

Malene Skjellevik Bjørsvik og Emma Berget  
Stoum

# Sammenhengen mellom gruppering, strategibruk og responstid i kvikkbildeoppgaver

En studie av elevers mengdekvantifisering

Masteroppgave i Matematikk - grunnskolelærerutdanning 5.-10.  
trinn

Veileder: Trygve Solstad

Mai 2023



Malene Skjellevik Bjørsvik og Emma Berget Stoum

# **Sammenhengen mellom gruppering, strategibruk og responstid i kvikkbildeoppgaver**

En studie av elevers mengdekvantifisering

Masteroppgave i Matematikk - grunnskolelærerutdanning 5.-10. trinn  
Veileder: Trygve Solstad  
Mai 2023

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap  
Institutt for lærerutdanning



Kunnskap for en bedre verden



# Sammendrag

Kvikkbilder er en aktivitet som kan fremme diskusjon om ulike måter å se tall på. Tidligere forskning peker mot at hastigheten hos voksne henger sammen med matematiske ferdigheter. Det er også blitt vist at ved å gruppere elementer, kan hastigheten på opptellingen gå raskere både for barn og voksne. Før denne studien, finnes det derimot lite, eller ingen empiri om sammenhengen mellom strategiene elever i barneskolen benytter og tiden de bruker. Vi benytter kvikkbilder til å undersøke hvilke strategier elever på 5. - 7. trinn bruker når de raskt og nøyaktig skal bestemme mengder. I tillegg undersøker vi om tiden de bruker har en sammenheng med strategiene deres. Funnene fra studien vår viser at disse to henger sammen. De indikerer også at mengdeestimering bygger på tillærte matematiske strategier. Det betyr at elevene trenger å øve på ulike strategier for estimering, fremfor selve estimeringsevnen. Med bakgrunn i dette vil disse resultatene gi et bedre grunnlag for hvordan man kan legge opp undervisning, samt arbeide for å øke elevens evne til å estimere mengder både raskt og nøyaktig.

# Abstract

Flash images are an activity used to promote discussion about different ways of perceiving numbers. Previous research suggests that speed in adults is associated with mathematical skills. It has also been shown that grouping elements can expedite counting speed for both children and adults. However, prior to this study, there was little to no empirical evidence regarding the relationship between the strategies employed by elementary school students and the time they use. We use flash images to investigate the strategies used by students in grades 5-7 when they determine quantities quickly and accurately. Additionally, we examine whether the time taken is related to their strategies. The findings from our study indicate a connection between time and strategies. They also suggest that quantity estimation is based on learned mathematical strategies, indicating that practice is needed to improve accuracy and speed in estimation. These findings will provide a better foundation for structuring instruction and working towards enhancing students' ability to estimate quantities quickly and accurately.

# Forord

Masteroppgaven vi nå har skrevet, representerer at vi er ferdige utdannede lærere. For oss symboliserer den også slutten av en betydningsfull epoke i livet, fylt med minner vi kan se tilbake på med glede. I løpet av studietiden i Trondheim, har vi bygget sterke vennskap og relasjoner som har vært viktige for oss i hverdagen. Vi har vært heldige å fått tatt del i et fellesskap med god samhørighet blant medstudentene våre. Vi er takknemlige for tiden vi har fått sammen, de gode samtalene, middagene, festene, treningene, turene og ikke minst alle de artige påfunnene. Mest av alt setter vi pris på små hverdagsgleder som medstudentene våre har gitt oss gjennom hele reisen.

Prosessen med å skrive denne masteroppgaven har vært lærerik, givende, morsom, krevende og utfordrende. Vi har fått mulighet til å fordype oss i vårt fagområde, og utvikle vår analytiske og kritiske tenkning. Denne reisen har stort sett vært preget av oppturer, men også noen nedturer. Nedturene har vært små og få, noe vi ønsker å takke både veileder, kjærester og familie for.

Først og fremst vil vi takke alle elevene som gjennomførte undersøkelsen slik at det ble mulig for oss å gjøre denne studien. Vi takker også lærerne på skolene som har vært svært hjelpelige med utførelse av både undersøkelse og intervju.

Vi vil rette en stor takk til vår veileder Trygve Solstad som har vært en stødig og god støttespiller, og delt sin kunnskap og ekspertise gjennom hele prosessen. Vi har fra start til mål fått god veiledning med nyttige tilbakemeldinger og råd, både på møter og e-post. Veiledningen har vært uvurderlig og vi er takknemlige for innsikten den har gitt oss.

Videre vil vi takke Roar og Håkon som har hjulpet oss med systematisering av data i Excel. Innsatsen dere har lagt ned for oss, har spart oss timevis av arbeid og frustrasjon.

Våre kjærester Håkon og Lars fortjener en hjertelig takk. Dere har bidratt til utviklingen av denne masteren. Men enda viktigere; dere har vært en klippe og motivasjon i hverdagen. Det verdsetter vi høyt.

Tusen takk til familiene våre som alltid er der for oss og bidrar med støtte og kjærlighet når vi trenger det. Vi setter stor pris på alle gode råd vi får fra dere.

Til slutt vil vi gi en liten oppmerksomhet til samarbeidet oss imellom. En morgenfugl og en natteravn, som sammen har fått masteren i havn. Opp gjennom studieårene har vi lært hverandre å kjenne godt, men kanskje enda bedre i prosessen med masterskriving. Styrkene og svakhetene våre utfyller hverandre, noe som har bidratt til et svært bra samarbeid. Vi avslutter masteren som om mulig enda bedre venner enn da vi startet. Tusen takk for tilliten, støtten, latteren, ærligheten og det gode samarbeidet gjennom fem fantastiske år.

Malene S. Bjørsvik og Emma B. Stoum

Trondheim, mai 2023





# Innhold

|   |     |
|---|-----|
| Figurer .....   | xii |
| Tabeller .....  | xii |
| 1 Innledning .....  | 13  |
| 1.1 Bakgrunn .....  | 13  |
| 1.2 Forskningsspørsmål og hypoteser .....                 | 15  |
| 1.2.1 Forskningshypotese 1 .....                          | 15  |
| 1.2.2 Forskningsspørsmål 2 .....                          | 16  |
| 1.2.3 Forskningshypotese 3 .....                          | 16  |
| 1.3 Oppgavens avgrensning.....                            | 16  |
| 2 Teori.....  | 17  |
| 2.1 Teoretisk rammeverk .....                             | 17  |
| 2.1.1 Kognitiv læringsteori.....                          | 17  |
| 2.1.2 Bølgeteori .....                                    | 17  |
| 2.2 Avklaring av begreper .....                           | 19  |
| 2.2.1 Kvantifisering av mengder .....                     | 19  |
| 2.2.2 Kvikkbilder.....                                    | 19  |
| 2.2.3 Estimering .....                                    | 20  |
| 2.2.4 Subitisering.....                                   | 20  |
| 2.2.4.1 Ulike former for subitisering.....                | 20  |
| 2.2.5 Gruppering.....                                     | 21  |
| 2.3 Strategier .....                                      | 22  |
| 3 Metode.....   | 23  |
| 3.1 Forskningsparadigme .....                             | 23  |
| 3.2 Forskningsmetodikk .....                              | 23  |
| 3.2.1 Kvantitativ forskning.....                          | 24  |
| 3.2.2 Kvalitativ forskning.....                           | 24  |
| 3.3 Pilotering av oppgaveløsingen og intervju .....       | 24  |
| 3.4 Metode for datainnsamling .....                       | 25  |
| 3.4.1 Gjennomføring av oppgaveløsning .....               | 25  |
| 3.4.2 Gjennomføring av intervju .....                     | 26  |
| 3.5 Utvalg .....  | 26  |
| 3.6 Oppgavene til elevene.....                            | 26  |
| 3.6.1 Oppgavene i intervju .....                          | 28  |
| 3.7 Metode for analyse .....                              | 28  |
| 3.7.1 Deduktiv analyse av kvantitativt datamateriale..... | 28  |

|         |  |    |
|---------|--|----|
| 3.7.1.1 | Grenseverdier i analysen.....  | 28 |
| 3.7.1.2 | BoksploTT.....   | 29 |
| 3.7.1.3 | IBM SPSS statistics versjon 29 .....   | 29 |
| 3.7.2   | Stegvis-deduktiv induktiv analyse av kvalitativt datamateriale .....   | 29 |
| 3.8     | Reliabilitet og validitet.....   | 30 |
| 3.8.1   | Reliabilitet og validitet i kvantitativ forskning .....  | 30 |
| 3.8.2   | Reliabilitet og validitet i kvalitativ forskning .....   | 31 |
| 3.9     | Etiske hensyn .....  | 31 |
| 4       | Resultat .....   | 32 |
| 4.1     | Resultat fra kvantitativ analyse.....  | 32 |
| 4.1.1   | Elementenes gruppering i de ulike oppgavekategoriene har innvirkning på elevenes responstid.....                               | 32 |
| 4.1.1.1 | Elevenes responstid for 6 elementer.....   | 34 |
| 4.1.1.2 | Elevenes responstid for 12 elementer .....   | 35 |
| 4.1.1.3 | Elevenes responstid for 20 elementer .....   | 36 |
| 4.1.2   | Grupperingen av elementene innad i hver oppgavekategori har innvirkning på elevenes responstid.....                            | 37 |
| 4.1.3   | Ikoniske kvikkbilder.....  | 37 |
| 4.2     | Resultat fra kvalitative analyser .....  | 38 |
| 4.2.1   | Kombinasjon av flere strategier .....  | 38 |
| 4.2.2   | Elevene både har og benytter flere strategier .....  | 39 |
| 4.2.3   | Gruppering.....  | 40 |
| 4.2.3.1 | Gruppering i treere .....  | 40 |
| 4.2.3.2 | Gruppering i toere.....  | 41 |
| 4.2.4   | «Jeg så».....  | 41 |
| 4.2.4.1 | Estimering .....   | 41 |
| 4.2.4.2 | Perseptuell subitisering .....   | 41 |
| 4.2.4.3 | Konseptuell subitisering .....   | 42 |
| 4.2.4.4 | Mønstergjenkjenning .....  | 42 |
| 4.2.5   | Nøyaktig telling.....  | 43 |
| 4.3     | Det er sammenheng mellom elevenes responstid og strategiene de benytter seg av.....  | 43 |
| 4.3.1   | Strategibruk og responstid for «ustrukturert» og «ikonisk» oppgave .....   | 44 |
| 4.3.2   | Strategibruk og responstid for oppgavene i kategoriene «ulik verdi og ulik struktur» og «lik verdi og ulik struktur» .....     | 46 |
| 5       | Diskusjon .....  | 49 |
| 5.1     | Elementenes gruppering i de ulike kategoriene og totalt antall elementer har en signifikant effekt på elevenes responstid..... | 49 |

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 5.1.1 | Kvantifiseringshastigheten øker når elementenes gruppering blir mer strukturert.....  | 50 |
| 5.1.2 | Subitisering av tre og fire elementer.....  | 51 |
| 5.1.3 | Elevene har høyere responstid på oppgavene med «ulik verdi og ulik struktur» enn oppgavene som er «ustrukturerte» .....                                     | 52 |
| 5.2   | Intervjuobjektene benytter et bredt spekter av ulike strategier i kvantifisering av mengder og benytter seg gjerne av flere strategier i samme oppgave..... | 53 |
| 5.3   | Elevene er på ulike stadier i utviklingen av effektive strategier for kvantifisering av mengder.....  | 54 |
| 5.4   | Det er en sammenheng mellom elevenes responstid og strategiene de benytter seg av.....  | 55 |
| 5.5   | Begrensninger ved studien og videre forskning .....   | 56 |
| 5.6   | Studiens bidrag til forskningsfeltet.....   | 58 |
| 6     | Konklusjon.....   | 60 |
|       | Referanser .....  | 62 |
|       | Vedlegg .....   | 66 |

## Figurer

|  |    |
|--|----|
| Figur 2.1: Skisse av bølgeteorien (Chen & Siegler, 2000). .....                  | 18 |
| Figur 2.2: Fem komponenter av strategisk endring (Chen & Siegler, 2000).....     | 18 |
| Figur 3.1: Illustrasjon av datainnsamlingsprosessen .....                        | 23 |
| Figur 4.1: Fremstilling av sammenhengen mellom responstid og settstørrelse. .... | 32 |
| Figur 4.2: Elevenes responstid for tallet 6. ....                                | 34 |
| Figur 4.3: Elevenes responstid for tallet 12. ....                               | 35 |
| Figur 4.4: Elevenes responstid for tallet 20. ....                               | 36 |
| Figur 4.5: Intervjuobjektene sammenlignet med alle respondenter. ....            | 45 |
| Figur 4.6: Intervjuobjektene sammenlignet med alle respondenter. ....            | 47 |

## Tabeller

|   |    |
|---|----|
| Tabell 3.1 Fem oppgavekategorier.....   | 27 |
| Tabell 3.2: Grenseverdiene for de testresultatene som benyttes i analysen.....  | 28 |
| Tabell 4.1: Kategoriene som ikke er statistisk signifikant forskjellige fra hverandre, basert på parvise sammenligninger fra ANOVA..... | 34 |
| Tabell 4.2: Oversikt over hvilke strategier som benyttes i hver oppgave.....  | 38 |
| Tabell 4.3: Hvert intervjuobjekts bruk av strategier .....  | 38 |
| Tabell 4.4: Intervjuobjektene responstid og strategibruk på oppgave 2 og 8 .....  | 46 |
| Tabell 4.5: Intervjuobjektene responstid og strategibruk på oppgave 4 og 7 .....  | 48 |

# 1 Innledning

## 1.1 Bakgrunn

Både internasjonalt og nasjonalt har matematikdidaktikk fokus på prosess fremfor produkt. Den siste tiden har det vært en økende interesse for strategier for å løse et problem eller argumentere for en påstand, fremfor at målet er å finne konkrete svar eller memorere spesifikke bevis (Luwel & Verschaffel, 2008; Starkey & McCandliss, 2014; Torbeyns & Verschaffel, 2006). Fokus på strategier er også kommet tydelig med i den nyeste læreplanen i matematikk. Under kjerneelement i Læreplanen for Kunnskapsløftet 2020, heter det eksempelvis: «*Elevene må tidlig få et godt tallbegrep og få utvikle varierte regnestrategier*» og «*Elevene skal legge mer vekt på strategiene og framgangsmåtene enn på løsningene*. Under grunnleggende ferdigheter blir det presisert at: «*Utviklingen av regneferdigheter i matematikk handler om å analysere og løse et spekter av stadig mer komplekse problemer med effektive og hensiktsmessige begreper, symboler, metoder og strategier*» (Utdanningsdirektoratet, 2020). Fokuset på strategier representerer dermed et skifte i skolematematikken fra å være faktaorientert til å være undersøkende og prosess-orientert.

Kvikkbilder er en måte å arbeide med strategier innen aritmetikk på. Det er en mengdemodell som blant annet brukes til å jobbe med resonnering rundt tallenes struktur, samt forskjellige måter å representere mengder på. Ofte i form av klasseromsdiskusjoner. Kvikkbilder som undervisningsaktivitet i matematikk, blir gjerne brukt som en prosess med mål om å tilegne seg gode strategier i faget (Fosnot & Dolk, 2001; Matematikksenteret, u.å.)

Gandini, Ardiale og Lemaire (2010) understreker viktigheten av å undersøke kvikkbilder. Det er viktig å undersøke kvikkbilder for å øke forståelsen rundt rask og grov estimering av størrelsesordener. Hverdagen består av mye numerisk informasjon som man på grunn av begrensninger i samfunnet og miljøet, eksempelvis tidspress, ofte må behandle omtrentlig. Ferdigheten å estimere er med andre ord viktig å undersøke med bakgrunn i dens sentrale rolle i vårt fysiske og sosiale miljø (Gandini et al., 2010). Aunio og Niemivirta (2010) trekker også frem fordeler som arbeid med kvikkbilder kan føre med seg. De mentale prosessene som skjer i arbeid med kvikkbilder kan predikere senere matematikkprestasjoner. Flere numeriske evner er identifisert som kritiske for matematikk (Kolkman et al., 2013). En av de er nøyaktig opptelling, som innebærer hovedsakelig to prosesser. Subitisering, som er å raskt og nøyaktig se et lite antall prikker, og telling. Begge disse knyttes til senere matematikkprestasjoner (Starkey & McCandliss, 2021). Å forske videre på strategier med kvikkbilder er dermed viktig for å forstå ferdigheten estimering som er en viktig del av hverdagen, samt bidra til å utvikle undervisning av denne evnen for å legge til rett for fremtidige matematikkferdigheter.

Både barn og voksne har en tendens til å unngå å benytte seg av nye strategier, og heller bruke de strategiene som er lært tidligere. Dette er fordi nye strategier gjerne er vanskelige å stole på, selv om de kan være betydelig mer effektive enn de gamle (Chen & Siegler, 2000). Å ha gode og effektive strategier for mengdekvantifisering, vil være nyttig både i utdanningen og i hverdagen for alle mennesker. Ifølge Chen og Siegler (2000) har strategiene man tilegner seg som barn, lett for å bli de man stoler mest på og

automatisk benytter seg av senere. Med bakgrunn i dette ser vi viktigheten av å tidlig lære seg effektive strategier. Man bør tidlig tilegne seg et bredt strategirepertoar, og øve seg på når de ulike strategiene egner seg best. Eksempelvis vil et barn som ikke har lært andre strategier enn telling, gjerne benytte seg av telling når for eksempel stegtelling hadde vært mer hensiktsmessig.

Det finnes allerede en del forskning om kvikkbilder og strategier for kvantifisering av mengder. Likevel er det flere kunnskapshull som enda ikke er tettet. I tillegg er det begrenset hvor mye av forskningen som tar utgangspunkt i barn og unge. Det vi presenterer i de følgende avsnittene, er funn som er gjort både ved forskning på barn og voksne, og vil være grunnlag for diskusjon av våre funn.

Gandini, Lemaire og Dufau (2008) forsket på unge og eldre voksnes strategier i arbeid med kvikkbilder. De fant seks strategier for kvantifisering av mengder, hvor den siste inkluderer strategiene som ikke passet inn i de fem første. Videre fant de et skille mellom unge og eldre voksne som viser at de benytter seg av ulike strategier i ulik grad (Gandini et al., 2008). Gandini, Ardiale og Lemaire (2010) benyttet seg av de samme seks strategiene for kvantifisering av mengder, da de forsket på 5. - 7. klassinger i Frankrike, og deres strategier i arbeid med kvikkbilder. Av studien ser vi at enkeltelever på disse klasstrinnene benytter seg av flere ulike strategier. Få studier har tidligere dokumentert effekten av alder når det gjelder omtrentlig kvantifisering. Det Gandini et al. (2010) finner i denne sammenhengen, er gruppeforskjeller som tyder på at 5. klassinger og 7. klassinger foretrekker ulike strategier. De bruker det samme settet med strategier, men 7.klassingene har et større strategirepertoar enn 5.klassingene. Studien viser også at alderen har en effekt på tiden de bruker, men ikke nøyaktigheten (Gandini et al., 2010). De to klasstrinnene var like nøyaktige, men 7. klassingene brukte lengre tid. En mulig forklaring kan være at 7. klassingene blant annet benytter mer avanserte strategier. Gandini et al. (2010) har imidlertid ikke undersøkt denne muligheten.

En studie av Ciccione og Dehaene (2020) undersøkte hvorvidt voksnes reaksjonstid i kvikkbilder henger sammen med strukturen til elementene i bildet. Strukturen i oppgavene avhenger av hvordan ulike grupperings-indikatorer preger kvikkbildene (se tabell 3.1). De fant ut at det blir enklere å finne totalmengden av elementer når de er organisert i undergrupper med like delmengder. Samtidig ser de at kvikkbilder som er delt inn i undergrupper med ulikt antall prikker ikke ble estimert raskere eller mer nøyaktig enn de uten gruppering (Ciccione & Dehaene, 2020). Videre fant de at gruppering er spesielt nyttig når delgruppene i kvikkbildene tillater multiplikasjon, addisjon eller en kombinasjon av disse. Deltakerne i studien ble delt inn etter hvor god kjennskap de har til matematikk. Ut fra dette viser resultatene at de som allerede har utviklet gode strategier ved å bruke addisjon, multiplikasjon og grupperinger i matematikk, er de som løser kvikkbildeoppgaver raskest (Ciccione og Dehaene, 2020). Dette indikerer at responstid i gjennomføring av kvikkbilder er knyttet til strategi.

Starkey og McCandliss (2014) fant i sin studie med barn i barnehage- og skolealder ut at strukturerte oppgaver var raskere å løse enn ustrukturerte oppgaver. Det viste at noen barn er i stand til å dra nytte av grupperinger for å finne antallet raskere. Dette samsvarer også med andre studier som viser hvordan små barn har de perseptuelle evnene som er nødvendig for romlig gruppering (Feigenson & Halberda, 2004; Quinn et al., 2008). Analysene viste videre at det var andre- og tredjeklassingene som hadde størst utbytte av grupperingen. Førsteklassingene hadde noe utbytte, mens utbyttet for

barnehagebarna var tilnærmet lik null. Barn benytter seg mer av gruppering, jo eldre de blir (Starkey & McCandliss, 2014). Det kan likevel ikke sies noe om hvordan eldre barn er i stand til å benytte seg av gruppering-indikatorer når gruppene ikke er av lik størrelse. Starkey og McCandliss (2014) antar at barnas tallbegreper har utviklet seg på en måte som gjør at de kan benytte seg av og produsere grupperinger. Slike grupperinger av elementer i oppgaver kan muliggjøre anvendelsen og utviklingen av konseptuell kunnskap om tallsammensetning (Starkey & McCandliss, 2014).

For ordens skyld sammenfatter vi hva som er funnet ut og hva som enda er uklart: Gandini et al. (2008) og Gandini et al. (2010) finner i sine studier seks hovedstrategier barn og voksne bruker i mengdeestimering, samt at alder ser ut til å ha en innvirkning på både strategiene som benyttes og responstiden. De har imidlertid ikke undersøkt hvordan elevenes strategivalg kan ha sammenheng med tidsbruken, eller hvordan strukturen til elementene i kvikkbildene kan påvirke strategiene deres og hvor raskt de kommer frem til totalt antall. Ciccione og Dehaene (2020) har vist at matematiske ferdigheter henger sammen med reaksjonstid hos voksne. Det de ikke har vist som vi fortsatt vet lite om, er hvorvidt denne sammenhengen kan sees hos barn, og om reaksjonstiden kan ha en sammenkobling med matematiske strategier. Starkey og McCandliss (2014) har påvist en sammenheng mellom hvordan elementene i bildene er strukturert og responstiden for de ulike bildene. De har ikke vist hvorfor sammenhengen oppstår og om den først og fremst er drevet av «perseptuelle prosesser» eller matematiske ferdigheter og strategier. De har ikke snakket med elevene som gjennomførte undersøkelsen og kan dermed ikke vite hvordan de tenker.

Med disse kunnskapshullene og manglene på forskning som utgangspunkt, er hensikten med denne studien å undersøke noen av disse sammenhengene som ikke har blitt forsket nok på tidligere. På samme måte som Gandini, Ardiale og Lemaire (2010) skal vi se på elevers strategier for å estimere og gruppere mengder. Vi vil i tillegg koble strategiene de bruker til deres responstider. I forskermiljøet finner vi også en uenighet som omhandler kvikkbilder og tallforståelse. Enkelte forskere, slik som Clements, Sarama og MacDonald (2018), mener at elever som evner å organisere mengder i arbeid med kvikkbilder vil ha mulighet til å utvikle og oppdage egenskaper ved tall og mengder som de kan videreutvikle. De ser altså på kvikkbilder som en begynnelse i utviklingen av tall- og mengdeforståelse. Andre forskere, slik som Ciccione og Dehaene (2020), antyder at de som allerede har utviklet gode strategier ved å bruke addisjon, multiplikasjon og grupperinger i matematikk, er de som løser kvikkbildeoppgaver raskest. De mener at man tar i bruk allerede kjente strategier for å løse kvikkbildeoppgavene raskest mulig. For oss vil det være interessant å se om vi kan finne ut mer om hva som faktisk er grunnen til at noen barn løser kvikkbildeoppgaver raskere enn andre barn.

## 1.2 Forskningsspørsmål og hypoteser

### 1.2.1 Forskningshypotese 1

Tidligere forskning har vist at voksne og barn i andre land benytter seg av gruppering i arbeid med kvantifisering av mengder (Ciccione & Dehaene 2020; Starkey & McCandliss, 2014). Vi vet derimot lite om hvordan norske elever i aldersgruppen 5.-7. klasse utnytter gruppering. På grunn av dette kunnskapshullet i norsk forskning ønsker vi å undersøke om «gruppering av elementene gjør at totalt antall elementer kan finnes raskere» også for norske barn.

### 1.2.2 Forskningsspørsmål 2

Gandini et al. (2008) har vist at voksne bruker ulike strategier i kvantifisering av mengder. På lignende måte har Gandini et al. (2010) vist at franske elever i vår målgruppe også benytter seg av lignende strategier i arbeid med kvikkbilder. Det er per dags dato ikke undersøkt hvordan norske elever på mellomtrinnet finner totalt antall elementer i kvikkbilder. Vi ønsker derfor å finne ut «hvilke strategier elevene bruker for å organisere mengder i kvikkbilder».

### 1.2.3 Forskningshypotese 3

Tidligere forskning har sett på hvordan gruppering av elementene kan ha en innvirkning på responstiden og hvilke strategier som brukes for å organisere mengder i kvikkbilder som to individuelle prosesser. Det er dermed ikke undersøkt hva som kan være sammenhengen mellom disse. Vi har derfor en forskningshypotese som vil bære hovedvekten av denne oppgaven. Her vil vi finne ut om «det er en sammenheng mellom elevenes responstider og strategiene de benytter seg av».

Da vi har flere forskningsspørsmål og hypoteser vi ønsker å finne svar på, er det nyttig å bruke flere tilnærminger og metoder. Med bakgrunn i dette ønsker vi å benytte oss av både kvantitative og kvalitative data.

## 1.3 Oppgavens avgrensning

I denne oppgaven ønsker vi å undersøke hvilke strategier elevene bruker, hvilken påvirkning gruppering har på elevenes responstid, og i hvor stor grad strategiene de benytter seg av henger sammen med responstiden. Når vi ser på elevenes strategibruk vil vi se på både hvilke aritmetiske strategier og hvilke estimeringsstrategier de benytter seg av. I en studie av kvikkbilder, er det mange elementer man kan velge å rette fokuset mot. Elevers strategier for å organisere mengder sett i sammenheng med responstid, er som nevnt noe vi finner lite litteratur om. Med mer kunnskap om denne sammenhengen, kan man bedre legge opp undervisning rettet mot elevers mengdeestimering. Ettersom det kan komme skolen til gode å finne svaret, er det behov for mer forskning på dette fagfeltet.



## 2 Teori

I denne studien vil vi undersøke hvilke aritmetiske strategier og estimeringsstrategier elever fra 5. - 7. trinn bruker i arbeid med kvikkbilder. Som overordnet teoretisk rammeverk for studien, vil vi først presentere Siegler (1996) sin bølgeteori. Deretter presenterer vi begrepene kvantifisering av mengder, kvikkbilder, estimering, subitisering og gruppering, da disse blir sentrale gjennom studien.

### 2.1 Teoretisk rammeverk

Som overordnet teoretisk rammeverk har vi valgt å bruke Siegler (1996) sin overlappende bølgeteori. Denne teorien bygger på Piagets (1970) kognitive læringsteori som beskriver hvordan kunnskap utvikles.

