

Elida Sandnes Olsen og Vilde Nyheim Johnsen

Kan alternative investeringer forbedre avkastning- risikoforholdet til en tradisjonell 60/40 portefølje av aksjer og obligasjoner?

Masteroppgave i Økonomi og administrasjon

Veileder: Stein Frydenberg

Mai 2023



Elida Sandnes Olsen og Vilde Nyheim Johnsen

Kan alternative investeringer forbedre avkastning- risikoforholdet til en tradisjonell 60/40 portefølje av aksjer og obligasjoner?

Masteroppgave i Økonomi og administrasjon
Veileder: Stein Frydenberg
Mai 2023

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for økonomi
NTNU Handelshøyskolen



Kunnskap for en bedre verden

Forord

Denne oppgaven er skrevet som en del av mastergraden i økonomi og administrasjon, ved NTNU Handelshøyskolen. Oppgaven utgjør 30 studiepoeng av hovedprofilen finansiering og investering. Vær oppmerksom på at innholdet i denne oppgaven står for forfatterens regning.

Først og fremst vil vi takke vår veileder Stein Frydenberg, for uvurderlig veiledning og oppmuntring under prosessen med å skrive oppgaven. Hans tilbakemeldinger og kunnskap har økt vår forståelse innenfor finansiell økonomi. Vi vil også takke NTNU Handelshøyskolen for tilgang til viktig programvare og databaser.

Til slutt vil vi takke familie og venner for korrekturlesning og støtte under denne perioden.

NTNU Handelshøyskolen

Trondheim, mai 2023

Elida S. Olsen

Elida Sandnes Olsen

Vilde N. Johnsen

Vilde Nyheim Johnsen

Sammendrag

På grunn av usikkerhet i finansmarkedene har flere investorer uttrykt ønske om å diversifisere porteføljene sine ved å inkludere instrumenter med større grad av diversitet. Det vil derfor være verdifullt å undersøke om REITs, Bitcoin, råvareindeks, gull og råolje forbedrer avkastning- risikoforholdet til en tradisjonell portefølje av aksjer og obligasjoner. Formålet med oppgaven er å undersøke problemstillingen i tidsperioden 2010 til 2023, og utføre et fremtidsestimert basert på data fra de tre siste årene. Problemstillingen utforskes i lys av relevant teori, tidligere forskning og markedsprognoser. I analysen benyttes et datasett med daglige priser og indeksverdier hentet fra Refinitiv Eikon og Federal Reserve Economic data. For å løse oppgaven anvendes mean-variance optimering, med og uten mulighet for shortsalg, samt fire risikojusterte prestasjonsmål.

Aksjer og obligasjoner har vist sterk ytelse i en portefølje med alternative investeringer. I tidsperioden 2010-2023 har Bitcoin og gull vært gunstige investeringer, å inkludere i en tradisjonell portefølje. Bitcoin forbedrer avkastning- risikoforholdet i en portefølje sett opp mot en 60/40 portefølje, mens inkludering av gull ikke viser en slik forbedring. Generelt sett får REITs, råvareindeksen og råolje enten en nullallokering eller negative vekter. Fremtidsestimert indikerer fordeler ved å investere en større andel av porteføljen i alternative investeringer som gull og råvareindeks.

Funnene i oppgaven kan bidra som et supplement til tidligere forskning, samt øke kunnskapen om hvordan ulike investeringsstrategier påvirker avkastning og risiko i en portefølje. Basert på vår informasjon, finnes det ikke tidligere forskning som har studert vår spesifikke sammensetning av alternative investeringer.

Abstract

Due to uncertainty in the financial markets, several investors have expressed a desire to diversify their portfolios by including instruments with a greater degree of diversity. On that note, it will be valuable to investigate whether REITs, Bitcoin, commodity index, gold and crude oil enhance the risk-return ratio of a traditional portfolio of stocks and bonds. The purpose of the thesis is to investigate the research question during the time period 2010 to 2023, and conduct a future estimate based on data from the last three years. The research question is explored in the light of relevant theory, previous research, and market forecasts. The analysis uses a data set with daily prices and index values retrieved from Refinitiv Eikon and Federal Reserve Economic data. To solve the task, mean-variance optimization is applied, with and without the possibility of short selling, as well as four risk-adjusted performance measures.

Shares and bonds have shown strong performance in a portfolio including alternative investments. In the time period 2010-2023, Bitcoin and gold have been favorable investments to include in a traditional portfolio. Bitcoin improves the risk-return ratio of a portfolio compared to a 60/40 portfolio, while the inclusion of gold shows no such improvement. In general, REITs, the commodity index and crude oil are given either a zero allocation or negative weights. The future estimate indicates benefits from investing a larger proportion of the portfolio in alternative investments such as gold and commodity indices.

The findings in the thesis can contribute as a supplement to previous research, as well as increase knowledge about how different investment strategies affect returns and risk in a portfolio. Based on our information, there is no previous research that has studied our specific composition of alternative investments.

Innhold

1 Introduksjon.....	1
2 Bakgrunn	4
2.1 Alternative investeringer	4
2.2 Aktivklasser	4
2.3 Tidligere forskning	7
3 Markedsprognoser	11
4 Data	13
4.1 Datasett.....	13
4.2 Deskriptiv statistikk.....	16
5 Forskningsmetode	25
5.1 60/40 portefølje	26
5.2 Mean-variance optimering	27
6 Risikojusterte prestasjonsmål	31
6.1 Tradisjonelle prestasjonsmål	31
6.2 Prestasjonsmål basert på nedsiderisiko	33
7 Empiriske resultat.....	36
7.1 Risikojusterte prestasjonsmål for enkeltstående aktiva.....	36
7.2 Mean-variance optimering med tre aktiva.....	37
7.3 Mean-variance optimering med syv aktiva	39
7.4 Fremtidsestimater	40
8 Diskusjon.....	41
9 Konklusjon	50
Litteraturliste	52
Appendiks.....	61
A1 Front-future.....	61
A2 Logaritmisk versus aritmetisk avkastning	61
A3 Mean-variance optimering.....	62

Tabelliste

Tabell 1: Beskrivelse av indekser og priser	14
Tabell 2: Deskriptiv statistikk for indekser og priser	22
Tabell 3: Deskriptiv statistikk for indekser og priser	22
Tabell 4: Korrelasjonsmatrise.....	23
Tabell 5: Risikojusterte prestasjonsmål for enkeltstående aktiva.....	36
Tabell 6: Mean-variance optimering for tre aktiva, samt risikojusterte prestasjonsmål	37
Tabell 7: Mean-variance optimering for tre aktiva med shortsalg, samt risikojusterte prestasjonsmål	38
Tabell 8: Mean-variance optimering for syv aktiva, med og uten shortsalg, samt risikojusterte prestasjonsmål	39
Tabell 9: Fremtidsestimat for syv aktiva, med og uten shortsalg.....	40

Figurliste

Figur 1: Logaritmisk versus aritmetisk avkastning	17
Figur 2: Prisutvikling for indekser og priser	18
Figur 3: Prisutvikling for Bitcoin	19
Figur 4: Kernel density estimat for indekser og priser	20
Figur 5: Minimum-variens fronten.....	28

1 Introduksjon

Økonomisk vekst og høyere levestandard har ført til økende interesse for passende og effektive måter å investere kapital på. Private investorer ønsker å investere og beskytte sparingen sin fra negative faktorer og verdireduksjon, samtidig som de ønsker å sikre økonomisk avkastning på kort og lang sikt. Det finnes et bredt utvalg av mulige investeringer, med ulik avkastning og risiko. Med usikkerhet i finansmarkedene har flere investorer de siste årene ønsket å fornye porteføljene med instrumenter som er mer ulike. Ved å inkludere alternative investeringer i porteføljen kan det være mulig å øke investeringsavkastningen og redusere risikoen. Hvordan investeringsporteføljen skal diversifiseres for å oppnå mest mulig profitt til lavest mulig risiko er et vedvarende problem ([Jurevičienė & Jakavonytė 2015](#)).

Diversifisering ved å kombinere ulike aktivaklasser er et viktig prinsipp innen porteføljeforvaltning og er basert på «Portfolio selection» av Harry Markowitz ([Cumming et al., 2014](#)). Dersom investeringene spres på ulike aktivaklasser kan risikoen reduseres, og porteføljekvaliteten forbedres. I følge Markowitz er dette den eneste «gratis lunsjen» i en investering ([Halliburton, 2019](#)). Likevel bør ikke en investorer inkludere aktivaklasser uten grundig vurdering av deres karakteristika i sammenheng med porteføljen. En nøye vurdering øker muligheten for at de valgte allokeringene forbedrer avkastning- risikoforholdet. Dette leder oss til vår problemstilling: Kan alternative investeringer forbedre avkastning- risikoforholdet til en tradisjonell 60/40 portefølje av aksjer og obligasjoner?

Litteraturen presenterer ulike synspunkter på hvorvidt det er lønnsomt å inkludere alternative investeringer i en tradisjonell portefølje. Tidligere studier ([Waggle & Arrawal, 2006](#); [Guesmi et al, 2019](#); [Gorton & Rouwenhorst, 2006](#); [Hood & Malik, 2013](#); og [Geman & Kharoubi, 2008](#)) dokumenterer at REITs kan generere høyere avkastning uten å øke volatiliteten. Det indikeres også at investorer kan få attraktive oppsidefordeler ved å legge til Bitcoin i porteføljen. I tillegg fremgår det at råvareindeks, gull og råolje har en diversifiserende effekt. Imidlertid finner flere studier ([Fei et al, 2010](#); [Carpenter, 2016](#); [Lombardi & Ravazzlo, 2016](#); [Daly, 2005](#) og [kolodziej et al, 2014](#)) at de nevnte alternative investeringene ikke nødvendigvis resulterer i signifikante fordeler ved inkludering i porteføljen.

Formålet med oppgaven er å undersøke hvordan inkludering av de alternative investeringene REITs, Bitcoin, råvareindeks, gull og råolje påvirker avkastning- risikoforholdet til en tradisjonell portefølje. Det utføres en mean-variance optimering basert på indeksverdier og priser for tidsperioden 2010-2023. I tillegg estimeres et framtidsestimat basert på data fra de tre siste årene for å undersøke hvorvidt de alternative investeringene presterer annerledes. Optimeringen utføres både med og uten muligheter for short posisjoner. Dette gir en mer komplett forståelse av hvordan de alternative investeringene påvirker avkastning og risiko til en portefølje. I tillegg benyttes fire risikojusterte prestasjonsmål for å gi en helhetlig vurdering av ytelsen til porteføljene. Oppgaven er en teoretisk analyse, uten mål om å gjennomføre en praktisk handelsstrategi. Selv om det ikke er mulig å shortselge eller investere direkte i de valgte referanseverdiene, gir de et relevant grunnlag for investeringsbeslutninger.

De fleste studier av aktivaallokering konsentrerer seg om implikasjonene ved å legge til en eller to aktivaklasser til en tradisjonell aksje- og obligasjonsportefølje. Ut fra vår tilgjengelige kunnskap finnes det ingen tidligere forskning som har analysert vår valgte sammensetning av alternative investeringer. Oppgaven kan derfor bidra med en teoretisk tilnærming til forskningsfeltet, i form av økt kunnskap og innsikt om bruken av alternative investeringer i porteføljer. I tillegg bidrar oppgaven med å identifisere fremtidige trender og potensielle investeringsmuligheter.

Våre funn indikerer at aksjer og obligasjoner har stått seg bra i forhold til alternative investeringer. Bitcoin og gull er de eneste alternative investeringene som har vært gunstige å inkludere i en tradisjonell portefølje. Investering i Bitcoin har bidratt til reduksjon av porteføljens risiko og forbedrede risikojusterte prestasjonsmål, sett opp mot en 60/40 portefølje. På den andre siden har ikke gull forbedret hverken prestasjonsmål eller redusert risiko. Likevel kan aktivaklassen være hensiktsmessig å inkludere, fordi den kan beskytte mot tap i porteføljen og bidra til ytterligere diversifisering. REITs, råvareindeksen og råolje har generelt fått en nullallokering eller negative vekter. Av den grunn har de stort sett ikke bidratt til å redusere den samlede risikoen i porteføljen, med mindre de shortselges. Fremtidsestimatet indikerer en betydelig høyere vekt av alternative investeringer i porteføljen, hvor Bitcoin og gull fremdeles opprettholder en positiv verdi. Den mest markante endringen er den betydelig økte vekten av gull og råvareindeksen.

Oppgaven er bygd opp som følger: Kapittel 2 gir en oversikt over relevant teori og tidligere forskning. Kapittel 3 introduserer markedsprognoser for de ulike alternative investeringene. Kapittel 4 presenterer det anvendte datasettet, samt deskriptiv statistikk for variablene. I kapittel 5 og 6 beskrives metoden og ulike risikojusterte prestasjonsmål, deretter legges resultatene frem i kapittel 7. Til slutt kommer diskusjon i kapittel 8 og konklusjon i kapittel 9.

2 Bakgrunn

Formålet med dette kapitlet er å gi en oppsummerende og informativ presentasjon av relevant teori og tidligere forskning i lys av problemstillingen. Litteraturen har forskjellige perspektiver og ikke alle tema er det konsensus om. Gjennom en kritisk evaluering av eksisterende litteratur søker kapitlet å plassere problemstillingen i en bredere sammenheng.

2.1 Alternative investeringer

Definering av alternative investeringer kan være en utfordring på grunn av mangfoldet og mangelen på en allment akseptert definisjon. I følge [Hiller \(2018\)](#) brukes begrepet alternative investeringer ofte om investeringer som tidligere kunne kategoriseres som utradisjonelle. For å kunne kalle en investering alternativ, må den være mindre likvid enn tradisjonelle børsnoterte aksjer og obligasjoner. [CFI \(2023a\)](#) omtaler aksjer, obligasjoner og kontanter som tradisjonelle investeringer. Alt utenfor disse kategoriene som eiendom og råvarer omtales derfor som alternative investeringer.

I forbindelse med porteføljesammensetninger har alternative investeringer fått stadig økende oppmerksomhet. Noe av årsaken til dette er investorers ønske om å diversifisere porteføljene for å unngå store tap i nedgangstider ([Schweizer, 2008](#)). For eksempel klassifiseres finanskrisen i 2008 som en periode med alvorlige virkninger for de fleste økonomier verden over. I løpet av denne krisen avdekket mange investorer at de var mindre diversifiserte enn opprinnelig tenkt. En følge av dette var økt fokus mot alternative investeringer som kan betraktes som trygge havner. Ved volatile perioder i finansmarkedene kan alternative investeringer gi diversifiseringsfordeler, fordi avkastningsdriverne er ulik de som påvirker tradisjonelle investeringer ([Bakry et al., 2021](#)).

2.2 Aktivklasser

Aktivklasser er forskjellige typer investeringer en investor kan plassere midlene sine i for å diversifisere porteføljen. Oppgaven undersøker de alternative investeringene; REITs, Bitcoin, råvareindeks, gull og råolje. Eiendom har tiltrukket investorers oppmerksomhet verden over ved å tilby diversifiseringsfordeler i investeringsporteføljer. REITs kan være en rimeligere og enklere investering sammenlignet med direkte eiendomsinvestering ([Habbab et al, 2022](#)). På

grunn av økende interesse for digital valuta, inkluderes Bitcoin. En råvareindeks benyttes også som en viktig referanse for globale bevegelser i råvarepriser og inflasjon. I tillegg er to individuelle råvarer en del av analysen. Ifølge [Daskalaki & Skiadopoulos \(2011\)](#) blir gull ofte betraktet som en trygg havn i perioder med økonomisk usikkerhet, mens råolje er verdens mest aktivt handlede råvare.

REITs

Real Estate Investment Trust (REITs) er selskaper som eier eller finansierer inntektsgivende eiendom på tvers av en rekke eiendomssektorer. REITs kan handles på børsen og gir investor tilgang til fordeler ved direkte eiendom. Dette uten å måtte investere store summer eller ha ansvar for forvaltningen av de underliggende eiendommene ([Habbab et al, 2022](#)). REITs investerer i et bredt spekter av eiendomstyper som kontorer, leilighetsbygg og varehus, og genererer inntekter fra blant annet salg av eiendommer og leieinntekter ([Nareit, 2021](#)). Det direkte eiendomsmarkedet og REITs oppfører seg ulikt på kort sikt, men på lang sikt kan REIT-avkastningen tilsvare avkastningen til det direkte eiendomsmarkedet ([Stephen & Simon, 2005](#)). Etterspørsel og tilbud etter REITs påvirkes av ulike faktorer, som konjunkturer i eiendomsmarkedet og rentenivåer. I tillegg vil økonomiske forhold som inflasjon og arbeidsledighet kunne påvirke verdien av eiendom og dermed REITs ([Nareit, 2021](#)).

Bitcoin

Bitcoin ble opprettet i 2008 som en desentralisert virtuell valuta. Siden da har aktivaklassen blitt anerkjent som både en digital valuta og en finansiell eiendel. Det digitale betalingsnettverk gjør at transaksjoner kan sendes direkte fra et individ til et annet uten å involvere en tredjepart som et finanssystem ([Su et al., 2020](#)). Bitcoin har utviklet seg fra å være perifer til å oppnå kapitalisering på nivået til en børs. Den virtuelle valutaen består av enheter som representerer verdi, og kan brukes som betalinger innenfor et spesifikt virtuelt felleskap. Deltakelse i virtuelle felleskap er frivillig, i motsetning til nasjonale valutaer ([Segendorf, 2014](#)). Gruvedrift er en vanlig betegnelse på utvinningen av Bitcoin, og referer til prosessen med å verifisere og godkjenne nye transaksjoner på Bitcoin-nettverket. Imidlertid kan prosessen være kostbar, fordi det kreves en spesialisert datamaskinvare med betydelig regnekraft og strømforbruk. Aktivaklassen påvirkes av ulike faktorer som pålitelighet, aksept som betalingsmiddel, regelverksendringer, økonomisk situasjon og investors holdninger. På

grunn av den begrensede mengden Bitcoin, kan utvinningen bli stadig mer kostbar og utfordrende (Kroll et al., 2013).

Råvareindeks

En råvareindeks måler pris- og avkastningsutviklingen til en gruppe råvarer. Indeksene kan variere ut fra sammensetting og vekt, og verdsettes basert på prisendringer i de underliggende råvarene (Hayes, 2022a). Råvarene som inngår i råvareindekser, er ofte et verdivektet snitt av underliggende råvarer. Hver enkelt råvare gis en vekt i forhold til størrelsen den har på markedet, noe som gir en mer nøyaktig presentasjon av råvaremarkedet som helhet. Råvareindekser skiller seg betydelig fra andre indekser, og kan oppleve større svingninger. For eksempel kan prisbevegelsene til råvarer være mer volatile enn prisbevegelsene til aksjer og obligasjoner. Makroøkonomiske faktorer som inflasjon og rentenivåer kan påvirke råvareprisen og dermed indeksen. I tillegg vil klimatiske forhold som tørke og ekstremvær kunne påvirke prisen på råvareindeksen (Stoll & Whaley, 2010).

Gull

Gull er et svært formbart metall som brukes i smykker og mange industrielle prosesser. Det er et grunnstoff som er rustfritt, leder strøm godt, og kan trekkes i tynne tråder. Derav har det en unik verdi som er svært ettertraktet (Nawaz & VR, 2013). Tilbudet av gull er begrenset, fordi det ikke lar seg gjenskape i kjemiske eller fysiske prosesser. Anslagsvis utgjør gull 0,000004 prosent av jordoverflaten, i motsetning til kull som utgjør 0,1 vektprosent av jordskorpen (LePan, 2021). Gjennom historien har gull blitt ansett som et symbol på rikdom, velstand og pålitelighet, ettersom det har blitt brukt som penger i store deler av sivilisasjonens historie (Michaud et al., 2011). Gull regnes som en dyr ressurs sammenlignet med andre materialer, fordi det er kostnadskrevenende å utvinne. I tillegg kan nye forekomster av gull være vanskelig å finne, noe som begrenser tilbudet og bidrar til et høyt prisnivå. Gullprisen vil også være et resultat av andre økonomiske faktorer som knapphet, inflasjon, valutakurser og geopolitiske hendelser (Shafiee & Topal, 2010).

