Emily Opdahl og Marie Frost Tjemsland

Elevers bruk av representasjoner i utforskende matematikkundervisning

En kvalitativ studie om hvordan elever på 6. trinn bruker representasjoner i arbeid med en utforskende matematikkoppgave

Masteroppgave i matematikkdidaktikk 5.-10. trinn
Veileder: Benedikte Grimeland
Mai 2023

Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Emily Opdahl og Marie Frost Tjemsland

Elevers bruk av representasjoner i utforskende matematikkundervisning

En kvalitativ studie om hvordan elever på 6. trinn bruker representasjoner i arbeid med en utforskende matematikkoppgave

Masteroppgave i matematikkdidaktikk 5.-10. trinn
Veileder: Benedikte Grimeland
Mai 2023

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Denne masteroppgaven ser på hvordan en undersøkende matematikkundervisning påvirker elevenes bruk av representasjoner. Undersøkende undervisning kommer fra begrepet Inquiry Based Learning (IBL) som oversettes til undersøkende eller utforskende undervisning eller arbeidsmåte. I denne studien har vi sett på hvilke representasjoner elevene tar i bruk når de skal løse en utforskende matematikkoppgave. Representasjoner i matematikk handler om hvordan matematikken blir uttrykt, enten i form av muntlig tale eller skriftlig i form av symboler og illustrasjoner. Forskningsspørsmålet for denne masteroppgaven er:

Hva kjennetegner elever på 6. trinns bruk av representasjoner i arbeid med en utforskende matematikkoppgave?

Masteroppgaven er en del av et større forskningsprosjekt på NTNU. Prosjektet forsker på literacy (som kan oversettes til kompetanse) i flere fagmiljøer og heter «Literacy og faglighet til skole og arbeidsliv». Vår studie er en kvalitativ studie som tar for seg to elevpar og deres løsningsprosess i en utforskende matematikkoppgave. Datamaterialet består av video- og lydopptak. Hvert elevpar fikk utdelt en planke i form av tynn papp, og oppgaven var å lage en fuglekasse ved å bruke opp alt av materialet. Elevene fikk ingen instrukser for hvordan de skulle løse oppgaven, så det var opp til hvert elevpar å finne sin løsning på oppgaven. Utgangspunktet for analysen av datamaterialet er Duvals (2006) klassifisering av semiotiske representasjonsregistre og Kilpatricks (2001) teori om konkreter.

Resultatene fra studien viser at begge elevparene endte opp med å ta i bruk muntlig tale som sin hovedrepresentasjon i arbeidet med den utforskende matematikkoppgaven. Elevenes muntlige kommunikasjon knyttes til Duvals (2006) klassifisering av semiotiske representasjonsregistre innenfor kategorien naturlig språk. Det som var likt for begge elevparene, var at elevene brukte språket for å kommunisere sine tanker, idéer og løsningsforslag med hverandre. Selve språket i seg selv var naturlig og enkelt, og inneholdt få matematiske ord og begreper. I tillegg til det naturlige språket, fant vi bruk av både symboler og illustrasjoner i elevenes prosess med å oppgaven. Resultatene viste også at elevparene støttet seg på planken de fikk utdelt, og valgte å bruke den i stedet for å gjøre matematiske beregninger. Begge elevparene løste oppgaven, og endte med en ferdig fuglekasse.

Abstract

In our master's thesis, we have looked at how an Inquiry Based Learning (IBL) session affects students' use of representations in mathematics. In this study, we have looked at which representations the students use when solving an exploratory mathematics task. Representations in mathematics are about how mathematics is expressed, either in the form of oral speech or in writing in the form of symbols and illustrations. The research question for this master's thesis is:

What characterizes pupils in the 6th grade using representations when working with an exploratory mathematics task?

This master's thesis is part of a larger research project at NTNU. The project researches literacy in several professional environments and is called «Literacy and professional skills for school and working life». Our study is a qualitative study that deals with two pairs of students and their solution to an exploratory mathematics task. The data material consists of video and audio recordings. Each student pair was given a plank in the form of thin cardboard, and the task was to make a bird box by using all of the material they were given. The students were given no instructions on how to solve the task, which meant that each pair of students had to find their own solution to the task. The starting point for the analysis of the data material is Duval's (2006) classification of semiotic representation registers and Kilpatrick's (2001) theory of concretes.

The results from the study showed that both student pairs ended up using oral speech as their main representation in the work with the exploratory mathematics task. The students' oral communication is linked to Duval's (2006) classification of semiotic representational registers within the category of natural language. What was similar for both student pairs was that the students used the language to communicate their thoughts, ideas and proposed solutions with each other. The language itself was simple, and contained few mathematical words and concepts. In addition to the natural language, we found use of both symbols and illustrations in the students' process of doing the task. The results also showed that the student pairs relied on the plank they were given, and chose to use it instead of doing mathematical calculations. Both student pairs solved the task, and ended up with a finished bird box.

Forord

Denne masteroppgaven markerer slutten på det som har vært en stor del av livet vårt de fem siste årene. Tiden som lærerstudenter på NTNU i Trondheim har vært lærerik og givende. Vi er glade for de fine medstudentene vi har hatt gjennom hele studietiden, og for de vennene vi har fått for livet. Selv om det er vemodig å avslutte studentlivet, gleder vi oss til neste kapittel i livet. Nå venter arbeidslivet, og vi ser frem til å starte i jobb som nyutdannede lærere. Vi håper på et spennende, utfordrende og givende arbeidsliv.

Å skrive denne masteroppgaven i par har vært en fin og givende opplevelse. Det har vært godt å være to om oppgaven, hvor vi har spilt på hverandres styrker. Sammen har vi diskutert, motivert og hjulpet hverandre gjennom hele masterprosessen. Vi har diskutert oppgavens innhold, motivert hverandre på både gode og dårlige dager, og vært hverandres støttespillere.

Vi vil takke vår veileder Benedikte Grimeland for å ha ledet oss på rett vei og kommet med gode innspill og tilbakemeldinger underveis i prosessen. I tillegg er vi takknemlige for god stemning på lesesalen dette semesteret i arbeid med å skrive masteroppgaven.

Trondheim, mai 2023
Emily Opdahl og Marie Frost Tjemsland

Innhold

Figurer

Tabell

1 Innledning

1.1 Oppgavens tema og aktualitet

Undersøkende og utforskende arbeidsmåter i matematikk har fått et større fokus etter at den nye læreplanen LK20 trådte i kraft. Det første kjerneelementet fra LK20 i matematikk forklarer utforsking og problemløsning slik: «Utforsking i matematikk handler om at elevene leter etter mønstre, finner sammenhenger og diskuterer seg fram til en felles forståelse. Elevene skal legge mer vekt på strategiene og fremgangsmåtene enn på løsningene» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Når elever utforsker innebærer det blant annet at de resonnerer, undersøker, analyserer, tolker og drøfter. Ordet «utforske» finner vi i syv av ti kompetansemål i matematikk på 6. trinn (Kunnskapsdepartementet, 2019). Utforskende matematikkundervisning har med bakgrunn i dette fått tydelig fokus i den nye læreplanen. I den forrige læreplanen nevnes ordet «utforske» kun én gang i kompetansemålene etter endt 7. trinn, som vil si at fokuset på utforsking i skolen har økt de siste årene. Skolen er i en klar endringsfase, og den nye læreplanen viser at matematikkfaget i dagens norske skole endrer kurs fra den tradisjonelle til en mer utforskende undervisning. En studie fra International Journal of Instruction beskriver tradisjonell undervisning som en undervisning der lærere er avsendere av kunnskap mens elevene er mottakere (Khalaf & Zin, 2018). Utforskende undervisning legger derimot opp til at elevene selv kan utforske matematikken, og komme med sine egne løsningsstrategier. Undersøkende undervisning har kommet inn i skolen som et alternativ til den tradisjonelle undervisningen. Det økede fokuset på utforskende undervisning i læreplanen gjør det relevant å undersøke elevenes arbeidsmåter i en utforskende matematikkøkt.

Artigue og Blomhøj (2013) støtter utforskende og undersøkende arbeidsmåter i matematikk, og legger vekt på at ved å ta i bruk slike arbeidsmåter kan elevene oppleve matematikken som meningsfull. For å definere utforskende undervisning tar vi utgangspunkt i begrepet Inquiry Based Learning (IBL). IBL handler om å gjennomføre undersøkende undervisning som bidrar til undersøkende og utforskende læring der elevene må lære seg å stille spørsmål, utforske og utvikle sine egne løsninger på et problem eller en situasjon (Maaß & Artigue, 2013). Å ta i bruk utforskende og undersøkende arbeidsmåter i undervisningen er anbefalt i en rekke politiske dokumenter og læreplaner rundt om i Europa (Maaß et al., 2017). Elevenes utforsking i matematikk kan bidra til økt kompetanse, kunnskap og forståelse innen faget (Artigue & Blomhøj, 2013; Harlen, 2013). Undersøkende matematikk kan også ha en positiv effekt på elever som ellers presterer svakt (Kogan & Laursen, 2013, sitert i Sikko & Grimeland, 2020). Vi ser en enighet blant forskere og forfattere om at utforskende arbeidsmåter kan ha mange positive virkninger på elever i matematikkfaget. I en studie fra Cedarville University i USA ble det gjennomført et undervisningsopplegg i matematikk på to ulike elevgrupper, til sammen 600 elever i åttende klasse. I den ene elevgruppen ble det gjennomført tradisjonell undervisning, mens i den andre gruppen var undervisningen utforskende der elevene fikk såkalte IBL-instrukser. Resultatene viste at begge elevgruppene forbedret resultatene i matematikk etter å ha arbeidet med både tradisjonell- og IBL-undervisning. Derimot, de elevene som hadde fått IBL-instruksjoner viste betydelig forbedring i resultater og mer forståelse enn elevene som hadde fått tradisjonell undervisning (Ferguson, 2010). Dersom tradisjonell undervisning blir gjennomført på en slik måte at elevene jobber med et matematisk konsept over tid, kan det være med på å styrke den matematiske læringen ved at elevene husker konseptet uten at de nødvendigvis forstår det (Ferguson, 2010). Ettersom elever i tradisjonell undervisning stort sett er mottakere av lærerens kunnskap, har de ikke har samme mulighet til å ta en aktiv rolle i læringsprosessen (Khalaf & Zin, 2018), slik de har i en undersøkende undervisningsøkt. Ved tradisjonell undervisning blir det argumentert for at elevene ikke får sett på sammenhenger, avklart eller reflektert over egen tenkning når de arbeider med matematikk, noe som kan gå ut over god læring (Ferguson, 2010). Det viser seg at elever som får tradisjonell undervisning hindres i å oppnå en dypere forståelse av det som blir undervist, og ender ofte opp med en memorert kunnskap i stedet for forståelse (Khalaf & Zin, 2018). På bakgrunn av dette kan disse elevene møte større utfordringer i praktiske og problemløsende oppgaver, ettersom de kan mangle resonnerende og problemløsende ferdigheter (Marshall, 2006). Derimot kan undersøkende undervisning bidra til å utvikle slike ferdigheter.

Utforskende matematikkundervisning kan være med å øke elevenes matematiske forståelse (Artigue & Blomhøj, 2013; Harlen, 2013). Når vi snakker om matematisk forståelse i sammenheng med tradisjonell og utforskende undervisning, blir det naturlig å trekke inn Skemp (1976) sitt skille mellom instrumentell og relasjonell forståelse. Instrumentell forståelse innebærer at elever følger faste regler for å løse oppgaver uten å vite hvorfor de gjør det. En relasjonell forståelse handler i motsetning til instrumentell forståelse om at elevene ser sammenhengen mellom begreper og bygger opp strukturer som gjør elevene i stand til å forstå hvordan og hvorfor oppgaven løses slik (Skemp, 1976). Skemp (1976) mener at en tradisjonell undervisningsmetode bidrar til instrumentell forståelse, mens utforskende undervisning kan bidra til relasjonell forståelse.

På lik linje med andre undervisningsformer har IBL-undervisning noen begrensninger. En utfordring med undersøkende undervisning er at det krever øving fra elevenes side for å kunne klare å angripe en problemløsningsoppgave. Elevene trenger øvelse i hvordan de kan tenke for å løse en slik oppgave, noe som krever både tid og innsats fra lærerens side. Elever som tidligere kun har hatt tradisjonell undervisning vil slite med å løse en problemløsningsoppgave, fordi de ikke har opparbeidet seg ferdighetene som trengs for å kunne tenke problemløsende. I en utforskende matematikkundervisning får elevene ofte ikke øvd nok ganger på det samme matematiske konseptet til at de klarer å beherske det, som for eksempel å bruke en gitt formel. IBL-undervisning kan dermed ha en tendens til manglende repetitiv praksis som kan være nyttig for elevene å jobbe med for å utvikle sine kunnskaper til et nytt matematisk konsept (Ferguson, 2010). En annen begrensning, som Khalaf og Zin (2018) skriver om, er lærernes manglende kunnskap til å planlegge undersøkende undervisning. Overføringen fra tradisjonell undervisning til utforskende og undersøkende undervisning kan være krevende, og mange lærere har ikke nok kunnskap om hvordan planlegge og gjennomføre en slik undervisning (Khalaf & Zin, 2018). Det kan føre til utrygge og ukomfortable lærere. Derfor vil vi i denne forskningen ha et elevfokus og se på hvordan elevene arbeider med åpne oppgaver, slik at vi som lærere kan bruke dette til å lære mer om hvordan vi kan legge opp en IBL-undervisning på den måten at elevene får et best mulig læringsutbytte i matematikkfaget.

I en undersøkende undervisningsøkt brukes det ofte oppgaver elevene kan kjenne seg igjen i, ettersom dette gjør at elevene kan ta i bruk egne erfaringer i problemløsningsoppgavene. Realistisk matematikkundervisning (RME) handler om å ha undervisning i matematikk som elevene føler er virkelighetsnære og noe de kan relatere til (Artigue & Blomhøj, 2013). Det bør være reelle problemer som elevene kan møte i hverdagslivet. RME kan føre til at elevene klarer å håndtere matematiske problemer i det virkelige liv. I tillegg kan RME gjøre at elevene får en bredere forståelse for matematikk.

I RME spiller blant annet modellering en vesentlig rolle som et redskap i undervisningen. Modellering i matematikk handler om å lage modeller som er virkelighetsnære og som beskriver dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet generelt. Modellering er ofte en syklisk prosess der en matematisk modell er utviklet eller kan forstås som en modell av en spesifikk situasjon (Artigue & Blomhøj, 2013). Oppgaven elevene i vår studie fikk er virkelighetsnær og noe de kjenner til, ettersom de skulle lage en fuglekasse. Med tanke på undersøkende undervisning betyr modellering en systematisk måte å forstå og jobbe med forholdet mellom matematikk og problemsituasjoner. Modellering kan altså være en bro mellom matematiske konsepter og ideer, og virkelige opplevelser i hverdagen. Modellering kan også føre til gode refleksjoner og forståelse i matematikk.

I arbeid med matematikk tar man i bruk ulike representasjoner. I matematisk sammenheng definerer Duval (2006) begrepet slik at en representasjon er noe som står for noe annet. Ozgun-Koca (1998) definerer ulike representasjoner som utførelsesformer av ideer og og konsepter som gir samme informasjon i mer enn én form. Det vil si at det samme matematiske objektet kan bli uttrykt på flere forskjellige måter. Matematiske objekter blir i vår oppgave brukt som et overordnet begrep som inkluderer matematiske idéer, begreper, konsepter, operasjoner, sannheter og lignende. Ved å se på elevenes representasjonsbruk i arbeid med matematikk, kan lærere få innblikk i hvilken matematisk forståelse elevene sitter med (Duval, 2006; Mainali, 2021; Ozgun-Koca, 1998). Roubíček (2006) hevder at bruk av flere ulike representasjonsformer er en nødvendig forutsetning for å ta i bruk matematikk til å løse reelle problemer. Som vi skrev tidligere, tar ofte utforskende matematikkundervisning i bruk reelle problemer elevene kan kjenne seg igjen i. Derfor ønsker vi å se på elevenes bruk av representasjoner i arbeid med en utforskende matematikkoppgave, og forskningsspørsmålet for masteroppgaven er som følgende:

Hva kjennetegner elever på 6. trinns bruk av representasjoner i arbeid med en utforskende matematikkoppgave?

1.2 Teoretisk rammeverk

Ettersom vi er i en overgangsfase til ny læreplan der utforsking og problemløsing har fått et større fokus, trenger vi å vite mer om hvordan elevene faktisk arbeider med slike oppgaver. Vi har funnet lite elevsentrert forskning som handler om elevers bruk av representasjoner i arbeid med utforskende oppgaver, derfor ønsker vi å se nærmere på dette. Som teorigrunnlag for IBL-undervisningsøkter har vi brukt modellen til Maaß og Reitz-Koncebovski (2013), som går dypere inn i kjennetegnene til en IBL-økt. De deler inn en IBL-økt i fem kategorier, hvor de blant annet understreker at elevene skal utforske, evaluere, forklare og utvide matematikken, samtidig som de skal ha tilgang til ressurser og hjelpemidler. I tillegg tar vi i bruk Duvals (2006) teori om semiotiske representasjoner som et analytisk verktøy. Han deler representasjonsregistrene inn i fire registre: naturlig språk, illustrasjoner, symboler og en/todimensjonale figurer. Vi vil også ta i bruk Kilpatricks (2001) rammeverk for å se på elevenes bruk av konkreter for å få et helhetlig bilde av elevenes arbeid i matematikkøkten.

1.3 Prosjektet

Vår masteroppgave er en del av et prosjekt som har vart over flere år. Prosjektet går ut på å gjennomføre IBL-økter på to klassetrinn. Øktene blir filmet, tatt lydopptak av og observert. Elevene som er med på dette prosjektet har gjennomført IBL-økter to ganger i året helt siden de gikk i 1. klasse, og er vant til å bli filmet og observert. De som er med i planleggingen av undervisningsøktene er forskere fra lærerutdanningen på NTNU, sammen med klassenes matematikklærere. I etterkant av øktene blir de diskutert, hvor de tar opp hva som har fungert bra, hva som fungerte mindre bra, og ut fra dette revidert øktene til videre bruk. Forskerne i prosjektet har søkt og fått godkjenning fra Norsk senter for forskningsdata, forkortet til NSD.

1.4 Oppgavens struktur

Denne masteroppgaven er delt inn i seks kapitler. I kapittel 2 vil vi ta for oss det teoretiske rammeverket for oppgaven. Der vektlegges Duvals (2006) teori om semiotiske representasjoner og konkreter fra teorien til Kilpatrick (2001). I dette kapittelet går vi i tillegg mer inn på IBL-undervisning, matematiske og semiotiske representasjoner, semiotiske registre og desimaltall og brøk. Videre i kapittel 3 vil vi ta for oss våre metodiske valg for forskningen, og hvordan datamaterialet har blitt samlet inn og analysert. I kapittel 4 presenteres resultatene og analysene av disse med følgende diskusjon i kapittel 5. Til slutt, i kapittel 6, kommer vi med en konklusjon og forslag til videre forskning.

2 Teori

For å kunne svare på forskningsspørsmålet, er det nødvendig å få en oversikt over begreper og tidligere forskningslitteratur på området. Kapittelet vil først ta for seg hva Inquiry Based Learning (IBL) er og dens effekter i en matematikkundervisning. Ettersom kompetansemålet til undervisningsopplegget tar for seg brøk og desimaltall, vil vi kort presentere noen sentrale punkter rundt dette. Videre vil kapittelet ta for seg representasjoner i matematikk. For å få med hvordan elevene kommuniserer matematikk, tas det utgangspunkt i det teoretiske rammeverket til Duval (2006) om semiotiske representasjoner. Rammeverket til Duval (2006) og hans modell for semiotiske representasjoner er sentralt når vi skal analysere datamaterialet vårt. I og med at Duval (2006) ikke inkluderer konkreter i sitt rammeverk, fokuseres det på Kilpatricks (2001) teori om konkreter i skolesammenheng.

2.1 Inquiry based learning

IBL, som er en forkortelse for Inquiry Based Learning, tar for seg en mer elevsentrert tilnærming til læring. Det finnes enda ikke en konkret norsk oversettelse for IBL, men begrepet knyttes til undersøkende og utforskende læring. IBL handler om å gjennomføre undersøkende undervisning som bidrar til undersøkende og utforskende læring der elevene må lære seg å stille spørsmål, utforske og utvikle sine egne løsninger på et problem eller en situasjon (Maaß & Artigue, 2013). Målet med å bruke IBL i matematikkundervisning er at elevene skal lære seg strategier for arbeid med matematiske konsepter. Å ta i bruk utforskende og undersøkende arbeidsmåter i undervisningen er anbefalt i en rekke politiske dokumenter og læreplaner rundt om i Europa (Maaß et al., 2017). Det viser seg at unge i dag har en nedadgående interesse for matematikk (Rocard et al., 2007). Derfor kom Rocards rapport med en anbefaling om å ha undersøkende undervisning i matematikkfaget. Rapporten tar for seg positive effekter av IBL-undervisning og viser til økt interesse og prestasjonsnivåer blant elever, både de som er matematisk svake og de som er matematisk sterke. Det finnes ikke et fasitsvar på hvordan en IBL-undervisningsøkt skal være. Økten kan for eksempel være spørrebasert, oppdagelsesbasert eller problembasert. Uansett hvilken tilnærming man velger å ha i undervisningen, er det elevene som er sentrum av læringsprosessen. I IBL-undervisningsøkter får elevene mulighet til å observere fenomener, lage sine egne spørsmål, velge matematiske tilnærminger, gjennomføre praktiske oppgaver, lage representasjoner, gi forklaringer, tolkninger, evaluere løsninger og formidle disse løsningene (Maaß & Dorier, 2012). IBL-undervisning er en prosess som går i sykluser, og derfor omtaler Artigue og Blomhøj (2013) det som undersøkelsessirkelen. Ettersom IBL-undervisning er en prosess, er det også noe elevene bør få mulighet til å jobbe med over en lengre tidsperiode slik at elevene får tid og mulighet til å undersøke.

Historien tilsier at John Dewey (1859-1952) var en av de første til å utvikle konseptet om reflekterende undersøkelser i undervisningssammenheng. Han mente at undersøkelser var grunnlaget for både oppdagelse og læring, og så hvor viktig det var for barn å undersøke med tanke på deres holdning til vitenskap (Dewey, 1985). Deweys perspektiv på utdanning innebærer en praksisbasert undervisning der elevenes interesser blir satt i fokus, og målet er å utvikle et spørrende sinn. Den pedagogiske tilnærmingen til Dewey har siden den tid utviklet seg, og i 1996 kom en utgivelse fra National Science Education Standards i USA hvor ulike tilnærminger til IBL ble publisert (National Research Council, 1996), og i 2000 oppsummerte de ulike funksjoner som kjennetegner IBL i fem punkter:

a. elevene lager sine egne vitenskapelig orienterte spørsmål
b. elevene prioriterer bevis når de svarer på spørsmål
c. elevene formulerer forklaringer ut fra bevis
d. elevene kobler forklaringer til vitenskapelig kunnskap
e. elevene kommuniserer og begrunner forklaringer(.)

