Frida Geving Bedsvaag og Marie Moan

Matematikkvandring i skolen

Integrere matematiske modelleringsaktiviteter med matematikkvandring: En mixed methods studie av elever på 9. trinn

Masteroppgave i matematikkdidaktikk
Veileder: Farzad Radmehr
Mai 2023

Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Frida Geving Bedsvaag og Marie Moan

Matematikkvandring i skolen

Integrere matematiske modelleringsaktiviteter med matematikkvandring: En mixed methods studie av elever på 9. trinn

Masteroppgave i matematikkdidaktikk
Veileder: Farzad Radmehr
Mai 2023

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Følgende studie benytter seg av mixed methods for å undersøke fenomenet «Math Trail», et begrep vi har valgt å oversette til matematikkvandring. Matematikkvandring er en utendørs undervisnings- og læringsaktivitet som knytter matematikk til de fysiske objektene i omgivelsene, og kan være en måte å implementere matematisk modellering i skolen. Modellering handler om å knytte virkeligheten og matematikken sammen. Studien undersøker to forskningsspørsmål, (1) elevers opplevelse av matematikkvandringen og (2) deres løsning av modelleringsoppgaver relatert til temaet geometri.

For å få en helhetlig forståelse av forskningsproblemet, har vi i denne studien brukt både kvalitative og kvantitative datainnsamlingsinstrumenter som videoopptak, spørreskjema, og intervju. Studien undersøker en klasse på 9. trinn, der 17 elever deltok. Matematikkvandringen foregikk over en undervisningsøkt, der elevene samarbeidet i grupper på tre. Modelleringsoppgavene var lastet opp i appen MathCityMap. Det ble tatt videoopptak med GoPro-kamera av tre grupper i undervisningsøkten. I etterkant av økten svarte alle elevene på spørreskjemaet, og dagen etter ble gruppene som ble filmet intervjuet.

Resultatene fra studien indikerer at matematikkvandring er en undervisningsmetode som kan brukes som variasjon og som supplement i en lærers undervisningspraksis. Mange elevene rapporterte hovedsakelig positive opplevelser med å delta i matematikkvandring, og de oppga at de ville delta på undervisningsaktiviteten igjen. Videre beskrev de aktiviteten som «gøy», «realistisk», «bedre» og «praktisk». Mange elever rapporterte også at det ga mer mening å gjøre matematikk utendørs på virkelige objekter. Noen elever oppfattet at det var utfordrende å delta i matematikkvandringen, da det kunne være lett å bli distrahert og at det var enklere å arbeide i klasserommet. Resultatene fra modelleringssyklusen indikerer at elevene sammen diskuterte og løste oppgavene matematisk som en gruppe. Elevenes løsninger var preget av bruk av matematiske formler. Resultatene indikerer også at mange elever hadde vanskeligheter med å tolke og validere sine svar, som viser til noen didaktiske implikasjoner for utvikling av læring og undervisning av matematikk, som viktigheten av lærerens rolle i å støtte elevenes prosess i modelleringssyklusen.

Abstract

This mixed methods study examines the «math trail» teaching method. Math trail is an outdoor teaching and learning activity that links mathematics to the physical objects in the environment and could be used as a way of implementing mathematical modeling in school. Modeling is about linking reality and mathematics together. The study examines two research questions that deal with students' experience of mathematics walking and their solution of modeling tasks related to the topic of geometry.

In order to obtain a more comprehensive understanding of the research problem, we have used a mixed methods approach in this study. Both qualitative and quantitative data collection instruments such as video recordings, questionnaires and interviews are used. The study examines a 9th grade class, where 17 students participated. The math trail took place over a teaching session, where the students worked together in groups of three. The modeling tasks were uploaded in the MathCityMap app. Video recordings were made with a GoPro camera of three groups during the teaching session. After the session, all the students answered the questionnaire, and the following day the groups that were filmed were interviewed.

The results from our study indicate that math trail is a teaching method that can be used as a variation and as a supplement in a teacher's teaching practice. Many students again reported positive experiences of participating in the math trail, and they stated that they would participate in the teaching activity. Furthermore, they described the activities as «fun», «realistic», «better» and «practical». Many students also report that it made more sense to do math outdoors on real objects. Some students perceived that it was challenging to take part in the math trail, as it could be easy to be distracted and that it was easier to work in the classroom. The results from the modeling cycle indicate that the students together discussed and solved the tasks mathematically as a group. Students' solutions were characterized by the use of mathematical formulas. The results also indicate that many students had difficulty interpreting and validating their answers, which points to some didactic implications for improving learning and teaching of mathematics, such as the importance of the teacher's role to facilitate students’ progress in the modeling cycle.

Forord

Da var vi her, etter seks år med studie for oss begge to, symboliserer denne masteroppgaven avslutningen på vår tid som studenter. Prosessen med å skrive masteroppgave har vært en interessant, krevende og en lærerik reise. Vi har lært mye i denne prosessen som vi vil ta med oss videre ut i arbeidslivet. Samtidig har det gitt oss tid til å reflektere over lærerhverdagen som snart slår inn. Vår motivasjon for å skrive denne masteroppgaven var først og fremst å skrive om et tema som interesserer oss, i tillegg til å forhåpentligvis produsere noe som vi kan ta inn i vår hverdag som lærere. Arbeidet med masteroppgaven har gitt oss lærdom og en undervisningsmetode som vi vil ta med oss videre i vår verktøykasse.

Vi vil gjerne bruke denne siden til å takke noen personer som har hjulpet oss og bidratt i denne prosessen. Først og fremst vil vi takke læreren og elevene i klassen som meldte seg frivillig til å delta i studien, og som derfor lot oss teste ut et opplegg ingen av oss hadde noen erfaringer med. Ikke minst vil vi takke veilederen vår Farzad Radmehr som har vært en stor støttespiller under hele masterprosessen. Din kunnskap og ditt engasjement i arbeidet vårt har inspirert oss til å ville gjøre et godt arbeid. Takk for at du alltid har vært tilgjengelig. Takk for bixit kjeks, «cafe with milk», gode diskusjoner og nyttige tilbakemeldinger og hjelp under hele perioden.

En stor takk vil vi også sende til hverandre som master partnere, og takker for et godt samarbeid og tålmodighet under denne prosessen. Denne masteroppgaven, og tiden på lærerstudiet hadde ikke vært det samme uten hverandre.

En varm takk til familiene våre som har vært positive, og hadd troen på at vi skal lykkes. Takk til Fridas bror som har vist interesse for å gi tips, samt lest korrektur på oppgaven. Til slutt vil vi takke alle studievennene våre for en morsom studietid.

Frida Geving Bedsvaag og Marie Moan
Trondheim, mai 2023

Innhold

Figurer

Tabeller

1.Innledning

1.1 Introduksjon og begrunnelse

En av lærernes største utfordring i sin profesjonshverdag er å motivere elevene (Skaalvik & Skaalvik, 2015). I dagens klasserom møter lærere mange elever med ulik motivasjon i skolehverdagen, og matematikkfaget er intet unntak. Forskning viser at motivasjonen for matematikkfaget synker med økende alder, og norske elevers motivasjon for faget ligger under det internasjonale snittet (Kaarstein & Nilsen, 2016). Matematikk blir ofte ansett av elever for å være kjedelig og utfordrende (Buchholtz & Singstad, 2021; Kaarstein & Nilsen, 2016). I tillegg har skolematematikken blitt kritisert for å gi elevene et ensidig bilde av matematikk som fag, hvor elevene blir bedt om å memorere formler og regler som middel for å komme frem til riktig løsning, uten at disse formlene oppleves som relevante for elevenes faktiske eller fremtidige liv (Grønmo & Onstad, 2009; Vorhölter et al., 2014).

Samfunnet er i utvikling, og i takt endrer skolen seg. Fagfornyelsen, innlemmet fra høsten 2020, er et forsøk på å revidere skolens innhold og form for å ruste elever for fremtiden (Kunnskapsdepartementet 2017). Formålet med Fagfornyelsen er å gi skolen et verdiløft, og gi elevene bedre læringsmuligheter, med et særlig stort fokus på elementer som dybdelæring og forståelse (Meld. St. 28 (2015-2016), s. 7). Skolens samfunnsmandat er å tilby opplæring som gir elevene kunnskap, ferdigheter og holdninger til å mestre egne liv, og delta i arbeidsliv og samfunnets fellesskap. Elevene skal i tillegg få utfolde skaperglede, engasjement, utforskertrang og lære seg å tenke kritisk (Opplæringslova, 1998, §1-1). For at matematikkfaget skal kunne realisere mandatet av staten, er faget nødt til å oppleves som relevant og virkelighetsnært for elevene, slik at de kan anvende det de lærer utenfor skolen. Fagfornyelsen vektlegger tverrfaglighet der elevene skal kunne se temaer som krever kunnskap og ferdigheter mellom flere fag (Kunnskapsdepartementet, 2017). I tillegg vektlegges kjerneelementer som skal bidra til at elevene skal utvikle forståelse i faget (Kunnskapsdepartementet 2019). I matematikkfaget er «modellering og anvendelser» et av kjerneelementene, og blir presentert følgende:

«En modell i matematikk er en beskrivelse av virkeligheten i matematisk språk. Elevene skal ha innsikt i hvordan modeller i matematikk brukes for å beskrive dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet ellers. Modellering i matematikk handler om å lage slike modeller» (Kunnskapsdepartementet 2019).

Inkludering av matematisk modellering i skolen har potensial til å gi elevene innsikt i nytten av matematikk (Vorhölter et al., 2014). Matematisk modellering handler om å bruke matematikk til å beskrive, beregne eller forklare forhold utenfor matematikken (Blomhøj, 2006), og blir i litteraturen beskrevet som prosessen med å oversette mellom den virkelige verden og matematikk (Blomhøj, 2006; Blum, 2011; Blum & Ferri, 2009; Ferri, 2018). I dagens samfunn møter vi matematiske modeller overalt rundt oss, for eksempel brukes det til å beskrive økonomi, klimamodeller for å forutsi fremtidige værforhold, og transportplanlegger for kollektivtransport som mange bruker for å komme seg til skole og arbeid. For å kunne utføre skolens mandat om å forberede elevene på å mestre eget liv, medborgerskap og deltakelse i samfunnsutviklingen (Opplæringslova, 1998, §1-1), forutsetter dette modelleringskompetanse hos elevene (Blum, 2011). Matematisk modellering er ment å hjelpe elevene til å forstå verden bedre, støtte matematikklæringen, og bidra til utvikling av matematiske kompetanse. Gjennom meningsfull matematikkundervisning kan elevene få en bedre forståelse, og dermed bidra til økende motivasjon til faget ved å se den praktiske nytten av å kunne matematikk (Blum, 2011; Blomhøj & Jensen, 2003).

Endringer i samfunnet og læreplaner krever endring i undervisningsmetoder. Følgende mixed metods studie beveger seg bort fra den tradisjonelle matematikkundervisningen som har blitt brukt, og det virker som den fortsatt benyttes i skolen. Grunnet flere elevers mangel på motivasjon og forståelse for matematikkfaget og dets relevans, ønsker vi å undersøke elevenes opplevelse av en undervisningsmetode som er relativt ny og lite forsket på (Buchholtz & Singstad, 2021; Kaarstein & Nilsen, 2016; Vorhölter et al., 2014). Samtidig ønsker vi å undersøke hvordan elevene løser modelleringsoppgaver. Til tross for modelleringens plass i matematikkfaget, er det mye forskning på hva og hvorfor modellering er viktig, men ikke hvordan matematikklærere kan praktisere modelleringsaktiviteter (Ferri, 2018, Vorhölter et al., 2014).

Undervisningsmetoden som undersøkes i denne studien er «Math Trails», som vi har oversatt til matematikkvandring. Matematikkvandring er en utendørs undervisningsmetode, der oppgavene er knyttet til objektene elevene møter på (Buchholtz & Singstad, 2021). Forskning viser til at metoden gir mulighet til å innlemme modellering i skolen, og blir sett på som et nyttig supplement til den ordinære klasseromsundervisningen (Berge & Bunes, 2022; Buchholtz & Singstad, 2021; Hassing, 2022). Derfor ønsker vi å undersøke hvordan elevene opplever og løser ulike modelleringsoppgaver i matematikkvandring, og om våre funn i en norsk kontekst er i tråd med tidligere forskning i andre kontekster.

Det finnes noe forskning på matematikkvandring som undervisningsopplegg. Som masteroppgaver har blant annet Singstad (2020) ved Universitetet i Oslo undersøkt math trails og modellering. Studien er derimot en kvalitativ analyse, og undersøker elever på videregående skole. En «mixed methods» tilnærming på dette området i Norge er noe vi kan tilføre som et tilskudd på forskningsfeltet. Det ser ut som det er få studier som har undersøkt matematikkvandring hos elever på 9. trinn i Norge, noe som bidrar til vår motivasjon for å undersøke matematikkvandring som undervisningsmetode på 9. trinn.

Geometri er et sentralt tema i læreplanen i matematikk på 9. trinn som flere kompetansemål linkes til, og har bidratt til valg av det matematiske temaet for studien (Kunnskapsdepartementet, 2019). Det finnes mange måter å undervise i geometri på, og undervisningen har variert enormt de siste hundre årene (Sinclair & Bruce, 2015). Sinclair og Bruce (2015) framhevet at elever på barneskolen presterer lavt når det kommer til geometri, og at geometri får lite oppmerksomhet i skolen. Vi forsøker derfor med denne studien å belyse temaet, og hvordan læreren kan gjøre geometri til et mer attraktivt og meningsbærende tema for elevene i skolen ved å inkludere matematisk modelleringsaktiviteter i matematikkvandring.

Modelleringsoppgavene i matematikkvandringen var knyttet til areal og omkrets. Lehrer (2003) poengterer at barn ofte har vansker med målebegrepet, som areal og omkrets, og at det er viktig å presentere geometrien i ulike representasjoner. Disse utfordringene kan knyttes til mangel på erfaring (Hansen et al. 2013). Matematikkvandring tilbyr elevene mulighet til å få erfaringer med bruk av areal og omkrets, der de møter matematiske problemer knyttet til sitt nærmiljø til skolen. I tillegg legger undervisningsmetoden opp til at elevene selv står fritt til å velge hvordan de vil løse oppgaven. Eksempelvis hvilke måleredskaper de skal ta i bruk og hvordan de modellerer den virkelige situasjonen, og dermed kan undervisningen oppleves som mer virkelighetsnær.

Å støtte og bidra til elevenes sosiale læring er en del av skolens oppgave, og matematikkfaget skal bidra til at elevene utvikler evnen til å samarbeide gjennom problemløsning (Kunnskapsdepartementet, 2017). I denne studien ble det lagt opp til at elevene skulle arbeide i grupper, der de sammen skulle komme fram til løsningene på oppgavene som ble gitt. Ved å gjennomføre matematikkvandring utendørs fikk elevene beveget på seg i naturen, samtidig som de regnet matematikk sammen. En del av den norske tradisjonen og kulturarven er å være ut i friluft. Opplæringa i skolen skal bidra til å utvikle forståelse av den nasjonale kulturarven, og ved å gjennomføre et slikt undervisningsopplegg kan elevene få kjennskap til kulturtradisjonen (Opplæringslova, 1998, §1-1).

1.2 Forskernes bakgrunn, holdninger og perspektiv

Studien er en del av et større prosjekt som undersøker muligheten for å integrere matematikkvandring i undervisning og læring av matematikk i den norske skolen. En annen medstudent, Fredrik Vildgren, valgte også å undersøke undervisningsmetoden. Til forskjell har han undersøkt elever på barnetrinnet, og designet modelleringsoppgaver knyttet til brøk. Vi har derfor sammen med vår felles veileder, Farzad Radmehr, utformet spørreskjema og intervjuguide. Etter utformingen av spørreskjema og intervjuguide har vi ikke hatt noe videre samarbeid som har påvirket funnene våre.

Studien har kvalitative elementer, og vi som forskere skal analysere kvalitative data. Vår bakgrunn som forskere, holdninger og perspektiver vil derfor ha betydning for vår analyse og tolkning av datamateriale (Creswell & Creswell, 2018). Forfatterne av denne mixed methods studien er to lærerstudenter på NTNU, grunnskolelærer 5-10, med matematikkdidaktikk som masterfag. Fra tidligere av har vi skrevet en mindre forskningsoppgave i kroppsøvingsdidaktikk i studieløpet, som var en forberedelse til masteroppgaven. Utover dette har vi ingen erfaring med å skrive og gjennomføre et slikt stort forskningsprosjekt som denne masteroppgaven. Fordypningsoppgaven på tredjeåret valgte vi også å skrive sammen, for å se hvordan vi som par jobbet og om dette var noe som kunne fungere til en masteroppgave. Resultatet og samarbeidet ble vi fornøyd med, og derfor valgte vi også å skrive masteroppgaven sammen. Vi har nå mer kompetanse innen forskning da vi høsten 2022, gjennomførte emnet vitenskapsteori og metode.

Fra praksis og vikararbeid har vi blant annet erfaring med at elever har utfordring med å forstå og forklare hva areal er, for eksempel forklarer elevene at arealet til et rektangel er lengde multiplisert med bredden. Vi ble derfor interessert i å undersøke hvordan geometri kan undervises slik at det for elevene oppleves som meningsfylt, og dermed bidra til å fremme elevenes relasjonelle forståelse framfor en instrumentell forståelse.

Da vi begynte på lærerutdanningen, var forståelsen av matematikk sterkt relatert til det å gjenkjenne formler og regler. En slik forståelse av matematikkfaget ble raskt endret i studieløpet, og synet på at matematikk er mye mer enn det ovennevnte. Dette er en av grunnene til at vi har valgt å skrive masteroppgave i matematikkdidaktikk. Samfunnet er stadig i endring, og det stiller krav til annen kompetanse enn tidligere. Derfor ønsker vi å utforske en undervisningsmetode som går bort fra det strukturerte A4 klasserommet. Samtidig var motivasjonen vår til å skrive denne masteroppgaven og undersøke et tema som vi kan ta med oss ut i arbeidslivet etter endt utdanning.

1.3 Formål, problemstilling og forskningsspørsmål

Lærerne skal utdanne morgendagens borgere, og modellering kan spille en viktig rolle for elevenes læring av matematikk, i tillegg til å gjøre faget mer relevant og virkelighetsnært for elevene (Blomhøj & Kjeldsen, 2013). Grunnet mangel på forskning knyttet til hvordan lærere kan implementere modellering i undervisningen, har formålet med denne masteroppgaven vært å integrere matematiske modelleringsaktiviteter med matematikkvandring. Tilpasset opplæring er et grunnleggende prinsipp som skal styre skolens virksomhet. Dette er lovpålagt gjennom opplæringsloven §1-3 om tilpasset opplæring (Opplæringsloven, 2020). Studien har derfor undersøkt om matematikkvandring kan brukes som supplement til den ordinære klasseromsundervisningen for å gjøre faget mer interessant og relevant for elevene. Dette har vi gjort ved å undersøke elevenes egne opplevelser med å delta i matematikkvandringen, samt elevenes modelleringsprosesser i arbeidet med modelleringsoppgaver inkludert i matematikkvandring.

For å svare på denne problemstillingen har vi valgt to forskningsspørsmål:

1. Hvordan opplever elever på 9. trinn å delta i matematikkvandring om geometri?
2. Hvordan løser elevene på 9. trinn modelleringsoppgaver relatert til geometri i matematikkvandring?

1.4 Avgrensning

I arbeidet med masteroppgaven har vi hatt en tidsbegrensning på ett semester, som har medført noen avgrensninger i vår undersøkelse. Det finnes mange ulike måter å gjennomføre matematikkvandring på, men vi har måttet avgrenset til et matematisk tema, og designet oppgaver som passer til temaet. Vi har valgt to forskningsspørsmål for å gjøre oppgaven mest ryddig. For å få en helhetlig forståelse av elevers opplevelse og modelleringsprosesser valgte vi en mixed methods studie, der ulike datainnsamlingsinstrumenter er benyttet. Derfor har vi vært nødt til å velge ut fokusområder, og avgrenset hvor dypt vi har sett på de kvalitative og kvantitative dataene som er samlet inn. Elevenes opplevelse av matematikkvandring er subjektivt, og vanskelig å måle direkte. Derfor er data kategorisert for å kunne fokusere på bestemte aspekter, og vi har valgt modelleringssyklusen til Ferri (2006) som teoretisk rammeverk for å se på hvordan elevene har løst de ulike modelleringsoppgavene. Hvorvidt vår operasjonalisering er representative kan stilles spørsmålstegn ved, da det finnes mange ulike perspektiver og teorier på modellering som kunne ha blitt tatt i bruk.

1.5 Oppgavestruktur

Kapittelet har beskrevet vår motivasjon, kontekst og forskningsspørsmål for studien. I Kapittel to har vi først definert noen sentrale begreper og teori for å kunne svare på forskningsspørsmålene til studien, og samtidig presentert tidligere forskning. Kapittel tre presenterer vårt syn på forskning, forsknings- og metodiske tilnærming for studien. Videre i Kapittel fire er studiens datamateriale presentert og analysert gjennom ulike analysekategorier. For å svare på studiens forskningsspørsmål har vi i Kapittel fem sett resultatene i lys av oppgavens teoretiske grunnlag og tidligere forskning som er presentert. Didaktiske implikasjoner blir også belyst, samtidig er forslag til videre forskning foreslått. For å avslutte studien følger en konklusjon.

2.Teori og tidligere forskning

Formålet med studien har vært å integrere matematiske modelleringsaktiviteter med matematikkvandring, og undersøke om metoden kan brukes som supplement til den ordinære undervisningen. Studien har undersøkt dette gjennom å se på elevenes opplevelse av matematikkvandring, samt deres løsning av modelleringsoppgavene. For å få et helhetlig bilde av elevenes opplevelse og løsning av modelleringsoppgaver, er teori og tidligere forskning presentert. Først er teori og studiens perspektiv på matematisk modellering og modelleringssyklus presentert, etterfulgt av tidligere forskning om elevers opplevelse med modelleringsaktiviteter. Videre følger teori og forskningslitteratur om studiens undervisningsmetode, matematikkvandring. Til slutt tar kapittelet for seg det valgte matematiske temaet for matematikkvandringen, og tidligere forskning om undervisning og læring om geometri på ungdomsskolen. Det eksisterer mer teori om tematikken enn det studien omfatter, men på grunn av oppgavens begrensning går studien kun inn på ovennevnte tematikk.

2.1 Matematisk modellering

Innen matematikkundervisning har matematisk modellering de siste 40-50 årene blitt et veletablert forskningsfelt, der antall empiriske studier over hele verden har økt de siste årene (Ferri, 2018). En matematisk modell er et bevisst forenklet og formalisert bilde av en del av den virkelige verden (Niss et al. 2007, referert i Blum, 2015). Blant formålene med modeller er ikke bare å beskrive og forklare, som deskriptive modeller, men også å forutsi og til og med skape deler av den virkelige verden, normative modeller (Blum, 2015). Matematisk modellering handler om å koble ikke-matematiske situasjoner til matematikken (Berget & Bolstad, 2019; Blomhøj & Jensen, 2003). Et begrep som brukes til å forklare denne prosessen er matematisering, som er en beskrivelse og oversettelsesprosess mellom virkelighet og matematikk (Buchholtz & Singstad, 2021).

Grunnet flere lands pedagogiske tilnærminger finnes det ulike perspektiver om matematisk modellering (Ferri, 2018). Til tross for ulike perspektiver på modellering er det imidlertid en felles enighet om at matematisk modellering er en prosess som involverer overgangen fram og tilbake mellom virkeligheten og matematikk (Ferri, 2018). Pollak (1979) refererte til virkeligheten som «resten av verden» utenfor matematikken, som natur, kultur, samfunn eller hverdagsliv (referert i Blum, 2011). Modellering blir derfor beskrevet som en sirkulær prosess som består av å gjøre hensiktsmessige antakelser, oversette et reelt problem til matematikk, arbeide matematisk, relatere et matematisk resultat til den virkelige situasjonen, tolke og validere løsninger (Buchholtz & Singstad, 2021). Det er denne forståelsen av matematisk modellering som ligger til grunn for masteroppgaven.

Matematikk er viktig i kultur og samfunn, og ifølge Niss (1990) er matematikken både usynlig og skjult (referert i Berget & Bolstad, 2019). For å fungere i utviklingen av det moderne samfunnet er det et økt fokus på matematisk kompetanse. En måte å sammenfatte matematikk til dagliglivet, er ved å arbeide med matematisk modellering (Berget & Bolstad, 2019). Kompetanse er kognitivt sett individets evne til å utføre visse handlinger på en velrettet måte (Blum, 2015). Modelleringskompetanse er i forskningslitteraturen definert som prosessen med å utføre alle deler av modelleringsprosessen, og å kritisk vurdere det andre har gjort (Berget & Bolstad, 2019; Blomhøj, 2006; Blomhøj & Jensen, 2003). Slike prosesser er gjerne skildret ved hjelp av en modelleringssyklus (Berget & Bolstad, 2019). Manglende matematisk modelleringskompetanse kan medføre at elevene får vansker med å se sammenheng mellom matematikk og virkelighet, og derfor problemer med å anvende egen matematisk kompetanse utenfor klasserommet (Blomhøj, 2006).

Hensikten med å implementere matematisk modellering i undervisningen var klart tidlig. Både lærere som praktiserte modellering på skolen, og forskere på feltet var klare over hva modellering kunne tilby elever. Blant annet modelleringens mulighet til et større perspektiv på matematikk som skolefag, og modelleringens rolle i elevenes læring av matematikk (Blomhøj & Kjeldsen, 2013; Ferri, 2018). Blum (2015) viser til fire begrunnelser for viktigheten av matematisk modellering i lys av læring for en dypere forståelse av matematisk innhold, og fagets bidrag til allmenndannelse. Disse er pragmatiske, formative, kulturelle og psykologiske begrunnelsen.

Den første begrunnelsen, pragmatiske, handler om at elevene er nødt til å lære å omforme problemer til matematikk for å kunne forstå og mestre hverdagssituasjoner. Elevene vil ikke klare dette av seg selv, og de eksponeres for og arbeide med modellering eksplisitt og kontinuerlig (Blum, 2015). Den formative begrunnelsen for matematisk modellering handler om at modelleringsaktiviteter er med å forbedre og utvikle kompetansen innenfor matematikk. Den kulturelle begrunnelsen knytter seg til samfunnet, og hvordan den virkelige verden kan bidra til en bredere forståelse av matematikkfaget. Til slutt er den psykologiske begrunnelsen, der eksempler fra den virkelige verden kan bidra til å øke elevenes interesse og motivasjon for matematikk, samt hjelpe dem til å forstå matematisk innhold bedre (Blum, 2015). Blum (2015) presiserte at modelleringsaktiviteter kan falle innenfor disse begrunnelsene hvis elevene eksponeres for modellering hyppig i matematikkundervisningen. Som et av kjerneelementene i matematikk, skal modellering gjenspeile opplæringen, og er ikke noe som bare foregår i en undervisningstime (Kunnskapsdepartementet 2019).

Tidligere forskning har gitt innsikt i hva modellering er, og dens potensiale som en innovativ tilnærming til undervisning og læring (Vorhölter et al., 2014), men resultatene viser kun delvis hvordan matematisk modellering kan undervises og læres effektivt (Ferri, 2018). Dette har medført vår interesse for å undersøke hvordan matematiske modelleringsaktiviteter kan integreres med matematikkvandring for å forbedre undervisning og læring av matematikk.

2.2 Matematisk modellering og problemløsning: Likheter og forskjeller

Det stilles kognitive krav i arbeid med modelleringsoppgaver, hvor det både er nødvendig med matematisk kunnskap samt kunnskap fra den virkelige verden (Blum, 2011; Ferri, 2018). Modellering er uatskillelig fra matematisk kompetanse, blant annet er utforming og anvendelse av problemløsningsstrategier viktig (Blum, 2011; Ferri, 2018). «Utforskning og problemløsning» er et av de seks kjerneelementene i matematikkfaget. Problemløsning handler om anvendelser av matematikk, hvor en bruker matematikken som en har lært til å løse ukjente problemstillinger (Kunnskapsdepartementet 2019). I arbeidet med problemløsning kan matematiske modeller være et redskap for å løse problemet (Stedøy & Valbekmo, 2018). Van de Walle et al. (2015) påpekte at i læring av problemløsning er det viktig å ikke forklare bestemte strategier i løsning av et problem, men at oppgavene er åpne, der elevene selv skal komme fram til ulike løsningsstrategier. Elevene lærer av å gjøre matematikk (Van de Walle et al., 2015).

Matematisk modellering og problemløsning er to viktige komponenter i matematikkfaget, men hensikten til de ovennevnte er forskjellige. Mens problemløsning handler om å finne løsningen på et gitt matematisk problem (Stedøy & Valbekmo, 2018), forsøker matematisk modellering å bruke matematikk for å beskrive, og forstå en situasjon i virkeligheten (Blomhøj, 2006). Lesh og Doerr (2003) diskuterte også forskjellen mellom problemløsning og matematisk modellering (referert i Ferri, 2018). De gjør det klart at ethvert modelleringsproblem også er et problem i den forstand at du ikke kan løse det med kjente algoritmer, men i arbeidet med å løse modelleringsoppgaver er det spesifikke strategier som må bli brukt (for eksempel matematisering og bruk av ekstramatematisk kunnskap), som nødvendigvis ikke må brukes i andre problemer (Lesh & Doerr, 2003; Schonfield, 1994, referert i Ferri, 2018). På den andre siden kan matematiske problem være sterkt fokusert på indre matematiske aspekt, men kan også inneholde kontekst slik som med matematiske modelleringsproblemer (Ferri, 2018).

2.3 De kognitive og affektive perspektivene på matematisk modellering

Som nevnt, blir det i litteraturen referert til ulike typer perspektiver på matematisk modellering. Perspektivene er i hovedsak definert som forskningsperspektiver, men de er også viktig for undervisning og læring. De er med på å forstå og analysere modelleringsproblemer, og for planlegging og gjennomføring av undervisning med fokus på instruksjon (Ferri, 2018).

Et av perspektivene er kognitiv og affektiv modellering, også kalt metaperspektivet (Ferri, 2018). For å kunne beskrive, tolke og forklare elevenes tankegang med modelleringsprosessen har vi valgt et kognitivt perspektiv på modellering. Studien beskriver en modelleringsprosess som en prosess der ikke-matematiske problemer blir løst ved bruk av matematikk (Blum, 1996, referert i Kaiser & Maaß, 2007). Fra et kognitivt perspektiv er målet å analysere elevens prosesser når de utfører modelleringsaktiviteter, med vekt på deres kognitive prosesser. Et kognitivt syn kan være til hjelp for å analysere kognitive barrierer i modelleringsproblemer hos elevene, og grunnlaget for disse barrierene (Ferri, 2018). Ved å kun vektlegge et kognitiv aspekt kan det hende at forskningen ikke fanger opp andre aspekter som også spiller en rolle i matematisk modellering (Vos & Frejd, 2022). Vi har derfor inkludert et affektivt perspektiv som også spiller en viktig rolle i arbeidet med modellering (Blomhøj, 2006). De affektive faktorene kan være avgjørende for om elevene går inn i modelleringsprosessen, og om de danner egne motiver for deres arbeid og læring (Blomhøj, 2006).