Råolje

Råolje er en naturlig forekommende blanding av hydrokarboner som finnes i berggrunnen, og utvinnes til eksempelvis bensin og parafin (Lundberg, 2021). Det er et unikt og viktig

råvaremateriale som brukes i mange bransjer, samtidig som det er en begrenset ressurs. Olje har høy energitetthet og få konkurrenter for blant annet fly- og bildrivstoff. Imidlertid har situasjonen endret seg i forbindelse med elbilrevolusjonen. Råolje er ikke en fornybar ressurs, men et resultat av sammenpressing og omdanning av organisk materiale. Det innebærer at råolje ikke erstattes naturlig i forhold til hastigheten menneskeheten forbruker den (Liberto, 2022). Peak oil litteraturen refererte til en bekymring om at oljeproduksjon ville nå et maksimalt nivå, for deretter å avta. Imidlertid har teknologiske fremskritt, gjort det mulig å utvinne olje fra tidligere utilgjengelige ressurser. I tillegg har økt bruk av alternative energikilder redusert presset på oljereservene (Holland, 2013). Oljemarkedet kan være svært volatil, og det er både fundamentale og ikke fundamentale faktorer som påvirker volatiliteten. Produksjonsnivåer og etterspørsel kan endres raskt på grunn av geopolitiske, teknologiske og økonomiske faktorer, noe som kan føre til oljeprissvingninger (Van Eyden et al., 2019).

2.3 Tidligere forskning

Hoesli & Oikarinen (2012) peker på at REITs lenge har levert konkurransedyktig totalavkastning med langsiktig kapitalvekst, gjennom blant annet verdiøkning av eiendomsporteføljen. Ifølge Waggle & Arrawal (2006) gir REITs gode muligheter for diversifisering, på grunn av den lavere korrelasjonen med andre eiendeler. Dermed kan REITs redusere den totale risikoen og øke avkastningen i porteføljen. Av den grunn er aktivaklassen en vanlig investering å ha i blandede investeringsporteføljer. Case et al (2012) hevder at REITs og aksjer illustrerer viktigheten av korrelasjon. Dette fordi aktivaklassene har levert lignende avkastning med lav korrelasjon, siden første måneden med tilgjengelig REIT indeksdata i januar 1972. Studien finner at en portefølje med aksjer, obligasjoner og REITs oppnår høyere avkastning uten økning i volatilitet, sammenlignet med porteføljen uten REITs.

På den andre siden hevdes REITs å kunne gi diversifiseringsfordeler under noen markedsforhold, men ikke alle. Aktivaklassen kan være uheldig å inkludere i en blandet portefølje ved økonomiske nedgangstider, fordi REIT- avkastningen ofte blir mer risikofylt og høyt korrelert med aksjeavkastningen (Stelk et al., 2017). De siste årene har det vært økt korrelasjon mellom aksjer og REITs. En mulig årsak er økende avhengighet av samme makroøkonomiske forhold som inflasjon og arbeidsledighet. Dermed blir bevegelsene i disse to markedene mer lik hverandre (Fei et al., 2010). I tillegg er eiendomssektoren særlig sårbar

for endringer i rentenivået. Av den grunn kan høye renter redusere etterspørselen etter eiendom og føre til lavere verdsettelse av REITs (Imperiale, 2006).

Grunnet Bitcoins korte levetid er investeringsfordelene foreløpig noe ukjent. Imidlertid er det kontinuerlig økning i omfanget av forskningslitteratur som undersøker hvilke egenskaper Bitcoin gir til porteføljen. Krückeberg & Scholz (2019) hevder Bitcoin skiller seg betraktelig fra andre aktivaklasser. Forskningen finner sterk korrelasjon mellom kryptovalutaer, men ingen signifikant korrelasjon mellom kryptovalutaer og tradisjonelle aktivaklasser. Guesmi et al. (2019) støtter dette, og argumenterer for at kryptovalutaer som helhet beveger seg uavhengig av tradisjonelle aktivaklasser. Av den grunn kan investorer få attraktive oppside- og diversifiseringsfordeler ved å legge til Bitcoin i porteføljen.

Ifølge Carpenter (2016) er Bitcoin en attraktiv investering som øker avkastning- risiko forholdet betraktelig til en portefølje. Bitcoin har karakteristiske trekk, samt svært høy gjennomsnittlig avkastning og volatilitet. Imidlertid indikerer studien at ytelsen ikke har vedvart i nyere tid. Det skyldes hovedsakelig at flertallet av de positive resultatene kan tilskrives den spekulative boblen Bitcoin opplevde i 2013-2014. Dersom data før februar 2014 ekskluderes fra datasettet, viser porteføljer som inkluderer Bitcoin dårligere avkastning. Store deler av Bitcoins høye avkastning kan derfor skyldes en engangshendelse, snarere enn en stabil og vedvarende avkastning. På den andre siden hevder Kajtazi & Moro (2019) at Bitcoin sine økonomiske egenskaper har utviklet seg siden krasjet i 2013. For eksempel argumenterer studien med at Bitcoin har blitt mer moden, med stabil prising og økende likviditet. I tillegg hevdes Bitcoin å kunne gi diversifiseringsfordeler og redusere risikoen, særlig i perioder med høy volatilitet og uro.

Den økende interessen for råvarer kan skyldes oppfatningen om lav korrelasjon mellom råvarer og tradisjonelle investeringer (Gorton & Rouwenhorst, 2006). Fra 2007 til 2013 doblet råvareinvesteringene seg som følge av mulige diversifiseringsgevinster (Bessler & Wolff, 2015). En studie gjort av Erb & Harvey (2006) finner at råvareindekser kan forbedre risikojustert avkastning og redusere porteføljerisikoen. Derimot har fallende råvarepriser fra 2013 ført til reduserte investeringer i råvaremarkedene og økt skepsisen til råvarer som en attraktiv aktivaklasse (Henriksen et al., 2019).

[Gorton & Rouwenhorst \(2006\)](#) ser på råvareindekser som en attraktiv aktivaklasse, hvor investorer får betalt en risikopremie for forsikring mot fremtidige fall i råvareprisene. Dermed kan risikoen i porteføljen reduseres og avkastningen øke. Videre hevder studien råvareindekser vil generere en avkastning som er sammenlignbar med amerikanske aksjer på lang sikt. I midlertidig finner [Sanders & Irwin \(2012\)](#) ingen bevis for at råvaremarkeder gir positiv inntjening. Det er derfor ingen klar tendens til at avkastningen for råvarer er høyere enn avkastningen til andre aktivaklasser over tid. [Lombardi & Ravazzolo \(2016\)](#) hevder porteføljer som inkluderer råvarer, vil produsere en betydelig høyere volatilitet og ikke alltid gi høyere sharpe- forhold. Dette er i strid med den vanlige oppfatningen om at råvarer tjener som hedge.

Det fremgår av [Hood & Malik \(2013\)](#) at gull gir en unik kilde til diversifisering, på grunn av dets lave til negative korrelasjon til andre aktivaklasser. [Junttila et al. \(2018\)](#) peker på at korrelasjonen mellom gull og S&P 500 sank under finanskrisen, samtidig som andre råvarer viste en økende korrelasjon med aksjemarkedet. Dette er med på å illustrere hvordan gull kan fungere som en trygg havn mot børskrakk og finansiell uro, siden det beholder samme karakteristika i nedgangstider. Ifølge [Conlon et al. \(2018\)](#) er gull en begrenset ressurs som ikke produseres på samme måte som andre finansielle instrumenter. Dermed kan etterspørselen etter gull øke i perioder med høy inflasjon.

Selv om tidligere studier finner en rekke positive fordeler med å inkludere gull i en portefølje, trekker [Baur & Lucey \(2010\)](#) frem at gull som investering ofte anses som spekulativt. En årsak som pekes på er varierende avkastning, fordi gull ofte oppfører seg ulikt fra andre aktiva, særlig i perioder med økonomisk usikkerhet. Dette kan gjøre det utfordrende å forutsi hvordan gull påvirker den totale avkastningen. Ifølge [Daly \(2005\)](#) ble det på 1980-tallet dokumentert at en allokering på 5-10% i gull kunne redusere volatiliteten og forbedre avkastningen. En slik analyse gir ikke lignende resultater i dag, hvor flere investeringsforvaltere ikke har vært i stand til å tilføre gull i en optimal portefølje. [Nawaz & VR \(2013\)](#) understreker at du like gjerne kan tape penger på å investere i gull som med alle andre investeringer. For eksempel finnes det perioder der gull har falt i pris generelt med markedet, og det er derfor ikke unngåelig med tap ved å være investert i gull.

Råolje er ifølge [Geman & Kharoubi \(2008\)](#) en aktivaklasse som er negativt korrelert med aksjemarkedet og tilbyr diversifiseringsfordeler i aksjeporteføljer. [Xue et al. \(2014\)](#)

konkluderer i sin forskning, at inkludering av råolje i en portefølje fører til økt avkastning og redusert risiko, spesielt dersom investeringene er diversifisert på en hensiktsmessig måte. [Bigerna et al. \(2021\)](#) finner også at inkludering av olje i porteføljen kan redusere risikoen, særlig ved å bruke oljen som hedge mot inflasjon. [Miller & Ratti \(2009\)](#) støtter opp om dette, og peker på at råolje kan fungere som inflasjonsbeskyttelse, fordi oljeprisene kan stige i perioder med høy inflasjon.

[Kolodziej et al. \(2014\)](#) peker derimot på hvordan avkastning for råolje og aksjer kan være korrelerte på grunn av makroøkonomisk sammenheng mellom oljepriser og økonomisk aktivitet. Det vil være positiv korrelasjon dersom langsiktige forventninger om sterk økonomisk vekst øker forventningene om langsiktig etterspørsel og pris på råolje. Motsatt ved forventninger om økt råoljepris og redusert økonomisk vekst, vil korrelasjonen mellom råolje og aksjer være negativ. En studie av [Turhan et al. \(2014\)](#) hevder det er verdt å merke seg at langsiktige og kortsiktige korrelasjonskomponenter mellom råolje og store aktivaklasser kan avvike betydelig gjennom tiden. Tidligere ble råolje brukt i porteføljediversifisering. Etter finanskrisen har dette endret seg ved at oljen i større grad brukes til å ta posisjoner og spekulere. Det kan skyldes endringer i oljemarkedet, som for eksempel økte prissvingninger og volatilitet.

3 Markedsprognoser

Hensikten med kapittelet er å gi en oversikt over hva eksperter forventer av utviklingen i forskjellige markeder og aktivaklasser. Inkludering av ekspertuttalelser støtter fremtidsestimater og gir en mer omfattende tilnærming til prognosen.

Basert på analyser av ulike bransjer, grupper og makrotall, indikerer prognosene for 2023 begrenset positivitet. Aksjemarkedet har vist en imponerende ytelse i 2022 innenfor energi, shipping og offshore, men mange eksperter mener vi nå vil se et tilbakefall i prisene (Hegnar, 2022). Inflasjonen er langt høyere enn tidligere, og det er sterke drivkrefter som tilsier at den forblir høyere enn folk har vært vant til. Dette har negative konsekvenser for investeringer i obligasjoner i form av blant annet lavere avkastning (Haram, 2023).

Ifølge Worth (2022) vil både REITs og private eiendomsinvesteringer fortsette å påvirkes av høyere renter og en langsommere voksende økonomi. van der Welle (2022) hevder investorer bør være forsiktige med å stole på REITs, dersom den makroøkonomiske motvinden fører til en resesjon. Dette fordi REITs er sårbare for økonomiske sammentrekninger. Høyere inflasjon, renteøkninger og geopolitiske faktorer ledet av krigen i Ukraina krever en mer forsiktig tilnærming til REITs.

Det er mange delte meninger om Bitcoin som aktivaklasse. Noen eksperter har full tro på kryptovalutaen og forventer den vil stige. De anser Bitcoin som et digitalt gull, fordi det kan fungere som en sikring og gi attraktiv avkastning i urolige tider. Andre har motsatt syn og mener kryptovalutaen vil falle i nær fremtid. Disse ekspertene hevder stigende renter og en strammere pengepolitikk vil hindre Bitcoin i å komme seg tilbake til tidligere nivåer. I usikre tider vil ikke investorer velge å investere i risikable eiendeler som Bitcoin, og de vil derfor foretrekke å selge posisjonene sine (Maheshwari, 2023).

Råvarer forventes å generere en overlegen totalavkastning i 2023, og vil sannsynligvis overgå andre aktivaklasser. Denne økningen er drevet av et fundamentalt skifte i global makroøkonomi og lave varelager (Patel & Paswan, 2023). Ifølge Sookael (2023) vil gullprisen stige i 2023, noe som er gode nyheter for investorer på utkikk etter en sikker og stabil investering. Gull har lenge blitt sett på som en pålitelig investering i tider med usikkerhet, og denne trenden fortsetter. Sentralbanker verdens over øker sine gullkjøp, og

bidrar til metallets økende verdi. Samtidig som gullverdien øker vil verdien av andre eiendeler falle. Ifølge [FitchRating \(2023\)](#) er prisen for råolje forventet å ligge på rundt \$80 i 2023, for å deretter synke til \$70 i 2024, \$60 i 2025 og \$50 i 2026. Prognosen antyder en gradvis reduksjon i prisen for råolje over de neste årene som et resultat av en fallende langsiktig etterspørsel på grunn av energiomstillingen. Det er imidlertid verdt å merke seg at prognoser for fremtiden kan være gjenstand for usikkerhet og endringer.

4 Data

Formålet med dette kapittelet er å fremstille og redegjøre for datasettet. I tillegg presenteres deskriptiv statistikk for å beskrive og oppsummere dataene på en forståelig måte.

4.1 Datasett

Datasettet består av daglige priser og indeksverdier fra 19. juli 2010 til 31. januar 2023, og dekker til sammen 22 904 observasjoner. Ved å velge daglige data oppnås økt innsikt i hvordan porteføljen oppfører seg på kortsiktig basis. Dermed kan muligheter og risiko identifiseres på et tidligere tidspunkt (Bandi et al., 2008). Tidsperioden er valgt med hensyn til at Bitcoins historiske priser ikke går lengre tilbake i tid. Perioden dekker flere hendelser som har hatt innvirkning på tilbud og etterspørsel i finans og råvaremarkedene, for eksempel Koronapandemien og Russlands innovasjon av Ukraina. Som risikofri rente benyttes «United States 10-year Bond Yield», hentet fra Investing.com. Den risikofrie renten er 2%, og er et historisk gjennomsnitt fra 19. juli 2010 til 31. januar 2023. I forbindelse med valg av handelsdager har vi brukt 252, som er gjennomsnittet i USA fra 2010 til 2023. Den daglige risikofrie renten ved renters rente beregning blir derfor; 0,00786%.

Datasettet består av syv ulike indekser og priser som angir verdi for aktivaene, oppført i tabell 1. Datagrunnlaget er hentet fra Refinitiv Eikon, bortsett fra obligasjonsindeksen¹ som er hentet fra Federal Reserve Economic Data. Alle indekser og priser er hentet fra USA eller denominert i amerikanske dollar, for å gjøre de sammenlignbare med hverandre. Evaluering av påliteligheten er gjort for et utvalg, ved å gjennomføre en sammenligning med andre relevante indekser og priser. For eksempel er REIT indeksen sammenlignet med S&P United States REIT. Her fant vi en relativ lik prisutvikling, noe som underbygger troverdigheten til vår valgte indeks.

Indekser, spotpriser og prisreferanser kan omtales som referanseverdier, og brukes til å måle og sammenligne verdiutviklingen til underliggende eiendeler. En investor kan vanligvis ikke shortselle eller investere direkte i disse, fordi de ikke er verdipapirer eller fysiske finansielle

¹Obligasjonsindeksen: Indeksen hadde 40 dager hvor det ikke var oppgitt verdier sammenlignet med resten av datagrunnlaget. De mangelfulle dataene er erstattet med verdien fra dagen før.

instrumenter som kan handles på en børs. For å investere i de nevnte referanseverdiene kan det benyttes børstoterte fond eller futureskontrakter. Imidlertid kan referanseverdiene brukes som grunnlag for investeringsbeslutninger, og det finnes flere holdepunkt som gjør de relevante. For eksempel kan indekser og prisreferanser hjelpe investorer med å evaluere hvordan en investering presterer i forhold til markedet generelt. Videre gir spotpriser indikasjon på prissvingninger og markedsbevegelser, ettersom de er basert på reelle markedspriser. I tillegg reduseres sjansen for å få problemer med spikes² og roll-yield³. For å illustrere hvordan avkastningen til spotpris og futureskontrakt kan være relativ lik, har vi i vedlegg A1 gjennomført en front-future for spotprisen til gull. Avkastningene tenderer til å være relativt lik, fordi futuresprisene ofte konvergerer mot spotprisene når utløpsdatoen nærmer seg (Babshetti & Basanna, 2018). Dette underbygger hvorfor spotprisene er et godt datavalg og en realistisk representasjon.

Tabell 1: Beskrivelse av indekser og priser

Aktiva	Forkortelse
S&P 500 Composite - Price Index	Aksjer
ICE BofA US Corporate Index Total Return Index Value	Obligasjoner
Dow Jones Equity All REIT Index - Price Index	Reits
USD To Bitcoin Crypto - Exchange Rate	Bitcoin
S&P GSCI Commodity Spot - Price Index	Råvareindeks
S&P GSCI Gold Spot - Price Index	Gull
Crude Oil-WTI Spot Cushing U\$/BBL	Råolje

Note: Oversikt over samtlige variabler brukt i oppgaven.

Aksjer

Som benchmark for aksjemarkedet anvendes S&P 500. Dette er en av de mest anerkjente aksjeindeksene i verden, og anses som en pålitelig referanse for vurdering av langsiktig avkastning i aksjemarkedet. S&P 500 har høy investerbarhet og investorer kan velge å investere i forskjellige fond som sporer indeksen (Tretina & Curry, 2021). Indeksen er

² Spikes: Kraftige og plutselige bevegelser i prisen på en eiendel. Bevegelserne kan oppstå på grunn av uventet informasjon som påvirker markedet (Hayes, 2022b).

³ Roll-yield: Gevinst eller tap som oppstår når en investor ruller over en futureskontrakt til en nyere futureskontrakt med senere utløpsdato. Roll-yield kan oppstå på grunn av forskjeller mellom futurepris og spotpris (Chen, 2022b).

markedsvektet av de 500 ledende børsnoterte selskapene i USA. Disse selskapene representerer et bredt spekter av ulike bransjer, og gir derfor en omfattende eksponering mot det amerikanske aksjemarkedet ([Kenton, 2023](#)).

Obligasjoner

For obligasjonsmarkedet benyttes ICE BofA Corporate Index som benchmark. Denne indeksen måler avkastningen på investeringer i det amerikanske bedriftsobligasjonsmarkedet. Dette er en anerkjent referanseindeks for det amerikanske obligasjonsmarkedet av flere grunner. For eksempel gir den en god representasjon av markedet, ved å inkludere investeringsobligasjoner fra ulike bransjer med høy kredittverdighet. På denne måten reduseres risikoen for bransjespesifikke svingninger ([Federal Reserve Bank of St. Louis, u.å.](#)). Obligasjonsindeksen har høy investerbarhet, ved at investorer kan investere i ulike fond som forsøker å replikere avkastningen til ICE BofA Corporate Index.