#### 2.1.1 Kognitiv læringsteori

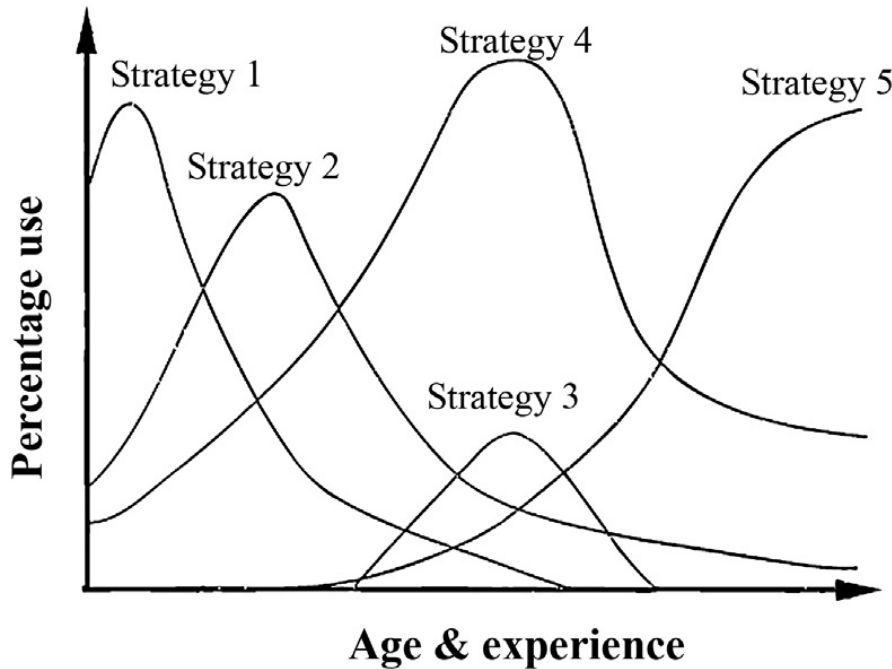
Piaget (1970) antok at mennesker må tilpasse seg det fysiske og mentale miljøet for å overleve. For at tilpasningen skal kunne skje, trenger vi kognitive skjema som assimilerer stimuli og informasjon, og omstrukturerer inntrykkene til å passe med våre kognitive skjema. Piaget (1970) beskriver et skjema som en indre representasjon av handlingsmønstre. Videre skildrer han hvordan adaptasjon og organisering er to sentrale begreper i den kognitive utviklingen. Adaptasjon, eller tilpasning, beskrives ved assimilasjon og akkomodasjon. Ved assimilasjon blir nye inntrykk og erfaringer tatt opp og plassert i de allerede eksisterende skjemaene våre. Likevel passer ikke alltid nye erfaringer inn i noen av de eksisterende skjemaene. Da må det skje en endring av skjemaene, noe som kalles for akkomodasjon. Den eksisterende tenkemåten må endres på, slik at nye erfaringer og inntrykk kan passe inn. Ifølge Piaget (1970) skjer læring når det må skje en endring av skjema. Adaptasjon er en krevende prosess som krever likevekt mellom assimilasjon og akkomodasjon. Uten akkomodasjon ville ikke barn lært nye begreper eller utviklet nye kognitive skjema. Uten assimilasjon måtte alt blitt erfart på en ny måte, og de ville hatt en ustabil utvikling. For at læring skal skje, må barn både assimilere og akkomodere om hverandre (Piaget, 1970). Organisering er det andre sentrale begrepet i den kognitive utviklingen hos barn. Det handler om at vi kombinerer og organiserer tanker og erfaringer mentalt. Ifølge Piaget (1970) er kognisjon organisert på en hierarkisk måte. Det betyr at enkle skjemaer blir kombinert og utviklet sammen med hverandre for å bli gradvis mer avanserte kognitive strukturer.

#### 2.1.2 Bølgeteori

Forskere på kognitiv utvikling har i mange år sett på utviklingen som en trapp der trappetrinnene representerer bråe skifter i måten man tenker på (Siegler, 1996). Som en reaksjon på teorien, utformet Siegler en ny teori som står i kontrast til forestillingen om trappetrinn, men som heller viser til overlappende skifter. Bølgeteorien til Siegler baserer seg på tre antakelser (Chen & Siegler, 2000). Den ene er antakelsen om at barn i de fleste fenomen tenker på flere måter. Antakelse nummer to sier at de ulike måtene å tenke på konkurrerer mot hverandre i både korte og lengre tidsperioder. Det kan derfor være vanskelig å velge hvilken tankemåte man skal benytte seg av. Den tredje antakelsen handler om at frekvensen av de ulike måtene å tenke på endrer seg gradvis, i

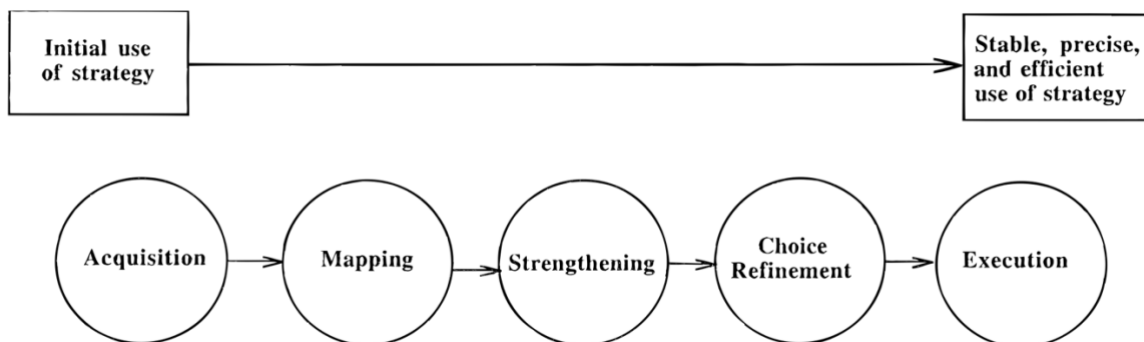
tillegg til at mer avanserte tankeganger blir utviklet. Bølgeteorien kan knyttes til elevenes kognitive utvikling (Chen & Siegler, 2000).

Navnet bølgeteori kommer fra Sieglers (1996) metafor om at hver måte å tenke på er en egen bølge på vei mot kysten. Figur 2.1 viser hvordan de ulike tenkemåtene over tid overlapper og går inn i hverandre som bølger. Modellen viser at strategibyttene som oftest skjer med gradvise overganger, og ikke bråe skifter. I tillegg viser den at flere tankemåter kan bli brukt samtidig.



**Figur 2.1: Skisse av bølgeteorien (Chen & Siegler, 2000). Her ser vi hvordan ulike strategier kan brukes parallelt med hverandre, og at strategiene har ulike toppunkt. Bruken av de ulike strategiene blir hyppigere eller avtar med alderen.**

I vårt tilfelle illustrerer bølgene i bølgeteorien elevs strategier i omtrentlig kvantifisering. Hver bølge representerer en strategi. Figur 2.1 viser hvordan noen strategier blir brukt parallelt med andre, mens noen overlapper hverandre ved å ta gradvis over for en eller flere andre. Enkelte strategier slutter å brukes helt, gjerne fordi nye og mer avanserte strategier blir oppdaget og tatt i bruk. Bak navnet på teorien ligger også forståelsen av at en bølge er sammensatt. Den beveger seg konstant og endrer seg underveis (Siegler, 1996). Kort oppsummert handler bølgeteorien om hvordan strategiutvikling kan skje (Chen & Siegler, 2000).



**Figur 2.2: Fem komponenter av strategisk endring (Chen & Siegler, 2000)**

Siegler deler opp prosessen med strategiske endringer i fem delprosesser som man går sekvensielt gjennom (se figur 2.2). Den første er innhenting av strategien. Alle strategier man benytter må ha blitt tatt i bruk for første gang en gang, og denne delprosessen tar for seg startfasen i bruken av en ny strategi. Det er med andre ord her elevene lærer seg en ny strategi (Chen & Siegler, 2000). Den andre er kartlegging av strategien på nye problem, hvor elevene bruker den innhentede strategien på et nytt problem. Her øver elevene seg på å finne ut i hvilke kontekster strategiene kan benyttes i, samt bruke dem der. Den tredje delprosessen av sekvensen handler om å styrke den nye strategien. Barn bruker flere måter å tenke på, noen mer avansert enn andre. Å styrke nye strategier gjør at man kan unngå å være like avhengig av gamle og mindre avanserte strategier, samtidig som det kan bidra til kognitiv vekst. Noe som kan hemme bruken av den nye strategien, er at man ofte stoler mer på gamle strategier, selv om de er mindre effektive. Videre er neste delprosess å avgrense valget mellom de alternative strategiene, eventuelt de alternative variantene av en og samme strategi. Her må man utfordre seg selv for å oppnå kognitiv utvikling ved å velge nye, heller enn trygge strategier. Den femte og siste prosessen går ut på å utføre nye strategier stadig mer effektivt. Gjennomførelsen av strategien skal forbedres både i form av nøyaktighet og hastighet. Stegene i hele denne sekvensen av prosesser kan gjerne overlappe hverandre (Chen & Siegler, 2000).

## 2.2 Avklaring av begreper

Denne studien handler om kvantifisering av mengder. For å kunne undersøke elevers strategier i kvantifisering av mengder kan kvikkbilder være hensiktsmessig å bruke. Kvikkbilder handler om å bestemme tallverdier for elementene man ser. Vi skiller mellom ulike måter å komme frem til tallverdien på. Generelt deles de ulike fremgangsmåtene inn i tre ulike prosesser; estimering, subitisering og telling (Luwel & Verschaffel, 2008). Wender og Rothkegel (2000) studerte i tillegg en ekstra prosess kalt gruppering, som vi også inkluderer i vår forskning. Hvilke av prosessene som blir tatt i bruk, avhenger av antall elementer man skal kvantifisere, og tid man har tilgjengelig (Luwel & Verschaffel, 2008). I de kommende kapitlene går vi dypere inn på hva de ulike prosessene innebærer.

### 2.2.1 Kvantifisering av mengder

Opgaver som omhandler kvantifisering av mengder, er med på å introdusere og benytte seg av grunnleggende ideer om kardinalitet. Det handler om «hvor mange», «mer» og «mindre», kvantitet, samt ideer om helhet, deler og sammenhengen mellom disse (Clements et al., 2018). Kvantifisering av mengder handler kort forklart om å bestemme antall. Oppgaver som tar for seg dette kan være med på å utvikle elevenes kardinalitetsforståelse, som er en byggestein i matematikk og forståelsen av faget.

### 2.2.2 Kvikkbilder

Matematikksenteret beskriver kvikkbilde som en aktivitet med mål om å diskutere og sammenligne forskjellige måter å se tall på. I arbeid med aktiviteten kan man resonnerer rundt tallenes egenskaper og struktur ved ulike regneoperasjoner. I kvikkbildeaktiviteter er det sentralt å se på hvordan mengder representeres (Matematikksenteret, u.å.). Eksempelvis kan mengder bli representert gjennom grupper med symboler eller objekter. I aktiviteten kan det komme frem at elever visualiserer tall på ulikt vis, og dermed har ulike mentale representasjoner av samme mengder (Matematikksenteret, u.å.). En

kvikkbildeaktivitet vil på denne måten kunne bidra til å skape klasseromsdiskusjoner om strategier.

### 2.2.3 Estimering

Generelt sett er estimering et vidt begrep som kan tas i bruk og være til nytte i mange sammenhenger. Den brede betydningen av estimering i matematikkundervisning er ifølge Luwel & Verschaffel (2008) en kompleks problemløsningsaktivitet for å komme frem til en tilnærmet beregning eller vurdering. Aktiviteten kan trenge flere beregningsferdigheter, samt matematiske prosedyrer. For å komme frem til et estimat kan det derfor bli tatt i bruk et bredt spekter av ulike strategier (Luwel & Verschaffel, 2008).

En form for estimering kan forekomme når man kvantifiserer tallmengder. Vi velger å bruke samme forståelse av begrepet tallestimering i matematikkundervisning som Luwel og Verschaffel (2008). De beskriver tallestimering som en perseptuell prosess for å relativt raskt bedømme antall enheter med flere elementer enn 4 (Luwel & Verschaffel, 2008). Prosessen er i likhet med subitisering og telling relativt rask, men fører ofte til et mindre nøyaktig resultat (Luwel & Verschaffel, 2008).

### 2.2.4 Subitisering

Subitisering er en mekanisme som benyttes i nøyaktig tallvurdering av svært små tall (Ciccione & Dehaene, 2020). Clements et al. (2018) definerer subitisering som å «umiddelbart se hvor mange». Det har i lang tid blitt sett at man greier å omfavne grupper på to til tre uten å bruke tellestrategier (Ciccione & Dehaene, 2020). Kaufmann, Lord, Reese og Volkmann, var i 1949 de første til å vitenskapelig analysere evnen, og navnga det subitizing. Begrepet kommer fra *subitare*, som fra middelalderens latin betyr å fatte noe umiddelbart uten å reflektere (Ciccione & Dehaene, 2020).

Ulike forskningsstudier setter grensen for hvor mange elementer som kan subiteres litt ulikt. Forskning fra 1800-tallet indikerer at grensa går ved 4-6. Nyere forskningsmetoder på 1900-tallet gir mer samsvarte meninger om at grensen går ved 3-4 elementer (Ciccione & Dehaene, 2020; Kaufmann et al., 1949). Feilrate og reaksjonstid har noe større økning mellom 3 og 4 elementer, men enda større mellom 4 og 5 (Wilkins et al., 2022). Ciccione og Dehaene (2020) beskriver subitisering som den raske og nøyaktige opptellingen av elementene i et sett med maks tre elementer. Man ser altså at det er litt uklart hvor langt subitiseringsområdet strekker seg. I stedet for å presisere her hvilken definisjon vi forholder oss til i denne oppgaven, vil vi undersøke hva vi finner i våre resultater og benytte oss av det som samsvarer mest med våre funn.

#### 2.2.4.1 Ulike former for subitisering

Clements et al. (2018) skiller mellom to former for subitisering. Perseptuell og konseptuell subitisering. Begrepet persepsjon handler om hvordan vi oppfatter våre sanseinntrykk. Vi blir stimulert av sanseorganene og tolker disse stimuleringene. Konseptuell er et ord man bruker om noe som innebærer et eller flere konsepter (Starkey & McCandliss, 2014).

Perseptuell subitisering er en enkel form for subitisering der det ikke inngår mer mental aktivitet enn det som ligger under å navngi tallet som blir subitisert (Mandler & Shebo, 1982). Både Mandler og Shebo (1982), og von Glaserfeld (1982) er forskere som mener den perseptuelle subitiseringsen går på mønstergjenkjenning. Man har ervervet noen ikoniske mønstre som man umiddelbart kjenner igjen, og vet på den måten hvor mange

elementer mønsteret består av. Med andre ord er også perseptuell oppfattelse av tall tilsynelatende en form for kvantifisering. Man vet at en trekant representerer tre, og dermed vet man også at svaret er tre elementer. Det er betydelige likheter mellom subitisering og mønstergjenkjenning, men det er uenighet om de kan sies å være det samme (Mandler & Shebo, 1982). Von Glaserfeld (1982) presiserer at den perseptuelle subitiseringsprosessen gir en følelse over et tall på samme måte som et barn gjenkjenner en form av noe helt annet, for eksempel et eple. Barn forbinder gjenstanden eller figuren de oppfatter med et ord de har tillært seg, enten det er «tre» eller «eple» (von Glaserfeld, 1982). Mandler og Shebo fant ut at barn kan trenes opp til å gjenkjenne, samt navngi ikoniske mønstre som tall. Når barnet har lært ordet fem til fem elementer i for eksempel en terningform, kan det reagere like raskt på det spesifikke mønsteret som for mønster med en, to og tre elementer (Mandler og Shebo, 1982). Den perseptuelle subitiseringsprosessen begrenser seg som nevnt til det man kan subitisere uten videre mental aktivitet enn å navngi det man oppfatter. Til tross for dette, kan man imidlertid lære seg å subitisere større tall konseptuelt (Wilkins et al., 2022).

Clements et al. (2018) beskriver konseptuell subitisering som en aktivitet der man anvender de perseptuelle subitiseringsprosessene gjentatte ganger og raskt forene disse tallene. Begrepet ble introdusert av Clements et al. (2018) da de skulle belyse hva elevene gjorde når de kombinerte flere subitiserte deler. Med det menes at man for å kvantifisere mengden man ser, deler opp helheten til flere mengder elementer innenfor subitiseringsområdet. For eksempel hvis man ser åtte prikker, kan man finne hele mengden ved å se tre, tre og to før man legger dem sammen. Ifølge Wilkins, MacDonald og Norton (2022), kan konseptuell subitisering føre til at man bevisst overvåker tellingen sin når man forsøker å kombinere grupper som er perseptuelt subitisert. Dette skyldes at man har en konseptuell forståelse av antall. Resultatene av konseptuell subitisering kan gi barn mer figurative mønstre for å overvåke telleaktivitet (Wilkins et al., 2022). Selv om konseptuell subitisering gjør at man kan subitisere flere tall enn ved perseptuell subitisering, begrenser arbeidsminnet hvor mange subitiserte deler man kan ha i tankene samtidig. Derfor er også denne formen for subitisering begrenset til små tall (Sarama & Clements, 2009). Perseptuell og konseptuell subitisering kan først skilles mellom når barn har lært seg å bruke tallord, slik at de kan koble tallordene til subitiseringsaktiviteten de utfører.

En nyere studie av Wege, Trezise og Inglis (2022) tar for seg teorien om parallell subitisering. De undersøkte om det er mulig å subitisere antall elementer i hver gruppe, i tillegg til antall grupper i et kvikkbilde. Tidligere studier har kun tatt for seg subitisering av elementene i gruppene, og ikke antall grupper (Wege et al., 2022). Studien konkluderer med at en slik parallell subitisering kan forekomme i kvikkbilder med grupperte elementer. De to subitiseringsprosessene skjer samtidig. De trekker ut numerisk informasjon om elementer og grupper raskt, nøyaktig og med lik prioritet (Wege et al., 2022).

### 2.2.5 Gruppering

Gruppering er et fenomen som gjør at tilstedeværelse av grupperings-indikatorer øker kvantifiseringshastigheten av totalt antall elementer. Dette gjelder spesielt de tilfellene der det er lagt til rette for undergrupper innenfor subitiseringsområdet (Starkey & McCandliss, 2014). Prosessene som inngår i gruppering kan være avhengig av endringer i konseptuell forståelse av tall, og ikke kun forbedring i perseptuelle prosesser. Derfor antar Starkey & McCandliss (2014) at fenomenet gjerne først viser seg sent i barndommen. Dette fordi de i tidlig barndom i utgangspunktet forstår betydningen av et

tall gjennom erfaring med tallrekken, og grupperings-indikatorer kan da ha liten eller ingen betydning når de skal kvantifisere mengden. Øving på å «telle videre på» eller å «legge til» et tall kan ha en sentral rolle for fremveksten av gruppering. Da får de erfaring med kombinasjoner av mindre tall som til sammen blir det spesifikke tallet (Starkey & McCandliss, 2014).

I denne studien bruker vi begrepet grupperings-indikatorer. Eksempler på grupperingsindikatorer kan være farger, tetthet og form. I vår studie benytter vi tetthet og form. Med form menes at elementene er strukturert slik at noen elementer er plassert med mindre rom imellom enn andre, og det dannes grupper av elementer elevene kan benytte seg av. Med form menes at noen av disse gruppene i tillegg danner gjenkjennelige former.

## 2.3 Strategier

Vi vil her gå nærmere inn på ulike strategier elevene kan benytte seg av når de skal kvantifisere mengder i kvikkbilder. Det finnes både aritmetiske strategier elevene kan benytte seg av, samt estimeringsstrategier.

Aritmetikk handler om tallenes egenskaper, og ulike måter å regne med tall (Hindry, 2011). Aritmetiske oppgaver vil derfor være oppgaver som kan løses ved bruk av addisjon, subtraksjon, divisjon og multiplikasjon (Hindry, 2011). Elevenes aritmetiske ferdigheter vil da kunne beskrives som den evnen de har til å mestre algoritmer som inneholder de fire grunnleggende regneartene. I denne studien ser vi på elevenes bruk av multiplikasjon og addisjon.

I et forskningsprosjekt om eldre og yngre voksne strategier i kvantifisering av mengder fant Gandini, Lemaire og Dufau (2008) ut at det er fem hovedstrategier deltakerne benytter seg av. Strategiene har de valgt å kalle forankring, benchmark, dekomponering/rekomponering, omtrentlig telling, nøyaktig telling og andre. Den siste strategien har de satt som «andre», da det er et fåtall andre strategier som benyttes, men som likevel ikke brukes ofte nok til å bli kategorisert som en egen strategi (Gandini et al., 2008). De ulike strategiene vil kunne benyttes i flere typer oppgaver elevene møter, men hvilke strategier de velger å benytte seg av vil kunne påvirke nøyaktighet og tidsbruk for deltakerne (Gandini et al., 2008). Gandini et al. (2008) sine seks strategier tar i stor grad for seg estimering, og ser ikke direkte på regnestrategier. Dette er forskningen som per dags dato finnes på strategier innenfor estimering. Utover dette finnes det ikke mye forskning og teori som direkte tar for seg strategier som kan benyttes i kvantifisering av mengder.

## 3 Metode

Figur 3.1 viser en grov oversikt over prosessene som er utført i arbeid med datainnsamling.



**Figur 3.1: Illustrasjon av datainnsamlingsprosessen**

### 3.1 Forskningsparadigme

Et forskningsparadigme kan defineres som en filosofisk orientering om verden og naturen (Creswell, 2014), som også påvirker hvordan kunnskap blir innhentet, studert og tolket (Mackenzie & Knipe, 2006). Forskningsparadigmet beskriver virkelighetens natur, forholdet mellom forskeren og virkeligheten, samt at det tar for seg hvilke metoder som egner seg best i forskning (Punch, 2014).

Denne studien skrives med bakgrunn i et pragmatisk forskningsparadigme. Siden det pragmatiske paradigmet ikke er forpliktet til noen oppfatning av filosofi eller virkelighet, er dette et passende paradigme for i denne studien. Vi er derfor opptatt av «hva» og «hvordan» når vi skal besvare forskningsspørsmålene og forskningsproblemet. Pragmatisme blir videre sett på som paradigmet som gir det underliggende rammeverket for forskning ved hjelp av mixed methods, noe vi velger å benytte oss av. Siden det pragmatiske paradigme ofte benytter ulike tilnærminger for å forstå problemet (Creswell, 2014), passer dette til vår studie. Når vi skal undersøke elevers strategier i kvantifisering av en mengde elementer, ser vi det som fordelaktig å innhente og analysere både kvalitative og kvantitative data. Vi vil da kunne besvare et forskningsproblem med bakgrunn i flere datamaterialer.

### 3.2 Forskningsmetodikk

Vi har i denne forskningsstudien valgt å benytte oss av mixed methods som forskningsmetodikk. Det vil si at vi samler inn både kvantitative og kvalitative data. Vi velger å benytte oss av en slik forskningsmetodikk da vi antar at kombinasjonen av kvantitative og kvalitative tilnærminger vil gi en mer helhetlig forståelse av forskningsproblemet (Creswell & Creswell, 2018), enn hva hver av tilnærmingene ville vært i stand til alene. Den eksisterende litteraturen har enten en kvalitativ (Gandini et al., 2008) eller en kvantitativ (Ciccione & Dehaene, 2020; Starkey & McCandliss, 2014)

tilnærming til feltet. Forskning på dette feltet mangler dermed forskning som kombinerer både kvalitative og kvantitative data for å se om det er deltakernes strategier som påvirker reaksjonstiden i ulikt strukturerte kvikkbilder.

### 3.2.1 Kvantitativ forskning

I den kvantitative delen av vår forskning samler vi inn numeriske data (Clark et al., 2021). Vår numeriske data er elevenes tidsbruk på hver oppgave. Vi har en hypotese som vi ønsker å teste ut fra vårt kvantitative datamateriale. Forholdet mellom teori og forskning forsøker vi på med en deduktiv tilnærming. Den kvantitative hypotesen vår er med andre ord utledet fra allerede eksisterende teori, men blir testet empirisk for å bekreftes eller avkreftes (Kennedy & Thornberg, 2017). For å kunne organisere observasjoner og ideer benytter vi oss av ulike kategorier som forskningen baserer seg på (Bulmer, 1984). I denne studien undersøker vi elevenes måte å gruppere elementene i kvantifisering av mengder. De ulike måtene å gruppere elementene på presenteres i tabell 3.1 i kapittel 3.6. Disse måler vi ved å bruke elevenes tidsbruk som indikator. Vi samler inn og analyserer data om tiden de bruker på hver oppgave (Bryman, 2012).

Vi ønsker å finne svar på om gruppering av elementene gjør at totalt antall elementer kan finnes raskere. For at vi skal kunne bruke elevenes tidsbruk for å svare på vårt kvantitative forskningsspørsmål, er det nødvendig å måle tidsbruken. Først når vi har målt den, kan den bidra til en forklaring på, eller i det minste representere det vi ønsker å finne en forklaring på. Måling av den kvantitative dataen vår vil gi oss flere fordeler. Vi kan få mulighet til å se forskjeller som er for små til å se uten måling. Ved et nøyaktig tall på tidsbruken, sørger vi i tillegg for å ha en målestokk til å skille små variasjoner slik at vi kan være konsistente i vurderingene våre (Bryman, 2012).

### 3.2.2 Kvalitativ forskning

Kvalitativ forskning konsentrerer seg i stor grad om ord og ikke tall. Den kvalitative delen av undersøkelsen vår konsentrerer seg om elevene sine svar i intervjuene hvor vi spør om deres strategier i kvantifisering av mengder. Fordelen med å inkludere kvalitative data i forskningsstudien er at vi får vite hvilke strategier elevene faktisk benytter seg av. Med bakgrunn i elevenes utsagn kan vi sammenligne strategibruk og responstid. Ved en slik forskningstilnærming, kommer vi tett på individet, og kan dermed bli preget av følsomhet overfor konteksten det gjennomføres i (Tjora, 2021). Å intervjuere elever som deltar i forskningsprosjektet kan skape en nærhet som kan føre til at forskningen blir intens og spennende. Samtidig kan det også skape utfordringer. Vi blir nødt til å være forberedt på å tilpasse og justere handlinger, ideer og tanker knyttet til fagfeltet. Dette fordi forholdene ikke nødvendigvis vil bli slik vi i utgangspunktet har sett for oss (Tjora, 2021).

## 3.3 Pilotering av oppgaveløsingen og intervju

For å oppdage eventuelle problemer med studien som må rettes opp i, gjennomførte vi en pilotstudie før vi utførte undersøkelsen med de utvalgte deltakerne. I tillegg fikk vi da opparbeidet oss en viss erfaring og selvtillit i rollen som intervjuere (Clark et al., 2021). I denne forskningsstudien ble det gjennomført to individuelle pilotstudier. Begge er bekjente av oss, den ene 25 år og den andre 27. Hensikten med denne piloteringen var å finne ut hvordan oppgavesettet opplevdes av to utenforstående, sjekke tidsbruk, samt teste hvordan intervjuene kunne legges opp. Videre sjekket vi om det dukket opp eventuelle spørsmål vi måtte endre på eller legge til. Vi var også åpne for andre



tilbakemeldinger fra de som deltok. Vi opplevde at de som deltok i pilotstudien var genuint interesserte med et ønske om å gjøre det bra.

