

Overføring av læring fra matematikk til fysikk ved forkurs for ingeniørutdanning

Ø. Marøy og E. Krystad, *NTNU*

ABSTRACT: Å ta i bruk matematiske kunnskaper er viktig i mange sammenhenger i fysikk. Samtidig viser det seg at overføring av læring fra matematikk til fysikk er utfordrende for studenter. Dette gjør at studenter ikke klarer å løse problemstillinger de strengt tatt har både de matematiske og fysikk-faglige ferdighetene til å løse. For å i større grad utdanne studenter som klarer å ta i bruk matematikkunnskaper i fysikk-sammenheng har vi startet et prosjekt hvor fysikk- og matematikkundervisningen ved forkurs for ingeniør- og sivilingeniørutdanning i større grad samkjøres. Tilbakemeldinger fra studentene fra intervju og spørreundersøkelse viser at studentene føler at prosjektet gir økt motivasjon og bedre evne til overføring av læring. Samtidig ser vi i tilbakemeldingene at utfordringene fortsatt er til stede.

1 BAKGRUNN

Forkurs for ingeniør- og sivilingeniørutdanning er et ettårig studieprogram for kommende ingeniørstudenter som ikke har tilstrekkelig kvalifikasjon i matematikk eller fysikk, og ofte heller ikke generell studiekompetanse. Ved å ta forkurs får studentene den formelle kompetansen de mangler. Studentene ved forkurset kommer ofte fra yrkesfaglige studieretninger. Studiet består av matematikk som skal gi kvalifikasjoner tilsvarende 1T, R1 og R2 fra videregående skole, fysikk som skal gi kvalifikasjoner tilsvarende fysikk 1 med en del ingeniørrelevant tilleggsinnhold, samt emner innen hhv. samfunnsfag og norsk. Etter bestått forkurs er man kvalifisert til å søke ved alle landets ingeniør- og sivilingeniørstudier.

Erfaring har vist at det er utfordrende for forkursstudentene å ta i bruk matematikken de har lært i en fysikk-kontekst. For eksempel er det utfordrende for mange å knytte stigningen til en grafisk framstilling av fart til akselerasjon, de gjenkjenner ikke et likningssystem av to likninger med to ukjente som et løsbart problem og de har vanskeligheter med å ta i bruk trigonometriske definisjoner både i romlige kontekst og i forbindelse med vektorregning. "Jeg føler at vektorer i matematikk og fysikk er to forskjellige ting" er et utsagn som illustrerer problemet. Det indikerer en manglende forståelse av vektorer, men viser også hvordan de to fagene fokuserer på ulike egenskaper ved vektorer. Dette skillet i fokus bidrar til å skape en innbilt forskjell mellom en "matematikk-vektor" og en "fysikk-vektor".

Disse utfordringene kan knyttes opp mot overføring av læring. De matematiske metodene er innlært i en matematisk kontekst, der funksjoner og variabler er matematiske objekt uten praktisk betydning. Å se sammenhengen mellom metoden og den fysiske problemstillingen blir dermed et vanskelig sprang. I tillegg erfarer det ofte at manglende evne til å se et realfaglig problem eller situasjon fra flere sider og i flere perspektiver blir en demotiverende faktor for læringsprosessen

Vi ønsker gjennom dette arbeidet å se på hvordan vi kan forebygge at studenter ser fysikk og matematikk som ulike fagområder med separate regler, og øke forståelsen for at matematikk og fysikk sammen utgjør et helhetlig instrument for problemløsning. Videre ønsker vi å øke forkursstudentenes evne til å bruke matematiske metoder som en mer naturlig del av problemløsningsprosessen enn det vi erfarer er tilfelle i dag.