REITs

Dow Jones Equity All REIT Index måler ytelsen til børsnoterte eiendomsinvesteringsfond notert på amerikanske børser. I flere tiår har indeksen vært en av de mest brukte i USA, for å måle ytelsen til REITs. Det er flere grunner til at denne indeksen anses som en pålitelig referanse. For eksempel inkluderer indeksen eiendomsselskaper fra ulike sektorer, noe som gir en bred eksponering og økt diversifisering ([S&P Global, 2023a](#)). Investor kan investere i ulike fond som replikerer avkastningen til denne indeksen.

Bitcoin

USD to Bitcoin Crypto er en av de mest brukte prisreferansene for Bitcoin. Det er flere grunner til hvorfor den blir ansett som velegnet. US dollar er en av de mest brukte valutaene i verden. Dermed gir prisen på Bitcoin i USD et bredere bilde av dens verdi og nivået på etterspørselen, noe som gir en standardisert referanse for prising av Bitcoin ([Rizzo, 2014](#)). Det er flere måter å investere i Bitcoin på, blant annet gjennom kryptobørser som gir mulighet til å handle krypto med ulike valuta, slik som USD.

Råvareindeks

S&P GSCI Comodity spot er en av de eldste og mest anerkjente råvareindeksene i verden. Indeksen følger spotprisen på noen av de meste omsatte og likvidene råvarene i verdensmarkedet. Det er flere grunner til at S&P GSCI anses som en solid referanse. For eksempel reflekterer indeksen det relative volumet av hver råvare på markedet, og gir en balansert eksponering mot råvaremarkedet (S&P Global, 2023b). En investor kan investere i indeksen gjennom fond og derivater.

Gull

S&P GSCI Gold Spot er en prisindeks som måler prisen på gull. Indeksen er konstruert på en måte som kan gi flere fordeler sett opp mot andre gullindekser. For det første bruker den spotpriser som gir et mer nøyaktig bilde av nåværende markedspris. Ytterligere gir indeksen en balansert global eksponering mot gullprisene, og dermed redusert risiko for store prisendringer forårsaket av lokale faktorer (S&P Dow Jones Indices, u.å). Eksponering mot gullprisen kan oppnås på flere måter, blant annet gjennom børshandlede fond og gullfutureskontrakter.

Råolje

Crude Oil-WTI Spot Cushing US\$/BBL refererer til spotprisen for et fat West Texas Intermediate (WTI) råolje. Dette er en viktig prisreferanse for internasjonal handel av råolje, fordi Cushing i Oklahoma er et viktig knutepunkt for råolje i USA. Dermed reflekterer prisen for WTI-råolje i Cushing tilbud og etterspørsel for råolje i hele USA. Dette bidrar til at prisreferansen blir mer pålitelig (Chen, 2022a). Det er flere måter å oppnå eksponering mot WTI- råolje, for eksempel gjennom futures- kontrakter og børshandlede fond.

4.2 Deskriptiv statistikk

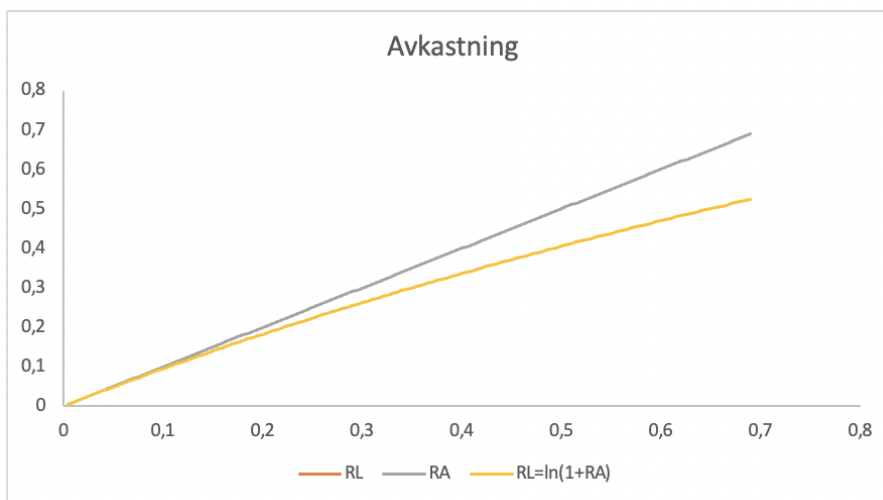
I utregningen av de historiske avkastningsseriene ble det brukt logaritmisk avkastning. Ifølge Panna (2017) kan den logaritmiske avkastning til porteføljen (R_t^L) på tid t defineres som:

$$R_t^L := \ln\left(\frac{S_T}{S_{t-1}}\right)$$

Logaritmisk avkastning er en kontinuerlig forventet avkastning, som inkluderer renters renteffekten (Meucci, 2010). Fra periode til periode er det aritmetisk som er eksakt, men når

man regner gjennomsnitt over tid, vil ikke den aritmetiske avkastningen alltid treffe sluttpunktet. Det gjør derimot logaritmisk avkastning, men den avviker litt fra den faktiske avkastningen underveis. Likevel gir den en mer nøyaktig illustrasjon over tid. Av den grunn er den logaritmiske avkastningen ofte foretrukket ved sammenligning av avkastning på ulike aktivaklasser eller ved beregning av avkastning på investeringer med ulike startverdier (Siddiquee, 2018).

Figur 1: Logaritmisk versus aritmetisk avkastning



Note: Illustrasjon av logaritmisk versus aritmetisk avkastning, basert på vilkårlige data. RL står for logaritmisk avkastning, mens RA står for aritmetisk avkastning.

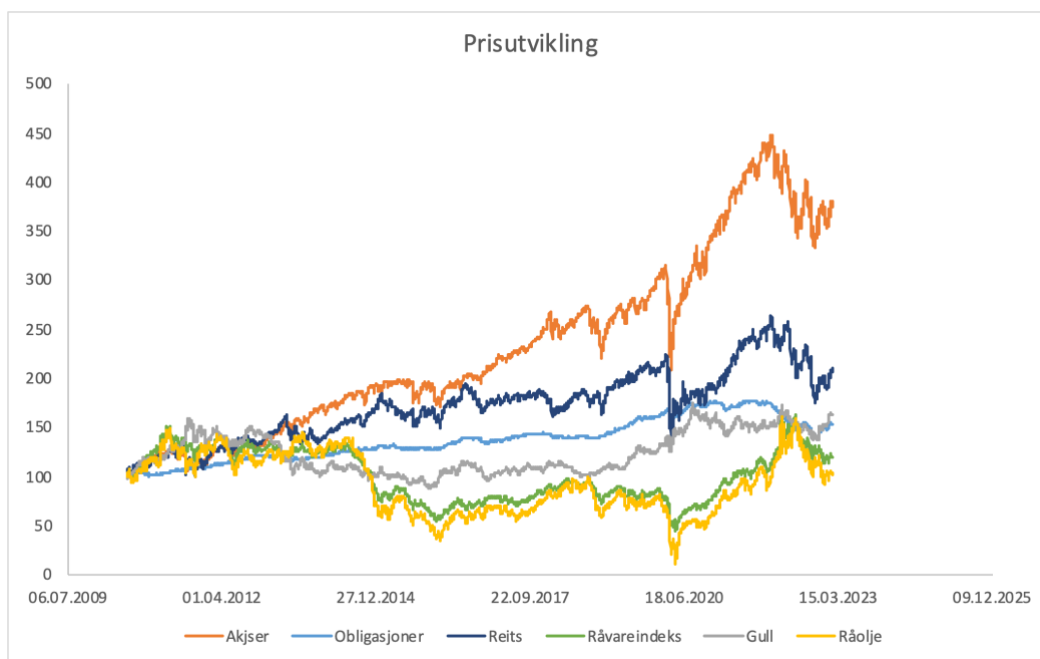
Figuren over viser hvordan logaritmisk avkastning kan være ulik aritmetisk avkastning. Se vedlegg A2 for utregning. Forskjellen mellom de to beregningsmetodene blir spesielt merkbare ved store variasjoner i avkastningen over tid. For eksempel kan ekstremverdier i tidsserien gi store forskjeller for de ulike beregningsmetodene. I vårt datasett har vi en ekstremverdi for råolje 20. april 2020, hvor prisen var -37,63 dollar per fat og avkastningen var 305,97% ved aritmetisk regning. Dette var et av de verste prisfallene for USA-oljen noensinne. Produsentene måtte betale kjøpere for å kvitte seg med noe av oljen, fordi det ikke var tilstrekkelig lagringskapasitet for overskuddet av oljen. Dagen kan sies å ikke være representativ i ettertid. Den negative oljeprisen var en unik hendelse forårsaket av spesielle omstendigheter, som ikke representerer typiske markedsforhold (Tagliapietra, 2020). Dette er med å underbygge hvorfor ekstremverdien kan endres. Vi har endret observasjonen ved å ta gjennomsnittet av prisen dagen før og etter 20.04.2020. Dette ga et verdiestimat på 13,59 dollar per fat.

Figur 2 og 3 viser prisutviklingen for de ulike indeksene og prisene som er benyttet i oppgaven. Grafene er normalisert til 100 for å lettere kunne sammenligne ytelsen til de forskjellige aktivaene. Formelen er som følger:

$$\hat{X}_t = \left(\frac{X_t}{X_0}\right) * 100$$

\hat{X}_t er den nye indeksverdien av variabelen, hvor X_t er rådataverdien i en gitt tidsperiode fra t, og X_0 er dataverdien i den innledende tidsperioden. Verdiene til aktivaene justeres slik at de er like i starten, og starter med 100. Derfra normaliseres hver verdi til startverdien, og opprettholder samme prosentvise endringer som for indeksene uten normalisering. Normalisering av grafer hjelper å forbedre perspektivet og forståelsen av økonomiske trender. Det blir lettere å se mønstre i dataene fordi endringer studeres i forhold til en fast referanseverdi ([Federal Reserve Bank of Dallas, u.å.](#)).

Figur 2: Prisutvikling for indekser og priser

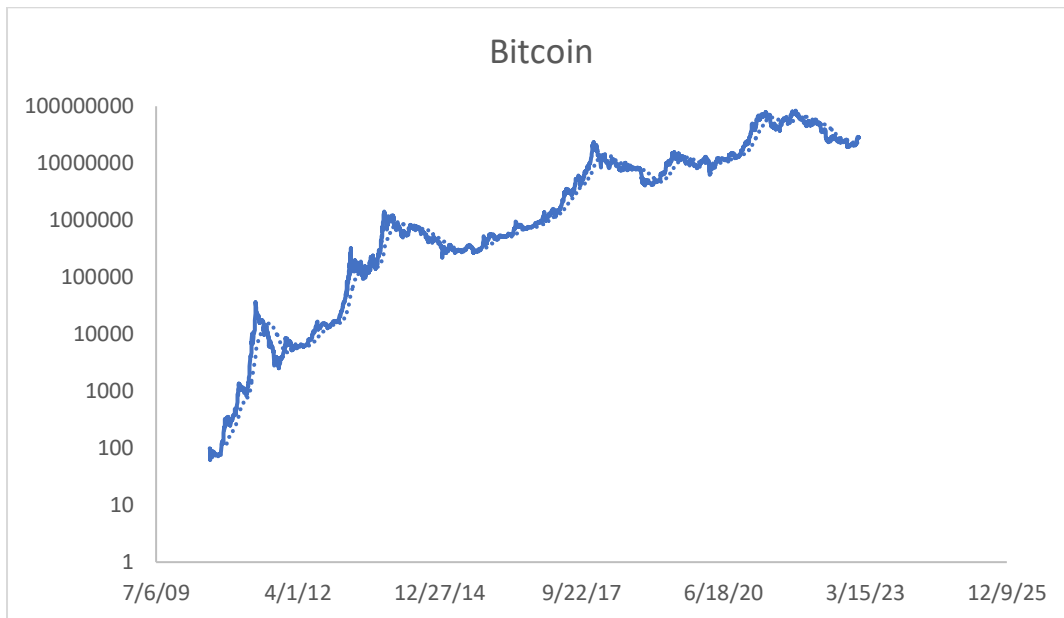


Note: Grafen viser daglige indekser og priser fra 19. juli 2010 til 31. januar 2023. Utvalgsstørrelsen er basert på 3272 observasjoner for hver aktivaklasse. Indeksene og prisene er oppgitt i amerikanske dollar, mens råolje måles i dollar per fat og gull i dollar per troy unse.

Av grafene over har aksjer hatt den høyeste prisutviklingen med en stabil økende trend, men med noen tilbakeslag. REITs viser også til en generell oppadgående trend. Både gull og obligasjoner har hatt en gradvis økende prisutvikling, og ser ut til å ha vært lite påvirket av de makroøkonomiske omstendighetene i perioden. Gull har imidlertid hatt større prissvingninger sammenlignet med obligasjoner. Prisutviklingen for råvareindeksen og råolje har vært tett

sammenkoblet, og hatt den svakeste utviklingen sammenlignet med de andre variablene. Det største droppet for grafene vises i 2020, med unntak av gull og obligasjoner som anses å være trygge investeringer ved økonomiske nedgangstider.

Figur 3: Prisutvikling for Bitcoin

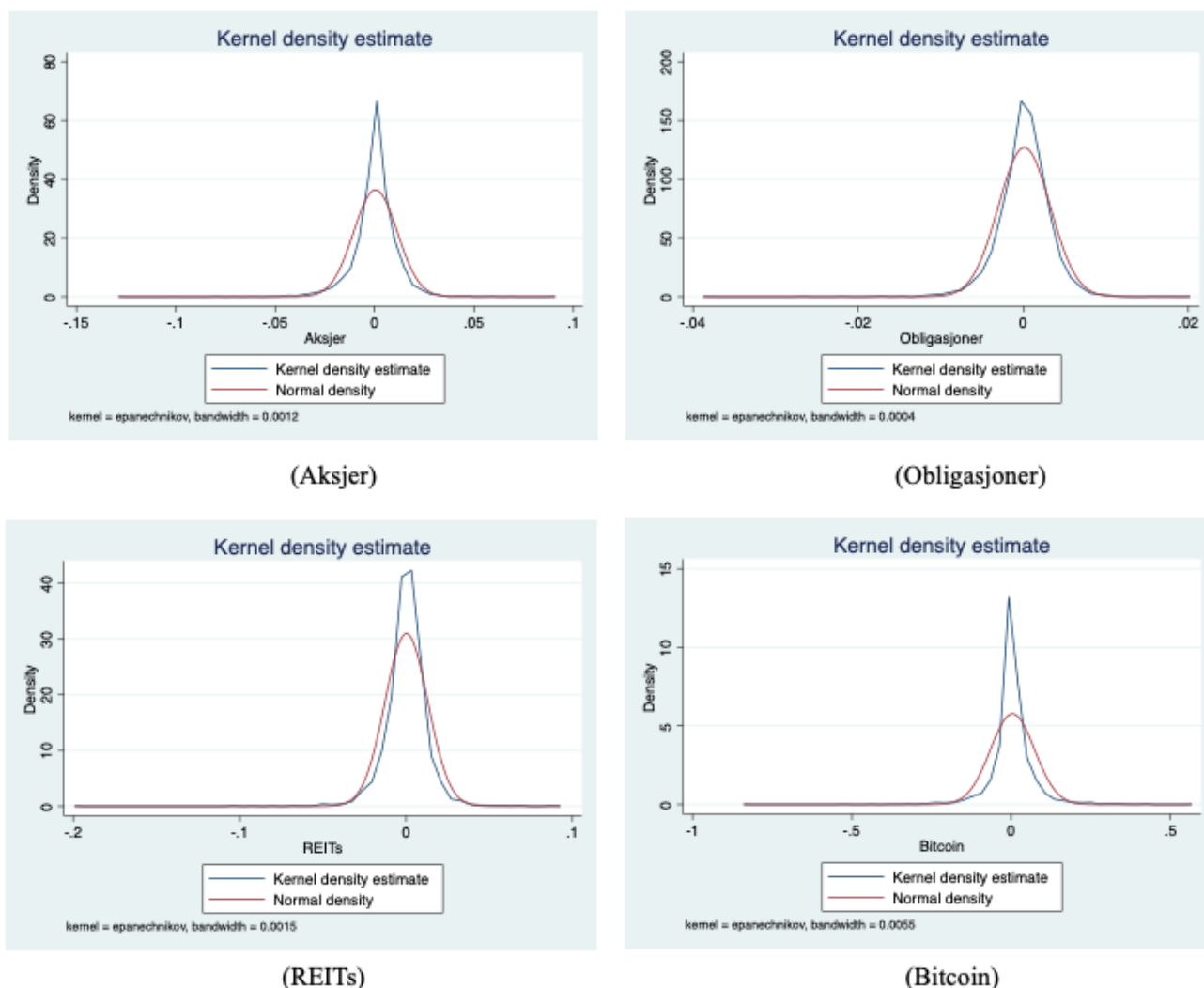


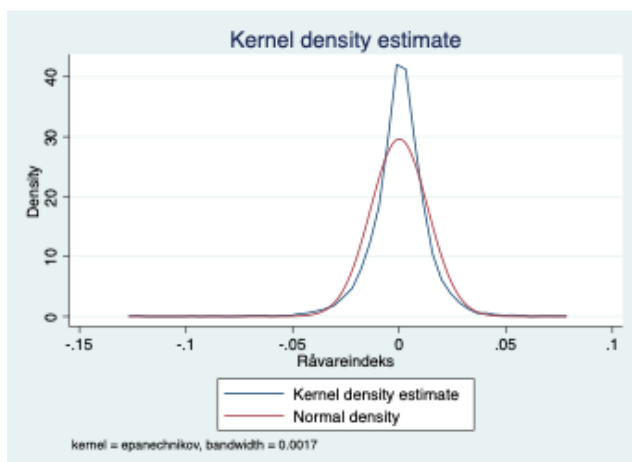
Note: Grafen viser daglige priser fra 19 juli 2010 til 31 januar 2023. Utvalgsstørrelsen er basert på 3272 observasjoner og kursutviklingen er oppgitt i amerikanske dollar.

Bitcoin viser til en sterk, men turbulent prisutvikling med flere perioder med bull og bearmarked. Sammenlignet med de andre aktivklassene har Bitcoin hatt en mer progressiv utvikling. Det er fordi prisen har økt drastisk siden kryptovalutaen ble introdusert på markedet.

