk å få kunnskap om korleis elevsamarbeid kan bidra til å gjere elevane betre rusta til å forstå og løyse matematikkoppgåver, og kunne uttrykke moglege løysingar både munnleg og skriftleg sett frå ein norsk kontekst. Som Campbell et al. (2021) påpeika er kunnskapen om forholdet mellom elevane sine skriftlege og munnlege argumentasjon framleis avgrensa, grunna få studiar i fagfeltet. Eg ser det derfor hensiktsmessig å rette merksemda både mot elevane sine kommunikasjon og argumentasjon. Korleis uttrykker elevane seg skriftleg og munnleg, og kva kjenneteiknar elevane sin argumentasjon. Formålet med denne studien er derfor å undersøke elevane sin kommunikasjon i form av evna dei har til å hente ut relevant data frå oppgåveteksten, løyse problemet, underbygge påstandar og grunngi sine formodningar. Med bakgrunn i dette problemet ønskjer eg å belyse følgjande problemstilling:

> *Kva kjenneteiknar 10 trinn elevar sin munnlege og*
> *skriftlege kommunikasjon og argumentasjon i matematikk?*

1.5 Oppgåva sin struktur

Teksten du no skal lese er delt inn i seks hovudkapittel. I det neste kapittelet vil eg gjere greie for kva teorigrunnlag oppgåva bygger på. Teorigrunnlaget vil danne ramma for analysen og diskusjonen rundt funna i datamaterialet. Eg vil og hente fram tidlegare forsking som kan belyse problemstillinga og som vil vere relevant for analysen. Kapittel 3 i masteroppgåva skildrar metoden eg har nytta for å skaffe meg kunnskap om problemet. Denne oppgåva byggjer på ei kvalitativ studie, kvalitativ metode er hensiktsmessig å nytte når eg som forskaren er tett på det eller dei eg forskar på. Eg har valt to ulike datainnsamlingsmetodar, observasjon og skriftleg oppgåvehefte. Å sjå problemet frå ulike synsvinklar vil vere ei styrke for oppgåva si truverd og eg har moglegheit til å dokumenter elevane sin skriftlege argumentasjon betre (Kleven & Hjardemaal, 2018). Videre i metodekapittelet vil du kunne lese grunngjevnaden for forskingsdesignet og dei etiske vurderingane eg har gjort. Datainnsamlinga og behandling av data er gjort etter SIKT (NSD, Norsk senter for forskingsdata) sitt regelverk og godkjent. I delkapittel fire finn du resultata frå empirien eg har gjennomført og ei analyse av funna mine. Kapittelet er delt inn i kategoriar ut i frå resultat av det analysen av empirien avdekka. Del fem av oppgåva er drøftinga, i dette kapittelet vil du kunne lese sentrale funn frå empirien og eg vil sjå mine oppdaginga i samanheng med tidlegare forsking i emnet. Du vil her kunne lese interessante avdekkinga om elevane sine skriftlege og munnlege kommunikasjon og argumentasjon i matematikk sett i lys av det teoretiske rammeverket for studiet. Avslutningsvis i delkapittel seks vil eg presentere ei kortfatta oppsummering av funna frå undersøkinga. Eg vil og presentere nokre tankar om vegen vidare og gi nokre indikasjonar på videre forsking. Eg skriv og nokre tankar om korleis eg tenkjer resultata kan vere til nytte for vidare arbeid i klasserommet.

2 Teori

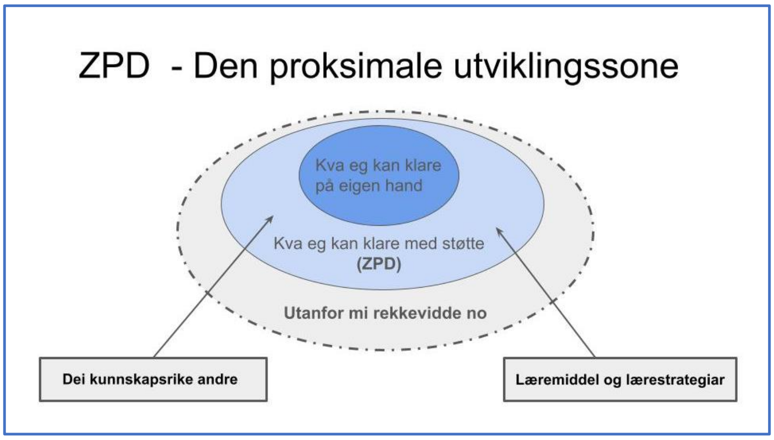
I denne masteroppgåva ligg sosiokulturell læringsteori til grunn. Sosiokulturell læringsteori tar utgangspunkt i at intellektet si utvikling skjer i møte med andre. Ein føresetnad for at mennesket sinn skal tenke er at dei blir utfordra til det, i møte med andre menneske. Mange av verdiane i den sosiokulturelle læringsteorien kjem frå den russiske teoretikaren Lev Vygotsky. Han meinte at den sosiale aktiviteten kom først og at eleven si tenking er eit resultat av samspel med andre (Vygotsky, 1987). Elevane kan ha større moglegheit til fagleg meistring i eit klasserom der samtale og kommunikasjon står i fokus. Dialogen mellom elevane kan vere med på å utvikle deira matematiske argumentasjon og kan skape rom for god kommunikasjon mellom dei i arbeid med matematikkoppgåver. Det viktigaste reiskapen mennesket har, i følgje sosiokulturell læringsteori er språket vårt (Imsen, 2005). Språket til ein elev inneber både den nonverbale kommunikasjonen og den verbale. Det elevane kommuniserer ut gjennom munnleg tale i samtalane og det skriftleg arbeid dei leverer i etterkant, blir viktig å analysere, for å danne seg eit bilete av kjenneteikn på elevane sin kommunikasjon og argumentasjon i matematikk.

2.1 Læringssyn og sosial interaksjon

Læring er samansett, i møte med elevar i klasserommet veit matematikklæraren at det er ulike grep som påverkar kva læring elevane klarer å skape undervegs i ei matematikkøkt, og kva matematisk kompetanse dei har med seg vidare til neste læringssituasjon. Å lære er situasjonsbetinga og avhengig av kva læringsvilkår som er i klasserommet. For å utvikle god resonnering og argumentasjonskompetanse i læringsmiljøet, er gode rammer for sosial og matematisk interaksjon mellom elevane viktig (Lithner, 2008).

2.1.1 ZPD – Den proksimale utviklingssona

Elevane blir utfordra til å konstruere ny kunnskap innafor deira mogleg utviklingssone, slik Vygotsky argumenter for i sin teori ZPD, på norsk omsett vi det til den proksimale utviklingssona (sjå figur 2.1 under).



Figur 2.1: Den proksimale utviklingssona, mi omsetjing frå Steve Wheeler henta frå (Mcleod, 2023)

Modellen viser avstanden mellom kva elevane kan meistre på eigen hand og kva dei kan lukkast med i samhandling med andre (Roth & Radford, 2010). Ein av elevane i interaksjonen, vil ha rolla som den meir kunnskapsrike andre. Å vere den mest kunnskapsrike i den proksimale utviklingssona vil veksle mellom deltakarane i gruppa. Samarbeidet og innspela elevane deler i arbeidet med å løyse matematikkoppgåver og fremme ein påstand, vil påverke kunnskapsbasen til elevane. I ZPD teorien oppfattar vi at elevane utviklar sin kunnskapsbase i samarbeid og kommunikasjon med andre. Kva ytringar som blir fremma i samarbeidet og korleis det blir tatt i mot av dei andre er med på å bygge kunnskap mellom elevane (Abtahi et al., 2017). Elevane sin interaksjonen i den proksimale utviklingssona kan hjelpe elevane til å tenke, reflektere, resonnere og argumentert. Læringseffekten kan auke for elevar dersom dei arbeider i eit samtaleorientert læringsmiljø. I den proksimale utviklingssona kan elevar gjennom å delta i diskursen, konstruere argument og løyse problem, som dei ikkje hadde lukkast med på eigen hand. Dialogen og læringa utviklast i to steg. Først mellom elevane i klasserommet, før enkelteleven tek nytte av den sosiale konteksten i sine eigne tankar jf. argumentet til Vygotsky under:

> Any funcution in the child's cultural development appears twice or on two planes [...] It appears first between people as an intermental category, and then within the child as an intramental category (Vygotsky, 1987, s. 21).

I klasserommet og i læringssituasjonar må vi vere medvitne rolla den kunnskapsrike andre har for enkelteleven sin prestasjon. Interaksjonar mellom elev og elev kan vere meir symmetriske enn mellom lærar og elev (Mercer & Sams, 2006). Campbell et al. (2021) hevder og at elevar i større grad vil uttrykke sine argument i læringssituasjonar der dei ikkje opplever press frå lærarar eller andre autoritetar. For elevane kan det å arbeide saman med nokon ein kjenner seg likeverdig med, ha potensial til å utvikle deira matematiske forståing. Å verdsette ulike måtar å kommunisere på kan gi elevane større potensial i utvikling av argument. I klasserom der ZPD har ein sentral plass vil samhandling og kommunikasjon fremme elevane si faglege utvikling (Meira & Lerman, 2001). Både individuelle og sosiale faktorar er viktig for at elevane skal oppnå utvikling og suksess i matematikk (Cross, 2009).

2.1.2 Samtalens kvalitet

Dei siste åra har fleire og fleire forskarar peika på den viktige rolla matematisk samarbeid og kommunikasjon har. Sfard (2001) sidestiller kommunikasjon og tenking. Dersom det ikkje skjer kommunikasjon mellom elevar, vil deira moglegheiter for matematisk tenking avgrensast. Skal elevane få tilført noko nytt i si tenking, må dei kommunisere med andre. I følgje Schoenfeld (2016) er deltakinga i dette fellesskapet avgjerande for eleven si matematiske tenking og utviklinga av kunnskap. Ein anna fordel av å samarbeide, er at den kognitive belastninga blir fordelt på dei ulike elevane i gruppa (Schwarz, 2009). Det er derimot ikkje gitt at det utviklast matematisk kunnskap når elevane arbeider i mindre grupper, ei heller matematisk tenking. Ofte kan fotballkampen frå i går, det som hendte i friminuttet, ei ugjort lekse og liknande vere med på å sette rammene for samarbeidet mellom elevane i klasserommet. Sjølv om læraren har ein tydeleg instruks og ei forventning av at dialogen skal skape matematiske argument, treng ikkje det å bli resultatet av dialogen. Om den matematiske dialogen som skjer mellom elevane i klasserommet, har innverknad på deira utvikling av matematiske argument, er avhengig av kvaliteten på samtalane. Kva er det elevane samtaler om, og har samtalen dei i mellom ei retning, søker dei å finne svar på det matematiske problemet dei står ovanfor. Yackel og Cobb (1996) påpeikar at det må vere eit matematisk fokus, samstundes som elevane opererer i ein sosial interaksjon. Læringssituasjonar som gir elevane i gruppa tilgang til det matematiske objektet gjennom å forsvare sine argument, utfordre kvarandre sine matematiske oppfatningar og oppdage samanhengar i matematikken, blir av Yackel og Cobb omtala som «*Sociomathematical Norms*» (1996). Kjenneteikn ved sosiomatematiske klasserom, er elevar som utviklar sjølvstendige løysningsstrategiar og mindre bruk av tillært prosedyrekunnskap. *Gode s*osiomatematiske normer i klasserommet nås når elevane klarer å gjere den sosiale interaksjonen mellom seg matematikkfagleg. Når samtalen har som mål å løyse problemet dei står ovanfor, kan vi seie at samtalane har rett fokus og elevane opplever å arbeide med matematikk innafor eit sosialt fellesskap.

Alexander (2017) framhevar fem prinsipp som kan føre til at samtalene mellom elevane aukar deira forståing, og gir elevane tilgang til det matematiske objektet. Dei fem prinsippa er *kollektiv*, elevane i gruppa opplever at dei er likeverdige. Å vere *gjensidig*, det vil seie at elevane er gode lyttarar til kvarandre sine argument og elevane *støtter* matematiske påstandar andre presenterer i sine ytringar. Videre bør samtalane vere *kumulative*. Ein samtale er kumulativ når elevane klarer å bygge vidare på dei argumenta og dei matematiske ytringane som allereie er blitt fremma av andre i gruppa. Det siste av Alexander sine fem prinsipp fokuserer på at samtalane har *retning* mot det matematiske målet for læringsaktiviteten. Erfaringa mi frå klasserommet er at mange elevar opplever samarbeid i matematikk som vanskeleg, å arbeide i fellesskap med ulike matematikkproblem fører derfor ikkje alltid til kommunikasjon og argumentasjon av høg kvalitet. Det er krevjande for elevar å oppfylle Alexanders fem prinsipp for dialogisk undervisning. Det viser og forsking frå britiske barneskular. Fleire studiar gjennomført på 1990-talet viser til at gruppesamarbeid der elevane samtaler for å finne løysingar i matematikk, kan ende med å bli uproduktive (Mercer & Sams, 2006). Mercer og Sams (2006) viser videre til at årsaka kan vere at elevar ikkje får god nok rettleiing til korleis dei skal kommunisere og resonnere i elevgruppene.

Forskingsdata frå NCTM (2000) syner at elever som engasjerer seg i den matematiske kommunikasjonen i klasserommet lærer meir. I samtalefellesskapet vekslar elevane mellom kven som har ordet, i faglitteraturen definerer vi vekslinga mellom kven som snakkar i ei gruppe som tur-taking (Jefferson et al., 1974). I opne matematikksamtaler i mindre grupper, der målet er å resonnere og argumentere for ei løysing på eit algebraproblem, er det sjeldan nokon ordstyrar. Kven som har ordet, skjer ofte naturleg ut frå kven som vil fremme si tenking. I den naturlege vekslinga mellom kven sin tur det er, kan det oppstå tidsrom der samtalen stoppar opp og ingen tek ordet. Eit slikt stille tidsrom kan definerast som ei samtalepause (Mosaker, 2009). Stillheit i ein samtale kan bli oppfatta som negativt, elevane kan kjenne ubehag fordi dei ikkje veit kva dei skal seie og kjenner på låg framdrift. Men Mosaker (2009) på si side, påpeiker vidare nytten av samtalepausar, ei tid der samtaledeltakarane får tid til å tenke, som kan betre kvaliteten på kommunikasjonen.

2.2 Diskurs og eleven sin kommunikasjon i matematikk

For å lukkast i matematikkfaget bør elevane meistre å argumentere både munnlege og skriftlege. Dei må kunne bruke ulike arbeidsmåtar, ta i bruk hensiktsmessig læringsmetodar, anvende ulike representasjonar, kunne lese oppgåvetekster og hente ut nødvendig informasjon. Elevane må og bruke språket sitt til å formulere eigne matematikktekstar, både munnleg og skriftleg. Dette er det som ifølgje Gee (2012) representerer eit fag sin diskurs. Kvart fag har sine element som gjer at vi identifiserer diskursen som ein matematisk diskurs. Gee (2012) skil videre mellom sekundærdiskurs og primærdiskurs. Primærdiskurs kan samanliknast med kvardagsdiskursen til elevane. Det dei har med seg frå tidleg i livet og viser eleven sin identitet. Elevane sin primærdiskurs kan påverkast i møte med andre menneske og i møte med ny kunnskap. Sekundærdiskursen er den diskursen som høyrer til eit spesifikk fag eller ein kultur. Sfard (2008) skildrar matematisk diskurs som ein måte å kommunisere på, gjennom å nytte mellom anna tal, mengder, geometriske figurar, matematiske objekt og funksjonar. For at elevane skal utvikle sin matematiske diskurs må dei matematisere. Å matematisere handlar om å delta i eit fellesskap med dei andre i klasserommet, der målet er å løyse matematiske problem. Utviklinga som skjer skaper ei endring i diskursen frå kvardagsdiskurs mot ein meir spesifikk sekundærdiskurs. I krysninga mellom dei to diskursane vil elevane lære seg nye matematiske omgrep. Eit døme kan vere elevar i barneskulealder sin omtale av ein geometriske figur med fire hjørne. For unge elevar vil det vere naturleg å kalle det ein firkant. Etter kvart som primærdiskursen til elevane møter matematikkfaget sin sekundærdiskurs i skulen, vil fagkunnskapen til eleven kunne utviklast, dei vil kunne skildre kjenneteikn ved ulike firkantar som rektangel, kvadrat og parallellogram. For å utvikle diskursen sin understrekar både NCTM (2014) og Pallanck et al. (2020) at elevane bør få moglegheita til å lese, analysere og diskutere kvarandre sine argument. Arbeidsøktene i matematikk bør legge til rette for slikt elevsamarbeid. Yackel og Cobb skildrar det slik:

> "We noted earlier that additional learning opportunities arise when children attempt to make sense of explanations given by others, to compare others' solutions to their own, and to make judgments about similarities and differences: (Yackel & Cobb, 1996, s. 466)."

Med det kan vi anta at å samarbeide og forklare kvarandre i mindre grupper, korleis dei forstår matematikkoppgåva, korleis dei vil løyse problema, kan fremme elevane sin forståing, utvikle deira sekundærdiskurs og gjere dei betre rusta til å kommunisere skriftlege og munnlege argument, som svarer på det oppgåva etterspør.

2.3 Argumentasjon og resonnering i matematikk

Gjennom fleire år i skulen, har elevane som er informantar i denne studien, arbeida etter konkrete og spissa læremål. Undervisninga og arbeidet i klasserommet har ofte handla om konkrete algoritmar og framgangsmåtar som skal nyttast for å finne eit svar på eit matematisk problem (Mason, 1996). Elevane har hatt ei oppleving av at læraren ønskjer eit svar, som dei gjerne har oppdaga ved å nytte framgangsmåten presentert skriftleg i døme 3.14 i læreboka. Algebra og figurtal som matematisk emne blir ofte møtt med frykt hos elevane. Det kan virke som det ligg i barn og unges natur å akseptere at å løyse matematiske oppgåver i dette emnet er vanskeleg. I klasserommet kan læraren ofte høyre uttrykk som kvifor skal vi kunne dette. Ei slik oppfatning kan vi finne støtte for i faglitteraturen, mellom anna hevder Radford (2000) at å undervise i algebra har vore utfordrande heilt tilbake til antikken. Mason (1996) på si side trur denne problematiseringa stammar frå at vi ofte gir elevar ein mengde oppgåver av same type for å trene dei i ein gitt teknikk eller algoritme.

Eksempla på eksamensoppgåver som UDIR har presentert dei siste åra, og som eg tek i bruk i dette arbeidet, fokuserer meir på elevane si tankerekke og korleis dei produserer argument gjennom resonnering, framfor å teste dei i ein gitt prosedyrekunnskap. Elevane har gradvis oppdaga ei endring i tilnærminga til undervisninga og korleis matematikktimen er organisert. Kvar kjem denne endringa frå? Då elevane gjekk i 8. klasse vart Kunnskapsløftet 2020 innført som læreplanverk i den norske skulen. LK 20 er organisert på ein ny måte, og lærarane blei bedne om å rette merksemda mot kjerneelementa i faget. Er det denne endringa elevane merkar? Kjerneelementet resonnering og argumentasjon vektlegg viktigheita av at elevane skal sjå samanhengane i matematikk, ingenting er tilfeldig. Gjennom å nytte ulike resonnerings- og argumentasjonssekvensar skal elevane kunne lære matematikk og grunngi si forståing (Saabye, UDIR, 2020).

Samfunnet generelt, men og matematikklærarar gir eit inntrykk av det er ei universell oppfatning av kva matematisk resonnering er. Matematisk resonnering er derimot utfordrande fordi omgrepet blir nytta svært ulikt (Jeannotte & Kieran, 2017). Forskingslitteraturen gir ikkje ei tydeleg avklaring på korleis vi skal forstå matematisk resonnering. I følgje Yackel og Hanna (2003) nytter dei fleste innanfor det matematiske fagfeltet omgrepet utan å definerer det. Hjelte et al. (2020) har gjennomført ei undersøking av faglitteratur som omhandlar matematisk resonnering som støtter Yackel og Hanna. Der kom det fram at det i mange samanhengar er uklart kva som ligg i omgrepet og cirka 20% av fagartiklane dei undersøkte mangla definisjon eller forklaring på korleis vi skal forstå matematisk resonnering. For å klargjere kva eg forstår med matematisk resonnering har eg lagt til grunn Jeannotte og Kieran sin modell for matematisk resonnering. Dei ser på matematiske resonnering både som ein prosess og som eit produkt. Når vi undersøker elevane sin resonnerings og argumentasjonskompetanse bør vi derfor undersøke både sjølve argumentet (produktet) og korleis elevane kjem fram til argumentet (prosessen). Matematisk resonnering som eit produkt, handlar om det strukturelle ved resonnering. Korleis elevane systematiserer og strukturerer ulike element som t.d. data, støtte og påstandar, for å drive den matematiske diskursen mot ein konklusjon (Jeannotte & Kieran, 2017). Dei ulike elementa data, støtte og påstandar kan vi finne igjen i ulike argumentasjons modellar som Toulmin (2003) og Krummheuer (1995). I kapittel 2.6 vil eg gå nærare inn på korleis vi kan anvende dei til å sjå samanhengar mellom elevane si matematiske resonnering og deira skriftlege og munnlege argumentasjon.

Matematisk resonnering som produkt startar i følgje Lithner (2008) med ei oppgåve som avsluttast med eit svar, der elevane har arbeida seg igjennom ulike steg frå data(oppgåvetekst) til konklusjon eller ein påstand, eit svar på oppgåva. For å klargjere korleis påstandar, data, ryggdekning og heimelen står i forhold til kvarandre i sin argumentasjon, anbefaler Cohen et al. (2015) at elevane nytter «linking words», på norsk kalla bindeord, det kan til dømes vere ord som: fordi, men, og, derfor, så. Dei viser vidare til ei undersøking av Simpson og Zakaria (2004) som konkluderte med at elevar som anvender bindeord i større grad klarer å sjå problemet dei skal løyse frå ulike sider i sin løysningsprosess, framfor å anvende prosedyrekunnskap. Jeannotte og Kieran (2017) poengterer vidare, at sjølv om elevane er avhengig av å kunne strukturere sine matematiske resonnement for å skriftleggjere diskursen, er ikkje det nok. Prosessen undervegs er det som kan drive tenkinga og skape ny kunnskap hos elevane. Dei identifiserer ni prosesser som drivkrefter i resonneringssekvensen. Som dei videre kategoriserer i to hovudkategoriar, prosessar som handlar om å sjå etter likskapar og skilnader og prosessar som handlar om å validere argumenta sine. Eksemplifisere som er den niande prosessen blir ikkje plassert i ein av dei to hovudkategoriane, då elevane undervegs i arbeidsprosessen vil eksemplifisere både når dei ser etter likskapar og skilnader og når dei validerer påstandane sine. Liknande inndeling av resonneringssekvensen kan vi og finne hos Stylianides (2008, s. 10). Han har strukturert prosessen i ein modell der han legg vekt på korleis både matematiske, psykologiske og pedagogiske komponentar verkar inn på elevane sin resonnering og bevisprosess. Han skil videre mellom generiske eksempel og empiriske argument. Resonnering kan altså sjåast på som den tankeprosessane som oppstår hjå elevane i møte med oppgåver, som fører til at dei fremmer ein påstand og når ein konklusjon i oppgåveløysing (Lithner, 2008). Dei ulike oppfatningane og definisjonar i forskingslitteraturen, gjer at eg er open for at andre vil vektlegge andre sider av resonnering og argumentasjon enn eg har gjort her.

2.4 Argumentasjon i skriftleg og munnleg kommunikasjon

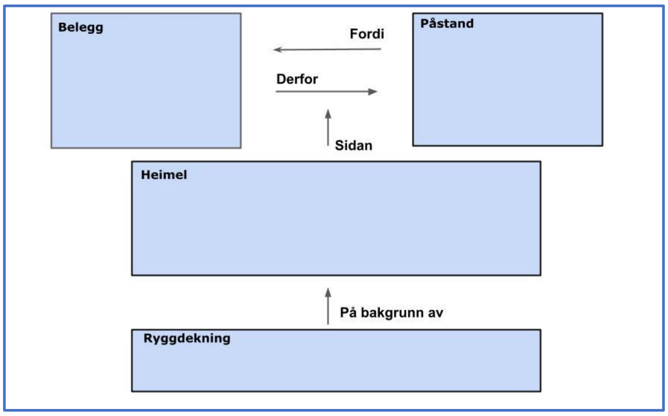
For å vurdere kva elevane forstår og kva kompetanse dei har tileigna seg i eit matematisk emne, treng dei å kommunisere med medelevar eller faglærar. Kommunikasjonen skjer gjennom munnleg forklaringar eller skriftleg arbeid. Den metoden lærarane nyttar oftast for å vurdere elevane sin kompetanse er å spør etter deira skriftlege arbeid. Det er det skriftlege arbeidet til elevane som overtyder både lærarar og føresette om at det har skjedd ein fagleg progresjon hjå elevane sidan sist (Alexander, 2017). Slik er det og når sluttvurderinga etter 10 års grunnskule skal setjast, det er deira individuelle skriftlege eksamen som skal dokumentere deira kompetanse i faget. Får den fram den heile å fulle sanninga? Den munnlege kompetansen og samarbeidslæringa som undervisninga skal legge vekt på undervegs, kan dei ikkje ta i bruk på sjølve eksamens dagen. I skulekvardagen kan ungdomsskuleelevar møte utfordringar i arbeid med å produsere haldbare bevis når dei løyser matematikkproblem. Bevisomgrepet er vanskeleg å lære for elevane og dei manglar kunnskap om kva kriterium som krevst for at matematikksvaret elevane har produsert, vert akseptere som eit haldbart bevis. Forsking peikar på at årsaka til det, er deira låge argumentasjonskompetanse (Knuth et al., 2009). Stylianides (2018) hevdar at vi kan oppfatte elevane sin manglande evne til å argumentere som låg, på grunn av måten vi undersøker elevane sine argument på. Han viser i sin studie at deira skriftlege argument ikkje får fram deira matematiske tenking. Han påpeikar vidare at:

> « Thus if a study had analysed students' written argument only (as in survey research), it would have reported a less favourable picture of the potential of students' constructed proofs than another study that would focus only on students' oral arguments (as in observational research)" (Stylianides, 2018, s.156)

Dette sitatet frå Stylianides (2018) underbygger mi oppfatning av at den skriftlege argumentasjonen til elevane ikkje alltid avdekker elevane si tenking. For å danne oss eit reelt bilete av elevane sin kompetanse bør vi derfor vektlegge både elevane sin munnlege diskurs og deira skriftlege svar. Å fokusere på den eine eller andre kommunikasjonsmåten i vurderingssituasjonar, kan gjere at vi går glipp av noko av elevane sin kompetanse i det matematiske emnet. Ei anna årsak til mangelfulle argument hos elevane kan og vere spriket mellom det elevane møter på ungdomsskulen og det dei lærte på barneskulen (Stylianides, 2007). Stylianides hevdar vidare at eit matematisk bevis er eit matematisk argument, ein samanhengande sekvens av påstandar for og imot eit matematisk krav. Beviset er gyldig når kommunikasjonen er på eit språk som elevane forstår, dei nyttar måtar å argumentere på som er kjent for elevgruppa og beviset som vert presentert blir aksepterast av elevane i det aktuelle klasserommet. I litteraturen knyttast gjerne argumentasjon til bevisføring, men i denne oppgåva kobler eg argumentasjonen meir til korleis elevane kommuniserer tankerekka si.

Når elevane møter matematikkproblem, søker dei å finne svar gjennom å analysere oppgåva, før dei prøver å kommunisere eit svar på problemet til medelevar eller lærar. I følgje Schoenfeld (2016) bør matematikkundervisning og arbeidet i skulen ha til hensikt å utvikle elevane si evne til å analysere problemet, trene dei både på resonneringssekvensar og korleis dei kan utvikle argument som har ein samanhengande struktur jf. Stylianides (2007). Schoenfeld (2016) understrekar vidare at vi må hjelpe elevane til å lukkast med å argumentere både skriftleg og munnleg jf. Mercer og Sams (2006). Grepstad (1997, s. 171) forklarer eit argument slik: *«Argument blir brukte til å støtte konklusjonar vi er usikre på ved hjelp av opplysningar vi er sikre på».* Elevane bør derfor ta utgangspunkt i det dei kan, ta i bruk den informasjonen oppgåva gir til å konstruerer eit argument som dei kan kjenne seg sikre på. Å bli presentert for ulike løysningsmetoder for eit aktuelt problem vil kunne hjelpe elevane i å trekke ut generelle reglar som kan klassifiserast som haldbare argument. I klasserommet kan vi arbeide med argumentasjon på to ulike måtar, vi kan lære elevane å argumentere eller elevane kan lære matematikken gjennom å argumentere (Schwarz, 2009). Schwarz skildrar vidare omgrepet argumentere som eit verktøy jf. prosess aspektet ved matematisk resonnering skildra av Jeannotte og Kieran (2017). Elevane kan nytte argumentasjon som verktøy til å undersøke matematikkproblema, utvikle ulike idear til løysing og vurdere forslaga. I dette masterarbeidet undersøker eg om elevane kan nytte argumentasjon på begge måtane. Dei må utvikle skriftlege argument, men og bruke argumentasjon til å kommunisere det dei har lært.