2 TEORI

Overføring av læring kan defineres som evnen til å ta i bruk det man har lært i nye situasjoner [1]. God overføring er vesentlig i så godt som all utdanning og yrkesutøvelse. Problemer knyttet til overføring av matematikkferdigheter til situasjoner utenfor matematikkfaget er et veldokumentert problem [2, 3]. Rebollo og Cui [4] fant at studentene ved et universitetskurs i grunnleggende fysikk hadde tilstrekkelige kunnskaper innen funksjonsanalyse i forhold til det som krevdes i fysikkurset, men at de hadde problemer med å assosiere variabler og konstanter fra fysikkoppgavene med de innlærte metodene de

kjente til. Det gjorde oppgaven med å sette opp de nødvendige uttrykkene for å løse fysikkproblemene vanskeligere.

I en ingeniørsammenheng argumenterer Harris [5] for at for å forbedre overføring av matematikk må matematikken i større grad undervises i en ingeniørkontekst. All læring foregår i en kontekst, og denne konteksten er vesentlig for studentenes evne til å overføre læringen [6]. Som en forklaring trekker hun fram utfordringer forbundet med å oversette fra en representasjon til en annen, mellom graf, funksjonsuttrykk og naturlig språk. Begrepet halveringstid gir eksempelvis ikke studentene noen assosiasjon til eksponenter og logaritmefunksjoner.

Dersom matematikk kun undervises i en matematikkontekst, trenger studentene mye hjelp for å se sammenhengene mellom det de lærer der og bruken i en anvendt kontekst [6]. Fagterminologi og notasjon er forskjellig i matematikk og fagene matematikken anvendes i. I matematikk-undervisningen er også de fleste oppgavene kontekstløse, og studentene har problemer med å knytte fysikkfaglig kontekst til en matematisk terminologi og finne en matematisk modell for situasjonen. Elever og studenter som nylig har begynt å lære fysikk på dette nivået har også ofte for lite øvelse i å plukke ut relevant info fra en praktisk eller beskrevet situasjon.

En kompliserende faktor er notasjon. I matematikken heter de fleste funksjoner $f(x)$, stigningstallet til en rett linje heter a og den ukjente i likninger er x . I fysikken vil disse konstantene og variablene ta veldig mange forskjellige navn avhengig av hvilket fenomen man ser på. Dette gjør det vanskeligere for studentene å gjenkjenne situasjoner som egentlig er kjente matematiske problemer.

3 METODE

3.1 Undervisningsopplegg

Selv om matematisk kunnskap og ferdigheter har en egenverdi, er det for en fremtidig ingeniør viktig å kunne ta bruk matematikk i praktiske og relevante sammenhenger. Vi ønsker å derfor å lage undervisning som i større grad gjør studentene dyktige til å ta i bruk sin matematiske kompetanse i møte med fysikkfaglige problemstillinger. For å sørge for at studentene klarer å overføre sine matematikkferdigheter til fysikkfaget forsøker vi å få til en tettere integrasjon mellom matematikk- og fysikkundervisningen. Vi ønsker å bygge ned skillet mellom fagene som bidrar til å vanskeliggjøre overføringen. Vi har i utviklingen vært inspirert av et lignende prosjekt har blitt gjennomført på studieprogrammet Elektronisk systemdesign og innovasjon ved NTNU. Her samarbeides det om undervisningen i fagene kretsteknikk og matematikk [7].

Gruppen for dette prosjektet var en klasse ved det ettårige forkurset. Samtlige studenter i klassen tok både matematikk og fysikk. I løpet av et semester var undervisningen i matematikk og fysikk korrelert på tre måter: For det første var gjennomgangen av fagstoff reorganisert slik at noen fysikktemaer ble gjennomgått på eller rundt samme dag som et matematikktema som ble ansett å være relevant for å løse typiske oppgaver innen fysikktemaet. For det andre var noen viste eksempler designet slik at samme eksempel ble brukt i de to fagene eller det ble brukt eksempler med mange likheter. For det tredje var det i fysikktimene et fokus på å få fram hvordan matematikk brukes til å løse praktiske problemstillinger. Som en del av dette forsøkte vi i fysikk i større grad å bruke matematisk fagterminologi. Vi brukte sentrale matematikkbegreper hyppig, som for eksempel som stigningstall og konstantledd, eksponentiallikning og likningssett. Slik har vi forsøkt å forsterke studentenes evne til å assosiere fysikkproblemer med matematiske konsepter.