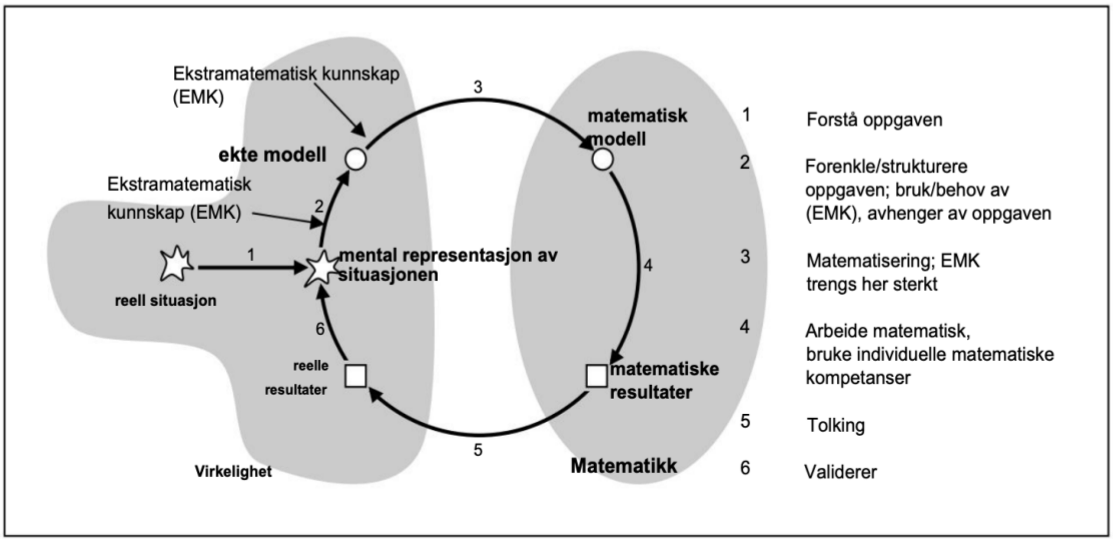
2.4 Modelleringssyklus

For å analysere elevenes modelleringsprosesser ved modelleringsaktiviteter har vi valgt å ta i bruk en modelleringssyklus. En modelleringssyklus er en teoretisk konstruksjon som bli brukt i forskningsstudier om matematisk modellering. På den ene siden fremhever modelleringssyklusen vesentlige aspekter ved modellering, som gjør den til et verktøy for konseptualisering. På den andre siden kan syklusen benyttes som forskningsverktøy for analyse av elevenes arbeid (Vos & Frejd, 2022). Blum og Leiß (2007) definerer modellering som en sirkulær prosess, og deres definisjon kan kobles opp mot beskrivelsene av en modelleringssyklus.

I litteraturen finnes det mange forskjellige modelleringssykluser som er knyttet til ulike perspektiver på modellering (Ferri, 2006; Ferri, 2018). For å kunne analysere elevenes løsninger og modelleringsprosess i studiens undersøkelse, er et kognitivt perspektiv på modellering valgt. Studien har derfor benyttet modelleringssyklusen til Ferri (2006) som teoretisk rammeverk.

Figur 1

En matematisk modelleringssyklus fra et kognitivt perspektiv tilpasset fra Ferri (2006)

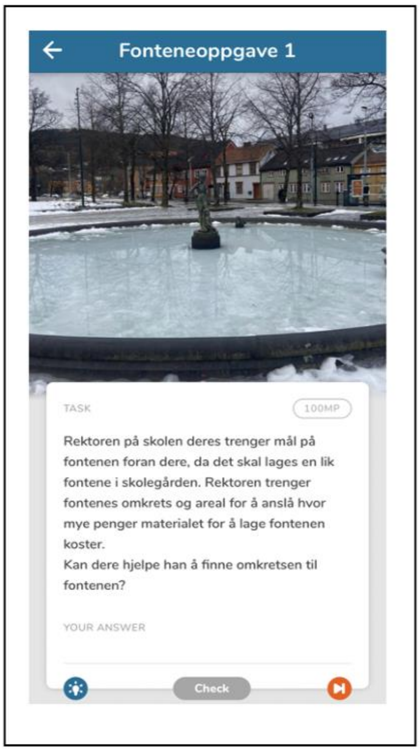


Figuren ovenfor viser modelleringssyklusen til Ferri (2006) fra et kognitivt perspektiv, og illustrerer fasene elever kan gå igjennom i arbeid med modelleringsoppgaver. Individet starter i en fase, og går gjennom ulike faser i modelleringssyklusen. Hvor elevene starter og hvordan de beveger seg i syklusen er individuelt. Modelleringsprosessen er derfor ikke lineær (Ferri, 2006). Ved behov går elevene gjennom syklusen flere ganger (Blum, 2015). Modelleringsrutene elevene tar seg igjennom baserer seg på verbale ytringer eller ytre representasjoner (Ferri, 2006). Beskrivelsen av de ulike fasene i modelleringssyklusen til Ferri (2006) har vi valgt å gjøre i lys av Fonteneoppgave 1, gitt i matematikkvandringen (Figur 2).

Ferris modelleringssyklus (2006) tar utgangspunkt i seks faser (Figur 1). Den første fasen er reell situasjon, hvor situasjonen i Fonteneoppgave 1 presenteres. I overgangen til mental representasjon av situasjonen (MRS) forstår individet problemet. Elevene har en mental representasjon av situasjonen, og MRS kan være forskjellig avhengig av den matematiske tenkemåten til den enkelte og egne erfaringer. I overgangen fra MRS til ekte modell skjer en idealisering og forenkling av problemet. For Fonteneoppgave 1 kan det handle om at elevene forstår at det er omkretsen til fontenen de skal finne. Avhengig av hvilket problem som skal løses, kommer kravet om ekstra matematisk kunnskap (EMK) (Ferri, 2006). Flere relevante data trenger ikke å være gitt i oppgaven, og det er derfor behov for EMK, som alltid avhenger av personlige erfaringer med den gitte konteksten. I tilfellet for Fonteneoppgave 1 kan det være at eleven må tilnærme radiusen til fontenen som har form som en sirkel, uten noen målebånd. De kan måle med skritt, da de trolig vet omtrent hvor mange centimeter det er i et gjennomsnittlig steg for mennesket. Elevene har også mobiltelefoner tilgjengelig under matematikkvandringen, og kan derfor tenke seg til at de kan bruke den til å søke opp nødvendig informasjon. Fasen med ekte modell har en sterk tilknytning til MRS, der elevene har forenklet og strukturert sitt mentale bilde (Ferri, 2018).

Figur 2

Fonteneoppgave 1 i matematikkvandringen



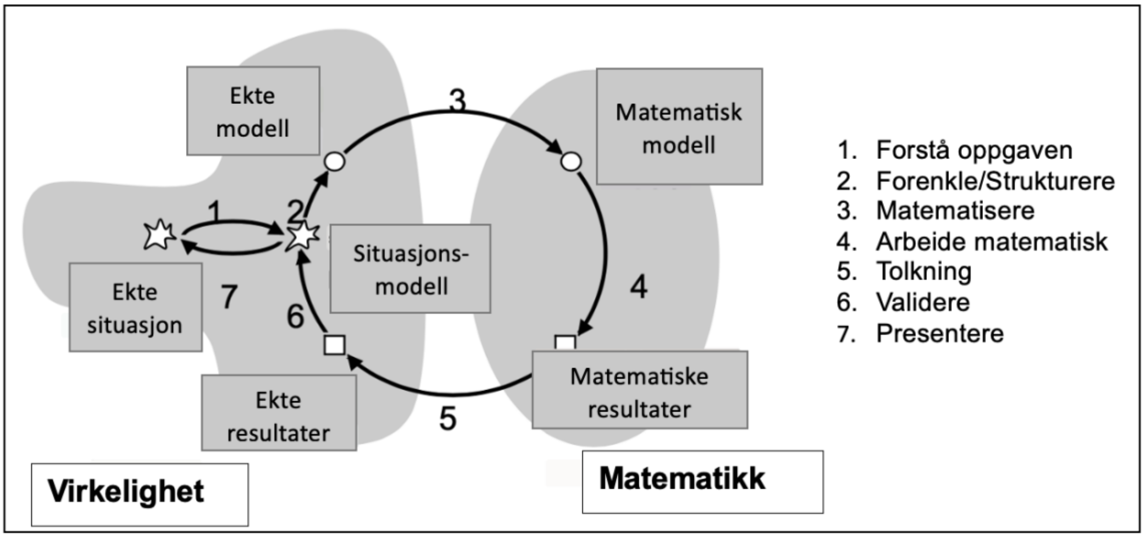
Elevene beveger seg deretter fra virkeligheten og over til matematikk i syklusen. Overgangen til matematisk modell karakteriseres som den individuelle fremgangen i matematisering, og det kreves også her EMK av individene for å bygge en matematisk modell (Ferri, 2006). Deretter arbeider eleven matematisk og bruker sin matematiske kompetanse. I Fonteneoppgave 1 kan elevene bruke tidligere matematisk kunnskap for å finne omkrets av sirkel, til å regne ut oppgaven. Samtidig lager eleven representasjoner som skisser eller formler, og verbale utsagn er mer på et matematisk nivå. Elevene har i matematikkvandringen tilgang til penn og papir. Overgangen til matematikk er fullført her, og elevene har kommet frem til matematiske resultater. Tolkningen av resultatene skjer i overgangen fra matematiske resultater til reelle resultater, hvor elevene må tolke de matematiske resultatene i forhold til det gitte problemet for å få det reelle resultatet (Ferri, 2018). De matematiske resultatene må så valideres, som betyr å sammenligne det reelle resultatet med MRS og dermed antakelsene som ble gjort i begynnelsen. Fasen med validering er viktig, og må veiledes av læreren når de først begynner å bruke modellering i klasserommet (Ferri, 2018). For Fonteneoppgave 1 kan elevene selv finne ut om resultatene av fontenes omkrets anses som tilstrekkelig, der noe av dette kan gå på elevenes intuisjon (Ferri, 2006). Dersom elevene ser at resultatene av fontenes omkrets ikke er realistisk, gjentas modelleringsprosessen (Vos & Frejd, 2022). Realiteten til det matematiske resultatet må stilles spørsmålstegn ved, slik at modelleringsprosessen ikke stopper opp ved matematiske resultater. Elevene i modelleringsprosessen har nå gått fra matematikk, og tilbake til virkeligheten (Ferri, 2018).

2.4.1 Ulike modelleringssykluser

Som nevnt, eksisterer det flere modelleringssykluser, og deres retning er avhengig av syklusenes tilnærming til modellering (Ferri, 2006). En annen modelleringssyklus er Blum og Leiß (2007).

Figur 3

En matematisk modelleringssyklus tilpasset fra Blum og Leiß (2007)

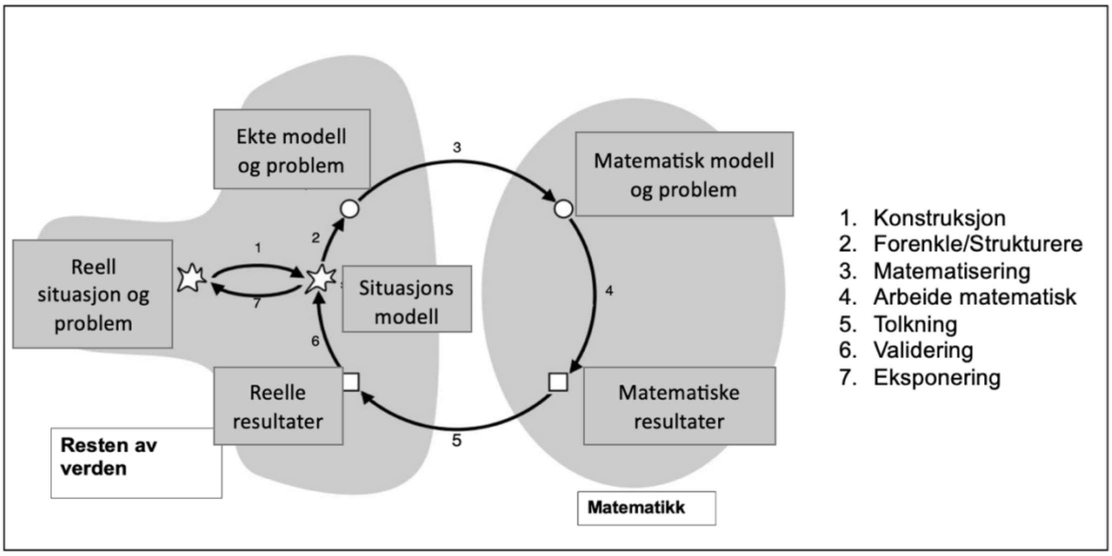


Modelleringssyklusen til både Blum og Leiß (2007) og Ferri (2006) er begge fra et kognitivt perspektiv. Ved første øyekast ser det ikke ut til at de overnevnte modelleringssyklusene er så ulike, men de har noen vesentlige forskjeller. En forskjell er at Ferris (2006) syklus inkluderer ekstra matematisk kunnskap (EMK) som tilleggspunkt. Samtidig fokuserer Ferris (2006) modelleringssyklus på mental representasjon av situasjonen (MRS), og i Blum og Leiß (2007) syklus kalles MRS steget situasjons modell. Grunnen til dette er at Ferri (2006) ser på MRS begrepet som en bedre beskrivelse for elevenes interne prosesser i arbeid med modelleringsoppgaver (referert i Ferri, 2018).

I senere tid har Blum (2015) kommet med en videreutvikling av den tidligere versjonen til Blum og Leiβ (2007). Fase én i den tidligere versjonen til Blum og Leiβ (2007) ble kalt forstå oppgaven (Figur 3), som indikerte modelleringsprosessens start med en problemsituasjon som må bli forstått. I den nye versjonen til Blum (2015) er fase en kalt konstruksjon, som skal vise til behovet for å lage en mental modell av problemet og oppgaven som skal løses (Figur 4). Videre fortsetter fasene med å strukturere, forenkle, matematisere, tolke og validere. Verken Blum (2015) eller Blum og Leiβ (2007) inkluderer ekstra matematisk kunnskap i modellene sine, men de har en syvende fase som handler om eksponering og presentere, der en presenterer modellen for andre. Ferri (2006) har ikke inkludert den syvende fasen i sin syklus.

Figur 4

En matematisk modelleringssyklus tilpasset fra Blum (2015)



2.5 Kritikk til et kognitivt perspektiv

Niss og Blum (2020) foreslår at matematiske modelleringssykluser bør ses på som et instrument for å fange og forstå de viktigste prosessene i matematisk modellering (referert i Vos & Frejd, 2022). I tillegg er modelleringssykluser mye brukt for å analysere elevenes prosess gjennom modelleringsaktiviteter (Vos & Frejd, 2022). I arbeid med modelleringsaktiviteter er ikke imidlertid modelleringsprosessen til elevene alltid lineær (Ferri, 2006).

Ved å benytte Ferris (2006) kognitive modelleringssyklus vil resultatene preges av kognitiv karakter. Fokuset på det kognitive aspektet kan medføre at forskningen ikke fanger opp andre aspekter som også spiller en rolle i matematisk modellering (Vos & Frejd, 2022). Vos og Frejd (2022) foreslo derfor tre dimensjoner som ikke fanges opp med et kognitivt perspektiv. Disse er metakognitive strategier, verktøybruk og sosiale normer. Metakognitive strategier knyttes til hver av de ulike fasene i modelleringssyklusen, og er nødvendig i matematisk modellering for å regulere og koordinere modelleringsprosessen, både individuelt og som gruppe. For eksempel regulere informasjon gitt av læreren, oppgavens mål eller anvendelse av tilgjengelige ressurser (Vos & Frejd, 2022).

Bruken av verktøy i matematisk modellering er et annet aspekt som ikke fanges opp ved standard modelleringssyklus. En alternativ modelleringssykus er derfor foreslått av Greefrath (2011) for å beskrive funksjonen digitale verktøy har i fasene i modelleringssyklusen (referert i Vos & Frejd, 2022). Vos og Frejd (2022) har videreutviklet ideen basert på Vygotskian teorien om at enhver kognitiv aktivitet alltid formidles av verktøy som penner, tavler eller digitale verktøy. Eksempelvis benytte internett som et spørreverktøy når en blir gitt en oppgave, eller papir og blyant som verktøy for å notere og skissere oppgavene som er viktig i matematisk modellering (Vos & Frejd, 2022).

Den tredje dimensjonen er sosiale normer, som er sosialt delte, implisitte eller eksplisitte standarder for aksepter oppførsel. I de øvre modelleringssyklusene er modellering illustrert i to verdener; den matematiske og resten av verden. Her vil de sosiale normene påvirke elevenes modelleringssyklus. I den forstand at de arbeider i grupper, der noen elever har foretrukne bruk av symboler og fremgangsmåter i arbeid med oppgaven, kjent som sosiomatematiske normer. Det vil også være forskjellig konkurrerende normer, der noen anser aktiviteten som relevant eller noen gjør det for å få gode karakterer (Vos & Frejd, 2022).

2.6 Elevenes opplevelser med matematiske modelleringsaktiviteter

Studiens fokus er hos elevene og deres opplevelser med matematikkvandring og modelleringsprosess. I lys av alle de positive vinklingene til hvorfor å arbeide med modellering i skolen, bør utfordringene elevene opplever med matematisk modellering også nevnes. Matematisk modellering er en utfordring på flere nivåer da all informasjon i en oppgave ikke nødvendigvis er gitt, og det krever mer enn arbeid med algoritmer. Elevene arbeider med spørsmål fra virkeligheten, der de må ta i bruk matematikken (Ferri, 2018). I denne oversettelsesprosessen mellom virkeligheten og matematikk stilles det kognitive krav hos elevene (Blum, 2011). Samtidig viser funn at modelleringsaktiviterer kan være med å åpne et vindu til elevenes forestillinger av matematiske konsepter involvert i oppgavene de møter på. Modelleringsaktiviteter kan bidra til å overvinne skjulte kognitive konflikter hos elevenes forståelse, samt at refleksjon innen modellering kan spille en viktig rolle for elevenes læring av matematikk (Blomhøj og Kjeldsen, 2013). Blum (2011) tar for seg empiriske funn om undervisning av matematisk modellering på ungdomsskolen. En observasjon av elevenes håndtering av modelleringsoppgaver er at ved de fleste tilfeller er det ingen bevisst bruk av problemløsningsstrategier av elevene. Dette kan forklare hvorfor mange elever synes modellering kan være vanskelig. Strategier og metakognitive aktiviteter er derimot nyttige, og nødvendige for å utvikle modelleringskompetanse. Læring er avhengig av læringskontekster. Modellering må læres, der en bred variasjon av ulike læringskontekster er nødvendig (Blum, 2011).

Mangel på erfaring kan ofte være årsaken til elevenes utfordringer og vansker med modellering (Blum, 2011). Spesielt kan elever ha vansker med sin første erfaring med matematisk modellering (Stohlmann, 2017). Stohlmann (2017) har anvendt tidligere forskning for å kunne se på hvordan ungdomsskoleelever skal kunne lykkes i sin første erfaring med matematisk modellering. For at elevene skal kunne få gode erfaringer med matematisk modellering, er det viktig at læreren støtter elevene i sine tilbakemeldinger, og stiller spørsmål som får elevene til å komme seg videre i den matematiske tenkningen (Stohlmann, 2017). Læreren må gi elevene erfaring med modellering gjennom varierte metoder (Blomhøj & Kjeldsen, 2011). Elevene opplever at matematisk modellering er enklere i samarbeid med andre i grupper, der de kan lære av hverandre og dele sine løsningsmetoder (Stohlmann, 2017). Internett blir også trukket fram som et viktig hjelpemiddel i sine løsninger av oppgavene, og en ferdighet for moderne utdanning (Stohlmann, 2017). Tilgang til internett via mobiltelefonen i undervisningen kan oppleves som en ytre motiverende faktor (Cahyono, 2018).

Hernandez og Vos (2018) undersøkte hvordan elever kan oppleve relevansen av matematiske modelleringsaktiviteter. Deltakerne for deres studie er studenter på ingeniørutdanningen, som er noen nivå over 9. klasse elever som denne studien undersøker. Det er likevel noen bemerkelsesverdige funn fra studien til Hernandez og Vos (2018), der deres resultater indikerer at studentene finner modelleringsaktiviteter som relevante. Et element som ble trukket fram som viktig for studentenes følelse av relevante modelleringsaktiviteter, var konteksten til modelleringsoppgavene. Ved å bruke relevante kontekster fikk flere studenter sett matematikkens relevans for sitt fremtidige liv, og de ble mer engasjerte i arbeidet med modelleringsoppgavene (Hernandez & Vos, 2018). Som lærere har vi en oppgave i å gjøre matematikk mer meningsfylt og motiverende. Siden matematisk modellering involverer overgangen mellom virkeligheten og matematikk er det viktig at elevene føler oppgavene er relevante (Ferri, 2018).

Buchholtz og Singstad (2021) analyserte hvilke steg elevene gikk igjennom i den kognitive modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007). I studien viser de til at modelleringsprosesser og strategier kan identifiseres. Ut ifra deres funn fra den ene oppgaven, hadde elevene vanskeligheter med å validere sine svar. Elevene sammenlignet svarene fra oppgaven kun en gang for å validere resultatet, ellers ble ikke elevenes svar validert. Samtidig påpeker Buchholtz og Singstad (2021) at det er enklere å validere svar gjennom modelleringsaktiviteter, da elevene kan direkte sjekke sine matematiske resultater mot virkelige objekter. Det ser også ut til at elevene har vanskeligheter med å tolke sine resultater ut ifra tabellen over modelleringsprosessen til elevene. Videre identifiserte de matematisering i modelleringsprosessen, som ikke virker problematisk for elevene (Buchholtz & Singstad, 2021).

2.7 Matematikkvandring

Det finnes flere måter å integrere matematisk modellering i undervisningen. I denne studien har vi som tidligere nevnt valgt et utendørs undervisningsopplegg «Math trails», som vi har oversatt til matematikkvandring. Buchholtz og Singstad (2021) beskriver matematikkvandring som en undervisningsmetode der elevene blir tatt med utendørs, der oppgavene er knyttet til objektene de møter på (Bucholtz & Singstad, 2021). Det er deres forståelse av matematikkvandring ligger til grunn for vår studie.

Schoaf et al. (2004) definerer matematikkvandring som turer der de kan utforske matematikk: «En matematikkvandring kan være nesten hvor som helst - et nabolag, kjøpesenter og dyrepark. Matematiske løypekart peker på steder der elevene formulerer, diskuterer og løser interessante matematiske oppgaver» (referert i Buchholtz, 2017). Matematikkvandring er en undervisningsaktivitet der elevene oppdager og løser matematiske problemer på ekte objekter. Det er for eksempel når elevene samarbeider om matematiske oppgaver som er relatert til skolens omgivelser, eller andre steder, der en kan flytte fra sted til sted. Matematiske problemer blir løst i realistiske omgivelser (Schoaf et al., 2004, referert i Buchholtz, 2017). Oppgavene er knyttet til objektene man møter på, og omfatter alt fra estimering og måling av variabler, beregne størrelser, arealer og volumer, løse problemer (Buchholtz & Singstad, 2021). Innholdet i matematikkvandringen kan dekke essensielle elementer når det kommer til matematikk og matematisk modellering. Elevene som arbeider med matematikkvandring er avhengig av hverandre og deres kunnskaper for å løse oppgavene som blir gitt (Buchholtz, 2017).

Valg av oppgaver har mye å si for læring av geometri, og i gjennomføring av undervisningsopplegget, har valg av oppgaver vært et nøye diskutert tema. Forskning på modelleringsoppgaver viser at det handler om å transformere virkelighetsnære kontekster og problemer til matematiske strukturer, konsepter og modeller (Freudenthal, 1983, referert i Buchholtz, 2017). Buchholtz (2017) framhever ulike kriterier som bør være til stede i oppgavene som er gitt. Innholdet i oppgavene bør klassen ha vært igjennom tidligere, slik at elevene har mulighet til å løse dem. Realistiske oppgaver er en viktig faktor for at elevene kan få et virkelighetsnært forhold til dem. Videre bør oppgavene være åpne, differensierbare og fremme samarbeid, slik at elevene kan hjelpe hverandre med sine kunnskaper for å løse oppgavene som blir gitt. Oppgavene bør ikke være for lange, og kunne løses der de blir gitt med hjelpemidlene de har (Buchholtz, 2017).

Gjennom litteratursøk på tidligere forskning i matematikkvandring hentet vi inspirasjon til å gjennomføre matematikkvandring i tråd med det digitale samfunnet vi lever i. Barbosa (2022) har hovedfokus på bruk av teknologi og praktiske aktiviteter for å støtte undervisning og læring av algebra. Programmet som blir brukt i forskningen er MathCityMap, og forfatterne rapporterer et effektivt program til å hjelpe elevene i utvikling av sine algebraiske ferdigheter (Barbosa, 2022). I matematikkvandringen i studien vår fikk elevene bruke mobiltelefonene sine som hjelpemiddel, og oppgavene som ble gitt ble besvart i appen MathCityMap. Plasseringen av skjulte matematiske problemer er lokalisert med en GPS-teknologi festet på et digitalt kart, og elevene mottar matematiske problemer ved hjelp av en GPS-aktivert mobiltelefon (Jesberg & Ludwig, 2012, referert i Cahyono, 2018). Appens hensikt i vår forskning var å lede elevene rundt til modelleringsoppgavene som var knyttet til ulike lokasjoner.

Cahyono (2018) undersøkte matematikkvandring på mobilapp på ulike ungdomsskoler, og effekten av denne typen læringsmiljø, og hvordan det har påvirket motivasjon og prestasjoner i matematikk. Funnene viser til at det var enkelt å involvere elevene i aktivitetene, og at de fleste var engasjerte. Elevene uttrykte positive følelser, og de var motiverte. I konklusjonen viser det seg at flere elever var motiverte på grunn av at undervisningen var plassert utendørs. I studiens resultater ble det rapportert læring i å bruke matematikk i den virkelige verden, og det ble sett på som mer meningsfullt, der elevene fikk benytte seg av tidligere kunnskap og erfaringer til å løse problemer knyttet til matematikk (Cahyono, 2018). Noen negative følelser ble nevnt knyttet til matematikkvandringen, blant annet dårlig vær, slitsomt, sjenert, tekniske problemer og andre vansker, men likevel lærte elevene om orden og disiplin på offentlige steder. Forskeren konkluderer med at undervisningsopplegget forbedret elevenes prestasjoner i matematikk (Cahyono, 2018).

Fesakis et al. (2018) undersøkte matematikkvandring på barneskolen. Funnene deres har lignende resultater som Cahyonos (2018) studie av elever på ungdomsskolen. Elevene hadde engasjement under hele aktiviteten, der de samarbeidet, diskuterte og tok felles beslutninger. Oppgavene i studien til Fesakis et al. (2018) gikk ut på å måle omkrets, areal, vinkler og høyder, og elevene måtte bruke all kunnskapen de hadde lært på skolen til realistiske situasjoner i miljøet i arealberegningen av rektangel og sirkel. Det viser seg at barn på dette nivået blandet ofte radius og diameter om hverandre knyttet til beregning av sirkel. Derimot kan matematikkvandring og bruk av digitalt verktøy bidra til å styrke kunnskapen om matematiske begreper (Fesakis et al., 2018). Elevene i studien ble bevisst sine evner til å kunne gjøre nøyaktige målinger og beregninger, som forbedret deres matematiske tenking. Anvendelse av denne typen undervisningsopplegg så ut til å være verdt ekstra tid og innsats som kreves av læreren, da kvaliteten på elevens samhandling og effektiviteten bedret seg. Elevene uttrykte til slutt at de ønsket å delta igjen i en slik aktivitet. Studien deres avslutter med et utsagn om matematikkvandring: «Den lekne strukturen i matematikkvandringen er et hyggelig eventyr for unge elever» (Fesakis et al., 2018, s. 61).

2.8 Undervisning og læring av geometri på ungdomsskolen

Geometri er et sentralt tema i læreplanen i matematikk (Kunnskapsdepartementet, 2019). I antikkens greske tid utgjorde geometri hele matematikken, men i senere tid er geometri sett på som et av mange felt innen matematikk (Sinclair & Bruce, 2015). Som nevnt innledningsvis belyser Sinclair og Bruce (2015) at elever presterer lavt på geometri, og at geometri får lite oppmerksomhet i skolen. De viser til studier i Nord-Amerika der geometri får minst oppmerksomhet av de matematiske temaene i skolen. Lang og Ruane (1981) undersøkte bruken av geometri i ungdomsskoler, og de konkluderte også med at det er rom for forbedringer av geometriundervisning. Undervisningen som ble brukt var ofte ikke hensiktsmessig til å utvikle en dypere forståelse av geometri hos elevene. Lærernes forståelse av geometri og elevenes prestasjoner var ofte svake. Forfatterne argumenterer for at det er nødvendig å utvikle et mer hensiktsmessig undervisningsopplegg, og gi mer oppmerksomhet til å undervise i geometri for å bedre prestasjonene i matematikkfaget (Bočková et al., 2020; Lang & Ruane, 1981; Sinclair & Bruce, 2015).

Som forskere må vi ta hensyn til om det finnes en sammenheng mellom elevenes holdninger til matematikk, og det å løse oppgaver i matematikkvandring når vi fokuserer på hvordan undervisningsopplegget oppleves for elevene. Bočková et al. (2020) undersøkte om elevenes interesse av matematikkvandring påvirkes av elevenes problemer med geometri. Forfatterne belyser at det er en sammenheng mellom elevers interesse for matematikkvandring og holdninger til matematikk. Elever som har problemer med matematikk generelt har også problemer med geometri (Lang & Ruane, 1981). Geometri er et av de vanskeligste temaene i matematikktimene, og er noe som tas i betrakting i vår analyse av datamateriale og i vår konklusjon om dette undervisningsopplegget kan brukes som et supplement til den ordinære klasseromsundervisningen (Bočková et al., 2020).