De som deltok i pilotstudien, brukte mellom 10 og 12 minutter på å gjennomføre oppgavesettet. I og med at de er en god del eldre enn vårt utvalg for denne forskningsstudien antok vi at elevene kom til å bruke litt lengre tid. Vi anslo derfor at elevene ville bruke mellom 15 og 20 minutter. Det første vi fikk tilbakemelding på var at det var slitsomt, fordi oppgavene kom rett etter hverandre. I tillegg var det litt demotiverende at man ikke visste hvor langt man hadde kommet i oppgavesettet, da det ikke var noen «progressbar» som viste dette. Med bakgrunn i tilbakemeldingene ble det lagt til en blank side mellom hver oppgave, slik at elevene kunne ta pause uten at det ville gå utover tidsbruken på hver oppgave. Det ble i tillegg lagt til en «progressbar» helt øverst på siden. Videre fikk vi tilbakemeldinger på at det var enkelte tall som var gjentakende i oppgavesettet. Dette var planlagt fra vår side da vi ønsker å utføre ulike sammenligninger med like tall. Det var likevel greit for oss å bli gjort oppmerksomme på, da elevene også kan bli påvirket av dette. Under intervjuene oppdaget vi flere ting vi måtte være bevisst på i gjennomføringen av intervjuene med elevene. For det første var det viktig at vi ikke introduserte noen begreper som kan bli en sentral del av resultatkapittelet, før eleven brukte begrepet selv. For det andre var det enkelte spørsmål vi la til under pilotintervjuene, slik at vi fikk hentet ut all den informasjonen vi trengte. Ved å legge til disse endringene etter pilotintervjuene opplever vi at hovedstudien ble mer motiverende og bedre for elevene å gjennomføre.

### 3.4 Metode for datainnsamling

For å kunne besvare forskningsspørsmålene vi har satt, har vi samlet inn både kvantitative og kvalitative data. De kvantitative dataene ble samlet inn ved at elever fra 5. - 7. trinn på tre ulike skoler løste et oppgavesett med kvikkbilder. Oppgavesettet ble løst på PC. De kvalitative dataene ble samlet inn ved individuelle intervjuer av totalt ni elever fra 5. - 7. trinn.

Kjent kritikk mot denne metoden er at man ofte glemmer hva man gjorde i gjennomføringen av oppgavesettet, da det meste skjer automatisk. Det kan derfor forekomme at man dikter opp noe når man skal forklare hva man gjorde. Det trenger ikke alltid være negativt, da det kan ha liten innvirkning på de svarene intervjuobjektene gir. Alle strategiene de forklarer i intervjuet ser vi som en del av deres strategirepertoar som vi er interessert i. Videre benytter vi oss av mixed methods, slik at vi kan sjekke elevene sine svar og responstid opp mot det de forklarer i intervjuet.

#### 3.4.1 Gjennomføring av oppgaveløsning

Opgavesettet ble løst i ni omganger, da det totalt var ni klasser som deltok i forskningsprosjektet. Vi startet med en introduksjon av oppgavesettet. Her fikk elevene se hvordan oppgavene kunne se ut, og hvordan strukturen på oppgavesettet var. Elevene fikk mulighet til å stille spørsmål hvis det var noe som var uklart. Videre fikk én av elevene i hver klasse utdelt en kode som de skulle skrive i starten av oppgaveløsningen. Elevene fikk vite at svarene deres ville være anonyme og at vi ikke kunne spore svarene deres tilbake til dem. De fikk også beskjed om at de ikke skulle få noen vurdering på oppgaveløsningen, men at vi ønsket at de gjorde sitt beste. Deretter startet elevene med selve oppgaveløsningen. Dersom de ble ferdige var det ingen som fikk lov til å forlate plassen sin eller begynne med noe annet. Slik sørget vi for at det var ro i

klasserommet til enhver tid, og at alle elevene hadde mulighet til å konsentrere seg om oppgavesettet.

### 3.4.2 Gjennomføring av intervju

I etterkant av oppgaveløsingen tok vi med oss eleven som skulle delta i intervjuet på et grupperom. Vi begynte med å informere eleven om at vi ville ta opptak av intervjuet, men at dette skulle transkriberes og deretter slettes. Videre forklarte vi også at opptaket ble lagret på servere slik at ingen andre enn oss hadde tilgang til det. Deretter startet vi intervjuet. Vi fulgte en intervjuguide vi utformet på forhånd (se vedlegg 3). Elevene fikk åpne spørsmål, slik at de kunne svare med egne ord og tanker. Når det var behov for det, stilte vi også oppfølgingsspørsmål til det elevene sa. I etterkant av intervjuene ble datamaterialet transkribert.

## 3.5 Utvalg

Beslutninger om utvalg av deltakere til en forskningsstudie avhenger av hensikten med studien (Cohen et al., 2017). Hensikten med vår studie er å finne ut noe om sammenhengen mellom reaksjonstid og strategier elever bruker i arbeid med kvikkbilder. Med bakgrunn i dette, ser vi elever på mellomtrinnet som en gunstig aldersgruppe å samle inn data fra. Etersom de i løpet av skolegangen skal ha vært borti ulike regnestrategier, er det sannsynlig at de har et godt utgangspunkt for å kunne løse oppgavene med ulike strategier. For å oppnå hensikten med studien, vil det med andre ord være fornuftig med data fra elever med variasjon i ferdighetsnivå og strategirepertoar. I tillegg er dette en aldersgruppe vi kommer til å undervise i fremtiden. Derfor er det interessant for oss å få et innblikk i elevene sine tanker i arbeid med mengdekvantifisering. Vi har samlet inn datamateriale fra tre ulike skoler i gamle Sør-Trøndelag fylke. Skolene vi undersøkte har en viss geografisk spredning, slik at vi fikk inkludert både små og store skoler i prosjektet.

Enkelte trinn som deltok i forskningen har tidligere jobbet noe med kvikkbilder, mens det for de fleste var nytt og ukjent. I oppgaveløsingen deltok de som hadde lyst, mens det til intervjuet ble trukket én elev i hver klasse, som også hadde samtykket til å delta på intervju. Totalt deltok 198 elever i forskningsstudien. 75 elever fra 5. trinn, 34 elever fra 6. trinn og 89 elever fra 7. trinn. Tre elever fra hvert trinn deltok på intervju.

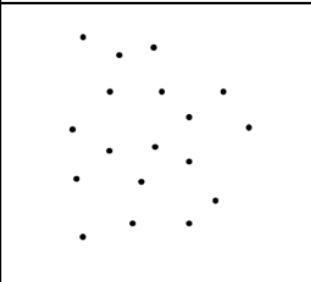



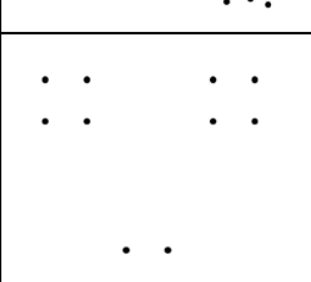
I denne studien har vi ikke mulighet til å undersøke alle faktorer, og tar derfor ikke kjønn eller alder i betraktning. Vi har valgt å rette søkelyset mot strategibruk og responstid. Vi tenker det er mer nyttig å få kunnskap om elevenes strategibruk, enn hvilke forskjeller vi finner mellom kjønn og alder. Dersom denne studien hadde vært større, kunne vi også sett på forskjeller mellom ulike klassetrinn og kjønn. I og med at vi ikke undersøker hvilke forskjeller vi finner mellom kjønn vil vi i studien referere til alle elevene som «han».

## 3.6 Oppgavene til elevene

For å kunne studere elevers strategibruk i kvantifisering av mengder, måtte oppgavene elevene skulle jobbe med lede til nøyaktig og omtrentlig kvantifisering. Vi ønsket å se på hvordan grupperingsstrategiene elevene benytter seg av påvirker tiden de bruker på å finne antall elementer i kvikkbildene. På bakgrunn av dette valgte vi fem kategorier med ulik grad av struktur, som oppgavene skulle plasseres innenfor. Den minst strukturerte er «ustrukturert», deretter «ulik verdi og ulik struktur» etterfulgt av «lik verdi og ulik struktur», og mest strukturert går under kategorien «ikonisk». En beskrivelse av

kategoriene, og et eksempel på en oppgave hentet fra hver av kategoriene presenteres i tabell 3.1. Vi benytter oss av de samme kategoriene som Ciccione og Dehaene (2020) brukte i sin forskning. I tillegg har vi lagt til en siste gruppe som vi kaller for «ikoniske grupper».

**Tabell 3.1 Fem oppgavekategorier**

| Kategori                            | Beskrivelse  | Eksempel på oppgave   |
|-------------------------------------|--|---|
| <i>Ustrukturert (ingen grupper)</i> | Her er prikkene i kvikkbildene ustrukturert. Altså er det ingen grupperings-indikatorer.   |    |
| <i>Ulik struktur, ulik verdi</i>    | Her er prikkene delvis strukturert. De er delt inn i ulike grupper som består av ulikt antall prikker.   |   |
| <i>Ulik struktur, lik verdi</i>     | Her er prikkene delvis strukturert, ved at gruppene ser ulik ut, men hver gruppe består av likt antall prikker.  |  |
| <i>Lik struktur, lik verdi</i>      | Her er prikkene strukturerte, ved at hver gruppe ser lik ut og består av likt antall prikker.  |  |
| <i>Ikoniske grupper</i>             | Her er prikkene strukturerte, ved at hver gruppe er ikonisk. Prikkene er strukturert i terningform, da den har et mønster barna kjenner igjen og har et forhold til. |  |

Formålet med kategoriinndelingene er å utforske hvordan elevenes grupperingsstrategier påvirker deres tidsbruk for å finne det totale antallet elementer i kvikkbildene. Vi ønsker da å sjekke om det utgjør noe på tiden elevene benytter at elementene deles inn i de ulike kategoriene. Videre vil vi se om elevene faktisk benytter seg av de gruppene elementene er delt inn i, eller om de bruker egne grupperinger. Det totale antallet elementer i hvert kvikkbilde refererer vi til som «settstørrelse».

### 3.6.1 Oppgavene i intervju

Vi valgte ut åtte av oppgavene elevene hadde løst i oppgavesettet, som samtale for intervjuene. De åtte oppgavene ligger i vedlegg 1. Her valgte vi ut oppgaver slik at alle de fem kategoriene ble inkludert. Videre ønsket vi å se forskjellen mellom strukturerte og ustrukturerte kvikkbilder. Dette er grunnen til at oppgavene som ble brukt i intervjuene ved flere anledninger har samme svar. Det er interessant for oss å se om elevene brukte ulike strategier når de skulle komme frem til samme antall, men med ulike grupperinger.

## 3.7 Metode for analyse

Analysearbeidet av datamaterialet er todelt. Den kvantitative analysen bestod av en deduktiv analyse av datamaterialet fra oppgaveløsingen alle elevene deltok på. Her fikk vi sett hvilken betydning gruppering av elementene har å si for elevenes responstid. I den kvalitative analysen tok vi utgangspunkt i en stegvis-deduktiv induktiv analyse av transkriberingen fra intervjuene. Dette til sammen dannet grunnlaget for å besvare alle våre tre forskningsspørsmål og hypoteser.

### 3.7.1 Deduktiv analyse av kvantitativt datamateriale

For å analysere det kvantitative datamaterialet benyttet vi oss av en deduktiv tilnærming. Det vil si at vi analyserte datamaterialet med bakgrunn i tidligere forskning og teori (Bryman, 2012). Funnene fra analysen vil vi benytte for å kunne bekrefte eller forkaste hypotesen vi hadde utarbeidet på forhånd. I analysen har vi benyttet oss av boksplott som måleinstrument, i tillegg til en two-way repeated measures ANOVA med parvise sammenligninger, og en paired-sample t-test. De to sistnevnte i SPSS.

#### 3.7.1.1 Grenseverdier i analysen

Generelt har vi en øvre og nedre grenseverdi for hvilke tall og besvarelser som er med i analysen. Disse ble satt for å kutte bort de besvarelsene hvor elevene enten var uheldige og hoppet over oppgaven, eller at elevene brukte så lang tid de tydelig har gjort andre ting mens tiden gikk. Den nedre grenseverdien er satt til 1000 ms på hver oppgave. Vi har også gjennomført en dobbeltkontroll av all data. Slik kan vi være sikre på at ingen av elevene som brukte mindre tid enn den nedre grenseverdien faktisk hadde levert en fornuftig besvarelse. Den øvre grenseverdien endret vi litt underveis og var ulik for ulike tallverdier som ble brukt i analysen. I tabell 3.2 ser vi grenseverdiene som ble satt for de ulike tallene. Antall elementer står for antall prikker i oppgavene elevene løste. De to siste kolonnene i tabellen viser grenseverdiene som ble benyttet i analysen av datamaterialet for vår mixed methods-hypotese.

**Tabell 3.2: Grenseverdiene for de testresultatene som benyttes i analysen**

| Grenseverdier for testresultater som ble brukt |         |         |         |         |         |            |            |
|--|---------|---------|---------|---------|---------|------------|------------|
| Antall elementer                               | 6       | 9       | 12      | 18      | 20      | Mixed (15) | Mixed (24) |
| Nedre grense                                   | 1000ms  | 1000ms  | 1000ms  | 1000ms  | 1000ms  | 1000ms     | 1000ms     |
| Øvre grense                                    | 12000ms | 12000ms | 15000ms | 20000ms | 20000ms | 20000ms    | 25000ms    |

### 3.7.1.2 Boksploott

I analysen av det kvantitative datamaterialet har vi benyttet oss av boksploott som fremstilling av responstiden til elevene. Denne diagramtypen inneholder mye informasjon som vi benytter oss av. I analysen vil alle gruppemål oppgis som gjennomsnitt  $\pm$  standardfeil med mindre noe annet er oppgitt. Ved å oppgi standardfeil i tillegg til gjennomsnitt kan vi si noe om hvor usikkert gjennomsnittet er estimert. Ved noen tilfeller vil vi også se på første, andre og tredje kvartil av boksploott. Videre sammenligner vi gruppemålene opp mot hverandre for å kunne si noe konkret om hva våre funn er.

### 3.7.1.3 IBM SPSS statistics versjon 29

For å kunne si noe om hvilken effekt de ulike variablene i studien har, benyttet vi en two-way repeated measures ANOVA i IBM SPSS statistics versjon 29. Elevenes responstid er vår avhengige variabel, mens antall elementer og kategoriene er våre uavhengige variabler. Ved å bruke denne formen for ANOVA, kan vi si noe både om hver faktors direkte effekt på den avhengige variabelen, i tillegg til interaksjonseffekten mellom de to faktorene (Mooi & Sarstedt, 2011). For å få ut all informasjon vi ønsket fra denne analysen fulgte vi disse stegene: analyze > general linear model > repeated measures. Her definerte vi «prikker» og «kategori» som våre faktorer, som begge består av fem nivåer. For å få en figurativ fremstilling av dataen valgte vi «prikker» som horisontal akse og «kategori» som linjer inne på fanen «plots». I fremstillingen ønsket vi også å inkludere feilmarginer. Vi valgte derfor å benytte standardfeil med 1 som multipliser. Y-aksen starter på 0. Inne på fanen «EM means» valgte vi at gjennomsnitt for «kategori», «prikker» og «kategori\*prikker» skulle vises. Vi ønsket både at hovedeffektene og individuelle effekter skulle inkluderes i analysen. For å justere konfidensintervallene valgte vi «Bonferroni», som korrigerer for at vi gjør mange sammenligninger ved å justere signifikansnivået. Til slutt; inne på fanen «options» ønsket vi å få beskrivende statistikk ut fra analysen, og valgte konfidensintervall lik 95%.

Ved å benytte en paired-sample t-test med et 95% konfidensintervall i IBM SPSS statistics versjon 29, kan vi også si noe om de oppgavene som er mest strukturerte er signifikant raskere enn oppgavene av mindre struktur (Field, 2013). Dette gjør vi ved å bruke en ensidig t-test. Den forteller oss om sannsynligheten for at forskjellen mellom de to oppgavene er tilfeldig eller reell (Stehlik-Barry & Babinec, 2017). Da vi hadde responstidene vi ville analysere inn i SPSS fulgte vi disse stegene: analyze > compare means and proportions > paired-sample t-test. Deretter valgte vi de ulike gruppene som skulle sammenlignes med hverandre som variabel 1 og 2 i de ulike parene. Inne på fanen «options» valgte konfidensintervall lik 95%.

## 3.7.2 Stegvis-deduktiv induktiv analyse av kvalitativt datamateriale

Vi brukte koding for å analysere datamaterialet vårt. Koding er det første steget i en stegvis-deduktiv induktiv metode som er metoden vi benytter (Tjora, 2021). Våre analysedokument er transkripsjonene av intervjuene.

I analysen av transkripsjonene jobbet vi ut fra rådata for å komme frem til teorier eller konsepter om hvilke strategier elevene bruker i kvantifisering av mengder. Dette blir den induktive prosessen. Temaer som dukket opp flere ganger i transkripsjonene, ble naturlig å velge som koder å se nærmere på. For at kodene vi lagde skulle være forankret i empirien og ikke i planlagte temaer, sørget vi for at flere av kodene var tekstnære (Tjora, 2021). Eksempelvis ble noen av kodene «*kjente former*», «*ser at det er lik form*», «*telle en og en*» og «*gruppering i tre*», da det var disse ordene elevene brukte i forklaringene sine. Etter å ha jobbet oss gjennom datamaterialet, satt vi igjen med en

liste med gjennomgående koder. Deretter så vi på disse i sammenheng med sentrale aspekter ved elevers strategier i arbeid med kvikkbilder. Vi sjekket empirien vår ut fra allerede eksisterende teori, som blir den deduktive prosessen i analysen vår. De uttalelsene og dialogene vi kunne knytte opp til de sentrale aspektene vi valgte, undersøkte vi grundigere. Videre skal denne analysen brukes i diskusjonsdelen, hvor vi knytter våre funn opp mot relevant og presentert teori.

Som nevnt i kapittel 2.3 har tidligere forskning allerede definert noen ulike strategier barn og voksne kan benytte seg av i mengdekvantifisering (Gandini et al., 2008). I vår studie har vi en litt annen vinkling sammenlignet med Gandini et al. (2008) hadde. Vi tar derfor ikke utgangspunkt i de seks strategiene de fant, men ser på generelle aritmetiske strategier og estimeringsstrategier. Strategiene deres er satt sammen av flere delprosesser. Våre intervjuobjekt bruker også flere delprosesser i kvantifisering av de fleste oppgaver, men vi velger å kalle hver delprosess for en strategi. Dette fordi datamaterialet vårt setter begrensninger. Vi har ikke nok elever med felles strategier sammensatt av samme delprosesser, til å kunne generalisere det som en egen strategi.

## 3.8 Reliabilitet og validitet

Reliabilitet og validitet er to av de mest fremtredende kriteriene for evaluering av all forskning (Clark et al., 2021). På tross av dette er det noen forskjeller på hva det legges vekt på innenfor reliabilitet og validitet i kvalitativ og kvantitativ forskning. I og med at vi har en forskningsmetodikk som inkluderer både kvalitativ og kvantitativ forskning vil vi ta for oss disse separat.

### 3.8.1 Reliabilitet og validitet i kvantitativ forskning

Studiens pålitelighet, eller reliabilitet, vurderes av flere faktorer. For å kunne si noe om studien er pålitelig må vi blant annet undersøke konsistensen mellom forskerteamet og konsistensen av et mål på et konkret tema (Clark et al., 2021). Ved regelmessig kommunikasjon i løpet av forskningsstudien, har vi til enhver tid hatt en felles forståelse av hva vi ønsker å finne ut av. Dette er sentralt i vurderingen av studiens pålitelighet. På samme måte vil vi være sikre på at det vi undersøker er stabilt over tid, slik at vi kan være trygge på at resultatene ikke vil svinge. Vi antar at vårt forskningsproblem vil være like gyldig nå som senere, og at resultatene derfor ikke vil svinge (Clark et al., 2021).

Validitet i kvantitativ forskning handler om hvor gyldig studien er; altså om en indikator som er utviklet for å måle noe faktisk måler det den er designet for (Clark et al., 2021). Det finnes flere måter å etablere validitet av studien på, hvorav intern og ekstern validitet er to måter. I vår studie har vi vist hvordan variablene responstid og gruppering, samt responstid og settstørrelse har en sammenheng. Dette vil være med på å bygge opp under studiens interne validitet. Den eksterne validiteten styrkes dersom studien kan generaliseres til andre relevante kontekster eller grupper (Drageset & Ellingsen, 2009). I denne studien er vi usikre på om vi har nok data til at vi kan generalisere resultatene på nasjonal basis. På tross av at vi har en god del flere deltakere enn Ciccione og Dehaene (2020) med sine 42 deltakere, har vi mange av de samme funnene. Dette er en indikasjon på at deres og våre funn er trygge og generaliserbare. Det vi likevel ønsker å poengtere er at det hadde vært nyttig å undersøke flere skoler og årstrinn, fra flere deler av landet. Slik kan man i større grad generalisere funnene på nasjonal basis.

### 3.8.2 Reliabilitet og validitet i kvalitativ forskning

Reliabilitet i kvalitativ forskning handler om studiens pålitelighet (Clark et al., 2021). Intern pålitelighet vurderes ut fra hvordan medlemmene av forskerteamet oppfatter det vi forsker på, og om vi har en felles forståelse. Ved regelmessig kommunikasjon og dokumentasjon av koder og deres definisjoner, har vi sørget for å til enhver tid ha en felles forståelse av hva vi undersøker i vår studie (Clark et al., 2021). Videre har vi dokumentert alle prosedyrer vi har utført underveis i prosessen. Det har også vært viktig for oss å utelukke åpenbare feil som lett kan gjøres under transkripsjon, og vi har derfor utført dobbeltkontroller av data og transkripsjon. Likevel er det mye som kan endre seg fra et lydopptak til transkripsjon. Vi mister blant annet stemmebruk, tonefall, og usikkerhet eller trygghet i det elevene forteller oss. På grunn av dette har vi forsøkt å skrive alt av kroppsspråk så detaljert som mulig inn i transkripsjonene. Videre er det viktig å påpeke hvordan vårt engasjement og interesse for forskningsproblemet kan ha vært med på å prege resultatene fra forskningen (Tjora, 2021).

Validitet i kvalitativ forskning tar for seg studiens gyldighet (Clark et al., 2021). Det betyr at vi må sjekke nøyaktigheten av funnene i studien ved å bruke visse prosedyrer. Vi har utført triangulering av de ulike datakildene vi samlet inn, som betyr at vi har undersøkt bevis fra flere datakilder. Videre har dette blitt brukt til å bygge en sammenhengende begrunnelse for våre konklusjoner. Videre har vi gitt en fyldig beskrivelse av resultatene for å formidle våre funn. Det er også en viktig del i forskning at man presenterer funn som avviker fra tema (Clark et al., 2021). Dette har vi inkludert i kapittel 4.1.1. I og med at vi har et lite utvalg elever vil det også være usikkert hvorvidt våre funn kan generaliseres til andre elever på samme alder (Tjora, 2021).

## 3.9 Etiske hensyn

Vi har fulgt de etiske forhåndsreglene som beskrevet i NESH (2021) under planlegging og gjennomføring av studien. Før vi startet opp med innsamling av data, fikk vi forskningsstudien godkjent av Norsk senter for forskningsdata (NSD). Videre fikk elever og foresatte et informasjonsskriv og et samtykkeskjema (se vedlegg 4) de måtte skrive under på dersom de skulle delta i prosjektet. Her ble de informert om hva deltakelse på studien ville innebære for eleven. Samtykke ble gitt ved at de leverte inn et fysisk underskrevet samtykkeskjema. I tråd med de forskningsetiske retningslinjene ble elevene informert om at det var frivillig å delta, og at de når som helst kunne trekke seg fra forskningsprosjektet uten å måtte oppgi noen grunn til dette (NESH, 2021).

For å best mulig ivareta deltakernes anonymitet og sikre at de som deltar i studien ikke skal komme til skade (Clark et al., 2021) har vi lagret alt av dokumenter med personlige opplysninger i et låst skap som kun vi har hatt tilgang til. Videre har intervju blitt lagret på sikre servere knyttet til studiestedet vårt, slik at det ikke kan komme på avveie. Intervjuene har også blitt transkribert slik at navn og annen informasjon som kan gjenkjennes har blitt fjernet. Elevene som skulle delta på intervju fikk i forkant av oppgaveløsingen et kodeord, slik at vi kunne sammenligne resultatene fra oppgavesettet med det de sa under intervjuet. For å forholde elevene anonyme fikk de hvert sitt dyr som kodeord.

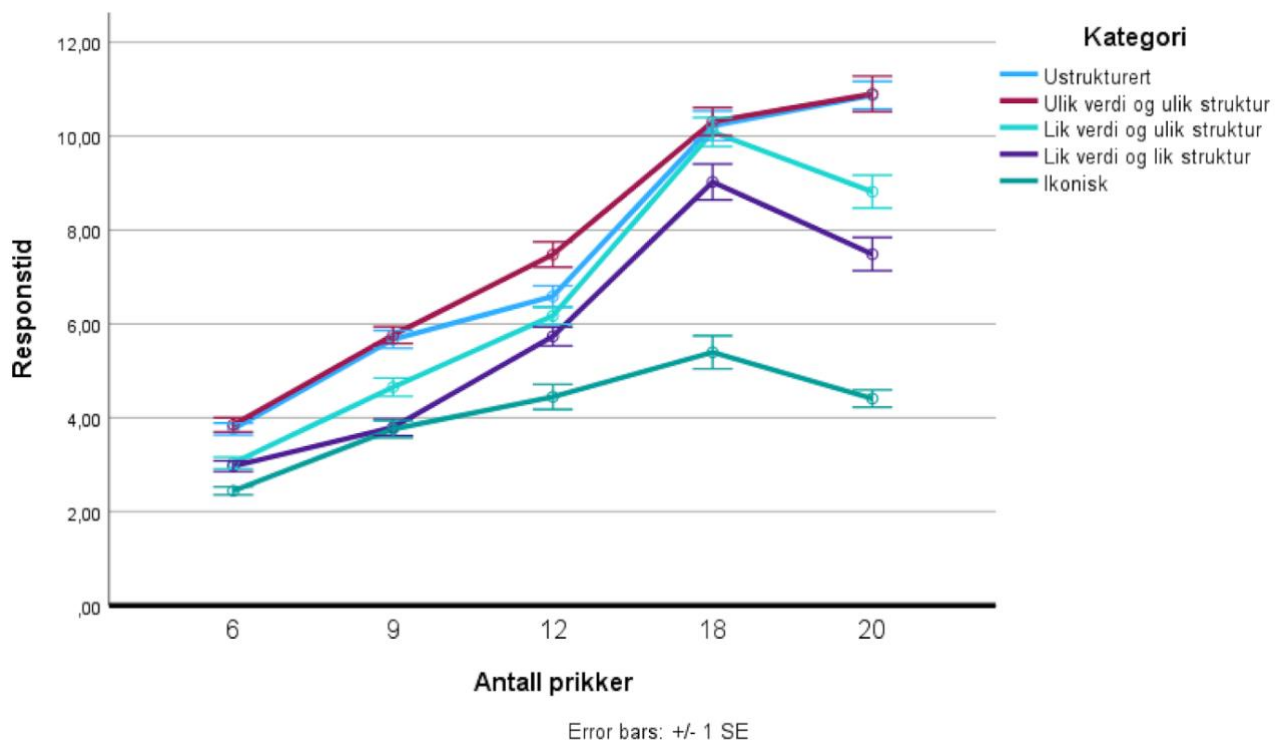
## 4 Resultat

I dette kapitlet vil det presenteres tre overordnede analyser. Vi tar for oss den kvantitative og kvalitative analysen hver for seg. Avslutningsvis vil vi presentere funn som er knyttet til vår mixed methods hypotese som inkluderer både kvantitative og kvalitative data.