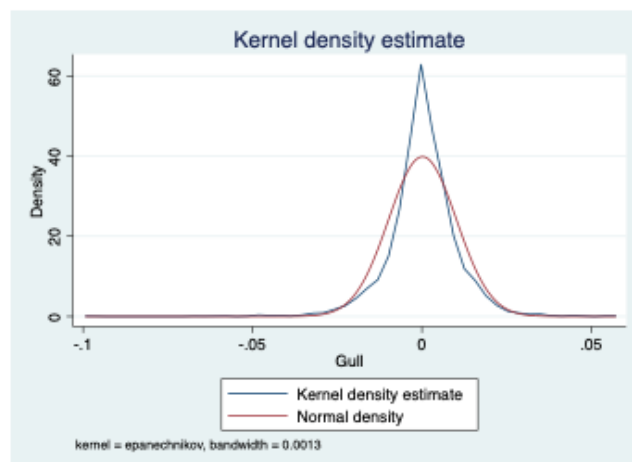
I figur 4 illustreres kernel density estimat for hver aktivklasse sammenlignet mot en normalfordeling. Kernel density estimat er en metode for å estimere sannsynlighetstettheten til et datasett. En kjernefunksjon benyttes for å beregne sannsynlighetstettheten til hver observasjon. Deretter glettes resultatet til en mer kontinuerlig kurve for å redusere unødvendig støy. Sammenlignet med histogram kan kernel density estimat være mer informativt, spesielt dersom datasettet er stort (Mendenhall et al., 2012)

Figur 4: Kernel density estimat for indekser og priser

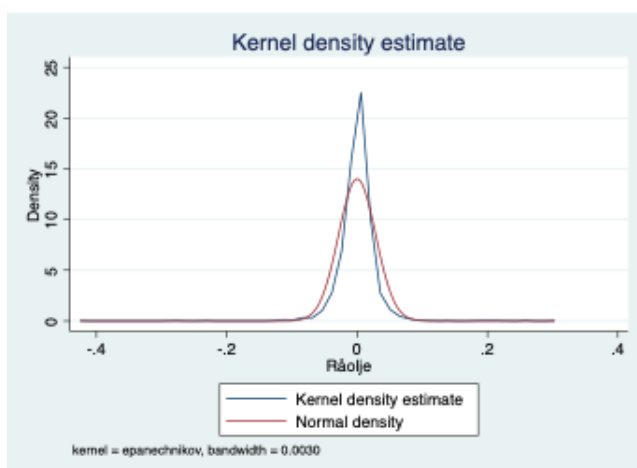




(Råvareindeks)



(Gull)



(Råolje)

Note: Plottene viser hvordan de numeriske avkastningsdataene fordeler seg, sett mot en normalfordeling.

Plottene ovenfor viser tetthetsfordelingen for avkastningen til aktivaene mot en normalfordeling. Obligasjoner skiller seg ut sammenlignet med resterende aktivaklasser, ved at den har en høyere sannsynlighetstetthet for verdier i et spesifikt område. Jo høyere tetthet av verdier, desto mer sannsynlig er det at nye verdier befinner seg innenfor det gitte området. Høy sannsynlighetstetthet kan være gunstig for investorer som søker stabilitet i avkastningen. Videre fremkommer det av plottene at alle aktivaene har en spissere fordeling enn normalfordelingen. Det betyr at fordelingen av data har mindre variasjon og er mer konsentrert rundt gjennomsnittsverdien enn hva som forventes i normalfordelingen. I tillegg er fordelingen til alle aktivaklassene svakt venstreskjev. Dette skyldes at halen på fordelingen strekker seg mer mot venstre for gjennomsnittet, da det er noe overvekt av lave ekstremverdier. Medianen blir derfor mindre enn gjennomsnittet, fordi gjennomsnittet påvirkes av de lavere verdiene i dataen.

Tabell 2: Deskriptiv statistikk for indekser og priser

	Daglig Årlig			
	E(r) (%)	SD (%)	E(r) (%)	SD (%)
Aksjer	0,04	1,10	10,84	17,42
Obligasjoner	0,01	0,31	3,38	4,99
REITs	0,02	1,29	5,90	39,56
Bitcoin	0,38	6,91	162,62	109,73
Råvareindeks	0,01	1,35	1,43	21,39
Gull	0,02	1,00	3,89	15,90
Råolje	0,00	2,85	0,23	45,24

Note: Tabellen viser beskrivende statistikk basert på daglige og årlige avkastning. Beregningene er basert på avkastningsserier fra 19. juli 2010 til 31. januar 2023.

Fra tabell 2 ser vi at Bitcoin gir høyest gjennomsnittlig avkastning i løpet av perioden, med en årlig avkastning på 162,62%. I motsatt ende gir råolje lavest avkastning, med et årlig gjennomsnitt på 0,23%. Bitcoin har høyest standardavviket, etterfulgt av råolje. Dermed er risikoen forbundet ved investeringer i disse aktivaklassene høyere enn for resterende.

Tabell 3: Deskriptiv statistikk for indekser og priser

	Min (%)	Max (%)	Skjevhet	Kurtose
Aksjer	-12,77	8,97	-0,77	14,61
Obligasjoner	-3,83	1,98	-1,08	11,75
REITs	-19,77	9,11	-1,41	25,11
Bitcoin	-83,42	56,04	-0,18	16,24
Råvareindeks	-12,52	7,68	-0,82	8,25
Gull	-9,81	5,60	-0,61	6,73
Råolje	-42,22	30,02	-0,84	37,80

Note: Tabellen viser beskrivende statistikk basert på daglige avkastninger. Beregningene er basert på avkastningsserier fra 19 juli 2010 til 31 januar 2023.

Av tabell 3 observeres det at Bitcoin og råolje har de høyeste maksimumsverdiene. Dette indikerer at aktivaklassene har hatt betydelig verdiøkninger i løpet av analyseperioden. Samtidig er det interessant å merke seg at både Bitcoin og råolje, også har de laveste

minimumsverdiene. Dette antyder at aktivklassene kan være preget av høy volatilitet i prisutviklingen. Avkastningen til samtlige aktivaklasser har venstre skjevhet, hvilket medfører flere observasjoner med negativ enn positiv avkastning. REITs har den mest utpregete negative skjevheten i avkastningen, mens Bitcoin har den minst negative skjevheten. Dermed har Bitcoin en mer symmetrisk fordeling med mindre sannsynlighet for store avvik fra gjennomsnittet. Råolje og REITs har høyest positiv kurtose, noe som betyr at avkastningsfordelingen for disse investeringene har en skarpere topp og tykkere haler sammenlignet med en normalfordeling. I slike tilfeller er det økt sannsynlighet for ekstremverdier i datasettet som trekker gjennomsnittet oppover. Resterende aktivaklasser har en lavere, men fremdeles positiv kurtose, hvor gull og råvareindeksen har lavest positiv kurtose. De har derfor en jevnere fordeling med færre ekstremverdier i avkastningene, sammenlignet med resterende aktivaklasser.

Tabell 4: Korrelasjonsmatrise

	Aksjer	Obligasjoner	REITs	Bitcoin	Råvareindeks	Gull	Råolje
Aksjer	1						
Obligasjoner	-0,0731	1					
REITs	0,7771	0,1123	1				
Bitcoin	0,0905	0,0109	0,0771	1			
Råvareindeks	0,3615	-0,0816	0,2570	0,0560	1		
Gull	0,0362	0,2500	0,1014	0,0087	0,2245	1	
Råolje	0,2918	-0,0569	0,1981	0,0448	0,8265	0,1235018	1

Note: Tabellen viser Pearson-korrelasjonsmatrise for daglig avkastning basert på avkastningsserier fra 19.juli 2010 til 31. januar 2023, nøyaktig 3271 observasjoner for hver aktivaklasse.

Fra tabell 4 ses en negativ korrelasjon mellom aksjer og obligasjoner. Aktivklassene kan derfor være hensiktsmessig å inkludere i samme portefølje, fordi det kan bidra til redusert risiko. I tillegg observeres en negativ korrelasjon for obligasjoner, med råvareindeksen og råolje. En mulig forklaring er at de påvirkes av ulike økonomiske faktorer. Videre er REITs og aksjer et av parene med sterkest korrelasjon i matrisen, med en korrelasjonskoeffisient på 0,77. Variablene vil i stor grad bevege seg sammen, og kan derfor øke risikoen i en portefølje. Råvareindeksen er et av aktivaene som korrelerer sterkest med de andre aktivaene. Den høyeste korrelasjonen er med råolje, hvor korrelasjonskoeffisienten er på 0,83. Dette indikerer en sterk positiv lineær sammenheng mellom variablene. Olje er en av de viktigste råvarene i

GSCI indeksen, og dermed vil prissvingninger i olje påvirke råvareindeksen i høy grad. Gull som sies å være en sikker investering er positivt korrelert med alle seks aktivklassene i porteføljen, hvor den sterkeste korrelasjonen er med obligasjoner. Det er blant annet fordi begge anses som trygge havner. Bitcoin er svakt korrelert med alle aktivklassene. Det kan tenkes å være fordi aktivklassen ikke har eksistert lenge nok til å skape et etablert forhold til andre aktivklasser.

5 Forskningsmetode

I oppgaven benyttes mean-variance optimering for å finne ut hvorvidt alternative investeringer har vært gunstig å inkludere i en tradisjonell portefølje basert på forventet avkastning og risiko. Det er flere grunner til at metoden er valgt. For eksempel er den intuitiv og velprøvd for porteføljeoptimering. Videre gir metoden en objektiv tilnærming for å vurdere og sammenligne investeringsalternativer, hvilket reduserer potensiell subjektivitet og partiskhet. Metoden kan derfor gi et pålitelig fundament for å ta informerte og rasjonelle beslutninger om porteføljesammensetning.

Mean-variance optimering for porteføljevalg gjennomføres i Excel, nærmere bestemt data-solver, vist i vedlegg A3. Avkastningen fra 60/40 porteføljen settes som en restriksjon i Excel solver, hvor lavere avkastning ikke tillates. Porteføljevektene og gjennomsnittlig avkastning for hver aktiva, påvirker den totale avkastningen til porteføljene. Excel solver tar samtidig hensyn til kovariansen og porteføljevektene i beregningen av porteføljens totale risiko, og denne risikoen sammenlignes med risikoen for 60/40 porteføljen. Ved å minimere variansen til porteføljen finnes en kombinasjon av investeringsvekter som gir lavest mulig risiko, gitt avkastningen. Porteføljevektene finnes ved å sette en restriksjon om at vektene må være 100% til sammen. I tilfellene hvor shortsalg ikke er tillatt, settes en begrensning om at hver vekt må være større eller lik null. Prestasjonen til porteføljene sjekkes ved å benytte fire ulike risikojusterte prestasjonsmål. Til slutt utføres et framtidsestimat basert på data fra de tre siste årene. Nylige historisk data kan reflektere de nåværende markedsforholdene og gi en mer oppdatert innsikt i markedstrender. Fremtidsestimatet utføres for å finne ut hvorvidt de alternative investeringene presterer annerledes i fremtiden, sammenlignet med oppgavens analyserte tidsperiode.

Bruk av realisert avkastning under perfekt informasjon, innebærer å se bakover i tid og basere analysen på historiske data om faktisk avkastning. Selv om en retrospektiv tilnærming ikke er ideell for å forutsi fremtidige resultater, kan den gi verdifull innsikt i hvordan aktivaklasser har fungert i ulike økonomiske situasjoner. Dette kan gi nyttig kunnskap i forhold til hvordan det kan konstrueres diversifiserte porteføljer som tåler ulike markedsforhold og gir god avkastning over tid. Vi har valgt å bruke konstante vekter, med unntak av for 60/40-porteføljen som er rebalansert for å opprettholde den opprinnelige allokeringen over tid. Konstante vekter kan gi en mer konsistent og rettferdig sammenligning av hvordan aktivaene

har utviklet seg over tid. Dette gjør det mulig å identifisere aktivaene som har prestert sterkest eller svakest, og forstå hvordan hvert aktivum har bidratt til porteføljens resultater over tid. Flere studier har anvendt lignende metoder for å finne ut hvorvidt det kan utformes effektive porteføljer med flere aktivaklasser, se for eksempel [Henriksen et al. \(2019\)](#) og [Bekkers et al. \(2009\)](#).

5.1 60/40 portefølje

60/40 porteføljen med 60% aksjer og 40% obligasjoner, har lenge vært en populær investeringsstrategi. Dette er fordi den kombinerer to aktivaklasser som har vist seg å ha lav til negativ korrelasjon i perioder med markedsuro. Blandingen av aksjer og obligasjoner i en 60/40 portefølje har levert en attraktiv risikojustert avkastning. Totalavkastningen har ofte vært på linje med eller overgått S&P 500 indeksen, samtidig som volatiliteten har vært lavere ([Edwards, 2022](#)). Aksjer og obligasjoner har forskjellige risiko- og avkastningsprofiler, og en kombinasjon av disse kan derfor redusere den totale risikoen i en portefølje. Dersom aksjer opplever en nedgang, kan obligasjoner bidra til å dempe tapet. Obligasjoner gir en fast og forutsigbar inntekt gjennom rentebetalinger, mens aksjer kan gi høyere vekst over tid. Investorer som ønsker en høyere avkastning er mer risikovillig og har større vekt av aksjer enn obligasjoner i porteføljen ([Andersson et al., 2008](#)).

Avkastningen på aksjer forventes å overgå avkastningen til obligasjoner, fordi aksjer generelt er mer risikofylt enn obligasjoner. Investorer har støttet seg på 60/40 porteføljen på grunn av manglende toleranse for volatilitet og nedsidene ved investering kun i aksjer. Ved å legge til obligasjoner i en ellers ikke diversifisert portefølje av aksjer, blir risikoen til den totale porteføljen redusert ([Robinson & Langley, 2017](#)). Obligasjoner betraktes ofte som tryggere investeringer enn aksjer fordi de gir en mer forutsigbar inntekt, i form av kupongbetalinger som er fast og bestemt på forhånd. I tillegg får investor tilbakebetalt investert kapital ved forfall. Sammenlignet med aksjer har obligasjoner lavere volatilitet, fordi verdien av obligasjoner i mindre grad påvirkes av markedsendringer og svingninger ([Fabozzi & Fabozzi, 2021](#)).

[Robinson & Langley \(2017\)](#) mener 60/40 porteføljen undervurderer fremtidig risiko for både obligasjoner og aksjer, fordi fordelingen med 60% aksjer i stor grad styrer retningen til porteføljen. Den siste tiden har investorer opplevd økt resesjonsfrykt på grunn av inflasjon og

økte renter. Høyere inflasjon kan føre til høyere positiv korrelasjon mellom aksjer og obligasjoner, noe som vil redusere diversifiseringsfordelene. Samtidig vil økte renter kunne gjøre aksjer mindre attraktive og føre til at obligasjonsprisene faller. 60/40 porteføljen forventes å levere lavere risikojustert avkastning i dag sammenlignet med de siste fire tiårene (Edwards, 2022). Dermed kan det tyde på at en tradisjonell aksje- og obligasjonsportefølje, ikke vil være tilstrekkelig for å beskytte en investor i alle perioder. Dersom det legges til flere eiendeler, kan den generelle ytelsen og porteføljekvaliteten forbedres. En bredere allokering kan føre til en portefølje som er bedre forberedt for fremtiden.

5.2 Mean-variance optimering

Mean-variance optimering ble introdusert av Harry Markowitz i 1952, og er en del av moderne porteføljeteori. Det har lenge vært en allmennfattelig metode for å finne det optimale porteføljeutvalget, og er en av de mest anvendte teknikkene innenfor porteføljeoptimering (Zhang et al., 2018). Ifølge Markowitz (2014) er forskning generelt støttende til teorien, etter et halvt århundre med studier på feltet. Det er flere ulike fordeler ved metoden. Michaud (1989) trekker for eksempel frem effektiv bruk av investeringsinformasjon, kontroll på porteføljens risikoeksponering og tilfredshet av kundens mål og begrensninger.

I mean-variance optimeringen kan porteføljevektene være både positive, negative og null. En investor kan investere i enkelte eiendeler, samtidig som det er mulig å shorts selge andre. Shortsalg innebærer å selge eiendeler en ikke eier, med formål om å kjøpe de tilbake til en lavere pris og tjene på differansen (Jones & Lamont, 2002). Shortsalg er ofte lettere i teori enn praksis på grunn av sikkerhetskrav og short squeeze⁴ rundt forfall. Tillatelse av positive og negative vekter i optimeringen gir større fleksibilitet, og åpner for flere muligheter til å kombinere alternative investeringer med tradisjonelle aksje- og obligasjonsinvesteringer.

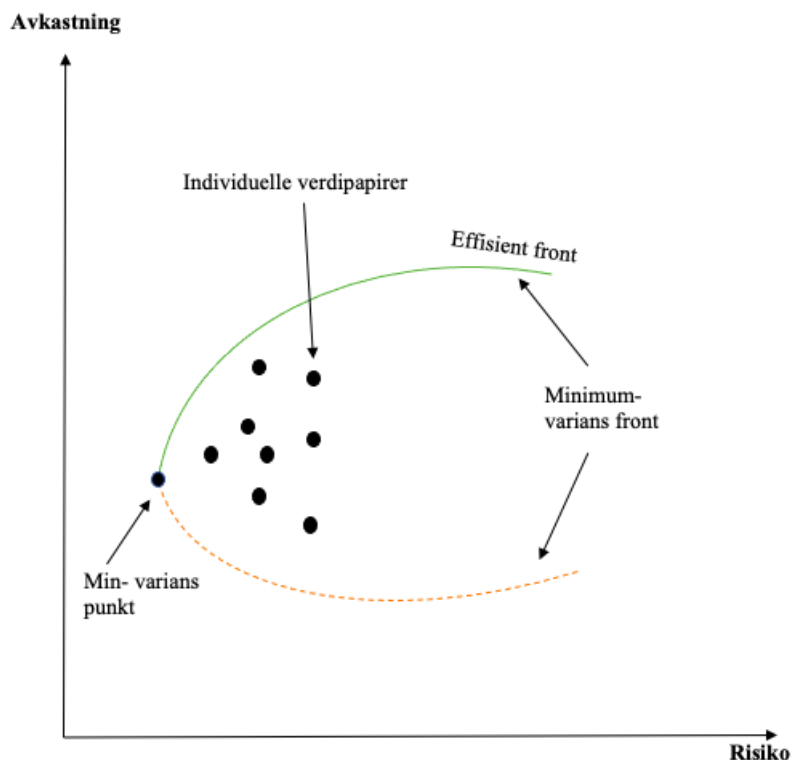
Hovedfokuset i mean-variance optimering er å finne den optimale balansen mellom forventet avkastning og risiko i en portefølje av ulike investeringer. Dette kan gjøres på to måter. Enten ved å maksimere forventet avkastning for et gitt risikonivå, eller ved å minimere variansen til

⁴ Short squeeze: En situasjon som oppstår når short selgere av en eiendel blir tvunget ut av sine posisjoner på grunn av en kraftig økning i prisen på en eiendel. Det sterke kjøpepresset skviser shorts selgerne ut av markedet (CFI, 2023b).

en portefølje for et gitt avkastningsnivå (Peng et al., 2008). I denne oppgaven minimeres variansen for et gitt avkastningsnivå.

Når optimeringsprosessen er fullført, danner de ulike porteføljene minimum-variens-fronten. Her ligger en rekke forskjellige optimale porteføljer for spesifikke nivå av risiko, illustrert i figur 5. Likevel er ikke alle porteføljene på fronten effisiente, fordi enkelte porteføljer kan ha lavere forventet avkastning enn det som er mulig, gitt tilhørende risiko. Effisiente porteføljer representerer kombinasjoner av aktiva med optimal avkastning i forhold til risikomengden (Bodie et al., 2014). I figur 5 er den effisiente fronten markert med grønn, mens den ineffektive delen er markert med orange. Investoren er ute etter porteføljen som gir høyest nytteverdi, altså den som gir lavest mulig risiko til angitt avkastning. Dermed er det intuitivt å velge en portefølje fra den effisiente fronten. En portefølje er ikke effisient dersom det investeres i et individuelt verdipapir. Imidlertid er det mulig å oppnå høyere forventet avkastning og/eller lavere risiko hvis investeringen diversifiseres (Bodie et al., 2014).

Figur 5: Minimum-variens fronten



Note: Illustrasjon av minimum-variens fronten.