Hvordan elevene på ungdomsskolen skal lære geometri på en best mulig måte har blitt undersøkt tidligere. Overgangen fra grunnleggende matematikk til geometri kan være utfordrende for mange elever (Sdrolias og Triandafillidis, 2008). Det kan derfor være viktig å bygge på kunnskapene elevene har fra tidligere i undervisningen av geometri, slik at det kan hjelpe elevene til å forstå konseptene, samt øke deres interesse og motivasjon for faget (Sdrolias & Triandafillidis, 2008). Sdrolias og Triandafillidis (2008) trekker fram viktigheten av å elevene muligheter til å utforske og eksperimentere med geometri gjennom å løse problemstillinger og utføre praktiske aktiviteter. Matematikkvandring som vi har undersøkt i denne studien er et undervisningsopplegg, og en praktisk aktivitet der elevene forflytter seg fra sted til sted og møter matematiske problemer knyttet til virkeligheten (Buchholtz & Singstad, 2021).

Innledningsvis ble det nevnt at barn ofte har vansker med målebegrepet. Elevene kan ha en forståelse av areal som «å dekke en overflate», men hva det egentlig betyr kan være vanskelig å forstå (Lehrer, 2003). Det er viktig å presentere geometrien i ulike representasjoner, og læreren har mange muligheter til å supplere med ulike oppgaver (Bočková et al., 2020; Lehrer, 2003). Geometriske figurer er rundt oss i hverdagen, og læreren kan komme med kontekstuelle eksempler både i klasserommet og gjennom en undervisningsmetode som matematikkvandring. Det er viktig å bruke mye tid på å bli kjent med areal-enhetene, og la elevene få erfaringer med areal der de selv kan være med på å bestemme hvilke redskaper og måleenheter de skal bruke (Lehrer, 2003). Lehrer (2003) trakk også fram at barn har vansker med å dele opp ulike areal-figurer, og at derfor kan mange ha problemer med å rekonstruere overflaten til ulike figurer. Videre foreslår han å ha en samtale rundt oppgavene, der elevene må få tid til å tenke og forklare (Lehrer, 2003).

3. Forskningsdesign

I dette kapittelet beskrives og begrunnes forskningsparadigmet og studiens metodikk. Studieutvalg og prosessen med datainnsamling blir også presentert, samt etiske betraktninger i studien.

3.1 Vitenskapelig paradigme

Et forskningsparadigme kan defineres som en generell filosofisk orientering om verden og naturen til forskning som en forsker bringer til en studie (Creswell, 2014). Paradigmet påvirker måten kunnskap studeres, tolkes og innhentes på (Mackenzie, & Knipe, 2006). Det finnes ulike hovedparadigmer i utdanningsforskning. En av disse er pragmatisme, og det er dette paradigmet som ligger til grunn for studien, og som er med å påvirke vår tolkning og analyse av datamaterialet i forskningen. Pragmatisme er ikke forpliktet til noe system av filosofi og virkelighet, og oppstår ut fra handlinger, situasjoner eller konsekvenser. Pragmatisme er assosiert med «mixed methods» forskning, og vi har derfor brukt både kvantitative og kvalitative forutsetninger i vår forskning. Ved å bruke et pragmatisk paradigme gir det mulighet for flere metoder og ulike former for datainnsamling og analyse (Creswell, 2014). I denne studien har vi derfor sett på flere tilnærminger for innsamling og analyse av data, og dermed den metoden som er mest hensiktsmessig å bruke.

3.2 Forskningstilnærming

Hensikten med studien er å undersøke elevenes opplevelse med matematikkvandring som undervisningsopplegg, og deres modelleringsprosess i arbeid med modelleringsoppgaver. I dette delkapitlet beskrives og begrunnes studiens valg av forskningstilnærming.

3.2.1 Mixed methods

I planlegging av et forskningsprosjekt er det behov for at forskeren identifiserer om de vil bruke kvalitative, kvantitative eller mixed methods som forskningstilnærming. Beslutninger om valg av tilnærming i forskningen påvirkes av problemstillingen i studien, de personlige opplevelsene og erfaringen forskeren har og publikumet forskeren skriver for (Creswell, 2014). Forskningstilnærmingen som er benyttet i studien er mixed methods. Mixed methods er en tilnærming til undersøkelse der det benyttes både kvalitative og kvantitative data, og integrerer de to formene for data. En kombinasjon av kvalitative og kvantitative tilnærminger er antatt å gi en mer fullstendig forståelse av et forskningsproblem enn tilnærmingene alene (Creswell, 2014). Kvalitative data har en tendens til å være åpen uten forhåndsbestemte svar, mens de kvantitative dataene inkluderer lukkede svar, eksempelvis fra spørreskjemaer (Creswell, 2014). Vi har valgt å benytte mixed methods fordi pragmatikere jobber for å gi den beste forståelsen av et forskningsproblem, og involverer derfor både kvalitative og kvantitative data. Ved å kombinere kvantitativ og kvalitativ forskning kan vi som forskere triangulere funn for å bekrefte eller gi støtte til teori eller funn. Samtidig gir en kombinasjon av begge forskningstilnærmingene mulighet til å oppveie deres svakheter og trekke på styrken til hverandre (Clark et al., 2021; Creswell, 2014).

3.2.2 The convergent design

Det finnes ulike typer mixed methods. Vi har i denne studien valgt å gå ut fra Clark et al. (2021) sin klassifisering av mixed methods, og den første typen «convergent design» Convergent design innebærer å samle inn kvantitative og kvalitative data samtidig, der rekkefølgen av dataene som samles inn ikke spiller noen rolle, fordi de ikke vil påvirke hverandre. Dataen i studien vår har dermed lik prioritering (Clark et al., 2021). Undersøkelsen vår begynte med en kvalitativ tilnærming, med videopptak av matematikkvandringen. Deretter svarte elevene på et spørreskjema angående matematikkvandringen som er en kvantitativ tilnærming. Gruppene som ble filmet under undervisningsøkten ble også plukket ut til et kvalitativt intervju. Deretter ble datamaterialet i analysen sammenfattet til en integrert analyse (Clark et al., 2021). Designet for studien oppsto da kun kvalitativ eller kvantitativ forskning på området alene kan være utilstrekkelig til å forstå fenomenet. Ved å integrere de to forskningstilnærmingene kan vi få en mer helhetlig forståelse av elevenes opplevelse av undervisningsøkten, og hvordan de tenkte da de løste de ulike modelleringsoppgavene (Creswell, 2014). Convergent design er med på å oppveie svakhetene kvantitativ og kvalitativ forskning ved å utnytte styrken til begge (Clark et al., 2021).

3.3 Utvalg og utvalgskriterier

En del av forskningsprosessen handler om å vurdere hva slags populasjon som vil være hensiktsmessig, og hva slags utvalgsdesign som skal brukes (Clark et al., 2021). Følgende delkapittel beskriver deltakerne for studien, og hvordan de ble valgt ut.

Utvalg handler om prosessen med å velge ut individer som vil delta i forskningsprosjektet (Clark et al., 2021). Det ble tidlig i forskningsprosessen bestemt at vi ville undersøke elever på 9. trinn og deres opplevelser med matematikkvandring og modelleringsstrategier knyttet til geometri. Årsaken til at vi undersøkte elever på 9. trinn var det valgte matematiske temaet, geometri, som er en stor del av læreplanen på 9. trinn. Dette ble vårt kriteria for utvalget. Utvalgsmetoden baserte seg på et bekvemmelighetsutvalg som er en metode av ikke-sannsynlighetsutvalg. Det innebærer i hovedsak at noen enheter i populasjonen er mer sannsynlig å bli valgt enn andre, fordi de er enkleste for forskeren å få tilgang til på grunn av sin tilgjengelighet (Clark et al., 2021). Tilgjengelighet kan skyldes geografisk nærhet, tilgjengelighet på et tidspunkt eller vilje til å delta i forskningen, og i vårt tilfelle ble den bestemte skolen valgt på grunn av geografisk nærhet (Clark et al., 2021).

Studien ble gjennomført våren 2023, og deltakerne var 17 elever på 9. trinn. For å rekruttere deltakere til vår masteroppgave sendte vi mail med informasjon om prosjektet til rektoren på skolen som vi var interessert i at skulle delta, med håp om positiv respons. Vi hadde ikke noe forhold til denne skolen fra før. I e-posten etterspurte vi spesifikt en matematikklasse på 9. trinn. Mailen vår ble videresendt av rektor til matematikklærerne på skolen, hvor vi fikk kjapp respons fra en lærer om at hans klasse var interessert i å delta i prosjektet. Prosjektet var da godkjent av NSD (Vedlegg 1).

Tre uker før innsamlingen av datamaterialet var vi innom skolen for å informere om prosjektet og rekruttere deltakerne. Elevene fikk da mulig til å stille spørsmål, samtidig som vi hadde et ønske om å ufarliggjøre det å delta på prosjektet. I informasjonen presiserte vi at det var frivillig å delta, og at elevene måtte få skriftlig godkjennelse av foreldrene for å delta på prosjektet siden de var under 16 år (Vedlegg 2). I matematikkvandringen arbeidet elevene gruppevis. Gruppene ble delt inn etter hvem som ga godkjennelse til å bli filmet, og ble gjort av deres lærer i forkant av undersøkelsen.

3.4 Datainnsamlingsinstrumenter

Delkapittelet tar for seg ulike datainnsamlingsinstrumenter som ble benyttet for å samle inn datamaterialet til forskningen. Siden vår forskningstilnærming for studien er mixed methods, har vi benyttet et utvalg av datainnsamlingsinstrumenter, med formål om å få en dypere forståelse av det undersøkte temaet (Clark et al., 2021; Creswell, 2014). Metodene som ble brukt er videoopptak, spørreskjema og intervju, og er presentert i følgende rekkefølge som det ble benyttet i forskningsprosessen.

3.4.1 Videoopptak

Videoopptak ble en naturlig datakilde for å undersøke elevenes modelleringsprosess i møte med matematikkvandringen. Videoopptak er et fleksibelt og adaptivt instrument for datainnsamling for å undersøke klasseromspraksis. Analyse av videoopptak kalles videoobservasjon (Andersson & Sørvik, 2013). Det finnes flere fordeler ved å bruke digital video som forskningsdata. Gjennom analyse av videodata av sosial interaksjon kan forskere synliggjøre atferd, som ikke-verbal kommunikasjon. Forskeren har også mulighet til å se og høre opptaket flere ganger for å sikre at en får med alle detaljer, og videodata kan benyttes sammen med andre type data, i for eksempel mixed methods design (Dalland, 2017; Universitetet i Oslo, 2013).

I studien ble det brukt videoopptak under matematikkvandringen av tre grupper. Videoopptaket ble gjennomført ved at en elev på de gruppene bar et GoPro-kamera på kroppen under matematikkvandringen (Figur 5). På denne måten kunne vi i ettertid observere hva elevene gjorde til enhver tid, og få et tydelig bilde av hva som skjedde, noe vi ikke ville fått ved kun lydopptak av undervisningsøkten (Dalland, 2017). En ulempe med å bruke videoopptak som datainnsamlingsmetode kan være at elevene endrer atferd når de vet at de blir filmet underveis i undervisningsøkten. Samtidig krever video teknisk utstyr og godkjenning av prosjekt med informert samtykke fra deltakere (Dalland, 2017). Dette var en prosess vi gjorde i forkant av forskningen. Det er også store mengder informasjon og videomateriale som ble analysert, som kan være utfordrende i håndteringen av videoopptak (Dalland, 2017).

3.4.2 Spørreskjema

Etter gjennomføringen av matematikkvandringen svarte elevene på et spørreskjema. Måten spørsmål blir stilt på i undersøkelsesinstrumenter som spørreskjemaer, påvirker kvaliteten og nytten av dataene (Clark et al., 2021). Spørsmålene i et spørreskjema kan enten være åpne eller lukket. Åpne spørsmål gir mulighet for deltakerne i undersøkelsen til å svare som de vil, men det kan medføre at forskeren ikke får svar på det som er ønskelig (Clark et al., 2021; Dalland, 2017). Med lukkede spørsmål blir deltakerne presentert for et sett med faste alternativer som de velger et passende svar for (Clark et al., 2021). I vår undersøkelse benyttet vi både åpne og lukkede spørsmål for spørreskjemaet. Grunnen til dette er valg av vår forskningstilnærming til studien, mixed methods. Spørreskjemaet er i hovedsak av kvantitativ karakter, og inkluderer utsagn om matematikkvandringen som deltakerne må vurdere i hvilken grad utsagnene gjelder dem (Dalland, 2017). I tillegg inneholder spørreskjemaet fem åpne spørsmål som vi valgte å inkludere for at alle elevene som deltok i matematikkvandringen skulle få mulighet til å utfylle sin opplevelse.

Fordelen med å benytte seg av spørreskjema er at vi kan innhente data fra en større gruppe mennesker (Dalland, 2017). Siden oppgavens krav og lengde ikke ga oss mulighet til å intervjue alle elevene, har et spørreskjema gitt oss mulighet til å få innblikk i flere elevers opplevelser av undervisningsopplegget. På den andre siden er det en ulempe at en ikke får innhentet utdypende informasjon fra deltakerne gjennom et spørreskjema (Dalland, 2017), og derfor har vi også inkludert intervju som instrument. «Response styles» er en kilde til forurensning i vurderingen av spørreskjemaet, og kan derfor med å true gyldigheten av undersøkelsen vår. Det handler om at respondentene uavhengig av spørsmålets innhold ofte favoriserer visse svaralternativer (Van Rosmalen et al., 2010). For eksempel uforholdsmessig favorisering av den positive siden av en svarskala, ofte kalt «acquiescence response style», eller «yay-saying» (Vomberg & Klarmann, 2021). Det kan hende at resultatene ikke er nøyaktige på grunn av den grunnleggende menneskelige tendensen til å presentere seg selv i best mulig lys (Fisher, 1993).

Spørreskjemaet som vi har benyttet i denne studien er utformet sammen med en annen medstudent, Fredrik Vildgren, da studien muligens skal brukes i videre forskning. Tilbakemeldinger fra felles veileder, Farzad Radmehr, var også med på å forme spørreskjemaet. Kategoriene som er utformet for spørreskjemaet er basert på tidligere forskning om matematikkvandring og modelleringsaktiviteter. Vi har utformet kategorier som tar for seg kognitive og affektive faktorer i spørreskjemaet. Modelleringsoppgaver er kognitivt krevende for elever, og vi ønsker derfor å undersøke om elevene oppfattet at matematikkvandring kan forbedre undervisning og læring av matematikk (Ferri, 2018). De affektive faktorene er inkludert da de spiller en avgjørende rolle for om elevene går inn i modelleringsprosessen (Blomhøj, 2006). For eksempel undersøker spørsmålene elevenes opplevelse av å være utendørs i undervisningssammenheng. Tidligere studier konkluderte med at elever var mer motiverte i undervisning som foregikk utendørs (Cahyono, 2018), og vi ønsket å undersøke om dette var tilfelle i matematikkvandringen.

Tabell 1

Utsagn fra spørreskjemaet

Spørsmåls-form	Kategori	Utsagn
Lukkede spørsmål	De affektive aspektene ved matematikkvandring	1. Jeg likte matematikkvandringen 2. Jeg var mer engasjert under matematikkvandringen enn undervisningen i klasserommet 3. Jeg vil ha matematikkvandring igjen for å lære matematikk 4. Jeg ser mer nytte av matematikk etter å ha hatt matematikkvandring 5. Jeg likte oppgavene i matematikkvandringen
	De kognitive aspektene ved matematikkvandring	6. Jeg lærte noe nytt i matematikk da vi hadde matematikkvandring 7. Jeg fikk en bedre forståelse av matematikk da vi hadde matematikkvandring 8. Jeg fikk en bedre forståelse av hvordan matematikk kan brukes i det virkelige liv da vi hadde matematikkvandring 9. Jeg brukte ulike matematikktema for å løse oppgavene i matematikkvandringen 10. Matematikkvandringen hjalp meg til å forstå hva jeg er god til og hva jeg trenger å bli bedre på i matematikk
	Elvenes oppfatning av utendørs matematikkvandring	11. Jeg likte å ha matematikkundervisningen ute 12. Jeg synes det var frustrerende å løse matematikkoppgaver ute 13. Jeg vil være mer ute i matematikktimene 14. Det ga mer mening å gjøre matematikk da vi var ute
	Elevenes opplevelse av matematikkvandringens rammebetingelser	15. Jeg likte å samarbeide i grupper på matematikkvandringen 16. Det var enkelt å forstå hva vi skulle gjøre i matematikkvandringen 17. Jeg likte å arbeide med matematikkvandring digitalt (på telefonen)
	Elevenes persepsjon av å identifisere den nødvendige ekstra matematiske kunnskapen og validere deres løsning: To aspekter ved modelleringssyklusen	18. Det var enkelt for meg å finne nødvendig informasjon fra omgivelsene for å løse oppgavene 19. Det var enkelt for meg å sjekke om jeg hadde funnet riktig svar på oppgavene
Åpne spørsmål	Elevenes opplevelse av å ha matematikkvandring	20. Hvordan opplevde du å ha matematikkvandring?
	Elevenes oppfatning av læring gjennom matematikkvandringen	21. Hva lærte du i matematikkvandringen?
	Elevenes oppfatning av utfordringer under matematikkvandringen og hvordan de løste det	22. Hvilke utfordringer oppstå under matematikkvandringen? Hvordan løste dere dem?
	Elevenes bruk av matematiske tema i matematikkvandringen	23. Hvilke matematiske temaer brukte dere for å løse oppgavene?
	Elevenes løsningsstrategier av oppgavene i matematikkvandringen	24. Hvilke strategier brukte dere for å løse oppgavene?

3.4.3 Intervju

I tillegg til spørreskjema er intervju en egnet metode for å undersøke elevenes opplevelser med matematikkvandring (Clark et al., 2021). Vårt formål med å benytte intervju som datainnsamlingskilde er for det første å videre kunne undersøke elevens egne opplevelse med matematikkvandring. Derfor har vi også benyttet et kvalitativt intervju. Grunnen til dette er at vi under intervjuene kunne få muligheten til å snakke med elevene personlig, der de kunne få anledning til å utdype sine erfaringer med matematikkvandringen på en annen måte enn gjennom spørreskjemaet (Dalland, 2017). Den andre grunnen til å inkludere intervju som datainnsamlingskilde var å gi elevene mulighet til å utdype løsningsmetodene sine utover videoopptaket, og videre dele sine tanker om hvorfor de valgte de strategiene de gjorde for å løse oppgavene. På denne måten fikk vi mulighet til å bekrefte det som kom fram på videoopptaket og spørreskjemaet, og dermed redusere feiltolkning (Clark et al., 2021).

Det ble gjennomført tre intervju, der deltakerne var de tre gruppene som bar på seg et GoPro-kamera under matematikkvandringen. Et semistrukturert intervju med intervjuguide ble benyttet (Vedlegg 3). Intervjuguiden ble designet slik at elevene kunne utdype svarene videre fra spørreskjemaet, og svare på spørsmål om deres opplevelser med matematikkvandringen. Samtidig var vi opptatt av å finne ut hvordan elevene løste de ulike modelleringsoppgavene, da ikke all informasjon om deres løsningsprosess kom fram i videomaterialet. Fordelen med et semistrukturert intervju er at samme spørsmål blir stilt i alle intervjuene, og det kan derfor være lett å sammenligne kandidatene. Samtidig kan vi også stille oppfølgingsspørsmål dersom det er nødvendig. Intervjuet var til en viss grad fleksibel og dynamisk, da vår interesse var rettet mot deltakernes synspunkt (Clark et al., 2021; Dalland, 2017). Ved gjennomføring av intervju kan spontan diskusjon oppstå, da det gir innsikt i hva deltakerne ser på som relevant og viktig. Slik avsporing kan få konsekvenser når en skal sammenligne alle intervjuene, og frarådes derimot i kvantitativ forskning da det antas å begrense studiens pålitelighet (Clark et al., 2021).

Ved gjennomføring av kvalitativ forskning er det vanlig å ta opp intervjuet enten ved hjelp av video- eller lydopptak (Clark et al., 2021). Vi valgte å ta lydopptak av intervjuene. Lydopptak som verktøy gir oss som forskere mer nøyaktige redegjørelser for hva som ble sagt av deltakerne underveis i intervjuene, enn om vi hadde skrevet notater. Dette ga oss mulighet til å fokusere på øyeblikket vi var i, istedenfor å fokusere på å notere ned og tolke hva som ble sagt underveis (Dalland, 2017). I etterkant ble lydopptakene transkribert, som er en prosess der talte materialer blir omgjort til skriftlig form. Ved å benytte transkribering kan det være med å styrke studiens troverdighet (Clark et al., 2021).

3.5 Utforming av matematikkvandring som undervisningsopplegg

Matematikkvandringen for studien ble utformet i appen MathCityMap. Undervisningsaktiviteten tok utgangspunkt i tre geometriske oppgaver som elevene kunne finne på appen. Elevene fant oppgavene ved ulike lokasjoner på området der matematikkvandringen fant sted. Oppgavene var lagt inn ved bruk av GPS-koordinater, som viste hvor oppgavene var lokalisert. En elev på gruppen skulle laste ned appen MathCityMap på forhånd av økten. De andre elevene i gruppen hadde også med seg mobiltelefonen, men deres mobiltelefon var tiltenkt som hjelpemiddel for elevene under arbeidet med de geometriske oppgavene. Elevene ble også sendt med penn og papir, slik at de hadde mulighet til å notere og gjøre utregninger underveis. Vår rolle som forskere under økten var å være mest mulig passive, og la elevene løse oppgavene på egen hånd.

Samtidig var vi tilgjengelig for spørsmål fra elevene. En av oppgavene var også å følge med at kameraene var på og fungerte som de skulle.

3.5.1 Oppgavedesign

Oppgaver er kjernen i matematikktimene (Ferri, 2018). Utvelgelsen og kvaliteten på oppgavene i undervisningen er avgjørende for matematisk forståelse for å fremme elevenes matematiske praksis og kompetanse. I tillegg kan det være grunnlag for strukturering av timene og bruk av flere undervisningsmetoder (Ferri, 2018). I matematikkundervisningen er det derfor et stort behov for gode undervisningsmateriell inkludert matematiske oppgaver, og spesielt modelleringsoppgaver. Som nevnt i Kapittel 2 er modelleringsproblemer kognitivt krevende på grunn av konteksten, og oversettelsesprosessen mellom virkeligheten og matematikken, men samtidig er de selv differensierte. Det betyr at modelleringsoppgavene kan brukes av både sterkere og svakere elever (Ferri, 2018).

I designet av de matematiske oppgavene i matematikkvandringen har vi benyttet Buchholtz (2017) kriterier til utforming av modelleringsoppgaver. Buchholtz (2017) uttrykker at modelleringsoppgavene bør være realistiske, åpne, differensierbare, og basere seg på innhold elevene har vært igjennom tidligere. Oppgavene bør også kunne løses der de blir gitt med hjelpemidlene som elevene har, og fremme samarbeid (Buchholtz, 2017). Det valgte matematiske temaet som oppgavene i matematikkvandringen baserte seg på var geometri. I samtale med klassens matematikklærer fikk vi i forkant informasjon om at det var et tema som elevene nylig hadde arbeidet med, og dermed som var kjent for elevene. Oppgavene ble også designet med grunnlag av å være åpne og komplekse, slik at elevene måtte forstå konteksten og søke etter relevant informasjon for å forstå oppgaven. I matematikkvandringen ble elevene gitt realistiske oppgaver på fysiske objekter som var foran dem i parken, slik at oppgavene kan oppleves som autentisk.

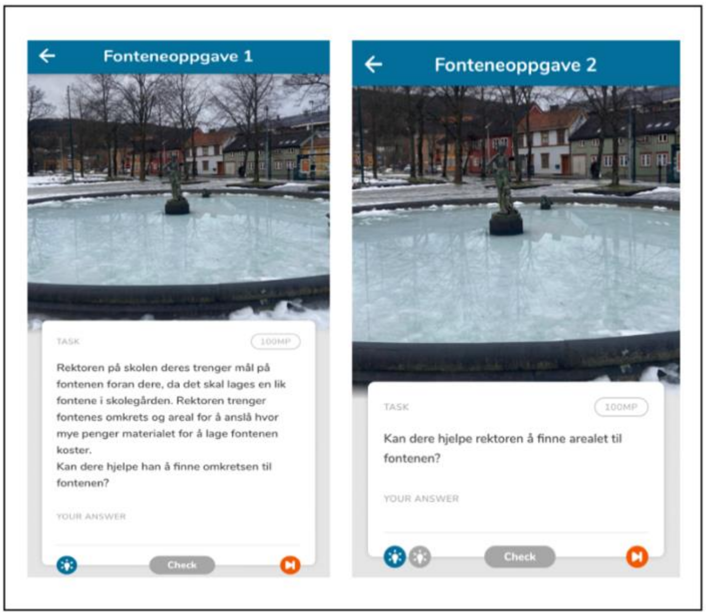
3.5.2 Oppgavene

Nedenfor er oppgavene fra matematikkvandringen presentert, samt begrunnelse av designet på oppgavene i lys av Buchholtz (2017) kriterier på modelleringsoppgaver. På grunn av at appen kun ga mulighet til å skrive ett svar under «your answer», ble det nødvendig å dele opp oppgavene i deloppgaver som anvist nedenfor (Figur 5, 6 og 7).

I Fonteneoppgave 1 og 2 designet vi to åpne oppgaver, der elevene ikke hadde noen bestemte måleredskaper å måle med (Figur 5). Oppgaven kan derimot løses med de tilgjengelige hjelpemidlene de har, eksempelvis internett på telefonen eller skritt. Vi designet her en realistisk oppgave og en kontekst som elevene kan sette seg inn i, med et fysisk objekt foran dem. Areal og omkrets er også et matematisk tema elevene har kjennskap til.

Figur 5

Oppgave 1 i matematikkvandringen: Fonteneoppgavene

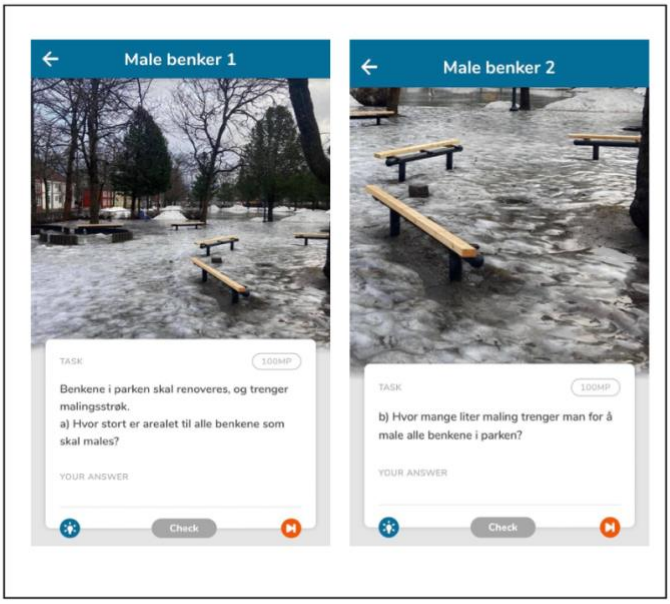


Notat: Utklipp fra Fonteneoppgavene i MathCityMap

Male benker 1 og 2 ble designet for å være åpen og realistisk for elevene (Figur 6). Denne oppgaven er litt mer kompleks enn den første, slik at matematikkvandringen ble differensierbar. Her blir elevene nødt til å ta i bruk tidligere matematisk kunnskap, og samtidig ta i bruk tilgjengelige hjelpemidler for å kunne løse oppgaven. Elevene må ta valg om hvordan de skal finne overflatearealet av benkene, hva de skal måle med, og hvordan de kan finne ut antall liter maling til alle benkene.

Figur 6

Oppgave 2 i matematikkvandring: Male benker oppgavene

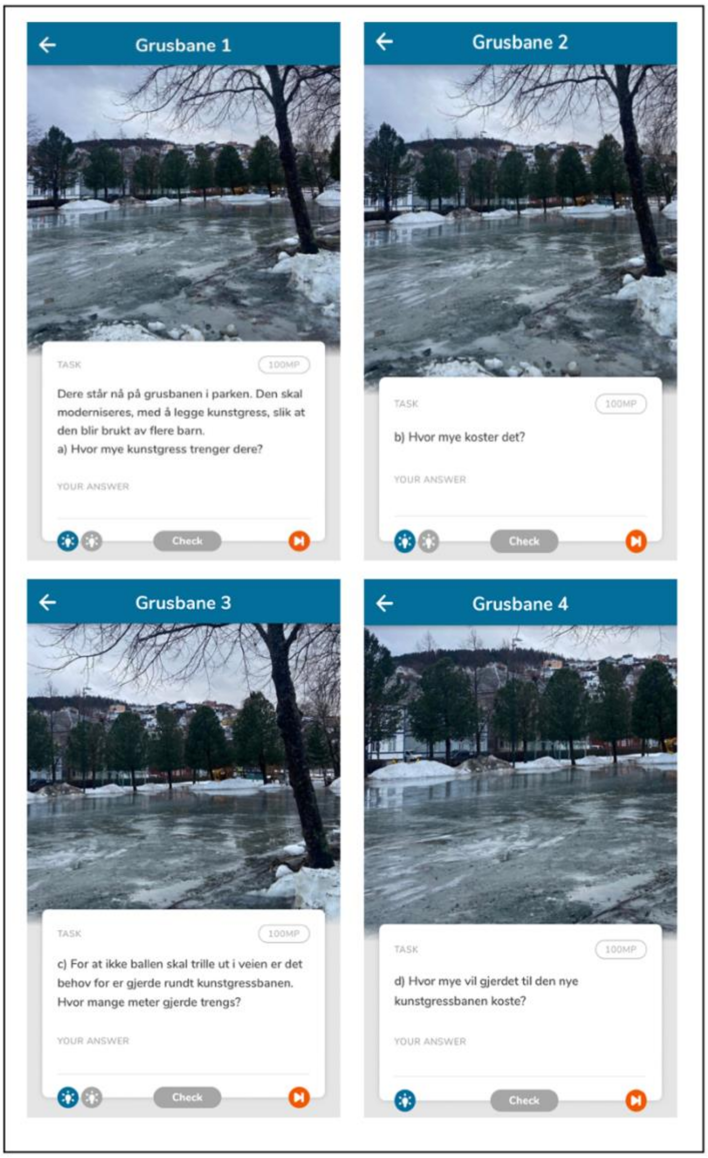


Notat: Utklipp fra Male benker oppgavene i MathCityMap

Den tredje og siste oppgaven i matematikkvandringen er Grusbaneoppgavene (Figur 7). I prosessen med å designe denne oppgaven ble det også vektlagt å gjøre den mest mulig realistisk, slik at flere elever skulle kunne bli interessert i det å lage en kunstgressbane, som kan være populært på ungdomsskolen. Oppgaven er differensierbar, der Grusbane 1 og 3 er mindre kompleks enn Grusbane 2 og 4. Elevene står fritt til å velge hvilke løsningsmetoder, strategier og verktøy de skal ta i bruk for å løse oppgaven.

