Masteroppgåve

NTNU
Noregs teknisk-naturvitskaplege universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitskap
Institutt for lærarutdanning

Bente Kjosaas Leknes

Lærarinnspel knytt til elevargumentasjon i matematikk

Ein kvalitativ studie av lærarinnspel og elevar sine argumentasjonar i matematikk

Masteroppgåve i Fagdidaktikk - matematikk
Rettleiar: Eivind Kaspersen
Mai 2023

NTNU
Kunnskap for ei betre verd

Bente Kjosaas Leknes

Lærarinnspel knytt til elevargumentasjon i matematikk

Ein kvalitativ studie av lærarinnspel og elevar sine argumentasjonar i matematikk

Masteroppgåve i Fagdidaktikk - matematikk
Rettleiar: Eivind Kaspersen
Mai 2023

Noregs teknisk-naturvitskaplege universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitskap
Institutt for lærarutdanning

NTNU
Kunnskap for ei betre verd

Samandrag

Denne studien har undersøkt lærar sine innspel på elevar sitt arbeid med argumentasjon i matematikk. Hensikta har vore å studere kva slags innspel som utviklar og betrar elevane sine argumentasjonar på mellomsteget. For å undersøke både utgangspunktet før og endringa av argumentet etter innspel frå lærar, vart det formulert tre forskingsspørsmål:

1. Korleis argumenterer elevane kring bevissoppgåver i matematikk utan rettleiing av lærar?
2. Kva slags type innspel kjem lærar med for at elevane skal betre argumenta sine?
3. Kva skjer med elevane sine argument når lærar kjem med innspel?

For å samle inn informasjon og svar på forskinsspørsmåla, har det blitt nytta kvalitative metodar med observasjon av to grupper i sjetteklasse og ein lærar. Gruppene vart observert kvar for seg, der dei jobba med argumentasjonsoppgåver. Dei hadde tilgang til lærar gjennom heile observasjonen. Rammeverket for analysen var argumentasjonsnivå til elevane og innspelskategoriar som lærar nytta seg av. Empirien vart koda der innspela vart sorterte etter kategoriar, og argumentasjonar vart sortert etter nivå. Det var relevant for studien å definere omgrep som resonnering, bevis og matematisk diskurs, i tillegg til argumentasjon og informasjon om lærargrep.

Resultatet frå studien understrekar at elevar treng hjelp frå lærar for å kunne klare å argumentere gyldig i matematikk. Elevane held seg i utgangspunktet på eit empirisk nivå av argumentasjon, noko som kategoriserast som ugyldig. Resultatet viser vidare at dersom læraren vel å bryte ned oppgåva og vise korleis eit gyldig argument kan sjå ut, kan det bidra til større forståing for argumentasjonsomgrepet blant elevane. Elevane klarte med innspel frå lærar å argumentere generisk, som kategoriserast som gyldig argumentasjon.

Nøkkelord: argumentasjon, resonnering, bevis, matematisk diskurs, lærarinnspel.

Abstract

This study has examined teacher moves on students' work with argumentation in mathematics. The purpose has been to examine which teacher moves develop and improve the students' argumentations in elementary school. To examine both the student' argumentation before the teacher moves, and the change of the argumentation after guidance from teachers, three research questions were formulated:

1. How do the students argue about proofs in mathematics without any guidance of a teacher?
2. What teacher moves does the teacher make, to make students improve their arguments?
3. What happens to the students' arguments after teacher moves?

To collect information and answers to research questions, qualitative methods have been used. It has been completed by observation of two groups in sixth grade and their teacher. The groups were observed separately, whilst they worked on argumentation tasks. They had access to a teacher throughout the observation. The framework for the analysis was the level of argument the students used, and categories of teacher moves. The data collection was coded where the teacher moves was sorted by category, and arguments were sorted by level. It was relevant for the study to define concepts such as reasoning, proofs, and mathematical discourse, in addition to argumentation and information about teacher moves.

The results of the study emphasise that students need guidance from the teacher to be able to argue validly in mathematics. The students initially argue on an empirical level of argumentation, which is not categorised as valid. The result further shows that if the teacher chooses to break down the task into smaller parts, and show what a valid argument can look like, it can contribute to a greater understanding of the concept of argumentation for the students. With guidance from the teacher, the students managed to argue generic, which is categorised as valid argumentation.

Keywords: argumentation, reasoning, proofs, mathematical discourse, teacher moves.

Forord

I 2021 byrja eg på masterstudiet matematikkdidaktikk, ved NTNU i Trondheim. Masteren som no skal leverast har eg arbeida med i frå hausten 2022, fram til våren 2023. Dei to åra med utdanning har gitt meg mykje ny lærdom som eg skal ta med meg vidare i læraryrket og i kvardagen. Eg har fått moglegheit til å fordjupe meg i tema som eg har hatt ynskje om å lære meir om, som både er dagsaktuelt og viktig i skulekvardagen. Likevel oppfattar eg at det er lite kunnskap om dette i skulen.

Eg vil rette ein stor takk til rettleiaren min, Eivind Kaspersen, som har kome med veldig god og konstruktiv rettleiing. Dine råd og idear har våre både lærerike og inspirerande, og engasjementet ditt for læring er noko eg har latt og vil vidare la meg inspirere av.

Vidare vil eg takke forelesarar og medstudentar som har vore til god hjelp i både undervising, læring, men også i val av mastertema. De har kome med konstruktive tilbakemeldingar som eg har tatt med meg i arbeidet.

Eg vil takke elevane, læraren og skulen som deltok på studien min. Både for eit veldig godt samarbeid og at de hadde ein utmerka innsats i datainnsamlinga. Tusen takk!

Til slutt vil eg gje ein stor takk til mine nærmaste for å ha motivert meg, vore til god hjelp og vist meg enorm støtte gjennom heile masterstudiet. Eg set stor pris på alle og ein kvar!

Mai, 2023

Bente Kjosaas Leknes

Innhald

Figurar

Tabellar

1 Innleiing

1.1 Bakgrunn og relevans

Det overordna temaet for denne masteroppgåva er argumentasjon. Argumentasjon er eit omgrep som har kome tydlegare fram i skulen dei siste åra, då det no er eit av dei seks kjerneelementa i den nye læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2020). I følje den nye læreplanen skal elevane klare å grunngje dei matematiske framgangsmetodane og måtane å tenke på i faget. Dei skal argumentere for og bevise kvifor løysingane deira er korrekte (Utdanningsdirektoratet, 2020). Ein djupare definisjon av argumentasjonsomgrepet vil kome i teorikapittelet. At argumentasjon er blant dei seks kjerneelementa i faget, tyder på at dette er noko ein som matematikklærar og elev skal arbeide mykje med framover. Difor er dette eit viktig tema å forske på.

Sjølv om argumentasjon er trekt meir fram i dagens læreplan, har det vore ein viktig del av faget lenge. I LK 06 var argumentasjon blant elevane både ein del av dei munnlege og dei skriftlege ferdigheitene i matematikk. Dei skulle argumentere uformelt, og i tillegg ha ein meir presis fagterminologi og argumentere kring komplekse samanhengar (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 4). Dette tyder på at argumentasjon er noko dei begynte tidleg med i skulen, med god progresjon gjennom heile skuleløpet.

Argumentasjon er altså eit omgrep som har vore i skulen lenge, og som er satt eit endå større fokus på no (Utdanningsdirektoratet, 2020). Likevel viser tidlegare forsking at elevane synast dette er eit utfordrande tema (Belin og Akar, 2020, s. 1). Stylianides (2007) seier at ei viktig rolle for læraren er at dei avdekker om elevargumentasjonen er gyldig eller ikkje. På den måten kan legge opp instruksjonar deretter (s. 298). Kva som er gyldig og ugyldig argument vil også komme fram i teorikapittelet. Mange elevar nyttar seg av dei ugyldige argumenta, og dette understrekar den betydelege rolla lærarane har i arbeid med argumentasjon i matematikkfaget (Lannin, 2005, s. 251). Det er ikkje berre elevane som ser på temaet som utfordrande. Forsking viser at lærar har lite forståing og kunnskap rundt arbeid med argumentasjon (Stylianides, 2007, s. 298). Det kjem i tillegg fram av Belin og Akar (2020) at lærarstudentar synast det er vanskeleg og utfordrande å arbeide med dette emnet (s. 1). Dette trass i den aktive rolla lærarar bør ha når det kjem til elevane sine argumentasjonar i matematikkfaget (Stylianides, 2007, s. 290).

Ellis et al. (2019) skriv om viktigheita kring læraren sitt nærvær i eit utforskande klasserom. Dei er ein av fleire som skriv om kommunikasjonsmønster mellom lærar og elev, og rettar fokuset mot resonnering. Dei har utvikla ein modell kalla *Teacher Moves for Supporting Student Reasoning* (TMSSR). Den inneheld ulike innspel som kan vere med på å påverke elevane si resonnering i riktig retning. Resonnering kan sjåast på som ein overordna prosess som inneheld mange ulike matematiske prosessar, til dømes arbeid med argumentasjon (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 12). Omgrepet resonnering vil definerast nærare i teorikapittelet.

1.2 Forskingsspørsmål

Tidlegare forsking viser at elevar synast argumentasjon er eit krevjande tema (Lannin, 2005, s. 251). Samstundes inneheld den nye læreplanen argumentasjon som eit av dei seks kjerneelementa (Utdanningsdirektoratet, 2020). Det understrekar at elevane treng tydelege lærarroller for å kunne kome seg på eit gyldig argumentasjonsnivå (Lannin, 2005, s. 251). Ellis et al. (2019) har som nemnt, forska på lærarinnspel som kan ha god påverknadskraft på elevane si resonnering. Dermed kan det vere tenkeleg at desse innspela betrar argumentasjonen til elevane også. Kva slags innspel kan lærar kome med for å betre argumentasjonen til elevane? Og korleis skaffe elevane meir kunnskap i kva som ligg i eit gyldig argument? Mitt bidrag vil vere å forske nærmare på dette, og undersøke læraren si rolle i elevane sitt arbeid med argumentasjon. For å undersøke innspela si hensikt og påverknad, skal eg først avdekke korleis elevane argumenterer sjølvstendig. På den måten kan ein påpeike nyttigheita av læraren i dette emnet. Hovudfokuset vil vidare ligge i å undersøke kva slags innspel lærar kjem med, og korleis innspela er med på å påverke elvane sine argument.

For å bidra til meir kunnskap rundt utvikling av elevar sin argumentasjon, har eg stilt tre følgande forskingsspørsmål:

1. Korleis argumenterer elevane kring bevissoppgåver i matematikk utan rettleiing av lærar?
2. Kva slags type innspel kjem lærar med for at elevane skal betre argumenta sine?
3. Kva skjer med elevane sine argument når lærar kjem med innspel?

Ei løysing på desse forskingsspørsmåla kan vere med på å både undersøke kva slags innspel som er med på betre argumenta til elevane, og som gjer elevane meir bevisste på kva som ligg i eit gyldig matematisk argument (Stylianides, 2007, s. 290).

For å svare på forskingsspørsmåla, har eg observert eit gruppearbeid. Læraren hadde der moglegheit til å kome med innspel då ho meinte elevane stod fast eller generelt trong hjelp. Observasjon vart valt for å kunne analysere enkeltepisodar og trekke fram konkrete eksempel på innspel og resultat (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 113). For å analysere datamaterialet opp mot forskingsspørsmåla nytta eg meg av innspela til Ellis et al. (2019). På den måten kunne ein kartlegge kva slags innspel lærar kom med i forsøket om å betre og eller utvikle elevane sine argument. Skott og Valenta (2022) nytta seg også av TMSSR-modellen i sitt arbeid om å undersøke kommunikasjonsmønsteret mellom lærar og elev i ein resonneringsprosess. Dei utvikla nokre figurar som visualiserte kommunikasjonsmønstera. Desse var også til nytte i denne studien, då eg analyserte og framstilte kva som skjedde med elevane sine argument etter lærar kom med innspel.

1.3 Oppgåva si oppbygging

I arbeidet med å svare på forskingsspørsmålet skal relevant teori bli trekt fram, med kjende teoretikarar som blant anna Lannin (2005) og Stylianides (2007). Med dei teoretikarane vil får ein avklart kva denne studien tar utgangspunkt i når det gjeld ugyldige og gyldige argument. Det blir også viktig for studien å definere omgrep som resonnering og bevis, samt legge fram teori om matematisk diskurs, ettersom elevane og læraren som deltok i prosjektet er i eit matematisk fellesskap (Sfard, 2007). Vidare blir teorien til Ellis et al. (2019) om fire kategoriar for innspel i resonnering lagt fram, samt dra nytte av Skott og Valenta (2022) sine kommunikasjonsmønster

I metodekapittelet skal eg mellom anna utdjupe gjennomføringa mi med observasjon, kva slags utval som er tatt med og etiske atterhald. Vidare kjem analysen der eg skal legge fram relevante funn av empirien min, som kan vere med på å svare på forskingsspørsmåla. Dette blir presentert i form av dialogar mellom elevar og lærar, samt tabellar og figurar. På denne måten får ein konkret syne både elevargumentasjonane og kva slags lærarinnspel som vart nytta i arbeidet med utviklinga. Til slutt skal eg diskutere dette opp mot teori og tidlegare forsking for å samanlikne og trekke relevans til vidare forsking.

2 Teori

I denne studien undersøker eg lærar sine innspel knytt til elevane sitt arbeid med argument i matematikkfaget. Ved å undersøke dette kan ein samtidig undersøke om innspela er med på å utvikle argumenta til elevane. For å kunne finne svar eit på dette, skal dette kapittelet belyse teoriar som omhandlar argumentasjon i matematikk og kommunikasjonen mellom lærar og elevar. For å kunne avklare kva argumentasjon er, blir det definert fleire omgrep som er relevante, deriblant resonnering og bevis. Grunnen til at desse omgrepa vert definert er fordi dei er med på å bygge oppunder argumentasjonsomgrepet, slik at det vert lettare å forstå og sjå samanhengen i den matematiske verda (Stylianides, 2008; Jeannotte & Kieran, 2017).

Vidare vil rammeverket for studien presenterast. For å undersøke elevane sitt argumentasjonsnivå, skal det nyttast eit rammeverk der ein får avklart om argumenta er gyldige eller ikkje. Å avklare gyldigheita på argumentasjonen vert gjort for å understreke viktigheita læraren har i kommunikasjonen med elevane. Samt skape klarheit i kva som kan godkjennast som eit gyldig argument på barneskulenivå (Stylianides, 2007). I tillegg til å vise rammeverket for korleis ein kan vurdere argumentasjonsnivået til elevane, vil teori om innspel presenterast for å vise rammeverket som vurderte innspela læraren nytta. Saman kan desse to rammeverka syne utviklinga av eleven sitt argument (Lannin, 2005; Ellis et al., 2019). Avslutningsvis vil tidlegare forsking belysast. På denne måten kan både forkunnskap og kunnskap ein sit med i dag, sjåast ilag og ein kan sjå samanhengen med mitt resultat.

2.1 Omgrepsavklaring

2.1.1 Resonnering

Matematisk resonnering er eit vidt omgrep som går igjen i fleire land sine læreplanar, deriblant i Noreg sin (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 1). Resonnering er eit av kjerneelementa i matematikkfaget og er med på å prege skulekvardagen (Utdanningsdirektoratet, 2020). I LK20 blir resonnering beskrive slik: *Resonnering i matematikk handlar om å kunne følgje, vurdere og forstå matematiske tankerekkjer. Det inneber at elevane skal forstå at matematiske reglar og resultat ikkje er tilfeldige, men har klare grunngivingar* (Utdanningsdirektoratet, 2020). Ettersom at den nye læreplanen har resonnering blant kjerneelementa, er det klart at dette er eit område ein bør ha eit stort fokus på i skulekvardagen. I forskingsverden er matematisk resonnering eit ofte brukt omgrep. Det finnast fleire definisjonar på kva dette er, og Lithner (2008) deriblant, forklarar resonnering som ein tankegang i ei oppgåveløysing, der resonnering er prosessen med å kome med påstandar og trekke konklusjonar (s. 257). Duval (1998) seier at matematisk resonnering kjem av bruk av tidlegare kunnskap, som etablerast i lag med ny kunnskap. Denne kunnskapen brukast og blir fornya i arbeidet med å blant anna teste hypotesar og til grunngjeving (s. 45).

Jeannotte og Kieran (2017) er blant dei som inkluderer argumentasjon og bevis i si forklaring av resonnering. Dei ser mellom anna på resonnering som arbeid med å forme hypotesar, generalisere og finne mønster. Argumentasjon og bevis blir då ein prosess for validering av dei oppgåvene ein arbeider med. Med utgangspunkt i Sfard (2008) definerer dei resonnering som ein kommunikasjonsprosess med seg sjølv eller andre, der ein lagar rom for å avleie matematiske ytringar i lag med andre matematiske ytringar (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 7).

Matematiske resonneringsprosessar		
Prosessar relatert til søk etter likskapar og forskjellar	**Prosessar relatert til validering**	**Eksemplifisering**
Generalisere Forme ein hypotese Identifisere eit mønster Samanlikne Klassifisere	Argumentere Formulere bevis Formulere formelt bevis	Bruke eksempel som støtte for leiting etter likskapar og forskjellar Bruke eksempel som støtte for validering

Tabell 1 Matematiske resonneringsprosessar (eigen omsetjing frå Skott & Valenta, 2022, s. 64; Jeannotte & Kieran, 2017)

2.1.2 Argumentasjon og bevis

Argumentasjon og bevis er ord som gjerne blir omtalt i lag, men kor like omgrepa er, er spreitt blant fleire teoretikarar. Nokre meiner det er eit klart skilje mellom desse to omgrepa, medan andre omtalar desse i lag (Stylianides et al., 2016, s. 316). Stylianides et al. (2016) formidlar at fleire forskarar, deriblant at Boero et al. (1996), beskriv argumentasjon med at ein skal overtyda seg sjølv eller andre om at ein påstand er sann eller usann, der ein ikkje er avhengig av matematisk gyldigheit (s. 316). Skott og Valenta (2022) beskriv derimot bevis som ein matematisk gyldigheit der ein tar i bruk kjende faktorar for fellesskapet og at det blir uttrykt på ein passande måte (s. 64). I tillegg legg Stylianides et al. (2016) fram at ikkje all form for argumentasjon, vert knytt direkte til bevis, men at det er moglegheit for det. Nokre argumenterande situasjonar kan vere knytt til eksempelvis generalisering og utforsking av eksemplar, noko som ikkje nødvendigvis kvalifiserast som bevis (s. 317).

Stylianides (2008) laga ein modell som vert kalla resonnering-og-bevis. Denne modellen tar for seg matematiske komponent, psykologiske komponent og pedagogiske komponent. Blant dei matematiske komponenta finn ein argumentasjon knytt til bevis. Han set argumentasjonsomgrepet tett med bevisomgrepet, noko som tyder på at han meiner desse omgrepa heng i lag (s. 9-10). Argumentasjonane kategoriserer han innanfor gyldige og ugyldige bevis, som skal sjåast i lys med Lannin (2005) sine argumentasjonsmetodar i delkapittelet under. Innanfor den psykologiske komponenten som Stylianides (2008) presenterer, fokuserer rammeverket på eleven. Her kan ein kartlegge korleis eleven løyser oppgåver eksempelvis knytt til bevis. Ein kan då undersøke om eleven argumenterer på eit gyldig nivå eller om hen ikkje har fått kunnskapen nok om kva det vil seie å argumentere gyldig (s. 12). Den pedagogiske komponenten inneheld både den matematiske og den psykologiske komponenten. Dette handlar om forholdet mellom desse to komponentane og korleis dei påverkar kvarandre (Stylianides, 2008, s. 12).

	Resonnering-og-bevis			
Matematisk komponent	Lage matematiske generaliseringar		Gje støtte til matematiske påstandar	
	Identifisere mønster	Lage ei meining (formodning)	Å gje eit bevis	Å gje eit ikkje-bevis argument
	• Truverdig mønster • Bestemt mønster	• Meining	• Generisk eksempel • Demonstrasjon	• Empirisk argument • Rasjonell
Psykologisk komponent	Kva er løysaren si oppfatning av naturen til eit mønster/meining/bevis/ikkje-bevis argument?			
Pedagogisk komponent	Korleis er den matematiske naturen til eit mønster/meining/bevis/ikkje-bevis argument samanlikna med løysaren si oppfatning av denne naturen? Korleis kan den matematiske naturen til eit mønster/meining/bevis/ikkje-bevis argument bli gjennomsiktig for lesaren?			

Tabell 2 Resonnering-og-bevis (eigen omsetjing frå Stylianides, 2008, s. 10)

Stylianides (2008) tar utgangspunkt i definisjonen om bevis som Stylianides (2007) nyttar. Den definisjonen går både på argumentasjon og bevis. Han forklarar bevis som eit matematisk argument, der ein ved å argumentere må verifisere eller motvise ein matematisk påstand. Dette gjer ein ved bruk av:

1. Aksepterte sanningar. Dette punktet handlar om at i eit klasserom er det ulike definisjonar og samanhengar som er kjent for fellesskapet. Eit eksempel på det kan vere at alle partal er deleleg med to. Desse aksepterte sanningane treng ikkje noko meir forklaring, nemleg fordi dei er kjent for alle i fellesskapet.
2. Resonneringsform. For å argumentere og bevise er ein nøydd å bruke ei riktig form for resonnering. Dette ved at det er kjent eller innanfor rekkevidde for fellesskapet ein deltar i.
3. Uttrykkingsform. Ein uttrykke argumentet på ei form som er kjent eller innanfor rekkevidde for fellesskapet ein deltar i (s. 291).

I denne studien skal elevane argumentere kring oppgåver der ein skal avklare ein hypotese. Oppgåvene krev ein form for grunngjeving og validering som støttar oppunder krava Stylianides (2007) beskriv i sin definisjon (s. 291). Difor vil hans definisjon vere utgangspunktet for argumentasjonsomgrepet vidare i denne studien

2.2 Gyldig og ugyldig argumentasjon

I matematikk finn ein fleire rammeverk for argumentasjon, og det stillast krav til kva som kan godkjennast som ein gyldig argumentasjon. Lannin (2005) presenterer ein modell der ein kan identifisere kva slags form for argumentasjon det er og om den kan kvalifiserast som gyldig eller ikkje (s. 236). Samanlikna med tabellen til Stylianides (2008) (sjå tabell 2), kan ein definere kva som inngår i dei ugyldige og gyldige formane for argumentasjon. Tabellen under er henta frå Lannin (2005), og er oversett til norsk (s. 236).

	Argumentasjonsnivå
Ugyldig argumentasjon	Nivå 0: Ingen argumentasjon
	Nivå 1: Appellere til ein ekstern autoritet
	Nivå 2: Empirisk argumentasjon
Gyldig argumentasjon	Nivå 3: Generisk eksempel
	Nivå 4: Deduktiv argumentasjon

Tabell 3 Argumentasjonsnivå (eigen omsetjing frå Lannin, 2005, s. 236)

2.2.1 Ugyldig argumentasjon

Nivå 0 som er at eleven ikkje kjem med noko form for argumentasjon, gjeld ikkje som ein gyldig argumentasjon (Lannin, 2005, s. 236). Eit eksempel som inngår på dette nivået, er at eleven ikkje kjem med noko form for svar. På nivå 1, appellerer eleven til ein ekstern autoritet. Det vil seie at eleven grunngjev svaret sitt ved å referere til nokon andre, gjerne med eit høgare kunnskapsnivå enn seg sjølv. Eksempelvis kan eleven seie at «partal + partal = partal, fordi læraren sa det». Dette verifiserast ikkje som ein gyldig metode (Lannin, 2005, s. 236).

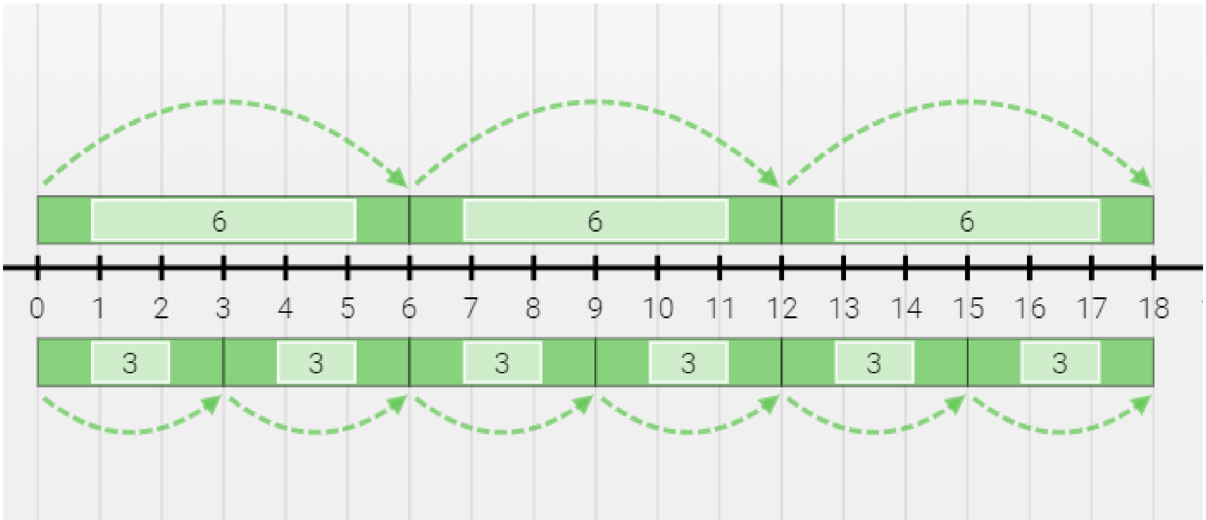
Den siste ugyldige argumentasjonsmetoden Lannin (2005) presenterer, er empirisk argumentasjon (s. 236). Som nemnt innledingsvis er dette ein metode som ofte vert nytta blant elevane og som også nokre lærarar godkjenner som gyldig (Stylianides, 2007, s. 298). Empirisk argumentasjon går ut på at ein argumenterer ved å vise til konkrete eksempel. Det vil seie at ein ikkje argumenterer deduktivt for kvifor noko stemmer, men at ein testar seg fram ved bruk av eksempel. Til dømes kan ein empirisk argumentasjon sjå slik ut: «Partal + partal = partal, fordi 2+2= 4 og 6+8 = 14, både 4 og 14 er partal, så dette stemmer» (Lannin, 2005, s. 236). Stylianides (2008) forklarar også empirisk argumentasjon som ein ugyldig argumentasjon. Grunnen til at dette er ugyldig, er nettopp fordi ein argumenterer ved hjelp av konkrete eksempel, utan vidare grunngjeving og forklaring for kvifor påstanden faktisk stemmer eller ikkje. Det blir gjerne testa mange eksempel slik at det skal vere bevis nok for at noko stemmer (s. 12).

Stylianides (2008) har i sin modell to ugyldige metodar for argumentering av bevis. Den eine er empirisk eksempel, som nemnt over, og den andre er kalla *rasjonell*. Om argumentet til eleven er rasjonelt brukar dei ikkje noko formar for aksepterte sannheitar eller validerer grunngjevinga for påstanden nok (s. 12). Stylianides (2008) kjem med eit eksempel på eit rasjonelt argument: «If you add two odd numbers, the two ones left over from the two odd numbers (after circling them by twos) will group together and will make an even number" (Stylianides, 2008, s. 12). I motsetning til dei to fyrste argumentasjonsnivå til Lannin (2005), kjem eleven her med ei forklaring på kvifor det stemmer. Likevel nyttar ikkje eleven seg av definisjonane om partal og oddetal, noko som difor gjer dette til eit ugyldig argument (Stylianides, 2007, s. 291).

2.2.2 Gyldig argumentasjon

Vidare presenterer Lannin (2005) to gyldige argumentasjonsformer. Nivå 3 av argumentasjonsformene kallast generisk eksempel (s. 236). Dette argumentet er også blant argumentasjonsformene Stylianides (2008) presenterer i sin modell. På dette nivået nyttar ein konkrete eksempel i argumentasjonen sin, likt som empirisk argumentasjon. Likevel er det ein vesentleg forskjell på dei, då generisk eksempel nyttar eksempel som eit grunnlag for vidare argumentasjon. Eksempelet blir brukt på ein generell måte, der ein deduktivt argumenterer for at det spesifikke tilfellet kan bli bytta ut med generelle tilfelle. Generisk eksempel blir gjerne representert ved bruk av teikningar og figurar (Lannin, 2005, s. 236; Stylianides, 2008, s. 11). Her er eit forslag til korleis ein kan argumentere med eit generisk eksempel:

> Hypotese: Alle tall som er delelig med 6 er også delelig med 3.



Figur 1 Generisk eksempel (eigen teikning frå Valenta, 2015, s. 12)

> Vi kan se på 48 som 8*6. Det blir 6+6+6+6+6+6+6+6. Vi kan dele hver 6-er i to 3-ere. Da blir 48=3+3+…+3 16 ganger. Da er 48= 16*3 og altså delelig med 3. Det kan vi gjøre uansett hvilket tall som er delelig med 6. Vi starter med å dele opp hver 6-er i to 3-ere, og ser da at tallet er delelig med 3 også. (Valenta, 2015, s. 12)

Det ein ser her er at ein brukar eit konkret eksempel som utgangspunkt, og deduktiv argumenterer for korleis dette kan gjelde for alle tilfelle i den gitte situasjonen (Lannin, 2005, s. 236).

Den siste argumentasjonsforma, nivå 4, kan ein seie høyrer meir til på dei eldre klassetrinna enn dei lågare. Deduktiv argumentasjon inneberer at ein deduktivt argumenterer utan at ein spelar på noko eksempel (Lannin, 2005, s. 236). Stylianides (2008) kallar denne typen argumentasjon for demonstrasjon, og forklarar det som at ein argumenterer utan å vere avhengig av å nytte seg av spesielle tilfelle (s. 11). Ball og Bass (2003) kjem med følgjande eksempel på argumentasjon:

> All odd numbers if you circle them by twos there's one left over. So if you add two odd numbers, the two ones left over from the two odd numbers will group together and will make an even number. This because all even numbers if you circle them by twos there's none left over. (Ball & Bass, 2003, s. 39)

Det som er interessant med dette eksempelet, er at dette er det same som vart nytta i det rasjonelle argumentet, men med to setningar ekstra. Her brukar eleven definisjonar og aksepterte sanningar for å grunngjeve og validere kvifor sjølve påstanden stemmer, slik at argumentet blir gyldig (Stylianides, 2008, s. 12). Det er her truleg kjent for elevane at oddetal kan delast inn i to, men at det er alltid ein til overs. Då kan ein bruke det i argumentet og samtidig forklare kva du faktisk gjer for å få det til.