3.2 Intervju

Studentene gjennomfører en heldagsprøve i alle emner ved slutten av høstsemesteret. Besvarelsen etter prøven i fysikk ble brukt som utgangspunkt for å kartlegge overføring av læring hos et utvalg av studentene. Deltakelse var frivillig, og blant de som ønsket å delta ble det valgt ut tre studenter til intervju. Utvelgelsen ble gjort ved at vi prioriterte studenter som hadde noe, men ikke full uttelling på oppgaver der vi anså det som vesentlig å ta i bruk matematiske ferdigheter for å løse oppgaven, da vi ønsket å se på potensielle hindre for å ta i bruk matematiske metoder, likninger og uttrykk.

Alle tre intervju ble utført på liknende måte. I begynnelsen av intervjuet stilte vi studenten det generelle spørsmålet "Hva er de største hindrene for å bruke matematikkunnskapene dine i forbindelse med

fysikkoppgaver?”. Deretter ble et utvalg av oppgavene fra heldagsprøven gjennomgått, hvor vi stilte studenten følgende spørsmål:

- Hva tenkte du da du satte opp uttrykkene/likningene?
- Hvilke hindringer finnes i denne oppgaven?
- Visualiserte du situasjonen (mentalt eller på papir), og i så fall hvordan?

Etter at de konkrete oppgavene hadde blitt gjennomgått, ble studenten igjen stilt det første generelle spørsmålet.

3.3 Spørreundersøkelse

Studentene i testgruppen ble etter endt første semester bedt om å besvare en spørreundersøkelse om undervisningen. Undersøkelsen så på hvorvidt fysikkoppgaver vist i matematikktimen var hhv. forvirrende, motiverende, ga bedre forståelse, eller forenklet prosessen med å ta i bruk matematikk til å løse fysikkoppgaver. Videre ble studentene spurt om hvorvidt tre konkrete fysikkeksampler brukt i matematikkundervisningen bidro til å øke interessen for de relevante matematikktemaene, om å nevne noen fysikktemaer og relevant matematiske ferdigheter for disse, og til sist i hvilken grad de ønsket at matematikkundervisningen fortsatt skulle inneholde fysikkeksampler. Format of abstract: Same as Normal text style, but bold (see 3.6 below).

4 RESULTATER OG DISKUSJON

Intervjuet fikk fram hvordan noen av studentene så på hindringer for å ta i bruk matematikk for å løse fysikkproblemer. En av studentene uttalte følgende om en konkret oppgave hvor studenten ikke kom fram til riktig svar:

"Jeg burde tenkt på andregradslikning, men jeg tenkte mer fysikk enn matte da jeg satt der. Det var mest bare det at det var en fysikkeksamen, som gjorde at jeg ikke tenkte så mye på at jeg kunne brukt matten her. Jeg brukte jo også noe fra matten og satte det opp som en funksjon og sånn, men det var bare, det slo meg ikke å gjøre det av en eller annen grunn."

Her ser vi en klar oppfatning om at det å "tenke matte" og "tenke fysikk" er to ulike måter å arbeide på ved oppgaveløsning. Denne oppfatningen kan være en følge av en nervøs eksamenssituasjon, og ikke nødvendigvis fordi studenten har en bastant forståelse av at fagene er forskjellige. Likevel ser vi at det argumenteres i retning av at matematikk er mindre aktuelt å anvende fordi det er fysikk som er tema for eksamen.