Utforskende undervisningsøkter i matematikk blir sett på som arbeidsmåter med flere positive sider. IBL kan føre til læring der elevene utvikler en spørrende holdning, i tillegg til at IBL kan øke elevenes motivasjon for faget (Sikko & Grimeland, 2020). De viktige aspektene ved IBL er at fokuset er på utvikling av prosessorientert kompetanse. Med prosessorientert kompetanse menes det å bygge kunnskap og erfaring ved å fokusere på prosessen i arbeidet, og dette kan trekkes inn og brukes i hverdagslige problemer. En undersøkende arbeidsmåte åpner opp for at elevene kan forklare matematiske konsepter på sin måte (Artigue & Blomhøj, 2013). En typisk IBL-oppgave setter læreren i en mer passiv rolle enn i en tradisjonell undervisning, da elevene skal utforske og undersøke mer på egen hånd enn å høre på og kopiere det læreren sier og gjør. Selv om læreren fungerer i en mer tilbakeholden rolle, bør IBL-oppgaver likevel gjennomføres med en viss styring fra læreren. Dersom læreren er til stede og stiller elevene utfordrende spørsmål underveis i undervisningen, vil det kunne ha en positiv innvirkning på elevene kontra en lærer som er mer tilbakeholden (Alfieri et al., 2011; Bruder & Prescott, 2013; Hmelo-Silver et al., 2007).

Maaß og Reitz-Koncebovski (2013) har satt noen kjennetegn på IBL-undervisning i matematikk og har sortert dem inn i fem kategorier: ønsket utbytte, klasseromskultur, læringsmiljø, lærere og elevene. I hver kategori står det beskrevet hva en IBL-undervisningsøkt bør inneholde og hvilket utbytte økten bør gi. Figur 2.1 viser kjennetegnene til de fem kategoriene til Maaß og Reitz-Koncebovski (2013), hentet fra Sikko og Grimeland (2020) og oversatt til nynorsk av Svein Arne Sikko.

Figur 2.1: Kjennetegn ved IBL-undervisning

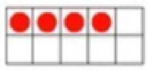
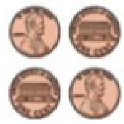
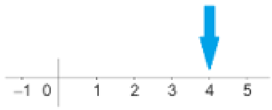
2.2 Desimaltall og brøk

Kompetansemålet undervisningsopplegget fra datamaterialet tar utgangspunkt i er som følger: «eleven skal kunne formulere og løse problemer fra sin egen hverdag som har med desimaltall, brøk og prosent å gjøre, og forklare egne tenkemåter» (Kunnskapsdepartementet, 2019). I den norske skolen er brøk og desimaltall en del av kompetansemålene i matematikk fra og med 5. trinn, og er spesielt sentralt på 6. trinn (Kunnskapsdepartementet, 2019). Det finnes flere ulike brøk-konstruksjoner, og en av de vanligste og mest effektive forståelsene av brøk er brøk som en del av en helhet, såkalt *del-hel* (Cramer & Whitney, 2010, sitert i Van de Walle et al., 2015). Konstruksjonen del-hel består av en helhet som er delt inn i like store deler, der et bestemt antall deler representerer den hele. En annen konstruksjon er *måling* som handler om å måle en enhet og bruke enhetens lengde for å bestemme lengden på et objekt (Berh et al., 1983; Martinie, 2007, sitert i Van de Walle et al., 2015). En tredje konstruksjon vi vil trekke frem er *deling*. Deling handler om å dele inn en mengde i mindre deler, enten i like eller ulike andeler. I arbeid med brøk kan det være hensiktsmessig å bruke modeller og/eller konkreter (Van de Walle et al., 2015).

Desimaltall, også kalt desimalbrøk, er brøker skrevet med titallssystemet. Desimaltall er tall som inneholder desimaltegnet, som oftest skrevet som «,» eller «.», som markerer plasseringen av enerplassen (Van de Walle et al., 2015). For å forstå desimaltall må elevene også kjenne til titallsystemet og hvordan det er bygget opp. Desimaltall er viktig for den matematiske forståelsen, men mange elever sliter med å forstå hva desimaltall er (Rittle-Johnson et al., 2001, sitert i Van de Walle et al., 2015). Elevene burde ha kunnskap om konverteringer mellom ulike måleenheter, som for eksempel sammenhengen mellom meter, centimeter og millimeter. Elevene må altså vite at 10 mm = 1 cm og 10 cm = 0,1 m. Å se sammenhengen mellom et desimaltall og en brøk kan være utfordrende ettersom desimaltegnet og brøkstreken ser ulike ut (Van de Walle et al., 2015). Dermed kan det være vanskelig for elever å forstå at 0,25 er det samme som $\frac{1}{4}$ fordi de ikke ser like ut selv om de har lik verdi.

2.3 Representasjoner i matematikk

En representasjon kan bli definert på flere måter. I matematisk sammenheng definerer Duval (2006) begrepet slik at en representasjon er noe som står for noe annet. Ifølge Lesh (1987) er representasjoner i matematikk overførbare utførelsesformer av det matematiske objektet. Representasjoner defineres også i kjerneelementene i matematikk slik: «Representasjoner i matematikk er måter å uttrykke begreper, sammenhenger og problemer på» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Representasjoner i matematikk kan være både elevens tanker, forestillinger eller misoppfatninger som man får tilgang til gjennom verbale eller fysiske fremstillinger, i tillegg til at representasjoner også kan være fremstilt med tegn (Duval, 2006). Både Duval (2006) og Kilpatrick (2001) hevder at alle matematiske objekter er abstrakte, og at vi mennesker kun får tilgang til disse matematiske objektene gjennom ulike representasjoner av dem. I denne oppgaven bruker vi matematiske objekter som et overordnet begrep som inkluderer matematiske idéer, begreper, konsepter, operasjoner, sannheter og lignende. Et matematisk objekt er ikke noe fysisk vi kan se eller ta på, men vi kan vise det på ulike måter ved å bruke representasjoner. Det er viktig å skille mellom det abstrakte matematiske objektet og representasjonen av det, da representasjonen ikke er det matematiske objektet. Alt arbeidet man gjør matematisk, som å skrive, snakke, regne og så videre, er ulike representasjoner av abstrakte matematiske objekter. For eksempel kan vi illustrere det matematiske objektet *en fjerdedel* med et kake- eller sektordiagram, samtidig som vi kan representere den samme brøken skrevet med symboler, som $\frac{1}{4}$ eller 0,25. Utseendemessig ser disse to brøkene ulike ut og de vises med ulike representasjoner, men begge representerer likevel det samme matematiske objektet. Kilpatrick (2001) skriver at fysiske representasjoner for tall kan være symboler, ord, visuelle bilder, kontekster, gjenstander og grafisk representert. For å illustrere ulike representasjoner av det samme matematiske objektet, kan vi ta for oss tallet fire som et matematisk objekt. Figur 2.2 viser et eksempel hvordan tallet fire kan bli representert ved bruk av ulike representasjoner.

Tallet fire					
Symbolsk	**Ord**	**Visuelt**	**Kontekst**	**Gjenstander**	**Grafisk**
4	Fire		Vi har fire mynter		

Figur 2.2: Eksempel på forskjellige representasjoner av tallet 4

De fysiske representasjonene fungerer som et verktøy for å kommunisere, tenke og beregne matematikk, og representasjonene kan være en støtte for å bygge matematisk forståelse (Duval, 2006; Kilpatrick et al., 2001). Derfor er det lurt å ta i bruk ulike representasjoner av det samme matematiske objektet i matematikkundervisningen, slik at elevene kan se matematiske sammenhenger.

Duval (2006) betegner representasjoner i matematikk som semiotiske representasjoner, og mener at representasjonene er måter å kommunisere matematikk på. Semiotikk er læren om tegn og tegnbrukende atferd (Svendsen, 2022). Videre i oppgaven vil begrepet representasjoner bety semiotiske representasjoner, eller representasjonsregistre. Et matematisk objekt kan vises med flere ulike semiotiske representasjoner, som for eksempel symboler, tabeller og grafer. Semiotiske representasjoner handler om hvordan vi uttrykker, representerer og kommuniserer matematikken (Duval, 2006). Semiotiske representasjoner kan være kognitive, men de kan også være fysiske som andre kan observere. De vanligste semiotiske representasjonene som kan observeres i matematikkundervisningen er symboler, regnefortellinger, konkreter, figurer og tabeller, i tillegg til det muntlige språket. Derimot mener Duval (2006) at konkreter ikke er semiotiske representasjoner, ettersom konkreter ikke gir mulighet for transformasjon. Duval (2006) beskriver transformasjon som en måte å gå fra en type representasjon til en annen. Vi vil gå dypere inn på transformasjoner delkapittel 2.5, og konkreter blir definert i delkapittel 2.6. Når vi nå har beskrevet matematiske objekter og semiotiske representasjoner, hevder Duval (2006) at elever står overfor to motsetninger når det kommer til læring i matematikk:

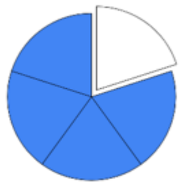
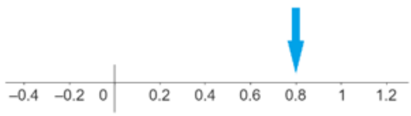
a. For å arbeide med matematikk, må man bruke semiotiske representasjoner.
b. Man ikke forveksle de matematiske objektene med de semiotiske representasjonene man bruker for å representere de matematiske objektene.

Det er et viktig skille mellom Duvals (2006) to motsetninger, og ofte en utfordring for elevene. Matematiske objekter krever alltid bruk av semiotiske representasjoner. Elevene må kunne forstå forskjellen på representasjoner av et objekt og selve objektet. Eksempelvis vil man ikke få tilgang til en funksjon som er et matematisk objekt uten å vise det med en semiotisk representasjon. Matematisk arbeid handler om å bytte ut en semiotisk representasjon med en annen, og forståelse i matematikk handler om å gjenkjenne det matematiske objektet som er representert (Duval, 2017).

2.4 Semiotiske registre

Duval (2006) deler de forskjellige representasjonsregistrene inn i fire semiotiske registre basert på deres egenskaper. Etter vår oversettelse har vi kalt de fire semiotiske registrene for naturlig språk, illustrasjoner, symboler og en/todimensjonale figurer. De varierende semiotiske representasjonene kan ha ulik karakter og ulike egenskaper, og derfor er det nyttig å bruke forskjellige typer representasjoner avhengig av oppgave og problemstilling. Noen matematiske prosesser kan kun arbeides med i et bestemt register, mens andre passer inn i flere forskjellige registre (Duval, 2006). Hvilket register man arbeider i er avhengig av formålet med aktiviteten ettersom representasjoner er ulike og egner seg til ulike formål. Selv om man tar i bruk et bestemt register, hevder Duval (2006) at flere registre ofte blir brukt samtidig. Det kan være tilstrekkelig å kun bruke ett register, men dersom man skal analysere matematisk aktivitet må man ty til flere registre samtidig. Å bruke to representasjonsregistre kan være utfordrende for elever, nettopp fordi de ikke kjenner igjen det matematiske objektet som er fremstilt gjennom de ulike representasjonene. For eksempel kan det være hensiktsmessig å ta i bruk en tidslinje for å regne ut et regnestykke, eller å lage illustrasjoner samtidig som man benytter seg av naturlig språk.

Figur 2.3 skiller mellom diskursive og ikke-diskursive registre, og mono- og multifunksjonelle registre, basert på deres likheter og forskjeller (Duval, 2006). Diskurs betyr samtale, og diskursive registre kan uttrykkes muntlig og skriftlig både med og uten symboler, mens ikke-diskursive registre inneholder bilder, grafer, figurer og lignende. Multi- og monofunksjonelle registre betyr hvorvidt representasjonen er knyttet til ren matematikk. Monofunksjonelle registre er representasjoner kun rettet mot matematikken. Det er for eksempel kun i matematikken at man løser regnestykker ved bruk av symboler. I multifunksjonelle registre finnes det representasjoner som ikke kun er matematiske, men som også kan brukes til å representere andre ting utenfor matematikkfaget. Vi kan finne både naturlig språk og illustrasjoner i andre fagfelt. Representasjonene som ikke kun finnes i matematikkfaget blir kategorisert i et multifunksjonelt register fordi det ikke finnes klare regler på hvordan man løser ulike oppgaver med slike representasjoner. Under presenteres tabellen som beskriver Duvals (2006) klassifisering av semiotiske representasjonsregistre.

	Diskursive register	**Ikke-diskursive register**
Multifunksjonellt register: *Prosessene kan ikke lages til algoritmer*	**Naturlig språk** Muntlig: forklaringer Skriftlig: bevis og teoremer skrevet med en uformell tekst, muntlig preget F.eks.: "Fire kakestykker fordelt på fem personer"	**Illustrasjoner** Ikoniske: tegninger, skisser og mønstre Ikke-ikoniske: geometriske figurer og konstruksjoner F.eks.: 
	Hjelperepresentasjon f.eks. konkreter	
Monofunksjonellt register: *De fleste prosessene er algoritmer*	**Symboler** Skriftlig: beregninger og bevis skrevet med tall, tegn og symboler F.eks.: $\frac{4}{5}$ eller 4:5 eller 0,8	**En/todimensjonale figurer** Diagrammer og grafer F.eks.: 

Figur 2.3: Oversikt over Duvals (2006) klassifisering av semiotiske representasjonsregistre

Figur 2.3 er delt inn i fire registre: diskursive representasjoner i et multifunksjonelt register, ikke-diskursive representasjoner i et multifunksjonelt register, diskursive representasjoner i et monofunksjonelt register og ikke-diskursive representasjoner i et monofunksjonelt register. De neste avsnittene tar for seg hvert av de fire registrene litt nærmere.

Naturlig språk er noe som finnes både i og utenfor matematikken. Som en representasjon i matematikk kan naturlig språk uttrykkes både muntlig og skriftlig, som muntlige eller skriftlige forklaringer av et matematisk objekt. Dersom man uttrykker matematikken skriftlig i det naturlige språket, skrives matematikken uten å ta i bruk matematiske symboler, altså i tekstformat. I dette registeret kan ikke matematikken bli gjort om til algoritmer, fordi det ikke finnes en nøyaktig fremgangsmåte å arbeide på. Duval (2017) hevder at språket i matematikken har en viktig plass, ettersom det binder kommunikasjonen mellom lærer og elev og mellom elevene. I tillegg har språket en sentral rolle i matematikken ettersom det er et nødvendig representasjonsregister som brukes til å forklare blant annet teoremer og definisjoner. Språk kan også føre til misforståelser fordi det brukes mye, og det kan gjøre det vanskelig å overføre naturlig språk til for eksempel symbolspråk (Duval, 2017). *Illustrasjoner*, i likhet med naturlig språk, finnes også både i og utenfor matematikken, og kan heller ikke gjøres om til algoritmer. Å tegne/lage illustrasjoner og figurer er noe man kan gjøre i mange sammenhenger, for eksempel tegning som en del av kunst og håndverk eller å skissere et forsøk i naturfag. Eksempler på illustrasjoner i matematikk kan være å tegne en brøk som en pizza, eller å lage tegninger av geometriske figurer. Med *symboler* menes det typiske matematiske språket der man gjør beregninger med matematiske symboler, som tall og tegn. I denne kategorien finner vi blant annet matematiske utregninger av likninger, regnestykker, funksjonsuttrykk og lignende. Vanlige symboler kan være tall, multiplikasjonstegn, divisjonstegn, parenteser, brøkstreker og lignende. Prosessene kan ofte gjøres om til algoritmer, altså at det finnes nøyaktige fremgangsmåter på løsning av problemet, blant annet regnerekkefølger som må følges. Registeret *en/todimensjonale figurer* finnes også kun i matematikken, og vanlige representasjoner i dette registeret er blant annet grafer og diagrammer. Oppgaver innenfor en/todimensjonale figurer kan eksempelvis være arbeid med tallinjer, diagrammer, eller å tegne grafer i et koordinatsystem. I likhet med symboler kan også disse prosessene lages om til algoritmer.

I skillet mellom de multifunksjonelle og monofunksjonelle registrene finner vi en såkalt overgangsrepresentasjon som er ment til og brukes som en hjelperepresentasjon i arbeid med matematiske objekter. I denne overgangsrepresentasjonen er det mulig å ta i bruk for eksempel konkreter. Konkreter kan brukes for å representere matematiske objekter som tall og regnestykker, og kan hjelpe elevene med å transformere fra et register til et annet. Konkreter i seg selv er ifølge Duval (2006) ikke matematiske, og derfor blir det også kun sett på som en hjelprerepresentasjon for å forstå et matematisk objekt.

Representasjonsregistrene kan brukes som et analyseverktøy. Det er komplisert å vite hva en elev forstår og hvordan eleven bruker sine kognitive egenskaper, fordi vi ikke har direkte tilgang til denne informasjonen. Å analysere elevers kognitive matematiske aktivitet kan gjøres ved å se på hvordan de arbeider med semiotiske representasjoner og overføringene mellom dem. Derfor er det nyttig å dele inn semiotiske representasjoner i ulike typer, og å analysere transformasjonene. Det kan gi oss informasjon om hva elever forstår eller ikke forstår i læringsprosessen (Duval, 2017).

2.5 Transformasjoner - behandling og overføring

Vi skal nå gå nærmere inn på hva det vil si å erstatte representasjoner med hverandre, da vi tidligere har skrevet at det er en viktig komponent i arbeid med matematikk. Som nevnt, finnes det mange ulike måter å representere matematiske objekter på og derfor finnes det også forskjellige semiotiske representasjoner. Vår evne til å skifte mellom representasjoner er sentral i matematikken. En måte å jobbe med matematikk på kan for eksempel være at man bytter mellom muntlig språk og skriftlige symboler, eller at man tolker og analyserer tekstoppgaver for å kunne løse det matematiske problemet i oppgavene. Duval (2006) skiller mellom to typer transformasjoner mellom representasjoner som han kaller behandling og overføring. Det å se på elevenes bruk av registre, gir oss et kognitivt analyseverktøy for matematiske aktivitet (Duval, 2017). Å analysere elevers kognitive matematiske aktivitet kan gjøres ved å se på hvordan de arbeider med semiotiske representasjoner og overføringene mellom dem. Derfor er det nyttig å dele inn semiotiske registre i ulike typer, og å analysere transformasjonene. Analyse av elevers transformasjoner kan gi oss informasjon om hva elever eventuelt forstår eller ikke forstår i læringsprosessen (Duval, 2017). De ulike transformasjonene illustreres med piler i figur 2.3. Buede piler viser behandlinger, mens rette piler viser overføringer. Transformasjonene går begge veier fra de ulike registrene.

Behandling handler om transformasjoner innenfor samme representasjonsregister (Duval, 2006). Behandling av representasjoner er noe elever ofte starter med ettersom det ikke nødvendigvis krever at de kjenner igjen det matematiske objektet som arbeides med. I en behandling vil eleven løse en oppgave med bruk av samme representasjon gjennom hele løsningsprosessen. I en behandling jobber elevene med det samme matematiske objektet innenfor samme register. Et eksempel på behandling innenfor registeret symboler, kan være at elevene gjør om 30 centimeter til 0,3 meter ved regning, for eksempel ved å skrive $30\,cm \cdot \frac{1}{100} = 0{,}3\,m$ eller $30\,cm : 100 = 0{,}3\,m$. Et annet eksempel på behandling kan være innenfor registeret naturlig språk, hvor elevene da ville regnet ut regnestykket muntlig.

Overføring handler om å transformere mellom ulike registre, noe som er sentralt når det kommer til læring og forståelse i matematikk (Duval, 2006). Overføring blir sett på som en mer kompleks prosess fordi det krever i større grad at eleven har kunnskap om det matematiske objektet som arbeides med. Ved å bruke allerede eksisterende kunnskap om det matematiske objektet, kan eleven foreta en overføring til et annet register. Duval (2006) peker på at å utvikle evnen til å kunne overføre mellom ulike registre er en stor utfordring når det kommer til matematikkopplæring. Det viser seg at elever opplever det som enklere å transformere fra symboler til naturlig språk enn å transformere fra naturlig språk til symboler (Cummins et al., 1988). Et eksempel på overføring kan være fra naturlig språk til symboler hvor en elev sier: «Hvor mange meter er tretti centimeter?» eller «tretti centimeter er det samme som null komma tre meter», før eleven deretter skriver svaret ved bruk av symboler: $30\,cm \cdot \frac{1}{100} = 0{,}3\,m$ eller $30\,cm : 100 = 0{,}3\,m$. Da har eleven transformert matematikken fra et register til et annet.

2.6 Konkreter

Konkreter i matematikk er artefakter som brukes i matematikkundervisningen for å utforske, tilegne seg eller undersøke matematiske prosesser eller konsepter (Bartolini & Martignone, 2020). Konkreter er fysiske gjenstander som elever kan ta og føle på, noe som gir elevene mulighet til å bruke sansene sine i undervisningen. Historisk sett ble konkreter brukt i matematikk for å løse eller utforske spesifikke problemer (Bartolini & Martignone, 2020). I dag blir konkreter også brukt for å støtte opp under elevenes læring og forståelse av et matematisk konsept. Det finnes omtrent ubegrenset typer konkreter, men noen vanlige eksempler er kuber, geometriske figurer, terninger, linjal, kuleramme og vekt (Boggan et al., 2010; Furner & Worrell, 2017). Bruk av konkreter i undervisningen kan være viktig og fordelaktig for læring. Garrity (1998) konkluderte med at elevene oppnår mest mulig mening og motivasjon i matematikkundervisningen dersom de lærer matematiske konsepter gjennom fysisk manipulasjon av konkreter. Bruk av konkreter kan være en brobygger mellom uformell/hverdagslig matematikk og formell/abstrakt matematikk, så lenge de brukes riktig (Boggan et al., 2010; Furner & Worrell, 2017). Det er også funnet en sammenheng mellom bruk av manipulasjoner og en nedgang i elevers matematikkangst (Boggan et al., 2010; Koehler & Grouws, 1992; Vinson et al., 1997). Konkreter er ifølge Duval (2006) ikke mulig å transformere, og noe han ikke kategoriserer i et semiotisk register. Det vil si at konkreter bare *er*, det er en gjenstand som finnes samtidig som det representerer noe matematisk. Konkreter blir ifølge Duval (2006) sett på som en midlertidig hjelperepresentasjon i arbeid med matematikk, der bruken er avhengig av hvordan man tolker dem. Ettersom Duval (2006) ikke mener at konkreter fungerer som en semiotisk representasjon, har vi sett på Kilpatricks (2001) forskning på matematiske representasjoner for matematiske objekter og egenskapenes betydning.

