

Sara Asakskogen
Stian Aabel Andreassen

Norske matematikklæreres ressursbruk

En blandet metode studie av matematikklæreres
bruk av ressurser med et spesielt fokus på
resonnering og bevis

Masteroppgave i MGLU
Veileder: Iveta Kohanová
Mai 2023

Sara Asakskogen
Stian Aabel Andreassen

Norske matematikklæreres ressursbruk

En blandet metode studie av matematikklæreres
bruk av ressurser med et spesielt fokus på
resonnering og bevis

Masteroppgave i MGLU
Veileder: Iveta Kohanová
Mai 2023

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning



NTNU

Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Ressursbruk blant matematikklærere er et tema det spesielt i Norge er forsket lite på. Kombinert med dette har vi også sett på det spesifikke temaet matematisk resonnering og bevis, som med den nye læreplanen ble et eget kjerneelement i matematikkfaget.

Dette har ført til at studien vår ønsker å besvare følgende forskningsspørsmål;

Hvilke ressurser bruker norske matematikklærere til forberedelse av matematikktimer, og hvordan er disse ressursene avhengig av formålet med bruken?

Hvilke ressurser bruker norske matematikklærere når de lærer bort ideer knyttet til resonnering og/eller bevis?

Hva kjennetegner læreres oppfatning av matematisk resonnering og bevis og deres arbeid med ressurser når de planlegger og/eller gjennomfører timer som støtter elevenes resonnering- og bevisferdigheter?

Vi har i denne studien brukt både kvantitativ forskning i form av spørreundersøkelse med 142 lærere, og kvalitativ forskning i form av ni intervjuer for å svare på de ulike forskningsspørsmålene. For å analysere svarene på spørreundersøkelsen har vi brukt statistiske analyser som tabellanalyse og Fisher exact test for å sammenligne de ulike ressursene og se om svarene er statistisk signifikante. Intervjuene er analysert ved bruk av tematisk analyse.

Vi har i studien vår brukt både norsk og internasjonal litteratur. Dette gjorde vi hovedsakelig på grunn av manglende forskning på temaet i Norge. Samtidig er MaTeK-prosjektet vi er en del av et europeisk prosjekt som gjør det naturlig å ta med forskning fra andre europeiske land.

Resultatet viser at det fortsatt er lærebøkene som blir mest brukt som ressurs for lærerne uavhengig av om det brukes til oppfriskning, inspirasjon, vurdering og oppgaver til elever. Andre ressurser varierer mer ut fra hvilket formål læreren skal ha ressursen til. Innenfor resonnering og bevis er det ulike meninger om viktigheten av tema. De fleste lærerne mener at resonnering er en viktig del av undervisningen, mens bevis ikke hører til i grunnskolen. Samtidig trengs det mer undervisningskompetanse innenfor resonnering og bevis, og flere tilgjengelige ressurser for lærerne innenfor resonnering og bevis.

Abstract

Resource use among mathematics teachers in Norway is a theme which is not researched a lot. We have combined with the use of resources, looked at the specific theme mathematical reasoning and proof, which became a core element in the new curriculum.

Therefore, we want to answer the following research questions:

What resources do Norwegian mathematics teachers use to prepare mathematics lessons, and how do these resources depend on the purpose of use?

What resources do Norwegian mathematics teachers use when they teach ideas related to reasoning and/or proof?

What characterizes teachers' perceptions of mathematical reasoning and proof and their use of resources when planning and/or conducting lessons that support students' reasoning and proof skills?

We have used both quantitative methods, with 142 teachers answering a survey, and qualitative methods, with nine teachers being interviewed, to answer our research questions. We used statistical analyses such as table analyses and Fisher exact test to compare the different resources and to see if the answers are statistically significant. The thematic analysis was used to interpret the interviews data.

We have used both Norwegian and international literature in our study. This is done mainly because of the small amount of research on the theme in Norway. We are at the same time a part of the MaTeK-project, which is a European project and therefore it is natural to write about research from other European countries.

The result of the study shows that the textbook is the resource most used by teachers no matter if the teachers need to improve knowledge, look for inspiration, do assesment or handouts to the students. Other resources vary more based on the purpose the teacher is using them for. The teachers have different opinions considering the importance of reasoning and proof. Most of the teachers think that reasoning is an important part of the education, but proof has nothing to do in school before university. The teachers need at the same time more teaching competencies within reasoning and proof, and they also need more resources within reasoning and proof that are available for teachers.

Forord

Med denne masteren avslutter vi fem gode studieår på NTNU, og jobblivet venter. Det blir selvfølgelig trist å ikke lenger studere med den fine studiegjengen på lærerstudiet, men samtidig skal det bli spennende jobbe med det vi har studert for i fem år. Vi har vært så heldige å få være en liten del av MaTeK-prosjektet, slik at planleggingsfasen kom i gang tidlig. Masterarbeidet har i perioder vært krevende, og dermed har det vært veldig godt å ha hverandre i skriveprosessen.

Ved å ha etternavn som begynner på samme bokstav, har vi ofte havnet på samme gruppe når det er gruppearbeid i ulike emner. Derfor ble det å skrive master sammen etter hvert naturlig siden vi gjennom årenes løp har skrevet eksamener og andre oppgaver sammen, både tilfeldig satt sammen i grupper og ved å selv velge å skrive sammen.

Det er flere vi er nødt til å rette en stor takk til for at denne oppgaven ble til. Først og fremst må vi takke veilederen vår Iveta Kohanová som har vært til enorm hjelp gjennom veiledning, men som også har gitt oss et prosjekt å jobbe med som har betydning for dagens skole. Takk for alle oppmuntrende kommentarer, for din raske gjennomlesing av våre utkast, for gode faglige innspill og for at du har spurt andre om det er noe du har vært usikker på. Dine kommentarer og innspill har vært til stor hjelp, og vi er veldig takknemlig for all tiden du har brukt på å svare på spørsmålene våre.

Andre som også må takkes er lærerne som deltok på spørreundersøkelsen, og spesielt de som senere deltok på et oppfølgingsintervju. Uten den dataen ville vi ikke hatt noe masteroppgave å skrive. Vi vil også takke Jon Stian Haukli for å ha tatt seg tid til å korrekturlese masteren.

Sara Asakskogen og Stian Aabel Andreassen

Trondheim, mai 2023

Innhold

Sammendrag	v
Abstract	vi
Forord	vii
Figurer	xii
Tabeller	xii
Forkortelser	xii
1 Innledning	13
1.1 Bakgrunn for studien	13
1.2 Tidligere forskning	14
1.3 Oppgavens avgrensning og forskningsspørsmål	15
1.4 Oppgavens oppbygning	16
2 Teori	17
2.1 Ressursbegrepet	17
2.1.1 Sosiale ressurser	18
2.1.2 Fysiske ressurser og digitale ressurser	18
2.2 Resonnering og bevis i skolen	19
2.2.1 Begrepsavklaring	19
2.2.2 Resonnering og argumentasjon i LK20	22
2.2.3 Undervisning av resonnering og bevis	23
2.3 Tidligere forskning	24
2.4 Ressursbruk i planleggingsfasen	25
3 Metode	27
3.1 Vitenskapsteoretisk perspektiv	27
3.1.1 Blandet metode	27
3.1.2 Pragmatisme	28
3.1.3 Forholdet mellom forskeren og deltakeren	28
3.2 Datainnsamling	29
3.2.1 Planlegging av forskningsprosessen	29

3.2.2 Spørreskjema som metode	30
3.2.3 Intervju som metode	31
3.3 Utvalg til undersøkelsen	32
3.4 Metode for analyse	33
3.4.1 Kvantitativ analyse	33
3.4.2 Kvalitativ analyse	34
3.5 Etske perspektiver, validitet og reliabilitet	36
3.5.1 Etske perspektiver	36
3.5.2 Validitet.....	37
3.5.3 Reliabilitet	38
4 Resultat.....	39
4.1 Kvantitative funn.....	39
4.1.1 Presentasjon av deltakere.....	39
4.1.2 Ressursbruk	41
4.2 Kvalitative funn.....	52
4.2.1 Presentasjon av deltakerne	52
4.2.2 Hovedtemaer og koder	53
4.3 Oppsummering av temaer	60
5 Diskusjon.....	62
5.1 Ressursbruk	62
5.1.1 Ressurser generelt.....	62
5.1.2 Ressurser til resonnering og bevis	66
5.1.3 Er det nok ressurser?	68
5.2 Lærernes tanker om resonnering og bevis	69
5.2.1 Lærernes oppfatning på resonnering og bevis	69
5.2.2 Resonnering og bevis i læreplanen.....	71
6. Oppsummering.....	73
6.1 Oppsummering av svar på forskningsspørsmålene.....	73
6.1.1 Forskningsspørsmål 1.....	73

6.1.2 Forskningsspørsmål 2.....	73
6.1.3 Forskningsspørsmål 3.....	73
6.2 Studiens begrensninger	74
6.3 Videre forskning	74
Referanseliste	76
Vedlegg	80

Figurer

Figur 2.1: Representasjon av ressursbegrepene	19
Figur 3.1: Oversikt over tidsaspektet	29
Figur 3.2: Eksempel på ulike koder som ble til temaet <i>Arbeid med resonnering</i>	35
Figur 4.1: Antall år lærerne i spørreundersøkelsen har undervist i matematikk	40
Figur 4.2: Alder på lærerne som har svart på spørreundersøkelsen	40
Figur 4.3: Geografisk fordeling av lærerne i undersøkelsen	40
Figur 4.4: Skoletype lærerne jobber på i dag	41
Figur 4.5: Hvor ofte lærere i planleggingsfasen benytter seg av de ulike ressursene	42
Figur 4.6: Bruken av ulike ressurser til ulike formål	43
Figur 4.7: Ressurser valgt av lærere for å lære bort ideer knyttet til R&B (prosent av deltakere som har valgt ressursen)	45
Figur 4.8: Ressurser valgt av lærere for å lære bort ideer knyttet til R&B, avhengig av skoletypen de jobber på	46
Figur 4.9: Ressurser valgt av lærere for å lære bort ideer knyttet til R&B, avhengig av år med erfaring innenfor matematikkundervisningen	48
Figur 4.10: Ressurser valgt av lærere for å lære bort ideer knyttet til R&B, avhengig av lærernes alder	49
Figur 4.11: Ressurser valgt av lærere for å lære bort ideer knyttet til R&B, avhengig av lærernes utdanningsgrad	50
Figur 4.12: Lærernes arbeid med R&B i timene ut fra ulike temaer i matematikken og skoletype lærerne arbeider på (skala 1-4)	51
Figur 4.13: Lærernes meninger om ulike påstander innenfor R&B (skala 1-6)	52

Tabeller

Tabell 2.1: Herbert et al. (2015, vår oversettelse) sin kategorisering av matematikklæreres definisjon på resonnement	20
Tabell 3.1: Egen oversettelse av de seks fasene i kvalitativ analyse (Braun & Clarke, 2006)	34
Tabell 3.2: Utdrag fra datamateriale med samsvarende kode	35
Tabell 4.1: Resultater fra Fisher exact test i SPSS hvor en ser på forholdet mellom formålene ressursene blir brukt til og de ulike ressursene	44
Tabell 4.2: Resultater fra Fisher exact test i SPSS om forholdet mellom skoletypene lærerne jobber på og de ulike ressursene som brukes i arbeid med R&B	47
Tabell 4.3: Resultater fra Fisher exact test i SPSS om forholdet mellom utdanningsgrad og bruk av egne materialer i arbeid med R&B	50
Tabell 4.4: Presentasjon av de ni lærerne som ble intervjuet	53
Tabell 4.5: Ulike koder som har blitt slått sammen til konkrete temaer	53

Forkortelser

MaTeK	Mathematics Teacher Knowledge
NTNU	Norges Teknisk- Naturvitenskapelige Universitet
R&B	Resonnering og bevis
SPSS	Statistical Package for the Social Sciences

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for studien

Temaet for denne masteroppgaven er ressursbruk innenfor resonnering og bevis blant matematikklærere i grunnskolen og på videregående skole. Ressurser til planlegging og utførelse av timene er et hjelpemiddel for undervisning i klasserommet, det betyr at ressurser er en viktig del av lærernes hverdag. Ressusbegrepet innebærer fysiske ressurser (eks. lærebøker), digitale ressurser (eks. nettsteder), sosiale ressurser (eks. kollegaer), kognitive ressurser (eks. revidering av opplegg) læreplan ressurser (lærebøker) og generelle ressurser (eks. Youtube). «Læremidlene har stor betydning for undervisningen og elevenes læringsutbytte» (Meld. St. 28 (2015–2016), s. 76). Dette viser enighet om ressursenes betydning i skolen på et politisk plan. Utvikling av samfunnet har endret lærernes bruk av ressurser, både med tanke på hvordan læreren bruker ressursene og utviklingen av selve ressursene i seg selv (Remillard, 2005). Lærerne har i dag flere ulike ressurser tilgjengelig, men ingen veiledning på hvordan en skal sette de ulike ressursene sammen i system (Trouche et al., 2020a).

Resonnering og argumentasjon er et av seks kjerneelement som kom inn med LK20 (Kunnskapsdepartementet, 2019), og er noe det ikke har vært mye av i tidligere læreplaner (Kunnskapsdepartementet, 2013). Det betyr at lærerne har måttet sette seg inn i noe nytt, og de er mest sannsynlig avhengige av å ha tilfredsstillende ressurser for å få til god undervisning. Resonnering og argumentasjon er et kjerneelement, og det betyr at disse skal innarbeides i timene hvor det arbeides med ulike temaer som algebra, geometri, sannsynlighet, funksjoner og tall. Til vanlig undervises bevis og argumentasjon isolert sett fra andre temaer innenfor matematikken, og dette gjøres mest av på videregående skole (Stylianides, 2008). Stylianides (2008) mener at undervisning av bevis og argumentasjon burde skje tidligere i skoleløpet og være en integrert del av andre matematiske temaer. Dette er i tråd med hva kjerneelementene i LK20 står for. Det er ikke spesifikke kompetansemål til hvert kjerneelement, men det er forventet at kjerneelementene er en integrert del av undervisningen. Integreringen av resonnering og bevis i undervisningen kan begrenses av lærernes matematikkunnskaper (Buchbinder & McCrone, 2022). Gode ressurser kan derfor være til hjelp for lærerne i planleggingsfasen av undervisningstimer.

Ressursbruk blant matematikklærere og generell timeplanlegging er ikke elementer i skolen og undervisningen som vi kan lese om i læreplanen (LK20). Kompetansemål og kjerneelementene i LK20 tolkes av lærerne, og det er opp til skolene hvilke ressurser de bruker i sin undervisning. Resonnering og argumentasjon er derimot en viktig del av læreplanen sine kjerneelementer. Det viktigste faglige innholdet elevene skal arbeide med i matematikk er inkorporert i kjerneelementene. Læreplanen sier blant annet noe om fagets sentrale verdier, om relevansen til faget, og at «matematikk skal bidra til at elevene utvikler et presist språk for resonnering (...)», og at «kritisk tenkning i matematikk omfatter kritisk vurdering av resonnement og argument, og kan ruste elevene til å gjøre egne valg og ta stilling til viktige spørsmål i sitt eget liv og i samfunnet» (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Måten læreplanen er formulert på, gjør det enkelt å påstå at lærernes oppdrag i skolen kan være krevende. Arbeidet er omfattende, det er stort, og til tider kan det hele oppleves

som et sammensurium av større og mindre oppgaver, overveldende autonomi, men også rigide og faste regler og rammer i hverdagen. På grunn av mengden jobb, er det heller ikke urimelig å se nærmere på ressursbruken blant matematikklærere. Hvilke ressurser har de, og hvordan velger de å benytte dem? Alt dette kan ha stor betydning for hvorvidt lærerne evner å oppnå kompetansemålene, samt om de klarer å leve opp til de kravene og forventningene som stilles av lovverket, elevene og samfunnet. Vi er derfor nysgjerrige på om lærerne ute i dagens skole har de ressursene de trenger for å legge til rette for god undervisning innenfor resonnering og bevis.

1.2 Tidligere forskning

Lærernes ressursbruk og deres arbeid med ressurser er studert fra noen ulike vinkler og teoretiske perspektiver (Pepin et al., 2013; Remillard, 2005). I 2018 utførte Kock og Pepin (2019) en spørreundersøkelse hos ungdomsskolelærere i Nederland, hvor det ble sendt ut 14 spørsmål. Noen av spørsmålene baserte seg på en tidligere undersøkelse i Frankrike, og målet her var å finne hvilke ressurser som var med på å forbedre undervisningen. Her fikk de inn 78 svar, og svarene her viste at de mest brukte ressursene var de nasjonale dokumentene (Kock & Pepin, 2019). Grave og Pepin gjennomførte en studie i 2015 med fire barneskolelærere på 5-7.trinn, hvor de undersøkte bruken av ressurser som de kategoriserte i fem kategorier ut fra formålet til ressursen. Kategoriene de fant var ressurser for å jobbe med kompetansemålene, ressurser for å finne inspirasjon til undervisning, ressurser en deler ut til elevene, ressurser for å tilpasse undervisningen til enkeltelever og ressurser for å organisere undervisningen. I undersøkelsen kom de frem til at læreboken er det som er mest brukt innenfor alle kategoriene. De kom også frem til at den nasjonale læreplanen og internett var viktige ressurser, men varierte ut fra formålet. Andre ressurser som påvirket praksisen til lærerne var arbeidsplaner, konkretiseringsmateriell, halvårs-/helårsplaner, gamle undervisningsplaner og sosiale ressurser (Grave & Pepin, 2015).

En annen som også har forsket på ressursbruken i skolematematikken er Adler (2000), som har fokuset fra et studentperspektiv. Her er fokuset på at effektiviteten til de ulike ressursene bestemmes av hvordan de brukes. Adler selv mener at lærerstudiene bør fokusere mer på ressurser, og se nytten av hva de kan gjøre for deg som lærer. Etnan og Løhre (2019) har også fokus på faglige og sosiale ressurser, men hovedfokuset deres er på hvordan disse ressursene kan være helsefremmende faktorer for elevene.

Bevis og resonnering er forsket mer på i utlandet, hvor fokuset har vært på hvordan læreren legger til rette for resonnering og bevis i undervisningen (Maoto et al., 2018), hvilken rolle bevis og resonnering har i skolen (Valenta & Enge, 2020) og hvordan elever arbeider med resonnering og bevis (Mason, 2008; Stylianides, 2009). I en bok skrevet av Stylianou et al. (2010), fortelles det om viktigheten av undervisningsmateriale og ressursbruk for å gi elevene mulighet til å delta i bevisaktiviteter, og hvor viktig støtte ressurser er for lærerne i deres undervisning med resonnering og bevis. Dette tyder på at det er viktig å finne ut hvilke ressurser lærerne bruker når de skal planlegge timer som inneholder resonnering og bevis, og om ressursene de har tilgjengelig er tilstrekkelige til at de kan ha gode undervisningstimer.

Artiklene som er nevnt over fokuserer på ressursbruk generelt, eller på hvordan arbeidet med resonnering og bevis gjøres i skolen. Ressursbruken i planleggingsfasen innenfor matematikkfaget er et felt det er forsket lite på. Forskning rundt ressurser generelt i skolen er derimot et bredt tema som er mye forsket på både nasjonalt og internasjonalt. Kvithyld

(2019) viser til at forskning på pedagogiske ressurser er et ungt fagfelt, men at det i både internasjonalt og nasjonalt er enighet om at det mangler studier som sammenlikner måter å bruke de ulike ressursene på. Så vidt vi vet finnes det ingen forskning på området som ser spesifikt på de norske forholdene og går inn på det spesifikke temaet resonnering og bevis. Dette kan potensielt være et problem fordi vi ikke har en klar forståelse av hvilke ressurser det er behov for å produsere og videreutvikle fremover. Vi ser derfor et behov for å forske mer på hvilke ressurser som blir brukt og hvordan de brukes innenfor resonnering og bevis av norske matematikklærere.

1.3 Oppgavens avgrensning og forskningsspørsmål

Oppgaven vår ønsker å sette lys på hva slags ressurser matematikklærere i den norske skolen bruker i planleggingsfasen, hvilke ressurser de bruker i arbeid med resonnering og bevis og hva som kjennetegner planlegging og utøving av timer innenfor resonnering og bevis. Ved å fokusere på planleggingsfasen kan vi se hva slags ressurser som brukes i den delen av lærerhverdagen som ikke beskrives i læreplanen.

Det finnes ulike måter å kategorisere ressurser på, og i vår studie redegjør vi for bruken av flere ulike ressurser, som både digitale, sosiale, fysiske, kognitive, læreplan og generelle ressurser. Dette vil være med å sette lys på hvilke typer ressurser som finnes der ute og som brukes på de ulike skoletypene.

Innsnevringen på oppgaven er både på grunn av masteroppgavens omfang, men også fordi det er noe som ikke er blitt forsket på før og som er relevant for dagens skole. Temaet, resonnering og bevis, er valgt ut fra kjerneelementet «resonnering og argumentasjon» i LK20, og er et tema som har fått fokus både nasjonalt og internasjonalt. Temaet er relativt nytt og har ikke fått nevneverdig oppmerksomhet i tidligere læreplaner. Det er viktig å finne ut om det er nødvendig med flere og forbedrede ressurser for norske matematikklærere på dette området.

Studien vår er en del av et europeisk prosjekt som heter MaTeK (<https://www.projectmatek.eu/>), hvor NTNU er én av fem partnere på tvers av Norge, Italia, Tsjekkia, Tyrkia og Slovakia. Hovedfokusområdet i prosjektet er å forbedre planleggingskapasiteten til lærerstudenter når det gjelder resonnering og bevis. Vår studie er et sideprosjekt til hovedfokusområdet, hvor vi ønsker å se på nåværende matematikklæreres ressursbruk generelt, og i matematikktimer som fokuserer på resonnering og bevis. Dette ønsker vi å undersøke for å gi et større innblikk i hva som brukes og finnes av ressurser til planleggingsfasen. Det at læreplanene ikke fokuserer på planleggingsfasen og ressursbruken kan ifølge flere studier gjøre at lærere ofte lener seg på lærebøker når det planlegges timer (Kvithyld, 2019). Dersom dette stemmer er det viktig at lærebøkene utvikles med gode opplegg som hjelper elevene til å nå kompetansemålene innenfor matematikkfaget.

Ut ifra dette har vi kommet frem til følgende forskningsspørsmål:

- 1. Hvilke ressurser bruker norske matematikklærere til forberedelse av matematikktimer, og hvordan er disse ressursene avhengig av formålet med bruken?*
- 2. Hvilke ressurser bruker norske matematikklærere når de lærer bort ideer knyttet til resonnering og/eller bevis?*

3. Hva kjennetegner læreres oppfatning av matematisk resonnering og bevis og deres arbeid med ressurser når de planlegger og/eller gjennomfører timer som støtter elevenes resonnering- og bevisferdigheter?

Det kan se ut som at omfanget av vår masteroppgave er ganske bred, men vi mener at det passer fint for en masteroppgave som er skrevet i par og derfor har større omfang. Dataene vi bruker for å svare på disse forskningsspørsmålene er samlet inn fra 142 matematikklærere som har svart på et spørreskjema og fra ni av disse lærerne som også deltok i et semistrukturert intervju. Vi har valgt å forske både kvantitativt og kvalitativt og valgt et forklarende sekvensielt design innenfor blandet metode. For å undersøke hvilke ulike ressurser lærerne bruker har vi tatt utgangspunkt i Kock og Pepin (2019) sin kategorisering av ressurser, som vi vil gå nærmere inn på i teorikapittelet.

Svarene vi får på forskningsspørsmålene kan være med å bidra til økt kunnskap om hvilke ressurser som brukes mest til ulike formål, og dermed hvilke ressurser det er viktig å utvikle videre i tråd med læreplanen (LK20). Det kan også være med på å gi svar på om det er nok ressurser tilgjengelig for lærere til planlegging av undervisning innenfor resonnering og bevis i den norske skolen, og samtidig svare på om det må produseres flere ressurser for bruk i skolen. Oppgaven vår kan også være med å informere lærerutdanningen om viktigheten av arbeid med resonnering og bevis, og om det er et behov for kunnskap om design av resonnerings- og bevisoppgaver. Samtidig kan det informere dagens skoler om læreres behov for kursing innenfor undervisningskompetanse i matematikk (Valenta, 2015), og da spesielt med tanke på bruk av ressurser og undervisning av resonnering og bevis. Ved å se bredt på mengden og utvalget av tilgjengelige ressurser, håper vi også at vi kan treffe flere mottakere enn kun matematikklærere i den norske skolen. Håpet er at flest mulig lærere uansett trinn og fag vil inspireres til å videreutvikle sin egen ressursbruk for å forbedre undervisningen for både seg selv og elevene.

1.4 Oppgavens oppbygning

Oppgaven organiseres i hovedkapitler bestående av teori, metode, resultat, diskusjon og oppsummering. Teorikapittelet er delt inn i forklaring på hva vi legger i ressursbegrepet, resonnering og bevis i skolen, hva tidligere forskning sier om ressursbruken blant lærere og hvordan ressursene brukes i planleggingsfasen. Her vil vi redegjøre for relevante begreper innenfor forskningslitteraturen om ressurser, resonnering og bevis, samtidig redegjøre for teorien vi har valgt å bruke i analysedelen om ressursbruk. I metodekapittelet vil vi gå i detalj på vårt vitenskapelige syn, våre metoder for innsamling, behandling og analyse av kvantitative og kvalitative data og etiske perspektiver. Resultatkapittelet vil presentere deltakerne i prosjektet og våre kvantitative og kvalitative funn innenfor ressursbruk og resonnering og bevis. Funnene fra resultatdelen vil være utgangspunktet for vår videre diskusjon. Avslutningsvis vil vi i diskusjonskapittelet diskutere studiens funn og implikasjonene det har på lærernes praksis. Helt til slutt vil vi komme med en oppsummering som svarer på forskningsspørsmålene våre, fortelle om studiens begrensninger og gi forslag til videre forskning på lærernes bruk av ressurser.

2 Teori

I dette kapitlet vil vi gjennomgå forskningslitteratur som er relevant for forskningsstudien vår om matematikklærernes ressursbruk i planlegging og utførelse av undervisning og også innenfor resonnering og bevis. Først vil vi presentere teori om ressursbegrepene fysiske, sosiale og digitale ressurser, som er noe vi kommer til å bruke i analysen av datamaterialet. Deretter vil vi avklare begrepene resonnering og bevis, og presentere den definisjonen vi mener er egnet for skolen, for så å presentere hva den nye læreplanen (LK20) forteller oss om resonnering og argumentasjon som nå er et kjerneelement. Neste del av teorien legger frem hvordan lærere tidligere har undervist om resonnering og bevis, sammen med tre prinsipper for undervisning av temaet. Avslutningsvis i teorikapitlet vil vi komme med en oversikt over tidligere forskning på ressursbruken i skolesammenheng. I tillegg vil vi komme inn på lærernes bruk av ressurser i planleggingsfasen ved bruk av Dokumenteringstilnærming til Didaktikk (DTD).

2.1 Ressursbegrepet

For å kunne si noe om bruken av ulike ressurser må vi først si noe om hva ressurser er. Når vi i denne oppgaven snakker om ressurser, menes det ressurser i skole- og undervisningssituasjoner. Dette mener vi er verktøy som brukes av både lærere og elever for å bedre læringen og undervisningen i klassen. I tidligere studier gjort av Pepin og Gueudet (2018) har de definert «ressurser» i ulike kategorier. Her har de brukt læreplan ressurser (materiale, tekst eller digitalt), sosiale ressurser og kognitive ressurser som kategorier i sin studie. I tillegg er det flere ulike studier som bruker dette rammeverket for å undersøke hvilke ressurser elever har tilgang til, hvilke ressurser elevene bruker og hvordan de bruker de ulike ressursene for deres utdanning (Anastasakis et al., 2017; Gueudet & Pepin, 2018; Pepin & Kock, 2021) og hvilke ressurser matematikklærere bruker for å planlegge undervisning (Kock & Pepin, 2019).

I vår studie deler vi opp ressursbruken i sosiale, fysiske og digitale ressurser slik Kock og Pepin gjorde i sin studie i 2019. Vi deler opp det Kock og Pepin (2019) har samlet som læreplan ressurser, som består av fysiske ressurser (tekstbøker) og digitale læreplan ressurser, inn i fysiske ressurser (materiale eller tekst) og digitale ressurser. Dette gjør vi fordi bruken av digitale ressurser blant matematikklærere for å planlegge timer har økt (Pepin & Gueudet, 2018), og nesten alle skoler i Norge har enten en iPad eller en pc til hver elev. Digitale ferdigheter blir i tillegg sett på som forutsetning for livsmestring og for å klare seg senere i samfunnet (Kunnskapsdepartementet, 2017) og det er derfor viktig at læreren har kunnskap om digitale ressurser og bruker det som ressurs i sin undervisningsplanlegging.

Vi antar at bruken av ressurser er påvirket av det de har tilgjengelig. Betegnelsen «bruk av ressurser» definerer vi som hvilke ressurser lærerne velger blant de ressursene de har tilgjengelig, hvilket formål ressursene skal brukes til, om de skal revideres, hvordan de bruker de ulike ressursene og hvilke en trenger for å nå bestemte læremål. Det vi ikke tar opp er hvordan bruken av disse ressursene påvirker undervisningen og hvilke ressurser som fungerer godt, fordi oppgaven fokuserer på planleggingsfasen.

2.1.1 Sosiale ressurser

En kategori innenfor ressurser handler om sosiale ressurser. Disse ressursene blir i Pepin og Kock (2021) beskrevet som prat med jevnaldrende, med professorer som kan sitt eget fag godt og med familie. I dette studie studerte Pepin og Kock (2021) hvilke ressurser studenter bruker når de arbeider med problemløsning til sitt prosjekt. Alle studentene satte pris på både ressurser i og utenfor universitetet, og det ble samtidig klart at sosiale ressurser hadde en avgjørende rolle for studentene når de sto fast på ting ved at de kontaktet andre for hjelp. Sett opp mot vår masteroppgave er forskjellen her at vi ser på lærere i planleggingsfasen, og deres spekter av sosiale ressurser som kollegaer og ledelse.

Sosiale ressurser blir for mange lærere tilleggshjelp ved bruk av fysiske ressurser. I arbeid med planlegging av timer brukes ofte læreplaner og lærebøker, men kombinert med dette ser man ofte at samarbeid med kollegaer løfter undervisningen (Pepin et al., 2017). Samarbeid med kollegaer kan skje gjennom fysiske møter og prat, eller gjennom faglig prat på digitale plattformer som for eksempel facebookgrupper (Pepin & Guedet, 2018). Tilbakemeldinger fra elever og samtaler med elever er også sosiale ressurser lærerne kan ta i bruk for å forberede sin undervisning (Kock & Pepin, 2019).

2.1.2 Fysiske ressurser og digitale ressurser

Kock og Pepin (2019) har valgt å slå sammen fysiske og digitale ressurser til en felles kategori hvor både lærebøker og digitale plattformer samles, men vi velger å hente ut de ulike delene som nevnt tidligere i kapittelet. Fysiske ressurser omhandler lærebøker, offentlige dokumenter som læreplaner, andre bøker, arbeidsark, konkreter og generelt ting man kan ta på (Pepin & Kock, 2021). Når det snakkes om digitale ressurser er det for eksempel nettsider (som matematikksenteret.no), apper (GeoGebra), digitale tilleggsfunksjoner til læreverk, lærebøker på nett og generelt ting som utføres på en pc/iPad/Chromebook etc. For flere elever blir digitale ressurser sett på som viktig for å modellere problemet og analysere dataene (Pepin & Kock, 2021). Digitale ressurser er den kategorien av ressurser som studenter ofte bruker til å håndtere data og skaffe seg kunnskapen de trenger for prosjektet (Anastasakis et al., 2017).

Digitale ressurser er den ressursgruppen som i senere tid har endret den tradisjonelle ressursbruken hos lærere (Pepin et al., 2017). Lærere har nå muligheten til å bruke verktøy fra flere miljøer. Samtidig viser også studier at økende muligheter gjennom det digitale også krever høyere designkapasitet hos lærere. Det vil si at det krever mer å kombinere de ulike ressursgruppene, og dette er viktig å kartlegge for å optimalisere bruken av de mulighetene som finnes (Pepin et al., 2017).

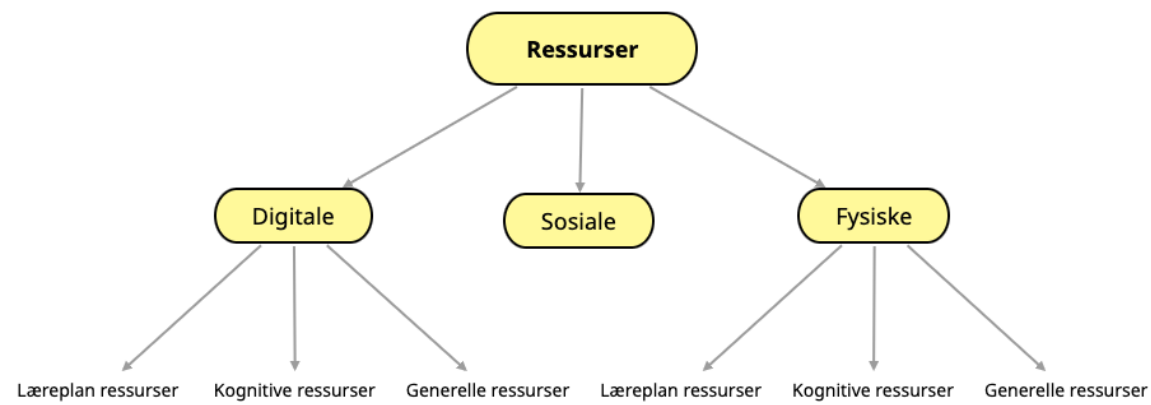
2.1.2.1 Læreplan ressurser, kognitive ressurser og generelle ressurser

Læreplan ressurser, kognitive ressurser og generelle ressurser er underkategorier innenfor både digitale og fysiske ressurser. Kognitive ressurser handler om å kunne lage noe på egenhånd eller sette sammen ulike ressurser ved bruk av sine kognitive ferdigheter (Pepin & Kock, 2021). Det handler også om kunnskapen en har om matematikk og planlegging av matematikktimer. Kognitive ressurser er dermed ikke noe vi kan se, men det er din indre kunnskap om matematikk, matematikkdiraktikk og pedagogiske ferdigheter. Det vil da si at en lærer for eksempel kan bruke en lærebok som ressurs, men ved å putte inn egne forkunnskaper for å endre bruken av boka, så bruker læreren både en fysisk læreplan ressurs, men også sine kognitive ressurser for å tilrettelegge timen. Det kan være at

læreren henter ut en oppgave fra boka, men forlenger oppgaven med spørsmål som trenger andre forkunnskaper for å mestre. Tilpasning av oppgavene er viktig for å maksimere elevenes læring, og de kognitive ressursene en lærer har påvirker hvor godt en klarer å tilpasse ulike oppgaver (Davis et al., 2011). De kognitive ressursene handler også om å se sine begrensninger, det å vite at dette har jeg ikke nok kunnskap om og må kanskje ha noe mer kurs eller opplæring i et bestemt tema. Brukes for eksempel en lærebok, læreplanen, Youtube eller Wikipedia for å oppfriske sine egne kunnskaper, regnes det som en kognitiv ressurs. Det er viktig at samarbeidet mellom lærere og verktøyene som brukes er godt å kunne nå sine mål (Pepin et al., 2017).