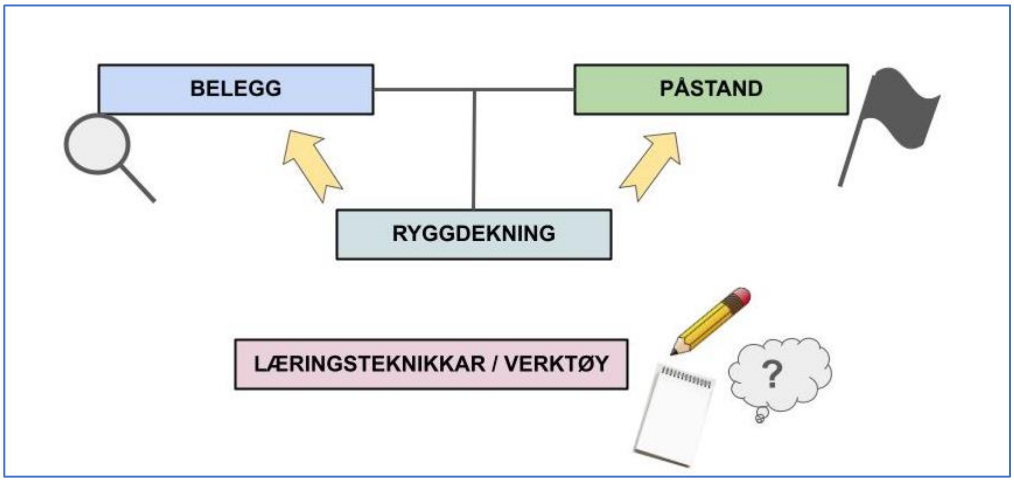
Dersom arbeidet vi gjer i klasserommet skal føre til at elevane blir betre til å løyse algebraproblem og kommunisere si tenking skriftleg, er det nyttig å sjå på samanhengen mellom elevane sin argumentasjonssyklus og kva påstandar som blir kommunisert. Krummheuer (1995) ser primært på argumentasjon som ein diskursteknikk, og har utvikla ein modell som skjematisk framstiller kva elevane må gjere når dei argumenterer for si løysing av problemet sjå figur 2.2.



Figur 2.2: Argumentasjonsmodell, mi omsetjing frå; (Krummheuer, 1995) og (Grepstad, 1997)

Elevane beveger seg mellom dei ulike boksane i modellen i sin arbeidssyklus. Frå å kartlegge data, kva informasjon gir oppgåva. Videre vil dei presentere ein konklusjon eit svar på problemet. Sjølve kjernen i modellen til Krummheuer er i kva grad elevane presenterer ulike døme som garanterer og støtter argumenta i konklusjonen, påstanden som er fremma. Modellen blir vidare utdjupa i kapittel 2.6, teoretisk rammeverk for analyse.

Liknande modell kan vi og finne i artikkelen til Pallanck et al. (2020) sjå figur 2.3. Begge modellane har utspring frå Toulmin (2003) sin argumentasjonsmodell, som tar føre seg korleis vi kan bygge opp eit gyldig og godt argument med støtte. Toulmin sin modell for argumentasjon har ikkje utspring frå matematikkdidaktikken. Eg nytter derfor Krummheuer sin modell i analyse av datamateriale, då hans arbeid er knytt til det matematiske fagfeltet. Det er dei fire kjerneelementa *conclusion, data, warrant og backing* frå Toulmin (2003), Pallanck et al. (2020) og Krummheuer (1995) har nytta som komponentar i utvikling av sine modellar. Grepstad (1997) har omsett dei ulike omgrepa frå Toulmin sin modell til norsk, påstand, belegg, heimel og ryggdekning. Vidare i mi oppgåve vil eg nytte Grepstad sine omgrep i forklaring av dei ulike elementa i argumentasjonsmodellane.



Figur 2.3: Matematiske og ikkje matematiske delar av eit argument, mi omsetjing frå (Pallanck et al. 2020).

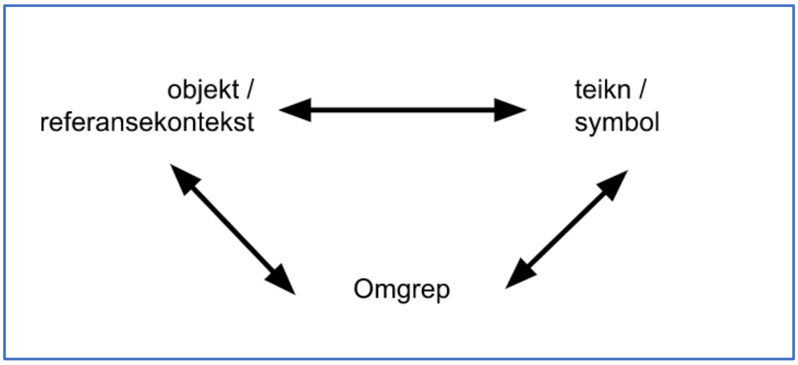
I feltarbeidet sitt retta Pallanck et al. (2020) spesielt merksemd mot dei skriftlege argumenta som elevane skal produsere. Dei hevder at dersom vi gir elevane skrivestilas eller sjekklister dei kan nytte i arbeidet med å utvikle sine skriftleg argument, kan det styrke enkelteleven si evne til å strukturere si tenking. Dei har derfor med eit ekstra element i sin modell, dei ikkje matematiske delane, teknikkar (*mechanics)* for å kommunisere ut si tenking. Lærarane må vere tydlege ovanfor elevane, kva forventningar og krav dei har til elevane sitt skriftlege arbeid. Når lærarar les elevane sitt skriftlege arbeid, har dei ikkje direkte moglegheit til å spør etter korleis dei har tenkt, eller få tilgang til meir utfyllande forklaring her og no. Reid og Vallejo Vargas (2018) hevder at det derfor er nødvendig med klare kriterium til elevane, som presiserer kva som blir forventa av deira skriftlege kommunikasjon og argumentasjon. Dei føreslår at eit kvart skriftleg svar bør innehalde resonneringa til elevane, korleis dei har tenkt, og eksempel på generaliteten i oppgåva elevane har løyst.

I denne studien ser eg det som hensiktsmessig å undersøke elevane sin kommunikasjon i form av evna dei har til å hente ut relevant data frå oppgåveteksten, løyse problemet, underbygge påstandar og grunngi sine formodningar. I følgje Garofalo og Lester (1985) vil elevane møte matematikkproblem som skal løysast med å lese oppgåveteksten og orientere seg om kva oppgåva spør etter. Videre organiserer dei den infoen dei har og gjennomfører ei utrekning for å løyse oppgåva. Til slutt vil dei verifisere det dei har lært jf. Krummheuer (1995) og Lithner (2008) sin resonneringsstruktur. Verifikasjonen kan knytast til å generalisere og kan skje både munnleg og skriftleg. I verifiseringsfasa vil argumentasjonskompetansen som elevane har, kome mest til uttrykk. Å skrive kan støtte den matematiske læringa til elevane og gi dei tilgang til det matematiske objektet. Garofolo og Lester identifiserte og eit femte element, som dei såg på som prat som ikkje var matematiske. Munnlege utfyllerar som ikkje var med på å skape meining i matematikken, dette kan jf. med det Stylianides (2007) klassifisera som støy i læringsprosessen. Fraser i dialogen som ikkje høyrer til den matematiske argumentasjonen.

2.5 Bruk av representasjonar i matematisk kommunikasjon og argumentasjon.

Å forstå kvarandre er inga sjølvfølgje. I livet kan vi oppleve situasjonar der den vi møter ikkje oppfattar det vi prøver å formidle. Kommunikasjon mellom menneske skaper rom for misoppfatningar og kan skape konfliktar. Slik er det og i matematikklasserommet. Dersom elevane skal oppleve å bli anerkjent for sine argument og si forståing av problemet må elevane kommunisere på ein slik måte, at dei opplever seg forstått. For å kommunisere ut si tenking kan til dømes elevane ta i bruk skriftspråket sitt, dei kan representere tenkinga gjennom ord, matematiske symbol, dei kan lage grafar, geometriske figurar eller systematisere informasjonen i oppgåva i ein tabell. I tillegg til skriftleg språk tar elevane i bruk sitt munnlege språk, desse to representasjonsmåtane er i følgje Pugalee (2004) dei viktigaste for elevane, om dei skal meistre å kommunisere ut kva dei har forstått i oppgåva. Matematikken er abstrakt i motsetting til ein del andre fag og for å få tilgang til eleven si tenking om det matematiske objektet, treng vi teikn og symbol som illustrerer matematikken. Representasjonar er det som skapar meining i matematikk (Duval, 2006).

Duval (2006) skildrar vidare representasjonar som måten ein elev løyser matematikkproblem på. Ved å ta i bruk semiotiske representasjonar og tidlegare kunnskap, kan elevane utvikle si forståing i det matematiske temaet. Semiotikk er læra om ulike teikn og korleis vi bruker teikna vi kjenner (Store Norske leksikon, 2023). Gjennom å behandle informasjon og konvertere innafor ulike representasjonar, oppstår læring. For å ha kontroll på matematikken dei oppdagar i arbeid med tekstoppgåvene og skape meining ovanfor andre, nyttar elevane teikn og symbol dei har tilgang til for å kode kunnskapen (Steinbring, 2006). Dei matematiske teikna er viktig for å registrere ny kunnskap, for å forklare kunnskapen og skape ny kunnskap. Elevane sin bruk av representasjonar og korleis dei skapar meining i matematikken ved å bevege seg mellom dei ulike representasjonane, vil kunne gi lærarar nyttig innsikt i elevane si forståing av det matematiske emne og eventuelt kva hindringar elevane møter. Steinbring (2006) skildrar dette samspelet i det epistemologiske triangel sjå figur 2.4. Modellen syner medieringa mellom matematiske teikn og referansekonteksten. I samspelet mellom hjørna i triangelet oppstår dei matematiske omgrepa. Eleven er i senter av triangelet og det er der dei konstruerer dei matematiske argumenta, gjerne i interaksjon med medelevane sine. Det epistemologiske triangelet kan hjelpe å analysere korleis elevane konstruerer argumenta sine og kommuniserer kunnskapen sin ved hjelp av ulike representasjonar.



Figur 2.4: Det epistemologiske triangel (mi omsetjing) (Steinbring, 2006)

Ulland et al. (2018) framhevar representasjonane sin plass i matematikken, og skildrar faget sin multimodalitet. I det legg dei at elevane må kunne tolke ulike representasjonar for å meistre faget sin diskurs. Multimodalitet fokuserer også Nordin og Boistrup (2018) på, dei viser til at vi kan undersøke elevane sin matematiske resonnering og argumentasjon ved å undersøke korleis elevane nytter munnleg og skriftleg språk, teikningar, tal og symbol. I artikkelen sin refererer dei til desse som ulike modusar i matematikkfaget.

2.6 Teoretisk rammeverk for analyse

For å velje eit rammeverk som kan avdekke interessante funn i datamateriale var eg innom både Balacheff (1988) og Stylianides (2007) som fokuserer på gyldige bevis. I utarbeiding av problemstilling for masterarbeidet, blei det derimot tidleg klart for meg at eg ikkje var interessert i sjølve bevisa. Det som er av størst interesse er korleis elevane klarer å kommunisere skriftleg og munnleg, og kva dei tar med seg frå dialogen med medelevane til sine skriftlege argument. Nordin og Boistrup (2018) viser til at vi kan undersøke ulike modusar for å skildre elevane sin kommunikasjon og argumentasjon i matematikk. Videre er det og nyttig å bruke eit rammeverk som seier noko om elevane sin resonneringsprosess og korleis dei underbygger sine argument. Eg har derfor valt å plassere elevane sine argument inn i Krummheuer (1995) sin modell for argumentasjon.

For å kunne seie noko om kva som kjenneteiknar argumenta elevane presenterer og korleis dei grunngir påstandane sine, vil argumentasjonsmodellen i figur 2.2 vere eit godt hjelpemiddel. Dersom elevane skal kome i posisjon til å presentere skriftlege og munnlege argument, må dei ha ein plan for korleis dei skal løyse oppgåvene. Argumentasjonsmodellen til Krummheuer kan hjelpe meg i analysen til å seie noko om kjenneteikna på elevane sine skriftlege og munnlege argument. Han nytta modellen til å analysere elevane sine kollektive ytringar i matematikklasserommet. Eg vil kunne vurdere i kva grad dei fire elementa påstand, belegg, heimel og ryggdekning er representert. Det vil vidare gi meg som forskar moglegheit til å vurdere i kva grad deira munnlege og skriftlege påstandar har belegg, om dei klarer å garanterer påstanden med heimel, og i kva grad dei nyttar ryggdekning for å styrke sine argument. Modellen tar utgangspunkt i at elevane gjennom samtalar utviklar sin argumentasjon fram mot å fremme ein påstanden. Påstanden kan stemme fordi elevane hentar ut informasjon frå belegget. Det er under interaksjon mellom elevane i arbeidssyklusen, at argumentasjonen utviklast, på fagspråket seier vi gjerne at kunnskapen emergerer

(Krummheuer, 1995). Som Toulmin (2003) og Reid og Knipping (2010) viser til, har argumentasjonssyklusen både ein grovstruktur og ein finere struktur. Grovstrukturen skildrar heile argumentet sett i samanheng og den finere strukturen i argumentasjonen kan vi oppdage ved å studere dei ulike elementa steg for steg. Modellen til Krummheuer hjelper meg å sjå strukturen og kunne forklare korleis argumentasjonen utviklar seg. Heimlane kan illustrerast med bruer, dei knytt dei ulike ytringane saman, og hjelp oss å oppfatte kva elevane ønskjer å formidle. På den måten kan eg gjennom å plassere elevane sin kommunikasjon i argumentasjonsskjemaet skildre kjenneteikn ved elevane sin argumentasjon. Eit argument utviklast sjeldan lineært, og ein heimel kan i neste steg fungere som data. Det kan derfor vere naturleg å illustrere elevane sine argument i Krummheuers modell med fleire belegg, påstandar, heimlar og ryggdekning slik mellom anna Rø og Arnesen (2020) og Reid og Knipping (2010) illustrerer i sitt arbeid.

3 Metode

Denne forskingsstudien baserer seg på ein kvalitativ forskingsmetodikk. Kvalitative forskingsmetode er hensiktsmessig å nytte når studiet søker å skildre og forstå korleis elevar argumenterer og skaper meining i matematikken i rammene av deira naturlege kontekst, her klasserommet (Postholm & Jacobsen, 2021). Eg har valt å gjennomfører ei casestudie for å undersøke kjenneteikn ved elevane sine munnlege og skriftlege kommunikasjon og argumentasjon i matematikk. Å bruke skulen som forskingsfelt betyr at eg kan forske på ulike nivå, makronivå, mesonivå og mikronivå (Postholm & Jacobsen, 2021). Postholm og Jacobsen skildrar vidare forsking som undersøker forhold knytt til elevar og lærar i klasserommet, som forsking på mikronivå. Casestudie blir ofte nytta i undervisningsforsking på mikronivå, fordi vi undersøker eit avgrensa fagfelt og kan skildre detaljer gjennom observasjonar og intervju av deltakarar i casestudiet (Cohen et al., 2018). For å belyse problemstillinga har eg gjennomført observasjon i ei tiandeklasse medan dei løyste ulike algebraoppgåver. Vidare i dette kapittelet gjer eg greie for dei metodiske vala eg har gjort og dei etiske betraktningane. I første underkapittel vil eg forklare forskinga sitt design, videre vil eg grunngi metodane eg har valt til datainnsamling i kapittel 3.2, kapittel 3.3 skildrar utvalet. For å designet eit studie som på best mogleg måte svarer på det forskingsspørsmålet undersøker, har eg gjennomført ein pilot, den skildrar eg i kapittel 3.4. Videre i kapittel 3.5 forklarer eg potensialet til oppgåvene elevane fekk tildelt. Delkapittel 3.6 gir ei skildring av korleis datainnsamlinga gjekk føre seg. I delkapittel 3.7 skildrar eg metode for analyse. Avslutningsvis i metodekapittelet har eg vurdert prosjektet si truverd og kva etiske omsyn eg har tatt i utforming og gjennomføring av studiet.

3.1 Val av forskingsdesign og posisjonering

Eg har valt å gjennomføre eit casestudie, då mitt studie er avgrensa i både tid og rom. Ingen case er heilt like og fellesomgrepet casestudiar blir derfor brukt om forskingsdesign med ulike variasjonar, som er avgrensa innafor ein gitt kontekst, i mitt tilfelle elevgruppa eg forskar på (Postholm & Jacobsen, 2021). Cohen et al. (2018) skildrar casestudie som ein metode som vil gi meg som forskar eit unikt innblikk i reelle situasjonar frå klasserommet. Den inngåande informasjonen om tiandeklasse elevar sine skriftlege og munnlege argumentasjon som eg får kjennskap til gjennom casestudien, vil eg vidareformidle til deg som lesar. Forskingsstudie som legg vekt på eit kvalitativ syn vil ha nytte av å bruke mellom anna lydopptak av samtaler, observasjonar og tekstanalyse som datakjelde (Kvale & Brinkman, 2021). Case studiar kjenneteiknast videre av mange variablar som verkar inn på eit singel case, såleis også i mitt studie. I eit klasserom er det mange faktorar som verker inn på kva elevane presterer, det er derfor i følgje Cohen et al. (2018) naudsynt å bruke meir enn ei datainnsamlingsmetode. Gjennom å ta i bruk ulike datainnsamlingsmetodar vil eg nærme meg forskingsspørsmålet frå ulike vinklar, noko som styrkar validiteten til oppgåva mi (Kleven & Hjardemaal, 2018). Ved å bruke ulike datainnsamlingsmetoder kartlegg eg elevane sin munnlege og skriftlege kommunikasjon og argumentasjon i matematikk betre og kan gi eit meir nyansert bilete, enn om eg berre hadde fokusert på observasjon av elevar i klasserommet eller skriftleg arbeid (Guba, 1981). I forkant av undervisningsøkta har eg avklart med aktuell lærar for elevgruppa at elevane har gjennomført undervisningsøkter der dei har retta merksemda mot den munnlege matematikken. Elevar som har kjennskap til å samarbeide om å løyse matematikkproblem vil gi meg betre føresetnad til å kartlegge argumentasjonen som kjem fram. Dersom eg som forskar skulle gå inn å rettleie elevane på korleis dei arbeider med oppgåvene i fellesskap, ville datainnsamlinga mi bli mindre objektiv. Klassa som eg studerer har og kjennskap til opne matematikkoppgåver som krev kompetanse i problemløysing, noko som vil gi elevane betre føresetnad for å kunne løyse oppgåvene i heftet dei får tildelt.

3.2 Metodar for datainnsamling

3.2.1 Observasjon og lydopptak

Observasjon i eit klasserom er meir enn å sjå elevane i arbeid (Cohen et al., 2018). For å skaffe viktig informasjon som kan svare på forskingsspørsmålet som er stilt, handlar det om korleis eg ser. Kva i samhandlinga mellom elevane kan vise kjenneteikn på munnleg kommunikasjon og argumentasjon i matematikk. Før gjennomføring av undervisningsopplegget i klasserommet har eg bestemt at det som er mest nyttig for meg å sjå etter, er korleis elevane peiker, forklarer, gestikulerer, blikk mellom dei og korleis elevane speler på kvarandre sine matematiske innspel. Observasjon som datainnsamlingsmetode har som hensikt å avdekke levende data, som eg som forskar får eigarskap til. Som observatør vil det vere vanskeleg å få med alt elevane gjer i løpet av arbeidsøkta. Det er derfor hensiktsmessig å ta lydopptak av dei ulike gruppene. Til å samle inn lydopptaka nytter eg diktafonappen til Oslo Met som er anbefalt av NTNU. Den er godkjent av SIKT (2023) og sørgjer for sikker lagring og behandling av lydmaterialet mitt. For å få med nonverbal kommunikasjon i gruppene kunna eg og tatt i bruk videoopptak av elevgruppene. Bruk av videofilming kunne gitt meg tilgang til fleire detaljar og kanskje avdekka meir av den nonverbale kommunikasjonen mellom elevane i dei ulike gruppene. Tjora (2021) vektlegg at med å nytte videoopptak kan vi få tilgang til eit meir mangfaldig datagrunnlag, som kan gi meg som forskar eit observasjonsmateriale som har stor vekt av detaljer frå undervisningsøkta. Det kan vere ein fordel i seinare analyse. Tjora understrekar vidare at eit rikt observasjonsmateriale kan vere utfordrande å arbeide med, og at ein i analysen kan få vanskar med å rette merksemda mot dei rette detaljane.

I denne forskingsstudien valde eg å ikkje gjennomføre videoopptak av tre årsaker. Ein eg var uroa over om elevane ville godta samtykke om eg skulle filme det dei gjorde, to, eg ønskja å gjere situasjonen i klasserommet så reell som mogleg. Og tre, sidan eg i dette arbeidet har størst merksemd mot korleis elevane kommuniserer for å løyse oppgåvene, og korleis elevane i etterkant argumenterer skriftleg. Har eg derfor valt å konsentrere meg om det lydopptaka avdekker og mine feltnotat. I gjennomføring av observasjonen, hadde eg ekstra fokus på å notere ned om nokon av elevane brukte hender, blikk eller anna til å forklare medelevar noko matematisk, som kunne ha innverknad på analysen. I den seinare analysen er det derfor viktig å ha tydelege kriterium for kva eg ser etter i feltnotata og i lydfila sjå kapittel 3.7. Å luke vekk det i samtalane som vil bli klassifisert som støy jf. Stylianides (2007) og munnlege utfyllarar i eit datamateriell. Feltnotat kan i følgje Cohen et al. (2018) gi meg som forskar tilgang til data om elevane sin kommunikasjon både det som skjer verbalt og den nonverbale kommunikasjon mellom elevane.

3.2.2 Mi rolle i datainnsamlinga

Undervisningsøkta blir leia av læraren i klassa eg har fått tilgang til. Dette gir meg som forskar moglegheit til å sjå elevane utan å ha ansvar for å styre arbeidsøkta. Når eg som forskar gjennomfører observasjon av ei undervisningsøkt, kan eg ta ulike roller. Grad av deltaking og kor tilgjengeleg eg er for elevane i klasserommet, kan ha innverknad på resultata av observasjonen. Når eg som forskar går inn i klasserommet, har eg som mål å vere objektiv og notere ned det som skjer utan tolking. Å vere heilt objektiv er umogleg i den konteksten eg forskar i. Eg har med meg tidlegare erfaringar frå klasserommet og teoriar om korleis elevane vil argumentere i matematikk som gjer det vanskeleg å vere nøytral. Postholm og Jacobsen (2021) viser til at sjølv om eg som forskar har eit tydeleg fokus mot kva eg skal observere, vil mi subjektive oppfatning og mine subjektive val påverke kva eg noterer ned jf. Kleven og Hjardemaal (2018). Å vere medviten dette under observasjonen vil hjelpe meg å observere, og hindre at eg startar å analyser det eg ser under datainnsamlinga i klasserommet.

Cohen et al. (2018) skildrar ulike observatørroller eg kan ta, der grad av deltaking er essensielt. Eg kan verre ein deltakar saman med elevane når dei løyser matematikkproblema, til å vere ein observatør som berre observerer og ikkje har kontakt med elevane under datainnsamlinga. Det er og mogleg å gjere det som i forskingslitteraturen blir kalla skjult observasjon, det vil seie at eg i klasserommet ikkje røper at eg observerer elevane, av Tjora (2021) blir dette skildra som etisk problematisk. Ei føresetnad for observasjon i eit klasserom er at elevane skal vite kva dei er med på og ha moglegheit til å godkjenne si deltaking i prosjektet eller ikkje. I dette forskingsprosjektet har eg valt å vere deltakande observatør, når elevgruppene diskuterer oppgåvene munnleg. Målet med mi rolle som deltakande observatør er ikkje å støtte elevane i diskursen deira, då eg søker å skildre kjenneteikn ved elevane sin argument. Det er likevel naturleg som lærar å stille seg tilgjengeleg for spørsmål om elevane har behov for å ta kontakt. Spesielt med omsyn på om elevane forstår korleis dei skal arbeide med oppgåvene dei får tildelt. Det kan og gi meg som forskar nyttig innspel, som kan vere med å belyse elevane sin munnlege diskurs. Dersom det blir nødvendig å respondere til elevane under arbeidet, er det viktig å ha tenkt gjennom kva eg kan gi kommentarar og tilbakemelding på, utan å påverke datamaterialet i stor grad. Å gi elevane tilbakemelding på om noko er riktig t.d. kan stoppe diskursen til elevane, og dei kan konkluderer med at dei har argumentert grundig nok (Cross, 2009).

3.2.3 Oppgåveheftet

Å undersøke elevane sine skriftlege kommunikasjon og argumentasjon krev eit skriftleg datasett. I utarbeiding av oppgåveheftet (sjå vedlegg 1), arbeida eg syklisk etter Cohen et al. (2018, s. 472) sin stegvise modell for planlegging av spørjeskjema. Sjølv om oppgåveheftet til elevane ikkje er eit spørjeskjema, fungerte den stegvise modellen som eit godt utgangspunkt for å utarbeide oppgåver, som kunne belyse kjenneteikn på elevane sin munnlege og skriftlege argumentasjon. Målet med oppgåvene elevane får tildelt er å opne for at elevane vil kjenne behov for å kommunisere med medelevar og arbeide samtaleorientert. Oppgåvene må derfor ha potensiale til å skape diskurs mellom elevane på gruppa. Oppgåveheftet er utgangspunkt både for samtalane mellom elevane i gruppa, og den skriftlege argumentasjonen som enkeltelevane skal levere i etterkant. For nærare gjennomgang av potensialet til kvar oppgåve sjå kapittel 3.5. Eit anna viktig mål i val av oppgåve var at dei skulle opplevast motiverande og relevante for elevane.

Oppgåver som engasjerer og motiverer elevane, vil truleg gi eit djupare innblikk i elevane sin kommunikasjon og argumentasjon i matematikk enn oppgåver elevane opplever lite relevante eller interessante. Målet er at elevane skal kjenne på eit behov og ei vilje til å arbeide med algebraproblema og argumentere for moglege løysinga på oppgåvene i heftet. I innleiinga til heftet blir det presisert at eg som forskar ønskjer å få innblikk i alt elevane tenker. Dei blir derfor bedne om å ikkje viske, årsaka til det er at elevar ofte kan bli usikre på argumenta dei har fremma. Mi erfaring er at elevane då ofte vel å fjerne dei forslaga dei har kome med, i staden for å legge til nye alternativ. Ved å legge vekt på at dei ikkje skal viske og at dei skal nytte penn når dei skriv. Vil eg som forskar få betre innblikk i prosessen fram til deira sluttargument eller konklusjonen. Det vil gi viktig datamateriale til den videre analysen av elevane sin argumentasjonskompetanse. I munnleg aktivitet, har vi ikkje den moglegheita å fjerne det vi har uttalt. I denne samanheng er det positivt, då eg trur at all diskurs elevane deler, kan vere med på å hjelpe dei i resonneringssyklusen og videre fremme argument som består av alle dei fire elementa frå Krummheuer (1995) sin argumentasjonsmodell, påstand, belegg, heimel og ryggdekning.

3.3 Utval, kven samla eg inn data på

Bakgrunnen for forskingsarbeidet er å studere kjenneteikn ved elevane sin kommunikasjon og argumentasjon i matematikk. I følgje Cohen et al. (2018) er det to hovudmetodar for å velje ut deltakarar til forskingsstudie, tilfeldig utval eller styrt / formålsutval. Videre skildrar dei at det viktige med utvalet er at dei er eigna til å kunne gi svar på forskingsspørsmålet. Då eksamen i matematikk etter 10 års grunnskule framleis er eit individuelt skriftleg arbeid og det er 10. klasse elevar som gjennomfører skriftleg eksamen, var det naturleg at eg valde ut ei tiande klasse til å delta på forskingsprosjektet. Val av elevar innafor 10. klassa blei gjort tilfeldig med bakgrunn av kven som ønska å delta i forskingsprosjektet på tidspunktet for datainnsamlinga. Læraren som underviser klassa i matematikk, kjenner eg frå tidlegare samarbeid. Det er ein styrke at eg har erfaring med å samarbeide med læraren, det gjer innsamling av data enklare og eg har og avklart at klassa er kjent med samarbeid i grupper. I utvalet mitt har eg tilgang til 12 elevar som læraren har delt inn i fire grupper, med tre og tre elevar. Årsaka til at vi vel 3 er at det gir mindre risiko i forhold til prat. Å vere to, kan raskt føre til at ein elev løyser problemet, og ikkje ser hensikt i å kommunisere med medeleven. Dersom dei er tre, er mi erfaring at dei oftare og i større grad involverer kvarandre i den matematiske diskursen. Dersom gruppa blir for stor, vil ofte ein eventuelt to av elevane melde seg ut og gjerne bruke tenkinga si på andre ting enn matematikk. Dette stadfestar og Davis & Simmt henta frå Liljedahl (2020, s. 44):

> "We also learned that, from Grade 3 up, the optimal group size was three. Groups of two struggled more than groups of three, and groups of four almost always devolved into a group of three plus one, or two groups of two. This is because for a group to be generative, it needs to have both redundancy and diversity (Davis & Simmt, 2003)."

Tjora (2021) understrekar at det i både kvalitative og kvantitative studiar vil pragmatiske forhold kunne overstyre faglege omsyn i val av metode og informantar. Casestudiar legg og vekt på at utvalet ikkje treng å vere for stort, men representative for å kunne svare på forskingsspørsmålet (Cohen et al., 2018). For å gi ein breidde i datamaterialet, som er råd å analysere er dei fire elevgruppene eg retter størst merksemd mot. Elevane kunne sjølve velje å delta i forskingsstudiet ved å godkjenne samtykke (sjå vedlegg 2).