Vi fikk også tydelige indikasjoner på at notasjon ofte kan føre til vanskeligheter i oppgaveløsning:

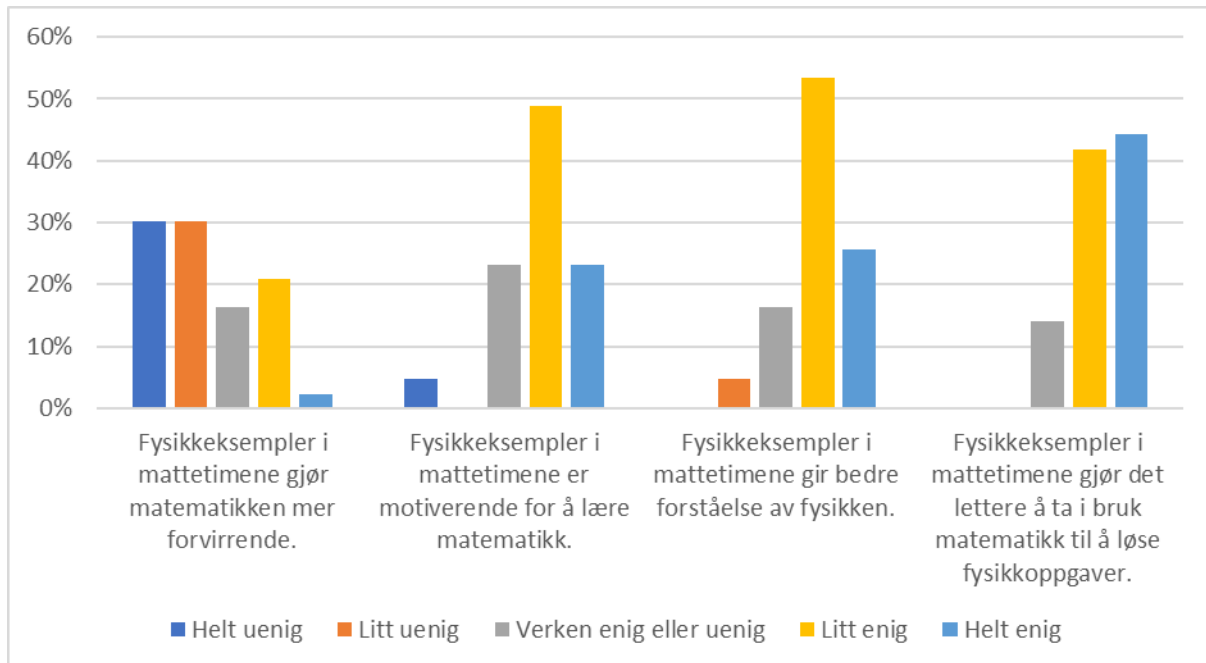
"Det er egentlig sånn at jo flere eksempler læreren viser hvor man benytter matematiske formler i fysikken, jo bedre er det. For hvis man kun har et lite eksempel hvor formelen kan brukes, kan det fort være glemt. I fysikken har man ofte flere variabler, det blir fort litt forvirrende. Så det er greit å forklare litt hvordan de variablene henger sammen, av og til. "

"Et hinder er at matte ofte har bokstaver som er det samme, mens fysikk har flere ting."

"Jeg satt en stund med denne oppgaven, og blanda mellom de forskjellige T-ene. Jeg brukte to forskjellige formler med T, men de svarer på to forskjellige ting, så det var bare noe som gikk litt i surr der."

Det er rimelig å anta at en slik oppfatning kan knyttes til at forståelsen av fysikktemaene er for begrenset til at studenten greier å skille mellom ulike variabler som har samme notasjon. Det er derfor rimelig å anta at studentene også vil ha utfordringer med å oversette mellom "matematikk-notasjon" og "fysikknotasjon". Svarene tyder også på at vi kan kanskje si at notasjonen i matematikkundervisningen framstår mer pålitelig for den som lærer.

Resultatene fra spørreundersøkelsen (Figur 1) viser at studentene i stor grad opplever positiv effekt av bruk av fysikkeksampler i mattetimen. Det er veldig få som er uenige i utsagnene om at eksemplene er motiverende for å lære matematikk, at de gir bedre forståelse av fysikk og at de gjør det lettere å ta i bruk matematikk i fysikksammenheng. Særlig er resultatene med tanke på å ta i bruk matematikk til å løse fysikkoppgaver oppløftende. Det tyder på at vi har oppnådd noe av målet med prosjektet.