Figur 7

Oppgave 3 i matematikkvandringen: Grusbaneoppgavene



Notat: Utklipp fra Grusbaneoppgavene i MathCityMap

3.5.3 Pilotering

I forkant før gjennomføringen av undersøkelsen valgte vi å gjennomføre en pilotundersøkelse for å sjekke at alt var i orden. Først ble matematikkvandringen gjennomført, etterfulgt av spørreskjema og intervjuet. Pilotundersøkelsen var med å gjøre oss mer bevisst vår egen undersøkelse, samt at nye spørsmål dukket opp som vi på forhånd ikke hadde tatt i betraktning. Vi testet ut matematikkvandring på en elev som går på samme trinn som deltakerne for hovedundersøkelsen, for å sjekke ut nivået på oppgavene i undervisningsøkten og om alt det tekniske var i orden. Vi fant ut at nivået og lengden på oppgavene var gode til målgruppen. Videre hadde vi ikke noen problemer med spørreskjema og spørsmålene i intervjuet, og fant ut at dette opplegget var gjennomførbart.

3.6 Dataanalyse

Analyse handler om å se mønstre (Vaismoradi et al., 2013). Vår studie tar for seg to forskningsspørsmål: det ene går på elevenes opplevelse av matematikkvandringen, og den andre går på elevenes løsningsstrategier av modelleringsoppgavene. For å besvare forskningsspørsmålet var det mest hensiktsmessig å bruke både en induktiv og deduktiv analyse. Induktiv analyse går på at mønstre og teorier oppstår fra data gjennom forskerens interaksjoner med dataene uten å forutsi utfall på forhånd (Kennedy & Thornberg, 2018; Vaismoradi et al., 2013). Deduktiv analyse går på å analysere etter et eksisterende teoretisk rammeverk (Vaismoradi et al., 2013). I tillegg har vi valgt å gi elevene pseudonyme navn for å gjøre teksten mer lesbar (Clark et al., 2021).

En induktiv innholdsanalyse ble benyttet for å analysere spørreskjemaet og intervjuet. Innholdsanalyse er nyttig for å utforske mønstre og trender i forhold til sosiale forskningstema som vi undersøker i vår studie (Vaismoradi et al., 2013). I tillegg er innholdsanalyse en systematisk kodende og kategoriserende tilnærming for å utforske store mengder tekstinformasjon. Hensikten med å bruke en innholdsanalyse er å beskrive egenskapene til dataens innhold ved å undersøke hvem som sier hva, til hvem og med hvilken effekt. En av fordelene med å benytte innholdsanalyse er at det gir mulighet for å analysere data kvalitativt og samtidig kvantifisere dataene (Vaismoradi et al., 2013). For de åpne spørsmålene på spørreskjemaet og intervjuet ble det laget egne kategorier og koder utformet basert på eksisterende datamateriale.

For de lukkede spørsmålene på spørreskjemaet ble det før gjennomføring av datainnsamling laget fastsatte kategorier for de ulike utsagnene (Tabell 1). I vårt datamateriale har de kvantitative dataene en deskriptiv tilnærming, der vi beskriver virkeligheten uten noen videre forklaringer (Clark et al., 2021).

Videoopptaket ble analysert både induktivt og deduktivt. Vi brukte modelleringssyklusen til Ferri (2006) som et analytisk verktøy. Datamaterialet og elevenes utsagn ble analysert og kategorisert ut ifra fasene til syklusen. Dermed kunne vi gjenkjenne hvordan elevene beveget seg gjennom de ulike fasene i modelleringssyklusen. Videoopptaket ble spilt flere ganger, hvor vi brukte datamateriale fra intervjuet til å støtte opp data fra videoopptaket, der det var vanskelig å forstå hva elevene gjorde eller tenkte. Vi kategoriserte data i fra reell situasjon til MRS, fra MRS til ekte modell, fra ekte modell til matematisk modell, fra matematisk modell til matematiske resultater, fra matematiske resultater til reelle resultater og fra reelle resultater til MRS. I den induktive analysedelen ble fokuset på hvordan elevene opptrer i hver fase av matematikkvandringen i det gitte datamaterialet.

3.7 Validitet og reliabilitet

Studiens forskningstilnærming er en mixed methods og vi trenger derfor å undersøke studiens reliabilitet og validitet både for den kvalitative og kvantitative tilnærmingen.

3.7.1 Kvalitativ

I kvalitativ forskning handler validitet om at forskere sjekker nøyaktigheten av funnene ved ulike prosedyrer (Creswell, J. W. & Creswell, J. D., 2018). Studiens validitet har vi blant annet sjekket ved å triangulere dataene i forskningen vår, der vi brukte både spørreskjema, intervju og videoopptak. Vi sørget for å gi en god beskrivelse for å formidle funnene, slik at vi kunne transportere leseren til miljøet. Under hele skriveprosessen har vi hatt en god dialog med veileder, som har vurdert og stilt spørsmål. Videre har det blitt gitt en beskrivelse av oss som forskere i Kapittel 1, hvor vi har beskrevet at vi er to lærerstudenter som ikke har en bred lærererfaring, samt at denne studien er vårt første omfattende forskningsprosjekt. Beskrivelsen kan tydeliggjøre skjevheten og være med på å øke troverdigheten (Creswell, J. W. & Creswell, J. D., 2018).

Studiens kvalitative reliabilitet er også undersøkt. Kvalitativ reliabilitet indikerer at forskerens tilnærming er konsistent på tvers av ulike forskere og mellom ulike prosjekter (Creswell, J. W. & Creswell, J. D., 2018). Vi har sørget for å dokumentere prosedyrene så detaljerte og så mye som mulig, og sjekket transkripsjoner for eventuelle feil. Siden studien er skrevet i par, har vi først kodet dataen individuelt, deretter sammenlignet, som kan ha sørget for mer reliabilitet. Dette kalles krysskoding (Creswell, J. W. & Creswell, J. D., 2018). Vi har passet på at det ikke er drift i definisjoner av koder, slik at det ikke er skifte i betydningen av disse kodene for å sørge for at tilnærmingen er konsistent (Creswell, J. W. & Creswell, J. D., 2018). Eksempelvis har vi under analysen av elevenes modelleringsprosess benyttet Ferris (2006) definisjon av fasene i modelleringssyklusen, og vært konsistent på å analysere ut fra hennes definisjoner.

3.7.2 Kvantitativ

I kvantitativ forskning er reliabilitet definert som teknikker som viser at dersom studien gjentas i samme kontekst ved bruk av de samme metodene, vil lignende resultater oppnås (Golafshani, 2003). Kvantitativ reliabilitet refererer derfor til konsistensen av et mål på et konsept (Creswell, J. W. & Creswell, J. D., 2018). Det er ulike metoder for å utforske reliabilitet i kvantitativ forskning. På grunn av liten utvalgsstørrelse har vi kun brukt Cronbach Alpha for å sjekke graden av indre konsistens på de ulike utsagnene på måleinstrumentet. Resultatene fra Cronbach Alpha er 0.961, som indikerer en høy reliabilitet (Ringdal, 2018).

Validitet i kvantitativ forskning handler om funnene nøyaktig gjenspeiler dataene (Noble & Smith, 2015, s. 34). Eksempelvis har vi i utvikling av spørreskjemaet diskutert med veilederen vår for å sørge for at dataene reflekterer konseptet vårt, kjent som «face-validity» (Clark et al., 2021). Vi kunne også gjennomført en faktoranalyse, men våre data er ikke store nok til å gjennomføre en slik analyse (Mundfrom et al., 2005).

3.8 Etiske betraktninger

Etiske overveielser av personopplysninger er en forutsetning for at forskeren har et godt samarbeid med menneskene som bidrar i forskningen (Dalland, 2017). Før studien vår ble gjennomført ble den vurdert og godkjent av Norsk senter for forskningsdata (NSD) (Vedlegg 1). Søknaden til NSD er en sentral del i vurdering av etiske betraktninger, da det gir retningslinjer for forskningsprosjekter og datahåndtering. Gjennom dette sikrer NSD at data om mennesker og samfunnet sikres, lagres og bearbeides på en trygg og lovlig måte (De nasjonale forskningsetiske komiteer, 2021).

Det å være anonym er ofte en forutsetning for mange for å delta i forskningsprosjekt (Dalland, 2017). Vi har i denne studien anonymisert opplysningene, slik at enkeltpersoner ikke kan knyttes til opplysningene. For at opplysningene skal være anonyme har vi valgt å bruke pseudonym i analysen. Elevene som deltok i studien fikk først muntlig informasjon om studien, samt et informasjonsskriv med informert frivillig samtykke (Vedlegg 2). Informert frivillig samtykke betyr at informasjonen er oppfattet og at vedkommende forstår betydningen av frivillighet (Dalland, 2017). Siden vi har valgt å undersøke elever på 9. trinn i en alder på 14-15 år, må foreldrene gi samtykke på vegne av barnet. På informasjonsskrivet til elevene kommer det tydelig fram at det er frivillig, og at det ikke vil være negativt for deres barn å ikke delta. Det poengteres også at det er lov å ombestemme seg. Vi benyttet skriftlig samtykke, slik at underskriften til den som deltar i forskningen kan være en beskyttelse, fordi en da kan gå tilbake til det inngåtte samtykke ved tvil (Dalland, 2017; De nasjonale forskningsetiske komiteer, 2021).

Datainnsamlingen har foregått ved skriftlige besvarelser på appen MathCityMap, videoopptak fra matematikkvandringen, besvarelser digital av spørreskjema og lydopptak fra intervjuet. Vi har lagret dataene vi samlet inn på en lukket mappe, der de innsamlede dataene vil bli slettet etter endt forskning. Studien ble i tillegg gjennomført på en skole der vi ikke har relasjoner til noen av elevene fra før, slik at vi som forskere ikke hadde noen erfaringer som vi har nyttiggjort oss av under studiet (Dalland, 2017).

4. Resultater

I dette kapitlet presenteres studiens resultater i form av tabeller, figurer og noen andre detaljerte beskrivelser for å kartlegge (1) hvordan elevene opplevde matematikkvandringen, og (2) hvordan elevene løste modelleringsoppgavene. Elevenes resultater fra spørreundersøkelsen presentert først, der vi begynner med de lukkede spørsmålene, etterfulgt av elevenes respons på de åpne spørsmålene og intervjuet. Til slutt presenteres analysen av elevenes løsning av modelleringsoppgavene ut fra modelleringssyklusen til Ferri (2006).

4.1 Elevenes opplevelse av deres erfaring med matematikkvandring: resultater spørreundersøkelse, lukkede spørsmål

I denne delen klassifiserte vi resultatene fra spørreskjemaet basert på kategoriene vi laget for utsagnene. Før resultatet av spørreundersøkelsen presenteres bør det bemerkes at den totale prosentandelen i noen tilfeller er under eller over 100 %. Dette kommer av at vi har benyttet den avrundede prosentandelen fra SPSS, som var tilgjengelig i utgangen til SPSS. Prosentandelen som rapporteres fra spørreskjema er fra de 17 elevene som deltok i matematikkvandringen.

4.1.1 De affektive aspektene ved matematikkvandring

Elevenes respons til Utsagn 1, 2 og 3 viser at over 50 % av elevene likte matematikkvandring og hadde en positiv opplevelse (Tabell 2). I detalj viser elevenes respons på Utsagn 1 at 52.9 % av elevene oppnådde stor tilfredshet fra matematikkvandringen, og der 11.8 % ikke gjorde det. For Utsagn 2 oppfattet 64.7 % av elevene at de var mer engasjerte under matematikkvandringen enn undervisningen i klasserommet, og 17.6 % var uenig. 58.8 % av elevene svarte at de vil ha matematikkvandring igjen for å lære matematikk, og 29.4 % ønsket ikke matematikkvandring igjen (Utsagn 3).

En liten andel rapporterte tilfredshet med matematikkvandringen knyttet til å se matematikkfagets nytteverdi. Mer spesifikt viser Utsagn 4 at 35.3 % av elevene rapporterte tilfredshet med fagets nytteverdi etter matematikkvandringen, og der 23.5 % uenig. Til slutt rapporterte i underkant av halvparten tilfredshet med oppgavene gitt i matematikkvandringen. I detalj for Utsagn 5 svarte 47 % av elevene at de likte oppgavene, og 11.8 % likte ikke oppgav

Tabell 2

Resultater fra spørreskjemaet med prosentandel

Kategori	Utsagn	Veldig enig %	Enig %	Verken enig eller uenig %	Uenig %	Veldig uenig %	Vet ikke %	Tapte data %
De affektive aspektene ved matematikkvandring	Utsagn 1	35.3	17.6	23.5	5.9	5.9		11.8
	Utsagn 2	41.2	23.5	17.6	17.6			
	Utsagn 3	29.4	29.4	5.9	17.6	11.8		5.9
	Utsagn 4	5.9	29.4	41.2	17.6	5.9		
	Utsagn 5	23.5	23.5	29.4	5.9	5.9		11.8
De kognitive aspektene ved matematikkvandring	Utsagn 6	17.6	23.5	41.2	11.8	5.9		
	Utsagn 7	5.9	5.9	47.1	23.5	11.8		5.9
	Utsagn 8	5.9	29.4	29.4	11.8	11.8		11.8
	Utsagn 9	17.6	52.9	5.9	5.9	11.8	5.9	
	Utsagn 10	17.6	11.8	41.2	11.8	17.6		
Elevenes oppfatning av utendørs matematikkundervisning	Utsagn 11	47.1	17.6	11.8	11.8	5.9		5.9
	Utsagn 12	11.8	17.6	17.6	17.6	29.4		5.9
	Utsagn 13	47.1	17.6	11.8	11.8	11.8		
	Utsagn 14	23.5	23.5	23.5	17.6	11.8		
Elevenes opplevelse av matematikkvandringens rammebetingelser	Utsagn 15	35.3	17.6	23.5		23.5		
	Utsagn 16	11.8	29.4	29.4	5.9	11.8		11.8
	Utsagn 17	29.4	29.4	17.6	11.8	5.9	5.9	
Elevenes persepsjon av å identifisere den nødvendige ekstra matematiske kunnskapen og validere deres løsninger: To aspekter ved modelleringssyklusen	Utsagn 18	29.4	29.4	11.8	11.8	5.9	5.9	5.9
	Utsagn 19	17.6	17.6	35.3	17.6	11.8		

4.1.2 De kognitive aspektene ved matematikkvandring

Det er også inkludert spørsmål for å undersøke om matematikkvandringen bidro til nye læringsmuligheter for elevene. I detalj for Utsagn 6 rapporterte 41.1 % av elevene at de lærte noe nytt i matematikkvandringen, og en prosentandel på 27.7 % svarte at de ikke lærte noe nytt. En liten svarprosent 11.8 % rapporterte at undervisningsmetoden bidro til en bedre forståelse av matematikkfaget, og større svarprosent på 35.3 % mente ikke at matematikkvandringen bidro til en bedre forståelse av matematikkfaget (Utsagn 7). På den andre siden rapporterte elevene at matematikkvandringen bidro til en bedre forståelse av hvordan matematikk kan brukes i det virkelige liv. Nærmeste bestemt for Utsagn 8 var 35.5 % enig i påstanden, og 23.6 % var uenige.

Utsagn 9 viser at en stor andel av elevene (dvs. 70.5 %) oppfattet at de benyttet seg av ulike matematiske tema for å løse oppgavene i matematikkvandringen. 17.7 % rapporterte at de ikke brukte ulike matematisk tema. Like mange elever (dvs. 29.4 %) sa seg enige i Utsagn 10 som uenige, om matematikkvandringen bidro til elevenes forståelse av hva de er gode til eller hva de trenger å øve mer på.

4.1.3 Elevenes oppfatning av utendørs matematikkundervisning

Undersøkelsen viser at 64.7 % av elevene likte å ha matematikkundervisning ute (Utsagn 11), og den samme prosentandelen av elever ønsket å være mer utendørs i matematikkundervisning (Utsagn 13). For Utsagn 11 var det 17.7 % som ikke likte å ha matematikkundervisningen ute. For Utsagn 13 var det 23.6 % som ikke ville være mer ute i matematikkundervisningen. 47 % av elevene rapporterte at det ga mer mening å gjøre matematikk ute, og 29.4 % var uenige (Utsagn 14). En liten andel elever rapporterte frustrasjon i løsning av matematikkoppgaver ute for Utsagn 12 på 19.4 %, og 47 % syntes ikke det var frustrerende.

4.1.4 Elevenes opplevelse av matematikkvandringens rammebetingelser

Matematikkvandringen gjennomførte elevene i samarbeid med medelever. Resultatene viser at over halvparten rapporterer er de likte å samarbeide i grupper under matematikkundervisningen. I detalj viser Utsagn 15 at 52.9 % likte å samarbeide, som er en lik svarprosent for elevene som likte matematikkvandringen (Utsagn 1). 23.5 % likte ikke å samarbeide med andre under matematikkvandringen.

Over halvparten rapporterte at de likte å arbeide med matematikkvandringen digitalt. I detalj var det for Utsagn 17, 58.8 % som likte en digital arbeidsform under matematikkvandringen, og 17.7 % som ikke var enig. For Utsagn 16 var det 41.2 % som rapporterte at det var enkelt å forstå hva som skulle gjøres under matematikkvandringen, og 17.7 % var uenige.

4.1.5 Elevenes persepsjon av å identifisere den nødvendige ekstra matematiske kunnskapen og validere deres løsninger: To aspekter ved modelleringssyklusen

Modelleringsoppgaver stiller kognitive krav hos elevene, og informasjonen er ikke nødvendigvis gitt (Blum, 2011). Over halvparten av elevenes respons for Utsagn 18 viser at det var enkelt å finne nødvendig informasjon fra omgivelsene for å løse oppgavene, med en prosentandel på 58.8 %, og 17.7 % var uenige. Et av stegene i modelleringsprosessen hos elevene er å validere de matematiske løsningene (Ferri, 2006). For Utsagn 19 var det

35.2 % som rapporterte at det var enkelt å sjekke om de hadde fått riktig svar på oppgavene, og 29.4 % var uenige.

4.2 Elevenes opplevelse av deres erfaring med matematikkvandring: resultater fra spørreundersøkelse, åpne spørsmål

Fem åpne spørsmål (Utsagn 20-24) ble brukt til å utforske elevenes opplevelse om matematikkvandringen og aspekter ved modellering. Elevenes svar for hvert spørsmål ble lest, kodet og kategorisert. I denne delen har resultatene fra de åpne spørsmålene blitt presentert.

4.2.1 Første åpne spørsmålet: Elevenes egenrapporterte opplevelse med å delta i matematikkvandring

Det første åpne spørsmålet (Utsagn 20), «Hvordan opplevde du å ha matematikkvandring?», er under det affektive aspektet ved matematikkvandringen. Elevene oppga ulike erfaringer med å delta i matematikkvandringen. 13 av 17 (dvs. 76.47 %) elever svarte på det første åpnet spørsmålet, og kodingen av elevenes svar førte til fem kategorier (Tabell 3). Syv av elevene (dvs. 41.17 %) rapporterte at de opplevde matematikkvandringen som «gøy», «morsom» og «fin». En elev (dvs. 5.88 %) beskrev at det var fint å gjøre noe nytt i matematikktimene samt at det var en morsom måte å gjøre matematikk på. To andre elever rapporterte at de likte at undervisningen foregikk utendørs (dvs. 11.76 %). Et par elever (dvs. 11.76 %) opplevde matematikkvandringen som vanskelig og utfordrende. I elevenes beskrivelse av matematikkvandringen som vanskelig vektla eleven at det var vanskelig å følge instruksjoner på grunn av alt det som skjedde ute. Eleven som beskrev matematikkvandringen som utfordrende baserte det på erfaringen med en oppgave der eleven var usikker på hva som skulle måles på objektet.

Tabell 3

Prosentandel og eksempler fra data av elevenes respons: Utsagn 20

Kategori	N	%	Eksempler fra data
Matematikkvandring var morsomt	7	41.17	«Det var morsomt. Håper dere kommer igjen.» «Det var en morsom måte å gjøre matte på»
Likte at matematikkvandringen foregikk utendørs	2	11.76	«Jeg likte at det var ute»
Matematikkvandring var noe nytt	1	5.88	«Det var fint å gjøre noe nytt i matematikktimene»
Matematikkvandring var frustrerende og vanskelig	1	5.88	«Frustrerende. Det var vanskelig å følge instruksjoner på grunn av alt det som skjedde ute.»
Matematikkvandring var utfordrende	1	5.88	«Det var en oppgave der jeg ikke viste akkurat hva jeg skulle måle, på benk oppgaven var jeg usikker på hva jeg skulle måle: om jeg skulle måle de to plankene eller bare en»

4.2.2 Andre åpne spørsmål: Elevenes oppfatning av læring gjennom matematikkvandringen

Utsagn 21, «Hva lærte du i matematikkvandringen?», er under det kognitive aspektet ved matematikkvandringen. 12 av 17 elever (dvs. 70.58 %) svarte på det andre åpnet spørsmålet. Koding av elevenes svar ledet til fem kategorier (Tabell 4). Seks av elevene (dvs. 35.29 %) svarte at de ikke lærte noe nytt under matematikkvandringen. Fire av disse (dvs. 23.52 %) skrev at de ikke lærte noe nytt uten å utdype svarene. En av de seks elevene (5,88%) svarte at han/hun ikke lærte noe nytt, men at det var fint å bruke det de allerede hadde lært i en mer praktisk sammenheng. Til slutt svarte en elev (5,88%) «Ingenting nytt, men det var brae oppgaver som jeg forsto». To elever (11,76%) rapporterte at de lærte hvordan man løser oppgaver uten utstyr, og at det kan være vanskelig å måle uten nøyaktige måleredskaper tilgjengelig. En elev (5,88%) skrev også at han/hun lærte hvordan matematikk kan brukes i det vanlige liv.

Tabell 4

Prosentandel og eksempler fra data av elevenes respons: Utsagn 21

Kategori	N	%	Eksempler fra data
Lærte ikke noe nytt	6	35.29	«Ingenting nytt, men det var brae oppgaver som jeg forsto»
Lærte å løse oppgaver uten måleredskaper	2	11.76	«Hvordan man løser oppgaver uten utstyr»
Lærte å bruke matematikk i praktisk sammenheng	1	5.88	«Jeg lærte ikke så mye nytt innenfor matematikk, men det var fint å bruke det vi hadde lært i en mer praktisk sammenheng»
Lærte å bruke matematikk i hverdagen	1	5.88	«Bruke matte i det vanlige liv»
Morsomt å være ute	1	5.88	«Ute = Gøy»

4.2.3 Tredje åpne spørsmål: Elevenes oppfatning av utfordringer under matematikkvandring og hvordan de løste det

For Utsagn 22, «Hvilke utfordringer oppsto under matematikkvandringen? Hvordan løste dere dem?», svarte 12 av 17 elever (dvs. 70.58 %). Spørsmålet er todelt og vi endte derfor opp med to hovedkategorier; utfordringer og løsning, med påfølgende underkategorier (Tabell 5). 23.52 % av elevene rapporterte utfordring med å måle uten måleredskap, og det var den eneste utfordringen som ble rapportert. For løsning av utfordringene som oppsto svarte 17.64 % at de brukte internett til å søke opp informasjon, 5.88 % brukte kalkulator, og 11.76 % brukte omgivelsene. En elev (dvs. 5.88 %) rapporterte at de brukte steg for å måle avstand, og 23.52 % svarte at de ikke hadde noen spesielle problemer.

Tabell 5

Prosentandel og eksempler fra data av elevenes respons: Utsagn 22

Kategori	Underkategori	N	%	Eksempler fra data
Utfordringer	Måle uten bruk av måleredskap	4	23.52	«Å måle forskjellige ting uten bruk av måleredskap.»
Løsninger	Ingen problemer	4	23.52	«Ikke noen spesielle problemer»
	Brukte internett	3	17.64	«På benk oppgave 2 fant vi ut at vi kunne søke opp sirka hvor mye maling man trenger for hver kvadratmeter.»
	Brukte omgivelsene	2	11.76	«vi fant noe som vi trodde var ca 1 cm/m»
	Brukte kalkulator	1	5.88	«... kalkulator»
	Brukte steg	1	5.88	«skritt»
	Brukte tidligere matematisk kunnskap	1	5.88	«Hoderegning ...»

4.2.4 Fjerde åpne spørsmål: Elevenes oppfatning av å bruke matematiske temaer i matematikkvandringen

I respons til det fjerde åpne spørsmålet (Utsagn 23), «Hvilke matematiske temaer brukte dere for å løse oppgave?», svarte 11 av 17 elever (dvs. 64.7 %). Elevenes respons på spørsmålet viser til at de benyttet seg av ulike matematiske tema for å løse de matematiske oppgavene i matematikkvandringen (Tabell 6). Like mange elever med 29.41 % rapporterte at de benyttet seg av de matematiske temaene areal, omkrets og de fire regneartene. 17.64 % svarte at de brukte volum, og 23.52 % rapporterte at de benyttet geometri.

Tabell 6

Prosentandel og eksempler fra data av elevenes respons: Utsagn 23

Kategori	N	%	Eksempler fra data
Omkrets	5	29.41	«... regning av omkrets»
Areal	5	29.41	«Arealregning ...»
De fire regneartene	5	29.41	«... pluss, minus og gange»
Geometri	4	23.52	«Vi brukte geometri»
Volum	3	17.64	«Volum ...»
Pi	1	5.88	«Vi brukte Pi ...»

4.2.5 Femte åpne spørsmål: Elevenes oppfatning av løsningsstrategier i arbeid med oppgavene i matematikkvandringen

For Utsagn 24, «Hvilke strategier brukte dere for å løse oppgavene?», svarte 11 av 17 elever (dvs. 64.7 %). I kodingen av elevenes svar endte vi med ni kategorier (Tabell 7). En elev (dvs. 5.88 %) brukte mobiltelefonen som verktøy for å søke opp informasjon på internett, og fire elever (dvs. 23.52 %) rapporterte at gruppen benyttet kalkulatoren på mobiltelefonen. 5.88 % rapporterte at gruppen benyttet skritt som måleredskap for å løse oppgavene. Tre elever (dvs. 17.64 %) rapporterte også at de benyttet tidligere matematisk kunnskap, og 11.76 % rapporterte at de brukte hverandres kunnskap og samarbeid. En elev (dvs. 5.88 %) rapporterte at gruppen deres brukte omgivelsene for å løse oppgavene.

Tabell 7

Prosentandel og eksempler fra data av elevenes respons: Utsagn 24

Kategori	N	%	Eksempler fra data
Kalkulator	4	23.52	«Vi brukte ... og kalkulator ...»
Tidligere matematisk kunnskap	3	17.64	«Vi brukte.. og hoderegning ...»
Samarbeid	2	11.76	«Vi prøvde å bruke ... og samarbeid»
Husker ikke	2	11.76	«Husker ikke»
Omgivelsene	1	5.88	«Vi prøvde å bruke omgivelsene våre ...»
Ingen strategier	1	5.88	«Ingen strategier»
Brukte mobiltelefonen for å søke opp på internett	1	5.88	«Vi brukte internettet ...»
Brukte steg for å måle opp	1	5.88	«Skritt ...»

4.3 Elevenes opplevelse av deres erfaring med matematikkvandring: resultater fra intervju

Denne delen viser noen av resultatene fra elevenes intervju om deres opplevelse med matematikkvandringen. Elevene ble intervjuet gruppevis, der åtte av ni elever deltok da en elev var syk og derfor ikke til stede. I intervjuet er det derfor prosentandelen av de 8 elevene som deltok i intervjuet som er oppgitt. Som nevnt i metodedelen er navnene gitt nedenfor pseudonyme.

4.3.1 Første intervjuspørsmål: «Hvordan var det å ha matematikkvandring?»

Elevene ga uttrykk for at matematikkvandring var «gøy», «artig», «realistisk», «noe annet», «praktisk» og «bedre». I kodingen av det første intervjuspørsmålet endte vi opp med fire kategorier (Tabell 8). Over halvparten (dvs. 62.5 %) av elevene uttrykte at matematikkvandring var gøy, og 12.5 % rapporterte at matematikkvandring var litt gøyere enn å sitte i klasserommet. Jonas svarte at det var mye bedre med matematikkvandring som undervisningsmetode framfor klasseromsundervisning. På den andre siden ga Martin uttrykk for at han foretrekker matematikkundervisning i klasserommet, fordi det er enklere.

Tabell 8

Prosentandel og eksempler fra data av elevenes respons: Første intervjuspørsmål

Kategori	N	%	Eksempler fra data
Matematikkvandring var gøy	5	62.5	Per: «Det var gøy»
Bedre med matematikkvandring enn undervisning i klasserommet	1	12.5	Jonas: «Det er mye bedre å ha mattevandring. Forskjellen er at i klasserommet er det kjedelig også er det vanskelig å følge med»
Foretrekker å sitte å regne i klasserommet	1	12.5	Martin: «Jeg synes det er mye gøyere i klasserommet fordi det er enklere»
Litt gøyere enn å sitte i klasserommet	1	12.5	Jens: «Litt gøyere enn å sitte i klasserommet»

4.3.2 Andre intervjuspørsmål: «Hvordan var det å ha matematikkvandring i forhold til matematikktimene i klasserommet?»

For det andre intervjuspørsmålet, «Hvordan det var å ha matematikkvandring i forhold til matematikktimene i klasserommet?», ble det laget syv kategorier (Tabell 9). For å trekke fram en gjenganger i elevenes svar beskrev de forskjellen mellom de to undervisningsmetodene som «annerledes», «lettere for å lære» «bedre med matematikkvandring», «bruke matematikk i mer praktisk sammenheng» og at det var «gøyere å være ute». Tre elever (dvs. 37.5 %) beskrev matematikkvandring som bedre enn matematikkundervisningen i klasserommet. I detalj svarte Martin «Det er på en måte bedre fordi det er annerledes». 50 % rapporterte at matematikkvandring var mer gøy enn matematikkundervisningen i klasserommet. I begrunnelsen av «gøy» uttrykte Anders at det var gøy å bruke matematikk i en praktisk sammenheng, og Per trekker fram at det var lettere for å lære under matematikkvandringen. Tre av elevene (dvs. 37.5 %) ga også uttrykk for at det å være utendørs var en del av deres opplevelse med matematikkvandringen. Jens var enig med sine medelever om at det var gøyere å være ute, men at han fikk notert mer i klasserommet og dermed mulighet til å lese gjennom i ettertid.

Tabell 9

Prosentandel og eksempler fra data av elevenes respons: Andre intervjuspørsmål

Kategorier	N	%	Eksempler fra data
Matematikkvandring var gøy	4	50	Lise: «Jeg synes det var gøy»
Likte at matematikkvandringen foregikk utendørs	3	37.5	Marte: «… jeg likte at vi var ute å gjorde noe, istedenfor å sitte i ro hele timen»
Bedre med matematikkvandring	3	37.5	Jonas: «Noe mye bedre med mattevandring»
Matematikkvandring er annerledes	2	25	Martin: «... det er annerledes. Noe annet enn vanlig»
Matematikkvandring var gøy og derfor lettere for å lære	1	12.5	Per: «Jo gøyere jo lettere for å lære»
Brukte matematikk i praktisk sammenheng gjennom matematikkvandringen	1	12.5	Anders: «Det var gøy å bruke det i en praktisk sammenheng»
Kan skrive ned ting i klasserommet, for å huske det senere	1	12.5	Jens: «Men får jo skrevet ned litt mer, da får jeg i en bok for eksempel på når man sitter i klasserommet. Det er jo litt enklere å huske på senere, da man kan lese gjennom en bok hvor alt står ...»