Det er viktig at konkreter brukes med et formål og som hjelp til å forstå matematikken bak det, fordi konkreter i seg selv ikke er et matematisk konsept (Clements, 2000). Kilpatrick (2001) skriver at konkreter alltid bør ses på som et hjelpemiddel og ikke som et mål i seg selv. Det finnes studier som har en mer kritisk tilnærming til bruk av konkreter i undervisning. Forskerne mener at det ikke finnes en sammenheng med at elever som bruker konkreter i matematikkundervisning vil se sammenhenger med matematiske symboler og uttrykk (Baroody, 1989; Bartolini & Martignone, 2020; McNeil & Jarvin, 2007; Uttal et al., 1997). Bruk av konkreter bør skje over en tidsperiode, slik at elevene får tid til å bygge mening og knytte matematiske forbindelser. Derfor blir det viktig for læreren å tenke nøye gjennom hvorfor og hvordan man kan implementere konkreter i matematikkundervisningen, slik at elevene får mulighet til å skape matematisk forståelse. Konkreter som har til hensikt å hjelpe elever med å lære et matematisk konsept, kan være med på å skape matematisk mening for elevene (Clements, 2000). Baroody (1989) mener at læreren bør stille seg selv følgende spørsmål før personen tar i bruk konkreter i undervisningen: «Er kunnskapen eleven tilegner seg fra bruken av konkretene meningsfull for dem?» og «Krever konkretene refleksjon av elevene i etterkant?». På denne måten kan konkretene fungere som hjelperepresentasjon til å forstå de matematiske konseptene. Dersom konkreter i matematikkundervisningen blir brukt på en god måte, kan det forbedre elevenes matematiske forståelse (Kilpatrick et al., 2001). For eksempel kan bruk av konkreter føre til matematiske samtaler, og konkreter kan også føre til praktisk arbeid og mer deltagelse i undervisningen for elevene.

3 Metode

Dette kapittelet tar for seg begrunnelse for valg av forskningsdesign, metode og gjennomføring av forskningsprosessen. Først beskrives det større prosjektet på NTNU som masteroppgaven er en del av. Deretter presenteres kvalitativ forskning og valg av vitenskapsteoretisk paradigme. Vi vil presentere oppgaven elevene fikk utdelt, i tillegg vil vi komme med vårt eget forslag til løsning av oppgaven. Videre presenterer vi hvordan datamaterialet har blitt samlet inn, og hvordan vi tar i bruk materialet i videre analyseprosess. Til slutt tar kapittelet for seg noen etiske perspektiver og studiens gyldighet og pålitelighet.

3.1 Kvalitativ forskningsmetode

3.1.1 Beskrivelse av prosjektet studien er en del av

Konteksten for denne masteroppgaven er forankret i et større forskningsprosjekt på NTNU. Prosjektet forsker på literacy i flere fagmiljøer og heter "Literacy og faglighet til skole og arbeidsliv". Prosjektet er et tverrfaglig satsingsmiljø på lærerutdanningen, og vår studie er en del av gruppen som tilhører realfagene naturfag og matematikk. NTNU-forskerne ser på samspillet mellom literacy og IBL og utvikling av faglig kompetanse. Forskerne fra NTNU har et samarbeid med to skoler som har fulgt de samme elevene fra 1.-7. klasse. Prosjektet startet i 2016, og det avsluttes i 2023. Som en del av prosjektet har det blitt gjennomført to IBL-økter i året på hver av skolene, en undervisningsøkt i naturfag og en i matematikk. NTNU-forskerne er lærerutdannere, og de har et tett samarbeid med både skoleledelsen og klassens lærere angående prosjektet. Undervisningsøktene som har blitt gjennomført på skolene har vært basert på lesson study, også kalt leksjonsstudier. Det går ut på at klassens lærere sammen med NTNU-forskerne har planlagt, gjennomført, reflektert og revidert øktene. Det er i hovedsak klassens lærere som har gjennomført undervisningsoppleggene i klassen, mens NTNU-forskerne har vært til stede med utstyr for lyd- og videoopptak i tillegg til at de har observert undervisningsøktene. Etter øktene har blitt gjennomført, har lærerne sammen med NTNU-forskerne reflektert, evaluert og eventuelt revidert økten som igjen gjennomføres i en annen klasse. Vi har ikke vært med i datainnsamlingsprosessen, men vi har fått tilgang til datamaterialet og bruker dette i vår masteroppgave.

3.1.2 Kvalitativ metode

En kvalitativ studie innhenter informasjon om virkeligheten gjennom ord eller språk med mål om å forstå menneskers handlinger og meningsskaping (Postholm & Jacobsen, 2018). Kvalitativ forskning har hensikt om å beskrive virkeligheten med ord og språk, og fremstilles ofte som tekst der forskeren skriver ned det som blir observert (Postholm & Jacobsen, 2018). Den kvalitative forskningsmetoden gir oss dermed mulighet til å få en mer detaljert og dypere forståelse av deltakernes handlinger, uttalelser, atferd, meninger og lignende. Det vil derfor være hensiktsmessig i vår masteroppgave å ta i bruk en kvalitativ tilnærming, med tanke på at vi skal forske på enkeltelever. Datamaterialet vi bruker er av kvalitativt omfang, og vi som forskere har gjennom hele prosessen arbeidet kvalitativt. Masteroppgaven forsker på et spesifikt fenomen der vi ønsker å hente inn detaljerte og omfattende informasjon fra elevene.

Et vitenskapelig paradigme innenfor forskning er et sett med tanker som avgjør retningen forskningen tar. Det er en filosofisk tilnærming om hvordan forskeren ser på verden gjennom studien sin (Creswell & Creswell, 2017). Hvordan kunnskapen blir studert har altså innvirkning på hvilket forskningsparadigme som blir valgt for studien, da det bestemmer intensjon, motivasjon og forventninger til studien. Det vil basere seg på hvordan forskeren ser på verden, og slik kan man avgjøre hvordan studien blir frembragt. Den retningen forskeren velger å ta, vil så ha betydning for hvilken datainnsamlingsmetode som er hensiktsmessig (Creswell & Creswell, 2017). En kvalitativ forsker vil vanligvis definere seg innenfor konstruktivistisk paradigme (Postholm & Jacobsen, 2018). Det vil være denne måten vi skal tolke og analysere på. Konstruktivistisk paradigme har sitt opphav i Descartes teori, som går ut på at det ikke finnes et skille mellom menneskets sinn og den fysiske verden. Et konstruktivistisk paradigme bygger på at menneskets sosiale samhandlinger er noe dynamisk som endrer seg over tid og skiller seg fra den naturlige verden. Det vil være umulig å sette våre sosiale samhandlinger inn i absolutt lov, slik som kan gjøres i for eksempel naturvitenskap. Kvalitativ forskning vil ta utgangspunkt i at det er forskeren og deltakerne som skaper virkeligheten (Postholm & Jacobsen, 2018). Deltakernes perspektiv og hvordan det samhandler med forskeren er i fokus. I tillegg tar konstruktivismen høyde for at det ikke går an å skille mellom objektet som studeres og den som studerer det. Et objekt som studeres vil alltid være subjektivt oppfattet av den som studerer det. For vår masteroppgave vil det si at vi som forskere vil ha en subjektiv oppfatning av elevene vi forsker på. Vi mennesker kan bare si noe om hvordan vi selv *oppfatter* et fenomen eller objekt, ikke hvordan det nødvendigvis *er*. Dermed er et slikt syn hensiktsmessig i vår kvalitative studie, da det er vår oppfattelse av fenomener som kommer frem i studien.

3.1.3 Forholdet mellom forskeren og forskningsdeltakeren

I kvalitativ forskning har forskeren og forskningsdeltakerne et nært samarbeid. NTNU-forskerne som samlet inn datamaterialet var fysisk til stede i undervisningstimene, og kom derfor tett på deltakerne. Elevene som deltok i forskningen har helt siden første klasse deltatt på to slike utforskende undervisningsøkter med tilhørende datainnsamling i året, og er dermed kjent med forskningsprosedyren. Vi kan derfor si at forskningsdeltakerne er vant til å bli filmet og observert, og at de kjenner til NTNU-forskerne fra før. NTNU-forskerne har gjort det klart for oss at elevene oppførte seg naturlig da forskningsprosessen foregikk, og elevene brydde seg lite om at det var kameraer til stede i klasserommet.

Ettersom vi ikke var med i innsamlingsprosessen av datamaterialet, har ikke vi et forhold til forskningsdeltakerne på samme måte som NTNU-forskerne fra prosjektet har. Vi har kun fått et forhold til deltakerne gjennom video- og lydopptakene. En fordel med å ikke ha vært til stede i undervisningen, er at vi ser opplegget utenfra. Vi har heller ingen bakgrunnskunnskaper om verken elevene, skolen eller lærerne. Ulempen med å ikke ha vært til stede under datainnsamlingen, er at vi ikke sitter med et like fullt og helt bilde av hva som foregikk i undervisningstimene. Det kan oppstått større eller mindre hendelser underveis i undervisningen uten at det ble fanget på video- eller lydopptak, som vi da ikke får innsikt i.

3.2 Datainnsamling

Vi vil i dette delkapittelet beskrive hvordan prosessen med datainnsamlingen foregikk. For å få et helhetlig bilde av undervisningen, ble det samlet inn mye data. Vi var ikke med på datainnsamlingsprosessen, da dette ble gjennomført av NTNU-forskerne og lærerne på forskningsskolen. Hovedmetodene for datainnsamling var video- og lydopptak av undervisningen. NTNU-forskerne var også med og observerte undervisningen og skrev feltnotater. I tillegg ble det gjennomført intervju med lærerne i etterkant av undervisningen, som også ble tatt lydopptak av. I dette intervjuet var fokuset rettet mot lærerne og selve undervisningsopplegget, og hvordan lærerne opplevde undervisningen. Vi har derfor valgt å ikke ha med dette i vår masteroppgave, ettersom fokuset vårt ligger på elevene og ikke lærerne. Det vil dermed ikke være relevant å høre hvordan lærerne synes undervisningsøkten gikk for å svare på forskningsspørsmålet.

3.2.1 Planlegging av forskningsprosessen

Prosessen før selve forskningsdagen bestod av et møte mellom NTNU-forskerne, lærerne og skoleledelsen. Under dette møtet ble det diskutert hva som skal forskes på, hva som skal være tema for undervisningen og hvilket kompetansemål den skulle bygge på. Sammen med lærerne utarbeidet NTNU-forskerne en plan på hva som skulle undervises, hvilke oppgaver elevene skulle få og hvordan gjennomføringen skulle foregå. Det ble lagd et planleggingsdokument for undervisningsøkten hvor det sto beskrevet hva som skulle skje i undervisningstimen (jf. vedlegg 3), og hvor stort fokus hver del skulle ha tidsmessig.

3.2.2 Beskrivelse av oppgaven

Undervisningsøkten som ble gjennomført i forskningsprosessen var en matematikkøkt i 6. klasse. Kompetansemålet er hentet fra matematikk 6. trinn der det står at eleven skal kunne «formulere og løse problemer fra sin egen hverdag som har med desimaltall, brøk og prosent å gjøre, og forklare egne tenkemåter» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Det matematiske objektet for oppgaven er bruk av desimaltall, og målet var at elevene skulle gjøre om centimeter til meter og dermed ta i bruk desimaltall.

Oppgavetekst:

Fuglekasse

Dere har fått sommerjobb hos Snekker Andersen.

Han vil at du utvikler en fuglekasse som kan bygges av et kledningsbord på 1,4 meter. Dere skal lage en prototype og alle delene skal tegnes opp på det vedlagte arket og målsettes i meter.

Miljøet er viktig for Snekker Andersen og fuglehuset skal derfor bygges etter «Zero waste-prinsippet».

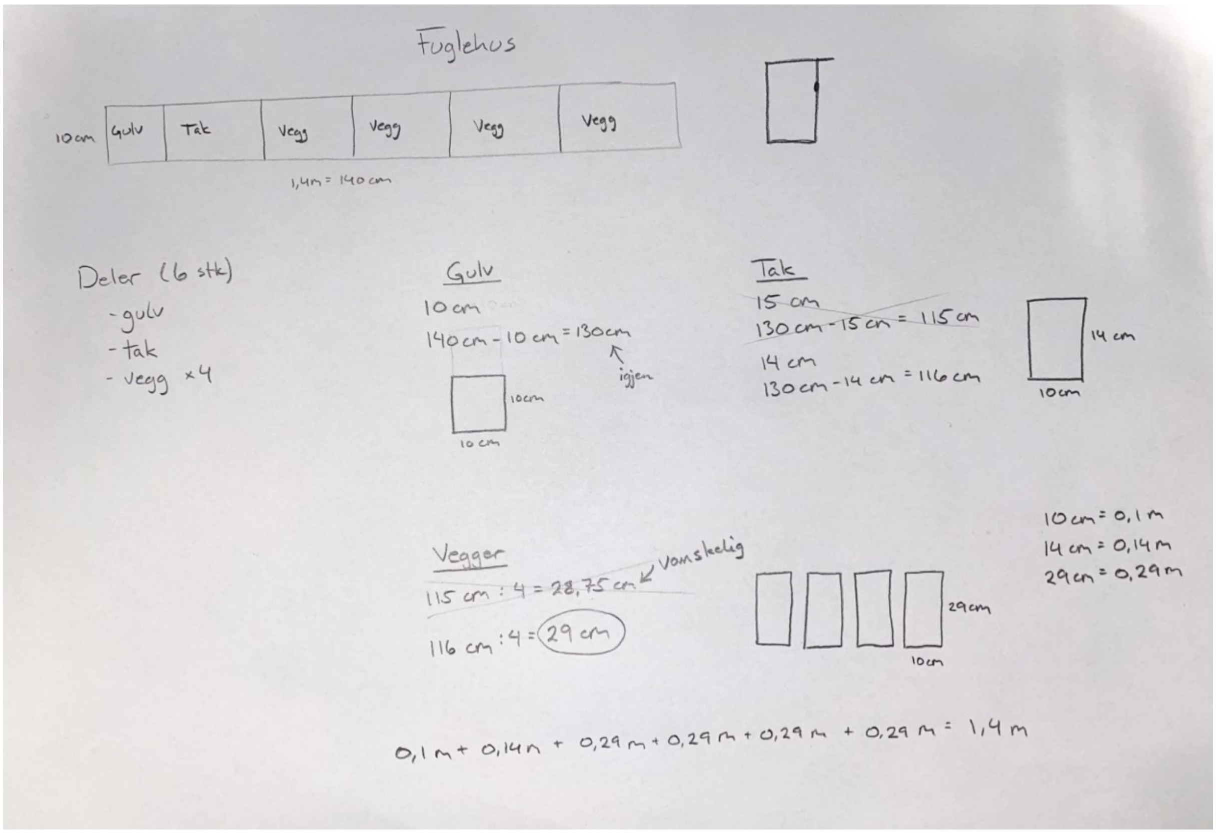
Figur 3.1: Bilde av oppgaven elevene fikk utdelt

Tidsrommet til undervisningen var på 75 minutter, hvor planleggingsdokumentet fordelte tiden slik: 10 minutter oppstart, 45 minutter arbeid i par, 15 minutter presentasjon av produktet. Klasserommet som ble brukt var utstyrt med et smartboard, og hver elev hadde sin egen pult. Undervisningsøkten startet med en 10 minutter oppstart der læreren på forhånd hadde delt ut utskrift av oppgaven til hver elev. Deretter fikk elevene noen minutter til å lese gjennom oppgaven på egen hånd, før læreren fikk elevenes oppmerksomhet og presenterte oppgaven felles for klassen på smartboardet (se figur 3.1). Sammen med elevene gikk læreren gjennom oppgaven steg for steg, og læreren brukte tid på å forklare oppgaven nøye slik at alle elevene fikk med seg hva de skulle gjøre. Oppgaven gikk ut på at hvert elevpar skulle konstruere og lage en fuglekasse av et kledningsbord på 1,4 meter. Kledningsbordet var i form av tynn papp, og hvert elevpar fikk utdelt ett på deling. Det eneste kriteriet fra oppgaven var at hele kledningsbordet skulle brukes, siden de hadde et «zero waste-prinsipp». Utenom dette fikk elevene angripe oppgaven slik de ønsket. De neste 45 minuttene gikk elevene sammen to og to og fikk arbeide fritt med oppgaven. I siste del av undervisningen presenterte hvert elevpar sin fuglekasse foran klassen. Her fikk de mulighet til å forklare og begrunne løsningen av sin fuglekasse. I presentasjonsrunden fikk læreren og medelevene mulighet til å stille eventuelle spørsmål de måtte ha.

Oppgaven elevene fikk dekker mange av Maaß og Reitz-Koncebovskis (2013) kriterier for å være en IBL-oppgave. Vi kan starte med å se på kategorien «ønsket utbytte» vist i figur 2.1. Oppgaven legger til rette for at elevene kan ha et utforskende sinn. Oppgaven legger ingen føringer på hvordan elevene skal lage fuglekassen, noe som gir elevene mulighet til å både være kritiske og kreative i løsningsprosessen. I kategorien «lærerne» finner vi et punkt som handler om at læreren skal oppmuntre og verdsette elevenes resonnementer. Lydopptaket fra lærermikrofonen viser nettopp det at læreren underveis i økten både oppmuntrer og verdsetter de resonnementene elevene kommer med. I tillegg har læreren kjennskap til elevene og deres erfaringer, og har ut fra dette planlagt en undervisningsøkt som passer elevene. Når det kommer til kategorien «klasseromskultur» kan det diskuteres hvorvidt vi kan måle kulturen etter én økt. Klasseromskultur er noe som utvikles over tid. Elevene i vår oppgave er vant til å være med på utforskende undervisningsøkter fra tidligere år med forskning, og dermed kan vi argumentere for at elevene har opparbeidet seg en klasseromskultur når det kommer til utforskende undervisningsøkter. Elevene har også erfaring med å ta imot hverandres innspill når de løser oppgaver. I tillegg legger oppgaven til rette for at elevene kan føle på eierskap, ettersom de skal lage et fysisk produkt. Et av punktene fra kategorien «elevene», er at elevene skal samarbeide. Alle elevene arbeidet i par, som førte til at elevene måtte samarbeide om å løse oppgaven. Videre la oppgaven til rette for at elevene kunne stille spørsmål, engasjere, undersøke, forklare, utvide og evaluere. I den siste kategorien «læringsmiljøet» kan det argumenteres for at oppgaven er åpen og at det finnes flere løsningsmetoder (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013). Elevene skal lage en fuglekasse, noe de mest sannsynlig kjenner til fra før. Det at elevene kjenner til fuglekasser fra før, gjør at oppgaven kan oppleves som virkelighetsnær. I tillegg har elevene også flere ressurser og hjelpemidler de kan ta i bruk, som blant annet planken de skal bruke som kledningsbord. Oppgaven legger til rette for at elevene kan måle med linjal, bruke saks og tegne og skrive med skrivesaker. Læreren forklarer oppgaven uten å vise eksempler på løsningsforslag, som gjør at elevene må utforske og finne sine egne løsninger.

3.2.3 Eksempel på løsning av oppgaven

Oppgaven er en utforskende oppgave, og derfor finnes det ikke en gitt fasit på hvordan oppgaven skal løses. Likevel vil vi presentere et mulig forslag til en tilfredsstillende måte å løse oppgaven på. Vi har fått utdelt en planke med lengde på 1,4 meter og bredde på 0,1 meter. Før vi begynner å arbeide med planken, måler vi, skisserer og representerer de ulike delene av fuglekassen.



Figur 3.2: Skisse av eksempel på løsning av oppgave

I vårt løsningsforslag startet vi med å tegne opp planken uten noen inndelinger, og skrev på målene 10 cm og 140 cm. Deretter fant vi ut hvilke deler vi måtte ha: et tak, et gulv og fire vegger. Vi startet med å finne størrelsen på gulvet, og konkluderte at det var enkelt å ha det som 10 cm ganger 10 cm, ettersom bredden på planken er 10 cm. Videre regnet vi ut at vi har igjen 130 cm av planken. Deretter fant vi lengden på taket, og prøvde først med 15 cm. Men lengden på 115 cm som er igjen, delt på fire vegger, ga et tall som ble vanskelig å jobbe med. Derfor reduserte vi lengden på taket med én centimeter og fant ut at vi har 116 cm igjen til veggene. 116 cm delt på fire er 29 cm. Hver vegg blir 29 cm lang, og vi får da deler til en fuglekasse med flatt tak. Deretter gjorde vi målene om til meter. Til slutt skisserte vi hvordan planken vil se ut med de ulike delene, og nå er det klart å måle de ulike lengdene på den faktiske planken, som vi markerte grovt øverst på figur 3.2.

Løsningsforslaget tar kun for seg det skriftlige og ikke den muntlige diskursen vi hadde underveis i prosessen. Løsningsforslaget inneholder flere representasjoner som kan plasseres i Duvals (2006) registre. Ordene som er skrevet med tekst havnet innenfor registeret naturlig språk, for eksempel «gulv» og «tak». Videre finner vi beregninger med tall og symboler som havner innenfor registeret symboler. Vi finner litt ulike transformasjoner, både behandling innenfor illustrasjoner, når skissene endres og utvikles. Blant annet startet vi med å tegne planken, og endte opp med å markere ulike deler på den. Vi finner også behandling innenfor symboler, i form av de matematiske beregningene. I tillegg finner vi overføring fra illustrasjoner til symboler, i form av at skissen ble tegnet, og så skrev vi ned lengden som representerte skissen. Under løsningsforslaget veksles det mellom ulike registre ettersom vi tegnet skisse, skrev ned teksten, regnet ut lengden med symboler, og gjorde det samme på nytt med et nytt mål.

3.2.4 Videoopptak som metode

Formålet med å ta i bruk video som metode, er å få frem tydelige og detaljerte visuelle beskrivelser av elevenes bruk av representasjoner i undervisningen. Videoopptak gir oss muligheten til å se hva elevene skriver, tegner, hvordan de bruker kroppsspråket sitt og eventuelt hva de viser med hendene. Med tanke på at vi ikke var med på selve datainnsamlingen, gir dette oss et detaljert bilde av situasjonen, som vi også kan pause og spole frem og tilbake på. Dermed vil vi kunne danne oss et bilde av situasjonen selv om vi ikke var med på å samle inn data. Hovedfokuset i videoopptakene er av elevpar. Et elevpar fra hver av klassene ble filmet gjennom hele problemløsningen, fra start til sluttresultat. I tillegg finnes det videoopptak av lærerens oppstart av avslutning på undervisningen. Da ble hele klasserommet filmet, og vi får se et overblikksbilde av klasserom med elever og lærer i fokus. Til sammen er det to klipp på 36 minutter.

3.2.5 Lydopptak som metode

I tillegg til videoopptak ble det også tatt lydopptak fra undervisningsøktene. Lyden fra kameraet fanget opp en del støy, og derfor ble det satt inn eksterne lydopptakere på de samme elevparene som ble filmet. Video- og lydopptakene samsvarer med hverandre. Lydopptakerne lå på pulten mellom elevparene og fanget opp alt elevene sa til hverandre. Lydopptak vil hjelpe oss i analysen, da vi kan sitere elevene. Under felles oppstart og avslutning på undervisningsøkten, hadde læreren lydopptakeren rundt halsen, slik at lærerens samtale med elevene ble fanget opp. Resultatdelen tar for seg utdrag av det elevene sier som er relevant for studien. Til sammen er det to lydklipp med 36 minutter. Tabell 3.1 viser en oversikt over vårt utvalg av datamateriale, og omfanget datamaterialet har.