### 4.1 Resultat fra kvantitativ analyse

#### 4.1.1 Elementenes gruppering i de ulike oppgavekategoriene har innvirkning på elevenes responstid

Som nevnt tidligere har vi benyttet oss av fem ulike kategorier da vi lagde kvikkbildeoppgavene. Disse kategoriene beskrives i tabell 3.1. Gjennom analysen av datamaterialet, kom det frem at kategoriene stort sett hadde en innvirkning på elevenes svartid. Flere av oppgavene elevene skulle kvantifisere elementene på, hadde lik settstørrelse, selv om kvikkbildene var organisert på ulike måter. Gjennomgående kan vi se at elevenes responstid synker i takt med at strukturen i kvikkbildene øker, men med noen få unntak (se figur 4.1). For å kunne se nærmere på hvordan responstiden synker, i tillegg til de unntakene vi kan se i figur 4.1, har vi plukket ut noen settstørrelser vi går dypere inn på. Fremstillingene i figur 4.1 - 4.4 gjelder for hele elevgruppen, altså alle som deltok i oppgaveløsingen på data.



**Figur 4.1: Fremstilling av sammenhengen mellom responstid og settstørrelse. Figuren viser gjennomsnittlig responstid for hver kategori og settstørrelse. I tillegg er feilfeltene med standardfeil inkludert i figuren. Hver graf representerer en av de fem oppgavekategoriene fra tabell 3.1.**



To-veis ANOVA avslører at faktorene «kategori» og «antall prikker», har en signifikant effekt på elevenes responstid. For antall prikker har vi  $F(4, 328) = 348,301$ ,  $p = 0,001$  noe som forteller oss at antall elementer i hver oppgave har en signifikant effekt på elevenes responstid. Parvise sammenligninger fra ANOVA bekrefter at det ikke er statistisk signifikant forskjell mellom kvikkbildene som består av 18 og 20 elementer, men at det er forskjell mellom alle andre (alle sammenligninger  $p < 0,001$  ; sammenligning mellom 18 og 20  $p > 1,00$ ). Det samme gjelder for kategori hvor  $F(4, 328) = 174,643$ ,  $p = 0,001$ , som forteller oss at også kategoriene har en signifikant effekt på elevenes responstid. Også her forteller parvise sammenligninger fra ANOVA oss at det ikke er forskjell ved statistisk signifikans mellom kategoriene «ustrukturert» og «ulik verdi og ulik struktur» (alle sammenligninger  $p < 0,001$  ; sammenligning med «ustrukturert» og «ulik verdi og ulik struktur»  $p > 1,00$ ). Interaksjonseffekten mellom antall elementer og kategorien er også signifikant med  $F(16, 1312) = 19,800$ ,  $p = 0,001$ . Dette forteller oss ikke hvilke kategorier som er forskjellige fra hverandre, og hvilke som ikke er det. Ved å utføre parvise sammenligninger i ANOVA kan vi derimot si noe om hvilke kategorier som er forskjellige fra hverandre for de ulike tallene.

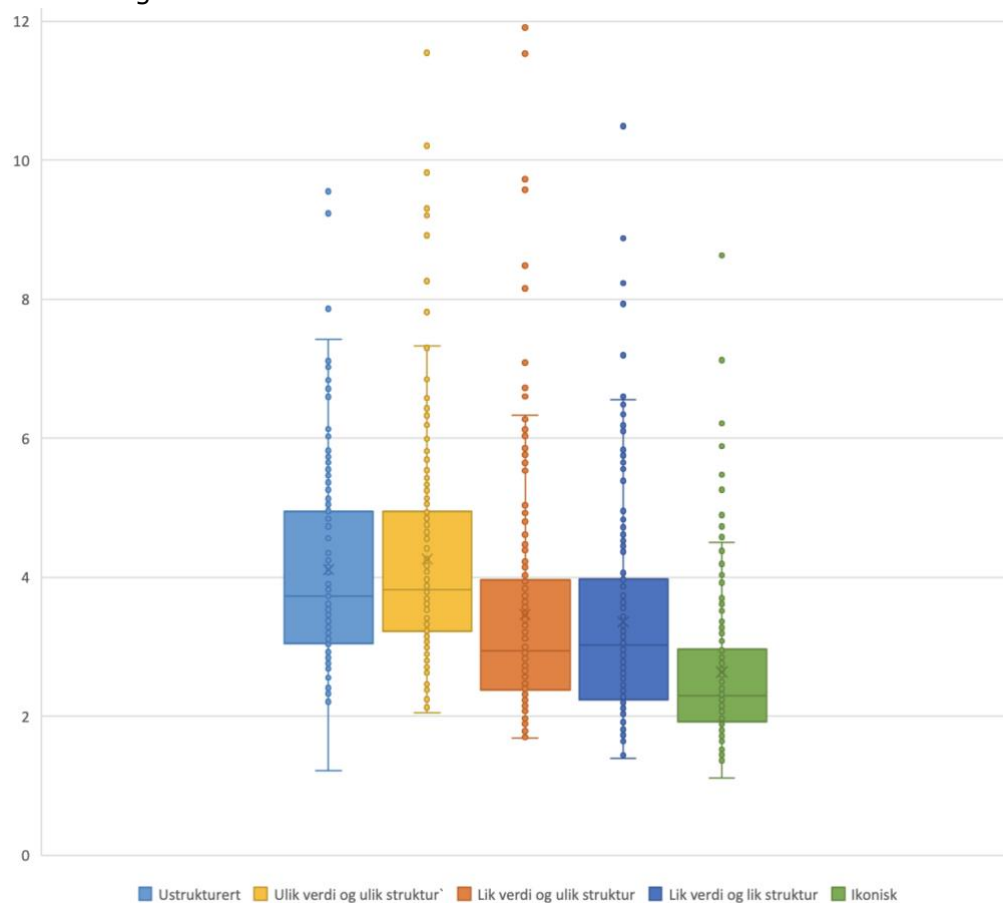
For de fem tallene vi har inkludert i vår analyse i SPSS, er det totalt 125 ulike kombinasjoner av kategorier og antall prikker. De aller fleste kategoriene hvor det er en statistisk signifikant forskjell, er verdien  $p < 0,001$ . Det er kun noen få unntak (Disse kan ses nærmere på i vedlegg 2). I disse resultatene ble det brukt en "Bonferroni"-korreksjon. Totalt er det 14 kombinasjoner av kategorier og tall som ikke har en statistisk signifikant forskjell. I tabell 4.1 ser vi hvilke kategorier dette gjelder, og for hvilke tall. Tabellen viser også  $p$ -verdien til de ulike kombinasjonene. Figur 4.1 viser dette figurativt. For tallet 18 ser vi at mange av kategoriene overlapper hverandre, og vi kan derfor konkludere med at de ikke er statistisk signifikant forskjellige. Det er også flere av kategoriene som ikke overlapper hverandre, men som likevel ikke er signifikant forskjellige. Dette gjelder blant annet for kategoriene «lik verdi og ulik struktur» og «lik verdi og lik struktur» for tallet 18. Fra tabell 4.1 ser vi også at det ikke er forskjell ved statistisk signifikans mellom kategoriene «ustrukturert» og «ulik verdi og ulik struktur» for noen av tallene. Dette gjelder for alle tallene som var inkludert i analysen i SPSS, og bekreftes av parvise sammenligninger fra ANOVA som forklart ovenfor. Det vi ser i tabell 4.1 kan vi også bekrefte ved å se nærmere på figur 4.2 - 4.4. Også her kan vi tydelig se hvilke kategorier det ikke er noen statistisk signifikant forskjell mellom.

**Tabell 4.1: Kategoriene som ikke er statistisk signifikant forskjellige fra hverandre, basert på parvise sammenligninger fra ANOVA**

| Antall prikker | Kategori 1                  | Kategori 2                  | Sig  |
|----------------|-----------------------------|-----------------------------|------|
| 6              | Ustrukturert                | Ulik verdi og ulik struktur | 1,00 |
|                | Lik verdi og ulik struktur  | Lik verdi og lik struktur   | 1,00 |
| 9              | Ustrukturert                | Ulik verdi og ulik struktur | 1,00 |
|                | Lik verdi og lik struktur   | Ikonisk                     | 1,00 |
| 12             | Ustrukturert                | Ulik verdi og ulik struktur | 0,06 |
|                | Ustrukturert                | Lik verdi og ulik struktur  | 1,00 |
|                | Lik verdi og ulik struktur  | Lik verdi og lik struktur   | 0,35 |
| 18             | Ustrukturert                | Ulik verdi og ulik struktur | 1,00 |
|                | Ustrukturert                | Lik verdi og ulik struktur  | 1,00 |
|                | Ustrukturert                | Lik verdi og lik struktur   | 0,16 |
|                | Ulik verdi og ulik struktur | Lik verdi og ulik struktur  | 1,00 |
|                | Ulik verdi og ulik struktur | Lik verdi og lik struktur   | 0,06 |
| 20             | Lik verdi og ulik struktur  | Lik verdi og lik struktur   | 0,19 |
|                | Ustrukturert                | Ulik verdi og ulik struktur | 1,00 |
|                | Ustrukturert                | Ulik verdi og ulik struktur | 1,00 |

#### 4.1.1.1 Elevenes responstid for 6 elementer

I figur 4.2 ser vi et diagram som viser elevenes responstid på de ulike oppgavene som hadde 6 som korrekt svar. De besvarelsene som er utenfor grenseverdiene, er ikke med i fremstillingen.



**Figur 4.2: Elevenes responstid for tallet 6. Y-aksen er oppgitt i sekunder. Hver boksplokk viser en av de fem oppgavekategoriene. Den grønne boksplokk viser den «ikoniske»**

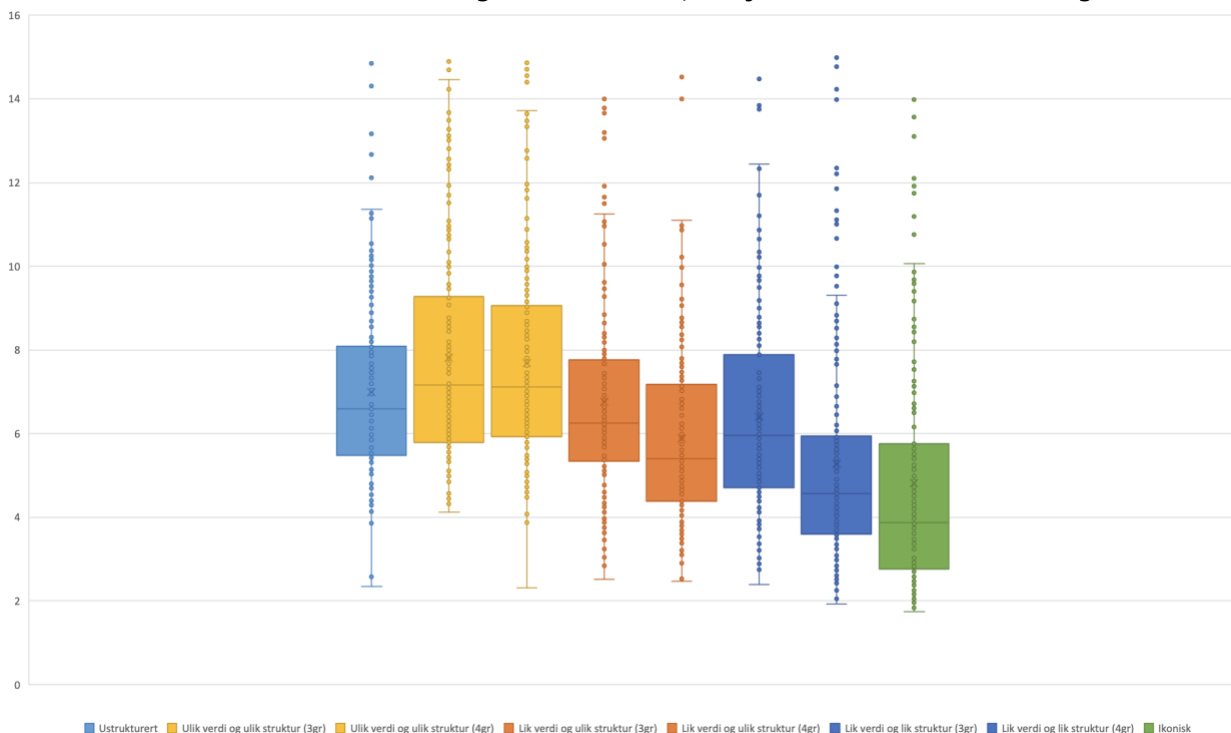
**kategorien, mørkeblå viser «lik verdi og lik struktur», oransje viser «lik verdi og ulik struktur», gul viser «ulik verdi og ulik struktur» og lyseblå viser den «ustrukturerte» kategorien. I hver boksplott kan vi se første, andre og tredje kvartil, samt krysset som viser gjennomsnittet. Hvert punkt i figuren er tiden til en elev.**

Diagrammet ovenfor viser slik som parvise sammenligninger fra ANOVA bekrefter; at det ikke er en signifikant forskjell mellom kategoriene «ustrukturert» og «ulik verdi og ulik struktur», samt «lik verdi og ulik struktur» og «lik verdi og lik struktur». Vi ser likevel at elevenes responstid synker når strukturen i oppgavene øker. For eksempel bruker elevene i gjennomsnitt  $4,1 (\pm 0,1)$  s på den «ustrukturerte» oppgaven, mens de i oppgaven med «lik verdi og ulik struktur» bare bruker  $3,4 (\pm 0,1)$  s. Videre ser vi fra figuren at den «ikoniske» oppgaven er den raskeste. Oppgaven innenfor kategorien «ikonisk», består av elementer organisert som en terning med verdien seks. Her var gjennomsnittet  $2,6 (\pm 0,1)$  s. Diagrammet viser også at elevene presterer jevnere i denne oppgaven. Dette kan vi se ved at avstanden mellom første og tredje kvartil er mindre enn i de andre kategoriene.

Dersom vi undersøker kategoriene «ulik verdi og ulik struktur» og «ustrukturert» nærmere, ser vi at elevene bruker lengst tid på oppgaven med «ulik verdi og ulik struktur». Både første, andre og tredje kvartil for oppgaven som hadde «ulik verdi og ulik struktur» var høyere enn i den «ustrukturerte» oppgaven. Dette er ikke i samsvar med vårt funn om at elevenes svartid synker i takt med at strukturen i kvikkbildene øker. Også gjennomsnittet i den «ustrukturerte» oppgaven ligger på  $4,1 (\pm 0,1)$  s, mens det i oppgaven med «ulik verdi og ulik struktur» er  $4,26 (\pm 0,08)$  s. Vi anser derfor dette som ett av unntakene som nevnes innledningsvis. Vi kan likevel se at tiden som skiller responstiden innenfor disse kategoriene er lav.

#### 4.1.1.2 Elevenes responstid for 12 elementer

I figur 4.3 kan vi se elevenes responstid på de ulike oppgavene med 12 som korrekt svar. Besvarelsene som er utenfor grenseverdiene, er fjernet i denne fremstillingen.



**Figur 4.3: Elevenes responstid for tallet 12. Y-aksen er oppgitt i sekunder. Hver boksplott viser en av de fem oppgavekategoriene. Den grønne boksplotten viser den «ikoniske»**

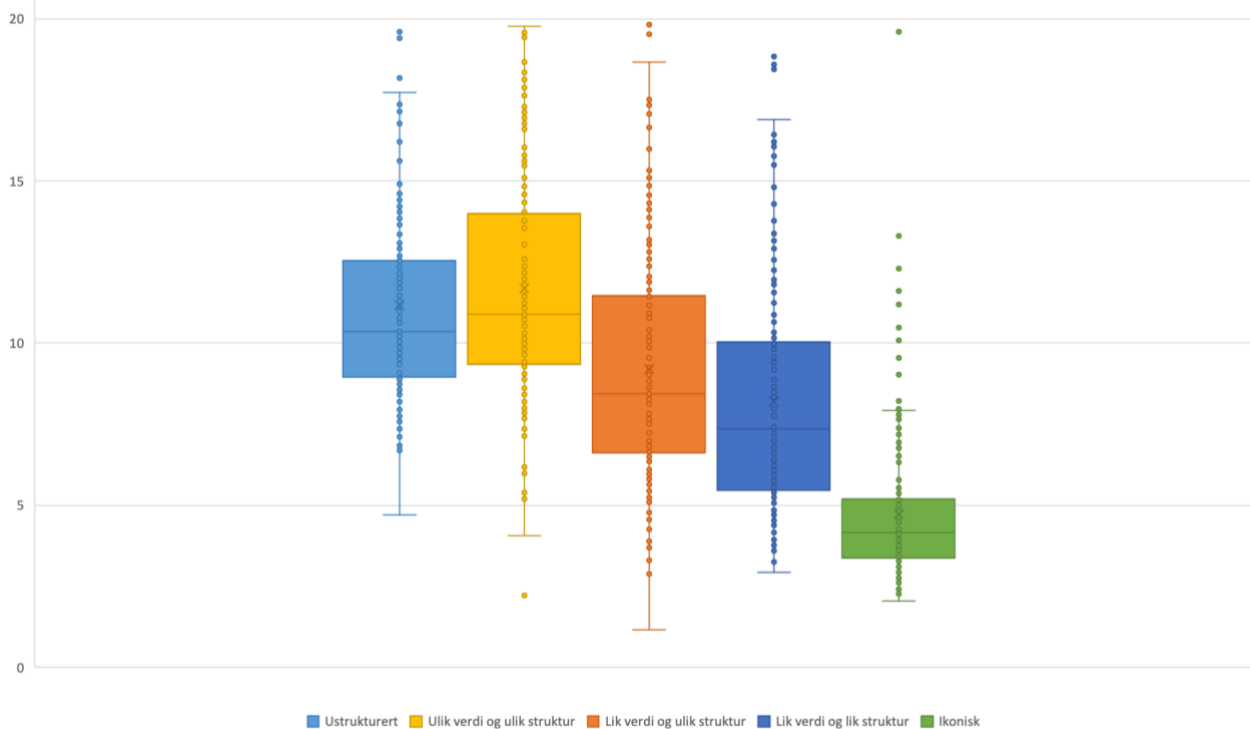
**kategorien, mørkeblå viser «lik verdi og lik struktur», oransje viser «lik verdi og ulik struktur», gul viser «ulik verdi og ulik struktur» og lyseblå viser den «ustrukturerte» kategorien. I hver boksplott kan vi se første, andre og tredje kvartil, samt krysset som viser gjennomsnittet. Hvert punkt i figuren er tiden til en elev.**

Figuren viser at elementene i den «ustrukturerte» kvikkbildeoppgaven var raskere å kvantifisere enn i oppgavene som var innenfor kategorien «ulik verdi og ulik struktur». Dette er ett av unntakene som ble nevnt innledningsvis. Videre kan vi se at responstiden synker i takt med at strukturen øker. Oppgavene som var innenfor kategorien «lik verdi og ulik struktur» var raskere å løse enn oppgavene innenfor kategorien «ulik verdi og ulik struktur». Dersom vi ser videre på figuren kan vi også se at den «ikoniske» oppgaven hadde lavere responstid enn oppgavene innenfor «lik verdi og lik struktur». På oppgaven hvor elevene brukte lengst tid, som var «ulik verdi og ulik struktur» organisert i tre grupper var gjennomsnittstiden  $7,8 (\pm 0,2)$  s. Ser vi derimot på den «ikoniske» oppgaven brukte elevene i gjennomsnitt  $4,7 (\pm 0,2)$  s. Gjennomsnittet skiller hele 4,1 sekunder. Differansen er relativt stor med tanke på antall elementer elevene skulle kvantifisere.

Vi kan likevel se at elevene benytter lengre tid på oppgaven innenfor kategorien «lik verdi og lik struktur» når elementene var delt inn i tre grupper, enn kategorien «lik verdi og ulik struktur» hvor elementene var delt inn i fire grupper. Dette gjelder kun for akkurat denne oppgaven, så vi anser også dette som et unntak fra de andre oppgavene og responstidene. For to av kategoriene ser vi en reell forskjell når elementene er organisert i tre eller fire grupper. Dette ser vi nærmere på i kapittel 4.1.2.

#### 4.1.1.3 Elevenes responstid for 20 elementer

Figur 4.4 viser elevenes responstid på de ulike oppgavene med 20 som korrekt svar. Dette diagrammet representerer de elevene som var innenfor grenseverdiene fra tabell 3.2.



**Figur 4.4: Elevenes responstid for tallet 20. Y-aksen er oppgitt i sekunder. Hver boksplott viser en av de fem oppgavekategoriene. Den grønne boksplotten viser den «ikoniske» kategorien, mørkeblå viser «lik verdi og lik struktur», oransje viser «lik verdi og ulik struktur», gul viser «ulik verdi og ulik struktur» og lyseblå viser den «ustrukturerte»**

**kategorien. I hver boksplott kan vi se første, andre og tredje kvartil, samt krysset som viser gjennomsnittet. Hvert punkt i figuren er tiden til en elev.**

Slik som figuren viser er resultatene identiske med det vi fant i responstiden for tallene 6 og 12. Elevenes responstid synker i takt med at strukturen øker, bortsett fra ett unntak. Her har vi det samme unntaket, som er at elevene benytter kortere tid på den «ustrukturerte» oppgaven, enn oppgaven med «ulik verdi og ulik struktur». Vi ser her at differansen mellom disse kategoriene er lav i forhold til forskjellen mellom de andre kategoriene. Som diagrammet viser bruker elevene betydelig mindre tid på den «ikoniske» oppgaven. Gjennomsnittstiden på den tregeste oppgaven var 11,7 ( $\pm 0,26$ ) s, mens gjennomsnittstiden på den raskeste oppgaven var 4,7 ( $\pm 0,16$ ) s. Her skiller gjennomsnittstiden mellom den tregeste og raskeste oppgaven 7 sekunder. Vi ser også at elevene i større grad har jevn responstid, i forhold til de andre kategoriene.

#### 4.1.2 Grupperingen av elementene innad i hver oppgavekategori har innvirkning på elevenes responstid

Dersom vi ser tilbake til figur 4.3 som viser elevenes svartider for tallet 12, ser vi at det kan gå raskere å kvantifisere mengder dersom det er færre prikker i hver gruppe, altså at det er flere grupper. Dette gjelder for to av de tre kategoriene hvor vi har plukket ut oppgaver med både tre og fire grupper i oppgavene. De to kategoriene dette gjelder for, er kategoriene hvor gruppene har lik verdi, men lik eller ulik struktur. Vi ser derimot at tidsforskjellen mellom tre og fire grupper i kategorien «ulik verdi og ulik struktur» er mindre. Gjennomsnittet i kategorien «ulik verdi og ulik struktur» som består av tre grupper ligger på 7,8 ( $\pm 0,2$ ) s, mens den for fire grupper ligger på 7,7 ( $\pm 0,1$ ) s. Det er dermed lite eller ingenting som skiller elevenes responstid når gruppene ikke er strukturert i like grupper.

Som Ciccione og Dehaene (2020) beskriver, regnes subitizing som en nøyaktig tallvurdering av tall opp til 3. Oppgavene som består av fire grupper og lik verdi, vil ha gruppestørrelse på tre elementer, mens oppgavene som består av tre grupper og lik verdi, vil ha gruppestørrelse på fire elementer. Det at responstiden for fire grupper med tre i er raskere enn tre grupper med fire elementer, tyder på at elevene raskere evner å subitisere gruppestørrelser opp til 3. Ved å utføre en t-test i ANOVA finner vi også at det er en signifikant forskjell mellom «lik verdi og lik struktur» med tre grupper ( $M = 6,4$ ,  $SE = 0,1$ ) og «lik verdi og lik struktur» med fire grupper ( $M = 5,2$ ,  $SE = 0,1$ );  $t(183) = 4,488$ ,  $p < 0,001$ .

#### 4.1.3 Ikoniske kvikkbilder

Diagrammene ovenfor viser at det for alle tall går raskere når elementene er strukturert i ikoniske figurer. Parvise sammenligninger fra ANOVA forteller oss at de ikoniske oppgavene har en signifikant effekt på elevenes responstid med  $p < 0,001$ . Det er dermed lite sannsynlig at dette funnet skyldes tilfeldigheter i utvalget. Den ikoniske strukturen har dermed en innvirkning på hvor raskt elevene kvantifiserer antall elementer. Tiden elevene benytter på de ikoniske oppgavene i forhold til de ustrukturerte oppgavene påvirkes av totalt antall elementer oppgaven består av. Dersom vi tar for oss hvert tall, kan vi se at tiden mellom den ustrukturerte og den ikoniske oppgaven øker når totalt antall elementer øker. For tallet 6, i figur 4.2, ligger gjennomsnittet i den ustrukturerte oppgaven på 4,0 ( $\pm 0,1$ ) s, mens det i den ikoniske oppgaven ligger på 2,6 ( $\pm 0,1$ ) s. Her har vi altså en differanse på 1,4 s. For tallet 12, i figur 4.3, ligger gjennomsnittet i den ustrukturerte oppgaven på 6,9 ( $\pm 0,2$ ) s, mens det i den ikoniske

oppgaven ligger på 4,8 ( $\pm 0,2$ ) s. Differansen øker her til 2,1 s. Til slutt har vi tallet 20, i figur 4.4, hvor gjennomsnittet i den ustrukturerte oppgaven er 11,1 ( $\pm 0,2$ ) s, mens den ikoniske oppgaven er 4,7 ( $\pm 0,2$ ) s. Differansen fortsetter å øke til 6,4 s. Funnet tyder på at de ikoniske figurene gjør at elevene kvantifiserer større tall raskere.

## 4.2 Resultat fra kvalitative analyser

**Tabell 4.2: Oversikt over hvilke strategier som benyttes i hver oppgave. Tallene i tabellen representerer antall elever som har brukt hver strategi i den aktuelle oppgaven.**

| Strategier               | Oppgave 1 | Oppgave 2 | Oppgave 3 | Oppgave 4 | Oppgave 5 | Oppgave 6 | Oppgave 7 | Oppgave 8 |
|--------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Gruppere i 3-ere         | 1         | 1         | -         | -         | 6         | 3         | 3         | 4         |
| Andre grupperinger       | -         | 3         | -         | -         | 1         | 1         | 3         | -         |
| Estimering               | -         | -         | -         | 2         | 4         | 1         | -         | -         |
| Ser at det er lik form   | -         | -         | -         | -         | -         | 7         | -         | 3         |
| Perseptuell subitisering | 3         | 1         | 8         | 1         | -         | -         | 3         | 2         |
| Konseptuell subitisering | -         | -         | 7         | 2         | 4         | 3         | 5         | 1         |
| Mønstergjenkjenning      | -         | 1         | 3         | 1         | -         | 1         | 4         | 6         |
| Nøyaktig telling         | 5         | 6         | -         | 7         | 3         | 4         | 2         | 1         |
| Stegtelling              | 4         | 4         | 2         | 4         | 4         | 1         | 2         | 4         |
| Multiplikasjon           | -         | -         | -         | 4         | 4         | 6         | 3         | 5         |
| Addisjon                 | 4         | -         | 3         | 1         | 4         | 2         | 6         | 3         |

Tabell 4.2 viser strategiene elevene brukte i de åtte oppgavene fra intervjuene. «Gruppere i 3-ere» gjelder når elevene benytter seg av egne grupperinger i stedet for å bruke grupperings-indikatorerne som er gitt i oppgaven. Dette valgte vi å ha som en egen strategi, da vi ser at mange elever benytter seg av å gruppere i 3-ere. I strategien «andre grupperinger» har vi tatt for oss de som også lager andre grupper enn de det er lagt opp til i oppgaven. I konseptuell subitisering inngår perceptuell subitisering. Vi har likevel valgt å skille dem som to strategier for å tydeliggjøre hvordan de subitiserer elementene. De andre strategiene velger vi å ikke forklare dypere.

### 4.2.1 Kombinasjon av flere strategier

Samtlige av intervjuobjektene har vist at de både vet om og kan bruke mer enn en strategi i kvantifisering av elementer. Noen veksler mellom flere strategier enn andre, men ingen oppgir at de har brukt samme strategi på alle de åtte oppgavene fra intervjuet. I tillegg kan vi se at elevene i de fleste tilfeller bruker en kombinasjon av flere strategier i hver enkelt oppgave. Totalt med alle oppgaver i alle intervjuene er det kun 13 av oppgavene som ut fra det elevene sier er blitt løst ved bare å bruke en strategi. I disse tilfellene er strategiene som ble brukt stort sett nøyaktig telling eller stegtelling.