4.3.3 Tredje intervjuspørsmål: «Oppsto det noen utfordringer under matematikkvandringen? Hvilke? Hvordan løste dere dem?»

Resultatene viste at elevene møtte på noen utfordringer underveis (Tabell 10). En utfordring som ble nevnt var det å regne ut ifølge Per. Martin forklarte at en utfordring var å møte aktiviteter som han ikke har arbeidet med tidligere. Marte beskrev også at det var en utfordring å ikke ha noen tilgjengelige måleredskaper, og at de dermed ble nødt til å tenke annerledes. Det var ingen av elevene som ga uttrykk for at utfordringene påvirket deres opplevelse av matematikkvandringen.

Tabell 10

Prosentandel og eksempler fra data av elevenes respons: Tredje intervjuspørsmål

Kategori	N	%	Eksempler fra data
Utfordringer med å regne ut	1	12.5	Per: «Det var det å regne ut»
Utfordring å møte ting man ikke har gjort før	1	12.5	Martin: «Noen ganger er det ting vi ikke har gjort før eller noe sånt. Noe man ikke skjønner, så man må bare tenke seg fram til det. Det er ikke alltid det er rett, men …»
Ingen måleredskaper tilgjengelig	1	12.5	Marte: «Ja at vi ikke hadde målebånd eller noe. Vi måtte enten mål ca. meter med hendene. Det var litt vanskelig»
Ingen utfordringer	1	12.5	Jens: «Nei, egentlig ikke»

4.3.4 Fjerde intervjuspørsmål: «Hvilke fordeler og ulemper tenker dere det er med å ha matematikkvandring?»

Elevene ble også spurt om deres tanker rundt fordeler og ulemper med matematikkvandring som undervisningsopplegg. For det fjerde intervjuspørsmålet ble det i kodingen laget seks kategorier for fordeler og to kategorier for ulemper med matematikkvandring (Tabell 11). Elevenes tanker om fordeler med matematikkvandring var at det var en mer fysisk undervisningsmetode som var annerledes, mer motiverende, og engasjerende. En annen fordel som ble trukket fram av Lise var det å fysisk gå å måle objekter i omgivelsene.

En ulempe elevene rapporterte med matematikkvandringen var at det ikke var like lett å gjøre utregning med papir og blyant sammenlignet med klasserommet. I detalj beskrev Jonas «Du kan liksom ikke bare sette deg ned å gjøre det på ark.. fordi du ikke har noen plass å gjøre det». 25 % av elevene rapporterte distraksjon fra omgivelsene som en ulempe med undervisningsopplegget. Mer detaljert forklarte Marte «... det som er dumt er at det er vanskelig å holde konsentrasjonen om man begynner å gjøre andre ting istedenfor».

Tabell 11

Prosentandel og eksempler fra data av elevenes respons: Fjerde intervjuspørsmål

Kategori	Underkategori	N	%	Eksempler fra data
Fordeler	En annerledes aktivitet som kan gjøre det enklere å konsentrere seg	1	12.5	Martin: «Folk som ikke klarer å konsentrere seg tror jeg får mye enklere med å konsentrere seg på ting som er annerledes»
	Underholdene aktivitet som gjør det mer engasjerende for å lære	1	12.5	Per: «Jeg tror som sagt mer underholdene, og gjør at de er mer engasjert til å lære»
	Foregår utendørs	1	12.5	Jens: «Når man er ute, får man jo vært ute da, så slipper man å sitte i ro sånn. Ja, det er jo ganske fint»
	Mer motiverende	1	12.5	Anders: «Fordel kan være at elever ehm.. eh.. er mer motivert for å gjøre det …»
	Måler ting i omgivelsene gjør aktiviteten mer engasjerende	1	12.5	Lise: «Man blir mer engasjert i greiene når man må gå rundt å f.eks. måle ting i omgivelsene»
	En mer fysisk aktivitet	1	12.5	Marte: «Det er fint fordi folk blir liksom litt sånn, fordi man får gjøre noe mer fysisk også, også får man, liksom og da må man liksom.. liksom.. gjør oppgaven mens man holder konsentrasjonen …»
Ulemper	Distrahert av omgivelsene	2	25.0	Anders: «Ulemper kan kanskje være at man blir mer distrahert. Men ja, det er vel mer positivt enn negativt kanskje»
	Ikke like lett å gjøre vanlig utregning med papir og blyant	1	12.5	Jonas: «Kan ikke gjøre vanlig utregning med papir og blyant»

4.3.5 Femte intervjuspørsmål: «Var det noe som skilte oppgavene i matematikkvandringen fra oppgavene dere vanligvis gjør i matematikktimene?»

For det femte intervjuspørsmålet var det et nevneverdig funn. Gruppe 1 beskrev forskjellen mellom oppgavene i matematikkvandringen og ordinær klasseromsundervisning med at de i matematikkvandringen måtte måle selv. I detalj forklarte Martin «Man måtte måle selv. Faste tall man går for. Istedenfor at du bare har målene og bare regner det ut», Per tilførte «Ekte mattestykker». Elevene ga uttrykk for at oppgavene i matematikkvandringen var realistiske, og at oppgavene de møtte på var noe som kunne skjedd i virkeligheten. Detaljert forklarte Jonas «.. også var det mer realistisk. For det man får i klasserommet er litt tilfeldige tall som er vanskelig å regne med».

4.3.6 Sjette intervjuspørsmål: «Vil du ha matematikkvandring igjen?»

Det sjette intervjuspørsmålet handler om elevene kunne tenkt seg å delta i matematikkvandring igjen. Ingen av elevene fra intervjuet uttrykte at de ikke ville ha matematikkvandring igjen (Tabell 12). Lise svarte kanskje, og resterende syv svarte ja (dvs. 87.5 %). Seks av sju elever som svarte «ja», utdypet hvorfor de ville ha matematikkvandring igjen. I kodingsprosessen for elevene som svarte ja ble det laget fire kategorier for deres begrunnelser til hvorfor: «gøyere», «engasjerende», «annerledes» og «lærte noe». Mer detaljert for spørsmålet svarte Jonas: «Ja, det var mye gøyere enn vanlig mattetime», og Per «Jajajajaja. Det engasjerte meg mer og muligens gitt meg at jeg faktisk lærte noe. Kunne hatt matematikk ute hver dag, da hadde det blitt mindre kjedelig».

Tabell 12

Prosentandel og eksempler fra data av elevenes respons: Sjette intervjuspørsmål

Kategori	Underkategori	N	%	Eksempler fra data
Ja	Gøy/gøyere	3	37.5	Anders: «Det var gøy å ha noe nytt»
	Ingen begrunnelse	2	25	Mia: «Ja»
	Engasjerende	2	25	Martin: «Det er mer engasjerende fordi det er annerledes. Så du må tenke fra et annet perspektiv».
	Lærte noe	1	12,5	Per: «... muligens gitt meg at jeg faktisk lærte noe ...»
	Annerledes	1	12,5	Jens: «Det var litt annerledes enn å bare sitte i klasserommet. Det var litt gøy»
Kanskje	Gøy	1	12,5	Lise: «Jeg synes det var gøy og vil kanskje ha det igjen»

4.3.7 Syvende intervjuspørsmål: «Ser dere en større eller mindre nytte av matematikk etter matematikkvandringen?»

Resultatene viser at ingen av elevene rapporterte at de ikke så noen mindre nytte av matematikk etter matematikkvandringen, og en elev svarte «Vet ikke» (Lise). Elevene rapporterte at det å være ute å praktisere matematikk var med på å gjøre matematikken mer realistisk. I detalj svarte Jens: «Ser mer nytte av det når vi er ute, og gjør nå med det», Jonas «Realistisk, fordi det var noe som faktisk kunne skjedd at du måler en fotballbane, eller måle en benk, og Anders «Vi fikk, eller jeg iallfall, fikk se mer hva vi bruker det til. Ja. Jeg fikk jo se mer. Ja. Ja. Ut å praktisere det».

4.4 Resultater relatert til modelleringssyklusen: Oppgave 1

For å svare på hvordan elevene løste oppgavene i matematikkvandringen, har vi tatt for oss hvordan elevene som gruppe har beveget seg i de ulike fasene i modelleringssyklusen til Ferri (2006). Dataene er innhentet fra de tre gruppene som ble filmet for å kunne få en helhetlig forståelse av hvordan elevene kan gå gjennom modelleringssyklusen. I analysen har vi i tillegg til videoopptaket, benyttet oss av data fra intervjuet da det i videoen ikke alltid var klart hva elevene diskuterte og gjorde. Før vi presenterer analysen av elevenes modelleringsprosess har vi valgt å repetere oppgavene, samt kommet med eksempler på hvordan gruppene kan gå igjennom de ulike fasene i modelleringssyklusen. Til slutt for hver oppgave gir vi et overblikk gjennom figurer over hvordan de ulike gruppene beveger seg mellom de ulike fasene i modelleringssyklusen.

Figur 8

Oppgave 1 i matematikkvandringen: Fonteneoppgavene

Fonteneoppgaven Rektoren på skolen deres trenger mål på fontenen foran dere, da det skal lages en lik fontene i skolegården. Rektoren trenger fontenes omkrets og areal for å anslå hvor mye penger materialet for å lage fontenen koster. **Fonteneoppgave 1** Kan dere hjelpe rektoren å finne omkretsen til fontenen? **Fonteneoppgave 2** Kan dere hjelpe rektoren å finne arealet av fontenen?

4.4.1 Fra reell situasjon til MRS

Den første fasen er fra reell situasjon til mental representasjon av situasjonen (MRS), og handler om at individene forstår problemet i Fonteneoppgaven. Elevene kan ha ulike mentale representasjoner av situasjonen avhengig av den matematiske tenkemåten og deres egne erfaringer (Ferri, 2006). Dersom elevene i møte med Fonteneoppgavene ikke har erfaringer med omkrets og areal av sirkel, kan det her være utfordrende å forstå problemet de blir stilt ovenfor.

I våre data ser vi at alle gruppene leste opp Fonteneoppgave 1 høyt til hverandre, og dermed ble oppgaven presentert. Elevene var her i den første fasen, nemlig reell situasjon. Gruppe 1 og 3 forsto oppgaven, mens gruppe 2 trodde først at det var omkretsen av statuen i midten av fontenen de skulle finne. Det var derfor en annen mental representasjon av situasjonen hos Gruppe 2, da statuen i midten av fontenen også har formen som en sirkel. Mia på Gruppe 2 sa «Jeg tror de mener omkretsen av hele fontenen». Gruppe 2 leste oppgaven på nytt, og forsto hva de skulle finne ut. I Fonteneoppgave 2 forsto elevene på gruppe 1 og 3 at det var arealet av fontenen de skulle finne. Gruppe 2 gjorde derimot ikke denne oppgaven, da de i den siste fasen forsto at det var arealet de hadde funnet i Fonteneoppgave 1 og ikke omkrets.

4.4.2 Fra MRS til ekte modell

I overgangen fra MRS til ekte modell skjer det en forenkling av problemet, og har sterk tilknytning til MRS. Elevene må spesifisere situasjonen ytterligere (Ferri, 2006). For Fonteneoppgave 1 kan det handle om at elevene oppfatter den geometriske formen til fontenen, og videre forenkler problemet med at de trenger å vite hvordan de finner omkretsen og arealet av en sirkel.

I våre data brukte Gruppe 2 to forsøk på å komme til denne fasen, da de først misforsto det opprinnelige problemet. Gruppen leste oppgaven på nytt. Deretter forsto alle gruppene at det var omkretsen av hele fontenen de skulle finne i den første deloppgaven, som er lik en sirkel. I Fonteneoppgave 2 var det også tydelig at det var arealet av en sirkel de skulle finne, som var den geometriske formen de fant ut i den første deloppgaven.

4.4.3 Fra ekte modell til matematisk modell

I overgangen fra ekte modell til matematisk modell er oversettelsesprosessen fra virkelighet til matematikk sentral, der elevene matematiserer problemet. I denne prosessen kreves det ekstra matematisk kunnskap (EKM) av elevene for å bygge en matematisk modell (Ferri, 2006). Siden elevene ikke hadde noen tilgjengelige måleredskaper med seg, var de nødt til å finne ut hvordan de skulle løse Fonteneoppgaven. Elevene kan tilnærme radiusen til fontenen uten noen målebånd, og kan tenke at de kan måle med skritt, da de cirka vet hvor mange centimeter det er i et gjennomsnittlig steg for et menneske. Elevene har også mobiltelefoner tilgjengelig, og kan tenke seg til at de kan bruke denne til å søke opp nødvendig informasjon.

I analysen av Fonteneoppgave 1 ser vi at Gruppe 1 fant ut at de kunne bruke blokkene rundt fontenen til å måle omkretsen, og tenkte at hver blokk bortimot er en meter. Det kan se ut til at elevene hadde kjennskap til hva en meter tilsier. Gruppe 2 brukte tidligere matematisk kunnskap, og sa at de visste formelen for omkrets av en sirkel. Elevene i Gruppe 2 valgte så å ta i bruk en app på telefonen som målte avstand for å finne radiusen. Gruppe 3 startet først med å finne ut at de kunne gå rundt fontenen med fotsteg, men før de regnet ut dette fant de ut at det gikk raskere om de brukte den matematiske formelen for å finne omkretsen. På videoen kommer det fram at elevene viste formelen for omkrets av sirkel fra før. Marte utdypet «Vi må finne radiusen først for å kunne regne ut omkretsen av fontenen». Videre fant Gruppe 3 ut at de kunne bruke ca. en meter med hendene for å måle radiusen, da de visste ca. hvor mye en meter er. I Fonteneoppgave 2 fant Gruppe 1 og 3 ut at de kunne bruke tidligere resultater, nærmere bestemt radiusen de hadde funnet fra før som hjelp til å regne ut arealet. Begge gruppene brukte tidligere matematisk kunnskap, da de visste formelen for areal av en sirkel fra før. Gruppe 2 gjorde ikke Fonteneoppgave 2.

4.4.4 Fra matematisk modell til matematiske resultater

I overgangen fra matematisk modell til matematiske resultater arbeider elevene matematisk og bruker sin matematiske kompetanse til å regne ut oppgaven (Ferri, 2006). Det kan være for eksempel at de i denne fasen skisserer formler og regner ut omkrets og areal av en sirkel med kalkulator på telefonen. I matematikkvandringen arbeidet elevene med matematiske modelleringsoppgaver, og derfor var vi ikke på utkikk etter kun ett riktig svar da det kan bli mye omtrentlige målinger uten tilgang på målebånd og lignende. Derimot kan en god måte å tilnærme omkrets og areal av fontenen være å bruke relevante formler:

Fonteneoppgave 1: $2r\pi = 10 \times 3.14 = 31.4\ m$

Fonteneoppgave 2: $\pi r^2 = 3.14 \times 5 \times 5 = 78.5\ m^2$

Alle gruppene fikk et matematisk resultat ved å bruke individuelle matematiske kompetanser. Gruppe 1 telte antall blokker rundt fontenen og fikk en omkrets på 30 m, som er en god tilnærming. Gruppe 2 og 3 brukte de nevnte fremgangsmåtene til å finne radiusen, og regnet ut svaret ved bruk av formelen for omkrets av en sirkel. Gruppe 2 fikk tallet 108.56, og forsto at de hadde gjort noe feil. Ved å bruke hendene til å måle fant Gruppe 3 en radius på 5 m, og Lise sa «Da må vi ta 10 gange med pi», og fikk 31.4 m til svar.

I Fonteneoppgave 2 finner Martin på Gruppe 1 ut at «Vi kan ta omkretsen delt på pi (π) for å finne diameteren. Og så dele på to, og så gange det med hverandre og pi». De fikk 71 til resultat, som er nær vår tilnærming. Gruppe 3 regnet ut svaret ved å bruke formelen for areal av sirkel etter at Marte fortalte «Vi må ta pi gange radius i andre». De brukte radiusen de fant i første deloppgave og fikk at fontenen har et areal på 78.5 m^2, som er lik vår tilnærming. Elevene på Gruppe 3 gikk herfra og direkte videre til neste oppgave. Gruppe 2 fant ut at de hadde regnet ut arealet, og ikke omkretsen, og brukte 108.56 m^2 som et svar for arealet. Svaret virker noenlunde rimelig, selv om 108.56 m^2 er mer enn 78.5 m^2 som vi hadde i vår tilnærming, fordi de sa at radiusen var 5.88 m, som også kan være en god tilnærming.

4.4.5 Fra matematiske resultater til reelle resultater

Tolkningen av resultatene skjer i overgangen fra matematiske resultater til reelle resultater. Elevene må tolke de matematiske resultatene i forhold til Fonteneoppgavene for å få et reelt resultat (Ferri, 2006). I sammenheng med Fonteneoppgavene handler det om at elevene vet at det er snakk om for eksempel meter, slik at de har forstått sine egne funn. Resultatene kan være en tilnærming rundt 31.4 meter i omkrets, og 78.5 kvadratmeter for areal, og funnene bør ikke tolkes som kilometer eller kvadratkilometer, eller blande begrepene. Konteksten fra de virkelige problemene må være i fokus, da de virkelige resultatene går tilbake fra matematikk til virkelighet (Ferri, 2018).

Når det kommer til de to siste fasene av modelleringssyklusen til Ferri (2006), ser vi at elevene ikke alltid tolker og validerer sine svar i arbeid med modelleringsoppgavene. Gruppene fikk et svar når de regnet matematisk, og sa dette var omkretsen av fontenen. Noen videre tolkninger kom derimot ikke fram. Da Gruppe 2 derimot begynte å arbeide med Fonteneoppgave 2 begynte de å tolke resultatet fra Fonteneoppgave 1, og fant ut at de hadde brukt feil formel i første oppgaven. I intervjuet kom det også fram at Gruppe 1 tolket resultatene som gyldige uten å gi noen videre forklaring enn at Mia sa «Det ga mer mening», men de sier ikke noe om at de har funnet meter eller kvadratmeter. Gruppe 3 tolket ikke sine matematiske resultater på Fonteneoppgave 1.

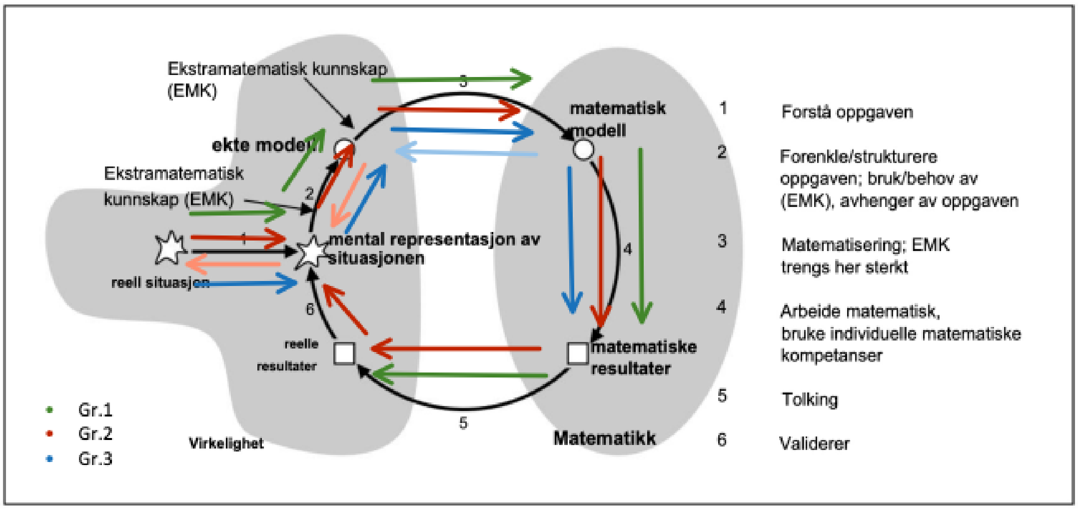
4.4.6 Fra reelle resultater til MRS

Validering av elevenes svar er en viktig del av modelleringsprosessen i modelleringssyklusen til Ferri (2006), hvor de kan finne ut om resultatene av omkretsen og arealet av fontenen er realistiske (Ferri, 2006). Elevene kan sammenligne det reelle resultatet de fikk med mental representasjon av situasjonen, og antakelsene som ble gjort i begynnelsen (Ferri, 2018). For eksempel kan de finne ut om resultatene av fontenens omkrets anses som tilstrekkelige, og om 31.4 meter er en god tilnærming på bakgrunn av antakelser de gjorde før de arbeidet matematisk. Dersom resultatene ikke er realistiske, kan elevene gjenta modelleringsprosessen. En annen måte å validere på i denne situasjonen kan være å beregne omkretsen på en annen måte enn det de har gjort, for å dobbeltsjekke sine egne svar. Dersom elevene har brukt formelen for omkrets av fontenen, kan de i tillegg måle opp omkretsen med å gå rundt hele fontenen med skritt som ca. er en meter, for å se om de får et tilnærmet likt resultat. De kan også bruke flere måleenheter når de skal finne radiusen til fontenen, både med å bruke app på telefon og måling med skritt, og se om de får tilnærmet like svar.

Gruppe 1 og 3 validerte ikke deres resultater når de arbeidet med noen av Fonteneoppgavene. Gruppe 2 fant et svar på omkretsen av fontenen, og så at dette var et tall som ikke kunne stemme. Håvard spurte Jens hvilken formel han brukte «Jeg tok pi gange radius gange radius», og Håvard svarte «Men det er jo arealet». De skjønte at de hadde tatt feil formel, og at det var arealet av fontenen de hadde funnet, og ikke omkretsen. De gjentok derimot ikke modelleringsprosessen for å finne riktig svar på omkretsen av fontenen, men valgte å gå videre.

Figur 9

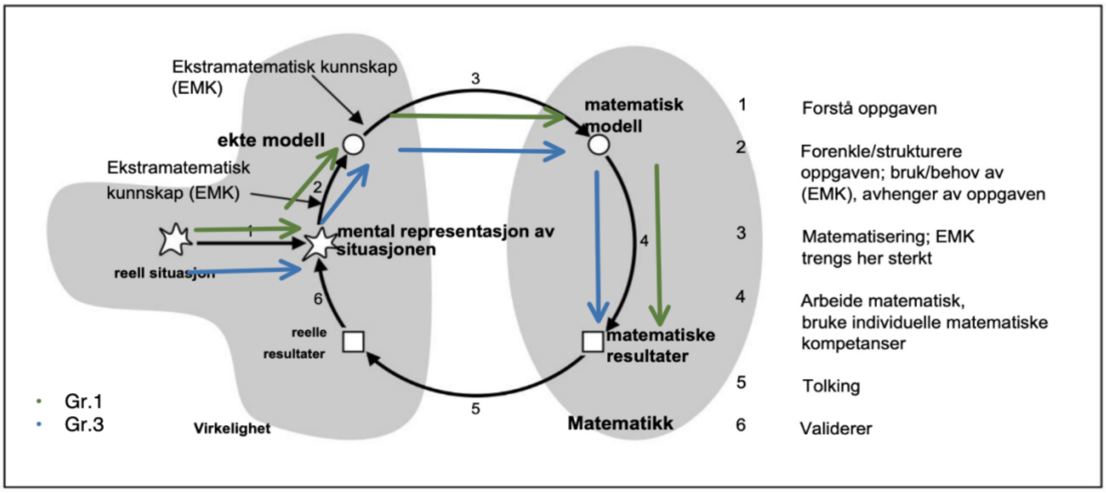
Fonteneoppgave 1: Overblikk over hvordan de ulike gruppene beveget seg mellom de ulike fasene i modelleringssyklusen



Notat: Dersom gruppene går tilbake en fase i syklusen, er de illustrer med lyse piler med tilsvarende fargetone motsatt vei.

Figur 10

Fonteneoppgave 2: Overblikk over hvordan de ulike gruppene beveget seg mellom de ulike fasene i modelleringssyklusen



Notat: Gruppe 2 gjorde ikke Fonteneoppgave 2

4.5 Resultater relatert til modelleringssyklusen: Oppgave 2

Figur 11

Oppgave 2 i matematikkvandringen: Male benker oppgavene

Male benker 1
Hvor stort er arealet til alle benkene som skal males?

Male benker 2
Hvor mye maling trenger man for å male alle benkene i parken?

4.5.1 Fra reell situasjon til MRS
I fasene fra reell situasjon til MRS blir gruppene presentert for oppgaven, der de skal finne arealet til alle benkene som skal males, og hvor mye maling som trengs for å male alle benkene i parken. Her kan de bruke tidligere erfaringer med måling av areal av overflater for å forstå problemet, eller om de har erfaringer med måling av benker eller andre overflater tidligere.

Alle gruppene begynner med å lese oppgaven høyt for hverandre, og forstår problemet fra virkeligheten. De ser seg rundt etter benkene i parken, og forstår at det er arealet av alle disse de skal finne, og at det er disse benkene som skal males.

4.5.2 Fra MRS til ekte modell
I Male benker oppgavene er det behov for at elevene forstår at de skal finne overflatearealet til alle benkene, og at det er liter maling som de trenger å finne ut for å kunne male benkene i parken. Det kan for eksempel være mulig at noen blander volum med areal, da de ser formen på benkene. Det blir viktig å strukturere problemet, og se ordentlig på hva oppgaven spør etter.

I våre data kan vi se at Jonas på Gruppe 1 påpekte at «Vi har lært noe om dette, og overflateareal med ene læreren vår». Eleven tenkte på tidligere erfaringer om å regne overflateareal, som er ekstra matematisk kunnskap eleven besatt. Gruppen skjønte at de skulle finne lengden og bredden av hver overflate. Da elevene på Gruppe 2 skjønte at det var arealet av alle benkene de skulle finne, var det diskusjoner om hvordan de kunne finne arealet av benken. Håvard påpekte «Det er jo et tomrom mellom de to plankene». De konkluderte med at de skulle finne arealet av en og en planke. Gruppe 3 fant ut at de trengte kun å måle overflatearealet til en benk, og ikke alle benkene.

I Male benker 2 sa Per på Gruppe 1 at «Vi trenger å finne ut hvor mye liter maling vi trenger per kvadratmeter». De fant også ut at de kunne bruke informasjonen om arealet fra forrige deloppgave. Gruppe 3 diskuterte hva det var som skulle males, da benkene besto av to planker.

4.5.3 Fra ekte modell til matematisk modell
Elevene vet for eksempel her at det er overflatearealet til benkene de skal finne først, og de kan starte med en benk. En tilnærming elevene kan benytte seg av, er ved å bruke egen kroppshøyde til å estimere lengden på benken, da de sannsynligvis vet høyden på

seg selv. Elevene kan også tenke seg til at de kan finne bredden ved å ca. se hvor mange centimeter det er i bredden med fingrene sine. På denne måten kan de finne en tilnærming med en lengde på 1.7 m og bredde på 0.2 m på overflaten av benken. Sidene på benkene kan ha overflatene 1.7 m i lengde og 0.1 m bredde. En måte å finne ut hvor mye maling som trengs, er at de kan søke opp på internett hvor mye liter maling som går per kvadratmeter.

For å finne ut lengden på benkene startet Gruppe 1 med å sammenligne lengden med høyden til en person som de vet høyden på fra før. Martin tenkte «Den her er ikke like høy som gymlæreren, derfor kan den ikke være 2 meter. Jeg tenker 1.7 meter». Etter diskusjon ble de enige om at benken ikke kunne være høyere enn gymlæreren hvis de satt dem mot hverandre. Gruppe 2 fant ut at de kunne bruke appen de hadde på telefonen til å måle lengde og bredde på overflatene på benken, da de mente dette ble mest nøyaktig. Gruppe 3 ser at de kan måle lengden og bredden med tommelen sin, da de mente at den omtrentlig var en centimeter bredden. Videre sa Marte «Dette tar for lang tid, jeg søker opp linjal på internett». Marte fant en linjal som var like lang som telefonen sin.

I Male benker 2 oppgaven fant Gruppe 1 ut at de trengte å finne hvor mye liter maling som ble brukt per kvadratmeter areal. Marte på Gruppe 3 tenkte «Vi kan gjøre om fra dm^3 til liter». De hadde lært om dette tidligere, men forsto ikke at dette ikke kunne gjelde for denne oppgaven. Gruppe 2 gjorde ikke Male benker 2.

4.5.4 Fra matematisk modell til matematiske resultater

I fasen fra matematisk modell til matematiske resultater kan elevene legge sammen overflatene på den ene benken som skal males, og multiplisere det med antall benker i parken. Elevene kan her få ulike svar ut ifra hvor presise de er i målingene sine, men det er hvordan de tenker som er i fokus. En tilnærming kan være å finne lengde på 1.7 meter og bredde på 0.20 meter på overflaten av benken. Sidene på benkene var overflatene 1.7 meter i lengde og 0.1 meter bredde. Det går an å velge å ikke male flaten under benken, da det ikke synes. En benk inneholder to slike planker, og det finnes 13 av slike benker i parken.

Male benker 1: $1.7\,m \times 0.15\,m + (1.7\,m \times 0.1\,m) \times 2 = 0.6\,m^2 \times 2 = 1.2\,m^2 \times 13 = 15.6\,m^2$
Et google-søk sier at en liter maling dekker 8-10 m^2.

Male benker 2: $\frac{15.6}{8} = 1.95\,liter$
Her kan det videre diskuteres hvor mange strøk maling man vil ha på benkene.

Gruppe 1 fant at hver lengde var 1.7 meter og at bredden var 15 centimeter ved bruk av en app som måler avstand, som er lik vår tilnærming. Martin utdypet «Det er 14 benker, og vi må derfor multipliserte 1.7 med 14». De fikk 23 til svar. Elevene tok ikke med bredden i utregningen, selv om de fant den, og de unnlot å regne med sidene av plankene. Gruppe 2 brukte måleappen til å måle overflatearealet til en benk, og planen deres var å multiplisere dette med antall benker i parken. Underveis i prosessen og utregningene ble den ene eleven på gruppen utålmodig, og Jens sa «Jeg bare skriver inn tallet 2 jeg». Gruppe 3 endte med at de målte med en iPhone, og målte 26 iPhoner bortover, der en iPhone var 7 cm. De multipliserte 26 med 7 og fikk 1.82 m. Lise påpekte «Vi må legge sammen de to plankene for å bredden på benken». De målte en bredde på 27.5 m, og la sammen de to plankene og fikk 55 cm. Lise fortsatte «Vi må multiplisere $182 \times 55 \times 13$, fordi det er 13 benker, som blir 260 260 cm^2». Gruppen tok ikke hensyn til at sidene på benkene skulle måles, men så kun på overflatearealet der benken vender opp.