Figur 1 Svar på spørreundersøkelse

For alle de tre konkrete fysikkeksemplene sa et flertall (52 %-74 %) av studentene seg litt eller helt enig i at eksempelet å økte interessen for å lære den tilhørende relevante matematikkferdigheten. Mellom 2 % og 17 % sa seg litt uenige og ingen var helt uenig. Dette underbygger at fysikkeksempler er motiverende for å lære matematikk. Det var også et flertall av studentene (51 %) som ønsket flere fysikkeksempler i mattetimene og bare 2 % som ønsket færre slike eksempler.

Samtidig er det noen av studentene som er helt eller litt enig i at fysikkeksemplene gjør matematikken mer forvirrende (Figur 1). Dette er viktig å ta med videre. Ved å trekke praktiske anvendelser som fysikk inn i innlæringen av matematikk økes informasjonsmengden studentene må behandle og dermed den kognitive belastningen. Dette kan slå negativt ut på studentenes evne til å bearbeide stoffet og oppnå den læringen som ønskes.

Algebra og likninger var det vanligste matematikkferdigheten som ble nevnt som vesentlig for fysikk. Dette er ikke overraskende da en typisk fysikkoppgave på dette nivået gjerne handler om å gjøre om på en formel og sette inn relevante verdier. Få studenter nevner funksjoner og grafer, en indikasjon både på at slike objekter brukes lite på dette nivået og at studentene har utfordringer med å se nytten av dem. Et interessant svar vi ønske å nevne er at energibevaring har bidratt til en forståelse av likhetstegnet og rollen det spiller i likninger, at uttrykkene på hver side av likhetstegnet er like store. Dette er en effekt ingen av oss tenkte over før vi fikk dette svaret, og viser hvordan tverrfaglig samarbeid kan gi uventet positiv synergi.

5 KONKLUSJON

Tettere samarbeid mellom matematikk- og fysikkundervisningen ser ut til å ha positive effekter hos studentene. De opplever større motivasjon og større evne til overføring av læring. Samtidig ser vi fortsatt tendenser til at studentene opplever å jobbe i en matte-modus og en fysikk-modus. Forståelse av notasjon har også kommet klart fram som et hinder, hovedsakelig rent fysikkfaglig, men dette indikerer at det også kan være et problem for overføring av læring mellom fagene. Vi ønsker å fortsette både utvikling av denne typen læringsopplegg og å undersøke videre hvordan vi best utdanne studenter med gode matematiske ferdigheter som de klarer å ta i bruk i ulike situasjoner.

REFERANSER

- [1] G. Steiner, «Cognitive Psychology of Transfer of Learning,» i *International Encyclopedia of the Social & Behavioral Sciences*, N. J. Smelser og P. B. Baltes, Red., Pergamon, 2001, pp. 15845-15851.
- [2] J. Evans, «Building Bridges: Reflections on the problem of transfer of learning in mathematics,» *Educational Studies in Mathematics*, vol. 39, pp. 23-44, 1999.
- [3] S. Lerman, «Culturally situated knowledge and the problem of transfer in the learning of mathematics,» i *Learning Mathematics*, Routledge, 2012, pp. 107-121.
- [4] S. Rebello og L. Cui, «Retention and transfer of learning from math to physics to engineering,» i *2008 Annual Conference & Exposition*, Pittsburgh, 2008 .
- [5] D. Harris, L. Black, P. Hernandez-Martinez, B. Pepin og J. Williams, «Mathematics and its value for engineering students: what are the implications for teaching?,» *International Journal of Mathematical Education in Science*, vol. 46, nr. 3, pp. 321-326, 2015.
- [6] J. Boaler, «Exploring Situated Insights into Research and Learning,» *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 31, nr. 1, pp. 113-119, 2000.
- [7] T. Bolstad, L. Lundheim, M. Nome og F. Rønning, «Mathematics in a Programme for Electronic Systems Design,» i *The 20th SEFI Special Interest Group in Mathematics - SIG in Mathematics*, Kristiansand, 2021.