Kristin Hosar
Lars Terje Stornes

Skriving i matematikk i et klasserom der det benyttes et digitalt læreverk

En undersøkelse av hva som kjennetegner en gruppe ungdomsskoleelevers skriving når forskjellige oppgavetyper besvares digitalt, sammenliknet med når de samme oppgavene besvares på papir.

Masteroppgave i Master lærerspesialist, matematikkdidaktikk 8.-10. trinn
Veileder: Øistein Gjøvik
September 2022

Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Kristin Hosar
Lars Terje Stornes

Skriving i matematikk i et klasserom der det benyttes et digitalt læreverk

En undersøkelse av hva som kjennetegner en gruppe ungdomsskoleelevers skriving når forskjellige oppgavetyper besvares digitalt, sammenliknet med når de samme oppgavene besvares på papir.

Masteroppgave i Master lærerspesialist, matematikkdidaktikk 8.-10. trinn
Veileder: Øistein Gjøvik
September 2022

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Denne masteroppgaven handler om elevers skriving klasserom hvor det brukes et digitalt læreverk i matematikk. Vi har undersøkt om teksten som elevene produserer endres når matematikkoppgavene presenteres og besvares på en skjerm, og ikke i en tradisjonell matematikkarbeidsbok. I tillegg har vi undersøkt om noen typer digitale matematikkoppgaver fremmer skriving mer enn andre.

For å kunne svare på forskningsspørsmålene presenterer vi teori knyttet til hvilke typer skriving elevene bruker i matematikk, særlig med tanke på begrepene tenkeskriving og presentasjonsskriving. Videre belyses skrivingens plass i elevens matematiske kompetanse.

Studien er gjennomført ved å samle inn arbeidsbøkene til et utvalg elever på ungdomstrinnet og analysere disse med tanke på hvilke oppgaver som er løst og hvordan oppgavene er løst. Oppgavene ble først presentert og besvart i et digitalt læreverk. Etter en tid ble de samme oppgavene presentert og besvart på papir av de samme elevene. Elevenes løsninger på disse oppgavene er sammenlignet, og sammenlikningen danner grunnlag for funnene.

Vi finner at elevene produserer mer tekst når elevene løser oppgaver som er gitt og skal besvares på papir enn når oppgaver skal besvares digitalt. Elevenes skriving har mer preg av presentasjonsskriving enn tenkeskriving uansett hvilken form oppgavene er gitt i. Det vil si at elevene i større grad produserer tekst i matematikk for at noen andre skal kunne se utregningen enn at skriving brukes som et redskap for å løse et problem. Når elever produserer mer tekst, får også læreren et bredere bilde av elevens matematikkompetanse. Det er ingen tydelig forskjell i hvilke oppgaver i det digitale læreverket som fremmer skriving, men våre funn kan antyde at oppgaver der eleven må bruke flere løsningssteg fremmer noe mer skriving.

Masteroppgavens praksisbetydning ligger i å gjøre lærerne bevisst på hvordan elevenes tilnærming til matematikkoppgaver endrer seg når disse gis digitalt, og hvilken betydning dette har for matematikkompetansen.

Abstract

This master thesis is about students' writing in classrooms where a digital textbook in mathematics is used. We have investigated whether or not the text which is produced changes when mathematical problems are presented and answered on a screen, instead of in a traditional maths workbook. In addition, we have investigated whether some types of digital mathematics tasks promote writing more than others.

In order to answer the research questions, we present theory related to the types of writing students use in mathematics, particularly with regard to the concepts of *thought writing* and *presentation writing*. Furthermore, the place of writing in the student's mathematical competence is described.

The study has been carried out by collecting the work papers of a selection of pupils at lower secondary school and analysing these in terms of which tasks have been solved and how tasks have been solved. The tasks were first presented and answered in a digital textbook. After some time, the same tasks were presented and answered on paper by the same students. The students' solutions to these tasks are compared, and the comparison forms the basis for the findings.

We find that more text is produced when students solve tasks that have been given and are to be answered on paper, compared to when tasks are to be answered digitally. The students' writing has more presentation writing than thought writing, regardless of the form in which the tasks are given. This means that the students produce text in mathematics to a greater extent for someone else to be able to follow the calculation rather than using writing as a tool to solve a problem. When students produce more text, teachers get a broader picture of the student's mathematical competence. There is no clear difference in which tasks in the digital curriculum promote writing, but our findings may suggest that tasks where the student must use several solution steps promote writing somewhat more.

The practical significance of the master thesis lies in making the teachers aware of how the pupils' approach to mathematical tasks changes when these are given digitally, and what significance this has for the mathematic competence.

Forord

Denne masteroppgaven marker slutten på lærerspesialistutdanningen vår ved NTNU. Vi ønsker å takke vår veileder Øistein Gjøvik for all god hjelp og konstruktive tilbakemeldinger. I tillegg ønsker vi å takke elevene som gjennom sitt bidrag har muliggjort denne oppgaven. Takk også til gode lærerkollegaer for interessante diskusjoner og betraktninger og for tilrettelegging slik at vi har kunnet samle inn data. Til sist vil vi takke ledelsen ved skolen vår som har gitt oss muligheten til å gjennomføre denne utdanningen.

Kristin Hosar og Lars Terje Stornes

Oslo, september 2022

Innhold

Tabeller

Figurer

1 Innledning

1.1 Skriftlig kommunikasjon i matematikk

Temaet for denne oppgaven er skriftlig kommunikasjon i klasserom der det brukes nettbrett med digitale læreverk i matematikkundervisningen. Påvirkes den skriftlige kommunikasjonen av at det innføres digitale læreverk? Utdanningsdirektoratet har gitt denne definisjonen av hva skriftlig kommunikasjon i matematikk er:

> «… å beskrive og forklare sammenhenger, oppdagelser og ideer ved hjelp av hensiktsmessige representasjoner. Å kunne skrive i matematikk er et redskap for å utvikle egne tanker og egen læring. Det innebærer å kunne løse problemer og presentere løsninger som er tilpasset mottakeren og situasjonen.»
>
> (Utdanningsdirektoratet, 2019)

I denne studien har vi tatt utgangspunkt i læreverket Campus Inkrement, men håpet vårt er at resultatene kanskje også kan gjelde for andre digitale læreverk. Campus Inkrement er et læreverk der alle ressurser er nettbaserte. Læreverket baserer seg på prinsippet med omvendt undervisning. Det består av forklaringsfilmer med tilhørende oppgaver hvor elevene kan få en tilbakemelding i form av rett eller galt, og med tilgang til fasit. I tillegg kan lærer gi tilgang til diskusjonsoppgaver og elevene kan finne eksempler på sentrale oppgaver i hvert emne.

Temaet er relevant fordi flere og flere kommuner innfører nettbrett i undervisningen (Nipen, 2019). På nettsidene til Campus Inkrement opplyses det om at de nå brukes av mer enn 1000 skoler (Campus Inkrement, 2021). I forbindelse med denne innføringen er det en forventing fra skoleeier om at nettbrettet skal gi større læringsutbytte. Vår kommunes visjon for elevene er at «de skal få maksimalt faglig og personlig utbytte av sin digitale skolehverdag» (Bærum kommune, u.d.). Begrepet «læringsutbytte» kan favne om mye, men vi vil her se på om bruk av digitale læreverk kan spille inn på elevenes skriftlige kommunikasjon, og hva det er som fremmer ulik bruk av skriftlig kommunikasjon. Vi har i hovedsak undersøkt hva, hvordan og hvor mye elevene skriver når de bruker digitale læreverk. Det har ikke nødvendigvis en sammenheng med hvor mye elevene lærer. Å undersøke elevenes læring ville være utenfor denne oppgavens omfang, da en slik undersøkelse også ville måtte ta hensyn til alt det andre som skjer i et klasserom i løpet av en matematikktime.

1.2 Tidligere forskning om skriving i matematikk

Fra før vet vi at det er publisert en god del tekster om skriving i matematikk, ofte i sammenheng med beskrivelse av matematisk kompetanse der skriving er en av flere faktorer. Dette beskrives blant annet i «Kompetencer og matematiklæring» (Niss & Jensen, 2002) og i avsnittet «Mathematical proficiency» i boka «Adding it up» (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001). Skrivesenteret ved NTNU har utarbeidet en ressurs sammen med Matematikksenteret hvor de argumenterer for at skriving i matematikk kan deles inn i *tenkeskriving* og *presentasjonsskriving*, og at elevens bevissthet om hvem hun skriver for også har påvirkning på hvordan den skriftlige kommunikasjonen utføres (Skrivesenteret NTNU, 2021).

I vår kommune ble det innført nettbrett som et pilotprosjekt ved noen utvalgte skoler i 2015, og kommunestyret vedtok i 2017 at prosjektet skulle videreføres og nettbrett skulle deles ut til alle kommunens 16 000 grunnskoleelever innen utgangen av 2018. Målet med denne innføringen var «å øke elevenes faglige og personlige utbytte av skolegangen» (Bærum kommune, u.d.). I etterkant av denne innføringen bestilte kommunen vi arbeider i en rapport for å undersøke hvilke effekter innføring av nettbrett har hatt. Denne rapporten er imidlertid ikke nødvendigvis rettet spesielt mot skriftlig kommunikasjon matematikk. Rapporten ble publisert i 2017 og avsluttet i 2018, og omhandler de første erfaringene med nettbrett i undervisningen etter at dette ble innført i 2015 (Berrum, Fyhn, Guldbrandsen, & Nilsen, 2017). Denne peker i stor grad på variasjon og muligheter for kommunikasjon med læringsbrett, og ikke spesifikt på den skriftlige prosessen i matematikk. Vi vet at omfanget av nettbrett i matematikkundervisningen har vært økende de siste årene og det er i 2019 82,5% av 9. klassinger som har fått en digital enhet fra skolen, og 11,6% av 9. klassinger bruker hovedsakelig nettbrett (Berrum, Fyhn, Guldbrandsen, & Nilsen, 2017, s. 24). Fra og med august 2021 ble det innført sentralt innkjøp av læremidler i Bærum kommune, og Campus Inkrement ble da valgt som læreverk i matematikk for ungdomsskolen.

I «Monitor 2019» (Fjørtoft, Thun, & Buvik, 2019) oppgir en stor del av elevene på ungdomsskolen på landsbasis at de bruker datamaskin til å løse oppgaver i matematikk (Figur 1). Denne undersøkelsen viser oss at datamaskin benyttes, men ikke hvordan den benyttes. Med datamaskin menes her både PC, Mac, Chromebook eller nettbrett:

Aktiviteter	4.trinn	7.trinn	9.trinn	VG2
Skrive tekst	89,3	97,5	97,1	97,9
Bruke regneark	21,4	24,5	76,3	73,0
Lage presentasjoner	65,9	92,9	95,1	96,2
Løse matematikkoppgaver	69,3	48,2	57,8	78,4
Se forklaringsvideoer	36,3	39,3	57,1	61,0
Se animasjoner/simuleringer	12,6	6,7	15,2	31,5
Søke etter/finne informasjon på internett	76,3	89,9	91,9	95,6
Bruke nettsider knyttet til læreboka	48,3	50,0	59,5	71,8
Lese- og skrivestøtte (f.eks IntoWords,TextPilot ...)	19,2	19,4	34,8	20,0
Bruke ordbøker (f.eks. Ordnett, Lexin ...)	15,3	13,3	67,8	81,0
Oversettelsesverktøy (f.eks. Google Translate ...)	31,0	53,6	65,2	75,8
Spille spill	40,7	23,6	32,7	40,4
Quiz-verktøy	34,2	45,5	40,2	36,0
Lage musikk (lyd-programmer)	21,3	27,0	30,8	6,7
Lage film/video	19,4	28,7	31,4	24,9
Lage e-bøker	13,0	5,9	6,7	1,2
Programmering/koding	18,1	18,0	15,4	12,6
Andre nettressurser/apper	21,5	19,0	22,9	25,3
Andre, spesifiser	9,3	6,9	6,5	5,6

Figur 1: "Monitor 2019" – Andel elever som bruker datamaskin til ulike aktiviteter.

Vi finner ingen forskning som ser på sammenhengen mellom det at elevene bruker digitale læreverk og det de produserer av skriftlig kommunikasjon. Søk i Google Scholar og Oria viser oss at det er gjort noen studier på hvorvidt det å skrive matematikk påvirker læring, men vi finner ingen studier som peker på sammenhengen mellom det å jobbe digitalt og det å produsere skrift i matematikk. Vi har blant annet forsøkt forskjellige varianter av søk som inneholder ordene «mathematical writing», «mathematical communication», «iPad» og «digital» på både engelsk og norsk. Noen studier viser til at bruk av teknologi kan legge til rette for mer skriving i matematikk, for eksempel ved bruk av chatter eller blogger (Cooper, 2012, s. 80), men det er ikke satt i sammenheng med læreverk slik som Campus Inkrement. I artikkelen «How Students Communicate Mathematical ideas: An Examination of Multimodal Writing Using Digital Technologies» av Freeman, Higgins og Horney (2016) beskrives et forskningsprosjekt der elevene ble bedt om å kommunisere matematikk skriftlig i en blogg og på et personlig læringsbrett. Denne studien ser blant annet på elevenes mottakerbevissthet, og finner at denne har noe å si for hvordan elever skriver, men heller ikke her er skrivingen sett opp mot et digitalt læreverk (Freeman, Higgins, & Horney, 2016, s. 305). Det er også skrevet masteroppgaver om bruken av blant annet Campus Inkrement i omvendt undervisning (Roland & Sørgård, 2016), men vi finner ingen forskning som ser på læreverket i den sammenhengen vi har gjort.

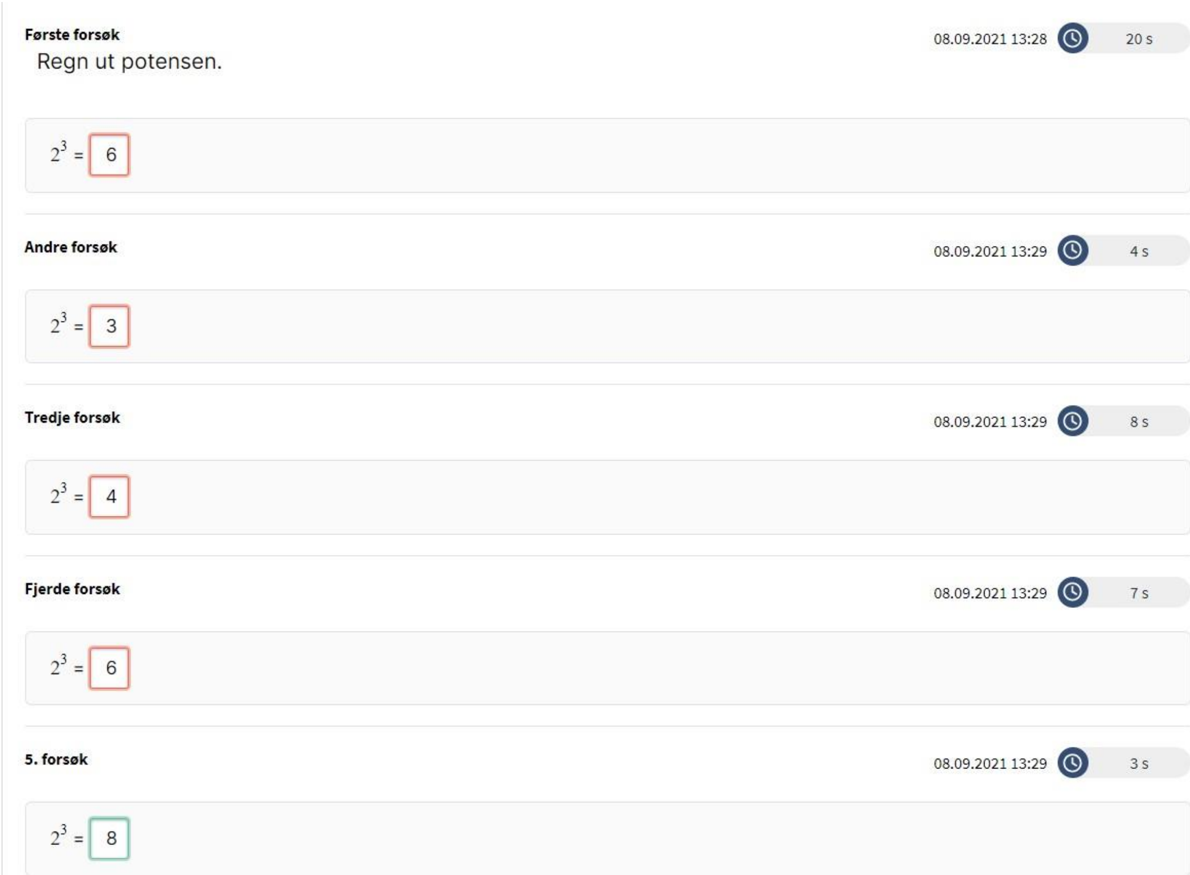
1.3 Bakgrunn for valg av tema

Som lærere har vi erfart at når elevene jobber med Campus Inkrement, virker det som om mange er mest interessert i å få skrevet inn riktig svar i svarruta slik at de kan gå videre til neste oppgave (Figur 2). Både vi og andre lærere vi har snakket med i ulike sammenhenger på både egen og andre skoler, mener å se at etter at vi gikk over til digitalt læreverk har elevenes oppmerksomhet på den skriftlige kommunikasjonen avtatt. Det synes å være et problem at når elevene blir opptatt av om svaret er rett eller galt, glemmer de at prosessen frem til svaret er viktig.

Videre har vi inntrykk av at elevene gjør en del prosesser i hodet, før de skriver inn et svar. Når de ikke har kommunisert noe av det de har tenkt skriftlig, får elevene vanskeligheter med å feilsøke arbeidet sitt, og de får problemer med å forklare hvor i prosessen de er usikre når de ber om hjelp. Det kan virke som om elevene bruker en "gjett og sjekk"-strategi fremfor å gå tilbake og vurdere framgangsmåten sin. Dersom læreverket gir elevene beskjed om feil svar, kan det se ut som de prøver seg fram med andre svar, for eksempel ved å endre et siffer eller plassering av desimaltegn, uten å gå tilbake og reflektere over hva som er gjort.

Ved å se på rapporter og statistikk i Campus Inkrement, kan man se hvor mange ganger elevene har forsøkt seg på en oppgave, hvor lang tid de har brukt og hva de har skrevet inn. Her kan man få et inntrykk av at elevene kun har justert svaret sitt til det er rett (Figur 3).

Figur 2: Oppgave fra Campus Inkrement med rute for inntasting av svar



Figur 3: Rapport i Campus Inkrement

Det kan være et problem at lærer og elev mister oversikt over elevenes tankeprosess når den skriftlige kommunikasjonen svekkes. Etter innføringen av ny læreplan er det lagt ut nye eksempeloppgaver for matematikkeksamen, og her er det tydelig lagt vekt på viktigheten av dokumentasjon og prosess, fremfor å komme fram til rett og galt svar (Utdanningsdirektoratet, 2021). Vårt inntrykk er derimot at elevene har blitt mer opptatt av å finne riktig svar, ikke veien dit. Vi lurer på om dette kan ha å gjøre med den direkte responsen de får gjennom skjerm i form av riktig eller galt. Til forskjell fra trykte læreverk, er Campus Inkrement utformet slik at i mange av oppgavene skriver elevene kun inn ett svar i en svarrute. Kun i et mindretall av oppgavene blir elevene oppfordret til å legge inn bilder av framgangsmåten sin. For eksempel er det i kapittelet «tredimensjonale figurer» til sammen 101 oppgaver. Av disse er kun fem oppgaver uten en fasit, det vil si oppgaver som på en eller annen måte oppfordrer til opplasting av noe du har gjort, eller har en boks du kan skrive inn tekst som ikke har et fasitsvar. 14 oppgaver er avkrysning og 82 har en boks du skal skrive inn et tall som du får tilbakemelding på om er rett eller galt. Fordeling av avkrysningsoppgaver, fritekstoppgaver og oppgaver med svarrute kan variere noe mellom kapitlene. Læreren kan gi en respons på elevens arbeid i ettertid ved å gå inn og se hva som er lastet opp, men elevene mister da den umiddelbare tilbakemeldingen i form av «riktig» eller «galt». Oppgavene i Campus Inkrement likner oppgaver vi finner i trykte læreverk. Vi har undret oss over hvorfor det da er slik at det kan virke som elevene i mindre grad nå enn før ser nytten av den skriftlige kommunikasjonen i matematikk.

1.4 Målet med masteroppgaven

Målet med masteroppgaven er å undersøke elevenes bruk av skriftlig kommunikasjon i matematikk i et klasserom hvor det undervises med digitale læreverk, og se om det er noen forskjell på denne og hvordan de skriver når det ikke jobbes i digitale læreverk. Vi ønsker å undersøke skriveprosessen til elevene slik at vi kan skape større bevissthet om hvordan skriving kan fremme læring i et klasserom der digitale læreverk benyttes. En prosessorientert arbeidsmetode hvor skriving inngår kan øke elevenes læringsutbytte; skriving er en strategi for å løse oppgaver, har en kontrollfunksjon, hjelper til med å huske informasjon og åpner for kommunikasjon med andre (Misfeldt, 2006). Vi ønsker å se på om bruken av digitale læremidler beveger oss i motsatt retning. Målet vårt er absolutt ikke å kritisere læreverket som sådan, men å bidra til at elevene får økt faglig utbytte ved bruk av digitale læreverk, og at læreren klarer å utnytte en slik digital ressurs på best mulig måte.

1.5 Forskningsspørsmål

Med bakgrunn i det overstående har vi formulert disse forskningsspørsmålene:

Hva kjennetegner en gruppe ungdomsskoleelevers skriving i matematikk når de jobber med oppgaver i et digitalt læreverk, sammenliknet med når de jobber uten et digitalt læreverk?

Hvilke typer oppgaver fremmer skriving når elevene jobber i et digitalt læreverk?

1.6 Forskningsspørsmålenes relevans

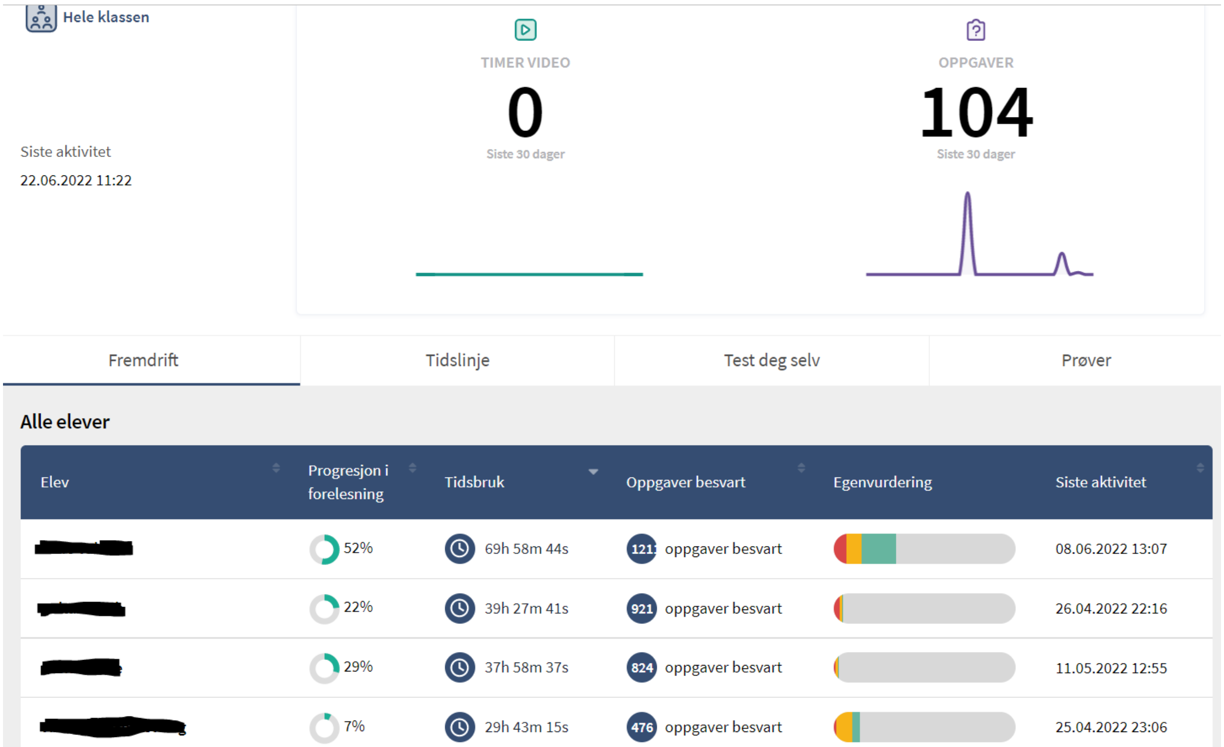
Svarene på forskningsspørsmålene er relevante fordi læringsbrett (iPad eller andre digitale enheter) innføres i norsk skole i stor grad (Fjørtoft, Thun, & Buvik, 2019). I forbindelse med en innføring av et digitalt arbeidsverktøy er kunnskap om hvordan læringsbrettet påvirker undervisningen og den matematiske kommunikasjonen til elevene viktig. I mange kommuner sammenfaller tidspunktet for innføringen av læringsbrett med innføringen av Kunnskapsløftet 2020. Begge disse faktorene skal, og vil nødvendigvis, føre til endringer i den enkelte lærers undervisning. Denne endringen må være slik at den i størst mulig grad bidrar til bedre læring for eleven. Å søke svar på forskningsspørsmålene kan være et bidrag til dette. I kjerneelementene for matematikk er resonnering, argumentasjon, representasjon og kommunikasjon vektlagt. Det er derfor av interesse å undersøke hvordan det digitale læreverket ivaretar disse elementene, slik at det utvikles en ønsket matematisk kompetanse hos elevene.

2 Teori

Behovet for god kommunikasjon er en viktig del av matematikkfaget. Det vises både i læreplanen og i aktuell teori. Det er vanskelig å se for seg matematikk uten kommunikasjon. I dette kapittelet ønsker vi å belyse hva skriftlig kommunikasjon har å si for elevens matematikkforståelse og hvilken plass den har i arbeidet med å bygge opp elevenes matematiske kompetanse. I tillegg vil vi utdype hva som menes med skriftlig kommunikasjon i matematikk, og vi ønsker å se på ulike typer matematikkoppgaver.