	Minutter med video	**Minutter med lyd**	**Antall elever**
Økt 1	15 min	15 min	2
Økt 2	21 min	21 min	2

Tabell 3.1: Oversikt over datamaterialets omfang

3.3 Gjennomføring, transkribering og analyse

3.3.1 Analysemetode

I analysedelen vil vi i hovedsak ha en deduktiv tilnærming. Det vil si at vi tar i bruk et allerede eksisterende rammeverk for å analysere datamaterialet. I korte trekk vil det dreie seg om å sette datamaterialet inn i kategorier fra teorien, der teorien blir brukt som et analytisk verktøy. Vi vil analysere datamaterialet ut fra Duvals (2006) rammeverk om semiotiske representasjoner og Kilpatricks (2001) rammeverk om matematiske representasjoner og konkreter. En fordel ved å ta i bruk en deduktiv analysestrategi er at det teoretiske rammeverket vi bruker for å analysere kan være med på å gi oss tilgang til detaljer og nyanser som ellers kunne blitt oversett (Kennedy & Thornberg, 2018). Derimot kan en deduktiv analysestrategi føre til at vi overser andre aspekter av datamaterialet som ikke er forankret i teorien. Postholm og Jacobsen (2018) hevder at en ren deduktiv tilnærming vil være umulig å forholde seg til fordi teorier alltid kommer fra tidligere observasjoner og erfaringer. Derfor vil vi gjennom analyseprosessen være åpne for å ha fokus på eventuelle andre fenomener enn kun de allerede dannede kategoriene fra teorien, slik at vi unngår et tunnelsyn. En mulig felle ved å ta i bruk deduktiv analysestrategi, er at forskere overtolker datamaterialet (Kennedy & Thornberg, 2018). Det teoretiske rammeverket kan tvinge frem konsepter og resultater som forvrenges. Slike resultater er vi bevisste på, og vi kommer til å ha fokus på å presentere funnene slik de er, uten å tvinge det til å måtte passe inn i rammeverket. Analyse er en pågående prosess gjennom hele arbeidet med masteroppgaven, og resultater kan endre seg under arbeid med oppgaven. Derfor har vi notert idéer og tanker underveis gjennom hele prosessen, slik som Postholm og Jacobsen (2018) anbefaler.

3.3.2 Kodingsprosedyre og kategoridannelse

Vi startet med å se gjennom videoopptakene sammen med lydopptakene for å sortere grovt ut hva som var relevant å bruke. Her fant vi ut at det viktigste fra datamaterialet var den tiden elevene jobbet med oppgaven, frem til de var klare til å sette sammen fuglekassen. Formålet med å analysere er å sortere datamaterialet slik at det kan presenteres i en tekst (Postholm & Jacobsen, 2018). Etter at vi fant ut hvor mye av materialet vi skulle bruke, transkriberte vi det i skriveprogrammet Word. I og med at datamaterialet er videoopptak med tilhørende lydopptak, brukte vi tid på å skrive ned både alt elevene sa, og hva de gjorde. Deretter startet kodingsprosessen. I startfasen av kodingsprosessen gikk vi gjennom alt av transkriberingsmaterialet hver for oss, samlet på det som var relevant og sorterte ut det som ikke hadde noen betydning. Det som var relevant, var det vi fant som var knyttet direkte til elevens representasjonsbruk. Eksempel på datamaterialet vi ikke har tatt med, er tomme samtaler som ikke fører noen vei eller som ikke er en del av arbeidet med oppgaven.

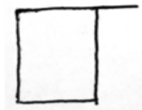
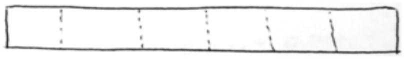
Videre i analyseprosessen gikk vi gjennom transkripsjonene hver for oss. Som et førsteutkast av analysen plasserte vi funnene fra økt 1 og økt 2 i de oppsatte kategoriene hver for seg. Datamaterialet ble plassert inn i kodene naturlig språk, illustrasjoner og symboler tatt ut fra kategoriene til Duval (2006), og konkreter fra Kilpatricks (2001) teori. Kategorien en/todimensjonale figurer ble ikke tatt i bruk, ettersom ingenting av datamaterialet passet inn der. Deretter sammenlignet vi funnene, og så at vi i stor grad hadde plassert de ulike delene i transkripsjonen inn i samme koder. De delene som begge hadde plassert likt, ble tatt med til videre analyse, mens de delene som kun én av oss hadde plassert, eller som vi hadde plassert ulikt, ble tatt opp til videre diskusjon. Diskusjonen gikk så ut på om dette var relevant å ha med eller ikke. Dersom vi fant ut at det var relevant, plasserte vi det med enighet i koden vi mente det passet inn i. Etter videre arbeid med analysen, valgte vi å endre strukturen til å fokusere først på økt 1, og deretter økt 2 for å gi et bilde av hele prosessen og en rød tråd i elevene arbeid, uten at det ble for mye oppstykket. Vi vil i løpende tekst presentere funnene slik vi har plassert dem i kategoriene, i tillegg til å presentere eventuelle transformasjoner mellom de ulike semiotiske registrene. Figur 3.3 viser en sammenheng mellom oppgaven elevene fikk og

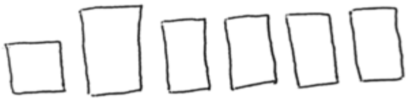
Duvals (2006) oversikt over registre, altså et eksempel på hvordan datamaterialet har blitt kodet.

<table>
<tr><th></th><th>Diskursive register</th><th>Ikke-diskursive register</th></tr>
<tr><td>Multifunksjonellt register</td><td>Naturlig språk

Muntlig: "Den ene veggen må være tjefem cm og den andre må være tretti cm for at veggen skal bli skrå".

Skriftlig: "Fuglekassen har fire like store sidevegger på tjueni cm hver".</td><td>Illustrasjoner

Ikoniske: 


Ikke-ikoniske:
</td></tr>
<tr><td></td><td>Hjelperepresentasjon
f.eks. konkreter</td><td></td></tr>
<tr><td>Monofunksjonellt register</td><td>Symboler

Skriftlig: 140cm - 10cm = 130cm

eller 30cm · 4 = 120cm</td><td>En/todimensjonale figurer
<table><tr><th>Del</th><th>Lengde</th></tr><tr><td>Tak</td><td>14 cm</td></tr><tr><td>Gulv</td><td>10cm</td></tr><tr><td>Vegg 1</td><td>29 cm</td></tr><tr><td>Vegg 2</td><td>29 cm</td></tr><tr><td>Vegg 3</td><td>29 cm</td></tr><tr><td>Vegg 4</td><td>29 cm</td></tr><tr><td>SUM</td><td>140cm</td></tr></table></td></tr>
</table>

Figur 3.3: Eksempler på koding av oppgaveløsning i Duvals (2006) tabell over representasjonsregistre

Transkripsjonen er skrevet slik at hakeparentesene «[]» beskriver hva elevene fysisk gjorde underveis i dialogen, og tre prikker «...» refereres til at det finnes mer dialog som ikke er relevant å ta med. Alle tegninger, illustrasjoner og symboler som blir referert til i analysen, er kopier av hva elevene lagde ut fra video- og lydopptakene. Vi har ikke tilgang til det elevene faktisk produserte, så de som presenteres her er ikke direkte laget av elevene, men kopier av omtrent slik de så ut. Elevene har fått pseudonymer, så navnene vi bruker i denne masteroppgaven er oppdiktet. I økt 1 har vi elevparet Oda og Lars, og i økt 2 har vi elevparet Aksel og Kine. Begge elevparene har allerede startet med oppgaven før kameraene går, som gjør at vi ikke får med oss starten av løsningsprosessen.

3.4 Etiske perspektiver, studiens relevans og troverdighet

3.4.1 Etiske perspektiver

Prosjektet har hele veien hatt søkelys på de forskningsetiske perspektivene. Forskningen skal samle inn og behandle personopplysninger, noe som gir meldeplikt til NSD. NTNU-forskerne søkte NSD, og fikk godkjenning (jf. vedlegg 2) i 2016 til å gjennomføre forskningen. I tillegg har forskningen fulgt de nasjonale forskningsetiske retningslinjene for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH) i forskningsprosessen. En av de forskningsetiske forpliktelsene forskere må forholde seg til, er retningslinjene om hensyn til personer. Der står det blant annet at forskerne har ansvar overfor alle personer som inngår i eller deltar i forskningen, de involverte skal respekteres og ta hensyn til deres personlige, integritet, sikkerhet og velferd, og deltakerne skal samtykke til å delta i forskning (*Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi,* 2021). De etiske perspektivene er sentrale gjennom hele prosessen, før forskningen starter, i løpet av prosessen, og etter forskningen er gjennomført.

Når man skal samle inn personopplysninger, må man skaffe seg samtykke fra deltakerne. Elevene i forskningsprosjektet er mindreårige, og derfor måtte NTNU-forskerne få godkjennelse fra deres foresatte før de fikk lov til å delta. Før prosjektet startet, ble det sendt ut samtykkeskjema til alle foresatte (jf. vedlegg 1). I tillegg fikk elevene selv bestemme om de ønsket å være delaktige i forskningen. En refleksjon vi har gjort oss, er at selv om elevene skrev under på at de ønsket å være delaktige, er det ikke sikkert de forstod hva de egentlig sa ja til. Elevene er omkring 12 år gamle, og mange av elevene har derfor ikke nok kunnskap eller innsikt i hva det faktisk vil si å delta i en slik forskningsprosess på sikt. De er derfor ikke samtykkekompetente, selv om de har samtykket til å delta. NTNU-forskerne som var til stede under hele prosessen, opplevde elever som viste tydelig ubehag da de ble observert og filmet. Selv om disse elevene på forhånd hadde samtykket til å delta, viste det seg at de ikke var komfortable under forskningen. Slike etiske dilemmaer kan oppstå underveis i forskningen, spesielt om barn er involvert. Forskerne tok konsekvensen av dette og avbrøt observasjonen av disse elevene.

Det finnes også retningslinjer på hvordan datamaterialet skal bli oppbevart og behandlet i etterkant av innsamlingen. Datamaterialet vi har er video- og lydopptak av elever og lærere, og inneholder derfor sensitiv og personlig informasjon. Under hele arbeidet med denne studien har alt av materiale blitt oppbevart på en kryptert, passordbeskyttet minnepinne. Vi har til enhver tid hatt kontroll på hvor minnepinnen befinner seg, og ingen andre enn de involverte i forskningen har fått tilgang til materialet. Da vi så gjennom datamaterialet var internett koblet av, for å være sikker på at ingen uønskede skulle få mulighet til å få tilgang til sensitiv informasjon. Vi har i tillegg vært oppmerksomme på at datamaterialet ikke har blitt lagret og oppbevart på egen PC. Informasjonen som er samlet inn, brukes kun til det formålet datamaterialet er samlet inn for. Ettersom datamaterialet inneholder sensitive og personopplysninger om deltakerne, bytter vi ut deltakernes ekte navn med pseudonymer når vi skal presentere analysen. På den måten blir deltakerne mest mulig anonymisert, og det vil ikke bli formidlet informasjon som kan tilbakeføres til enkeltpersoner. Pseudonymer blir også brukt når vi transkriberer slik at den er anonymisert og kan arbeides med uten å måtte ta hensyn til minnepinnen. Likevel kan vi ikke si med sikkerhet at deltakerne vil være helt anonyme for alle parter. De involverte i forskningen, det vil si skolen, lærere og elever, kan finne ut hvem deltakerne er. Imidlertid kan vi si at de som ikke har vært en del av forskningsprosessen vil oppleve deltakerne våre som anonyme. Informasjonen som kommer ut i denne masteroppgaven er deltakernes arbeid med matematikk, og ingen informasjon vil kunne føres tilbake til enkeltindivider. På bakgrunn av dette anser vi masteroppgaven som etisk tilfredsstillende.

3.4.2 Troverdighet

Et grunnleggende spørsmål i forskning er hvor pålitelig datamaterialet er (Christoffersen & Johannessen, 2012). For å vurdere hvor troverdig forskningen er, diskuteres datamaterialet, måten den er samlet inn på og hvordan den bearbeides. En måte å teste påliteligheten på, er å sjekke forskningens konsistens og om man kan reprodusere de samme resultatene senere av andre forskere (Kvale & Brinkmann, 2015). Det å gjenta en studie på et senere tidspunkt for å teste om resultatene forblir de samme, er en god måte å sjekke gyldigheten på (Postholm & Jacobsen, 2018). Derimot vil det være vanskelig å gjenta vår studie på samme måte ettersom den inneholder enkeltelevers representasjonsbruk, og det vil ha liten betydning for hvor pålitelig studien vår er (Postholm & Jacobsen, 2018). Studien vår er samfunnsvitenskapelig, som vil si at vi studerer forhold ved samfunnet og forbindelser mellom mennesker (Berg, 2023). Både fenomener og situasjoner endrer seg med tiden, noe som kan gjøre slike studier problematisk å replikere. I tillegg har forskere med seg sine egne subjektive teorier og erfaringer inn i forskningen, ettersom mennesker konstant er i utvikling (Postholm & Jacobsen, 2018). I en kvalitativ studie vil sannsynligheten for å oppnå de samme resultatene på et senere tidspunkt være små. Likevel kan vi argumentere for at ved å gjøre hele forskningsprosessen tydelig og beskrive hvordan vi analyserer datamaterialet, kan andre som ser på det samme datamaterialet med teoriene vi har brukt, ende opp med å få de samme resultatene.

For å teste gyldigheten i denne studien er det viktig for oss som forskere å reflektere over vår egen påvirkning. Derfor er det nødvendig å gjøre hele forskningsprosessen synlig slik at andre kan reflektere over valg vi har tatt og de resultatene vi sitter igjen med (Postholm & Jacobsen, 2018). Vår subjektive rolle har betydning for funnene og resultatene i forskningen, da vi har egne erfaringer fra skolegang, praksis og lærerstudiet. Våre erfaringer kan gjøre at vi vinkler fenomener og hendelser i forskningen etter våre antakelser og i retninger som kanskje ikke andre hadde valgt. Dermed kommer vi til å tolke datamaterialet ut fra våre erfaringer og vårt perspektiv på situasjoner. En kvalitativ studie har ikke som formål å finne en felles sannhet, og vi prøver å forstå ulike deltakeres oppfattelse av virkeligheten (Postholm & Jacobsen, 2018). I vårt tilfelle mener vi at våre subjektive erfaringer som påvirker tolkning kan være positivt med tanke på vår bakgrunn med flere år på lærerstudiet. Det er også viktig å redegjøre for relasjonen mellom forskere og deltakere, noe som kommer frem i delkapittel 3.1.3. Videre beskriver vi forskningens kontekst i tid og rom for å gi leseren mulighet til å reflektere over faktorer som kan spille en rolle for funnene. Ulike forskninger har ulike begrensninger, og i denne studien vil det være relevant å nevne eventuelle deltakere/kilder vi ikke har fått tilgang til. I datamaterialet har vi informasjon fra til sammen fire elever. For å kunne få enda bedre innblikk i situasjonen og mer detaljerte funn, kunne det vært hensiktsmessig og sett på flere elever fra eksempelvis klassen eller andre skoler, også over en lengre tidsperiode. Det vil imidlertid overgå omfanget til en masteroppgave. En annen faktor vi kan diskutere for å sjekke påliteligheten til forskningen, er å kunne beskrive om vi har fått registrert det viktigste fra datamaterialet. Med datamateriale som inkluderer både video- og lydopptak, kan vi argumentere for at vi får med det viktigste.

3.4.3 Gyldighet

Forskningens gyldighet handler om hvilke konklusjoner vi som forskere har mulighet til å trekke ut fra datamaterialet vårt (Postholm & Jacobsen, 2018). Med det bør man reflektere over forskningens gyldighet, og hvorvidt metoden passer til det man ønsker å finne ut av. Gyldighet handler ikke om datamaterialet enten er valid eller ikke, men det kan heller brukes som en kvalitetssjekk av innsamlet datamateriale (Christoffersen & Johannessen, 2012). Gyldighet deles inn i to, indre gyldighet og ytre gyldighet (Postholm & Jacobsen, 2018).

Indre gyldighet handler om samsvaret mellom det teoretiske grunnlaget vi har valgt og det vi studerer og analyserer. Det er viktig at vi beskriver hvordan ulike kategorier vokser frem, og at beskrivelser og tolkninger er grunnet i datamaterialet (Postholm & Jacobsen, 2018). Det er viktig at studien gir svar på det den skal finne ut, og da spiller det en rolle om hvorvidt begrepene vi danner oss er gyldige og hvordan vi som forskere representerer virkeligheten (Postholm & Jacobsen, 2018). Gjennom forskningsarbeidet vårt har vi definert begrepene og teoriene på den måten de brukes gjennom forskningen. Definerte begreper og teorier gjør det mulig for leseren å se virkeligheten fra vårt perspektiv. Vi analyserer ut ifra Duvals (2006) og Kilpatricks (2001) teorier, da det er verktøy som vil hjelpe oss å få et svar på problemstillingen. Det er også viktig for forskningens gyldighet og pålitelighet og få informasjon fra flere ulike kilder, kalt triangulering. Triangulering kan for eksempel være kombinasjon av flere forskere, datainnsamlingsmetoder og datakilder. I denne masteroppgaven samarbeider vi med NTNU-forskere fra prosjektet som kan gi oss et bedre bilde av situasjonen. Vi har også analysert elevers arbeid fra to ulike klasser med to ulike lærere, og benyttet flere datainnsamlingsmetoder.

Ytre gyldighet handler om hvorvidt forskningen kan overføres til andre kontekster som ikke har blitt forsket på spesifikt (Postholm & Jacobsen, 2018). Kan funnene våre overføres til andre elever i klassen, andre trinn på skolen, andre skoler på samme trinn eller andre trinn på andre skoler? Denne masteroppgaven havner innenfor begrensning i tid og omfang av deltakere, dermed kan vi ikke med sikkerhet si at elever over hele landet arbeider akkurat på denne måten med utforskende oppgaver. Likevel kan det argumenteres for at man kan kjenne igjen de samme funnene hos andre elever. Vi mener derfor at studien kan overføres til andre elever på 6. trinn. Vi mener også at man må være åpen for at nye funn kan oppstå i en senere forskning.

4 Analyse

Dette kapittelet tar for seg beskrivelse og analyse av datamaterialet med hensikt i å finne svar på forskningsspørsmålet: *Hva kjennetegner elever på 6. trinns bruk av representasjoner i arbeid med en utforskende matematikkoppgave?* Vi starter med å presentere bruk av konkreter, som settes i lys av Kilpatricks (2001) teori. Deretter vil vi i løpende tekst presentere utvalgte deler av elevenes naturlige språk, illustrasjoner, symboler og transformasjoner i deres arbeid med oppgaven, i lys av Duvals (2006) teori. Vi tar først for oss elevparet i økt 1, deretter elevparet i økt 2. For å få et helhetlig bilde av elevenes bruk av representasjoner, ser vi på hele prosessen fra start til ferdig sluttprodukt. Hvordan elevene kommuniserer med hverandre for å løse oppgaven er derfor en rød tråd i denne kategorien. Underveis i prosessen med å analysere datamaterialet, oppdaget vi at det matematiske objektet ikke samsvarte med det elevene i utgangspunktet skulle jobbe med. Det matematiske objektet lærerne ønsket elevene skulle arbeide med, var arbeid med desimaltall og omgjøring fra centimeter til meter. Det vi imidlertid oppdaget var at fokuset til elevene lå på brøk, og ulike brøk-konstruksjoner.

4.1 Konkreter

Slik vi har definert konkreter ut fra Kilpatricks (2001) teori, vil dette være alle de fysiske gjenstandene elevene bruker når de løser oppgaven. En sentral konkret i dette tilfellet er papp-planken elevene får utdelt og skal bygge fuglekassen med. I tillegg bruker de blyant for å skissere og markere, linjal til å måle, ark til å tegne på, og til slutt saks og teip for å sette sammen fuglekassen. Elevene bruker den fysiske papp-planken til å sette sammen en fuglekasse. På slutten av timen hadde begge elevparene satt sammen en prototype av fuglekassen.

Gjennom undervisningsøktene bruker begge elevparene aktivt linjal for å måle lengder på planken. Allerede fra første gang Aksel i økt 2 skal begynne å måle en lengde, bemerker vi oss linjalbruken. Den er knekt i tre deler, og Aksel bruker tid på å sette de tre delene sammen rett før han får målt lengden. Ingen av elevene finner en ny linjal. Senere gjelder dette også Kine da hun skal måle en lengde og må sette sammen de tre linjaldelene. I tillegg kommer det frem i videoopptaket at Aksel og Kine virker usikre på hvordan linjalen skal leses av. Når de måler lengder, teller de hver centimeter med blyanten og ser altså ikke på tallene på linjalen for å se hvor langt det er. Litt senere i prosessen teller Aksel én og én centimeter på linjalen, og kommer frem til en lengde på tjue. Etterpå spør han Kine hvor mange centimeter det er til tjue. Kine svarer at det er nitten, og Aksel er enig. Dermed konkluderer de med at lengden de har målt er nitten centimeter, selv om de har telt til tjue og egentlig har målt tjue centimeter.

Et funn vi har merket oss, er måten begge elevparene tar i bruk konkretene i oppgaveløsningen. Spesielt elevparet fra økt 2 bruker i hovedsak kun konkretene for å løse oppgaven. Ved hjelp av blyant og planken finner de lengdene til fuglekassens ulike deler, før de deretter klipper opp og setter delene sammen til en fuglekasse. Elevene bruker konkretene for å komme med et løsningsforslag i stedet for å gjøre matematiske beregninger.

4.2 Økt 1

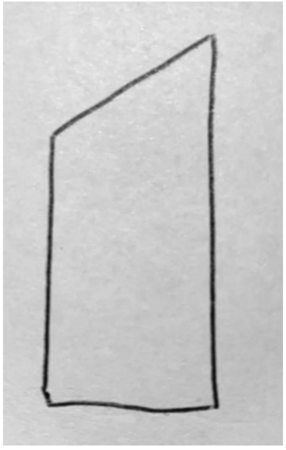
I økt 1 følger vi elevparet Oda og Lars. Da videoopptaket starter, er Oda allerede godt i gang med å forklare hvor mange deler deres fuglekasse skal ha. Elevparet har også markert noen deler på planken, som vi ikke fikk sett, ettersom det skjedde før videoen startet. Mens Oda forklarer hvordan hun mener det er lurt å dele opp fuglekassen, bruker hun aktivt planken for å demonstrere og vise hvordan hun tenker. Forklaringene til Oda plasseres i registeret muntlig språk, i et multifunksjonelt diskursivt register i Duvals (2006) klassifisering av representasjonsregister. Den muntlige dialogen med forklaringer er gjennomgående i undervisningsøkten, da de gjennom hele prosessen samarbeider. Oda bruker planken som en hel, og de ulike delene av fuglekassen som delene til den hele. Når hun kommer med et forslag på hvordan de kan dele opp fuglekassen, deler hun opp planken slik at hele blir tatt i bruk. Vi kan derfor si at hun tar i bruk brøk som deling, hvor hun deler opp planken i ulike brøker, selv om de på nåværende tidspunkt ikke har noen størrelse eller verdi.

1.001 Oda:	Men hvis man har da det her som er vegg, det her som er vegg, det her som er vegg, og den der som er vegg [peker på fire deler av planken] så har man et tak og gulv [peker på to deler nederst på planken]. Men bakerste veggen må være høyere.