Markowitz med to aktiva er utvidet til å inkludere tre eller syv aktivaklasser. Porteføljen har n forskjellige aktivaklasser der aktivanummer i gir avkastningen R_i . Vi antar μ_i og σ_i^2 å være tilsvarende gjennomsnittlig avkastning og varians, og lar $\sigma_{i,j}$ være kovariansen mellom R_i og R_j . Den relative mengden av verdien til porteføljen investert i aktiva i antas å være x_i . Dersom R_k er avkastningen til porteføljen, hvor k angir porteføljen med hvilke alternative investeringer, gjelder følgende:

$$\begin{aligned}\mu_k &= E(R_k) = \sum_{i=1}^n \mu_i x_i \\ \sigma_k^2 &= Var(R_k) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{i,j} x_i x_j \\ \sum_{i=1}^n x_i &= 1\end{aligned}$$

Vi gjennomfører mean-variance optimering med og uten short salg. Uten muligheter for short salg, gjelder følgende:

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

For forskjellige valg av x_1, \dots, x_i vil investoren få ulike kombinasjoner av μ og σ^2 . Settet av mulige kombinasjoner av μ og σ^2 kalles for det oppnåelige settet. Siden en investor ønsker høy fortjeneste og liten risiko må investor maksimere μ og minimere σ^2 , og velge en portefølje som gir en kombinasjon av μ og σ^2 som ligger på den effisiente fronten ([Marling & Emanuelsson, 2012](#)).

Kritikken av modellen bunner i flere forhold. Dette har bidratt til å identifisere flere ulike begrensninger, som bør tas i betraktning når modellen anvendes og tolkes. [Surtee & Alagidede \(2022\)](#) peker på at modellen er basert på historiske data, slik at den ikke tar hensyn til fremtidige hendelser. På grunn av at finansmarkedene er dynamiske og usikre, er det alltid en risiko for at fremtidige hendelser avviker fra tidligere hendelser. Investorer må derfor ta hensyn til at historisk data kan gi et begrenset bilde av fremtidig avkastning og risiko. Et annet moment som kritiseres er teoriens antagelse om at investors mål og synspunkter er homogene. I praksis kan investorer med samme investeringshorisont ha ulike mål og preferanser, når det gjelder å eksempelvis maksimere avkastning eller minimere risiko. [Ehrgott et al. \(2004\)](#) hevder det er uheldig å kun fokusere på avkastning og risiko. Det kan føre til at nødvendig informasjon for en investeringsbeslutning ikke fanges opp eksplisitt av avkastning og risiko, ved at faktorer som

skatte og transaksjonskostnader ikke tas hensyn til. Dette underbygger hvorfor investorer ikke nødvendigvis velger den optimale mean-variance porteføljen, fordi den kan være suboptimal.

Det finnes flere andre metoder som kunne blitt brukt for å besvare problemstillingen. Et eksempel er Black-Litterman-modellen, som er en kompleks metode basert på bayesiansk tilnærming. Modellen tar hensyn til markedspriser og markedsdata, samt investors subjektive oppfatninger, for å konstruere fremtidig avkastning og optimal porteføljesammensetning (Walters, 2014). Monte Carlo-simulering, som er basert på stokastisk tilnærming er en annen metode vi kunne anvendt. Her fokuseres det på simulering av ulike scenarier for å vurdere porteføljens risiko og avkastning. På denne måten får investoren en ide om porteføljens mulige resultater gitt forskjellige markedsforhold (Harrison, 2010). De nevnte metodene kan gi detaljert informasjon om porteføljeallokering, samtidig er det viktig å huske at de også har begrensninger og kritikker.

6 Risikojusterte prestasjonsmål

Formålet med dette kapitlet er å gi en omfattende forståelse av begrepet risiko og presentere fire ulike risikojusterte prestasjonsmål. Risikojusterte prestasjonsmål gir et bedre grunnlag for å sammenligne porteføljer med ulik sammensetning. Målene komplementerer Markowitz optimeringen, og gir en mer realistisk vurdering av porteføljenes prestasjon.

Enhver investering involverer risiko, men hva innebærer egentlig risiko og hvordan kan det måles? Investering i finansmarkeder og råvarer er en todimensjonal prosess basert på avkastning og risiko. Hvor mye ekstra avkastning som er tilstrekkelig kompensasjon for ekstra risiko, er et viktig spørsmål (Alexander, 2008). I dag er det ingen konsensus om hva som er risiko og ikke, og derfor kan begrepet tolkes på forskjellige måter avhengig av sammenhengen det brukes i. Innen finans defineres ofte risiko som sannsynlighet multiplisert med konsekvens (Hillson, 2012).

Risiko og avkastningsanalyse er viktig ved valg av investeringsalternativer. Det finnes ingen eksakt måte å måle risikojustert prestasjon på, men det er en fordel å benytte flere mål sammen og ha forståelse for hvordan de er konstruert. På denne måten er det mulig å få et mer omfattende bilde av investeringsrisikoen, samt sammenlikne prestasjonen til aktiva med ulik risikoprofil. Andre fordeler ved å inkludere flere risikojusterte prestasjonsmål er at det bidrar til kvalitetssikring. For eksempel vil oddsen for feil i modeller og antagelser reduseres.

6.1 Tradisjonelle prestasjonsmål

I dette kapitlet blir to tradisjonelle prestasjonsmål fra finansiell litteratur presentert. Disse målene benyttes for å vurdere avkastningen på en investering eller en portefølje i forhold til risikoen som er tatt for å oppnå avkastningen. Det første prestasjonsmålet tar hensyn til total risiko, mens det andre prestasjonsmålet hensyntar systematisk risiko.

Sharpe ratio

I 1966 introduserte Sharpe forholdet mellom belønning og variasjon, oftest referert til som Sharpe ratio. Prestasjonsmålet er basert på Markowitz sin porteføljeteori. Verdien beregnes

ved å ta differansen mellom porteføljens forventede avkastning og den risikofrie renten, og dividere dette med standardavviket til porteføljen (Pilotte & Sterbenz, 2006).

Formelen er definert som:

$$\text{Sharpe ratio} = \frac{R_p - R_f}{Q_p}$$

R_p er forventet avkastning på porteføljen, R_f er den risikofrie renten og Q_p er standardavviket på avkastningen til porteføljen (CFI, 2023c). Prestasjonsmålet hjelper investorer med å vurdere avkastningen mot risikoen ved en investering. Høyere verdier av Sharpe ratio indikerer en bedre avkastning per enhet risiko. En investor vil derfor foretrekke investeringen med høyest Sharpe ratio. En stigende avkastningsdifferanse eller et fallende standardavvik øker verdien av Sharpe ratio. Motsatt vil en fallende avkastningsdifferanse eller et økende standardavvik redusere verdien av Sharpe ratio (Dowd, 2000). Sharpe ratio er mye brukt, og gir omtrent samme svar som mer avanserte mål, noe som tyder på at Sharpe ratio fanger opp noe vesentlig i risiko-avkastningsforholdet.

Iboende svakheter med Sharpe ratio er at standardavviket brukes som forholdstall. Prestasjonsmålet tar dermed ikke hensyn til andre faktorer som kan påvirke investeringen (Chorpenning, 2019). Sharpe ratio er begrenset i sin evne til å skille mellom oppside- og nedsiderisiko. Dersom avkastningsfordelingen avviker fra normalfordelingen, kan Sharpe ratio gi et feilaktig bilde av risikoen. Høyere ekstremavkastning vil øke standardavviket mer enn telleren i formelen, noe som reduserer verdien av Sharpe ratio (Rollinger & Hoffman, 2013).

Treynor ratio

Jack L. Treynor kritiserte Sharpe- evalueringsteknikken, fordi han mente den usystematiske risikoen burde være null i konkurranseutsatt marked (Ahmed & Khan, 2019). Treynor ratio beregner risikopremien per enhet av systematisk risiko. Risikopremien er definert som i Sharpe ratio, men forskjellen i denne metoden er at Treynor ratio benytter porteføljens systematiske risiko (β) som risikoparameter. Prestasjonsmålet forutsetter en diversifisert portefølje, og passer derfor best for en investor som har oppnådd tilstrekkelig diversifisering. Formelen for Treynor ratio er definert som:

$$\text{Treynor ratio} = \frac{R_p - R_f}{\beta_p}$$

R_p er porteføljens avkastning, R_f er risikofri rente og β_p er beta til porteføljen (Samarakoon, 2005). Treynor ratio måler meravkastningen over risikofri rente til ytterligere risiko tatt, som i dette tilfellet er systematisk risiko. Desto høyere Treynor ratio, desto bedre er ytelsen til porteføljen (Tajdini et al., 2021).

Selv om Treynor ratio kan gi nyttige indikasjoner, har den også svakheter. Treynor ratio ignorerer den usystematiske risikoen, og en portefølje med høy Treynor ratio kan derfor ha høyere total risiko enn det som vises av prestasjonsmålet. I Treynor ratio antas også systematisk risiko å kunne måles nøyaktig ved hjelp av beta-koeffisienten. Imidlertid kan dette være utfordrende å gjøre i praksis, særlig dersom beta-koeffisienten varierer i ulike markedsforhold. Beta- koeffisienten gir derfor ikke alltid en fullstendig og nøyaktig måling av den systematiske risikoen (Reilly & Brown, 2011).

6.2 Prestasjonsmål basert på nedsiderisiko

Nedsiderisiko er risikoen for negative avkastninger eller tap i en portefølje/investering (van der Merr et al., 2001). Omega ratio og Sortino ratio nyttige kontraster til konvensjonelle to-halede mål som Sharpe ratio og Treynor ratio. Dette fordi de tar hensyn til asymmetrisk risiko, som er en viktig faktor i investeringsbeslutninger (Chen & Chen, 2016).

Omega ratio

I 2002 ble risikoforholdet Omega, introdusert av Keating og Shadwick. Dette er et prestasjonsmål som er et spesialtilfelle av Kappa⁵. Omega betrakter den nedre partielle førstemoment (LPM)₁⁶ som mål på risiko (Kaplan & Knowles, 2004). Mer spesifikt er omega forholdet mellom oppsideavkastning i forhold til nedsideavkastning. Dersom omega overstiger 1, indikerer det et større oppsidepotensiale enn nedsiderisiko (Alexander, 2008). Omega har en presis matematisk definisjon:

$$\Omega(t) = \frac{\int_{\tau}^b (1 - F(x)) dx}{\int_a^{\tau} F(x) dx}$$

⁵ Kappa: Et generalisert nedsiderisikojustert resultatmål, definert på følgende måte: $K_n(\tau) = \frac{R_t - \tau}{n \sqrt{LPM_n(\tau)}}$ (Kaplan & Knowles, 2004).

⁶ LPM: «Måler risiko ved negative avvik av realisert avkastning i forhold til en minimal akseptabel avkastning» (Eling & Schuhmacher, 2007, s. 2635).

(a,b) er intervallet for avkastning og F er den kumulative fordelingen av avkastning (Keating & Shadwick, 2002). τ representerer en terskelverdi som brukes for å skille oppsiden fra nedsiden. Porteføljeavkastning over τ regnes som gevinst og under τ regnes som tap. Det er investoren som avgjør verdien til τ , hvor den oftest settes lik risikofri rente. Et særtrekk ved Omega ratio, er bruken av hele sannsynlighetsfordelingen til porteføljeavkastningen for å beregne ytelsen (Kapsos et al., 2014). Siden Omega ratio inkluderer all relevant informasjon om risiko og avkastning, er målet blitt hevdet å være en bedre resultatindikator sammenlignet med andre mål som for eksempel Sharpe ratio (Benhamou et al., 2019).

Omega ratio er følsom ovenfor endringer i terskelverdien τ . Dersom terskelverdien er satt til en høy verdi begrenses investeringsmulighetene, og mange mulige gode investeringer fra porteføljen ekskluderes. En høy terskelverdi kan også føre til undervurdering av investeringer som ikke oppfyller det strenge kravet, men som har andre positive egenskaper.

Prestasjonsmålet kan også ha begrensninger når det gjelder å ta med viktige aspekter ved risiko i porteføljen, for eksempel skjevhet i avkastningsfordelingen. En portefølje med skjev fordeling kan ha høyere risiko enn en portefølje med en symmetrisk fordeling, selv om begge porteføljene har samme Omega ratio (Sharma & Mehra, 2017).

Sortino ratio

Sortino ratio er et andreordenes tilfelle av kappa og måler forholdet mellom belønning og nedsiderisiko. Belønning er knyttet til avkastningen som overstiger et minimumskrav, og nedsiderisiko er uttrykt gjennom halvavvik (Chen & Chen, 2016). Til forskjell fra omega blir det nedre partielle andremomentet (LPM_2) benyttet i vurderingen av nedsiderisiko. Dette resultatmålet fokuserer på variansen til observasjonene som treffer under minimumsgrensen. Siden de negative observasjonene blir kvadrert, blir de største negative avvikene fra minimumsgrensen straffet i større grad sammenlignet med de minste (Kaplan & Knowles, 2004). Formelen for Sortino ratio er definert som:

$$S = \frac{(R - T)}{TDD}$$

R står for gjennomsnittlig avkastning, og T står for målavkastningen for investeringsstrategien. TDD er målet for nedsideavvik. Dette er definert som kvadratroten av gjennomsnittet av kvadratene (RMS), av avvikene til realiserte avkastningers

underprestasjoner fra målavkastningen. Alle avkastninger over målavkastningen behandles som underprestasjoner på 0. Target downside deviation (TDD) er definert som:

$$\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\text{Min}(0, X_i - T))^2}$$

Hvor X_i er avkastningen, N er totalt antall avkastninger og T er målavkastningen (Rollinger & Hoffman, 2013). Ved å erstatte standardavviket med nedsideavvik som et risikomål, gir Sortino ratio en løsning på problemet med asymmetri i avkastningsfordelingen. Av den grunn er Sortino ratio et passende prestasjonsmål i tilfeller hvor avkastningen er skjevfordelt mot venstre (Géhin, 2006).

Sortino ratio tar likevel ikke hensyn til problemet med kurtose og autokorrelasjon, fordi det legger vekt på nedadgående risiko, og unnlater å vurdere andre risikoaspekter som kan påvirke den totale risikoen. Dette kan gi et ensidig bilde av risiko og føre til overseelse av andre viktige risikoaspekter (Géhin, 2006). Som Omega ratio er Sortino ratio avhengig av en avkastningsterskel. Ved å sette en høy terskelverdi, ekskluderes andre mulige gode investeringer, og andre risikoaspekter som kan påvirke total risiko blir oversett (Sortino, 2009).

7 Empiriske resultat

I dette kapitlet presenteres resultattabeller fra mean-variance optimeringen, samt risikojusterte prestasjonsmål for enkeltstående aktiva og porteføljer. Porteføljeoptimeringen tar utgangspunkt i aksjer og obligasjoner med enten en eller fem alternative investeringer. Hensikten med tabellene er å se om alternative investeringer har vært gunstige å inkludere for å forbedre avkastning- risikoforholdet til den tradisjonelle porteføljen.

7.1 Risikojusterte prestasjonsmål for enkeltstående aktiva

Tabell 5: Risikojusterte prestasjonsmål for enkeltstående aktiva

	Sharpe	Treynor	Omega	Sortino
Aksjer	0,0301	0,0000	1,0983	0,0412
Obligasjoner	0,0170	-0,0029	1,0494	0,0228
REITs	0,0060	-0,0002	1,0364	0,0155
Bitcoin	0,0544	0,0063	1,2082	0,0801
Råvareindeks	-0,0016	-0,0004	0,9952	-0,0022
Gull	0,0073	0,0019	1,0214	0,0099
Råolje	-0,0024	-0,0004	0,9919	-0,0033

Note: Tabellen viser risikojusterte prestasjonsmål for enkeltstående aktiva. Beregningene er basert på daglige avkastningsserier fra 19. juli 2010 til 31. januar 2023. Terskelen til Omega og Sortino er satt til risikofri rente. NB: Treynor er 0 for aksjer, fordi aksjeindeksen benyttes som referanse i utregningen av prestasjonsmålet.

Tabell 5 viser høyest verdier for Bitcoin. Det betyr at Bitcoin gir høyere avkastning i forhold til risikoen den innebærer, sammenlignet med resterende aktivaklasser. Det ses høyere verdier for gull på de tradisjonelle prestasjonsmålene sammenlignet med REITs. Derimot har REITs høyere verdier enn gull når det gjelder prestasjonsmålene som tar hensyn til nedsiderisiko. REITs presterer derfor bedre når det gjelder å beskytte mot negativ avkastning. Ytterpunktene er råolje og råvareindeksen som har lavest verdier for samtlige risikomål. Negative verdier kan indikere at investeringen ikke har klart å frembringe tilstrekkelig avkastning i forhold til risikoen som er tatt. Generelt har aksjer og obligasjoner prestert godt i forhold til de alternative investeringene.

7.2 Mean-variance optimering med tre aktiva

Tabell 6: Mean-variance optimering for tre aktiva, samt risikojusterte prestasjonsmål

	Portefølje 1	Portefølje 2	Portefølje 3	Portefølje 4	Portefølje 5
Aksjer (%)	60,00	16,18	60,00	59,87	60,00
Obligasjoner (%)	40,00	80,55	40,00	38,28	40,00
Alternativ inv. (%)	0,00 (REITs)	3,27 (Bitcoin)	0,00 (Råvareindeks)	1,85 (Gull)	0,00 (Råolje)
E(r) (%)	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
SD (%)	0,66	0,39	0,66	0,66	0,66
Sharpe	0,0332	0,0569	0,0332	0,0332	0,0332
Treynor	0,0004	0,0013	0,0004	0,0004	0,0004
Omgea	1,1104	1,1852	1,1104	1,1103	1,1104
Sortino	0,0450	0,0784	0,0450	0,0451	0,0450

Note: Porteføljeoptimering for fem enkeltstående alternative investeringer med aksjer og obligasjoner, samt risikojusterte prestasjonsmål. Beregningene er basert på daglige avkastningsserier fra 19. juli 2010 til 31. januar 2023. Den tradisjonelle 60/40 porteføljen gir en gjennomsnittlig daglig avkastning på 0,03% med et standardavvik på 0,66%.

Tabell 6 viser vektet fordeling for de alternative investeringene i en portefølje bestående av en aksjeindeks og en obligasjonsindeks. Her undersøkes det om 60/40 porteføljen forbedres ved inkludering av enten REITs, Bitcoin, råvareindeksen, gull eller råolje. Av tabellen fremgår det at både Bitcoin og gull har vært gunstige i en aksje- og obligasjonsportefølje. Inkludering av Bitcoin har redusert porteføljerisikoen og forbedret risikojusterte prestasjonsmål, noe gull ikke har gjort. Gull kan likevel bidra til ytterligere diversifisering av porteføljen, og fungere som beskyttelse mot inflasjon. Porteføljene med REITs, råvareindeks og råolje har beholdt den tradisjonelle 60/40 fordelingen av aksjer og obligasjoner, uten investering i den alternative aktivaen.

Tabell 7: Mean-variance optimering for tre aktiva med shortsalg, samt risikojusterte prestasjonsmål

	Portefølje 1	Portefølje 2	Portefølje 3	Portefølje 4	Portefølje 5
Aksjer (%)	73,99	16,18	54,79	59,87	56,25
Obligasjoner (%)	66,83	80,55	64,30	38,28	52,10
Alternativ inv. (%)	-40,82 (REITs)	3,27 (Bitcoin)	-19,09 (Råvareindeks)	1,85 (Gull)	-8,46 (Råolje)
E(r) (%)	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
SD (%)	0,52	0,39	0,59	0,66	0,61
Sharpe	0,0424	0,0569	0,0372	0,0332	0,0361
Treynor	0,0007	0,0013	0,0005	0,0004	0,0004
Omgea	1,1299	1,1852	1,1202	1,1103	1,1184
Sortino	0,0592	0,0784	0,0519	0,0451	0,0504

Note: Porteføljeoptimering med shortsalg for fem enkeltstående alternative investeringer med aksjer og obligasjoner, samt risikojusterte prestasjonsmål. Beregningene er basert på daglige avkastningsserier fra 19. juli 2010 til 31. januar 2023. Den tradisjonelle 60/40 porteføljen gir en gjennomsnittlig daglig avkastning på 0,03% med et standardavvik på 0,66%.