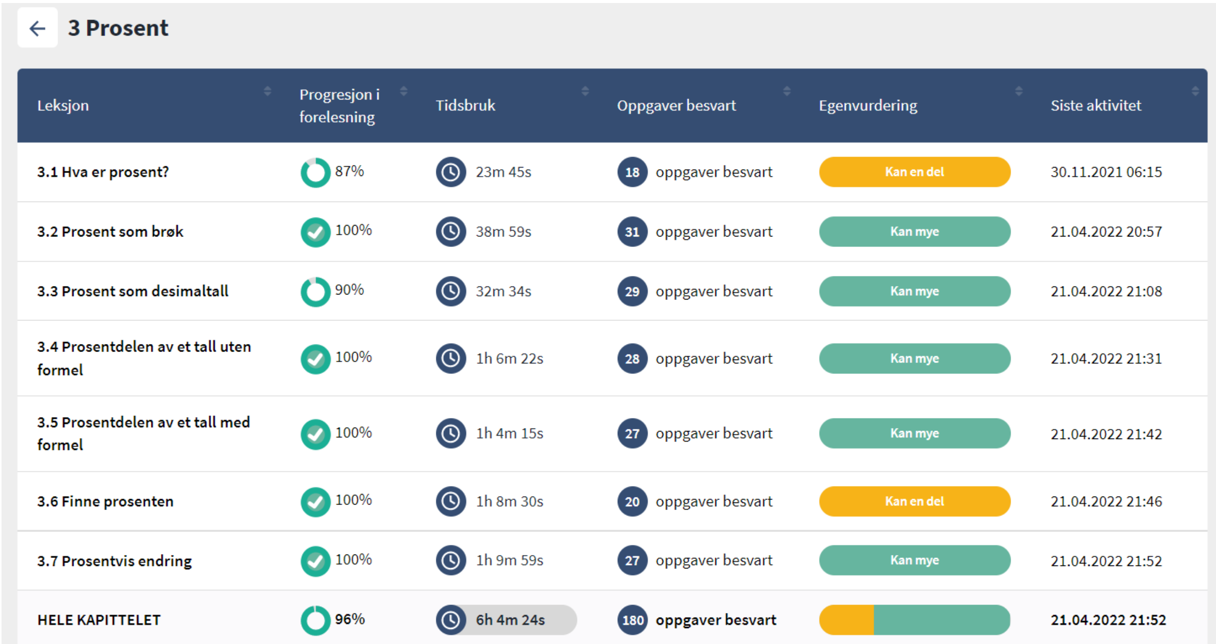
2.1 Presentasjon av Campus Inkrement som læreverk

Campus Inkrement er et heldigitalt læreverk og skriver selv på nettsidene sine at de er «Norges største tjeneste for omvendt undervisning» og at «innholdet er utviklet av pedagoger med lang erfaring fra norsk skole» (Campus Inkrement, u.d.). Om Campus 8-10, som er det læreverket vi har sett på i denne studien, står det at «Campus Inkrement er et nyskapende, komplett læreverk i matematikk for ungdomstrinnet og VGS» (Campus Inkrement, u.d.). Videre beskriver de læreverket slik: «Campus Matte 8-10 er utviklet til Kunnskapsløftet 2020 med vekt på dybdelæring og tilpasset opplæring. Læreverket inneholder både teori, oppgaver, egenvurdering, prøver og aktiviteter til klasserommet. Alt du trenger for å undervise matematikk.» (Campus Inkrement, u.d.). Tanken bak Campus Inkrement er at ved å bruke omvendt undervisning frigjør du verdifull tid i klasserommet (Campus Inkrement, u.d.). Du får også tilgang til rapporter og statistikk som viser hvor mye elevene har jobbet totalt (Figur 4), hvor mye de har jobbet innen hvert tema og hvordan de har vurdert seg selv (Figur 5) og helt ned på hvordan elevene har løst hver enkelt oppgave (Figur 6). I tillegg til oppgavene du finner i oppgavebanken, har Campus Inkrement forklaringsfilmer med oppgaver underveis som elevene må svare på for å komme videre. Disse filmene med tilhørende oppgaver har vi ikke sett på i denne studien. Alle oppgavene i oppgavebanken er merket med et symbol. De er enten grønne som betyr lett vanskelighetsgrad, røde for middels vanskelighetsgrad eller svarte for utfordrende oppgaver for de som mestrer fagstoffet godt. I tillegg er det noen oppgaver som klassifiseres som «off-piste» og er litt mer åpne oppgaver for de som vil tenke litt videre og løse oppgavene på ulike måter. Det å bestemme en oppgaves vanskelighetsgrad kan være krevende og Campus Inkrement har ikke skrevet noen videre definisjon av hva som skal til for at oppgaven klassifiseres som den ene eller andre vanskelighetsgraden. Til alle leksjonene i Campus Inkrement er det en egenvurdering av læringsmål, der elevene kan vurdere sin egen måloppnåelse. Læringsmålene som presenteres for elevene er en konkretisering av kompetansemålene i læreplanen hvor hvert kompetansemål er brutt ned i mindre delmål.



Elev	Progresjon i forelesning	Tidsbruk	Oppgaver besvart	Egenvurdering	Siste aktivitet
[redacted]	52%	69h 58m 44s	121 oppgaver besvart		08.06.2022 13:07
[redacted]	22%	39h 27m 41s	921 oppgaver besvart		26.04.2022 22:16
[redacted]	29%	37h 58m 37s	824 oppgaver besvart		11.05.2022 12:55
[redacted]	7%	29h 43m 15s	476 oppgaver besvart		25.04.2022 23:06

Figur 4: Skjermbilde fra rapport i Campus Inkrement.



Leksjon	Progresjon i forelesning	Tidsbruk	Oppgaver besvart	Egenvurdering	Siste aktivitet
3.1 Hva er prosent?	87%	23m 45s	18 oppgaver besvart	Kan en del	30.11.2021 06:15
3.2 Prosent som brøk	100%	38m 59s	31 oppgaver besvart	Kan mye	21.04.2022 20:57
3.3 Prosent som desimaltall	90%	32m 34s	29 oppgaver besvart	Kan mye	21.04.2022 21:08
3.4 Prosentdelen av et tall uten formel	100%	1h 6m 22s	28 oppgaver besvart	Kan mye	21.04.2022 21:31
3.5 Prosentdelen av et tall med formel	100%	1h 4m 15s	27 oppgaver besvart	Kan mye	21.04.2022 21:42
3.6 Finne prosenten	100%	1h 8m 30s	20 oppgaver besvart	Kan en del	21.04.2022 21:46
3.7 Prosentvis endring	100%	1h 9m 59s	27 oppgaver besvart	Kan mye	21.04.2022 21:52
HELE KAPITTELET	**96%**	**6h 4m 24s**	**180 oppgaver besvart**		**21.04.2022 21:52**

Figur 5: Skjermbilde fra egenvurderingen til en elev innen temaet prosent.

Figur 6: Skjermbilde som viser hvordan en elev har løst en oppgave.

2.2 Kommunikasjon og argumentasjon i Læreplanen

Å kunne forklare og kommunisere hvordan man har kommet fram til en løsning i matematikk er viktig. Dette gjenspeiler seg i læreplanen i matematikk. I avsnittet «Representasjon og kommunikasjon» står det at «Kommunikasjon i matematikk handler om at elevene bruker matematisk språk i samtaler, argumentasjon og resonnementer.» (Utdanningsdirektoratet, 2019). Argumentering og resonnering kan være både muntlig og skriftlig. I kjerneelementet «Resonnering og argumentasjon», står det blant annet: «Argumentasjon i matematikk handler om at elevene begrunner framgangsmåter, resonnementer og løsninger og beviser at disse er gyldige». Under «Grunnleggende ferdigheter» er det beskrevet nærmere hva kommunikasjon vil si i matematikkfaget. I avsnittet «Å kunne skrive» kan vi lese:

> «Å kunne skrive i matematikk innebærer å beskrive og forklare sammenhenger, oppdagelser og ideer ved hjelp av hensiktsmessige representasjoner. Å kunne skrive i matematikk er et redskap for å utvikle egne tanker og egen læring. Det innebærer å kunne løse problemer og presentere løsninger som er tilpasset mottakeren og situasjonen. Utviklingen av skriveferdigheter i matematikk går fra å bruke hverdagsspråk til gradvis å bruke et mer presist matematisk språk.»

(Utdanningsdirektoratet, 2019)

Her ser vi at læreplanen beskriver at den skriftlige matematiske kommunikasjonen også er ment for å være en hjelp for eleven selv. Skrivingen er dermed et redskap som er nødvendig i elevenes matematiske utvikling.

Skriftlig eksamen i matematikk for 10. trinn ble avlyst i 2021 og i 2022. Likevel har det blitt gitt ut en oversikt med vurderingskriterier som var tenkt brukt til disse eksamenene (Figur 7). Vurderingskriteriene til skriftlig eksamen i matematikk viderefører det som står i læreplanen om kommunikasjon i faget. Særlig de tre nederste radene i vurderingskriteriene påpeker viktigheten av god kommunikasjon, hvor eleven må kunne veksle mellom ulike representasjoner, kunne presentere og forklare hva hun har kommet fram til og bruke et matematisk språk.

Vurderingskriterier for skriftlig eksamen i matematikk 10.trinn

Lav kompetanse i faget, karakter 2	God kompetanse i faget, karakter 4	Framifrå kompetanse i faget, karakter 6
I besvarelsen viser kandidaten kreativitet i å utforske og gjenkjenne eller beskrive enkle matematiske strukturer og sammenhenger.	I besvarelsen viser kandidaten kreativitet og refleksjon i å utforske og generalisere enkelte matematiske strukturer og sammenhenger.	I besvarelsen viser kandidaten kreativitet og refleksjon i å utforske og generalisere enkelte matematiske strukturer og sammenhenger.
I besvarelsen henter kandidaten ut informasjon, deler opp og løser enkelte praktiske problemer ved å bruke noen problemløsningsstrategier.	I besvarelsen henter kandidatenut informasjon,tolker, deler opp og løser praktiske problemer ved å bruke ulike problemløsningsstrategier	I besvarelsen henter kandidaten ut relevant informasjon,tolker, deler opp og løser praktiske problemer ved å vurdere og bruker hensiktsmessige problemløsningsstrategier.
I besvarelsen løser kandidaten problemer ved å kjenne til og bruke i noen grad hjelpemidler for å løse deler av problemet.	I besvarelsen løser kandidaten problemer ved å velge og bruke hensiktsmessige hjelpemidler for å løse deler av problemet.	I besvarelsen løser kandidaten komplekse problemer ved å vurdere, velge og bruke hensiktsmessige hjelpemidler for å løse ulike deler av problemet.
I besvarelsen leser kandidatenmatematiske modeller som beskriver dagligliv og samfunn	I besvarelsen lager og vurderer kandidatenmatematiske modeller som beskriver dagligliv og samfunn.	I besvarelsen lager kandidatenmatematiske modeller for å beskrive dagligliv og samfunn og tolker og vurderer gyldighet og begrensninger.
I besvarelsen veksler kandidaten mellom enkelte representasjoner og bruker noen representasjoner for å uttrykke resultater.	I besvarelsen veksler kandidaten mellom ulike representasjoner og bruker noen representasjoner for å uttrykke resultater og sammenhenger.	I besvarelsen veksler kandidaten mellom ulike representasjoner og velger hensiktsmessige representasjoner for å uttrykke resultater og sammenhenger.
I besvarelsen presenterer kandidatendeler av egne fremgangsmåter og løsninger.	I besvarelsen presenterer og forklarer kandidaten egne og andres fremgangsmåter og løsninger.	I besvarelsen presenterer, forklarer og argumenterer kandidaten for egne og andres fremgangsmåter og løsninger.
I besvarelsen bruker kandidaten et enkelt matematisk språk når ideer og deler av løsningen kommuniseres.	I besvarelsen bruker kandidaten et matematisk språk i kommunikasjon av ideer, løsninger og sammenhenger.	I besvarelsen bruker kandidaten et rikt og hensiktsmessig matematisk språk i resonnement og kommunikasjon av ideer, løsninger og sammenhenger

Figur 7: Vurderingskriterier eksamen i matematikk etter 10. trinn 2022

(Utdanningsdirektoratet, 2021)

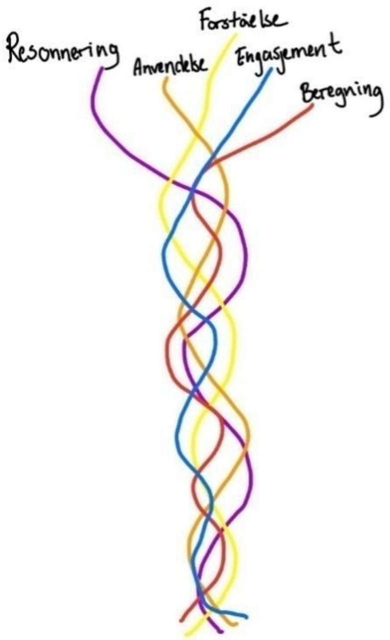
Skriftlig kommunikasjon er som vi ser trukket frem både i læreplan, og i vurderingskriteriene for skriftlig eksamen, og vil dermed være en ferdighet som elevene trenger å øve opp gjennom læringsløpet og som det må legges til rette for.

2.3 Teoretisk rammeverk

I vår analyse av elevenes matematiske kommunikasjon, vil vi ta utgangspunkt i elevenes matematiske kommunikasjon i lys av tenkeskriving og presentasjonsskriving slik disse begrepene er brukt hos Matematikksenteret og Skrivesenteret ved NTNU. I tillegg vil vi gjøre rede for Kilpatrick, Swafford og Findells beskrivelse av matematisk kompetanse og Niss og Jensens åtte matematiske kompetanser siden disse sier noe om kommunikasjonens plass i matematikk. Videre trekker vi også fram Waywoods kjennetegn på elevers skriftlige kommunikasjon i matematikk og Duvals arbeid med representasjoner i matematikk fordi disse har sett på hva elevene bruker skriving til.

2.3.1 Matematisk kompetanse

Kilpatrick, Swafford og Findell mener at elevers matematiske kompetanse er bygget opp av fem komponenter, «Adaptive reasoning, Strategic competence, conceptual understanding, productive disposition, Procedural fluency» (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001, s. 5) (Figur 8). På norsk har disse begrepene blitt oversatt med henholdsvis «Resonnering, anvendelse, forståelse, engasjement og beregning» (Stedøy, 2018).



Figur 8: Basert på Kilpatrick et al.: Intertwined strands of Proficiency (2001)

Kilpatrick et al. poengterer at disse matematiske komponentene er gjensidig avhengige av hverandre og derfor illustrert ved de sammenflettede trådene. For å lære matematikk på en god måte, må eleven beherske alle disse fem komponentene.

Procedural fluency (beregning): Dette forklares som en ferdighet i å utføre matematiske prosedyrer med fleksibilitet, nøyaktighet, effektivitet og tilpasning til det aktuelle problemet. Det å kunne utføre en beregning nøyaktig og effektivt, krever kunnskap og erfaring i hvordan man skriver matematikk, enten for seg selv eller for andre, og vi finner det igjen i vurderingskriteriene til eksamen hvor eleven skal skrive «veldisponert og overbevisende».

Strategic competence (anvendelse): Anvendelse beskrives som evnen til å formulere, representere og løse matematiske problem. Å kunne formulere et matematisk problem vil blant annet si å kunne oversette fra hverdagsspråk til matematisk språk og representere dette i et symbolspråk (Stedøy, 2018, s. 9). Uten et godt begrepsapparat og å kunne kommunisere i matematikk, vil det være vanskelig for en elev å utvikle og vise denne kompetansen.

Adaptive reasoning (resonnering): Kapasiteten til logisk tankegang, refleksjon, forklaringer og begrunnelse kalles resonnering. Stedøy poengterer at en del av en slik kompetanse er å kunne følge med på andres resonnement og vurdere gyldigheten av disse. Man må altså ha god matematisk kommunikasjon for å kunne forklare og begrunne i matematikk.

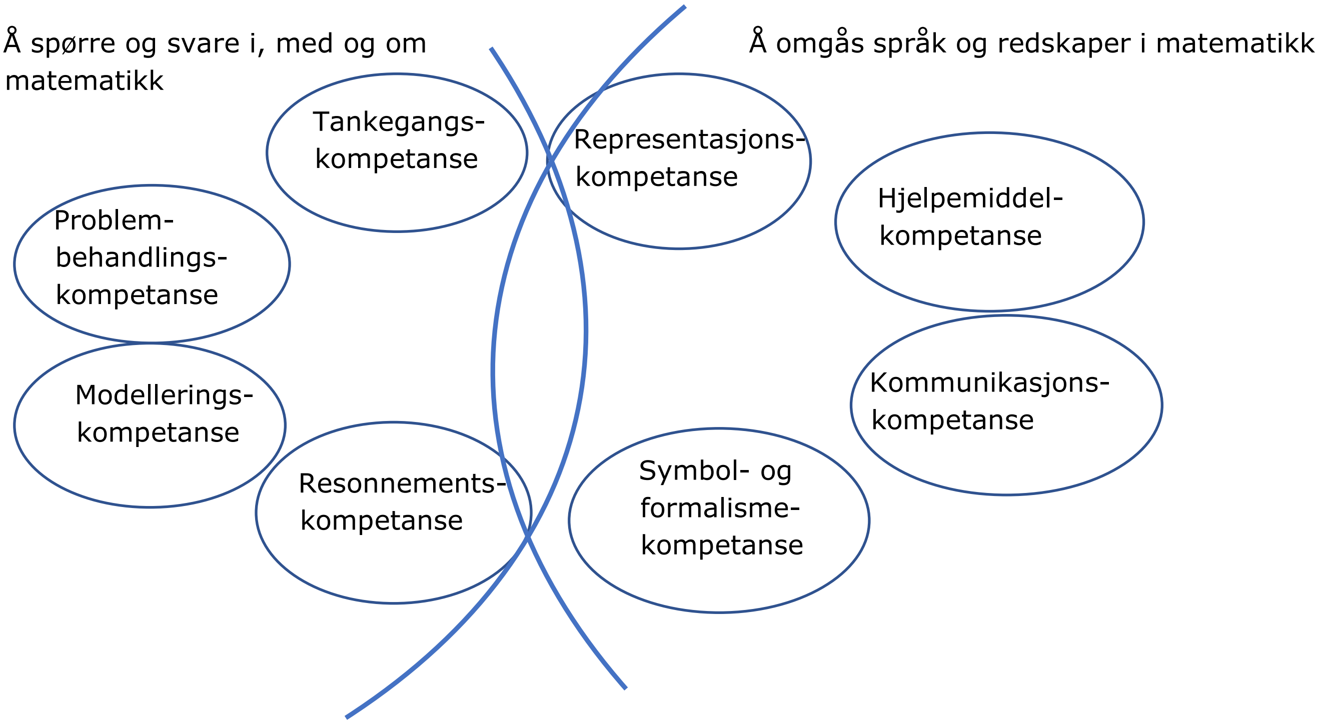
Conceptual understanding (forståelse): Forståelse handler om å se begrepsmessige strukturer og se sammenhenger mellom ulike ideer, begreper og prosedyrer (Stedøy, 2018). Stedøy beskriver videre at det motsatte er at elevene bruker prosedyrebegrunnelser og ikke begrunnelser som bygger på matematiske resonnementer.

Productive disposition (engasjement): Engasjement er det at man ser matematikk som interessant, morsomt, nyttig og verdifullt (Stedøy, 2018).

Man kan argumentere for at uten kommunikasjon vil ingen av disse kompetansene synliggjøres. For å lære og synliggjøre sin kompetanse slik Kilpatrick et al. beskriver den, må eleven kunne kommunisere i faget. Selv om det ikke er tydelig uttrykt i modellen og beskrivelsen av den at kommunikasjonen må være skriftlig, kan den godt være det, og i forbindelse med for eksempel en skriftlig eksamen må den være det.

Niss og Jensen (2002) definerer matematisk kompetanse som «…at have viden, at forstå, udøve, anvende, og kunne tage stilling til matematik og matematikvirksomhed i en mangfoldighed af sammenhænge, hvori matematik indgår eller kan komme til at indgå.» og en kompetanse i matematikk er da en «indsigtsfuld parathed til at handle hensigtsmæssigt i situationer, som rummer en bestemt slags matematiske udfordringer.» (Niss & Jensen, 2002, s. 43)

Videre definerer Niss og Jensen åtte slike matematiske kompetanser, hvor en av kompetansene er kommunikasjonskompetanse (Figur 9).



Figur 9: Basert på Niss og Jensens «Åtte matematiske kompetencer» (2002)

Niss og Jensen presiserer, på samme måte som Kilpatrick, Swifford og Findell, at disse kompetansene ikke kan betraktes løsrevet fra hverandre, men at de til sammen utgjør elevens matematiske kompetanse. Det har også funnet gjenklang i Norge, for eksempel ved at beskrivelsen av alle disse åtte kompetanse inngår i vurderingskriteriene for eksamen i matematikk i norsk skole (Figur 7). Noen av Niss og Jensens kompetanser er likevel mer sentrale i vår studie, i og med at de tydelig beskriver hvorfor kommunikasjon er viktig i matematikk.

Den første av disse kompetansene er *problembehandlingskompetanse*. Denne kompetansen handler blant annet om å kunne stille opp og formulere forskjellige matematiske problemer, og også løse slike problemer. *Resonnementskompetanse* handler om å kunne følge og bedømme et matematisk resonnement. Det vil blant annet si å kjenne igjen skriftlige argumenter og etter hvert å kunne skrive matematiske bevis. *Representasjonskompetanse* består i å kunne forstå og bruke forskjellige typer representasjoner av matematiske fenomener, problemer eller situasjoner. *Symbol- og formalismekompetanse* må eleven ha for å kunne avkode symbol- og formelspråk, oversette fram og tilbake mellom matematisk symbolspråk og hverdagsspråk og kunne behandle og bruke symbolholdige utsagn. *Kommunikasjonskompetanse* er å kunne sette seg inn i og fortolke andres matematiske utsagn og å kunne uttrykke seg på forskjellige måter og på forskjellige nivåer av teoretisk eller teknisk presisjon. Denne siste kompetansen er spesielt viktig når vi har analysert hvordan elever skriver matematikk.

Kilpatrick et al. og Niss og Jensen betoner altså viktigheten av kommunikasjon i matematikk. Kommunikasjonen er viktig både når eleven skal løse matematiske problem alene eller sammen med andre, men også når læreren skal finne spor av kompetanse hos eleven. Vår studie ser i hovedsak på hvordan eleven kommuniserer «med seg selv», altså når de regner oppgaver i timen. Samtidig har vi måttet samle inn så mye vi kan av elevens kommunikasjon slik at denne kan gi oss et bilde av hva hvordan eleven bruker sin matematikkompetanse. Derfor vil den samlede forståelsen av de matematiske kompetansene slik de er presentert her, ligger som et bakteppe i vår tolkning av elevenes kommunikasjon, uten at vi går nærmere inn på de enkelte kompetansene i vår analyse. Vi mener likevel det er relevant å nevne disse matematiske kompetansene fordi det er vanskelig å se for seg matematikkfaget (eller et hvilket som helst annet skolefag) uten at det foregår kommunikasjon.

2.3.2 Skriving og læring i matematikk

Ifølge Skrivesenteret bidrar skriving til læring i matematikk, og er en viktig del av den matematiske kompetansen elevene skal utvikle. Eksempler på skriving i matematikk kan være tegninger, grafer, tabeller og diagrammer, beskrive tankeprosesser, eller presentere fremgangsmåter og resultat (Skrivesenteret NTNU, 2021).

Waywood hevder at elevens tolkning av en oppgave gjenspeiler seg i hvordan de skriver oppgaven (Waywood, 1992, s. 37). Han deler den skriftlige prosessen inn i fire deler. Hver del har fire underkategorier med stigende vanskelighetsgrad (vår oversettelse):

Oppsummering	a) Skrive presist b) Skrive ned idéer for å kunne formulere dem bedre c) Gå gjennom læringen slik at ny og gammel kunnskap blir bundet sammen d) Se gjennom det som har blitt lært slik at nye spørsmål kan oppstå og kunnskapshull kan bli funnet.
Samle eksempler	a) Bruke et eksempel som en måte å huske hvordan en algoritme utføres b) Samle feil c) Bruke eksempler for å modellere et argument d) Bygge et sett av paradigmer
Stille spørsmål	a) Brukt for å finne ut av som skal gjøres b) Brukt for å se etter sammenhenger c) Brukt for å oppdage logiske sammenhenger d) Brukt for å starte en rekke av undersøkelser
Diskutere	a) Fundere på en idé eller undre seg b) Formulere en tilnærming til et problem c) Ha overblikk over utviklingen av et logisk argument d) Lage argumenter

Tabell 1: Vår oversettelse av Waywoods inndeling av den skriftlige prosessen

(Waywood, 1992)

En elevarbeidsbok er en type dokumentasjon som kan inneholde flere av disse delene, men det vanligste er vel kanskje at den mest blir brukt til oppsummering og å samle eksempler. Tradisjonelt består en arbeidsbok i matematikk av løsninger av matematikk-oppgaver. En slik type skriving kan både karakteriseres som en måte å skrive ned idéer på (forslag til løsninger) og å ha noe å gå tilbake i når man møter på et problem. Det er også en samling av eksempler som kan hjelpe med å huske en algoritme. I vår studie har vi sett på hvordan elevene løser noen utvalgte oppgaver på to gitte tidspunkt. Det betyr at vi ikke har sett på kontinuiteten i elevens arbeidsbøker, for eksempel om de bruker bøkene til å samle feil. Vi har derimot kunnet se på om de skriver presist og om de eventuelt har notert idéer i forbindelse med løsning av de forskjellige oppgavene, altså den øverste raden i tabellen med Waywoods inndeling.

2.3.3 Skriving i matematikk: Forskjellige representasjoner

Når elevene skriver, representerer de tanken sin gjennom skrift eller tegninger/modeller. En representasjon er i sin grunnleggende form «… something that stands for something else» (Duval, 2006, s. 131). Videre skriver Duval at «… the learning of mathematics and its difficulties must be based on what students do really by themselves, on their productions, on their voices" (Duval, 2006, s. 132). En analyse av hva elever skriver i matematikk må ta hensyn til elevenes representasjoner og hva elevene uttrykker av sin tenkning. Matematikk er et av de områdene med størst variasjon i semiotiske representasjoner, alt fra muntlig språk til algebraisk notasjon. Dette, hevder Duval, gjør matematikkforståelse vanskelig for elever, og kan også ha noe å si for deres evne til å uttrykke sin tenkning. Videre hevder han at matematiske prosesser kan deles inn i fire semiotiske systemer: Naturlig språk, illustrasjoner/figurer, symbolspråk og tabeller/grafer (Duval, 2006, s. 109).

Hva en elev velger å gjøre og skrive avhenger av hvilke muligheter for omforminger som finnes innenfor det semiotiske systemet, f.eks. vil en elev kanskje bruke en annen algoritme og notasjon hvis hun skal addere 0,2 med 0,25, enn hvis hun skal addere 1/5 med 1/4. Innholdet i en representasjon avhenger mer av registeret for representasjon enn det objektet som representeres (Duval, 2006, s. 114).

Å kunne veksle mellom ulike representasjoner er viktig for den matematiske forståelsen til elever. Duval hevder at matematiske undersøkelser ofte ser mest på hva som er den riktige representasjonen eller hvilken representasjon som øker forståelsen, men det er også viktig å ta i betraktning at det ikke nødvendigvis finnes en «riktig» representasjon og at individuelle måter å representere matematikk på kan ha verdi (Duval, 2006, s. 128).

I vår studie har vi sett på hvordan elevene bruker representasjoner, og om det er noen forskjell i hvilke typer og hvor mange forskjellige representasjoner elevene bruker når de løser oppgaver digitalt sammenlignet med når de skriver på papir. Det har vi gjort fordi en elevs evne til å bruke forskjellige representasjoner kan si oss noe om elevens forståelse og hvordan denne forståelsen fremmes i møte med prosessen eleven gjennomgår når hun løser oppgaver.

2.4 Ulike typer skriving i matematikk

Elevene utvikler sin matematiske forståelse både gjennom å bruke skriving til å utvikle kunnskap i faget og gjennom å bruke skriving til å kommunisere kunnskapen sin til andre (Lorentzen & Kringstad, 2015). Man kan skille mellom utforskende skriving, også kalt tenkeskriving, og presentasjonsskriving.

2.4.1 Utforskende skriving/tenkeskriving i matematikk

Utforskende skriving er uformelt og utforskende, og er en hjelp til å forstå det faglige stoffet. Kunnskapen skal utvikles, mer enn reproduseres, og elevene må strukturere og holde orden i tankene sine (Lorentzen & Kringstad, 2015). På nettsidene til Skrivesenteret står det at skriving i matematikk er en tydeliggjøring av tanken, og dermed en støtte i tankeprosessen. Alle oppgaver som innebærer at man har oversikt over mer informasjon enn elevene kan ha i hodet, krever at elevene bruker skriving som verktøy (Skrivesenteret NTNU, 2021). Videre sier de at skriving kan bidra til at elevene får øye på sammenhenger mellom ulike representasjoner.

NTNU skriver i sitt kurs om akademisk skriving, at tenkeskriving handler om å prøve ut tanker og at man har mange ideer, samt er preget av uorden uten vekt på det formelle (NTNU, 2022). Det hjelper oss til å se sammenhenger vi ikke har sett, og det er en nødvendig del av en skriveprosess.

Den utforskende skrivingen blir en tenkeskriving der elevene utforsker ulike problemer og løsningsstrategier (Lorentzen & Kringstad, 2015). Miller skriver at «skriving gjør slik at mennesker må tenke» (Miller, 1991, s. 517), og argumenterer for at skriving er en aktivitet som bør få større plass i matematikk-klasserommet. Videre skriver Miller at i tillegg til at skriving kan gi et bidrag i læringsprosessen, kan det også stimulere til dialog mellom lærer og elev. Den utforskende skrivingen hjelper elevene med å strukturere informasjon, prøve ut ulike løsningsstrategier, lage hjelpefigurer og gjøre mellomregninger (Skrivesenteret NTNU, 2021)

Det er ikke noen fast form på hvordan den utforskende skrivingen skal være. Bosse og Faulconer (2008) referer Dugdale som mener at hvis elever ikke blir bundet til en representasjonsform, men får lov til å ta i bruk flere matematiske representasjoner, vil problemløsningsferdighetene deres påvirkes positivt. Når elever ikke har matematiske ferdigheter til å velge mellom flere ulike representasjoner, vil dette legge en demper på deres problemløsningskompetanse (Bosse & Faulconer, 2008, s. 10).