3.4 Pilotering av forskingsdesign

I utarbeiding av forskingsstudiet opplevde eg det som nyttig å kunne teste ut prosjektutkastet før sjølve datainnsamlinga. Å vite kva som er lurt å gjere som forskar for å oppnå eit dataresultat som kan gi svar på forskingsspørsmålet kan vere utfordrande. Eg bestemte meg derfor for å gjennomføre ein pilot. Hovudformålet med å gjennomføre piloten, var å teste vanskegrad på oppgåvene, om tidsramma eg hadde satt av var høveleg og om teknikken rundt innsamling av lyd fungerte. I etterkant av pilotundersøkinga, gjennomførte eg nokre endringa på bakgrunn av det eg erfarte og oppdagingane eg sat igjen med etter piloten. Piloten vart gjennomført i ei anna tiandeklasse ved skulen der eg arbeider. Eg hadde då sju grupper i klasserommet, ei toargruppe og seks grupper som var sett saman av tre elevar. Pilotundersøkinga vart gjennomført i klasserommet, for å gjere opplevinga til elevane mest mogleg autentisk ein vanleg undervisningstime. Når eg skulle transkribere lydopptaka i etterkant, var det vanskeleg å sortere ut bakgrunnsstøyen. Det var ikkje alltid like lett å høyre kva som blei sagt. Det vart derfor til at datainnsamlinga vart gjennomført på eit større klasserom, der avstanden mellom kvar gruppe vart større. På den måten fekk eg bevart den autentiske opplevinga av undervisningssituasjonen i den grad det er mogleg i ei datainnsamling, og fjerna noko av bakgrunnsstøyen. Etter at alle gruppene hadde gjennomført samtalane, vart det skriftlege arbeidet gjennomført individuelt av kvar elev i klasserommet. Førsteutkastet til oppgåvehefte var sett saman av fire oppgåver, tre av oppgåvene fungerte godt, medan den eine oppgåva hadde for høg vanskegrad. Den oppgåva hadde få skriftlege svar og argumentasjonen i dei munnlege samtalane var sprikande. Fleire av elevane sleit med å produsere noko som helst, og hadde vanskar med å forstå kva oppgåva bad om. Oppgåva gav derfor få moglegheiter til å få innblikk i elevane sin munnlege og skriftlege kommunikasjon og argumentasjon i matematikk. Eg valte derfor å ta ut den oppgåva (sjå vedlegg 3). For at datamateriale som skal analyserast i etterkant av innsamlinga skal vere meir handterbart og at elevane skal få betre tid til å gjennomføre arbeidet grundig, valde eg å ikkje legge til ei ny oppgåve. Eg sit derfor igjen med tre oppgåver elevane skal arbeide med munnleg og skriftleg.

3.5 Oppgåvene til elevane

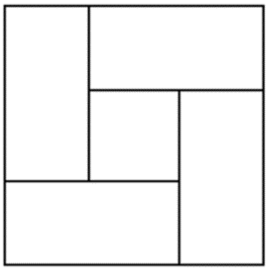
For å velje ut oppgåvene til elevane var eit viktig utgangspunkt at oppgåvene skulle treffe kompetansemåla etter 10. trinn. Oppgåvene måtte og vere utforma slik at dei la til rette for at elevane både kunne kommunisere og argumentere rundt matematikk i gruppa. Det var og viktig at oppgåvene la til rette for at elevane kunne formulere skriftleg argumentasjon som syner at dei har forstått problemet og dermed uttrykker den matematiske forståinga skriftleg. Eg tok utgangspunkt i tre oppgåver i temaet figurtal og variablar. Oppgåvene er henta frå faglitteratur i emnet argumentasjon eller frå eksamensoppgåver frå UDIR. Å anvende oppgåver som er kvalitetssikra og nytta i same aldersgruppe tidlegare, ser eg på som ei styrke for validiteten til oppgåva mi. Årsaka til at eg valde eit tema, var at elevane skulle få vist ulik kompetanse innafor eit spesifikt matematisk emne. Sidan elevgruppa eg skulle forske på arbeida med emnet algebra i den perioden, var det hensiktsmessig å gi elevane oppgåver innafor dette temaet. Det er og ein viktig føresetnad for skriftleg og munnleg argumentasjon at elevane kan anvende variablar og ukjente til å generalisere si forståing i matematikk. Elevgruppene fekk tildelt tre oppgåver og oppgåvene er ikkje avhengige av kvarandre. I dei 60 minutt dei hadde til rådigheit, kunne elevane om ønskjeleg bevege seg fram og tilbake mellom oppgåvene i løpet av arbeidsøkta. Målet med oppgåvene er å avdekke kunnskap om elevane si tenking og argumentasjon, gjennom det dei kommuniserer munnlege og skriftleg.

3.5.1 Oppgåve 1

Eg har valt denne oppgåva som den første i arbeidsheftet til elevane, då eg i pilotundersøkinga opplevde at alle gruppene klarte å fremme ein påstand, sjå figur 3.1.

Oppgåve 1 (kjelde: Eksamen MAT0015 Matematikk 10 årstrinn (UDIR, 2021))

Figuren under syner eit stort kvadrat som er bygd opp av fire kongruente rektangel og eit lite kvadrat. Omkrinsen til kvart rektangel er 30 cm.



Argumenter for at omkrinsen til det store kvadratet er 60 cm.

Figur 3.1: Bilete av oppgåve 1 gitt til elevane.

Eg meiner denne oppgåva er fin å starte med, då den tek utgangspunkt i matematiske figurar som er kjent for elevane og eg trur dei vil oppleve å meistre oppgåva. Målet med oppgåva er å studere om elevane kan bruke algebraisk notasjon til å fremme ein påstand. Eg trur elevane vil bruke belegget / informasjonen om at omkrinsen av eit lite rektangel er 30 cm og då resonnere seg fram til at dersom omkrinsen av eit halvt rektangel blir 15 cm, må omkrinsen av det store kvadratet bli 60 cm. Det som blir spannande å undersøke i analysen er korleis dei eksemplifiserer i argumentasjonsprosessen. Eg er usikker på i kor stor grad dei støttar påstanden sine med heimlar som t.d. algebraiske formlar. Ein naturleg heimel er å bruke formel for omkrins av rektangel, $O = 2 \cdot l + 2 \cdot b$. Videre ryggdekning kan elevane gi med å vise sidan $O = 30$ cm, må $l + b$, vere 15 cm. Sidan figuren er sett saman av fire kongruente rektangel er det også mogleg for elevane å telje antal korte og lange sider, og sjå at omkrinsen til det store kvadratet er $4l+4b=2\cdot(2l+2b)$, altså dobbelt så stort som omkrinsen til eit rektangel. Nokre elever vil kanskje bruke figuren ukritisk og sjå visuelt på den i staden for å sjå på eigenskapane. Altså til dømes anta at bredda til eit rektangel er halvparten av lengda. Det vil gi breidda til rektangelet lik 5 cm og lengda til rektangelet lik 10 cm. For å finne kvadratet sin omkrins vil dei då truleg rekne slik: $4 \cdot (5 \text{ cm} + 10 \text{ cm}) = 60$ cm. Det er naturlig nok ikkje ei gyldig argumentasjonsform, men det er likevel truleg at den vil dukke opp.

3.5.2 Oppgåve 2

Den andre oppgåva elevane møter har eg henta frå Stylianides (2018) heksagonproblemet er og nytta av Stylianides (2008) og av Cioe et al. (2015), sjå figur 3.2.

Oppgåve 2

Heksagon problemet (Kjelde: Stylianides, 2018)

Mark har nokre heksagon. Alle sidene i heksagon er like lange, lengda svarer til 1.cm. Mark sett heksagon i rekker, for å lage tog i ulike storleikar. Under ser du tog 3, som er laga av 3 heksagon i ei rekke.

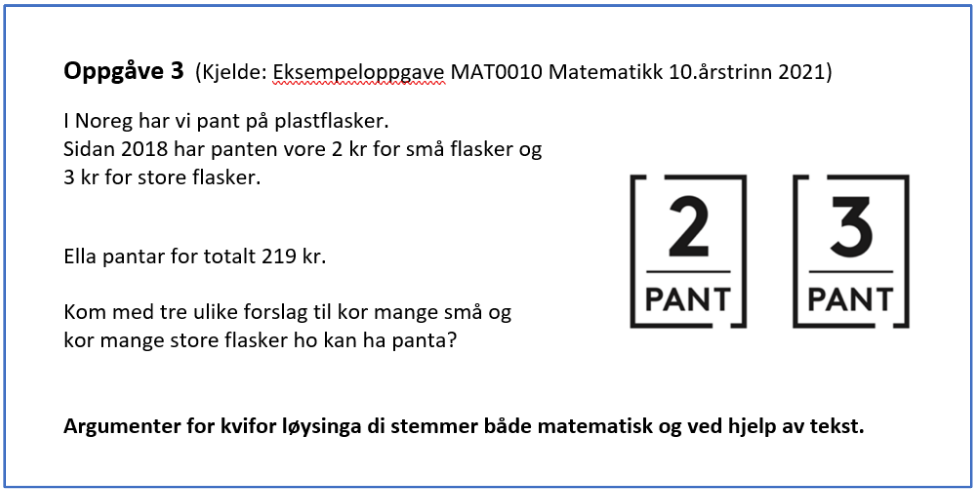
a) Kva er omkrinsen av Tog 3?
b) Kva vil omkrinsen av Tog 100 vere? Som er laga av 100 heksagon i ei rekke? Bevis svaret ditt.
c) Kan du finne eit uttrykk som vil gi deg omkrinsen av Tog *n*?

Figur 3.2: Bilete av oppgåve 2 gitt til elevane.

Formålet med denne oppgåva er å få elevane til å finne mønsteret i heksagonane og undersøke endringsstrukturen, og videre sjå om dei kan generalisere oppdagingane sine. Ved å gi fleire deloppgåver dei skal finne ut av, før dei skal presentere ein generell formell. Gir oppgåva elevane støtte i resonneringsprosessen, å gå vegen frå å undersøke, eksemplifisere til å generalisere. Elevane har moglegheit til å utforske mønster, dei kan teikne fleire tog, dei kan representere oversikta med ein tabell, eller dei kan bruke talsymbol. Oppgåva gir rom for å utforske den på ulike måtar, før elevane blir bedne om å finne eit bestemt uttrykk. I denne oppgåveteksten er ikkje ordet argumentasjon nytta, årsaka er at eg ville bruke oppgåva så tilnærma lik den som er presentert i dei to artiklane til brørne Stylianides (2018) og Stylianides (2008). Eg ser det som ein styrke for mitt forskingsresultat å anvende oppgåver som er testa ut og nytta i innsamling av empiri tidlegare. Heksagon problemet har ein stegvis tilnærming frå at elevane i første deloppgåve 2a, kan telje seg fram til ei løysing på problemet, ved å nytte teikninga av tog 3 i oppgåveteksten. I deloppgåve 2b, vil dei oppdage at dei må nytte ein anna strategi enn å telje. Eit naturleg neste steg for å løyse problemet, er det som Jeanotte og Kieran (2017) skildrar som å sjå etter likskapar og skilnader. Dersom elevane ser potensialet i å teikne dei første toga, for så å identifisere at det er dei to på endane som alltid er like uavhengig av lengda på toget, og så oppdage at det er fire som skil tog ein og to, to og tre og så vidare. Kan føre til at dei lukkast med deloppgåve 2c, som har til hensikt å få elevane til å fremme ein påstand og validere argumenta sine. I analysen vil det vere interessant å studere om elevgruppene presenterer eit generelt uttrykk (påstand) og kor vidt dei undervegs eksemplifiserer og korleis dei har resonnert seg fram til påstanden.

3.5.3 Oppgåve 3

Den siste oppgåva i heftet er inspirert frå eksempeloppgåvene i matematikk, sjå figur 3.3 (UDIR, 2021) .



Oppgåve 3 (Kjelde: Eksempeloppgave MAT0010 Matematikk 10.årstrinn 2021)

I Noreg har vi pant på plastflasker.
Sidan 2018 har panten vore 2 kr for små flasker og 3 kr for store flasker.

Ella pantar for totalt 219 kr.

Kom med tre ulike forslag til kor mange små og kor mange store flasker ho kan ha panta?

Argumenter for kvifor løysinga di stemmer både matematisk og ved hjelp av tekst.

Figur 3.3 - Bilete av oppgåve 3 gitt til elevane.

I eksempelsettet frå UDIR var eine oppgåve retta mot likningar med to ukjente. Ved å tilpasse og endre oppgåva frå eksempelsettet, la eg meir vekt på utforsking, og det å kunne endre på variablar. Denne oppgåva er fin å bruke meiner eg, fordi den gir rom for å gi talsvar, utan å sjå det generelle. Ein elev som klarer å ta i bruk algebraisk notasjon, for å lage generelle uttrykk, vil kunne vise ein større matematisk kompetanse. Det naturlege å gjere i denne oppgåva er å sette opp eit algebraisk uttrykk med to variablar, $2x + 3y = 219$. Videre må elevane finne talverdiar for x og y slik likskapen i uttrykket blir bevart. I analysen vil eg også i denne oppgåva undersøke i kor stor grad elevane støtter påstanden sin, gjennom å eksemplifiser, presenterer heimlar og gi ryggdekning til heimlane.

3.6 Gjennomføring av datainnsamling

Innsamling av data skjer i mindre grupper og individuelt på eit stort klasserom ved skulen der elevane går. Læraren som til vanleg underviser klassa i matematikk gjennomfører undervisningsøkta med dei matematikkoppgåvene eg har valt ut. Sidan det er vanskeleg å gjere gode feltnotat og observasjonar, dersom eg som forskar og har ansvaret for å leie elevane gjennom undervisningsøkta. Undervisningsøkta er delt i to, først får elevane sitje i grupper på tre og tre. I gruppene får dei tildelt eit A3 ark og blyantar, slik dei har moglegheit for å kunne skrive og vise si tenking med å anvende ulike representasjonar. Som nemnd i kapittel 2.4 treng elevane tilgang til ulike representasjonar for å kunne kommunisere si matematiske forståing. For å få dei resterande gruppemedlemmane med på si tenking, er det avgjerande for dei å kunne visualisere gjennom meir enn ord. Oppgåveteksten vil bli delt med elevane på små ark, med tekst og eit bilete som illustrasjon. Kvar oppgåve har sitt eige oppgåveark. Oppgåvene elevane får er nummerert frå ein til tre, men dei kan løyse oppgåvene i den rekkefølgja dei vil. Under samarbeidsøkta i gruppa, er det viktig for meg som forskar at samtalane er i fokus. Dei får derfor ikkje utdelt oppgåveheftet dei skal skrive i, før dei skal arbeide individuelt. Når elevane arbeider i grupper gjennomfører eg lydopptak og observerer. Etter at elevane har samarbeida om oppgåvene i 25 minutt, vil dei bli plassert ein og ein. Dei får då utdelt eit nytt oppgåveark, eit innføringshefte (sjå vedlegg 1) og penn. Undersøkinga mi ønskjer å undersøke både elevane sine skriftlege og munnlege argument, for at eg skal sikre at det dei skriv ikkje er noko dei tek med skriftleg tilbake frå samarbeidsøkta, vel eg å samle inn alt av materiell dei nytta i samarbeidsøkta og gi dei nytt arbeidsmateriell i den individuelle arbeidsperioden. Det vil gjere analysen av elevane sitt individuelle arbeid meir truverdig. Elevane fekk tildelt koder, slik enkelteleven sitt arbeid kunne knytast til gruppa sine samtalar. Dersom eg såg behov for å spør elevane som deltok, om korleis dei har løyst problema i etterkant av undervisningsøkta, hadde eg avklart moglegheit til å gjennomføre intervju i etterkant. Datamaterialet gav nok informasjon i forhold til problemstillinga, så det var derfor ikkje nødvendig å gjennomføre intervju med enkeltelevar.

3.7 Metode for analyse

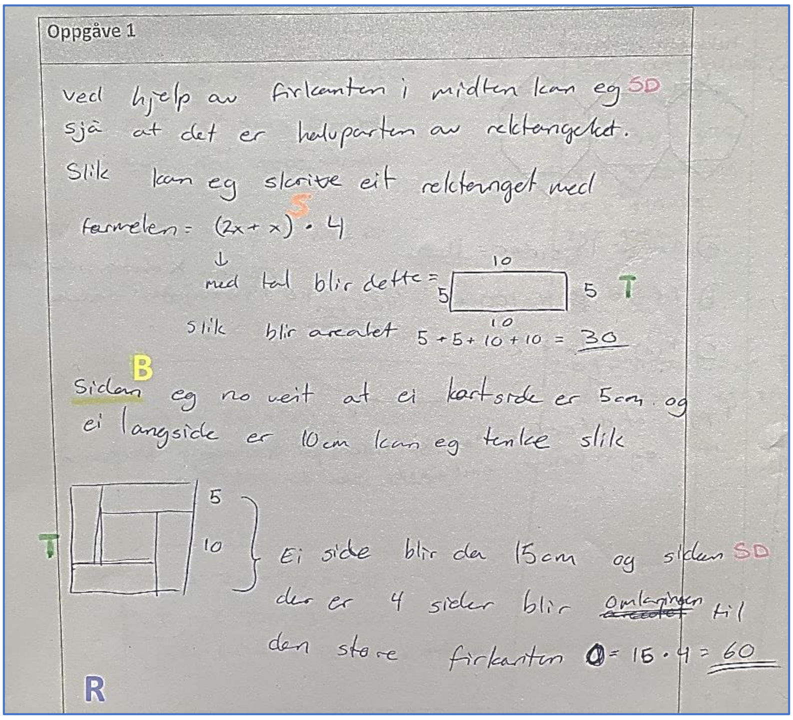
Etter å samla inn data frå ulike vinklar, sit eg at med eit stort datamateriale som må systematiserast. Gjennom å analysere det kvalitative datamaterialet mitt, er målet å sjå samanhengar og sette informasjonen som har kome fram under feltarbeidet i system. Datamaterialet gir ikkje meining i seg sjølv, eg som forskar må plukke ut det som skildrar elevane si oppleving og det som er relevant i forhold til forskingsspørsmålet som er stilt (Cohen et al., 2018). Gjennom analysearbeidet vil eg fortelje deg som lesar kva som er av interesse å få med seg og kvifor det er relevant i forhold til elevane sine munnleg og skriftleg kommunikasjon og argumentasjon i matematikk. I følgje Braun og Clarke (2012) er tematisk analyse hensiktsmessig å nytte i denne samanheng, då eg søker å finne mønster på kryss av dei ulike datasetta. Braun og Clarke skildrar videre seks fasar som er nyttig å arbeid seg igjennom, for å få eigarskap til materialet mitt og for å kunne skildre eit resultat.

Første steg i analysen er å transkribere lydopptak. Eg planlagde å nytte transkriberingsverktøyet i Word, det fungerte derimot ikkje på nynorsk tale. Det vart derfor til at eg lytta igjennom lydopptaka fleire gongar og transkriberte sjølv. Utfordring med å transkribere tekst er at vi kan miste pausar, overgangar, nonverbale kommunikasjon og stemninga som er mellom elevane i gruppa (Tjora, 2021). Ved å gjennomføre transkripsjonen sjølv som forskar, kan eg enklare sjå for meg dei ulike situasjonane som den transkriberte teksten skal formidle. Etter transkribering, knytte eg feltnotata frå observasjonen saman med det transkriberte datamaterialet. Videre las eg gjennom datamaterialet fleire gangar, for å danne meg eit bilete av kva det fortel. I denne prosessen er det viktig å unngå det som Tjora (2021) skildrar som premature konklusjonar, å raskt bestemme seg for ei tolking som kan gi svar på forskingsspørsmålet, utan å arbeide meg systematisk gjennom den empirien eg har samla.

Steg to er å kode materiellet, målet med å kode datamaterialet mitt er tredelt, å trekke fram hovudessensen i det datamaterialet skildrar, å avgrense volumet av datamateriale og fremme generelle detaljer som vekker spesiell interesse (Tjora, 2021). Det viktige med kodane som eg avdekka i analysen, er at dei bør ligg nært det som elevane seier, skriv, refererer til konkrete hendingar eller viser til rammeverket for analysen. På den måten beheld eg empirien sin suverenitet. I mi analyse såg eg det relevant å nytte både deduktiv og induktiv koding. Å ta i bruk både induktiv og deduktiv koding, vert i teorien omtalt som abduktiv analyse (Anker, 2020).

Med bakgrunn i teori som er skildra i teorikapittelet la eg i analysen merke til at det er ulike modusar som spelar inn når elevane skal utvikle argumentasjonen. I analysen studerte eg derfor korleis ulike samtalestrukturar/modusar verka inn på kommunikasjonen mellom elevane, og korleis dei utnytta kvarandre i den proksimale utviklingssona for å konstruere argument. For å kartlegge dette er det naturlig å klassifisere ytringane til elevane etter førekomst. Eg grupperte dei i sju koder som er inspirert frå teorikapittelet. Eg koda ei ytring som sekundærdiskurs, dersom den nytta formelt matematisk språk, ytringar som ikkje handla om matematikk, vart kode som kvardagsdiskurs. Ytringar som stilte spørsmål, fekk koden spørjande ytring. Dersom ytringane bygde på tidlegare ytringar, koda eg ytringa som kumulativ. Kumulativitet handlar om i kva grad elevane klarer å anvende det nokon har kommunisert før dei til å utvikle argumentasjonen. Ytringar som inneheld t.d. *men, fordi, derfor,* koda eg til bindeord. Dersom det var lengre enn 3 sekund pause i transkripsjonen, koda eg pausen som samtalepausar, og korleis elevane vekslar på å ta ordet koda eg som tur-taking, sjå elles figur 4.1.

Etter å arbeida gjennom transkripsjonane, analyserte eg elevane sine skriftlege argument. Under analysen oppdaga eg at kjenneteikna ved elevane sin skriftlege argumentasjon var bruk av ulike representasjonar. Teorien legg og vekt på bruk av representasjonar i argumentasjonen, det var derfor naturleg å analysere korleis elevane nytta ulike representasjonar i sine skriftlege kommunikasjon og argumentasjon i matematikk. Etter å ha gjennomgått elevane sine skriftlege svar, satt eg igjen med 6 kodar, sjå figur 4.5. Som eksempel på førstanalyse av elevane sitt skriftleg arbeid syner eg svaret til Tove på oppgåve 1. Oppgåvesvaret til Tove koda eg som sekundærdiskurs (SD), ho nyttar fleire representasjonar (R) i kvart svar, både teikning (T), tal og symbol (S), og ho nyttar bindeord (B).



Figur 3.4 - Tove, eksempel på koding

Videre i analysen brukte eg Krummheuer(1995) sin modell til å undersøke mønsteret i argumentasjonen, sjå kapittel 2.6. Eg koda oppgåveteksten og den informasjonen elevane starta med som belegget i argumentasjonsskjemaet. Konklusjonen eller sluttargumentet til elevane koda eg som påstand. Eg definerte ytringar som heimel når dei gav legitimitet til å akseptere påstanden og ytringar i elevane sin kommunikasjon som gav støtte til heimlane, koda eg som ryggdekning.

Å arbeide empirinært i kodinga vil gi eit stort tal med koder, for at eg skal kunne formidle eit bodskap, må kodane grupperast og sorterast i tema. Å søke etter tema blir av Braun og Clarke (2012) skildra som å søke etter mønster i datasettet og finne meininga i empirien. Etter å ha koda transkripsjonane og elevane sine skriftlege oppgåvehefte grupperte eg funna i desse tema, bruk av samtalestrukturar, munnleg argumentasjon med heimel og ryggdekning, mangelfull munnleg argumentasjon, bruk av representasjonar, skriftleg argument med heimel og ryggdekning og mangelfulle skriftlege argument.

3.8 Forskingsprosjektet si truverd og kvalitet

Dersom prosjektet skal ha ein verdi for andre, må eg som forskar kunne vurdere undersøkingane eg har gjort mot forskinga sin validitet og reliabilitet. I arbeidet med dette masterarbeidet, har eg heile tida tatt val i forhold til utarbeiding av metode for innsamling av empiri. Desse vala er grunngitt tidlegare i metodekapittelet. Kvaliteten på dette masterarbeidet blir vurdert ut i frå korleis eg har produsert kunnskapen og korleis funna blir presentert i kapittel 5. Gjennom å nytte tidlegare terminologiar og kjente datainnsamlingsmetoder, sikrar eg studiet sin validitet. Guba (1981) presenterer fire kriterium for forskingsprosjekt, kredibilitet, overførbart, avhengigheit og bekreftbarheit, som vil sikre studiet si truverd og kvalitet. Gjennom å dokumentere refleksjonar rundt dei vala eg har gjort, styrker eg studiet sin kredibilitet. Studiet er overførbart og vil ha relevans og verdi for andre gjennom den analysen og refleksjonane eg gjer. I utgangspunktet er empirien eg hentar inn lokal kunnskap som er knytt til det klasserommet eller den konteksten eg undersøker. Postholm og Jacobsen (2021) hevder at slik forsking er avgrensa og gyldig i ein i gitt kontekst. For å gjere kunnskapen kontekstuavhengig og sikre overførbarheit, har eg tolka resultata i lys av tidlegare teori, som styrkar validiteten til min studie. Å tydeleggjere korleis eg har utarbeida forskingsstudiet i metodekapittelet gjer oppgåva transparens og påliteleg, og støtter Guba sitt avhengigheits kriterium. Ved å vere open og gjere synleg refleksjonane eg har gjort i forskingsprosessen. Gjer eg det mogleg for lesarar av studien å reflektere rundt dei vala eg har gjort, det er med på å avgrense biaseffekten (Cohen et al. 2018). I datainnsamlinga og analysen har eg sikra bekreftbarheit ved å streve etter å vere nøytral og objektiv.

Å vurdere kva som er den beste måten å samle inn data for å gjere greie for elevane sin skriftlege og munnlege kommunikasjon og argumentasjon i matematikk, seier noko om kor påliteleg (reliabilitet) prosjektet mitt er (Tjora, 2021). Reliabilitet handlar i stor grad om korleis eg har gjennomført forsking og om du som lesar kan stole på dei resultata eg presenterer. Ein måte å sjekke reliabiliteten til eit studie, kan vere å replikere undersøkinga, for å sjå om ein oppnår dei same resultata. I kvalitative casestudie er det nesten uråd, då vi forskar på ei avgrensa gruppe med elevar i ein spesifikk situasjon. Ein måte å vurdere prosjektet sin reliabilitet, kan derfor vere å kartlegge det faglitteraturen skildrar som «forskingseffekt» (Tjora, 2021, s. 288). Det er ikkje til å kome vekk frå at mi deltaking som forskar i undervisningsøkta kan påverke resultata eg samlar inn. I utvikling av forskingsdesignet mitt tok eg derfor ulike grep for å minimere forskingseffekten og inngripen i ordinær undervisning. Eg gav læraren ansvar for å leie klassa, oppgåvene hadde tema som elevane var kjent med, arbeidsmåten var kjent og eg valde vekk videofilming.

3.9 Forskingsetikk og behandling av personopplysningar

Gjennom arbeid med denne forskingsstudien har eg lagt Den nasjonale forskingsetiske komité sine forskingsetiske retningslinjer til grunn. NESH (Forskningsetikk, 2021) er eit uavhengig organ, som har som formål å rettleie forskarar i deira arbeid, slik at arbeidet eg gjer og dei avgjerslene som vert tekne er i tråd med god etikk. Kvalitative studiar har gjerne menneske og deira handlingar i senter for å finne svar på ei problemstilling. På ungdomsskulen er elevane i ein sårbar alder. Det kan gjere dei ekstra utsett om dei opplever å ikkje meistre, eller at dei har fortalt meg som forskar noko, som eg har misforstått eller notert feil. Det stiller derfor store krav til meg som forskar, at eg er medviten dei menneska og den aldersgruppa eg forskar på. Dei val eg gjer og har gjort undervegs i arbeidet har eg vurdert opp mot NESH sine retningslinjer.

Eg har mellom anna valt å ikkje samle inn data frå eiga klasse og eigne elevar. Mine eigne elevar kan ha vanskar med å takke nei til deltaking i studien, då dei kan oppleve det viktig å vere på godfot med læraren sin. Ei anna viktig årsak til val av andre elevar, er at eg har ei sterk forankring til mine eigne elevar og det kan vere vanskeleg å ha eit reelt forskarblikk om eg forskar i eige klasserom. Postholm og Jacobsen skildrar utfordringa slik: *«Forskerblikket kan svekkes, og forskaren blir som «fisken i vannet». Det innebærer at alt blir så kjent at det blir vanskelig å oppdage»* (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 67). Dette kan og bli ei utfordring ved forsking på eigen skule, eg har vurdert kjennskapen eg har til aktuell elevgruppe som låg, og vurderer derfor at eg klarer å oppretthalde eit reelt forskarblikk og kan oppdage kjenneteikn ved elevane sin argumentasjon i elevutvalet som eg har skissert i kapittel 3.3.

Det er mi plikt som forskar å sikre at det arbeidet eg gjennomfører er i tråd med dei etiske retningslinjene. Eg har derfor søkt og fått godkjent av SIKT (2023), at eg kan innhente data som omhandlar forskingsspørsmålet mitt. Eg har og avklart korleis eg skal handtere datamaterialet eg samlar inn. Elevar og føresette blei informert om studien i forkant gjennom eit informasjonsskriv der dei kunne takke ja eller nei til deltaking, sjå vedlegg 2. Dei elevane som samtykka til å ta del i forskingsprosjektet vart tekne med, medan dei resterande elevane arbeida med same type arbeidsoppgåver, utan at arbeidet deira blei undersøkt. Elevane vert anonymiserte og vil videre i denne teksten ha fiktive namn. Gutar i undersøkinga er tildelt gutenamn, medan jenter er tildelt jentenamn. Sjølv om det kan redusere oppgåva sin transparens, har eg valt å ikkje gi videre skildringar av kvar enkelt elev (Tjora, 2021). Då eg ser det som etisk utfordrande med tanke på gjenkjenning. Elevane er gjort kjent med at om dei undervegs i prosessen kjenner at dei vil trekke seg frå deltakinga, vil alt materiell som er gjort tilgjengeleg for meg, makulerast. Dette gjeld uansett, sjølv om datamaterialet då skulle bli mindre og kanskje ikkje gi ei like god analyse. Lydfiler blir lagra sikkert i tråd med datahandteringsplanen og elevane får tildelt eit fiktivt namn med anonym kode som står på deira skriftleg arbeid. Kodane vert lagra sikkert i NTNU sin database, fråskilt frå det skriftlege arbeidet til elevane.