Tabell 7 viser vektet fordeling for alternative investeringer i en portefølje bestående av en aksjeindeks og obligasjonsindeks, med muligheter for shortsalg. Her undersøkes det om 60/40 porteføljen forbedres ved inkludering av enten REITs, Bitcoin, råvareindeksen, gull eller råolje. Av tabellen fremgår det at kun Bitcoin og gull har vært hensiktsmessige investeringer. Porteføljevektene, samt risikojusterte prestasjonsmål er identiske som porteføljen uten shortsalg. For de resterende alternative investeringene, har det vært gunstig å shorte REITs, råvareindeksen og råolje for å optimalisere aksje- og obligasjonsporteføljen. Ved shortsalg av de nevnte aktivaklassene har porteføljevariansen blitt redusert, og de risikojusterte prestasjonsmålene har forbedret seg.

7.3 Mean-variance optimering med syv aktiva

Tabell 8: Mean-variance optimering for syv aktiva, med og uten shortsalg, samt risikojusterte prestasjonsmål

	Portefølje	Portefølje med shortsalg
Aksjer (%)	16,09	29,89
Obligasjoner (%)	79,26	82,34
REITs (%)	0,00	-16,69
Bitcoin (%)	3,27	2,64
Råvareindeks (%)	0,00	1,82
Gull (%)	1,38	2,14
Råolje (%)	0,00	-2,13
E(r) (%)	0,03	0,03
SD (%)	0,39	0,36
Sharpe	0,0569	0,0616
Treynor	0,0013	0,0017
Omega	1,1853	1,1937
Sortino	0,0785	0,0865

Note: Porteføljoptimering med og uten muligheter for shortsalg, samt risikojusterte prestasjonsmål. Alle alternative investeringer er inkludert i porteføljene. Den tradisjonelle 60/40 porteføljen gir en gjennomsnittlig daglig avkastning på 0,03% med et standardavvik på 0,66%. Beregningene er basert på daglige avkastningsserier fra 19. juli 2010 til 31. januar 2023.

Tabell 8 viser resultatet av mean-variance optimeringen ved inkludering av REITs, Bitcoin, råvareindeksen, gull og råolje i en standard portefølje med aksjer og obligasjoner. Det kommer frem at REITs, råvareindeksen og råolje, ikke har vært fordelaktig å inkludere i investeringsporteføljen. Videre har det vært gunstig med investering i Bitcoin og gull, hvor variansen er lavere sammenlignet med 60/40 porteføljen. For porteføljen med shortsalg, ses ytterligere reduksjon av porteføljevarians og forbedrede risikojusterte prestasjonsmål. Bitcoin og gull har vært gunstige investeringer ved shortsalg, samtidig som råvareindeksen viser seg å være fordelaktig. På den andre siden har råolje og REITs vært hensiktsmessig å shortsølge.

7.4 Fremtidsestimat

Tabell 9: Fremtidsestimat for syv aktiva, med og uten shortsalg

	Portefølje	Portefølje med shortsalg
Aksjer (%)	4,86	23,99
Obligasjoner (%)	55,78	69,31
REITs (%)	0,00	-20,80
Bitcoin (%)	2,53	0,46
Råvareindeks (%)	14,26	19,67
Gull (%)	22,57	12,66
Råolje (%)	0,00	-5,29
E(r) (%)	0,01	0,01
SD (%)	0,58	0,49

Note: Porteføljeoptimering for fremtidsestimat med og uten muligheter for shortsalg. Alle alternative investeringer er inkludert i porteføljen. Den tradisjonelle 60/40 porteføljen gir en gjennomsnittlig daglig avkastning på 0,01% med et standardavvik på 1,00%. Beregningene er basert på daglige avkastningsserier fra 31. januar 2020 til 31. januar 2023.

Tabell 9 er et fremtidsestimat og viser resultatet av mean-variance optimeringen ved inkludering av REITs, Bitcoin, råvareindeksen, gull og råolje i en standard portefølje med aksjer og obligasjoner. Porteføljen er basert på aktivaenes daglige avkastning fra de tre siste årene, samt en ny restriksjon på avkastningen fra 60/40 porteføljen. Andelen investert i aksjer, obligasjoner og Bitcoin ser ut til å reduseres i fremtiden, samtidig som investering i råvareindeksen og gull øker betraktelig. REITs og råolje ser fremdeles ikke ut til å være fordelaktige investeringer i en portefølje. For porteføljen med shortsalg er det hensiktsmessig med investeringer i råvareindeksen, Bitcoin og gull, mens REITs og råolje fortsatt er gunstig å shortsølge. Porteføljen med mulighet for shortsalg gir lavest avkastning- risikoforhold, men begge porteføljene presterer bedre sammenlignet med 60/40 porteføljen.

8 Diskusjon

Investering i ulike aktiva er en viktig del av porteføljevaltning, fordi en diversifisert portefølje kan redusere risikoen og øke avkastningen over tid. En 60/40 porteføljestrategi har vært en vanlig strategi for å oppnå diversifisering i porteføljene, men de siste årene har investorer økt interessen for alternative investeringer som REITs, Bitcoin, gull, råvareindeks og råolje. Disse investeringene kan gi investorer mulighet til å diversifisere porteføljene ytterligere og redusere risiko. I denne delen diskuteres det hvorvidt en mean-variance portefølje med en eller fem alternative investeringer med aksjer og obligasjoner forbedrer en tradisjonell 60/40 portefølje. Diskusjonen tar utgangspunkt i tidsperioden 2010-2023 og fremtidsestimater.

Tidsperioden 2010-2023

Ifølge [Hoesli & Oikarinen \(2012\)](#) har REITs levert konkurransedyktig totalavkastning, og langsiktig kapitalvekst, noe som kan ses av grafen for prisutvikling i figur 2. REITs har prestert bra over tid, men indeksen svinger mye. Deskriptiv statistikk viser en årlig gjennomsnittlig avkastning på 5,9% til et standardavvik på 39,56%. REITs har hatt størst volatilitet etter Bitcoin, men til en betraktelig lavere gjennomsnittlig avkastning.

Korrelasjonen mellom REITs og aktivaklassene har generelt vært lav, men den har vært høy for aksjer. REITs og aksjer har ifølge [Case et al. \(2012\)](#) levert omtrent samme avkastning og hatt lav korrelasjon i lang tid. For den undersøkte perioden er derimot korrelasjon mellom REITs og aksjer på 0,77, hvor avkastningen for aksjer er betydelig høyere og mindre volatil enn for REITs. [Fei et al. \(2010\)](#) hevder den økte korrelasjonen kan skyldes deres økende avhengighet av samme makroøkonomiske forhold.

[Case et al. \(2012\)](#) mener en portefølje med aksjer, obligasjoner og REITs får høyere avkastning uten økning i volatilitet, sammenlignet med en portefølje uten REITs. Vår portefølje viser ikke dette. Av tabell 6 fremgår det at REITs ikke har vært fordelaktig å inkludere i en tradisjonell portefølje med aksjer og obligasjoner, da prosentandelen av REITs er 0%. Inkludering av REITs med aksjer og obligasjoner har derfor ikke vist seg å prestere bedre enn en 60/40 portefølje i løpet av den undersøkte perioden. De fire risikjusterte prestasjonsmålene blir derfor like som for 60/40 porteføljene. [Stelk et al. \(2017\)](#) peker på at REITs kan være uheldig å inkludere ved økonomiske nedgangstider, fordi avkastningen kan

bli mer risikofylt og høyt korrelert med aksjeavkastningen, noe vi ser for vår periode. For den undersøkte perioden er det flere hendelser som har påvirket verdensøkonomien. I tillegg er REITs eksponert for risikoen knyttet til eiendomsmarkedet og endringer i rentenivået ifølge [Imperiale \(2006\)](#). Det kan derfor tenkes at økte renter i den siste delen av perioden fører til en lavere verdsettelse av eiendom og dermed også REITs. REITs blir mean-variance dominert av aksjer og inngår ikke i en portefølje med mindre den shorts selges. Shorting av REITs i tabell 7 fører til redusert risiko, og forbedrede risikojusterte prestasjonsmål. I dette tilfellet vil en investor låne REIT-aksjer og selge dem i markedet med forventning om at prisen vil falle.

Heller ikke i en aksje- og obligasjonsportefølje med de fire andre alternative investeringene har REITs vist seg å være gunstig, gitt tabell 8. Prosentandelen REITs er på 0% og har ikke vist seg å tilby diversifiseringsfordeler i porteføljen. REITs, har heller ikke gitt økt avkastning eller redusert risiko i en blandet portefølje, slik [Waggle & Arrawal \(2006\)](#) hevder. Det kan likevel tenkes at REITs ville vært gunstig i en portefølje uten aksjer, fordi korrelasjonen med andre investeringer har vært lav i løpet av perioden. Ved tillatelse av shortsalg for porteføljen med alle investeringer, er vekten av REITs i porteføljen -16,69% og det antydes shortingfordeler. Shorting kan bidra til økt diversifisering og gi profittmuligheter ved nedgangstider.

Som en relativt ny aktivaklasse skiller Bitcoin seg ut med en gjennomsnittlig årlig avkastning på 162,62% og et standardavvik på 109,73%, gitt tabell 2. [Carpenter \(2016\)](#) hevder Bitcoin har svært høy gjennomsnittlig avkastning og volatilitet, men at flertallet av de positive resultatene stammer fra den spekulative boblen Bitcoin opplevde i 2013-2014. Det kan dermed tenkes at Bitcoins prestasjon hadde blitt dårligere dersom observasjoner før 2014 ble fjernet, slik [Carpenter \(2016\)](#) påpeker. I tillegg er det store svingninger i prisen for Bitcoin sammenlignet med de andre aktivaklassene. Resultatene våre viser en minimumsverdi for Bitcoin i perioden på -83 og en maksverdi på 56, noe som underbygger den høye volatiliteten til aktivaklassen. Bitcoin skiller seg betraktelig fra andre aktivaklasser og beveger seg annerledes slik [Krückeberg & Scholz \(2019\)](#) hevder. En mulig årsak til dette kan være den desentraliserte og uavhengige plattformen Bitcoin opererer på.

[Krückeberg & Scholz \(2019\)](#) mener det ikke er noen signifikant korrelasjon mellom kryptovalutaer og tradisjonelle aktivaklasser, noe våre resultater viser. Bitcoin presterer bra i en portefølje og har lav korrelasjon med både tradisjonelle og alternative investeringer. Blant

alle aktivaklassene har Bitcoin best risikojusterte prestasjonsmål, sett i tabell 5. Dette tyder på at inkludering av Bitcoin i en portefølje kan gi diversifiseringsfordeler og redusere risikoen, særlig i perioder med høy volatilitet og uro i samsvar med [Kajtazi & Moro \(2019\)](#). Det må imidlertid tas i betraktning at Bitcoin er en høyrisikoinvestering som kan være ustabil og volatil. Likevel mener [Kajtazi & Moro \(2019\)](#) at Bitcoin har blitt mer moden, med mer stabile priser og økende likviditet. For den undersøkte perioden stabiliserer prisene seg mer ved slutten av perioden, noe som kan ses av prisutviklingen for Bitcoin i figur 3.

Tabell 6 viser fordelingen av Bitcoin alene i en aksje- og obligasjonsportefølje. For perioden har det vært hensiktsmessig med en gjennomsnittlig vekt i Bitcoin på 3,27% sammen med aksjer og obligasjoner. Ifølge [Krückeberg & Scholz \(2019\)](#) og [Guesmi et al. \(2019\)](#) får en investor attraktive oppside- og diversifiseringsfordeler ved å legge til små kryptovalutaposisjoner i porteføljen, noe som kommer frem av resultatene våre. Inkludering av Bitcoin i en aksje -og obligasjonsportefølje reduserer variansen og forbedrer risikojusterte prestasjonsmål sett opp mot en 60/40 portefølje. Ved tillatelse av shortsalg i tabell 7, er vektene og risikojusterte prestasjonsmål for Bitcoin de samme. [Carpenter \(2016\)](#) hevder Bitcoin er en attraktiv investering som øker avkastning- risiko forholdet betraktelig. For perioden presterer Bitcoin best i en aksje- og obligasjonsportefølje sammenlignet med de fire andre alternative investeringene.

Tabell 8 viser mean-variance optimering for en portefølje med og uten shortsalg, for alle syv aktivaklassene. Fordelingen viser 3,27% i Bitcoin sammen med aksjer, obligasjoner og gull. Porteføljens prestasjon er omtrent lik prestasjonen til aksje- og obligasjonsporteføljen med Bitcoin alene, men ved shortsalg presterer porteføljen med alle syv aktivaklasser bedre. Ved shortsalg har et gjennomsnitt av 2,64% i Bitcoin vært gunstig. Bitcoin gir fremdeles best diversifiseringsfordeler ved inkludering av alle aktivaklassene i en portefølje og er den alternative investeringen det har vært fordelaktig å investere mest i. [Carpenter \(2016\)](#) har påpekt at Bitcoins prestasjon avhenger av dens evne til å kompensere volatilitet med høy avkastning og lav korrelasjon. Bitcoin har lav korrelasjon med andre aktivaklasser og leverer høy risikojustert avkastning. Investering i Bitcoin har derfor vært hensiktsmessig for investorer som søker høy avkastning til en viss risiko. Det må likevel tas i betraktning at andelen Bitcoin i porteføljen er liten, slik at en større andel kunne økt porteføljerisikoen. Bitcoin er en relativt ny og uetablert eiendel, og derfor kan langsiktig avkastning og risikonivå være vanskelig å forutsi.

[Gorton & Rouwenhorst \(2006\)](#) bemerker økt interesse for råvarer på grunn av oppfattelsen om lav korrelasjon med tradisjonelle investeringer. Råvareindeksen har ut fra tabell 4, vært negativ korrelert med obligasjoner, men den har imidlertid vært moderat korrelert med aksjer. I tillegg har råvareindeksen vært sterkt positivt korrelert med råolje med 0,8265, men svakt positivt korrelert med resten av aktivaklassene. Prisutvikling til råvareindeksen har vært lik prisutviklingen for råolje. Dette illustrerer hvordan de to aktivaklassene er tett knyttet sammen i markedet, noe som kan ses i figur 2.

[Gorton & Rouwenhorst \(2006\)](#) mener avkastningen til råvareindekser og amerikanske aksjer vil være lik på lang sikt, men resultatene våre viser en betraktelig lavere avkastning for råvareindeksen sammenlignet med aksjer. Tabell 2 viser en gjennomsnittlig årlig avkastning på råvareindeksen med 1,43% til et standardavvik på 21,39%. Minimumsverdien for avkastningen til råvareindeksen er -12,52 og maksverdien er 7,68 i henhold til tabell 3. Det indikerer en betydelig variasjon avkastningen. Likevel har råvareindeksen lavest volatilitet etter gull blant de alternative investeringene. Av de alternative investeringene har avkastningen til råvareindeksen vært av de minste. Dette stemmer med [Sanders & Irwin \(2012\)](#), som ikke finner bevis for at råvaremarkeder gir høyere avkastning enn andre aktivaklasser over tid. I tillegg til lav avkastning presterer råvareindeksen dårlig på de risikojusterte prestasjonsmålene, sammenlignet med resterende aktivaklasser, gitt tabell 5.

Anerkjennelse av diversifiseringsfordeler doblet råvareindeksinvesteringene fra 2007 til 2013 i henhold til [Bessler & Wolff \(2015\)](#). Vår undersøkte periode indikerer ingen store diversifiseringsfordeler ved råvareindeksen. I følge mean-variance optimeringen fra tabell 6, har det ikke vært hensiktsmessig å inkludere råvareindeksen i en portefølje med aksjer og obligasjoner. [Henriksen et al. \(2019\)](#) hevder fallende råvarepriser fra 2013 har ført til reduserte investeringer og økt skepsisen til råvaremarkedene, noe som kan tenkes å ha innvirkning på resultatene. Siden råvarer ikke tillegges vekt, blir porteføljeallokeringen lik 60/40 porteføljen. Ved shortsalg muligheter, i tabell 7 har det vist seg å være hensiktsmessig å shorte råvareindeksen med gjennomsnittlig 19,09%. Denne fordelingen reduserer porteføljevariansen sett opp mot en 60/40 portefølje, og forbedrer de risikojusterte prestasjonsmålene. Imidlertid må det tas hensyn til risikoen forbundet med shortsalg.

Gorton & Rouwenhorst (2006) mener råvareindekser kan redusere risikoen og avkastningen i en portefølje. Derimot viser porteføljeoptimeringen med alle syv aktivaklasser i tabell 8, at det ikke er fordelaktig med investering i råvareindeksen. Dette stemmer med Lombardi & Ravazzolo (2016) som mener inkludering av råvarer i porteføljen ikke forbedrer de risikojusterte prestasjonsmålene, men heller øker volatiliteten. Ved tillatelse av shortsalg har det vært gunstig med en gjennomsnittlig allokering på 1,82% i råvareindeksen. I dette tilfellet blir porteføljens risikojusterte prestasjonsmål forbedret og porteføljerisikoen reduseres slik Erb & Harvey (2006) fant råvareindekser kan gjøre.

Gull er den alternative investeringen etter Bitcoin som har prestert best i porteføljene. Ifølge Hood & Malik (2013) er dette på grunn av den lave korrelasjon gull har til andre aktivaklasser, noe som samstemmer med våre funn sett i tabell 4. Gull har en gjennomsnittlig årlig avkastning på 3,89% og et standardavvik på 15,9%, vist i tabell 2. Avkastningen for aktivaklassen har vært svært lik avkastningen for obligasjoner, til tross for betydelig høyere risiko. Dette kan være grunnen til at gull tillegges mindre vekt i porteføljer enn obligasjoner. Ifølge tabell 3 har avkastningen til gull en minimumsverdi på -9,81% og en maksimumsverdi på 5,6%. Investorer må være forberedt på denne volatiliteten hvis de velger å investere i gull. Likevel har gull lavest volatilitet etter obligasjoner blant de syv aktivaklassene.

Ifølge Junttila et al. (2018) har gull fungert som en trygg havn og beholdt karakteristikaene sine ved nedgangstider. Det kan tenkes å være fordi gull ikke er like utsatt for verdifall som andre aktiva, og har en lang historie som et pålitelig handelsmiddel. Videre hevder Junttila et al. (2018) at gull og S&P 500 indeksen ble mindre korrelert under finanskrisen i 2008. Den lave korrelasjonen har vedvart over tid og skyldes sannsynligvis deres ulike egenskaper. Det kommer frem av Conlon et al. (2018) at gull er en begrenset ressurs. Derfor stiger verdien når etterspørselen øker ved for eksempel høyere inflasjon og nedgangstider. I henhold til figur 2 hadde gull overlegens ytelse sammenlignet med aktivaklasser som aksjer og REITs under koronakrisen i 2020. Ifølge Baur & Lucey (2010) er det fordelaktig med å inkludere gull i en portefølje, men det kan også anses som spekulativt på grunn av varierende avkastning i perioder med økonomisk usikkerhet. En investorer kan tenkes å heller investere i for eksempel obligasjoner med mer stabile avkastninger, fordi det ifølge Baur & Lucey (2010) kan være vanskelig å forutsi påvirkningen gull har på den totale avkastningen.

I tabell 5 presterte gull best på de risikjusterte prestasjonsmålene blant de alternative investeringene etter Bitcoin. [Daly \(2005\)](#) hevder flere investeringsforvaltere ikke er i stand til å tilføre gull i en optimal portefølje, men at en allokering på 5-10% tidligere har vist seg å være optimalt. Vår analyse gitt tabell 6 og tabell 7 viser derimot en gjennomsnittlig vekt av gull i porteføljen på 1,85%. Gull bidrar likevel ikke til å redusere variansen sett opp mot en 60/40 portefølje. Grunnen til at aktivaklassen likevel kan være hensiktsmessig å inkludere er på grunn av økt diversifisering, sikring mot inflasjon og finansiell ustabilitet. Med gull i porteføljen investeres mer i aksjer og mindre i obligasjoner sammenlignet med porteføljen for Bitcoin. Det kan skyldes at gull er mer korrelert med obligasjoner og mindre korrelert med aksjer sammenlignet med Bitcoin.