Modellane til Lannin (2005) og Stylianides (2008) blei brukt både i arbeidet med å analysere og diskutere, med hovudfokus på empirisk argumentasjon og generisk eksempel. Grunnen til at det er desse to argumentasjonsformene som er hovudfokus, er fordi det er bevist at ikkje-empiriske argumentasjonar skal vere overkommeleg for elevar (Stylianides, 2007, s. 298), men at nivå 4 av Lannin (2005) sin modell er noko som er utanfor kompetansekravet til elevar på barneskulen (Utdanningsdirektoratet, 2020).

2.3 Vegen mot argumentasjon

2.3.1 Diskurs

Sfard (2007) beskriv matematikk som ein type diskurs. Diskurs er ein form for kommunikasjon med seg sjølv eller andre, og det er med på å definere eit gitt fellesskap. Ein diskurs inkluderer dei som kjenner til det gitte fellesskapet og utelet dei som ikkje er kjent. Med det meiner ein at innanfor ein matematisk diskurs har ein ulike praksisar som kjenneteiknar diskursen og som deltakarane av diskursen kjenner til: *ord, visuelle mediatorer, narrativ og rutinar* (Sfard, 2007, s. 571). Ord innanfor ein matematisk diskurs handlar om ord ein brukar i fellesskapet og i forståing av kva ein snakkar om. Eksempel på ord i ein matematisk diskurs kan vere *sum, partal, bevis, hypotese*. Desse orda er med på å skape ei forståing i og for fellesskapet og er med på å forme korleis ein ser verden (Sfard, 2007, s. 571).

Visuelle mediatorer er praksisar som er med på å lette kommunikasjonen i diskursen. Døme på visuelle mediatorer kan vere teikningar, figurar, tabellar eller liknande, som er med på å konkretisere og visualisere det ein ynskjer å kommunisere (Sfard, 2007, s. 571). Visuelle mediatorer kan ein sjå samanheng til med det Duval (2006) presenterer som representasjonar. Det er også noko som skal hjelpe og lette kommunikasjonen, og blir beskrive som noko som står for noko anna (s. 103). Representasjonar kan vere mellom anna visuelle, munnlege og symbolske, deriblant bruk av teikningar, figurar, vanleg utrekning, tabellar med meir (s. 110). Duval (2006) forklarar representasjon som ein del av eit kognitiv paradoks, der ein må bruke ein form eller fleire formar for representasjonar for å arbeide med matematikk (s. 107). I LK20 har representasjonar og kommunikasjon blant sine kjerneelement, noko som viser at representasjonar er med på å påverke kommunikasjonen og at dette er noko som arbeidast med i den norske skulen (Utdanningsdirektoratet, 2020).

Narrativ i ein matematisk diskurs er utsegn eller påstandar om eit matematisk objekt, som enten blir godkjent eller forkasta av fellesskapet. Dette kan mellom anna handle om relasjonar mellom objekt eller vere ei beskriving av eit objekt. Det som er godkjent som matematiske narrativ er blant anna teorem, bevis og definisjonar (Sfard, 2007, s. 572). Eit eksempel på eit narrativ innan den matematiske diskursen er: *alle partal er deleleg med to.* I nokre etablerte diskursar, er dette tilfellet av narrativet godkjent, og noko ein ikkje treng å grunngjeve for kvifor stemmer. Eksempelvis kan ein bruke dette som eit argument i ein gitt situasjon, utan å utdjupe det nærare (Sfard, 2007, s. 572). *Rutinar* innan den matematiske diskursen er handlingsmønster som skjer gjentakande. Slike rutinar kan vere korleis ein behandlar ord, korleis og når ein nyttar visuelle mediatorer, eller rutinar for å godkjenne ulike narrativ (Sfard, 2007, s. 572).

Diskursrammeverket er noko som ikkje vil prege analysen i denne masteroppgåva i noko stor grad. Likevel kan det kome fram eksempel der praksisane over kjem til syne i datamaterialet. I all hovudsak vil diskursrammeverket verte tatt opp som ein del av diskusjonskapittelet, og difor er det definert i teorikapittelet.

2.3.2 Oppgåvestruktur

I matematikkfaget finn ein fleire forskjellige typar oppgåver, og læraren sitt val av oppgåver er ein faktor som er med på å få eit fellesskap der ein kan resonnere, argumentere og utvikle bevis (Doerr & English, 2006). Nokon oppgåver er tradisjonelle, der ein har ein fasit og ein nokolunde fast struktur som ein følger for å løyse oppgåvene. Andre oppgåver er meir rike som får elevane til å utfolde seg og utforske matematikkverden (Alrø & Skovsmose, 2002, s. 45; Skovsmose, 1998, s. 42). Dei tradisjonelle oppgåvene er ofte dei ein finn i matematikkbøkene sine, og som ein set elevane til å jobbe med for seg sjølv. Her har gjerne læraren først vist ein teknikk, og kan i etterkant sjå svara til elevane (Alrø & Skovsmose, 2002, s. 45).

Opne oppgåver er ifølgje Skovsmose (1998) oppgåver der ein skal utforske, velje metodar, anvende kunnskap og der ein tar eigne slutningar. Det er oppgåver elevane vil dra nytte av og lære mykje av (s. 42). Det kjem fram i artikkelen til Mueller et al. (2014) at opne oppgåver kan vere med på å fremje ein matematisk diskurs (s. 3). Problemløysingsoppgåver er døme på open oppgåve der ein ikkje har ein spesiell framgangsmåte, men ein må tenke produktivt (Lesh & Zawojewski, 2007). Om det derimot ikkje er eit problem å løyse oppgåva, kan ein kalle oppgåva ei rutineoppgåve (Zeitz, 2007, s. 4). I arbeid med resonnering, kan problemløysing vere ei potensiell type oppgåve å jobbe med. Her kan til dømes argumentasjon vere ein fase av oppgåveløysinga i form av blant anna verifisering (Lithner, 2008, s. 260). Som tidlegare nemnt må elevane i arbeidet med argumentasjon, kunne anvende kunnskap i form av resonnering og nytte aksepterte sanningar (Lannin, 2005), I problemløysingsoppgåver får elevane utforska nye kunnskapar og bruke den kunnskapen dei har frå før til å finne løysingar på problemet (Skovsmose, 1998, s. 42). Dette tyder på at skal ein arbeide med argumentasjon, bør oppgåvene vere av den meir opne sorten, og ikkje nødvendigvis ha ein fast struktur. I tillegg kan problemløysingsoppgåver vere med på å motivere og vere underhaldande for nokre av elevane (Hana, 2014, s. 207).

2.4 Lærarrolla i arbeid med argumentasjon

2.4.1 Lærarrolle i arbeid med generisk eksempel

Lærar har ei viktig rolle i elevar sitt arbeid med argumentasjon, mellom anna for å få elevane til å argumentere på ein gyldig måte (Stylianides, 2007, s. 290). Som kjent har elevane ein tendens til å argumentere empirisk, noko som kan vere fordi dei manglar kunnskap om kva generisk eksempel er. Likevel har dei moglegheit til å kunne klare å argumentere gyldig heilt frå barnetrinnet av (Stylianides, 2007, s. 298). Lærarar må då vere bevisste på kva som er gyldig argumentasjon og ha fokus på dette i undervisninga. Reid og Vallejo Vargas (2018) fortel om viktigheita av læraren si rolle når elevane skal arbeide med generiske eksempel. Rø og Arnesen (2020) har utvikla dette til to punkt, noko som Krogh Arnesen (2022) har presentert på norsk i sin artikkel:

- Argumentet konkluderer med den generelle påstanden man skulle bevise;
- Argumentet inneholder et resonnement på eksempelet (den matematiske nøkkelideen for beviset synes i eksempelet), i tillegg til en eksplisitt løfting av

> dette resonnementet til det generelle. (Rø & Arnesen, 2020 sitert i Krogh Arnesen, 2022, s. 6)

Som ein ser i desse punkta, må læraren legge til rette for at elevar skal utvikle resonnement som inkluderer eksempel og eksplisitt løfting til det generelle. I nokre tilfelle ynskjer elevar å kome direkte til det generelle, utan å vere innom på eksempelnivå. Dette framstiller Krogh Arnesen (2022) som greitt, dersom det er kjent for fellesskapet (s. 7), altså godkjent i den matematiske diskursen (Sfard, 2007). Likevel er dette noko som kan skape forvirring blant elevane, nemleg fordi det nødvendigvis ikkje inngår i deira felles diskurs (Krogh Arnesen, 2022, s. 7). Det å spele på det elevane kan, nemleg å vise til eksempel, eller teikne, kan vere ein grei måte til å forstå strukturen på ein konkret måte. Då kan ein bruke det konkrete og det kjente for elevane, til å løfte det eit hakk vidare, nemleg å gjere det til det generelle (Krogh Arnesen, 2022, s. 7; Stylianides, 2007). Då må elevane forklare kvifor og korleis dette kan gjelde for alle tal utan om eksempelet (Krogh Arnesen, 2022, s. 7).

2.4.2 Lærarrolle i kommunikasjonen med elevane

I likskap med oppgåveval, er korleis lærarar er i samtalane med elevane i klasserommet, ein viktig faktor på å utvikle elevane i arbeidet med argumentasjon, resonnering og bevisutvikling. Det er faktorar som rettleiing, korleis ein lyttar til eleven og normene dei etablerer i klasserommet som er med på å påverke nettopp dette (Makar et al., 2015, s 1119; Mueller et al., 2014, s. 15-17). Alrø og Skovsmose (2002) fortel at kommunikasjon er ein viktig del i ein læringsprosess. Dei seier at læring er noko som skjer på det personlege plan, men også i samhandling med andre. Kvaliteten på det ein kommuniserer er med på å påverke læringa. Det vil sei at innhaldet i det ein kommuniserer vil forme kva partane i dialogen lærer (s. 1-2).

Det finst fleire teoriar som går på lærargrep i kommunikasjonen med elevar i matematikkfaget. Mellom anna finn vi teoriar som går på å bygge på elevar sine tankar for å skape diskusjon i faget (Smith & Stein, 2011), og analyseverktøy for å finne ut kva elevar tenker i starten av ein time (Leatham et al., 2015). Cengiz et al. (2011) har utvikla eit rammeverk kalla *Extending student thinking* (EST), som går ut på lærar sin rolle i elevar sitt arbeid med å utvikle og fremje resonnering, reflektering og grunngjeving. EST-rammeverket har instruksjonshandlingar som går på framkallande, støttande og utviklande handlingar, som skal vere med på å utvikle elevane (s. 357).

Ellis et al. (2019) har utvikla TMSSR-modellen. Dette er ein modell som har eit endå større fokus retta mot resonnering, enn somme av rammeverka nemnt over. Modellen er delt inn i fire kategoriar, ut i frå korleis læraren er med på å støtte elevane sin resonnering i matematikktimane. Lærargrepa eller innspela læraren kjem med, er noko Ellis et al. (2019) har forsøkt å plassere som lågt potensial eller høgt potensial for betring av elevane si resonnering (s. 117). Dette er noko Ellis et al. (2019) har underteikna at ikkje er ein fasit, men noko ein kan ta i betraktning. Dei påpeikar vidare at same lærargrep kan føre til forskjellige utfall. Lærargrepet som er på same linje innanfor same kategori, er den same type grep, men med ulikt potensial (s. 116).

Skott og Valenta (2022) har i sin artikkel utvikla ein norsk versjon av Ellis et al. sin modell. Eg har laga min eigen versjon av denne og vil presentere den under. Tabellen vart nytta i arbeid med å analysere funna i studien min. Ellis et al. (2019) har også utforma tabellar som eksemplifiserer kvart grep i modellen. Desse er oversett til norsk i Skott (2021) si masteroppgåve. Eg har også laga eigen versjon av desse tabellane, som vert presentert under kvar kategori. Forklaringane har vore til hjelp i analyseringa av datamaterialet.

	Lokke fram eleven si resonnering		**Respondere på eleven si resonnering**	
	Lavt potensiale	**Høgt potensiale**	**Lavt potensiale**	**Høgt potensiale**
	Lokke fram svar Lokke fram fakta eller prosedyrar Etterspørje avklaring Setje seg inn i eleven sitt resonnement Undersøkje eleven si forståing	Lokke fram idear Lokke fram forståing Etterspørje forklaring	Rette eleven sine feil Repetere eleven sitt utsegn Oppmuntre til at elevar repetere kvarandre sitt utsegn Validere eit korrekt svar	Oppmuntre til å rette opp feil Representere på eit anna vis
	Fremje eleven si resonnering		**Utvide eleven si resonnering**	
	Lavt potensiale	**Høgt potensiale**	**Lavt potensiale**	**Høgt potensiale**
Rettleiing	Sørge for fokus på eitt aspekt Stille ledande spørsmål Bryte ned oppgåva	Tilby rettleiing Oppmuntre til fleire løysingsstrategiar Bygge vidare på elevane sitt bidrag	Oppmuntre til evaluering Etterspørje nøyaktigheit Bryte ned argumentasjon	Oppmuntre til refleksjon Oppmuntre til resonnering Etterspørje argumentasjon
Tilførsel	Gje generell informasjon Gje forklaring på ei prosedyre Gje ei oppsummering av ei oppgåve	Gje alternative løysingsstrategiar Gje omgrepsmessig forklaring		Etterspørje generalisering

Tabell 4 TMSSR (modifisert etter Skott, 2021, s. 26; Ellis et al., 2019, s. 117)

Kategorien *Lokke fram resonnering* (lokkar) handlar om at læraren skal forstå elevane sine bidrag i resonneringa. Læraren brukar her metodar for å både avklare og få fram det som elevane tenker og gjer (Ellis et al., 2019, s. 118). Delen som er av høgt potensial for å utvikle resonneringa er lærargrep som får læraren til å forstå og eleven til å forklare seg og kome med idear. Lærargrep som fremjar eit lågare potensial, er meir etterspørjing av svar og fakta. I denne kategorien er det ein enorm moglegheit å få vite korleis elevane tenker ved at dei sjølv brukar munnlege ferdigheiter og at læraren kan setje i gang ein tankeprosess (Ellis et al., 2019, s. 119). I EST-rammeverket er det også eit fokus på å framkalle elevane sine tankeprosessar, delt i ein felles klasseromsituasjon (Cengiz et al., 2011, s. 357).

Lokke fram eleven si resonnering		
	Grep	**Forklaring**
Lavt potensiale	Lokke fram svar	Lærar still spørsmål for å lokke fram svar på ei gitt oppgåve
	Lokke fram fakta eller prosedyrar	Lærar ber elvar resitere kjente fakta eller prosedyrar
	Etterspørje avklaring	Lærar still spørsmål for å få klarheit i kva eleven meiner
	Setje seg inn i eleven sitt resonnement	Lærar forsøker å forstå eleven si løysing, forklaring eller resonnement
	Undersøkje eleven sin forståing	Lærar still spørsmål for å vurdere eleven si forståing for ein matematisk ide
Høgt potensiale	Lokke fram idear	Lærar still spørsmål for å lokke fram eleven sine tankar om ein løysingsstrategi eller matematisk ide
	Lokke fram forståing	Lærar vurderer kva eleven forstår og forsøker å identifisere eleven si resonnering
	Etterspørje forklaring	Lærar ber eleven utdjupe tankar, forklare resonnement eller dele resonnement

Tabell 5 Lokke fram eleven si resonnering (modifisert etter Skott, 2021, s. 27; Ellis et al., 2019, s. 119)

Etter at eleven forklarar korleis hen har tenkt og korleis hen resonnerer, må læraren respondere på det som vert sagt. Denne kategorien kallast *Respondere på elevens resonnering* (responderar). Det handlar om dei grepa læraren nyttar i den responderande kommunikasjonen med elevane. Også her er det ulike måtar å tre fram på, og det vil potensielt sett gje ulik verdi på utviklinga (Ellis et al., 2019, s. 118). Ellis et al. (2019) får fram at det å få eleven til å gjere om på sine eigne feil og representere på nytt er det som vil utvikle eleven best. At læraren sjølv rettar og får andre elevar til å rette vil derimot ikkje gje eleven moglegheit til å bidra sjølv og dermed ha eit lågare potensial for utvikling. Det er tydeleg at eleven sjølv bør forstå og eventuelt endre på eigne feil for å utvikle si resonnering (s. 120).

Respondere på eleven si resonnering		
	Grep	**Forklaring**
Lavt potensiale	Rette eleven sine feil	Lærar korrigerer eleven sine feil direkte, eller gjev eit meir korrekt svar.
	Repetere eleven sine utsegn	Lærar repeterer eleven sitt svar enten skriftleg eller munnleg, for å gjere svaret tilgjengeleg for medelevar
	Oppmuntre til at elevar repeterer kvarandre sitt utsegn	Lærar ber medelevar gjenta ein elev sin ide eller løysingsstrategi
	Validere korrekt svar	Lærar validerer korrekte svar gjennom å gjenta, formulerer på nytt eller legge til informasjon til eleven sitt svar
Høgt potensiale	Oppmuntre til å rette opp feil	Læraren oppmuntrar eleven til å rette opp eigne feil
	Representere på eit anna vis	Ein form for gjentaking kor læraren gjev ein alternativ representasjon av ein elev sin ide eller strategi for å gjere den tilgjengeleg for medelevar. Læraren kan organisere, formulere på nytt eller formalisere det eleven i utgangspunktet delte.

Tabell 6 Respondere på eleven si resonnering (modifisert etter Skott, 2021, s. 28; Ellis et al., 2019, s. 120)

Kategorien *Fremje elevens resonnering* (fremjar) handlar om at læraren legg til rette for eleven si resonnering og at eleven sjølv skal delta i denne prosessen. Kategorien er delt i to, der eine delen handlar om rettleiing og andre handlar om tilføring. Rettleiing med høgt potensial er ifølgje Ellis et al. (2019) å gje rettleiing som får eleven på rett spor eller for eksempel råde om å prøve andre metodar for løysing. Det som derimot vil vere av lågt potensial kan vere å gje hint, eller å bryte ned oppgåva. Då får ikkje eleven på same måte prøvd seg skikkeleg. Når det gjeld tilføring til elevane si resonnering er det for eksempel å gje omgrepsforklaring for å skape tryggheit og forståing for elevane som er innspel med høgt potensial. På den måten kan ein unngå forvirringar og usikkerheit. Innspel med lågare potensial vil vere å gje informasjon og forklare prosedyrar for korleis ein kan løyse oppgåva. Det gjentakande i denne kategorien er også at eleven sjølv skal vere deltakande i heile prosessen og ikkje bere delar av den (Ellis et al., 2019, s. 120-121, 124).

Fremje eleven si resonnering			
		Grep	**Forklaring**
Lavt potensiale	**Rettleiing**	Sørge for fokus på eit aspekt	Lærar indikerer at eleven skal fokusere på eit spesifikt aspekt ved ei oppgåve, ide eller løysing
		Stille ledande spørsmål	Lærar still ledande spørsmål for å leie eleven i ei retning
		Bryte ned oppgåva	Lærar bryt ned oppgåva og reduserer kompleksiteten gjennom å stille stadig enklare spørsmål, slik at svaret nærast blir avslørt til slutt
	Tilførsel	Gje generell informasjon	Lærar gjev generell informasjon på korleis ei prosedyre skal utførast gjennom å skissere løysingsstrukturen
		Gje forklaring på ei prosedyre	Lærar gjev ei forklaring på korleis ei prosedyre skal utførast gjennom å skissere løysingsstrukturen
		Gje ei oppsummering av ei oppgåve	Lærar gjev ei oppsummering av tankar eller informasjon om ei oppgåve
Høgt potensiale	**Rettleiing**	Tilby rettleiing	Lærar rettleier gjennom å gje hint om potensielle strategiar utan å avsløre løysingsstrategiar
		Oppmuntre til fleire løysingsstrategiar	Lærar oppmuntrar eleven til å finne eller bruke ulike løysingsstrategiar
		Bygge vidare på elev sitt bidrag	Lærar bygg på elev sitt bidrag for å oppnå ny forståing, eller oppmuntrar elevar til å bygge kvarandre sitt bidrag.
	Tilførsel	Læraren gjev alternative løysingsstrategiar	Læraren gjev ei ny eller annleis forklaring på eit problem
		Læraren gjev omgrepsmessig forklaring	Læraren gjev ei forklaring med fokus på kvifor, ikkje korleis

Tabell 7 Fremje eleven si resonnering (modifisert etter Skott, 2021, s. 29-30; Ellis et al., 2019, s. 121-122)

Både i kategori 2 og 3, kan ein sjå likskapstrekk med kva Cengiz et al. (2011) fremjar i sitt EST-rammeverk under det som handlar om støttande handlingar. Ein kan mellom anna støtte ved å respondere, eller støtte ved å fremje elevane sine resonnement. Lærargrep dei kjem med er for eksempel å vise andre måtar å representere på eller å minne eleven på til dømes målet med oppgåva. Desse instruksjonshandlingane som blir presentert her, er ikkje kategorisert i lågt eller høg potensial for utvikling, men forslag til metodar for korleis ein kan utvikle elevane (s. 357)

Siste kategori i TMSSR-modellen kallast *Utvide elevens resonnering* (utvidar) og det er her ein som lærar verkeleg har moglegheit til å la elevane utforske og utfolde seg. Ved å oppfordre elevane til å argumentere, generalisere, reflektere og resonnere vidare, kan elevane få ei enorm moglegheit til å utvikle læringa si. Etter Ellis et al. (2019)

kategoriserast dette som eit høgt potensial for utvikling (s. 123-124). Albano og Dello Iacono (2019) støttar oppunder dette og meiner at elevane sine forklaringar vil ha positiv effekt på deira forståing og læring. I tillegg vil det synleggjere tenkinga, som vil vere med på å utvikle refleksjonane deira (s. 1).

<table>
<tr><th colspan="4">Utvide eleven si resonnering</th></tr>
<tr><th colspan="2"></th><th>Grep</th><th>Forklaring</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Lavt potensiale</td><td rowspan="3">Rettleiing</td><td>Oppmuntre til evaluering</td><td>Læraren spør elevar om dei er einige i kvarandre sitt svar eller forklaringar.</td></tr>
<tr><td>Etterspørje nøyaktigheit</td><td>Lærar ber eleven gje eit eksakt svar eller vere nøyaktig i arbeidet.</td></tr>
<tr><td>Bryte ned argumentasjon</td><td>Lærar ber innleidingsvis om argumentasjon, men forenklar deretter spørsmåla slik at strukturen i argumenta vert avslørt.</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Høgt potensiale</td><td rowspan="3">Rettleiing</td><td>Oppmuntre til refleksjon</td><td>Læraren ber eleven reflektere rundt svar og forklaringar.</td></tr>
<tr><td>Oppmuntre til resonnering</td><td>Læraren oppmuntrar eleven til å tenke omkring ei oppgåve på ein omgrepsmessig måte.</td></tr>
<tr><td>Etterspørje argumentasjon</td><td>Læraren ber eleven forklare kvifor noko fungerer eller argumentere/bevise ein matematisk ide, strategi eller løysing.</td></tr>
<tr><td>Tilførsel</td><td>Etterspørje generalisering</td><td>Læraren ber eleven generalisere gjennom å formulere ein regel, beskrive ein generell prosess eller finne forbindelsar mellom ulike tilfelle.</td></tr>
</table>

Tabell 8 Utvide eleven si resonnering (modifisert etter Skott, 2021, s. 30-31; Ellis et al., 2019, s. 123-124)

Ellis et al. (2019) presiserer som nemnt at sjølv om dei har plassert desse kategoriane innanfor lågt og høgt potensial for utvikling av resonnering, så er det ikkje ein fasit på om det faktisk er slik. Det blir vektlagt at det er det viktig med både grep med lavt og høgt potensial i kommunikasjonen mellom elevane og læraren. Dermed er det ikkje berre til dømes innspel med høgt potensial som pregar samtalane mellom dei (s. 116).

2.5 Oppsummering av rammeverk

Rammeverka for denne studien er argumentasjonsnivåa til Lannin (2005) og Stylianides (2007), samt Ellis et al. (2019) sin TMSSR-modell. Argumentasjonsnivå-modellen vart nytta til å avdekke om elevane argumenterte gyldig eller ugyldig, både før og etter innspel frå lærar. I tillegg vart Stylianides (2007) sin definisjon av argument nytta til å kartlegge om det var eit argument elevane kom med. For å analysere innspela læraren brukte, blei TMSSR-modellen til Ellis et al. (2019) nytta. Der kartla eg innspela etter kategori og etter høgt og lavt potensial for utvikling av resonneringa. Både ved bruk av argumentasjonsnivåa og TMSSR-modellen, vart argumenta før og etter innspel frå lærar synleggjort. Dette er gunstig for å undersøke utviklinga og kva slags innspel som utvikla argumenta mest.

2.6 Tidlegare forsking

Tidlegare forsking viser fleire utfordringar som lærarar og elevar står ovanfor i arbeidet med argumentasjon i matematikkfaget (Stylianides, 2007). Ettersom at Stylianides knytt bevis og argumentasjon tett i hop, finn eg det relevant for min studie å vise tidlegare forsking om bevis. I tillegg vil tidlegare forsking om lærar sitt arbeid knytt til resonneringsprosessane til elevane vere relevant, då Jeannotte og Kieran (2017) plasserer argumentasjon som ein del av resonneringsprosessen.

2.6.1 Utfordringar med argumentasjon i skulen

Tidlegare forsking viser at elevar ofte argumenterer empirisk i skulen. Lannin (2005) er blant dei som viser at elevane gjerne ikkje veit forskjell på empirisk argumentasjon og generisk eksempel Dette sjølv om det har blir avklart i fellesskap at empiriske argument ikkje er gyldige (s. 251). Likevel viser studien til at elevar også kan å nytte generiske eksempel, og Stylianides (2007) seier at ikkje-empiriske bevis er overkommeleg for unge elevar. Det som derimot er urovekkande, er at forsking viser at nokre lærarar trur at empirisk argumentasjon er gyldig, noko det ikkje er rekna som (Stylianides, 2007, s. 298). Fleire lærarar er usikre på arbeidet med argumentasjon, då dette ikkje var ein del av deira skulekvardag når dei sjølv var elevar (Lithner, 2008, s. 268). Lannin (2005) legg vekt på at det er viktig for elevane si matematiske forståing, at dei forstår kva som er godkjente argumentasjonsformer (s. 254). Då er det essensielt at lærarar er og blir bevisste på kva som er gyldige former for argumentasjon.

Ettersom at argumentasjon og resonnering har tatt større plass i den norske skulen (Utdanningsdirektoratet, 2020), er det naturleg å tenke at det inngår meir i dagens lærarutdanning. I emnebeskrivinga av masterstudiet i fagdidaktikk i matematikk, står det mellom om ferdigheitene studentane skal sitte igjen med etter utdanninga. Det står: «Kan analysere læring og undervisning i matematikk innenfor ulike matematiske temaer, med utgangspunkt i aktuell teori» (NTNU, 2022). Argumentasjon er blant matematiske tema og ein tar utgangspunkt i relevant teori. Ut i frå dette kan ein tenke at argumentasjon er eit fokus i dagens utdanning (Utdanningsdirektoratet, 2020; Stylianides, 2007). Likevel kjem det fram av tidlegare forsking at dette eit utfordrande tema også for lærarstudentar (Belin & Akar, 2020). Dei synest at definisjonar av argumentasjonsomgrepa kan vere vanskeleg å forstå, samt bruke det i å generere og bruke eigne eksemplar i bevis. Det ein bør fokusere på i utdanninga er å understreke viktigheita med matematisk tenking og bli bevisst på og jobbe meir med arbeid med generiske eksempel (Belin & Akar, 2020, s. 1).

2.6.2 Arbeid i små grupper

Korleis ein skal arbeide med argumentasjonsoppgåver, eller matematikk generelt for å få best resultat og utviklingspotensial, finst det fleire studiar på. Blant anna har Lannin (2005) i si undersøking fått fram at det var heilklasse-situasjonane som var dei som gav mest rom for argument. I smågrupper derimot, vart det meir fokus på spesielle tilfelle og ikkje i like stor grad det generelle (s. 231). Ein annan studie som er nyleg gjennomført, omhandlar arbeid med matematikk i smågrupper. Den viser at undervisning i små grupper aukar elevane sitt læringsutbytte i faget (Bonesrønning et al., 2022, s. 7). Samtidig refererer dei til at tidlegare studiar ikkje viser spesielt auka grad av elevprestasjonar med undervising i smågrupper samanlikna med vanleg klassestørrelse (s. 7).

2.6.3 Argumentasjonsoppgåver

Det finnast fleire typar oppgåver ein kan jobbe med i arbeidet med argumentasjon i skulen. Som det vart nemnt i kapittel 2.3.2 er problemløysingsoppgåver ein av dei strukturane som kan nyttast (Lithner, 2008, s. 260). I Lannin (2005) sin studie vart det nytta generaliseringsoppgåver. Generalisering er ein resonneringsprosess der ein mellom anna kan identifisere mønster eller sjå samanhengar (Stylianides, 2008, s. 10). Med desse generaliseringsoppgåvene fekk ein undersøkt både kva slags løysingsstrategiar elevane brukte for å løyse oppgåvene. Samt korleis dei argumenterte for at løysingane stemte. Som tidlegare nemnt, kom det fram i Lannin (2005) sin studie at det var uklart om elevane såg forskjell på empirisk argumentasjon og generiske eksempel (s. 251)

Sutherland og Rojano (1993) brukte rekneark som eit hjelpemiddel for elevane i sin studie. Det vart vist at rekneark kan hjelpe elevane å trekke samanheng frå uformelle idear til formelle idear, og hjelpe dei i bruken av gode generaliseringsstrategiar (Lannin, 2005, s. 236-237). Det som er positivt med å bruke rekneark som hjelpemiddel er at det gjev elevane moglegheit til å fokusere meir på generaliseringsprosessen i staden for dei store utrekningane. Likevel viser forskinga at utfordringa med rekneark er at det er lett for elevane å prøve ut tal eller eksempel for å sjå om desse fungerer (Lannin, 2005, s. 253). Denne utprøvingsmetoden kan fort verte knytt til empirisk argumentasjon, då dei ikkje ser samanhengen, men ser at eksempla stemmer (Lannin, 2005, s. 252).