**Tabell 4.3: Hvert intervjuobjekts bruk av strategier**

|           | Ku | Jerv | Hund | Katt | Gris | Bjørn | Ulv | Okse | Hest |
|-----------|----|------|------|------|------|-------|-----|------|------|
| Oppgave 1 | ■  | ■    | ■    | ■    | ■    | ■     | ■   | ■    | ■    |
| Oppgave 2 | ■  | ■    | ■    | ■    | ■    | ■     | ■   | ■    | ■    |
| Oppgave 3 | ■  | ■    | ■    | ■    | ■    | ■     | ■   | ■    | ■    |
| Oppgave 4 | ■  | ■    | ■    | ■    | ■    | ■     | ■   | ■    | ■    |
| Oppgave 5 | ■  | ■    | ■    | ■    | ■    | ■     | ■   | ■    | ■    |
| Oppgave 6 | ■  | ■    | ■    | ■    | ■    | ■     | ■   | ■    | ■    |
| Oppgave 7 | ■  | ■    | ■    | ■    | ■    | ■     | ■   | ■    | ■    |
| Oppgave 8 | ■  | ■    | ■    | ■    | ■    | ■     | ■   | ■    | ■    |

I tabell 4.3 ser vi hvordan hvert intervjuobjekt har benyttet seg av de ulike strategiene. I fremstillingen inkluderes alle de strategiene elevene nevnte i intervjuet. Ved noen tilfeller var det enkelte elever som startet med en strategi, men som byttet til en annen strategi i løpet av oppgaven. Vi har da valgt å inkludere begge strategiene i figuren. Fargekodene i

tabellen ses i sammenheng med fargene i tabell 4.2. Ut fra tabellen kan vi se hvilke strategier som blir brukt mest. Vi kan for eksempel se at «hund» ofte benytter strategien «nøyaktig telling», og at oppgavene ofte løses kun ved hjelp av én strategi. «Jerv» er derimot en elev som benytter seg av mange ulike strategier i nesten alle oppgavene. Ut fra tabellen kan vi anta noe om hvilke strategier de ulike intervjuobjektene er komfortable med og har utviklet godt.

#### 4.2.2 Elevene både har og benytter flere strategier

Elever uttrykker ofte at de benytter seg av flere strategier når de skal finne totalt antall prikker, eller at de har flere ulike strategier å velge mellom i kvantifiseringsprosessen. Dette viser at elevene har en fleksibel tilnærming til kvantifiseringen og at de er i stand til å velge den mest hensiktsmessige strategien avhengig av oppgaven og situasjonen.

Da den ene eleven ble spurt om hva han tenkte på oppgave 5, svarte han: *«Tok dem tre, tre. Så da blir det seks. Eller så gjorde jeg det annerledes, men jeg husker at det ble seks vertfall»*. Dette viser at han vet at det finnes flere strategier for å finne svaret. Eleven fikk videre et oppfølgingsspørsmål om hva han gjorde etter å ha funnet ut at det var seks i hver. Da svarte han *«Jeg tok seks pluss seks pluss se ... eller egentlig tok jeg seks gange tre, som blir atten, eller så tok jeg tolv pluss seks, som er atten»*. Her nevner han tre ulike måter å komme frem til svaret på, og sier at det var en av de han brukte. Han har flere strategier han kan benytte seg av, og er derfor usikker på hvilken strategi han faktisk brukte.

Det var gjentakende at denne eleven nevnte flere mulige strategier i intervjuet, men ikke husket hvilken han benyttet i undersøkelsen. I oppgave 1 sier eleven *«Da tenkte jeg sånn. Da tok jeg ... okei. da telte jeg sånn en, to, tre, fire, fem. Og så visste jeg at det var to der. Eller så telte jeg til syv, husker ikke. Men det var en av dem»*. Samme elev har også vist i oppgave åtte at han har flere strategier å nytte seg av.

I oppgave 8 sa eleven raskt at han tok seks ganger fire som blir 24. Vi spurte hvordan han så dette regnestykket så raskt. Da svarte han: *«Fordi det er samme mønster ... en, to, tre, fire, fem, seks ... eller seks pluss seks pluss seks som er, kan være seks gange fire. Og så ble det 24»*. Her refereres det til både telling, stegtelling og multiplikasjon. Da vi etterpå spurte hvordan han fant ut hvor mange det var i hver bunke svarte han: *«Jeg tok egentlig og tenkte på en terning, fordi jeg visste at en terning har seks sånne prikker og at det blir tre, tre, seks.. eller så var, så tenkte jeg ... jeg tenkte bare seks med en gang, sånn seks, seks, seks, seks ... fire, eller ... seks gange fire, 24»*. Først sier eleven at han bare så sekserne som terninger. Etterpå viser han at han også kan dele sekseren i to, da han ser at det er to treere. Her har vi derfor også to måter eleven kan ha tenkt på for å finne seks elementer i den ene bunken.

Flere elever har brukt en kombinasjon av strategier når de løste 8. En elev forklarer at han ser hvor mange prikker det er i en gruppe uten å telle, for så å plusse sammen. Når vi spør hvordan han kan vite at det er seks i gruppen bare ved å se forklarer han at han ser tre grupper med to i hver og to grupper med tre i hver før han forklarer videre: *«... Jeg teller ikke en, to, tre, fire, fem, seks ... jeg bare ser ... så teller jeg bare seks i hodet mitt og så ser jeg på dem og da blir det seks, og da er det 12, og så 18 og så 24»*. Eleven kjenner igjen grupper med to og grupper med tre, og vet derfor at det er seks, før han benytter stegtelling for å legge sammen alle sekserne.

En tredje elev hadde en annen miks av strategier. Han forklarte på følgende måte: *«Her fant jeg ut at det var ... telte to, fire seks der. Så fant jeg ut at alle var lik, så tok jeg*

*seks ganger fire*». Han benyttet stegtelling med to om gangen for å telle den ene gruppen på seks elementer. Deretter så han at alle gruppene var like, og multipliserte til slutt seks ganger fire. Han brukte altså en blanding av tre ulike strategier for å finne totalt antall elementer.

### 4.2.3 Gruppering

Et gjentagende fenomen blant våre intervjuobjekter er gruppering av elementene, spesielt i grupper på to og tre. På slutten av alle intervjuene spurte vi om det noen ganger var enklere å finne antallet enn andre, samt om det noen ganger var vanskeligere. Samtlige av intervjuobjektene svarte med sin egen formulering at bilder uten struktur var det vanskeligste. Flere elever begrunnet dette med at det var vanskelig å vite hvilke prikker man har telt og ikke. Et av intervjuobjektene grupperte elementene i treergrupper i fem av åtte oppgaver.

Eleven svarte på hvilke oppgaver som var de enkleste med: *«Ja, det er for eksempel når alle formene er lik, så man kan se lett hvor mange det er, eller når det bare liksom er to pluss to pluss to»*. På spørsmålet om når det var vanskeligst, svarte samme elev: *«Når skjermen er helt dekket av mange prikker, da blir det vanskeligst å telle»*. Vi spurte hvorfor han tror det er vanskeligst da, og eleven svarte: *«Fordi jeg må telle tre, tre, tre så veldig mye, så det tar lengre tid»*. Disse utsagnene kan tyde på at eleven stoler på og er trygg på strategien å dele i grupper på to og tre.

Når en annen elev fikk samme spørsmål om når det er enklest og vanskeligst svarte han følgende: *«... men hvis det allerede er delt inn i grupper der det var to og tre og sånn så var det mye enklere, for da kunne jeg telle de og så vet jeg at jeg faktisk har telt alle»*. En annen elev begrunnet også med at ustrukturerte bilder er vanskelige fordi det er vanskelig å finne ut hvilke man har telt.

#### 4.2.3.1 Gruppering i treere

Mange intervjuobjekter forklarer at de tenker på prikkene som tre og tre. Dette gjelder for det meste i oppgaver der prikkene på forhånd er gruppert i undergrupper med seks i hver. Eksempel på dette er oppgave 5 med seks prikker strukturert i tre grupper med ulik struktur. Der forklarte seks av ni intervjuobjekt på ulike måter at de delte prikkene i grupper på tre. Her er noen eksempler på forklaringer: *«Du ser at det er tre der, og så ser du at det er tre sånn.»*. *«... det er tre der, og så er det tre der ... og så tre, tre, tre, tre»*. *«Jeg delte opp i de tre nederste og de tre øverste.»* *«Det var tre prikker her og tre prikker der.»*

Et intervjuobjekt gjorde også dette på oppgaver hvor prikkene var helt ustrukturerte. På oppgave 1 sa eleven: *«Jeg telte tregangen. Så det ble for eksempel tre, seks, så pluss en da, så det ble syv»*, og på oppgave 2 sa han: *«Brukte samme metode. Bare telte tre»*. Ved oppfølgingsspørsmål om han gjorde det helt til han fant frem til svaret svarte han: *«Ja, bare litt sånn tre, seks, ni, tolv osv., osv.»*

To intervjuobjekter hadde en gjennomgående strategi med å gruppere i treere også der hvor prikkene var forhåndsgrupperte i grupper med ulik verdi. Dette kom blant annet frem i oppgave syv der prikkene er organisert i grupper med tre, tre, fire og fem elementer. En av de kom med følgende forklaring: *«Der fant ut at det var tre der og tre der, og da var det fem og fire der ... så tok jeg to fra femmeren sånn at den ble tre og en i fra fireren sånn at den ble tre, så tok jeg tre ganger fem»*. Vi ser dermed at eleven foretrekker å kvantifisere ved hjelp av treere og dermed «tvinger» alle gruppene til å bli tre. Den andre eleven forklarte at han så den ene gruppen med fire prikker som tre pluss



en på grunn av at han så det var en trekant og en til. Sistnevnte forklaring går vi videre inn på under mønstergjenkjenning.

#### 4.2.3.2 Gruppering i toere

Flere av intervjuobjektene velger strategier som innebærer å gruppere i toere. De forklarer at de tenker to-gangen eller at de tenker to og to. Tre av elevene brukte to-gangen for å komme frem til de fleste oppgavene. Dette karakteriserer vi som stegtelling med to.

En elev som telte med toere i seks av åtte oppgaver, gjorde også dette i oppgave 7 hvor prikkene allerede er organiserte i små grupper. Han så for eksempel de to treergruppene som tre toere ved å telle to i den ene, to i den andre, og sette sammen den siste prikken i hver av de som en toer. Videre så han gruppen med fire som to og to, og femmergruppen som to og to pluss en. Han summerte opp på denne måten: «... to, fire og så tok jeg dem her to, seks, og så åtte, ti, tolv, 14 og så ... en ...». De andre elevene som også hadde en tendens til å gruppere i toere, uttalte for eksempel: «Telte to helt til jeg fant svaret», «Da gikk jeg to og to til jeg fant den siste eneren», «Tenkte toergangen ... tok jeg to, fire, seks og plussa på en, som blir syv».

#### 4.2.4 «Jeg så»

Når elevene blir spurt hvordan de vet hvor mange prikker det er i gruppene, er det noen forklaringsmåter som er gjentakende. Ikke sjeldent inneholder forklaringene ord som «jeg så», «gjenkjenner», «merker», «skjønte», «sett det før», «vet det». Dette ser vi mest av i de tre følgende tilfellene: kvikkbilder med «lik verdi og lik struktur», når de refererer til en kjent form og til slutt i grupper med svært få elementer. Under forsøker vi å kategorisere noen strategier som disse forklaringsmåtene ble benyttet i.

##### 4.2.4.1 Estimering

Noen ganger kommer det tydelig frem at elevene estimerer mengden uten å dele dem opp eller å telle dem nøyaktig, noe vi ser enkelte elever gjør i oppgave 4 og 5. Felles for disse, er at alle har tre grupper med like mange elementer. Elevene forklarer på ulike måter at de merker at alle gruppene er like ved å se på dem.

På oppgave 4 uttaler noen av elevene: «Her tar jeg og teller en av dem, og alle ser ut til å være fem, som blir 15 ... jeg bare merket at den var fem fordi de to andre var jo fem også, så da må den også være det. Så var jeg bare litt obs, men så var den fem». «Jeg så at det var tre over og to under, og da var jeg ganske sikker på at det var det på den siste også».

I oppgave 5 var også flere som involverte estimering som strategi. Eksempelvis uttalte to elever «... jeg telte at to av dem var seks, og så gjettet jeg at den siste også var seks» og «... her er det seks, og så fant jeg ut at det var seks på alle fordi jeg så, jeg så at dem var lik, så da tok jeg seks ganger tre som er 18 ...». Gruppene i denne oppgaven hadde lik verdi og ulik struktur, så sistnevnte elev viser til at han så lik verdi i alle gruppene.

##### 4.2.4.2 Perseptuell subitisering

I oppgave 3 benyttet hele åtte av ni intervjuobjekter perseptuell subitisering. De bruker perseptuell subitisering for å finne elementene i hver gruppe, og konseptuelt subitiserer når de legger gruppene sammen. For ordens skyld gjentar vi her at perseptuell subitisering er det som foregår når det ikke inngår mer aktivitet enn å navngi antallet

man umiddelbart ser. Konseptuell subitisering er det elevene gjør når de raskt setter sammen flere subitiserede deler (Clements et al., 2018). I oppgave 3 er elementene gruppert i to toere og en treer. Elevene sier: «Så at det var to... fordi... det er så få at dem... dem... man ser egentlig bare at det er to», «Du ser tre dotter lett på en måte», «Jeg bare teller rask kanskje... jeg bare gjenkjenner at det er sånn to prikker», «Jeg på en måte så at det var to, så bare tenkte jeg det sånn... så bare tok jeg den treeren med», «Fordi der er tre prikker... fordi jeg ser sånn, sånn, så ser jeg at det er tre prikker... det kan jo være at jeg teller sånn kjapt en, to, tre inni hodet mitt, og så legger jeg dem sammen», «Jeg så det», «Det er ganske lett å se», «Jeg vet ikke, jeg bare så det».

I oppgave 1 fikk vi også svar som indikerte perseptuell subitisering. En elev forklarer fremgangsmåten sin slik: «... da telte jeg sånn en, to, tre, fire, fem ... og så visste jeg at det var to der».

Flere elever har brukt perseptuell subitisering også i oppgave 7. De sier at gruppen på tre prikker er ganske lett å se at er tre. Ene eleven sier det samme med firergruppen: «... så merket jeg at det var fire ... jeg bare sånn, ser det raskt ... og fire kan man se». Samme elev sa at han så på formene og at det var tre prikker i gruppen med tre.

#### **4.2.4.3 Konseptuell subitisering**

Et intervjuobjekt brukte konseptuell subitisering i seks av åtte oppgaver. I oppgave 4 sier han: «Jeg så at det var tre over og tre under». Mens han i oppgave fem forklarer: «Jeg så ... jeg telte først den til venstre, så telte jeg den nederste, så telte jeg den andre der ... eller jeg telte ikke da ... jeg bare gikk fort gjennom det». Ved spørsmål om hvordan han gikk fort gjennom det, sa han: «Du ser at det er tre der, og så ser du at det er tre sånn ... da finner du ut at det er seks». Han delte opp enhetene i små grupper som han kunne se, før han la de raskt sammen igjen og fant ut totalt antall elementer.

På oppgave syv har fem av ni intervjuobjekter brukt konseptuell subitisering i kvantifiseringsprosessen. Vi spurte hvordan den ene eleven umiddelbart visste at det var fire prikker i den ene gruppen. Han svarte da: «Jeg tenkte sånn, okei, tre, fire». Lignende forklaring kom fra en elev som svarte: «Den med fire da så jeg først bare de tre første, så så jeg den som stakk ut». En annen elev svarer på samme oppgave om samme gruppe at «Nei, der så jeg tre pluss en, som er en trekant og så en». For disse tre tyder det på at det er to mengder, tre og en, som er innenfor deres subitiseringsområde som de raskt legger sammen konseptuelt. En annen elev forklarer hvordan han kvantifiserer gruppen med fem elementer på denne måten: «Den der så jeg at det er to over og tre under, fem».

En elev benytter seg av konseptuell subitisering i oppgave 1. Han forklarte følgende: «Hvis hele skjermen var dekket av prikker, da laget jeg de i forskjellige former». Videre forklarer eleven at han delte prikkene inn i tre grupper: «først de her to, så de her tre, og så de her» mens han peker på skjermen. Da vi spurte eleven om hvordan han visste hvor mange prikker det var i hver gruppe svarte eleven: «Jeg så at det var to».

#### **4.2.4.4 Mønstergjenkjenning**

Elevene refererte i mange tilfeller til kjente figurer eller mønster når de beskrev hvordan de visste antall elementer i mindre grupper. De fleste gangene snakket de da om trekant, firkant, kube og terning. Dette ser vi hyppigst i oppgave 3, 7 og 8.

Flere av elevene fortalte at de enkelt kunne se at det var tre prikker oppe i hjørnet på oppgave 3. Da vi spurte elevene hvordan de så det, svarte noen av elevene med disse forklaringene: «*Det var en trekant*», og «*... det blir en trekant, så det er tre punkter i en trekant så da blir det en trekant. Så da blir det tre*».

På oppgave syv har også de fleste intervjuobjektene beskrevet at de visste hvor mange prikker det var i noen av gruppene, på grunn av formen eller mønsteret de var plassert i. Om gruppen med fire elementer sa noen av elevene eksempelvis: «*Der så jeg tre pluss en, som er en trekant og så en*». «*... jeg ser det er en trekant der, på skrå sånn ... og så ser jeg at det er en ved siden av, så det blir fire*».

På gruppen med fem elementer sa en elev: «*Da så jeg den lille firkanten, så så jeg den som stakk ut*». En annen sa at det så ut som et hus og at han derfor tenkte at det var fem. Vi spurte hvilke prikker han telte først, og fikk svaret: «*Ehh, firkanten ... fordi jeg gjenkjenner en firkant veldig lett, og jeg vet at det er fire hjørner*». En og samme elev refererte til både terning, kube og trekant i forklaring kvantifisering på oppgave syv. Med denne eleven hadde vi følgende samtale:

Elev: «*Det var fire der, og så er det en ekstra dott der*»

Intervjuer: «*Du så veldig raskt at det var fire der da, hvorfor det tror du?*»

Elev: «*Det er fordi det var på en måte en sånn kube, så da merket jeg det veldig fort fordi fire pleier å være en sånn kube på en måte, mesteparten av tiden*».

Elev: «*Jeg så på formene og så at det var tre ...*»

Intervjuer: «*Hva var det med formene her som fikk deg til å tenke at det var tre her?*»

Elev: «*Det er en strek. Tre pleier å være en strek noen ganger når man tenker på det, og så er det en trekant, og trekanten har jo tre kanter, så ja*».

Intervjuer: «*Du sa at den treeren ofte kan være en strek når du tenker på det. Hvilken sammenheng tenker du da?*»

Elev: «*På terninger, da pleier man å ha sånn ... det er det samme med fireren der, den er som på terninger*».

I oppgave 8 hvor elementene er grupperte som en sekser på en terning, var det også mange som nevnte ordet terning. Noen eksempler er «*Gjenkjenner det fra en terning*», «*Jeg skjønnte at det var seks med en gang ... jeg har sett det mange ganger på terninger og sånt*», «*Jeg bare så den og så merket jeg at det var seks. For seks pleier jo å være sånn der på terninger også*», «*Jeg tok egentlig og tenkte på en terning, fordi jeg visste at en terning har seks sånne prikker og at det blir tre, tre, seks*». Da vi spurte en annen elev om hvordan han visste at det var seks i hver gruppe, svarte han: «*Kanskje jeg har sett det før og bare vet det?*».

#### 4.2.5 Nøyaktig telling

Flere elever bruker telling av en og en prikk som strategi. På oppgave 4 brukte sju av ni elever nøyaktig telling. Tre av intervjuobjektene har i noen oppgaver brukt nøyaktig telling som eneste strategi i kvantifiseringen av elementene. Utover det, skjer det hyppigere at elevene bruker nøyaktig telling som en av flere strategier som er involvert i prosessen.

### 4.3 Det er sammenheng mellom elevenes responstid og strategiene de benytter seg av

Ved å sammenligne resultatene vi har funnet i det kvantitative og det kvalitative datamaterialet ser vi at elevenes strategier kan påvirke responstiden. De kvantitative

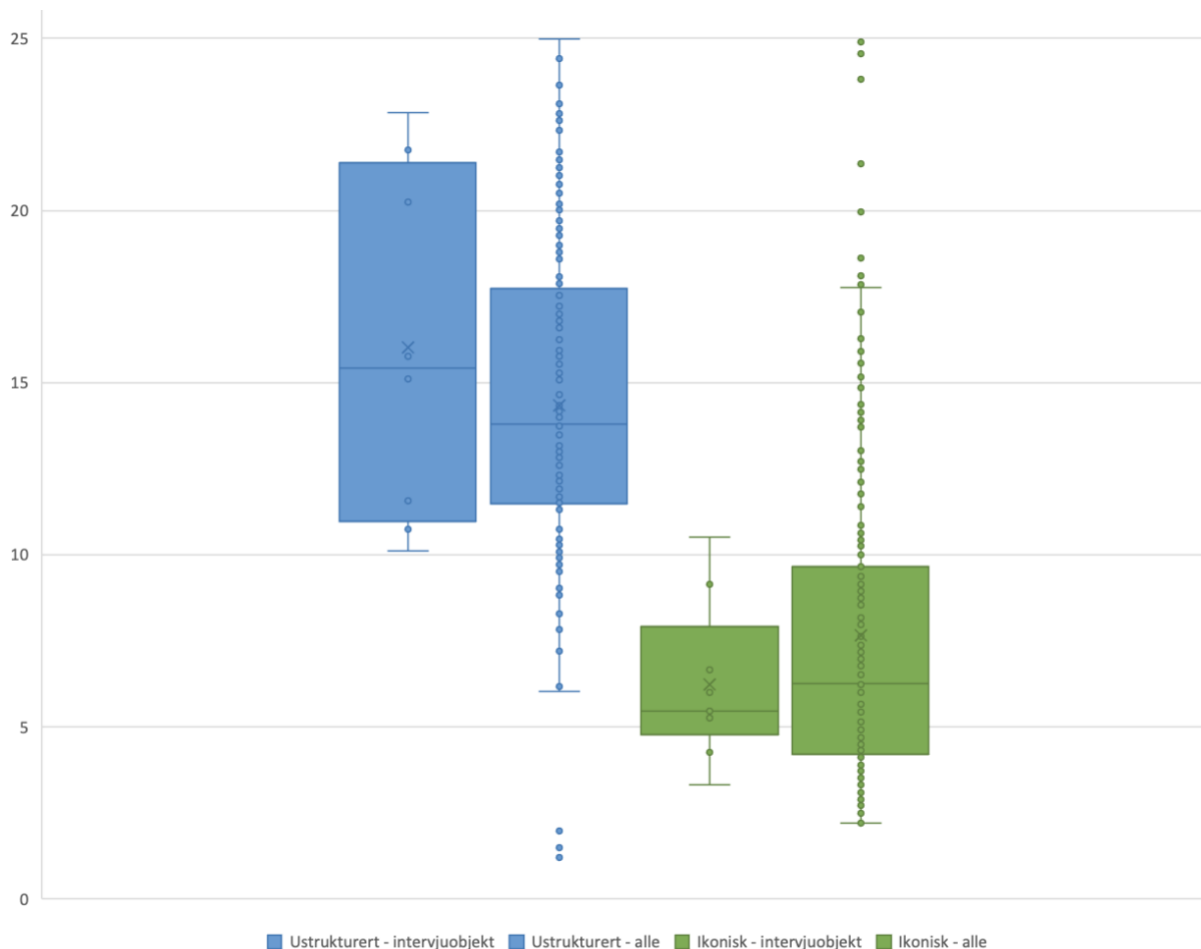
funnene viser også at kategoriene har innvirkning på elevenes svartid. Vi ser at elevenes responstid synker i takt med at strukturen i oppgavene øker. Alt fra hvilken kategori en oppgave befinner seg innenfor, hadde vi på forhånd ulike antakelser om hvilke strategier elevene ville benytte seg av. Det vi ser er at kategoriene får frem ulike strategier hos elevene. I tabell 4.2 og 4.3 kan vi se at mange elever benytter seg av samme strategi på samme oppgave. Elementenes struktur i hver av kategoriene har dermed en innvirkning på hvilke strategier elevene velger å benytte seg av. Når vi sammenligner to og to oppgaver med hverandre, viser funnene at elevene stort sett har en lavere responstid i den mest strukturerte av de to. Vi har likevel noen unntak, hvor enkelte elever har høyere responstid på den mest ustrukturerte oppgaven. Her ønsker vi å se på hvilke strategier elevene har benyttet seg av, og hvordan strategiene påvirker responstiden.

#### 4.3.1 Strategibruk og responstid for «ustrukturert» og «ikonisk» oppgave

I intervjuene hadde både oppgave 2 og oppgave 8 totalt 24 prikker. I oppgave 2 var prikkene ustrukturerte, mens de i oppgave 8 var ikoniske. Figur 4.5 viser både intervjuobjektene og alle deltakernes responstid for begge oppgavene. Figuren viser at responstiden er betydelig lavere når elevene skal kvantifisere antall elementer i den «ikoniske» oppgaven enn i den «ustrukturerte» oppgaven. Dette gjelder både alle deltakerne samlet, og gruppen med de ni intervjuobjektene. Figuren viser dermed at elevenes responstid synker i takt med at strukturen i oppgavene øker.

En paired-sample t-test av intervjuobjektene responstid på de to oppgavene viser at det er en signifikant forskjell mellom den «ustrukturerte» oppgaven ( $M = 16,0$ ,  $SE = 1,7$ ) og den «ikoniske» oppgaven ( $M = 5,7$ ,  $SE = 0,6$ );  $t(7) = 5,195$ ,  $p = 0,001$ . Forskjellen mellom disse to oppgavene er statistisk signifikant, med et signifikansnivå på 0,05. Dersom vi i tillegg ser på gjennomsnittet for responstidene på disse oppgavene kan vi se at det er en betydelig forskjell i responstidene, selv når vi inkluderer verdiene for standardfeil. Vi kan anta at den signifikante forskjellen vi finner her er reell, da  $p$ -verdien vår er en god del lavere enn signifikansnivået på 0,05 (Stehlik-Barry & Babinec, 2017). Også for populasjonen får vi et resultat som viser at det er en signifikant forskjell mellom den «ustrukturerte» oppgaven ( $M = 14,1$ ,  $SE = 0,37$ ) og den «ikoniske» oppgaven ( $M = 7,3$ ,  $SE = 0,35$ );  $t(148) = 12,755$ ,  $p = 0,001$ . Ved å se på den gjennomsnittlige responstiden kan vi konkludere med at forskjellen mellom de to oppgavene er betydelig. Figur 4.5 viser at responstiden synker når strukturen øker. Dette gjelder for både intervjuobjektene og alle elevene.

Blant intervjuobjektene synker gjennomsnittstiden fra 16,0 ( $\pm 1,7$ ) s på den «ustrukturerte» oppgaven, til 5,7 ( $\pm 0,6$ ) s på den «ikoniske» oppgaven. For populasjonen synker gjennomsnittstiden fra 14,1 ( $\pm 0,37$ ) s til 7,3 ( $\pm 0,35$ ) s. Selv om differansen i gjennomsnittet ikke er lik for utvalget og populasjonen, kan en mer detaljert studie av intervjuobjektene gi et viktig innblikk i *sammenhengen* mellom responstid og strategibruk. Vi benytter oss derfor av intervjuobjektene strategier for å si noe om hvorfor responstiden synker når strukturen i bildene øker.