I henhold til tabell 8 som viser porteføljeoptimering med alle aktivaklasser, har gull en vekt på 1,38%, og 2,14% ved shortsalg muligheter. Gull tillegges mest vekt etter Bitcoin i porteføljene, men vektene er likevel lave. [Nawaz & VR \(2013\)](#) understreker at du like gjerne kan tape penger på å investere i gull som med andre investeringer. Av den grunn unngås ikke nødvendigvis en nedtur ved å være investert i gull. Det kan derfor tenkes at markedsforholdene og investors investeringsstrategi avgjør hvorvidt gull er en gunstig investering.

Av figur 2 ses lavest prisutvikling for råolje, hvor grafen stort sett ligger under råvareindeksen, og opplever større volatilitet. I tabell 2 ses en årlig gjennomsnittlig avkastning på råolje på 0,23% til et standardavvik på 45,24%. Dette indikerer en lav avkastning for perioden til en svært høy volatilitet. Maks avkastning er 30,02% og minst avkastning er -42,22%, gitt tabell 3. De sterke prissvingningene underbygger den høye volatiliteten. Ifølge tabell 4 er råolje negativt korrelert med obligasjoner og moderat korrelert med aksjer. [Kolodziej et al. \(2014\)](#) hevder det kan være korrelasjon mellom avkastningen til råolje og aksjer på grunn av makroøkonomisk sammenheng. Dermed tilbyr ikke råolje nødvendigvis diversifiseringsfordeler i aksjeporteføljer, til tross for at [Geman & Kharoubi \(2008\)](#) mener råolje og aksjemarkedet er negativt korrelert. Korrelasjonen med de resterende aktivaklassene er generelt lav, bortsett fra råvareindeksen som er sterkt korrelert med råolje. [Turhan et al. \(2014\)](#) hevder langsiktige og kortsiktige korrelasjonskomponenter mellom råolje og aktivaklasser kan variere over tid. Estimatenes våre for korrelasjon er basert på en begrenset tidsperiode, og det er derfor viktig å overvåke korrelasjonen og justere porteføljesammensetningen etter behov.

Av de fire risikojusterte prestasjonsmålene gitt tabell 5 har råolje lavest verdi. Det kan derfor tenkes at investering i råolje ikke har gitt tilstrekkelig avkastning i forhold til risiko. Ifølge tabell 6 resulterer mean-variance optimeringen i en nullallokering til råolje. Allokeringen og risikojusterte prestasjonsmål blir derfor lik som en 60/40 fordeling. [Bigerna et al. \(2021\)](#) og [Miller & Ratti \(2009\)](#) mener inkludering av råolje i porteføljen kan redusere risikoen, spesielt i perioder med høy inflasjon. Generelt har inflasjonen vært moderat for den undersøkte perioden, noe som kan være årsaken til hvorfor råolje ikke har bidratt til redusert risiko for porteføljen. Ved shortsalg i tabell 7 viser det seg å være hensiktsmessig å shorte et gjennomsnitt på 8,46% råolje. Råolje har høy volatilitet og blir dominert av aksjer siden de er høyt korrelert med hverandre. Shorting av råolje kan bidra til å diversifisere den totale risikoen i porteføljen.

Mean-variance optimeringen med alle aktivaklasser i tabell 8 viser en vekt i råolje på 0%. [Xue et al. \(2014\)](#) mener inkludering av råolje i en portefølje fører til økt avkastning og redusert risiko. Dette stemmer ikke med våre resultater. Likevel antydes diversifiseringsfordeler ved å shorte råolje i denne porteføljen. Ved muligheter for shortsalg har det vært gunstig å shorte 2,13% råolje. Ifølge [Turhan et al. \(2014\)](#) brukes råolje i større grad til å ta posisjoner og spekulere sammenlignet med tidligere, noe som kan skyldes endringer i oljemarkedet.

Fremtidsestimat

Fremtidsestimatet i tabell 9 gir en prognose for de neste tre årene fra 31. januar 2023 til og med 31. januar 2026. Vektene fra optimeringen er ment å danne et bilde for fremtiden, men økonomiske og ikke-økonomiske faktorer kan endre seg raskt og må tas i betraktning. Porteføljene med og uten shortsalg presterer bedre og har lavere risiko sammenlignet med 60/40 porteføljen. Dette indikerer at alternative investeringer også i fremtiden kan forbedre avkastning- risikoforholdet til en 60/40 portefølje.

Gitt fremtidsestimatet er det hensiktsmessig å investere en mindre andel i aksjer sammenlignet med de foregående årene. Ifølge [Hegnar \(2022\)](#) har aksjemarkedet opplevd en betydelig positiv utvikling i 2022, og av den grunn vil det kunne observeres et tilbakefall i prisene. Dette kan være på grunn av økt usikkerhet og høyere renter, men det er viktig å huske

at aksjemarkedet er uforutsigbart. Det ser også ut til å være en reduksjon i obligasjonsinvesteringer. I henhold til [Haram \(2023\)](#) er inflasjonen langt høyere enn tidligere, og det er sterke drivkrefter som tilsier at inflasjonen forblir høy. Dette har negative konsekvenser for investeringer i obligasjoner, noe som kommer fram av våre resultater.

Ifølge [Worth \(2022\)](#) forventes REITs å fremdeles påvirkes av høye renter og en økonomi som vokser i et langsommere tempo. REITs får fortsatt en vekt i porteføljen på 0%, noe som indikerer at aktivaklassen heller ikke vil være fordelaktig å inkludere i en portefølje for fremtiden. Ved shortsalg muligheter får REITs en noe sterkere negativ vekt enn tidligere. [van der Welle \(2022\)](#) hevder aktivaklassen er sårbar for økonomiske sammentreknings. Høyere inflasjon, renter, samt geopolitiske faktorer vil kreve en mer forsiktig tilnærming til REITs fremover. For eksempel kan konflikter og spenninger i Ukraina føre til økt usikkerhet i investeringsmiljøet som igjen kan påvirke REITs.

Bitcoin har en noe svakere positiv vekt i porteføljen sammenlignet med perioden fra 2010 til 2023. Ifølge [Maheshwari \(2023\)](#) har enkelte eksperter troen på Bitcoin og forventer den vil stige, mens andre mener den vil falle i nær fremtid. Bitcoin, som ny aktivaklasse, er mer sårbar for markedssvingninger og spekulasjoner. Dette kan gjøre det vanskelig å forutsi utviklingen til aktivaklassen. [Maheshwari \(2023\)](#) finner at Bitcoin både kan gi sikring og attraktiv avkastning i tider med usikkerhet. På den andre siden kan økte renter og strammere pengepolitikk gjøre Bitcoin mindre attraktivt. Ved nedgangstider i markedet kan investorer foretrekke mindre i risikable eiendeler, noe som kan være årsaken til den svake reduksjon av kryptovalutaen i porteføljen.

Av fremtidsestimater kommer det frem at råvareindeksen har en markant økning i prognosene. Aktivaklassen går fra en vekt på 0% til 14,26% og fra 1,82% til 19,67% ved shortsalg. [Patel & Paswan \(2023\)](#) hevder råvarer kan generere en overlegen totalavkastning i 2023 og overgå andre investeringer. Dette som et resultat av et fundamentalt skifte i global makroøkonomi og lave varelager. For eksempel kan lavere produksjon og høyere etterspørsel tenkes å øke priser og dermed øke avkastningen på råvarer. Av den grunn kan det være gunstig å investere mer i råvareindeksen for å dra nytte av den forventede avkastningen. Bekymring for inflasjon kan også gjøre råvareindeksen mer attraktiv som en beskyttelse mot inflasjon.

I tillegg til råvareindeksen, viser gull seg å bli en mer foretrukket investering hvor vekten i porteføljen øker til 22,57% og 12,66% ved shortsalg. [Sookael \(2023\)](#) mener gullprisen vil stige i 2023 og bli ansett som en pålitelig investering i tider med usikkerhet. Ved usikkerhet i finansmarkedene har gull vist seg å være en trygg investering, mens andre aktivaklasser ofte faller i verdi. Dagens marked er preget av høy usikkerhet, rente og inflasjon, og gull kan derfor bli mer ettertraktet. [Sookael \(2023\)](#) påpeker også at økte gullkjøp fra sentralbanker kan være en årsak til den økende verdien av gull. For sentralbanker har gull potensial til å redusere risikoen forbundet med fluktasjoner i valutakursen.

Råolje får fremdeles en nullallokering og en noe sterkere negativ vekt ved shortsalg muligheter. Dette indikerer at råolje fortsatt ikke er fordelaktig å inkludere i en portefølje, gitt fremtidsestimater. Ifølge [FitchRating \(2023\)](#) er prisen for råolje forventet å falle hvert år fra 2023 til 2026, som et resultat av fallende langsiktig etterspørsel på grunn av energiomstillingen. Dette underbygger hvorfor råolje fremdeles ikke tillegges vekt i en portefølje med alternative investeringer, aksjer og obligasjoner. Det verdt å merke seg at prognosene kan være gjenstand for usikkerhet og endringer.

9 Konklusjon

I denne oppgaven har vi sett på hvorvidt alternative investeringer forbedrer avkastningsrisikoforholdet til en tradisjonell 60/40 portefølje av aksjer og obligasjoner. I tillegg har vi estimert prognoser for fremtiden. For å besvare problemstillingen har vi gjennomført en mean-variance optimering i Excel, hvor en rebalansert avkastning fra 60/40 porteføljen har blitt satt som restriksjon. Det er også beregnet fire risikojusterte prestasjonsmål for å lettere kunne sammenligne prestasjonen til porteføljene.

Våre funn tyder på at aksjer og obligasjoner har stått seg bra i forhold til alternative investeringer. I tidsperioden 2010-2023 har Bitcoin og gull, vært de eneste alternative investeringene som har vært gunstige å inkludere i en tradisjonell portefølje. Investeringer i Bitcoin har bidratt til en reduksjon av porteføljens risiko og forbedrede risikojusterte prestasjonsmål sett opp mot en 60/40 portefølje. Bitcoin har hatt lav korrelasjon med de andre aktivaklassene, og ved inkludering av kryptovalutaen i porteføljen har det vært mulig å oppnå diversifiseringseffekter. Derimot har ikke gull redusert den samlede risikoen i en portefølje selv om det inkluderes. Likevel kan aktivaklassen beskytte mot tap i porteføljen og bidra til ytterligere diversifisering. REITs, råvareindeksen og råolje har generelt fått en nullallokering eller negative vekter. Disse aktivaklassene har vist lav avkastning til høy risiko, samt høyere korrelasjon med aksjer. Dermed har ikke REITs, råvareindeksen eller råolje i de fleste tilfeller bidratt til å redusere den samlede risikoen i porteføljen, med mindre de shortselges.

Fremtidsestimatet indikerer at både Bitcoin og gull vil opprettholde en positiv verdi. Den mest markante endringen er den betydelige økningen i vekten av gull og råvareindeksen. En mulig årsak kan være økt usikkerhet, inflasjonsbekymringer, samt økt etterspørsel etter råvarer. Generelt har alternative investeringer fått en betydelig høyere vekt, mens tradisjonelle investeringer har fått en lavere vekt sammenlignet med tidsperioden 2010-2023. Dette kan skyldes økt globalisering og tilgjengelighet av nye investeringsmuligheter.

Vår oppgave bidrar til å utforske og analysere hvilke alternative investeringer som er mest hensiktsmessige å inkludere i en tradisjonell portefølje basert på historiske data. Oppgaven bidrar også til å identifisere fremtidige trender og muligheter i investeringsmarkedet. Dette kan bidra til innovasjon innen porteføljeforvaltning og inspirasjon til nye investeringsstrategier.

Videre forskning

I en senere oppgave kan det være interessant å utforske den praktiske anvendelsen av mean-variance optimering, og undersøke hvordan en handelsstrategi konstrueres i praksis.

For vår oppgave ville det involvert bruk av børshandlede fond og futures. Markowitz sin mean-variance modell har gitt en grunnleggende ide om det optimale porteføljeutvalget. I komplekse og uforutsigbare finansmarkeder eksisterer det vanligvis mer spesifikke krav. For eksempel er det hensiktsmessig å vurdere transaksjonskostnader, skattemessige faktorer og handelsregler for å skape en praktisk handelsstrategi. I tillegg kan det være fordelaktig å vurdere porteføljevalg fra flere perioder for å håndtere de dynamiske finansmarkedene.

Det kunne også vært interessant å benytte flere metoder for å løse problemstillingen, for å sammenligne hvorvidt resultatene blir ulik. Ved å benytte et mangfold av ulike metoder reduseres problemet med estimeringsrisiko i inputparameterne. Hver modell har ulike styrker og svakheter, og dersom disse kombineres kan effekten av eventuelle feil og unøyaktigheter i en enkelt modell reduseres.

Litteraturliste

- Ahmed, I., & Khan, N. (2019). Who is the sharp manager? A first comprehensive sectorial wise analysis of mutual fund industry of Pakistan. *International Journal of Multidisciplinary and Current Research*, 7, 25-29.
- Alexander, C. (2008). *Market risk analysis, quantitative methods in finance*. John Wiley & Sons.
- Andersson, M., Krylova, E., & Vähämaa, S. (2008). Why does the correlation between stock and bond returns vary over time?. *Applied Financial Economics*, 18(2), 139-151. <https://doi.org/10.1080/09603100601057854>
- Babshetti, V., & Basanna, P. (2018). An analysis of existence of convergence between spot and futures prices in selected agricultural commodities. *Indian Journal of Research in Capital Markets*, 5(4), 7-17. <http://dx.doi.org/10.17010/ijrcm%2F2018%2Fv5%2Fi4%2F141542>
- Bakry, W., Rashid, A., Al-Mohamad, S., & El-Kanj, N. (2021). Bitcoin and portfolio diversification: A portfolio optimization approach. *Journal of Risk and Financial Management*, 14(7), 282. <https://doi.org/10.3390/jrfm14070282>
- Bandi, F. M., Russell, J. R., & Zhu, Y. (2008). Using high-frequency data in dynamic portfolio choice. *Econometric Reviews*, 27(1-3), 163-198. <https://doi.org/10.1080/07474930701870461>
- Baur, D. G., & Lucey, B. M. (2010). Is gold a hedge or a safe haven? An analysis of stocks, bonds and gold. *Financial review*, 45(2), 217-229. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6288.2010.00244.x>
- Benhamou, E., Guez, B., & Paris, N. (2019). Omega and Sharpe ratio. *arXiv preprint arXiv:1911.10254*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1911.10254>
- Bekkers, N., Doeswijk, R. Q., & Lam, T. (2009). Strategic asset allocation: Determining the optimal portfolio with ten asset classes. *Available at SSRN 1368689*. <https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1368689>
- Bessler, W., & Wolff, D. (2015). Do commodities add value in multi-asset portfolios? An out-of-sample analysis for different investment strategies. *Journal of Banking & Finance*, 60, 1-20. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2015.06.021>
- Bigerna, S., Bollino, C. A., & Polinori, P. (2021). Oil import portfolio risk and spillover volatility. *Resources Policy*, 70, 101976. <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2020.101976>
- Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. (2014). *EBOOK: Investments-Global edition*. McGraw Hill.

- Carpenter, A. (2016). Portfolio diversification with Bitcoin. *Journal of Undergraduate Research in Finance*, 6(1), 1-27.
- Case, B., Yang, Y., & Yildirim, Y. (2012). Dynamic correlations among asset classes: REIT and stock returns. *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, 44, 298-318. <https://doi.org/10.1007/s11146-010-9239-2>
- Chen, J. M., & Chen, J. M. (2016). Sortino, omega, kappa: The algebra of financial asymmetry. *Postmodern Portfolio Theory: Navigating Abnormal Markets and Investor Behavior*, 79-105. https://doi.org/10.1057/978-1-137-54464-3_6
- Chen, J. (2022a, 13. juni). *West Texas Intermediate (WTI): Definition and Use as a Benchmark*. Investopedia. Hentet 14. april 2023 fra <https://www.investopedia.com/terms/w/wti.asp>
- Chen, J. (2022b, 20. juni). *What Is Roll Yield and When Is It Positive or Negative?* Investopedia. Hentet 13. mai 2023 fra <https://www.investopedia.com/terms/r/roll-yield.asp>
- Chorpenning, A. (2019, 26. juni). *The Sharpe Ratio: Definition and How to Use It*. Yahoo!finance. Hentet 20. mars 2023 fra <https://finance.yahoo.com/news/sharpe-ratio-definition-152203269.html>
- Conlon, T., Lucey, B. M., & Uddin, G. S. (2018). Is gold a hedge against inflation? A wavelet time-scale perspective. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 51(2), 317-345.
- CFI. (2023a, 15. mars). *Asset Allocation*. Corporate Finance Institute. Hentet 16. mars 2023 fra <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/wealth-management/asset-allocation/>
- CFI. (2023b, 21 mars.) *Short Squeeze*. Corporate Finance Institute. Hentet 11. mai 2023 fra <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/capital-markets/short-squeeze/>
- CFI. (2023c, 8. mai). *Sharpe Ratio*. Corporate Finance Institute. Hentet 10. mai 2023 fra <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/risk-management/sharpe-ratio-definition-formula/>
- Cumming, D., Helge Haß, L., & Schweizer, D. (2014). Strategic asset allocation and the role of alternative investments. *European Financial Management*, 20(3), 521-547. <https://doi.org/10.1111/j.1468-036X.2012.00642.x>
- Daly, R. M. (2005). Tactical Asset Allocation to Gold. *Available at SSRN 783187*.
- Daskalaki, C., & Skiadopoulos, G. (2011). Should investors include commodities in their portfolios after all? New evidence. *Journal of Banking & Finance*, 35(10), 2606-2626. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2011.02.022>
- Dowd, K. (2000). Adjusting for risk: An improved Sharpe ratio. *International review of economics & finance*, 9(3), 209-222. [https://doi.org/10.1016/S1059-0560\(00\)00063-0](https://doi.org/10.1016/S1059-0560(00)00063-0)