2.6.4 Lærar si rolle i arbeid med argumentasjon

Korleis ein som lærar ser på arbeid med bevis, er med på å påverke korleis ein legg opp for undervisning knytt til temaet i skulen (Stylianides, 2007). Knuth (2002) seier at om ein ser på bevis som noko formelt, eit strengt argument, vil ein gjerne tenke at dette er noko som berre passar i vidaregåandeopplæring. Det som derimot mange då går glipp av, er nettopp arbeid med bevis i alle klassetrinn og utvikling av matematisk kunnskap (s. 84). Stylianides (2008) er også blant dei som understrekar at skulematematikken fokuserer meir på formelle bevis, noko som passar best for høgare klassetrinn (s. 9). Det er sagt at bevis og argumentasjon er noko ein kan arbeide med frå barneskulen av, og ein kan gå glipp av mykje matematisk læring dersom ein unngår dette. Det er nemleg slik at bevis ikkje treng å vere av den forma ein gjerne tenker at den skal vere, med store utrekningar og høgt nivå av matematiske ferdigheiter. Bevis finnast på fleire måtar og vil kunne gjennomførast av elevar nede på barnetrinnet (Stylianides, 2007, s. 298). Stylianides (2007) forset med å informere om at dersom lærarar legg opp til at ikkje-empiriske argument er det som anslåast for å vere dei korrekte allereie i dei små klassetrinna, kan ein sleppe å legge frå seg vanane om å endre dei når ein kjem høgare opp i skuleløpet. Det forutset at lærarar er beviste på kva som kan kategoriserast som gyldig argumentasjon (s. 299).

Det finnast ein del tidlegare forsking på korleis lærarar kan utvikle elevar si resonnering og argument. Makar et al. (2015) er blant dei som har undersøkt undervisning kring temaet argumentasjon i matematikk. Dei fokuserte på å lage klasseromnormer, der medelevar skulle støtte kvarandre og vere med på å utvikle kvarandre sine ferdigheiter. Med bruk av ulike responsmetodar på argumentasjonane til medelevane, klarte dei etter kvart å skape normer for denne type samarbeid, utan hjelp av lærar (Makar et al., 2015).

Vidare finn ein forsking på korleis ein kan utvikle elevar sitt arbeid med resonnering. Ellis et al. (2019) sin TMSSR-modell er blant dei som ser på lærar si rolle i elevane sin resonneringsprosess. Dette er modellen eg tar utgangspunkt i, i mi undersøking og analysering. Skott og Valenta (2022) er blant dei som har analysert sitt rammeverk ved hjelp av denne modellen. Dei fant mellom anna ut at lærarar ofte nytta dei lavt potensial for utvikling i kategoriane *lokkar, responderer* og *fremjar.* Innspel med høgt potensial for utvikling, viste seg derimot mest fram i kategoriane *fremjar* og *utvidar* når elevane hadde riktig svar på oppgåvene. Dei fekk også fram i sin artikkel at elevar og lærarar er engasjerte i arbeidet med resonneringsoppgåver (s. 78).

3 Metode

I dette kapittelet skal eg presenterer metoden eg har nytta i studien. Metodisk teori og metodisk praksis vil bli knytt ilag for å syne utval, innsamlingsmetode, gjennomføring og analyse av studien sin empiri. Sluttvis skal truverdigheita til prosjektet vurderast, og eg skal ta ei kritisk stilling til forskingsprosjektet.

3.1 Val av metode

Det er spesielt to forhold som er tatt omsyn til i prosessen med å velje metode for innsamling av datamaterialet i denne studien: min vitskapelege ståstad og forskingsspørsmåla knytt til studien. I denne studien held eg meg i eit fortolkande paradigme. Det vil sei at eg ser på kunnskap som ein samansetning av erfaring, som blir tolka ut i frå system eg allereie har. Den kunnskapen og det rammeverket eg sit på frå før, påverkar korleis eg forstår datamaterialet eg samlar inn og kva slags kunnskap eg vil sitte igjen med etter enda arbeid (Deetz, 1996, s. 193).

Med utgangspunktet i min vitskaplege ståstad, vil det vidare arbeidet med å velje metode vere påverka av forskingsspørsmåla for studien. For å undersøke lærar si rolle i elevane sitt arbeid med argumentasjon, ynskja eg å gå i djupna og få førespegla korleis situasjonar kunne oppstå og undersøke utfall av ulike lærargrep. Ein kvantitativ metode, som til dømes spørjeundersøking der ein får mykje data og lite forklaring, ville mest truleg ikkje gje meg dei svara eg var ute etter. Innspela til lærar ville bli meir hypotetisk enn realistisk (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 93).

Ein kvalitativ metode derimot, ville kunne gje meg moglegheit til å beskrive og forstå metodar lærar faktisk nytta i ein praktisk situasjon (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 113). Det finnast fleire metodar innan kvalitativ undersøking. Intervju er ein. Den vil ikkje syne ei konkret handling lærar gjer, men førespegle ein hypotetisk tanke om kva ein meiner ein gjer (Dalland, 2020, s. 102) Målet var å undersøke ein handlingssituasjon for å finne aktuelle situasjonar som kunne oppstå. Difor valte eg å ha observasjon som forskingsmetode (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 113). Å observere gav meg moglegheit til å bruke mine erfaringar og tidlegare kunnskap til å tolke det eg såt og høyrte (Dalland, 2020, s. 103).

3.2 Observasjon

Observasjon som metode gir moglegheit til å kunne analysere datamaterialet og kunne trekke samanhengar. Ein kan skape ei heilskapleg forståing, samt undersøke samspelet mellom lærar og elev (Dalland, 2020, s. 106). I denne masteren, var det å få eit heilskapleg bilete av kva slags argument elevane nytta både før og etter innspel frå lærar. I tillegg undersøke samspelet mellom lærar og elev ved å observere kva innspel lærar nytta for å betre elevane sin argumentasjon.

I observasjonen var det seks elevar på sjette trinn og ein matematikklærar som deltok. Elevane vart delt i to like store grupper, der dei separert skulle arbeide med bevisoppgåver i ein skuletime kvar. Læraren var til stade i begge gruppene sitt arbeid, det vil sei at læraren vart observert i omtrent 90 minutt totalt. Når forskar sjølv vel utvalet i forskinga, kan ein kalle det eit strategisk utval. Det vil sei at ein som forskar vel ut personar til å delta, ut i frå om ein trur dei vil kunne gje informasjon om det fenomenet ein er ute etter (Dalland, 2020, s. 59). Eg som forskar ynskja å undersøke elevar på mellomtrinnet sin argumentasjon før og etter innspel frå lærar. Eg ynskja og å undersøke kva slags innspel læraren kom med for å betre argumentasjonane til elevane. Det vil sei at eg valte mine informantar til å delta, ut i frå at elevane på mellomtrinnet og matematikklæraren kunne vere med på å gje meg den informasjonen eg var ute etter (Dalland, 2020, s. 59).

For å få tak i informantane som ville gje meg den informasjonen som er nødvendig, måtte eg ta kontakt med ein skule. Av praktiske årsaker, valde eg ein skule eg hadde kjennskap til. Rektor, matematikklærar og kontaktlærar til den aktuelle skulen vart spurt om dei ynskja å delta.

Med observasjon som metode kan ein gå fram på ulike måtar. Ein kan sjølv vere til stade i observasjonsmomentet og notere det ein sansar, eller ein kan ta video- og lydopptak av ein situasjon (Dalland, 2020, s. 103-105). Med sistnemnte har ein moglegheit til å få med fleire aspekt ved situasjonen, og ein kan gå tilbake i videoen fleire gongar for å hente informasjon (Dalland, 2020, s. 125-126). Eg ynskja å ha moglegheita til å finne fleire situasjonsaspekt som eg kunne analysere. Difor valde eg å nytte meg av video- og lydopptak. Utan video- og lydopptak måtte ha stolt på sansane mine, og då kunne mista noko ved konteksten. Eg ville nytte sjansen til å finne det aspektet eg ynskja å undersøke ved å kunne spele av opptaka fleire gongar (Postholm & Jacobsen, 2021, s.131). Eg fekk tilsendt kamera og lydopptakar frå NTNU Trondheim, som eg skulle nytte i observasjonen. Eg planla tid, rom og det praktiske rundt gjennomføringa med faglærar. Det praktiske som blei planlagt var mellom anna korleis ho skulle gå fram i deltakinga si i gruppeoppgåva og kvar eg skulle ha kamera i rommet. Eg ville at elevane skulle få prøve å løyse oppgåvene sjølv før lærar eventuelt skulle kome med innspel. Kva slags innspel og lærargrep ho nytta skulle ho få bestemme sjølv.

Likevel viser tidlegare forsking at lærarar er usikre på kva som ligg i eit gyldig argument, og ofte blir empirisk argumentasjon godtatt som eit gyldig argument (Stylianides, 2007, s. 298). Med det i betraktning valte eg å informere læraren eg skulle observere, kva som låg i eit gyldig argument. Eg sendte over artikkelen «Generiske eksempler som argumentasjon» (Krogh Arnesen, 2022) som både forklarte kva generisk eksempel er, og som viste ulike dømer på typar argumentasjon elevar kan kome med. Å sende over artikkelen gjorde eg for å skape klarheit i det eg skulle undersøke, og for at eg og ho skulle vere på same side når det gjaldt forståinga av argumentasjon (Grønmo, 2016, s. 186).

I tillegg til å sende over ein artikkel om generisk eksempel, sendte eg over Ellis et al. (2019) sin artikkel om fire kategoriar for innspel. Dette for at læraren sjølv skulle vere bevisst på eventuelle lærargrep, og for å få ei klarheit i kva eg ynskja å observere ved ho. Eg ynskja å skape ein tryggheit for læraren med at ho skulle gå til noko kjent, og ikkje noko uklart. Dette var for å skape trygge rammer både mellom meg og ho, men også mellom ho og elevane (Grønmo, 2016, s. 186).

Empirien som vart samla inn i observasjonen, bestod av lyd- og video-opptak. Med det fekk eg tilgang til elevane og læraren sine ytringar, i form av kommunikasjonar. Det var samtale mellom deltakarane, samt teikningar på tavla og elles uttrykk som deltakarane kom med. Observasjonen føregjekk på eit grupperom med tilgang til tavle og anna relevant utstyr. For å skape tryggast mogleg rammer for deltakarane, valte eg å ikkje vere til stade under gjennomføringa. Ved at eg ikkje var til stade i rommet, kunne eg heller ikkje påverke situasjonen som utspelte seg, noko som også ville gjere situasjonen meir trygg og ekte for elevane. Dette var for at elevane skulle oppleve det som eit gruppearbeid med kjende og trygge roller til stade (Dalland, 2020, s. 102). Ettersom at eg skulle både filme og ta lydopptak, var det mogleg å få gjennomført på denne måten. Kamera og lydopptakar vart plassert i rommet, og kamera blei flytta av lærar etter kor dei var i rommet. Det vil sei at hovudfokuset låg der dei hadde gruppearbeid, men om dei flytta seg til tavla, vart kamera snudd i den retninga.

Med video- og lydopptak oppheld ein mykje personopplysingar, noko som det er veldig strenge krav til. For å få løyve til å gjennomføre ein slik observasjon, må ein både få godkjenning av dei som skal delta og føresette (Dalland, 2020, s. 126). I tillegg er ein nøydd å søke om tillating til Norsk senter for forskingsdata (NSD) (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 252). Innhaldet i søknaden krevja mellom anna ei detaljert forklaring av prosjektet, og informasjonsskriv til informantane i observasjonen. I informasjonsskrivet sto det at det skulle verte nytta video- og lydopptak, og at eg ville oppbevare personopplysningar til deltakarane midlertidig. Informasjonsskrivet inneheldt i tillegg eit samtykkeskjema, med informasjon om at det var frivillig å delta.

I ein observasjonssamanheng skal informasjon gjevast til dei som får moglegheit til å delta. Å bli observert er ein uvanleg situasjon for mange. Ifølgje Grønmo (2016) er det viktig å førebygge usikkerheita dei mogleg vil føle på (s. 186). For å førebygge den eventuelle usikkerheita i denne situasjonen, valte eg å dele ut informasjonsskriv om prosjektet mitt personleg. Til faglærar delte eg ut informasjonsskrivet sjølv, medan til elevane delte eg ut saman med kontaktlærar. Då fekk eg forklare prosjektet mitt og gjennomføringa av datainnsamlinga mi til elevane. Informantane har rett på å vite at prosjektet er frivillig og bli informert om rettane dei hadde om eventuell deltaking (Grønmo, 2016, s. 186). Dette vart både presentert munnleg og informert om i informasjonsskrivet. Ved å vere til stade sjølv fekk både faglærar og elevane sjå meg og mitt prosjekt, noko som kan ha trygga situasjonen (Grønmo, 2016, s. 186). Meir informasjon om informasjonsskrivet står i kapittel 3.5.

3.3 Oppgåvene

Oppgåvene som vart nytta i studien er desse:

1. *Summen av tre påfølgande heiltal (tre heiltal etter kvarandre) er alltid deleleg med tre.* Forklar kvifor dette stemmer eller kvifor det ikkje stemmer.
2. *Summen av fem påfølgande heiltal (fem heiltal etter kvarandre) er alltid deleleg med fem.* Forklar kvifor dette stemmer eller kvifor det ikkje stemmer.
3. *Summen av to partal er alltid eit partal. (partal + partal = partal). Forklar kvifor dette stemmer eller kvifor det ikkje stemmer.*

Den første oppgåva er henta frå Krogh Arnesen (2022) sin artikkel om «Generisk eksempel som argumentasjon». Denne oppgåva valde eg fordi den vart nytta i Krogh sitt arbeid med argumentasjon på mellomsteget. Difor er denne oppgåva relevant i arbeidet mitt med argumentasjon. Eg valde vidare å ta med oppgåve to, som er relativt lik, for at det skulle vere ein moglegheit for elevane å sjå samanhengen mellom desse. Det vart ikkje lagt opp i oppgåva at elevane skulle sjå ein samanheng, men ettersom at oppgåvene er av same type, kunne situasjonen oppstå av seg sjølv. Den tredje oppgåva vart også brukt i Krogh Arnesen (2002) sin studie (s. 2). I tillegg til at den vart brukt i den studien, var den også brukt første året mitt ved masterstudie, for å vise eksempel på argumentasjonsoppgåver. Difor ser eg det på som ei relevant oppgåve i min studie.

3.4 Etterarbeid og analysemetode

3.4.1 Transkripsjon

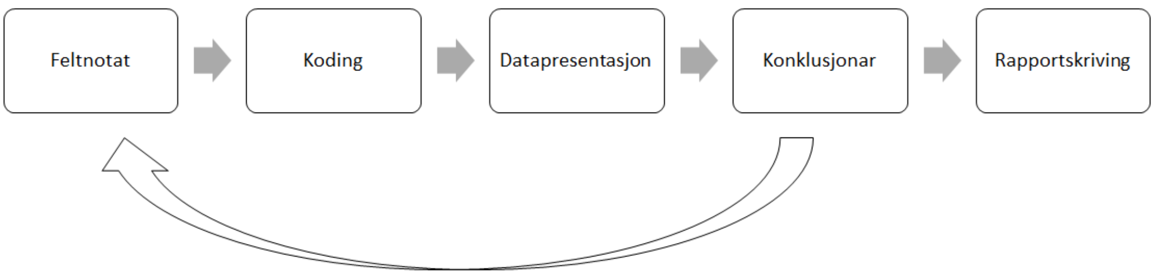
Etter å ha gjennomført datamaterialet satt eg igjen med mykje råmateriale. Datamaterialet bestod av to rundar med videoopptak, som til saman varte bortimot ein halvannan time. I følje Dalland (2020) bør heilskapsinntrykket skrivast ned rett etter ein har gjennomført observasjon (s. 115). Dette er noko eg ikkje fekk moglegheit til å gjere då eg ikkje var til stade under observasjonen. På denne måten kan eg ha gått glipp av nokre førsteinntrykk som kunne ha påverka tolkinga mi av det eg i dag sit igjen med (Dalland, 2020, s. 115).

I tida etter datainnsamlinga starta eg med transkriberinga. Det er å skrive ned ord for ord som blir sagt, og handlingar som skjer i videoen (Dalland, 2020, s. 95). I følgje Tholander og Cekaite (2015) sitert i Postholm & Jacobsen (2021, s. 164) er det viktig som forskar å sjølv transkribere sitt datamateriale. Dette er for å kunne gå gjennom videoane fleire gongar og få moglegheit til å analysere og tolke sitt eige materiale. Ein sit igjen med eit anna heilskapsinntrykk om ein transkriberer sjølv, enn når ein les ferdig transkribert tekst (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 164). I transkriberinga skreiv eg ned alt som vart sagt og relevante handlingar som blei gjort. Handlingar som var relevant å skrive ned var mellom anna når noko blei skrive på tavla, og om blikk eller ansiktsuttrykk var verdt å merke seg. Det at både lyd og handlingane eg har notert er uttrykt i tekst, er vanleg i kvalitative tilnærmingar (Thagaard, 1998, s. 76).

I tida etter transkriberinga, vart alt finpussa slik at dialekt vart omskrive til nynorsk. Deretter såg eg gjennom videoane ein gong til for å sikre meg at det eg har skrive var riktig, men også då for å få moglegheita til å endre førsteintrykket av videoen. Då fekk eg tolka meir av faktorar som ansiktsuttrykk, toneleie og haldningar. Alt i alt har ikkje det påverka empirien min i seg sjølv, men eg sit gjerne igjen med eit sisteinntrykk. Om sisteinntrykket er betre enn førsteinntrykket har det ein tendens til å farge over dei negative inntrykka ein sat med i byrjinga (Dalland, 2020, s. 122).

3.4.2 Analysemetode

Mykje av analysemetoden som vert brukt i denne masterstudien, er inspirert av analysemetoden Skott og Valenta (2022) nytta i sin studie. Ved hjelp av Miles og Huberman (1994) sin modell om tradisjonell dataanalyse, skal eg forklare korleis eg har gjennomført min analyse. Denne modellen er forklart av Ringdal (2001) og ho forklarar ein analyseprosess ein ofte er igjennom i ein kvalitativ tilnærming (s. 248).



Figur 2 Tradisjonell dataanalyse (modifisert etter Miles & Hubermans, 1994, sitert i Ringdal, 2001, s. 248)

Datainnsamlinga, eller det som her blir kalla for feltnotat, var det første i analyseprosessen eg var igjennom. Det var i denne fasen eg observerte gruppearbeida og transkriberte datamaterialet. Vidare tok eg føre meg datareduksjon. Det går ut på å finne noko sentralt ved datamaterialet som er verdt å undersøke og sjå nærare på, samt kode det (Ringdal, 2001, s. 248). Det sentrale ved datamateriale var då det blei funne formar for argumentasjon, ulike lærarinnspel som forsøkte å utvikle elevane sin argumentasjon (Lannin, 2005, s. 236; Stylianides, 2007, s. 291; Ellis et al., 2019, s. 117). Det var også mykje ved datamateriale som ikkje var verdt å kode, på grunn av lite relevans til forskingsspørsmåla. Eit konkret døme på noko som vart utelukka i kodinga, var digresjonar, som at elevane gleda seg til å grille pølse i gapahuken.

Det mest sentrale ved datamaterialet vart koda i fleire rundar. Det som var aktuelt å kode var elevargumentasjonane og lærarinnspela. Først vart det plukka ut episodar der elevane argumenterte før innspel frå lærar. Her henta eg også inspirasjon frå metoden Skott og Valenta (2022) nytta seg av, då dei sorterte episodar der det føregjekk resonnering. Eg plasserte elevane sine argument etter gyldig og ugyldig argumentasjon, og innanfor det, om dei kunne kategoriserast som Lannin (2005) sin definisjonar på empirisk argumentasjon og generisk eksempel. For at utsegna elevane kom med skulle kunne kategoriserast som ein slik episode som nemnt over, måtte dei oppfylle eit krav. Det eleven sa måtte vere ein form for argument som kunne plasserast innanfor empirisk argumentasjon eller generisk eksempel i modellen til Lannin (2005, s. 236). Det vil sei at då elevane til dømes rekna ut ei oppgåve ilag, utan å argumentere, vart ikkje det kategorisert som eit argument.

Vidare plukka eg ut lærarinnspela som skulle kodast. Desse vert kalla sekvens, og måtte også følgje nokon krav, for at dei skulle verte koda. Ettersom at eg skulle undersøke utviklinga til elevane innanfor argumentasjon, måtte innspela vere knytt til ein argumentasjonsprosess. Eg lagde to hovudområde som innspela måtte vere innanfor: «når eleven argumenta empirisk» og «når eleven går mot eit generisk eksempel». Innspela som vart brukt for å utvikle elevane sine argument, vart plassert inn i ein av dei fire kategoriane i TMSSR-modellen til Ellis et al. (2019). Det var mykje som gjekk utanfor argumentasjonsprosessen, som for eksempel innspel før argumentasjon vart avdekka. I tillegg vart innspel der læraren gjentok oppgåveformuleringa, inkluderte elevane og andre kommentarar som ikkje går på argument eller resonnering, ikkje rekna som ein sekvens i denne analysen. Døme på innspel som ikkje vert rekna som ein sekvens er:

Lærar: Det går fint, vi les det godt

Og:

Lærar: Ja, men vent litt, eg vil ha Wenke med…

I likskap med Skott og Valenta (2022) har eg sortert kategoriane innspela høyrer til og koda tal gongar dei ulike kategoriane i TMSSR-modellen vart nytta. Dette er noko ein kan kalle tematisk analyse, der ein kan lage mønster ut i frå hyppigheita av til dømes ei setning i datamaterialet (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 161). Resultatet av den tematiske analysen av lærarinnspela, er plassert inn i ein tabell der eg har avklart kva slags kategori av TMSSR-modellen til Ellis et al. (2019) det høyrer til. I tillegg kjem det fram om det er av høgt eller lågt potensial til utvikling av elevane si resonnering (sjå tabell 4).

Etter å ha sortert dei ulike episodane, ynskja eg å undersøke læraren sitt innspel opp mot argumentasjonen til elevane. Altså kva som skjer med elevane sine argument når læraren hjelper til. Skott & Valenta (2022) lagde i sitt arbeid eit kommunikasjonsmønster mellom lærar og elev der dei arbeider med resonnering. Mønstera dei undersøkte var når elevane gav: (1) feil svar, (2) ingen svar, (3) riktig svar og (4) uferdig svar (s. 70). Eg derimot undersøkte kommunikasjonsmønstera i når eleven: (1) argumentera empirisk og (2) går mot eit generisk argument. Desse kommunikasjonsmønstera syner kva slags argument elevane i utgangspunktet nytta seg av, kva slags innspel læraren kom med og kva kategori innspela høyrer til. Til slutt viser figurane kva som skjedde med argumenta til elevane etter innspel frå lærar.

Etter å ha koda, er det vanleg å ha ein datapresentasjon (Ringdal, 2001, s. 248). Datapresentasjonen min er presentert i tabellar og figurar, likeins med Skott og Valenta (2022). Tabellane mine viser hyppigheita av lærarinnspela, og figurane visualiserer kva som skjer med argumenta etter innspel frå lærar. Figurane eg har nytta har eit hierarkis mønster. Det vil sei strukturar der ein ser relasjonane mellom overordna og underordna kategoriar (Grønmo, 2016, s. 278).

For å gå i djupna på figurane, vert utdrag frå transkripsjonen presentert. Der vert samtalane mellom lærar og elevane synleggjort. Etter utdraget vil det kome ei oppsummering. Då kjem det til syne kor dei ulike innspela er kategorisert, og kva som skjer med argumenta til elevane. Utsegna til informantane er difor markerte med nummer, slik at det er enklare å, til dømes, sjå kor innspela er kategorisert. Vidare er det andre teikn i utdraget som kan vere verdt å definere. Stjerne-teiknet (*) står for ein situasjon som skjer. Til dømes:

Teiknar på tavla

Punktum etter kvarandre (…) står for at tenkepause, at nokon vert avbroten, eller utsegn som ikkje er relevant å ta med. Her er eit døme på tenkepause:

Eg kan jo ta for eksempel..

Somme gongar er det nokre punktum etter kvarandre (…) i mellom utsegna. Det illustrerer at det er delar av samtalen som ikkje vert teke med. Det kan mellom anna vere at det er eit innspel som ikkje er ein del av sekvensen. Det kan også vere at det er same type resonnering som går føre seg blant elevane, slik at det ikkje er nødvendig å ha med heile samtalen. Somme gongar er det tatt med informasjon i klammer, som er relevant for lesaren å vite. Til dømes:

Vil det alltid bli sånn? (Dette handlar om eit eksempel dei nyttar)

Etter at datamaterialet er presentert er det vanleg å dra ein konklusjon til det ein har forska på (Ringdal, 2001, s. 248). Å konkludere og generalisere i ei kvalitativ tilnærming, der eg har to elevgrupper og ein lærar er vanskeleg på generell basis (Dalland, 2020, s. 55). Likevel kan drøfte kvaliteten på undersøkinga. Ein viser dialogen med anna forsking ved bruk av teori og tidlegare forsking. Ein kan gjere greie for val og diskutere konsekvensane av vala ein har gjort, og eigne refleksjonar ein har hatt (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 242). Resultatet vert presentert i analysedelen.

3.5 Forskingsetikk

Forskingsetikk handlar om grunnleggande normer ein som forskar må ta omsyn til og følje i sitt arbeid med forsking. Forskarar må følgje forskingsetikklova som blant anna seier noko om kven som har ansvar og korleis forskinga skal organiserast (Forskningsetikkloven, 2017, §1-14). Det eg vil gå innpå i denne delen omhandlar oppbevaring av personopplysningar, samtykke og teieplikt

I kvalitative studiar der ein skal oppbevare personopplysningar til andre menneske gjennom til dømes video- og lydopptak, må ein søke om tillating (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 252). I mitt tilfelle måtte eg søke til Norsk senter for forskingsdata (NSD), som gir løyve til å kunne behandle andre sine personopplysningar (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 252). Dette gjorde eg ved å sende inn eit meldeskjema der eg informerte om at eg ynskja å observere ved bruk av video- og lydopptak. Eg gav også opplysningar om kva hensikta med prosjektet var, og kva slags type personopplysningar som var aktuelle å ha med. I prosjektet mitt skulle eg berre observere den matematiske aktiviteten, og hadde difor ikkje behov for namn, adresse, etnisitet eller liknande. Likevel ville ein moglegvis kunne høyre fornamn i lydopptaket ettersom at medelevar og lærar brukar det om kvarandre. Dette er ikkje tatt med i transkripsjonen, då dei har fått tildelt andre namn for å bevare anonymiteten. Informasjonsskrivet vart også sendt inn for godkjenning før det vart sendt ut til deltakarane. Sjå vedlegg 1 og 2 om informasjonsskriv og samtykkeerklæring. Prosjektet er vurdert av NSD (Ref.nr: 492771).

Det er ikkje berre godkjenning frå NSD som skal til for å kunne oppbevare personopplysingar av andre menneske. Ein må også få samtykke frå dei som skal delta i prosjektet. Prosjektet er frivillig og ein har krav på å vite rettar ein har. Rettane er blant anna å trekke seg frå prosjektet eller få innsikt i eins eigen deltaking (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 247). Gjennom informasjonsskrivet fekk deltakarane informasjon om korleis prosjektet ville føregå og kva det vil innebere å delta. Dei fekk opplysingar om anonymitet og korleis eg skulle oppbevare datamaterialet. Barn treng ekstra beskyttelse, og ettersom at eg skulle observere elevar i barneskulen måtte eg få samtykke frå både eleven sjølv og føresette (NESH, 2021). Samtykkeskjemaet låg vedlagt i informasjonsskrivet. Berre dei som samtykka på alle punkt vart tatt med i undersøkinga. Punkta innehaldt samtykke om observasjon med bruk av video- og lydopptak, at svara kunne bli publisert anonymt i masteroppgåva, og at video- og lyd-opptak kunne oppbevarast til prosjektslutt.

Etter å ha fått deltakarar til prosjektet, skal ein oppretthalde teieplikt. Det vil sei at ein skal behandle informasjonen ein får om deltakarane og datamateriale med innhald av personopplysingar konfidensielt (NESH, 2021). I mitt tilfelle vart alt av datamateriale som innehaldt personopplysingar lagra inne på ei kryptert mappe som berre eg hadde tilgang til. Det vil sei at den er passordbeskytta (NTNU, u.å.). Transkripsjonen er anonymisert slik at det ikkje kan sporast tilbake til deltakarane, for å beskytte identiteten deira. Det vil sei at eg verken nemner skulen eller deira ekte namn i masteren (NESH, 2021). Deltakarane har fått informasjon om at etter prosjektslutt, skal alt av personopplysingar, i dette tilfellet video- og lydopptak bli sletta frå mappa som er kryptert.

3.6 Truverdigheit

Som forskar er det vanleg å stille truverdigheit til studien sin, i form av korleis ein har gjennomført datainnsamling, og kva data ein har fått inn. Guba (1981) presenterer i sin artikkel fire kriteria som stiller spørsmål til truverdigheita i forskinga: (a) truth value, (b) applicability, (c) consistency og (d) neutrality (Guba, 1981, s. 79-80).

Punkt (a) omhandlar sanningsverdien i det ein presenterer. Det er ein intern validitet som seier noko om gyldigheita i dataet ein samla inn knytt til den verkelege verda. Problemet med å kunne sikre denne sannheita er at ein bør ha god kontroll på kva den verkelege verda inneberer (Guba, 1981, s. 80). For å forsøke å sikre truverdigheita til den interne validitet har eg argumentert for korleis eg har tolka funna mine, samt knyta det opp mot tidlegare forsking. Den viser korleis forsking i verden har vore i utgangspunktet.

Punkt (b) omhandlar anvending, eller kor brukbar resultatet er i ein annan samanheng. Dette er ein ekstern validitet, der ein forsøker å undersøke truverdigheita i generaliseringa av resultatet (Guba, 1981, s. 80). Å skulle generalisere mitt resultat, når eg berre observerer to grupper i ein klasse, og ein lærar, kan vere vanskeleg. Dette på bakgrunn av at det er samla inn lite, men kvalitativ data. Ein kan difor ikkje garantere at empirien eg har samla inn, hadde vore lik om den var blitt gjennomført på nokon andre, nettopp fordi ein er i ein tolkande situasjon (Dalland, 2020, s. 56). I kvantitativ studie, er det mykje meir data og ein kan på den måten lettare generalisere det resultatet ein har fått. Dette er fordi mange deltakarar representerer eit større omfang enn i ein kvalitativ studie (Dalland, 2020, s. 55).