Generelle ressurser er ressurser som ikke er laget for skolebruk, men som brukes innenfor skolen. Læreplan ressurser er alle ressursene som er utviklet og brukes av lærere og studenter når de underviser og lærer matematikk, både innenfor og utenfor klasserommet. Det er ressurser som er utviklet for å jobbe med kompetansemålene innenfor matematikk (Pepin & Kock, 2021). Eksempler på generelle ressurser er GeoGebra og Youtube som er verktøy laget for annen bruk enn undervisningssituasjoner. GeoGebra har noen ferdige opplegg som lærere kan bruke, og dersom en bruker disse oppleggene i undervisningen blir GeoGebra regnet som en læreplan ressurs. Samme gjelder YouTube, dersom en bruker det innenfor et spesifikt matematikktema og viser frem noe spesifikt innenfor det, er det en læreplan ressurs (Pepin & Kock, 2021). Andre læreplan ressurser er læreboka (både på nett og fysisk), undervisningsopplegg hentet fra nett, Facebook-sider eller tidsskrift (Tangenten), og egne opplegg som er brukt tidligere. Hvilken kategori ressursene går under, avhenger dermed av hvordan de ulike ressursene brukes.

For å få en bedre oversikt, illustrerte vi i figur 2.1 kategoriseringen av ulike ressurser.



Figur 2.1: Representasjon av ressursbegrepene

2.2 Resonnering og bevis i skolen

2.2.1 Begrepsavklaring

I denne oppgaven fokuserer vi på hva resonnering og bevis er innenfor skolematematikken. I skolehverdagen kan disse begrepene bli brukt om hverandre, og det finnes ulike definisjoner på begrepene (Balacheff, 2002). De fleste har en mening om hva de mener matematisk resonnering og bevis er, men hva begrepene spesifikt består av er ikke alltid klart (Jeannotte & Kieran, 2017; Stylianides, 2007). Slik begrepene blir definert i den vitenskapelige matematikken, kan det gjøre det vanskelig å forstå forbindelsen til

skolematematikken (Stylianides, 2007). Selv om læreplaner rundt om i verden har fokus på resonnering, er begrepet ofte beskrevet på en vag og usystematisk måte i de nasjonale dokumentene (Jeannotte & Kieran, 2017). Derfor vil vi presentere begrepsdefinisjoner som passer til skolematematikken, og som vil bli brukt videre i denne oppgaven.

Resonnering og bevis er to ulike begreper, men forskere har i de senere år unngått å dele opp resonnering fra bevis. Cai og Cirillo (2014) argumenterer for at resonnering og bevis har gradvis blitt en enhetlig konstruksjon innenfor det matematiske forskningsfeltet, og mener resonnering brukes for å komme frem til beviset. I denne oppgaven velger vi å definere begrepene hver for seg. Det velger vi å gjøre fordi vi ifølge Jeannotte og Kieran (2017) kan resonnerer uten å arbeide med bevis, og velger derfor å se på resonnering for seg selv.

Bevis kan defineres på flere måter (Balacheff, 2002; Bundy et al., 2005; Reid, 2005), og forskere har ulike syn og meninger om hva det vil si å undervise bevisføring (Balacheff, 2002). Ifølge Cai og Cirillo (2014) er bevis en formell måte å uttrykke resonnement og begrunnelser på. Det er også prosessen med å utvikle argumenter som består av logiske, strenge deduksjoner av konklusjoner fra hypoteser. Bevisføring og resonnering hører som oftest sammen, men resonnering kan også være prosessen med å utvikle argumenter, som ikke nødvendigvis er streng deduksjon. Elever kan argumentere for svaret de har fått, uten at de nødvendigvis trekker inn aksiomer, definisjoner og andre bevisste setninger. Matematisk resonnering er en kommunikasjonsprosess, enten med seg selv eller andre, som gjør det mulig å utlede matematiske påstander fra andre matematiske påstander (Jeannotte & Kieran, 2017). Det betyr at vi kan komme med resonnering om hvorfor en løsning eller strategi er riktig uten at det blir sett på som et bevis. Vi kan dermed resonnerer uten å arbeide med bevis, men det er vanskelig å jobbe med bevis uten å resonnerer.

I en undersøkelse av 24 matematikklærere i Canada og Australia har Herbert et al. (2015) kommet frem til at resonnering blir definert på syv ulike måter.

Kategori	Oppfatning av matematisk resonnement
Kategori A	Resonnering oppfattes som tenking
Kategori B	Resonnering oppfattes som kommuniserende tenking
Kategori C	Resonnering oppfattes som problemløsning
Kategori D	Resonnering oppfattes som validerende tenking
Kategori E	Resonnering oppfattes som forming av antagelser
Kategori F	Resonnering oppfattes som bruken av logiske argumenter for validering av antagelser
Kategori G	Resonnering oppfattes som å koble sammen aspekter innenfor matematikken

Tabell 2.1: Herbert et al. (2015, vår oversettelse) sin kategorisering av matematikklæreres definisjon på resonnement

Kategori A handler om elevenes personlige analyse og refleksjon som ikke deles med andre, mens kategori B derimot handler om å dele sine tanker med andre elever eller lærere. I kategori C er resonnering knyttet til det å løse problemer. Denne oppfatningen av resonnering kan være hemmende ved at lærere ikke legger merke til resonnering i andre sammenhenger. Det å rettfærdiggjøre en forklaring av sin tenkning er fokuset i kategori D. Her er fokuset å overbevise andre om riktigheten av sitt resonnement. Kategori E har fokus på å lage antagelser og hypoteser. Denne definisjonen av resonnering er noe nærmere de formelle definisjonene av resonnement, som innebærer induktiv, deduktiv, abduktiv og adaptiv resonnering. Resonnementet blir tatt et steg videre i kategori F, hvor fokuset er mer på å rettfærdiggjøre og forklare sine antagelser. Her samles induktiv, deduktiv, abduktiv og adaptiv resonnering. Det er denne definisjonen på resonnement som

stemmer godt overens med matematiske definisjoner av resonnement angående logisk argumentasjon og deduktiv tenkning. Elevene løser problemer, ser mønstre, lager antagelser for deretter å søke etter å validere, gi mening, forklare og argumentere sin løsning. Den siste kategorien (G), handler om at resonnering er å bruke ulike deler av matematikken for å løse oppgaver. Her bruker elevene matematisk kunnskap fra tidligere til å løse nye oppgaver og gi mening til ny matematikk. Alle tidligere kategorier skiller ut fra kategori G, og kategori G indikerer at resonnering er det som holder alt sammen (Herbert et al., 2015).

I denne oppgaven velger vi å definere resonnering som bruk av logiske argumenter for validering av antagelser (kategori F) (Herbert et al., 2015). Dette gjør vi fordi det samsvarer med hva Jeannotte og Kieran (2017) sin definisjon om at resonnering er utledning av påstander fra andre matematiske påstander. En trenger ikke nødvendigvis å arbeide med bevis for å arbeide med resonnering, men resonnering handler om mer enn å fortelle hva en har gjort i en oppgave.

I denne oppgaven har vi valgt å bruke Stylianides (2007) sin definisjon på bevis. Vi har valgt definisjonen fordi den er ment for bruk innenfor de matematiske kontekstene i skolesammenheng uavhengig av trinn. Definisjonen brukes også på lærerstudiet på NTNU, i tillegg til tidligere studier om resonnering og bevis (Cai & Cirillo, 2014). Ifølge Stylianides (2007) er bevis et matematisk argument, en sammenhengende sekvens med utvalgte uttalelser som enten er for eller imot matematiske påstander. Stylianides (2007, s. 291–292, vår oversettelse) kommer med tre karakteristiske trekk for bevis:

1. Sett med aksepterte uttalelser. Det brukes uttalelser og kunnskap, akseptert av klassen som er sanne og tilgjengelige uten mer forklaring
2. Argumentasjonsform. Anvender en form for begrunnelse som er gyldig og kjent, eller innenfor den konseptuelle rekkevidden til klassen
3. Presentasjonsmåter. Det blir kommunisert på en måte som er passende og kjent for den konseptuelle rekkevidden til klassen

Det at klassen skal akseptere, være kjent med og kommunisere passende relaterer både til elevene i klassen, men også læreren. Læreren er den som skal tilrettelegge slik at elevene kan arbeide med resonnering og bevis. Er elevene helt på villspor og er enige om noe som ikke stemmer, skal læreren rettlede dem og få dem på riktig spor. Stylianides (2007) påpeker at det i hovedsak er elevene som er en del av klasseromsfelleskapet, og at læreren representerer den matematiske disiplinen. Læreren sin jobb er å koble elevene sammen med vid matematisk kunnskap (Stylianides, 2007).

Sett med aksepterte uttalelser innebærer definisjoner, aksiomer, teoremer osv. Det er kunnskap elevene har som de ikke trenger å forklare noe mer, det er innforstått av de andre elevene og læreren at det stemmer. Argumentasjonsformer handler om å trekke slutninger ut fra logiske argumenter, bruke definisjoner for å komme til generelle uttalelser, systematisk undersøkelse av alle muligheter innenfor oppgaven, konstruksjon av moteksempler, arbeide med resonnement som fører til selvmotsigelse, osv. Presentasjonsmåter handler om hvordan elevene presenterer sine definisjoner, argumenter og slutninger for andre. Ulike representasjoner kan være det muntlige språket, fysisk med kroppen eller diagrammer, tabeller, algebraiske ved bruk av symboler osv (Stylianides, 2007).

Ifølge disse punktene må et bevis i skolen både være matematisk gyldig og forståelig for elevene å forholde seg til. Det betyr at eksempler hvor bare et tilfelle blir bevist ikke vil være et gyldig bevis, fordi det ikke vil anerkjennes av en matematiker. Samtidig vil et deduktivt bevis som elevene ikke forstår, men som en matematiker er kjent med, heller ikke være et bevis i skolen. Denne definisjonen bygger derfor på at læreren sin jobb er å være en fasilitator slik at klasseromsfelleskapet jobber med påstander, definisjoner, representasjoner og resonneringer som klassen kan forholde seg til, samtidig som det de jobber med er ansett som gyldig av matematikere. Det vil si at et bevis på barneskolen ser annerledes ut enn et bevis på videregående. På barneskolen ville en brukt mer tegninger og konkrete for å få elevene til å forstå beviset, mens videregående elever kan forstå beviser ført ved bruk av notasjon. Læreren skal hovedsakelig legge til rette for at elevene skal komme opp med egne argumenter og representasjoner som kan diskuteres i fellesskap i klassen. Det innebærer også å følge med på diskusjonene og argumentene til elevene for å se om utsagnene de kommer med stemmer eller ikke. For en lærer på videregående og en lærer på barneskolen vil derfor ressursbruken innenfor resonnering og bevis mest sannsynlig være ulik. Elevene på forskjellige trinn har hver sin kunnskap som er akseptert, ulike former for begrunnelse som er gyldig og kjent for klassen, og varierende måter å representere bevisene på. Derfor må også lærerne på de forskjellige trinnene planlegge ut fra forskjellige forutsetninger, og ressursbruken vil derfor variere (Ball & Bass, 2003). Det som kan være problematisk med definisjonen til Stylianides (2007), er at det ikke alltid er enighet om hva som er anerkjent bevis blant matematikere. Definisjonen er derimot ment for skolebruk, og forteller oss hva som karakteriserer et bevis innenfor skolematematikken (Stylianides, 2007).

Ved å ha en felles begrepsforståelse av matematisk resonnering innenfor det matematiske utdanningssystemet, vil kommunikasjonen om resonnering mellom lærere bli bedre, og samtidig være med å utvikle læringsressurser som trengs for å forbedre matematisk resonnering i skolen (Jeannotte & Kieran, 2017). Kjerneelementene i LK20 blir forklart med noen setninger, og hva resonnering og argumentasjon betyr i læreplanen blir utdypet med sju linjer tekst. I neste avsnitt går vi gjennom hvordan læreplanen beskriver disse begrepene.

2.2.2 Resonnering og argumentasjon i LK20

Under kjerneelementene står det forklart hva som menes med resonnering og argumentasjon. Ifølge LK20 handler resonnering om «å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Hva dette innebærer i skolesammenheng må tolkes av hver enkelt lærer. Definisjonen presiserer at elevene skal skjønne at resultater vi får, og regler vi bruker, ikke kommer tilfeldig, men at det ligger en begrunnelse bak svar og regler vi får. Det er ikke læreren som skal gi alle resonnementene, men elevene selv som skal jobbe med egen resonnering i arbeid med problemoppgaver. Resonnering handler her om en måte å arbeide på for å komme frem til et logisk svar.

Den andre delen av kjerneelementet er argumentasjon og LK20 definerer det slik at «Argumentasjon i matematikk handler om at elevene grunngir framgangsmåtar, resonnement og løysingar og beviser at desse er gyldige.» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Argumentasjon handler her mer om å forklare hvorfor det en har gjort er riktig og komme med argumenter for framgangsmåten og resonnementene en har brukt. Det står også at det handler om å bevise at framgangsmåtar, resonnementer og løysingar er riktige, men ingenting om hva et bevis er. Valenta og Enge (2020) har gjennom sin analyse av LK20 kommet frem til at bevis eller det å bevise ikke nevnes eksplisitt i kompetansemålene

til trinnene på grunnskolen. De skriver også at utvikling av kompetanse relatert til bevisføring i grunnskolen er overlatt til lærebokforfattere og lærere. Dermed er det opp til tolkning for lærerne hvor mye vekt som skal legges på bevisføring, og undervisningen blir lagt opp ut fra kunnskapen læreren har om bevisbegrepet (Jeannotte & Kieran, 2017). Dette vil føre til at elever rundt om i landet får ulik undervisning ut fra hva læreren kan om bevis og argumentasjon. LK20 forklarer kort hva resonnering og argumentasjon skal være i den norske skolen, men bruker begrepet bevis uten å gi det en forklaring. En definisjon av begrepene som passer inn i skolematematikken er viktig, og derfor har vi valgt å bruke Stylianides sin definisjon på resonnering og bevis videre i oppgaven.

2.2.3 Undervisning av resonnering og bevis

Det har tidligere vært vanlig å undervise resonnering og bevis først på videregående skole (Stylianides, 2008), men det er i dag koblet til alle læreplanene på lavere trinn (Kunnskapsdepartementet, 2019). Cai og Cirillo (2014) oppdaget at to lærer fra helt forskjellige steder i USA var usikre på hvordan de skulle introdusere bevis for elevene sine i arbeid med geometri, noe som er et tema hvor bevis historisk sett har blitt undervist i (Clements, 2003). Begge lærerne hadde gode faglige kunnskaper om temaet, men visste ikke hvordan de skulle være gode «stillasbyggere» ved innføring av bevis. Begge lærerne mente at matteboken var til hinder for introduksjonen til bevisføring da læreboken viste teoremene som ferdige resultater. Det endte med at de måtte lage egne opplegg, etter å ha deltatt på et faglig utviklingsprogram, som passet bedre til undervisning av bevis enn det lærebøkene kunne tilby (Cai & Cirillo, 2014).

Stylianides et al. (2013) trekker frem at det er to grunner til lite resonnering- og bevisundervisning på barnetrinnet. Første grunn er lite faglig kunnskap om resonnering og bevis, og grunn nummer to er at de har en oppfatning om at undervisningen er ineffektiv. Løsninger som blir trukket frem er mer undervisning om det på lærerutdanningen, bedre samarbeid mellom lærerutdanningen og praksisskoler, og bruk av praksislærere som har kunnskap om og er nysgjerrig på nyskapende matematikkundervisning i klasserommet (Stylianides et al., 2013). Selv om det er lite av resonnering og bevis på barnetrinnet har Buchbinder og McCrone (2022) kommet frem til at nyutdannede lærere er i stand til å utvikle undervisningsopplegg som integrerer en rekke matematiske emner og klassetrinn.

I et yrke hvor læreplanen skal tolkes, er det ikke alltid like lett å vite hva en skal tenke på i planleggingen av undervisning innenfor resonnering og bevis. Buchbinder og McCrone (2022) kommer med tre prinsipper som kan guide lærere i undervisningen av resonnering og bevis. Det første prinsippet handler om at resonnering og bevis må være integrert i det eksisterende matematikkpensumet. Lærerne sitt syn på om det er nødvendig eller ikke vil påvirke om de bruker tid på det i undervisningen, og om læreren synes temaet er viktig eller ikke, er ofte preget av læreplanen de skal følge. I Norge er resonnering og bevis integrert i læreplanens kjerneelementer, men det er lærerne sin jobb å integrere det i sin undervisning. Det andre prinsippet handler om å legge vekt på deduksjon i arbeidet med bevisoppgaver, og arbeide med prosesser som hjelper elevene med å svare på hvorfor noe er sant innenfor matematikken. For lærerne er det viktig å lære elevene at bevis innenfor matematikken er ulikt fra bevis i hverdagslivet, naturvitenskapen, historie og andre felter. Ved å fokusere på deler av deduktive bevis eller en misforståelse elevene har, kan det hjelpe læreren å holde fokuset på deduktiv resonnering i klasserommet. Det tredje prinsippet handler om å bruke språk, notasjon og representasjoner som er innenfor rekkevidden til elevenes konseptuelle tanker, som bygger videre på et av Stylianides (2007) sine punkter nevnt over, for hva et bevis er. For læreren innebærer dette at en må

tilpasse ut fra trinnet en jobber med, nivået til elevene i klassen og hvordan elevene er vant til å jobbe med matematikk (Buchbinder & McCrone, 2022).

2.3 Tidligere forskning

Det finnes kun et fåtall studier som tar for seg sammenlikning av flere ulike ressursgrupper (Anastasakis et al., 2017; Pepin & Kock, 2021). Anastasakis et al., (2017) tar for seg ulike ressursbruk blant ingeniørstudenter. Resultatene i denne studien viste at mange lente seg veldig på pensumbøker og fysiske ressurser gitt av studiestedet, samtidig sine egne notater etter forelesninger. Dette ble i all hovedsak gjort for å jobbe mot en god karakter på eksamen.

Pepin og Kock (2021), som nevnt tidligere, undersøkte hvilke ressurser studenter selv rapporterte å bruke når de arbeidet med problemløsning til sitt prosjekt, og hvordan de brukte disse ressursene. De konkluderte med at studentene i dette faget brukte ressurser utenfor læreplan ressursene som ble underviserne gav dem. Ressurser som ble brukt utenom var vitenskapelige artikler, programvare, kolleger og eksperter på feltet. Et fremtredende funn var at de sosiale ressursene fikk en spesiell rolle. Underviserne gav råd og hjelp studentene til å holde fokus, når de hadde ideer som gikk i alle mulige retninger. Det kom også fram at studentene reflekterte og brukte kunnskap og erfaring de har lært tidligere, både innenfor og utenfor universitetet, for å løse problemet de hadde fått. De brukte sine kognitive ressurser, og noen nevnte at de elementære kursene i matematikk var viktige nå som de brukte matematikk som ressurs i sitt prosjekt (Pepin & Kock, 2021).

Tidligere forskning på ressurser viser at det er læreboken som er den viktigste ressursen i skolen (Bachmann, 2005; Moje et al., 2011; Remillard, 2005). En undersøkelse gjort av *Institutt for lærerutdanning og skoleforskning* viser også at lærerne i Norge støtter seg i stor grad til lærebøkene når de skal undervise (Rødne & de Lange, 2012). De er også enige med Moje et al. (2011) om at læreverkene er det viktigste planleggingsverktøyet som brukes i tolkningen av læreplanen. En nyere studie i Norge gjort i norskfaget viser at læreboken også er det mest brukte læremidlet (Blikstad-Balas & Klette, 2021). Dette tyder på at lærerne både internasjonalt og nasjonalt mest av alt bruker læreboken når de skal planlegge undervisningen. Selv om læreboken er den ressursen som blir brukt aller mest, bruker ikke lærerne læreboken likt, og det er ikke alle lærerne som følger læreboken slavisk tema for tema. Noen bruker innholdet slik som det er, noen tar utgangspunkt i læreboken og gjør ulike endringer, og andre velger å bare gå gjennom noen av de gitte temaene (Bachmann, 2005).

Det er også forsket på hvordan lærernes kunnskap om faget sitt påvirker hvordan ressursene brukes. Noen lærere klarer å gjøre gode tilpasninger på de tilgjengelige ressursene slik at det støtter opp med målet for timen. Andre lærere, som ikke har kunnskapen om ressursene som blir brukt, kan komme til å bruke ressursene ukritisk og gjøre tilpasninger som ikke er i tråd med hensikten til opplegget (Davis et al., 2011). Grave og Pepin (2015) undersøkte bruken av ressurser, blant fire norske matematikklærere og kom frem til fem kategoriseringer; ressurser for å administrere undervisningsmålene, ressurser for å inspirasjon til undervisning, ressurser for elevarbeid, ressurser for å tilpasse undervisningen til den enkelte elevs behov og ressurser for å organisere undervisningen. De kom også frem til at det var læreboken som ble brukt mest, uavhengig av bruken av ressursen. Andre ressurser som den nasjonale læreplanen, digitale ressurser og sosiale ressurser varierte ut fra hva det skulle brukes til.

Det er mange av studiene som er utført for flere år siden, og samfunnet nå i dag har endret seg. Selv om Blikstad-Balas og Klette (2021) forteller at det fortsatt er læreboken som brukes mest i norskfaget, er det interessant å se om det samme gjelder matematikkfaget. Dagens samfunn blir mer og mer digitalisert, og det er flere digitale læremidler nå i dag enn det har vært før. I mange av dagens skoler er det 1:1 forhold mellom elev og skjerm (enten pc eller iPad), og derfor er det viktig å undersøke om læreren har gått over til digitale ressurser, om de fortsatt holder seg til læreboken slik det har vært i mange år eller om digitale og fysiske ressurser brukes som en hybrid (Gilje, 2017).

Studiene nevnt over er studier som forsker på studentenes bruk av ressurser, men i vår studie skal vi se på hvilke ressurser lærerne bruker. Lærere ble tidligere sett på som en del av læreplanen, en læreplan som var laget av matematikere, mens i dag er matematikklærere blitt designere eller delaktige i utformingen av læreplaner (Pepin et al., 2017). Dermed kan vi også si at flere av de fysiske verktøyene er blitt endret gjennom læreplanendringer, og læreplanen endrer seg med utviklingen av fysiske og digitale verktøy. Pepin et al., (2017) kom frem til at digitale læreplan ressurser gir nye muligheter for lærerne, samtidig som det forbedrer lærernes evne til å designe undervisningsopplegg. De kom frem til at lærere nødvendigvis ikke trenger å møtes fysisk for å få til et samarbeid om undervisningsopplegg. Så vidt vi vet finnes det lite forskning som undersøker ressursbruken blant matematikklærere innenfor temaet resonnering og bevis. På grunn av dette ønsker vi å undersøke om lærerne bruker de samme ressursene her som de bruker på andre temaer innenfor matematikk eller om ressursbruken innenfor resonnering og bevis skiller seg ut.

2.4 Ressursbruk i planleggingsfasen

Ressurser arbeides med både i og utenfor timene. Matematikklærere arbeider med ressurser både ved at det må velges hvilke som skal brukes og hvordan de skal brukes (ut fra hvilket emne en har om). Samtidig må ressurser noen ganger endres og lages på nytt for å passe til undervisningen (for eksempel når en planlegger å dele ut materiale eller lage vurdering). Lærere kan bruke ulike ressurser i planleggingsfasen, både når de leter etter inspirasjon eller ideer til matematikkundervisning og når de føler de må oppfriske eller forbedre sine kunnskaper i matematikk for å undervise et spesielt tema. Dette er formål med bruk av ressurser som vi vil undersøke. Dagens ressurstilgang preges som nevnt tidligere sterkt av den uendelige tilgangen vi har via nettet, og nettopp dette gjør studier av matematikklærere og ressurser til et sterkt fremtredende forskningsfelt (Trouche et al., 2020a).

«The documentational approach to didactics (DAD)», oversatt i Trouche et al. (2020b) til «Dokumenteringstilnærming til Didaktikk (DTD)», er beskrevet som en didaktisk prosess som over tid har blitt videreutviklet for å beskrive endringer i lærerarbeidet på grunn av ressursendringer. Her handler det om hvilke ressurser som brukes, hvordan man som lærer balanserer de ulike ressurstypene og endringen mengden arbeid alene og kollektivt. DAD analyserer lærerarbeidet med en ressurslinse, og skjøt stor fart da teknologien fikk sitt innpass i skolen (Trouche et al., 2020a). Målet er å lage et paradigmeskifte gjennom å analysere arbeidet til lærerne både før og i undervisningen.

Det teknologiske ressursaspektet har i en didaktisk, matematisk sammenheng vært preget av en instrumentell tilnærming. Denne tilnærmingen skiller mellom artefakt og et instrument, hvor en artefakt er en ressurs som er tilgjengelig for brukeren, mens et instrument er en ressurs som er utviklet av brukeren. Her handler det om hvordan lærere

i planleggingsfasen bruker eller omgjør en ressurs fra en artefakt til et instrument (Trouche et al., 2020a). Ifølge Trouche et al. (2020b), utvikler lærere gjennom bruken av bestemte ressurser eller sett av ressurser, sine egne bruksskjemaer knyttet til disse ressursene. Disse er gjerne ulike for forskjellige lærere og resultatet av dette kalles *dokument*. Prosessen med å utvikle dokumentet (inkludert lærerens læring underveis) har blitt kalt *dokumentell skapelse*. Dette styres ved å se på lærerens mål og bruk av ressursene i planleggingen.

3 Metode

I dette kapitlet vil vi gjennomgå det vitenskapsteoretiske perspektivet som er brukt i denne oppgaven og bakgrunnen for valg av metode. Videre vil vi gå inn på hvordan vi har samlet inn dataene i form av spørreundersøkelse og intervju, og hvordan deltakerne til prosjektet har blitt valgt ut. Hvilken metode vi har brukt for å analysere dataen vil så bli lagt frem og til slutt vil vi gå nærmere inn på de etiske perspektivene, validiteten og reliabiliteten til oppgaven.

3.1 Vitenskapsteoretisk perspektiv

3.1.1 Blandet metode

Blandet metode er en tilnærming som kombinerer kvantitativ og kvalitativ innsamling av data i et forskningsprosjekt. Kjerneantagelsen i denne formen for undersøkelser er at kombinasjonen av kvalitative og kvantitative tilnærminger gir en mer fullstendig forståelse av et forskningsproblem enn hver tilnærming alene. Kvantitativ metode handler om å samle inn data som kan kvantifiseres, og tar et objektivt standpunkt til den sosiale virkeligheten. Kvalitativ metode handler derimot om å skape dyp innsikt innenfor spesifikke temaer, og forsøker å forklare og forstå den sosiale verden gjennom deltakeres opplevelser (Clark et al., 2021). Hensikten med denne oppgaven er å belyse hvilke ressurser lærere bruker i sin planleggingsfase, men også hvordan disse ressursene blir brukt. Dermed vil en blandet metode, som både tar for seg de tallbaserte dataene innenfor bruken av ressurser, og empiribaserte dataene med fokus på hvordan ressursene blir brukt, være velegnet for vår studie.

I vårt forskningsprosjekt legger de kvantitative dataene grunnlaget for innsamlingen av de kvalitative dataene og følger et forklarende sekvensielt design. Det vil si at de svarene vi fikk på spørreundersøkelsen påvirket spørsmålene som ble stilt under intervjuene, og svarene vi får på intervjuene skal forklare funnene vi har fra de kvantitative dataene dypere (Clark et al., 2021). Vi har valgt dette designet for at de kvalitative dataene skal forklare bedre funnene fra den kvantitative dataen, enn det de kvantitative dataene klarer alene. Funnene vi har fra de kvantitative undersøkelsene gir oss ikke svar på hvordan lærerne bruker de ulike ressursene, og derfor brukes det intervjuer for å få ytterligere innsikt i hvordan og hvorfor de ulike ressursene blir brukt.

Det finnes flere gode grunner til å velge blandet metode. Ved å bruke kvalitative og kvantitative funn kan vi bruke de ulike funnene til å gjensidig bekrefte hverandre. For å svare godt på våre forskningsspørsmål er vi også avhengig av å bruke kvantitative og kvalitative data. Vi kan bygge på de sterke sidene til begge tilnærmingene ved at vi får tallfestede data fra flere lærere på deres ressursbruk, samtidig som vi får noen av lærernes opplevelser av ressursbruken. Dette gjør at vi kan få dannet et større bilde av lærernes ressursbruk. Vi kan si noe om hvilke ressurser som er vanligst å bruke ved bruk av kvantitative data, men vi kan også si noe om hvordan de ressursene blir brukt og hvorfor det er de ressursene som lærerne bruker fra de kvalitative dataene. Innsamling av kvantitative data, i form av spørreskjema, tillot oss å spørre om deltakerne var villig til å stille på intervju for videre utspørring om tema. Ut fra hva deltakerne svarte på spørreskjemaet kunne oppfølgingsspørsmål til intervjuet bli utformet, og gjennom intervjuene fikk vi en bedre kontekstuell forståelse for lærernes bruk av ressurser. Det gjør det lettere for oss å danne et helhetlig bilde av ressursbruken blant lærere, enn om vi bare

skulle brukt en av metodene hver for seg (Clark et al., 2021). Samtidig er det viktig å huske på at blandet metode ikke nødvendigvis er «bedre» enn kvantitativ og kvalitativ tilnærming, men for å svare på våre forskningsspørsmål er det nødvendig med bruk av en tilnærming som kombinerer både kvalitative og kvantitative data.

Pragmatismen er paradigmet som blir brukt mest innenfor blandet metode, da det ikke er forpliktet til noe filosofisk system eller virkelighet. Det trekkes rikelig fra både kvantitative og kvalitative forutsetninger når en engasjerer seg i forskningen (Creswell, 2014). Mer om dette belyses i neste avsnitt.

3.1.2 Pragmatisme

Paradigme er et grunnleggende sett med overbevisninger som styrer handlinger. Det er en generell filosofisk orientering om verden og arten av forskning som en forsker bringer til en studie (Creswell, 2014). I vår studie har vi den pragmatiske forskningstilnærmingen som grunn for våre metoder og refleksjoner, og paradigmet vil påvirke hvordan vi studerer og tolker kunnskap på.

I denne forskningsundersøkelsen handler pragmatisme om en forskningstilnærming som skal beskrive hvilke ressurser lærere bruker og hvordan utvalgte lærere bruker, tilpasser, endrer eller finner ulike ressurser til planleggingsfasen innenfor resonnering og bevis. Innenfor pragmatismen har forskerne valgfrihet. De kan selv bestemme metodene, teknikkene og prosedyrene som skal brukes ut fra behovet og formålet til forskningen. Pragmatikere er enige om at forskning alltid skjer i sosiale, historiske, politiske og andre sammenhenger. I vår kontekst blir matematikklæreres bruk av ressurser en sosial kontekst hvor vi får vite deres opplevelser. Verden blir ikke sett på som en absolutt enhet, og derfor finnes det ikke en riktig måte å se på verden på. Forskere innenfor blandet metode bruker flere tilnærminger for å samle inn og analysere data for å få den beste forståelsen av et forskningsproblem (Creswell, 2014). Vi ønsker å finne ut hvilke ressurser som blir brukt mest, men også hvordan de brukes og for hvilke formål. Disse dataene trenger vi for å finne ut hvilke ressurser som burde utvikles og hvordan en skal utvikle dem.

3.1.3 Forholdet mellom forskeren og deltakeren

Innsamling av data der en har en relasjon med deltakerne vil være påvirket av hvordan deltakeren opplever forskeren. Kontroll av alle faktorer som påvirker vil være umulig, og det er derfor viktig at forskeren er åpen om opplevelsen av relasjonen til deltakerne (Postholm & Moen, 2018).

I vår kvantitative del av forskningen har vi ingen nær tilknytning til deltakerne. Spørreskjemaene foregår over nett, og siden det er sendt ut av veilederen vår til ulike rektorer rundt omkring i landet har vi ikke noe direkte kontakt med deltakerne.

I vår kvalitative del har vi et nærmere forhold til deltakerne. Selv om det ikke er vi som gjør intervjuet og det foregår over zoom, er vi med som observatører under intervjuene og har en interaksjon med deltakerne. I kvalitativ forskning skal deltakeren sitt perspektiv bli vist frem av forskeren, og målet er å løfte frem meningene deltakerne har (Postholm & Moen, 2018). Det prøver vi å gjøre ved å legge vekt på utsagnene som kommer fra deltakerne, og ved å være bevisst på våre egne meninger. For å gjøre deltakerenes virkelighet synlig, er forskeren og deltakeren nødt til å ha en interaksjon (Postholm et al., 2005). I vår studie forteller deltakerne om sine opplevelser til oss. I forskningsarbeidet skal vi legge frem de kvantitative dataene og tolke disse ut fra hva lærernes opplevelser

har vært. Vi kan få noen svar fra de kvantitative dataene som først gir mening når vi legger de kvalitative dataene til grunn. Det er vår oppgave å prøve å være så objektive som mulig, og gjengi det matematikklærerne har sagt om sin opplevde virkelighet (Clark et al., 2021).

3.2 Datainnsamling

I dette kapitlet vil vi beskrive innsamlingsprosessen og de ulike metodene som ble brukt til innsamling av både kvantitative og kvalitative data. Som nevnt tidligere er dette en masteroppgave som baserer seg på en blandet metode. De ulike innsamlingsmetodene er like både i den kvantitative og kvalitative innsamlingen som de ville vært dersom det ikke var blandet metode.



Figur 3.1: Oversikt over tidsaspektet

3.2.1 Planlegging av forskningsprosessen

Store deler av innsamlingen til studien vår var allerede planlagt gjennom MaTeK-prosjektet, som nevnt i innledningen. Som en del av prosjektets forskning, har en arbeidsgruppe kalt «ressursgruppen» gjennomført et spørreskjema og oppfølgingsintervju av noen av lærerne for å samle data om hvordan matematikklærere bruker ressurser i fem europeiske land. «Ressursgruppen» har som mål å sammenligne matematikklæreres bruk av ressurser på tvers av land, mens vi i vår masteroppgave kun fokuserer på norske lærere. Oversikten over tidsaspektet på datainnsamlingen for MaTeK-prosjektet og vår forbindelse med prosjektet vises i figur 3.1.