2.4.2 Presentasjonsskriving i matematikk

Presentasjonsskriving er når en som skriver ønsker å kommunisere til en mottaker (Lorentzen & Kringstad, 2015). Som Niss og Jensen (2002) skriver, handler kommunikasjonskompetanse i matematikk både om å forstå og fortolke, men også å uttrykke seg på forskjellige måter og nivåer (Skrivesenteret NTNU, 2021). Niss og Jensen sier presentasjonsskriving handler om å tilpasse språket til mottakeren enten de har lavere eller høyere faglig kompetanse (2002, som referert i Skrivesenteret NTNU, 2021). Den som skriver må hele tiden vurdere om det hun skriver underbygger egen tenkning (Skrivesenteret NTNU, 2021). Det kan for eksempel være at elevene presenterer for lærer, eller at de skriver for medelever. Mye av kommunikasjonskompetansen kan ivaretas gjennom muntlig kommunikasjon, men Niss og Jensen (2002) påpeker også viktigheten av den skriftlige kommunikasjonskompetansen.

Det hevdes at presentasjonsskriving skal formidle tanker, ha orden, og være styrt av visse normer (NTNU, 2022). Det er også et viktig kjennetegn at det skal kommunisere med leseren på en faglig relevant måte (Lorentzen & Kringstad, 2015).

Arbeidsboka i matematikk vil for de fleste elever være blanding av de to måtene å skrive på. Eleven vet at læreren eller en annen elev kan komme til å se i boka, men oftest skriver hun for seg selv. I enkelte oppgaver kan det være spesifisert at elevene skal lage oppgaver til andre elever, og da er det gitt i oppgaven at den oppfordrer til presentasjonsskriving.

Av erfaring vet vi enkelte lærere samler inn arbeidsboka med (u)jevne mellomrom for å kunne danne seg et bilde av elevenes læring. Da har elevene gjort et arbeid i arbeidsboka, uten at de egentlig har fått beskjed på forhånd om at noen skal lese det de har skrevet. En annen variant er den tradisjonelle leksa, hvor elevene får et sett med oppgaver som løses hjemme og leveres til lærer. Her har nok elevene en sterkere oppfatning om at lærer forventer en form for presentasjonsskriving.

Uansett hvilken form den skriftlige kommunikasjonen har, er den av stor betydning. «Elevar får tilgang til dei matematiske ideane til andre elevar berre gjennom representasjonane deira av idéane fordi matematikken av natur er abstrakt» (Skrivesenteret NTNU, 2021). Her kan det også bemerkes at det er samme måte lærere får tilgang til elevens matematiske idéer, og det er læreren som skal legge til rette for at elevenes tanker blir synlige: «Effective teaching of mathematics uses evidence of student thinking to assess progress toward mathematical understanding and to adjust instruction continually in ways that support and extend learning» (National Council of Teachers of Mathematics, 2014).

2.5 Oppgavetyper

Det finnes flere forskjellige typer oppgaver i matematikk, fra de mer tradisjonelle oppgavene som man finner i lærebøker til oppgaver som utfordrer elevene på andre måter. For å kunne svare på det andre forskningsspørsmålet vårt har vi sett på om de kognitive kravene som stilles i en oppgave kan ha noe å si.

2.5.1 Problemløsningsoppgaver

Det finnes ulike definisjoner av hva som kjennetegner problemløsningsoppgaver. Kolovou, Van den Heuvel-Panhuizen & Bakker (2009) definerer slike oppgaver som alle beregninger med tall som enten er presentert som kun tall, eller i en kontekst. Problemløsning kan ha en ikke-rutinepreget karakter. Det vil si at veien man går fra man får presentert et problem, til man har en løsning, ikke er rett frem (Kolovou, Van den Heuvel-Panhuizen, & Bakker, 2009, s. 35). Dette er ofte oppgaver som er ukjente for elevene, selv om de har ferdighetene de trenger for å løse oppgavene. Hvilken kunnskap og erfaring den som løser problemet innehar, avgjør hvorvidt oppgaven blir en problemløsningsoppgave eller ei, eller om den kanskje har noen aspekter av problemløsing og noen som ikke er det (Kolovou, Van den Heuvel-Panhuizen, & Bakker, 2009, s. 35).

Videre kjennetegnes problemløsningsoppgaver av at de har et genuint problem for den som løser dem. Det vil si at de ikke kan løses med hjelp av den kunnskapen som umiddelbart er tilgjengelig for oppgaveløseren (Kolovou, Van den Heuvel-Panhuizen, & Bakker, 2009, s. 35).

Løsningsprosessen krever dermed ofte mange trinn frem og tilbake for å avdekke kompleksiteten i problemet. Evnen til å finne underliggende mønstre er karakterisert som et avgjørende aspekt ved problemløsning (Lesh & Zawojewski, 2007, som referert i Kolovou, Van den Heuvel-Panhuizen, & Bakker, 2009).

Et viktig kjennetegn ved problemløsning er at det kreves høyere grad av tenkning og går utover rene prosedyreferdigheter (Kolovou, Van den Heuvel-Panhuizen, & Bakker, 2009). Hva som kjennetegner høyere grad av tenkning har Stein, Schwan, Henningsen og Silver (2000) sett nærmere på gjennom sin «Task Analysis Guide». I denne klassifiseringen deles oppgaven inn i oppgaver med lave kognitive krav og oppgaver med høye kognitive krav (Tabell 2) Hver av disse er igjen delt inn i to (vår oversettelse).

Oppgaver med lave kognitive krav	Oppgaver med høye kognitive krav
Memorering Involverer enten reproduksjon av tidligere innlærte fakta, ELLER å huske fakta, regler, formler eller definisjoner. Kan ikke løses ved å bruke prosedyrer fordi det ikke eksisterer en prosedyre eller fordi eleven har for kort tid til å bruke prosedyren. Er utvetydig. Slike oppgaver innebærer en nøyaktig reproduksjon av tidligere eksempler og det er tydelig og dirkete oppgitt hva som skal reproduseres. Har ingen forbindelse til konseptene eller meningen som ligger til grunn for de fakta, regler, formler eller definisjoner som er lært eller skal reproduseres.	*Prosedyrer med forbindelse* Spisser elevens oppmerksomhet mot bruken av prosedyrer for å utvikle dypere forståelse for matematiske konsepter og idéer. Foreslår veier man kan følge (enten eksplisitte eller implisitte) som bruker brede generelle prosedyrer som igjen har nære forbindelse til underliggende konseptuelle idéer, i motsetning til smalere algoritmer som ikke er gjennomsiktige med tanke på underliggende konsepter. Er vanligvis presentert på ulike måter (f.eks. visuelle diagrammer, manipulasjoner, symboler, problemer). Å forbinde flere representasjoner hjelper til med å danne mening. Krever en viss grad av kognitiv innsats. Selv om man kan følge generelle prosedyrer, kan ikke disse følges slavisk. Elevene må bruke de konseptuelle idéene som ligger til grunn for prosedyrene for å kunne fullføre oppgaven og utvikle forståelse.
Prosedyrer uten forbindelser Er algoritmisk. Bruken av prosedyren er enten beskrevet spesifikt, eller bruken av den er åpenbar basert tidligere instruksjoner, erfaringer eller oppgavens plassering. Har begrensede kognitive krav for å løse oppgaven tilfredsstillende. Det er utvetydig hva som skal gjøres og hvordan det skal gjøres. Har ingen forbindelse til konseptene eller meningene som ligger til grunn for prosedyrene som blir brukt. Har fokus på å produsere riktig svar i stedet for å utvikle matematisk forståelse Trenger ingen forklaring eller forklaringen fokuserer kun på å beskrive hvilken prosedyre som blir brukt.	*Utøve matematikk* Krever kompleks og ikke-algoritmisk tenkning (det er altså ikke en forutsigbar, innøvd tilnærmingsmåte eller framgangsmåte som er foreslått i oppgaven, oppgaveinstruksjonen eller et eksempel). Krever at elevene utforsker og forstår betydningen av matematiske konsepter, prosesser og sammenhenger. Krever at elevene overvåker og regulerer sin egen kognitive prosess. Krever at elevene bruker relevante kunnskaper og erfaringer på en formålstjenlig måte når de arbeider seg gjennom oppgaven. Krever at elevene analyserer oppgaven og aktivt undersøker oppgavens begrensninger som kan påvirke mulige strategier og løsninger. Krever betraktelig kognitiv innsats og kan gi eleven elevene en viss uro på grunn av den uforutsigbare løsningsprosessen som kreves.

Tabell 2: Vår oversettelse av «Task analysis guide» i matematikkoppgaver

(Stein, Schwan, Henningsen, & Silver, 2000)

I oppgaver med lave kognitive krav skilles det på memorering og prosedyrer uten forbindelser.

Memorering handler om å reprodusere innlærte fakta eller regler. Disse oppgavene kan ikke løses gjennom en prosedyre, enten fordi det ikke er tid, eller fordi den ikke eksisterer.

Oppgavene er ikke tvetydige, og hva som skal reproduseres er klart definert og formidlet. Oppgavene har heller ingen forbindelse til konseptene bak reglene som brukes. Et eksempel på en slik oppgave som handler om memorering kan ifølge Stein og Smith (1998) være som oppgaven som er vist under (Figur 10). Denne oppgaven løses bare ved at eleven husker svaret.

Gjør om brøkene $\frac{1}{2}$ *og* $\frac{1}{4}$ *til desimaltall og prosent*:
Forventede elevsvar:
$\frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\ \%$
$\frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\ \%$

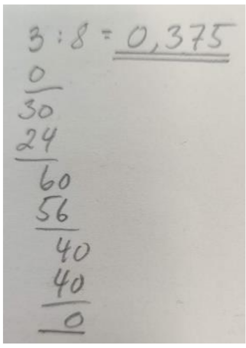
Figur 10: Vår oversettelse av oppgave med lave kognitive krav - memorering

(Stein & Schwan Smith, 1998)

Oppgaver som krever prosedyrer uten forbindelser kjennetegnes av at de er algoritmiske, har begrensede kognitive krav for å løses suksessfullt, har ingen forbindelse til underliggende konsepter, handler om at det er viktigere å produsere korrekt svar enn å utvikle matematisk forståelse, og krever ingen forklaring utover den prosedyren som ble brukt. Et eksempel på dette er ifølge Smith og Stein (1998) en slik type oppgave som vist under (Figur 11). Her løser elevene en oppgave ved å følge en prosedyre, men uten at de nødvendigvis forstår konseptene som ligger bak.

Gjør om brøken $\frac{3}{8}$ *til et desimaltall og prosent*.

Forventede elevsvar:

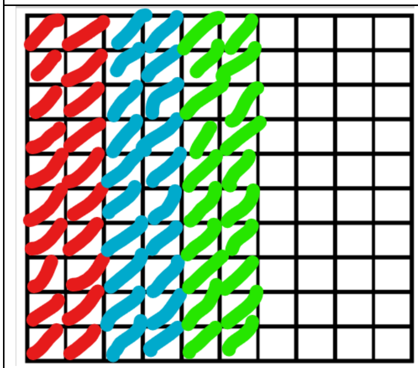
Brøk	Desimaltall	Prosent
$\frac{3}{8}$		$0{,}375 = 37{,}5\ \%$

Figur 11: Vår oversettelse av oppgave med lave kognitive krav – prosedyrer uten sammenheng

(Stein & Schwan Smith, 1998)

Oppgaver med høye kognitive krav deles opp i prosedyrer med forbindelser, og det å utøve matematikk. Prosedyrer med forbindelser tar sikte på å utvikle en dypere forståelse av matematiske ideer, foreslår en vei man kan følge som er en bred generell prosedyre og ikke en smal algoritme. Oppgavene er ofte representert på flere ulike måter slik at man kan opprette forbindelser mellom ulike representasjoner, og de krever noen grad av kognitiv innsats. Figur 12 viser et eksempel på en slik oppgave. Illustrasjonene i denne oppgaven gjør at elevene får en mulighet til å forstå de underliggende sammenhengene for omgjøring.

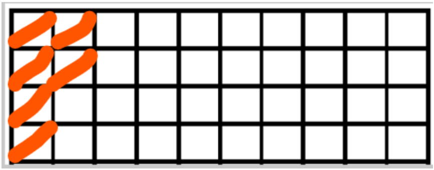
<table>
<tr><td colspan="4">Bruk et 10 x 10 rutenett. Finn desimaltallet og prosenttallet som tilsvarer 3/5.

Forventede elevsvar:</td></tr>
<tr><td>Figur</td><td>Brøk</td><td>Desimaltall</td><td>Prosent</td></tr>
<tr><td></td><td>$\frac{60}{100} = \frac{3}{5}$</td><td>$\frac{60}{100} = 0{,}60$</td><td>$0{,}60 = 60\ \%$</td></tr>
</table>

Figur 12: Vår oversettelse av oppgave med høye kognitive krav – prosedyrer med forbindelser

(Stein & Schwan Smith, 1998)

Det å utøve matematikk krever kompleks og ikke algoritmisk-tenkning, og at man utforsker og forstår matematiske konsepter. Oppgavene krever også en selv-monitorering og selv-regulering av egne kognitive prosesser, og de krever at elevene får tilgang til relevant kunnskap og erfaring mens de jobber med oppgaven. Elevene må også analysere oppgavene og lete etter oppgavebegrensninger som snevrer inn mulige løsninger. Til sist krever oppgavene også kognitiv innsats og kan involvere noe engstelse fordi oppgaven har en uforutsigbar løsning. En oppgave av en slik type kan være som vist i Figur 13. Her må elevene forklare hvordan de gjør om mellom representasjonene, og det er ikke noen åpenbar algoritme for å løse oppgavene.

<table>
<tr><td colspan="3">Fargelegg 6 små kvadrater i et 4 x 10 rektangel. Bruk rektangelet og forklar hvordan du bestemme hver av de følgende: (a) Hvor stor prosentdel som er fargelagt, (b) Hvor stor del av området er fargelagt oppgitt som desimaltall, og (c) Hvor stor brøkdel av området er fargelagt.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Et mulig elevsvar:
</td></tr>
<tr><td>a) En kolonne vil tilsvare 10% siden det er 10 kolonner. Så fire kvadrater er 10%. Da er to kvadrater er en halv kolonne og halvparten av 10% er 5%. Da vil 6 fargelagte kvadrater tilsvare 10% pluss 5% som er 15%</td><td>b) En kolonne vil tilsvare 0,10, siden det er 10 kolonner. I den andre kolonnen er bare 2 kolonner fargelagt, så de veil være halvparten av 0,10, som er 0,05. Derfor vil de 6 fargelagte kvadratene tilsvare 0,1 pluss 0,05 som er 0,15.</td><td>c) Seks fargelagte kvadrater av førti totalt tilsvarer 6/40, som kan forkortes til 3/20.</td></tr>
</table>

Figur 13: Vår oversettelse av oppgave med høye kognitive krav – utøve matematikk

(Stein & Schwan Smith, 1998)

2.5.2 LIST-oppgaver eller rike oppgaver

LIST står for «lav inngangsterskel og stor takhøyde» og er et begrep som brukes sammen med «rike oppgaver». En LIST-oppgave skal være krevende uansett hvilket faglig nivå eleven ligger på (Utdanningsdirektoratet, 2021). En slik oppgave skal gi alle elevene mulighet til å løse oppgaven og oppleve mestring, samtidig som den gir rom for mer avanserte strategier. Rike oppgaver er en type problemløsningsoppgaver og ble beskrevet av forfatterne Hedrén, Hagland og Taflin (2005) som oppgaver som tilfredsstiller syv kriterier:

1. Introduserer viktige matematiske ideer eller løsningsstrategier.
2. Lett å forstå. Alle skal komme i gang og ha muligheter til å arbeide med problemet.
3. Utfordrende, anstrengende og kunne ta tid.
4. Skal kunne løses på ulike måter, med ulike strategier og representasjoner.
5. Skal kunne initiere en matematisk diskusjon som omfatter ulike strategier, representasjoner og matematiske ideer.
6. Skal fungere som brobygger mellom ulike matematiske områder
7. Skal kunne lede elever og lærere til å formulere nye interessante problemer.

(Hagland, Hedrén, & Taflin, 2005)

2.5.3 «Type of response»

Et siste element vi har tatt hensyn til når vi har sett på oppgavene som er løst, er «Type of response» (Charlambous, Delaney, Hsu, & Mesa, 2010). Dette er en klassifisering etter hvilket svar som forventes i en oppgave. En oppgave kan, etter denne klassifiseringen, besvares på fire ulike måter. Du kan gi bare et svar, du kan gi et svar med matematisk uttrykk, du kan gi en forklaring på hva du har gjort eller du kan gi en begrunnelse på hvorfor det er riktig. Et svar er i denne sammenhengen et numerisk svar, mens svar med matematisk uttrykk skal i tillegg ha med uttrykket som ligger til grunn for svaret. Forklaring som svar betyr at eleven må forklare hvordan svaret har framkommet, mens en begrunnelse skal inneholde et matematisk gyldig argument for at svaret er riktig.

3 Metode

Målet med denne studien er å beskrive hvordan elever kommuniserer skriftlig i et klasserom hvor det brukes digitale læremidler, sammenlikne dette med hvordan de kommuniserer skriftlig når de jobber med oppgaver uten digitalt læreverk, og si noe om hvilke oppgavetyper i digitale læreverk som fremmer ulike typer skriftlig kommunikasjon.

I dette kapittelet vil vi først beskrive hvilke metoder for datainnsamling og analyse vi har brukt. Deretter vil vi forklare kort om styrker og svakheter ved de valgene vi har gjort før vi til slutt diskuterer etiske betraktninger og forskningens troverdighet.

Vi startet med å observere en vanlig undervisningsøkt for å se hvilke problemstillinger som er aktuelle. Deretter observerte vi en mindre gruppe, tok lydopptak og samlet inn elevenes arbeidsbøker etter en økt med bruk av Campus Inkrement. Ved å ta utgangspunkt i det elevene skrev i arbeidsbøkene sine i denne økten, valgte vi ut noen oppgaver vi ville se nærmere på. Så analyserte vi disse oppgavene med tanke på hva og hvordan elevene skriver og så det i lys av hvilke oppgaver som var løst. Deretter lot vi elevene løse de samme oppgavene på nytt, denne gangen gitt på papir, slik at vi kunne sammenlikne. Vi vil beskrive framgangsmåten vår nærmere i dette metodekapittelet.

3.1 Forskningsdesign

Vi har gjennomført en kasusstudie. En kasusstudie ser på et enkelt tilfelle eller et avgrenset system, som f.eks. en liten gruppe elever, eller noen få lærere (Stake, 1995). I vårt tilfelle ser vi på en liten gruppe elever på 9. og 10. trinn. Vi har i hovedsak hentet informasjon fra dokumentinnsamling, men vi har også gjennomført observasjoner for å få en inngående forståelse av kasuset. Utgangspunktet vårt var at vi i en observasjonsøkt og gjennom egen erfaring så at elevene i liten grad noterte i timene. Dette ønsket vi å undersøke om stemte, og har derfor sammenliknet elevers skriftlige arbeid når de jobber med og uten digitale læremidler. Vi har også sett nærmere på hvilke typer oppgaver i det digitale læreverket som fremmer hvilken type skriving. Datamaterialet vi trengte for å gjøre denne kasusstudien fant vi i elevenes arbeidsbøker og skriftlige notater. Disse ga grunnlaget for vår datainnsamling. Dette er dermed en instrumentell kasusstudie (Stake, 1995), hvor manglende skriftlig kommunikasjon i matematikk er problemet som undersøkes, og sammenlikningen av arbeidsbøkene med og uten digitale læreverk er instrumentet som lærer oss om dette.

3.2 Metode for datainnsamling

Vi startet med en pilotobservasjon der vi fulgte en matematikktime med en annen lærer på vår egen skole. Denne observasjonen ga oss grunnlag for å gå videre med prosjektet, da vi så at elevenes skriftlige kommunikasjon varierte, både elevene imellom, men også fra oppgave til oppgave hos den enkelte elev. Noen skrev svært mye i alle oppgaver, noen skrev veldig lite eller ikke i det hele tatt, mens andre gjorde begge deler tilsynelatende avhengig av hva de syntes var formålstjenlig i de ulike oppgavene. Noen hadde en formell matematisk uttrykksmåte, mens andre var mer uformelle i sin notering. Noen brukte også bøkene til helt andre ting, eller hadde ikke skriveboka fremme på pulten hele økten.

I november 2021 samlet vi inn arbeidsbøker fra noen elever på 9. trinn i etterkant av en arbeidsøkt der de hadde arbeidet med oppgaver fra Campus Inkrement. Vi var til stede i økten og tok lydopptak for å observere eventuelle hendelser som kunne være relevante for analysen av det skriftlige materialet. I ettertid så vi at dette lydopptaket ikke tilførte noe relevant informasjon, og vi har derfor ikke brukt det videre i analysen vår. For å få større datamateriale og en større bredde i det matematiske innholdet, samlet vi også inn arbeidsbøker fra elever på 10. trinn på samme tidspunkt. Alle bøkene har blitt samlet inn med formål om å analysere hvordan elever skriver løsninger på oppgaver når de ikke er bevisste på at andre skal se arbeidet, men bruker bøkene for egen del.

3.2.1 Utvalg av elever

Vi valgte å fordype oss i arbeidsbøkene til tre elever på 9. trinn og tre elever på 10. trinn, totalt tre jenter og tre gutter. Elevene har ulik måloppnåelse i matematikk. Utvalget av elever i gruppa som ble observert på 9. trinn var variert med tanke på kjønn og kompetanse i faget og ble gjort etter en vurdering av faglærer. Elevene som ble observert fikk vite at vi skulle skrive en oppgave, men fikk beskjed om å ikke henvende seg til oss, eller gjøre noe annet enn hva de pleide å gjøre. På 10. trinn ble bøkene samlet inn fra et tilfeldig utvalg elever. Det er dermed ikke noen garanti for at utvalget på 10. trinn er representativt, da man kan tenke seg at elever som ønsker å vise frem arbeidsboka si, i utgangspunktet er høyt presterende. Vi mener likevel at når ingen elever har visst om dette fra starten av, vil arbeidsbøkene uansett reflektere hvordan elever bruker arbeidsbøkene.

I april 2022 løste de samme seks elevene et utvalg av tidligere oppgaver på papir. Elevene fikk utdelt arbeidsoppgavene på ark som en «repetisjonsøkt». Denne gangen gjorde alle elevene i klassene til de utvalgte elevene fem oppgaver hver, selv om vi kun skulle bruke de utvalgte elevene i denne studien. Begrunnelsen for at vi gjorde det slik, var at vi ønsket at dette skulle oppleves så nært opptil en normal økt som mulig, og ikke oppleves som en forskningssituasjon.

3.2.2 Utvalg av oppgaver

Oppgavene som elevene har arbeidet med er hentet fra forskjellige deler av matematikkpensum. Forskjellige elever har arbeidet med forskjellige tema. Grunnen til det er at vi måtte ta utgangspunkt i hva elevene arbeidet med på det tidspunktet datainnsamlingen ble gjort. I tillegg måtte oppgavene enten være mulig å spore, altså at elevene hadde merket oppgavene eller løst dem på en slik måte at vi kunne finne igjen samme oppgave i Campus Inkrement, eller ha blitt løst i Campus Inkrement i den observerte timen. Alle oppgaver som løses i Campus Inkrement blir merket med dato og tidspunkt for når oppgaven er løst, og vi kunne da finne tilbake til disse. Siden hver elev kun blir sammenliknet med seg selv, mener vi det er en fordel å ha så mange ulike oppgaver som mulig, og valgte derfor ulike oppgaver fra de ulike elevene. Derfor har vi også forsøkt å samle inn oppgaver med forskjellige tema, ulik vanskelighetsgrad og oppgaver med og uten illustrasjoner (Tabell 3).

Vi valgte både oppgaver som elevene har skrevet mye på, oppgaver som elevene har skrevet lite på, og oppgaver som elevene ikke har skrevet noe i det hele tatt, men kun har løst i Campus Inkrement. I april ble så disse utvalgte oppgavene skrevet på nytt på ark, med identisk ordlyd og eventuelle illustrasjoner. Elevene fikk så utdelt disse oppgavene, og skulle løse dem i kladdeboka si. Alle oppgavene som er gitt til elevene og som det refereres til i tabell 3 er lagt som vedlegg nr 1.

Tema (kapittel-navn i Campus Inkrement)	Undertema (slik det er oppgitt i Campus Inkrement)	Vanskelig-hetsgrad (slik den er oppgitt i Campus Inkrement)	Antall opp-gaver	Illustrasjon og/eller tekst i oppgaven
Statistikk	Gjennomsnitt	Rød	1	Kun tekst
	Spredningsmål	Grønn	1	Kun tekst
		Rød	2	Kun tekst
	Søylediagram	Grønn	1	Kun tekst
		Rød	2	En med kun tekst og en med tekst og illustrasjon
Omkrets og Areal	Areal av parallellogram	Rød	2	En med kun tekst og en med tekst og illustrasjon
	Omkrets og areal av rektangler	Svart	1	Kun tekst
Overflate og volum	Volum av pyramider og kjegler	Grønn	1	Kun tekst
		Svart	1	Tekst og illustrasjon
	Overflate og volum av rette prismer	Grønn	2	Tekst og illustrasjon
		Rød	1	Tekst og illustrasjon
Algebra	Multiplisere to parenteser	Svart	1	Kun tekst
Likninger	Addisjon- og subtraksjons-metoden	Svart	1	Kun tekst
Algebra og likninger	Sammentrekking av brøkuttrykk	Rød	1	Kun tekst
		Svart	1	Kun tekst
	Førstegradslikninger	Rød	1	Kun tekst
		Svart	2	Kun tekst
	Faktorisering og forkorting av brøkuttrykk	Rød	2	Kun tekst
Prosent	Prosent som brøk	Svart	2	Kun tekst
	Prosentdelen av et tall med formel	Svart	2	Kun tekst
Økonomi	Lønn	Grønn	1	Kun tekst
Potenser	Potenser og regnerekkefølge	Rød	1	Kun tekst

Tabell 3: Om utvalgte oppgaver i studien

3.3 Metoder for analyse

3.3.1 Mixed Methods

Mixed Methods er en forskningsmetode hvor man blander kvalitative og kvantitative metoder. Det finnes flere definisjoner av hva Mixed Methods er, men Cohen, Manion og Morrison referer Creswell og Plano Clark (2011) som sier at:

> «Mixed Methods Research typifies research undertaken by one or more researchers which combines various elements of both quantitative and qualitative approaches … to research, together with the nature of the interferences made from the research, the purposes of which are to give a richer and more reliable understanding of a phenomenon than a single approach would yield"
>
> (Cohen, Manion, & Morrison, 2018, s. 32)

Formålet med å bruke Mixed Methods Research er altså å gi et så bredt bilde av et fenomen som mulig. Det finnes mange avarter av Mixed Methods Research-design, der en av dem kan sies å være «Conversion mixed designs» hvor man samler inn kvalitative og kvantitative data på samme tid og gjør om disse fra kvantitative data til kvalitative data eller motsatt. Samtidig vil en slik metode ta hensyn til elementer som dukker opp, såkalte «interferences», underveis i forskningen. Vår datainnsamling startet med en kvalitativ innsamling av data i et lite utvalg, hvor utgangspunktet var å observere hva elevene faktisk skriver i kladdeboka si når de løser oppgaver i et digitalt læreverk. Disse dataene måtte vi så se på med et overordnet blikk, og kategorisere dem på forskjellige måter for å finne ut hva som var felles for den skriftlige kommunikasjonen i elevenes oppgaveløsning, og hva som skilte dem. Ut fra denne kategoriseringen har vi da kunne telle opp hvor ofte elevene benytter seg av forskjellige typer skriving og om det for eksempel er en sammenheng mellom forskjellige typer skriving, og hvordan oppgaven er utformet eller om elevene klarer å løse oppgavene som er gitt.

Innen terminologien brukt i Mixed Methods Research kan en slik blanding av kvalitative og kvantitative data kategoriseres som «Embedded design», og vil gi mer generalisert data til et fenomen som undersøkes nærmere, for eksempel i en kasusstudie (Cohen, Manion, & Morrison, 2018, s. 39).

3.3.2 Metode for analyse av elevbesvarelser

Vi har analysert datamaterialet ved å bruke innholdsanalyse slik den er beskrevet i seks punkter (vår oversettelse) av Denscombe referert i Cohen et al. (Cohen, Manion, & Morrison, 2018, s. 675).

Velge et passende utvalg av data. Vi har gjort et utvalg av både elever og hvilke oppgaver som ble løst. Dette er gjort rede for i kapittel 3.2.1 og 3.2.2.

Bryte ned teksten til mindre enheter for analyse. I vårt datamateriale kan vi si at denne nedbrytingen gjør seg selv i og med at vi har seks elever som har gjort fem oppgaver hver. Hver oppgaveformulering og oppgaveløsning blir da en enhet for analyse.