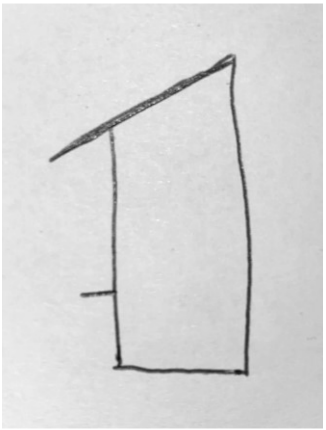
Lars forstår ikke hva Oda mener med at bakerste vegg må være høyere, og da forklarer Oda at det er for at taket skal bli skrått. Hun forklarer også at de to sideveggene til fuglekassen også må være skrå, ettersom taket er skrått. I forklaringsprosessen bruker Oda aktivt planken som et hjelpemiddel for å støtte hennes naturlige språk. Planken ligger foran henne på pulten, og hun peker og fysisk tar på de delene hun prater om. På denne måten forstår Lars hva Oda mener. Her har vi et eksempel på at det muntlige språket er viktig for å forklare og forstå hverandres tanker. I utforskende oppgaver finnes det ikke en fast fremgangsmåte for å komme frem til en løsning. Som Duval (2006) skriver, så binder det muntlige språket kommunikasjonen mellom elevene. Ved å ta i bruk det muntlige språket, får Oda og Lars kommunisert matematikken med hverandre, og delt deres oppfatning og kunnskap om situasjonen. Muntlig språk er bruk av representasjon som havner under diskursivt register. Videre foreslår Lars at de kan lage en skisse av hvordan fuglekassen skal se ut. I diskursen om hvordan fuglekassen skulle se ut mellom Lars og Oda, foreslo Lars at de kunne tegne tankene sine på et A4-ark.

1.008 Lars:	Jeg har et ark her som vi kan tegne på for å vise [finner frem arket].
1.009 Oda:	[måler med linjalen på sin side av planken]. Da kan den liksom være tretti da.
1.010 Lars:	[Begynner å skissere på arket med blyant og linjal]. Sånn.
1.011 Oda:	Sideplankene må gå litt nedover.
1.012 Lars:	[Fortsetter å tegne på arket mens Oda ser på]. Litt sånn design da?
1.013 Oda:	Ja, på en måte. Og hvis det blir igjen noe så er det bare å lage… ting. Hvis det blir igjen en liten bit så kan man lage pipe eller så kan man lage sånn, emh, man kan sitte på [viser en pinne med blyanten].
1.014 Lars:	Sånn som stikker ut, ja. Det er sånn her.
1.015 Oda:	Ja.
1.016 Lars:	Fordi det kan man ikke… [Tegner på arket].

1.017 Oda: [Finner frem et ark og begynner å tegne]



Figur 4.1: Illustrasjon av tegningen til Lars



Figur 4.2: Illustrasjon av tegningen til Oda

I figur 4.1 ser vi den første skissen av fuglekassen, tegnet av Lars. Oda tegnet en skisse ganske lik Lars sin, men med litt andre detaljer, demonstrert i figur 4.2. Begge tegningene kan vi plassere i kategorien ikoniske illustrasjoner i et multifunksjonelt ikke-diskursivt register, ettersom det er skisser av hvordan fuglekassen skal se ut. I tillegg er tegningene ikke-ikoniske, fordi det også er en geometrisk figur i form av et trapes. I diskursen mellom Lars og Oda om hvordan fuglekassens sidevegger skal være, finner vi overføring innen det multifunksjonelle registeret, mellom diskursive og ikke-diskursive registre. Overføringen går fra naturlig språk til illustrasjoner. Det starter med at Oda og Lars diskuterer muntlig hvordan sideveggene skal se ut, og hvor lange de skal være, før det til slutt ender opp med illustrasjoner i form av skisser (figur 4.1 og 4.2). Et eksempel på overføring fra naturlig språk til illustrasjon er når Oda sier hvordan sidelengdene skal være, mens Lars illustrerer Odas forklaring med en tegning. Begge har nå blitt enige om hvordan fuglekassen skal se ut, og neste steg er å finne de forskjellige lengdene på delene. De starter med å finne ut hvor lange sideveggene må være.

1.019 Oda: Nei, men hvis det er mer tjuefem, sånn, så blir det tjuefem opp her, tjuefem der, tjuefem her og tretti her [illustrerer veggene med hendene], så blir det sånn [viser en skråbevegelse med hånda for å illustrere et skråtak], men da må sidene være sånn [viser en skråbevegelse med begge hendene], fra tretti og ned.

1.020 Lars: Ja, og hvis vi får… ja. Den her er akkurat sånn, akkurat tretti, jeg mener akkurat elleve centimeter bred, så [måler kortsiden av planken med linjalen].

1.021 Oda: [måler selv med linjalen] ti.

1.022 Lars: Ja, ti, elleve.

1.023 Oda: Mhm. Hvis den er ti så må det være, da blir det et bord som må være ti, altså bunnen må være ti og ti [lager et kryss på pulten med fingrene], det må være ti begge veier. Både opp og ned.

…

1.032 Lars: … så den høye veggen skal være tretti i stedet for tjue?

…

1.036 Lars: Tror vi kan ha den sånn trettifem, tretti.

1.037 Oda: Ja, det har noe å si hvordan veggene skal være, for de må gå enten sånn, eller sånn [viser med linjalen litt på skrå over planken]. Det må være fem centimeter.

…

Når Oda sier: «Det må være fem centimeter» i replikk 1.037, refererer hun til hvor stor høydeforskjellen skal være på skråveggen. Altså at den ene siden på skråveggen er 25 cm, mens den lengste siden er 30 cm. De har også målt at gulvet til fuglekassen skal være 10 cm · 10 cm, fordi kortsiden av planken er 10 cm. De bruker planken aktivt for å forklare og vise hva de mener. Planken ligger fortsatt foran dem på pulten, og de peker og viser langs siden på planken hvordan lengden på veggen skal bli og viser med hånda en skråbevegelse på tvers av planken for å vise hvordan skråveggene skal bli. I dialogen over er det snakk om de skrå sideveggene og gulvet litt om hverandre. Lars har målt gulvet til å være «ti, elleve» cm bred. De bruker en del tid på å forklare til hverandre og finne ut hvordan de skal gjøre det med de sideveggene på skrå. Den matematiske diskursen mellom elevene plasseres i kategorien naturlig språk innenfor det diskursive multifunksjonelle registeret. Etter hvert kommer læreren bort og blir med i dialogen. Da må Oda og Lars forklare hva de har tenkt.

1.042 Oda: Hvordan skal sideveggene være da? For de må gå fra tretti til tjuefem.

…

1.045 Lærer: Ja, hvor lange må de være da?

1.046 Oda: Den øverste må være tretti [lærer peker på tegningen til Lars, figur 4.1], tjuefem.

1.047 Lærer: Ja.

…

1.050 Oda: Liksom, tjuefem det er foran, tretti er bak. Sidene, de må være på skrå.

…

1.053 Lærer: Hvordan må den være tror du? Den må jo være tjuefem på den ene siden og tretti på den andre siden den da.

1.054 Oda: Den må jo gå ned fra tretti til tjuefem.

1.055 Lars:	Da må den jo gå sånn her [viser frem tegningen, figur 4.1].
1.056 Lærer:	Ja, bra Lars.
1.057 Oda:	Men hvordan skal vi tegne det her?
1.058 Lars:	Tegn skråen.
1.059 Lærer:	Og så må du sette mål her nå. Hvor lang skulle den være? [Peker på tegningen, figur 4.1].

…

I den videre diskursen mellom både Oda og Lars, og med læreren, blir skissene hyppig brukt til å vise og forklare tankeprosessene, spesielt illustrasjonen til Lars. Illustrasjonene brukes derfor som en støtte i den matematiske diskursen. De snakker og forklarer til hverandre samtidig som de peker på ulike deler av skissen. Læreren sier at de må sette på mål på skissene, som førte til at elevene skrev ned mål i form av symboler og tall på skissene. I samtalen under blir skissen til Lars vist frem, og læreren peker på sideveggene samtidig som han prater om dem. Læreren er her en del av diskursen, og læreren er også med på å peke på de ulike delene det snakkes om. Diskursen plasseres inn i registeret naturlig språk.

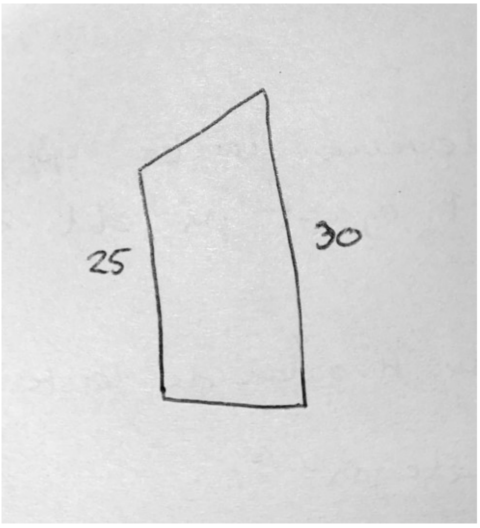
1.063 Lærer:	Den skal være tjuefem og den skal være tretti [peker på tegningen til Lars, på hver side av "planken"].
1.064 Oda:	Tretti, tjuefem [peker på tegningen, på begge sidene av skissen].
1.069 Oda:	Men da kan vi måle opp sånn at den er tjuefem, og så går den til, fra tretti og skrå, og så tretti og skrå og så tar vi skråen ved siden av hverandre for å liksom bruke… [viser i lufta med linjal og blyant].
1.070 Lærer:	Ved siden av hverandre?
1.071 Oda:	Ja, men se her. Tretti opp hit [måler med linjalen langs den ene siden av planken], og så har man liksom der [markerer med blyant], ned til tjuefem, som er her, så da blir det liksom sånn [flytter linjalen på skrå over planken]. Og så ta den andre her [peker på oppsiden av den skrå linjalen]. …
1.079 Oda:	Så streken går ned sånn da [flytter linjalen over på tvers av planken og trekker en strek mellom markeringene].
1.080 Lærer:	Og så?
1.081 Oda:	[flytter linjalen til oversiden av skråstreken og måler opp tretti cm, og markerer, deretter måler opp andre siden til tjuefem centimeter og markerer]. Da har vi sideveggene, og så trenger vi en tjuefem. …

I dialogen over måler Oda opp 25 cm og 30 cm på hver sin side av planken som skal representere den ene sideveggen med en skrå side. Hun forklarer muntlig hva hun gjør samtidig som hun måler og markerer. Det naturlige språket i det diskursive registeret binder kommunikasjonen mellom Oda, Lars og læreren. I dialogen forekommer det to overføringer fra naturlig språk til illustrasjoner. Overføring fra naturlig språk til illustrasjoner er en transformasjon innenfor det multifunksjonelle registeret, fra diskursiv til ikke-diskursivt register. Det skjer når Oda forteller muntlig hvordan hun tenker, og markerer på planken. Oda måler opp 30 cm og 25 cm på planken, og gjør det samme på nytt, bare motsatt slik at veggene blir skrå. Her er det matematiske objektet måling i centimeter. På den måten lager hun to like vegger, med samme skrå vinkel. Neste steg i prosessen er å finne ut hvor stort taket må være. Lars forklarer lengdene på de ulike delene ved å bruke ordet «ganger», som for eksempel «tjuefem ganger ti». Oda spør hvorfor han ganger med ti, og svaret til Lars indikerer at han skjønner prinsippet med multiplikasjon. Lars bruker matematiske ord når han forklarer, som «ganger», «lengde» og «bredde», og det er kjennetegn på det naturlige språket innenfor matematikkfaget.

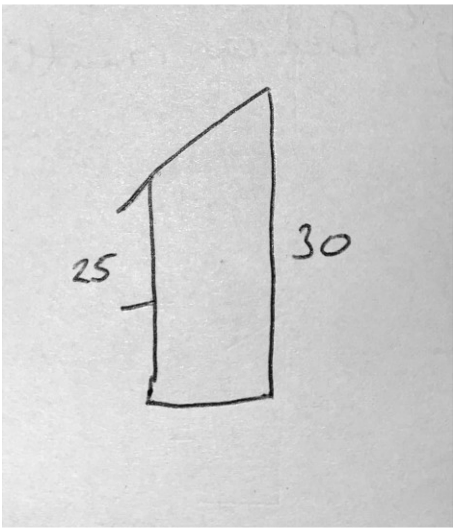
1.090 Lars:	Hmm, da blir det kanskje sånn, da blir det kanskje ti i bredden men tjuefem i lengde.
1.091 Oda:	Tjuefem? Skal den være like lang som den her? Taket? [peker på en del av planken som er tjuefem centimeter lang].
1.092 Lars:	Nei, kanskje ikke så lang.
1.093 Oda:	Jeg tror ikke vi får plass.
1.094 Lars:	Kanskje ta femten da.

…

Etter at Oda og Lars har diskutert lengdene på fuglekassens sidevegger, skriver de ned målene på hver sin skisse med symboler. Ettersom de har funnet ut at frontveggen skal være 25 cm, og bakveggen 30 cm, er det også disse symbolene i form av tall som blir skrevet ned. Figurene under viser en illustrasjon av hvordan Oda og Lars skrev symbolene på sine skisser av fuglekassen. Symboler er et monofunksjonelt diskursivt register, og behandling innenfor dette registeret kan for eksempel være beregninger med tall eller omgjøring fra måleenheter med symboler. Elevene har ikke gjort noen beregninger eller gjort centimeter om til meter og dermed skjer det ingen behandling innenfor symbolbruken. I dette tilfellet gjorde ikke elevene om fra centimeter til meter.

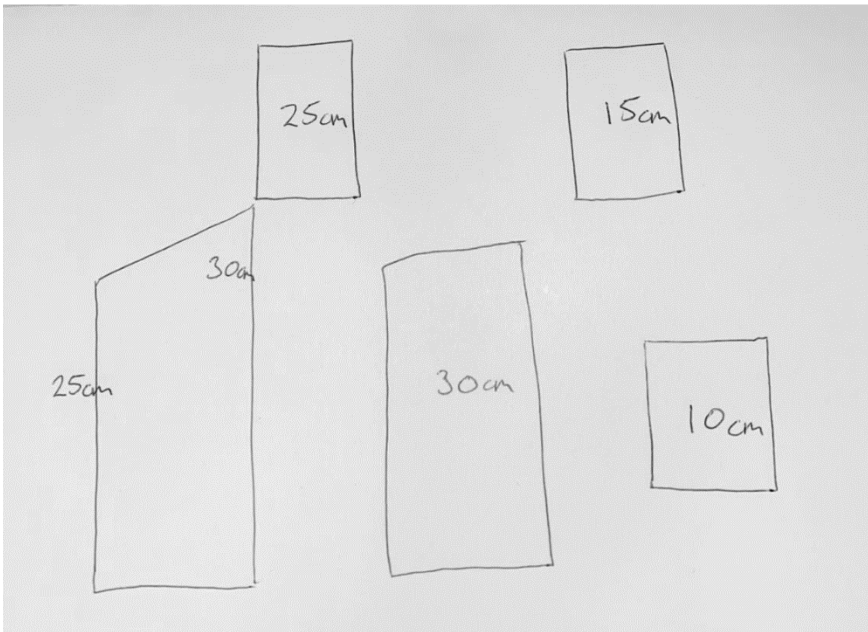


Figur 4.3: Lars sine symboler



Figur 4.4: Oda sine symboler

Gjennom hele prosessen blir tegninger oppdatert etter hvert som de finner mer informasjon, i tillegg til at nye tegninger og skisser blir til. Etter at Oda og Lars har blitt enige om størrelsene på de ulike delene til fuglekassen, tegner Lars nye skisser (figur 4.5). Han tegner de som separerte deler, og alle delene er i form av firkanter. Fire av skissene er rektangler, mens den ene er et trapes. Skissene havner innenfor registeret illustrasjoner, både ikoniske og ikke-ikoniske fordi det er geometriske figurer, men også tegninger. Målene til lengden av planken er skrevet med symboler, men disse blir heller ikke gjort om til meter verken skriftlig eller muntlig.



Figur 4.5: De nye illustrasjonene til Lars

1.098 Lars:	[tegner på arket og peker på de ulike delene, figur 4.5]. Sånn. Det her er ti-ti. Femten-ti. Tretti ganger ti. Tjuefem-ti borte på her. Og tretti ganger borte på her. Så blir den tjuefem ganger ti for, for den er tjuefem ganger ti.
1.099 Oda:	Hvorfor sier du ganger ti?

1.100 Lars: Fordi den er tjuefem lengde og ti bredde.

…

Når det kommer til skissene Lars tegner i figur 4.3, skjer det en behandling innenfor registeret illustrasjoner. De starter med enkle skisser begge to, og tegner hvordan de tenker at fuglekassen skal se ut kun ved å vise én side av huset. Deretter når de snakker sammen og arbeider videre, utvikler Lars nye skisser ut fra dette som skal representere hver vegg. Lars er litt mer opptatt av å tegne skissene, mens Oda er opptatt av å skissere og bruke planken når hun arbeider. Skissene eller markeringene på planken blir også endret underveis i prosessen, som gjør at vi kan plassere dette innenfor behandling av registeret illustrasjoner. Etter at Lars har skrevet ned tallene på skissen, spør Oda om hvorfor han sier «ganger ti». Når Lars svarer «fordi den er tjuefem lengde og ti bredde», finner vi en overføring fra symbol til naturlig språk. Overføringen finnes i det diskursive registeret, fra monofunksjonelt til multifunksjonelt register. Lars måtte bruke et naturlig språk for å forklare symbolet han hadde skrevet, slik at Oda skulle forstå hva han hadde tenkt.

Sammen ble elevparet enige om at taket skal være 25 cm ganger 10 cm. Videre måler Oda opp alle delene på planken, og finner da ut at målene de har til nå ikke fungerer likevel. Oda sier at «så får vi brukt opp alt hvis gulvet er femten centimeter», som indikerer at hun forstår at de må ta i bruk hele planken uten å sitte igjen med deler som ikke blir brukt. Hun regner seg frem i hodet til at hvis de setter både gulvet og taket til å være 15 cm, blir hele planken brukt opp. Da har de delt inn planken i ulike brøkdeler. Matematisk handler det om å bruke opp hele planken, og å tenke på planken som en helhet som skal deles i mindre deler uten å få noen rest. Ut fra måten Oda jobber på, blir planken brukt som en helhet av en brøk, og delene til fuglekassen blir dermed brøkens deler. Etter at alle målene er funnet, finner de ut at de har igjen en rest på 5 cm. Lars skriver på lengdemålene til delene. Dermed skjer det en transformasjon fra naturlig språk til symboler, ettersom de snakker muntlig om tallene og skriver dem ned som symboler. Overføringen skjer innen det diskursive registeret, fra det multifunksjonelle til det monofunksjonelle registeret.

1.103 Oda: Men nå er det igjen femten her [ser på linjalen som ligger langs planken]. Gulvet kan være femten. Hvis gulvet er femten og taket er femten.

1.104 Lars: Nja.

1.105 Oda: Så får vi brukt opp alt hvis gulvet er femten centimeter [markerer en ny strek på femten centimeter].

1.106 Lars: Ja.

…

1.108 Lars: Gulvet? Skal gulvet være femten?

1.109 Oda: Ja hvis vi har gulvet som femten, så blir taket femten og vi har veggene, og da har vi brukt opp hele.

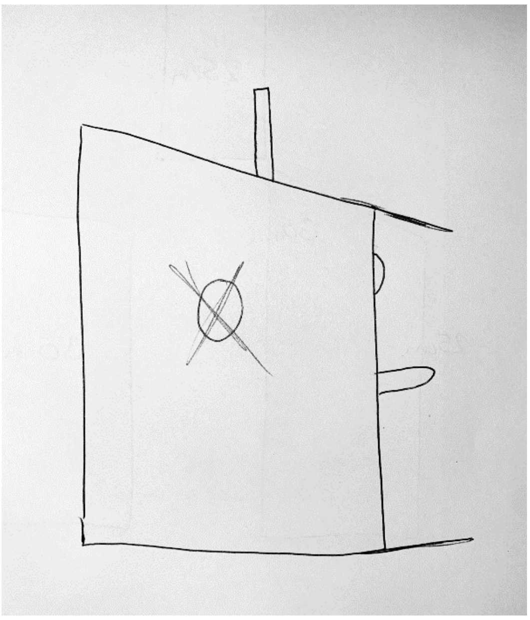
1.110 Lars: Så da blir gulvet, altså ti-ti, blir egentlig... [skriver om på tegningen].

1.111 Oda: Ti-femten da. Da er vi egentlig ferdige.

…

Til slutt sitter Oda og Lars igjen med en planke som er delt inn i seks deler. Generelt er det naturlige språket mellom Lars og Oda bestående av et naturlig enkelt språk, samtidig som enkelte matematiske ord og fagbegrep blir brukt for å forklare og begrunne avgjørelsene de tar. Eksempelvis tall og ordene lengde, bredde og ganger. I tillegg består mye av kommunikasjonen av både muntlig språk i kombinasjon med å vise og peke med hendene.

Tallene som blir skrevet av Lars og Oda kan vi plassere inn i kategorien symboler. Duval (2006) beskriver symboler som beregninger og bevis skrevet med tall, tegn og symboler, og derfor vil lengdene elevparet har skrevet ned kunne bli plassert innenfor denne kategorien. Elevparet har ikke skrevet ned regnestykkene på papiret, men gjennom det naturlige språket har de kommet frem til lengdene på fuglekassens deler. Resultatet av diskursen ender i tall skrevet ned på skissene. De gjør ingen skriftlige beregninger, de skriver kun på tallene i centimeter. Dermed skjer det ingen behandling innenfor dette registeret. Mot slutten av prosessen markerer Oda de ulike delene på planken, mens Lars tegner en siste illustrasjon av hvordan fuglekassen blir seende ut med lengre gulv enn de først hadde tenkt.



Figur 4.6: Den siste illustrasjonen til Lars

Figur 4.7: De ulike markerte delene på planken til elevpar 1

Den siste illustrasjonen som Lars tegner, figur 4.6, er en representasjon av hvordan de har kommet frem til at fuglekassen vil se ut fra siden. Nå har Lars tegnet både taket og gulvet litt lengre, og gjort en behandling innenfor illustrasjonsregisteret. Figur 4.7 viser hvordan de har markert delene på planken sin, som de så klipper og teiper sammen til en fuglekasse. Fra venstre: Sidevegg, sidevegg, bakvegg, frontvegg, gulv og tak. Fuglekassen er en konkret som elevene har laget selv, og viser det matematiske objektet hvordan man kan dele inn 1,4 meter i seks deler med å bruke hele mengden fysisk. De ender opp med sidevegger (30 cm + 25 cm), en bakvegg (30 cm), en frontvegg (25 cm), et gulv (10 cm) og et tak (15 cm). Summen av disse blir 135 cm, noe som betyr at de har målt litt feil, men de har brukt opp hele planken. De har ikke regnet ut hva summen av lengdene deres blir, dersom de hadde gjort det, ville de funnet ut at de fortsatt hadde 5 cm å bruke opp. Likevel har de brukt opp hele den fysiske planken.