Punkt (c) handlar om reliabiliteten til forskinga. Det vil sei kor vidt same undersøking igjen vil gje same type utfall, om forskinga vart gjort på nytt (Guba, 1981, s. 81). I ein kvalitativ undersøking som her, er det vanskeleg å skulle gjenta den same undersøkinga og at det vil gje same utfall. Dette er mellom anna fordi møtet mellom forskar og deltakar kan ha endra seg og det vil nesten vere umogleg å skape eksakt same situasjon (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 224). Samt vil ein som forskar analysere og tolke forskjellig, noko som påverkast av situasjon og erfaring (Grønmo, 2016, s. 248). Ein måte eg viser reliabilitet i ein slik kvalitativ studie er ved at eg reflekterer over min påverknad på datamaterialet, og at eg synleggjer prosessen slik at lesar kan reflektere rundt den (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 224).

Det siste punktet, (d), omhandlar nøytraliteten i forskinga. Med det meinast det om forskaren er objektiv. I nokre tilfelle kan forskaren ha personleg motivasjonar eller interesser med undersøkinga, og dermed ikkje truverdiggjer nøytraliteten ved forskinga (Guba, 1981, s. 80-81). Mitt motiv med masteroppgåva var å undersøke korleis elevane argumenterte før og etter innspel frå lærar, og kva slags innspel lærar brukte for å betre elevane sine argument. Eg hadde dermed ikkje noko subjektive haldningar for å framkalle det eine eller det andre, men å analysere funna slik som dei kom. Likevel påverka eg læraren som deltok i observasjonen ved å sende informasjon om rammeverka eg skulle nytte. Det betyr at eg kan ha påverka utfallet, ettersom at læraren då viste kva eg såg etter (Guba, 1981, s. 80-81).

3.7 Kritiske metoderefleksjonar og feilkjelder

Å vere kritisk til metoden ein har nytta seg av, og vurdere datakvaliteten er ein del av det å forske (Grønmo, 2016, s. 237). Som det påpeikast i Dalland (2020), gir observasjon ein enorm moglegheit til å sanse og oppfatte det som skjer rundt seg. I mitt tilfelle, der eg brukte video- og lyd-opptak utan at eg sjølv var til stade, gjorde at eg ikkje fekk brukt alle sansane mine i observasjonen. Dette er noko som kan ha vore med på å påverke korleis eg har tolka datamaterialet. Det er vanskeleg å sei om det ville ført til stor endring om eg hadde vore til stade. Samstundes fekk eg moglegheit til å sjå om igjen opptaka, og analysere det som faktisk skjedde i videoen.

Ei anna feilkjelde ved denne studien var at under observasjonen møtte deltakarane forstyrringar frå andre elevar. Grupperommet dei sat i hadde vindauge ut mot inngangsdøra. Det var synleg at dei blei påverka av elevar som gjekk inn og ut av døra. Det er mogleg at ei slik forstyrring hadde ein negativ påverknad på, då elevane såg ut til å miste konsentrasjonen av det. Likevel kan ein diskutere rundt om dette er ein vanleg situasjon, då slike forstyrringar finst i ein vanleg skuletime også (Dalland, 2020, s. 123).

Observasjonen blei gjort på ein klasse med ein lærar. Utfallet kunne ha blitt annleis om eg hadde undersøkt fleire klassar og fleire lærarar. Dette fordi andre klassar har andre normer og studien kunne fått eit breiare perspektiv. Lærarane har også andre måtar å framstå på, med både innspel og lærargrep som dei nyttar. Med fleire lærarar kunne eg ha trekt fleire trådar, og sett ein større samanheng. Ettersom det er ein kvalitativ studie der det blir spesifisert inn på grupper, får ein ikkje same moglegheit til å skaffe mykje data slik som i ein kvantitativ undersøking (Dalland, 2020). Difor haldt eg meg til ein klasse og ein lærar i denne studien.

4 Analyse

Målet med denne studien har vore å finne svar på kva slags innspel lærar kjem med for å betre argumenta til elevane i matematikk. Eg har sett på korleis elevar argumenterer før og etter innspel frå lærar, for å undersøke verknaden innspelet har på argumentasjonen. I analysedelen har eg som hensikt å belyse forskingsspørsmåla, ved å vise resultat frå datamaterialet mitt. Dette skal eg gjere ved å vise konkrete eksempel frå transkripsjonen, og visualisere resultat ved bruk av tabellar og figurar. Tabellane viser ei hyppigheit av læraren sine ulike innspel, kategorisert i TMSSR-modellen (Ellis et al., 2019). Figurane som skal presentere resultata, er inspirert av figurane Skott & Valenta (2022) nytta i deira artikkel. Figurane i min analyse visualiserar to handlingsforløp av datamaterialet: *kva er typiske lærargrep når elevane argumenterer empirisk?,* og *kva er typiske lærargrep når elevane går mot eit generisk eksempel? Samt kva skjer med argumentet til elevane etter lærar kjem med innspel.* Dette vil sei at eg skal analysere innspela læraren kjem med når elevane avgjer enten empirisk argumentasjon eller generiske eksempel, og sjå kommunikasjonsmønstera deretter. Korleis elevane argumenterer og svarar etter innspel vil verte plassert under ulike alternativ, for å belyse fleire kommunikasjonsmønster og handlingsforløp.

4.1 Elevane sine argument

For å svare på det første forskingsspørsmålet, undersøkte eg korleis elevane som deltok i observasjonen argumenterte før læraren kom med innspel. Resultatet frå datamaterialet viser at elevane for det meste bruker eksempel som argumentasjon, før lærar kjem med innspel for å hjelpe dei. Å bruke eksempel som argumentasjon, er det ein ut i frå modellen til Lannin (2005) kallar empirisk argumentasjon (s. 236). I nokre tilfelle, argumenterer ikkje elevane for at hypotesen stemmer ved bruk av eksempel, men dei forset med å arbeide på eit spesifikt nivå. Eit av tilfella før lærar kom med innspel, var elevane på veg mot å argumentere generisk. Det vil seie at dei var på veg mot å klare å bruke aksepterte sannheiter, riktig resonneringsform og uttrykkingsform i argumentasjonen (Stylianides, 2007, s. 291). For å synleggjere desse resultata, vert det trekt fram eksempel frå transkripsjonen. Dette vil belyse korleis elevane argumenterer kring bevisoppgåver, før lærar kjem med innspel. Dette blir underbygd og forklart undervegs.

Ettersom at lærar heile tida var tilgjengeleg for elevane, vart ho raskt ein del av samtalen. Det vil sei at når elevane vert inkluderte og praktiske råd om for eksempel tavlebruk, ikkje vert rekna som innspel i denne samanheng. For å unngå misforståing kring oppgåvelyden, vart det avklart på forhand mellom meg og lærar, at dei skulle avklare omgrepa i oppgåvene. Vi avklarte omgrepa for å etablere og skape ein felles diskurs for gruppa. Ord er ein av delane i den matematisk diskursen, og utan å avklare omgrepa, kan det vere at ikkje alle er kjend i fellesskapet, og fell ut av diskursen (Sfard, 2007, s. 571). Avklaringa er nok eit eksempel på kva som ikkje vert rekna som eit lærarinnspel på elevane si resonnering og argumentasjon, sjølv om det kjem før dei argumenterer.

Etter første oppgåve er det allereie kome innspel frå lærar. Det vil sei at i oppgåve 2 og 3, argumenterer elevane etter innspel frå lærar, men eg vil synleggjere korleis elevane argumenterer før innspel frå lærar, for kvar oppgåve. Lærarinnspela vert presenterte i 4.2.

I oppgåve 1 skulle elevane argumentere for om summen av tre påfølgande heiltal er deleleg med tre. Felles for begge gruppene var at dei prøvde ut ein del eksempel utan vidare argumentasjon:

Utdrag 1.1

2061. Lærar: … De har no vist fire eksemplar på at dette stemmer. Men har vi bevist? Er dette gyldig uansett?

2062. Wenke: Ja

2063. Martin: Trur det. Altso i alle fall når eg tar 100 + 101 + 102, blir til saman 303, og det er veldig lett å dele då. Det er berre å ta 300 delt på tre, 100, og tre delt på tre, ein.

Utdrag 1.2

1028. Even: Det stemme jo fordi tre delt på tre er jo sant. So det går.

1029. Hege: Ja

1030. Simone: Nei, er ikkje det null?

1031. Even: Nei

1032. Hege: Tre delt på ein er ein, eller tre delt på tre er ein…

1033. Even: Jaa, tre delt på tre er ein.

1034. Simone: Å ja, ja så en til kvar, ja, ja no er eg med

Desse transkripsjonsutdraga viser at elevane argumenterer ved hjelp av eksempel, men utan å gjere det spesielle om til det generelle. Elevane godtar at det er dei konkrete eksempla som beviser at hypotesen stemmer, og grunngjev difor ikkje noko meir enn det. Dette kan kategoriserast som empirisk argumentasjon, og kan ikkje godkjennast som eit gyldig argument i følgje Lannin (2005) og Stylianides (2007).

Som sagt vil dei neste utdraga, vere prega av at lærar har kome med innspel (sjå 4.2). Likevel vert elevane sine argumentasjonar før lærarinnspel i dei neste oppgåvene verte synleggjort. I oppgåve to skulle elevane argumentere for om summen av fem påfølgande heiltal er deleleg med fem. Gruppene hadde då allereie vore i gjennom same oppgåvelyd, med andre tal. Difor var det ein moglegheit for at elevane kunne forstå løysinga på oppgåva, og på den måten gjennomføre eit gyldig argument.

Ettersom at gruppene leverte empirisk argument i oppgåve ein, simulerte læraren i den første oppgåva korleis ein kunne gjennomføre eit generisk eksempel (sjå utdrag 2.2 og 2.4). Under viser utdraga at elevane har fått erfaring knytt til eit generisk eksempel, og det vert synleggjort korleis dei argumenterer før innspel i denne oppgåva.

Utdrag 1.3

….

1286. Hege: 1 + 2 + 3 + 4

1287. Even: 5, 15!

1288. Hege: +5.. Viss vi flytta 5 over til 1. 5 over til 1. Nei, eg meine..

1289. Even: Det blir 15.

1290. Hege: Nei eg meine, 1 over til 5

1291. Even: Det blir 15

1292. Hege: Ogso flytte 5, nei 2, 4 over til 2. Nei eg meine 1 over til to

1293. Even: Kva du snakka om?

1294. Hege: So fire, so blir det tre, tre, tre, tre, nei, vent litt 1, 3, 3, 3, ogso to, frå fem til 1 då blir det 3, 3, 3, 3, 3

I dette utdraget løyser Hege oppgåva ved bruk av eksempel. Ho gjer dei fem tala like, ved å overføre to frå det høgste til det minste talet, og ein frå det nest høgste til det nest minste talet. Likevel har ikkje elevane gått frå eksempelet til det generelle, før læraren bryt inn (sjå utdrag 2.2). Ettersom at elevane berre brukar eksempel, har dei enno ikkje kome med eit gyldig argument (Lannin, 2005, s. 236).

I den andre gruppa prøvde dei også ut eksempel for å undersøke om hypotesen stemmer. Dei vidareførte oppgåveløysinga til tavla, der dei var på god veg mot å klare eit generisk eksempel, før lærar kom med innspel:

Utdrag 1.4

2231. Martin: OK, no kan vi berre bygge vidare på denne her då *teiknar vidare på trappeillustrasjonen*

2232. Ingvild: Det er det eg helde på med

2233. Martin: *Teiknar nesten ferdig*

2234. Lærar: Eeh en til der oppe

2235. Martin: Hæ? Åja ja *rettar på det*

Utdraget viser at elevane er i gang med å bruke ein generell modell, i form av at det ikkje er spesifikke tal dei nyttar (Lannin, 2005, s. 236). Likevel er det manglar ved argumentasjonen som gjer at innspelet kjem før dei er ferdig med å argumentere. Dei klarar å forsetje utan å nytte eksempel som argumentasjon. I utdrag 2.6 vert dette sett nærare på.

Det var berre gruppe 2 som rakk å gå vidare til siste oppgåve som omhandla om summen av to heile partal alltid blir eit partal. Elevane diskuterte saman kva partal vil seie:

Utdrag 1.5

2308. Ingvild: Summen av to partal er alltid eit partal. Eg tok to, fire, seks. Det er tolv og det er eit partal. Partal kan alltid delast på to sant?

2309. Martin: Ja. Partal er eigentleg. Ja, partal er eigentleg, altso det som kjenne det igjen er eit partal på slutten. Sånn kjenne du eigentleg igjen eit partal

2310. Ingvild: Så lenge det har. Er ikkje det så lenge det har to, fire, seks eller åtte

2311. Martin: Ja, på slutten

2312. Ingvild: Eller, er ikkje det null

2313. Martin: Jo

2314. Ingvild: Jo, eller null. So er det eit partal

2315. Martin: På slutten. Skal vi sjå her no. Eeh. 34 + 34 = 68

2316. Ingvild: Her har vi to partal. Også berre plussa vi dei saman

Elevane blir her einige i at tal som slutta på null, to, fire, seks eller åtte er partal. Dette er det ein kallar eit narrativ, då det tyder på at dette var godkjent for fellesskapet. Det vil sei at dei ikkje trengte noko meir grunngjeving i kva som låg i påstanden (Sfard, 2007, s. 572). Argumentasjonsmessig, argumenterer ikkje elevane noko meir enn å vise til eksempel, før læraren kjem med innspel. Dette blir sett nærmare på i kapittel 4.2.

Ut i frå utdraga som omhandlar elevane sine argumentasjonar før lærarinnspel, viser det at elevane nyttar eksempel for grunngjeving (sjå utdrag 1.1 og 1.2). I fleire tilfelle er det berre brukt eksempel utan at det er brukt som argument, men som ein test av oppgåva (sjå utdrag 1.3 og 1.5). I utdrag 1.4, opererer elevane på nærmast på eit generelt nivå etter krava til Stylianides (2007) om kva som ligg i eit argument. Dette vert utdjupa nærmare i kommunikasjonsmønstera som vert presentert i 4.3.2.1.

Ettersom at elevane på fire av fem gongar, berre nyttar eksempel, viser det at elevane treng rettleiing frå lærar for å kome seg vidare (Stylianides, 2007, s. 299).

4.2 Lærarinnspel

Gjennom heile datamaterialet er det mange innspel som går på heile resonneringa til elevane. Hadde eg gått gjennom heile resonneringsprosessen hadde resultatet vore annleis, både ved at det hadde vore fleire innspel, men også gjerne andre typar innspel.

I tilfella der elevane er i ein argumenterande situasjon er det identifisert 92 innspel etter TMSSR-modellen (Ellis et al., 2019). Av dei innspela er 37 av høgt potensial for utvikling av resonnering, og 55 er av lågt potensial for utvikling. Som nemnt i teorien er ein avhengig av innspela med både lågt og høgt potensial. Sjølv om innspela etter TMSSR-modellen går under høgt og lågt potensial for utvikling, er det ikkje nødvendigvis slik i alle samanhengar. Nokre gongar vil eit innspel gje ei høgare utvikling enn i andre samanhengar (Ellis et al., 2019, s. 116). Tabellen under, viser fordelinga av kategoriane av innspel som er nytta i datamaterialet.

Kategori	**Lågt**	**Høgt**	**Til saman**
Lokke fram elevane si resonnering	12	6	18
Respondere på elevane si resonnering	18	1	19
Fremje elevane si resonnering	25	8	33
Utvide elevane si resonnering	0	22	22
Til saman	**55**	**37**	**92**

Tabell 9 Hyppigheit av kategoriane i TMSSR-modellen

Det er kategorien *fremjar* som er mest brukt. Kategorien *utvidar* er det berre innspel av høgt potensial for utvikling. *Lokkar* er kategorien med færrast innspel, etterfølgt av *responderar.*

I tillegg til å finne hyppigheita av lærarinnspela i argumentasjonsprosessane til elevane, har eg undersøkt kva innspel som kom først etter elevane kom med ein form for argumentasjon. Vidare har eg undersøkt kva som er det siste innspelet før argumentasjonen sluttar. Resultatet viser at innspela er ein god blanding av alle kategoriane i TMSSR-modellen. Dette blir synleggjort og djupare gått inn på i figurane og utdraga presentert i kapittel 4.3.

I dei neste underkapitla, vert det vist eksempel på sekvensar frå kvar enkelt kategori og vise hyppigheita av lærarinnspela frå begge gruppene ilag. Kategoriane som er henta frå Ellis et al. (2019) er *lokkar, responderar, fremjar* og *utvidar.* For å synleggjere om innspela er av lågt eller høgt potensial, har eg nytta skildringa av innspela nemnt i teoridelen (sjå kapittel 2.4.2).

4.2.1 Lokke fram elevane si resonnering

Kategorien *lokkar* handlar om at ein som lærar skal forstå korleis elevar tenker og kva elevar tenker i arbeidet med oppgåva (Ellis et al., 2019, s. 118). Det vart identifisert 18 innspel som vart kategorisert som *lokkar.* Av dei var det tolv innspel som var av lågt potensial, og seks av høgt potensial:

Lokke fram elevane si resonnering		
Lågt	**Høgt**	**Til saman**
12	6	18

Tabell 10 Hyppigheit av innspel frå kategorien Lokke fram elevane si resonnering

For å identifisere desse innspela, har eg kategorisert dei og samanlikna dei med type innspel frå tabell 5.

Innspela som læraren nytta i denne kategorien, var spørsmål til elevane for å få klarheit og informasjon om korleis elevane tenkte på oppgåvene dei arbeida med. Læraren lokka fram forklaring og vurderte elevane si forståing i resonneringsprosessen. Det vart stilt spørsmål til konkrete oppgåver, men også meir opne spørsmål der elevane kunne få vise tankegangen sin knytt til oppgåvene. Som ein ser i tabellen var to av tre innspel i denne kategorien, analysert til å vere av lågt potensial. Eit døme frå datamateriale som er av lågt potensial kan vere:

Ja, men no har ho skrive 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6. Kor mange tal er det?

Årsaka til at dette dømet er plassert under lågt potensial er fordi læraren lokkar fram svar på ei konkret oppgåve (sjå tabell 5). Her er det ikkje rom for refleksjon hos eleven. Eleven har heller ikkje kome med ideen om å finne svar på denne oppgåva (Ellis et al., 2019, s. 119). Sjølv om det finnast innspel med lågt potensial i datamaterialet, finnast det også dei som er kategorisert som høgt potensial. Her er eit døme på det:

OK, kan du gå på tavla og så legge du det opp?

I dette tilfellet lokkar læraren fram ein ide. Med det forsøker læraren å få fram eleven sine løysingsstrategiar eller korleis hen har tenkt. Dette er av høgt potensial, fordi eleven sjølv får kome med løysingane sine, utan at lærar påverkar tankegangen (Ellis et al., 2019, s. 119)

4.2.2 Respondere på eleven si resonnering

Kategorien *responderar* går ut på korleis ein som lærar svarar tilbake når ein har høyrt og sett eleven sine svar på oppgåva (Ellis et al., 2019, s. 118). Det blei totalt identifisert 19 sekvensar der læraren responderte på elevane. Derav var alle, utanom ein, av lågt potensial for utvikling av resonnering.

Respondere på elevane si resonnering		
Lågt	**Høgt**	**Til saman**
18	1	19

Tabell 11 Hyppigheit av innspel frå kategorien *Respondere på elevane si resonnering*

I datamateriale mitt, responderte lærar etter elevane hadde svart på ei oppgåve eller kom med ei resonnering. Responsen kunne vere alt frå å korrigere og validere svara til elevane, til at læraren representerte på nytt det eleven kom med i resonneringa. Læraren valte også å repetere nokon av svara elevane kom med, for å gjere dei synleg for dei andre elevane (sjå tabell 6).

Det som var gjentakande i fleire av dei responderande innspela til læraren, var at ho retta på elevane sine feil. Eit døme på det er:

Eeh en til der oppe.

Ved å rette på eleven sine svar, vert det riktige svaret gjeve til eleven. Det betyr at det ikkje er eleven sjølv som har kome med svaret. Det vert kategorisert som lågt potensial for utvikling (Ellis et al., 2019, s. 120). Hadde læraren oppmuntra eleven til å rette sjølv, hadde det vore kategorisert som eit høgt potensial for utvikling.

Innspelet som vart kategorisert som høgt potensial for utvikling var:

*OK, sjå no. De skreiv i sta 16 + 17 + 18. So flytta de.. ein einer dit. *skriv og teiknar på tavla**

Responsen er kategorisert som *representere på nytt,* og difor av høgt potensial. Grunnen til dette er fordi læraren skriv oppatt eksempelet elevane kom med, og teiknar det som dei sa. Ho gjorde det då synleg for elevane med ein form for representasjon (sjå tabell 6), (Ellis et al., 2019, s. 120).

4.2.3 Fremje elevane si resonnering

Kategorien *fremjar* handlar om å legge til rette for eleven si resonnering, ved å la eleven delta i den sjølv. Hensikta er å hjelpe elevane på veg der dei er i prosessen, og dra resonneringa eit hakk vidare (Ellis et al., 2019, s. 120). Det vart identifisert 33 innspel innan kategorien *fremjar*. 25 av sekvensane var av lågt potensial, medan åtte var av høgt potensial:

Fremje elevane si resonnering		
Lågt	**Høgt**	**Til saman**
25	8	33

Tabell 12 Hyppigheit av innspel frå kategorien *Fremje elevane si resonnering*

Innspela i denne kategorien, som vart identifisert i datamateriale mitt, innebar mellom anna å bryte ned oppgåva, gje informasjon og oppsummere oppgåvene. Desse blir sett på som lågt potensial for utvikling i følgje Ellis et al. (2019, s. 121-122). I tillegg fremja læraren elevane si resonnering ved å bygge på tidlegare bidrag og ved å tilby rettleiing, noko som blir sett på som høgt potensial for utvikling (sjå tabell 7). Døme frå datamaterialet på lågt potensial av innspel er:

Kva er seks og fire?

I dette tilfellet stiller læraren eit leiande spørsmål. Eleven får ikkje tenkt ut resonneringa sjølv, men blir leia i retninga læraren ynskjer (Ellis et al., 2019, s. 121) Det er åtte av innspela som er kategorisert til å vere av høgt potensial, og eit døme på det er:

Men tenk på diagrammet som vi brukte i stad.

Her minner læraren elevane på dei tidlegare erfaringane deira. Dette kan vere med på å oppnå ny forståing knytt til deira tidlegare bidrag i argumentet (Ellis et al., 2019, s. 122).

4.2.4 Utvide elevane si resonnering

Kategorien *utvidar*, handlar om at læraren skal oppfordre elevane til å utvikle svaret sitt. Til dømes, kan ho oppfordre elevane til å gjere argumentet meir generelt. Her får læraren moglegheit til å påverke elevane i å utforske og til å argumentere på eit gyldig nivå (Ellis et al., 2019, s. 124; Lannin, 2005). Det vart kategorisert 22 innspel under denne kategorien. Av innspela i denne kategorien vart alle analysert til å vere av dei høge potensiala for utvikling.

Utvide elevane si resonnering		
Lågt	**Høgt**	**Til saman**
0	22	22

Tabell 13 Hyppigheit av innspel frå kategorien *Utvide elevane si resonnering*

Innspela som vart nytta i denne kategorien var at læraren forsøkte fleire gongar å få elevane til å utvikle døma til ei meir generisk form. Til dømes oppmuntra ho elevane til å teikne oppgåva. I tillegg forsøkte ho å dra det spesifikke argumentet mot eit meir generelt eit (Ellis et al., 2019, s. 123), (sjå tabell 8). Blant innspela ho kom med var mellom anna dette dømet kategorisert i denne kategorien:

Ja. OK. Men kan vi bevise dette utan å bruke tal?

I dette dømet forsøker læraren å få elevane på eit meir generelt nivå, og vekk frå det spesifikke. Ein måte å gjere dette på, er ved bruk av generisk eksempel. Då nyttar ein spesifikke eksempel til å simulere det generelle argumentet (Lannin, 2005, s. 236). Til dømes, kan ein teikne ein illustrasjon som representerer den generelle løysinga av oppgåva (Krogh Arnesen, 2022, s. 4).

4.3 Kommunikasjonsmønster

I kapittelet over har eg vist døme på innspel som viser korleis læraren forsøker å betre elevane sine argument gjennom argumentasjonsprosessane. For å vidare undersøke forskingsspørsmål to, har eg gått i djupna, og skal no synleggjere kva slags innspel som betra elevane sine argument. Ved bruk av kommunikasjonsmønster har eg utvikla figurar som synleggjer handlingsforløpet i kommunikasjonen mellom lærar og elevane. På den måten har eg også fått undersøkt forskingsspørsmål tre; kva som skjedde med elevane sine argument etter innspel frå lærar. Det vil sei at det vil både kome utdrag der innspela lykkast i å utvikle elevane sine argument, samt innspel der elevane ikkje klarte å utvikle argumentet vidare. Kommunikasjonsmønstera viser kva som skjer med argumentet etter første innspel, og korleis argumentet enda til slutt.

I undersøkinga av innspela og argumentutviklinga har eg fokusert på to hovudområde som kommunikasjonsmønster:

1) Når elevane argumenterer empirisk
2) Når eleven går mot eit generisk argument

Grunnen til at det har blitt delt i to hovudpunkt, er fordi tema til masteroppgåva er å undersøke elevane sine argument, og kva læraren gjer for å betre det. Det første kommunikasjonsmønsteret valde eg, fordi ein ser at elevane i kapittel 4.1 held seg på eit ugyldig nivå før lærar grip inn. Stylianides (2007) seier at elevar treng tydelege lærarroller for å kunne argumentere gyldig (s. 290). Det andre kommunikasjonsmønsteret valde eg, fordi det er vist at elevar kan klare å argumentere gyldig (Lannin, 2005, s. 251). Då kan ein undersøke kva slags innspel som får elevane til å nå målet om eit gyldig argument. Eg skal undersøke kva slags innspel som får både dei empiriske argumenta til å gå vidare, og får elevane til å argumentere generisk.

Resultatet av innspela brukt i argumentasjonsprosessen viser at ein blanding av alle kategoriane i TMSSR-modellen er med på å utvikle elevane sine argument mot det betre. Likevel gav resultatet frå datamaterialet ein peikepinn på at å simulere korleis eit gyldig argument og bevis kan sjå ut, var viktig for elevane si forståing for kva som ligg i eit gyldig argument. Læraren nytta vidare innspel frå dei andre kategoriane til å referere til elevane sine erfaringar med det gyldige argumentet. Dette bidrog til at gruppene til slutt klarte å argumentere riktig i ein til to av tre oppgåver kvar. For å vise korleis eg har kome fram til dette resultatet, skal det i dei neste underkapitla bli vist figurar som illustrerer prosessane, samt underbygge med utdrag knytt opp mot teori, og meir detaljerte funn. Figurane skal gje eit oppsummerande bilete, og vil innehalde dei mest sentrale innspela for endring og betring av argument. Det vil sei at dei ikkje inneheld alle detaljar, slik som i utdraga.

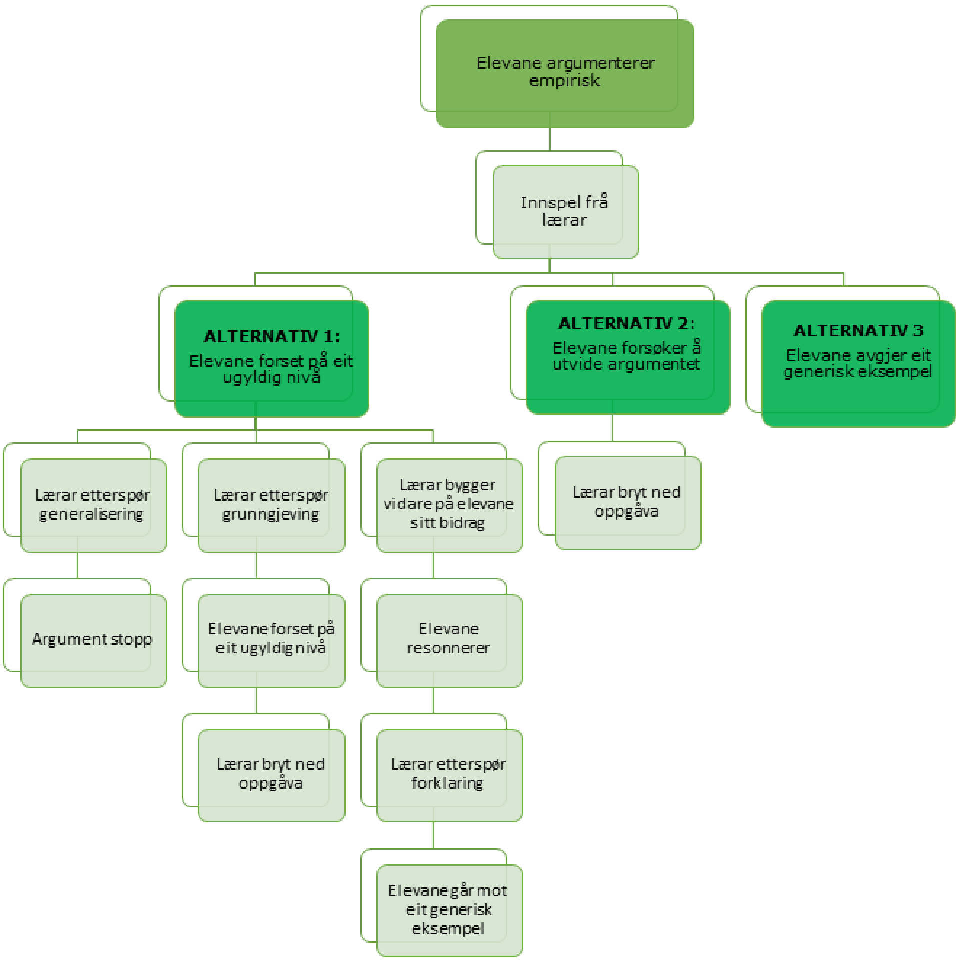
4.3.1 Elevane argumenterer empirisk

Det er fem utdrag frå datamaterialet der elevane tidleg i oppgåva nyttar eit empirisk argument. Etter første innspel utspelte det seg tre alternativ for korleis argumentasjonen til elevane endra seg:

- Alternativ 1: Elevane forset på eit ugyldig nivå av argumentasjon
- Alternativ 2: Elevane forsøker å utvide argumentet
- Alternativ 3: Elevane avgjer eit generisk eksempel

Resultatet på korleis argumentet enda til slutt viser forskjellige utfall. I to av tilfella var det læraren som simulerte korleis eit riktig argument og bevis kunne sjå ut. Dette er under kategorien *fremjar,* i TMSSR-modellen, der lærar bryt ned oppgåva (Ellis et al., 2019, s. 121). Det førte til at elevane ved seinare anledning klarte å gjennomføre generiske argument. Då brukte læraren innspel frå dei andre kategoriane, som baserte seg på elevane sine tidlegare erfaringar. Dette samsvarar med tidlegare forsking som viser at elevar på barnetrinnet kan argumentere gyldig, med innspel frå lærar (Stylianides, 2007, s. 298).