Utvikle passende kategorier for dataanalyse. For å kunne besvare forskningsspørsmålene lagde vi flere kategorier for dataanalyse. Disse kategoriene var for eksempel hvilken type skriving eleven hadde vist, om svaret var riktig, oppgavens vanskelighetsgrad, bruk av representasjoner, antall antatte løsningssteg i oppgaven, om oppgaven inneholdt elementer fra rike oppgaver/problemløsning og hvilke kognitive krav oppgaven stiller.

Kode enhetene slik at de passer i kategoriene. Hver oppgave og oppgavetekst ble så kodet inn i de forskjellige kategoriene, for eksempel ved å si at oppgaveløsningen inneholdt trekk fra presentasjonsskriving eller tankeskriving eller begge deler. Et annet eksempel på plassering i kategori var om det var gitt riktig eller galt svar i oppgaven.

Telle opp frekvensen til de forskjellige enhetene. Vi talte opp hvor mange oppgaver som passet inn i de forskjellige kategoriene. For eksempel fant vi at 12 av oppgavene i Campus Inkrement var løst slik at teksten hadde trekk fra presentasjonsskriving. Opptellingen av de forskjellige enhetene vil bli gjort rede for i analysekapittelet, kapittel 4.

Analysere teksten ut ifra de enkelte enhetene og hvordan disse enhetene henger sammen med andre enheter i teksten. Opptellingen av enhetene er grunnlaget for funnene våre som også blir gjort rede for i kapittel 4.

I tillegg til å telle opp antall oppgaver det var produsert tekst til, ønsket vi å få et tydeligere bilde av hvor mye tekst elevene faktisk produserer. Dette gjorde vi ved å telle antall tegn hver elev hadde skrevet i arbeidsboka i hver oppgave. Vi ønsket å gjøre dette for å se om mengde tekst hadde en sammenheng med de andre kategoriene som beskrevet over, for eksempel hvor ofte eleven gjør feil, eller hvor mye kompetanse eleven får vist. Vi har et lite utvalg av elever, så det blir vanskelig å trekke generelle konklusjoner på et slikt grunnlag. Likevel mener vi at å se etter en sammenheng her kan gi oss en pekepinn på om dette er verdt å se på videre.

3.3.3 Begrepsavklaring

For å kunne gjøre analysen måtte vi ha en klarere definisjon av begrepene tenkeskriving og presentasjonsskriving. Disse begrepene er ikke helt entydig definerte begreper, men ut ifra definisjonene til Skrivesenteret (Skrivesenteret NTNU, 2021) og Lorentzen og Kringstad (Lorentzen & Kringstad, 2015) som er presentert utdypende i teorikapittelet har vi formulert seks kjennetegn som vi mener klargjør begrepene tenkeskriving og presentasjonsskriving.

Tenkeskriving:

- Tekst/oppgaver der det ikke går tydelig fram hvilken oppgave som er løst eller hva svaret er.
- Tekst/oppgaver der det er tydelig preg av utforskning. Uformell struktur og beregnet for å støtte tankeprosessen (holde orden i tankene).
- Tekst/oppgaver der det er tegn til at eleven har prøvd ut flere løsninger/strategier.

Presentasjonsskriving:

- Tekst/oppgaver der eleven har mottakerbevissthet.
- Tekst/oppgaver der eleven benytter mer formelt matematisk språk (både tall og tekst). Kommuniserer innenfor fagets rammer.
- Tekst/oppgaver som formidler tanken. Eleven må argumentere for å presentere tenkemåten sin skriftlig.

Å ha mottakerbevissthet og å formidle sin egen tankegang gjør noe med skrivingen:

> «En tilpasning av språket fører til refleksjon over egen tenkning fordi en skriftliggjøring eller muntlig verbalisering av et resonnement eller tankegang er kognitivt krevende. Skriveren blir tvunget til hele tiden å vurdere om det som blir skrevet faktisk underbygger egen tenkning».
>
> (Skrivesenteret NTNU, 2021)

Det vil være sånn at noen oppgaver er svært typiske for tenkeskriving, eller svært typiske for presentasjonsskriving, men noen vil også ha kjennetegn fra begge typer skriving, og vil dermed ikke kunne sorters inn under den ene eller andre kategorien, men være en kombinasjon, eller ikke kunne sorters under disse kategoriene i det hele tatt.

3.3.4 Styrker og svakheter ved vår analyse

I og med at en innholdsanalyse ikke er bundet til et spesielt teoretisk rammeverk, har denne metoden vært godt egnet for oss fordi vi da selv har kunnet lete etter hva vi mener er relevant for våre forskningsspørsmål. En annen fordel er at en slik analyse innebærer at man kan telle opp forekomster av ulike fenomen, «content analysis involves counting concepts, words or occurrences in documents and reporting them in tabular form» (Cohen, Manion, & Morrison, 2018, s. 675). Det å kunne se på elevenes tekster på ulike måter, og å kunne si noe om hvor ofte forskjellige fenomen inntreffer, ga oss en mulighet til å sammenligne elevens skriving når de arbeider digitalt eller kun på papir.

En svakhet ved vår analyse kan være at vi har basert oss for mye på hvor ofte noe inntreffer, men at innholdet av dette «noe» blir forenklet eller kommer i andre rekke. Et eksempel på dette er at vi har sidestilt alle læringsmålene vi så etter, og kun talt opp antall uten å skille på innholdet i disse målene. Noen læringsmål kan være mye mer omfattende enn andre. I tillegg har vi måtte gjøre en del vurderinger når vi har plassert de forskjellige oppgavene og oppgaveløsningene i kategorier, for eksempel hvilke kognitive krav en oppgave stiller til elevene. Andre matematikklærere kunne gjort andre vurderinger.

3.4 Pålitelighet og gyldighet

For at forskningen skal være pålitelig, må den forskningen som er gjort være gyldig. Det finnes forskjellige former for pålitelighet og gyldighet (Cohen, Manion, & Morrison, 2018, s. 245). Vi vil her kort gå inn på noen av aspektene ved gyldigheten og påliteligheten i undersøkelsen vår, ved å kommentere denne i lys Cohen et al. liste om pålitelighet og gyldighet i kasus-studier. (Cohen, Manion, & Morrison, 2018, s. 381). Vi har valgt å oversette begrepene til norsk.

Konstruksjons-gyldighet: Dette har vi prøvd å oppnå ved å basere oss på vanlig aksepterte teorier og begreper, som for eksempel Duvals representasjoner eller definisjonene av hva som er tenkeskriving og presentasjonsskriving.

Intern gyldighet: Vi har beskrevet gjennom metodekapittelet hvilke metoder vi har brukt når vi har analysert dataene og forsøkt i så stor grad som mulig å beskrive hvilke avveiinger og valg vi har gjort underveis, og begrunnelsen for disse.

Ekstern gyldighet: Gjennom å beskrive forutsetningene for datainnsamling og hvilke teorier vi bygger på har vi forsøkt å gi belegg for konklusjonene våre.

Samtidig gyldighet: Ved å samle inn bøker fra forskjellige trinn og i klassene til forskjellige lærere har vi forsøkt å gi et bredere bilde av hva elevene skriver i bøkene sine. Slik har vi prøvd å minimere sjansen for at det er lærerens spesielle undervisningsmåte som har påvirket elevene til å skrive mer eller mindre. Dette kan styrke påliteligheten.

*Økologisk gyldighe*t: Gjennom å beskrive læreverket og si noe om elevens forutsetninger har vi prøvd å tegne et bilde av hvordan vi har gjort undersøkelsene våre slik at andre skal kunne se for seg miljøet vi har forsket i.

Pålitelighet: En kasusstudie gir et øyeblikksbilde av en liten del av virkeligheten. «A case study provides a unique example of real people in real situations…» (Cohen, Manion, &

Morrison, 2018, s. 376) For å kunne ta et slikt øyeblikksbilde har vi vært avhengig av elevenes velvilje for å kunne samle inn arbeidsbøkene, samtidig som vi har vært prisgitt våre kollegaers velvilje for å kunne «låne» elever. Dette har igjen ført til at utvalget som er gjort, både av elever og hvilke oppgaver som er løst, ikke kan sies å være helt tilfeldig. Dette er en faktor som kan svekke påliteligheten.

Vi kan heller ikke med sikkerhet si at det som elevene har skrevet i arbeidsbøkene er alt de faktisk skrev til de forskjellige oppgavene. Det kan ikke utelukkes at elevene har notert noe et annet sted som vi ikke har fått samlet inn. Samtidig har det vært lærer til stede når elevene har arbeidet med oppgaver for å kunne kontrollere at det vi har ønsket å få levert inn har blitt levert.

Det kan diskuteres i hvor stor grad det er mulig å gjenskape studien vår. Den er et øyeblikksbilde, og det er mange faktorer som spiller inn på hva som skjer i et klasserom. Slike faktorer kan ha påvirket innsamlingen av data, og som nevnt i kapittel 3.3.4 har vi også måttet gjøre noen tolkninger som kan være vanskelige å reprodusere.

Unngå skjevhet: Som nevnt i innledningen har vi basert denne oppgaven og de påfølgende forskningsspørsmålene på vår egen og andre læreres erfaring fra praksis. Vi hadde en mistanke om at det hadde skjedd «noe» med elevens skriving. Førobservasjonen vi gjorde av en undervisningsøkt var blant annet for å unngå å være forutinntatt. Vi var også til stede da elevene på 9. trinn arbeidet i en mindre gruppe med oppgavene i november 2021. Observasjonen var ikke-deltakende, åpenlys og i en naturlig setting. Det at elevene var samlet i en liten gruppe, er naturlig for denne gruppen elever, da de er vant til ulike gruppedelinger fra uke til uke. Det som skilte dette fra en helt naturlig setting, var at de visste de ble observert, og at de var i et nytt klasserom med en litt mindre gruppe enn de pleide. Dette kan ha gjort at elevene følte seg observert, og dermed jobbet mer nøyaktig med matematikken, enn hva man kan tenke seg de hadde gjort i en matematikktime ellers. Bortsett fra dette har vi ikke hatt noen mulighet til å påvirke hva elevene skrev da de løste oppgavene.

Vi har også gjennom analysen (se kapittel 4) prøvd å beskrive hvordan vi har kommet fram til de funnene vi har, slik at eventuelle bias blir tydeliggjort.

Det verdt å nevne at vi er klar over at utvalget vårt er lite, og at det gjør at det er vanskelig å generalisere ut ifra studien vår.

3.5 Forskningsetikk

For å sikre ansvarlig forskning, har Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH) gitt ut et sett retningslinjer som alle som driver forskning er forpliktet til å ivareta. De nasjonale forskningsetiske komiteene skriver at: «Retningslinjene er rådgivende og skal bidra til å utvikle forskningsetisk skjønn og refleksjon, avklare etiske dilemmaer, fremme ansvarlig forskning og forebygge uredelighet.» (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2021). Retningslinjene er delt inn i fem hovedpunkter: «forskerfellesskapet», «hensyn til personer», «grupper og institusjoner», «oppdragsgivere, finansiører og samarbeidspartnere» og «forskningsformidling». I og med at vi ikke har noen oppdragsgiver, finansiør eller samarbeidspartner faller hele dette punktet bort. Om «forskerfellesskapet» sier retningslinjene at

> «Forskere har et kollegialt ansvar overfor hverandre i forskerfellesskapet. De skal opptre sannferdig, behandle hverandre med respekt og anerkjenne hverandres

bidrag i prosjekter og publikasjoner. Forskere har et kollektivt ansvar for å fremme forskningens verdier og normer også i undervisning, veiledning, formidling og publisering.»

(De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2021)

For å ivareta dette har vi gjort forskningen vår etterprøvbar i så stor grad som mulig ved å være åpne om metoder og analyseverktøy. Vi har skrevet mer om dette i kapittel 3.4.

Om «hensyn til personer» har vi som lærere et særskilt ansvar, da forskningsobjektene er barn i grunnskolealder. De forskningsetiske komiteene skriver: «Det forskningsetiske samtykket skal være frivillig, informert og utvetydig, og det bør være dokumenterbart.» (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2021). Vi har informert muntlig og delt ut skriftlig informasjon om studien og vi har samlet inn skriftlig samtykke fra alle elevene som deltar i studien. De elevene som var under 16 år da studien startet har også fått signatur fra sine foresatte. Elevene har når som helst hatt mulighet til å trekke seg.

Under punktet «Anonymitet» står det at «Forskere må sikre at anonymitet er ivaretatt hvis det er avtalt, eller hvis andre hensyn tilsier det.». Dette er særlig viktig når vi bruker ungdom som informanter. Vi så at da vi samlet inn arbeidsbøkene, inneholdt noen av disse ikke bare matematisk kommunikasjon, men det var også skrevet andre ting i form av tegninger eller setninger som tilsynelatende ikke hadde noe med matematikken å gjøre. Det er ikke sikkert at de elevene som hadde samtykket til å levere fra seg bøkene sine tenkte gjennom at de også leverte fra seg noe annet enn det som har med matematikk å gjøre. Det har derfor vært viktig for oss å ikke ta disse personlige notasjonene med i vår vurdering av deres matematiske kommunikasjon, og heller ikke vise eller snakke om dette til andre og ellers sørge for at elevene forblir anonyme.

Punktet «grupper og institusjoner» sier «Private bedrifter og organisasjoner bør legge til rette for forskning på virksomheten og dataene sine.» (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2021). Vi har basert forskningen vår på hvordan elevene løser utvalgte oppgaver fra læreverket Campus Inkrement, men vi har ikke kontaktet Campus Inkrement for å informere om studien eller for å få ytterligere innsyn i bedriften. Dermed har vi også unngått en del problemstillinger knyttet til forskningens integritet slik som for eksempel manipulerte data. Forfatterne av læreverket vil indirekte kunne påvirkes av vår forskning, men det kreves ikke samtykke i og med at læreverket er offentlig dokument. Vi må likevel respektere deres arbeid ved å presentere funnene våre så nøyaktig og nøytralt som mulig. For forskningsformidlingen er det derfor svært viktig at vi formidler et resultat som gir et så godt bilde av virkeligheten som mulig. Vi er også forpliktet til å klargjøre vitenskapelig usikkerhet og faglige begrensninger (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2021).

4 Analyse/Resultat

I dette kapittelet vil vi gå nærmere inn i hvordan elevene benytter arbeidsboka si i matematikk. Med bakgrunn i det som er beskrevet over i metodekapittelet har vi analysert et utvalg forskjellige oppgaver med tanke på hvordan elevene har uttrykt seg skriftlig når de løser oppgaver gitt digitalt og sammenliknet med oppgaver gitt kun på papir. På bakgrunn av denne analysen vil vi her presentere funnene våre.

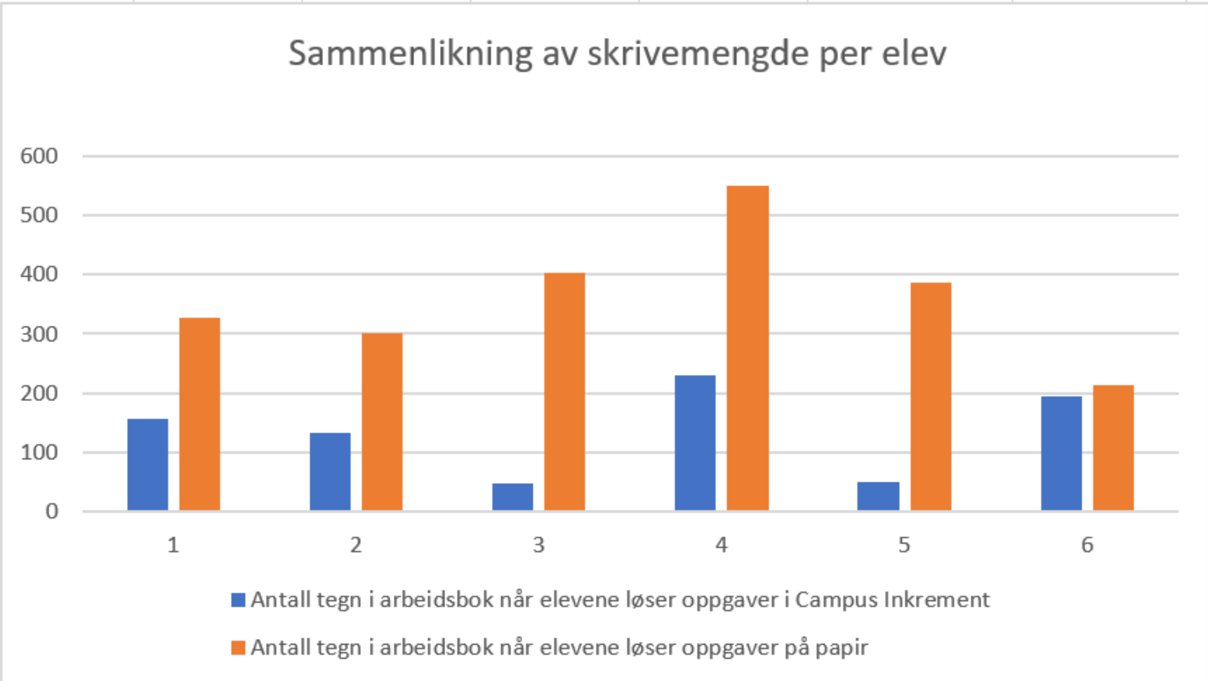
4.1 Funn 1: Skrivemengde

Elevene skriver betydelig i mer i arbeidsboka når de løser oppgaver på papir, sammenliknet med når de løser i Campus Inkrement. Ved å telle antall tegn elevene har skrevet i arbeidsboka da de i november 2021 løste oppgavene i Campus Inkrement og sammenligne med antall tegn da de løste de samme oppgavene på papir i april 2022, ser vi at det er forskjell. Vi har sett på ulike måter å måle dette på, både antall tegn og ved å se på mengden tenkeskriving og presentasjonsskriving.

	Elev						Totalt	Gjennom-snittlig skrive-mengde per elev	Gjennom-snittlig skrive-mengde per oppgave
	1	2	3	4	5	6			
Antall tegn i arbeidsbok når elevene løser oppgaver i Campus Inkrement	156	132	48	231	49	194	810	135,0	27,0
Antall tegn i arbeidsbok når elevene løser oppgaver på papir	327	301	403	551	387	214	2183	363,8	72,8
Gjennom-snittlig antall tegn i arbeidsbok per oppgave – Campus Inkrement	31,2	26,4	9,6	46,2	9,8	38,8			
Gjennom-snittlig antall tegn i arbeidsbok per oppgave - papiroppgaver	65,4	60,2	80,6	110,2	77,4	42,8			

Antall oppgaver uten noen form for tekstproduk-sjon – Campus Inkrement	1	1	3	1	4	0	10	1,7	
Antall oppgaver uten noen form for tekstproduk-sjon - papir	0	0	0	0	0	0	0	0	

Tabell 4: Skrivemengde



Figur 14: Skrivemengde

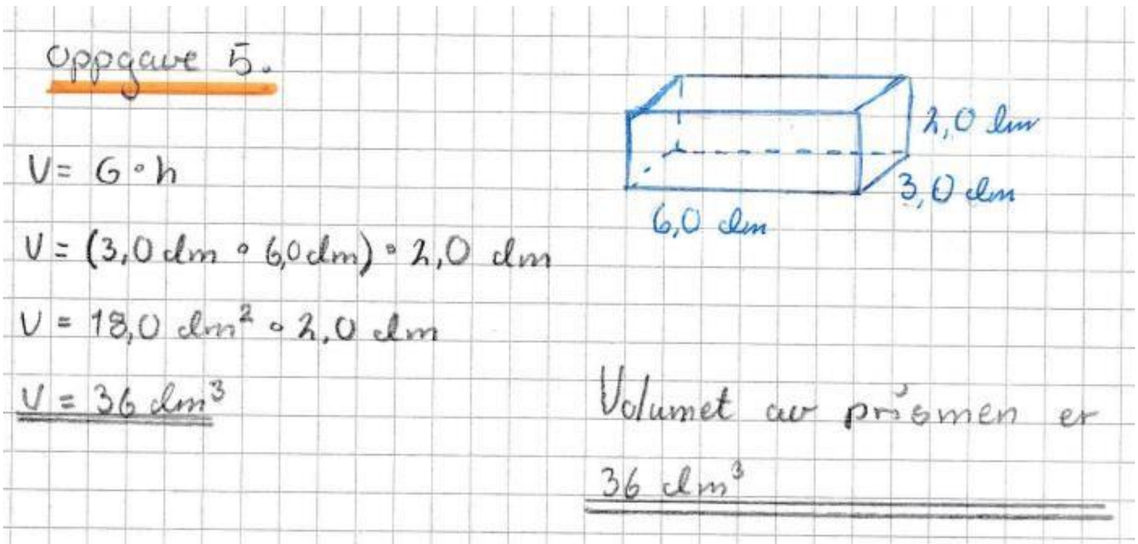
Gjennomgående skriver elevene flere tegn når de svarer på papir enn når det skrives for å komme fram til svaret som skal inn i svarruta i Campus Inkrement (Figur 14). Av de oppgavene vi fikk inn, skrev elevene til sammen nesten 3 ganger så mange flere tegn når de kun skulle svare på papir. Totalt antall tegn gikk opp fra 810 i november 2021 til 2183 i april 2022 (Tabell 4).

I gjennomsnitt ble det skrevet 27 tegn per oppgave i november 2021. Dette steg til et gjennomsnitt på 72,8 ord per oppgave i april 2022. Når elevene løste oppgaver digitalt, var det totalt 10 oppgaver de ikke produserte noe tekst til, men her varierte det fra elev til elev. I gjennomsnitt var 1,7 oppgaver løst digitalt uten tegn til tekstproduksjon (Tabell 4). På papir produserte alle elevene tekst på samtlige oppgaver.

Hvor mange flere tegn hver enkelt elev skrev varierer en del. Da oppgavene ble løst digitalt hadde to av elevene skrevet svært få tegn, med et gjennomsnitt på under 10 tegn per oppgave. Når disse elevene løste oppgavene på papir, hadde de omtrent 8 ganger så mange tegn. Ingen av elevene skrev mindre når oppgavene kun skulle besvares på papir (Tabell 5).

	Elev						Totalt	Gjennom-snitt per elev	Gjennom-snitt per oppgave
	1	2	3	4	5	6			
Hvor mange flere tegn elevene skriver i arbeidsboka når de løser oppgaver på papir sammen-liknet med når de løser oppgaver i Campus Inkrement	171	169	355	320	338	20	1373	228,8	45,8
Økning i antall tegn (i %)	110	128	740	139	690	10	170		

Tabell 5: Forskjell i skrivemengde

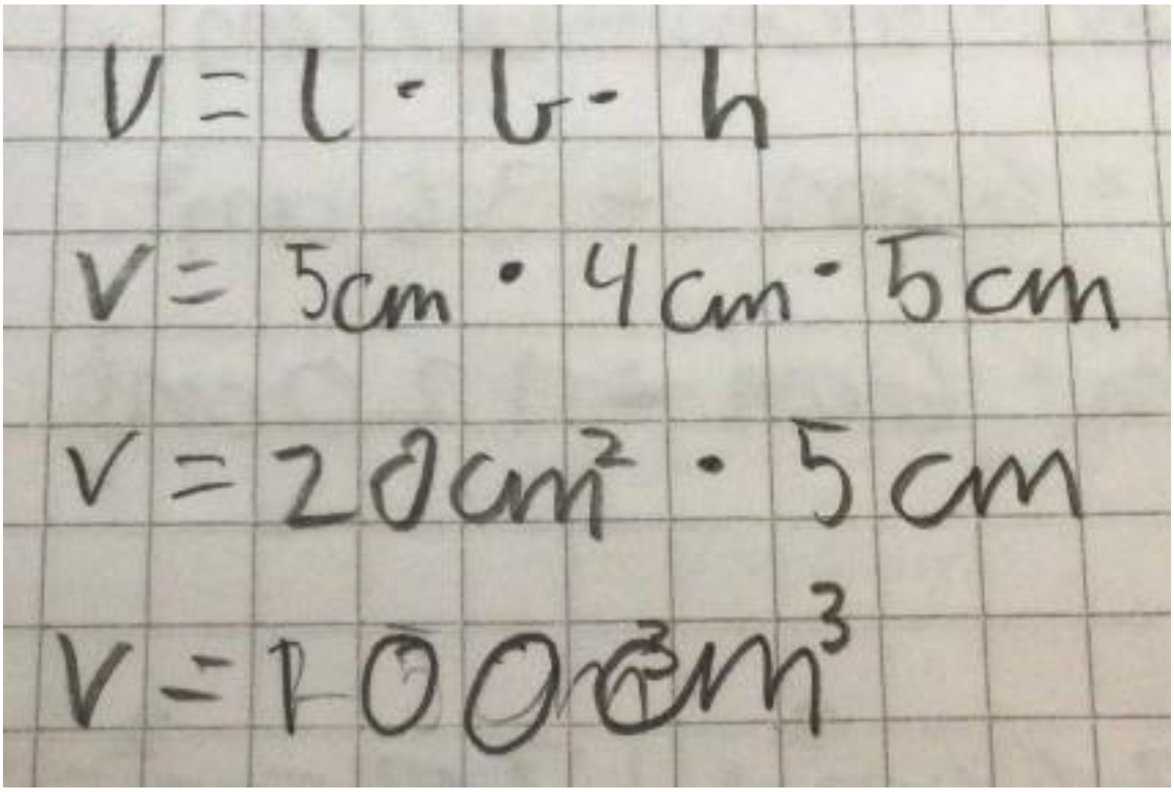


Figur 15: Eksempel på oppgave løst på papir som ikke hadde noen form for skriving når oppgaven ble løst digitalt

Vi fant også flere trekk fra både presentasjonsskriving og tenkeskriving i april 2022. Da elevene besvarte oppgavene digitalt fant vi at hver elev hadde mellom én og tre oppgaver med trekk fra presentasjonsskriving, med et gjennomsnitt på 2 slike oppgaver per elev, Når elevene besvarte oppgavene på papir et halvt år senere, hadde hver elev mellom 3 og 5 oppgaver med trekk fra presentasjonsskriving, med et gjennomsnitt på 4,3 oppgaver per elev (Tabell 6).

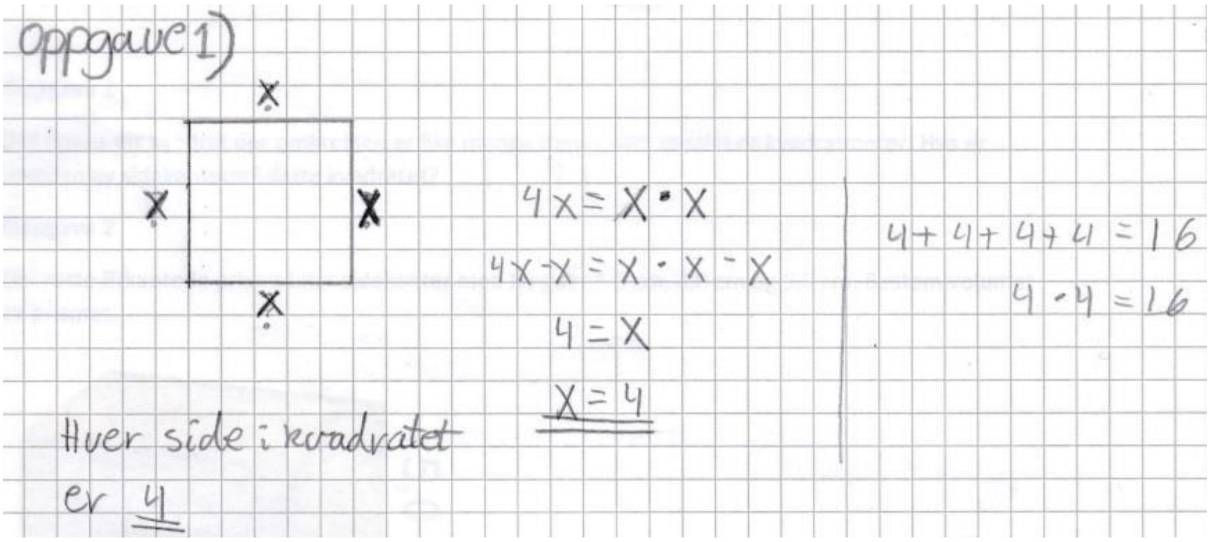
	Elev						Totalt	Gjennom-snitt per elev
	1	2	3	4	5	6		
Antall oppgaver med synlige kjennetegn fra tenkeskriving i arbeidsboka – Campus Inkrement	2	1	1	2	0	2	8	1,3
Antall oppgaver med synlige kjennetegn fra presentasjonsskriving i arbeidsboka – Campus Inkrement	3	3	1	2	1	2	12	2,0
Antall oppgaver med synlige kjennetegn fra tenkeskriving i arbeidsboka - papiroppgaver	2	1	3	3	0	4	13	2,2
Antall oppgaver med synlige kjennetegn fra presentasjonsskriving i arbeidsboka - papiroppgaver	5	5	5	3	5	3	26	4,3

Tabell 6: Antall oppgaver med kjennetegn fra de to typene skriving



Figur 16: Oppgave løst digitalt som viser trekk fra presentasjonsskriving med et formelt matematisk språk og kommunikasjon innenfor fagets rammer

Når elevene løste oppgavene digitalt hadde hver elev mellom 0 og 2 oppgaver med trekk fra tenkeskriving med et gjennomsnitt på 1,3 per elev, mens dette hadde endret seg til mellom 0 og 4 med et gjennomsnitt på 2,2 per elev når de løste oppgaver på papir i april 2022.