4.3 Økt 2

I økt 2 har vi elevparet Aksel og Kine. De starter med å finne en lengde på en av sidene til fuglekassen ved å ta utgangspunkt i en vilkårlig lengde. Aksel finner en lengde han mener passer til sideveggen, og begrunner lengden ved å si «jeg føler for at det her er riktig». Kine begrunner lengden på gulvet ved å ta utgangspunkt i lengden på linjalen. Det virker som om lengden på gulvet blir satt av praktiske årsaker, ettersom det er samme lengde som linjalen.

2.001 Aksel:	Vi kan si, jeg føler for at det her er riktig. [Måler en lengde med linjal fra sin ende av planken og markerer med en blyant].
2.002 Kine:	Ja, vi prøver det først…

…

I prosessen med å finne en mulig løsning på den utforskende matematikkoppgaven, har Aksel og Kine en muntlig dialog som vi kan plassere innenfor Duvals (2006) kategori naturlig språk. Språket elevene bruker er en representasjon i arbeidet med den utforskende oppgaven. Gjennom språket blir matematikken diskutert, og elevene kommer frem til en enighet om de ulike delene til fuglekassen. I dialogen mellom Aksel og Kine spiller de på hverandres innspill og forslag for å komme frem til en løsning. Diskusjonen til elevene i seg selv er ikke særlig matematisk, men de finner løsninger basert på en mer hverdagslig diskurs. Vi kan plassere diskursen mellom elevene innenfor kategorien naturlig språk i det diskursive multifunksjonelle registeret, ettersom de bruker språket som en representasjon. Under ser vi et utdrag av diskursen til elevparet.

2.013 Aksel:	Fordi at her var det… [legger linjalen inntil den markerte lengden på planken]. Atten til tjuefem, nei herifra til…
2.014 Kine:	Vi kunne kanskje tatt gulvet så langt som linjalen er?
2.015 Aksel:	Eh, tjuesyv cirka. Eh, taket bare, skal vi ta taket like langt som, eh, linjalen er?
2.016 Kine:	Ja, vi kan prøve det.
2.017 Kine:	Og så må vi har dem…
2.018 Aksel:	Veggene.
2.019 Kine:	Ja, de kan være like store.
2.020 Aksel:	De kan være like store?
2.021 Kine:	Cirka.
2.022 Aksel:	Jeg føler at de burde være…
2.023 Kine:	Ja, like store, alle de tre veggene må være like store som hverandre.
2.024 Aksel:	[Bruker hånda som linjal og tegner en ny strek på tvers av planken, deretter retter opp streken med linjal]. Og da kan vi egentlig nesten bare prøve å gjøre… så slipper vi å måle, så slipper vi å ta sånn helt tilfeldig, så bretter vi her. [bretter planken der den siste streken han tegnet er]. Og så tar vi, og det der ble brettet feil vei [snur bretten]. Og så, hvor er streken?

…

I prosessen med å finne lengdene på sideveggene til fuglekassen, tok Aksel i bruk konkreter som hjelpemiddel. For å måle lengdene, tok han i bruk planken de hadde fått utdelt, og brettet planken i tre like deler. Med utgangspunkt i brettene på planken, tegnet han linjer i brettene, som illustrerte målene på sideveggene. Her har Aksel gått fra et naturlig språk til illustrasjoner. Dermed kan vi si at det har skjedd en overføring innen det multifunksjonelle registeret. Representasjonene Aksel tar i bruk for å finne lengdene på sideveggene til fuglekassen er altså naturlig språk, konkreter og illustrasjoner. Uten å ta i bruk måleenheter, blir lengdene funnet. Målet for timen var at elevene skulle kunne ta i bruk måleenheter, og gjøre målene fra centimeter til meter ved bruk av desimaltall. På bakgrunn av Aksels bruk av representasjoner, ble verken måleenheter eller omgjøringer fra centimeter til meter tatt i bruk.

2.032 Lærer: [kommer bort]. Brettet dere sånn fremover?

2.033 Kine: [nikker]

2.034 Aksel: Ja, det er på en måte samme teknikk som hvis vi tar og sager det, og bare tar du den andre planken og måler igjen.

…

Når lengdene på sideveggene skal bestemmes, er de først usikre på om alle sideveggene skal være like store eller ha forskjellige lengder. Det ender opp med at Kine konkluderer med at sideveggene må være like store, men hun begrunner ikke svaret sitt. Likevel er dette noe Aksel godtar uten videre forklaring. Diskursen deres plasseres inn i registeret naturlig språk, ettersom de har en samtale om størrelsene på fuglekassens sidevegger. Videre markerer Aksel de ulike lengdene på planken. Markeringer plasseres inn i registeret illustrasjoner innenfor ikoniske illustrasjoner, siden markeringene er enkle skisser. I prosessen med å markere lengdene på sideveggene, blir den ene lengden lengre enn de andre, som fører til ulike lengder på fuglekassens sidevegger.

2.047 Aksel: Og så er det zero waste.

2.048 Kine: Ja, så her [peker på planken] er det ganske mye igjen, så vi kunne ha utvida litt på de her to [peker på planke 1 som er delt i to deler].

2.049 Aksel: Ja. Viskelær var her. [Tar frem viskelæret. Legger det bort og tegner en ny strek på planke 1 ved å bruke hånda som linjal. Tegner en ny strek ved bruk av linjal].

…

Neste steg i prosessen er å finne ut hvordan de kan få brukt opp hele planken. Aksel påpeker at oppgaven ber om zero waste, som tilsier at de er nødt til å ta i bruk alt av materialet. Når Kine sier: «... så vi kunne ha utvidet litt på de her to» i replikk 2.048, så refererer hun til lengdene de har målt opp til gulvet og taket. For å få brukt opp hele planken mener hun at de kan gjøre taket og gulvet større, og Aksel bekrefter dette. I dette tilfellet ble fokuset til elevene å gjøre om en hel til mindre deler. Det vil si at det matematiske objektet som ble diskutert, er brøk-konstruksjonen deling.

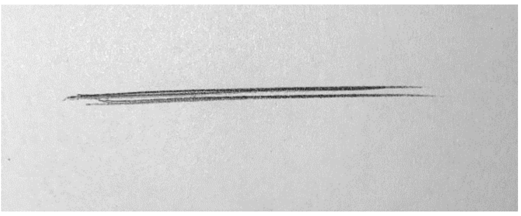
Et godt stykke ut i planleggingsprosessen, sier Kine ifra om at de må lage en skisse av fuglekassen. Det er Aksel som tar på seg ansvaret med å tegne skissene, og måten han gjør dette på er ved å tegne de ulike lengdene til fuglekassen som vertikale og horisontale linjer. Her finner vi en overføring mellom registre, ved at elevparet går fra naturlig språk til illustrasjoner. På bakgrunn av utseende til Aksels skisser, kan vi plassere illustrasjonene innenfor Duvals (2006) kategori av ikoniske illustrasjoner. Illustrasjonene til Aksel er i form av tegninger, ettersom det kun blir tegnet enkle linjer. Det virker som om skissene kun blir tegnet for å svare på oppgaven, som gjør oss usikre på om illustrasjoner er en representasjon elevene ville tatt i bruk dersom oppgaven ikke ba om det. Illustrasjonene blir verken brukt i planleggingen eller diskusjonen av hvordan finne de ulike lengdene til fuglekassens deler.

2.074 Kine: … Og så må vi ha en skisse.

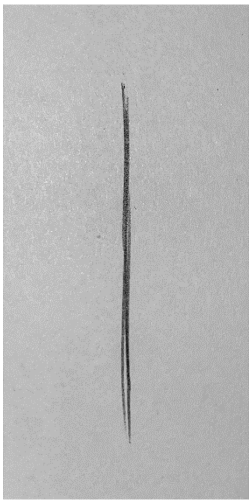
2.075 Aksel: En skisse…

2.076 Kine: Ja.

…



Figur 4.8: Horisontal skisse av Aksel



Figur 4.9: Vertikal skisse av Aksel

Til nå har Aksel og Kine kun markert lengdene på fuglekassens ulike deler ut fra en vilkårlig lengde. De vet ikke hvor lange de delene faktisk er, men nå starter Aksel prosessen med å finne ut hvor lange delene er i centimeter. Grunnen til at de skal finne ut nøyaktig mål av delene, er for at de kan lage en skisse av fuglekassen på et A4-ark. Ettersom planken de har fått utdelt er større enn et A4-ark, skjønner ikke Aksel hvordan de kan tegne skissen, siden lengden han måler er lenger enn arket. Da foreslår Kine at de kan forminske skissen. Her er et eksempel på at kommunikasjonen mellom Aksel og Kine er med på å finne løsninger på problemet til Aksel, og denne diskursen plasserer vi i registeret naturlig språk. Videre når de går i gang med å forminske fuglekassen, blir dette gjort ut fra øyemål uten nøyaktighet. Det vil si at fuglekassen blir tegnet slik som de ser for seg at den blir seende ut, uten å faktisk finne nøyaktige forminskede lengder. I stedet blir en liten fuglekasse tegnet, med klammeparenteser som skal demonstrere hvor langt det er i virkeligheten. Her skjer det en overføring innen det multifunksjonelle registeret, fra naturlig språk til illustrasjoner. Først snakker de om å tegne fuglekassen mindre, og så tegner Aksel ned skissene av det.

Videre finner vi en overføring fra symboler til naturlig språk når Aksel ser på symbolene og sier dem høyt. Overføringene skjer når Aksel måler lengden på planken, og sier lengden, som er tjueseks centimeter. I dette tilfellet er det lengden til den ene delen til fuglekassen som blir målt, og den blir målt i centimeter.

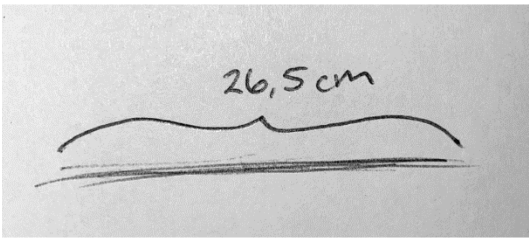
2.079 Aksel:	[tar frem linjalen, legger den langs plankedel 1 og måler hvor lang plankedel 1 er]. Eh, det er ca. tretti til seks og en halv. [teller på linjalen med blyanten]. En, to, tre, …, tjuefire, tjuefem, tjueseks centimeter! Og det tror jeg egentlig kan tegne for langt på arket.
2.080 Kine:	Da kan vi tegne litt sånn lite.
2.081 Aksel:	Vi tar og krymper det, og så skriver vi bare sånne streker [viser hvordan streker han mener, som er klammeparenteser] sånn liksom, tjueseks og en halv centimeter.

…

Det er ikke før ganske langt ute i økta at det første symbolet blir skrevet. Til nå har Aksel og Kine pratet seg gjennom lengdene på de ulike delene til fuglekassen, uten å skrive det ned. Det er etter at Kine sier de bør lage en skisse at målene blir skrevet ned på et ark. Lengdene på de ulike delene finner de ved å måle markeringene de har laget med en linjal. I denne delen har vi flere funn som vi kan plassere innenfor kategoriene naturlig språk, illustrasjoner og symboler. Dialogen mellom Aksel og Kine plasseres innenfor kategorien naturlig språk. Målene i form av tall plasseres i kategorien symboler, og skissene som blir tegnet plasseres i kategorien illustrasjoner. I prosessen med å skrive ned målene på et ark, finner vi flere overføringer mellom Duvals (2006) registre. Her har vi overføringer fra naturlig språk til symboler, og fra naturlig språk til illustrasjoner. Overføringene skjer når Aksel måler de ulike lengdene han har tegnet til nå, og skriver funnene med tall og tegner skisser av det.

2.087 Aksel:	[tegner en strek, lager klammeparentes og skriver 26,5 cm]. Sånn, det blir taket.
2.088 Kine:	Ja.

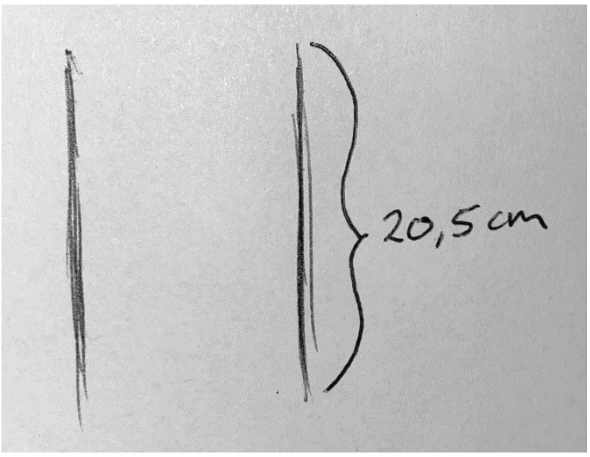
…



Figur 4.10: Symbolene skrevet av Aksel

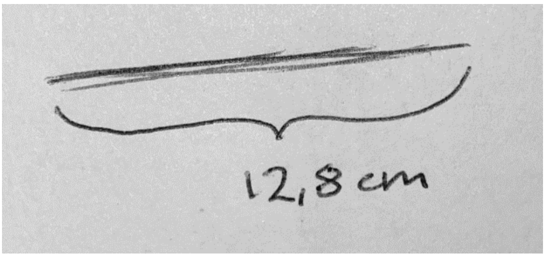
2.089 Aksel:	[tegner ny strek]. Forresten, da må vi ta målene her [tar linjalen på planke 2, og måler]. Tjue og en halv.
2.090 Kine:	Ja.
2.091 Aksel:	Taket pluss de fire veggene. [Tegner skisse av veggene]. Og det var tjue og en halv.

…



Figur 4.11: Symbolene skrevet av Aksel

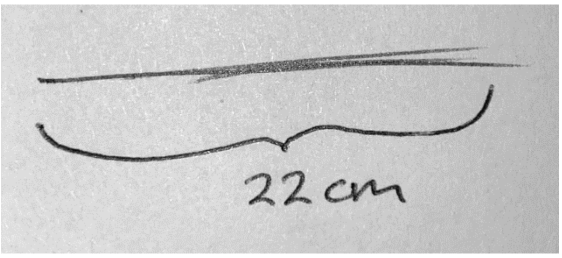
2.110 Aksel:	[Tegner gulvet på skissa]. Tolv komma åtte da.
2.111 Kine:	Ja.



Figur 4.12: Symbolene skrevet av Aksel

2.112 Aksel:	[Tegnet ferdig og skrevet antall centimeter]. Gulvet. Så var det verandaen.
2.113 Kine:	Ja. [Tar linjalen bort til enden av planken]. Den er her. [Teller hvor lang verandaen er ved bruk av linjal og blyant. Teller fra siste strek og til enden av planken].
2.114 Aksel:	[Tar frem en limstift, plasserer den på planke 2 og tegner en sirkel ved hjelp av limstiften].
2.115 Kine:	Tjueto.
2.116 Aksel:	Tjueto centimeter. [Tegner verandaen på skissa og markerer 22 cm]. Sånn. Skal vi se [tegner videre på sirkelen rundt limstiften]. Da har vi hullet. [Tar frem linjalen og måler sirkelens diameter]. Eh. [Markerer hullet på skissa]. [Måler diameteren en gang til, går tilbake til skissen og mumler]. To centimeter. Sånn!

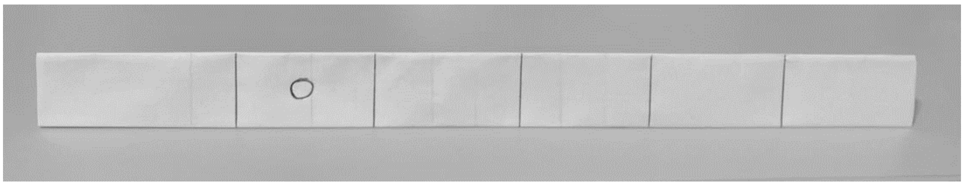
…



Figur 4.13: Symbolene skrevet av Aksel

2.117 Kine: Da ser det ut som at vi har alt.

Som vi kan se fra figur 4.10-4.13, ble alle lengdene skrevet ned i centimeter. Oppgaveteksten ba om at elevene skulle gjøre om målene fra centimeter til meter, men dette ble ikke gjort. I stedet virker det som om det matematiske fokuset til elevene lå på å ta i bruk hele planken, og dele planken inn i mindre deler. De tok altså utgangspunkt i planken som en hel, og alle bitene til fuglekassen ble delene til den hele. I figur 4.14 ser vi sluttresultatet av de ulike markerte delene på planken.



Figur 4.14: De ulike markerte delene på planken til Aksel og Kine

Hvis vi ser på Aksel og Kine sin måte å løse oppgaven på i forhold til det løsningsforslaget vi presenterte i metodekapittelet, ser vi noen ulikheter. Oppgaven forventet at de skulle tegne skisser og skrive på mål i meter. Aksel tegnet noen skisser i form av streker som skulle representere de ulike delene, men dette var en veldig enkel skisse og havner under det som var forventet. De har ikke skrevet ned noen beregninger av lengdene for å se om det går opp og ha en oversikt, og de har heller ikke gjort om centimeter til meter. Vi kan også se når de klipper opp planken at de mister litt kontrollen på hvilken del som skal være hva, og setter det litt vilkårlig sammen. Her kunne de ha skrevet på delene hva som var hva med tekst.

4.3 Oppsummering

For å oppsummere funnene våre, vil vi belyse noen hovedfunn som kommer frem i analysen. Disse hovedfunnene vil være grunnlaget for den videre diskusjonen i neste kapittel. Vi har bemerket oss noen funn knyttet til Duvals (2006) teori om semiotiske representasjoner. Det første funnet handler om elevenes bruk av representasjoner. Gjennom hele undervisningsprosessen hadde begge elevparene et naturlig språk mellom seg, hvor de diskuterte ulike løsningsmetoder og løsningsforslag. Vi ser at representasjonen som ble mest brukt er kategorien naturlig språk. Neste hovedfunn er at det forekom forholdsvis få overføringer mellom de ulike semiotiske registrene til Duval (2006). Elevene holdt seg som oftest innenfor ett register om gangen. Underveis i løsningsprosessen oppdaget vi at elevene endret det matematiske objektet som i utgangspunktet var fokuset for undervisningsøkten. Det opprinnelige matematiske objektet var omgjøring fra centimeter til meter, og bruk av desimaltall. Det vi oppdaget var at elevene tok i bruk brøk for å løse oppgaven.

I tillegg vil vi trekke frem noen hovedfunn som ikke knyttes direkte til Duvals (2006) teori, men som er essensielle for elevenes representasjonsbruk og som vil være med å svare på forskningsspørsmålet vårt. Det første er elevenes bruk av konkreter. Fra datamaterialet ser vi at elevene støttet seg mye på konkretene, og tidvis ble konkretene brukt for å finne en løsning i stedet for semiotiske representasjoner. Et annet funn er at elevene arbeidet selvstendig med oppgaven, med lite innspill fra både hverandre og lærer. Et siste funn vi har bemerket oss, er at elevene måtte tenke selv og finne løsninger ut fra sine premisser og ståsteder. Læreren presenterer oppgaven kort, men viser ingen forslag på hvordan elevene kan løse oppgaven.

5 Diskusjon

I dette kapittelet diskuterer vi hovedfunnene fra analysen. For å diskutere hva resultatene betyr, har vi satt dem i sammenheng med teorigrunnlaget fra kapittel 2. Det vil være til hjelp for å finne svar på forskningsspørsmålet: *Hva kjennetegner elever på 6. trinns bruk av representasjoner i arbeid med en utforskende matematikkoppgave?* Først vil vi ta for oss funn knyttet til Duvals (2006) teori, som handler om elevenes representasjoner og transformasjoner i undervisningsøkten. Videre diskuteres andre funn som er relevante for å finne et svar på forskningsspørsmålet, deriblant elevenes bruk av konkreter og det endrede matematiske objektet. Til slutt vil vi diskutere metodekritikk.

5.1 Bruk av representasjoner

Den representasjonen begge elevparene benyttet seg mest av, var det naturlige språket. Ettersom matematikkundervisningen var utforskende, ga det elevene mulighet til å benytte seg av den representasjonen de ønsket. Gjennom undervisningsøkten var det den muntlige kommunikasjonen mellom elevene som forekom oftest. Vi finner også eksempler på både illustrasjoner og symboler, men i mindre grad enn naturlig språk. Løpende i økten hadde begge elevparene en muntlig dialog mellom seg, hvor de diskuterte ulike løsningsmetoder og -forslag. Gjennom det muntlige språket fikk vi innblikk i elevenes tankeprosesser, spesielt med tanke på hvordan de argumenterte for best mulig løsning av oppgaven. Oda fra elevpar 1 var tidlig ute med å argumentere for hvordan hun mente de burde løse oppgaven, og hvordan planken burde deles opp for å få en best mulig fuglekasse. Til tross for at elevpar 1 var flinke til å lage illustrasjoner gjennom hele arbeidsprosessen, brukte de likevel naturlig språk som hovedrepresentasjon. Argumenter, beregninger og løsninger ble diskutert og løst muntlig, mens illustrasjonene hovedsakelig kun ble brukt som en støtte til det muntlige språket. Det at elevene løste matematiske beregninger muntlig, er et eksempel på en behandling innenfor registeret naturlig språk. Et annet eksempel på behandling finner vi innenfor registeret illustrasjoner der elevene utviklet skissene underveis i løsningsprosessen. En tidligere masteroppgave fra 2011 har sett på elever fra 7. trinns overføringer mellom Duvals (2006) semiotiske representasjonsregistre i arbeid med å generalisere figurfølger i algebra (Burheim, 2011). Et av funnene forfatteren bemerket seg var at elevene i arbeidet med figurfølger valgte å uttrykke seg gjennom det naturlige språket. Elevene i Burheims forskning skrev ikke ned metodene de hadde kommet frem til før de ble bedt om det, noe som samsvarer med funnene fra vårt datamateriale. Særlig elevparet fra økt 2 holdt seg til det naturlige språket helt frem til de måtte ta i bruk andre registre. En mulig forklaring på at det naturlige språket ble mest brukt, kan være fordi elevene følte seg tryggest innenfor denne representasjonen. Språket er noe vi tar i bruk daglig, og det er vårt verktøy for å uttrykke oss i hverdagen. Det kan virke som elevene også synes det er enklere å forklare matematikken muntlig i stedet for å ta i bruk symboler og tall. Det kan i tillegg være at elevene ikke er vant til å forklare matematiske løsninger skriftlig på egen hånd, og at de derfor valgte å bruke det muntlige språket. En annen tanke er at de bruker det muntlige språket aktivt ettersom de arbeider i par. Som Duval (2006) skriver, er kommunikasjonen et bindeledd mellom elevene og mellom elev og lærer, hvor man får tilgang til hverandres tanker. Derfor kan det naturlige språket være en naturlig forklaring på hvorfor dette ble mest brukt i samarbeidet om å løse oppgaven. Selv om det naturlige språket gir elevene tilgang til hverandres tanker og forklaringer, finner vi et eksempel fra datamaterialet at muntlige beregninger ikke alltid fungerer like bra. Som vi fikk se fra elevpar 2, endte elevene opp med at lengdene til fuglekassens deler stadig måtte justeres. I stedet for å skrive beregningene ved bruk av symboler, ble de løst muntlig, noe som førte til flere justeringer. I tillegg måtte elevparet starte hele målingsprosessen på nytt hver gang justeringer ble tatt, ettersom de ikke visste hvor lange delene var da de ikke hadde skrevet det ned. Likevel vil vi argumentere for at det naturlige språket til begge elevparene gjorde at de forstod hverandres tankeprosesser og løsningsforslag. Selv om det var mangel på bruk av representasjoner, fikk begge elevparene både diskutert og jobbet med matematikk.