**Figur 4.5: Intervjuobjektene sammenlignet med alle respondenter. Y-aksen er oppgitt i sekunder. De grønne boksplottene viser intervjuobjektene og alle respondentenes responstid for den «ikoniske» oppgaven. De blå boksplottene viser intervjuobjektene og alle respondentenes responstid for den «ustrukturerte» oppgaven. I hver boksplott kan vi se første, andre og tredje kvartil, samt krysset som viser gjennomsnittet. Hvert punkt i figuren er tiden til en elev.**

Samtlige intervjuobjekter har en høyere responstid på den ustrukturerte oppgaven, slik vi ser i tabell 4.4. Dette kan ses i sammenheng med strategiene elevene benytter seg av. Seks av ni intervjuobjekter benytter seg av nøyaktig telling i oppgave 2. De tre resterende intervjuobjektene brukte hovedsakelig stegtelling med enten 2, 3 eller 5. I oppgave 8 forklarte åtte av ni intervjuobjekter at de så at det var grupper på seks. Deretter benyttet de seg enten av multiplikasjon, stegtelling eller en kombinasjon av disse for å finne totalt antall elementer. Fire av elevene refererte også til en terning da de fikk spørsmål om hvordan de visste at det var seks prikker i hver gruppe. Den siste eleven grupperte elementene i treer-grupper og benyttet stegtelling og multiplikasjon for å finne totalt antall elementer. Eleven nevnte verken at han «så det», slik som de andre objektene, eller at elementene var organisert i en terningform. Han forklarte at prikkene var plassert i treer-grupper, og at han derfor benyttet seg av disse.

**Tabell 4.4: Intervjuobjektene responstid og strategibruk på oppgave 2 og 8**

| Elev  | Oppgave 2 (ustrukturert) | Responstid | Oppgave 8 (ikonisk)              | Responstid |
|-------|--------------------------|------------|----------------------------------|------------|
| Ulv   | Telling                  | 22826 ms   | Så det, multiplikasjon           | 5268 ms    |
| Ku    | Telling                  | 48333 ms   | Så det, multiplikasjon           | 10505 ms   |
| Hund  | Telling                  | 10753 ms   | Så det, multiplikasjon, addisjon | 3329 ms    |
| Katt  | Telling                  | 21766 ms   | Så det, stegtelling              | 9151 ms    |
| Bjørn | Telling                  | 15093 ms   | Så det, multiplikasjon           | 6669 ms    |
| Jerv  | 3-gangen                 | 10120 ms   | Så det, stegtelling              | 5439 ms    |
| Gris  | 5-gangen                 | 20254 ms   | Stegtelling, multiplikasjon      | 5463 ms    |
| Okse  | Telling                  | 11571 ms   | Så det, stegtelling              | 4263 ms    |
| Hest  | 2-gangen                 | 15754 ms   | Så det, stegtelling              | 6011 ms    |

I tabell 4.4 kan vi se at det er stor forskjell på elevenes responstid. Selv om hele seks av ni elever benyttet seg av nøyaktig telling varierer tiden fra omtrent 11 sekunder til 23 sekunder. En elev brukte 48 sekunder, men vi ser bort fra denne besvarelsen da den er utenfor grenseverdiene i tabell 3.2. I oppgave 4 har vi en minstetid på 3 sekunder og en makstid på 10,5 sekunder. Her brukte elevene stort sett variasjoner av de samme strategiene.

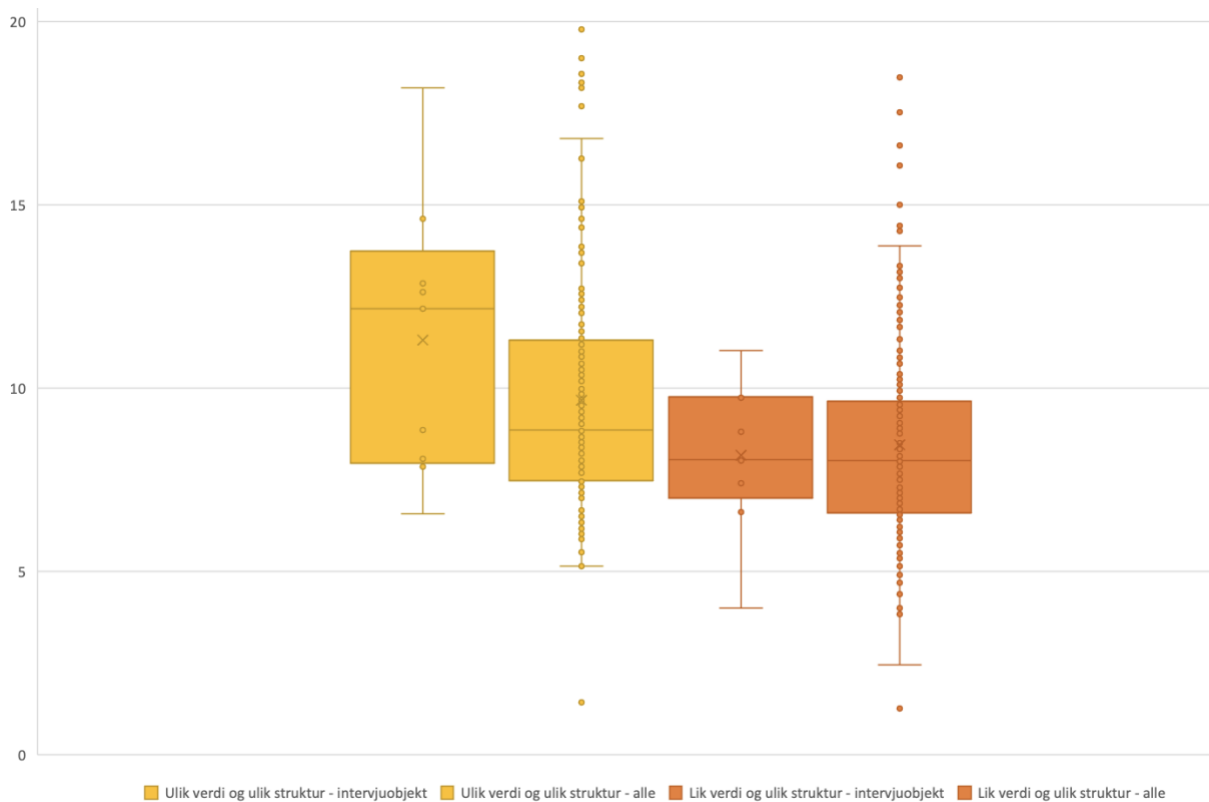
#### 4.3.2 Strategibruk og responstid for oppgavene i kategoriene «ulik verdi og ulik struktur» og «lik verdi og ulik struktur»

Oppgave 4 og 7 som elevene ble spurt om i intervjuet, var begge oppgaver som hadde 15 prikker totalt. I oppgave 7 var elementene organisert i grupper med ulik verdi og ulik struktur, mens de i oppgave 4 var organisert i grupper med lik verdi og ulik struktur. Som vi har sett i kapittel 4.1.1 er det et gjennomgående funn at elevenes responstid synker i takt med at strukturen i oppgavene øker. Dersom vi ser på figur 4.6 kan vi også se at responstiden generelt synker når strukturen øker. Dette gjelder både for intervjuobjektene og de andre deltakerne i studien.

En paired-sample t-test av intervjuobjektene responstider på disse oppgavene viste en signifikant forskjell mellom «ulik verdi og ulik struktur» ( $M = 11,3$ ,  $SE = 1,2$ ) og «lik verdi og ulik struktur» ( $M = 8,1$ ,  $SE = 0,7$ );  $t(8) = 2,638$ ,  $p = 0,015$ . Ut fra de ulike kategoriernes gjennomsnitt og standardfeil ser vi at forskjellen i responstid ikke nødvendigvis er betydelig. Forskjellen likevel er statistisk signifikant, med et signifikansnivå på 0,05. Ved å se på  $p$ -verdien, er det lite sannsynlig at dette resultatet har skjedd ved en tilfældighet, og vi kan dermed anta at den signifikante forskjellen i responstid er reell (Stehlik-Barry & Babinec, 2017). Ved å utføre en paired-sample t-test også for alle elevenes responstider på disse to oppgavene, fant vi at det også her var en signifikant forskjell mellom «ulik verdi og ulik struktur» ( $M = 9,66$ ,  $SE = 0,2$ ) og «lik verdi og ulik struktur» ( $M = 8,4$ ,  $SE = 0,2$ );  $t(177) = 4,292$ ,  $p = 0,001$ . Vi kan se at differansen i gjennomsnittlig responstid mellom de to oppgavene er mindre for populasjonen enn for intervjuobjektene.

Gjennomsnittet for intervjuobjektene ligger på 11,3 ( $\pm 1,2$ ) s i oppgaven hvor gruppene er av ulik verdi og ulik struktur, mens det synker til 8,1 ( $\pm 0,7$ ) s når gruppene er organisert i grupper med lik verdi og ulik struktur. Også for populasjonen i studien synker responstiden fra 9,66 ( $\pm 0,2$ ) s til 8,4 ( $\pm 0,2$ ) s når strukturen øker. På tross av at differansen i gjennomsnittet ikke er lik for utvalget og populasjonen, kan en mer

detaljert studie av intervjuobjektene strategier gi et innblikk i sammenhengen mellom strategibruk og responstid. Vi benytter oss derfor av utvalgets strategier for å kunne si noe om hvorfor responstiden synker i takt med at strukturen i oppgavene øker.



**Figur 4.6: Intervjuobjektene sammenlignet med alle respondenter. Y-aksen er oppgitt i sekunder. De oransje boksplottene viser intervjuobjektene og alle respondentenes responstid for oppgaven med «lik verdi og ulik struktur». De gule boksplottene viser intervjuobjektene og alle respondentenes responstid for oppgaven med «ulik verdi og ulik struktur». I hver boksplott kan vi se første, andre og tredje kvartil, samt krysset som viser gjennomsnittet. Hvert punkt i figuren er tiden til en elev.**

Strategiene elevene benytter seg av legges frem i tabell 4.5. Her kan vi også se at for sju av ni intervjuobjekt stemmer det at responstiden synker i takt med at strukturen i oppgavene øker. For de to siste var det raskere å finne ut antall elementer i oppgaven som hadde «ulik verdi og ulik struktur» enn i oppgaven som hadde «lik verdi og ulik struktur». Responstiden til disse elevene er markert i gul i tabellen. Vi kan se at elevene benytter seg av mange ulike strategier i oppgave 7. Tre av elevene benytter konseptuell subitisering. To av disse elevene benytter seg av en eller flere andre strategier i oppgave 4, og én av disse elevene har dermed en høyere responstid hvor vi antok at den ville bruke mindre tid. Dette gjelder eleven som benyttet seg av telling i oppgave 4. Den andre eleven oppnår likevel en lavere responstid på oppgave 4. Denne eleven benyttet seg av telling, estimering og multiplikasjon for å finne riktig antall elementer i oppgaven. Selv sier eleven at han «så at det var 3 over og 2 under. Og da var jeg ganske sikker på at det var det på den siste også». Denne eleven estimerer dermed at det er fem elementer i hver av de tre gruppene, før han multipliserer antall elementer i én gruppe med antall grupper. Den siste eleven som benyttet seg av konseptuell subitisering i oppgave 7, gjorde også dette i oppgave 4. Vedkommende har lavere responstid på oppgaven med mer struktur.

Videre kan vi se i tabellen at elevene generelt sett har lavere responstid når de benytter seg av «telling og stegtelling», «telling, estimering og multiplikasjon» eller «konseptuell subitisering», enn når de teller, bruker ulike former for gruppering, eller benytter seg av addisjon. De elevene som benytter seg av telling, estimering og multiplikasjon har en mye lavere responstid på oppgave 4, enn ved bruk av andre strategier i oppgave 7.

**Tabell 4.5: Intervjuobjektene responstid og strategibruk på oppgave 4 og 7**

| Elev  | Oppgave 7 (ulik/ulik)             | Responstid | Oppgave 4 (lik/ulik)                  | Responstid |
|-------|-----------------------------------|------------|---------------------------------------|------------|
| Ulv   | Subitisering, telling og addisjon | 18203 ms   | Telling og stegtelling                | 9773 ms    |
| Ku    | 2-gangen                          | 8863 ms    | Telling og stegtelling                | 8061 ms    |
| Hund  | Telling                           | 6566 ms    | Telling                               | 8021 ms    |
| Katt  | Konseptuell subitisering          | 7858 ms    | Telling                               | 9735 ms    |
| Bjørn | Konseptuell subitisering          | 12615 ms   | Telling, estimering og multiplikasjon | 8823 ms    |
| Jerv  | Addisjon                          | 8074 ms    | Stegtelling                           | 4005 ms    |
| Gris  | Gruppering i 3-ere                | 12859 ms   | Telling, estimering og multiplikasjon | 6624 ms    |
| Okse  | Gruppering                        | 14633 ms   | Telling, estimering og multiplikasjon | 7400 ms    |
| Hest  | Konseptuell subitisering          | 12169 ms   | Konseptuell subitisering              | 11029 ms   |

Dersom vi ser på tabell 4.5 kan vi se at elevenes responstid varierer. I oppgave 7 har vi en minstetid på omtrent 6,5 sekunder, og en makstid på 18 sekunder. Det vil si at den raskeste eleven var nesten tre ganger så rask som den tregeste eleven. Disse elevene har også valgt å benytte seg av ulike strategier. Den raskeste eleven telte en og en prikk, mens den tregeste eleven brukte et utvalg av sine ervervede strategier. I oppgave 4 har vi en minstetid på 4 sekunder og en makstid på 11 sekunder. Også her er forholdet mellom tregeste og raskeste elev omtrent det samme. De to elevene benyttet seg også av ulike strategier. Den raskeste eleven benyttet stegtelling, mens eleven med høyest responstid subitiserer elementene konseptuelt. Dette gir oss en indikasjon på at ulike strategier tar ulik tid.



## 5 Diskusjon

Hensikten med denne studien er å finne ut om gruppering av elementene i kvikkbilder gjør at totalt antall elementer kan finnes raskere, hvilke strategier elevene bruker for å kvantifisere mengder i kvikkbilder og om det er en sammenheng mellom elevenes responstider og strategiene de benytter.

Vi har funnet ut at elementenes gruppering i de ulike kategoriene og totalt antall elementer har en signifikant effekt på elevenes responstid. Samtidig har vi også funnet et bredt utvalg strategier som elevene benytter seg av i arbeid med kvantifisering av mengder. En god del av elevene benytter seg også av en kombinasjon av flere strategier i samme oppgave. Videre har vi også sett at det er en sammenheng mellom elevenes responstider og strategiene de tar i bruk. I dette kapitlet utdyper vi disse funnene og diskuterer dem opp mot presentert teori og tidligere forskning. Vi ser også på hvilken betydning disse funnene kan ha å si for undervisning og arbeid med kvantifisering av mengder i skolen.

### 5.1 Elementenes gruppering i de ulike kategoriene og totalt antall elementer har en signifikant effekt på elevenes responstid

Funnene våre viser at både elementenes gruppering i de ulike kategoriene, samt totalt antall elementer har en signifikant effekt på elevenes responstid. Vi har likevel noen unntak, hvor vi ikke kan si eller anta at kategoriene har en effekt (se tabell 4.1). På tross av unntakene har ca. 90% av de mulige kombinasjonene mellom kategorier og antall prikker en effekt på elevenes responstid. Med bakgrunn i dette har vi noen spesifikke funn som er interessant å se på. I denne studien har vi lagt større vekt på hvilken betydning elementenes gruppering har for responstiden, enn hvilken betydning totalt antall elementer i oppgaven har. Fokuset vil derfor omhandle grupperingens effekt på elevenes responstid.

Først og fremst har vi funnet at tilstedeværelse av grupperings-indikatorer senker elevenes responstider. Dette stemmer overens med Starkey og McCandliss (2014) sin teori som i tillegg beskriver hvordan det er høyst gjeldende når det er lagt til rette for undergrupper innenfor subitiseringsområdet. Starkey og McCandliss (2014) undersøkte ikke hvorfor grupperings-indikatorer minker elevenes responstid. I vår forskningsstudie kan vi derimot undersøke hvorfor det er slik, med bakgrunn i elevenes strategivalg. Et annet funn er at elevene har en lavere responstid når elementene er strukturert i grupper med tre elementer, enn når de er strukturert i grupper med fire elementer. Dette gjelder både når gruppene har lik struktur og ulik struktur. Et tredje funn er at oppgavene med «ulik verdi og ulik struktur» ikke er signifikant raskere enn de «ustrukturerte» oppgavene, og at trenden heller går andre veien. Dette på tross av at vi i utgangspunktet hadde trodd at «ustrukturert» ville tatt lengre tid. Disse tre funnene som alle går på gruppering, går vi dypere inn på i de tre neste underkapitlene.

### 5.1.1 Kvantifiseringshastigheten øker når elementenes gruppering blir mer strukturert

Fenomenet gruppering er i vår undersøkelse med på å belyse hvordan elever kan bruke gruppering av elementer for å gjøre kvantifiseringsprosessen enklere. Starkey og McCandliss (2014) skriver at fenomenet gruppering innebærer at kvantifiseringshastigheten øker ved tilstedeværelse av grupperings-indikatorer (Starkey & McCandliss, 2014). Resultatene fra vår undersøkelse sammenfaller for det meste med teorien, men med ett unntak som blir utdypet i kapittel 5.1.3. Ut fra responstidene til våre respondenter, finner vi en generell trend som viser at jo mer strukturerte elementene er, jo mer øker elevenes kvantifiseringshastighet. Dette funnet stemmer overens med Ciccione og Dehaene (2020) sin studie på voksne, som vi har beskrevet i kapittel 2.4.2.

Som Starkey og McCandliss (2014) påpeker, har elevenes konseptuelle forståelse av tall noe å si for grupperingsprosessen. Vi vet at de fleste elever i 5.-7. klasse har erfaring med hvordan kombinasjoner med flere mindre tall kan bli et større tall. De har også øving i å «legge til» og «telle videre på» (Starkey & McCandliss, 2014). Disse erfaringene tenker vi kan være avgjørende for hvorfor vi får denne trenden med økende kvantifiseringshastighet jo mer strukturert elementene er. For en førsteklasing ville det sannsynligvis vært mer nærliggende å bruke nøyaktig telling i hver oppgave, da det meste av erfaring de har med tall er knyttet til tallrekken. For dem antar vi at det ville være mindre forskjeller i responstid mellom ulike oppgaver med samme totale antall elementer. Dette til tross for at de er organisert med varierende grad av struktur. Elever i slutten av barneskolen har fått utviklet sin konseptuelle tallforståelse og utviklet strategiene sine til å bli mer tidseffektive (Starkey & McCandliss, 2014). Her vil vi også nevne Siegler sin bølgeteori (Chen & Siegler, 2000). Noen av årsakene til funnet kan være at elevene har utviklet seg et repertoar med flere strategier å velge mellom, slik at de ser hvilke strategier som vil være hensiktsmessig i de ulike oppgavene. At elevene både har en viss konseptuell tallforståelse i tillegg til å ha utviklet strategiene ser vi som noen av hovedårsakene til funnet. Vi tror de vil ha et bedre grunnlag for å utnytte grupperings-indikatorerne som kan bidra til økt kvantifiseringshastighet.

Det kan tenkes at strukturen i hver oppgavekategori legger opp til ulike strategier elevene kan benytte. Dermed kan det bidra til å påvirke tiden de bruker. Eksempelvis ser vi for oss at oppgaver i kategoriene «lik verdi og ulik struktur» og «lik verdi og lik struktur» kan fremme en multiplikasjonsprosess slik Ciccione og Dehaene (2020) konkluderte med i sine resultater. De beskriver at dette sannsynligvis er årsaken til at det er raskere å finne totalt antall elementer når den totale mengden er delt inn i like delmengder sammenlignet med ulike delmengder (Ciccione og Dehaene, 2020). Med bakgrunn i dette kan vi si at elevene blir «tipset» om å gruppere elementene, for så å multiplisere sammen antall grupper med antall elementer i hver gruppe. Ciccione og Dehaene (2020) beskriver videre at effekten av hvor mye multiplikasjonsprosessen fremmes, blir optimal om gruppene har samme form. I vårt tilfelle er elevene spesielt raske når de løser oppgaver innenfor kategorien «ikonisk», som består av elementer organisert som sidene på en terning. Med andre ord sammenfaller våre funn med elevgrupper på 5. - 7. klassinger, med Ciccione og Dehaene (2020) sine funn på voksne.

En annen mulig årsak til et gjeldende funnet er teorien om parallell subitisering, beskrevet i kapittel 2.2.4. Ved at man kan subitisere antall grupper og antall elementer i hver gruppe samtidig, får man et raskt overblikk over antall elementer. Da har man også et bra utgangspunkt for å raskt kvantifisere den totale mengden. I følge Wege et al.

(2022) sine funn, kan årsaken til at elementene i kategorien «lik struktur og lik verdi» kvantifiseres raskest, være det visuelle inntrykket grupperingen gir. Den spesifikke måten å visuelt gruppere på, støtter at parallell subitiserings av prikker og grupper kan skje. Den parallelle subitiserings henter ut tallene man kan bruke til videre mentale beregninger (Wege et al., 2022). Slik vi ser det kan parallell subitiserings være med på å forklare hva som skjer før elevene starter selve multiplikasjonsprosessen.

### 5.1.2 Subitiserings av tre og fire elementer

Våre funn viser at elevene har en statistisk signifikant kortere responstid når elementene er organisert i fire grupper med tre elementer, enn tre grupper med fire elementer. Dette finner vi selv om det i begge tilfellene er like mulig å benytte seg av multiplikasjon og ende opp med  $3 \times 4$  eller  $4 \times 3$  som regnestykke. Vi har ikke elevenes forklaringer på strategier i disse tilfellene. Men en forklaring på hvorfor de bruker kortere tid på fire grupper med tre elementer, kan være at de raskere evner å se tre prikker enn fire da tre er innenfor deres perseptuelle subitiseringsområde og ikke fire. Vi trekker dette til Ciccione og Dehaene (2020) sin definisjon av subitiserings. De sier at subitiserings er rask og nøyaktig opptelling av elementer opp til tre (Ciccione & Dehaene, 2020). Funnet vårt stemmer overens med denne definisjonen, da det ser ut til at fire elementer ikke blir kvantifisert like raskt som tre.

En annen mulig forklaring kan omhandle hvor fortrolige elevene er med ulike former for stegtelling. Dersom elevene hadde foretrukket stegtelling med fire, ser vi det som en mulighet at de raskest hadde kvantifisert tre grupper med fire elementer i hver. Dersom elevene er mest fortrolige med 3-gangen, vil det være nærliggende å tro at det kan være en årsak til hvorfor fire grupper med tre elementer kvantifiseres raskere. Vi ser at mange elever velger å gruppere elementene i ustrukturerte oppgaver i treere. Det går vi litt inn på i neste delkapittel. Dette kan være en indikasjon på at elevene som gjennomførte undersøkelsen er mest fortrolige med stegtelling med tre. Følgelig ser vi at det kan være en del av forklaringen på hvorfor fire grupper med tre elementer kvantifiseres raskest.

Starkey og McCandliss (2014) skriver som nevnt tidligere at kvantifiseringshastigheten økes ved gruppering av elementene. Det de også skriver er at dette er enda tydeligere i tilfellene hvor undergruppene består av antall elementer innenfor subitiseringsområdet. Med dette som utgangspunkt, samt at det går raskere å finne fire grupper med tre enn motsatt, kan våre funn indikere at subitiseringsområdet til elevene vi har undersøkt strekker seg til og med 3. Dette på grunn av at det er større forskjell i reaksjonstid når det er fire prikker.

Ifølge Mandler og Shebo (1982) er perseptuell subitiserings en form for mønstergjenkjenning. Dersom et mønster med flere enn tre prikker er ervervet slik at man umiddelbart vet hvor mange det er, kan det gå like raskt som å se grupper med en til tre prikker. I vårt tilfelle fra forrige avsnitt er ikke gruppene på fire elementer formet som et gjenkjennelig mønster som elevene typisk har ervervet og lett gjenkjenner. Med Mandler og Shebo (1982) sin teori i bakhodet, synes vi det kunne vært interessant å se på om det hadde blitt like stor forskjell i reaksjonstid på 12 elementer fordelt på tre og fire grupper hvis begge hadde vært i kategorien «ikonisk». Dette har vi imidlertid ikke mulighet til å sammenligne med våre oppgaver.

### 5.1.3 Elevene har høyere responstid på oppgavene med «ulik verdi og ulik struktur» enn oppgavene som er «ustrukturerte»

Dette funnet er et unntak for funnet i kapittel 5.1.1 som gikk ut på at elevene har en raskere kvantifiseringshastighet jo mer strukturert elementene og gruppene er. For tallene 6, 12 og 20 fant vi i kapittel 4.1.1 at det ikke var en statistisk signifikant forskjell mellom oppgavene med «ulik verdi og ulik struktur» og de som var «ustrukturerte». Gitt at strukturen i oppgavene er det som bestemmer responstiden, skulle de «ustrukturerte» oppgavene tatt lengre tid enn oppgavene med «ulik verdi og ulik struktur». Ettersom dette ikke stemmer, må det være noe annet som også styrer responstiden. Eksempelvis kan det være at elevene benytter seg av mer avanserte strategier på oppgaven med mer struktur, og at det dermed tar lengre tid.

I Ciccione og Dehaene (2020) sin forskningsstudie hadde de samme funn som oss, altså at oppgavene med «ulik verdi og ulik struktur» ikke var signifikant raskere enn oppgavene som var «ustrukturerte». De forsket på voksne, som naturligvis også vil ha kommet lengre i sin utvikling av konseptuell forståelse. Følgelig antok vi at vår forskning på barn ikke ville ha samme funn. Vår antakelse var at responstiden ville synke i takt med at strukturen i kvikkbildene økte, også mellom disse to kategoriene. Videre tenkte vi at deres funn om responstiden mellom disse kategoriene kunne vært et unntak og ikke nødvendigvis et pålitelig funn. I løpet av vår forskningsstudie har vi bekreftet deres funn, slik at det også ser ut til å være gyldig for barn.

I oppgavene med «ulik verdi og ulik struktur» er det i større grad enn i «ustrukturert» lagt opp til at elementene kan organiseres i grupper, slik at kvantifiseringshastigheten av totalt antall elementer øker (Starkey & McCandliss, 2014). I de «ustrukturerte» oppgavene er det derimot ikke tenkt gjennom at det skal være noe tilstedeværelse av grupperings-indikatorer for elevene. Likevel bruker elevene kortere tid på de «ustrukturerte» oppgavene. Det kan tenkes at elevene blir påvirket av våre grupperings-indikatorer, og at dette ikke nødvendigvis trenger å være positivt for responstiden.

En grunn til at elevene bruker lengre tid på den mest strukturerte av de to oppgavene kan som nevnt tidligere være at de benytter seg av mer avanserte strategier. Dersom vi ser på tabell 4.4 i kapittel 4.3.1 ser vi at elevene stort sett benytter seg av nøyaktig telling når de skal kvantifisere antall elementer i de «ustrukturerte» kvikkbildene. Ser vi derimot på tabell 4.5 i kapittel 4.3.2 er det større variasjon av strategier elevene benytter seg av i oppgaven med «ulik verdi og ulik struktur». Som nevnt tidligere gir dette oss en indikasjon på at enkelte strategier tar lengre tid enn andre. Ved å se dette i lys av bølgeteorien (Siegler, 1996), antar vi at enkelte strategier tar lengre tid enn andre fordi elevene ikke har kommet like langt i utviklingen av alle strategiene.