Etter at vi ble med i prosjektet, begynte vi med å finne e-postadresser til rektorer rundt om i landet både på barneskoler, ungdomsskoler, 1-10 skoler og videregående skoler for å finne deltakere til prosjektet. Vi skrev e-postadressene inn i et Excel-dokument, hvor vi også skrev med navn på rektoren og navnet på skolen. Dette gjorde at den ansvarlige for MaTeK-prosjektet i Norge kunne sende e-post automatisk til de innsamlede e-postadressene. Mailen med forespørsel om å være med på studien (Jf. Vedlegg 1) ble sendt til 318 rektorer spredt i 20 ulike kommuner og byer. I oppstartsfasen av prosjektet var det veldig mange flere lærere fra videregående som hadde svart enn det var fra grunnskolen. For å prøve å balansere ut dette gikk vi nok en runde med å finne flere e-postadresser til rektorer på barneskoler og ungdomsskoler rundt om i landet.

E-posten til rektorene besto av informasjon rundt hva slags prosjekt masteroppgaven vår er en del av og hovedmålet med det europeiske MaTeK-prosjektet. Rektorene ble i denne mailen spurt om de kunne sende undersøkelsen til alle sine matematikklærere, og både varighet på undersøkelsen og link til undersøkelsen lå ved. Spørreskjemaet besto av spørsmål som ble svart på både ved skalaer (1 helt uenig - 6 helt enig, 1 ikke i det hele tatt - 4 alltid), ja/nei spørsmål, kryss av de det gjelder og fritekstspørsmål, noe som blir beskrevet i neste avsnitt. Til slutt på spørreundersøkelsen var det et frivillig spørsmål hvor lærerne kunne legge igjen e-postadressen sin dersom de var villig til å delta i et oppfølgingsintervju. Oppfølgingsintervjuet tok utgangspunkt i det de hadde svart på spørreundersøkelsen.

3.2.2 Spørreskjema som metode

Den kvantitative delen av studien ble gjennomført våren 2022 med en digital spørreundersøkelse. Formålet ved spørreskjemaet er å samle inn flest mulig svar fra matematikklærere rundt om i landet. Fordelen med spørreskjema på nett er at deltakeren kan svare når det selv passer den og det er lite intervju effekter, som vil si at deltakeren ikke blir påvirket av intervjuer. Samtidig er det en fordel at deltakerne føler seg anonyme, og er derfor villig til å svare mer ærlig på spørsmål (Postholm & Jacobsen, 2018). Spørsmålene ble utformet slik at de ikke skulle være ledende eller uklare og at en ikke stilte doble spørsmål hvor deltakeren måtte forholde seg til flere ting samtidig.

Spørsmålene til spørreundersøkelsen ble laget gjennom et samarbeid på tvers av landene som deltar i prosjektet, med assistanse fra Zeger-jan Kock som tidligere hadde gjennomført en lignende undersøkelse i Nederland (Kock & Pepin, 2019). Spørsmålene Zeger-jan Kock brukte i sin undersøkelse ble lånt og revidert slik at ønskede spørsmål passet til undersøkelsen vår. Kock ga også tilbakemeldinger på disse, før det ble lagt til egenlagde. Alle spørsmålene samlet ble vurdert av både Kock og Pepin og videre brukt til pilotundersøkelsen. MaTeK- teamet utarbeidet også i forkant en intervjuguide som tok utgangspunkt i deltakernes svar på spørreundersøkelsen. Spørsmålene, både på spørreskjema og oppfølgingsintervjuet, var helt like i alle de fem landene som deltok.

Spørreskjemaet (Jf. Vedlegg 2) inneholdt 8 spørsmål om undervisningsressursbruk i matematikktimene, 7 spørsmål angående forestillinger om resonnement og/eller bevis og 14 demografiske spørsmål. Av disse 29 spørsmålene var det 26 spørsmål med metriske svaralternativer og 3 spørsmål med åpne svaralternativer. Metriske svaralternativer er spørsmål hvor svarene består av tall, mens spørsmål med åpne svaralternativer gir deltakerne mulighet til å svare det de selv vil (Postholm & Jacobsen, 2018). Ved bruk av åpne svaralternativer vil vi få kvalitative data som potensielt kan inneholde flere detaljer (Postholm & Jacobsen, 2018), og derfor er disse spørsmålene begrenset i den kvantitative undersøkelsen. De åpne spørsmålene brukes ikke i vår studie da vi fokuserer på de kvantitative dataene fra spørreundersøkelsen, og stiller utdypende spørsmål i intervjuene om det er noe mer vi lurer på. Dette gjør vi fordi det er flere som har valgt å ikke svare på spørsmålet, og det er veldig ulikt hvor detaljert deltakerne har svart på spørsmålet. Det er også umulig å stille oppfølgingsspørsmål på spørreskjema dersom vi ikke helt forstår hva de mener i sine svar.

En metode som dette vil være avhengig av mange svar for å kunne få et så troverdig og gyldig forskningsresultat som mulig (Clark et al., 2021). Denne metoden skal gi oss et bredt spekter av svar og tanker rundt læreres syn på undervisning av resonnering og bevis og bruk av ressurser. En negativ side med spørreskjemaet på nett er at deltakerne som

regel er ressurssterke og er selv interessert i problemstillingen spørsmålene tar for seg (Postholm & Jacobsen, 2018). De aller fleste lærere er ressurssterke, men det er ikke alle som er like interessert i temaet resonnering og bevis og det kan være en mulighet for at de respondentene vi da får ikke representerer bredden blant lærere. En annen svak side med spørreskjema på nett er at det er lite interaksjon med deltakeren, og en får ikke oppklart uklarheter, stilt utdypende spørsmål eller oppklart hva spørsmål betyr (Postholm & Jacobsen, 2018). I vår studie intervjuer vi senere noen av deltakerne, og får der stilt de utdypende spørsmålene og oppklart hva svarene deres betyr.

Spørreskjemaet ble også testet i en pilotundersøkelse hvor tjue besvarelser fra norske lærere ble samlet inn gjennom nettskjema. På denne måten ble det funnet ut mulige endringer som måtte til før den ordentlige undersøkelsen. Etter pilotundersøkelsen ble det lagt til et spørsmål om hvilket fylke deltakeren jobbet i, og spørsmålet «Marker de temaene som er del av læreplanen din (de temaene du vanligvis underviser i)» ble byttet ut med «Hvor ofte inkluderer du aktiviteter om resonnering og/eller bevis i timene dine i emnene nedenfor?». I tillegg til dette ble det lagt til spørsmål om hvilke fag man underviser i annet enn matematikk, og deltakerne skulle da krysse av på de aktuelle som var enten «Relfag», «Samfunnsfag, språk og økonomi», «Praktisk-estetiske fag» og «Annet». Avslutningsvis i spørreskjemaet fikk lærerne også muligheten til å legge igjen en generell kommentar og/eller tilbakemelding om spørreskjemaet, og egen mailadresse dersom de ønsket å delta på et pilotintervju i ettertid hvor spørsmålene i spørreskjemaet skulle besvares dypere. Dette var naturligvis frivillig. I pilotundersøkelsen var alle spørsmålene obligatoriske, mens i spørreundersøkelsen var det spørsmål som både var obligatoriske og spørsmål som en ikke behøvde å svare på. Dette ble endret fordi det var kommet tilbakemeldinger fra pilotundersøkelsen om å revurdere om alle spørsmålene skulle være obligatoriske. Allikevel svarte de fleste norske lærerne på alle spørsmålene.

3.2.3 Intervju som metode

Det vi ønsker ved å ha intervju som metode er å få en utfyllende og detaljert beskrivelse rundt svarene oppgitt i spørreundersøkelsen. Fordelen med intervju er at det kan gi oss svar på hvilke ressurser lærere mener de bruker og hvordan de bruker dem. Intervju som metode har en tidsbegrensning, og som tekst vil intervjuene være håndterbare selv om de er lange (Anker, 2020). Mange av spørsmålene ble besvart kun med tall/skalaer, og vi ønsket gjennom intervju å få en dypere forståelse av svarene med blant annet eksempler på konkrete ressurser som brukes i konkrete situasjoner.

Før intervjuene ble gjennomført, mottok lærerne et informasjonsskriv på e-post (Jf. Vedlegg 4) hvor de fikk innblikk i hva intervjuet gjaldt og deres rettigheter underveis og etter gjennomføringen, både når det kommer til datalagring og anonymitet. Intervjuene ble lagt opp til å være semistrukturerte over Zoom, hvor fokuset er på deltakerens perspektiver og opplevelser (Kvale & Brinkmann, 2015). Et semistrukturert intervju vil si at det i utgangspunktet var de samme forslagene til spørsmålene for alle deltakerne, men rekkefølgen på spørsmålene er ikke viktig og spørsmål blir stilt der det er naturlig i kommunikasjonen mellom forsker og deltaker. Forskeren er åpen og temaer som ikke er forhåndsbestemt eller tenkt på tidligere kan komme opp i løpet av intervjuet (Postholm & Jacobsen, 2018).

Fordelen med å ha intervjuene over Zoom gjør det lettere å intervjuer lærere fra ulike steder i landet, og en slipper kostnader med tanke på reising. Det gjør at en også er mer fleksibel med når og hvor intervjuene kan foregå. Lærerne som blir intervjuet har

muligheten til å sitte hjemme under intervjuet, og kan i større grad påvirke selv når intervjuet skal skje. Zoom er blitt sett på som en enkel og brukervennlig sammenlignet med andre nettkonferanseplattformer slik som Skype. I en undersøkelse gjort av Archibald et al. (2019), hvor de spurte både forskere og deltakere, mente flertallet (69%) at Zoom-intervju var den foretrukne metoden sammenlignet med personlig intervju, telefonintervju eller andre videokonferanseplattformer. Noe man må tenke over er at det kan oppstå tekniske problemer, både for forskeren og deltakeren. Internettforbindelse, digitale og tekniske ferdigheter, mikrofon og kamerakvalitet og forstyrrelser i hjemmet kan påvirke gjennomføringen av intervjuene (Archibald et al., 2019). Siden alle lærerne har undervist i flere år regnet vi med at de fleste hadde god nok kompetanse med Zoom til å gjennomføre intervjuene, med tanke på at de har hatt fjernundervisning under korona.

Alle intervjuene til den kvalitative delen ble gjennomført av veilederen vår og hennes partner i MaTeK prosjektet for at intervjuene skulle være mest mulig like. De var også med på å utvikle intervjuguiden og gjennomføringen av pilotundersøkelsen og pilotintervjuet, og hadde derfor bedre innsikt i intervjuspørsmålene. Vi som studenter var med som observatører da intervjuene ble gjennomført digitalt. Hvert intervju startet med en kort introduksjon og bekreftelse på deltakelse med studenter til stede. Deretter fulgte en kort beskrivelse av hva som mentes med de ulike ressurstypene (fysiske, sosiale og digitale).

Intervjuene varte i omtrent 1 time, og det ble foretatt skjermopptak som senere ble til både en videofil og en lydfil, og dette var også noe deltakerne ble informert om og godkjente før skjermopptaket begynte. I lydfilene ble i ettertid brukt for å kunne transkribere intervjuene.

3.2.3.1 Intervjuguide

Til intervjuet ble det i forkant laget en intervjuguide (Jf. Vedlegg 3) av MaTeK-teamet som tok utgangspunkt i spørreskjemaet deltakeren hadde deltatt på tidligere. Spørsmålene som ble utviklet var de samme i alle fem landene, og alle land utførte en til to pilotintervjuer. I Norge ble det utført ett pilotintervju. Intervjuguiden var også delt inn i to hoveddeler med svarene til deltakerne notert på siden slik at de som intervjuet kunne friske opp svarene dersom deltakeren ikke husket. Del 1 besto av oppfølgingsspørsmål fra spørreskjemaet som videre skulle utdypes med ulikt antall underspørsmål. Det kunne være alt fra utdypelse til hva de brukte spesifikt av ressurser, hvordan de brukte de ulike og hvordan de eventuelt modifiserte dem på egenhånd. Del 2 på intervjuguiden handlet hovedsakelig om forberedelse til undervisning hvor resonnering og bevis var i fokus. Her startet det med spørsmål om favoritttema og hvordan læreren ville lagt opp til undervisning i dette, før det ble avsluttet med utdyping av svar på spørsmål knyttet til resonnering og bevis fra den kvantitative undersøkelsen.

Som observatører i intervjuene var dette et fint hjelpemiddel for å holde følge med samtalen, og i ettertid av intervjuene hjalp også denne guiden oss i arbeidet med transkriberingen.

3.3 Utvalg til undersøkelsen

Til denne oppgaven var det bestemt av MaTeK-prosjektet at utvalget skulle bestå av lærere fra ulike trinn og ulike byer/kommuner. Dette fordi at temaet resonnering og bevis skal innføres på alle skoletrinn i hele Norge (Kunnskapsdepartementet, 2019). Til den kvantitative innsamlingen var det ingen måte å påvirke hvem som svarte på

undersøkelsen. Informasjonsmail ble kun sendt ut til 318 rektorer rundt om i landet, og hver enkelt rektor selv avgjorde om de skulle dele forespørselen med matematikklærere på skolen sin eller ikke. Vi endte her opp med 142 responser på spørreundersøkelsen hvor det var både kvinnelige og mannlige lærere fra alle skoletrinn og alle 11 fylker i landet. Det var 63 lærere fra videregående skole, 40 lærere fra barneskoler og 33 lærere fra ungdomsskoler i tillegg til én fra voksenopplæringen og fem som ikke ville oppgi hvor de jobbet.

Utvalget til den kvalitative delen ble valgt ut ved hjelp av responsen vi fikk på spørreundersøkelsen. Det var totalt 20 lærere som la igjen e-postadressen sin og sa seg villige til å delta på et intervju, og ut ifra disse 20 gjorde vi intervju av ni lærere. Utvalget her besto av en lærer fra videregående, to lærere fra ungdomsskolen, tre lærere fra barneskole og tre lærere fra kombinert barne- og ungdomsskole. Grunnen til at det ble disse ni var fordi det var disse som svarte på oppfølgingsmailen de mottok etter spørreundersøkelsen. Det vil da si at vi intervjuet alle de som svarte av de 20 som la igjen e-postadressen sin.

På bakgrunn av justeringene som ble gjort etter pilotundersøkelsene kommer vi kun til å bruke dataen som er samlet inn etter endringen av spørreskjemaet. Det vil si at dataene vi kommer til å analysere har 142 respondenter på spørreskjemaet og ni lærere som ble intervjuet.

3.4 Metode for analyse

3.4.1 Kvantitativ analyse

Alt av svar til den kvantitative delen ble samlet inn gjennom limesurvey.org som ble brukt i alle deltakerlandene. Svarene ble overført direkte til Excel hvor alle 142 norske deltakere ble listet opp under hverandre slik at opptelling og gjennomsnittsverdier skulle være enkelt å hente ut.

Hoveddelen for den kvantitative analysedelen var å hente ut informasjon fra de tre ulike delene i undersøkelsen. Vi har valgt å hente ut data også fra spørsmålene knyttet til undervisningsressurser i matematikktimene generelt, for å kunne sammenligne med ressursbruken knyttet til temaet resonnering og bevis. Statistisk analyse med tabellanalyse er metoden brukt for den kvantitative delen. Denne metoden avdekker visse sammenhenger mellom få variabler. Ved å fremstille data i ulike diagrammer, som søylediagrammer og kakediagrammer får vi en direkte fremstilling av svarene samlet inn (Ringdal, 2013).

Først presenterer vi deltakere, før vi videre fokuserer på ressursbruk hvor det ble hentet ut hvor ofte og hvilke ressurser lærerne brukte i planleggingen/forberedelsene til matematikktimene. Senere ble det sortert ut svar basert på hvilken skoletype de jobbet på, kjønn, alderen deres, antall år de har jobbet som lærer og utdanningsnivå. Fokuset her er både matematikktimer generelt og timer spesifikt om resonnering og bevis.

For en dypere analyse brukte vi også Fisher exact test i SPSS. SPSS er et statistisk program for å løse en rekke forskningsproblemer gjennom blant annet ad hoc-analyse, hypotesetesting og rapportering. Dette er et program vi har tilgang til gjennom en lisens hos NTNU, og det er derfor vi bruker SPSS for Fisher exact test. Vi sjekket forholdet mellom formålet ressursene ble brukt til og de ulike ressursene, forholdet mellom skoletype og de

ulike ressursene, forholdet mellom alderen til lærerne og de ulike ressursene, forholdet mellom utdanningsgrad og de ulike ressursene og forholdet mellom antall år med erfaring innen matematikkfaget og ressurser. Vi velger å gjøre denne testen for å se om resultatene er statistisk signifikante, og om ressursbruken dermed avhenger av disse variablene med tanke på at utvalget vårt er såpass lite. Vi regner som at når p-verdien er lavere enn 0.05, så er resultatet statistisk signifikant, som vil si at det er en reell sammenheng mellom variablene, og ikke en tilfeldighet.

Grunnen til at vi i den kvantitative delen bruker alle deler er for at vi skal kunne se en bredere sammenheng i ressursbruken i timer som ikke omhandler resonnering og bevis, før vi på den kvalitative delen går i dybden på delen som omhandler resonnering og bevis fra del 2 i intervjuene.

3.4.2 Kvalitativ analyse

Den kvalitative analysen begynte umiddelbart etter intervjuene i form av transkripsjon av del 2 av intervjuene og gjøre seg kjent igjen med datamateriale. For å analysere dette datamaterialet er det brukt tematisk analyse. Det er en av de mest brukte formene for analyse i masteroppgaver (Anker, 2020), og er en metode som blir beskrevet som god for de som ikke har mye erfaring med forskning (Braun & Clarke, 2006). Det er en metode som er veldig åpen, hvor en i hovedsak bruker en induktiv form for koding og kommer frem til temaer som er empirinære (Braun & Clarke, 2006). Det vil si at vi ikke bruker noen teori for å analysere intervjuene, men er åpne for å oppdage mønster, temaer eller konsepter fra dataen. I denne oppgaven har vi analysert ut fra Braun og Clarke (2006) sine seks faser innenfor tematisk analyse (tabell 3.1), for å systematisk gå gjennom materialet og komme frem til temaer som representerer våre deltakere.

Fase	Beskrivelse av prosessen
Fase 1 Bli kjent med data	Transkriber data, les over flere ganger og skriv ned de første ideene.
Fase 2 Lag de første kodene	Koding av interessante trekk ved dataene på en systematisk måte på tvers av hele datasettet, og samle data som er relevante for hver kode.
Fase 3 Let etter temaer	Samle koder til mulige temaer, samle all data som er relevant for hvert mulig tema.
Fase 4 Gjennomgå temaer	Kontrollere om temaene fungerer i forhold til de kodede utdragene og hele datasettet.
Fase 5 Definer og navngi temaene	Pågående analyse for å definere detaljene for hvert tema, og den generelle historien analysen forteller. Danne klare definisjoner og navn for hvert tema.
Fase 6 Produser rapporten av analysen	Produser en vitenskapelig rapport om analysen. Velg ut levende, overbevisende utdragseksempler. Relater analysen til forskningsspørsmålet og litteraturen.

Tabell 3.1: Egen oversettelse av de seks fasene i kvalitativ analyse (Braun & Clarke, 2006)

Første fase startet allerede da vi var observatører på intervjuene i mai til august 2022, og transkriberingen av data begynte etter intervjuene var gjennomført. Vi brukte Word sitt online diktafonprogram hvor vi lastet inn lydfilen, slik at Word transkriberte for oss. Vi gikk etterpå gjennom alle intervjuene og rensket transkripsjonene siden Word programmet ikke helt klarte å transkribere alle dialektene, og for at vi skulle bli godt kjent med

materialet. I intervjuene fikk lærerne andre navn og på første intervju ble deltakeren kalt L1, andre deltaker L2 osv., og hele transkripsjonen var med på å anonymisere intervjuene. Ved å kalle deltaker 1 for lærer 1 kan vi kjenne igjen hvilken lærer som hører til transkripsjonene, men de som ikke har kontaktopplysningene om dem vil ikke kunne finne ut hvem de er. Det var viktig for oss å kunne koble de ulike transkripsjonene til de ulike lærerne slik at vi kan komme med oppfølgingsspørsmål dersom vi lurer på noe eller vi kan fjerne transkripsjonene fra studien dersom de trekker seg. Fase to begynte da arbeidet med masteren ble satt i gang for fullt våren 2023. Arbeidet med koding av intervjuene ble gjort i NVivo, som er et program vi har lisens på gjennom NTNU og som hjelper oss å organisere og analysere dataen. Aksel Tjora (2019) forteller at kodene i analyse av et intervju skal ligge tett på det deltakerne sier. Dette er noe vi prøvde å tenke på underveis i kodingen, og startet derfor med å kode så empirinært som mulig. I tabell 3.2 vises et eksempel med et utdrag fra datamaterialet og koden som hører til utdraget fra intervjuet.

Datamateriale	Kode
Så og si hver time. Da er det fort. Alt ifra 15 minutt til opptil en halv time, spørres liksom littegrann på hvor, hvordan den bærer i vei i timen på en måte. Om det er mange av elevene som synes det er veldig spennende det som vi snakker om da.	Mye gjennomføring av resonnering

Tabell 3.2: Utdrag fra datamateriale med samsvarende kode

I kodefase har vi jobbet adskilt for å ikke bli påvirket av hverandre i kodingen, og etterpå har vi diskutert de ulike kodene og temaene vi er kommet frem til for å være sikker på at kodene vi har brukt kommer fra empirien og ikke er noe vi har funnet opp. Vi begynte med å kode intervjuene hver for seg, for deretter å se etter sammenhenger og ulikheter i intervjuene. Siden fokuset vårt er innenfor resonnering og bevis ble kun utsagn som var nevnt i sammenhengen med planlegging og undervisning av resonnering og bevis analysert. Videre i fase tre har vi gått igjennom kodene for å se om det er noen som kan kategoriseres under samme tema. Her har vi først hatt vide koder som f.eks. «Stille spørsmål» og «Resonnement er en viktig del av læringen» som etter hvert havnet under temaet «Arbeid med resonnering» (figur 3.2).

▼ <input type="radio"/> Arbeid med resonnering	9	38	22 Feb 2023 at 09:...	SA	28 Feb 2023 at 10:...	SA
<input type="radio"/> Forbedre elevenes ferd...	1	4	22 Feb 2023 at 09:...	SA	22 Feb 2023 at 09:...	SA
<input type="radio"/> Hva er resonnering	1	2	22 Feb 2023 at 13:...	SA	22 Feb 2023 at 13:41	SA
<input type="radio"/> Hvor ofte	10	12	22 Feb 2023 at 10:...	SA	27 Feb 2023 at 14:...	SA
<input type="radio"/> Logisk	1	1	22 Feb 2023 at 09:...	SA	22 Feb 2023 at 09:...	SA
<input type="radio"/> Oppgavetype	1	1	21 Feb 2023 at 15:21	SA	21 Feb 2023 at 15:21	SA
<input type="radio"/> resonnement er viktig	8	12	22 Feb 2023 at 09:...	SA	27 Feb 2023 at 14:21	SA
<input type="radio"/> Samarbeid	1	1	22 Feb 2023 at 09:...	SA	22 Feb 2023 at 09:...	SA
<input type="radio"/> stille spørsmål	7	14	21 Feb 2023 at 15:10	SA	27 Feb 2023 at 14:19	SA
<input type="radio"/> usikker på hvordan det...	3	6	22 Feb 2023 at 10:01	SA	27 Feb 2023 at 14:...	SA
<input type="radio"/> Vet hvordan resonnerin...	5	7	22 Feb 2023 at 10:...	SA	27 Feb 2023 at 14:13	SA

Figur 3.2: Eksempel på ulike koder som ble til temaet *Arbeid med resonnering*

I arbeidet med temaene ble de hele tiden vurdert opp mot tekstutdragene som ble kodet og teksten som helhet. Etter kodingen var det veldig mange koder som stod nær tekstutsagnene, og jobben videre var å redusere antall koder for å se om disse kunne bli slått sammen. Her ble koder som ikke var like relevante faset ut, og noen koder som hadde det samme meningsinnholdet ble slått sammen med andre koder. Ved å gå gjennom tekstutdragene ble f.eks. «Logisk», «Oppgavetype» og «Vet hvordan resonnering skal

gjøres» slått sammen til koden «Sikker på planlegging og utførelse». Fase fem bestod av definering og navngiving av temaene, og vi kom frem til temaene *Ressursbruk, Arbeid med bevis, Arbeid med resonnering, Fagfornyelsen* og *Er det nok ressurser?* Hvorfor disse temaene ble valgt vil vi begrunne i siste fase, som handler om å skrive selve analysen og komme med utdrag fra teksten som viser hvorfor vi er kommet frem til de ulike temaene. I analysen har vi også tenkt at det vi legger frem skal være relatert til forskningsspørsmålene våre og litteraturen.

3.5 Etske perspektiver, validitet og reliabilitet

Etske perspektiver er noe alle innenfor samfunnsforskning burde engasjere seg i (Clark et al., 2021). I Norge er det Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH) sine retningslinjer som skal følges når en forsker (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2021), noe vi har tilstrebet i vår undersøkelse. Vi har forsøkt å gjøre vår studie så pålitelig og gyldig som mulig, ved å lese tidligere forskning, gjennomføre samtaler med veileder og danne oss egne refleksjoner rundt gjennomføringen. Dette for å få tilfredsstillende kvalitet på datamaterialet og analysen.

3.5.1 Etske perspektiver

Gjennom hele forskningsprosessen har vi måttet tenke over de etske retningslinjene som skal følges. Clark et al. (2021) mener det er fire viktige etske prinsipper innenfor samfunnsforskning. Vi har arbeidet for at forskningen skal følge disse prinsippene, og det handler om at forskningen ikke skal skade deltakerne på noen som helst måte, deltakelsen skal være frivillig, privatlivet til deltakerne skal ikke infiltreres og deltakerne skal vite hva studien handler om. Siden forskningsprosjektet vårt er en integrert del av et større prosjekt, ble prosjektet meldt inn til «Norsk senter for forskningsdata» av vår veileder for MaTeK-prosjektet, og presiserte i innmeldelsen at vår studie inngikk i forskningen til MaTeK-prosjektet. Gjennom video-intervjuene som er samlet inn har vi fått kjennskap til ti navn med tilhørende e-post, alder og hvilket trinn de jobber på. Ved transkripsjon ble navnene på lærerne anonymisert, og materialet som blir analysert og presentert i oppgaven vil derfor ikke inneholde navnet på noen av deltakerne.

Før lærerne svarte på spørreundersøkelsen, måtte de lese gjennom og godta et samtykkeskjema på nett (Jf. Vedlegg 5). Dette skjema inneholdt informasjon om prosjektene, hvem som er ansvarlig, hvorfor de blir spurt om å delta, hva deltakelse innebærer for dem, at all deltakelse er frivillig, hvordan vi vil oppbevare personlige data, deres rettigheter og hvor de kan finne mer informasjon. Spørreundersøkelsen ble laget med LimeSurvey, som lager enkle og anonyme spørreskjema på nett. Grunnen til at LimeSurvey ble valgt var fordi Charles University i Praha har en data-prosess avtale med LimeSurvey. De lagde spørreundersøkelsen på språkene til alle fem deltakerlandene under sin lisens. Selv om spørsmålene ble utarbeidet sammen, var det kollegaene på Charles University i Praha som var ansvarlig for det administrative arbeidet med spørreundersøkelsen. Det var deltakerne selv som la igjen e-posten sin dersom de ville være med videre på et intervju, og de ga dermed frivillig samtykke om at de kunne bli kontaktet. Deltakerne som ble kontaktet kunne velge om de fortsatt var interessert i å delta på et intervju, hvor ni av 20 stykker takket ja til å bli med på intervjuet. I intervjuet, før opptaket ble startet, fikk deltakerne igjen spørsmålet om det var greit å ta opptak av intervjuet, hvor alle gav samtykke på nytt.

Dataen ble oppbevart med tanke på personvernet til deltakerne. Videoopptakene ble oppbevart av vår veileder på NTNU-drive, og overført til oss på minnepenn eller sendt ved bruk av Uninett FileSender og lagret av oss på minnepenn. NTNU er brukere av tjenesten FileSender, og det kreves at en har en egen NTNU bruker og logger inn via Feide for å sende dokumenter (NTNU, 2021). For å sikre en sikker overføring ble det innført passord for å få tak i filene, og det ble satt en utløpsdato på to uker for at filene med personopplysninger ikke skulle bli liggende for lenge. Passordet vi trengte for å logge inn ble sendt til oss på SMS, slik at det gikk gjennom en annen kanal enn e-post hvor vi hadde fått linken til filene. Da vi fikk tilgang til filene, ble de lastet ned på en egen minnepenn og oppbevares av oss på minnepenn frem til innlevering av masteren i mai.

Vi har forsøkt å begrunne valgene vi gjorde med tanke på teori, metodevalg og analysering av datamaterialet. Ved transkribering har vi forsøkt å transkribere så korrekt som mulig med tanke på tenkepauser og formuleringer fra lærerne for at funnene vi kommer frem til skal være mest mulig lik lærernes virkelighet. Selv om vi har forsøkt å ha en mest mulig objektiv tolkning, vil våre erfaringer, meninger, kunnskap og kultur påvirke hvordan vi tolket datamaterialet (Creswell, 2014).

3.5.2 Validitet

Et kriterium for kvalitet innenfor samfunnsforskning handler om validitet, og går i hovedsak ut på at konklusjonen til forskningen har integritet (Clark et al., 2021). Det vil si hvilken dekning har forskeren til å komme med konklusjonen ut fra datamateriale (Postholm & Jacobsen, 2018). Validitet har forskjellig mening innenfor kvalitativ og kvantitativ forskning (Clark et al., 2021; Creswell & Creswell, 2018; Postholm & Jacobsen, 2018).

Validitet innenfor kvantitativ forskning handler om hvor godt og nøyaktig funnene reflekterer dataen. Det handler om at vi faktisk måler det vi skal måle, og at det vi finner ut i analysen representerer det datamaterialet sier (Clark et al., 2021). Dette er gjort ved at spørsmålene til spørreskjemaet er blitt utviklet på tvers av landene i MaTeK-prosjektet og gått igjennom sammen for å være sikker på at de faktisk måler ressursbruken til lærerne. Det er også gjort en pilotundersøkelse i Norge hvor deltakerne kunne komme med tilbakemeldinger på spørsmålene, om det var noe som var dårlig formulert eller uforståelig. I analysen vil vi også komme med eksempler fra datamateriale for å vise hvordan funnene våre representerer datamaterialet. Vi vil også diskutere våre funn opp mot tidligere funn av matematikklæreres ressursbruk og knytte dette opp mot samfunnets utvikling.

Validitet innenfor kvalitativ forskning handler om at funnene er nøyaktige ut fra synspunktet til forskeren, deltakeren og leseren av forskningen (Creswell & Creswell, 2018). Ettersom kvalitativ forskning ikke gjør målinger i samme grad som kvantitativ forskning, handler validitet innenfor kvalitativ forskning ikke om målenøyaktighet (Clark et al., 2021). Analysen vil ha mer abstrakte begreper og beskrivelsen resultatene kommer fra empirien (Postholm & Jacobsen, 2018). Creswell og Creswell (2018) mener det handler om å anvende visse prosedyrer som triangulering av ulike datakilder, medlemskontroll, fortelle åpent om våre tanker og erfaringer, bruke en tykk beskrivelse av funnene, presentere funn som strider mot temaene, bruke en likemann som kan stille spørsmål om forskningen og bruke en utvendig til å se over hele studien. Disse prosedyrene utfører vi i vår studie ved å fortelle om våre tanker og oppfatninger for å oppklare hvordan det kan påvirke analysen. Samtidig kommer vi til å beskrive hva intervjuene i helhet forteller oss og forklare funnene ved å vise frem eksempler fra transkripsjonene. Vi vil også presentere

ulikhetene til matematikklærernes opplevelser av og bruk av ressurser, og vise frem om det forekommer noen spesielle avvik fra majoriteten. Gjennom hele prosessen diskuterer vi kontinuerlig med veilederen vår, og får tilbakemelding på arbeidet vi gjør underveis. Til slutt vil vi også få en uavhengig person til å se over studien vår, for å få en objektiv vurdering av prosessen og konklusjonen på vår studie.

For å gi studie ytre validitet, som vil si at resultatet kan generaliseres utenfor den spesifikke konteksten (Clark et al., 2021), har lærerne som er blitt valgt ut til intervju kommet fra ulike skoletyper, ulike steder i landet, hatt ulik alder og vært ulikt antall år i yrket. Dette er gjort for å representere matematikklærere i Norge på best mulig måte, selv med et utvalg på bare ti personer. Spørreskjemaet er sendt ut til rektorer i hele landet, slik at vi også der skal få deltakere med så ulik bakgrunn som mulig innenfor matematikklærere i Norge.

3.5.3 Reliabilitet

Reliabilitet handler om påliteligheten til undersøkelsen. Det kan beskrives som at man ved å gjennomføre undersøkelsen på samme måte med samme deltakere og kontekst, vil oppnå samme resultat (Shenton, 2004). Oppgaven vår består av både kvantitativ og kvalitativ metode, og reliabiliteten i denne oppgaven må dermed beskrives hver for seg.

Til den kvalitative delen av vår studie vil det være svært vanskelig å si at intervjuene er konsekvent og lett å etterprøve (Postholm & Jacobsen, 2018). Faktorer som ulike oppfølgingsspørsmål underveis, og det med at både forskere og deltakere underveis utvikler seg og kan endre seg slik at møtene blir forskjellige, er ting som gjør det vanskelig å gjenskape undersøkelsen. Ifølge Postholm og Jacobsen (2018) blir det da ikke hensiktsmessig å gjennomføre en studie som dette på nytt for å sjekke reliabiliteten i det. Det du som forsker derimot kan gjøre for den reliable delen av studie er å danne deg refleksjoner om hvordan du som forsker kan ha påvirket resultatet.

I den kvantitative delen kan dataen derimot etterprøves. Her besto undersøkelsen av 29 spørsmål som i ettertid kan etterprøves ved å bruke nøyaktig den samme undersøkelsen. Disse spørsmålene ble også universelt utformet på tvers av deltakerlandene, og vil være en enkel del å etterprøve for andre forskere.

4 Resultat

For å svare på forskningsspørsmålene under vil vi i dette kapittelet presentere funnene fra spørreundersøkelsen og de semistrukturerte intervjuene.