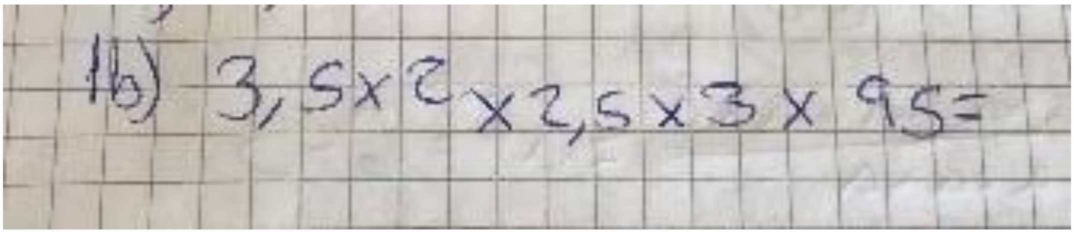
Figur 17: Oppgave løst på papir som viser tegn til tenkeskriving med en uformell struktur og som er beregnet til å støtte tankeprosessen

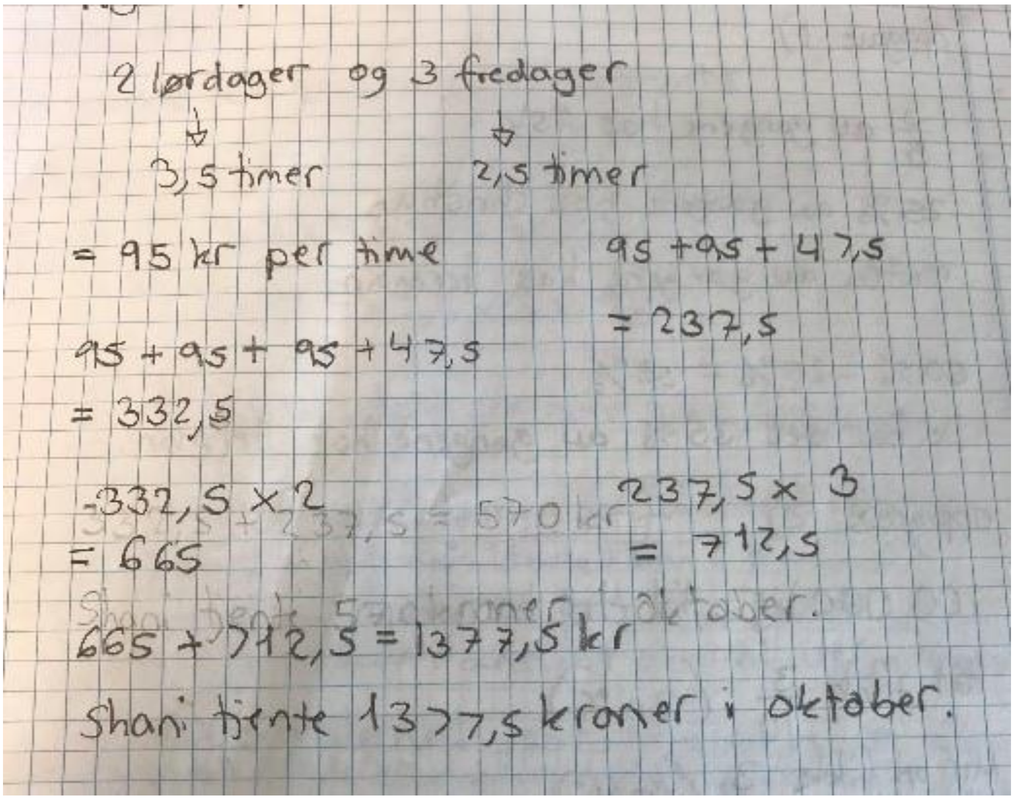
Når vi ser på antall oppgaver som har enten trekk fra presentasjonsskriving eller tenkeskriving, hadde hver elev mellom 1 og 4 slike oppgaver når de jobbet digitalt, med et snitt på 2,8 oppgaver med slike kjennetegn, mot at alle elevene hadde kjennetegn fra enten presentasjonsskriving eller tenkeskriving i alle oppgavene når de jobbet på papir (Tabell 7).

	Elev						Totalt	Gjennomsnitt per elev
	1	2	3	4	5	6		
Antall oppgaver med synlige kjennetegn fra enten presentasjonsskriving eller tenkeskriving i arbeidsboka – Campus Inkrement	4	4	2	4	1	2	17	2,8
Antall oppgaver med synlige kjennetegn fra enten presentasjonsskriving eller tenkeskriving i arbeidsboka - papiroppgaver	5	5	5	5	5	5	30	5

Tabell 7: Antall oppgaver med kjennetegn fra minst en av de to typene skriving

Dersom vi ser på hvor mye elevene har vist av Duval sine ulike representasjoner i arbeidsboka si, så har de i snitt vist 1,5 representasjoner når de jobber digitalt med de 5 oppgavene, mens det øker til 2,5 representasjoner når de løser de samme oppgavene på papir (Tabell 8). Figur 18 viser hvordan en elev har løst en oppgave når den er digital (øverst), og på papir (nederst). Her ser vi at eleven kun har brukt symbolspråk når oppgaven er løst digitalt, mens eleven også bruker naturlig språk når oppgaven er løst på papir. Dette går igjen hos flere elever.





Figur 18: Samme oppgave løst digitalt (øverst) og på papir (nederst)

	Elev						Gjennomsnittlig antall representasjoner per elev
	1	2	3	4	5	6	
Antall representasjoner fra Duval i arbeidsbok når elevene løser oppgaver i Campus Inkrement	3	1	1	1	2	1	1,5
Antall representasjoner fra Duval i arbeidsbok når elevene løser oppgaver på papir	3	3	2	2	3	2	2,5

Tabell 8: Antall representasjoner elevene bruker i de 5 oppgavene

4.2 Funn 2: Gjette på svar

Det kan se ut som om elevene i større grad gjetter på en løsning når de kun skal svare i Campus Inkrement, sammenliknet med når de jobber på papir. Dersom elevene har skrevet et svar inn i Campus uten noen form for utregning, definerer vi det som en form for gjetning, uavhengig av om svaret er rett eller galt fordi det ikke finnes spor av tankeprosessen (Figur 19). Når elevene jobbet digitalt hadde de i gjennomsnitt 5,2 forsøk på svar uten noen form for skriving på 5 oppgaver, mot ingen oppgaver da de jobbet på papir.

Også når det gjelder hvor ofte elevene gjetter på svar er det stor variasjon mellom elevene. Én av elevene har tilsynelatende ikke gjettet en eneste gang, mens en annen kan det se ut som om har dette som en strategi, med 15 svar uten noen form for utregning (Tabell 9). I og med at denne eleven skiller seg fra de andre, kan det også være aktuelt å se på medianverdien. Elevene har en medianverdi på gjetning på 4,5, altså omtrent det samme som gjennomsnitt. Når elevene leverer de samme oppgavene på papir, er det ingen som leverer svar uten begrunnelse, alle viser en eller annen form for utregning eller de har beskrevet tankegangen for hvordan de har funnet løsningene på oppgavene. Det vil si at elevene tilsynelatende ikke gjetter når de løser oppgaver på papir.

	Elev						Gjennomsnitt	Median
	1	2	3	4	5	6		
Antall ganger elevene har gjettet på rett svar – Campus Inkrement	1	4	15	5	6	0	5,2	4,5
Antall ganger elevene har gjettet på rett svar - papiroppgaver	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabell 9: Antall gjetninger

De fleste oppgavene er blitt løst innen det tredje forsøket, men vi ser også at noen av elevene ikke har kommet fram til en løsning, men trykket på «Vis fasit» etter å ha prøvd flere ganger (Figur 20).

Første forsøk

Bruk addisjons- og subtraksjonsmetoden og løs likningen.

$5 - 2x = -x + 6$

$x =$ 3

Andre forsøk

$5 - 2x = -x + 6$

$x =$ 2

Tredje forsøk

$5 - 2x = -x + 6$

$x =$ 1,2

Fjerde forsøk

$5 - 2x = -x + 6$

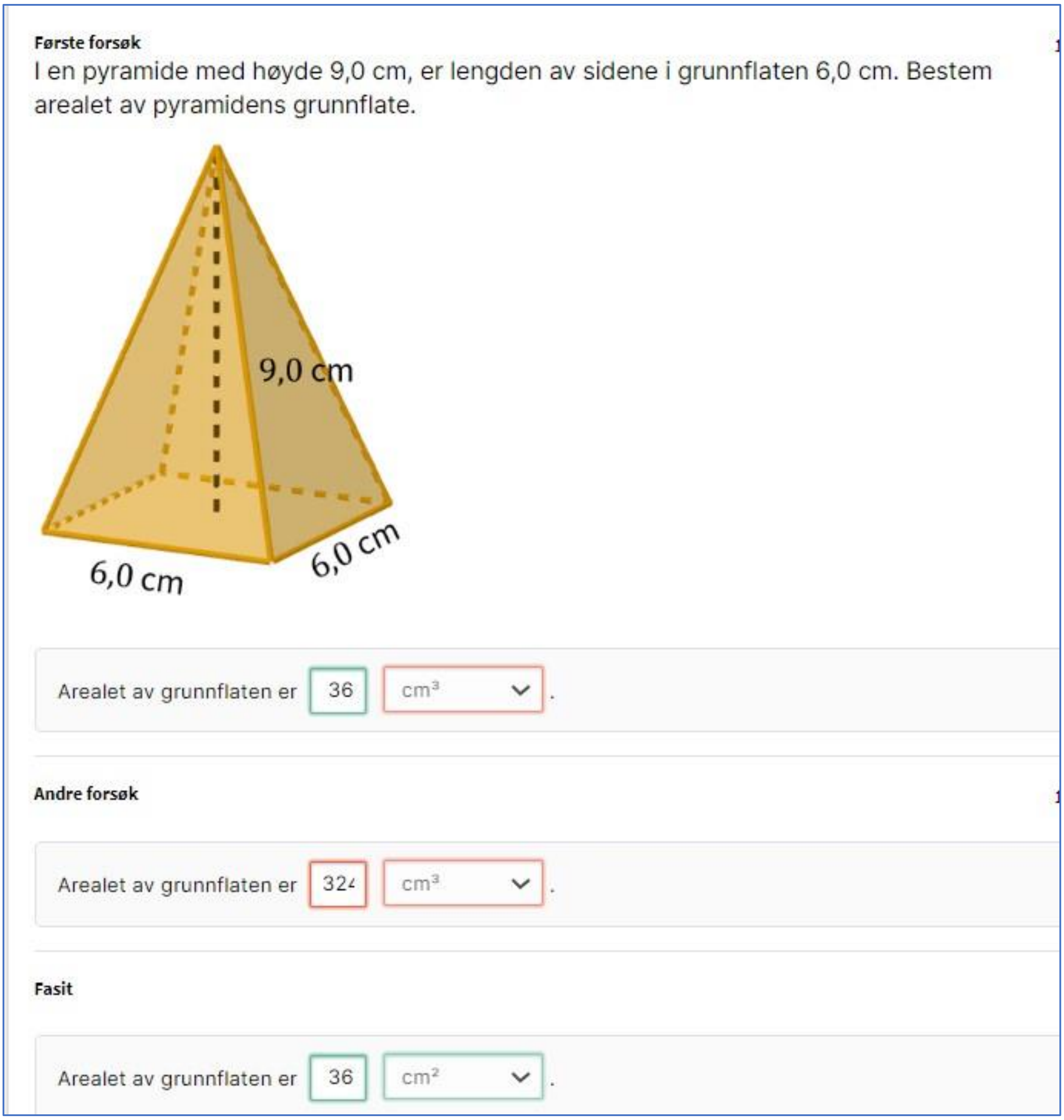
$x =$ 1,2

5. forsøk

$5 - 2x = -x + 6$

$x =$ -1

Figur 19: Eksempel på elevbesvarelse i Campus Inkrement som ikke har noen form for produksjon av tekst i arbeidsbok



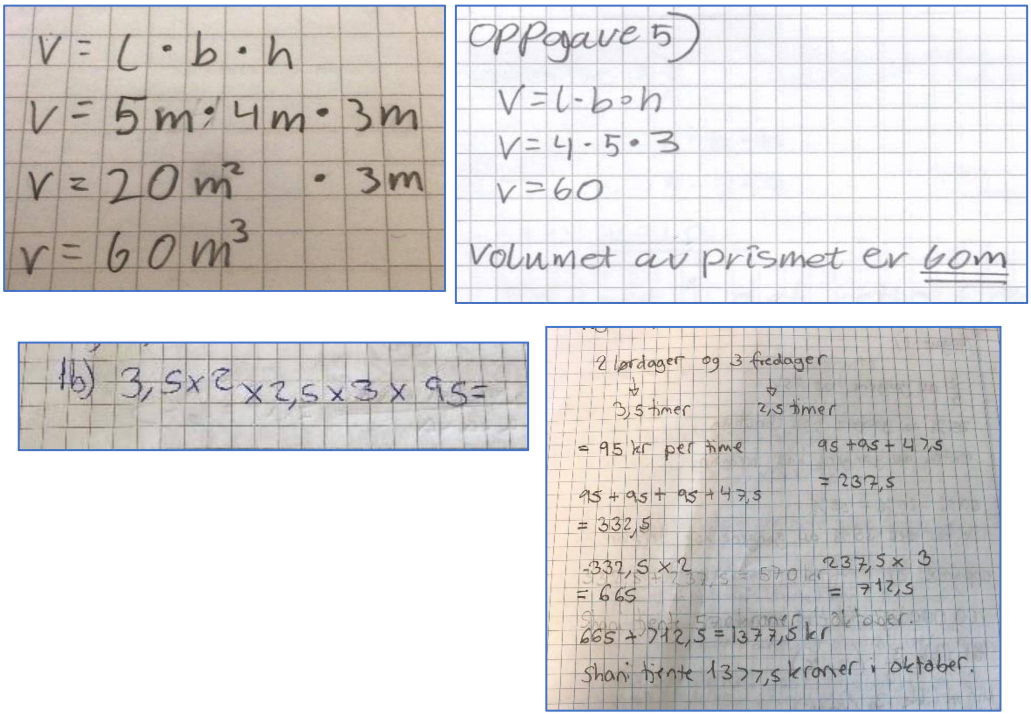
Figur 20: Eksempel på elevbesvarelse i Campus Inkrement hvor eleven har gjettet to ganger og deretter vist fasit

4.3 Funn 3: Ulike typer skriving

Vi ser at uansett om elevene skal svare i Campus Inkrement eller på papir, bruker elevene i størst grad det vi har valgt å kategorisere som presentasjonsskriving.

De fleste oppgavene som ble levert på papir hadde elementer av presentasjonsskriving i seg, i gjennomsnitt 4,3 av fem oppgaver per elev. Noen færre av oppgavene hadde elementer av tenkeskriving, i gjennomsnitt 2,2 oppgaver per elev. Når det gjelder oppgavene som skulle skrives inn i Campus Inkrement var det 2 oppgaver i gjennomsnitt per elev som hadde elementer fra presentasjonsskriving i arbeidsboka si, men bare 1,3 oppgaver per elev hadde elementer fra tenkeskriving i arbeidsboka (Tabell 6).

Vi ser at elevene som skriver mye i arbeidsboka uavhengig av om de jobber i Campus Inkrement eller med papiroppgaver, ikke skiller noe særlig på hvordan de fører når de jobber digitalt ellet på papir. De bruker uansett i stor grad presentasjonsskriving. De elevene som i mindre grad bruker presentasjonsskriving når de jobber med oppgavene i Campus Inkrement, har derimot en betydelig større endring når oppgavene gis på papir (Figur 21). Da viser de mer av framgangsmåten, og notatene likner i større grad på notatene til de elevene som uansett skriver med tydelig presentasjonsskriving. Altså er det slik at dersom elevene har en vane med å skrive, gjør de dette uavhengig av hvordan oppgavene gis. De som ikke har denne vanen, skriver mer når de løser oppgaver gitt på papir.



Figur 21: Øverst: Elev som fører relativt likt enten det er oppgaver løst i Campus Inkrement (venstre) eller på papir (høyre). Nederst: Elev som viser større grad av presentasjonsskriving når oppgavene løses på papir (høyre).

4.4 Funn 4: Antall feil

Elevene har oftere feil svar når de løser oppgaver digitalt (Tabell 10). Dette til tross for at når de løser oppgaver på papir mangler de den umiddelbare tilbakemeldingen som ber dem prøve på nytt som det digitale læreverket gir dem.

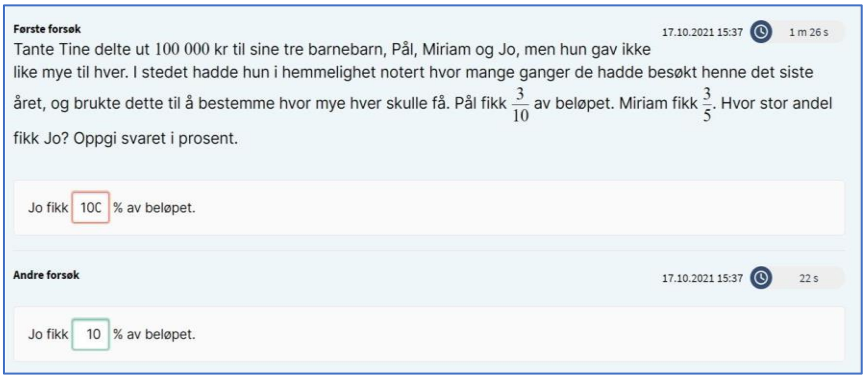
	Elev						Totalt	Gjennomsnitt per elev
	1	2	3	4	5	6		
Antall feil svar – Campus Inkrement	0	3	12	4	2	0	21	3,5
Antall feil svar - papiroppgaver	0	3	1	0	0	4	8	1,3

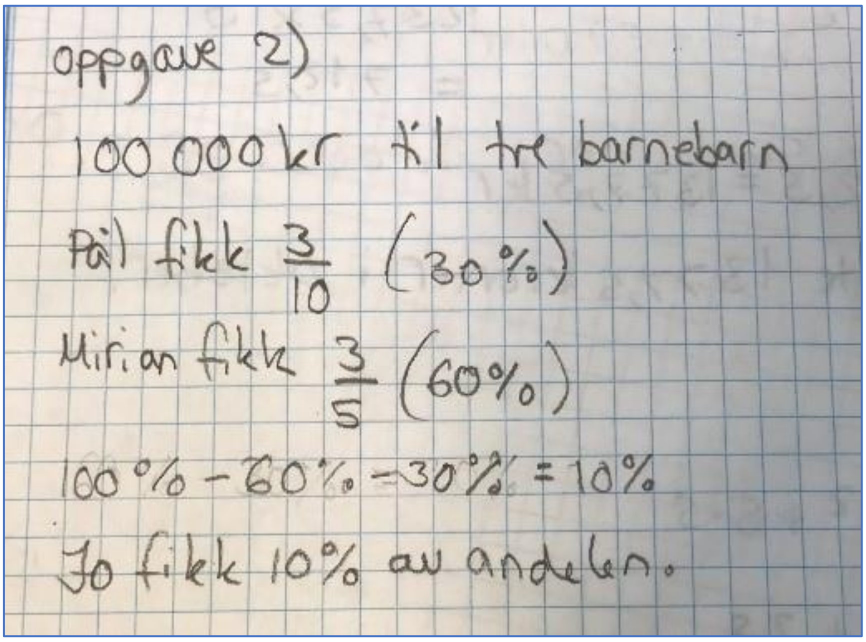
Tabell 10: Antall feilsvar

Til slutt ender de likevel opp med omtrent like mange rette svar totalt (Tabell 11), fordi tilbakemeldingen i Campus Inkrement gjør at de må prøve igjen slik at samme oppgave ofte har flere forsøk og både gale og riktige svar (Figur 22).

	Elev						Totalt	Gjennomsnitt per elev
	1	2	3	4	5	6		
Antall riktige svar til slutt – Campus Inkrement	5	4	4	5	3	0	21	3,5
Antall riktige svar til slutt - papiroppgaver	5	2	4	5	5	1	22	3,7

Tabell 11: Antall rette svar





Figur 22: Samme oppgave løst digitalt (øverst) og på papir (nederst). Eleven har etter tilbakemeldingen fra Campus Inkrement gjort et nytt forsøk digitalt. Den digitale løsningen hadde ingen utregning i kladdebok

Vi ser at elevene får noen flere feil totalt når de besvarer oppgavene digitalt, men her er det individuelle forskjeller blant elevene. En av elevene har ingen forskjell i antall feilsvar, mens en annen har 11 flere feilsvar i Campus Inkrement enn eleven hadde da oppgavene ble løst på papir (Tabell 10). Dette inkluderer alle forsøkene eleven hadde. Totalt sett hadde elevene omtrent 2,5 ganger så mange feilsvar i Campus Inkrement enn på papir.

Ved hjelp av fasitfunksjonen i Campus Inkrement får elevene tilbakemelding på at de ikke har kommet fram til riktig løsning. I de fleste tilfellene kommer elevene fram til det riktige svaret til slutt, av og til etter mange forsøk, eller av og til etter at elevene har sett fasit. Av de totalt 30 oppgavene som vi har sett på i Campus Inkrement, ble 21 riktig besvart til slutt (Tabell 11). I de oppgavene som elevene ikke har fått riktig svar i Campus Inkrement, har eleven enten vist fasit eller ikke fullført oppgaven med riktig svar.

Det er flere riktige svar når oppgavene løses på papir, selv om elevene ikke da har fått den umiddelbare tilbakemeldingen, men de har da begrunnet svaret sitt. Av de totalt 30 oppgavene som ble gitt, ble 22 besvart riktig da elevene regnet på papir (Tabell 11).

4.5 Funn 5: Rett på første forsøk

Elevene har oftere rett på første forsøk når de løser oppgaver på papir (Tabell 12). De fikk i gjennomsnitt riktig på 3,7 av de fem oppgavene da de løste dem kun på papir. Individuelt varierte det fra alle riktige til én riktig oppgave. Her har naturlig nok ingen gjort flere forsøk, da de ikke fikk tilbakemelding på om de hadde klart oppgaven. Av de totalt 30 oppgavene elevene besvarte, ble 22 besvart riktig på papir.

	Elev						Totalt	Gjennomsnitt per elev
	1	2	3	4	5	6		
Antall rett på første forsøk – Campus Inkrement	5	3	0	2	3	2	15	2,5
Antall rett på første forsøk - papiroppgaver	5	2	4	5	5	1	22	3,7

Tabell 12: Antall rett på første forsøk

Når elevene jobbet i Campus Inkrement, var det bare litt over 2,5 oppgaver per elev som ble løst riktig på første forsøk (Tabell 12). Som beskrevet i funn 4 jevner dette seg ut når elevene bruker fasitfunksjonen i Campus Inkrement og jobber videre med oppgavene de får registrert som feil. Av de totalt 30 oppgavene vi har sett på i Campus Inkrement, ble 15 besvart riktig på første forsøk. Vi ser at 4 av 6 elever hadde flere rette svar på første forsøk når de jobbet på papir, sammenliknet med når de jobbet i Campus Inkrement. Én elev hadde alle oppgaver rett uansett, mens én hadde færre rett på papir.

4.6 Funn 6: Vist kompetanse

Elevene viser kompetanse innen flere læringsmål når de løser oppgaver på papir enn når de løser oppgaver digitalt. I denne sammenhengen er læringsmål de delmålene som er oppgitt i egenvurderingen til hver leksjon i Campus Inkrement. Det er totalt 40 slike delmål tilknyttet oppgavene som elevene i vår studie har arbeidet med. Det vil si at elevene har mulighet til å vise kompetanse innen alle disse delmålene ved å arbeide med de utvalgte oppgavene.

Eleven kan arbeide med flere læringsmål i en og samme oppgave. For eksempel kan det å forkorte en brøk både innebære at man kan faktorisere et flerleddet uttrykk, og at man kan trekke sammen like ledd. Det er ikke mulig å se direkte av elevens svar at læringsmålet er oppfylt. For å kunne komme fram til riktig løsning, må eleven likevel ha arbeidet med læringsmålet og oppnådd dette i større eller mindre grad for å finne en løsning, med mindre eleven bruker «vis fasit»-funksjonen. Vi tolker det derfor slik at vi gjennom elevens besvarelser har indikasjon på at læringsmålene for leksjonen er nådd ved at de skriver inn riktig svar i svarruta. Elevene har ikke brukt muligheten til å vurdere selv hvilke læringsmål de har oppnådd, og vi har derfor ikke tatt med deres egenvurdering i denne studien.

Når elevene leverer oppgaver på papir har de, som nevnt i funn 1, levert langt mer skrift. I og med at både presentasjonsskrivingen og tenkeskrivingen her et uttrykk for elevenes tenkning og framgangsmåte, vil det gi læreren et bredere bilde av elevens kompetanse enn hvis alt synlig bevis på elevens arbeid er et tall i en svarrute.

Vi ser at indikasjoner på antall oppnådde læringsmål når elevene leverer på papir øker til totalt 67. Dette er en økning på nesten 68 %. I snitt fikk elevene vist 1,3 læringsmål per oppgave når de løste digitalt, mens de fikk vist 2,2 mål per oppgave når de løste på papir. Alle elevene bortsett fra én, hadde indikasjoner på flere oppnådde læringsmål når besvarelsene ble levert på papir (Tabell 13).

	Elev						Totalt	Gjennomsnitt per elev	Gjennomsnitt per oppgave
	1	2	3	4	5	6			
Antall synlige innfridde læringsmål – Campus Inkrement	11	7	2	8	3	9	40	6,7	1,3
Antall synlige innfridde læringsmål - papiroppgaver	18	15	6	13	11	4	67	11,2	2,2

Tabell 13: Antall synlige innfridde læringsmål

4.7 Funn 7: Tekstfrembringende oppgaver

Ut ifra datamaterialet vårt er det ingen tydelige forskjeller i hvilke oppgaver fra læreverket som fremmer skriving i matematikk. Dette funnet tar for seg de oppgavene som elevene gjorde i Campus Inkrement i november 2021. Elevene har besvart oppgaver fra to forskjellige trinn og fra flere forskjellige emner i matematikk. Oppgavene fordeler seg på emnene statistikk, økonomi, prosent, overflate og volum, omkrets, algebra, likninger, areal og potenser og dekker slikt sett et bredt omfang av kompetansemålene for disse to trinnene. Emnetitlene slik de er gjengitt her er slik Campus Inkrement deler dem inn. Vi har delt oppgavene elevene har besvart i to hovedkategorier; de oppgavene der elevene ikke har skrevet noe i arbeidsboka si, og de oppgavene der vi ser at det er skrevet noe. I tillegg har vi sett på oppgavenes vanskelighetsgrad og hvilke elementer fra «Task Analysis Guide» og kjennetegn på rike oppgaver og problemløsningsoppgaver vi finner igjen i oppgaveteksten.

I utvalget er det oppgaver fra alle tre vanskelighetsgradene som er mulige å velge i læreverket, 6 oppgaver som er grunnleggende med grønn vanskelighetsgrad, 13 oppgaver med rød vanskelighetsgrad og 11 oppgaver som er utfordrende med svart vanskelighetsgrad.

Av de totalt 30 ulike oppgavene som ble fordelt til de seks elevene er det 10 oppgaver hvor det ikke har blitt notert noe i arbeidsboka. Disse fordeler seg med 3 oppgaver med grønn vanskelighetsgrad, 2 oppgaver med rød vanskelighetsgrad og 5 oppgaver med svart vanskelighetsgrad. Det betyr at det er 20 oppgaver som har resultert i noe notering i arbeidsboka. Her varierer tekstmengden fra noen få tegn/figurer og opp til 78 tegn. Av disse har 3 grønn vanskelighetsgrad, 11 rød vanskelighetsgrad og 6 svart vanskelighetsgrad. I utvalget vårt av oppgaver kan vi ikke konkludere med at den oppgitte vanskelighetsgraden har noe å si for om elevene bruker skriftlig kommunikasjon eller ikke. De har løst flere oppgaver både av lett og vanskelig grad når de har skrevet lite, mens de har løst flere middels oppgaver når de har skrevet mye (Tabell 14).