På Male benker 2 brukte Gruppe 1 internett til å søke opp hvor mye maling som trengs per kvadratmeter. De fant ut at en liter maling dekte 10 m^2. Martin fortalte de andre i gruppen at «Vi må gange 10 med 23, og så gange det med 13 benker». De fikk 2990 til svar. Her kan det antas at de ikke forsto at de kunne dele 23 på 10 for å finne ut hvor mye maling de trengte. Gruppe 3 begynte å regne om svaret de hadde fått i forrige oppgave. Lise foreslo «Vi kan gjøre om fra dm^3 til liter, det har vi jo lært før». De skrev inn 26 026 som svar, og hvordan de regnet seg fram til dette kom ikke tydelig fram i videoopptaket. Her har de tenkt feil og svaret kan ikke stemme, fordi de har ikke regnet ut volumet til benkene, men arealet. Gruppe 2 gjorde ikke utregning på denne oppgaven.

4.5.5 Fra matematiske resultater til reelle resultater

I den første deloppgaven til Male benker 1 er det viktig at elevene vet at det er kvadratmeter det er snakk om når de skal finne overflatearealet til benkene. Riktig benevning er hensiktsmessig informasjon elevene trenger for å finne svaret på den andre deloppgaven, da de må finne ut hvor mye liter maling som trengs per kvadratmeter. Her er det også relevant at elevene vet at det er liter maling de finner når de både arbeider med oppgaven, og skal tolke resultatet.

I den første deloppgaven var det kun Gruppe 2 som tolket det matematiske resultatet, da de så at svaret ikke kunne stemme med antall kvadratmeter areal. Gruppe 1 og 3 tolket ikke det matematiske resultatet videre. På den andre oppgaven forsto gruppe 1 at det var antall liter maling de hadde funnet, og startet å tolke svaret.

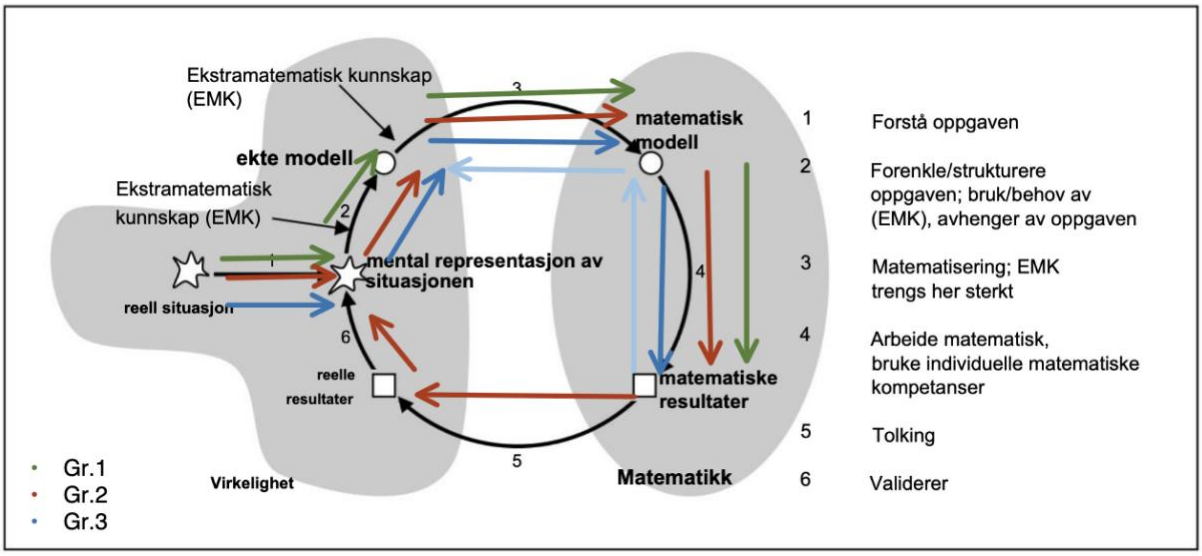
4.5.6 Fra reelle resultater til MRS

Elevene kan validere sine svar ved å se på benkene og målingene de får, og om dette er tall som kan stemme og går overens med antakelsene de gjorde i starten. Hvis for eksempel resultatet på Male benker 2 er 20 liter maling, kan elevene her skjønne at det er for mye ut ifra egne erfaringer med maling av overflater. Elevene kan også validere sine resultater ved å arbeide individuelt en og en, regne ut et matematisk resultat, og deretter sammenligne sine svar. Dersom svarene er like, kan det virke mer troverdig.

På den Male benker 1 uttrykte Håvard på Gruppe 2 «Se på alle benkene i parken, det kan ikke stemme». Likevel gjorde de ikke noe med svaret. Gruppe 1 forsto at svaret de fikk på Male benker 2 var for mye, og gikk tilbake til oppgaveteksten for å se hva oppgaven spurte om i utgangspunktet. Elevene i Gruppe 1 hadde erfaringer med maling fra før, og sammenligner resultatet sitt med sin mentale representasjon av situasjonen, og så at svaret ikke kunne stemme og at de har fått et svar som ikke er realistisk. Det valgte derimot å ikke endre svaret, og avsluttet modelleringsprosessen her. Gruppe 3 validerte ikke sine resultater på noen måte, verken på Male benke 1 eller 2.

Figur 12

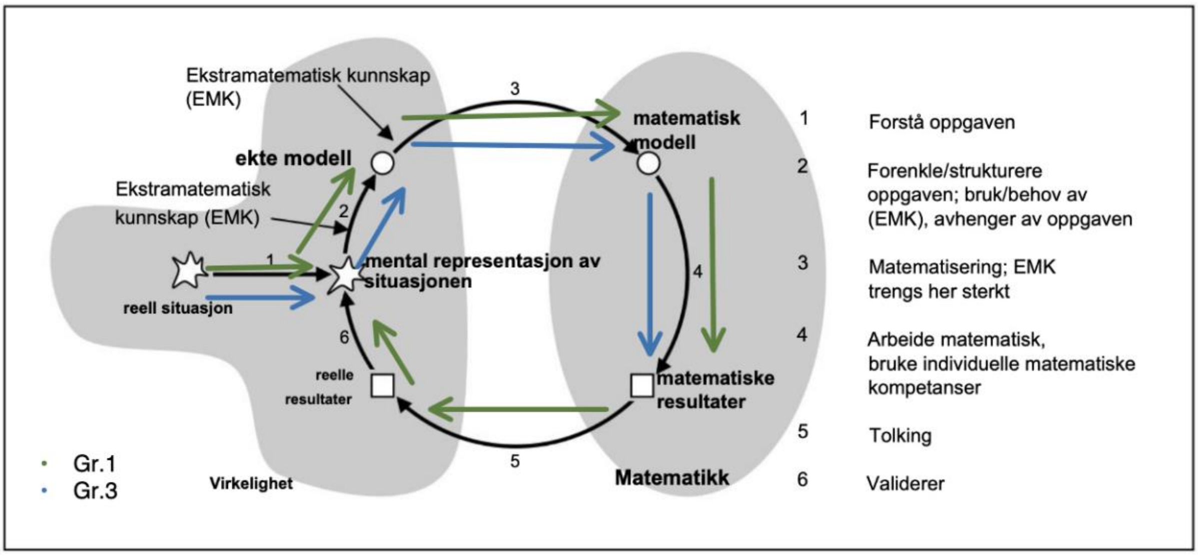
Male benker 1: Overblikk over hvordan de ulike gruppene beveget seg mellom de ulike fasene i modelleringssyklusen



Notat: Dersom gruppene går tilbake en fase i syklusen, er de illustrer med lyse piler med tilsvarende fargetone motsatt vei.

Figur 13

Male benker 2: Overblikk over hvordan de ulike gruppene beveget seg mellom de ulike fasene i modelleringssyklusen



Notat: Gruppe 2 gjorde ikke Male benker 2

4.6 Resultater relatert til modelleringssyklusen: Oppgave 3

Figur 14

Oppgave 3 i matematikkvandringen: Grusbaneoppgavene

Grusbane 1
Dere står nå på grusbanen med mål i parken. Den skal moderniseres, med å legge kunstgress, slik at den blir brukt av flere barn.
Hvor mye kunstgress trenger dere?

Grusbane 2
Hvor mye koster det?

Grusbane 3
For at ikke ballen skal trille ut i veien er det behov for et gjerde rundt kunstgressbanen. Hvor mange meter gjerde trengs?

Grusbane 4
Hvor mye vil gjerde til den nye kunstgressbanen koste?

4.6.1 Fra reell situasjon til MRS

Fra reell situasjon til MRS er en fase der elevene skal forstå Grusbaneoppgavene. Dersom elevene ikke har erfaringer med areal og omkrets, samt det å bruke internett til å søke opp informasjon, kan det være mer utfordrende å forstå oppgaven.

Gruppe 1, 2 og 3 leste Grusbaneoppgavene høyt for hverandre, og snakket om hva de gikk ut på. Gruppe 1 leste derimot ikke den siste deloppgaven, Grusbane 4, før de begynte, men antok at de skulle finne ut hvor mye gjerdet kostet ut ifra oppsettet på de andre oppgavene.

4.6.2 Fra MRS til ekte modell

Elevene i gruppene idealiserte og forenklet Grusbaneoppgaven i overgangen fra MRS til ekte modell. Det kan være at de ser at grusbanen har en form som et rektangel, og dermed forenkler problemet ved å finne arealet og omkretsen av et rektangel. Elevene kan også forenkle Grusbaneoppgavene ved å ta i bruk verktøy som mobiltelefonen for å søke på internett til å finne ekstra informasjon som ikke er gitt i oppgaven, eksempelvis prisen på kunstgresset.

I videoopptaket ser vi at gruppene ikke hadde nevneverdige problemer med å idealisere og forenkle problemet. Alle gruppene forstår at de kan finne arealet og omkretsen av et rektangel for å finne svarene på oppgavene, som kan tyde på at elevene på trinnet har erfaring med den geometriske formen rektangel. Gruppene så også at de trengte informasjon om pris på kunstgresset og gjerdet, som de ikke ble gitt i oppgaveteksten. På den siste deloppgaven startet Gruppe 1 modelleringssyklusen her, da de bare antok at det var prisen de skulle finne ut ifra strukturen på de andre deloppgavene.

4.6.3 Fra ekte modell til matematisk modell

For å finne lengden og bredden til grusbanen kan elevene tilnærme lengdene uten noe målebånd, og kan måle opp meter med skritt, og få 25 meter i bredden og 50 meter i lengden. Gruppene har også mobiltelefoner, og kan søke opp nødvendig informasjon de ikke har fra før, for eksempel hvor mye det koster for en kvadratmeter kunstgress eller hvor mye det koster for en meter gjerde. Med Google-søk kan de finne at det koster 1430 kr per kvadratmeter kunstgress, og 800 kr per meter gjerde.

Det viste seg at gruppene visste hvordan de skulle finne arealet og omkretsen av et rektangel fra før. I den første deloppgaven valgte Gruppe 1 og 2 å benytte seg av måleappen, som de også hadde brukt tidligere i matematikkvandringen. Gruppe 3 valgte å bruke armene sine som måleenhet, Lise forklarte «Vi må måle opp cirka en meter med hendene, også stå to og to etter hverandre».

I Grusbane 2 oppgaven brukte Gruppe 1 og 3 internett til å søke opp hvor mye det kostet for en kvadratmeter kunstgress og en meter gjerde. Gruppe 2 tenkte ikke på at de kunne bruke internett, og valgte derfor å gjette hvor mye det kostet for kunstgress. Jens kom med et forslag: «Jeg gjetter 2 000 000 kroner». Gruppe 2 matematiserte ikke problemet, og regnet ikke noe matematisk og beveget seg derfor ikke over fra virkelighet til matematikk.

I Grusbane 3 oppgaven fant gruppene ut at de kunne bruke målene de hadde fra den første oppgaven til å regne ut omkretsen av grusbanen for å finne ut lengden på gjerdet. Elevene tok i bruk EMK, da de visste hvordan de skulle regne ut omkretsen av et rektangel. I den siste deloppgaven brukte Gruppe 1 og 3 internett til å finne ut hvor mye det koster for en meter med gjerde. Gruppe 2 tenkte heller ikke her på at de kunne ta i bruk internett, og gjettet hvor mye det kostet. Derfor beveget ikke denne gruppen seg videre til matematikk, men direkte til reelt resultat. Dette er fordi de ikke regnet matematisk eller matematiserte problemet.

4.6.4 Fra matematisk modell til matematiske resultater

I arbeid med Grusbaneoppgavene kan gruppene måle lengden og bredden av rektangelet, og bruke formler for å regne ut arealet og omkretsen. Videre kan de bruke internett til å finne ut hva det koster for en kvadratmeter kunstgress, og en meter gjerde og multiplisere dette med svarene de fikk for å svare på de andre oppgavene. Siden det er en matematisk modelleringsoppgave er vi ikke på utkikk etter ett riktig svar, men fokuset er på de metodene og strategiene gruppene bruker for å komme fram til løsningene sine. Elevenes svar kan derfor variere, men vi har kommet med forslag på tilnærming til Grusbaneoppgavene:

Grusbane 1: $25\,m \times 50\,m = 1250\,m^2$

Grusbane 2: $1430\,kr\,(pr\,m^2\,kunstgress) \times 1250 = 178\,7500\,kr$

Grusbane 3: $25\,m + 50\,m + 25\,m + 50\,m = 150\,m$

Grusbane 4: $800\,kr\,(pr\,m\,gjerde) \times 150 = 120\,000\,kr$

I den første deloppgaven målte Gruppe 1 opp lengden og bredden med app. Per uttalte «Jeg fikk 45 og 25 meter, så må vi gange dem med hverandre da». De fikk 1125 m^2 til svar ved bruk av kalkulator. Gruppe 2 brukte også app til å måle lengden og bredden av grusbanen, og fant $25\,m \times 52\,m = 1300\,m^2$ ved bruk av kalkulator. Gruppe 3 brukte måling med armene som de beregnet var en meter, og fant $24\, m \times 52\, m = 1248\, m^2$. Gruppenes resultater er nokså like våre tilnærminger til oppgavene.

I den andre deloppgaven fant Gruppe 1 en kostnad på 150 000 kr, som er litt ulik vår tilnærming. De søkte opp hvor mye det koster for en kvadratmeter kunstgress, og tyder på at de har funnet annen informasjon enn det vi har beregnet fra. Hvordan de regnet seg frem til 150 000 kr og hvilken pris pr kvadratmeter de brukte kom ikke fram på videoen eller i intervjuet. Gruppe 2 regnet ikke denne oppgaven matematisk, men gjettet en kostnad på 2 000 000 kr, som er nær vår tilnærming. Gruppe 3 søkte opp på internett, og Lise fant at «Det koster 1119 kroner for 1 gange 10 meter, så vi må gange først 1119 med 24 og så 1119 med 5». Til slutt fant de da en kostnad på 1 342 800 kr, som er en god tilnærming.

I den tredje deloppgaven regnet gruppene ut omkretsen ved bruk av målene de fant i den første oppgaven og formelen for omkrets av en firkant. Gruppe 1 fant en omkrets på 138 m, Gruppe 2 fant en omkrets på 154 m og Gruppe 3 fant en omkrets på 152 m. Disse tilnærmingene virker gode ut fra målingene i den første oppgaven.

I den siste deloppgaven brukte Gruppe 1 internett til å søke opp hvor mye det kostet for en meter gjerde. Martin fant ut at «Det koster 600 kroner for 50 meter gjerde». De fant andre kostnader på internett enn vår tilnærming. Dette kan gå på valg av type gjerde og hvilken nettside gruppene ser på. Svaret de ga i appen var derimot 2100 kr. De brukte hoderegning som fremgangsmåte, som kan være grunnen til at svaret ikke ble helt presist ut ifra prisen de fant. Gruppe 2 gjettet prisen på kostnaden, og regnet derfor ikke matematisk. Gruppe 3 brukte internett og fant ut at det kostet 2495 kr for 10 meter gjerde. Marte sa «Vi må da ta 2495 kroner og gange med 15.2, fordi 152 delt på 10 er 15.2». De fant da en kostnad på 37 926 kr. Utregningen er lik vår tilnærming, men på grunn av andre priser på internett ble deres gjerde rimeligere enn vår tilnærming.

4.6.5 Fra matematiske resultater til reelle resultater

De matematiske resultatene må tolkes i forhold til problemet som var gitt for å få reelle resultater (Ferri, 2018). I denne sammenhengen betyr det at når gruppene skal finne arealet av grusbanen, at de bruker kvadratmeter etter utregningen, og ikke meter. Det er også hensiktsmessig at de tolker resultatene fra omkretsen av gjerdet som meter, og ikke kvadratmeter, da de skal bruke funn videre i neste oppgave. Samtidig må resultatene de får når de skal finne prisen til kunstgress og gjerde tolkes som pris, og ikke blande funnene med meter. Derfor må konteksten til problemet være i fokus.

I arbeid med den første deloppgaven sa Gruppe 1 at det var meter de arbeidet med. Videre tolket de også det matematiske resultatet fra den siste deloppgaven. Per sa «Da blir det prisen på gjerdet da?». Gruppe 2 tolket kun funnet de fant på den tredje deloppgaven. Mia sa «Det blir jo 154 meter, siden det er snakk om omkretsen». Gruppe 3 tolket resultatene i Grusbane 1 og 2. I den første deloppgaven kommenterte de at det var arealet og antall kvadratmeter de hadde funnet. I den neste deloppgaven tolket de funnet, og visste at det var prisen de hadde funnet.

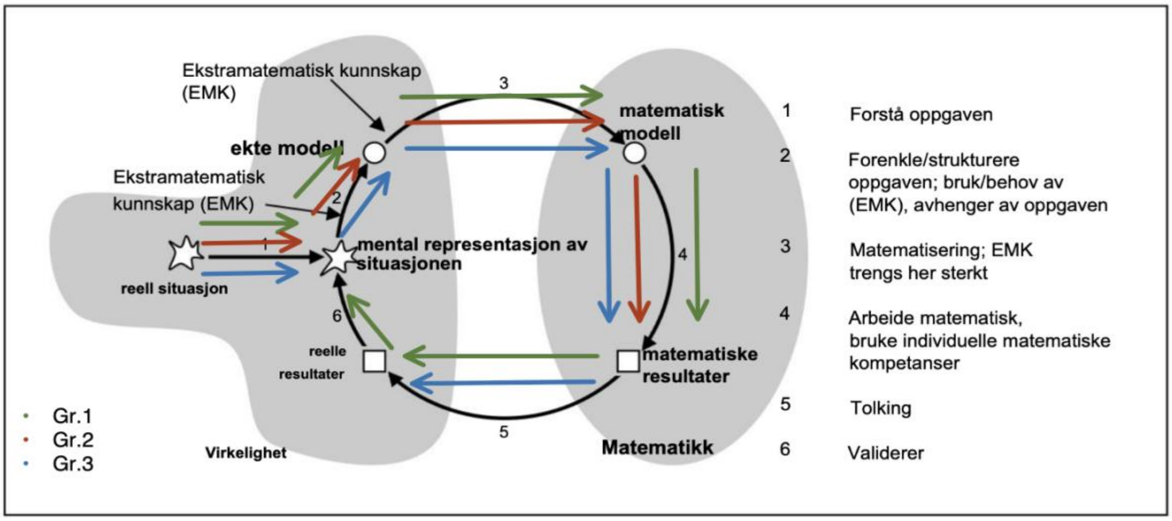
4.6.6 Fra reelle resultater til MRS

I overgangen fra reelle resultater til MRS validerer elevene svarene sine, og her kan de sjekke om resultatene av areal, omkrets og pris på kunstgress og gjerdet er tilstrekkelige (Ferri, 2006). Elevene kan for eksempel måle lengden og bredden på grusbanen flere ganger med ulike måleredskaper for å sjekke at de har gode mål, for eksempel både med mobilapp og måle meter med skritt. Elevene kan også sammenligne de reelle resultatene med sin mentale representasjon av situasjonen, og dermed antagelsene som de gjorde i begynnelsen (Ferri, 2018). For eksempel om prisen på kunstgresset er riktig basert på antagelsene de gjorde på forhånd.

En validering som ble gjort i Grusbaneoppgavene ble gjort av Gruppe 1 når de arbeidet med den første oppgaven. Da de skulle finne ut hvor mye kunstgress som trengs, målte de lengden og bredden av grusbanen for å finne arealet. De spurte en annen gruppe hvilke mål de hadde på lengden og bredden, og så dermed at de hadde ganske like mål og regnet sine resultater som valide. Samtidig tolket Gruppe 1 resultatet fra den siste deloppgaven. Martin sa «Det høres egentlig litt lite ut med 2100 kroner for et gjerde, men vi tar bare det». Noen videre valideringer ble ikke gjort av noen av gruppene. På den andre deloppgaven sa Anders på Gruppe 3 «Oi, det ville blitt dyrt å legge kunstgress», som kan tyde på at de sammenlignet resultatet med sin mentale representasjon av situasjonen.

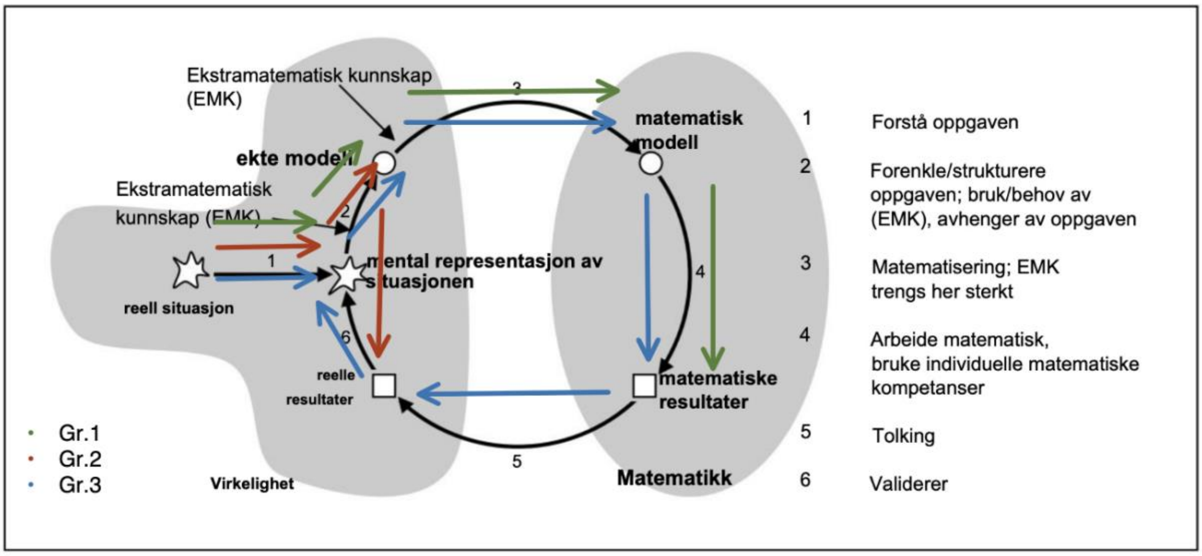
Figur 15

Grusbane 1: Overblikk over hvordan de ulike gruppene beveget seg mellom de ulike fasene i modelleringssyklusen



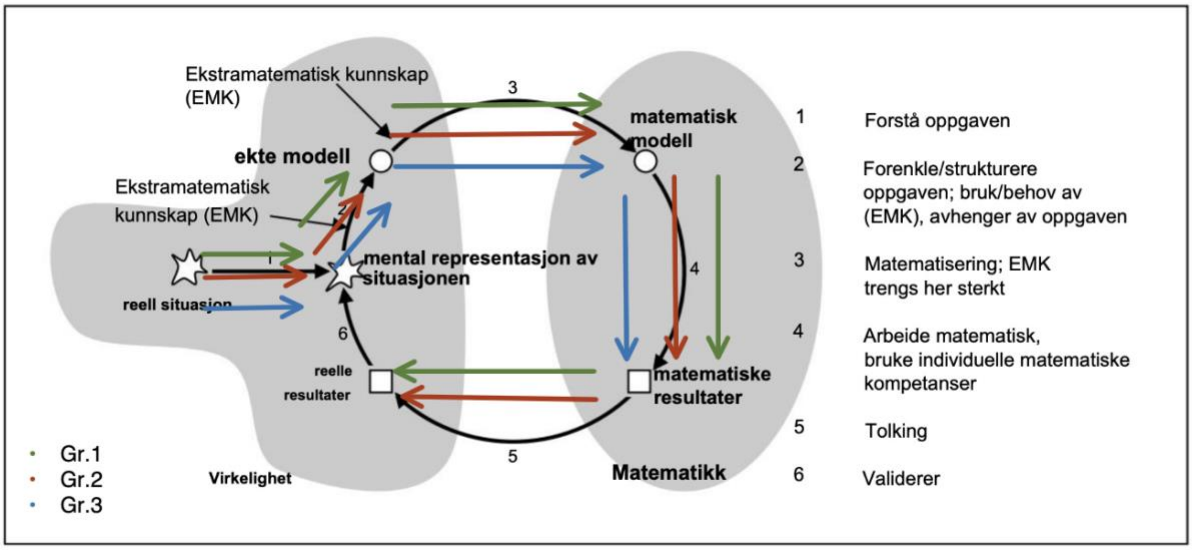
Figur 16

Grusbane 2: Overblikk over hvordan de ulike gruppene beveget seg mellom de ulike fasene i modelleringssyklusen



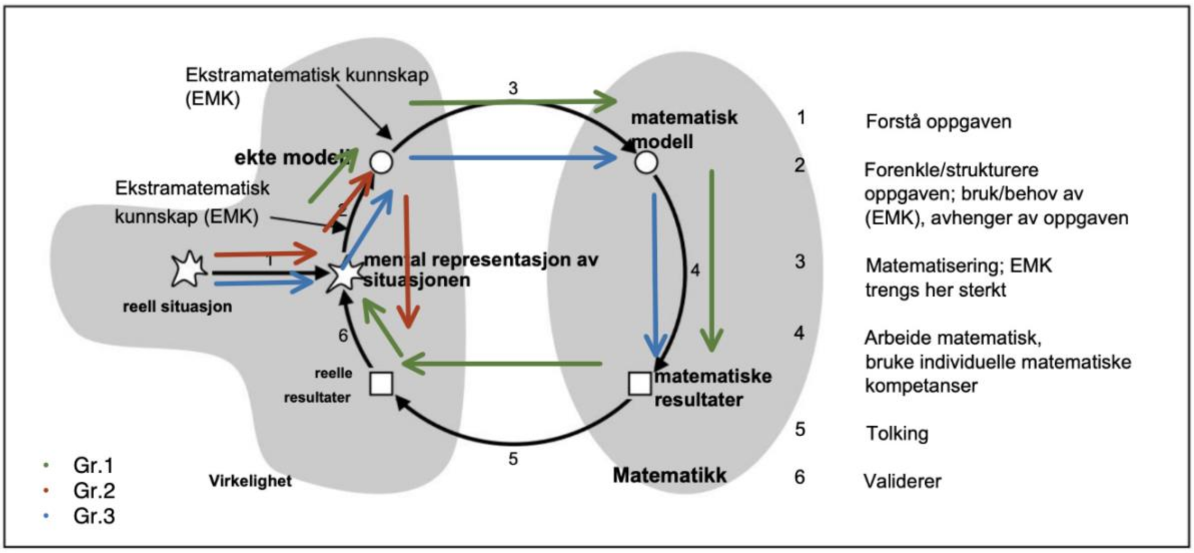
Figur 17

Grusbane 3: Overblikk over hvordan de ulike gruppene beveget seg mellom de ulike fasene i modelleringssyklusen



Figur 18

Grusbane 4: Overblikk over hvordan de ulike gruppene beveget seg mellom de ulike fasene i modelleringssyklusen



.

5. Diskusjon og konklusjon

I dette kapitlet diskuterer vi hvordan resultatene besvarer forskningsspørsmålene for studien, og hvordan resultatene forholder seg til teori og tidligere forskning. Våre forskningsspørsmål er:

1. Hvordan opplever elever på 9. trinn å delta i matematikkvandring om geometri?
2. Hvordan løser elevene på 9. trinn modelleringsoppgaver relatert til geometri i matematikkvandring?

Først er resultatene fra hvert forskningsspørsmål presentert og diskutert hver for seg. Videre diskuterer vi noen didaktiske implikasjoner ut fra funnene, relevant litteratur og egne erfaringer matematikkvandringen har for gjennomføring av undervisningsopplegget, samt belyser noen begrensninger med studien. Kapittelet avsluttes med noen tanker til videre forskning på feltet, og en oppsummering.

5.1 Elevenes opplevelse av deres erfaring med matematikkvandring

Gjennom vårt første forskningsspørsmål har hensikten vært å undersøke elevenes opplevelse med matematikkvandring som undervisningsmetode, for å se om metoden kan brukes til å forbedre læring og undervisning av matematikk. For å oppsummere hovedfunnene, rapporterte elevene hovedsakelig positive opplevelser med å delta i matematikkvandringen, og de oppga at de gjerne ville ha deltatt igjen. Nedenfor diskuterer vi elevenes egenrapporterte opplevelser av matematikkvandringen, samt andre faktorer som kan ha påvirket elevenes opplevelse.

5.1.1 De affektive aspektene med matematikkvandring

Matematikkvandring er en måte å integrere modellering i undervisningen (Buchholtz & Singstads, 2021), der elevene fikk mulighet til å samarbeide om oppgaver relatert til skolens omgivelser i matematikkvandringen. Arbeidet med modelleringsoppgaver kan påvirke det affektive perspektivet til elevene (Blomhøj, 2006). I vårt arbeid med å undersøke elevenes opplevelse med å delta i matematikkvandringen viser resultatene fra de lukkede spørsmålene på spørreskjemaet at over 50 % av elevene likte matematikkvandring, og hadde en positiv opplevelse. Samtidig rapporterte 64.7 % av elevene at de var mer engasjerte under matematikkvandring enn i undervisningen i klasserommet. I tillegg var det en svarprosent på 58.8 % som ville ha matematikkvandring igjen for å lære matematikk. For de åpne spørsmålene i spørreskjemaet rapporterte elevene at de opplevde matematikkvandringen som «gøy» og «morsom». Dette var også noe elevene ga uttrykk for gjennom intervjuet, da de beskrev matematikkvandring som «gøy», «artig», «realistisk», «noe annet», «praktisk» og «bedre».