- 1. Hvilke ressurser bruker norske matematikklærere til forberedelse av matematikktimer, og hvordan er disse ressursene avhengig av formålet med bruken?*
- 2. Hvilke ressurser bruker norske matematikklærere når de lærer bort ideer knyttet til resonnering og/eller bevis?*
- 3. Hva kjennetegner læreres oppfatning av matematisk resonnering og bevis og deres arbeid med ressurser når de planlegger og/eller gjennomfører timer som støtter elevenes resonnering- og bevisferdigheter?*

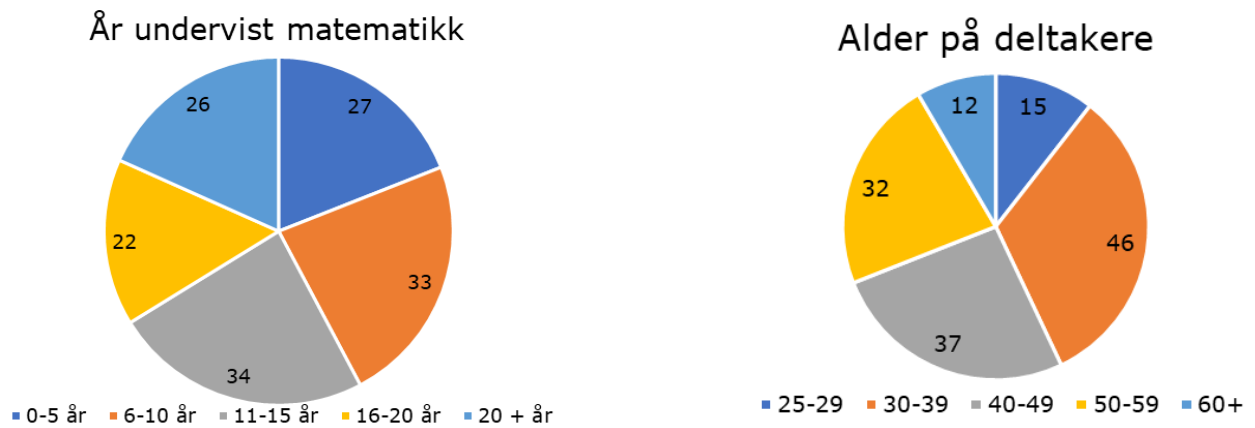
Vi har analysert de kvantitative og kvalitative dataene hver for seg og kommer til å drøfte resultatene sammen i diskusjonskapittelet. I hvert underkapittel vil deltakerne først bli presentert med tilhørende demografisk data, for så å presentere svarene deres.

4.1 Kvantitative funn

I denne delen av oppgaven vil vi presentere funn i fra spørreundersøkelsen. Resultatene som presenteres er hentet fra alle tre delene av spørreundersøkelsen. Svarene vi har hentet ut består av skala 1 (bruker aldri) - 4 (bruker alltid), skala 1 (helt uenig) - 6 (helt enig) og ja/nei svar. Dataene som vises frem er fremstilt gjennom tabeller i Excel slik at det enkelt kan vises til hvilke ressurser som brukes i ulike lærersituasjoner, og vi kan undersøke om det har noe å si hvilken alder lærerne har, kjønnen til lærerne, deres utdanning og erfaring eller hvilken skoletype de jobber på. Dataen vi velger å presentere fra datasettet er de dataene vi mener kan hjelpe oss å svare på forskningsspørsmålene våre. Kakediagrammene som presenterer deltakerne, viser antallet i de ulike kategoriene. Spørsmål som har ja/nei svar og viser alle deltakerne uten noen form for oppdeling, vil vise antallet som har svart ja/nei. På spørsmålene som har alternativene ja/nei som vi deler opp demografisk, vil tabellene våre vise svarene oppgitt i prosent. Vi velger å vise det frem prosentvis når vi kategoriserer deltakerne fordi det er ulikt antall deltakere innenfor de ulike kategoriene. Dermed vil prosentvisningen gi oss best grunnlag for å sammenligne og diskutere ulikhetene. Spørsmålene som har skala alternativer, vil bli oppgitt i tabellen med den skalaen som er brukt i spørreundersøkelsen.

4.1.1 Presentasjon av deltakere

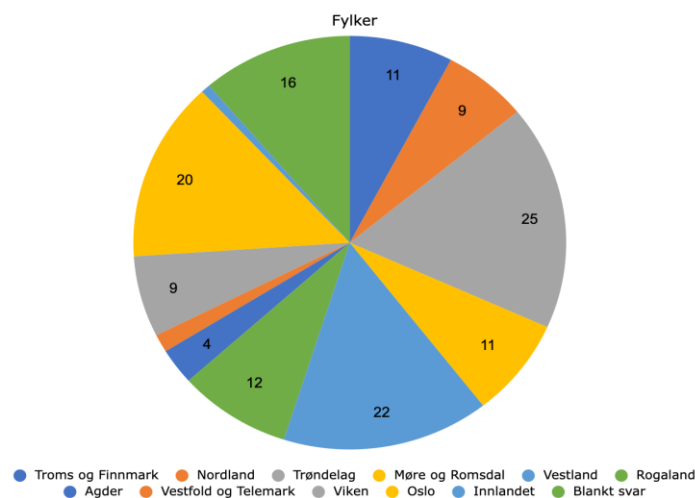
Totalt består undersøkelsen av 142 besvarelser. Alderen på deltakerne varierer fra 25 år til 60+ år, hvor 81% av disse er i alderen 30 til 59 år (figur 4.2). I alt var det 69 kvinner, 67 menn og seks som ikke foretrakk å svare eller svarte blankt på undersøkelsen med tanke på kjønn.



Figur 4.1: Antall år lærerne i spørreundersøkelsen har undervist i matematikk

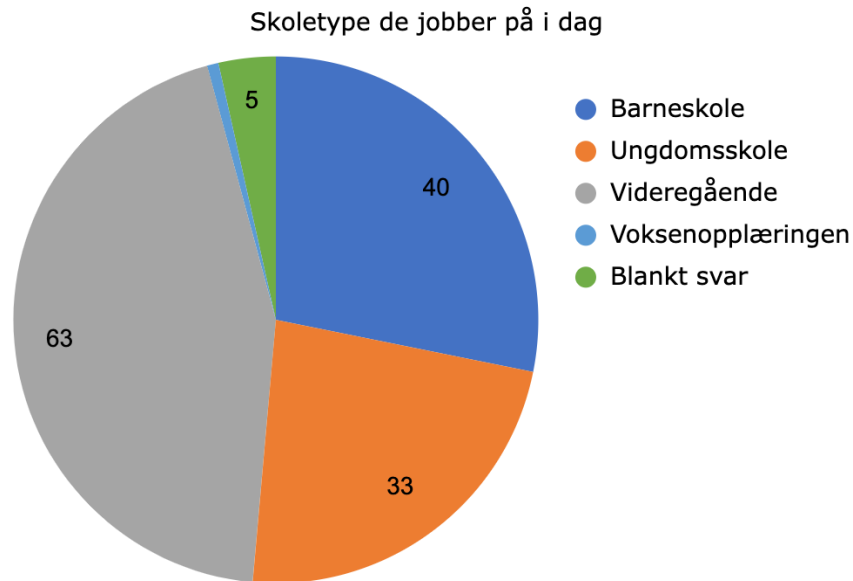
Figur 4.2: Alder på lærerne som har svart på spørreundersøkelsen

Når det kommer til antall år med undervisning i matematikk er det ganske likt fordelt i de ulike kategoriene. Flest med 35 deltakere er lærere som har jobbet som matematikklærere i 11-15 år, mens det med 22 deltakere var færrest som har jobbet som matematikklærer i 16-20 år (figur 4.1). Geografisk har vi dekket alle 11 fylkene i landet. Trøndelag hadde flest deltakere med 25 stykker og Innlandet hadde færrest med bare én deltaker. I tillegg må det nevnes at 16 svar var blanke (figur 4.3).



Figur 4.3: Geografisk fordeling av lærerne i undersøkelsen

Når vi så på skoletypen deltakerne jobber på den dag i dag, delte vi det inn i barneskole, ungdomsskole, videregående og voksenopplæring. Det var klart overvekt av lærere fra videregående med hele 63 besvarelser (44%), mens det på barneskole var 40 besvarelser (28%), ungdomsskole hadde 33 besvarelser (23%), 1 fra voksenopplæring. Det må også nevnes at fem av deltakerne ikke ønsket eller glemte å oppgi skoletype de jobber på (figur 4.4).

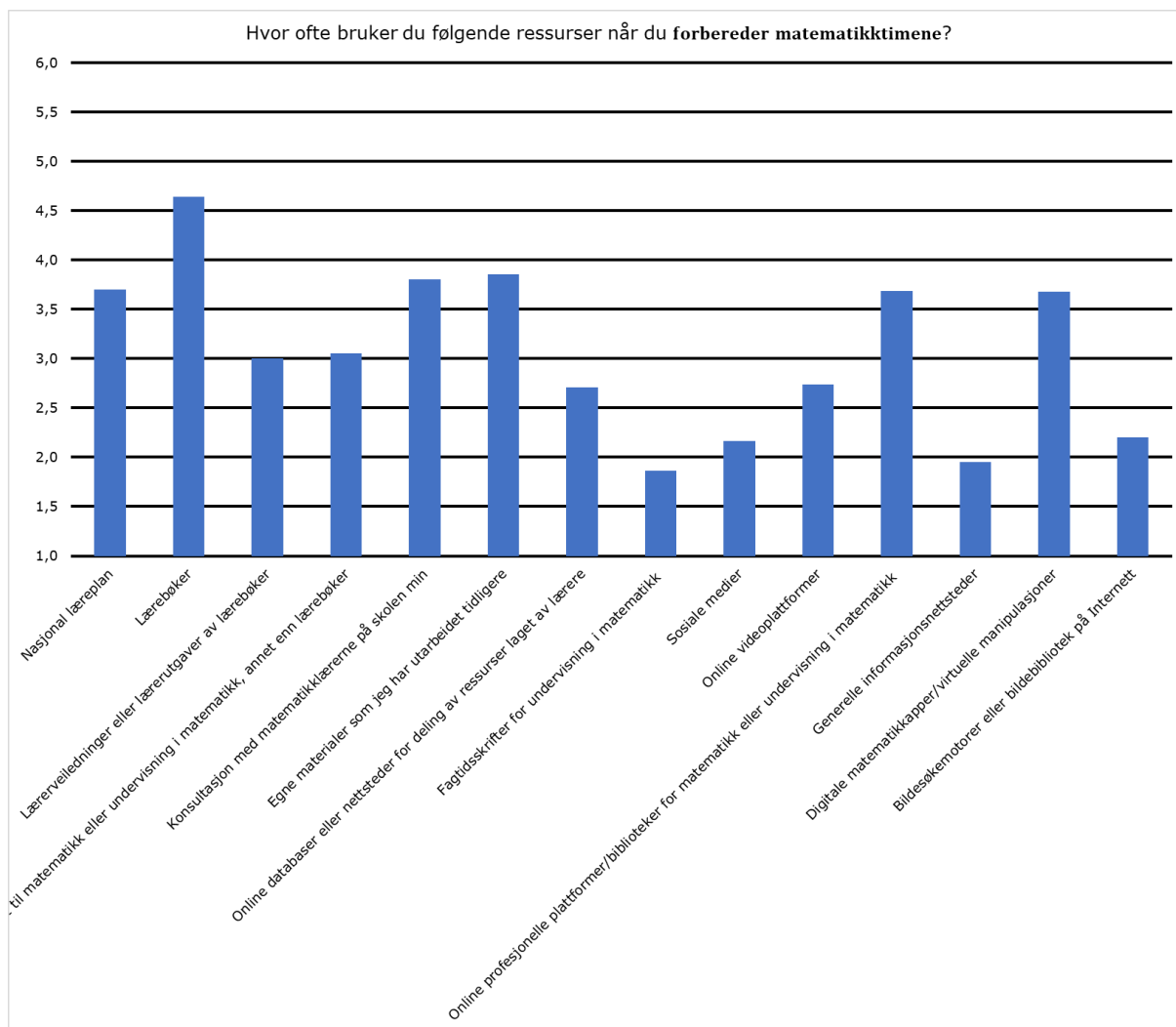


Figur 4.4: Skoletype lærerne jobber på i dag

For å oppsummere kan vi si at vårt utvalg er ganske balansert når det gjelder kjønn, alder og undervisningserfaring, selv om fordelingen av deltakere når det gjelder skoletype ikke er jevnt fordelt.

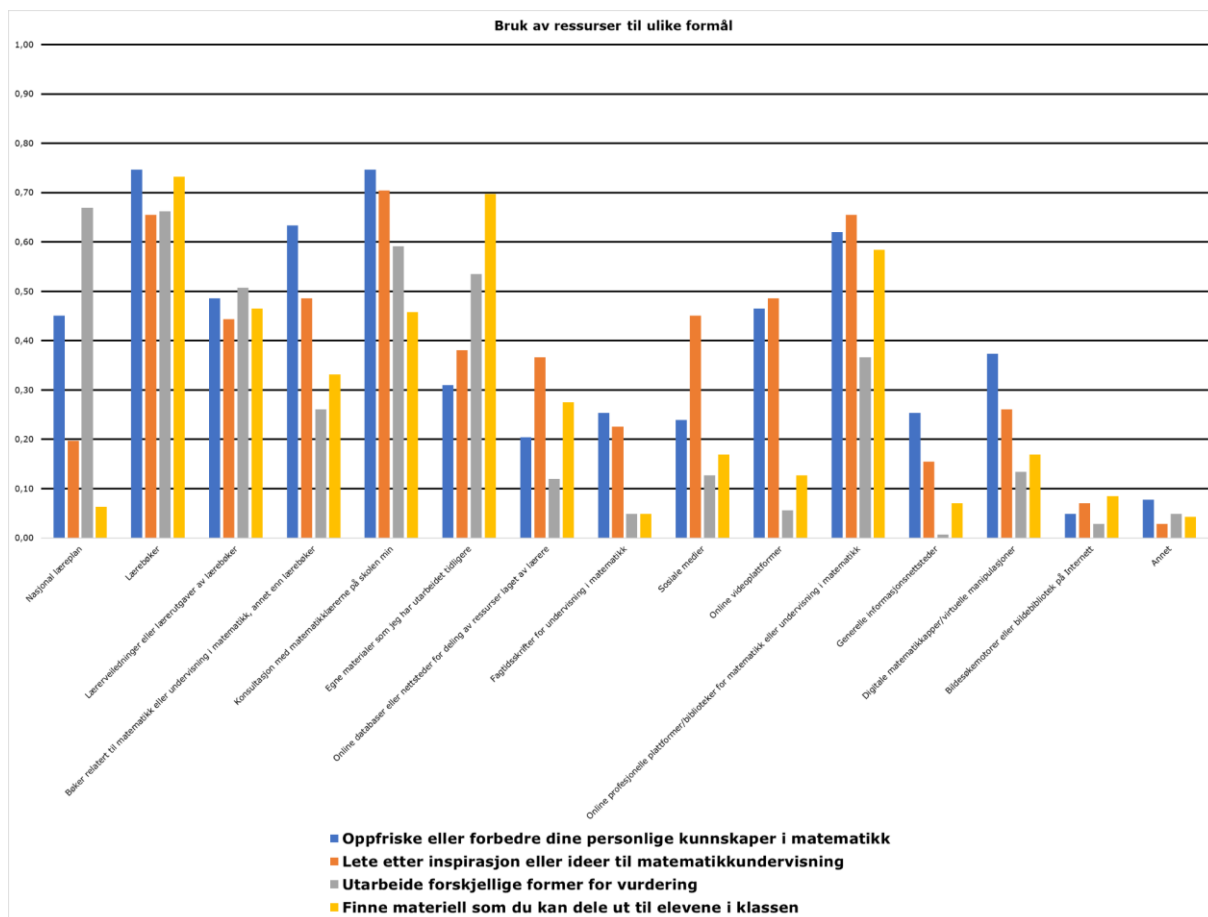
4.1.2 Ressursbruk

I planleggingsfasen svarte lærerne at de ofte benyttet seg av tradisjonelle læreplan ressurser slik som lærebøker, nasjonale læreplanen, egen materiell og digitale læreplan ressurser slik som matematikksenteret.no. Svært ofte brukte også lærere sosiale ressurser, da de diskuterte innholdet til matematikktimene sine med andre lærerkolleger. Her stemte lærerne på en skala fra 1 (bruker aldri) til 6 (bruker alltid), hvor alle de nevnte hadde et snitt på over 3,5. Lærebøker var det som ble brukt oftest i planleggingsfasen med et gjennomsnitt på 4,6 (figur 4.5).



Figur 4.5: Hvor ofte lærere i planleggingsfasen benytter seg av de ulike ressursene

En annen del av planleggingsfasen kan inneholde ressurser for å lete etter inspirasjon eller ideer til matematikkundervisningen generelt. Her var det over 90 av 142 lærere som krysset av på både lærebøker, konsultasjon med matematikklærere på skolen og online profesjonelle plattformer/biblioteker for matematikk eller undervisning i matematikk. Selv om lærerveiledninger ofte kommer sammen med lærebøkene, er det flere lærere som bruker andre bøker som omhandler undervisning og matematikk, enn det er lærere som bruker lærerveiledninger for å hente inspirasjon til undervisningen. Stolpediagrammet i figur 4.6 presenterer lærernes valg av ulike ressurser til ulike formål knyttet til planlegging av en undervisningstime.



Figur 4.6: Bruken av ulike ressurser til ulike formål

Fisher exact test ble brukt for å undersøke forholdet mellom formålene ressurser blir brukt til og de ulike ressursene (tabell 4.1).

Ressurser	Oppfriske/ forbedre personlig kunnskap		Inspirasjon/ ideer til matematikk- undervisning		Utarbeide vurdering		Finne materieell til elever		P-verdi
	N	%	N	%	N	%	N	%	
Nasjonal læreplan	64	30.7	28	14.3	95	48.5	9	4.6	<.001
Lærebøker	106	26.7	93	23.4	94	23.7	104	26.2	.215
Lærerveiledninger eller lærerutgaver av lærebøker	69	25.6	63	23.3	72	26.7	66	24.4	.737
Bøker relatert til matematikk eller undervisning i matematikk, annet enn lærebøker	90	37	69	28.4	37	15.2	47	19.3	<.001
Konsultasjon med matematikk lærerne på skolen min	106	29.9	100	28.2	84	23.7	65	18.3	<.001
EGNE materialer som jeg har utarbeidet tidligere	44	16.1	54	19.8	76	27.8	99	36.3	<.001
Online profesjonelle plattformer/biblioteker for matematikk eller undervisning i matematikk	29	21.2	52	38.0	17	12.4	39	28.5	<.001
Online databaser eller nettsteder for deling av ressurser laget av lærere	36	43.9	32	39.0	7	8.5	7	8.5	<.001
Fagtidsskrifter for undervisning i matematikk	34	24.3	64	45.7	18	12.9	24	17.1	<.001
Sosiale medier	66	41.0	69	42.9	8	5.0	18	11.2	<.001
Online videoplattformer	88	27.8	93	29.4	52	16.5	83	26.3	<.001
Generelle Informasjonsnettsteder	36	52.2	22	31.9	1	1.4	10	14.5	<.001
Digitale matematikkapper/virtuelle manipulasjoner	53	39.8	37	27.8	19	14.3	24	18.0	<.001
Bildesøkemotorer eller bildebibliotek på Internett	7	21.2	10	30.3	4	12.1	12	36.4	.183

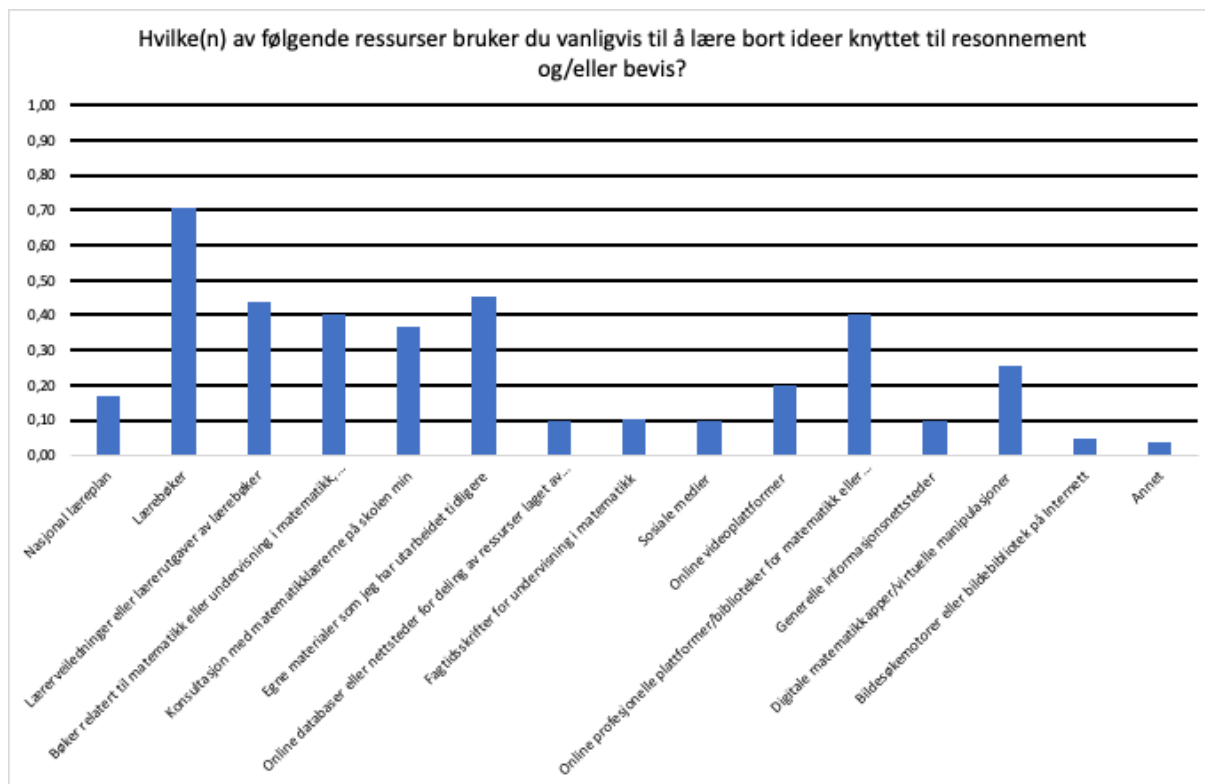
Tabell 4.1: Resultater fra Fisher exact test i SPSS hvor en ser på forholdet mellom formålene ressursene blir brukt til og de ulike ressursene

P-verdiene som er <.001 viser at resultatene er statistisk signifikante, som vil si at resultatene ikke er tilfeldige og at forskjellen på formålene ressursene blir brukt til er reell. Dette gjelder alle ressurser utenom lærebøker, lærerveiledninger og bildesøkemotorer. Ressursene som har en p-verdi over 0.05 er ikke statistisk signifikant, og vi kan ikke påvise at det er forskjell på bruken av de ressursene når det er snakk om ulike type formål.

4.1.2.1 Ressurser for undervisning relatert til resonnering og bevis

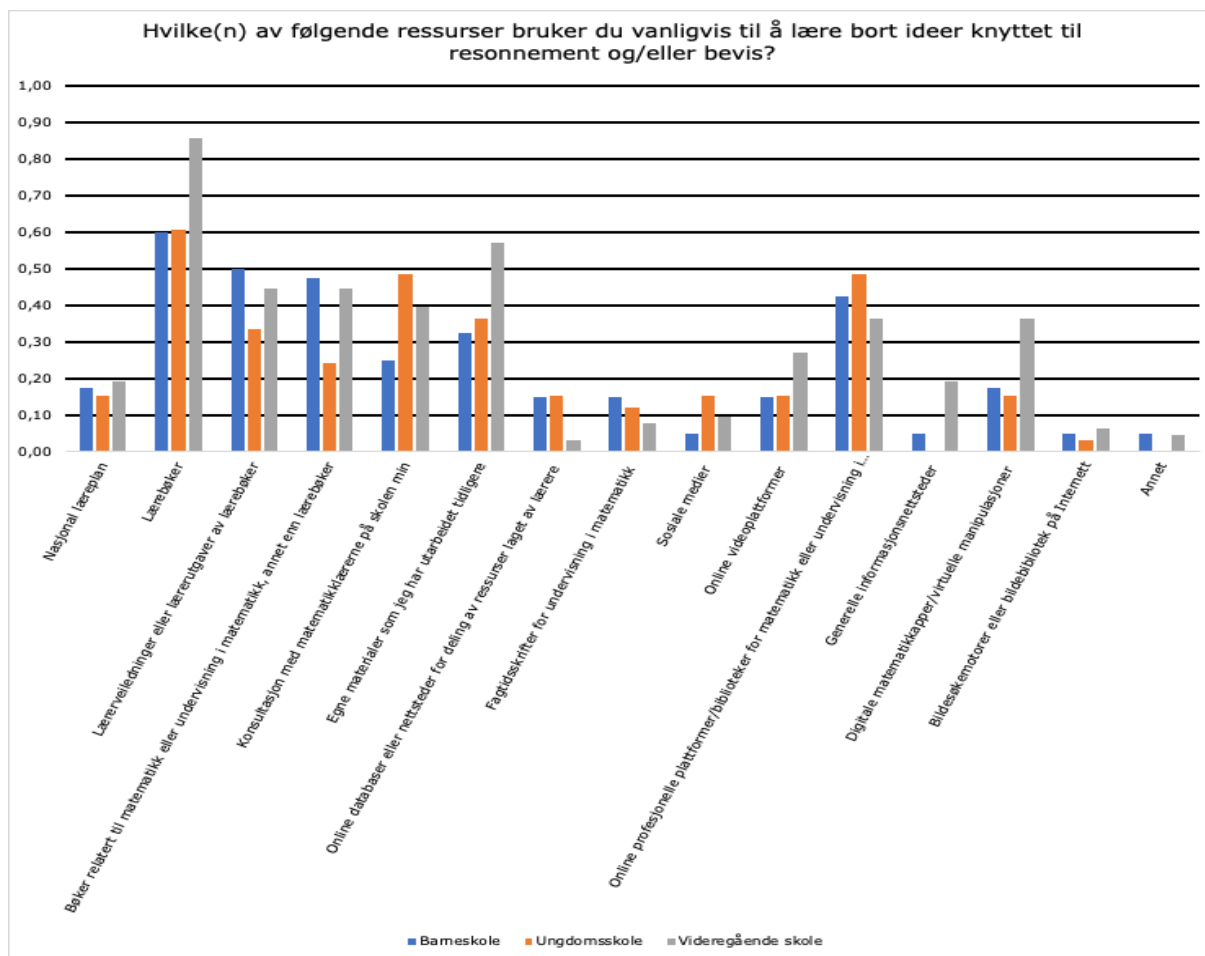
Oppgaven vår handler om ressursene knyttet til resonnering og bevis (R&B), og da er det naturlig å se på hva lærerne har svart når de blir stilt spørsmålet om hvilke ressurser de bruker når de lærer bort ideer knyttet til resonnering og/eller bevis. I figur 4.7 viser vi hvilke ressurser lærerne bruker generelt innenfor dette temaet, men vi vil også vise andre

grafer hvor vi ser på hvilke ressurser lærerne bruker ut fra hvilken skoletype de jobber på, hvor mange år med erfaring innenfor matematikk de har, hvor gamle de er og hvilken utdanning de har tatt.



Figur 4.7: Ressurser valgt av lærere for å lære bort ideer knyttet til R&B (prosent av deltakere som har valgt ressursen)

Siden andelen lærer fra ulike skoletyper ikke er balansert, så vi det som viktig å se på forskjellen mellom de ulike skoletypene. Vi ser at det er noen forskjeller når vi sammenligner ressurser lærerne bruker på de ulike skoletypene ved undervisning om resonnering og bevis (figur 4.8).



Figur 4.8: Ressurser valgt av lærere for å lære bort ideer knyttet til R&B, avhengig av skoletypen de jobber på

86% av lærerne på videregående skole lener seg på læreboka, og 57% av lærerne på videregående skole bruker egne materialer de har utarbeidet selv. Mens videregående lærere er den andelen som bruker læreboka mest, er det fortsatt 60% av barneskolelærerne og 61% av ungdomsskolelærerne som bruker læreboka. Videregående lærere er de som bruker digitale matematikkapper slik som Geogebra aller mest, hvorav 37% svarte at de bruker det mot barneskolelærernes 18% og ungdomsskolelærernes 15%. Det er ungdomsskolelærerne med sine 48% som bruker de sosiale ressursene mest ved å konsultere og diskutere med sine kollegaer, videregående lærerne er litt bak med 40%, og barneskolelærerne gjør det aller minst med 25%. Vi må imidlertid nevne at vi for denne sammenligningen har utelatt svar fra 5 lærere som ikke oppga skoletype, samt svaret fra læreren som jobber i voksenopplæring. For å verifisere om disse forskjellene er signifikante, har vi brukt Fisher exact test (tabell 4.2).

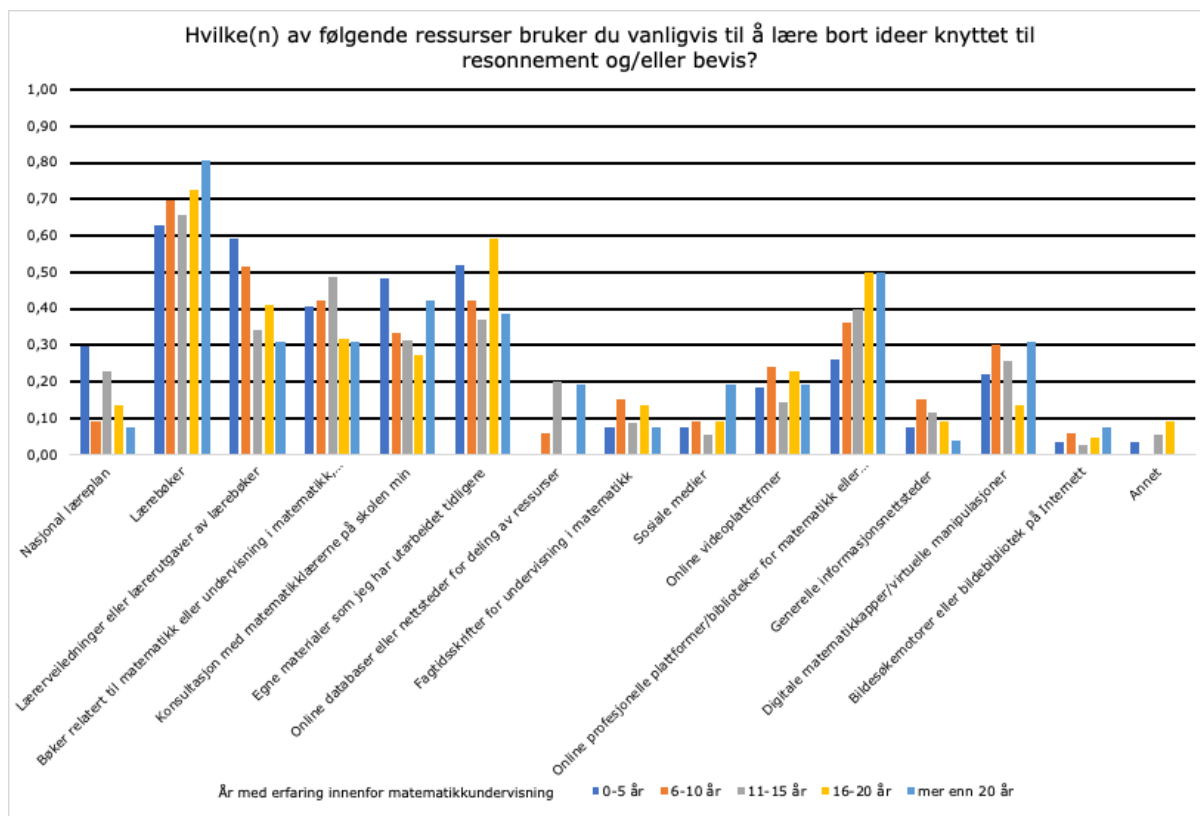
Ressurser	Barneskole		Ungdomsskole		Vgs		P-verdi
	N	%	N	%	N	%	
Nasjonal læreplan	7	29.2	5	20.8	12	50	.957
Lærebøker	24	24.5	20	20.4	54	55.1	.004
Lærerveiledninger eller lærerutgaver av lærebøker	20	33.9	11	18.6	28	47.5	.356
Bøker relatert til matematikk eller undervisning i matematikk, annet enn lærebøker	19	34.5	8	14.5	28	50.9	.089
Konsultasjon med matematikklærerne på skolen min	10	19.6	16	31.4	25	49	.100
Egne materialer som jeg har utarbeidet tidligere	13	21.3	12	19.7	36	59	.027
Online profesjonelle plattformer/biblioteker for matematikk eller undervisning i matematikk	17	30.4	16	28.6	23	41.1	.506
Online databaser eller nettsteder for deling av ressurser laget av lærere	6	46.2	5	38.5	2	15.4	.050
Fagtidsskrifter for undervisning i matematikk	6	40	4	26.7	5	33.3	.466
Sosiale medier	2	15.4	5	38.5	6	46.2	.365
Online videoplattformer	6	21.4	5	17.9	17	60.7	.257
Generelle informasjonsnettsteder	2	14.3	0	0	12	85.7	.005
Digitale matematikkapper/virtuelle manipulasjoner	7	20	5	14.3	23	65.7	.034
Bildesøkemotorer eller bildebibliotek på Internett	2	28.6	1	14.3	4	57.1	.888

Tabell 4.2: Resultater fra Fisher exact test i SPSS om forholdet mellom skoletypene lærerne jobber på og de ulike ressursene som brukes i arbeid med R&B

P-verdien som er mindre enn 0.05 viser at resultatene er statistisk signifikant, og i denne undersøkelsen innebærer det lærebøker, egne materialer som de har utarbeidet selv, online databaser eller nettsteder for deling av ressurser laget av lærere, generelle informasjonsnettsteder og digitale matematikk-apper. I drøftingen vil vi kun gå inn på lærebøker og egne materialer som de har utarbeidet selv da antallet respondenter er såpass lite at vi ikke kan si noe generelt om det. Ressursene som har en p-verdi over 0.05 er ikke statistisk signifikant, og vi kan ikke påvise at det er forskjell på bruken av de ressursene når det er snakk om lærere fra ulike skoletyper.