	Ikke generert skriving	Generert skriving
Grønne oppgaver	3	3
Røde oppgaver	2	11
Svarte oppgaver	5	6

Tabell 14: Vanskelighetsgrad i oppgavene som genererer mye og lite skriving

Vi har kategorisert 6 av de 30 oppgavene til å være av en slik art at de ikke kan løses ved rutinepreget prosess, altså at de har trekk fra det som kjennetegner problemløsningsoppgaver (Tabell 15). Av disse 6 oppgavene er det ikke notert noe på 1 av dem, mens det er produsert skrift på 5 av dem. Det vil si at av oppgavene med trekk fra kjennetegn på problemløsning har 83,3% ført til produksjon av tekst. Av de 24 oppgavene som ikke har kjennetegn fra problemløsning, er det ikke produsert noe tekst på 9 av dem, altså har bare 62,5% gitt produksjon av tekst.

	Ikke generert skriving	Generert skriving
Oppgaver med kjennetegn fra problemløsning	1	5
Oppgaver uten kjennetegn fra problemløsning	9	15

Tabell 15: Problemløsning og skriving

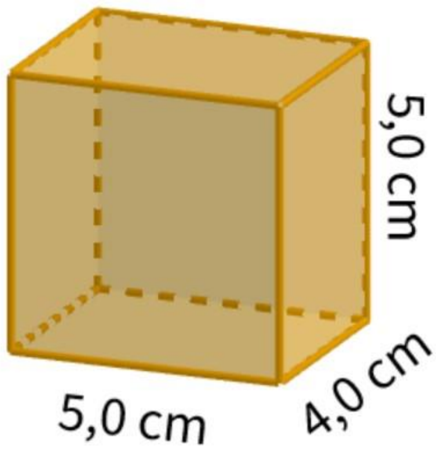
I tillegg til å karakterisere oppgavene ut fra om de har noen kjennetegn på problemløsning, har vi i denne studien karakterisert de 30 oppgavene etter om de inneholder elementer fra lavere grad eller høyere grad av tenkning (Stein, Schwan, Henningsen, & Silver, 2000). Alle oppgavene i utvalget unntatt én har ett eller flere trekk fra oppgaver med lave kognitive krav i «Task Analysis Guide». Figur 23 viser oppgaven som stiller høye kognitive krav. Denne oppgaven har ikke gitt noe skriving. Figur 24 viser eksempel på en oppgave som kun stiller lave kognitive krav.

Det finnes ett kvadrat der omkretsen er like mange meter som arealet er kvadratmeter. Hva er lengden av sidekantene i dette kvadratet?

Figur 23: Oppgave fra Campus Inkrement som inneholder elementer fra høye kognitive krav, men som ikke har generert skriving.

I nesten alle oppgavene med lave kognitive krav finner vi trekk fra rubrikken «prosedyrer uten forbindelser». I tillegg har seks av dem trekk fra oppgaver med høye kognitive krav, både fra å «utøve matematikk», og fra «prosedyrer med forbindelser» (Tabell 16). Dette kan f.eks. være en oppgave hvor veien elevene må gå ikke er rett frem, men gir en kognitiv utfordring og ikke bare kan løses tankeløst. De oppgavene med trekk fra høye kognitive krav har ikke generert mer skriving. I tre av disse sju oppgavene finner vi ikke tegn til skriving i arbeidsboka, mens i fire av dem ser vi tegn til skriving.

Det rette firkantede prismet har sidekanter med lengder 5,0 cm, 4,0 cm og 5,0 cm. Bestem volumet av prismet.



Figur 24: Oppgave fra Campus Inkrement som kun har lavere kognitive krav, men som har generert skriving.

Kognitive krav	Antall som har gitt skriving	Antall som har gitt lite eller ingen skriving
Lave kognitive krav	16	7
Høye kognitive krav	0	1
Har elementer fra både lave og høye kognitive krav	4	2

Tabell 16: Sammenheng mellom kognitive krav i oppgaven og skrivemengde

Oppgavene elevene har løst har få trekk fra kjennetegnene til rike oppgaver. Nesten alle oppgavene kan sies å ha trekk fra punkt 2, de er lette å forstå. Men ingen av oppgavene er i nærheten av å oppfylle alle de 7 kriteriene slik at de kan karakteriseres som rike oppgaver, men kan heller karakteriseres som oppgaver som gjerne blir omtalt som «tradisjonelle oppgaver» eller øvingsoppgaver. Med dette kan heller ikke noen oppgaver karakteriseres som LIST-oppgaver slik de foreligger i Campus Inkrement, da de gjerne har lav inngangsterskel, men ikke høy takhøyde. Flere av oppgavene er en del av en større oppgave, hvor de enten kommer etter en lettere oppgave, eller i forkant av en mer utfordrende, men ingen av dem vil fortsatt karakteriseres som rike eller LIST-oppgaver, selv om man ser på hele oppgaven som en helhet.

En annen faktor som kan fortelle oss noe om oppgavene er hvor mange løsningssteg hver oppgave krever. Med løsningssteg menes her antall operasjoner elever må gjøre før han eller hun vil finne svar på oppgaven. For å avgjøre hvor mange løsningssteg en oppgave har, har vi gjort en vurdering ut ifra hva vi mener er et minimum antall operasjoner som trengs for å komme fram til et svar. Mange oppgaver kan løses på flere ulike måter, men vi har tatt utgangspunkt i hvordan løsninger presenteres i forklaringsfilmene i Campus Inkrement og gjort en tolkning av hver enkelt oppgave som elevene har arbeidet med. Figur 25 viser et eksempel på hvordan vi har vurdert antall løsningssteg i en oppgave. I dette eksempelet er første steg å faktorisere brøkene, deretter forkorter man før man til slutt trekker sammen. Oppgaven vil dermed bestå av tre steg.

Faktoriser og forkort. Skriv svaret så enkelt som mulig.

$$\frac{2x+4}{3} \cdot \frac{6}{x+2} =$$

$$\frac{2(x+2)}{3} \cdot \frac{2 \cdot 3}{(x+2)} =$$

$$\frac{2\cancel{(x+2)}}{\cancel{3}} \cdot \frac{2 \cdot \cancel{3}}{\cancel{(x+2)}} = 4$$

Figur 25: Eksempel på antall løsningssteg

Vi har delt inn i oppgaver som har gitt oss noe skriving i arbeidsboka, og oppgaver som ikke har gitt tilhørende skriving.

Antall løsningssteg	Antall oppgaver	Antall oppgaver som ikke gav skriving	Antall oppgaver som gav skriving	Andel oppgaver som gav skriving
1	3	3	0	0 %
2	7	3	4	57 %
3	8	0	8	100 %
4	9	3	6	67 %
5	2	0	2	100 %
Ikke definerbart	1	1	0	0 %

Tabell 17: Sammenhengen mellom antall løsningssteg og om det har gitt skriving

	Gjennomsnittlig antall løsningssteg som er nødvendig for å løse oppgaven
Oppgaver som ikke har gitt skriving	2,3
Oppgaver som har gitt skriving	3,3

Tabell 18: Antall løsningssteg på oppgaver som har gitt lite og mye skriving

Alle 30 oppgavene kan løses med mellom 1 og 5 løsningssteg. I alle oppgavene som kun krever ett løsningssteg finner vi ikke spor av skriving i arbeidsbøkene. I alle oppgavene som krever 5 løsningssteg er det notert noe i arbeidsbøkene (Tabell 17). Ellers kan de se ut som om elevene er mer tilbøyelige til å notere mer når det er flere løsningssteg. Oppgavene der vi ikke finner noen skriftlig kommunikasjon har 2,3 løsningssteg i gjennomsnitt, mens oppgavene der elevene har notert har 3,3 løsningssteg i gjennomsnitt (Tabell 18). Det er ikke nødvendigvis slik at flere løsningssteg har resultert i mer skriving. En elev har for eksempel forsøkt å løse en likning markert med svart vanskelighetsgrad og som krever minst 4 løsningssteg uten å notere noe. Vi ser en tendens til at skrivingen øker med antall løsningssteg, men vi må ta i betraktning at tallene her er veldig usikre siden vi har et lite utvalg av elever og oppgaver.

5. Diskusjon

I dette kapittelet vil vi diskutere funnene vi har gjort i lys av teorien som er presentert i kapittel 2. Hvert funn behandles for seg med en sammenfatning til slutt. Slik ønsker vi å utdype svarene på forskningsspørsmålene våre:

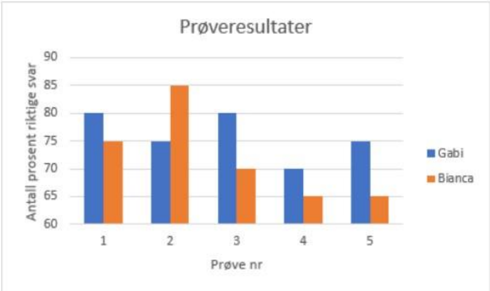
Hva kjennetegner en gruppe ungdomsskoleelevers skriving i matematikk når de jobber med oppgaver i et digitalt læreverk, sammenliknet med når de jobber uten et digitalt læreverk?

Hvilke typer oppgaver fremmer skriving når elevene jobber i et digitalt læreverk?

5.1 Diskusjon av funn

5.1.1 Forskjell i skrivemengde og betydning for elevenes kompetanse

Funn 1 viser at elevene generelt skriver betydelig mer når de løser oppgaver på papir, enn når de løser oppgaver digitalt. Læreplanen vektlegger betydningen av at elevene skal resonnere og argumentere (Utdanningsdirektoratet, 2019). Det står derimot ingenting i læreplanen om at denne resonneringen og argumentasjonen skal være skriftlig. Det er derfor fullt mulig at kompetansen oppøves, selv om den i liten grad vises når elevene ikke produserer noe tekst eller produserer lite skriftlig tekst. Likevel er det trukket frem i de grunnleggende ferdighetene i matematikkfaget at «Å kunne skrive i matematikk innebærer å beskrive og forklare sammenhenger, oppdagelser og ideer ved hjelp av hensiktsmessige representasjoner. Å kunne skrive i matematikk er et redskap for å utvikle egne tanker og egen læring.» (Utdanningsdirektoratet, 2019). Hvis vi også ser på kjennetegnene for måloppnåelse etter skriftlig eksamen, ser vi at eleven for å få karakteren 6 blant annet skal «lage matematiske modeller», «veksle mellom ulike representasjoner», «presentere, forklare og argumentere for egne og andres fremgangsmåter og løsninger» og «bruke et rikt og hensiktsmessig matematisk språk» (Utdanningsdirektoratet, 2021). Det er vanskelig for å en elev å vise at disse kriteriene er nådd uten å skrive. Det er nærliggende å tenke at selv om mye av dette kan øves på muntlig i et klasserom, er det uansett et krav at det også skal gjøres skriftlig til eksamen. Vårt datamateriale viser at elevene i mindre grad øver på dette når de løser oppgaver digitalt, enn når de løser på papir. I og med at mange oppgaver ikke har gitt noen skriftproduksjon i det hele tatt, vil det si at elevene ikke får øvd noe på å utvikle skriftlige ferdigheter når det arbeides på en slik måte med oppgavene. Det betyr ikke at oppgaveløsingen er forgjeves. Avhengig av oppgavens utforming kan elevene likevel øve på de fem komponentene i den matematiske kompetansen (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001). Selv om elevene ikke har produsert noe tekst, kan det ha foregått både resonnering, anvendelse, forståelse, engasjement og beregning. Det samme gjelder Niss og Jensens åtte matematiske kompetanser. Eleven kan ha kompetanse om tankegang, problembehandling, resonnement og hjelpemidler og ha brukt disse for å løse oppgaven, mens kompetanse om representasjon og symbol og formalisme avhenger av hvordan oppgaven er utformet. Figur 26 viser en oppgave hvor elevene må ha kompetanse om ulike representasjoner for å være i stand til å løse oppgaven, selv om eleven ikke nødvendigvis viser dette ved å skrive.



Bianca og Gabi er tvillinger. Gabi mente at hun var mye flinkere i matematikk enn søsteren. For å vise dette lagde hun et søylediagram som viste hvor mange prosent riktige svar hver av dem hadde på prøvene i 9. klasse.

På hvilke måter har Gabi "jukset" med fremstillingen?

A ☐ Hun bruker en fin farge på aksene.

B ☐ Hun bruker prosent i stedet for poeng for å få større tall på y-aksen.

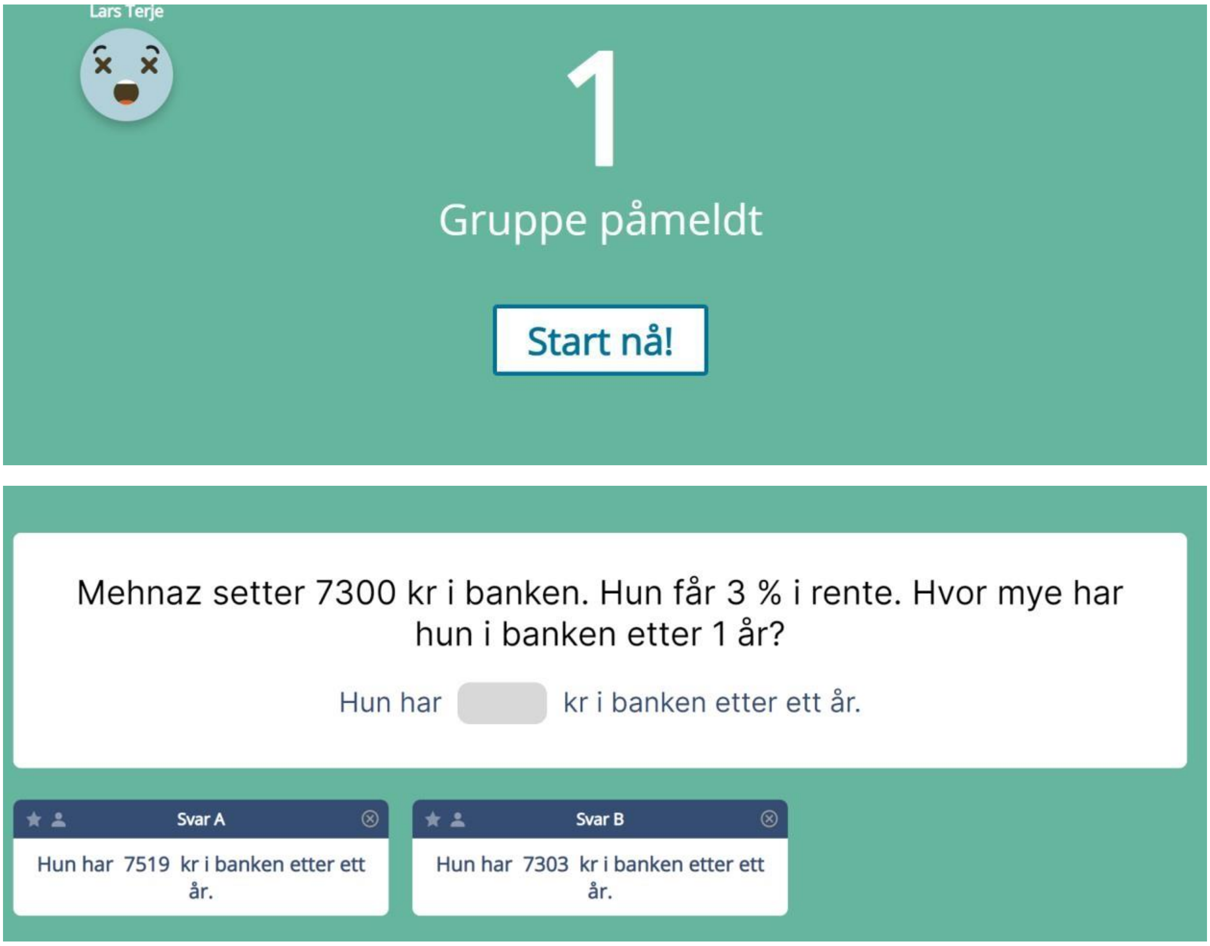
C ☐ Hun har for liten avstand mellom søylene.

D ☐ Hun lar y-aksen starte på 60 prosent, slik at forskjellen mellom de to jentenes resultater virker større.

E ☐ Hun lar 90 prosent være høyeste verdi på y-aksen for å gi inntrykk at det er et "toppresultat".

Figur 26: En oppgave fra Campus Inkrement hvor elevene må ha representasjonskompetanse for å gi rett svar.

Derimot er det vanskelig å måle elevens kommunikasjonskompetanse dersom eleven kun løser oppgaven i Campus Inkrement og ikke produserer tekst. Campus inkrement har likevel en løsning som sikrer at man kan jobbe med blant annet kommunikasjons-kompetansen til elevene. Ved å bruke diskusjonsmodulen, vil en oppgave komme opp på elevenes nettbrett. Denne oppgaven kan elevene diskutere i grupper, og deretter gi et anonymt svar som kommer opp på tavlen. Dette er et utgangspunkt for klassen til å diskutere ulike svar, for så å felles avgjøre hva som er riktig løsning. Her kan man bruke anledningen til å fremme mye matematisk kompetanse og samtidig også diskutere den skriftlige kommunikasjonen. Figur 27 viser hvordan en slik diskusjon kan se ut for elevene.



Figur 27: Diskusjonsfunksjonen i Campus Inkrement som gir anledning til å diskutere og argumentere for fremgangsmåter og svar.

Uten å ha en samtale med elevene slik som for eksempel diskusjonsfunksjonen legger opp til, er det vanskelig å vite hvilken tankevirksomhet som ligger bak svaret. Dette diskuterer vi videre i funn 2.

Der hvor elevene produserer tekst, er det lettere å se hvilke av Duvals fire semiotiske systemer de benytter seg av (Duval, 2006). I oppgavene vi har benyttet i denne studien finner vi at elevene bruker flere representasjoner når de løser oppgaver på papir. I mange tilfeller er det så enkelt som at de bruker mer av representasjonen «naturlig språk» (Figur 18). I og med at elevene løste 1,7 oppgaver i gjennomsnitt uten noen form for tekstproduksjon (Tabell 4), er det åpenbart at de benytter flere representasjoner når de produserer tekst til alle oppgavene. Duval hevder at ulike semiotiske representasjoner i matematikk er noe av det som gjør faget utfordrende (Duval, 2006), og dermed kan man anta at dersom elevene må bruke flere ulike representasjoner i oppgavene, får de mulighet til å øke sin matematiske kompetanse.

Funn 1 viser oss også at man finner flere tegn fra tenkeskriving og presentasjonsskriving når elevene løser oppgaver på papir. Hver elev hadde i snitt 2,8 oppgaver med kjennetegn fra en av de to typene skriving når de jobbet digitalt, mens de hadde det i samtlige oppgaver når de jobbet på papir. Dette kan tyde på at bare det at oppgavene er kommunisert til elevene og løst på papir, gjør at de skriver noe. Det å løse oppgaver som er gitt digitalt, genererer ofte ikke noe skriving. Dermed får ikke eleven øvd noe hverken på tenkeskriving eller presentasjonsskriving, og de får ikke samme trening i å utvikle den matematiske kompetansen.

Dette funnet viser at elevene bruker skriving generelt, og presentasjonsskriving og tenkeskriving spesielt, i mindre grad når de jobber digitalt, sammenliknet med når de løser oppgaver på papir.

5.1.2 Forskjell i hvor mye elevene gjetter

Vi fant at det er stor variasjon i hvor mange gjetninger elevene gjør når de registrerer svarene digitalt. Når vi har valgt å kategorisere et svar som en gjetning er det fordi vi ikke finner noen begrunnelse for svaret. Enkelte oppgaver er skrevet rett inn i Campus Inkrement og det finnes lite eller ingen spor av oppgaveløsningen i kladdeboka til elevene. Ut ifra vår innsamling av data, kan vi ikke si med sikkerhet at elevene har gjettet. Det kan godt være at elevene har gjort utregningen i hodet, og at det dermed er en kvalifisert gjetning, eller et seriøst forsøk på å få til oppgaven, men uten en skriftlig eller muntlig begrunnelse er dette usikkert. I en slik kontekst gir det ikke mening å snakke om presentasjonsskriving eller tenkeskriving, det er ingen skriving i det hele tatt.

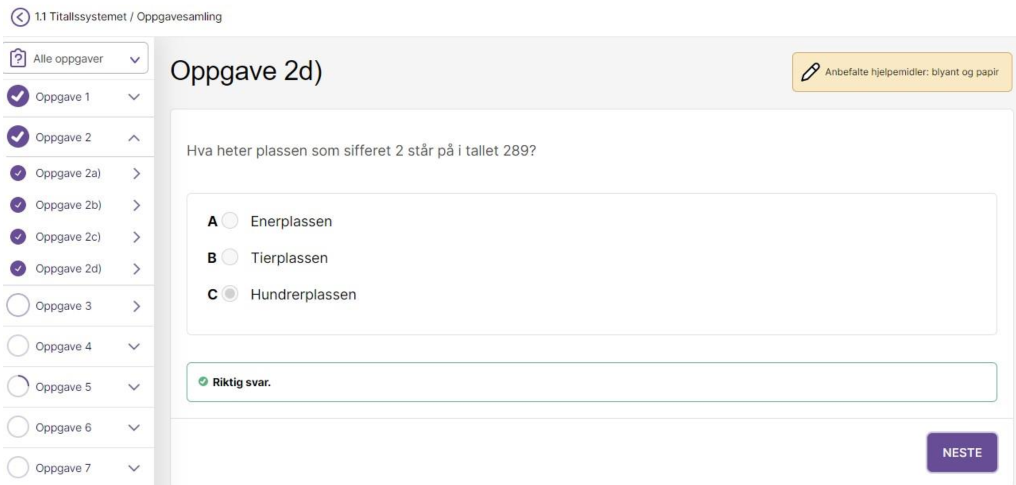
De oppgavene vi har sett på er alle av typen som krever et tall eller et valg fra en rullegardinmeny som svar. Charlambous et al. opererer med fire forskjellige kategorier for hvilke svar en lærebokoppgave krever (Type of response). De fire kategoriene er: Bare et numerisk svar, numerisk svar og matematisk uttrykk, forklaring av svar eller prosessen som førte fram til et svar og en begrunnelse for hvorfor svaret må være riktig (Charlambous, Delaney, Hsu, & Mesa, 2010, s. 129). Oppgavene som elevene i utvalget har løst er altså alle av typen som krever et numerisk svar. En slik type oppgave kan tenkes å i større grad «oppfordre» til å gjette på et svar, siden eleven ikke må begrunne svaret sitt. Det finnes oppgaver i Campus Inkrement hvor elevene ikke får en fasit, men skal laste opp bilde av løsningen sin eller lese eller skrive inn en forklaring. Slike oppgaver oppfordrer eleven til å begrunne svarene sine, og dermed gjøre det vanskeligere å gjette. En opptelling vi har gjort i august 2022 viser at oppgaver hvor elevene ikke kan få vist fasit, er i klart mindretall (Tabell 19).

Kapittel i Campus Inkrement	Antall oppgaver totalt i kapittelet	Antall oppgaver uten en fasit og tilbakemelding	Andel oppgaver uten fasit og tilbakemelding (i hele prosent)
Tall og regning	628	87	14 %
Brøk	516	37	7 %
Prosent	214	19	9 %
Potenser	871	12	1 %
Statistikk	624	27	4 %
Sannsynlighetsregning	256	33	14 %
Økonomi	365	26	7 %
Likninger	203	16	8 %
Algebra	395	12	3 %
Algebra og likninger	458	26	6 %
Funksjoner	405	62	15 %
Mål og enheter	364	14	4 %
Todimensjonale figurer	167	1	1 %
Tredimensjonale figurer	101	5	5 %
Pytagoras	68	0	0 %
Formlikhet	100	13	13 %
Programmering	344	0	0 %
Totalt	6079	390	6 %

Tabell 19: Oppgaver der elevene ikke kan få umiddelbar tilbakemelding

Vår opptelling av oppgavene i Campus Inkrement samsvarer med at Charlambous et al. sin undersøkelse av lærebøker fra andre land viser at det er vanligst med flest oppgaver som kun krever et svar (Charlambous, Delaney, Hsu, & Mesa, 2010, s. 140).

I utvalget er det stor variasjon mellom elevene om hvor ofte de gjetter på et svar. Dette trenger ikke ha noe med oppgaveutformingen eller læreverket å gjøre, men vel så mye den enkelte elevs strategi for å løse oppgaver. Man kan hevde at denne strategien er blitt lettere tilgjengelig med digitale læreverk. En gjetning når elevene løser oppgaver på papir vil ikke gi den umiddelbare feedbacken på om svaret er rett eller galt som et digitalt læreverk gjør, og således heller ikke drive eleven videre til å gjøre et nytt forsøk. Man kan heller ikke se bort fra at det er et element av *gamification* i digitale læreverk. Eleven kan hele tiden holde øye med hvor mange oppgaver de har løst i et emne. For noen kan det kanskje være en større motivasjon å få en blå hake på alle oppgavene og dermed «runde» kapittelet, slik elevene er vant til fra spill, heller enn å utvikle forståelse og vise framgangsmåte (Figur 28).

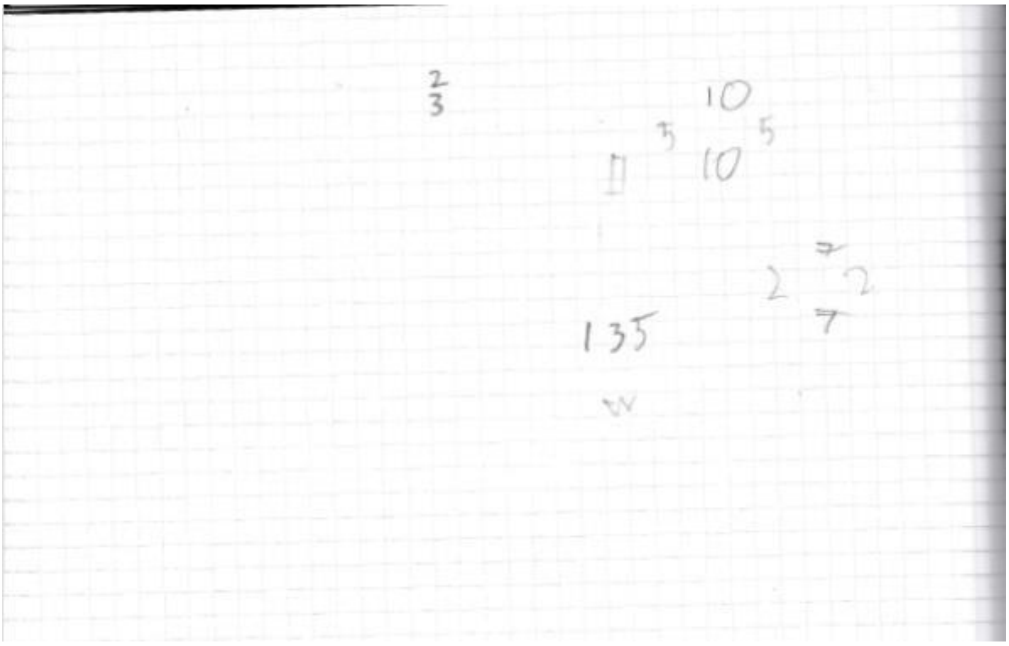


Figur 28: Elevens progresjon vises til venstre i skjermbildet

Dette funnet forteller oss at elevene i større grad gjetter på et svar når de løser oppgavene digitalt i Campus Inkrement enn når de løser de samme oppgavene på papir. Det vil si at elevene i mindre grad bruker skriving som en strategi for å holde oversikt over egen tankegang og framgangsmåte. Det kan også indikere at måten Campus Inkrement ber om svar på i oppgavedelen ikke fremmer matematisk skriving i seg selv, fordi eleven i et flertall av oppgavene kun får en tilbakemelding på svaret sitt, og ikke framgangsmåten (Tabell 19). Det er kun i 6 % av oppgavene at Campus Inkrement åpner for innlevering av framgangsmåte eller begrunnelse. Den matematiske skrivingen må derfor i større grad ivaretas i andre deler av matematikkundervisningen. Vi kommer tilbake til dette senere i kapittelet.

5.1.3 Bruk av presentasjonsskriving og tenkeskriving

Funn 3 viser oss at elevene bruker presentasjonsskriving i større grad enn tenkeskriving, enten det er oppgaver som løses på papir, eller digitalt. Vi finner lite spor av tenkeskriving i kladdebøkene til elevene når vi ser på alt elevene har gjort dette året, men vi ser at de benyttes til å skrive det som kan karakteriseres som tilfeldige tall (Figur 29). Disse tallene har det vært umulig å spore tilbake til oppgaver, da det ikke er skrevet noen indikasjoner på hva som er løst. Man kan likevel legge til grunn at elevene bruker bøkene til tenkeskriving, i noe større grad enn hva som kommer frem i vår studie. Vi kan anta at tallene henviser til tall de må huske på videre, og slik er en støtte i tankeprosessen til elevene.