Det samla resultatet av innspel og endringar av argument når elevane argumenterte empirisk, er presentert i figuren under:



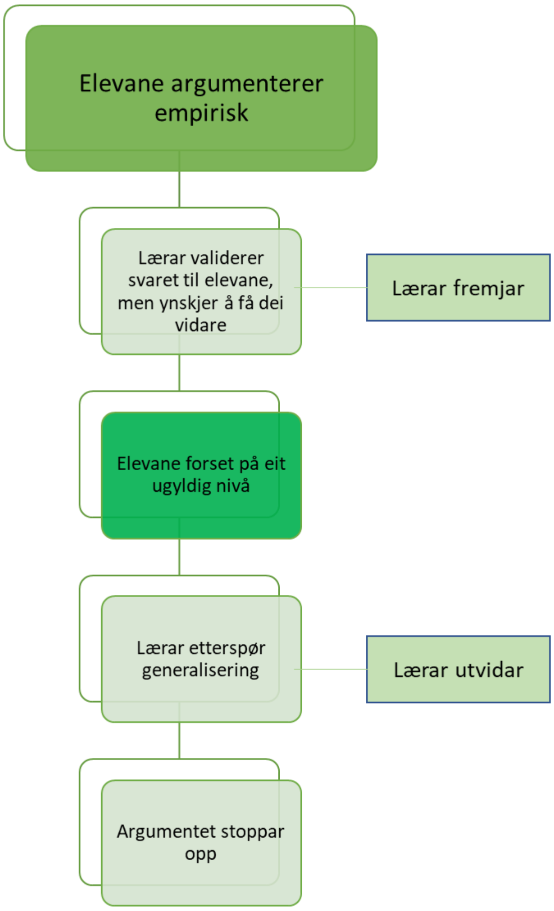
Figur 3 Kommunikasjonsmønster: Elevane avgjer ein empirisk argumentasjon

I dei neste underkapitla vil alternativa bli presentert kvar for seg, med konkrete utdrag frå transkripsjonen. Handlingsforløpet etter dei ulike alternativa vil også verte synleg, for å vise korleis argumentet enda til slutt. Kategorien av innspela til læraren varierte frå argument til argument, noko som også vil verte synleg gjennom figurar for kvart alternativ.

4.3.1.1 Alternativ 1: Elevane forset på eit ugyldig nivå av argumentasjon

Som ein ser i figur 3, har alternativ 1 utspelt seg tre gongar. I desse tilfella forsette elevane å argumentere på eit ugyldig nivå etter at læraren kom med innspel. Lærarinnspela som vart brukt er under alle kategoriane i TMSSR-modellen. Argumenta enda med at det stoppar opp, at læraren simulerte ei løysing og at elevane klarte å argumentere gyldig. Under skal eg vise dei tre utdraga som fremja dette resultatet.

Det første utdraget er henta frå gruppe 2, der dei arbeida med oppgåve 1, som omhandlar hypotesen om summen av tre påfølgande heiltal. Det utspelte seg slik:



Figur 4 Argumentet stoppar opp

Figuren viser at det første lærarinnspelet er under kategorien *responderer*, og siste innspelet er under *utvidar.* Kommunikasjonsmønsteret viser også at argumentet til elevane stoppa opp. Utdraget under synleggjer korleis dette har utspelt seg i detalj.

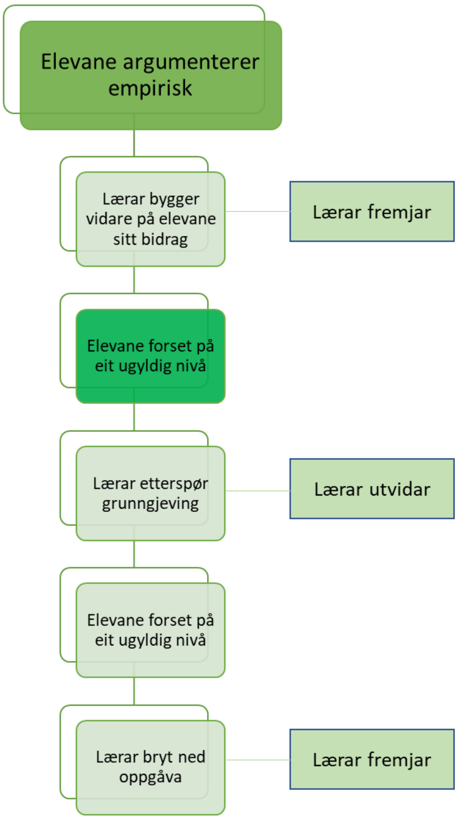
Utdrag 2.1

2061. Lærar:	Mhm. OK. Høyr: de har no vist fire eksemplar på at dette stemmer. Men har vi bevist? Er dette gyldig uansett?
2062. Wenke:	Ja
2063. Martin:	Trur det. Altso i alle fall når eg tar 100 + 101 + 102, blir til samen 303, og det er veldig lett å dele då. Det er berre å ta 300 delt på tre, 100, og tre delt på tre, ein.
2064. Lærar:	OK. Ikkje feil. Men vi har framleis ikkje bevist det. Og eg har litt lyst å so ta vekk dette *viskar vekk det som står på tavla* for det på ein måte berre det som … no snur de arket
2065. Ingvild:	39 delt på 3?
2066. Lærar:	Sjå om de klare å bevise det utan å bruke fleire eksempel på tal
2067. Martin:	So då skal vi berre ta.. eh hmm..
2068. Lærar:	Ehmm. Viss de no prøver å skrive.. viss vi no tar det enklaste av det enkle

2069. Ingvild: ein, to, tre

Oppsummert sett av dette utdraget, kom elevane først med eit empirisk argument, i form av at det blei brukt eksempel til å argumentere for at hypotesen stemte (linje 2063) (Lannin, 2005, s. 236). Dette responderte læraren på ved å validere tanken, men ho gjorde også eit forsøk på å ta dei vidare (linje 2064). Dette er kategorisert under *responderer* (Ellis et al., 2019, s. 120). Sjølv etter responsen forsette elevane med å arbeide på eit empirisk nivå med å teste ut fleire eksempel (linje 2065). Læraren forsøkte vidare å utvide dette eksempelet til å bli meir generelt (linje 2066), noko som er under kategorien *utvidar* (Ellis et al., 2019, s. 123). Sekvensen enda med at argumentet stoppa opp og at dei forsette med å prøve fleire eksempel for å visualisere det oppgåva spurde etter.

Det andre utdraget er henta frå gruppe 1, der dei arbeida med oppgåve 1. Det utspelte seg slik:



Figur 5 Lærar bryt ned oppgåva

Figuren viser at i dette utdraget kom læraren til å bryte ned oppgåva, noko som er av kategorien *fremjar* (Ellis et al., 2019, s. 121). Sjølv etter fleire ulike innspel frå lærar, forsette elevane på eit ugyldig nivå. Med at læraren braut ned oppgåva, viste ho korleis oppgåva kunne løysast med eit generisk eksempel. Utdraget under synleggjer korleis dette har utspelt seg i detalj.

Utdrag 2.2

1096. Hege: sju, åtte, ni. sju + åtte det er 15, og 15.. 21.., ja det stemme

…

1103. Lærar: Men de har lagt fram to eksempel, men viss de prøver med høgare tal

1104. Even: OK, då blir det sju + åtte + ni

1105. Hege: Jammen det gjor jo eg, eg gjor jo det

1106. Lærar: Ja, men du må sei det høgt, kva blei det?

1107. Hege: Det blei 21

1108. Lærar: Ja

1109. Hege: Ogso 10, 11, 12.. 33. Det går og an. 13, 14, 15, det 43..

1110. Lærar: Då blir spørsmålet. Då har de funne fleire eksempel på at dette stemmer. Sant? Kvifor stemmer det?

1111. Hege: Fordi…

1112. Even: Tala kan

1113. Hege: No skjønte eg trur eg . Viss ein tar fire tal, so blir det noko i fire-gongen, og viss ein tar tre tal so blir det noko i tre-gongen

1114. Lærar: Men no skulle de holde de til oppgåva

1115. Simone: Vi må finne ut kvifor

1116. Lærar: Heilt riktig Simone. Kvifor stemmer det?

1117. Elevane: *Tenking*

1118. Hege: Stemmer fordi..

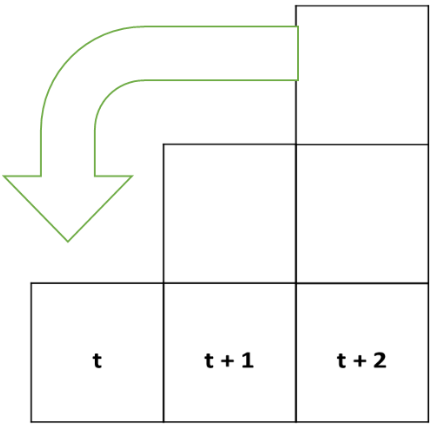
1119. Simone: Fordi at fire + fem + seks er eit heilt tal

1120. Even: Åååh, men vi tar eit .. eit tal ein plusse ned.. nei minuse ned..

1121. Lærar: Spørsmålet er kvifor stemmer dette her alltid, uansett?

1122. Hege: Er ikkje det fordi ein må liksom ta det, ein kan liksom ikkje ta ein + ein + to, ein liksom ikkje det. Men … tilfeldige tal, då stemmer det, men viss ikkje, viss ein tar ein + ein + to stemmer det ikkje

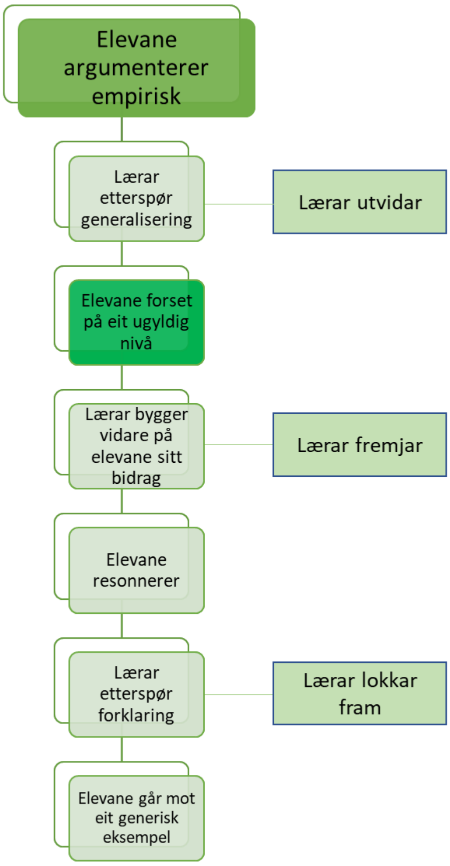
Oppsummert av dette utdraget er at elevane starta med eit empirisk argument, i form av at dei viste eksempel og validerte hypotesen av den grunn (linje 1096) (Lannin, 2005, s. 236). Læraren forsøkte å fremje resonnementet ved å få fleire eksempel (linje 1103) (Ellis et al., 2019, s. 122). Etter at elevane hadde testa fleire eksempel, kom lærar med eit innspel som kunne vere med på å utvide elevane sitt argument. Ho etterspurde grunngjeving (linje 1110) (Ellis et al., 2019, s. 123). Elevane forsette likevel på eit empirisk nivå. Det som skjedde vidare i sekvensen var at læraren måtte bryte ned oppgåva for elevane. Dette gjor ho ved å ta med elevane på å simulere eit generisk argument (Ellis et al., 2019, s. 121). Figuren ho nytta i datamaterialet såg slik ut:



Figur 6 Lærar sitt generiske eksempel

Læraren avklarte at «t» sto for kva som helst tal, og at dei neste var dei to påfølgande tala. Ho argumenterte for at om ein flyttar ein frå «t + 2» til «t», ville dei tre etterfølgande tala verte like store, og dermed kunne delast på tre (Lannin, 2005, s. 236). Dette viste seg å vere til fordel for gruppa i oppgåve to, då dei då hadde fått erfart kva som låg i eit gyldig argument (sjå utdrag 2.5).

Det siste utdraget innan alternativ 1, er henta frå gruppe to, der dei arbeida med oppgåve tre, som omhandla hypotesen om summen av to partal. Det utspelte seg slik:



Figur 7 Elevane går mot eit generisk eksempel

Figuren viser at eleven gjekk mot eit generisk eksempel. Det vil sei at det ikkje var fullt gyldig, men på god veg. Det som fekk eleven mot eit generisk eksempel, var at læraren refererte til tidlegare bidrag, noko som er under kategorien *fremjar*. Det som synleggjorde at elevane forstod var ved at læraren etterspurde forklaring som er under kategorien *lokkar.* Utdraget under synleggjer korleis dette har utspelt seg i detalj.

Utdrag 2.3

Elevane har her testa nokre eksempel på at partal + partal stemmer.

2341. Lærar: Ja. ok. Men kan vi bevise dette utan å bruke tal

2342. Ingvild: Mmm. Eeh det står partal + partal = partal

2343. Lærar: Har vi bevist noko? Det der er jo berre ord

2344. Ingvild: Vi har jo bevist noko der

2345. Lærar: De har vist, men korleis veit vi at dette gjelde alle tal uansett. Kan de teikne det?

2346. Ingvild: Teikne det?

2347. Martin: Altså kan teikne tal

2348. Lærar: Men tenk på diagrammet som vi brukte i sta

2349. Martin: Ja, den boksen?

2350. Lærar: Ja

2351. Martin: Ja

2352. Lærar: Viss de tenke litt sånn

2353. Ingvild: Litt sånn?

…

2358. Ingvild: Det var to partal. To partal. Eg skrive p. Par-tall

2359. Martin: Sånn?

2360. Ingvild: Partal. Då er det to, fire, er ikkje det det. Fordi partal + partal…

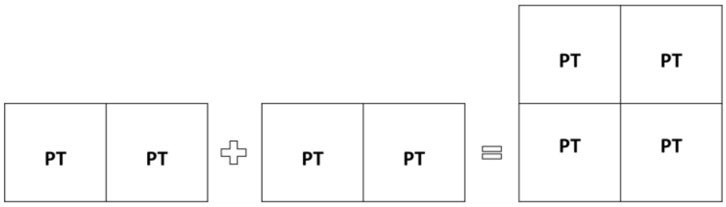
…

2363. Ingvild: Sånn *slepp blyanten ned*. Veit ikkje heilt om eg har bevist noko men, teikna noko

2364. Lærar: OK, kan du gå på tavla og så legge du det opp

2365. Ingvild: Det er ikkje tal.. akkurat

2366. Ingvild: *Teiknar opp boksar*:



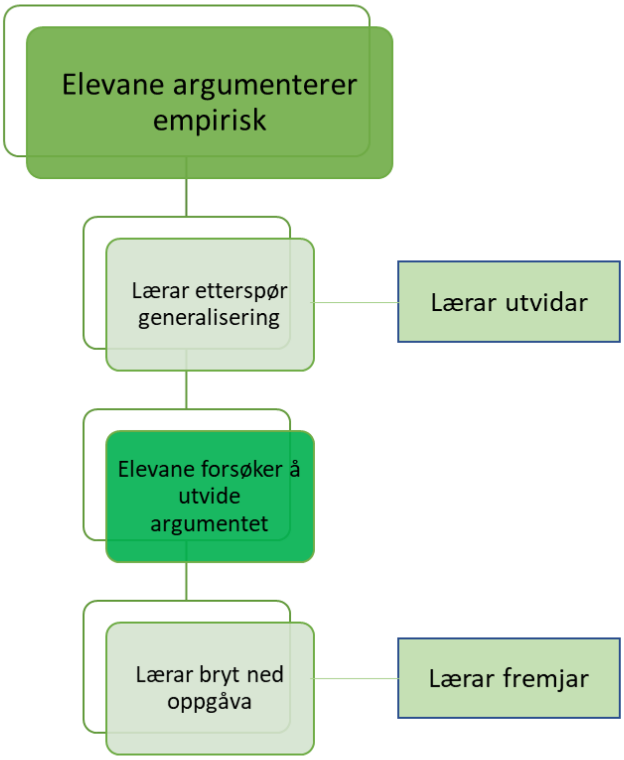
Figur 8 Elev si teikning som del av eit argument

2367. Ingvild: Sånn. Der brukte eg ikkje tal, der brukte eg bokstavar

I denne sekvensen starta elevane med eit empirisk argument der dei har testa for at partal + partal = partal stemmer (Lannin, 2005, s. 236). Dette prøvde lærar å utvide til å verte eit generisk eksempel, med å etterspør generalisering (line 2341) (Ellis et al., 2019, s. 123). Gruppa haldt fram med å halde seg på eit ugyldig argument. Då fremja lærar resonnementet til elevane ved å referere til tidlegare argumentasjonsmetode, som vart simulert (linje 2348) (sjå neste utdrag: utdrag 2.4), (Ellis et al., 2019, s. 122). Elevane resonnerte og lærar forsøker å etterspørje forklaring (linje 2364) (Ellis et al., 2019, s. 123). Det elevane resonnerte, er ein veg mot eit generisk eksempel (Lannin, 2005, s. 236).

4.3.1.2 Alternativ 2: Elevane forsøker å utvide argumentet

Vidare ser ein i figur 3, at alternativ 2 utspelte seg ein gong. I dette tilfellet forsøkte elevane å utvide argumentet, men lykkast ikkje. Det ender i at læraren også i dette tilfelle valde å bryte ned oppgåva i form av å simulere korleis oppgåva kunne løysast, ved bruk av eit generisk eksempel. Utdraget innan dette alternativet er henta frå gruppe 2, og er ei fortsetjing på oppgåve 1. Det utspelar seg slik:



Figur 9 Lærar bryt ned oppgåva

Figuren viser at første innspel var frå kategorien *utvidar,* der læraren spurte etter generalisering. Dette er blant dei med høgt potensial for utvikling (Ellis et al., 2019, s. 123). Det siste innspelet var ei simulering av oppgåva under kategorien *fremjar.* Utdraget under viser i detalj kva som skjedde i situasjonen:

Utdrag 2.4

2123. Lærar:	Vil det alltid bli sånn? (Dette handlar om eit eksempel dei nyttar)
2124. Martin:	Ja. Altså så lenge det står sånn so
2125. Lærar:	Klare de å teikne dette utan å bruke tal?
…	
2128. Ingvild:	Kan prøve
2129. Martin:	Har ein ide men
2130. Lærar:	Vis då
2131. Martin:	*Teiknar tre personar* + *peikar bortover på personane* denne er to, tre og so fire. Det er alderen på dei.
…	
2133. Martin:	Og for at alle skal bli like gamle. Må vi ta eit år her i frå og bort på den *peikar på person til høgre til venstre*
2134. Lærar:	Jaa. Då finn du gjennomsnittsalderen

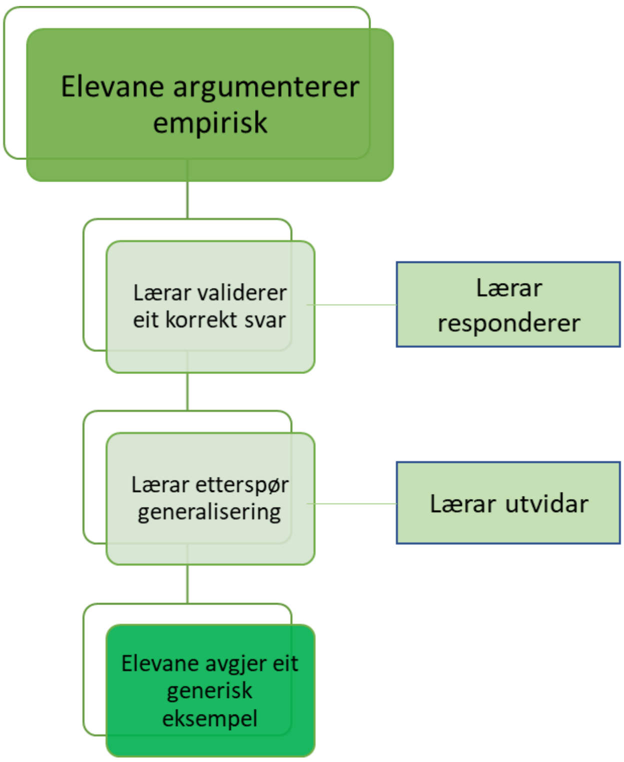
2135. Martin: Ja

…

Oppsummert av sekvensen presentert over, er at elevane avleverte eit empirisk argument (linje 2124) (Lannin, 2005, s. 236). Læraren oppfordra elevane til å utvide argumentet vidare, i form av å etterspørje generalisering (linje 2125) (Ellis et al., 2019, s. 123). Elevane forsøkte å generalisere, men samtidig var dette endå på eit empirisk nivå (linje 2131, 2133) (Lannin, 2005, s. 236). Det som skjedde vidare i sekvensen, som ikkje er teke med i utdraget var at læraren valde å bryte ned oppgåva for elevane (Ellis et al., 2019, s. 121). Likt som for den andre gruppa, simulerte ho eit generisk eksempel (sjå figur 6). Dette gav ein fordel vidare for elevane i dei seinare oppgåvene.

4.3.1.3 Alternativ 3: Elevane er avgjer eit generisk eksempel

Figur 3, viser vidare at alternativ 3 utspelte seg berre ein gong. I dette tilfellet avleverte elevane eit generisk eksempel etter første innspel, som er under kategorien *responderer*. Utdraget er frå gruppe 2, der dei jobba med oppgåve 2, som omhandla hypotesen om fem påfølgande heiltal. Det utspelte seg slik:



Figur 10 Elevane avgjer eit generisk eksempel

Figuren viser at elevane klarte å argumentere generisk. Utdraget under viser at det er då læraren etterspør generalisering, som får elevane på sporet mot å argumentere gyldig.

Utdrag 2.5

1308. Hege: *Skriv på tavla: ein + to + tre + fire + fem. Teiknar pil frå fem til ein og frå fire til to.* So blir det tre, tre, tre, tre, tre

1309. Even: Eg fant det. Eg fekk det som Hege. Ogso plussa vi ein bort hit, ein + , der! Og då blir alt tre og!

1310. Lærar: OK, men viss eg seier det til de , at no veit de, det einaste de veit no er at ein + to + tre + fire + fem, er lik

1311. Hege: 15

1312. Lærar: Ja, delt på?

1313. Hege: Fem

1314. Lærar: Er lik?

1315. Hege: Tre

1316. Lærar: Ja, kan de bevise at dette vil gjelde for alle tal? Kan du teikne det på nokon måte?

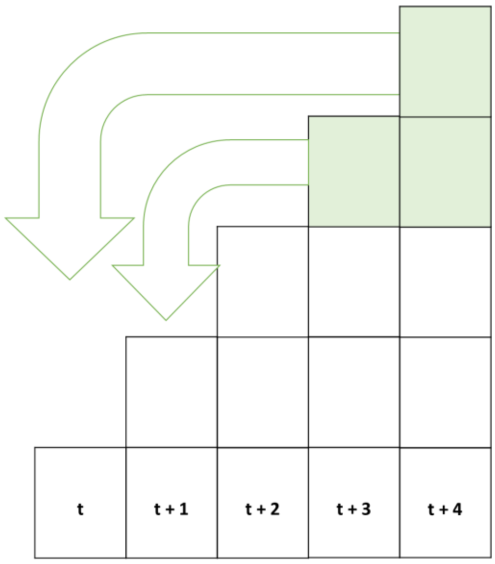
1317. Hege: Slik som du gjorde. *teiknar trappetrinn*

…

1320. Hege: Sånn, tal, tal + ein, tal + to, tal + tre, tal + fire. sånn. Ogso tar vi dissa to tar vi der, og so den der, nei den der *peikar på tavla*. Må eg teikne det og?

1321. Lærar: Mhm

1322. Hege: *Teiknar pilar slik at det blir like mange på kvar*



Figur 11 Elev si teikning som del av eit argument

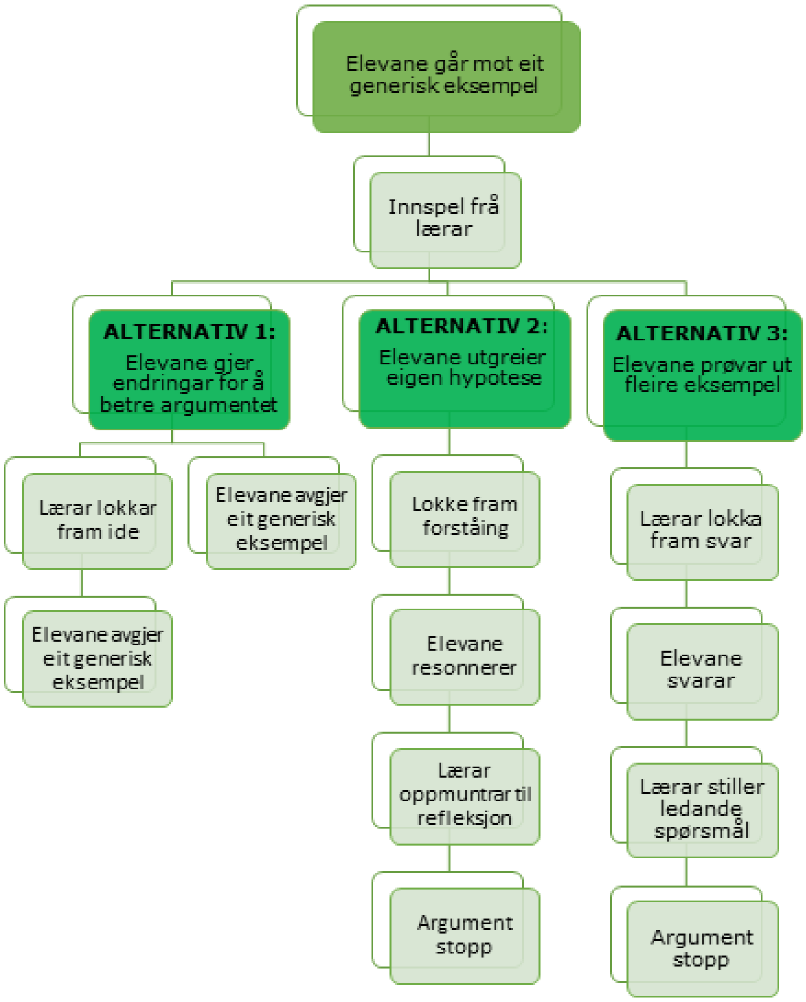
Elevane haldt seg på eit empirisk nivå i arbeidet med å vise at hypotesen stemte (linje 1308-1309) (Lannin, 2005, s. 236). Læraren responderte på dette ved å seie at dette berre er bevist for det gitte eksempelet (linje 1310). Deretter ville læraren utvide elevane sitt resonnement ved å oppfordre elevane til å teikne det, slik at det gjaldt for alle tal (linje 1316) (Ellis et al., 2019, s. 120-123). Utvidinga fekk elevane til ved å forsetje på figuren læraren nytta i oppgåve 1. Elevane argumenterte ikkje munnleg for at *t* står for kva som helst tal. Likevel vart dette ein akseptert sannheit, då læraren simulerte argumentet i førre oppgåve, og dei saman gjorde reie for det. Vidare resonnerte dei på ein måte dei har gjort før, då lærar simulerte løysinga for førre oppgåve. Det er dermed kjend for fellesskapet. Utrykkinga er også i form av figurar og munnleg forklaring, som er gjort før (Stylianides, 2007, 291). Dette blir difor analysert som eit generisk eksempel.