Elevenes positive opplevelser om matematikkvandring henger sammen med funn fra tidligere forskning. I likhet med vår forskning undersøkte Cahyono (2018) matematikkvandring på ungdomsskoler. Funnene viste at elevene uttrykte positive følelser og at elevene var motiverte og engasjerte. Samtidig fant Cahyono (2018) at de deltakende elevene oppga at de gjerne ville ha deltatt på matematikkvandring igjen. Videre har studier av blant annet Fesakis et al. (2018) undersøkt matematikkvandring på barneskole, hvor det rapporteres om at elevene også var engasjerte under matematikkvandringen. Vi har derimot forsket på elever på ungdomsskole i Norge, som ikke har blitt sett på i stor grad gjennom tidligere litteratur. Sammen med tidligere forskning indikerer funnene våre at matematikkvandring er et undervisningsopplegg som har skapt en positiv opplevelse hos elevene, der de var engasjerte i arbeid med modelleringsoppgavene.

5.1.2 Matematikkundervisning utendørs

Matematikkvandringen foregikk utendørs i skolens nærmiljø. Resultatene fra både spørreskjemaet og intervjuet finner at elevene gir uttrykk for at en del av deres positive opplevelse med matematikkvandringen var at det foregikk utendørs. 64.7 % av elevene rapporterte at de var mer engasjerte under matematikkvandringen enn undervisningen i klasserommet, og en lik svarprosent på 64.7 % rapporterte også at de likte å ha matematikkvandring ute, og ville være mer utendørs i matematikkundervisningen.

Ut fra disse resultatene kan vi diskutere om det å være ute er en faktor som spiller inn på elevenes positive opplevelse av, og engasjement under matematikkvandringen. Denne rapporterte positive opplevelsen kan komme av at elevene ikke har vært mye ute tidligere i matematikkundervisningen eller undervisning generelt, og at det å være ute og jobbe med matematikk dermed var noe nytt som de selv rapporterte (Kapittel 4.2.1). På den andre siden er det ikke til å legge skjul på at det å være utendørs kan skape en frihetsfølelse, der elevene føler at de ikke jobber med matematikk. Marte sa blant annet at hun «... likte at vi var ute å gjorde noe, istedenfor å sitte i ro hele timen» (Kapittel 4.3.2). Lignende resultater kan vi også finne i forskningen til Cahyono (2018), som konkluderte med at flere var motiverte fordi undervisningen var plassert utendørs. Dersom motivasjonen og engasjementet til elevene i vår forskning kom av at de arbeidet med matematikk ute, trenger ikke dette å være negativt for undervisningsopplegget.

Innledningsvis nevnte vi at studien undersøker om matematikkvandring er et undervisningsopplegg som kan brukes som supplement til den ordinære klasseromsundervisningen for å øke elevenes interesse og forståelse for matematikk. I lys av Blums (2015) psykologiske begrunnelse for matematisk modellering kan vi se at ved å ta med elevene utendørs og gjøre matematikk i den virkelige verden, kan det være med å øke elevenes motivasjon og interesse for matematikk. Selv rapporterte Anders at «Det var gøy å bruke matematikk i en praktisk sammenheng» (Kapittel 4.3.2). En elev uttrykte også at matematikkvandring bidra til å lære hvordan matematikk kan brukes i det vanlige liv, som kan ha vært med å tilføre elevens opplevelse av matematikkens nytteverdi, og interesse for matematikk (4.2.2). I intervjuet beskrev Per matematikkvandring som gøy, og at det derfor var lettere for å lære. For å oppsummere kan elevenes positive opplevelse med matematikkvandringen der de arbeidet med matematikk ute i den virkelige verden antas å ha bidratt til elevenes interesse for matematikk, samt hjulpet dem til å forstå matematisk innhold bedre (Berget & Bolstad, 2019; Blum 2015).

Blums (2015) pragmatiske begrunnelse for arbeid med matematisk modellering handler om at elevene må lære å omforme problemer i matematikk til å mestre hverdagssituasjoner. Resultatene fra vår studie indikerer at mange elever opplevde at det ga mer mening å gjøre matematikk ute (dvs. 47 %), som kan ha sammenheng med at oppgavene som ble gitt var knyttet til de fysiske objektene elevene møtte på. En av gruppene som ble intervjuet beskrev at de i matematikkvandringen møtte «Ekte matestykker», sammenlignet med de oppgavene de møtte i klasserommet hvor de opplevde at de bare fikk tilfeldige tall (Kapittel 4.3.5). Matematisk modellering forsøker å bruke matematikk for å beskrive og forstå en situasjon fra virkeligheten (Blomhøj, 2006; Blum, 2015). Det kan se ut til at elevene føler at de får en større tilknytning til det de jobber med da de var ute og praktiserte matematikk. Elevene brukte ord som «realistisk» og «virkeligheten» for å beskrive matematikkvandringen. Forskning om utendørs matematikkundervisning indikerer at det å implementere matematikk ut i den virkelige verden blir sett på som mer meningsfullt (Cahyono, 2018). Dette er også Blums (2015) kulturelle begrunnelse for viktigheten av matematisk modellering i skolen, der den virkelige verden kan bidra til en enda bedre forståelse av matematikkfaget. Blant annet uttrykte Jonas «... også var det mer realistisk. For det man får i klasserommet er tilfeldige tall som er vanskelig å regne med» (Kapittel 4.3.5). Dersom elevene skal kunne forstå og mestre hverdagssituasjoner, som den pragmatiske begrunnelsen handler om, må derimot elevene eksponeres for modelleringsaktiviteter hyppig, og ikke bare gjennom en undervisningsøkt (Blum, 2011; Blum, 2015). Det vil si at matematikkvandring alene som undervisningsøkt ikke er nok for å fremme elevenes modelleringskompetanse, men i kombinasjon med andre modelleringsaktiviteter eller flere økter med matematikkvandring kan det være en metode som fremmer elevenes modelleringskompetanse, som er nødvendig for å kunne se sammenhengen mellom matematikk og virkeligheten (Blomhøj, 2006).

På en annen side var det noen elever som rapporterte at det å ha matematikkundervisning ute var utfordrende, da det noen ganger var vanskelig å følge instruksjoner på grunn av det som skjedde i omgivelsene. I videoen observerte vi også at elevene hadde lett for å bli distrahert av omgivelsene, og derfor beveget seg bort fra oppgavene. Distraksjon fra omgivelsene er en ulempe Anders trekker fram med matematikkvandringen, og som er en didaktisk implikasjon en lærer bør tenke over ved gjennomføring av matematikk utendørs. Funn fra tidligere forskning indikerer også at elevene rapporterer noen negative følelser knyttet til matematikkvandring (Cahyono, 2018). I studien til Cahyono (2018) uttrykte elevene negative følelser blant annet om at matematikkvandring var slitsomt, og at det var dårlig vær. Dette var imidlertid ikke noe som ble nevnt av elevene i vår studie, og en av årsakene til dette kan være at det var godt vær under undervisningsøkten.

5.1.3 Samarbeid i matematikkvandringen

I matematikkvandring la vi opp til at elevene skulle samarbeide i grupper. Tidligere forskning indikerer at samarbeid var en faktor som skapte engasjement gjennom matematikkvandring (Cahyono, 2018). Resultatene fra spørreskjemaet i vår studie viser at over halvparten av elevene, 52.9 %, likte å samarbeide i grupper under matematikkvandringen, og 23.5 % likte ikke å samarbeide med andre. På den ene siden kan det antas at elevene som likte å samarbeide med andre, opplevde matematikkvandring som mer positivt enn om de ikke likte å samarbeide med andre. På den andre siden kan samarbeidet ha ført til at noen elever ble mer passive i matematikkvandringen, og at noen elever tok mer styring enn andre. Likevel skal matematikkfaget bidra til at elevene skal utvikle evnen til å samarbeide gjennom problemløsning og bidra til at elevene blir mer bevisst egen læringsprosess (Kunnskapsdepartementet, 2017). Dette var noe det ble lagt til rette for i matematikkvandringen, og 11.76 % rapporterte at de brukte hverandres kunnskap og samarbeid i løsningen av de matematiske oppgavene. Elevenes ulike mentale representasjoner av situasjonen kan ha bidratt til elevenes, og dermed gruppenes valg av løsningsstrategier og læring (Ferri, 2006).

5.1.4 Ulempe med matematikkvandring og dens forskjeller fra klasserommet

Selv om resultatene i hovedsak viser til positive opplevelser med matematikkvandringen var det noen elever som uttrykte at de foretrakk å ha matematikkundervisningen i klasserommet. Elevenes respons kan også tyde på at de er vant til å jobbe med matematikk på den tradisjonelle måten i klasserommet. Til tross for at elevene fikk utdelt papir og blyant for å kunne gjøre utregninger viser resultatene at noen elever rapporterte utfordring med å gjøre utregning under matematikkvandringen. Jens trakk fram at klasserommet gir mulighet til å skrive ned mer, og at det da er lettere å huske på til senere (Kapittel 4.3.2). Hvordan elevene regner er individuelle preferanser, da noen liker å regne i hodet, mens andre foretrekker å skrive ned for hånd på papir. Samtidig kan gruppearbeid bidra til mer kommunikasjon verbalt mellom dem på gruppen, fremfor å regne på papir. En ulempe Jonas trakk fram med matematikkvandringen var at det ikke var like lett å regne med papir og blyant utendørs (Kapittel 4.3.4). Martin var også en elev som syntes matematikkvandring var gøy, men som foretrakk klasseromsundervisning fordi det er enklere å sitte å regne der på grunn av omgivelsene (Kapittel 4.3.1). Det at elevene ikke benyttet seg av mulighet til å skrive på papir kan ha sammenheng med at oppgaven var gitt gjennom MathCityMap, der elevene skrev løsningene rett inn i svarfeltet (Figur 2).

5.1.5. Digitale hjelpemidler i matematikkvandring

Gjennom litteratursøk på tidligere forskning i matematikkvandring hentet vi inspirasjon til å gjennomføre matematikkvandring i tråd med det digitale samfunnet vi lever i. Derfor valgte vi å benytte appen MathCityMap, som ifølge Barbosa (2022) er et effektivt program i utvikling av elevenes matematiske ferdigheter. Elevene brukte mobiltelefonen til å finne og svare på oppgavene, samtidig som de kunne bruke den som et digitalt hjelpemiddel. Over halvparten av elevene i spørreskjemaet rapporterte at de likte å arbeide med matematikkvandringen digitalt (dvs 58.8 %), som kan ha bidratt til den positive responsen på matematikkvandringen. Ut fra datamateriale observerte vi at elevene tok i bruk mobiltelefonen som verktøy i arbeid med oppgavene. For eksempel da Gruppe 3 tok i bruk mobiltelefonen for å finne pris på kunstgress (se kapittel 4.6.4). I denne prosessen måtte elevene velge hvilket kunstgress de skulle velge med tanke på pris. Det kan samtidig diskuteres om bruk av mobiltelefon tok mye av elevenes fokus bort fra oppgavene, og ble en distraksjon gjennom matematikkvandringen. Våre tidligere erfaringer tyder på at elevene fort kan begynne å gjøre andre ting på mobiltelefonen, enn å bruke det som et hjelpemiddel i løsning av oppgaver. Det er derfor viktig at læreren setter klare rammer og forventninger til elevene, slik at mobiltelefonene kan brukes som et digitalt hjelpemiddel for læring. Tidligere forskning viser at matematikkvandring og bruk av digitale verktøy kan bidra til å styrke kunnskapen om matematiske begreper (Fesakis et al., 2018).

5.1.6 Det kognitive aspektet med matematikkvandring

Selv om elevene rapporterer positive opplevelser med matematikkvandring, kan det stilles spørsmålstegn ved aktivitetens mulighet til å forbedre elevenes læring. Læringen i matematikkvandringen kan kobles til den formative og pragmatiske begrunnelsen for matematisk modellering (Blum, 2015). Modelleringsaktiviteter, inkludert matematikkvandring, skal kunne være med på å forbedre og utvikle elevenes matematiske kompetanse og lære elevene å omforme problemer i den virkelige verden til matematikk for å kunne forstå og mestre hverdagssituasjoner (Blum, 2015). I matematikkvandringen får elevene vært ute og arbeidet med matematikk, og Van de Walle et al. (2015) påpekte at elevene lærer ved å gjøre matematikk. I spørreskjemaet inkluderte vi derfor spørsmål for å se om matematikkvandringen bidro til nye læringsmuligheter for elevene, som inkluderer det kognitive aspektene ved matematikkvandring. På de lukkede spørsmålene i spørreskjemaet oppfattet 41.1 % av elevene at de lærte noe nytt, og kun 23.6 % var uenige. Samtidig oppfattet elevene i de åpne spørsmålene at 35.29 % ikke lærte noe nytt. Årsaken til dette kan være at geometri var et tema elevene nylig hadde arbeidet med, og var noe vi var kjent med. Det at elevene har erfaring med innholdet som blir gitt er et av kriteriene for gode modelleringsoppgaver (Buchholtz, 2017).

Elever kan ha vansker med sin første erfaring med matematisk modellering (Stohlmann, 2017). Matematikkvandring var en undervisningsmetode som var nytt for elevene, og mangel på erfaring med modelleringsoppgaver kan ha medført at det å bli kjent med, og forstå undervisningsopplegget ble mer i fokus enn det matematiske (Blum, 2011). Blant annet ble noen elever distrahert av omgivelsene og mobiltelefonen. Det kan tenkes at dersom vi hadde gjennomført matematikkvandringen en gang til med de samme elevene, ville undervisningsaktiviteten vært mer kjent for elevene, og det matematiske innholdet kunne vært mer i fokus.

Resultater fra tidligere forskning rapporterer at det å knytte matematikk til den virkeligheten bidrar til læring hos elevene (Cahyono, 2018). Gjennom matematikkvandringen ga vi elevene mulighet til å arbeide med de ulike delene av modelleringsskompetanse; forstå, forenkle, matematisere, arbeide matematisk, tolkning og validering (Berget & Bolstad, 2019; Blomhøj, 2006; Blomhøj & Jensen, 2003). Funnene indikerer at matematikkvandring bidro til en bedre forståelse av hvordan elevene kan bruke matematikk i det virkelige liv (dvs. 35 %). Det kan videre tyde på at matematikkvandringen som modelleringsaktivitet kan bidra til å bygge elevenes modelleringskompetanse, og dermed ruste dem til å kunne løse fremtidige modelleringsproblemer. Vår forskning indikerer at en stor andel (dvs. 70.5 %) benyttet seg av ulike matematiske tema for å løse oppgavene. Elevene kan derfor ha fått mulighet til å styrke kunnskapen om et flertall av matematiske begreper i matematikkvandringen (Blum, 2015). Ut fra elevenes rapportering kan undervisningsmetoden dermed ha bidratt til at elevene i fremtidige matematikktimer vet hva de må øve mer på, og dermed utvikle sin forståelse av matematikk.

5.2 Elevenes løsninger av modelleringsoppgaver

For å besvare vårt andre forskningsspørsmål, «Hvordan løser elevene på 9. trinn modelleringsoppgaver relatert til geometri i matematikkvandring?», har vi benyttet modelleringssyklusen til Ferri (2006) som rammeverk for å analysere elevenes arbeid fra et kognitivt perspektiv. Matematisk modellering er en prosess som involverer overgangen fram og tilbake mellom virkeligheten og matematikk (Ferri, 2018). Resultatene fra studien vår indikerer at elevene sammen diskuterte strategier og løste oppgavene matematisk. Samtidig indikerer funnene at elevene hadde vanskeligheter med å tolke og validere sine svar, som kan tyde på elevenes manglende erfaring med modelleringsoppgaver. Modelleringsprosessen går ikke alltid fra en fase og direkte til neste (Ferri, 2006), og i analysen kunne vi se at gruppene beveget seg individuelt forskjellig mellom de ulike fasene. Nedenfor diskuterer vi resultatene av elevenes løsninger av modelleringsoppgavene, der vi har valgt å slå sammen delprosessene som vi mener passer godt sammen.

5.2.1 Elevenes modelleringsprosess

Resultatene fra analysen indikerer at elevene beveger seg mellom virkeligheten og matematikk. I det første møtet med modelleringsoppgavene i matematikkvandringen observerte vi gjennom videoopptaket at elevene setter seg inn i oppgaven gjennom å strukturere og forenkle oppgaven. Dette er de første stegene i syklusen. Resultatene viser at gruppene brukte stort sett liten tid på dette. Elevene har her gått fra reell situasjon via MRS og til ekte modell. Hver av elevene i gruppa har sin egen mentale oppfatning av situasjonen, og alle elevene kan tenke ulikt (Ferri, 2018). Elevenes individuelle mentale representasjon kommer til syne i datamaterialet da elevene diskuterte og samarbeidet i gruppa for å komme frem til en felles oppfatning av modelleringsoppgaven. Eksempelvis da Gruppe 2 arbeidet med Fonteneoppgave 1, der de først oppfattet at det var omkretsen av statuen i midten av fontenen de skulle finne (Kapittel 4.4.1). Mia sa ««Jeg tror de mener omkretsen av hele fontenen». Innspillet hennes førte til at gruppen leste oppgaven på nytt, og utviklet en ny og felles oppfatning av modelleringsoppgaven. Eksisterende litteratur om matematikkvandring viser også til at elevene diskuterte, samarbeidet og tok felles beslutninger (Cahyono, 2018; Fesakis et al., 2018). Matematikkvandringen ga elevene mulighet til å samarbeide gjennom modelleringsproblemer, og kan ha bidratt til elevenes sosiale læring (Kunnskapsdepartementet, 2017).

Stort sett matematiserte elevene det matematiske problemet, og videre arbeidet matematisk for å få et matematisk resultat. Elevene var i matematikkvandringen avhengige av hverandres kunnskaper for å løse oppgavene som ble gitt (Buchholtz, 2017). De individuelle tankene og ulike matematiske kunnskaper førte til at gruppene arbeidet med oppgavene på ulike måter. Resultatene indikerer at elevene ofte prøvde å bruke formler for å finne løsningen, og at de ble litt forvirret da de ikke hadde målebånd for å finne størrelsen på objektene. Elevene ble tvunget til å tenke på en annen måte, da modelleringsproblem ikke lar seg løse med kjente algoritmer (Lesh & Doerr, 2003; Schonfield, 1994, referert i Ferri, 2018). De hadde mange gode ideer, og de brukte blant annet hendene, måleapp og en iPhone til å finne lengder. Matematikkvandringen la til rette for at elevene kunne tenke annerledes. I arbeid med modelleringsoppgavene ble det behov for ekstra matematisk kunnskap, som alltid avhenger av de personlige erfaringene med den gitte konteksten (Ferri, 2006). Gruppe 1 brukte blant annet tidligere erfaringer da de sammenlignet lengden av benken i parken med høyden til en person (Kapittel 4.5.3).

Selv om matematikkvandringen la til rette for at elevene måtte tenke annerledes i arbeid med modelleringsoppgavene, var deres løsningsprosess preget av å arbeide med matematiske formler. Da gruppene skulle løse problemet matematisk, fra matematisk modell til matematisk resultat, brukte de for eksempel formler eller kalkulatoren til å beregne. Det kan tyde på at elevene beveget seg bort fra den virkelige konteksten, der kun den matematiske regningen er i fokus. I datamaterialet ser det ut til at elevene er vant med å regne med algoritmer, da de prøvde å løse oppgaven med bestemte utregningsmetoder. Et eksempel på dette var da Gruppe 1 skulle finne ut hvor mye kunstgress de trengte, og Per uttalte «Jeg fikk 45 og 25 meter, så må vi gange dem med hverandre da» (Kapittel 4.6.4). Skolematematikken har blitt kritisert for nettopp å gi elevene et ensidig bilde av matematikk som fag, hvor de blir bedt om å memorere formler og regler som et middel for å komme frem til riktig løsning, uten at de oppleves som relevante (Grønmo & Onstad, 2009; Vorhölter et al., 2014). Matematisk modellering er kognitivt krevende, der elevene må kunne se sammenhengen mellom virkeligheten og matematikk (Ferri, 2018). Et ensidig bilde av matematikk kan gjøre elevenes arbeid med modelleringsoppgaver krevende. I løsningen av de matematiske modelleringsproblemene var det et par elever (dvs. 11.76 %) som rapporterte at matematikkvandringen var vanskelig og utfordrende. Geometri er et av de vanskeligste temaene i matematikktimene (Bočková et al., 2020), og kan være en av grunnene til at noen elever syntes matematikkvandringen var utfordrende. Det kan derfor være vanskelig å løse problemet matematisk, spesielt elevene som har problemer med matematikk generelt også har problemer med geometri (Lang & Ruane, 1981).

Det som var en gjenganger i de ulike gruppenes modelleringssyklus, var at deres modelleringsprosess for det meste stoppet ved det matematiske resultatet. Flere grupper hadde vanskeligheter med å tolke sine løsninger, og dermed problemer med å gå tilbake til virkeligheten igjen i syklusen. Buchholtz og Singstad (2021) fant også at elevene hadde vanskeligheter med å tolke sine resultater i modelleringsprosessen. Det bør nevnes at elevene ikke alltid hadde problemer med å tolke de matematiske resultatene i vår studie. På tvers av gruppene er det observert 10 tilfeller av tolkninger av 24 mulige situasjoner (dvs. 41.6 %) (3 grupper × 8 deloppgaver) i de matematiske resultatene. Gruppe 2 tolket eksempelvis det matematiske resultatet på Grusbane 3 (Kapittel 4.6.5). Mia sa «Det blir jo 154 meter, siden det er snakk om omkretsen». Hun vet at det er snakk om meter, og Mia har tolket det matematiske resultatet ut fra det gitte problemet (Ferri, 2018).

Validering av resultatene var en utfordring for elevene. Lignende resultater ble rapportert i Buchholtz & Singstad (2021), der elevene hadde vanskeligheter med å validere sine svar. I våre data validerte de tre gruppene kun 6 ganger til sammen på de 8 deloppgavene (dvs. 25 %). Gruppene validerte med å sammenligne resultatene med det matematiske problemet, og forsto at løsningene de fikk ikke kunne stemme. Et eksempel er fra Grusbane 2 sa Anders på Gruppe 3 «Oi, det ville blitt dyrt å legge kunstgress» (Kapittel 4.6.6). En faktor som kan ha spilt inn i elevenes valideringsprosess er vår passive deltakelse gjennom matematikkvandringen, som var et bevisst valg da vi ikke ville påvirke studiens resultater. Likevel er fasen med validering ekstremt viktig. Elevenes utfordringer med validering under matematikkvandringen indikerer at elevene har behov for veiledning gjennom fasen (Ferri, 2018). Elevene må stille spørsmålstegn ved de matematiske resultatene, slik at modelleringsprosessen ikke stopper opp ved matematiske resultater (Ferri, 2018). Det er foreslått at modelleringsaktiviteter må utføres med balanse mellom lærerveiledning og elevers uavhengighet. Stillas ser ut til å være spesielt nødvendig for modelleringsprosesser (Vorhölter et al., 2014). Stohlmann (2018) trakk også fram viktigheten av å støtte og stille spørsmål som får elevene til å komme seg videre i den matematiske tenkningen. Hvis økten ikke var en forskningssituasjon, ville det vært essensielt å veilede elevene mer i denne fasen, og fungere som en stillas i matematikkvandringen.

På grunn av manglende tolkning og validering kan det tyde på at elevene ikke har arbeidet så mye med modellering. Elevenes utfordringer med modellering kan være på grunn av mangel på erfaring, og spesielt kan elevene ha vansker med sin første erfaring med matematisk modellering (Stohlmann, 2017). Fasene med tolking og validering krever at elevene innehar modelleringskompetanse for å kunne se sammenhengen mellom matematikk og virkelighet, noe resultatene i studien vår indikerer at elevene hadde vansker med (Blomhøj, 2006). På den andre siden kan manglende tolkning og validering komme av at elevenes respons på aktiviteten ikke hadde noen innvirkning på deres karakter. Det var ingen testsituasjon og dermed er det trolig at elevene ikke så nødvendigheten med å sjekke sine svar.

Selv om analyse av elevenes modelleringsprosess tyder på at fasen med validering var utfordrende, viser resultatene fra spørreskjemaet at elevene oppfattet at det var enkelt å sjekke om de hadde funnet riktig svar på oppgavene (Kapittel 4.1.5). Buchholtz og Singstad (2021) påpekte at det er enklere å validere sine svar gjennom modelleringsaktiviteter innebygd i matematikkvandring, da de kan sjekke de matematiske resultatene mot virkelige objekter. Det kan være en av grunnene til at elevene rapporterte i spørreskjemaet at det var enkelt å sjekke om de hadde fått riktig svar på oppgavene. En annen årsaksforklaring kan være at vi baserer våre data kun på verbale utsagn, og det kan derfor være at elevene ikke har verbalisert all deres tenking, som ikke kommer fram på videoopptaket. Elevene kan ha tenkt seg til hvorfor svaret er riktig uten å si det høyt. Det kan også være tilfellet med å tolke de matematiske resultatene.

5.2.2 EMK i modelleringsprosessen

Etter å ha analysert ut fra modelleringssyklusen til Ferri (2006) ser vi at løsningene til elevene er avhengig av elevens ekstra matematiske kunnskap (EMK). I matematikkvandringen var det flere relevante data som ikke ble gitt i modelleringsoppgavene. Det ble da behov for EMK, som er avhengig av elevenes personlige erfaringer med den gitte konteksten (Ferri, 2006). Datamaterialet indikerer at elevene tok i bruk tidligere matematisk kunnskap (dvs. 17.64 %), eksempelvis brukte de ulike geometriske formler for å løse oppgavene. Elevene uttrykte at de også tok i bruk hverandres kunnskap og samarbeidet i løsningen av de matematiske oppgavene. Mobiltelefonen ble også et middel for å kunne ta i bruk EMK, for å blant annet søke opp prisen på gjerde og kunstgress. En elev (dvs. 5.88 %) svarte at «Vi brukte internett ...» (Kapittel 4.2.5). Det var ikke mange elever som rapporterte at de benyttet internett til å finne løsning på de matematiske oppgavene, men noe vi som forskere observerte gjennom videoopptaket.

5.2.3 Matematikkvandring med geometri som tema

Hvordan elevene mestret matematikkvandringen, og hvordan elevene løste de ulike modelleringsoppgavene kan ha blitt påvirket av hvor godt de mestrer temaet geometri. Geometri er et av de vanskeligste temaene i matematikkundervisningen (Bočková et al., 2020). Dersom elevene som deltok i matematikkvandringen ikke mestret temaet geometri, kunne det vært enda mer utfordrende for elevene å få gjennomført modelleringsoppgavene i matematikkvandringen. Det kan være at noen elever ikke mestret oppgavene, men på grunn av at de skulle løse oppgavene i grupper hjalp de hverandre med sine individuelle matematiske kunnskaper. På den andre siden viser forskning av undervisningen som blir brukt i skolen i dag ofte ikke hensiktsmessig for å utvikle dypere forståelse av geometri hos elevene, og der er nødvendig å utvikle et mer hensiktsmessig undervisningsopplegg for å bedre prestasjonene i faget (Bočková et al., 2020; Lang & Ruane, 1981; Sinclair & Bruce, 2015). Matematikkvandring er en undervisningsmetode som det eksisterer lite forskning på. I vår forskning finner vi data der 41.1 % av elevene rapporterte at de lærte noe nytt, og 47 % % rapporterte at det ga mer mening å gjøre matematikk utendørs. For å utvikle dypere forståelse av geometri indikerer våre resultater at matematikkvandring kan brukes som et supplement til den ordinære klasseromsundervisningen av geometri i skolen i dag.

5.2.4 Utfordring i løsning av modelleringoppgavene: Måleredskaper

Elevene ga uttrykk for at en utfordring i matematikkvandringen var at de ikke ble gitt noen måleredskaper da de løste oppgavene. I intervjuet rapporterte mange av elevene at de fra tidligere var kjent med å ha måleredskaper tilgjengelig, og at de derfor ble nødt til å tenke annerledes i arbeidet med modelleringsoppgavene. Samtidig rapporterte to elever fra spørreskjemaet at de lærte hvordan de løste oppgaver uten utstyr, og at det kan være vanskelig å måle uten nøyaktige måleredskaper tilgjengelig (Kapittel 4.2.1). For løsning av utfordringene som oppsto, svarte elevene at de brukte internett, steg, samarbeid, kalkulator, omgivelsene og tidligere matematisk kunnskap (Kapittel 4.2.3). Det er viktig å la elevene få erfaringer med areal der de selv kan være med på å bestemme hvilke redskaper og måleenheter de skal bruke (Lehrer, 2003). Gjennom analyse av modelleringssyklusen ser vi også at noen elever brukte en iPhone, armene sine og lengden på en kjent person for å finne ut størrelsene på ulike lengder. Det kan diskuteres hvor nøyaktige disse målingene er, men oppgavene var designet for å være åpne der elevene selv kunne velge løsningsstrategier. På denne måten ble fokuset på hvordan elevene løste de ulike oppgavene.

5.3 Didaktiske implikasjoner

Selv om resultatene indikerer at matematikkvandring er en undervisningsmetode som kan brukes i undervisningssammenheng, er det noen didaktiske implikasjoner for læreren i å gjennomføre et slikt opplegg. Ut fra egne erfaringer er det tidkrevende å designe et slikt undervisningsopplegg. I en ellers hektisk hverdag kan det være begrenset hvor mye tid læreren har til rådighet. For det første må oppgavene lages, og her er det flere ting læreren må ta hensyn til. Blant annet må innholdet i modelleringsoppgavene være kjent for elevene, slik at elevene har mulighet til å løse dem (Buchholtz, 2017). I tillegg er hver klasse forskjellige, og læreren må tilpasse undervisningen ut fra nivået til de enkelte (Opplæringsloven, 2020, §1-3). For det andre foregår matematikkvandring utendørs, noe som kan være utfordrende med tanke på undervisningstiden som en lærer har til rådighet. Økten bør derfor ikke foregå langt ifra skolen. For det tredje kan utendørs undervisning også medføre noen distraksjoner fra omgivelsene, og dermed dra elevenes fokus bort fra opplegget.

Det bør også repeteres at arbeidet med modelleringsoppgaver er kognitivt krevende for elevene (Ferri, 2018). Funnene våre indikerer at deltakerne i studien hadde lite erfaring med matematisk modellering, og derfor stoppet noen grupper for tidlig i modelleringsprosessen. Oppfølging av læreren blir derfor viktig for at elevene skal kunne bevege seg gjennom de ulike fasene i modelleringssyklusen og dermed utvikle sin modelleringskompetanse (Ferri, 2006; Stohlmann, 2017). Resultatene indikerer også at matematikkvandring ikke er noe en lærer skal designe til hver undervisningsøkt, men noe læreren kan bruke som variasjon i undervisningen.