4 Resultat og analyse

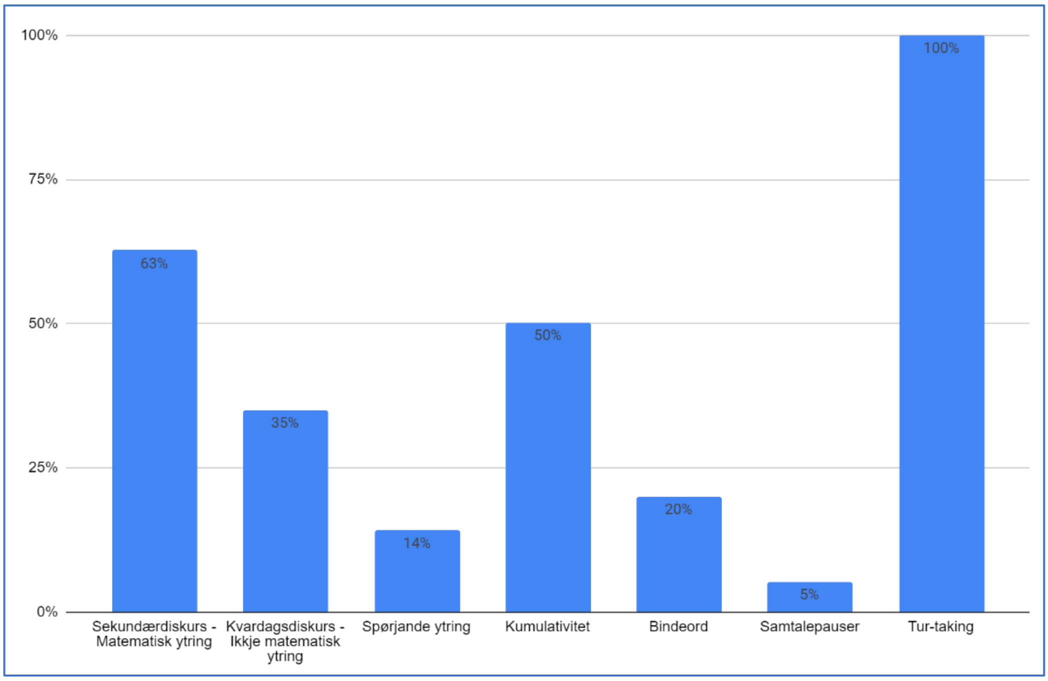
I dette delkapittelet vil eg presenterer funna eg har oppdaga i datasettet mitt, gjennom analyse av transkripsjonar, skriftlege oppgåver og observasjon. For å kunne svare på problemstillinga: *Kva kjenneteiknar 10 trinn elevar sin munnlege og skriftlege kommunikasjon og argumentasjon i matematikk?* Må eg gå i djupna på datamaterialet frå elevarbeida eg har samla inn. Først i kapittel 4.1.1 vil eg presentere ei oversikt over samtalane og kva kjenneteikn eg observerer i datamaterialet. Videre i kapittel 4.1.2 og 4.1.3 analyserer eg utdrag frå elevane sine munnlege argument, og trekker fram eksempel som skildrar strukturen i deira munnlege argument. For å vise det har eg nytta Krummheuer (1995) sin modell skildra i kapittel 2.6. Neste steg er å analysere elvane sitt skriftlege arbeid, eg nyttar også der Krummheuer sin modell og eg ser på bruk av representasjonar og andre kjenneteikn ved elevane sin skriftleg kommunikasjon og argumentasjon. Eg vil først presentere ei oversikt over kva som kjenneteiknar deira skriftlege argumentasjon og kommunikasjon i kapittel 4.2.1, deretter vil eg undersøke strukturen i dei skriftlege argumenta og skildre kva som særpregar nokre elevsvar.

4.1 Kjenneteikn på elevane sin munnlege kommunikasjon og argumentasjon

I underkapittel 4.1 vil eg presentere kjenneteikn frå analysen av elevane sin munnlege kommunikasjon og argumentasjon. For å kunne seie noko om kjenneteikn ved elevane sin munnlege kommunikasjon og dei munnlege argumenta dei ulike gruppene fremma, har eg i analysen prøvd å identifisere ulike samtalestrukturar. Videre har eg nytta krummeheuer sin argumentasjonsmodell for å kunne avgjere i kva grad argumenta har heimel og ryggdekning.

4.1.1 Identifikasjon på samtalestrukturar i elevane sin munnlege kommunikasjon og argumentasjon

For å kunne presentere ei oversikt over samtalestrukturar og for å skildre kjenneteikn ved den munnlege kommunikasjonen mellom elevane. Analyserte eg transkripsjonane frå samtalane mellom elevane, når dei arbeida med algebraoppgåvene i gruppene. Eg systematiserte dei ulike ytringane i sju kodar, sjå metodekapittel 3.7 for nærare skildring. Teorien viser til samtalestrukturar som kan verke positivt for elevane sin munnlege diskurs og matematiske argumentasjon. Under presenterer eg først eit søylediagram som syner ei oversikt over frekvensen av dei ulike samtalestrukturane i figur 4.1. Den viser ei oversikt over kjenneteikn på munnleg diskurs, som eg identifiserte i elevane sin munnlege ytringar. Som det kjem fram av diagrammet under er det stor variasjon i kva type ytring elevane nyttar i kommunikasjonen i gruppene. Søyla for tur-taking får 100% utslag, årsaka til det er at eg valte antal turar og vekslingar mellom kven som har ordet i elevgruppa, som utgangspunkt for å klassifisere prosentvis førekomst av dei andre samtalestrukturane. Som eg presenterte i metodekapittelet 3.7, er type ytring, kumulativitet, bindeord og samtalepausar trekk ved kommunikasjonen og samtalane mellom elevar, som kan ha positiv påverknad på utvikling av matematisk argumentasjon.



Figur 4.1: Kjenneteikn på elevane sine munnlege kommunikasjon og diskurs

4.1.1.1 Ytringar

Dersom eg studerer søylene som viser prosentvis førekomst av ulike ytringar, ser eg at ytringar klassifisert som matematiske og med innhald av sekundærdiskurs identifiserast oftast. I gjennomsnitt var 63 % av ytringane elevane kommuniserte retta mot det matematiske og dei ulike oppgåvene dei skulle løyse. Eit godt eksempel på det er samtalen om heksagonproblemet i gruppe 2, mellom Lone, Mari og Tove. I heksagonproblemet er målet at elevane skal finne ein formel for å finne omkrinsen til tog av ulik lengde, og argumentere for at den er gyldig. I utdraget eg har tatt ut på neste side, har dei arbeida ei stund med oppgåva, og nærmar seg snart ei løysing.

[Gruppe 2]

235	Tove:	Men det blir no ikkje mindre og mindre.
236	Mari:	Nei det blir meir og meir.
237	Lone:	Jo, sann, det er 6, så 5 og 4, 4, 4
238	Tove:	Nei det blir 6, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4,
239	Lone:	Jammen då er det pluss fire da. $6x + 4$
240	Tove:	Nei det er 5, pluss 4, 4, 4
241	Mari:	Men dokke dokke dokke, Det blir $4x + 6$. Eller $6 + 4x$ ja, funka ikkje det da?
242	Lone:	Nei, for det skal jo vere 15 stykker der.
243	Tove:	Men det eg tenker da er at eg trur vi egentlig må kanskje gjer noke sant som.
244	Lone:	Jammen ekje det $4x + 1$ da.
245	Mari:	Jo pluss 1, det funka jo
246	Mari:	Men vist vi testa teorien da, og berre ser vekk frå at vi veit at det skal bli 14. Så skriv vi at $F(t) = 6$ pluss ehmm, eller vi kan ikkje skrive $3x$ heller. Kva om vi tek $4x + 3$? Blir ikkje det meir riktig? Eller $4x + 2$?
247	Lone:	Korleis blir det + 2?
248	Mari:	Vist vi tek $4 \cdot 3$, det er 12 og plussa 2. Det er 14. Vist du prøva deg med to, om du tek vekk eit heksagon. Så då blir det minus fire da, då blir det. ehm Kva det var eg sa? $4x + 2$, da blir det $4 \cdot 2$, det er 8 og så legge til to, det blir 10. Det er noke med fire kvar gong. Så det er jo riktig. Det er $4x + 2$
249	Lone:	Men det auka jo ikkje med fire på den siste? Det auka no med fem.
250	Mari:	Ja det er jo akkurat det vi gjer, det øke med ein der og der og så fire resten. Skjønna du greia? Så vist vi skal finne ut.
251	Tove:	Kvifor vil du ta $4x$?
252	Mari:	Hæ?
253	Tove:	Kvifor vil du gjer $4x$? No spør eg berre?
254	Mari:	Kvifor eg gjer $4x$, fordi det er det den auka med kvar gong og så er endane to, så du må, derfor du plusse på to for at det blir riktig.
255	Tove:	Gjer det med 100 toget da, sida det var det vi skulle.
256	Mari:	F av 100, då må vere $4 \cdot 100 + 2$, det blir 402. Trur det er riktig.

Elevane i gruppa vekslar ofte mellom kven som har ordet, kvar ytring som blir kommunisert søker å komme nærare ei løysing på oppgåva. I linje 239 presenterer Lone eit forslag om at svaret må vere $6x + 4$. Talet 6, hentar ho sannsynlegvis frå utgangspunktet til heksagon nr 1, det har 6 sider, og sidan dei må legge til 4 sider for kvart nye heksagon, fremmer Lone eit forslag om å legge til 4. I ytringane som kjem etter Lone sitt forslag, kan ein få inntrykk av at deltakarane i gruppe 2 prøver og feilar, til dei forhåpentlegvis lukkast. Mi oppfatning er at dei systematisk resonnerer rundt informasjonen dei har tilgang til, og prøver å identifisere korleis dei kan finne det neste toget. Følgjer eg transkripsjonen videre legg eg merke til at gruppa i løpet av diskursen, oppdagar korleis dei kan finne ein generell formel, i linje 248 presiserer Mari at det er noko med fire kvar gong. Det kan verke som Tove ikkje heilt forstår kvifor dei plutseleg endrar frå $6x$ til $4x$, ho fremmer derfor i linje 251 ei spørjande ytring. Spørjande ytringar har relativ låg frekvens i datamaterialet, i gjennomsnitt var 14 % av diskursen mellom elevane i gruppene identifiserte som spørjande ytring. Spørjande ytring blir ofte nytta av gruppemedlemmane til å avklare noko dei ikkje forstår som eg observerer Tove gjere i linje 253.

4.1.1.2 Kumulativitet

Spørjande ytring kan vere med på å sikre kumulativitet i gruppene. Kumulativitet hadde ein frekvens på omtrent 50 prosent, det vil seie at halvparten av diskursen mellom elevane i gruppene, hadde matematisk retning og bygde på det nokon hadde ytra før dei. Utdraget frå transkripsjonen over, viser og eit eksempel på kumulativitet. Etter at Lone har oppdaga at den generelle formelen for heksagonproblemet kan vere 6x + 4 i linje 239, ser det ut til å gå opp eit lys for Mari. Ho er ivrig i kommentaren sin og presiserer «*dokke, dokke, dokke*», tre gangar. Det oppfattar eg som Mari treng at dei andre lyttar til det ho vil seie. Ho grip det som Lone har ytra og bygger vidare på det i linje 241, 6 + 4x. Det kan tenkast at Mari no har forstått at x, må symbolisere kor mange heksagon dei har, og at det endrar seg med 4 kvar gong. Kumulativitet identifiserer eg og i dialogen mellom Lars, Arne og Trond under. Legg merke til turvekslinga mellom Lars og Trond i linje 739 til 741 på s. 45. Når Lars ytrar til dei andre i gruppa, kjenneteikn på rektangel. Held Trond fram resonneringssyklusen ved å presisere at sidekantane i rektangelet kan deles i kortender og langender.

4.1.1.3 Samtalepausar

Eit anna kjenneteikn i diskursen som kan hjelpe elevane å tenke og resonnere, for å kome fram til ein gyldig argumentasjon på eit problem, er samtalepausar. I utdraget frå gruppe 2 som er presentert over identifiserer eg ingen samtalepausar, det var gjennomgåande i samtalane mellom Tove, Mari og Lone, i løpet av dei 25 minutta dei kommuniserte, identifiserte eg fem korte pausar. Dette var relativt likt med dei andre gruppene eg samla inn empiri frå, etter cirka 5 prosent av ytringane blei det identifisert korte samtalepausar i gruppene. Ei gruppe utmerka seg i andre enden, og hadde hyppigare førekomst av samtalepausar. Det var gruppe 4, sett saman av dei tre gutane Arne, Trond og Lars. Årsaka til at det i analysen av deira samtale blei identifisert fleire pausar, kan ha samanheng med dårleg kommunikasjon og låg samtaleorientert dialog. Diskursen i gruppa, handla i stor grad om å løyse oppgåvene, kvar for seg. Dei hadde likevel nokre aha opplevingar saman, som utdraget frå transkripsjonen under syner eit eksempel på.

[Gruppe 4]

727	Lars:	Det er ikkje noko poeng, fordi treng ikkje løyse alle oppgåvene. Vi tar berre ei om gangen. Oppgåve 1, Figuren under syner eit stort kvadrat som er bygd opp av fire kongruente rektangel og eit lite kvadrat. Omkrinsen til kvart rektangel er 30 cm. Argumenter for at omkrinsen til det store kvadratet er 60
728	Trond:	15 på kvar side da?
729	Lars:	Ja meiner på det.
730	Trond:	Det blir 5 på den korte sida og 10 på den lange.
731	Lars:	Ja, egentlig. Så kvar kortside blir 5 fordi, ja det er ganske sjølvsagt egentlig, men det er bare at vi må skrive ned ein måte.
732	Arne:	Skal vi skrive ei forklaring på arket?
733	Lars:	Trur det. Kan du skrive Arne?
734	Arne:	Ja.
735	[…]	
736	Lars:	Men vent litt. Vi veit ikkje at det er halvparten da. På sida. Vi har ikkje noke. Jo det har vi, det har vi. Men vi må forklare det. Eg veit ikkje heilt korleis vi skal forklare det. Eg sitt å ser på det, men.
737	Trond:	Omkrinsen til kvart rektangel er 30 cm
738	Lars:	Hm […]
739	Trond	Vi kan vite at omkrinsen, at kvart rektangel har to av kvar side, og vist vi dele omkrinsen på to, så får vi jo 15, 15, 15, 15 og det blir jo 60
740	Lars:	Ja d et er greitt nok egentlig. Ja fordi vist vi deler på to så får vi kvar side fordi at da får vi.
741	Trond:	Ja kortenden og langenden er jo
742	Lars:	Enig enig, da tar vi bare og deler på to og ganger med fire. Så altså (30/ 2) · 4, så slepp vi å teikne opp.
743	Trond:	Jammen det er bare å gjere det, vi må berre gjere det.
744	Lars:	Okei så bare 30 delt på 2, 15, så ganger vi med 4 er lik 60. Så omkrinsen er bare 60 cm. Ja det var det vi skulle vise. Eg kan begynne å sjå på oppgåve 2 eg.

Gruppe 4 les oppgåveteksten i linje 727, og rett etter i linje 728 ser eg at Trond sannsynlegvis har delt omkrinsen på det store kvadratet på fire, og presenterer eit forslag om at sidekantane i det store kvadratet er 15 cm. Lars seier seg einig, Trond held fram diskursen, med å konkludere med at den korte sida i rektangelet må vere 5 cm og den lange 10 cm. Eg forstår det slik at gruppa på dette tidspunktet tenker at dei har oppdaga løysinga, og tenker på korleis dei skal formulere det skriftleg. Slik Lars spør i linje 731. Arne følgjer opp med å spør om dei skal skrive denne forklaringa på arket dei har fått utdelt. Lars seier han trur det er lurt og ber Arne om å skrive, noko han godtek i linje 734. Det er etter denne ytringa, eg observerer den første samtalepausen i gruppe 4 sin dialog. Denne pausen ser ut til å bli brukt av gruppemedlemmane til å tenke. For i linje 735 ser eg at Lars har oppdaga at noko ikkje stemmer, med gruppa sin første påstand. Trond er raskt med på denne tanken, og det kjem ei ny samtalepause. Samtalen som følgjer etter i linje 738, viser eit godt døme på effekten av samtalepausar eller tenkepausar i diskursen mellom elevane. Det verkar som Trond skjønner at han må bruke eigenskapane til rektangelet for å argumentere for at omkrinsen av kvadratet skal vere 60 cm, og at Lars er med på denne matematiske oppdaginga. I den videre samtalen mellom Trond og Lars blir det klart at dei må dele omkrinsen av rektangelet i to. Dei har då ei kortside (k) og ei langside (l), som svarar til sidekanten(L) til det store kvadratet. Dersom gruppa multiplisere L med fire, vil dei få omkrinsen av det store kvadratet. Utdraget frå diskursen mellom elevane i gruppe 4 syner god effekt av samtalepausar. Dei to pausane som eg peika på her, gav elevane rom til å tenke over oppgåva, og vurdere forslaget til løysing.

4.1.1.4 Bindeord

Eit anna kjenneteikn som og kan vere med på å fremme argumentasjonar er bruk av det som på engelsk kallast «linking words», på norsk ofte omtala som bindeord. Frekvensen av bruk av bindeord kan seie noko om i kva grad elevane grunngir, forklarer og støtter ulike ytringar som blir fremma. Høg frekvens av bindeord vert derfor sett på som positivt. Av søylediagrammet i figur 4.1 ser eg at omtrent 20 prosent av ytringane som blir fremma i samtalane, inneheld eit eller fleire bindeord. Oftast identifiserte eg ordet *så*, til dømes i setningar som: «*Så då har vi», «Så då må vi berre*» eller «*Så plussa eg».* Det kan sjå ut som at gruppene bruker bindeordet *så*, for å ytre videre handling eller for å summere opp kvar gruppa står i resonneringssprosessen no. Eit anna ord elevane nyttar ofte i samtalane er *men*, dette ordet dukkar ofte opp i ytringar der elevane kjenner seg usikre. Til dømes «*Men kvifor gjer dokke det her?», «Men det er bare dei to på kanten.*» eller «*Men det er jo ikkje 4 + 2».* Omtrent kvar femte tur-taking i empirien inneheld eit bindeord, men få av dei er av typen *fordi, dersom* eller *derfor*. Årsaka til at desse bindeorda oftast er ønska i argumentasjon, er at dei opnar opp for ei form for grunngjevnad som kan gi argument ryggdekning. I utdraget over frå gruppe 2 med Mari, Lone og Tove, ser eg i linje 254, at Mari klarer å forklare for Tove og Lone kvifor formelen for heksagonproblemet fungerer, ved hjelp av fleire bindeord. Eg forstår det slik at når Mari nytter bindeordet *fordi*, klarer ho å grunngi for dei andre to deltakarane kvifor dei får *4x*, og ordet så, oppfattar eg hjelp Mari til å overtyde dei to andre om at dei må legge til to.

4.1.1.5 Ikkje matematiske ytringar

Det siste kjenneteiknet eg identifiserte i analysen av samtalane, var ikkje matematiske ytringar. Ytringar som ikkje hadde retning mot å løyse algebraproblema blei klassifisert som kvardagsdiskurs eller ikkje matematisk ytring, i analysen identifiserte eg 35 % av ytringane mellom elevane som ikkje matematisk. I transkripsjonen under syner eg eit klassisk eksempel på slik diskurs.

[Gruppe 3]

517	Ingrid:	Korleis skal vi vise svaret da? Bevis svaret ditt. Eg veit ikkje korleis eg gjer det.
518	Thea:	Jammen det blir Fn
519	Ingrid:	Det blir, neimen er det ikkje
520	Marius:	Fn, det er, skal ikkje seie kva det står for.
521	Thea:	Kva det står for?
522	Marius:	Det er eit banneord og det skal eg ikkje sei.
523	Ingrid:	Og Marius bannar ikkje. Okei. Men då blir O av tog 100 lik 402. Trur vi. Vis svaret ditt.
524	Marius:	Fn står for Fortnite
525	Ingrid:	Marius, gidd du å hjelpe oss litt med matta.
526	Marius:	Eg prøver, men eg skjønner det ikkje.

I arbeid med å løyse same oppgåve som Tove, Mari og Lone, heksagonproblemet sporar gruppe 3 av. Thea og Ingrid slit med å forstå korleis dei skal lage ein formel for problemet, dei hugsar at figurtal har noko med Fn og gjere. Eg oppfattar at Marius ikkje heilt er med på matematikkpraten, og sporar av. Han får med seg Thea og Ingrid på dialogen om kva Fn eigentleg står for, men i linje 523 prøver Ingrid å føre gruppa tilbake til den matematiske diskursen. Marius fortsett i sitt spor, og då blir Ingrid tydeleg irritert, og ber han om å hjelpe dei med matematikken i oppgåva. Marius unnskylder seg med at han ikkje forstår. Gjenkjennande for dei ikkje matematiske ytringane er avsporing. To elevar diskuterer gjerne matematikkproblema, medan ein elev kjem på noko å seie, som ikkje handlar om matematikkarbeidet. Eit anna døme er i gruppe 1 når Sandra, Adam og Iver diskuterer kvaliteten på lydopptaket:

[Gruppe 1]

88	Adam:	Eg føler vi ikkje snakker høgt nok?
89	Iver:	Jo jo, det gjer vi.
90	Sandra:	Til saman er det 219.
91	Iver:	Jammen ho skjønna.
92	Sandra:	Forslag 1, forslag 2.
93	Adam:	Då tenker eg, kva med ei stor flaske og 107, nei 108 små flaske? Det funkar jo.
94	Iver:	Trur dokke hostinga mi har ødelagt.
95	Sandra:	Hmm. Nei
96	Iver:	Jaja
97	Sandra:	Okey, vi har brukt 7 min. Kan vi finne på nokre andre?

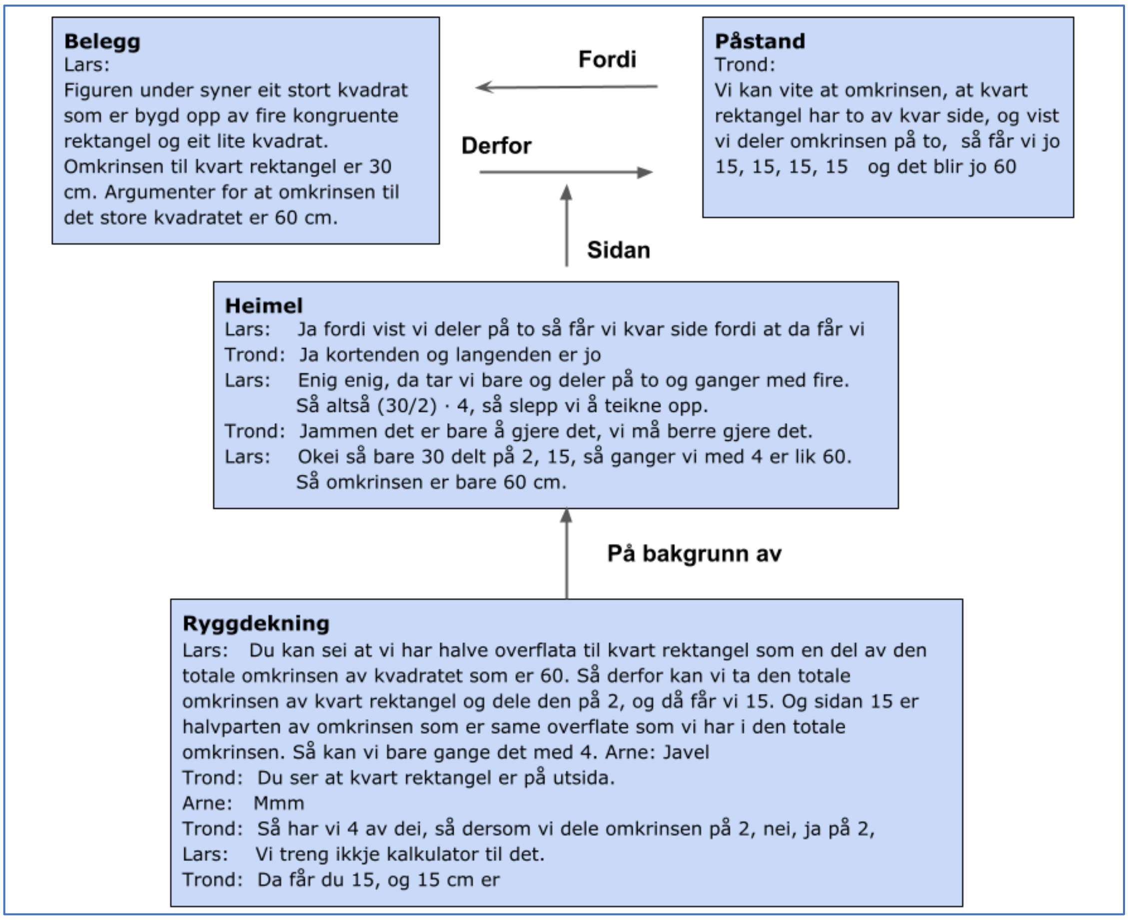
I linje 88 er Adam usikker på om dei pratar høgt nok, Iver meiner at det går heilt fint. Parallelt medan gutane i gruppa diskuterer lydkvalitet, arbeider Sandra med panteproblemet. Ho konsentrerer seg om det i starten, men etter kvart ser eg i linje 95, at ho føler for å trygge Iver på at hans hosting ikkje verkar inn på kvaliteten av lydopptaket. Eg observerer og at ho i linje 97, prøver å få diskursen over mot det matematiske igjen og ber dei to andre gruppemedlemmane om forslag til andre moglege løysingar på panteproblemet.

4.1.2 Munnleg argumentasjon med heimel og ryggdekning

I det neste underkapittelet vil eg nytte Krummheuer (1995) sin argumentasjonsmodell til å presentere tre døme frå gruppene sine samtaler, som viser korleis elevane gjennom samtale og resonnering fremmer ein påstand som eg kvalifiserer som eit gyldig argument, sett frå faglitteraturen sin ståstad.

4.1.2.1 Munnleg oppgåve 1 – Kvadratet

Under i figur 2 viser eg argumentasjonssyklusen til gruppe 4, når dei arbeider med si første oppgåva, som omhandlar kvadratet.



Figur 4.2: Studer modellen av Gruppe 4:

Frå Påstand –> Fordi –> Belegg –> På bakgrunn av –>

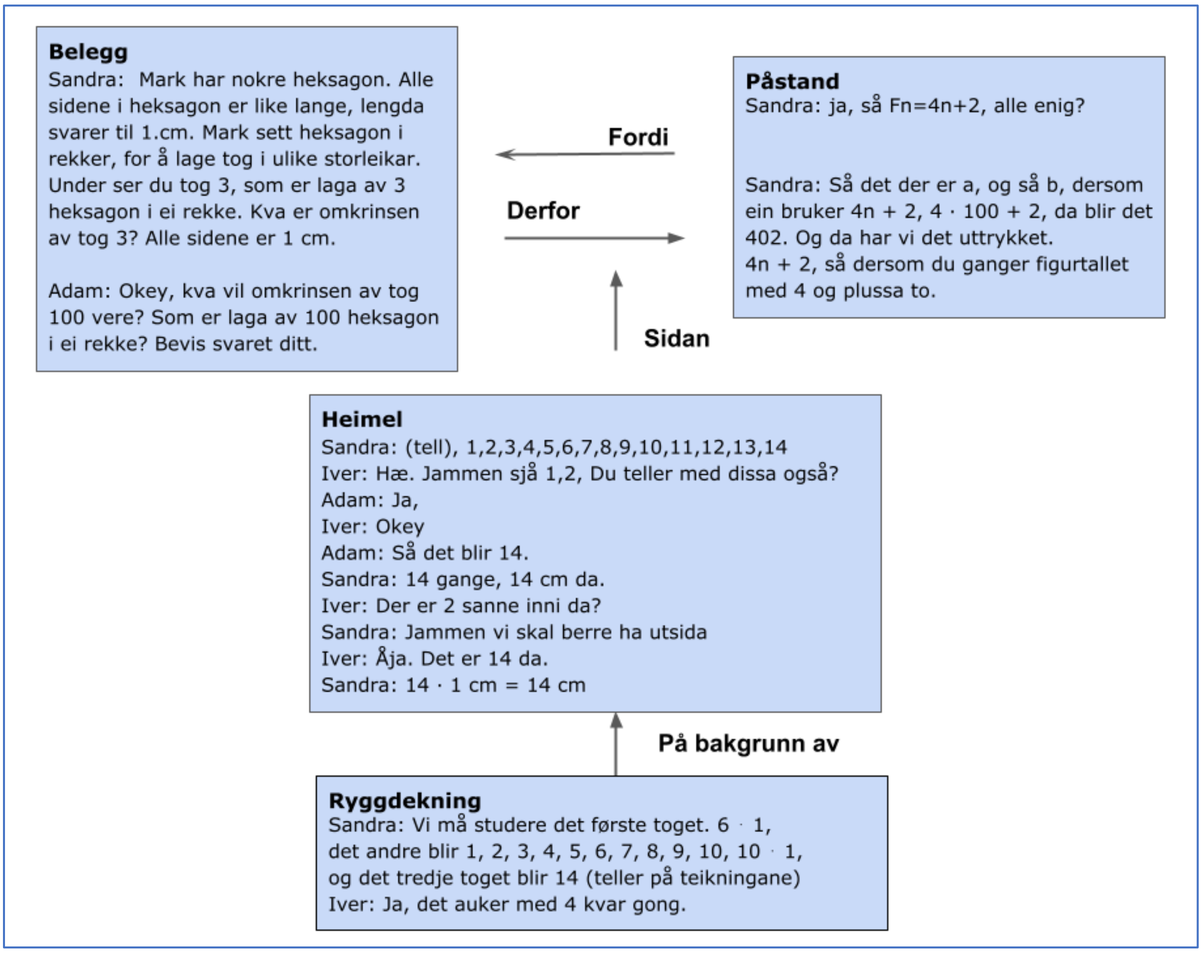
Ryggdekning –> Sidan –> Heimel –> Derfor –> Påstand

Eg ser at Lars legg fram for gruppa oppgåveteksten. Det er føresetnaden for å løyse problemet og eg kategoriserer denne ytringa som belegget i argumentasjonssyklusen. Trond presenterer ein påstand for Lars og Arne, der han hevder å vite at omkrinsen er 60 fordi kvart rektangel har to av kvar side. Trond tar i bruk kunnskap han har tillært seg om geometriske figurer, eit rektangel definerast som ein firkant der to og to av sidene er like lange, kunnskapen hjelper Trond til å fremme ein påstand. For at påstanden skal bli akseptert av dei andre i gruppa, må dei ha same kunnskapsgrunnlag om rektangelet. Ytringa Lars gir som heimel, tolkar eg som ei stadfesting på det. Gruppa tar videre utgangspunkt i at omkrinsen til kvadratet er 60 cm, og det er sett saman av fire halve rektangel. Gruppa gir påstanden ryggdekning ved å forklare at halve av kvart rektangel er del av den ytre kanten på kvadratet. Når eg les transkripsjonane, legg eg merke til at Lars ikkje er tydeleg på korleis han nyttar dei matematiske omgrepa. Ut frå ytringane han kommuniserer, tolkar eg det som at han heile tida meiner å snakke om omkrinsen av figurane. Ved fleire høve seier han derimot overflate, dette kan vere noko til grunnen for at eg oppfattar at Arne ikkje er heilt overtydd. Hans kommentarar i samtalane er av typen «Javel, mmm», dette forstår eg som at han potensielt ikkje heilt forstår resonneringa dei to andre medlemmane i gruppa fremmer.