Videre kan responstiden forklares ved at elevene lar seg påvirke av grupperings-indikatorerne i oppgavene med «ulik verdi og ulik struktur», når de egentlig har en strategi som vil fungere bedre. Selv om elementene er organisert i grupper får ikke elevene de samme indikatorerne som i «like grupper og lik verdi», hvor det tydelig gis hint om at multiplikasjon eller stegtelling kan benyttes. I oppgavene med «ulik verdi og ulik struktur» er det ikke lagt opp til en like åpenbar strategi. Det kan føre til at elevene velger å benytte seg av grupperingen, og forsøker dermed å finne en strategi som passer til den grupperingen det er lagt opp til. I oppgavene med slik struktur, er det flere strategier som ikke vil være godt egnet å benytte dersom de tar i bruk de gruppene elementene er strukturert i. For eksempel vil det være ugunstig å finne totalt antall elementer ved multiplikasjon og stegtelling, med mindre de mentalt omorganiserer

elementene i nye grupper. Følgelig kan elevene seg nødt til å benytte mer avanserte strategier enn for eksempel telling, noe som videre leder til at elevenes responstid kan øke. Det kan også tenkes at «ulik verdi og ulik struktur» vil fremme en addisjonsprosess for enkelte elever. I så tilfelle, kan det hende responstiden er høyere i denne kategorien enn i «ustrukturerte» fordi elevene først skal finne ut at addisjon egner seg, for så å mentalt gjennomføre addisjonen.

I de «ustrukturerte» oppgavene er det ikke lagt inn grupperings-indikatorer, og elevene står dermed helt fritt, uten påvirkning, når de skal velge strategi. I og med at elementene er uorganiserte og til dels uoversiktlig ser vi derfor at mange elever velger nøyaktig telling eller stegtelling med to og tre som strategi. Både nøyaktig telling og stegtelling er gjerne strategier som elevene har utviklet over lang tid, og som derfor kan skje relativt raskt (Chen & Siegler, 2000). Dette indikerer at det ikke nødvendigvis vil være de mest avanserte strategiene som egner seg best, dersom responstid er et mål.

Vi nevnte at noen strategier kan sees som ugunstige i kategorien «ulik struktur og ulik verdi» hvis de velger å benytte grupperingene, med mindre de mentalt omstrukturere elementenes grupperinger. Vi hadde en elev som gjorde dette på en oppgave i kategorien «ulik struktur og ulik verdi» (oppgave 7 i vedlegg 1). Her omstrukturerte eleven elementene til å bli grupper med tre elementer. Ved å se på tidsbruken til alle som gjennomførte undersøkelsen, ser vi at denne eleven var en av dem som brukte lengst tid. En mulig forklaring til elevens lange responstid, er at det ble en for komplisert måte å løse oppgaven på. Når vi knytter dette opp mot Siegler sine fem delprosesser i strategisk endring, ser vi for oss at denne eleven er i steg 3 med strategien om å dele alle elementene i treere (Chen & Siegler, 2000). Det vil si at eleven er i en prosess med å styrke strategien slik at han blir mindre avhengig av tidligere og mindre avanserte strategier. Ifølge bølgeteorien kan vi anta at på dette tidspunktet, basert på elevens erfaring, blir denne strategien den mest dominerende innenfor elevens tenkemåte. Med det mener vi at eleven er trygg på å dele i treere, og vil derfor etterstrebe å benytte denne strategien der det er mulig (Siegler, 1996). Denne eleven benytter seg av gruppering i 3-ere på fem av åtte oppgaver. Det kan derfor se ut som at dette er en strategi som eleven er komfortabel med å bruke, og at eleven kanskje antar at det er en effektiv strategi. Likevel er det mulig at eleven velger å bruke denne strategien fordi han har størst tillit til den, selv om den kanskje ikke er den mest effektive strategien. Dermed kan dette hemme eleven i å tillære seg nye og mer egnede strategier (Chen & Siegler, 2000).

## 5.2 Intervjuobjektene benytter et bredt spekter av ulike strategier i kvantifisering av mengder og benytter seg gjerne av flere strategier i samme oppgave

Elevene har et stort repertoar av ulike strategier de kan bruke i de ulike kvantifiseringsoppgavene. Fra kapittel 4.2.2 vet vi at mange elever evner å bruke flere ulike strategier for å løse oppgavene. Flere av elevene oppfatter raskt flere ulike måter å løse oppgaven på, som vi ser i sammenheng med bølgeteorien (Siegler, 1996). De har forklaringer som tyder på at de har et stort repertoar av ulike strategier. Disse elevene evner å tenke på flere måter når de jobber med et fenomen (Chen & Siegler, 2000). Den ene antakelsen i bølgeteorien er at de ulike strategiene barn har, ofte kan konkurrere mot hverandre. Derfor kan det være vanskelig å velge hvilken strategi man skal benytte (Chen & Siegler, 2000). Dette ser vi tydelig i flere elevers utsagn, som har mange måter

å komme frem til svaret på, men ikke er helt sikre på hvilke strategier de faktisk benyttet seg av.

I analysen av transkripsjonene fra intervjuene, fant vi at de aller fleste elevene gjerne benytter seg av flere strategier på samme oppgave. En mulig forklaring til dette, kan være bølgeteorien som tar for seg kognitiv utvikling, og hvordan strategiutvikling skjer (Siegler, 1996). Som vi ser i figur 2.1 er det en vanlig del av utviklingen at bølgene overlapper hverandre, og at elevene derfor har flere ulike strategier de mestrer. I kapittel 4.2 har vi beskrevet hvordan elevene benytter seg av flere ulike strategier i kvantifiseringsprosessen. Vi kan anta at disse elevene har ervervet mange strategier ved å gradvis øve på å benytte seg av nye strategier (Chen & Siegler, 2000). Elevene evner da å velge hva som passer best av de alternative strategiene, som er et av de sentrale stegene for å oppnå kognitiv utvikling (Chen & Siegler, 2000).

Det var gjennomgående for intervjuobjektene at ingen brukte nøyaktig samme strategi eller sammensetning av strategier for å kvantifisere mengden på alle åtte oppgavene. Vi hadde likevel et par elever som benyttet samme strategi gjennom mange av oppgavene (se tabell 4.3). Slik Chen og Siegler (2000) presiserer, er en av prosessene i utvikling av tenkemåter at barn må avgrense valget mellom de alternative tenkemåtene. Elevene som benytter seg av mange ulike strategier i løpet av de åtte oppgavene, antar vi derfor er godt rustet med mange strategier. Noen gjerne bedre utviklet enn andre. Det å ha mange strategier å velge mellom kan føre til at det tar lengre tid. I matematikken er det vanligvis ønskelig å ha og bruke flere strategier, for eksempel for å kontrollere det svaret man får. Når responstid er målet, trenger ikke det å ha et stort repertoar av strategier være en fordel. Likevel antar vi at det er en fordel i det virkelige liv, når nøyaktighet er det viktigste. Altså kan ikke responstiden nødvendigvis si noe om hvor godt utviklet tallforståelse elevene har, da man også må ta i betraktning hvor langt elevene har kommet i sin strategiutvikling.

### 5.3 Elevene er på ulike stadier i utviklingen av effektive strategier for kvantifisering av mengder

I motsetning til tidligere studier (Ciccione & Dehaene, 2020; Katzin et al., 2019; Starkey & McCandliss, 2014; Wege et al., 2022) har vi i denne studien sett på hvilke strategier elevene faktisk benyttet seg av når de skulle kvantifisere totalt antall elementer, og sett disse i sammenheng med elevenes responstid. Med denne informasjonen kan vi både si noe om hvilke type oppgaver som løses raskt, hvilke strategier de benytter seg av, og se på sammenhengen mellom disse. Ut fra dette kan vi anta hvilken innvirkning strategivalg har på responstid.

Fra resultatkapittelet vet vi at det er en signifikant forskjell når det gjelder elevenes responstid for de «ustrukturerte» og «ikoniske» oppgavene med 24 elementer. Det samme gjelder oppgavene med «ulik verdi og ulik struktur» og «lik verdi og ulik struktur» med 15 elementer.

I og med at vi faktisk undersøker hvilke strategier elevene bruker, oppdager vi at flere av de elevene som valgte nøyaktig samme strategi likevel kunne ha ulik responstid. Dette kan være på grunn av at enkelte elever har kommet et steg lenger i forbedring av strategiene. Både når det gjelder nøyaktighet og hastighet (Chen & Siegler, 2000). Det samme gjelder for elevenes kvantifisering i den «ikoniske» oppgaven. De aller fleste elevene brukte en kombinasjon av mønstergjenkjenning og multiplikasjon eller stegtelling. Også her skiller responstiden fra ca. 3 sekunder til ca. 10 sekunder. Vi antar

derfor at elevene er på veldig ulike stadier i utviklingen av effektive strategier (Chen & Siegler, 2000). Med dette tatt i betraktning, er det vanskelig å sammenligne intervjuobjektene med hverandre. Vi kan følgelig ikke si noe om hvilke strategier som er de «beste» strategiene.

Videre svarte flere av elevene at de forsøkte å gruppere elementene i de ustrukturerte oppgavene. Disse elevene har trolig en godt utviklet grupperingsstrategi, da de evner å benytte den til å lage egne grupper. Noen valgte å gruppere i små grupper med to eller tre i hver gruppe. Andre forsøkte å dele elementene på skjermen i to eller fire store grupper. Enkelte benyttet seg av mønster de kunne se i de ustrukturerte oppgavene for å huske hvilke prikker de hadde telt. Dette kan tyde på at elevene bruker grupperingsstrategier for å få en bedre oversikt over helheten, slik også Ciccione og Dehaene (2020) fant i sin forskningsstudie. Samtlige elever som ble intervjuet svarte at det var enklest å finne totalt antall elementer når de var grupperte, og at det var vanskeligst når de var ustrukturerte.

## 5.4 Det er en sammenheng mellom elevenes responstid og strategiene de benytter seg av

Her ønsker vi å diskutere om vi ut fra elevenes responstider og strategiene de forklarer, finner en sammenheng mellom disse to. Det vi på forhånd så for oss i denne delen, var å komme frem til noen strategier som generelt gikk raskere eller tregere enn andre. Vårt håp var å identifisere hvilke strategier som ville være gunstige å bruke, og vurdere disse som strategier barneskoleelever bør få tidlig mengdetrening i.

Det har vi derimot ikke funnet. Vi har funnet at av strategiene elevene bruker, er det ulikt fra oppgave til oppgave og fra elev til elev hvilke som er raskest. Dette kan tolkes ut fra elevenes strategi-repertoar (Torbeyns & Verschaffel, 2006). Vi vil utforske dette nærmere i de påfølgende avsnittene.

Et av funnene som ikke passet med våre antakelser på forhånd, er at elever som bruker nøyaktig telling som eneste strategi på en oppgave kan være den raskeste av alle ni intervjuobjektene. Selv når det er bilder med mange elementer. I lys av Chen og Siegler (2000) sine fem delprosesser i strategisk endring, tenker vi dette kan ha noe med at de elevene som benytter seg av andre og mer avanserte strategier kanskje er i startfasen i utviklingen av disse strategiene. Hvis dette er tilfelle, har de ikke fått utviklet strategiene over lang nok periode, eller hatt nok mengdetrening til at nøyaktigheten og hurtigheten er blitt så rask som den kan være (Chen & Siegler, 2000). Eleven som stort sett benyttet nøyaktig telling, kan tenkes å ha finspikket denne strategien, og blitt stødig i bruk av denne i ulike tilfeller. Derfor går tellingen også relativt raskt. Kanskje eleven tvivholder litt på strategien da det er en strategi eleven med sikkerhet vet at fungerer (Chen & Siegler, 2000). Det kan hende eleven har flere strategier som konkurrerer med hverandre, men at nøyaktig telling er den vinnende «bølgen» på dette tidspunktet (Chen & Siegler, 2000). Vi antar at dersom elevene som teller nøyaktig også hadde forsøkt på mer avanserte strategier, ville responstiden økt. Dette fordi den nye strategien eleven velger å prøve ville gjerne vært i startfasen av Sieglers steg for strategisk tenkning (Chen & Siegler, 2000). Hvis eleven er vant med å kun telle en og en, har han sannsynligvis ikke mye øving med andre ulike kombinasjoner av elementer for å kvantifisere, og dette ville derfor gått tregere.

Et annet interessant funn vi vil diskutere, er hvor mye elevene valgte å gruppere elementene i treere. Noen av elevene grupperer i treere i en til tre oppgaver, men bruker

et mangfold av andre strategier i andre oppgaver. Disse bruker generelt kort tid på oppgavene i forhold til resten av intervjuobjektene. Eleven som derimot grupperer i treere i de fleste oppgavene, bruker gjennomgående lengre tid på de samme oppgavene. Igjen ser vi at elevene bruker ulike strategier i ulike oppgaver, og hvor langt elevene er kommet i utviklingen av hver enkelt strategi er også variert. Når vi ser på responstiden til elevene som kun bruker gruppering i noen få oppgaver i forhold til eleven som brukte denne strategien på de fleste oppgavene, ser vi at førstnevnte bruker betydelig kortere tid. Dette kan være fordi disse elevene tilpasser hvilken strategi de bruker til hva som passer best til oppgaven, mens sistnevnte bruker den strategien han stoler mest på, uavhengig om han kunne løst det på en mer effektiv måte.

## 5.5 Begrensninger ved studien og videre forskning

Enkelte deler av studien ser vi på med et kritisk blikk, da noen av valgene vi har tatt kan ha påvirket hvor sikre resultatene er. Vi går her inn på disse valgene. Vi vil også ta for oss noen aspekter vi fremdeles ikke vet, selv etter å ha fullført denne studien. I tillegg sier vi noe om hvordan videre forskning kan utforske aspekter vi ikke kunne avdekke i vår studie på grunn av dens begrensninger.

I vår undersøkelse fikk intervjuobjektene vite på forhånd at de skulle intervjues. På samme måte var resten av elevene i undersøkelsen klar over at de ikke kom til å bli intervjuet. Vi ser det som en mulighet at elevene som vet at de skal intervjues, tar oppgavene mer seriøst enn resten. Hvis dette er tilfellet, kan vi oppnå mer nøyaktige responstider for gruppen av intervjuobjekter sammenlignet med hele gruppen som deltok i undersøkelsen. Skulle vi gjennomført undersøkelsen på nytt, ville vi ventet til etter gjennomføringen av undersøkelsen før elevene fikk vite hvem som skulle intervjues. Ut fra elevenes responstider ser vi likevel at intervjuobjektene stort sett fordeler seg jevnt fra minstetid til makstid for alle respondentene.

Underveis i gjennomføringen av undersøkelsen, så vi at flere elever tok korte pauser midt i en oppgave i stedet for mellom to oppgaver. Svarene på disse oppgavene vil da bidra til unøyaktige resultater. Det samme gjelder elever som hoppet over en oppgave med uhell. I kapittel 3.7.1.1 forklarte vi hvordan verdiene utenfor grenseverdiene ble fjernet. Vi tok denne tilnærmingen fordi vi var klar over at elevene av og til tok pauser mens de jobbet med en oppgave, eller ved et uhell trykket på «enter» for tidlig og dermed hoppet over en oppgave. Ved å eliminere feildataen, er sjansen mindre for at feilaktige verdier for responstiden er inkludert i analysen. Vi er likevel klar over at grenseverdiene som ble satt, kanskje ikke ekskluderte alle feilverdiene. For å styrke vår egen studie, ser vi i ettertid at det ville vært hensiktsmessig å implementere en tidsbegrensning for hver oppgave. På denne måten tror vi elevene i større grad ville hatt fokus på selve oppgaven der de skulle, og tatt pause når de hadde mulighet til det.

I intervjuene ba vi intervjuobjektene om å forklare tankene og tankeprosessene de hadde mens de gjennomførte åtte av oppgavene i undersøkelsen. Kjent kritikk til denne metoden er at det ikke nødvendigvis er enkelt å skille tankene man hadde da man gjennomførte oppgavene første gang, og det man tenker under intervjuet. Det er ikke avgjørende for vårt forskningsspørsmål om elevene beskriver hva de gjorde første gang de gjennomførte oppgaven, eller om de gjør oppgaven «på nytt» under intervjuet og heller fokuserer på sine tanker i øyeblikket. Dette er noe som derimot kunne hatt påvirkning på forskningsresultatene dersom forskningsspørsmålet hadde en annen vinkling eller spesifisering.



Videre vil vi også påpeke at mengden elever vi valgte å intervju, ikke nødvendigvis var optimal. Med en gruppe på så få som 9 intervjuobjekter, kan vi ikke generalisere funnene våre til nasjonal populasjon. Med flere elever kunne vi fått et større utvalg elever med lignende forklaringer. Da kunne de ulike strategiene trolig kommet tydeligere fram og vi kunne bedre sett hvilke som er mest brukt eller skiller seg ut fra resten. Samtidig ser vi det som sannsynlig at man vil finne en kvalitativ lik sammenheng mellom strategiene elevene bruker og reaksjonstiden, også i en annen og større populasjon.

Det kan kritiseres å bruke responstid som et mål på kompetanse. Som vi gikk inn på i kapittel 5.2, viser flere elever at de har et bredt spekter av strategier de kan velge mellom og faktisk benytte seg av. Når dette er tilfellet, kan det ta lengre tid å kvantifisere mengder enn om man kun hadde hatt en strategi. Strategiene konkurrerer med hverandre og det kan ta ekstra tid å bestemme hvilken eller hvilke strategier man skal benytte seg av (Chen & Siegler, 2000). I matematikdidaktikk er det vanligvis ønskelig å ha, og bruke, flere strategier. For eksempel i tilfeller når man skal kontrollere svaret man har kommet frem til. Hvis nøyaktighet er det viktigste, som det ofte er i det virkelige liv, vil ikke reaksjonstid være det beste målet på kompetanse. Elever kan ved å ha et bredt strategi-repertoar få større fleksibilitet til å ta smarte valg av strategier (Torbeyns & Verschaffel, 2006). Dette har vi sett at kan bidra til økt responstid. Vi vil presisere at vår hensikt med studien ikke har vært å måle kompetanse. Vårt mål var derimot å finne ut om reaksjonstid og gruppering henger sammen med strategier, og eventuelt hvordan. Vi har funnet ut at det er en sammenheng, men at denne er mer kompleks enn å kunne si at lav responstid er lik høy kompetanse. Responstiden vil i tillegg avhenge av strategien. Likevel vil lavere responstid kunne si noe om høyere kompetanse eller ferdighet hvis man kun sammenligner tilfeller innenfor samme strategi.

Med i gjennomføringen av intervjuene, hadde vi en presentasjon med bare åtte kvikkbilder. Vår erfaring i etterkant er at det kunne vært fordelaktig å ha med flere. På forhånd antok vi at samtalene rundt hvert kvikkbilde ville ta lengre tid enn det gjorde i virkeligheten. Med bakgrunn i dette så vi for oss at åtte oppgaver ville være nok. I etterkant ser vi at vi med flere kvikkbilder i intervjuene, kunne styrket vår egen studie. Da hadde vi hatt større mulighet til å få flere like svar og strategier på lignende oppgaver. Således kunne konklusjonene vi trekker av elevenes forklaringer blitt mer generaliserbare.

I denne studien har vi ikke hatt fokus på om elevenes svar er riktig eller feil. Det hadde derfor vært interessant å se om strukturen i kvikkbildene har betydning for om elevene svarer riktig eller feil, og eventuelt hvorfor det kan ha en betydning. På samme måte kunne det til videre forskning vært spennende å se hva resultatet ble dersom elevene hadde fått en tidsbegrensning på 1-2 sekunder på hver oppgave. Da hadde vi fått sett på strukturens bidrag til elevenes nøyaktige kvantifisering av elementer med andre begrensninger.

Noe som hadde vært interessant å se på, er elevenes utvikling av strategier over tid. Ettersom denne oppgaven er skrevet over bare noen måneder, valgte vi å begrense studien til å samle inn data i kun én omgang. Vi vet med vår studie hvilke strategier de benytter seg av og hvordan. Vi vet derimot ikke noe om hvordan strategi-repertoaret og strategiutviklingen vil se ut fremover. Hadde dette vært en studie over lengre tid, ville vi fulgt elevenes utvikling. En mulighet hadde da vært å komme tilbake et par år etter og gjennomført samme undersøkelse med samme utvalg elever, også med de samme

intervjuobjektene. Dette kunne blant annet vist oss noe om elevene hadde utviklet mer effektive strategier, hvilke strategier de har styrket og hvilke de kanskje ikke benytter seg av lengre. Det kunne også potensielt sagt noe om effekten ulike undervisningsopplegg har på elevenes strategier.

## 5.6 Studiens bidrag til forskningsfeltet

Denne studien skiller seg fra andre lignende studier (Ciccione & Dehaene, 2020; Gandini et al., 2008) ved at den undersøker barn i barneskolealder. I tillegg ser vi på hver delprosess elevene benytter seg av som en strategi. Dette har vært et bevisst valg med bakgrunn i det vi ønsker å få ut av denne studien. Til forskjell fra andre studier (Ciccione & Dehaene, 2020; Katzin et al., 2019; Starkey & McCandliss, 2014; Wege et al., 2022) ser vi i denne studien på den direkte koblingen mellom strategibruk og responstid i kvikkbilder. Det kan diskuteres om mennesker bruker en medfødt mengdesans og at forutsetningene for å lære matematikk derfor påvirkes av dette (Santos et al., 2022; Siemann & Petermann, 2018). Det er i denne studien tydelig at mengdeestimering i stor grad er basert på elevenes tillærte matematiske strategier. Det betyr at alle barn og voksne kan utvikle sin estimeringskompetanse, i og med at strategier er noe man kan lære på skolen. Dette kan bidra til at man får en bedre matematikkforståelse.

I og med at mengdeestimering i stor grad regnes med å være basert på tillærte matematiske strategier, ønsker vi å kunne si noe om hva det lønner seg å jobbe med i skolematematikken. Det vi har sett er at elevene trenger å bli utfordret til å bruke de strategiene og tenkemåtene de kanskje ikke er helt trygge på ennå (Chen & Siegler, 2000). Ved å ha fokus på strategier og at elevene skal utvikle et strategi-repertoar, vil de i større grad kunne ta fleksible, fornuftige og raske valg av strategi i oppgaver med ulik kontekst (Torbeyns & Verschaffel, 2006). Et slikt fokus i undervisningen kan bidra til at elevene utvikler utholdenhet og selvstendighet i faget. Videre lar dette elevene arbeide med sin resonnering og forståelse av matematikk, som er den sentral del av matematisk kompetanse (Utdanningsdirektoratet, 2020).

Ved å gjennomføre denne studien har vi belyst hvilken effekt gruppering av elementer har på elevenes responstid. Vi har rettet søkelyset på viktigheten av å la barn utfordre og utvikle de strategiene de har og skal erverve. På samme måte som Ciccione og Dehaene (2020) fant i sin forskningsstudie er ikke responstiden lavere på den kategorien hvor elementene er delt i ulike grupper, enn responstiden på de helt ustrukturerte oppgavene. I deres studie gjaldt resultatet for voksne, men vi ser av vår studie at dette også gjelder for barn i barneskolealder. Et gjennomgående tema i vår studie, er at elevene ofte benytter seg av gruppering i 3-ere. Dette har vi ikke sett i andre relevante studier, og det kunne derfor vært interessant å forske mer på ved en senere anledning.

Det finnes både undervisningsopplegg og software for å øve opp den antatt medfødte mengdesansen (for eksempel Alam & Dubé, 2022). Våre funn indikerer at det heller er estimeringsstrategiene man øver opp ved å benytte slike undervisningsopplegg og software. De strategiene man lærer seg og utvikler, kan man også øve opp med mer systematiske og målrettede metoder (Torbeyns & Verschaffel, 2006). For eksempel bruker både Clements et al., (2019), Fosnot og Dolk (2001) og matematikksenteret (u.å.) kvikkbildeundervisning i skolen. Matematikksenteret bruker kvikkbilder bevisst for å få i gang klasseromsdiskusjoner om ulike strategier. Fosnot og Dolk (2001) bruker kvikkbilder for å oppmuntre elever til å se bort fra ineffektive tellestrategier, og heller søke etter mønstre som kan kombineres. Elevene får se bildene raskt nok til at de kan se gruppene, men ikke lenge nok til at de kan telle hvert enkelt element. På denne måten

blir elevene tvunget til å utvikle estimeringskompetansen sin. Både matematikksenteret og Fosnot og Dolk (2001) benytter kvikkbilder som en prosess for å erverve gode strategier. Som et resultat av dette vil elevene sitte igjen med et produkt, som er de nye strategiene (Torbeyns & Verschaffel, 2006).

## 6 Konklusjon

Hensikten med denne studien var å finne ut om det er en sammenheng mellom elevenes responstider på kvikkbilder og strategiene de bruker. Dette fordi den mentale aktiviteten som skjer i arbeid med kvikkbilder er vist at kan være en sterk prediktor til senere matematikkprestasjoner (Aunio & Niemivirta, 2010). Studien vår undersøkte sammenhengen mellom responstider og strategier for å oppnå ytterligere innsikt i hva som bør fokuseres på i arbeid med estimeringsstrategier i skolen. Dermed kan studien på sikt og sammen med annen forskning legge til rette for fremtidige matematikkferdigheter. Av tidligere forskning visste vi allerede at gruppering av elementer gjør at både voksne og barn kvantifiserer totalmengden raskere. Før denne studien hadde vi ikke empiri på hvorfor det er slik. Ciccione og Dehaene (2020) sin studie viser indirekte at hastigheten på kvantifiseringen henger sammen med matematiske ferdigheter hos voksne. I denne studien har vi i stor grad vist at hovedresultatene til Ciccione og Dehaene (2020) også gjelder for skolebarn. Vi har i tillegg vist at både bildestruktur og reaksjonstid henger sammen med hvilke strategier elevene bruker. Det vi derav konkluderer med, er at våre funn er med på å sannsynliggjøre at deltakerne som i Ciccione og Dehaene (2020) og Starkey og McCandliss (2014) sine studier var raskest i kvantifisering av mengder, var raskest på grunn av at de brukte mer effektive strategier.

I diskusjonen om mengdeestimering og matematikk er medfødt eller ikke, underbygger vår studie at dette i stor grad kan læres. Funnene indikerer at sammenhengen mellom responstid og hvor god elevens tallforståelse er utviklet, i hovedsak handler om kognitive strategier fremfor perseptuelle mekanismer. En mulig tolkning av funnene er at man egentlig øver opp strategier for å estimere, ikke selve estimeringsevnen. Mengdeestimering bygger da på tillærte matematiske strategier.

Vårt bidrag til forskningsfeltet er å belyse viktigheten av elevenes strategibruk i kvantifisering av mengder. Det er viktig med kunnskap om både hvilke strategier elevene benytter og hvordan disse strategiene samt nye strategier kan utvikles i matematikkfaget i skolen. I det daglige liv er nøyaktighet som oftest viktigere enn tidsbruk når det gjelder kvantifisering. Dersom lærere strategisk legger opp undervisning for å utvikle elevenes strategier, vil de få større mulighet til å velge de mest hensiktsmessige strategiene.