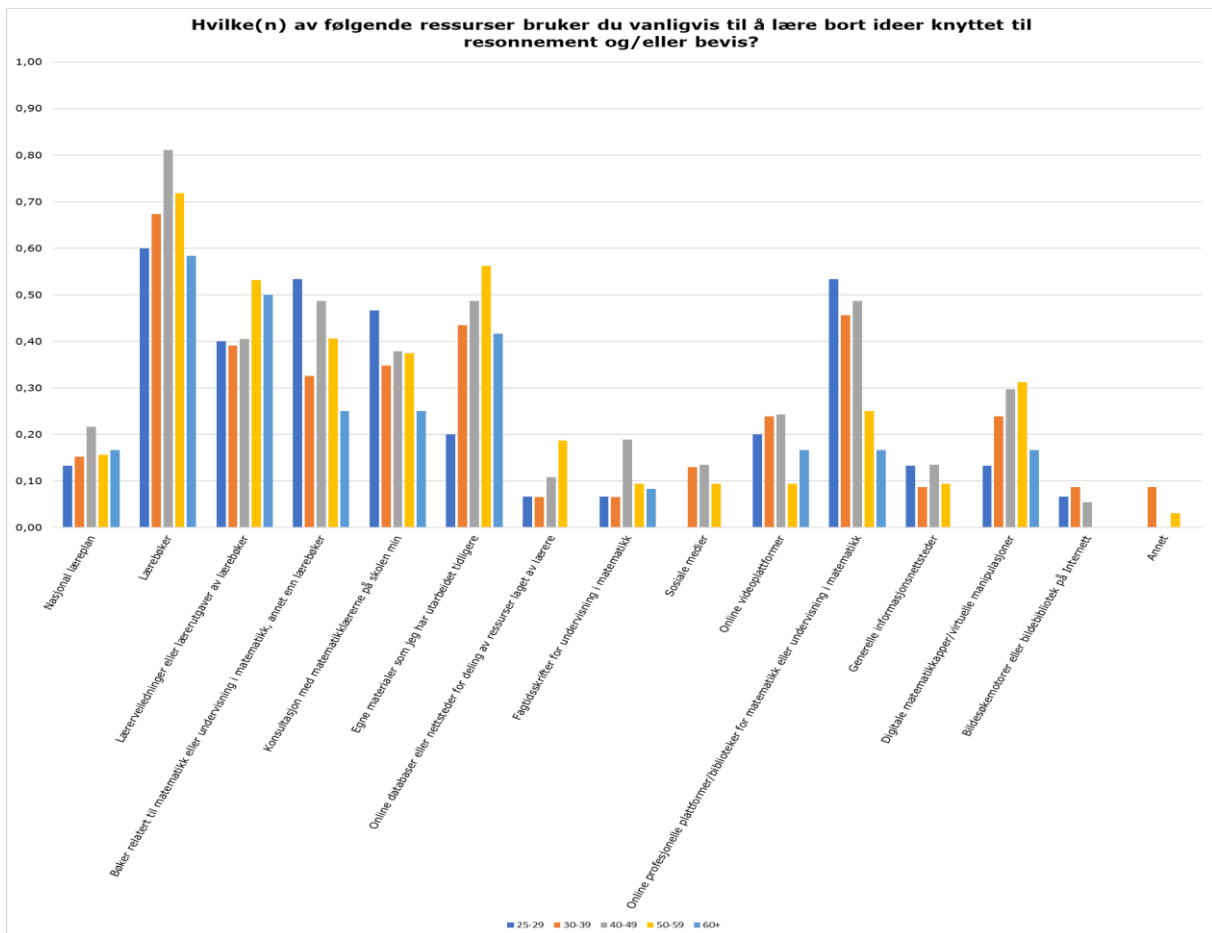
Det er ingen spesiell forskjell på bruken av ressurser med tanke på kjønn, kvinner bruker litt mer online databaser eller nettsteder for deling av ressurser laget av lærere. Den eneste forskjellen blant kjønnene er bruken av lærerveiledning hvor 52% av kvinnene og 36% av mennene bruker det. Ellers bruker de kvinnelige og mannlige lærerne veldig like ressurser når de lærer bort ideer knyttet til resonnering og bevis.

Stolpediagrammet i figur 4.9 presenterer lærernes valg av ulike ressurser basert på hvor mange års erfaring de har innenfor matematikkundervisning.



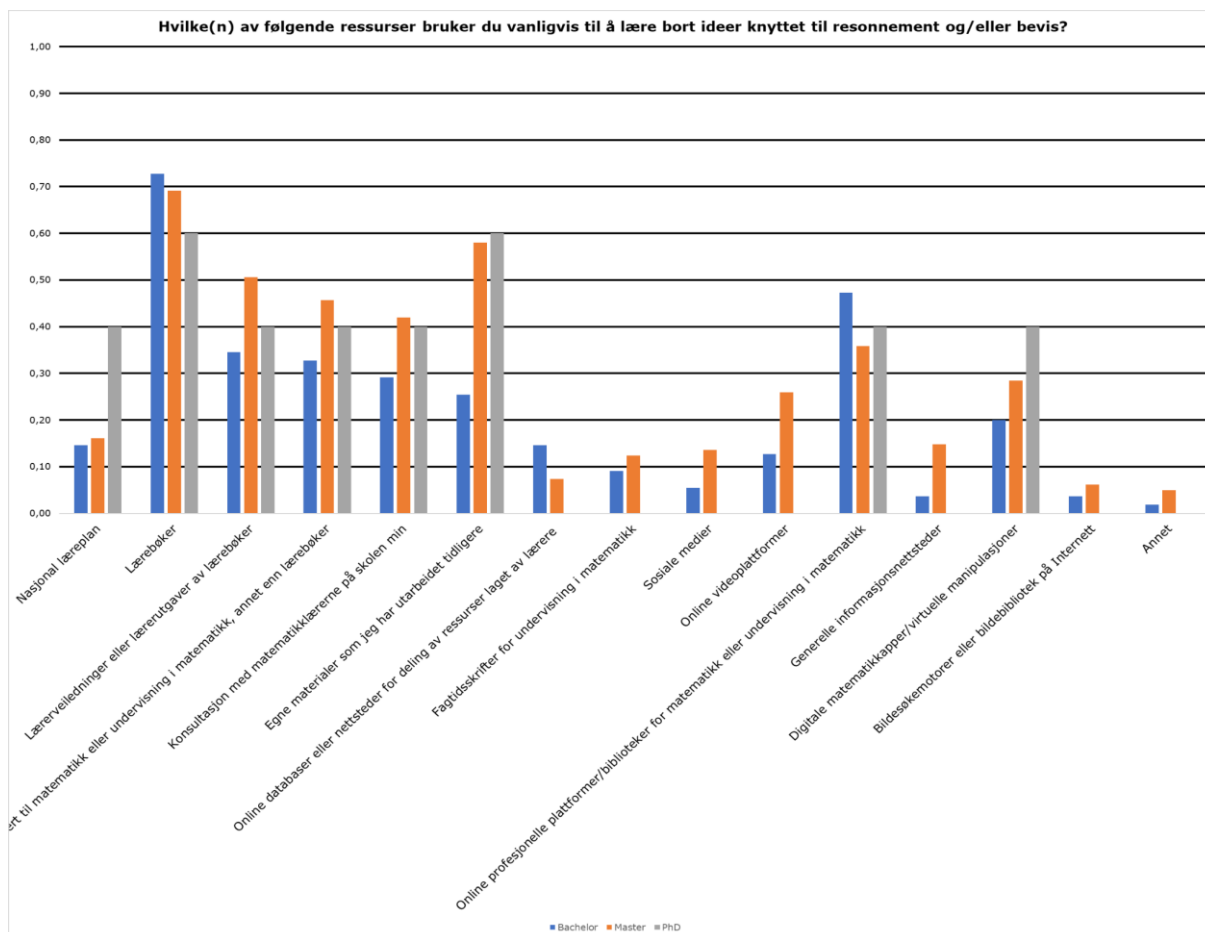
Figur 4.9: Ressurser valgt av lærere for å lære bort ideer knyttet til R&B, avhengig av år med erfaring innenfor matematikkundervisningen

Lærere som har jobbet i 16-20 år skiller seg ut når det er snakk om å bruke egne materialer, hvor 59% av deltakerne bruker egenprodusert materiale. Det er lærere som har 0-5 år med arbeidserfaring som bruker nasjonal læreplan mest (35%) og lærere som har jobbet mer enn 20 år er de som bruker læreboka aller mest (81%). Lærerne med 0-5 års arbeidserfaring (48%) og lærerne med mer enn 20 års arbeidserfaring (42%) er de som konsulterer mest med andre lærere på skolen sin om hvordan en skal undervise resonnering og bevis. Med mer erfaring øker også bruken av online profesjonelle plattformer, hvor halvparten av de med 16-20 års erfaring og de med mer enn 20 års erfaring bruker det for å lære bort ideer om resonnering og bevis. Selv om det kan se ut som om det er noen forskjell med tanke på erfaring innenfor matematikkundervisning, har vi ved Fisher exact test funnet ut at ingen av ressursene har en signifikant forskjell med tanke på arbeidserfaring.



Figur 4.10: Ressurser valgt av lærere for å lære bort ideer knyttet til R&B, avhengig av lærernes alder

I figur 4.10 ser vi at det er lærerne i alderen 40-49 år som bruker læreboka eller mest (81%). Vi ser også at de yngste skiller seg ut med tanke på egenprodusert materiale (20%), hvor de bruker klart mindre av det enn lærere fra 30 år og oppover (mellom 42-56%). Derimot bruker lærerne som er 25-29 år mer konsultasjon med andre lærere (47%), andre bøker relatert til matematikk (53%) og online profesjonelle plattformer/biblioteker for matematikk eller undervisning i matematikk (53%). Ved gjennomføring av Fisher exact test fant vi likevel ut at det ikke er noen statistisk signifikant forskjell på hvilke ressurser lærerne bruker ut fra alderen deres.



Figur 4.11: Ressurser valgt av lærere for å lære bort ideer knyttet til R&B, avhengig av lærernes utdanningsgrad

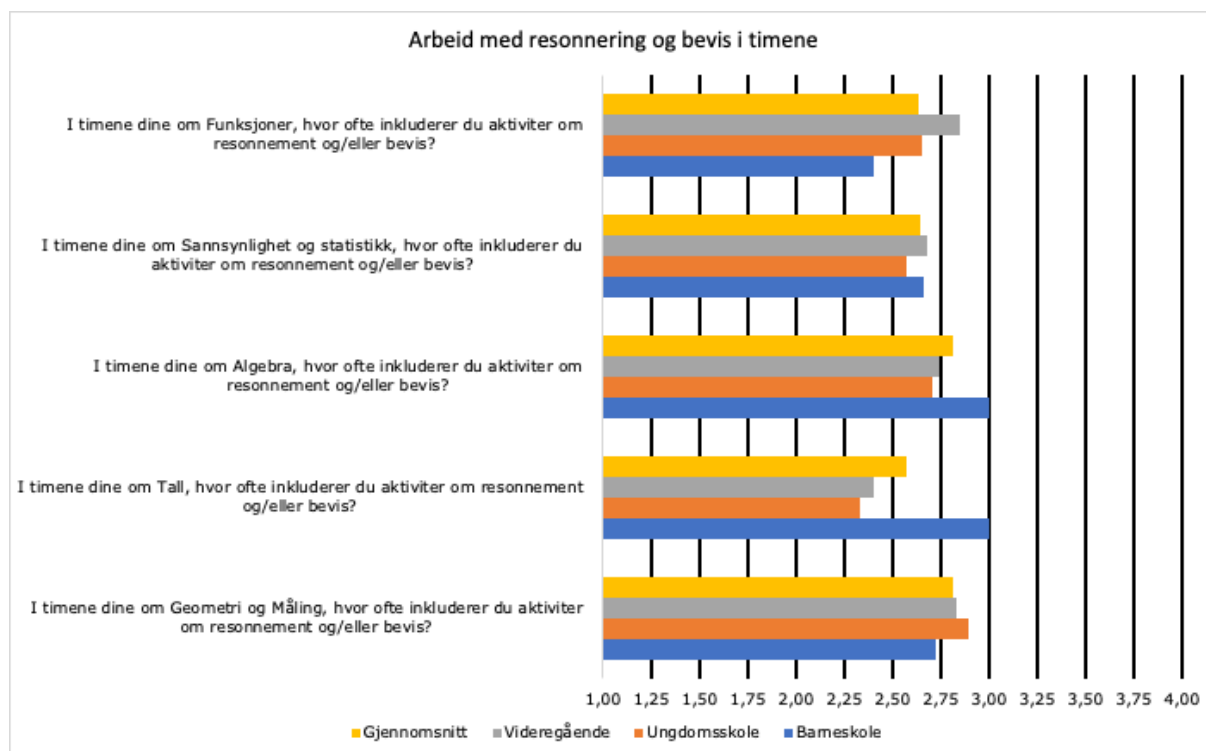
I figur 4.11 ser vi at det er noe forskjell på hvilke ressurser lærere bruker ut fra hvilken utdanning de har. I denne undersøkelsen var det kun fem lærere med PhD og grunnlaget er derfor for lite til å si noe spesifikt om lærere med PhD, selv om det er tatt med i tabellen. Det var derimot 56 lærere med bachelor og 81 lærere med master som vi kan si noe mer om. Vi ser at det er lærerne med master som i størst grad bruker lærerveiledninger, bøker relatert til matematikk annet enn lærebøker, konsultasjon med matematikklærere på skolen sin, eget materiale som de har utarbeidet tidligere, fagtidsskrifter, sosiale medier, online videoplattformer, generelle informasjonsnettsteder, digitale matematikkapper, bildesøkemotor og annet. Det er kun lærebøker, online databaser eller nettsteder for deling av ressurser laget av lærere og online profesjonelle plattformer for matematikk eller undervisning i matematikk som er ressurser lærere med bachelor bruker mer enn lærere med master. Ved bruk av Fisher exact test (tabell 4.3) har vi funnet ut at det kun er egne materialer som har en statistisk signifikant forskjell, hvor lærere med master bruker det mer enn lærere med bachelor.

Ressurser	Bachelor		Master		P-verdi
	N	%	N	%	
Egne materialer som jeg har utarbeidet tidligere	14	23	47	77	<.001

Tabell 4.3: Resultater fra Fisher exact test i SPSS om forholdet mellom utdanningsgrad og bruk av egne materialer i arbeid med R&B

4.1.3 Resonnering og bevis

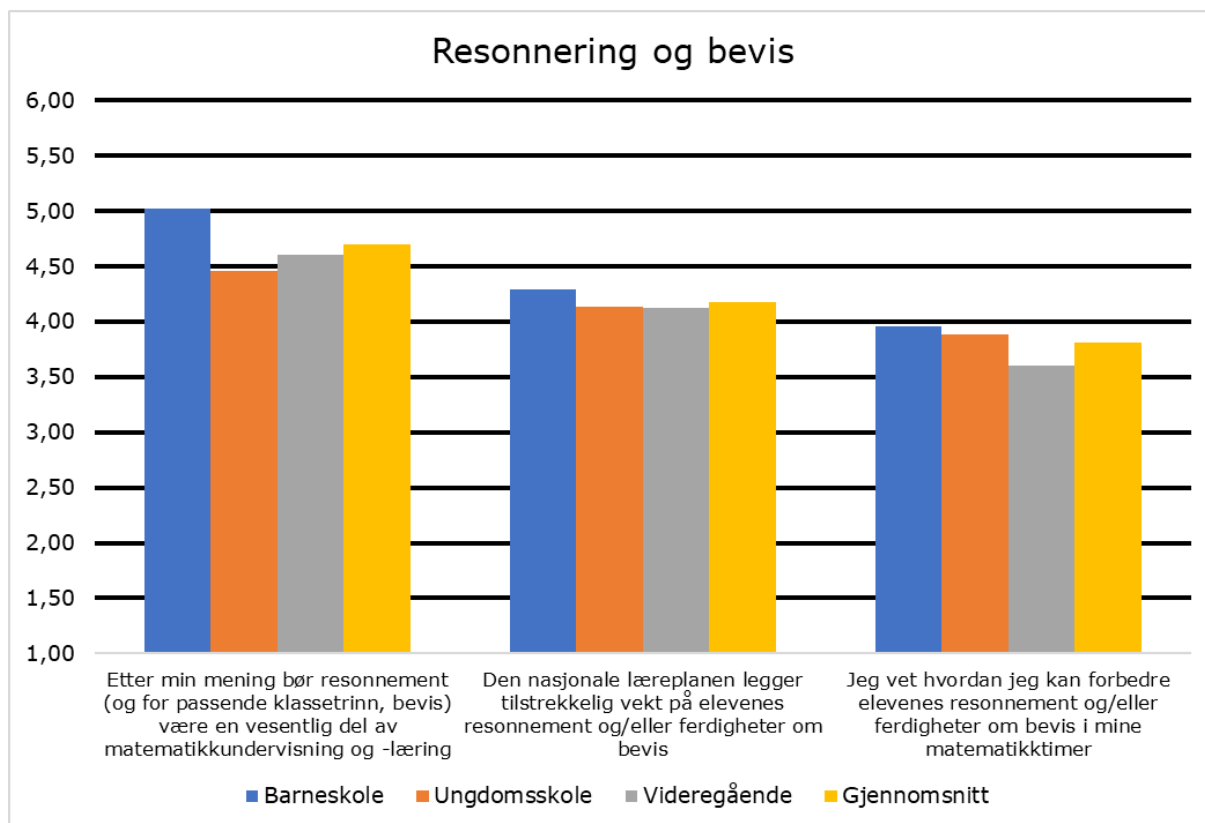
I tillegg til å bli spurt om ressurser generelt, ble lærerne også spurt om ressurser knyttet til resonnering og bevis. Lærerne har på forhånd svart på hvilke temaer som inngår i den læreplanen de har for sine klasser, og deretter blitt spurt om de underviser resonnering og bevis innenfor disse temaene.



Figur 4.12: Lærernes arbeid med R&B i timene ut fra ulike temaer i matematikken og skoletype lærerne arbeider på (skala 1-4)

Figur 4.12 viser lærerne sine svar på en skala fra 1 til 4, hvor 1 betyr at de aldri inkluderer aktiviteter om resonnering og/eller bevis og 4 betyr at de alltid gjør det. Som vi ser ut fra diagrammet inkluderer barneskolelærere flere aktiviteter innenfor resonnering og bevis enn de andre lærerne når de arbeider med *algebra* og *tall*. Her ligger barneskolelærerne på 3,0 innenfor *algebra* og *tall*, mens ungdomsskolelærere ligger på 2,33 (*tall*) og 2,71 (*algebra*), og videregående lærere ligger på 2,40 (*tall*) og 2,74 (*algebra*). Det er videregående lærerne som ligger høyest med tanke på *funksjoner* (2,85) og ungdomsskolelærerne ligger høyest innenfor tema *geometri og måling* (2,90). Barneskolelærerne ligger over snittet på alt utenom *funksjoner*, ungdomsskolelærere ligger over snittet på *funksjoner* og *geometri og måling*, mens videregående lærerne ligger over snittet på *funksjoner*, *sannsynlighet og statistikk* og *geometri og måling*.

Lærerne ble også stilt tre spørsmål om deres meninger om ulike påstander innenfor resonnering og bevis. I figur 4.13 vises en oversikt over lærernes svar relatert til tre spørsmål, alle tre spørsmål har en skala fra 1-6, hvor 1 betyr at de er helt uenig og 6 betyr at de er helt enig.



Figur 4.13: Lærernes meninger om ulike påstander innenfor R&B (skala 1-6)

Lærerne på barneskolen er de som scorer høyest både med tanke på deres mening om at resonnerement er en vesentlig del av matematikkundervisningen, at læreplanen legger vekt på elevenes arbeid med resonnering og bevis og at de selv har kompetanse til å undervise og forbedre elevenes ferdigheter innenfor dette temaet. Vi ser at det er en større andel lærere, uansett trinn, som mener resonnering og bevis bør være en vesentlig del av matematikkundervisningen enn det er lærere som vet hvordan de skal jobbe med det i sine matematikktimer uavhengig av skoletype.

4.2 Kvalitative funn

I denne delen skal vi legge frem de kvalitative funnene vi har kommet frem til fra intervjuene. Funnene er en sammenfatning av lærernes uttalelser i intervjuene og er i hovedsak analysert induktivt, som betyr at kodene og temaene kommer fra data.

4.2.1 Presentasjon av deltakerne

Lærerne som ble intervjuet er blitt anonymisert ved at vi utelater hvilken skole de jobber på, og de vil heller ikke bli nevnt med navn. Det ble intervjuet ni lærere i selve undersøkelsen, og tabell 4.4 presenterer deltakerne fra intervjuene.

Lærer	Forkortelse i tekst	Skoletype de jobber på	Trinn de underviser på	Arbeidserfaring med matematikk	Utdanning	Kjønn	Alder	Fylke
Lærer 1	L1	Videregående	12.trinn	11-15 år	Master	Mann	30-39 år	Vestland
Lærer 2	L2	Ungdomsskole	8.-10.trinn	2-5 år	Master	Mann	30-39 år	Oslo
Lærer 3	L3	Barneskole	5.trinn	6-10år	Bachelor	Mann	30-39 år	Nordland
Lærer 4	L4	Ungdomsskole	8.trinn	11-15 år	Master	Mann	30-39 år	Møre og Romsdal
Lærer 5	L5	Barneskole	6.trinn	11-15 år	Bachelor	Dame	40-49 år	Trøndelag
Lærer 6	L6	Barneskole	4.trinn, 5.trinn og 7.trinn	16-20 år	Bachelor	Mann	40-49 år	Viken
Lærer 7	L7	Barneskole	1.trinn	6-10 år	Bachelor	Mann	30-39 år	Trøndelag
Lærer 8	L8	Ungdomsskole	8.trinn	20 + år	Bachelor	Mann	60+ år	Nordland
Lærer 9	L9	Barneskole	1.trinn	16-20 år	Master	Dame	40-49 år	Troms og Finnmark

Tabell 4.4: Presentasjon av de ni lærerne som ble intervjuet

4.2.2 Hovedtemaer og koder

Etter hvert som vi samlet de ulike kodene, kom det frem fem temaer som tok for seg det meste av hva lærerne fortalte om i intervjuene og svarte på våre forskningsspørsmål. Tabell 4.5 viser de ulike kodene som ble slått sammen til temaene *ressursbruk*, *arbeid med bevis*, *arbeid med resonnering*, *fagfornyelsen* og *er det nok ressurser?* Temaene er inspirert av innholdet i den empiriske dataen og forskningsspørsmålene våre som omhandler ressursbruken i planleggingsfasen i arbeidet med resonnering og bevis.

Tema	Koder			
<i>Ressursbruk</i>	Læreboka	Nettsider	Konkretiseringsmaterieill	Andre ressurser
<i>Arbeid med bevis</i>	Lite gjennomføring	Usikker på planlegging og utførelse	Bevis passer ikke i grunnskolen	Bevis er en viktig del av læringen
<i>Arbeid med resonnering</i>	Mye gjennomføring	Sikker på planlegging og utførelse	Stille spørsmål	Resonnering er en viktig del av læringen
<i>Fagfornyelsen</i>	Læreplanen ikke perfekt (med tanke på resonnering og bevis)	Kjerneelementene		
<i>Er det nok ressurser?</i>	Det er nok ressurser, men ikke nok tid	Det er for lite ressurser tilgjengelig	Usikker på hvor mye ressurser som finnes	

Tabell 4.5: Ulike koder som har blitt slått sammen til konkrete temaer

Noe av kodingen går under flere temaer, og vi har valgt å kode det inn under alle temaene de hører til slik at vi skal få en bred og god oversikt over temaene. Videre kommer vi inn på en sammenfatning av hva lærerne har fortalt under intervjuene for at vi har kommet frem til de ulike temaene, og vil trekke frem sitater som hører under de ulike kodene.

4.2.2.1 Ressursbruk

I planlegging og undervisning av timer er det mange ulike ressurser som blir brukt, da de ulike lærerne har forskjellige ressurser som blir brukt. Flere av lærerne nevner læreboka

som den ressursen de går til først når de skal planlegge en time, men de bruker også ulike nettsider for å finne inspirasjon til undervisning om resonnering og bevis. Utsagn som «Begynner jo som oftest i boka da», «Så ville jeg gått til for eksempel Tall og Tanke, ikke sant. Også leste meg litt opp» fra L1 og L8 viser at læreboka ofte blir brukt som en start for å finne inspirasjon til hvordan en kan legge opp timene. Lærerne forteller at skolen har valgt ut én lærebok fra et forlag som de må bruke, og at de da ikke har noe valg hvilken lærebok de bruker i sin undervisning. Selv om læreboken er der lærerne begynner planleggingen, viser utsagnene at de nødvendigvis ikke kun bruker læreboken, og andre ressurser er også viktig for lærernes planlegging innenfor resonnering og bevis.

Nettsidene som brukes er både nettsider som har matematiske oppgaver og ferdige opplegg som lærerne bruker i timene, samtidig som det brukes søkesider som Google eller Wikipedia for å oppfriske egen kunnskap og lese seg opp på et tema. Dette viser at når lærerne bruker nettsider bruker de både læreplan ressurser og ressurser som i hovedsak er generelle for å oppfriske sin kunnskap og planlegge timer. Typiske digitale læreplan ressurser som nevnes er matematikksenteret, matematikk.net og matematikk.org. Samtidig forteller lærerne at de mange ganger bare gjør et enkelt Google-søk på det de har lyst til å vite mer om, og ser hva som dukker opp dersom de ikke finner det på nettsidene de vanligvis ser på.

L7: Matematikk.org er også brukt. Jeg lager. Jeg ser jo litt sånn etter inspirasjon bare sånn, litt over alt. Du kan gjøre et søk på det, for eksempel hvis du skal se etter noen problemløsningsoppgaver som det der da. Så da blir det bare ett sånt enkelt Google-søk da for eksempel, men da er det veldig ofte matematikk.org som på en måte kommer opp som det første valget

Det er flere av lærerne som bruker konkretiseringsmaterieell når de arbeider med elevenes resonnering og bevis, og en bruker konkretiseringsmateriellet for å vise elevene hvordan det matematiske fungerer i den fysiske verden. Konkretiseringsmaterieell er en ressurs som deltakerne ikke ble spurt om direkte i spørreundersøkelsen, selv om en kunne skrive det på alternativet «annet». Lærerne skrev det ikke på spørreundersøkelsen, men gjennom intervjuene er det kommet frem at konkretiseringsmaterieell er en ressurs som flere lærere bruker. Det blir ikke brukt så veldig mye i planleggingsfasen, men når lærerne utfører timene sine bruker de konkretiseringsmateriellet for at elevene skal få en bedre forståelse for det de jobber med. Samtidig bruker de konkretiseringsmaterieell i timene sine for at elevene skal bruke det i sin resonnering og i sin bevisføring. Spesielt L5 og L9 som er barneskolelærere uttrykte at konkretiseringsmateriellet var noe de brukte for at elevene skulle forstå bedre den matematikken de jobbet med, og at det ikke bare skulle være abstrakt.

L5: Og da ville jeg hatt noen materieell da, at det skulle være noe vi skulle løse ved hjelp av noe konkretiseringsmaterieell. Bygge et eller annet eller. Noe figurer, eller, flytte på noe for å endre form fra det ene til det andre. Litt sånn grublende.

Konkretiseringsmaterialet blir brukt for å løse en oppgave som er gitt. Her vil læreren at elevene skal bruke konkretiseringsmaterialet for å resonnerere og bevise hvorfor det de har kommet frem til stemmer. Her kan elevene se matematikken konkret foran seg, istedenfor å kun arbeide med penn og papir eller digitalt på en iPad. Konkretiseringsmateriellet de bruker kan både være generelle ressurser som læreren bruker sine kognitive ressurser på for å gjøre det til en læreplan ressurs, men det kan også være læreplan ressurser som er ment for akkurat det temaet lærerne holder på med.

L9: Først og fremst konkrete, altså konkret.. manipulering med. Altså man.. ikke bare tall, men. Men konkrete som dem kan telle. Og så hadde jeg også en aktivitet hvor jeg hadde flere bokser med forskjellige konkrete i hver boks og forskjellige mengder. Og så skulle de gjette først, de skulle gjette først hvor mange ting det var i boksen, og så skulle de telle, og så skulle de sammenligne. Og der kunne jeg for eksempel spørre, hvorfor gjetter du 100 i den boksen? Og så gjettet du bare 10 i den boksen? Så kunne de, fordi at det ser mer ut eller, og så kunne jeg også se, for eksempel hvis det var store konkrete. Hva, hva, hva svarte dem da? Hvorfor gjetter du hadde var 100 her når det var store konkrete.

I timen bruker lærerne konkretiseringsmaterialet også for å skape engasjement og undring blant elevene. Når elevene kommer med et svar er også lærernes hensikt at de skal bruke konkretene for å begrunne det de har kommet frem til.

Andre ressurser som også blir nevnt i intervjuene, men i mindre grad enn læreboken, nettsidene og konkretiseringsmateriell, er tidligere eksamensoppgaver, Facebook eller Instagram, kollegaer, lærerveiledninger, eget materiale, kurs og andre matematiske bøker. Sosiale ressurser er lett tilgjengelig på en skole i form av kolleger, men det finnes også sosiale ressurser lett tilgjengelig på nett dersom en er med i en Facebook-gruppe eller følger en skolespesifikk Instagram-konto. De sosiale ressursene er noe lærerne bruker når de skal finne inspirasjon til undervisningsøkter som skal inneholde resonnering og bevis.

L5: Ja, det er jo her den der nyutdannede kollegaen min kommer inn i bildet da. Som jeg skal ønske meg for alltid, som man kunne ha drøftet med eller fått noen tips eller ja. Eller så må jeg gå til sånne grupper på Facebook eller Instagram.

Kollegaer, og spesielt nyutdannede blir nevnt som personer en kan drøfte oppgaver og få tips til undervisningsopplegg. På Facebook-grupper og Instagram-kontoer kan lærerne også finne gode diskusjoner, inspirasjon og ferdige opplegg som de kan ta i bruk i klasserommet sitt.

L7: Jeg tenkte jo at da må det jo være oppgaver som på en måte kan være litt, krever mer av elevene da. At de, jeg har jo kunne tenkt meg og brukt litt mer av Fosnot og Dolk da. For eksempel de heftene de har laget der bøkene med bunk beds og t-shirt factory og den biten der. De synes jeg er veldig ålreit å kunne bruke. Både sånn som de er, spørs litt på trinnet og sånt da, men på, for mitt trinn så kanskje noe av det må tilpasses en god del da.

Lærerne henter inspirasjon og undervisningsopplegg som de bruker fra disse ressursene, men kommenterer at de må se an elevene i klassen om det passer til dem eller ikke. Noen ganger bruker de oppleggene rett frem slik som de er laget, mens andre ganger må de gjøre tilpasninger for at elevene skal forstå og klare oppgavene. Bøker som lærerne har nevnt de tar oppgaver fra er «Fosnot og Dolk» og «Hvordan få 6 i matematikk.»

L7: Men jeg synes lærerveiledningene bruker alt for mye tid på å forklare oppgavene, hvordan det de er tenkt at de skal gjøres. Og at de sier for lite da om hva er det som faktisk er viktig i det her, når at man har en samtale om det man har sittet og gjort da...Jeg føler hvert fall at man må ha litt mer kunnskap selv da. For å kunne ta tak i akkurat det som er veldig, det som er interessant og det som treffer, det som er målet for timen da, eller for en god forståelse og løfte fram det da sånn at flere også kan være med på å få den samme forståelsen.

Lærerveiledninger brukes i noe grad, men her må lærerne legge til sin egen kunnskap og tilpasse opplegget for at de skal få tak i det som løfter frem god forståelse blant elevene. Lærerne må selv ha kunnskap om hva som er viktig å ta tak i, og lærerveiledningene legger

mest vekt på hvordan oppgavene skal løses, men ikke hva en kan ha en samtale om i de ulike oppgavene. For å få utbytte av lærerveiledningene må lærerne bruke sine egne kognitive ressurser for å utføre en time hvor elevene arbeider med forståelse.

L2: Altså, vi har jo noen eksempler på altså har vært på sånn kurs... Som akkurat snakker om da hvordan en, hvordan eksamen i 2023 kommer til å se ut, og hva vet vi?

Kurs er noe som blir brukt for å både oppfriske kompetansen til lærerne, men også for å lære om endringer i samfunnets syn på skolen. Dette er da en kognitiv ressurs som skal gjøre lærerne mer kompetente innenfor den nye læreplanen og hvordan en ny eksamen kommer til å se ut med tanke på resonnering og bevis. Den indre kunnskapen læreren tar til seg og tar i bruk, vil være en kognitiv ressurs i videre undervisning. Etter LK20 er det flere lærere som må endre sin tankegang om hva som skal undervises og hvordan. L2 forteller at de er sendt på kurs, og senere diskutert med kollegaer hva det de har lært betyr for dem i praksis. Her fortelles det at det er en endring i type oppgaver på eksamen, og at lærere sliter med å vite hva som er forventet av en elev på en skriftlig oppgave som skal inneholde resonnering og bevis. Gjennom kursing og samtale med andre lærere er det enighet om at vurderingen av disse oppgavene er vanskelig, og at de trenger flere eksempeloppgaver for å vite hvordan de skal undervise og hvordan de skal vurdere. Det konkret de sier er at de kognitive ressursene som de har fra før må forbedres for å kunne undervise etter LK20.

Oppsummert bruker lærerne ulike ressurser, selv om det er læreboken som i hovedsak blir brukt først når en skal planlegge en undervisningsøkt innenfor resonnering og bevis. Læreboken som blir brukt er bestemt av skolene, og det kan derfor variere hvilken lærebok de ulike lærerne bruker i sin planlegging. Konkretiseringsmaterieell er derimot en ressurs som blir brukt mye mer i utførelsen av timene, spesielt blant barneskolelærere, og blir brukt for at elevene skal ha noe konkret å se på eller manipulere på egenhånd. Nettsteder blir hyppig brukt både når lærerne skal friske opp sine egne kunnskaper, planlegge timer og utføre timene sine innenfor resonnering og bevis. De resterende ressursene tilgjengelig blir brukt som påfyll når lærerne skal planlegge og undervise timer. Ressursene lærerne bruker blir brukt både som de er, men mange ganger må de også tilpasse ressursene til elevgruppen sin.

4.2.2.2 Arbeid med bevis

Arbeid med bevis ble et klart tema da masteroppgaven vår går ut på å undersøke læreres bruk av ressurser når de planlegger for timer med resonnering og bevis. *Arbeid med bevis* ble skilt fra temaet *arbeid med resonnering* fordi lærerne i intervjuene skilte såpass mye på begrepene med tanke på hvor ofte de jobber med det, hvordan det skal gjøres og om det er viktig i skolen.

Flere av lærere kommer med utsagn om at de ikke jobber så veldig ofte med bevisføring.

L5: Men bevis. Og det tror jeg ikke sånn. «Bevis det». Ja. Nei, det er ikke så ofte at vi på en måte.

L6: Vi jobber nok ikke så veldig sterkt med bevisføring i den forstand som jeg tenker på matematikk.

L9: Kanskje ikke ofte nok, men som sagt, stiller spørsmål.

De samme lærerne som forteller at de ikke jobber så veldig mye med bevisføring, forteller også at de er usikre på hvordan de skal planlegge en time som legger til rette for resonnering og bevis.

L6: Hva gjør jeg av bevis ut mot elevene? Nydelig spørsmål, og det jeg skulle ønske jeg hatt et veldig godt svar til deg. Hmmm faller nok litt på, jeg faller nok litt til kort der altså. Bevisene. Jeg er kjener at jeg er litt litt blank der, så det er helt klart ikke.

Lærerne føler de kommer til kort og vet ikke hvordan de skal engasjere alle elevene i klassen rundt bevisføring. De vet ikke helt hvordan de skal arbeide med det i timene, men de er også usikre på hvordan de skal vurdere slike oppgaver. De sitter ikke inne med kunnskapen om å lage slike oppgaver på egenhånd, og ressursene de har tilgjengelig hjelper dem heller ikke tilstrekkelig for å ha selvtillit når en arbeider med bevis i klasserommet.

L5: Da er det i hvert fall ikke at ferdigheter om bevis, der har jeg ikke så god selvtillit. Der har jeg mer å lære.