Argumentasjonen til gruppe 4 i figur 4.2 klassifiserer eg som å oppfylle det som av Krummheuer blir sett på som eit gyldig argument, sidan gruppa gir heimel til påstanden sin ved å forklare at kortenden og langenden til saman er halvparten av 30 cm. På kvar sidekant av kvadratet har dei ei kortside og ei langside, og må derfor multipliserer 15 cm med fire, som eg legg merke til Lars poengterer på slutten av heimelen.

4.1.2.2 Munnleg oppgåve 2 – Heksagonproblemet

Under i figur 4.3 studerer eg kva som kjenneteiknar argumentasjonssyklusen til gruppe 1. Ytringane til elevane på gruppa har eg plassert inn i Krummheuer sin modell.



Figur 4.3: Studer modellen av Gruppe 1

Frå Påstand –> Fordi –> Belegg –> På bakgrunn av –>

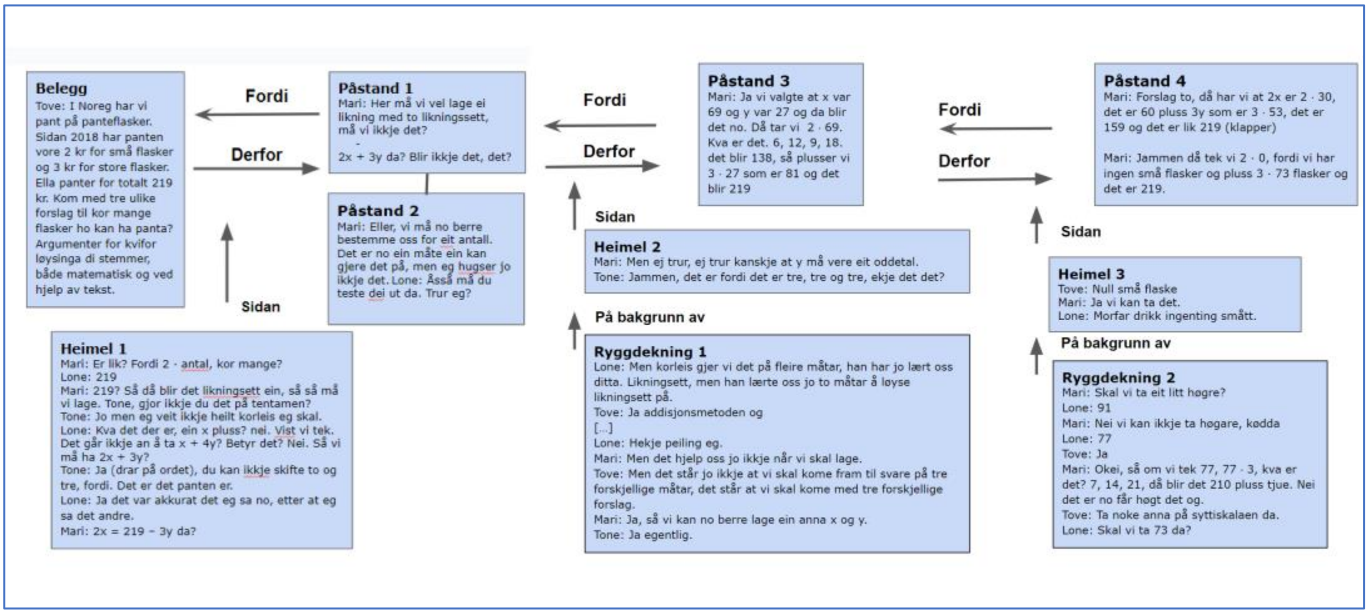
Ryggdekning –> Sidan –> Heimel –> Derfor –> Påstand

Eg har i analysen plassert ytringane til gruppe 1 i modellen og legg merke til at Sandra, Iver og Adam har fremma ein påstand om at omkrinsen av tog 100, kan dei finne ved å anvende formelen F(n)=4n + 2, ved å studere figuren over kan eg videre følgje prosessen frå belegg til påstand. Belegget i oppgåva tar utgangspunkt i informasjon elevane har henta frå oppgåveteksten, slik dei har fått den presentert. Dei har lagt merke til at kvar sidekant i heksagonen er 1 cm, og at dei først skal finne omkrinsen av tog 3. Sandra, Iver og Adam er raskt ute med å anvende ein kjent strategi for problemløysing, første steg i resonneringssyklusen deira er strategien å telje. Dette kan vere ein hensiktsmessig måte å angripe eit problem på, når lengda på toget er kort og dei lett kan halde oversikta. Etter kvart som heksagontoga blir lengre, vil dei sannsynlegvis oppdage eit behov for ein meir effektiv metode. I heimelen kan eg sjå at medan dei tel sidekantane til toget, er Iver usikker på om dei skal telje med dei to endane. Iver peiker på figuren på oppgåvearket og stiller gruppa eit spørsmål, om dei skal ta med dei to der og? Han får raskt svar frå Adam om at dei skal vere med, og at det derfor blir 14. Litt seinare undrar Iver seg om dei skal ha med dei to inni og. Sandra responderer raskt og presiserer at dei berre skal ha utsida. Eg oppfattar det som at gruppa då forstår kva som ligg i omkrins av ein figur, utan at Sandra treng å forklare det meir utdjupande for gruppa si.

For å gi ryggdekning til heimelen, legg eg merke til at Sandra påpeikar at dei må studere dei første toga. Dei konkluderer med at det første toget har 6 sidekantar, vidare ser eg at dei finn at tog 2 er 10 cm, sjølv om dei ikkje presiserer det verbalt, er det både for deltakarane i gruppa og eg som observerer dei i arbeidsøkta implisitt at det er tog 2 dei meiner er 10 cm, til slutt ytrar Sandra at det tredje toget må vere 14 cm. Iver ser kva som endrar seg frå tog 1 til tog 2 og så vidare. Kvart tog aukar med 4 kvar gong, ytringa gir ryggdekning til gruppa sin påstanden om at du finn dei ulike toga med formelen F(n)=4n + 2. Undervegs i samtalen oppdagar gruppa mønsteret til heksagontoga, og meistrar overgangen frå å telje til å nytte ein generell formel. For å overtyde seg sjølv om at det generelle uttrykket dei har oppdag fungerer, ser eg at Sandra testar formelen som ein del av argumentasjonssyklusen. Det er verdt å legge merke til at ho berre gjer det med 100 toget, og raskt konkluderer at formelen stemmer. Årsaka til det kan vere resonneringssyklusen gruppa gjekk i gjennom før påstanden vert fremma. På det felles arbeidsarket gruppa arbeida med, teikna dei opp og synleggjorde korleis det endra seg i ein tabell. I samtalane mellom elevane i gruppa blir det ikkje forklart kvifor dei adderer 2. Under observasjonen av elevgruppa, noterte eg ned at dei aktivt viste kvarandre på illustrasjonen av toga kva som var fast og kva som endrar seg kvar gong. Det kan derfor tenkast at deltakarane på gruppa hadde ei klar forståing for kvifor dei adderte 2, jf. dialogen mellom Adam og Iver, og derfor ikkje såg behov for grundigare forklaring.

4.1.2.3 Munnleg oppgåve 3 – Ella sitt panteproblem

Den siste oppgåva eg studerer er panteproblemet, i analysen oppdaga eg at det for mange av gruppene var vanskeleg å sjå korleis dei kunne få hjelp av det generelle til å løyse oppgåva. Under i figur 4.4 har eg systematisert nokre av argumenta som gruppe 2 fremma, i arbeidet med å løyse oppgåva. Som det kjem fram av figuren under, utviklast gjerne argumentasjonen gjennom fleire heimlar, ryggdekningar før endeleg påstand vert fremma.



Figur 4.4: Studer modellen av Gruppe 2

Mari presenterer tidleg den første påstanden for dei andre to medlemmane i gruppe 2. Sidan Ella panter 3 kr flasker og 2 kr flasker, kan det uttrykkast med $2x + 3y$. Vi ser at gruppa i den første heimel til gruppe 2, har ei oppfatning av at dei arbeider med likningar med to ukjente. I løpet av kommunikasjonen mellom Tove, Mari og Lone identifiserer eg fleire ytringar som gir påstanden til Mari heimel. Mari seier videre i påstand 2 at dei berre må bestemme seg for eit tal, det oppfattar eg som ho har oppdaga at det er mange moglegheiter til løysing. Noko også belegget presiserer, ved å etterspør tre ulike forslag. Dette tar dei så med seg videre i argumentasjonssyklusen. Tove og Lone støtter påstanden til Mari, gjennom å undersøke moglege x og y – verdiar, som kan stemme for $2x + 3y = 219$. Påstand nummer 3 viser ei mogleg løysing på problemet, og det er då gruppa gir den første ryggdekninga, som fortel at dei berre kan finne ein anna x eller y. I denne delen av argumentasjonen mellom elevane, oppfattar eg oppdaginga gruppa har om oddetal som ein heimel 2 for påstanden. Ein viktig føresetnad for å finne ulike løysingar, er å oppdage at dei treng oddetal antal store flasker. Tove seier ikkje dette direkte, men ytringa ho kjem med om at det er fordi det er 3 og 3 og 3, oppfattar eg som at ho har kunnskap om at summen av to oddetal alltid vil gi eit partal. Etter kvart i samtalen oppdagar gruppa ei avgrensing i kva tal som er mogleg, denne avgrensinga gir den andre ryggdekning i argumentasjonen og er med på å styrke validiteten til den siste påstanden som er fremma.

4.1.3 Munnleg argumentasjon med mangelfull heimel og ryggdekning

I mi analyse ser eg at elevane i arbeid med oppgåvene resonnerer og vekslar mellom kven som har ordet i gruppa. Det er i dei fire gruppene eg har analysert god retning, og som eg viste i kapittel 4.1.1.2 vurderte eg omtrent 50 prosent av ytringane for å vere kumulative. Eg vil likevel påpeike nokre eksempel i dialogen mellom elevane som ikkje kan aksepterast som fullverdige argument. Først vil eg studere ein dialog mellom Sandra, Adam og Iver når dei arbeider med kvadratoppgåva.

[Gruppe 1]

4	Sandra:	60 cm okey. Vi skal få at alle sidene skal bli like. Eg tenke at dinna sida er.
5	Iver:	10
6	Sandra:	10 ja.
7	Iver:	Og den kan vere 5, nei vent ikkje 5.
8	Sandra:	Vent no før vi gjer noko. Vi må plusse alle sidene sammen. Nei vent, 60 delt på 4 det er?
9	Adam:	15
10	Sandra:	Ja 15 ikkje sant. Kvar side må bli 15. Då blir den eine sida 10 og den andre 5.
11	Iver:	Ja
12	Sandra:	Da kan vi skrive, at vi må først tenke at vi må dele opp omkrinsen på.
13	Iver:	På 4
14	Sandra:	Kvadratet på 4, sida alle sider er like store eller like lange.
15	Adam:	Heilt enig.
16	Iver:	Ja oss er heilt enige
17	Sandra:	Og så må vi sjå på dei kongruente rektangela. Om vi tenke at den eine sida blir 10 cm og den korte sida 5 cm.
18	Adam:	Ja vi er heilt enig.

Eg observerer at gruppa bestemmer seg for å dele omkrinsen av kvadratet på 4 i linje 8, videre oppdagar dei at kvar sidekant til kvadratet må vere 15 cm. Elevane i gruppa definerer eit kvadrat som ein geometrisk figur som har fire like lange sider og det er årsaka til at dei kan dele 60 på fire. Gruppa brukar også omgrepet "kongruente rektangel", og verker som at dei skjønner at det tyder fire like rektangel, basert på svaret dei gir i linje 17. Eg oppfattar at denne gruppa har meir matematisk forståing enn dei får fram i sin kommunikasjon. Den store utfordringa til gruppa oppstår når dei bestemmer seg for at sidene i rektangelet må vere 5 cm og 10 cm i linje 10. Dette har ikkje gruppa nokon ryggdekning for, dei anvender ikkje eigenskapane til rektangelet som støtte for påstanden sin. Det kan tenkast at gruppa her tenker at dei har to tal som gir 15 cm, og at det er gyldig nok for å akseptere at omkrinsen av kvadratet er 60 cm. Eller at gruppa baserer seg på det dei trur dei ser visuelt? Med eit raskt blikk kan det sjå ut som den korte sida er halvparten så lang som den lange. Liknande argumentasjon fremma og gruppe 3.

Eit anna eksempel på påstand utan heimel og ryggdekning er gruppe 4 sin argumentasjon knytt til heksagonproblemet. Når eg studerer transkripsjonen av samtalen mellom deltakarane i gruppa nærare, oppdagar eg at dei vekslar sju ytringar etter å ha lese oppgåveteksten.

[Gruppe 4]

763	Lars:	Mark har nokre heksagon. Alle sidene i heksagon er like lange, lengda svarer til 1.cm. Mark sett heksagon i rekker, for å lage tog i ulike storleikar. Under ser du tog 3, som er laga av 3 heksagon i ei rekke. Kva er omkrinsen av tog 3? Alle sidene er 1 cm. Okey, heksagonoppgåva. Det er bare å ta 4 gange antal heksagon og plusse to på slutten.
764	[…]	
765	Lars:	Har du skrive ned Trond? Er dokke klar for denne oppgåva?
766	Trond:	Ja
767	Lars:	Kvar sann her er 1 cm. Skjønna? Så det betyr at vi må ta 4 gange antal heksagon fordi at der er 4 faste *(viser på figuren)* og så på slutten så tek vi pluss 2 for dei to endane. Enig?
768	Trond:	Hmm
769	Lars:	Så vist vi skal ha 100, så blir det 4 · 100 pluss 4. Så 404. Skjønna?
770	Trond:	JA
771	Lars:	Okey, bra. Arne du kan teikne opp du vist du vil.
772	Arne:	Kva?
773	Lars:	Berre teikn opp tre heksagon.

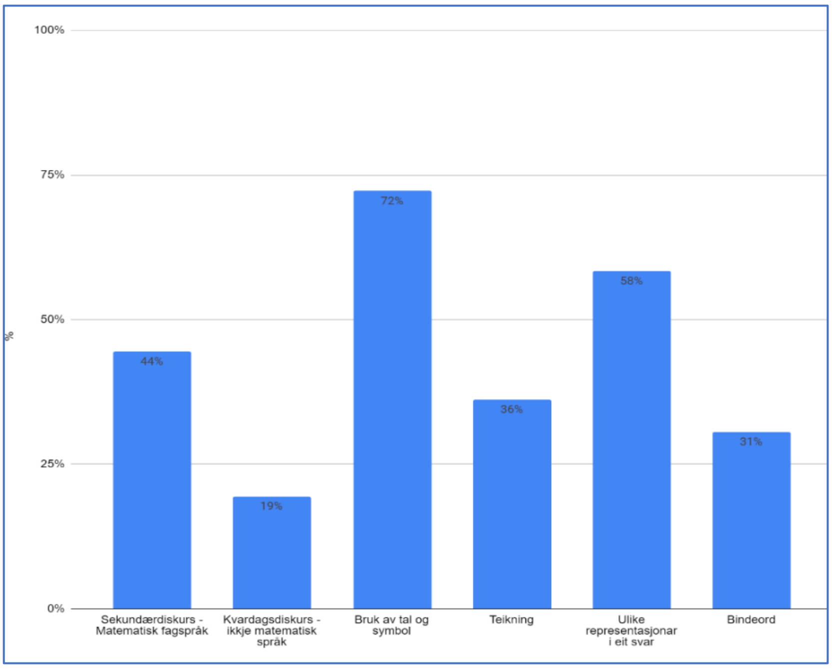
I linje 767 legg eg merke til at Lars har starta på resonneringssyklusen og fremmer ei relevant ytring, som gruppa ikkje klarer å bygge videre på. Det verkar som Lars såg løysinga på heksagonproblemet med ein gong. Allereie i linje 764 omtaler Lars dei fire «faste» og «dei to på endane». I linje 769 prøver Lars å anvende det han har oppdaga, men legg til 4 i staden for 2. Lars seier rett i linje 767, men regner feil i linje 769. At han seier 4·100 + 4 kan vere ein slurvefeil? Resultatet blir at dei får 404 til svar. At sjølve svaret er feil er ikkje det som er vesentleg her, det som gjer at gruppa ikkje får eit fullverdig argument, meinar eg er mangel på heimel og ryggdekning i ytringane som blir fremma. Lars har fremma ein formel, men slik eg oppfattar det klarer han ikkje å grunngi for dei andre slik at dei forstår. Årsaka til at Trond og Arne ikkje oppdagar eller stiller spørsmål ved 404, kan vere fordi tankeprosessen til Lars har gått for fort for dei. Elevar kan raskt velje å akseptere det som vert presentert av ein elev. Dersom dei opplever medeleven som den mest kunnskapsrike, er det lett for at dei ikkje stiller spørsmål eller krev meir forklaring. I denne samtalen mellom Lars, Arne og Trond, ser det ut til at Lars si ytring kjem raskt og overtydande på dei to medelevane. Eg trur dei derfor aksepterer det Lars seier fordi hans argument framstår som gyldig, og forklaringa hans gir meining for dei andre deltakarane i gruppa og dei oppfattar truleg ikkje reknefeilen i linje 769.

4.2 Kjenneteikn på elevane sine skriftlege argument

I etterkant av samarbeidsøkta i grupper, fekk elevane utdelt same oppgåver i eit arbeidshefte, som dei løyste individuelt. I underkapittel 4.2 vil eg studere elevane sin skriftleg argument i lys av Krummheuer (1995) sin argumentasjonsmodell. Eg analyserer og korleis ulike representasjonar blir nytta, for å fremme eleven sin kommunikasjon og argumentasjon i matematikk. Eg vil videre identifisere og presentere kjenneteikn ved elevane sine skriftlege argument, som eg avdekka i analysen. Eg har i analyseprosessen prøvd å avdekka i kva grad argumenta som er fremma har heimel og ryggdekning.

4.2.1 Bruk av ulike representasjonar i elevane sin skriftlege argumentasjon

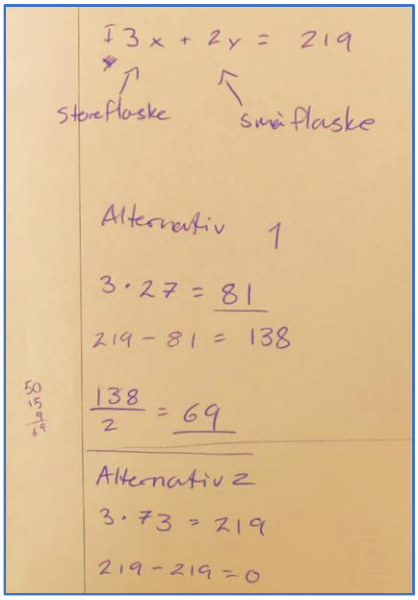
I del to av analysen undersøkte eg kjenneteikn ved elevane sin skriftlege kommunikasjon og argumentasjon i matematikk. Elevane sitt skriftlege oppgåvehefte vart undersøkt og gjennom å analysere elevsvara, søkte eg å identifisere kjenneteikn. Etter å ha gjennomgått 12 elevsvar, grupperte eg dei ulike kodane i seks kategoriar. Første og andre søyle i diagrammet – figur 4.5, viser i kva grad elevane brukar matematisk fagspråk til å argumentere for løysingane sine. Søyle 3, 4 og 5 syner i kva grad elevane nyttar ulike eller fleire representasjonar for å kommunisere og argumentere. Teorien skildra i kapittel 2.5 vektlegg tilgang til ulike representasjonar og korleis elevane nyttar ulike representasjonar for å oppdage matematikken og konstruere ny kunnskap. Representasjonar blir og brukt av elevane til å kommunisere kunnskapen dei har oppdaga. Den siste søyla i diagrammet presenterer kva grad deira skriftlege kommunikasjon inneheld *bindeord* og korleis dei nytter bindeorda for å skape samanheng i argumentasjonen. I analysen er det interessant å ikkje berre studere kva representasjonar elevane tek i bruk, men og om dei klarer å skape koplingar mellom dei i kommunikasjonen sin.



Figur 4.5: Kjenneteikn ved elevane sin skriftlege kommunikasjon og argumentasjon

4.2.1.1 Tal og symbol

Av dei ulike oppgåvesvara eg analyserte ser eg at 72 % av svara hadde innslag av tal og symbol, det er ikkje overraskande med tanke på at elevar ofte tenkjer at dei i matematikkproblem må gi eit talsvar. Eit typisk eksempel på bruk av tal og symbol i elevane sitt skriftlege svar er døme henta frå Tove sitt oppgåvehefte, sjå figur 4.6.

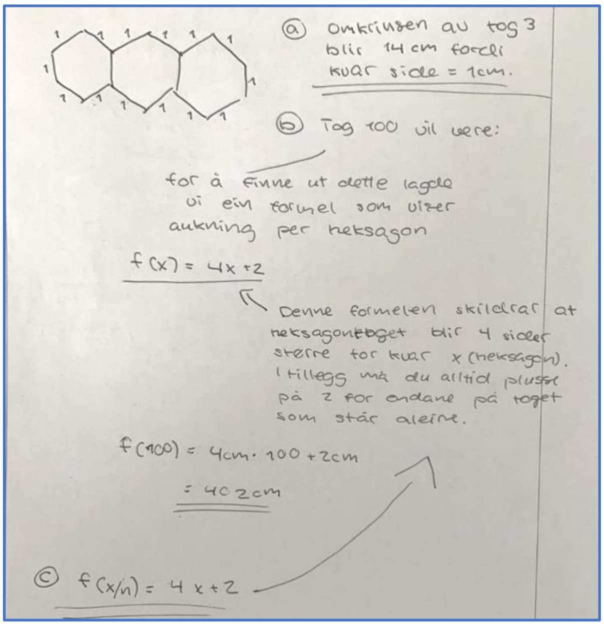


Figur 4.6: Tove frå gruppe 2

Ho har løyst panteproblemoppgåva, og nytter både tal og symbol for å illustrere små og store flasker som Ella kan ha panta. Eg ser at ho symboliserer store flasker med variabelen x, medan ho nyttar variabelen y som plasshaldar for små flasker. Samanhengen Tove har oppdaga er ein viktig føresetnad for å løyse problemet. Videre i arbeidet, reknar ho ut to ulike forslag for korleis Ella kan pante flasker, utan å bruke uttrykket som ho starta med som utgangspunkt i sjølve rekninga. Det er likevel truleg at ho gjennom å bruke symbol og tal til å formuler uttrykket $3x + 2y = 219$, nyttar det i si tenking undervegs, sjølv om ho ikkje formelt nyttar det i sin skriftlege kommunikasjon. Tove finn løysningar der både x og y er positive heiltal, noko det må vere for å passe konteksten til denne oppgåva. Kanskje tenkjer ho at det er gitt for meg som lesar at ho har erstatta variablane med tal, for å kome fram til moglege pantekombinasjonar.

4.2.1.2 Representasjonar

Ulike representasjonar i ei oppgåva hadde og høg frekvens, 58 % av elevane sin skriftleg kommunikasjon inneheld meir enn ein representasjon, oftast identifiserte eg teikning, tal og symbolbruk og skriftleg svar. Dette kan eg sjå i Mari sitt svar på oppgåve 2. Ho har arbeida med heksagonproblemet, og argumenterer for at ho har funne eit svar på oppgåva, sjå figur 4.7.

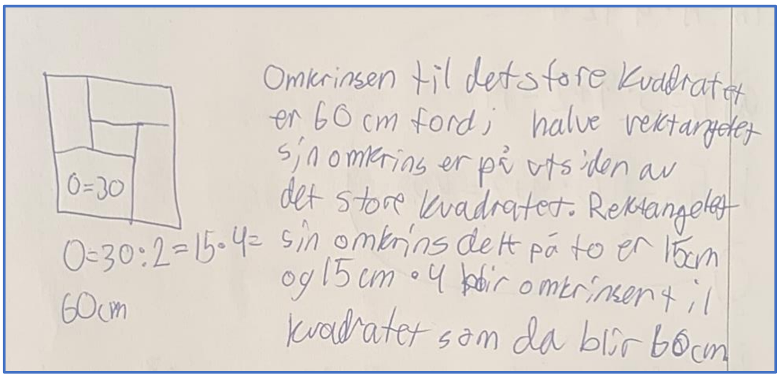


Figur 4.7: Mari frå gruppe 2

Å studere Mari sitt svar er interessant fordi ho nyttar ulike representasjonar for å kommunisere med meg som mottakar. Eg oppfattar at Mari nyttar dei ulike representasjonane for å halde oversikt over kunnskapen sin, slik Steinbring (2006) skildrar. Bruk av piler er med på å vise samanhengane og korleis dei ulike representasjonane er knytt til kvarandre og underbygger Mari sin skriftlege argumentasjon. Kunnskapen Mari har skapt gjennom å løyse heksagonoppgåva, gir meining fordi ho klarer å bruke teikn og symbol, matematiske omgrep og referansekonteksten slik Steinbring videre skildrar i sitt epistemologiske triangel, sjå figur 2.5. I det øvre hjørnet til venstre har Mari teikna tog 3, og viser med dei små 1–tala kor lang kvar sidekant er og korleis ho har lagt saman sidekantane for å finne omkrinsen på toget. Videre bruker ho sitt skriftlege språk til å forklare formelen ho har oppdaga i arbeid med oppgåva. Gjennom å skriftleggjere si tenking, kan eg som mottakarar forstå kvifor tog 100 vil vere 402 cm. Dersom Mari hadde valt å nytte ein enkel representasjon, til dømes tal og symbol, og presentert f(x) = 4x + 2 utan vidare forklaring, vil eg som mottakarar sannsynlegvis undre meg meir over kvifor ho meiner løysinga stemmer. Ei anna interessant oppdaging i Mari sitt svar (figur 4.7), er det som ho skriv nede i venstre hjørnet. Der nyttar ho både x og n, som variabel. Det er truleg at Mari er mest van med å nytte x til å symbolisere noko ukjent, men hugsar frå matematikktimane at dei ofte nyttar det n-te talet i ei talfølgje. Ved å skrive båe notasjonane, trur eg Mari kjenner seg trygg på at mottakaren vil forstå kva ho ønskjer å kommunisere.

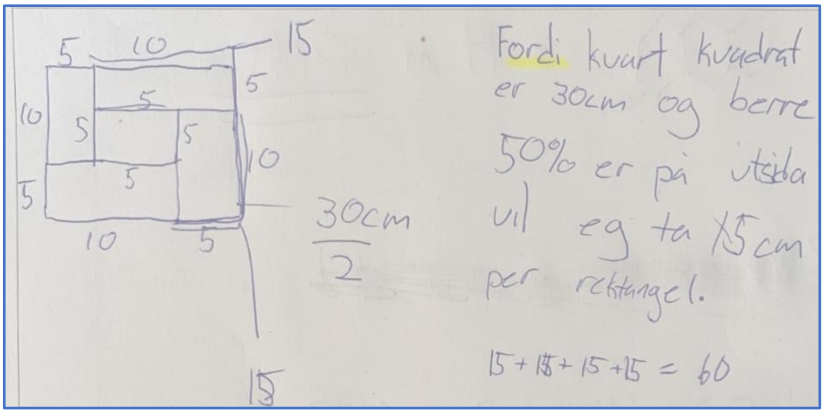
4.2.1.3 Teikning

Å teikne slik som Mari har gjort øvst i figur 4.7, kan vere med på å skape forståing av problemet, men og for å kommunisere med mottakaren. Sjølv om fleire av oppgåvetekstane inneheld ein illustrasjon, identifiserte eg teikning eller illustrasjon i under halvparten av elevsvara. Litt under 40% av oppgåvesvara inneheld teikning, og i varierande grad nytter elevane teikninga til å styrke sin argumentasjon. Til dømes Trond i gruppe 4 sitt argument for omkrinsen av kvadratet, sjå figur 4.8.