- Edwards, S. (2022, 30. august). *Rethinking the 60/40 Portfolio*. MorganStanley. Hentet 27. mars 2023 fra <https://www.morganstanley.com/articles/60-40-balanced-portfolio-rethinking-strategies>
- Ehrgott, M., Klamroth, K., & Schwehm, C. (2004). An MCDM approach to portfolio optimization. *European Journal of Operational Research*, 155(3), 752-770. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(02\)00881-0](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00881-0)
- Eling, M., & Schuhmacher, F. (2007). Does the choice of performance measure influence the evaluation of hedge funds?. *Journal of Banking & Finance*, 31(9), 2632-2647. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2006.09.015>
- Erb, C. B., & Harvey, C. R. (2006). The strategic and tactical value of commodity futures. *Financial Analysts Journal*, 62(2), 69-97. <https://doi.org/10.2469/faj.v62.n2.4084>
- Fabozzi, F. J., & Fabozzi, F. A. (2021). *Bond markets, analysis, and strategies*. MIT Press.
- Federal Reserve Bank of Dallas. (u.å). *Indexing Data to a Common Starting Point*. Hentet 16. april 2023 fra <https://www.dallasfed.org/research/basics/indexing>
- Federal Reserve Bank of St.Louis. (u.å). *BofA Merrill Lynch US Corporate Index- Total Return Index Value*. Hentet 21. april 2023 fra <https://fred.stlouisfed.org/series/BAMLCC0A0CMTRIV>
- Fei, P., Ding, L., & Deng, Y. (2010). Correlation and volatility dynamics in REIT returns: performance and portfolio considerations. *The Journal of Portfolio Management*, 36(2), 113-125. <https://doi.org/10.3905/JPM.2010.36.2.113>
- FitchRatings. (2023, 13. mars). *Fitch Ratings Raises Mid-Term Oil and Cuts Near-Term Gas Price Assumptions*. Hentet 8. mai 2023 fra <https://www.fitchratings.com/research/corporate-finance/fitch-ratings-raises-mid-term-oil-cuts-near-term-gas-price-assumptions-13-03-2023>
- Géhin, W. (2006). The challenge of hedge fund performance measurement: a toolbox rather than a Pandora's box. *Available at SSRN 946928*. <https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.946928>
- Geman, H., & Kharoubi, C. (2008). WTI crude oil futures in portfolio diversification: The time-to-maturity effect. *Journal of Banking & Finance*, 32(12), 2553-2559. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2008.04.002>
- Gorton, G., & Rouwenhorst, K. G. (2006). Facts and fantasies about commodity futures. *Financial Analysts Journal*, 62(2), 47-68. <https://doi.org/10.2469/faj.v62.n2.4083>
- Guesmi, K., Saadi, S., Abid, I., & Ftiti, Z. (2019). Portfolio diversification with virtual currency: Evidence from bitcoin. *International Review of Financial Analysis*, 63, 431-437. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2018.03.004>

- Habbab, F. Z., Kampouridis, M., & Voudouris, A. A. (2022, May). Optimizing mixed-asset portfolios involving reits. In *2022 IEEE Symposium on Computational Intelligence for Financial Engineering and Economics (CIFEr)* (pp. 1-8). IEEE.
<https://doi.org/10.1109/CIFEr52523.2022.9776074>
- Halliburton, B. (2019, 30. oktober) *Diversification Is the Only Free Lunch*. Forbs Books. Hentet 8.mai 2023 fra <https://books.forbes.com/author-articles/diversification-is-the-only-free-lunch/>
- Haram, A. (2023, 29. mars). Venter greit tiår for aksjer, svakt for obligasjoner. *Finansavisen*.
<https://www.finansavisen.no/makro/2023/03/29/7997570/anders-johansen-venter-greit-tiar-for-aksjer-svakt-for-obligasjoner>
- Harrison, R. L. (2010, January). Introduction to monte carlo simulation. In *AIP conference proceedings* (Vol. 1204, No. 1, pp. 17-21). American Institute of Physics.
- Hayes, A. (2022a, 20. april). *What Is a Commodity Index, Its Functions, Major Examples?* Investopedia. Hentet 29. mars 2023 fra <https://www.investopedia.com/terms/c/commodityindices.asp>
- Hayes, A. (2022b, 25. mai). *What Is a Spike in the Financial Markets?* Investopedia. Hentet 13. Mai 2023 fra <https://www.investopedia.com/terms/s/spike.asp>
- Hegnar, T. (2022, 23. desember). 2023 blir krevende. *Kapital*. Hentet 8.april 2023 fra <https://www.kapital.no/reportasjer/2022/12/23/7972040/2023-blir-krevende>
- Henriksen, T. E. S., Pichler, A., Westgaard, S., & Frydenberg, S. (2019). Can commodities dominate stock and bond portfolios?. *Annals of Operations Research*, 282, 155-177.
<https://doi.org/10.1007/s10479-018-2996-7>
- Hiller, Niclas. (2018, 4. November). *Alternative investeringer og deres rolle i porteføljen*. Formue. Hentet 15. april 2023 fra <https://formue.no/innsikt/alternative-investeringer-rolle-portefoljen/>
- Hillson, D. (2012). *Managing risk in projects*. Gower Publishing, Ltd..
- Hoesli, M., & Oikarinen, E. (2012). Are REITs real estate? Evidence from international sector level data. *Journal of International Money and Finance*, 31(7), 1823-1850.
<https://doi.org/10.1016/j.jimonfin.2012.05.017>
- Holland, S. P. (2013). The economics of peak oil. *Encyclopedia of Energy, Natural Resource, and Environmental Economics*, 1, 146-150.
- Hood, M., & Malik, F. (2013). Is gold the best hedge and a safe haven under changing stock market volatility?. *Review of Financial Economics*, 22(2), 47-52.
<https://doi.org/10.1016/j.rfe.2013.03.001>
- Imperiale, R. (2006). *Getting started in real estate investment trusts*. John Wiley & Sons.

- Jones, C. M., & Lamont, O. A. (2002). Short-sale constraints and stock returns. *Journal of Financial Economics*, 66(2-3), 207-239. [https://doi.org/10.1016/S0304-405X\(02\)00224-6](https://doi.org/10.1016/S0304-405X(02)00224-6)
- Junttila, J., Pesonen, J., & Raatikainen, J. (2018). Commodity market based hedging against stock market risk in times of financial crisis: The case of crude oil and gold. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 56, 255-280. <https://doi.org/10.1016/j.intfin.2018.01.002>
- Jurevičienė, D., & Jakavonytė, A. (2015). Alternative investments: valuation of wine as a means for portfolio diversification. <http://dx.doi.org/10.3846/btp.2015.606>
- Kaplan, P. D., & Knowles, J. A. (2004). Kappa: A generalized downside risk-adjusted performance measure. *Journal of Performance Measurement*, 8, 42-54.
- Kapsos, M., Zymler, S., Christofides, N., & Rustem, B. (2014). Optimizing the Omega ratio using linear programming. *Journal of Computational Finance*, 17(4), 49-57.
- Kajtazi, A., & Moro, A. (2019). The role of bitcoin in well diversified portfolios: A comparative global study. *International Review of Financial Analysis*, 61, 143-157. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2018.10.003>
- Keating, C., & Shadwick, W. F. (2002). An introduction to omega. *AIMA Newsletter*.
- Kenton, W. (2023, 23. Mars). *S&P 500 index: What It's for and Why It's important in Investing*. Investopedia. Hentet 28. mars 2023 fra <https://www.investopedia.com/terms/s/sp500.asp>
- Kolodziej, M., Kaufmann, R. K., Kulatilaka, N., Bicchetti, D., & Maystre, N. (2014). Crude oil: commodity or financial asset?. *Energy Economics*, 46, 216-223. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2014.09.006>
- Kroll, J. A., Davey, I. C., & Felten, E. W. (2013, June). The economics of Bitcoin mining, or Bitcoin in the presence of adversaries. In *Proceedings of WEIS* (Vol. 2013, No. 11).
- Krückeberg, S., & Scholz, P. (2019). *Cryptocurrencies as an asset class* (pp. 1-28). Springer International Publishing.
- LePan, N. (2021, 6. desember). *Visualizing the Abundance of Elements in the Earth's Crust*. Elements.visualcapitalist. Hentet 12. april 2023 fra <https://elements.visualcapitalist.com/elements-in-the-earths-crust-abundance/>
- Liberto, D. (2022, 23 September). *What is crude oil, and Why Is it important to Investors?* Investopedia. Hentet 17. mars 2023 fra <https://www.investopedia.com/terms/c/crude-oil.asp>
- Lombardi, M. J., & Ravazzolo, F. (2016). On the correlation between commodity and equity returns: implications for portfolio allocation. *Journal of Commodity Markets*, 2(1), 45-57. <https://doi.org/10.1016/j.jcomm.2016.07.005>

- Lundberg, H, Nils. (2021, 5. januar). *Råolje*. Store norske leksikon. Hentet 14. mars 2023 fra <https://snl.no/r%C3%A5olje>
- Maheshwari, R. (2023, 12. april). Bitcoin Price Prediction: Can Bitcoin Reach \$1,000,000 by 2025?. *Forbes*. Hentet 13. April 2023 fra <https://www.forbes.com/advisor/in/investing/cryptocurrency/bitcoin-prediction/>
- Markowitz, H. (2014). Mean–variance approximations to expected utility. *European Journal of Operational Research*, 234(2), 346-355. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.08.023>
- Marling, H., & Emanuelsson, S. (2012). The markowitz portfolio theory. *November*, 25, 2012.
- Mendenhall, W., Beaver, R. J., & Beaver, B. M. (2012). *Introduction to probability and statistics*. Cengage Learning.
- Meucci, A. (2010). Quant nugget 2: Linear vs. compounded returns—common pitfalls in portfolio management. *GARP risk professional*, 49-51.
- Michaud, R. O. (1989). The Markowitz optimization enigma: Is ‘optimized’ optimal?. *Financial analysts journal*, 45(1), 31-42. <https://doi.org/10.2469/faj.v45.n1.31>
- Michaud, R. O., Michaud, R., & Pulvermacher, K. (2011). Gold as a strategic asset. *World Gold Council*, 10.
- Miller, J. I., & Ratti, R. A. (2009). Crude oil and stock markets: Stability, instability, and bubbles. *Energy economics*, 31(4), 559-568. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2009.01.009>
- Nareit. (2021). *What’s a REIT (Real Estate Investment Trust)?*. Hentet 06. mars 2023 fra <https://www.reit.com/what-reit>
- Nawaz, N., & VR, S. (2013). A study on various forms of gold investment. *Available at SSRN 3525301*. <https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3525301>
- Panna, M. (2017). Note on simple and logarithmic return. *APSTRACT: applied studies in agribusiness and commerce*, 11(1033-2017-2935), 127-136. <http://dx.doi.org/10.22004/ag.econ.265595>
- Patel, B & Paswan, R. (2023, 23. Januar). Commodities set to outperform other asset classes in 2023, says Goldman. *Reuters*. Hentet 8. april 2023 fra <https://www.reuters.com/article/commodities-research-goldman-sachs-idUSKBN2U21EC>
- Peng, H., Gan, M., & Chen, X. (2008). A mean-variance model for optimal portfolio selection with transaction costs. *IFAC Proceedings Volumes*, 41(2), 1627-1632. <https://doi.org/10.3182/20080706-5-KR-1001.00277>
- Pilotte, E. A., & Sterbenz, F. P. (2006). Sharpe and treynor ratios on treasury bonds. *The Journal of Business*, 79(1), 149-180. <https://doi.org/10.1086/497409>

- Reilly, F. K., & Brown, K. C. (2011). *Investment analysis and portfolio management*. Cengage Learning.
- Rizzo, P. (2014, 5. august). *Thomson Reuters Adds Bitcoin to- USD Prices to Eikon Trading Software*. Coindesk. Hentet 16. April 2023 fra <https://www.coindesk.com/markets/2014/08/05/thomson-reuters-adds-bitcoin-to-usd-prices-to-eikon-trading-software/>
- Robinson, J., & Langley, B. (2017). The 60/40 Problem: Examining the Traditional 60/40 Portfolio in an Uncertain Rate Environment. *Available at SSRN 2959015*. <https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2959015>
- Rollinger, T. N., & Hoffman, S. T. (2013). Sortino: a 'sharper' ratio. *Chicago, Illinois: Red Rock Capital*.
- Samarakoon, L. P., & Hasan, T. (2005). Portfolio performance evaluation. *THE ENCYCLOPEDIA OF FINANCE, CF Lee, ed., Springer*, 617-622.
- Sanders, D. R., & Irwin, S. H. (2012). A reappraisal of investing in commodity futures markets. *Applied Economic Perspectives and Policy*, 34(3), 515-530. <https://doi.org/10.1093/aep/pps026>
- Schweizer, D. (2008). Portfolio optimization with alternative investments. *Available at SSRN 1091093*
- Segendorf, B. (2014). What is bitcoin. *SverigesRiksbankEconomicReview*, 2014, 2-71.
- Siddikee, M. N. (2018). Effect of daily dividend on arithmetic and logarithmic return. *The Journal of Finance and Data Science*, 4(4), 247-272. <https://doi.org/10.1016/j.jfds.2018.06.001>
- Shafiee, S., & Topal, E. (2010). An overview of global gold market and gold price forecasting. *Resources policy*, 35(3), 178-189. <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2010.05.004>
- Sharma, A., & Mehra, A. (2017). Extended omega ratio optimization for risk-averse investors. *International Transactions in Operational Research*, 24(3), 485-506. <https://doi.org/10.1111/itor.12184>
- Sookael, R. (2023, 6. januar). *Gull prisen når all time high i Norge. Og med en sterkt prognose for 2023!*. Tavex. Hentet 8. april 2023 fra <https://tavex.no/nyheter-gull-prisen-nar-all-time-high-i-norge-og-med-en-sterk-prognose-for-2023/>
- Sortino, F. A. (2009). *The Sortino Framework for Constructing Portfolios: Focusing on Desired Target ReturnTM to Optimize Upside Potential Relative to Downside Risk*. Elsevier.
- S&P Dow Jones Indices. (u.å). *S&P GSCI Gold Spot*. Hentet 20. april fra <https://www.spglobal.com/spdji/en/indices/commodities/sp-gsci-gold/#overview>

- S&P Global. (2023a). *Dow Jones Equity All REIT Index*. Hentet 14. april 2023 fra <https://www.spglobal.com/spdji/en/indices/equity/dow-jones-equity-all-reit-index/#overview>
- S&P Global. (2023b). *S&P GSCI*. Hentet 25 april 2023 fra <https://www.spglobal.com/spdji/en/indices/commodities/sp-gsci/#overview>
- Stephen, L., & Simon, S. (2005). The case for REITs in the mixed-asset portfolio in the short and long run. *Journal of Real Estate Portfolio Management*, 11(1), 55-80. <https://doi.org/10.1080/10835547.2005.12089711>
- Stelk, S. J., Zhou, J., & Anderson, R. I. (2017). REITs in a mixed-asset portfolio: An investigation of extreme risks. *The Journal of Alternative Investments*, 20(1), 81-91. <https://doi.org/10.3905/jai.2017.20.1.081>
- Stoll, H. R., & Whaley, R. E. (2010). Commodity index investing and commodity futures prices. *Journal of Applied Finance (Formerly Financial Practice and Education)*, 20(1).
- Su, C. W., Qin, M., Tao, R., & Zhang, X. (2020). Is the status of gold threatened by Bitcoin?. *Economic research-Ekonomiska istraživanja*, 33(1), 420-437. <https://doi.org/10.1080/1331677X.2020.1718524>
- Surtee, T. G., & Alagidede, I. P. (2022). A novel approach to using Modern Portfolio Theory. *Borsa Istanbul Review*. <https://doi.org/10.1016/j.bir.2022.12.005>
- Tagliapietra, S. (2020). COVID-19 is causing the collapse of oil markets: when will they recover?. *Bruegel-Blogs*.
- Tajdini, S., Mehrara, M., & Tehrani, R. (2021). Hybrid Balanced Justified Treynor ratio. *Managerial Finance*, 47(1), 86-97. <https://doi.org/10.1108/MF-03-2019-0118>
- Tretina, K., Curry, B. (2021, 8. januar). *What Is The S&P 500? How Does It Work?* Forbs. Hentet 8 mai 2023 fra <https://www.forbes.com/advisor/investing/what-is-sp-500/>
- Turhan, M. I., Sensoy, A., Ozturk, K., & Hacıhasanoglu, E. (2014). A view to the long-run dynamic relationship between crude oil and the major asset classes. *International Review of Economics & Finance*, 33, 286-299. <https://doi.org/10.1016/j.iref.2014.06.002>
- van der Meer, R., Sortino, F., & Plantinga, A. (2001). The impact of downside risk on risk-adjusted performance of mutual funds in the Euronext markets. *Available at SSRN 277352*. <https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.277352>
- van der Welle, P. (2022, 5. mai). *REITs: playing in extra time?*. Robeco. Hentet 27. April 2023 fra <https://www.robeco.com/en-uk/insights/2022/05/reits-playing-in-extra-time>

- Van Eyden, R., Difeto, M., Gupta, R., & Wohar, M. E. (2019). Oil price volatility and economic growth: Evidence from advanced economies using more than a century's data. *Applied energy*, 233, 612-621.
- Waggle, D., & Agrawal, P. (2006). The stock-REIT relationship and optimal asset allocations. *Journal of Real Estate Portfolio Management*, 12(3), 209-221. <https://doi.org/10.1080/10835547.2006.12089747>
- Walters, C. F. A. (2014). The Black-Litterman model in detail. *Available at SSRN 1314585*. <https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1314585>
- Worth, J. (2022, desember). *2023 REIT Outlook for the Economy, Commercial Real Estate, and REITs*. Nareit. Hentet 08. april 2023 fra https://www.reit.com/sites/default/files/2022-12/2023_Nareit_EconomicOutlook.pdf
- Xue, Q., Wang, Z., Liu, S., & Zhao, D. (2014). An improved portfolio optimization model for oil and gas investment selection. *Petroleum Science*, 11, 181-188. <https://doi.org/10.1007/s12182-014-0331-8>
- Zhang, Y., Li, X., & Guo, S. (2018). Portfolio selection problems with Markowitz's mean-variance framework: a review of literature. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 17, 125-158. <https://doi.org/10.1007/s10700-017-9266-z>

Appendiks

A1 Front-future

	Gold Futures- Jun 23 (GCM3)		S&P GSCI Gold Spot- Price index	
	E(r)	SD	E(r)	SD
Daglig	0,0151 %	1,0080 %	0,0151 %	1,0015 %
Årlig	3,8855 %	16,0020 %	3,8869 %	15,8977 %

Note: Gold futures er hentet fra Investing.com, mens S&P Gold Spot- Price index som nevnt er hentet fra Refinitiv Eikon.

A2 Logaritmisk versus aritmetisk avkastning

DX	X _t (DX+1)	RL (LN((1+DX)/1))	RA (DX/1)	RL=ln(1+RA)
0,005	1,005	0,004988	0,005	0,004988
0,010	1,010	0,009950	0,010	0,009950
0,015	1,015	0,014889	0,015	0,014889
0,020	1,020	0,019803	0,020	0,019803
0,025	1,025	0,024693	0,025	0,024693
0,030	1,030	0,029559	0,030	0,029559
0,035	1,035	0,034401	0,035	0,034401
0,040	1,040	0,039221	0,040	0,039221
0,045	1,045	0,044017	0,045	0,044017
0,050	1,050	0,048790	0,050	0,048790
0,055	1,055	0,053541	0,055	0,053541
0,060	1,060	0,058269	0,060	0,058269
0,065	1,065	0,062975	0,065	0,062975
0,070	1,070	0,067659	0,070	0,067659
0,075	1,075	0,072321	0,075	0,072321
0,080	1,080	0,076961	0,080	0,076961
0,085	1,085	0,081580	0,085	0,081580
0,090	1,090	0,086178	0,090	0,086178
0,095	1,095	0,090754	0,095	0,090754
0,100	1,100	0,095310	0,100	0,095310

Note: Utregningen er basert på tilfeldige tall. Ovenfor vises et utdrag av beregningene. Hensikten er å illustrere hvordan logaritmisk og aritmetisk avkastning kan bli forskjellig.

A3 Mean-variance optimering

Mean- variance portefølje med alle aktiva klasser

Target return	0,0298 %	RF daglig	0,000079
<u>Portefølje vekter</u>			
Aksjer	16,09 %		
Obligasjoner	79,26 %		
REITs	0,00 %		
Bitcoin	3,27 %		
Råvareindeks	0,00 %		
Gull	1,38 %		
Råolje	0,00 %		
Sum =100%	1,00000		
E(r)	0,0298 %	Sammenligning 60/40	0,0298 %
Variance	0,0015 %		0,0044 %
SD	0,3853 %		0,6612 %
Sharpe	0,0569	60/40 har høyere vol Mean-variance dominans er vist	

Note: Eksempel på mean-variance optimering med alle aktiva, uten shortsalg.

Note: Problemløser som er brukt til å løse mean-variance optimering ovenfor, uten tillatelse av negative vektorer.