Noen av lærerne har også en mening om at bevisføring på de trinnene de jobber på ikke er like viktig som andre deler av matematikken, og at bevisføring ikke passer inn på småtrinnet og ungdomsskolen. L2 som er ungdomsskolelærer har en mening om at bevis først passer inn på universitetet og på slutten av videregående skole.

L2: Jeg synes bevis er veldig, veldig greit når du... begynne å jobbe mer seriøst med matematikk, kanskje slutten av av videregående eller egentlig universitetet... og det det er ikke det vi snakker om her. Vi snakker her om skolen, snakker om ungdomsskolen og eventuelt og og videregående, og da synes jeg egentlig ikke at bevis passer inn... jeg synes ikke at det er så viktig at vi lar elevene lage disse bevisene selv at de skal at de skal ha den, at, vi skal kreve den kreativiteten fra elevene til å faktisk komme på det.

Andre lærere mener at bevisføring er viktig, og at det må innføres i tidlig alder for at elevene skal få en relasjonell forståelse for matematikken og ikke bare pugge kunnskap. De mener også at det vil bli lettere for elevene å lære seg og forstå matematikken i videre skolegang om en begynner med det allerede på småtrinnet. L8 snakker i hovedsak om å bevise formler i geometrien, hvor elevene får prøvd ut selv før de ser det opp mot et ferdig bevis. Her er det kanskje ikke elevene som beviser selv, men ut fra deres utforskning blir deres tanker sammenlignet med et ferdig bevis. Det blir gjort et forarbeid, og etter dette forarbeidet presenterer lærerne beviset for elevene.

L8: Men i de fleste tilfellene så tenker at det gir en mye bedre matematisk forståelse hvis man plukker fra hverandre ting. Formler, forståelse og sånne ting. Tenker at man skjønner mye bedre hvis man har et resonnement bak, på hvorfor. At man ikke bare, istedenfor bare akseptere at ja OK, det er sånn. Og så er det jo kanskje også vente litt med selve beviset, men prøve å utforske litt først for å se og så konkludere. Og så se opp imot et ferdig bevis.

De mener at en må vite hvorfor en bruker de metodene en bruker, og ikke bare pugge at det er sånn en skal gjøre det. Ved å ha et resonnement bak sine handlinger forstår en mer av matematikken. Lærerne legger vekt på at det ikke er svaret som nødvendigvis er det viktigste, men hvordan elevene tenker og kommer fram til svarene sine er viktigere.

4.2.2.3 Arbeid med resonnering

Det er klart flere lærere som forteller om at de arbeider med resonnering i timene sine enn med bevis. Mange av lærerne forteller at de jobber med det hver dag og at de har det i

alle matematikktimene. De bruker ofte spørreordene «hvorfor» og «hvordan» når de snakker med elevene, og flere er mer ute etter tenkemåten til elevene enn til selve svaret på oppgaven.

L1: Hmmm ja altså det prøver en jo hele tida å få de til å gjøre da, altså rett og slett en logisk resonnering og hvordan ting henger sammen. Så det prøver en jo hele tiden å å formidle. Altså hva logikken i det er da og få de til å prøve å skjønne hvorfor det er logisk at vi gjør de stegene.

L7: Så og si hver time. Da er det fort. Alt ifra 15 minutt til opptil en halv time, spørres liksom littegrann på hvor, hvordan den bærer i vei i timen på en måte. Om det er mange av elevene som synes det er veldig spennende det som vi snakker om da.

Det meste av resonneringen elevene utfører går gjennom muntlig kommunikasjon. Flere av lærerne legger vekt på det å stille elevene spørsmål. Her handler det ikke om å spørre om svaret til en oppgave, men lærerne snakker om spørsmål som får frem tankegangen til elevene. Her bruker lærerne ofte klassediskusjoner for å få frem svarene til elevene, og ber dem både vise, tegne og forklare hvordan de tenker. Lærerne stiller også spørsmål til elevene når de arbeider, og får dem til å svare på hvorfor de har gjort det de har gjort i oppgaven. Typiske spørsmål som stilles er «Hvordan kom du frem til det?», «Hva mener du med det?» og «Kan du forklare meg hvordan du har tenkt her?».

L4: Jeg stiller jo spørsmålet når vi har thinking classroom ja, så «hvorfor, når dere skriver det og det, hvorfor stemmer det? Hva mener dere med det?» Altså hvis det ikke er fornøyd med det de har skrevet, så kanskje de må skrive det på nytt eller sånne ting sånn at andre elever kan skjønne det de har gjort da. «Eller hvordan vet du at det stemmer? Kan du forklare meg det, liksom?»

Samtlige lærere var enig i at resonnering er viktig for at elevene skal kunne forklare hva de har gjort. Lærerne forteller at resonnering er viktig for å bevisstgjøre elevene på hvordan de lærer og hvilke strategier som fungerer. En annen grunn til at de mener at resonnering er viktig er fordi at kunnskapen skal sitte, og at det ikke bare er noe en skal pugge før en prøve. Det gjør at elevene forstår matematikken bedre og kan klare seg på egenhånd i arbeidet med matematikk. En av lærerne nevner også at elevene får funnet sine strategier som fungerer for dem, og en elev som kanskje blir sett på som «svak» blomstrer fordi de bedre nytte av forståelsen innenfor matematikken enn pugging.

L5: Fordi jeg ser at tidligere så har jeg vært med på at det har blitt brukt flere forskjellige metoder, og den her, den måten å jobbe på da. Og det er så, det kan jo være de svakeste som blomstre, fordi at de profeterer veldig på alternative måter å løse ting på. Og forstår det, hvorfor det gjøres sånn og sånn, og husker det da til videre, til neste gang. Enn bare den der, pugge, gjør det på akkurat den måten der.

L6: Synes at ja uten tvil. For at skal elevene forstå hva disse..., at kunnskapen skal sitte at det ikke skal glemmes, så altså alle kan lære seg å pugge eller nei alle kan ikke det, det er det som er problemet. Så for meg resonnement. Forståelse for matematikken. Uten tvil og selvstendigheten, kanskje til. Å stå på egne bein i matematikken.

Lærerne er enige om at resonnering er viktig i matematikken nå i dag, men det er ikke alle som kan med trygghet si at de vet hvordan de skal legge opp til undervisning med resonnering. Flesteparten av lærerne er trygge på seg selv og mener de kan utvikle elevenes resonnement, men noen av lærerne er imidlertid ikke helt sikre på hvordan de skal undervise resonnering for alle elevene eller vurdere den nye formen for oppgaver hvor resonnering er en stor del.

L2: Ja det det er akkurat disse opp disse typer oppgavene som som jeg har snakket om som skal komme nå i framtida på eksamen på 10. trinn. Er faktisk veldig usikker, fordi det her er type oppgaver som jeg selv synes er veldig vanskelig. Jeg vet ikke helt hvordan jeg skal jobbe med dette her med elevene mine. Men det er veldig sånn vagt, også med tanke på vurdering. Det er ikke sånn sånn som vi er vant til. Du har riktig svar eller du har feil svar. Det det tror jeg er den, er største utfordring for de aller fleste mattelærerne med sånne typer oppgaver. De vet ikke hvordan de skal vurdere dette her...jeg føler meg ganske «lost» i akkurat den det området der..

De aller fleste lærerne svarte i intervjuet at de jobber ofte med resonnering i matematikktimene, og mange av dem vet hvordan de skal arbeide med å forbedre elevenes resonneringsferdigheter. Flere forteller at erfaringen de har i yrket gjør at de har den kunnskapen som skal til for å arbeide målrettet med resonnering i timene.

L7: Har en del kunnskap da om akkurat det der om hvordan ting henger sammen. At jeg kan godt forklare ting på oppgaver på forskjellige måter. Hmm. Jeg føler at jeg kan klare å bryte ned littegrann. Bryte ned litegrann oppgaver sånne ting å. Å prøve og finne litt hullene til, i resonnementene til elevene, da.

4.2.2.4 Fagfornyelsen

De fleste lærerne mener at LK20 tar for seg resonnering og bevis i en viss grad. Fra intervjuene kommer det frem at de ikke mener den er perfekt, og at resonnering og bevis kunne vært mer tydelig i kompetansemålene. Samtidig ser de problematikken det kan innebære, med å legge for mye føring på lærerne sitt arbeid. Lærerne har fått med seg at det er en del av kjerneelementene, og er et av kjerneelementene de arbeider mest med. Det kommer også frem at de ikke har helt troen på at lærerne endrer sin undervisningsmetode, selv om læreplanen har endret seg og legger vekt på andre områder enn tidligere læreplaner. De mener at det fortsatt er en vei å gå på skolene og at de er helt i begynnelsen av endringene. Brukes det tid til å arbeide med fagfornyelsen på skolene, vil lærerne ha bedre forutsetninger for å lage undervisning som er i tråd med læreplanen.

L8: Ja, for at jeg tenker at det er godt kunne være mer vektlagt. I målsettingen i læreplan. Så målene i læreplanen synes ikke jeg har nok rundt dette med bevisføring og resonnement.

4.2.2.5 Er det nok ressurser?

Lærerne fikk spørsmålet om de synes det finnes nok ressurser til å undervise i resonnering og bevis, og de aller fleste lærerne mener at det ikke er nok ressurser når en skal planlegge for undervisning med resonnering og bevis. Det finnes mange ressurser som bare er opptatt av svar, men som ikke er opptatt av resonneringen rundt hvordan en har kommet frem til svaret.

L9: Nei. Jeg tror ikke mange som. Jeg vet ikke, kanskje jeg er litt hard nå, men det er veldig mange som er opptatt av svar, at de bare, at de bare stopper. Altså en oppgave kan man jo egentlig jobbe med en hel time hvis man bruker det på en kreativ måte. Man trenger ikke å bare haste videre. Mange ganger så blir man så opptatt av å bli ferdig at det er liksom det som står i fokus. Så nei, det er ikke, det er ikke nok ressurser. Nei.

Et fåtall av lærerne som ble intervjuet mener at det finnes nok ressurser innenfor resonnering og bevis, men at de ikke har tid til å lese ulike artikler og snakke sammen med kollegaene sine. Tilgjengeligheten på ressursene er også et problem, og noen av

lærerne er overbevist om at det finnes nok ressurser for dem, men at de er usikre på hvor de skal finne disse ressursene.

L4: Det er nok ressurser. Litt av utfordringen er rett og slett tid, både både tid til å diskutere, snakke i lag med andre lærere, men det å ha tid til å lese i artiklene også sårne hefter det, det kommer langt ned på prioriteringslisten.

Noen av lærerne er også usikker på om det er nok ressurser eller ikke, de svarer vet ikke når de blir stilt spørsmålet om det er nok ressurser for å undervise om resonnering og bevis.

L7: ...om jeg har tilgang. Ja, det har jeg kanskje, men ikke sånn at jeg har anvendt dem på en måte som. Ja, jeg er ikke klar over at det ligger der i hvert fall ikke.

Flesteparten av lærerne er også enig om at lærebøkene de bruker ikke er gode nok. Det er blitt lagt inn andre oppgaver enn tidligere, men lærerne mener at disse oppgavene ikke er tilstrekkelig og noen lærebøker ikke legger vekt på resonnering og bevis i det hele tatt. Flere av lærerne bruker læreboka som utgangspunkt, men synes ikke bøkene har noen gode oppgaver som gjør at elevene må resonnerere eller bevise noe. De har ofte oppgaver med en fasit som skal løses på en riktig måte. Deltakerne forteller at resonnering og bevis er noe nytt som har kommet, og foreløpig har de ikke nok oppgaver eller eksempler de kan bruke for å planlegge timer med resonnering og bevis. Lærerne fra både barneskolen, ungdomsskolen og videregående forteller at de verken har gode nok lærebøker eller andre ressurser lett tilgjengelig som kan hjelpe dem i arbeidet med resonnering og bevis.

L1: På på bevis delen skulle dere kunne kanskje ha vært litt mer. Om hvordan en skal på en måte få de til å skjønne beviset da, så det er en ting er å gå gjennom beviset og arbeide seg gjennom det, men ... Og får den formelle bevisføringen over på en måte som en kan på en måte litt mer forklare. Det skulle jeg kanskje hatt litt mer ressurser på ... Kanskje egentlig det samme med resonnement da? At en utarbeidet litt flere, skal vi si, måter å arbeide med det på. For det er lærebøkene ikke god på.

L3: Lærebøkene har ikke så veldig, altså om jeg tenker igjennom så.. Det er ikke mye resonnement der det er mer sånn regnetekniske oppgaver. Læreplanen er jo tolkbar skulle til å si, sånn at, å, jeg synes jo læreplanen Eh, legger opp til en del at, altså hvis man, leser den, at den legger opp til resonnement og bevis, men at når lærebøkene lages, så er kanskje ikke de helt lagt opp på den måten at resonnement og bevis er lett å få fram. For du, du blir nødt til å støtte deg mye på den læreboka du har fått fått fra skolen da.

L8: Nei. Jeg synes jo ikke det. Jeg synes ikke lærebøkene er god nok, ikke de bøkene vi bruker i hvert fall er god nok på sårne typer bevis. Ofte så presenteres det bare en formel. Ja, formelen for arealet eller overflaten på en sylinder er sånn. Og så bruk formelen for å finne svaret på en sylinder som har disse konkrete mål. Istedenfor og så plukke fra hverandre formelen, istedenfor og så plukke fra hverandre figuren. Og så, så skjønn det på den måten.

4.3 Oppsummering av temaer

Temaene i analysen vil være til god hjelp for å besvare forskningsspørsmålene. Hva kjennetegner læreres oppfatning av matematisk resonnering og bevis og deres arbeid med ressurser når de planlegger og/eller gjennomfører timer som støtter elevenes resonnering- og bevisferdigheter. Ressursene som blir brukt er interessant å se på i sammenheng med lærernes opplevelse av om det er nok ressurser tilgjengelig. Det kan gi oss et innblikk i hvilke ressurser det er lærerne trenger mest av. Læreres syn på resonnering og bevis i LK20 og deres tanker rundt hvordan det påvirker praksis, er noe vi kan diskutere opp mot

lærernes oppfatninger og gjennomføring av timer med resonnering og bevis. Alle temaene er ikke gjennomgående hos alle lærerne, men mange av dem har mye til felles. Resonnering er noe alle lærerne ser på som viktig og gjennomfører ofte i sine timer, mens bevis mener de ikke er like viktig og er mer usikker på hvordan en skal utføre timer hvor en arbeider med bevis. Lærerne har ikke nok kunnskap til å finne på egne opplegg innenfor bevis og må derfor lete i ressursene de har tilgjengelig. Alle lærerne mener at det er for lite ressurser eller at det er for lite tid til å lese seg opp på de tilgjengelige ressursene.

5 Diskusjon

I dette kapitlet vil funnene våre fra resultatdelen drøftes sammen med presentert teori og tidligere forskning. Vi vil også komme med forslag til hva som må utarbeides og forbedres av ressurser, samtidig vil vi se på hva som kan forskes på videre innenfor ressursbruk i arbeid med resonnering og bevis.

5.1 Ressursbruk

Først ser vi på hvilke ressurser matematikklærere bruker til ulike formål. Det ene forskningsspørsmålet vårt er som nevnt tidligere;

Hvilke ressurser bruker norske matematikklærere til forberedelse av matematikktimer, og hvordan er disse ressursene avhengig av formålet med bruken?

Vi vil videre ta for oss ressurser knyttet til arbeid med resonnering og bevis, og se litt på om lærere i dag synes det er nok ressurser innenfor dette temaet ved å besvare forskningsspørsmål 2;

Hvilke ressurser bruker norske matematikklærere når de lærer bort ideer knyttet til resonnering og/eller bevis?

Til tross for avhengigheten av kvantitative data for å besvare disse forskningsspørsmålene, vil vår diskusjon av resultatene også inkludere innsikt fra lærernes svar under intervjuer, da vi mener at intervjudataene kan gi verdifull kontekst for å tolke resultatene. Likevel forstår vi at kvalitative data ikke representerer vårt undersøkelsesutvalg nøyaktig.

Avslutningsvis kommer vi med drøftinger knyttet til temaet resonnering og bevis, samt opp mot læreplanen.

5.1.1 Ressurser generelt

Funnene i vår forskning samsvarer med tidligere forskning som sier at det er læreboken som blir brukt mest i skolesammenheng (Bachmann, 2005; Moje et al., 2011; Remillard, 2005). Læreboka er en av de ressursene som blir brukt mest uansett om læreren skal oppfriske eller forbedre personlige kunnskaper i matematikk, lete etter inspirasjon eller ideer til matematikkundervisning, utarbeide forskjellige former for vurdering og finne materiell som de kan dele ut til elevene (se figur 4.6). Fisher exact testen vi tok viser også at det ikke er noen signifikant forskjell på bruken av læreboka når en ser på de ulike formålene (se tabell 4.1). Dette viser at en av lærerens viktigste ressurser innenfor matematikkundervisning fortsatt er læreboka, og det er derfor viktig at læreboka er oppdatert på den matematikken som elevene skal lære og pedagogikken lærerne skal bruke på elevene. Dette gjelder uansett om læreboka er en fysisk læreplan ressurs eller om den er en digital læreplan ressurs. Dersom læreboka brukes i tolkningen av læreplanen, slik Moje et al. (2011) og Rødne og de Lange (2012) mener, har læreboka veldig mye å si for hvordan lærerne tolker det elevene skal lære og dermed hvordan de utøver sin undervisning i praksis. Selv om læreboka blir brukt ulikt av lærere med tanke på tilpasninger (Davis et al., 2011), er det viktig at den ressursen som lærere bruker aller mest er lett å bruke både for lærere og elever. Som L2 forteller om så er det laget ressurser som brukes i skolen, som også gjør at lærerne får mer jobb enn det han ellers ville hatt.

L2: Altså de kan veldig vanskelig ha sånne oppgaver i sin oppgavesamling, fordi hvordan skal den nettsiden vite om det svaret her er riktig eller ikke. De har noen oppgaver der elevene bare skal skrive en tekst, og så kan jeg gå inn til senere og se hva har elevene skrevet. Men det er jo litt mot den hensikten hvorfor jeg bruker campus inkrement. Campus inkrement bruker jeg for at jobben min blir mindre, jeg må ikke gå inn etterpå å rette noen oppgaver eller noe sånt. Jeg får direkte en oversikt. Hvilket tema har fungert godt? Hvilke temaer har ikke fungert godt?

Ulempen med å utvikle fysiske læreplan ressurser er at det tar lang tid, og det er vanskelig å endre på innhold når opplag først er trykket. Med dagens samfunn hvor ting endrer seg veldig fort, er det viktig at skolene er oppdaterte og ikke har fysiske læreplan ressurser som er utdatert. De digitale læreplan ressursene kan derimot endres mye lettere og er ofte billigere for skoler. I dagens skole har nesten alle elever en egen pc eller iPad og har tilgang til de digitale ressursene skolen velger å bruke. Det er fortsatt diskusjon om hvor digitalisert skolene rundt om skal være, men en hybrid mellom digitale og fysiske ressurser (Gilje, 2017) kan være veien å gå. En god læreplan ressurs, uavhengig om den er fysisk eller digital, kan gjøre planleggingsarbeidet og undervisningen lettere for læreren, og gi elevene bedre undervisning med tilhørende oppgaver og dermed mer læring.

Ser vi på de andre ressursene som lærerne bruker mest, varierer bruken av ressursen litt mer ut fra hensikten. Nasjonal læreplan blir brukt mest (og med signifikant forskjell) når det skal utarbeides forskjellige former for vurdering, noe som gir mening da en vurdering skal ta utgangspunkt i om elevene har nådd læreplanmålene. Det blir i noen grad også brukt for å friske opp eller forbedre sine egne personlige kunnskaper i matematikk. Det er naturlig at lærere som ikke har undervist på f.eks. 9.trinn på en stund, må gå inn på læreplanen for å friske opp hvilke kompetansemål som hører til 9.trinn og hva det er en skal undervise. Spesielt nå som LK20 har kommet er det viktig at lærerne er oppdaterte på de nye kompetansemålene, og holder seg oppdatert innenfor de fagene de underviser i.

5.1.1.1 Oppfriske eller forbedre dine personlige kunnskaper i matematikk

Når lærerne skal oppfriske eller forbedre sine personlige kunnskaper i matematikk, er læreboka som nevnt tidligere en essensiell ressurs. En annen ressurs som i stor grad blir brukt for å oppfriske kunnskapen er den sosiale ressursen hvor en konsulterer med kollegaer på skolen. Den sosiale ressursen blir brukt i omtrent like stor grad som læreboka, og det viser da hvor viktig det er å ha kollegaer en kan samarbeide og diskutere med. Dette så også Pepin og Kock (2021), hvor det ble tydelig at sosiale ressurser hadde en kritisk rolle når ting ble veldig komplisert, ved å søke etter hjelp hos folk med kunnskap om problemet. Det er dermed ikke bare læreboka som må utvikles for at det skal bli gode nok ressurser, men det er også viktig at lærerne selv har kunnskap om matematikken som brukes og undervisningspraksisen. Samarbeid og det å kunne spørre om råd fra andre burde derfor også være noe som fokuseres på i lærerutdanningen. Andre fysiske ressurser som blir brukt for å friske opp matematikkunnskapen er andre bøker relatert til matematikk eller matematikkundervisning og lærerveiledninger. De digitale ressursene som blir brukt er i størst grad online profesjonelle plattformer for matematikk eller undervisning i matematikk, samtidig brukes også online videoplattformer i stor grad. Den store bruken av både fysiske og digitale ressurser, bygger opp om Giljes (2017) fokus rundt ressursbruken som en hybrid. Dette gjør at de som utvikler ressurser for lærere ikke bare må fokusere på en plattform, men at det er ulike plattformer som har fokus og at det er viktig å utvikle begge deler foreløpig. Ut fra vår undersøkelse brukes det store deler fysiske,

digitale og sosiale ressurser når lærerne skal oppfriske sin kunnskap, og det er derfor viktig at disse ressursene er tilgjengelig for lærerne uansett hvilken av dem de vil bruke.

5.1.1.2 Lete etter inspirasjon eller ideer til matematikkundervisning

Mange av de samme ressursene som lærerne bruker til å oppfriske eller forbedre sine personlige kunnskaper i matematikk, bruker de også for å lete etter inspirasjon eller ideer til matematikkundervisningen. Læreboka er selvfølgelig høyt oppe her og, men den sosiale ressursen med konsultasjon med kollegaer er høyere opp, og online profesjonelle plattformer for matematikk eller undervisning i matematikk blir brukt like mye som læreboka. Dette tyder på at lærerne utvikler gjennom bruken av et sett med fysiske, digitale og sosiale ressurser, sine egne bruksskjemaer knyttet til disse ressursene (Trouche et al., 2020b). Derimot forteller ikke resultatene oss noe om hvor de leter først eller hvordan deres dokumentelle skapelse er og dette kan være interessant å studere videre. Vi kan tenke oss at lærerne går til læreboka først (Pepin et al., 2017) for så å bruke de sosiale ressursene sine til å tilpasse opplegget til klassen og elevene en har. Alt dette passer inn i kategorien til Grave og Pepin (2015) som omhandler ressurser for å finne inspirasjon til undervisningen, hvor lærerne i dette studie også brukte lærebok og internett mest for inspirasjon. Som L5 nevner kan de sosiale ressursene være nyutdannede kolleger, men hun går også til nettsider som Facebook og Instagram for å lete etter inspirasjon og få tips.

L5: Ja, det er jo her den der nyutdannede kollegaen min kommer inn i bildet da. Som jeg skal ønske meg for alltid, som man kunne ha drøftet med eller fått noen tips eller ja. Eller så må jeg gå til sånne grupper på Facebook eller Instagram.

Sosiale medier og online databaser eller nettsteder for deling av ressurser laget av lærerne er to typer digitale ressurser som blir brukt av mellom 35% og 45% av lærerne for å lete etter inspirasjon og ideer. Selv om ressursene er langt ifra noe alle lærere bruker, brukes disse to ressursene i mye større grad for å lete etter inspirasjon enn de brukes til noen annen hensikt. Bruken av sosiale medier og online databaser eller nettsteder for deling av ressurser laget av lærerne, sammen med online plattformer for matematikk eller matematikkundervisning blant lærerne, viser at ulike digitale ressurser blir brukt i stor grad for å finne inspirasjon til undervisningen. L7 viser til matematikk.org, men forteller også at et enkelt Google-søk også blir brukt når en leter etter inspirasjon.

L7: Matematikk.org er også brukt. Jeg lager. Jeg ser jo litt sånn etter inspirasjon bare sånn, litt over alt. Du kan gjøre et søk på det, for eksempel hvis du skal se etter noen problemløsningsoppgaver som det der da. Så da blir det bare ett sånt enkelt Google søk da for eksempel, men da er det veldig ofte matematikk.org som på en måte kommer opp som det første valget

Ved Google-søk kan veldig mye forskjellig komme opp, og det er derfor viktig å kunne være kritisk når en skal vurdere kvaliteten på stoffet, om det er relevant for timen en skal undervise og hvordan en må tilpasse det til timen og elevene. Den sosiale ressursen med kollegaer er også viktig her for å kunne diskutere om det er et godt opplegg det en skal arbeide med, eller om en må prøve å finne eller lage noe annet.

5.1.1.3 Utarbeide forskjellige former for vurdering

Som nevnt tidligere blir den nasjonale læreplanen sammen med læreboka brukt mye til å utarbeide former for vurdering. Sammen med de sosiale ressursene er det de tre

ressursene som lærerne forteller at de bruker mest når de lager vurderingsformer. Lærerveiledninger og eget materiale blir også brukt i noen grad. Dette er naturlig da en kan ha laget en prøve innenfor algebra tidligere og bruker denne for å vurdere elevene sine, eller at lærerveiledningen har en egen prøve som læreren bruker på sine elever. Med tanke på vurdering ser vi at det er læreplan ressursene sammen med sosiale og kognitive ressurser som blir brukt når en skal utarbeide former for vurdering. Dette ser vi på som naturlig da lærerne skal undervise etter kompetansemålene i læreplanen, og for å sjekke at kompetansemålene er nådd må en utforme vurdering ut fra disse. Læreren har dermed selv mulighet til å tolke læreplanen, eller få hjelp av lærebøker, lærerveiledninger eller kollegaer. Dette viser igjen viktigheten av å utvikle gode læreplan ressurser for lærerne og å ha samarbeidsvillige kollegaer som innehar undervisningskunnskap i matematikk (Valenta, 2015).

5.1.1.4 Finne materiell som du kan dele ut til elevene i klassen

For å finne materiell som kan deles ut til elevene i klassen er det tre ressurser som skiller seg ut i bruk. Læreboka brukes her av nesten 75% av deltakerne, egne materialer som er utarbeidet tidligere brukes av nesten 70% av deltakerne, mens online profesjonelle plattformer/biblioteker for matematikk eller undervisning av matematikk brukes av nesten 60% av lærerne.

Bruken av læreboka her faller for mange lærere naturlig inn med tanke på at elevene muligens har noe lekser de skal jobbe med i boka. Timene kan også være bygd opp med en struktur hentet fra læreboka som gjør det naturlig å dele ut noe som henger sammen med eller er hentet direkte fra boka. Grave og Pepin (2015) fant også ut at læreboka var den som ble brukt mest, men det var hvordan læreren brukte boka som avgjorde om elevene fikk noe læring. De kom også frem til at læreren kan ha en intensjon med timen hvor elevene skal ha forståelse, men at undervisningssituasjonen kan overstyre dokumentet (Trouche et al., 2020b), og elevene oppnår automatisering av metoder istedenfor forståelse. Mange lærere har også såpass mange år i både yrket og matematikkfaget at de har en «bank» av materiale de har lagd tidligere som kan brukes på nytt i samme temaer år etter år. Det at online profesjonelle plattformer/biblioteker for matematikk eller undervisning av matematikk brukes mye, henger også mye sammen med den digitaliserte skolehverdagen mange lever i. Som L2 forteller så brukes det materialet fra nett, selv om det er på et annet språk, er det gode oppgaver som de mener er på akkurat det nivået de trenger.

L2: Det er jo ofte ting jeg har altså altså enten i tidligere lærebøker. De har jo ofte veldig fine oppgavesamlinger. Ellers så er det noen altså... Akkurat nå har vi blitt litt frelst på en engelsk side som en kollega har funnet, som har en haug med matteoppgaver som er på akkurat det nivået det vi trenger.

SM: Og hvilken er det?

L2: Det vet jeg ikke deler den den læreren legger bare ut alle pdf filene på onenote.

iPad eller pc er for mange blitt en selvfølge, og kombinasjonen med analog og digital lærebok gir lærere mulighet til å skrive ut undervisningsmateriell fra ulike lærerveiledninger online eller andre bibliotek for matematikk. Denne onlinebruken støttes også av Pepin og Gueudet (2018) som skriver at bruken av digitale ressurser blant matematikklærere for å planlegge timer har økt. I tillegg har digitale ferdigheter blitt såpass sentralt at det blir sett på som forutsetning for livsmestring for å klare seg senere

i samfunnet (Kunnskapsdepartementet, 2017). Derfor er det viktig at læreren har kunnskap om digitale ressurser og bruker det som ressurs i sin undervisningsplanlegging eller til å finne materiale elevene kan få.

5.1.1.5 Oppsummering ressurser generelt

Læreboka var den ressursen som ble tatt i bruk aller mest av deltakerne. Både når lærerne skulle oppfriske/forbedre kunnskapen sin i matematikk, lete etter inspirasjon til undervisningen, utarbeide vurderinger eller finne materiell som skulle deles ut til elevene, var læreboka brukt av over 65% av deltakerne. Dette passer godt sammen med både nasjonal og internasjonal forskning som viser at læreboken er den viktigste ressursen i skolen (Bachmann, 2005; Moje et al., 2011; Remillard, 2005; Rødned & de Lange, 2012). Dette kan ha sammenheng med at lærebok er noe alle lærere kjenner til både som elev/student og lærer. Lærebok er også noe som kan brukes ulikt fra lærer til lærer, men mange ser på lærebøkene som en fin kobling til læreplanen. Det at både elever og lærere har en felles plattform kan for mange også være en årsak til den hyppige bruken. Dersom du som lærer kan innholdet i boka til elevene vil du kunne besvare det de måtte lure på av pensum, lekser og innhold.

De andre ressursene hadde noe mer spredning til de ulike formålene. Ser vi på konsultasjon med andre matematikklærere var også den sosiale ressursen høyt oppe, med over 70% som brukte dette både når de skulle oppfriske/forbedre kunnskapen sin i matematikk og lete etter inspirasjon til undervisningen. For å finne materiale å dele ut til klassen var det lærebok og egenlagd materiale som var høyest oppe som ressurs med nesten 70% som brukte dette. Utarbeiding av vurdering besto mest av nasjonal læreplan og lærebøker med fortrinnsvis over 65% som sa at dette ble brukt for å utarbeide vurderingsformer til elevene. Uansett formål, virker det som om lærere kombinerer hovedressursen, læreboka, med et sett av andre ressurser for å lage dokumenter (Trouche et al., 2020b).

5.1.2 Ressurser til resonnering og bevis

Om vi ser på figur 4.7 ser vi at ressursene som blir brukt av over 40 % av lærerne når de arbeider med resonnering og bevis er læreboka, lærerveiledning, bøker relatert til matematikk, egne materialer og online profesjonelle plattformer.

På figur 4.9 så vi at lærerne med 0-5 års arbeidserfaring (48%) og lærerne med mer enn 20 års arbeidserfaring (42%) er de som konsulterte mest med andre lærere på skolen sin om hvordan en skal undervise resonnering og bevis. Dette kan vi tolke som at lærere med minst erfaring snakker med de lærerne som har mest erfaring. Slik som Pepin og Kock (2021) beskrev sosiale ressurser som prat med jevnaldrende og prat med professorer som kan sitt eget fag godt, passer dette resultatet godt inn. Det at de minst erfarne søker råd og kunnskap fra de som har vært lenget i yrket, henger også muligens sammen med at de med mest erfaring søker etter hva som er det nyeste på utdanningsfronten fra den gang de studerte selv. Mye skjer på få år, og når det er over 15 års forskjell på arbeidserfaring, er det man lærer på studie ulikt både faglig og pedagogisk fra det de lærte for 15 år siden. Lærere kan også endre sin oppfatning av hva matematisk resonnering er, og gå fra en kategori til en annen av de ulike oppfatningene beskrevet i Herbert et al. (2015). Resultatet fra Fisher exact test viser derimot at vi ikke kan si dette med sikkerhet ut fra dataen vi har samlet inn.

Når det kom til planleggingsdelen av undervisningen var det utsagn som «Begynner jo som oftest i boka da», «Så ville jeg gått til for eksempel Tall og Tanke, ikke sant. Også leste meg litt opp» fra L1 og L8. Dette viser at læreboka eller andre bøker ofte blir brukt som en start for å finne inspirasjon til hvordan en kan legge opp timene. Dette samsvarer med hva forskningen til Bachmann (2005) Moje et al., (2011) og Remillard (2005) viser til, at læreboken er den viktigste ressursen i skolen. Dette kan ha sammenheng med hva de er vant til å bruke fra arbeidslivet tidligere, da både L1 og L8 er menn som har jobbet over 10 år i skolen.

Sett på de ulike skoletypene, så vi også en klar forskjell på lærebokbruken i undervisning som handler om resonnering og bevis da vi sammenliknet lærere fra videregående, ungdomsskolen og barneskolen. Vi så at det var 86% av lærerne på videregående skole som lente seg på læreboka i undervisningen. Det er 60% av barneskolelærerne og 61% av ungdomsskolelærerne som også bruker læreboka, og dette kan ha en sammenheng med hvor stor del resonnering og bevis i matematikk har på de ulike trinnene med tanke på at ressursbruken til temaet preges mye av læreboka. Fisher exact testen vi tok viser også at det er en signifikant forskjell på bruken av lærebøker, hvor lærerne i videregående skiller seg ut ved å bruke det mest (tabell 4.2). På videregående vil timene gå mer i dybden på temaet, mens det på de yngre trinnene vil være mer i overflaten. Barneskolen fokuserer mer på tegninger og figurer for å bevise matematikk, mens det på videregående brukes notasjon, noe som også kan være en forklaring på hvorfor ressursbruken i undervisningen er ulik. Videregående lærere skiller seg også ut i bruken av egne materialer, og Fisher exact testen bekrefter at det er en forskjell som er reell. Dette tyder kanskje på at lærerne på videregående bruker om igjen materiale fra tidligere år, mens lærere på barneskolen og ungdomsskolen gjør det i mindre grad.

Lærere mener også at bevis har ulik plass i dagens skole. Dette kan vi også se på L2 og L6 hvor de begge sa i intervjuet at bevis hører hjemme i det siste året på ungdomsskolen, videregående eller til og med i høyere utdanning. Samtidig nevnes det også at bevis er noe som jobbes med hele tiden, men ikke så mye.