4.3.2 Elevane går mot eit generisk eksempel

I det vidare arbeidet med oppgåvene, er det fire utdrag der elevane går mot eit generisk eksempel. Etter første innspel utspelte det seg tre alternativ for korleis argumentasjonen endra seg:

- Alternativ 1: Elevane gjer endringar for å betre argumentet
- Alternativ 2: Elevane utgreier eigen hypotese
- Alternativ 3: Elevane prøver ut fleire eksempel

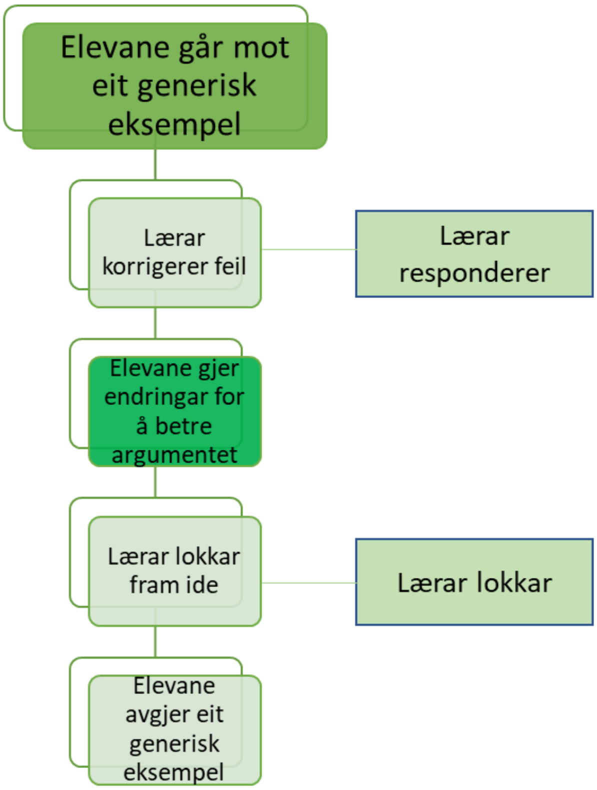
Resultatet viser at elevane i to av tilfella argumenterte generisk. At det vart simulert eit gyldig argument for elevane, viste seg at var nyttig i arbeidet med å sjølv nå eit gyldig argument. Sjølv om det er kategorien *fremjar* som er den som bryt ned oppgåva, vart ikkje nokon oppgåve brytt ned slik som i kapittelet over. Det var kategoriane *lokkar* og *responderer* frå TMSSR-modellen som vart nytta for å betre elevane sine argument (Ellis et al., 2019). Elevane klarte i dei tilfella å dra inn sine tidlegare erfaringar frå det simulerte argumentet. Det samla resultatet av innspel og endringa av argument når elevane i går mot eit generisk eksempel, er samla i ein felles figur:



Figur 12 Kommunikasjonsmønster: elevane går mot eit generisk eksempel

4.3.2.1 Alternativ 1: Elevane gjer endringar for å betre argumentet

Det første alternativet som utspelte seg to gongar etter første innspel frå lærar, var at elevane gjorde endringar for å betre argumentet sitt. Under dette alternativet finn ein elevar som er ute etter å forbetre seg. Det første utdraget er frå gruppe 2, der elevane held på med oppgåve 2:



Figur 13 Elevane avgjer eit generisk eksempel

Figuren viser at elevane klarte å avlevere eit generisk eksempel. Det er korrigering av feil som fekk eleven til å resonnere og få til eit riktig argument. Likevel var det når læraren lokka fram ideen deira, at argumentet kom til syne. Utdraget under synleggjer korleis dette utspelte seg i detalj:

Utdrag 2.6

2227. Martin: Men eg trur eg skjønar regla no altso, fordi vist, fordi…

2228. Lærar: Har du behov for å bruke tavla? For det er enklare å forklare

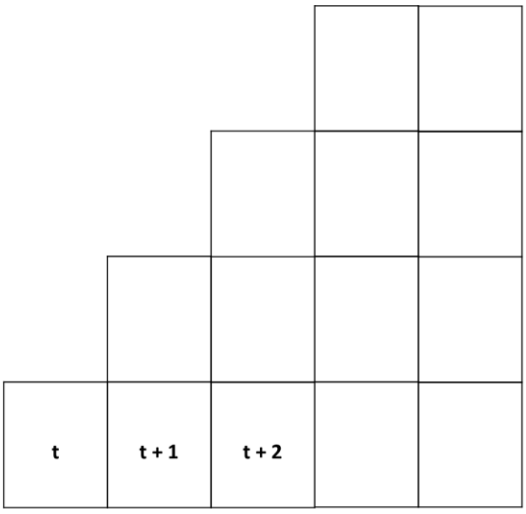
2229. Martin: Ja *går mot tavla*

2230. Lærar: No må de arrestere Martin viss de ikkje er einig undervegs. For no står eg berre her

2231. Martin: OK, no kan vi berre bygge vidare på denne her då *teiknar vidare på trappeillustrasjonen*

2232. Ingvild: Det er det eg helde på med

2233. Martin: *Teiknar nesten ferdig*



Figur 14 Elev held på med argument

2234. Lærar: Eeh en til der oppe

2235. Martin: Hæ? Åja ja *rettar på det*

…

2245. Lærar: Kva tenker du skal skje no? Kva manglar der? *Spør Wenke*

2246. Wenke: t + tre og t + fire

2247. Martin: *Skriv opp t + 3 og t + 4*

2248. Lærar: Har du noko å tilføye?

2249. Ingvild: Eg?

2250. Lærar: Ja

…

2253. Ingvild: At viss du tar den ned dit. For det viss vi tok den ned dit på det førre so var det berre dei, so blei det likt her. Då viss man tar ned dit og den ned dit og den ned dit so blir det likt

2254. Lærar: Kan du viske ut og legge til sånn at det blir sånn som du har tenkt. Sånn at det vise godt til Bente korleis de tenker

2255. Martin: Var det desse her vi skulle ta vekk?

2256. Ingvild: Nei

2257. Martin: Hæ, var det ikkje dei?

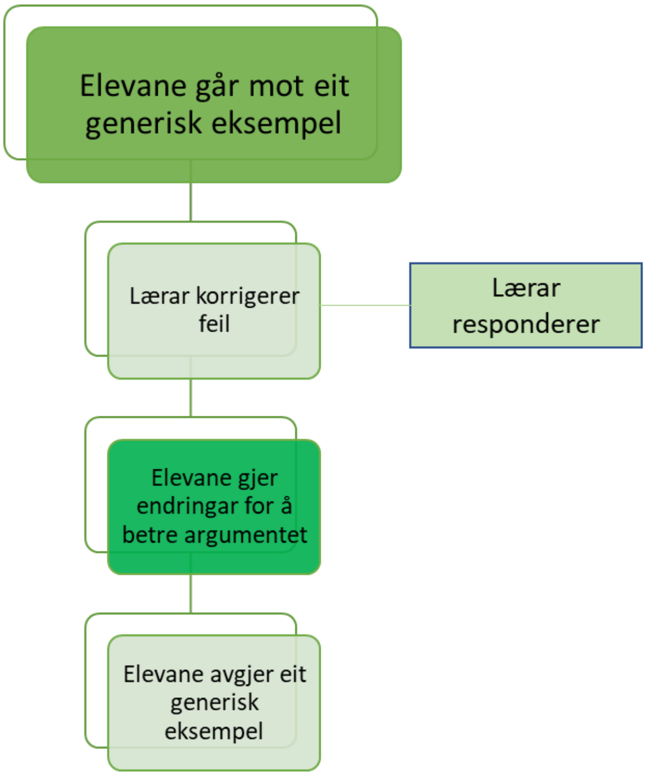
2258. Ingvild: *Teiknar to pilar frå t + fire til t, og ei pil frå t + tre til t + ein* For då blir dei like (sjå figur 11)

2259. Martin: Ja, for då blir dei so høge *peikar på tavla*

I dette utdraget byrjar Martin å forsetje på trappeillustrasjonen som læraren viste tidlegare i oppgåve 1 (linje 2231-2233). Læraren responderte på ein mangel hos eleven, noko eleven rettar for å kunne forsetje argumentet (linje 2234-2235) (Ellis et al., 2019,

s. 120). Læraren lokka fram fleire av elevane sine resonnement, og det kom fram at elevane klarate å gjennomføre eit generisk eksempel (linje 2245, 2258). Argumentet vert analysert til å vere eit generisk eksempel, fordi dei brukar eksempel som illustrerer det generelle (Lannin, 2005, s. 236). Dei nytta aksepterte sanningar i form av at *t* står for tal, noko dei var kjende med frå før av då læraren gjekk igjennom eit gyldig argument. Resonneringsforma dei nytta var kjend, sidan den er liknande på den førre oppgåva dei hadde. Uttrykkingsforma dei brukte er også kjend for fellesskapet og er ei fortsetjing på tidlegare modell dei har brukt (Stylianides, 2007, s. 291) I likskap med den andre gruppa (sjå utdrag 2.5), argumenterte dei ikkje munnleg for at trappetrinna kunne gjelde kva som helst heilt tal. Likevel var dette noko dei vart einige om i førre oppgåve, så potensielt kan ein anta at det er ein del av den felles diskursen i gruppa (Sfard, 2007, s. 572).

Det andre utdraget i alternativ 1 er ei fortsetjing på utdrag 2.3, i arbeidet med hypotesen om partal. Elevane hadde allereie kome med eit argument som var på god veg mot å bli eit generisk eksempel. Læraren nytta sjansen til å utvikle argumentet, ved å respondere, slik at det skulle verte riktig.



Figur 15 Elevane avgjer eit generisk eksempel

Figuren viser at elevane gjor endringar for å betre argumentet og elevane argumentete eit generisk eksempel. Utdraget under synleggjer i detalj korleis argumentet utspelte seg.

Utdrag 2.7

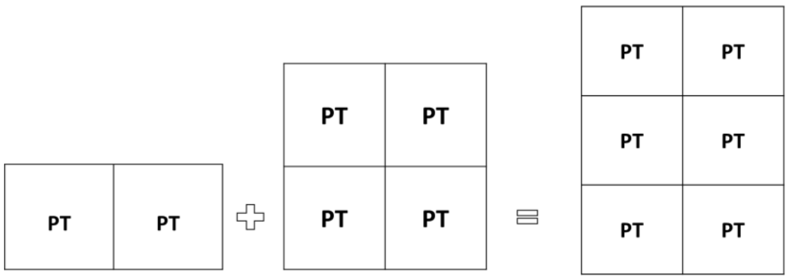
2369. Ingvild: Har eg rett?

2370. Lærar: Ja, eg tenke jo at du er inne på noko der. Men viss du på ein måte no, no er dei to mengdene du presentere der, er jo like.

2371. Ingvild: Eg kan jo ta for eksempel..

2372. Lærar: For då er vi litt inne på det som vi var inne på i sta

2373. Ingvild: *Teiknar opp to boksar til over den eine mengda, og legg til to boksar på summen*



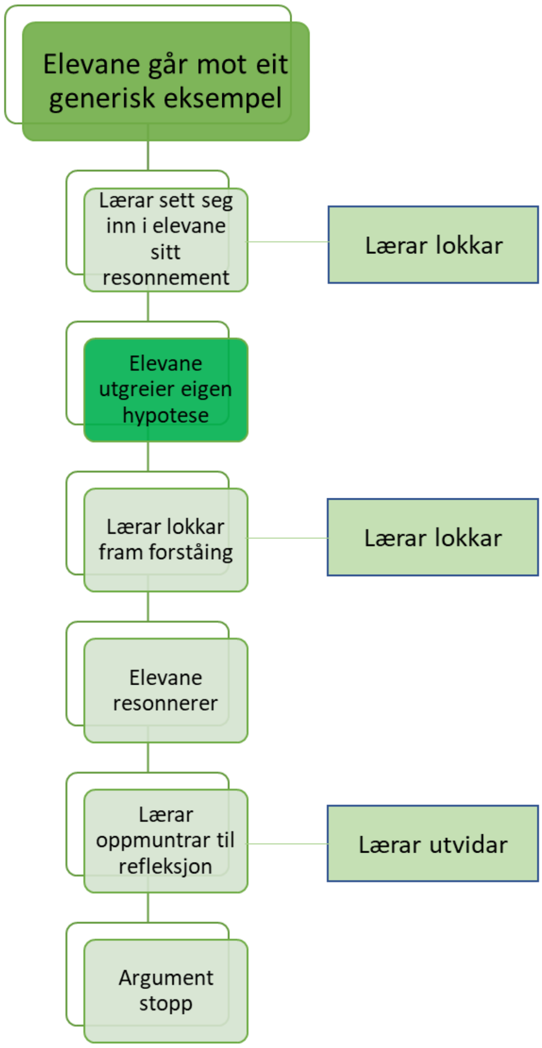
Figur 16 Elev si teikning som del av eit argument

2374. Ingvild: Der har eg ulike, men framleis partal

Eleven var som sagt allereie på god veg mot å nå eit generisk eksempel i dette argumentet. Likevel var det noko som mangla, då det berre var argumentert for at to like partal er lik partal (Lannin, 2005, s. 236). Læraren responderte på det ved å gjere eleven oppmerksam på tilfellet (linje 2370) (Ellis et al., 2019, s. 120). Eleven fekk ordna opp i dette ved å utvide den eine modellen slik at figurane som simulerte partal, var forskjellige. Problemet er at eleven valde å skrive «PT» i kvar av rutene. Likevel syner det ut i frå datamaterialet at ho meinte at dei to boksane som står ilag, skal tilsvare eit partal. Difor legg det til grunn for å vurdere at argumentet vart gyldig, derav generisk eksempel. Grunnen til at dette er analysert til å vere eit generisk eksempel, er fordi eleven brukte spesifikke eksempel til å forklare det generelle (Lannin, 2005, s. 236). Ho brukte aksepterte sanningar i form av kva definisjonen av eit partal er. Ho resonnerte ved å bruke ny erfaring om korleis eit argument kan sjå ut, og kopla opp mot dei tidlegare erfaringar knytt til partal. Ho uttrykte argumentet ved bruk av ulike representasjonar, som figurar og munnleg språk (linje 2373, 2374) (Stylianides, 2007, s. 291).

4.3.2.2 Alternativ 2: Elevane utgreier eigen hypotese

Det andre alternativet som utspelar seg omhandlar at elevane utgreier eigen hypotese. Dette utspelte seg berre ein gong. Læraren hadde då gitt første innspel som var å setje seg inn i elevane sitt resonnement (linje 2265). Det siste innspelet før argumentasjonsslutt er at læraren oppmuntrar elevane til å reflektere over eigen hypotese, noko som er under kategorien *utvidar* (linje 2284) (Ellis et al., 2019, s. 123). På grunn av dårleg tid, vert argumentet avslutta. Utdraget og figuren under viser korleis detaljane utspelte seg.



Figur 17 Argument stoppar opp

Utdrag 2.8

2264.	Martin:	Og sånn tippa eg det går framleis, altså sånn på seks heile tal, so er det, so er det.. altso viss du dela seks tal då
2265.	Lærar:	Du tenker seks?
2266.	Martin:	Altso viss du har seks tal
2267.	Ingvild:	Vi er på fem
2268.	Martin:	Jammen sånn, eg trur det er sånn for alltid på en måte
2269.	Lærar:	Ikkje sant? Vi jobba med tre i sta
2270.	Martin:	Jaa
2271.	Ingvild:	No er det fem
2272.	Lærar:	No er fem påfølgande tal. Kvifor har vi hoppa over vi over fire?
2273.	Ingvild:	Fordi det er partal

2274. Lærar: Funka det med partal?

2275. Ing og Mar: Nei

2276. Martin: So viss du tar, elle då blir det kanskje sju då

2277. Ingvild: Eller det kan funke kanskje då

2278. Lærar: Test, test

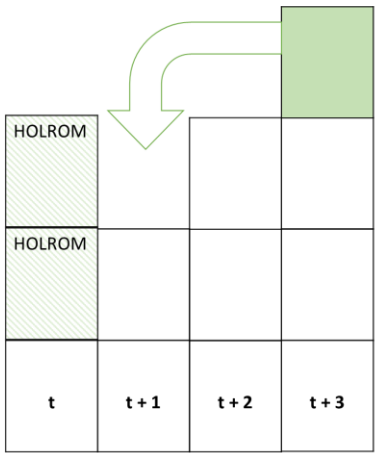
2279. Ingvild: Test med partal

2280. Martin: *Viskar vekk t + fire*

2281. Ingvild: Partal, for då kan du ikkje flytte det ned, og då blir det uansett ein som er igjen. *tel ti stk.* ti stk.

2282. Martin: Den ned der

2283. Ingvild: Og, men då blir det enten holrom der, der, der eller der. So det går ikkje



Figur 18 Elev sitt forsøk på oddetal som påfølgande tal

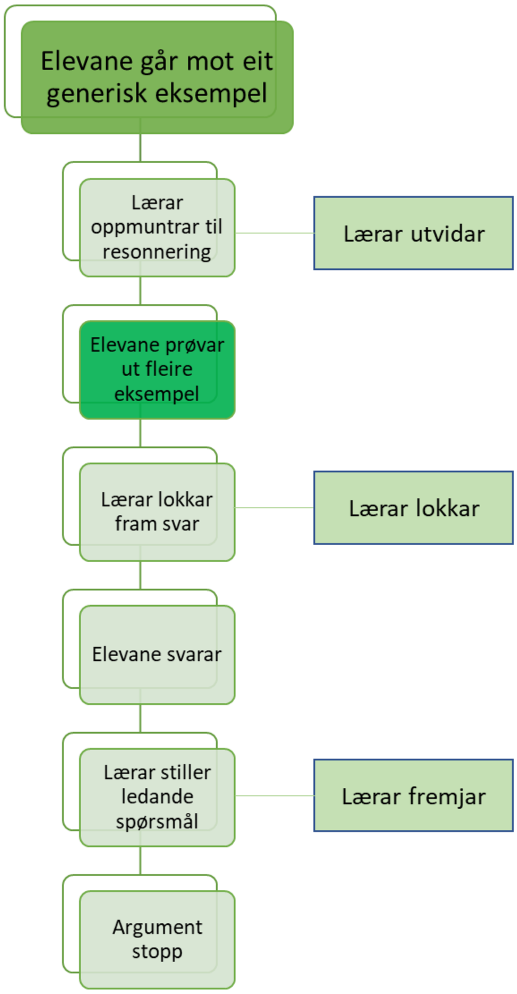
2284. Lærar: Kva har de bevist no?

2285. Ingvild: At du må ha eit oddetal…

Elevane var her inne på noko som kunne blitt til eit generisk eksempel, der dei hadde bevist for at hypotesen om påfølgande heiltal hadde stemt for alle oddetal (Lannin, 2005, s. 236). Denne resonneringa var noko Martin tenkte ut sjølv, utan oppfordring frå læraren. Det som skjedde vidare i utviklinga var at læraren kunne tenke seg å utvikla dette argumentet, men på grunn av dårleg tid, vart det avvikla.

4.3.2.3 Alternativ 3: Elevane testar ut fleire eksempel

Det siste alternativet som utspelar seg i kommunikasjonsmønsteret som omhandlar då elevane går mot eit generisk eksempel, er at elevane testar ut fleire eksempel for å skape ei større forståing. Dette skjedde berre ein gong, og det var eit resultat av at læraren kom med ei oppmuntring til resonnering, frå kategorien *utvidar* (Ellis et al., 2019, s. 123). Dette argumentet enda i at det stoppa opp på grunn av tid, ei etterfølging av innspel som er under kategorien *fremjar* (Ellis et al., 2019, s. 121). Utdraget og figuren under, synleggjer korleis dette utspelte seg i detalj.



Figur 19 Argumentet stoppar opp

Utdraget under er ei fortsetjing på gruppe 1 sitt arbeid på oppgåve 2. Denne situasjonen er etter dei har avlevert eit generisk eksempel (sjå utdrag 2.5).

Utdrag 2.9

1328. Lærar:	Mhm, men ser de eit mønster då, går det an å bruke dette på meir enn tre påfølgande tal og fem påfølgande tal
…	
1334. Lærar:	Prøv med fire og sjå om det går
1335. Hege:	*Skriv opp ein + to + tre + fire* Det blir to og en halv. *viskar vekk og skriv ein + to + tre + fire + fem + seks*
…	
1340. Lærar:	Ja, men no har ho skrive ein + to + tre + fire + fem + seks. Kor mange tal er det?
1341. Simone:	Seks
1342. Even:	Seks tal

1343. Lærar: Seks tal. Kva skal ho dele med då?

1344. Hege: 21 delt på 6 er. Kva er 21 delt på 6, Even?

1345. Even: 21 delt på 6 eeeh

1346. Simone: Du er læraren våra no

1347. Hege: Ja

1348. Lærar: Finne du 21 i 6-gangen?

1349. Even: Eeh, nei

1350.Lærar: So no har de bevist at 3 påfølgande tal delt på tre, summen av tre påfølgande tal er alltid deleleg med tre. Det viste vi i stad, og so har de funne ut at summen av fem påfølgande tal er deleleg med fem. Det har de bevist. Og kva er det som kjenneteiknar tre og fem, men som er ulikt med seks?

1351. Hege: Det er liksom dei to

1352. Lærar: Kva er tre og fem?

1353. Even: Tre og fem?

1354. Lærar: Ja, kva slags type tal er det?

1355. Hege: Er ikkje det sånn der, eg hugsa ikkje kva det heiter, men det er vertfall sånn. Det er noko sånn tall som folk seie at dei telle til sju. Det er ikkje.. eg teller til tre

1356. Lærar: Men hugsar de kva vi gjekk gjennom i haust? Då gjekk vi gjennom partal og … oddetal

1357. Even: Ja, ja, oddetal

1358. Lærar: Mhm, kva er tre og fem?

1359. Hege og Even: Oddetal?

1360. Hege: Og fire

1361. Lærar: Kva er seks og fire?

1362. Even: Partal

Det som skjedde i dette kommunikasjonsmønsteret, var at elevane var på veg mot eit nytt generisk eksempel (Lannin, 2005, s. 236). Læraren nytta sjansen til å oppmuntre elevane til resonnering for å utvikle dette vidare og for å skape ei breiare forståing (linje 1328 og 1334) (Ellis et al., 2019, s. 123). Elevane testa ut dette ved å rekne ut fleire eksempel (linje 1335). Lærar forsøkte å lokke fram svara til elevane. Elevane sa korleis dei tenkte og lærar hinta vidare for å gjere vegen lettare for dei (Ellis et al., 2019, s. 121). På grunn av dårleg tid, valde dei å avslutte argumentet utan at det vart ferdig.

4.4 Oppsummering av analysen

Analysen av mitt datamateriale viser at elevane har eit behov for rettleiing når det kjem til arbeidet med argumentasjon. Det syner at elevane ikkje har vore vande med å arbeide på denne måten og difor har lærarrolla vore viktig (Lannin, 2005). Elevane starta for det meste med ugyldige argument før lærar kom med innspel. Likevel syner analysen at dei innspela læraren kom med, vart med på å skape ein progresjon hos elevane, på kort tid.

I kommunikasjonsmønstera som blei kategorisert og analysert i datamaterialet, var det to retningar som var interessante å undersøke nærare. Kva slags lærarinnspel kan ein observere 1) når elevane argumenterer empirisk, og 2) når elevane går mot eit generisk eksempel? Kva skjer vidare med elevane sine argument etter innspel frå lærar? Som ein ser i underkapittel 4.3.1, var det kategorisert tre typar innspel som vart tatt i bruk som første innspel etter elevane hadde avlevert ein empirisk argumentasjon:

- Lærar *responderer*
- Lærar *fremjar*
- Lærar *utvidar*

Etter lærar hadde gitt det første innspelet i sekvensen, har det blitt utarbeida alternativ for kva som skjedde med argumenta til elevane vidare. Alternativa viser eit nytt kommunikasjonsmønster og blir avslutta med å vise korleis argumentet ender. Alternativa på kva som skjedde med argumenta til elevane etter første innspel er:

1) Elevane forset på eit ugyldig nivå av argumentasjon
2) Elevane forsøker å utvide argumentet
3) Elevane avgjer eit generisk eksempel

I underkapittel 4.3.2 kan ein sjå kva slags kategori av innspel som vart brukt som første innspel. Det var tre av kategoriane som vart nytta som første innspel:

- Lærar *lokkar*
- Lærar *responderer*
- Lærar *utvidar*

Etter første innspel lærar kjem med, vart det også i dette kommunikasjonsmønsteret, sortert ut i fleire alternativ på kva som skjedde vidare med argumentet til elevane. Alternativa på kva som skjedde med argumenta til elevane etter første innspel er:

1) Elevane gjer endringar for å betre argumentet
2) Elevane utgreier eigen hypotese
3) Elevane prøvar ut fleire eksempel

Av innspela som er kategorisert i argumentasjonsprosessane vart alle innspela nytta som det siste innspelet før eit argumentslutt. Det var kategoriane *lokkar*, *responderer* og *utvidar* som var av dei innspela som vart nytta før elevane argumenterte generisk (Ellis et al., 2019). Likevel var det refereringa tilbake til dei simulerte oppgåvene, som fekk mest progresjon hos elevane. Då henta dei fram erfaring frå det gyldige argumentet dei fekk simulert, og nytta dette i dei neste oppgåvene (Ellis et al., 2019, s. 121; Duval, 1998, s. 45). Resultatet enda i at elevane klarte å argumentere gyldig på fleire oppgåver etter det. Gruppe 1 arbeida med to oppgåver, og klarte å argumentere generisk på siste. Gruppe 2 arbeida med tre oppgåver, og klarte å argumentere generisk på dei to siste. At elevane fekk simulert korleis eit generisk argument kunne sjå ut, vart elementært i dei vidare oppgåvene og for forståinga av korleis eit gyldig argument kan sjå ut (Stylianides, 2008, s. 12).

5 Diskusjon

I denne studien har eg gjennomført ein observasjon av to grupper i sjette klasse og ein lærar. Elevane arbeida med argumentasjonsoppgåver, der læraren gjennom heile observasjonen var til stade for å kunne kome med innspel undervegs. Datamaterialet er analysert og vidare vil det vere sentralt å diskutere resultatet mitt av undersøkinga i lys av tidlegare forsking og teori som er definert i kapittel 2. På denne måten kan ein samanlikne mitt resultat med tidlegare forsking og diskutere kvifor situasjonar utspelte seg slik som dei gjorde. Det er også verdt å ha eit kritisk syn på eiga forsking, og synleggjere funna sine eventuelle svakheiter og avgrensingar.

5.1 Mine funn

I frå datamaterialet mitt har eg resultat som viser både elevargumentasjon før og etter innspel frå lærar, og kva slags innspel som vart nytta i elevane sitt arbeid med argumentasjonsoppgåver. Resultatet mitt viser at elevane for det meste argumenterte empirisk før lærar kom med innspel. Dette samsvarar med tidlegare forsking, då mellom anna Lannin (2005) har sagt at elevar ofte argumenterer empirisk på slik som arbeid med bevis (s. 251). Det var difor sentralt at lærar måtte kome med innspel for at elevane skulle betre sine argument (Ellis et al., 2019; Stylianides, 2007, s. 298). Innspela læraren kom med vart kategorisert i Ellis et al. (2019) sin TMSSR-modell.

Eg gjennomførte ei tematisk analyse av alle innspela i argumentasjonsanalysen. Det vil sei at eg talde alle innspela som vart nytta innanfor kvar kategori i TMSSR-modellen (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 121). Kategorien *fremjar* var den kategorien med flest innspel. Innspela frå denne kategorien var aldri det siste innspelet før eit generisk argument, men læraren valte å bryte ned den første oppgåva for begge gruppene. Då simulerte læraren korleis eit generisk argument kan sjå ut. Dette tilhøyrar kategorien *fremjar,* og hadde mykje å seie for gruppene sin argumentasjon i dei neste oppgåvene (Ellis et al., 2019, s. 121).

Gruppe 1 klarte å argumentere gyldig på ei av to oppgåver, medan gruppe 2 klarte å argumentere gyldig på to av tre oppgåver. Likevel var det plukka ut ni utdrag, mellom anna fordi det utspelte seg fleire episodar innan same oppgåve. Ut av dei ni utdraga, klarte elevane å argumentere generisk tre gongar. Som sagt hadde erfaringa til elevane om korleis eit generisk argument såg ut, mykje å seie for dei vidare innspela læraren nytta. Då kunne lærar mellom anna referere til figurane dei hadde brukt. I tillegg til det, var det dei tre andre kategoriane som vart siste innspel før det vart avlevert eit gyldig argument. Dette var mellom anna korrigering, etterspurnad etter generalisering og etterspørjing av forklaring (Ellis et al., 2019). At elevane klarte å argumentere gyldig, stemmer overeins med tidlegare forsking. Elevar ned på barnetrinnet, kan klare å argumentere gyldig, dersom lærar veit kva som ligg i eit gyldig argument, og hjelp elevane mot å klare det (Stylianides, 2007, s. 298).

I likskap med Ellis et al. (2019) sin modell, plasserte eg kvart enkelt innspel inn etter lågt eller høgt potensial for utvikling av resonnering. 55 av innspela var av lågt potensial, medan 37 var av høgt potensial. I alle kategoriane utanom *utvidar,* dominerte innspela med lågt potensial. I *utvidar* var alle innspela av høgt potensial. Skott og Valenta (2022) har forska på høgt og lågt potensial av innspel. For dei var det også dei tre same kategoriane med lågt potensial som viste seg fram i deira studie. I lag med *utvidar* hadde også *fremjar* mange innspel med høgt potensial (s. 79). Det var berre *utvidar* som det var mange av, i mitt datamateriale.

Kvifor funna over har utspelt seg slik, kan vere nyttig å undersøke nærare. I den nye læreplanen er argumentasjon eit sentralt tema, då det blant dei seks kjerneelementa i matematikkfaget (Utdanningsdirektoratet, 2020). Det vil difor vere relevant å undersøke kva lærar gjorde for å utvikle elevane sine argument. Kva slas innspel var det som betra argumenta til elevane? Og kva slags erfaringar og kunnskap er det elevane sit igjen med etter innspel frå lærar. Fokuset på desse spørsmåla vil vere relevant, for å skape ei større forståing av resultatet, men også for å understreke viktigheita av læring i argumentasjon, då det er eit av kjerneelementa i læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2020). Med bruk av spesifiserte funn frå datamateriale, knytt opp mot relevant teori, skal eg forsøke å gå djupare inn i resultatet.

5.1 Utvikling av argumentasjon

5.1.1 Elevane sitt utgangspunkt

Funna frå datamaterialet synleggjer at elevane fort argumenterer empirisk i arbeidet med bevis, noko som samsvarar med tidlegare forsking (Lannin, 2005, s. 251). Ut i frå funna tyder det på at elevane er usikre på kva som ligg i eit gyldig argument, og går i gang med å argumentere ved bruk av eksempel. Kvifor er det slik? Forsking viser at sjølv ved opplysing av at empiriske argument er ugyldige, vel elevar likevel å nytte seg av det (Lannin, 2005, s. 251). Utdrag 2.1, linje 2061 er eit døme der læraren seier at elevane har vist eksempel, men stiller spørsmål til om det er bevist. Elevane svarar med å igjen nytte eksempel som argumentasjon (Lannin, 2005, s. 236). Ein grunn til at elevar generelt held seg på eit ugyldig argument, kan vere fordi det er mangel på erfaring blant elevane (Lithner, 2008, s. 268). Det kan vere at dei då er låst i eit spor, og ikkje klarar å utvikle tankemåten. I dette tilfellet held deg seg på eit eksempelnivå (Lannin, 2005, s. 236).

Ein annan grunn til at elevane held seg på eit ugyldig nivå er om læraren sjølv ikkje har tilstrekkeleg kunnskap kring temaet (Lithner, 2008, s. 268). I denne studien vart spesielt dette tatt i betraktning, og læraren fekk difor tilsendt informasjon om kva som ligg i eit generisk eksempel (Krogh Arnesen, 2022). Då fekk læraren rom for å førebu seg og skaffe seg informasjon om kva som ligg i eit gyldig argument. I tillegg fekk ho tilsendt rammeverket om TMSSR-modellen, som blei brukt for å analysere innspela (Ellis et al. 2019).

Når det er tatt i betraktning at lærar har kunnskap om kva som ligg i eit gyldig argument, viser tidlegare forsking at elevar har god moglegheit til å kunne argumentere gyldig (Stylianides, 2007, s. 298). I datamaterialet mitt vart det analysert tre generiske eksempel. Det er difor tydeleg at elevane kan klare å argumentere gyldig, så lenge dei har tilgang til hjelp frå lærar. Vidare skal det diskuterast korleis elevane klarte dette. Kva var det læraren gjorde for å utvikle elevane sine argument? Og kva skjedde med utviklinga av den matematiske læringa til elevane?