Figur 4.8: Trond frå gruppe 4

Eg legg merke til at Trond har teikna av illustrasjonen frå oppgåveheftet, og brukt O som symbol for omkrins og skrive at det er lik 30. Elles nytter han ikkje teikninga til støtte for sitt argument, kun som ein illustrasjon med tekstforklaring på sida. Studerer eg Thea frå gruppe 3 sitt svar på same oppgåve i figur 4.9, ser eg at ho gjennom strekar og uthevinga av sidekantane på rektangelet, klarer å knytte teikninga saman med sin skriftlege argumentasjon.



Figur 4.9: Thea frå gruppe 3

Thea skriv "kvadrat" i staden for rektangel og utelet å fortelje at det er omkrinsen ho meiner. Teikninga som representasjon bidreg til at eg som leser kan skjønne kva ho meiner likevel. Dei små tala ho har skrive på teikninga, kan tyde på at Thea visuelt har tenkt at kortsida må vere 5 cm og langsida er 10 cm, noko ho ikkje har heimel for å påstå. Men sidan ho markerer eine lengda og eine breidda med tjukkare pennestrok, oppfattar eg at ho ønskjer å vise til at 50% av rektangelet er på utsida, som ho formidlar med ord i sin skriftlege tekst. Denne oppdaginga gir ho ryggdekning for å påstå at omkrinsen til kvadratet er 60 cm.

4.2.1.4 Bindeord og skriftleg kommunikasjon

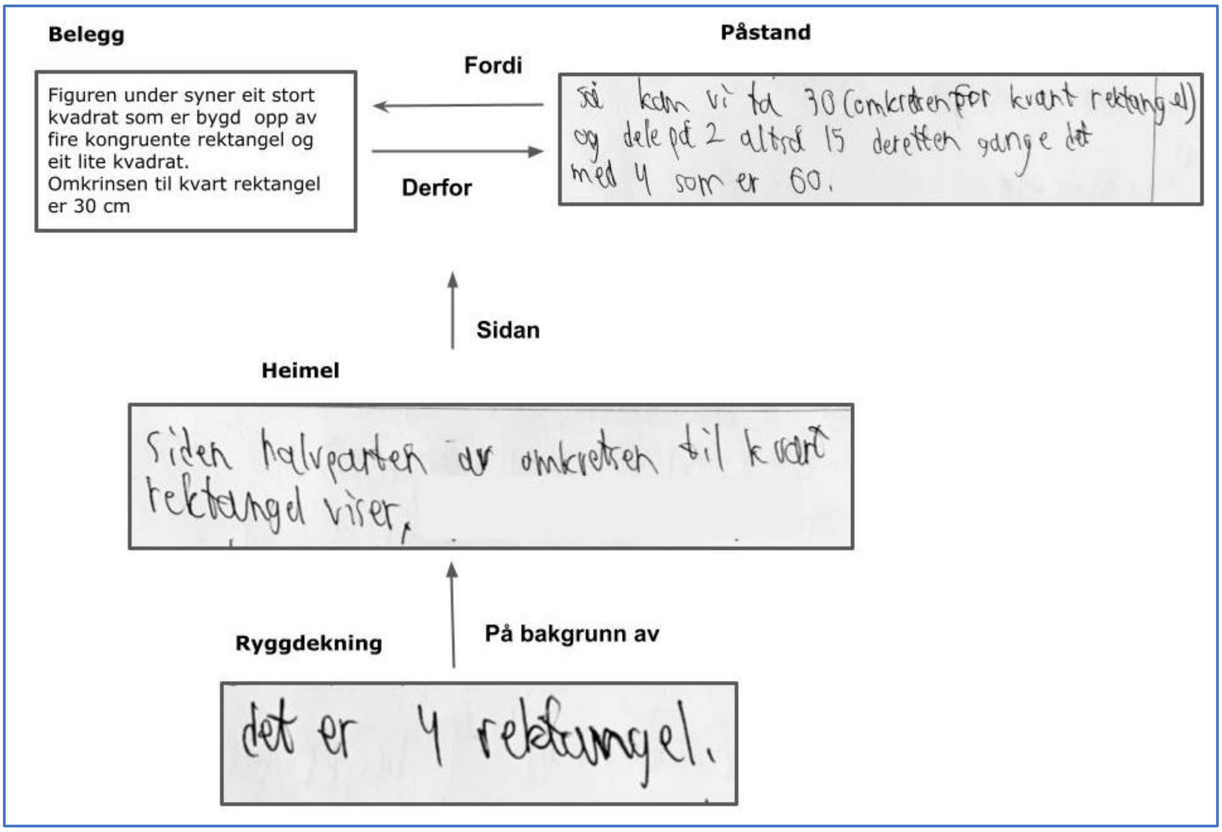
Det er og interessant korleis Thea i sitt skriftlege svar på oppgåve 1 nyttar *fordi* som bindeord for å knytte teikninga si til sitt skriftlege argument. Bruk av bindeord identifiserte eg i omtrent 1 av 3 elevsvar. Ein anna ting ved Thea sitt svar i figur 4.9 som vi blir merksame på er korleis ho brukar ulike matematiske omgrep. Thea blander kvadrat og rektangel, og klarer ikkje å vere presis i sin diskurs. Dette kan vere at ho har skrive feil, men eg opplever at Thea ikkje har heilt klart for seg korleis ho skal bruke dei matematiske omgrepa til å formulere og kommunisere eit godt skriftleg argument. Det viser seg også vanskeleg for mange av dei andre elevane som deltok i denne studien. Skriftleg kommunikasjon er identifisert i 63% av oppgåvesvara, med skriftleg kommunikasjon meiner eg tekst og setningar som forklarer. Av den skriftlege kommunikasjonen klassifiserte eg 44% med matematisk diskurs/ sekundærdiskurs, medan 19% av svara bar preg av kvardagsspråk.

4.2.2 Skriftlege argument med heimel og ryggdekning

Etter å studert systematisk kva som kjenneteikna dei ulike skriftlege oppgåvesvara elevane leverte, har eg plukka ut nokre som eg i mi analyse klassifiserte som å vere eit fullverdig argument, med heimel og ryggdekning.

4.2.2.1 Skriftleg oppgåve 1 – Kvadratet

Først studerer eg Lars sitt argument for omkrinsen av kvadratet, figur 4.10.



Figur 4.10: Lars frå gruppe 4 kvadratet, studer modellen:

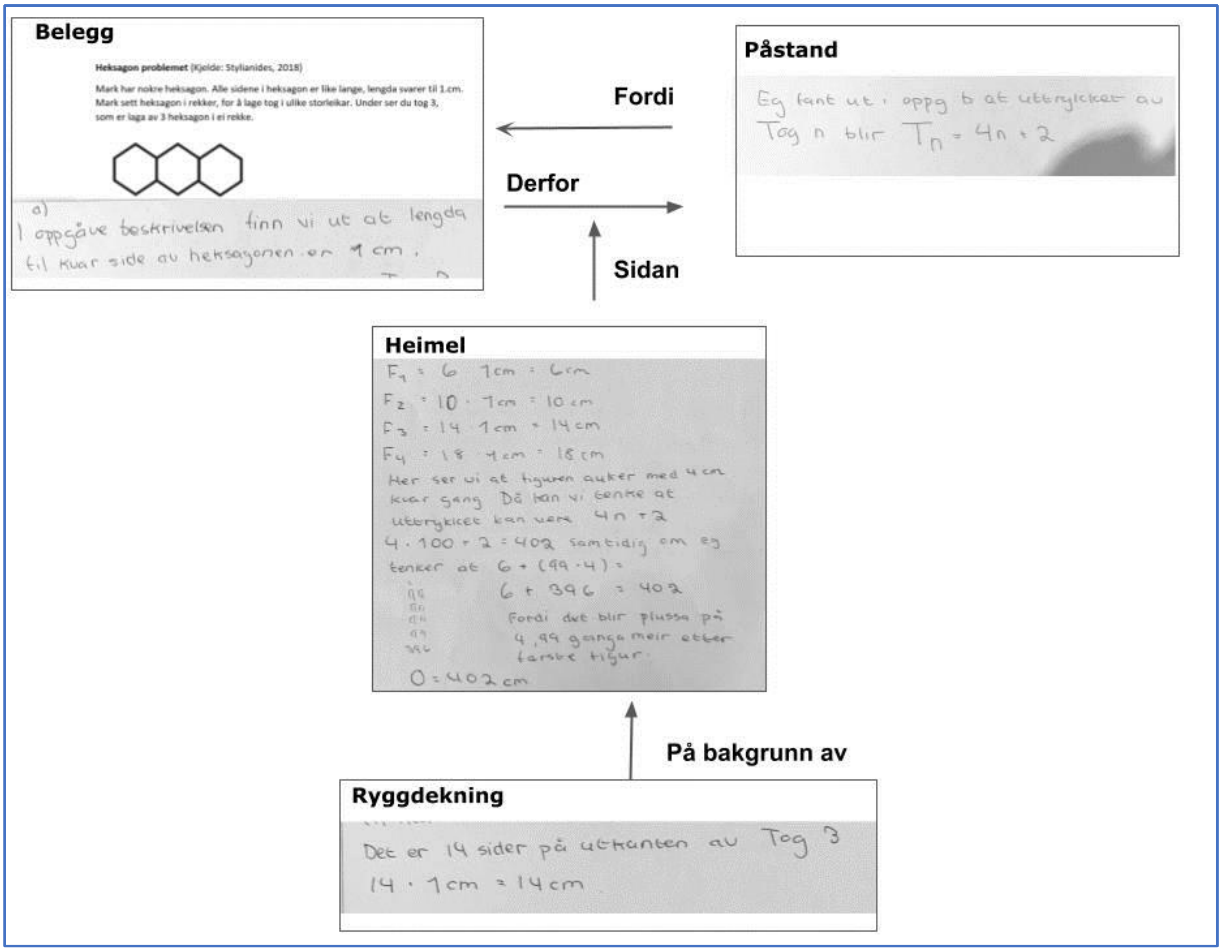
Frå Påstand –> Fordi –> Belegg –> På bakgrunn av –>

Ryggdekning –> Sidan –> Heimel –> Derfor –> Påstand

Lars skriv kortfatta, han nytter ei representasjonsform, skriftleg kommunikasjon. Han argumenterer for at han kan finne omkrinsen av kvadratet, ved å nytte informasjonen han har om rektangelet. Når eg analyserer hans skriftlege svar i Krummheuer sin modell, ser eg at han har heimel til å påstå dette, sidan halvparten av kvart rektangel viser. Lars seier ingenting om kva som viser og heller ikkje årsaka til at han kan ta halvparten i sin heimel. Han burde presisert at sidekanten av kvadratet er satt saman av ei kortside og ei langside frå kvart rektangel som viser. Videre gir Lars argumentet sitt ryggdekning ved å vise til at han har fire rektangel. Sjølv om heimelen til Lars er noko mangelfull, kan eg forstå argumentasjonen hans og derfor akseptere påstanden om at kvadratet har ein omkrins på 60 cm, gitt at rektangelet sin omkrins er 30 cm.

4.2.2.2 Skriftleg oppgåve 2 - Heksagonproblemet

Sandra frå gruppe 1 som har løyst heksagonproblemet klassifiserer eg og som eit argument med støtte for påstanden ho fremmer, sjå figur 4.11.



Figur 4.11: Sandra i gruppe 1, heksagonproblemet

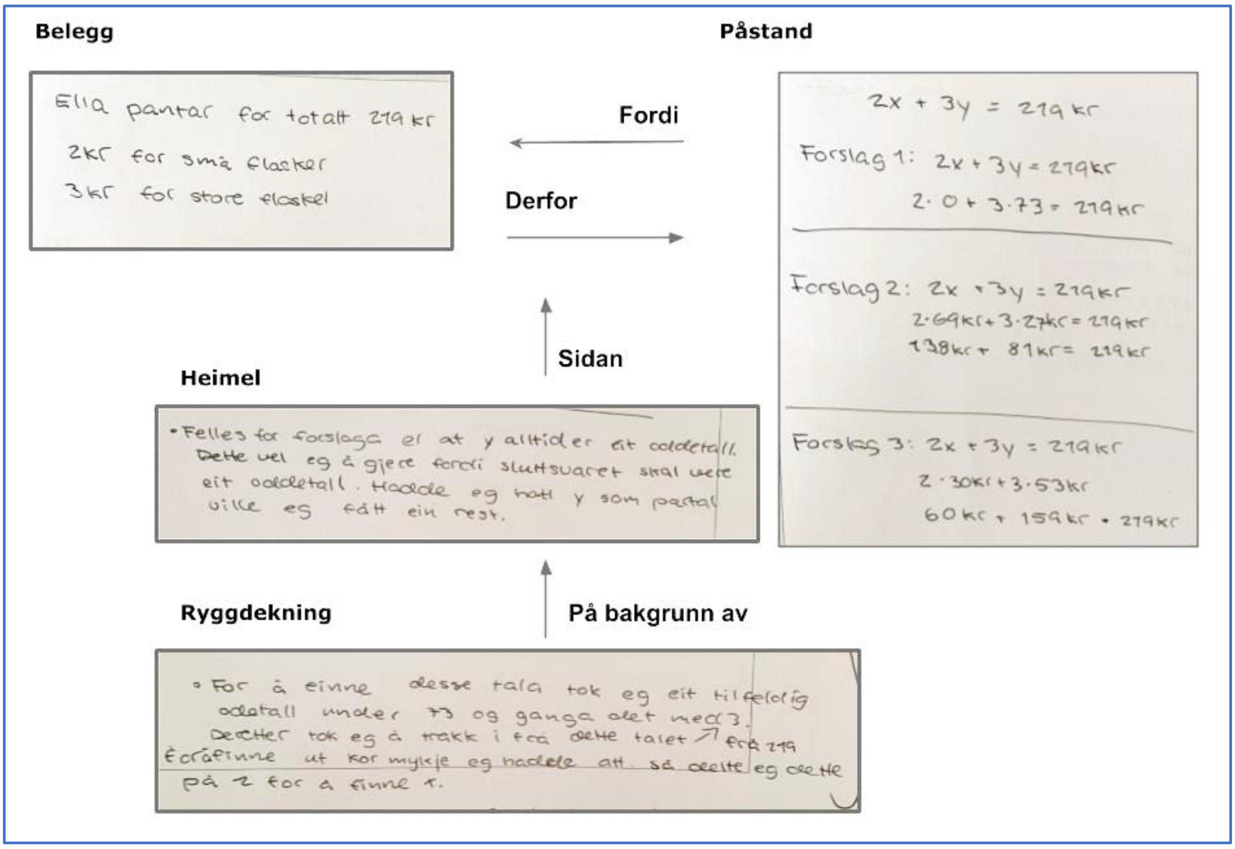
Frå Påstand –> Fordi –> Belegg –> På bakgrunn av –>

Ryggdekning –> Sidan –> Heimel –> Derfor –> Påstand

Eg ser at ho i belegget legg til grunn oppgåveteksten, og presiserer for seg sjølv at kvar sidekant er 1 cm lang. Gjennom å resonnerer seg gjennom oppgåva, presenterer ho ein påstand for at $T_n = 4n + 2$. Ein formel eg som lesarar kan forstå, knytt til det som blir formidla i belegget, det hadde derimot vore vanskeleg å godta, utan at Sandra hadde ytra ein heimel for kvifor formelen må vere riktig. Studerer eg heimelen til Sandra, ser eg at ho har strukturert utrekninga si skjematisk, ho gir og ei forklaring, om at figuren aukar med 4 cm kvar gong. Noko eg kan følgje ved å studerer utrekninga av det ho kallar F_1, F_2, F_3 og F_4. Argumentet til Sandra meiner eg har ryggdekning, fordi utrekninga for tog 3 samsvarer med formelen. Studerer eg heimelen til Sandra vidare, ser eg at ho og fremmer eit alternativ 2, som og kan finne lengda av tog 4. Det er verdt å legge merke til at Sandra ikkje kommenterer kvifor ho kan + 2, truleg tenkjer ho at det er implisitt i dei utrekningane ho gjer, og derfor ikkje krev vidare forklaring.

4.2.2.3 Skriftleg oppgåve 3 – Ella sitt panteproblem

Mari sitt skriftlege svar på panteproblemet har eg og plassert i Krummheuer sin modell, sjå figur 4.12.



Figur 4.12: Mari i gruppe 2, panteproblemet

Frå Påstand –> Fordi –> Belegg –> På bakgrunn av –>

Ryggdekning –> Sidan –> Heimel –> Derfor –> Påstand

Fordi Ella panter for 219 kr, kan Mari fremme ein påstand om at ein måte å kome fram til moglege løysingar, er å ta utgangspunkt i eit algebraisk uttrykk. Eit uttrykk som syner samanhengen mellom antal flasker som Ella har panta og summen ho får utbetalt. Eg oppfattar at Mari gir heimel til denne påstanden ved å forklare kva tal som er moglege å velje. Sidan sluttsummen er eit oddetal, må ho velje oddetal antal flasker. I Mari sin heimel seier ho ingenting om årsaka til at ho må ha eit oddetal, noko som optimalt burde vore med for å få eit fullverdig argument. Mari resonnerer vidare i heimelen, at om ho ikkje oppfyller dette kravet, vil ho ha igjen ein rest og reknestykket vil ikkje gå opp. Ein anna føresetnad Mari har oppdaga er at ho kan pante store og små flaskar innafor eit avgrensa talområde. Som ryggdekning til påstanden sin, presiserer Mari at ho må velje eit tal mindre enn 73 for store flasker. Eg forstår at ho har oppdaga at 73 store flasker vil gi Ella ei utbetaling på 219 kr, noko eg og ser at Mari viser i påstanden sin som forslag 1.

4.2.3 Mangelfulle skriftlege argument

Kvaliteten på elevane sitt skriftlege arbeid var varierande. Som eg presenterte i kapittel 4.2.2. var fleire av dei skriftlege argumenta mangelfulle. Enkelte av dei skil seg ut ved å vere fullstendig utan heimel eller ryggdekning. Det er altså skilnaden mellom dei elevane som ser ut til å prøve og dei som ikkje kjem i gang med noko som kan sjå ut som å vere ein begynnande argumentasjon. I analysen gjekk eg gjennom kvart elevbidrag, og oppdaga fleire påstandar utan heimel eller ryggdekning. Gjenkjennande for dei elevarbeida var korte svartekstar, utan bruk av bindeord til å forklare løysinga eleven hadde kome fram til. Mi oppfatning er at elevane opplever at eit svar er eit argument, og ikkje treng videre forklaring. Eit eksempel på det er Iver frå gruppe 1, i arbeid med kvadratoppgåva skriv Iver dette på svararket: $\frac{60}{4} = 15$. Eg oppfattar at han ved å nytte denne notasjonen, tenker at det er gitt at eg forstår at 60 er omkrinsen av kvadratet og 4 talet kan knytast til dei fire rektangla. Det er derimot lite i Iver sin skriftlege kommunikasjon som eg tolkar som argument for kvifor belegget i oppgåveteksten stemmer. Eit argument burde starte med rektangla som utgangspunkt og kome fram til kvadratet sin omkrins på 60 cm. Eventuelt kan elvane gå motsett veg, slik Iver har starta. Å anta at kvadratet har en omkrins på 60 cm, som kan deles på 4 fordi kvadratet har 4 like sider. Det vil som Iver har vist gi sidekantar på 15 cm, det er derimot nødvendig å ta i bruk eigenskapane ved rektangla for å kunne stole på denne påstanden.

Liknande skriftleg formidling kan eg finne hos Thea i gruppe 3, når ho presenterer argumentet sitt for heksagonproblemet. Ho skriv på svararket sitt: *4 · 100 = 400 + 2 = 402*, videre skriv Thea, *F(n) = x · 4 + 2*. Det er fleire ting som er interessant å sjå på her, både kunnskap om likskapsteiknet og bruk av algebraisk notasjon er verdt å legge merke til. Å bruke ulike algebraiske symbol for same variabelen slik Thea har gjort, viser mangelfull forståing for algebraisk notasjon. Det er tenkeleg at Thea kjenner igjen notasjonen F(n) frå tidlegare figurtaloppgåver som ho har arbeida med, men ikkje klarer å sjå samanhengen med variabelen i utykket, som ho her nytter x til. Korleis Thea formidlar skriftleg, gir rom for mistolkingar, det verker som ho forstår deler av matematikken, men ikkje formulerer seg matematisk presist, ved å ha ulike verdi på venstre og høgre side av likskapsteiknet. Sidan ho heller ikkje forklarer tenkinga si skriftleg, er det vanskeleg for oss som mottakarar å fastslå kva ho forstår. Lone frå gruppe 2 har liknande kommunikasjon på oppgåve tre, ho skriv 219 = 2x + 3y. Det er det einaste ho formidlar og eg undrar meg om årsaka til at det manglar forklaring. Dei andre oppgåvesvara til Lone er meir utfylt. Det kan vere at ho fekk dårleg tid, det kan og tenkast at ho hugsar uttrykket frå gruppesamarbeid, utan å forstå kvifor uttrykket kan illustrere samanhengen mellom store og små flasker i panteproblemet.

5 Diskusjon

Målet med dette masterarbeidet er å undersøke elevane i 10. klasse sin kommunikasjon og argumentasjon i matematikk. Dei har arbeida med ulike algebraoppgåver for å kunne argumentere for ulike løysingar på oppgåvene. Eg har i førre kapittel gjennomgått resultatet frå empirien og peika på nokre sentrale kjenneteikn eg observerte i elevane sine samtaler og i deira skriftlege arbeid. Det er spesielt tre funn som peikar seg ut i empirien som eg vil drøfte i diskusjonskapittelet. Elevane sin munnlege argumentasjon har større grad av heimlar og ryggdekning enn deira skriftlege argumentasjon. Dette samsvarar med det Soto-Johnson og Fuller (2012) oppdaga når dei intervjua studenter munnleg, om deira skriftlege bevis. Gjennom intervjuet klarte studentar å kommunisere aspekt ved bevis, som dei ikkje lukkast med skriftleg. Samtalane mellom elevane og kva samtalestrukturar dei nyttar, har innverknad på resonneringsprosessen og argumentasjonen elevane ytrar. Gjennom samarbeid og samtaler ser elevane ut til å ha potensial for å nå ei større fagleg utvikling, noko også Meira og Lerman (2001) stadfesta i si forsking. I utforminga av sine skriftlege argument kan elevane ha behov for støtte, slik mellom anna Pallanck et al. (2020), Knudsen et al. (2014) og Lepak og Going (2019) hevdar. Videre i dette kapitelet vil eg drøfte dei ulike funna mot tidlegare teori om temaet, skildra i kapittel 2, for å kunne svare på problemstillinga: *Kva kjenneteiknar 10 trinn elevar sine munnlege og skriftlege kommunikasjon og argumentasjon i matematikk?* Først i kapittel 5.1 vil eg drøfte funn knytt til elevane sin munnlege argumentasjon, i delkapittel 5.2 peiker eg på samanhengar mellom tidlegare teori og mine resultat knytt til elevane sin skriftlege argumentasjon. Delkapittel 5.3 drøfter eg samanhengar mellom elevane sine skriftlege og munnlege argumentasjon. Videre i diskusjonskapittel 5.4 drøfter eg elevane sine kommunikasjonsroller sett opp mot tidlegare forsking. Avslutningsvis i drøftingskapittelet vil eg vurdere dette studiet sin kvalitet.

5.1 Elevane sin munnlege argumentasjon og kommunikasjon

I analysen la eg merke til at elevane i stor grad hadde fokus på å løyse matematikkoppgåvene. Mange av samtalane mellom elevane kan kategoriserast som å vere innafor det som av Yackel og Cobb (1996) definerer som gode sosiomatematiske normer. Prinsipp som å behandle kvarandre likeverdig, gi kvarandre rom til å argumentere, lytte til kvarandre og bygge videre på det ein medelev har ytra før, observerte eg i fleire av gruppene. Som eg presenterte i teorien, kan det i følgje Alexander (2017) vere med på å hjelpe elevane i argumentasjonsprosessen for å få tilgang til det matematiske objektet eller målet for den samtaleorienterte arbeidsøkta.

5.1.1 Kvifor lukkast elevane med argumentasjon – suksessfaktorar

I dette underkapittelet vil eg drøfte kjenneteikn ved argumentasjonen til elevane, som gjer at dei lukkast. I teorien skildra eg ni drivkrefter i resonneringssekvensen som Jeannotte og Kieran (2017) hevder er med på å hjelpe elevane med å fremme eit argument. I analysen undersøkte eg Sandra, Iver og Adam sin argumentasjonssyklus i figur 4.3. Gjennom samtalen og resonneringsprosessen har gruppa god struktur på det arbeidet dei gjer. I første steget anvender gruppa teljing som problemløysingsstrategi, det gjer gruppa for å prøve og finne mønsteret i heksagonproblemet. Det ser ut som at elevgrupper som klarer å sjå etter likskapar og skilnader, har større føresetnad for å lukkast. Sandra poengterer videre at gruppa må studere toga, gjennom å systematisk lage ein tabell, oppdagar dei mønsteret og ser den generelle strukturen i heksagonproblemet. Denne delen av samtalen mellom elevane i gruppe 1 kan sjåast i samanheng med resonneringssyklusen skildra av Jeannotte og Kieran (2017). Gruppa lukkast fordi dei klarer å identifisere mønsteret, dei presenterer ei formodning og avsluttar med eit eksempel som støttar påstanden. Stylianides (2008) viser til at det er umogleg for elevane å presentere ein matematisk generalisering om dei ikkje oppdagar endringsstrukturen ved heksagontoga. Gjennom resonneringsprosessen viser gruppe 1 evne til å analysere problemet og utvikle eit argument jf. Schoenfeld (2016). Slik eg ser det bruker gruppa argumentasjonen og kommunikasjonen seg i mellom, som eit verktøy slik Schwarz (2009) skildrar argumentasjon, for å løyse heksagonproblemet. Når Iver viser og seier til Sandra at: *«Der er to sanne inni da?»*. Fører samtalen til at gruppa blir trygg på kva som er omkrins, og kva deler av heksagonen som bind dei ulike toga saman.

Eit anna kjenneteikn ved argumentasjonen til Sandra, Iver og Adam, er at dei testar eksempelet sitt. Gjennom testing av formelen sin, viser gruppe 1 vilje til å vurdere svaret sitt, både for å overtyde seg sjølv og andre. I faglitteraturen er dette eit eksempel på validering, noko som er nødvendig for å lukkast med argumentasjonen, men og for å kunne stole på påstanden som er fremma (Jeannotte & Kieran, 2017; Lithner, 2008; Krummheuer, 1995). Validering av svaret sitt gjer og gruppe 2, når dei arbeider med panteproblemet. I figur 4.4 i analysen såg eg tidleg at Mari fremma ein påstand for samanhengen mellom store og små panteflasker. Dersom gruppene i samarbeid klarer å vurdere ytringane sine og dei matematiske påstandane sine, ser det ut til å gi dei større sjanse for å lukkast med argumentasjonen. Når gruppe 2 diskuterer tall som kan nyttast i panteproblemet, erfarer dei at moglege tal har ei avgrensing. Når Lone foreslår 91 store flasker, oppdagar gruppa at det ikkje går. Dei sitt då med ei erfaring, som dei tar med seg i neste utprøving, der dei testar om det går med 77. Arbeidet gruppe 2 gjer i denne prosessen er eit eksempel på det Stylianides (2007) hevder skapar eit matematisk argument. Fleire samanhengande påstandar som enten støtter eit matematisk krav, eller ikkje. Ved å justere kor stort talet dei prøver er, viser dei ei forståing for kva tal dei kan nytte slik at påstanden vil stemme, og kva tal som ikkje vil gi rett sum og dermed ikkje oppfylle kravet i oppgåveteksten. Det kan sjå ut som at elevar som systematisk arbeider seg igjennom ulike steg i prosessen frå datagrunnlaget i oppgåveteksten, til ein påstand som fremmer eit svar på oppgåva slik som eg såg gruppe 1 arbeida med heksagonproblemet, har større føresetnad for å ha eit fullverdig argument som produkt (Lithner, 2008; Krummheuer, 1995).

5.1.2 Kva hinder møter elevane i argumentasjonsprosessen

For å lukkast å argumentere munnleg og få medelevar til å forstå ytringa, bør elevane ha eit presist språk. Sfard (2008) skildrar diskursen elevane nyttar innafor matematikken som matematisk diskurs jf. sekundærdiskurs (Gee, 2012). Figur 4.1 i analysen synte oversikt over korleis elevane nytta sekundærdiskurs eller kvardagsdiskurs i samtalane med medelevane. Eg oppfattar at korleis elevane bruker det matematiske språket sitt, kan vere eit hinder for å lukkast med argumentasjonen. Fleire av elevane er upresise i sin munnlege kommunikasjon, noko som skaper forvirring i arbeidsøkta der elevane arbeider samtaleorientert. Eit døme på det er når Lars nyttar omgrepet halve overflate, i staden for halve omkrins, når han skal forklare Arne kvifor dei kan dele omkrins til rektangelet på to. Sjølv om Lars truleg tenker rett, uttrykkar han seg feil. Eg oppfattar at det gjer det vanskelegare for Arne å forstå. Korleis Lars bruker ordet overflate og omkrins om kvarandre i sin argumentasjon, kan gjere det vanskeleg for dei andre i gruppa å følgje Lars. Eit anna eksempel er i samtalen mellom deltakarane i gruppe 3 sjå kapittel 4.1.1.5, her mister gruppa fokus på det matematiske og bruker samtaletida til å diskutere sider av oppgåva som i første omgang ikkje vil hjelpe dei på veg mot ein påstand i argumentasjonssyklusen. Upresist språk eller språk som ikkje er matematisk, oppfattast ofte som støy i samtalane. Støy i samtalane kan videre føre til misoppfatningar i læringsprosessen og skape hinder i elevgruppene, frå å fremme gyldige argument slik Garofalo & Lester (1985) og Stylianides (2007) skildrar.