L2: Og for passende trinn bevis er... Det har jeg også vært litt sånn altså. Jeg synes bevis er veldig, veldig greit når du... begynne å jobbe mer seriøst med matematikk, kanskje slutten av av videregående eller egentlig universitetet... og det det er ikke det vi snakker om her. Vi snakker her om skolen, snakker om ungdomsskolen og eventuelt og og videregående, og da synes jeg egentlig ikke at bevis passer inn.

L6: Resonnement, altså tankerekkefølgen deres og at de prøver å ordlegge. Eller enten skriftlig ved føring, altså matematisk føring, eller med tekst eller muntlig. Hele tiden. Bevis. Ja vi gjør det jo egentlig hele tiden, men jeg synes bevis [...]. Når jeg har bevis er det sånn at det skulle være så veldig sterkt (uklart). Vi jobber nok ikke så veldig sterkt med bevisføring i den forstand som jeg tenker på matematikk. Hmmm si tiende klasse, videregående, høyere studier. Men resonnement hele tida hver eneste time kontinuerlig.

Resultatene viser at det Ball og Bass (2003) skriver stemmer i vårt tilfelle. Elevene på ulike trinn har ulik kunnskap som er akseptert, ulike former for begrunnelse som er gyldig og kjent for klassen og ulike måter å representere bevisene på. Lærerne må derfor på de ulike trinnene planlegge ut fra forskjellige forutsetninger, og ressursbruken vil derfor variere når det undervises om resonnering og bevis. Dette samsvarer med Buchbinder og McCrone (2022) sitt tredje prinsipp om undervisning av resonnering og bevis og et av Stylianides (2007) sine karakteristikk av bevis. En skal bruke språk, notasjon og representasjoner som er innenfor rekkevidden til elevenes konseptuelle tanker. Resultatene fra Fisher exact

testen viser at skoletype har noe å si for bruken av ressurser, mens alderen og erfaringen til lærerne derimot ikke har noen betydning. Det er ikke overraskende at variablene alder og erfaring har likt resultat, da alder og erfaring kan ses i sammenheng med at de eldste lærerne har mest erfaring og de yngste minst. Dette forteller oss at vi ikke trenger å tenke på alderen til lærerne, det vi må fokusere på når ressurser skal forbedres er formålet de brukes til og hvilken skoletype er det ressursen er ment for.

Et bevis er ifølge Stylianides (2007) et matematisk argument, en sammenhengende sekvens med utvalgte uttalelser som enten er for eller imot matematiske påstander. Stylianides (2007, s. 291–292, vår oversettelse). Det som kan være problematisk med definisjonen til Stylianides (2007), er at det ikke alltid er enighet om hva som er anerkjent bevis blant matematikere. Definisjonen er derimot ment for skolebruk, og forteller oss hva som karakteriserer et bevis innenfor skolematematikken (Stylianides, 2007). Det gjør at undervisning av bevis i skolen kan gjøres ved hjelp av ulike ressurser.

5.1.3 Er det nok ressurser?

Lærerne som deltok på intervjuet, fikk spørsmålet om de har nok ressurser til å undervise i resonnering og bevis. De aller fleste mente at det ikke var nok, et fåtall mente det var nok, men at de ikke hadde tid til å anvende de, noen svarte at de ikke visste, men samtidig er også de fleste enige om at lærebøkene ikke er gode nok når det kommer til temaet resonnering og bevis.

Dette henger også sammen med det Stylianides et al. (2013) trekker frem, om at det er to grunner til lite resonnering- og bevisundervisning på grunnskolen. Første grunn er lite faglig kunnskap om resonnering og bevis, og grunn nummer to er at de har en oppfatning om at undervisningen er ineffektiv.

L9: Nei. Jeg tror ikke mange som. Jeg vet ikke, kanskje jeg er litt hard nå, men det er veldig mange som er opptatt av svar, at de bare, at de bare stopper. Altså en oppgave kan man jo egentlig jobbe med en hel time hvis man bruker det på en kreativ måte. Man trenger ikke å bare haste videre. Mange ganger så blir man så opptatt av å bli ferdig at det er liksom det som står i fokus. Så nei, det er ikke, det er ikke nok ressurser. Nei.

Dette henger mye sammen med det Stylianides (2008) sa om at det har vært vanlig å undervise resonnering og bevis først på videregående skole, mens det i dag er koblet til alle læreplanene på lavere trinn (Kunnskapsdepartementet, 2019). Ser vi på eksempelet til Cai og Cirillo (2014) med de amerikanske lærerne som begge hadde vanskeligheter med å være «stillasbyggere» ved innføring av bevis, henger også dette sammen med lærebøker som fokuserer litt på det L9 mente mange var opptatte av, nemlig finne svar eller et resultat. Det hele endte med at de måtte lage egne opplegg, etter å ha deltatt på et faglig utviklingsprogram, som passet bedre til undervisning av bevis enn det lærebøkene kunne tilby (Cai & Cirillo, 2014). På samme måte som L9 mente at en oppgave kunne vært en hel time dersom man ønsket det, og at for mye fokus på resultat tyder på for lite ressurser tilgjengelig. Lærer i den norske skolen bruker også egne materialer når de underviser resonnering og bevis. Ved å se på resultatene i tabell 4.3 ser vi at det er en statistisk signifikant forskjell mellom lærere med bachelorgrad og lærere med mastergrad ved bruk av egne materialer som er utarbeidet tidligere. Lærere med mastergrad har gått flere år på universitet og skal ha tilegnet seg mer kunnskap på de fem årene enn det lærerne med bachelorgrad har. Dette kan bety at lærere med bachelorgrad er mer avhengig av tilgjengelige ressurser, mens lærere med mastergrad kan ha mer undervisningskunnskap og derfor lager mer av det brukte materialet selv.

Stylianides et al. (2013) trekker frem at det er to grunner til lite resonnering- og bevisundervisning på barnetrinnet og dette handler om faglig kunnskap hos lærere og oppfatninger om lite effektiv undervisning som dukker opp. Løsninger som blir trukket frem er mer undervisning om det på lærerutdanningen, bedre samarbeid mellom lærerutdanningen og praksisskoler, og bruk av praksislærere som har kunnskap om og er nysgjerrig på nyskapende matematikkundervisning i klasserommet (Stylianides et al., 2013). Selv om det er lite av resonnering og bevis på barnetrinnet, har Buchbinder og McCrone (2022) kommet frem til at nyutdannede lærere er i stand til å utvikle undervisningsopplegg som integrerer en rekke matematiske emner. Her er det naturlig å tenke på at løsningen hadde vært fint, men i praksis kan det være vanskelig å finne nok praksislærere til alle lærerstudenter dersom kriteriene blir såpass strenge. Det å utvikle ressurser i samarbeid med lærerutdanningen er noe vi ser på som lurt og oppnåelig, da vi både har tid og kapasitet til å sammen hente inspirasjon både innenfra og utenfra skolen.

5.2 Lærernes tanker om resonnering og bevis

Det tredje forskningsspørsmålet vårt er som nevnt tidligere;

Hva kjennetegner læreres oppfatning av matematisk resonnering og bevis og deres arbeid med ressurser når de planlegger og/eller gjennomfører timer som støtter elevenes resonnering- og bevisferdigheter?

Vi vil nå se på lærernes tanker rundt resonnering og bevis, ressursbruken rundt tema, og resonnering og bevis sin plass i læreplanen. Samtidig kommer vi til å drøfte hva som kan være mulige forbedringer slik at elevene får god undervisning innenfor resonnering og bevis.

5.2.1 Lærernes oppfatning på resonnering og bevis

Forskerne har ulikt syn på hva resonnering og bevis er (Balacheff, 2002; Bundy et al., 2005; Cai & Cirillo, 2014; Reid, 2005; Stylianides, 2007), og det samme gjelder lærere i skolen. Av lærerne som ble intervjuet mener de fleste at resonnering hører til og er en stor del av undervisningen innenfor matematikk, men at bevis ikke er like viktig og at det ikke hører til på alle trinn i skolematematikken. Lærerne blir ikke i vår undersøkelse spurt om deres definisjon av resonnering og bevis, men gjennom samtalen kan en få en forståelse av lærernes oppfatninger til resonnering og bevis. Cai og Cirillo (2014) har en definisjon som bygger på bevis som en formell måte å uttrykke resonnement på og at bevisføring består av logiske og strenge deduksjoner av konklusjoner fra hypoteser. L2 som mener at bevis ikke passer inn i skolematematikken før på universitetet og kanskje på slutten av videregående, kan muligens ha en oppfatning at bevisføring er streng deduksjon, og at det kun kan gjøres gjennom matematisk notasjon som kan være vanskelig på lavere trinn. En slik forståelse av bevis kan føre til at lærerne ikke legger noe vekt på bevisføring i grunnskolen, og elevene kan gå glipp av kompetanse innenfor resonnering og argumentasjon som LK20 legger vekt på i kjerneelementene.

Noen av lærerne forteller at bevis er viktig å starte med tidlig i skoleløpet, men når de også forteller at de er usikre på hvordan de skal undervise det er det ikke sikkert de har en formening om hva bevis i skolen egentlig er. Det kan hende de både mangler en konkret definisjon på hva bevisføring i skolesammenheng betyr, og det kan også bety at de mangler undervisningskunnskap innenfor dette temaet. Dette bygger på det Jeannotte og Kieran (2017) og Stylianides (2007) forteller om at de aller fleste har en formening om hva

matematisk resonnering og bevis er, men at det er usikkerhet om hva begrepene spesifikt betyr. Ved å bruke Stylianides (2007) sin beskrivelse av bevis i skolen kan læreren bruke disse karakteristikene til å planlegge en time. En må begynne med kunnskap som klassen er kjent med og godtar, før en kan begynne med begrunnelser og kommunisere på en måte som medelevene forstår. Dette er karakteristikker som kan brukes på alle trinn, men som læreren selv må utvikle et undervisningsopplegg rundt. Undervisningsopplegget må tilpasses trinnet en arbeider med, men også nivået innenfor klassen og hva som er godtatt i klassen må en ta hensyn til. Lærerne som mener bevis må inn fra 1.klasse kan hende bruker Stylianides sin definisjon på bevis, men det er selve undervisningskunnskapen hos lærere som må heves. Det er et tema innenfor kjerneelementene i læreplanen som er nytt og lærerne trenger muligens mer kognitive ressurser i sin praksis for å inkludere bevis i undervisningen. L6 sier rett ut at han faller til kort med tanke på undervisning om bevis for elevene sine på barneskolen.

Bevis og resonnering henger tett sammen, og noen forskere velger å ikke dele opp ordene (Cai & Crillo, 2014). Alle lærerne som ble intervjuet fortalte at resonnering var viktig for elevenes læring og elevenes forståelse for matematikken de arbeider med. I motsetning til bevis, mente lærerne at elever på alle trinn kunne drive med resonnering. De mente at resonnering ikke er like strengt som bevis, men noen av lærerne mente også at all begrunnelse var resonnering. Læreplanenes vage og usystematiske beskrivelse av resonnering (Jeannotte & Kieran, 2017), kan føre til at lærerne tenker at all begrunnelse elevene gjør er resonnering. LK20 sin definisjon på resonnering er «å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker» (Kunnskapsdepartementet, 2019), og da handler det mer enn om å begrunne hva en har gjort i en oppgave. Det handler om dypere tenking enn for eksempel å forklare at her har jeg lagt sammen de to tallene for å finne summen jeg skal betale for en bukse og genser. Mange av lærerne var opptatt av å stille spørsmål, og «hvorfør gjorde du det» er en frase mange av lærerne forteller at de bruker i sin undervisning. Selv om dette er et spørsmål elevene får daglig betyr det ikke at de forstår og vurderer resultatet de får eller at de skjønner begrunnelsen for hvorfor det stemmer. Lærerne kan her ha en oppfatning av resonnering innenfor kategori B (se tabell 2.1), hvor resonnering handler om at eleven forteller om det han eller hun tenker (Herbert et al., 2015). Innenfor resonnering kan det dermed også være behov for mer kognitive ressurser med tanke på hva lærerne tenker om resonnering og hvordan de utøver det i klasserommet. Om lærernes oppfatning av resonnering går inn under kategori A/B eller F/G (se tabell 2.1) avgjør hvordan undervisning læreren har for sine elever, men også hvor ofte de vil rapportere at de arbeider med det. Buchbinder og McCrone (2022) sitt andre prinsipp for undervisning av resonnering og bevis handler om nettopp det å arbeide med prosesser som hjelper elevene å svare på hvorfor noe er sant innenfor matematikken. Læreren må legge mer vekt på deduksjon i arbeidet med resonnering og bevis. Dette samsvarer med kategori F (se tabell 2.1) fra Herbert et al. (2015). Valenta og Enge (2020) skrev at resonnering og bevis ikke nevnes eksplisitt i kompetansemål, og det er dermed opp til lærere å implementere det i undervisningen. Dette vil si at for å følge LK20 er lærere nødt til å ha kunnskap om hvordan det implementeres i undervisningen. LK20 forteller oss at fremgangsmåter er viktig, men her er det altså mangler på spesifikke ressurser til å gjøre nettopp dette.

På figur 4.13 i resultatdelen ser vi at det er flere lærere, uansett trinn, som har svart at resonnement (og for passende klasses trinn, bevis) bør være en vesentlig del av matematikkundervisningen og -læringen enn det er lærere som vet hvordan de kan forbedre elevenes resonnement og/eller ferdigheter om bevis i sine matematikktimer.

Gjennomsnittet for de som mener resonnement og bevis er vesentlig i matematikkundervisningen (på en skala fra 1-6) er 4,69 og gjennomsnittet for de som kan forbedre elevenes resonnement og/eller ferdigheter om bevis er 3,81. Dette viser at mange lærerne legger vekt på resonnering og bevis og mener at det er viktig, men de føler seg ikke kompetente nok på hvordan de skal arbeide med det i timene. Figur 4.12 viser hvor ofte lærerne inkluderer aktiviteter med resonnering og bevis i ulike timer. I gjennomsnitt ligger lærerne mellom 2,50 og 2,85 på alle temaene (på en skala fra 1-4). Dette betyr at det arbeides litt med resonnering og bevis innenfor flere temaer i skolen, men at vi likevel har en vei å gå. Som vi så på figur 4.13 så kan årsaken til at det ikke arbeides veldig mye med resonnering og bevis i timene, være at de ikke vet hvordan de skal jobbe med å forbedre elevenes ferdigheter innenfor resonnering og bevis. Det ser også ut til at det mangler gode ressurser til å undervise om resonnering og bevis, og veldig mye blir opp til hver enkelt lærer og deres kompetanse.

Selv om lærerne har en tanke om hva resonnering og bevis kan være, er ikke det godt nok for å undervise om tema, og ressursene som de har tilgjengelig hjelper dem ikke tilstrekkelig. Lærere kan ha god faglig kunnskap om tema, men så lenge de ikke har pedagogisk kunnskap om hvordan de kan være «stillasbyggere» og støtte elevene innenfor tema, blir det vanskelig å undervise resonnering og bevis på en god måte (Cai & Cirillo, 2014). Lærebøker som kun viser teoremer som ferdig resultater kan også være mer til hinder enn hjelp for lærerne når de skal introdusere ulike bevis og lærerne må dermed bruke sine kognitive ressurser for å lage egne opplegg som kan hjelpe elevene (Cai & Cirillo, 2014). Både forbedring og utvikling av de fysiske og digitale ressursene, i form av lærebøker, sammen med utvikling av lærernes kognitive ressurser vil muligens hjelpe lærerne til å vite hvordan de kan forbedre elevens resonnement og/eller ferdigheter om bevis i sine timer.

En verktøykasse i form av kognitive ressurser kan hjelpe lærerne til å integrere bevis og resonnering i sine matematikktimer. Dette gjelder både i form av begrepsforståelse, men også hvordan en skal planlegge og utføre undervisningen. Ved å ha en felles begrepsforståelse av matematisk resonnering innenfor det matematiske utdanningssystemet, vil det bedre kommunikasjonen om resonnering mellom lærer og være med å utvikle læringsressurser som trengs for å forbedre matematisk resonnering i skolen (Jeannotte & Kieran, 2017). Dette vil si at om lærerne får en felles forståelse for resonnering og bevis i skolen, vil det være lettere å utvikle gode læringsressurser som kan brukes i skolen. De sosiale ressursene lærerne imellom vil også ha større potensial, enn om lærere som diskuterer har et ulikt syn på begrepene resonnering og bevis. Ulike kognitive ressurser som kan være til hjelp er kurs og seminarer, eller eventuelt det å opprette en sosial ressurs i form av en ekspertgruppe som skal fordype seg innenfor tema og lære bort til kollegaene sine. Det er elevene det går ut over om lærerne ikke har kompetanse nok til å undervise om resonnering og bevis. Ut fra svarene på intervjuene er det mangel på de kognitive ressursene blant lærerne. De har ikke nok kunnskap om matematikken og planlegging av matematikktimer som innebærer resonnering og bevis.

5.2.2 Resonnering og bevis i læreplanen

Resonnering og argumentasjon er et kjerneelement, og lærerne ligger mellom 4,00 og 4,25 (på en skala fra 1-6) når de blir spurt om den nasjonale læreplanen legger vekt på elevenes resonnement og/eller ferdigheter om bevis. I intervjuene forteller lærerne om at de mener at resonnering og bevis kunne vært mer vektlagt i målsettingen til læreplanen. Dette samsvarer med det Valenta og Enge (2020) har kommentert med at bevis ikke

nevnes eksplisitt i læreplanen og at kompetansen innenfor dette tema er overlatt til lærere og lærebokforfattere. Kompetansemålene kunne tatt for seg temaet mer og det kunne vært noe spesifikke kompetansemål å følge. Dette er noe som kan gi lærerne mer føring og mindre metodefrihet og dermed være mer en byrde enn til hjelp. Lærerne forteller at de ser denne problematikken, men mener fortsatt at læreplanen ikke er perfekt uten å spesifisere hva som ville gjort den bedre. Første prinsipp som Buchbinder og McCrone (2022) kommer med for å hjelpe lærere med undervisning av resonnering og bevis handler om nettopp det at resonnering og bevis må være en integrert del i matematikkpensumet. Her forteller lærerne at lærerplanen legger vekt på tema, men at det ikke er perfekt og første prinsipp blir derfor ikke helt fylt opp. Hvor mye en arbeider med læreplanen varierer fra skole til skole, og hvor mye en vektlegger kjerneelementene er opp til lærerne som underviser. Å innføre kompetansemål som spesifikt ser på resonnering og bevis kan føre til at lærerne har mer fokus på det, samtidig skal de nåværende kjerneelementene inngå i undervisningen om andre temaer selv om det ikke er kompetansemål som konkret omfavner dem. Skolene har hatt en viktig jobb med å sette seg inn i LK20, og jobben med det foregår hele tiden når lærerne planlegger sin undervisning. De kognitive ressursene må muligens også heves på dette området, hvor det handler om å tolke læreplanen og bruke læreplanen som et verktøy i sin planlegging. Samtidig ser vi på figur 4.7 at lærerne ikke bruker den nasjonale læreplanen noe særlig når de skal lære bort ideer knyttet til resonnering og/eller bevis. Noe som kan ha en sammenheng med at det ikke står veldig mye om det i læreplanen som de kan bruke i timene sine. Lærerne må selv finne det de skal bruke og velge selv hva innenfor resonnering og bevis de skal lære bort. Derfor er ressursene de har tilgjengelig veldig viktig for hva de vektlegger og hvordan de gjennomfører undervisningen innenfor resonnering og bevis. De fysiske, sosiale og digitale ressursene kan alle være til god hjelp innenfor tema, og det er viktig å utvikle de ressursene som lærerne bruker mest.

6. Oppsummering

6.1 Oppsummering av svar på forskningsspørsmålene

6.1.1 Forskningsspørsmål 1

Hvilke ressurser bruker norske matematikklærere til forberedelse av matematikktimer, og hvordan er disse ressursene avhengig av formålet med bruken?

Ulike formål så vi at krevde ulike ressurser. Læreboka var sentral når det kom til alle formålene, og dermed er det viktig at denne er oppdatert og følger den matematiske utviklingen i skolen både som fysisk og digital læreplan ressurs.

For oppfrisking/forbedring av kunnskap ble det brukt mye fysiske, digitale og sosiale ressurser. For å lete etter inspirasjon/ideer til matematikkundervisning brukes mye av det samme, men med større fokus på det sosiale som omhandler prat med kollegaer. Dette handler om å diskutere oppgavene og oppleggene en planlegger å bruke. Utforming av vurderinger inneholdt mye bruk av nasjonal læreplan som er naturlig med tanke på at elevene skal testes i kompetansemålene. For å finne materiell til elevene brukes det mye av både lærebøker, lærerveiledninger og online profesjonelle plattformer. Her blandes bruken av fysiske og digitale ressurser. Alle ressurser som brukes på tvers til ulike formål støtter opp det Gilje (2017) skriver om at en hybridløsning mellom digitale og fysiske ressurser kan være veien å gå.

6.1.2 Forskningsspørsmål 2

Hvilke ressurser bruker norske matematikklærere når de lærer bort ideer knyttet til resonnering og/eller bevis?

Ressursene som blir brukt mest av matematikklærere når de lærer bort ideer knyttet til resonnering og bevis er læreboka, lærerveiledning, bøker relatert til matematikk, egne materialer og online profesjonelle plattformer. Bruken av de ulike ressursene varierer noe fra skoletype og det er flest lærere på videregående som lener seg på læreboka og egne materialer når de skal undervise resonnering og bevis. Det er også lærerne med mastergrad som bruker egne materialer mest når de skal undervise resonnering og bevis. Alder på lærerne og antall år med erfaring hadde ikke noe å si med tanke på bruken av ressurser knyttet til undervisning om resonnering og bevis.

Lærerne som ble intervjuet fortalte at det enten er for lite ressurser til å lære bort ideer knyttet til resonnering og bevis, eller at de ikke har tid til å finne de ressursene som er tilgjengelig. Dette tyder på at det trengs flere ressurser lettere tilgjengelig. Ser vi på de ressursene som brukes mest er det lærebøker, både fysiske og digitale som vi trenger å forbedre. De ressursene som lærerne faktisk bruker, er de ressursene en er nødt til å utvikle.

6.1.3 Forskningsspørsmål 3

Hva kjennetegner læreres oppfatning av matematisk resonnering og bevis og deres arbeid med ressurser når de planlegger og/eller gjennomfører timer som støtter elevenes resonnering- og bevisferdigheter?

Ressursen lærerne bruker mest i arbeid med resonnering og bevis er læreboka. Typisk for lærerne når de snakker om resonnering og bevis er at de jobber mye med resonnering og mindre med bevis. Lærerne forteller at de ikke vet hvordan de skal arbeide med bevis, som kan være en faktor for hvorfor bevis har mindre fokus i lærernes undervisning enn resonnering. Det er stor enighet om viktigheten av resonnering, men de er ikke like enige om hvor viktig bevisføring er på grunnskolen. Denne uenigheten kan begrunnes med at de har ulik oppfatning av hva det vil si å arbeide med bevis. Dette er to grunner for at det er viktig å arbeide videre med defineringen av resonnering og bevis og undervisningskunnskap i matematikk (Valenta, 2015) innenfor resonnering og bevis, både innad på skoler, men også på nasjonalt nivå. Lærerne som ble intervjuet har også en definering av resonnering som gjør at de ikke nødvendigvis arbeider med deduksjon, men kun spør elevene hvorfor de har gjort det de har gjort. Det å øke undervisningskunnskapen i matematikk vil derfor også gjøre lærerne bedre rustet til å arbeide med elevenes resonnering. Valenta og Enge (2020) kom frem til at bevis ikke blir nevnt eksplisitt i læreplanen, og lærerne i vår undersøkelse er enig i at resonnering og bevis ikke blir beskrevet godt nok i læreplanen. Lærerne bruker læreplanen veldig lite når de arbeider med resonnering og bevis, og ønsker at resonnering og bevis skal komme mer tydelig inn i kompetansemålene.

Det er mange ressurser å velge mellom, og de fleste av lærerne bruker læreboka uansett formål og tema som skal undervises. Derfor er det viktig at lærebøker blir utviklet videre, både som en digital og fysisk ressurs. Videre ser vi også viktigheten av å utvikle læreres undervisningskunnskap i matematikk (Valenta, 2015) for å gi dem redskaper til å velge og tilpasse bruken av ressurser til nivået på elevene i klassen sin. Samtidig er det også en jobb å gjøre med lærernes oppfatninger og forståelse av begrepene resonnering og bevis i skolen.

6.2 Studiens begrensninger

I forskningsprosessen er det mange valg som må bli tatt, og det er ikke en selvfølge at det er de beste valgene som er tatt i denne prosessen. Forskningsprosessen vår er en del av et større prosjekt, og spørreskjema og intervju er derfor ikke i hovedsak utformet for vår oppgave.

En begrensning i prosessen kan være deltakertallene på kun 142 lærere. Flere deltakere ville gitt oss en større mulighet til å generalisere resultatene våre. Vi har flere lærere fra videregående skoler enn vi har fra barne- og ungdomsskoler som kan påvirke noen av svarene vi får, spesielt på gjennomsnittet. Sett opp mot egen utdanning skulle vi gjerne sett flere barne- og ungdomsskolelærere.

Spørsmålene som blir stilt, både på spørreskjema og intervjuene, kombinerer matematisk resonnering og bevis. Dette gjør at vi ikke får skilt (særlig i dataene fra spørreundersøkelsen) hva lærerne mener om resonnering og bevis, og kan være en svakhet dersom lærerne har veldig ulike meninger og kunnskaper om de to begrepene resonnering og bevis.

6.3 Videre forskning

Resonnering og bevis er et relativt nytt tema i læreplanen og det er fortsatt mye som kan forskes videre på. Vår studie har forhåpentligvis bidratt med en liten del av denne

forskningen innenfor feltet, men det gjenstår fortsatt mye interessant som kan undersøkes, og som er viktig å undersøke med tanke på å gi elevene best mulig læring.

Forskningen vår tar for seg karakteristikken til lærernes arbeid med ressurser innenfor resonnering og bevis. Det som kunne være interessant er å gjøre en lignende undersøkelse hvor en skiller mellom begrepene resonnering og bevis i spørsmålene som blir stilt. Dette fordi vi i intervjuene fikk vite at lærerne selv mente de hadde mye mer kontroll og kunne mer om resonnering enn de kunne om bevis. I tillegg var det også noen som mente at resonnering var viktig, men bevis var ikke like viktig i grunnskolen. Når mange av våre spørsmål handler om både resonnering og bevis, kan mange av lærerne huke av på et svar som er cirka midt på skalaen dersom de mener de har kunnskap om resonnering og at det er viktig, men kan lite om bevis og mener det ikke er så viktig. En slik undersøkelse kunne også gitt en spesifikk pekepinn på hvilke kognitive ressurser det er som må utvikles, om det er resonnering eller bevis som må ha størst fokus.

Lærebokanalyse av de nye læreverkene i skolen i dag med fokus på resonnering og bevis kan også være noe å jobbe videre med. Inneholder lærebøkene tilstrekkelig med oppgaver slik at læreren kan lage gode undervisningsopplegg?

I vår studie er det læreren sin oppfatning av sin egen undervisning og bruk av ressurser vi får svar på. Forskning som kunne gitt videre kunnskap om feltet er undersøkelser av selve undervisningssituasjonen når læreren underviser om resonnering og bevis. Hvilke ressurser blir brukt, hvordan blir disse brukt, hvordan får læreren frem elevenes resonnering etc. Samtidig kan det også være interessant å se på en undervisningssituasjon hvor fokuset ikke er på resonnering og bevis, men et annet tema for å se hvor mye resonnering det er i disse timene. De fleste lærerne svarte at de jobber med resonnering i så og si alle timene, men det kan være interessant å undersøke om dette faktisk stemmer for å se om lærerne har innsikt i sin egen undervisning.

Med tanke på at det var mange lærere som var usikre på hvordan de skulle undervise resonnering og bevis, kunne videre forskning fokusert på lærernes planleggingskompetanse innenfor tema. Her kunne en undersøkt deres planleggingskompetanse før og etter de har fått innføring i hvordan en kan arbeide med resonnering og bevis, og sett på det fra perspektivet til DTD (Trouche et al., 2020b). Her ville forskningen undersøkt hvordan lærerne bruker de ulike ressursene de har til rådighet og hvordan de endrer dem til sin bruk. I og med at dette er en viktig kompetanse i læreryrket kunne resultatene fått implikasjoner på lærerutdanning, slik at lærerstudenter hadde fått denne kompetansen før de begynner i yrket.

Referanseliste

- Adler, J. (2000). Conceptualising Resources as a Theme for Teacher Education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 205–224.
- Anastasakis, M., Robinson, C. L. & Lerman, S. (2017). Links between students' goals and their choice of educational resources in undergraduate mathematics. *Teaching Mathematics and Its Applications: An International Journal of the IMA*, 36(2), 67–80. <https://doi.org/10.1093/teamat/hrx003>
- Anker, T. (2020). *Analyse i praksis—En håndbok for masterstudenter*. Cappelen Damm.
- Archibald, M. M., Ambagtsheer, R. C., Casey, M. G. & Lawless, M. (2019). Using Zoom Videoconferencing for Qualitative Data Collection: Perceptions and Experiences of Researchers and Participants. *International Journal of Qualitative Methods*, 18, 1609406919874596. <https://doi.org/10.1177/1609406919874596>
- Bachmann, K. E. (2005). *Læreplanens differens: Formidling av læreplanen til skolepraksis*.
- Balacheff, N. (2002). *The researcher epistemology: A deadlock for educational research on proof*.
- Ball, D. L. & Bass, H. (2003). Making mathematics reasonable in school. *A research companion to principles and standards for school mathematics*, 27–44.
- Blikstad-Balas, M. & Klette, K. (2021). Hvilke læremidler bruker norsklærerne på åttende trinn? *Norsk pedagogisk tidsskrift*, 105(3), 268–281. <https://doi.org/10.18261/issn.1504-2987-2021-03-02>
- Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77–101. <https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Buchbinder, O. & McCrone, S. (2022). *Guiding principles for teaching mathematics via reasoning and proving. TWG01(06)*. <https://hal.science/hal-03746878>
- Bundy, A., Jamnik, M. & Fugard, A. (2005). What is a proof? *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 363(1835), 2377–2391. <https://doi.org/10.1098/rsta.2005.1651>
- Cai, J. & Cirillo, M. (2014). What do we know about reasoning and proving? Opportunities and missing opportunities from curriculum analyses. *International Journal of Educational Research*, 64, 132–140. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2013.10.007>
- Clark, T., Foster, L., Sloan, L. & Bryman, A. (2021). *Bryman's Social research methods* (6. utg.). Oxford University Press.
- Clements, D. H. (2003). Teaching and learning geometry. I J. Kilpatrick, D. Schifter, & M. Wayne Gary (Red.), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (s. 151–178). National Council of Teachers of Mathematics.
- Creswell, J. W. (2014). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4. utg.; International student utg.). SAGE.
- Creswell, J. W. & Creswell, J. D. (2018). *Research design: Qualitative, quantitative & mixed methods approaches* (5. utg.). Sage.
- Davis, E. A., Beyer, C., Forbes, C. T. & Stevens, S. (2011). Understanding pedagogical design capacity through teachers' narratives. *Teaching and Teacher Education*, 27(4), 797–810. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2011.01.005>
- De nasjonale forskningsetiske komiteene. (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora*. De nasjonale forskningsetiske komiteene. <https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/>
- Etnan, R. & Løhre, A. (2019). Engasjement og faglig tilfredshet i klasserommet. *Norsk pedagogisk tidsskrift*, 103(1), 16–28. <https://doi.org/10.18261/issn.1504-2987-2019-01-03>

- Gilje, Ø. (2017). *Læremidler og arbeidsformer i den digitale skolen*. Fagbokforlaget.
- Grave, I. & Pepin, B. (2015). Teachers' use of resources in and for mathematics teaching. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20(3-4), 199–222.
- Gueudet, G. & Pepin, B. (2018). Didactic Contract at the Beginning of University: A Focus on Resources and their Use. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 4(1), 56–73. <https://doi.org/10.1007/s40753-018-0069-6>
- Herbert, S., Vale, C., Bragg, L. A., Loong, E. & Widjaja, W. (2015). A framework for primary teachers' perceptions of mathematical reasoning. *International Journal of Educational Research*, 74, 26–37. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2015.09.005>
- Jeannotte, D. & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 96(1), 1–16. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8>
- Kock, Z.-J. & Pepin, B. (2019). Secondary school mathematics teachers' selection and use of resources. I U. T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen & M. Veldhuis (Red.), *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (Bd. TWG22, Nummer 16). Freudenthal Group. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02423415>
- Kunnskapsdepartementet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag*. Utdanningsdirektoratet. <https://data.udir.no/kl06/MAT1-04.pdf>
- Kunnskapsdepartementet. (2017). *Digitaliseringstrategi for grunnsopplæringen 2017–2021*. [Plan]. Regjeringen.no; [regjeringen.no. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/framtid-fornyelse-og-digitalisering/id2568347/](https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/framtid-fornyelse-og-digitalisering/id2568347/)
- Kunnskapsdepartementet. (2019). *Kjerneelementer—Læreplan i matematikk 1.–10. Trinn (MAT01-05)*. Utdanningsdirektoratet. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer>
- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). Det kvalitative forskningsintervju. I T. M. Anderssen & J. Rygge (Overs.), *Norbok* (3. utg.). Gyldendal akademisk. https://urn.nb.no/URN:NBN:no-nb_digibok_2018091205061
- Kvithyld, T. (2019). Hva skjer når lærere benytter pedagogiske ressurser anbefalt av utdanningsmyndighetene? - En komparativ kasusstudie av hvordan to lærere iscenesetter en pedagogisk ressurs utviklet til «Ungdomstrinn i utvikling». *Nordic Journal of Literacy Research*, 5(1), Artikkel 1. <https://doi.org/10.23865/njlr.v5.1431>
- Maoto, S., Masha, K. & Mokwana, L. (2018). Teachers' learning and assessing of mathematical processes with emphasis on representations, reasoning and proof. *Pythagoras*, 39(1), Artikkel 1. <https://doi.org/10.4102/pythagoras.v39i1.373>
- Mason, J. (2008). Making use of children's powers to produce algebraic thinking. *Algebra In the Early Grades*, 57–94.
- Meld. St. 28 (2015–2016). (2016). *Fag—Fordypning—Forståelse—En fornyelse av Kunnskapsløftet*. Kunnskapsdepartementet. <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-28-20152016/id2483955/>
- Moje, B. E., Stockdill, D., Kim, K. & Kim, H. (2011). The Role of Text in Disciplinary Learning. I M. L. Kamil, P. D. Pearson, B. E. Moje & P. P. Afflerbach (Red.), *Handbook of Reading Research, Volume IV: Bd. IV*. Routledge. <https://web.s.ebscohost.com/ehost/ebookviewer/ebook/bmxIYmtfXzM0MzAwOF9fQU41?sid=b1448c47-bfcd-4731-be78-717f1598a962@redis&vid=0&format=EB&rid=1>
- NTNU. (2021). *Sikker sending og mottak av filer og dokumenter—Kunnskapsbasen—NTNU*. Kunnskapsbasen. <https://i.ntnu.no/wiki/>

- /wiki/Norsk/Sikker+sending+og+mottak+av+filer+og+dokumenter
- Pepin, B. & Gueudet, G. (2018). Curriculum Resources and Textbooks in Mathematics Education. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 1–5). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9_40-7
- Pepin, B., Gueudet, G. & Trouche, L. (2013). Re-sourcing teachers' work and interactions: A collective perspective on resources, their use and transformation. *ZDM*, 45(7), 929–943. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0534-2>
- Pepin, B., Gueudet, G. & Trouche, L. (2017). Refining teacher design capacity: Mathematics teachers' interactions with digital curriculum resources. *ZDM*, 49(5), 799–812. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0870-8>
- Pepin, B. & Kock, Z. (2021). Students' Use of Resources in a Challenge-Based Learning Context Involving Mathematics. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 7(2), 306–327. <https://doi.org/10.1007/s40753-021-00136-x>
- Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm.
- Postholm, M. B. & Moen, T. (2018). *Forsknings- og utviklingsarbeid i skolen* (2. utg.). Universitetsforlaget.
- Postholm, M. B., Nilssen, V. L. & Moen, T. (2005). *Kvalitative forskere i teori og praksis*. Tapir.
- Reid, D. A. (2005). The meaning of proof in mathematics education. *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 458–468.
- Remillard, J. T. (2005). Examining Key Concepts in Research on Teachers' Use of Mathematics Curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211–246.
- Ringdal, K. (2013). *Enhet og mangfold: Samfunnsvitenskapelig forskning og kvantitativ metode* (3. utg.). Fagbokforlaget.
- Rødne, K. A. & de Lange, T. (2012). *Læreres bruk av og erfaringer med veiledninger til læreplaner for fag og veiledning i lokalt arbeid med læreplaner*. <https://www.udir.no/globalassets/filer/tall-og-forskning/forskningsrapporter/lareres-bruk-av-og-erfaringer-med-veiledninger-til-lareplaner-for-fag-og-veiledning-i-lokalt-arbeid-med-lareplaner.pdf>
- Shenton, A. K. (2004). Strategies for ensuring trustworthiness in qualitative research projects. *Education for Information*, 22(2), 63–75. <https://doi.org/10.3233/EFI-2004-22201>
- Stylianides, A. J. (2007). Proof and Proving in School Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 289–321.
- Stylianides, G. J. (2008). An Analytic Framework of Reasoning-and-Proving. *For the Learning of Mathematics*, 28(1), 9–16.
- Stylianides, G. J. (2009). Reasoning-and-Proving in School Mathematics Textbooks. *Mathematical Thinking and Learning*, 11(4), 258–288. <https://doi.org/10.1080/10986060903253954>
- Stylianides, G. J., Stylianides, A. J. & Shilling-Traina, L. N. (2013). PROSPECTIVE TEACHERS' CHALLENGES IN TEACHING REASONING-AND-PROVING. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 11(6), 1463–1490. <https://doi.org/10.1007/s10763-013-9409-9>
- Stylianou, D. A., Blanton, M. L. & Knuth, E. J. (Red.). (2010). *Teaching and Learning Proof Across the Grades*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203882009>
- Trouche, L., Gueudet, G. & Pepin, B. (2020a). Documentational Approach to Didactics. I S.