5.1.2 Lærargrep for å utvikle argumenta

Stylianides (2008) sin modell om resonnering-og-bevis kan vere eit godt hjelpemiddel for lærar som skal analysere elevane sine svar. Når ein kartlegg korleis elevar argumenterer for bevis, kan ein plassere eleven innanfor ein matematisk komponent. I denne masteren, vil plasseringa av eleven vere innanfor *å gje eit bevis* eller *å gje eit ikkje-bevis* (sjå tabell 2), (Stylianides, 2008, s. 10). Ettersom at elevane argumenterte empirisk før lærar kom med innspel, er det tydeleg at dei vart plassert innanfor *å gje eit ikkje-bevis*. For å utvikle elevane i riktig retning, var kvaliteten på kommunikasjonen mellom partane ein viktig del for læringa til elevane. Læring skjer både på eit personleg plan og i samhandling med andre (Alrø & Skovsmose, 2002, s. 1-2). Innspela læraren kom med var difor sentrale for elevane sitt arbeid med argumentasjon. Elevane var avhengig av god kommunikasjon og formidling frå lærar for at dei skulle betre argumenta sine. Ellis et al. (2019) har utarbeida ein modell for innspel i ein resonneringsprosess, som truleg fungerer godt i arbeidet med argumentasjon (Jeannotte & Kieran, 2007, s. 7). Læraren nytta fleire innspel frå dei ulike kategoriane for å forsøke å utvikle elevane sine argument. Til dømes forsøkte læraren å både stille leiande spørsmål og oppmuntre til refleksjon (sjå utdrag 2.9 linje 1356 og utdrag 2.8, linje 2284). Likevel var det fleire gongar at elevane forsette med å halde seg på eit empirisk nivå (sjå alternativ 1, kapittel 4.3.1).

Med ugyldige argument som utgangspunkt var det essensielt for læraren å identifisere den psykologiske komponenten. Det går ut på om eleven faktisk forstår kva det vil seie å avlevere eit gyldig eller ikkje gyldig argument for bevis (Stylianides, 2008, s. 12). Viste eleven kva det vil seie å argumentere riktig? Ut i frå funna, tyder det på at elevane ikkje viste kva som låg i eit gyldig argument. Sjølv etter fleire oppmuntringar frå lærar om å gå vekk i frå spesifikke eksempel, haldt elevane i begge gruppene seg framleis på eit eksempelnivå (sjå m.a. utdrag 2.1, linje 2064) (Lannin, 2005, s. 236). Det kan tyde på at læraren prøvde å endre elevane sitt syn på naturen når det gjeld kva som ligg i eit gyldig argument (Stylianides, 2008, s. 10). Læraren valde å bryte ned første oppgåve for begge gruppene, og vise korleis eit generisk eksempel såg ut (Ellis et al., 2019, s. 121). Det gjorde ho ved å inkludere elevane i denne resonneringsprosessen, og simulerte det gyldige argumentet ved bruk av fleire representasjonar. Representasjonane som vart brukt var mellom anna teikning og munnleg argumentasjon (sjå figur 6) (Duval, 2006, s. 103).

I det neste underkapittelet skal eg diskutere utfallet av lærargrepet til læraren. Kva skjedde med elevane si forståing etter at læraren valde å bryte ned oppgåva, og vise korleis eit gyldig argument kunne sjå ut?

5.1.3 Elevane si utvikling

Ein ser forskjell på den matematiske kunnskapen til elevane, før og etter læraren simulerte eit generisk eksempel. Då læraren til å begynne med oppmuntra elevane til å teikne eller argumentere utan tal, forsette elevane med å bruke eksempel. Då læraren etter det simulerte argumentet oppmuntra elevane til det same, vart resultatet annleis. Elevane knytte erfaringa læraren gav dei, til dei andre oppgåvene. Det syner seg i oppgåve 2, blant begge gruppene. Då læraren oppfordra elevane til å gå vekk i frå dei konkrete eksempla som vart nytta, kopla elevane på den nye kunnskapen dei hadde etablert. Begge gruppene klarte å argumentere gyldig i oppgåve 2 (sjå utdrag 2.5 og 2.6). Elevane utvida figuren som læraren nytta i oppgåve 1, til å argumentere i oppgåve 2. Om elevane har fått kunnskap som er overførbar til andre oppgåver, kan diskuterast. Som sagt, er det læraren som har hjelpt dei med første oppgåve og simulert korleis eit gyldig argument kan gjennomførast. Elevane nytta også læraren sin figur i neste oppgåve for å bevise den gitte påstanden. Betyr dette at elevane tar etter læraren, og vil bruke same type framgangsmåte ved neste oppgåve? Eller har dei forstått korleis ein kan argumentere gyldig?

Ein ynskjer i hovudsak at eleven skal resonnere sjølv og ikkje få svaret av læraren. Det er dei innspela som får elevane til å resonnere sjølv som i utgangspunktet er av høgt potensial for utvikling i TMSSR-modellen (Ellis et al., 2019, s. 117-124). Likevel gjennomførte læraren grep, som var å vise eit generisk eksempel. I oppgåve 2, tyder det på at elevane kopierer det læraren har gjort. Det er difor utfordrande å bedømme om elevane har forstått kva som ligg i eit gyldig argument i den samanheng. Gruppe 2 får arbeide med oppgåve 3. Dette er ei oppgåve som skil seg frå dei andre. Her kunne elevane vise at dei har lært og endra sitt syn på naturen på kva som ligg i eit gyldig argument (Stylianides, 2008, s. 12). Ingvild er den som startar resonneringa, og nyttar seg av ein liknande representasjon som læraren simulerte i første oppgåve. Likevel er ikkje representasjonen den same ettersom at dette handlar om partal og ikkje påfølgande heiltal. Ingvild klarte difor å utvikle figuren, og syner at ho har tatt til seg kunnskap (sjå utdrag 2.3 og 2.7) (Stylianides, 2008, s. 12). Med det meiner eg at ho tok i bruk erfaringane sine og klarte å knytte same type representasjon til ei anna type oppgåve. Ei slik resonnering kan tyde på at eleven har knytt tidlegare kunnskap saman med ny kunnskap, og lært av situasjonen der lærar braut ned oppgåva (Duval, 1998, s. 45). Då kan ein sei at den psykologiske komponenten til eleven er endra. Synet på naturen om korleis eit gyldig argument ser ut, har endra seg (Stylianides, 2008, s. 12).

Det er mykje som kan vere med på å påverke og utvikle elevane i arbeidet med argumentasjon. I tillegg til det viktige læraren gjer, kan til dømes den matematiske diskursen elevane er i, vere med på å lette kommunikasjonen i gruppa og bidra til større forståing blant elevane (Sfard, 2007, s. 571). Elevane som deltok i studien min vart satt saman i grupper for å samarbeide om bevis- og argumentasjonsoppgåver. Dette er ein form for matematisk diskurs, der dei saman er inkluderte i eit fellesskap, som ikkje alle utanforståande er ein del av (Sfard, 2007, s. 571). Det kan vere fleire element i den matematiske diskursen som var med på å utvikle elevane sine argument.

Om ein først ser på utgangspunktet til elevane kan ein undersøke viktige detaljar som kunne påverke læringa (Sfard, 2007, s. 571). I oppgåvelyden var det mange ord som kunne vere viktig å definere for å skape felles forståing blant elevane. For å bidra til at alle var inkluderte i diskursen, gjekk læraren gjennom omgrepa i oppgåva. Ord som «sum» og «påfølgande heiltal» vart difor definert, og kan ha vore med på å bidra til at det letta diskursen blant elevane (Sfard, 2007, s. 571). På den måten hadde elevane ei felles forståing av naturen og då omgrepa som vart nytta (Stylianides, 2008, s. 10; Sfard, 2007, s. 571).

Etter læraren hadde simulert eit gyldig argument, vart den representasjonen som vart nytta, kjend for elevane. Det ser ein i oppgåvene etter, då elevane tar i bruk same type representasjon (sjå figur 15). Dei visuelle mediatorane, som kan samanliknast med representasjonar, vart difor ein stor del av argumentasjonsprosessen til elevane. Dette er figurar som blei brukt til å visualisere argumentet og gjere det spesielle om til det generelle (Duval, 2006, s. 103). På denne måten resonnerte dei og kommunistrete uttrykka for fellesskapet (Sfard, 2007, s. 571). I fleire av oppgåvene var ikkje alle elevane like deltakande. Til dømes kan ein sjå at i oppgåve 3, at det er Ingvild åleine som gjennomfører oppgåva. Det at Ingvild forstår korleis ho kan gjennomføre argumentet, med innspela frå læraren, kan vere med på å auke dei andre elevane sine forståingar. Med det meiner eg at ho tok med seg innspelet frå læraren, og representerte og visualiserte hennar tankegang for dei andre elevane. Dette kan ha bidratt til at elevane lettare forstod kva som låg i argumentet ved at ho brukte kjende visuelle mediatorer (Sfard, 2007, s. 571). Makar et al. (2015) undersøkte korleis medelevar kan vere med på å støtte kvarandre i arbeidet med argumentasjon. I utgangspunktet er det responsmetodar som kan vere med på å utvikle kvarandre, utan hjelp frå lærar. At Ingvild i dette tilfellet forstod innspelet frå læraren, gjorde at ho kunne vere med på å utvikle dei andre elevane si forståing (Makar et al., 2015).

Vidare kan narrativ vere med på å lette diskusjonen og argumentasjonen til elevane i eit gruppearbeid. Narrativ er ein påstand som enten vert godkjent eller forkasta i fellesskapet i diskursen, og var ein del av gruppedynamikken i datamaterialet i denne studien (Sfard, 2007, s. 572). Utdrag 1.5 viser til dømes at elevane vert einige i kva som ligg i eit partal. Ettersom at dette er ei einigheit i gruppa, er ikkje dette noko dei treng å utdjupe eller argumentere for vidare. Det blir heller ein ressurs for underbygging av det argumentet dei er på veg mot å kome med i utdrag 2.3 og 2.7 (Sfard, 2007, s. 57).

Godt etablerte rutinar er også noko som kan vere med på å betre forståinga blant elevane, og dermed også utvikle argumentasjonen. Rutinar i ein matematisk diskurs handlar om gjentakande handlingar som går føre seg i ein matematisk prosess (Sfard, 2007, s. 572). Det som til vanleg er rutinar for elevane og læraren som deltok i mitt prosjekt, er usikkert. Det som derimot kan vise seg som rutinar for elevane i denne samanhengen, vart å bruke representasjonar i svara sine. I tillegg vart det ei rutine at læraren saman med elevane gjekk gjennom oppgåvene og omgrepa i oppgåvelyden, slik at framandord vart avklart på førehand. Slike rutinar kan vere med på å gjere kommunikasjonen mellom elevane lettare (Sfard, 2007, s. 572). Det som hadde vore ideelt var om elevane og læraren hadde desse rutinane frå før, og at dei ikkje vart etablert i sjølve observasjonen. Med gode, etablerte klasseromnormer kan det bidra til at elevane utviklar argumenta sine (Makar et al., 2015, s. 1118).

5.2 Innspela til læraren

Det som er påpeikt i kapittelet over av innspel, er læraren sitt val om å bryte ned oppgåva og simulere eit gyldig argument. Dette innspelet er i kategorien *fremjar* og er i utgangspunktet eit innspel med lågt potensial for utvikling (Ellis et al., 2019, s. 121). Datamaterialet i denne studien viser at omtrentleg 60% av innspela hadde lågt potensial for utvikling. Dermed hadde omtrentleg 40% av innspela høgt utviklingspotensial. At det er mange innspel med lågt potensial viser seg også igjen i Skott og Valenta (2022) sin studie. Dei fekk fram at kategoriane *lokkar, responderar og fremjar* hadde mykje innspel med lågt potensial. Innspel frå kategoriane *utvidar* og *fremjar* hadde mykje innspel med høgt potensial (s. 79). Min studie er det berre innspel frå *utvidar* som utpeikar seg med mykje høgt potensial. Kvifor det er slik, kan diskuterast:

5.2.1 Innspel med høgt og lågt potensial

Kategorien *utvidar* vart det identifisert innspel med berre høgt potensial. Innspela i denne kategorien er med på å bidra til at resonneringa til elevane går frå det spesielle til det generelle (Ellis et al., 2019, s. 123). Dette kan vere ein av grunnane til at innspela i denne kategorien er av høgt potensial. Læraren i datamaterialet nytta fleire sjansar til å oppmuntre elevane til å utvikle eksempelet til noko meir generelt, ved å til dømes etterspørje generalisering. I utdrag 2.5, linje 1316 forsøkte læraren å etterspørje generalisering ved å få elevane til å få argumentet til å gjelde for alle tal (Ellis et al., 2019, s. 123). Elevane tok med seg sine tidlegare erfaringar og klarte å gjennomføre eit gyldig argument etter Lannin (2005) sine krav til eit generisk eksempel (s. 236). Dette var eit innspel som bidrog til at elevane argumenterte gyldig.

Sjølv om innspela frå denne kategorien berre er av høgt potensial, og at det var med på å bidra til eit av tre gyldige argument, finn ein fleire døme på at desse innspela ikkje bidrog til noko utvikling. Utdrag 2.3, linje 2341 er eit døme der læraren prøvar å utvide elevane sitt argument til å verte eit generisk eksempel. Elevane forset med å halde seg på eit ugyldig argument. Likevel er innspela etter kategorien, sortert til å vere av høgt potensial, ettersom at dei forsøker å la elevane resonnere og utvikle seg sjølv (Ellis et al., 2019, s. 123).

Noko av det som er tankevekkande frå datamaterialet, er at det er innspela med lågt potensial som bidrar mest til argumentutvikling blant elevane. Det ser ein mellom anna i det som er nemnt før, at læraren bryt ned oppgåva. Likevel var det ikkje berre der innspela med lågt potensial bidrog til utvikling. I utdrag 2.7 kjem det fram at ei korrigering av feil er med på å gjere argumentet korrekt. Dette er blant lågt potensial i kategorien *responderar.* Dette innspelet er lågt fordi elevane sjølv ikkje finn feilen med argumentet (Ellis et al., 2019, s. 120). I tillegg var ei korrigering i utdrag 2.6 med på å bidra til at elevane argumenterte riktig. Samstundes er det der eit innspel frå kategorien *lokkar* som bidrar direkte til at eleven viser eit gyldig argument. Dette innspelet er at læraren lokkar fram ein idé, noko som er kategorisert som eit høgt potensial for utvikling (Ellis et al., 2019, s. 119).

Gjennomgåande i utdraga ser ein at med innspel frå dei ulike kategoriane, refererer læraren på ein eller annan måte til det simulerte argumentet i oppgåve 1. Uansett om det er innspel med lågt eller høgt potensial før argumentslutt, er det tydeleg at det er det simulerte argumentet i første oppgåve som er grunnlaget for elevane si forståing (Duval 1998, s. 45). Som Ellis et al. (2019) påpeika i sin artikkel, at det ikkje er ein fasit på kva innspel som blir kategorisert med høgt eller lågt potensial, sjølv om det er kategorisert i deira TMSSR-modell (s. 116). I min studie er det tydeleg at det var viktig med innspel frå lærar, uavhengig av om det var av lågt eller høgt potensial, i utviklinga av forståinga til elevane i kva som ligg i eit gyldig argument (Stylianides, 2007, s. 291).

5.3 Metodiske og analytiske svakheiter

Å vere kritisk til metodeval og datakvalitet, er ein viktig del av forskingsprosessen. Ein reflekterer rundt truverdigheita, og ser på val av metode og analytiske verktøy (Grønmo, 2016 s. 237). Andre metodar kunne gitt ei anna vinkling, som kunne resultert i andre funn. I dei neste underkapitla skal eg drøfte studiens eventuelle avgrensingar, og vidare korleis studien kunne blitt gjort annleis.

5.3.1 Analytiske svakheiter

Som ein del av den metodiske prosessen, er datareduksjon og koding ein viktig del av arbeidet (Ringdal, 2001, s. 248). I studien vart det plukka ut relevante sekvensar med argumentasjon blant elevane og innspel frå læraren. Argumenta til elevane vart koda etter Lannin (2005) sine argumentasjonsnivå, og innspela etter Ellis et al. (2019) sin TMSSR-modell. Ettersom at eg held meg i eit fortolkande paradigme, tolka eg det eg undersøkte opp mot tidlegare kunnskap og erfaringar (Deetz, 1996, s. 193). Praktisk kan det bety at eg har koda og analysert annleis enn andre, med annan kunnskap enn meg. Sjølv om rammeverka har tydelege forklaringar på kvalifikasjonane i dei ulike kategoriane, kan mi tolking vere annleis enn andre si (Deetz, 1996, s. 193). Erfaringane mine knytt opp mot ny kunnskap, kan då føre til andre resultat enn det ein med andre erfaringar ville fått. I tillegg til at tolking av funn påverkar resultatet, kan det vere relevant å diskutere om valet av rammeverk kunne gitt andre vinklingar og funn.

Til å vurdere innspel og lærargrep i ulike resonneringsprosessar, finst det mange forskjellige rammeverk. I denne studien valde eg å nytte Ellis et al. (2019) sin TMSSR-modell, som kategoriserer ulike innspel og plasserer dei etter lågt og høgt potensial for utvikling. Med dette rammeverket fekk eg undersøkt kvart enkelt innspel, og mykje av fokuset vart då å sjå på kvaliteten og kjenneteiknet til innspelet. Eg vart meir bevisst på om innspelet til dømes var ein respons på eleven si resonnering, eller om innspelet var til for å utvikle eleven si resonnering (Ellis et al., 2019, s. 117). Alrø & Skovsmose (2002) formidlar at kvaliteten på det ein kommuniserer er med på å påverke læringa til elevane (s. 1-2). Kvaliteten på innspelet var i fokus, ettersom TMSSR-modellen kategoriserer kvart type innspel etter høgt og lågt potensial for utvikling (Ellis et al., 2019, s. 117).

EST-rammeverket er eit av fleire rammeverk som ikkje vart nytta i denne studien. Dette rammeverket går ut på å fremje resonnering, grunngjeving og reflektering hos elevane (Cengiz et al, 2011). Ein kan sjå likskapen mellom EST- og TMSSR-rammeverka, der begge har som mål å utvikle elevane gjennom blant anna fremjande, utviklande og støttande handlingar. Ein forskjell mellom rammeverka er at EST ikkje kategoriserer innspela etter lågt og høgt potensial for utvikling. Den kjem med forslag til instruksjonshandlingar i staden, som kan vere nyttig i utviklinga av eleven (Cengiz et al., 2011, s. 357). Ettersom at det er mange likskapstrekk mellom desse to rammeverka, kan det vere at mykje av resultatet i denne studien ville ha vore likt med bruk av EST. Samstundes hadde det vore eit anna fokus, då det i denne studien har vore mykje snakk om kvaliteten på innspela. Masteren hadde då fått ei anna vinkling, som kunne gitt eit anna resultat.

Ilag med rammeverk for innspela, vart det nytta to rammeverk for argumenta til elevane. Lannin (2005) sine argumentasjonsnivå og Stylianides (2007) sine krav for eit argument, var rammeverka som vart nytta for å kartlegge elevane sine argument i denne studien. Stylianides (2007) er ein som knyt bevis og argumentasjonsomgrepa ilag. Det er det ikkje alle som gjere. Til dømes er det fleire forskarar som ser på omgrepa kvar for seg. Argumentasjon kan då knytast meir i hop med andre resonneringsprosessar som til dømes generalisering (Stylianides, 2016, s. 317). Med bruk av generaliseringsoppgåver, kunne resultatet og masteren i seg sjølv sett annleis ut. Eg nytta meg av bevisoppgåver og elevane argumenterte kring det. Det kunne likevel vore interessant å sett på korleis elevane ville argumentert kring generaliseringsoppgåver slik som i Lannin (2005) sin studie. I tillegg til å undersøke argumentasjonane til elevane, såg han også på tilnærminga til elevane i løysingane av oppgåvene.

5.3.2. Metodiske svakheiter

Det er mange standpunkt å ta omsyn til i arbeidet med denne masteroppgåva. Val av kva slags informantar, kor mykje tid, kva slags oppgåver og kva forskingsmetode som blir nytta, er blant dei vala som er tatt. Kva slags metodiske svakheiter finn ein i studien? Korleis kunne metoden vore gjort annleis? Var det situasjonar som utspelte seg, som eg ikkje hadde tatt høgde for? Det kan vere relevant å sjå nærare på desse spørsmåla.

Å undersøke truverdigheita av resultatet i studien, kan ein mellom anna gjere ved å vise om ein kan kome fram til same funn i ein annan samanheng (Guba, 1981, s. 80). Dette er ein kvalitativ studie med få informantar. Det var to grupper med tre elevar og ein lærar som deltok i prosjektet. Informantane skal i utgangspunktet representere eit større mangfald, men det er vanskeleg å garantere for at resultatet hadde vore likt i ein ny, lik situasjon. Dette er fordi ein som forskar er i ein tolkande situasjon. Empirien ein får er ikkje konkret og handfast (Dalland, 2020, s. 56). Med fleire deltakarar, som for eksempel i ein kvantitativ studie, kan ein lettare generalisere resultatet ein har fått, nettopp fordi fleire deltakarar representerer eit større omfang (Dalland, s. 2020, s. 55). Difor kan ein stille spørsmål til truverdigheita ettersom at studien har få informantar. Korleis utfalla av forskingsspørsmåla hadde vore med fleire grupper, fleire lærarar og fleire skular, er uvisst. Har ein fleire informantar, hadde ein truleg fått eit breiare perspektiv på korleis naturen er, og lettare kunne generalisert resultatet (Guba, 1981; Dalland, 2020, s. 55).

Ein annan faktor som stiller spørsmål til truverdigheita til oppgåva omhandlar nøytraliteten i forskinga (Guba, 1981, s. 80-81). Som tidlegare nemnt sende eg artiklar til læraren som deltok i prosjektet. Læraren fekk då informasjon om kva som låg i eit generisk eksempel, og vart bevisst på kva slags rammeverk eg nytta i analysen av hennar innspel (Krogh Arnesen, 2022; Ellis et al., 2019). Dette kan då ha påverka læraren sin veremåte i observasjonen, ettersom at ho var klar over rammeverket (Guba, 1981, s. 80-81). Det er dermed usikkert om dette har hatt ei innverknad på hennar framgangsmåte. Likevel kan ein ikkje konkludere med det eine eller det andre, men det er viktig å stille seg kritisk til påverknaden og nøytraliteten i forskinga (Guba, 1981, s. 80-81). Forutan om dette og ønsket om å undersøke elevargumentasjon før og etter innspel, hadde eg ingen personlege motivasjonar for korleis utfallet skulle utspele seg. Dette både i form av at læraren ikkje fekk instruksar på kva slags type innspel ho skulle nytte, og ved at eg sjølv ikkje var til stade i observasjonen.

I tillegg til å stille spørsmål til truverdigheita til oppgåva, finst det andre metodiske svakheiter ved masteren.

Som eg nemner tidlegare i diskusjonen, var det to gongar at argumentet stoppa opp på grunn av tid. Begge gongane var elevane på veg mot eit generisk eksempel, og det hadde vore interessant å sett korleis dette kunne ha utspelt seg (sjå utdrag 2.8 og 2.9). I tillegg til at desse argumenta vart stoppa opp, fekk den eine gruppa aldri begynt på oppgåve 3, som omhandla summen av to partal. Det vil sei at ein ikkje veit korleis dei hadde løyst denne oppgåva, med erfaringa frå dei to førre oppgåvene (Stylianides, 2008, s. 12). Observasjonen varte i omtrent ein skuletime per gruppe. Dette kan ein i etterkant sjå at var for lite tid, då berre ei av gruppene fekk byrja på oppgåve 3. Korleis forskingsspørsmåla hadde utspelt seg med meir tid, eller eventuelt bruken av tida er usikkert. Om begge gruppene hadde kome seg gjennom alle oppgåvene, ville det resultert i fleire funn som kunne styrka eller endra forskingsresonnomentet. Det som er sikkert er at læraren må ta seg tid til å lære elevane kva som ligg i gyldig argumentasjon, slik at dette kan verte godt innlært blant elevane (Krogh Arnesen, 2022, s. 7). Med lite tid, slik det kan vere i ein normal skulekvardag, ser ein verdien av god kvalitet på kommunikasjonen mellom deltakarane i diskursen (Alrø & Skovsmose, 2002, s. 1-2; Sfard, 2007, s. 571).

Kva har val av oppgåver å seie for vinkling og resultat i studien? Oppgåvene som vart valt ut i denne studien, er henta frå Krogh Arnesen (2022) sin artikkel om generiske eksempel. Både den første og den siste oppgåva i min studie er same som i hennar (s. 5). Ettersom at ho nytta oppgåvene til argumentasjonsprosessar på mellomtrinnet, vurderte eg det som relevante oppgåver i mi forsking. Oppgåve 2, er ikkje direkte henta frå Krogh Arnesen (2022), men er ei utvikling av oppgåve 1. Her fekk elevane moglegheit til å sjå samanhengar til det generelle mellom dei to oppgåvene. Med andre oppgåver, kunne resultatet blitt annleis. Lannin (2005) er ein som brukte oppgåver der elevane skulle generalisere. På den måten såg han både korleis elevane løyste oppgåvene, og korleis elevane argumenterte for løysingane. Dette er ein måte å gjennomføre på som kunne ha gitt ei anna vinkling på studien. Likevel er noko av resultatet frå studien likt med min. Begge har konkludert med at elevar argumenterer mykje empirisk (s. 251). Sutherland og Rojano (1993) er blant dei som har valt å bruke rekneark som hjelpemiddel til argumenteringsoppgåver. Dette kunne også gitt eit anna utfall dersom det var det som vart nytta her. Då hadde læraren hatt ei anna rolle, ettersom at elevane får ei viss støtte frå reknearka.

Kva slags forskingsmetode ein vel å bruke har noko å seie for utfallet av det ein forskar på. Hadde eg valt å intervjue hadde det gitt eit meir subjektive svar på kva slags innspel lærar brukar i arbeidet med å få elevane til å betre argumenta sine. Dette ville vore meir hypotetisk og ikkje så konkret som i ein observasjon, der ein faktisk kan sjå kva som skjer (Dalland, 2020, s. 102). Med observasjon som metode, finst det fleire måtar å gjennomføre studien på. Ein kunne svart på forskingsspørsmåla med å bruke heile klassen som informantar. Lannin (2005) fekk fram i si forsking at elevane argumenterte meir gyldig når dei jobba i heile klassen i staden for i smågrupper (s. 231). Om læringsutbyttet til elevane er best i små grupper eller vanleg klassestørrelse, er forskarar ueinige i. Bonesrønning et al. (2022) er blant dei som forska på at undervisning i små grupper aukar læringsutbyttet til elevane i faget. Samtidig seier dei at andre studiar viser at det ikkje er noko spesiell forskjell på elevprestasjonane i stor eller liten gruppe (s. 7). I mi forsking valde eg små grupper, fordi eg ville observere samarbeid mellom elevar, og for at lærar skulle vere lettare tilgjengeleg for elevane. Samstundes var det praktiske årsaker til gruppestørrelsen, då tilgangen på informantar vil vere påverka av tal elevar som ynskjer å delta i ein slik studie (Dalland, 2020, s. 126).

5.4 Didaktiske implikasjonar

Mykje av resultatet mitt understrekar tidlegare forsking, og difor viktigheita av lærarrolla kring elevargumentasjon (Stylianides, 2007, s. 298). Samstundes vert viktigheita framheva, då argumentasjon er blant dei seks kjerneelementa i matematikkfaget (Utdanningsdirektoratet, 2020). Datamaterialet mitt viser at elevar ofte argumenterte ved bruk av eksempel, noko som tyder på at dei i utgangspunktet ikkje viste kva som låg i eit gyldig argument. Likevel viser studien min at elevar kunne klare å argumentere gyldig, etter innspel frå lærar. Desse funna er ikkje nye i forskingsverda, då både Stylianides (2007) og Lannin (2005) påpeikar den manglande kunnskapen til elevane om gyldige argument, før innspel frå lærar. Fleire studiar understrekar den viktige rolla læraren har i arbeidet med argumentasjon. Det er mellom anna gjennomført studiar der læraren hadde fokus på å lage klasseromnormer. Med god respons på elevane sitt arbeid, klarte elevane etter kvart å støtte kvarandre i ein argumentasjonsprosess, utan læraren til stade (Makar et al., 2015). Det er difor elementært at læraren bør ha kunnskap om argumentasjon. Grunnen til det er at utan at læraren har kunnskap om argument, har heller ikkje elevane det (Stylianides, 2007, s. 298). Det masteren min bidrar med i tillegg til å understreke viktigheita til læraren, er innspela læraren kan kome med, for å betre elevane.

Som nemnt er innspela kategorisert i TMSSR-modellen til Ellis et al. (2019). Innspel med lågt potensial for utvikling vart mykje brukt, noko som ikkje nødvendigvis treng å vere noko ulempe. Læraren valde å bryte ned oppgåve 1 for begge gruppene. Innspelet er kategorisert som eit lavt potensial for utvikling innan kategorien *fremjar.* Som det kom fram tidlegare i analysen, argumenterte elevane med eksempel, noko som går under empirisk argument, og er ugyldig (Lannin, 2005, s. 236). Det tydde på at elevane ikkje viste kva som låg i eit gyldig argument. Etter at læraren hadde brote ned oppgåva, og simulert korleis eit generisk eksempel kunne sjå ut, klarte elevane å argumentere gyldig på fleire oppgåver. Det kan bety at elevane forstod kva som ligg i eit gyldig argument (Stylianides, 2008, s. 12). Det eg vil fram til er at å simulere eit gyldig argument for at elevane skal verte bevisste på kva som er gyldig og ikkje, kan vere viktig for at elevane skal skaffe tilstrekkeleg kunnskap (Stylianides, 2008, s. 12). Dette sjølv om innspelet er av lågt potensial for utvikling etter TMSSR-modellen (Ellis et al., 2019, s. 116). Tidlegare forsking viser at elevar er usikre på forskjellen mellom empirisk argumentasjon og generisk eksempel, sjølv om dette er gått gjennom saman i klassen (Lannin, 2005). Korleis dei har gått gjennom det før, om det er munnleg eller skriftleg er usikkert. Likevel tyder min studie på at om det blir simulert med ulike formar for representasjonar, så kan det bli lært. Det er verdt å nemne at å vise fleire forskjellige argument, slik at elevane ikkje låser seg til ei løysing, kan vere lurt for å skape eit større kunnskapsnivå hos elevane. Då kan elevane få ei forståing av korleis eit matematisk argument er, og få ei betre oppfatning av naturen knytt til argumentasjon (Stylianides, 2008, s. 12).