Selv om Duval (2006) hevder at det er tilstrekkelig å bruke ett register, mener han at vi ofte tar i bruk flere registre samtidig. Fra datamaterialet ser vi at elevpar 1 og elevpar 2 tar i bruk registrene på forskjellige måter. Elevpar 2 holder seg som oftest innenfor ett register om gangen. Elevene finner først løsninger ved bruk av det naturlige språket, før de etter hvert lager illustrasjoner og deretter skriver lengdene med symboler. Elevpar 1 tar derimot i bruk flere registre samtidig. Vi finner flere tilfeller der det naturlige språket blir kombinert med illustrasjoner og/eller symboler. Elevene diskuterer ulike løsninger, samtidig som skisser blir tegnet og/eller lengdene på målene blir skrevet ved bruk av symboler.

5.2 Lite overføringer mellom registre

Det forekom noen overføringer mellom registre, men vi opplevde at det var ganske få og at de inneholdt noen mangler. Oppgaven legger til rette for at det er mulig å bruke flere ulike representasjoner, og å transformere mellom ulike registre. Fra elevpar 2 finner vi eksempler på at elevene slet med å gå fra muntlige forslag og løsninger på oppgaven til representasjoner skrevet ned på papiret, altså overføring mellom naturlig språk og illustrasjoner/symboler. Aksel og Kine var aktive muntlige, og pratet seg gjennom hvordan fuglekassen skulle se ut og hvordan de skulle dele opp planken i mindre deler. Gjennom hele prosessen ble de enige gjennom muntlig diskurs om hvordan oppgaven skulle løses, men med en gang de skulle illustrere løsningen i form av skisser, oppsto det feil eller mangler. Skissene til Aksel er i form av noen grovt skisserte streker som skulle representere de ulike delene, og poenget var å få frem lengden på dem. Dersom noen utenforstående hadde sett på skissene til Aksel, hadde de nok ikke forstått hvordan fuglekassen skulle se ut. Det kan virke som elevene synes det var vanskelig å gå fra et muntlig språk til et skriftlig matematisk språk. Det muntlige og det skriftlige språket ligger i to forskjellige semiotiske registre (Duval, 2006), og det er overføringen mellom disse som førte til problemer for elevene. Ifølge Duval (2006) er overføringer mellom registre det mest utfordrende for elever når det kommer til matematikkopplæring. Transformasjoner mellom registre er en kompleks prosess, og krever at elevene sitter med kunnskap om det matematiske objektet fra før. Ut fra våre funn kan det vise seg at elevene fra økt 2 har manglende kunnskap om det matematiske objektet som jobbes med, ettersom transformasjon mellom registrene førte til matematiske feil og mangler. Et moment her er at oppgaven ikke legger noen føringer for hvordan elevene skal lage skisser. Det kan være elevene hadde arbeidet annerledes og vist at de får til denne transformasjonen dersom oppgaven ikke var like utforskende og om oppgaven la flere føringer. En oppgave med mye føringer ville derimot ha havnet utenfor vår hensikt, ettersom vi er interesserte i å se hvordan elevene arbeider med en utforskende oppgave. Begge elevparene endte opp med sine egne versjoner av illustrasjoner av fuglekassen, som muligens viser til at de sitter med noe kunnskap fra før.

Et annet funn vi har bemerket oss, er mangler når det kommer til overføring mellom naturlig språk og symboler. Elevparene snakker seg muntlig gjennom matematiske beregninger uten å skrive det ned skriftlig. Det eneste som blir skrevet ned av symboler, er fuglekassens lengder. Lengdene ble skrevet med tall, og målene ble tatt i centimeter. Elevpar 1 skriver ned flere tall enn elevpar 2, hvor de skriver ned hvert lengdemål på hver del, men de mangler å regne ut summen av disse. Forfatteren fra den tidligere masteroppgaven fant i likhet med vår oppgave at elevene opplevde det som utfordrende med overføring fra et muntlig språk til et skriftlig språk (Burheim, 2011). Ifølge Cummins et al. (1988) viser det seg at elever opplever det som mer utfordrende å transformere fra et naturlig språk til symboler enn å transformere fra symboler til et naturlig språk. Funnene fra både vår og Burheims forskning tilsier at tidligere forskning stemmer overens med det vi fant. Burheim opplevde at informasjon forsvant i overføringen mellom det naturlige språket og symboler. Elevene i vår forskning gjorde ingen matematiske beregninger ved bruk av symboler, ettersom alle matematiske beregninger ble gjort gjennom en muntlig diskurs. Det var kun svaret på de muntlige beregningene som ble skrevet ved bruk av symboler. Det kan virke som elevene synes at beregninger ved bruk av symboler var utfordrende, og at de derfor valgte å ta i bruk det naturlige språket. Det at elevene velger å løse oppgaven på en annen måte enn det vi hadde sett for oss, er en av utfordringene ved bruk av IBL-økter. Ettersom oppgaven er åpen og utforskende, finnes det ingen fasit på hvordan elevene skal løse oppgaven. Det at elevene valgte å gjøre de matematiske beregningene muntlig, viser deres måte å løse oppgaven på, som også er den rette måten for disse elevene. Dersom læreren setter seg inn i elevarbeidet og ser på hvilke transformasjoner som forekommer, kan læreren få nyttig informasjon om elevenes matematiske nivå. Ved å se på hvordan elevene arbeider med en utforskende oppgave og hvilke representasjoner de bruker, kan læreren få innblikk i hvor elevene ligger faglig, hva de sliter med og hva de mestrer. Hvilke transformasjoner elevene gjør i arbeidet, er med på å gi et bilde av hva de trenger å jobbe mer med og hva de får til.

5.3 Endret matematisk objekt

Ifølge oppgaven skulle elevene skrive målene på de ulike delene i meter. Begge elevparene hadde en linjal som målte i centimeter, noe som gjorde det naturlig for dem å arbeide med og kommunisere målene i centimeter. Målene skulle så gjøres om til meter, hvor målene da hadde blitt gjort om til desimaltall. Derimot var det ingen av elevparene som omgjorde målene til meter, og det er et funn vi har merket oss. Desimaltall var på forhånd bestemt av lærerne at elevene skulle arbeide med, og det var omgjøringen fra centimeter til meter som i utgangspunktet var det matematiske objektet for økten. Ettersom ingen av elevene omgjorde centimeter til meter, oppdaget vi at det matematiske objektet endret seg underveis i undervisningsøkten. Elevenes fokus lå derimot på brøk, og de tok i bruk planken som en helhet. Så hvorfor omgjorde ingen av elevparene målene til meter? Ifølge Rittle-Johnson et al. (2001) sliter mange elever med å forstå desimaltall. I vårt tilfelle omgjorde ingen av elevparene målene om til meter, som gjør det vanskelig for oss å kommentere på kompetansen deres på dette området. Vi kan likevel stille oss spørsmål om hvorfor dette ikke ble gjort. Et mulig svar på spørsmålet kan være at det ikke kom tydelig nok frem i oppgaveteksten at det var forventet å skrive målene i meter. Ettersom oppgaven var såpass åpen og utforskende, kan det være at poenget med å skrive målene i meter forsvant, og at dette ikke var tydelig nok. Det kan være at elevene tolket oppgaven som fri uten satte rammer. En annen mulighet kan være tidsbegrensning, eller at de glemte det. Kanskje var elevene for opptatt med å måle delene og lage fuglekassen som førte til at det ble glemt. En tredje mulighet vi vil ta opp er muligheten for at elevene bevisst prøvde å unngå det. Det å gjøre om centimeter til meter kan være krevende, som også kan være grunnen til at de bare droppet det. Turner et al. (2002) belyser elever som bruker unngåelsesstrategier når det er noe de ikke får til, ofte for å beskytte seg selv mot kommentarer fra både lærer og medelever. Dette kan være en grunn til at elevene ikke gjorde om målene fra centimeter til meter.

Vi vil understreke et viktig element når det kommer til IBL-undervisning, nemlig lærerens tilstedeværelse og veiledning underveis i prosessen. Ingen av lærerne ga elevene noen påminnelse om å omgjøre målene til meter. Dersom lærerne hadde bedt dem gjøre det, kan det være resultatet hadde vært noe annerledes, der elevene ville prøvd å gjøre målene om til meter. Tidligere forskning viser at IBL-oppgaver bør gjennomføres med en viss styring fra læreren, ettersom det gir bedre innvirkning på undervisningen. For at en IBL-økt skal fungere best mulig, bør læreren være til stede og stille utfordrende spørsmål til elevene (Alfieri et al., 2011; Bruder & Prescott, 2013; Hmelo-Silver et al., 2007). I vårt tilfelle var læreren mer i bakgrunnen, og stilte kun noen få spørsmål til elevene. Lærerens tilstedeværelse og rolle var derimot godt planlagt på forhånd, og læreren valgte bevisst å være i bakgrunnen for å se på elevenes egne løsninger av oppgaven. Ved at læreren valgte å bryte minst mulig inn i elevsamtalene, kan være en av grunnene til at det matematiske objektet ble endret. Ved at elevene i hovedsak fikk lov til å styre prosessen selv, er det også naturlig at de støtter seg på den matematikken de kjenner til fra før. Det som er interessant er at begge elevparene endte opp med det samme matematiske fokuset, som var brøk. Elevene brukte planken som en helhet, og fuglekassens deler ble deler av den hele. En mulig forklaring på at fokuset endte med brøk, kan være fordi elevene tidligere har arbeidet med brøk. For at en IBL-oppgave skal fungere, må elevene ha god kunnskap om det matematiske objektet til oppgaven, og ha jobbet en del med det fra før. Det kan virke som elevene ikke har jobbet/jobbet lite med omgjøring fra centimeter til meter, og derfor ble det naturlig for elevene å jobbe med et matematisk objekt de kjenner til fra før.

5.4 Bruken av konkreter

Begge elevparene brukte aktivt konkreter i prosessen med å løse oppgaven. I stedet for å ta i bruk flere typer representasjoner, var det særlig planken elevene lente seg på i arbeidet med å lage fuglekasse. Et av målene med en IBL-undervisningsøkt er at elevene skal ha mulighet til å utforske det matematiske objektet på sin måte. Ifølge Garrity (1998) oppnår elevene mest mulig mening i matematikkundervisningen ved å lære matematiske konsepter gjennom fysisk manipulasjon av konkreter. Selv om det matematiske objektet ble endret av elevene underveis i arbeidet, kan det være at ved å bruke planken aktivt, fikk elevene en forståelse av brøk som del av en hel. Begge elevparene forsto at de måtte ta i bruk hele planken, og at de måtte dele planken inn i mindre deler. I tillegg ble planken aktivt brukt i den muntlige diskursen mellom elevene, hvor de både pekte og demonstrerte på planken. Et annet mål med bruk av fysiske gjenstander er at konkretene kan være en brobygger mellom uformell/hverdagslig matematikk og formell/abstrakt matematikk (Boggan et al., 2010; Furner & Worrell, 2017). I dette tilfellet blir den hverdagslige matematikken at de skal bygge en fuglekasse, mens det abstrakte blir selve løsningsprosessen med at de gjør matematiske beregninger og det å dele en hel i mindre deler. Bruk av planke i løsningsprosessen kan være en brobygger mellom den hverdagslige og den abstrakte matematikken. Det at elevene deler planken inn i mindre deler, både i like og ulike størrelser, går under brøk-konstruksjonen deling. Derimot så vi fra elevpar 2 at planken tok et stort fokus fra elevenes matematiske beregninger og illustrasjoner, noe som påvirket elevenes løsning av oppgaven. Elevene brukte planken til å finne lengdene på fuglekassens deler, ved at de brettet planken i tre deler ut fra en tilfeldig lengde. Her ser vi et eksempel på at elevparet tok i bruk brøk-konstruksjonen måling. I dette tilfellet påvirket konkretene elevenes bruk av representasjoner. I stedet for å ta i bruk representasjoner for å løse oppgaven, ble konkretene hovedfokuset til elevene. Dermed kan vi si at konkretene i dette tilfellet ikke ble brukt som et hjelpemiddel, og det er mulig de fungerte mot sin hensikt.

Ifølge Duval (2006) blir ikke konkreter sett på som en representasjon i seg selv, ettersom han mener konkreter ikke gir mulighet for transformasjoner. Han mener at konkreter kun kan bli tatt i bruk for å være en hjelp til å støtte opp om matematikken. I vårt tilfelle ser vi at elevene tok i bruk konkretene først, før de begynte å anvende matematikken. Vi opplevde at elevene støttet seg først og fremst på konkretene, før de etter hvert gjorde matematiske beregninger ut fra konkretenes utgangspunkt. For eksempel så vi fra elevparet fra økt 2 at de valgte å brette planken først, før de deretter markerte streker der bretten ble lagd. Her ble planken utgangspunktet for hvor lange fuglekassens sidevegger skulle være. Å la konkretene være utgangspunktet for de matematiske beregningene, samsvarer ikke med Duvals (2006) teori. Likevel ser vi at begge elevparene støttet seg i stor grad på konkretene. Det kan virke som konkretene ble hovedfokuset for elevparene, og at det tok mye av elevenes oppmerksomhet. Derimot kan det se ut til at konkretene også var et godt hjelpemiddel for å lose dem gjennom oppgaven, uten hjelp fra lærer. Selv om veien til ferdigstilt fuglekasse ikke inneholdt like mange matematiske beregninger som vi hadde håpet på, endte begge elevparene med en fullverdig fuglekasse.

Underveis i økten oppdaget vi også hvordan bruk av konkreter kan føre elevene i feil matematisk retning. Linjalen til elevparet i økt 2 ble et slags hinder i oppgaveløsningen. Linjalen deres var knekt i tre deler og de brukte unødvendig mye tid på å sette sammen de tre delene for å måle. De virket også usikre på hvordan de skulle måle med linjal, ettersom de telte én og én centimeter. Det tok også tid, i stedet for å lese av tallene direkte. Det betyr at det så ut som om de arbeidet med en linjal med kun markeringer og ikke tall, og telte hver centimeter med blyanten. Linjalen hadde tall, men de ble ikke brukt, og ingen av dem hentet en ny linjal for å arbeide mer effektivt. Den neste utfordringen ble da de skulle lese av linjalen, og de endte med feil lengde. Lengden de hadde kommet frem til var tjue centimeter, men likevel ble de enige om at det var nitten centimeter til tjue centimeter. Dersom man teller tjue centimeter på linjalen, er denne lengden nettopp tjue centimeter. Ved å lese av målene på linjalen på en feilaktig måte, ble dette et hinder for å løse oppgaven. Mye av tiden ble brukt på linjalen, i stedet for å bruke tiden på andre representasjoner. Konkreter i seg selv er ikke et matematisk objekt, og derfor er det viktig at konkreter brukes med et formål om å forstå matematikken (Clements, 2000). Kilpatrick (2001) mener at konkreter skal fungere som et hjelpemiddel og ikke et mål i seg selv. Vi ser at linjalbruken til Aksel og Kine blir i dette tilfellet mer et hinder enn et hjelpemiddel for å løse oppgaven. Dermed ble konkretene en utfordring, og elevene fikk ikke jobbet like mye med det de egentlig skulle. Vi ser også denne linjalbruken i sammenheng med lærerens tilstedeværelse når det kommer til IBL-undervisning. Elevene løste oppgaven på en måte som matematisk sett ikke er gyldig. Her kunne læreren vært mer delaktig i løsningsprosessen og veiledet elevene på et riktig spor for at elevene kunne få et større matematisk utbytte. Selv om det er viktig at elevene får utforske selv, er det også uheldig om det fører til at elevene lærer matematikk feil eller sitter igjen med forestillinger om at det de har gjort er gyldig når det ikke er det.

5.5 Utforskende arbeid

Oppgaven elevene fikk samsvarer med kravene til en IBL-oppgave, ved at den er åpen og utforskende. Oppgaven gir rom for at elevene kan stille spørsmål, utforske og utvikle sine egne løsningsstrategier. Kjerneelementene definerer utforskende arbeid ved «å lete etter mønstre, finne sammenhenger og diskutere seg fram til en felles forståelse» (Kunnskapsdepartementet, 2019). I starten av undervisningsøkten presenterte læreren oppgaven kort uten å vise forslag på hvordan et mulig løsningsforslag kunne se ut. Ettersom elevene ikke fikk innspill på hvordan en løsning kunne være, førte dette til at elevene måtte tenke selv, og finne løsninger ut fra sine premisser og ståsteder. Fra begge øktene oppdaget vi at elevene med hjelp av hverandre, utforsket, kommuniserte og fant frem til en felles enighet på løsningsforslag. Elevene arbeider sammen som par, og gjennom løsningsprosessen hadde begge elevparene en utforskende prosess. Prosessen innebar at de stilte hverandre spørsmål, utforsket ulike løsningsforslag og utviklet løsningsstrategier. Begge elevparene fant først en løsning som de var fornøyde med, før de endte opp med å justere løsningen underveis i arbeidsprosessen. Både bruken av det naturlige språket, illustrasjoner og symboler gjorde at elevene gjennom hele prosessen utforsket og utviklet sine egne løsningsstrategier. Vi kan dermed si at matematikkøkten kan plasseres innenfor kravene til en IBL-undervisningsøkt, og vi kan se samsvar med kjennetegn til en IBL økt fra figur 2.1 (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013). Vi kan også trekke frem muligheten for at elevene føler på et eierskap til oppgaven, i og med at de selv har laget et fysisk produkt.

5.6 Faktorer som påvirket elevenes representasjoner

Vi har til nå sett på elevenes representasjonsbruk når de arbeider med en utforskende oppgave. Analysen viser interessante funn som vi mener er relevante å trekke frem og diskutere. Vi har vært åpne for funn som ikke nødvendigvis kan plasseres direkte inn i det teoretiske rammeverket, og vi vil reflektere rundt noen funn som kan ha vært med på å påvirke elevenes representasjonsbruk. Noe som er gjennomgående for begge elevparenes arbeidsprosess, er peking og bruk av hender og armer for å vise og forklare. I dialogene står det ofte: «peker på planken og viser». Det kan virke som om kroppsspråket til elevene påvirker det naturlige språket, da elevene bruker kroppsspråket for å støtte opp under diskursen. Spesielt elevparet fra økt 1 tar ofte i bruk peking på både planke og skisser i sin muntlige diskurs. Verken Duval (2006) eller Kilpatrick (2001) skriver om kroppsspråk og gestikulering, men vi mener det binder elevenes kommunikasjon. I tillegg opplevde vi fra datamaterialet at hendene ble brukt som en representasjon av fuglekassen, noe vi ser da Oda i økt 1 forklarer hvordan de skrå sideveggene skal se ut.

Et annet punkt vi mener er sentralt å ta med, er elevenes måter å løse oppgaven på. Vi finner mange tegn på prøving og feiling, noe som kan trekke en sammenheng med utforskende arbeid. Å arbeide med utforskende oppgaver er en prosess som foregår i sykluser (Artigue & Blomhøj, 2013), som gjør at vi kan trekke linjer med prøving og feiling. Som vi kan se fra datamaterialet, virker elevparet fra økt 2 usikre på hvordan de bør komme frem til lengdene på fuglekassens ulike deler. Spesielt når Aksel sier: «Jeg føler at de burde være ...», blir det tydelig at de ikke har en diskurs med matematiske begreper og ord for å finne en løsning. I stedet brukes det logikk og testing frem og tilbake for å komme frem til en lengde som kan fungere. Det kan virke som om løsningsstrategien med å prøve og feile går utover elevenes representasjonsbruk. Ved å prøve seg frem til hvilke lengder fuglekassens deler skal ha, blir verken matematiske utregninger eller illustrasjoner brukt. Det kan gi uttrykk for at oppgaven elevene fikk var for åpen og utforskende til at elevene følte de trengte å ta i bruk matematiske utregninger for å løse oppgaven. Vi fikk dermed se at elevene valgte å teste ulike lengder frem og tilbake i stedet for å ta i bruk andre representasjoner. Elevparet i økt 1 bruker mer regning enn elevparet i økt 2, selv om de også tok i bruk prøving og feiling når de finner ut at de ikke har fått brukt nok av planken og prøver med en ny lengde på gulvet.

Et av funnene fra datamaterialet er at begge elevparene viste et engasjement for å løse oppgaven. Selv om elevparene hadde ulike forutsetninger og ferdigheter for å kunne løse oppgaven, var det et engasjement i begge gruppene for å lage en ferdigprodusert fuglekasse. Fra Rocards rapport (2007) kom det frem at unge i dag har en nedadgående interesse for matematikk på skolen. Derfor ble det anbefalt å ta i bruk undersøkende undervisning, ettersom det viser seg å ha positive effekter på elevenes interesse for faget. I tillegg viser det seg at undersøkende undervisning kan ha positive effekter på elever uansett hvilket nivå de ligger på. Med tanke på at begge elevparene jobbet for å ende opp med best mulig resultat på fuglekassen, kan det virke som om den utforskende oppgaven var en suksess.

5.7 Metodekritikk

Resultatene i denne studien avhenger i stor grad av metoden som har blitt gjennomført. I dette delkapittelet vil vi ta opp noen faktorer som kan ha vært med på å påvirke resultatene vi har fått. Gjennom kapittelet har vi diskutert elevenes matematiske resultater og løsninger av oppgaven. Vi har diskutert at det forekom færre overføringer enn vi på forhånd hadde sett for oss. Til tross for at elevene holdt seg mest innenfor registeret naturlig språk, hadde begge elevparene noen gode matematiske diskurser underveis i prosessen. En mulig årsak til at det endte med færre overføringer enn vi hadde forutsett, kan være på grunn av elevenes alder. Elevene går i 6. klasse, som naturligvis begrenser den matematiske kunnskapen til elevene. Elevene løste oppgaven ut fra sitt nivå og sine forkunnskaper. Etter hvert som elevene blir eldre og får mer erfaringer med utforskende oppgaver, kan det også være at resultatene blir annerledes.

Tidligere har det blitt nevnt at elevene i flere år har deltatt på flere forskninger. To ganger i året har klassene deltatt på forskning hvor det har blitt gjennomført utforskende undervisning med både video- og lydopptak. Etter dialog med en av forskerne som er med i prosjektet kan vi si at elevene er vant til å bli filmet, og vant med å ha kameraer i klasserommet. På tross av dette kan kameraer likevel påvirke elevene, og måten de arbeider på. I tillegg til kameraene, befant det seg flere voksne i klasserommet som elevene ikke har et tett forhold til, som også kan ha påvirket elevene i ulik grad. Slike faktorer kan ha hatt innvirkning på elevene og deres arbeidsprosess, som igjen kan ha påvirket resultatene i denne studien.