- Lerman (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 1–11). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9_100011-1
- Trouche, L., Gueudet, G., Pepin, B., Kohanová, I., Gjøvik, Ø. & Sikko, S. A. (2020b). Dokumenteringstilnærmingen til didaktikk. *DAD-Multilingual*. https://www.academia.edu/43732135/Dokumenteringstiln%C3%A6rmingen_til_didaktikk
- Valenta, A. (2015). Matematikklærerkompetanse. *Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen*. <https://www.matematikk-senteret.no/sites/default/files/attachments/page/Valenta%20Matematikk%C3%A6rerkompetanse.pdf>
- Valenta, A. & Enge, O. (2020). Bevisrelaterte kompetanser i læreplanen LK20 for matematikk i grunnskolen. *Acta Didactica Norden*, 14(3). <https://doi.org/10.5617/adno.8195>

Vedlegg

Vedlegg 1: E-post sendt ut til de ulike rektorene i Norge

Vedlegg 2: Spørreundersøkelsen

Vedlegg 3: Intervjuguide

Vedlegg 4: E-posten til lærerne som la igjen e-postadressen sin

Vedlegg 5: Samtykkeskjema for spørreundersøkelse

Vedlegg 6: Samskrivingsdokument

Vedlegg 1: E-posten sendt ut til de ulike rektorene i Norge.

Kjære [rektor av skolen],

Vi er forskere ved Institutt for lærerutdanning, NTNU, Trondheim og vi sender deg en spørreundersøkelse som er en del av et stort europeisk Horisont 2020-prosjekt som heter "Enhancement of Research Excellence in Mathematics Teacher Knowledge" (akronym MaTeK, <https://www.projectmatek.eu/>). NTNU er en av fem samarbeidende partnere i dette prosjektet. De andre er Universitetet i Palermo (Italia), Karlsuniversitetet i Praha (Tsjekkia), Midtøstens tekniske universitet i Ankara (Tyrkia) og Comeniusuniversitetet i Bratislava (Slovakia).

Det viktigste forskningsspørsmålet i MaTeK-prosjektet er «Hvordan kan matematikklærerstudenters evne til å designe undervisning som legger til rette for resonnering og bevis forbedres?» For å svare på dette forskningsspørsmålet har vi identifisert flere faser i forskningen, og en av dem er en analyse av «Kontekst og behov». I denne fasen ønsker vi å lære om matematikklæreres bruk av ressurser for planlegging og gjennomføring av matematikktimene sine (hvilke lærebøker, nettsider, digitale plattformer, andre bøker/tidsskrift, sosiale medier og lignende bruker de, hvor ofte og hvorfor). Dette vil gi oss et klart bilde av deres praksis. Data samlet inn i denne fasen (gjennom spørreundersøkelsen) vil brukes i en internasjonal komparativ studie, og resultat fra denne studien vil brukes til å forberede fremtidige matematikklærere ved de fem europeiske universitetene som er partnere i MaTeK-prosjektet.

For å få et sant bilde av norske matematikklæreres bruk av ressurser, og for å få troverdige og gyldige forskningsresultater, trenger vi så mange svar som mulig. Vi er klar over at lærere er travle, men vi håper at du allikevel kan dele spørreundersøkelsen med matematikklærere ved din skole og spørre dem pent om de kan fylle den ut. Det vil ta omtrent 15 minutter å svare på spørreundersøkelsen.

Her er lenken til spørreundersøkelsen:
<https://dotaznik.pedf.cuni.cz/index.php/335895?lang=nb>

Tusen takk for hjelpen!

Vennlig hilsen,

Iveta Kohanová

Førsteamanuensis – Associate Professor in Mathematics Education | Department of Teacher Education | Norwegian University of Science and Technology (NTNU) | Gunnerus Gate 1 (G408) | 7491 Trondheim, Norway | +47 734 12 883 |

iveta.kohanova@ntnu.no | [Web](#)



Matematikklærernes bruk av undervisningsressurser

Kjære matematikklærer,

Institutt for lærerutdanning på NTNU driver internasjonal forskning på matematikklæreres bruk av undervisningsressurser for å forberede og gjennomføre undervisningsøktene sine og på deres

forestillinger knyttet til resonnement og/eller bevis. Vi vil sette pris på om du vil delta i studien ved å fylle ut undersøkelsen. Undersøkelsen omfatter tre deler. I første del vil det være spørsmål knyttet til din bruk av undervisningsressurser. I andre del vil det være spørsmål knyttet til resonnement og/eller bevis. Den siste delen omfatter demografiske spørsmål som alder, erfaring osv. Resultatene av spørreskjemaet vil bli behandlet anonymt.

Undersøkelsen tar opptil 15 minutter å fullføre.

Du kan oppgi e-postadressen din på slutten av dette spørreskjemaet hvis du er villig til å delta i et intervju over Internett.

For mer informasjon kan du gå til <https://www.projectmatek.eu/matek-research/surveyinformation/norwegianinfo/> (<https://www.projectmatek.eu/matek-research/survey-information/>) Takk for din deltagelse.

Iveta Kohanová

lokal koordinator for MaTeK (<https://www.projectmatek.eu/>)-prosjektet

Institutt for lærerutdanning, NTNU, Trondheim

Jeg godtar å delta i forskningsstudien. Jeg forstår formålet med og arten av denne studien, og jeg deltar frivillig. Jeg forstår at jeg kan trekke meg fra studiet når som helst. Ved å klikke på **Neste** godtar du å delta i denne undersøkelsen under vilkårene som er skissert ovenfor eller i dette (mer detaljerte) **samtykkebrevet** (/upload/surveys/335895/files/information_letter_Consent_update_master%20students.pdf).

Det er 29 spørsmål i undersøkelsen.

Undervisningsressursbruk i matematikktimene

Denne delen vil inneholde spørsmål om din bruk av undervisningsressurser i matematikktimene.

Hvor ofte bruker du følgende ressurser når du **forbereder** matematikktimene? *

Hvilke(n) av følgende ressurser bruker du for å **oppfriske eller forbedre** dine personlige kunnskaper i matematikk?

*

Velg alternativene som passer Vennligst velg alle som passer:

- Nasjonal læreplan
- Lærebøker
- Lærerveiledninger eller lærerutgaver av lærebøker
- Bøker relatert til matematikk eller undervisning i matematikk, annet enn lærebøker
- Konsultasjon med matematikklærerne på skolen min
- Egne materialer som jeg har utarbeidet tidligere
- Online databaser eller nettsteder for deling av ressurser laget av lærere (f. eks. malimo.no, undervisningsmetoder.com, teacherspayteachers.com)
- Fagtidsskrifter for undervisning i matematikk (f.eks. Tangenten)
- Sosiale medier (f.eks. Facebook- eller Twitter-grupper av matematikklærere)
- Online videoplattformer (f.eks. YouTube, Khan Academy)
- Online profesjonelle plattformer/biblioteker for matematikk eller undervisning i matematikk (f.eks. matematikksenteret.no, matematikk.org, skolestudio.no)
- Generelle informasjonsnettsteder (f.eks. Wikipedia, blogger)
- Digitale matematikkapper/virtuelle manipulasjoner (f.eks. Wolframalpha, Dragonbox, GeoGebra)
- Bildeøkemotorer eller bildebibliotek på Internett
- Annet:
-

Hvilke(n) av følgende ressurser bruker du for å **lete etter inspirasjon eller ideer** til matematikkundervisning?

*

Velg alternativene som passer Vennligst velg

alle som passer:

- Nasjonal læreplan
- Lærebøker
- Lærerveiledninger eller lærerutgaver av lærebøker
- Bøker relatert til matematikk eller undervisning i matematikk, annet enn lærebøker
- Konsultasjon med matematikklærerne på skolen min
- Egne materialer som jeg har utarbeidet tidligere
- Online databaser eller nettsteder for deling av ressurser laget av lærere (f. eks. malimo.no, undervisningsmetoder.com, teacherspayteachers.com)
- Fagtidsskrifter for undervisning i matematikk (f.eks. Tangenten)
- Sosiale medier (f.eks. Facebook- eller Twitter-grupper av matematikklærere)
- Online videoplattformer (f.eks. YouTube, Khan Academy)
- Online profesjonelle plattformer/biblioteker for matematikk eller undervisning i matematikk (f.eks. matematikksenteret.no, matematikk.org, skolestudio.no)
- Generelle informasjonsnettsteder (f.eks. Wikipedia, blogger)
- Digitale matematikkapper/virtuelle manipulasjoner (f.eks. Wolframalpha, Dragonbox, GeoGebra)
- Billesøkemotorer eller bildebibliotek på Internett
- Annet:
-

Hvilke(n) av følgende ressurser bruker du til å **utarbeide forskjellige former for vurderinger** (f. eks. prøver, prosjekter, presentasjoner, osv)? *

Velg alternativene som passer Vennligst velg

alle som passer:

- Nasjonal læreplan
- Lærebøker
- Lærerveiledninger eller lærerutgaver av lærebøker
- Bøker relatert til matematikk eller undervisning i matematikk, annet enn lærebøker
- Konsultasjon med matematikklærerne på skolen min
- Egne materialer som jeg har utarbeidet tidligere
- Online databaser eller nettsteder for deling av ressurser laget av lærere (f. eks. malimo.no, undervisningsmetoder.com, teacherspayteachers.com)
- Fagtidsskrifter for undervisning i matematikk (f.eks. Tangenten)
- Sosiale medier (f.eks. Facebook- eller Twitter-grupper av matematikklærere)
- Online videoplattformer (f.eks. YouTube, Khan Academy)
- Online profesjonelle plattformer/biblioteker for matematikk eller undervisning i matematikk (f.eks. matematikksenteret.no, matematikk.org, skolestudio.no)
- Generelle informasjonsnettsteder (f.eks. Wikipedia, blogger)
- Digitale matematikkapper/virtuelle manipulasjoner (f.eks. Wolframalpha, Dragonbox, GeoGebra)
- Bildeøkemotorer eller bildebibliotek på Internett
- Annet:
-

Hvilke(n) av de følgende ressursene bruker du for å finne materiell som du kan dele ut til elevene i klassen (f. eks. arbeidsark)? *

Velg alternativene som passer Vennligst velg

alle som passer:

- Nasjonal læreplan
- Lærebøker
- Lærerveiledninger eller lærerutgaver av lærebøker
- Bøker relatert til matematikk eller undervisning i matematikk, annet enn lærebøker
- Konsultasjon med matematikklærerne på skolen min
- Egne materialer som jeg har utarbeidet tidligere
- Online databaser eller nettsteder for deling av ressurser laget av lærere (f. eks. malimo.no, undervisningsmetoder.com, teacherspayteachers.com)
- Fagtidsskrifter for undervisning i matematikk (f.eks. Tangenten)
- Sosiale medier (f.eks. Facebook- eller Twitter-grupper av matematikklærere)
- Online videoplattformer (f.eks. YouTube, Khan Academy)
- Online profesjonelle plattformer/biblioteker for matematikk eller undervisning i matematikk (f.eks. matematikksenteret.no, matematikk.org, skolestudio.no)
- Generelle informasjonsnettsteder (f.eks. Wikipedia, blogger)
- Digitale matematikkapper/virtuelle manipulasjoner (f.eks. Wolframalpha, Dragonbox, GeoGebra)
- Bildeøkemotorer eller bildebibliotek på Internett
- Annet:
-

Hvis du bruker undervisningsressurser for andre formål fire i de foregående spørsmål, vennligst skriv disse

Vennligst skriv her:

I hvilken grad endret COVID 19-situasjonen hvordan du brukte ressursene og hvordan du bruker dem nå?

Velg ett av alternativene Velg kun en av følgende:

- 1 (Ikke i det hele tatt)
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6 (En god del)

På hvilke endret COVID 19-situasjonen hvordan du ressursene og hvordan du bruker dem nå? Vennligst

Svar kun nå dette hvis følgende betingelser er oppfylt:

Svaret var '6' (En god del) eller '5' eller '4' eller '3' eller '2' ved spørsmål 17 (I hvilken grad endret COVID 19-situasjonen hvordan du brukte ressursene og hvordan du bruker dem nå?)

Vennligst skriv her:

Forestillinger om resonnement og/eller bevis

Denne delen vil inkludere spørsmål om dine forestillinger om resonnement og/eller bevis (hvis dette er aktuelt for ditt klassetrinn) og om bruk av ressurser angående resonnement og/eller bevis.

Hva betyr resonnement og/eller bevis for deg i matematikkundervisning? **Forklar med et eksempel**

Vennligst skriv her:

Etter min mening bør resonnement (og for passende klassetrinn, bevis) være en vesentlig del av matematikkundervisning og læring.

Velg ett av alternativene Velg kun en av følgende:

- 1 (Helt uenig)
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6 (Helt enig)

Den nasjonale læreplanen legger tilstrekkelig vekt på elevenes resonnement og/eller ferdigheter om bevis. (Hopp over dette spørsmålet hvis du ikke er kjent med læreplanen.)

Velg ett av alternativene Velg kun en av følgende:

- 1 (Helt uenig)
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6 (Helt enig)

Jeg vet hvordan jeg kan forbedre elevenes resonnement og/eller ferdigheter om bevis i mine matematikktimer.

Velg ett av alternativene Velg kun en av følgende:

- 1 (Helt uenig)
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6 (Helt enig)

Marker de temaene som er del av læreplanen **din** (de temaene du vanligvis underviser i)

*

Velg alternativene som passer Vennligst velg alle som passer:

- Geometri og måling
- Tall
- Algebra
- Sannsynlighet og statistikk
- Funksjoner

I timene dine om emnene nedenfor, hvor ofte inkluderer du aktiviteter om resonnement og/eller bevis? *

Vennligst velg passende besvarelse til hvert alternativ:

Svar kun på dette spørsmålet for de valgene du krysset for i spørsmål c45 ('Marker de temaene som er del av læreplanen din (de temaene du vanligvis underviser i)')

Svar kun på dette spørsmålet for de valgene du ikke krysset for i spørsmål c45 ('Marker de temaene som er del av læreplanen din (de temaene du vanligvis underviser i)')

	1 Ikke i det hele tatt	2 Noen ganger	3 Vanligvis	4 Alltid
Geometri og måling	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Tall	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Algebra	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Sannsynlighet og statistikk	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Funksjoner	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Hvilke(n) av følgende ressurser bruker du vanligvis til å lære bort ideer knyttet til **resonnement og/eller bevis**?

Velg alternativene som passer Vennligst velg

alle som passer:

- Nasjonal læreplan
- Lærebøker
- Lærerveiledninger eller lærerutgaver av lærebøker
- Bøker relatert til matematikk eller undervisning i matematikk, annet enn lærebøker
- Konsultasjon med matematikklærerne på skolen min
- Egne materialer som jeg har utarbeidet tidligere
- Online databaser eller nettsteder for deling av ressurser laget av lærere (f. eks. malimo.no, undervisningsmetoder.com, teacherspayteachers.com)
- Fagtidsskrifter for undervisning i matematikk (f.eks. Tangenten)
- Sosiale medier (f.eks. Facebook- eller Twitter-grupper av matematikklærere)
- Online videoplattformer (f.eks. YouTube, Khan Academy)
- Online profesjonelle plattformer/biblioteker for matematikk eller undervisning i matematikk (f.eks. matematikksenteret.no, matematikk.org, skolestudio.no)
- Generelle informasjonsnettsteder (f.eks. Wikipedia, blogger)
- Digitale matematikkapper/virtuelle manipulasjoner (f.eks. Wolframalpha, Dragonbox, GeoGebra)
- Bildeøkemotorer eller bildebibliotek på Internett
- Annet:
-

Demografiske spørsmål

Denne delen vil inkludere demografiske spørsmål som alder, erfaring osv.

Hvilket fylke liker skolen du jobber ved i?

Vennligst skriv her:

Hvor gammel er du?

Velg ett av alternativene Velg kun en av følgende:

- Under 25
- 25-29
- 30-39
- 40-49
- 50-59
- 60+

Hvilket kjønn er du?

Velg ett av alternativene Velg kun en av følgende:

- Kvinne
- Mann
- Foretrekker å ikke svare

Hva er den høyeste graden av utdanning du har fullført?

Velg ett av alternativene Velg kun en av følgende:

- Videregående opplæring
- Bachelorgrad
- Mastergrad
- Ph.D.

Vennligst oppgi klassetrinn(ene) du underviser i matematikk dette studieåret (2021-22):

Velg alternativene som passer Vennligst velg alle som passer:

- 1. trinn på barneskole
- 2. trinn på barneskole
- 3. trinn på barneskole
- 4. trinn på barneskole
- 5. trinn på barneskole
- 6. trinn på barneskole
- 7. trinn på barneskole
- 8. trinn på ungdomsskole
- 9. trinn på ungdomsskole
- 10. trinn på ungdomsskole
- 1. klasse på videregående skole
- 2. klasse på videregående skole
- 3. klasse på videregående skole
- Annet:

Hvilke klassetrinn har du undervist i matematikk i din tidligere lærerkarriere?

Velg alternativene som passer Vennligst velg alle som passer:

- 1. trinn på barneskole
- 2. trinn på barneskole
- 3. trinn på barneskole
- 4. trinn på barneskole
- 5. trinn på barneskole
- 6. trinn på barneskole
- 7. trinn på barneskole
- 8. trinn på ungdomsskole
- 9. trinn på ungdomsskole
- 10. trinn på ungdomsskole
- 1. klasse på videregående skole
- 2. klasse på videregående skole
- 3. klasse på videregående skole
- Annet:

Hvor lenge har du jobbet som lærer?

Velg ett av alternativene Velg kun en av følgende:

- Dette er mitt første år.
- 2-5 år
- 6-10 år
- 11-15 år
- 16-20 år
- Mer enn 20 år

Hvor mange år har du undervist i **matematikk**?

Velg ett av alternativene Velg kun en av følgende:

- Dette er mitt første år.
- 2 - 5 år
- 6 - 10 år
- 11 - 15 år
- 16 - 20 år
- Mer enn 20 år

Hvilken skoletype jobber du på?

Velg alternativene som passer Vennligst velg alle som passer:

- Offentlig skole
- Privatskole

Hva er skoletypen du jobber på? (f. eks. barneskole, unadomsskole, videregående skole....)

Vennligst skriv her:

Underviser du i **andre** fag enn matematikk? *

Velg ett av alternativene Velg kun en av følgende:

- Ja
 Nei

Hvilke(t) fag underviser du i **annet** enn matematikk? *

Svar kun på dette hvis følgende betingelser er oppfylt:

Svaret var 'Ja' ved spørsmål '26 [e7]' (Underviser du i andre fag enn matematikk?)

Velg alternativene som passer Vennligst velg alle som passer:

- Realfag (f. eks. naturfag, fysikk, kjemi, biologi, teknologi)
- Samfunnsfag, språk og økonomi (f. eks. språk, historie, geografi, religion og etikk, KRLE) Praktisk-estetiske fag (f. eks. kroppsøving, kunst og håndverk, mat og helse, musikk)
- Annet:
-

Du har nådd slutten av dette spørreskjemaet. Tusen takk for samarbeidet! Vi ønsker å intervju en rekke lærere basert på resultatene fra spørreskjemaet. Hvis du er villig til å delta i et nettintervju ber vi deg legge igjen e-postadressen din her.

Du kan oppgi e-postadressen din hvis du er villig til å nettintervju

Vennligst skriv her:

Er det noe annet du vil gjerne dele med oss? I så fall, skriv det

Vennligst skriv her

Du har nådd slutten av dette spørreskjemaet. Tusen takk for samarbeidet!

11.9.2022 – 20:25

Send undersøkelse.

Takk for at du besvarte undersøkelsen.

Vedlegg 3: Intervjuguide

* Vi bør forklare i begynnelsen av intervjuet hva vi mener med ressurser
Fysiske: Bøker, lærerveiledninger og så videre
Digitale: Apper, nettsider og så videre
Sosiale: Samtaler og samarbeid med andre lærere, både fysisk og i digitale grupper

Del 2: Forberedelse til undervisning, og resonnement/bevis

1. Du skal undervise en time i ditt favoritttema.
 - a. Hvordan forbereder du deg til timen? [Hva er tema?]
 - b. Hvordan bruker du ressurser til å forberede denne timen?
 - c. I denne timen, er det muligheter for resonnement og/eller bevis? Hvis ja, hvor? Hvordan?
 - d. Hvordan vil du stimulere elevene til å begynne å resonnerer og/eller bevise?
 - i. Hvilke aktiviteter vil du forberede for dette formålet?
 - ii. Hvilke spørsmål vil du stille? (Gi et eksempel)
 - e. Hva slags ressurser vil du bruke for å gjøre det? [For resonnement og bevis]
2. Hvor ofte jobber du med elevene sine resonnement- eller bevisferdigheter?
3. Finnes det nok ressurser til å undervise i resonnement og bevis? Har du tilgang til dem?
 - a. Hva med lærebøker? Synes du de er gode nok til å undervise i resonnement og/eller bevis i timene dine, som beskrevet i læreplanen? Hvorfor?
4. Vi spurte deg i undersøkelsen om dine meninger om resonnement og bevis. Kan du utdype mer?

Etter min mening bør resonnement (og for passende klassetrinn, bevis) være en vesentlig del av matematikkundervisning og -læring.

Svar var [x] (skala 1-6)

Den nasjonale læreplanen legger tilstrekkelig vekt på elevenes resonnement og/eller ferdigheter om bevis.

Svar var [x] (skala 1-6)

Jeg vet hvordan jeg kan forbedre elevenes resonnement og/eller ferdigheter om bevis i mine matematikktimer.

Svar var [x] (skala 1-6)

5. Har du noe å tilføye? Har du et spørsmål til oss?

Vedlegg 4: E-posten til lærerne som la igjen e-postadressen sin

«Kjære lærer. Tusen takk for at du fylte ut spørreundersøkelsen om matematikklæreres bruk av ressurser knytta til MaTeK-prosjektet (<https://www.projectmatek.eu/>). I spørreundersøkelsen ga du oss e-post-adressen din, noe som indikerer at du er villig til å bli intervjuet av oss.

Dersom du fortsatt er villig til å delta i et digitalt intervju, så gir denne e-posten deg litt mer informasjon om intervjuet, i tillegg til informasjon om hvordan vi vil behandle data fra intervjuet.

I intervjuet vil vi snakke om dine svar på spørreundersøkelsen og spørre om utdypende detaljer om din bruk av ressurser. Intervjuet bør ta omkring en time. Det vil bli gjennomført i Zoom, vi vil sende en lenke til Zoom et par dager før intervjuet. Vi vil ta video-opptak av intervjuet, det vil hjelpe oss med å transkribere diskusjonen. Vi vil anonymisere transkripsjonen slik at ingen vil kunne identifisere deg. Etter at transkripsjonen er ferdig, vil vi slette opptaket av intervjuet. Dataene vil bli brukt i en internasjonal komparativ studie på matematikklæreres bruk av ressurser og i to studenters masteroppgave ved Institutt for lærerutdanning ved NTNU. Masteroppgaven vil kun fokusere på, og analysere svar fra, norske lærere.

Du kan (når som helst) spørre den norske prosjekt-koordinatoren (iveta.kohanova@ntnu.no) om å få en kopi av dine personlige data. Dersom du sender en slik forespørsel, vil den bli behandlet av prosjekt-koordinatoren og du vil motta en kopi av dine personlige data. Dersom du bestemmer at dine data bør bli slettet eller endret må du varsle prosjekt-koordinatoren. Etter en slik forespørsel vil dataene umiddelbart bli korrigert eller slettet.

.Vi håper vilkårene er tydelige, og at du fortsatt er villig til å delta i intervjuet.»

Vedlegg 5: Samtykkeskjema for spørreundersøkelsen

Are you interested in taking part in the research project

“Mathematics teachers’ use of resources”?

This is an inquiry about participation in a research project where the main purpose is to compare mathematics teachers’ use of resources in five European countries, with special focus on resources used for preparation of mathematics lessons and conceptions of teachers about reasoning and proof. In this letter we will give you information about the purpose of the project and what your participation will involve.

Purpose of the project

The NTNU conducts international research into the use of resources by mathematics teachers to prepare and implement their lessons and conceptions about reasoning and/or proving. This study is part of an EU Horizon 2020 project called “Enhancement of Research Excellence in Mathematics Teacher Knowledge” (acronym MaTeK, <https://www.projectmatek.eu/>) in which five European universities are cooperating. The main research question of the MaTeK project is “*How can preservice mathematics teachers’ design capacity in terms of reasoning and proof be enhanced?*”. In order to answer this research question, we have identified several research phases and one of them is Context & Needs analysis. Within this phase we want to learn about in-service mathematics teachers’ use of resources, which will give us a clear picture about practice. The data collected in this phase (through a survey) will be used in an international comparative study and results of this study will be used in preparation of future mathematics teachers at five European universities who are partners in the MaTeK project. The collected data will be also used in a master thesis of two NTNU students (preservice mathematics teachers), who will only focus on responses from teachers from Norway.

Who is responsible for the research project?

Department of Teacher Education, NTNU is the institution responsible for the MaTeK project in Norway, Iveta Kohanová is the local project leader.

Other partners of the project are:

Comenius University in Bratislava, Slovakia

Charles University in Prague, Czech Republic

University of Palermo, Italy

Middle East Technical University in Ankara, Turkey

Why are you being asked to participate?

In order to get a truth picture about Norwegian mathematics teachers' use of resources, and to make our research valid, we need to receive as many answers as possible. That's why we are sharing this survey on social medias, and we have also asked principals of primary and secondary schools in Norway to share the survey with mathematics teachers at their schools.

What does participation involve for you?

The data is collected by the following methods

- An online survey
- An online individual interview (respondents of the online survey can decide to leave us their email address if they are willing to share details on their use of resources with us. We will contact them by an email and agree on date and time of the online interview through Zoom.) **Participation is voluntary**

Participation in the project is voluntary. If you chose to participate, you can withdraw your consent at any time without giving a reason. It is enough to inform the project leader to withdraw from the study by sending her an email (iveta.kohanova@ntnu.no). All your personal information will then be deleted. However, we do not assume that we will be able to identify any person based on his/her survey answers. Anyway, if this should be the case, all personal information will be made anonymous and on request deleted.

There will be no negative consequences for you if you chose not to participate or later decide to withdraw.

Each participant can also ask the project leader (iveta.kohanova@ntnu.no) to receive a copy of their personal data. If a participant makes such a request, it will be complied with by the project leader, and the participant will receive a copy of their personal data. If a participant wants the data deleted or corrected, they notify the project coordinator. Upon such requests, the data is immediately corrected or deleted.

Your personal privacy – how we will store and use your personal data

We will only use your personal data for the purpose(s) specified in this information letter. We will process your personal data confidentially and in accordance with data protection legislation (the General Data Protection Regulation and Personal Data Act).

- *The project leader (Iveta Kohanova), her NTNU colleagues Siri-Malen Høyenes and Melih Turgut and two master students Sara Asakskogen and Stian Abel Andreassen will have access to personal data (if this should be the case).*
- *We (the five people mentioned above) will replace your name with a code (in case of the interview) and anonymize all personal information which might appear in the survey or interview. We will store the data on a research server, locked away/encrypted, etc.*

Participants will not be recognizable in publications, as we only provide general information of the participants such as gender and teaching experiences.

What will happen to your personal data at the end of the research project?

The project is scheduled to end on 31. December 2023. Latest by the end of the project, all collected data will be made anonymous and will be stored and used in anonymized form and maybe used in the future academic research reports and journal articles.

Your rights

So long as you can be identified in the collected data, you have the right to:

- access the personal data that is being processed about you
- request that your personal data is deleted
- request that incorrect personal data about you is corrected/rectified
- receive a copy of your personal data (data portability), and
- send a complaint to the Data Protection Officer or The Norwegian Data Protection Authority regarding the processing of your personal data

What gives us the right to process your personal data?

We will process your personal data based on your consent.

Based on an agreement with *NTNU, Department of Teacher Education*, Data Protection Services has assessed that the processing of personal data in this project is in accordance with data protection legislation.

Where can I find out more?

If you have questions about the project, or want to exercise your rights, contact:

- Department of Teacher Education, NTNU via Iveta Kohanová, by email: iveta.kohanova@ntnu.no
- Our Data Protection Officer: Thomas Helgesen, by email: (thomas.helgesen@ntnu.no) or by telephone: +47 93079038.
- Data Protection Services, by email: (personverntjenester@sikt.no) or by telephone: +47 53 21 15 00.

Yours sincerely,

Iveta Kohanová

Project Leader

Consent form

I have received and understood information about the project *Mathematics teachers' use of resources* and have been given the opportunity to ask questions. I give consent:

- to participate in the project's online survey and to permit the use of information that I provide in this survey,
- to participate in the project's online personal interview and to permit the use of my thoughts that I provide in this video recorded interview.

I give consent for my personal data to be processed until the end date of the project, which is 31.12.2023.

(Signed by participant, date)

Vedlegg 6: Samskrivingsdokument

Som nevnt i forordet har vi fra tidligere i studiet arbeidet mye sammen både på oppgaver og eksamen. Dette har ført til at vi kjenner hverandres arbeidsmåter godt, og vet at vi jobber godt og effektivt sammen.

Da vi allerede i april 2022 ble en del av MaTeK-prosjektet hadde vi god tid på planleggingen og gjennomføringen for oss begynte allerede i mai 2022. Her deltok vi som observatører på hver av våre intervjuer, som vi senere transkriberte. Transkripsjonene delte vi mellom oss, slik at vi tok fem intervjuer hver (ni intervjuer + pilotintervju). I løpet av høstsemesteret 2022 opprettet vi en mappe hvor vi la inn dokumenter for hvert hovedkapittel, med tilhørende punktliste om det vi trodde vi kom til å skrive om. Punktlistene ble oppdatert i løpet av semesteret vi hadde faget vitenskapsteori og metode, samtidig som vi fikk mer innsikt i hva vi skulle skrive om på masteren. Helt på starten av 2023 lagde vi en plan på når de ulike delene av masteren skulle leveres til veiledning, og en oversikt over hva som skulle jobbes med de nærmeste ukene. På denne måten hadde vi tidsfrister vi måtte rekke med tanke på hvert kapittel vi skrev, og fikk dermed kontroll på at vi skulle komme i mål med oppgaven før fristen. Tidsfristene har også gitt oss tid til å revidere, samtidig har det gjort at vi har arbeidet effektivt når vi har jobbet sammen.

Lesing av artikler ble fordelt likt, og når vi hadde bestemt oss for det teoretiske rammeverket vi skulle bruke, måtte begge sette seg godt inn i det. Arbeidet med oppgaven har vi fordelt likt, hvor vi har skrevet på ulike deler innenfor et hovedtema for så å sette det sammen etterpå. Begge analyserte arbeidet hver for seg, for å sjekke at vi fikk de samme svarene og diskuterte etterpå hvilke koder som skulle brukes, og hvilken data som skulle presenteres. Etter at oppgaven var skrevet ferdig og sett over, satte vi oss sammen for å gå over at de formelle kravene for dokumentet var infridd.

Etter som vi fra før hadde arbeidet mye sammen på de ulike emnene på studiet, var vi begge kjent med hverandres arbeidsmåter og forventningene vi hadde til hverandre. Vi var også fra start av kjent med hverandres styrker og svakheter når det kom til skriving av større oppgaver. Dette har vi brukt så godt vi har kunnet, og samtidig involvert oss så mye som mulig i alle deler. På denne måten har vi kunne diskutert ulike hinder og gitt hverandre tilbakemeldinger underveis i prosessen. På grunn av vår blandede metode, har vi også etter ferdigheter delt litt generelt inn i hvert vårt ansvarsområde. En har hatt hovedfokuset på den kvantitative analysen, mens den andre har fokusert på den kvalitative analysen. Vi har lest hverandres deles og revidert hverandres deler slik at vi endte med en sammenhengende masteroppgave som ikke repeterte seg selv i de ulike delene.