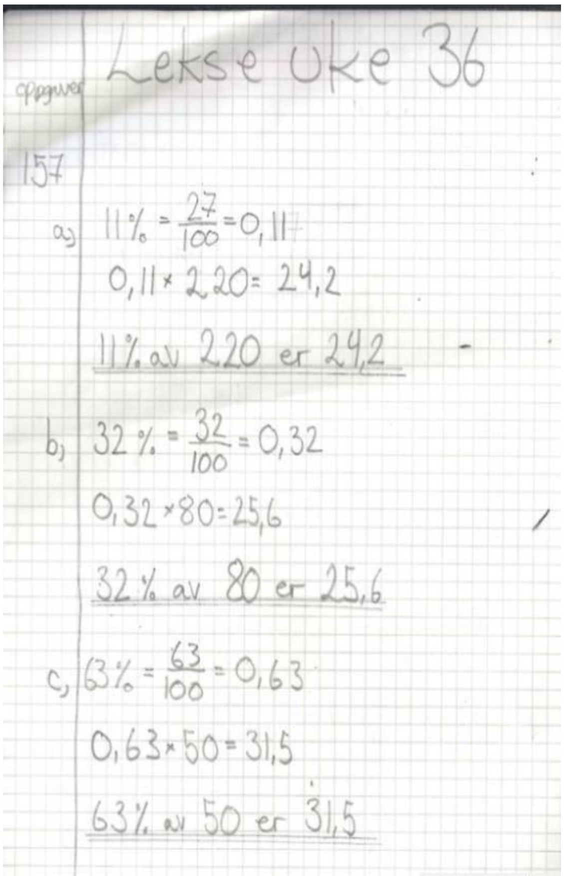
Figur 29: Eksempel på side fra arbeidsbok med tilfeldige tall uten mulighet for å spore oppgave.

Et annet av kjennetegnene på tenkeskriving er at elevene prøver ut flere strategier eller løsninger, og dette ser vi lite spor av i bøkene til elevene. Det virker som elevene i stor grad bruker presentasjonsskriving fordi de leverer noe til læreren. Vi ser derfor større grad av presentasjonsskriving når det er leksearbeid, enn når det er selvstendig arbeid i skoletimer (Figur 30). Dette kan tyde på at elevene selv ikke ser nytten av å skrive, hverken for å støtte tankeprosessen, finne ulike strategier, eller formidle tanken ved å argumentere formelt innenfor fagets rammer. Å skrive er noe elevene gjør for å tekkes læreren, i større grad enn de gjør det for å utvikle egen kompetanse. Når det gjelder de oppgavene vi har sett på i denne studien vises det også tydelig at elevene bruker presentasjonsskriving fremfor tenkeskriving. Dette kan henge sammen med hvordan elevene vanligvis arbeider med matematikk. De er vant til helt fra barneskolen at de skal skrive hva de regner på, hvordan de kommer frem til svaret, samt en svarsetning. Dette går rett inn i de tre kjennetegnene vi har brukt på presentasjonsskriving. De har mottakerbevissthet, de benytter et formelt språk innenfor fagets rammer enten det er tekst eller tall, og de formidler tankeprosessen sin skriftlig. Denne tradisjonelle måten å regne oppgaver på kan komme fra LK06 hvor det står:

> «Å kunne skrive i matematikk inneber å beskrive og forklare ein tankegang og setje ord på oppdagingar og idear. Det inneber å bruke matematiske symbol og det formelle matematiske språket til å løyse problem og presentere løysingar. Vidare vil det seie å lage teikningar, skisser, figurar, grafar, tabellar og diagram som er tilpassa mottakaren og situasjonen. Skriving i matematikk er ein reiskap for å utvikle eigne tankar og eiga læring. Utvikling i å skrive i matematikk går frå å bruke enkle uttrykksformer til gradvis å ta i bruk eit formelt symbolspråk og ein presis fagterminologi. Vidare går utviklinga frå å beskrive og systematisere enkle situasjonar med matematikkfagleg innhald til å byggje opp ein heilskapleg argumentasjon omkring komplekse samanhengar.»
>
> (Utdanningsdirektoratet, 2006)

Dette er en mer omfattende beskrivelse av skriftlige ferdigheter i matematikk, sammenliknet med hva vi finner i LK20, som gjengitt i teorikapittelet. Der hvor LK20 nøyer seg med å si at elevene skal bruke «hensiktsmessige representasjoner», lister LK06 opp alle disse typene representasjoner. LK20 nevner ikke noe spesifikt om at man skal beskrive og forklare egen tankegang, men derimot forklare sammenhenger, oppdagelser og ideer. Siste setningen i sitatet fra LK06 om at elevene skal gå fra å beskrive og systematisere enkle situasjoner til å bygge opp en helhetlig argumentasjon omkring komplekse sammenhenger, finner vi ikke igjen i LK20. Man kan argumentere for at LK20 har en mer presis beskrivelse av skriftlige ferdigheter, men det kan også tolkes dithen at søkelyset på den skriftlige kommunikasjonen er noe dempet i LK20. Det at elevene mesteparten av skolegangen har arbeidet etter LK06, kan være en medårsak til at de har med seg en vane om at de skal forklare og beskrive egen tankegang. I LK20 står det i kjerneelementet «utforsking og problemløsing» at elevene blant annet skal øves opp i algoritmisk tenkning ved å bryte problemer ned til delproblem (Utdanningsdirektoratet, 2019). Samme sted står det også at «Elevene skal legge mer vekt på strategiene og framgangsmåtene enn på løsningene.». Dette åpner opp for at elevene i større grad skal bruke tenkeskriving. Så lenge elevene skal ha mer vekt på strategier enn løsninger, åpner det opp for å vise flere ulike strategier som er et kjennetegn på tenkeskriving. Ut fra vår studie, kan det tyde på at dersom man kun bruker oppgavebanken til Campus Inkrement, styrkes ikke elevenes evne til å argumentere og kommunisere i den grad læreplanen legger opp til.

Dette funnet viser at elevenes skriving i større grad kjennetegnes av presentasjonsskriving enn tenkeskriving både når de jobber på papir og digitalt, men i vår studie ble forskjellen enda større når de jobbet digitalt sammenliknet med når de jobbet på papir.



Figur 30: Arbeidsbok hvor eleven tydelig har gjort en lekse

5.1.4 Antall forsøk og feil

Vi fant at elevene har flere feilsvar som første svar når de løser oppgaver i Campus Inkrement enn når de løser oppgaver på papir. På grunn av tilbakemeldingsfunksjonen i Campus Inkrement er det derimot ingen forskjell i hvor mange oppgaver som er besvart feil når elevene er ferdige med oppgaven, det vil si når de går videre til neste oppgave.

Hvis elevene først løser en oppgave ved å skrive ingenting eller lite, men kanskje bare noterer litt i arbeidsboka si (se kapittel 5.1.1), bruker ikke eleven hele spekteret av sin matematiske kompetanse. For eksempel vil eleven da miste muligheten til å bruke det som Waywood beskriver som «Oppsummering»: Det blir ingen presis skriving, eleven får ikke skrevet ned idéene sine og muligheten for å gå tilbake og så på tidligere arbeid er ikke til stede (Waywood, 1992). Riktignok kan elevene se på sine tidligere løste oppgaver i Campus Inkrement, men de vil ikke se noe annet enn svaret sitt og om de eventuelt klarte å løse oppgaven eller ikke, og det vil sannsynligvis ikke hjelpe eleven med å løse et nytt problem. Eleven kan også miste muligheten til å bruke viktige deler av sin matematiske kompetanse slik som Kilpatrick et al. og Niss og Jensen beskriver dem. Å gjøre beregninger og resonnere kan gjøres som hoderegning, men vil nok for mange elever være krevende når problemet som skal løses er komplekst. De får dårligere mulighet til å bruke sin kommunikasjonskompetanse ved at de ikke får prøvd sin matematiske kommunikasjon i møte med andre, tankegangskompetansen får ikke støtte av det skriftlige, representasjonskompetanse blir ikke øvd ved at de skriver lite og resonnementskompetanse blir vanskelig å dokumentere ved at det er lite spor av hvilken framgangsmåte som er brukt. Det er ikke dermed sagt at eleven ikke bruker disse kompetansene, men sporene av dem blir vanskelige å se.

For å løse en matematikkoppgave må nødvendigvis de matematiske kompetansene aktiveres. Vi ser at det gjøres flere feil i første omgang når elevene arbeider med digitale læreverk, og det kan derfor se ut som om de matematiske kompetansene blir aktivert i mindre grad. I en god del av oppgavene som elevene arbeidet med, er det vanskelig for eleven å vurdere om et svar er riktig eller galt ut ifra oppgaveteksten. Når eleven blir bedt om å regne ut en potens er det ikke noe i oppgaven i seg selv som forteller om svaret eleven har funnet er riktig f.eks. slik som Figur 3 viser. Oppgaven består en kort forklaring og en potens. For å finne riktig svar må eleven aktivere de matematiske kompetansene han eller hun har. Da kan den skriftlige prosessen være med på å styre og sortere elevens tanker slik at muligheten for å få riktig på første forsøk øker. Læreverkets tilbakemelding bidrar imidlertid til at eleven blir kjent med at en oppgave ikke er løst riktig, og har dermed mulighet til å gjøre et nytt forsøk eller rette opp oppgaven umiddelbart. Derfor er det ingen forskjell i antall feil til slutt. Dette er en fordel ved bruk av digitale læreverk. En lærer vil sjelden ha mulighet til å gi samme raske tilbakemelding til hver enkelt elev i en time med en hel klasse. Det vil si at når eleven i vår studie leverte fra seg de skriftlige oppgavene, var det ingen mulighet for eleven til å vite sikkert om oppgaven var løst riktig eller ikke, og de gjorde derfor ikke nye forsøk på å løse dem.

Slik sett gir en tilbakemelding i form av rett eller galt i Campus Inkrement en mulighet for eleven til å bruke algoritmisk tankegang (Utdanningsdirektoratet, 2019), ved at eleven må feilsøke og dermed gis en ny mulighet til å komme fram til en løsning.

Det bør også nevnes at da elevene besvarte oppgavene på papir var det omtrent seks måneder senere i skoleåret. Det kan være at elevene hadde større kunnskaper på det tidspunktet, og dermed var i stand til å løse oppgavene riktig på første forsøk. Vi kan heller ikke se bort ifra at noen av elevene husket oppgaven, og dermed hadde bedre forutsetninger for å komme fram til riktig svar.

Dette funnet indikerer at elevenes skriving støtter opp om deres tankeprosess. Når elevene ikke skriver, mister de denne støtten. Funnet forteller oss at tenkeskriving eller presentasjonsskriving kan være et nyttig verktøy for å aktivere flere av de matematiske kompetansene hos elevene og at bruk av disse typene skriving kan gjøre den matematiske argumentasjonen mer synlig for eleven selv, og ikke minst læreren.

5.1.5 Vist kompetanse

Funn 6 viser at elevene viser mer kompetanse når de løser oppgaver på papir. Som vi beskriver i funn 1, frembringer oppgaver gitt på papir mer skriving enn oppgaver elevene løser digitalt. Dette gjør at elevene har mulighet til å vise mer av sin matematiske kompetanse når de bruker skriftlig kommunikasjon i matematikk. Det gjelder uansett om elevene har benyttet seg av tenkeskriving eller presentasjonsskriving. Et av kjerneelementene i LK20 er «matematiske kunnskapsområder». Her står det «De matematiske kunnskapsområdene omfatter tall og tallforståelse, algebra, funksjoner, geometri, statistikk og sannsynlighet.» (Utdanningsdirektoratet, 2019). Dersom vi ser på en oppgave fra vårt tallmateriale, finner vi hva Campus Inkrement har listet som tilhørende læringsmål: trekke sammen brøker som har lik nevner, finne fellesnevner når nevnerne er bokstavuttrykk og trekke sammen brøker som inneholder bokstavuttrykk (Campus Inkrement, 2021). Vi kan likevel se for oss at det er andre læringsmål fra Campus Inkrement 8-10, som også må være oppnådd for å få til dette: trekke sammen når uttrykket inneholder en ukjent, regne med bokstavuttrykk som inneholder parenteser, multiplisere et positivt tall inn i en parentes, faktorisere hele tall og finne felles faktorer i tall og uttrykk (Campus Inkrement, 2021). Dersom du kan de tre læringsmålene Campus lister som tilhørende til kapittelet, er du i stand til å løse oppgaven. Man kan dermed anta at dersom eleven har skrevet inn riktig svar i Campus, mestrer hun disse læringsmålene. Dersom eleven derimot skriver inn feil svar, er det ikke mulig å vite hvilke læringsmål eleven mestrer, eller om det kanskje bare er en inntastingsfeil som har gitt feil svar. Vi kan egentlig ikke vite hvilke matematiske kunnskapsområder eleven mestrer eller ikke mestrer av tall og tallforståelse og algebra. Dersom eleven har dokumentert fremgangsmåten sin, kan man se hva eleven har gjort feil og hvilke læringsmål og dermed kunnskapsområder det kan tyde på at eleven mestrer eller strever med. F.eks. kan oppgaven i Figur 31 ofte løses feil ved at eleven ikke endrer fortegn i den midterste brøken. Dersom alt annet er gjort rett, vil eleven få et annet svar enn fasit, men har vist kompetanse om akkurat de samme læringsmålene som om oppgaven var løst rett, bortsett fra det som heter «regne med bokstavuttrykk som inneholder parenteser». I tråd med LK20 som sier at elevene skal legge mer vekt på strategiene og framgangsmåtene enn på løsningene, vil en slik besvarelse være adskillig mer verdt enn et galt svar i Campus Inkrement. Dersom eleven har rett svar i Campus Inkrement, kan vi som nevnt anta at eleven har kompetansen, men det kan også være misoppfatninger som har gitt samme svar og som ikke vil komme frem i løsningen til eleven. Ved å levere skriftlig besvarelse på papir, ser læreren samtidig om eleven bruker kompetanse fra andre deler av temaet eller andre deler av matematikkfaget. Elevene kan ha vist flere læringsmål selv om svaret er feil, mens de i Campus Inkrement ikke får vist noe kompetanse om de gir feil svar.

Kjerneelementet «resonnering og argumentering» vektlegger viktigheten av at elevene skal begrunne fremgangsmåter og bevise at svarene er gyldige (Utdanningsdirektoratet, 2019). Det får de gjort i ulik grad når de produserer tekst, men ikke i det hele tatt når de ikke skriver noe.

Hvis vi ser til Kilpatrick, Swafford og Findell sine fem kompetanser kan vi se for oss at et galt svar i Campus Inkrement ikke viser oss noen kompetanse, mens et rett svar kan vise oss kompetanse. Man kan anta at eleven utfører matematiske prosedyrer nøyaktig og effektivt (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001). Oppgavens utforming vil i stor grad avgjøre om vi kan fastslå at eleven har kompetanse om anvendelse. Eleven har antakelig løst et matematisk problem, men ikke formulert det og presentert det. Det samme gjelder kompetansen resonnering. Et rett svar vil antyde at det er en logisk tankegang, men uten en diskusjon eller noe skriftlig arbeid vil det være vanskelig å avgjøre i hvilken grad eleven tenker logisk, reflekterer, forklarer og begrunner.

Trekk sammen brøkene. Forkort hvis mulig.

$$\frac{2(a+2)}{4} - \frac{(a+3)}{3} + \frac{a}{6}$$

Figur 31: Oppgave fra Campus Inkrement

Dersom vi ser på Niss og Jensens åtte kompetanser får man i stor grad bare vurdert elevenes tolkningsside av kompetansene om man ikke ser tekst. Eleven har en representasjonskompetanse dersom hun klarer å tolke en figur, symbolkompetanse om et algebrastykke tolkes, problembehandlingskompetanse i å forstå en oppgave og så videre. Vi får derimot ikke sett om eleven klarer å veksle mellom ulike representasjoner, omsette mellom symbol- og hverdagsspråk og uttrykke seg på forskjellige måter uten at vi ser på hva eleven har skrevet eller har en samtale med eleven. Det er derfor grunn til å si at elevene ikke får vist god nok matematisk kompetanse dersom de bare har skrevet inn et svar i Campus Inkrement.

Selv om det ikke alltid er hensiktsmessig å jobbe med så mange kompetansemål som mulig i alle oppgaver, tyder dette funnet på at elevene viser mer kompetanse jo mer de skriver i matematikk, noe som kan være et argument for å løse flere oppgaver på papir.

5.1.6 Sammenlikning av oppgaver

Ut ifra hva vi ser i funn 7, klarer vi ikke å finne noen markant forskjell i hvilke oppgaver som frambringer mye tekst, og hvilke oppgaver som frambringer ingen tekst når elevene jobber digitalt. Ved å sammenlikne alle oppgavene elevene har løst, finner vi få forskjeller i utforming. Man kunne se for seg at elevene noterer mer ved stigende vanskelighetsgrad, men vi finner ingen klare indikasjoner på at Campus Inkrement sin oppgitte vanskelighetsgrad har noe å si for om elevene noterer eller ikke. Det er totalt 10 oppgaver hvor vi ikke finner spor av skriving og 20 hvor det er skriving (Tabell 14). Halvparten av de enkleste oppgavene og omtrent halvparten av de vanskeligste oppgavene har gitt skriving. Av de middels vanskelige oppgavene har nesten alle oppgavene resultert i skriving. Ut fra dette er det altså flere av de enkle og vanskelige oppgavene som frambringer lite tekst, og flere oppgaver som er kategorisert som middels vanskelige som genererer mye tekst. Her hadde det vært en fordel om vi hadde samlet inn større mengde data for lettere å kunne se etter tydeligere mønstre og kanskje trekke mer sikre konklusjoner. Vi må også ta med i betraktningen at hvordan Campus Inkrement definerer oppgavenes vanskelighetsgrad, ikke nødvendigvis samsvarer med elevenes oppfatning.

Elevene har ulike forutsetninger for å løse ulike oppgaver, og vil derfor ha individuelle oppfatninger av hva som kreves av en oppgave, og hvor stort behov det er for å notere.

Et av kjennetegnene fra problemløsningsoppgaver er at de ikke kan løses ved en rett frem-prosess og med kunnskap som er umiddelbart tilgjengelig for eleven (Kolovou, Van den Heuvel-Panhuizen, & Bakker, 2009). Av de 30 oppgavene vi har brukt, er det kun seks oppgaver vi har satt i denne kategorien. Funn 7 viser at nesten alle disse har utløst skriving, mens av de oppgavene som ikke har disse trekkene er det kun litt over halvparten som gir skriving. Dette kan tyde på at oppgaver med trekk fra problemløsning gjør at elevene noterer mer enn de gjør i andre oppgaver.

Kjennetegnet på LIST-oppgaver er at de har «lav inngangsterskel og stor takhøyde» (Utdanningsdirektoratet, 2021), og vi har i teoridelen redegjort for at dette begrepet brukes sammen med «rike oppgaver». De sju kjennetegnene på rike oppgaver (Hagland, Hedrén, & Taflin, 2005), vil enkelt forklart tilsvare det samme som det som kategoriserer LIST-oppgaver. Av oppgavene vi har brukt fra Campus Inkrement, er det ingen av dem som oppfyller alle de sju kravene til en rik oppgave, og det kan man heller ikke forvente at alle matematikkoppgaver skal gjøre. Nesten alle oppgavene elevene har arbeidet med er enkle og forstå, men de mangler den store takhøyden til LIST-oppgavene som gjør at de skal ha utfordringer for elever på alle nivå. Oppgavene er altså generelt for spesifikke eller for korte til å falle inn i denne kategorien slik de foreligger i læreverket. Man kan likevel se for seg at flere av oppgavene kan brukes som en fin start på en LIST-oppgave ved å sette oppgaven inn i en større kontekst. I og med Campus Inkrement forsøker å gi en tilbakemelding i form av fasit etter de fleste oppgavene, passer ikke det så godt sammen med LIST-oppgaver fordi disse ikke nødvendigvis har et rett eller galt svar.

Man kunne tenke seg at en oppgave som krever flere løsningssteg for å komme frem til et svar vil gjøre at elevene skriver noe mer, og funn 7 kan tyde på at det er noe sammenheng. Oppgaver som krever flere løsningssteg, har generelt en større grad av notering, mens oppgaver som bare krever ett løsningssteg ikke har gitt noe produksjon av tekst i vår studie. Det er likevel ikke garanti for at flere løsningssteg gir tekstproduksjon, fordi oppgavene som ikke gav noe form for tekst fortsatt har et gjennomsnitt på 2,5 løsningssteg per oppgave. Det kan likevel virke som om jo flere løsningssteg det er, jo mer tilbøyelige er elevene til å notere.

Det er vanskelig å se en sammenheng mellom hvilke kognitive krav oppgaven stiller og hvor mye tekst som produseres. I og med at bare én oppgave i datamaterialet vårt kun stiller høye kognitive krav, og det er én elev som har løst denne, kan vi ikke slå fast om det er oppgaven eller eleven som er årsak til at denne ikke har utløst skriving. Det vi derimot kan se, er at det varierer om elevene skriver eller ikke skriver når oppgavene stiller lave kognitive krav. Det kan være mange grunner til dette. Elevene har ulikt matematisk ståsted, og mange elever vil ha innarbeidet algoritmer for forskjellige typer oppgaver. Dette gjør at de løser oppgavene nærmest på «autopilot» og ikke aktiverer høyere grad av tenkning. Andre elever kan se på de samme oppgavene uten disse innarbeidede strategiene, og de vil dermed oppleve at oppgavene stiller høyere kognitive krav. Et eksempel kan være en oppgave som handler om at elevene skal finne arealet av en sammensatt figur. Noen elever vil kanskje dele opp denne figuren i mindre deler, og bruke arealformlene for å regne ut samlet areal. Andre elever vil ikke ha forutsetninger for å bruke denne fremgangsmåten, og må finne andre tilnærminger, slik som for eksempel å tegne opp på ruteark og telle arealenheter. Kanskje er det slik at ikke alle oppgaver så enkelt kan kategoriseres etter om de stiller høye eller lave kognitive krav da vi alltid må se de i forhold til elevene som løser dem.

Funnene i denne studien tyder altså på at problemløsningsoppgaver og oppgaver som krever mer enn ett løsningssteg stimulerer til noe mer skriving hos elevene. Ingenting i vår studie viser at oppgaver som stiller høyere kognitive grad gir mer skriving, mens vi ikke kan si noe om hvordan LIST-oppgaver eller rike oppgaver påvirker skrivemengden da ingen av oppgavene i studien går inn under denne definisjonen.

5.2 Generell diskusjon

Her vil vi kort diskutere begrensende faktorer i undersøkelsen vår, og hva disse kan ha å si for funnene våre.

5.2.1 Undersøkelsessituasjonene

Da elevene besvarte oppgavene i Campus Inkrement var dette i vanlige matematikktimer. Øktene ble ledet av en lærer de kjenner, og klasseromssituasjonen var så normal som mulig. Da elevene besvarte oppgavene på nytt på papir, var situasjonen endret. Elevene fikk utdelt et ark med oppgavene på, noe som ikke er vanlig i og med at det stort sett brukes digitalt læreverk i timene. I tillegg omhandlet oppgavene temaer de hadde arbeidet med for flere måneder siden. Elevene fikk også beskjed på forhånd om at besvarelsene deres ville bli samlet inn etter timen. Disse elementene til sammen kan ha gjort at elevene opplevde situasjonen mer som en vurderingssituasjon, eller noe som læreren skal lese kritisk gjennom, enn de ville gjort i en matematikktime der rammene var mer som de er vant til. Opplevelsen av at dette er en «prøve» kan ha vært til stede, og elevene er trenet i at de må vise utregninger og argumentasjon når de besvarer prøver. Dette kan ha ført til at elevene har brukt mer presentasjonsskriving enn de ellers ville ha gjort. Når en elev skriver med bevissthet om at mottakeren er en lærer, vil det også påvirke skrivingen: «Skriveren blir tvunget til hele tiden å vurdere om det som blir skrevet faktisk underbygger egen tenkning. For å skrive til personer med høyere matematisk forståelse vil et mer presist språk med matematisk begrepsbruk være mer aktuelt» (Skrivesenteret NTNU, 2021).

5.2.2 Oppgaveutvalg fra Campus Inkrement

Utvalget av oppgaver i Campus Inkrement ble basert på hva elevene arbeidet med på det gitte tidspunktet. Oppgavene ble derfor ikke helt tilfeldig valgt til denne studien, men er de oppgavene elevene har fått beskjed av læreren sin om å løse. Som tidligere nevnt, er alle oppgavene i utvalget av en type som kun krever numerisk svar (Charlambous, Delaney, Hsu, & Mesa, 2010). Som nevnt tidligere finnes det oppgaver i læreverket der eleven skal legge inn bilde av svaret sitt, eller lese inn en muntlig forklaring. Som Tabell 19Tabell viser er disse i mindretall. Funnene våre i denne studien må ses i lys av at vi ikke har inkludert de oppgavene i Campus Inkrement som krever andre typer svar enn kun et numerisk svar. Det er mulig at vi ville fått et annet resultat hvis vi hadde inkludert flere av de oppgavene i læreverket som har trekk fra problemløsning, eller som ber eleven laste opp bilder av besvarelsene sine og på den måten fremmer skriving. Likevel er det rimelig å anta at den typen oppgaver elevene har løst i denne studien, gjenspeiler oppgavene elevene ellers løser, fordi denne oppgavetypen dominerer i læreverket uansett tema.

5.2.3 Lærerens bruk av læreverket

Campus Inkrement inneholder flere typer elementer; videoforelesninger, oppgavebank, diskusjonsoppgaver, egenvurdering med mer. Vi har ikke kunnet kontrollere hvordan læreren bruker de forskjellige delene av læreverket. Vi har kun sett på elevenes arbeid med oppgavebanken. Både videoforelesningene og diskusjonsoppgavene kan sies å tilhøre den muntlige delen av matematikken, og er derfor ikke med i vår undersøkelse. Hva læreren gjør i klasserommet kan ha vel så mye å si for elevenes bruk av skriving, enten tenkeskriving eller presentasjonsskriving. Ingen lærere er like, så elevene er i ulik grad trent opp til å bruke arbeidsboka. Som nevnt tidligere i denne diskusjonen legger LK-20 opp til større variasjon av løsningsstrategier. Oppgavebanken der løsningene skal skrives i en svarrute legger ikke umiddelbart til rette for at eleven skal vise flere løsningsstrategier. Likevel kan oppgavebanken godt brukes på en måte som stimulerer til dette, men da vil lærerens tilnærming være av stor betydning og stille større krav til lærerens repertoar av strategier i klasserommet.

Vi tror at elevens bruk av arbeidsboka varierer fra elev til elev, men at også hvor aktivt læreren snakker om og involverer arbeidsboka i sin undervisning, kan være av stor betydning. Hvis en lærer ofte minner elevene på å bruke arbeidsboka aktivt, for eksempel ved å bruke den til de forskjellige elementene Waywood nevner, vil kanskje elevene i større grad få et bevisst forhold til hva arbeidsboka er og kan være, enn i et klasserom der læreren ikke er så opptatt av arbeidsboka.

Det kan også nevnes at elever har et ulikt syn på en arbeidsboks varighet. Ved slutten av hvert skoleår ser vi lærere at det alltid er noen elever som tar vare på arbeidsbøkene sine, nettopp for å kunne gå tilbake i dem senere, altså bruke dem til oppsummering og å samle eksempler slik Waywood beskriver, mens andre ikke kan få kastet bøkene raskt nok i søppelbøtta.

6. Avslutning

6.1 Konklusjon

Målet med studien vår var å søke svar på disse forskningsspørsmålene:

Hva kjennetegner en gruppe ungdomsskoleelevers skriving i matematikk når de jobber med oppgaver i et digitalt læreverk, sammenliknet med når de jobber uten et digitalt læreverk?

Hvilke typer oppgaver fremmer skriving når elevene jobber i et digitalt læreverk?

Disse forskningsspørsmålene har vi forsøkt å besvare ved å se på en liten gruppe ungdomsskoleelever som har løst et utvalg oppgaver fra Campus Inkrement. Først besvarte elevene oppgavene digitalt i læreverket slik de vanligvis gjør i matematikktimene. Omtrent et halvt år senere fikk de de samme oppgavene på nytt. Denne gangen skrevet ut på papir og besvart på papir. Elevenes besvarelse ble så sammenliknet og vurdert opp mot ulike faktorer som vi mener beskriver skriving i matematikkfaget. Vi har også vurdert oppgavenes karakter for å undersøke om det er noen sammenheng mellom oppgavetype og hva elevene skriver.