En faktor som også kan ha hatt en innvirkning på resultatene, er selve oppgaven elevene fikk. Vi har tidligere skrevet om at målene som først ble planlagt for økten ikke ble nådd. Derfor blir det sentralt å reflektere rundt oppgaven, om den er egnet for læring av desimaltall, eller om oppgaven kunne vært annerledes for at elevene faktisk arbeidet med det som var tenkt som målet for timen. Vi har bemerket oss at elevene fort ble ganske opphengt i planken som de fikk utdelt. En mulig måte å endre undervisningsopplegget på er at elevene kunne ha fått oppgaven først, før de etter en viss tid hadde fått utdelt planken. Da hadde elevene fått tid og mulighet til å diskutere, gjøre beregninger og tegne skisse av fuglekassen uten å bli forstyrret av planken. Da ser vi for oss at vi kanskje kunne fått noen andre resultater, spesielt fra elevpar 2, og vi ville kanskje sett flere representasjoner. Ut fra oppgaven elevene fikk, endte begge elevparene med et brøk-fokus i stedet for desimaltall og omgjøring fra centimeter til meter. I delkapittel 5.3 diskuterte vi mulige grunner til at det matematiske objektet ble endret, og selve oppgaven var en av grunnene vi reflekterte rundt. Likevel har vi i vårt løsningsforslag fra figur 3.2 vist at det er mulig å løse denne oppgaven ved å bruke desimaltall. Dermed kan vi argumentere for at oppgaven er egnet for å arbeide med desimaltall og omgjøring fra centimeter til meter. I tillegg kan vi diskutere om oppgaven er egnet for å se på elevenes bruk av representasjoner. Oppgaven ble designet og planlagt ut fra lærernes og NTNU-forskernes ønsker, uten at vi var involvert i prosessen. Derfor er ikke oppgaven tiltenkt å se på elevenes bruk av representasjoner, det er noe vi har valgt å fokusere på i ettertid. Likevel kan vi ut fra resultatene si at det forekom bruk av representasjoner, selv om det var bruk av færre representasjoner enn vi hadde trodd.

6 Avslutning

Som Artigue og Blomhøj (2013) hevder, åpner undersøkende arbeidsmåter opp for at elevene kan tenke og forklare matematiske løsninger på sin måte. Fra datamaterialet opplever vi at elevene i undervisningsøktene får mulighet til å forklare matematikken gjennom representasjonene de bruker. Det som kjennetegner elevparenes representasjonsbruk i arbeid med en utforskende matematikkoppgave, var bruk av det naturlige språket. Begge elevparene brukte naturlig språk som sin hovedrepresentasjon i prosessen med å lage en fuglekasse. Språket til elevene inneholder noen få matematiske ord og begreper, som tall og størrelser. Mest av alt bruker elevene det naturlige språket til å kommunisere sine løsningsforslag og idéer med hverandre. I tillegg til naturlig språk tar elevene i bruk både illustrasjoner i form av skisser, og symboler i form av tall. Det forekommer få transformasjoner mellom registre, som gjør at det virker som elevene synes dette er utfordrende. Likevel finner vi noen transformasjoner, både overføringer og behandlinger. Overføringene skjer i størst grad fra naturlig språk til illustrasjoner innen det multifunksjonelle registeret, mellom diskursivt og ikke-diskursivt register. Behandlingene skjer innen naturlig språk der elevene snakker seg gjennom enkle regnestykker, og innenfor registeret illustrasjoner der de reviderer skissene som er lagd. Det forekom ingen behandling innen registeret symboler, da ingen av elevparene regnet ut regnestykkene skriftlig.

Hensikten med å ta i bruk konkreter i matematikkundervisningen er at de skal brukes som hjelpemiddel for å forstå den abstrakte matematikken (Kilpatrick et al., 2001). Bruk av konkreter var en sentral del av løsningsprosessen til elevene. Begge elevparene tok utgangspunkt i planken de fikk utdelt for å finne en løsning på problemet. Fra resultatene så vi at elevpar 2 brettet planken for å finne lengdene på fuglekassens sidevegger, i stedet for å gjøre matematiske beregninger. Det kan fremstå som at konkretene ble et hinder for elevene i stedet for et hjelpemiddel.

Hva kan vi som profesjon lære av våre funn? Å se på elevenes bruk av representasjoner og hvilke transformasjoner mellom representasjonsregistre som forekommer i en utforskende matematikkoppgave, kan gi lærere et bilde av hvilket matematisk nivå elevene ligger på. I tillegg kan det gi lærerne et bilde av hva elevene mestrer, og hva de trenger å jobbe mer med. Gjennom denne masteroppgaven har vi skapt en idé om at læreren med fordel kunne ha støttet elevene i større grad enn det som ble gjort. Dersom læreren hadde vært mer aktiv i løsningsprosessen til elevene, kunne læreren ha oppmuntret til mer bruk av både illustrasjoner og symboler. I tillegg har vi sett viktigheten av å være bevisst på hvilke konkreter man bruker, og hensikten konkretene har for det matematiske utbytte til elevene. Som profesjon kan vi også ta med oss funnene om at elevene velger å bruke det naturlige språket i løsningsprosessen. Ut fra våre funn kan det virke som om samarbeid gir elevene en god mulighet til å diskutere matematikken muntlig, noe elevene uttrykte at de var komfortable med.

I vår forskning har vi sett på hva som kjennetegner elevenes bruk av representasjoner i en utforskende oppgave. For videre forskning kan det være interessant å se nærmere på elevenes bruk av kroppsspråk i en utforskende matematikkøkt. Fra datamaterialet så vi at begge elevparene aktivt brukte hender og gestikulering da de diskuterte ulike løsningsforslag på oppgaven. Det kan være interessant å se i hvilken grad gestikulering blir påvirket av utforskende oppgaver, og i hvilken grad elevene blir påvirket av hverandres kroppsspråk. Et annet interessant punkt for videre forskning er elevenes motivasjon og engasjement i en utforskende undervisningsøkt. Selv om vi ikke har skrevet om elevenes motivasjon i denne økten, opplevde vi elevene som engasjerte for å løse oppgaven. Begge elevparene jobbet godt for å komme frem til det de mente var best mulig løsning. Det kan derfor være interessant å forske på om utforskende oppgaver kan påvirke elevenes motivasjon og engasjement i matematikkøkter. Som et avsluttende punkt vil vi trekke frem endringen av det matematiske objektet, og finner det interessant å forske videre på hvor mye kunnskap elevene må ha om et matematisk objekt for å kunne arbeide utforskende med det.

Referanser

Alfieri, L., Brooks, P. J., Aldrich, N. J. & Tenenbaum, H. R. (2011). Does discovery-based instruction enhance learning? *Journal of educational psychology*, *103*(1), 1.

Artigue, M. & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. ZDM, 45(6), 797–810. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0506-6

Baroody, A. J. (1989). One point of view: Manipulatives don't come with guarantees. *The arithmetic teacher*, *37*(2), 4–5.

Bartolini, M. G. & Martignone, F. (2020). Manipulatives in Mathematics Education. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0

Berg, O. T. (2023). Samfunnsvitenskap. I *Store norske leksikon*. http://snl.no/samfunnsvitenskap

Boggan, M., Harper, S. & Whitmire, A. (2010). *Using manipulatives to teach elementary mathematics*.

Bruder, R. & Prescott, A. (2013). Research evidence on the benefits of IBL. *ZDM*, *45*(6), 811–822. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0542-2

Burheim, O. T. (2011). *Generalisering av figurfølger i algebra: En casestudie om typiske trekk for elever på 7. Trinn i arbeid med figurfølger*.

Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Abstrakt.

Clements, D. H. (2000). 'Concrete' Manipulatives, Concrete Ideas. *Contemporary Issues in Early Childhood*, *1*(1), 45–60. https://doi.org/10.2304/ciec.2000.1.1.7

Creswell, J. W. & Creswell, J. D. (2017). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. Sage publications.

Cummins, D. D., Kintsch, W., Reusser, K. & Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive psychology*, *20*(4), 405–438.

Dewey, J. (1985). Democracy and education (1916). *The middle works*, *9*, 4–58.

Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *61*(1–2), 103–131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Duval, R. (2017). *Understanding the mathematical way of thinking-The registers of semiotic representations*. Springer.

Ferguson, K. (2010). *Inquiry Based Mathematics Instruction Versus Traditional Mathematics Instruction: The Effect on Student Understanding and Comprehension in an Eighth Grade Pre-Algebra Classroom*. Cedarville University. https://doi.org/10.15385/tmed.2010.5

Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi. (2021). De nasjonale forskningsetiske komiteene. https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/

Furner, J. M. & Worrell, N. L. (2017). *The Importance of Using Manipulatives in Teaching Math Today*.

Garrity, C. (1998). *Does the Use of Hands-On Learning, with Manipulatives, Improve the Test Scores of Secondary Education Geometry Students?.*

Harlen, W. (2013). Inquiry-based learning in science and mathematics. *Review of Science, Mathematics and ICT Education*, *7*(2), Artikkel 2. https://doi.org/10.26220/rev.2042

Hmelo-Silver, C. E., Duncan, R. G. & Chinn, C. A. (2007). Scaffolding and achievement in problem-based and inquiry learning: A response to Kirschner, Sweller, and. *Educational psychologist*, *42*(2), 99–107.

Kennedy, B. L. & Thornberg, R. (2018). Deduction, induction, and abduction. *The SAGE handbook of qualitative data collection*, 49–64.

Khalaf, B. K. & Zin, Z. B. M. (2018). Traditional and Inquiry-Based Learning Pedagogy: A Systematic Critical Review. *International Journal of Instruction*, *11*(4), 545–564. https://doi.org/10.12973/iji.2018.11434a

Kilpatrick, J., Swafford, J., Findell, B. & National research council. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics* (Bd. 2101). National Academy Press Washington, DC.

Koehler, M. S. & Grouws, D. A. (1992). Mathematics teaching practices and their effects. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, *1*, 15–126.

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.–10. Trinn (MAT01-05).* https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju (3. Utg.) Gyldendal*.

Lesh, R., Post, T. R. & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. I *Problems of representations in the teaching and learning of mathematics* (s. 33–40). Lawrence Erlbaum.

Maaß, K. & Artigue, M. (2013). Implementation of inquiry-based learning in day-to-day teaching: A synthesis. *ZDM*, *45*(6), 779–795. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0528-0

Maaß, K. & Dorier, J. (2012). Inquiry based mathematics education. *Encyclopedia of mathematics education*, 300–304.

Maaß, K. & Reitz-Koncebovski, K. (2013). *Inquriy-based learning in maths and science classes*. https://primas-project.eu/wp-content/uploads/sites/323/2017/11/primas_final_publication.pdf

Maaß, K., Swan, M. & Aldorf, A.-M. (2017). Mathematics Teachers' Beliefs about Inquiry-based Learning after a Professional Development Course–An International Study. *Journal of Education and Training Studies*, *5*(9), 1. https://doi.org/10.11114/jets.v5i9.2556

Mainali, B. (2021). Representation in Teaching and Learning Mathematics. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, *9*(1), 1–21.

Marshall, J. (2006). Math Wars 2: It's the Teaching, Stupid! *Phi Delta Kappan*, *87*(5), 356–363. https://doi.org/10.1177/003172170608700506

McNeil, N. & Jarvin, L. (2007). When Theories Don't Add Up: Disentangling he Manipulatives Debate. *Theory Into Practice*, *46*(4), 309–316. https://doi.org/10.1080/00405840701593899

National Research Council. (1996). *National science education standards*. National Academies Press.

Ozgun-Koca, S. A. (1998). *Students' Use of Representations in Mathematics Education.*

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm Akademisk.

Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S. & Alibali, M. W. (2001). *Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process.* https://psycnet.apa.org/fulltext/2001-06601-010.html

Rocard, M., Csermely, P., Jorde, D., Lenzen, D., Walberg-Henriksson, H. & Hemmo, V. (2007). Science Education NOW: A renewed pedagogy for the future of Europe, Brussels: European Commission. *Recuperado de: http://ec. europa. eu/research/science-society/documen-t_library/pdf_06/report-rocard-onscience-education_en. pdf*.

Roubíček, F. (2006). Variety of representational environments in early geometry. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 321.

Sikko, S. A. & Grimeland, B. (2020). Kritisk matematisk literacy i ein inquiry-basert kontekst på småskulesteget. *Nordisk tidsskrift for utdanning og praksis*, *14*(1), Artikkel 1. https://doi.org/10.23865/up.v14.2065

Skemp, R. R. (1976). *Relational Understanding and Instrumental Understanding*.

Svendsen, L. F. H. (2022). Semiotikk. I *Store norske leksikon*. http://snl.no/semiotikk

Turner, J. C., Midgley, C., Meyer, D. K., Gheen, M., Anderman, E. M., Kang, Y. & Patrick, H. (2002). The classroom environment and students' reports of avoidance strategies in mathematics: A multimethod study. *Journal of educational psychology*, *94*(1), 88.

Uttal, D. H., Scudder, K. V. & DeLoache, J. S. (1997). Manipulatives as symbols: A new perspective on the use of concrete objects to teach mathematics. *Journal of Applied Developmental Psychology*, *18*(1), 37–54. https://doi.org/10.1016/S0193-3973(97)90013-7

Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2015). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally, Global Edition*. pearson education limited.

Vinson, B., Haynes, J., Brasher, J., Sloan, T. & Gresham, R. (1997). A comparison of preservice teachers' mathematics anxiety before and after a methods class emphasizing manipulatives (Research Presentation. *Athens, AL: Athens State College*.

Vedlegg

Vedlegg 1: Samtykkeskjema

Vedlegg 2: Godkjenning fra NSD

Vedlegg 3: Undervisningsplan med oppgave

Vedlegg 4: Samskrivingsdokument

Vedlegg 1: Samtykkeskjema

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet «Literacy og faglighet i realfag i skole og arbeidsliv»

Bakgrunn og formål
Ved grunnskolelærerutdanningen ved NTNU har vi startet et tverrfaglig prosjekt som handler om utviklingen av grunnleggende ferdigheter i skolefagene. Prosjektets tittel er *Literacy og faglighet i skole og arbeidsliv*. Som en del av dette prosjektet vil vi i matematikk- og naturfagseksjonene spesielt arbeide med undersøkende og utforskende tilnærminger i realfagene, både med tanke på å bedre elevers motivasjon og elevers prestasjoner innen disse viktige fagene.
Prosjektet går over 8 år, og vi ser for oss at dette gir en unik mulighet til å følge en elevgruppe gjennom hele barneskoleløpet fra 1. til 7. trinn. I prosjektet skal vi samarbeide tett med en gruppe lærere på to skoler i [redacted]. Vi ønsker å være med og utforme undervisningsopplegg og prøve ut utforskende og undersøkende oppgaver og aktiviteter sammen med lærerne på skolen. Som en del av dette vil vi gjennomføre såkalte *lesson studies* (undervisningsstudier). Dette innebærer at en gruppe lærere utarbeider et undervisningsopplegg sammen, observerer gjennomføring av opplegget og reflekterer sammen over gjennomføringen, for deretter å utarbeide en ny og forbedret utgave av opplegget bygd på erfaringene fra gjennomføringen.

Hva innebærer deltakelse i studien?
Observasjon av undervisning vil innebære at det tas notater, lydopptak og at enkelte undervisningssekvenser vil bli tatt opp på video. I tillegg vil både lærere og elever bli bedt om å delta ved å svare på spørsmål i form av spørreskjemaer og i form av intervjuer. Elevintervju vil foretas i grupper på 3-4 elever. Spørsmålene i spørreskjemaene og i intervjuene vil omhandle undervisningen i matematikk og/eller naturfag. Det vil bli foretatt lydopptak av intervjuene. Hvert semester vil det maksimalt bli gjennomført én runde med intervjuer og/eller spørreskjemaer.
Spørreskjema og intervjuguide er tilgjengelig på forespørsel.

Hva skjer med informasjonen om deg?
Det samles ikke inn personopplysninger utover alder og kjønn. Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Tilgang til datamaterialet som samles inn vil være tilgjengelig for prosjektgruppen på NTNU, og bearbeidete data vil formidles gjennom konferanser og publikasjoner. Data som publiseres vil være anonymisert og vil ikke kunne knyttes til enkeltdeltakere.

Prosjektet skal etter planen avsluttes 31.12.2025. Alle data vil da bli fullstendig anonymisert, og lyd- og video-opptak vil slettes.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli anonymisert.
Dersom du har spørsmål til studien, ta kontakt med førsteamanuensis Svein Arne Sikko, svein.a.sikko@ntnu.no, tlf 73559904, eller førsteamanuensis Ragnhild Lyngved Staberg, ragnhild.l.staberg@ntnu.no, tlf 73559870.

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS, med prosjektnummer 49645.

Samtykke til deltakelse i studien

Forelders/ foresattes samtykkeskjema

Jeg bekrefter at jeg har lest informasjonsarket og samtykker i at mitt barn deltar i aktiviteter knyttet til forskningsprosjektet *Literacy og faglighet i realfag i skole og arbeidsliv*.

Barns navn/klasse:____

Jeg samtykker i at: (Kryss av der det passer)

- ☐ Mitt barn deltar i intervjuer og at det gjøres lydopptak av intervjuene til transkribering og analyse. Anonymiserte sitater fra barnet, der barnet ikke skal nevnes eller identifiseres, brukes i rapporter og publikasjoner.
- ☐ Det tas videoopptak av barnet, som en del av matematikk- eller naturfagundervisning. Videoen kan brukes av forskerteamet og skolen for forskningsarbeidet. Videoen skal ikke offentliggjøres.
- ☐ Det tas bilder av barnet, som en del av matematikk- eller naturfagundervisning. Bildene kan brukes av forskerteamet og skolen for forskningsarbeidet. Bildene skal ikke offentliggjøres.
- ☐ Det kan tas kopi av skriftlige elevarbeider fra barnet. Arbeidene kan publiseres i anonymisert form slik at det ikke er mulig å kjenne igjen barnet.

Sted og dato____

Forelders/ foresattes underskrift __________________________________

Vennligst lever skjemaet til ______________

Tusen takk!

Vedlegg 2: Godkjenning fra NSD

Svein Arne Sikko

Institutt for grunnskolelærerutd. 1-7 og bachelor i arkiv og samlingsforvaltning
NTNU 7491 TRONDHEIM

Vår dato: 04.10.2016 Vår ref: 49645 / 3 / ASF Deres dato: Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 29.08.2016. Meldingen gjelder prosjektet:

49645 Literacy og faglighet innen realfag i skole og arbeidsliv

Behandlingsansvarlig NTNU, ved institusjonens øverste leder

Daglig ansvarlig Svein Arne Sikko

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt

personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, http://pvo.nsd.no/prosjekt.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 31.12.2025, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Kjersti Haugstvedt

Amalie Statland Fantoft

Kontaktperson: Amalie Statland Fantoft tlf: 55 58 36 41

Vedlegg: Prosjektvurdering

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

Personvernombudet for forskning

Prosjektvurdering - Kommentar

Prosjektnr: 49645

FORMÅL

Formålet er å forbedre realfagsundervisningen på alle trinn i grunnskolen. Realfagene skal gi kunnskap for framtidens samfunn, noe som innebærer å utvikle matematisk (og naturfaglig) «literacy». Forskergruppen vil undersøke hvordan dette kan gjøres gjennom å ha fokus på undersøkende og utforskende arbeidsmåter. Dette vil skje gjennom et tett samarbeid med to utvalgte skoler. Forskerne følger elever fra 1. til 7.klassetrinn med et forskningsdesign som bygger på design research og Clarke og Hollingsworths modell, for profesjonsutvikling for lærere. I dette arbeidet vil det også arbeides med lesson studies og arbeid i læringsforskningsgrupper

INFORMASJON OG SAMTYKKE

I følge meldeskjemaet skal deltakerne i studien informeres skriftlig og muntlig om prosjektet og samtykke til deltakelse. Informasjonsskrivet er godt utformet. For elevene som skal delta, skal foreldrene samtykke til deltagelse.

Forsker bekrefter på e-post mottatt 28.09.2016, at utvalget vil informeres om prosjektet ved hver runde med intervjuer og/eller spørreskjema.

BARN I FORSKNING

Barna i prosjektet vil først motta alderstilpasset informasjon muntlig. Når barna blir eldre vil det også kunne bli aktuelt med skriftlig informasjon. For å informere barna på mest hensiktsmessigmåte, vil forskergruppen samarbeide med lærere og skolens ledelse.

INFORMASJONSSIKKERHET

Personvernombudet legger til grunn at dere behandler alle data og personopplysninger i tråd med NTNU sine retningslinjer for innsamling og videre behandling av forskningsdata og personopplysninger.

PROSJEKTSLUTT OG ANONYMISERING

I informasjonsskrivet har dere informert om at forventet prosjektslutt er 31.12.2025. Ifølge prosjektmeldingen skal dere da anonymisere innsamlede opplysninger. Anonymisering innebærer at dere bearbeider datamaterialet slik at ingen enkeltpersoner kan gjenkjennes. Det gjør dere ved å slette direkte personopplysninger, slette eller omskrive indirekte personopplysninger og slette digitale lydopptak.

Vedlegg 3: Undervisningsplan med oppgave

Literacy-økt

Kompetansemål:

• formulere og løyse problem frå sin eigen kvardag som har med desimaltal, brøk og prosent å gjere, og forklare eigne tenkjemåtar

Oppgavetekst:

Fuglekasse

Dere har fått sommerjobb hos Snekker Andersen.

Han vil at du utvikler en fuglekasse som kan bygges av et kledningsbord på 1,4 meter. Dere skal lage en prototype og alle delene skal tegnes opp på det vedlagte arket og målsettes i meter.

Miljøet er viktig for Snekker Andersen og fuglehuset skal derfor bygges etter «Zero waste prinsippet».

Plan for økta:

10 min.	Gjennomgang av oppgaveteksten. Les selv/gå gjennom i plenum
45 min.	Arbeid i par. Lage prototype/Arbeidstegning Målsette tegningen.
15 min.	Presentasjon av ulike løsninger i plenum.

Vedlegg 4: Samskrivingsdokument

Denne masteroppgaven leveres som et fellesarbeid etter at vi har skrevet oppgaven sammen i par. Gjennom hele masterprosessen har vi hatt et godt samarbeid, hvor begge har bidratt i like stor grad. Før vi begynte arbeidet med å skrive en masteroppgave, ble vi enige om hvordan vi mente det var mest hensiktsmessig for oss å jobbe med oppgaven. Vi ble fort enige om arbeidstider for når vi skulle jobbe, i tillegg til at vi ble enige om å alltid sitte på masterplassen på universitetet for å jobbe sammen. På denne måten var begge tilgjengelige til samme tid, og vi fikk jobbet like mange timer om dagen. Videre ble litteraturen vi har brukt i masteroppgaven fordelt, lest og analysert av begge parter. Sammen har vi blitt enige om hvordan vi mente det var mest hensiktsmessig å fordele litteraturen. Videre i skriveprosessen har vi begge jobbet med samme tema samtidig, slik at vi alltid var oppdatert på temaet for å kunne hjelpe hverandre. Begge var til stede da vi gikk gjennom datamaterialet for å finne det relevante materialet for vår oppgave. Sammen har vi diskutert hva som skal med i masteren, og hva vi mente var irrelevant. Gjennom hele prosessen har vi lyttet til hverandres forslag og innspill, og blitt enige uten problemer. Begge parter har bidratt like mye for å få masteroppgaven i havn.

NTNU

Kunnskap for en bedre verden