# Referanser

- Alam, S. S., & Dubé, A. K. (2022). Theoretically driven educational app design: the creation of a mathematics app. *Educational Technology Research and Development*, 70(4), 1305–1327. <https://doi.org/10.1007/s11423-022-10109-9>
- Aunio, P., & Niemivirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences*, 20(5), 427–435. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2010.06.003>
- Bryman, A. (2012). *Social research methods* (4th ed., pp. xli, 766). Oxford University Press.
- Bulmer, M. (Red.). (1984). *Social Research Methods*. Macmillan.
- Chen, Z. & Siegler, R. S. (2000). II. Overlapping waves theory. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 65(2), 7-11. <https://doi.org/10.1111/1540-5834.00075>
- Ciccione, L. & Dehaene, S. (2020). Grouping Mechanisms in Numerosity Perception. *Open Mind: Discoveries in Cognitive Science*, 4,102–118. [https://doi.org/10.1162/opmi\\_a\\_00037](https://doi.org/10.1162/opmi_a_00037)
- Clark, T., Foster, L., Sloan, L., & Bryman, A. (2021). *Bryman's social research methods* (Sixth edition.). Oxford University Press.
- Clements, D. H., Sarama, J., & MacDonald, B. L. (2018). Subitizing: The Neglected Quantifier. In *Constructing Number* (pp. 13–45). Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-00491-0\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-030-00491-0_2)
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2017). *Research methods in education* (7. utg.). Routledge.
- Creswell, J. W. (2014). *Research design: qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4th ed.; International student ed., p. XXIX, 273 :). SAGE.
- Creswell, J. W., & Creswell, J. David. (2018). *Research design: qualitative, quantitative & mixed methods approaches* (5th edition.). Sage.
- Drageset, S., & Ellingsen, S. (2009). Forståelse av kvantitativ helseforskning - en introduksjon og oversikt. *Nordisk Tidsskrift for Helseforskning*, 5(2), 100. <https://doi.org/10.7557/14.244>
- Feigenson, L., & Halberda, J. (2004). Infants chunk object arrays into sets of individuals. *Cognition*, 91(2), 173–190. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2003.09.003>
- Field, A. (2013). *Discovering statistics using IBM SPSS statistics: and sex and drugs and rock 'n' roll* (4th ed., pp. XXXVI, 915). SAGE.
- Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: constructing number sense, addition, and subtraction* (pp. xx, 193). Heinemann.
- Gandini, D., Lemaire, P., & Dufau, S. (2008). Older and younger adults' strategies in approximate quantification. *Acta Psychologica*, 129(1), 175–189. <https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2008.05.009>
- Gandini, D., Ardiale, E., & Lemaire, P. (2010). Children's Strategies in Approximate Quantification. *Current Psychology Letters: Behaviour, Brain & Cognition*, 26(1), 1–15. <https://doi.org/10.4000/cpl.4990>
- Hindry, M. (2011). *Arithmetics* (1st ed. 2011., p. 1 online resource (XVIII, 322 p. 5 illu)). Springer London: Imprint: Springer.

- IBM Corp. Released 2022. IBM SPSS Statistics for Windows, Version 29.0. Armonk, NY: IBM Corp
- Katzin, N., Cohen, Z. Z., & Henik, A. (2019). If it looks, sounds, or feels like subitizing, is it subitizing? A modulated definition of subitizing. *Psychonomic Bulletin & Review*, 26(3), 790–797. <https://doi.org/10.3758/s13423-018-1556-0>
- Kaufmann, E. L., Lord, M. W., Reese, T. W., & Volkman, J. (1949). The discrimination of visual number. *American Journal of Psychology*, 62(4), 498–525. <https://doi.org/10.2307/1418556>
- Kennedy, B., & Thornberg, R. (2017). Deduction, Induction, and Abduction. In *The SAGE Handbook of Qualitative Data Collection* (pp. 49–64).
- Kolkman, M. E., Kroesbergen, E. H., & Leseman, P. P. M. (2013). Early numerical development and the role of non-symbolic and symbolic skills. *Learning and Instruction*, 25, 95–103. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2012.12.001>
- Luwel, K. & Verschaffel, L. (2008). Estimation of 'real' numerosities in elementary school children. *European Journal of Psychology of Education*, 23(3), 319–338. <https://doi.org/10.1007/BF03173002>
- Mackenzie, N., & Knipe, S. (2006). Research dilemmas: paradigms, methods and methodology. *Issues in Educational Research*, 16(2), 193–205.
- Mandler, G. & Shebo, B. J. (1982). *Subitizing: An analysis of its component processes*. *Journal of Experimental Psychology: General*, 111, 1-22.
- Matematikksenteret, (u.å.). *Kvikkbilder*. Hentet 24.april 2023 fra <https://www.matematikksenteret.no/kompetanseutvikling/mam/aktiviteter-og-filmer-i-mam/kvikkbilder>
- Mooi, E., & Sarstedt, M. (2011). *A Concise Guide to Market Research*. Springer Berlin / Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-12541-6>
- NESH. (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi* (5. utg.). De nasjonale forskningsetiske komiteene.
- Piaget, J. (1970). *Genetic epistemology: Vol. no 8*. Columbia University Press.
- Punch, K. F. (2014). *Introduction to social research: quantitative & qualitative approaches* (3rd ed., pp. XVI, 386). Sage.
- Quinn, P. C., Bhatt, R. S., & Hayden, A. (2008). Young infants readily use proximity to organize visual pattern information. *Acta Psychologica*, 127(2), 289–298. <https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2007.06.002>
- Santos, R. A., Collantes, L. M., Ibañez, E. D., Ibarra, F. P., & Pentang, J. T. (2022). Innate Mathematical Characteristics and Number Sense Competencies of Junior High School Students. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 21(10), 325–340. <https://doi.org/10.26803/ijlter.21.10.18>
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. Routledge.
- Siegler, R. S. (1996) *Emerging minds: The process of change in children's thinking*. Oxford University Press.
- Siemann, J., & Petermann, F. (2018). Innate or acquired? - Disentangling number sense and early number competencies. *Frontiers in Psychology*, 9, 571–571. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.00571>
- Starkey, G. S. & McCandliss, B. D. (2014). The emergence of «groupitizing» in children's numerical cognition. *Journal of experimental child psychology*, 126, 120-137. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jecp.2014.03.006>
- Starkey, G. S., & McCandliss, B. D. (2021). A probabilistic approach for quantifying children's subitizing span. *Journal of Experimental Child Psychology*, 207, 105118–105118. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2021.105118>

- Stehlik-Barry, K., & Babinec, A. J. (2017). *Data analysis with IBM SPSS Statistics: implementing data modeling, descriptive statistics and ANOVA* (1st edition.). Packt.
- Tjora, A. H. (2021). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (4. utgave.). Gyldendal.
- Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Ghesquière, P. (2006). The Development of Children's Adaptive Expertise in the Number Domain 20 to 100. *Cognition and Instruction*, 24(4), 439–465. [https://doi.org/10.1207/s1532690xci2404\\_2](https://doi.org/10.1207/s1532690xci2404_2)
- Utdanningsdirektoratet. (2020). *Kjerneelementer (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer?lang=nob>
- von Glasersfeld, E. (1982). Subitizing: The role of figural patterns in the development of numerical concepts. *Archives de Psychologie*, 50(194), 191–218.
- Wege, T. E., Trezise, K., & Inglis, M. (2022). Finding the subitizing in groupitizing: Evidence for parallel subitizing of dots and groups in grouped arrays. *Psychonomic Bulletin & Review*, 29(2), 476–484. <https://doi.org/10.3758/s13423-021-02015-7>
- Wender, K. F., & Rothkegel, R. (2000). Subitizing and its subprocesses. *Psychological Research*, 64(2), 81–92. <https://doi.org/10.1007/s004260000021>
- Wilkins, J. L.M., MacDonald, B. L., & Norton, A. (2022). Construction of subitized units is related to the construction of arithmetic units. *Educational Studies in Mathematics*, 109(1), 137–154. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10076-7>





# Vedlegg

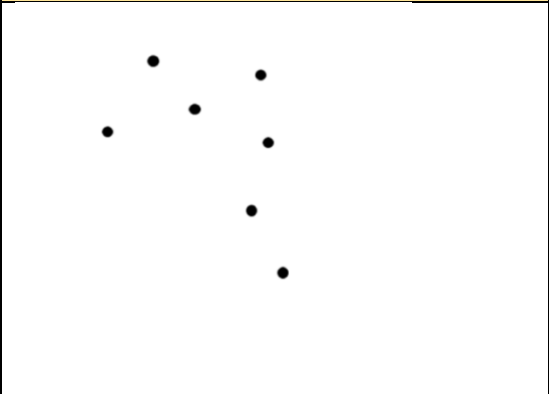
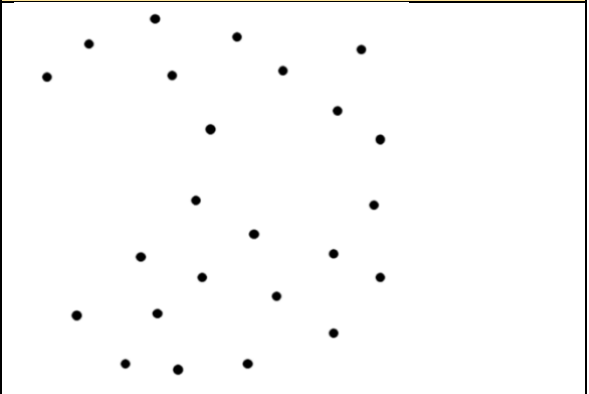
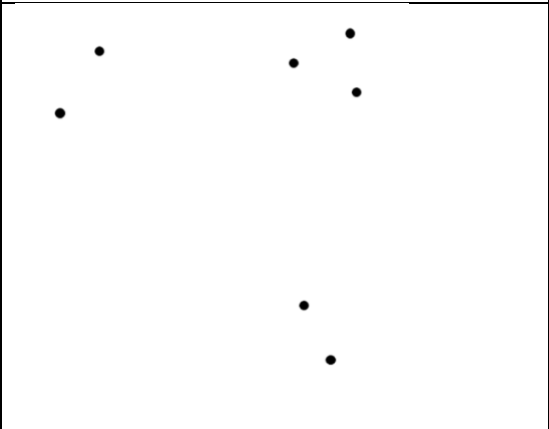
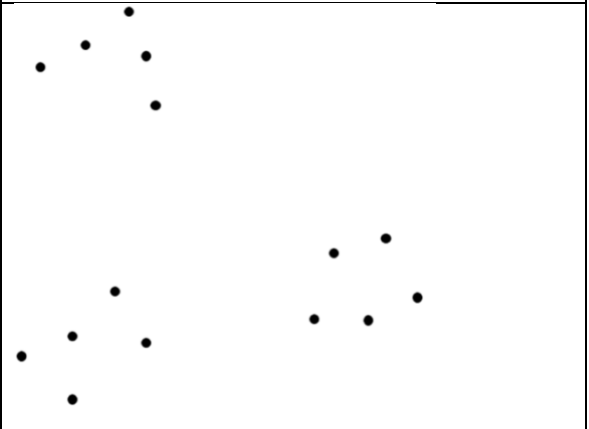
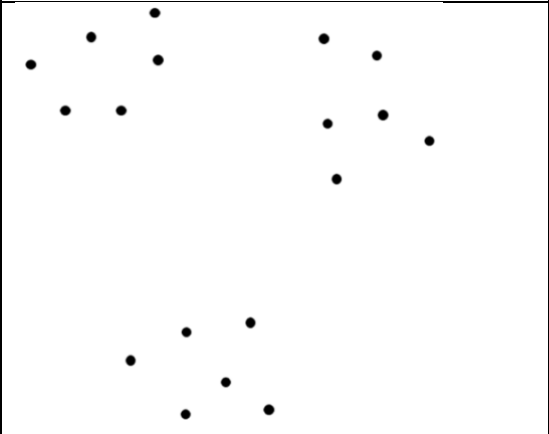
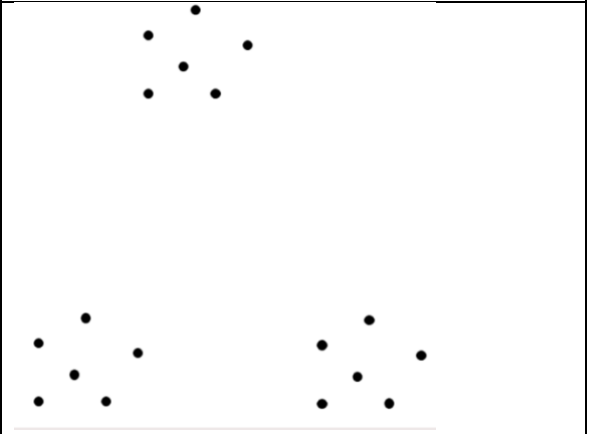
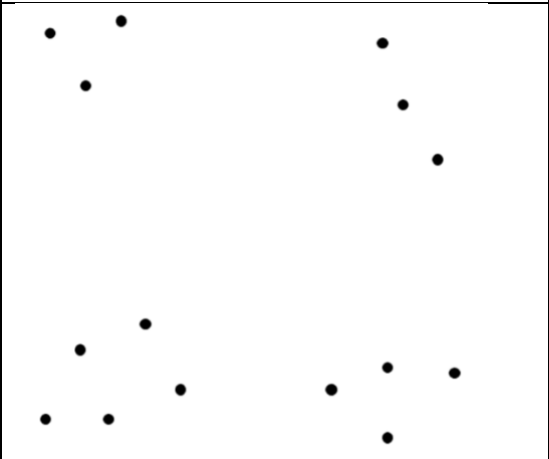
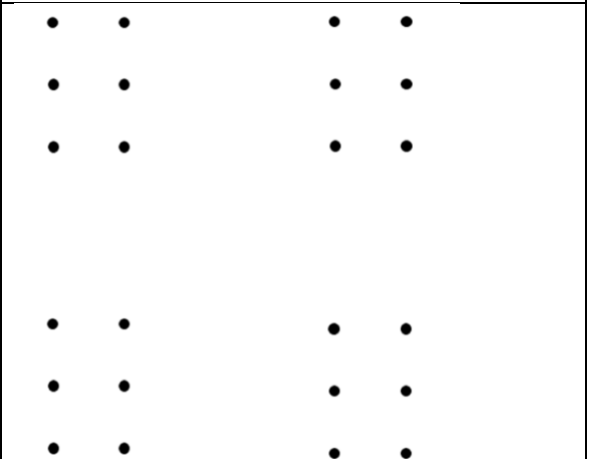
**Vedlegg 1:** Intervjuoppgaver

**Vedlegg 2:** Parvise sammenligninger fra ANOVA

**Vedlegg 3:** Intervjuguide

**Vedlegg 4:** Informasjonsskriv og samtykkeskjema

### Vedlegg 1: Intervjuoppgaver

| Oppgave-<br>nummer | Kvikkbilde  | Oppgave-<br>nummer | Kvikkbilde   |
|--------------------|---|--------------------|--|
| 1                  |    | 2                  |    |
| 3                  |   | 4                  |   |
| 5                  |  | 6                  |  |
| 7                  |  | 8                  |  |

## Vedlegg 2: Parvise sammenligninger fra ANOVA

| Prikker | (I) Kategori | (J) Kategori | Mean Difference (I-J) | Std. Error | Sig. <sup>b</sup> | 95% Confidence Interval for Difference <sup>b</sup> |             |
|---------|--------------|--------------|-----------------------|------------|-------------------|---|-------------|
|         |              |              |                       |            |                   | Lower Bound   | Upper Bound |
| 1       | 1            | 2            | -,089                 | ,143       | 1,000             | -,502   | ,325        |
|         |              | 3            | ,725 <sup>*</sup>     | ,151       | <,001             | ,290  | 1,160       |
|         |              | 4            | ,795 <sup>*</sup>     | ,141       | <,001             | ,388  | 1,202       |
|         |              | 5            | 1,320 <sup>*</sup>    | ,123       | <,001             | ,965  | 1,675       |
|         | 2            | 1            | ,089                  | ,143       | 1,000             | -,325   | ,502        |
|         |              | 3            | ,814 <sup>*</sup>     | ,154       | <,001             | ,369  | 1,258       |
|         |              | 4            | ,883 <sup>*</sup>     | ,157       | <,001             | ,431  | 1,336       |
|         |              | 5            | 1,408 <sup>*</sup>    | ,152       | <,001             | ,970  | 1,847       |
|         | 3            | 1            | -,725 <sup>*</sup>    | ,151       | <,001             | -1,160  | -,290       |
|         |              | 2            | -,814 <sup>*</sup>    | ,154       | <,001             | -1,258  | -,369       |
|         |              | 4            | ,070                  | ,135       | 1,000             | -,320   | ,459        |
|         |              | 5            | ,595 <sup>*</sup>     | ,130       | <,001             | ,219  | ,971        |
|         | 4            | 1            | -,795 <sup>*</sup>    | ,141       | <,001             | -1,202  | -,388       |
|         |              | 2            | -,883 <sup>*</sup>    | ,157       | <,001             | -1,336  | -,431       |
|         |              | 3            | -,070                 | ,135       | 1,000             | -,459   | ,320        |
|         |              | 5            | ,525 <sup>*</sup>     | ,118       | <,001             | ,185  | ,865        |
|         | 5            | 1            | -1,320 <sup>*</sup>   | ,123       | <,001             | -1,675  | -,965       |
|         |              | 2            | -1,408 <sup>*</sup>   | ,152       | <,001             | -1,847  | -,970       |
|         |              | 3            | -,595 <sup>*</sup>    | ,130       | <,001             | -,971   | -,219       |
|         |              | 4            | -,525 <sup>*</sup>    | ,118       | <,001             | -,865   | -,185       |
| 2       | 1            | 2            | -,093                 | ,244       | 1,000             | -,797   | ,611        |
|         |              | 3            | 1,016 <sup>*</sup>    | ,231       | <,001             | ,351  | 1,682       |
|         |              | 4            | 1,874 <sup>*</sup>    | ,226       | <,001             | 1,221   | 2,527       |
|         |              | 5            | 1,912 <sup>*</sup>    | ,234       | <,001             | 1,237   | 2,586       |
|         | 2            | 1            | ,093                  | ,244       | 1,000             | -,611   | ,797        |
|         |              | 3            | 1,109 <sup>*</sup>    | ,249       | <,001             | ,391  | 1,828       |
|         |              | 4            | 1,967 <sup>*</sup>    | ,215       | <,001             | 1,347   | 2,587       |
|         |              | 5            | 2,005 <sup>*</sup>    | ,236       | <,001             | 1,325   | 2,684       |
|         | 3            | 1            | -1,016 <sup>*</sup>   | ,231       | <,001             | -1,682  | -,351       |
|         |              | 2            | -1,109 <sup>*</sup>   | ,249       | <,001             | -1,828  | -,391       |
|         |              | 4            | ,858 <sup>*</sup>     | ,227       | ,003              | ,203  | 1,513       |
|         |              | 5            | ,895 <sup>*</sup>     | ,207       | <,001             | ,298  | 1,493       |
|         | 4            | 1            | -1,874 <sup>*</sup>   | ,226       | <,001             | -2,527  | -1,221      |
|         |              | 2            | -1,967 <sup>*</sup>   | ,215       | <,001             | -2,587  | -1,347      |
|         |              | 3            | -,858 <sup>*</sup>    | ,227       | ,003              | -1,513  | -,203       |
|         |              | 5            | ,038                  | ,222       | 1,000             | -,603   | ,679        |
|         | 5            | 1            | -1,912 <sup>*</sup>   | ,234       | <,001             | -2,586  | -1,237      |
|         |              | 2            | -2,005 <sup>*</sup>   | ,236       | <,001             | -2,684  | -1,325      |
|         |              | 3            | -,895 <sup>*</sup>    | ,207       | <,001             | -1,493  | -,298       |
|         |              | 4            | -,038                 | ,222       | 1,000             | -,679   | ,603        |
| 3       | 1            | 2            | -,889                 | ,315       | ,060              | -1,799  | ,020        |
|         |              | 3            | ,415                  | ,263       | 1,000             | -,345   | 1,174       |
|         |              | 4            | ,855 <sup>*</sup>     | ,295       | ,048              | ,003  | 1,707       |
|         |              | 5            | 2,142 <sup>*</sup>    | ,347       | <,001             | 1,141   | 3,144       |
|         | 2            | 1            | ,889                  | ,315       | ,060              | -,020   | 1,799       |
|         |              | 3            | 1,304 <sup>*</sup>    | ,300       | <,001             | ,439  | 2,169       |
|         |              | 4            | 1,744 <sup>*</sup>    | ,287       | <,001             | ,916  | 2,573       |
|         |              | 5            | 3,032 <sup>*</sup>    | ,363       | <,001             | 1,985   | 4,078       |



## **Vedlegg 3: Intervjuguide**

### **Informasjon**

Denne intervjuguiden skal nyttast som eit utgangspunkt i eit semistrukturert intervju med elevar som har gjennomført eit oppgåvesett med kvikkbilder. I intervjuet ønsker me å samle data om elevars tenkjemåtar i estimering av mengder prikkar i gjennomføringa av oppgåvene. Me reknar med det vil dukke opp interessante tankar og idear, og vil då legge til ekstra spørsmål for å få tak i desse dersom me finn det relevant for masteren. Eventuelle tilleggs - og oppfølgingsspørsmål vil på same måte som spørsmåla i intervjuguiden vere retta mot elevane sine tankar og strategiar i arbeid med kvikkbilder.

### **Problemstilling:**

Kva strategiar nyttar elevane i kvantifisering av mengder?

### **Intervju**

#### *Bakgrunns spørsmål*

1. Kor gammal er du?
2. Kva klasse går du i?

#### *Spørsmål om kva eleven tenker om kvikkbildeundervisning*

1. Kva synest du om undersøkinga med kvikkbilder?

#### *Spørsmål om kvikkbilda i undersøkinga*

1. Korleis tenkte då du skulle finne ut or mange prikkar som viser her?
2. Er det nokon gongar det er enklare å sjå enn andre? I så fall når?
3. Er det nokon gongar det er vanskelegare å sjå enn andre? I så fall når?

#### *Avslutning*

1. Vil du leggja til noko meir?

#### *Oppklarande spørsmål*

1. Fortell meir om det?
2. Kan du gi ein litt meir detaljert beskrivelse av korleis du tenkte?

## **Vedlegg 4: Informasjonsskriv og samtykkeskjema**

### **Informasjonsskriv om masterprosjekt**

*Vil du delta i et forskningsprosjekt som ser på elevers aritmetiske strategier for å organisere mengder i kvikkbilder?*

Dette er et spørsmål til deg og dine foresatte, om du ønsker å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å se hvilke aritmetiske strategier elever bruker for å organisere mengder i kvikkbilder. Her vil du få informasjon om hva kvikkbilder er, hva målet for prosjektet er, samt hva en deltakelse vil innebære for deg dersom du ønsker å delta.

Matematikksenteret beskriver kvikkbilder som en aktivitet som er designet for å engasjere elever i å visualisere tall og forme mentale representasjoner av en mengde som vanligvis er presentert gjennom en samling prikker. Elevene forklarer hvordan de organiserte mengden for å telle det totale antallet prikker i bildet.

#### **Formål**

Vi er to masterstudenter som studerer grunnskolelærer 5.-10. ved NTNU i Trondheim. Vi skal skrive en masteroppgave der vi ønsker å se hvilke aritmetiske strategier elever på barneskolen, da rettet mot 5. - 7. trinn, bruker for å organisere mengder i kvikkbilder. Videre vil vi også undersøke om det er noen sammenheng mellom de oppgavene som er raskest å løse, og strategiene elevene bruker.

Vi ønsker å gjennomføre et oppgavesett vi har lagd på forhånd på hele klasser. Dette oppgavesettet løses på pc. Oppgavesettet løses på ca. 15 minutter. Her vil elevene få en kode de kan bruke, slik at ingen personlig informasjon blir hentet inn, og elevene vil derfor være anonyme under hele prosessen.

Videre ønsker vi å intervjuer til sammen 6-8 elever fordelt på 5.-7. trinn. Her vil vi spørre eleven om hva han/hun tenkte i de ulike oppgavene, slik at vi kan få en forståelse for valg av strategi.

#### **Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?**

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet i Trondheim er ansvarlig for prosjektet.

#### **Hvorfor får du spørsmål om å delta?**

Vi ønsker å bruke elever ved denne skolen på grunn av tidligere kjennskap til skolen. Vi ønsker så langt det lar seg gjøre at hele trinnet deltar i oppgaveløsingen, men har forståelse hvis det er noen som ikke ønsker å delta.

Vi ønsker å intervju 6-8 elever i etterkant av oppgaveløsingen. De elevene som er villige til å delta som intervjuobjekt, og blir trukket ut vil få beskjed om dette.

### **Hva innebærer det for deg å delta?**

I dette masterprosjektet bruker vi mixed methods som forskningsmetode. Det betyr at vi både samler inn kvantitative og kvalitative data. De kvantitative dataene vi samler inn vil være elevenes besvarelser på oppgavesettene. De kvalitative dataene vil bestå av individuelle intervju. Vi vil benytte lydopptak for å kunne transkribere det som blir sagt under intervjuene. Det vil ikke bli registrert navn eller noe som kan gjøre at deltakerne blir gjenkjent, det er 100 % anonymisert.

Hvis du velger å delta i prosjektet vil det innebære ca. 15 minutter med oppgaveløsning. For de som ønsker og blir trukket ut til å delta i intervju, anslås intervjuet til å vare fra 30-60 minutter. I forkant må du og foreldrene dine skrive under på et samtykkeskjema. Intervjuet vil bli tatt opp på lydopptak.

Alle foresatte kan få tilgang til å sjekke intervjuguide før intervjuene gjennomføres. Hvis dette er ønskelig vil vi at dere tar kontakt med oss på forhånd.

### **Det er frivillig å delta**

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Dersom du ikke ønsker å delta vil det bli lagt opp til annen undervisning mens datainnsamlingen foregår.

### **Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger**

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- De som vil ha tilgang til opplysningene som samles inn er oss studentene som skriver oppgaven og veilederen vår Trygve Solstad.
- Siden samtykkene vil bli samlet inn på ark, vil vi ha tilgang til et skap som låses. Det er bare vi som har nøkkel til dette skapet. Samtykkene vil bli makulert etter levert oppgave.

*Ingen av deltakerne vil kunne bli gjenkjent ved navn eller andre kjennetegn i publikasjonen, det vil bare publiseres sitater sagt av deltakerne. Lagt fram som «person 1, person 2 osv..».*

### **Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?**

Prosjektet vil etter planen avsluttes når masteroppgaven blir godkjent og vi har fått karakter. Vi skal levere inn prosjektet 25.05.23. Etter prosjektet er avsluttet vil alt datamateriale og underskrifter makuleres og slettes.



## **Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?**

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet i Trondheim har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

### **Dine rettigheter**

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- *Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet i Trondheim* ved Trygve Solstad, på epost [trygve.solstad@ntnu.no](mailto:trygve.solstad@ntnu.no) eller på telefon: 95 25 89 17 / 73 41 25 94
- Vårt personvernombud: Thomas Helgesen, på epost [thomas.helgesen@ntnu.no](mailto:thomas.helgesen@ntnu.no) eller på telefon: 93 07 90 38

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- Personverntjenester på epost ([personverntjenester@sikt.no](mailto:personverntjenester@sikt.no)) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Trygve Solstad

*Prosjektansvarlig  
(Forsker/veileder)*

Emma Berget Stoum  
Malene Skjellevik Bjørsvik

*Studenter*

# Samtykkeskjema

## Bakgrunn og formål

Denne undersøkelsen er en del av et masterprosjekt på NTNU i Trondheim. Masterprosjektet gjennomføres av to studenter som skriver master i matematikk på studiet grunnskolelærer 5.-10. Problemområdet for intervjuet vil være å finne ut hvilke tanker eleven har når han/hun organiserer mengder i kvikkbilder.

Det vil bli gjennomført individuelle intervjuer hvor det blir tatt lydopptak. Lydopptakene skal ikke brukes til annet enn materiale for transkribering. Elever som deltar i prosjektet vil på ingen måte kunne bli identifisert, og man er 100% anonym. Både lydopptak, transkribering og notater vil bli makulert etter sensur.

## Frivillig deltakelse

Det er frivillig om du ønsker å delta i dette prosjektet, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi grunn. Dersom du trekker deg fra prosjektet, vil alle opplysninger og innsamlet data bli anonymisert og makulert.

## Samtykke (kryss av og signer. Du kan krysse av for flere enn én.)

- Jeg har lest og forstått informasjonen om undersøkelsen og er villig til å delta i oppgaveløsning.
- Jeg har lest og forstått informasjonen om undersøkelsen og er villig til å delta i individuelle intervju.
- Jeg ønsker ikke å delta i verken oppgaveløsning eller intervju.

---

Signatur foresatt

---

Sted/ Dato

---

Signatur elev

---

Sted/ Dato