Kva fokus elevane har i samtalen og om samtalen har retning mot det oppgåva ber om, verkar og inn på argumentasjonen til elevane. Gruppe 3 sin samtale om banneord og i kva grad Fortnite er relevant for å finne ein formel for heksagonproblemet, er døme på mangelfull matematisk fokus og fører ikkje til gode sosiomatematiske læringsøkter slik Yackel og Cobb (1996) skildrar. Eit anna kjenneteikn som ser ut til å hindre elevane i å fremme fullverdige argument, er at dei ikkje validerer påstandane sine for å sikre at påstanden dei har fremma har heimel og ryggdekning. Eit eksempel på å ikkje validere løysinga si er gruppe 1 sitt svar på kvadratoppgåva. I analysen la eg merke til at når Sandra bestemmer seg for at breidda må vere 5 cm og lengda 10 cm, aksepterer gruppedeltakarane det som godt nok argument, og stiller ikkje spørsmål ved påstanden til Sandra. Når elevar kommuniserer seg i mellom, er det få kritiske spørsmål til kvarandre. Årsaka til det kan vere at dei stoler på det ein medelev seier, utan å undre seg eller vurdere i kva grad ytringane som er fremma har ryggdekning. Dersom dei oppfattar medeleven som den mest kunnskapsrike andre i gruppa, kan det og vere at dei vegrar seg for å stille kritiske spørsmål og diskutere kvarandre sine argument. Cross (2009) framhevar at elevar sin individuelle opplevingar i faget, så vel som sosiale har innverknad på kva læring dei når. Det er derfor viktig å lære elevane og anerkjenne alle ytringar som verdifulle, i argumentasjonssyklusen. Ei anna årsaka til at elevane ikkje lukkast med å validerer utsegnene sine, kan vere at dei manglar gode rutinar for det (Garofalo & Lester, 1985).

5.1.3 Korleis støtter elevane kvarandre i resonnering og argumentasjonsprosessen?

I analysen oppdaga eg at elevane i stor grad støttar kvarandre i prosessen med å resonnere. Som analysen avdekka var omtrent halvparten av ytringane mellom elevane kumulative. Tidlegare forsking viser til at kumulativitet kan vere med på å hjelpe elevane i samtalegruppene på veg mot eit argument (Alexander, 2017). I situasjonar der elevane greier å anvende ytringane til kvarandre for å komme nærare ein påstand, og gi ryggdekning til påstanden, fører oftare til at argumentasjon kan klassifiserast som fullverdig. Samtalen mellom Lars og Trond s. 45 viser eit døme på kumulativitet. I analysen identifiserte eg og at bruk av bindeord kan hjelpe elevane med å overtyde kvarandre, men og støtte kvarandre sine innspel. Bruk av bindeord ser ut til å klargjere korleis påstanden står i forhold til belegg, ryggdekning og heimel. Når Mari bruker bindeorda i si forklaring for Lone og Tove i kapittel 4.1.1.4, lukkast ho med å klargjere samanhengen mellom dei ulike elementa i argumentasjonssyklusen, slik Cohen et al. (2015) anbefaler. Eit anna kjenneteikn ved dei munnlege samtalane mellom elevane, var bruk av samtalepausar. Gruppene som gav kvarandre tid til å tenke, oppdaga trekk ved oppgåvene, andre kanskje ikkje såg. I teorikapittelet såg eg at Mosaker (2009) understreka at elevane sin refleksjon og resonnering, kan bli fremma av tid til å tenke.

Analysen avdekka at elevane nytta dette verkemiddel i liten grad. Årsaka til det kan vere mange, mellom anna kan dei oppleve det som Mosaker (2009) skildra som pinleg. Dersom ingen snakkar, kan dei tenke at dei ikkje gjer det dei blir bedne om. Det at ingen styrer kven som skal ta ordet, kan og gjere det vanskeleg å vente med å uttale seg om kva dei tenker. Når eg i analysekapittel 4.1.1.1 peika på ulike ytringar, la eg merke til at sjølv om Mari truleg ønskjer at gruppemedlemmane skal stoppe å tenke, når ho i linje 241 utrykker dokke, dokke, dokke. Er det ikkje det som skjer, eg får inntrykk av at Lone og Tove held fram med si opphavlege tankerekke, og det er Mari som etter kvart fremmer ein formel som vil gi dei omkrinsen til eit heksagon. Dersom elevane i gruppa i større grad hadde stoppa opp og hatt ei samtalepause slik Mosaker skildrar, kan det vere at Tove hadde oppdaga kvifor Mari og Lone vil bruke 4x som variabelleddet i uttrykket.

5.2 Elevar sin skriftlege argumentasjon

5.2.1 Kva kjenneteiknar elevane sine skriftlege argument?

I analysen presenterte eg ei oversikt over kjenneteikn på elevane sine skriftlege kommunikasjon og argumentasjon i figur 4.5. Eg legg spesielt merke til den høgste søyla som syner at elevane i sine skriftlege argumentasjon, oftast nyttar tal og symbol. Årsaka til det kan vere oppfatninga og erfaring elevane har frå matematikkarbeidet, der dei ofte nytter tal og symbol for å svare på oppgåver i læreboka. Dette kan henge saman med det som Mason (1996) skildrar som tillært prosedyrekunnskap, og truleg ei oppfatning av at eg som lærer ønskjer eit kort svar. I arbeidet med panteproblemet, sjå figur 4.12 fremma Mari ein påstand om at ho kan finne antal store og små flasker med uttrykket *2x + 3y = 219*. Eit uttrykk sett saman av tal og symbol. Når eg studerte Mari sitt skriftlege svar i Krummheuer (1995) sin modell, såg eg at ho lukkast med ein fullverdig argumentasjonssyklus. Årsaka til det kan vere at ho klarte å nytte tal og symbol som hjelp i resonneringssyklusen, for å systematisk finne tal på flasker. For å gi ryggdekning til påstanden sin forklarer Mari med skriftleg språk korleis ho har tenkt. Gjennom sitt skriftlege bidrag, nytter ho matematisk språk for å forklare kvifor *y* alltid må vere eit oddetal. I den delen av det skriftlege svaret som eg har plassert som heimel i modellen, har ho fleire matematiske omgrep som oddetal, partal og rest. Omgrepa støtter påstanden til Mari og gir det skriftlege svaret henna større truverd, fordi omgrepa ho anvender høyrer til det matematiske fagspråket. Gjennom å bruke omgrepet oddetal, som Mari er trygg på og forstår, støtter ho konklusjonen/påstanden sin, som ho i utgangspunktet var usikker på. Ein føresetnad for å lukkast med å argumentere er i følgje Grepstad (1997) å ta utgangspunkt i noko som er kjent, for å støtte påstanden som blir fremma.

Eit anna kjenneteikn ved den skriftlege argumentasjonen til elevane, er at dei lukkast i større grad med ein fullverdig argumentasjonssyklus, dersom dei anvender ulike representasjonar. Dei ulike representasjonar i oppgåvesvara som elevane i denne studien tok i bruk, var både teikningar, tal, symbol og skriftleg språk. Å anvende ulike representasjonar er viktig føresetnad for å kommunisere ut tenkinga si (Sfard, 2008). Litt over halvparten av oppgåvesvara inneheldt ulike representasjonar, slik Mari har gjort i figur 4.12. Mari meistrar truleg matematikkfaget sin diskurs og argumentasjon godt, fordi ho har eit register av representasjonar i faget. Å bruke ulike representasjonar i argumentasjonen, ser ut til å hjelpe elevane å forstå oppgåvene og skape meining i matematikken jf. Duval, 2006; Steinbring, 2006. Thea sitt skriftlege svar på kvadratet syner dette. Som eg studerte i figur 4.9 var ho ikkje presis i korleis ho anvender det matematiske fagspråket. Symbolbruken, det algebraiske språket til Thea var avgrensa, men ho fekk vist ein breiare forståing ved å ta i bruk andre representasjonar. Fordi Thea har fleire representasjonar i sitt oppgåvesvar, teikning og skriftleg språk, forstår eg kva ho ønskjer å formidle i sitt argument. Dersom ho hadde utelate å teikne kvadratet med inndeling av rektangel, villa eg mest truleg ikkje oppfatta kva ho ønskje å formidle og kvifor ho kunne dividere 30 cm på 2. Å meistre ulike representasjonar slik som Mari og Thea har gjort er ein føresetnad for å lukkast med den matematiske diskursen noko og Ulland et al. (2018) hevdar.

5.2.2 Kvifor lukkast ikkje nokre elevar med sin skriftlege kommunikasjon og argumentasjon?

I det neste underkapittelet vil eg drøfte moglege årsaker til at elevane ikkje lukkast med å gi fullverdige skriftlege argument. Elevar skriv mykje i matematikk, men det er kanskje ikkje tydeleg for elevane kva som er forventa av deira skriftlege kommunikasjon (Pallanck et al., 2020). Det som var gjenkjennande i analysen av dei skriftlege argumentasjonane til elevane, var at svara var korte. Eit kort svar treng ikkje vere einstydande med mangelfulle argument, men det viste seg ofte å vere ein fordel å formidle meir enn eit svar med tal og symbol. I analysen såg eg at litt over halvparten av elevane sin skriftlege svar inneheldt ulike representasjonar. Hos nokre elevar var og svarfelta tomme. Å skifte representasjonar for å fremme ein gyldig argumentasjon ser ut til å vere eit kritisk punkt for elevane. Det hevder og Duval (2006), han viser til at evna elevane har i å bevege seg frå ei representasjonsform til ei anna, har innverknad på om elevane lukkast eller ikkje med å fremme ein argumentasjon. Videre ser det ut til at å komme i gang med formuleringa av argumenta kan vere utfordrande for elevane. Oppfatninga elevane har av kva som er eit argument, kan vere ei mogleg årsak. Det samsvarar med det Knuth et al. (2009) hevdar, elevane sine argument er mangelfulle fordi det er uklart for dei, kva som blir forventa av deira skriftlege argument. Dersom dei er av ei oppfatning at eit svar er lik eit argument, vil dei ikkje sjå behov for å forklare korleis dei har tenkt for å komme fram til sin skriftlege påstand.

Ei anna mogleg forklaring på korte elevsvar, kan vere at dei følte at dei allereie hadde svart på oppgåvene munnleg, og at eg som mottakar ville få tilgang til det gjennom lydopptak. Analysen avdekka og at elevane kan ha behov for hjelp til å strukturere si tenking og korleis arbeide seg gjennom argumentasjonssyklusen systematisk. Elevane som ikkje lukkast med dei skriftlege argumenta, hoppa gjerne over deler av resonneringssyklusen. Spesielt gjeld det valideringsfasa, der fokuset er å grunngi og formulere. For å lukkast med og grunngi argumenta sine, ser det ut til at elevane treng å anvende bindeord. Bruk av bindeord, kan hjelpe elevane både i formulering av argument, men og for å grunngi kvifor påstanden som er fremma gir meining jf. Cohen et al. (2015). I kapitel 4.2.3 analyserte eg svaret til Lone på panteproblemet der ho kort og utan forklaring skriv $219 = 2x + 3y$. Påstanden til Lone er eit klassisk eksempel på elevsvar eg ofte ser, svar utan heimel eller ryggdekning som kan støtte opp om påstanden som er fremma. For å hjelpe Lone og andre elevar som leverer liknande påstandar, bør lærarar vere meir tydeleg på kva som vert forventa av elevane sitt skriftlege arbeid slik Reid og Vallejo Vargas (2018) viser til.

5.2.3 Korleis gi elevane støtte i skriftleggjering av argument?

Som det kjem fram i analysen i kapittel 4.2.3 var fleire av dei skriftlege elevsvara mangelfulle. Eg avdekka at elevane kunne vere deltakande og bekreftande i samtalane, tilsynelatande med på det gruppa kom fram til. Til dømes såg vi at Iver sin argumentasjon på kvadratet var gitt ved $\frac{60}{4} = 15$. Dette meiner eg er eit eksempel på det Stylianides (2018) hevder i sin artikkel, elevar har vanskar med å få fram si heile og fulle matematiske tenking i sine skriftlege svar. Slik transkripsjonen av samtalane i gruppe 1 framstår, er det naturleg å tenke at Iver kunna hatt meir å bidra med. Det er derfor truleg at det skriftlege svaret som Iver leverer, ikkje gir eit reelt bilete av kva han faktisk veit om kvadratet, og kvifor sidekanten faktisk må vere 15 cm lang. Eg antek at ein kvar lærar som vurderer Iver sitt svar, ikkje vil akseptere det som eit fullverdig argument.

For Iver kan det vere nødvendig med ei rettleiing om kva som er eit gyldig argument. Både Schoenfeld (2016) og Cross (2009) understrekar at vi som lærarar i klasserommet må hjelpe elevane med deira skriftlege argumentasjon. Thea som løyser heksagonproblemet med det skriftlege svaret, *F(n) = x · 4 + 2* og Iver, er døme på elevar som har behov for denne støtta som Schoenfeld (2016) skildrar. Støtta som Iver og Thea har behov for kan vere i form av skrivestillas eller sjekklister. Pallanck et al. (2020) meiner at elevane har behov for verktøy eller teknikkar som kan hjelpe dei å strukturere tenkinga si og skriftleggjere argumentasjonen illustrert i figur 2.3. I sin artikkel viser dei ulike døme på korleis lærar kan hjelpe elevane med å strukturere argumenta sine. Det kan tenkast at om elevane fekk tydlegare rettleiing under arbeid med å skriftleggjere sine argument, at bidraga deira kan vurderast som gyldig argumentasjon, i Krummheuer (1995) sin modell. Reid og Vallejo Vargas (2018) understreka viktigheita av klare kriterium som presiserer kva som skal med i elevane sin skriftlege kommunikasjon og argumentasjon. Slik oppgåveheftet i mi datainnsamlinga var utforma, mangla det.

Skrivestilas eller skriverammer er eit godt brukt verktøy i norskfaget, der elevane får tilgang til ei rettesnor som hjelp dei på veg til ein retorisk appell til dømes med etos, patos og logos. Tilgang til bruk av bindeord, setningstartarar og ordbank som kan støtte elevane i argumentasjonen har og stor merksemd. Skrivesenteret ved NTNU har eit rikt materiale med ressursar som har til hensikt å støtte lærarar i deira undervisning (Nasjonalt senter for skriveopplæring og skriveforsking. NTNU, 2023). I matematikkfaget er det ikkje same rutine for å støtte elvane i deira skriftlege kommunikasjon. Warwick et al. (2003) har gjennomført ei mindre casestudie der dei søkte å få kunnskap om, i kva grad bruk av skriverammer i naturfag fungerer som ei støtte eller ei tvangstrøye. Bakgrunnen for undersøkinga var same oppfatninga som eg har, at det er skilnad mellom elevane sin skriftlege og munnlege argumentasjon. Dei viser vidare til at korleis lærarar planlegg undervisninga og korleis dei bruker skriverammer som nøkkelressurs har innverknad på effekten av dei. Dei påpeikar at det trengs meir forsking på feltet for å fremme tydlegare, i kva grad skrivestilas gir støtte eller hemmar elevane i deira argumentasjonssyklus. Å trene elevane på å anvende Krummheuer (1995) sine element påstand, belegg, heimel og ryggdekning i oppbygging av dei skriftlege argumenta sine, kan gjere at fleire opplever å lukkast med å presentere gyldige argument. Knudsen et al. (2014) har i sitt forskingsprosjekt «*Advice for Mathematical Argumentation*» tilbydd lærarar støttemateriell, råd og rettleiing i korleis støtte elevar i deira matematiske diskurs og argumentasjon. Erfaringa deira var at lærarane som deltok i prosjektet opplevde å lukkast i å støtte elvane i deira argumentasjonsprosess. Liknande erfaringar kan vi og lese i artikkelen til Lepak og Going (2019), som kan peike mot at elevane sin skriftlege argumentasjon kan utviklast gjennom skrivestilas. I sitt arbeid fokuserte dei på korleis lærar kan gi elevane moglegheiter til å engasjere seg i resonnering og argumentasjon, og korleis formulere gode skriftlege argument ved bruk av skrivestilas. Avslutningsvis påpeiker dei: "After all, this is how students will be tested on high-stakes exams" (Lepak og Going, 2019, s. 303).

I dei skriftlege svara til elevane avdekka eg i analysen at det var varierande grad av matematisk fagspråk i dei skriftlege elevtekstane. Ein måte lærarar kan gjere det på er å gi elevane tilgang til sjekklister som hjelper dei å strukturer sine skriftlege argument (Pallanck et al., 2020). Kanskje vil tilgang på skrivestilas og hjelpe elevane i å nytte eit meir matematisk fagspråk. Slik oppgåveteksten var presentert for elevane i datainnsamlinga, var det ikkje presisert. Elevane sin skriftleg argumentasjon er derfor eit resultat av det som dei er kjent med og vant til å levere frå seg i matematikk. Måten elevane formulerer seg på i denne datainnsamlinga, har samanheng med deira forståing av kva argumentasjon er og korleis ein gyldig argumentasjon bør vere jf. Knuth et al. (2009). Ei anna årsak til at Iver og Thea formidlar svara sine slik dei gjer, kan vere mangel på gode rutinar for å vurdere sluttargumentet sitt. Garofolo og Lester (1985) påpeikar at elevane i liten grad vurderer arbeidet sitt undervegs, for å avdekke om svaret gir meining. Slik eg vurderer Thea sitt argument, trur eg ikkje ho har lest igjennom argumentasjonen sin før oppgåveheftet vart levert. Dersom ho hadde vurdert svaret sitt, kan ho ha oppdaga korleis ho mellom anna anvender likskapsteiknet i argumentasjonen sin. Ofte er det uklart for elevane kva som er forventa. Dette er ikkje overraskande ein del av utfordringa elevane møter i arbeid med skriftleg argumentasjonen. Knuth et al. (2009) påpeika vidare at mange ungdomsskuleelevar har mangelfull kunnskap om kva kriterium som krevst for at svaret deira skal bli akseptert som ein gyldig argumentasjon. Truleg oppfattar både Iver og Thea at dei har gjort det oppgåva ber dei om. Stylianides (2008) har og same erfaring, elevane si oppfatning av kva som er ein gyldig argumentasjon, skil seg frå det læraren forventar.

5.3 Samanheng mellom elevane sin munnleg og skriftlege argumentasjon

I kapittel 4.1 og 4.2 presenterte eg kva som kjenneteikna elevane sine munnlege og skriftlege argument. Eg oppdaga at gruppene i fellesskap i stor grad klarte å fremme hypotesar, og ved å argumentere prøver dei og overtyde seg sjølv og gruppemedlemmane om at hypotesen er sann. Gjennom resonneringsprosessen prøver gruppene og ein, utvikle argumentet gjennom å sjå etter likskapar og skilnader og to, grunngi at hypotesen stemmer gjennom å validere produktet. Denne framgangsmåten stemmer med korleis Jeannotte og Kieran (2017) hevder elevane må arbeide for å lukkast med matematisk resonnering. Schwarz (2009) sidestiller denne arbeidsmåten med eit verktøy. Der resonneringssyklusen fungerer som eit verktøy i argumentasjonen for å finne løysingar på algebraproblema dei arbeida med. Eg kan kjenne igjen det som elevane seier i samtalane med det som dei skriv i sitt skriftlege arbeid, men og motsett. Nokre av elevane ytrar at dei forstår i dei munnlege samtalane, medan deira skriftlege argument er mangelfulle. Eit tidlegare studie av Warwick et al. (2003) skildrar og denne samanhengen, elevane uttrykker sine argument meir utfyllande munnleg enn skriftleg jf. Stylianides (2018) og Soto-Johnson og Fuller (2012).

Eg vil videre drøfte eit par samanhengar som eg har merka meg. Mari i gruppe 2 har ei sentral rolle under samtalane i si gruppe, gjennom sine ytringar sørgjer ho for å ha med dei to andre på resonneringssyklusen til gruppa i arbeid med å fremme ein påstand. Sjå kapittel 4.1.1 transkripsjon linje 236 og vidare, forståinga som Mari syner her, tar ho med seg i sitt skriftlege arbeid, sjå figur 4.12. Lone i same gruppe ytrar i dialogen at ho forstår korleis dei ulike løysingane fungerer, ho er ikkje den som fremmer dei matematiske argumenta som fører fram til ei løysing, men følgjer Mari og Tove godt og viser at ho langt på veg tar med seg innhaldet frå dei munnlege samtalane i sitt skriftleg arbeid. Dette er eit eksempel på utvikling av kunnskap på to nivå, slik Vygotsky skildrar (1987). Elevane i gruppa kommuniserer med kvarandre og arbeider samtaleorientert med oppgåvene og utnyttar kvarandre i den proksimale utviklingssona. Eg oppfattar i observasjonen at elevane klarer å utvikle kunnskapsbasen sin i matematikk gjennom samarbeid slik Abtahi et al. (2017) skildrar. Lone, Tove og Mari må ta med seg innspela og ytringane dei får gjennom deltaking i gruppesamarbeidet og arbeide med det i sine eigne tankar under den individuelle arbeidsøkta. Først når dei har bearbeida diskursen er dei klare til å argumentere skriftleg i oppgåveheftet sitt. Samtalane undervegs i gruppe 2, var i hovudsak matematiske og målretta jf. Aleksander (2017), det kan og ha verka inn på og vere ei av årsakene til at denne gruppa hadde stor grad av utfyllande skriftlege svar.

I gruppe 1 har ein av elevane fleire turvekslingar enn dei andre og det kan peike på at Sandra er leiaren av samtalane og argumentasjonssyklusen, som figur 4.3 syner. Det interessante i denne gruppa er at Adam og Iver ved fleire høve samtykker til at dei forstår, og det er og mi oppfatning når eg observerer dei i arbeid og lyttar til det dei seier. Når eg så analyserer deira skriftlege arbeid i etterkant, er dei mangelfulle. Som eg påpeika med Iver i kapittel 4.2.3. Det kan vere fleire mogleg årsaker til det, men eg forstår det slik at Adam har vanskar med å formulere det han har forstått skriftleg. Stylianides (2018) viser i sin studie at elevane sine skriftlege argument, ikkje får fram elevane sin fulle kompetanse. Eksempelet med Adam er eit døme på det, og om eg som lærar skulle vurdert kompetanse til Adam, kun basert på hans skriftlege bidrag, ville eg mest truleg undervurdert hans faktiske kompetanse. Som lærar er det derfor nyttig å undersøke elevane sin argumentasjon frå både eit skriftleg og munnlege perspektiv. I samtalane til gruppe 4 har eg ei anna oppdaging, der er Arne veldig passiv i samtalane, som eg påpeika i analysen i kapittel 4.1.1, var arbeidet til gruppa i stor grad individretta og dei samarbeida i liten grad for å løyse problema. Når eg i etterkant av arbeidsøkta analyserte Arne sitt svar, oppdagar eg at det er liten samanheng mellom Arne sine individuelle svar og den kommunikasjonen og argumentasjonen gruppa fremma. Sett i samanheng med ZPD er det naturleg å tenke at arbeidsoppgåvene dei samhandla om var utanfor rekkevidda til Arne. Sjølv i samhandling med medelevar, når ikkje Arne målet i læringsøkta. Det er mogleg at Arne hadde lukkast betre med sin skriftlege argumentasjon, om gruppa i større grad hadde forstått verdien av kvarandre sine ytringar og kva ressurs dei kan vere for å bygge kunnskap og auke læringa til kvarandre (Abtahi et al., 2017). I arbeidsøkter i skulen og i vurdering av arbeid elevar har gjort bør vi derfor vektlegge elevar sitt munnlege og skriftlege bidrag. Som Stylianides (2018) presiserer kan vi som faglærarar risikerer og gå glipp av verdifull informasjon om elevane sin kompetanse og kunnskap om vi retter merksemda vår berre mot dei munnlege samtalane eller det skriftlege arbeidet til elevane. Dette samsvarar med det Soto-Johnson og Fuller (2012) syner i forskingsarbeid sitt. Elevane sine svake resultat på skriftlege vurderingar og eksamen skuldast ikkje nødvendigvis manglande forståing, men gapet som oppstår mellom elevane sin munnlege kommunikasjon og det presise matematiske språket vi forventar i skriftleg arbeid. Sjølv om deira studie rettar seg mot formelle bevis kan det trekkast linjer mot elevane sin argumentasjon og.

5.4 Elevane sine kommunikasjonsroller i argumentasjon - samtalane i praksis

I teorien såg eg at det var fleire element som kan ha innverknad på elevane sin argument, både dei skriftlege og munnlege. I analysen søkte eg derfor å finne samtalestrukturar som kan verke positiv på argumentasjonane. I analysen av samtalane mellom elevane i dei fire gruppene, avdekka eg stor grad av gode sosiomatematiske normer. I figur 4.1 peika eg på samtalestrukturar som kan verke positivt inn på elevane sin kommunikasjon og argumentasjon i matematikk. Matematisk diskurs, kumulativitet, bruk av bindeord, samtalepausar og tur-taking er trekk ved samtalar som kan fremme elevane sin argument, både skriftlege og munnlege. I analyse av samtalane mellom elevane i dei fire gruppene, avdekka eg stor grad av gode sosiomatematiske normer jf. Yackel og Cobb (1996). Alexander (2017) påpeika at elevane får auka si forståing og har betre føresetnadar for å få tilgang til den matematiske kunnskapen i oppgåva, gjennom å samtale med medelevar. Gruppe 2 sitt arbeid med heksagonproblemet er eit eksempel på det, sjå kapittel 4.1.1.2. I arbeid med å fremme ein påstand, oppdagar Lone delvis endringsstrukturen til toget. Gjennom samarbeid klarer elevane i gruppe 2 og nytte kvarandre til å utvide sin kunnskap innafor den proksimale utviklingssone. Mitt inntrykk av gruppe to er at samarbeidet mellom elevane er likeverdige (Alexander, 2017) og symmetriske slik Mercer og Sams (2006) skildrar og det har positiv innverknad på deira faglege utvikling jf. Meira og Lerman (2001). Mari fremmer etter kvart ein formel med matematisk språk for heksagonproblemet, med bakgrunn i Lone si første ytring. Eg opplever at Mari, Lone og Tove gjennom sin felles resonneringsprosess, klarte å oppdage matematikken i oppgåva gjennom å veksle mellom kven som har ordet. For at Lone og dei andre elevane i gruppa skal klare å utvikle sekundærdiskursen sin, er dei i stor grad avhengig av å matematisere og kommuniserer med kvarandre (Sfard, 2008). Når Tove i gruppe to er usikker på argumentet til gruppa, trer Mari fram som den meir kompetente andre. Ved hjelp av fleire bindeord klargjer Mari for dei to andre korleis 4x står i forhold til dei 2 som skal leggast til, slik Cohen et al. (2015) skildrar. Ho lukkast med å overtyde Tove og Lone om kvifor løysinga ho har fremma, vil hjelpe dei å finne omkrinsen på dei ulike toga.

Eit anna kjenneteikn ved samtalane i gruppene, var at ein av elevane framstår som ein leiar, eller driver av samtalen. Det kan sjå ut som det er ein fordel, for at samtalane har retning mot målet for samtalen. Dersom ytringane som blir fremma, ikkje handlar om det matematiske, ser det ut til at deltakarane i gruppa raskt påpeikar dette, slik vi såg med Gruppe 3 og Ingrid sin kommentar til Marius, eller Sandra til Iver og Adam i gruppe 1, sjå kapittel 4.1.1.5. I prosessen der elevane arbeider saman for å løyse oppgåvene, vil det vere ytringar som ikkje er matematisk retta. Samtaleorient læring er utfordrande og krevjande for elevar på 10. trinn, å oppfylle alle Alexander (2017) sine prinsipp for å halde matematisk fokus i arbeid med argumentasjonsoppgåvene, er ikkje mogleg heile tida. I dei samtalane der elevgruppene meistrar fleire av desse normene, avgrensast støyen i læringsprosessen og elevane utviklar sin kunnskapssone gjennom kommunikasjon slik Meira og Lerman (2001) hevdar.

5.5 Vurdering av kvaliteten på forskingsarbeidet

I denne forskingsstudien har eg retta merksemda mot elevane sin munnlege og skriftlege kommunikasjon og argumentasjon i matematikk, og kva kjenneteikn eg identifiserer. Gjennom casestudiet har eg prøvd å skildre røynda og elevane sin kommunikasjon og argumentasjon gjennom å analysere datamaterialet mitt. Utfordringa ved eit casestudie er at mitt forskarsyn er individuelt, og korleis eg tolkar og rapporterer empirien kan skilje seg frå korleis andre ser på datamaterialet (Cohen et al., 2018). I planleggingsfasen og i utforming av metode for datainnsamlinga tok eg derfor nokre medvitne val, for å best mogleg sitje med eit datagrunnlag som kunne gi eit objektivt svar på problemstillinga. Eg valde å observere elevane i arbeidet, samtidig som eg gjennomførte lydopptak og samla inn elevgruppene sine skriftlege støtteark under samarbeidsøkta. I tillegg samla eg inn elevane sitt individuelle skriftlege arbeid, i form av eit oppgåveheftet. Undervegs i samarbeidsøkta observerte eg elevgruppene i arbeid. Sidan eg samla inn data frå fire ulike grupper, vandra eg rundt å studerte ei og ei elevgruppe. Det kan derfor ha skjedd spanande oppdagingar i elevsamarbeidet, som eg ikkje fekk notert meg. Som eg diskuterte i metodekapittelet kunne videoobservasjon hjelpt meg i observasjonsøkta. Undervegs i analysearbeidet oppdaga eg, at eg kanskje ikkje hadde vore merksam nok i enkelte augneblink, og at eg har gått glipp av nonverbal kommunikasjon. Eg opplever likevel at datamaterialet eg sit med, er tilstrekkeleg til å kunne skildre kjenneteikn ved elevane sin kommunikasjon og argumentasjon i matematikk.