Vi ser at det er en forskjell i elevenes skriving i matematikkfaget når de bruker Campus Inkrement. Det produseres generelt mindre tekst. Skriving er en av de grunnleggende ferdighetene i matematikkfaget. Matematikklæreverket som brukes i et klasserom er en av rammefaktorene i faget. Når en slik rammefaktor endres, i vårt tilfelle at man går over til å bruke et digitalt læreverk, må man forvente at dette har noe å si for undervisningen. Hvis elevenes skriving blir lagt mindre vekt på, kan det føre til at elevene i mindre grad får øvd opp og vist sin matematiske kompetanse. Vi mener at dette er en endring læreren må være bevisst på, slik at han eller hun kan ivareta også denne delen av matematikkompetansen selv om elevene skriver mindre. Dersom læreren bruker oppgavebanken uten å tilføre noe mer, kan det se ut som om at elevene ikke får øvd seg i å bygge opp en matematisk argumentasjon, gjetter på flere svar og får dermed flere feil og er i dårligere stand til å løse oppgaver.

Vi ser også at elevene i liten grad bruker tenkeskriving når de skriver i matematikk. Når elevene skriver bruke de i størst grad presentasjonsskriving. Det kan tyde på at elevene i vår studie ikke har skriving som strategi for å løse oppgaver, men heller skriver som en dokumentasjon av hva de har gjort slik at andre kan se.

Det andre målet med denne oppgaven var å undersøke om det er noen oppgaver som stimulerer til mer skriving enn andre. Dersom elevene løser digitale oppgaver kan studien vår tyde på at oppgaver med ulike elementer av problemløsning stimulerer til mer skriving enn oppgaver som ikke har det. Vanskelighetsgraden til oppgavene, slik den er oppgitt i Campus Inkrement, er ifølge våre funn ikke av betydning. Dersom oppgavene krever flere løsningssteg, skrives det noe mer. Det er ikke overraskende at elever skriver mer når det er mange opplysninger å holde rede på, skrivingen blir en hjelp til å systematisere tanken, men det kan være en nyttig påminner til lærerne om å være oppmerksom på å bruke slike oppgaver nettopp for å stimulere skriving i matematikk.

6.2 Videre forskning og betydning for profesjonen

Som vi har nevnt i diskusjonskapittelet, kan ikke læreverket ses på isolert, man må også se på det komplekse samspillet mellom lærer, elev og andre faktorer som foregår i et klasserom. I forlengelsen av å ønske mer kunnskap om hvordan elevenes oppgaveløsning foregår i klasserom med digitalt læreverk som hovedlæreverk, kan det se ut som om det mangler forskning som ser på helheten i slike klasserom. Skriving og matematisk kompetanse avhenger vel så mye av eleven og hva læreren gjør i klasserommet som selve oppgaven. Her kan det være grunnlag for å gjøre mer forskning.

Som nevnt i kapittel 6.1 mener vi at funnene i vår oppgave har betydning for profesjonen fordi den understreker viktigheten av at lærere er bevisste på hvordan elevenes tilnærming til oppgaver endrer seg når de løser oppgaver digitalt. Med den store innføringen av nettbrett og PC i skoler over hele landet, er dette et område som det bør forskes videre på. Vi har et begrenset utvalg både av elever og oppgaver i vår studie. Det kunne vært interessant å se videre på endringene innføringen av digitale læreverk fører til med et mye større datamateriale.

Oppgaven vår kan også ha betydning for profesjonen ved at den tydeliggjør at rask tilbakemelding på arbeidet en elev gjør, kan hjelpe eleven videre i sin matematikkforståelse. Dersom man gir eleven tilbakemelding på svaret i en oppgave, bør denne komme raskt (Hattie & Timperley, 2007, s. 98). Effekten vi ser av den raske responsen elevene får fra det digitale læreverket bekrefter viktigheten av dette, ved at elevene blir oppmerksomme på feilene sine og prøver på nytt igjen.

Videre har vi sett at elevene bruker mindre tenkeskriving enn presentasjonsskriving i matematikkfaget. All den tid det viser seg at skriving kan være en viktig støtte for tanken, kan det være et tips til lærere om å framheve denne måten å skrive matematikk på. Kanskje har vi vært for opptatt av at skriving i matematikk må følge fagets regler og mindre opptatt av hva skrivingen kan tilføre matematikkforståelsen?

Vi har sett at det er lite i oppgavebanken som hjelper læreren til å utvikle skriving i matematikk, noe som betyr at læreren må være observant på dette. Igjen er det en påminnelse om å bruke flere innfallsvinkler i matematikkundervisningen og gjøre undervisningen så variert som mulig slik at også skriving i matematikk får den plassen den fortjener.

Referanser

Berrum, E., Fyhn, J., Guldbrandsen, I. P., & Nilsen, Ø. L. (2017). *Evaluering av digital skolehverdag.* Skøyen: Rambøll. Hentet fra https://www.baerum.kommune.no/globalassets/tjenester/skole/digital-skolehverdag/evaluering-av-digital-skolehverdag-rapport-15.mai-2017.pdf

Bosse, M., & Faulconer, J. (2008, Januar). Learning and assessing mathematics through reading and writing. *School science and Mathematics, 108(1)*, ss. 8-19. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2008.tb17935.x

Bærum kommune. (u.d.). *Digital skolehverdag*. Hentet september 13, 2021 fra Bærum kommune: https://www.baerum.kommune.no/tjenester/skole/digital-skolehverdag/

Campus Inkrement. (2021, september 13). Hentet fra Campus Inkrement: https://campus.inkrement.no/

Campus Inkrement. (u.d.). *Campus Matte 8-10*. Hentet fra Campus Inkrement: https://campus.inkrement.no/Home/CampusMatte_8_10

Campus Inkrement. (u.d.). *Læreverk*. Hentet fra Campus Inkrement: https://campus.inkrement.no/Home/Catalog

Campus Inkrement. (u.d.). *Om Campus*. Hentet fra Campus Inkrement: https://campus.inkrement.no/Home/About

Charlambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H.-Y., & Mesa, V. (2010, mars). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. *Mathematical Thinking and Learning, 12(2)*, ss. 117-151. https://doi.org/10.1080/10986060903460070

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). *Research Methods in Education* (8. utg.). Routledge.

Cooper, A. (2012). Today's Technologies Enhance Writing in Mathematics. *The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas, 85(2)*, ss. 80-85. https://doi.org/10.1080/00098655.2011.624394

De nasjonale forskningsetiske komiteene. (2021, desember 16). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora*. Hentet fra De nasjonale forskningsetiske komiteene: https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/

Duval, R. (2006, februar). A Cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational studies in Mathematics, 61*, ss. 103 - 131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Fjørtoft, S. O., Thun, S., & Buvik, M. P. (2019). *Monitor 2019.* Sintef digital. Hentet fra https://www.udir.no/contentassets/92b2822fa64e4759b4372d67bcc8bc61/monitor-2019-sluttrapport_sintef.pdf

Freeman, B., Higgins, K. N., & Horney, M. (2016). How students communicate mathematical ideas: An examination of multimodal writing using digital technologies. *Contemporary educational technology, 7(4)*, ss. 281 - 313. https://doi.org/10.30935/cedtech/6178

Hagland, K., Hedrén, R., & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem - inspiration til variation.* Stockholm: Liber.

Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The Power Of Feedback. *Review of Educational Researc, 77(1)*, ss. 81-112. doi:https://doi.org/10.3102/003465430298487

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics.* Washington: National Academy Press.

Kolovou, A., Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Bakker, A. (2009, Januar). Non-routine problem solving tasks in primary school mathematics textbooks: A needle in a haystack. *Mediterranean Journal for Research in Mathematical Education, 8(2)*, ss. 29-66.

Lorentzen, V., & Kringstad, T. (2015, juli 8). Skriving i matematikk og naturfag. *Bedre skole, 2014*. Hentet fra https://utdanningsforskning.no/artikler/2014/skriving-i-matematikk-og-naturfag/

Miller, D. (1991, oktober). Writing to learn mathematics. *The MathematicsTteacher, 84(7)*, ss. 516-521.

Misfeldt, M. (2006). Mathematical writing. Danmarks Pædagogiske Universitetsskole. Aarhus Universitet. Hentet fra http://www.misfeldt.info/wp-content/uploads/2013/01/mathematical-writing.pdf

National Council of Teachers of Mathematics. (2014). Effective Mathematics Teaching Practices. *Principles to action, executive summary*. Hentet fra https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/PtAExecutiveSummary.pdf

Nipen, K. (2019, august 15). Nettbrettet rykker inn i klasserommet. Ingen vet hva det gjør med læringen. *A-magasinet*. Hentet september 13, 2021 fra https://www.aftenposten.no/amagasinet/i/OpaaqO/nettbrettene-rykker-inn-i-klasserommet-ingen-vet-helt-hva-det-gjoer-med-laeringen

Niss, M., & Jensen, T. H. (2002). Kompetencer og matematiklæring. *Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. København: Undervisningsministeriet. Hentet fra https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/page/Kompetencer%20og%20matematikl%C3%A6ring.pdf

NTNU. (2022). *To typer skriving: tenkeskriving og presentasjonsskriving.* Hentet fra UNI Akademisk skriving: https://digit.ntnu.no/courses/course-v1:NTNU+MOOC002+2019-2020/courseware/36bd951e362d4ce6b4218608218ad671/b5b977b841c4434b8a26f51973794b9f/4

Roland, D.-R., & Sørgård, M. (2016). Khan Academy i skolen. Hvilke oppfatninger har lærere av arbeidsmåter som kombinerer bruk av Khan Academy og lignende nettressurser med tradisjonell undervisning i matematikk. Tromsø: Norges Arktiske Univsersitet. Hentet fra https://munin.uit.no/bitstream/handle/10037/9565/thesis.pdf?sequence=2&isAllowed=y

Skrivesenteret NTNU. (2021, april 26). *Tenkeskriving og presentasjonsskriving i matematikk.* Hentet fra https://skrivesenteret.no/ressurs/tenkeskriving-og-presentasjonsskriving-i-matematikk/

Stake, R. (1995). *The art of case study research.* Thousand Oaks, CA.: Sage.

Stedøy, I. (2018, februar). Matematisk kompetanse. Matematikksenteret. Hentet fra https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/T1.P2.M2A%208-13%20Sted%C3%B8y%20Matematisk%20kompetanse.pdf

Stein, M. K., & Schwan Smith, M. (1998). Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: From Research to Practice. I M. K. Stein, & M. Schwan Smith, *Mathematics Teaching in the Middle School 3* (ss. 268-275). National Council of Teachers of Mathematics. doi:https://doi.org/10.5951/MTMS.3.4.0268

Stein, M., Schwan, S., Henningsen, A., & Silver, E. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A csebook for professional development.* New York: Teachers College Press.

Utdanningsdirektoratet. (2006). *Grunnleggende ferdigheter*. Hentet fra Læreplan i matematikk fellesfag: https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Grunnleggende_ferdigheter

Utdanningsdirektoratet. (2019, mars 27). *Algoritmisk tenkning*. Hentet fra Digitalisering i barnehage og skole: https://www.udir.no/kvalitet-og-kompetanse/profesjonsfaglig-digital-kompetanse/algoritmisk-tenkning/

Utdanningsdirektoratet. (2019, november 15). *Grunnleggende ferdigheter*. Hentet fra Læreplanverket: https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/grunnleggende-ferdigheter

Utdanningsdirektoratet. (2019, november 15). *Kjerneelement*. Hentet fra Læreplanverket: https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer

Utdanningsdirektoratet. (2021, mars 8). *Elever med stort læringspotensial*. Hentet fra Utdanningsdirektoratet: https://www.udir.no/laring-og-trivsel/tilpasset-opplaring/elever-med-stort-laringspotensial/

Utdanningsdirektoratet. (2021, september 30). *Endringer i eksamen etter nye læreplaner*. Hentet fra https://www.udir.no/eksamen-og-prover/eksamen/slik-endrer-vi-eksamen/

Waywood, A. (1992). Journal writing and learning mathematics. *For the learning of mathematics, 12(2)*, ss. 34-43.

Vedlegg 1 - Oppgavene

Oppgavene elevene har besvart både i Campus Inkrement og på papir

Oppgave 1

267	435	321	2	87

Regn ut gjennomsnittet av tallene. Gi svaret med én desimal.

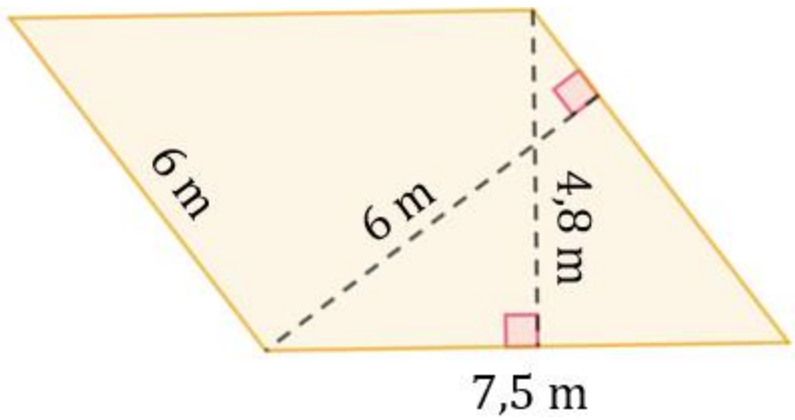
Oppgave 2

1207
1270
1272
127,29
120,2
1207,2
1272,2

Bestem variasjonsbredden for tallene.

Oppgave 3

Les av de nødvendige målene fra figuren, og bestem arealet av parallellogrammet.

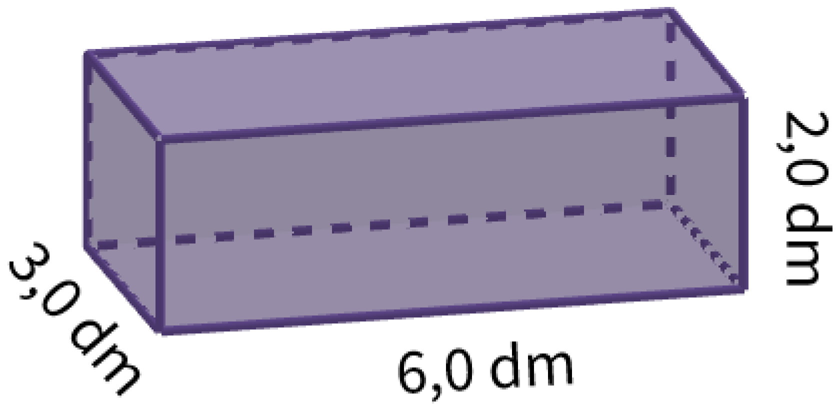


Oppgave 4

I et parallellogram er lengden av sidekantene 4 cm og 6 cm. Avstanden mellom de lengste sidekantene er 2 cm. Bestem arealet av parallellogrammet.

Oppgave 5

Det rette firkantede prismet har sidekanter med lengder 3,0 dm, 6,0 dm og 2,0 dm. Bestem volumet av prismet.

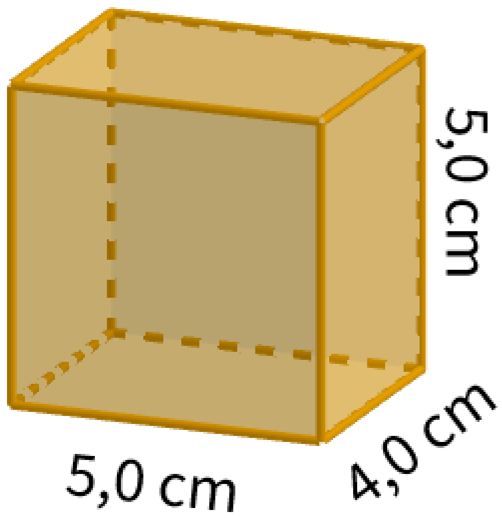


Oppgave 1

Det finnes ett kvadrat der omkretsen er like mange meter som arealet er kvadratmeter. Hva er lengden av sidekantene i dette kvadratet?

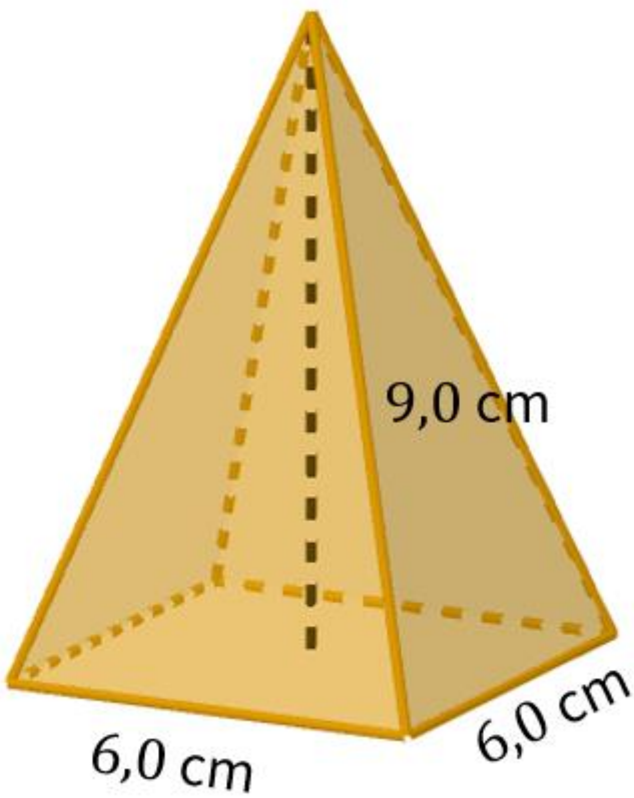
Oppgave 2

Det rette firkantede prismet har sidekanter med lengder 5,0 cm, 4,0 cm og 5,0 cm. Bestem volumet av prismet.



Oppgave 3

I en pyramide med høyde 9,0 cm, er lengden av sidene i grunnflaten 6,0 cm. Bestem arealet av pyramidens grunnflate.

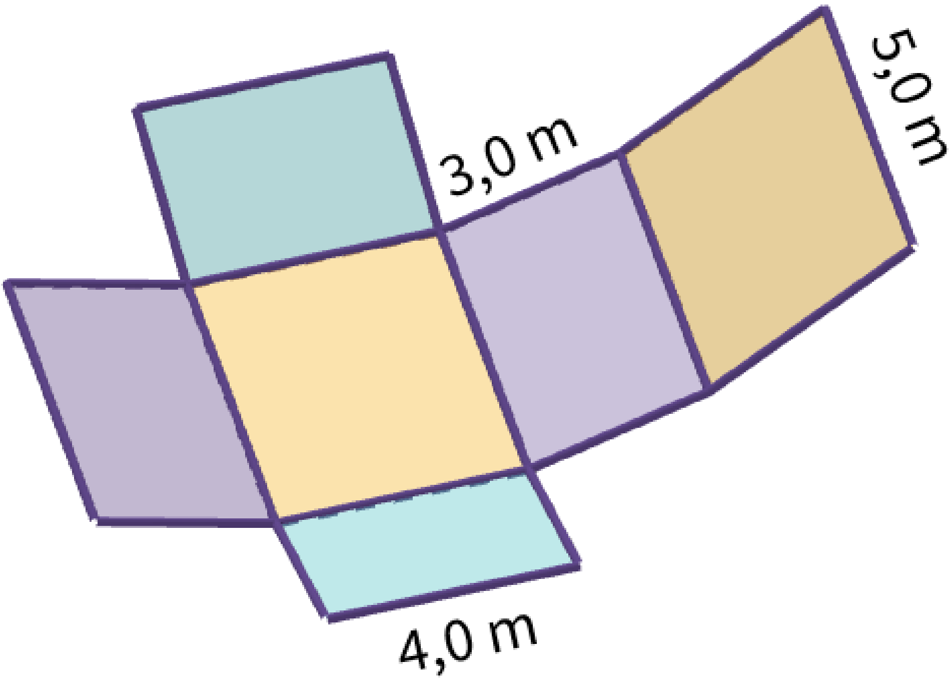


Oppgave 4

En lavvo har form som en kjegle. Vi måler lavvoens høyde til 2.6 m og lavvoens omkrets til 13,4 m. Bestem arealet av gulvet i lavvoen.

Oppgave 5

Et rett, firkantet prisme har sidekanter med lengdene 3,0 m, 4,0 m og 5,0 m. Figuren viser hvordan prismet ser ut dersom vi klipper det opp og bretter det ut.



Bestem volumet til prismet. Oppgi svaret som tall eller regnestykke.

Oppgave 1

−207	107,27
−301,25	102,25
−209	108
−30	−108,25

Bestem variasjonsbredden.

Oppgave 2

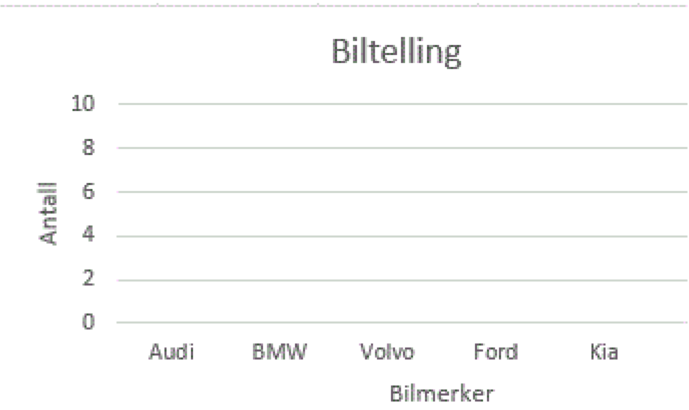
17
18
17
16
12
21
19

Bestem variasjonsbredden for tallene.

Oppgave 3

Bilmerke	Antall
Audi	4
BMW	5
Volvo	6
Ford	8
Kia	1

I en mattetime ble det foretatt telling av de forskjellige typene biler som kjørte forbi Nord ungdomsskole. Lag et søylediagram basert på skjemaet nedenfor.



Hvor mange biler passerte i løpet av timen?

Oppgave 4

Bilmerke	Antall
Audi	4
BMW	5
Volvo	6
Ford	8
Kia	1

I en mattetime ble det foretatt telling av de forskjellige typene biler som kjørte forbi Nord ungdomsskole. Lag et søylediagram og finn ut hvilket bilmerke som får nest høyest søyle.

Oppgave 5

Verdi	Antall
En	3
To	5
Tre	5
Fire	6
Fem	2
Seks	4

Elevene i 9B fikk i oppgave å lage en tabell over antall øyne de fikk på 25 terningkast. Ovenfor ser du resultatet Synne fikk. Bruk regneark og lag et søylediagram som viser resultatet. Bestem hvilken verdi som hadde lavest frekvens.

Oppgave 5

3456
3455
3467
3457
3476
3456
3486
3456

Bestem variasjonsbredden.

Oppgave 1

Trekk sammen brøkene. Forkort hvis mulig.

$$\frac{2x}{4}+\frac{5x}{2}+\frac{3x}{6}$$

Oppgave 2

Bruk addisjons- og subtraksjonsmetoden og løs likningen.

$2x+5-3,4=x+5,6$

Oppgave 3

Faktoriser og forkort. Skriv svaret så enkelt som mulig.

$$\frac{2x+4}{3}\cdot\frac{6}{x+2}$$

Oppgave 4

Faktoriser og forkort. Skriv svaret så enkelt som mulig.

$$\frac{4a^2+6a}{4a}\cdot\frac{8}{2a+3}$$

Oppgave 5

Bruk addisjons- og subtraksjonsmetoden og løs likningen.

$-4,3=-3,1-4,8+x$

Oppgave 1

Løs opp parentesene og forenkle mest mulig.

$(3a-2b)4-(2a-b)(3a+3)$

Oppgave 2

William var 148 cm høy da han var 12 år gammel. Da han ble 13, hadde høyden økt med 7%. Det neste året økte høyden videre med 8%. Hvor høy var William da?

Oppgave 3

Trekk sammen brøkene. Forkort hvis mulig.

$$\frac{2(a+2)}{4}-\frac{(a+3)}{3}+\frac{a}{6}$$

Oppgave 4

Bruk addisjons- og subtraksjonsmetoden og løs likningen.

$5-2x=-x+6$

Oppgave 5

Josefine kjøper en basketball og to basketballkurver. Basketballen koster 429 kr. Kurvene koster 129 kr per stk. Hun får 20% avslag på ballen og 25% avslag på kurvene. Hvor mye må hun betale?

Oppgave 1

Ask, Christian og Herman ser ofte film saman. I løpet av det siste året har de sett film $\frac{3}{5}$ av gangene hos Ask, 25% av gangene hos Christian og resten av gangene hos Herman. Hvor mange prosent av gangene har de sett film hos Herman?

Oppgave 2

Tante Tine delte ut 100 000 kr til sine tre barnebarn, Pål, Miriam og Jo, men hun ga ikke like mye til hver. I stedet hadde hun i hemmelighet notert hvor mange ganger de hadde besøkt henne det siste året, og brukte dette til å bestemme hvor mye hver skulle få. På fikk $\frac{3}{10}$ av beløpet. Miriam fikk $\frac{3}{5}$.

Hvor stor andel fikk Jo? Oppgi svaret i prosent.

Oppgave 3

Bruk addisjons- og subtraksjonsmetoden og løs likningen.

$5 - 2x = \ -x + 6$

Oppgave 4

Shani jobber i en butikk. I oktober jobbet hun to lørdager og tre fredager. Hun jobbet 3,5 timer på lørdager og 2,5 timer på fredager. Lønnen var 95 kroner per time. Regn ut hvor mye Shani tjente i oktober.

Oppgave 5

Regn ut.

$(49 : 7) \cdot 3^2 + 5 \cdot 5$

Vedlegg 2 - Informasjonsskriv

Vil du delta i forskningsprosjektet

Matematisk kommunikasjon i klasserom med digitale læreverk

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke hvordan den skriftlige matematiske kommunikasjonen i klasserommet påvirkes av bruk av digitale læreverk. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Forskningsprosjektet er en masteroppgave i forbindelse med lærerspesialistutdanning ved NTNU.

Formålet med prosjektet er å undersøke om den matematiske kommunikasjonen i klasserommet blir påvirket av bruk av digitale læreverk, og i så tilfelle hva det har å si for elevenes skriftlige kommunikasjon og argumentasjon i matematikkfaget.

Forskningsspørsmålene som oppgaver søker å svare på er:

- Hva kjennetegner den skriftlige kommunikasjonen til elevene i en arbeidsøkt med bruk av et digitalt læreverk?
- Hvilke arbeidsmetoder erfarer lærerne stimulerer til økt bruk av skriftlig fremgangsmåte og bevisstgjøring om hvorfor dette er gunstig?

For å svare på disse spørsmålene vil vi gjerne at du leverer arbeidsboka/notatene du har gjort i løpet av matematikktimene.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

NTNU (Norges Natur-vitenskapelige universitet) ved Øistein Gjøvik er ansvarlig for prosjektet.

Prosjektet gjennomføres av Kristin Hosar og Lars Stornes

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du har fått spørsmål om å delta fordi vi trenger et utvalg av elever fra Gjettum skole. Utvalget er gjort i samråd med matematikklæreren din og baserer seg på at vi ønsker å samle inn arbeidsbøker fra forskjellige trinn. Utvalget er ikke basert på matematiske ferdigheter.

Hva innebærer det for deg å delta?

Læreren samler inn arbeidsboka di, og kommer til å se gjennom den for å legge merke til hvordan du skriver i matematikk.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Hvis du trekker deg, har det heller ingen betydning for din vurdering i matematikk.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Det er kun Kristin Hosar og Lars Stornes som vil ha tilgang til arbeidsbøkene.
- Dette samtykkeskjemaet vil ikke bli oppbevart slik at det kan kobles til deg som person.
- Det du har skrevet kan bli brukt i den ferdige oppgaven som anonymiserte eksempler.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er september 2022. Du får tilbake arbeidsboka di.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- å få slettet personopplysninger om deg, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:
- NTNU ved Øistein Gjøvik, oistein.gjovik@ntnu.no, eller Kristin Hosar, kristin.hosar@baerum.kommune.no eller Lars Stornes, lars.stornes@baerum.kommune.no
- Vårt personvernombud: Thomas Helgesen, thomas.helgesen@ntnu.no

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Øistein Gjøvik Kristin Hosar Lars Stornes
Prosjektansvarlig Student Student
(Veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet Matematisk kommunikasjon i klasserom med digitale læreverk, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ å levere inn de skriftlige notatene mine.

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

----
(Signert av prosjektdeltaker, dato)

NTNU

Kunnskap for en bedre verden