5.4 Begrensninger for studien

Valg av analytisk rammeverk kan være en begrensing med en studie, og det er med å prege studiens resultater. Som tidligere presisert, finnes det mange ulike modelleringssykluser som er knyttet til ulike perspektiver på modellering. Ved å bruke modelleringssyklusen til Ferri (2006) får forskeren mulighet til å analysere aspekter som en ikke ville fått ved å for eksempel bruke modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007). Ferris (2006) syklus inkluderer ekstra matematisk kunnskap og fokuserer også på mental representasjon av situasjonen. På den andre siden har Blum og Leiß (2007) et ekstra steg, presentere, som handler om at det endelige resultatet av problemet blir presentert, som uteblir i vår analyse (Figur 3). Ved å inkludere rammeverket til Vos og Frejd (2022) ville dimensjoner som metakognitive strategier, verktøybruk og sosiale normer blitt inkludert i modelleringssyklusen også, og fått et bredere analytisk rammeverk utover det kognitive perspektivet på matematisk modellering.

En annen begrensing med studien er at vi har analysert modelleringsprosessen til en gruppe sammen, og ikke enkeltelever. Ved å arbeide i grupper kan ulike tanker hos enkelte elever falle bort, da det kan være utfordrende for elever å uttrykke hva de tenker. Analyse av individuelle modelleringsruter kunne derfor sett annerledes ut. Dataene fra studien er også innhentet fra en undervisningsøkt, og det kan derfor være vanskelig å konkludere med noe ut ifra den ene økten. Vi kan derimot sammenligne funnene våre opp mot tidligere litteratur.

De ulike datainnsamlingsinstrumentene ga ulike resultater, eksempelvis med rapportering om de lærte noe nytt gjennom matematikkvandring. På grunn av ulik rapportering kan det tyde på at elevene gjennom de lukkede spørsmålene på spørreskjema favoriserte den positive siden av svarskala, kjent som yay-saying (Vomberg & Klarmann, 2021). På bakgrunn av dette bør vi være forsiktig med å tolke våre funn.

5.5 Videre forskning

Studien vår består av et lite utvalg, og i videre forskning kan et større utvalg vært aktuelt. For eksempel undersøke flere klasser, og flere undervisningsøkter med matematikkvandring for å kunne generalisere funnene. Samtidig kunne det vært relevant å gjennomføre matematikkvandringen med samme klasse flere ganger, slik at vi kunne kartlagt hva de faktisk har lært og sett mer på det kognitive perspektivet, som kan være vanskelig å si noe om ut fra en undervisningsøkt. På grunn av oppgavens begrensning fikk vi mulighet til å kun intervjue tre grupper. Dersom vi hadde intervjuet alle elevene som deltok i undervisningsøkten kunne vi innhentet flere svar fra alle elevene, utover det som kom fram på spørreskjemaet. Studien vår er en del av et større prosjekt, der en annen medstudent, Fredrik Vildgren, undersøker elever på barneskolen. Videre vil det bli interessant å se forskjellen i funnene vi fikk på ungdomsskolen, kontra hans funn på barneskole.

Det er hensiktsmessig å være kritisk til våre funn. Funnene våre kunne vært annerledes dersom det var noen andre som hadde gjennomført matematikkvandringen. Samtidig kan valg av oppgaver og oppgavedesign ha påvirket elevenes oppfatning av undervisningsopplegget. Temaet geometri kan også påvirke matematikkvandringen, og det ville vært interessant å se hvilke data vi hadde fått med annet tema og andre oppgaver.

Vårt valgte rammeverk påvirket våre funn. Det kunne vært hensiktsmessig å inkludere Vos og Frejds (2022) dimensjoner i videre forskning. Metakognitive strategier er en av tre dimensjoner som ikke fanges direkte i modelleringssyklusen til Ferri (2006), og kan knyttes til hver av fasene i modelleringssyklusen. Ved denne dimensjonen kan det undersøkes hvordan elevene regulerer mål og resultater på blant annet informasjon som er gitt av læreren. Den andre dimensjonen til Vos og Frejd (2022) inkluderer verktøybruk. I modelleringssyklusen vi tok i bruk analyserte vi ikke verktøybruken til elevene direkte.

Gjennom vår analyse fanger vi opp noen ulike verktøy elevene bruker for å løse oppgavene, men verktøybruken er ikke fokuset i analysen. Den tredje dimensjonen som kunne vært inkludert i analysen er sosiale normer. Disse har vi ikke inkludert i vår analyse. Siden elevene arbeider med matematikkvandringen i grupper, ville det vært interessant å undersøke i hvilken grad de sosiale normene påvirker hvordan elevene oppførte seg gjennom matematikkvandringen.

Det hadde også vært interessant å undersøke lærerens opplevelse av matematikkvandring. Ved å inkludere lærerens opplevelse av aktiviteten, som kjenner elevene fra før, kunne vi fått tanker om hvordan elevene opptrådte i matematikkvandringen sammenlignet med klasserommet. På grunn av oppgavens begrensning fikk vi ikke plass til dette, men er noe vi ville vi inkludert i videre forskning.

5.6 Oppsummering

Formålet med studien har vært å integrere matematiske modelleringsaktiviteter med matematikkvandring, og undersøke om metoden kan brukes som supplement til den ordinære undervisningen for å forbedre læring og undervisning av matematikk. Matematisk modellering kan spille en viktig rolle for elevenes læring, og gjøre faget mer relevant og virkelighetsnært for elevene (Blomhøj & Kjeldsen, 2013). Tidligere forskning viser at matematikkvandring som undervisningsaktivitet er en måte å innlemme matematisk modellering i skolen, og blir sett på som et nyttig supplement til den ordinære klasseromsundervisningen (Buchholtz & Singstad, 2021; Hassing, 2022). Forskning viser også at dagens undervisning av geometri ofte ikke er hensiktsmessig for å utvikle dypere forståelse av geometri, som har bidratt til valg av det matematiske temaet i studien (Bočková et al., 2020; Lang & Ruane, 1981; Sinclair & Bruce, 2015). For å gi et nytt bidrag på feltet har denne studien undersøkt matematikkvandring i en norsk kontekst av elever på 9. trinn, og sett på om våre funn er i tråd med tidligere forskning. Dette har studien undersøkt gjennom (1) hvordan elevene opplevde matematikkvandring og (2) hvordan de løste de ulike modelleringsoppgavene knyttet til temaet geometri.

Resultatene fra elevens opplevelse med matematikkvandring som undervisningsmetode er i hovedsak positive. Elevene uttrykte blant annet at det var gøy å gjøre noe annet og praktisk. Matematikkvandringen foregikk utendørs, og analysen indikerer at det var en faktor som spilte inn på elevenes positive opplevelser. Mange elever ga også uttrykk for at det ga mer mening å gjøre matematikk ute på fysiske objekter ute i den virkelige verden, som kan ha bidratt til elevenes fremtidige motivasjon og interesse for matematikkfaget. Samtidig rapporterte noen elever at det var utfordrende å delta i matematikkvandringen, da det var lett å bli distrahert av omgivelsene. Ut fra våre data bør vi være forsiktige med å tolke elevenes læringsutbytte fra denne ene undervisningsøkten. I videre forskning vil vi derfor anbefale å gjennomføre flere undervisningstimer med matematikkvandring i klassen, eller sett på elevenes opplevelse fra flere klasser.

Resultatene fra modelleringssyklusen indikerer at elevene sammen diskuterte og løste oppgavene matematisk som en gruppe. Det er tydelig at elevene har erfaringer med å regne matematikk med algoritmer, som de har vanskeligheter med å løsrive seg fra. Matematikkvandring kan derfor være nyttig øving for elevene i arbeid med å løse matematikk på en mer praktisk måte. Hvordan gruppen beveget seg i modelleringssyklusen var individuelt, der de brukte ulike fremgangsmåter på oppgavene.

Elevene hadde vanskeligheter med å tolke og validere sine svar, som kan være på grunn av manglende erfaringer med modelleringsoppgaver, og det kan derfor være hensiktsmessig å inkludere flere modelleringsoppgaver og matematikkvandring i undervisningen. Funnene har dermed indikert viktigheten av lærerens rolle i å veilede elevene under arbeidet med modelleringsaktiviteter, som matematikkvandring.

Våre funn støtter tidligere forskning om at matematikkvandring kan brukes som et supplement til den ordinære undervisningen (Buchholtz & Singstad, 2021; Hassing, 2022). Studien viser at matematikkvandringen førte til positive opplevelser til elevene, og at mange elever løste modelleringsoppgavene i matematikkvandringen ved samarbeid og kreative metoder. Vi vil derfor til slutt avslutte denne masteroppgaven med å anbefale å bruke matematikkvandringen som et supplement til matematikkundervisningen.

Referanser

Andersson, E., & Sørvik, G. O. (2013). Reality lost? Re-Use of Qualitative Data in Classroom Video Studies. *Forum Qualitative Sozialforschung / Forum: Qualitative Social Research*, *14*(3). https://doi.org/10.17169/fqs-14.3.1941

Berge, K.B. & Bunes, L.S. (2022). *Elevene var veldig motiverte, også var de med hele tiden: En kvalitativ undersøkelse om erfaringer og holdninger fra tre lærere på mellomtrinnet i grunnskolen, etter gjennomføring av en GPS-basert matematikkvandring i skolegården.* [Masteroppgave]. Universitetet i Agder.

Berget, I. K. L., & Bolstad, O. H. (2019). Perspektiv på matematisk modellering i Kunnskapsløftet og Fagfornyinga. *Nordisk tidsskrift for utdanning og praksis*, *13*(1). https://doi.org/10.23865/up.v13.1882

Blomhøj, M. (2006). Mod en didaktisk teori for matematisk modellering. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kunne det tænkes? – om matematiklæring.* Albertslund: Malling Beck.

Blomhøj, M. & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications: An international journal of the IMA*, 22(3), 123–139. https://doi.org/10.1093/teamat/22.3.123

Blomhøj, M., & Kjeldsen, T. H. (2011). Students' Reflections in Mathematical Modelling Projects. I G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Red.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (s. 385–395). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_38

Blomhøj, M., & Kjeldsen, T. H. (2013). Students' Mathematical Learning in Modelling Activities. I G. A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, & J. P. Brown (Red.), *Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice* (s. 141–151). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-6540-5_12

Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do Students and Teachers Deal with Modelling Problems? I C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Red.), *Mathematical Modelling* (s. 222–231). Woodhead Publishing. https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221

Blum, W. & Ferri, R. B. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of mathematical modelling and application*, 1(1), 45–58.

Blum, W. (2011). Can Modelling Be Taught and Learnt? Some Answers from Empirical Research. I G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri, & G. Stillman (Red.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (s. 15–30). Springer Netherlands. 10.1007/978-94-007-0910-2_3

Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do? I S. J. Cho (Red.), *The Proceedings of the 12th International*

Congress on Mathematical Education (s. 73–96). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_9

Bočková, V., Pavlovičová, G., & Čeretková, S. (2020, November). *INCREASING PUPILS'INTEREST IN GEOMETRY THROUGH MATHEMATICAL TRAILS.* In Proceedings of ICERI2020 Conference 9(*10*). https://doi.org/10.21125/iceri.2020.0499

Barbosa, A., Vale, I., Jablonski, S., & Ludwig, M. (2022). Walking through Algebraic Thinking with Theme-Based (Mobile) Math Trails. *Education Sciences*, *12*(5). https://doi.org/10.3390/educsci12050346

Buchholtz, N. (2017). How teachers can promote mathematising by means of mathematical city walks. I W. Blum., G. Kaiser. & G. A. Stillman (Red.), *Mathematical modeling and applications – Crossing and researching boundaries in mathematics education* (s. 49–58). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-62968-1_4

Buchholtz, N., & Singstad, J. (2021). *Learning modelling with math trails*. I G. A. Nortvedt, N. F. Buchholtz, J. Fauskanger, F. Hreinsdóttir, M. Hähkiöniemi, B. E. Jessen, J. Kurvits, Y. Liljekvist, M. Misfeldt, M. Naalsund, H. K. Nilsen, G. Pálsdóttir, P. Portaankorva-Koivisto, J. Radišić, & A. Wernberg (Red.), *Bringing Nordic mathematics education into the future* (s. 25-32). Svensk Förening för Matematikdidaktisk Forskning.

Cahyono, A.N. (2018). *Learning Mathematics in a Mobile App-Supported Math Trail Environment*. Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-93245-3

Clark, T., Foster, L., Sloan, L., & Bryman, A. (2021). *Bryman's Social Research Methods* (6.utg.). Oxford University Press Academic UK.

Creswell, J. W., Creswell, J. D. (2018). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches.* (5.utg.). Sage publications.

Dalland, O. (2017). *Metode og oppgaveskriving.* (6.utg.). Gyldendal Norsk Forlag AS.

De nasjonale forskningsetiske komiteer. (2021). Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora. Den nasjonale forskningsetiske komite for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH).

Ferri, R. B. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM, 38(2)*, 86–95. https://doi.org/10.1007/BF02655883

Ferri, R. B. (2018). *Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education.* Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9

Fesakis, G., Karta, P., & Kozas, K. (2018). Designing Math Trails for Enhanced by Mobile Learning Realistic Mathematics Education in Primary Education. *International*

Journal of Engineering Pedagogy (iJEP), *8*(2), 49–63. https://doi.org/10.3991/ijep.v8i2.8131

Fisher, R. J. (1993). Social desirability bias and the validity of indirect questioning. *Journal of Consumer Research, 20*(2), 303–315.

Golafshani, N. (2003). Understanding reliability and validity in qualitative research. *The qualitative report*, *8*(4), 597–607. https://doi.org/10.46743/2160-3715/2003.1870

Grønmo, L. S., & Onstad, T. (2009). *Tegn til bedring. Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2007.* Oslo: Unipub. https://www.uv.uio.no/ils/forskning/prosjekter/timss/2007/hele_timss2007.pdf

Hansen, H.C., Schou, J., Jess, K. & Skott, J. (2013). *Matematik for lærerstuderende: Geometri 4.-10. klasse.* Odder: Narayana Press.

Hernandez-Martinez, P., & Vos, P. (2018). «Why do I have to learn this?» A case study on students' experiences of the relevance of mathematical modelling activities. *ZDM*, *50*(1), 245–257. https://doi.org/10.1007/s11858-017-0904-2

Kaarstein, H., & Nilsen, T. (2016). Motivasjon. I O.K. Bergem, H. Kaarstein & T. Nilsen (Red.), *Vi kan lykkes i realfag. Resultater og analyser fra TIMSS 2015* (s. 63–77). Oslo: Universitetsforlaget.

Kaiser, G., & Maaß, K. (2007). Modelling in Lower Secondary Mathematics Classroom Problems and Opportunities. I W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Red.), *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study* (s. 99–108). Springer US. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_8

Hassing, A.E. (2022). *Meningsfull matematikkundervisning i skolens uteområde: En kvalitativ studie om elevers opplevelse av GPS-basert matematikkvandring.* [Masteroppgave]. Universitetet i Agder.

Kunnskapsdepartementet (2019). *Læreplan i matematikk (MAT01-05).* Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob

Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen.* Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/verdier-og-prinsipper-for-grunnopplaringen/id2570003/

Lang, B., & Ruane, P. (1981). Geometry in English secondary schools. *Educational Studies in Mathematics*, *12*(1), 123–132. https://doi.org/10.1007/BF00386050

Lehrer, R. (2003). Developing understanding of measurement. I Killpatrick, J. & Schifter, D. (red.) *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics,* 179–192. National Council of Teachers of Mathematics.

Mackenzie, N., & Knipe, S. (2006). Research dilemmas: Paradigms, methods and methodology. *Issues in Educational Research, 16*(2), 193–205.

Meld. St. 28. (2015-2016). *Fag - Forståelse - En fornyelse av kunnskapsløftet*. Kunnskapsdepartemantet. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-28-20152016/id2483955/

Mundfrom, D. J., Shaw, D. G., & Ke, T. L. (2005). Minimum sample size recommendations for conducting factor analyses. *International journal of testing*, *5*(2), 159–168. https://doi.org/10.1207/s15327574ijt0502_4

Noble, H., & Smith, J. (2015). Issues of validity and reliability in qualitative research. *Evidence Based Nursing, 18*(2), 34–35. https://doi.org/10.1136/eb-2015-102054

Opplæringsloven. (1998). *Lov om grunnskolen og den vidaregående opplæringa.* (LOV-1998-07 17-61). Lovdata. https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61

Ringdal, K. (2018). *Enhet og forskning. Samfunnsvitenskapelig forskning og kvantitativ metode.* (4.utg.). Fagbokforlaget.

Sdrolias, K. A., & Triandafillidis, T. A. (2008). The transition to secondary school geometry: Can there be a «chain of school mathematics»?. *Educational studies in mathematics*, *67*, 159–169. https://doi.org/10.1007/s10649-007-9093-1

Sinclair, N., & Bruce, C. D. (2015). New opportunities in geometry education at the primary school. *ZDM*, *47*(3), 319–329. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0693-4

Singstad, J. L. (2020). *Math Trails og modellering: En kvalitativ analyse av elevers arbeid med modelleringsaktiviteter i et utendørs undervisningsopplegg kalt Math Trails.* [Masteroppgave]. Universitetet i Oslo.

Skaalvik, E. M., & Skaalvik, Sidsel. (2015). *Motivasjon for læring: teori og praksis*. Universitetsforlaget.

Stohlmann, M. (2017). Middle school students first experience with mathematical modeling. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, *7*(1), 56–71.

Stedøy, I. M., & Valbekmo, I. (2018, september). *Problemløsing: Hva er problemløsing, og hvordan skiller det seg fra arbeid med vanlige matematikkoppgaver.* Realfagsløyper. https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2019-09/Probleml%C3%B8sing_0.pdf

Van de Walle, J. A., Karp, K., & Bay-Williams, J. M. (2015). *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally* (9 utg.). Essex: Pearson.

Van Rosmalen, J., Van Herk, H., & Groenen, P. J. F. (2010). Identifying Response Styles: A Latent-Class Bilinear Multinomial Logit Model. *Journal of Marketing Research*, *47*(1), 157–172. https://doi.org/10.1509/jmkr.47.1.157

Vorhölter, K., Kaiser, G., & Ferri, R. B (2014). Modelling in Mathematics Classroom Instruction: An Innovative Approach for Transforming Mathematics Education. I Y. Li, E. A. Silver, & S. Li (Red.), *Transforming Mathematics Instruction: Multiple Approaches and Practices* (s. 21–36). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-04993-9_3

Vomberg, A., & Klarmann, M. (2022). Crafting Survey Research: A Systematic Process for Conducting Survey Research. I C. Homburg, M. Klarmann, & A. Vomberg (Red.), *Handbook of Market Research* (s. 67–119). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-57413-4_4

Vos, P., & Frejd, P. (2022). *The modelling cycle as analytic research tool and how it can be enriched beyond the cognitive dimension*. I J. Hodgen, E. Geraniou, G. Bolondi & F. Ferretti (Red.), *Proceedings of the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12)* (s. 1185-1192). Free University of Bozen-Bolzano. https://hal.science/hal-03759063

Universitetet i Oslo. (2013, 18. juni). *Video i forskning*. Universitetet i Oslo. https://www.uio.no/tjenester/it/forskning/datafangst-og-analyse/video-i-forskning/hjelp.html

Vedlegg

Vedlegg 1: Godkjenning av NSD
Vedlegg 2: Informasjonsskriv og samtykkeerklæring
Vedlegg 3: Intervjuguide
Vedlegg 4: Prosessdokument

Vedlegg 1: Godkjenning av NSD

Vurdering av behandling av personopplysninger

Referansenummer
179827

Vurderingstype
Standard

Dato
19.12.2022

Prosjekttittel
Matematikkvandring i skolen

Behandlingsansvarlig institusjon
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet / Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap (SU) / Institutt for lærerutdanning

Prosjektansvarlig
Farzad Radmehr

Student
Marie Moan og Frida Geving Bedsvaag

Prosjektperiode
01.08.2022 – 30.06.2025

Kategorier personopplysninger
Alminnelige

Lovlig grunnlag
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 30.06.2025.

Kommentar
OM VURDERINGEN
Personverntjenester har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

Personverntjenester har nå vurdert den planlagte behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at behandlingen er lovlig, hvis den gjennomføres slik den er beskrevet i meldeskjemaet med dialog og vedlegg.

VIKTIG INFORMASJON TIL DEG

Du må lagre, sende og sikre dataene i tråd med retningslinjene til din institusjon. Dette betyr at du må bruke leverandører for spørreskjema, skylagring, videosamtale o.l. som institusjonen din har avtale med. Vi gir generelle råd rundt dette, men det er institusjonens egne retningslinjer for informasjonssikkerhet som gjelder.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige personopplysninger frem til 30.06.2025.

LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra de foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte/foresatte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være de foresattes samtykke, jf. Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER

Vi vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at foresatte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål – dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Personverntjenester vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. Art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

Ved bruk av databehandler (spørreskjemaleverandør, skylagring eller videosamtale) må behandlingen oppfylle kravene til bruk av databehandler, jf. Art 28 og 29. Bruk leverandører som din institusjon har avtale med.

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke typer endringer det er nødvendig å melde:

https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema. Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
Vi vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos oss: Sturla Herfindal

Lykke til med prosjektet!

Vedlegg 2: Informasjonsskriv og samtykkeerklæring

Vil du delta i forskningsprosjektet *«Matematikkvandring som undervisningsmetode»*

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke hvordan elever på 9.trinn engasjerer seg og løser geometriske oppgaver gjennom matematikkvandring. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål
Dette forskningsprosjektet er en del av vårt mastergradsstudium i matematikkdidaktikk som skal gjennomføres av to masterstudenter på grunnskolelærerutdanningen på NTNU. Formålet med prosjektet er å finne ut om undervisningsmetoden «matematikkvandring», kan brukes som et supplement til klasseromsundervisningen. Dette skal undersøkes ved å se på elevenes engasjement og løsning av matematiske oppgaver knyttet til geometri.

På Institutt for Lærerutdanning ved NTNU skal det i vår gjennomføres to prosjekter knyttet til matematikkvandring. Dersom resultater gir rom for det skal veileder Farzard Radmehr følge opp prosjektet og publisere en internasjonal artikkel.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
NTNU er ansvarlig for prosjektet. Førsteamanuensis Farzard Radmehr er leder for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Vi har valgt å undersøke elever på 9.trinn, da mange kompetansemål til dette trinnet går på det aktuelle temaet. Hele klassen får spørsmål om å delta på dette prosjektet. Skolen din er også valgt med tanke på området som egner seg fra matematikkvandring.

Hva innebærer det for deg å delta?
Hvis du/barnet ditt velger å delta i prosjektet består gjennomføringen av tre deler:

1. I den første delen skal elevene delta i en undervisningsøkt med matematikkvandring utendørs på 60-90 minutter. Elevene vil bli tatt med på en digital løype i nærområdet av skolen, hvor de skal løse oppgaver i grupper på tre. Her vil tre grupper være utstyrt med et kamera hver.
2. I den andre delen skal elevene fylle ut et elektronisk spørreskjema som handler om matematikkvandringen. Svarene vil inneholde navn på deltakerne, dette er for å hjelpe oss til intervjuet.
3. I den tredje delen skal vi intervjue de tre gruppene som hadde på seg videokamera. Her vil det bli stilt oppfølgingsspørsmål om matematikkvandringen og det de svarte på spørreundersøkelsen. Intervju vil skje et par dager etter matematikkvandringen og spørreskjemaet. Her vil det bli tatt lydopptak og notater. Det er satt av 30 minutter til hver gruppe.

Foreldre kan få se undervisningsopplegg, spørreskjema og intervjuguide på forhånd ved å ta kontakt.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. De som velger å ikke delta på forskningsprosjektet vil få alternativ undervisning.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Det er vi, veileder og eventuelt forskere på NTNU som har tilgang til det nevnte datamaterialet.

For å koble sammen oppgaver, spørreskjema og intervju trenger vi å ha tilgang til navn i starten av prosessen, men dette vil vi erstatte med en kode som lagres på egen navneliste adskilt fra øvrige data. Personopplysningene vil bli lagret i en sikret mappe med passord. Navn og andre personlige opplysninger vil bli kodet og ikke tatt med i oppgaven. Skole og sted vil ikke bli nevnt, slik at det kan være hvilken som helst 6.trinn i Norge. I utgangspunktet vil du ikke kunne gjenkjennes i masteroppgaven, ettersom navnet ditt vil pseudonymiseres. Dersom man kjenner barnet, kan man eventuelt kjenne igjen skriften til barnet.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?
Prosjektet vil etter planen avsluttes juni 2023, men det kan være muligheter for at datamaterialet vil bli brukt i videre forskning. Videre forskning endes isåfall i juni 2025, og da vil datamaterialet bli slettet. I videre forskning er det kun de anonymiserte dataene som blir brukt, og videoopptakene. Datamaterialet vil bli lagret i NTNUs eget filområde som er beregnet på fortrolig informasjon, hvor kun de involverte i prosjektet vil ha tilgang. Til videre forskning er det kun veileder Farzard Radmehr og eventuelt hans forskningspartner som vil ha tilgang til datamaterialet. Formålet til videre forskning er å forske mer på matematikkvandring, da dette er et forskningsområde som ikke finnes så mye forskning på.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU, har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Frida Geving Bedsvaag, epost: fridagb@stud.ntnu.no, tlf: 97500134
- Marie Moan, epost: mariemoa@stud.ntnu.no, tlf: 47868516
- Veileder for prosjektet: Farzad Radmehr, epost: farzad.radmehr@ntnu.no, tlf: 47 73591897
- Personvernombud ved NTNU: Thomas Helgesen, e-post: thomas.helgesen@ntnu.no, tlf. 93079038

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på e-post (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 53 21 15 00

Med vennlig hilsen:
Frida Geving Bedsvaag, Marie Moan og Farzad Radmehr
(forskere og veileder)

Vedlegg 3: Intervjuguide

Intervju er den tredje og siste metoden for datainnsamlingen som vi kommer til å ta for oss, og består av tre gruppeintervjuer med tre elever for hvert intervju. Intervjuet kommer til å være semistrukturert og det gis derfor rom for utdypende spørsmål og andre tematiske retninger ut ifra hvordan elevene svarer.

Intervjuet kommer i stor grad til å basere seg på datagrunnlaget fra de tidligere datainnsamlingene. Vi har derfor skissert denne intervjuguiden ut ifra spørsmål som vi på forhånd ønsker å stille, men som vi kommer til å spisse og endre på ut ifra det nevnte datamaterialet. Dette innebærer å utelate, legge til og omformulere spørsmål, samt stille flere utdypningsspørsmål.

Før intervjuet
Vi begynner med å fortelle litt om hva intervjuet handler om og hvordan det kommer til å foregå. Vi forteller også litt om anonymisering og informantens rettigheter. Vi vil gjøre dem oppmerksomme på at intervjuet blir tatt opp, men at det blir slettet når prosjektet er avsluttet. Elevene får muligheten til å trekke seg når som helst i løpet av intervjuet – både før, under og etter

Spørsmål om matematikkvandringen

1. Hvis du tenker tilbake på gårsdagen. Hvordan var det å ha matematikkvandring?
2. Hvordan var det å ha matematikkvandring i forhold til matematikktimene i klasserommet? (Lærte dere mer eller mindre enn vanlig i klasserommet?)
3. Oppstod det noen utfordringer under matematikkvandringen? (Hvilke? /Hvordan løste dere dem?)
4. Hvilke fordeler og ulemper tenker dere det er med å ha matematikkvandring?
5. Vil du ha mattevandring igjen? Hvorfor?
6. Ser dere en større eller mindre nytte for matematikk etter å ha hatt mattevandring?
7. Hva tenker dere om deres egne forståelse av matematikk etter å ha deltatt i mattevandringen?

Spørsmål om modelleringsoppgavene
Vi har oppgavene foran dem mens de er intervjuet.

8. Var det noe som skilte oppgavene i matematikkvandringen fra oppgaver dere vanligvis gjør i mattetimer? (Var de krevende eller lette?)
9. Hvordan opplevde dere oppgave 1? (Stille de samme spørsmålene for Oppgave 2, og 3)

a) Hvilke strategier brukte dere for å løse den?
b) Har du sjekket om du fikk riktig svar? Hvis ja, hvordan? Hvis nei, hvorfor ikke? (Ga svaret deres mening i forhold til det oppgaven spurte om)
c) Var det enkelt eller vanskelig å finne ut hvordan dere skulle gå fram for å løse oppgaven?
d) Hvilke matematiske temaer brukte dere for å løse oppgavene?

Etter intervjuet
Tusen takk for at dere ville svare på spørsmålene!

Vedlegg 4: Prosessdokument

Arbeidsprosessen med masteroppgaven har vært fin, og vi har samarbeidet godt gjennom hele perioden. Vi valgte å skrive masteroppgaven sammen, da vi har skrevet en forskningsoppgave sammen tidligere i kroppsøvingsdidaktikk, og fant ut at vi samarbeidet godt. I studieløpet har vi også skrevet en del arbeidskrav sammen, og før arbeidet med masteroppgaven var vi derfor godt kjent med hverandres arbeidsmåter og skrivestil.

Vi var begge interesserte i å forske på noe som vi kunne få bruk for i arbeidslivet, og har bidratt til vårt engasjement for forskningen. Oppstarten av masteroppgaven skjedde høsten 2022, der vi begge var motiverte for å tidlig komme i gang med prosessen. Allerede før semesterstart 2023 hadde vi utformet modelleringsoppgavene for matematikkvandringen og dataninnsamlingsinstrumentene som ble benyttet, og studien var godkjent av NSD. I prosessen har vi også samarbeidet med Fredrik Vildgren, da studien muligens skal brukes i et større prosjekt. Vi utformet derfor spørreskjema og intervjuguide sammen, og etter dette har vi ikke samarbeidet.

Begge har ønsket et vellykket produkt og dermed tatt like mye initiativ til å arbeide med oppgaven. Vi har arbeidet jevnt, fordelt arbeidsoppgaver og planlagt møter for å hele tiden være i rute med oppgaven. I prosessen har vi laget en felles mappe på Google Disk, der vi sammen har redigert teksten og kommentert for å få et flytende samarbeid. På denne måten har vi alltid kunne sett hva den andre har gjort, og stilt spørsmål til hverandres arbeid. Når det kommer til transkribering, har vi begge transkribert og sjekket hverandres transkripsjoner for eventuelle feil. I analysen har vi begge analysert hver for oss, og deretter sammenlignet resultater. Hyppig etter tilbakemeldinger fra veileder har vi redigert på oppgaven, og fått gode tips til struktur og innhold.

I arbeidet mot et ferdig produkt har vi gitt konstruktive tilbakemeldinger til hverandre og diskutert. Vi har lyttet til hverandres forslag, og tatt beslutninger sammen. Samtidig har vi lest korrektur for hver del av masteroppgaven nøye og flere ganger. Det har vært en lærerik prosess, der vi skaffet oss ny kunnskap om undervisningsmetoden matematikkvandring som vi vil ta med oss inn i hverdagen som lærere. Vi har produsert en oppgave som vi begge er fornøyd med.

Vi vil takke hverandre for et godt samarbeid med masteroppgaven.

NTNU

Kunnskap for en bedre verden