Ei anna utfordring ved kvalitative studiar er at dei kan bli påverka av meg som forskar og av det elevutvalet eg har gjort. Før innsamling av data, kan eg ha danna meg eit bilete av kva eg ønskjer å finne og kva eg tenkjer er svaret på problemstillinga mi. Eg har med meg erfaring og opplevingar frå læraryrket, som gjer det vanskeleg å vere heilt objektiv i møte med forskingsfeltet. Det er spesielt utfordrande å vere objektiv i observasjonane, og ikkje starte å tolke når eg gjennomfører sjølve innsamlinga. Eg har derfor i analysearbeidet latt transkripsjonane frå lydopptaka og det skriftlege arbeidet til elevane få større merksemd enn observasjonsnotatane mine. Det kan hindre at eg som forskar fargar empirien med mi forventning av kva eg vil finne. Når eg nytter ein modell frå Krummheuer (1995) i mi analyse, der eg skal plassere ytringane elevane har fremma systematisk i påstand, heimel og ryggdekning, kan andre tolke ytringane og resultata på ein anna måte enn det eg har gjort. For å minimere dette, har eg i gjennomføringa av analysearbeidet, lytta til lydfilene, lest over transkripsjonane og dei skriftlege oppgåvehefta fleire gongar for å vere mest mogleg trygg på at det eg fremmer er representativt for det datamaterialet eg har opparbeida meg.

Studien eg har gjort har eit avgrensa omfang, og viser eit innblikk i ei enkelt klasse og nokre elevgrupper. Ei erfaring eg gjorde, som eg ikkje oppdaga under piloten, var at når elevane var ferdig med samtalane og skulle svare på same oppgåvene skriftleg, opplevde eg nokre av elevane som slitne. Dersom elevane hadde fått ei lita pause mellom første og andre datakjelde, kunna eg kanskje fått dei til å skrive meir enn nokre av dei gjorde. Undervegs i det individuelle arbeidet oppdaga eg at nokre stoppa opp i argumentasjonen sin, eg kunna ha valt å gå inn å rettleia dei i skrivefasen. Men fordi eg då kunne ha påverka empirien og endra på dei opphavlege vala frå metodekapitelet, valde eg å la elevane skrive individuelt utan rettleiing. Det hadde og vore vanskeleg å gi alle den same moglegheita, og analysearbeidet ville då blitt meir krevjande. Dei vala eg gjorde under planlegginga av undervisningsøkta og korleis eg la fram arbeidet for elevane, kan og ha påverka dei argumenta og skriftlege oppgåvehefta eg fekk samla inn.

6 Avslutning

6.1 Avsluttande refleksjonar

I dette arbeidet har eg undersøkt fire grupper i ei 10. klasse og søkt å finne informasjon om elevane sin kommunikasjon og argumentasjon i matematikk. Gjennom forskingsarbeidet har eg studert kjenneteikn ved elevane sin munnlege argumentasjon, når dei samarbeider i mindre grupper og deira individuelle skriftlege argumentasjon, i oppgåvehefte. Målet var å kunne skildre sentrale funn ved elevar i 10 trinn sin kommunikasjon og argumentasjon i matematikk. I dei seinare åra har samtalen som verktøy i matematikkopplæringa fått større plass. Som drøftinga påpeika er det skilnad på elevar sin munnlege og skriftlege argumentasjon. Å systematisk studere samtalane mellom elevane i Krummheuer (1995) sin modell, gav meg som forskar eit verktøy til å strukturere elevane sine ytringar og avdekke kjenneteikn ved argumentasjonen. Det første funnet eg vil løfte fram frå mitt datamateriale, er at elevane i større grad gav ryggdekning til sine argument i samtalar med andre, enn dei skriftlege argumenta. Elevar som har eit register av representasjonar lukkast i større grad å grunngi sine argument, ved å skifte mellom ulike representasjonar i kommunikasjonen sin. Å bygge vidare på det nokon har sagt før dei, ser ut til å vere ein suksessfaktor for å sluttføre ein resonneringsprosess og fremme eit argument med heimel og ryggdekning. Elevar som anvende bindeord i sin argumentasjon klarte større grad å presentere ein fullverdig og grunngitt argumentasjon, sett i lys av Krummheuer. Analysen avdekka at både kumulativitet og samtalepausar kan vere med på å fremme elevane sin munnlege argumentasjon.

Det andre funnet som eg oppdaga, var at elevane i samtalane nyttar medelevane sine i stor grad som ein ressurs til å utvide sin kunnskap, og klarer dermed å utvikle sin matematiske diskurs. Gjennom å anvende kvarandre som den meir kunnskapsrike andre, klarte fleirtalet av elevane å akseptere og anerkjenne løysingane som gruppa i fellesskap kom fram til. Elevar som meistra å resonnere og følgje kvarandre sine tankerekkjer, lukkast i større grad med å løyse matematikkoppgåvene. LK 20 legg vekt på at argumentasjon i stor grad handlar om å grunngi: «*framgangsmåtar, resonnement og løysingar*» (Saabye, UDIR, 2020, s. 31). Å kommunisere kva dei har lært kan vere utfordrande, og elevane ser ut til å veksle mellom kvardagsspråket sitt og det matematiske språk, i si formidling. Det er vidare ein samanheng mellom kvaliteten på argumentasjonen til elevane og kva dei klarer å kommuniserer til meg som mottakar. Det er derfor ein fordel for lærarar i arbeid med planlegging av undervisningsøkter, å tenkje over og formidle til elevane korleis vi ønskjer eit argument skal sjå ut.

Det siste funnet eg vil påpeike er at om elevane skal bli gode til å argumentere, treng dei rettleiinga på korleis eit fullverdig argument kan sjå ut. Eit verkemiddel for å støtte elevane i deira argumentasjonssyklus kan vere å i større grad nytte skrivestilas, slik ofte norskseksjonen gjer. Stillas som kan gi elevar ei god rettesnor på korleis eit argument kan sjå ut. Avslutningsvis vil eg påpeike at vi i matematikk må tenke både og, ikkje enten eller. Som Stylianides (2018) understrekar er det viktig for oss som lærarar å sjå både på elevane sin munnlege argumentasjon og deira skriftlege arbeid, noko som samsvarer med mine funn. Ved å undersøke både og, kan vi best sikre oss et reelt bilete av kva elevane kan. Det er meir ved diskursen enn det vi høyrer (Sfard, 2001). Eg håper derfor at mitt bidrag til forskingsfeltet, kan vere med på å opne opp for samarbeid også ved sentralt gitte eksamenar. Som også Soto-Johnson og Fuller (2012) opna for i si forsking. Som vidare lærarspesialist på min skule, vil eg ta med meg resultata frå denne studien, og motivere kollegaer til å nytte samtale og kommunikasjon i arbeidsøkter til å arbeide med argumentasjon i matematikk. Både retta mot den munnlege matematikk, men ikkje minst oppfordre til å skriftleggjere matematikkargumenta i etterkant. Som Alexander (2017) hevda, har lærar størst merksemd mot elevane sitt skriftlege arbeid, og skriftlege prøver er dominerande i vurderingssamanheng. Årsaka til dette kan tenkast å vere føringa den skriftleg eksamen i grunnskulen legg. Studiet mitt gir indikasjonar på at vi i skulen bør endre korleis vi vurderer elevane sin argumentasjonskompetanse. Elevane sin munnlege diskurs må sjåast i samanheng med elevane sin skriftlege argumentasjon, som både Warwick et al. (2003) og Stylianides (2018) indikerer i sine studiar.

6.2 Vegen vidare

Eit enkelt casestudie som eg har gjennomført med dette forskingsprosjektet, avdekker kjenneteikn ved elevar sine skriftlege og munnlege kommunikasjon og argumentasjon matematikk i den aktuelle klassa. Ein kan ikkje trekke generelle slutningar om at alle 10. klasse elevar vil prestere på same måte. Det er likevel enkelte funn og identifikasjonar frå mi forsking som samsvarer med tidlegare forsking og som kan vere interessant å bygge videre på. Eg vil spesielt peike på to ting som eg har merka med. I refleksjonen i diskusjonskapittelet mitt argumenterte eg for at elevar kunna hatt utbytte av å ha teknikkar eller stillas som rettleia dei i vegen frå å orientere seg i oppgåva, organisering av kva dei veit, til uttesting av valt reknestrategi og verifikasjon av den matematikken dei har oppdaga. Eg trur det kan vere interessant å undersøke korleis skrivestilas i større grad kan nyttast i matematikk og om elevane opplever slik støtte som positivt for deira munnlege og skriftlege kommunikasjon og argumentasjon. Som Pallanck et al. (2020), Cioe et al. (2015) og Lepak og Going (2019) skildrar i sine artiklar, der dei har systematisk skrivestøtte, og svarark med støttekommentarar, som kan hjelpe elevane i prosessen med å formulere skriftlege argument. Eg valte bevist å ikkje nytte det i denne forskinga, då eg ønska å samle inn data på oppgåveark med svarfelt som var representativ for det elevgruppa eg forska på hadde kjennskap til. Å systematisk trene elevane på å anvende skrivestilas, og kunne samanlikna dei elevane mot elevar som ikkje fekk denne støtta, kunne gitt meg og andre matematikklærarar informasjon om korleis trene elevar på å presentere skriftlege argument med ryggdekning. Undervegs i mi forsking fatte eg interesse for å kunne ha gjennomført ei kontrollgruppe. På grunn av at mi forsking er avgrensa i tid og rom, var det ikkje tid til det i denne samanheng. For å få enda større merksemd om i kva grad den munnlege kommunikasjonen og argumentasjon i gruppe har påverknad på elevane sitt skriftlege argumentasjon, eller om elevane hadde prestert på same nivå utan samtaledelen, kunna og vore av interesse å sjå nærare på. Å undersøke om ei slik tilnærming til arbeid med matematisk kommunikasjon og argumentasjon, kan bidra til positiv utvikling for elevane i klasserommet. Vil kunne gi implikasjonar for lærarar sin videre praksis.

7 Kjeldeliste

Abtahi, Y., Graven, M. & Lerman, S. (2017). Conceptualising the more knowledgeable other within a multi-directional ZPD. *Springer Science*, *96* (3), 275-287.

Alexander, R. (2017). *Towords dialogic teaching. Rethinking classroom talk (5.utg.).* Cambridge: Dialogos.

Anker, T. (2020). *Analyse i praksis - En håndbok for masterstudenter.* Cappelen Damm Akademiske.

Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. I I. D. Pimm (Red.), *Mathematics teachers and children* (s. 216-230). Hodder and Stoughton.

Braun, V. & Clarke, V. (2012). Thematic analyses. In Handbook of Resarch Methods in Psychology Thematic analysis. I H. Cooper, P. M. Camic, D. L. Long, A. T. Panter, D. Rindskopf, & K. J. Sher (Red.), *APA handbook of research methods in psychology, Vol 2: Research designs: Quantitative, qualitative, neuropsychological, and biological* (s. 57–71). American Psychological Association.

Campbell, T.G., King, S. & Zelkowski, J. (2021). Comparing middle grade students' oral and written arguments. *Research in mathematics education*, *23*(1), 21-38.

Cioe, M., King, S., Ostien, D., Pansa, N., & Staples, M. (2015). Moving Students to "the Why?". *Mathematics Teaching in the Middle School*, *20*(8), 484-491.

Cohen, J. A., Casa, T.M., Miller, H. C. & Firmender, J. M. (2015). Characteristics of Second Graders' Mathematical Writing. *Mathematical Writing. School, Science and Mathematics*, *115*(7), 344-355.

Cohen, L. Manion, l. & Morrison, K. (2018). *Research Methods in Education.* Routledge.

Cross, D. (2009). Creating optimal mathematics learning combining argumentation and writing to enchance achievment. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *7*, 905-930.

Doerr, H.M. & Chandler-Olcott, K. (2009). Negotating the Literacy Demands og Standard-Based Curriculum Materials - A site for Teachers' learning. I J.T. Remillard, B.A. Herbel-Eisenmann & G.M. Lloyd (Red.) *Mathematics Teachers at Work Connecting Curriculum Materials and Classroom Instruction* (s. 283-320). Routledge.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *61,* 103-131.

Forskningsetikk. (2021, 16.desember). *De nasjonale forskningsetiske komiteene*. Henta frå Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora: https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/

Garofalo, J. & Lester, F.K. Jr. (1985). Metacognition, Cognitive Monitoring, and Mathematical Performance. *Journal for research in mathematics education*, *16*(3), 163-176.

Gee, J. (2012). *Social Linguistics and Literacies. Ideology in Discourse.* Routledge.

Grepstad, O. (1997). *Det litterære skattkammer: sakprosaens teori og retorikk.* Det norske samlaget.

Guba, E. (1981). Criteria for assessing the trustworthiness of naturalistic inquiries. Educational. *Educational Communication and Technology Journal*, *29,* 75-92.

Hjelte, A. Schindler, M. & Nilsson, P. (2020). Kinds of mathematical reasoning addressed in empirical research in mathematics education: A systematic review. *Education sciences, 10,* 1-15.

Imsen, G. (2005). *Elevens verden - Innføring i pedagogisk psykologi.* Universitetsforlaget.

Jeannotte, D., & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational studies in mathematics*, *96,* 1-16.

Jefferson, G., Schegloff, E. A. og Sacks, H. (1974). A simplest systematics for the organization of turn-taking for conversation. *Language*, 50(4), 696-734.

Kazemi, E. og Hintz A. (2019). *Målrettet samtale - Hvordan strukturere og lede gode, matematiske diskusjoner.* Cappelen Damm Akademiske.

Kleven, T.H. og Hjardemaal, F.R. (2018). *Innføring i pedagigisk forskningsmetode - En hjelp til kritisk tolking og vurdering.* Fagbokforlaget.

Knudsen, J., Lara-Meloy, T., Stevens, H.S., & Rutstein, D.W. (2014). Advice for Mathematical Argumentation. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *19*(8), 494-500.

Knuth, E. J., Choppin, J. & Bieda, K. (2009). Middle School Students' Production of Mathematical Justifications. I D. A. Stylianou, M. L. Blanton & E. J. Knuth (Red.), *Teaching and Learning Proof Across the Grades : A K-16 Perspective* (s.153-170). Routledge.

Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. I P. Cobb & I. P. Bauersfeld (Red.), *The Emergence of mathematical meaning : Interaction in Classroom Cultures* (s. 229-270). L. Erlbaum.

Kvale, S. & Brinkman, S. (2021). *Det kvalitative forskningsintervju.* Gyldendal.

Lepak, J. & Going, T. (2019). Designing Scaffolds for Students' Written Arguments. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *24*(5), 300-303.

Liljedahl, P. (2020). *Building thinking classrooms in mathematics, grades K-12 : 14 teaching practices for enhancing learning.* Thousand Oaks: Corwin press.

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, *67,* 255-276.

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. I N. Bednarz, C. Kieran, L. Lee, *Approaches to Algebra : Perspectives for Research and Teaching* (s. 65-86). Kluwer Academic Publishers.

Mcleod, S. (2023, 26.juli). *Vygotsky’s Sociocultural Theory Of Cognitive Development.* Henta frå SimplyPsychology: https://www.simplypsychology.org/vygotsky.html#Zone-of-Proximal-Development

Meira, L. & Lerman, S. (2001). *The Zone of Proximal Development as a Symbolic Space. South Bank University*, 6*,* 1-12.

Mercer, N. & Sams, C. (2006). Teaching children how to use language to solve maths problems. *Language and Education*, *20*(6), 507-528.

Mosaker, G. (2009). Pausen- pinleg eller produktiv? *Tangenten*, *20*(2), 19-21.

Nasjonalt senter for skriveopplæring og skriveforsking. NTNU. (2023). *Skrivesenteret - NTNU*. Henta 3.juli 2023 frå https://skrivesenteret.no/ressurser/?trinn=Ungdomstrinn

NCTM. (2000). *Principles and standards for school matematics.* National Council of Teachers of Mathematics.

NCTM. (2014). *Principles to actions : ensuring mathematical success for all.* National Council of Teachers of Mathematics.

Nordin, A-K. & Boistrup L.B. (2018). A framework for identifying mathematical arguments as supported. *Journal of Mathematical Behavior*, *51*, 15-27.

Pallanck, J.L., Castro, G.O., Colonnese, M.W. og Casa, T.M. (2020). Improving Written Mathematical Arguments. *The Mathematics teacher*, *11*(113), 910-917.

Postholm, M.B. & Jacobsen (2021). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærarutdanning.* Cappelen Damm Akademisk.

Pugalee, D.K. (2004). A comparison of verbal and written descriptions of students' problem solving processes. *Educational Studies in Mathematics*, 55, 27-47.

Radford, L. (2000). Analysis, Signs and Meanings in Students' Emergent Algebraic Thinking: A Semiotic analysis. *Educational studies in mathematics*, *42*(3), 237-268.

Reid, D. & Vallejo Vargas, E. (2018). When Is a Generic Argument a Proof? I A.J Stilianides & G.Harel (Red.), *Advances in Mathematics Education Research on Proof and Proving* (s. 239-252). Springer International Publishing.

Reid, D.A. & Knipping, C. (2010). *Proof in Mathematics Education - Research, Learning and Teaching.* Rotterdam: Sense Publishers.

Roth, W.M. & Radford, L., (2010). Re/thinking the zone of proximal development (symmetrically). *Mind, Culture, and Activity*, *17*(4), 292–307.

Rø, K. & Arnesen, K.K. (2020). The opaque nature of generic examples: The structure of student teachers’ arguments in multiplicative reasoning. *Journal of Mathematical Behavior*, *58,* 1-15.

Schoenfeld, A. (2016). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making. *Journal of education*, *2*(196), 1-38.

Schwarz, B. (2009). Argumentation and Learning. I N.M. Mirza & A-N. Perret-Clermont (Red.), *Argumentation and Education : Theoretical Foundations and Practices* (s. 91-126). Springer.

Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics*, *46*, 13–57.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing.* Cambridge University Press.

Sikt. (2023). Henta frå Sikt forskningsdata 3.juli 2023: https://sikt.no/omrade/forskningsdata

Simpson, A. & Zakaria, N. (2004). Making the connection: Procedural and conceptual students' use of linking words in solving problems. *International Group for the Psychology Of Mathematics Education*, *4*(3), 201-208.

Soto-Johnson, H. & Fuller, E. (2012). Assessing proofs via oral interviews. *Investigations in Mathematics Learning*, *4*(3), 1-14.

Stein, M. K., Engle, R.A., Smith, M.S., & Hughes, E.K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning, 10*(4), 313-340.

Steinbring, H. (2006). What makes a sign a mathematical sign? - An epistemological perspective on mathematical interaction. *Educational studies in Mathematicks*, *61*, 133-162.

Store Norske leksikon. (2023, 14.juni). *Store Norske Leksikon*. Henta frå Semiotikk: https://snl.no/semiotikk

Stylianides, A.J. (2007). Proof and Proving in School Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *38*(3), 289-321.

Stylianides, A. J. (2018). Secondary students' proof constructions in mathematics: The role of written versus oral. *Review of Education*, *7*(1), 156–182.

Stylianides, G. J. (2008). An analytic framework of reasoning-and-proving. *For the Learning of Mathematics*, *28*(1), 9-16.

Saabye, UDIR. (2020). *Læreplanverket for kunnskapsløftet 2020.* Pedlex.

Tjora, A. (2021). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis (4.utg).* Gyldendal.

Toulmin, S. (2003). *The Uses of Argument.* Cambridge University Press.

UDIR. (2021, 18.august). *matematikk.net.* Henta frå Eksempelsett MAT0010 - Matematikk Del med hjelpemidler: https://www.matematikk.net/res/eksamen/LK20/Eksempel%20US%20Fagfornyelsen%20h%C3%B8st%202021%20med%20hjelpemidler.pdf

UDIR. (2023). *Udir*. Henta 01.mai frå Relasjoner mellom elever: https://www.udir.no/laring-og-trivsel/skolemiljo/sosial-laring-gjennom-arbeid-med-fag/Relasjoner-mellom-elever/Interaksjoner-og-sosial-laring/

Ulland, G., Røskeland, M. & Herheim, R. (2018). Språk teller! Om hvordan elever løser, tenker rundt og skriver om et regnestykke. *Nordic Journal of Literacy Research*, *4* (1), 121-141.

Vygotsky, L.S. (1987) *The collected works of L. S. Vygotsky* I A.S. Carton & R.W. Rieber (Red.), Vol. 1. Problems of General Psychology, Including the Volume Thinking and Speech. Plenum Press

Warwick, P., Stephenson, P., Webster, J., & Bourne, J. (2003). Developing pupils' written expression of procedural understanding through the use of writing frames in science: Findings from a case study approach. *International Journal of Science Education, 25*(2), 173–192.

Yackel E, & Cobb P,. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(4), 458-477.

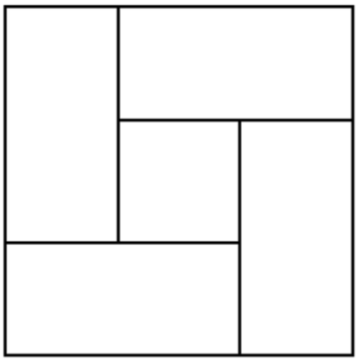
Yackel, E., & Hanna, G. (2003). Reasoning and proof. I J. M. Kilpatrick, W. Martin & D. Schifter (Red.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (s. 227-236). National Council of Teachers of Mathematics.

Vedlegg 1: Skriftleg oppgåvehefte til elevane

Under finn du tre oppgåver du skal prøve å løyse. Vedlagt ligg og eit ark til å løyse oppgåva på. Der skal du svare på oppgåvene. Eg ønskjer å studere dine skriftlege svar, skriv derfor alt du tenker. Ikkje visk, legg heller til forklaring om du kjem på meir å skrive. Lukke til!

Oppgåve 1 (kjelde: Eksamen MAT0015 Matematikk 10 årstrinn (UDIR, 2021))

Figuren under syner eit stort kvadrat som er bygd
opp av fire kongruente rektangel og eit lite kvadrat.
Omkrinsen til kvart rektangel er 30 cm.



Argumenter for at omkrinsen til det store kvadratet er 60 cm.

Oppgåve 2

Heksagon problemet (Kjelde: Stylianides, 2018)

Mark har nokre heksagon. Alle sidene i heksagon er like lange, lengda svarer til 1.cm. Mark sett heksagon i rekker, for å lage tog i ulike storleikar. Under ser du tog 3, som er laga av 3 heksagon i ei rekke.

a) Kva er omkrinsen av Tog 3?
b) Kva vil omkrinsen av Tog 100 vere? Som er laga av 100 heksagon i ei rekke? Bevis svaret ditt.
c) Kan du finne eit uttrykk som vil gi deg omkrinsen av Tog n?

Argumenter skriftleg for løysinga di.

Oppgåve 3 (Kjelde: Eksempeloppgave MAT0010 Matematikk 10.årstrinn 2021)

I Noreg har vi pant på plastflasker.
Sidan 2018 har panten vore 2 kr for små flasker og
3 kr for store flasker.

Ella pantar for totalt 219 kr.

Kom med tre ulike forslag til kor mange små og
kor mange store flasker ho kan ha panta?

Argumenter for kvifor løysinga di stemmer både matematisk og ved hjelp av tekst.

Namn: **Gruppe:**

Samarbeida med:

Oppgåve 1

Oppgåve 2

Oppgåve 3

Vedlegg 2: Samtykke

Vil du delta i forskingsprosjektet
- *Argumentasjon og kommunikasjon*

- ***frå eit munnleg og skriftleg perspektiv***

Til føresette og elevar på 10. trinn ved …… ungdomsskole

Eg er masterstudent ved NTNU, Institutt for Lærarutdanning, og skal gjennomføre eit forskingsprosjekt på skulen til ditt barn. I dette skrivet gir eg deg informasjon om måla for prosjektet og kva deltakinga vil ha å seie for ditt barn.

Formål

Studien er eit forskingsprosjekt som underteikna gjennomfører som ein del av masteroppgåva mi i matematikkdidaktikk. Formålet er å kartlegge samanhengen mellom elevane sine skriftlege og munnlege argument i møte med algebraoppgåver i matematikk. Kunnskap om korleis elevane kommuniserer og argumenter når dei løyser oppgåver i matematikk, kan gi nyttig kunnskap, som lærarar kan bruke i førebuing til videre undervisning i faget.

Ansvarleg for forskingsprosjektet:

NTNU, Institutt for Lærarutdanning er ansvarleg for prosjektet.

Rettleiar: Solveig Voktor Svinvik

Kvifor får du spørsmål om å delta og kva inneberer det for deg å delta?

Du er elev ved ……. ungdomsskule og din skule har gitt underteikna lov til å spørje di klasse om å delta. Dersom du er villig til å delta på prosjekt vil du delta i ei undervisningsøkt med algebraoppgåver. Du vil først delta i ein samtale med to medelevar der moglege løysningar på problema blir diskutert. Etter den munnlege samarbeidsøkta, vil du bli bedt om å skrive utfyllande svar på oppgåvene i eit oppgåvehefte på papir. Du må ikkje svare på alle oppgåvene i oppgåveheftet. Videre kan du bli intervjua i etterkant, der du blir beden om å skildre di oppleving av undervisningsopplegget.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Dersom du/ditt barn vel å delta, kan du/ditt barn når som helst trekke samtykke tilbake utan å gi opp nokon grunn. Alle opplysningar om deg vil då bli anonymisert. Det vil ikkje ha nokon negative konsekvensar for deg om du ikkje vil delta eller seinare vel å trekke deg. Dersom du ikkje vil delta, vil du få tilbod om alternative oppgåver i tilstøytane rom i observasjonsøkta.

Ditt personvern – korleia vi oppbevarer og brukar dine opplysningar

Vi vil bruke opplysningane om ditt barn til formåla vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandlar opplysningane konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

Lisa Øyen Klokk og rettleiar har tilgang til datamaterialet. Datamaterialet vil kunne diskuterast med medstudentar.

Datamaterialet blir lagra slik ingen andre får tilgang til personopplysningane. Namnet og kontaktopplysningane dine vil eg erstatte med ein kode som blir lagra på eiga namneliste fråskilt frå anna data.

Prosjektet vert avslutta 07.09.2023, data blir sletta 2 mnd etter prosjektslutt.

Dine rettar

Så lenge du kan identifiserast i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i kva personopplysningar som er registrert om deg,
- å få retta personopplysningar om deg,
- få sletta personopplysningar om deg,
- få utlevert ein kopi av dine personopplysningar (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombodet eller Datatilsynet om behandlinga av dine personopplysningar.

Kva gir oss rett til å behandle personopplysningar om deg?

Vi behandlar opplysningar om ditt barn basert på ditt samtykke.
På oppdrag frå NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlinga av personopplysningar i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Kvar kan eg finne ut meir?

Dersom du har spørsmål til studien, eller ønskjer å nytte deg av dine rettar, ta kontakt med:

NTNU, Institutt for Lærerutdanning ved:

Lisa Øyen Klokk, lisa.oyen.klokk@sykkylven.kommune.no tlf: 90948645
Solveig V. Svinvik solveig.v.svinvik@ntnu.no tlf: 73559706

NSD – Norsk senter for forskningsdata AS,
på e-post (personverntjenester@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennleg helsing

Lisa Øyen Klokk og Solveig Svinvik
Masterstudent og Prosjektansvarlig ved NTNU (Forsker/veileder)

Samtykkeerklæring

Eg har lest og forstått informasjonen om prosjektet

Kommunikasjon og argumentasjon frå eit munnleg og skriftleg perspektiv

og har fått anledning til å stille spørsmål.

Eg samtykker til:

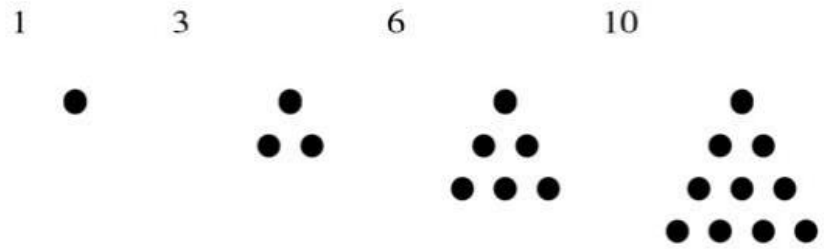
- Å delta i ei undervisningsøkt der eg løyser algebraoppgåver munnleg og skriftleg.
- Det kan takast lydopptak av gruppa sine samtalar og drøfting av moglege løysningar på matematikkproblema.
- Forskar kan observere matematikkøkta og gjere feltnotat.
- Å vere tilgjengeleg for intervju og oppfølgingsspørsmål knytt til undervisningsøkta.
- At data som er personidentifiserande kan lagrast og bli behandla fram til prosjektet er avslutta, 07.09.2023
- At data som ikkje er personidentifiserande (til dømes anonymiserte transkripsjonar) kan oppbevarast ved NTNU etter prosjektet sin slutt for vidare forsking.

(Signert av prosjektdeltakar, dato)

Vedlegg 3: Pilotoppgåve, fjerna til datainnsamling

Oppgåve 4 (Pugalee D.K, 2004)

Under ser du dei fire første figurtala i ei rekke.



Kva er det tiande figurtalet i rekka?

Kan du argumentere for ein eksplisitt formel som kan finne n-figurtal i rekka?

NTNU

Kunnskap for ei betre verd