Vidare viser studien min at forskjellege innspel kan vere med på å utvikle elevane og få fram det elevane tenker i arbeidet med argumentasjon. Ingen av kategoriane utpeikar seg, men det kan vere relevant å nytte seg av litt av alle for å utvikle elevane (Ellis et al., 2019). Det som utpeiker seg er at innspela har hatt fordel av at det allereie var simulert eit generisk eksempel. La oss diskutere korleis dei ulike kategoriane kan utvikle argumenta til elevane:

Om ein tar for seg kategorien *lokkar* har ein moglegheit til å undersøke kva elevane tenker (Ellis et al., 2019, s. 118). Elevane får då moglegheit til å kome med sine innhaldsrike tankar og resonneringar. Innspel frå kategorien kan få fram argument frå elevane, utan at lærar har hatt noko påverknad på resonnementet deira. I min studie var til dømes innspelet: *Kva tenker du skal skje no? Kva manglar der?* eit innspel som synleggjorde ein elev sin ide og resonnering knytt til det dei haldt på med (Ellis et al., 2019, s. 119).

I kategorien *responderar* har læraren sjans til å svare på det eleven resonnerer eller argumenter (Ellis et al., 2019, s. 118). I datamaterialet var det nesten utelukkande lågt potensial for utvikling av innspela i denne kategorien. Dette var gjerne i form av korrigering av feil eller validering av riktig svar. Ei korrigering kan vere med på å gjere argumentet gyldig, sjølv om det er av lågt potensial. Det skjedde mellom anna under utdrag 2.7, der læraren sa: *ja, eg tenke jo at du er inne på noko der. Men viss du på ein måte no, no er dei to mengdene du presentere der, er jo like.* Eleven blei då merksam på manglane og fekk ordna slik at det argumentet vart riktig (Ellis et al., 2019, s. 120; Stylianides, 2007, s. 291).

I kategorien *fremjar* kan læraren legge til rette for eleven si resonnering og i dette tilfellet argumentasjon (Ellis et al., 2019, s. 120). Ettersom at innspelet om å bryte ned oppgåva, har vore diskutert mykje allereie, vel eg å ikkje gå nærmare inn på det her. Med innspela som er i kategorien *utvidar* er fokuset på å dra elevane si resonnering eller argument eit hakk vidare. Det kan vere å gjere det spesielle om til det generelle (Ellis et al., 2019, s. 124). Frå datamaterialet mitt såg ein at innspelet *etterspørje generalisering* vart mest brukt. Dette vart gjerne knytt til den tidlegare erfaringa elevane hadde med det simulerte argumentet. Til dømes kunne lærar spørje om elevane kunne teikne i staden for å kome med eksempel. Då henta elevane fram sine tidlegare erfaringa av den simulerte oppgåva (sjå utdrag 2.5) (Duval, 1998, s. 45).

5.5 Implikasjonar for vidare forsking

I den nye læreplanen er argumentasjon blant dei seks kjerneelementa i matematikkfaget. Det vil sei at dette er eit tema som skal arbeidast mykje med i faget framover (Utdanningsdirektoratet, 2020). Sidan dette er eit tema som skal arbeidast med, kan vidare forsking i dette temaet vere relevant. Som det kjem fram av tidlegare forsking, synast lærarstudentar at argumentasjon er eit utfordrande tema å jobbe med (Belin & Akar, 2020, s. 1). Eit forslag til vidare forsking kan vere å studere lærarstudentar sitt arbeid med argumentasjon, med fokus på innspel. Lærer studentane noko om kva som er gode innspel i arbeid med argumentasjon?

Med fokus på det som er studert i denne masteroppgåva, kan det vere nyttig å vidare forske på andre innspelsmetodar når det kjem til arbeid med argumentasjon. Er det andre innspelsmetodar eller lærargrep som bidrar til god utvikling av argumentasjon blant elevane? Kva slags hjelpemiddel kan lærarar og elevar nytte for å auke argumentasjonsnivåa til elevane? Lannin (2005) viste i sin studie at elevar i heilklasse argumenterte betre enn elevar i smågrupper (s. 231). Det kan vere vidare interessant å undersøke innspela i TMSSR-modellen knytt opp til argumenta til elevane i ein heilklasse i staden for smågrupper. Til slutt har eg forslag om å undersøke bruken av argumentasjonsoppgåver i matematikkbøkene. Korleis legg matematikkbøkene til rette for å argumentere for bevisoppgåver? Kva slags lærargrep og innspel vert nytta i elevane sitt arbeid med argumentasjonsoppgåver i matematikkbøkene?

6 Avslutning

Denne studien viser innspel lærar brukar for å betre elevane sine argument i arbeid med bevisoppgåver. Innspela læraren brukar, kategorisert i TMSSR-modellen er med på å utvikle elevane sine argument (Ellis et al., 2019). Elevane har gått frå å argumentere empirisk til å klare å argumentere generiske eksempel, etter innspel frå lærar. Resultatet har blitt funne ved å observere to grupper med elevar med ein lærar til stade. Der fekk dei arbeidd med bevisoppgåver, der dei skulle argumentere for at påstanden stemte eller ikkje. Resultatet viser at elevane var usikre i starten på kva som ligg i eit gyldig argument, men at dei etter innspel frå lærar klarte å gjennomføre nokre gyldige argument.

Ved å analysere elevane sine argumentasjonar, har eg nytta rammeverket til Lannin (2005) om kva slags argumentasjonsnivå dei ligg på (s. 236). Samt brukt Stylianides (2007) sin definisjon av eit argument (s. 291) Ved ein empirisk argumentasjon, har elevane nytta eksempel som ei grunngjeving for svara sine. Dette gjorde begge gruppene i første oppgåve, men også i enkelte tilfelle i dei andre oppgåvene (Lannin, 2005, s. 236). I eit generisk eksempel har elevane tatt eksempla med seg vidare og klart å gjort det spesifikke om til det generelle. Der nytta dei illustrasjonar som eit hjelpemiddel for å argumentere. Dette nivået av argumentasjon brukte elevane i oppgåve to og tre, etter innspel frå lærar (Lannin, 2005, s. 236).

I analysen med å undersøke kva slags innspel lærar nyttar for å utvikle elevane sine argument, har eg brukt rammeverket til Ellis et al. (2019), derav TMSSR-modellen. Med modellen sine fire kategoriar for innspel, har eg sett på kvar enkelt innspel lærar kjem med, og plassert dei inn i ein av dei fire kategoriane (s. 117). I tillegg har innspela blitt kategorisert som lågt eller høgt potensial for utvikling. Alle innspela var mykje representert, men det var kategorien *fremjar* som utpekte seg mest. Dette både i form av at den var hyppigast brukt, men også fordi læraren brytte ned oppgåve 1 for begge gruppene. Dette var til stor fordel for elevane i dei seinare oppgåvene, då dei hadde erfart korleis eit gyldig argument kunne sjå ut. I dei oppgåvene vart dei andre kategoriane i TMSSR-modellen til Ellis et al. (2019) nytta, og elevane nytta nye erfaringar og kunnskap, slik at dei til slutt klarte å argumentere gyldig (s. 117; Duval, 1998, s. 45).

For å illustrere løpet av alle forskingsspørsmåla, lagde eg figurar som viser kommunikasjonsmønsteret mellom lærar og elevane. Kommunikasjonsmønstera er etter to hovudområde: når eleven argumenterer empirisk, og når eleven går mot eit generisk eksempel. Med dette illustrerer eg kva som skjer gjennom kommunikasjonen mellom lærar og elevane. Den viser kva slags argument eleven låg på, og kva slags innspel lærar gjorde for å forsøke å utvide argumentet. Til slutt illustrerte figurane kva som skjedde med argumentet til slutt. I tillegg til at elevane klarte å argumentere gyldig tre gongar, viste figurane at argumentet stoppa opp, at læraren braut ned oppgåva og at elevane avleverte generisk eksempel. Figurane er inspirert av Skott og Valenta (2022) sine kommunikasjonsmønster i arbeid med resonnering.

Eg vil med dette konkludere dei tre forskingsspørsmåla: Det første som omhandlar korleis elvane argumenterer før innspel frå lærar, er at dei held seg på eit ugyldig nivå, derav mykje empirisk argumentasjon. Dette samsvarar med tidlegare forsking, som viser at elevane har ein tendens til å argumentere empirisk (Lannin, 2005, s. 251). Det neste forskingsspørsmålet som omhandlar kva slags innspel lærar nyttar for å betre elevane sin argumentasjon, så vil eg konkludere med at læraren nyttar innspel frå alle kategoriane i TMSSR-modellen. Likevel er det kategorien *fremjar* som syner seg mest fram i argumentasjonsprosessen. Både i form av at den er mest brukt, men også fordi den spelte ei viktig rolle for elevane si forståing av eit gyldig argument. Dei andre tre kategoriane vart også viktig for elevane si utvikling av argument, og eit samspel mellom alle kategoriane kan vere viktig for å betre argumenta til elevane (Ellis et al., 2019, s. 117).

Det siste forskingsspørsmålet som går på korleis elevane argumenterer etter innspel er at elevane klarar å argumentere generisk, noko som samsvarar med tidlegare forsking (Makar et al., 2015; Stylianides, 2007). Elevane forset også med å argumentere empirisk, men fleire tilfelle viser at etter innspel frå lærar, klarar dei å argumentere gyldig (Lannin, 2005, s. 236).

Referanseliste

Albano, G. & Dello Iacono, U. (2019). A scaffolding toolkit to foster argumentation and proofs in mathematics: Some case studies. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, *16*(1), 1-12. https://doi.org/10.1186/s41239-019-0134-5

Alrø, H. & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education: Intention, reflection, critique*. Kluwer Academic Publishers.

Ball, D. L. & Bass, H. (2003). Making mathematics reasonable in school. I J. Kilpatrik, W. G. Martin & D. Schifter (Red.), *A Reaserch Companion to Principals and Standards for School Mathematics* (s. 27–44). National Council of Teachers of Mathematics.

Belin, M. & Akar, G. K. (2020). The effect of quantitative reasoning on prospective mathematics teachers' proof comprehension: The case of real numbers. *The Journal of Mathematical Behavior*, *57*, 100757. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100757

Boero, P., Garuti, R., & Mariottti, M. A. (1996). Some dynamic mental processes underlying producing and proving conjectures. *Proceedings of PME*, *20*(2), 121–128. https://oa.mg/work/2270361819

Bonesrønning, H., Finseraas, H., Hardoy, I., Iversen, J. M. V., Nyhus, O. H., Opheim, V., Salvanes, K. V., Sandsør, A. M. J. & Schøne, P. (2022). Small-group instruction to improve student performance in mathematics in early grades: Results from a randomized field experiment. *Journal of Public Economics*, *216*, 1-8. https://doi.org/10.1016/j.jpubeco.2022.104765

Cengiz, N., Kline, K. & Grant, T. J. (2011). Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *14*(5), 355–374. https://doi.org/10.1007/s10857-011-9179-7

Dalland, O. (2020). *Metode og oppgaveskriving* (7. utg.). Gyldendal.

Deetz, S. (1996). Describing differences in approaches to organization science: Rethinking Burrell and Morgan and their legacy. *Organization Science*, *7*(2), 191–207.

Doerr, H. M. & English, L. D. (2006). Middle grade teachers' learning through students' engagement with modeling tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *9*(1), 5–32. https://doi.org/10.1007/s10857-006-9004-x

Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point a view. I C. Mammana & V. Villani (Red.), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century* (s. 37–52). Kluwer.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *61*(1/2), 103–131. https://www.jstor.org/stable/25472062

Ellis, A., Özgür, Z. & Reiten, L. (2019). Teacher moves for supporting student reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, *31*(2), 107–132. https://doi.org/10.1007/s13394-018-0246-6

Forskningsetikkloven. (2017). *Lov om organisering av forskningsetisk arbeid* (LOV-2017-04-28-23). Lovdata. https://lovdata.no/dokument/LTI/lov/2017-04-28-23

Grønmo, S. (2016). *Samfunnsvitenskapelige metoder* (2. utg.). Fagbokforlaget.

Guba, E. G. (1981). ERIC/ECTJ annual review Paper: Criteria for assessing the trustworthiness of naturalistic inquiries. *Educational Communication and Technology*, *29*(2), 75–91. https://www.jstor.org/stable/30219811

Hana, G. M. (2014). *Matematiske tenkemåter: Metamatematikk for lærerutanningen* (1. utg.). Caspar forlag AS.

Jeannotte, D. & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *96*(1), 1–16. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8

Knuth, E. J. (2002). Teachers' conceptions of proof in the context of secondary school mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *5*(1), 61–88. https://doi.org/10.1023/A:1013838713648

Krogh Arnesen, K. (2022). Generiske eksempler som argumentasjon. *Tangenten -Tidskrift for matematikkundervisning*, *33*(1), 2–8. http://www.tangenten.no/wp-content/uploads/2022/01/tangenten-1-2022-krogh_arnesen.pdf

Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning*, *7*(3), 231–258. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0703_3

Leatham, K. R., Peterson, B. E., Stockero, S. L. & Van Zoest, L. R. (2015). Conceptualizing mathematically significant pedagogical opportunities to build on student thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, *46*(1), 88–124. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.46.1.0088

Lesh, R. & Zawojewski, J. S. (2007). Problem solving and modelling. I F. Lester (Red.), *The second handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 763–804). Information Age Publishing.

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, *67*(3), 255–276. https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2

Makar, K., Bakker, A. & Ben-Zvi, D. (2015). Scaffolding norms of argumentation-based inquiry in a primary mathematics classroom. *ZDM*, *47*(7), 1107–1120. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0732-1

Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2. utg.). Sage.

Mueller, M., Yankelewitz, D. & Maher, C. (2014). Teachers promoting student mathematical reasoning. *Investigations in Mathematics Learning*, *7*(2), 1–20. https://doi.org/10.1080/24727466.2014.11790339

NESH. (2021, desember 16). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora*. NESH. https://www.forskningsetikk.no/om-oss/komiteer-og-utvalg/nesh/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/

NSD. (u.å). *Norsk senter for forskingsdata.* NSD. Henta 24. mai. 2023 frå http://nsd.no/

NTNU. (u.å.). *Kryptering av filer*. NTNU.no. Henta 19. mai 2023, frå https://i.ntnu.no/wiki/-/wiki/Norsk/kryptering+av+filer

NTNU. (2022). *DID3401—Læring og undervisning av matematikk*. NTNU.no. Henta 11. mai 2023, frå https://www.ntnu.no/studier/emner/DID3401#tab=omEmnet

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2021). *Forskingsmetode for masterstudenter i lærerutdanning* (1. utg.). Cappelen Damm AS.

Reid, D. & Vallejo Vargas, E. (2018). When is a generic argument a proof? I A. J. Stylianides & G. Harel (Red.), *Advances in Mathematics Education Research on Proof and Proving: An International Perspective* (s. 239–251). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-70996-3_17

Ringdal, K. (2001). *Enhet og mangfold* (1. utg.). Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS.

Rø, K., & Arnesen, K. K. (2020). The opaque nature of generic examples: The structure of student teachers' arguments in multiplicative reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, *58*, 100755. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.100755

Sfard, A. (2007). When the rules of discourse change, but nobody tells you: Making sense of mathematics learning from a commognitive standpoint. *The Journal of the Learning Sciences*, *16*(4), 565–613. https://doi.org/10.1080/10508400701525253

Sfard, A. (2008). *Thinking as Communicating: Human Development, the Growth of Discourses, and Mathematizing*. University Press.

Skott, E. L. B. (2021). *Er dette riktig, lærer?* [Masteroppgåve, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet]. Institutt for lærerutdanning. https://ntnuopen.ntnu.no/ntnu-xmlui/bitstream/handle/11250/2785095/no.ntnu%3Ainspera%3A76471160%3A34486568.pdf?sequence=1

Skott, E. L. B. & Valenta, A. (2022). Kommunikasjonsmønster under arbeid med matematiske resonnering. *Nordisk Tidsskrift for Utdanning Og Praksis = Nordic Journal of Education and Practice*, *16*(2), 61–82. https://doi.org/10.23865/up.v16.3518

Skovsmose, O. (1998). Undersøgelseslandskaber. I T. Dalvang & V. Rohde (Red.), *Matematik for alle* (s. 24–37). Landslaget for matematikk i skolen.

Smith, M. S. & Stein, M. K. (2011). *5 practices for orchestrating productive mathematics discussions*. National Council of Teachers of Mathematics.

Stylianides, A. J. (2007). Proof and proving in school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *38*(3), 289–321. https://doi.org/10.2307/30034869

Stylianides, A. J., Bieda, K. N. & Morselli, F. (2016). Proof and argumentation in mathematics education research. I Á. Gutiérrez, G. C. Leder & P. Boero (Red.), *The second handbook of research on the psychology of mathematics education: the journey continues* (s. 315–351). SensePublishers. https://doi.org/10.1007/978-94-6300-561-6_9

Stylianides, G. J. (2008). An analytic framework of reasoning-and-proving. *For the Learning of Mathematics*, *28*(1), 9–16. https://www.jstor.org/stable/40248592

Sutherland, R. & Rojano, T. (1993). A spreadsheet approach to solving algebra problems. *Journal of Mathematical Behavior*, *12*(4), 353–383.

Thagaard, T. (1998). *Systematikk og innlevelse*. Fagbokforlaget.

Tholander, M. & Cekaite, A. (2015). Konversasjonsanalys. I A. Fejes & R. Thornberg (Red.), *Handbok i kvalitativ analys* (s. 194–1217). Liber AB.

Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04)*. Fastsett som forskrift av Kunnskapsdepartementet 2013. https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Grunnleggende_ferdigheter

Utdanningsdirektoratet. (2020). *Kjerneelement (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer?KjerneelementerForklaring=true

Valenta, A. (2015). *Tallforståelse*. Matematikksenteret.no. https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/page/Valenta%20Tallforsta%CC%8Aelse.pdf

Zeitz, P. (2007). *The art and craft of problem solving* (2. utg.). Wiley.

Vedlegg

Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykkeerklæring elev

Vedlegg 2: Informasjonsskriv og samtykkeerklæring lærar

Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykkeerklæring elev

Hei! Ynskjer du delta i eit forskingsprosjekt?

Eg ynskjer å finne meir ut om læraren si rolle i elevane sitt arbeid med argumentasjon i matematikkfaget.

Under får du informasjon om prosjektet og kva det vil innebere å delta.

Føremål

Dette er ei masteroppgåve, eit forskingsprosjekt, som har som mål å sjå korleis elevar argumenterer, med og utan hjelp av lærar. Hensikten er å sjå på korleis læraren sine innspel påverkar elevane sine argument.

Kven er ansvarleg for forskingsprosjektet?

Eg, Bente Kjosaas Leknes, skal forske på dette prosjektet. Saman med NTNU Trondheim er vi ansvarleg for prosjektet og opplysningane som kjem med.

Kvifor får du spørsmål om å delta?

Eg har snakka med læraren din og plukka ut din klasse til å vere med i mitt forskingsprosjekt. Innad i klassen din er det tilfeldig kven som blir trekt ut til å vere med og det er til saman 9 stk. som kan vere med.

Læraren din skal trekke ut kven som får moglegheit å delta i prosjektet, så eg veit enno ikkje kven som har får moglegheit til å delta.

Uavhengig om du har lyst å delta eller ikkje, skriv du under og gir tilbakemelding til læraren din. Dersom du ynskjer å delta får eg beskjed av læraren din om det.

Kva inneber det for deg å delta?

Dersom du vel å delta blir du satt i ei tilfeldig gruppe med 2 andre i klassen din. Først får de ei matematikkoppgåve som de skal diskutere og kome fram til eit svar på, sjølvstendig som ei gruppe. Det vil sei utan hjelp av lærar. Etter kvart vil læraren kunne komme med innspel som kan vere med på å utvikle svara de kjem med.

For at eg skal kunne analysere og få med alt av svar som de kjem med, vil de bli observert. Det skjer ved at eg tar eg video- og lydopptak av gruppearbeidet. Gjennom heile prosjektet blir de anonymisert. Det vil sei at ingen vil kunne spore mine funn tilbake til dykk. Unntak er dei som allereie veit frå før at du deltar, som for eksempel medelevar og lærar.

Observasjonen av gruppearbeidet vil ta ca. 45 minutt.

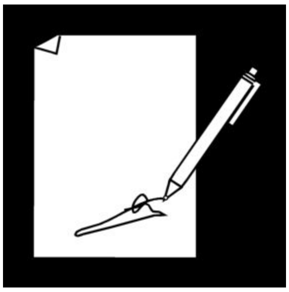
Dersom det er greitt, ynskjer eg å ta med meg papiret som de noterer på under gruppearbeidet.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Det vil sei at du, med ein føresett kan bestemme om du skal delta eller ikkje. Om du ikkje har lyst er det ingen som kan sei at du skal delta. Du har også moglegheit til å trekke deg kor tid som helst, utan å oppgje ein grunn. Då vil all informasjon om deg bli sletta. Det vil ikkje ha nokon negative konsekvensar for deg.

Gruppearbeidet du eventuelt skal delta på, vil føregå i ein skuletime. Dei elevane som ikkje skal delta på prosjektet, får moglegheit til å arbeide med dei same oppgåvene som deg. Det vil sei at du ikkje går glipp av noko fagleg.

Ditt personvern (anonymisering) – korleis vi oppbevarer og bruker opplysingane dine

- Eg vil berre bruke informasjonen frå opptaka i forskingsprosjektet mitt.
- Eg skal ikkje dele opptaka av deg med andre. Rettleiar vil ha moglegheit til å sjå opptaka frå min lagringsplass – om eg treng rettleiing.
- Eg passer på at ingen kan få tak i opptaka som eg samlar inn om deg. Det skjer ved at eg lagrar alt av opptak i ein kryptert mappe, og slettar opptaka etter eg har skrive ned det eg treng.
- Kamera og lydopptakar lånar eg frå NTNU Trondheim, og alt vil bli setta der ifrå då det er lagra i den krypterte mappa, før det blir sendt tilbake.
- Eg passar på at ingen kan kjenne deg igjen når eg skriv forskingsprosjektet. Det gjer eg ved å dikte opp eit anna namn når eg skriv om det du har sagt. Unntaket er dei som veit at du var med på prosjektet (for eksempel medelevar/lærar), det er mogleg at dei skjønar kven du er i teksten.
- Det einaste som skal stå om deg i forskingsprosjektet er kva slags klassetrinn du går i og eventuelt kjønn.
- Eg føl lova om personvern.



Kva skjer med opplysingane dine når vi avsluttar forskingsprosjektet?

Prosjektslutt er 25. august. 2023, og eg vil då passe på at alt av video- og lydopptak som er samla inn av deg er sletta.

Kva gjev oss rett til å behandle personopplysingar om deg?

Eg har berre lov å behandle video- og lydopptak av deg dersom du og ein føresett har samtykka til det.

Dine rettar

Under prosjektet, har du rett til innsyn og kopi av opplysningane eg har om deg. Om du meiner noko er feil kan du be om å få retta dette. Du har også rett til å få sletta personopplysingar om deg og sende klage til Datatilsynet om behandlinga av personopplysingane dine.

Dersom du har spørsmål til studien, eller om du ynskjer å vite meir eller utøve rettane dine, ta kontakt med:

- NTNU ved Bente Kjosaas Leknes. E-post: bentekl@stud.ntnu.no. Tlf. nnnnnnnn, eller
  Rettleiar: Eivind Kaspersen. E-post: eivind.karspersen@ntnu.no. Tlf. nnnnnnnn.
- Vårt personvernombod: Thomas Helgesen. E-post: thomas.helgesen@ntnu.no.

Dersom du har spørsmål knytt til Personverntjenester si vurdering av prosjektet kan du ta kontakt med:

- Personverntjenester, på e-post (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Venleg helsing

Prosjektansvarleg/masterstudent

Bente Kjosaas Leknes

Samtykkeerklæring

Eg har motteke og forstått informasjon om prosjektet elevargumentasjon og har fått høve til å stille spørsmål. Eg samtykker til:

- ☐ å delta i observasjon av gruppearbeid (og er kjend med at det vil bli tatt opp video- og lydopptak)
- ☐ at Bente Kjosaas Leknes kan publisere svara mine i masteroppgåva – med forbehald at dette er anonymisert.
- ☐ at video- og lydopptak av meg kan lagrast fram til prosjektslutt.

Eg samtykker til at opplysingane mine kan behandlast fram til prosjektet er avslutta.

(Signert av prosjektdeltakar (elev), dato)

(Signert av føresett, dato)

SVARFRIST MÅNDAG 21. NOVEMBER 2022

Vedlegg 2: Informasjonsskriv og samtykkeerklæring lærar

Hei! Ynskjer du delta i eit forskingsprosjekt?

Eg ynskjer å finne meir ut om læraren si rolle i elevane sitt arbeid med argumentasjon i matematikkfaget.

Under får du informasjon om prosjektet og kva det vil innebere å delta.

Føremål

Dette er ei masteroppgåve, eit forskingsprosjekt, som har som mål å sjå korleis elevar argumenterer, med og utan hjelp av lærar. Hensikten er å sjå på korleis læraren sine innspel påverkar elevane sine argument.

Kven er ansvarleg for forskingsprosjektet?

Eg, Bente Kjosaas Leknes, skal forske på dette prosjektet. Saman med NTNU Trondheim er vi ansvarleg for prosjektet og opplysningane som kjem med.

Kvifor får du spørsmål om å delta?

Til prosjektet mitt treng eg ein ferdig utdanna matematikklærar i grunnskulen, og difor har eg tatt kontakt med deg.

Kva inneber det for deg å delta?

Elevane blir satt i ei tilfeldig gruppe på 3 stykk. Dei skal arbeide med matematikkoppgåver, der fokuset er på argumentasjon. Først skal dei arbeide sjølvstendig. Etter kvart som elevane står fast, eller meiner dei er ferdig med oppgåvene, har du moglegheit til å kome med innspel som fører dei vidare og betrar argumentasjonen.

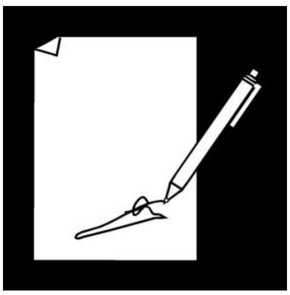
For at eg skal kunne analysere og få med alt av svar som de kjem med, vil de bli observert. Det skjer ved at eg tar eg video- og lydopptak av gruppearbeidet. Gjennom heile prosjektet blir de anonymisert. Ingen vil kunne spore mine funn tilbake til dykk. Unntaket er dei som allereie veit frå før at du deltar, som for eksempel medelevar og lærar.

Observasjonen av gruppearbeidet vil ta ca. 45 minutt.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Om du ikkje har lyst er det ingen som kan sei at du skal delta. Du har også moglegheit til å trekke deg kor tid som helst, utan å oppgje ein grunn. Då vil all informasjon om deg bli sletta. Det vil ikkje ha nokon negative konsekvensar for deg.

Ditt personvern (anonymisering) – korleis vi oppbevarer og bruker opplysingane dine

- Eg vil berre bruke informasjonen frå opptaka i forskingsprosjektet mitt
- Eg skal ikkje dele opptaka av deg med andre. Rettleiar vil ha moglegheit til å sjå opptaka frå min lagringsplass – om eg treng rettleiing.
- Eg passer på at ingen kan få tak i opptaka som eg samlar inn om deg. Det skjer ved at eg lagrar alt av opptak i ein kryptert mappe, og slettar opptaka etter eg har skrive ned det eg treng.
- Kamera og lydopptakar lånar eg frå NTNU Trondheim, og alt vil bli setta der ifrå då det er lagra i den krypterte mappa, før det blir sendt tilbake.
- Eg passar på at ingen kan kjenne deg igjen når eg skriv forskingsprosjektet. Det gjer eg ved å dikte opp eit anna namn når eg skriv om det du har sagt. Unntaket er dei som veit at du var med på prosjektet (for eksempel medelevar/lærar), det er mogleg at dei skjønar kven du er i teksten.
- Det einaste som skal stå om deg i forskingsprosjektet er kva slags klassetrinn du er lærar for, og eventuelt kjønn.
- Eg føl lova om personvern.



Kva skjer med opplysingane dine når vi avsluttar forskingsprosjektet?

Prosjektslutt er 25. august. 2023, og eg vil då passe på at alt av video- og lydopptak som er samla inn av deg er sletta.

Kva gjev oss rett til å behandle personopplysingar om deg?

Eg har berre lov å behandle video- og lydopptak av deg dersom du har samtykka til det.

Dine rettar

Under prosjektet, har du rett til innsyn og kopi av opplysningane eg har om deg. Om du meiner noko er feil kan du be om å få retta dette. Du har også rett til å få sletta personopplysingar om deg og sende klage til Datatilsynet om behandlinga av personopplysingane dine.

Dersom du har spørsmål til studien, eller om du ønskjer å vite meir eller utøve rettane dine, ta kontakt med:

- NTNU ved Bente Kjosaas Leknes. E-post: bentekl@stud.ntnu.no. Tlf. nnnnnnnn, eller
  Rettleiar: Eivind Kaspersen. E-post: eivind.karspersen@ntnu.no. Tlf. nnnnnnnn.
- Vårt personvernombod: Thomas Helgesen. E-post: thomas.helgesen@ntnu.no.

Dersom du har spørsmål knytt til Personverntjenester si vurdering av prosjektet kan du ta kontakt med:

- Personverntjenester, på e-post (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Venleg helsing

Prosjektansvarleg/masterstudent

Bente Kjosaas Leknes

Samtykkeerklæring

Eg har motteke og forstått informasjon om prosjektet elevargumentasjon og har fått høve til å stille spørsmål. Eg samtykker til:

- ☐ å delta i observasjon av rettleiing av gruppearbeid (og er kjend med at det vil bli tatt opp video- og lydopptak)
- ☐ at Bente Kjosaas Leknes kan publisere svara mine i masteroppgåva – med forbehald at dette er anonymisert.
- ☐ at video- og lydopptak av meg kan lagrast fram til prosjektslutt.

Eg samtykker til at opplysingane mine kan behandlast fram til prosjektet er avslutta.

(Signert av prosjektdeltakar (matematikklærar), dato)

SVARFRIST MÅNDAG 21. NOVEMBER 2022

NTNU
Kunnskap for ei betre verd